



00372
1
31

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**DETERMINACION DE PARAMETROS
FISICOS EN ESTRELLAS VARIABLES
DE CORTO PERIODO**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTRONOMIA)
P R E S E N T A
DOMITILA GONZALEZ PATIÑO

DIRECTOR DE TESIS: M. EN C. JOSE H. PEÑA SAINT MARTIN

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al M. en C. José H. Peña Saint Martín la dirección de este trabajo de tesis, así como las valiosas sugerencias y el apoyo brindado en la realización de la misma. También agradezco a la Dra. Rosario Peniche, al Dr. Carlos Chavarría y al Dr. Stanley Kurtz la paciencia y las acertadas sugerencias para mejorar la tesis.

Hago patente mi agradecimiento a la Dra. Rosario Peniche García, al M. en C. José H. Peña Saint Martín, al Dr. Carlos Chavarría Kleinbenn, al M. en C. Ignacio Campos Flores, al Dr. R. Alejandro Ruelas Mayorga, al Dr. Stanley E. Kurtz Smith y al Dr. Miguel Angel Herrera Andrade, quienes fungen como sinodales en este trabajo.

Agradezco y dedico esta tesis a mis padres Luis González Uribe y Domitila Patiño Almanza, de quienes he obtenido la fuerza necesaria para seguir adelante, la confianza y el apoyo constante. A mis hermanas y hermanos también les agradezco la confianza depositada en mí.

Deseo agradecer a Víctor Manuel Mendoza Olivares su comprensión, apoyo y motivación en momentos difíciles y a todos mis amigas y amigos por su valiosa amistad en todo momento.

Agradezco al Instituto de Astronomía de la UNAM, todas las facilidades brindadas (oficina, acceso a la biblioteca, copias, etc.) por las cuales fué posible la realización de este trabajo de tesis y parcialmente apoyado por el proyecto CONACYT 3925E. También deseo agradecer a todos los investigadores que impartieron los cursos de la maestría, que contribuyeron a mi formación académica.

Externo mi agradecimiento al Observatorio Astronómico Nacional, en San Pedro Mártir B. C, donde se obtuvieron las observaciones presentadas en la tesis. De igual manera agradezco a todo el personal que ahí labora.

A la Universidad Iberoamericana Santa Fe agradezco la ayuda brindada, por la cual me fué posible seguir adelante en la realización de la tesis.

Mi especial agradecimiento a la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional, donde realicé mis estudios de licenciatura y a la Universidad Nacional Autónoma de México por hacer posible mi superación académica.

INDICE

0. INTRODUCCION	3
1. ESTRELLAS VARIABLES PULSANTES	
1.1 Antecedentes y motivación	5
1.2 Consideraciones básicas	8
1.3 Fundamentos y mecanismos de pulsación	15
1.4 Estrellas Cefeidas	17
1.5 Estrellas RR de Lira	19
1.6 Pulsación multiperiodica en Cefeidas Enanas y Estrellas δ Scuti	23
2. FOTOMETRIA	
2.1 Sistemas fotométricos	26
2.2 Sistemas de banda ancha	27
2.3 Sistemas de banda intermedia	31
3. OBSERVACIONES Y REDUCCION DE DATOS	
3.1 Adquisición de datos e Instrumentación	36
3.2 Método de reducción	38
3.3 Desenrojecimiento de magnitudes e índices de color	42
4. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS	
4.1 Antecedentes históricos	46
4.2 Determinación de parámetros físicos	50
4.3 Resultados y análisis	51
4.4 Curvas de luz y comparación de los resultados con datos de la literatura	60
CONCLUSIONES	61
APENDICES	62
REFERENCIAS	99

INTRODUCCIÓN

El estudio de las variables pulsantes constituye un área relativamente pequeña, pero muy importante de la Astrofísica. Una interacción entre la teoría y la observación nos ha llevado a la definición del diagrama Hertzsprung-Russell (HR) donde tienen lugar las pulsaciones causadas por mecanismos semejantes a las estrellas de diversos estados evolutivos.

Dentro del diagrama HR hay una sección interesante, que es donde se localiza una gran parte de las estrellas variables, a esta región se le llama **franja de inestabilidad**. En los últimos 20 años se ha desarrollado un gran interés en la región del diagrama HR donde la franja de inestabilidad atraviesa la secuencia principal, que es donde se encuentran las estrellas δ Scuti y que constituyen un grupo de variables pulsantes de tipos espectrales entre A2 y F0, extendiéndose desde la secuencia principal hasta una o dos magnitudes por encima de ella. El intervalo de los períodos varía desde 30 minutos hasta 8 horas y el intervalo de variación de amplitud de magnitud va desde 0.01^m hasta 0.5^m . Dentro de esta región también se encuentran otras estrellas pulsantes de tipos espectrales A, F y G como: Cefeidas Enanas, RR de Lira, Cefeidas Clásicas, W Virginis y, finalmente, extendiéndose hacia la derecha de la franja de inestabilidad, se encuentran las variables RV Tauri, las semirregulares y las Mira de largo período, de cientos de días.

A diferencia de otras estrellas, en las δ Scuti como los períodos son muy cortos, se pueden obtener algunos ciclos en una sola noche. La multiperiodicidad es común entre las estrellas δ Scuti. Las Cefeidas y las RR Lira predominantemente pulsan en modo radial, mientras que muchas estrellas δ Scuti parecen mostrar modos no radiales o una mezcla de radiales y no radiales. Para generalizar, el largo período, la gran amplitud y el período simple de estas estrellas son algunas de las características de los pulsadores radiales mientras que para las estrellas de corto período, es necesario tener un conocimiento más detallado que nos permita decidir si se trata de mezclas complejas de modos radiales y no radiales o es un fenómeno no periódico. Actualmente hay catalogadas más de 200 estrellas y constituyen el segundo grupo más numeroso de pulsadores de nuestra Galaxia, después de las enanas blancas. La mayoría pertenecen a la población I, pero algunas muestran baja metalicidad y alta velocidad espacial típica de la población II.

La mayoría de las estrellas δ Scuti poseen períodos muy cortos y amplitudes pequeñas, sin embargo, se pueden distinguir dos tipos: δ Scuti y SX Phe. Dentro del tipo δ Scuti, se pueden distinguir dos subgrupos, las estrellas AI Vel (enanas cefeidas, RRs) con amplitudes mayores que 0.3^m , y las estrellas δ Scuti (o de cúmulos) caracterizadas por amplitudes muy pequeñas, menos que 0.07^m (Frolov e Irkaev, 1982). Las estrellas del tipo SX Phe, aparecen como objetos viejos de población II, que se caracterizan, esencialmente, por: un débil contenido metálico, unas velocidades espaciales elevadas, una luminosidad débil, unas razones de períodos algo mayores y un razón período-gravedad diferente a la que cumplen las δ Scuti (Frolov, 1982; Breger et al., 1983; Frolov et al., 1984).

En la actualidad se consideran a las estrellas tipo SX Phe como un subgrupo constituido por aquellas estrellas AI Vel y δ Scuti de baja amplitud pertenecientes a la población II, en contraparte con las δ Scuti de población I.

En el capítulo 1 se dan los antecedentes, fundamentos y mecanismos de pulsación radial y multiperódica de las estrellas variables de corto período.

En el capítulo 2 se da una breve descripción de varios sistemas fotométricos y su amplia utilización, haciendo notar la importancia del sistema fotométrico $uvby - \beta$ utilizado en este trabajo.

En el capítulo 3 se presentan las observaciones y la reducción de los datos. El programa numérico es desarrollado en el apéndice II.

En el capítulo 4 se presentan los antecedentes históricos de cada estrella y la determinación de los parámetros físicos. Las tablas de resultados y las curvas de luz se presentan en el apéndice I.

Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas del análisis de estas estrellas.

1. ESTRELLAS VARIABLES PULSANTES

1.1 Antecedentes y motivación

La historia de las estrellas variables está íntimamente ligada con la astronomía en general. En las culturas más antiguas, como la China, Japonesa e Islámica, existen informes sobre la aparición de “estrellas huéspedes” y sobre estrellas variables. El cambio más espectacular que se conoce en el brillo de una estrella es probablemente la explosión de la estrella de Tycho en 1572. Esta estrella apareció súbitamente en la constelación de Casiopea, y, en el breve lapso de unos pocos días, aumentó hasta un brillo que excedía en mucho al de Venus.

El primer caso auténtico de una estrella que se comprobó que variaba periódicamente en brillo fue la estrella ómicron en la constelación de Cetus (la ballena). En agosto de 1596 David Fabricius notó la primer variable periódica, llamada por Helvetius (1638) como Mira. Hasta 1667, tres cuartos de siglo después, no fue descubierta otra estrella variable. Montanori notó que la estrella beta (β) de la constelación de Perseo, conocida también como Algol, aparecía en unas noches más débil que en otras. Actualmente se sabe que las variaciones en el brillo de una estrella se pueden deber a dos causas: a objetos que se interponen entre la estrella y nosotros eclipsando su luz o, a variaciones intrínsecas del brillo de la estrella. Las variables se clasifican como: **geométricas, intrínsecas y eruptivas**.

Las variables **geométricas** (binarias o eclipsantes) son estrellas en las que no hay variación física pero cuya variación del brillo se debe a una ocultación, es decir, una de las componentes de un par de estrellas pasa enfrente de la otra, eclipsando y reduciendo el brillo total del sistema binario.

Las variables **intrínsecas** (pulsantes) son estrellas que se encuentran en fases más evolucionadas que el Sol, que ya han cesado de quemar Hidrógeno en su núcleo. Las fluctuaciones en luminosidad son causadas por una pulsación de la estrella; esto se debe a la combinación de las dos fuerzas: la presión de la radiación, la cual tiende a expandir la estrella y la gravitación que tiende a contraerla. Estas estrellas se clasifican principalmente por su período de pulsación, el cual puede variar desde fracciones de segundo hasta años. La mayor parte de las estrellas variables conocidas tienen un período entre 1 y 50 días y reciben el nombre de **Cefeidas**. A las de período mas corto, del orden de un día, se les conoce como **RR de Lira**. Estos dos tipos de estrellas variables han permitido la determinación de las distancias a los distintos objetos en el universo.

En las variables **eruptivas** (o cataclísmicas) el brillo aumenta abruptamente a intervalos irregulares. Aparentemente ocurren en ellas explosiones que producen un aumento de brillo, las cuales afectan toda o parte de la atmósfera de la estrella. Este incremento en el brillo es acompañado por un aumento en la temperatura y variaciones en el espectro. Cuando el brillo máximo ha pasado, la estrella brilla menos y se va enfriando lentamente.

Dentro de las variables pulsantes (RR de Lira y Cefeidas) también se encuentran las RV Tauri, las de

largo período (Mira), las β Canis Majoris, las Cefeidas Enanas, las δ Scuti, las α Camm Venaticorum, las ZZ Ceti, etc.

La mayoría de las δ Scuti (de tipos espectrales entre A y F) con amplitudes mayores que el límite arbitrario de 0.3^m són también llamadas cefeidas enanas, AI Vel o RRs (definidas originalmente por Smith, 1955). Han sido diferenciadas de las δ Scuti, esencialmente en base a su amplitud, lo cual ha sido criticado por diversos autores (Eggen, 1970a; Chevalier, 1972; Baglin et al., 1973; Breger et al., 1975; Menamara et al., 1978; Breger, 1980) aunque muchos astrofísicos piensan que, a pesar de que hay diferencias fotométricas entre ellas, particularmente las amplitudes, ambas pueden agruparse en una sola familia.

Unas pocas δ Scuti de gran amplitud (junto con algunas de pequeña amplitud) aparecen como objetos viejos de población II. Se trata de estrellas SX Phe caracterizadas, esencialmente, por un débil contenido metálico, unas velocidades espaciales elevadas, una luminosidad débil, unas razones de período algo mayores y una razón período-gravedad diferente a la que cumplen las δ Scuti (Frolov et al., 1982; Breger et al., 1983; Frolov et al., 1984).

Las estrellas δ Scuti de baja amplitud pertenecen a la Población I, con masas del orden de $2 M_{\odot}$, en un estado evolutivo de secuencia principal (o inmediatamente posterior). Ahora bien, el estado evolutivo de las AI Vel parece menos claro. Diversos autores han sugerido varias hipótesis para estas estrellas:

a) Hipótesis de alta evolución. Bessel (1969) propuso que las AI Vel son estrellas de Población II o Población I vieja de baja masa ($0.5 M_{\odot}$) y estado post-flash de helio. La evidencia para este punto de vista fué deducida principalmente de la paradoja y alto movimiento espacial obtenidos para SX Phe y AI Vel, y del acuerdo de los cocientes de períodos observados de las variables multimodales con la teoría.

Dziembowski et al. (1974) presentan argumentos para un punto de vista más extremo, de que las AI Vel son objetos de $0.2 M_{\odot}$ evolucionando hasta el estado de enana blanca.

b) Hipótesis de Población I normal. En esta hipótesis, las AI Vel están en un estado de evolución de secuencia principal o inmediatamente posterior con abundancias metálicas de Población I. Las AI Vel serían simplemente estrellas δ Scuti con amplitud mayor que el límite arbitrario de 0.3^m , y podrían compartir la alta masa (1.5 a $2.5 M_{\odot}$) de la mayoría de las δ Scuti.

c) Hipótesis de secuencia principal de Población II. En esta hipótesis, formaría un grupo de baja metalicidad paralelo al de las δ Scuti de Población I. La menor abundancia metálica predice bajas luminosidades y masas, en este estado de evolución.

En la actualidad se consideran a las estrellas tipo SX Phe como un subgrupo constituido por aquellas estrellas AI Vel y δ Scuti de baja amplitud pertenecientes a la población II, en contraparte a las δ Scuti de población I.

La relación entre las estrellas cefeidas enanas y las delta scuti (δ Scuti) es poco clara. Ambos grupos tienen períodos semejantes ($< 0.25^d$) pero sus curvas de luz muestran características muy diferentes. Las estrellas cefeidas enanas tienen amplitudes grandes ($\geq 0.5^m$ en V) mientras que las deltas tienen amplitudes

típicamente menores (más centésimas).

En general se piensa que las estrellas cefeidas enanas examinadas hasta ahora muestran un comportamiento semejante al de las δ Scuti. Por consiguiente, la amplitud de pulsación no es un indicador del estado evolutivo.

De cualquier manera, debe de existir un problema evolutivo pues existen al menos cuatro estrellas (SX Phe, CY Aqr, DY Peg y GD 428) que, puede demostrarse, pertenecen a la población del disco viejo o al halo: tienen velocidades espaciales significativamente más altas que el resto de las variables del grupo constituido por las deltas Scuti de menor amplitud de pulsación. Es importante hacer notar que estas cuatro estrellas muestran también baja abundancia en metales. El período de pulsación y la gravedad superficial indican que estas estrellas no se encuentran tampoco en la franja horizontal. De hecho, parecen ser mucho más evolucionadas. El problema del estado evolutivo de estas estrellas pobres en metales no se confina a las estrellas de gran amplitud. Existen otras (por ejemplo: BS Tuc, BDS 269A y HD100363) con una deficiencia de metales extrema.

De lo anterior surge la pregunta: ¿Qué son las estrellas δ Scuti pobres en metales?. De entrada se ha argumentado que las cefeidas enanas son estrellas tipo A normales en las fases tempranas post-secuencia principal. Como la mayoría de las estrellas A en la fase post-secuencia principal no son variables o pulsan con muy baja amplitud, es claro que las cefeidas enanas, con sus grandes amplitudes, no son completamente normales. En 1982 Breger hizo notar que los espectros de estas estrellas mostraban líneas angostas definidas, esto es, valores bajos de $v \sin i$ (rotación lenta).

Surge otra pregunta: ¿Por qué una rotación lenta implica pulsaciones de gran amplitud?, teóricamente no hay explicación para este fenómeno. Breger mismo plantea dos posibilidades:

1) Que una rotación lenta estimule la difusión de los elementos. Esta posibilidad se ve descartada pues la mayor parte de los modelos han demostrado que la difusión causa una disminución del contenido del Helio en la atmósfera estelar, lo que inhibiría, más que provocar pulsaciones de gran amplitud. Análogamente, la difusión provocaría anomalías químicas en la superficie estelar, efecto que no se ha observado.

2) Que el acoplamiento no lineal entre los diferentes modos de pulsación actúe de forma tal que limite la pulsación por "repartición" de la energía entre estos modos. Esta propuesta es de Dziembowski (1980). Observacionalmente este mecanismo provoca problemas dada la existencia de las estrellas δ Scuti de baja amplitud con sólo uno o dos modos radiales excitados que debieran de tener amplitudes de pulsación mucho mayores.

Una complicación más sobre la teoría evolutiva tiene que ver con los cambios de período observados. Aunque su interpretación es algo problemática (Swigart y Renzini, 1979), suponiendo masa constante y considerando la conocida relación:

$$P\sqrt{\frac{M}{R^3}} = Q. \quad (1.1)$$

donde P es el período, M y R son la masa y el radio de la estrella, respectivamente, Q es la constante de pulsación y se puede relacionar el cambio de período al radio, y por consiguiente, a los modelos evolutivos. En vista de estos problemas para entender a estas estrellas y para conciliar las observaciones con los modelos evolutivos, es quizá necesario considerar otras alternativas que expliquen a las cefeidas enanas. ¿Quizá sean estas estrellas objetos más evolucionados producto de una rama sub-horizontal? En este caso, en analogía con las otras estrellas variables de gran amplitud como las cefeidas y las RR de Lira, no serían excepcionales, al igual que su tasa de variación del período. Sin embargo, las trazas evolutivas después del flash de Helio muestran que los objetos con las masas supuestas para las cefeidas enanas no entran a la franja de inestabilidad, a menos de que los modelos estén totalmente mal, lo cual parece poco probable en vista de la concordancia con las observaciones de los cúmulos globulares y de las RR de Lira, es difícil entender como pueden producirse las cefeidas enanas con los parámetros derivados.

Una última alternativa contempla la posibilidad de que las estrellas cefeidas enanas sean objetos pre-enanas blancas. En esta posibilidad el flash de Helio al final de las ramas de las gigantes debió de haber sido un evento explosivo, que arrojara la envoltente y cuya remanente se enfriara y que evolucionara de derecha a izquierda a lo largo del diagrama HR (Dupree y Cole, 1983). En este caso la masa del remanente deberá de ser menor que la masa del núcleo al final de la rama de las gigantes, esto es, $M_{rem} < 0.5 M_{\odot}$, lo que implica $M_{puta}/M_{evol} = 2.4$, lo que no se observa. Una objeción más a este modelo es que no se observa ninguna nebulosidad rodeando a las cefeidas enanas aunque claro, quizá ya haya tenido tiempo para disiparse. Como conclusión, es evidente que hacen falta muchos más datos que puedan arrojar luz que conduzca a la solución de este interesante problema.

1.2 Consideraciones básicas

a) Condiciones para el equilibrio mecánico de estrellas.

Es posible establecer un límite superior e inferior de la masa de gas que puede formar una estrella; en la práctica, no se han observado estrellas con masas fuera de estos límites pues, en equilibrio, las fuerzas debidas a la generación de energía termonuclear en el núcleo de una estrella pueden balancear la gravitación, la cual tiende a contraer la estrella.

La energía total, E , está dada por:

$$E = E_p + E_t$$

donde E_g y E_t son la energía gravitacional y térmica respectivamente. Para un objeto esférico de masa total M , radio R y densidad promedio ρ se tiene:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$E_g = -\int_0^M \frac{Gm(r)dm}{r}$$

donde $m(r)$ es la masa contenida en el radio r y G es la constante gravitacional. Si la energía térmica E_t es:

$$E_t \sim 3MRT$$

donde $R = Cte$ del gas. Substituyendo en E se tiene:

$$E = M \left[3RT - \frac{2}{3}\pi GR^2 \rho \right] \quad (1.2)$$

Para una estrella que esté en el límite $E > 0$ entonces, si T es grande, la densidad podría ser también grande.

Las reacciones termonucleares empiezan cuando $T > 10^7$ K. Para aumentar la temperatura al punto en el cual las reacciones nucleares puedan ocurrir, se requiere un mínimo de masa: esto es $M_{min} > 0.02 M_{\odot}$. En masas muy grandes la presión de radiación puede ser también tomada en cuenta. Cuando ésta excede la presión del gas, la estrella será inestable y tenderá a oscilar con la eyección de masa hasta que logre alcanzar una configuración estable. Este límite superior de masa es $M_{max} < 30 M_{\odot}$.

b) Ecuaciones para modelos estelares en equilibrio hidrostático.

Las ecuaciones básicas para modelos estelares químicamente homogéneos en equilibrio hidrostático son: (Conservación de masa)

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho(r) dr \quad (1.3)$$

Para la masa interior a r : $\rho(r)$ = densidad en r y $V(r) = \frac{1}{\rho(r)}$ = volumen específico. De acuerdo con la ley de gravitación:

(Equilibrio hidrostático)

$$\frac{dp}{dr} = -G \rho(r) \frac{M(r)}{r^2} \quad (1.4)$$

donde p es la presión al radio r . Si la aceleración gravitacional dentro de la estrella no está balanceada por el gradiente de presión, hay una desviación del equilibrio hidrostático; tal desviación causa oscilaciones de disminución de amplitud.

(Ecuación de movimiento)

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{-GM(r)}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (1.5)$$

(Ecuación de flujo de calor)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} + 4\pi r \frac{\partial V}{\partial t} = \epsilon - \frac{dL}{4\pi r^2 \rho dr} \quad (1.6)$$

donde Q es el calor absorbido, ϵ es la energía nuclear generada y U es la energía interna del gas (todo por gramo por segundo). L es el flujo de calor (flujo de energía total que pasa a través de una esfera de radio r) y $\partial Q/\partial t$ es un término no adiabático.

El cambio de energía potencial gravitacional es:

$$dE_g = -\left(\frac{p}{\rho^2}\right) d\rho$$

el cual da la ecuación:

(Conservación de energía)

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left(\epsilon + \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \frac{dU}{dt} \right) \quad (1.7)$$

En las zonas donde la energía es transportada por radiación, la luminosidad ($erg\ seg^{-1}$) será:

$$L(r) = -4\pi r^2 \frac{4\sigma}{3} \frac{d(T^4)}{\kappa(\rho, T) \rho dr}$$

y el gradiente de temperatura:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4} \frac{\kappa \rho}{ac T^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

donde a es la constante de radiación ($erg\ cm^{-3}\ K^{-4}$), κ es el coeficiente de absorción de masa ($cm^2\ g^{-1}$), $(\kappa\rho)^{-1}$ es la trayectoria libre media del fotón y c es la velocidad de la luz ($cm\ s^{-1}$).

En las zonas donde la energía es transportada principalmente por convección y la presión de radiación juega un papel menos importante, la presión y la densidad están relacionadas aproximadamente por la ley de un gas adiabático

$$P = C \rho^\gamma$$

donde $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ es la razón efectiva (incluyendo ionización, disociación y radiación) de los dos calores específicos, C es una constante y la presión obedece la ecuación de estado:

$$P = P_{gas} + P_{rad} = \mu \frac{RT}{\mu} + \frac{1}{3}\sigma T^4$$

donde $\mu = \mu(\rho, T)$ es la composición química (peso molecular). Si consideramos un modelo estelar estático y una pequeña región desplazada verticalmente, entonces la respuesta a esta "inestabilidad" consiste en comparar la densidad del gas desplazado con la de sus nuevos alrededores. La cantidad $-\frac{g}{C_p}$ (g es la aceleración de la gravedad y C_p es el calor específico a presión constante) permanece constante localmente y define el gradiente de temperatura crítica en el cual el gas desplazado está en equilibrio y es llamado el **gradiente adiabático**, definido como sigue:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} = -\frac{g}{C_p} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (1.8)$$

Consecuentemente, la convección ocurre en las partes de una estrella donde el gradiente de temperatura es mayor que el gradiente adiabático. Después de una fluctuación de energía ascendente, el gas desplazado es más ligero que en sus alrededores. En el interior estelar este gradiente "superadiabático" permanece pequeño y es aproximadamente igual al gradiente adiabático. Sin embargo cerca de la superficie donde la trayectoria libre media del fotón $((\kappa\rho)^{-1})$ es grande (el calor es llevado por radiación de los elementos convectivos), el gradiente de temperatura convectivo excede considerablemente el gradiente adiabático.

Las ecuaciones anteriores constituyen un conjunto de cinco ecuaciones diferenciales de primer orden en $M(\mathbf{r})$ para las 5 variables dependientes: \mathbf{r} , \mathbf{P} , \mathbf{T} , \mathbf{t} y $\mathbf{L}(\mathbf{r})$. No es posible obtener una solución estricta de las cinco ecuaciones, sin embargo se puede obtener una solución por integración numérica. Es posible tener una solución aproximada cuando la dependencia del tiempo es despreciable (modelo de equilibrio). Hay una solución específica en términos de las cantidades: r_0 , P_0 , T_0 y L_0 : la dependencia del tiempo entonces está definida como sigue:

$$r[M(r), t] = r_0[M(r)] \{1 + r^1[M(r), t]\}$$

donde r^1 es la variable adimensional que describe la desviación de r de su valor en equilibrio.

Expresiones similares para \mathbf{P} , \mathbf{T} y \mathbf{L} pueden ser escritas en términos de las fluctuaciones correspondientes p^1, T^1, L^1 , las cuales, despreciando términos de mayor orden que el primero, y todas las cantidades no dimensionales, conducen a ecuaciones diferenciales no lineales para el cálculo de pequeñas oscilaciones del modelo de equilibrio.

Esto puede ser aplicado en las capas exteriores de una estrella donde la producción de energía es despreciable. La prescripción de la presión, temperatura, y densidad como función de la posición en la

estrella, proporciona bases para la teoría lineal de oscilaciones de pequeña amplitud (pulsaciones) alrededor del modelo estático. Lo anterior también es útil como estado inicial para cálculos no-lineales de gran amplitud.

Linealización adiabática y no adiabática

Cada cascarón (capa concéntrica) de la estrella ni pierde ni gana calor durante el curso de la pulsación (suposición adiabática). Si todas las variaciones de la temperatura, la densidad, la presión y la luminosidad en los cascarones son muy pequeñas comparadas con los valores promedio entonces se tiene la llamada **aproximación lineal**. Esto da la posibilidad de que el período de pulsación (también los modos más altos que el fundamental) pueda ser calculado y, posteriormente, la relación entre el período y la densidad media.

Si despreciamos el término no adiabático, y considerando sólo movimiento radial (sin viscosidad, turbulencia o compresión magnética) es posible encontrar soluciones con frecuencias complejas, esto es, con un cambio secular en las amplitudes de pulsación. Todas las variaciones, convencionalmente usadas como las variables dependientes, son funciones del tiempo de la siguiente forma:

$e^{i\omega t}$ con $\omega = b + ik$. Dentro de la parte imaginaria k es el coeficiente de inestabilidad y $b = \frac{2\pi}{P}$ es la frecuencia angular de pulsación. Dependiendo del valor que tome k (positivo o negativo) las pulsaciones son amortiguadas o excitadas, donde la pulsación se supone que es armónica y el eigenvalor es la frecuencia del movimiento. Las oscilaciones no-adiabáticas determinan las variaciones en temperatura.

Después de substituir el factor de tiempo ($e^{i\omega t}$) en las 5 ecuaciones básicas linealizadas (masa, momento, energía, flujo y generación de energía), solo tienen una variable independiente del tiempo ($x = r/R$) y entonces se tiene una serie de ecuaciones diferenciales ordinarias. Los cálculos linealizados toman en cuenta los efectos de las regiones no-adiabáticas cerca de la superficie estelar, confirmando la ineficacia de la zona de ionización de He II como mecanismo desestabilizador; con lo cual no se puede decir cuales estrellas pulsan, y donde se localizan en el diagrama HR.

Un resultado significativo de los cálculos no-adiabáticos (Zhevakin, Cox, Baker y Kippenham, Unno; en los años 1953 a 1965) es que el movimiento en la onda no prevalece largo tiempo: la máxima presión no coincide con la máxima densidad. La fase retardadora es muy pequeña pero sobre muchos períodos puede conducir a importantes efectos. Este corrimiento de fase en la superficie depende fuertemente de la situación en las capas exteriores, particularmente en la zona de ionización del Hidrógeno, donde los efectos no lineales son aparentemente los más importantes.

Las ecuaciones que describen la linealización adiabática son las siguientes:

La variable dependiente (δr), la variación en radio ($\delta r(t) = r\xi e^{i\omega t}$), la variable independiente ($x = r/R$) y, si la oscilación es adiabática el período $P = \mu\gamma$ por lo que conducen a la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \left(4 - V(x)\right)\frac{1}{x} + \frac{V(x)}{x^2} \left(\frac{4 - 3\gamma}{\gamma} + \frac{x^3 R^3}{\gamma GM(x)}\right) \xi = 0$$

con $V(x) = \frac{G\rho(x)M(x)}{r(x)R(x)}$, donde $M(x)$ es la masa interior a x , $\xi(x)$ es la amplitud y ω es la frecuencia del movimiento.

Una posible solución para las condiciones a la frontera ($x = 1$ en la superficie y $x = 0$ en el centro) es:

$$\frac{\delta P}{P} = -\left(4 + \frac{\omega^2 R^3}{GM}\right) \xi$$

y

$$\frac{d\xi}{dx} = \left(4 - 3\gamma + \frac{\omega^2 R^3}{GM} \frac{\xi}{\gamma}\right)$$

En $x = 0$, la amplitud ξ permanece finita, lo cual es suficiente para que la teoría lineal adiabática conduzca a varias eigenfrecuencias ω_i y amplitudes ξ_i . La razón de cambio de la energía (W) de oscilación se puede determinar de la siguiente relación:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} \int_0^M (\gamma - 1) \frac{\delta\rho}{\rho} \left[\delta\xi - \delta\left(\frac{dL}{dM(r)}\right) \right] dM(r) \quad (1.9)$$

Es decir, la oscilación del sistema puede ser excitada o amortiguada por una variación de la producción nuclear.

Pulsación termomecánica no-lineal

El procedimiento en esta teoría consiste en tratar de integrar las ecuaciones básicas en su forma completa no-lineal como un problema con valor inicial. Esto se resuelve en forma de diferencias finitas con muchos cascarones y como un sistema dinámico, de tal forma que el movimiento de cada cascarón de gas está determinado por la diferencia entre el gradiente de presión que empuja hacia afuera y la fuerza de atracción gravitacional hacia adentro.

El comportamiento de la atmósfera estelar que tiene dependencia del tiempo incluye posible relajación térmica así como evolución y decaimiento de movimientos hidrodinámicos en esta región extremadamente no-lineal. Esto se da suponiendo que el núcleo central de la estrella pudiera ser reemplazado por una condición interior a la frontera (como una fuente de luminosidad constante) aplicada en $x = r/R \leq 1/6$.

Una buena descripción de efectos hidrodinámicos en las capas exteriores permite el correcto tratamiento de ondas de choque, las cuales de otro modo, todavía presentan las dificultades más serias. El método de tratamiento de la zona de ionización del H cerca de 10^4 K es numéricamente difícil, y complica el cálculo de amplitudes pequeñas y ambas (amplitudes grandes y pequeñas) no son consideradas satisfactoriamente.

Los cálculos no-lineales (Christy, Cox, Baker y V. Sengbusch; en los años de 1962 a 1969) han mostrado que la zona de ionización del Hidrógeno contribuye de forma importante a la excitación; también es importante en la determinación de las relaciones de fase y amplitud en la superficie, en la forma detallada de la curva de luz y en la ubicación dentro de la franja de inestabilidad en el diagrama HR.

Para una gran variedad de modelos, después de muchos cálculos se llega a las siguientes relaciones parcialmente empíricas:

$$P_0(\text{días}) = 0.0224 \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^{1.74} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-0.7}$$

$$\log T_* = 3.828 - 0.06 \log P_0 \quad (1.10)$$

y

$$M_{bol} = 2.01 \log \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) + 2.28 \log P_0$$

donde P_0 es el período del modo fundamental que es igual al tiempo de pulsación. En la última ecuación para el centro de la franja de inestabilidad ($Y = 0.3$, es el porcentaje de He) si M_{bol} es la magnitud bolométrica esta relación período-luminosidad lleva a la siguiente relación masa-luminosidad:

$$L \propto M^{3.5}$$

Cuando la pulsación es **radial**, las fluctuaciones en luminosidad son causadas por una pulsación de la estrella debido a la combinación de 2 fuerzas: la presión de radiación, la cual tiende a expandir la estrella y la gravitación que tiende a comprimirla (es opuesta).

En el momento en que la estrella alcanza su máximo diámetro, la presión es mínima, la temperatura es baja y la velocidad del gas es cero; entonces la gravedad hace que la estrella se contraiga, la presión aumenta, al igual que la temperatura y la velocidad del gas. En su diámetro mínimo, la presión hace que la estrella se expanda, es decir, la presión y la temperatura tienden a disminuir y cuando alcanza su máximo diámetro, el proceso, como un todo, vuelve a empezar.

También hay ondas que se propagan alrededor de las capas externas de una estrella, como las ondas sísmicas sobre la Tierra. Las oscilaciones solares también son de este tipo. Estos se llaman **modos no-radiales**, donde varios modos de pulsación pueden decaer en una serie de armónicos. Hay más posibilidades en el caso de modos no-radiales de que se tengan diferentes armónicos que viajen alrededor del ecuador y de los polos. También hay dos caminos diferentes por los cuales las ondas pueden viajar. El primero es, en

efecto, como una onda de sonido pero a muy baja frecuencia, llamadas **ondas p** (ondas de presión). El segundo se debe a la gravedad y son llamadas **ondas g**, que en general son de un período más largo que las ondas p.

1.3 Fundamentos y mecanismos de pulsación

Se inicia la discusión con respecto a las estrellas variables multiperiodicas y los efectos que provocan las pulsaciones en las Cefeidas, fenómenos bien entendidos y en otros tipo de variables, así como su ubicación en el diagrama HR. En esta parte es importante señalar los trabajos que, durante más de 15 años, han desarrollado los teóricos como J.P. Cox, Baker, Kippenhahn, A.N. Cox, King, Christy, Castor, Stobie, Stellingwerf, Davery, Iben y Truggle, principalmente, sobre la teoría de pulsación lineal no adiabática de pequeñas amplitudes.

Las causas básicas del origen de las pulsaciones en las variables más comunes, se piensa ahora, están bien entendidas. Éstas estrellas incluyen las Cefeidas clásicas, las W Virginis, las RR de Lira, las Cefeidas Enanas y las δ Scuti. Todas estas estrellas se encuentran en el diagrama HR el cual agrupa todas las variables pulsantes de tipos espectrales A, F o G, en una angosta región inclinada por encima y a la derecha de la secuencia principal, de una manera burda, de unas cuantas hasta varios cientos de miles de veces la luminosidad solar y de unos 5000 a 8000 K. A esta región se le conoce generalmente como **franja de inestabilidad**.

Físicamente, una pulsación es una forma de oscilación, la cual se origina en un punto interno de la estrella y es llevada a la superficie. La oscilación puede ser producida en el llamado **modo fundamental** o en uno o más **armónicos**, dependiendo de la posición del punto de origen con respecto a la superficie. La oscilación producida dentro de la estrella puede ser sostenida o extinguida, la teoría muestra que si ésta es mantenida, la estrella puede tener un depósito pequeño cuyo función es almacenar el calor cuando la estrella está contraída y caliente, siendo capaz de restablecerse progresivamente cuando la estrella se enfría y se expanda.

Los astrofísicos han demostrado que son principalmente las capas internas de Helio ionizado (He^+) las que juegan el papel de depósito porque, durante la fase de contracción, la energía liberada es usada en cada capa para ionizar átomos y no para calentar el gas; si esta capa permanece más fría que la capa no ionizada que la rodea, entonces puede absorber más calor. Durante la expansión, el calor es restablecido y este suministra la energía adicional para mantener la pulsación. En la misma estrella, pueden haber varias capas ionizadas localizadas en diferentes profundidades. Si este es el caso, pueden haber varios períodos de pulsación que producen una curva de luz compleja.

En una estrella, el aumento de la opacidad con la temperatura y la dependencia de la generación de energía nuclear con la temperatura constituyen los dos mecanismos de excitación válidos que se conocen, respectivamente, como **mecanismo κ** y **mecanismo ϵ** . Eddington (1941) demostró que en la cefeidas clásicas el único mecanismo eficaz era el **mecanismo κ** . Baker y Kippenhahn (1962) comprobaron esta afirmación, al realizar cálculos detallados sobre la pulsación de un modelo de la estrella δ Cephei. Identificaron dos zonas de excitación, que coinciden con las regiones en las que la opacidad crece más rápidamente con la temperatura, debido a la ionización del hidrógeno y helio. La primera zona corresponde a la ionización del hidrógeno y a la primera ionización del helio (He^+) y la segunda, a la segunda ionización del helio (He^{++}). La mayor parte de la energía pulsacional (60%) proviene de la segunda zona de ionización del helio, que se tiene a una temperatura de 50000 K. Las estrellas δ Scuti deben su inestabilidad pulsacional al mecanismo κ (Chevalier, 1971a y b).

Por otra parte, la teoría lineal no adiabática muestra que, cuando la región de ionización del He^+ está a un nivel apropiado de masa en la estrella, estos dos efectos pueden producir la pulsación. De hecho, dominan la disipación en lo más profundo de la estrella, causando que las pulsaciones crezcan.

El efecto desestabilizador que genera las pulsaciones puede considerarse como un efecto de ionización en la envoltura estelar. Puede provocar inestabilidad pulsacional ya que un elemento abundante constituyente de la estrella, tal como el Hidrógeno y/o el Helio se encuentra en fases parciales de ionización a una profundidad crítica por abajo de la fotosfera. Esta ionización parcial del elemento constituyente impide que la temperatura de las regiones de ionización parcial varíe significativamente en relación a la temperatura de las regiones circundantes durante la pulsación. Este efecto se conoce como **mecanismo Gamma**. En particular, la temperatura de estas regiones no se eleva mucho durante la fase de compresión en el ciclo de pulsación. Esta relativa frialdad durante la compresión tiene dos consecuencias: primero, tiende a impedir el flujo de la radiación hacia afuera de estas regiones en esta fase y segundo, la ionización parcial y la relativa frialdad hacen que la opacidad de estas regiones aumente durante la compresión (el mecanismo Kappa) y por consiguiente, impide el flujo de la radiación fuera de estas regiones en esta fase. El resultado neto de estos procesos es la inhibición del escape de la radiación durante la fase de compresión. La radiación atrapada calienta entonces las regiones atmosféricas y ocasiona que la presión aumente hasta hacerse mayor durante la fase de expansión que durante la fase de compresión. Así, las pulsaciones tienden a bombearse o excitarse y, consecuentemente, aumentar su amplitud con el tiempo hasta que los procesos no lineales limiten la amplitud hasta un valor fijo, muy probablemente, el valor observado.

Por otro lado, las capas más interiores de la estrella, por abajo de las regiones de ionización, tienden a comportarse precisamente de manera opuesta de tal modo que inhiben las pulsaciones. Este efecto de amortiguamiento se conoce como: "amortiguamiento radiativo". Una evaluación numérica muestra que el agente responsable de las pulsaciones en estrellas en la franja de inestabilidad es la segunda ionización del

Helio (He^{++}). La ionización del Hidrógeno contribuye en una forma mucho menor, aunque no totalmente despreciable. Esta ionización del Hidrógeno parece ser la responsable de las pulsaciones en las estrellas variables rojas.

Los mecanismos de ionización en la envoltente describen bien la mayor parte de los observables en la zona superior del diagrama H-R en donde se encuentran la mayor parte de las variables. Estos efectos restringen a las variables a temperaturas efectivas bajas. Igualmente, el requisito de que las regiones de ionización se encuentran en las capas más profundas que la superficie estelar implica que el límite caliente, o azul, de la franja de inestabilidad esté bastante bien definido, y casi vertical en el diagrama H-R. Este fenómeno que así se observa ocurre porque esta profundidad es significativamente más sensible a la temperatura efectiva de la estrella que a cualquier otro parámetro. Las teorías actuales no explican la delimitación de la zona de inestabilidad en el extremo rojo frío de la franja. Se piensa que esta limitación zonal es provocada por el impulso inicial de la convección efectiva en las partes relevantes de la atmósfera estelar, provocando confinamiento bajo la acción de los efectos desestabilizadores mencionados. Sin embargo, los detalles de la acción del confinamiento aun deben de ser trabajados.

1.4 Estrellas Cefeidas

En la teoría lineal de la pulsación de las cefeidas, con las regiones desestabilizadoras próximas a la superficie, pueden excitarse simultáneamente varios modos. Por otro lado, en la mayor parte de los casos tanto las observaciones como la teoría no lineal muestran que solo existe un solo modo con amplitudes grandes y observadas. Sin embargo, no se conoce el mecanismo que decide entre este caso de un solo modo o casos de doble modo que se observan ocasionalmente ni se puede predecir este comportamiento mediante la teoría lineal. Al parecer para predecir curvas de luz y de velocidad reales es necesario recurrir a la teoría no-lineal.

Es bien sabido (Cogan 1970, J.P. Cox, King y Stellingwerf 1972) que la constante pulsacional $Q = P\sqrt{M/R^3}$ depende del cociente M/R para un modo dado. Gráficamente puede mostrarse que Q es proporcional a $\sqrt{M/R^3}$ (donde M y R denotan la masa y el radio estelares) multiplicado por el período. Por tanto, dado un período y un radio (derivable de la temperatura efectiva y la luminosidad) puede calcularse la masa pulsacional.

En un trabajo en donde determina los radios y las masas de ocho cefeidas bimodales, Petersen (1972) muestra que las razones de los períodos están bien relacionadas con M/R . Entonces, con las dos cantidades P_0 y P_1/P_0 (P es el período y los subíndices 0 y 1 denotan, respectivamente, modo fundamental y primer sobretono), del período fundamental del doble modo y el cociente de los dos modos (supuestos fundamental y primer sobretono) pueden determinarse las cantidades desconocidas M y R .

Un análisis lineal de la estabilidad de las pulsaciones periódicas no lineales muestra que el primer sobretono crecerá de una pulsación del fundamental entre 6400 y 6500 K . Alrededor de 6500 K el extremo azul, la pulsación del fundamental es apenas estable y el crecimiento lineal del primer sobretono a partir del fundamental es, en realidad, el mismo que el crecimiento del primer sobretono de un modelo estático en teoría lineal. No se predice intercambio de modos entre 6350 y 6200 K pero, a temperaturas menores hasta 5800 K , existe una tendencia del primer sobretono para cambiarse al fundamental y en $\leq 5800 K$ se espera un comportamiento de modos mezclados.

Así, partiendo de temperaturas mayores a menores, se encuentran cuatro regiones de comportamiento pulsacional relacionado con sus amplitudes: estable (no existe ningún modo), presente solo el primer sobretono, dos modos coexistiendo, solo presente el modo fundamental y después, una mezcla de pulsaciones debidas a pulsaciones del fundamental y el primer sobretono. Actualmente puede especificarse que:

1. La teoría lineal proporciona períodos y cocientes de ellos que pueden interpretarse en términos de masas muy bajas para las estrellas observadas, comparadas con las masas teóricas evolutivas.
2. Algunas evaluaciones no lineales predicen solo el comportamiento de un mezclado de modos permanente para pulsos próximos al extremo rojo de la franja de inestabilidad. Estos cálculos se basan en el análisis de estabilidad lineal de la pulsación periódica de toda la amplitud.
3. Los cálculos no lineales con valores iniciales de pulsaciones de estrellas RR de Lira y de Cefeidas no proporcionan ningún comportamiento estable excepto para un solo modelo de Stellingwerf (1972) que no ha podido repetirse.

La situación es confusa, se han observado cefeidas con modos mezclados pero no se puede explicar su comportamiento. Tanto observacional como teóricamente deben de encontrarse próximos al extremo rojo pero no se sabe si tienen baja masa. Existe fuerte evidencia de que, en efecto, son estrellas de baja masa porque los períodos cambian insignificadamente con la teoría no lineal y los cocientes de los períodos cambian aun menos. Las luminosidades están relativamente bien determinadas si los radios y las temperaturas efectivas se determinan.

¿Qué provoca el comportamiento de modos mezclado en algunas estrellas?. Suponiendo que, en efecto, se tienen bajas masas podemos predecir que las composiciones apreciablemente distintas que las utilizadas pueden afectar los resultados de los cambios de composición no afectan sustancialmente los períodos o sus razones y, consecuentemente, las masas y los radios. La composición interna puede afectar, sin embargo, los efectos no lineales que dan comportamiento multiperódico.

Finalmente solo se mencionará la convección. El flujo de energía por convección es importante en el extremo rojo de la franja de inestabilidad, pero en todos los estudios hasta ahora no ha sido considerado. A esto debe de darse atención inmediata.

En conclusión: aun no se comprenden todos los parámetros de las cefeidas multiperiódicas aunque sus masas y radios parecen estar bien determinados. No se ha logrado aun la predicción de las oscilaciones multiperiódicas en las estrellas cefeidas.

1.5 Estrellas RR de Lira

Multiperiódicidad en las estrellas RR de Lira. El fenómeno de multiperiódicidad abarca dos fenómenos totalmente distintos:

- a) Modulación de amplitud en bases de tiempo grandes conocida como efecto Blazhko y
- b) Excitación simultánea de varios modos radiales.

El material observacional debido a la primera categoría es amplio y extenso, pero se ha llevado a cabo muy poco trabajo teórico en este sentido. En el segundo caso se pueden aplicar los resultados de la teoría de pulsación. Algunos de las propuestas que se han formulado para el efecto Blazhko son:

- a) Efectos de resonancia en modos radiales
- b) Resonancias con modos no radiales
- c) Separación de modos radiales provocadas por efectos no adiabáticos
- d) Efectos de marea
- e) Efectos de rotador oblicuo
- f) Efectos de magnetismo estelar cíclico.

Sin embargo la mayor parte de estos efectos, puede demostrarse, no son aplicables. Por tanto, en vista de las complejidades que introducen en el sentido teórico, es probable que permanezcan como una posibilidad de desarrollo en un futuro próximo.

En estudios recientes de pulsación estelar, los astrofísicos han usado tablas elaboradas de las condiciones físicas dentro de una estrella: presión, energía, opacidad, radiación y conductividad. Puesto que la existencia de oscilación radial depende sensiblemente de la cantidad relativa de impulso y extinción, las propiedades del material deben ser conocidas precisamente por comparación aproximadamente uniforme del modelo calculado con una estrella real. El primer trabajo teórico fué centrado alrededor de pulsaciones adiabáticas, en las cuales cada cascarón ni perdía ni ganaba calor durante el curso de un ciclo. Una aproximación

restrictiva adicional en este trabajo fué que todas las variaciones de posición, temperatura, densidad, presión y luminosidad dentro del casacarán eran muy pequeñas comparadas con los valores promedio; esta fué la llamada **Aproximación lineal** que, combinada con la suposición adiabática, permitió calcular el período de pulsación. De aquí se obtuvo la relación teórica entre el período y la densidad media.

Algunos resultados lineales. Aunque el análisis de estabilidad lineal no produce totalmente el comportamiento mostrado por las estrellas, proporciona valiosa información y es menos incierta en su tratamiento computacional que el tratamiento no lineal. En particular es probable que todos los modos observados sean inestables en la teoría lineal y, es seguro, que no están necesariamente presentes todos los modos inestables.

El primer modelo detallado de este tipo fué desarrollado por Baker (1965). En su investigación él consideró modelos con intervalos de masa, de temperatura efectiva y composición a luminosidades en la vecindad de $M_{sol} \approx 0.5$. Consideró convección en una envolvente estática pero ignoró variaciones convectivas. Baker encontró que sus períodos reforzaban las propuestas de Schwarzschild (1940) de que las estrellas **a** y **b** eran pulsosres en el modo fundamental mientras que los del tipo **c** preferían el primer sobretono (llamado también el primer armónico). Las variables en cúmulos globulares muestran un cambio abrupto de modos como función del período. Sin embargo, el análisis de estabilidad de Baker mostraba que ambos modos eran inestables en un intervalo amplio de temperaturas efectivas. Esta investigación y una cuidadosa comparación con las observaciones fué continuada por Van Albada y Baker en 1971a.

Una extensión de estos resultados a una amplia gama de parámetros fué reportada por Iben y sus colaboradores. Un resultado interesante en esta discusión es la ubicación del extremo azul de la franja de inestabilidad en el diagrama HR. Como se muestra en la figura, distintas fronteras se encuentran para los dos modos mínimos y la posición relativa de esta frontera depende de la luminosidad. A luminosidades más altas (para una masa dada) domina en modo fundamental, tal como en las estrellas W Virginis; a luminosidades menores la razón de crecimiento es algo mayor que para el fundamental provocando que la frontera del primer sobretono se desplace hacia la izquierda, creando una región en la cual el primer sobretono sea el único modo posible. A luminosidades aun menores los sobretonos de orden superior pueden también ser inestables. Si se aumenta la masa, el punto de cruce de las dos fronteras se desplaza hacia las luminosidades mayores mientras que si se incrementa la abundancia del Helio, se provoca un desplazamiento hacia mayores temperaturas.

Resultados no lineales. El trabajo definitivo de este enfoque fué hecho por Christy (1962, 1964 y 1966) en el que se considera la integración no lineal del conjunto de ecuaciones hasta que el movimiento parezca ser aproximadamente periódico, en unos cincuenta períodos. Si el movimiento final es suficientemente estable, debe de representar, según Christy, el término de largo plazo preferido por el modelo.

Christy encontró tres tipos de comportamiento: a) pulsación en el fundamental estable, b) pulsación en el primer sobretono estable y c) pulsación simultánea en cualquiera de los modos anteriores. En el diagrama

RR la región del fundamental ocurre a temperaturas efectivas menores que para el primer sobretono, con la región γ/σ en la frontera del fundamental y el primer armónico. Aun más, a luminosidades superiores se prefiere el fundamental que el primer sobretono. De cualquier manera, en el centro de la región el período satisface $P_n = 0.057(L/L_\odot)^{0.6}$, conocida como la línea de transición de Christy, en una zona de anchura en la temperatura entre 300 y 600 K.

Dado que los modelos no lineales reproducen muy fielmente los parámetros observados, parecería que los problemas asociados con los modos de pulsación son debidos principalmente a las incertidumbres en el enfoque matemático más que a las incertidumbres de los modelos mismos. Las razones de cambio dependen de la rapidez de evolución que parecen ser del orden de 100 años para estas estrellas. También parece existir una región hacia el rojo en el cual se encuentra pulsación mixta, comportamiento muy semejante al mostrado por la estrella AC And, las estrellas de modos mezclados y las cefeidas euanas. Dado que en estos modelos no se incluyó convección, los modelos más enrojecidos solo son tentativos.

Para concluir se podría mencionar que existen tres posibilidades para modos mezclados:

- a) Mezcla de modos estables, únicos y no lineales
- b) Un proceso de intercambio de modos estables y
- c) Un estado de crecimiento inicial de pulsación que muestra una mezcla de modos cuasi-lineales.

De estos, solo el primero puede producir oscilaciones estables sobre períodos de tiempo largos; los otros resultan en cambios progresivos en las amplitudes en escalas de tiempo del orden de años. Esto implica que la observación continua de las estrellas eventualmente permitirá distinguir entre las diversas alternativas.

Aspectos observacionales. La mayoría de las curvas de luz de las estrellas RR de Lira muestran un comportamiento que se repite de ciclo a ciclo con sorprendente regularidad. Sin embargo, ya desde los primeros descubrimientos de estas variables, se encontró que algunas de ellas muestran cambios conspicuos en la altura de sus máximos y el tiempo de ocurrencia en las curvas de luz que no podían ajustarse con una fórmula lineal.

Ya hace casi 90 años Blazhko (1907) observó una posible variación periódica en el tiempo de máximo de una cefeida variable de período corto. Para el caso de RW Dra encontró que ningún período constante podía satisfacer el tiempo de máximo y que se tenían que postular cambios periódicos en el fundamental con un período de 41.6 días. Estudios posteriores de Blazhko en 1925 y 1926 en estrellas RR de Lira —específicamente en XZ Cygni, demostraron que cambiaba su curva de luz de ciclo en ciclo con un período secundario de 57.39 días.

Shapley (1916) fue el primero en reportar los cambios en el tiempo de máximo de las curvas de luz de la estrella RR de Lira que resultaron de naturaleza periódica. En este trabajo fundamental el mismo Shapley escribió que: "No hay duda que existe una verdadera irregularidad y que se trató de encontrar una regularidad en las variaciones que satisficieran las observaciones. Aunque esto no se logró quizá por la carencia de datos suficientes, si se logró percibir que, para toda la serie, existe una oscilación burlamente periódica con una amplitud variable".

Dado que fue Blazhko quien demostró primero que los cambios en las curvas de luz de variables periódicas podían describirse con un periodo mayor, nos referiremos a este efecto como el **efecto Blazhko**. El efecto Blazhko es una variación simultánea en fase y en la forma de la curva de luz (amplitud), una modulación de una onda corrida por una onda de baja frecuencia: la fase y la amplitud de la curva de luz son moduladas, por lo que puede ser interpretado físicamente como una interferencia de 2 oscilaciones.

Sin embargo, no obstante que los astrónomos han atacado el problema de la múltiperiodicidad en las estrellas RR de Lira durante los últimos 70 años, nos encontramos lejos de resolver este problema. A continuación se mencionan algunos problemas relevantes.

Abundancia de estrellas RR de Lira con efecto Blazhko. Más de 6000 estrellas RR de Lira están listadas en la tercera edición del GCVS (General Catalog Variable Stars) y en sus suplementos. Sin embargo, referencias al efecto Blazhko solo existen para unas 120. Por otro lado, en lo que pudiera considerarse como un efecto presentado por un 2% de las estrellas, debe de considerarse que la mayor parte de las RR de Lira reportadas son más débiles de 13^m , por lo que no es fácil detectar las variaciones en la curva de luz debido, principalmente, a la gran dispersión en las observaciones provocadas por los errores observacionales.

El descubrimiento de las variaciones en la curva de luz de las estrellas RRc es particularmente difícil dado que los cambios en la altura de los máximos son pequeños por lo que, solo a través de mediciones fotoeléctricas de precisión, se puede resolver la interrogante de si las estrellas RRc muestran o no efecto Blazhko. Tomando en cuenta las dificultades observacionales mencionadas en lo que respecta a las RRc en la actualidad, es de esperarse que la frecuencia reportada para las estrellas RRab con efecto Blazhko sea solo una estimación. A la fecha se conocen alrededor de 30 estrellas RRab con efecto Blazhko mientras que solo unas 3 del tipo RRc. Una particularidad importante es que las estrellas RR de Lira con efecto Blazhko tienen, generalmente, una abundancia baja de metales. De hecho Tsessevich (1972) concluye que "las estrellas con baja abundancia de calcio se caracterizan por sus períodos inestables".

Existen algunas, SW And y RR Gem y con probabilidad en WW And, AT And y AN Ser donde parece haberse suspendido el efecto Blazhko por lo que podría plantearse el hecho de que dicho efecto pueda ocurrir más de una vez o de que si todas las estrellas RR de Lira lleguen eventualmente a mostrar el efecto Blazhko. Según Szeidl, a la fecha, no puede aun resolverse esta cuestión.

En algunas ocasiones el efecto Blazhko sufre cambios significativos, siendo el común denominador que todas las estrellas RRab con efecto Blazhko muestren el mismo brillo en el máximo superior mientras que el máximo inferior varíe. Más interesante es el hecho de que parece existir una variación de largo período sobre el efecto Blazhko en algunas estrellas. En particular para RR de Lira Detre (1969) encontró que la variación del ciclo del efecto Blazhko de 41 días era pequeña entre 1963 y 1967 mientras que en otros años era mayor: en 1971 volvió a ser pequeña. Se estableció así un aparente período de 4 años sobre el efecto Blazhko. Este resultado fué demostrado posteriormente por Szeidl (1975) con observaciones que se remontaron a 1935.

Por lo anteriormente discutido es claro que el entendimiento de los fenómenos que ocurren en las estrellas RR de Lira requieren del máximo posible de observaciones continuas de alta precisión que permitan ineludiblemente la solución a las variaciones mostradas.

1.6 Pulsación multiperódica en Cefeidas Enanas y estrellas δ Scuti

Las estrellas δ Scuti son probablemente los pulsos no degenerados más abundantes que pueden observarse actualmente en la Galaxia. Son estrellas A y F de secuencia principal o gigantes de población I y que muestran variaciones en sus curvas de luz con amplitudes desde unas cuantas decenas de milimagnitudes hasta unas decenas y con períodos en intervalos desde 30 minutos hasta algunas horas. Las Cefeidas y las RR Lira predominantemente pulsan en modo radial, mientras que algunas de las estrellas δ Scuti son pulsos radiales de uno o más períodos pero, en su mayoría, son pulsos multiperódicos y pulsan con una mezcla de modos, tanto radiales como no radiales. Constituyen al menos el 20% de todas las estrellas A siendo los pulsos de baja amplitud los más numerosos por lo que puede inferirse que, a medida que mejore la precisión instrumental, aumente la fracción de estrellas A conocidas como estrellas δ Scuti.

Hace apenas unos 15 años la discusión sobre estas estrellas se centraba sobre si serían periódicas o cuasiperiódicas, si las modulaciones de marea serían responsables de las lentas variaciones cíclicas observadas en ellas y si existirían diferencias físicas reales entre las cefeidas enanas y las estrellas δ Scuti.

Un reducido número de estrellas δ Scuti poseen curvas de luz totalmente regulares, indicando la existencia de un solo período de pulsación, muchas de estas variables de un único período poseen amplitudes relativamente grandes y están situadas por encima de la secuencia principal. El valor de la constante de pulsación Q , para estas estrellas, indica, en muchos casos, que corresponde al modo fundamental radial. Sin embargo, la mayoría muestran curvas de luz complejas, debido a la excitación de varios modos de pulsación simultáneamente. Los modos de pulsación se pueden identificar comparando la razón de períodos observados con las razones de períodos esperados, obtenidos a partir de modelos teóricos (Petersen, 1976).

Algunos autores han sugerido la posibilidad de pulsaciones no radiales, para ciertas estrellas, que presentan razones de períodos que no se corresponden con modos radiales (Shabbrook y Stobie, 1974; Peña y Worman, 1979; Guerrero et al., 1979; Fitch, 1980; Bossi et al., 1982; Broglia et al., 1984).

Algunas de las principales características de las estrellas δ Scuti estudiadas en el presente trabajo, se presentan en la siguiente tabla:

Tabla A. Características de las estrellas δ Scf y cefeidas enanas analizadas

TEMP. OBS.	NOM.	MAG(V)	PER(d)	AMP(m)	TIPO ESP.	TIPO
1986A	BP Peg	11.81	0.1095	0.42	A0	δ Scf
1992B	CY Aqr	10.61	0.0610	0.88	B8	SX Phe
1986B	DY Her	10.41	0.1486	0.49	A9 - F4	δ Scf
1992A	DY Peg	10.24	0.0729	0.54	A3 - F1	SX Phe
1994	YZ Boo	10.54	0.1041	0.52	F6 - F1	δ Scf

Actualmente, tras de muchos estudios tanto teóricos como observacionales, la primera pregunta permanece sin respuesta debido, principalmente, a los conjuntos de datos inadecuados para llevar a cabo el análisis de frecuencias para poder diferenciar las frecuencias actuantes en un pulsor múltiperódico.

La respuesta a la segunda interrogante sobre si las modulaciones de marea son las responsables de las lentas variaciones cíclicas observadas en muchas estrellas δ Scuti tampoco se ha encontrado y se le ha prestado poca atención en todos estos años. Kurtz (1988) postula ésta como una posibilidad viable si se trata de estrellas pulsantes en sistemas binarios conocidos pero que en la actualidad debiera de darse mayor énfasis a resolver el espectro de frecuencias de las estrellas δ Scuti aisladas y que, cuando se tenga un mayor conocimiento de pulsos aislados, y solo entonces, deberá de volverse la atención a sistemas más complejos como los sistemas binarios que muestran interacciones de marea.

A la tercera interrogante sobre las diferencias físicas reales entre las estrellas δ Scuti y las cefeidas enanas, Breger (1980) responde que la mayor parte de las cefeidas enanas se asemejan a las estrellas δ Scuti de Población I en básicamente todos los aspectos salvo en un pequeño subgrupo de cefeidas enanas conocidas como estrellas SX Phe que muestran sistemáticamente bajas metalicidades, altos movimientos espaciales y bajas luminosidades y que no conforman la relación teórica periodo-gravedad en dirección hacia las masas bajas. En resumen, la mayor parte de las estrellas cefeidas enanas son solo estrellas δ Scuti de gran amplitud aunque existen algunas de Población II en la franja de inestabilidad de las estrellas δ Scuti.

Hasta ahora no está bien definido el mecanismo que inicia las pulsaciones, pero es evidente que en el diagrama HR existen regiones de inestabilidad (Fig.1.1). El punto de vista moderno sugiere que la estrella pulsante no lo hace toda la vida, solo durante ciertos períodos de su vida. A medida que la estrella evoluciona, tanto su luminosidad como su temperatura superficial cambian, lo que hace que las estrellas sigan

cierta trayectoria evolutiva en el diagrama HR, y cuando esta trayectoria cruza la región de inestabilidad, la estrella pulsa y más tarde, unos cuantos millones de años después, la estrella emerge de esa región y las pulsaciones se extinguen, haciendo que la estrella tenga nuevamente un radio constante.

La razón que motiva el presente trabajo es la de contribuir a la obtención de índices de color precisos y la determinación de parámetros físicos a lo largo del ciclo de variación de las estrellas SX Phe y δ Scuti observadas, utilizando el sistema fotométrico uvby β de Strömgren. Posteriormente se analizarán las curvas de luz, para obtener el modo de pulsación de estas estrellas se determinará la constante Q de pulsación.

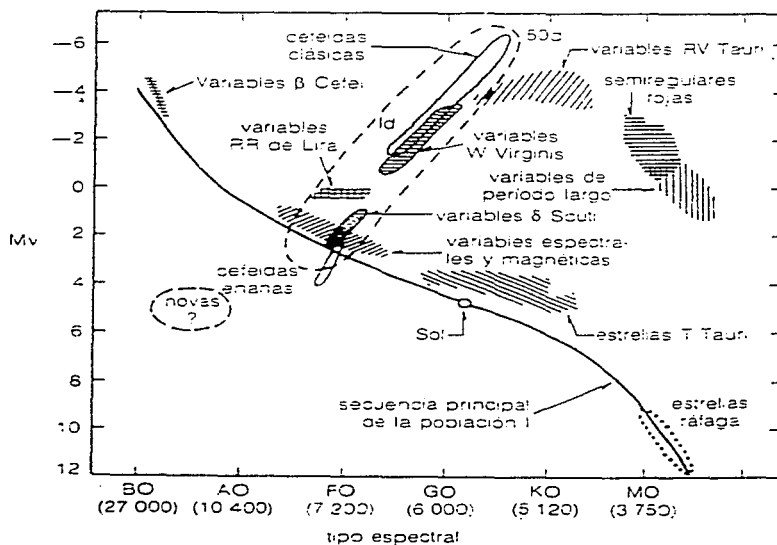


Figura 1.1 Posición de estrellas variables en el diagrama HR

2. FOTOMETRIA

2.1. Sistemas fotométricos

El principal objetivo de la fotometría astronómica es la medición del flujo de luz de un objeto celeste. Información sobre temperaturas, gravedades, metalicidades y otros parámetros físicos de las estrellas, así como su enrojecimiento interestelar puede ser obtenido por el análisis de su espectro o por fotometría de su luz en un cierto sistema fotométrico. Cada sistema tiene un conjunto de regiones espectrales definidas por funciones de respuesta en las cuales la intensidad estelar media nos da cierta información sobre las propiedades físicas de las estrellas.

En este capítulo se describen solo algunos de los sistemas fotométricos más importantes que han sido utilizados para el estudio de las estrellas de interés en este trabajo, mostrándonos su importancia y aplicación. Antes de describir los sistemas fotométricos, se hace una breve introducción a los primeros sistemas donde los detectores usados eran el ojo y la placa fotográfica.

El sistema fotográfico internacional y el sistema fotovisual

La aparición del primer sistema de dos colores está relacionado con los trabajos de Schwarzschild (1912), Parkhurst (1912) y King (1915), quienes hicieron una serie de observaciones de magnitudes fotográficas M_{pg} las cuales, combinadas con las magnitudes fotovisuales M_{pv} , formaron un sistema de dos colores o un índice de color. Posteriormente Edward Pickering y Henrietta Leavitt en Harvard, así como Frederick Seares en Monte Wilson llevaron al establecimiento de la North Polar Sequence (NPS), unos estándares fotométricos cerca del Polo Norte Celeste, el cual contenía cerca de un centenar de estrellas de varios tipos espectrales cubriendo un intervalo de intensidad desde 2.5 hasta 20.

La lista de magnitudes fotográficas y fotovisuales de estas estrellas fué presentada en la primera asamblea general del IAU (International Astronomical Union) en 1922, como el Sistema Internacional IP_g, IP_v (Seares, 1922). Actualmente, este sistema tiene solo interés histórico. Gracias al esfuerzo de Stoy, Menzies, Redman y Cousins (Cape Observatory) se hizo fotometría fotográfica y fotovisual en el Hemisferio Sur en un sistema llamado: SP_g y SP_v , el cual se considera como una variante del sistema IP_g, IP_v . En el sistema internacional (IP_v, IP_g) la posición de la banda de paso IP_v corresponde aproximadamente a la curva de sensibilidad del ojo humano, mientras que la posición de IP_g está definida por la sensibilidad de emulsiones fotográficas.

Primer sistema fotoeléctrico y el sistema P,V

La fotometría fotoeléctrica estelar aparece a principios del siglo XX, junto con la producción de fotoelementos lo suficientemente sensibles (Stebbins, 1910; Güttnik, 1913). Al principio, sólo la luz integrada era accesible a la observación. Fueron publicados toda una serie de trabajos desde 1920 hasta 1954 sobre observaciones fotoeléctricas. En la actualidad estas numerosas observaciones sólo son de interés histórico.

El sistema de Stebbins et al. (1940, 1941) ha sido aplicado más frecuentemente, gracias al gran número de estrellas O-B observadas (≈ 1500) y debido a la gran aproximación y homogeneidad de los datos observacionales. La función de respuesta de la magnitud violeta cubre el rango $\lambda 3600 - 4800$ ($\lambda_0 = 4260\text{\AA}$) y la función de respuesta de la magnitud azul cubre el rango de $\lambda 4000 - 5600$ ($\lambda_0 = 4770\text{\AA}$). Generalmente el índice de color de este sistema es denotado por C_1 .

Stebbins y Whitford (1938, 1948); Eggen (1950, 1951); Johnson (1950); Stebbins, Whitford y Johnson (1950) hicieron intentos para definir fotoeléctricamente el sistema fotográfico internacional. Posteriormente este sistema se llamó el sistema **P, V** en el cual las longitudes de onda medias son: $\lambda_0 = 4250\text{\AA}$ y $\lambda_0 = 5240\text{\AA}$ respectivamente. Nueve nebulosas planetarias sirvieron como principales estrellas estándar en el sistema **P, V**. A diferencia del sistema fotográfico internacional, las magnitudes e índices de color del sistema P,V son reducidas fuera de la atmósfera.

2.2. Sistemas de banda ancha

Strömgren (1963a) sugirió la siguiente clasificación de los sistemas fotométricos, la cual se basa en la medida de los intervalos de longitud de onda que son transmitidos por sus filtros. Los sistemas de banda ancha tienen filtros de anchura $\Delta\lambda > 3006\text{\AA}$, los de banda intermedia de $100\text{\AA} < \Delta\lambda < 300\text{\AA}$ y los de banda angosta con anchura $\Delta\lambda < 100\text{\AA}$.

Un sistema fotoeléctrico introducido por Stebbins y Whitford (1943) fué realmente el primer sistema multicolor. Este contiene 6 bandas de paso de banda ancha.

Stebbins y Whitford (1943, 1945) presentaron observaciones de varios cientos de estrellas con el sistema de seis colores (Stebbins y Kron, 1965; Kron, 1958; Sears y Whitford, 1969). Han sido observadas aproximadamente un total de 1340 estrellas y todos los datos han sido recopilados por Kron et al. (1972). Como el sistema UVBGR1 tiene bandas muy anchas sólo se aplicó para medir estrellas por debajo de magnitud 10 y sólo han sido observadas algunas enanas blancas de magnitud 14.

El sistema fotoeléctrico de dos colores fue introducido por Kron y Smith (1951) en el Observatorio de Lick. El sistema fotométrico **R, I** consiste de observaciones fotoeléctricas en AG800(*R*) y AS250(*I*) de un total de 227 estrellas brillantes. La estrella más débil que ha sido observada en este sistema es de magnitud $R = 15.17$.

Posteriormente el sistema **R, I** fue ampliamente usado por O.J. Eggen quien aplicó los filtros originales **R, I** a la fotometría de estrellas rojas en cúmulos y grupos estelares. Cousins (1976a) realizó un sistema **R,I** similar al de Kron. Después el sistema sufrió pequeños cambios (Cousins, 1978a) por lo que ahora se conoce como el sistema de Cousins. Jasiewicz (1982) preparó un catálogo en cinta magnética que contiene $\approx 12,000$ mediciones **R,I**.

El sistema **UBV**

El sistema **UBV** fue definido y establecido por H. L. Johnson y W.W. Morgan (1953), quienes deseaban establecer un sistema fotométrico que pudiera producir resultados comparables a las magnitudes amarilla y azul del sistema internacional. Este sistema (**UBV**) consiste de tres filtros de banda ancha que dan una magnitud visual (**V**), azul (**B**) y ultravioleta (**U**) con longitudes de onda (λ) centradas en : 5500Å, 4300Å y 3500Å respectivamente. El filtro **V** se eligió para que la magnitud fuera casi idéntica a la magnitud fotovisual del sistema internacional. La magnitud **B** corresponde a la magnitud azul fotográfica. Actualmente este filtro consiste de dos: un filtro azul y otro que bloquea el ultravioleta. Este último evita que la magnitud **B** sea afectada por la discontinuidad de Balmer. El filtro **U** fue elegido para medir una magnitud ultravioleta. La localización de la banda **U** fue elegida específicamente para que fuera de longitud de onda más corta que 3650 Å, que es la longitud de onda de la discontinuidad de Balmer. Con la adición del tercer filtro, **U**, se hizo posible la creación de otro índice de color (**U-B**), lo cual significa que dicho índice da una medida de la discontinuidad de Balmer. En otras palabras, la localización de la banda **U** fue elegida específicamente por razones astrofísicas.

Uno de los aspectos más importantes del sistema **UBV** es su vínculo con el sistema de clasificación espectral Morgan-Keenan (**M-K**). El punto cero para los índices de color fue definido por las estrellas clasificadas como A0V en el sistema de Morgan ($(\mathbf{B} - \mathbf{V}) = (\mathbf{U} - \mathbf{B}) = 0$), esto permite que los colores del sistema **UBV** estén relacionados directamente con el tipo espectral **M-K** y la temperatura (Fig 2.1). Es fácil ver que las líneas de Hidrógeno dominan los tipos espectrales tempranos; el espacio entre estas líneas llega a ser más y más cercano hasta que en el límite de Balmer se unen y la absorción llega a ser continua. Por consiguiente, en el límite de Balmer (3647Å) hay una caída abrupta en el nivel de continuo llamada "la discontinuidad de Balmer". En la figura 2.2 se ve que el filtro **U** favorece esta discontinuidad. Entonces el índice de color (**U - B**) es sensible a la intensidad de la discontinuidad, la cual se convierte en una función del tipo espectral de la estrella.

La relación entre el color intrínseco y el tipo espectral para estrellas de la secuencia principal fué establecido sobre bases firmes (Johnson y Morgan, 1953; Morgan, Harris y Johnson, 1953 y Mendoza, 1956). En este sistema se definen dos índices de color (B-V) y (U-B) donde (U-B) da esencialmente una medida de la cantidad de radiación ultravioleta emitida por la estrella, y (B-V), esencialmente, mide su temperatura, siendo negativo para muchas estrellas azules y positivo para estrellas rojas.

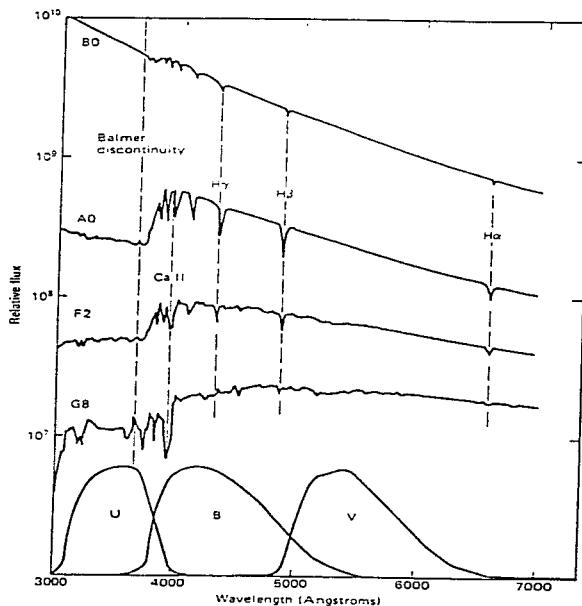


Figura 2.1 Relación entre el sistema UBV y la relación M-K

Varios autores (Becker, 1938 y 1948; Johnson y Morgan, 1953; Morgan, Harris y Johnson, 1953; Becker y Stock, 1954 y Morgan y Harris, 1956) señalaron que la fotometría de tres colores, la cual incluye mediciones en el ultravioleta hacía posible (con ciertas restricciones) la determinación de colores intrínsecos de las estrellas, por lo tanto, la cantidad de enrojecimiento interestelar (el polvo interestelar absorbe selectivamente más luz

azul que roja, haciendo que una estrella parezca más roja de lo que en realidad es). Al graficar los índices (B-V) y (U-B) se ve el efecto del enrojecimiento interestelar. El cambio en la cantidad de color producida por el polvo se llama "exceso de color" y se denota por E(B-V) y E(U-B). Por otro lado, la pendiente de la línea de enrojecimiento está dada por:

$$\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0.72 - 0.05(B-V)$$

Para estrellas de tipo temprano (B-V) es muy cercano a cero, así que el segundo término no es significativo. En el sistema UBV la razón de extinción total a selectiva se estima de la siguiente relación:

$$R = \frac{A_v}{E(B-V)}$$

donde A_v es la absorción en la magnitud V, E(B-V) es el exceso de color. El valor que se ha encontrado para R en varias direcciones de nuestra Galaxia es de $R = 3$, basado en las numerosas estrellas estándares observadas y publicadas en el sistema UBV, y que fueron medidas en este sistema, además de cientos de cúmulos abiertos y globulares, asociaciones, áreas estelares y decenas de miles de estrellas individuales que se han publicado en varios catálogos (Blanco et al. (1968), Sharov y Yakimova (1970), Mermilliod y Nicolet (1977), Philip et al. (1976), Nicolet (1978a), etc.). Las estrellas de cúmulos abiertos y globulares están prácticamente todas a la misma distancia, con su enrojecimiento interestelar, edad y composición química: esto hace que sus estrellas sean muy importantes para la calibración de diferentes diagramas de magnitud-color y de color-color. Usando el diagrama M_v , (B-V) se puede determinar la distancia de un cúmulo. Con el diagrama (U-B), (B-V) se determina el enrojecimiento y la metalicidad de cúmulos abiertos (jóvenes); para determinar la edad en cúmulos abiertos y globulares, se mide el cambio entre el diagrama observado (V, B-V) y las isocronas del diagrama teórico (M_v , B-V) dan resultados más exactos. Ciardullo y Denmarque (1979) han publicado las isocronas para diferentes edades y composición química transformada en la escala (M_v , B-V).

El sistema UBV ha sido muy usado por los astrónomos, y existe una serie de observaciones UBV considerable en la literatura, también hay una lista extensa de estrellas estándares. Este sistema de banda ancha resulta apropiado para los usuarios de pequeños telescopios. El tubo fotomultiplicador y los filtros usados para definir este sistema son fácilmente disponibles.

La introducción en el uso de sistemas fotométricos infrarrojos está relacionada con el nombre de Harold Johnson quien, junto con sus colaboradores (1962 - 1965), introdujeron el sistema fotométrico de Arizona que consiste de 8 magnitudes rojas e infrarrojas: R, I, J, K, L, M, N y Q, las cuales cubren un intervalo espectral desde 0.7 hasta $20\mu\text{m}$. Posteriormente Mendoza (1967) agregó al sistema la magnitud H en $1.62\mu\text{m}$.

Las posiciones de las bandas de paso infrarrojas fueron seleccionadas de tal forma que coincidieran con la ventana de transmisión atmosférica. Morel y Magnenat (1978) prepararon un catálogo de observaciones de 4494 estrellas en el sistema UBVRIJHKLMN.

El sistema de Cousins formado por: R_c e I_c tiene longitudes de onda de las funciones de respuesta dadas por Cousins (1980d) que son: $\lambda_{6580\text{\AA}}$ y $\lambda_{8120\text{\AA}}$ respectivamente y la anchura media de ambas bandas de paso es de $\Delta\lambda = 1660\text{\AA}$. La calibración absoluta de magnitudes y la calibración de temperaturas de índices de color es reportada por Bessell (1979a,b). La densidad de flujo absoluto para una magnitud cero de una estrella para R_c e I_c es: 2.25×10^{-12} y $1.22 \times 10^{-12} \text{ W cm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$ respectivamente.

2.3. Sistemas de banda intermedia

El sistema uvby β

Strömrgren (1962, 1963a,b, 1966) definió un sistema de cuatro colores uvby de banda intermedia para la clasificación de estrellas tipo A y F. Posteriormente el sistema fué implementado con dos filtros adicionales que midieran la intensidad de la línea H β (Crawford, 1958, 1960; Crawford y Mander, 1966; Crawford et al, 1966). Las longitudes de onda de cada filtro así como el ancho de banda del sistema uvby β se muestran a continuación:

Filtro	u	v	b	y	β_N	β_W
$\lambda(\text{\AA})$	3505	4110	4685	5488	4864	4865
$\Delta\lambda(\text{\AA})$	330	170	183	235	30	137

Las funciones de transmisión de los filtros de este sistema se muestran en la Figura 2.2. A diferencia del sistema UBV, el sistema de Strömrgren está casi totalmente definido por filtros. El filtro amarillo (y) es igual a la magnitud visual y corresponde muy bien con la magnitud V. El filtro azul (b) está centrado alrededor de 300\AA del rojo en el filtro B del sistema UBV para reducir los efectos de "bloqueo de líneas" (Fig. 2.3). El filtro violeta (v) está centrado en una región de fuerte bloqueo pero evitando la región donde las líneas de Hidrógeno comienzan a agruparse cerca del límite de Balmer. El filtro ultravioleta (u) mide ambos, el bloqueo de líneas y la discontinuidad de Balmer.

Los índices de color en el sistema de Strömrgren son cantidades muy útiles porque los filtros b e y están relativamente libres de bloqueo (escudamiento): el índice (b-y) es un buen indicador del color y la temperatura efectiva. Un índice de color esencialmente es la pendiente del continuo que en ausencia de bloqueo, puede ser aproximadamente constante y (b-y) será muy aproximada a (v-b): porque (v-b) está

afectada por el bloqueo; la diferencia entre estos dos índices indica la intensidad del bloqueo. De ésta forma se tienen dos índices definidos como sigue: $c_1 = (u - v) - (v - b)$ y $m_1 = (v - b) - (b - y)$ donde el índice c_1 es un indicador de temperatura para estrellas O - A y de luminosidad para estrellas A - F. se usa para determinar como ha sido afectada la pendiente del continuo por la discontinuidad de Balmer. El índice m_1 es un indicador del bloqueo de líneas (composición) para estrellas F - G e indicador de peculiaridad en estrellas A. Por último, β es un indicador de luminosidad para estrellas O - A y de temperaturas para estrellas A - G.

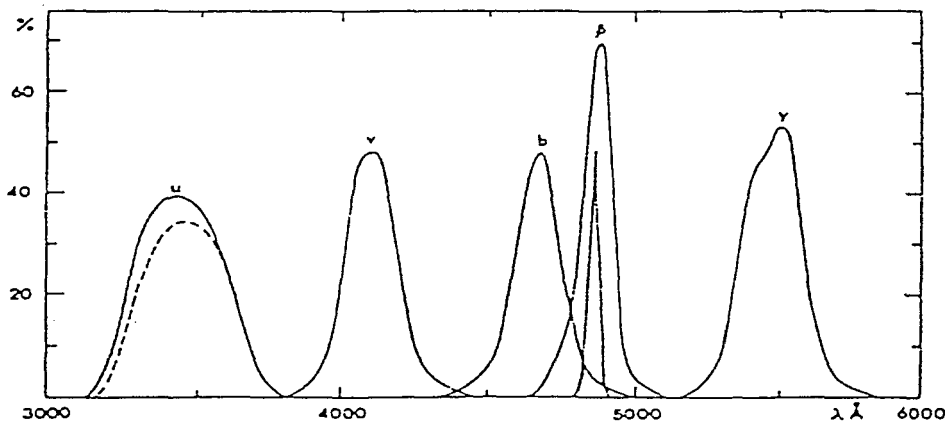


Figura 2.2 Funciones de transmisión del sistema uvby-β

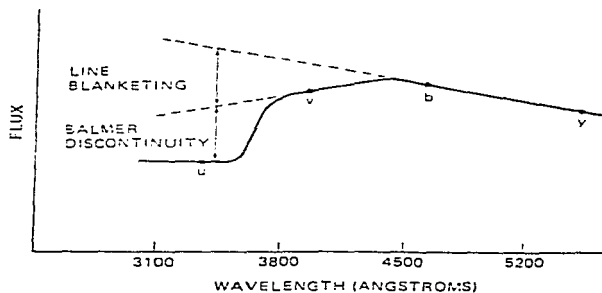


Figura 2.3 Filtros del sistema uvby- β

Golay (1963) introdujo un sistema fotométrico de siete colores en el Observatorio de Geneva. Este consiste de tres bandas anchas similares a las magnitudes del sistema UBV y cuatro bandas intermedias con anchos de banda del orden de 400\AA . Rufener et al. (1964), Golay (1968, 1972, 1974), Rufener y Maeder (1971) y Rufener y Nicolet (1988) han publicado datos numéricos en este sistema. Hasta 1988 se habían medido aproximadamente 30.000 estrellas en el sistema de Geneva (Rufener et al. 1964, 1966; Rufener, 1971, 1976, 1977, 1981, 1989). Las listas incluyen principalmente estrellas de campos brillantes así como estrellas de cúmulos abiertos en ambos hemisferios.

Este sistema se introdujo en el Observatorio de David Dunlop para la cuantificación de estrellas G y K en términos de temperatura, gravedad y metalicidad, además para la determinación de su enrojecimiento interestelar (McClure y Van den Bergh, 1968). La primera versión de este sistema consistía de 6 pasabandas.

En este sistema se han medido estrellas gigantes G y K en el campo galáctico en algunos cúmulos

abiertos y globulares. McClure y Forrester (1981) publicaron un catálogo de fotometría DDO de 2196 estrellas brillantes G y K. Dean (1981b) ha publicado observaciones en el sistema DDO de estrellas F-G-K y Cefeidas en el hemisferio sur (más de 950). Otros autores han publicado más catálogos que cubren ambos polos galácticos (Yoss y Hartkopf, 1979; Hartkopf y Yoss, 1982).

El sistema Walraven es útil para estrellas OB donde los parámetros Q_{WUBV} y Q_{LUBV} son indicadores de $\log g$ o luminosidad y Q_{UBV} es una medida del salto de Balmer, esto es, indicador de temperatura. Para determinar tipos espectrales y magnitudes absolutas el mejor diagrama es Q_{WUBV} , Q_{UBV} calibrado por Walravens (1960).

Este sistema es también muy efectivo en la determinación de propiedades físicas de estrellas F y G de altas luminosidades incluyendo variables pulsantes. También ha sido aplicado a cefeidas y supergigantes (Walraven et al. 1964). Python (1979) publicó un catálogo de resultados fotométricos en este sistema y contiene 2687 estrellas. Lub y Pol (1977) presentan una lista de estrellas estándares.

El sistema Borgman y el sistema de banda intermedia de Arizona

Borgman (1960, 1963) introdujo un sistema fotométrico de 7 colores de banda intermedia para la clasificación fotométrica de estrellas tempranas. Este sistema se formó con filtros de interferencia. El sistema fue usado para estudiar las leyes de extinción interestelar (Borgman, 1961), para la estimación de la metalicidad de subenanas (Borgman, 1959; Wallerstein, 1964).

Una variante del sistema fotométrico Borgman se realizó en el Laboratorio Planetario y Lunar en Arizona (Johnson et al., 1967). Posteriormente, el sistema fue extendido al rojo e infrarrojo formando el sistema fotométrico de 13 colores (Mitchell y Johnson, 1969; Johnson y Mitchell, 1975).

En 1973 el fotómetro de 13 colores fue transferido al Observatorio de San Pedro Mártir en México. En la Figura 2.4 se muestra una comparación de los sistemas fotométricos UBVR_I, uvby β y el de 13 colores (Alvarez, 1981) para Vega (A0V) de los modelos de Kurucz (1979).

El sistema de 13 colores ha sido usado para la investigación de estrellas tipo O (Schuster, 1982a), subenanas (Smith, 1968; Johnson y Mitchell, 1968; Schuster, 1976, 1979a,b,c, 1981), estrellas tipo Be y estrellas Shell (Alvarez y Schuster, 1981; Schuster et al. 1983, 1984), estrellas tipo T-Tauri (Chavarría y E. de Lara, 1981), estrellas azules en la rama horizontal y enanas blancas (Iriarte y Erro, 1973) y en supergigantes nubes de magallanes (Mendoza, 1969), entre otros.

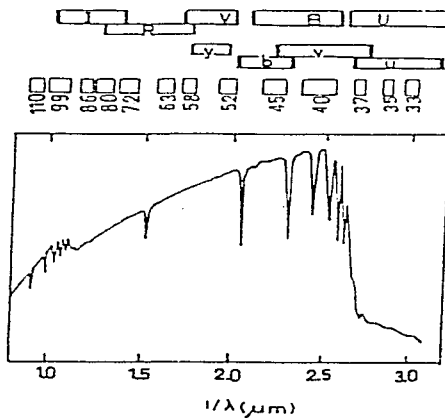


Figura 2.4 Comparación de 3 sistemas fotométricos para Vega (A0V).

En el Observatorio de Perkins, R. F. Wing y colaboradores hicieron la sugerencia y usaron varios sistemas de banda intermedia en el cercano IR, el cual sería útil para la calibración de estrellas tardías. Wing y Spinrad (1970) obtuvieron espectros de estrellas K, M, C y estrellas tipo S en el rango $\lambda 7564 - 10976$ con abertura de 30\AA y determinaron intensidades en 27 longitudes de onda, que coincidieran con el continuo y con ciertas bandas moleculares. De estas longitudes de onda Wing (1970, 1974) seleccionó 8 bandas óptimas para medir: TiO en $\lambda 7117$, CN en $\lambda 8122$ y $\lambda 10968$, Vo en $\lambda 10544$, y en el continuo en $\lambda 7545$, 7806 , 10392 y 10800 . Estas 8 magnitudes fueron medidas con filtros de interferencia que tenían anchos medios entre 42 y 74\AA .

Este sistema hace posible la diferenciación entre las estrellas ricas en Oxígeno y estrellas ricas en Carbono, además se puede determinar su temperatura de color, clases espectrales y clase luminosa de estrellas tipo M.

3. OBSERVACIONES Y REDUCCION DE DATOS

3.1 Adquisición de datos e Instrumentación

Para el tratamiento de los datos fotoeléctricos se requiere principalmente de 4 fases: adquisición, reducción, obtención de parámetros y análisis. Uno de los principales objetivos en este trabajo consiste en estudiar la forma de las curvas de luz en estrellas de corto período, mediante la observación en el sistema $uvby-\beta$ de Strömrgren y derivar sus parámetros físicos. Los períodos tan cortos (del orden de horas) que presentan estas estrellas imponen una fotometría rápida. La ventaja de usar dicho sistema es que se obtienen observaciones simultáneas en los filtros $uvby$ y, casi simultáneas, en los filtros s y w que definen el índice β separados, cada conjunto temporalmente, en no más de 2 minutos. Para la determinación de los parámetros físicos no se requiere ajustar en fase los datos fotométricos, de tal forma que se elimina el efecto de variación de amplitud que se debe a las periodicidades múltiples que generalmente se encuentra en este tipo de estrellas; como consecuencia, la fotometría que se presenta muestra la variación real de las características físicas de la estrella a lo largo del ciclo de pulsación.

Dado que el análisis de las curvas de luz se realiza con base en datos fotométricos, es conveniente primero describir todas las componentes de un fotómetro como los diversos sistemas fotométricos comunmente utilizados.

Las observaciones fotométricas se llevaron a cabo en el Observatorio Astronómico Nacional de la UNAM, situado en San Pedro Mártir B.C.N. en las siguientes temporadas: Julio-Agosto(1986), Agosto-Septiembre(1986), Septiembre-Octubre(1992) y Marzo(1994).

Dichas observaciones se hicieron con el telescopio de 1.5m de diámetro, el cual lleva acoplado un fotómetro que permite medir en forma simultánea en las cuatro bandas $uvby$ del sistema fotométrico de Strömrgren o en las bandas del sistema fotométrico $II\beta$ de Crawford. El reporte de Nissen(1984) describe en detalle el fotómetro Danés. Esencialmente el fotómetro consta de las siguientes componentes: diafragmas, espejos, oculares, lentes (acromática y de Fabry), rejilla, filtros, tubos fotomultiplicadores y un sistema de conteo.

El propósito de los diafragmas es limitar la cantidad de cielo que es visto por el detector mientras pasa la luz del objeto elegido. Este tiene un diámetro de aproximadamente un minuto de arco ($1'$) y es colocado en el plano focal del telescopio. El arreglo del espejo, la retícula y el ocular permite ver un campo grande y centrar la estrella sobre la retícula; cuando el espejo se saca de la trayectoria óptica, la luz del objeto elegido puede pasar a través del diafragma. Las lentes de Fabry tienen dos funciones: minimizar el movimiento de

la imagen estelar sobre el fotocátodo a pesar del movimiento inevitable de la imagen estelar primaria debido a la turbulencia atmosférica y al guiado imperfecto. Por otro lado, convierte la imagen puntual primaria en una imagen que cubre gran parte del fotocátodo (Produce una imagen de la medida requerida sobre el fotocátodo). El propósito de un filtro es restringir el intervalo de longitud de onda del sistema a una longitud de particular interés. La rejilla descompone el haz en diferentes longitudes de onda. Los tubos fotomultiplicadores son los detectores donde los fotones inciden liberando electrones en forma de cascada y la salida consiste en una serie de pulsos. Por último el sistema de conteo es el mecanismo que registra los pulsos de salida o corriente eléctrica para su medición. En la figura 3.1 se muestran los elementos del fotómetro de seis canales que son descritos como sigue:

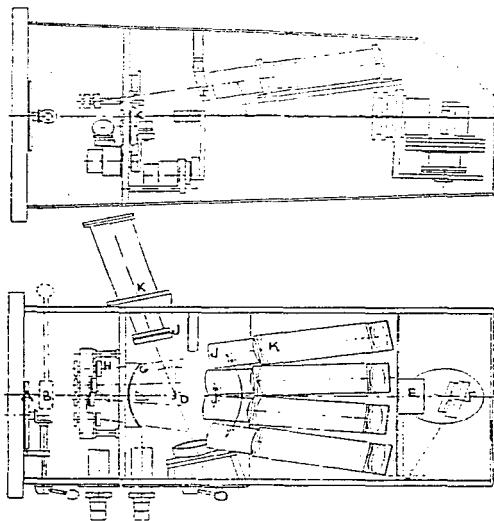


Figura 3.1 Fotómetro $uvby - \beta$ de 6 canales

A. Placa giratoria con tres posiciones (cerrado, abierto y filtro de densidad neutra con transmisión del 10% = 2.5 magnitudes).

B. Depolarizador, que puede ser insertado en el rayo de luz de $H\beta$.

C. Diafragmas de entrada sobre una rueda giratoria, que sólo deja pasar la luz seleccionada.

- D. Espejo que refleja la luz a la sección $H\beta$.
- E. Lentes acromáticas $f/6$, longitud focal 402 mm. Coliman el haz y lo envían a la rejilla de difracción.
- F. Rejilla de 1200 líneas/mm. Descompone al haz de luz, seleccionando las distintas longitudes de onda a observar.
- G. Unidad de aberturas en el plano focal de las lentes acromáticas. Permiten el paso de 4 intervalos de longitud de onda que corresponden a los anchos espectrales de las bandas uvby.
- H. Espejos. Reflejan la luz que pasa por las aberturas hacia los filtros de interferencia.
- I. Filtros de densidad neutra con 50% de transmisión en los canales v y b.
- J. Lentes de Fabry que son usadas como lentes auxiliares para proyectar la imagen del objetivo sobre el detector, los filtros de interferencia definen las bandas espectrales que pasan por los canales.
- K. Fotomultiplicadores tipo EMI 9789QA, con fotocátodos de metal alcalino, que es la capa sensible a la luz donde los fotones inciden liberando electrones.

Las observaciones presentadas aquí en este trabajo son el producto de 4 temporadas de observación. Para cada temporada se tienen estrellas variables con sus respectivas de referencia y estrellas estándares. En la preparación de las tarjetas de identificación, previa a la observación se usaron los atlas de Bonner Durchmusterung (BD) y Córdoba Durchmusterung (CD) así como el atlas de estrellas variables AAVSO. El procedimiento seguido para la observación en cada caso fué el siguiente:

Se observaron estrellas variables y una serie de estrellas estándar seleccionadas con un intervalo de magnitud mayor que 6. Las mediciones individuales de cada estrella se hicieron en integraciones simples y múltiples con tiempos de integración de 10 y 30 segundos, dependiendo de su magnitud y también teniendo en consideración la estadística del número de cuentas acumuladas en los filtros u y v para que el error fuera menor de 0.003 de magnitud.

3.2 Método de reducción

La reducción de los datos se realizó con los paquetes de programas NABAPHOT (Arellano-Ferro, A. y Parrao, L., 1988) y DAMADAP (Schuster, W. y Peña, J., 1995) para obtener los datos referidos al sistema estándar y las coordenadas referidas al equinoccio medio de la fecha respectivamente. NABAPHOT consiste de los siguientes pasos:

a) Separa las observaciones uvby de las observaciones λ

b) Calcula el promedio de las integraciones por segundo de cada estrella y cielo además, resta las mediciones de cielo y corrige por tiempo muerto. Lo anterior es porque los datos obtenidos en el telescopio de 1.5m son número de fotones por segundo. El tiempo de integración utilizado dependerá del brillo aparente de la estrella, de tal forma que la llegada de fotones tiene una distribución de Poisson; entonces el error relativo (σ_r) será:

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{N}t}{Nt} \quad (3.1)$$

donde N es el número de fotones por unidad de tiempo que llegan al contador y t es el tiempo de integración. Entonces para un error relativo σ_r predeterminado el tiempo de integración será :

$$t = \frac{1}{\sigma_r^2 N} \quad (3.2)$$

Estas mediciones se deben corregir por tiempo muerto porque en el fotomultiplicador el número de fotones contados es menor que el número de fotones que en realidad llegan. En un sistema de conteo de pulsos una de las desventajas es su incapacidad para discernir pulsos que lleguen casi simultáneos. Después de que un pulso es detectado, hay un intervalo muy corto de tiempo, en el cual es incapaz de responder a un pulso adicional. De tal manera que si dos o más pulsos llegan en un intervalo más corto que el llamado "tiempo muerto" del fotómetro (fotomultiplicador, preamplificador y contador), éstos serán detectados como una cuenta simple. Por lo anterior se corrige por tiempo muerto de acuerdo a la siguiente relación:

$$N = \frac{n}{1 - \tau n}$$

donde N es el número de cuentas real, n es el número de eventos contados y τ es la constante de tiempo muerto ($\tau \ll 1$).

c) Una vez hechas las correcciones por tiempo muerto y de cielo, se realiza la transformación a magnitudes mediante la expresión:

$$m_i = -2.5 \log N_i \quad (3.3a)$$

donde m_i es la magnitud correspondiente a la banda i (u.v.b.y) y N_i es el número de cuentas corregidas para la banda i . También se calculan colores instrumentales C_i y se corrige por extinción atmosférica según las relaciones:

$$C_i = m_{i1} - m_{i2} \quad (3.3b)$$

$$m_0 = m_i - K_i X - L - M \operatorname{sen} H \quad (3.3c)$$

donde m_{i1} y m_{i2} son las magnitudes en los filtros correspondientes (ley, m_i y c_i). m_0 es la magnitud o color fuera de la atmósfera. m_i es la magnitud o color instrumental. K es el coeficiente de extinción atmosférica dado en magnitud por unidad de masa de aire, X es la masa de aire atravesada por la distancia cenital Z y H es el ángulo horario. Una ecuación como la anterior se usa para cada color. Los dos últimos términos de la ecuación anterior (L y $M \operatorname{sen} H$) se hicieron cero porque se consideró que los efectos de deflexión instrumental (L) y la corrección del punto cero de noche a noche (M) no era significativo.

Para altitudes mayores que 30 grados ($\delta > 30^\circ$) sobre el horizonte, la atmósfera de la Tierra se modela como una capa plano-paralela. Por otra parte la masa de aire (X) es una medida normalizada de la cantidad de atmósfera que atraviesa la luz de una estrella antes de ser medida; en el cenit ($Z=0$) la masa de aire es igual a la unidad ($\operatorname{Sec}Z = \operatorname{Sec}0^\circ = 1$). La distancia cenital (Z) es el ángulo formado por una línea que conecta la estrella con el observatorio y la línea que marca el cenit de éste. Cuando la distancia cenital es menor que 60 grados ($Z \leq 60^\circ$), la aproximación plano-paralela se define como:

$$X = \operatorname{Sec}Z$$

con

$$\operatorname{Sec}Z = (\operatorname{Sen}\phi \operatorname{Sen}\delta + \operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos}H)^{-1}$$

donde ϕ es la latitud del observador, δ la declinación de la estrella, y H es el ángulo horario ($H = T_s - \alpha$) donde T_s es el tiempo sideral y α es la ascensión recta de las estrella).

Para distancias cenitales mayores que 60 grados ($Z \geq 60^\circ$) la aproximación plano-paralela deja de ser válida y es necesario proponer otro modelo. En 1904 Bemporad desarrolló un modelo considerando que la atmósfera de la Tierra es curva; posteriormente Hardie (1962) ajustó los valores dados por Bemporad con un polinomio de $\operatorname{Sec}Z$. Para determinar la masa de aire se usó esta aproximación polinomial dada por:

$$X = \operatorname{Sec}Z - 0.0018167(\operatorname{Sec}Z - 1) - 0.002875(\operatorname{Sec}Z - 1)^2 - 0.0008083(\operatorname{Sec}Z - 1)^3 \quad (3.4)$$

donde la luz que atraviesa la masa de aire X está bien descrita por la secante de la distancia cenital Z . Los coeficientes promedio de extinción atmosférica se adoptaron del programa que son: $K_v = 0.126$, $K_{b-y} = 0.057$, $K_{m1} = 0.056$ y $K_{c1} = 0.106$.

d) Calcula las constantes de transformación del sistema instrumental al sistema estándar a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 V_i &= A + y_i + B(b - y)_i \\
 (b - y) &= C + D(b - y)_i \\
 m_{1i} &= E + Fm_{1i} + G(b - y)_i \\
 c_{1i} &= H + Ic_{1i} + J(b - y)_i \\
 H\beta &= K + LH\beta_i
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

donde los subíndices i representan los valores instrumentales y las constantes A,B,....L son las constantes de transformación al sistema estándar. Un juego de estas constantes se calcula para cada temporada de observación. El índice $H\beta$ no está afectado por extinción, porque es tratado como diferencia de magnitud que corresponde a dos bandas de anchura diferente centradas en la misma longitud de onda, por lo que se obtiene directamente el índice β ($\beta = -2.5 \log(n/w)$).

e) Con las magnitudes instrumentales y las constantes de transformación se calculan los valores de las magnitudes y colores (v , $b-y$, m_1 , c_1 y β) de las estrellas variables en el sistema estándar.

f) Finalmente se usa el paquete de programas DAMADAP para determinar, a partir del tiempo universal, la fecha juliana (JD) en cada una de las observaciones. A las fechas julianas se les aplica la corrección heliocéntrica para obtener la fecha juliana heliocéntrica (HJD). Es necesario transformar los instantes de observación juliana a tiempo heliocéntrico para hacer comparables las observaciones realizadas en cualquier época del año. Se utilizó la corrección heliocéntrica (Binmendiijk, 1960) definida por:

$$C.H. = 0.4005775 R \cos \theta (\cos \alpha \cos \delta) + R \operatorname{Sen} \theta (\operatorname{Sen} \epsilon \operatorname{Sen} \delta + \operatorname{Cos} \epsilon \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sen} \alpha)
 \tag{3.6}$$

donde R es el radio vector de la Tierra, θ es la longitud del equinoccio medio, α la ascensión recta de la estrella, δ su declinación y ϵ la oblicuidad de la eclíptica ($\epsilon = 23^\circ 27'$).

Por otro lado, a partir del día juliano heliocéntrico (HJD) se determina la fase por el método de recuento de ciclos que es utilizado por lo general para variables monoperiódicas. El procedimiento consiste en suponer una efemérides lineal, en primera aproximación y deducir el tiempo origen y el período fundamental por el método de mínimos cuadrados. Una efemérides lineal se puede representar por:

$$T_i = T_0 + E_i P_0$$

donde T_i representa los tiempos de máximo y T_0 el tiempo origen (tiempo de máximo observado), a partir del cual se encuentra el número E_i de períodos P_0 transcurridos desde entonces y que deberá ser un número entero. Para determinar la fase, se adopta un período y un tiempo origen iniciales. Luego, con los tiempos de máximo observados T_i , se calculan los E_i que serán igual a un entero más una parte fraccionaria, dicha fracción representa la fase ϕ .

Los períodos de BP Peg, CY Aqr, DY Her, DY Peg y YZ Boo, se tomaron del catálogo de estrellas variables (Kholopov, 1985) cuyos valores son: $P_{0BP} = 0.109543375^d$, $P_{0CY} = 0.061038328^d$, $P_{0DYPH} = 0.148631353^d$, $P_{0DYP} = 0.072926297^d$, $P_{0YZ} = 0.10409156^d$ respectivamente y los tiempos origen de máximo observado (T_0) son: $T_{0BP} = 244.6673.81384^d$, $T_{0CY} = 244.8894.69279^d$, $T_{0DYPH} = 244.6645.66972^d$, $T_{0DYP} = 244.8925.73038^d$ y $T_{0YZ} = 244.9426.87320^d$.

3.3 Desenrojecimiento de magnitudes e índices de color

El procedimiento seguido para determinar el enrojecimiento y los valores desenrojecidos a partir de los índices fotométricos ya se han hecho para estrellas A y F (Peniche R. y Peña, J.H., 1990) con los criterios de Nissen (1988) que está basado en un estudio de cúmulos abiertos por medio de la fotometría de Strömberg, que sigue la calibración estándar de Crawford (1975, 1979). Para desenrojecer las magnitudes e índices de color se usan las ecuaciones que se muestran posteriormente en el texto, como entrada al programa presentado en el apéndice (Peniche, R. y Peña, J., 1990), también calcula el índice de metalicidad y la distancia (Nissen, 1988). El programa usa un archivo de entrada que contiene los valores de: β , v , $b-y$, m_1 y c_1 estándar, el cual se usa para hacer la interpolación en el índice β . También requiere como entrada el archivo final que se obtuvo con el paquete de reducción NABAPHOT el cual contiene información como: nombre de la estrella y las magnitudes e índices de color: v , $b-y$, m_1 , c_1 y β . Como el índice β es independiente del bloqueo de líneas, a diferencia de $(b-y)_0$, este valor de β observado se usa junto con las relaciones estándares entre el índice y los colores intrínsecos apropiados al intervalo espectral específico. A partir de β se derivan los valores intrínsecos de los demás índices (V_0 , $(b-y)_0$, m_0 y c_0).

De las siguientes ecuaciones (Crawford y Mandwewala, 1976) es posible calcular el enrojecimiento sufrido por el índice $(b-y)$, es decir $E(b-y)$, y los índices de color desenrojecidos c_0 y m_0 .

$$\begin{aligned}
 E(b-y) &= (b-y) - (b-y)_0 \\
 c_0 &= c_1 - 0.25E(b-y) \\
 m_0 &= m_1 + 0.3E(b-y)
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

donde $(b-y)$, m_1 y c_1 son los índices de color observados. Además de las ecuaciones anteriores se necesita otra ecuación para calcular el valor de $(b-y)_0$, que depende del tipo espectral de la estrella. Para estrellas del tipo tardío A y F, Crawford (1975, 1979) derivó las siguientes relaciones:

Para estrellas de tipo F ($2.59 < \beta \leq 2.72$)

$$(b - y)_0 = K + 1.11\Delta\beta + 2.7\Delta\beta^2 - 0.05\delta c_v - (0.1 + 3.6\Delta\beta)\delta m_0 \quad (3.8)$$

donde $\Delta\beta = 2.72 - \beta$, $K = 0.218$, $\delta m_0 = m_{\text{Híadas}}(\beta) - m_0$ y $\delta c_v = c_0 - c_{\text{est}}(\beta)$. De la cual $m_{\text{Híadas}}$ es la relación que existe entre m_1 y β para el cúmulo de las Híadas.

Para estrellas de tipo A ($2.72 < \beta < 2.88$)

$$(b - y)_0 = 2.946 - 1.00\beta - 0.15c_v \quad (3.9)$$

En este caso en particular se usa el índice $(b - y)_0$ observado para obtener una primera aproximación del índice de color $(b - y)'_0$.

$$(b - y)'_0 = (b - y) - E(b - y)$$

El valor de $(b - y)'_0$ se transforma a β resolviendo las ecuaciones anteriores iterativamente y el valor determinado de β es promediado directamente con el valor observado de β . Esto se hace hasta que el error de β sea del orden de 0.001 magnitudes. El programa también calcula la abundancia de metales de la siguiente relación:

$$[Fe/H] = -[10.5 + 50(\beta - 2.626)]\delta m_0 + 0.12 \quad (3.10)$$

válida solo para estrellas de secuencia principal en el intervalo: $2.59 < \beta < 2.72$

La magnitud absoluta se determina de la siguiente relación:

$$M_v = M_{vZAMS}(\beta) - f\delta c_v \quad (3.11)$$

donde para estrellas F el valor de f es: $f = 9 + 20\Delta\beta$ y para estrellas A, $f = 9$. La magnitud aparente (v) corregida por extinción interestelar se determina como sigue:

$$v_0 = v - 4.3E(b - y) \quad (3.12)$$

donde $E(b - y)$ es el exceso de color definido anteriormente. Finalmente, el módulo de distancia de cada estrella se calcula como sigue:

$$DM_0 = v - M_0 \quad (3.13)$$

donde M_0 es la magnitud absoluta. El archivo de salida de este programa proporciona la siguiente información: El exceso de color $E(b - y)$, los índices desenojados: $v_0, (b - y)_0, c_{10}, m_{10}, \beta$, la magnitud absoluta (M_0), el módulo de distancia (MD), la distancia (DST) y la metalicidad ($[\text{Fe}/\text{H}]$).

Una de las relaciones fundamentales deducidas de la teoría de pulsación es la llamada ecuación de pulsación dada por Cox et al.(1968) como:

$$P_i \sqrt{\frac{\rho}{\rho_\odot}} = Q_i$$

donde p_i es el período de pulsación, ρ es la densidad media de la estrella, ρ_\odot es la densidad media del Sol y Q_i es la constante de pulsación que es función de los parámetros de estructura estelar y del modo particular de pulsación.

Considerando además la ecuación de la densidad:

$$\frac{\rho}{\rho_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-3}$$

y la ecuación de gravedad:

$$\frac{g}{g_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-2}$$

y la ley de Boltzmann:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-2} \left(\frac{T_e}{T_{e,\odot}}\right)^4$$

y la definición de magnitud bolométrica:

$$M_{bol} = M_{bol} - 2.5 \log \left(\frac{L}{L_\odot}\right)$$

donde $T_{e,\odot} = 5770$ K (Novotny, 1973), $M_{bol} = 4.75^m$ (Allen, 1973) y $\log g_\odot = 4.44$. Relacionando estas ecuaciones podemos obtener:

$$M_{bol} = -10 \log P - 5 \log g - 10 \log T_e + 10 \log Q + 64.56$$

La determinación del modo de pulsación se hace a partir de la constante de pulsación Q de la última ecuación; este valor (Q) se calcula para cada estrella a partir de la siguiente relación empírica (Petersen y Jørgensen, 1972; Breger y Bregman, 1975, 1996) y conociendo el período (P), la gravedad ($\log g$), la temperatura efectiva (T_e) y la magnitud bolométrica (M_{bol}) definida como sigue:

$$M_{bol} = M_v + C.B.$$

$$\log Q = -6.456 + \log P + 0.5 \log g + 0.1 M_{bol} + \log T_e \quad (3.14)$$

donde M_{bol} es la magnitud bolométrica (luminosidad en todo el espectro), M_v es magnitud absoluta obtenida del programa que desenrojece y C.B. es la corrección bolométrica que es un factor que depende de la clase luminosa y de la población (Lang, 1991).

4. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

4.1. Antecedentes históricos

BP Peg.- Jacchia (1941) sugiere que se trata de una variable tipo W UMa, lo cual fué descartado por Masani et al. (1954a) quienes proponen que se trata de una RR Lyr. Broglia et al. (1959) dan una efemérides lineal con un período de $0.^d10954347$, detectando una posible variación del período entre las observaciones de 1953 y las de los años 1958 y 1959. Además encuentran un período de modulación del orden de $0.^d37$, con una amplitud de variación de los máximos de $0.^m45$ en el visual y de $0.^m07$ en el fotográfico.

Esta estrella fué observada fotográficamente por Harding et al. (1966) (cubriendo dos ciclos) y fotométricamente por Eggen(1967) (cubriendo un ciclo). Rodríguez (1989) presenta observaciones de esta estrella y obtiene resultados del análisis de Fourier, identificando 2 frecuencias principales: $\nu_0 = 9.1260 c/d$ y $\nu_1 = 11.8303 c/d$ donde ν_0 corresponde al modo fundamental y ν_1 al primer modo de pulsación. Kim et al. (1989) hacen nuevas observaciones fotométricas *uvby - β* y espectrofotográficas de la cefeida enana BP Peg. Determinan un valor de enrojecimiento $E(b - y) = 0.^m067$, derivado de la fotometría. Usan los valores intrínsecos de (b-y), m_1 y c_1 junto con unas mallas de modelos de atmósferas estelares obteniendo una temperatura efectiva promedio $\langle T_e \rangle = 7470 K$, una gravedad superficial promedio $\langle \log g \rangle = 3.85$ y una metalicidad de $[Fe/H] = -0.08$. De la teoría de pulsación y modelos estelares obtienen una magnitud bolométrica $M_{bol} = 1.^m4$, una masa $M = 1.85 M_\odot$ y una edad $t = 1.3 \times 10^9$ años. También determinan una velocidad radial promedio $\langle V_r \rangle = -30 Km/s$ y una velocidad total $V_t = 36 Km/s$.

Rodríguez et al. (1992) reportan observaciones de fotometría fotoeléctrica *uvby - β* de 3 estrellas δ Scuti de gran amplitud, entre ellas, BP Peg. Hacen un análisis del período usando el método de transformada de Fourier, encuentran que el espectro de potencias es complejo e identifican un gran número de frecuencias. Todas estas frecuencias muestran armónicos o combinaciones de dos frecuencias principales ν_0 y ν_1 que corresponden al modo fundamental y la primera pulsación radial respectivamente ($p_0/p_1 = 0.772$). De los valores intrínsecos de b - y, m_1 y c_1 determinan los parámetros físicos de estas estrellas. Adoptan un período $P_0 = 0.^d109543375$ (Figer, 1983). Los valores promedio que obtienen a lo largo del ciclo son: $\langle T_e \rangle = 7550 K$, $\langle \log g \rangle = 3.87$ y $[M/H] = 0.2$. Consideran a BP Peg en estado post-secuencia principal con una masa $M = 1.91 M_\odot$, una edad $t = 1.3 \times 10^9$ años y una magnitud bolométrica $M_{bol} = 1.^m38$. Petersen et al. (1996) usan modelos de pulsación para estrellas δ Scuti y Sx Phe que comparan con secuencias evolutivas teóricas obteniendo para BP Peg los siguientes parámetros: $\log P = -0.960$, $\frac{P_0}{P_b} = 0.7715$, $T_{eff} = 7470 K$, $[Fe/H] = -0.1$, $M_{bol} = 1.^m4$, $M = 1.7 M_\odot$ y $t = 1.3 \times 10^9$ años.

CY Aqr.- Su variabilidad fué descubierta por Hoffmeister (1934a). Jensch (1934a) encontró un corto período para esta estrella (del orden de 88 minutos). Posteriormente Hoffmeister confirmó este período.

Jensch (1934b) hizo una investigación observacional completa y dió una efemérides lineal con un período de $P = 0.^d0610388$.

Debido a su corto período, CY Aqr ha sido objeto de gran atención por parte de los observadores visuales. Han sido publicados unos 500 máximos debido a los trabajos de Ashbrook (1949,1954), Barroo (1969), Braune et al. (1972, 1977, 1979) y un gran número de trabajos que publican desde 1938 hasta 1979. Desde su descubrimiento, la estrella fué estudiada fotográficamente hasta los años 50 y después fotoeléctricamente. Balázs et al. (1935), Dawson (1934), Gaposchkin (1935), Kulikovsky (1937), Schneller (1936) y Wachmann (1935), hicieron gran cantidad de observaciones fotográficas. Es interesante hacer notar que Balázs et al. (1935) no encontraron variaciones significativas en la fase ni en la altura de los máximos, a diferencia de Wachmann quien encontró algunas desviaciones de las curvas de luz individuales, respecto de una curva de luz media. Wessellink (1941) comenzó una investigación fotográfica completa de CY Aqr, un mes después de su descubrimiento. Remitió un total de 604 exposiciones que cubrían unos 36.000 períodos, apareciendo las curvas de luz casi regulares.

Fueron hechas nuevas observaciones fotográficas por Gossner (1946), Lohmann et al. (1947) y Alania (1954,1956). Detre (no publicado) realizó las primeras observaciones fotoeléctricas entre 1950 y 1954; posteriormente, varios autores hicieron nuevas observaciones fotoeléctricas a partir de 1955 hasta 1979. Detre et al. (1960) observaron que las variaciones en la altura y fase del máximo eran menor que $0.^m06$ y $0.^d001$ respectivamente, lo cual daba una buena repetición de la curva de luz y dieron una efemérides con un término cuadrático negativo. También Hardie et al. (1961) encontraron este decrecimiento de período. Percy(1975) estima que el período de CY Aqr permaneció constante entre 1934 y 1951, cambió bruscamente en 1951 y, a partir de entonces, permaneció constante de nuevo. Karetnikov et al.(1966) encontraron que la curva de luz de esta estrella no presenta variaciones significativas en la altura de los máximos. Elst(1972) encuentra un período de modulación $0.^d1222$ pero de amplitud muy pequeña. Fitch(1973) sugiere que la longitud probable del período de modulación es de $0.^d17766$, cuyo resultado puede ser interpretado por la teoría de pulsación, mientras que los resultados de Elst (1972) no son consistentes con ella.

Percy(1975) encontró, mediante el uso del método de máxima entropía, que el período de modulación reportado por Elst no era real, sino más bien un resultado de su método de análisis. Geyer et al. (1974, 1975a) no encuentran ningún período de modulación. Mahdy et al. (1980) combinan todos los tiempos de máximo disponibles (fotográficos y fotoeléctricos) de la bibliografía con los suyos propios y obtienen un cambio brusco del período de -18.1×10^{-8} días hacia el año de 1952, habiendo permanecido constante tanto antes como después de 1952. En los últimos años, han sido realizadas algunas observaciones por Percy et al. (1978), Figer (1978) y Balincoirt (1982), y fotoeléctricas por Dumont (1983), Purgathofer et al. (1984) y Peña et al. (1985). Fotometría en el sistema Strömgren ha sido realizada por Langford (1976), Van Citters (1976), Rolland et al. (1986), Rolland et al. (1986) y Peña et al. (1987) encuentran un decrecimiento del período consistente con los modelos teóricos de pre-enana blanca de $0.2 M_{\odot}$, en contraste con los cambios bruscos sugeridos por Percy(1975) y Mahdy et al. (1980).

Rodríguez (1989) encuentra para sus datos, ajustando una efemérides lineal, $T_0 = 2446648.^m54795(\pm 17)$ y $P = 0.^d061030(\pm 4)$ y hace un análisis de Fourier utilizando la frecuencia ν correspondiente al período P . Posteriormente Rodríguez et al. (1990) determinan una serie de parámetros observacionales para CY Aqr tales como: temperatura efectiva $T_e = 7590 K$, gravedad superficial $\log g = 3.89$ y metalicidad $[Fe/H] = -0.7$. Además usaron teorías de pulsación y evolución para determinar: radio, masa, magnitud bolométrica y edad de cada estrella obteniendo: $R = 2.34 R_\odot$, $M = 1.45 M_\odot$, $M_{bol} = 1.68^m$ y $t = 1.7 \times 10^9$ años. Rodríguez et al. (1993) presentan una recopilación de observaciones hechas desde 1986 hasta 1988 de fotometría $uvby - \beta$ de estrellas SX Phoenix, donde presentan las curvas de luz y entre ellas la de CY Aqr. Coates et al. (1994) obtienen la fotometría del filtro V de CY Aqr. El análisis de ésta da un límite superior de 1.5×10^{-3} magnitudes para la amplitud y un tiempo para la oscilación secundaria de esta estrella. Combinan sus datos con los de varios autores que han publicado el período anteriormente, teniendo un cambio de período para CY Aqr de: $1/p(dp/dt) = -21 \times 10^{-11} d^{-1}$. Finalmente, concluyen que la estrella tiene un solo período. Powell et al. (1995) reportan nuevos tiempos de máximo de CY Aqr, estos son combinados con tiempos de máximo a lo largo de 64 años para determinar las variaciones de período. Los datos recientes no muestran variaciones significativas de ciclo a ciclo como algunos autores han reportado, pero los datos presentados muestran claramente un cambio abrupto de período en 1989 y éste corresponde a un nuevo período $P = 0.^d061038612$.

DY Her.- Las primeras mediciones de velocidad radial de la estrella DY Her las hizo Joy (1950). Posteriormente Bonsack (1957) obtuvo curvas de velocidad radial completas de 11 espectros. Hardie y Lott (1961) determinaron el radio de la estrella usando la curva de velocidad radial de Bonsack, por el método de Wesselink y Baade. Más tarde las mediciones de velocidad radial fueron confirmadas a partir de espectrogramas obtenidos por McNamara (1978) y usando la alta precisión de la fotometría $uvby - \beta$ de Breger et al. (1978), él determinó el radio de $2.7 R_\odot$ por el método de Wesselink. Szeidl (1979) mide la velocidad radial de la estrella y determina su radio, encontrando que debería ser mayor que el reportado por McNamara (1978).

Breger et al. (1979) presentan observaciones fotoeléctricas en el sistema $uvby - \beta$, determinando la temperatura efectiva y la gravedad superficial de la estrella con un fotómetro de un solo canal. Rodríguez et al. (1989) determinan, de un grupo de variables, la metalicidad utilizando la fotometría simultánea multicolor ($uvby - \beta$). Los movimientos espaciales son determinados usando las fuentes para movimientos propios y velocidad radial mostradas en dicha tesis. De este análisis nueve estrellas entre ellas CY Aqr y DY Peg comparten bajas metalicidades y altos movimientos espaciales, propios de población II. Posteriormente Antonello (1990) muestra resultados de la estrella DY Her utilizando modelos de atmósferas estelares. Rodríguez et al. (1990), de estudios fotométricos de estrellas SX Ple y δ Scuti de gran amplitud determinan, para la misma estrella, parámetros físicos (radio, masa, M_{bol} , y edad): $R = 3.45 R_\odot$, $M = 3.05 M_\odot$, $M_{bol} = 1.03$ y $t = 1.0 \times 10^9$ años usando teorías de pulsación y de evolución en forma independiente. Dawei et al. (1993) confirman el cambio de período de DY Her basándose en estudios de Mahdy et al. (1980),

donde recopiló 60 tiempos de máximo para la variable desde 1938 hasta 1979. En este trabajo incluyen 3 tiempos de máximo en 1981, llegando a 63. Yang (1993) hizo una recopilación de aproximadamente 30 años de observaciones determinando la variación del período de 18 estrellas variables. Entre ellas DY Her con período $P_v = 0.414863130$, $P = -5.2 \pm 0.6 \times 10^{-3}$ y variación de razón de período de $P/P_v = 3.5 \times 10^{-8}$. Milone, E. F. et al. (1994) obtuvieron de la fotometría óptica e infrarroja, el radio y la luminosidad bolométrica promedio usando representaciones de Fourier para las curvas de luz y para la velocidad radial, derivando un valor del radio mínimo de 60 combinaciones de flujo e índice de color. De estos adoptaron un valor medio para el radio mínimo $R_{min} = 2.77 \pm 0.20 R_\odot$; cuando se combinó con la temperatura efectiva de Breger et al. (1978), encontraron una luminosidad bolométrica promedio $\langle L_B \rangle = 21.70 L_\odot$ y una magnitud absoluta promedio $\langle M_B \rangle = 1.41^m$.

DY Peg.- Su variabilidad fue descubierta por Morgenroth (1934). Posteriormente Soloviev (1938) hizo las primeras observaciones visuales determinando el período. Nuevas observaciones visuales las hicieron Ahnert (1938, 1939), Baecilian et al. (1940), Batryev (1953, 1955, 1962), etc. En Rodríguez (1989) hay un gran número de referencias. La investigación más completa de observaciones visuales fue la de Grigorevsky et al. (1960) quienes obtuvieron 3061 estimaciones visuales recopilando más de 500 máximos visuales hasta el año 1958, dando una efemérides lineal y un período de 0.40729263729 . De acuerdo con estas observaciones la estrella muestra variaciones en las amplitudes de los máximos (del orden de 0.3^m) en la curva de luz.

Las primeras observaciones fotoeléctricas las obtuvo Hiltner en 1952 y Hardie et al. (1958) donde presentan las primeras curvas de luz completas para DY Peg en el sistema UBV. Se hicieron nuevas observaciones fotoeléctricas desde 1966 hasta 1975 por varios autores que, en forma independiente, buscaban confirmar las variaciones en la curva de luz. Quigley et al. (1979) obtienen una efemérides con un término cuadrático negativo que predice una disminución del período de la estrella a una razón promedio de $0.02 \text{ seg } \text{siglo}^{-1}$. Breger (1979 y 1980) hace un extenso estudio de algunos parámetros y del estado evolutivo de estas estrellas, para BP Peg: $P = 0.073$ y $\langle \log g \rangle = 4.0$. Mahdy et al. (1980) hacen una recopilación de todos los tiempos de máximo disponibles. Peña et al. (1986) obtienen un decrecimiento en el período $\frac{d \ln P}{dt} = -3.020 \times 10^{-8} \text{ yr}^{-1}$, consistente con los modelos teóricos de pre-ana blanca de $0.2 M_\odot$, en contraste con los cambios bruscos sugeridos por Percy (1975) y Mahdy et al. (1980). En este artículo también se presentan los valores de parámetros como: $M = 0.23 - 4 M_\odot$, $T = 7400 - 7600 \text{ K}$, $\log g = 3.60$ y $M_v = 3.62^m$.

Andreasen (1983) hace una comparación de secuencias evolutivas teóricas con datos observacionales de las variables δ Scuti y SX Phe, obteniendo una serie de parámetros. Rodríguez (1989) presenta observaciones de DY Peg en el sistema fotométrico $uvby-\beta$, determinando el período ($P = 0.0729^d$), la abundancia ($\delta m_1 = 0.047^m$) y movimientos espaciales grandes. Rodríguez et al. (1990) presentan los siguientes parámetros: $R = 2.28 R_\odot$, $M = 1.46 M_\odot$, $M_{bol} = 1.71$ usando teorías de pulsación y evolución en forma independiente. Recientemente Kilambi et al. (1993) presentan observaciones fotométricas en el sistema UBV determinando las curvas de luz, $M = 2.14 M_\odot$, $R = 2.19 R_\odot$, $\langle \log g \rangle = 4.09$ y variaciones de temperatura sobre un ciclo

de pulsación dando una temperatura promedio $T_e = 7775$ K, $M_v = 2.21^m$, $M_{bol} = 1.54^m$, $\log Q = -1.501$ y $D = 360$ pc. Rodríguez et al. (1993 y 1995) presentan las curvas de luz de estrellas variables de la fotometría uvby- β , hacen una recopilación de cambios de período en estas estrellas y comparan con diferentes trayectorias evolutivas dentro de la franja baja de inestabilidad.

YZ Boo.- La variabilidad de YZ Boo fué descubierta por Hoffmeister (1949): clasificándola como una estrella RR. Eggen (1955) obtuvo observaciones fotoeléctricas; posteriormente Broglia y Masani (1957) y Spinrad (1959) obtuvieron observaciones en dos colores. Heiser y Hardie (1964) hicieron fotometría fotoeléctrica de tres colores en el sistema UBV. Gieren et al. (1974) realizan observaciones en el sistema UBV de tres ciclos subsecuentes y advierten cambios en la forma, amplitud y luminosidad en esta estrella y proponen una efemérides lineal a través de datos recopilados de los tiempos de máximo desde 1955 hasta 1974. Estudios posteriores los hicieron Szeidl y Mahdy (1981) encontrando un cambio de período en YZ Boo. Jonev y McNamara (1983) obtuvieron la fotometría de esta estrella en los sistemas fotométricos UBV y uvby- β derivando sus parámetros físicos: $T_e = 7590$ K, $\log g = 3.95$, $[Fe/H] = -0.025$, $M_{bol} = +1.7$ y $V_{rad} = -20$ $km\ s^{-1}$, llegaron a la conclusión de que YZ Boo era una cefeída enana de población I y pulsa en el modo fundamental que, de acuerdo con Breger (1979), se podría considerar como una estrella δ Scuti.

El cambio de período puede dar información sobre el estado evolutivo de la estrella; primero lo estudiaron Szeidl y Mahdy (1981). Posteriormente Peniche et al. (1985) determinan este cambio de período dado por $\frac{dP}{dt} = \pm 3.26 \times 10^{-8}$ días. Andreasen (1983) presenta nuevas secuencias teóricas de evolución estelar incluyendo análisis de pulsación para modelos, en la parte baja de la franja de inestabilidad y las compara con datos observacionales de las variables δ Scuti determinando los siguientes parámetros: $\log P = -0.983$, $T_e = 7656$ K, $\log g = 3.97$, $[Fe/H] = -0.1$, $M = 1.78 M_{\odot}$, $M_{bol} = 1.4$ y $t = 0.96 \times 10^9$ años. Jiang (1986) recopiló todas las observaciones publicadas hasta 1984 de los cambios de período de YZ Boo, encontrando una nueva efemérides con un término cuadrático. Shi-Yang (1993) hace una recopilación de 30 años de 18 estrellas que presentan variación en el período $\frac{dP}{dt} = 2.9 \times 10^{-8}$ días, donde el período es de $P_0 = 0.104091579^d$. Recientemente Kim y Jonev (1994) reportan observaciones fotométricas en el sistema Cousin VR_c de cuatro cefeídas enanas, obteniendo las curvas de luz. En otro artículo de los mismos autores, presentan el análisis de esas curvas de luz obtenidas en el artículo anterior, donde reportan un período $P = 0.^d104$ y una magnitud $\Delta V = 0.^m5$. Derivan la relación empírica entre el parámetro estelar de brillo superficial (F_v) y el color ($V - R_c$) en el sistema de Cousins. Los parámetros promedio que determinan son: temperatura efectiva, $< T_e > = 7410$ K, gravedad superficial $< \log g > = 3.71$ y metalicidad, $[M/H] = -0.025$.

4.2. Determinación de parámetros físicos

La obtención de parámetros como la temperatura efectiva (T_e) y gravedad superficial ($\log g$) se hace a partir de los datos fotométricos reducidos al sistema estándar, corregidos por extinción interestelar. Los

índices de Strömgren se desentrañan en la sección 3.3 usando los criterios de Nissen (1988) y Crawford (1975, 1979). La ventaja de usar este sistema es que se obtienen observaciones simultáneas en los filtros *uvby* y casi simultánea en los filtros *u* y *w* que definen el índice *Hβ*, cada conjunto separados temporalmente en no más de 2 minutos.

Lo anterior, implica una mayor rapidez que es un factor importante para el estudio de las estrellas variables, sobre todo si el período de pulsación es pequeño. También nos permite tomar un número suficiente de puntos a lo largo de la curva de luz. Por otra parte, la medida simultánea en las diferentes bandas nos permite tener precisión al obtener los índices de color, evitando problemas de interpolación, agravada si existe más de una frecuencia; como consecuencia, la fotometría presentada en este trabajo muestra la variación real de las características físicas de las estrellas a lo largo del ciclo de pulsación.

El mejor camino para estudiar estrellas individuales es obtener un espectro de alta resolución, observar la distribución de energía espectral, e investigar las condiciones físicas en las atmósferas con la ayuda de modelos detallados. En la práctica, esto solo es posible para estrellas brillantes; para el estudio de objetos más débiles, se usan los métodos de baja resolución y la fotometría multicolor. Si el sistema fotométrico usado está bien definido y calibrado, éste proporcionará un camino eficiente para investigar las condiciones físicas en la atmósfera de las estrellas donde los datos de alta resolución no están disponibles. Con los modelos de atmósferas de Kurucz (1978) es posible calibrar teóricamente fotometría de banda intermedia y ancha de modelos de estrellas de tipo temprano con alta aproximación.

Kurucz(1978) calculó una malla de modelos de atmósferas para estrellas: G, F, A, B y O que incluye la opacidad para 900.000 líneas atómicas en la forma de funciones de distribución. Muchos modelos más fríos que 8500 K incluyen flujo convectivo con una razón de longitud de mezclado a escala de presión de altura $l/H = 2.0$ y todos los modelos suponen una velocidad de microturbulencia de 2 Km/s . En los modelos se toma la abundancia solar $[Fe/H] = \log A = 0.00$, el rango de temperaturas va desde 5500 K hasta 50.000 K. Las gravedades superficiales van aproximadamente desde la secuencia principal hasta el límite de la presión de radiación en intervalos de 0.5 en $\log g$. También considera abundancias de 0.1 y 0.01 de la abundancia solar para los modelos. No se incluyen los efectos fuera de equilibrio termodinámico local (LTE), por lo que los modelos de altas temperaturas y bajas gravedades podrían ser sistemáticamente erróneos.

Con los índices desentrañados ($b - y)_0$ y c_{10} , además usando las calibraciones de atmósferas estelares de Bregier(1974), para estrellas variables a partir del sistema *uvby-β*, basados en los modelos de Kurucz (1978), se determinan la T_e y $\log g$ a lo largo del ciclo de variabilidad de cada estrella.

4.3. Resultados y análisis

En la tabla 1 se presentan los coeficientes de transformación al sistema estándar para cada temporada calculados a partir de las ecuaciones (3.5).

La tabla 2 muestra las incertidumbres de la transformación del sistema instrumental al sistema estándar en los índices de color V , $(b-y)$, m_1 , c_1 y β de las estrellas estándares.

En las tablas 3a, 3b, 3c, 3d y 3e se presenta para las estrellas problema la fotometría referida al sistema estándar $(vby-\beta)$, el día juliano heliocéntrico (HJD) y la fase. Las fases entre 0.85 y 0.90 (de gran aceleración) se eliminaron como sugiere Breger (1978) porque las estrellas muestran un aumento en la gravedad debido a la repentina aceleración en la atmósfera y los efectos de aceleración y desaceleración se cancelan para una gravedad promedio sobre un ciclo completo. Las tablas están ordenadas en forma decreciente con respecto al HJD. En las dos primeras columnas se da el nombre y la fase de la estrella, en las siguientes columnas se dan las magnitudes e índices de color en el sistema estándar: V , $(b-y)$, m_1 , C_1 y β respectivamente y en la última columna se muestra el día juliano heliocéntrico (HJD).

Las tablas 4a, 4b, 4c, 4d y 4e muestran las magnitudes absolutas e índices de color desenojeados para cada estrella, ordenadas en forma decreciente con respecto al HJD. Las dos primeras columnas muestran el nombre de la estrella y el HJD, las siguientes columnas muestran los índices desenojeados $(b-y)_0$, m_{10} y c_{10} respectivamente, en la última columna se da la magnitud absoluta.

En la primer tabla 5a se muestra la calibración teórica del diagrama c_{10} , $(b-y)_0$ publicada por Breger(1977) y en la segunda la calibración teórica del mismo diagrama de Lester et al.(1986), éstas las utilizamos para graficar los datos obtenidos para cada estrella. La primera columna muestra la temperatura en el intervalo de 6000 a 9000 K, la segunda columna muestra el logaritmo de la gravedad en el intervalo de 3.0 a 4.5. Las tres últimas columnas dan los índices desenojeados $(b-y)_0$, c_{10} y el índice β . En esta calibración se usó para la primer tabla la metalicidad del sol y para la segunda de un décimo de la metalicidad solar.

En la tabla 5b se muestra la calibración teórica de la constante pulsacional Q y los modos de pulsación (Breger,1979), la cual utilizamos para determinar los modos de pulsación de cada estrella. La primer columna muestra el modo de pulsación, la segunda y tercera columnas muestran el período y la constante de pulsación Q , finalmente la cuarta columna da las razones de períodos esperados.

La tabla 6 resume los parámetros encontrados de la fotometría y del diagrama c_{10} , $(b-y)_0$ obtenido de la tabla 5. En la primer columna se da el nombre de la estrella, en las siguientes columnas se muestra la metalicidad $[Fe/H]$, la temperatura efectiva T_e , la magnitud absoluta M_e , la amplitud ΔV y la constante de pulsación Q respectivamente. Los valores medios de la temperatura y gravedad se determina de las mallas del modelo empírico (tabla 5), la amplitud de las curvas de luz y la constante de pulsación Q de la ecuación (3.14).

La comparación de los resultados obtenidos en este trabajo para cada estrella y los publicados en la literatura se muestran en la tabla 7. La primera y segunda columnas muestra el nombre de la estrella y el

autor que presenta los parámetros promedio de: $[Fe/H]$, $\log T_e$, $\log g$, y T_e , respectivamente. El propósito de ésta es el de comparar nuestros resultados con los publicados por otros autores, de donde se puede ver que el parámetro que más difiere es la metalicidad, sin embargo, los valores de la temperatura y la gravedad son similares a los otros valores publicados.

Los parámetros obtenidos de la fotometría desenojceada, del diagrama c_{10} y $(b-y)_0$ y de la ecuación (3.14) son los siguientes:

BP Peg. En la tabla 3a está contenida la fotometría de esta estrella, donde $HJD = 244.6673.81384^d$ y $HJD = 244.6674.80386^d$ (de la observación de dos días consecutivos) y sus respectivas fases durante un ciclo completo. Con los índices desenojceados (tabla 4a) y la figura 3a se obtienen los siguientes parámetros promedio de BP Peg1 y BP Peg2: $\langle E(b-y) \rangle = +0.0464$, $\langle (m-M) \rangle = 9.32$, $\langle D \rangle = 751.42$ pc, $\langle [Fe/H] \rangle = 0.7637$, $\langle T_e \rangle = 7600$ K, $\langle \log g \rangle = 4.16$, $\langle M_v \rangle = 2.45^m$.

CY Aqr. La tabla 3b muestra la fotometría de esta estrella, donde $HJD = 244.8894.69279^d$ y su fase correspondiente. De la tabla 4b y figura 3b se determinan los siguientes parámetros promedio: $\langle E(b-y) \rangle = +0.0490$, $\langle (m-M) \rangle = 8.99$, $\langle D \rangle = 645.03$ pc, $\langle [Fe/H] \rangle = -0.9040$, $\langle T_e \rangle = 7600$ K, $\langle \log g \rangle = 3.98$ y $\langle M_v \rangle = 1.60^m$.

DY Her. Para esta estrella la fotometría se muestra en la tabla 3c, donde $HJD = 244.6645.66972^d$, con su fase correspondiente. De la tabla 4c y figura 3c se determinan los parámetros promedio siguientes: $\langle E(b-y) \rangle = +0.0219$, $\langle (m-M) \rangle = 8.65$, $\langle D \rangle = 552.04$ pc, $\langle [Fe/H] \rangle = 0.5762$, $\langle T_e \rangle = 7400$ K, $\langle \log g \rangle = 3.97$ y $\langle M_v \rangle = 1.81^m$.

DY Peg. La tabla 3d muestra la fotometría y el $HJD = 244.8925.73038^d$, con su fase correspondiente. De la tabla 4d y figura 3d se derivan los parámetros promedio: $\langle E(b-y) \rangle = +0.0320$, $\langle (m-M) \rangle = 8.90$, $\langle D \rangle = 613.28$ pc, $\langle [Fe/H] \rangle = -0.5640$, $\langle T_e \rangle = 7500$ K, $\langle \log g \rangle = 3.86$ y $\langle M_v \rangle = 1.28^m$.

YZ Boo. La tabla 3e muestra la fotometría y el $HJD = 244.9427.87051^d$ con su respectiva fase. De la tabla 4e y figura 3e se determinan los parámetros promedio: $\langle E(b-y) \rangle = 0.0124$, $\langle (m-M) \rangle = 9.22$, $\langle D \rangle = 710.95$ pc, $\langle [Fe/H] \rangle = -0.3930$, $\langle T_e \rangle = 7275$ K, $\langle \log g \rangle = 3.62$ y $\langle M_v \rangle = 1.38^m$.

Eggen (1994) presenta un modelo empírico de parámetros fotométricos basado en observaciones de estrellas miembros de varios cúmulos, en modelos estelares convectivos (Bertelli et al., 1992) y en modelos de atmósferas estelares (Lester et al., 1986). La Figura 4 muestra la relación período-luminosidad (PL) para las variables cefeidas enanas de período ultracorto (USPC) menor que 0.3^d (δ Scuti). Las estrellas que están representadas por un círculo abierto se localizan en la línea 1H, mientras que los círculos cerrados se localizan en la línea F en el plano período, luminosidad. Las líneas paralelas representan las relaciones PL para los modos de pulsación para el fundamental (F) y primer armónico (1H) donde:

$$M_v = -2.80 \log P - 0.60 (F)$$

$$M_v = -2.80 \log P - 0.95 (1H)$$

Con la siguiente tabla de parámetros derivados y este diagrama las estrellas de interés se grafican y se puede ver que las estrellas CY Aqr y DY Peg se localizan en la línea de las estrellas que pulsan en el primer armónico, mientras que las estrellas BP Peg y DY Her se sitúan en la línea de las estrellas que pulsan en el modo fundamental y YZ Boo se localiza entre el modo fundamental y el primer armónico.

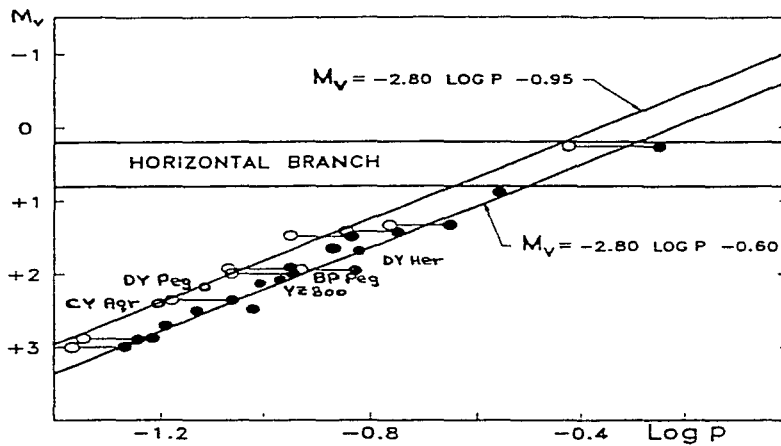


Figura 4 Relación empírica PL para determinar el modo de pulsación

Parámetros derivados

ESTRELLA	M_{bol}	P	$\log P$	T_c	$\log T_c$
BP Peg	2.32	0.1095	-0.9605	7600	3.881
CY Aqr	1.38	0.0610	-1.2147	7600	3.881
DY Her	1.71	0.1486	-0.8280	7400	3.869
DY Peg	1.15	0.0729	-1.1373	7500	3.875
YZ Boo	1.27	0.1041	-0.9825	7275	3.861

El modo de pulsación también lo determinamos usando la ecuación (3.14). Primero necesitamos calcular la corrección bolométrica (CB), ésta se obtuvo de las calibraciones de Lang (1991) para estrellas de tipo espectral A y F de la secuencia principal (V) de población I y población II dando: -0.13, -0.22, -0.10, -0.22 y -0.11 para : BP Peg, CY Aqr, DY Her, DY Peg y YZ Boo respectivamente.

Los valores de la constante de pulsación (Q) calculados de la ecuación 3.14 se comparan con los valores de la tabla 5b (Breger, 1979) y se determinan los modos de pulsación de cada estrella (Tabla 6) con los valores obtenidos de la tabla siguiente:

Valores de la constante de pulsación Q

ESTRELLA	Q	Modo
BP Peg	0.0597	Fundamental
CY Aqr	0.0216	2 ^{er} sobretono
DY Her	0.0551	Fundamental
DY Peg	0.0208	2 ^{er} sobretono
YZ Boo	0.0229	1 ^{er} sobretono

En general, los valores de la constante de pulsación Q para las estrellas δ Scuti presentan valores más altos que lo normal (valores esperados en la tabla 5b), esto podría ser explicado por la incertidumbre en la determinación del valor medio de los índices de color de estas estrellas debido a la gran amplitud y diferentes asimetrías de las curvas de luz que presentan.

Kim et al., (1989) presentan un diagrama basado en las secuencias de VandenBerg (1985) para $Z = 0.0169$ y $Y = 0.25$ para calcular las trayectorias evolutivas en el plano $\log T_c$, $\log P_0$ donde los números en las trayectorias dan el valor de las masas.

De la Figura 5 se obtienen los valores de las masas para cada estrella. $M_{DY Her} = 2 M_{\odot}$, $M_{BP Peg} = 1.85 M_{\odot}$, $M_{YZ Boo} = 1.7 M_{\odot}$. Los valores de las masas para DY Peg y CY Aqr estaría entre los valores de 1.7 y $1.85 M_{\odot}$, sin embargo estos modelos son válidos solo para estrellas de la población I y es necesario usar otro modelo de población II para determinar dichas masas.

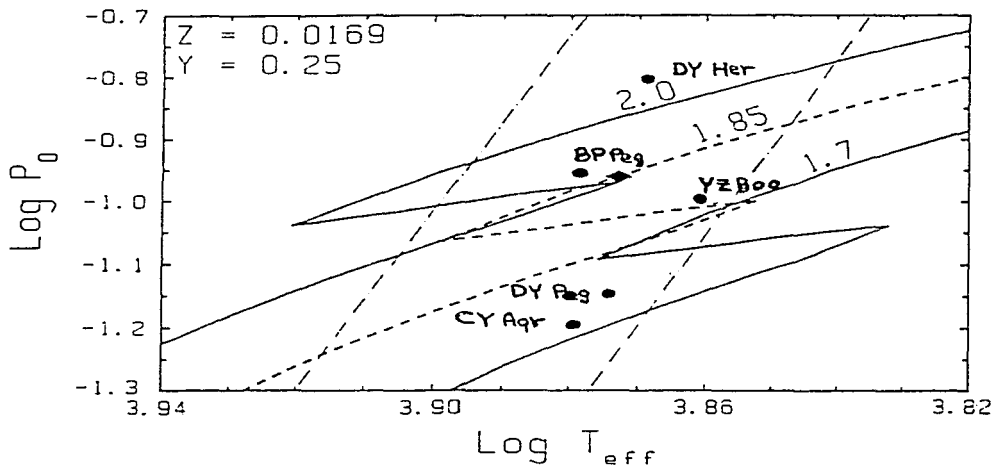


Figura 5 Trayectorias evolutivas de las variables en el plano $\log T_e$ - $\log P_0$

Dziembowski y Kozłowski (1974) presentan modelos para $X = 0.7$, $Z = 0.03$ (AI Vel y SX Phe), éstos consideran el núcleo de helio degenerado. La figura 6 muestra la relación $\log P$ vs. $\log T_e$ para las estrellas AI Vel donde los puntos que tienen etiquetas son graficados de acuerdo a los valores espectrofotométricos ($\log T_e$) de Bessel (1969), mientras que los demás puntos fueron derivados para $\log T_e$ de los índices de color (Erolov, 1970). Las dependencias teóricas fueron obtenidas para $M = 0.2$, 0.225 y $0.25 M_{\odot}$ y las secuencias evolutivas con $X = 0.2$, $Z = 0.03$ y $Z = 0.004$ para el modo fundamental (línea sólida) y el primer sobretono (línea punteada).

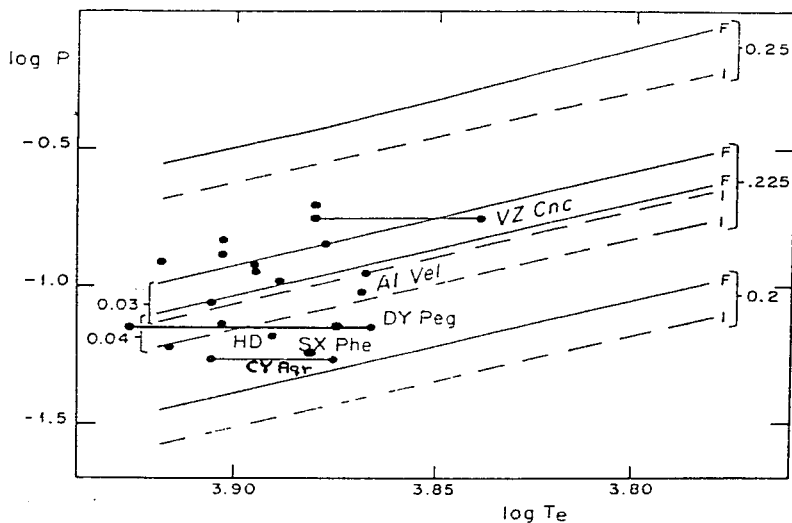


Figura 6 Posición de CY Aqr y DY Peg en el diagrama $\log T_e$ - $\log P$

Peña y Peniche (1986) derivan la masa para DY Peg de este diagrama obteniendo $M_{DY Peg} = 0.225 M_{\odot}$ y que pulsa en el primer sobretono además de que su contenido metálico es de $Z = 0.004$. Derivan otros parámetros como: $M_{bol} = 2.623$, $M = 0.23 M_{\odot}$ y $\log g = 3.60$. Usando el modelo de Stellingwerf (1979) obtienen los siguientes parámetros: $M = 0.1 M_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 7400$ K, $\log g = 3.59$, $M_{bol} = 2.551$ y que pulsa en el segundo sobretono con un período $P = 0.0705^d$. Finalmente concluyen que DY Peg es una estrella sublumínosa y submasiva como CY Aqr.

En este trabajo se determinan el modo de pulsación y la masa para CY Aqr y DY Peg de la figura 6, obteniendo: $M_{CY Aqr} = 0.21 M_{\odot}$, $M_{DY Peg} = 0.225 M_{\odot}$ y ambas pulsan en el segundo sobretono.

Finalmente, en la tabla 7 se presentan los resultados obtenidos en este trabajo para la metalicidad, temperatura y gravedad, y se comparan con los valores publicados en la literatura por varios autores.

Tabla 1. Coeficientes de transformación al sistema estándar

TEMP.	B	D	F	J	H	I	L
1986A	-0.3721	0.9424	1.0937	0.0106	0.8620	-0.0399	1.4752
1986B	-0.1100	0.9421	1.1111	-0.1159	0.9163	0.1390	1.2920
1992A	0.0144	0.9856	1.0193	0.0712	1.0124	0.0407	1.2774
1992B	-0.1415	0.9305	1.0489	-0.0033	1.0314	0.1213	1.3874
1994	0.0094	0.9902	0.7342	0.0455	1.0470	0.1650	1.1852

Tabla 2. Incertidumbres en los índices de color V , $b-y$, m_1 , c_1 y β

TEMP.	EST	δV	$\delta(b-y)$	δm_1	δc_1	$\delta \beta$
1986A	BPPeg	0.017	0.011	0.011	0.013	0.009
1986B	DYHer	0.009	0.008	0.007	0.011	0.005
1992A	DYPeg	0.023	0.013	0.024	0.039	0.022
1992B	CYAqr	0.021	0.008	0.007	0.010	0.007
1994	YZBoo	0.015	0.013	0.017	0.018	0.005

4.4. Curvas de Luz y comparación de los resultados con datos de la literatura

En las figuras 1a, 1b, 1c, 1d y 1e se muestran las curvas de luz para cada índice de color y magnitudes contra el día juliano heliocéntrico, para cada estrella (V , $(b-y)$, m_1 , C_1 , β vs. HJD).

En las figuras 2a, 2b, 2c, 2d y 2e se presentan las curvas de luz para cada índice de color y magnitudes desenojeados contra el día juliano heliocéntrico (V_0 , $(b-g)_0$, M_{10} , C'_{10} , β vs. HJD).

En los diagramas teóricos c_{10} , $(b-g)_0$ para estrellas de tipo espectral A y F donde las líneas verticales representan las diferentes temperaturas y las horizontales dan los valores de la gravedad. En este modelo se supone abundancia solar y la edad cero de secuencia principal (ZAMS) está situada en $\log g = 4.33$. Este modelo se usa en BP Peg y DY Her. Para CY Aqr y DY Peg se usa otro modelo que considera una abundancia de un décimo de la solar y finalmente para YZ Boo se considera un modelo de una abundancia de tres décimos de la solar (Lester et al. (1986)). En 3a, 3b, 3c, 3d y 3e se muestran las fases durante los ciclos de pulsación de cada estrella, donde la fase cero corresponde al máximo de luz de cada curva. De las mallas se determinan los intervalos de temperatura y gravedad superficial para cada estrella.

La variación de las magnitudes e índices de color se presenta a continuación:

BP Peg. De las figuras 1a y 2a se ve que la amplitud en el primer diagrama (V_0, HJD) es de $\Delta V = 0.4^m$, también se muestran los índices de la fotometría y los índices desenojeados ($(b-y)$, m_1 , c_1 , β y el diagrama ($V, b-y$). De las figuras 2a (sexta gráfica) y 3a se puede ver el ciclo de variación de esta estrella, donde se consideran los valores promedio de las dos noches. También se obtiene el intervalo de temperatura y gravedad: $7000 < T_e < 8200 K$ y $3.9 < \log g < 4.33$.

CY Aqr. De las figuras 1b y 2b se obtiene la amplitud $\Delta V = 0.7^m$, se muestra la variación de cada índice (fotométricos y desenojeados). De las figuras 2b (6ta de la gráfica) y 3b se ve el ciclo de variación y los intervalos de temperatura y gravedad: $6700 < T_e < 8500 K$ y $3.5 < \log g < 4.2$.

DY Her. De las figuras 1c y 2c se obtiene el valor de la amplitud $\Delta V = 0.57^m$, donde se muestra la variación de cada índice. Las figuras 2c (6ta de la gráfica) y 3c muestra el ciclo de variación y los intervalos de temperatura y gravedad son: $6900 < T_e < 7900 K$ y $3.65 < \log g < 4.15$.

DY Peg. De las figuras 1d y 2d se obtiene el valor de la amplitud $\Delta V = 0.557^m$ y la variación de cada índice. En las figuras 2d (6ta gráfica) y 3d se muestra el ciclo de variación y los intervalos de temperatura y gravedad son: $6800 < T_e < 8200 K$ y $3.25 < \log g < 4.1$.

YZ Boo. De las figuras 1e y 2e se obtiene el valor de la amplitud $\Delta V = 0.50^m$ y la variación de cada índice. En las figuras 2e (6ta gráfica) y 3e se ve el ciclo de variación y los intervalos de temperatura y gravedad son: $6800 < T_e < 7750 K$ y $3.3 < \log g < 3.8$.

CONCLUSIONES

Se ha realizado fotometría uvbyz para las estrellas tipo cefeidas enanas (SX Phe): CY Aqr y DY Peg, además para las estrellas δ Set: BP Peg, DY Her y YZ Boo.

Se obtuvieron parámetros físicos como temperatura efectiva y gravedad superficial así como metalicidad, magnitud absoluta y distancia para cada estrella, obteniendo valores semejantes a los publicados en la literatura. En particular, CY Aqr y DY Peg muestran baja metalicidad, característica de estrellas de población II, mientras que DY Her muestra metalicidad característica de población I. Para BP Peg se encontró una metalicidad diferente a la publicada por otros autores aunque ésta es característica de población I. YZ Boo muestra una metalicidad cercana a la población solar por lo que también puede considerarse de población I.

De acuerdo a los valores obtenidos de la constante de pulsación Q y, a la posición en las figuras 4, 5 y 6, se determina que las estrellas BP Peg, DY Her y YZ Boo pulsan en el modo fundamental (F), mientras que las estrellas CY Aqr y DY Peg pulsan en el segundo sobretono (2H). Los valores de las masas obtenidos son: $M_{BP\ Peg} = 1.85 M_{\odot}$, $M_{CY\ Aqr} = 0.21 M_{\odot}$, $M_{DY\ Her} = 2.1 M_{\odot}$, $M_{DY\ Peg} = 0.225 M_{\odot}$ y $M_{YZ\ Boo} = 1.7 M_{\odot}$. La comparación entre las teorías de pulsación y evolución pone de manifiesto la concordancia en la constante de pulsación obtenida por ambos métodos.

Con las teorías de pulsación y evolución es posible determinar parámetros físicos como el modo de pulsación, que se calculó a través de la relación empírica (3.14) y, por otro lado usando los modelos evolutivos ($\log P$, $\log T_e$) obteniendo resultados semejantes. De lo anterior se encontró que solo las estrellas BP Peg, DY Her y YZ Boo son estrellas δ Scuti y se ajustan a los resultados obtenidos por otros autores, excepto en el valor de la metalicidad encontrado para YZ Boo. Por otro lado CY Aqr y DY Peg parecen ser un tipo de estrellas SX Phe de población más vieja que la de las δ Scuti. Estas estrellas pueden ser descritas siguiendo el hecho de que se encuentran en un estado evolutivo más avanzado el cual podría corresponder a pre-enanas blancas que generan su energía a través del quemado de hidrógeno. Lo anterior se concluye porque se localizan por debajo de la secuencia principal y entonces no pueden ser estrellas jóvenes de población I.

Por otra parte, este trabajo es una aportación al extenso tema de las estrellas variables pulsantes de corto período. También se pretende que sea una motivación para seguir en la investigación de este interesante problema. Igualmente, las curvas de luz presentadas servirían para estudiar la estabilidad secular de las pulsaciones de estas estrellas.

APENDICE I
TABLAS DE DATOS Y CURVAS DE LUZ

Tabla 3a. Fotometría $u\text{-}b\text{-}g$ - β de la estrella **BP Peg1**

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_1	c_1	β	HJD 244 6673+
BP Peg	0.0052	12.042	.246	.197	.715	2.770	.81384
	0.0304	12.059	.246	.204	.697	2.719	.81661
	0.0432	12.063	.252	.196	.696	2.738	.81801
	0.0547	12.086	.248	.200	.695	2.720	.81927
	0.0661	12.081	.249	.203	.700	2.693	.82052
	0.0944	12.096	.259	.180	.729	2.720	.82362
	0.1074	12.096	.258	.204	.686	2.746	.82504
	0.1183	12.115	.256	.184	.714	2.746	.82623
	0.1388	12.134	.246	.220	.679	2.738	.82848
	0.1499	12.129	.251	.213	.683	2.706	.82970
	0.1614	12.130	.254	.206	.674	2.751	.83096
	0.1727	12.113	.274	.187	.677	2.689	.83219
	0.1844	12.149	.244	.224	.681	2.733	.83347
	0.2124	12.157	.241	.229	.669	2.719	.83654
	0.2236	12.149	.250	.220	.662	2.718	.83777
	0.2345	12.146	.254	.214	.661	2.706	.83896
	0.2472	12.163	.230	.256	.649	2.697	.84035
	0.2611	12.154	.253	.206	.655	2.690	.84188
	0.2725	12.137	.268	.193	.661	2.744	.84313
	0.3117	12.163	.234	.256	.637	2.711	.84742
	0.3250	12.153	.249	.228	.628	2.733	.84888
	0.3384	12.138	.264	.199	.645	2.728	.85034
	0.3521	12.147	.246	.235	.627	2.737	.85185
	0.3866	12.126	.243	.224	.639	2.748	.85562
	0.3981	12.107	.238	.220	.666	2.728	.85688
	0.4093	12.085	.248	.212	.661	2.768	.85811
	0.4344	12.067	.221	.247	.645	2.806	.86086
	0.4455	12.029	.231	.231	.667	2.757	.86208
	0.4571	12.003	.233	.213	.678	2.745	.86335
	0.4690	11.992	.208	.249	.667	2.733	.86465
	0.4806	11.961	.203	.249	.709	2.775	.86592
	0.5054	11.883	.192	.247	.723	2.793	.86864
	0.5165	11.850	.180	.244	.783	2.792	.86986
	0.5279	11.813	.184	.237	.766	2.781	.87110
	0.5391	11.791	.164	.257	.787	2.805	.87233
	0.5514	11.747	.169	.243	.805	2.816	.87368
	0.5631	11.725	.154	.267	.812	2.835	.87496
	0.5885	11.699	.154	.248	.841	2.844	.87774
	0.6003	11.686	.159	.242	.847	2.833	.87903
	0.6121	11.693	.156	.245	.854	2.853	.88033
0.6245	11.694	.158	.243	.853	2.809	.88169	
0.6457	11.807	.190	.209	.845	2.774	.88446	
0.6609	11.706	.159	.244	.861	2.818	.88567	

0.6748	11.816	.186	.231	.841	2.824	.77765
0.6863	11.830	.173	.255	.819	2.798	.77891
0.6894	11.733	.162	.254	.844	2.820	.88880
0.7012	11.738	.169	.267	.809	2.796	.89009
0.7141	11.762	.163	.259	.827	2.818	.89150
0.7250	11.764	.186	.221	.835	2.836	.89270
0.7361	11.784	.176	.248	.825	2.836	.89391
0.7491	11.807	.182	.249	.796	2.779	.89534
0.7669	11.873	.219	.191	.806	2.784	.78774
0.7765	11.839	.194	.234	.801	2.766	.89834
0.7779	11.905	.207	.200	.798	2.799	.78895
0.7889	11.906	.209	.208	.804	2.799	.79015
0.7915	11.851	.200	.229	.798	2.806	.89998
0.8032	11.873	.199	.235	.777	2.742	.90126
0.8137	11.926	.207	.231	.769	2.741	.79287
0.8167	11.868	.207	.230	.787	2.781	.90274
0.8251	11.934	.219	.199	.789	2.775	.79412
0.8385	11.941	.226	.206	.759	2.771	.79558
0.8430	11.916	.204	.240	.761	2.803	.90562
0.8505	11.951	.226	.201	.769	2.750	.79690
0.8544	11.910	.214	.237	.753	2.767	.90687
0.8790	11.971	.235	.183	.760	2.738	.80002
0.8904	11.986	.219	.216	.776	2.731	.80127
0.9200	11.989	.252	.172	.747	2.764	.80451
0.9318	12.007	.244	.185	.757	2.780	.80580
0.9431	12.023	.228	.221	.719	2.710	.80704
0.9699	12.046	.221	.246	.697	2.731	.80998
0.9815	12.051	.219	.245	.714	2.736	.81125
0.9936	12.057	.226	.231	.705	2.733	.81258

Tabla 3a. Fotometría *uoby* - β de la estrella BP Peg2

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_1	c_1	β	HJD 2446674+
BP Peg							
	0.0429	12.093	.257	.175	.729	2.742	.80386
	0.0565	12.094	.264	.160	.738	2.749	.80535
	0.1271	12.129	.259	.184	.698	2.718	.81309
	0.1393	12.136	.259	.186	.708	2.702	.81442
	0.2027	12.147	.257	.207	.669	2.722	.82137
	0.2166	12.146	.274	.164	.692	2.731	.82289
	0.2301	12.148	.258	.185	.703	2.737	.82437
	0.3172	12.108	.266	.159	.700	2.755	.83391
	0.3293	12.108	.244	.205	.680	2.780	.83524
	0.4007	12.041	.230	.198	.722	2.770	.84306
	0.4484	11.976	.210	.217	.721	2.783	.84829
	0.4602	11.953	.209	.200	.754	2.796	.84958
	0.5115	11.846	.204	.188	.820	2.803	.85520
	0.5487	11.801	.188	.200	.841	2.823	.85927
	0.6113	11.776	.195	.191	.847	2.836	.86613
	0.6240	11.778	.192	.204	.846	2.801	.86752
	0.6450	11.784	.171	.236	.844	2.809	.76028
	0.6514	11.792	.188	.211	.830	2.831	.87052
	0.6897	11.809	.198	.197	.830	2.793	.87472
	0.6898	11.804	.190	.194	.862	2.801	.76519
	0.7016	11.822	.177	.230	.841	2.792	.76648
	0.7417	11.855	.205	.173	.856	2.787	.77087
	0.7551	11.844	.203	.207	.818	2.789	.88188
	0.7649	11.870	.219	.183	.810	2.781	.77341
	0.7801	11.883	.191	.222	.805	2.766	.88462
	0.7921	11.875	.216	.174	.815	2.766	.88594
	0.8195	11.931	.226	.176	.810	2.807	.77939
	0.8320	11.935	.242	.157	.810	2.753	.78076
	0.8442	11.952	.234	.174	.794	2.775	.78210
	0.8883	11.988	.237	.177	.779	2.732	.78693
	0.9011	12.005	.241	.173	.771	2.755	.78833
	0.9261	12.010	.249	.161	.769	2.750	.79107
	0.9800	12.061	.240	.202	.723	2.736	.79697
	0.9946	12.058	.255	.164	.751	2.768	.79857

Tabla 3b. Fotometría *u-by* - β de la estrella **CY Aqr**

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_1	c_1	β	HJD 2448894+
CY Aqr							
	0.0237	10.862	.220	.092	0.797	2.752	.69279
	0.0273	10.901	.197	.120	0.781	2.798	.63197
	0.0444	10.797	.194	.117	0.817	2.808	.69405
	0.0598	10.710	.175	.129	0.858	2.837	.69499
	0.0704	10.653	.160	.135	0.894	2.789	.63460
	0.0762	10.585	.162	.120	0.919	2.836	.69599
	0.0868	10.545	.132	.162	0.916	2.858	.63560
	0.1017	10.616	.089	.145	1.011	2.862	.63651
	0.1121	10.411	.130	.129	0.997	2.876	.69818
	0.1237	10.440	.118	.151	1.014	2.851	.63785
	0.1429	10.406	.120	.131	1.042	2.867	.70006
	0.1607	10.425	.126	.143	1.028	2.851	.64011
	0.1696	10.401	.133	.124	1.042	2.877	.70169
	0.1787	10.485	.120	.143	1.043	2.868	.64121
	0.2098	10.501	.135	.131	1.042	2.826	.64311
	0.2505	10.571	.147	.134	1.012	2.851	.64559
	0.2685	10.619	.151	.151	0.983	2.827	.64669
	0.2976	10.663	.177	.119	0.972	2.821	.64847
	0.3127	10.725	.171	.131	0.933	2.788	.64939
	0.3422	10.772	.191	.130	0.883	2.789	.65119
	0.3653	10.807	.202	.104	0.922	2.776	.65260
	0.3963	10.864	.210	.117	0.862	2.780	.65449
	0.4218	10.923	.219	.092	0.872	2.748	.65605
	0.4605	10.971	.220	.112	0.824	2.758	.65841
	0.5393	11.014	.243	.089	0.793	2.730	.66322
	0.5580	11.046	.248	.070	0.812	2.753	.66436
	0.7701	11.096	.259	.094	0.718	2.697	.67731
	0.8114	11.086	.273	.073	0.730	2.726	.67983
	0.8383	11.080	.264	.079	0.726	2.722	.68147
	0.8619	11.084	.264	.080	0.725	2.699	.68291
	0.9079	11.063	.266	.066	0.737	2.759	.68572

Tabla 3c. Fotometría *ucby* - β de la estrella Dy Her

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_1	c_1	β	HJD 2446645+
DY Her							
	0.00000	10.349	.159	.187	.955	2.786	.66972
	0.03101	10.400	.161	.188	.937	2.800	.67433
	0.06021	10.420	.172	.184	.925	2.792	.67867
	0.09210	10.436	.177	.197	.893	2.768	.68341
	0.12164	10.475	.192	.186	.875	2.760	.68780
	0.16315	10.498	.211	.172	.838	2.766	.69397
	0.19376	10.550	.203	.195	.821	2.732	.69852
	0.22202	10.555	.220	.176	.804	2.731	.70272
	0.25048	10.554	.227	.180	.796	2.743	.70695
	0.30350	10.597	.237	.182	.767	2.719	.71483
	0.33162	10.610	.232	.202	.742	2.734	.71901
	0.35571	10.629	.239	.205	.725	2.721	.72259
	0.38955	10.677	.245	.200	.721	2.720	.72762
	0.41263	10.725	.257	.187	.723	2.717	.73105
	0.43914	10.751	.253	.204	.698	2.714	.73499
	0.52438	10.790	.264	.198	.685	2.698	.74766
	0.55001	10.776	.262	.204	.673	2.703	.75147
	0.57935	10.776	.270	.204	.650	2.709	.75583
	0.60303	10.794	.272	.200	.653	2.698	.75935
	0.62981	10.832	.274	.206	.641	2.725	.76333
	0.68976	10.833	.267	.211	.636	2.720	.77224
	0.71647	10.804	.271	.205	.654	2.720	.77621
	0.78691	10.705	.244	.199	.677	2.731	.78668
	0.81604	10.707	.234	.217	.661	2.728	.79101
	0.83548	10.626	.231	.212	.696	2.749	.79390
	0.84948	10.605	.223	.214	.713	2.739	.79598
	0.86320	10.564	.219	.213	.719	2.755	.79802
	0.88736	10.496	.195	.223	.756	2.762	.80161
	0.90095	10.459	.196	.217	.779	2.763	.80363
	0.92120	10.482	.150	.242	.809	2.811	.80664
	0.93768	10.431	.143	.239	.860	2.785	.80909
	0.95504	10.404	.140	.240	.894	2.798	.81167
	0.97040	10.333	.149	.193	.950	2.809	.66532
	0.97994	10.415	.135	.231	.926	2.784	.81537
	0.99534	10.417	.139	.233	.923	2.802	.81766
	1.00000	10.476	.134	.239	.922	2.778	.82101
	1.00000	10.497	.140	.240	.906	2.791	.82415

Tabla 3d. Fotometría $u-by - \beta$ de la estrella DY Peg

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_1	c_1	β	HJD 2448925+
DY Peg	0.00000	10.059	.123	.150	1.070	2.857	.73038
	0.07171	10.137	.134	.149	1.056	2.823	.73561
	0.14356	10.257	.154	.155	0.988	2.813	.74085
	0.21309	10.360	.172	.150	0.947	2.782	.74592
	0.28302	10.446	.194	.137	0.899	2.780	.75102
	0.35803	10.497	.215	.118	0.885	2.766	.75649
	0.43098	10.546	.217	.127	0.836	2.735	.76181
	0.56550	10.603	.217	.139	0.800	2.735	.77162
	0.58524	10.600	.228	.133	0.794	2.725	.77306
	0.62419	10.607	.228	.122	0.810	2.708	.77590
	0.63749	10.615	.226	.123	0.810	2.725	.77687
	0.67218	10.610	.230	.132	0.772	2.734	.77940
	0.68905	10.610	.227	.118	0.810	2.733	.78063
	0.73348	10.581	.227	.118	0.811	2.745	.78387
	0.73837	10.589	.227	.126	0.791	2.727	.71130
	0.74842	10.572	.216	.133	0.784	2.754	.78496
	0.79240	10.520	.209	.137	0.809	2.759	.71524
	0.79902	10.520	.188	.154	0.806	2.762	.78865
	0.85113	10.388	.171	.154	0.871	2.817	.79245
	0.86219	10.346	.172	.146	0.902	2.819	.79233
	0.86799	10.329	.154	.153	0.922	2.821	.79368
	0.92746	10.117	.139	.142	1.018	2.853	.72509
	0.94643	10.182	.120	.162	1.008	2.839	.79940
	0.95973	10.136	.120	.163	1.008	2.846	.80037
	0.97331	10.116	.110	.168	1.027	2.841	.80136
	0.98770	10.088	.104	.176	1.028	2.842	.80241
	1.00000	10.079	.105	.160	1.065	2.848	.80337
	1.00000	10.084	.106	.167	1.075	2.831	.80741
	1.00000	10.100	.106	.175	1.060	2.828	.80845

Tabla 3c. Fotometría *uvby* - β de la estrella **YZ Boo**

NOMBRE	FASE	V	b-y	m_t	c_t	β	HJD 244 9427+
YZ Boo	0.00000	10.367	.134	.141	.969	2.810	.87051
	0.13296	10.454	.158	.139	.952	2.787	.88435
	0.19098	10.509	.168	.134	.954	2.760	.89039
	0.23902	10.546	.182	.126	.924	2.750	.89539
	0.36035	10.636	.198	.132	.871	2.754	.90802
	0.41166	10.669	.206	.139	.827	2.756	.91336
	0.46190	10.690	.205	.145	.810	2.739	.91859
	0.51330	10.728	.207	.138	.820	2.715	.92394
	0.56056	10.827	.207	.145	.799	2.716	.92886
	0.62205	10.754	.211	.146	.785	2.720	.93526
	0.67479	10.766	.208	.145	.781	2.737	.94075
	0.72561	10.783	.220	.130	.783	2.737	.94604
	0.72735	10.763	.223	.121	.786	2.722	.84213
	0.78258	10.700	.208	.139	.796	2.739	.95197
	0.83378	10.647	.190	.155	.782	2.755	.95730
	0.89469	10.528	.159	.152	.880	2.781	.96364
	0.93304	10.429	.142	.142	.938	2.805	.86354

Tabla 4a. Índices desenojeados y HJD de la estrella **BP Peg1**

NOMBRE	HJD 244 6673+	$(b - g)_n$	$m1_n$	$c1_n$	M_n
BP Peg	0.81384	0.177	0.218	0.701	2.90
	0.81661	0.217	0.213	0.691	2.13
	0.81801	0.204	0.210	0.686	2.59
	0.81927	0.216	0.210	0.688	2.17
	0.82052	0.247	0.204	0.700	1.34
	0.82362	0.212	0.194	0.720	1.87
	0.82504	0.199	0.222	0.674	2.81
	0.82623	0.196	0.202	0.702	2.56
	0.82848	0.205	0.232	0.671	2.75
	0.82970	0.234	0.218	0.680	1.93
	0.83096	0.196	0.223	0.662	2.99
	0.83219	0.251	0.194	0.672	1.44
	0.83347	0.208	0.235	0.674	2.61
	0.83654	0.221	0.235	0.665	2.39
	0.83777	0.222	0.228	0.656	2.13
	0.83896	0.235	0.220	0.657	2.15
	0.84035	0.253	0.249	0.654	2.00
	0.84188	0.253	0.206	0.655	1.70
	0.84313	0.203	0.213	0.648	3.01
	0.84742	0.235	0.256	0.637	2.50
	0.84888	0.214	0.239	0.621	3.08
	0.85034	0.215	0.214	0.635	2.81
	0.85185	0.211	0.245	0.620	3.19
	0.85562	0.202	0.236	0.631	3.26
	0.85688	0.213	0.236	0.661	2.62
	0.85811	0.184	0.231	0.648	3.35
	0.86086	0.155	0.267	0.632	4.07
	0.86208	0.192	0.243	0.659	3.13
	0.86335	0.200	0.223	0.671	2.87
	0.86465	0.210	0.248	0.667	2.73
	0.86592	0.173	0.258	0.703	3.02
	0.86864	0.157	0.257	0.716	3.17
	0.86986	0.152	0.252	0.777	2.61
	0.87110	0.163	0.243	0.762	2.60
	0.87233	0.141	0.264	0.782	2.77
	0.87368	0.131	0.254	0.797	2.78
	0.87496	0.114	0.279	0.804	2.93
	0.87774	0.104	0.263	0.831	2.77
	0.87903	0.112	0.256	0.838	2.59
	0.88033	0.095	0.263	0.842	2.75
	0.88169	0.132	0.251	0.848	2.24
	0.77446	0.160	0.218	0.839	1.78
	0.88567	0.124	0.255	0.854	2.30
	0.77765	0.121	0.251	0.828	2.55
	0.77891	0.144	0.264	0.813	2.38
	0.88880	0.124	0.266	0.836	2.48

0.89009	0.146	0.274	0.804	2.44
0.89150	0.127	0.270	0.820	2.61
0.89270	0.111	0.244	0.820	2.73
0.89391	0.112	0.267	0.812	2.82
0.89534	0.161	0.255	0.792	2.30
0.78774	0.156	0.210	0.793	2.29
0.89834	0.171	0.241	0.796	2.06
0.78895	0.145	0.219	0.786	2.58
0.79015	0.144	0.227	0.791	2.53
0.89998	0.139	0.247	0.786	2.69
0.90126	0.193	0.237	0.776	1.94
0.79287	0.194	0.235	0.766	1.99
0.90274	0.161	0.244	0.778	2.41
0.79412	0.165	0.215	0.778	2.30
0.79558	0.171	0.215	0.748	2.51
0.90562	0.146	0.258	0.749	2.98
0.79690	0.187	0.213	0.761	2.12
0.90687	0.175	0.249	0.745	2.51
0.80002	0.197	0.194	0.752	2.01
0.80127	0.200	0.222	0.772	1.70
0.80451	0.178	0.194	0.732	2.52
0.80580	0.164	0.209	0.741	2.67
0.80704	0.228	0.221	0.719	1.70
0.80998	0.208	0.250	0.694	2.42
0.81125	0.203	0.250	0.711	2.38
0.81258	0.206	0.237	0.701	2.39

Tabla 4a. Índices desenojeados y HJD de la estrella **BP Peg2**

NOMBRE	HJD 244 6674+	$(b - g)_n$	mL_n	cL_n	M_n
BP Peg					
	0.80386	0.198	0.193	0.717	2.37
	0.80535	0.191	0.182	0.723	2.38
	0.81309	0.217	0.197	0.690	2.10
	0.81442	0.234	0.194	0.703	1.57
	0.82137	0.217	0.219	0.661	2.46
	0.82289	0.209	0.184	0.679	2.46
	0.82437	0.204	0.201	0.692	2.50
	0.83391	0.190	0.182	0.685	2.81
	0.83524	0.172	0.227	0.666	3.36
	0.84306	0.176	0.214	0.711	2.83
	0.84829	0.166	0.230	0.712	3.04
	0.84958	0.152	0.217	0.743	2.93
	0.85520	0.140	0.207	0.807	2.45
	0.85927	0.121	0.220	0.828	2.54
	0.86613	0.110	0.217	0.830	2.63
	0.86752	0.139	0.220	0.835	2.18
	0.76028	0.132	0.248	0.836	2.32
	0.87052	0.116	0.233	0.816	2.73
	0.87472	0.147	0.212	0.820	2.21
	0.76519	0.137	0.210	0.851	2.04
	0.76648	0.146	0.239	0.835	2.09
	0.77087	0.149	0.190	0.845	1.88
	0.88188	0.151	0.223	0.808	2.25
	0.77341	0.158	0.201	0.798	2.20
	0.88462	0.171	0.228	0.801	2.03
	0.88594	0.170	0.188	0.806	1.94
	0.77939	0.137	0.203	0.792	2.59
	0.78076	0.181	0.175	0.798	1.79
	0.78210	0.165	0.195	0.780	2.26
	0.78693	0.199	0.188	0.771	1.70
	0.78833	0.183	0.190	0.759	2.17
	0.79107	0.187	0.180	0.757	2.12
	0.79697	0.202	0.213	0.715	2.30
	0.79857	0.175	0.188	0.735	2.54

Tabla 4b. Índices desentrojados y HJD de la estrella **CY Aqr**

NOMBRE	HJD 2448894+	$(b - g)_0$	m_{10}	c_{10}	M_0
CY Aqr					
	.69279	0.183	0.103	0.790	1.90
	.63197	0.148	0.135	0.771	2.72
	.69405	0.136	0.134	0.805	2.55
	.69499	0.108	0.149	0.845	2.54
	.63460	0.143	0.140	0.891	1.57
	.69599	0.103	0.138	0.907	1.98
	.63560	0.085	0.176	0.907	2.24
	.63651	0.072	0.150	1.008	1.43
	.69818	0.063	0.149	0.984	1.66
	.63785	0.081	0.162	1.007	1.29
	.70006	0.065	0.147	1.031	1.19
	.64011	0.079	0.157	1.019	1.16
	.70169	0.057	0.147	1.027	1.27
	.64121	0.064	0.160	1.032	1.19
	.64311	0.099	0.142	1.035	0.76
	.64559	0.081	0.154	0.999	1.30
	.64669	0.104	0.165	0.974	1.31
	.64847	0.110	0.139	0.959	1.34
	.64939	0.140	0.140	0.927	1.20
	.65119	0.145	0.144	0.874	1.67
	.65260	0.151	0.119	0.912	1.12
	.65449	0.154	0.134	0.851	1.72
	.65605	0.178	0.104	0.864	1.16
	.65841	0.175	0.125	0.815	1.74
	.66322	0.199	0.102	0.784	1.53
	.66436	0.180	0.090	0.798	1.77
	.67731	0.223	0.105	0.711	1.30
	.67983	0.208	0.092	0.717	2.00
	.68147	0.211	0.095	0.715	1.94
	.68291	0.219	0.094	0.716	1.30
	.68572	0.183	0.091	0.720	2.53

Tabla 4c. Índices desenrojecidos y HJD de la estrella DY Her

NOMBRE	HJD	$(b - y)_0$	m_{10}	c_{10}	M_{10}
DY Her	2446645+				
	.66532	0.122	0.201	0.945	1.37
	.66972	0.140	0.193	0.951	0.98
	.67433	0.130	0.197	0.931	1.35
	.67867	0.138	0.194	0.918	1.34
	.68341	0.160	0.202	0.890	1.26
	.68780	0.169	0.193	0.870	1.31
	.69397	0.167	0.185	0.829	1.73
	.69852	0.195	0.197	0.819	1.32
	.70272	0.197	0.183	0.799	1.45
	.70695	0.190	0.191	0.789	1.78
	.71483	0.211	0.190	0.762	1.50
	.71901	0.202	0.211	0.736	2.08
	.72259	0.212	0.213	0.720	1.93
	.72762	0.213	0.210	0.715	1.94
	.73105	0.217	0.199	0.715	1.85
	.73499	0.223	0.213	0.692	2.00
	.74332	0.259	0.204	0.679	1.25
	.74766	0.242	0.205	0.651	1.67
	.75147	0.237	0.211	0.668	1.95
	.75583	0.232	0.215	0.642	2.33
	.75935	0.244	0.208	0.647	1.99
	.76333	0.218	0.223	0.630	2.78
	.76751	0.265	0.204	0.638	1.59
	.77224	0.221	0.225	0.627	2.71
	.77621	0.220	0.220	0.644	2.54
	.78040	0.282	0.201	0.653	1.12
	.78466	0.245	0.207	0.662	1.81
	.78668	0.210	0.209	0.670	2.60
	.79101	0.214	0.223	0.657	2.67
	.79390	0.195	0.223	0.680	2.76
	.79598	0.201	0.220	0.709	2.46
	.79802	0.188	0.222	0.713	2.64
	.80161	0.179	0.228	0.753	2.41
	.80363	0.176	0.223	0.775	2.21
	.80664	0.134	0.247	0.806	2.66
	.80909	0.150	0.237	0.861	1.82
	.81167	0.136	0.241	0.893	1.70
	.81537	0.144	0.228	0.928	1.21
	.81766	0.130	0.236	0.921	1.50
	.82101	0.149	0.234	0.925	1.15
	.82415	0.141	0.240	0.906	1.49

Tabla 4d. Índices desenrojados y HJD de la estrella **DY Peg**

NOMBRE	HJD	$(b - y)_0$	m_1_0	c_1_0	M_0
DY Peg	244 8925+				
	.71130	0.201	0.134	0.786	1.48
	.71524	0.176	0.147	0.802	1.89
	.72033	0.119	0.162	0.891	1.95
	.72509	0.079	0.160	1.006	1.27
	.73038	0.070	0.166	1.059	0.85
	.73561	0.100	0.159	1.049	0.61
	.74085	0.115	0.167	0.980	1.08
	.74592	0.144	0.158	0.941	0.99
	.75102	0.150	0.150	0.890	1.39
	.75649	0.163	0.134	0.875	1.31
	.76181	0.192	0.135	0.831	1.26
	.77162	0.195	0.146	0.796	1.58
	.77306	0.202	0.141	0.789	1.40
	.77590	0.212	0.127	0.807	0.77
	.77687	0.201	0.131	0.805	1.26
	.77940	0.199	0.141	0.766	1.81
	.78063	0.196	0.127	0.804	1.45
	.78387	0.187	0.130	0.803	1.67
	.78496	0.182	0.143	0.777	2.04
	.78865	0.174	0.158	0.803	1.96
	.79245	0.123	0.168	0.861	2.20
	.79368	0.115	0.165	0.914	1.79
	.79940	0.091	0.171	1.002	1.21
	.80037	0.085	0.173	1.001	1.28
	.80136	0.088	0.175	1.022	1.06
	.80241	0.087	0.181	1.025	1.06
	.80337	0.078	0.168	1.060	0.79
	.80741	0.091	0.171	1.072	0.52
	.80845	0.095	0.178	1.058	0.62

Tabla 4e. Índices desenojados y HJD de la estrella **YZ Boo**

NOMBRE	HJD	$(b - g)_0$	$m1_0$	$c1_0$	M_v
YZ Boo	2449427+				
	.84213	0.205	0.126	0.782	1.40
	.86354	0.126	0.147	0.935	1.41
	.87051	0.119	0.145	0.966	1.21
	.88435	0.139	0.145	0.948	1.02
	.89039	0.161	0.136	0.953	0.59
	.89539	0.172	0.129	0.922	0.72
	.90802	0.174	0.139	0.866	1.26
	.91336	0.177	0.148	0.821	1.68
	.91859	0.192	0.149	0.807	1.59
	.92394	0.207	0.138	0.820	0.90
	.92886	0.208	0.145	0.799	1.12
	.93526	0.207	0.147	0.784	1.36
	.94075	0.196	0.149	0.779	1.80
	.94604	0.196	0.137	0.778	1.78
	.95197	0.193	0.143	0.793	1.71
	.95730	0.182	0.157	0.780	2.07
	.96364	0.151	0.154	0.878	1.57

Tabla 5a. Calibración del diagrama $c1_0$, $(b - g)_0$ para *s de tipo espectral A y F. $[Fe/H] = 0.0$

T_e (K)	$\log g$	$(b - g)_0$	$c1_0$	β
6000	4.10	0.354	0.338	2.624
6500	4.33	0.290	0.429	2.665
	4.00	0.287	0.498	2.665
	3.50	0.281	0.626	2.665
	3.00	0.274	0.769	2.665
7000	4.33	0.236	0.552	2.708
	4.00	0.231	0.648	2.708
	3.50	0.221	0.806	2.710
	3.00	0.210	0.972	2.710
7500	4.33	0.186	0.694	2.757
	4.00	0.178	0.807	2.754
	3.50	0.165	0.984	2.751
	3.00	0.150	1.184	2.751
8000	4.33	0.139	0.788	2.804
	4.00	0.126	0.914	2.806
	3.50	0.108	1.106	2.807
	3.00	0.093	1.282	2.807
8500	4.33	0.095	0.866	2.848
	4.00	0.083	0.989	2.849
	3.50	0.069	1.159	2.848
	3.00	0.059	1.303	2.848

Tabla 5a. Calibración del diagrama $c1$, $(b - g)$ para *s de tipo espectral A y F. $[Fe/H] = -1.0$

T_e (K)	$\log g$	$(b - g)$	$c1$	β
6000	4.50	0.320	0.271	2.619
	4.00	0.315	0.349	2.624
	3.50	0.309	0.453	2.631
	3.00	0.304	0.574	2.636
6500	4.50	0.263	0.367	2.663
	4.00	0.255	0.487	2.670
	3.50	0.246	0.627	2.678
	3.00	0.237	0.780	2.684
7000	4.50	0.211	0.499	2.717
	4.00	0.200	0.650	2.726
	3.50	0.187	0.817	2.734
	3.00	0.175	0.992	2.740
7500	4.50	0.162	0.640	2.779
	4.00	0.148	0.813	2.788
	3.50	0.132	0.995	2.794
	3.00	0.115	1.186	2.796
8000	4.50	0.117	0.769	2.842
	4.00	0.099	0.956	2.847
	3.50	0.077	1.149	2.846
	3.00	0.054	1.340	2.839
8500	4.50	0.071	0.874	2.893
	4.00	0.048	1.064	2.889
	3.50	0.031	1.236	2.877
	3.00	0.022	1.373	2.850
9000	4.50	0.027	0.942	2.913
	4.00	0.015	1.102	2.901
	3.50	0.007	1.235	2.873
	3.00	0.003	1.325	2.829

Tabla 5b) Valores radiales teóricos de la constante de pulsación Q

MODO DE PULS.	PERIODO (d)	Q (d)	P_i/P_{i-1}
Fundamental F	0.07861	0.0329	---
1 ^{er} Sobretono 1H	0.05985	0.0251	0.761
2 ^{do} Sobretono 2H	0.04846	0.0203	0.810
3 ^{er} Sobretono 3H	0.04095	0.0172	0.845

Tabla 6. Parámetros obtenidos de la fotometría y del diagrama $c1_n, (b-y)_n$

NOMBRE	$[F_c/H]$	$T_e (K)$	$\log g$	M_n	$\Delta V (m)$	Q (d)
BP Peg	+0.6775	7600	4.16	2.45	0.40	0.0597
CY Aqr	-0.9040	7600	3.98	1.60	0.70	0.0216
DY Her	+0.5762	7400	3.97	1.81	0.50	0.0551
DY Peg	-0.5640	7500	3.86	1.28	0.55	0.0208
YZ Boo	-0.3930	7275	3.62	1.38	0.50	0.0229

Tabla 7. Comparación de los resultados obtenidos con los publicados

ESTRELLA	AUTOR	$[Fe/H]$	$\log T_e$	$\log g$	T_e (K)
BP Peg	DG	+0.68	3.881	4.16	7600
	GKA	---	3.875	---	7499
	MB	---	---	---	---
	ER	0.00	3.877	3.87	7550
	MCN	-0.08	3.873	3.85	7470
CY Aqr	DG	-0.9	3.881	3.98	7600
	GKA	-0.6	3.898	4.13	7925
	MB	---	3.884	3.97	7670
	ER	-0.7	3.880	3.85	7590
	MCN	---	---	---	---
	PLC	---	3.893	3.947	7816
DY Her	DG	0.58	3.869	3.97	7400
	GKA	0.30	3.852	3.66	7128
	MB	---	3.866	3.87	7360
	ER	0.30	3.859	3.58	7244
	MCN	0.16	3.866	3.87	7360
	PLC	---	3.859	3.588	7244
DY Peg	DG	-0.56	3.875	3.86	7500
	GKA	-0.70	3.891	4.00	7798
	MB	---	3.889	3.98	7750
	ER	-0.6	3.896	3.956	7870
	MCN	---	3.892	4.00	7800
	PLC	---	3.896	3.956	7870
YZ Boo	DG	-0.39	3.861	3.62	7275
	GKA	-0.1	3.884	3.97	7656
	MB	---	---	3.97	---
	ER	---	3.879	3.795	7585
	JMCN	-0.25	3.880	3.95	7590
	KJ	---	3.869	3.71	7410
	PLC	---	3.880	3.795	7585

DG. D. González (1997)

GKA. G. K. Andreasen (1983)

MB. M. Breger (1980)

ER. E. Rodríguez (1989)

MCN. McNamara (1983)

PLC. P. López de Coca (1986)

KJ. Kim y Jener (1994)

BP Peg(1)

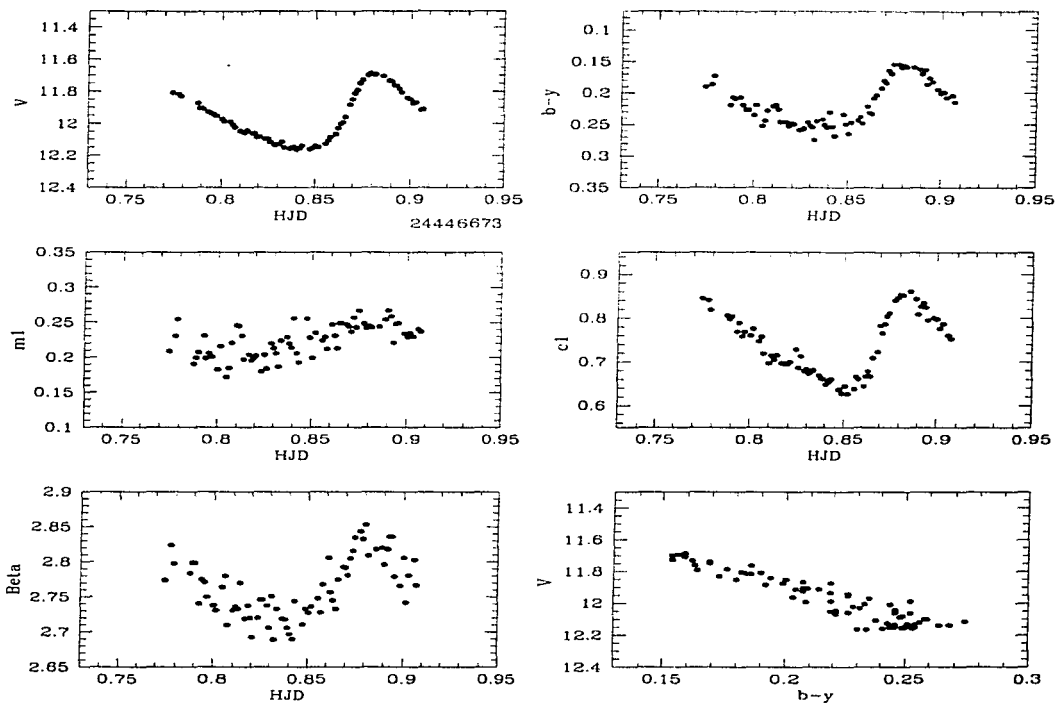


Figura 1a. Curvas de luz para la estrella BP Peg(1) (noche 1)

11.8 12.0 12.2
11.8 12.0 12.2

BP Peg(2)

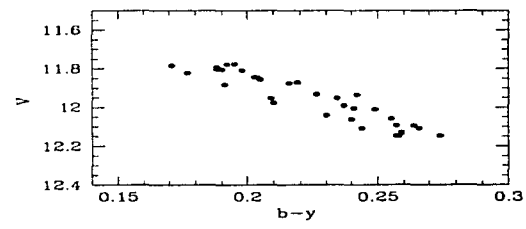
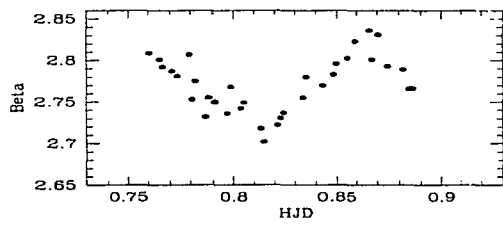
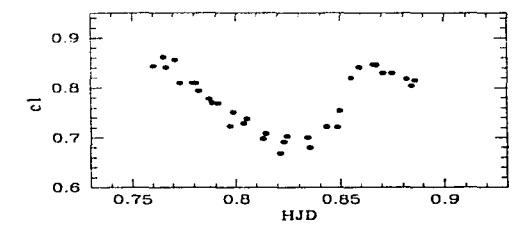
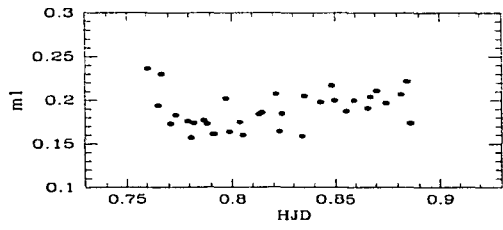
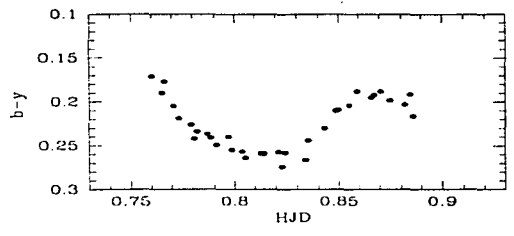
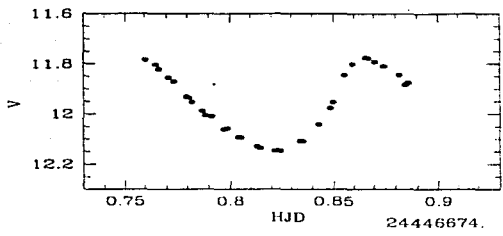


Figura 1a. Curvas de luz para la estrella BP Peg(2) (noche 2)

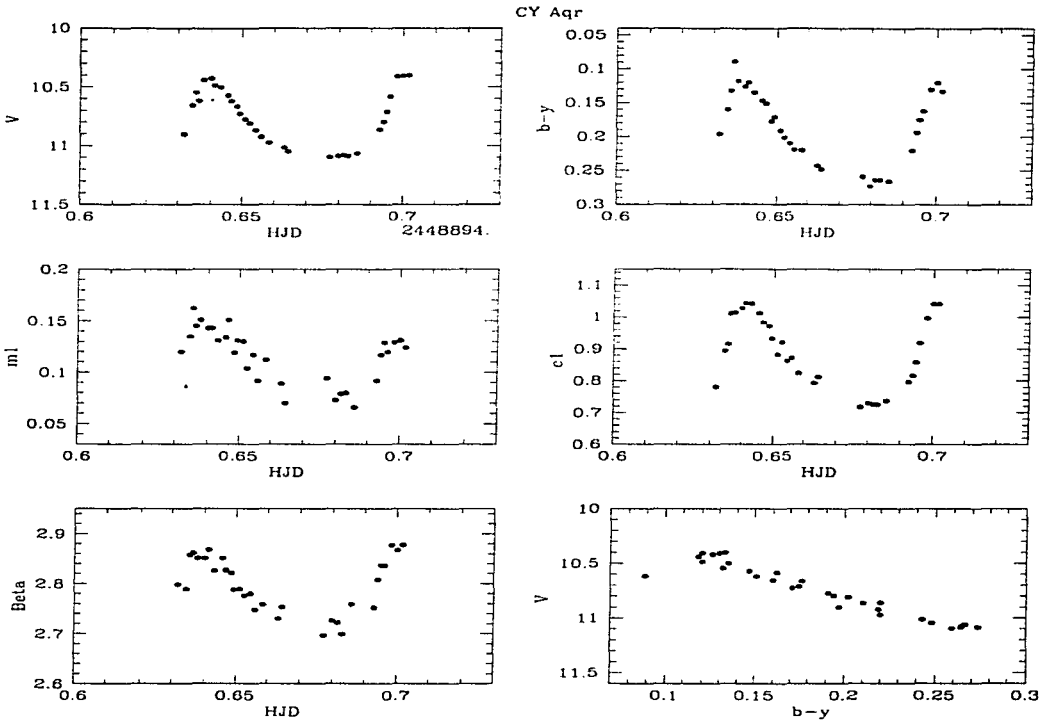


Figura 1b. Curvas de luz para la estrella CY Aqr

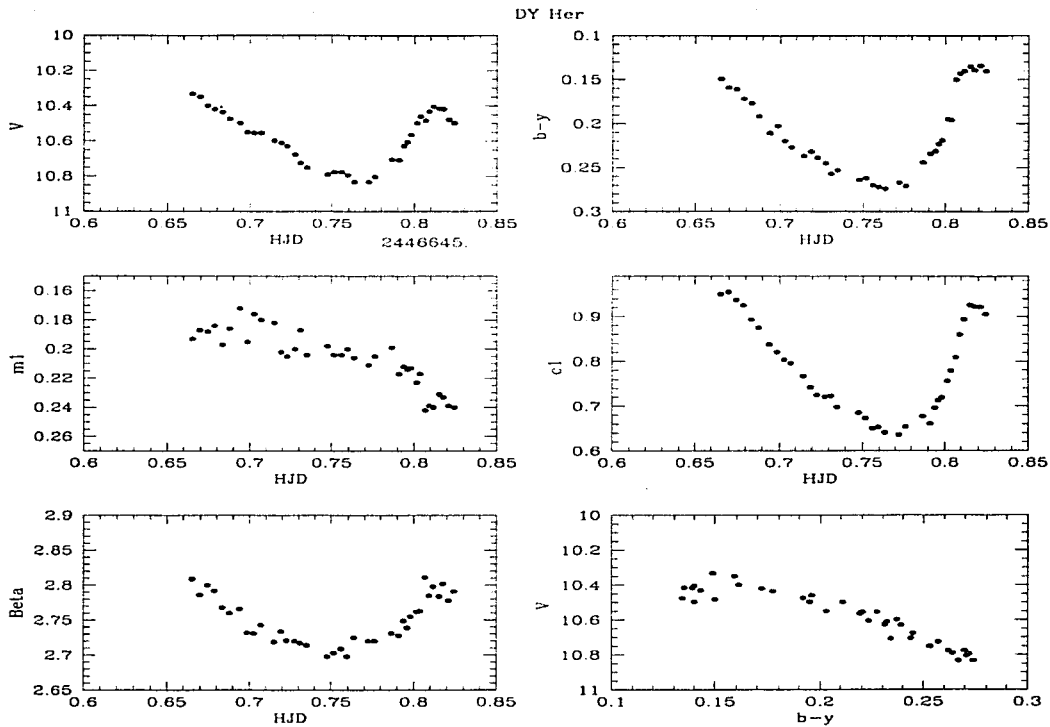
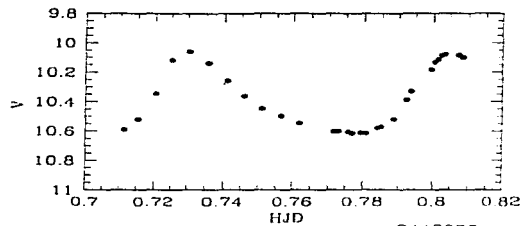


Figura 1c. Curvas de luz para la estrella DY Her

DY Peg



2448925.

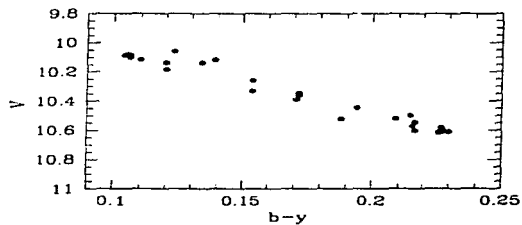
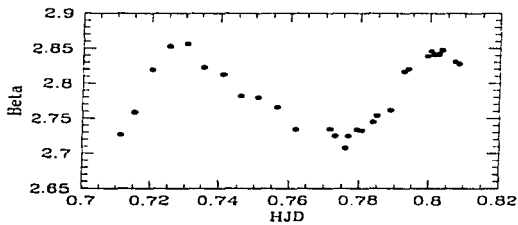
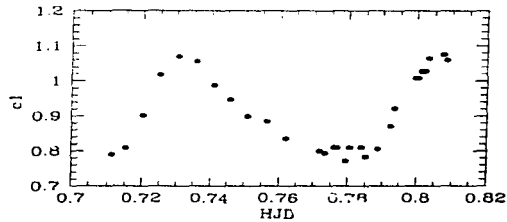
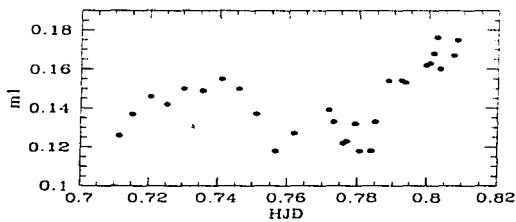
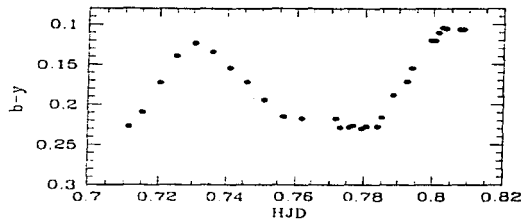


Figura 1d. Curvas de luz para la estrella DY Peg

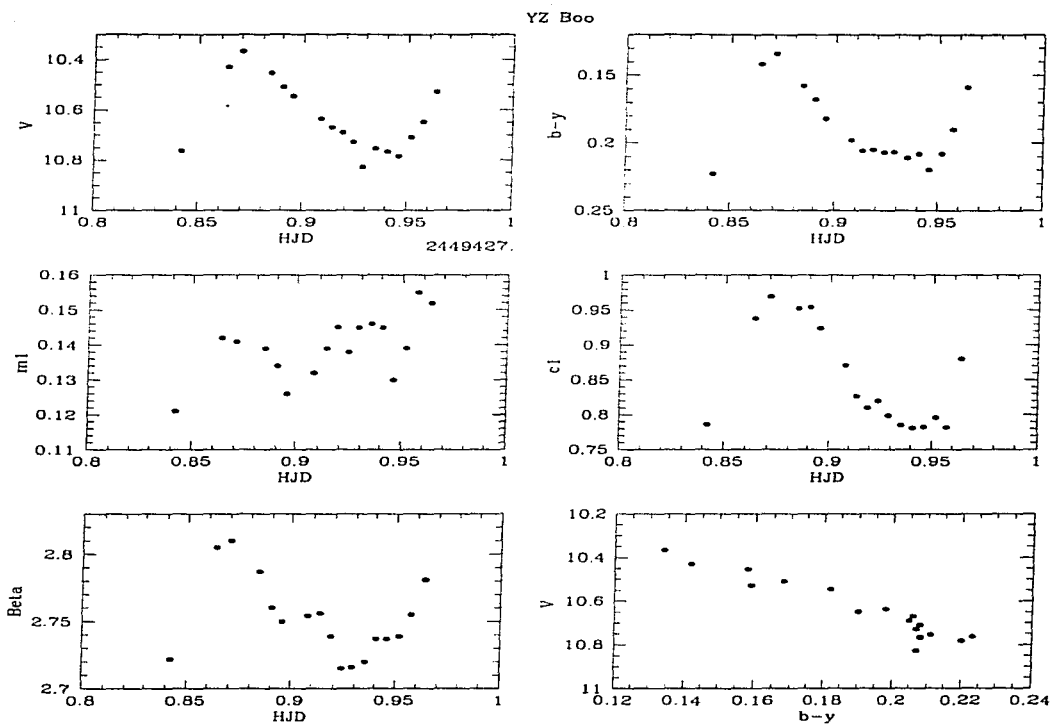


Figura 1c. Curvas de luz para la estrella YZ Boo

BP Peg(1)

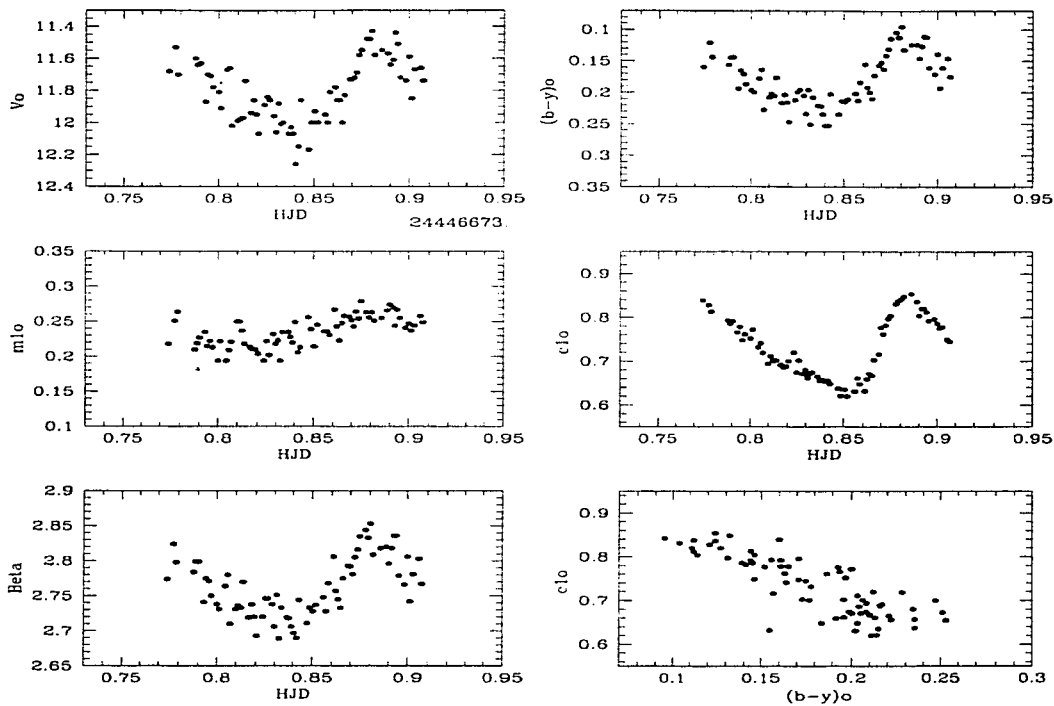


Figura 2a. Curvas de luz para los índices y colores desrojados de la estrella BP Peg(1) (noche 1)

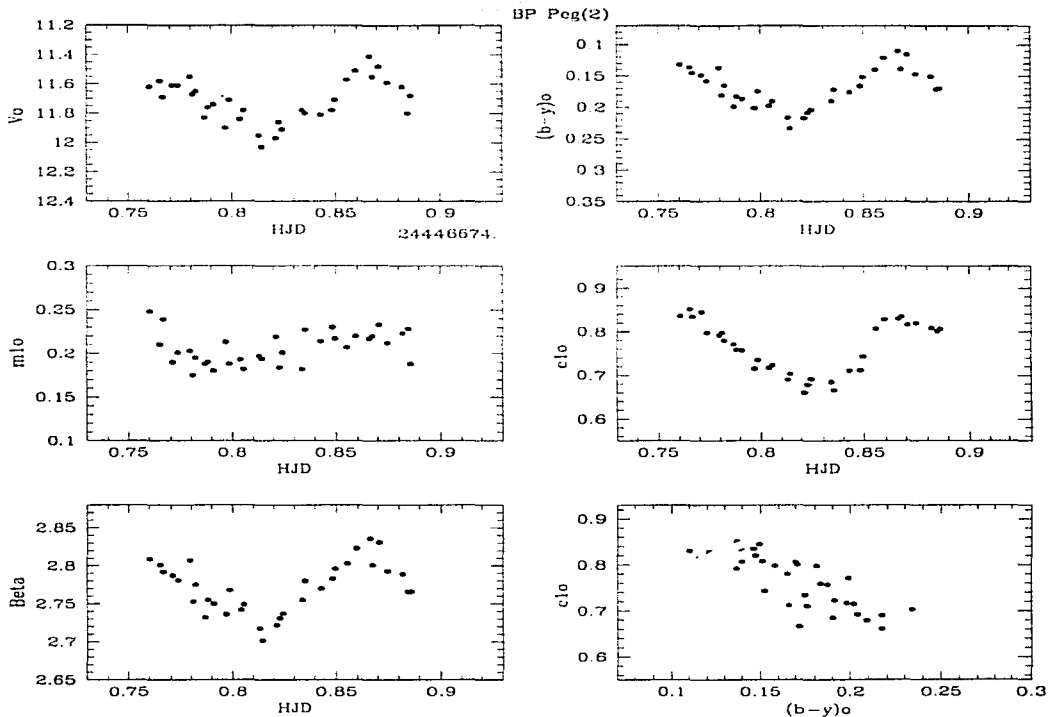


Figura 2a. Curvas de luz para los índices y colores desrojados de la estrella BP Peg(2) (noche 2)

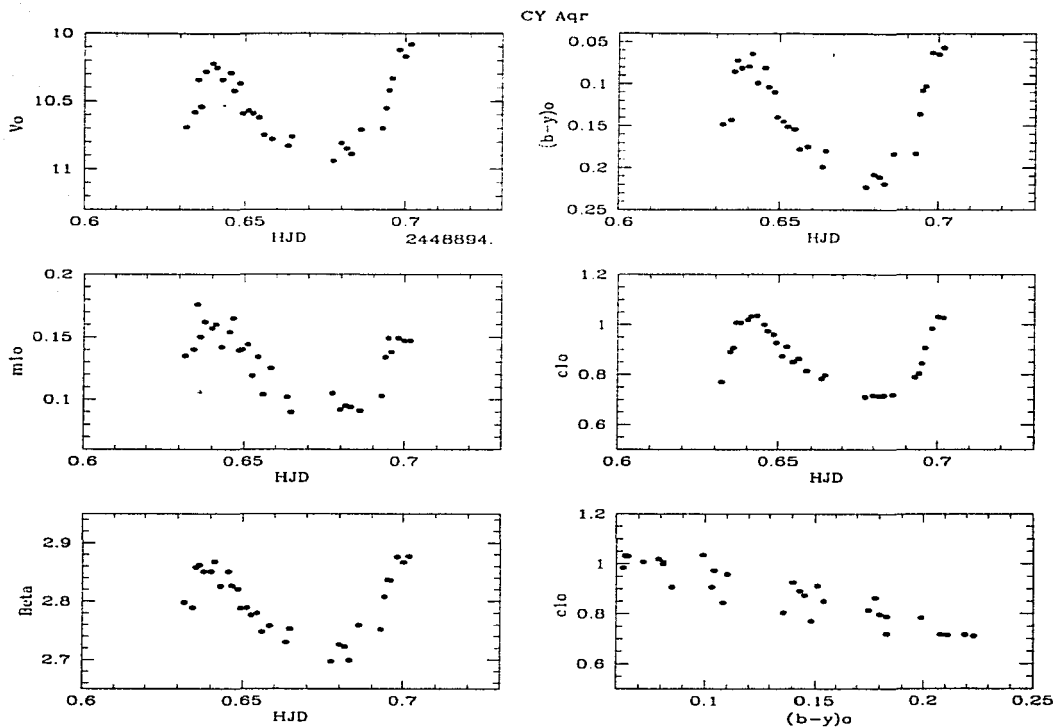


Figura 2b. Curvas de luz para los índices y colores desrojecidos de la estrella CY Aqr

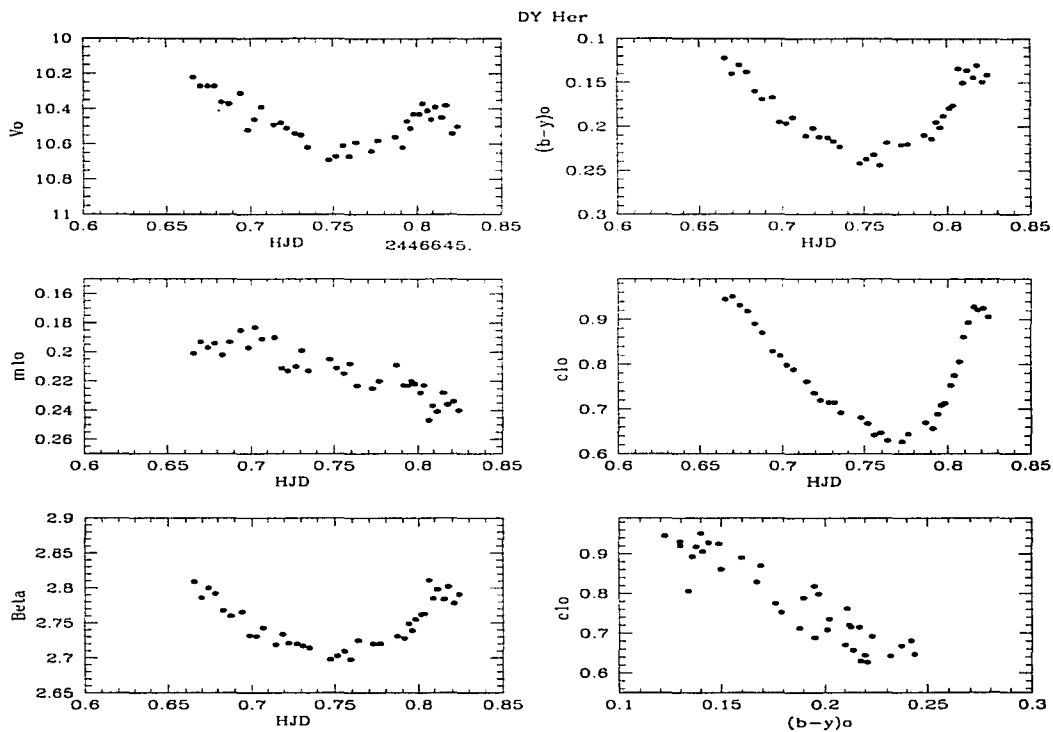


Figura 2c. Curvas de luz para los índices y colores desenojados de la estrella DY Her

DY Peg

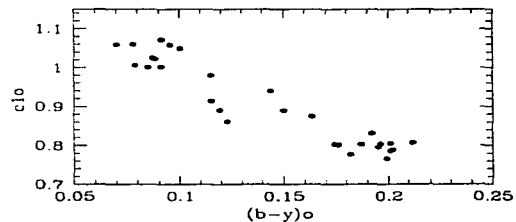
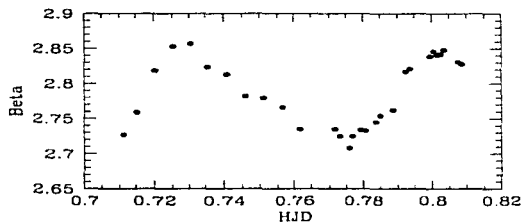
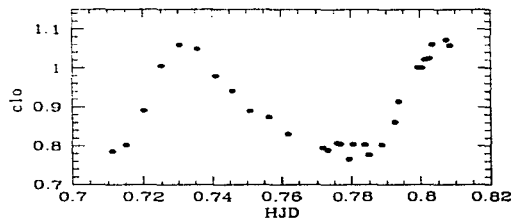
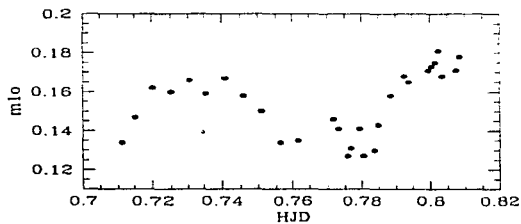
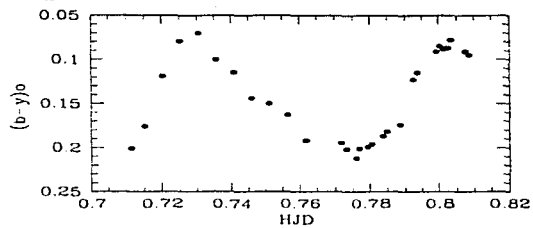
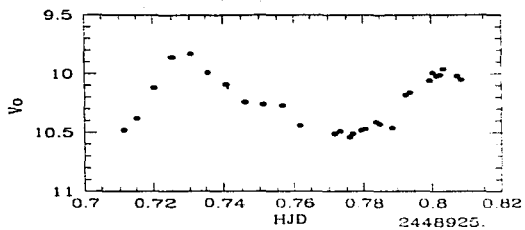


Figura 2d. Curvas de luz para los índices y colores desenojados de la estrella DY Peg

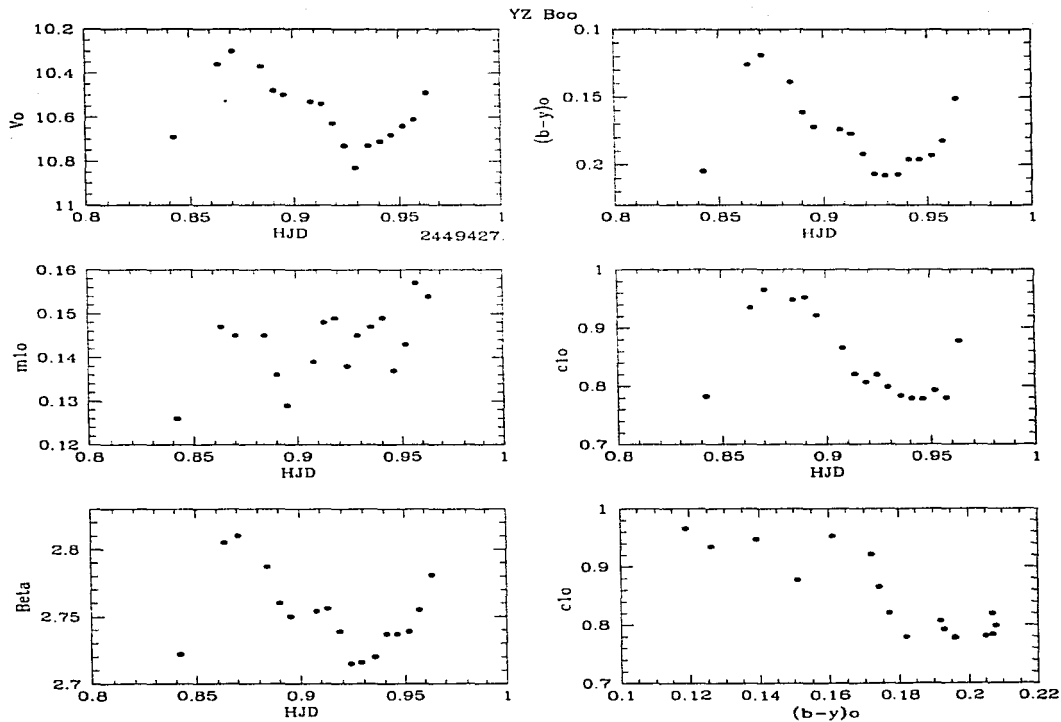


Figura 2c. Curvas de luz para los índices y colores desenojados de la estrella YZ Boo

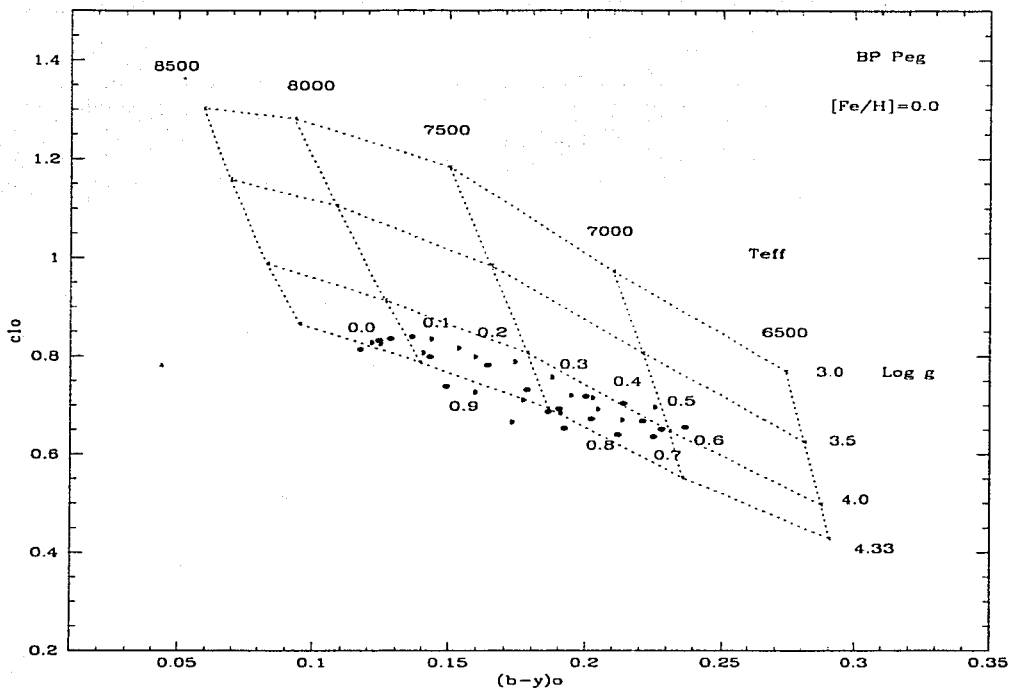


Figura 3a. Diagrama c_{10} , $(b-y)_0$ para BP Peg

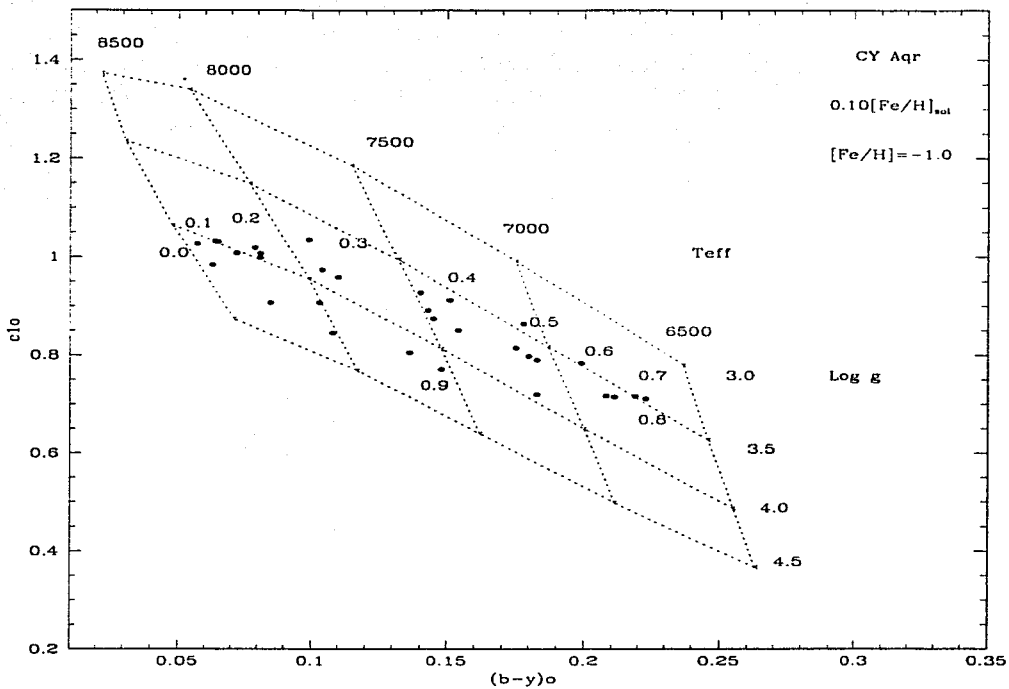


Figura 3b. Diagrama $c10. (b - y)_0$ para $CY \text{ Aqr}$

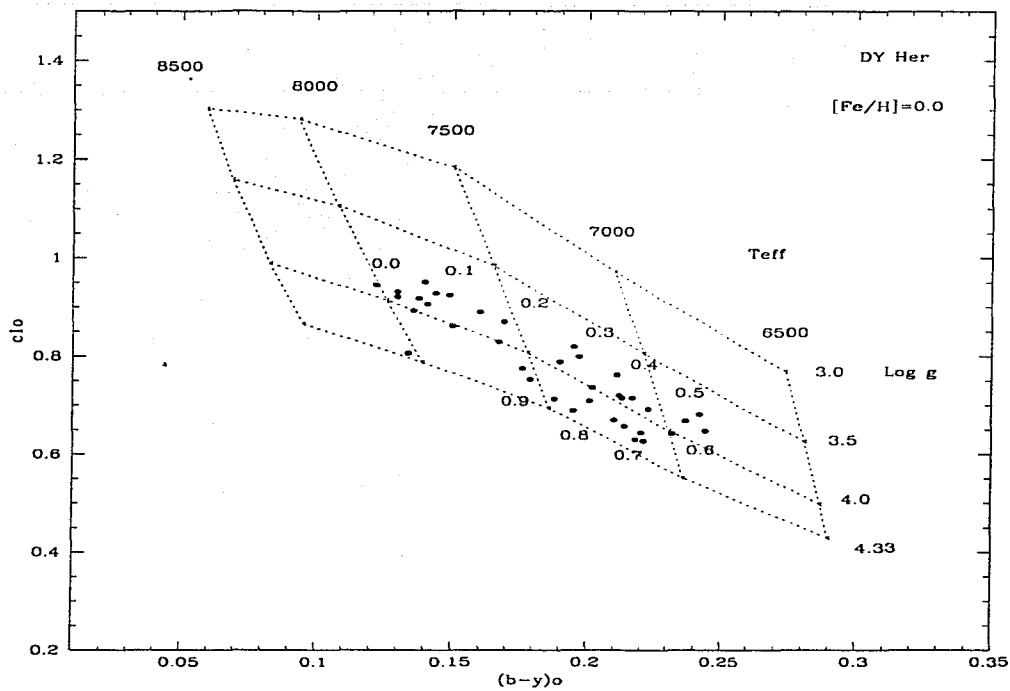


Figura 3c. Diagrama $c1_0$, $(b-y)_0$ para DY Her

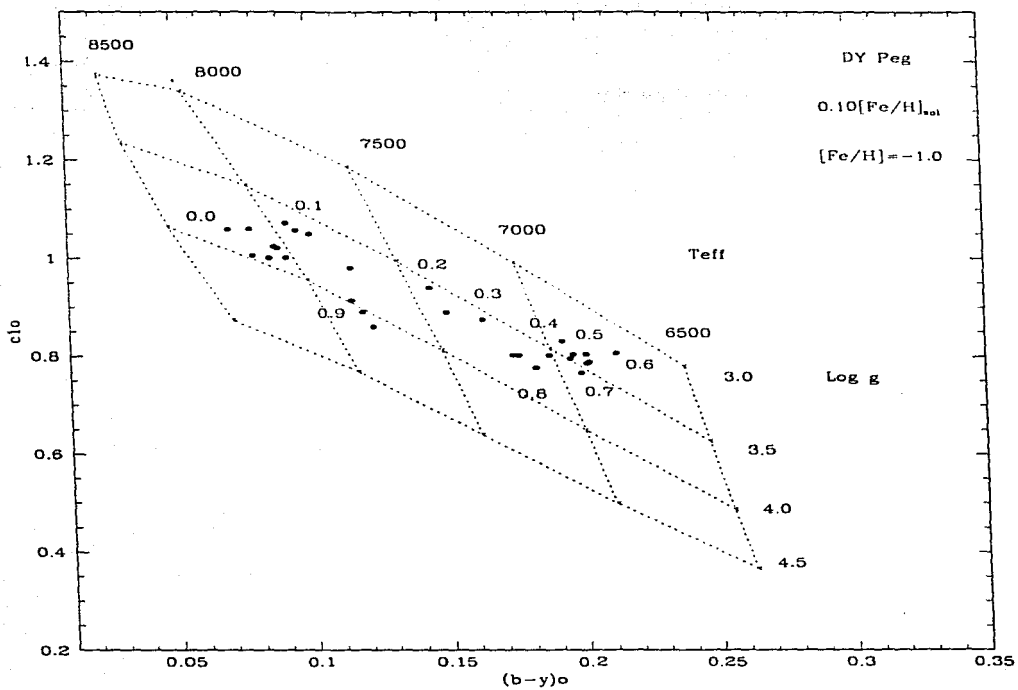


Figura 3d. Diagrama c_{10} , $(b-y)_0$ para DY Peg

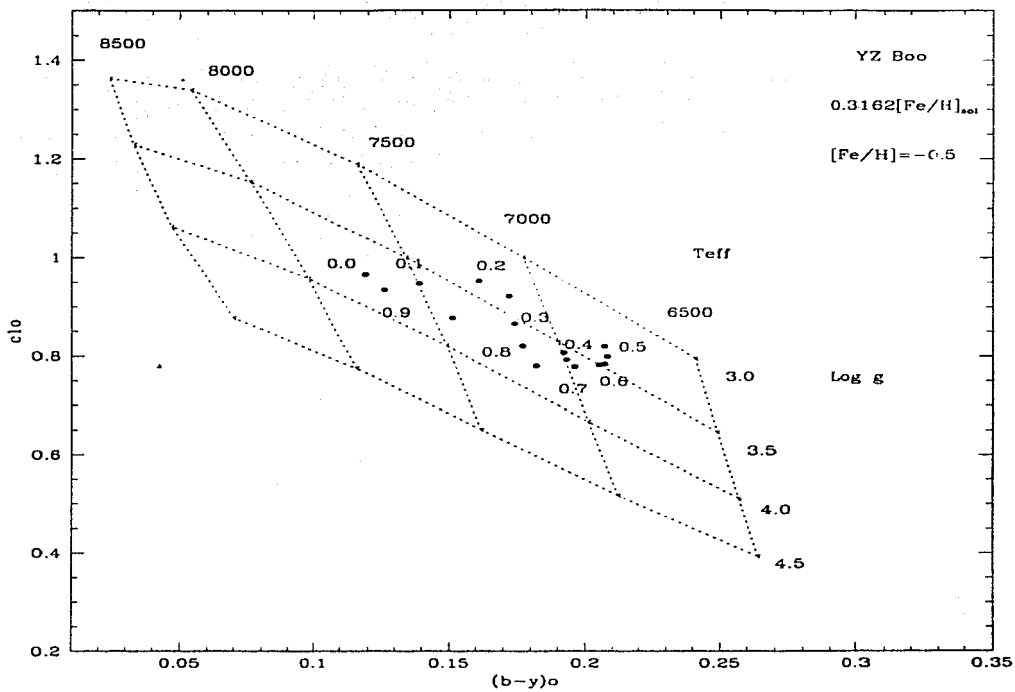


Figura 3e. Diagrama $c1_0$, $(b-y)_0$ para YZ Boo

APENDICE II

```

C  PROGRAMA PARA DISENROJECER LAS MAGNITUDES E INDICES DE COLOR V, b-y, m1, c1
C  y Beta EN EL SISTEMA DE STROMGREN (uvby-beta)
C
C  FROM NISS.FOR BUT READS FROM FORTMAT OF N1342( JN2.ORD)
C  ESTA FALLANDO PARA VALORES DE BETA = 2.880
C  DIMENSION BEST(22),VST(22),BYST(22),STM1(22),C1ST(22)
      1,STMV(22)
      CHARACTER ID*9,FILE1*15,FILE3*15,FILE4*15
      REAL SM1,SM1IN,VMIN,VM,DST,EBYAV
      WRITE(*,*)' INPUT FILE?'
      READ(*, '(A)') FILE1
      WRITE(*,*)' OUTPUT FILE?'
      READ(*, '(A)') FILE3
      WRITE(*,*)' E(b-y) = ?'
      READ(*, '(A)') EBYAV
      OPEN(10,FILE=FILE1,STATUS='OLD')
      OPEN(16,FILE=FILE3,STATUS='NEW')
      OPEN(13,FILE='INTER',STATUS='NEW')
      DATA BEST/2.88,2.86,2.84,2.82,2.80,2.78,2.76,2.74,2.72,
1 2.71,2.70,2.69,2.68,2.67,2.66,2.65,2.64,2.63,2.62
2 ,2.61,2.60,2.59/
      DATA STMV/2.30,2.50,2.64,2.70,2.76,2.92,2.88,2.96,3.12,
1 3.21,3.29,3.39,3.48,3.6,3.74,3.88,4.04,4.20,4.36,
2 4.52,4.7,4.9/
      DATA BYST/.066,.086,.106,.125,.146,.156,.186,.206,.224,
1 .233,.245,.258,.271,.284,.298,.313,.328,.344,.36,
2 .377,.394,.412/
      DATA STM1/.200,.205,.208,.206,.203,.196,.188,.182,.177,
1 .174,.172,.171,.17,.171,.174,.178,.183,.189,.196,
2 .204,.214,.226/
      DATA C1ST/.930,.890,.850,.820,.780,.740,.70,.66,.59,
1 .56,.53,.495,.465,.44,.415,.39,.37,.35,.33,.31,.29,
2 .27/

C
C  STMV IS MV ST
C  STM1 IS M1 ST
C
C      DO 5 I=1,22
C5  WRITE(*,*)BEST(I),STMV(I),BYST(I),STM1(I),C1ST(I)
      WRITE(16,202)
      BSUP=2.88
      BINP=2.72
      I=1
10  READ(10,101,END=500)ID,V,BY,SM1,C1,BETA,IT1
      WRITE(*,101)ID,V,BY,SM1,C1,BETA
      IF(BETA.LE.BSUP) GO TO 50
      GO TO 10
50  CONTINUE
      IF(BETA.LT.BINP) GO TO 300
C

```

```

C      CALCULO DE A'S
CC
20     IF (BETA.LE.BEST(I).AND.BETA.GT.BEST(I+1))GO TO 30
      I=I+1
      GO TO 20
30     CONTINUE
      X1=BEST(I)
      X2=BEST(I+1)
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, BYIN, BYST(I), BYST(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, SM1IN, STM1(I), STM1(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, C1IN, C1ST(I), C1ST(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, VMIN, STMV(I), STMV(I+1))
      WRITE (13, 106) I, ID, BEST(I+1), BETA, BEST(I), STMV(I+1), VMIN, STMV(I)
      WRITE (13, 106) I, ID, BYST(I+1), BYIN, BYST(I), C1ST(I+1), C1IN, C1ST(I)
CC
      UNREDDENING
      DCO=C1-C1IN
      BYO=2.946-BETA-0.1*DCO
      EBY=BY-BYO
      C1O=C1-0.2*EBY
      TMO=SM1+0.3*EBY
      VO=V-4.3*EBY
      VM=VMIN-9*DCO
      DM=VO-VM
      DST=10*((DM/5.)+1.)
      WRITE (16, 102) ID, EBY, BYO, C1O, BETA, TMO, VO, VM, DM, DST
C      WRITE (16, 102) ID, EBY, BYO, TMO, C1O, VO, VM, DM, DST
      GO TO 10
CC
      CALCULO DE F'S
300    CONTINUE
      IF (BETA.LT.2.59) GO TO 500
45     IF (BEST(I+1).LT.BETA)GO TO 55
      I=I+1
      GO TO 45
55     CONTINUE
      DBT=2.72-BETA
      X1=BEST(I)
      X2=BEST(I+1)
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, BYIN, BYST(I), BYST(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, SM1IN, STM1(I), STM1(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, C1IN, C1ST(I), C1ST(I+1))
      CALL PRIMKA (BETA, X1, X2, VMIN, STMV(I), STMV(I+1))
      WRITE (13, 106) I, ID, BEST(I+1), BETA, BEST(I), STMV(I+1), VMIN, STMV(I)
      WRITE (13, 106) I, ID, BYST(I+1), BYIN, BYST(I), C1ST(I+1), C1IN, C1ST(I)
      EBY=BY
60     ABY=EBY
      CO=C1-0.20*EBY
      DCO=C1-C1IN
      TMO=SM1+0.3*EBY
      DMO=SM1IN-TMO
      BYO=0.218+1.11*DBT+2.7*DBT*DBT-0.05*DCO
      BYO=BYO-(0.1+3.6*DBT)*DMO
      EBY=BY-BYO
      DBY=ABS (ABY-EBY)
      IF (DBY.GT.0.0001) GO TO 60

```

```

C
C UNREDDENING
C
C10=C1-0.2*EBY
TMO=SM1+0.3*EBY
VO=V-4.3*EBY
VM=VMIN-(9+50*DBT)*DC0
DM=VO-VM
DST=10**((DM/5.)+1.)
HEF--(10.5+50*(BETA-2.626))*DM0+0.12
WRITE (16, 103) ID, EBY, BY0, C10, BETA, TMO, VO, VM, DM, DST, HEF
C
WRITE (16, 103) ID, EBY, BY0, TMO, C10, VO, VM, DM, DST, HEF
GO TO 10
101 FORMAT (1X, A9, 3X, F6.3, 3 (4X, F5.3), 3X, F5.3, 2X, I9)
C 102 FORMAT (1X, A9, 4 (1X, F5.3), 2 (2X, F6.2), 2X, F6.2, 2X, F8.2)
C 103 FORMAT (1X, A9, 4 (1X, F5.3), 2 (2X, F6.2), 2X, F6.2, 2X, F8.2, 2X, F6.3)
102 FORMAT (1X, A9, 5 (1X, F5.3), 2 (1X, F6.2), 1X, F6.2, 1X, F8.2)
103 FORMAT (1X, A9, 5 (1X, F5.3), 2 (1X, F6.2), 1X, F6.2, 1X, F8.2, 2X, F6.3)
106 FORMAT (1X, I2, A9, 1X, 3 (F5.3, 2X), 3 (F9.3, 1X))
202 FORMAT (3X, 'ID', 8X, 'EBY' 2X, 'B-Y)0', 3X, 'C10', 1X, 'BETA', 4X, 'TMO',
14X, 'VO', 5X, 'MV', 5X, 'DM', 5X, 'DST', 4X, 'FE/H', /)
500 STOP
END
C
SUBROUTINE PRIMKA (X, X1, X2, Y, Y1, Y2)
IF (X-X1) 10, 20, 20
20 Y=Y1
GO TO 30
10 Y=Y1+(Y2-Y1)*(X-X1)/(X2-X1)
30 RETURN
END

```

REFERENCIAS

- Almert, P. : 1938. *Beobachtungs-Zirkulare*. **20**, 49.
- Almert, P. : 1939. *Beobachtungs-Zirkulare*. **21**, 8.
- Alania, I. F. : 1954. *astron. Circ.* **146**, 14.
- Alania, I. F. : 1956. *astron. Circ.* **173**, 20.
- Andreasen, G. K. : 1983. *Astron. Astrophys.* **121**, 250.
- Antonello, E. : 1990. *Astron. Astrophys.* **230**, 127.
- Arellano, F. A., Parrao, L. : 1989. *Reporte Técnico No. 57. Instituto de Astronomía UNAM.*
- Ashbrook, J. : 1949. *Astron. J.* **54**, 168.
- Ashbrook, J. : 1954. *Astron. J.* **59**, 6.
- Bancillon, O., Schmitt, M. A. : 1940. *Journal des Observateurs XXIII* **8**, 109.
- Balázs J., Detre, L. : 1935. *Astron. Nachr.* **256**, 87.
- Barroso J. : 1969. *Inf. Bull. Var. Stars*, **3-41**.
- Batyrev, A. A. : 1953. *Per. Zvezdy* **9**, 300.
- Batyrev, A. A. : 1955. *Per. Zvezdy* **10**, 292.
- Batyrev, A. A. : 1962. *Per. Zvezdy* **14**, 230.
- Bonsack, W. K. : 1957. *Astrophys. J.* **126**, 291.
- Braune, W., Hübscher, J., Mundry, E. : 1972. *Astron. Nachr.* **294**, 123.
- Braune, W., Hübscher, J., Mundry, E. : 1977. *Astron. Nachr.* **298**, 121.
- Braune, W., Hübscher, J., Mundry, E. : 1979. *Astron. Nachr.* **300**, 165.
- Breger, M. : 1974. *Ap. J.* **192**, 75.
- Breger, M. : 1975. *Ap. J.* **201**, 653.
- Breger, M. : 1977. *Pub.A.S.P.* **89**, 55.
- Breger, M. : 1978. *Pub.A.S.P.* **90**, 754.
- Breger, M. : 1979. *Pub.A.S.P.* **91**, 5.
- Breger, M. : 1980. *Ap. J.* **235**, 153.
- Brogliá, P., Pestarino, E. : 1955. *Contr. Obs. Astr. Milano-Merate*. **71**.
- Brogliá, P., Masani, A. : 1957. *Contr. Obs. Astr. Milano-Merate*. **102**.
- Brogliá, P. : 1959. *P. Contr. Obs. Astron. Milano-Merate* **142**.
- Cameron, R. C. : 1966. *Georgetown Obs. Monogr.* **21**.
- Chulhee, K., McNumara, D. H., Joner, M. D. : 1989. *Pub.A.S.P.* **101**, 1009.
- Cooper, W.A., Walker, E.N. : 1989. *Getting the measure of the stars. Ed. Adam Hilger, Bristol and Philadelphia.*
- Coates, D. W., Fernley, J. A., Sekiguchi, K., Barnes, T.G., Frueh, M. L. : 1994. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **266**, 1.
- Cox, A. N., Cox, J. P. : 1967. *Sky and Telescope* **33**, 278.
- Cox, J. P. : 1980. *Theory of stellar pulsation. Ed. Princeton University Press.*
- Cox, A.N., King, D.S. : 1980. *Space Science Reviews*. **27**, Nos. 3 y 4. *Stellar Hydrodynamics, Ed. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht.*
- Crawford, D. L. : 1975. *Astron. J.* **80**, 955.
- Crawford, D. L. : 1979. *Astron. J.* **84**, 1858.

- Crawford, D. L., Barnes, J. V. : 1970, *Astron. J.* **75**, 978.
- Crawford, D. L., Mander, J. : 1966, *Astron. J.* **71**, 114.
- Dawson, B. H. : 1934, *Astron. Nachr.* **254**, 167.
- Detre, L., Chang, Y. C. : 1960, *Acta Astr. Sinica* **8**, 50.
- Donat, W., Boksenberg, A. : 1994, *The Astronomical Almanac*, K2.
- Dumont, M. : 1983, *GEOS, Circ. RR7*.
- Dziembowski, W., Kozłowski, M. : 1974, *Acta Astron.* **24**, 245.
- Eggen, O. J. : 1955, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **67**, 354.
- Eggen, O. J. : 1956, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **68**, 142.
- Eggen, O. J. : 1967, *Mem. R. Astron. Soc.* **70**, 111.
- Eggen, O. P. : 1994, *Astron. J.* **107**, 2131.
- Elst, E. W. : 1972, *Astron. Astrophys.* **17**, 148.
- Figer, A. : 1978, *Inf. Bull. Var. Stars*, **1388**.
- Fitch, W. S. : 1957, *Astron. J.* **62**, 108.
- Fitch, W. S. : 1973, *Astron. Astrophys.* **27**, 171.
- Fitch, W. S. : 1975, *Astrophysics and Space Science Library. Multiple periodic variable stars* **60**.
Proceedings, Ed. D. Reidel Publishing Company.
- Gaposchkin, S. : 1935, *Harv. Bull.* **898**, 9.
- Garrido, R., García-Lobo, E., Rodríguez, E. : 1990, *Astron. Astrophys.* **234**, 262.
- Geyer, E. H., Hoffmann, M. : 1974, *Inf. Bull. Var. Stars*, **936**.
- Gieren, W., Gieseking, F., Hoffmann, M. : 1974, *Astron. Astrophys.* **37**, 443.
- Golay, M. : 1974, *Introduction to Astronomical Photometry* **41**, D. Reidel Publishing Company.
- Gossner, J., Ashbrook, J. : 1946, *Astron. J.* **52**, 55.
- Grigorevsky, V. M., Mandell, O. E. : 1960, *Per. Zvezdy* **13**, 190.
- Gronbeck, B., Olsen, E. H. : 1977, *Astron. Astrophys. Supp.* **27**, 443.
- Hamdy, M. A., Mahdy, H. A., Soliman, M. A. : 1986, *I. A. U., Inf. Bull. Var. Stars*, **2963**.
- Hardie R. H., Lott, S. H. : 1961, *Astrophys. J.*, **133**, 71.
- Hardie, R. H., Geilker, C. D. : 1958, *Astrophys. J.* **127**, 606.
- Hardie, R. H., Tolbert, C. R. : 1961, *Astrophys. J.* **134**, 531.
- Harding, G. A., Penston, M. J. : 1966, *Royal Obs. Bull.* **115**.
- Heiser, A. M., Hardie, R. H. : 1964, *Astrophys. J.*, **140**, 694.
- Hoffmeister, C. : 1949, *Erg. Astron. Nachr.*, **12**, No.1, 22.
- Henden, A. A., Kaitchuck, R. H. : 1982, *Astronomical Photometry, Ed. Van nostrand Reinhold Company.*
- Hill, H. A., Dziembowski, : 1979, *Lecture Notes in Physics* **125**, *Nonradial and Nonlinear Stellar Pulsation, Ed. Springer-Verlag.*
- Hiriarte, D., Ochoa, J., Murillo, J., Barbosa, F., García, M. : 1989, *Reporte Técnico No. 66*, *Instituto de Astronomía UNAM.*
- Hoffmeister, C. : 1934a, *Astron. Nachr.* **253**, 91.
- Hoffmeister, C. : 1934b, *Astron. Nachr.* **253**, 195.
- Jacchia, : 1941, *Harvard Bulletin.* **915**, 17.
- Jensch, A. : 1934a, *Beobachtungs-Zirkulare* **16**, 25.
- Jensch, A. : 1934b, *Astron. Nachr.* **253**, 443.

- Jiang Shi-Yang: 1986. *Chinese Astron. Astrophys.*, **10**, 115.
- Joner, M. D., McNamara, D. H.: 1983. *Publ. Astron. Soc. Pacific* **95**, 433.
- Joy, A. H.: 1950. *Pubbl. Astr. Soc. Pacific*, **62**, 60.
- Karetnikov, V. G., Medvedev, Yu. A.: 1966. *Fizika Zvezd i Mezhzvezdnoj Sredy. Izd. "Naukova Dumka"*, Kiev, 140.
- Kilambi, G. C., Rahman, A.: 1993. *Bull. Astr. Soc. India* **21**, 573.
- Kholopov, P. N.: 1985. *General Catalog of Variable Stars, I-IV*.
- Kilambi, G. C., Rahman, A.: 1993. *Bull. Astr. Soc. India* **21**, 573.
- Kim, C., McNamara, D. H., Joner, M. D.: 1989. *Pub. A. S. P.* **101**, 1009.
- Kim, C., Joner, M. D.: 1994. *Astrophys. Space Science* **218**, 111.
- Kim, C., Joner, M. D.: 1994. *Astrophys. Space Science* **218**, 137.
- Kovács, G., Szabados, L., Szeidl, B.: 1988. *Multimode Stellar Pulsations. Konkoly Observatory, Kulturi Budapest*.
- Kulikovskiy, P. G.: 1937. *Per. Zvezdy*, **5**, 122.
- Kurtz, D. W.: 1988. *Acta Astron.*, **30**, 553.
- Kurucz, R. L.: 1979. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **40**, 175.
- Lang, K. R.: 1991. *Astrophysical Data: Planets and Stars, 136-138. Ed. Springer Verlag*.
- Langford, W., R.: 1976. *Dissertation Brigham University*.
- Lester, J. B., Gray, R. D., Kurucz, R. L.: 1986. *Ap. J. Suppl.* **61**, 509.
- Lohmann, W., Mieczka, G. K.: 1947. *Veröff Landesst. Heidelberg* **Bd.14**, 121.
- López de Coca, P.: 1986. *Tesis Doctoral. Fotometría de estrellas pulsantes tipo Delta scuti. Universidad de Granada*.
- López de Coca, P., Rolland, A., Rodríguez, E., Garrido, R.: 1990. *Astron. Astrophys, Suppl. Ser.*, **83**, 51.
- Mahdy, H. A., Szeidl, B.: 1980. *Comm. Konkoly Obs.* **74**.
- Masani, A., Broglia, P.: 1954. *Mem. Soc. Astron. Ital.* **25**, 59.
- McNamara, D. H.: 1978. *Pub. A.S.P.* **90**, 759.
- McNamara, D. H.: 1995. *Astron. J.* **109**, 2134.
- Milone, E. F., Wilson, W. J. F., Fry, D. J. I.: 1994. *Pub. A.S.P.*, **106**, 1120.
- Morgenroth, O.: 1934. *Astron. Nachr.* **252**, 389.
- Nissen, P. E.: 1984. *Manual para el usuario. "Description and data for the Danish 6-channel, uby β photometer". Instituto de Astronomía UNAM*.
- Nissen, P. E.: 1988. *Astron. Astrophys.* **199**, 146.
- Parrao, L., Schuster, W., Peña, J.H.: 1997. *en preparación*.
- Peniche, R., González, S. F., Peña, J. H.: 1985. *Pub. A.S.P.* **97**, 1172.
- Peña, J. H., Peniche, R., Hobart, M. A.: 1985. *Inf. Bull. Var. Stars*, **2672**.
- Peña, J. H., Peniche, R.: 1986. *Astron. Astrophys.* **166**, 211.
- Peña, J. H., Peniche, R., González, S. F., Hobart, M. A.: 1987. *Rev. Mex. Astron. Astrof.*, **14**, 429.
- Peña, J. H., Peniche, R.: 1994. *Rev. Mex. Astron. Astrof.*, **28**, 7.
- Percy, J. R.: 1975. *Astron. Astrophys.*, **43**, 469.
- Percy, J. R., Dick, R., Meiner, R., Welch, D.: 1978. *American Assoc. Var. Stars Obs.*, **7**, 19.
- Petersen, J. O., Christensen-Dalsgaard, J.: 1996. *Astron. Astrophys.* **312**, 463.
- Petit, M.: 1987. *Variable Stars. Ed. John Wiley and Sons*.

- Philip, A.G.D., Relyea, L.J. : 1979, *Astron. J.* **84**, 1743.
- Powell, J. M., Joner, M. G., McNameara, D. H. : 1995, *Pub. A.S.P.* **107**, 225.
- Purgathofer, A., Schnell, A. : 1984, *Inf. Bull. Var. Stars*, **2500**.
- Quigley, R., Africano, J. : 1979, *Pub. A.S.P.* **91**, 250.
- Ralincourt, P. : 1982, *GEOS Circ.* **RR-4**.
- Relyea, L. J., Kurucz, R. L. : 1978, *Ap. J. Suppl.* **37**, 45.
- Rodríguez, E. : 1989, *Tesis Doctoral. Fotometría uby β de estrellas variables tipo SX Ple y δ Scf de gran amplitud. Universidad de Granada.*
- Rodríguez, E., Rolland, A., López de Coca, P. : 1990, *Astrophys. Space Science* **169**, 113.
- Rodríguez, E., Rolland, A., López de Coca, P., García-Lobo, E., Seluno, J. L. : 1992, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **93**, 189.
- Rodríguez, E., Rolland, A., López de Coca P. : 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **100**, 571.
- Rodríguez, E., Rolland, A., López de Coca P., Costa, V., Martín, S. : 1995, *Astron. Astrophys.* **299**, 108.
- Rolland, A., Peña, J.H., López de Coca, P., Peniche, R., González, S.F. : 1986, *Astron. Astrophys.* **168**, 125.
- Schneller, H. : 1936, *Astron. Nachr.* **259**, 11.
- Shi-Yang, J. : 1993, *Astrophys. Space Science*, **210**, 189.
- Soloviev, A. V. : 1938, *Tadjik Obs. Circ.* **37**.
- Straizys, V. : 1992, *Multicolor Stellar Photometry. Astron. Astrophys Ser.* **15**, 185, *Ed. Pachart Publishing house.*
- Strohmeier, W. : 1972, *Variable Stars*, **90**, *Ed. Pergamon Press.*
- Szeidl, B. : 1979, *I.A.U., Inf. Bull. Var. Stars*, **1718**.
- Szeidl, B., Mahdy, H. A. : 1981, *Comm. Konk. Obs. of the Hungarian Ac. of Sci.* No. **75**.
- Uesugi, A., Fukuda, I. : 1982, *Revised Catalogue of Stellar Rotational Velocite (Kyoto University, Japan).*
- Van Citters, G. W. : 1976c, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **88**, 258.
- Wachmann, A. A. : 1935, *Astron. Nachr.*, **255**, 11.
- Wesselink, A. J. : 1941, *Bull. Astr. Inst. Netherl.* **9**, 217.
- Yang, S., Walker, G. A. H., Fahlman, G. G., Campbell, B. : 1982, *Pub. A. S. P.* **94**, 317.