

011743  
21.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MEXICO**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA**

**"APLICACION DE LA FUNCION DE SEGUNDA  
DERIVADA EN EL ANALISIS DE PRUEBAS  
DE PRESION"**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERIA (PETROLERA)  
P R E S E N T A :  
ING. MARCO ANTONIO JIMENEZ AQUINO

ASESOR: DR. HEBER CINCO LEY

MEXICO, D. F.

SéP. 1997

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**GRACIAS SEÑOR DIOS, POR PERMITIRME REALIZAR EL PRESENTE TRABAJO.**

**MI DEDICATORIA ES, CON TODO MI AMOR, PARA :**

**MI ESPOSA Y MI HIJO.**

**MI MADRE.  
MIS HERMANOS.  
MI PADRE.  
MIS PARIENTES.  
MIS AMIGOS.**

**MIS AGRADECIMIENTOS POR TODAS LAS ATENCIONES QUE TUVIERON  
CONMIGO AL :**

**DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO.  
DR. RODOLFO CAMACHO VELÁZQUEZ.  
DR. JESUS RIVERA RODRÍGUEZ.  
ING. LUZBEL NAPOLEÓN SOLÓRZANO.**

**Y EN ESPECIAL AL DR. HEBER CINCO LEY.**

**GRACIAS SEÑOR DIOS, POR PERMITIRME REALIZAR EL PRESENTE TRABAJO.**

**MI DEDICATORIA ES, CON TODO MI AMOR, PARA :**

**MI ESPOSA Y MI HIJO.**

**MI MADRE.  
MIS HERMANOS.  
MI PADRE.  
MIS PARIENTES.  
MIS AMIGOS.**

**MIS AGRADECIMIENTOS POR TODAS LAS ATENCIONES QUE TUVIERON  
CONMIGO AL :**

**DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO.  
DR. RODOLFO CAMACHO VELÁZQUEZ.  
DR. JESUS RIVERA RODRÍGUEZ.  
ING. LUZBEL NAPOLEÓN SOLÓRZANO.**

**Y EN ESPECIAL AL DR. HEBER CINCO LEY.**



## CONTENIDO

TEMA	PÁG.
NOMENCLATURA.	i
VARIABLES ADIMENSIONALES.	v
LISTA DE FIGURAS Y GRÁFICAS.	ix
FIGURAS.	ix
GRÁFICAS.	x
RESUMEN.	xiii
I.-INTRODUCCIÓN.	1
II.-INTERPRETACIÓN DE LAS PRUEBAS DE INCREMENTO DE PRESIÓN.	4
II.1.-NORMALIZACIÓN.	5
II.2.-DIAGNÓSTICO DE FLUJO.	10
II.3.-CURVAS TIPO.	12
III.-CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA .	13



<b>III.1.-OBTENCIÓN DE LAS CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA</b>	<b>16</b>
<b>III.2.-DESCRIPCIÓN DE LAS CURVAS TIPO DE PRIMERA DERIVADA, COMPARADAS CON LAS CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA.</b>	<b>18</b>
<b>III.3.-APLICACIÓN A PRUEBAS DE DECAIMIENTO.</b>	<b>49</b>
<b>III.4.-DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN INICIAL.</b>	<b>50</b>
<b>III.5.-EJEMPLOS DE APLICACIÓN.</b>	<b>51</b>
<b>IV.-CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .</b>	<b>58</b>
<b>REFERENCIAS.</b>	<b>60</b>
<b>CONSIDERACIONES GENERALES.</b>	<b>65</b>
<b>APÉNDICES.</b>	<b>66</b>



## NOMENCLATURA.

$A_{fD}$  = parámetro relativo al área de la fractura por unidad de volumen de roca.

$A_{fm}$  = área de la fractura por unidad de volumen de la matriz.

$B$  = factor de volumen de la formación.

$b_f$  = ancho de la fractura.

$C$  = coeficiente de almacenamiento.

$c$  = constante; constante de integración; compresibilidad.

$C_{fD}$  = conductividad de la fractura adimensional.

$c_t$  = compresibilidad total de la formación.

$d_f$  = distancia del pozo activo a la falla.

$E_1$  = integral exponencial.

$Erfc$  = función error complementaria.

$f$  = falla.

$F_{cD}$  = conductividad de la fractura, adimensional.

$F_4$  = parámetro que correlaciona el almacenamiento del pozo y el daño de la fractura, adimensional.

$h$  = espesor del yacimiento.

$h_m$  = tamaño del bloque de la matriz.

$k$  = permeabilidad.

$K_0$  = función Bessel modificada, segundo género, orden cero.

$K_1$  = función Bessel modificada, segundo género, primer orden.

$2L$  = longitud del pozo horizontal.

$m_1$  = pendiente de la porción lineal de una gráfica semilog de datos de una prueba radial transitoria.



- $N_f$  = total de número de elementos en la discretización de la falla.
- $N$  = parámetro que gobierna la precisión en el algoritmo de Stehfest.
- $n$  = número de periodos de flujo previos al cierre; pendiente de la porción lineal en una gráfica log-log.
- $p$  = presión.
- $P'$  = derivada de la presión con respecto al tiempo.
- $p_f$  = presión en el plano de la falla.
- $\bar{p}$  = transformada de Laplace de la presión.
- $\Delta p_1$  = función influencia, respuesta de presión de un gasto unitario.
- $\Delta p_{ws} = p_i - p_{ws}(\Delta t)$ .
- $p_{ws}$  = respuesta de presión después del cierre del pozo
- $\Delta t$  = tiempo de cierre del pozo.
- $Q$  = producción acumulada antes del cierre.
- $q$  = gasto.
- $r$  = radio.
- $S$  = daño adimensional.
- $s$  = variable adimensional de la transformada de Laplace.
- $S_{fD}$  = almacenamiento de la fractura adimensional.
- $S_f$  = daño de la falla, adimensional.
- $S_{fs}$  = daño de la fractura adimensional.
- $t$  = tiempo.
- $t_{Dxf}$  = tiempo adimensional para un pozo fracturado.
- $t_p$  = tiempo de producción.
- $u$  = variable de integración.
- $w$  = ancho.
- $x_f$  = longitud media de la fractura.



$x$  = coordenada en "x".

$y$  = coordenada en "y".

$x', y'$  = parámetro de integración.

$x, y, z$  = coordenadas para pozo horizontal.

$z_w$  = ubicación vertical del pozo horizontal con respecto a la base del yacimiento.

### **Subíndices:**

$a$  = región alterada alrededor de la falla.

$D$  = adimensional.

$f$  = falla; fractura; total de fracturas; fluyendo.

$h$  = horizontal.

$i$  = inicial; periodo; segmento.

$imp$  = impulso.

$iny$  = inyección.

$j$  = índice del elemento en la discretización de la falla.

$l$  = segmento.

$L$  = lado izquierdo de la falla.

$m, m_a$  = matriz.

$R$  = lado derecho de la falla.

$s$  = cierre.

$sup$  = superposición.

$t$  = total.

$v$  = vertical.

$w$  = pozo.

$x, y, z$  = coordenadas para pozo horizontal.



### Funciones específicas:

$$\operatorname{Erfc}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Z^{\infty} e^{-u^2} du$$

$$E_1(Z) = \int_Z^{\infty} \left( \frac{e^{-u^2}}{u} \right) du$$

### Letras griegas:

$\beta$  = una variable.

$\omega$  = relación de almacenamiento de la fractura, adimensional.

$\lambda$  = parámetro que gobierna el flujo interporoso, adimensional.

$\alpha$  = factor geométrico de la roca fisurada.

$\eta_{maD}$  = difusividad hidráulica de la matriz, adimensional.

$\alpha_A$  = razón de transmisibilidad específica del pozo activo.

$\mu$  = viscosidad.

$\phi$  = porosidad.

$\xi$  = variable definida en una función.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  = constantes de conversión de unidades.

$\pi$  = 3.14159265.....

$\gamma$  = 0.577215... (constante de Euler).

$\tau$  = variable de integración.

para el sistema inglés de unidades :

$$\alpha_1 = 0.000295$$

$$\alpha_2 = 2.637 \times 10^{-4}$$

$$\alpha_3 = 141.2$$



## VARIABLES ADIMENSIONALES.

A.- Almacenamiento :

$$C_D = \frac{\alpha_1 C}{\phi c_t h r_w^2}$$

para modelo de fractura intersectante:  $C_D (r_w^2) = S_{ID} (x_f^2)$

B.- Tiempo :

$$t_D = \frac{\alpha_2 k t}{\phi c_t \mu r_w^2}$$

para modelo de falla semipermeable, y modelo de falla de conductividad finita :

$$r_w^2 = d_f^2$$

para modelo de fractura intersectante :

$$t_D (r_w^2) = t_{Dxf} (x_f^2)$$

para modelo de yacimiento de doble porosidad y fractura intersectante :

$$k = k_f \quad \text{y} \quad \phi c_t = (\phi c_t)_{m+f}$$

para modelo de pozo horizontal :

$$k = k_h \quad \text{y} \quad r_w^2 = L_w^2$$

C.- Presión

$$p_{wD} = \frac{kh(p_i - p_w)}{\alpha_3 q B \mu}$$

para modelo de yacimiento de doble porosidad y fractura intersectante :

$$k = k_f$$



para pozo horizontal :

$$k = \sqrt{k_h k_v}$$

$$y \quad h = L_w$$

D.- Radio adimensional :

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

para modelo de falla semi-impermeable y falla de conductividad finita :

$$r_{wD} = \frac{r_w}{d_f}$$

para pozo horizontal :

$$r_{wD} = \frac{r_w}{2L_w} \left( 1 + \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right)$$

E.- Gasto adimensional :

para falla de conductividad finita :

$$q_{rD} = \frac{q_r d_f}{q_w}$$



para fractura intersectante :

$$q_{fD} = \frac{2q_f(x_D, t_{Dxf}) x_f}{q_w}$$

F.- Coordenadas

para falla de conductividad finita:

$$y_D = \frac{y}{d_f}$$

$$x_D = \frac{x}{d_f}$$

para fractura intersectante :

$$y_D = \frac{y}{x_f}$$

$$x_D = \frac{x}{x_f}$$

Otras variables:

$$h_D = \frac{h}{L_w} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

$$z_{wD} = \frac{z_w}{L_w} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

$$F_{cD} = \frac{k_f w_f}{k d_f}$$



$$C_{FD} = (k_f b_f)_D = \frac{k_f b_f}{k x_f}$$

$$d_{FD} = \frac{d_f}{r_w}$$

$$\eta_{maD} = \frac{k_m (\phi c_t)_i r_w^2}{(\phi c_t)_m h_m^2}$$

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_{f+m}}$$

$$\lambda = \frac{\alpha r_w^2 k_m}{k_f}$$

$$A_{FD} = A_{fm} h_m$$

$$\alpha_A = \frac{\left( \frac{k_f h}{w_f \mu} \right)}{\left( \frac{k h}{d_f \mu} \right)}$$



## LISTA DE FIGURAS Y GRÁFICAS

### FIGURAS.

No.	DESCRIPCIÓN	PÁGS.
1	Respuesta de presión en una prueba de incremento.	4,5
2	Componentes de la respuesta de presión en una curva de incremento.	7
3	Influencia del tiempo de producción en la $p_{ws}$ .	7
4	Método de impulso y la aproximación de la primera derivada de la función influencia.	8
5	Diferencia de la caída de presión en porcentaje, entre una fuente continua e instantánea, para diferentes regímenes de flujo.	9
6	Gráfica de la primera derivada para identificar regímenes de flujo.	11
7	Gráfica de la segunda derivada para identificar regímenes de flujo.	11
8	Efecto del tiempo de producción y de la derivada con respecto al tiempo de superposición en los datos de una prueba de incremento.	14



9	Modelo de pozo horizontal.	41
10	Respuesta de presión en una prueba de decaimiento.	49
11	Determinación de la presión inicial en curvas de incremento usando la convolución.	50
12	Método de impulso, primera derivada.	52
13	Método de impulso, segunda derivada.	52
14	Método de impulso, cálculo de la presión inicial del ejemplo 1.	53
15	Ajuste del ejemplo 2, con las gráficas de curvas tipo para flujo pseudoestacionario.	56
16	Método de impulso, cálculo de la presión inicial del ejemplo 2.	56

## GRÁFICAS

No.	DESCRIPCIÓN	PÁG.
	Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño en un yacimiento homogéneo.	
1	Segunda derivada.	19
2	Primera y segunda derivada.	20



	Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo transitorio matriz-fractura.	
3	Segunda derivada.	22
4	Primera y segunda derivada.	23
	Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo pseudoestacionario matriz-fractura.	
5	Segunda derivada.	25
6	Primera y segunda derivada.	26
	Comportamiento de presión transitoria de un pozo con efecto de falla impermeable o conductiva, no intersectante.	
7	Segunda derivada.	28
8	Primera y segunda derivada.	29
	Comportamiento de presión transitoria de un pozo de un pozo en presencia de una falla semipermeable (parcialmente comunicante), no intersectante.	
9	Segunda derivada.	31
10	Primera y segunda derivada.	32
	Comportamiento de presión transitoria de un pozo en presencia de una falla dañada de conductividad finita, no intersectante.	
11	Segunda derivada.	33



12	Primera y segunda derivada.	34
Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura vertical de conductividad finita, intersectante.		
13	Segunda derivada.	36
14	Primera y segunda derivada.	37
Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura de conductividad finita, con almacenamiento y daño, bajo condiciones de flujo bilineal.		
15	Segunda derivada.	38
16	Primera y segunda derivada.	39
Comportamiento de presión transitoria en un pozo horizontal.		
17	Segunda derivada $z_w/h = 0.2$	43
18	Primera y segunda derivada $z_w/h = 0.2$	44
19	Segunda derivada $z_w/h = 0.5$	45
20	Primera y segunda derivada $z_w/h = 0.5$	46
21	Segunda derivada $z_w/h = 0.8$	47
22	Primera y segunda derivada $z_w/h = 0.8$	48



## RESUMEN

Se revisó la problemática actual del análisis de pruebas de incremento de presión en pozos petroleros; se hace notar que las técnicas de análisis usadas en pruebas de decremento, aplicadas a las pruebas de incremento, están afectadas de manera importante por el tiempo de producción del pozo antes del cierre.

Se desarrollaron curvas tipo de la función de segunda derivada para ser usadas básicamente en el análisis de pruebas de incremento de presión, cuando la primera derivada se obtiene con respecto al tiempo de superposición y esta técnica resulta inapropiada.

Las curvas tipo desarrolladas de la función de segunda derivada, corresponden a los modelos mas comunes de flujo que pueden presentarse en una prueba transitoria a pozos petroleros; para esto, fueron usadas las soluciones analíticas correspondientes expresadas generalmente en el espacio de Laplace y en términos de variables adimensionales.

Para obtener las funciones de segunda derivada, se derivaron dos veces las soluciones analíticas con respecto al tiempo, el resultado en valor absoluto se multiplicó por  $t^2$ . En caso de estar éstas en el plano de Laplace, se usó el algoritmo numérico de Stehfest para obtener la función de segunda derivada en el plano real.

Se incluyeron dos curvas tipo más de segunda derivada desarrolladas en trabajos previos y se realizaron dos ejemplos de aplicación del uso de las curvas propuestas. Además, se realizaron gráficas de los modelos anteriormente comentados, que incluyen las curvas tipo de la función de primera derivada y la función de segunda derivada.



## I.-INTRODUCCIÓN.

Las pruebas de presión han llegado a ser una herramienta fundamental para caracterizar un yacimiento. Su uso inicial en la determinación de algunos parámetros del yacimiento y problemáticas del pozo, se ha extendido al grado de tenerse actualmente una diversidad de pruebas de presión y técnicas de interpretación sofisticadas para resolver problemas de flujo complejos; y más aún, su aplicación es muy importante para la caracterización dinámica del yacimiento.

La interpretación de estas pruebas es por lo tanto fundamental, pero datos insuficientes de la prueba, aplicaciones inapropiadas en las técnicas de análisis y fallas al integrar otras fuentes de información disponible pueden conducir a resultados erróneos.

Las técnicas de interpretación se han desarrollado basándose en la suposición de que el pozo produce a un gasto constante, aunque en la práctica esto no se puede lograr, existe la metodología para corregir los datos por la variación del gasto, como es la superposición en tiempo. Aún así, la respuesta de presión presenta muchas veces fluctuaciones muy importantes; otras veces son imprácticas por el tiempo que dura la prueba. Por lo que en general, se prefiere hacer uso de las pruebas de incremento que permiten además de un gasto constante durante la prueba ( $q=0$ ), una medición suave de la presión.

Por otra parte, las pruebas de incremento necesitan adaptarse a los modelos y técnicas de análisis desarrolladas para pruebas de decremento, lo que implica un análisis más complejo por el efecto del tiempo de producción del pozo antes del cierre, sobre los datos de presión de la prueba.



Raghavan<sup>1</sup> examinó el efecto del  $t_p$  sobre una prueba de incremento cuando éste es menor comparativamente con el tiempo de cierre, desarrolló curvas tipo para pruebas de incremento en los casos de yacimiento infinito y pozo fracturado hidráulicamente. Soliman<sup>2</sup> también realizó curvas tipo para pruebas de incremento para los regímenes de flujo radial, lineal y bilineal con la ventaja de presentar estas curvas pendientes bien definidas cuando el efecto del tiempo de producción es importante; esto es más notorio a medida de que el tiempo de producción es mucho menor al tiempo de cierre. Bourdet y cols.<sup>3</sup> propusieron derivar la presión con respecto al tiempo de superposición (logaritmo de la función del tiempo de Horner), para eliminar el efecto del tiempo de producción en las pruebas de incremento; esto es válido solo cuando se presenta flujo radial durante y después del cierre. Ayoub y cols.<sup>4</sup> determinaron que es posible analizar las pruebas de incremento con largos periodos de cierre (tiempos de producción cortos), para ello desarrollaron la teoría de la prueba de impulso que es independiente del flujo presente en la prueba. Cinco Ley y cols.<sup>5</sup> propusieron el uso de la prueba de impulso para determinar la presión inicial haciendo uso de la función de segunda derivada. Cinco Ley y Samaniego<sup>6</sup> demostraron que para pruebas de incremento a tiempos iniciales, la derivada de la presión con respecto al tiempo de superposición tiene un comportamiento similar a la derivada de la presión de decremento, pero después de un periodo de transición, el comportamiento es igual a la función de segunda derivada; recomendaron también el uso combinado de curvas tipo de la función de primera y segunda derivada para resolver esta problemática.

Los analistas de pruebas de presión, frecuentemente obtienen la derivada de la presión con respecto a la función del tiempo de superposición, con la finalidad de disminuir el efecto del tiempo de producción.



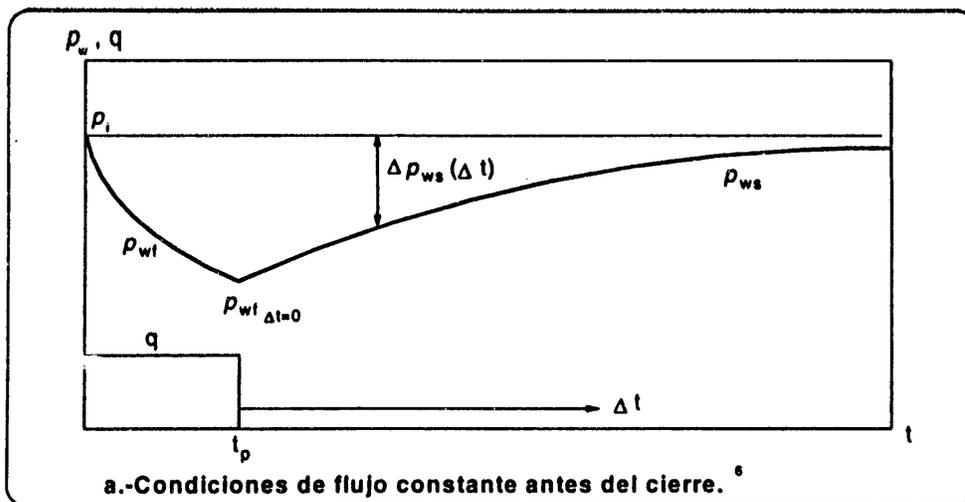
Como se mencionó antes, a tiempos pequeños la primera derivada de la presión calculada de esa manera, tiene un comportamiento similar a la función de la primera derivada para pruebas de decremento; pero a medida que se incrementa el tiempo de cierre, esta derivada tiende a la función de segunda derivada; lo cual significa que no se hará un ajuste confiable al utilizar las curvas tipo de primera derivada desarrolladas para pruebas de decremento y en muchos casos, no será posible realizar este ajuste, es por ello que se necesitan generar curvas tipo de segunda derivada que combinadas con las de primera derivada nos den un resultado certero del análisis respectivo.

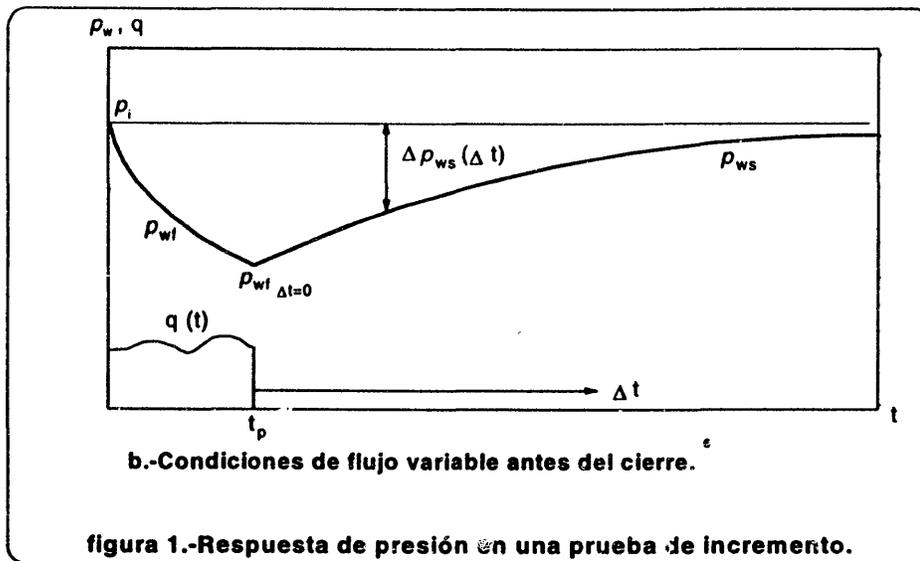
El objetivo de esta tesis es desarrollar las curvas tipo de la función de segunda derivada de los modelos de flujo más comunes que se presentan en una prueba de presión, éstas permitirán el ajuste adecuado de los datos de una prueba de incremento, cuando el tiempo de producción tenga un efecto importante en los datos de la prueba; su uso también se extiende al método de impulso cuando no se conoce la presión inicial como dato. Las curvas también serán una herramienta más, para interpretar pruebas de presión.

## II.-INTERPRETACIÓN DE LAS PRUEBAS DE INCREMENTO DE PRESIÓN.

Las pruebas de incremento de presión tienen como finalidad estimar parámetros específicos del pozo y del yacimiento, así también el de obtener características del comportamiento dinámico del mismo.

Las mediciones suaves de presión que se obtienen en ellas (fig.1), al considerar gasto constante ( $q=0$ ), son una ventaja sobre las tradicionales pruebas de decremento de presión, aunque la producción diferida de hidrocarburos y el análisis de sus datos que resulta más complejo, son una desventaja.





Con el propósito de obtener resultados confiables en la interpretación de una prueba de incremento, las partes más importantes que se tienen que cuidar al evaluarla son: la estimación de la respuesta de presión correspondiente a un gasto unitario constante (normalización), y el diagnóstico de flujo.

## II.1.-NORMALIZACIÓN.

Las técnicas de análisis desarrolladas y los diagnósticos de pruebas de presión son aplicables a pruebas realizadas con un cambio de gasto constante; en la práctica las pruebas se realizan bajo condiciones de gasto variable.

Para pruebas de incremento, el tiempo y el gasto de producción antes del cierre afectan la respuesta de presión de la prueba; por lo tanto, es necesario transformar la información tomada durante la prueba para estimar la respuesta de presión correspondiente a un gasto base

constante.

Para condiciones de gasto variable antes del cierre, la respuesta de presión está dado por la integral de superposición <sup>2,5</sup>:

$$\Delta p_{ws}(\Delta t) = p_i - p_{ws}(\Delta t) = \int_0^{t_p} q'(\tau) \Delta p_1(t_p + \Delta t - \tau) d\tau \quad \text{..... (1)}$$

Si la historia de flujo se discretiza, la ec. 1 se puede escribir como<sup>6</sup>:

$$\Delta p_{ws}(\Delta t) = \sum_{i=1}^n q_i (\Delta p_1(t_p + \Delta t - t_{i-1}) - \Delta p_1(t_p + \Delta t - t_i)) \quad \text{..... (2)}$$

La sumatoria se llama "tiempo de superposición" y depende del régimen de flujo que domina el comportamiento de presión del sistema.

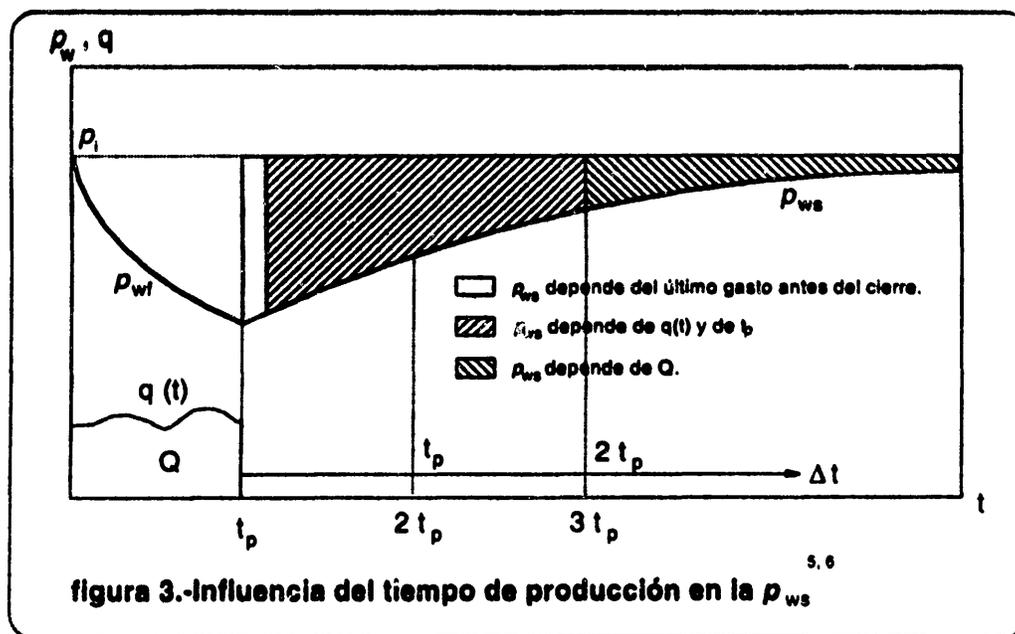
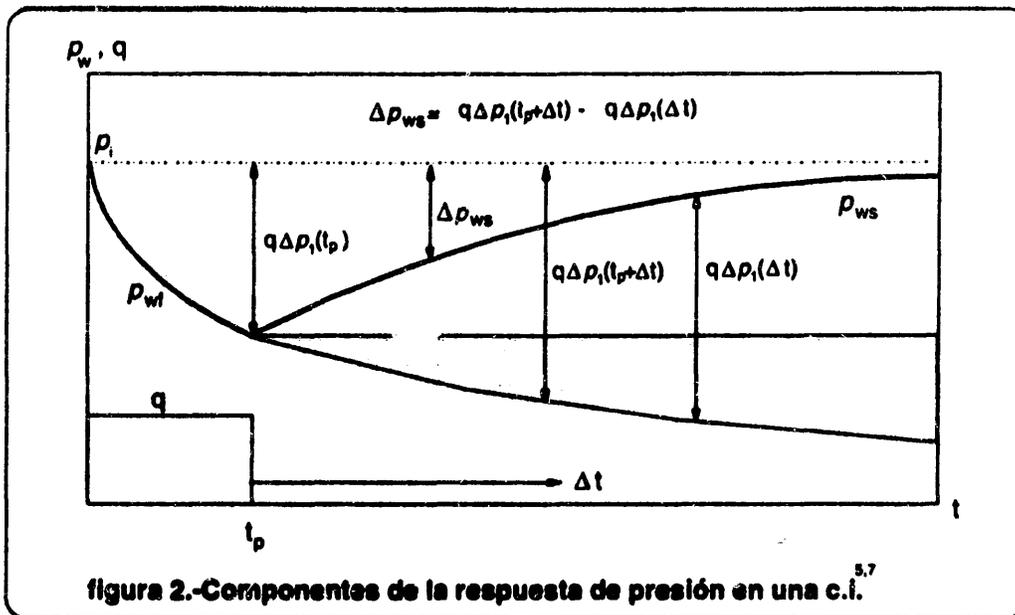
Si el gasto es constante, se puede simplificar como<sup>5</sup>:

$$\Delta p_{ws}(\Delta t) = q \Delta p_1(t_p + \Delta t) - q \Delta p_1(\Delta t) \quad \text{..... (3)}$$

Donde observamos que para cada medida de presión se tienen dos incógnitas:  $\Delta p_1(t_p + \Delta t)$  y  $\Delta p_1(\Delta t)$ ; esto significa que los datos de una prueba de incremento pueden estar fuertemente afectados por el tiempo de producción y que por ello el análisis resulte mas complejo (fig.2).

Para utilizar los métodos de pruebas de decremento en pruebas de incremento es necesario entonces, determinar la función influencia ( $\Delta p_1$ ), para diagnosticar los regímenes de flujo.

El tiempo de producción determina el método para calcular la función influencia (fig.3), Así;



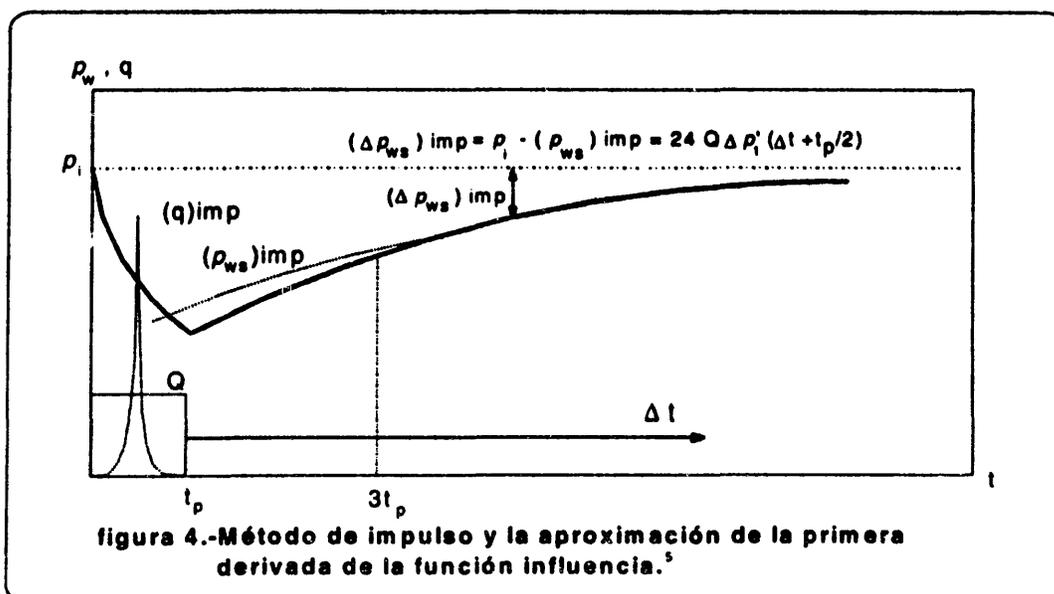
a) Si es aproximadamente diez veces mayor que el tiempo de cierre ( $t_p \geq 10\Delta t$ ), el cálculo de la

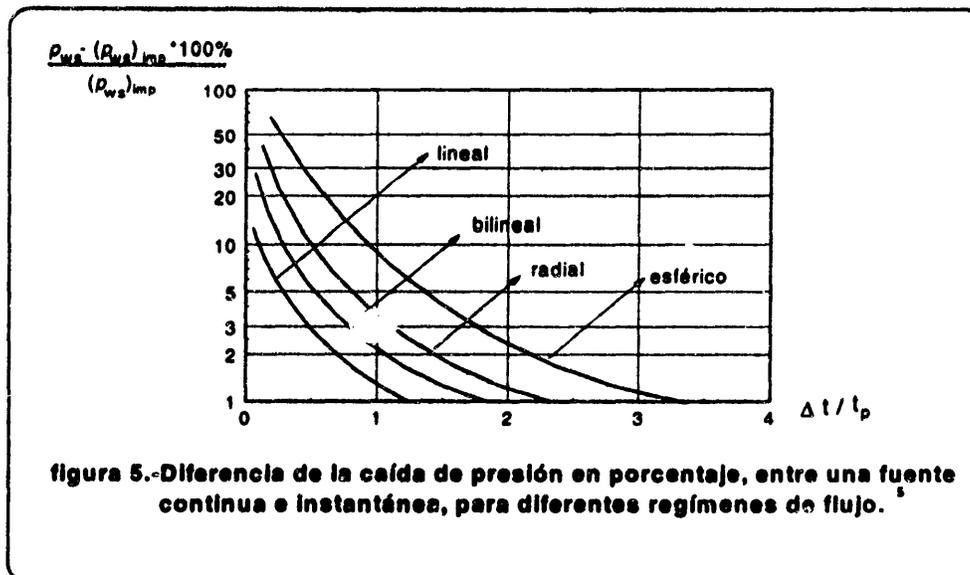
función influencia dado por la ec.1 se puede aproximar como<sup>5,21</sup> :

$$\Delta p_1(\Delta t) = \frac{p_{ws}(\Delta t) - p_{wf}(t_p)}{q} \quad \dots (4)$$

Donde "q" es el último gasto antes del cierre y la  $p_{ws}$  depende solo del último gasto; el análisis es adecuado para pozos que han estado operando por mucho tiempo. En este caso, el problema que se puede presentar cuando  $\Delta t$  es pequeño, es que el almacenamiento de fluidos en el pozo "enmascare" el periodo de flujo que nos interesa. Es notorio observar que a medida que  $\Delta t$  crece, el error también crece.

- b) Si el tiempo de cierre ( $\Delta t$ ) es mayor que dos veces el tiempo de producción ( $\Delta t \geq 2t_p$ ), el método de impulso propuesto por Cinco Ley y cols.<sup>5</sup> es el más adecuado, ya que la  $p_{ws}$  solo depende del volumen total extraído antes del cierre  $Q(t_p)$  (figs.4 y 5); así, el cálculo de la primera y segunda derivada de la función influencia es simple. Este método es apropiado para el análisis de datos de pruebas de incremento con largos periodos de cierre, pruebas DST y pruebas de repetición.





La derivada de la función influencia , en unidades de campo, se determina como<sup>5</sup> :

$$\Delta p_1' (t_p/2+\Delta t) = \frac{p_i - p_{ws}(\Delta t)}{24 Q} \quad \dots (5)$$

y la segunda derivada es entonces:

$$\Delta p_1'' (t_p/2+\Delta t) = \frac{-p'_{ws}(\Delta t)}{24 Q} \quad \dots (6)$$

donde  $\Delta p_1'$  ((lb/pg<sup>2</sup>)/bpd) y Q (bpd)

c) Si la relación del tiempo de producción con respecto al tiempo de cierre es diferente a los anteriores casos, el análisis se complica .

Si se tienen datos de gasto y presión del periodo de flujo antes de' cierre, la técnica adecuada es la deconvolución<sup>7</sup> para resolver la ecuación (1); ésta se puede aproximar discretizando el tiempo de producción en "n" intervalos iguales en términos de una sumatoria<sup>5,7</sup> :

$$\Delta p_1 (t_p + \Delta t - t_{n-1/2}) = \frac{(p_i - p_{ws}(\Delta t)) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta p_1 (t_p + \Delta t - t_{i-1/2})(q(t_i) - q(t_{i-1}))}{q(t_1)} \quad \dots (7)$$

Donde el primer valor de  $\Delta p_1$  se obtiene usando la ec.4 adaptándola al primer gasto de producción y los valores subsiguientes de  $\Delta p_1$  usando la ec.7.

La otra opción es usar la técnica de convolución, donde es necesario suponer un modelo de flujo para resolver la ec.1. La función influencia se calcula en base a un modelo de flujo propuesto; por lo anterior, esta técnica está restringida para ser usada en el diagnóstico de flujo. Por ejemplo para flujo radial la respuesta de presión está dada por <sup>6</sup> :

$$\Delta p_{ws}(\Delta t) = m_1 \sum_{i=1}^n \left[ \frac{q_i}{q_n} \right] \log \left( \frac{t_p + \Delta t - t_{i-1}}{t_p + \Delta t - t_i} \right) \quad \dots (8)$$

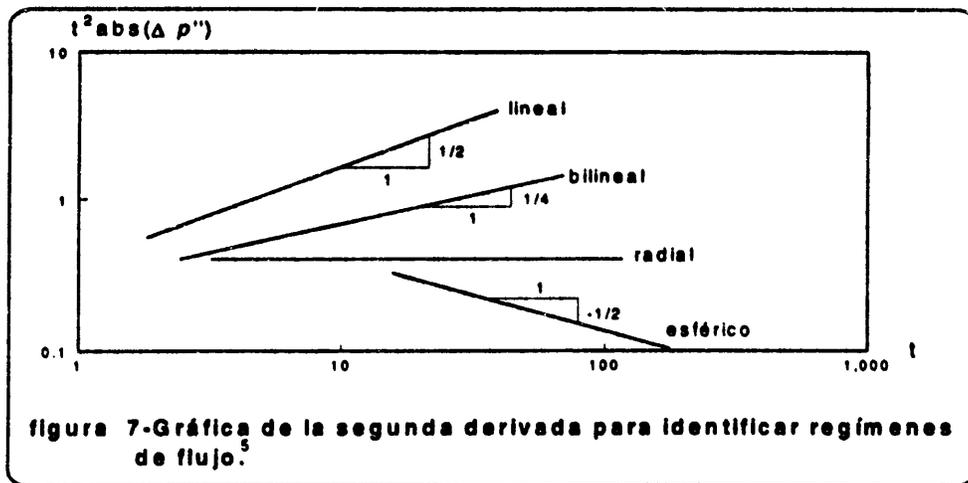
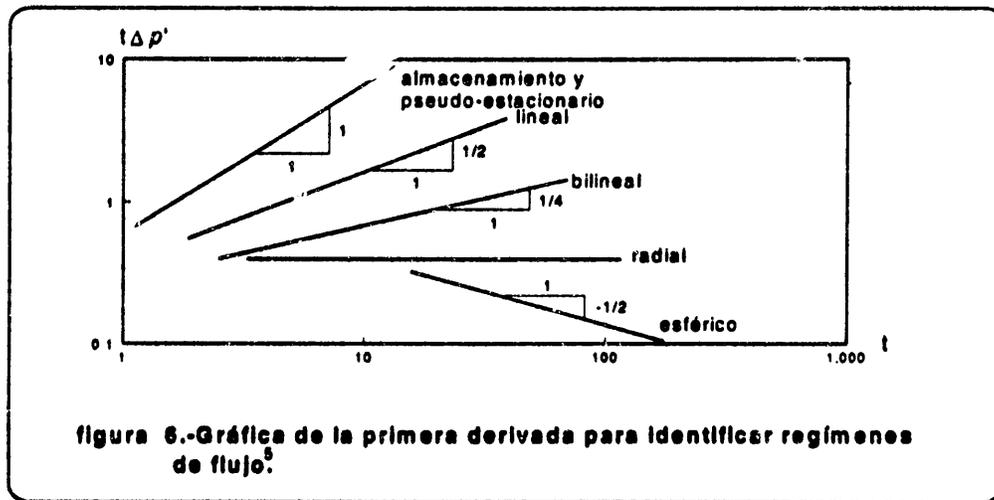
## II.2.-DIAGNÓSTICO DE FLUJO.

Se ha demostrado que las funciones de primera<sup>3,8,9</sup> y segunda derivada<sup>5</sup> constituyen herramientas confiables de diagnóstico de los diversos regímenes, geometrías de flujo y características dinámicas del yacimiento.

La función de primera derivada se define como la derivada de la presión con respecto al logaritmo natural del tiempo; la función de segunda derivada se obtiene derivando dos veces la presión con respecto al tiempo y su valor absoluto se multiplica por  $t^2$ .



Se ha establecido que una gráfica log-log de la función derivada (figs.6 y 7), permite identificar los diferentes regímenes de flujo que se presentan durante la prueba; ya que ésta exhibe líneas rectas de cierta pendiente; esto es, los flujos radial, lineal, bilineal y esférico, muestran líneas rectas con pendiente igual a cero, un medio, un cuarto y menos un medio, respectivamente; y para las características de presión constante una pendiente de -1.





### II.3.-CURVAS TIPO.

Para conformar el modelo de flujo presente en una prueba donde por lo general, su comportamiento depende de funciones complejas de tiempo, son necesarios métodos que analicen simultáneamente la totalidad de los datos de una prueba, incluyendo los periodos de transición, ya que las gráficas especializadas analizan únicamente la porción de datos de una prueba que pueden ser representados por una función simple de tiempo.

Con la finalidad anterior, se han generado curvas tipo de modelos de flujo bien definidos presentes en una prueba de presión, donde el comportamiento de presión en un pozo o en un punto de observación se expresan en términos de variables adimensionales; estas curvas al combinarse con las gráficas especializadas, corroboraran el diagnóstico de una prueba.

Las curvas tipo fueron diseñadas para pruebas de decremento, por lo tanto su uso para pruebas de incremento está restringido cuando el efecto del tiempo de producción y el gasto variable antes de la prueba son importantes.

Las curvas tipo son gráficas realizadas en papel log-log, donde cada curva está caracterizada por un número adimensional que depende de un modelo de flujo específico. Cuando un modelo apropiado es usado para realizar un ajuste usando la misma escala log-log, la presión teórica y real contra el tiempo tienen un ajuste idéntico en la forma de la curva solo trasladadas una de la otra. Este ajuste provee información cualitativa y cuantitativa del pozo y del yacimiento, la información cualitativa es de mayor ayuda porque facilita a seleccionar el modelo apropiado del yacimiento.

### III.-CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA.

Es común que los analistas de pruebas de incremento de presión, con el objetivo de eliminar o disminuir el efecto del tiempo de producción, obtengan la primera derivada de presión, derivando con respecto a la función del tiempo de superposición para flujo radial (logaritmo de la función del tiempo de Horner), este tiempo de superposición está definido como <sup>3,6</sup> :

$$t_{sup} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{q_i}{q_n} \right] \log \left( \frac{t_p + \Delta t - t_{i-1}}{t_p + \Delta t - t_i} \right) \quad \dots (9)$$

Se ha demostrado<sup>6</sup> que este cálculo es adecuado si el tiempo de cierre es muy pequeño, comparado con el tiempo de producción, pero a medida que aumenta "Δt" el comportamiento se asemeja a la función de segunda derivada (fig.8), esto es:

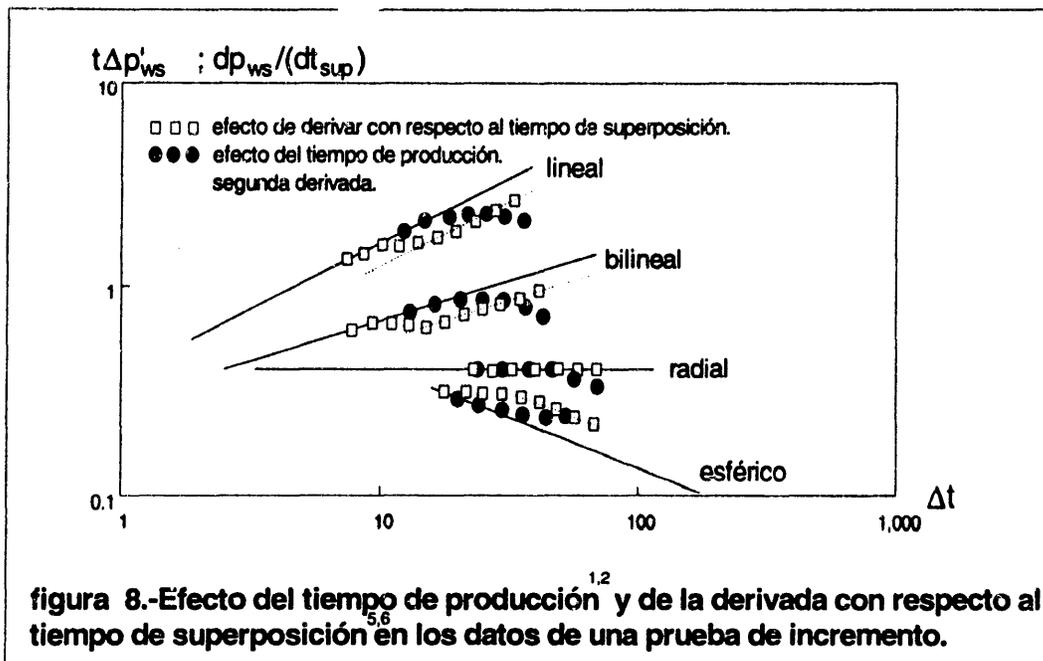
$$\frac{dp_{ws}}{dt_{sup}} \approx t \Delta p' \quad \Delta t \leq 0.1 t_p \quad \dots (10)$$

$$\frac{dp_{ws}}{dt_{sup}} \approx t^2 |\Delta p''| \quad \Delta t \geq 2 t_p \quad \dots (11)$$

De acuerdo a lo anterior, cuando el analista realiza este cálculo para tiempos de cierre del pozo no pequeños, por desconocimiento ajusta estos datos en las curvas tipo de primera derivada; esto significa que los parámetros que se obtienen del ajuste con la curva tipo tendrán un error, porque el ajuste se debería de hacer para una curva tipo de segunda derivada.

Otro problema que se presenta al usar este método es que existe la posibilidad de que no se pueda interpretar la prueba <sup>8,9</sup>.

Con esa finalidad se han realizado en este trabajo, todas las curvas tipo de segunda derivada de los modelos de flujo más comunes que se presentan en una prueba de presión a pozos.



Las curvas tipo de segunda derivada graficadas junto con las curvas tipo de primera derivada permitirán el ajuste adecuado de los datos de una prueba de incremento.

El analista no requerirá derivar dos veces los datos de presión, ya que basta derivar una vez con respecto al tiempo de superposición.

Las curvas tipo de la función de segunda derivada presentadas en este trabajo son:

1.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño en un

yacimiento homogéneo. (realizada por Cinco Ley, Ayoub y cols., 1986).<sup>5</sup>

2.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo transitorio matriz-fractura. ( realizada por Cinco Ley, Sánchez Bujanos, 1988).<sup>10,11, 12</sup>

3.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo pseudoestacionario matriz-fractura.<sup>13</sup>

4.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con efecto de falla impermeable o conductiva, no intersectante.<sup>14</sup>

5.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo en presencia de una falla semipermeable (parcialmente comunicante), no intersectante.<sup>15</sup>

6.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo en presencia de una falla dañada de conductividad finita, no intersectante.<sup>16</sup>

7.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura vertical de conductividad finita, intersectante.<sup>17</sup>

8.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura de conductividad finita, con almacenamiento y daño, bajo condiciones de flujo bilineal.<sup>18</sup>

9.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo horizontal.<sup>19</sup>

### III.1.-OBTENCIÓN DE LAS CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA.

Las soluciones a los modelos de flujo que se usan en este trabajo para obtener las curvas de segunda derivada, generalmente están expresadas en el espacio de Laplace. Así, las ecuaciones que representan el comportamiento transitorio de presión, en este dominio, se expresan de una manera simple. Si se desearan transformar analíticamente al plano real, se harían más complejas en su expresión y además, se requeriría hacer uso de ciertas aproximaciones que probablemente las harían restringidas en su aplicación.

En el caso de las soluciones a los modelos de flujo donde los autores las proponen en el plano real, la obtención de la segunda derivada se realizó derivando dos veces la expresión respecto al tiempo y el valor absoluto multiplicado por  $t^2$ . Las gráficas se realizaron entonces en un papel log-log para obtener la pendiente que define el tipo de flujo.

Para la primera derivada:

$$t\Delta p' = ct^n \quad (\text{forma general}) \quad \dots\dots (12)$$

$$\log t\Delta p' = \log c + n \log t \quad \dots\dots (13)$$

Para la segunda derivada:

$$t^2 \text{ abs}(\Delta p'') = (n-1) c t^n \quad (\text{forma general}) \quad \dots\dots (14)$$

$$\log t^2 \text{ abs}(\Delta p'') = \log (n-1) c + n \log t \quad \dots\dots (15)$$

Las soluciones usadas en el trabajo que se encuentran en el plano real son las presentadas en los Apéndices: B,C,D y E.

Se usaron dos métodos para obtener la segunda derivada de los modelos de flujo cuyas soluciones están propuestas en el dominio de Laplace. El primero consistió en invertir numéricamente al plano real tales soluciones usando el algoritmo de Stehefest<sup>20</sup> y posteriormente con los datos numéricos obtenidos se aplicó el inciso "a" que se describe líneas adelante; el segundo utilizó las propiedades de la transformada de Laplace indicadas en el inciso "b". Los resultados obtenidos con estos dos métodos, fueron graficados en el mismo papel y corroboraron su exactitud al coincidir curva por curva; en estos métodos se utilizaron las siguientes expresiones:

a) Con los valores obtenidos en el plano real se utilizaron las siguientes ecuaciones:

para la primera derivada:

$$\frac{dp_i}{dnt_i} = 0.5 t_i \left[ \frac{(p_{i+1} - p_i)}{(t_{i+1} - t_i)} + \frac{(p_i - p_{i-1})}{(t_i - t_{i-1})} \right] \quad \dots\dots (16)$$

para la segunda derivada:

$$t^2 \text{ abs} \left( \frac{d^2 p_i}{dt_i^2} \right) = 0.5 t_i^2 \text{ abs} \left[ \frac{(p'_{i+1} - p'_i)}{(t_{i+1} - t_i)} + \frac{(p'_i - p'_{i-1})}{(t_i - t_{i-1})} \right] \quad \dots\dots (17)$$

$$\text{donde : } p'_i = \frac{dp_i}{dt_i}$$

b) Se aplicaron básicamente las siguientes propiedades de la transformada de Laplace:

propiedad	f (t)	F(s)
1	f (ct)	$\frac{1}{c} F \left( \frac{s}{c} \right)$
2	f <sup>n</sup> (t)	s <sup>n</sup> F (s) - s <sup>n-1</sup> f(0) - ..... - f <sup>n-1</sup> (0)

La propiedad 1 se usó para transformar la función "s" que se encuentra en el plano de Laplace, a su correspondiente función "t" en el plano real; la propiedad 2 se usó para transformar un arreglo específico de la función "s" en el plano de Laplace, a su correspondiente función del tiempo ( primera o segunda derivada) en el plano real.

Al aplicar el algoritmo de Stehf se usaron en todos los casos variables de doble precisión y se tuvo cuidado en la selección del valor de N, el parámetro que gobierna la precisión en el algoritmo; por lo tanto se requirieron usar diferentes valores de N: para yacimiento homogéneo N=16; para falla dañada de conductividad finita no intersectante N=8, aunque en este caso la segunda derivada se calculó usando sólo el método (a), ya que el método (b) obtuvo valores dispersos a pesar de probar diferentes valores de N; para fractura vertical de conductividad finita N=10 y en segunda derivada N=12; para fractura bajo condiciones de flujo bilineal N=12; y finalmente para pozo horizontal se usaron dos valores N=6-8 y N=10-12, donde este último valor se usó para tiempos grandes (flujo pseudo-radial). También se graficaron los valores en un papel log-log de acuerdo a lo comentado anteriormente.

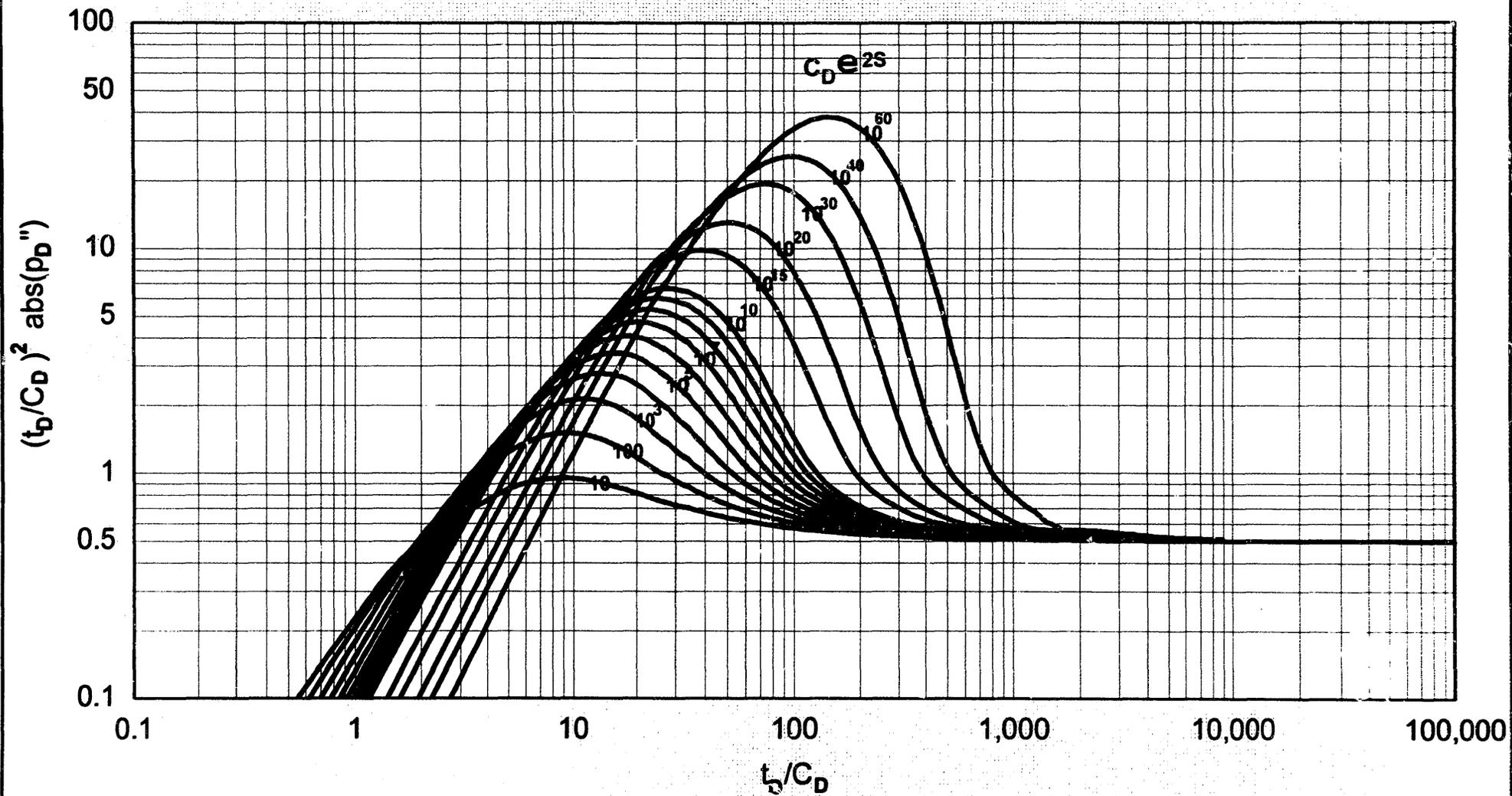
### **III.2.- DESCRIPCIÓN DE LAS CURVAS TIPO DE PRIMERA DERIVADA COMPARADAS CON LAS CURVAS TIPO DE SEGUNDA DERIVADA.**

#### **1.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño en un yacimiento homogéneo.**

Para la primera derivada todas las curvas emergen del punto (0.1,0.1) mientras que para la segunda derivada lo hacen de manera dispersa a tiempos posteriores.

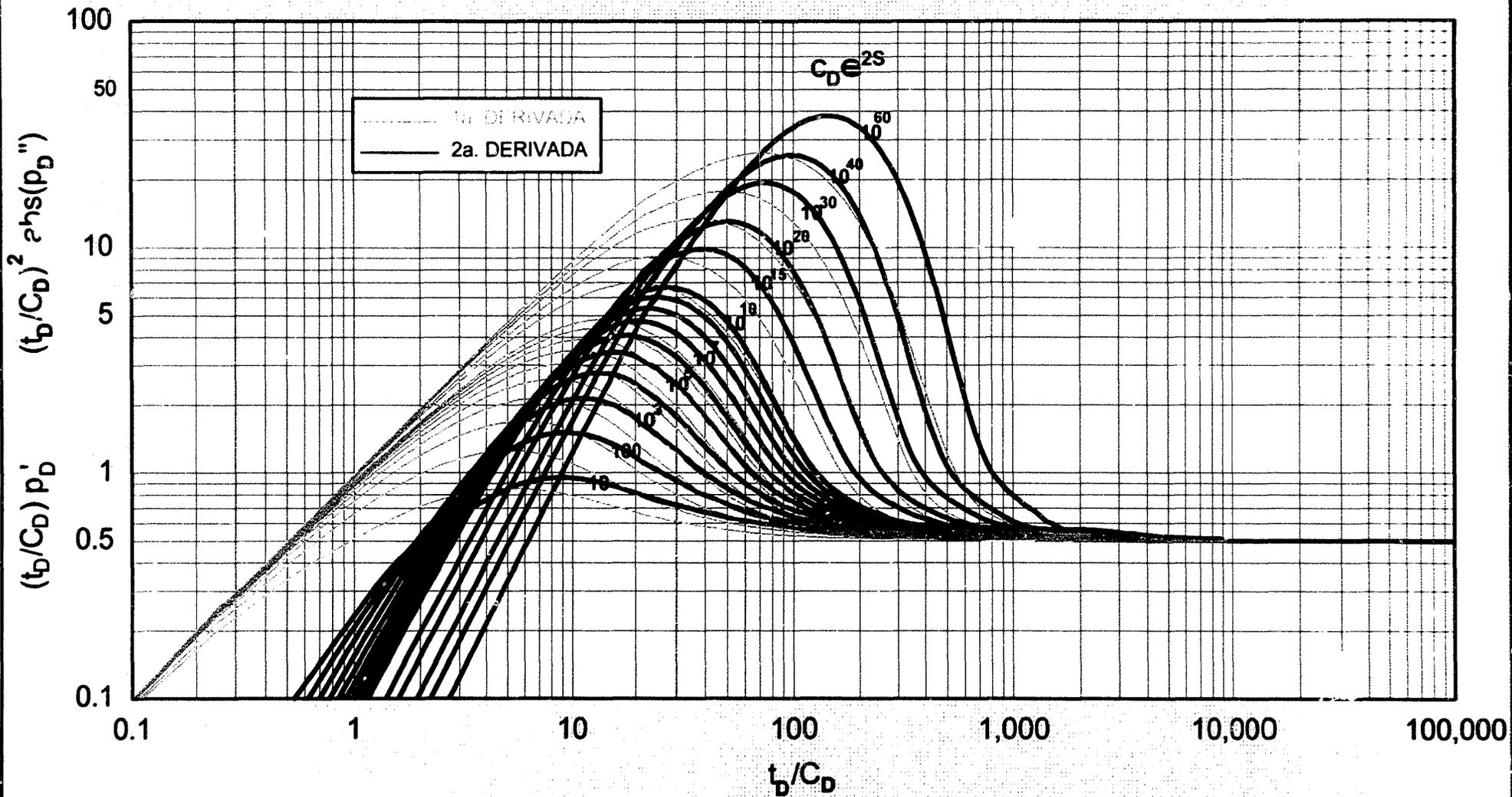
GRÁFICA 1

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO HOMOGÉNEO.  
SEGUNDA DERIVADA.



GRÁFICA 2

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO HOMOGÉNEO.  
PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



En el periodo de almacenamiento, la primera derivada refleja una pendiente de 1 y para la segunda derivada la pendiente es mayor, aproximándose a 2; posteriormente las curvas crecen hasta alcanzar un máximo, siendo mucho mayor en la segunda derivada y presentándose en un tiempo mayor; después las curvas declinan hasta alcanzar el flujo radial a un valor de 0.5 con respecto a la ordenada, entre mayor es el daño las curvas tardan más en alcanzar este comportamiento; comparativamente la segunda derivada, tarda más en alcanzar el flujo radial.

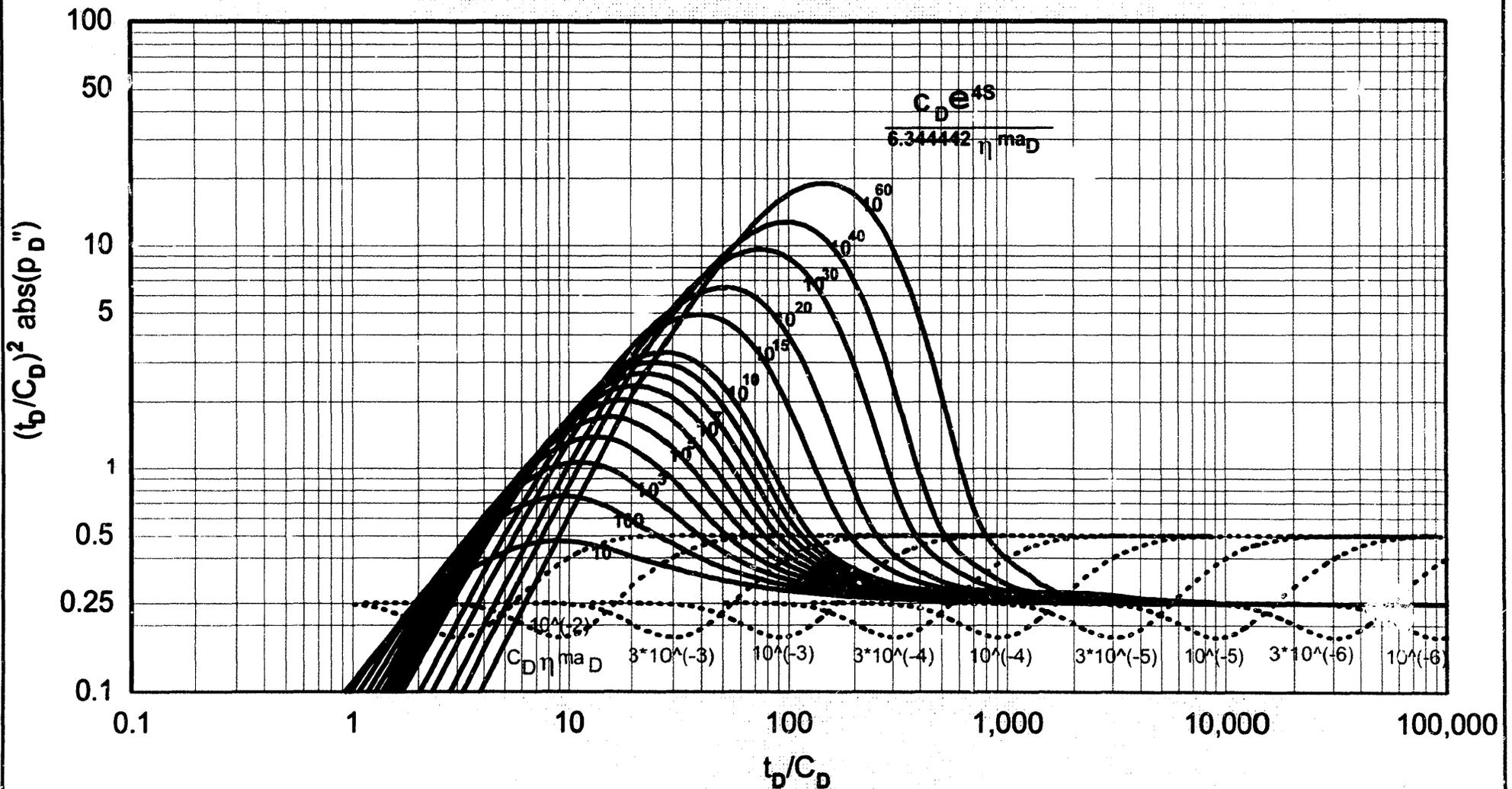
## **2.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo transitorio matriz-fractura.**

Para el periodo de flujo matriz-fractura (flujo transitorio), las curvas de primera y segunda derivada con el mismo valor del grupo adimensional ( $C_D\eta_{maD}$ ), emergen al mismo tiempo de una línea recta con valor de 0.25 con respecto a la ordenada y convergen también al mismo tiempo a la línea recta de flujo radial con valor de 0.5 con respecto a la ordenada. Para los valores del grupo adimensional " $C_D\eta_{maD}$ " que se manejan en la gráfica, el efecto que tienen sobre las curvas, es solo un desplazamiento a la derecha de medio ciclo, a medida que disminuye de valor dicho grupo adimensional.

A partir de la recta de 0.25, la primera derivada empieza a crecer suavemente, con una pendiente cercana a 0.5 hasta alcanzar la recta de flujo radial; la segunda derivada crece a su lado derecho, pero presenta la característica de mostrar un pequeño "valle" con un valor mínimo de 0.18 con respecto a la ordenada antes de empezar a crecer; la segunda derivada crece mas rápidamente con una pendiente cercana a 3/4 hasta converger al mismo tiempo con la primera derivada a la segunda línea recta de 0.5.

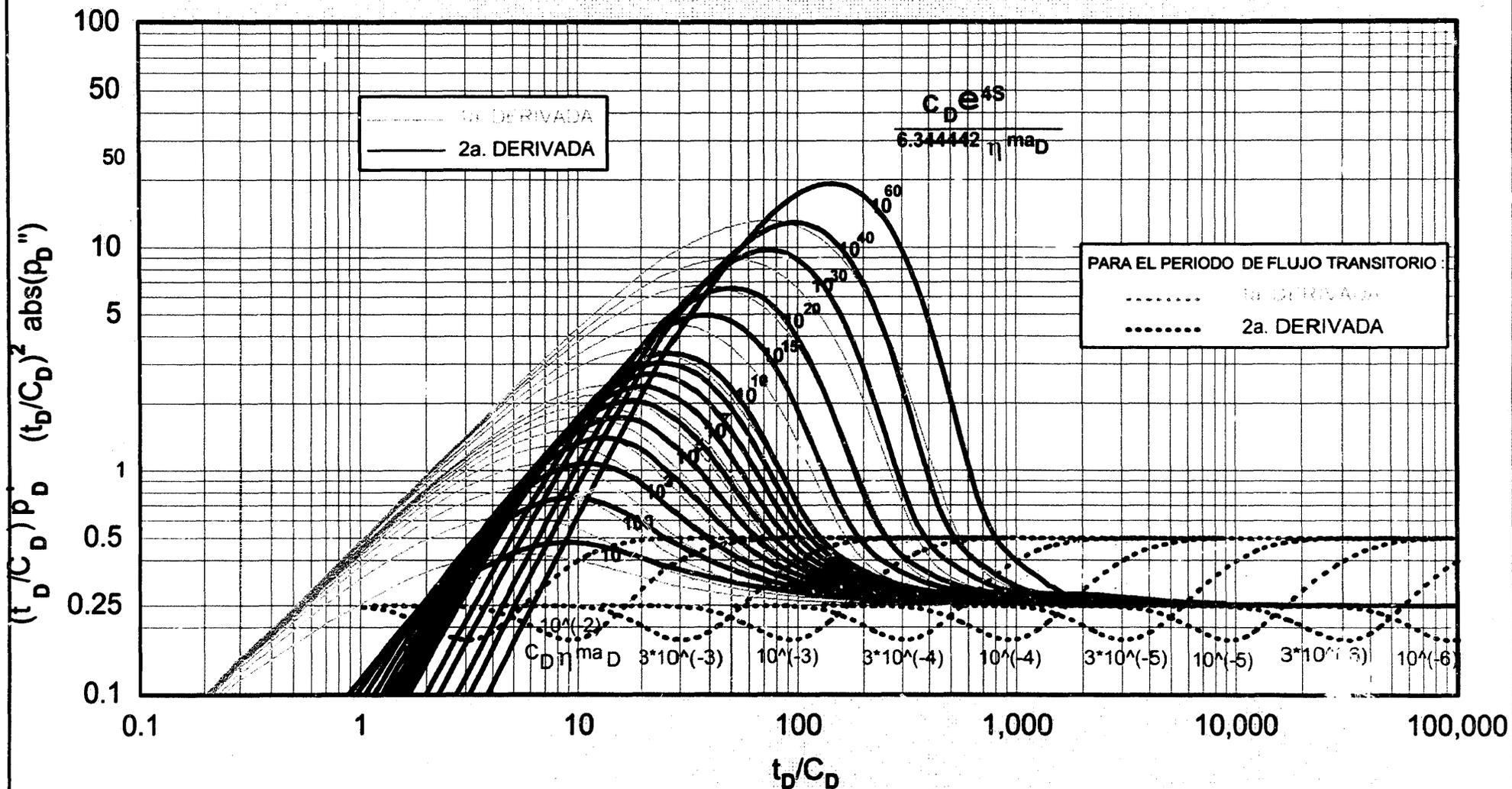
GRÁFICA 3

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD, CON FLUJO TRANSITORIO MATRIZ-FRACTURA. SEGUNDA DERIVADA.



GRÁFICA 4

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD, CON FLUJO TRANSITORIO MATRIZ-FRACTURA. PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



### **3.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento de doble porosidad con flujo pseudoestacionario matriz-fractura.**

Para el periodo de flujo matriz-fractura (flujo pseudoestacionario), las curvas que determinan este comportamiento emergen y convergen de la línea del comportamiento radial, que es una recta constante con valor de 0.5.

Al inicio de este periodo, las curvas de primera derivada decrecen suavemente y al fin del periodo crecen hasta alcanzar el comportamiento radial; su comportamiento es similar para cualquier valor de los grupos adimensionales definidos ( " $\lambda C_D / (\omega(1-\omega))$ " para inicios del periodo y " $\lambda C_D / (1-\omega)$ " al final del periodo), y se van moviendo un poco menos de medio ciclo a la derecha a medida que se tienen menores valores de estos grupos.

Para segunda derivada las curvas están desplazadas notoriamente a la derecha de las de primera derivada. A tiempos iniciales las curvas aunque emergen tardíamente del flujo radial decrecen con una pendiente mayor sin cortar a la curva de primera derivada del mismo valor de grupo adimensional. A tiempos finales, las curvas convergen a la línea recta de 0.5 con una pendiente mas fuerte comparativamente con la curva de la primera derivada correspondiente al mismo valor de " $\lambda C_D / (1-\omega)$ " sin cortarla y claramente a su derecha.

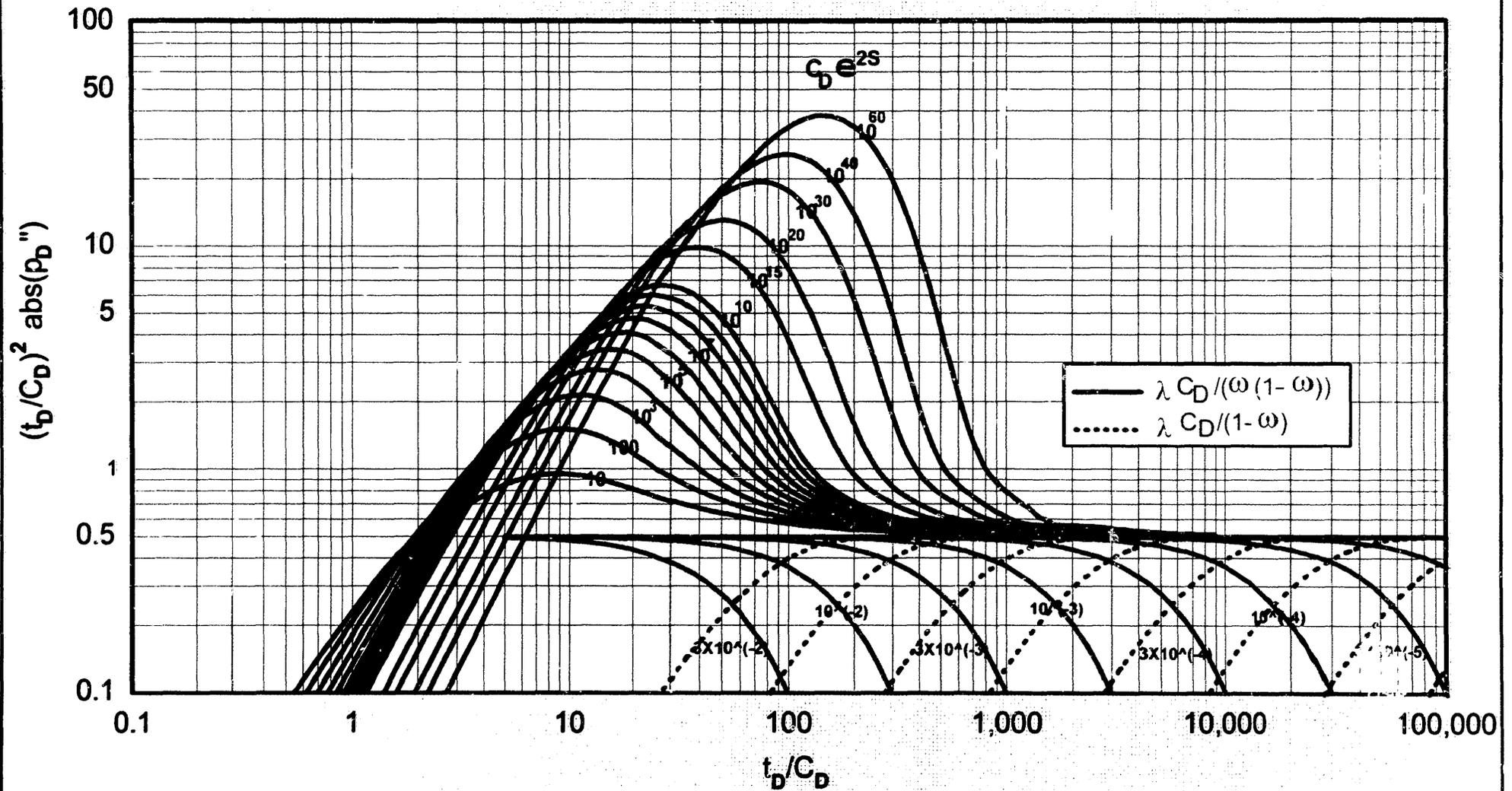
### **4.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo con efecto de falla impermeable o conductiva, no intersectante.**

#### **4.1.-Falla impermeable.**

En el modelo no se considera daño y almacenamiento, por lo tanto las curvas emergen de la

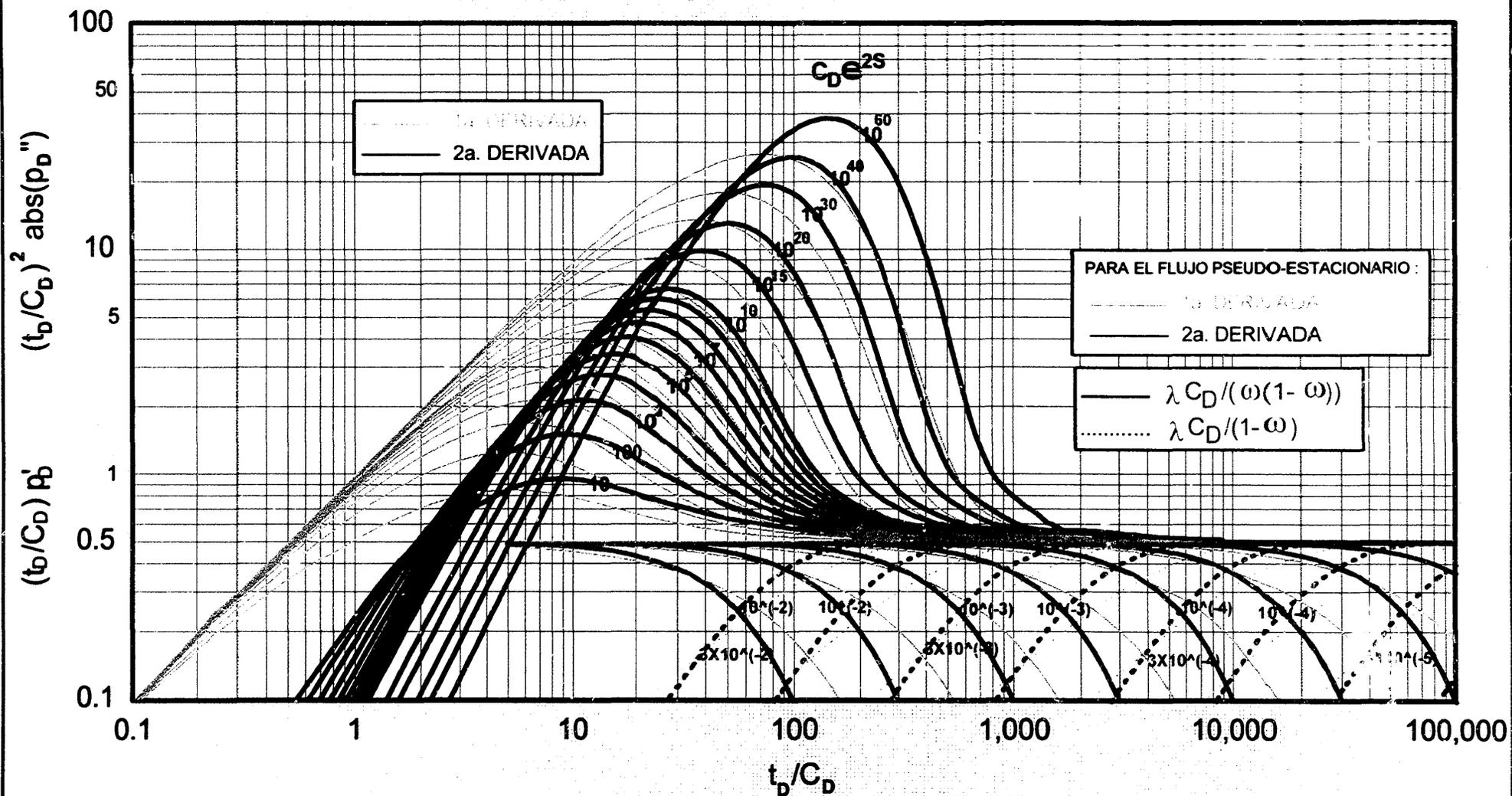
GRÁFICA 5

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD, CON FLUJO PSEUDOESTACIONARIO MATRIZ-FRACTURA SEGUNDA DERIVADA.



GRÁFICA 6

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD, CON FLUJO PSEUDOESTACIONARIO MATRIZ-FRACTURA PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



línea del comportamiento de flujo radial; a tiempos adimensionales cercanos a 0.2 la curva de primera derivada empieza a levantarse gradualmente hasta alcanzar el flujo pseudo-radial a tiempos adimensionales cercanos a 50; el flujo pseudo-radial se comporta como una línea recta con valor de 1 con respecto a la ordenada. La curva de segunda derivada, inicia también a partir de la línea de flujo radial con la peculiaridad de que antes de subir a flujo pseudo-radial, la curva presenta un pequeño "balle" entre los valores de 0.1 y 1 del tiempo adimensional y crece mas rápidamente que la primera derivada, pero alcanzando al mismo tiempo el comportamiento de flujo pseudo-radial.

#### **4.2.-Falla conductiva.**

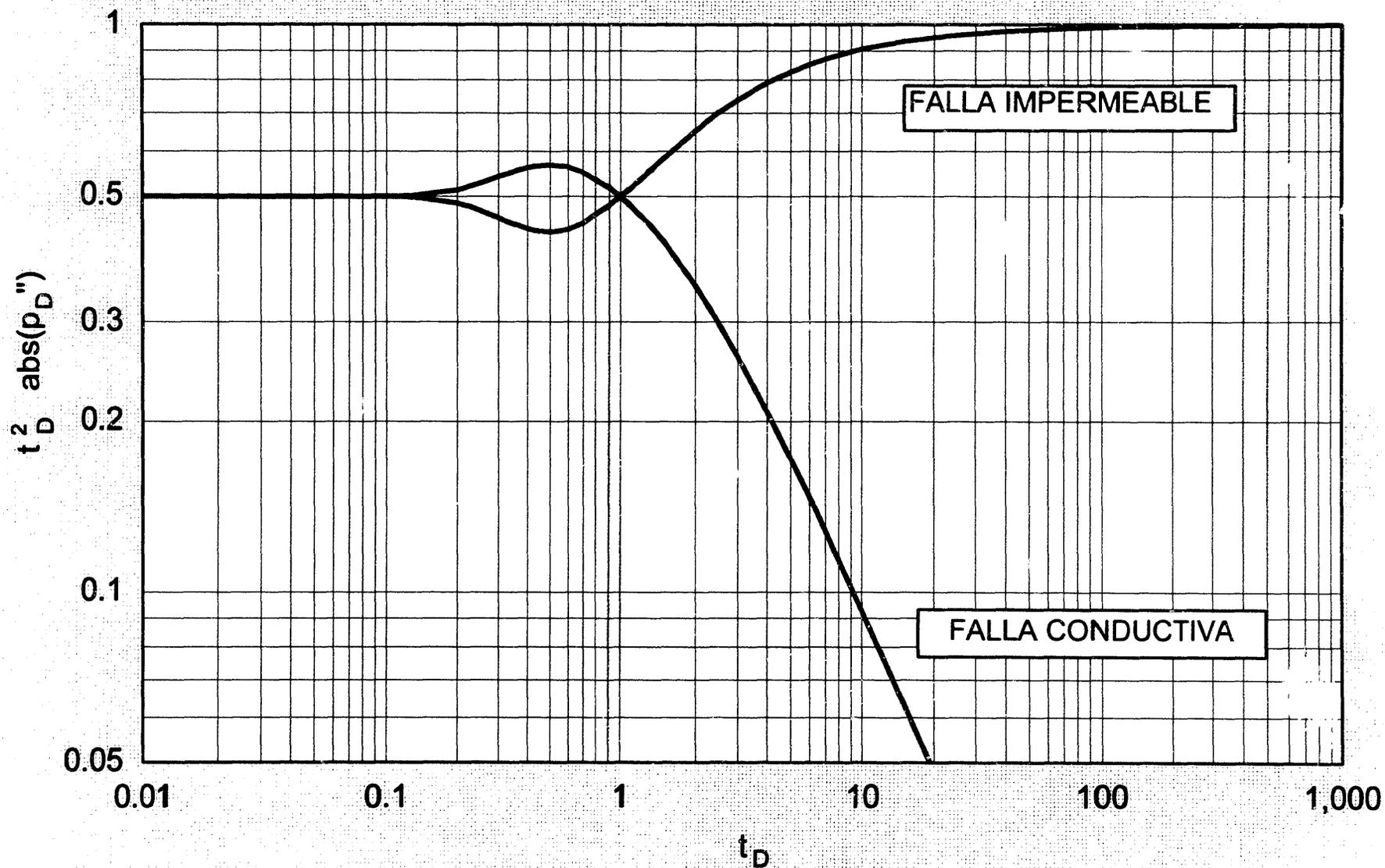
Estas curvas también inician a partir de la línea de flujo radial, con la diferencia de que en lugar de crecer, decrecen constantemente con una pendiente aproximada a -1; la primera derivada lo hace a partir de valores cercanos a 0.2 del tiempo adimensional y la segunda derivada tiene la diferencia de que antes de empezar a bajar presenta una pequeña "cresta" y aunque manifiesta el mismo comportamiento que la primera derivada con pendiente -1, se localiza ligeramente a su lado derecho.

#### **5.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo en presencia de una falla semipermeable (parcialmente comunicante), no intersectante.**

Para valores de  $\alpha_A = 0$  (falla sin comunicación de fluidos), el comportamiento es el mismo que el presentado en el modelo anteriormente visto (4.1.-falla impermeable). Todas las curvas emergen para cualquier valor de  $\alpha_A$ , del comportamiento de  $\alpha_A = 0$  y crecen hasta alcanzar un máximo (sin rebasar el valor de 1 con respecto a la ordenada), posteriormente decrecen para converger en la recta de flujo radial; entre menor es  $\alpha_A$ , las curvas alcanzan una mayor altura y tardan en presentar flujo radial.

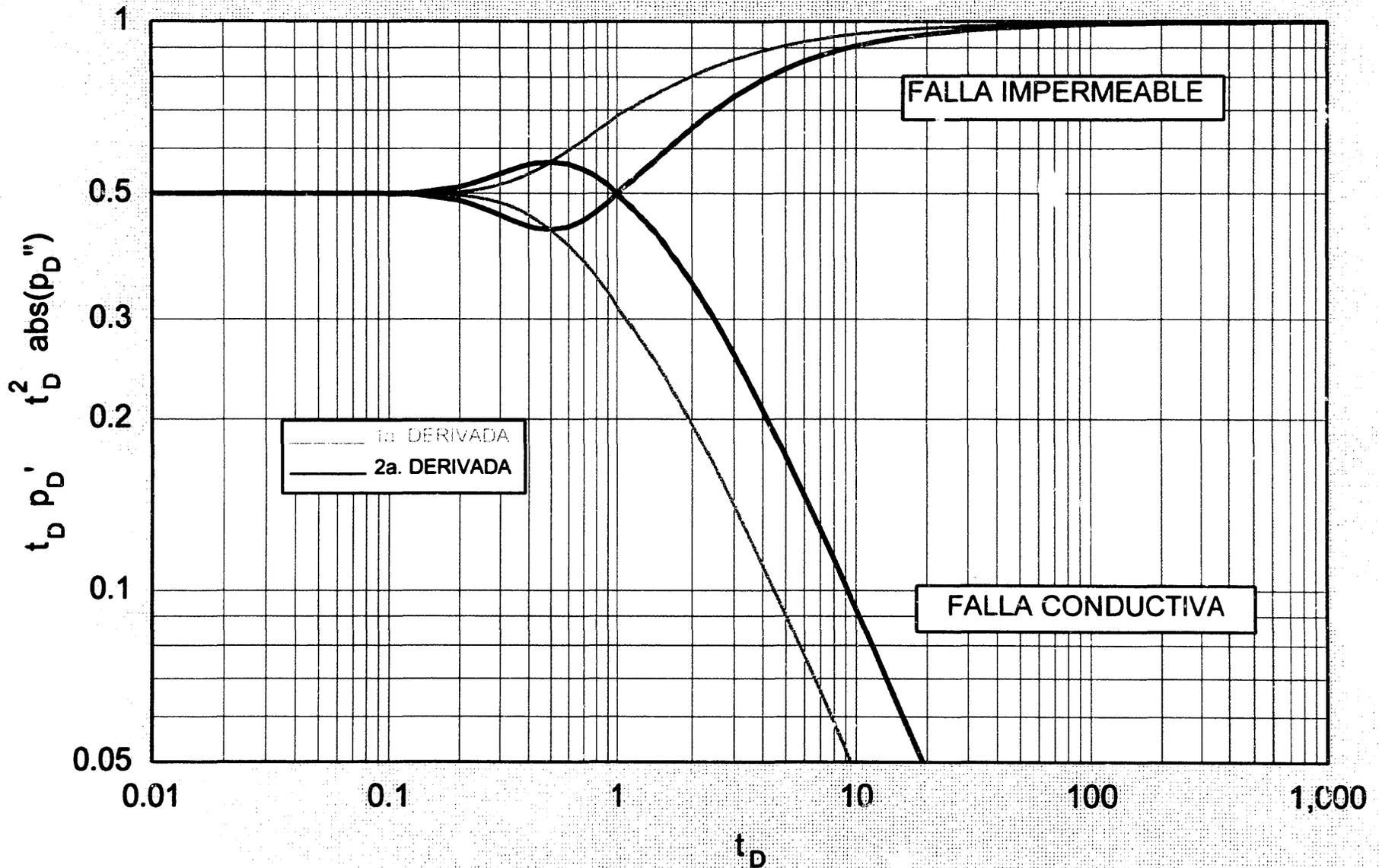
GRÁFICA 7

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON EFECTO DE FALLA IMPERMEABLE O FALLA CONDUCTIVA, NO INTERSECTANTE. SEGUNDA DERIVADA.



GRÁFICA 8

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON EFECTO DE FALLA IMPERMEABLE O FALLA CONDUCTIVA, NO INTERSECTANTE. PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.





Las curvas tipo de segunda derivada, además de presentar el “valle” antes comentado, empiezan a subir al lado derecho de la primera derivada y alcanzan una mayor altura que éstas, además tardan en presentar el comportamiento posterior de flujo radial.

### **6.-Comportamiento de presión transitoria de un pozo en presencia de una falla dañada de conductividad finita, no intersectante.**

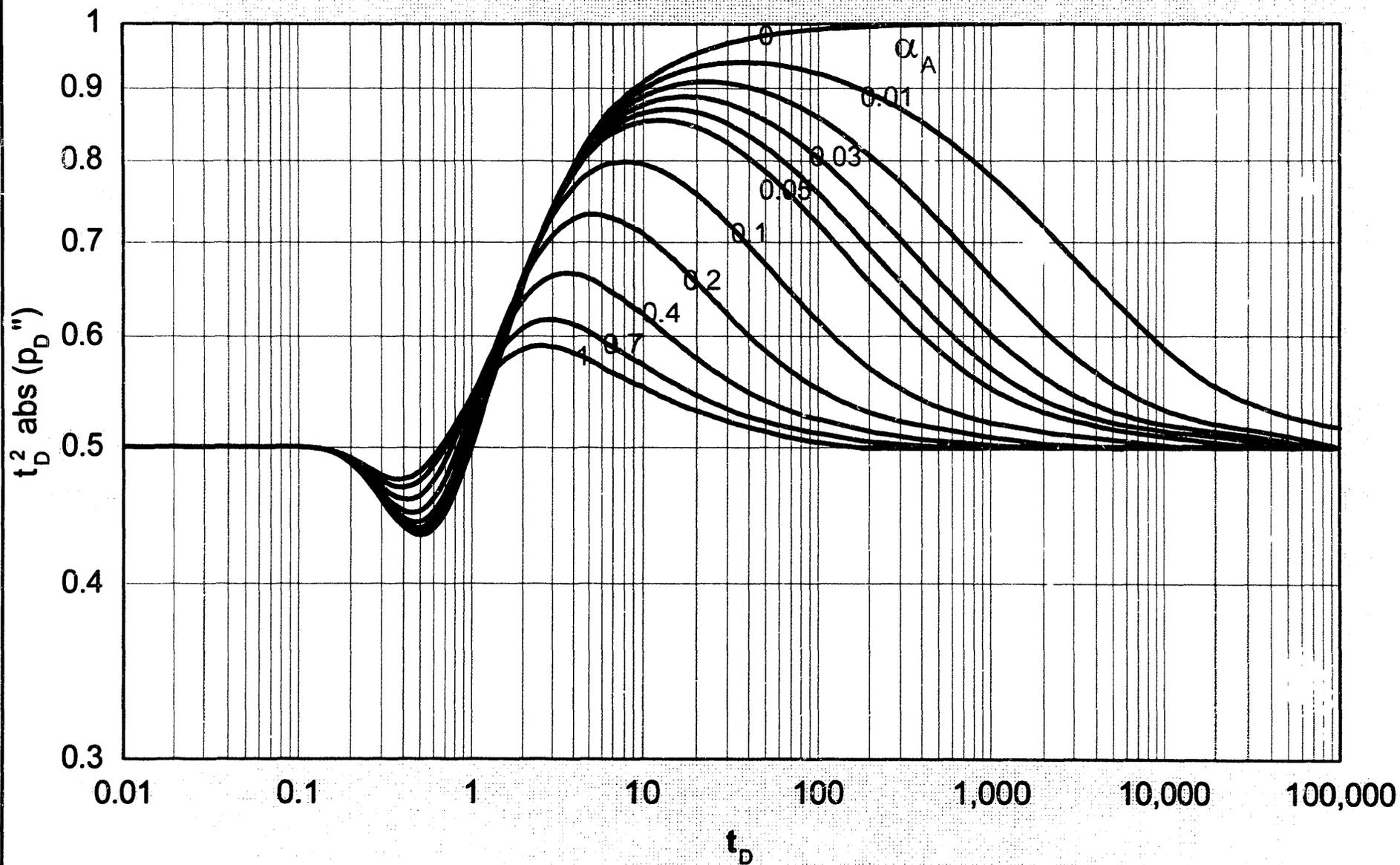
En estas gráficas existen dos grupos adimensionales que determinan el comportamiento de sus curvas:  $S_f$ , que define el grado de daño de la falla y  $F_{cD}$ , el grado de conductividad de la falla. Todas emergen del comportamiento del modelo de falla impermeable (4.1), y cuando  $S_f = 0$ , emergen del modelo de falla conductiva (4.2).

Después del periodo inicial de flujo radial, todas las gráficas en general presentan cuatro periodos de flujo bien definidos: la presencia del daño de la falla, el aporte de fluido de la falla que tiene un comportamiento de presión constante (por su pendiente cercana a -1), el aporte combinado de la falla y el yacimiento (flujo bilineal) y el aporte del fluido de un sistema homogéneo (flujo radial). También entre cada uno de estos periodos existen comportamientos de transición, que duran más a medida que  $S_f$  o  $F_{cD}$  aumentan.

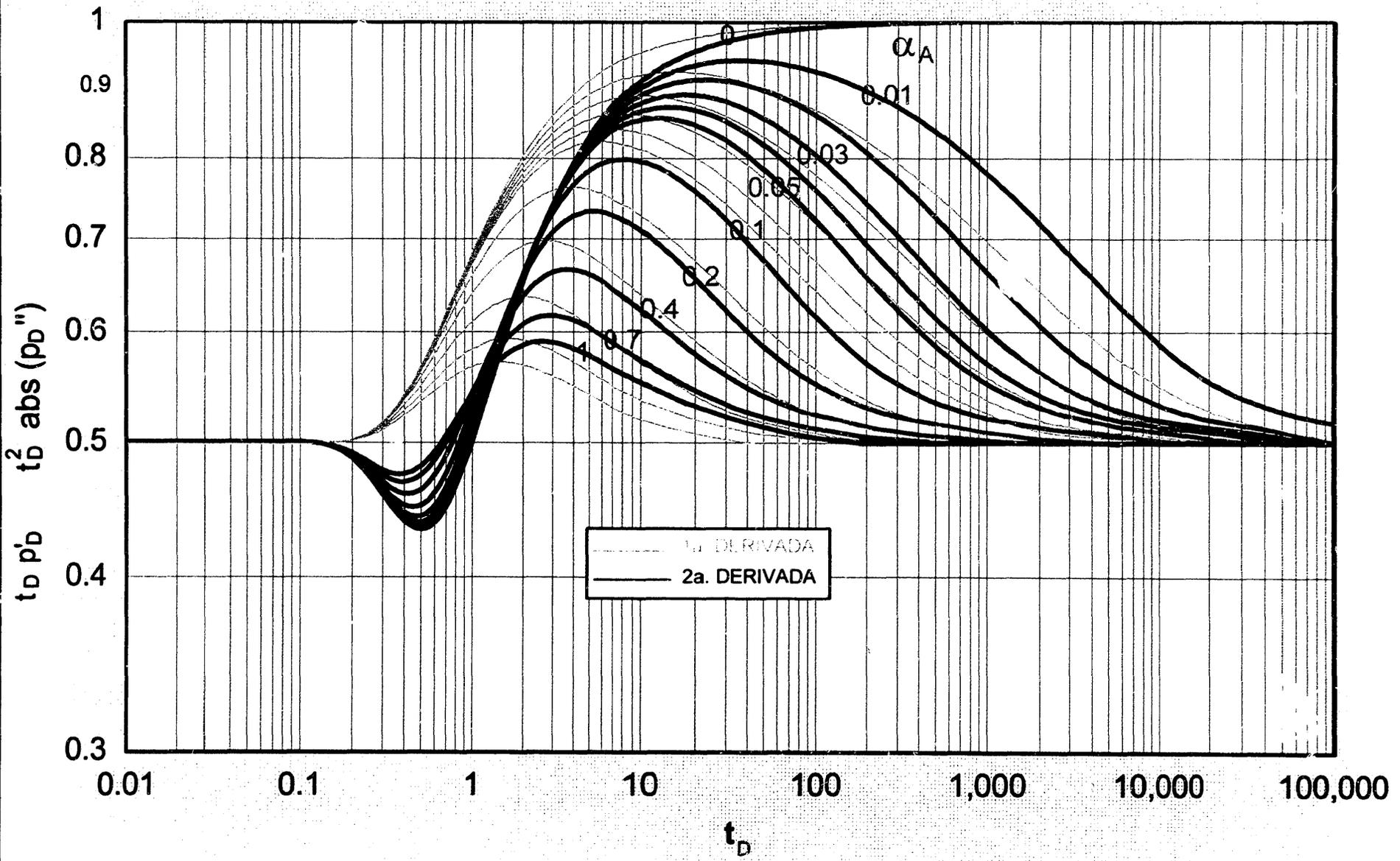
La presencia de daño en la falla tiene el efecto de hacer crecer las curvas a medida que  $S_f$  es mayor haciéndolas tender al valor de 1 con respecto a la ordenada; después, cuando se presenta el aporte del fluido de la falla, las curvas decrecen y tienden a una pendiente igual a -1, aunque para valores muy grandes de  $F_{cD}$  la fractura hidráulica tiende a comportarse como de conductividad infinita; posteriormente se presenta el flujo bilineal (pendiente de 1/4), que tarda en presentarse a medida que los valores de  $F_{cD}$  aumentan; finalmente todas convergen al flujo radial y por lo tanto tardará este periodo en presentarse para valores mayores de los

GRÁFICA 9

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO EN  
PRESENCIA DE UNA FALLA SEMIPERMEABLE, NO INTERSECTANTE.  
SEGUNDA DERIVADA.

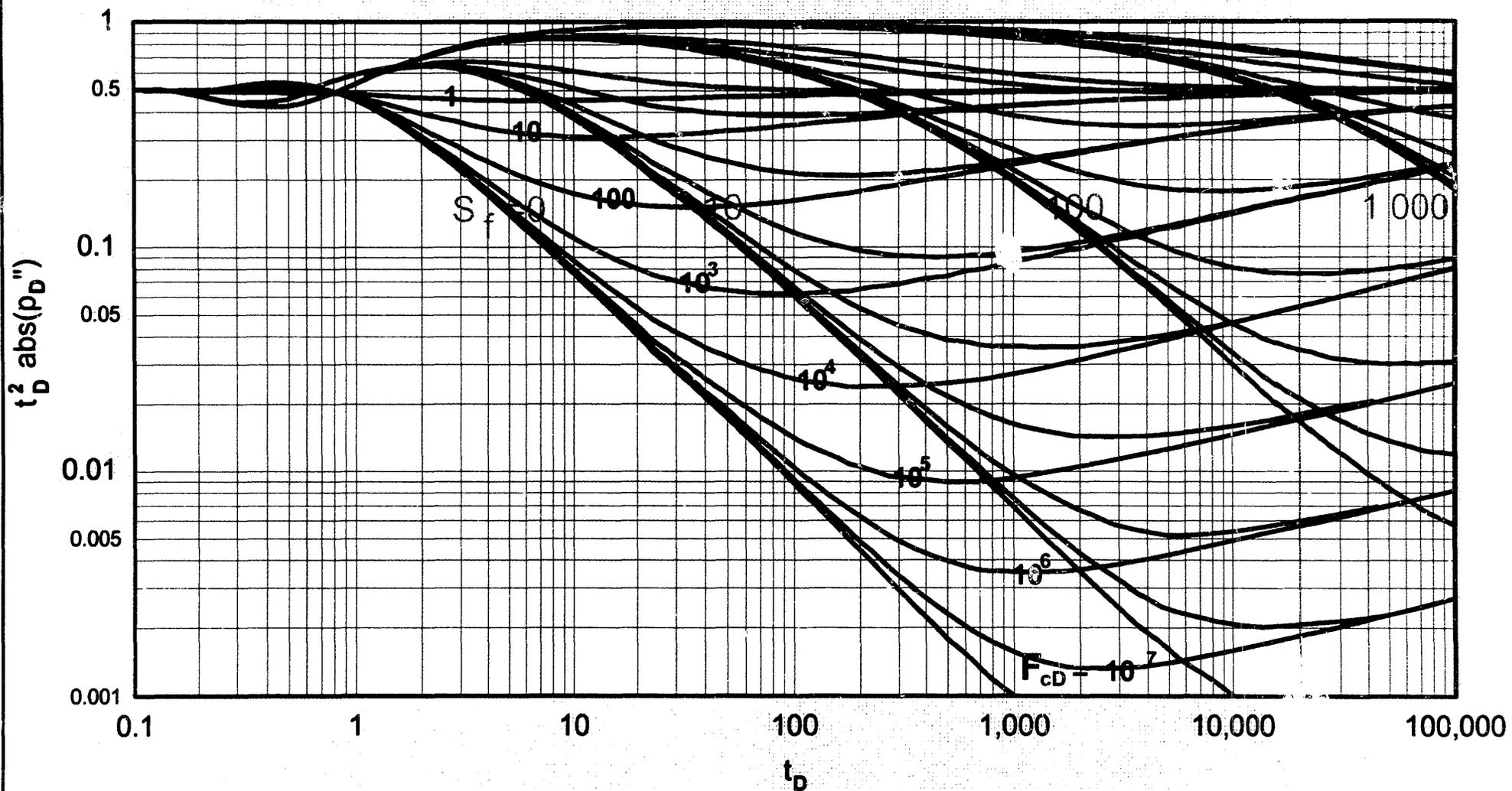


# COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO EN PRESENCIA DE UNA FALLA SEMIPERMEABLE, NO INTERSECTANTE. PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



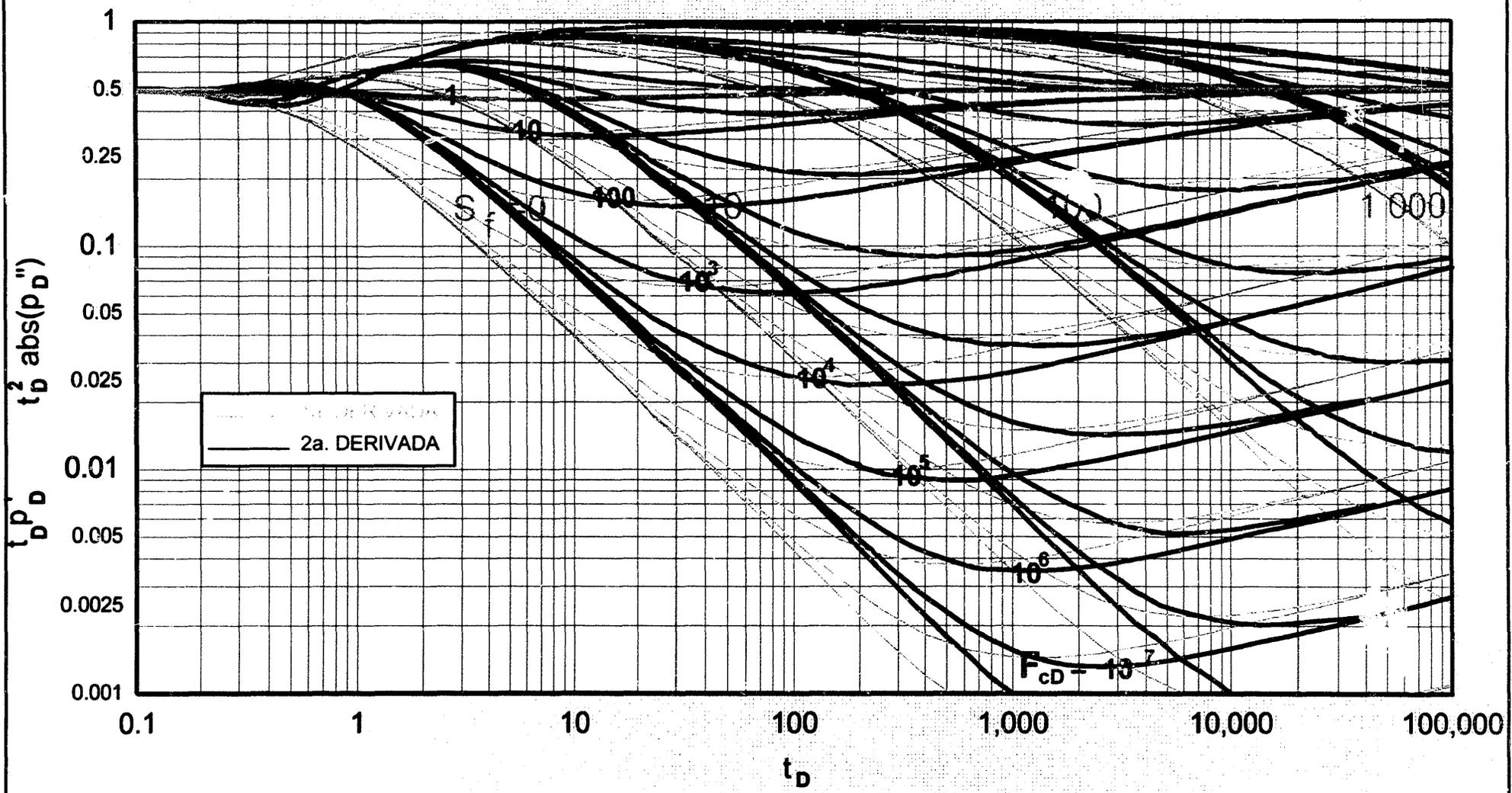
GRÁFICA 11

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO EN PRESENCIA DE UNA FALLA  
DAÑADA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, NO INTERSECTANTE.  
SEGUNDA DERIVADA.



GRÁFICA 12

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO EN PRESENCIA DE UNA FALLA DAÑADA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, NO INTERSECTANTE.  
PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



grupos adimensionales  $S_f$  y  $F_{cD}$ .

Los comportamientos para las curvas de primera y segunda derivada son similares, presentando como únicas diferencias que a tiempos iniciales las curvas de segunda derivada, presentan las características "crestas" y "valles" ya vistas en los modelos anteriores, y que estas curvas tipo están desfasadas a la derecha de las curvas de primera derivada, exactamente a 0.3 de un ciclo logarítmico.

### **7.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura vertical de conductividad finita, intersectante.**

Las curvas tipo de primera derivada presentan inicialmente flujo bilineal (pendiente de 1/4), una transición corta para pasar a un régimen de flujo pseudo-lineal (pendiente de 1/2) y finalmente llegar a flujo pseudo-radial, que se presenta como una línea recta de pendiente cero.

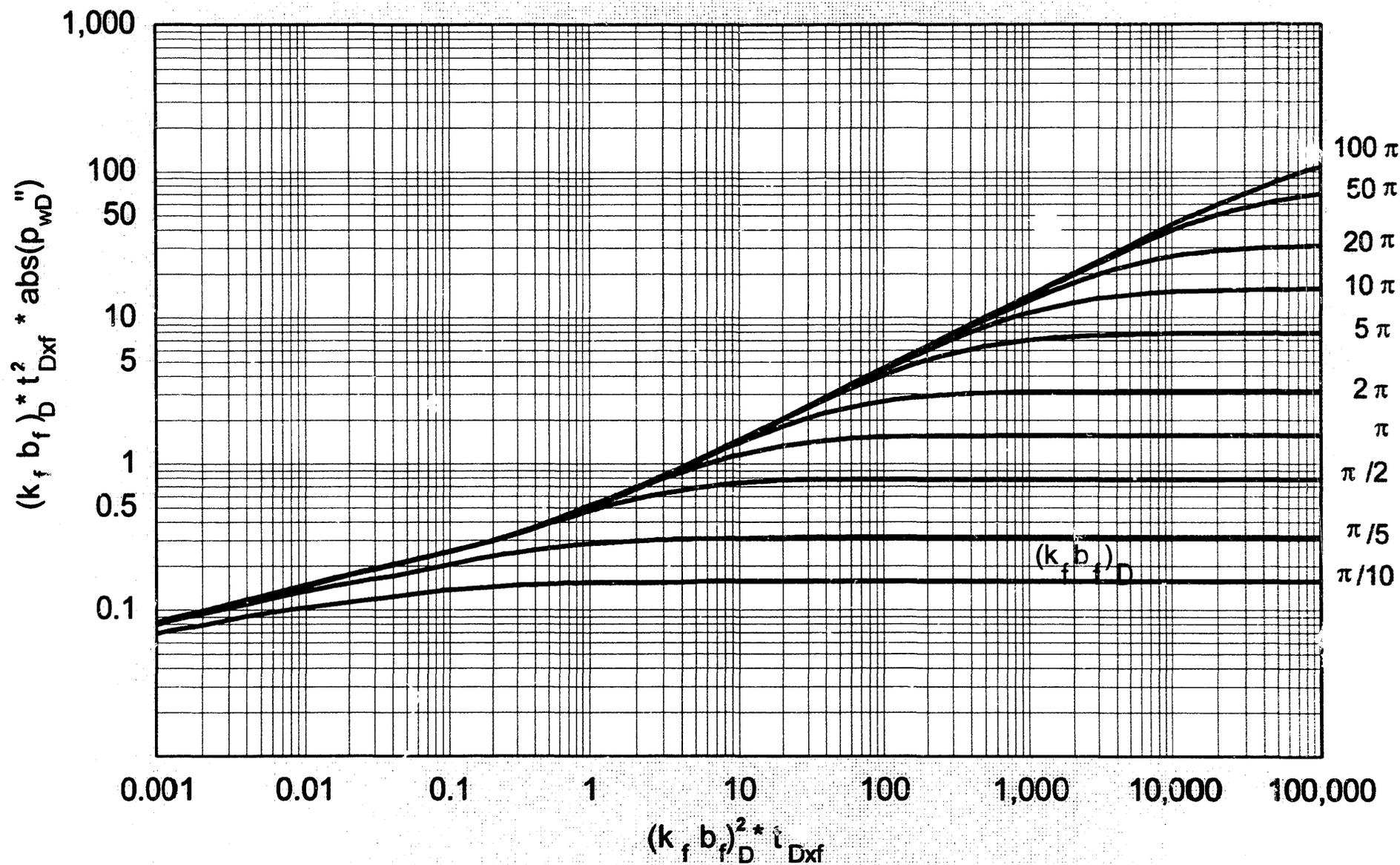
Las curvas tipo de segunda derivada se comportan similarmente a las curvas tipo de primera derivada pero desfasadas hacia la derecha, aproximadamente a 0.6 de un ciclo logarítmico con los periodos de transición mas cortos.

### **8.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo con una fractura de conductividad finita, con almacenamiento y daño, bajo condiciones de flujo bilineal.**

Su comportamiento es parecido a las curvas tipo de yacimiento homogéneo, donde el grupo adimensional, que controla el comportamiento es  $F_4$ . Para la primera derivada, el periodo de almacenamiento se presenta con una pendiente unitaria; posteriormente las curvas crecen

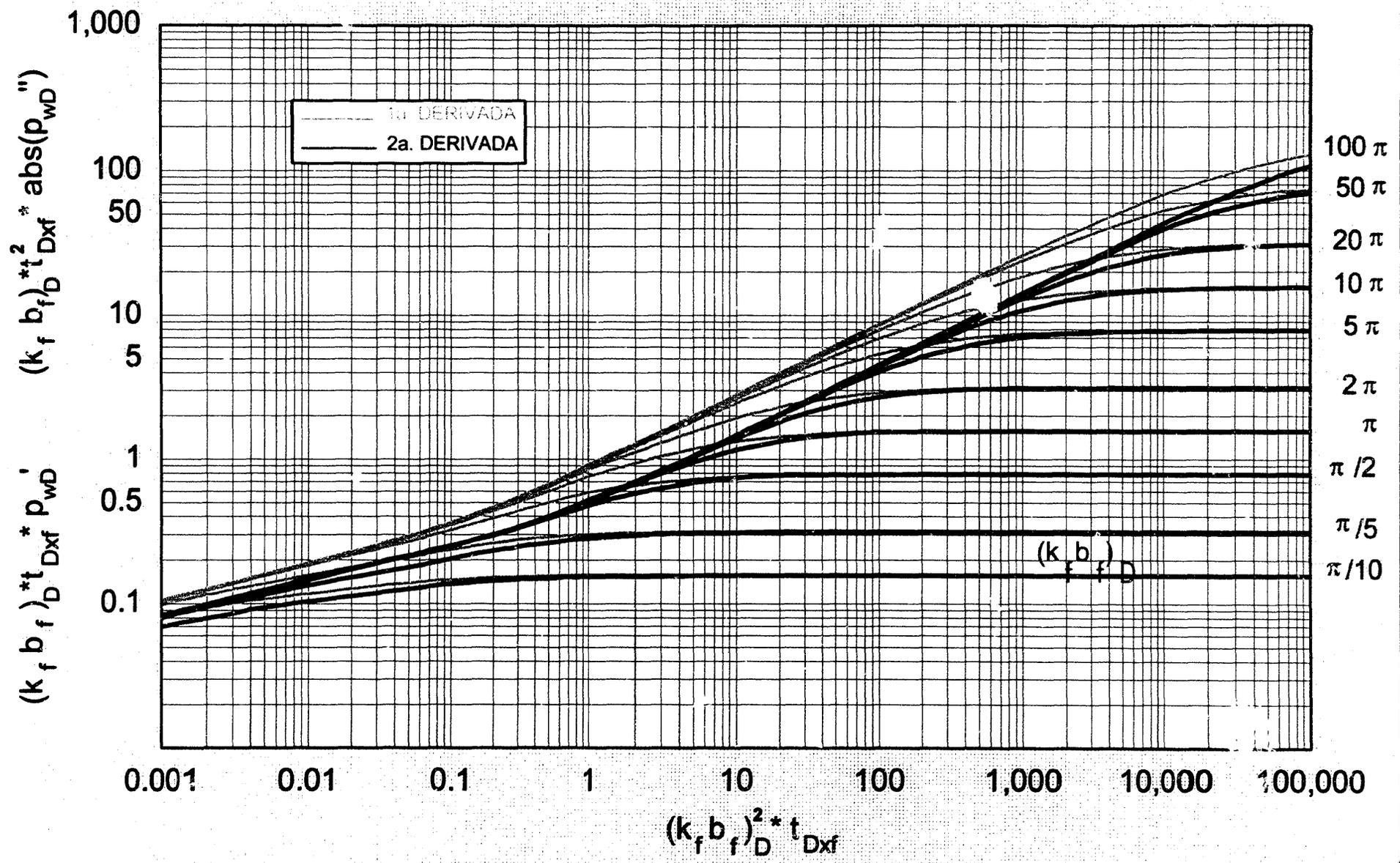
# COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD FINITA. SEGUNDA DERIVADA.

GRÁFICA 13



COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA  
 VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD FINITA.  
 PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.

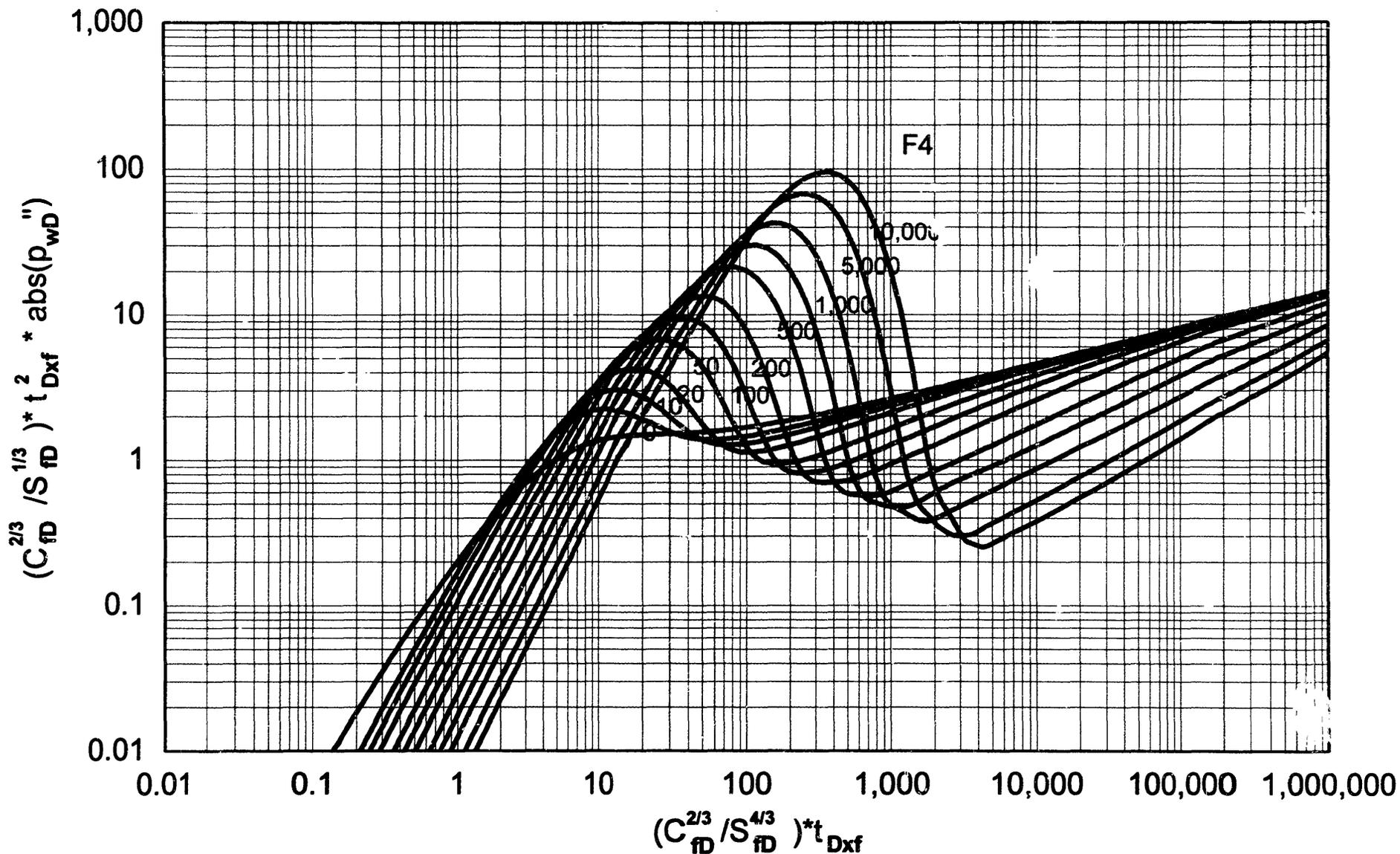
GRÁFICA 14



COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, BAJO CONDICIONES DE FLUJO BILINEAL.

GRÁFICA 15

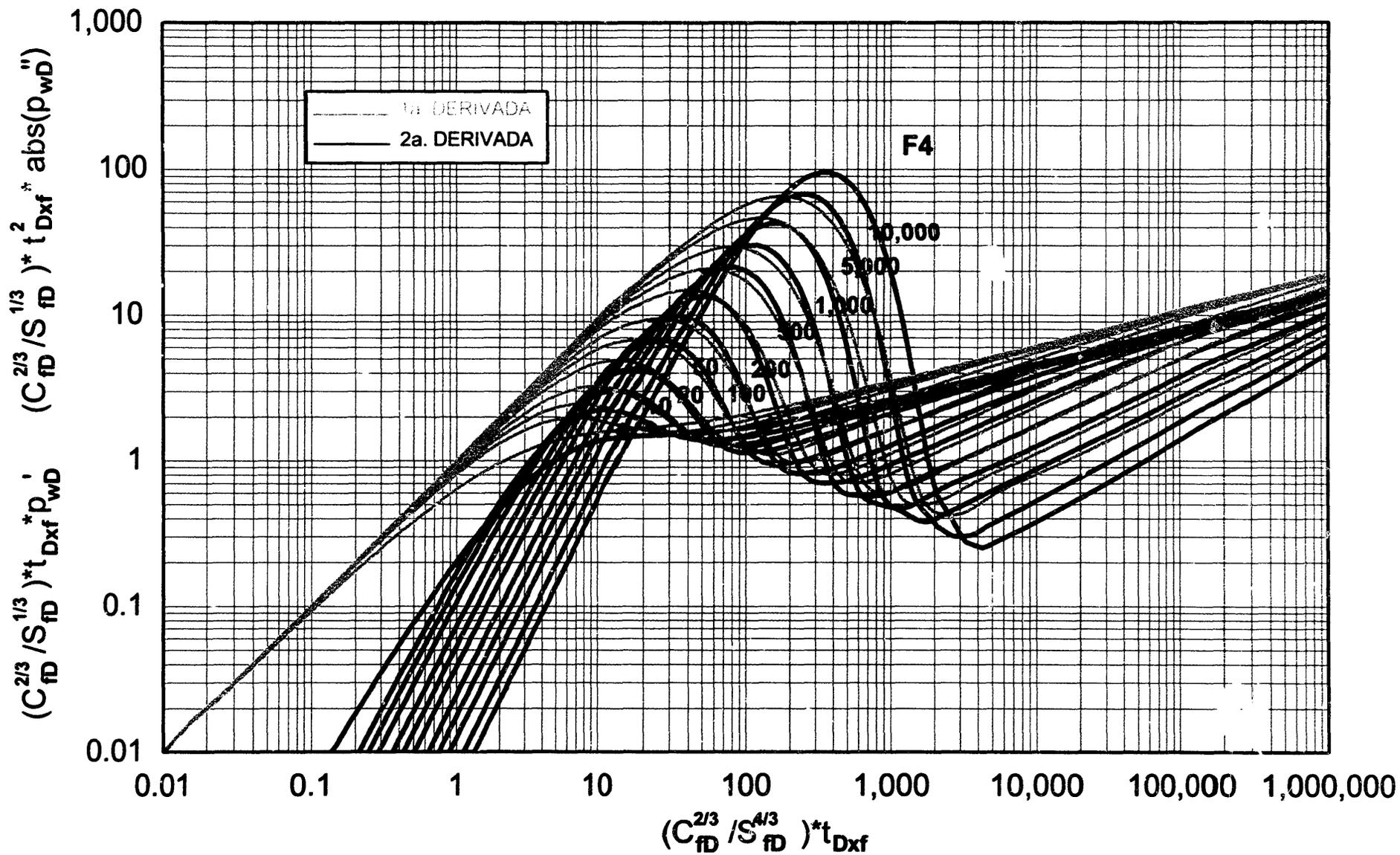
SEGUNDA DERIVADA.



COMPORTAMIENTO DE LA PRESION TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, BAJO CONDICIONES DE FLUJO BILINEAL.

GRÁFICA 16

PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.



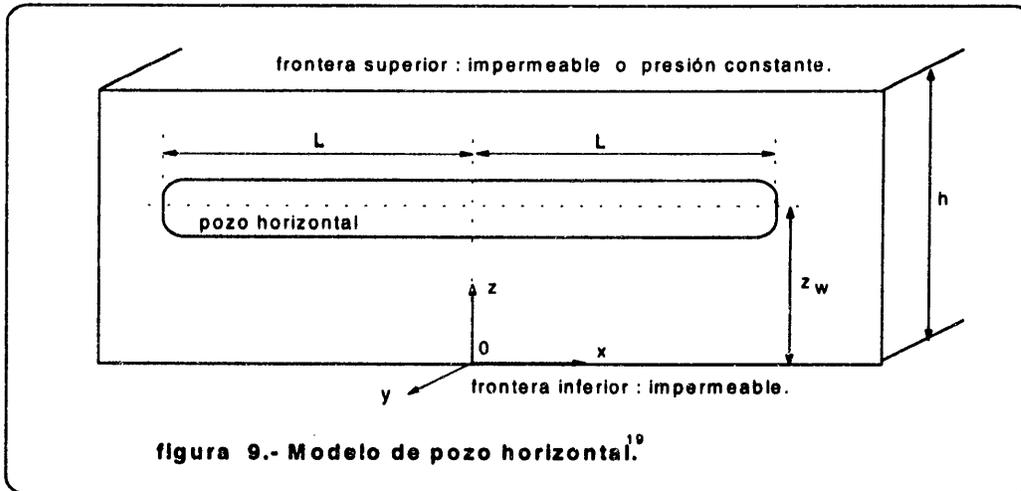


hasta un máximo y después decrecen; a valores mayores de daño de la fractura " $S_{fs}$ " (mayores valores de  $F_4$ ), las curvas alcanzan una altura mayor; posteriormente las curvas presentan un mínimo, en esta parte las curvas alcanzan una menor altura para mayores valores de " $S_{fs}$ "; después del valor mínimo, las curvas se aproximan a una línea recta asintótica con una pendiente de  $1/4$  que nos define el flujo bilineal.

Las curvas tipo de segunda derivada, inician hacia la derecha de las correspondientes de primera derivada; las curvas no emergen de una sola línea, ya que lo hacen de manera dispersa y con una pendiente de valor aproximado a 2; posteriormente las curvas alcanzan un máximo más grande que las curvas de primera derivada y también un mínimo de menor valor, pero siempre movidas hacia la derecha. También, similarmente a la primera derivada, alcanzan flujo bilineal, con las rectas colocadas hacia la parte inferior de las de primera derivada.

### **9.-Comportamiento de presión transitoria en un pozo horizontal.**

De acuerdo al modelo de pozo horizontal considerado, la frontera inferior siempre está cerrada al flujo (fig.9) y la frontera superior tiene dos posibilidades: a) frontera a presión constante y b) frontera impermeable. Es posible también adaptar la condición de la frontera inferior a presión constante<sup>19</sup> (acuífero activo).



Para obtener las curvas tipo se consideró al yacimiento como isotrópico y homogéneo, pero es viable emplearlas también para un yacimiento anisotrópico ya que los valores que se usaron en las variables para generar las curvas tipo, pueden también coincidir con combinaciones de permeabilidades verticales diferentes a las horizontales, contempladas en la definición de estas variables. El pozo se consideró sin almacenamiento y daño pero también es posible adaptar el modelo con esas características<sup>19</sup>.

En la mismas gráficas de curvas tipo presentadas se incluyeron las dos posibilidades de frontera superior, para ello se generaron tres diferentes gráficas, para tres diferentes posiciones del pozo horizontal con respecto al espesor del yacimiento; así la posición  $z_w/h = 0.8$ , está cercana a la frontera superior;  $z_w/h = 0.5$  está localizada en la parte media del espesor del yacimiento y  $z_w/h = 0.2$  está localizada cercana a la frontera inferior.

Todas las curvas emergen de flujo radial; el efecto de frontera superior se manifiesta primero para  $z_w/h = 0.8$  y al final para  $z_w/h = 0.2$ .



En general, las curvas de primera derivada se encuentran colocadas a la izquierda de las curvas de segunda derivada. Para el caso de frontera superior impermeable, las curvas presentan tres periodos de flujo bien definidos: inicialmente, flujo radial; posteriormente, flujo lineal y finalmente, flujo pseudo-radial, con sus respectivos periodos de transición. Al llegar a flujo pseudo-radial, las curvas de primera y segunda derivada tienen el mismo comportamiento, ya que ese tiempo lo alcanzan simultáneamente.

Para el caso de frontera superior a presión constante las curvas después de presentar flujo radial, empiezan a decrecer con una pendiente negativa, aún así las curvas tipo de primera y segunda derivada en este periodo, no se llegan a juntar.

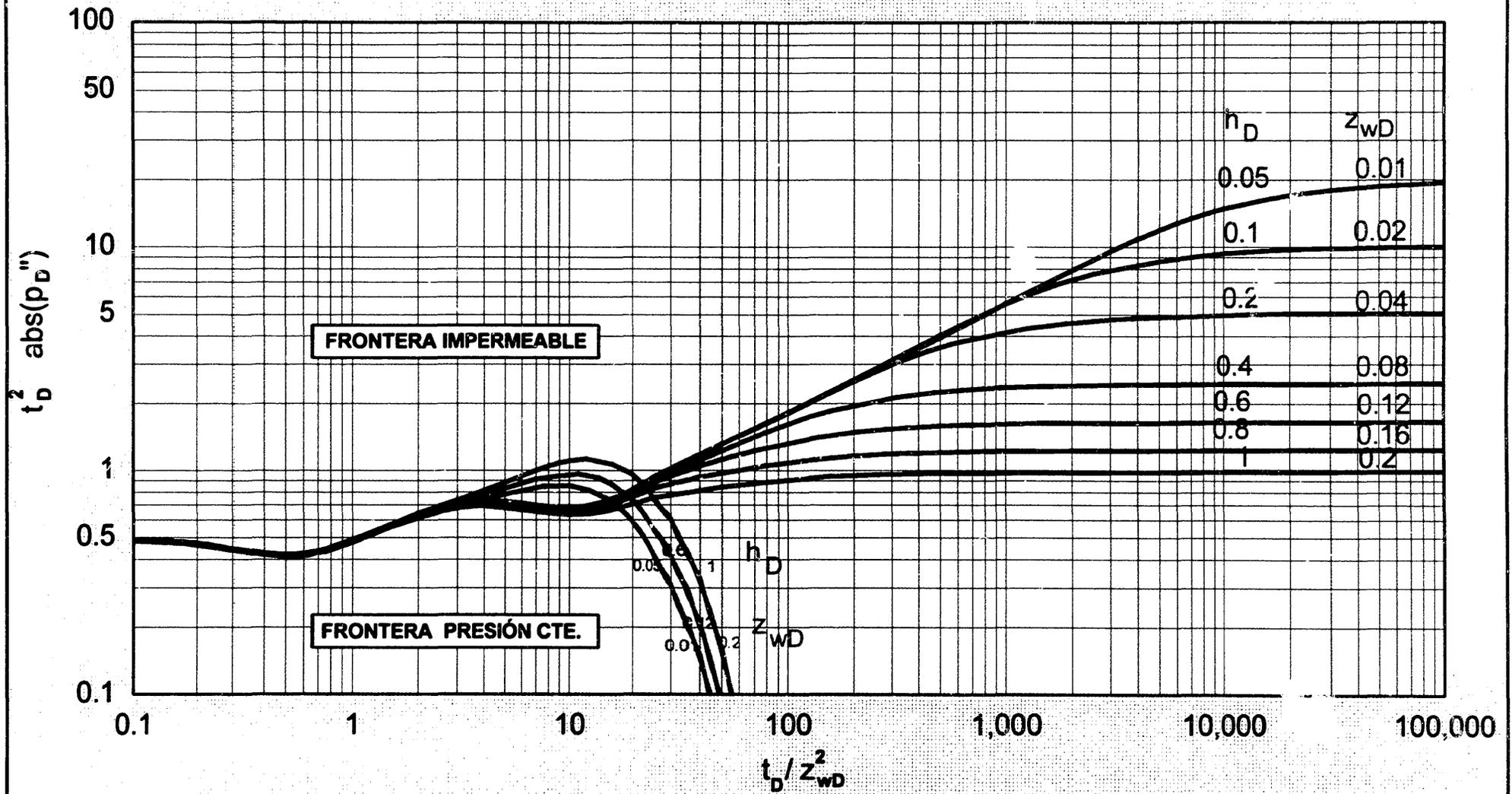
En todos los casos la transición entre los periodos de flujo radial y lineal o presión constante, se manifiesta gráficamente con pequeños valles y/o crestas en las curvas tipo; esto es característico de las curvas tipo de segunda derivada.

GRÁFICA 17

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.

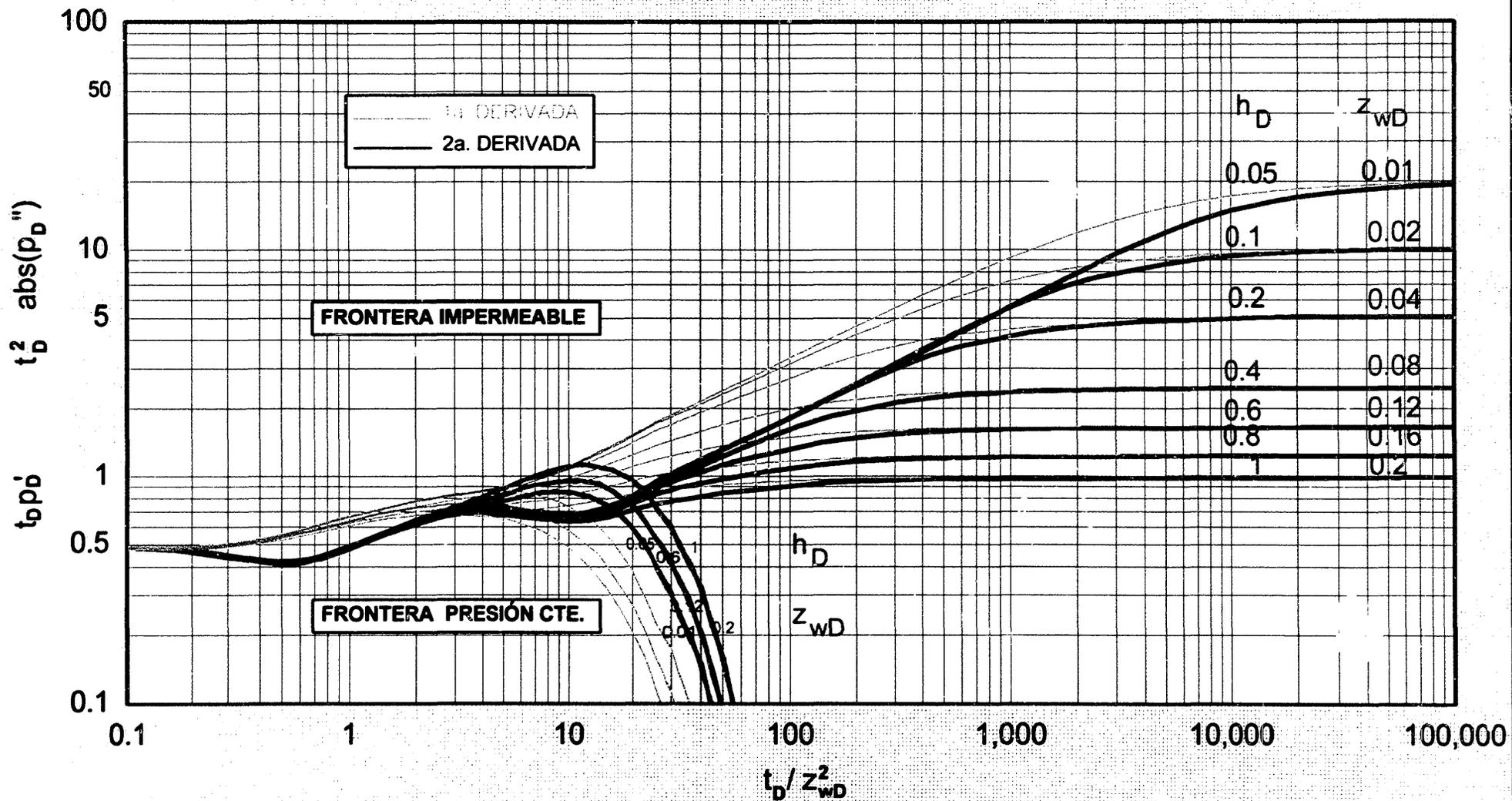
POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.2$

SEGUNDA DERIVADA



GRÁFICA 18

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.  
 POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.2$   
 PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA.

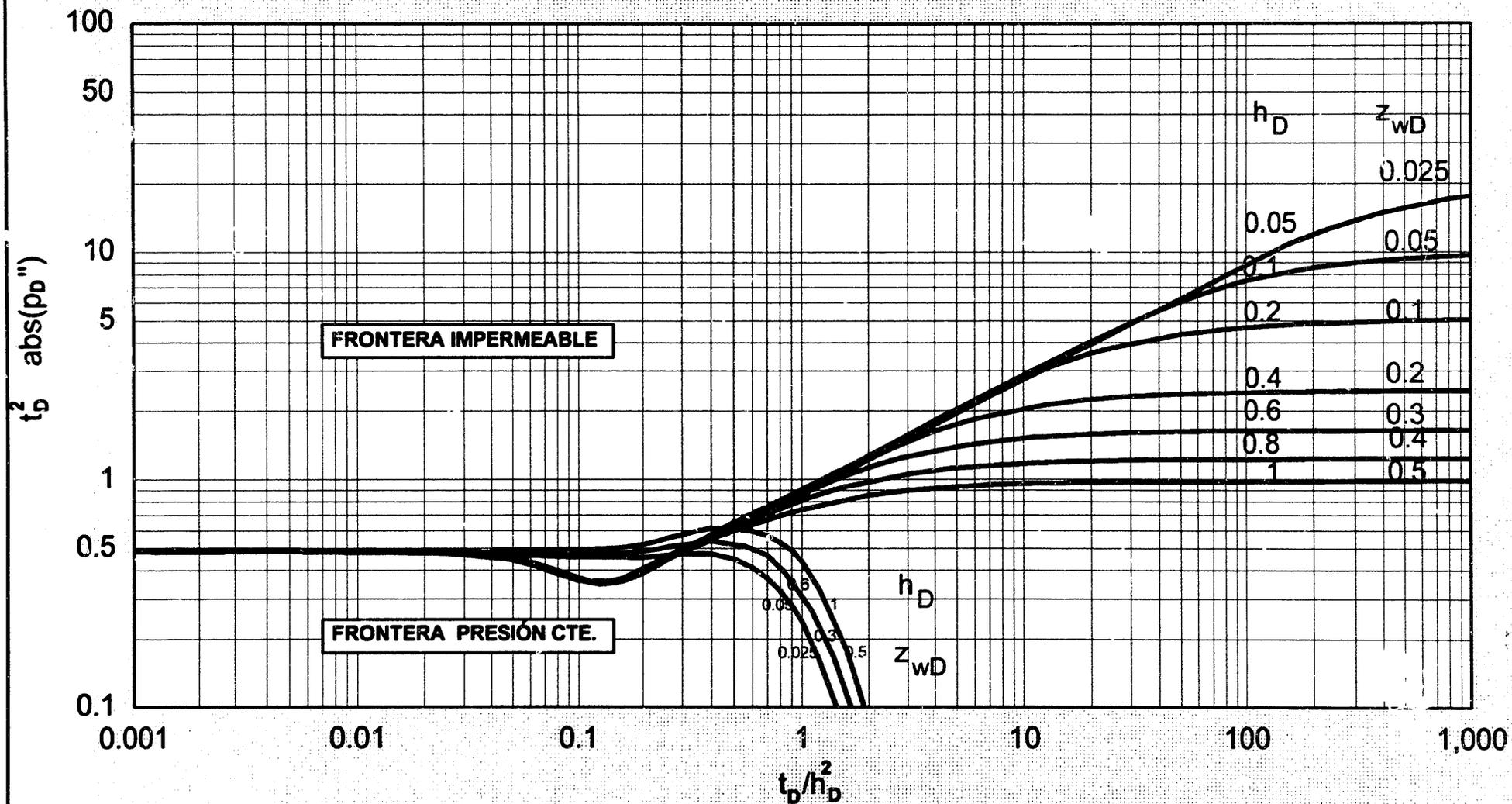


GRÁFICA 19

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.

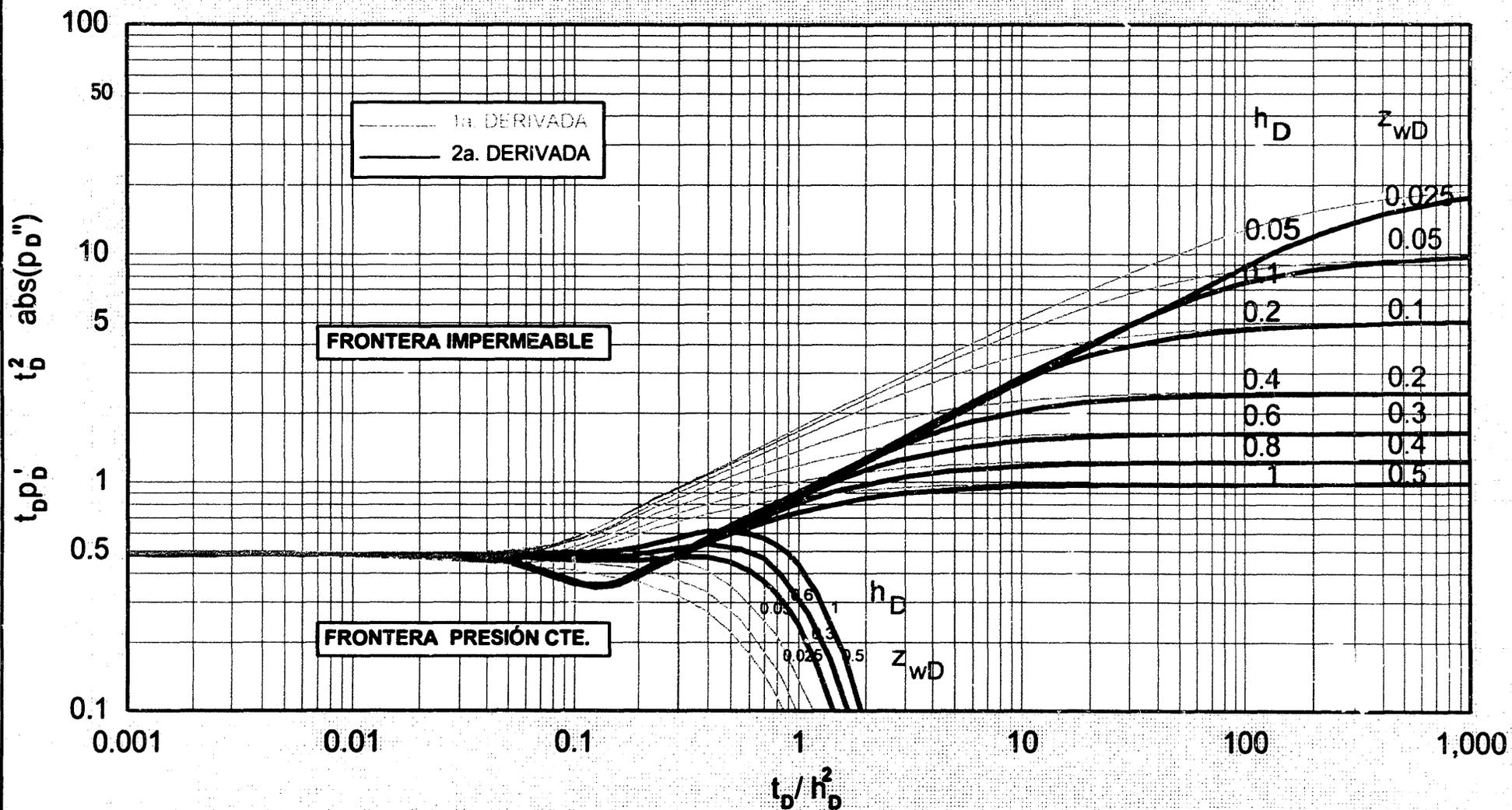
POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.5$

SEGUNDA DERIVADA



GRÁFICA 20

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.  
 POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.5$   
 PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA

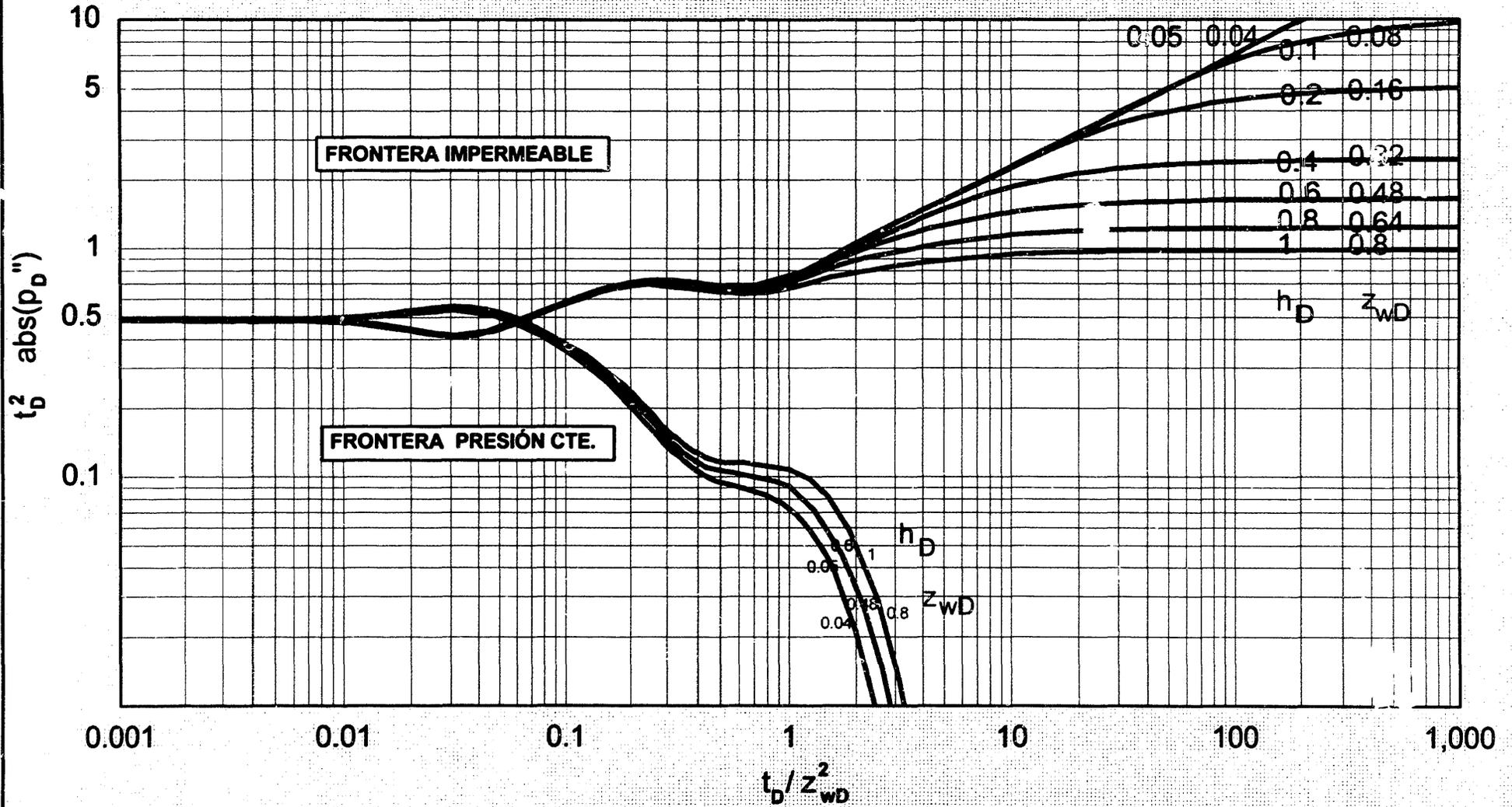


GRÁFICA 21

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.

POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.8$

SEGUNDA DERIVADA

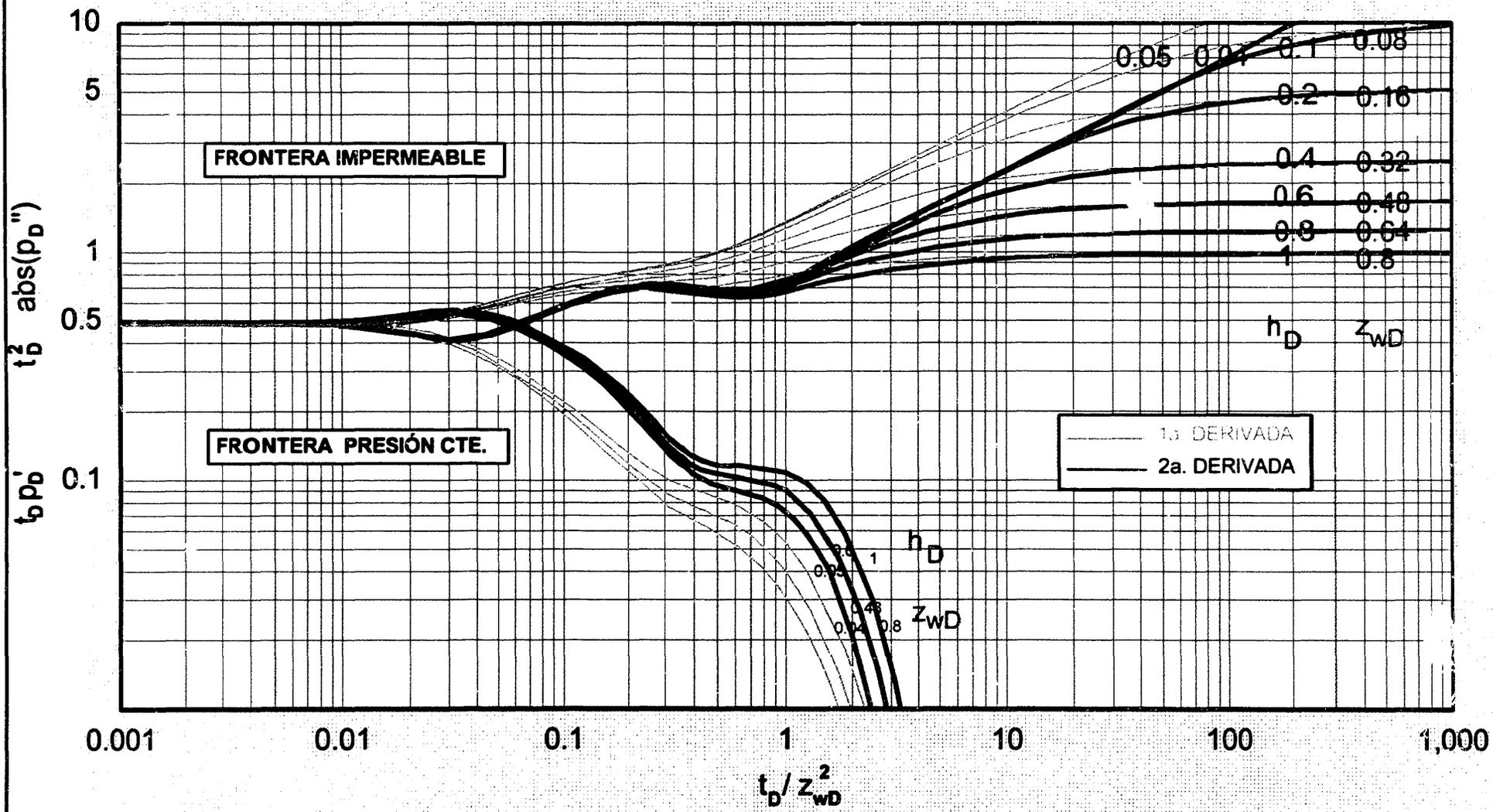


GRÁFICA 22

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.

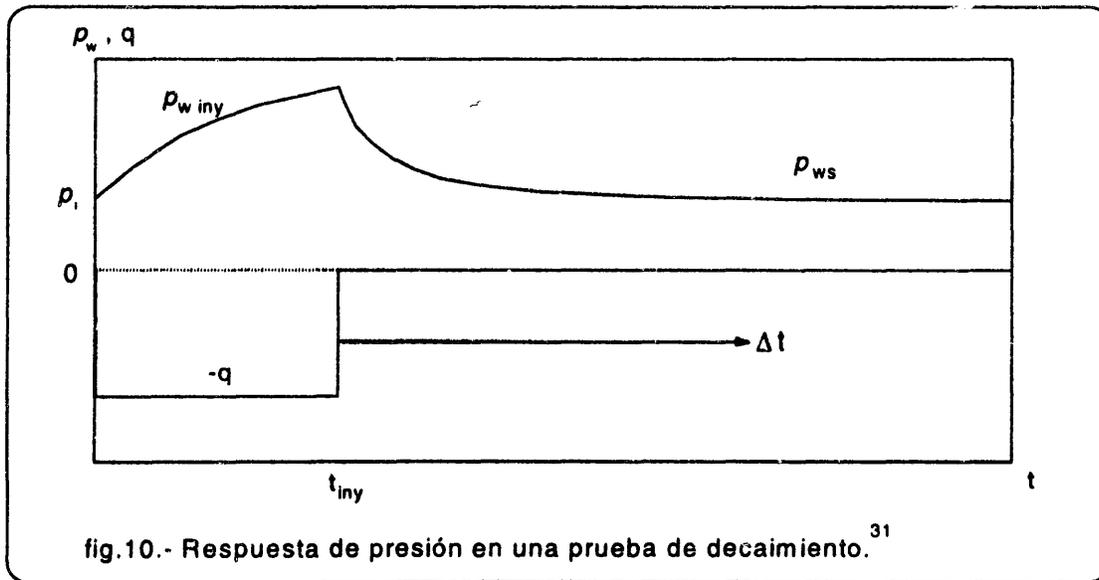
POSICIÓN DEL POZO  $z_w/h=0.8$

PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA



### III.3.-APLICACIÓN A PRUEBAS DE DECAIMIENTO.

Existe un tipo de prueba de presión a pozos petroleros que generalmente se realiza en pozos sometidos a procesos de recuperación mejorada o en pozos con baja presión en el yacimiento. Esta prueba denominada como de “decaimiento”, consiste en inyectarle al pozo un fluido por cierto tiempo (generalmente agua), posteriormente se cierra el pozo y se continua con la medición de la presión en el fondo (fig.10).



El método de impulso<sup>5</sup> es el más adecuado para aplicarse en estas pruebas, por el poco tiempo que se requiere en la inyección (ejem. 1 hr.) y con la posibilidad de diseñar la prueba con un tiempo suficiente de cierre  $\Delta t \geq 2t$ .

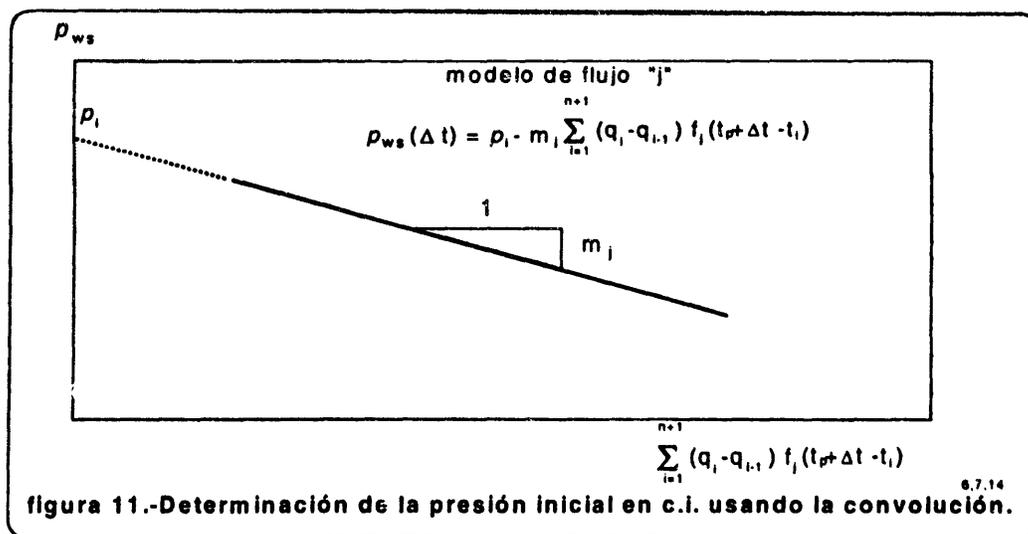
Como lo demostraron Cinco Ley y Cols.<sup>5</sup>, el método de impulso es aplicable cuando se conoce la presión inicial, y cuando ésta es desconocida, como muchas veces sucede en este tipo de pruebas, se calcula la segunda derivada de la función influencia a partir de la primera

derivada de la presión de cierre. La segunda derivada obtenida de esta forma, puede entonces compararse con cualquiera de las gráficas que se presentan en este trabajo para realizar el ajuste adecuado.

De la misma manera es posible aplicar el mismo criterio para las pruebas D.S.T., multipuebas de formación y pruebas que tengan periodos largos de cierre.

### III.4.- DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN INICIAL.

Para pruebas de incremento de presión es común el cálculo de la presión inicial del yacimiento usando el método propuesto por Horner<sup>14</sup> (ec.10), esto es válido solo para flujo radial; para otro tipo de flujo el cálculo se realiza usando la convolución<sup>6,7</sup> (ec. 9), este cálculo puede incluir un procedimiento de ensaye y error (fig. 11).



Uno de los objetivos de las pruebas de incremento es determinar la presión inicial, como es el caso de las pruebas DST, multipuebas de formación y pruebas en yacimientos de muy baja



permeabilidad. El método de impulso<sup>5</sup> empleado para estos casos, permite el cálculo de la presión inicial. Como se vió en II.1; la ec. 6 obtiene la función de segunda derivada de la función influencia sin necesitar la presión inicial; esta presión puede ser calculada entonces con los datos del último régimen de flujo detectado (la pendiente de la línea recta de la gráfica log-log de la función de segunda derivada), utilizando la siguiente ecuación<sup>5</sup>:

$$p_i = p_{ws}(\Delta t) - \left( \Delta t + \frac{t_p}{2} \right) \frac{1}{(n-1)} \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t} \quad \dots (19)$$

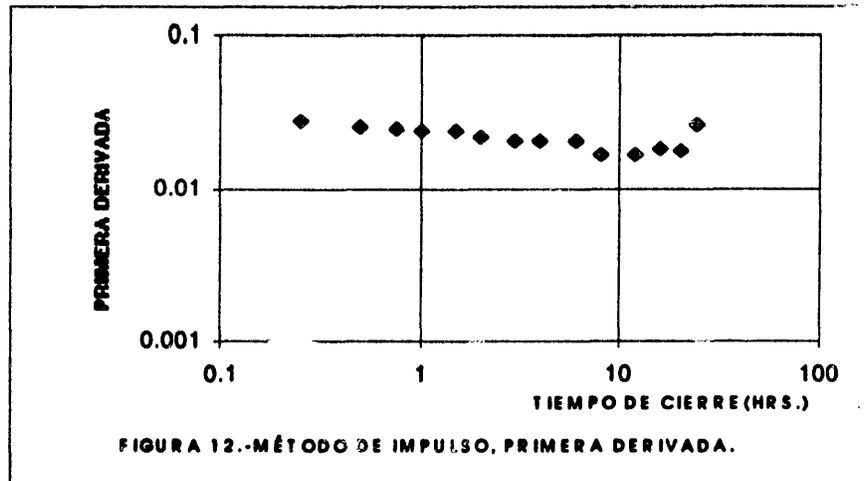
Donde "n" es la pendiente de la línea recta correspondiente al último periodo de flujo detectado. Una vez teniendo  $p_i$  es posible calcular la primera derivada de la función influencia usando la ec.5.

### III.5.- EJEMPLOS DE APLICACIÓN.

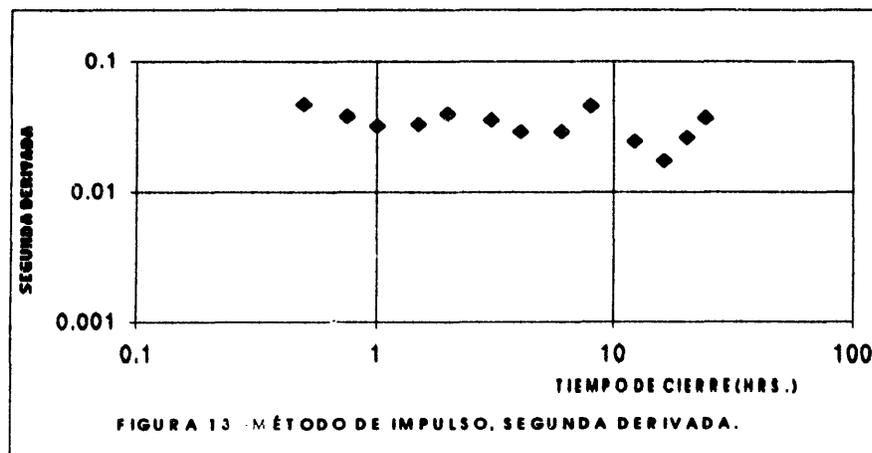
Se presentan dos ejemplos que incluyen una prueba de decaimiento y una prueba de incremento. El diagnóstico de flujo se realizó usando las curvas tipo propuestas en este trabajo.

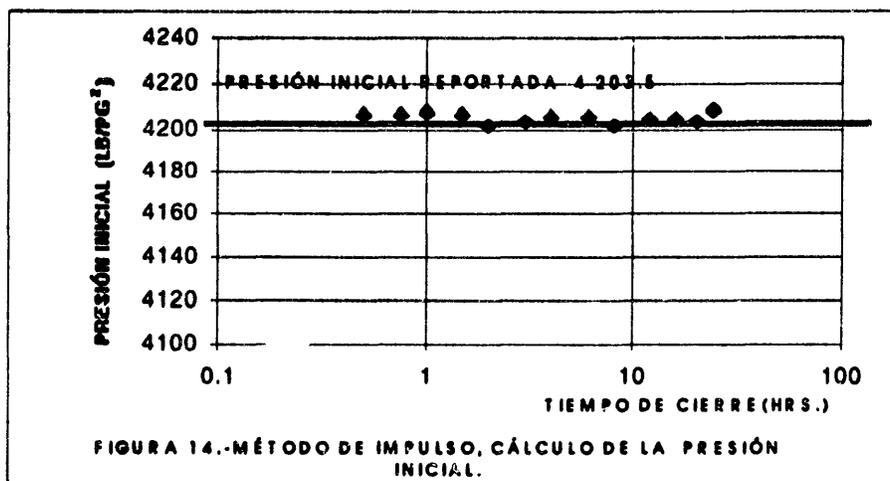
#### EJEMPLO 1.

Es el caso de una prueba de decaimiento presentado en el ejemplo 1 por Myers<sup>31</sup>. La prueba consistió en inyectar el pozo durante una hora y posteriormente cerrarlo por 24 horas. El diagnóstico se realizó utilizando el método de impulso, para ello se realizó una gráfica log-log de la función de primera derivada de la función influencia ya que la presión inicial es conocida. La figura 12 muestra que toda la prueba estuvo dominada por flujo radial.



Si la prueba hubiera carecido del dato de la presión inicial, para su diagnóstico calculamos la función de segunda derivada de la función influencia utilizando la ecuación 6. La figura 13 muestra que la prueba está dominada por flujo radial. El ajuste con la curva tipo de segunda derivada no mostrará un análisis adicional ya que no existe presencia de almacenamiento o de alguna heterogeneidad. En la figura 14 están los resultados obtenidos en el cálculo de la presión inicial al aplicar la ecuación 19 y al usar todos los datos de la prueba.





## EJEMPLO 2.

En este ejemplo se demuestra que para realizar un diagnóstico adecuado, se requiere el uso de las curvas tipo de la función de segunda derivada cuando la respuesta de presión se deriva con respecto al tiempo de superposición.

Se revisó el caso presentado en la tabla 2 y la figura 13 por Bourdet y cols.<sup>32</sup>. La prueba contiene datos de campo de una prueba de incremento realizada en un yacimiento fracturado.

La prueba consistió en producir el pozo 13 horas y posteriormente cerrarlo por 42 horas. Durante el decremento se cambió el gasto en cuatro ocasiones; con 3945, 1265, 1470 y 880 bpd con duración de 3, 1.5, 1.75 y 6.75 horas respectivamente.

Realizaron una gráfica log-log de la respuesta de presión afectada por su historia de producción y de la derivada de la presión con respecto al tiempo de superposición; ajustaron esta información con la curvas tipo de decremento de la respuesta de presión y de la función de primera derivada del modelo de flujo pseudoestacionario, tal como lo muestra la figura 15.



Los resultados se obtuvieron con base a la curvas tipo de la respuesta de presión y son:

$$C_D e^{2S} r = 73.3$$

$$C_D e^{2S} r_{+m} = 1.1$$

$$\omega = 0.015$$

$$\lambda e^{-2S} = 4 \times 10^{-4}$$

$$kh = 1830 \text{ md.}$$

$$S = -3.6$$

$$\lambda = 2.9 \times 10^{-7}$$

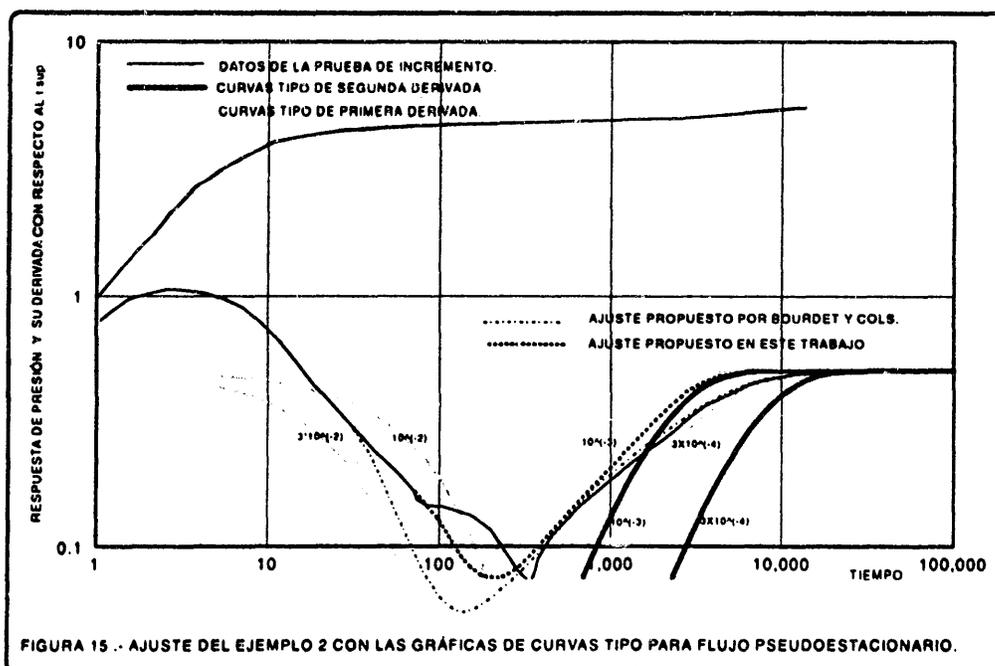
$$p_i = 7843 \text{ lb/pg}^2$$

Al realizar la anterior evaluación no se tomaron en cuenta ciertos criterios:

- 1.- Bourdet y cols.<sup>3</sup> definieron que es válido el uso de las curvas tipo de decremento para diagnosticar datos de incremento usando la derivada con respecto al tiempo de superposición, siempre y cuando se alcanzara durante la prueba flujo radial antes del cierre del pozo. En el ejemplo presentado no se cumplió este punto ya que el pozo fluyó solo 13 horas y el flujo radial se presentó cerca de las 20 horas de cierre.
- 2.- Cinco Ley y cols.<sup>5</sup> determinaron el uso del método de impulso para cuando el tiempo de cierre es mayor a dos veces el tiempo de producción como se presenta en este ejemplo.
- 3.- Cinco Ley y Samaniego<sup>6</sup> determinaron que la derivada de la presión con respecto al tiempo de superposición tiende a la función de segunda derivada para tiempos de cierre mayores a dos veces el tiempo de producción.

Los anteriores puntos nos indican que el ajuste realizado con las curvas tipo por Bourdet y cols. fue inadecuado en este ejemplo, esto implica que los parámetros del yacimiento obtenidos del análisis tienen que ser corregidos ya que durante el fin del periodo de flujo interporoso, la respuesta de la función de primera derivada fue enmascarada por el efecto de segunda derivada.

El efecto consistió en que la curva correspondiente a " $\lambda C_D/(1-\omega)$ " fue desplazada hacia la derecha dándonos un valor menor del grupo adimensional y por lo tanto un valor menor al " $\omega$ " verdadero.



Como se observa en la figura 15, la corrección al problema es simple, basta calcular el valor del grupo adimensional con la curva de la función de segunda derivada. El valor obtenido por Bourdet es  $\lambda C_D/(1-\omega) = 4 \times 10^{-4}$  y el corregido será  $6 \times 10^{-4}$ . Para el inicio del flujo interporoso los datos se ajustan directamente con las curvas tipo de la primera derivada ya que éstos

todavía no están influenciados, obteniéndose así un valor de  $\lambda C_D / (\omega (1-\omega)) = 1.5 \times 10^{-2}$ , mientras que en el artículo mencionado se obtiene un valor de  $2.6 \times 10^{-2}$  desplazado mas hacia la izquierda.

El procedimiento para determinar los parámetros del yacimiento es el siguiente: con el ajuste obtenido anteriormente en el flujo interporoso se calcula " $\omega$ "; " $C_D e^{2S}_{f+m}$ " con " $C_D e^{2S}_f$ " y " $\omega$ "; con la gráfica semilog se evalúa " $kh$ " y " $S$ "; " $C_{Df+m}$ " se obtiene de " $C_D e^{2S}_{f+m}$ "; " $\lambda$ " con " $\lambda C_D / (1-\omega)$ ". Los resultados son :

$$C_D e^{2S}_f = 73.3$$

$$C_D e^{2S}_{f+m} = 2.9$$

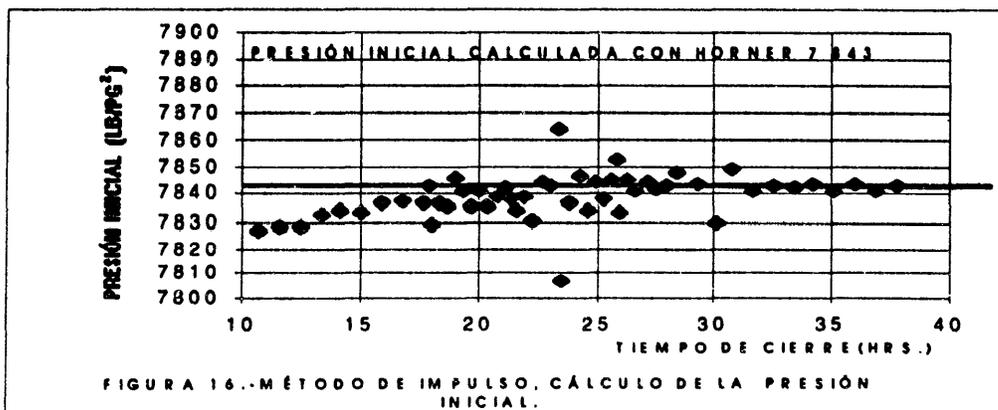
$$\omega = 0.04$$

$$kh = 1830 \text{ md.}$$

$$S = -3.6$$

$$\lambda = 1.5 \times 10^{-7}$$

La figura 16 presenta el cálculo de la presión inicial usando el método de impulso, los resultados se comparan con el valor calculado por Bourdet que utilizó el método de Horner. Es notorio observar que cerca de las 20 horas de cierre se presenta el flujo radial.





Como ejemplos se deben comentar también, los que presentan Bourdet y cols.<sup>8,9</sup> para yacimientos fracturados con flujo pseudoestacionario matriz-fractura (figuras 9,10 y 11 del trabajo referido)<sup>8</sup> y para yacimientos fracturados con flujo transitorio matriz-fractura (figura 8 del trabajo referido)<sup>9</sup>. Estos ejemplos usan la derivada con respecto al tiempo de superposición y presentan inicialmente un comportamiento de decremento de la presión y posteriormente un cierre en el pozo cuando aún no se ha alcanzado el flujo radial (con un tiempo de producción corto). Concluyen que empleando el ajuste con curvas tipo de pruebas de decremento para estos datos, no es posible realizar el diagnóstico respectivo además de que las pruebas pueden ser mal interpretadas en caso de realizar dichos ajustes. También concluyen que para estos casos la derivada de la presión con respecto al tiempo de superposición, desvía el comportamiento de la respuesta de presión. Estos ejemplos si pueden ser interpretados ahora con las curvas tipo de segunda derivada, el comportamiento que presentan ajusta con las curvas tipo desarrolladas en este trabajo (yacimiento de doble porosidad con flujo pseudoestacionario matriz-fractura y yacimiento de doble porosidad con flujo transitorio matriz-fractura).



## IV.-CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las pruebas de incremento de presión tienen ventajas importantes sobre las pruebas de decremento: mantienen un gasto constante durante la prueba (gasto cero); con ellas se obtienen mediciones suaves de presión y; es posible aplicar el método de impulso, sobre todo para yacimientos de baja permeabilidad y pozos exploratorios.

Por el contrario, al analizar estas pruebas, el cálculo de la función influencia se dificulta, por el efecto del tiempo de producción ( $t_p$ ).

Para tiempos pequeños de cierre ( $t_p \geq 10\Delta t$ ), el cálculo de la función influencia es simple ya que la  $p_{ws}$  depende solo del último gasto antes del cierre, y para tiempos grandes de cierre ( $\Delta t \geq 2t_p$ ) es posible aplicar el método de impulso. En muchos casos es difícil diseñar una prueba de presión que varíe en ese rango, entonces en el caso de que los datos de la prueba no se encuentren en esos rangos, la evaluación de la función influencia se hará usando la integral de superposición.

Cuando se presenta la anterior situación, generalmente los analistas de pruebas de presión obtienen la primera derivada con respecto al tiempo de superposición para flujo radial con la finalidad de disminuir el efecto del  $t_p$ . Lo anterior es válido solo para tiempos pequeños de cierre y a medida que se incrementa este tiempo, el cálculo tiende al comportamiento de la función de segunda derivada.

Por tal situación, se han desarrollado curvas tipo de la función de segunda derivada de los modelos de flujo más comunes; además, se incluyen otras dos realizadas en trabajos previos.



Para facilitar el uso de las gráficas, se realizaron en dos tamaños: 5x8 y 3x6 ciclos logarítmicos (con la finalidad de que el analista con una misma gráfica de datos pueda ajustar en diferentes curvas tipo), exceptuando las gráficas realizadas para los apéndices D y E que están incluídas en la gráfica realizada para el apéndice F por ser ésta una solución mas general.

Se recomienda entonces aplicarlas en la problemática antes descrita, combinándolas con las curvas tipo de primera derivada; al usarlas así, se resolverá la incertidumbre que se tiene al realizar el ajuste. Es importante observar que no se requerirá evaluar la segunda derivada a los datos de la prueba, ya que ese efecto se tiene al obtener la primera derivada con respecto al tiempo de superposición.

También, su aplicación al método de impulso, cuando se desconoce la presión inicial facilitará el análisis de las pruebas que utilizan este principio, lo anterior es notorio cuando se realizan pruebas de decaimiento, pruebas D.S.T. , multipuebas de formación y pruebas que tengan un largo periodo de cierre.



## REFERENCIAS

- 1.-Raghavan, R. : "The Effect of Producing Time on Type Curve Analysis", J.P.T. (Junio 1980), 1053-1064.
- 2.-Soliman, M.Y. : "Analysis of Pressure Fluctuation Tests With Short Producing Time" , SPEFE (Agosto 1990), 363-371.
- 3.-Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A., y Pirard, Y.M. : "A New of Type Curves Simplifies Well Test Analysis", World Oil ( Mayo de 1983), 96-106.
- 4.-Ayoub, J.A., Bourdet D.P., y Chauvet : "Impulse Testing", artículo presentado a la SPE para su publicación ( Junio 1986).
- 5.-Cinco Ley H., Kuchuk, F., Ayoub, J., Samaniego, V. F. y Ayestaran, L.: "Analysis of Pressure Tests Through the Use of Instantaneous Source Response Concepts", artículo SPE 15476, memorias del "61<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", New Orleans, La., Octubre 5-8, 1986.
- 6.-Cinco Ley, H. y Samaniego V.F. : " Use and Misuse of the Superposition in Well Test Analysis", articulo SPE 19817, memorias del "64<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE ", San Antonio, Tex., Octubre 8-11, 1989.
- 7.-Kuchuk, F. y Ayestaran L. : "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Flow Rate in Transient Well Testing" , J.P.T. (Feb. 1985), 323-334.

- 8.-Bourdet, D., Ayoub, J.A., Whittle, T.M., Pirard, Y. M. y Kniazeff. V.: "Interpreting Well Tests in Fractured Reservoirs", World oil (Octubre 1983), 77-87.
- 9.-Bourdet, D., Alagoa, A., Ayoub. J. A. y Pirard, Y. M.: "New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests", World oil (Abril 1984), 111-121.
- 10.-Sánchez Bujanos, J.L.: "Análisis de Pruebas de Presión en Yacimientos Naturalmente Fracturados", Tesis de maestría, DEPI, UNAM, 1988.
- 11.-Kazemi, H.: "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs With Uniform Fracture Distribution", SPEJ ( Dic. 1969), 451-458.
- 12.-de Swaan, O.A. : "Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoirs Properties by Well Testing ", SPEJ ( Jun. 1976), 117-122; Trans. AIME, Vol. 261.
- 13.-Warren, J. E. y Root, P. J.: "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", SPEJ ( Sep. 1963), 254-255; Trans. AIME, Vol. 228.
- 14.-Horner, D.R.: "Pressure Build-Up in Wells", Proceedings Third World Petroleum Congress, The Hague (1951), pp. 503-523, sección II.
- 15.-Yaxley, L.M.: "Effect of Partially Communicating Fault on Transient Pressure Behavior", SPE Formation Evaluation (Diciembre 1987), 590-595.
- 16.-Abbaszadeh, M.D., Cinco Ley, H.: "Pressure Transient Behavior in a Reservoir With a



Finite-Conductivity Fault", artículo SPE 24704, memorias del "67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", Washington, D.C., Octubre 4-7, 1992.

17.-Cinco Ley, H., Samaniego-V., F. and Domínguez, N.: "Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite Conductivity Vertical Fracture", SPEJ. (Agosto 1978), 253-264.

18.-Wong, D., Harrington, G. and Cinco Ley, H.: "Application of the Pressure Derivative in the Analysis of Pressure Transient Tests of Fractured Wells", artículo SPE 13059, memorias del "59<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", Houston, Tx, Septiembre 16-19, 1984.

19.-Kuchuk, F. J., Goode P.A., Wilkinson, D.J. y Thambynayagam, R.K.M.: "Pressure Transient Behavior of Horizontal Wells With and Without Gas Cap or Aquifer", artículo SPE 17413, memorias del "SPE California Regional Meeting", Long Beach, California, Marzo 23-25, 1988.

20.-Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms", Comunicaciones de la ACM (Enero 1970), 13, No.1, Algoritmo 368.

21.-Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. and Ramey, H.J. Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effects in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment", SPEJ (Septiembre 1970), 270-290; Trans. of AIME 249.

22.-Cinco Ley H. y Samaniego V. Fernando.: "Pressure Transient Analysis for Naturally Fractured Reservoirs", artículo SPE 11026, memorias del "57<sup>th</sup> Annual Technical



Conference and Exhibition of SPE", New Orleans, La., Sep. 26-29, 1982.

23.-Mavor, M.J. y Cinco Ley H.: "Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs" Artículo SPE 7977, memorias del "California Regional Meeting of the SPE", Ventura, California, Abril 18-20, 1979.

24.-Cinco Ley, H., and Meng, H.Z.: "Pressure Transient Analysis of Wells with Finite Conductivity Vertical Fractures in Double Porosity Reservoirs", artículo SPE 18172, memorias del "63<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", Houston, Texas, Octubre 2-5, 1988.

25.-Bourdet, D. y Gringarten, A. C.: "Determination of Fissured Volume and Block Size in Fractured Reservoirs by Type Curve Analysis", artículo SPE 9293, memorias del "55<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", Dallas, Tex., Sep. 21-24, 1980.

26.-Raghavan, R.: "Analysis of Pressure Buildup Data Following a Short Flow Period", JPT (Abril 1982), 904-916.

27.-Agarwal, R.G.: "A New Method to Account for Producing Time Effect When Drawdown Type Curves are Used to Analyze Pressure Buildup and Other Test Data", artículo 9289, memorias del "55<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE", Dallas, Texas, Septiembre 21-24, 1980.

28.-Kuchuk, F.J. : "Applications of Convolution and Deconvolutions to Transient Well Tests", SPEFE (Dic.1990), 375-384.



---

29.-van Everdingen, A.F. y Hurst, W. : "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans., AIME (1949) 186, 305-324.

30.-Ayoub, J.A., Bourdet D.P., y Chauvel, Y.C. : "Impulse Testing", SPEFE (Sept.1988), 534-546.

31-Myers Donald L.: "Mini-Injection Tests Provide Inflow Performance Characteristics for Oilwells", artículo SPE 6040, memorias del "51<sup>th</sup> Annual Fall Technical Conference and Exhibition of SPE", New Orleans, Oct. 3-6, 1976.

32.- Bourdet D., Ayoub, J.A., y Pirard Y.M.: "Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation", SPEFE (Junio 1989), 293-302.



## CONSIDERACIONES GENERALES

Los modelos analíticos usados en el presente trabajo consideraron una serie de idealizaciones que permitieron su solución; de entre ellas existen las siguientes consideraciones que son comunes para todos los modelos .

Yacimiento horizontal, homogéneo , isotrópico e infinito de espesor constante "h", permeabilidad "k" y de porosidad " $\phi$ "; contiene un fluido ligeramente compresible, monofásico, de viscosidad " $\mu$ " y compresibilidad constante "c". A un tiempo inicial, la presión es uniforme con valor de " $p_i$ "; el yacimiento contiene un pozo produciendo a un gasto constante "q", el flujo es laminar y se rige por la ley de Darcy además se consideran los efectos gravitacionales y los gradientes de presión despreciables.

Algunos modelos presentan heterogeneidades específicas como son los casos de los modelos de doble porosidad y los que contemplan fallas o fracturas hidráulicas. Cada modelo requiere otras consideraciones que se enlistan en los apéndices.

## APÉNDICE A

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGÈNEO.

Consideraciones.

Al abrir a producción el pozo existen efectos de almacenamiento en el mismo y la formación alrededor del pozo presenta un daño "S".

La solución que propone Agarwal, Al-Hussainy y Ramey <sup>21</sup>, en el espacio de Laplace es:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{s}) + S \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})}{s \left[ \sqrt{s} K_1(\sqrt{s}) + C_D \left\{ K_0(\sqrt{s}) + S \sqrt{s} K_1(\sqrt{s}) \right\} \right]} \quad \dots (A.1.)$$

Donde  $K_0$  y  $K_1$  son las funciones Bessel modificadas de segundo género, de orden cero y uno respectivamente.

La ecuación A.1. se puede aproximar como <sup>10</sup>:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\left[ \ln \left( \frac{s^{1/2}}{2} \right) + \gamma \right] + S}{s \left[ 1 + S s C_D - s C_D \left\{ \left[ \ln \left( \frac{s^{1/2}}{2} \right) + \gamma \right] \right\} \right]} \quad \dots (A.2.)$$



y reescribiendo la ecuación :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{-A(s)}{s [1 - s C_D A(s)]} \quad \dots (A.3.)$$

donde:  $A(s) = 0.5 \ln \left[ \frac{s C_D}{C_D e^{2s}} \right] + \gamma + \ln(0.5) \quad \dots (A.4.)$

## APÉNDICE B

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD CON FLUJO TRANSITORIO MATRIZ-FRACTURA. (Modelo de Swaan y Kazemi).

### Consideraciones.

Un yacimiento de doble porosidad, está compuesto de bloques de matriz y fracturas uniformemente distribuidas en el medio. Los bloques de matriz permiten la transferencia del fluido a las fracturas.

Los bloques de matriz son del mismo tamaño y forma en todo el yacimiento, el flujo se establece de la matriz hacia las fracturas y de éstas al pozo productor, el flujo ocurre en dirección radial en estado no estacionario, el yacimiento es horizontal, homogéneo e isotrópico, el pozo está localizado en el centro del yacimiento.

La respuesta de presión obtenida de un yacimiento naturalmente fracturado (doble porosidad), está constituida por tres periodos de flujo típicos: el primero, exhibe un comportamiento de yacimiento homogéneo que corresponde únicamente al sistema de fracturas, ya que a tiempos pequeños los bloques de matriz no contribuyen a la producción debido al contraste de permeabilidades entre ambos sistemas de porosidad; el segundo, llamado comúnmente periodo de transición, describe el flujo de fluidos en los bloques de matriz hacia las fracturas; y el tercero, que inicia cuando la variación de presiones en la matriz y en las fracturas es similar, presenta nuevamente un comportamiento similar al de un yacimiento homogéneo

debido ahora al sistema total.

Para cualquier geometría de bloques siempre que  $\omega < 10^{-2}$  y  $A_{FD}=2$ , y para tiempos intermedios, Cinco Ley y Samaniego<sup>22</sup> proponen la siguiente solución en el espacio de Laplace con efecto de almacenamiento y daño en el pozo:

$$\bar{p}_{wD} = -\frac{1}{s} \left\{ \frac{0.25 \ln \left[ s C_D \frac{4\eta_{maD}}{C_D e^{4S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma}{1 - s C_D \left\{ 0.25 \ln \left[ s C_D \frac{4\eta_{maD}}{C_D e^{4S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma \right\}} \right\} \quad \dots (B.1)$$

Rearreglando se puede escribir como<sup>10</sup>:

$$2 \bar{p}_{wD} = -\frac{1}{s} \left\{ \frac{0.5 \ln \left[ s C_D \frac{6.344442\eta_{maD}}{C_D e^{4S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma}{1 - s C_D \left\{ 0.5 \ln \left[ s C_D \frac{6.344442\eta_{maD}}{C_D e^{4S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma \right\}} \right\} \quad \dots (B.2)$$

La ecuación A.2 para yacimiento homogéneo también se puede reescribir como<sup>10</sup>:

$$\bar{p}_{wD} = -\frac{1}{s} \left\{ \frac{0.5 \ln \left[ s C_D \frac{1}{C_D e^{2S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma}{1 - s C_D \left\{ 0.5 \ln \left[ s C_D \frac{1}{C_D e^{2S}} \right] + \ln(0.5) + \gamma \right\}} \right\} \quad \dots (B.3)$$

Comparando B.2. con B.3 podemos decir que :

$$C_D e^{2S} = \frac{C_D e^{4S}}{6.344442\eta_{maD}} \quad \dots (B.4)$$



$$\bar{p}_{wD} \text{ HOMOGÉNEO} = 2 \bar{p}_{wD} \text{ DOBLE POROSIDAD} \quad \dots \quad (\text{B.5.})$$

Cinco Ley y Samaniego<sup>22</sup> proponen una solución en el espacio real válida para tiempos intermedios y grandes, donde no se incluye el efecto de almacenamiento y daño:

$$p_{wD} = 0.25 \ln(t_D) - 0.75\gamma - 0.25 \ln(0.25 A_{FD} (\eta_{mD})^{1/2}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{Erfc}\left(\frac{2n-1}{2\eta_{mD}^{1/2}}\right)}{2n-1} \quad \dots \quad (\text{B.6.})$$

La ecuación B.2. permite determinar el comportamiento del flujo bajo condiciones de almacenamiento y daño, la ecuación B.6. permite determinar este comportamiento sin incluir el almacenamiento y daño.



## APÉNDICE C

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, EN UN YACIMIENTO DE DOBLE POROSIDAD CON FLUJO PSEUDO-ESTACIONARIO MATRIZ-FRACTURA (Modelo de Warren y Root).

Consideraciones.

La porosidad secundaria está contenida en un arreglo de elementos geométricos idénticos y homogéneos; el complejo de porosidades primaria y secundaria es homogéneo aunque anisotrópico. El flujo ocurre entre las dos porosidades de manera pseudoestacionaria, no existe flujo entre los elementos de porosidad primaria.

La solución en el espacio de Laplace incluyendo daño y almacenamiento en el pozo, modificada por Mavor y Cinco Ley<sup>23</sup> y aproximada por Bourdet y cols.<sup>8</sup> es :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{s} \left\{ s + \left[ \ln(2 / \gamma \sqrt{s} f(s) / (C_D e^{2s})_{f+ma}) \right]^{-1} \right\} \quad \dots (C.1.)$$

$$\text{donde: } f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda (C_D)_{f+ma}}{(1-\omega)s + \lambda (C_D)_{f+ma}} \quad \dots (C.2.)$$

Después del almacenamiento (periodo de transición), se puede aproximar como<sup>8</sup> :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{s} \left\{ \left[ \ln(2/\gamma \sqrt{(C_D e^{2S})_{f+ma}} / \omega) \right] - 0.5 \ln(s) + 0.5 \ln \left[ \frac{s + \lambda (C_D)_{f+ma} / (1-\omega)}{s + \lambda (C_D)_{f+ma} / \omega} \right] \right\} \dots (C.3)$$

Invirtiendo la solución en el plano real, para el periodo de transición (flujo pseudo-estacionario), se tiene<sup>8</sup>:

$$p_{wD} = 0.5 \ln(t_D/C_D) + 0.5 \int_0^{(t_D/C_D)} \frac{1}{(t_D/C_D)} \left\{ \exp\left(\frac{-\lambda C_D(t_D/C_D)}{(1-\omega)}\right) - \exp\left(\frac{-\lambda C_D(t_D/C_D)}{(1-\omega)}\right) \right\} d(t_D/C_D) + \text{cte.} \dots (C.4)$$



## APÉNDICE D

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO CON EFECTO DE FALLA IMPERMEABLE O CONDUCTIVA, NO INTERSECTANTE.

#### Consideraciones.

El medio es semi-infinito delimitado por una falla lineal de longitud infinita, localizada a una distancia “ $d_f$ ” del pozo, no se consideran efectos de almacenamiento y daño.

El problema se resuelve usando el método de imágenes en el plano real, esto es, se cambia la consideración de que el pozo fluye en un yacimiento semi-infinito por la consideración de que 2 pozos similares están produciendo en un yacimiento infinito separados uno del otro a una distancia “ $2d_f$ ”; el efecto del pozo insertado es el efecto equivalente a la falla no intersectante, este requerimiento es simple, ya que el gasto al que produce este pozo es idéntico al pozo productor.

#### FALLA IMPERMEABLE:

Haciendo uso de la solución de línea fuente:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad \dots (D.1.)$$

para  $t_D \geq 25$



Usando el método de imágenes <sup>14</sup>:

$$\Delta p_D(t_D) = \Delta p_{D \text{ REAL}} + \Delta p_{D \text{ IMAGEN}} \quad \dots (D.2.)$$

$$\Delta p_{D \text{ FALLA}} = \Delta p_{D \text{ IMAGEN}} \quad \dots (D.3.)$$

Entonces:

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{r_D^2}{4t_D} \right) + \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{d^2 f_D}{t_D} \right) \quad \dots (D.4.)$$

También podemos escribir :

$$p_{wD} = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] + \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{d^2 f_D}{t_D} \right) \quad \dots (D.5.)$$

para  $t_D/r_D^2 \geq 5$

#### FALLA CONDUCTIVA.

Para la falla conductiva el efecto del pozo imagen es contrario al efecto de una falla impermeable:

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{r_D^2}{4t_D} \right) - \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{d^2 f_D}{t_D} \right) \quad \dots (D.6.)$$



## APÉNDICE E

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO EN PRESENCIA DE UNA FALLA SEMIPERMEABLE (PARCIALMENTE COMUNICANTE), NO INTERSECTANTE.

#### Consideraciones.

Pozo productor en un yacimiento infinito que contiene una barrera semipermeable vertical y lineal. El yacimiento es homogéneo e isotrópico a ambos lados de la falla, la barrera semipermeable es infinitamente larga y con capacidad de almacenamiento insignificante. La región activa se localiza en el lado derecho, no se consideran efectos de almacenamiento y daño.

La solución propuesta por Yaxley<sup>15</sup> en el plano real, del comportamiento de presión en el pozo es:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{r^2_{wD}}{4t_D} \right) + \frac{1}{2} E_1 \left( \frac{1}{t_D} \right) - \sqrt{\pi} \alpha_A \int_0^{t_D} \exp(4\alpha_A^2 u + 4\alpha_A) \operatorname{Erfc}(2\alpha_A \sqrt{u} + \frac{1}{\sqrt{u}}) \frac{du}{\sqrt{u}} \quad \dots(E.1)$$



## APÉNDICE F

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA DE UN POZO EN PRESENCIA DE UNA FALLA DAÑADA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, NO INTERSECTANTE.

#### Consideraciones.

La falla es de longitud infinita de espesor " $w_f$ " y permeabilidad " $k_f$ "; existe una región alterada alrededor de la falla, que tiene una extensión " $w_a$ " y permeabilidad " $k_a$ "; la falla se localiza a una distancia " $d_f$ " del pozo activo. El flujo dentro de la falla se supone lineal a lo largo del plano de la falla, con efectos de compresibilidad del fluido insignificantes; el flujo puede ocurrir a lo largo y a través de la falla.

El yacimiento considera dos porciones semi-infinitas: una porción izquierda y una porción derecha referidas al plano de la falla, siendo las propiedades del yacimiento las mismas para las dos porciones.

El pozo activo se localiza en el lado izquierdo de la falla con flujo constante " $q$ " en la posición  $x=0, y=0$ ; el plano fuente está en  $x=d_f$ .

La solución propuesta en el plano de Laplace por Abbaszadeh y Cinco Ley<sup>16</sup>, se obtiene al resolver separadamente el flujo en el yacimiento y en la falla; posteriormente se acoplan en el plano de la falla por requerirse condiciones de continuidad en el flujo y la presión.

#### A) Solución para el flujo en la falla:



$$\bar{p}_{FD}(y_D) = -\frac{2\pi}{F_{cD}} \int_{y_D}^{\infty} \int_0^{y_D} \bar{q}_{FD}(y'_D) dy'_D dy'_D \quad \dots (F.1)$$

B) Solución para el flujo en el yacimiento:

B.1.-Lado izquierdo del yacimiento

$$\begin{aligned} \bar{p}_{DL}(x_D, y_D) = & 2 \int_0^{\infty} \bar{q}_{FDL}(y'_D) \\ & \left\{ K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (1-x_D)^2 + (y_D + y'_D)^2 \right]} \right] + K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (1-x_D)^2 + (y_D - y'_D)^2 \right]} \right] \right\} dy'_D + \\ & \frac{1}{s} K_0 \left[ \sqrt{s \left[ x_D^2 + y_D^2 \right]} \right] + \frac{1}{s} K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (2-x_D)^2 + y_D^2 \right]} \right] \end{aligned} \quad \dots (F.2)$$

B.2.-Lado derecho del yacimiento

$$\begin{aligned} \bar{p}_{DR}(x_D, y_D) = & 2 \int_0^{\infty} \bar{q}_{FDR}(y'_D) \\ & \left\{ K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (1-x_D)^2 + (y_D + y'_D)^2 \right]} \right] + K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (1-x_D)^2 + (y_D - y'_D)^2 \right]} \right] \right\} dy'_D \end{aligned} \quad \dots (F.3)$$

C) Acoplamiento del flujo en el plano de la falla.

La caída de presión en la falla y en la zona alterada asociada se obtiene usando la ecuación de Darcy y sumando todas las resistencias al flujo :

$$\bar{p}_{DR}(y_D) - \bar{p}_{DL}(y_D) = S_f (\bar{q}_{FDL}(y_D) - \bar{q}_{FDR}(y_D)) \quad \dots (F.4)$$



$$y \quad \bar{p}_{Dr}(y_D) - \bar{p}_{DR}(y_D) = S_f \bar{q}_{DR}(y_D) \quad \dots (F.5)$$

Donde el factor de daño a través de la falla es:

$$S_f = \frac{2\pi k}{d_f} \left[ \frac{w_a}{k_a} + \frac{w_f}{2k_f} \right] \quad \dots (F.6)$$

$$y \quad q_{fD} = q_{fDR} + q_{fDL} \quad \dots (F.7)$$

Al acoplar las ecuaciones (F.4) y (F.5) con las soluciones en el yacimiento y en la falla (ecuaciones F.1, F.2 y F.3), se obtiene la solución para la distribución de la presión en el yacimiento. Para este propósito la falla se discretiza en “ $N_f$ ” elementos generándose un sistema de ecuaciones lineales con “ $2 N_f$ ” incógnitas de flujo al lado izquierdo y derecho del plano de la falla. Este sistema de ecuaciones se resuelve en cada paso del tiempo y los flujos resultantes se usan para obtener la presión en el pozo:

$$\bar{p}_{wD} = 4 \sum_{i=1}^{N_f} q_{fDL,i} \int_{y_{D,i}}^{y_{D,i+1}} K_0 \left[ \sqrt{s \left[ (1-r_{wD})^2 + (y'_D)^2 \right]} \right] dy'_D + \frac{1}{s} K_0 [r_{wD} \sqrt{s}] + \frac{1}{s} K_0 [(2-r_{wD}) \sqrt{s}] \quad \dots (F.8)$$

Los resultados en el plano real se obtienen al realizar la inversión numérica con el algoritmo de Stehfest.

La relación entre el factor de daño definido por Yaxley ( $\alpha_A$ ) y “ $S_f$ ” es:  $\alpha_A = \frac{\pi}{2S_f}$



## APÉNDICE G

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD FINITA, INTERSECTANTE.

Consideraciones.

Pozo intersectado por una fractura de conductividad finita, produciendo en un yacimiento homogéneo. La fractura tiene una longitud " $2x_f$ ", un ancho " $b_f$ " y una permeabilidad " $k_f$ ", penetra a la formación verticalmente.

El comportamiento de presión en el espacio de Laplace propuesto por Cinco Ley y Meng<sup>24</sup> es, discretizando la fractura (la mitad) en " $N_f$ " segmentos de flujo uniforme;

$$\bar{p}_{wD} - 0.5 \sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_{Di} \int_{x_{Di}}^{x_{Di+1}} \{K_0(x_{Dj} - x')\sqrt{s} + K_0(x_{Dj} + x')\sqrt{s}\} dx' + \frac{\pi}{(k_f b_f)_D} \sum_{i=1}^{j-1} \left[ \frac{(\Delta x)^2}{2} + (x_{Dj} - i\Delta x) \right] \bar{q}_{Di} + \frac{(\Delta x)^2}{8} \bar{q}_{Dj} = \frac{\pi x_{Dj}}{(k_f b_f)_D s} \quad \dots (G.1)$$

Esta ecuación considera segmentos de igual longitud y puntos " $x_i$ " y " $x_{i+1}$ " como el inicio y fin de un segmento " $i$ ".

Si se escribe esta ecuación para cualquier segmento se obtiene un sistema de " $N_f$ " ecuaciones con " $N_f + 1$ " incógnitas ( $\bar{q}_{Di}, i = 1, \dots, N_f$  y  $\bar{p}_{wD}$ ). Una ecuación adicional resulta si se



establece que el flujo que entra a la fractura es igual a la producción en el pozo:

$$\sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_{FDi} = \frac{1}{S} \quad \text{..... (G.2)}$$

Las incógnitas se encuentran si resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$[A_{ij}] \begin{bmatrix} \bar{q}_{FDi} \\ p_{wD} \end{bmatrix} = [B_j] \quad \text{..... (G.3)}$$

## APÉNDICE H

COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO CON UNA FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD FINITA, CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO, BAJO CONDICIONES DE FLUJO BILINEAL.

Consideraciones.

El pozo productor está penetrado totalmente por una fractura vertical de conductividad finita.

La solución propuesta por Wong, Harrington y Cinco Ley<sup>18</sup> del comportamiento de presión bajo condiciones de flujo bilineal es; en el espacio de Laplace:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\pi}{s^{3/4} \sqrt{C_{fD}} \sqrt{\frac{1}{\frac{S_{fD} \sqrt{s}}{\pi} + \frac{1}{2}} + \pi S_{fD} s^2}} \quad \text{..... (H.1)}$$

El cual puede reescribirse como:

$$\bar{F}1 = M \pi \frac{1}{R} \quad \text{..... (H.2)}$$

Donde:

$$M = \frac{S_{fD}^{4/3}}{C_{fD}^{2/3}} \quad \text{..... (H.3)}$$

$$K = \left(\frac{1}{D}\right)^{1/2} + \pi (M s)^2 \quad \text{..... (H.4)}$$



$$D = \frac{F4}{\pi(Ms)^2} + \frac{1}{2(Ms)^{5/2}} \quad \dots (H.5)$$

$$\text{con } F4 = \frac{S_{fs} C_{FD}^{1/3}}{S_{FD}^{2/3}} \text{ y } F1 = \frac{p_{wD} C_{FD}^{2/3}}{S_{FD}^{1/3}} \text{ (ordenadas); } \frac{t_{Dxf} C_{FD}^{2/3}}{S_{FD}^{4/3}} \text{ (abscisas).}$$

Los resultados fueron calculados al invertir numéricamente con el algoritmo de Stehfest la ecuación ( H.2), para pasar del plano de Laplace al plano real.

## APÉNDICE I

### COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN TRANSITORIA EN UN POZO HORIZONTAL.

#### Consideraciones.

El pozo horizontal está terminado en un medio anisotrópico infinito con fronteras superior e inferior horizontales. Las fronteras del yacimiento en la dirección horizontal no se alcanzan a observar durante la prueba. No se consideran efectos de almacenamiento y daño.

Se considera un medio isotrópico transversal es decir:  $k_x=k_y=k_h$  y  $k_z=k_v$ .

La solución propuesta por Kuckuk y cols. <sup>19</sup>, considera dos casos; en el primero no existe flujo en las fronteras superior e inferior (modelo de frontera "sin flujo"); en el segundo caso existe una presión constante en la frontera superior (modelo de frontera "presión constante").

Modelo de frontera "sin flujo":

$$\bar{p}_{wD} = \frac{4}{h_D s} \left[ \frac{1}{2} F(s) + \sum_{j=1}^{\infty} F(\xi_j) \cos\left(\frac{j\pi z_D}{h_D}\right) \cos\left(\frac{j\pi z_{wD}}{h_D}\right) \right] \quad \dots\dots (I.1)$$

Donde:

$$F(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}^2(u)}{u^2 \sqrt{u^2 + \beta}} du$$

$$z_D = z_{wD} + r_{wD}$$

$$\xi_j = s + (j \pi / h_D)^2$$

Modelo de frontera superior a "presión constante".

$$\bar{p}_{wD} = \frac{4}{h_D s} \sum_{j=1}^{\infty} F(\xi_j) \cos\left(\frac{(j-1/2)\pi z_D}{D}\right) \cos\left(\frac{(j-1/2)j\pi z_{wD}}{h_D}\right) \quad \dots (I.2)$$

Donde:  $\xi_j = s + ((j-1/2) \pi / h_D)^2$

Las ecuaciones (I.1) y (I.2) son válidas para  $t_D/r_{wD}^2 > 25$ , ya que para sus deducciones se usó la aproximación de línea fuente.