

01170

FACULTAD DE INGENIERIA

Control de Laminadores en Frío basado en la
Observación de Perturbaciones no Medibles

Eric López Gómez
Directores de tesis:
Ing. Mario T. Cameron
Dr.-Ing. Jaime Moreno Pérez

División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
Octubre de 1997

Maestro en Ingeniería Eléctrica

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice

Agradecimientos	ix
Terminología	xi
Introducción	xv
1 Descripción del problema: Laminadores en frío	19
1.1 Proceso de laminación en frío	19
1.2 Modelado	20
1.2.1 Modelo no lineal	20
1.2.2 Modelo lineal	22
1.2.3 Perturbaciones del sistema	25
1.2.4 Representación del modelo lineal perturbado en el espacio de estados	29
1.3 Motivación y desarrollo de la investigación	31
2 Compensación de perturbaciones	33
2.1 Compensación de perturbaciones medibles	33
2.2 Compensación de perturbaciones no medibles	36
2.3 Observación de perturbaciones	37
2.3.1 Modelo aumentado de la planta con las perturbaciones	37
2.3.2 Estructura del observador de perturbaciones no medibles	38
2.3.3 Condición para la estabilidad del observador	42

2.4	Cambio de la dinámica de los actuadores	42
2.5	Comentarios	44
3	Regulación robusta de la planta	45
3.1	Control integral robusto multivariable: metodología	45
3.1.1	Presentación del problema	45
3.1.2	Condición necesaria de estabilidad del sistema controlado	46
3.1.3	Condición necesaria de existencia del controlador	48
3.1.4	Robustez del controlador	48
3.1.5	Condición suficiente de estabilidad del controlador	50
3.1.6	Método para el cálculo del controlador	50
3.2	Control integral robusto multivariable: diseño	51
3.2.1	Ganancia del controlador	51
3.2.2	Sintonización del controlador	52
4	Resultados de simulación	55
4.1	Técnicas de control en la industria	55
4.1.1	Precompensación	55
4.1.2	Realimentación	56
4.2	Descripción del proceso de simulación	57
4.2.1	Simulador digital	57
4.2.2	Condiciones de simulación	58
4.3	Parámetros de calidad del producto	58
4.3.1	Error máximo	59
4.3.2	Error cuadrático integral	59
4.3.3	Histograma de frecuencia	60
4.4	Curvas obtenidas	60

	Índice	v
4.4.1 Error en el espesor de salida		60
4.4.2 Error integral cuadrático		60
4.4.3 Histograma de frecuencia		60
5 Discusión de resultados		65
6 Conclusiones		67
Apéndices		68
A Señal de mando		69
B Ecuación del error de observación		71
C Representación en el espacio de estados del modelo del lazo cerrado		73
D Ganancia estática del lazo cerrado		77
Bibliografía		79

Con cariño para las dos mujeres de mi vida: Mari y Yara.



Agradecimientos

A Dios por haberme dado la fortaleza para llevar hasta el final este proyecto de mi vida.

A la Universidad por acogerme dentro de sus aulas y brindarme la oportunidad de formarme académicamente.

A la Dirección General de Apoyo al Personal Académico por haberme otorgado la beca que me permitió hacer mis estudios de posgrado.

A Fundación UNAM, A. C. por financiar parcialmente mi estancia industrial en Alemania.

A Mario y Gisela por haberme apoyado tanto durante mi estancia en Alemania.

A Jaime Moreno por su paciencia y consejo durante la escritura de este trabajo.

Terminología

A	matriz $\mathcal{R}^{4 \times 4}$ del sistema perturbado
a_i	vector \mathcal{R}^8 que contiene los factores de ponderación de la combinación lineal de entradas que origina f_{r_i}
A_s	matriz $\mathcal{R}^{5 \times 5}$ del sistema planta-observador-compensador
A_2	matriz $\mathcal{R}^{1 \times 1}$ del observador
B	matriz $\mathcal{R}^{4 \times 3}$ del sistema perturbado
b_i	vector \mathcal{R}^8 que contiene los factores de ponderación de la combinación lineal de entradas que origina m_{w_i}
B_s	matriz $\mathcal{R}^{5 \times 3}$ del sistema planta-observador-compensador
B_2	matriz $\mathcal{R}^{1 \times 8}$ del observador
C	matriz $\mathcal{R}^{3 \times 4}$ del sistema perturbado
c_b	constante de elasticidad de la banda entre dos cajas de laminación
c_i	vector \mathcal{R}^8 que contiene los factores de ponderación de la combinación lineal de entradas que origina v_j
C_m	matriz $\mathcal{R}^{8 \times 9}$ del sistema aumentado
C_{m_1}	submatriz $\mathcal{R}^{8 \times 1}$ de C_m
C_{m_2}	submatriz $\mathcal{R}^{8 \times 8}$ de C_m
c_s	constante de la fuerza de laminación
C_s	matriz $\mathcal{R}^{3 \times 5}$ del sistema planta-observador-compensador
C_2	matriz $\mathcal{R}^{9 \times 1}$ del observador
D_1	matriz $\mathcal{R}^{4 \times 7}$ del sistema perturbado
D_2	matriz $\mathcal{R}^{3 \times 7}$ del sistema perturbado
d_2	vector \mathcal{R}^7 que contiene las perturbaciones no medibles y medibles
d_{h_i}	perturbación no medible en el espesor de salida de la caja i
d_i	vector \mathcal{R}^8 que contiene los factores de ponderación de la combinación lineal de entradas que origina v_{h_i}
d_{n_i}	perturbación en la medición de la velocidad angular de los rodillos de laminación de la caja i
D_{s_1}	matriz $\mathcal{R}^{5 \times 7}$ del sistema planta-observador-compensador
D_{s_2}	matriz $\mathcal{R}^{3 \times 7}$ del sistema planta-observador-compensador
d_{s_i}	perturbación en la medición de la separación de los rodillos de laminación de la caja i
D_2	matriz $\mathcal{R}^{9 \times 8}$ del observador

c_i	vector \mathcal{R}^8 que contiene los factores de ponderación de la combinación lineal de entradas que origina h_f
F_r	fuerza de laminación
f_{r_i}	variación en la fuerza de laminación de F_{r_o} en la caja i
F_{r_o}	valor nominal de la fuerza de laminación
G	vector \mathcal{R}^5 de las salidas del modelo del laminador: F_r, M_w, V_f, V_b, H_f
g	vector \mathcal{R}^5 de las variaciones de las salidas del modelo del laminador: f_r, m_w, v_f, v_b, h_f
G_o	vector \mathcal{R}^5 del punto de operación de las salidas del modelo del laminador: $F_{r_o}, M_{w_o}, V_{f_o}, V_{b_o}, H_{f_o}$
$G_o(0)$	matriz $\mathcal{R}^{q \times p}$ de la ganancia nominal estática del sistema planta-observador-compensador
$G_o(s)$	matriz $\mathcal{R}^{q \times p}$ de la ganancia nominal del sistema planta-observador-compensador
H_b	espesor del material a la entrada de una caja de laminación
h_{b_i}	variación en el espesor del material a la entrada de H_{b_o} de la caja i
H_{b_o}	valor nominal del espesor del material a la entrada de una caja de laminación
H_f	espesor del material a la salida de una caja de laminación
h_{f_i}	variación en el espesor del material a la salida de H_{f_o} de la caja i
H_{f_o}	valor nominal del espesor del material a la salida de una caja de laminación
H_i	constante de ponderación del efecto de h_{b_i} en la tensión entre cajas
$H(s)$	función de transferencia del sistema controlado
I	relación de engranes entre el eje del motor y el eje del rollo de material de entrada
K	dureza del material
K_a	constante de aceleración del proceso de laminación
K_i	matriz $\mathcal{R}^{p \times q}$ de ganancia del controlador integral robusto multivariable
k_i	variación en la dureza del material que pasa por la caja de laminación i
K_o	valor nominal de la dureza del material
k_{z_1}	ganancia del observador dinámico
K_x	ganancia del lazo de realimentación que cambia la dinámica de los actuadores
m	número de elementos del vector y_m
M_i	constante de ponderación en la ecuación de la tensión entre cajas
M_w	par mecánico del motor de los rodillos del laminador
m_w	variación del par mecánico del motor de los rodillos del laminador de M_{w_o}
M_{w_o}	valor nominal del par mecánico del motor de los rodillos del laminador
N	velocidad angular de los rodillos del laminador
n_u	orden del sistema aumentado

n_i	variación de la velocidad angular de los rodillos del laminador de N_o de la caja i
n_i^*	referencia de la velocidad angular de los rodillos del laminador de la caja i
n_i	velocidad angular de los rodillos del laminador medible de la caja i
N_o	valor nominal de la velocidad angular de los rodillos del laminador
p	número de entradas del sistema controlado
q	número de salidas del sistema controlado
R	radio de los rodillos del laminador
r	vector \mathcal{R}^3 de señales de referencia
r_i	variación del radio de los rodillos del laminador de la caja i de R_o
R_o	valor nominal del radio de los rodillos del laminador
S	separación entre los rodillos de laminación
s_i	variación de la separación entre los rodillos de laminación de la caja i de S_o
s_i^*	señal de control de la variación de la separación entre los rodillos de laminación de la caja i
s_{h_b}	ley de compensación para variaciones en el espesor h_b
s_{m_i}	variación de la separación entre los rodillos de laminación medible de la caja i
S_o	valor nominal de la separación entre los rodillos de laminación
t	tiempo
T_b	mitad del tiempo que tarda V en alcanzar V_{max} caja i
T_{h_i}	constante de tiempo del medidor del espesor de entrada de la caja i
T_{l_i}	lapso entre la medición del espesor y su entrada a la caja i
T_{r_i}	tiempo en el V se reduce a la mitad de V_{max} en el proceso de laminación
t_{n_i}	constante de tiempo del motor de los rodillos de laminación de la caja i
$t_{n_i}^*$	constante de tiempo deseada del motor de los rodillos de laminación de la caja i
t_{s_i}	constante de tiempo del posicionador hidráulico de los rodillos de laminación de la caja i
$t_{s_i}^*$	constante de tiempo deseada del posicionador hidráulico de los rodillos de laminación de la caja i
t_{z_1}	constante de tiempo de la tensión de la banda entre las cajas 1 y 2
u	vector \mathcal{R}^3 con las entradas del sistema perturbado: $s_{m_1}^*, n_{m_1}^*, s_{m_2}^*$
u_d	vector \mathcal{R}^3 con las leyes de compensación del sistema perturbado: $s_{m_1}, n_{m_1}, s_{m_2}$
V	velocidad de laminación, tangencial a los rodillos de laminación
V_b	velocidad del material a la entrada de una caja de laminación
v_{b_i}	variación de la velocidad del material a la entrada de la caja i de V_{b_o}
V_{b_o}	valor nominal de la velocidad del material a la entrada de una caja de laminación
V_f	velocidad del material a la salida de una caja de laminación
v_{f_i}	variación de la velocidad del material a la salida de la caja i de V_{f_o}
V_{f_o}	valor nominal de la velocidad del material a la salida de una caja de laminación

V_{\min}	valor mínimo en simulación de V
V_{\max}	valor nominal de V , que constituye la velocidad máxima de simulación
x	vector \mathcal{R}^4 con los estados del sistema perturbado: $z_1, s_{m_1}, n_{m_1}, s_{m_2}$
x_a	vector aumentado \mathcal{R}^9 con los estados del sistema perturbado y sus perturbaciones: $z_1, s_{m_1}, n_{m_1}, s_{m_2}, d_{z_1}, d_{h_1}, d_{h_2}, d_{s_1}, d_{s_2}$
x_c	vector \mathcal{R}^6 con los estados del sistema controlado
x_d	subvector \mathcal{R}^1 de x_a con los estados del sistema aumentado que se estiman dinámicamente
x_e	subvector \mathcal{R}^8 de x_a con los estados del sistema aumentado que se estiman estáticamente
x_s	vector \mathcal{R}^5 con los estados del sistema planta-observador compensador
y	vector \mathcal{R}^3 con las salidas del sistema perturbado: h_{f_1}, z_1, h_{f_2}
y_m	vector \mathcal{R}^3 con las salidas medibles del sistema aumentado: $h_{f_1}, z_1, h_{f_2}, f_{r_1}, f_{r_2}, s_{m_1}, s_{m_2}, n_{m_1}$
Z	tensión de la banda entre cajas
z_1	variación de la tensión de la banda entre la caja 1 y la caja 2 de Z_{1o}
Z_b	tensión de la banda a la entrada de una caja de laminación
z_{b_i}	variación de la tensión de la banda a la entrada de la caja i de Z_{b_o}
Z_{b_o}	valor nominal de la tensión de la banda a la entrada de una caja de laminación
Z_f	tensión de la banda a la salida de una caja de laminación
z_{f_i}	variación de la tensión de la banda a la salida de la caja i de Z_{f_o}
Z_{f_o}	valor nominal de la tensión de la banda a la salida de la caja de laminación
Z_o	variación de la tensión de la banda entre cajas
α	matriz $\mathcal{R}^{p \times p}$ de sintonización del controlador integral robusto multivariable
μ	coeficiente de fricción entre la banda y los rodillos del laminador
μ_i	variación del coeficiente de fricción entre la banda y los rodillos de la caja i de μ_o
μ_o	valor nominal del coeficiente de fricción entre la banda y los rodillos del laminador
Θ	vector \mathcal{R}^8 de entradas del modelo del laminador: $H_b, S, Z_b, Z_f, N, \mu, K, R$
θ	vector \mathcal{R}^8 de las variaciones de las entradas del modelo del laminador: $h_{b_i}, s_i, z_{b_i}, z_{f_i}, m_i, \mu_i, k_i, r_i$
Θ_o	vector \mathcal{R}^8 del punto de operación de las entradas del modelo del laminador: $H_{b_o}, S_o, Z_{b_o}, Z_{f_o}, N_o, \mu_o, K_o, R_o$

Introducción

Con el fin de obtener el grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica, los estudiantes de la División de Estudios de Posgrado, FI, UNAM, deben aplicar sus conocimientos y experiencia en el manejo de herramientas para resolver un problema interesante.

Cuando se trata de Control Automático se pide proponer una estrategia de control que haga que una planta adopte el comportamiento deseado. Sin duda, un caso relevante es mejorar el desempeño de una planta real.

En los laboratorios de la DEPFI y de la Coordinación de Automatización del Instituto de Ingeniería, UNAM, se encuentran varios sistemas didácticos que se forman de mecanismos provistos de sensores y de actuadores que, conectados a computadoras a través de tarjetas de interfaz, permiten la evaluación de algoritmos de control. Desafortunadamente la mayor parte de los resultados obtenidos en esas plantas de laboratorio no tienen aplicación en la industria. Pocos trabajos se han hecho directamente sobre el problema de una planta industrial. Esto es debido fundamentalmente al abismo que existe en nuestro País entre la Escuela y la Empresa, ocasionando que los conocimientos teóricos que se generan en la Universidad no lleguen a la industria y los conocimientos prácticos de uso en un ambiente industrial sean desconocidos en las aulas. Su resultado es que las universidades mexicanas forman profesionistas que deberán entrar a un nuevo proceso de formación dentro de las fábricas para aspirar a integrarse a la vida profesional.

En países como Alemania, Francia, Estados Unidos y Japón es usual que los estudiantes de carreras profesionales hagan varias prácticas en la industria antes de concluir sus estudios y existen muchas posibilidades para realizar el trabajo final en las instalaciones de una empresa con la meta de resolver un problema que dicha compañía tiene.

Este trabajo intenta resolver el problema planteado durante una estancia industrial en Mannheim, Alemania, en una empresa de capital suizo y suero llamada ABB Industrietechnik AG, bajo la dirección del ingeniero chileno Mario T. Cameron, quien era en ese entonces el investigador principal del departamento de desarrollo de automatización de laminadores en frío.

El laminado en frío es uno de los procesos que están involucrados en la fabricación de láminas de metal. Dicho proceso consiste en reducir la sección transversal de una lámina a través del aumento de su longitud utilizando con ese propósito un par de juegos de rodillos entre los cuales se hace pasar la lámina. Este trabajo trata el caso particular de los laminadores de dos cajas de laminación.

Al aparecer mayor rigor en la calidad del producto terminado, los fabricantes han impulsado la investigación de mejores técnicas en la instrumentación y en el control de los laminadores a través de la compra de tecnología a empresas que aseguren el nivel de calidad requerido. Es por ello que aparecen trabajos como [Hoshino,1988], en publicaciones periódicas, el cual fue la motivación de [Bamberg,1990], que se desarrolló en ABB y que sirve de antecedente a este trabajo. Dado los costos de producción, no es posible probar cada nueva idea directamente en la planta, por ello se construyen simuladores del proceso confiables y rápidos; en la actualidad se utiliza un simulador realizado con base en un tipo de redes neuronales propuesto en [Mies,1996].

A pesar de haber obtenido buenos resultados en la simulación del proceso, las técnicas expuestas en [Bamberg,1990] y en este trabajo no se han ganado la confianza del departamento de ingeniería y no se han puesto en práctica. Ellos confían más en los esquemas tradicionales de control basados en reglas heurísticas y en controladores proporcional-integral-derivativos; como la estrategia presentada en [Koch,1994], que fue puesta en práctica en una empresa alemana.

La investigación cuyos resultados se reportan en este escrito comenzó con una revisión bibliográfica detallada de los trabajos antes mencionados. De ellos se extrajeron las ideas fundamentales y se pusieron a prueba en el simulador digital del laminador, al principio con el sistema de una caja de laminación y posteriormente con el de dos cajas. Se obtuvieron conclusiones y ante la dificultad de error en estado estacionario se propuso la realización de un controlador integral, para lo cual se hizo una nueva revisión bibliográfica. En los trabajos [Davison,1976], [Lunze,1982] y [Moreno,1993] se encontraron esquemas interesantes. Al momento de ordenar la información, se demostró la estabilidad de la estrategia presentada y sacaron las conclusiones del trabajo.

En el primer capítulo del trabajo se encuentra una descripción del proceso de laminación y las razones que motivaron la realización de esta investigación. En los dos siguientes capítulos se presenta la estrategia utilizada para resolver el problema de control y en el cuarto se muestra la comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto y con un esquema utilizado actualmente en la industria. Posteriormente se analizan los resultados y se concluye.

A este trabajo se añaden cuatro apéndices que muestran resultados obtenidos durante

la investigación, que son parte importante de la aportación, pero cuya inclusión en el texto interrumpiría la continuidad de la lectura.



1

Descripción del problema: Laminadores en frío

En este primer capítulo serán presentadas las características de los laminadores en frío, que hacen a dicho sistema interesante desde el punto de vista del control automático. Se estudiará el caso particular del laminador de dos cajas de laminación. Se presentará el modelo lineal utilizado para la síntesis de controladores y se definirá el objetivo principal de este trabajo.

1.1 Proceso de laminación en frío

La fabricación de láminas de metal requiere de varios procesos: una vez que el mineral se ha extraído y separado convenientemente, se lleva a los hornos de fundición con el fin de obtener las mezclas de metales apropiadas, que serán vertidas en moldes para producir planchas. Estas planchas entran al laminador en caliente del cual salen rollos burdos de material, que finalmente se laminan en frío, con lo que toman las dimensiones requeridas.

El proceso de laminado en frío consiste en hacer pasar una lamina de metal entre dos juegos de rodillos, con el fin de reducir su sección transversal con el consecuente aumento de su longitud. Los laminadores en frío se componen básicamente de tres partes: un rollo de material de entrada, las cajas de laminación y un rollo de material de salida.

El rollo de material de entrada se coloca sobre un eje que es manipulado por un motor, el cual tratará de mantener la tensión de la banda, entre el rollo y la primera caja, constante.

Los laminadores tienen comúnmente de una a cinco cajas de laminación. Cada caja de laminación cuenta con dos juegos de rodillos: los inferiores, que son fijos, y los superiores, que son movidos por un posicionador hidráulico. Adicionalmente, cada caja cuenta con un motor que mueve los rodillos de laminación.

1

Descripción del problema: Laminadores en frío

En este primer capítulo serán presentadas las características de los laminadores en frío, que hacen a dicho sistema interesante desde el punto de vista del control automático. Se estudiará el caso particular del laminador de dos cajas de laminación. Se presentará el modelo lineal utilizado para la síntesis de controladores y se definirá el objetivo principal de este trabajo.

1.1 Proceso de laminación en frío

La fabricación de láminas de metal requiere de varios procesos: una vez que el mineral se ha extraído y separado convenientemente, se lleva a los hornos de fundición con el fin de obtener las mezclas de metales apropiadas, que serán vertidas en moldes para producir planchas. Estas planchas entran al laminador en caliente del cual salen rollos burdos de material, que finalmente se laminan en frío, con lo que toman las dimensiones requeridas.

El proceso de laminado en frío consiste en hacer pasar una lamina de metal entre dos juegos de rodillos, con el fin de reducir su sección transversal con el consecuente aumento de su longitud. Los laminadores en frío se componen básicamente de tres partes: un rollo de material de entrada, las cajas de laminación y un rollo de material de salida.

El rollo de material de entrada se coloca sobre un eje que es manipulado por un motor, el cual tratará de mantener la tensión de la banda, entre el rollo y la primera caja, constante.

Los laminadores tienen comúnmente de una a cinco cajas de laminación. Cada caja de laminación cuenta con dos juegos de rodillos: los inferiores, que son fijos, y los superiores, que son movidos por un posicionador hidráulico. Adicionalmente, cada caja cuenta con un motor que mueve los rodillos de laminación.

El rollo de material de salida tiene una configuración similar al rollo de entrada, incluso existen laminadores llamados reversibles, que pueden hacer pasar la lámina de material en un sentido y en otro, intercambiando para cada caso la designación del rollo de entrada con la del de salida.

Es usual que un laminador cuente con sensores de velocidad angular en los motores, con sensores de tensión en la banda, con sensores del desplazamiento del juego superior de los rodillos de laminación y con sensores de espesor de la banda colocados entre las cajas. Un esquema más costoso incluye sensores de velocidad lineal de la banda y sensores de fuerza de laminación en los posicionadores hidráulicos.

Este proceso presenta evidentemente comportamiento no lineal, por lo que se simplifican muchas características del laminador para trabajar con modelos lineales reducidos. Existen muchas tendencias sobre qué consideraciones hacer y qué modelos utilizar. Como se sabe, a mayor complejidad de los modelos, menores posibilidades de encontrar una solución, a mayor simplicidad de los modelos, menor confiabilidad en los resultados. Tomando en cuenta ello, es común que se aisle el modelo de las cajas de laminación del modelo de la dinámica de los rollos de material, al considerar que la tensión de la banda entre ellos y las cajas se mantiene constante, o en su defecto las variaciones que se presentan no son abruptas y se mantienen en rangos aceptables. A continuación se presenta la técnica de modelado utilizada.

1.2 Modelado

1.2.1 MODELO NO LINEAL

El proceso ocurrido en cada caja de laminación puede ser descrito por una serie de relaciones estáticas no lineales:

$$G = F(\Theta), \quad (1.1)$$

donde las señales de salida agrupadas en G son:

- F_r fuerza de laminación
- M_w par mecánico de los rodillos de laminación
- V_b velocidad de la banda a la entrada de la caja de laminación
- V_j velocidad de la banda a la salida de la caja de laminación
- H_f espesor de la banda a la salida de la caja de laminación

y el vector de entrada:

$$\Theta = [H_b \ S \ Z_b \ Z_f \ N \ \mu \ K \ R]^T \quad (1.2)$$

donde las variables de entrada son:

- H_b espesor de la banda a la entrada de la caja de laminación
- S separación de los rodillos de laminación
- Z_b tensión de la banda a la entrada de la caja de laminación
- Z_f tensión de la banda a la salida de la caja de laminación
- N velocidad angular de los rodillos de laminación
- μ coeficiente de fricción entre la banda y los rodillos de laminación
- K dureza del material
- R radio de los rodillos del laminación

Con miras al problema de control que se desea resolver, se presenta en la Figura 1.1 un diagrama de bloques de una caja de laminación. Las señales del vector de entradas Θ han sido agrupadas de acuerdo a su función en el proceso: en su lado izquierdo se encuentran las señales S, N que son las variables de control, por la parte superior entran al sistema las señales H_b, Z_b, Z_f que son variables medibles y por la inferior μ, K, R que son señales no medibles, hacia el lado derecho se muestra H_f como la variable a controlar.

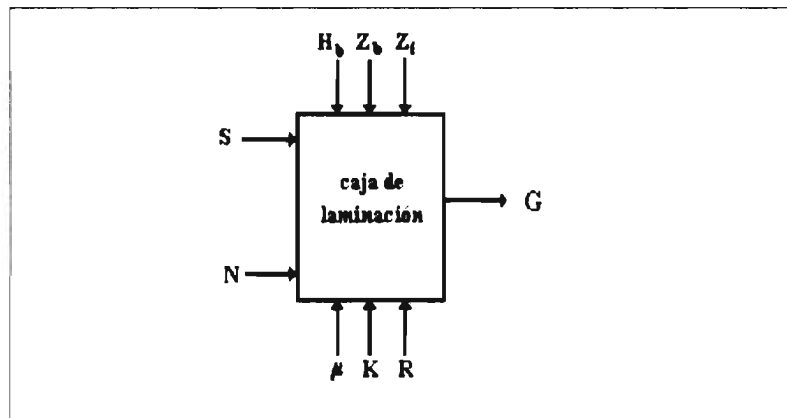


Figura 1.1. Diagrama de bloques de una caja de laminación

Se puede escribir adicionalmente una ecuación equivalente a (1.1) que relaciona la fuerza de laminación con el espesor del material a la salida de la caja de laminación

a través de la separación de los rodillos como se presenta a continuación:

$$H_f = S + \frac{F_r}{c_s} \quad (1.3)$$

siendo c_s la constante elástica del marco de laminación, obtenida en la práctica de manera estadística.

El sentido físico de la relación expresada en (1.3) se aclara al considerar que el material, al someterse al proceso de laminación, está sujeto a una deformación plástica y a una elástica; el espesor del material a la salida de la caja es mayor a la separación de los rodillos entre los cuales pasó puesto que al momento de salir ya no se ejerce la fuerza que mantenía comprimida la sección del material deformada elásticamente.

Al referirse a un laminador de dos cajas de laminación a través de las cuales será pasado una banda de material, se puede considerar que el espesor de la banda a la salida de la primera caja es igual al espesor de la banda a la entrada de la segunda, es decir,

$$H_{f_2} = H_{b_1} \quad (1.4)$$

Por otro lado, si se tiene un laminador de dos cajas de laminación aparece una tensión en la banda entre ambas cajas, cuya razón de cambio depende de una función no lineal de las velocidades a la salida de la primera caja V_{f_1} y a la entrada de la segunda caja V_{b_2} , es decir,

$$\dot{Z} = Z(V_{f_1}, V_{b_2}), \quad (1.5)$$

donde: Z es la tensión de la banda entre cajas [Cameron,1997].

1.2.2 MODELO LINEAL

Con el fin de utilizar las herramientas de diseño del control lineal, dicho proceso es linealizado.

El modelo no lineal estático de la caja de laminación es linealizado en torno a un punto de operación denotado por Θ_o , utilizando la expansión de sus ecuaciones no lineales en series de Taylor, sólo hasta la primera derivada parcial:

$$g = \nabla F(\Theta_o) \theta. \quad (1.6)$$

donde:

$$\nabla F(\Theta_o) = \left. \frac{\partial F(\Theta)}{\partial \Theta} \right|_{\Theta_o}. \quad (1.7)$$

$$G - G_o \cong g \triangleq [f_r \quad m_w \quad v_f \quad v_b \quad h_f]^T, \quad (1.8)$$

$$G_o = F(\Theta_o). \quad (1.9)$$

$$\theta = (\Theta - \Theta_o) \triangleq [h_b \quad s \quad z_b \quad z_f \quad n \quad \mu \quad k \quad r]^T \quad (1.10)$$

En [Cameron.1995] se muestra que (1.7) varía fundamentalmente debido al cambio en N , haciendo posible la escritura de:

$$\nabla F(\Theta_o) \cong \nabla F(N).$$

permitiéndose la reescritura de (1.6) como:

$$g = \nabla F(N) \theta,$$

Con ello se obtiene una representación lineal de (1.1) de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} F_r \\ M_w \\ V_f \\ V_b \\ H_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{r_o} \\ M_{w_o} \\ V_{f_o} \\ V_{b_o} \\ H_{f_o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_r}{\partial h_b} & \frac{\partial F_r}{\partial s} & \frac{\partial F_r}{\partial z_b} & \frac{\partial F_r}{\partial z_f} & \frac{\partial F_r}{\partial n} & \frac{\partial F_r}{\partial \mu} & \frac{\partial F_r}{\partial k} & \frac{\partial F_r}{\partial r} \\ \frac{\partial M_w}{\partial h_b} & \frac{\partial M_w}{\partial s} & \frac{\partial M_w}{\partial z_b} & \frac{\partial M_w}{\partial z_f} & \frac{\partial M_w}{\partial n} & \frac{\partial M_w}{\partial \mu} & \frac{\partial M_w}{\partial k} & \frac{\partial M_w}{\partial r} \\ \frac{\partial V_f}{\partial h_b} & \frac{\partial V_f}{\partial s} & \frac{\partial V_f}{\partial z_b} & \frac{\partial V_f}{\partial z_f} & \frac{\partial V_f}{\partial n} & \frac{\partial V_f}{\partial \mu} & \frac{\partial V_f}{\partial k} & \frac{\partial V_f}{\partial r} \\ \frac{\partial V_b}{\partial h_b} & \frac{\partial V_b}{\partial s} & \frac{\partial V_b}{\partial z_b} & \frac{\partial V_b}{\partial z_f} & \frac{\partial V_b}{\partial n} & \frac{\partial V_b}{\partial \mu} & \frac{\partial V_b}{\partial k} & \frac{\partial V_b}{\partial r} \\ \frac{\partial H_f}{\partial h_b} & \frac{\partial H_f}{\partial s} & \frac{\partial H_f}{\partial z_b} & \frac{\partial H_f}{\partial z_f} & \frac{\partial H_f}{\partial n} & \frac{\partial H_f}{\partial \mu} & \frac{\partial H_f}{\partial k} & \frac{\partial H_f}{\partial r} \end{bmatrix} \Big|_{\Theta_o} * \begin{bmatrix} h_b \\ s \\ z_b \\ z_f \\ n \\ \mu \\ k \\ r \end{bmatrix}$$

además, la relación entre las variaciones del punto de operación de la salida respecto de la entrada se denota por:

$$y = \begin{bmatrix} a^T & b^T & c^T & d^T & e^T \end{bmatrix}^T * \theta \quad (1.11)$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= \left[\frac{\partial F_r}{\partial H_b} \quad \frac{\partial F_r}{\partial S} \quad \frac{\partial F_r}{\partial Z_b} \quad \frac{\partial F_r}{\partial Z_f} \quad \frac{\partial F_r}{\partial N} \quad \frac{\partial F_r}{\partial \mu} \quad \frac{\partial F_r}{\partial K} \quad \frac{\partial F_r}{\partial R} \right] \Big|_{\mathbf{e}_o}^T, \\ b &= \left[\frac{\partial M_w}{\partial H_b} \quad \frac{\partial M_w}{\partial S} \quad \frac{\partial M_w}{\partial Z_b} \quad \frac{\partial M_w}{\partial Z_f} \quad \frac{\partial M_w}{\partial N} \quad \frac{\partial M_w}{\partial \mu} \quad \frac{\partial M_w}{\partial K} \quad \frac{\partial M_w}{\partial R} \right] \Big|_{\mathbf{e}_o}^T, \\ c &= \left[\frac{\partial V_f}{\partial H_b} \quad \frac{\partial V_f}{\partial S} \quad \frac{\partial V_f}{\partial Z_b} \quad \frac{\partial V_f}{\partial Z_f} \quad \frac{\partial V_f}{\partial N} \quad \frac{\partial V_f}{\partial \mu} \quad \frac{\partial V_f}{\partial K} \quad \frac{\partial V_f}{\partial R} \right] \Big|_{\mathbf{e}_o}^T, \\ d &= \left[\frac{\partial V_b}{\partial H_b} \quad \frac{\partial V_b}{\partial S} \quad \frac{\partial V_b}{\partial Z_b} \quad \frac{\partial V_b}{\partial Z_f} \quad \frac{\partial V_b}{\partial N} \quad \frac{\partial V_b}{\partial \mu} \quad \frac{\partial V_b}{\partial K} \quad \frac{\partial V_b}{\partial R} \right] \Big|_{\mathbf{e}_o}^T, \\ e &= \left[\frac{\partial H_f}{\partial H_b} \quad \frac{\partial H_f}{\partial S} \quad \frac{\partial H_f}{\partial Z_b} \quad \frac{\partial H_f}{\partial Z_f} \quad \frac{\partial H_f}{\partial N} \quad \frac{\partial H_f}{\partial \mu} \quad \frac{\partial H_f}{\partial K} \quad \frac{\partial H_f}{\partial R} \right] \Big|_{\mathbf{e}_o}^T \end{aligned}$$

Respecto de la tensión de la banda entre las cajas de laminación, su comportamiento dinámico mostrado en (1.5) se puede linealizar alrededor de un punto de operación:

$$\dot{z} = c_b (v_{b_2} - v_{f_1}) \quad (1.12)$$

para z , la variación de la tensión entre cajas de su valor nominal Z_o , v_{b_2} , la variación de la velocidad de la banda a la entrada de la caja de laminación dos de su valor nominal V_{b_2o} , v_{f_1} , la variación de la velocidad correspondiente a la salida de la primera caja de laminación de su valor nominal V_{f_1o} , y c_b , la constante elástica de la banda.

Observación 1.1 Para la descripción de sistemas con dos cajas de laminación se utilizarán tres convenciones que permitan claridad en la nomenclatura:

1. se hará diferencia entre las variables propias del laminador correspondientes a distintas cajas, agregando un subíndice al nombre de la variable; uno para la primera y dos para la segunda caja de laminación del sistema,
2. en cuanto a las variables relativas a la banda, se adoptarán subíndices relativos a la posición de la caja de laminación anterior, y cero cuando se trate de la banda entre el rollo de entrada y la primera caja; así las variable de la tensión entre cajas llevará un uno, y finalmente,

3. los elementos de los vectores de parámetros a, b, c, d, c del sistema linealizado (1.11), tendrán dos subíndices; el primero indicará la caja a la cual pertenecen: uno para la primera caja y dos para la segunda, y el segundo su posición dentro del vector.

Con ayuda de (1.11), de (1.4) y de (1.12) se definen las variaciones de las variables a controlar para un sistema de dos cajas de laminación:

$$h_{f_1} = c_1^T \theta_1, \quad (1.13)$$

$$h_{b_2} = h_{f_1} = c_1^T \theta_1 \quad (1.14)$$

$$\dot{z}_1 = c_{b_1} (d_2^T \theta_2 - c_1^T \theta_1) \quad (1.15)$$

Las variables de control son la velocidad de los rodillos de laminación n_i y la separación dichos rodillos s_i . A estas variables se asocia la dinámica del manejador del motor y del posicionador hidráulico respectivamente, las cuales pueden ser descritas de la siguiente manera:

$$t_{n_1} \dot{n}_1 = -n_1 + n_1^* \quad (1.16)$$

$$t_{n_2} \dot{n}_2 = -n_2 + n_2^* \quad (1.17)$$

$$t_{s_1} \dot{s}_1 = -s_1 + s_1^* \quad (1.18)$$

$$t_{s_2} \dot{s}_2 = -s_2 + s_2^* \quad (1.19)$$

donde: t_{n_i} son las constantes de tiempo de los manejadores de los rodillos de laminación y t_{s_i} son las de los posicionadores hidráulicos. n_i^*, s_i^* son las señales de control que conducen a dichos actuadores.

Un diagrama de bloques del sistema de los dos cajas de laminación, incluyendo la dinámica de la banda entre ellos se ilustra en la Figura 1.2.

1.2.3 PERTURBACIONES DEL SISTEMA

En la realidad este sistema está sometido a perturbaciones debidas fundamentalmente a variaciones en las características del material, imperfecciones en la construcción del laminador, deficiencia en la metodología de la medición y del control de sistemas con los que la caja de laminación interactúa.

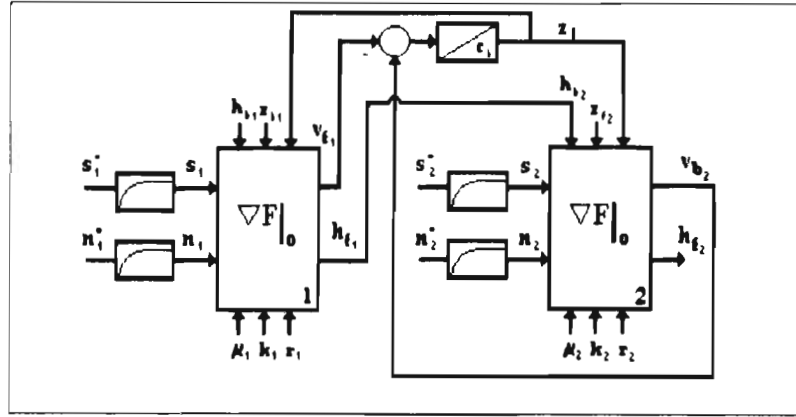


Figura 1.2. Diagrama de bloques del sistema linealizado

Las perturbaciones que serán objeto de estudio en este trabajo provienen de las variaciones mencionadas. Las variaciones debidas a la deficiencia en el control de sistemas con los que la caja de laminación interactúa no serán consideradas. Los casos tratados son:

1. El material a laminar tiene ciertas características nominales que dependen de las condiciones de fundición y de laminado en caliente. El espesor H_b , la dureza K y el coeficiente de fricción μ que dicho material tiene con los rodillos de laminación no son características homogéneas, por lo tanto, cada una de dichas entradas presenta variaciones del punto de operación. El espesor se considera medible, y puede compensarse directamente; las otras dos no.
2. La fabricación de los rodillos de laminación no puede garantizar una simetría radial perfecta, además durante el proceso de laminación, dichos rodillos están sometidos constantemente a fuerzas de tensión y compresión, por lo que a menudo sufren deformaciones plásticas, además de cambios grandes de temperatura, con la consecuente aparición de excentricidad en su eje. La compensación de la variación en su radio R no es usual.
3. La separación de los rodillos S se mide indirectamente a través de la medición de la posición del sistema hidráulico que los coloca; entre dicha referencia y los rodillos de laminación se encuentra un mecanismo, que sufre deformaciones elásticas desconocidas. La velocidad angular de los rodillos de laminación N se mide indirectamente a través de la velocidad del motor que los manipula, sin

embargo, se sabe que existen deslizamientos en los engranes y entre el material y los rodillos. Ambas deficiencias en la medición no se consideran generalmente en el diseño de controladores, a pesar de que dichas variables son las señales de control.

La consideración de las perturbaciones mencionadas produce modificaciones en el modelo expuesto con anterioridad, por lo que se propone un modelo del sistema perturbado que se utilizará en la compensación.

Los dos primeros casos tratan la presencia de variaciones de los valores nominales H_b, μ, K, R en las variables de entrada, ello lleva a considerar en el modelo como perturbaciones a h, μ, k, r .

Debido a los errores de medición antes mencionados la relación entre los valores reales y los medidos puede ser representada por:

$$s_i = s_{m_i} + d_{s_i} \quad (1.20)$$

$$n_i = n_{m_i} + d_{n_i} \quad (1.21)$$

donde: s_{m_i}, n_{m_i} son los valores medidos de las variables y d_{s_i}, d_{n_i} son las perturbaciones respectivas.

Sustituyendo (1.20).(1.21) en (1.13), se obtiene:

$$h_f = c_{i1}h_b + c_{i2}(s_{m_i} + d_{s_i}) + c_{i3}z_b + c_{i4}z_f + c_{i5}(n_{m_i} + d_{n_i}) + c_{i6}\mu + c_{i7}k + c_{i8}r \quad (1.22)$$

Suposición 1.1 Se considera que la tensión de la banda entre el rollo de entrada y la primera caja y la tensión de la banda entre la última de las cajas y el rollo de salida del material son reguladas adecuadamente tal que sus variaciones del punto de operación z_{b1}, z_{f2} son despreciables, con lo que es posible escribir:

$$z_{b1} = z_{f2} = 0$$

Se observa en (1.22) que h_f se perturba debido a la suma ponderada de las variaciones d_{s_i}, μ, k, r , todas ellas variaciones no medibles, por lo tanto es posible definir una perturbación de la siguiente manera:

$$d_{h_i} \doteq c_{i5}d_{n_i} + c_{i6}\mu_i + c_{i7}k_i + c_{i8}r_i \quad (1.23)$$

Atendiendo la suposición 1.1, ya que $z_1 = z_{f_1} = z_{b_2}$, y empleando (1.22) para cada una de las cajas de laminación, se puede escribir:

$$h_{f_1} = c_{11}h_{b_1} + c_{12}(s_{m_1} + d_{s_1}) + c_{14}z_1 + c_{15}n_{m_1} + d_{h_1}, \quad (1.24)$$

$$h_{f_2} = c_{21}h_{b_2} + c_{22}(s_{m_2} + d_{s_2}) + c_{23}z_1 + c_{25}n_{m_2} + d_{h_2}, \quad (1.25)$$

siendo que (1.25) se escribe de forma explícita de acuerdo con (1.14), como sigue:

$$h_{f_2} = c_{21}(c_{11}h_{b_1} + c_{12}(s_{m_1} + d_{s_1}) + c_{14}z_1 + c_{15}n_{m_1} + d_{h_1}) + c_{22}(s_{m_2} + d_{s_2}) + c_{23}z_1 + c_{25}n_{m_2} + d_{h_2} \quad (1.26)$$

Al sustituir (1.20) en la ecuación (1.3), se tiene:

$$h_{f_i} = s_{m_i} + d_{s_i} + \frac{f_{r_i}}{c_{s_i}} \quad (1.27)$$

A partir de (1.15) se puede obtener la expresión lineal del modelo perturbado que describe z_1 :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & c_{b_1}(d_{21}h_{b_2} + d_{22}(s_{m_2} + d_{s_2}) + d_{23}z_{b_2} + d_{24}z_{f_2} + d_{25}(n_{m_2} + d_{n_2}) + d_{26}\mu_2 + \\ & + d_{27}k_2 + d_{28}r_2 - c_{11}h_{b_1} - c_{12}(s_{m_1} + d_{s_1}) - c_{13}z_{b_1} - c_{14}z_{f_1} - c_{15}(n_{m_1} + d_{n_1}) - \\ & - c_{16}\mu_1 - c_{17}k_1 - c_{18}r_1), \end{aligned}$$

que tomando en cuenta la suposición 1.1 y la observación 1.1 se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & c_{b_1}(d_{21}h_{b_2} + d_{22}(s_{m_2} + d_{s_2}) + d_{23}z_1 + d_{25}(n_{m_2} + d_{n_2}) + d_{26}\mu_2 + d_{27}k_2 + d_{28}r_2 - \\ & - c_{11}h_{b_1} - c_{12}(s_{m_1} + d_{s_1}) - c_{14}z_1 - c_{15}(n_{m_1} + d_{n_1}) - c_{16}\mu_1 - c_{17}k_1 - c_{18}r_1) \end{aligned}$$

Para facilitar la escritura de la ecuación anterior se definen a continuación las constantes:

$$\begin{aligned}
t_{z_1} &\doteq \frac{1}{c_{b_1}(c_{14} - d_{23})}, \\
M_1 &\doteq -c_{b_1}c_{12}t_{z_1}, \\
M_2 &\doteq c_{b_1}d_{22}t_{z_1}, \\
M_3 &\doteq -c_{b_1}c_{15}t_{z_1}, \\
M_4 &\doteq c_{b_1}d_{25}t_{z_1}, \\
H_1 &\doteq -c_{b_1}c_{11}t_{z_1}, \\
H_2 &\doteq c_{b_1}d_{21}t_{z_1}.
\end{aligned}$$

y además, se define una perturbación que será la suma ponderada de las variaciones d_{n_1}, μ_i, k_i, r_i que afecta a la variable z_1 :

$$d_{z_1} \doteq -\frac{1}{c_{15}}(d_{25}d_{n_2} + d_{26}\mu_2 + d_{27}k_2 + d_{28}r_2 - c_{15}d_{n_2} - c_{16}\mu_1 - c_{17}k_1 - c_{18}r_1).$$

para proponer finalmente la expresión que será utilizada en la compensación de perturbaciones para el sistema de dos cajas:

$$\begin{aligned}
t_{z_1}\dot{z}_1 + z_1 &= H_2h_{b_2} + M_2(s_{m_2} + d_{s_2}) + M_4n_{m_2} + \\
&+ H_1h_{b_1} + M_1(s_{m_1} + d_{s_1}) + M_3(n_{m_1} + d_{z_1})
\end{aligned}$$

Finalmente, de considerar (1.14) se obtiene:

$$\begin{aligned}
t_{z_1}\dot{z}_1 + z_1 &= M_2(s_{m_2} + d_{s_2}) + M_4n_{m_2} + H_2c_{14}z_1 + \\
&+ (H_1 + H_2c_{11})h_{b_1} + (H_2c_{12} + M_1)(s_{m_1} + d_{s_1}) + \\
&+ (H_2c_{15} + M_3)n_{m_1} + M_3d_{z_1} + H_2d_{h_1}
\end{aligned} \tag{1.29}$$

1.2.4 REPRESENTACIÓN DEL MODELO LINEAL PERTURBADO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Para proponer una representación de un modelo en el espacio de estados se deben identificar y elegir cuales son las señales de control, las señales de salida y los estados del sistema. Adicionalmente se definen los vectores de perturbaciones.

El modelo del laminador de dos cajas tiene cuatro actuadores, asociados a una dinámica de primer orden cada uno, una dinámica interna, cuatro señales de control y tres señales a controlar.

En [Hoshino,1988] y [Bamberg,1990] se propone que la velocidad angular del motor de los rodillos de la segunda caja $n_{m_2}^*$ sea fijada y se constituya en la señal de mando (ver apéndice A), mientras que la separación de los rodillos de laminación $s_{m_1}^*$, $s_{m_2}^*$ y la velocidad del motor de la primera $n_{m_1}^*$ se definen como las señales de control. En [Koch,1994] se propone $n_{m_1}^*$ como la señal de mando. No existen en la bibliografía consultada razones concluyentes para preferir un enfoque sobre otro. Para la construcción de la representación que será utilizada en este trabajo se ocupa la primera de dichas propuestas.

Con base en la selección de la señal de mando, elegimos tres de los estados asociados a la dinámica de los actuadores manipulados s_{m_1} , s_{m_2} , n_{m_1} y uno que describa el comportamiento de la tensión entre cajas z_1 . Las señales de salida serán h_{f_1} , h_{f_2} , z_1 .

En síntesis los vectores del sistema de dos cajas se definen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x &\doteq [z_1 \quad s_{m_1} \quad n_{m_1} \quad s_{m_2}]^T, \\ u &\doteq [s_{m_1}^* \quad n_{m_1}^* \quad s_{m_2}^*]^T, \\ y &\doteq [h_{f_1} \quad z_1 \quad h_{f_2}]^T, \end{aligned}$$

con x , u , y los vectores de estados, de señales de control y de salidas respectivamente. Las perturbaciones medibles se describen en:

$$d_m = [h_{b_1}]^T,$$

y las no medibles en:

$$d \doteq [d_{z_1} \quad d_{h_1} \quad d_{h_2} \quad d_{s_1} \quad d_{s_2}]^T$$

Suposición 1.2 *Las variaciones en la señal de mando $n_{m_2}^*$ se consideran nulas.*

Finalmente, el modelo lineal perturbado para el sistema es obtenido, tras el uso de (1.16), (1.18), (1.19), (1.24), (1.26) y (1.29), considerando la suposición 1.2; para ser descrito por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + D_1d + D_{m_1}d_m \\ y &= Cx + D_2d + D_{m_2}d_m \end{aligned} \quad (1.30)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \frac{H_2c_{11}-1}{t_{z1}} & \frac{H_2c_{12}+M_1}{t_{z1}} & \frac{H_2c_{13}+M_3}{t_{z1}} & \frac{M_2}{t_{z1}} \\ 0 & -\frac{1}{t_{s1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{t_{n1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{t_{z1}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{t_{s1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{t_{n1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{t_{s2}} \end{bmatrix}, \\ D_1 &= \begin{bmatrix} \frac{M_3}{t_{z1}} & \frac{H_2}{t_{z1}} & 0 & \frac{H_2+c_{12}M_1}{t_{z1}} & \frac{M_2}{t_{z1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{m_1} = \begin{bmatrix} \frac{H_1+H_2c_{11}}{t_{z1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} c_{14}c_{21}+c_{23} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{23} & 0 & 0 & c_{22} \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & c_{22} \end{bmatrix}, \\ D_{m_2} &= \begin{bmatrix} c_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Observación 1.2 Tomando en cuenta que las constantes de tiempo del sistema son positivas, al inspeccionar la matriz A , se nota que el sistema (2.2) es asintóticamente estable.

1.3 Motivación y desarrollo de la investigación

La transformación de los metales ocupa un alto porcentaje de la actividad industrial en el mundo. En la actualidad los fabricantes que reciben los metales transformados como materia prima han aumentado su exigencia en la calidad de los productos. Esto ha obligado a los encargados de la automatización de dichos procesos a mejorar las técnicas de instrumentación y control. En los últimos cincuenta años, la calidad del producto terminado en los laminadores en frío, ha mejorado gracias a la utilización de medidores más exactos, sistemas de comunicación más eficientes y sistemas de

procesamiento de datos más rápidos. Sin embargo, la metodología de control no ha sufrido modificaciones importantes.

El proceso de laminación en frío consiste en reducir el espesor de una lámina al hacerla pasar por entre un par de juegos de rodillos. Este proceso tiene comportamiento no lineal, sin embargo, con fin de utilizar las herramientas de control lineal, se linealiza en torno a puntos de operación [Cameron,1995]. A pesar de que este proceso multivariable es básicamente estático; la consideración del comportamiento de sus actuadores y del de la tensión de la banda de material entre las cajas de laminación, lo hace dinámico. Está sujeto a perturbaciones no medibles debidas fundamentalmente a variaciones en las características del material, imperfecciones en la construcción del laminador, deficiencia en la metodología de la medición y del control de sistemas con las que el laminador interactúa. La calidad del producto se mide en el espesor de salida del material, el cual debe ser constante e igual a cierto valor deseado, pero comúnmente ello no se logra debido al efecto de dichas perturbaciones.

En este trabajo se propone una estrategia de control basada en la observación de perturbaciones no medibles, que mejore los resultados de simulación obtenidos por el controlador de laminadores en frío, para dos cajas de laminación, utilizado en la industria.

La estrategia mencionada consta fundamentalmente de dos partes: la compensación de perturbaciones no medibles y la reducción, mediante la realimentación de la salida, de errores producidos por el desconocimiento de los valores exactos de los parámetros del modelo lineal utilizado. La primera parte consiste en la implantación de un observador de orden reducido, con una estructura específica [Hoshino,1988], empleando un modelo aumentado de la planta con sus perturbaciones, que una vez estimadas, son compensadas en la señal de referencia de los actuadores. La segunda parte consiste en la implantación de un controlador integral robusto multivariable [Lunze,1982], que reduzca el error de estado estacionario. Dado que el controlador se diseña con base en el modelo lineal para un punto de operación, se utiliza el método de ganancias programadas para mantener su validez en otras condiciones. Se atiende a reglas de implantación del método de ganancias programadas para garantizar la posibilidad del análisis lineal [Moreno,1995]. Una ventaja del esquema presentado es el número reducido de parámetros de sintonización, lo cual facilita su uso en un ambiente industrial.

2

Compensación de perturbaciones

A continuación se describirá el camino utilizado para alcanzar el objetivo de control en el laminador dos cajas de laminación. En primer término, se muestra el diseño de los compensadores de perturbaciones medibles y no medibles. La introducción del compensador de perturbaciones medibles produce un cambio en el modelo de la planta el cual se aclara enseguida. Del desarrollo del compensador de perturbaciones no medibles surge la necesidad de estimar dichas perturbaciones y se propone un modelo aumentado de la planta, el cual sirva como base para construir un observador de perturbaciones con una estructura específica. Posteriormente se plantea la necesidad de modificar la dinámica de los actuadores. Para concluir se enfatizan las características del esquema propuesto.

2.1 Compensación de perturbaciones medibles

Como se menciona en la sección 1.2.3, el espesor de entrada del material a cada una de las cajas de laminación es una señal medible. Se colocan sensores de espesor en puntos intermedios entre las cajas de laminación, entre el rollo de entrada de material y la primera caja de laminación y entre la última de las cajas y el rollo de salida de material. Esto implica que una variación en el espesor de entrada será sensada antes de que ésta afecte las condiciones de laminado, y por tanto, la calidad del producto. La técnica de compensación utilizada en la industria en este rubro consiste en tomar la lectura del sensor, ponderar su efecto en las condiciones de laminado y aplicar una acción correctiva en el momento en el que la variación llegue a la caja de laminación correspondiente[Mies.1996].

En la Figura 2.1 se esquematiza la acción de la compensación del espesor de entrada; se muestra el bloque del sensor de espesor, modelado mediante una dinámica de primer orden, cuya constante de tiempo es t_h , el bloque del posicionador hidráulico t_s , y el del tiempo muerto T_l , que existe entre la medición y la entrada de la banda en la caja de laminación. Adicionalmente se esquematizan la señal de control s_m^{**} , de la que se hablará a continuación, y la señal de perturbación d_s , definida en (1.20)

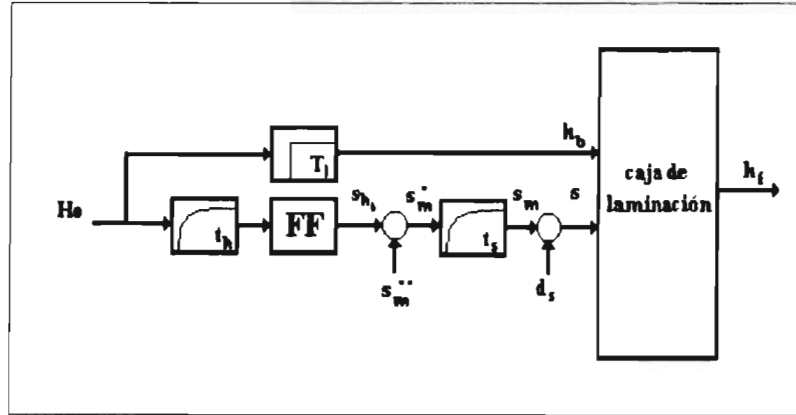


Figura 2.1. Diagrama de bloques de la compensación del espesor de entrada

El efecto de las variaciones del espesor de entrada en el espesor de salida de una caja de laminación se describe en (1.22).

Para revisar el diseño del compensador del espesor de entrada a la caja de laminación correspondiente se utiliza el principio de superposición, por lo que las variaciones u_{m_i} , d_{h_i} se hacen nulas, además se ocupa la suposición 1.1.

Para compensar el efecto de h_{b_i} en h_f , mediante s_{m_i} , en (1.22) debe satisfacerse que:

$$s_{h_{b_i}}(t) = -\frac{c_{i1}}{c_{i2}} h_{b_i}(t), \quad (2.1)$$

siendo que:

$$s_{m_i}^* = s_{h_{b_i}} + s_{m_i}^{**}$$

La compensación de la variación del espesor de entrada en la primera caja de laminación h_{b_1} , permite reescribir el modelo de la planta expresado en (1.30), simplemente desapareciendo su efecto en él. Sin embargo, en el caso de la segunda caja, el espesor de entrada h_{b_2} es una señal interna del sistema, por lo que la introducción de este compensador produce variaciones en el modelo, que deben considerarse en el diseño del compensador de perturbaciones no medibles.

El modelo modificado, con las redefiniciones de A, D_1, D_{m_1} , se escribe a continuación a partir de (1.30), (1.14) y (2.1):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu^* + D_1d + D_{m_1}d_m \\ y &= Cx + D_2d + D_{m_2}d_m \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde:

$$u^* = \begin{bmatrix} s_{m_1}^* & n_{m_1}^* & s_{m_2}^{**} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{H_2c_{11}-1}{t_{z_1}} & \frac{H_2c_{12}+M_1}{t_{z_1}} & \frac{H_2c_{13}+M_3}{t_{z_1}} & \frac{M_2}{t_{z_1}} \\ 0 & -\frac{1}{t_{s_1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{t_{n_1}} & 0 \\ -\frac{c_{14}c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} & -\frac{c_{12}c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} & -\frac{c_{15}c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} & -\frac{1}{t_{s_2}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{t_{s_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{t_{n_1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{t_{s_2}} \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} \frac{M_3}{t_{z_1}} & \frac{H_2}{t_{z_1}} & 0 & \frac{H_2+c_{12}M_1}{t_{z_1}} & \frac{M_2}{t_{z_1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} & 0 & -\frac{c_{12}c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} & 0 \end{bmatrix}, D_{m_1} = \begin{bmatrix} \frac{H_1+H_2c_{11}}{t_{z_1}} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{c_{11}c_{21}}{c_{22}t_{s_2}} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{14}c_{21} + c_{23} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{23} & 0 & 0 & c_{22} \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & c_{22} \end{bmatrix},$$

$$D_{m_2} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En la práctica, además de ponderar el efecto de dicha variación, corresponde ajustar el momento en el que la ley de compensación debe actuar, a continuación se aclaran las consideraciones utilizadas.

Suposición 2.1 *La dinámica de primer orden que describe tanto al posicionador hidráulico, como al sensor de espesor, pueden ser aproximados por retrasos puros cuyo tiempo muerto sea igual a sus constantes de tiempo, sin introducir errores significativos en la compensación de las variaciones del espesor de entrada.*

El tiempo en el que debe actuar el compensador será igual al lapso que pasa entre la medición de una variación y su llegada a la caja, menos la suma de las constantes de tiempo del posicionador hidráulico y del sensor, atendiendo la suposición 2.1.

Es posible escribir la expresión para la primera y segunda cajas de laminación de un laminador de dos cajas así:

$$s_{h_m}(t) = -\frac{c_{i1}}{c_{i2}} h_{b_i}(t + T_{i_1} - (t_{s_i} + t_{h_i})) \quad (2.3)$$

donde t es el tiempo, i indica a que caja de laminación pertenecen los parámetros, de acuerdo a lo expresado en la observación 1.1.

2.2 Compensación de perturbaciones no medibles

Para lograr compensar las perturbaciones no medibles contenidas en d es necesario obtener la ley de precompensación u_d , que puesta como señal de control a la entrada de los actuadores, anule el efecto de éstas en las salidas en estado estacionario, de manera que se cumpla el objetivo de control:

$$h_{f_1} = h_{f_2} = z_1 = 0, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (2.4)$$

Observación 2.1 Dado que el compensador de perturbaciones no medibles se diseña para actuar durante el estado estacionario del sistema, se considera que:

$$\begin{aligned} s_{d_i} &\rightarrow s_{m_i} \\ u_{d_i} &\rightarrow u_{m_i} \end{aligned}$$

Al utilizar el principio de superposición, esta ocasión se hacen cero los efectos de h_{b_i} , y las ecuaciones (1.24),(1.26) y (1.29), pueden ser escritas de forma matricial, como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -c_{14} & 0 \\ 0 & t_{21} & 1 - H_2 c_{14} & 0 \\ 0 & 0 & -c_{14} c_{21} - c_{23} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{f_1} \\ \dot{z}_1 \\ z_1 \\ h_{f_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{12} & c_{15} & 0 \\ H_2 c_{12} + M_1 & H_2 c_{15} + M_3 & M_2 \\ c_{12} c_{21} & c_{15} c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} u_d + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & c_{12} & 0 \\ M_3 & H_2 & 0 & H_2 c_{12} + M_1 & M_2 \\ 0 & c_{21} & 1 & c_{12} c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} d.$$

donde:

$$u_d = \begin{bmatrix} s_{d_1} & u_{d_1} & s_{d_2} \end{bmatrix}^T$$

Al sustituir (2.4) en esta ecuación, se despeja de ella u_d para obtener la matriz K_d que pondere la combinación lineal de las perturbaciones estimadas:

$$u_d = \begin{bmatrix} \frac{c_{15}M_3}{c_{12}M_3 - c_{15}M_1} & -\frac{M_3}{c_{12}M_3 - c_{15}M_1} & -\frac{c_{15}M_2}{c_{22}(c_{12}M_3 - c_{15}M_1)} & -1 & 0 \\ -\frac{M_3c_{12}}{c_{12}M_3 - c_{15}M_1} & \frac{M_1}{c_{12}M_3 - c_{15}M_1} & \frac{c_{12}M_2}{c_{22}(c_{12}M_3 - c_{15}M_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_{22}} & 0 & -1 \end{bmatrix} d. \quad (2.5)$$

En (2.5) surge la necesidad de conocer d , para efectuar la compensación. Si no es posible medirlo, entonces debe ser estimado, con ayuda de un observador, cuya construcción se muestra en la siguiente sección.

2.3 Observación de perturbaciones

2.3.1 MODELO AUMENTADO DE LA PLANTA CON LAS PERTURBACIONES

En (2.2) se describe la dinámica de la planta y como la afectan sus perturbaciones. Sin embargo, para el diseño del observador de perturbaciones no medibles es conveniente construir un modelo aumentado de la planta, donde se describa la dinámica de las perturbaciones no medibles agrupadas en d y además se muestre la relación entre un vector x_a de estados de dicho sistema aumentados y todas las señales medibles del laminador: los espesores de la banda h_f , la tensión entre cajas z_1 , la fuerza de laminación f_r , correspondiente a cada caja, la separación entre rodillos de laminación s_m , y la velocidad angular n_m , de los rodillos de laminación de la primera caja. Estas señales medibles se agrupan en el vector y_m .

Este modelo aumentado es construido con ayuda del principio de superposición, que permite hacer el efecto de las perturbaciones medibles nulo, es decir, $h_b = 0$.

Suposición 2.2 *Para el diseño del observador se considera que las perturbaciones estudiadas se comportan como escalón, ya que proceden de errores en la medición y de variaciones en las características del material laminado [Astrom, 1990].*

El sistema aumentado de la planta con las perturbaciones es descrito en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u^*, \quad (2.6)$$

$$y_m = C_m x_a, \quad (2.7)$$

con:

$$x_a = \begin{bmatrix} x & d \end{bmatrix}^T,$$

$$y_m = \begin{bmatrix} y & \frac{f_{r1}}{c_{s1}} & \frac{f_{r2}}{c_{s2}} & s_{m1} & s_{m2} & n_{m1} \end{bmatrix}^T;$$

$$A_a = \begin{bmatrix} A & D_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$C_m = \begin{bmatrix} c_{14} & c_{12} & c_{15} & c_{22} & 0 & 1 & 0 & c_{12} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{14}c_{21} + c_{23} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} & 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} \\ c_{14} & c_{12} - 1 & c_{15} & 0 & 0 & 1 & 0 & c_{12} - 1 & 0 \\ c_{14}c_{21} + c_{23} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} - 1 & 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} - 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

donde: y_m es el vector que contiene a todas las señales medibles del laminador, C_m es la matriz que relaciona a los estados x_a del sistema aumentado con dichas señales medibles; $c_{12}, c_{21}, c_{22}, c_{14}, c_{15}, c_{23}$ son parámetros conocidos del sistema.

2.3.2 ESTRUCTURA DEL OBSERVADOR DE PERTURBACIONES NO MEDIBLES

La condición necesaria para la existencia de un observador es que el sistema sea observable. Ello se cumple, si la matriz de observabilidad $\omega_o \in \mathcal{R}^{(m \times n_a) \times n}$ es de rango completo.

Para verificarlo construimos la submatriz $\omega'_o \in \mathcal{R}^{(2 \times n_a) \times m}$ de ω_o formada por sus primeros $2 \times n_a$ renglones; si ω'_o es de rango completo, entonces ω_o también lo es. El rango de la matriz:

$$\omega'_o = \begin{bmatrix} C_m \\ C_m A_a \end{bmatrix}$$

es n_a , por lo tanto, ω_o es de rango completo, y (2.6), describe un sistema observable.

Se desea utilizar un observador de orden reducido, puesto que el número de parámetros de sintonización se reduce y la estimación de varios de los estados no depende de la convergencia del observador. Un orden mínimo de dicho observador es igual a la diferencia entre el orden del sistema aumentado n_a y el correspondiente rango r de la matriz C_m [Chen,1984].

Para el sistema de dos cajas, se propone la construcción de un observador reducido de primer orden, puesto que el orden del sistema n_a es 9 y el rango r de la matriz C_m es 8 para cualquier valor de los parámetros del sistema, dado que el determinante de la submatriz de C_m de orden 8 y rango completo no depende de dichos parámetros.

Por ello, es necesario elegir uno de los estados del vector x_a para ser observado dinámicamente. Dado que los elementos de la quinta columna de la matriz C_m son todos cero, se elige la perturbación d_{s_1} para construir un observador de orden reducido.

Como parte de los elementos de x_a se estimarán de manera estática y el resto de manera dinámica, redefiniremos la ecuación de señales medibles (2.7) como sigue:

$$y_m = C_{m_1} x_d + C_{m_2} x_e, \quad (2.9)$$

con:

$$x_d = d_{z_1},$$

$$x_e = \left[z_1 \quad s_{m_1} \quad n_{m_1} \quad s_{m_2} \quad d_{h_1} \quad d_{h_2} \quad d_{s_1} \quad d_{s_2} \right]^T,$$

donde: x_d, x_e son subvectores de x_a con los estados del observador dinámico y del estático respectivamente, y C_{m_1}, C_{m_2} las submatrices de C_m , correspondientes.

El vector x , se calcula, despejándolo de (2.9):

$$x_c = C_{m_2}^{-1} (y_m - C_{m_1} x_d).$$

pero, como:

$$C_{m_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

el diseño del observador estático para el sistema de dos cajas de laminación se reduce a obtener la inversa de la matriz C_{m_2} ; expresado en la siguiente ecuación:

$$x_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 - c_{12} & -c_{14} & 0 & c_{12} & 0 & 0 & 0 & c_{15}(1 - c_{12}) \\ -c_{21} & -c_{23} & 1 - c_{22} & 0 & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -c_{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} y_{m_2} \quad (2.10)$$

En [Hoshino,1988] se propone una estructura del observador de la perturbación d_{z_1} del sistema de dos cajas de laminación como sigue:

$$\hat{d}_{z_1} \doteq k_{z_1} (y_{z_1} - \hat{y}_{z_1}) \quad (2.11)$$

donde:

$$y_{z_1} \doteq t_{z_1} \dot{z}_1 + (H_2 c_{14} - 1) z_1 \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_{z_1} \doteq & (H_2 c_{15} + M_3) n_{m_1} + M_3 \hat{d}_{z_1} + (H_2 c_{12} + M_1) (s_{m_1} + d_{s_1}) + M_2 (s_{m_2} + d_{s_2}) + \\ & + (H_1 + H_2 c_{11}) h_{b_1} \end{aligned} \quad (2.13)$$

son igualdades que proceden de (1.29) bajo la suposición 1.2, que al ser sustituidas en (2.11) forman la ecuación del observador:

$$\begin{aligned} D(\hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} \dot{z}_1) = & -k_{z_1} M_3 (\hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} \dot{z}_1) + k_{z_1} (1 - k_{z_1} M_3 t_{z_1} - H_2 c_{14}) \dot{z}_1 - \\ & - k_{z_1} (H_2 c_{15} + M_3) n_{m_1} - k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) (s_{m_1} + d_{s_1}) - \\ & - k_{z_1} M_2 (s_{m_2} + d_{s_2}) - k_{z_1} (H_1 + H_2 c_{11}) h_{b_1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde: $D(\cdot)$ es el operador derivada.

En (2.14) se pueden sustituir las definiciones de d_{s_1} y de d_{s_2} expresadas en (2.10) y atender de nuevo al principio de superposición que haga $h_{b_1} = 0$, quedando la ecuación de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} D(\hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} z_1) &= -k_{z_1} M_3 (\hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} z_1) + k_{z_1} (1 - k_{z_1} M_3 t_{z_1} - H_2 c_{14}) z_1 - \\ &\quad - k_{z_1} (H_2 c_{15} + M_3) u_{m_1} - k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) (h_{f_1} - \frac{f_{r_1}}{c_{s_1}}) - \\ &\quad - k_{z_1} M_2 (h_{f_2} - \frac{f_{r_2}}{c_{s_2}}) \end{aligned}$$

La ecuación del observador reducido de primer orden se expresa en forma matricial a continuación:

$$\dot{Z}_1 = A_z Z_1 + B_z y_m \quad (2.15)$$

con Z_1 definida como $\hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} z_1$ y además:

$$\begin{aligned} A_z &= -k_{z_1} M_3, \\ B_z &= \begin{bmatrix} -k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} (1 - k_{z_1} M_3 t_{z_1} - H_2 c_{14}) & -k_{z_1} M_2 & \dots \\ \dots & k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} M_2 & 0 & 0 & -k_{z_1} (H_2 c_{15} + M_3) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Con base en (2.10) y en (2.15) es posible, tras la definición de dos nuevas matrices, escribir una ecuación de salida del observador, que tenga por resultado el vector \hat{x}_a con los valores estimados del vector de estados x_a del modelo aumentado descrito en (2.6), y queda como sigue:

$$\hat{x}_a = C_z Z_1 + D_z y_m, \quad (2.16)$$

considerando la definición de:

$$C_z \doteq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

$$D_2 \doteq \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & k_{z_1} t_{z_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 - \epsilon_{12} & -\epsilon_{13} & 0 & \epsilon_{12} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{15}(1 - \epsilon_{12}) \\ -\epsilon_{21} & -\epsilon_{23} & 1 - \epsilon_{22} & 0 & \epsilon_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -\epsilon_{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Con esta última ecuación queda completamente definido el observador de perturbaciones no medibles para el laminador de dos cajas.

2.3.3 CONDICIÓN PARA LA ESTABILIDAD DEL OBSERVADOR

Cuando se propone la utilización de un observador dinámico, es necesario garantizar su estabilidad, y así asegurar la convergencia de las variables estimadas a sus valores reales. Con tal fin se construye la ecuación del error de observación (ver apéndice B):

$$\dot{\tilde{X}} = \Lambda \tilde{X} \quad (2.17)$$

Dado que (2.17) es una ecuación autónoma, entonces su convergencia a cero se asegura cuando los valores característicos de Λ son negativos. En el caso particular del observador estudiado $\Lambda = -k_{z_1} M_3$, la condición necesaria para la estabilidad del observador se cumple para todos los valores negativos del parámetro de sintonía k_{z_1} , puesto que el parámetro de la planta M_3 es negativo.

2.4 Cambio de la dinámica de los actuadores

En [Bamberg,1990] se plantea la necesidad de hacer la dinámica de los actuadores igual, a través de la realimentación de estados del sistema, con base en ideas empíricas, poco documentadas.

El diseño de dicho controlador se basa en encontrar los valores de las matrices K_{r_1} y K_{r_2} que hacen que la dinámica del sistema tomen los valores deseados, siendo la ecuación de realimentación:

$$u_c = -K_{x_1}x + K_{x_2}u_d, \quad (2.18)$$

tal que u_c sea el vector de señales que se contribuya con su acción a compensar las perturbaciones no medibles y a cambiar la dinámica de los actuadores.

Si se definen como:

$$\left\{ \frac{1}{t_{z_1}}, \frac{1}{t_{s_1}^*}, \frac{1}{t_{n_1}^*}, \frac{1}{t_{s_2}^*} \right\}$$

las dinámicas deseadas, entonces las matrices de ganancia de la ley de control serán:

$$K_{x_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{t_{s_2}}{t_{s_2}^*} - 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$K_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t_{s_2}}{t_{s_2}^*} \end{bmatrix}$$

Al sustituir la ecuación (2.5) en (2.18), es posible obtener una matriz que incluya los efectos de la compensación de perturbaciones no medibles y el cambio de la dinámica, como sigue:

$$u_c = \underline{K} \begin{bmatrix} x & \hat{d}_{z_1} & d_{h_1} & d_{h_2} & d_{s_1} & d_{s_2} \end{bmatrix}^T = \underline{K} \hat{x}_{a_2},$$

donde:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 - \frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} & 0 & 0 & \frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} \frac{\epsilon_{12}M_3}{\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1} & \dots \\ 0 & 0 & 1 - \frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} & 0 & -\frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} \frac{M_3\epsilon_{12}}{\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{t_{s_2}}{t_{s_2}^*} & 0 & \dots \\ \dots & -\frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} \frac{M_4}{\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1} & -\frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} \frac{\epsilon_{12}M_2}{\epsilon_{22}(\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1)} & -\frac{t_{s_1}}{t_{s_1}^*} & 0 & \dots \\ \dots & \frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} \frac{M_1}{\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1} & \frac{t_{n_1}}{t_{n_1}^*} \frac{\epsilon_{12}M_2}{\epsilon_{22}(\epsilon_{12}M_3 - \epsilon_{15}M_1)} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -\frac{t_{s_2}}{t_{s_2}^*} \frac{1}{\epsilon_{22}} & 0 & -\frac{t_{s_2}}{t_{s_2}^*} & \dots \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.5 Comentarios sobre la estructura del compensador de perturbaciones no medibles

Se tiene un compensador de perturbaciones no medibles, basado en su estimación. La estimación se realiza con ayuda de un observador reducido de primer orden. La estructura elegida presenta dos ventajas: la primera, es que la sintonización del observador requiere solamente del ajuste de un parámetro k_{z_1} , y la segunda, es que la ganancia estática del lazo cerrado de la planta con el compensador (ver apéndice D) no depende de dicho parámetro.

La compensación de las perturbaciones se hace en estado estacionario, puesto que es necesario que el observador converja para realizar la compensación.

La elección del parámetro k_{z_1} se hace de manera heurística, tal que la dinámica del observador sea suficientemente rápida, dentro del rango de estabilidad, pero en este trabajo no se propone ninguna técnica de optimización.

La conclusión del diseño del compensador de perturbaciones no medibles y de la realimentación de estados para el cambio de la dinámica de los actuadores en la matriz K , facilita bastante la implementación del esquema.

3

Regulación robusta de la planta

Enseguida se propone la utilización de un controlador integral que reduzca el error en estado estacionario producido por las diferencias entre los parámetros del sistema real y los del modelo lineal utilizado en el diseño del compensador de perturbaciones. En la industria se ocupa actualmente un controlador integral que regula el espesor de salida del material, desarrollado para darle al sistema un margen de fase de 60 grados; uno para cada caja de laminación. Para regular la tensión entre cajas se utilizan controladores proporcional-integrales, sintonizados con ayuda de técnicas empíricas, sin que alguna de ellas haya demostrado alcanzar mejores resultados. En este capítulo se muestra el diseño de un controlador integral robusto multivariable que regule los espesores de salida de la primera y de la segunda caja, así como de la tensión entre cajas del laminador.

3.1 Control integral robusto multivariable: metodología

3.1.1 PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Una representación en el espacio de estados del modelo del sistema planta-observador-compensador se presenta en el apéndice C. Sus ecuaciones se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s u_1 + D_{s_1} d', \\ y &= C_s x_s + D_{s_2} d', \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde: x_s es el vector de estados del sistema planta-observador-compensador, u , es el vector de señales de entrada a dicho sistema.

Observación 3.1 *El sistema (3.1) es asintóticamente estable. Sin embargo, no se asegura la convergencia asintótica de su respuesta $y \in \mathcal{R}^q$ al valor deseado $r \in \mathcal{R}^q$.*

En la observación 3.1 se encuentra la motivación para proponer que el controlador a

diseñar tenga por objetivo hacer tender el error estacionario del sistema a cero.

Suposición 3.1 Las señales de referencia r y las perturbaciones d_2 del sistema tienen forma escalón.

Un controlador que hace que se cumpla que:

$$y - r \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

es un controlador de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= y - r, \\ u_i &= K_i e_i, \end{aligned} \quad (3.2)$$

para K_i la matriz de ganancia del controlador integral; puesto que agrega al sistema un modelo de sus señales de entrada [Davison,1976].

Una representación para el sistema controlado, es decir, para el sistema planta-observador-compensador-controlador se puede obtener a partir de (3.1) y de (3.2), y escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \begin{bmatrix} A_s & B_s K_i \\ C_s & 0 \end{bmatrix} \dot{x}_c + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} D_{s1} \\ D_{s2} \end{bmatrix} d' \\ y &= \begin{bmatrix} C_s & 0 \end{bmatrix} x_c + D_{s2} d' \end{aligned} \quad (3.3)$$

con $x_c = \begin{bmatrix} x_s & e_i \end{bmatrix}^T$ el vector de estados del sistema controlado e I la matriz identidad de dimensiones apropiadas.

Observación 3.2 Como se puede constatar, el diseño del controlador se reduce a obtener la ganancia del controlador integral K_i , que haga que el sistema representado por las expresiones (3.3) sea asintóticamente estable.

3.1.2 CONDICIÓN NECESARIA DE ESTABILIDAD DEL SISTEMA CONTROLADO

La estabilidad asintótica del sistema controlado se asegura cuando todos los polos de su modelo (3.3) queden en el semi-plano complejo izquierdo. Dado que los polos del

sistema son las raíces del polinomio característico de la matriz que rige su dinámica, se propone la obtención de dicho polinomio para establecer una condición necesaria de estabilidad, como sigue:

$$p(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda I - A_s & -B_s K_i \\ -C_s & \lambda I \end{vmatrix} = |\lambda I - A_s| \cdot |\lambda I - C_s (\lambda I - A_s)^{-1} B_s K_i| \quad (3.4)$$

De acuerdo con la observación 3.1, el polinomio característico de A_s tiene sólo raíces negativas, en consecuencia únicamente se considera el segundo determinante de (3.4) y definimos con él un nuevo polinomio $\tilde{p}(\lambda)$, sobre el cual colocamos la condición suficiente y necesaria de estabilidad asintótica para (3.3):

$$\tilde{p}(\lambda) \doteq |\lambda I - C_s (\lambda I - A_s)^{-1} B_s K_i| \neq 0, \text{ para toda } \lambda \in \mathcal{C}^+ \quad (3.5)$$

donde: \mathcal{C}^+ es el conjunto de los números complejos positivos, incluyendo el cero.

En lugar de analizar todo el semiplano complejo derecho, como lo prevee (3.5), se propone hacerlo con el eje real positivo, tal que, $\lambda = \delta + 0j$. Entonces se establece una condición necesaria de estabilidad asintótica del sistema controlado como sigue:

$$\tilde{p}(\delta) \doteq |\delta I - C_s (\delta I - A_s)^{-1} B_s K_i| \neq 0 \text{ para toda } \delta \geq 0 \quad (3.6)$$

Al observar (3.6) se concluye que cuando $\delta \rightarrow \infty$, $\tilde{p}(\delta) \rightarrow \delta$; ésto implica que para valores positivos grandes de δ , el polinomio es positivo. Por ello existe una cota $\bar{\delta} > 0$, tal que $\tilde{p}(\delta) > 0$, para toda $\delta > \bar{\delta}$.

Entonces una condición necesaria para que el sistema controlado sea asintóticamente estable es que $\tilde{p}(0)$ sea positivo [Lunze,1982]:

$$\tilde{p}(0) = |G(0) K_i| > 0, \quad (3.7)$$

donde:

$$G(0) = -C_s A_s^{-1} B_s.$$

con: $G(0)$ la matriz de la ganancia estática del sistema planta-observador-controlador expresado en (3.1).

3.1.3 CONDICIÓN NECESARIA DE EXISTENCIA DEL CONTROLADOR

Teorema 3.1 *Para que el controlador estabilizante del lazo cerrado descrito en (3.2) exista, es condición necesaria que:*

$$\text{rango}\{G(0)\} = q \quad (3.8)$$

Demostración:

Para que el determinante de un producto de matrices pueda ser distinto de cero, dicho producto debe ser de rango completo, y además, el rango de un producto de matrices es igual al menor de los rangos de las matrices involucradas.

Al verificar las dimensiones de las matrices involucradas en (3.7), se nota que $G(0) \in \mathcal{R}^{q \times p}$ y $K_i \in \mathcal{R}^{p \times q}$, y por consiguiente, el producto de ellas es de orden $q \times q$. La matriz K_i será diseñada y se le puede imponer tener rango q , por lo que, para que dicho producto sea de rango completo, se debe cumplir que el rango de $G(0)$ sea al menos q , con lo que queda demostrado.

Corolario 3.1.1 *Para que se cumpla la condición de existencia del controlador, el sistema controlado debe tener un número q de señales de salida menor o igual al número p de señales de entrada.*

3.1.4 ROBUSTEZ DEL CONTROLADOR

Es deseable obtener un controlador integral multivariable que corrija los errores producidos por el desconocimiento de los parámetros exactos del modelo, pero para que la estabilidad asintótica del sistema controlado no se afecte por la misma incertidumbre, se propone un controlador integral robusto multivariable.

Suposición 3.2 *Dado que no se tiene certeza en el conocimiento del modelo exacto del sistema, este se describirá con ayuda de una familia de plantas, como sigue:*

$$\Sigma = \{G_o(0) + \partial G(0), \text{ tal que } \partial G(0) \in \Delta\} \quad (3.9)$$

donde: Δ es el espacio de incertidumbre.

Al aplicar la suposición 3.2 en (3.7), la condición necesaria de estabilidad asintótica se transforma en:

$$|G_o(0)K_t + \partial G(0)K_t| > 0 \quad (3.10)$$

Se puede postmultiplicar el argumento del determinante (3.10) por $(G_o(0)K_t)^{-1}$ sin alterar la desigualdad, para obtener:

$$|I + \partial G(0)G_o^{-1}(0)| > 0. \quad (3.11)$$

siempre y cuando $G_o^{-1}(0)$ exista.

Observación 3.3 *El sistema controlado (3.3) es de orden $p \times q$, con $p = q$ y de rango completo.*

Suposición 3.3 *La incertidumbre en el modelo puede ser acotada de la siguiente forma:*

$$\Delta = \left\{ \partial G(0) \in \mathcal{R}^{q \times q}, \text{ tal que, } \|\partial G(0)\| < \mathcal{K} < \bar{\mathcal{K}} \right\}$$

donde: $\|\cdot\|$ es alguna norma matricial y $\bar{\mathcal{K}}$ el valor supremo de Δ .

Observación 3.4 *Para que (3.11) sea válida se debe cumplir que $\bar{\mathcal{K}} < \|G_o(0)\|$.*

La expresión (3.11) es una condición sobre la exactitud del conocimiento de los parámetros a frecuencias bajas y de ella se puede deducir que:

$$\sup \rho \left[\partial G(0)G_o^{-1}(0) \right] < 1.$$

atendiendo a la observación 3.4 y definiendo $\rho[\cdot]$ como el conjunto de todos los valores propios de la matriz.

Entonces una condición suficiente para (3.11) es:

$$\lambda_p \left[\bar{\mathcal{K}} \left| G_o^{-1}(0) \right| \right] < 1.$$

donde $\lambda_p[\cdot]$ es el mayor de los valores característicos.

3.1.5 CONDICIÓN SUFICIENTE DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR

La condición suficiente de estabilidad del sistema controlado se obtiene a través de la elección de una ganancia baja para el controlador, es decir, obtener controladores cuyas matrices sean de norma pequeña.

Si se utiliza:

$$K_i = a\widehat{K}_i,$$

entonces se buscará establecer condiciones bajo las cuales los polos del sistema en lazo cerrado se mantengan dentro del semi-plano izquierdo. En [Lunze,1989] se muestra un análisis de sensibilidad de los valores característicos del sistema en lazo cerrado respecto de a , del cual se concluye que para que dicho sistema sea estable se debe cumplir que:

$$\operatorname{Re} \left[\lambda_i \left[G_o(0) \widehat{K}_i \right] \right] > 0 \quad (3.12)$$

La condición (3.12) complementa a (3.7); si (3.12) es satisfecha, entonces la estabilidad puede ser asegurada a través del uso de una ganancia de lazo pequeña, por lo que el sistema en lazo cerrado es estable para valores pequeños de a .

3.1.6 MÉTODO PARA EL CÁLCULO DEL CONTROLADOR

Una vez establecidas las condiciones suficiente y necesaria de estabilidad del lazo cerrado y necesaria de existencia del controlador integral robusto multivariable, es momento de proponer una matriz K_i que las satisfaga.

La matriz:

$$K_i = G_o^{-1}(0) \alpha. \quad (3.13)$$

con: $\alpha \in \mathcal{R}^{p \times p}$ una matriz diagonal con p parámetros de sintonización $\alpha_{ii} > 0$ correspondientes a cada uno de los lazos de control, satisface las condiciones suficiente y necesaria de estabilidad de lazo cerrado, puesto que:

$$\operatorname{Re} \left[\lambda_i \left[G(0) G_o^{-1}(0) \alpha \right] \right] > 0.$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[\lambda_i[\alpha]] &> 0, \\ \alpha_n &> 0 \end{aligned}$$

Observación 3.5 *El conocimiento necesario para la síntesis del controlador integral robusto multivariable se reduce a la ganancia estática del sistema.*

3.2 Control integral robusto multivariable: diseño

3.2.1 GANANCIA DEL CONTROLADOR

En el apéndice D se muestra la ganancia en estado estacionario del sistema planta-observador-compensador, la cual será la base del cálculo de la ganancia del controlador integral robusto multivariable.

Al obtener la matriz inversa de $G_o(0)$ se llega a la ganancia del controlador:

$$K_i = \begin{bmatrix} K_{i11} & K_{i12} & K_{i13} \\ K_{i21} & K_{i22} & K_{i23} \\ K_{i31} & K_{i32} & K_{i33} \end{bmatrix} \alpha$$

donde:

$$\begin{aligned} K_{i11} &= \frac{c_{15}^2 c_{21} M_1 M_2 - c_{12} c_{21} c_{15}^2 M_1 M_2 - c_{12} c_{15} c_{21} M_2 M_3 + 2c_{12}^2 c_{15} c_{21} M_2 M_3 + \dots}{c_{22} t_{s_1}^* (c_{15}^2 M_1 - 2c_{12} c_{15} M_1 M_3 + c_{12}^2 M_3^2)} \dots \\ &\dots \frac{+ c_{12} c_{15} c_{22} H_2 M_3 + c_{15}^2 + c_{22} H_2 M_1 + 3c_{15} c_{22} M_1 M_3 - c_{12} c_{22} M_3^2 + \dots}{\dots} \\ &\dots \frac{+ c_{15}^2 c_{22} M_1^2 - 2c_{12} c_{15} c_{22} M_1 M_3 + c_{12} c_{15}^2 c_{22} H_2 M_1 t_{s_1}}{\dots} \\ K_{i12} &= \frac{c_{14} c_{15}^2 c_{22} M_1^2 + c c_{14} c_{15} c_{22} M_1 M_3 - 2c_{12} c_{14} c_{15} c_{22} M_1 M_3 - c_{12} c_{14} c_{22} M_3^2 - \dots}{c_{22} t_{s_1}^* (c_{15}^2 M_1 - 2c_{12} c_{15} M_1 M_3 + c_{12}^2 M_3^2)} \dots \\ &\dots \frac{- 2c_{12}^2 c_{15} c_{23} M_2 M_3 + c_{12} c_{15} c_{23} M_2 M_3 + c_{15}^2 c_{23} M_1 M_2 + c_{12} c_{15}^2 c_{23} M_1 M_2 + \dots}{\dots} \\ &\dots \frac{c_{12} c_{15}^2 c_{22} M_1 + c_{15}^2 c_{22} M_1 + c_{12} c_{15} c_{22} M_3 - c_{12}^2 c_{15} c_{22} M_3 t_{s_1}}{\dots} \\ K_{i13} &= \frac{c_{15} M_1 - 2c_{12}^2 M_3 + c_{12} M_3 + c_{12} c_{15}^2 M_1 M_2 t_{s_1}}{c_{22} t_{s_1}^* (c_{15}^2 M_1 - 2c_{12} c_{15} M_1 M_3 + c_{12}^2 M_3^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{i_{21}} &= -\frac{c_{22}M_1 + c_{12}c_{22}M_2 - c_{12}c_{22}M_2t_{n_1}(c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1 + c_{12}M_3)}{c_{22}t_{n_1}^*(c_{15}^2M_1 - 2c_{12}c_{15}M_1M_3 + c_{12}^2M_3^2)}, \\
K_{i_{22}} &= \frac{c_{14}c_{22}M_1 + c_{11}c_{23}M_2 + c_{12}c_{22}t_{n_1}(c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1 + c_{12}M_3)}{c_{22}t_{n_1}^*(c_{15}^2M_1 - 2c_{12}c_{15}M_1M_3 + c_{12}^2M_3^2)}, \\
K_{i_{23}} &= -\frac{c_{12}M_2t_{n_1}(c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1 + c_{12}M_3)}{c_{22}t_{n_1}^*(c_{15}^2M_1 - 2c_{12}c_{15}M_1M_3 + c_{12}^2M_3^2)}, \\
K_{i_{31}} &= \frac{c_{21}t_{s_2}^* - t_{s_2}}{c_{22}t_{s_2}^*}, \\
K_{i_{32}} &= -\frac{c_{23}t_{s_2}}{c_{22}t_{s_2}^*}, \\
K_{i_{33}} &= \frac{t_{s_2}}{c_{22}t_{s_2}^*}.
\end{aligned}$$

3.2.2 SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR

Una técnica para lograr una sintonización adecuada de dicho controlador es comenzar con valores pequeños para α_i y aumentarlos poco a poco hasta lograr obtener un desempeño adecuado [Lunze,1989].

Una explicación más detallada para tomar sentido sobre la sintonización requiere de la función de transferencia del sistema controlado de acuerdo con la Figura 3.1:

$$\begin{aligned}
H(s) &= \frac{y(s)}{r(s)} = (G_o(s)K_i s^{-1} + I)^{-1} G_o(s) K_i s^{-1} \\
&= (G_o(s)G_o^{-1}(0)\alpha s^{-1} + I)^{-1} G_o(s)G_o^{-1}(0)\alpha s^{-1} \\
H(0) &= (G_o(0)G_o^{-1}(0)\alpha s^{-1} + I)^{-1} G_o(0)G_o^{-1}(0)\alpha s^{-1} \Big|_{s=0}
\end{aligned}$$

Como se observa en la expresión anterior, el sistema multivariable controlado adquiere dinámica de primer orden en su diagonal y fuera de la diagonal hace nulas las relaciones.

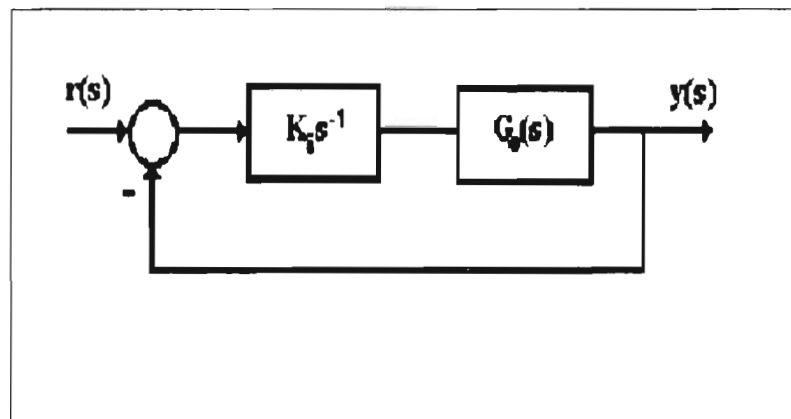


Figura 3.1. Diagrama de bloques del sistema controlado

4

Resultados de simulación

En este capítulo se presenta la estrategia de control utilizada en la industria, que servirá de referencia en la comparación de la estrategia presentada en este trabajo, se describe el simulador usado para probar ambos esquemas, se enuncian cuales fueron las características del sistema simulado, se describen las curvas utilizadas y los criterios que juzgan cuándo un esquema presenta un mejor desempeño. Para concluir se muestra un conjunto representativo de las curvas obtenidas.

4.1 Técnicas de control en la industria

En el ambiente industrial, la estrategia utilizada para controlar los laminadores en frío consta básicamente de dos partes: la precompensación de variaciones en el espesor de entrada y de la variación del coeficiente de fricción entre el material y los rodillos de laminación respecto de la velocidad de laminación, y la realimentación de la salida. A continuación se comentarán los principios de cada una.

4.1.1 PRECOMPENSACIÓN

Como es mencionado en el capítulo primero, al presentar el modelo del sistema, una de las señales de control es la separación entre los rodillos de laminación. Si se piensa superficialmente en el objetivo de control, que es mantener el espesor de salida del material constante igual a un valor deseado, parece ser que el problema queda resuelto al encontrar una separación entre los rodillos que produzca dicho resultado y mantenerlo constante a lo largo del proceso de laminado. Sin embargo, esto es así solamente en el caso ideal, en el cual se desprecian muchas de las características no lineales del sistema.

Una de esas características del sistema que se escapan a la descripción del modelo lineal es la fricción viscosa entre los rodillos del laminador y el material. La idea básica es que al aumentar la velocidad, la fricción disminuye y entonces se obtiene una reducción menor, con lo que el espesor de salida es mayor a lo esperado. Este

problema se resuelve al aproximar la función no lineal de dicha separación que depende fundamentalmente de la velocidad de laminación, a una función exponencial que depende de tres parámetros. Estos parámetros son calculados con base en datos estadísticos obtenidos para distintos materiales y tipos de laminadores. El resultado es una curva exponencial que guía el movimiento de los rodillos [Mies,1996].

Por otro lado, el espesor a la entrada del laminador se considera idealmente constante, pero esto no es real, así que se miden sus variaciones y se compensa su efecto en el espesor de salida a través de modificar la separación entre los rodillos de laminación. La idea intuitiva consiste en juntar más los rodillos cuando el espesor a la entrada es mayor a lo esperado. Los detalles se presentan en la sección 2.1.

4.1.2 REALIMENTACIÓN

El proceso de laminado es complejo y existen muchas variables desconocidas, por eso es que en la industria, se utiliza un esquema de control tradicional y cuya estabilidad robusta a perturbaciones ha sido puesta a prueba en numerosos sistemas, sin que ello implique buen desempeño u optimalidad. Este sistema tiene tres señales a controlar: el espesor de salida del material después de cada caja de laminación y la tensión de la banda entre cajas. De manera correspondiente se consideran tres señales de control: la separación entre los rodillos de laminación y la velocidad de laminación en alguna de las cajas involucradas.

En el caso del espesor de salida, se utiliza un controlador integral cuya ganancia es calculada para que el lazo cerrado cuente con 60 grados de margen de fase. Para su cálculo se toman en cuenta las fases de los medidores y actuadores usados, así como los tiempos muertos que el transporte de masa introduce [Mies,1996].

Para la tensión entre cajas de laminación se ocupan varias técnicas, sin considerarse a una como estándar. Aquí se presentará la propuesta utilizada por ABB en la empresa ALUNORF en la ciudad de Norf, Alemania y que ha sido documentada en [Koch,1994]. Se propone el uso de un controlador proporcional-integral, cuyas ganancias sean calculadas para que la frecuencia de corte del sistema en lazo cerrado sea una década antes de cierta frecuencia ω_H , en la cual se producen sobrepasos en frecuencia debidos al control deficiente de las tensiones de la banda entre el rollo de entrada y el primer laminador y el rollo de salida y el último de los laminadores.

4.2 Descripción del proceso de simulación

4.2.1 SIMULADOR DIGITAL

El simulador del laminador en frío para una y dos cajas de laminación utilizado fue realizado en el departamento de desarrollo de laminación en frío en ABB Industrietechnik AG, en Mannheim, Alemania. Dicho simulador está construido con base en el programa SIMULINK de MathWorks.

El simulador requiere de la introducción de los parámetros que describen las características del material a laminar y las características del laminador utilizado, así como el objetivo de control propuesto. Dicho compendio de información se conforma de la estadística de datos leídos directamente de la planta, de valores nominales de actuadores y sensores, de valores nominales del material y de tablas de valores óptimos que guían el plan de laminación.

El simulador incluye los siguientes bloques:

1. aproximación por un método de redes neuronales del modelo no lineal implícito de una caja de laminación [Mies,1996].
2. modelo dinámico de los motores y de los posicionadores hidráulicos de los rodillos de laminación.
3. modelo dinámico de los controladores de los motores que manipulan los rodillos de laminación.
4. modelo dinámico, no lineal e invariante en el tiempo de los rodillos de material a la entrada y a la salida del laminador.
5. modelo dinámico de los sensores de espesor, de fuerza de laminación y de velocidad.
6. modelo dinámico de los precompensadores de la separación de los rodillos, relativos a variaciones en la velocidad de laminación y en el espesor del material a la entrada.
7. modelo dinámico del observador de perturbaciones no medibles y del compensador respectivo.
8. modelo dinámico del controlador de realimentación, con distintos esquemas y.
9. la construcción de la señal de mando (ver apéndice A).

perturbación	valor porcentual	magnitud	unidades
h_{b_1}	5%	0.28	<i>mm</i>
h_{b_2}	5%	0.16	<i>mm</i>
μ_1	10%	0.004	-
k_1	5%	4.15	<i>N/mm²</i>
d_{s_1}	-	0.1	<i>mm</i>

Tabla 4.1. Magnitud de las perturbaciones simuladas

4.2.2 CONDICIONES DE SIMULACIÓN

Con dicha herramienta se simula el laminado de un rollo de acero de 2.8 mm de espesor, 2.015 m de ancho y 0.8 m de radio, que se coloca a la entrada de un laminador de dos cajas de laminación, cuya velocidad nominal de laminación es de 1500 m/min. Los rodillos de laminación tienen un radio de 0.255 m. El tiempo total que tarda el proceso de laminado se calcula de acuerdo al tiempo que tarda el rollo de material a la entrada en pasar por el laminador; ello tiene que ver directamente con la velocidad nominal de laminación (ver apéndice A). El espesor deseado a la salida del laminador H_{f_2} es de 0.9 mm.

Durante la simulación del laminado de un rollo se introducen perturbaciones en el espesor de entrada a las dos cajas de laminación, en el coeficiente de fricción entre el material y los rodillos de simulación, en la dureza del material y en la medición de la separación de los rodillos de laminación. Dichas perturbaciones aparecen en tres ocasiones distintas, todas a un mismo tiempo. Una primera vez en la fase de aceleración del proceso, otra en la fase de velocidad de laminación constante y por último al desacelerar, es decir, aproximadamente a los 10, 50 y 90 s. Las perturbaciones tienen forma de pulso con una magnitud porcentual al valor nominal de cada una, con una duración de 10 s. Los valores porcentuales de cada perturbación respecto de sus valores nominales se especifican en la Tabla 4.1, junto con la magnitud correspondiente.

4.3 Parámetros de calidad del producto

La satisfacción de las necesidades de la vida actual exige a la industria la fabricación de productos de mayor calidad. Esto motiva a tener control de calidad en ellos y a definir indicadores de qué producto tiene calidad o no.

El laminado en frío debe fabricar láminas metálicas planas, es decir, cuyo espesor sea

igual a un valor deseado en todos sus puntos. Existen tres herramientas utilizadas en el ambiente industrial para verificar la calidad del producto: la máxima desviación del valor nominal sensada a lo largo de laminado de un rollo, el error cuadrático integral y el histograma de frecuencias de dicha desviación. Se utilizarán estos indicadores para verificar el desempeño de la estrategia propuesta. A continuación se presentan individualmente.

4.3.1 ERROR MÁXIMO

El error máximo es la mayor desviación sensada en el espesor de salida del material respecto del valor deseado; ésta puede significar un borde o una canal en el material. Es calculado de la siguiente forma:

$$h_{f_{max}} = \max \left(\left| \max (\bar{h}_f) \right|, \left| \min (\bar{h}_f) \right| \right)$$

donde: \bar{h}_f es el vector que contiene la desviación de los valores sensados en cada periodo de muestreo, respecto del valor deseado.

Este parámetro muestra el peor desempeño del controlador ante la condición de laminado menos favorable.

4.3.2 ERROR CUADRÁTICO INTEGRAL

El error cuadrático integral es la integración numérica del cuadrado de cada una de las desviaciones; se emplea el método de Tustin al integrar. Su cálculo se hace con base en la siguiente expresión:

$$e_{int}^2 = \sum_{i=0}^{nt} \bar{h}_f^2 h_i$$

con h_i el lapso transcurrido entre la ocurrencia de la muestra $i - 1$ y la i , y \bar{h}_f es el valor de la desviación en el espesor correspondiente a la muestra i .

Este indicador nos dá una idea general del desempeño del controlador, siendo que pondera más alto mayores desviaciones, castigando la presencia de grandes sobrepasos en la respuesta.

4.3.3 HISTOGRAMA DE FRECUENCIA

Es una gráfica de barras, cuyas alturas indican la frecuencia con la que se presenta cierto valor representado por sus bases. Esta gráfica muestra que porcentaje de las desviaciones se encuentran dentro de un rango aceptable de error.

4.4 Curvas obtenidas

Se presentan las gráficas correspondientes al laminador de dos cajas con las estrategias comparadas: la planta con un esquema usado en la industria y la planta con el compensador y con el controlador integral robusto multivariable.

La desviación utilizada en las gráficas corresponde a la diferencia entre el espesor sensado a la salida del segundo laminador y su valor nominal.

4.4.1 ERROR EN EL ESPESOR DE SALIDA

En las figuras 4.1 y 4.2 se presentan las curvas del error en el espesor de salida:

4.4.2 ERROR INTEGRAL CUADRÁTICO

Las gráficas del error integral cuadrático se muestran en las ilustraciones 4.3 y 4.4:

4.4.3 HISTOGRAMA DE FRECUENCIA

La frecuencia de ocurrencia de la desviación del espesor de salida se ilustra en las figuras 4.5 y 4.6:

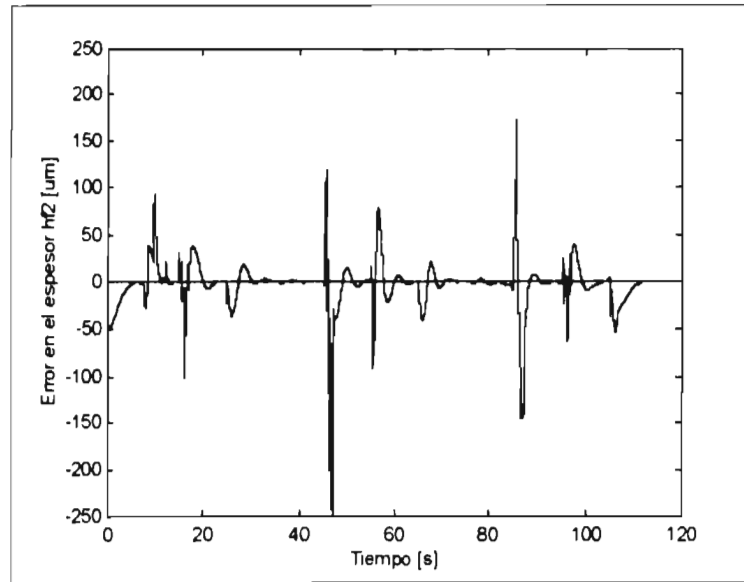


Figura 4.1. Error obtenido por el control utilizado en la industria

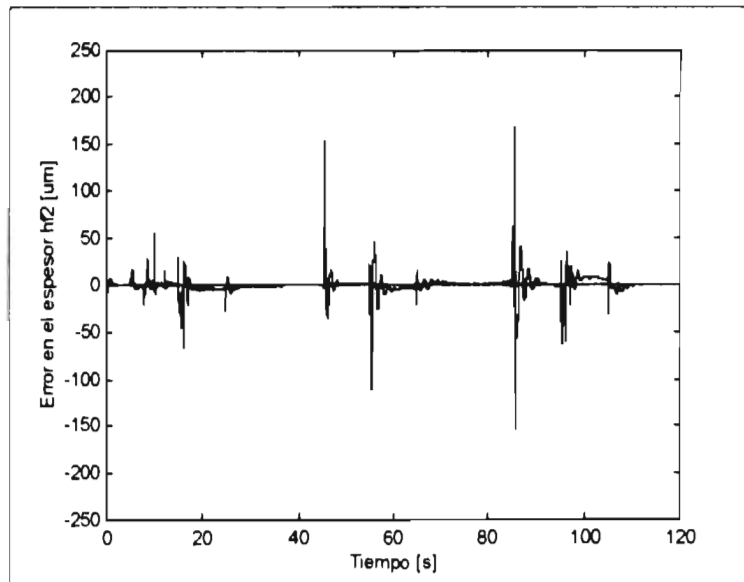


Figura 4.2. Error obtenido por la estrategia propuesta.

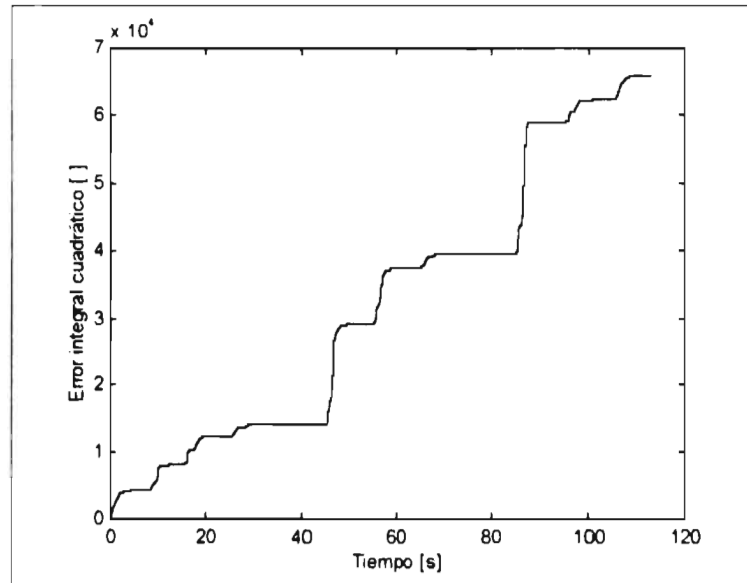


Figura 4.3. Error integral cuadrático obtenido por el control utilizado en la industria

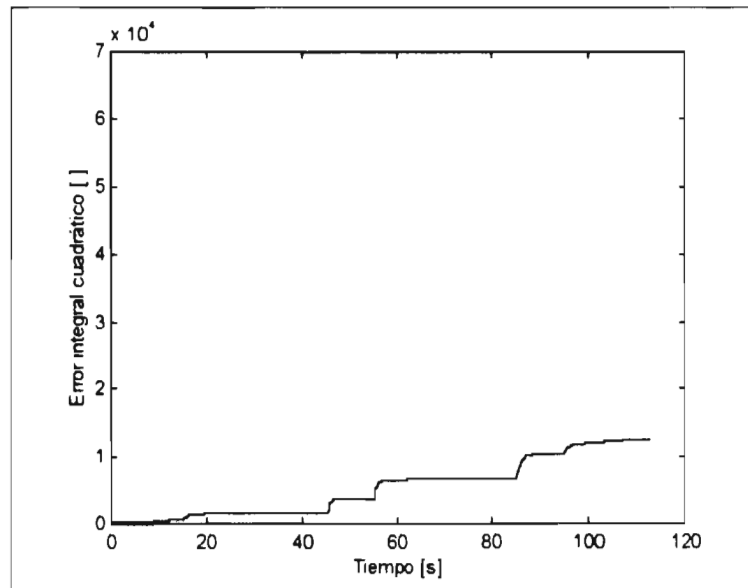


Figura 4.4. Error integral cuadrático obtenido por la estrategia propuesta

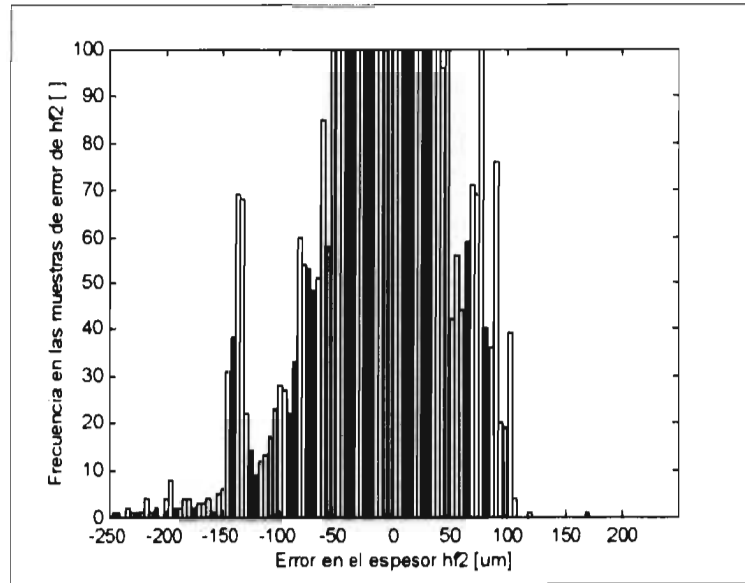


Figura 4.5. Histograma de frecuencia del error de control utilizado en la industria

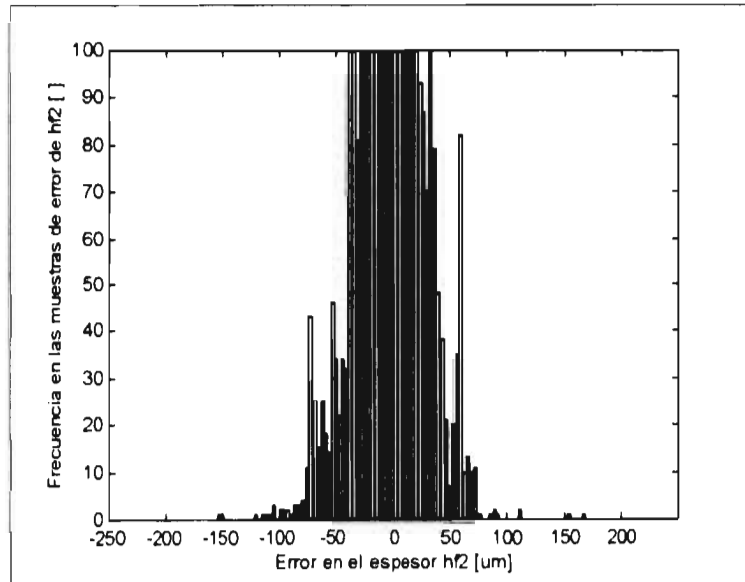


Figura 4.6. Histograma de frecuencias del error de la estrategia propuesta

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

5

Discusión de resultados

Este apartado muestra el análisis comparativo de las curvas obtenidas, con base en los criterios enunciados en el capítulo anterior.

Los criterios de calidad propuestos se basan en el uso de tres herramientas: la gráfica de la desviación del valor deseado, la gráfica del error integral cuadrático y el histograma de frecuencia de dicha desviación. De las gráficas de la sección 4.4 se consiguen los siguientes datos:

1. Dado que el error máximo obtenido con la estrategia utilizada en la industria es de $248.47\mu m$ y con la estrategia propuesta en este trabajo es de $168.20\mu m$, se logra una reducción del 32.31% en la desviación del espesor de salida del material respecto del valor deseado. La máxima desviación del espesor alcanzada con la estrategia propuesta representa el 1.87% de su valor nominal.
2. El error integral cuadrático resultante del comportamiento de la estrategia utilizada en la industria es igual a 65.967, mientras que la estrategia propuesta alcanza sólo 12.355; esto significa una reducción del 81.27% en el error integral cuadrático.
3. El 80% de las muestras de error en el espesor a la salida del segundo laminador conseguido por la estrategia industrial tienen una magnitud menor a los $18\mu m$, pero el error presentado por el esquema propuesto mantiene el mismo porcentaje de muestras por debajo de los $4\mu m$.

En la Figura 4.1 se observa una mayor sensibilidad del esquema utilizado en la industria durante la fase de velocidad constante alcanzando con la perturbación respectiva el error máximo, mientras que en la fase de aceleración la respuesta es menos abrupta, pues sólo alcanza $110\mu m$, aunque es claro que el sistema tarda más en responder en las fases de aceleración y desaceleración. Esta última tiene un sobrepaso aproximado de $170\mu m$. Por otro lado, el error en el espesor de salida del segundo laminador ilustrado en la Figura 4.2, muestra una convergencia más rápida al valor deseado al presentarse las perturbaciones: en la fase de aceleración no hay sobrepasos mayores a los $75\mu m$.

en la fase de velocidad constante se alcanzan los $150 \mu m$ y en la última fase se alcanza el error máximo. Como se puede apreciar, el uso del esquema propuesto reduce los sobrepasos en las dos primeras fases, sin embargo, en la última no hay una reducción en el error.

Al observar la Figura 4.3, se nota que el error integral cuadrático de dicho esquema se debe en un 20% a la perturbación que se presenta en la fase de aceleración y en un 40% a cada una de las que se presentan en las otras dos fases. La estrategia propuesta en este trabajo distribuye su error integral cuadrático de la siguiente manera: 13% en la fase de aceleración, 40% en la fase de velocidad constante y 47% en la fase de desaceleración; esto se obtiene al analizar la Figura 4.4. En ambas se nota que el mejor control se obtiene durante la primera fase, sin embargo, la estrategia propuesta tiene mayores problemas controlando la fase de desaceleración.

El histograma de frecuencias de la Figura 4.5 muestra una gran cantidad de muestras distribuidas en la franja de -100 a $100 \mu m$ de error, con un grupo aproximado de 200 muestras alrededor de los $-135 \mu m$ de error. En el histograma respectivo al esquema propuesto a lo largo de este trabajo (Figura 4.6), las muestras se concentran en la franja de -50 a $50 \mu m$ de error, con un grupo prominente de muestras, aproximadamente 80, con un error de $60 \mu m$.

6

Conclusiones

Este trabajo propone una representación en el espacio de estados de un laminador de dos cajas de laminación basada en la utilización de la linealización del modelo no lineal del sistema presentada en [Cameron.1997] y en la definición de perturbaciones no medibles.

A fin de resolver el problema de control presenta la compensación de perturbaciones medibles utilizada actualmente en la industria y propone el uso de un compensador de perturbaciones no medibles basado en su observación. La construcción del observador se hace con base en la propuesta de un modelo aumentado de la planta con las perturbaciones. En seguida se muestra que se puede construir un observador reducido de primer orden, cuya estructura se construye con base en [Hoshino.1988]. Se diseñan las matrices de compensación y de observación. Se muestra la estabilidad del observador propuesto y se enfatizan las características del sistema planta-observador-compensador. Este sistema presenta error en estado estacionario debido al desconocimiento de los valores exactos de los parámetros, con base en los cuales se compensan las perturbaciones definidas.

Para hacer que el sistema converja asintóticamente a los valores deseados se propone la utilización de un controlador integral robusto multivariable, cuya metodología mostrada en [Lunze.1982] se introduce al presentar las condiciones necesarias de existencia y estabilidad del controlador. Se diseña la matriz de ganancia del controlador integral robusto multivariable.

Los resultados de la simulación se muestran a través de las herramientas usadas en el ámbito industrial para comparar la estrategia utilizada en la industria y la propuesta en este trabajo. El desempeño de ambos esquemas se analiza y se comenta.

Es posible considerar como la propuesta más importante de este trabajo la estructura del observador de perturbaciones no medibles.

A partir de este trabajo surgen dudas que se propone resolver en trabajos futuros:

1. la prueba del esquema considerando los tiempos muertos debidos a la medición del espesor a la salida de las cajas de laminación.

2. dejar de considerar la fuerza de laminación como variable medible, puesto ello reduce sustancialmente la inversión inicial de equipo.
3. aumentar de orden el observador reducido y proponer un esquema de redundancia con la estimación estática de las perturbaciones.
4. consideración de la periodicidad de la variación en el radio de los rodillos de laminación para su compensación.
5. establecer cuál señal de entrada del laminador debe constituirse en la señal de mando de modo que se reduzca la sensibilidad a perturbaciones, y
6. aplicar algún criterio de optimalidad en la selección del parámetro de sintonía k_{21} .

A

Señal de mando

Los laminadores en frío con un alto nivel de automatización requieren de uno o dos operadores para mantener el proceso andando. Los operadores se encuentran en el cuarto de control y su actividad consiste en manipular la velocidad de laminación al mismo tiempo que revisan que el laminador permanezca estable. Para que el proceso sea eficiente se lamina la mayor parte del rollo a una velocidad constante: la velocidad nominal. Como es natural, el laminado comienza a velocidad nula; hay una etapa de aceleración al inicio y otra de desaceleración al final. Es deseable que la curva de velocidad no presente cambios abruptos, dado que las condiciones de laminación dependen fundamentalmente de la velocidad de laminación, como se mostró en la sección 1.2. En la práctica dicha curva es suavizada por el actuador del motor de los rodillos de laminación, el cual convierte la variación propuesta por el operador en cambios suaves.

El simulador digital necesita tener una señal de mando, que haga las veces de la acción del operador. Dicha señal debe partir de cierta velocidad V_{mi} y en un tiempo T_b llegar a la mitad de la velocidad nominal V_{max} . En [Cameron,1995] se propone utilizar una curva cuya segunda derivada exista. Para tal efecto, la curva mostrada en la Figura A.1 se integra dos veces. En la práctica es importante conocer un par de parámetros: la aceleración K_a del motor que me permite llegar de V_{mi} a V_{max} en el tiempo $2T_b$, y además, a partir de que instante $T_{rc} - T_b$, el motor debe ser desacelerado con la misma tendencia, tal que el laminador llegue a la velocidad V_{mi} , cuando el material de longitud L haya pasado por el laminador.

El cálculo de la constante de integración, que satisface los requerimientos de la curva, se hace de acuerdo con la siguiente expresión:

$$K_a = \frac{V_{max} L}{2\pi R_o \frac{143}{384} T_b^2}$$

donde, L es la relación de engranes entre motor y rodillos de laminación y R_o es el radio de los rodillos del laminador.

El instante en que el debe comenzar la etapa de desaceleración se obtiene gracias a

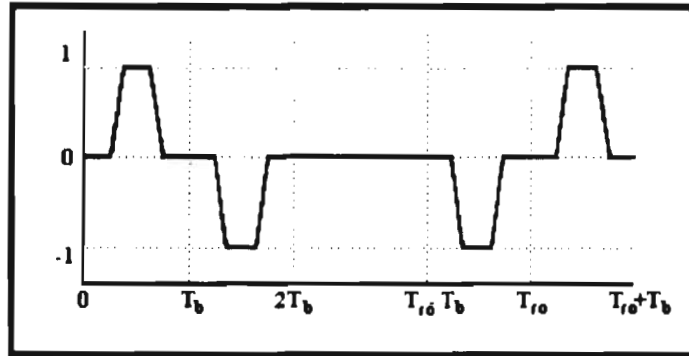


Figura A.1. Curva a partir de la cual se genera la señal de mando

la siguiente ecuación:

$$T_{r_o} = \frac{5T_b(2311V_{\max}T_b^2 - 64V_{\max}V_{mi} + 137280LT_b)}{256V_{\max}(2V_{mi} + 45T_b^2)}$$

Los parámetros obtenidos se muestran en la Figura A.2, donde además se puede apreciar la forma final de la señal de mando utilizada durante la simulación.

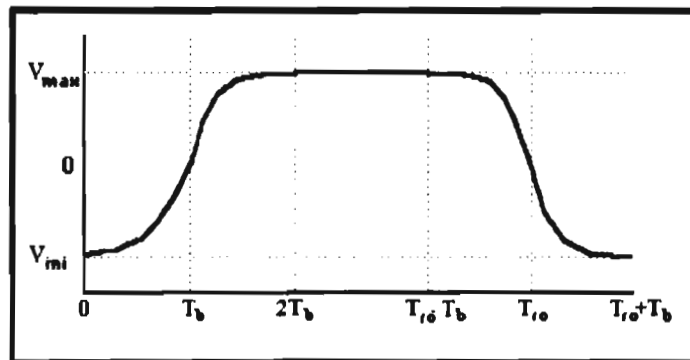


Figura A.2. Señal de mando

B

Ecuación del error de observación

En el segundo capítulo se propone la utilización de un compensador de perturbaciones no medibles, basado en la observación de las mismas. En específico, en la sección 2.3 se propone un observador de orden reducido con una estructura determinada. Dicho observador es de primer orden y es descrito en (2.15), siendo definición:

$$Z_1 \doteq \hat{d}_{z_1} - k_{z_1} t_{z_1} z_1, \quad (\text{B.1})$$

El objetivo del observador es estimar valores que no pueden ser medidos. La convergencia de los valores estimados a sus correspondientes reales se verifica construyendo la ecuación de error del observador.

El error de observación se define de manera general como:

$$\tilde{X} \doteq X - \hat{X} \quad (\text{B.2})$$

donde: \tilde{X} es el vector del error de observación, X es el vector de estados reales del sistema y \hat{X} es el de estados estimados.

Para obtener la ecuación particular del observador propuesto, se establece la siguiente definición:

$$Z \doteq \hat{X} - MY, \quad (\text{B.3})$$

con lo que (B.2) se puede reescribir como a continuación se presenta:

$$\tilde{X} \doteq X - (Z - MY) \quad (\text{B.4})$$

Es útil definir cada uno de los elementos de B.4 y sus derivadas, pues se sustituirán apropiadamente. Estas son las definiciones de sus elementos, de tal forma que B.3 se satisfaga:

$$\begin{aligned}
X &\doteq d_{z_1}, \\
Z &\doteq Z_1, \\
Y &\doteq y_{m_2}, \\
M &\doteq \begin{bmatrix} 0 & -k_{z_1} t_{z_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

y éstas de sus respectivas derivadas:

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= 0, \\
\dot{Z} &= [-k_{z_1} M_3] Z + \\
&\quad + \begin{bmatrix} -k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} (1 - k_{z_1} M_3 t_{z_1} - H_2 c_{14}) & \dots \\ \dots & -k_{z_1} M_2 & k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} M_2 & 0 & 0 & -k_{z_1} (H_2 c_{15} + M_1) \end{bmatrix} y_{m_2}, \\
M\dot{Y} &= [-k_{z_1} M_3] X + \\
&\quad + \begin{bmatrix} -k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} (1 - H_2 c_{14}) & \dots \\ \dots & -k_{z_1} M_2 & k_{z_1} (H_2 c_{12} + M_1) & k_{z_1} M_2 & 0 & 0 & -k_{z_1} (H_2 c_{15} + M_1) \end{bmatrix} y_{m_2}
\end{aligned}$$

Así pues, si se colocan estas definiciones en la derivada de B.4, llegamos a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
\tilde{X} &= \dot{X} - (\dot{Z} - M\dot{Y}) = [-k_{z_1} M_3] (X - Z) + \\
&\quad + \begin{bmatrix} 0 & k_{z_1}^2 M_3 t_{z_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} Y.
\end{aligned}$$

Por otro lado, al considerar:

$$\Lambda = -k_{z_1} M_3,$$

puede ser escrito el producto siguiente:

$$\Lambda M = \begin{bmatrix} 0 & k_{z_1}^2 M_3 t_{z_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Con esto la ecuación del error de observación se puede escribir finalmente:

$$\tilde{X} = \Lambda (X - (Z - MY)) = \Lambda \tilde{X}$$

C

Representación en el espacio de estados del modelo del lazo cerrado de la planta con el compensador de perturbaciones no medibles

Al ser colocado el compensador de perturbaciones no medibles, propuesto en el capítulo segundo, la dinámica del proceso se altera. El diseño del controlador integral descrito en el tercer capítulo no debe hacerse con base en el modelo perturbado del laminador de dos cajas descrito en (2.2); para ello se debe utilizar un modelo más completo que incluya el efecto del compensador. A continuación se presentará una representación en el espacio de estados del sistema planta-observador-compensador. Para ello nos auxiliaremos de la definición de matrices y vectores de la representación en el espacio de estados del modelo perturbado propuesto en la sección 1.2.4 y del modelo aumentado descrito en 2.3.1, así como del observador y del compensador presentados en las secciones 2.3.2 y 2.2 respectivamente.

En la Figura C.1 se ilustran los bloques de la planta, del observador y del compensador; junto con las variables que los relacionan y la interconexión entre ellos. A partir de ella se hará la siguiente definición:

$$u \triangleq u_i + u_c \quad (C.1)$$

En seguida se transcribirán de manera conjunta las ecuaciones (2.2), (2.7), (2.15), (2.16) y (2.20) para facilitar el entendimiento del desarrollo:

$$\dot{x} = Ax + Bu + D_1d + D_{m_1}d_m \quad (C.2)$$

$$y = Cx + D_2d + D_{m_2}d_m \quad (C.3)$$

$$y_m = C_m^*x + D_2^*d \quad (C.4)$$

$$\dot{Z}_1 = A_z Z_1 + B_z y_m \quad (C.5)$$

$$\hat{x}_a = C_z Z_1 + D_z y_m \quad (C.6)$$

$$u_c = \underline{K} \hat{x}_a \quad (C.7)$$

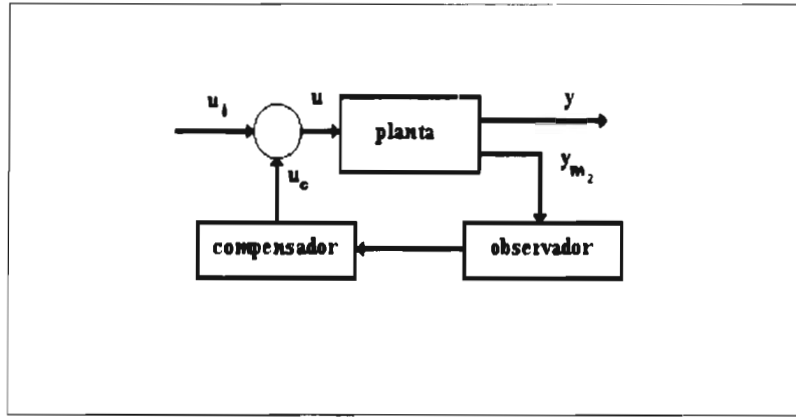


Figura C.1. Diagrama del lazo cerrado.

con:

$$C_m^* \doteq \begin{bmatrix} c_{14} & c_{12} & c_{15} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{23} + c_{14}c_{21} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} \\ c_{14} & c_{12} - 1 & c_{15} & 0 \\ c_{23} + c_{14}c_{21} & c_{12}c_{21} & c_{15}c_{21} & c_{22} - 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_2^* \doteq \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} \\ 0 & 1 & 0 & c_{12} - 1 & 0 \\ 0 & c_{21} & 1 & c_{12}c_{21} & c_{22} - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se sustituye (C.4) en (C.6), y esto posteriormente en (C.7), para obtener:

$$u_c = \underline{K}D_2C_m^*x + \underline{K}C_2Z_1 + \underline{K}D_2D_2^*d \quad (C.8)$$

Ahora se sustituyen por un lado (C.1) y (C.8) en (C.2), y por otro, (C.4) en (C.5), para formar las ecuaciones de estado del sistema planta-observador-compensador:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + B\underline{K}D_2C_m^*)x + B\underline{K}C_2Z_1 + Bu_i + (D_1 + B\underline{K}D_2D_2^*)d + D_{m1}d_m, \\ \dot{Z}_1 &= B_2C_m^*x + A_2Z_1 + B_2D_2^*d \end{aligned}$$

Si se define un nuevo vector de estados como $x_s \doteq [x \quad \mathcal{Z}_1]$ y agrupamos perturbaciones medibles y no medibles en $d' = [d \quad d_m]$, es posible reescribir las dos expresiones anteriores y a (C.3) como una ecuación matricial, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s u_1 + D_{s_1} d', \\ y &= C_s x_s + D_{s_2} d'. \end{aligned} \quad (C.9)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A + BK D_2 C_m^* & BK C_2 \\ B_2 C_m^* & A_2 \end{bmatrix}, B_s = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, C_s = [C \quad 0], \\ D_{s_1} &= \begin{bmatrix} D_1 + BK D_2 D_2^* & D_{m_1} \\ B_2 D_2^* & 0 \end{bmatrix}, D_{s_2} = [D_2 \quad D_{m_2}]. \end{aligned}$$

Esta expresión constituye una representación en el espacio de estados del sistema planta-observador-compensador para el laminador de dos cajas.

0020000000

D

Ganancia estática del lazo cerrado de la planta con el compensador de perturbaciones no medibles

El diseño del controlador integral robusto multivariable, propuesto en el tercer capítulo, requiere básicamente del conocimiento de la ganancia estática del laminador de dos cajas. En el apéndice C se muestra una representación en el espacio de estados del modelo del sistema planta-observador-compensador. A continuación se obtendrá la función de transferencia del nuevo sistema descrito en (C.9), y posteriormente, su ganancia estática con ayuda del teorema del valor final, con fines comparativos.

La función de transferencia $G_o(s)$ del sistema planta-compensador-observador se obtiene al aplicar el principio de superposición para sistemas lineales, quedando una expresión de este tipo:

$$G_o(s) = \frac{y(s)}{u_i(s)} = C_s (sI - A_s)^{-1} B_s \quad (\text{D.1})$$

donde, A_s, B_s, C_s son las matrices de la representación en el espacio de estados del sistema completo propuesto en el apéndice C.

La ganancia estática del sistema completo se logra al aplicar el teorema del valor final a (D.1) al ser excitada por un escalón unitario:

$$G_o(0) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \frac{1}{s} = -C_s A_s^{-1} B_s$$

Al efectuar los cálculos indicados, se presenta la ganancia estática del sistema completo, en función de sus parámetros:

$$G_o(0) = \begin{bmatrix} G_{o11} & G_{o12} & G_{o13} \\ G_{o21} & G_{o22} & G_{o23} \\ G_{o31} & G_{o32} & G_{o33} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.2})$$

con:

$$\begin{aligned}
G_{o11} &= \frac{c_{22}c_{12}t_{s_2} + c_{14}M_1t_{s_1}^*}{t_{s_1} \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right)}, \\
G_{o12} &= \frac{c_{15}^2M_1 - c_{12}c_{15}M_3 - c_{12}c_{14}M_3^2 + 3c_{14}c_{15}M_1M_3 - 2c_{12}^2c_{15}M_1M_3 + \dots}{t_{n_1} \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right) (c_{12}M_3 + c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1) \dots} \\
&\quad \dots \frac{+c_{12}c_{15}^2M_1 + c_{14}c_{15}^2c_{22}M_1^2t_{n_1}^*t_{s_2}}{\dots}, \\
G_{o13} &= \frac{c_{14}c_{22}M_2t_{s_2}^*}{c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2}}, \\
G_{o21} &= \frac{c_{12}c_{21}M_2t_{s_1}^*t_{s_2}^* - c_{12}c_{22}H_2t_{s_2} - c_{22}M_1t_{s_2}}{t_{s_1} \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right)}, \\
G_{o22} &= \frac{-c_{12}c_{15}^2c_{22}H_2M_1t_{s_2} - c_{15}^2c_{22}H_2M_1t_{s_2} + 2c_{12}^2c_{15}c_{22}H_2M_3t_{s_2} - c_{12}c_{15}c_{22}H_2M_3t_{s_2} + \dots}{n_1 \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right) (c_{12}M_3 + c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1) \dots} \\
&\quad \dots \frac{+2c_{12}c_{15}c_{22}M_1M_3t_{s_2} + c_{12}c_{22}M_3^2t_{s_2} - 3c_{15}c_{22}M_1M_3t_{s_2} - c_{15}^2c_{22}M_1^2t_{s_2} + \dots}{\dots} \\
&\quad \dots \frac{+c_{15}^2c_{21}M_2t_{s_2}^* - 2c_{12}^2c_{15}c_{21}M_2M_3t_{s_2}^* + c_{12}c_{15}c_{21}M_2M_3t_{s_2}^* + c_{12}c_{15}^2c_{21}M_1M_2t_{n_1}^*t_{s_2}}{\dots}, \\
G_{o23} &= \frac{c_{22}M_2t_{s_2}^*}{c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2}}, \\
G_{o31} &= \frac{-c_{12}c_{23}c_{22}H_2t_{s_2} - c_{14}c_{21}c_{22}M_1t_{s_2} + c_{14}c_{21}c_{22}M_1t_{s_2}^* - c_{12}c_{21}c_{22}t_{s_2} - \dots}{t_{s_1} \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right) \dots} \\
&\quad \frac{c_{22}c_{23}M_1t_{s_2} + c_{12}c_{21}c_{22}t_{s_2}^* + c_{12}c_{21}c_{23}M_2t_{s_2}^*t_{s_1}^*}{\dots}, \\
G_{o32} &= \frac{c_{15}^2c_{21}c_{22}M_1t_{s_2}^* - c_{12}c_{15}c_{21}c_{22}M_3t_{s_2} - c_{15}^2c_{21}c_{22}M_1t_{s_2} - 3c_{15}c_{22}c_{23}M_1M_3t_{s_2} + \dots}{t_{n_1} \left(c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2} \right) (c_{12}M_3 + c_{12}c_{15}M_1 - 3c_{15}M_1) \dots} \\
&\quad \dots \frac{+c_{15}^2c_{21}c_{22}M_3t_{s_2}^* - 2c_{12}^2c_{15}c_{21}c_{22}M_3t_{s_2}^* - c_{12}c_{15}^2c_{21}c_{22}M_1t_{s_2} + \dots}{\dots} \\
&\quad \dots \frac{+c_{12}c_{15}c_{21}c_{22}M_3t_{s_2}^* + c_{12}c_{22}c_{23}M_3^2t_{s_2} + 2c_{12}c_{15}c_{22}c_{23}M_1M_3t_{s_2} - \dots}{\dots} \\
&\quad \dots \frac{-c_{15}^2c_{22}c_{23}M_1^2t_{s_2} + 2c_{12}^2c_{15}c_{21}c_{22}M_3t_{s_2} + c_{12}c_{15}^2c_{21}c_{23}M_1M_2}{\dots}, \\
G_{o33} &= \frac{c_{14}c_{21}M_2 - c_{14}c_{22}H_2 + c_{22}t_{s_2} + c_{23}M_2 - c_{22}}{c_{14}c_{21}M_2t_{s_2}^* + c_{22}t_{s_2} - c_{14}c_{22}H_2t_{s_2}}
\end{aligned}$$

Bibliografía

- [Astrom,1990] Åstrom K., Wittenmark B., *Computer-Controlled Systems. Theory and Design*, Prentice Hall pp 153. EEUU, 1990
- [Bamberg,1990] Bamberg. *Störgrössenaufschaltungen und Zustandrückführung für Tandem-Kaltwalzwerke (Compensación de perturbaciones y realimentación de estados para Cajas de Laminación de Laminadores en Frío)*. Diplomarbeit. Institute für Regelungstechnik, Fachgebiet Regelsystemtechnik und Prozessautomatisierung. Darmstadt, Alemania. 1995
- [Cameron,1995] Cameron M. T., *Effiziente Methode zur exakten Lösung der Modellgleichungen der klassischen Theorie des Kaltwalzens (Métodos eficientes para la solución exacta de las ecuaciones del modelo de la teoría clásica de laminado en frío)*. Diplomarbeit. Institute für Regelungstechnik. Fachgebiet Regelsystemtechnik und Prozessautomatisierung. Darmstadt, Alemania, 1995
- [Cameron,1996] Cameron M. T., *A cold rolling model for control applications*. 15th IAESTED Int. Conference Modelling, Identification and Control. Febrero pp 19-22. 1996
- [Cameron,1997] Cameron M. T., *Modellbildung, Simulation und Regelung von Kaltwalzwerken (Modelado, simulación y control de laminadores en frío)*. Dissertation. Institute für Regelungstechnik. Fachgebiet Regelsystemtechnik und Prozessautomatisierung. Darmstadt. Alemania. 1997
- [Chen,1984] Chen Ch. T., *Linear System, Theory and Design*. HBJ Saunders. pp 361. EEUU,1984
- [Davison,1976] Davison E. J., *The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems*. IEEE Transactions on Automatic Control Vol. 21 No.1 pp 25-34. 1976; Vol.22 No.2 pp 283. 1977

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- [Hoshino,1988] Hoshino, I. et al, *Observer-based Multivariable Control of the Aluminum Cold Tandem Mill*. Automática. Vol.24, No. 6 pp 741-754. 1988
- [Koch.1994] Koch M., *Robustheitsanalyse und Parameterentwurf einer Mehrgrößenregelung für Bandzug und Dicke eines zweigerüstigen Flachwalzwerkes(Análisis de Robustez y Síntesis de Parámetros de un Controlador Multivariable para la Tensión y para el Espesor de la Banda de un Laminador de dos Cajas de Laminación)*. Diplomarbeit. Institut für elektrische Energietechnik. TU Clausthal. Alemania. 1994
- [Lunze,1982] Lunze J. et al. *Notwendige Modellkenntnisse zum Entwurf robuster Mehrgrößenregler mit I-Charakter (Conocimiento Necesario del Modelo para la Síntesis de un Controlador Integral Multivariable Robusto)*, MSR, Vol. 25, pp 608-612. 1982
- [Lunze,1989] Lunze J. et al, *Robust Multivariable Feedback Control*. Prentice Hall, inc.,pp 175, EEUU.1989
- [Mies,1996] Mies M. *Approximation expliziter nichtlinearer Walzspaltmodelle mit Künstlichen Neuronalen Netzen (Aproximación del Modelo Explícito de un Laminador con ayuda de Redes Neuronales)*, Diplomarbeit, Institute für Regelungstechnik, Fachgebiet Regelsystemtechnik und Prozessautomatisierung, Darmstadt, Alemania, 1996
- [Moreno,1993] Moreno P. J. *Approximate Model Matching with Multivariable PI-controllers*, Vol.29 No.6 pp 1615-1616, 1993
- [Moreno,1995] Moreno P. J. *Betriebsanpassungsregler für nichtlineare Systeme (Controladores por Adaptación al Punto de Operación para Sistemas no Lineales)*, No. 474 VDI-Verlag. Düsseldorf. Alemania, 1995