

46
24.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES



"COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONSTRUCCIONES COLONIALES Y ALGUNAS APLICACIONES"

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
DARIO RIVERA VARGAS



MEXICO, D. F.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

JULIO 1997.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL

SR. DARIO RIVERA VARGAS.

ALUMNO DE LA CARRERA DE INGENIERIA CIVIL

P R E S E N T E .

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha de 13 de Junio de 1995, me complace notificarle que esta Jefatura de Programa tuvo a bien asignarle el siguiente tema de trabajo profesional titulado "COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONSTRUCCIONES COLONIALES Y ALGUNAS APLICACIONES", el cual se desarrollara como sigue:

- INTRODUCCION
1. ANTECEDENTES
 2. MUROS
 3. COLUMNAS
 4. SISTEMAS DE CUBIERTA
 5. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Así mismo fue designado como asesor de tesis el ING. ABRAHAM ROBERTO SÁNCHEZ RAMÍREZ, Ruego a usted, tomar nota en cumplimiento de lo especificado en la Ley de profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses, como requisito básico para sustentar examen profesional, así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares del trabajo profesional, el título del trabajo realizado. Esta comunicación deberá publicarse en el interior del trabajo profesional.

ATENTAMENTE
" POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU "

Acatlan Edo. de Mexico a 3 de Julio de 1995



ENEP - ACATLAN
JEFATURA DEL
PROGRAMA DE INGENIERIA

Ing. Enrique del Castillo Fragoso
Jefe del Programa de Ingeniería Civil

A mis padres:

***Eladio Rivera Uribe y
Micaela Vargas de Rivera***

A mi hermana:

Yesenia Rivera Vargas

***Por su gran apoyo y comprensión a través mi vida académica,
que hizo una realidad la terminación
de este trabajo***

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
1. ANTECEDENTES	3
1.1 Aspectos generales	3
1.2 Preámbulo histórico	4
1.3 Elementos estructurales de construcciones coloniales	9
1.4 Propiedades mecánicas de algunos materiales empleados en la colonia	12
1.5 Concepción estructural de las construcciones coloniales	16
2. MUROS	18
2.1 Aspectos generales	18
2.2 Comportamiento estructural	19
2.2.1 Carga vertical	19
2.2.2 Carga lateral	19
2.2.3 Deformación angular	21
2.2.4 Desplomos	22
2.3 Criterios para evaluar la seguridad estructural	24
2.3.1 Capacidad de carga	24
2.3.2 Deformación angular	27
2.3.3 Desplomos	27
2.4 Aplicaciones	31

3.	COLUMNAS	46
	<i>3.1 Aspectos generales</i>	46
	<i>3.2 Comportamiento estructural</i>	47
	<i>3.2.1 Carga vertical</i>	47
	<i>3.2.2 Carga lateral</i>	47
	<i>3.2.3 Desplomos</i>	48
	<i>3.3 Criterios para evaluar la seguridad estructural</i>	49
	<i>3.3.1 Capacidad de carga</i>	49
	<i>3.3.2 Desplomos</i>	55
	<i>3.4 Aplicaciones</i>	59
4.	SISTEMAS DE CUBIERTA	83
	<i>4.1 Aspectos generales</i>	83
	<i>4.2 Comportamiento estructural</i>	84
	<i>4.2.1 Carga vertical</i>	84
	<i>4.2.2 Carga lateral</i>	85
	<i>4.2.3 Asentamientos diferenciales</i>	86
	<i>4.3 Criterios para evaluar la seguridad estructural</i>	88
	<i>4.3.1 Bóvedas de cañón</i>	88
	<i>4.3.2 Bóvedas semiesféricas y cúpulas</i>	89
	<i>4.3.3 Cubiertas planas</i>	93
	<i>4.4 Aplicaciones</i>	100
5.	COMENTARIOS Y CONCLUSIONES	127
	RECONOCIMIENTOS	132
	REFERENCIAS	133
	TABLAS	138
	FIGURAS	149

INTRODUCCIÓN

Las construcciones coloniales poseen un gran valor artístico y cultural, que han sido condecoradas como monumentos históricos por el Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH) y como patrimonio de la humanidad por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). Debido a estos calificativos han adquirido una gran importancia, de tal forma, que se ha pugnado por su preservación y cuidado.

Para poder lograr tal cometido, se requiere de una adecuada rehabilitación, ya que presentan un estado patológico considerable, producto de una serie de factores que han dañado su integridad a lo largo de su vida, lo que pone en peligro la estabilidad estructural de un número considerable de inmuebles.

Los conocimientos que se tienen en el campo de la rehabilitación de construcciones antiguas aun resultan insuficientes, debido a la falta de interés que se tuvo en años anteriores. Sin embargo, hoy en día se han emprendido líneas de investigación en las que se estudia la problemática de estos monumentos con el fin de comprender el comportamiento estructural de sus elementos para posteriormente realizar la rehabilitación que le permita tener un buen desempeño estructural.

En esta labor se han destacado los europeos, quienes han realizado varios trabajos sobre el comportamiento estructural de construcciones antiguas y han desarrollado técnicas para su rehabilitación.

En nuestro país el avance en este campo todavía es reducido, pero no obstante se han empezado a gestar estudios en esta área, en cuya tarea se encuentra actualmente

trabajando el Instituto de Ingeniería de la UNAM que colabora en los estudios de rehabilitación de la Catedral y Sagrario metropolitanos.

Ante esta expectativa que se tiene en el estudio de estos monumentos, se despertó el interés por realizar este trabajo, el cual, forma parte del proyecto de investigación del Instituto de Ingeniería.

Este trabajo tiene como objetivos estudiar el comportamiento estructural de los elementos que conforman los soportes y los sistemas de cubierta de las construcciones coloniales, definir las acciones a las que están sometidas, y la respuesta que tienen ante distintas acciones. Así como realizar algunas aplicaciones sobre la forma de evaluar la seguridad estructural de los mismos. Estos aspectos se basan en los resultados de una búsqueda bibliográfica sobre el tema.

En la primera parte de este trabajo se presentan los antecedentes sobre el origen de estas construcciones, su introducción en la República Mexicana y su importancia. Posteriormente, se comentan los diversos tipos de elementos estructurales que conforman a estas construcciones, así como las propiedades mecánicas de algunos materiales empleados en la construcción. Por último, se comenta en forma general, el comportamiento estructural de estas edificaciones.

En capítulos subsecuentes se habla de los elementos estructurales; se dedica un capítulo para cada elemento. En cada capítulo se habla sobre el comportamiento estructural del elemento ante las acciones a las que está sometido, se hace una descripción de los criterios que se pueden emplear para evaluar la seguridad estructural, y al final se presentan algunos ejemplos de aplicación.

En la parte final del trabajo se presentan los comentarios y conclusiones sobre los aspectos más sobresalientes.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 ASPECTOS GENERALES

Las construcciones que se estudian en este trabajo se definen como coloniales, porque son edificaciones que se realizaron en el período de colonización que abarcó los siglos XVI, XVII y XVIII. Hoy en día existe un gran testimonio de estas construcciones que fueron destinadas a la vivienda (casas, vecindades), educación (escuelas, bibliotecas), recreación (teatros), religión (conventos, iglesias, catedrales), etc, sobresaliendo las empleadas para el culto religioso por la gran importancia de la religión en la época.

Estas construcciones tienen la influencia de varios estilos arquitectónicos manifestándose más en los de carácter religioso que en los otros tipos de edificaciones.

En este capítulo se comentará en forma general el origen de estas construcciones, el desarrollo que tuvieron en la República mexicana y la importancia de su preservación. Por otro lado, se describirán de manera breve las características principales de los elementos estructurales que se emplearon, así como el sistema constructivo. También se hablará sobre las propiedades mecánicas de algunos materiales empleados durante esta época. Por último, se comentará, en forma general, el funcionamiento estructural de este tipo de construcciones.

1.2 PREÁMBULO HISTÓRICO

Se puede decir que estas construcciones tienen su origen en Europa, ya que ahí se desarrollaron todas las manifestaciones artísticas que lucen estos monumentos, por tal motivo, se hablará brevemente del proceso evolutivo que tuvieron las construcciones en Europa, haciendo hincapié en las de orden religioso, ya que fue en ellas en donde se realizaron las construcciones más atrevidas como cúpulas y bóvedas, entre otras.

También se mencionará la manera en la que estas construcciones llegaron y evolucionaron en México, así como la importancia de su preservación.

Europa

Los monumentos que tuvieron trascendencia e importancia fueron los de carácter religioso como las Catedrales que fueron representativas del sentimiento religioso. La información que a continuación se comenta, está tomada, en su mayoría, de la ref. 1.

El origen de estos monumentos se remonta a las primitivas basílicas del cristianismo, que son derivadas de los romanos y griegos donde un magistrado se sentaba para dar su dictamen en asuntos que afectaban a la religión del estado, nada más que en estos templos estaban muy reducidos los espacios para albergar al gran número de fieles. En tanto, los cristianos requerían un local de mayor amplitud donde pudieran congregarse libremente.

Por consiguiente los edificios rectangulares, con un su gran nave central y naves laterales, galerías y ábside semicircular, eran las únicas estructuras que reunían las condiciones esenciales para la práctica del nuevo culto cristiano en aquel momento.

La distribución arquitectónica de estas catedrales se hizo con base al ordenamiento litúrgico y al simbolismo. Así, por ejemplo, se puede mencionar que una planta cruciforme, característica de las grandes catedrales, simboliza el cuerpo de Cristo sacrificado sobre la cruz: el ábside o cabecera de la iglesia representa la cabeza; el transepto los brazos; la nave central el cuerpo y las puertas de ingreso los pies.

En estos monumentos la piedra se impuso como material constructivo por su belleza y durabilidad, aunque los techos de estas construcciones eran de madera. El abovedamiento de las iglesias se limitaba a los ábsides y en algunos casos a las naves laterales, es hasta el siglo XII en que las naves centrales o principales comienzan a ser abovedadas casi invariablemente con ladrillo. Los constructores románicos substituyeron los techos de madera por cubiertas de ladrillo o piedra, más sólidos y duraderos. Se ensayan entonces las bóvedas de cañón que sólo logran cubrir espacios

reducidos debido al empuje que ejercen sobre los muros que las cargan, las construcciones con este tipo de cubiertas resultaron sumamente oscuras debido, precisamente, a los claros pequeños de las naves.

La solución completa a este problema, aunque no la definitiva, la dan los arquitectos de la escuela Cluniacense, al adoptar el arco apuntado para aminorar el empuje, los pilares se elevan a fin de propiciar la iluminación de la nave mayor, y los muros se refuerzan con grandes contrafuertes. Esta evolución de la arquitectura románica viene a culminar con las conquistas estructurales de la arquitectura gótica localizada principalmente en Francia.

Los arquitectos del período gótico, con la creación de bóveda de crucería y con los elementos del botarel y el arbotante, logran vencer todas las dificultades anteriores de iluminación y estabilidad.

En Italia, por otro lado, las técnicas estructurales románicas persistieron hasta que fueron transformadas inesperadamente por el notable talento de Brunelleschi, quien resolvió el problema de cubrir un gran espacio mediante una cúpula alta. La atrevida realización de Brunelleschi se manifiesta en la construcción del domo en la catedral de Florencia entre los años 1420 y 1437, Brunelleschi fue inspirado por el sistema de bóvedas romanas.

Al ponerse de manifiesto los métodos constructivos romanos, el sistema de abovedamiento es renovado y surgen entonces formas llenas de vigor y altivez como la cúpula. Aparece también una de las cubiertas que más se empleará en todo el renacimiento, la bóveda semiesférica sobre pechinas.

Diversos autores, sobre todo los de las refs. 2, 3, 4 y 5, establecen que este tipo de edificaciones se realizaron en base a reglas empíricas, producto de la experiencia de los constructores, si acaso se tuvo una aplicación de carácter científico, fue en la geometría de los elementos de cubierta. Esto se debe primordialmente a que durante la época clásica y el renacimiento, no se poseían los conocimientos teóricos y matemáticos requeridos para analizar científicamente el comportamiento de las estructuras. Por consiguiente, en los siglos posteriores al renacimiento, Coulomb, Euler, Newton, Young, Hooke, entre otros, logran avances científicos importantes para analizar de manera racional el comportamiento de los materiales y de las estructuras.

A grandes rasgos este ha sido el proceso evolutivo de las construcciones europeas, con la influencia de las creaciones arquitectónicas de la edad media gótica y el renacimiento.

México

Las construcciones coloniales vienen a cerrar la historia de las grandiosas construcciones europeas, ya que con la conquista de los españoles, se introdujeron todas las innovaciones arquitectónicas que se tenían en aquel continente, para levantar los grandes monumentos que hoy existen en la República Mexicana.

La construcción de estos monumentos se realizó como una consecuencia ineludible de la conquista espiritual y religiosa que se dio, para consolidar el dominio político y económico de los conquistadores.

Tres órdenes religiosos se encargaron de la conquista espiritual y la evangelización de los grupos indígenas, las cuales llegaron a la Nueva España en el siguiente orden: los Franciscanos llegaron a Nueva España en 1523, los Dominicos en 1526 y los Agustinos en 1533. Los primeros se dedicaron a evangelizar a los indígenas que habitaban el actual Estado de México, parte de Tlaxcala, Morelos y Michoacán, y avanzaron un poco hacia la región del Bajío. Los Dominicos, por su parte, evangelizaron preferentemente las regiones mixtecas y zapotecas del actual estado de Oaxaca y algunos lugares del estado de Puebla y Morelos. Los Agustinos, por llegar considerablemente más tarde que los otros, evangelizaron las regiones que quedaban fuera del proteccionismo de franciscanos y dominicos (ref. 6).

Ante este proceso de evangelización, el siglo XVI se ve lleno de gran actividad arquitectónica religiosa. En el siglo XVII se acentuó aun más la construcción de carácter religioso, debiéndose en gran medida a la rivalidad que se desató entre las tres órdenes religiosas que querían demostrar, a toda costa, su primacía espiritual para dominar.

Finalmente, en el siglo XVIII el auge económico alcanzado por la sociedad novohispana permitió derrochar fortunas donando toda clase de obras de arte a la iglesia en una incansable competencia por lograr prestigio social a través de ellas (ref. 7).

Es evidente que el proceso de evangelización justifica y explica la desmedida actividad arquitectónica religiosa durante el período colonial. Esto también provocó que la arquitectura civil fuera opacada durante el siglo XVI, ya que para los siglos XVII y XVIII tiende a tomar mayor importancia con la ornamentación en sus fachadas (ref. 6).

Para la construcción de estas edificaciones siguieron con las mismas técnicas tradicionales que prevalecían en Europa. Los españoles aprovecharon la experiencia de los habitantes indígenas en la construcción con piedra, ya que estos venían de una cultura en que las estructuras monumentales eran de este material (ref. 6).

Así, en las construcciones de la colonia predominó la mampostería en los muros y en las bóvedas, mientras que para los pisos y algunos techos se utilizaron grandes vigas

de madera que soportaban diversos materiales (ref.4).

El esquema arquitectónico estuvo basado en varios estilos, tales como: románico, gótico, mudejar, renacentista entre otros. De aquí cabe destacar que a estos estilos se unió el estilo barroco entre los siglos XVII y XVIII (ref. 6).

Diversos autores comentan que no hay una regla estricta respecto al estilo específico perteneciente a las construcciones del siglo XVI, pero se puede señalar, como mera referencia, que los Franciscanos prefirieron emplear elementos del mudejar, románico y gótico. Los Agustinos se inclinaron más por los del plateresco y los Dominicos por los renacentistas italianos. Sin embargo, es necesario remarcar que no existe una sola construcción religiosa del XVI que pueda ubicarse dentro de un sólo estilo arquitectónico. De igual forma sucedió en los siglos XVII y XVIII aunque en estos se acentuó en gran medida el uso del barroco, en donde, los templos que más se construyeron durante esa época fueron: parroquias, santuarios y catedrales (ref. 6). Una descripción más amplia sobre los estilos arquitectónicos que cada orden religiosa adoptó aparece en la ref. 7.

No es la intención de este trabajo profundizar sobre los estilos artísticos de estas construcciones, pero si es importante mencionar, en forma elemental, los rasgos característicos de éstos, para identificar el tipo de elementos estructurales que prevalecen en cada uno. Una descripción amplia sobre cada estilo aparece en la ref. 6, a continuación se presenta una descripción breve de cada estilo.

En el gótico, predomina el uso de los arcos apuntados, arcos conopiales, arbotantes, pináculos, etc.

En el románico, fueron usados los contrafuertes, ábsides, bóvedas de cañón corrido, entre otros.

Del mudejar provienen, el ajimez y el alfiz.

Dentro del renacimiento destacan los arcos de medio punto sobre impostas y las cúpulas; fustes de columnas que adoptan los órdenes jónica, corintia y toscano, entre otros elementos más.

En cuanto al barroco, es difícil establecer una tipología, dada la amplia variedad de elementos del repertorio formal de soluciones espaciales, materiales y acabados empleados, etc, de los cuales hechó mano la arquitectura para cubrir las necesidades físicas, espirituales, sociales y psicológicas.

Para conocer el significado de los términos que se emplean para identificar los elementos arquitectónicos de estas construcciones, se recomienda consultar las refs. 8 y 9.

Importancia

Hoy en día existe un gran número de estas construcciones que a pesar de la gran actividad de la arquitectura religiosa, no se descartan las construcciones que fueron destinadas a la vivienda, educación, recreación, etc, en la que todas en su conjunto forman parte de la riqueza cultural de la nación. La mayor parte de construcciones de aquella época adquieren el calificativo de monumentos, porque constituyen un testimonio de la forma de vida y de la cultura en épocas pasadas. Un número importante de este tipo de construcciones se han condecorado con el título de Patrimonio Cultural de la Humanidad (refs. 10 y 11). Ante tal distinción ha surgido el interés y la necesidad de preservar la integridad de cada uno de ellos.

1.3 ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONSTRUCCIONES COLONIALES

A pesar de las diferentes manifestaciones artísticas de estas construcciones es posible describir, en forma general, los elementos que conforman el sistema estructural, así como su interrelación entre ellos, además, de comentar un poco su proceso constructivo.

Los elementos de soporte de estas construcciones están constituidos por muros, columnas y por columnas que están adosadas a muros (pilastras), mientras que en los sistemas de cubierta existe una gran variedad tales como: bóvedas de cañón, bóvedas semiesféricas, cúpulas, techos planos de madera, etc.

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de ellos.

Cimentación

Aunque no es parte del estudio de este trabajo, resulta interesante conocer su estructuración y proceso constructivo.

En monumentos de la ciudad de México se ha visto que por lo regular las cimentaciones se resolvieron a base de zapatas corridas de mampostería (fig. 1). Sin embargo, en algunos casos la cimentación puede estar constituida por una retícula de contratraves de mampostería de tezontle que se apoya sobre una plataforma de mampostería de piedra, dicha plataforma descansa sobre una plantilla, la cual sirve de cabezal a una retícula de estacones de madera de 20 cm de diámetro y de dos a tres metros de longitud, espaciados entre cada uno de ellos 60 cm, en la fig. 2 se ilustra el sistema constructivo (ref. 12).

Muros

Los muros de estas construcciones disponen de espesores y alturas considerables, que pueden alcanzar más de 2.00 m de espesor y alturas superiores a 20.00 m (refs. 13 y 14).

Los muros se encuentran conectados con los sistemas de cubierta para recibir sus cargas y transmitir las a la cimentación, así también los muros se encuentran acompañados de contrafuertes los cuales pueden estar dentro o fuera de la construcción.

El material del que están constituidos estos muros es por lo regular mampostería aunque en algunos casos se puede encontrar adobe, ladrillo o una composición de

varios materiales, etc. El recubrimiento de los muros puede ser una mezcla de cal-arena-arcilla, una chapa de cantera o piedra negra, entre otros materiales, en la fig. 3 se ilustra el sistema constructivo de un muro típico (ref. 15).

Columnas

Las columnas al igual que los muros disponen de una sección transversal bastante generosa llegándose a manejar áreas superiores a 4.00 m² y alturas que pueden alcanzar más de 19.00 m (refs. 13 y 14). Las secciones de estas columnas pueden ser rectangulares, circulares o tener forma irregular como las que aparecen en la fig. 4.

Sobre las columnas se apoyan arcos y pechinas que reciben la descarga de las bóvedas de cañón, bóvedas semiesféricas y cúpulas.

Las columnas se construían de una sola pieza o mediante la unión de sillares, el material que se usó fue mampostería o cantera, entre otros materiales. En templos de la ciudad de México el material que predomina en las columnas es la cantera, la calidad del material puede ser mala o buena o la combinación de ambos tal es, el caso de la Catedral y del Sagrario, en donde, se ha encontrado que la cantera es de muy buena calidad con una resistencia a compresión elevada en la parte baja de la columna y de baja calidad en las partes altas. Así mismo cabe destacar que dentro del núcleo central se dispone de una mampostería muy pobre, que al parecer sirvió para rellenar el núcleo como se ilustra en la fig. 4 (ref. 16). La construcción de estas columnas fue a base de sillares unidas con mortero como se puede apreciar en la fig. 5.

Sistemas de cubierta

Las cubiertas varían de un tipo de construcción a otra, así para construcciones de carácter religioso es peculiar el uso de grandes cubiertas de superficie curva, mientras que en edificaciones destinadas a la vivienda se emplearon techos planos a base de vigas de madera.

Las cubiertas de construcciones religiosas están constituidas, fundamentalmente por bóvedas de cañón, bóvedas semiesféricas y cúpulas.

Las bóvedas de cañón se emplearon para cubrir grandes espacios en el sentido longitudinal. De esta manera, en las catedrales se utilizaron para cubrir la parte de los cruceros. Varias de estas cubiertas se encuentran interceptadas por bóvedas cónicas transversales para formar los llamados lunetos (fig. 6).

Las bóvedas semiesféricas se utilizaron para cubrir espacios reducidos (fig. 7).

Las cúpulas se levantan sobre los cruceros, las cuales además de servir como cubierta, contribuyen a la iluminación del interior de las construcciones (fig. 8).

Estas cubiertas descansan sobre arcos y pechinas, los que a su vez se apoyan sobre los robustos muros y columnas.

El material de construcción de las cubiertas de este tipo puede ser una mampostería heterogénea constituida por tezontle y piedra basáltica, aglutinadas por un mortero de cal y arena, también puede ser una mampostería de tabique de barro.

En lo concerniente a construcciones destinadas a la vivienda, se puede decir que son cubiertas planas que están apoyadas sobre los muros, y están constituidas principalmente por vigas de madera con tablas o con ladrillos y relleno de tierra (terrado), en la fig. 9 se ilustra el sistema constructivo de este tipo de cubierta (ref. 15).

1.4 PROPIEDADES MECÁNICAS DE ALGUNOS MATERIALES EMPLEADOS EN LA COLONIA

En términos generales se puede decir que los materiales dominantes en la construcción de estos monumentos fue la mampostería, la cantera y la madera. De estos materiales se dispone de poca información sobre sus propiedades mecánicas debido a la falta de interés que existió en el pasado por conocer el comportamiento estructural de estas construcciones.

Mampostería

En la ref. 17 se presentan las propiedades mecánicas de algunos especímenes de mampostería extraídos del edificio del ex-arzobispado, ubicado en la calle de moneda en la ciudad de México. Se trata de una mampostería formada por piedra de tezontle unida con mortero a base de cal-arena, en la tabla 1 se resumen los resultados principales; como se puede ver el número de especímenes ensayados es reducido por lo que dichos resultados sólo se pueden considerar indicativos de las propiedades reales.

El motivo principal por el cual el número de muestras es reducido se debe a que existe una fuerte restricción para obtener muestras de estas construcciones, ya que actualmente existe el criterio de evitar extraer muestras de material para ser ensayados, debido a que estas construcciones poseen un gran valor artístico y cultural.

Es importante comentar que en monumentos de Europa y recientemente en la Catedral y el Sagrario de la ciudad de México se han practicado técnicas que permiten evaluar estas propiedades, sin la necesidad de extraer muestras del monumento, a estas técnicas se les conoce como ensayos no destructivos, para mayor conocimiento sobre este tema se recomienda consultar la ref. 18.

Cantera

En la ref. 16 aparecen las propiedades mecánicas y físicas obtenidas en dos tipos de cantera. En este caso el número de especímenes que se ensayaron fue numeroso, por lo que se puede juzgar que son representativos del material empleado en un número importante de monumentos de la ciudad de México. Los resultados principales se resumen en la tabla 2.

Un aspecto sobresaliente de dicho estudio, es la realización de correlaciones entre propiedades físicas y propiedades mecánicas, esto permite estimar las propiedades

mecánicas del material mediante una prueba física y con ello evitar extraer muestras de la construcción.

Madera

En lo que concierne a este material, se puede comentar que no se dispone de algún estudio que se haya hecho sobre las propiedades mecánicas de la madera empleada en construcciones de esta índole. Sin embargo, para tener una estimación de estas propiedades se consultaron algunas publicaciones al respecto. Desafortunadamente la información sobre las propiedades de las maderas mexicanas es relativamente escasa, debido a que es un material que ocupa un lugar notablemente modesto entre los materiales empleados en la construcción.

Pero no obstante se cuenta con algunos valores de interés que pueden ser útiles para la revisión de cubiertas hechas de este material como se puede apreciar en las tablas 3, 5 y 6. Habrá que tener presente que los valores que se presentan en dichas tablas no consideran la degradación de la madera por efectos del intemperismo a lo largo de su vida.

A continuación se presentan algunos datos de interés sobre las propiedades mecánicas de la madera, esta información fue tomada en su mayoría del la ref. 4.

La madera por ser un material orgánico sufre cambios a través del tiempo, por lo que sus propiedades mecánicas están condicionadas a esos cambios que se manifiestan principalmente en el contenido de humedad, densidad (o peso volumétrico) y peso específico (o gravedad específica), de ahí que los manuales o reglamentos emitan los valores de las propiedades mecánicas en función de estas propiedades físicas.

Por lo general basta distinguir entre propiedades paralelas y propiedades perpendiculares a las fibras.

Las relaciones esfuerzo-deformación de la madera son muy variables; según la especie, el tipo de acción, la forma en que se hace el ensayo o prueba, las características de crecimiento y otros factores. En general, cualquiera que sea el tipo de esfuerzo, la forma de la gráfica esfuerzo-deformación correspondiente es semejante a la que se muestra cualitativamente en la fig. 10.

Resistencia a tensión

La máxima resistencia a tensión de la madera se presenta en la dirección paralela a las fibras, es decir, en la dirección en que están orientadas las cadenas de moléculas de celulosa.

Para un contenido de humedad de 12 por ciento, la resistencia a tensión paralela a las fibras varían desde unos 300 kg/cm² hasta 3000 kg/cm², según la densidad de la

especie. Los pinos mexicanos tienen una resistencia a tensión del orden de 800 kg/cm².

Resistencia a compresión

La resistencia a compresión de la madera en dirección paralela a las fibras varía aproximadamente de la mitad a la tercera de la resistencia a tensión en la misma dirección.

El comportamiento en compresión es fundamentalmente elástico, como en el caso de la tensión y el módulo de elasticidad es casi idéntico para los dos tipos de esfuerzo.

Las resistencias a compresión paralela a las fibras para un contenido de humedad de 10 por ciento varían de 100 a 1600 kg/cm² según la densidad de la especie. Las especies de pino del país tienen valores del orden de 450 kg/cm² para un contenido de humedad de 12 por ciento.

La resistencia a la compresión perpendicular a las fibras está íntimamente ligada a la dureza y a la resistencia al corte perpendicular a las fibras.

Cuando se carece de datos sobre esfuerzos en el límite de proporcionalidad puede tomarse un valor igual al 20 por ciento de la resistencia a compresión paralela a las fibras.

Resistencia a flexión

El módulo de rotura, es la medida más usual de la resistencia a tensión de la madera. Se obtiene sustituyendo en la fórmula de flexión, $f = Mc/I$, el momento que produjo la rotura. Esto implica que se acepta un comportamiento elástico hasta el momento de la falla, lo cual no es rigurosamente cierto. Dependiendo de la densidad de la especie de madera de que se trate, los valores del módulo de rotura varían de 300 a 2100 kg/cm². Las especies de pino del país tienen valores del orden de 850 kg/cm².

Resistencia a fuerza cortante

De manera aproximada la resistencia a esfuerzo cortante paralela a las fibras puede estimarse de 10 a 15 por ciento de la resistencia a tensión paralela a las fibras. Para especies mexicanas se han encontrado valores que varían de 20 a 225 kg/cm² para un contenido de humedad de 12 por ciento. Las especies de pino del país tienen valores de alrededor de 40 kg/cm². La resistencia de la madera a esfuerzo cortante perpendicular en las fibras es mucho mayor que su resistencia a esfuerzo cortante paralelo a ellas.

Resistencia a torsión

La resistencia de la madera a esfuerzos producidos por torsión es del mismo orden que su resistencia a esfuerzos cortantes paralelos a las fibras. El esfuerzo cortante por torsión en el límite de proporcionalidad es aproximadamente igual al 70 por ciento del

esfuerzo cortante correspondiente a la falla.

Módulo de elasticidad

El módulo de elasticidad de mayor interés en el diseño, es el que corresponde a la dirección longitudinal, E_L .

Para un contenido de humedad de 12 por ciento el módulo de elasticidad, E_L , varía de 40 000 a 300 000 kg/cm². El valor correspondiente a las especies de pino del país es del orden de 100 000 kg/cm².

Módulo de rigidez

Los módulos de rigidez o módulos elásticos a esfuerzo cortante promedio pueden expresarse de manera aproximada en función del módulo de elasticidad en dirección longitudinal como sigue:

$$G_{TL} = 0.06E_L$$

Dureza

La dureza de la madera se mide generalmente por medio de la prueba Janka, que consiste en determinar la fuerza en kilogramos que se necesita para hacer penetrar en la madera una esfera de acero de 0.444 pulg hasta una profundidad de 0.111 pulg. La dureza es un buen índice de la resistencia de la madera a la abrasión o al desgaste. Las maderas nacionales de pino tienen una dureza lateral de aproximadamente 360 kg mientras que la dureza transversal es de 460 kg.

Para mayor información sobre las pruebas que se realizan para obtener estas propiedades se puede consultar la ref. 4.

1.5 CONCEPCIÓN ESTRUCTURAL DE LAS CONSTRUCCIONES COLONIALES

El sistema estructural que presentan estas construcciones se puede describir como un sistema de gravedad en el que las acciones externas impuestas por la acción de su peso propio, viento y sismo, se transmiten por esfuerzos de compresión hacia las columnas, muros y contrafuertes (refs. 13 y 14).

Los muros y columnas, son elementos de soporte que no tienen problemas en su estabilidad, en el sentido de que sufran pandeo ante el considerable peso que tienen que soportar, esto se atribuye fundamentalmente a las dimensiones y a la geometría de sus secciones transversales.

Las cubiertas como las bóvedas y cúpulas, son elementos que trabajan fundamentalmente a compresión. Además, sus espesores considerables contribuyen a mantener moderados los esfuerzos en los materiales. En este tipo de cubiertas la carga viva no es significativa con relación a la carga muerta (ref. 19).

Las cubiertas planas que son a base de vigas de madera, trabajan en una dirección con poca o nula acción de diafragma, ya que las vigas están apoyadas libremente sin mantener unidad con el muro (ref. 20).

En algunos templos de la ciudad de México se han detectado modificaciones en la geometría de la estructura (fig. 11). Esta situación se atribuye a los hundimientos diferenciales que se produjeron durante la etapa constructiva. Así mismo se considera que algunos muros sufrieron deformaciones angulares trayendo consigo agrietamientos que se quedaron reparados u ocultos por los revestimientos que se realizaron durante su construcción (ref. 19).

Los monumentos de la ciudad de México se ven afectados por los hundimientos diferenciales, debido a que se ubican sobre una zona donde el suelo es blando, mientras que monumentos de la provincia no tienen casi este problema, ya que por lo regular son zonas donde el suelo es menos compresible.

En lo concerniente al efecto provocado por los sismos, se puede decir que los monumentos de la ciudad de México no se ven afectados por este fenómeno, debido a que son construcciones masivas y rígidas que al estar apoyadas sobre un suelo compresible como la arcilla, se reducen substancialmente las acciones sísmicas. Una forma de comprender el comportamiento favorable de estas construcciones, es considerando, que los períodos de oscilación tanto de la estructura como del suelo de apoyo no son del mismo orden; el período de estas construcciones suele ser menor que 1 s (refs. 13 y 21) mientras que el del suelo, es del orden de 2 s (ref. 22), de esta manera no se da una amplificación de las fuerzas de inercia que genera el sismo. En tanto, los monumentos que están apoyados sobre un suelo rígido y ubicados en zonas próximas al epicentro, como son el caso de los estados de Chiapas, Guerrero, Oaxaca,

entre otros, las acciones sísmicas se amplifican, de tal forma que tienden a entrar en resonancia, ya que los períodos tanto de la estructura como del suelo pueden ser parecidos, por lo que las construcciones de este tipo resultan ser vulnerables ante esta acción.

Este fenómeno se puede demostrar por medio de una mesa vibradora (fig. 12), en la que se coloquen modelos de estructuras con diferentes períodos de oscilación, que la respuesta de uno de ellos se puede amplificar considerablemente moviendo la mesa con un período igual al de ese modelo, observándose que los otros no sufren mayores oscilaciones. Al cambiar el período de la oscilación, se excitará algún otro modelo y así sucesivamente (ref. 22).

CAPÍTULO 2

MUROS

2.1 ASPECTOS GENERALES

Los muros son elementos estructurales que se ven sometidos fundamentalmente a cargas gravitacionales provocadas por la acción de su peso propio y por la descarga que le transmite parte de la estructura que soporta. En construcciones a base de bóvedas, los muros además deben resistir los empujes laterales provocados por el coceo en la dirección perpendicular a su plano. Durante una excitación sísmica, estos elementos sufren empujes tanto en su plano como en la dirección perpendicular a él, debidos a las fuerzas de inercia que se generan. Cuando la estructura se encuentra apoyada en un suelo blando, los muros se ven sometidos a deformaciones angulares y a desplomos.

A la fecha se han realizado varias investigaciones sobre el comportamiento estructural ante las acciones mencionadas, como resultado se han identificado con bastante aproximación las principales formas de falla. Sin embargo, respecto a la manera de evaluar la seguridad estructural aun no se ha alcanzado un avance similar, sobre todo por la gran diversidad en los procesos constructivos de aquel entonces y de las características de los materiales, a esta situación se suma la falta de interés que se tuvo en el pasado por el estudio de estas estructuras. Sin embargo, a raíz de la preocupación que ha surgido por preservar la integridad de las construcciones antiguas se están desarrollando nuevas líneas de investigación. Un resumen de algunas de estas investigaciones se presenta en este capítulo.

2.2 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

2.2.1 Carga vertical

Las cargas verticales a las que pueden estar sometidos los muros son: cargas muertas y cargas vivas; de éstas las más significativas son las primeras ya que el peso propio de la construcción constituye una acción severa sobre los elementos de soporte.

En la mayoría de los casos los muros no tienen problemas de inestabilidad por pandeo debido a que sus espesores son considerables y a que las cargas se transmiten casi de manera axial.

Los esfuerzos a compresión de los muros se mantienen a niveles moderados, a pesar de la magnitud de las cargas que reciben. Esto se debe en gran medida al área generosa de su sección transversal, por ejemplo, en algunos estudios (refs. 13 y 14), se ha podido estimar que los esfuerzos de compresión a los que están sujetos estos elementos son inferiores a 7 kg/cm^2 (tabla 4), este esfuerzo representa alrededor del 20 por ciento de la resistencia de una mampostería típica formada con tezontle unido con mortero de cal-arena.

Además, otros estudios como los que aparecen en las refs. 23 y 24 atribuyen el buen comportamiento de estos elementos a la forma en que están dispuestas las piezas que conforman el muro, ya que en la mayoría de los casos se logra un efecto eficiente de trabazón entre las piezas, aun considerando que el mortero que las une son mezclas de baja resistencia tales como el mortero de cal-arena y el lodo. Esto restringe la deformación horizontal que inducen los esfuerzos de compresión.

Los daños que se han podido observar por efecto de las cargas gravitacionales generalmente son agrietamientos verticales. Estos ocurren ante la presencia de concentraciones de esfuerzos, sobre todo cuando la carga que se transmite a los muros se hace a través de apoyos aislados y no de manera uniforme, este es el caso de algunas cubiertas planas en donde las vigas de madera que sostienen al techo se apoyan directamente sobre el muro (fig. 13).

2.2.2 Carga lateral

Las cargas laterales a las que se ven sometidos estos muros se deben a las fuerzas sísmicas y a los empujes que generan las cubiertas, ambas sollicitaciones pueden

actuar en su plano o en la dirección perpendicular a él.

Cargas que actúan en el plano del muro

Las cargas laterales que actúan en esta dirección producen grietas diagonales cuando los esfuerzos cortantes exceden la resistencia de la mampostería, una falla de este tipo aparece en la fig. 14, y se ve favorecida cuando en éste existen aberturas para puertas y ventanas puesto que, además de una reducción implícita en la resistencia, se generan concentraciones de esfuerzos que favorecen el agrietamiento del muro como se ilustra en la fig. 15 (ref. 20).

Cargas que actúan en la dirección perpendicular al plano del muro

Estas se generan por la acción del sismo o por el empuje de las cubiertas. Respecto a las distintas formas de falla que se han presentado en estas estructuras se han podido distinguir los mecanismos principales de agrietamiento a través de diversos estudios, un resumen de estos mecanismos se presenta a continuación.

a) Fuerza sísmica

De acuerdo con las refs. 20 y 25, cuando las fuerzas de inercia provocadas por un sismo exceden la capacidad estructural de la mampostería con la que fueron construidos los muros, se pueden presentar algunos de los siguientes modos de falla.

- 1^{er} modo** Este modo consiste en el volteamiento de los muros ubicados en dirección perpendicular a la de la acción del sismo. Este efecto se presenta cuando el muro no tiene conexión con los muros laterales ni con los sistemas de cubierta (fig. 16a). Otras situaciones que hacen particularmente crítico este modo de falla son aquellas en las que los muros se encuentran desplomados o en que deban soportar una bóveda que les transmita empujes provocados por el coceo, en la dirección perpendicular al plano del muro (fig. 17).
- 2^{do} modo** Se presenta una falla por flexión que se manifiesta con agrietamientos horizontales. Este mecanismo se presenta cuando el muro, solo está conectado con los sistemas de cubierta (fig. 16b).
- 3^{er} modo** Este es similar al modo uno, la diferencia estriba en que ahora el muro se encuentra conectado con las paredes laterales, lo que reduce el desplazamiento en la dirección perpendicular a su plano y por consiguiente la posibilidad de volteo, en este caso los daños se

manifiestan con agrietamientos verticales en las zonas próximas a la unión (fig. 16c).

4º modo En este caso el problema del volteo total del muro se reduce considerablemente debido a que se encuentra restringido mediante los sistemas de piso y a través de los muros que se conectan a él; por lo que el muro sólo es susceptible de fallar en flexión por un efecto de placa generando un patrón de agrietamiento como el que se ilustra en la fig. 16d. Este modo de falla se da en un número reducido de casos, sobre todo porque se requieren conexiones que eviten el desplazamiento en los bordes del muro.

b) Empujes provocados por los sistemas de cubierta

En la fig. 17 se presenta un esquema que ilustra el empuje que genera una bóveda sobre los muros, así como la flexión que sufren estos en su base.

Para contrarrestar estos efectos fue común el empleo de contrafuertes como se ilustra en la fig. 18. Estos elementos aumentan considerablemente la capacidad a flexión de los muros.

Cabe comentar que cuando el terreno de apoyo es deformable, los contrafuertes no suelen contribuir de manera adecuada a la estabilidad del muro, debido a que el peso de estos elementos, en la mayoría de los casos, contribuye a incrementar la magnitud de los hundimientos. Esto origina una pérdida de apoyo lateral para el muro y en consecuencia un incremento en el claro de la bóveda como se ilustra en la fig. 19.

2.2.3 Deformación angular

La deformación angular en un muro se produce esencialmente cuando su apoyo experimenta un asentamiento diferencial. Esta deformación se presenta en el plano del muro y produce agrietamientos diagonales, similares a los que ocurrirían si el muro se sometiera a una prueba de compresión diagonal. En la fig. 20 se ilustra el mecanismo de falla del muro ante esta deformación.

Este tipo de agrietamientos reduce la capacidad del muro para resistir en su plano las fuerzas de inercia que se producen durante un sismo.

Diversos estudios efectuados sobre estos daños, sobre todo los que se presentan en las refs. 26 y 27, muestran que un elemento diferencial de un muro sometido a una

prueba de compresión diagonal, experimenta esfuerzos de tensión y compresión, los cuales son máximos sobre la diagonal del muro (fig. 21).

Este problema es común en las construcciones coloniales de la ciudad de México debido a que la alta compresibilidad del terreno genera asentamientos diferenciales en los apoyos de las construcciones, dichos asentamientos se ven favorecidos por la presencia de restos de construcciones prehispánicas bajo sus cimientos. Sin embargo, la mampostería con la que fueron construidos los muros de estas obras han mostrado una capacidad considerable para admitir deformaciones importantes bajo carga sostenida cuando dichas deformaciones se producen a largo plazo (efecto conocido como flujo plástico). A esto se atribuye que los daños en los muros, en la mayoría de los casos, no reflejen la magnitud de las deformaciones que han sufrido.

En muros de longitud y alturas importantes se pueden combinar los problemas de deformación angular con un problema de alabeo. Esta situación se da cuando en un muro con estas características se hunde en la zona central, bajo estas condiciones el muro tiende a flexionarse tanto en su plano como en la dirección perpendicular a éste. Esto último provoca la separación del muro del resto de la estructura como se ilustra en la fig. 22; dicha figura muestra que este efecto se ve favorecido por los huecos de puertas y ventanas de los muros unidos a éste perpendicularmente.

2.2.4 Desplomos

La falta de verticalidad de los muros constituye un aspecto trascendente para su estabilidad, sobre todo cuando ésta se produce en la dirección perpendicular a su plano. Este efecto se genera fundamentalmente por hundimientos diferenciales y empujes de las cubiertas, y en un número reducido de casos se atribuye a defectos en su construcción.

Hundimientos diferenciales

A causa de este efecto, los cambios de verticalidad de los muros producidos en la dirección perpendicular a su plano tienden a flexionarlo como se ilustra en la fig. 23 (ref. 20). Este efecto se manifiesta con la presencia de agrietamientos horizontales en la zonas próximas a sus apoyos.

Empujes de cubiertas

El desplomo por este efecto se manifiesta en construcciones con cubiertas a base de

bóvedas que les transmiten empujes laterales por el efecto de coceo como se ilustra en la fig. 17 (ref. 20). Al igual que el caso anterior se producen agrietamientos horizontales por la tendencia al volteo del muro.

Para contrarrestar este efecto, en algunas construcciones se trató de adoptar el estilo gótico con el fin de que las cargas verticales predominaran sobre los empujes que producen las cubiertas. Esto para lograr que las fuerzas resultantes pasaran por el tercio medio de la base del muro (fig. 24). Para ello, fue necesario incluir grandes pináculos cuyo peso se sumara a la componente vertical del vector de cargas (ref. 2). Como ejemplos de estas construcciones en nuestro país se tienen las siguientes: la Catedral de Puebla, la Parroquia de Huejotzingo en Tlaxcala, los conventos e iglesias de Actopan, entre otros.

2.3 CRITERIOS PARA EVALUAR LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL

2.3.1 Capacidad de carga

a) Carga vertical

Para estimar la capacidad de carga que puede soportar un muro ante esta solicitación se disponen de los criterios que a continuación se exponen.

Normas Técnicas Complementarias

Las Normas Técnicas Complementarias, NTC, del reglamento de construcción para el Distrito Federal, en lo concerniente a mampostería (ref. 28), toman en cuenta los efectos de esbeltez y excentricidad de las cargas, así mismo disponen de una expresión para determinar la resistencia de mampostería formada con piedras naturales sin refuerzo, lo cual es similar a la mampostería que se emplea en estas construcciones, dicha expresión es la siguiente:

$$PR = (1 - 2\frac{e}{t}) A_c f_m \quad (2.1)$$

Donde:

PR	carga resistente
e	excentricidad de la carga
t	espesor del muro
A_c	área transversal del muro
f_m	resistencia a compresión de diseño

La expresión anterior es válida cuando la relación alto/espesor del muro no excede el valor de 5; cuando dicha relación se encuentra entre 5 y 10 la resistencia se toma igual al 80 por ciento de la calculada con la expresión anterior; cuando la relación excede de 10 deberán tomarse en cuenta explícitamente los efectos de esbeltez como se especifica para la mampostería de piedras artificiales. En las refs. 28 y 29 existe una explicación amplia de los factores que intervienen en la resistencia de un muro sometido a carga vertical.

Reglamento UBC

El reglamento de la UBC (Uniform Building Code) de los Estados Unidos de Norte America (ref. 3) dispone de una expresión que permite evaluar la capacidad de carga vertical de un muro de mampostería, en dicha expresión se manejan reducciones debidas a la esbeltez del muro y a un factor de 0.20 que es deducido de pruebas experimentales. Dicha expresión es la siguiente:

$$F_u = 0.20 f_m \left[1 - \left(\frac{h}{42t} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

Donde:

F_u esfuerzo de trabajo a compresión
f_m resistencia a compresión de diseño
h altura del muro
t espesor del muro

b) Carga lateral

Carga lateral en el plano del muro

Esta sollicitación genera esfuerzos cortantes en el muro, los criterios que a continuación se describen, permiten evaluar el esfuerzo cortante que puede tomar un muro en condiciones de servicio. Las expresiones que se presentan, se basan en su totalidad en estudios sobre el comportamiento de mampostería artificial.

NTC para mampostería

Las NTC para estructuras de mampostería proponen la siguiente expresión para determinar la capacidad del muro ante esta sollicitación:

$$VR = FR(0.5VA_t + 0.3P) \leq 1.5FRVA_t \quad (2.3)$$

Donde:

VR esfuerzo cortante resistente
P es la carga vertical que actúa sobre el muro, sin multiplicar por el factor de

- V** carga.
V esfuerzo cortante de diseño.
FR factor de reducción de la resistencia que se toma como 0.4 para muros no confinados ni reforzados.
A_t área transversal del muro

En esta expresión se puede apreciar que se considera un porcentaje de la carga vertical como un incremento en la resistencia del muro ante tal sollicitación, lo cual puede ser un factor importante en este tipo de construcciones, dado que la carga vertical es considerable.

Reglamento UBC

De igual forma que en la carga vertical, el reglamento de la UBC (ref. 30) recomienda el uso de la siguiente expresión para estimar el esfuerzo cortante que puede tomar un muro.

$$F_v = 0.3(fm)^{1/2} \quad (2.4)$$

Donde:

- F_v** esfuerzo cortante resistente
f_m resistencia a compresión de diseño

Esta expresión no contempla la contribución de la carga vertical como en el criterio anterior, por lo que su evaluación se basa en la resistencia a la compresión de la mampostería.

Carga lateral en la dirección perpendicular al plano del muro

Para estimar la seguridad estructural de los muros ante esta sollicitación, suele emplearse un criterio conservador que limita la posición de la fuerza resultante, debida a la carga lateral y a la carga vertical, al tercio medio de la base del muro.

Como ejemplo, considérese un muro fijo en su base y libre en su extremo opuesto sometido a un empuje horizontal en su parte superior (fig. 27). Si se considera que dicho muro tiene un peso, *W*, el empuje, *P*, que provocará que la resultante en la base del muro se mueva al tercio medio de su base quedará determinado por la siguiente expresión:

$$P = \frac{Wt}{\delta H} \quad (2.5)$$

Donde:

P empuje
 W peso propio del muro
 t espesor del muro
 H altura del muro

2.3.2 Deformación angular

Los efectos de la deformación angular en estos muros se manifiesta a través de los agrietamientos que sufren, por lo tanto, el análisis se debe enfocar hacia un valor permisible de la deformación angular que no genere agrietamientos considerables y por consiguiente garantice la seguridad del elemento. En la mampostería artificial se han realizado estudios sobre este tema, distintos autores han propuesto límites de deformación angular para diversos tipos de estructuras con base a la intuición y experiencia personal (ref. 26).

En la fig. 25 se muestran los límites de deformación propuestos por diferentes autores, de estos límites resultan más interesantes los emitidos por el Instituto de Ingeniería que se apegan a los fines de este trabajo, aunque se trate de mampostería artificial.

Otro valor que se puede sugerir para este tipo de muros, es el que resulta de pruebas de laboratorio de este tipo de mampostería (ref. 17), por ejemplo, para una mampostería similar al del edificio del ex-arzobispado, se podría admitir una deformación angular 1/2000 debido a que bajo esa condición el esfuerzo cortante sólo alcanza el 50 por ciento de su resistencia.

2.3.3 Desplomos

Se presentarán algunos criterios para evaluar la seguridad estructural de los muros cuando éstos experimentan cambios de verticalidad.

a) Hundimientos diferenciales

Existen diversos criterios que se basan en limitar el ángulo de desplomo del muro a un valor permisible tal que este no sufra volteo y que los esfuerzos no alcancen la resistencia del material. Al respecto, Heyman (ref. 24) establece que el ángulo de inclinación permisible del muro será aquel que se forme entre el eje axial del muro y la resultante del peso propio, en donde, esta a su vez deberá pasar por el tercio medio del espesor del muro (fig. 26). De acuerdo con dicho criterio el ángulo de desplomo permisible es el siguiente:

$$\tan \alpha = \frac{1}{3} \frac{t}{H} \quad (2.6)$$

Donde:

- t espesor del muro
- H altura del muro
- α ángulo de desplomo del muro

b) Empuje de cubiertas

Al igual que en el caso anterior el muro se puede desplomar, pero ahora por efecto del empuje. Para evaluar la seguridad estructural, ante dicho efecto, se sigue el mismo criterio de Heyman, en donde se tiene que revisar que la resultante de las cargas debidas al empuje y a las cargas verticales pase por el tercio medio de la base del muro (fig. 27), para así garantizar su estabilidad.

Como ejemplo, considérese el caso de la fig. 27, ante esta situación la expresión 2.5 permite evaluar el empuje, P, con el cual se puede estimar el desplazamiento lateral o el desplomo permisible que puede experimentar el muro. Aplicando el principio del trabajo virtual y considerando que la componente vertical de la carga es despreciable y que el muro trabaja como una viga en cantiliver, se deriva la siguiente expresión:

$$\Delta_{PERM} = \frac{PH^3}{3EI} \quad (2.7)$$

Sustituyendo (2.5) en (2.7) se obtiene la expresión siguiente:

$$\Delta_{PERM} = \frac{WH^2}{18EI} \quad (2.8)$$

Donde:

Δ_{PERM} desplomo del muro
 W peso propio del muro
 t espesor del muro
 H altura del muro
 E módulo de elasticidad
 I momento de inercia centroidal

c) Por una combinación de hundimientos diferenciales y empuje de cubiertas

Estos muros además de soportar su peso propio y las cargas gravitacionales que le proporciona parte de la estructura, debe soportar una combinación de dos efectos, por un lado un empuje lateral en su extremo superior y por el otro un giro provocado por el movimiento en su base.

Evaluar el desplomo permisible ante dichas acciones, constituye un problema complejo. Sin embargo, diversos autores sobre todo Heyman sugieren también que la fuerza resultante en el apoyo del muro quede dentro del tercio medio de la base de éste.

Como ejemplo, considérese un muro con las mismas condiciones del ejemplo anterior, adicionando un desplomo causado por un giro en su base como se ilustra en la fig. 28. Con base en dicha figura se realizó un planteamiento estático, para determinar el ángulo de giro del suelo que hace que la resultante se lleve a la frontera del tercio medio, llegándose a la siguiente expresión:

$$\frac{t}{3H} = \frac{2P}{W \cos \beta} \cdot \tan \beta \quad (2.9)$$

Donde:

t espesor del muro
 H altura del muro
 P empuje sobre el muro
 W peso propio del muro
 β ángulo de giro del piso.

Obsérvese que si no hubiera empuje; es decir, $P=0$ la ecuación se simplificaría a lo establecido en el primer inciso, que es cuando solo actúa la presencia del giro en la base.

La solución de la ecuación (2.9) se obtiene con la ayuda de la gráfica 29, con base en ella se obtiene lo siguiente:

$$\beta = \left[1 - \frac{6HP}{WT} \right] \tan^{-1} \frac{f}{3H} \quad (2.10)$$

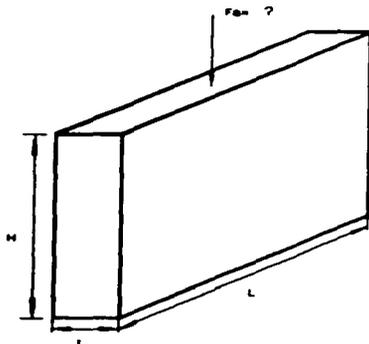
Otra manera de ver el problema, sería tratar de definir el empuje que puede tomar el muro, cuando éste se ve sometido a un giro en su base, en este caso el empuje, P , queda definido por la siguiente expresión:

$$P = \frac{WT}{6H} \left[1 - \frac{\beta}{\tan^{-1} \frac{f}{3H}} \right] \quad (2.11)$$

2.4 APLICACIONES

APLICACIÓN 2.4.1

Cálculo de la resistencia de un muro de mampostería de tezontle sometido a carga vertical, empleando los métodos de las NTC y el reglamento UBC.

DATOS

$$H = 8.00 \text{ m}$$

$$t = 1.26 \text{ m}$$

$$L = 8.00 \text{ m}$$

$$f_m = 300 \text{ ton/m}^2$$

Se considera despreciable la excentricidad.

MÉTODO DE LAS NTC PARA MAMPOSTERÍA

$$PR = (1 - 2 \frac{e}{t}) A_s f_m$$

$$A_s = L \times t = 8.00 \times 1.26 = 10.08 \text{ m}^2$$

$$PR = (1 - 0) \times 10.08 \times 300$$

$$PR = 3024 \text{ ton}$$

$$\text{pero: } H/t = 8.00/1.26 = 6.34 > 5$$

$$\text{por lo que: } PR = 0.8 \times 3024$$

$$PR = 2419.20 \text{ ton}$$

en condiciones de servicio de acuerdo con las NTC:

$$P_{ser} = \frac{PR}{1.4} = 1728 \text{ ton}$$

En términos de esfuerzo se tiene:

$$F_a = \frac{P_{ser}}{A_1}$$

$$F_a = 171.43 \text{ ton/m}^2$$

MÉTODO DEL REGLAMENTO UBC

$$F_a = 0.20fm \left[1 - \left(\frac{H}{42l} \right)^3 \right]$$

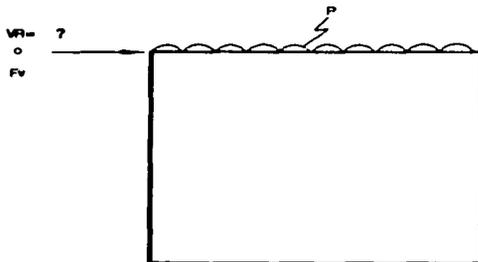
$$F_a = 0.20 \times 300 \left[1 - \left(\frac{8}{42 \times 1.26} \right)^3 \right]$$

$$F_a = 59.79 \text{ ton/m}^2$$

La resistencia que se obtiene con las NTC representa el 57 por ciento de la resistencia del material, en tanto, la que se determina con la UBC es del orden del 20 por ciento. De esto cabe comentar que en los muros de estos monumentos, los esfuerzos fluctúan entre el 10 y 20 por ciento de la capacidad del material. Por lo tanto la resistencia que estima el reglamento UBC se aproxima a la que prevalece en estos monumentos.

APLICACIÓN 2.4.2

Cálculo de la resistencia al esfuerzo cortante de un muro de mampostería de tezontle, aplicando los criterios de las NTC y el reglamento UBC.

DATOS

$$V = 50 \text{ ton/m}^2$$

$$P = 15 \text{ ton/m}^2$$

$$f_m = 300 \text{ ton/m}^2$$

MÉTODO DE LAS NTC PARA MAMPOSTERÍA

$$VR = FR(0.5V + 0.3P) < 1.5 FR V$$

$FR = 0.4$ para muros no confinados ni reforzados

$$1.5 FR V = 1.5 \times 0.4 \times 50 = 30 \text{ ton/m}^2$$

$$VR = 0.4(0.5 \times 50 + 0.3 \times 15) = 11.80 < 30$$

$$VR = 11.80 \text{ ton/m}^2$$

MÉTODO DEL REGLAMENTO UBC

$$F_v = 0.3 (f_m)^{1/2}$$

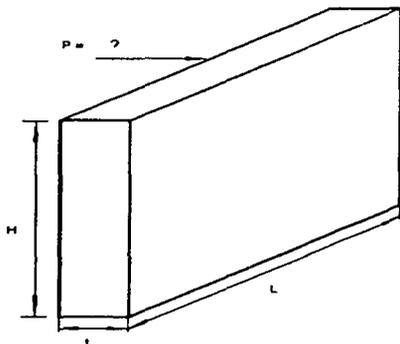
$$F_v = 0.3 \times 300^{1/2}$$

$$F_v = 5.19 \text{ ton/m}^2$$

Los valores tanto de uno y otro reglamento difieren, siendo de mayor magnitud el que resulta de las NTC, mientras que el de la UBC da un valor menor. Al respecto, cabe comentar que hasta el momento, en este tipo de muros se han podido registrar esfuerzos cortantes menores a 2 ton/m^2 , por consiguiente la resistencia admisible que da el reglamento UBC también se aproxima más al que prevalece en estas construcciones.

APLICACIÓN 2.4.3

Cálculo del empuje que puede resistir un muro de mampostería de tezontle en la dirección perpendicular a su plano. Se considera que dicho muro está fijo en su base y libre en su extremo opuesto, las acciones que actúan sobre el, son su peso propio y el empuje.

DATOS

$$t = 1.26 \text{ m}$$

$$H = 8.00 \text{ m}$$

$$L = 8.00 \text{ m}$$

$$\text{Peso volumétrico}$$

$$PV = 1.60 \text{ ton/m}^3$$

CÁLCULO DEL EMPUJE

$$P = \frac{Wt}{6H}$$

$$W_{\text{MURO}} = PV \times t \times H \times L = 1.60 \times 1.26 \times 8 \times 8 = 129.02 \text{ ton}$$

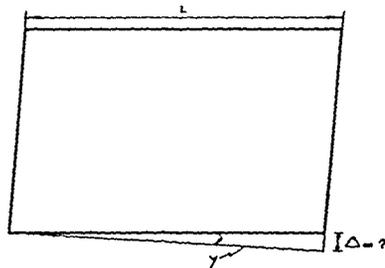
$$P = \frac{129.02 \times 1.26}{6 \times 8}$$

$$P = 3.38 \text{ ton}$$

Se observa que el empuje resulta ser proporcional a la carga gravitacional que actúa sobre el muro, esto implica que entre mayor sea la carga gravitacional, más grande será el empuje que pueda resistir el muro.

APLICACIÓN 2.4.4

Cálculo del asentamiento diferencial permisible que puede tener el muro, para algunos valores de distorsión que se recomiendan.

DATOS

$$L = 8.00 \text{ m}$$

Valores recomendables de deformación angular:

CASO 1

$$\gamma = 1/2000$$

Valor que resulta de pruebas de laboratorio, las cuales se realizaron a la mampostería del edificio del ex-arzobispado. Este valor se alcanza, cuando el material desarrolla el 50 por ciento de su resistencia al esfuerzo cortante.

CASO 2

$$\gamma = 1/1000$$

Valor propuesto por el Instituto de ingeniería para muros de tabique hueco, en el cual se inicia el agrietamiento.

CASO 3

$$\gamma = 1/500$$

Valor propuesto por el instituto de ingeniería para muros no reforzados, en el que se considera que la grieta puede ser reparable con refuerzo.

CÁLCULO DEL ASENTAMIENTO**CASO 1**

$$\Delta = \gamma L = 0.0005 \times 8.00 = 0.004 \text{ m}$$

$$\Delta = 4 \text{ mm}$$

CASO 2

$$\Delta = \gamma L = 0.001 \times 8.00 = 0.008 \text{ m}$$

$$\Delta = 8 \text{ mm}$$

CASO 3

$$\Delta = \gamma L = 0.002 \times 8.00 = 0.016 \text{ m}$$

$$\Delta = 16 \text{ mm}$$

Se observa una dispersión importante en los resultados, lo cual se atribuye a la diferencia de los criterios, y sobre todo a la falta de información sobre el comportamiento de las estructuras coloniales.

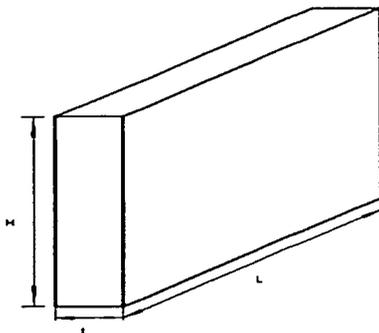
APLICACIÓN 2.4.5

Evaluación del desplomo permisible de un muro de mampostería de tezontle, ante los siguientes efectos:

a) asentamientos diferenciales

b) empuje de cubierta

Considerando que el muro esta fijo en su base y libre en su extremo opuesto.

DATOS

$$t = 1.26 \text{ m}$$

$$H = 8.00 \text{ m}$$

$$L = 8.00 \text{ m}$$

$$\text{Peso volumétrico (PV)} = 1.60 \text{ ton/m}^3$$

$$E = 300\,000 \text{ ton/m}^2$$

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

$$I = \frac{Lt^3}{12} = \frac{8 \times 1.26^3}{12} = 1.33 \text{ m}^4$$

$$t/H = 1.26/8.00 = 0.16$$

A) CÁLCULO DEL DESPLOMO ANTE ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES

- Cálculo del ángulo de desplomo

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{3} \left(\frac{t}{H} \right)$$

$$\alpha = \tan^{-1} (0.16/3)$$

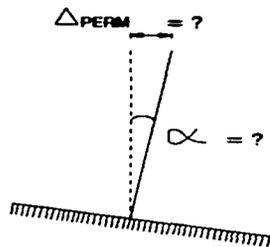
$$\alpha = 3.05^\circ$$

- Cálculo del desplomo permisible

$$\Delta_{PERM} = H \operatorname{sen} \alpha = 8 \times 0.0532$$

$$\Delta_{PERM} = 0.43 \text{ m}$$

$$\Delta_{PERM} = 43 \text{ cm}$$



B) CÁLCULO DEL DESPLOMO POR EFECTO DEL EMPUJE DE CUBIERTA

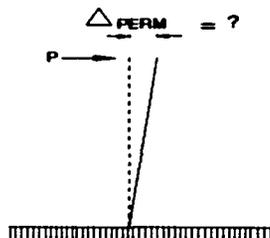
-Desplomo permisible del muro

$$\Delta_{PERM} = \frac{WH^2}{18EI}$$

$$\Delta_{PERM} = \frac{129.02 \times 1.26 \times 8^2}{18 \times 300000 \times 1.33}$$

$$\Delta_{PERM} = 0.0014 \text{ m}$$

$$\Delta_{PERM} = 1.4 \text{ mm}$$

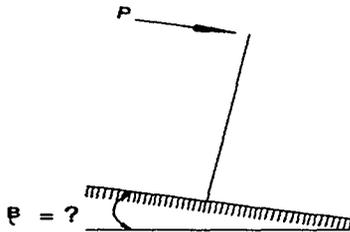


En este ejercicio se puede notar que cuando el muro se desploma por efecto del giro en su base, este admite mayor desplazamiento horizontal que en el caso en que el muro se desploma por efecto del empuje de la cubierta. Tal diferencia, hace notar que el criterio de limitar la resultante al tercio medio de la base del muro, es conservador

para el segundo caso, ya que como se aprecia en el ejercicio, el valor del desplomo permisible resultó ser de poca magnitud.

APLICACIÓN 2.4.6

Cálculo del ángulo de giro permisible que puede experimentar el piso que sirve de apoyo del muro del ejercicio anterior, considerando que dicho muro está sometido a un empuje de 3 ton.

DATOS

$$P = 3.00 \text{ ton}$$

$$W_{\text{MURO}} = 129.02 \text{ ton}$$

$$t = 1.26 \text{ m}$$

$$H = 8.00 \text{ m}$$

CÁLCULO DEL ÁNGULO DE GIRO DEL PISO

$$\beta = \left[1 - \frac{6HP}{Wt} \right] \tan^{-1} \frac{t}{3H}$$

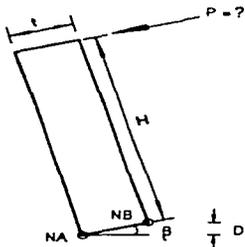
$$\beta = \left[1 - \frac{6 \times 8 \times 3}{129.02 \times 1.26} \right] \tan^{-1} \frac{1.26}{3 \times 8}$$

$$\beta = 0.34^\circ$$

El ángulo de giro del piso resultó ser pequeño, esto significa que el empuje es de gran magnitud, debido a que éste desplazó a la resultante a una zona próxima a el límite del tercio medio, por lo que la capacidad de giro en la base es reducido.

APLICACIÓN 2.4.7

Cálculo del empuje permisible que deberá tener el muro que se muestra en la figura, bajo las condiciones de asentamientos que se indican.

DATOS

$$NA = -0.327031 \text{ m}$$

$$NB = -0.321879 \text{ m}$$

$$t = 2.10 \text{ m}$$

$$H = 8.00 \text{ m}$$

$$L = 14.00 \text{ m}$$

Material: mampostería de tezontle
 $PV = 1.60 \text{ ton/m}^3$

CÁLCULO DEL ÁNGULO DE GIRO DEL PISO (β)

$$D = NB - NA = 0.005152 \text{ m}$$

$$\beta = \text{Sen}^{-1} \frac{D}{t} = \text{Sen}^{-1} \frac{0.005152}{2.10}$$

$$\beta = 0.14^\circ$$

CÁLCULO DEL EMPUJE PERMISIBLE (P)

$$P = \frac{Wt}{6H} \left[1 - \frac{\beta}{\tan^{-1} \frac{t}{3H}} \right]$$

$$W_{\text{MURO}} = PV \times t \times H \times L = 1.60 \times 2.10 \times 8.00 \times 14.00$$

$$W_{\text{MURO}} = 376.32 \text{ ton}$$

$$P = \frac{376.32 \times 2.10}{6 \times 8} \left[1 - \frac{0.14}{\tan^{-1} \frac{2.10}{8 \times 3}} \right]$$

$$P = 16.00 \text{ ton}$$

En este ejercicio se puede notar que dado que el giro del piso es pequeño, el muro puede tomar un empuje de magnitud importante, prácticamente del mismo orden al que podría tomar si no existiera dicho giro.

CAPÍTULO 3

COLUMNAS

3.1 ASPECTOS GENERALES

Las columnas de las construcciones coloniales, además de contribuir al soporte del inmueble, deben resistir las cargas laterales debidas al sismo y al empuje de cubiertas. En ocasiones también pueden llegar a experimentar desplomos y deformaciones, causados por hundimientos diferenciales.

A la fecha existe un número reducido de investigaciones sobre el comportamiento estructural de las columnas de este tipo de construcciones. Sin embargo, existen estudios que muestran algunos avances importantes al respecto, así como criterios para evaluar la seguridad estructural. Un resumen de los trabajos principales que se han desarrollado se presenta en este capítulo.

3.2 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

3.2.1 Carga vertical

Ante esta condición de carga, predomina en la sección transversal de las columnas un estado general de esfuerzos de compresión limitados a valores moderados (refs. 13 y 31), esto se debe fundamentalmente a las grandes secciones que prevalecen en las columnas y sobre todo a una concepción adecuada del sistema estructural que permite que las descargas que generan las cubiertas se transmitan prácticamente de manera axial sobre la columna (fig. 30).

En estas construcciones, también se tienen columnas que trabajan en conjunto con los muros; es decir, la columna se encuentra incrustada dentro del muro (fig. 31). Este tipo de columnas (pilastras) tienen la ventaja de tener mayor capacidad de carga, ya que la posible flexión que pueda tener, es restringida por el muro (ref. 30).

3.2.2 Carga lateral

Las columnas también se ven afectadas por las cargas laterales provocadas por los empujes de cubiertas y por las fuerzas sísmicas.

En términos generales, los empujes de las cubiertas sobre las columnas suelen ser poco relevantes, debido a que este tipo de construcciones cuentan con un sistema de contrafuertes que resisten dichos empujes. Sin embargo el empuje de la cubierta sobre las columnas cobra importancia cuando el sistema de contrafuertes pierde eficiencia, lo cual generalmente se da cuando la cimentación del edificio sufre hundimientos diferenciales dado que los contrafuertes pierden apoyo como se ilustra en la fig. 19.

Las cargas laterales que produce un sismo sobre las columnas se atribuyen a que la mayoría de los sistemas de cubiertas no funciona como un diafragma rígido, esto impide que las fuerzas de inercia sean absorbidas en su totalidad por los sistemas de contrafuertes y por consiguiente las columnas se ven afectadas por los movimientos relativos de la cubierta (refs. 19 y 32).

3.2.3 Desplomos

La falta de verticalidad en las columnas se atribuye fundamentalmente a los hundimientos diferenciales que experimenta el terreno de apoyo. Esta falta de verticalidad se puede ver incrementada por el empuje lateral de la cubierta provocado por la pérdida total o parcial del apoyo de los contrafuertes como se mencionó en el inciso anterior.

Las columnas al igual que los muros tienden a girar ante la presencia de este fenómeno geotécnico, esto se puede apreciar en la fig. 32 que es la problemática que presenta la Catedral metropolitana (ref. 19). Esta situación propicia un incremento fuerte en la excentricidad con la que se aplica la carga vertical en la columna, produciendo en ella un efecto de flexocompresión.

En varias construcciones de la ciudad de México, los hundimientos diferenciales se produjeron desde el inicio de la construcción de las obras, por ello los constructores se veían en la necesidad de ir corrigiendo la verticalidad de la estructura, uno de los ejemplos mas claros al respecto se tiene en la Catedral metropolitana, en donde, antes de construir las cubiertas fue necesario incrementar la altura de muros y columnas en más de 85 cm, como se aprecia en la fig. 11. Gracias a estas correcciones se logró reducir una parte del desplomo en las columnas, un esquema que ilustra las correcciones de verticalidad que se realizaron en dichas columnas aparece en la fig. 33.

3.3 CRITERIOS PARA EVALUAR LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL

3.3.1 Capacidad de carga

a) Carga vertical

Se disponen de los siguientes criterios para evaluar la capacidad de una columna ante la acción de la carga axial.

Fórmula de Euler

Esta expresión sirve de base para determinar la capacidad de carga de elementos esbeltos contruidos con materiales con comportamiento elástico lineal, dicha expresión es la siguiente:

carga crítica

$$P_{cr} = \frac{\Pi^2 E I}{(KL)^2} \quad (3.1)$$

esfuerzo crítico

$$f_{cr} = \frac{\Pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \quad (3.2)$$

$$r^2 = I/A$$

Donde:

P_{cr} carga crítica
f_{cr} esfuerzo crítico
E modulo de elasticidad
I momento de inercia

L	longitud de la columna
K	factor de longitud efectiva
A	área de la sección
r	radio de giro

Cuando el material con el que está construida la columna no tiene un comportamiento elástico lineal, la ref. 33 recomienda elaborar una gráfica que represente el esfuerzo crítico, f_{cr} , en función de la relación de esbeltez, KL/r . Para ello se sustituye el módulo de Young, E , por el módulo tangencial, E_t , como se ilustra más adelante en el inciso 3.4.1. En términos generales se sabe que las columnas empleadas en las construcciones coloniales son robustas, por lo que los efectos de esbeltez son poco relevantes, por consiguiente al aplicar esta metodología es probable que se obtengan cargas elevadas ya que la capacidad de la columna dependerá en gran parte de la resistencia del material.

Es importante comentar que la determinación de el factor de longitud efectiva, K , se deja al criterio del ingeniero, ya que atendiendo a la estructuración que prevalezca en la construcción puede adoptar algunos de los valores que se muestran en la fig. 34.

Reglamento UBC

Este reglamento propone dos expresiones para evaluar la carga axial que puede tomar una columna (ref. 3). El primero de ellos está referido hacia una mampostería reforzada mientras que el segundo es para una mampostería sin refuerzo.

La expresión para el primer caso es la siguiente:

$$P = 0.20f'mAc + 0.65Asfs \quad (3.3)$$

como se puede ver, el segundo término de la ecuación 3.3 considera la participación del acero de refuerzo. Sin embargo, dado que estas columnas carecen de refuerzo, la expresión anterior se puede reducir a lo siguiente:

$$P = 0.20f'mAc \quad (3.4)$$

Donde:

P carga axial de servicio
f'm resistencia a compresión de la mampostería

Ac área de la sección

La segunda expresión proporciona el esfuerzo máximo permisible que puede tomar el material que forman estas columnas:

$$F_a = 0.20 f_m \left[1 - \left(\frac{h^3}{42t} \right) \right] \quad (3.5)$$

Donde:

F_a esfuerzo admisible a compresión
f_m resistencia a compresión de la mampostería
h altura de la columna
t lado de la columna

Como se puede observar dicha expresión es la misma que se emplea para evaluar los esfuerzos permisibles de compresión en muros. Esta ecuación se caracteriza por tomar en cuenta los efectos de esbeltez de la columna, lo cual conduce a una reducción adicional por dicho efecto.

En lo que concierne a la evaluación de la capacidad de carga por flexocompresión, las metodologías que existen para evaluarla están referidas a materiales, tales como el concreto reforzado y el acero. Con respecto a las columnas construidas con mampostería de piedras naturales no hay mucha información al respecto, aunque cabe destacar, que dentro de los estudios realizados se distingue una cierta tendencia por darle un tratamiento similar al del concreto reforzado.

A continuación se presentan algunos criterios para evaluar la capacidad en flexocompresión de columnas cortas.

Fórmula de la secante

Esta ecuación permite evaluar el esfuerzo máximo a compresión que puede tomar la columna ante la acción de la carga vertical y el momento adicional por efecto de la excentricidad de la carga. Esta ecuación al igual que la de Euler considera un material idealmente elástico, sin embargo resulta útil para tener una estimación aproximada de la carga que puede soportar la columna (ref. 34).

$$\frac{P}{A} = \frac{\Gamma_{\max}}{1 + \frac{ec}{r^2} \sec\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EA}} \frac{L}{r}\right)} \quad (3.6)$$

P	carga axial
A	área de la sección
Γ_{\max}	esfuerzo máximo a la compresión
e	excentricidad de la carga
c	centroide de la sección
r	radio de giro
E	módulo de elasticidad
L	longitud efectiva

Debido a que en ambos términos de la ecuación aparece la carga axial, P, la solución de la ecuación se obtiene por aproximaciones sucesivas.

Criterio de Chapman y Stafford

Este criterio consiste en emplear las gráficas que elaboraron estos investigadores, los cuales consideraron que la columna de mampostería adopta un comportamiento frágil como el que se muestra en la fig. 35, ante tal consideración plantearon la siguiente ecuación diferencial:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + P(e_p + y) = 0 \quad (3.7)$$

la solución de dicha ecuación los llevó a elaborar la gráfica de la fig. 36 (el desarrollo matemático de esta ecuación se puede ver en la ref. 3). En esta gráfica se entra con la relación, e/d, donde, e, es la excentricidad de la carga y, d, el lado de la columna en donde se desarrolla la excentricidad, con esta relación obtenemos la carga máxima como una fracción de la carga de Euler; para ello primero se tiene que determinar la carga crítica de Euler y posteriormente encontrar la carga máxima.

Para reducir la magnitud de esta carga por efectos de esbeltez, los investigadores elaboraron otra gráfica la cual aparece en la fig. 37. En ella se entra con las relaciones, e/d, y, h/d (donde, h, es la altura de la columna) para obtener el respectivo factor de reducción.

Criterio de las secciones planas

Este criterio consiste en adoptar las hipótesis usuales para secciones de concreto:

Ignorar la resistencia en tensión.

Secciones planas.

Esfuerzo de compresión constante en un rectángulo equivalente de plastificación.

La metodología para evaluar la capacidad de carga resulta laboriosa por el número de iteraciones que se tienen que realizar para encontrar el volumen de plastificación que se equilibra con la excentricidad de la carga actuante (ref. 19).

b) Carga lateral

Para evaluar la capacidad de carga de una columna ante esta acción, se disponen de dos criterios, los cuales se describen a continuación.

El primero, consiste en evaluar el esfuerzo cortante que puede resistir una columna de mampostería, para ello el reglamento de la UBC recomienda la siguiente expresión:

$$F_v = 0.3(f_m)^{1/2} \quad (3.8)$$

Donde:

F_v esfuerzo cortante resistente
f_m resistencia a compresión de diseño

Esta ecuación es la misma que se emplea para el caso de los muros.

El segundo, consiste en limitar la posición de la fuerza resultante, debidas a la carga lateral y carga vertical, al tercio medio de la base de la columna tal como se recomienda para los muros.

Para ilustrar dicho criterio, considérese una columna fija en su base y libre en su extremo opuesto sometido a un empuje horizontal en su parte superior (fig. 38). Si se considera que dicha columna tiene un peso, W, el empuje, P, que provocará que la resultante pase por el tercio medio de su base quedará determinada por la siguiente expresión:

$$P = \frac{Wt}{6H} \quad (3.9)$$

Donde:

- P** empuje permisible
W peso propio de la columna
t espesor de la columna en la dirección donde actúe el empuje
H altura de la columna

Esta ecuación es la misma que se obtuvo para el caso de los muros (ecuación 2.5). Cabe aclarar que dicha expresión solamente funciona cuando la columna tiene una sección maciza y su geometría es cuadrada o rectangular.

Para el caso en que la sección sea hueca y de forma irregular, el empuje que puede admitir la columna se obtiene de la siguiente expresión:

$$P = \frac{WI}{AHC} \quad (3.10)$$

Donde:

- P** empuje
W peso propio de la columna
I momento de inercia centroidal
A área de la sección
H altura de la columna
C distancia del eje neutro a la fibra extrema de la sección

Esta expresión se dedujo a partir de la consideración de que los esfuerzos totales que se generan en su base tienen una distribución triangular, de tal forma que su resultante pasa por el tercio medio de la base como se ilustra en la fig. 39. En dicha figura se puede apreciar que para lograr una distribución triangular de esfuerzos, se requiere que los esfuerzos en uno de los extremos de la columna sean nulos, por consiguiente planteando la suma de esfuerzos para tal efecto se tiene la siguiente ecuación:

$$- \frac{W}{A} + \frac{PHC}{I} = 0 \quad (3.11)$$

Despejando el empuje, P , de esta ecuación se llega a la expresión 3.10.

3.3.2 Desplomos

La influencia del desplomo en el comportamiento estructural de las columnas se puede analizar de la misma forma como se hizo en los muros, con las variantes que se mencionan en los siguientes incisos.

a) Hundimientos diferenciales

La columna al igual que el muro tiende a tomar un giro ante un hundimiento en su base (fig. 40). Si se aplica el mismo criterio propuesto por Heyman (ref. 24), se puede establecer que la fuerza resultante no deberá exceder el núcleo que limita el tercio medio de la sección (fig. 41) dado que en este caso el desplomo puede actuar en cualquier dirección. Por tanto, el ángulo de desplomo permisible será el que se forma entre esta limitante y el eje de la columna como se puede apreciar en la fig. 42. Esta figura hace referencia a una sección rectangular (o cuadrada) de la cual se obtuvieron los siguientes ángulos de desplomos permisibles para diferentes direcciones.

Dirección X

$$\tan \alpha = \frac{l_1}{3H} \quad (3.12)$$

Dirección Y

$$\tan \alpha = \frac{l_2}{3H} \quad (3.13)$$

Dirección XY

$$\tan \alpha = \frac{2d}{H} \quad (3.14)$$

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

donde: $Y = -mX + b$; zona I (fig. 42)

$Y = mX + b$; zona II

$Y = -mX - b$; zona III

$Y = mX - b$; zona IV

$m = t_2/t_1$; $b = t_2/6$

para valores de: $0 \leq X \leq \pm t_1/6$

$0 \leq Y \leq \pm t_2/6$

α ángulo de desplomo permisible
 t_1, t_2 espesor de la columna en la dirección X y Y
 H altura de la columna
 d distancia del centro de la sección a un punto del núcleo estático
 X, Y coordenadas posibles de la resultante por peso propio de la columna

En el plano XY no se puede definir con precisión dicho ángulo, por lo que es imprescindible determinar los ángulos permisibles que se pueden generar sobre esa dirección con las expresiones anteriormente citadas.

Para secciones circulares el ángulo se define de igual forma que en los muros:

$$\tan \alpha = \frac{D}{3H} \quad (3.15)$$

Donde:

D diámetro de la columna

Para secciones de otro tipo de geometría se puede seguir la misma metodología, teniendo especial cuidado en definir correctamente el núcleo del tercio medio de la sección.

Este criterio resulta conservador, ya que no se toma en cuenta la capacidad del material ni las condiciones de apoyo. Al rebasar los límites que establece este criterio la estabilidad de la columna queda definida precisamente por la condición de soporte de la misma y por la resistencia del material.

b) Empuje de cubiertas

Al igual que en los muros, el criterio que se dispone para evaluar el desplomo permisible ante un empuje de cubierta, reside en restringir el que la resultante de las

cargas (laterales y verticales) rebase el tercio medio de la base de la columna.

Para el caso particular en que la columna está fija en su base, libre en su extremo opuesto y sometida a un empuje, P , el desplomo permisible se puede evaluar de la siguiente manera.

Primero se determina el empuje, P , que para este caso particular se obtiene de la ecuación 3.9 ó 3.10. Una vez determinada la carga, P , se procede a determinar el desplazamiento lateral o el desplomo de la columna, considerando que la columna tiene un comportamiento elástico lineal y que trabaja como una viga en cantiliver sometida a una carga P , ante estas condiciones el desplomo queda definido por la siguiente expresión:

$$\Delta_{PERM} = \frac{PH^3}{3EI} \quad (3.16)$$

Δ desplomo permisible de la columna
 P Empuje
 H altura de la columna
 E modulo de elasticidad
 I momento de inercia centroidal

c) Por una combinación de hundimientos diferenciales y empuje de cubiertas

Para esta situación se emplea el mismo criterio del inciso anterior, aunque aquí se deben de tomar en cuenta las cargas verticales que actúan sobre la columna y la combinación de dos efectos; por un lado, un empuje lateral en su extremo superior; y por el otro, un giro provocado por el movimiento en su base.

Como ejemplo, considérese una columna con las condiciones del inciso anterior, adicionando un desplomo causado por un giro en su base como se ilustra en la fig. 43.

Este caso es similar al presentado en los muros ante esta situación, por lo que las expresiones que se determinaron para dicho elemento servirán para las columnas.

Así, el ángulo de giro del suelo, que hace que la resultante pase por el tercio medio de la base de la columna, queda definido con la siguiente ecuación:

$$\beta = \left[1 - \frac{6HP}{Wt} \right] \tan^{-1} \frac{t}{3H} \quad (3.17)$$

Despejando P de la ecuación 3.17, se obtiene el empuje que puede admitir dicha columna.

$$P = \frac{Wt}{6H} \left[1 - \frac{\beta}{\tan^{-1} \frac{t}{3H}} \right] \quad (3.18)$$

Donde:

- β ángulo de giro del piso
- H altura de la columna
- P empuje sobre la columna
- W peso propio de la columna
- t espesor de la columna en la dirección donde se produce el desplomo X o Y (para secciones cuadradas o rectangulares).

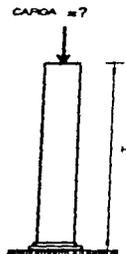
Cabe aclarar que las expresiones anteriores sólo funcionan para secciones macisas de geometría rectangular o cuadrada.

Este criterio al igual que los otros es conservador, ya que probablemente se pueda exceder el valor de, β , y no le pase nada a la estructura, pero también es cierto que hay columnas dañadas que siguen estando de pie, por lo que este criterio sirve para tener una idea aproximada de hasta donde se puede tolerar la inclinación en condiciones de servicio. Rebasando estas condiciones es difícil predecir el ángulo que producirá el colapso del elemento.

3.4 APLICACIONES

APLICACIÓN 3.4.1

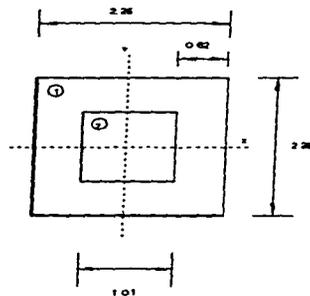
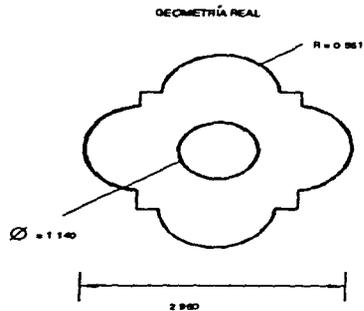
Cálculo de la capacidad de carga de una columna sometida a carga vertical axial, empleando la fórmula de Euler y el reglamento UBC.

DATOS

SECCIÓN DE LA COLUMNA

GEOMETRÍA EQUIVALENTE

(sección idealizada como se muestra en la ref. 12)



$$t_1 = t_2 = 2.25 \text{ m}$$

$$H = 19.30 \text{ m}$$

Material: cantera

$$E = 1\,500\,000 \text{ ton/m}^2$$

$$f_m = 2520 \text{ ton/m}^2$$

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

-Area

$$A = A_1 - A_2 = 2.25^2 - 1.01^2$$

$$A = 4.04 \text{ m}^2$$

-Momento de inercia centroidal

$$I_x = I_y = I_1 - I_2$$

$$= \frac{2.25 \times 2.25^3}{12} - \frac{1.01 \times 1.01^3}{12}$$

$$I_x = I_y = 2.05 \text{ m}^4$$

-Radio de giro

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{2.05}{4.04}}$$

$$r = 0.712 \text{ m}$$

FÓRMULA DE EULER

$$P_{\sigma} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

$k = 1$, considerando que la columna va a tener una curvatura simple

$$kL = k \times H = 1 \times 19.30 = 19.30 \text{ m}$$

$$P_{\sigma} = \frac{\pi^2 \times 1500000 \times 2.05}{19.30^2} = 81476.10 \text{ ton}$$

$$f_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{81476.10}{4.04} = 20167.35 > f_m$$

$f_{cr} > f_m$ esto indica que la columna no tiene problemas por inestabilidad, por lo que su capacidad de carga queda definida por la resistencia del material.

Por consiguiente se procederá a realizar la curva esfuerzo crítico en función de la relación de esbeltez de acuerdo a la ref. 33.

-Cálculo del esfuerzo, f , en función de la deformación unitaria, ϵ .

$$f = F(\epsilon)$$

$$f = -28\,544\,242 \epsilon^2 + 227\,208.25 \epsilon + 1.882$$

Expresión obtenida por mínimos cuadrados (ajuste a una parábola) en base a la gráfica de la fig. 44.

-Cálculo del módulo de elasticidad tangencial, E_t , para cualquier esfuerzo

$$E_t = \frac{df}{d\epsilon}$$

$$E_t = 2X(-28\,544\,242 \epsilon) + 227\,208.25$$

$$E_t = -57\,088\,484 \epsilon + 227\,208.25 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

-Cálculo de kL/r para cada f_{cr}

Para tener conocimiento de varios valores de f_{cr} para cada kL/r , es conveniente trazar una gráfica, mediante la elaboración de la siguiente tabla de cálculo.

$$\frac{kL}{r} = \sqrt{\frac{\Pi^2 E_t}{f_{cr}}}$$

Punto	ϵ (arbitrario)	f_{cr} (ton/m ²)	E_t (ton/m ²)	kL/r
1	0.00010	243.10	2 214 994.0	299.87
2	0.00045	983.50	2 015 184.3	142.21
3	0.00090	1832.50	1 758 286.1	97.31
4	0.00140	2640.20	1 472 843.7	74.20
5	0.00200	3421.20	1 130 312.8	57.10
6	0.00262	4012.20	776 364.2	43.70

La gráfica obtenida con los valores de esta tabla se ilustra en la fig. 45. Con esta gráfica se puede tener una visión general sobre la carga que puede tomar la columna para diferentes valores de kL/r .

Por consiguiente, de acuerdo a esta gráfica se tendrá el siguiente valor de f_{cr} :

$$\text{entrando con } kL/r = 19.30/0.712 = 27.10$$

por lo que:

$$f_{cr} = 4012.20 \text{ ton/m}^2$$

REGLAMENTO UBC

$$F_a = 0.20 f_m \left[1 - \left(\frac{H}{42l} \right)^3 \right]$$

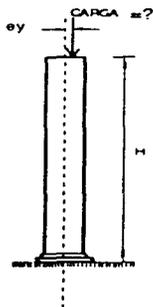
$$F_a = 0.20 \times 2520 \left[1 - \left(\frac{19.30}{42 \times 2.25} \right)^3 \right]$$

$$F_a = 499.70 \text{ ton/m}^2$$

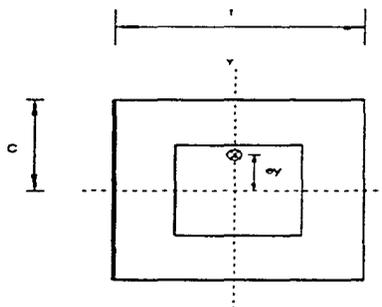
Los resultados indican que la capacidad de la columna obtenida con la teoría de Euler queda definida por la resistencia última del material, por lo que ésta resultó mayor que la estimada con el reglamento UBC. Los esfuerzos permisibles, de acuerdo con dicho reglamento se aproximan de manera notable a los esfuerzos a compresión que predominan en columnas construidas con este material, ya que apartir de estudios como los de las referencias 13 y 21 se han encontrado que dichos esfuerzos suelen ser menores a 400 ton/m².

APLICACIÓN 3.4.2

Cálculo de la carga vertical que puede tomar la columna del ejercicio anterior, considerando que la carga se aplica con una excentricidad, e_y , empleando la fórmula de la secante y el criterio de Chapman y Stafford.

DATOS

SECCIÓN DE LA COLUMNA



$$\begin{aligned} e_y &= 0.45 \text{ m} \\ c &= 1.125 \text{ m} \\ t &= 2.25 \text{ m} \\ r &= 0.712 \text{ m} \\ H &= 19.30 \text{ m} \\ A &= 4.04 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Material: cantera} \\ f_m &= 2520 \text{ ton/m}^2 \\ E &= 1\,500\,000 \text{ ton/m}^2 \end{aligned}$$

FÓRMULA DE LA SECANTE

$$\frac{P}{A} = \frac{\Gamma}{1 + \frac{ec}{r^2} \sec\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EA}} \frac{Le}{r}\right)}$$

$$\frac{ec}{r^2} = \frac{0.45 \times 1.125}{0.507} = 0.998$$

Se considera $k = 1$
por lo que $Le = 19.30 \text{ m}$

$$Le/r = 27.10$$

$$EA = 1\,500\,000 \times 4.04 = 6\,060\,000 \text{ ton}$$

Sustituyendo valores en la fórmula de la secante, obtenemos la siguiente ecuación, la cual se resuelve por aproximaciones sucesivas.

$$\frac{P}{4.04} = \frac{2520}{1 + 0.998 \sec\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{6060000}} 27.10\right)}$$

De esta ecuación llamamos R a lo siguiente.

$$R = \frac{2520}{1 + 0.998 \sec\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{6060000}} 27.10\right)}$$

Por iteraciones

P (ton)	R (ton/m ²)	P/A (ton/m ²)
6000	1259.85	1485.14
3000	1260.55	742.57
5092.62	1260.06	1260.55

$$R \approx P/A$$

Por lo que: $P = 5092.62 \text{ ton}$

en tanto el esfuerzo admisible es:

$$F_a = \frac{P}{A}$$

$$F_a = 1260.55 \text{ ton/m}^2$$

CRITERIO DE CHAPMAN Y STATFORD

-Carga crítica de Euler

Se toma la resistencia del material, puesto que la columna no falla por inestabilidad como se pudo apreciar en el ejercicio anterior.

$$f_m = 2520 \text{ ton/m}^2$$

$$P_{cr} = f_m \times A = 2520 \times 4.04 = 10\ 180.80 \text{ ton}$$

-Relación de excentricidad

$$t = d$$

$$e/d = 0.45/2.25 = 0.20$$

De la gráfica de la fig. 36 se obtiene:

$$\frac{P_{MAX}}{P_{cr}} = 0.25$$

-Carga resistente

$$P_{MAX} = 0.25 \times 10\ 180.80$$

$$P_{MAX} = 2545.20 \text{ ton}$$

-Reducción por efectos de esbeltez

$$h/d = 19.30/2.25 = 8.50$$

$$e/d = 0.2$$

Con estos valores se entra a la gráfica de la fig. 37 y se obtiene un factor de reducción de 0.44.

$$P = 0.44 \times P_{MAX}$$

$$P = 1119.88 \text{ ton}$$

por consiguiente, el esfuerzo admisible es:

$$F_a = \frac{P}{A} = \frac{1119.88}{4.04}$$

$$F_a = 277.20 \text{ ton/m}^2$$

De estos valores obtenidos, se puede notar que resultó más conservador el que se obtuvo aplicando el criterio de Chapman y Statford, esto se debe en gran medida a que dicho criterio es propio de una columna de mampostería sin refuerzo, en donde, se considera el comportamiento frágil del material y los efectos de esbeltez, en tanto, la fórmula de la secante por considerar un material idealmente elástico da un valor superior al evaluado por el criterio anterior.

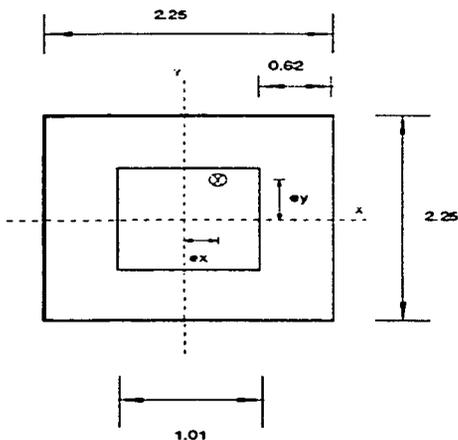
Cabe señalar que la carga permisible obtenida con el criterio de Chapman y Statford, producen esfuerzos similares a los que prevalecen en columnas de esta índole.

APLICACIÓN 3.4.3

Cálculo de la capacidad de carga para la misma columna del ejercicio anterior, considerando la excentricidad en dos direcciones y empleando el criterio de las secciones planas.

DATOS

SECCIÓN DE LA COLUMNA



$$e_x = 0.29 \text{ m}$$

$$e_y = 0.45 \text{ m}$$

$$f_m = 2520 \text{ ton/m}^2$$

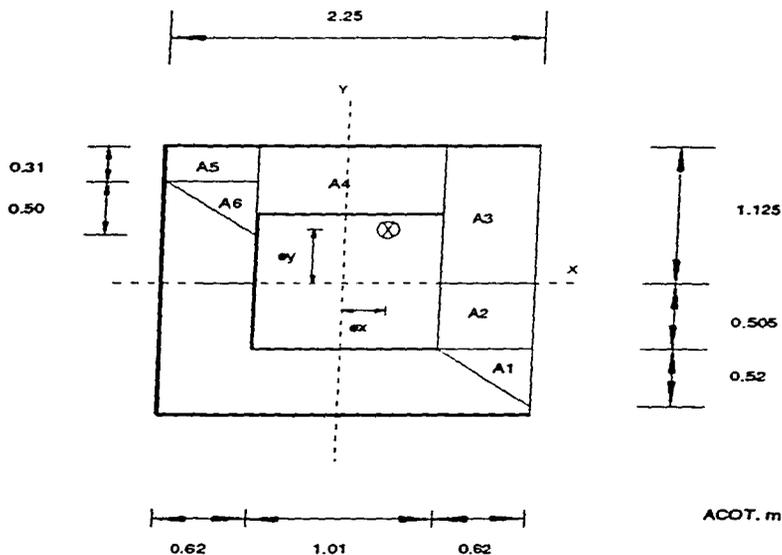
CONSIDERACIONES

Por iteraciones se estima el área en que se encuentra la resultante de la carga en función de las excentricidades dadas.

Para verificar lo anterior se calcula el centroide del área propuesta, para verificar si esta concuerda con las excentricidades de la carga.

DETERMINACION DEL ÁREA QUE EQUILIBRA LA CARGA ACTUANTE

Se propone la siguiente área, la cual se subdivide en pequeños cuadros con la finalidad de calcular el centroide en X y en Y.



En X

-Areas

$$A1 = (0.62 \times 0.52)/2 = 0.1612 \text{ m}^2$$

$$A2 = 0.62 \times 0.505 = 0.3131 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned}
 A3 &= 1.125 \times 0.62 = 0.6975 \text{ m}^2 \\
 A4 &= 1.01 \times 0.62 = 0.6262 \text{ m}^2 \\
 A5 &= 0.62 \times 0.31 = 0.1922 \text{ m}^2 \\
 A6 &= (0.62 \times 0.50)/2 = 0.1550 \text{ m}^2 \\
 A_t &= 2.1452 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

-Centroides de las áreas

$$\begin{aligned}
 X1 &= 0.918 \text{ m} \\
 X2 &= 0.815 \text{ m} \\
 X3 &= 0.815 \text{ m} \\
 X4 &= 0.000 \text{ m} \\
 X5 &= 0.815 \text{ m} \\
 X6 &= 0.712 \text{ m}
 \end{aligned}$$

-Cálculo del centroide

$$X_c = \frac{A1X1 + A2X2 + A3X3 + A4X4 - A5X5 - A6X6}{A_t}$$

$X_c = 0.33 \text{ m}$

En Y

-Centroides de las áreas

$$\begin{aligned}
 Y1 &= 0.678 \text{ m} \\
 Y2 &= 0.253 \text{ m} \\
 Y3 &= 0.563 \text{ m} \\
 Y4 &= 0.815 \text{ m} \\
 Y5 &= 0.970 \text{ m} \\
 Y6 &= 0.648 \text{ m}
 \end{aligned}$$

-Cálculo del centroide

$$Y_c = \frac{-A1Y1 - A2Y2 + A3Y3 + A4Y4 + A5Y5 + A6Y6}{A_t}$$

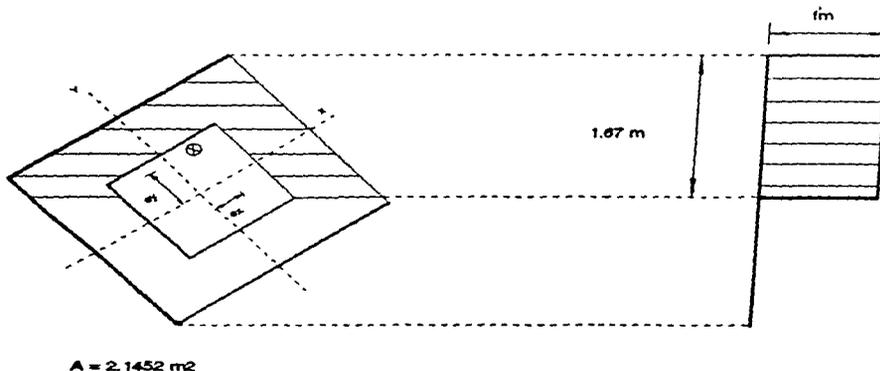
$$Y_c = 0.47 \text{ m}$$

$$X_c \approx e_x$$

$$Y_c = e_y$$

El centroide del área propuesta coincide aproximadamente con las excentricidades de la carga, por lo que dicha área se considera aceptable para calcular el bloque resistente como se muestra a continuación.

CARGA RESISTENTE



De acuerdo a la ref. 19, $f'm$ se obtiene de la manera siguiente:

$$f'm = f_m \times 0.68$$

$$f'm = 1713.60 \text{ ton/m}^2$$

Capacidad de carga última

$$P = A \times f'm = 2.1452 \times 1713.60$$

$$P = 3676.01 \text{ ton}$$

En condiciones de servicio de acuerdo con las NTC

$$P_{SER} = \frac{P}{1.4}$$

$$P_{SER} = 2625.72 \text{ ton}$$

La carga obtenida empleando este criterio resultó, aproximadamente el doble de la estimada en el ejercicio anterior. Por lo tanto se considera que este criterio resulta menos conservador que el anterior.

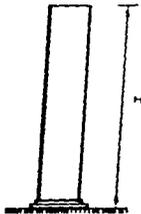
APLICACIÓN 3.4.4

Evaluación del desplomo permisible de una columna, ante los siguientes efectos:

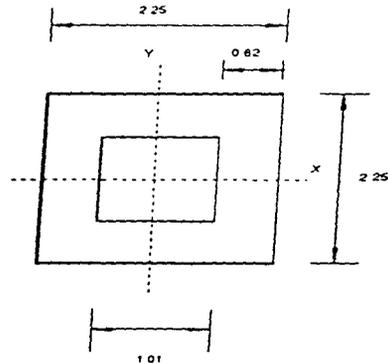
a) hundimientos diferenciales

b) empuje de cubierta

Bajo la consideración de que la columna se encuentra fija en su base y libre en su extremo opuesto.

DATOS

SECCIÓN DE LA COLUMNA



ACOT m

$$t_1 = t_2 = 2.25 \text{ m}$$

$$H = 19.30 \text{ m}$$

$$c = 1.125 \text{ m}$$

$$A = 4.04 \text{ m}^2$$

$$I_x = I_y = 2.05 \text{ m}^4$$

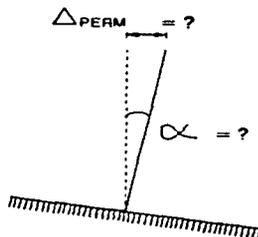
Material: cantera

$$E = 1\,500\,000 \text{ ton/m}^2$$

$$PV = 2.00 \text{ ton/m}^3$$

$$f_m = 2520 \text{ ton/m}^2$$

A) DESPLOMO PERMISIBLE ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES



-DESPLOMO PERMISIBLE EN LA DIRECCIÓN X

Cálculo del ángulo de desplomo

$$\tan \alpha = \frac{1}{3} \frac{H}{3H}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{3} \frac{2.25}{3 \times 19.30} = 0.0388$$

$$\alpha = 2.22^\circ$$

Cálculo del desplomo permisible

$$\Delta_{\text{PERM}} = H \operatorname{sen} \alpha = 19.30 \times 0.0387$$

$$\Delta_{\text{PERM}} = 0.75 \text{ m}$$

$$\Delta_{\text{PERM}} = 75 \text{ cm}$$

-DESPLOMO PERMISIBLE EN LA DIRECCIÓN Y

Puesto que es una sección cuadrada, el desplomo permisible en esta dirección es igual al de la dirección X.

$$\alpha = 2.22^\circ$$

$$\Delta_{\text{PERM}} = 75 \text{ cm}$$

-DESPLOMO PERMISIBLE EN LA DIRECCIÓN XY

Para la zona I

$$m = t_2/t_1 = 1$$

$$t_1/6 = t_2/6 = 0.375$$

$$0 \leq X \leq 0.375$$

$$0 \leq Y \leq 0.375$$

Para $X=0.1$

$$Y = -mX + t_2/6$$

$$Y = 0.275$$

Para $X=0.2$

$$Y=0.175$$

Para $X=0.3$

$$Y=0.075$$

Para $X=0.375$

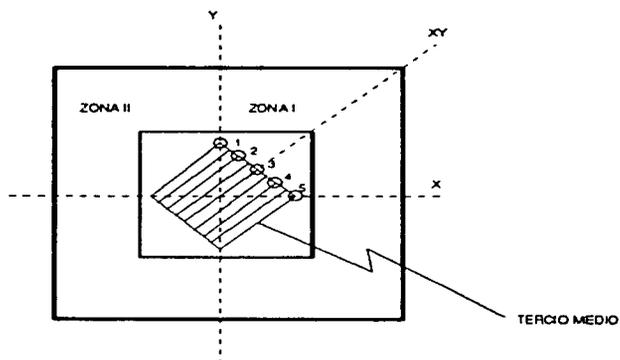
$$Y=0$$

$$d = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

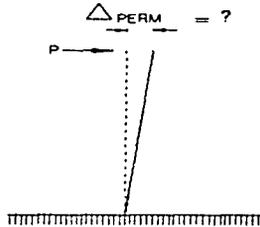
$$\tan \alpha = \frac{2d}{H}$$

En la siguiente tabla se resumen los desplomos permisibles que se pueden tener en la dirección XY, zona I.

PUNTO	X (m)	Y (m)	d (m)	α (°)	Δ_{PERM} (cm)
1	0.000	0.375	0.375	2.22	75
2	0.100	0.275	0.292	1.72	58
3	0.200	0.175	0.265	1.57	53
4	0.300	0.075	0.309	1.83	62
5	0.375	0.000	0.375	2.22	75



B) DESPLOMO PERMISIBLE ANTE EL EMPUJE DE CUBIERTA



-Cálculo del empuje permisible, considerando que dicha carga actúa en la dirección, X o Y, de la sección de la columna.

$$P = \frac{W}{AHC}$$

$$V = A \times H = 4.04 \times 19.30 = 77.97 \text{ m}^3$$

$$W_{\text{COLUMNA}} = PV \times V = 2.00 \times 77.97 = 155.94 \text{ ton}$$

$$P = \frac{155.94 \times 2.05}{4.04 \times 19.30 \times 1.125}$$

$$P = 3.64 \text{ ton}$$

-Desplomo permisible.

$$\Delta_{PERM} = \frac{PH^3}{3EI}$$

$$\Delta_{PERM} = \frac{3.64 \times 19.30^3}{3 \times 1500000 \times 2.05} = 0.0028 \text{ m}$$

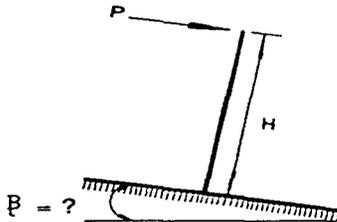
$$\Delta_{PERM} = 2.80 \text{ mm}$$

En este ejercicio, el desplomo permisible provocado por el giro en la base de la columna es mayor al originado por el empuje de cubierta. Esto se debe a que en el primer caso la columna prácticamente no se deforma, dado que gira como cuerpo rígido con su apoyo, mientras que en el segundo, el desplomo lo alcanza sólo por la deformación que en ella se produce debido a que su apoyo restringe el giro.

APLICACIÓN 3.4.5

Cálculo del ángulo de giro permisible que puede experimentar la base de una columna de sección maciza, que se encuentra fija en su base y libre en su extremo, además está sometida a un empuje, $P=2.9$ ton, como se indica en la figura.

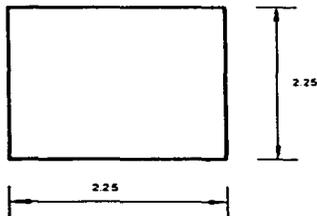
DATOS



$P = 2.9$ ton
 $t = 2.25$ m
 $H = 19.30$ m

Material: cantera
 $PV = 2.00$ ton/m³

SECCIÓN DE LA COLUMNA



ACOT. m

CÁLCULO DEL ÁNGULO DE GIRO DE LA BASE DE LA COLUMNA

$$\beta = \left[1 - \frac{6HP}{Wt} \right] \tan^{-1} \frac{t}{3H}$$

$$V = H \times t \times t = 19.30 \times 2.25 \times 2.25$$

$$V = 97.71 \text{ m}^3$$

$$W_{\text{COLUMNA}} = PV \times V = 2 \times 97.71$$

$$W_{\text{COLUMNA}} = 195.42 \text{ ton}$$

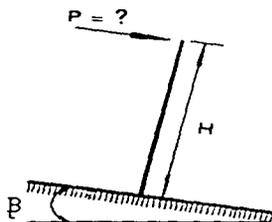
$$\beta = \left[1 - \frac{6 \times 19.30 \times 2.9}{195.42 \times 2.25} \right] \tan^{-1} \frac{2.25}{3 \times 19.30}$$

$\beta = 0.53^\circ$

Con el valor obtenido del ángulo, β , se puede notar que el empuje, P , que está recibiendo la columna, contribuye en gran medida a que la resultante de las cargas se mueva hacia el tercio medio, de tal forma que solamente se requiere de un giro mínimo en la base de la columna para que dicha resultante se ubique exactamente en el límite del tercio medio de la base de la columna.

APLICACIÓN 3.4.6

Cálculo del empuje permisible que puede tomar una columna que se encuentra desplomada por efecto del giro del suelo, $\beta = 1^\circ$.

DATOS

$$\beta = 1^\circ$$

$$W_{\text{columna}} = 195.42 \text{ ton}$$

$$t = 2.25 \text{ m}$$

$$H = 19.30 \text{ m}$$

CÁLCULO DEL EMPUJE PERMISIBLE

$$P = \frac{Wt}{6H} \left[1 - \frac{\beta}{\tan^{-1} \frac{t}{3H}} \right]$$

$$\tan^{-1} \frac{t}{3H} = \tan^{-1} \frac{2.25}{3 \times 19.30} = 2.22^\circ$$

$$P = \frac{195.42 \times 2.25}{6 \times 19.30} \left[1 - \frac{1}{2.22} \right]$$

$$P = 2.09 \text{ ton}$$

En este ejercicio se puede notar que el empuje, P, se redujo sensiblemente con respecto al del ejercicio anterior, lo cual se atribuye a que en este ejercicio el giro en la base de la columna es mayor al del ejercicio anterior, por consiguiente, conforme se va incrementando dicho ángulo, se va reduciendo la magnitud del empuje sobre la columna y viceversa; es decir, cuando el empuje sea mayor el giro se reduce.

CAPÍTULO 4

SISTEMAS DE CUBIERTA

4.1 ASPECTOS GENERALES

Las cubiertas empleadas en este tipo de construcciones se pueden dividir en dos grupos; uno formado por cubiertas de superficie curva, tales como bóvedas y cúpulas, y por el otro por cubiertas planas.

Respecto a las primeras, ha existido un gran interés por conocer su comportamiento estructural sobre todo ante la acción de las cargas gravitacionales, aunque también se han realizado estudios sobre su comportamiento cuando sus apoyos sufren desplazamientos relativos.

Respecto a las cubiertas planas, su comportamiento resulta más conocido, sobre todo por los estudios que se han elaborado sobre el comportamiento de elementos a flexión y sobre las propiedades mecánicas de la madera. Sin embargo, evaluar la seguridad de este tipo de cubiertas no resulta una tarea simple, debido a que existen diversas incertidumbres sobre la calidad y el estado de conservación del material, en particular de las vigas de madera que constituyen la parte resistente del sistema.

Algunos aspectos de interés sobre el comportamiento estructural de estos elementos y los criterios que se han desarrollado para evaluar su seguridad estructural se comentan en este capítulo.

4.2 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

4.2.1 Carga vertical

Bóvedas y cúpulas

En estas cubiertas la condición de carga que rige su comportamiento estructural es la debida al peso propio, ya que se trata de elementos extraordinariamente pesados.

La forma de estas cubiertas permite que la transmisión de su peso propio sea por esfuerzos de compresión de tal forma que limitan el coceo en sus apoyos (ref. 19), ésto se ha podido observar en diversos estudios, sobre todo en los que aparecen en las refs. 13 y 21.

En términos generales, se puede decir que las cubiertas de este tipo tienen un buen desempeño estructural ante esta sollicitación, lo cual se atribuye a varios aspectos, algunos de ellos son los siguientes:

El espesor suele ser considerable por lo que generalmente los esfuerzos son reducidos.

Una superficie curva, la cual propicia que la sección trabaje a esfuerzos de compresión y por consiguiente se logre una mayor eficiencia en el uso del material con la que se encuentra construida, debido a que éste no admite esfuerzos de tensión, por ello cuando la geometría de la cubierta se ajusta a la línea de presiones, que más adelante se comentará, desarrolla una resistencia mayor como se indica en la ref. 5.

El material empleado en la construcción, debido a que cuando se emplea una mampostería de piedra en lugar de una de tabique se evita que se generen planos débiles en las juntas del mortero (ref. 19), en el caso de la mampostería de ladrillo suelen presentarse planos de falla en las juntas del mortero quedando definido el comportamiento de la bóveda por la fricción que se logre generar en la unión de las piezas como se ha detectado en estudios como el de la ref. 35.

Por último, otro factor que influye considerablemente en el comportamiento de la bóveda, en particular en las de cañón, es el confinamiento y la rigidez que se logra con los lunetos que se emplearon para permitir la iluminación al interior de la construcción (fig. 6).

En las bóvedas de cañón suelen existir arcos unidos a ellas, de acuerdo con la ref. 36

dichos arcos no contribuyen a la estabilidad de la bóveda, por lo que éstos funcionaron sólo como guía para la construcción de la bóveda, de acuerdo con la misma referencia a este elemento se le conoce como arco formero.

Cubiertas planas

En las cubiertas planas tanto la carga debida a su peso propio como las cargas de servicio, son las acciones principales que actúan sobre ellas.

La estabilidad estructural de estas cubiertas depende fundamentalmente de las vigas de madera, las cuales se comportan como vigas simplemente apoyadas cuya resistencia depende de su capacidad a flexión, la cual esta regida a su vez por la resistencia a tensión de las fibras de la madera.

El problema principal que enfrentan este tipo de cubiertas, es la degradación que sufren los materiales, sobre todo las vigas. Dicha degradación es propiciada por ataque de hongos y bacterias, así como por la humedad del medio ambiente. Un aspecto que llama la atención y que preocupa, es la sobrecarga que producen los rellenos de tierra, cuando éstos se saturan de agua, los cuales provocan grandes deformaciones a largo plazo y propician degradación acelerada de la madera (ref. 15).

4.2.2 Carga lateral

Bóvedas y cúpulas

La carga lateral que más influye en el comportamiento estructural de estas cubiertas, es la que generan los sismos. Ante esta acción se han observado predominantemente los daños siguientes.

Las bóvedas semiesféricas y cúpulas sufren agrietamientos diagonales y otros paralelos al plano de su base. Los primeros se atribuyen a que la fuerza cortante que se generó en la bóveda rebasa la capacidad del material y la segunda se atribuye a un probable deslizamiento que se genera en planos débiles provocados por las características de los materiales y el proceso constructivo empleado.

En el caso particular de las cúpulas, éstas pueden llegar al colapso por la falla del tambor que las soporta, por consiguiente habrá que prestar atención especial a la capacidad de dicho elemento. Los problemas principales que se generan en algunos tambores son agrietamientos diagonales y paralelos a su base, debido a una combinación compleja de efectos, tales como, flexión, torsión y cortante (ref.32).

En arcos y bóvedas de cañón se generan grietas en tres puntos de su sección transversal como se ilustra en la fig. 46; como se puede apreciar en la clave, la grieta se genera por el intradós de la bóveda y en los extremos el agrietamiento se da por el extradós, dicho mecanismo se genera por un incremento en el claro de sus apoyos.

Cubiertas planas

Este sistema de piso se caracteriza por trabajar sólo en una dirección con poca o nula acción de diafragma. De acuerdo con la ref. 20 esto propicia que la cubierta no se mueva de manera solidaria con los elementos de soporte.

4.2.3 Asentamientos diferenciales

Bóvedas y cúpulas

Bóvedas semiesféricas y cúpulas. Cuando los elementos de apoyo de este tipo de cubiertas sufren asentamientos diferenciales, éstas se agrietan de manera considerable, las grietas se pueden manifestar con distintas trayectorias, aunque generalmente estas obedecen al estado de deformación que se inducen en sus apoyos.

En ocasiones los agrietamientos suelen producirse en el arranque de la bóveda debido a un cambio de rigidez que se da en esa zona, dado que su espesor resulta menor que las dimensiones de sus apoyos (ref. 37).

Bóvedas de cañón. Los daños que se generan en estas bóvedas a causa de los hundimientos diferenciales que sufren los elementos de soporte, consisten en agrietamientos con diversas trayectorias. En el caso particular de que el movimiento de los apoyos propicie un incremento en el claro de la bóveda, se produce un mecanismo como el que se ilustra en la fig.46; donde se observa que dicho movimiento genera agrietamientos en tres puntos de la sección transversal, en la misma figura también se puede apreciar el mecanismo que se produce en la bóveda cuando el movimiento de sus apoyos produce un cierre en su claro. Dichos daños se atribuyen a una modificación en la posición original de la línea de presiones como más adelante se comentará.

Cubiertas planas

Las cubiertas de este tipo suelen ser poco vulnerables a este problema, sin embargo

cuando los asentamientos son excesivos, se corre el riesgo de perder total o parcialmente el apoyo de éstos.

4.3 CRITERIOS PARA EVALUAR LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL

En esta parte del trabajo se describen algunas metodologías para estimar los esfuerzos que actúan en varios tipos de cubierta sometidos a la acción de su peso propio. Así mismo se presentan algunos criterios generales para evaluar la capacidad de carga de bóvedas de cañón y cubiertas planas.

4.3.1 Bóvedas de cañón

Las bóvedas de este tipo desarrollan su acción estructural en el sentido transversal de manera similar a la de un arco, dado que en ambos elementos los esfuerzos que actúan son fundamentalmente de compresión; al respecto, diversos autores convergen en que el análisis por peso propio se realice considerando sólo una franja de la bóveda como si se tratara de un arco. Hasta antes de que las computadoras cobraran el auge actual, un método usual para evaluar el comportamiento estructural de este tipo de cubierta fue el del polígono funicular (refs. 3, 5, 19, 38 y 39). Con este método se determinan las fuerzas internas que actúan en una bóveda en función de la carga gravitacional que actúan sobre ella. Una descripción amplia sobre este método aparece en las refs. 3, 5 y 38. Un resumen sobre los aspectos principales de dicho método se comenta a continuación.

En estabilidad gráfica se ha visto cómo, valiéndose de un polígono de fuerzas y un polo determinado por aproximaciones sucesivas como se muestra en la fig. 4.7, es posible construir un polígono funicular para un cierto sistema de fuerzas. El polígono funicular representa la forma que adoptaría un cable si estuviera sometido a un sistema de fuerzas, de ahí el nombre de funicular. Ante dicho sistema, las fuerzas internas en el cable serán de tracción.

En el caso de un arco, para trazar el polígono funicular se requiere elegir el polo, o, a la izquierda del polígono de fuerzas, bajo esta condición el polígono funicular resultará invertido; es decir, hacia arriba y las fuerzas serán de compresión como se ilustra en la fig. 4.8, en este caso a la línea que define el polígono funicular se le conoce como antifunicular por ser un caso contrario al del cable, sin embargo es más común llamarle línea de presiones.

Cuando la línea de presiones pasa por el tercio medio del espesor del arco predomina un estado de esfuerzos de compresión a lo largo de su directriz, esta condición depende de la geometría de la bóveda y de las condiciones de carga. Cuando no se cumple esta condición; es decir, cuando el polígono de fuerzas no pasa por el tercio medio, el arco se flexiona produciendo esfuerzos de tensión en el lado opuesto al paso

de la línea de presiones e incrementos en los esfuerzos de compresión en las zonas por donde pasa dicha línea como se muestra en la fig. 49.

Para evaluar la capacidad de carga, P_R , de las bóvedas de este tipo, la ref. 38 define la siguiente expresión en función de la resistencia del material a la compresión, f_m , del espesor de la bóveda, t , y de la excentricidad entre la línea de presiones y el eje centroidal del espesor, e .

$$P_R = f_m (0.8t - 2e) \quad (4.1)$$

De acuerdo con el autor de dicha referencia esta expresión involucra una excentricidad accidental de $t/10$.

4.3.2 Bóvedas semiesféricas y cúpulas

a) Bóvedas semiesféricas

Una manera aproximada de estimar los esfuerzos que actúan en algún elemento de este tipo, es empleando las expresiones básicas que definen los esfuerzos de membrana. Dichas expresiones resultan una herramienta práctica para estimar las acciones internas principales. Para familiarizarse con dichas expresiones se considera conveniente describir de manera breve, algunos de los conceptos básicos. Una descripción más amplia sobre los conceptos que aquí se discuten aparece en las refs. 5 y 40.

Las fuerzas internas que se generan en las bóvedas de este tipo, actúan en los meridianos y paralelos de estas bóvedas generando esfuerzos conocidos como meridionales y paralelos o anulares, respectivamente. La fig. 50 muestra de manera esquemática la manera en la que actúan estos esfuerzos en un elemento diferencial de la bóveda.

De acuerdo con los autores de las refs. 5, 35 y 40 una franja de la bóveda, definida según los meridianos, tiene un comportamiento similar al de un arco con la misma directriz de la bóveda. Esta franja forma parte de un conjunto de arcos similares que constituyen la superficie total de la bóveda, dicho conjunto de arcos restringen el desplazamiento lateral de la franja, esto propicia el desarrollo de esfuerzos anulares o de anillo en los distintos paralelos, logrando con ello una eficiencia importante en el comportamiento estructural de estas bóvedas, por lo que logran un mejor desempeño

que un arco.

Los esfuerzos de membrana meridionales siempre son de compresión y los anulares serán de compresión o tensión según se tomen arriba o abajo del plano neutro que se indica en la fig. 51, en la que se puede apreciar que dicho plano se encuentra a un ángulo de 52° aproximadamente medido con respecto al eje vertical que aparece en la misma figura; en el caso de una bóveda rebajada a la parte que se sitúa arriba del plano neutro tanto los esfuerzos meridionales como los anulares son de compresión.

En las bóvedas de este tipo, las fuerzas meridionales actúan tangenciales a la superficie, por consiguiente las descargas que se generan sobre sus apoyos también resultan tangentes a dicha superficie; para el caso de una bóveda semiesférica la componente de las descargas serán exclusivamente verticales mientras que la descarga en una rebajada tendrá dos componentes; una horizontal y otra vertical, la magnitud de cada una de ellas dependerá del ángulo de la superficie de la bóveda en su arranque.

A continuación se muestran las expresiones básicas para el cálculo de las fuerzas meridionales y anulares.

Fuerzas meridionales

Para evaluar la magnitud de las fuerzas meridionales, T , es necesario calcular el radio meridiano, R , y el ángulo, ϕ , que forma el radio, en el punto de interés, con la vertical como se ilustra en la fig. 52. De acuerdo con dicha figura:

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f} \quad (4.2)$$

$$\text{Sen} \phi = \frac{a}{R} \quad (4.3)$$

Donde:

a radio de la base
f flecha de la bóveda

Conocido el peso por unidad de área de la bóveda, W , así como los parámetros anteriores la fuerza meridional por unidad de paralelo, T , queda definida por la siguiente expresión:

$$T = \frac{WR}{1 + \cos\phi} \quad (4.4)$$

En el caso particular de una bóveda semiesférica la fuerza, T, en el arranque vale el doble que en la clave, dado que:

$$\text{Si } \phi = 0^\circ ; T = WR/2$$

$$\text{Si } \phi = 90^\circ ; T = WR$$

Fuerzas anulares

La fuerza anular, H, definida por unidad de meridiano queda expresada por:

$$H = WR \left(\frac{\cos^2\phi \cdot \cos\phi - 1}{1 + \cos\phi} \right) \quad (4.5)$$

Donde cada uno de los parámetros que intervienen en esta ecuación tienen el mismo significado que las definidas para la fuerza meridional.

Los esfuerzos anulares pueden ser de compresión y tracción, para saber donde se provoca el cambio de signo es necesario determinar el plano neutro. Dicho plano se puede obtener haciendo $H=0$ en la expresión 4.5, de esta manera se obtiene que el ángulo donde se encuentra dicho plano es $\phi = 51^\circ 49'$.

En una bóveda semiesférica se tiene que:

$$\text{si } \phi = 0^\circ \quad H = WR/2 \quad \text{compresión en la clave}$$

$$\text{si } \phi = 90^\circ \quad H = -WR \quad \text{tracción en el arranque}$$

En este análisis se considera que los esfuerzos positivos son de compresión.

•) Cúpulas

Las fuerzas de membrana por unidad de longitud en las cúpulas se distribuyen de la

misma manera que en las bóvedas semiesféricas; es decir, a través de meridianos y paralelos. En el caso de las cúpulas estas fuerzas se ven afectadas por la presencia de la abertura que se realiza en sus claves para permitir la iluminación al interior del templo como se aprecia en la fig. 8.

Para tomar en cuenta la influencia de la abertura, en el comportamiento estructural de la cúpula, el autor de la ref. 5 propone las siguientes expresiones:

Fuerza meridional

$$T = WR \frac{\text{Cos}\phi_0 \text{Cos}\phi}{\text{Sen}^2\phi} \quad (4.6)$$

Fuerza anular

$$H = WR(\text{Cos}\phi - \frac{\text{Cos}\phi_0 - \text{Cos}\phi}{\text{Sen}^2\phi}) \quad (4.7)$$

Donde los ángulos que intervienen en estas expresiones se miden con respecto a un eje que pasa tangente al hueco como se indica en la fig. 53.

Para definir el plano neutro, se debe cumplir que las fuerzas anulares sean nulas; es decir, que $H = 0$. En el caso de las bóvedas semiesféricas se vio que esta situación se da cuando el ángulo $\phi = 51^\circ 49'$, sin embargo en este caso dicho ángulo cambia y queda en función de las dimensiones de la abertura en la clave de la cúpula. Cuando no existe el orificio la expresión 4.7 resulta equivalente a la expresión 4.5.

Para considerar el efecto del peso de la linternilla, P, que soportan estas cubiertas, en la misma referencia se plantea que el peso de la linternilla se puede considerar como una carga concentrada en la clave y ante dicha sollicitación las fuerzas meridionales y anulares son de la misma magnitud aunque de signo contrario; las meridionales siempre son de compresión mientras que las anulares son de tracción en toda la superficie, la expresión propuesta para evaluar estas fuerzas es la siguiente:

$$T = -H = \frac{P}{R} \frac{1}{2\pi \text{Sen}^2\phi} \quad (4.8)$$

En esta expresión el ángulo, ϕ , se mide con respecto a la vertical como se ilustra en la fig. 54; es decir, como si no existiera la abertura (fig. 52).

Para calcular los esfuerzos de membrana en estos elementos, basta con dividir la fuerza por unidad de longitud entre el espesor de la cubierta.

Estas expresiones constituyen una herramienta práctica para evaluar el comportamiento estructural de este tipo de cubiertas. Sin embargo, no se deben perder de vista las hipótesis en las que se basa y que éstas pueden diferir en un caso real.

4.3.3 Cubiertas planas

Uno de los aspectos que mayor interés despierta en la evaluación de la seguridad estructural de este tipo de cubiertas, radica en la identificación del tipo de madera empleada en los elementos de soporte, así como su estado de conservación, debido a que de esta información dependerá la elección de los esfuerzos permisibles para efectuar la revisión.

Como se mencionó en el subcapítulo anterior la estabilidad de este tipo de cubiertas depende de las vigas de madera. De acuerdo con la ref. 4, para evaluar la seguridad estructural de estos elementos, primero se requiere determinar su capacidad a flexión, así como la deflexión que sufre. Después, habrá que revisar si los esfuerzos cortantes y los producidos por el aplastamiento no exceden los valores permisibles.

En este trabajo, para definir los esfuerzos permisibles así como los criterios para evaluar la capacidad de carga de estos elementos se tomará como base las recomendaciones propuestas por el reglamento de construcciones del Distrito Federal y de sus Normas Técnicas Complementarias (NTC).

Para evaluar las fuerzas internas y las deflexiones en las vigas, las NTC (ref. 41) recomiendan que el claro, L , de la viga se defina de la manera siguiente: si la viga se encuentra simplemente apoyada, su longitud será igual a la distancia entre los paños de los apoyos más la mitad de la longitud requerida en cada apoyo para que no exceda la resistencia al aplastamiento como se ilustra en la fig. 55. En el caso de una viga continua, su longitud se definirá como la distancia entre los centros de los apoyos

continuos.

a) Flexión

Para calcular el momento resistente, M_R , de una viga de madera con módulo de sección, S , sometida a flexión las NTC proponen la siguiente expresión:

$$M_R = F_R f_{tu} S \phi \quad (4.9)$$

Donde:

F_R y ϕ son factores de reducción de resistencia y de estabilidad lateral, respectivamente.

En la expresión 4.9 el factor de reducción, F_R , adopta un valor de 0.8.

Respecto al factor de estabilidad, ϕ , las NTC sugieren los siguientes valores:

Para vigas sin soportes laterales en sus apoyos que impidan la traslación y la rotación de sus extremos, el factor de estabilidad lateral, ϕ , podrá tomarse igual a la unidad, si la relación entre el peralte y el grosor de la viga no excede de 1.0. Cuando dicha relación es mayor que 1.0 el reglamento recomienda el soporte lateral en los apoyos de manera que impida la traslación y la rotación de los extremos de la viga.

Las relaciones entre peralte y ancho de vigas en las que ϕ puede tomar el valor de uno, se resumen en la tabla 11 bajo las condiciones de soporte lateral, que allí se indican.

Cuando no se satisfagan las condiciones anteriores y tomando en cuenta que hay apoyo lateral, se procede a calcular el factor de estabilidad de la siguiente forma:

Primero se determina la longitud entre soportes laterales, L_u . Cuando no existan soportes laterales intermedios, L_u se tomará como la distancia entre apoyos. Cuando existan viguetas perpendiculares a la viga, conectadas a ésta de manera que impidan el desplazamiento lateral de la cara de compresión, L_u se tomará como el espaciamiento máximo entre viguetas.

Después de haber determinado la longitud, L_u , se proceden a calcular los parámetros asociados al factor de estabilidad lateral:

a) cuando el factor de esbeltez, C_s , es menor o igual a seis, $\phi = 1$.

donde:

$$C_s = \sqrt{\frac{L_u d}{b^2}} \quad (4.10)$$

b) cuando $6 < C_s < C_k$, el valor de ϕ se determinará con la expresión:

$$\phi = 1 - 0.3 \left(\frac{C_s}{C_k} \right)^4 \quad (4.11)$$

donde, C_k , es el factor de esbeltez crítico y esta definido por:

$$C_k = \sqrt{\frac{E_{0.05}}{f_u}} \quad (4.12)$$

c) cuando $C_s > C_k$ el valor de ϕ , se determinara con la expresión:

$$\phi = 0.7 \left(\frac{C_k}{C_s} \right)^2 \quad (4.13)$$

No se admitirán vigas cuyo factor de esbeltez, C_s , sea superior a 30.

Por último el término, f_w define el valor modificado del esfuerzo, f'_w , que aparece en las tablas 5 y 6, el cual se obtiene de la siguiente expresión:

$$f_w = f'_w (K_h K_d K_e K_p K_c l) \quad (4.14)$$

factores de modificación

K_h factor por contenido de humedad (tabla 7)

K_d factor por duración de carga (tabla 8)

- Ke** factor por compartición de carga igual a 1.15. Aplicable en sistemas formados por tres o más miembros paralelos, separados 61 cm centro a centro, o menos, dispuestos de tal manera que soporten la carga conjuntamente.
- Kp** factor de modificación por peralte. Aplicables a secciones que tengan un peralte, d , menor o igual a 140 mm (tabla 9).
- Kcl** factor de modificación por clasificación para madera maciza de coníferas (tabla 10).

La razón de los factores K_h y K_d se comenta en la ref. 42.

b) Cortante

Las NTC definen la siguiente expresión para determinar la fuerza cortante resistente de un elemento de madera.

$$V_R = \frac{F_R f_{vu} b d}{1.5} \quad (4.15)$$

Donde:

- V_R cortante resistente
 F_R factor de reducción de resistencia = 0.7
 f_{vu} valor modificado
 b ancho de la viga
 d peralte total

En este caso el esfuerzo modificado de esfuerzo cortante, f_{vu} , está definido por la siguiente expresión:

$$f_{vu} = f'_{vu} (K_h K_d K_e K_r K_v) \quad (4.16)$$

K_h , K_d y K_c se definieron anteriormente. El valor de K_v puede adoptar el valor de dos en los siguientes casos:

- En las secciones críticas de apoyo continuo.
- En todas las secciones críticas de vigas de sistemas estructurales con compartición de carga.

En todos los demás casos $K_v = 1$.

Las NTC definen como sección crítica la zona donde la fuerza cortante actúa a una distancia del apoyo igual al peralte de la viga.

K_r es un factor de recorte, este se aplica cuando el peralte de una viga disminuye mediante un recorte en el apoyo, que implica una disminución en la resistencia al cortante. Pero esto generalmente no se presenta en las vigas de estos techos, por lo que se omite del cálculo, tomando $K_r = 1$. Pero si dicho recorte se llegara a presentar se debe calcular el factor K_r de acuerdo a las especificaciones de las Normas Técnicas Complementarias para madera.

c) Aplastamiento

Los esfuerzos de compresión que actúan en la dirección normal a las fibras de la madera, se generan en los apoyos de las vigas y bajo las cargas concentradas. Dichos esfuerzos son denominados de aplastamiento y se obtienen dividiendo la carga entre el área donde ésta actúa.

La resistencia al aplastamiento que recomiendan las NTC está definida por la siguiente expresión:

$$N_n = F_n f_{n'} A_n \quad (4.17)$$

Donde:

N_n Fuerza de aplastamiento resistente
 F_n factor de reducción de resistencia = 0.90
 $f_{n'}$ valor modificado
 A_n área de la superficie del apoyo

En este caso el valor modificado del esfuerzo a compresión perpendicular a la fibra, $f_{n'}$ está definido de la siguiente manera:

$$f_{n'} = f'_{n'} (K_h K_d K_e K_a) \quad (4.18)$$

K_h , K_d y K_e tienen el mismo significado que en los casos anteriores. K_a es un factor que toma en cuenta el efecto del tamaño de la superficie de apoyo. Este factor

incrementa el esfuerzo permisible de acuerdo con la tabla 12, dicho incremento se podrá realizar, en el caso de apoyos de menos de 15 cm de largo localizados a más de 8 cm del extremo (fig. 56).

d) Deflexión

Los cálculos de deflexión se deben hacer a partir de un análisis de tipo elástico tomando como base los valores del módulo de elasticidad promedio $E_{0.50}$ (ref. 42).

Los efectos diferidos se tomarán en cuenta multiplicando la deflexión inmediata, debida a la parte de la carga que actúe en forma continua por 1.5, si la madera se considera en condición seca ($CH \leq 18\% \pm 2\%$), y por 2.0, si se considera en condición húmeda ($CH 18\% \pm 2\%$). Los efectos diferidos a que hace mención las NTC se comentan de manera amplia en la ref. 42.

De acuerdo a las NTC, las deflexiones calculadas tomando en cuenta los efectos a largo plazo no deberán exceder de los siguientes límites:

a) Para claros menores a 3.5 m, una flecha vertical igual

$$\Delta_{PERM} = \frac{L}{240} \quad (4.19)$$

si no se afectan elementos no estructurales

$$\Delta_{PERM} = \frac{L}{480} \quad (4.20)$$

si se afectan elementos no estructurales

b) Para claros mayores a 3.5 m, una flecha vertical igual

$$\Delta_{PERM} = \frac{L}{240} + 0.5 \text{ cm} \quad (4.21)$$

si no se afectan elementos no estructurales

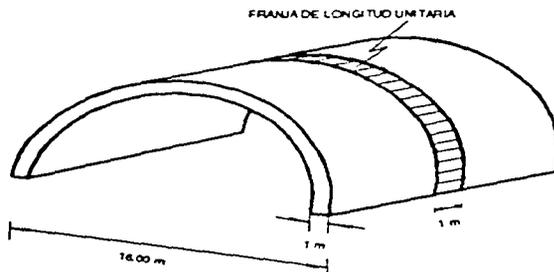
$$\Delta_{PERM} = \frac{L}{480} + 0.3 \text{ cm} \quad (4.22)$$

si se afectan elementos no estructurales

4.4 APLICACIONES

APLICACIÓN 4.4.1

Revisión de la seguridad estructural de una bóveda de cañón por peso propio.

DATOS

Geometría: bóveda
semicircular

Diámetro: 16.00 m
Espesor $t = 1.00$ m

Material: mampostería de
tezontle

$PV = 1.60 \text{ ton/m}^3$
 $f_m = 300 \text{ ton/m}^2$

CÁLCULO DE LAS CARGAS ACTUANTES

Puesto que el análisis es similar al de un arco, se determinan las cargas que actúan por peso propio en una franja de la bóveda de 1 m de longitud. Para calcular estas cargas se divide el arco en dovelas como se muestra en la fig. i.

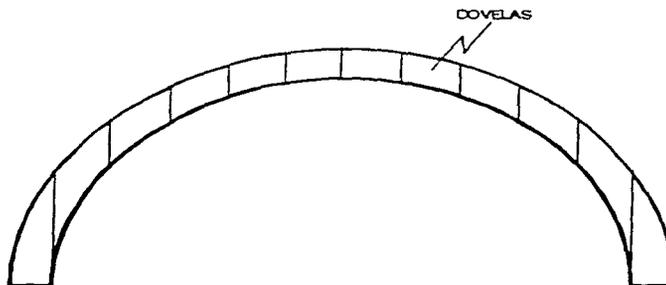


Fig. i

Una vez dividida la sección en dovelas, se determina el peso de cada una de ellas. Para ello, se calcula el volumen de cada una y se multiplica por el peso volumétrico del material. Debido a que la carga es simétrica, basta con calcular la mitad del arco.

El aspecto más laborioso de esta parte del cálculo reside en determinar el área de las dovelas. Por simplicidad se puede trazar el arco a escala en una cuadrícula milimétrica y contabilizar el número de cuadritos que abarca una dovela. Después, tomando en cuenta la escala propuesta se calcula el área de la dovela.

Siguiendo el planteamiento anterior se obtuvieron las siguientes cargas (fig. ii).

Dovela	Area (m ²)	Volumen (m ³) A X 1m	Carga (ton) V X PV
1	1.39	1.39	2.22
2	1.44	1.44	2.30
3	1.55	1.55 <td 2.48	
4	1.81	1.81	2.89
5	2.50	2.50	4.00

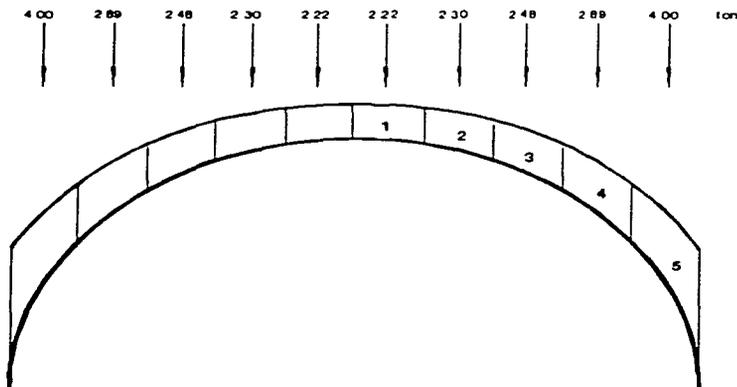


Fig. ii

TRAZO DEL POLÍGONO DE FUERZAS Y DE LA LÍNEA DE PRESIONES

El polígono de fuerzas no es otra cosa más que un sistema de fuerzas colineales, cuyos vectores están definidos por los pesos de cada una de las dovelas.

Una vez dibujado el polígono de fuerzas se propone un polo en una posición arbitraria; cuando el arco y las condiciones de carga son simétricos, conviene ubicar el polo en un eje horizontal que pase por el centro del polígono de fuerzas para reducir el número de iteraciones.

Con líneas rectas (rayos polares) se unen el polo y los extremos de cada uno de los vectores de carga para formar el polígono de fuerzas como se ilustra en la fig. iii.

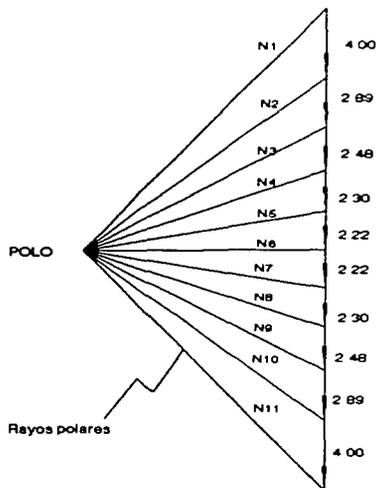


Fig. iii

Se dibuja el arco a escala y se trazan las líneas por donde pasan las fuerzas como se indica en la fig. iv.

En el arco dibujado a escala se trazan líneas paralelas a los rayos polares como se indica en la fig. v, la unión de dichas líneas conforman lo que se llaman líneas de presiones.

Una vez dibujada la línea de presiones se debe revisar que ésta se ajuste, en la mayor medida posible, al eje centroidal del arco; si esto no ocurre habrá que mover la posición del polo para obtener una mejor aproximación, el proceso concluye cuando la línea de presiones logra su mejor ajuste al eje centroidal del arco.

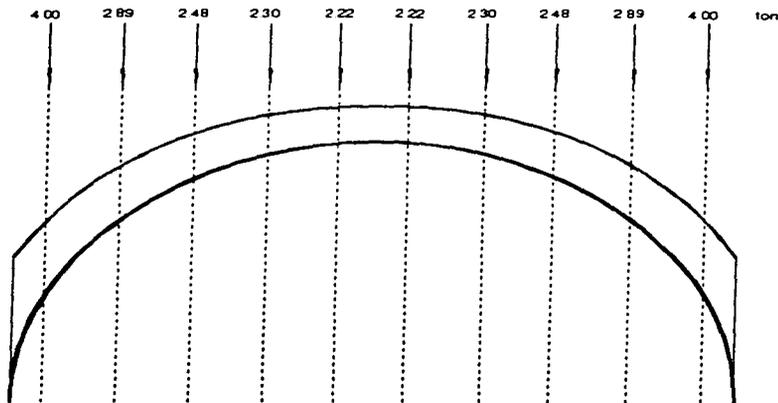


Fig. iv

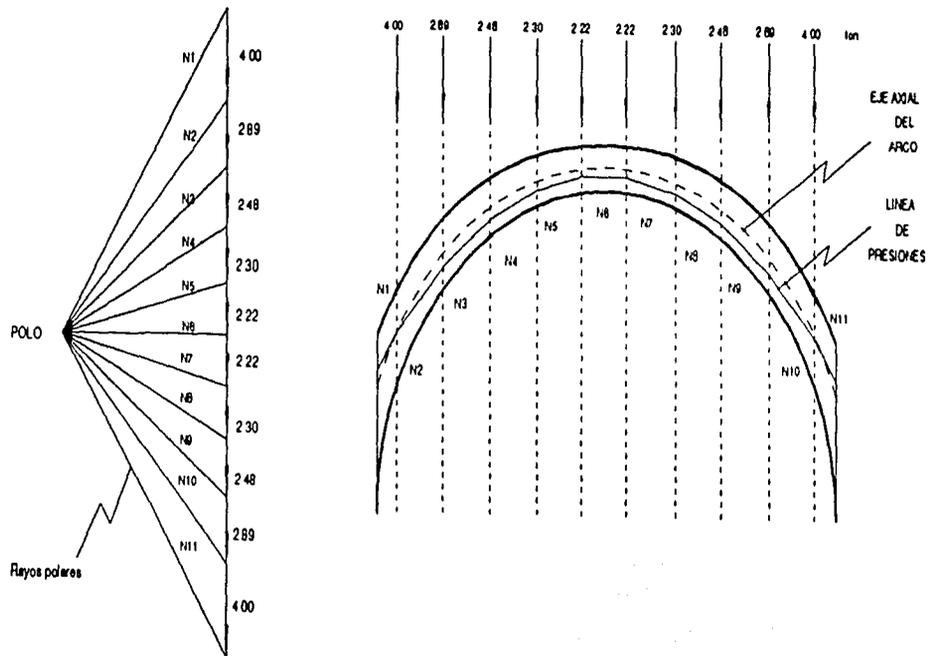


Fig. v

La línea de presiones obtenida finalmente para el sistema de carga y el polígono de fuerzas correspondiente se muestran en la fig. vi.

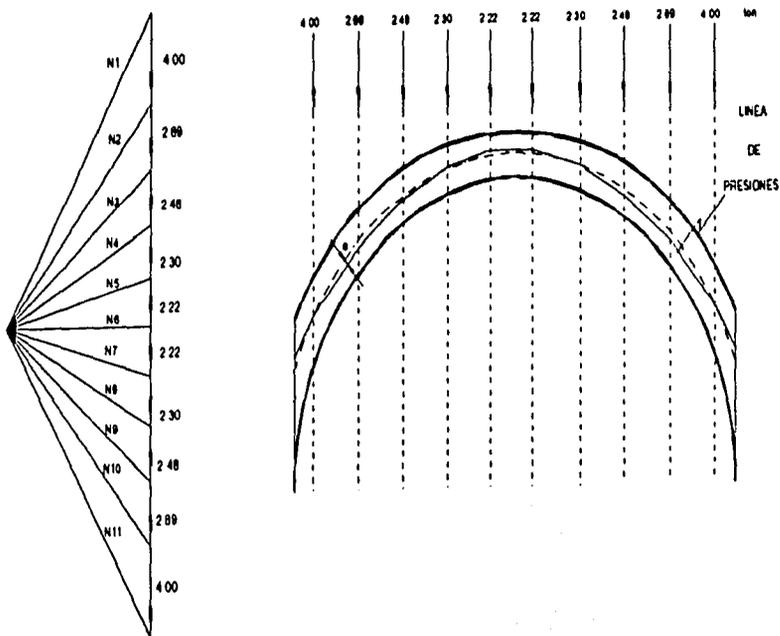


Fig. vi

Las fuerzas en el arco corresponden con la magnitud de los rayos polares:

- N1 = 16.60 ton/m
- N2 = 13.40 ton/m
- N3 = 11.40 ton/m
- N4 = 10.20 ton/m
- N5 = 9.40 ton/m
- N6 = 9.20 ton/m
- N7 = 9.40 ton/m
- N8 = 10.20 ton/m
- N9 = 11.40 ton/m
- N10 = 13.40 ton/m
- N11 = 16.60 ton/m

REVISIÓN DE LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL

Una vez obtenida la línea de presiones, se selecciona la excentricidad más crítica, para posteriormente evaluar la capacidad de carga de la cubierta.

Para este ejercicio la excentricidad crítica se presentó en N2 con un valor $e = 11.20$ cm.

-Capacidad de carga de la cubierta

$$P_R = fm(0.8t - 2e)$$

$$P_R = 300(0.8 \times 1.00 - 2 \times 0.112)$$

$$P_R = 172.80 \text{ ton/m}$$

-Factor de seguridad

Para esta excentricidad pasa una fuerza axial N2 = 13.40 ton/m, por lo que el factor de seguridad es el siguiente.

$$F_s = \frac{P_R}{P_A} = \frac{172.80}{13.40} = 12.90$$

$$F_s = 12.90$$

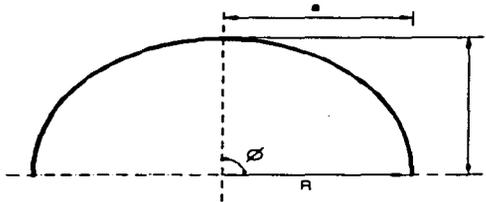
La cubierta no tiene problemas ante peso propio, ya que se tiene un margen de

seguridad amplio.

El método del polígono funicular, aunque laborioso, resultó práctico para definir tanto la línea de presiones, como la carga que actúa en cada parte del arco.

APLICACIÓN 4.4.2

Cálculo de los esfuerzos que se generan en una bóveda semiesférica ante la acción de su peso propio.

DATOS

$a = 5.00 \text{ m}$
 $f = 5.00 \text{ m}$
 espesor de la cubierta
 $t = 0.90 \text{ m}$

material = ladrillo
 $PV = 1.5 \text{ ton/m}^3$
 $fm = 1500 \text{ ton/m}^2$

CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS QUE OBRAN EN LA BÓVEDA

-Radio de la bóveda

Puesto que es una bóveda semiesférica $a = f = R$, por lo tanto
 $R = 5.00 \text{ m}$

-Carga

$$W = PV \times t = 1.50 \times 0.90$$

$$W = 1.35 \text{ ton/m}^2$$

Esfuerzos meridianales

En la clave $\phi = 0^\circ$

$$T = \frac{WR}{2} = \frac{1.35 \times 5}{2}$$

$$T = 3.38 \text{ ton/m}$$

Para evaluar el esfuerzo meridional en la clave, la fuerza por unidad de paralelo, T, se divide entre el espesor de cubierta. Esto es:

$$T_s = \frac{3.38}{1\text{ m} \times 0.90\text{ m}} = \frac{3.38}{0.90\text{ m}^2}$$

$$T_s = 3.76 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

En la base $\phi = 90^\circ$

$$T = WR = 1.35 \times 5$$

$$T = 6.75 \text{ ton/m}$$

Dividiendo la fuerza por unidad de paralelo, T, entre el espesor de la cubierta, el esfuerzo, T_s , en la base de la cubierta es:

$$T_s = \frac{6.75}{0.9 \text{ m}^2}$$

$$T_s = 7.50 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

Esfuerzos anulares

Debido a que es una bóveda semiesférica la magnitud de los esfuerzos anulares son iguales a las meridionales.

En la clave $\phi = 0^\circ$

$$H_s = 3.76 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

En la base $\phi = 90^\circ$

$$H_s = -7.50 \text{ ton/m}^2$$

Tracción
puesto que: $\phi > 51^\circ 49'$

ESFUERZOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

Los esfuerzos meridionales y anulares que actúan en la clave y en la base de la cubierta, también se obtuvieron aplicando el método de elemento finito. Para ello, se empleó el programa SAP90 (ref. 43). En las figs. vii y viii se ilustran las distribuciones de esfuerzos meridionales y anulares, respectivamente. De acuerdo con esta distribución, los esfuerzos meridionales y anulares tanto en la clave como en la base de la bóveda son los siguientes:

Esfuerzos meridionales

En la clave

$$T_s = 5.15 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

En la base

$$T_s = 6.78 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

Esfuerzos anulares

En la clave

$$H_s = 4.12 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

En la base

$$H_s = -7.00 \text{ ton/m}^2$$

Tracción

En la fig. vii se aprecia que los esfuerzos meridionales obtenidos a través del método de elemento finito, son de compresión en toda la bóveda, lo cual resulta coherente con el planteamiento presentado en este trabajo. De acuerdo con el método de elemento finito en una bóveda semiesférica se define un plano neutro, donde la parte de la bóveda que se encuentra sobre dicho plano, esta sometida a esfuerzos de compresión y la que esta por debajo se encuentra sujeta a esfuerzos de tensión como se muestra en la fig viii. Esto también resulta consistente con el planteamiento de la teoría de la membrana, presentada en este trabajo.

Respecto a la magnitud de los esfuerzos, los meridionales, obtenidos mediante la teoría de la membrana, resultaron en la base 10 por ciento superiores a los obtenidos mediante el método de elemento finito, en tanto, que los de la clave resultaron ser alrededor del 30 por ciento inferiores a los obtenidos con el método de elemento finito.

Los esfuerzos anulares en la base, obtenidos mediante la teoría de la membrana resultaron alrededor del 10 por ciento superiores a los obtenidos por el método de elemento finito.

En la clave, los esfuerzos anulares obtenidos mediante la teoría de la membrana resultarán ser alrededor del 10 por ciento inferiores a los obtenidos por el método de elemento finito.

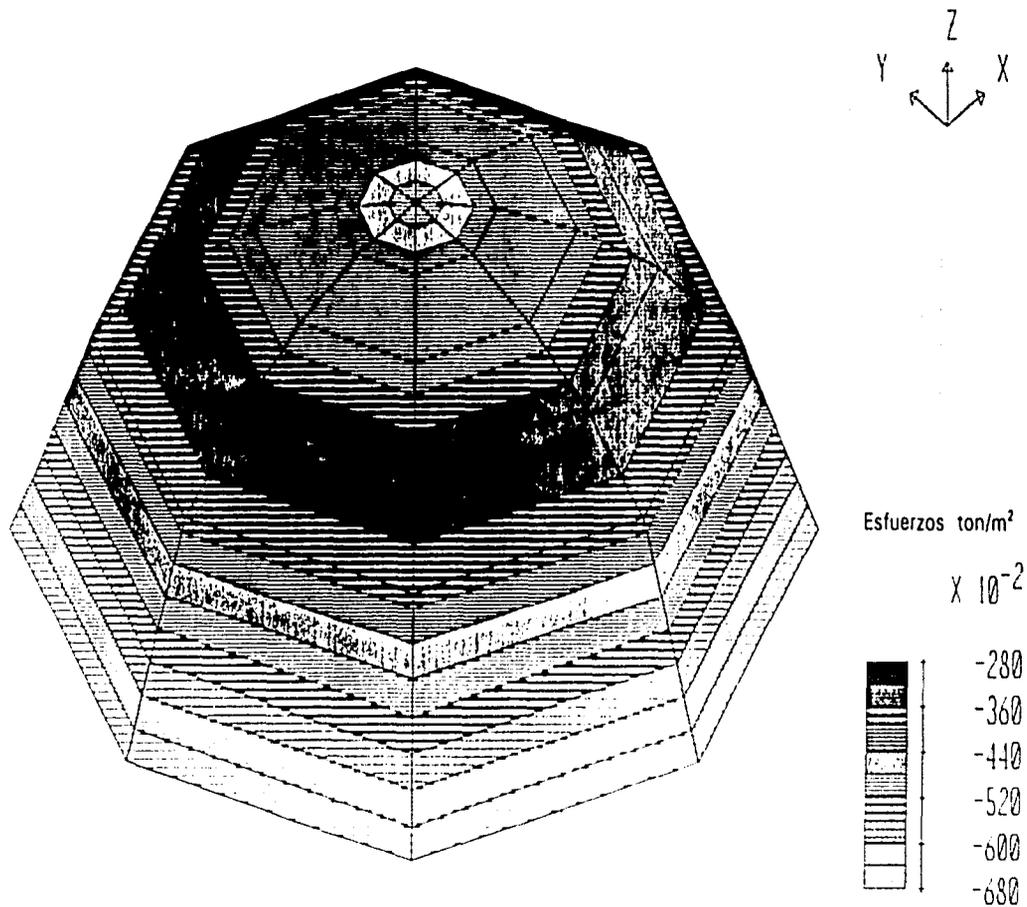


Fig. vii Estueros meridionales

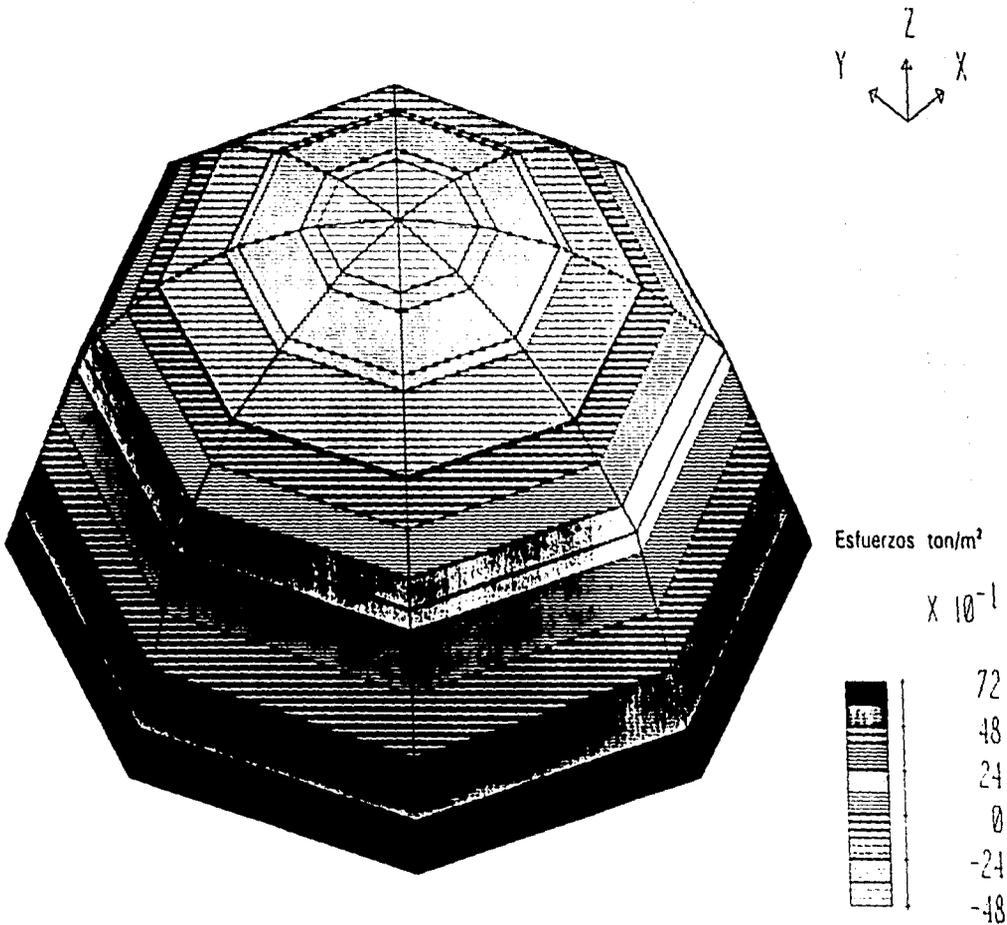
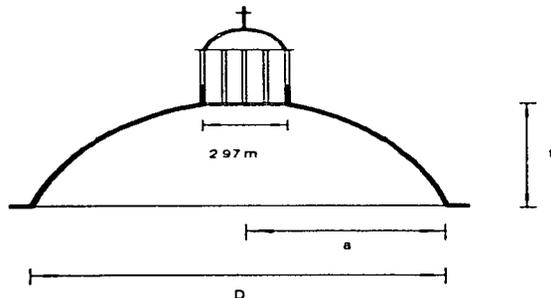


Fig. viii Esfuerzos anulares

APLICACIÓN 4.4.3

Cálculo de los esfuerzos que se generan en una cúpula ante la acción de su peso propio.

DATOS

$D = 17.73 \text{ m}$
 $a = 8.86 \text{ m}$
 $f = 5.30 \text{ m}$
 espesor de la cúpula
 $t = 1.00 \text{ m}$

Peso de la linternilla
 $P = 10 \text{ ton}$

Material: mampostería de
 tezontle
 $PV = 1.60 \text{ ton/m}^3$
 $fm = 300 \text{ ton/m}^2$

CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS EN LA CÚPULA, SIN CONSIDERAR EL PESO PROPIO DE LA LINTERNILLA.

Los esfuerzos que se calculan a continuación, se refieren a la base de la cubierta, por considerar que es ahí donde se presentan los esfuerzos mayores.

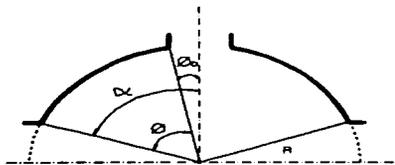
-Radio

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f} = \frac{8.86^2 + 5.30^2}{2 \times 5.30}$$

$$R = 10.06 \text{ m}$$

-Angulo ϕ_0

$$2.97/2 = 1.485$$



$$\tan \phi_0 = \frac{1.485}{R} = 0.147$$

$$\phi_0 = 8.36^\circ$$

-Angulo ϕ

$$\text{Sen} \alpha = \frac{a}{R} = \frac{8.86}{10.06} = 0.881$$

$$\alpha = 61.76^\circ$$

$$\phi = \alpha - \phi_0$$

$$\phi = 53.40^\circ \quad \text{Este ángulo resulta superior al ángulo donde se ubica el plano neutro, el cual es de } 52.71^\circ.$$

-Carga

$$W = PV \times t = 1.60 \times 1.00$$

$$W = 1.60 \text{ ton/m}^2$$

Esfuerzos meridionales

$$T_1 = WR \frac{\text{Cos} \phi_0 \text{Cos} \phi}{\text{Sen}^2 \phi}$$

$$T_1 = 1.60 \times 10.06 \frac{\text{Cos } 8.36 \times \text{Cos } 53.40}{\text{Sen}^2 53.40}$$

$$T_1 = 14.73 \text{ ton/m}$$

Para evaluar el esfuerzo meridional en la base de la cubierta, la fuerza meridional por unidad de paralelo, T_1 , se divide entre el espesor de la cubierta. Esto es:

$$T_{s1} = \frac{T}{1m \times 1m} = \frac{14.73}{1m^2}$$

$$T_{s1} = 14.73 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

Esfuerzos anulares

$$H_1 = WR \left(\cos \phi - \frac{\cos \phi_0 - \cos \phi}{\sin^2 \phi} \right)$$

$$H_1 = 1.60 \times 10.06 \left(\cos 53.40 - \frac{\cos 8.36 - \cos 53.40}{\sin^2 53.40} \right)$$

$$H_1 = -0.220 \text{ ton/m}$$

De acuerdo con la convención de signos esta fuerza es de tensión, debido a que la base de la cúpula se encuentra por debajo del plano neutro, ya que $\phi > 52.71^\circ$.

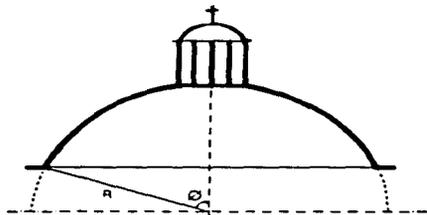
El esfuerzo anular se obtiene dividiendo la fuerza anular, H_1 , entre el espesor de la cubierta.

$$H_{s1} = \frac{-H}{1\text{m} \times 1\text{m}} = \frac{-0.220}{1\text{m}^2}$$

$$H_{s1} = -0.22 \text{ ton/m}^2$$

Tracción

CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS EN LA CÚPULA, CONSIDERANDO SÓLO EL PESO PROPIO DE LA LINTERNILLA.



Esfuerzos meridianales y anulares

$$\phi = \alpha = 61.76^\circ$$

$$T_2 = \frac{P}{R} \frac{1}{2\pi \text{Sen}^2 \phi}$$

$$H_2 = - T_2$$

$$T_2 = \frac{10}{10.06} \frac{1}{2\pi \text{Sen}^2 61.76}$$

$$T_2 = 0.20 \text{ ton/m}$$

$$H_2 = - 0.20 \text{ ton/m}$$

Dividiendo la fuerza entre el espesor de la cúpula se obtienen los siguientes esfuerzos:

Esfuerzo meridional

$$T_{\text{ax}} = 0.20 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

Esfuerzo anular

$$H_{S2} = -0.20 \text{ ton/m}^2$$

Tracción

ESFUERZOS TOTALES EN LA CÚPULA

Haciendo una superposición de los esfuerzos calculados, se obtienen los esfuerzos totales para la cubierta.

Esfuerzos meridionales

$$T_{ST} = T_{S1} + T_{S2} = 14.73 + 0.20$$

$$T_{ST} = 14.93 \text{ ton/m}^2$$

Compresión

Esfuerzos anulares

$$H_{ST} = H_{S1} + H_{S2} = -0.22 - 0.20$$

$$H_{ST} = -0.42 \text{ ton/m}^2$$

Tracción

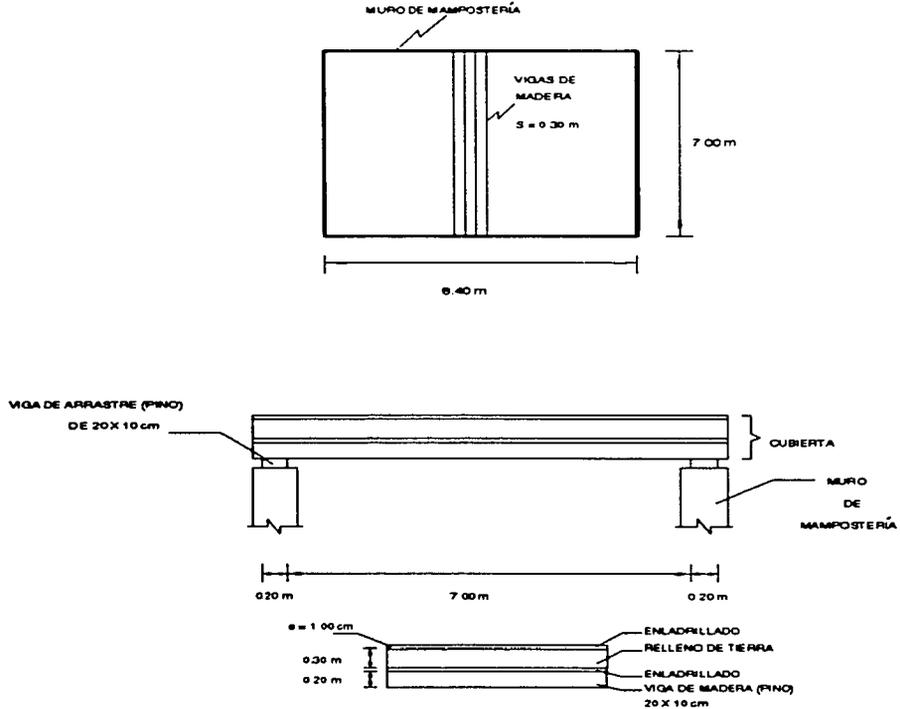
En este ejercicio el cálculo de los esfuerzos se dividió en dos partes, en la primera se obtuvieron los esfuerzos en la cúpula sin considerar el peso de la linternilla y en la segunda, se obtuvieron los esfuerzos que sólo genera el peso de la linternilla. Posteriormente, haciendo una superposición de los esfuerzos, se obtuvieron los esfuerzos totales que actúan en la cubierta.

En la primera parte de este ejercicio el ángulo donde se ubica el plano neutro, es diferente al de las bóvedas semiesféricas, por lo que en este ejercicio, dicho ángulo se obtuvo igualando a cero la ecuación 4.7. Así el plano neutro quedó por encima de

la base de la cúpula lo cual llevó a obtener esfuerzos anulares de tensión en la base de la cubierta.

APLICACION 4.4.4

Revisión de las vigas de madera de un sistema de cubierta plana, empleando los lineamientos de las NTC. Se trata de un conjunto de vigas colocadas en paralelo, la separación, S , entre una viga y otra es de 0.30 m.

DATOS

PV madera = 650 kg/m^3
 PV tierra = 1200 kg/m^3
 PV ladrillo = 1500 kg/m^3

Viga de pino clase B según las NTC
 CH < 18 %
 Dimensiones = $20 \times 10 \text{ cm}$
 Separación = 0.30 m

Espesor del relleno de tierra
 $e = 0.30 \text{ m}$

Espesor del ladrillo
 $e = 1.00 \text{ cm}$

Carga viva = 100 kg/m^2 Carga destinada a cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5 por ciento, de acuerdo al Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.

Se desprecian los efectos de pandeo

CARGA

Enladrillado	$1500 \times 0.30 \times 0.01 =$	4.50 kg/m
R. de tierra	$1200 \times 0.30 \times 0.30 =$	108.00 kg/m
Enladrillado	$1500 \times 0.30 \times 0.01 =$	4.50 kg/m
V. de madera	$650 \times 0.20 \times 0.10 =$	13.00 kg/m

Carga muerta	$=$	130.00 kg/m
Carga viva	$100 \times 0.30 =$	30.00 kg/m

Total	$=$	160.00 kg/m
-------	-----	-----------------------

$W = 1.60 \text{ kg/cm}$

CLARO DE CÁLCULO

Condición de apoyo: simplemente apoyada

por lo que: $L = 7.00 + 0.20 = 7.20 \text{ m}$

$$L = 720 \text{ cm}$$

REVISIÓN POR FLEXIÓN

-Momento último

$$M_U = \frac{WL^2}{8} (1.4) = \frac{1.60 \times 720^2}{8} \times 1.4$$

$$M_U = 145152.00 \text{ kg-cm}$$

-Esfuerzo permisible

$$M_R = F_R f_m S \phi$$

$$f_m = f'_m (K_h K_d K_e K_p K_c l)$$

$$f'_m = 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tabla 5)}$$

Factores

$$K_h = 1.00$$

$$K_d = 1.00$$

$$K_e = 1.15$$

$$K_p = 1.00$$

$$K_c l = 0.80 \text{ por desconocimiento de valores experimentales.}$$

$$f_m = 100 (1.00 \times 1.00 \times 1.15 \times 1.00 \times 0.80) = 92 \text{ kg/cm}^2$$

$$S = \frac{bd^2}{6} = \frac{10 \times 20^2}{6} = 666.67 \text{ cm}^3$$

$$M_R = 0.80 \times 92 \times 666.67 = 49066.91 \text{ kg-cm}$$

$M_R < M_u$ por lo tanto no pasa por flexión.

DEFLEXIÓN

-Deflexión admisible

$$\Delta_{PERM} = 0.5 + \frac{L}{240} = 0.5 + \frac{720}{240}$$

$$\Delta_{PERM} = 3.50 \text{ cm}$$

-Deflexión calculada

Carga permanente última

$$W_{MU} = 1.4 \times 1.30 = 1.82 \text{ kg/m}$$

Carga no permanente última

$$W_{VU} = 1.4 \times 0.30 = 0.42 \text{ kg/m}$$

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{WL^4}{EI}$$

$$I = \frac{bd^3}{12} = \frac{10 \times 20^3}{12} = 6666.67 \text{ cm}^4$$

$$E = 80\,000 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tabla 5)}$$

Bajo carga permanente

$$\Delta_{CM} = \frac{5}{384} \frac{1.82 \times 720^4}{80000 \times 6666.67} = 11.94 \text{ cm}$$

Bajo carga no permanente

$$\Delta_{CV} = \frac{5}{384} \frac{0.42 \times 720^4}{80000 \times 6666.67} = 2.76 \text{ cm}$$

$$\Delta_T = 1.5\Delta_{CM} + \Delta_{CV}$$

$$\Delta_T = 20.67 \text{ cm}$$

$\Delta_T > \Delta_{PERM}$ por lo tanto la deflexión es excesiva.

REVISIÓN POR CORTANTE

-Cortante último

$$V_U = \frac{W}{2} (L - 2d) \times 1.4$$

$$V_U = \frac{1.60}{2} (720 - 2 \times 20) \times 1.4$$

$$V_U = 761.60 \text{ kg}$$

-Cortante resistente

$$V_R = \frac{F_R f_{vU} b d}{1.5}$$

$$f_{vU} = f'_{vU} (K_h K_d K_e K_r K_v)$$

$$f'_{vU} = 15 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tabla 5)}$$

$$K_h = 1.00$$

$$K_d = 1.00$$

$$K_e = 1.15$$

$$K_v = 2.00$$

$$K_r = 1.00$$

$$f_{vU} = 15 (1.00 \times 1.00 \times 1.15 \times 2.00 \times 1.00) = 34.50 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_R = \frac{0.7 \times 34.50 \times 10 \times 20}{1.5}$$

$$V_R = 3220 \text{ kg}$$

$V_R > V_U$ por lo tanto pasa por cortante.

APLASTAMIENTO

-Cálculo de la fuerza de aplastamiento

$$R_U = \frac{WL}{2} (1.4)$$

$$R_U = \frac{1.60 \times 720}{2} \times 1.4$$

$$R_U = 806.40 \text{ kg}$$

-Aplastamiento resistente.

$$N_R = F_R f_{m_s} A_s$$

$$f_{m_s} = f'_{m_s} (K_h K_d K_e K_a)$$

$$f'_{m_s} = 40 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tabla 5)}$$

$$K_h = 1.00$$

$$K_d = 1.00$$

$$K_e = 1.15$$

$$K_a = 1.00$$

$$f_{m_s} = 40 (1.0 \times 1.0 \times 1.15 \times 1.0)$$

$$f_{m_s} = 46 \text{ kg/cm}^2$$

Area de la superficie de apoyo

$$A_s = 20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$$

$$N_R = 0.90 \times 46 \times 200$$

$$N_R = 8280 \text{ kg}$$

$N_R > R$ por lo tanto pasa por aplastamiento.

Aunque las vigas sean capaces de resistir el cortante y el aplastamiento en sus apoyos, las vigas son inseguras ante las cargas gravitacionales, puesto que no satisfacen los efectos de flexión y deflexión, que son los aspectos primordiales que deben cubrir dichos elementos de acuerdo a la ref. 4. Esto se debe a que el relleno de tierra constituye una carga severa para la cubierta.

CAPÍTULO 5

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

A partir de la información que se recopiló sobre los antecedentes de estas construcciones, se tienen los siguientes comentarios y conclusiones:

- **Es importante preservar las construcciones coloniales, las cuales constituyen un patrimonio invaluable, no sólo para la nación, sino también para la humanidad, ya que son testimonio de las creaciones artísticas y culturales desarrolladas en Europa durante la edad media y el renacimiento. Además, todavía se puede hacer uso de muchas de ellas que actualmente se encuentran subutilizadas buscando con ello, que sirvan de infraestructura para el desarrollo económico del país tal como sucede en algunos países de Europa.**
- **Los elementos que conforman el esquema estructural de estas construcciones son: columnas y muros como elementos de soporte y bóvedas de cañón, bóvedas semiesféricas, cúpulas y cubiertas planas como sistemas de cubierta.**
- **Los materiales que se emplearon en la construcción de estos monumentos fueron por lo regular mampostería, cantera, madera y adobe. La mampostería y la cantera se usaron en casi todos los elementos estructurales, en tanto, la madera se empleó esencialmente en cubiertas planas, el adobe tuvo poca aceptación, sólo se usó en los muros en un número limitado. La información que se tiene sobre las propiedades mecánicas de los materiales es aun reducida, por ello, es necesario dedicar un esfuerzo mayor a su estudio para tener una visión más amplia y concreta sobre sus propiedades mecánicas.**
- **El esquema estructural que presentan estas construcciones es por gravedad, ya**

que las acciones externas a las que se ven sometidas, son absorbidas por los robustos muros laterales, columnas y contrafuertes.

- Los monumentos de la ciudad de México han resultado ser más vulnerables a los asentamientos del suelo que a una excitación sísmica, mientras que monumentos de entidades próximas a los epicentros como Chiapas y Oaxaca, entre otros, son más vulnerables a la acción del sismo que ante posibles deformaciones del suelo.

En lo concerniente al comportamiento estructural de los muros, se encontraron diversos estudios interesantes, los cuales son producto de las observaciones y experiencias derivadas de los trabajos de rehabilitación realizados en construcciones de este tipo. Las conclusiones que se derivan de la revisión de dichos estudios son las siguientes:

- Ante la acción de la carga vertical los esfuerzos a compresión se encuentran, aproximadamente, a un 20 por ciento de la resistencia del material. Esto se atribuye fundamentalmente a las dimensiones bondadosas de la sección transversal que guardan y a la excelente concepción estructural que se tenía sobre las construcciones.
- Ante la acción de la carga lateral que actúa en el plano del muro, se encontró que éstos sufren agrietamientos diagonales, los cuales se ven favorecidos por la presencia de huecos para puertas y ventanas. En la dirección perpendicular al plano del muro se identificaron cuatro mecanismos de falla, los cuales están en función de la unión que exista con las cubiertas y los muros adyacentes.
- Los muros sufren deformaciones angulares en su plano cuando están apoyados sobre un terreno blando, presentando un mecanismo de falla similar al de un muro que se somete a una prueba de compresión diagonal. Se ha detectado que este fenómeno puede ir acompañado del alabeo del muro, el cual tiende a separarlo del resto de la estructura.
- Los desplomos que sufren este tipo de muros en la dirección perpendicular a su plano son producidos por hundimientos diferenciales y empujes de cubierta. Los daños que estos presentan, son agrietamientos horizontales cerca de su base.

De los criterios para evaluar la seguridad estructural de estos muros se concluye lo siguiente:

- El reglamento UBC proporciona esfuerzos permisibles cuya magnitud es similar a la de los esfuerzos que prevalecen en los muros de estas construcciones, aunque dicho reglamento se refiera a una mampostería artificial.

- Los valores de deformación angular que recomiendan algunos autores, están referidos a muros de mampostería artificial, por lo que dichos valores no se pueden considerar como representativos de los muros coloniales. Por consiguiente, se recomienda realizar investigaciones que permitan definir valores de distorsión angular tolerables para este tipo de muros.
- Para evaluar la seguridad estructural de muros desplomados Heyman limita la resultante de las cargas que obran sobre dicho muro, al tercio medio de su base. Este criterio resulta conservador ya que no considera las condiciones de apoyo ni la resistencia del material. Por consiguiente, se recomienda profundizar más sobre este tema, para disponer de herramientas que permitan evaluar el desplomo tolerable en este tipo de muros.

Las conclusiones que se obtuvieron respecto al comportamiento estructural de las columnas son:

- Las columnas ante la acción de la carga vertical mantienen un estado uniforme de esfuerzos a compresión cuya magnitud está por debajo del 25 por ciento de la resistencia del material, esto se debe a las grandes secciones que tienen estos elementos y a la concepción adecuada del sistema estructural.
- La carga lateral producida por las cubiertas no es relevante sobre las columnas, debido a que los contrafuertes toman los empujes de dichas cubiertas. Sin embargo, ante la acción del sismo estas columnas suelen presentar movimientos relativos, debido a que el sistema de cubierta no funciona como diafragma rígido.
- Los desplomos que sufren las columnas es causado fundamentalmente por hundimientos diferenciales.

Las conclusiones que se tienen, respecto a la forma de evaluar la seguridad estructural de este tipo de columnas son las siguientes:

- Para evaluar la capacidad de carga de las columnas se encontraron criterios interesantes; como el del reglamento UBC para evaluar la carga máxima permisible; el criterio de Chapman-Statford y el de las secciones planas, estos últimos calculan los esfuerzos permisibles considerando la excentricidad de la carga vertical. Estos criterios dan esfuerzos cercanos a los que prevalecen en estos monumentos.
- Para evaluar los desplomos permisibles, se adoptaron los mismos criterios que se emplearon para los muros.

De los trabajos consultados sobre el comportamiento estructural de los sistemas de

cubierta se concluye lo siguiente:

- **La forma de las cubiertas de superficie curva (bóvedas y cúpulas) permite que ante la acción del peso propio sólo se generen esfuerzos de compresión de magnitud moderada. En las cubiertas planas, el comportamiento estructural depende de las vigas de madera.**
- **Ante la acción del sismo las cubiertas de superficie curva experimentan ciertos mecanismos de falla; de esta manera las bóvedas de cañón sufren agrietamientos verticales en la sección transversal, lo cual se atribuye fundamentalmente a la variación de claro que sufren sus apoyos durante una excitación sísmica; Las bóvedas semiesféricas y cúpulas presentan agrietamientos diagonales y otros paralelos al plano de su base.**
- **Las cubiertas planas trabajan en una dirección con poca o nula acción de diafragma, por lo que ante la acción del sismo la cubierta no se mueve de manera solidaria con los elementos de soporte.**
- **En cubiertas de superficie curva se identificaron diversos mecanismos de deformación que producen agrietamientos cuando los apoyos de este tipo de cubiertas sufren asentamientos diferenciales.**
- **Las cubiertas planas suelen ser poco vulnerables a los hundimientos diferenciales, sin embargo cuando estos son excesivos se corre el riesgo de perder total o parcialmente el apoyo de estas cubiertas.**

De los criterios que se consultaron para evaluar la seguridad estructural de estas cubiertas se concluye lo siguiente:

- **En las bóvedas de cañón el método del polígono funicular constituye una herramienta útil para conocer la magnitud y la excentricidad de la carga interna que actúa en ella. Sin embargo, el auge de las computadoras ha permitido el empleo de métodos más refinados para el mismo objetivo.**
- **Para evaluar la capacidad de carga de las cubiertas planas se propone emplear las disposiciones de las NTC para madera. Es importante aclarar que dicho reglamento no contempla el estado de degradación que tienen estas cubiertas por el intemperismo sufrido a lo largo de su vida, por lo que dichas disposiciones sólo servirán para tener una estimación de la carga que puede tomar estas cubiertas ante la acción de la carga gravitacional.**
- **En bóvedas semiesféricas y cúpulas las expresiones de la teoría de la membrana para evaluar los esfuerzos que actúan en dichos elementos, proporciona una**

aproximación satisfactoria sobre el comportamiento estructural, sin embargo no se deben perder de vista las hipótesis en las que se basan las expresiones presentadas en este trabajo.

En términos generales este trabajo sirvió para tener un panorama general sobre el comportamiento estructural de estas construcciones. Además se encontró que los avances sobre el conocimiento de este tipo de construcciones es aun reducido, sin embargo actualmente en distintas partes del mundo se están haciendo esfuerzos por conocer su comportamiento estructural.

RECONOCIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por la educación y formación profesional recibidas, desde mi ingreso al Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) plantel vallejo hasta la Escuela Nacional de Estudios Profesionales (ENEP) campus Acatlán.

Gracias al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por las facilidades y el apoyo otorgado para la elaboración de este trabajo.

Un gran reconocimiento al Ing. Abraham Roberto Sánchez Ramírez, por la paciencia y dedicación en la revisión completa de este trabajo, que aportó ideas invaluable para la realización del mismo.

REFERENCIAS

1. Olvera Jorge, "Introducción", Revista artes de México, Editada bajo los auspicios de la Universidad Nacional de México, Número 32, Volumen VI, Año VIII, 1960.
2. Cowan H. J., "The structure of gothic cathedrals", Departament of architectural science university of Sydney NSW Australia 2006, 1976.
3. Arnold W. Hendry, "Structural masonry", Macmillan, Hong Kong 1990.
4. Robles Fernández F., "Estructuras de madera", Ed. Limusa, México D. F., 1986.
5. Gómez Tremari R., "Diseño estructural simplificado", Universidad de Guadalajara, 1979.
6. Lira Vasquez C., "Historia de la arquitectura mexicana", Ed. Tilde, México D. F., 1990.
7. "Introducción al arte colonial", Enciclopedia: El arte mexicano, Tomo 5, SEP SALVAT, México D. F., 1986.
8. Olguín Olguín G., "Glosario de elementos arquitectónicos", Apuntes de la ENEP-Aragon, UNAM, México 1993.

9. Olguín Olguín G., "Glosario de elementos arquitectónicos en la Catedral Metropolitana", Apuntes de la ENEP-Aragón, UNAM, México 1987.
10. "México en el tiempo", Revista de historia y conservación, Editorial Jilguero/INAH, Año 1, Num. 1, Junio/Julio 1994.
11. Calderón Cabrera J. L., "Reparación y conservación de los edificios históricos de la ciudad de México", Revista Arquitectura México 96/97, Editorial arquitectura, Tomo XXII, Año XXIX, No. 156-3, México D. F.
12. Serrano Márquez R., "Interpretación preliminar del comportamiento estructural de la catedral de la ciudad de México, observado al inicio del proceso de restauración", Tesis de Licenciatura, ENEP-Acatlán, UNAM, Mayo 1995.
13. Peña Mondragón F., "Comportamiento estructural de la catedral de la ciudad de México ante hundimientos diferenciales", Tesis de licenciatura, ENEP-Acatlán, UNAM, Mayo 1995.
14. Ballinas De la Torre J. X., "Algunos estudios sobre el comportamiento estructural de el sagrario metropolitano", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, Febrero de 1995.
15. González Avellaneda A., "Manual Técnico de procedimientos para la rehabilitación de monumentos históricos en el Distrito Federal", INAH, México D. F., Noviembre 1988.
16. Luna Arroyo J. L., "Propiedades mecánicas de la cantera utilizada en construcciones de la época colonial", Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1995.
17. Sánchez Ramírez A. R. y Meli Piralla R., "Propiedades mecánicas de las mamposterías utilizadas en la construcción de los monumentos históricos de la ciudad de México", Segundo simposio nacional sobre materiales de construcción, Mérida Yucatán, Noviembre 1991.
18. Macchi Giorgio, "Structural diagnosis and rehabilitation of historical buildings", Barcelona, Octubre 1991.
19. Meli Piralla R. y Sánchez Ramírez A. R., "Rehabilitación de la Catedral metropolitana de la ciudad de México. Aspectos estructurales", Informe elaborado para la SEDESOL, Instituto de Ingeniería UNAM, Julio 1993.

20. **Meli R. y López O.**, "Seguridad sísmica de edificios para vivienda en monumentos históricos de la ciudad de México", Estudio realizado para renovación habitacional popular, Instituto de Ingeniería UNAM, Marzo 1988.
21. **Rodríguez Gutiérrez G.**, "Estudio sobre el comportamiento estructural del Sagrario Metropolitano", Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería UNAM, 1997.
22. "Experiencias derivadas de los sismos de Septiembre de 1985", Fundación ICA a. c., Ed. Limusa, México D. F., 1988.
23. **Torroja Eduardo**, "Razón y ser de los tipos estructurales", Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid 1960.
24. **Calladine C. R.**, "Masonry construction", Ed. Kluwer Academic Publishers, Cambridge 1992.
25. **D. F. D'Áyala**, "Vulnerability of buildings in historic town centres: a limit state approach", XI World Conference Earthquake Engineering, Acapulco 1996.
26. **Meli R. y Hernández O.**, "Efectos de hundimientos diferenciales en construcciones a base de muros de mampostería", Series del Instituto de Ingeniería UNAM, No. 350, Marzo 1975.
27. **Farfás Arca Rafael**, "Muros de carga", Centro de investigaciones arquitectónicas, UNAM, México 1975.
28. "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de estructuras de mampostería", Gaceta oficial del Departamento del Distrito Federal, Abril 1991.
29. **J. Turkstra Carl**, "Resistencia de muros de mampostería ante cargas verticales excéntricas", Series del Instituto de Ingeniería UNAM, No. 274, Octubre 1970.
30. **N. White Richard y G. Salmon Charles**, "Building Structural Design Handbook", WILEY-INTERSCIENCE, USA 1987.

31. Cortés Q. M. A., "Modelo de elemento finito para análisis estructural de la Catedral metropolitana", Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, mayo de 1992.
32. Sánchez Ramírez R., "Daños provocados por el sismo del 20 de Octubre de 1995 en los templos del estado de Chiapas", Estudio realizado por encargo del CENAPRED, Diciembre de 1995.
33. Diaz Canales M., "Apuntes de mecánica de materiales III", UNAM, Facultad de Ingeniería, Ciudad universitaria 1987.
34. P. Popov Egor, "Introducción a la mecánica de sólidos", Ed. Limusa, México D. F. 1986.
35. D. D'Ayala, "Analytical method for the assessment of the safety levels of domes", Proceedings of III STREMA conference, Bath 1993.
36. López Carmona F., "Estudios de la condición actual de la Catedral metropolitana. Las condiciones de la estructura en función del problema del suelo", Tesis de Doctorado en arquitectura, Facultad de Arquitectura UNAM, México D. F., 1992.
37. Sánchez Ramírez A. R., "Consideraciones sobre el sellado de grietas en las bóvedas", informe técnico 93/07, Instituto de Ingeniería UNAM, Junio de 1993.
38. Meli Piralla R., "Arcos de mampostería", Informe interno del Instituto de Ingeniería de la UNAM.
39. Heyman J., "The safety of masonry arches", International Journal of mechanical sciences, V. 11, 1969.
40. Gaylord H. Edwin, "Structural engineering handbook", Second edition, McGraw-Hill, USA 1979.
41. "Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera", Gaceta oficial del Departamento del Distrito Federal, Abril 1991.
42. Dávalos Sotelo R., Ricalde Camacho M. y Robles F., "Comentarios y ejemplos de las Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera, DDF", Series del Instituto de Ingeniería, No. Es-5, Octubre 1991.

43. Wilson E. y Abibullah A., "SAP90-Series of computer programs for the finite element analysis of structures", User's Manual, Berkeley, 1989.

Item	Value	Unit
1	100	kg
2	200	kg
3	300	kg
4	400	kg
5	500	kg
6	600	kg
7	700	kg
8	800	kg
9	900	kg
10	1000	kg
11	1100	kg
12	1200	kg
13	1300	kg
14	1400	kg
15	1500	kg
16	1600	kg
17	1700	kg
18	1800	kg
19	1900	kg
20	2000	kg
21	2100	kg
22	2200	kg
23	2300	kg
24	2400	kg
25	2500	kg
26	2600	kg
27	2700	kg
28	2800	kg
29	2900	kg
30	3000	kg
31	3100	kg
32	3200	kg
33	3300	kg
34	3400	kg
35	3500	kg
36	3600	kg
37	3700	kg
38	3800	kg
39	3900	kg
40	4000	kg
41	4100	kg
42	4200	kg
43	4300	kg
44	4400	kg
45	4500	kg
46	4600	kg
47	4700	kg
48	4800	kg
49	4900	kg
50	5000	kg
51	5100	kg
52	5200	kg
53	5300	kg
54	5400	kg
55	5500	kg
56	5600	kg
57	5700	kg
58	5800	kg
59	5900	kg
60	6000	kg
61	6100	kg
62	6200	kg
63	6300	kg
64	6400	kg
65	6500	kg
66	6600	kg
67	6700	kg
68	6800	kg
69	6900	kg
70	7000	kg
71	7100	kg
72	7200	kg
73	7300	kg
74	7400	kg
75	7500	kg
76	7600	kg
77	7700	kg
78	7800	kg
79	7900	kg
80	8000	kg
81	8100	kg
82	8200	kg
83	8300	kg
84	8400	kg
85	8500	kg
86	8600	kg
87	8700	kg
88	8800	kg
89	8900	kg
90	9000	kg
91	9100	kg
92	9200	kg
93	9300	kg
94	9400	kg
95	9500	kg
96	9600	kg
97	9700	kg
98	9800	kg
99	9900	kg
100	10000	kg

Tabla 1. Propiedades mecánicas de algunos especímenes de mampostería de tezontle unido con mortero a base de cal y arena.

ENSAYE	f_m kg/cm ²	$V_{máx}$ kg/cm ²	E_m kg/cm ²	μ	$\gamma_{v máx}$	γ_k	$G_{v máx}$ kg/cm ²	G_k kg/cm ²
1	-----	4.651	-----	-----	0.00690	0.00166	674.0	1402.0
2	-----	8.210	-----	-----	0.00122	0.00049	6733.0	8163.0
3	38.5	-----	19190.0	0.0902	-----	-----	-----	8801.0
4	38.1	-----	32352.0	0.1930	-----	-----	-----	13559.0
5	29.6	-----	12169.0	0.4095	-----	-----	-----	4317.0
6	24.0	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

f_m Resistencia a la compresión

$V_{máx}$ Esfuerzo cortante máximo

E_m Módulo de elasticidad de la mampostería evaluando entre 0.3 y 0.5 de f_m

μ Relación de Poisson

$\gamma_{v máx}$ Deformación angular para el esfuerzo cortante máximo

γ_k Deformación angular correspondiente a un esfuerzo de 0.5V

$G_{v máx}$ Módulo de rigidez correspondiente $\gamma_{v máx}$

G_k Módulo de rigidez correspondiente a un esfuerzo de 0.5V en pruebas de compresión diagonal, en pruebas de compresión simple
 $G_k = E_m / (2(1 + \mu))$

Ensayes 1 y 2 corresponden con pruebas de compresión diagonal

Ensayes 3, 4, 5 y 6 corresponden con pruebas de compresión simple

Tabla 2. Propiedades mecánicas de la cantera.

Material	Resistencia a la compresión kg/cm²	Peso volumétrico ton/m³	Módulo de Elasticidad ton/m²	Módulo de Poisson
Cantera. columna sillares inferiores	252.00 a 327.00	2.00	1'500,000	0.30
Cantera. columna sillares superiores	80.51 a 112.96	2.00	400,000	0.25

Nota: Estos resultados se obtuvieron de ensayos de núcleos extraídos en algunas columnas de la Catedral metropolitana (ref.16).

Tabla 3. Esfuerzos permisibles en elementos de madera de acuerdo con especificaciones de la Secretaría de Obras Públicas, 1968. Estructuras en ambiente seco bajo cargas con una duración normal de 10 años. Las unidades están en kg/cm².

^x Paralelamente a la fibra

ESPECIE	Calidad	Flexión ^x	Tensión ^x	Comp. ^x	Cortante ^x	Compresión normal a la fibra	Módulo de elasticidad
Pino blanco (P. arizonica)	1a	80	65	60	6	18	85 000
Pino lacio (P. michoacana)	2a	60	55	50	6	18	
Pino ayacahuite							
Pino prieto (P. chihuahuana) (P. douglasiana)							
Pino real (P. engelmanni) (P. herrerae)							
Chalmeite blanco (P. montezumae)	1a	90	75	70	8.0	20	90 000
(P. pseudostrobus) (p. strobilus chiapensis) Cedro	2a	70	65	60	8.0	20	90 000

Tabla 3. Esfuerzos permisibles en elementos de madera de acuerdo con especificaciones de la Secretaría de Obras Públicas, 1968. Estructuras en ambiente seco bajo cargas con una duración normal de 10 años. Las unidades están en kg/cm². (continuación)

^x Paralelamente a la fibra

ESPECIE	Calidad	Flexión ^x	Tensión ^x	Comp. ^x	Cortante ^x	Compresión normal a la fibra	Módulo de elasticidad
Pino chino	1a	100	85	80	9	20	100 000
Ocote chino (P. leiophilla)	2a	75	70	65	9	20	100 000
Pino blanco (P. durangensis)	1a	110	90	85	9	25	100 000
Pinabete	2a	85	75	70	9	25	100 000
Bari (Cordia gerascanthus)	1a	130	110	100	10	30	100 000
	2a	100	95	80	10	30	
Cocolte							
Dzalán							
Guayacán	1a	120	100	95	10	25.5	
Jobo	2a	90	85	75	10	25.5	100 000
Encino	1a	120	100	95	10	25	100 000
	2a	90	85	75	10	25.5	
Huapaque (Ostrya guatemalensis)	1a	150	125	115	12	30	110 000
	2a	110	105	95	12	30	

Tabla 3. Esfuerzos permisibles en elementos de madera de acuerdo con especificaciones de la Secretaría de Obras Públicas, 1968. Estructuras en ambiente seco bajo cargas con una duración normal de 10 años. Las unidades están en kg/cm^2 .

(continuación)

^x Paralelamente a la fibra

ESPECIE	Calidad	Flexión ^x	Tensión ^x	Comp. ^x	Cortante ^x	Compresión normal a la fibra	Módulo de elasticidad
Zapotillo (Frythroxylon ellipticum)	1a	135	110	100	10	25	110 000
	2a	100	95	80	10	25	

Tabla 4. Esfuerzos a compresión obtenidos en condiciones de servicio en algunos muros de construcciones coloniales.

Construcción	Material	Esfuerzo actuante en el muro (kg/cm^2)
Catedral metropolitana	mampostería de tezontle	5.50
Sagrario metropolitano	mampostería de tezontle	6.40
Torre surponente de la Catedral metropolitana	mampostería de tezontle	4.54
Ex-convento de Santo Domingo de Guzman, Oaxaca	mampostería de piedra típica de la región	4.35

Tabla 5. Valores especificados de resistencias y módulos de elasticidad de madera de especies coníferas (kg/cm^2), de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

		CLASE	
		A	B
Flexión	f'_{tu}	170	100
Tensión paralela a la fibra	f'_{tu}	115	70
Compresión paralela a la fibra	f'_{cu}	120	95
Compresión perpendicular a la fibra	f'_{cu}	40	40
Cortante paralelo a la fibra	f'_{vu}	15	15
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0.50}$	100 000	80 000
Módulo de elasticidad que corresponde al 5° percentil	$E_{0.05}$	65 000	50 000

Nota:

CLASE A. madera de alta resistencia y con defectos de poca importancia.

CLASE B. madera de mediana resistencia con defectos de mayor tamaño.

Tabla 6. Valores especificados de resistencias y módulos de elasticidad de maderas de especies latifoliadas (kg/cm^2), de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

		GRUPO		
		I	II	III
Flexión	f'_{fu}	300	200	100
Tensión paralela a la fibra	f'_{fu}	200	140	70
Compresión paralela a la fibra	f'_{cu}	220	150	80
Compresión perpendicular a la fibra	f'_{fu}	75	50	25
Cortante paralelo a la fibra	f'_{vu}	25	20	12
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0.50}$	160 000	120 000	75 000
Módulo de elasticidad que corresponde al 5° percentil	$E_{0.05}$	120 000	85 000	50 000

Nota:

Los tres grupos anteriores se dividen con base a los valores de su módulo de elasticidad correspondiente al quinto percentil, $E_{0.05}$ para madera seca (aquella cuyo contenido de humedad es $\leq 18 \pm 2$ por ciento). De esta manera se dividen de la siguiente forma:

Intervalo de valores de $E_{0.05}$ (kg/cm^2)

Grupo I > 120 000
 Grupo II 85 000 - 119 000
 Grupo III 50 000 - 84 000

Tabla 7. Factores de modificación por humedad (aplicables cuando $Ch \geq 18\% \pm 2\%$), k_w de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Concepto	k_w
Madera maciza de coníferas	
Compresión paralela a la fibra	0.80
Compresión perpendicular a la fibra	0.45
Cortante	0.85
Madera maciza de latifoliadas	
Compresión paralela a la fibra	0.80
Compresión perpendicular a la fibra	0.45
Cortante	0.85
Módulo de elasticidad	0.80
Madera contrachapada	
Flexión, tensión, compresión paralela y perpendicular a la cara, cortante a través del grosor y en el plano de las chapas	0.80
Módulo de elasticidad y rigidez	0.85

Tabla 8. Factores de modificación por duración de carga (aplicables para madera maciza y madera contrachapada),⁽¹⁾ k_d de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Condición de carga	k_d
Carga continua	0.90
Carga normal: carga muerta más carga viva.	1.00
Carga muerta más carga viva en cimbras, obras falsas y techos (pendientes < 5%)	1.25
Carga muerta más carga viva más viento o sismo, y carga muerta más carga viva en techos (pendiente $\geq 5\%$)	1.33
Carga muerta más carga viva más impacto	1.60

Nota: (1) No son aplicables a los módulos de elasticidad.

Tabla 9. Factores de modificación por peralte (aplicables a secciones que tengan un peralte, d , menor o igual a 140 mm), k_p , de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Concepto	k_p
Flexión	1.25
Tensión y compresión paralelas a la fibra	1.15
Módulo de elasticidad	1.10
Todos los demás casos	1.00

Tabla 10. Factores de modificación por clasificación para madera maciza de coníferas, k_d , de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Regla de clasificación según NOM-C-239-1985	k_d
(I) Para valores especificados de resistencia	
Regla general (1)	0.80
Reglas especiales (2)	1.00
Regla industrial (3)	1.25
(II) Para valores de módulos de elasticidad	
Regla general (1)	0.90
Reglas especiales (2)	1.00
Regla industrial (3)	1.15

Notes:

- (1) Aplicable a cualquier sección transversal especificada en la ref. 2 de las NTC para madera.
- (2) Aplicables a secciones transversales particulares: todas las de 38 mm de grosor y las de 87X87 mm y 87X190 mm.
- (3) Aplicable a secciones transversales de 38 mm de grosor únicamente.

Tabla 11. Relaciones d/b máximas admisibles para las cuales puede tomarse $\Phi = 1$, de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Condición de soporte lateral	Relación máxima d/b
a) Cuando no existan soportes laterales intermedios	4.0
b) Cuando el miembro se mantenga soportado lateralmente por la presencia de viguetas o tirantes	5.0
c) Cuando la cara de compresión del miembro se mantenga soportada lateralmente por medio de una cubierta de madera contrachapada o duela, o por medio de viguetas con espaciamientos ≤ 61 cm	6.5
d) Cuando se cumplan las condiciones de c) y además exista bloqueo o arriostamiento lateral a distancia no superior a $8d$	7.5
e) Cuando tanto la cara de compresión como la de tensión se mantengan eficazmente soportadas lateralmente	9.0

Nota: En todos los casos deberá existir soporte lateral en los apoyos de manera que se impida la traslación y la rotación de la viga.

Tabla 12. Factores de modificación por tamaño de la superficie de apoyo, k_a , de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera.

Longitud de apoyo (cm)	1.5 o menor	2.5	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0 o más
k_a	1.80	1.40	1.25	1.20	1.15	1.10	1.00

Nota: Este factor es aplicable solamente cuando la superficie de apoyo diste por lo menos 8 cm del extremo del miembro.

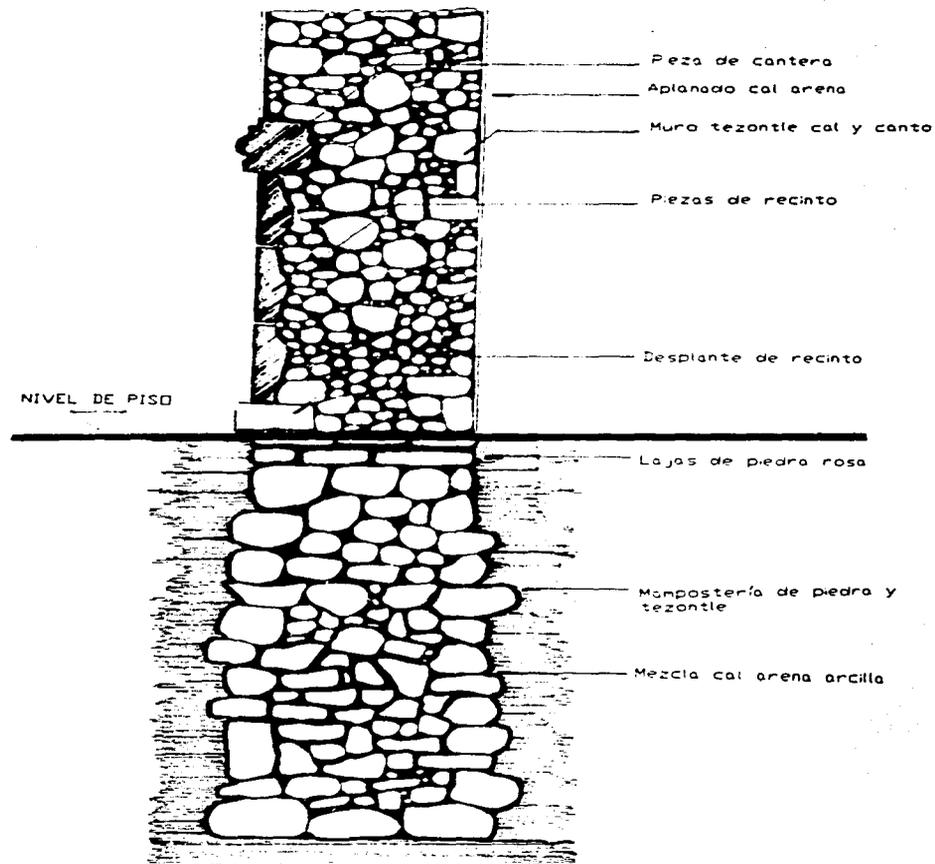


Fig. 1

Sistema constructivo típico de cimientos y muros de mampostería.

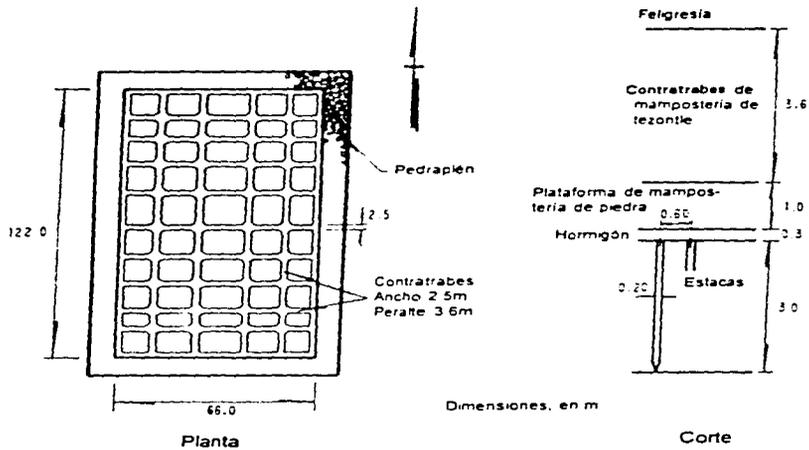


Fig. 2 *Estructuración y sistema constructivo de la cimentación de la Catedral de la ciudad de México.*

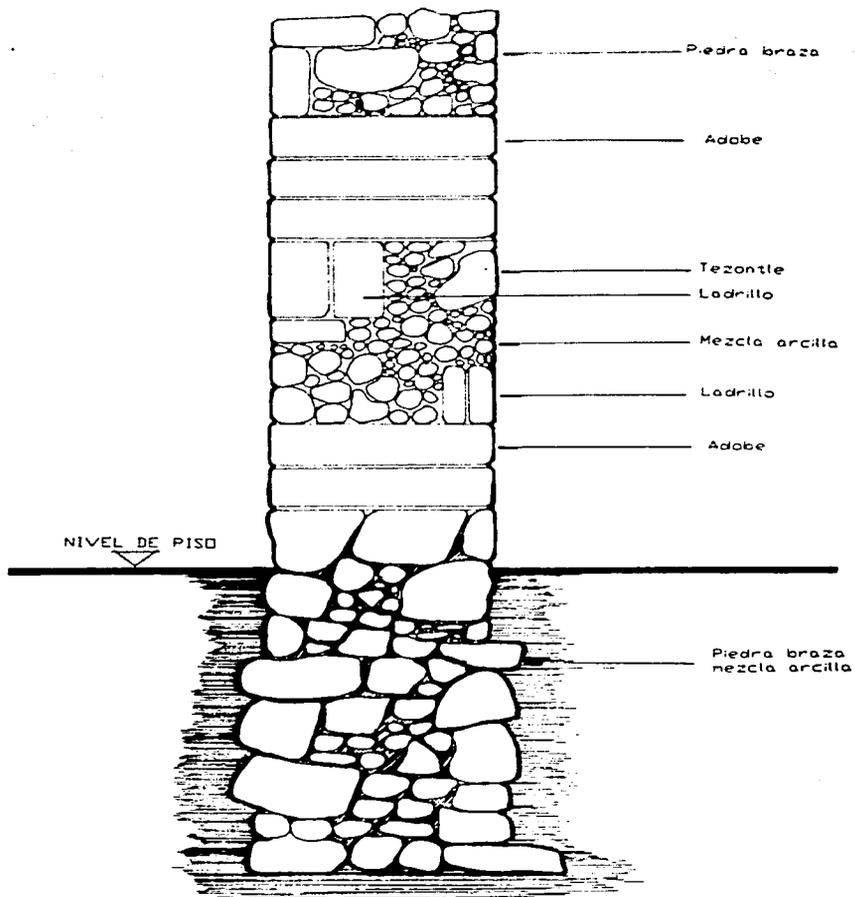
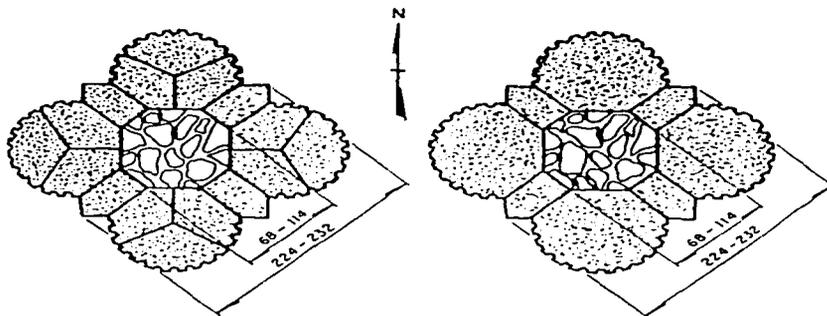


Fig. 3

Sistema constructivo de un muro colonial en el que se aprecia la heterogeneidad del material empleado.

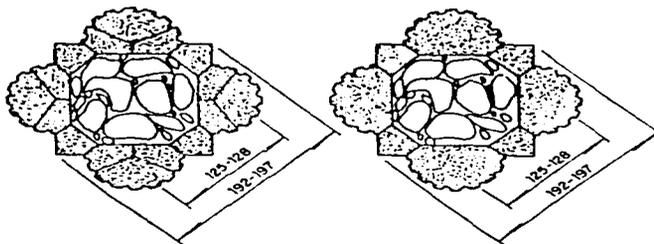


a) Columnas de Catedral

 Cantero

 Mampostería de tezonite

Dimensiones, en cm



b) Columnas de Sagrario

Fig. 4

Sección transversal de las columnas de la Catedral y Sagrario metropolitanos.

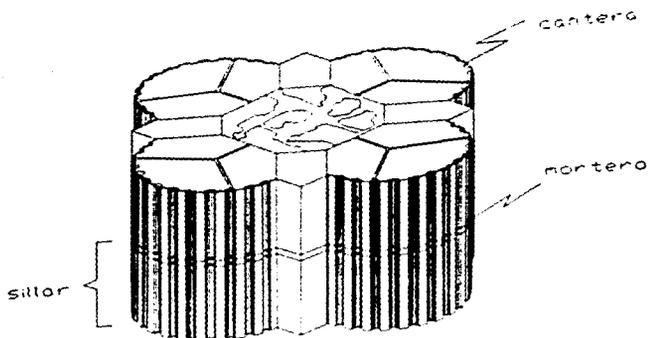


Fig. 5 Detalle constructivo de las columnas de la Catedral de la ciudad de México.

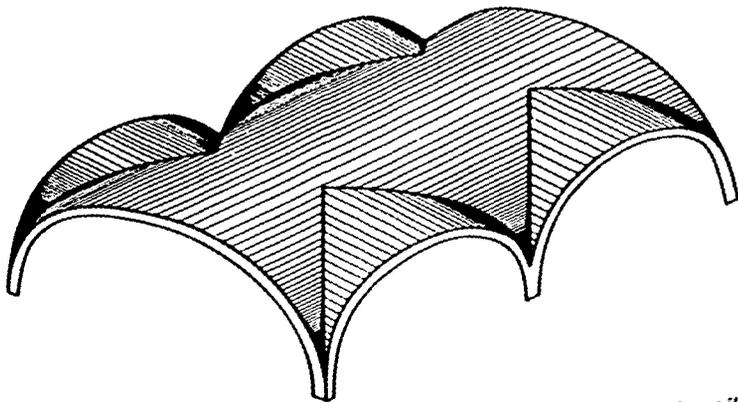


Fig. 6 Bóveda de cañón con lunetos, se trata de una bóveda cilíndrica interceptada por bóvedas cónicas transversales.

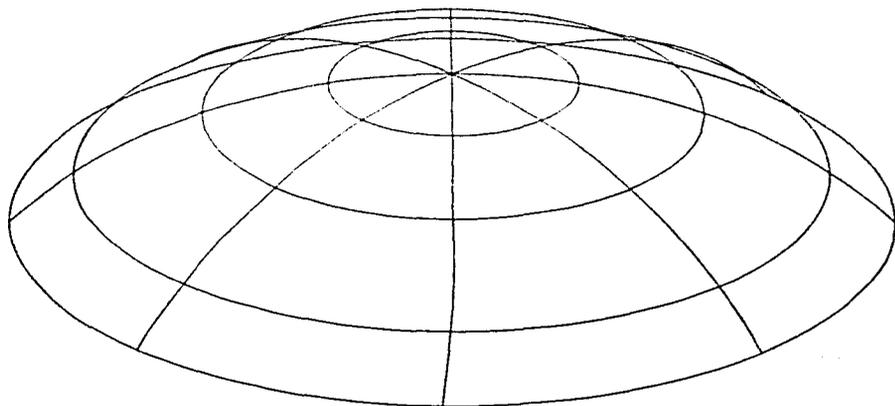


Fig. 7 *Bóveda semiesférica.*

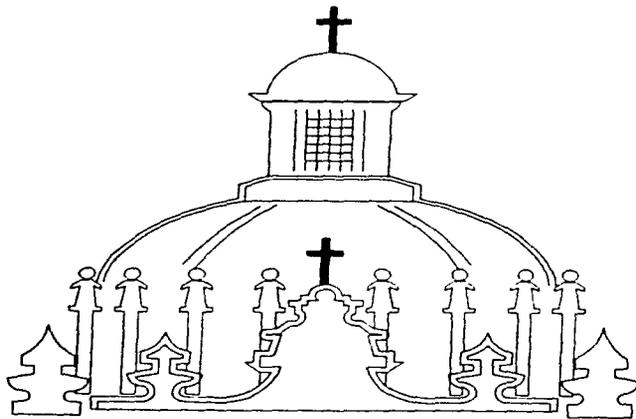
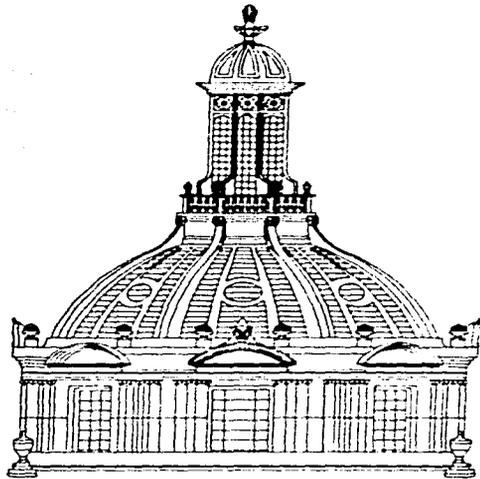


Fig. 8 *Cúpulas*

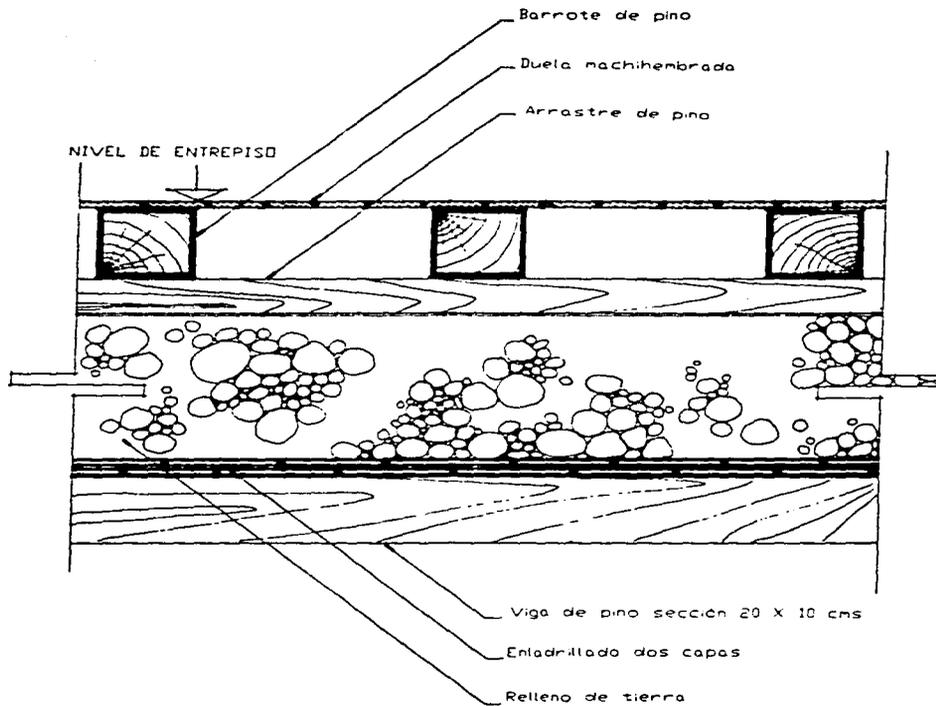


Fig. 9 Sistema constructivo típico de cubiertas planas.

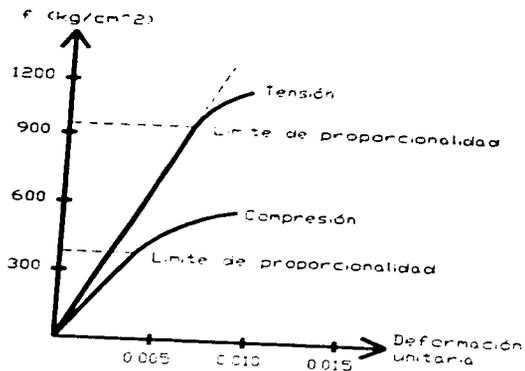


Fig. 10 Curva típica esfuerzo-deformación obtenida en una prueba de carga axial de elementos de madera.

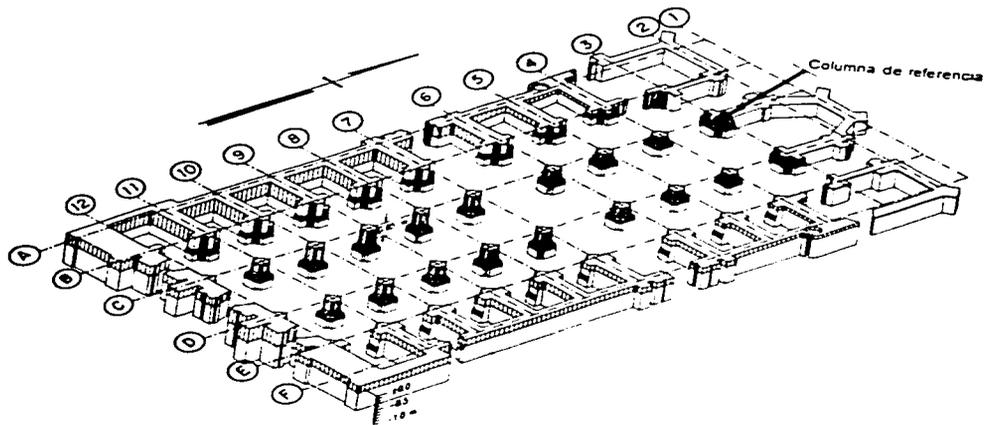


Fig. 11 Corrección geométrica realizada durante la construcción de la Catedral de la ciudad de México, a causa de los hundimientos diferenciales que se produjeron en la construcción.

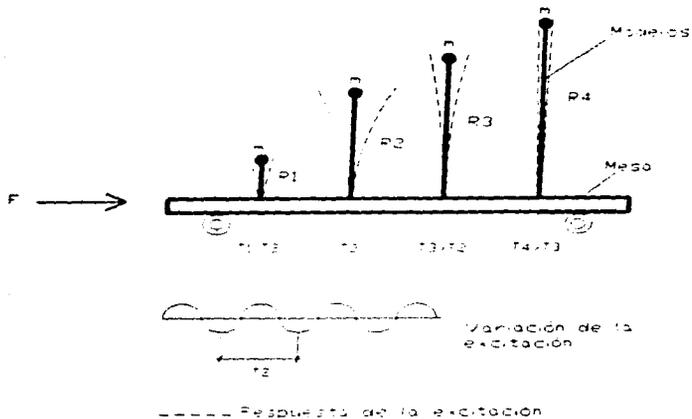


Fig. 12 Demostración de la resonancia

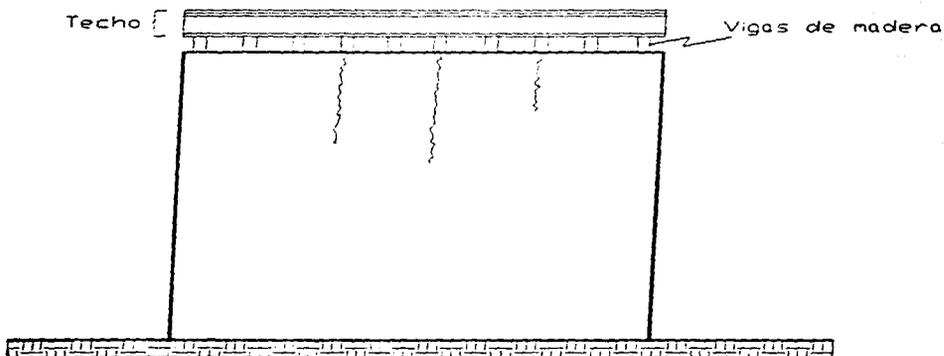


Fig. 13 Agrietamientos verticales en el muro, generados por concentraciones de esfuerzos en los apoyos de la cubierta.

Dirección de la carga lateral

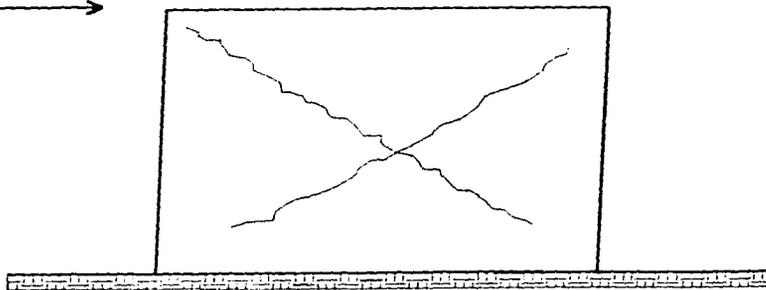


Fig. 14 *Grietas diagonales en un muro sometido a fuerzas laterales, las cuales se producen una vez que los esfuerzos cortantes exceden la resistencia de la mampostería.*

Dirección de la carga lateral

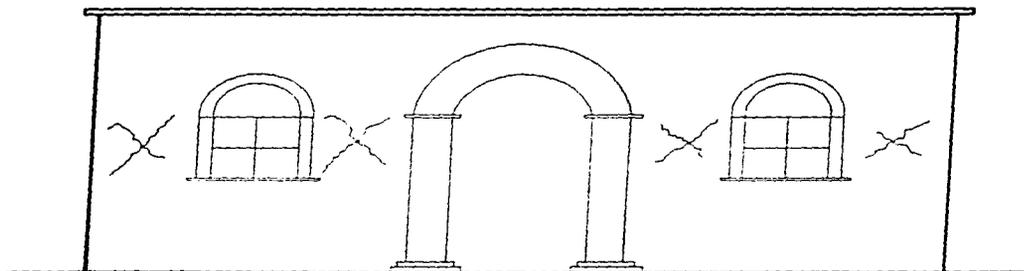
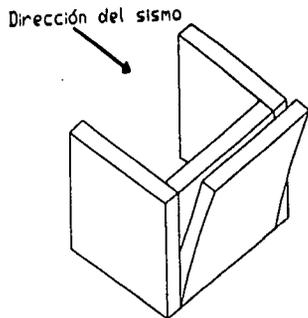
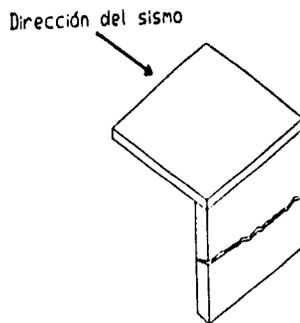


Fig. 15 *Agrietamientos por concentraciones de esfuerzos debidos a los huecos de puertas y ventanas.*

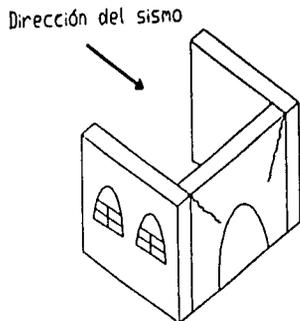
a)



b)



c)



d)

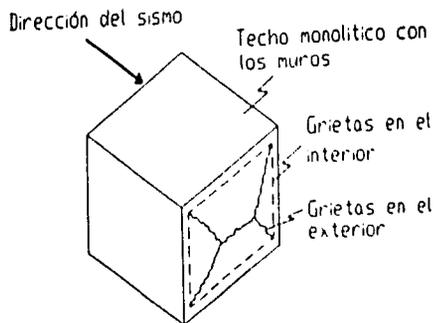


Fig. 16 *Modos de falla en muros debidos al sismo.*

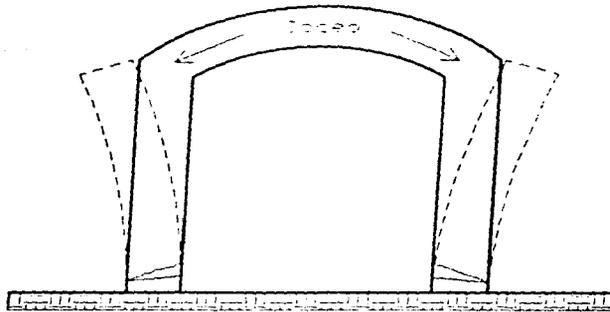


Fig. 17 *Cambio de verticalidad de los muros, causado por los empujes de una bóveda.*

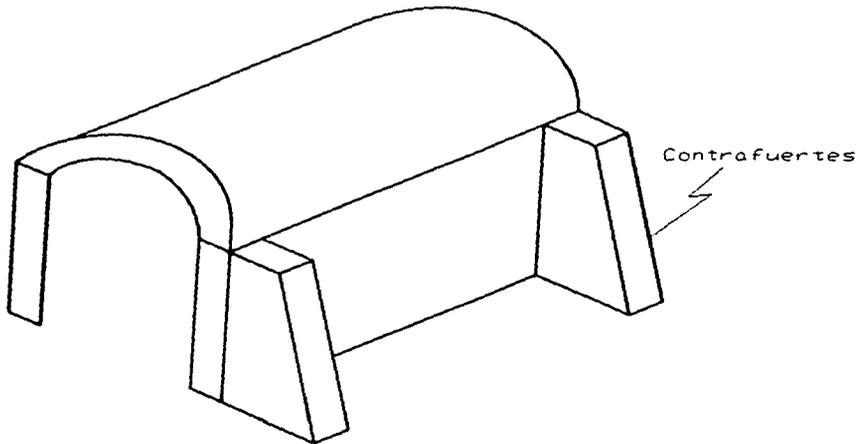


Fig. 18 *Contrafuertes para contrarrestar los empujes de las bóvedas sobre los muros.*

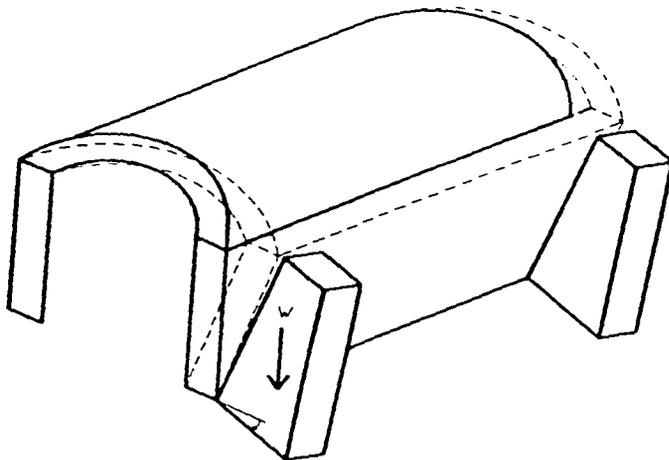


Fig. 19 *Pérdida del apoyo lateral del muro e incremento del claro de la bóveda, producido por el peso, W , del contrafuerte y la deformación de un suelo blando.*

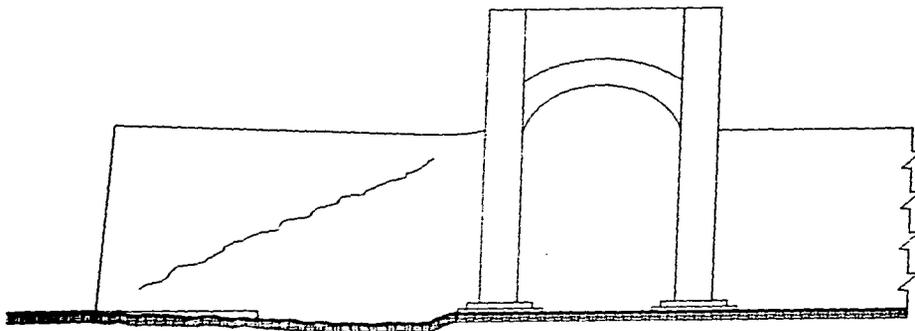


Fig. 20 *Mecanismo de falla del muro ante una deformación angular.*

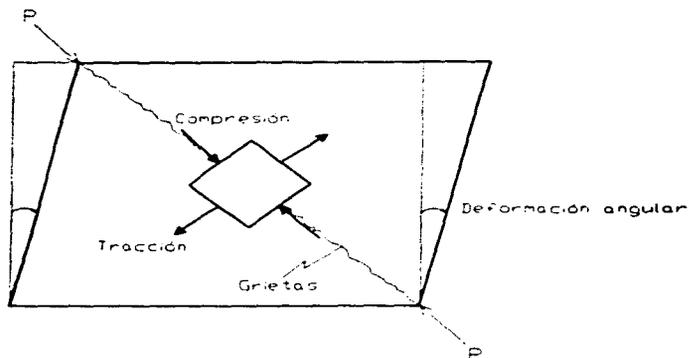


Fig. 21 *Esfuerzos que experimenta un muro sobre su diagonal, cuando a éste se le somete a una prueba de compresión diagonal.*

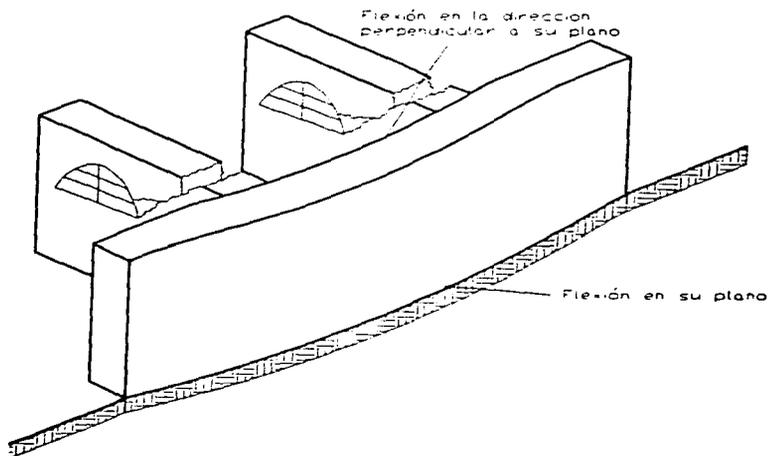


Fig. 22 *Flexión en el plano del muro y en la dirección perpendicular a éste provocada por la deformación del suelo en la zona central.*

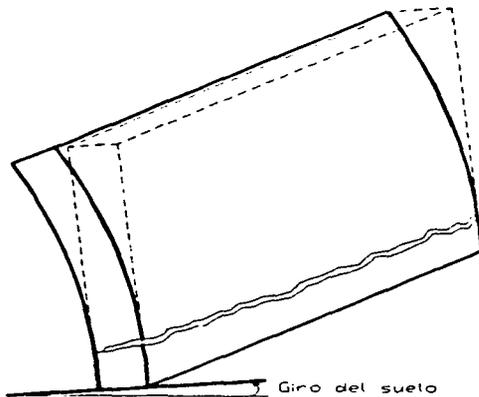


Fig. 23

Flexión en la dirección perpendicular al plano del muro debida a un hundimiento diferencial.

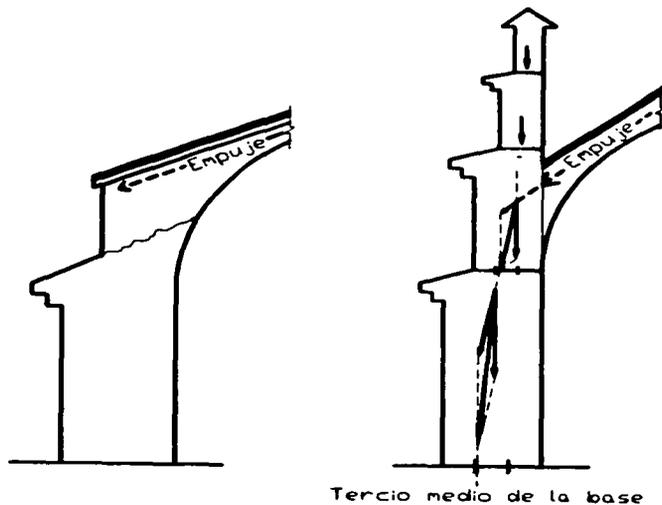
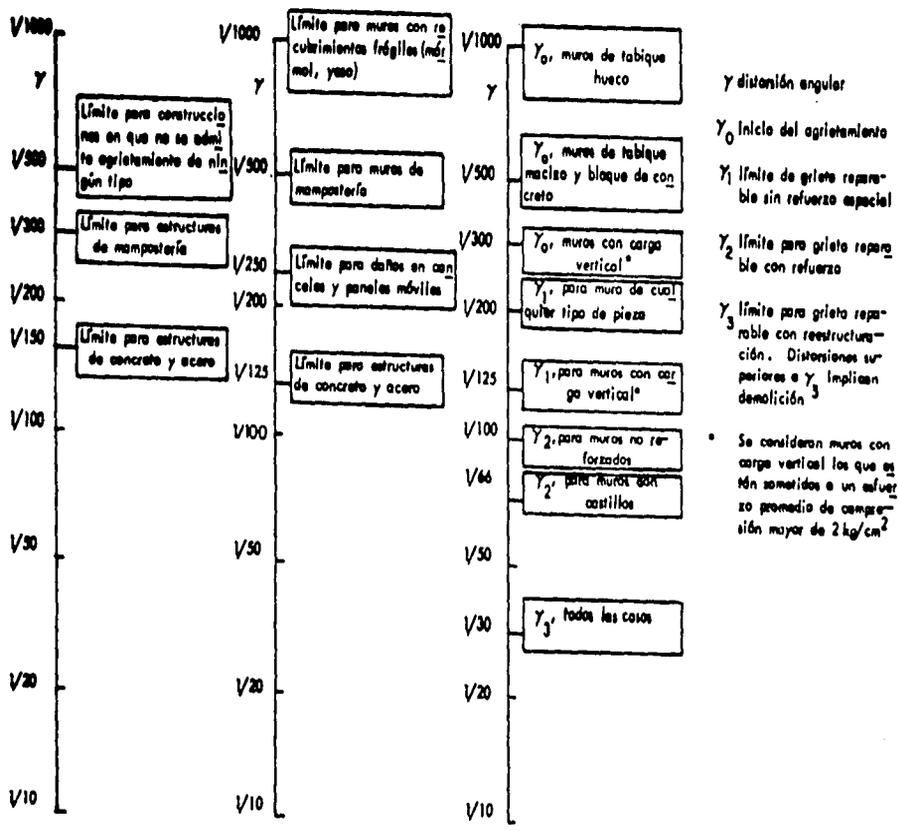


Fig. 24

Empujes de cubierta sobre los muros de apoyo y la presencia de pináculos en construcciones góticas para contrarrestar este efecto.



a) Reconocimientos de Bjerrum

b) Reglamento propuesto para el Distrito Federal

c) Límites propuestos por el Instituto de Ingeniería para viviendas con muros de carga de mampostería

Fig. 25 Límites de deformación angular (γ) propuestos por diferentes autores.

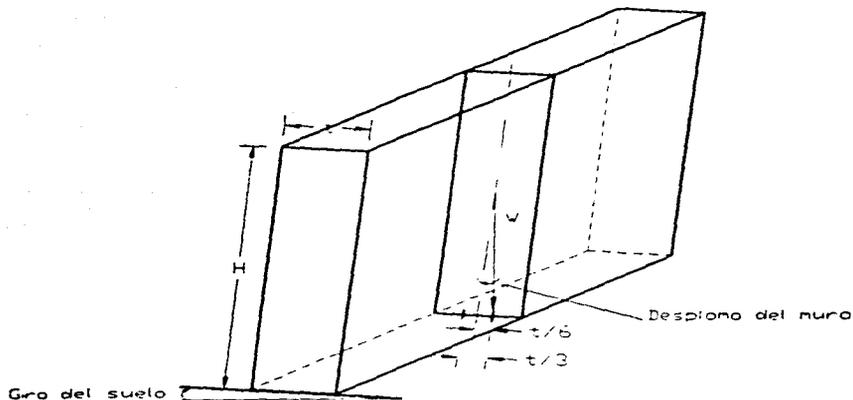


Fig. 26 *Angulo de desplomo permisible que puede experimentar el muro, de acuerdo al criterio de Heyman.*

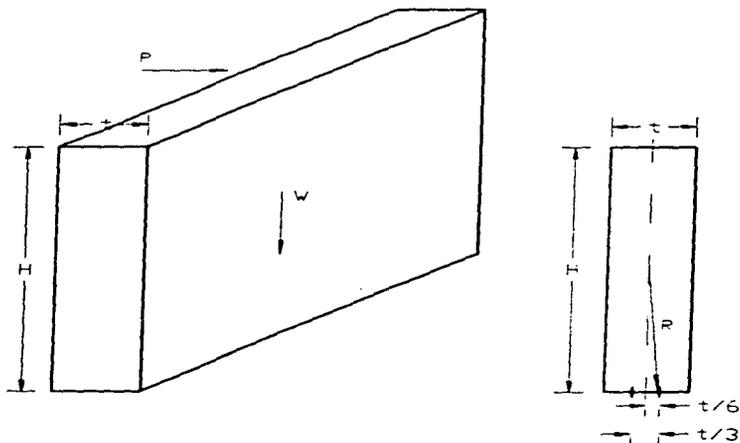


Fig. 27 *Resultante de las fuerzas debida al empuje, P , y al peso propio del muro, W , que pasa por el tercio medio de la base, para garantizar la estabilidad del muro.*

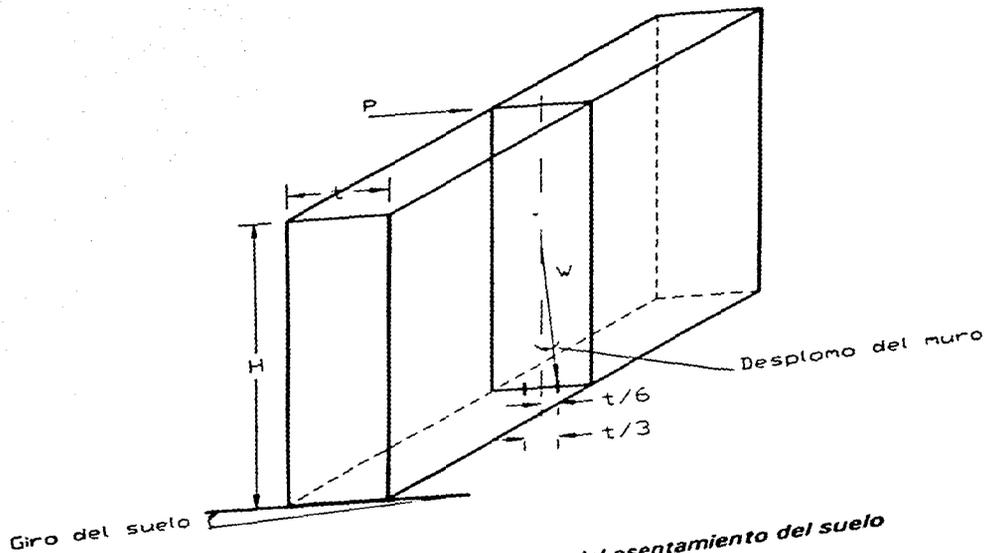


fig. 28

Desplomo producido por efecto del asentamiento del suelo y el empuje de cubierta.

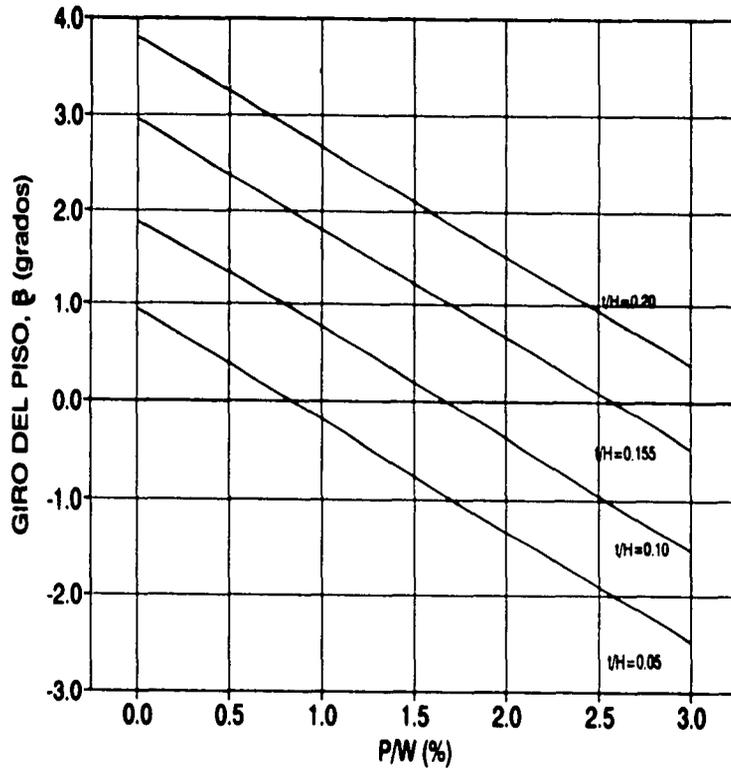
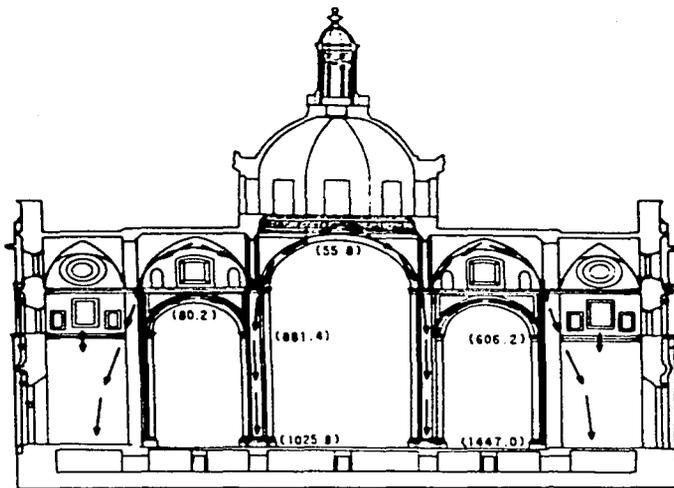


Fig. 29 Giros permisibles, β , en la base del muro para diferentes valores de P/W y t/H.



Fuerzas, en ton

Fig. 30 Trayectoria de las cargas en un eje transversal de la Catedral.

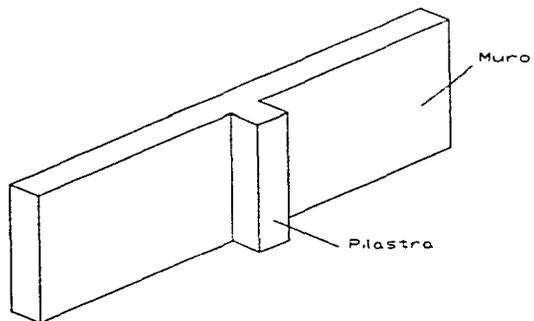
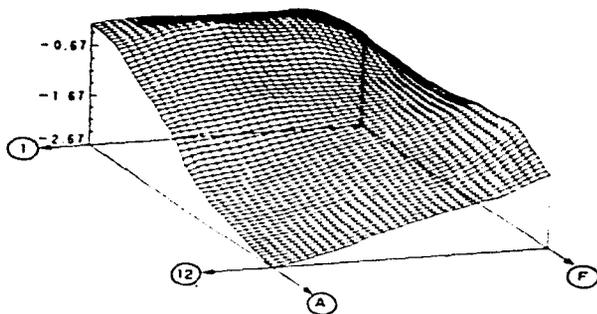


Fig. 31 Columna adosada al muro (pilastra).



Notas

- Los desplomos anotados en esta figura, fueron determinados en el primer tramo del fuste de las columnas y pilstras
- La medición se hizo con una niveleta de 1.22 m de longitud

Catedral entre oct y nov de 1989

Fig. 32

Configuración del hundimiento diferencial del piso y desplomos de columnas, registrados en la Catedral de la ciudad de México.

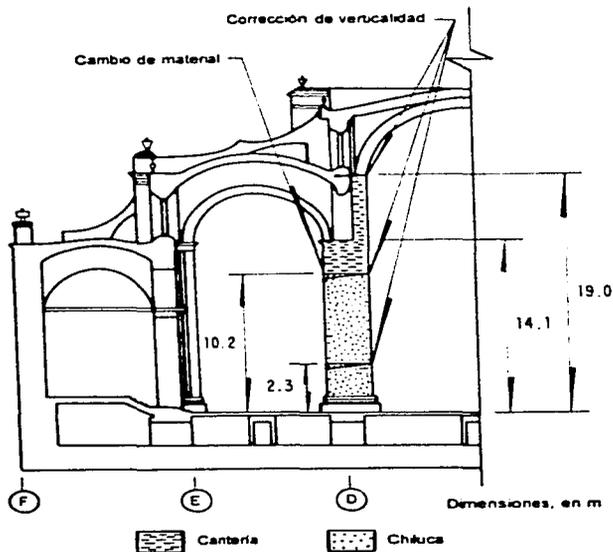


Fig. 33

Corrección de verticalidad y cambios de material realizados en la construcción de las columnas de la Catedral .

La configuración deformada de la columna se muestra con línea punteada						
Valor teórico de K	0.50	0.70	1.00	1.00	2.00	2.00
Valor recomendado para diseño K	0.65	0.81	1.20	1.20	2.10	2.30
Condiciones de los apoyos	<ul style="list-style-type: none"> Rotación y traslación restringidas Rotación libre, traslación restringida Rotación restringida, traslación libre Rotación y traslación libres 					

Fig. 34 Valores del factor de longitud efectiva, K , para condiciones ideales de apoyo.

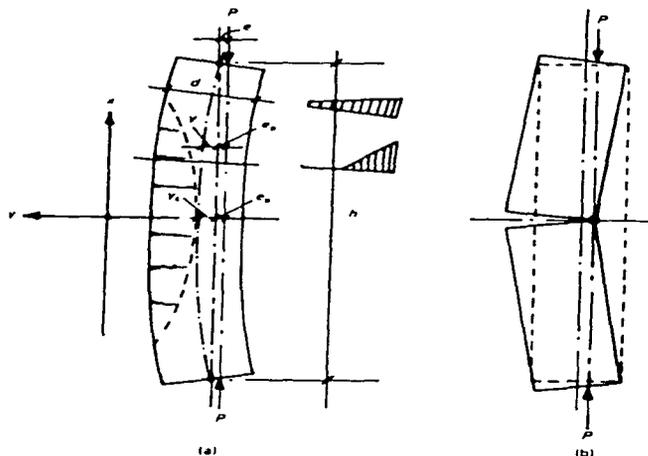


Fig. 35 Comportamiento de una columna de mampostería ante la aplicación de una carga excéntrica.

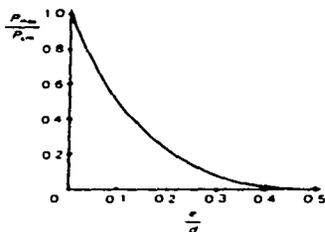


Fig. 36

Gráfica de Chapman y Statford para evaluar la carga máxima que resiste una columna de mampostería.

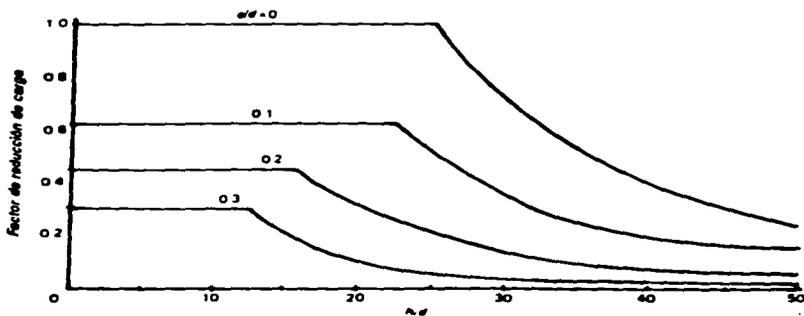


Fig. 37

Gráfica de Chapman y Statford para obtener el factor de reducción de carga.

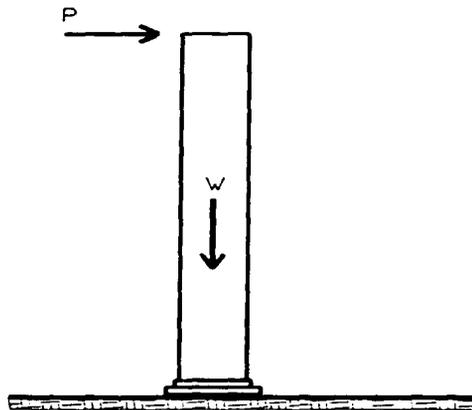


Fig. 38 *Columna sometida a una carga lateral en el extremo superior.*

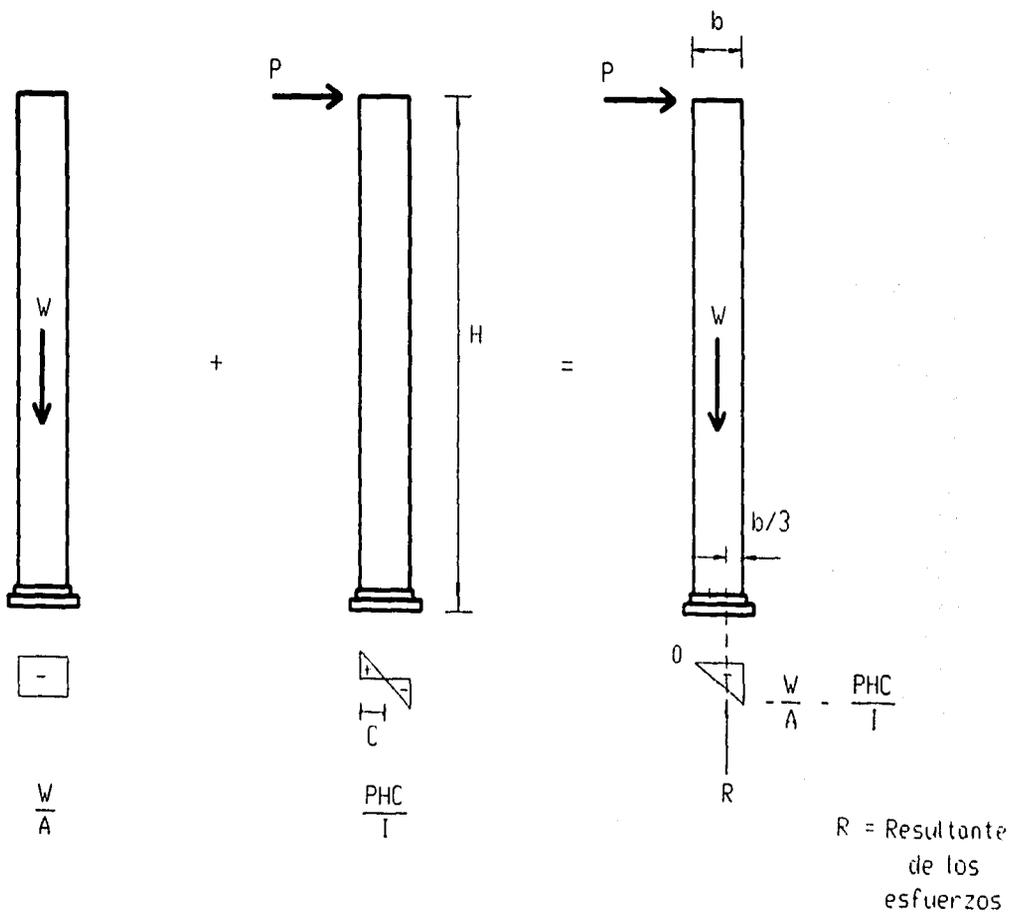


Fig. 39 *Esfuerzos producidos en la base de una columna sometida a una combinación de cargas; el empuje, P , y la carga gravitacional, W . Esta combinación propicia que la resultante pase por el tercio medio de la base.*

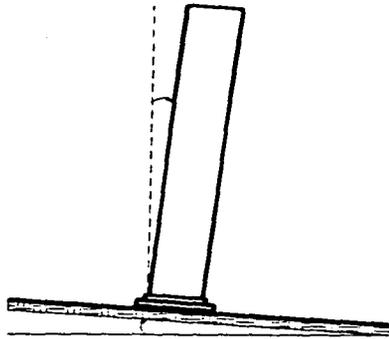


Fig. 40 *Movimiento de una columna ante un hundimiento en su base.*

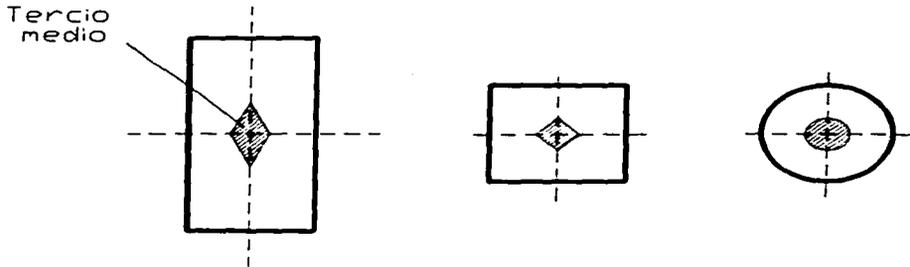


Fig. 41 *Tercio medio para diferentes secciones.*

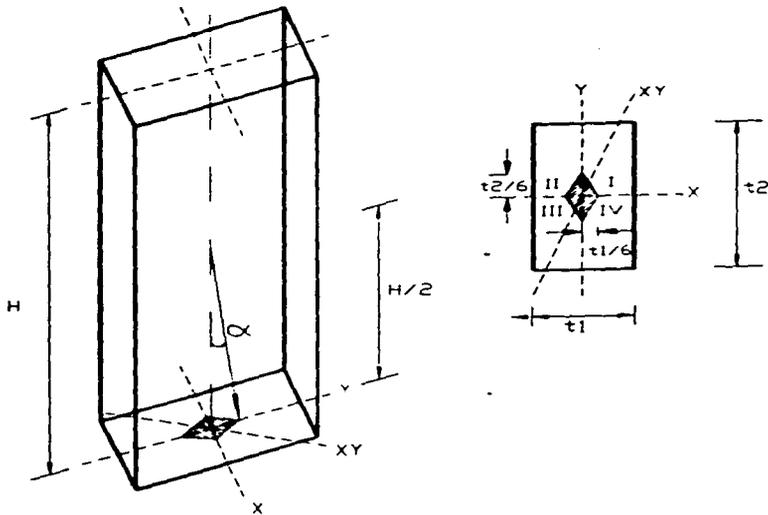


Fig. 42

Angulo de desplomo permisible para una columna de sección rectangular, siguiendo el criterio de Heyman.

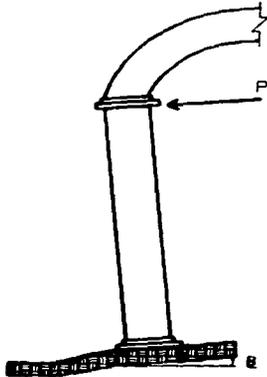


Fig. 43

Desplomo de una columna por efecto de una carga lateral y el hundimiento del suelo.

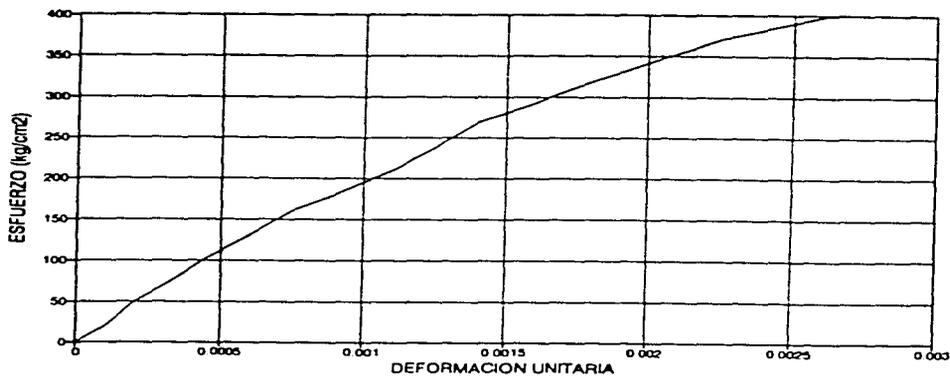


Fig. 44 Curva típica esfuerzo-deformación de la cantera.

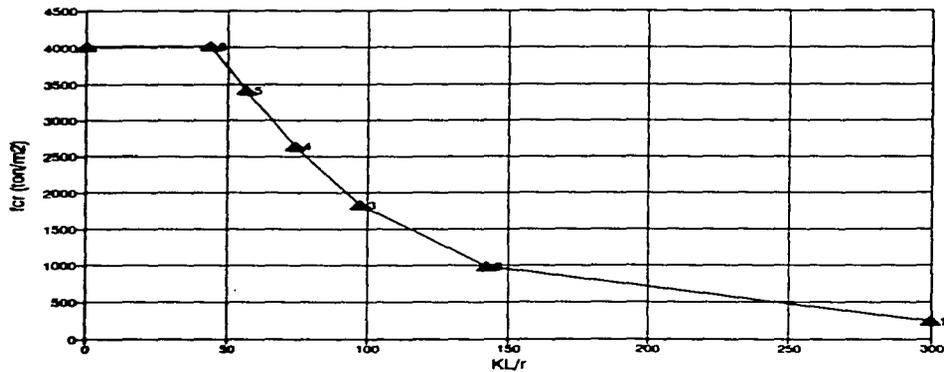


Fig. 45 Esfuerzo crítico en función de la relación de esbeltez.

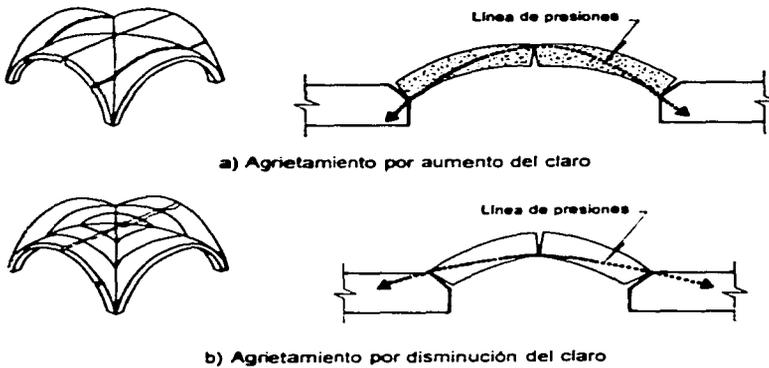


Fig. 46 Mecanismo de falla de las bóvedas de cañón por movimientos horizontales de los apoyos.

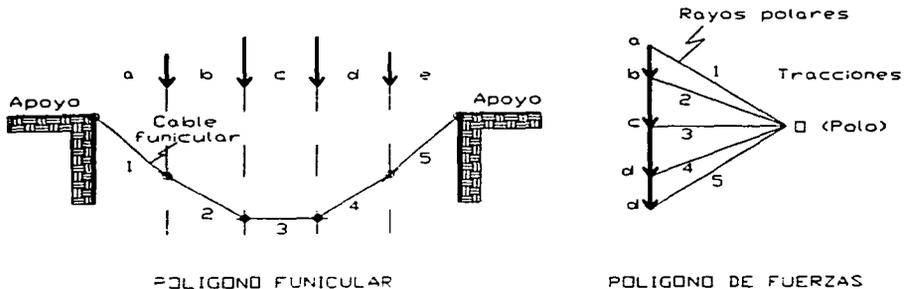


Fig. 47 Polígono funicular que se coincide como la forma que adoptaría un cable sometido a un sistema de fuerzas verticales y paralelas.

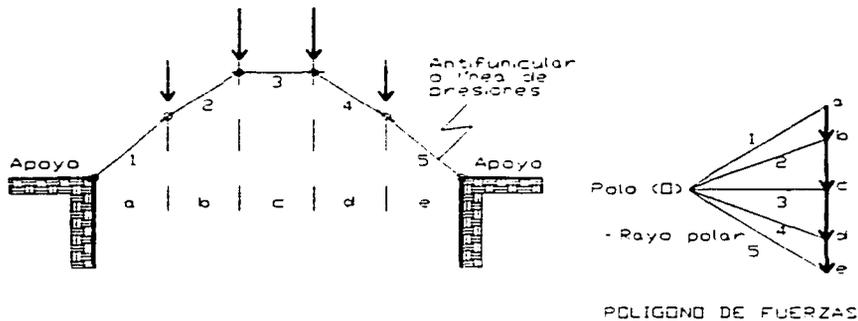


Fig. 48 Polígono antifunicular o línea de presiones (Caso contrario del cable).

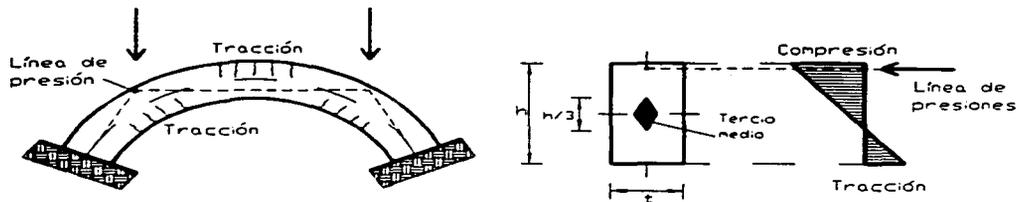


Fig. 49 Agrietamientos que se producen en un arco cuando la línea de presiones pasa por fuera del tercio medio.

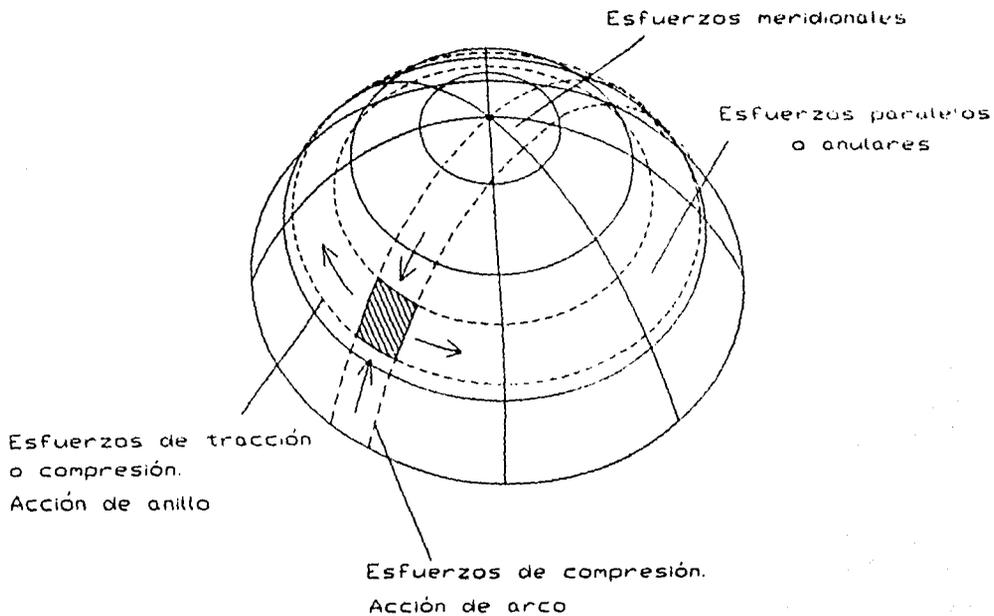


Fig. 50 *Esfuerzos internos, meridiano y paralelo, que se generan en una bóveda semiesférica.*

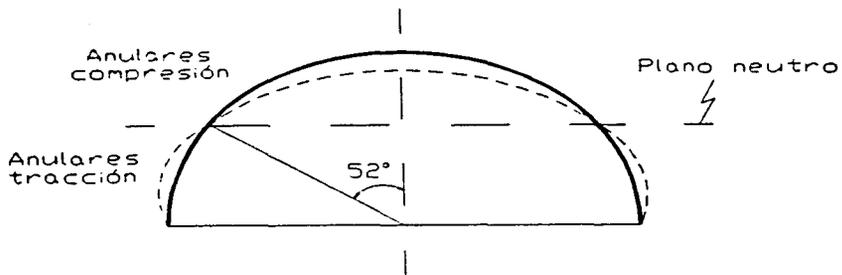


Fig. 51 Plano neutro de los esfuerzos anulares.

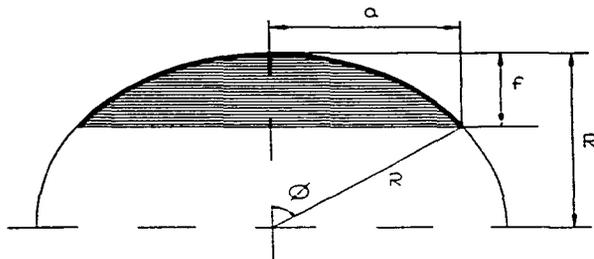


Fig. 52

Datos geométricos para calcular los esfuerzos que obran en una bóveda semiesférica rebajada.

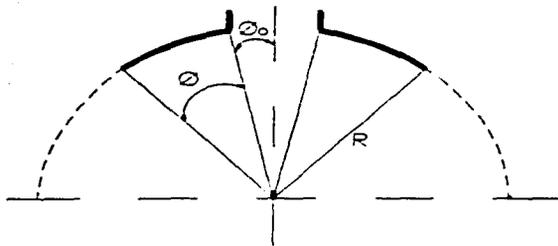


Fig. 53

Datos geométricos para calcular los esfuerzos que actúan en una cúpula sin considerar la linternilla.

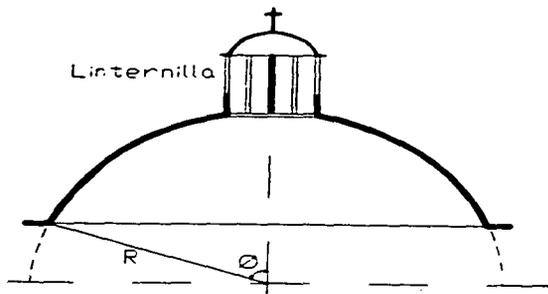
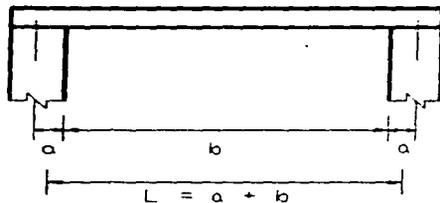


Fig. 54

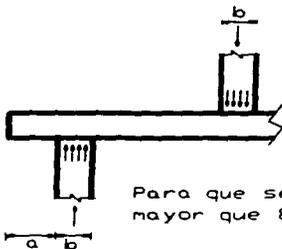
Datos para calcular los esfuerzos que actúan en una cúpula considerando solamente la carga de la linternilla.



a = longitud requerida para que no se exceda la resistencia al aplastamiento

Fig. 55

Claro de cálculo para una viga simplemente apoyada de acuerdo a las NTC para diseño y construcción de estructuras de madera.



Para que sea aplicable el factor K_a , "a" debe ser mayor que 8 cm y "b" igual o menor que 15 cm

Fig. 56

Situaciones en que es aplicable el coeficiente de modificación, K_a , de acuerdo a las NTC para diseño y construcción de estructuras de madera.