

3
291



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
SISTEMA DE UNIVERSIDAD ABIERTA
PEDAGOGIA

ANALISIS CURRICULAR DEL PROGRAMA DE
MATEMATICAS DEL PLAN Y PROGRAMAS DE
ESTUDIO 1993 SEP DE LA EDUCACION BASICA
PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TITULO DE:
LICENCIADA EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A

SUSANA PAULA ANTIGA TRUJILLO

ASESORA: MTRA. PATRICIA DUCOING WATTY



CIUDAD UNIVERSITARIA D.F. * MAYO 1997

U. N. A. M.
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
Jefatura de la División del
Sistema Universidad Abierta

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RECONOCIMIENTOS

**AL SISTEMA DE UNIVERSIDAD ABIERTA
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO POR LA
OPORTUNIDAD QUE BRINDA A LA
FORMACIÓN UNIVERSITARIA**

**AL PROGRAMA DE INICIACIÓN
TEMPRANA A LA INVESTIGACIÓN Y LA
DOCENCIA POR EL ESTÍMULO QUE
APORTA A LOS FUTUROS
INVESTIGADORES Y ESTUDIADOS DE LOS
PROBLEMAS NACIONALES**

**AL PERSONAL ACADÉMICO DEL SISTEMA
DE UNIVERSIDAD ABIERTA,
ESPECIALMENTE A LAS MAESTRAS ROSA
MA. SANDOVAL, ILEANA ROJAS, LUZ
HERNÁNDEZ Y MARIANA BALZARETTI
QUE CONTRIBUYERON A MI FORMACIÓN
UNIVERSITARIA Y EN QUIENES SIEMPRE
TENDRÉ UN APOYO**

**HAGO PATENTE MI AGRADECIMIENTO A
LA MAESTRA PATRICIA DUCOING WATTY
POR SU ENSEÑANZA Y POR
TRANSMITIRME SU ENTUSIASMO POR EL
ESTUDIO DE LAS CUESTIONES
EDUCATIVAS**

**DE LA MISMA MANERA RECONOZCO A
LAS MAESTRAS CONCEPCIÓN BARRÓN Y
LAURA ORTEGA POR LA REVISIÓN DE
ESTE TRABAJO Y POR ENRIQUECERLO
CON SUS APORTACIONES**

A LEÓN, MI ESPOSO:

**POR DARMÉ TODO SU CARÍÑO, APOYO, PACIENCIA Y
COMPRENSIÓN PARA LOGRAR ESTA META**

CON CARÍÑO A MIS HIJOS ROSELENA Y FERNANDO:

**POR EL TIEMPO QUITADO A SUS VIDAS PARA
ENRIQUECER LA MÍA**

A MIS PADRES:

**POR HABERME ENSEÑADO EL SIGNIFICADO
DE UNA FORMACIÓN RESPONSABLE**

A NEDELIA Y GUILLERMO:

**POR ENSEÑARME CON SU EXPERIENCIA, CONFIANZA
Y APOYO LO RELEVANTE DE UNA FORMACIÓN UNIVERSITARIA.**

A MIS HERMANOS Y HERMANAS:

**POR SU APOYO, CARÍÑO, CONFIANZA, ESTÍMULO Y POR
PERMITIRME COMPARTIR CON ELLOS LAS EXPERIENCIAS
Y VIDAS**

**A JOSEFINA, VERÓNICA, LUPITA Y RAMÓN:
Y CON ELLOS A TODAS MIS AMIGAS Y AMIGOS QUE
COMPARTIERON CONMIGO CADA UNO DE LOS
LOGROS OBTENIDOS Y ME MOTIVARON SIEMPRE A
SEGUIR ADELANTE**

ÍNDICE

Páginas

INTRODUCCIÓN	1
1. PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 DE LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA	9
1.1 Marco histórico, socio-económico y político	10
1.2 Estructura del Plan y programas de estudio	14
1.3 Contenidos de los Programas de matemáticas de primero a sexto grados	18
1.4 Enfoque didáctico	26
2. FUNDAMENTOS CONSTRUCTIVISTAS EN EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS	32
2.1 Concepción de las matemáticas en el ámbito escolar	34
2.2 El constructivismo en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.....	39
2.3 Didáctica de las matemáticas	46
3. LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS COMO CONTENIDO	55
3.1 Concepción de número fraccionario o racional	59
3.2 Los problemas como enfoque metodológico	71
4. LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS MATERIALES CURRICULARES	78
4.1 Los números fraccionarios en los Programas de matemáticas de primero a sexto grados	79
4.2 Presentación de los números fraccionarios en los Libros para el maestro	89
4.3 Desarrollo didáctico de los números fraccionarios en los Libros de texto para el alumno	109
CONCLUSIONES	151
BIBLIOGRAFÍA	164
ANEXOS	

*Después de agotar el tema sobre los números racionales,
el maestro indica a sus alumnos que al día siguiente entrara con los irracionales.
Al día siguiente el maestro no se explica la ausencia de sus racionales alumnos.*

**SEP La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria
Taller para maestros**

*Los conocimientos matemáticos y los problemas no pueden separarse
No se trata de 'aprender' matemáticas para después aplicarlas a la resolución de problemas,
sino de aprender matemáticas al resolver problemas*

**SEP La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria
Taller para maestros**

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas es un problema que ha preocupado desde que la enseñanza escolarizada existe en su forma actual o, tal vez, desde antes, a todos aquellos que se han encontrado comprometidos en esta tarea.¹ Como resultado se han producido diversas aportaciones teóricas o pedagógicas tendientes a dar las respuestas que ha requerido el docente para resolver en la práctica dada sus dificultades. Sin embargo, las reformas que han pretendido modernizar la concepción y metodología de los profesores han tenido efectos limitados y, por diversas razones, estas innovaciones han sido pronto desvirtuadas por las prácticas tradicionalistas.

Como enseñar matemáticas ha sido tradicionalmente uno de los problemas más comunes para los profesores de los diferentes niveles, de los cuales la educación primaria no es la excepción, sin que se haya logrado superar la resistencia y en muchos casos el rechazo tanto de alumnos como de maestros hacia esta asignatura.

Una de las etapas más importantes en el desarrollo del proceso educativo escolarizado de los niños es su formación inicial y, en esta formación, la construcción de los primeros conocimientos matemáticos tienen un papel fundamental, ya que las matemáticas actualmente son consideradas como un instrumento esencial en casi todas las áreas del conocimiento. Con su aplicación ha sido posible la elaboración de diferentes modelos para el estudio de situaciones diversas, con el propósito de encontrar mejores explicaciones y descripciones del mundo que nos rodea.

No obstante, la enseñanza de las matemáticas se ha centrado principalmente en atender, desde una perspectiva conductista, la didáctica de las matemáticas y, al interior del aula, su enseñanza ha tenido prácticamente la misma organización y contenidos durante los últimos veinte años, con la incorporación de solo algunas técnicas novedosas y algunos recursos didácticos innovadores, pero a pesar de los esfuerzos realizados, es una realidad que los alumnos no aprenden.

Actualmente, los alumnos necesitan de una formación que les permita hacer frente a los complejos problemas que seguramente encontrarán en su vida cotidiana. La investigación educativa en México, en los últimos años, se ha caracterizado por una intensificación en el área de

¹ Véase a Norma Elisa Amurante Marignac, *Análisis curricular de los programas y libros de texto de español y matemáticas de primaria*. Tesina. México: FEYL, UNAM, 1986.

las matemáticas y en los estudios sobre el desarrollo conceptual relacionados con la problemática de su enseñanza y aprendizaje, con el objetivo de lograr resultados más satisfactorios en las aulas. Se busca dar prioridad a que los alumnos tengan mayor oportunidad de apropiarse de los conceptos matemáticos y así, desarrollen las matemáticas como disciplina misma

En las últimas décadas, principalmente a partir de la teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget, la concepción de la forma como se aprende ha cambiado. Sus valiosas aportaciones a las teorías del aprendizaje determinan diversas modalidades de enseñanza y conciben el aprendizaje de forma distinta y han abierto nuevos caminos para la enseñanza de las matemáticas

Con los fundamentos constructivistas del aprendizaje y la enseñanza se busca la construcción de aprendizajes significativos, que propicien la actividad creadora y reflexiva de los alumnos y con ello cambien su posición de ser siempre solo conformistas receptores de información. Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático requiere ser construido (o más bien reconstruido) por el sujeto que aprende. En este proceso de construcción, el sujeto investiga, descubre y reflexiona sobre las estructuras matemáticas. Se busca favorecer por medio del aprendizaje de las matemáticas, la formación de alumnos reflexivos y críticos

En el marco del Programa de Modernización Educativa (1989-1994) y tomando en cuenta la importancia del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, las dificultades que enfrentan tanto el maestro en su diario procedimiento de enseñanza, como el alumno en su proceso de aprendizaje y las aportaciones de las investigaciones realizadas en México, entre otros, por el equipo de matemáticas del Departamento de Investigación Educativa del CINVESTAV desde 1977 hasta la fecha,² fueron elaborados por la Secretaría de Educación Pública, los materiales curriculares para la Educación básica primaria vigentes desde 1993, que incluyeron el Plan y programas de estudio, los Libros para el maestro y los Libros de texto para el alumno, como respuesta de política educativa que tiene por objeto regular, normalizar y homogeneizar los contenidos de enseñanza en las escuelas de educación básica primaria del país. En su realización se tomaron en consideración partes sustanciales de las propuestas curriculares elaboradas y experimentadas por los distintos grupos de investigación

² Guillermina Waldegg, .Coord. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. **Procesos de enseñanza y aprendizaje II**, p. 53

El propósito fundamental de la reforma del Plan y Programas de Estudio y de los libros de texto es que los niños adquieran una formación cultural más sólida y desarrollen su capacidad de aprender permanentemente y con independencia.¹ En el Programa de matemáticas se plantea “... un cambio sobre la metodología de enseñanza [que tome en cuenta de manera más coherente la forma como aprenden los niños] más que un cambio de contenidos curriculares. Los cambios en los contenidos curriculares están de hecho, subordinados a la lógica de un replanteamiento metodológico.”² Entre las características de la propuesta metodológica destaca, de manera especial, la orientación de la enseñanza de las matemáticas en este Plan de estudios, que tiene como objetivo “... dar mayores oportunidades a los alumnos para apropiarse de los significados de los conceptos y desarrollar con ello una actitud más creativa en el desempeño de esta disciplina.”³ El enfoque metodológico de los Programas de matemáticas es producto de resultados de investigaciones desarrolladas en México⁴ y en el extranjero,⁵ así como en proyectos de desarrollo curricular,⁶ que tienen como base la concepción de las corrientes constructivistas del aprendizaje, marco teórico de esta investigación.

La enseñanza de las matemáticas se entiende, para esta propuesta, como la promoción de la evolución y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno, mediante la presentación de situaciones que lo llevan a abandonar, modificar o enriquecer dichas concepciones, y a acercarse paulatinamente al lenguaje y los procedimientos propios de las matemáticas. En la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial. Hay objetos de conocimiento que constituyen el “objeto de enseñanza” desde la posición de maestro y se transforman en “objeto de aprendizaje” para el alumno.⁷

¹ SEP. “Presentación.” En: *Libro para el Maestro, Matemáticas, Sexto grado*, p. 7.

² Irma Fuenlabrada. “Innovaciones de la matemática en la escuela primaria.” En: *Cero en Conducta*, no. 40-41, año 10, mayo-agosto 1995, p. 5.

³ SEP. “Enfoque matemáticas.” En: *Plan y programas de estudio 1993 Educación básica primaria*, p. 51.

⁴ Investigaciones desarrolladas, por ejemplo, en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV, grupo coordinado por David Block e Irma Fuenlabrada. Citado en *Cero en Conducta*, v. 10, a. 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995, pp. 13-18.

⁵ Investigaciones realizadas en los IRM de Francia, particularmente las desarrolladas por G. Brousseau en Bordeaux. Citado en *Cero en Conducta*, v. 10, a. 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995, pp. 13-18.

⁶ Por ejemplo, Proyecto “Dialogar y descubrir” desarrollado por investigadores del DIE-CINVESTAV para el Sistema de Cursos Comunitarios del CONAFE, bajo la coordinación general de E. Rockwell y de D. Block e I. Fuenlabrada (coordinadores y autores del área de matemáticas). Citado en *Cero en Conducta*, v. 10, a. 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995, pp. 13-18.

⁷ Luis Moreno y Guillermina Waldegg. “Constructivismo y educación matemática.” En: SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, pp. 27-39.

Resulta, por tanto, de interés el llevar al cabo una revisión y análisis de los Programas de estudio de matemáticas de primero a sexto grados, del Plan y programas de estudio 1993 de la Educación básica primaria para detectar si el diseño curricular es coherente entre sí, si existe una secuenciación y hay un enlace y conexión entre los contenidos, si estos guardan una relación lógica entre los diferentes grados, si no existen contradicciones entre el Plan y programas de estudio, los Libros para el maestro y los libros de texto del alumno, y, si la estructura de los contenidos que se manejan en los libros para el alumno a partir de los programas de estudio es coherente, congruente y favorece un acercamiento para que se desarrolle la propuesta didáctica.

Con base en este estudio se pretende aportar elementos para comprender el enfoque didáctico que se plantea para la enseñanza de las matemáticas en este nuevo modelo curricular, orientado a " la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas " y se relaciona con el establecimiento de estrategias que se caracterizan por el manejo de recursos didácticos que permitan a los alumnos la obtención de la manera más clara y organizada posible de los saberes construidos a partir de la resolución de situaciones problemáticas. En esta propuesta los problemas requieren ser situaciones que favorezcan llevar al cabo reflexiones, estrategias y discusiones que propicien la solución buscada y con ello la construcción de nuevos conocimientos, o bien, el reforzamiento de los que previamente se han adquirido.

Como referente de la importancia que representa la revisión de los materiales curriculares, se menciona que, en 1986, Norma Amirante Maignac¹¹ realizó un estudio de los programas y libros de texto de español y matemáticas de primaria vigentes en ese año y anteriores al modelo curricular actual, en donde trata cuestiones generales de los mismos, a partir de la aplicación y análisis de cuestionarios a docentes que trabajaban con ese material. El objetivo del estudio fue conocer la estructura y contenidos de los materiales, por considerar que se trataba de auxiliares didácticos e instrumentos básicos propuestos por el Estado para implementar, en ese año, la reforma educativa.

¹⁰ SEP. Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 15.

¹¹ Norma Elisa Amirante Maignac. Análisis curricular de los programas y libros de texto de español y matemáticas de primaria. Tesina. México: FFyL, UNAM, 1986.

Metodología general de la investigación

Se llevó al cabo una investigación teórico-analítica del currículum formal del Plan y programas de estudio de la Educación básica primaria, vigente desde 1993, en el que se asientan las prescripciones concretas sobre los contenidos de enseñanza. Como supuesto de trabajo se considero que el nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas que se presento como el cambio principal en el Programa de estudio para la Educación básica primaria propone que los docentes reconceptualicen sus estrategias de enseñanza tomando en cuenta que el aprendizaje requiere ser reconstruido por el sujeto que aprende, es decir, propone que se tome en cuenta de manera mas coherente la forma como aprenden los niños. Por lo tanto si existe una congruencia interna y externa en el Currículum de los Programas de matemáticas, entonces los libros de texto del alumno y los Libros del maestro deberan reflejar los contenidos que permitan un acercamiento para el desarrollo de la propuesta didáctica. Esto brindara a los alumnos la oportunidad de apropiarse de los significados de los conceptos matemáticos para fomentar una actitud mas creativa en el desempeño de esta asignatura. Entonces, se revisara si la propuesta metodológica de los contenidos curriculares, se relaciona con el establecimiento de estrategias que se caractericen por el manejo de recursos didácticos que permitan a los alumnos la obtencion de la manera mas clara y organizada posible de los saberes construidos a partir de la resolución de situaciones problema.

Los objetivos de la investigación fueron la identificación del planteamiento general de los Programas de estudio de matemáticas de primero a sexto grados y del marco teórico que da fundamento a la concepción didáctica de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la descripción de la organización y estructuración del Plan y programas de estudio y de los contenidos curriculares de los Programas de matemáticas de primero a sexto grados, y, el análisis de la congruencia entre los componentes, la relación que existe entre los contenidos y los diferentes grados, la correspondencia y coherencia que existe entre la propuesta didáctica y el diseño curricular.

El estudio se centro en la revisión y análisis de los materiales componentes Plan y programas de estudio, Libros para el maestro y Libros para el alumno de primero a sexto grados. De manera inicial se situo cual era la estructuración de los contenidos del Plan y programas de

estudio al analizar, por medio de un mapa curricular de matemáticas de primero a sexto grados¹² la organización, estructura, continuidad, secuenciación e integración de los contenidos a través de los seis programas de estudio. Asimismo se revisó su enfoque, nivel de complejidad, si se retomaban contenidos anteriores y si estos se relacionaban con otras áreas del conocimiento, para lo cual se utilizó como fuente bibliográfica el propio Plan. El análisis de los contenidos del mapa curricular facilitó puntualizar la congruencia, coherencia, y grado de dificultad de la propuesta.

Una segunda etapa sirvió para revisar los Libros para el maestro de primero a sexto grados para detectar si las sugerencias metodológicas y didácticas eran congruentes con el enfoque de los contenidos propuestos y si existía vinculación con los Programas de matemáticas y posteriormente se hizo lo propio con los libros de texto para el alumno para examinar la secuencia de los contenidos, el grado de complejidad, la orientación didáctica de las actividades de aprendizaje y la metodología propuesta para la enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, se estudió la correspondencia y coherencia que existía entre los tres componentes -Plan y programas de estudio, Libros para el maestro y Libros del alumno- para cotejar si el diseño curricular era coherente entre sí, si no existían contradicciones entre los Programas de estudio y los Libros de texto, si existía una secuencia entre los contenidos y entre los diferentes grados y si la forma de estructuración era coherente, congruente y favorecía un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

Se efectuó un acercamiento general y global al marco histórico, socio-económico y político en el que se creó este nuevo modelo curricular, en el primer capítulo, para entender los cambios generados con el fin de modernizar la educación y los principios que sirvieron de fundamento para llevarlos al cabo. Se revisó la estructura del Plan y programas de estudio en general para determinar primero su propósito central y después, por asignatura, cuáles eran sus ejes temáticos y propósitos formativos. Se presentó la forma de organización general de los contenidos de los Programas de matemáticas de primero a sexto grados y finalmente se examinaron los antecedentes de las acciones emprendidas para la actualización de los contenidos de los programas de matemáticas y se analizó el enfoque didáctico orientado a la formación en el niño de habilidades que le sean útiles para la resolución de problemas y que, además, promuevan el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

¹² Ver anexo B

En el capítulo dos se efectuó un acercamiento a una concepción constructivista del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas como marco referencial que permitiera explicar tanto la intervención docente, como el papel que desempeñaba el alumno, sin tratar de hacer una aplicación literal del constructivismo a las prácticas educativas. Se revisó la concepción de las matemáticas en el ámbito escolar, los factores que lo conforman y los que intervienen para que las matemáticas se enseñen y se aprendan, así como los actores que participan para el desarrollo de los mismos. Se realizó un acercamiento a las teorías constructivistas del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, especialmente a partir de la revisión de los principios básicos compartidos o no contradictorios de los diferentes enfoques constructivistas del conocimiento que se relacionan con su desarrollo y aplicación. Por último se revisaron las diferentes perspectivas para la didáctica de las matemáticas a partir de las líneas de investigación relacionadas con las situaciones didácticas para el aprendizaje de las matemáticas, con un enfoque constructivista, relacionado con la resolución de problemas.

El análisis de los números fraccionarios, como ejemplo de contenido, se efectuó en el tercer capítulo. Se revisaron conceptualmente las categorías del problema en estudio desde dos perspectivas: la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones y la presentación de estos contenidos a partir de problemas como situaciones de aprendizaje. Para la concepción de número fraccionario o racional, se retomaron las categorías de las investigaciones de Kieren consideradas como las más relevantes para la enseñanza de la noción de fracción en la escuela primaria. Posteriormente se analizó el planteamiento y resolución de problemas considerados para el enfoque metodológico constructivista como el motor del aprendizaje matemático.

Revisamos la forma de presentación de los números fraccionarios en los materiales curriculares de los seis grados, en el cuarto capítulo, utilizando los indicadores determinados para cada una de las categorías, a partir de los objetivos generales de aprendizaje propuestos en los documentos oficiales. Los números fraccionarios, como ejemplo de contenido, se revisaron inicialmente en los Programas de matemáticas de primero a sexto grados, para analizar en una etapa posterior su presentación en los Libros para el maestro y su desarrollo didáctico en los Libros de texto del alumno. En todos los casos se examinó si la noción de fracción se introducía o afirmaba por medio de situaciones problema como estrategia de aprendizaje.

Asimismo, se detallaron las características de las observaciones encontradas a través del análisis de los componentes de los Programas de matemáticas de primero a sexto, en el capítulo de conclusiones. Inicialmente se puntualizó sobre los contenidos que son comunes para todos los grados y aquellos relacionados directamente con éstos,¹³ en un segundo momento los indicadores que sólo se detectaron para los números fraccionarios de tercero a sexto grados y los aspectos de diferenciación entre ellos¹⁴ y por último se señaló si la presentación de los contenidos, por medio de situaciones problema, como enfoque metodológico favorecían un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica y se propusieron nuevas preguntas y problemas diferentes que respondían al análisis realizado.

¹³ Ver anexo D

¹⁴ Ver anexo E

I. PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 DE LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

En este capítulo se efectúa un acercamiento breve y global al Plan y programas de estudio de la educación primaria, en general para determinar cómo están conformados en cuanto a contenidos y propósitos de los seis grados. El propósito inicial de esta parte es revisar el marco histórico, socio-económico, político y educativo en el que se crea este nuevo currículum. Para ello se determina que dicho marco presente a principios de la década de los noventa, permite entender la necesidad de un cambio y la propuesta de un nuevo Plan y programas de estudio. En un segundo momento se pretende analizar la estructura del Plan de estudios y determinar la forma en que los programas de matemáticas se integran en un nuevo tipo de currículum. Finalmente, se realiza una primera revisión de los contenidos curriculares que se proponen para la enseñanza de las matemáticas en los programas de estudio de primero a sexto grados y del enfoque didáctico propuesto.

La Secretaría de Educación Pública elaboró el proyecto curricular de la educación básica primaria vigente desde 1993. Se tomaron en cuenta, para su estructuración por asignaturas, partes substanciales de las propuestas curriculares desarrolladas y experimentadas durante la década de los ochenta por distintos grupos de investigación educativa.¹⁵ Estas propuestas planteaban la necesidad de cambiar los enfoques estructurales de enseñanza por un sistema en el cual los alumnos pudieran aprender de una manera más práctica, útil y accesible. También orientaron los criterios del nuevo modelo educativo las propuestas del Consejo Nacional Técnico de la Educación¹⁶ en torno a la necesidad de fortalecer los conocimientos y habilidades realmente básicas y de utilidad para su aplicación en la solución de problemas de la vida práctica.

El modelo curricular actual surge después de veinte años de supervivencia de los planes y programas de la educación básica que no habían tenido reformas substanciales y respondieron a circunstancias y momentos históricos particulares. Por tanto, resultaba necesario renovarlos ya

¹⁵ Guillermina Waldegg. *La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II*. Hace mención de las investigaciones desarrolladas, por ejemplo, en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV, por el grupo coordinado por David Block e Irma Fuenlabrada, y de los estudios hechos en los IREM de Francia, particularmente desarrollados por G. Brousseau en Bordeaux, Francia pp. 53-57.

¹⁶ SEP. "Introducción". En *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993*, pp. 9-19.

que en los aspectos pedagógicos de enseñanza-aprendizaje no cumplieran con los objetivos requeridos para una educación de calidad que diera respuesta a la realidad del país

La revisión del Plan y programas de estudio permite tener una visión de conjunto de los propósitos y contenidos de todo el ciclo de la educación básica primaria y no solo de aquellos que corresponden a un grado en particular

1.1 Marco histórico, socio-económico y político

Dentro del marco en el que se crea este Plan y programas de estudio, inicialmente es importante delimitar las condiciones históricas, sociales, económicas y políticas, previas y de aquellas que prevalecían durante el surgimiento del nuevo Modelo Curricular de la Educación básica primaria que influyeron en su fundamentación, ya que los planes y programas de estudio vigentes al firmarse el Acuerdo para la Modernización de la Educación no habían tenido modificaciones de fondo

El análisis de este marco nos permite comprender por una parte, por que en el Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994 se expresó que para la modernización económica del país era necesario impulsar un proceso de transformación educativa y de esta manera determinar como influyeron los mismos procesos económicos del sistema de gobierno en la estructura de la normatividad y funcionalidad del mencionado Plan, y se establecieron las bases de un modelo educativo congruente con las reformas políticas de un determinado proyecto de gobierno Por otra parte, facilita determinar cual era la política educativa que, dentro de este Plan de Desarrollo incluye mejorar la calidad de la educación y dio origen al Programa para la Modernización Educativa Asimismo, hace posible examinar cuales fueron las acciones emprendidas por el gobierno para la actualización de los contenidos y materiales de estudio

Las condiciones históricas del país al establecimiento de la consulta para modernizar la educación y al surgimiento del Programa y Acuerdo para la Modernización de la Educación Básica, eran reflejo de los gobiernos anteriores al periodo 1988-1994, que imprimieron características particulares al sistema de gobierno y en particular al ámbito educativo Se observa en ellos un tendencia a dar cobertura a los espacios educativos que demandaba la población. Estos patrones se conservaron y empezaron a tener un estancamiento e inclusive una contracción, ya que la expansión de la matrícula escolar rebaso el crecimiento de las instalaciones existentes en

el sistema escolar.¹⁷ Este hecho coincidió con la crisis económica del periodo que se estudia y las políticas de austeridad que se aplicaron. Así hereda José López Portillo (1976-1982) al Presidente Miguel de la Madrid Hurtado (1982-1988), un país en crisis, tanto económica como educativa, enmarcada por un conflicto magisterial y un problema de democracia sindical. Estas circunstancias dieron origen a una coyuntura histórico-social, que en materia educativa culminó inicialmente en 1988, con la convocatoria para realizar una Consulta sobre aquello que era necesario modernizar en la educación y, en una etapa posterior, en el Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, presentado por el Presidente Carlos Salinas de Gortari en 1989.¹⁸

Por tanto, las condiciones sociales prevalecientes en el país eran una consecuencia esperada, debido al incremento de los índices de población en edad escolar sin oportunidad de acceso al sistema, así como de los altos índices de deserción, reprobación e ineficiencia terminal, sobre todo en las zonas rurales marginadas y urbanas de bajos estratos, lo cual contribuyó a la baja calidad de la educación. Prevalcía el analfabetismo y el creciente número de adultos que no terminaron la educación primaria. La educación rural no podía compararse con la educación urbana debido a las grandes diferencias que caracterizaban a esta última.¹⁹

Los aspectos y características prevalecientes en el sistema educativo mexicano eran consecuencia de la situación económica que vivía el país en general debido a la caída mundial en los precios del petróleo. Esta situación obligó al gobierno mexicano a la cancelación del comercio de productos de exportación, a la eliminación de subsidios y a la contención y disminución del crecimiento del gasto corriente. Una gran cantidad de proyectos y planes de desarrollo, incluidos los educativos, fue detenida.²⁰

La crisis económica contrajo el gasto educativo, lo que consecuentemente derivó en la falta de construcción de espacios educativos, el deterioro físico de los ya existentes y escasez de materiales y recursos para la enseñanza. Los salarios del magisterio también se vieron

¹⁷ Pablo González Casanova, "Prólogo a la Crisis Futura". En *México ante la crisis*, pp. 415-425.

¹⁸ PODER EJECUTIVO FEDERAL. Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, pp. 1-XX. En él se encuentran plasmadas las políticas encaminadas a la modernización del Sistema Educativo Nacional, las actividades sustantivas del sector, un diagnóstico correspondiente a cada una de ellas, estrategias para su modernización y objetivos, así como metas cuantitativas y cualitativas.

¹⁹ Pablo González Casanova, "Prólogo a la crisis futura". En *México ante la crisis*, pp. 415-425.

²⁰ *Ídem*.

deteriorados a consecuencia de esta crisis. Se vivía en lo económico una crisis financiera que se decía era "... problema del "sistema" y no de tal o cual gobernante":²¹

Pero ¿cómo se reflejaba todo esto en el problema educativo y cuales fueron las acciones como respuesta a esa situación?

En primer lugar existía el problema del gran crecimiento de la Secretaría de Educación Pública, en segundo lugar la falta de vinculación entre los esfuerzos federales, estatales y municipales, debido al planteamiento original de una administración centralizada. Finalmente se hablaba de un deterioro en la calidad de la educación como consecuencia del atraso que las estructuras educativas tenían en relación con las necesidades actuales del país y a las demandas que planteaba el mundo de nuestra época.²²

Las políticas educativas consideraron siempre a la educación como uno de los medios necesarios para lograr el mejoramiento material y espiritual de la sociedad. Las características prevalecientes en el sistema educativo eran reflejo de los enfoques de planeación educativa anteriores al gobierno de Miguel de la Madrid cuyos esfuerzos trataron siempre de dar respuesta a la demanda educativa. Entre estos se puede hacer mención del Plan de Once Años que planteaba la necesidad de la masificación de la educación básica, la Reforma Educativa 74-76 que con Echeverría propuso la democratización de la educación y, finalmente el Plan Globalizador que con López Portillo y vigente hasta Salinas de Gortari aseguraba una educación básica universal de diez grados a toda la población, sin que esto se cumpliera realmente.²³ Es decir, siempre con estas reformas se trató de dar al problema educativo una solución a través de lo político, además de tratarse de propuestas educativas que se han puesto en práctica en contextos diferentes al de nuestro país, situación por la que, obviamente, las reformas educativas no han dado los resultados que se esperaban. Los esfuerzos realizados se enfocaron solo al equilibrio de la oferta con la demanda de la educación, con el descuido de su calidad, lo que propicio que en la educación básica se obtuvieran muy bajos niveles académicos. Entonces, la realidad era la urgente necesidad de la reformulación de planes y programas de estudio y la renovación de libros de texto gratuitos para la educación primaria.

²¹ *Ibidem*, p. 415

²² *Ibidem*, p. 415-425

²³ *Idem*

Todas las acciones del gobierno de Salinas se orientaron hacia la modernización de la vida de los mexicanos, por tanto, la política educativa, reflejada por medio de las propuestas de la Secretaría de Educación Pública no podían sino reconocer que se tenía que modernizar la educación. La vida de la nación se veía constantemente envuelta en una serie de modificaciones de los conceptos científicos, de la tecnología y de la sensibilidad y pensamiento de los seres humanos. Por ello era necesario el establecimiento de un Plan para Modernizar la Educación con el objetivo de mejorar la calidad de la educación que se ofrecía.

Fueron cinco las etapas de este Plan por medio de las cuales se llegó a la elaboración del nuevo modelo curricular.²⁴ En la primera etapa, 1988, se estableció la Consulta para la modernización de la educación como acción previa al Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994. En una segunda etapa, 1989, se dio a conocer el Programa para la Modernización Educativa 1989-1994. La Secretaría de Educación Pública realizó, en una tercera etapa, 1989, una evaluación y emitió las propuestas de reforma y elaboró, en 1990, planes experimentales e inició su aplicación a través del Programa denominado "Prueba Operativa".²⁵

En 1991 el Consejo Nacional Técnico de la Educación propuso el Nuevo Modelo Educativo. En esta cuarta etapa se establecieron los criterios que orientarían tanto la reforma educativa como los lineamientos y enfoques del Plan y programas de estudio.

En su quinta etapa el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica propuso la transformación del Plan y programas de estudio, derivó el Programa Emergente de Reformulación de Contenidos y Materiales Educativos y el Programa Emergente de Actualización del Maestro y se determinó la elaboración de un nuevo Currículo para la educación básica que se aplicaría a partir de 1993.

Los lineamientos de la política educativa del sexenio de Salinas fueron plasmados en el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica.²⁶ Se planteaba con esto que la educación básica requiera de políticas sostenidas que atenderían integralmente su problemática y

²⁴ SEP "Introducción". En: Plan y programas de estudio educación básica primaria 1993, p. 11.

²⁵ *Idem*.

²⁶ El Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica suscrito el 18 de mayo de 1992 como una estrategia para acelerar los cambios en el campo educativo y un compromiso para ofrecer una educación pública de calidad se sustenta en tres ejes principales que responden a factores críticos del sistema Educativo Nacional: reorganización del sistema educativo; reformulación de los contenidos y materiales educativos y revaloración social de la función magisterial.

se enfatizaba de forma paralela el papel que la evaluación continua e integral tiene para el logro de las metas propuestas. El Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica se convirtió en una crítica severa al sistema de educación que había estado vigente hasta 1992, ya que, además de someter los programas de estudio a revisión y señalar la necesaria renovación de los libros de texto, propuso el cambio de una administración burocrática y centralizada, al tiempo que generó cuestionamientos en relación a la necesidad de calidad en la educación, al considerar que ésta “no depende solamente de la capacidad del maestro y de la capacidad del alumno. Está comprobado que esa calidad también depende de los programas de estudio y de toda la organización curricular de la escuela. Si los programas de estudio son malos, eso transmite el maestro. Los contenidos educativos son los datos del saber, los elementos y los valores que enseña el maestro al alumno.”²⁷

Junto con este Acuerdo, se propusieron proyectos de desarrollo curricular en el campo educativo que contribuyeron significativamente a la fundamentación teórica y dieron cuerpo a la reforma curricular que a partir de 1990 se emprendió en todo el territorio nacional bajo una misma normatividad, y que desembocó en la edición, en 1993, del Plan y programas de estudio de la Educación básica primaria, en la renovación de los libros de texto gratuitos y en el apoyo al maestro a través de un programa de actualización y mejoramiento profesional.

Analizamos, por medio del marco histórico, socio-económico, y político, como un proyecto de gobierno dio respuesta a un problema educativo, a través de la reformulación de planes y programas de estudio y la renovación de libros de texto gratuitos para la educación primaria. De igual forma este análisis nos permitió un acercamiento inicial a la hipótesis de estudio que busca determinar si la respuesta de política educativa que se plasma en la reformulación de contenidos del Plan y programas de estudio 1993 realmente propicia un acercamiento a la propuesta metodológica y didáctica.

1.2 Estructura del Plan y programas de estudio

En este apartado se analiza como se estructura el Plan y programas de estudio por asignatura y por grado para determinar cuales son sus ejes temáticos y propósitos formativos. Los contenidos del mismo dan respuesta a las inquietudes, que de manera fundamental, se refieren a la

²⁷ Vicencio Oria Razo. *Política Educativa Nacional. Camino a la modernidad*, pp. 193-194.

formación de los niños y se relacionan con la comprensión de la lectura y los hábitos de leer y buscar información, así como de la capacidad de expresión. Los mismos propósitos establecen la necesidad de la adquisición del razonamiento matemático y de la destreza para aplicarlo. Se propone también el conocimiento de la historia y la geografía de México, el aprecio y la práctica de valores tanto en la vida personal, como en la convivencia social. Se han seleccionado y organizado los contenidos de cada asignatura dando prioridades, estableciendo la flexibilidad suficiente para que los maestros utilicen su experiencia e iniciativa.

La organización de la enseñanza básica primaria establece un marco común del trabajo en todas las escuelas del país bajo una misma normatividad y objetivos. El propósito central de este Plan es

*... estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente (...) [propiciando que] la adquisición de conocimientos esté asociada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de la reflexión. ... bajo la tesis de que no puede existir una sólida adquisición de conocimientos sin la reflexión sobre su sentido, así como tampoco es posible el desarrollo de habilidades intelectuales si éstas no se ejercen en relación con conocimientos fundamentales.*²⁸

En el Plan y programas de estudio 1993 se señala como principio prioritario que la escuela debe lograr el dominio de la lectura y la escritura, la formación matemática elemental y la destreza en la selección y el uso adecuado de la información que el niño está construyendo. De igual forma, debe promover en los alumnos competencias intelectuales, así como formar actitudes y valores fundamentales, característica indispensable de una educación de calidad. Por ello, la escuela no podrá atender otras funciones en tanto no cumpla con eficacia las tareas prioritarias establecidas como fines y principios educacionales en el mismo.

A partir de una revisión de las asignaturas que lo integran, de la organización general de los contenidos, de los propósitos formativos y el enfoque pedagógico que se utiliza por asignatura se tendrán elementos para la elaboración de un esquema de la organización global de los contenidos del Plan y programas de estudio en general y se contará con un punto de referencia más completo para abordar, en una etapa posterior, de manera específica los contenidos de los Programas de matemáticas.

²⁸ SEP. Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993. p. 13

Los Programas de estudio se estructuran por asignatura y por grado. En cada caso se exponen primero los propósitos formativos de la asignatura y los rasgos del enfoque pedagógico que se utiliza. Se enuncian después los contenidos de aprendizaje, organizados para algunas asignaturas en ejes temáticos, y para otras en temas centrales, aspectos, actividades y campos de enseñanza. Son ocho las asignaturas que conforman, de acuerdo al esquema anexo²⁹, la organización de los contenidos del Plan y Programas de Estudio: *Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Historia, Geografía, Educación Cívica, Educación Artística y Educación Física.*³⁰

Igualmente, los ejes temáticos, que agrupan contenidos similares a lo largo de los seis grados, han sido establecidos para las asignaturas centradas en el desarrollo de habilidades que son ejercitadas de forma continua o en aquellos casos en que un tema se desarrolla de manera general a lo largo de todo el ciclo. Los contenidos se organizan de manera convencional de acuerdo a la naturaleza de la asignatura, cuando el agrupamiento por eje temático resulta inoperante o forzado.

El propósito principal de la asignatura Español³¹ es lograr el dominio de la lectura, la escritura y la expresión oral, y se divide en cuatro ejes temáticos: a) Lengua hablada, b) Lengua escrita, c) Recreación literaria y d) Reflexión sobre la lengua.

Asimismo, el objetivo de las Matemáticas³² es lograr su aprendizaje por medio de la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. Sus contenidos se organizan en torno a seis ejes temáticos: a) Los números, sus relaciones y sus operaciones, b) Medición, c) Geometría, d) Procesos de cambio, e) Tratamiento de la información y f) Predicción y azar.

La enseñanza de las Ciencias Naturales³³ se integra en primero y segundo grados con nociones sencillas de Historia, Geografía y Educación Cívica, articuladas en torno al conocimiento del medio natural y social que rodea al niño. A partir de tercer grado, los contenidos de la asignatura de Ciencias Naturales se organizan a través de cinco ejes temáticos: a) Los seres vivos, b) El cuerpo humano y la salud, c) El ambiente y su protección, d) Materna, energía y

²⁹ Ver anexo A. Esquema de organización de los contenidos del Plan y programas de estudio. 1993 SEP de la Educación básica primaria.

³⁰ SEP. "Introducción". En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 19.

³¹ SEP. "Enfoque Español". En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993p. 23.

³² SEP. "Enfoque Matemáticas". En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 52.

³³ SEP. "Enfoque Ciencias Naturales". En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 53.

cambio y e) Ciencia, tecnología y sociedad Su propósito centrales que los alumnos logren la adquisición de cierto tipo de conocimientos, capacidades, actitudes y valores relacionados con el medio natural Asimismo se enfocan a lograr en el niño la comprensión del funcionamiento y la transformación del organismo humano y el desarrollo de hábitos para el cuidado de la salud

La Historia³⁴ se orienta a través de temas centrales Para primero y segundo grados se refiere a la noción del cambio a través del tiempo En tercer grado se estudian los elementos de la historia y la geografía de su entidad federativa, para llegar a la introducción de la Historia de México en cuarto grado En quinto y sexto grados se continúa el estudio de la Historia de México y se articula con un acercamiento a la Historia Universal Sus fines se encauzan a estimular el desarrollo de nociones para el ordenamiento y la comprensión del conocimiento de la historia, de sus diferentes objetos de conocimiento, el fortalecimiento de la función de su estudio en la formación cívica y a su articulación con la geografía

Los temas centrales para el estudio de la Geografía³⁵ se desarrollan en nociones del conocimiento geográfico para primero y segundo grados, el estudio del municipio y de la entidad en que se vive, de su ubicación en el territorio nacional y de su relación con los estados vecinos para tercer grado En cuarto grado se estudia la geografía de México y en quinto y sexto se da un curso continuo de geografía universal Su intención es la adquisición de conocimientos relacionados con la geografía y vinculados con las Ciencias Naturales, así como el desarrollo de destrezas específicas y la incorporación de actitudes y valores relativos al medio geográfico

Por su parte, la finalidad de la Educación Cívica³⁶ se relaciona con la formación de valores, conocimiento y comprensión de los derechos y deberes, conocimiento de las instituciones y de los rasgos principales que caracterizan la organización política de México, desde el municipio hasta la federación y al fortalecimiento de la entidad nacional

La Educación Artística³⁷ alude a las actividades de apreciación y expresión musical, de la danza, corporal, plástica y teatral, con objeto de fomentar en el niño la afición y la capacidad de apreciar las principales manifestaciones del ámbito artístico

³⁴ SEP "Enfoque Historia" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, pp 92-93

³⁵ SEP "Enfoque Geografía" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p 111.

³⁶ SEP. "Enfoque Educación Cívica" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 125.

³⁷ SEP. "Enfoque Educación Artística" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 143.

Los campos en que se desarrolla la Educación Física³⁸ son el perceptivo motriz, el desarrollo de las capacidades físicas, la formación deportiva básica y la protección de la salud, con la meta de lograr el desarrollo en forma armonica del niño a través de la practica sistemática de actividades, juegos y deportes que favorezcan el crecimiento sano de su organismo

En este Plan y Programas de Estudio se evita la enunciación de un número elevado de "objetivos de aprendizaje", que usualmente se dividían además en objetivos generales, particulares y específicos. Se trata, con esta nueva forma de estructuración de contenidos, de ayudar a los docentes a distinguir los propósitos formativos fundamentales, de los que tienen una jerarquía menor. Esta formulación suficiente y precisa de propósitos y contenidos, que evita el detalle exagerado y la rigidez " otorga al maestro un mayor margen de decisión en la organización de actividades didácticas, en la combinación de contenidos de distintas asignaturas y en la utilización de recursos para la enseñanza que le brindan la comunidad y la región "³⁹

1.3 Contenidos de los Programas de matemáticas de primero a sexto grados

La organización general de los contenidos en los Programas de matemáticas se fundamenta en el conocimiento que se ha desarrollado sobre el aspecto cognoscitivo del niño y los procesos que éste sigue para la construcción de conocimientos matemáticos específicos. En el enfoque del Plan, se indica que los contenidos matemáticos que conforman los Programas de estudio, permiten el desarrollo de determinado tipo de actividades que promueven en los niños la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas y en la interacción con los otros para lograr el éxito en el aprendizaje de esta disciplina.⁴⁰

Los contenidos están organizados con base en seis ejes temáticos, que permiten incorporar de manera estructurada además de los contenidos matemáticos, el desarrollo de cierto tipo de habilidades y destrezas que se consideran fundamentales para lograr una buena formación básica en matemáticas. Los ejes temáticos de los Programas de matemáticas son.

³⁸ SEP. "Enfoque Educación Física" En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 153.

³⁹ SEP. Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 8

⁴⁰ SEP. "Enfoque Matemáticas" En: Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 52.

a) Los números, sus relaciones y sus operaciones ⁴¹ Sus contenidos se trabajan desde el primer grado. Se busca con ello proporcionar experiencias en las que los niños pongan en juego el significado que los números tienen en diferentes contextos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos. "El objetivo es que los alumnos, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela, comprendan más cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y puedan utilizarlos como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas" ⁴². Es decir, el enfoque didáctico ⁴³ en estos programas de matemáticas a lo largo de la primaria, se basa en la resolución de problemas a través de los cuales el niño construya los significados de las operaciones.

En consecuencia el grado de dificultad de los desafíos problemáticos que se le presentan va en aumento a lo largo de los seis grados, para que las estrategias que el niño utilice inicialmente evolucionen. Este grado de complejidad incluye no solo el uso de números de mayor valor, sino también la variedad del tipo de problemas que se tiene que resolver y el tipo de operaciones y relaciones que se establecen entre los datos.

b) Medición ⁴⁴ Su objetivo se centra en la construcción de conceptos ligados a ella por medio de acciones directas sobre los objetos y, a través de la reflexión sobre esas acciones y el compartir y comunicar los resultados que se obtienen. Son tres los aspectos que de manera fundamental integran estos contenidos: el estudio de las magnitudes, la noción de unidad de medida y la cuantificación, como resultado de la medición de dichas magnitudes ⁴⁵.

c) Geometría ⁴⁶ Se integra por contenidos que favorecen que el niño se ubique en relación con su entorno. Incorpora actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. Se busca que enriquezca el manejo y la forma de interpretar el espacio y las formas por medio de representaciones en un plano de las relaciones que el niño percibe.

⁴¹ SEP "Organización General de los Contenidos". En: *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993*, p. 52.

⁴² *Ídem*.

⁴³ SEP "Enfoque Matemáticas". En: *Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993* p. 52.

⁴⁴ SEP "Organización General de los Contenidos". En: *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993*, p. 53.

⁴⁵ *Ídem*.

⁴⁶ *Ídem*.

d) *Procesos de cambio*⁴⁷ A partir de cuarto grado se inicia su estudio relacionado con situaciones sencillas y adquiere un nivel de mayor profundidad en quinto y sexto grados. Se abordan fenómenos de variación proporcional y no proporcional. La lectura, elaboración y análisis de tablas y gráficas que registran los procesos relacionados con este tipo de fenómenos constituye el eje central. Se incluyen también las nociones de razón y proporción cuyo propósito es favorecer la comprensión y resolución de problemas cotidianos.

e) *Tratamiento de la información*⁴⁸ Con base en el supuesto de que quien intenta resolver un problema, debe primero analizar y seleccionar la información que se plantea, se propone el ofrecer situaciones que propicien que los alumnos desarrollen su capacidad de resolución. Los contenidos de este eje ayudan a que los alumnos desarrollen la capacidad de tratar la información, analizarla, graficarla y presentarla en el contexto de documentos.

f) *La predicción y el azar*⁴⁹ A partir de tercer grado los alumnos inician la exploración de situaciones en que interviene el azar y de esta forma desarrollan de forma gradual el concepto de lo que es o no probable que ocurra en determinadas situaciones.

A continuación se presentan, por medio de cuadros los contenidos curriculares por grado de acuerdo a los seis ejes temáticos propuestos. La información básica para elaborar estos cuadros fue tomada del Plan y programas de estudio, de la Educación básica primaria SEP 1993. Para primero y segundo grados los contenidos se trabajan únicamente en cuatro ejes temáticos, en tercer grado se incluye ya el eje de Predicción y Azar y a partir de cuarto grado se incluyen contenidos para el eje Procesos de Cambio.

⁴⁷ *Ídem*

⁴⁸ *Ídem*

⁴⁹ *Ibidem*, p. 54.

Primer grado ⁵⁰

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>
- Números naturales.	- Longitudes y áreas - Capacidad, peso y tiempo	- Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas	- Planteamiento y resolución de problemas sencillos - Elaboración de preguntas a partir de una ilustración

Segundo grado ⁵¹

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>
- Números naturales	- Longitudes y áreas - Capacidad, peso y tiempo	- Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas	- Interpretación de información a partir de ilustraciones - Resolución e invención de problemas sencillos a partir de ilustraciones - Invención de problemas a partir de expresiones numéricas

⁵⁰ Cuadro construido a partir de datos tomados de: SEP. "Programas" En: Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 57.

⁵¹ Fuente para elaboración del cuadro: SEP. "Programas" En: Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 58.

Tercer grado ⁵²

A partir de este grado se incluyen contenidos del Eje Temático Predicción y Azar

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>	<i>Predicción y azar</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Números naturales - Números fraccionarios 	<ul style="list-style-type: none"> - Longitudes y áreas - Capacidad, peso y tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> - Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> - Planteamiento y resolución de problemas sencillos para recolectar información - Invención y redacción de preguntas con datos numéricos - Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos a partir de ilustraciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en que no interviene el azar - Identificación y realización de juegos en los que puede o no intervenir el azar

⁵² Fuente para elaboración del cuadro: SEP "Programas" En: Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 60

Cuarto grado ³³

A partir de este grado se incluyen contenidos del Eje Temático Procesos de Cambio. Se completan así los contenidos propuestos para los seis ejes. Este esquema se conserva hasta el sexto grado.

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>	<i>Procesos de cambio.</i>	<i>Predicción y Azar.</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Números naturales - Números fraccionarios - Números decimales 	<ul style="list-style-type: none"> - Longitudes, áreas y volúmenes - Capacidad, peso y tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> - Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> - Recolección y registro de datos observados - Representación de información por medio de gráficas - Uso de la frecuencia absoluta - Análisis e interpretación de información 	<ul style="list-style-type: none"> - Problemas sencillos que introducen a la elaboración de tablas de variación proporcional 	<ul style="list-style-type: none"> - Registro de resultados de experimentos aleatorios - Representación de resultados de tipo aleatorio en tablas y gráficas - Uso de las expresiones "mas y menos probable" en predicción de resultados - Realizar juegos o experimentos que dependan del azar

³³ Cuadro construido a partir de datos tomados de SEP "Programas" En: Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 62

Quinto grado ⁵⁴

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>	<i>Procesos de cambio.</i>	<i>Predicción y Azar.</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Números naturales - Números fraccionarios - Números decimales 	<ul style="list-style-type: none"> - Longitudes, áreas y volúmenes - Capacidad, peso y tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> - Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas - Analizar las tendencias en gráficas de barras, promedios, valor más frecuente y mediana - Recopilar y analizar información de diversas fuentes 	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar tablas de variación proporcional y no proporcional para resolución de problemas - Relacionar datos de una tabla de proporcionalidad directa entre sí - Elaborar gráficas de variación proporcional y no proporcional - Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje 	<ul style="list-style-type: none"> - Problemas que impliquen arreglos o permutaciones de dos o tres objetos. Resultados posibles - Diagramas de árbol para resolver problemas de conteo. Resultados posibles - Experimentos aleatorios y analizar resultados posibles y casos favorables - Identificar la mayor o menor probabilidad de los eventos

⁵⁴ Cuadro construido a partir de datos tomados de: SEP "Programas" En: Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 65.

Sexto grado ⁵⁵

<i>Los números, sus relaciones y sus operaciones:</i>	<i>Medición:</i>	<i>Geometría:</i>	<i>Tratamiento de la información.</i>	<i>Procesos de cambio.</i>	<i>Predicción y Azar.</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Números naturales - Números fraccionarios - Números decimales 	<ul style="list-style-type: none"> - Longitudes, áreas y volúmenes - Capacidad, peso y tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> Ubicación espacial - Cuerpos geométricos - Figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> - Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas - Analizar las tendencias en gráficas de barras, promedios, valor más frecuente y mediana - Uso de frecuencia relativa al resolver problemas - Recopilar y analizar información de diversas fuentes - Analizar problemas que establezcan si hay suficiente información para su solución y distinguir entre datos necesarios o irrelevantes 	<ul style="list-style-type: none"> - Plantear y resolver problemas que necesiten elaborar tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional - Analizar las tendencias en esas tablas - Relacionar situaciones de variación y sus tablas y gráficas - El valor unitario como procedimiento para resolver problemas de proporcionalidad - Productos cruzados como método de comprobación de existencia o no de proporcionalidad - Plantear y resolver problemas de porcentaje 	<ul style="list-style-type: none"> - Registro en tablas y gráficas de resultados de experimentos aleatorios - Uso de diagramas de árbol para conteo de resultados posibles de experimentos sencillos - Comparar dos eventos a partir de un número de casos favorables y cuantificar su probabilidad - Analizar e interpretar gráficas para hacer predicciones

⁵⁵ Cuadro construido a partir de datos tomados de SEP "Programas" En Plan y Programas de Estudio, Educación Básica Primaria 1993, p. 67

Anexo B Mapa Curricular de Matemáticas de lo a 6o grados

1.4 Enfoque didáctico

En esta parte se revisan inicialmente los antecedentes de las acciones emprendidas para la actualización de los contenidos de los programas de matemáticas, y se determina cómo los esfuerzos realizados en la investigación de la enseñanza de las matemáticas en México influyeron en la propuesta metodológica que tiene como base la concepción de las corrientes constructivistas del aprendizaje. En un momento posterior, se analiza cual es el enfoque didáctico que plantean los Programas de Matemáticas, que se orienta a la formación en el niño de habilidades que le sean útiles para la resolución de problemas y que, además, promueven el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. Este enfoque tiene como base el cambio en la concepción de la forma como se aprende, que se ha establecido en las últimas décadas, principalmente a partir de la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Piaget.

Como antecedente de los Programas de Matemáticas para la Educación básica primaria, de manera paralela al Programa de Modernización Educativa y a la reforma curricular de los mismos, a partir de 1991 se han editado diversos artículos sobre el tema. Mancera en 1991⁵⁶ hace una recapitulación de las principales tendencias curriculares que para la enseñanza de las matemáticas se dan a nivel internacional y propone una estructuración del currículo en donde destaca " la definición de habilidades básicas, la recuperación del enfoque que enfatiza el papel de los problemas y de los significados de los contenidos, y la coherencia entre los programas de preescolar, primaria y secundaria."⁵⁷

Los esfuerzos que se realizaron en la investigación de la enseñanza de las matemáticas en México inicialmente en 1972 fueron poco sistemáticos. Propiamente se les puede considerar como acercamientos a reflexiones acerca de la forma de enseñar. En 1975 se creó la Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, auspiciada por el CINVESTAV,⁵⁸ del IPN.⁵⁹ Esta maestría se inicia en la Sección de Matemática Educativa del DIE.⁶⁰ "La necesidad de la

⁵⁶ Gutierrez Waldegg, Coord. *La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II.* p. 57

⁵⁷ *Ídem*

⁵⁸ Centro de Investigación y de Estudios Avanzados

⁵⁹ Instituto Politécnico Nacional

⁶⁰ Departamento de Investigaciones Educativas

creación de esta sección estuvo justificada por la insuficiencia de cuerpos profesionales, en el campo de la enseñanza de la matemática, que dieran respuesta a las demandas del Sistema Educativo Nacional.⁶¹ Prevalcía la urgencia de la elaboración de lineamientos y programas para la enseñanza de las matemáticas, la elaboración de libros y la formación de profesionales que realizaran esas funciones en los distintos niveles del sistema, problema que no había sido resuelto a través de las diversas reformas educativas llevadas a cabo hasta ese momento.⁶²

En 1978 existía la preocupación por la elaboración de textos adecuados para la enseñanza de la matemática en la educación básica. Como respuesta se diseñó, en el DIE, según datos registrados en el Anuario C'INVESTAV 1977-1978, un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la matemática en la escuela primaria y, en 1980, se propuso que los egresados de la maestría tuvieran formación de especialistas enfocados a la investigación sobre los problemas de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática en los diferentes niveles del sistema educativo. El programa establecía como objetivo la resolución de las necesidades del docente, estrechamente relacionados con los contenidos matemáticos del currículum, aunque en la práctica real, el enfoque del programa quedó dirigido exclusivamente a labores de investigación.⁶³

Por otra parte, desde finales de los setenta, en el DIE, existe la Maestría en Ciencias con especialidad en la didáctica de las matemáticas de nivel básico y, a partir de 1987, la Universidad Pedagógica Nacional hace lo propio al formar investigadores de los problemas de la enseñanza de la matemática en este mismo nivel.⁶⁴

De igual forma diversos grupos de investigadores e instituciones educativas mexicanas mantienen vinculación con grupos internacionales y colaboraciones interinstitucionales relacionados con la enseñanza de las matemáticas, entre las que se pueden mencionar el IREM⁶⁵ de Bordeaux, y el INRP⁶⁶ de Francia por referir sólo algunas

⁶¹ Avance y Perspectiva 1, 1981, p. 9-13. Citado en: G. Waldegg, Coord. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II, p. 24

⁶² *Ibidem*, pp. 57-58

⁶³ *Ibidem*

⁶⁴ *Ibidem*

⁶⁵ Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage de Mathématiques

⁶⁶ Institut National de Recherche Pédagogique

Son tres los ámbitos específicos en donde los investigadores de las matemáticas han influido en el Sistema Educativo o en una parte de este⁶⁷

a) El Programa de Modernización Educativa (1989-1991) A partir de 1989 se discuten y presentan propuestas diferentes para hacer modificaciones al currículo de la educación básica. Durante este periodo de reforma, la educación básica se ha visto envuelta en un largo y accidentado proceso de cambio. Sin embargo, es en este complicado proceso de reestructuración en donde las investigaciones realizadas en educación matemática han participado de forma importante y con ello han logrado la incorporación de los resultados obtenidos en mayor medida.

Se han incluido partes muy importantes y significativas de las propuestas curriculares que los investigadores en educación matemática han llevado a la experiencia práctica, en la elaboración de diferentes materiales curriculares, que se analizan como objetivo de esta tesis, como son el Plan y programas de estudio SEP para la educación básica primaria, vigente desde 1993, los libros y guías para el maestro y los libros y materiales para el alumno.

Un ejemplo de la importante participación de estos grupos de investigación lo constituye el hecho que los autores de los textos ganadores del concurso convocado por la SEP para la elaboración de los libros de texto de matemáticas para la primaria, son parte fundamental de este grupo de educadores e investigadores de las matemáticas. Puede decirse que, por primera vez, las instancias de decisión del Sistema Educativo Nacional cuentan con un cuerpo organizado de conocimientos y materiales para fundamentar y desarrollar sus propuestas⁶⁸.

b) Los programas de formación y actualización de profesores de matemáticas, vinculados estrechamente con la investigación educativa.

c) Aseorías y consultorías a instituciones educativas públicas y privadas, que abarcan campos diversos como el diseño y desarrollo curricular, los programas de actualización y formación docente, los procesos de evaluación y los cursos y conferencias eventuales.

Como resultado de la actividad de estos grupos de investigadores y educadores de las matemáticas se ha generado la edición de textos para maestros y alumnos, así como el diseño y desarrollo curricular. Los Programas de matemáticas de la reforma educativa de 1993, y los Libros del maestro y libros del alumno sustentan un enfoque metodológico para la enseñanza de

⁶⁷ Guillermina Waldegg, Coord. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II, p. 97.

⁶⁸ Ídem.

las matemáticas, que tiene como base, según se dijo, la concepción de las corrientes constructivistas del aprendizaje, logrado a partir de resultados de investigaciones desarrolladas en México en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV, por el grupo coordinado por David Block e Irma Fuenlabrada y en los IREM de Francia, especialmente desarrolladas por G. Brousseau en Bordeaux, Francia

Como se indicó, el Plan y programas de estudio 1993 propone como objetivo promover en los alumnos competencias intelectuales, así como formar actitudes y valores fundamentales, entre las que se encuentra la formación en matemáticas como característica indispensable de una educación de calidad. El planteamiento general de los Programas de matemáticas de la Educación básica primaria se sustenta en el cambio metodológico de la enseñanza de las matemáticas. El enfoque pedagógico establece que "el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros"⁹⁹. Es decir, que el niño realmente va a construir su conocimiento matemático a través del tipo de actividades con las cuales se ve involucrado, con aquellas con las que interactúa con otros niños, con aquellas que representan para él un desafío, con las que va a resolver algún problema.

El tipo de actividades que se proponen debe plantear un problema que implica el que exista una situación inicial, una transformación que oriente la búsqueda de la solución y por último una situación final que da conclusión al problema planteado. De ahí que el cambio metodológico orienta la enseñanza de las matemáticas a formar habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.¹⁰⁰ Este cambio metodológico que se propone tiene como propósito fundamental que se propicie un cierto tipo de actividades en las que los niños utilicen los conocimientos que tienen como esquema referencial propio y que con base en ellos den soluciones a los problemas que se les plantean. Estos procedimientos iniciales serán los que finalmente ayuden a los alumnos a la construcción de un conocimiento matemático significativo y duradero: un conocimiento que se construya con base en los procedimientos y conceptualizaciones que son propias del área de las matemáticas.

⁹⁹ SEP. "Enfoque" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 52

¹⁰⁰ SEP. "Introducción" En Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 15

Los propósitos generales de los Programas de Matemáticas sustentan que los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

a) La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas⁷¹

A través del desarrollo de cierto tipo de actividades específicas los alumnos lograrán la construcción de los conocimientos básicos que les sean necesarios para el desarrollo y resolución de los problemas matemáticos. Con esto se logrará que adquieran, para plantear y resolver problemas, el uso de las matemáticas como herramienta que les permita - a través de un desafío cognitivo- reconocer inicialmente cual es la situación y plantear un problema como siguiente paso hacia la búsqueda de la solución y el entendimiento de una transformación, para llegar a la resolución del mismo como última etapa de este proceso

b) La capacidad de anticipar y verificar resultados⁷²

Por medio de los conocimientos matemáticos que el niño construye, será capaz de dar un resultado previo, una solución al desafío comunicativo, pero además este podrá corroborar si el resultado obtenido se generó con base en una transformación, en una modificación del estado inicial. Verificará de esta manera si la solución que dio anticipadamente tiene o no validez y confiabilidad.

c) La capacidad de comunicar e interpretar información matemática⁷³

El maestro planteará inicialmente un problema, que represente para el niño un desafío comunicativo, por medio del cual éste tendrá que analizar y sintetizar la información y utilizando conceptos matemáticos, tendrá que llegar a una interpretación de lo que está sucediendo y lo transmitirá a sus iguales como solución con el uso de conceptos matemáticos

d) La imaginación espacial⁷⁴

La geometría dará al niño la habilidad para desarrollar su espacio en función de lo que puede imaginar en su entorno cercano, a través de su esquema referencial cercano a él.

⁷¹ SEP. "Enfoque" En. Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p.52.

⁷² *Ídem*

⁷³ *Ídem*

⁷⁴ *Ídem*

c) La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones⁷⁵

Al adquirir conocimientos matemáticos, el niño conseguirá llegar a la estimación de resultados tanto de problemas de cálculo como de problemas de medición. Esta capacidad adquirida a partir de la construcción de este tipo de conocimientos le generará la destreza necesaria para la resolución de problemas que involucren enfrentar desafíos que requieran soluciones de cálculo o medición.

f) La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo⁷⁶

Además de la capacidad de resolución de problemas, también el niño utilizará herramientas para medir, dibujar y calcular que complementen la construcción de su conocimiento a través de la adquisición de una destreza.

g) El pensamiento abstracto⁷⁷

El niño desarrollará el pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y la generalización de un cierto tipo de procedimientos y estrategias, por medio de la construcción del conocimiento matemático.

En resumen, este enfoque didáctico considera que el éxito en el aprendizaje de las matemáticas depende del diseño del tipo de actividades que promuevan que el niño construya conceptos matemáticos a partir de experiencias concretas y de su interacción con otros iguales para resolver situaciones problema. Para este tipo de actividades es necesario que los problemas que se planteen impliquen la existencia de una situación inicial, la transformación que da forma a la búsqueda de la solución y finalmente una nueva situación que de conclusión al problema planteado. Los propósitos se orientan a proporcionar a los niños a través de situaciones problema, los elementos necesarios para apropiarse de un conocimiento que se construya con base en los procedimientos y conceptualizaciones que son propios del área de las matemáticas.

⁷⁵ Idem

⁷⁶ Idem

⁷⁷ Idem

2. FUNDAMENTOS CONSTRUCTIVISTAS EN EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En la compleja historia de las matemáticas se puede establecer que éstas se han construido para dar respuesta a problemas surgidos en diversos contextos y pueden tratar tanto situaciones de orden doméstico, como del área de las ciencias, o bien que impliquen la organización de elementos pertenecientes a las matemáticas mismas. Se trata de una actividad que a menudo ofrece resistencia porque se encuentra siempre presente cuando se habla de la cuestión del aprendizaje matemático en el contexto escolar, sin embargo, es conveniente tomar en cuenta que las nociones en un tiempo y contexto cultural y socioeconómico determinado, no son necesariamente las que pueden dar respuestas a los problemas generados en las condiciones que viven en la época actual los alumnos.

Proponer un tipo de problemas que tengan sentido para los niños y les permitan aplicar las matemáticas para resolver problemas, es el punto principal que se necesita tener en cuenta para la enseñanza de esta asignatura. Los niños aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones nuevas de aprendizaje, en ningún momento son simples receptores que acumulan los conceptos que les dan los adultos. Bajo esta perspectiva de la forma en que tradicionalmente se han enseñado las matemáticas "subyace la concepción de que los niños aprenden solo al recibir 'informaciones'"⁷⁸ Es decir, la clase de estrategias didácticas que se utilizan para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, se caracteriza por manejar un tipo de recursos por medio de los cuales el alumno se informa de la manera más clara y organizada posible de los saberes construidos y validados previamente y que le son transmitidos por el docente, quien se supone es el "poseedor del saber". Se puede considerar entonces que esta es la manera más fácil el transmitir el conocimiento matemático, por medio de la información, compuesta por signos que constituyen el lenguaje matemático y le dan forma y por la elemental regla, a través de la cual se realiza una combinación de los mismos. Sin embargo, bajo esta perspectiva se olvida "que estos signos y reglas son expresiones gráficas de conceptos matemáticos, puesto que son precisamente los

⁷⁸ Irma Fuenlabrada. Innovaciones de la matemática en la escuela primaria. En *Ceru en Conducta*, año 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995, p. 5

conceptos los que han estado ausentes en la enseñanza y consecuentemente en el aprendizaje de los alumnos”⁷⁹

Como consecuencia de este tipo de enseñanza, a pesar de que los niños logran el aprendizaje de, por ejemplo, las cuatro operaciones fundamentales, no pueden discernir cual es la que corresponde para resolver cada tipo de situación problemática diferente, debido principalmente a que lo aprendido resulta poco útil y carente de significado para ellos. La pregunta, cuando se les plantea un problema en tercero o cuarto grado de primaria sigue siendo: “¿maestro, es de suma o de resta?”, ya que, aunque dominan razonablemente bien la forma de realizar las operaciones, no pueden identificar cual es la que necesitan para aplicarla a la resolución del problema.

La concepción de como se aprende ha cambiado en las últimas tres décadas y por ello, se plantea un nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas, principalmente a raíz de la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Piaget. Esta nueva concepción se expresa de formas diferentes, siendo una de ellas la que fundamenta que las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Para aprender, los alumnos necesitan hacer matemáticas,⁸⁰ es decir, pensar, enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto, un problema, un desafío y generar sus propios recursos para resolverlas, utilizando los conocimientos que ya poseen.

Los conocimientos matemáticos y los problemas son inseparables. “No se trata de ‘aprender’ matemáticas para después aplicarlas a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver problemas”⁸¹. Esta concepción de las matemáticas implica poner los conocimientos en situaciones en las que estos cobren sentido para el alumno, al permitirle resolver problemas.

Mediante este enfoque didáctico se espera que el alumno viva con el maestro la experiencia de hacer matemáticas, es decir, de construir conocimientos matemáticos al resolver cierto tipo de problemas. El tipo de actividades más frecuentes son las llamadas situaciones problema, que permiten conocer con mayor profundidad los distintos contenidos de matemáticas de los

⁷⁹ *Ibidem*, p. 6.

⁸⁰ SEP. *La Enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, primera parte*.

pp. 12-15.

⁸¹ *Ibidem*, p. 19.

programas de primaria. Al abordar estas situaciones, se observará que a la par de aplicar conocimientos matemáticos, se busca encontrar soluciones y construir estrategias para resolverlas, a partir de lo que ya se sabe. Los ensayos, los errores y las rectificaciones, son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Para aprender, los alumnos necesitan desarrollar matemáticas lo que implica pensar, enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto, un problema, un desafío y generar sus propios recursos para resolverlas, utilizando los conocimientos que ya poseen. Así, se entiende por que los conocimientos matemáticos y los problemas son inseparables y cuál es la forma en que los niños descubren que no se trata de aprender matemáticas, procesos de resolución o fórmulas para después darles una aplicación a los problemas, sino de aprender matemáticas al mismo tiempo se encuentran soluciones a los problemas.

Por consiguiente, es muy importante cambiar de actitud respecto a los recursos que los alumnos poseen, ya que ellos tienen posibilidad de desarrollar procedimientos que en un momento no les han sido enseñados para abordar un problema. Cuando se les plantea una situación problemática con la mentalidad de que apliquen lo que les fue enseñado se limita su proceso de aprendizaje, en cambio, cuando se permite que se aproximen por sí mismos a lo que se les quiere enseñar desarrollan una actitud más creativa en el desempeño de las actividades matemáticas y construyen un conocimiento significativo y permanente.

En este capítulo, al hablar de construcción de estrategias, nos acercamos a una concepción constructivista del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, como un marco referencial que permita explicar y comprender tanto la intervención docente, como el papel que desempeña el alumno, sin tratar de hacer una aplicación literal del constructivismo a las prácticas educativas.

2.1 Concepción de las matemáticas en el ámbito escolar

Cada vez son más los autores que se ocupan de analizar aquellos aspectos que se relacionan con las matemáticas en el ámbito escolar, entendido éste no sólo como el salón de clases en donde se lleva a cabo la labor docente, sino el que está conformado tanto por el medio ambiente en donde el profesor desarrolla su ejercicio magisterial, como por los factores que hacen

posible que las matemáticas se enseñen y se aprendan. Estos factores son por ejemplo, el diseño y desarrollo de planes y programas de estudio, los libros de texto, las diferentes metodologías, la construcción de marcos teóricos para la investigación y, además, los actores que participan para el desarrollo de estos factores ⁸²

El docente y los alumnos son, en este ámbito escolar, los actores principales que intervienen, de forma implícita o explícita, para desplegar toda esta serie de factores de acuerdo a su perspectiva individual de las matemáticas. Es decir, " las concepciones que ellos tienen -ya sea individualmente o como grupo o corriente- sobre lo que es la matemática y lo que es el conocimiento matemático, permean los elementos que conforman los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas" ⁸³

En lo que va del presente siglo y hasta hace poco tiempo, la concepción dominante sobre las matemáticas escolares ha sido formalista, entendida así como " un cuerpo estructurado de conocimientos conformado por los objetos matemáticos, las relaciones entre ellos y los criterios para validar resultados dentro de un marco axiomático-deductivo" ⁸⁴. La actividad matemática producto de este concepción ha visto surgir una gran cantidad de resultados, sin embargo, no se puede decir lo mismo de la práctica educativa, ya que, bajo esta concepción las matemáticas son vistas como "un objeto de enseñanza" el matemático "las descubre" en una realidad externa a él, una vez descubierto un resultado matemático, es necesario "justificarlo" dentro de una estructura formal y queda listo para ser enseñado. Así, los conocimientos matemáticos que se nos "enseñan" en la escuela, son "herramientas poderosas" que nos permiten resolver los problemas de una manera más económica y más rápida ⁸⁵

Consideradas así las matemáticas, como "objeto de enseñanza", pueden ser transmitidas por quien posee el conocimiento a quien no lo tiene, sin riesgo de que éste sufra alguna modificación en el proceso de transmisión. No obstante, el hecho de que este conocimiento matemático no ha resultado ser tan fácil de transmitir, puede atribuirse a que no es algo que pueda transmitirse, debido a que el profesor no lo tiene "hecho" para dárselo a sus alumnos, sino que son

⁸² Luis Moreno y Guillermina Waldegg, "Constructivismo y educación matemática" En SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, pp. 27-39

⁸³ *Ibidem*, p. 27

⁸⁴ *Ibidem*, p. 29

⁸⁵ David Block y Martha Davila "La matemática expulsada de la escuela" En SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, pp. 7-25

sus alumnos quienes lo construyen. Desde esta perspectiva constructivista “ el conocimiento ... es siempre contextual y nunca separado del sujeto, en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. Conocer es actuar, pero también, conocer implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad. En esta interacción de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de significados”³⁶

El modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas, en el ámbito escolar, privilegia el objeto de conocimiento y considera al sujeto en un papel pasivo y receptivo. En cambio, para la perspectiva constructivista, en el aprendizaje matemático “ ... es la actividad del sujeto lo que resulta primordial. No hay “objeto de enseñanza” sino “objeto de aprendizaje”³⁷

Según Coll la concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza, en el ámbito escolar, se establece a partir de tres ideas fundamentales:

1° El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Es el quien construye el conocimiento y nadie puede sustituirle en esta tarea. [A partir de] su actividad es él quien aprende y si él no lo hace, nadie, ni siquiera el profesor, puede hacerlo en su lugar.

2° La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración, es decir, que son el resultado de un cierto proceso de construcción a nivel social.

3° El hecho de que la actividad constructiva del alumno se aplique a unos contenidos de aprendizaje preexistentes, que ya están en buena parte contruidos y aceptados como saberes culturales antes de iniciar el proceso educativo, condiciona el papel que está llamado a desempeñar el profesor. Su función no puede limitarse únicamente a crear las condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva rica y diversa; el profesor ha de intentar además orientar y guiar esta actividad con el fin de que la construcción del alumno se acerque de forma progresiva a lo que significan y representan los contenidos como saberes culturales.³⁸

³⁶ Luis Moreno y Guillermina Waldegg. “Constructivismo y educación matemática”. En SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, p. 33

³⁷ *Ídem*.

³⁸ César Coll. “Cap 23. Un marco de referencia psicológico para la educación escolar. La concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza”. En Coll, C., J. Palacios y A. Marchesi (Comps.). *Desarrollo psicológico y educación II. Psicología de la educación*, pp. 441-443

Entonces, la construcción del conocimiento en la escuela, para Coll, es un proceso de elaboración, en el cual el alumno tiene que seleccionar, organizar y transformar los contenidos que recibe y relacionarlos con sus conocimientos e ideas previas, atribuirles un significado y construir así un nuevo contenido

De ahí que la forma en que los estudiantes resuelven los problemas matemáticos en el ámbito escolar ha llevado a explicar, en un marco constructivista, el conocimiento matemático que surge como objeto cognoscitivo a partir de las reflexiones que el sujeto hace sobre sus propias acciones. Se considera entonces que las matemáticas no son un cuerpo codificado de conocimientos, sino esencialmente una actividad.⁸⁹

Una didáctica basada en teorías constructivistas pone mayor énfasis en las actividades que el estudiante realiza para construir y dar sentido al conocimiento matemático en el contexto escolar, pero también, exige una actividad mayor y más comprometida por parte del educador. Ya no puede ser solo el tomar el conocimiento de un texto y exponerlo en el aula. Para darle sentido al conocimiento matemático se requiere de una actividad menos rutinaria, a veces impredecible y demanda del docente una constante creatividad.⁹⁰ Uno de los objetivos primordiales y que, constituye al mismo tiempo una de las dificultades de la enseñanza de las matemáticas, es precisamente que lo que se enseña tenga sentido para los alumnos.

Para G. Brousseau (1983) el sentido de un conocimiento matemático se define

... no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retorna etc.⁹¹

Los niveles en que se lleva al cabo la construcción de la significación de este conocimiento son el externo y el interno. Entonces, la característica esencial en la enseñanza de las matemáticas es entender lo que se tiene que desarrollar, para que los conocimientos que se enseñan tengan sentido para el alumno. Hay que tener en cuenta que el alumno no solo sea capaz de repetir o

⁸⁹ Luis Moreno y Guillermina Waldegg, "Constructivismo y educación matemática". En SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas, p. 33.

⁹⁰ Ibidem, pp. 34-36.

⁹¹ Roland Charnay "Cap. III. Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En Cecilia Parra e Irma Saiz Comps. Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones, p. 52.

rehacer lo que se le enseña, sino que pueda resignificar estos conocimientos en situaciones nuevas, pueda adaptarlos a situaciones diversas y pueda transferir sus conocimientos a situaciones diferentes que le permitan llegar a la resolución de nuevos problemas, es decir, que realmente construya un aprendizaje matemático que tenga un significado para sus actividades cotidianas.

La elección de las estrategias de enseñanza-aprendizaje, en el contexto escolar, se ve influida por un sinnúmero de variables diferentes, que van desde el punto de vista del docente sobre la matemática, los objetivos generales de su enseñanza y los específicos de las matemáticas, hasta el punto de vista de los alumnos, sus expectativas, la imagen de docente y la demanda social y de sus padres.

La concepción constructivista permite cambiar las interpretaciones acerca de la forma de ver las matemáticas en el ámbito escolar, para reconocerlas como "una actividad esencialmente abstracta, en donde la abstracción reflexiva es el eje de la actividad y la interiorización de las acciones su punto de partida"²². Al desarrollar esta actividad, los sujetos realizan un trabajo de interacción con el objeto de conocimiento, un intercambio de conocimientos con sus compañeros y una elaboración de argumentaciones que sustentan sus hallazgos y les permiten, al modificar las estructuras cognoscitivas anteriores, interiorizar las transformaciones, todo esto para posibilitar la construcción del conocimiento matemático.²³

El conocimiento matemático es siempre contextual y, como actividad colectiva, las matemáticas no pueden desprenderse del ambiente escolar. En el proceso de asignación de significados, por parte del sujeto, a los conocimientos matemáticos y de negociación de estos significados entre los sujetos, juegan un rol fundamental los conocimientos previos con los que cuenta el que aprende. Por consiguiente, la importancia de lo que se enseña en matemáticas en el ámbito escolar depende tanto de su efectividad como de su eficiencia. Lo que el alumno aprende en relación a un determinado tema, de que tanto tiempo conserve ese conocimiento y que tan diligentemente puede utilizarlo y aplicarlo, va a depender del proceso de aprendizaje del alumno y de que tan eficientemente se le propiciaron actividades para que se viera involucrado en el

²² Luis Moreno y Guillermina Waldegg, "Constructivismo y educación matemática". En SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, p. 15.

²³ *idem*.

2.2 El constructivismo en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

En este apartado se realiza un acercamiento a la concepción constructivista que nos permite tener una visión de conjunto, a partir de los conocimientos actuales de la psicología de la educación, que facilitan comprender los procesos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

Para la perspectiva constructivista, el conocimiento matemático aparece como un instrumento que le permite al niño resolver un problema en el cual sus recursos anteriores resultaron insuficientes y con esto ese conocimiento adquiere sentido. Así, este conocimiento matemático " aparece en su carácter funcional (esto es, lo hacemos funcionar) como medio de resolución de problemas específicos"⁶⁴. Solo, posteriormente el niño se da cuenta que ha adquirido un conocimiento nuevo, cuando le llama a este por su nombre, adopta su forma de representación convencional y se constituye en un conocimiento cultural como se encuentra en los libros de texto. Este es un proceso exactamente al revés de lo que sucede en la enseñanza tradicional de las matemáticas, en que " se presenta al conocimiento acabado, desvinculado de todo contexto, y después lo funcionalizamos con los ejercicios de aplicación. En este último caso, el niño no sabe para que le sirve lo que se le enseña hasta que lo aplica en los ejercicios al final de la lección "⁶⁵

Para Coll, el constructivismo no puede ser considerado como una teoría en sentido estricto, sino como un marco de referencia que favorece el análisis de los fenómenos educativos, cuya complejidad no puede ser explicada únicamente a partir del análisis psicológico. Se puede hablar entonces de diversos autores constructivistas y establecer, de acuerdo con Coll, una serie de principios básicos compartidos o no contradictorios entre sí, de los diferentes enfoques constructivistas del conocimiento, que se enuncian como una forma de entender su estructura formal y como sugerencias que se relacionan con su desarrollo y aplicación "⁶⁶

a. La forma en que repereuten las experiencias educativas formales en relación al crecimiento personal del educando esta relacionada, por una parte, y de manera muy estrecha con

⁶⁴ David Block y A. Papacostas. "Didáctica constructivista y matemáticas: una introducción" En *Cero en conducta*, a. 1, v. 1, n. 2, marzo-abril 1986, p. 14

⁶⁵ *Ibidem*, p. 15

⁶⁶ César Coll. "Cap 2 Los fundamentos del Currículum" En: *Psicología y Currículum*, pp 21-48

el nivel de desarrollo operatorio. Este nivel ha sido estudiado por la Psicología Genética y señala determinados estadios de desarrollo que son universales en su orden de aparición.

b Por otra parte, la participación inicial del niño en la construcción de un conocimiento está condicionada por los conocimientos previos que tiene y por la forma en que esas experiencias educativas formales influyen en su crecimiento personal. Estos conocimientos pueden estar conformados por experiencias educativas anteriores o aprendizajes espontáneos y estar o no ajustados a las exigencias de las nuevas situaciones de aprendizaje. Lo que sí es cierto es que el niño parte de conceptos y conocimientos construidos a partir de dichas experiencias y los utiliza como instrumentos para construir un nuevo aprendizaje escolar.

Estos dos aspectos, el nivel de desarrollo operatorio y los conocimientos previos del niño, se deben tener en cuenta para determinar el nivel del alumno al planificar y diseñar actividades que se relacionan con la construcción de conocimientos, para que estos sean duraderos y significativos. Lo que un alumno puede hacer y aprender en un momento determinado va a depender tanto del estado de desarrollo operatorio en el que se encuentra, como del conjunto de conocimientos previos que ha construido a partir de sus experiencias formales de aprendizaje. Las actividades educativas escolares tienen como finalidad última promover el crecimiento personal del alumno en esta doble vertiente mediante la asimilación y el aprendizaje de la experiencia social culturalmente organizada: conocimientos, destrezas, valores, normas, etc.

c Es necesario diferenciar entre lo que el alumno puede hacer y aprender por sí mismo y de aquello que puede aprender y hacer con la ayuda de otros, siguiendo instrucciones o colaborando con ellos. El fijar esta diferencia nos permite determinar que lo que en un principio, un niño solamente puede aprenderlo o hacerlo con ayuda, en un etapa posterior lo puede aprender o hacer por sí solo. Son tres los elementos de desarrollo que se relacionan entre sí: desarrollo, aprendizaje y enseñanza. El nivel de desarrollo va a ser elemento condicionante del aprendizaje efectivo que el alumno pueda desempeñar gracias a la enseñanza. Asimismo, la enseñanza puede modificar el nivel de desarrollo efectivo del alumno a través de los aprendizajes que promueve.

d La característica principal y más importante es que el aprendizaje escolar sea significativo. Se considera así aquel aprendizaje que establece una relación entre el nuevo material de aprendizaje y los conocimientos previos del alumno, es decir, es necesario que el nuevo aprendizaje se relacione de manera importante con lo que el alumno ya sabe, que se asimile a su

estructura cognoscitiva previa y se integre a la formación de un nuevo aprendizaje. Este se integra a partir de la construcción de significados de la realidad que permitan al niño un mayor crecimiento personal. Por tanto, el conocimiento previo del alumno, la claridad y organización de los hechos y conceptos aprendidos con anterioridad y que se encuentran presentes en el momento de iniciar el aprendizaje son características indispensables de este proceso.

Son dos las condiciones importantes a cumplir a fin de que el aprendizaje pueda ser considerado significativo. Primero, es necesario que desde su estructura interna tenga una significatividad lógica, es decir, no puede ser arbitrario ni confuso, y, desde su significatividad psicológica, que estén presentes, en la estructura cognoscitiva del alumno, los elementos pertinentes que el niño pueda relacionar con el nuevo aprendizaje. Segundo, el alumno debe estar motivado para establecer una relación conveniente entre lo que aprende y lo que ya sabe, para que se esfuerce en construir significados precisos y trate de integrar el mayor número de nuevos materiales de aprendizaje con los elementos ya presentes en su estructura cognoscitiva.

e La significatividad del aprendizaje y su funcionalidad se encuentran estrechamente relacionadas, ya que, para que los conocimientos adquiridos sean funcionales y puedan ser utilizados con efectividad cuando las circunstancias así lo requieran por el alumno, estos deben ser significativos para su crecimiento personal.

Cuanto más numerosas y complejas sean las relaciones establecidas entre el nuevo contenido de aprendizaje y los elementos de la estructura cognoscitiva, cuanto más profunda sea su asimilación, en suma, cuanto mayor sea el grado de significatividad del aprendizaje realizado, tanto mayor será también su funcionalidad, pues podrá relacionarse con un abanico más amplio de nuevas situaciones y de nuevos contenidos."

Se requiere de una intensa actividad interna por parte del educando para desarrollar el proceso por medio del cual se produce el aprendizaje significativo. Para ello se necesita que el alumno establezca relaciones entre el nuevo contenido y los elementos que ya tiene disponibles en su estructura cognoscitiva. A partir de esto, el alumno deberá decidir entre la mayor pertenencia de estos, llevar a cabo una reformulación de los mismos y ampliarlos.

f La memorización comprensiva tiene un papel fundamental en la construcción de un aprendizaje significativo. Es necesario considerar que la memoria no es solo el recuerdo de lo aprendido, sino que constituye el elemento a partir del cual se construyen nuevos aprendizajes. Se

⁹⁷ *Ibíd.*, p. 41

debe tener en cuenta que, cuanto más rica en conocimientos previos sea la estructura cognoscitiva del alumno, tanto mayor es su oportunidad de construir nuevos aprendizajes significativos

g El desarrollo de los esquemas, por medio de los cuales un alumno sea capaz de realizar aprendizajes significativos por sí solo, en una diversidad de circunstancias y situaciones equivale a aprender a aprender. La adquisición de estrategias cognitivas de exploración y descubrimiento y la planificación y regulación de la actividad de los educandos constituyen un elemento importante. Una vez adquiridas e integradas las experiencias en la estructura cognoscitiva del alumno y establecida su significatividad y funcionalidad, este puede relacionarlas entre sí configurando una red entre ellas, logrando así el objetivo de aprender a aprender.

El papel central de la estructura cognoscitiva del alumno en la realización de los aprendizajes significativos ha sido puesta en relieve a través de los conceptos anteriores. Dicha estructura cognoscitiva puede ser considerada como un conjunto de esquemas de conocimiento que son "estructuras de datos para representar conceptos genéricos, almacenados en la memoria aplicables a objetos, situaciones, sucesos, secuencias de sucesos, acciones y secuencias de acciones".¹⁰

Algunas de las funciones que implican estos esquemas en la realización de aprendizajes significativos serían por ejemplo: almacenar la nueva información adquirida en la memoria, la modificación de los recuerdos de los aprendizajes previos por la construcción de nuevos aprendizajes, la incorporación y asimilación de la nueva información adquirida. Se puede considerar entonces que la memoria es constructiva. Los esquemas condicionan a la nueva información a acomodarse a sus exigencias, integrándose a los conocimientos previamente adquiridos.

Esta modificación de los esquemas de conocimiento del alumno a través de la revisión, enriquecimiento, diferenciación, construcción y asimilación de forma progresiva constituyen el objetivo de la educación escolar. De acuerdo con el "modelo de las estructuras cognitivas de Piaget" podemos caracterizar la modificación de los esquemas de conocimiento en el contexto de la educación escolar como un proceso de equilibrio inicial -desequilibrio- -reequilibrio posterior".¹¹

¹⁰ *Ibíd.*, p. 42

¹¹ *Ibíd.*, p. 43.

El primer paso para el establecimiento de un conocimiento significativo sería romper el equilibrio inicial de sus esquemas en relación al nuevo contenido de aprendizaje. Esta modificación del esquema se alcanzará de acuerdo a la naturaleza de las actividades de aprendizaje y al grado y tipo de ayuda pedagógica.

Esta visión sitúa a la actividad mental constructivista del alumno en la base de los procesos de crecimiento personal que trata de promover la educación escolar. Una interpretación constructivista del aprendizaje escolar, que difiere totalmente con la mera transmisión de conocimientos, exige una interpretación igualmente constructivista de la intervención docente, cuyo objetivo se enfoca a la creación de las condiciones adecuadas para que los esquemas del conocimiento que el niño construye en el transcurso de sus experiencias sean lo más enriquecedoras y completas posibles.

Piaget considera que son cuatro los factores generales asignados a la evolución mental del niño.¹⁰⁰

a) El crecimiento orgánico y especialmente la maduración del complejo formado por el sistema nervioso y los sistemas endocrinos. Existe un cierto número de conductas o aprendizajes que dependen, más o menos directamente, de los principios o funcionamiento de algunos aparatos o circuitos. La maduración orgánica constituye, sin duda un factor necesario que desempeña un papel indispensable en el orden invariable de sucesión de los estadios y del desarrollo, ya que desempeña un papel relevante durante todo el crecimiento mental y es factor condicionante de los aprendizajes escolares.

b) El papel del ejercicio y de la experiencia que se adquiere por medio de la acción que se realiza sobre los objetos. Éste es un factor esencial y necesario, especialmente para la formación de las estructuras lógico-matemáticas. Las experiencias pueden ser de tipo físico al intervenir sobre los objetos para abstraer sus propiedades o lógico-matemáticas, con la que se actúa sobre los objetos, y permite conocer el resultado de la coordinación de las acciones. Así la experiencia constituye una acción constructora que ejerce el niño sobre los objetos exteriores. Constituye una forma de estructuración a través de la cual se logrará la elaboración y asimilación de las estructuras lógico-matemáticas. Es un factor que desempeña un papel muy importante para los aprendizajes en el ambiente escolar.

¹⁰⁰ Jean Piaget y Barbel Inhelder. "Los factores del desarrollo mental" En: *Psicología del niño*, pp. 150-158.

c) **Las interacciones y transmisiones sociales son un factor fundamental, necesario y esencial. La socialización constituye una forma de estructuración a la cual el niño contribuye, pero también recibe una influencia importante de ella en el contexto escolar, porque influye en los procesos de solidaridad, cooperación y de transmisión escolar. La acción social es eficaz si no logra una asimilación activa del niño, para lo cual se requieren instrumentos operatorios adecuados**

d) **En el desarrollo del niño no puede decirse que exista un plan preestablecido, sino una construcción progresiva que hace que cada nueva adquisición solo sea posible con base en las funciones de la etapa precedente. El pensamiento y desarrollo mental del niño es resultado de una construcción continua e ininterrumpida de diversas estructuraciones**

*... la explicación del desarrollo debe, pues, tener en cuenta estas dos dimensiones, una ontogenética y la otra social, en el sentido de la transmisión del trabajo sucesivo de las generaciones; pero el problema se plantea en términos parcialmente análogos en los dos casos, porque en uno y en otro la cuestión central es la del mecanismo interno de todo constructivismo. Tal mecanismo interno ... es realmente observable en cada construcción parcial y en cada paso de un estadio al siguiente: en un proceso de *equilibración*, no en un simple balance de las fuerzas; ... sino en el sentido ... de una serie de compensaciones activas del sujeto en respuesta a las perturbaciones exteriores y de una regulación a la vez retroactiva ... y anticipadora, que constituye un sistema permanente de tales compensaciones.¹⁰¹*

Estos cuatro factores explican esencialmente la evolución intelectual y cognoscitiva del niño, por lo tanto es importante, además, considerar aparte el desarrollo de la afectividad y de la motivación. En resumen, el crecimiento orgánico y la maduración, la acción de la experiencia, la interacción y transmisión social y la construcción progresiva con base en los antecedentes del sujeto, son los factores que proporcionan la clave de todo el desarrollo mental, y representan los motores de la inteligencia, de la construcción de los aprendizajes y de las conductas del niño en su totalidad

Una tesis fundamental de la teoría piagetiana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y más primitivas. La tarea del educador constructivista consistirá en diseñar y presentar situaciones que, apelando a las

¹⁰¹ *Ibidem*, p. 156

estructuras anteriores de que el estudiante dispone, le permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él.

La epistemología de Piaget se caracteriza por tres rasgos fundamentales

- Ser **interaccionista**: el conocimiento no es copia pasiva de la realidad, sino una relación de interdependencia entre el sujeto que construye y el objeto de conocimiento.
- Ser **constructivista y biológica**: el conocimiento no está dado. El sujeto, a través de sus mecanismos de asimilación (similitud, común, generalizable de una situación a otra) y de acomodación (particular, nuevo, diferente en cada situación) va construyendo progresivamente el conocimiento, de manera que cada innovación sólo se hace posible en función de la precedente.¹¹⁵

Jean Piaget establece su Epistemología Genética sobre la base de que el conocimiento se **construye** mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. Los objetos matemáticos ya no **habitan** en un mundo eterno y externo a quien conoce, sino que son producidos, **construidos** por el mismo sujeto en un proceso continuo de asimilaciones y acomodaciones que ocurren en sus estructuras cognoscitivas.¹¹⁶

Para Piaget y, en esencia, para todos los constructivistas, el sujeto se acerca al objeto del conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten "ver" al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones (acomodaciones) en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo "ve" de manera distinta a como lo **había visto originalmente** y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se **modifican** sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.

En la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial. Hay objetos de conocimiento que constituyen el "objeto de enseñanza" desde la posición del maestro, y se transforman en "objeto de aprendizaje" para el alumno.¹¹⁷ El conocimiento, desde esta perspectiva, es siempre contextual y nunca separado del sujeto, en el proceso de conocer, el sujeto **va asignando** al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al

¹¹⁵ Rodolfo Méndez Balderas. "La enseñanza de las matemáticas, un problema didáctico". En *Cero en conducta*, a. 1, v. 1, n. 2, marzo-abril 1986, p. 7.

¹¹⁶ *Ibidem*, p. 157.

¹¹⁷ Luis Moreno y Guillermina Waldegge. "Constructivismo y educación matemática". I. B. SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Lecturas*, p. 33-35.

objeto. En esta interacción, de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de significados. Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad.

En resumen, el análisis del constructivismo, desde diferentes perspectivas, proporciona los elementos para entender e interpretar la construcción, crecimiento y evolución de los procesos de desarrollo y aprendizaje que se llevan a cabo en el contexto escolar. La concepción didáctica de las matemáticas, a partir de este enfoque, implica poner los conocimientos en situaciones en las que estos cobren sentido para los alumnos, al proponer un tipo de situaciones que les sean relevantes y les permitan aplicar las matemáticas al resolver los problemas que se les plantean.

2.3 Didáctica de las matemáticas

La década de los sesenta es considerada como la época de las matemáticas modernas porque, en varios países europeos, las reformas curriculares fueron orientadas por las investigaciones de distintos grupos de matemáticos, aspecto que se hizo presente en México poco después de los setenta y los ochenta. La teoría psicogenética del desarrollo cognoscitivo se convirtió en la influencia que los profesionales de la educación dedicados al estudio de problemas de enseñanza y aprendizaje utilizaron como elemento para desplazar otras teorías que habían sido utilizadas para fundamentar propuestas de enseñanza-aprendizaje como la conductista.

En 1983, Coll estableció que las relaciones entre la teoría psicogenética del desarrollo cognoscitivo y la enseñanza escolar, además de diversas, han sido problemáticas. Explico:

... los procesos de construcción del conocimiento racional (teoría de la equilibración), destacó etapas básicas de la evolución de las operaciones lógicas que subyacen a determinadas nociones, y con ello también revitalizó un cuestionamiento fundamental: el fracaso de los alumnos no se debe únicamente a las dificultades propias del conocimiento matemático o a las limitaciones de los sujetos, sino a una forma de enseñanza que no responde a los procesos que siguen los alumnos para aprender.¹⁰⁵

A pesar de que el impacto de esta teoría propició que numerosos investigadores y profesionales de la educación se dedicaran al estudio de la psicogénesis de determinadas nociones,

¹⁰⁵ Guillermina Waldegg, Coord. Colección La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*, p. 51.

... nuevamente "lo didáctico" volvió a verse como una "aplicación" de la teoría del aprendizaje, aplicación que en última instancia podía quedar en manos de maestros con una buena formación en matemáticas y en teorías del aprendizaje.(...) En algunos casos se llegó al extremo de sustituir, en los programas, las metas de adquisición de contenidos específicos por metas de "desarrollo cognoscitivo"(Coll, 1983) El resultado fue eludir nuevamente el estudio de los problemas de enseñanza, librándolo al campo de lo propuesta ¹⁰⁴

Dienes, en 1970, es considerado como uno de los primeros investigadores que para la enseñanza de las matemáticas, a partir de la teoría psicogenética del desarrollo cognoscitivo y con un enfoque estructuralista de las matemáticas, hace el intento de creación de una teoría. Dos de los principios de esta son: la concreción de las estructuras matemáticas y la variabilidad perceptual y matemática ¹⁰⁵. El proponer el aprendizaje de las estructuras matemáticas que subyacen a los distintos conocimientos específicos es planteado en su didáctica como una necesidad.

Los Instituts de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques se fundan en Francia a raíz de la reforma de los sesenta. Se empieza a reconocer la necesidad de definir los fenómenos de la enseñanza de las matemáticas como un campo de investigación que tiene problemas muy específicos, que necesitan ser estudiados de manera sistemática y crear un cuerpo de investigadores teóricos que integren los aportes de otras disciplinas.

La didáctica de las matemáticas, como campo de investigación, tiene el propósito fundamental de " crear explicaciones fundamentadas acerca de los procesos de enseñanza del conocimiento matemático en el salón de clases" ¹⁰⁶. Tratándose de un propósito muy amplio, requiere de manera implícita el auxiliarse de los conocimientos que otros campos de investigación le puedan ofrecer.

Esta línea de investigación tiene algunas de las siguientes características como enfoque didáctico ¹⁰⁷.

Considera que el conocimiento de las estructuras matemáticas difícilmente puede constituir una respuesta a un problema de un sujeto que se meta en el conocimiento matemático. Se

¹⁰⁴ *Ibidem*, p. 51

¹⁰⁵ *Idem*

¹⁰⁶ *Idem*

¹⁰⁷ *Idem*

revaloran los conocimientos matemáticos específicos y se aplaza el momento en que los sujetos pueden dar sentido y, por lo tanto, aprender dichas estructuras

Se asume una postura epistemológica sobre la construcción del conocimiento matemático, que enfatiza su carácter de herramienta funcional construida al resolver determinado tipo de situaciones problemáticas

Las situaciones deben plantear un problema al sujeto que las enfrenta. De esto depende que el conocimiento que se construye tenga sentido para él. El sentido del conocimiento está dado por las lagunas y dificultades que el sujeto experimenta (obstáculos) y que el conocimiento en cuestión ayuda a superar.

Estos aportes constituyen un desarrollo importante no solo de la didáctica de las matemáticas, en particular, sino de las didácticas generales, a partir del estudio de los ejes fundamentales de cada disciplina específica, en este caso las matemáticas y su génesis particular.

En México, desde 1977, el equipo de matemáticas del DIE del CINVESTAV ha realizado un trabajo de investigación, cuyos estudios se centran en el diseño, análisis y experimentación en las aulas escolares de la secuencia de determinado tipo de situaciones didácticas para el aprendizaje de contenidos específicos, que sostienen un enfoque constructivista de aprendizaje.

A partir de un estudio en el cual se diseñaron y experimentaron situaciones didácticas para las clases de matemáticas en grados de primero a sexto de primaria, se estableció una aproximación amplia e inédita de la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la escuela a este nivel.

La primera etapa de la investigación se enfocó a la integración de los contenidos en ejes conceptuales más amplios y en encontrar formas de concretar ciertos conceptos para que fueran apropiados por los alumnos de manera más fácil. En una segunda etapa posterior a 1981, en que influyen de forma importante las investigaciones francesas del IREM de Burdeos, Francia encabezadas por Guy Brousseau, se maneja como punto central el análisis de la experimentación didáctica en el salón de clases.

Una referencia muy importante en la fundamentación de las secuencias de situaciones didácticas y del análisis de la experimentación en clase de estos trabajos, es la teoría del proceso de matematización, elaborada por Guy Brousseau (1972)¹¹⁰

¹¹⁰ *Ibidem*, p. 54

Brousseau distingue cuatro fases fundamentales en las relaciones que se establecen en las situaciones didácticas a lo largo de la adquisición de un conocimiento ¹¹¹

a) *Acción* Corresponde al momento en el cual, una vez que se comprende la consigna o problema, el alumno es capaz de actuar en busca de un resultado, ya sea individual o colectivamente con otros pares. Esta primera fase puede ser organizada de determinada manera que genere una comunicación intensa entre los niños

b) *Formulación* Corresponde al diseño de ciertas situaciones en las que los modelos que se encuentran implícitos tengan que hacerse explícitos. Este proceso de explicitación debe tener sentido para el niño y facilitar que, en las situaciones que utiliza para ello, el alumno sea retroalimentado, a través de su interés en comunicar la estrategia que ha descubierto

c) *Validación* Corresponde al momento en que el niño trata de recuperar con una actitud reflexiva y crítica el proceso a través del cual llegó a la formulación de una estrategia, necesita demostrar que el modelo encontrado es correcto y lo explicita y prueba las características generales que pueden haber sido movilizadas desde las fases anteriores

d) *Institucionalización* En esta última fase el papel del maestro es muy distinto del de protagonista asignado usualmente, su intervención ya no es la de "poseedor y proveedor del conocimiento". Ahora en cambio, tendrá que organizar las situaciones que promuevan en sus alumnos una adaptación que de como resultado la elaboración de conocimientos nuevos, que puedan identificar el instrumento construido como un conocimiento al cual se le ha dado un cierto nombre convencional y familiar para ellos y que los niños puedan identificarlo así

La función del proceso de institucionalización del saber es "dar a los productos generados en el proceso de construcción que realizan los alumnos el estatus de conocimiento, de nuevo saber al que se puede hacer legítimamente referencia. Incluye también el hecho de nombrarlo de alguna manera e implica también, en consecuencia, una progresiva descontextualización del mismo (se le reconoce como saber cultural instituido) a través de la cual éste se hace más negociable en otros contextos (en los que aparezcan sus límites, la necesidad de transformarlo o eventualmente de desecharlo)" ¹¹². Con esta última fase de institucionalización,

¹¹¹ David Brousseau, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 16.

¹¹² *Ibidem*, p. 23.

se cierra el ciclo de un proceso de construcción de un conocimiento que se originó ante la necesidad de resolver un problema

Las cuatro etapas conforman el procedimiento que se lleva al cabo en cada etapa del proceso de resolución de un problema. Las estrategias y modelos que se construyen en cada una, se comprometen en la fase siguiente, en donde funcionan como estrategias y modelos de base para la construcción de conocimientos diferentes

En 1984, Fregona¹¹³ realiza un estudio de las estrategias de conteo y Galvez en 1985¹¹⁴ lleva al cabo un estudio relacionado con el desarrollo de la orientación en el espacio urbano. En 1987, Block¹¹⁵ estudia la forma en que se interpreta la fracción como cociente de enteros a partir de problemas de reparto y medición. Incluye un apartado para la didáctica de las matemáticas y otro en que se analizan las distintas interpretaciones de la noción de fracción a partir de categorías establecidas en 1976¹¹⁶ por Kieren y en 1983 por Freudenthal,¹¹⁷ y la presentación del concepto de fracción como contenidos en los libros de texto oficiales vigentes.

En 1988, Balbuena¹¹⁸ estudia las operaciones de suma y resta de fracciones bajo la interpretación de cociente de enteros, que incluye un capítulo de la didáctica de las matemáticas y otro sobre las fracciones. En 1991, Davila¹¹⁹ estudia la introducción de ciertos aspectos de la fracción a partir de problemas de reparto.

Se puede sintetizar que los aportes más significativos de estas investigaciones, se relacionan tanto con las secuencias didácticas para el aprendizaje de temas específicos con un enfoque constructivista, y el análisis del tipo de procedimientos y conceptualizaciones de los niños que tienen que ver con los temas abordados, como con las reflexiones que se establecieron en relación con algunos elementos relevantes de la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau.

Este enfoque que postula el aprendizaje de las matemáticas a partir de la resolución de problemas se empezó a difundir en México y en otros países de forma considerable durante la

¹¹³ Guillermina Waldegg, Coord., *La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II*, p. 54

¹¹⁴ *Idem*
¹¹⁵ *Idem*
¹¹⁶ *Idem*
¹¹⁷ *Idem*
¹¹⁸ *Idem*
¹¹⁹ *Idem*

década de los ochenta. Instituciones como el National Council of Teaching Mathematics identifican la resolución de problemas como la base en la enseñanza de las matemáticas y consideran que aprender a resolver problemas es la razón principal para estudiar matemáticas.¹²⁰

Son cuatro las secuencias características de problemas matemáticos que se diseñan en la perspectiva constructivista según David Block.¹²¹

a) El problema inicial es significativo para los alumnos, lo que les permite abordarlo movilizándolo sus conocimientos previos.

b) Una vez entendido lo que se plantea a los alumnos en el problema inicial, y en algunos casos ya resuelto, este se vuelve más complejo, haciendo relevante el obstáculo que no permite o impide que el alumno practique con éxito su estrategia inicial, con lo que se propicia la búsqueda y práctica de una nueva estrategia. Esta puede ser bien una modificación de la anterior o una totalmente diferente.

c) Las estrategias sucesivas que se van construyendo, de acuerdo a situaciones diseñadas de forma adecuada, deben aproximarse de manera progresiva al conocimiento que se pretende que los niños construyan.

d) La situación por sí misma debe proveer la necesaria retroalimentación para que el sujeto estime por sí solo si las acciones que está llevando al cabo lo aproximan al resultado deseado, y darse cuenta de si está equivocado o progresa.

Se puede considerar que en un salón de clases, en toda situación didáctica intervienen como protagonistas cuatro sujetos: el maestro, los alumnos, el conocimiento que se va a enseñar y el medio. Si el profesor está consciente de la existencia de todas las particularidades de estos protagonistas será capaz de diseñar situaciones con mayores probabilidades de éxito, emplearlas con el propósito de explorar, observar y tratar de comprender lo que hacen los niños por sí mismo, interactuando entre ellos frente a determinado problema. El maestro solo deberá observar, conducir las resoluciones, animar a sus alumnos a que aborden el problema como ellos quieran y permitir que se ayuden entre ellos. Después, tratará de que expliquen lo que pensaron para comprender mejor el proceso que siguieron y, al final, les pedirá que reflexionen sobre lo que

¹²⁰ Edward A. Silver. *Research Perspectives on Problem Solving in Elementary School Mathematics*, pp. 529-530.

¹²¹ David Block y A. Papacostas. "Didáctica constructivista y matemáticas. Una introducción". En *Cero en conducta*, a. 1, v. 1, n. 2, marzo-abril 1986, p. 19-20.

hicieron, que reconceptualicen las estrategias que llevaron al cabo, para favorecer la construcción de un conocimiento significativo.

Existen diversos modelos de enseñanza que se observan a través de las relaciones que se desarrollan entre el maestro, el alumno y el saber. Un modelo centrado en la construcción del saber por el alumno es el llamado "aproximativo"¹²². Este propone que el alumno construya sus aprendizajes a partir de concepciones anteriormente construidas por él, quien las pone a prueba para mejorarlas, modificarlas y así construir otras nuevas. El maestro es el encargado de propiciar situaciones de aprendizaje con distintos grados de dificultad, organizar las diferentes fases del aprendizaje y la comunicación de interrelación entre los alumnos de una clase. El alumno a través de búsqueda y ensayos propone soluciones, que confronta con sus compañeros, las defiende y las discute. Así, el saber es construido por medio de su propia lógica.

La resolución de problemas es un punto fundamental para la construcción del conocimiento, desde el punto de vista de este modelo. La resolución de problemas constituye la fuente, el lugar y el criterio que dará origen a la construcción del aprendizaje significativo. A través de una situación problema el alumno busca un procedimiento de resolución. Formula una respuesta posible, la cual confronta con los procedimientos llevados al cabo por el mismo y con aquellos de sus compañeros y valida su conocimiento al poner a prueba sus resultados. Una nueva situación con diferentes obstáculos propiciará nuevos procedimientos, confrontaciones y validaciones y permitirá la construcción de conocimientos diferentes.

Los problemas como situaciones de aprendizaje permiten la utilización de nuevas herramientas y la ejercitación de las que ya se construyeron, también facilitan al docente la evaluación para que el alumno pueda resignificar sus aprendizajes. El alumno construye sus conocimientos en la interacción con otros alumnos por medio de la resolución de un cierto tipo de problemas, elegidos por el docente con un finalidad específica. La construcción de estos conocimientos significativos y duraderos se realiza principalmente a través de la resolución de problemas y no del desarrollo de simples ejercicios.

Desde esta perspectiva constructivista del conocimiento, son consideradas por Charnay las siguientes variables en la forma como aprenden los alumnos.¹²³

¹²² Roland Charnay "Cap III. Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En Cecilia Parra e Irma Saiz Comp. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, pp. 50-54.

¹²³ *Ibidem*, 52-63.

- a) Los conocimientos no se apilan, no se acumulan, sino que pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio. En este transcurso se cuestiona y reorganizan los conocimientos, se integran los nuevos saberes a los que ya se tenían, o bien se modifican.
- b) El rol de la acción constituye un papel muy importante en la construcción de nuevos conceptos. Esta no sólo se lleva al cabo por medio de la manipulación de objetos, sino a través de una acción con finalidad, problematizada, que permita al alumno la elaboración de una estrategia de resolución en la cual utilice las informaciones previas de que dispone.
- c) Solo hay aprendizaje cuando el alumno puede percibir un problema para resolver, cuando reconoce al conocimiento nuevo como respuesta para un pregunta. Lo que da sentido y vuelve un aprendizaje significativo es el enfrentamiento del alumno con situaciones que permitan resolver problemas y con ello pueda construir nuevos conceptos o teorías. El problema es entonces percibido por el alumno como un desafío intelectual.
- d) Las producciones del alumno constituyen únicamente una información acerca de su "estado de conocimiento". Existen ciertas producciones que se han construido de manera errónea y que no constituyen una ausencia de saber sino más bien, un cierto tipo de conocimiento para el cual el alumno deberá construir otro nuevo que modifique el existente.
- e) Los conceptos matemáticos no están aislados, se encuentran entrelazados entre ellos y se consolidan de manera mutua. Por ello es conveniente proponer a los alumnos problemas que permitan la conceptualización de estos campos del saber y la construcción de estas redes de conceptos.
- f) La interacción social es un elemento importante en el aprendizaje. Al poner en marcha las actividades de aprendizaje se ponen en juego las relaciones maestro-alumno y alumnos-alumnos, las que pueden generar en algún momento, un conflicto sociocognitivo, ya que implican formulación y comunicación de ideas, además de cooperación entre pares.
- Es necesario que la situación problema sea comprendida por los alumnos y les permita acercarse a una respuesta utilizando sus conocimientos anteriores. El nivel de complejidad permitirá que la evolución de los conocimientos anteriores, al cuestionarlos, sufrir un desafío intelectual y elaborar un conocimiento nuevo genere la validación de la respuesta a través de la situación misma. En la situación problema existirá siempre un obstáculo para superar, un elemento que hace de esa situación un desafío que lleve a la búsqueda de la resolución.

Existen dos tipos de problemas para el aprendizaje de las matemáticas: **problemas para descubrir** que promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades, se utilizan al inicio del aprendizaje; **Problemas para aplicar, transferir o generalizar** estrategias o conocimientos que promueven la ampliación y afirmación de aprendizajes. El trabajo continuo con estos dos tipos de problemas permitirá un aprendizaje sólido y permanente.

La enseñanza de las matemáticas se entiende como la promoción de la evolución y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno, mediante la presentación de situaciones que lo llevan a abandonar, modificar o enriquecer dichas concepciones, y a acercarse paulatinamente al lenguaje y los procedimientos propios de las matemáticas.

En el siguiente capítulo se abordan los números fraccionarios como contenido. Se analiza, por una parte, la concepción de número fraccionario o racional a partir de las investigaciones de David Block acerca de la interpretación de la fracción como cociente de enteros en problemas de reparto y medición, con las distintas interpretaciones de la noción de fracción con categorías establecidas por Kieren y Freudenthal. De igual forma se consideran las investigaciones de Hugo Balbuena acerca de las operaciones de suma y resta de fracciones bajo la interpretación de cociente de enteros y las de Martha Davila, en relación con la introducción de ciertos aspectos de la fracción a partir de problemas de reparto.

Por otra parte, se revisa la forma en que se utilizan los problemas como enfoque metodológico a partir de las diferentes situaciones de aprendizaje. Se desarrolla por que la característica esencial en la enseñanza de las matemáticas es comprender lo que se tiene que efectuar para que los conocimientos que se enseñan tengan sentido para el alumno. Hay que tener en cuenta que el alumno no solo es capaz de repetir o rehacer lo que se le enseña, sino que puede resignificar estos conocimientos en situaciones nuevas, puede adaptarlos a situaciones diversas y puede transferir sus conocimientos a situaciones diferentes que le permiten llegar a la resolución de nuevos problemas, es decir, que realmente construye un aprendizaje matemático que tiene un significado para sus actividades cotidianas.

3. LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS COMO CONTENIDO

Tradicionalmente se han utilizado los números fraccionarios en variadas situaciones de la vida cotidiana. Las fracciones brindan diferentes estrategias que permiten solucionar problemas diversos. Por ejemplo, en el ámbito científico y matemático, la realización de cálculos precisos, igualmente en el área musical se posibilita el uso de medidas fraccionarias de la unidad de tiempo para la composición de melodías o la lectura de partituras. Los niños, en la vida diaria, utilizan medidas fraccionarias como medio vaso de leche, un cuarto de papel escarado, media hoja de block, tres cuartos de cartulina. Sin embargo, a pesar de que los niños las utilizan en la vida cotidiana, la variedad de fracciones a las que tienen acceso es muy reducida. Esto propicia que no adquieran un referente suficientemente significativo que les sirva de antecedente para el dominio de esta noción.

Desde el punto de vista matemático, didáctico y psicológico se han analizado algunas de las dificultades que representan tanto la enseñanza como el aprendizaje de las fracciones. De entre éstas, se puede mencionar la pobreza de significados, la tendencia a atribuirles propiedades y reglas solo aplicables a otro tipo de números y la introducción prematura de la noción de fracción en el contexto escolar.¹²⁴ Por ejemplo, los alumnos de primero y segundo grados que todavía no son conservadores de área no pueden establecer la equivalencia de fracciones cuando se les pide que comparen dos mitades generadas de unidades iguales pero que fueron cortadas de manera distinta.¹²⁵

Para lograr la conceptualización de los números fraccionarios los niños recorren un largo proceso en el cual desarrollan operaciones mentales complejas. Es por esto que la introducción formal de la noción de fracción se inicia hasta el tercer grado de la primaria, etapa a partir de la cual los niños ya pueden trabajar sobre su simbolización y tienen los elementos para fundamentarla.

¹²⁴ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, pp. 13-29.

¹²⁵ Martha Davila en su estudio "Situaciones de Reparto: una introducción a las fracciones, realiza un análisis sobre el aspecto de la conservación del área como una de las condiciones necesarias para que los alumnos comprendan la equivalencia de las fracciones, noción fundamental para avanzar en los aspectos de la fracción.

Estudios realizados sobre las fracciones desde el punto de vista matemático (Kieren, 1983), didáctico (Brousseau, 1976) y psicológico (Piaget, Inhelder, 1966), muestran que los alumnos de los dos primeros grados de la primaria no están aún en condiciones de iniciar exitosamente el aprendizaje de esta noción, debido a su complejidad y al hecho de que el desarrollo cognitivo de la mayoría de los niños en esta edad no es aún suficiente.¹²⁶

Es por eso que los alumnos trabajan en los primeros grados solo con nociones de medición y reparto que les ayudan a establecer el manejo apropiado de los conceptos de equitatividad y exhaustividad, así como el de medición, que sirven como antecedente referencial para desarrollar posteriormente el concepto de número fraccionario. Dada la complejidad del tema y los obstáculos con los que tradicionalmente se enfrentan los alumnos al trabajar con los números fraccionarios, las categorías con las que se realiza el análisis se apegan a los objetivos de aprendizaje propuestos en los documentos oficiales y se encuentran relacionadas, de manera estrecha, con el enfoque metodológico que sustenta el Plan y programas de estudio.

En este capítulo se revisan conceptualmente las categorías del problema de estudio desde dos líneas de análisis: la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones y la presentación de estos contenidos a partir de problemas como situaciones de aprendizaje.

Inicialmente se analiza la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones. El concepto de número racional, al igual que cualquier otro concepto matemático, puede ser considerado como un modelo abstracto. Kieren, en 1976, destaca una serie de categorías que pueden ser consideradas como las más relevantes desde el punto de vista didáctico.¹²⁷ David Block destaca, en su estudio, el uso de las fracciones en diversos ámbitos de la vida cotidiana. Y, desde un punto de vista matemático y didáctico, comenta algunas dificultades de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de número racional.

Por medio de esta revisión, se busca cotejar el tipo de situaciones de aprendizaje que, a través de cada una de las interpretaciones del número racional, construye el niño en cada uno de los grados escolares. Se establecen los aspectos a tratar como primeros conocimientos de este

¹²⁶ SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación Primaria*, p. 15.

¹²⁷ David Block en su *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, retoma las categorías que destaca Kieren para el estudio del concepto de número racional a través de múltiples situaciones concretas (o interpretaciones) que lo involucran pp. 26-42.

concepto en tercer grado, y punto de partida para la construcción de conocimientos más complejos en los otros grados.

Detectar, por ejemplo, si la noción de fracción se introduce a partir de tercer grado y se centra en el planteamiento y resolución de problemas que impliquen el fraccionamiento de superficies y de longitudes, si la representación simbólica de las fracciones se pospone hasta el cuarto grado, ya que en el grado anterior, se trabajan aspectos previos a este proceso de simbolización y se propone lograr la fundamentación del número racional como noción

Examinar la forma como se introduce en cuarto grado la concepción de número racional como razón o proporción, si se trabaja como tema de geometría por medio de modelos a escala o no, y, si en quinto grado se introduce de forma numérica y si se empiezan a manejar las nociones de razón y porcentaje en su forma fraccionaria. Por último, observar si en sexto grado se aplican y amplían estos conceptos que tienen como propósito el desarrollo del razonamiento proporcional en el niño. En todos los casos, se pretende detectar si las estrategias propuestas para los objetivos de aprendizaje muestran las relaciones que existen entre los números fraccionarios como ejemplo de contenido y las actividades cotidianas del niño

Posteriormente, se analiza el tratamiento de los contenidos a partir de problemas como situaciones de aprendizaje, para vislumbrar si se da a los alumnos la oportunidad de enlazar nociones y nuevos conocimientos que se presentan en contextos de su vida diaria. Si los problemas que se presentan se relacionan con situaciones que pueden surgir de necesidades cotidianas que obliguen al niño a utilizar sus propios recursos, y de esta manera se le brinden experiencias conceptualmente significativas que le permitan involucrarse con las fracciones, y estén relacionadas con sus vivencias e intereses para lograr un mayor éxito en el aprendizaje

La didáctica de las matemáticas, desde la perspectiva constructivista,¹²⁸ asume una postura epistemológica en relación con el aprendizaje matemático que enfatiza su carácter de herramienta funcional que solo se construye al resolver determinado tipo de situaciones problemáticas. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas se considera como el motor que promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos. La resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben de avanzar de forma paralela y guardar una estrecha relación. Los niños deben

¹²⁸ Ver punto 2.2

enfrentar desde el inicio retos que les permitan utilizar sus propios recursos, para construir nuevos conocimientos y posteriormente encontrar la solución de problemas cada vez más complejos. Es interesante también reflexionar que esta forma de plantear los contenidos propone la integración de otros diferentes con aquellos de las matemáticas y así permite abordar diferentes temas de la disciplina y resaltar con ello sus diferencias.

Aunque es necesario que el alumno en cada grado adquiera los conocimientos correspondientes, es de mayor relevancia el que desarrolle, de forma paulatina a lo largo de la educación básica, un cierto tipo de habilidades intelectuales que le posibiliten el manejo del contenido de las matemáticas en formas distintas y que sea capaz de llevar al cabo procesos que le impliquen la reorganización de sus estrategias para que se encuentre en posibilidad de resolver los problemas y de aplicar los conocimientos que ha adquirido.

La resolución de problemas ocupa un lugar importante en la clasificación de las habilidades intelectuales. El problema adquiere, por tanto, un sentido más amplio relacionado con actividades que enriquezcan y amplíen los conocimientos del niño, le permitan usar los que ya ha adquirido y promueva la construcción de otros nuevos y diferentes.

Como se indicó, la revisión conceptual de las categorías del problema de estudio se analizan desde dos vertientes: la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones y la presentación de estos contenidos a partir de problemas como situaciones de aprendizaje.

Para las categorías de los números fraccionarios se retomaron las señaladas por Kieren, en 1976, como las más relevantes desde el punto de vista didáctico y se establecen una serie de indicadores, para que orienten el estudio de los materiales curriculares, de forma más precisa. Estos indicadores se establecen a partir de los objetivos generales de aprendizaje que se proponen a los docentes para la realización de diversas estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios en las *Guías para el Maestro*¹²⁹ de primero, tercero y quinto grados, así como de las diferentes estrategias propuestas para el aprendizaje de la noción de fracción en el *Taller para Maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*¹³⁰. En todos los casos en

¹²⁹ SEP. *Guías para el maestro. Primer grado, Tercer Grado, Quinto Grado.*

¹³⁰ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, segunda parte, pp. 17-102.*

que se mencionan los indicadores, se respetó la redacción original del libro consultado. Para la categoría de los problemas como situaciones de aprendizaje, los indicadores se establecen con base en las características, para considerar la situación problema relacionada con un conocimiento específico que será objeto de la interacción del alumno y ha de favorecer la construcción de un conocimiento nuevo, establecidas en el **Taller para maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**,¹¹¹ de las cuales, para efectos de este trabajo se respetó la redacción original.

A partir de estas dos líneas de análisis establecemos, para cada una de las categorías, determinadas características e indicadores que orientan este trabajo al tomar como referente de análisis los Programas de matemáticas de educación primaria, los Libros para el maestro y los Libros de texto para el alumno de primero a sexto grados. Estas categorías nos permitirán establecer la forma en que se introduce en el contexto escolar el concepto de número fraccionario a través de diferentes situaciones o interpretaciones, y al mismo tiempo, examinar si los números fraccionarios se introducen y afirman por medio de situaciones problema de diversos tipos, que sean significativos para los alumnos y favorezcan un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

3.1 Concepción de número fraccionario o racional

Se estudia la concepción de número fraccionario con diferentes significados y formas de interpretación, considerando que las fracciones constituyen una herramienta que permite resolver diversas situaciones en el ámbito científico, técnico, artístico y en la vida cotidiana, sin dejar de considerar que estas son menos utilizadas que los números enteros, aun cuando la variedad de fracciones a las que se puede recurrir es muy amplia. Sin embargo, el uso de las fracciones en la vida cotidiana es insuficiente y los niños tienen muy pocos conocimientos previos cuando inician este tema en la escuela, lo que propicia que se de un avance poco significativo en el dominio de esta noción.¹¹²

¹¹¹ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, primera parte*, pp. 18-23.

¹¹² SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado, Educación primaria*, pp. 13-29.

Los objetivos del eje temático *Los números, sus relaciones y sus operaciones*,¹³³ se orientan a favorecer experiencias en donde los niños pongan el juego el significado que los números tienen en diferentes contextos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos. Por tanto, en el enfoque del Plan y Programa de Estudios se plantea como reto importante la contextualización de las fracciones para la enseñanza de esta noción, y el diseño de situaciones en las que los números fraccionarios, sus relaciones y sus operaciones tengan sentido para los niños como herramienta útil para la resolución de problemas en su vida cotidiana.

A partir de esta multiplicidad de nociones, se retoman las interpretaciones que Kieren considera como las más relevantes para la enseñanza de la noción de número fraccionario en la escuela primaria y que son analizadas por David Block en su *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*,¹³⁴ por Hugo Balbuena en su *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de la suma de fracciones en la escuela primaria*¹³⁵ y por Martha Dávila en su estudio *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones*.¹³⁶ Estos autores retoman las categorías de Kieren en sus investigaciones y las utilizan como marco teórico a partir del cual abordan el concepto de número racional.

De igual forma, en los materiales editados por SEP que conforman el *Taller para Maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria* y en las *Guías para el maestro* de los diferentes grados, se retoman estas mismas interpretaciones de la noción de número racional o fraccionario.

De acuerdo con los autores mencionados, son seis las situaciones o interpretaciones de la concepción de número racional o fraccionario en las que existen puntos de coincidencia y, por tanto, las que se utilizan en esta parte del estudio: los números fraccionarios en el reparto, en la medición, como decimal finito o periódico, como razón o relación multiplicativa que hay entre dos números, como proporción, operador multiplicativo (o aplicación) y como cociente de una división.

¹³³ Ver punto 1.3.

¹³⁴ David Block. *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, pp. 26-42.

¹³⁵ Hugo Balbuena. *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de la suma de fracciones en la escuela primaria*, pp. 6-25.

¹³⁶ Martha Dávila. *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones*, pp. 11-28.

Examinaremos, a partir de estas interpretaciones, los objetivos de aprendizaje que se persiguen, que es lo que el niño tiene que aprender de cada una de las diferentes concepciones, en qué grado escolar se introduce cada noción y su nivel de complejidad. Utilizaremos como referente las diferentes situaciones o interpretaciones de la noción de fracción como categorías de análisis, con el fin de detectar, si se encuentran presentes los diferentes indicadores establecidos para los números fraccionarios en las situaciones e interpretaciones señaladas como las más relevantes desde el punto de vista didáctico. También examinaremos si las diferentes nociones de los números fraccionarios se introducen y manejan en los libros para el alumno por medio de situaciones problema que favorezcan un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

1) Los números fraccionarios en el reparto

El reparto es una actividad a la que todos accedemos desde temprana edad, es significativa para los niños y constituye un medio a través del cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para cuantificar las partes que le tocan a cada uno. Es una actividad con la que pueden comprobar que existen distintas maneras de hacer un reparto y de expresar en fracciones cuánto le toca a cada quien y les permite la sistematización de los conceptos de exhaustividad y equitatividad. El reparto equitativo y exhaustivo, es decir, en partes iguales y sin que sobre nada, constituye una de las actividades fundamentales para que el niño sea capaz de fraccionar una o varias unidades, sin embargo, el proceso que los niños siguen hasta llegar a realizar repartos equitativos y exhaustivos es largo y debe ser encauzado por medio del trabajo de situaciones problema significativas para el niño, que se encuentren en su realidad y sean interesantes para ellos.¹¹⁷

El tipo de estrategias fundamentales que se sugieren para la introducción de la noción de número fraccionario son las situaciones de reparto. Se pueden crear muchas situaciones problemáticas que, por una parte, involucren activamente la noción de fracción en situaciones de reparto y le den sentido, y por otra, sean accesibles para los niños y puedan entenderlas sin mucha dificultad.

¹¹⁷ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, pp. 13-28

La situación de reparto, que involucra la necesidad de fraccionar, se produce por la necesidad que se plantea al niño de repartirlo todo, sin que sobre nada. Esto representa un desafío para el niño que le propicia la necesidad de fraccionar la unidad

Con los siguientes indicadores para la categoría de análisis de los números fraccionarios en situaciones de reparto, se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño

- a) Aprenda a hacer particiones equitativas y exhaustivas al resolver problemas de reparto
- b) Utilice la partición como herramienta en la resolución de problemas de reparto
- c) Compare fracciones sencillas, en el contexto del reparto, para afirmar la comprensión de las mismas
- d) Exprese de manera verbal el resultado de los repartos para cuantificar el tamaño de las fracciones de la unidad
- e) Descubra que los números enteros son insuficientes para decir cuanto es el resultado exacto de los repartos
- f) Se apoye en la recta numérica para representar las fracciones de unidad, resultado de los repartos, y reflexione sobre sus características

2) Los números fraccionarios en la medición

Cuando necesitamos medir una magnitud y la unidad de medida no puede repetirse un número entero de veces en la magnitud, se hace necesario fraccionar la unidad para llegar a una medida más precisa. Esto se presenta en los procesos de medición de longitudes, superficies, volumen, capacidad, peso y tiempo. Por lo tanto, la medición representa otra actividad fundamental que origina el fraccionamiento de la unidad y además constituye un contexto muy adecuado y significativo para trabajar algunos aspectos de las fracciones en situaciones problema de la vida real que sean interesantes para los niños y les representen un reto¹³⁸. Es importante que las actividades iniciales de medición de longitudes se realicen con unidades de medida no graduadas, por ejemplo, en metros o centímetros. Es necesario considerar la conveniencia de usar tiras como medida para propiciar el fraccionamiento de la unidad. Al medir una longitud, se

¹³⁸ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, primera parte, pp. 18-23.

ejemplifica que lo que se quiere encontrar, en realidad, es el número de unidades que “cabén” en esta. De igual forma, el contexto de medición propicia la enseñanza de las fracciones en la recta numérica, de sus propiedades, su relación de orden y las características de esta representación.

Los problemas de medición y de reparto se utilizan también cuando la unidad que se está utilizando es una magnitud discreta.¹³⁹ Por ejemplo, cuando tenemos un abono para el metro, el cual podemos utilizar 15 días. Si ya lo hemos utilizado 3 días, ¿qué parte del abono hemos usado?

El concepto de número fraccionario en situaciones de reparto y medición, se encuentra relacionado con la interpretación del número racional denominada “fraccionamiento de la unidad, [que] describe la relación cuantitativa entre un todo y sus partes. La fracción $\frac{a}{b}$ donde a y b son enteros y b es distinto de cero, referida a una unidad significa: dividir la unidad en b partes iguales y tomar a de esas partes.”¹⁴⁰

La medición es una actividad fundamental que ayuda a los alumnos a establecer el concepto de fraccionamiento de la unidad y, además, se convierte en un contexto adecuado para trabajar con los niños algunos aspectos de las fracciones como son la comparación, la suma y la resta. Al igual que en el reparto, las situaciones que los alumnos enfrentan y a través de las que se propone un reto, propician la necesidad de resolver el problema con precisión. Así se desarrolla la capacidad de utilizar unidades de medida con las que todos los alumnos estén de acuerdo. Con ello se empieza a emplear fracciones de la unidad para medir con más precisión.

Al medir longitudes, trazar líneas y objetos con una serie de medidas dadas y después hacer una comunicación verbal o por escrito de los hallazgos realizados, los alumnos logran hacer fraccionamientos que son cada vez más precisos. Al mismo tiempo la noción de fracción se convierte por ello en una herramienta útil y con significado.¹⁴¹

Al igual que en las situaciones de reparto, por medio de los siguientes indicadores de análisis de los números fraccionarios en la medición, se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño:

- a) **Aprenda a hacer particiones equitativas y exhaustivas al resolver problemas de medición**
- b) **Utilice la partición como herramienta en la resolución de problemas de medición**

¹³⁹ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, pp. 26-42

¹⁴⁰ *Ibidem*, p. 34

¹⁴¹ SEP *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria*, pp. 13-28

- c) Compare fracciones sencillas, en el contexto de la medición, para afirmar la comprensión de las mismas
- d) Expresé de manera verbal el resultado de las mediciones para cuantificar el tamaño de las fracciones de la unidad
- e) Descubra que los números enteros son insuficientes para decir cuanto es el resultado exacto de las mediciones
- f) Se apoye en la recta numérica para representar las fracciones de unidad, resultado de las mediciones, y reflexione sobre sus características

3) Los números fraccionarios como decimal finito o periódico

Las fracciones decimales constituyen un subconjunto de los números fraccionarios. Estas tienen como ventaja que se pueden simbolizar con la notación del sistema decimal de numeración y con esto se simplifica de manera considerable el operar con ellas. Esta interpretación de los números fraccionarios surge de la necesidad de cuantificar fracciones de unidad. El cambio sustancial está en la manera en que numéricamente son expresadas. Su escritura indica que la cifras que se encuentran a la derecha del punto representan fracciones decimales de la unidad.

$$23.138 \text{ significa } 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 1/10 + 3/10^2 + 8/10^3 \text{ o } 23 + \frac{138}{1000}$$

Sin embargo, para ser un fracción decimal se necesita que el denominador sea divisor de una potencia 10 y pueda ser expresado con un número finito de cifras después del punto. Estas fracciones siguen el principio de agrupamientos de 10 en 10, característico del sistema decimal de numeración.¹⁴²

$$1/4 = 25/100 = 0.25$$

En consecuencia, si una fracción tiene denominador que no es divisor de una potencia de 10, y en su expresión decimal se encuentra un número infinito de cifras después del punto, se trata de una fracción no decimal.

Las actividades de medición como problemas reales favorecen la comprensión de las fracciones decimales y de su escritura. Estas tienen como ventaja dar aproximaciones tan precisas

¹⁴² David Hóck, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, pp. 20-42.

como se requieran. Sin embargo, es importante no perder de vista que cuando se representan de la misma forma como la notación que se utiliza para los números naturales, hace creer a los niños que se puede operar con ellas de manera parecida, utilizando las propiedades de los números enteros.

Aquí también, con los indicadores para la categoría de análisis de los números fraccionarios como decimal finito o periódico, se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño

- a) Aprenda a reflexionar sobre las características de las fracciones decimales, que se pueden representar con el sistema decimal de numeración (notación decimal)
- b) Utilice las fracciones decimales como herramientas para la resolución de problemas de medición
- c) Compare fracciones decimales, en el contexto de la medición, para afirmar la comprensión de las mismas
- d) Verifique y exprese de manera verbal y escrita, por medio de fracciones decimales, el resultado a nivel numérico, de las medidas obtenidas al cuantificar el tamaño de las fracciones de la unidad
- e) Descubra que las fracciones decimales son suficientes para decir cuánto es el resultado exacto de una medición
- f) Se apoye en la recta numérica para realizar descomposiciones aditivas que le permitan comprender mejor la escritura decimal de las fracciones

4) Los números fraccionarios como razón o relación multiplicativa que hay entre dos números

La diferencia principal en esta interpretación del número fraccionario como razón está en que en este caso no expresa una medida. Por el contrario, aparece como expresión de algo más abstracto: la relación multiplicativa que hay entre dos números enteros. De acuerdo con Block, consideramos el ejemplo que 1 y 2 se encuentran en la misma razón que 2 y 4, porque en ambos casos el segundo elemento constituye el doble del primero o bien porque el número por el que se

tiene que multiplicar el primer elemento para obtener el segundo, es el mismo en los dos casos de parejas de números.¹⁴³

Sin embargo esta noción de razón no implica al número fraccionario, ya que solo establece la relación entre dos números enteros. Es necesario que se utilicen, en cambio, situaciones variadas en las que las fracciones se alternen con los números naturales en la relación multiplicativa. Por ejemplo un niño camina 2 kilómetros para ir a su escuela, otro niño camina 5 kilómetros, ¿cuántas veces es más largo el segundo camino que el primero? A partir de este tipo de problemas, el niño puede desarrollar el concepto de razón como “una comparación multiplicativa entre dos cantidades”¹⁴⁴. En consecuencia, se propone un cierto tipo de actividades en las que la razón que se presenta a los niños, por medio de una fracción, tenga un significado que sea lo más concreto posible.

La simbología que se usa para denotar una razón es variada. En una relación que indica la razón de una parte y su todo, los números fraccionarios se encuentran siempre implícitos. Para denotar una razón en la forma fraccionaria que estaría dada cuando decimos por ejemplo que las tres octavas partes de la clase son niñas, se usa $\frac{3}{8}$. Block establece la siguiente definición:

“(a, b) y (c, d) son proporcionales si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ”,¹⁴⁵ es decir, podemos encontrar la razón de 2 a 3 expresada a través de una fracción, ya que 2 es parte de 3 porque 3 veces 2 es igual a 2 veces 3.

Balbuena considera que, en esta interpretación, el problema específico que da origen a los números racionales se puede establecer a partir del siguiente ejemplo: “1 es a 2 como 2 es a 4, como 3 es a 6, etc. ¿Que número es a 1?” Este número no es un natural y, puesto que forma una razón con 1 igual a la razón de 1 con 2, podría ser expresado así: $(1,2)$ o bien, así: $\frac{1}{2}$, entonces, $\frac{1}{2}$ es el número cuya razón con 1 es la misma que la de 1 con 2.¹⁴⁶

El problema básicamente es lograr la creación de otros nuevos números cuya razón con 1 sea la misma que la razón que guarda un entero con otro. Las actividades que se proponen están

¹⁴³ Ídem

¹⁴⁴ SEP. *Guía para el maestro. Quinto grado. Educación primaria*, p. 15

¹⁴⁵ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 37

¹⁴⁶ Hugo Balbuena, D. Block, I. Fuenteslabrada, M. Alvarez. *Alternativas curriculares para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, p. 14

encaminadas a desarrollar en el niño el concepto de razón como "una comparación multiplicativa entre dos cantidades."¹⁴⁷

Al presentar a los alumnos este tipo de actividades, es necesario buscar un contexto real en donde la razón representada por medio de una fracción tenga un significado lo más concreto posible. Otro aspecto importante es el orden de las cantidades en que se presenta una razón. Es necesario especificar claramente cuáles son las cantidades que intervienen en ella y en que orden.¹⁴⁸

A través de los indicadores de análisis de los números fraccionarios como razón se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño

- a) Aprenda el significado de la fracción como razón o expresión de una relación multiplicativa entre dos cantidades
- b) Utilice la noción de fracción como razón para poner en evidencia que dos números son proporcionales cuando el primero es la misma parte del segundo, que el tercero es del cuarto
- c) Compare fracciones como razón, para establecer situaciones en las que no interesa tanto el número de elementos de una cantidad, sino saber qué parte es de otra cantidad
- d) Expresa de manera verbal o escrita, por medio de fracciones como razón, la relación multiplicativa entre dos números, por ejemplo, en situaciones de variación o en situaciones en que interesa destacar la relación entre un todo y una parte
- e) Descubra que los números fraccionarios como razón, son suficientes para decir cuál es el resultado de problemas que planteen establecer la relación multiplicativa que existe entre dos números

5) Los números fraccionarios como proporción, operador multiplicativo (o aplicación)

La noción de número racional o fraccionario se encuentra siempre implicada en toda situación de proporcionalidad. Esta puede ser considerada como "la piedra angular de la

¹⁴⁷ SEP. Guía para el maestro. Quinto grado. Educación primaria, p. 15

¹⁴⁸ Ídem

matemática y de la física,¹⁴⁹ ya que la mayor parte de las aplicaciones de ambas disciplinas en la vida cotidiana se basan en este concepto. Por lo tanto deben propiciarse para los niños situaciones de proporcionalidad que les ayuden a ampliar y aplicar conceptualmente la noción de número fraccionario. Una muestra de este tipo de problemas puede verse en la igualdad de razones que se establece, por ejemplo, entre dos figuras geométricas a escala en donde la razón entre dos de sus lados es igual a la razón entre los lados correspondientes de la otra. Aquí el número fraccionario utilizado como operador multiplicativo o aplicado a una situación problemática, asocia a cada valor de una de las magnitudes, un valor de la otra magnitud. Es decir, "igualdad de razones $a/b = a'/b'$ o $(a/a') = (b/b')$ operador multiplicativo a/a' o bien b'/b puesto que $b' \times a/a' = b'$ y $a \times b'/b = a'$. Todos los operadores formados de esta manera (el valor de una magnitud entre el valor correspondiente de la otra, serán equivalentes)"¹⁵⁰

Por lo tanto, aplicar un operador multiplicativo fraccionario a una cantidad equivale a multiplicar y dividir sucesivamente esa cantidad. En general, toda actividad que implica una situación de proporcionalidad plantea la necesidad implícita de determinar a un operador multiplicativo que a un valor x asocie un valor y . Este operador estará constituido por el número fraccionario y/x el, cual significaría, en el contexto que estamos tratando, la composición de los operadores $(\cdot x) \cdot (y)$

Existe otro tipo de situaciones en que necesitamos conocer que parte es esa cantidad de otra, haciendo destacar la relación entre un todo y una parte, por ejemplo, cuando nos interesa saber que $2/5$ de los productos que nos llegaron estaban defectuosos. En otros casos, los números fraccionarios nos permiten establecer diversos tipos de relación, especialmente en situaciones de variación, es decir, cuando una cantidad es una parte proporcional de otra, por ejemplo, cuando tenemos que calcular la cantidad que le corresponde a Luis, si esta es $1/6$ de las ganancias semanales. La fracción adquiere entonces el significado de operador multiplicativo porque indica el número de veces que se considera una medida por ejemplo el número de vueltas, el número de veces que crece o decrece una medida etc.

¹⁴⁹ SEP, Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, p. 13

¹⁵⁰ David Block, Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria, p. 39. Nota: En el texto original del autor hay un error presumiblemente tipográfico, en el desarrollo de la ecuación tiene $b' \times a/a' = b'$ y $a \times b'/b = a'$ y debe tener $b' \times a/a' = b'$ y $a \times b'/b = a'$

Por medio de los indicadores de análisis del número fraccionario como operador multiplicativo se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño

- a) Aprenda el significado de la fracción como operador multiplicativo que implica tanto el número de veces que se considera una medida, como la proporcionalidad entre dos razones
- b) Utilice la noción de fracción como operador multiplicativo para poner en evidencia que al aplicar el operador " $\frac{1}{n}$ de \dots " a una cantidad, equivale a dividir y multiplicar sucesivamente esa cantidad
- c) Compare fracciones como operador multiplicativo, para establecer situaciones de proporcionalidad en las que interesa saber la relación que existe entre dos razones
- d) Expresé de manera verbal o escrita, por medio de fracciones como operador multiplicativo, la relación de proporcionalidad que existe entre dos números, por ejemplo en situaciones de variación, en situaciones en que interesa destacar la relación entre dos razones o en el trazo de figuras a escala
- e) Descubra que los números fraccionarios como operador multiplicativo son suficientes para aplicar las ideas de proporcionalidad a problemas reales, dándole elementos para decidir cuándo esta aplicación es la indicada y cuándo no lo es

6) Los números fraccionarios como cociente de una división

La fracción también puede ser definida como el resultado o cociente de una división de números enteros y constituye la definición algebraica de número racional. El resultado de una división $a : b$ es la fracción a/b . Si lo analizamos en sentido inverso, cualquier fracción a/b es el resultado de la división $a \div b$, es decir, es el número que multiplicado por b da a . Encontramos así otro significado de la fracción: el número fraccionario como cociente o resultado de una división. $\frac{3}{4}$ como cociente significa 3 unidades divididas entre 4 o también el número que multiplicado por 4 da 3.

Los números fraccionarios o racionales definidos como cociente de dos enteros constituyen un conjunto en el que la ecuación $x \cdot a = b$, siendo a un número entero cualquiera

¹³¹ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, segunda parte p. 82.

distinto de $+1$, tiene la forma de solución que no tiene en los números enteros. El número que multiplicado por a da 1 , es precisamente $1/a$. Esto se debe a que, en el conjunto de números fraccionarios, siempre existe una infinidad de números racionales entre cualquier par de números."¹⁵²

El significado de número fraccionario como cociente de una división se puede introducir a partir de experiencias didácticas de reparto, medición y comparación. Para ello es necesario que el niño haya construido un dominio del significado, por una parte, de la fracción como parte de unidad en situaciones de medición y, por otra, sobre la división. Es decir, necesita establecer la equivalencia que existe, por ejemplo, en $2/7 = 2 \div 7$. Esto es, $2/7$ significa *una unidad* que se parte en 7 y de la cual se toman 2 partes; en tanto que $2 \div 7$ significa *dos unidades* que se dividen entre 7 . El niño necesita tener claro que se trata de dos aspectos distintos, entre los que se establece, en determinadas circunstancias y de manera no explícita, una equivalencia.¹⁵³

Aquí, con los indicadores de análisis del número fraccionario como cociente de dos enteros se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño.

- a) Aprenda el significado de la fracción como cociente a partir del análisis de la equivalencia entre a/b y $a \div b$.
- b) Utilice la noción de fracción como cociente para establecer que la relación entre la fracción a/b y el cociente $a \div b$ constituyen dos conceptos distintos entre los que se establece una equivalencia en ciertas circunstancias y de manera no explícita.
- c) Compare fracciones como cociente para afirmar que el resultado de una división $a \div b$ es la fracción a/b , ya que cualquier fracción a/b es el resultado de la división $a \div b$, es decir, es el número que multiplicado por b da a .
- d) Expresé de manera verbal o escrita el resultado de problemas que pueden resolverse a partir del significado de las fracciones como cociente.
- e) Descubra que los números fraccionarios como cociente son suficientes para establecer el resultado de problemas en contextos de reparto y medición.

¹⁵² David Block. Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria, pp. 26-42.

¹⁵³ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, segunda parte, p. 88.

Debido a que los niños enfrentan múltiples dificultades para contextualizar las fracciones, es necesaria, la introducción paulatina de los conceptos, la demostración con materiales concretos y, además, permitir que sean ellos quienes descubran poco a poco, por medio de sus experiencias, estos significados. Solo a partir de la verificación, los niños tienen la oportunidad de identificar y corregir errores y llegar a comprobar cuál es el resultado correcto. Es importante ayudar a los niños a reflexionar sobre la forma de contextualizar cada uno de los diferentes significados de los números fraccionarios por medio de actividades que permitan la confrontación colectiva, la demostración y la anticipación y verificación de resultados.

Los objetivos de aprendizaje y las actividades sugeridas que orientan la determinación de los indicadores para esta categoría de análisis buscan verificar básicamente si se favorece que el niño aprenda las diferentes concepciones de los números fraccionarios, las utilice en la resolución de problemas, establezca comparaciones para afirmar la comprensión de sus significados, exprese los resultados que obtiene de forma verbal o escrita y descubra con ello que las diferentes concepciones de los números fraccionarios son suficientes para dar el resultado de problemas con determinadas características y planteados en circunstancias específicas.

En el siguiente capítulo se analizarán los números fraccionarios, como ejemplo de contenido, en los materiales curriculares, con la intención de detectar si los objetivos de aprendizaje y las sugerencias que se presentan por medio de los contenidos, favorecen un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

3.2 Los problemas como enfoque metodológico

Tradicionalmente, la actividad en la cual se utilizan los conocimientos que han sido enseñados de manera previa para la resolución de problemas se ha considerado como una forma de aplicación de los conocimientos adquiridos. Se separa el momento de la adquisición de los conocimientos de aquél de la resolución de problemas. Sin embargo, no se toma en cuenta que "... es al resolver problemas cuando los alumnos pueden construir sus conocimientos matemáticos de manera que éstos tengan significación para ellos."¹⁴

¹⁴ David Illock, Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria, p. 20.

Resolver problemas se considera, en el enfoque metodológico constructivista, como el motor del aprendizaje matemático¹⁵⁵. Se fundamenta que el aprendizaje se logra de forma primordial por medio de una actividad finalizada, esto es, mediante un tipo de actividad que tiene un propósito para quien la lleva a cabo. Entonces, un aprendizaje con permanencia y significado va a ser resultado de la actividad que el niño lleva al cabo para dar respuesta a preguntas de su interés o a la resolución de problemas que le motiven y le lleven a la construcción de un conocimiento nuevo.

Como actividad principal en matemáticas la resolución de problemas implica, según David Block, inicialmente la determinación de los problemas cuya resolución involucre de manera privilegiada ese conocimiento. Implica también, realizar actividades a partir de los conocimientos que el niño tiene para enfrentar un reto y con esto desarrollar estrategias que le lleven a la adquisición de un concepto nuevo. Este sería el caso por ejemplo de los "problemas aditivos simples", en donde deben resolverse situaciones problema en las que se emplea una sola operación, ya sea adición o sustracción.

En una siguiente etapa se considera la localización de situaciones clave que favorecen el desarrollo de conocimientos nuevos. La resolución de un problema nuevo casi siempre se inicia por medio de ensayo y error, de pruebas, de anticipación de resultados. El resolver otros problemas, que se encuentran en situaciones similares, permite al niño la construcción paulatina de cierto tipo de relaciones que le posibilitan la sistematización de los procedimientos matemáticos¹⁵⁶.

El niño construye así, por sí mismo, las estrategias necesarias para la resolución de problemas y con ello un conocimiento significativo y duradero, a la vez que se le da la oportunidad de "hacer matemáticas". Se acerca con esto a la siguiente etapa constituida por la adquisición del tipo de procedimientos y conceptualizaciones que se necesitan frente a problemas específicos, por ejemplo, para la resolución de los diferentes tipos de problemas de multiplicación, aquí se requiere la asimilación de procedimientos sistemáticos que lleven al niño a enfrentar un problema con una cierta relación de datos que requieran una multiplicación, es decir, aquellos en los que se multiplican las medidas de dos magnitudes para encontrar la medida de una tercera. Al respecto,

¹⁵⁵ Ver punto 2.3.

¹⁵⁶ David Block, *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20-23.

la resolución de problemas en la construcción del conocimiento, bajo esta concepción del aprendizaje, establece que los problemas juegan un nuevo papel ya que constituyen la principal fuente de los conocimientos. Se considera la enseñanza de las matemáticas como la forma de promover la evolución y enriquecimiento de los conocimientos previos del niño, por medio de situaciones que los lleven a desechar, modificar o enriquecer dichos conocimientos y a acercarse de manera paulatina a otros conceptos y procedimientos nuevos, propios de las actividades matemáticas.¹⁵⁷

Por otra parte, es importante resaltar que para este enfoque es el sujeto quien adquiere su conocimiento, construyendolo a través de una interacción entre el y el medio. Esto implica la búsqueda creativa en lugar de la aplicación de reglas, el cambio de la forma de ver las matemáticas como lenguaje formal y reglas sintácticas, así como la promoción de la capacidad de pensar matemáticamente, de buscar soluciones a los problemas y de inventar procedimientos de solución. El dialogar con los compañeros e intercambiar información, constituye un papel fundamental en la construcción del conocimiento, ya que permite al niño la confrontación de estrategias y respuestas. Al mismo tiempo que le posibilita el entender que hay diferentes formas para solucionar un problema e incrementa el desarrollo de sus habilidades matemáticas.¹⁵⁸

Finalmente, para entender el por qué la tarea fundamental de la didáctica es la organización del medio con el cual el niño ha de interactuar para construir determinados conocimientos matemáticos, es necesario analizar cuales conocimientos de los que propone la escuela son susceptibles de ser reconstruidos por el niño, es decir, que informaciones y aplicaciones útiles e interesantes para el niño deben incluirse como contenidos. También es necesario determinar el tipo de procedimientos que movilizan los niños frente a ciertos problemas matemáticos, ya que se tiene como objetivo que de manera paralela a los aprendizajes matemáticos, los niños adquieran otro tipo de conocimientos que los hagan interesarse sobre temas que en esta asignatura son tocados de manera superficial.¹⁵⁹

Esta forma de presentación de las matemáticas por medio de situaciones problema permite acercarse a los intereses infantiles, a través de actividades atractivas y lúdicas, pero al mismo

¹⁵⁷ Ídem

¹⁵⁸ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte, pp. 20-25.

¹⁵⁹ Ídem

tiempo útiles y significativas, delimitar cuáles son los problemas que favorecen la construcción de esos conocimientos y establecer cómo influyen en el proceso las múltiples variables que están en juego en una sesión de clase escolar, como la participación de los alumnos, del profesor y el ambiente de trabajo. El papel del docente constituye un elemento indispensable para el éxito de la propuesta, ya que participa, coordina, orienta las actividades y actúa como apoyo adicional si esto es necesario.

Existen ciertos elementos que es necesario considerar en el diseño de las situaciones problema. Se debe tomar en cuenta que diversos problemas pueden funcionalizar un concepto de manera sensiblemente diferente, propiciando, en consecuencia, interpretaciones también diferentes. Se pueden plantear problemas que motiven nuevos aprendizajes o habilidades. Una vez que se han construido esos conocimientos, se podrán plantear problemas con los que se puedan conocer y evaluar como se deben aplicar las nociones o procedimientos aprendidos, así el alumno comprobará los conocimientos que va adquiriendo.

El pasaje de un problema a otro puede generar un enriquecimiento del concepto. Se abordan otros aspectos del mismo, se le reconoce como un instrumento que permite resolver situaciones distintas a aquellas en que fue generado, es decir, se descontextualiza. De esta manera, el maestro tendrá la opción de presentar problemas abiertos, los cuales deberán resolver los alumnos a partir de los conocimientos aprendidos en los problemas originales o indagar todo lo que sea posible con los datos ofrecidos a fin de encontrar la solución. Con este tipo de problemas, se da a los alumnos la oportunidad de hacer inferencias de los conocimientos adquiridos en la escuela al hacer matemáticas para resolver situaciones de la vida diaria, por ejemplo, si se plantea la necesidad de poner una barda alrededor del patio de la escuela y moseduco en el piso.¹⁶⁰

Se puede considerar que existen dos tipos de problemas para el aprendizaje de las matemáticas.¹⁶¹ Por una parte, se pueden señalar los problemas para descubrir que promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades. Estos generalmente se utilizan al inicio del aprendizaje porque a través de ellos se debe construir una solución. Con ellos los niños deben poner inicialmente en juego sus estrategias sin restricciones o caminos precisos. En una etapa siguiente se comparten las estrategias utilizadas, se

¹⁶⁰ *Idem*
¹⁶¹ Ver punto 2.3.

confrontan las soluciones y se comenta cuáles fueron las mejores. Finalmente, se explica cuál es el proceso convencional de resolución, el cual será utilizado en la parte última del proceso de aprendizaje.

Por otra parte, están los problemas para aplicar, transferir o generalizar estrategias o conocimientos, que promueven la ampliación y afirmación de los aprendizajes. Generalmente no son creativos, en el sentido de que no promueven nuevas soluciones. Sin embargo son importantes ya que tienen como característica el incrementar y afirmar los aprendizajes, así como la sistematización de los procedimientos de resolución construidos. A través de ellos los niños consolidan sus conocimientos que pueden aplicar a situaciones problema muy variadas. El trabajo continuo con estos dos tipos de problemas permitirá un aprendizaje sólido y permanente.

Se pueden resumir en dos los propósitos que tienen los problemas en la enseñanza de las matemáticas: el primero para que los alumnos construyan sus conocimientos por medio de actividades convencionales y no convencionales que les lleven a encontrar la solución. El segundo, para que puedan aplicar y profundizar en los conocimientos adquiridos.¹⁶² El maestro requiere tener claridad acerca del propósito que se persigue y asegurarse de que el problema que plantee responda a una necesidad o interés del niño, motive la búsqueda para resolverlo, sin que el grado de dificultad desanime a los alumnos y que el maestro procure que la situación problema tenga por lo menos más de una respuesta adecuada.

Para que una situación sea un problema interesante debe inicialmente plantear una meta comprensible para quien lo va a resolver, es decir, debe ser una situación cuya problemática favorezca la construcción de conocimientos y lleve a los alumnos a centrar su interés en la búsqueda de una solución. También debe permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona. Una misma situación, con poca variación, puede seguir siendo interesante en tanto no se haya encontrado una forma sistemática de resolverla. Cuando los alumnos logran comprender los procedimientos que otros siguieron para resolver algún problema, son capaces de utilizarlos ellos mismos en otras situaciones semejantes, así se propicia que los niños avancen en su aprendizaje y adquieran confianza en el manejo de sus conocimientos.

¹⁶² Roland Charnay "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". En Cecilia Parra e Irma Saiz Comps. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, pp. 50-63.

Es de gran utilidad que la situación problema plantee un reto, una dificultad. Esto favorece y promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos. Para ello se hace necesario invertir el orden en que tradicionalmente se ha procedido y se enfrenta a los alumnos desde el inicio a la solución de los problemas utilizando sus propios medios. Cuando se da a los alumnos la libertad de resolver un problema, siempre encuentran al menos una forma de aproximarse a la solución.

El promover que los alumnos conozcan y analicen la estrategia de solución que siguieron sus compañeros les permite acercarse a diferentes formas de solucionar un mismo problema, lo cual tiene un gran valor didáctico. Es importante el papel de los problemas en la construcción de los conocimientos, ya que puede incentivarse el aprendizaje al aumentar el grado de complejidad de la situación problema o bien obstaculizarse, al no permitir que se busquen diversas maneras de resolver una misma situación.

Por ello, la situación problema relativa a un conocimiento específico que será objeto de la interacción del alumno y que ha de propiciar una génesis de dicho conocimiento, debe satisfacer las siguientes condiciones:¹⁶¹

- a) El primer problema de la secuencia debe ser significativo para el. El alumno puede comprender de lo que se trata, y, por lo tanto, puede esbozar por lo menos un procedimiento de resolución, movilizándolo sus conocimientos previos. Dispone entonces de una estrategia de base para abordar el problema.
- b) A través del manejo de variables determinadas de la situación problema se plantean obstáculos cuya intención es invalidar las estrategias de base o volverlas demasiado costosas en tiempo o en número de acciones elementales. El problema propuesto por la situación es tal que el procedimiento o estrategia de resolución más económico compromete al conocimiento en cuestión. Es esta pérdida momentánea del control sobre la situación por parte del alumno, lo que le da sentido al conocimiento que está por construirse.
- c) Para que las estrategias desplegadas por el alumno sean susceptibles de evolucionar es necesario que exista un "diálogo" entre el niño y la situación, la que debe devolver al alumno la información acerca de cada una de sus acciones, lo que le permitirá evaluarlas y eventualmente

¹⁶¹ David Block, Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria, p. 20-25.

reorganizarlas La exclusión de un tercero (el maestro por ejemplo) es importante en la medida en que el alumno se responsabilice totalmente de la organización de su actividad

Desde la perspectiva constructivista, la resolución de problemas constituye la fuente y criterio de verdad para la construcción de los conocimientos. El niño aprende al resolver problemas nuevos en virtud de que se deben construir conocimientos para poder darles una solución. También se generan conocimientos nuevos, se aprende cuando se tiene la capacidad de aplicar los conocimientos previamente adquiridos a situaciones diversas. Se ha construido la capacidad de abstracción y se puede entonces generalizar el saber construido con anterioridad. Es entonces cuando el niño es capaz de mostrar la solidez y validez de los conocimientos adquiridos.

Los indicadores para esta categoría de análisis, se establecieron como se indica, a partir de los objetivos generales que se proponen para la realización de actividades de aprendizaje, en las **Guías para el Maestro** de primero, tercero y quinto grados y en el **Taller para maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela** primaria y, por medio de ellos se pretende detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que las situaciones problema

- a) Planteen una meta comprensible para quien lo va a resolver
- b) Permitan aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona
- c) Planteen un reto, una dificultad que promueva la adquisición de conocimientos al resolver problemas
- d) Propicien que al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etc.) el niño construya el significado de las operaciones

A partir de los indicadores establecidos para cada una de las categorías, en el siguiente capítulo, se examinarán cuáles son los elementos que se encuentran presentes en los Programas de matemáticas, en los Libros para el maestro y en los Libros para el alumno y que nos facilitaran detectar si se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica

4. LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS MATERIALES CURRICULARES

En este capítulo se inicia la revisión de los materiales curriculares conformados por los Programas de Estudio de matemáticas, los Libros del Maestro y los del alumno de primero a sexto grados. Se utilizan para ello, los indicadores determinados para cada una de las categorías, a partir de los objetivos generales de aprendizaje que se proponen en las **Guías para el Maestro**, para la realización de diversas actividades relacionadas con la noción de fracción en situaciones de reparto, medición, decimal finito, razón, proporción y cociente y que, buscan detectar si se favorece que el niño aprenda las diferentes concepciones de los números fraccionarios, las utilice en la resolución de problemas, establezca comparaciones para afirmar la comprensión de sus significados, exprese los resultados que obtiene de forma verbal o escrita y descubra con ello que los números fraccionarios son suficientes para dar el resultado de problemas con determinadas características y planteados en circunstancias específicas.

De igual forma se tomaron en consideración las propuestas para el aprendizaje del concepto de número fraccionario del **Taller para Maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. Se examina con que temas de la escuela primaria se relacionan las fracciones y como se introducen a los alumnos, con el apoyo del marco teórico constructivista del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas¹⁶⁴ y por medio de los indicadores para las categorías de análisis.¹⁶⁵

¿Cuándo es el momento adecuado para la introducción de la noción de fracción, del lenguaje simbólico y de sus algoritmos?, ¿se inicia siempre con situaciones de reparto y medición o persiste la enseñanza de las fracciones únicamente a partir del fraccionamiento de la unidad? ¿Cuales son las concepciones de la fracción que se manejan en la escuela primaria y cuales son sus propiedades y reglas? Para tratar de encontrar las respuestas a estas y a muchas otras preguntas se revisan los contenidos, los procedimientos y las situaciones por medio de las cuales se introducen y afirman los números fraccionarios como tema en los materiales curriculares.

¹⁶⁴ Ver capítulo 2

¹⁶⁵ Ver punto 3.1.

4.1 Los números fraccionarios en los Programas de matemáticas de primero a sexto grados

En los documentos oficiales¹⁶⁶ revisados, se plantea que, los números fraccionarios que se proponen como contenido en los Programas de matemáticas de primero a sexto grados, fueron seleccionados de acuerdo con el conocimiento que se tiene en la actualidad del desarrollo cognitivo del niño y de los procesos que este sigue en la adquisición y construcción específicamente de los conceptos matemáticos.¹⁶⁷ También, se tomaron en cuenta los resultados de las investigaciones desarrolladas en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV¹⁶⁸ para su incorporación en los nuevos materiales curriculares, al igual que los resultados de otras investigaciones que aportan elementos para determinar los conceptos matemáticos que, de acuerdo a las edades de los niños en la escuela primaria, propician situaciones que posibilitan el aprendizaje, especialmente del concepto de fracción, señalado siempre como *el más difícil*. "El solo hecho de leer la palabra fracción crea, a menudo, inquietud en los maestros ya sea porque recuerdan su propio aprendizaje (seguramente laborioso) o porque tienen presente las dificultades didácticas para enseñar esa parte del programa de matemáticas."¹⁶⁹

El análisis teórico de los contenidos en los Programas de matemáticas, da la posibilidad de detectar la presencia de aquellos elementos que satisfacen los objetivos del enfoque en el Plan y programas de estudio y facilitan un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica y metodológica

Los números fraccionarios como contenido constituyen una parte del Eje Temático "Los números, sus relaciones y sus operaciones"¹⁷⁰. Sin embargo, la decisión de no incluir la noción de número fraccionario como contenido de los programas de primero y segundo grado es resultado de las investigaciones realizadas en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV¹⁷¹. Con base en éstas, se establece que, especialmente para los niños más pequeños (de primero y

¹⁶⁶ SEP. Guías para el maestro, In. a 6º. grados, La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Taller para maestros, Plan y programas de estudio y libros para el maestro de 1º a 6º grados.

¹⁶⁷ Ver puntos 2.1 y 2.3.

¹⁶⁸ Ver punto 1.1.

¹⁶⁹ Hugo Balbuena, C. Espinosa, H. Espinosa, Digna Fregona, Irma Saiz. Descubriendo las fracciones, Cuadernos DIE No. 5, p. 1.

¹⁷⁰ Ver punto 1.3.

¹⁷¹ Hugo Balbuena, C. Espinosa, H. Espinosa, Digna Fregona, Irma Saiz. Descubriendo las fracciones, Cuadernos DIE No. 5, pp. 1-28.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

segundo grados) los aspectos de exhaustividad,¹⁷² equipartición¹⁷³ y reunión de las partes en el mismo todo presentan dificultades. Los diferentes contextos de reparto no hacen evidente estas situaciones para los niños, debido a que se trata de una noción compleja. Otro aspecto importante es que los alumnos de estos grados, que todavía no son conservadores de área¹⁷⁴, es decir, consideran que el tamaño de una superficie aumenta o disminuye cuando esta cambia de forma o se corta,¹⁷⁵ presentan como obstáculo el no darse cuenta de la equivalencia que se da entre la comparación de dos mitades generadas de unidades iguales pero cortadas de diferente manera.¹⁷⁶ Por tanto, se considera que los alumnos de los dos primeros grados de la primaria no están aun en condiciones de iniciar exitosamente el aprendizaje de esta noción, debido a su complejidad y al hecho de que su desarrollo cognitivo no es aun suficiente.¹⁷⁷

Los programas de primero y segundo grados plantean actividades de reparto y medición que tomen en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades que permitan orientar la concepción del niño hacia las fracciones y sirvan como antecedente para promover el desarrollo posterior de la destreza y la eficiencia en el manejo de los números fraccionarios, que se introducen hasta tercer grado.

En primer grado, como concepto de medición, se propone, la comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento.¹⁷⁸ Con ello se propicia iniciar una experiencia escolar estructurada y sistemática desde el primer grado de la escuela primaria, para que el niño

¹⁷² SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria*, p. 17. La exhaustividad es un término que se refiere al proceso de reparto en el cual se presenta la necesidad de agotar el todo al repartirlo.

¹⁷³ SEP. *Guía para el maestro. Primer grado. Educación primaria*, p. 63. Equipartición es un término que se refiere a partir o subdividir una cantidad en partes iguales, para el caso de las magnitudes. Por ejemplo, una distancia se puede dividir en metros o kilómetros, según sea apropiado, o bien, un costal de frijol se distribuye en bolsas de un kilogramo o medio kilo.

¹⁷⁴ SEP. *Libro para el maestro. Segundo grado*, p. 42.

¹⁷⁵ SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación Primaria*, p. 16. Una manifestación de que los niños en esta etapa no son conservadores de área, se da por ejemplo cuando alumnos de primero y segundo grados comparan dos mitades generadas de unidades iguales pero cortadas de diferente manera. La mayoría piensa que una está más grande porque está más "gordita", o que la otra es más pequeña porque está más "flaquita". Para ampliar estos aspectos se sugiere revisar el Capítulo II de la sección de las operaciones "concretas" e "Ideas de conservación". En Jean Piaget y Barbel Inhelder. *Psicología del niño*.

¹⁷⁶ SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación Primaria*, p. 16. Cuando alumnos de primero y segundo grados comparan lo que le toca a un niño que tiene dos pedazos (2/4) con lo que le corresponde a otro que tiene un pedazo (1/2), la mayoría de los alumnos opina que al niño que le tocaron dos pedazos de pastel tiene más cantidad que al que le tocó un pedazo, porque *el pedazo es más que un pedazo, porque el dos es más grande que el uno*. Entonces, dos pedazos es más que un pedazo.

¹⁷⁷ SEP. *Guía para el maestro. Tercer grado. Educación Primaria*, pp. 17-20.

¹⁷⁸ SEP. *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993*, p. 57.

adquiera fundamentos apropiados para construir los conceptos de la medición que le servirán como antecedente para la introducción del concepto de fracción.¹⁷⁹

Para segundo grado, como concepto de números naturales, se presenta el planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos y en el eje "Medición",¹⁸⁰ la medición de longitudes y superficies con medidas arbitrarias. Con esto se propicia que el niño adquiera el conocimiento de los procesos y el manejo apropiado de los conceptos que intervienen en el reparto como son la exhaustividad y la equipartición, al igual que el de medición, en donde interviene la comparación, la iteración¹⁸¹ y la relación parte-todo, que servirán como antecedente a la noción de número fraccionario.

En tercer grado se presentan los números fraccionarios por primera vez como contenido.¹⁸² Se introduce la noción de fracción en situaciones problema de reparto y medición, con material que los niños manejen para resolver situaciones aditivas sencillas y se considera adecuada para que los alumnos empiecen a trabajar estos conceptos y les encuentren significado, ya que, "la noción de fracción se suele introducir a través del fraccionamiento de una unidad y se centran los esfuerzos en que los alumnos aprendan a representar la simbología con la que se expresan las fracciones ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...), identifiquen y manejen la denominación de sus partes (medios, cuartos, etc.) y mecanicen los algoritmos de su operatoria (suma, resta, multiplicación y división)".¹⁸³ Con esta forma de presentación se quiere evitar que se limite el conocimiento del alumno, a partir de la enseñanza de una concepción de la fracción reducida y con poco significado.

Detectamos la presencia de los indicadores que proponen que el niño aprenda a hacer particiones equitativas y exhaustivas al resolver problemas de reparto y medición y utilice la partición como herramienta para ello. Con las actividades de reparto se propicia el aprendizaje de las bases para abordar algunos aspectos importantes de la noción de fracción. "Uno de ellos es el desarrollo de las operaciones mentales que permiten coordinar la equitatividad y exhaustividad en

¹⁷⁹ SEP. Guía para el maestro. Primer grado. Educación primaria. pp. 5-25.

¹⁸⁰ SEP. Plan y programas de estudio. Educación básica primaria 1993, p. 58.

¹⁸¹ SEP. Guía para el maestro. Primer grado. Educación primaria, p. 63. "La iteración es el proceso de acomodar copias de la unidad, una seguida de la otra, sin dejar huecos y sin que se enreden, para determinar el número de veces que esta cabe en la magnitud que se va a medir. En una primera etapa el niño lleva a cabo este proceso físicamente. Empero, se pretende que abstraiga dichas acciones, comprendiendo que este proceso está presente al utilizar una escala numérica para hacer mediciones.

¹⁸² Ver anexo C Mapa curricular de números fraccionarios.

¹⁸³ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria. p. 14.

los repartos ¹⁸⁴ Las particiones iniciales que los niños realizan no reúnen estas propiedades, por tanto, el reparto además de representar una actividad con significado, constituye un medio a través del cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para cuantificar las partes que le tocaron a cada quien, por ejemplo cuando dicen “te toco la mitad del pastel”

El proceso que los niños realizan para lograr repartir de manera exhaustiva y equitativa es largo. Al principio tienen muchas dificultades para repartir en mitades, no conciben que los objetos enteros se puedan dividir. Posteriormente logran repartir el todo cortándolo en pedacitos pequeños y poco a poco adquieren el concepto de división de un entero en, por ejemplo, dos partes, como un pedazo que se reparte en dos. Un paso importante se presenta en este proceso cuando el niño ya tiene la intención de agotar el todo al repartirlo y olvidarse del sobrante ¹⁸⁵

Un segundo contenido es la comparación de fracciones por medio de material concreto que les permita observar la equivalencia entre ellas, el cual coincide con el indicador que sugiere la comparación de fracciones en situaciones de reparto para afirmar la comprensión de las mismas. Esta actividad, que permite observar la equivalencia entre las fracciones, se considera adecuada después de la introducción de la noción de fracción, ya que permite lograr la afirmación y comprensión del concepto, a partir de una secuencia de actividades que se desarrollan con un propósito definido.

Otro contenido es la representación convencional de las fracciones medios, cuartos y octavos. Inicialmente, el objetivo se refiere únicamente a la expresión verbal de las fracciones de unidad y no se considera, todavía, la representación convencional (por escrito) de las mismas. Esta se puede trabajar una vez que se ha introducido la noción y se han establecido comparaciones para observar equivalencias. Se busca que los niños aprendan a partir de situaciones significativas y así, no se dificulte el comprender la noción de fracción, manejarla, representarla de forma convencional y aplicarla en las situaciones problema que se les planteen en la siguiente etapa.

Se puede puntualizar que, para tercer grado, se detectan cinco indicadores, de cada una de las categorías de análisis, de los números fraccionarios en el reparto y en la medición. Asimismo, se observan los indicadores para los problemas como enfoque metodológico, a partir del contenido que sugiere el planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones

¹⁸⁴ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, p. 17

¹⁸⁵ *Ibidem*.

sencillas, mediante la manipulación de material. La ubicación de fracciones en la recta numerica, no se indica como contenido del programa

El Programa de cuarto grado enriquece y aumenta el grado de complejidad del concepto de fracción. De cuatro temas en tercer grado se trabajan siete en este.¹⁸⁶ Cambia el contexto de reparto para la introducción de nuevas fracciones, por ejemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, por el de fraccionamiento de longitudes, sin embargo, en el proceso de la medición y fraccionamiento de longitudes se encuentra implícita la noción de reparto, ya que "en la medición los niños siguen un proceso en el que inicialmente aprenden a fraccionar o repartir la unidad de medida en medios, cuartos y octavos y posteriormente llegan a fraccionarla en 3, 5, 7 partes"¹⁸⁷. Es decir, este tipo de situaciones propicia que los niños, al medir longitudes, emplear unidades de medida que no caben un número exacto de veces. Por tanto, tienen que utilizar unidades de medida más pequeñas o fraccionarias que puedan utilizar para medir un cierto número de veces la unidad más grande.

Se plantea encontrar la equivalencia entre algunas fracciones por medio de diversos recursos, así como la comparación entre fracciones que conserven constante el numerador o el denominador. Se observa el indicador para la afirmación y comprensión del concepto por medio de la comparación, actividad que se puede inferir se utiliza para la interpretación del concepto de fracciones equivalentes. Con ello, el siguiente contenido en grado de complejidad, se considera adecuado, ya que requiere encontrar la equivalencia de fracciones no únicamente a partir de su comparación, sino con diversos recursos, aun cuando no se menciona cuales.

Introducen el concepto de los números fraccionarios como decimal finito o periódico. Únicamente se puede cotejar la presencia del indicador para aprender las características de las fracciones con denominador 10, 100 y 1000 y su representación, no así, su uso como herramienta para la resolución de problemas, especialmente en contextos de medición. Este concepto se presenta con actividades de medición, que facilitan la comprensión de las fracciones decimales y de su escritura. Para su aprendizaje y consolidación, se sugiere realizar numerosas actividades de medición de longitudes que permitan a los niños verificar los resultados que obtienen a nivel

¹⁸⁶ Ver anexo C Mapa curricular de números fraccionarios.

¹⁸⁷ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, p. 19.

numérico.¹⁸⁸ La ubicación de las fracciones en la recta numérica permite comprender mejor el concepto y la equivalencia entre algunas fracciones.

El aprendizaje del algoritmo convencional de la suma y la resta de fracciones con denominadores iguales, favorece un acercamiento al indicador que propone se descubra los números enteros son insuficientes para determinar el resultado exacto de los repartos y mediciones, lo cual se deduce, al expresar el resultado de las mediciones para cuantificar el tamaño de las fracciones de unidad. Aunque este contenido no presenta antecedente en relación a tercer grado, encuentra afinidad con el punto anterior, ya que se empleara para la solución de problemas. Sin embargo, se sugiere la importancia de ayudar a los niños a reflexionar sobre las dificultades que enfrentan, en las actividades de medición, para la construcción del algoritmo que se utiliza para la operatoria de suma y resta y de las herramientas que tiene que emplearse para comprender que, los números enteros son insuficientes para la resolución de cierto tipo de problemas en situaciones de medición o reparto.¹⁸⁹

Se deduce que, a partir de las actividades que generen los contenidos se observara el objetivo de expresión verbal o escrita del resultado de mediciones y del descubrimiento de la insuficiencia que representa el conjunto de los números enteros para definir el resultado exacto de las mismas.

Podemos puntualizar que, para el cuarto grado, están presentes los indicadores de las categorías de análisis para los números fraccionarios en la medición y para los problemas como enfoque metodológico con base en el planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales. Sin embargo, aun cuando no se favorece en el Programa la noción de fracción en el reparto, “la condición que deben tener las situaciones [de medición o reparto] para lograr centrar el interés del niño es que signifiquen un reto para él y que este reto lo pueda enfrentar de alguna manera aunque esta no sea la forma convencional, es decir, con la operación con que se suelen resolver los problemas en la escuela.”¹⁹⁰

En el programa de quinto grado aumenta el nivel de dificultad y contenido, pasando de siete a nueve¹⁹¹ los propósitos de aprendizaje, para los que se emplean diferentes contextos como

¹⁸⁸ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros.

¹⁸⁹ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria.

¹⁹⁰ *Ibidem*, p. 20.

¹⁹¹ Ver anexo C Mapa curricular de números fraccionarios.

herramientas que afirmen su comprensión Considero que es el de mayor y más extenso contenido de los cuatro grados, porque plantea la introducción de una gran diversidad de conceptos nuevos para el alumno

Para introducir nuevas fracciones, se continúa con el concepto de números fraccionarios en la medición, a partir del fraccionamiento de longitudes, al igual que el uso de diversos recursos para mostrar la equivalencia de las fracciones. Estos contenidos tienen un marco de referencia para los niños porque se trabajaron de igual forma en los grados anteriores. Aquí tampoco existe como contenido específico el concepto de número fraccionario en situaciones de reparto.

La partición y la comparación son, entre otros, algunos de los objetivos de aprendizaje para mostrar la equivalencia entre fracciones. El planteamiento y resolución de problemas con fracciones decimales de denominador 10, 100 y 1000, favorece la comprensión y afirmación del concepto introducido en el grado previo. Su consolidación se propicia, al igual que en el grado anterior, a partir de la ubicación de fracciones decimales y de otro tipo, por ejemplo, sextos, tercios o novenos, en la recta numérica.

Al igual que en cuarto grado, se propone el aprendizaje del algoritmo convencional de la suma y la resta de fracciones, pero en este caso se utilizan equivalencias. Con este contenido se detecta la presencia del indicador para descubrir que los números enteros son insuficientes para determinar el resultado exacto de los repartos y mediciones. Sin embargo, no hay un objetivo específico para el mismo. Puedo deducir que se llega al objetivo cuando se expresa el resultado de las mediciones para cuantificar el tamaño de las fracciones de unidad.

El grado de complejidad de las operaciones que se utilizan para la resolución de problemas aumenta. Se emplea ya suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, además de utilizar la equivalencia de fracciones para solucionar un problema, lo que favorece el aprendizaje del algoritmo de la suma y de la resta por este medio.

Se inicia el empleo de las fracciones como razón o relación multiplicativa entre dos números, como cociente de una división y cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos, que se deduce se relaciona con el indicador para descubrir que los números fraccionarios pueden ser utilizados como operador multiplicativo o proporción, aunque los contenidos no lo especifican de esta manera.

Existe un aumento en el grado de complejidad del concepto de fracción, ya que se empiezan a utilizar fracciones mixtas y el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta con fracciones de denominadores diferentes. Se propicia con ello que el niño descubra que los números enteros son insuficientes para decir cuanto es el resultado exacto de las mediciones.

Están presentes todos los indicadores del concepto de número fraccionario en la medición y parcialmente aquellos para los números fraccionarios como decimal finito o periódico, ya que no se sugiere la comparación, verificación o expresión de los mismos, solo se proponen como herramienta para la resolución de problemas.

No se puede detectar la presencia de los indicadores relacionados con los números fraccionarios como razón y como división, ya que los mismos se presentan únicamente a través de situaciones sencillas y mediante diversos procedimientos, sin especificar cuales. Considero que sería necesario trabajarlos como contenidos independientes, ya que cada uno tiene su propio grado de dificultad. La noción de razón puede ser construida por los niños, si se les orienta convenientemente y con ejercicios de tipo apropiado, siguiendo un razonamiento proporcional, para lo cual no basta que se proponga su uso a partir de situaciones sencillas.

Por otra parte, considero que, la noción de fracción como cociente de una división es un contenido que requiere distintos razonamientos frente a un mismo problema.

Para escribir una aproximación a la fracción $\frac{2}{7}$ con la notación decimal se suele dividir 2 entre 7 [y se realiza la operación]. Es decir, se establece la equivalencia $\frac{2}{7} = 2 \div 7$. Sin embargo, hasta donde hemos visto, $\frac{2}{7}$ significa una unidad que se parte en 7 y de la que se toman 2 partes. En cambio, $2 \div 7$ significa dos unidades que se dividen entre 7. Es claro que se trata de dos cosas distintas entre las que se establece, en ciertas circunstancias y de manera no explícita, una equivalencia.

Considero que se trata de un contenido cuya introducción amerita una actividad significativa para ser comprendida por los alumnos y no únicamente a partir de situaciones sencillas como en el caso anterior.

El cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos es el último contenido para este grado. Entre estos procedimientos se puede deducir el empleo de la fracción como operador multiplicativo, por ejemplo, cuando se dice que 75% de alumnos, tres cuartos de ellos o 3 de cada cuatro tienen 10 años. A partir de este ejemplo se puede establecer que “hay muchas

¹⁹² SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros p. 88

situaciones en las cuales lo que interesa saber es que parte es una cantidad de otra cantidad, y no tanto conocer el número de elementos de esa cantidad. Las fracciones permiten expresar esta relación entre una parte y un todo.¹⁹³

Con los elementos indicados, me es difícil detectar si se encuentran presentes los indicadores señalados para las categorías de análisis. Sin embargo, pienso que ya se utilizan los conceptos previamente construidos por los alumnos en relación al uso de fracción como concepto de reparto, medición, decimal finito o periódico, razón y cociente de una división y con los indicadores para la categoría de análisis del planteamiento y resolución de problemas con fracciones decimales, suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes y mediante la equivalencia de fracciones.

La complejidad de los contenidos en el Programa de sexto grado disminuye. Estos se reducen de nueve que se trabajaron en quinto grado a únicamente seis en sexto grado y se enfocan más al uso de las fracciones como herramienta para la resolución de problemas diversos y a la aplicación de la noción para su afirmación, que a la introducción de conceptos nuevos.

Aun cuando no se señala específicamente en el programa, se puede considerar que se abarca en este grado la totalidad de las nociones para los números fraccionarios, al utilizarlos en las seis situaciones diferentes en que estos se enseñan en la primaria, a saber, reparto, medición, decimal finito o periódico, razón o relación multiplicativa, proporción u operador multiplicativo y cociente de una división. Aquí se incrementa también el grado de complejidad en el planteamiento y resolución de los problemas, los cuales implican ahora la suma y resta, tanto de fracciones mixtas como de fracciones con denominadores distintos y se incluye el concepto del cálculo del denominador común para solucionarlos, lo que favorece se detecte la presencia de los indicadores para los problemas como enfoque metodológico.

De igual forma se introduce la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y se maneja la equivalencia de las mismas, eliminando la introducción de nuevas fracciones. Se continúa con el uso de la equivalencia y orden entre las fracciones, y su ubicación en la recta numérica.

Para el planteamiento y resolución de problemas se sugiere la suma y resta de fracciones mixtas y de fracciones con denominadores distintos, mediante el cálculo del denominador común

¹⁹³ *Ibíd.*, p. 127.

Estos contenidos permiten detectar un aumento en el grado de complejidad del empleo y aplicación de los conceptos de números fraccionarios construidos en grados previos, ya que se introduce también la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones

Se detecta la presencia de los indicadores para las fracciones como herramienta en la resolución de problemas, de los que indican la comparación de fracciones para comprobar su equivalencia y la ubicación de las mismas en la recta numérica y de aquellos que se relacionan con los problemas como enfoque metodológico

En el siguiente apartado se examina si, de acuerdo a esta forma de estructuración de los contenidos básicos del Programa de matemáticas, se dan recomendaciones didácticas y metodológicas apropiadas en los Libros para el maestro y si se plantean como propósitos de aprendizaje en los Libros del alumno

Resumiendo, el análisis del Mapa Curricular de los números fraccionarios nos permite puntualizar en primer lugar que, se observa la presencia, de los indicadores para las diferentes concepciones de los números fraccionarios: reparto, medición, decimal finito o periódico, razón, proporción y cociente de una división en los Programas de matemáticas de los seis grados, con las características que se señalan a continuación

Para primero y segundo grados se presentan actividades estructuradas en situaciones de reparto y medición que constituyen un antecedente para la noción de fracción. Los números fraccionarios en el reparto solo se presentan como contenido en tercer grado. Para tercero, cuarto y quinto se favorece la noción de fracción en la medición. En cuarto grado se introduce la noción de decimal finito o periódico y se afirma, por medio de la resolución de problemas en quinto y sexto. Únicamente se propicia en quinto grado el empleo de las fracciones como razón y cociente de una división, sin antecedente en otro grado o su afirmación en el siguiente. En ningún grado se propone la introducción o empleo de los números fraccionarios como proporción u operador multiplicativo. Sin embargo, se puede deducir su uso a partir del cálculo de porcentajes, indicado como contenido en el Programa de quinto grado

En segundo lugar, al referirnos a los contenidos y características de la propuesta con números fraccionarios en cada grado considero que la forma de introducción, empleo, afirmación y grado de complejidad de la noción de fracción que se maneja a partir de tercero, es apropiada

para todos los grados. En algunos casos, corresponde a los antecedentes que el niño construyó para esta noción en los grados anteriores y en otros, esos mismos antecedentes permiten abordar los nuevos contenidos, para la introducción de concepciones diferentes

Finalmente, se considera que los contenidos para quinto grado son muy extensos, complejos y poco relacionados entre sí. También destacamos que hay ciertos contenidos que no tienen un referente previo para ser introducidos, ni se considera su empleo posteriormente o su consolidación como noción. Por ejemplo, en tercer grado se propone la representación convencional de las fracciones y no se retoma en ningún otro grado y lo mismo sucede en quinto grado con la fracción como razón y división y con el cálculo de porcentajes. En sexto grado se introduce, sin ningún antecedente, la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones.

En general, considero que la forma como se integran los contenidos en los Programas de Matemáticas evita la repetición de los contenidos, procura la integración de los aprendizajes y propicia el empleo de los números fraccionarios como herramienta para el planteamiento y solución de situaciones problema.

4.2 Presentación de los números fraccionarios en los Libros para el maestro

El concepto de número fraccionario en la enseñanza primaria implica, inicialmente, la necesidad de seleccionar cual es la noción y situación en que se va a introducir. Esto permitirá que el concepto tenga significado para el alumno. De acuerdo a los procesos intelectuales que se siguen y las dificultades que los niños presentan para adquirir ese conocimiento,¹⁹⁴ se requiere utilizar un lenguaje que describa, explique o permita que el concepto sea construido por medio de un fragmento significativo de su realidad. Por tanto se considera que "la riqueza del concepto de número racional que los niños adquieran está en relación a la diversidad de interpretaciones en que progresivamente pueden funcionalizarlo."¹⁹⁵

Los maestros generalmente presentan inquietud en el momento en que tienen que abordar con sus alumnos el contenido relacionado con los números fraccionarios, por las dificultades

¹⁹⁴ Ver punto 2.3

¹⁹⁵ Kieren, 1976. Citado en David Block. *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*, p. 43.

didácticas que suponen implica la enseñanza de este contenido. Se le dedica mucho tiempo, ya que al alumno le cuesta, por una parte, comprender las reglas para llegar a la resolución de las diferentes operaciones y, por otra, no confundirlas.

Las situaciones problema en que los números fraccionarios se trabajan requieren contextualizar un cierto tipo de actividades que no se puedan resolver con los números enteros, sino con un grupo de números cuyas propiedades son distintas. Es decir, números diferentes que den solución a problemas de un tipo particular, para lo cual se necesita que tengan características especiales, como las que tienen los números racionales. "Las fracciones forman un conjunto de números con propiedades específicas, distintas de las propiedades de los números enteros, y muchos de los problemas se originan por no tener claras esas diferencias."¹⁹⁶

A partir de esto estudiaremos si el concepto de número fraccionario se presenta en los Libros para el maestro, de acuerdo a los contenidos de los Programas de estudio, como expresión de reparto y medición en los primeros grados, como decimal finito o periódico en una etapa posterior, para llegar en los grados superiores a la introducción del mismo en situaciones de proporcionalidad, como cociente de una división o como razón. Se detectarán las conexiones que existen entre los contenidos de los Programas, la forma en que estos se manejan en los Libros para el maestro, su coherencia, su congruencia y la manera en que se relacionan con el enfoque didáctico.

a. Los números fraccionarios en primer grado

Primero y segundo grados conforman el primer ciclo de la Educación básica primaria y tanto la presentación como la introducción, de acuerdo a los diferentes ejes temáticos, es muy semejante a la de todos los grados. Se parte del supuesto que la reorganización global de los contenidos propone que la comprensión del concepto de fracción requiere de un desarrollo en el cual se vayan enlazando diversos significados. El inicio del estudio de los números fraccionarios se pospone hasta el tercer grado,¹⁹⁷ sin embargo, en primero y segundo grados, se dan propuestas para un primer acercamiento al tema. Se resaltan dos significados distintos: la fracción en un contexto de reparto y la fracción en relación con los procesos de medición. Las diferentes

¹⁹⁶ Hugo Balbuena, Cristina Espinosa, Hugo Espinosa, Dilma Fregoni e Irma Saiz. **Descubriendo la Fracciones**, p. 1.

¹⁹⁷ Ver Punto 4.1.

actividades se centran en este tipo de conceptos que constituyen antecedentes importantes para la construcción de la noción de fracción

En el Libro para el maestro de Primer grado se presenta, entre los propósitos generales,¹⁹⁹ que los niños

- Comparen longitudes directamente y usando un intermediario.
- Comparen superficies mediante la superposición.
- Comparen longitudes, la capacidad de recipientes y el peso de objetos mediante el uso de unidades de medida arbitrarias

y se han organizado en el programa de tal forma que sean introducidos por medio de actividades de aprendizaje, en el momento en que los alumnos tienen la posibilidad de abordarlos con éxito.

Los contenidos de los programa de estudio de los seis grados están organizados en ejes temáticos.¹⁹⁹ En el eje "Medición" se sugiere el inicio del desarrollo de las nociones de medición por medio de

... experiencias en las que los alumnos empiecen a establecer ciertas comparaciones de longitud, superficie, capacidad y peso, sin llegar a la cuantificación convencional, y en la que, paralelamente, comprendan que para realizar comparaciones en cada una de estas magnitudes, necesitan utilizar elementos con características determinadas.²⁰⁰

Estas actividades representan para los alumnos un acercamiento a los conceptos formales, de tal manera que, cuando tengan que utilizar medidas convencionales, puedan enfrentar las situaciones problema que estas impliquen de manera exitosa.

En el apartado de recomendaciones didácticas por eje²⁰¹ se sugiere para el eje "Los números, sus relaciones y sus operaciones", las actividades de reparto y comparación de colecciones y para el eje de "Medición" actividades de comparación de longitudes utilizando diferentes objetos como intermediarios, así como comparar de superficies a partir de la separación en pedazos de la misma. Estos dos tipos de operaciones constituyen un antecedente importante para el concepto de número fraccionario en situaciones de reparto y medición, por supuesto, de acuerdo a la etapa de desarrollo cognoscitivo en que se encuentra el niño. "El objetivo de la

¹⁹⁹ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, primer grado. p. 10

²⁰⁰ Ver punto 1.3

²⁰¹ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, primer grado, p. 12

²⁰² *Ibidem*, p. 14

actividad no es que al término del año los alumnos lleguen a resolver adecuadamente estas situaciones, únicamente se pretende que empiecen a reflexionar sobre ellas”²⁰²

Finalmente, en el apartado de Juegos e instrucciones complementarias de libro de texto,²⁰³ se dan sugerencias y recomendaciones para enriquecer la labor docente en cada una de las lecciones. Por ejemplo en la lección 61 del Bloque III,²⁰⁴ se sugiere al maestro el uso de tiras de cartoncillo, con las que se determinará ¿cuántas veces cabe, más o menos, la tira de cartoncillo en el camino?, actividad con la cual los niños tendrán que seccionar su tira si esta no cabe un número exacto de veces en la magnitud que se está midiendo. También en la lección 115 del Bloque V,²⁰⁵ la tarea consiste en que los niños comiencen y comenten sus experiencias de repartir y medir tanto en la escuela como fuera de ella a través de la pregunta ¿Cómo cuentan y como miden?

Se detecta, con estos aspectos, coincidencia con los indicadores para los números fraccionarios en el reparto y la medición, ya que favorecen el aprendizaje de repartos y particiones equitativas y exhaustivas al resolver problemas.

En general, se puede considerar que los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Primer grado, para los contextos de reparto y medición, constituyen un antecedente para el aprendizaje de la noción de fracción. De igual forma, se considera pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada una de las lecciones por bloque, ya que orienta la labor del docente y le ayuda a entender y desarrollar adecuadamente la propuesta metodológica.

Existe coherencia y congruencia entre los contenidos del Programa y los Libros para el maestro ya que, en ambos, se sugieren actividades que favorecen un acercamiento a los conceptos de reparto y medición que constituyen un antecedente para el aprendizaje posterior de los números fraccionarios.

b. Los números fraccionarios en segundo grado

Al igual que en primer grado, para segundo grado se establece que la finalidad del Libro no es directiva, ni se pretende que se lleve de manera rígida e inflexible el desarrollo de cada tema. Por el contrario, las propuestas metodológicas “ parten de reconocer la creatividad del maestro

²⁰² *Ibidem*, p. 46.

²⁰³ *Ibidem*, p. 52.

²⁰⁴ *Ibidem*, p. 60.

²⁰⁵ *Ibidem*, p. 68.

y la existencia de múltiples métodos y estilos de trabajo docente”²⁶⁶. Se piensa que los alumnos ya tienen la base para el desarrollo de conocimientos matemáticos más formales, a partir de la manipulación de objetos, observación de las formas en su entorno y la resolución de problemas.

De acuerdo con el enfoque planteado, los propósitos generales²⁶⁷ de este grado que se consideran como antecedente para contextualizar el concepto de número fraccionario son:

- Resuelvan problemas de multiplicación, problemas de reparto de colecciones y problemas en los que hay que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra (tasativos), mediante procedimientos no convencionales y utilizando cantidades menores que 100.
- Desarrollen la habilidad para estimar, medir, comparar y ordenar, longitudes, superficies, la capacidad de recipientes y el peso de objetos mediante la utilización de unidades arbitrarias de medida.

En el eje “Medición” se sugiere el desarrollo conceptual de la noción por medio de la comparación de longitudes, superficies, capacidades y pesos de forma directa o utilizando un objeto como intermediario. “Estas actividades favorecen que los alumnos comprendan que medir significa tomar una unidad y ver cuántas veces cabe en la magnitud que se quiere medir sin llegar a utilizar los sistemas convencionales de medida”²⁶⁸.

La reflexión inicial de las propiedades de estas comparaciones propiciará que los alumnos, en grados posteriores, comprendan los diferentes conceptos de medición y reparto que se utilizan para los números fraccionarios.

Se detecta, la presencia de los indicadores de números fraccionarios en el reparto y medición para el aprendizaje y empleo de las fracciones como herramienta para la solución de problemas.

La comparación, igualación y repartición de colecciones con y sin sobrante, se sugiere en las recomendaciones didácticas por eje,²⁶⁹ subrayando, la importancia de comunicar los resultados obtenidos de estas situaciones, ya que implica cuatro acciones diferentes en el proceso de aprendizaje del niño: cuantificar, representar la cantidad, interpretar la respuesta y compararla con la situación inicial. “Al realizar estas acciones los niños se apropian poco a poco de la

²⁶⁶ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, segundo grado, p. 8

²⁶⁷ *Ibidem*, p. 10

²⁶⁸ *Ibidem*, p. 14

²⁶⁹ *Ibidem*, p. 27.

representación simbólica de los números y de su significado.”²¹⁰ situación que les permitirá entender más adelante el significado de las características especiales de las propiedades de los números fraccionarios.

En relación con el concepto de medición se indica que los alumnos continúen, por medio de actividades específicas, utilizando sistemáticamente unidades arbitrarias de medida, para profundizar en sus conocimientos relacionados con los conceptos de longitud, superficie, capacidad y peso. Lo mismo sucede con los procesos de medición y reparto y la noción de unidad de medida que sirvan como antecedente para un acercamiento posterior a la noción de fracción.

Se encuentran puntos de coincidencia con los indicadores de los números fraccionarios en el reparto y la medición que sugieren se comparen fracciones, para afirmar su comprensión, se utilicen como herramienta para resolver problemas de repartos equitativos y exhaustivos y de medición, se expresen por medio de ellas los resultados y se reflexione sobre sus características. Son actividades importantes que favorecen anticipar la introducción del concepto de número fraccionario en grados posteriores.

Finalmente, y a partir de que “una de las ideas conceptuales que subyacen en la propuesta actual para la enseñanza es que el proceso de aprendizaje de los niños es evolutivo, es decir, no todos los niños construyen los conocimientos que se están trabajando al mismo tiempo,”²¹¹ se señala que se observe la participación de los alumnos durante el desarrollo de cada bloque para que con la evaluación integral y continua se pueda determinar el grado de avance individual.

En general, los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Segundo grado, para los contextos de reparto y medición, favorecen un acercamiento al concepto de la noción de fracción y es pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada uno de los ejes temáticos, aun cuando no se sugieren tareas específicas para cada una de las lecciones por bloque.

Existe coherencia y congruencia entre los contenidos del Programa y el Libro para el maestro ya que, las acciones que se sugieren en ambos, propician la construcción de conceptos de reparto y medición que constituyen un antecedente para el aprendizaje posterior de los números fraccionarios.

²¹⁰ *Ibidem*, p. 28.

²¹¹ *Ibidem*, p. 56.

c. Los números fraccionarios en tercer grado

En la introducción, se indica que "... el aprendizaje significativo se logra primordialmente mediante la actividad finalizada, es decir, por medio de la actividad que tiene un objetivo para quien la realiza."²¹² a partir de la resolución de problemas como motor de aprendizaje de las matemáticas.

En los propósitos²¹³ del grado, solamente encontramos uno a través del cual se puede inferir el uso de números fraccionarios

- Resolver problemas con diversos significados de suma (agregar, unir, igualar), resta (quitar, buscar un faltante), multiplicación (arreglos rectangulares, suma iterada) y división (reparto y tasativos, es decir, ver cuántas veces cabe una cantidad en otra),

el cual corresponde con la concepción didáctica de las matemáticas, que sitúa como eje central de la enseñanza y el aprendizaje de las mismas, la resolución de problemas.²¹⁴

En la Organización de los contenidos²¹⁵ se indica que la temática debe tratarse permanentemente de manera interrelacionada y, a través de las recomendaciones didácticas generales²¹⁶ se propone al maestro el uso de material recortable para que los alumnos comprendan los temas que se introducen por medio de las diferentes actividades. Aquí todavía no se hace mención explícita del tema de fracciones. Es hasta las recomendaciones didácticas por eje²¹⁷ que se presenta este contenido, considerando que "... el trabajo principal que se propone consiste en acercar al niño a situaciones que lo lleven a dividir uno o más enteros en partes iguales. Estas situaciones se presentan en contextos de reparto y medición ligadas a actividades infantiles escolares, ..."²¹⁸ y están propuestas de manera que sean los niños quienes decidan cuáles son las fracciones que se deben hacer, y discurren por sí mismos, si realizan una forma de partición que no es la conveniente, su error y lo corrigan.

Se observa la presencia de los indicadores que plantean sean los niños quienes aprendan el concepto, reflexionen sobre sus características y lo utilicen como herramienta para la resolución de problemas. De igual forma se detectan los indicadores para la categoría de análisis del

²¹² SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, tercer grado, p. 9

²¹³ *Ibidem*, p. 14.

²¹⁴ Ver punto 2.2.

²¹⁵ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, tercer grado p. 15

²¹⁶ *Ibidem*, p. 16.

²¹⁷ *Ibidem*, p. 18.

²¹⁸ *Ibidem*, p. 26.

planteamiento y resolución de problemas de reparto y medición, a partir de los cuales se realizan operaciones de sumas de fracciones sencillas, siempre por medio de la manipulación de material, actividad importante que favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta metodológica

Las sugerencias didácticas indican también que, los niños requieren de una amplia experiencia con particiones antes de introducirlos al uso de la escritura numérica de fracciones y se considera necesaria la comparación de superficies iguales pero de formas diferentes, por ejemplo, a través de la partición, de maneras distintas, de hojas en mitades. Los antecedentes construidos por los niños en los grados anteriores constituyen un marco referencial importante para la introducción de la noción de número fraccionario.

Detectamos presencia de indicadores que sugieren el niño requiere hacer particiones equitativas y exhaustivas para aprender el concepto, asimismo, los que indican que necesitan realizar comparaciones para afirmar la comprensión de sus características.

Las fracciones en situaciones de medición se introducen a través de apreciar longitudes, fraccionando la unidad o con el recurso de ver cuantas veces cabe una longitud en la otra. Se examina, por ejemplo, si una longitud mide $\frac{1}{4}$ de la unidad de medida, debido a que se dividió en cuatro partes iguales, y si esta mide una de esas cuatro partes. También puede establecerse que la longitud medida cabe cuatro veces en la unidad que se esta utilizando.

Se encuentran presentes los indicadores que favorecen el uso de la medición como herramienta para cuantificar el tamaño de las fracciones de la unidad, al igual que aquellos que plantean la repetición de medidas de longitud, para alcanzar la forma de expresión verbal del resultado de estas mediciones.

La equivalencia de fracciones es una noción muy importante para la comprensión de las mismas. Los casos que propician su uso se refieren a problemas de reparto en donde se hagan particiones en que puedan surgir distintas expresiones que representen el mismo valor. Se pueden aprovechar las situaciones de medición de longitudes y de capacidades para la noción de fracciones equivalentes. Se sugiere siempre el uso de material con el cual el niño verifique sus resultados y no la presentación de reglas formales para encontrar equivalencias, tarea que se deja para otros grados. El uso de fracciones en el reparto equitativo y exhaustivo y la comparación para establecer la equivalencia entre las mismas, son otros de los indicadores presentes.

Finalmente, en las recomendaciones de evaluación²¹⁹ se sugiere al maestro tener en cuenta que en el caso del aprendizaje de las matemáticas, " los conceptos se construyen paulatinamente, por lo que su adquisición debiera ser valorada a lo largo de todo el año escolar, a partir de diferentes actividades de aprendizaje "²²⁰ Desde el inicio se debe ir obteniendo información acerca de los conocimientos y avances de los niños. Este aspecto coincide con el indicador relacionado con el descubrimiento que el niño hace, cuando los números enteros son insuficientes para decir el resultado exacto de los repartos y las mediciones, después de realizar una serie de diversas actividades para llegar al mismo. Las recomendaciones didácticas para el Libro del Alumno son generales y pueden ser aplicadas a los diferentes contenidos.

Se observan cinco de los indicadores señalados en la categoría de análisis para los números fraccionarios en el reparto y en la medición. No se encuentra presente el indicador que apoya la ubicación de fracciones en la recta numérica.

En general, en los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Tercer grado, se observa constante la introducción de la noción de número fraccionario a través de situaciones de reparto y medición que sean significativas e interesantes para los alumnos y favorecen el aprendizaje de la noción, es pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada uno de los ejes temáticos.

Existe coherencia y congruencia entre los contenidos del Programa y los Libros para el maestro ya que, en ambos, se propone la introducción de la noción de fracción por medio de actividades de reparto y medición de longitudes. Asimismo, se propone la comparación de fracciones como elemento que permite la apropiación del concepto, la reflexión sobre sus características, el establecimiento de la equivalencia entre fracciones y el aprendizaje de su forma de representación convencional.

d. Los números fraccionarios en cuarto grado

En la presentación e introducción se especifica que la reforma curricular tiene como propósito que los niños

²¹⁹ *Ibidem*, p. 39

²²⁰ *Idem*.

... adquieran una formación cultural más sólida y desarrollen su capacidad para aprender permanentemente y con independencia. [Para ello es necesario que cada docente siga las orientaciones del Plan y programas y las lleve a la práctica, al tiempo que utilice] ... los nuevos materiales educativos de una manera más sistemática, creativa y flexible.²²¹

aspecto que coincide con la concepción de aprendizaje establecida como marco conceptual.²²²

De entre los propósitos generales del grado,²²³ se considera que el siguiente se encuentra relacionado con nuestro tema de análisis: **Resuelva problemas que impliquen el uso de fracciones en situaciones de reparto, medición, comparación, equivalencia u orden.**

En la organización de los contenidos, únicamente se hace mención a los seis ejes temáticos, sin hacer alusión particular a las fracciones. En las recomendaciones didácticas generales,²²⁴ se menciona la importancia de los conocimientos previos de los niños y de la relación estrecha que guardan la resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos.

En las recomendaciones didácticas por eje²²⁵ se enfatiza el uso de las fracciones en situaciones problema en diferentes contextos relacionados con la medición de longitudes, el peso de objetos, la capacidad de recipientes y las situaciones de reparto. Se plantea la diferencia entre tercero y cuarto grado, fundamentada en el nivel de complejidad de las actividades y el tipo de fracciones con las que se trabaja. Se incluyen además, fracciones con denominadores dos, cuatro y ocho, también los tercios, quintos y las fracciones decimales. Se detectan presentes los indicadores que sugieren la introducción, aprendizaje y empleo de las fracciones en contextos de reparto y medición y su uso como herramienta para resolver problemas.

Un aspecto importante en este grado al presentar las fracciones en situaciones de reparto señala que, " ... más que memorizar los términos de una fracción y saber distinguirlos, es necesario que los alumnos le den un significado al numerador y al denominador."²²⁶ Es decir, que puedan identificar de un reparto el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se hizo el reparto. Contextualizar estos significados y reflexionarlos, permite a los niños comprender el concepto de fracciones equivalentes a través de la comparación entre ellas mismas.

²²¹ SEP Libro para el maestro. Matemáticas, cuarto grado. p. 7

²²² Ver punto 2.2

²²³ SEP Libro para el maestro. Matemáticas, cuarto grado. p. 11

²²⁴ *Ibidem*, p. 13

²²⁵ *Ibidem*, p. 21

²²⁶ *Ibidem*, p. 33

Se coteja la existencia de indicadores que, en los contextos de reparto y medicion, sugieren la comparacion entre las fracciones para afirmar la comprension de las mismas, la reflexion sobre sus caracteristicas, el establecimiento de la equivalencia entre ellas y su uso para la resolucion de problemas. De igual forma, se observan los indicadores para la categoria de analisis del planteamiento y resolucion de problemas de reparto y medicion, que impliquen la suma y resta de fracciones con igual denominador, actividad que favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta metodologica.

El concepto de numero fraccionario en la medicion, se sugiere a traves de actividades en las que, para dar una medida mas precisa, se hace necesario fraccionar en partes iguales la unidad de medida, para que quepa un numero exacto de veces en la longitud a medir. Estas situaciones, al igual que las de reparto, se van haciendo mas complejas a lo largo del programa para lograr que los procedimientos que los alumnos utilizaron inicialmente evolucionen.

Están presentes los indicadores para el descubrimiento de la insuficiencia de los numeros enteros para cuantificar de manera exacta el resultado de las mediciones. De igual forma el que favorece la expresion verbal del resultado de la cuantificacion del tamaño de las fracciones de unidad.

La comparacion de fracciones, que ya se ha manejado en otros momentos con procedimientos informales, sirve de antecedente para la nocion de equivalencia, aspecto muy importante para la comprension de las fracciones. Se presentan en diversas situaciones, por ejemplo, de medicion y reparto que propician el uso de fracciones equivalentes y enfatizan el aprendizaje y la reflexion de dicha nocion, sin embargo, se debe considerar de manera importante que estas esten asociadas a unidades de medida, por ejemplo, $\frac{1}{4}$ de metro, $\frac{1}{2}$ litro, y no con fracciones en abstracto como $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$.²²⁷

Existe coincidencia con los indicadores que expresan que la comparacion de fracciones en el contexto de medicion es el adecuado para afirmar su comprension, reflexionar sobre sus caracteristicas y establecer su equivalencia.

Se introduce la fraccion decimal como contenido nuevo. Su proposito es que los alumnos comprendan su significado, por tanto, esta nocion se trabaja con actividades en que es necesario el fraccionamiento de una unidad en diez pedazos iguales. Se considera necesario "... que los

²²⁷ *Ibidem*, p. 36.

alumnos realicen este tipo de situaciones [como] fundamental para darle a los décimos su carácter genérico, supeditado exclusivamente a la unidad de que se trate (longitudes, superficies, capacidad, peso, dinero) ²²⁹. El uso de la representación de estas y otras fracciones en la recta numérica propicia su comprensión y permite el aprendizaje de su representación convencional por medio de la escritura decimal.

Observamos la presencia de los indicadores que plantean el aprendizaje, uso y representación convencional de los números fraccionarios como decimal finito o periódico. Al mismo tiempo que se sugiere su empleo para la resolución de problemas y para la expresión de los resultados de la cuantificación obtenida al repartir o medir unidades.

La integración de los conceptos construidos para las nociones de fracción, se realiza en los casos de peso, capacidad y longitud por medio de tareas que le dan significado a estas unidades. Se emplean, a lo largo del grado situaciones problema que se relacionan con la experiencia cotidiana de los niños, lo que les permite un acercamiento significativo a estas nociones.

Se detecta están presentes el total de los indicadores para los números fraccionarios en el reparto y la medición. No sucede lo mismo con los indicadores expresados para los números fraccionarios como decimal finito, ya que, solo se coincide con los indicadores para su aprendizaje, la reflexión sobre sus características y el uso de la recta numérica como apoyo gráfico para la comprensión de su escritura. No se relaciona con el indicador para el uso de los decimales en la solución de problemas.

En los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Cuarto grado, se observa que continúa la introducción de la noción de número fraccionario a través de situaciones de reparto y medición que sean significativas e interesantes para los alumnos para favorecer el aprendizaje de la noción y se considera pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada uno de los ejes temáticos.

En general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos del Programa y aquellos en los que se trabajan sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro del maestro. En ambos casos la introducción de nuevas fracciones se establece a partir del fraccionamiento de la unidad es decir

²²⁹ Idem.

La noción de fracción como resultado de la medición de longitudes se introduce a través de situaciones en las que, para medir con más precisión una longitud, es necesario fraccionar en partes iguales la unidad de medida, porque ésta no cabe un número exacto de veces en la longitud a medir.²²⁹

De igual forma la comparación de fracciones es, entre otros, el recurso por medio del cual se analizan sus características y se encuentra su equivalencia. La introducción y aprendizaje de las características de las fracciones decimales se proponen por medio de problemas de medición que permitan la construcción de su significado. La comparación y la representación de las mismas en la recta numérica, son los indicadores que permiten el razonamiento sobre sus características y el aprendizaje de su escritura convencional.

Sin embargo, el algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador señalado como contenido en el Programa, no se aborda como tal en el Libro para el maestro. No se hace mención alguna de él, ni en este, ni en los apartados revisados con anterioridad.

De igual forma, en el Libro del maestro se indica como aspecto importante el trabajar con fracciones en la medición de ángulos,²³⁰ concepto que se introduce a partir de giros de una vuelta completa, media vuelta, un cuarto de vuelta o un tercio de vuelta. Se trabaja de esta manera " la idea de fracción como parte de un todo formado por 360° "²³¹. Este contenido no tiene un referente con el Programa de estudios. No se menciona, en el eje, como tal ni en este grado, ni en los subsiguientes.

e. Los números fraccionarios en 5º grado

En la Introducción se hace patente que " la formación matemática que le permita a cada miembro de la comunidad enfrentar y dar respuesta a determinados problemas de la vida moderna, dependerá en gran parte de las acciones y nociones elementales adquiridas y desarrolladas durante la enseñanza primaria "²³².

Por tanto, se asienta que la propuesta, contenida en los nuevos materiales curriculares, tiene como finalidad el llevar a las aulas de clase una matemática que permita a los alumnos la

²²⁹ *Ibidem*, p. 14

²³⁰ *Ibidem*, p. 35

²³¹ *Ibidem*, p. 35

²³² SEP. Libro para el Maestro. Matemáticas, quinto, grado, p. 9

construcción de conocimientos, por medio de actividades que despierten su interés y los hagan involucrarse y mantener constante su atención hasta encontrar la solución de un problema

Asimismo, se establece como punto de partida, para llevar al cabo esta finalidad, el comprender los procesos que los alumnos siguen para construir nuevos conocimientos y la resolución de problemas como punto central para avanzar hacia un conocimiento formal. Por medio de este tipo de procedimientos se propicia que el alumno disfrute las matemáticas, adquiera habilidad para expresar sus ideas y la capacidad de razonamiento, a la vez que se despierta su creatividad y su imaginación

De entre los nueve propósitos²¹³ que se mencionan, encontramos tres que se relacionan con nuestro tema de estudio

- Desarrollar habilidades para utilizar y entender el significado de los números naturales de por lo menos siete cifras, de fracciones sencillas y de los números decimales y sus operaciones.
- Comprender y manejar las fracciones a partir de los significados: medición, reparto y razón, y resolver problemas sencillos de suma y resta de fracciones asociados a estos significados.
- Desarrollar habilidades en las que empleen diversas estrategias para estimar y realizar cálculos mentales al resolver problemas que involucren números naturales, fracciones y decimales.

Las recomendaciones didácticas generales²¹⁴ propician que la tarea del maestro, relacionada con la organización de los contenidos propuestos para este grado, sea desarrollada en las condiciones más favorables para sus alumnos y, además, sirvan como herramienta que apoye su labor docente

A diferencia de otros grados aquí se explica al maestro cual es la función del libro de texto del alumno, considerado como "material de enseñanza que se usa como culminación de una serie de actividades realizadas en grupo y dirigidas por el maestro"²¹⁵. Detalla las actividades y recomendaciones a seguir para que los alumnos puedan comprender y resolver cada una de las lecciones

Al tratar específicamente las fracciones y sus operaciones,²¹⁶ se sugiere se trabaje en contextos de medición y reparto, y se establece que en este grado se introducen otros significados de las fracciones como son los de razón y cociente. Indica también que la representación de las

²¹³ *Ibidem*, p. 10

²¹⁴ *Ibidem*, p. 12

²¹⁵ *Ibidem*, p. 16

²¹⁶ *Ibidem*, p. 22

mismas en la recta numérica se limita únicamente a las fracciones ya conocidas por los alumnos y que su operatoria se siga a partir del planteamiento y resolución de problemas ligados a situaciones de reparto, partición, medición, razón y división. Para ello, se recomienda la representación, manipulación de objetos, dibujos o mediciones reales y su uso asociado a unidades de medida como $\frac{1}{2}$ litro o $\frac{1}{4}$ de metro y no en abstracto como $\frac{3}{4}$ o $\frac{1}{2}$. Se dan una serie de ejercicios para las fracciones y los tipos de problemas que se deben plantear,²³⁷ así como para la ubicación de las fracciones en la recta numérica.²³⁸ Se observan presentes los indicadores que favorecen la introducción, aprendizaje y empleo de las fracciones en contextos de reparto y medición, para resolver problemas.

La comparación de cantidades²³⁹ facilita la introducción y construcción de la noción de razón como significado nuevo de las fracciones en este grado. Se proponen al maestro diferentes situaciones de comparación en donde se usen desde comparaciones simples y comparaciones multiplicativas, hasta comparaciones entre dos cantidades que puedan ser representadas por medio de una fracción. Se genera así un significado para el alumno quien puede deducir que “ $\frac{1}{2}$ ” cuando la fracción surge de la comparación de dos cantidades se llama razón.²⁴⁰

De entre los procedimientos utilizados para el cálculo de porcentajes,²⁴¹ se introduce en este grado, la noción de porcentaje a partir de la búsqueda de razones equivalentes, en donde se establezca, por ejemplo, que el 50% de algo se puede expresar trabajando con $\frac{50}{100}$, como equivalente a $\frac{1}{2}$ y llegar a expresar esta relación finalmente como el cincuenta por ciento.

Se detectan los indicadores relacionados con la introducción, el aprendizaje, uso y representación convencional de los números fraccionarios como razón y cociente de una división. También se sugiere su empleo para la resolución de problemas y para expresar los resultados de la cuantificación obtenida al repartir o medir unidades y compararlas entre sí. Se encuentran también presentes los indicadores para la categoría de análisis del planteamiento y resolución de problemas, a partir de los cuales se realizan suma y resta de fracciones con denominadores iguales y

²³⁷ *Ibidem*, p. 26

²³⁸ *Ibidem*, p. 27

²³⁹ *Ibidem*, p. 24

²⁴⁰ *Ibidem*, p. 24

²⁴¹ *Ibidem*, p. 25

diferentes, por medio de la equivalencia de fracciones sencillas, que propicia acercarse al desarrollo de la propuesta didáctica.

En los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Quinto grado, se observa que continúa la introducción de la noción de número fraccionario a través de situaciones de reparto y medición que sean significativas e interesantes para los alumnos para favorecer el aprendizaje de la noción, se consolida el aprendizaje de las fracciones decimales y, aumentan el grado de complejidad de los contenidos al introducir las nociones de fracción como razón y como cociente de una división. Aquí también, se considera pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada uno de los ejes temáticos.

Consideramos la presencia del total de los indicadores para los números fraccionarios en el reparto, en la medición, como decimal finito, como razón y como cociente de una división. No sucede lo mismo con la noción de proporción, ya que no se plantea su aprendizaje explícitamente. La reflexión sobre sus características se infiere a partir de las tablas de variación proporcional y del trazo e identificación de los dibujos a escala.

Hay congruencia y coherencia entre los contenidos del Programa y aquellos en los que se trabajan sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro para el maestro. La comparación de fracciones es, entre otros, el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus características, se encuentra su equivalencia y su razón. De igual forma se utiliza como procedimiento para el cálculo de porcentajes. Se afirman las características de las fracciones decimales por medio de problemas de medición que permiten la construcción de su significado.

f. Los números fraccionarios en 6° grado.

Al analizar la introducción,²⁴² se corrobora la propuesta para llegar a la resolución de problemas matemáticos, seguida hasta ahora que "considera los conocimientos escolares y extraescolares que poseen los alumnos, los procesos que siguen para construir nuevos conocimientos y las dificultades que enfrentan en su aprendizaje como punto de partida para resolver problemas y avanzar hacia el conocimiento formal."²⁴³

²⁴² *Ibidem*, p. 9.

²⁴³ *Ibidem*, p. 9.

De entre los nueve propósitos²⁴⁴ que se plantean, considero que tres responden a los objetivos de este estudio

- **Desarrollar habilidades para utilizar y entender el significado de los números naturales, fracciones y números decimales y sus operaciones.**
- **Comprender y manejar las fracciones en distintos contextos y con diversos significados: medición, reparto, razón y cociente, así como resolver problemas sencillos de suma y resta de fracciones asociados a estos significados.**
- **Desarrollar habilidades en las que empleen diversas estrategias para estimar y hacer cálculos mentales al resolver problemas que involucren números naturales, fraccionarios y decimales.**

Se detecta la presencia de indicadores para la comprensión y uso de los números fraccionarios en situaciones de reparto y medición, así como razón y cociente de una división, y al mismo tiempo, su empleo para la resolución de problemas asociados a estos significados

La organización de los contenidos²⁴⁵ indica su manejo con base en seis ejes diferentes y sus características, aclarando que esta forma de organización no implica necesariamente que el docente deba desarrollarlos bajo esta lógica

Al referirse a los contenidos del libro de texto²⁴⁶ se señala que los temas se introducen y aparecen posteriormente en sucesivos acercamientos y diferentes contextos en las lecciones. Esto permite que el alumno cree una serie de significaciones de una misma noción, así se propicia una conformación paulatina del concepto o procedimiento que se este tratando y sugiere una serie de recomendaciones para su uso²⁴⁷

Señala como característica del libro del alumno " que en el la matemática es vista como aquella disciplina que proporciona instrumentos para el estudio del medio circundante, tanto social como natural. Así, por ejemplo [existen lecciones entre las cuales] los contenidos matemáticos constituyen una herramienta necesaria para el estudio de otras áreas, como las ciencias naturales, la historia, la geografía y la educación cívica"²⁴⁸

²⁴⁴ SEP. Libro del Maestro. Matemáticas, sexto. grado, p.10.

²⁴⁵ *Ibidem*, p. 11

²⁴⁶ *Ibidem*, p. 17

²⁴⁷ *Ibidem*, p. 18

²⁴⁸ *Ibidem*, p. 19

De igual forma, en todas las lecciones se trabajan contenidos de diferentes ejes, por ejemplo ubicación de fracciones en la recta numérica, equivalencia y orden entre fracciones o variación proporcional por medio del registro en tablas.

En las recomendaciones didácticas por eje²⁴⁹ se apoya la importancia de trabajar significativamente las fracciones, en contextos diferentes, que ofrezcan al niño la posibilidad de realizar comparaciones, estimaciones y ordenamientos que se relacionen con situaciones distintas de medición, partición, reparto, capacidad, peso, tiempo u otras. Al mismo tiempo, se propone realizar un trabajo más formal en el sentido matemático, al introducir los procedimientos para transformaciones de fracciones propias, impropias y mixtas y emplear las fracciones equivalentes para encontrar otras expresiones simbólicas que representen la misma cantidad.

La comparación de fracciones es nuevamente el elemento que favorece la construcción de la noción de fracción como razón²⁵⁰. Su aplicación introduce el concepto como operador multiplicativo, que puede dar respuesta a que cantidad es una parte de la otra. Las escalas y el tanto por ciento constituyen las aplicaciones más frecuentes de este uso de la fracción.

De igual forma, a partir de la noción de número fraccionario como razón, se propone el cálculo de porcentajes,²⁵¹ ya que pueden ser expresados²⁵² como la razón entre dos cantidades, al expresar una comparación multiplicativa entre una parte y el todo o entre dos partes²⁵³. Se relaciona de esta manera el cálculo de porcentajes ligado a las fracciones como cociente, razón y proporción.

Las actividades ligadas a la medición²⁵⁴ propician el empleo de decimales y su expresión en diferentes formas. Se sugieren una serie de actividades relacionadas con las fracciones,²⁵⁵ el cálculo de porcentajes²⁵⁶ y el uso de decimales,²⁵⁷ al igual que el empleo de las fracciones mixtas para el planteamiento y resolución de problemas y el cálculo del denominador común, para situaciones que requieran de suma y resta de fracciones con denominadores distintos, aspecto que

²⁴⁹ *Ibidem*, p. 21

²⁵⁰ *Ibidem*, p. 30

²⁵¹ *Ibidem*, p. 31

²⁵² *Ibidem*.

²⁵³ *Ibidem*, p. 34

²⁵⁴ *Ibidem*, p. 35

²⁵⁵ *Ibidem*, p. 36

²⁵⁶ *Ibidem*, p. 37

coincide con los indicadores de la categoría de análisis de los problemas como enfoque metodológico.

Finalmente, en las recomendaciones de evaluación²⁵⁷ se menciona la conveniencia de evaluar entre los aspectos relacionados con la resolución de problemas cuatro aspectos muy importantes

- a) Aptitud para utilizar el lenguaje matemático en la comunicación verbal y escrita.²⁵⁸
- b) Aptitud para el razonamiento y el análisis.²⁵⁹
- c) Simulación de conceptos y procedimientos matemáticos.²⁶⁰
- d) Actitud ante la Matemática.²⁶¹

Estos elementos daran al profesor la oportunidad de comprender las diversas formas en que los alumnos perciben y realizan los procesos matemáticos, al tiempo que le ayudan a identificar aquellas áreas del conocimiento que le resulten problemáticas a los alumnos.

La existencia del total de los indicadores sugeridos para los números fraccionarios en el reparto y la medición, como decimal finito, razón, cociente de una división y proporción se observa en este grado.

En los propósitos y contenidos del Libro de matemáticas para el maestro de Sexto grado, se observa que se consolida el aprendizaje de las fracciones en el reparto y la medición y como decimal finito, razón, proporción y cociente de una división. De igual forma, para este grado, se considera pertinente el desarrollo de sugerencias didácticas para cada uno de los ejes temáticos.

Hay coherencia y congruencia entre los contenidos que se proponen en el Programa y aquellos en los que se trabajan sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro del Maestro. La comparación de fracciones sigue siendo, entre otros, el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus características, se encuentra su equivalencia, su orden y su razón. De igual forma se utiliza como procedimiento para el cálculo de porcentajes. En la siguiente etapa analizaremos si esta forma de estructuración de los contenidos básicos en los Programas y los Libros para el maestro se encuentran presentes dentro de los propósitos de aprendizaje en los Libros del alumno.

²⁵⁷ *Ibidem*, p. 73.

²⁵⁸ *Ibidem*, p. 75.

²⁵⁹ *Ibidem*.

²⁶⁰ *Ibidem*, p. 76.

²⁶¹ *Ibidem*, p. 76.

En resumen, el análisis de los contenidos curriculares relacionados con los números fraccionarios en los Libros para el maestro de primero a sexto grados, nos permite precisar inicialmente que, se observa la presencia, de los indicadores para las diferentes concepciones de los números fraccionarios: reparto, medición, decimal finito o periódico, razón, proporción y cociente de una división y para los problemas como categoría de análisis.

Las actividades estructuradas de reparto y medición, antecedente de la noción de fracción están presentes en primero y segundo grados y los números fraccionarios como contenido se proponen siempre, de tercero a sexto grados, a partir del planteamiento y resolución de problemas de reparto y medición. La noción de fracción decimal se introduce en cuarto grado y se utiliza para la resolución de problemas en quinto y sexto grados, en los que se afirma su comprensión.

El concepto de fracción como razón o relación multiplicativa entre dos números, que se introduce en quinto grado, tiene un antecedente en cuarto, que se relaciona con tablas de variación proporcional y se emplea como herramienta para la resolución de problemas en el grado siguiente. La noción de número fraccionario como proporción, operador multiplicativo (o aplicación) se introduce en quinto, a partir del cálculo de porcentajes y del análisis y aplicación de tablas de variación proporcional y se sugieren diversos procedimientos para su afirmación en sexto grado.

Los números fraccionarios como cociente de una división se introducen en quinto grado a partir de situaciones sencillas. Es necesaria la comprensión de la diferencia que existe entre el reparto como partición de la unidad y el reparto de varios enteros, ya que ambos procesos dan como resultado de esta división una fracción. Esta noción no tiene un referente de los grados anteriores, pero se emplea y afirma en sexto grado.

Al referirnos a las características de los números fraccionarios en cada grado, se considera que la forma de introducción, empleo, afirmación y grado de complejidad de la noción en tercer grado y cuarto grados es adecuada. Responde a los antecedentes construidos previamente y propicia abordar los nuevos contenidos.

En quinto grado, para la introducción de los conceptos de fracción como razón, división y porcentaje no existe ningún antecedente en los grados anteriores, a excepción de las tablas de variación y proporción introducidas en cuarto grado, y además, son muy extensos, complejos y poco relacionados entre sí los contenidos que se proponen para este grado.

En sexto grado, los temas abarcan menos conceptos nuevos, sin embargo, la afirmación, por medio del planteamiento y resolución de problemas de los ya conocidos, se favorece con un grado de complejidad mayor, aunado a la necesidad de su aplicación. Se emplean y afirman, en este grado, todos los significados de la noción de fracción para la escuela primaria.²⁶²

Finalmente, al revisar la relación de la temática, destacamos que las fracciones se introducen de tercero a sexto grados siempre a partir de situaciones problema de reparto y medición y que, la comparación de fracciones y su ubicación en la recta numérica son las herramientas que se usan para establecer su equivalencia y orden. El planteamiento y resolución de problemas es el medio para introducir la noción de fracción como decimal finito o periódico en cuarto y para su afirmación en quinto y sexto grados. Lo mismo sucede con las fracciones mixtas que se introducen en quinto y se utilizan para resolver problemas en sexto.

Hay ciertos aspectos que no tienen un referente previo para ser introducidos, por ejemplo, en quinto grado el concepto de fracción como razón y división y con el cálculo de porcentajes, y en sexto grado la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones.

En general, considero que, al igual que en los Programas de matemáticas, la forma como se presentan los contenidos en los Libros para el maestro evita su repetición, procura la integración y aprendizaje de los números fraccionarios y propicia su empleo como herramienta para el planteamiento y resolución de problemas.

4.3 Desarrollo didáctico de los números fraccionarios en los Libros del alumno

En esta parte del estudio se analiza la forma como los contenidos propuestos en los Programas de Matemáticas se manejan en los libros del alumno. Se examina la coherencia, es decir, la relación y cohesión que existe entre los contenidos, y la congruencia, es decir la relación lógica que existe entre los Programas de matemáticas, las recomendaciones didácticas y metodológicas de los Libros del Maestro y la relación que guardan estos dos componentes curriculares, con la forma como se introducen los contenidos, por medio de las lecciones, a los

²⁶² Véase punto 3.1.

alumnos. Examinaremos al mismo tiempo, si las situaciones problema con las que se introducen y afirman los conceptos de la noción de fracción favorecen un acercamiento a los indicadores establecidos para considerar los problemas como enfoque metodológico

Al concluir este análisis nos encontraremos ya en posición de vislumbrar algunas observaciones que nos permitan detectar si los contenidos se plantean con las características metodológicas necesarias para favorecer un acercamiento a la propuesta didáctica

Para todos los grados en análisis, se expresa en la presentación, la importancia que estos libros revisten para la incorporación de "materiales de enseñanza actualizados, que correspondan a las necesidades de aprendizaje de los niños y que incorporen los avances del conocimiento educativo"²⁶³ Para ello se incluyen recomendaciones al maestro para llevar al cabo diferentes actividades que se pueden plantear en el salón de clase y enriquecer el aprendizaje. Al maestro se le recuerda siempre que el libro está pensado para los niños, pero es solo un complemento de las actividades que se realizan en el salón. Se especifica también la necesidad de un proceso continuo de evaluación y perfeccionamiento de los materiales de estudio, sin que para ello exista la necesidad de esperar un largo tiempo para realizar reformas generales.

En un primer acercamiento a los índices de los libros de texto, no se detecta a partir de los títulos de las lecciones algún indicador que se relacione con la noción de fracción o con los conceptos de reparto o medición relacionados con el tema que se estudia. Se mencionan por grado algunos títulos que se supone tienen alguna vinculación con la temática

Primer grado²⁶⁴

Lección	12	¿Alcanza uno para cada uno?
	13	Lo que cabe y lo que no cabe
	68	Que a todos les toque lo mismo
	90	¿Le cabe o no le cabe?
	115	¿Cómo cuentan y como miden?

²⁶³ SEP, Matemáticas, Primer grado, p.3.

²⁶⁴ *Ibidem*, p. 5 y 6.

Segundo grado ²⁶³

Lección	13	¿Cuántas varitas caben?
	109	¿Qué hacen y cómo miden?

Tercer grado ²⁶⁴

Lección	6	Medimos listones
	13	Figuras y superficies
	3	Repartos
	8	Lo que cabe en una caja

Cuarto grado ²⁶⁷

“La tienda del pueblo”²⁶⁵ Junto a cada una de las lecciones se señala el contenido: Las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, y $\frac{1}{16}$ en situaciones de medición de longitudes

Quinto grado ²⁶⁹

Experiencias con fracciones en el bloque 2

Sexto grado ²⁷⁰

“Las recetas de la tía”²⁷¹ Junto a cada una de las lecciones se señala el tema, entre los diversos contenidos: Las fracciones lectura y escritura, equivalencia y orden, resolución de problemas de fracciones en contexto de reparto y medición de longitudes.

Todos los libros están divididos en cinco partes, que corresponden a los bloques bimestrales del Plan de estudios. Las lecciones se dividen, de acuerdo a las categorías de análisis, en contextos de reparto, que incluye el fraccionamiento de un entero, medición, que incluye el fraccionamiento de longitudes, superficies, peso, capacidad y ángulos, decimal finito o periódico, razón, proporción y cociente de una división, lo que favorece detectar la presencia de los indicadores correspondientes tanto a los números fraccionarios como a los problemas como enfoque metodológico y categoría de análisis.

²⁶³ SEP. Matemáticas. Segundo grado. p. 5-6

²⁶⁴ SEP. Matemáticas. Tercer grado. p. 4

²⁶⁷ SEP. Matemáticas. Cuarto grado. p. 4-6

²⁶⁸ SEP. *Ibidem*, p. 14

²⁶⁹ SEP. Matemáticas. Quinto grado. p. 4-5

²⁷⁰ SEP. Matemáticas. Sexto grado. p. 4-7

²⁷¹ *Ibidem*, p. 53.

a. Primer grado

Reparto

Lección 12,²⁷² **¿Alcanza uno para cada uno?**, el niño tiene que unir un objeto con otro correspondiente, con lo que se lleva al cabo un reparto de objetos

Lección 18,²⁷¹ **¿Sobran o faltan?**, seis niños tienen que repartir platos, tazas, vasos, servilletas y cubiertos entre ellos. Algunos objetos alcanzan, mientras que otros faltan o sobran

Lección 68,²⁷⁴ **Que a todos les toque lo mismo.** El niño unirá con una línea lo que le toca a cada quien

Lección 76,²⁷⁵ **¿Cuántos camiones se necesitan?**, los alumnos indicaran el número de camiones necesarios para llevar los guajolotes, después de repartirlos y de contar cuantas cajas caben en cada camión.

Medición

Lección 13,²⁷⁶ **Lo que cabe y lo que no cabe.** se indica al niño que coloree, recorte y pegue los juguetes que caben, de acuerdo al tamaño de la repisa, en el juguetero

Lección 15,²⁷⁷ **Grandes, medianas y chicas.** los alumnos tienen que pintar de diferentes colores las varitas. A partir de las sugerencias didácticas en el Libro del Maestro se propone la comparación de longitudes utilizando una tira de papel que indique el tamaño de las varitas

Lección 61,²⁷⁸ **Compara distancias.** los niños pintan tramos del camino que son de igual tamaño y utilizan un palito para realizar una comparación

Lección 115,²⁷⁹ **¿Cómo cuentan y cómo miden?**, se plantea a los alumnos un desafío comunicativo para determinar a partir de las ilustraciones las diferentes formas de medidas de longitud, capacidad y peso

²⁷² SEP, Matemáticas, Primer grado, p 20.

²⁷¹ *Ibidem*, p 28

²⁷⁴ *Ibidem*, p 85

²⁷⁵ *Ibidem*, p 95

²⁷⁶ *Ibidem*, p 21

²⁷⁷ *Ibidem*, p 23

²⁷⁸ *Ibidem*, p 78

²⁷⁹ *Ibidem*, p 118

Lección 90,²⁸⁰ ¿Le cabe o no le cabe?, el niño determinará a cuál objeto le cabe más agua. Por medio de una situación problema, se inicia la introducción del concepto de medición relacionada con la capacidad de los recipientes

Se considera que las actividades que se señalan en estas lecciones constituyen un antecedente para la construcción de los conceptos de reparto y medición, por medio de unidades no convencionales que favorecerán posteriormente la construcción de la noción de fracción en estos contextos

En relación con los contenidos del Programa se detecta la existencia de actividades estructuradas de reparto y medición que toman en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades que permiten orientar la concepción del niño hacia la noción de fracción y sirven como antecedente para promover el desarrollo posterior de la destreza y la eficiencia en el manejo de los números fraccionarios

Para la introducción de la noción de medición y reparto, se sugieren tareas de comparación de longitudes, por medio de un intermediario. A partir de estos contextos se propicia una experiencia escolar estructurada y sistemática, con la que el niño adquiera fundamentos apropiados para construir estos conceptos, aunque el concepto de medición que se propone como contenido en el Programa, a través de la comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento,²⁸¹ no es considerado en ninguna lección del libro de texto

En el Libro para el maestro, se sugieren actividades de comparación de longitudes utilizando diferentes objetos como intermediarios, también de reparto y comparación de colecciones, que constituyen un antecedente importante para el concepto de número fraccionario, sin embargo, no se desarrolla en ninguna de las lecciones, la comparación de superficies por superposición, ni tampoco la comparación de superficies a partir de la separación en pedazos de la misma, aun cuando es un propósito contenido en el Programa y en el Libro del maestro, en donde se dan extensas actividades y sugerencias

Considero también importante destacar que, en la mayor parte de los casos, los conceptos de reparto y medición se introducen a partir de situaciones problema, que aumentan en grado de complejidad de acuerdo al bloque en que se presentan. La lección 12 que pregunta si alcanza un

²⁸⁰ *Ibidem*, p. 112

²⁸¹ SEP. Plan y programas de estudio. Educación Básica Primaria 1993, p. 57

objeto para cada uno, introduce la noción de reparto, la lección 18 en que los niños tienen que decidir cómo repartir y saber si sobran o faltan, es una situación problema que sirve para aplicar y afirmar el concepto. Finalmente, la lección 68 con el problema que a todos les toque lo mismo, constituye una aplicación del concepto en que deberá establecerse la equitatividad y exhaustividad del reparto.

En general, existe coherencia en cuanto a los propósitos señalados tanto en el Programa de estudio como en el Libro del maestro. Para la noción de medición como antecedente de los números fraccionarios, se observa la comparación de longitudes por medio de intermedarios. De igual forma, aunque no se establece como propósito en el Programa, se favorece la comparación y reparto de colecciones indicada como recomendación didáctica²⁹² para el Eje Los números, sus relaciones y sus operaciones en el Libro del maestro.

Se favorece también el propósito señalado tanto en Programas de estudio como en el Libro del maestro vinculado con el planteamiento y resolución de problemas sencillos, de acuerdo a la información proporcionada. Se detecta la presencia de los indicadores de las categorías de análisis que se relacionan con aquellos aspectos que constituyen un antecedente para la noción de fracción en el reparto y en la medición.

En general, observo que, para este grado, se respaldan los indicadores establecidos para los problemas como enfoque metodológico. Por tanto se puede pensar que, la forma de presentación y desarrollo metodológico de los contenidos permiten se favorezca un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

b. Segundo grado

Reparto

Lección 17,²⁹³ Se venden mangos. se presenta una actividad de reparto en la cual los niños tienen que distribuir los mangos en diferentes cajas y bolsas y empacar los que queden sueltos. Se introduce la noción de repartos equitativos, por medio de una situación problema.

²⁹² SEP. Libro para el maestro, Matemáticas, primer grado, p. 25

²⁹³ SEP. Matemáticas. Segundo grado, p. 29

Lección 51.²⁸⁴ **La empaadora,** los niños tienen que utilizar piedritas para simular chocolates y frascos con tapa para repartirlos. Se necesita empaarlos en cajas de tres, cinco o diez chocolates y no deben poner más del número de chocolates señalado en cada paquete.

Lección 77.²⁸⁵ **Tonatiuh multiplica,** se afirma la noción de reparto ya que se forman nuevamente paquetes de chocolates de diferentes maneras.

Lección 104.²⁸⁶ **El Día del Niño,** por medio de diversas actividades se solucionan problemas en situaciones de reparto, se afirman los conceptos de equitatividad y exhaustividad, al formular preguntas para saber si alcanzan los objetos para que a cada uno le toque la misma cantidad.

Medición

Lección 9.²⁸⁷ **Rayuela con corcholatas,** los niños miden, con unidades no convencionales, diversas distancias sobre una línea pintada en el patio.

Lección 13.²⁸⁸ **¿Cuántas varitas caben?,** después de cortar una varita del tamaño de un paso, los alumnos miden la distancia de un camino que se pinta en el patio.

Lección 26.²⁸⁹ **Marca el camino,** los niños miden la distancia que existe entre el inicio y el final del camino utilizando palos de escoba y anotan los resultados obtenidos en una tabla.

Lección 73.²⁹⁰ **¿Con qué vara se midió?,** se propicia nuevamente la solución de situaciones problema por medio de actividades de medición con unidades no convencionales.

Lección 109.²⁹¹ **¿Qué hacen y cómo miden?,** los niños reflexionan sobre las actividades que realiza cada uno de los personajes, la forma en que miden y, a partir de esta reflexión, resuelven problemas en contextos de medición.

Lección 37.²⁹² **¿Cuántos cuadrados se necesitan?,** los niños trazan cinco rectángulos diferentes y los cubren con las figuras que hicieron con periódico para saber cuántas figuras se necesitan para cubrir la superficie de cada uno. La comparación de superficies por superposición se introduce por primera vez aquí.

²⁸⁴ *Ibidem*, p. 78.

²⁸⁵ *Ibidem*, p. 118.

²⁸⁶ *Ibidem*, p. 158-159.

²⁸⁷ *Ibidem*, p. 18.

²⁸⁸ *Ibidem*, p. 24.

²⁸⁹ *Ibidem*, p. 40.

²⁹⁰ *Ibidem*, p. 110.

²⁹¹ *Ibidem*, p. 166.

²⁹² *Ibidem*, p. 58.

Lección 114.²⁹¹ **¿Cuántos cuadritos mide?.** se favorece una actividad de medición de superficies de figuras geométricas por medio de superposición de las mismas sobre papel cuadriculado

Fraccionamiento de longitudes

Lección 98.²⁹² **La regla.** los estudiantes construirán una regla con un palo de escoba y utilizarán como marcas de medida el borrador del pizarrón y utilizando su regla necesitan resolver situaciones problema que les son planteadas. Esta actividad constituye un antecedente para construir la noción de fracciones en medición, en su significado de partición de la unidad

En relación con los contenidos del Programa se considera que, se presentan actividades de reparto y medición que toman en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades que permiten orientar la concepción del niño hacia la noción de fracción. Para su introducción, se sugiere comparar longitudes y superficies, por medio de un intermediario, se coincide con el propósito de medición contenido en el Programa la comparación de longitudes, de forma directa y utilizando un intermediario y la comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento

A partir de estos contextos se propicia una experiencia escolar estructurada y sistemática, para que el niño adquiera fundamentos apropiados para construir los conceptos de la medición y reparto que le sirvan como antecedente para la introducción de la noción de fracción a partir del siguiente grado

Al examinar el Libro del maestro, se revela la presencia de actividades de comparación de superficies por superposición, al igual que de reparto y comparación de colecciones, que constituyen un antecedente importante para la construcción del concepto de número fraccionario en el reparto y la medición, sin embargo, no se propicia el comparar de superficies a partir de la separación en pedazos de la misma, en ninguna de las lecciones, aunque este sea un propósito en el Programa y en el Libro del maestro, en donde se dan extensas actividades y sugerencias

Considero importante exponer que en la mayor parte de los casos se introducen las nociones y conceptos de reparto y medición, a partir de situaciones problema, que aumentan en grado de complejidad, así, la lección 9 propone la comparación de distancias con puntos sobre una línea como introducción del concepto, la lección 13 lo afirma utilizando varitas como

²⁹¹ *Ibidem*, p. 172

²⁹² *Ibidem*, p. 149

intermediario de medición y finalmente en la lección 26 se aplica por medio de palos de escoba graduados como instrumento de medición directa

Existe coherencia en los propósitos señalados, tanto en el Programa de estudio como en el Libro para el maestro, para los conceptos de reparto y medición como antecedente de la noción de fracción. Se localizan los propósitos relacionados con la comparación de longitudes por medio de intermediarios y la comparación de superficies por superposición y recubrimiento y, aunque no se establece en el Programa, se favorece la comparación y reparto de colecciones que se expresa como recomendación didáctica²⁹⁴ para el Eje Los números, sus relaciones y sus operaciones en el Libro del maestro

Se manifiesta la presencia del propósito señalado en Programas de estudio y Libro del maestro para el planteamiento y resolución de problemas con diferente grado de complejidad y se detectan los indicadores de las categorías de análisis que constituyen un antecedente para la noción de fracción en el reparto y en la medición

Considero que, para este grado, se propician los indicadores establecidos para los problemas como enfoque metodológico. Por tanto se puede vislumbrar que, la forma de presentación y desarrollo metodológico de los contenidos permiten se favorezca un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica

c. Los números fraccionarios en tercer grado

A partir de este grado se introduce la noción de fracción como contenido explícito

Reparto

Lección 17,²⁹⁵ ¿Cuánto tendrá cada quien?, los niños tienen que realizar el reparto de las canicas para que todos tengan la misma cantidad. Se trabaja el concepto de repartos equitativos y exhaustivos a partir de situaciones problema en donde los alumnos, además de resolver el desafío que se les propone, deberán comprobar si sus respuestas son correctas.

Lección 6,²⁹⁶ Compartir con los amigos, los alumnos llevan al cabo la repartición, en partes iguales, de las cosas que trajeron al regresar de viaje. Son actividades presentadas en situaciones problemas, en las cuales el niño tiene que realizar los repartos sin que sobre nada y, en otros,

²⁹⁴ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas, segundo Grado, p. 28

²⁹⁵ SEP. Matemáticas, Tercer grado, p. 114-115

²⁹⁶ *Ibidem*, p. 134-135

necesitara fraccionar la unidad para que a todos les toque la misma cantidad. Cada una de las preguntas constituye en sí misma un problema a resolver y, a partir de ellas se construye el concepto de equipartición y exhaustividad.

Fraccionamiento de un entero

Lección 3,²⁹⁸ Banderas de colores, se propone la división de un entero en cuartos y tercios para introducir por primera vez, en situación de reparto, la noción de fracción.

Lección 8,²⁹⁹ Las trenzas de Mónica, se divide en dos partes y propone el fraccionamiento de hojas de diferentes tamaños en mitades, en la segunda sección, en donde se hacen diferentes preguntas que representan un desafío para ser resuelto por los niños. También sugieren la comprobación de las fracciones encontradas por superposición de las superficies, utilizando como intermediario el material recortable de la página 4, para corroborar de las particiones que se realizaron cuales son mitades y cuales no. Además de pedirle al niño que explique por qué.

Lección 3,³⁰⁰ Quesos y crema, favorece el fraccionamiento en mitades y cuartos de queso y crema como afirmación de la noción, por medio de situaciones problema que hacen significativas esas fracciones y propician su representación convencional, al pedirle a los niños que ayuden a las señoras a calcular lo que deben pagar por los quesos y crema que compran.

Medición

Lección 2,³⁰¹ Miel y fruta seca, se busca la solución de problemas de medición utilizando para ello contextos reales como $\frac{1}{2}$ litro y $\frac{1}{4}$ de litro de miel, $\frac{1}{2}$ docena y $\frac{1}{4}$ de docena de nueces. Además del planteamiento y resolución de problemas se sugiere la comprobación de las respuestas y la construcción de la noción de equivalencia de las mismas a partir de desafíos en donde el niño tiene que reflexionar para resolver la situación.

Lección 4,³⁰² Juguetes de madera, se propicia el fraccionamiento de longitudes utilizando tiras de madera y tiras de material recortable y, a partir de esto, se establece la comparación y equivalencia de las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, por superposición. Todas las actividades se presentan a

²⁹⁸ *Ibidem*, p. 10-11

²⁹⁹ *Ibidem*, p. 29

³⁰⁰ *Ibidem*, p. 86-87

³⁰¹ *Ibidem*, p. 126

³⁰² *Ibidem*, p. 130

partir de situaciones problema en donde los niños tiene que llevar al cabo las mediciones para reflexionar y resolver los desafíos que se les plantean

Lección 9³⁰¹ **La ardilla, el chapulín y el sapo.** se introducen las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ en situación de medición y se busca resolver la forma en que una ardilla, un chapulín y un sapo, que dan saltos de diferentes medidas, recorren un camino de 18 metros de largo. Se observa, a partir de situaciones problema, la comparación y equivalencia entre las fracciones originadas de los saltos de cada animalito, y la introducción del uso de la recta numérica para esto.

Lección 8³⁰⁴ **Lo que cabe en una caja.** por medio de la actividad de llenar con agua cajas que tengan como referente recipientes de $\frac{1}{4}$ de litro, se favorece la comparación y equivalencia con $\frac{1}{2}$, a partir de situaciones problema que propician que el niño reflexione y busque una solución. Se propicia un acercamiento a la suma de fracciones sencillas de $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ a través de la búsqueda de la resolución de un problema.

Fraccionamiento de longitudes

Lección 8³⁰⁵ **Las trenzas de Monica,** que se divide en dos partes, propone el fraccionamiento de longitudes a partir de la división de un metro de listón para la elaboración de moños en la primera sección.

En relación con los contenidos del Programa se considera que, en las lecciones analizadas, se propician actividades estructuradas de fracciones en situaciones de reparto y medición que toman en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades que favorecen la concepción de número fraccionario y promueven el desarrollo posterior de la destreza y la eficiencia en su manejo.

Se detecta la presencia de los indicadores para los números fraccionarios en el reparto y en la medición, por medio de actividades en donde el niño aprende a hacer tanto repartos, como particiones equitativas y exhaustivas y a utilizar la partición como herramienta al resolver problemas. A partir de estas actividades se favorece la representación convencional, comparación y comprensión de las fracciones, así como la reflexión de sus características y su equivalencia.

³⁰¹ *Ibidem*, p. 140-141.

³⁰⁴ *Ibidem*, p. 174-175.

³⁰⁵ *Ibidem*, p. 20.

También se observan los indicadores para los problemas que introducen la noción de fracción que favorece el niño exprese de manera verbal el resultado de los repartos y mediciones y comprenda que los números enteros son insuficientes para decir cuanto es el resultado exacto de estos, a partir de la resolución de problemas, que le propicien reflexionar, pensar y construir sus propias respuestas

En relación con el Programa de estudio se detecta los cuatro propósitos señalados en el Mapa Curricular para los números fraccionarios, que se introducen en situaciones problema sencillas por medio de actividades de medición y reparto y con el uso de material concreto para la comparación de fracciones, el establecimiento de su equivalencia y el aprendizaje de su representación convencional, sin embargo, no se introducen fracciones de $\frac{1}{4}$, solo se trabaja con medios y cuartos y tampoco se explora el planteamiento y resolución de problemas que impliquen la suma de fracciones sencillas, por medio del manejo de material, en ninguna de las lecciones analizadas, ya que solo en una se propone una suma de fracciones de $\frac{1}{4}$ de litro para saber como se vacía un litro de agua en una caja

Por otra parte, se menciona la ubicación de las fracciones en la recta numérica a partir de los saltos de la ardilla, el chapulín y el sapo, aspecto que no se señala en el programa de este grado, y que, sin embargo se considera como un antecedente importante para la introducción formal del concepto en el grado siguiente

Hay congruencia entre el Libro del alumno y el Libro para el maestro, al acercar al niño a situaciones de reparto y medición ligadas a actividades infantiles escolares y de la vida cotidiana, como sería la compra de los quesos en el mercado, que le propicien dividir uno o más enteros en partes iguales

Se advierte también la presencia de los indicadores de los problemas como enfoque metodológico, ya que, las actividades están indicadas de manera que sean los niños quienes decidan cuáles son las fracciones que se deben hacer y que, si realizan una forma de partición que no es la conveniente, se den cuenta por sí mismos de su error y lo corrijan. En ambos casos, se sugiere también, el uso de material recortable para que los alumnos comprendan los temas que se introducen por medio de las diferentes actividades

Se detecta que, la propuesta de la necesidad que los niños tienen de una amplia experiencia con particiones antes del uso formal de la escritura numérica de fracciones, se lleva al cabo de

manera parcial, lo que sucede también con la comparación de superficies iguales pero de formas distintas. Existe congruencia en la introducción de las fracciones en situaciones de medición, a través de apreciar longitudes, fraccionando la unidad o con el recurso de ver cuantas veces cabe una longitud en la otra y en la equivalencia de fracciones. Las situaciones que propician su uso se refieren a problemas de reparto y medición en donde se hacen particiones de las que pueden surgir distintas expresiones que representen el mismo valor. Se aprovechan las situaciones de medición de longitudes y de capacidades para la noción de fracciones equivalentes y se sugiere el uso de material para que el niño pueda verificar sus resultados y no la presentación de reglas formales para encontrar equivalencias.

Existe coherencia y congruencia entre los contenidos del Programa, el Libro del Maestro y el libro del alumno, ya que, en los tres se propone la introducción de la noción de fracción por medio de actividades de reparto y medición de longitudes. Asimismo, se plantea la comparación de fracciones como elemento que permite la apropiación del concepto, la reflexión sobre sus características y el establecimiento de la equivalencia entre fracciones.

Considero que no se detecta la presencia de la propuesta del programa relacionada con el planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, por medio de la manipulación de material, sin embargo, los problemas planteados sí propician la introducción de la noción de fracción en casos sencillos, por lo cual se considera que se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

d. Los números fraccionarios en Cuarto grado

Reparto

Lección 9,¹⁰⁶ Tarjetas de papel, por medio de la partición de hojas en diferentes secciones, se propicia la distribución de un número determinado de hojas para cada equipo, de tal forma que se llegue al reparto equitativo y exhaustivo. Es interesante hacer notar que los tamaños de las secciones de las hojas son diferentes, es decir, medios, cuartos, octavos, etc., pero al realizar el reparto a cada equipo le toca el mismo número de enteros.

¹⁰⁶ SEP, *Matemáticas. Cuarto grado*, p. 64-65

Lección 18.³⁰⁷ **Galletas redondas**, se utilizan problemas en situaciones de reparto para llevar al cabo la comparación de fracciones y se propicia con ello repartir galletas a todos los niños, de tal forma que a cada niño le toque igual cantidad de galletas exactamente y no sobre nada

Lección 3.³⁰⁸ **Más galletas y más niños**, para la comparación de fracciones se continúan utilizando problemas en situaciones de reparto para establecer la comparación entre fracciones con denominadores diferentes, por ejemplo $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$. Se propone de esta manera establecer cual fracción es mayor y, lo más importante, se pide indicar el por qué de esta situación

Lección 3.³⁰⁹ **El material escolar**, por medio de problemas, en diferentes situaciones de reparto, se propicia que los niños realicen diversas operaciones en las cuales están implicadas las operaciones con números naturales, suma y resta de fracciones y de decimales y se propicia que los niños se den cuenta que hay determinado tipo de problemas cuyo resultado no puede ser expresado únicamente con los números enteros

Fracionamiento de un entero

Lección 1.³¹⁰ **El día de la ONU**, se utilizan banderas para introducir el fraccionamiento de la unidad y se establecen las características para que los enteros se puedan considerar fraccionados correctamente y para que las partes coloreadas en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{5}$, puedan considerarse así

Medición

Lección 4.³¹¹ **La tienda del Pueblo**, por medio de una tira de un cierto tamaño, utilizada como intermediario, se presentan las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, en situaciones de medición de longitudes y a partir de esta medida, que será utilizada como referente, se pide a los niños medir y comparar los clavos

Lección 15.³¹² **La paloma de la paz**, los problemas de medición de una superficie, sirven para presentar diferentes fracciones y a partir de estos, se utiliza una medida intermediaria para establecer la comparación y equivalencia de quintos y decimos y se indica cuales son las medidas

³⁰⁷ Ibidem, p. 82

³⁰⁸ Ibidem, p. 94-95

³⁰⁹ Ibidem, p. 164

³¹⁰ Ibidem, p. 48

³¹¹ Ibidem, p. 14-15

³¹² Ibidem, p. 118

correspondientes, cual es mayor o menor y, lo mas importante, justificar el por que de su respuesta.

Fracionamiento de longitudes

Lección 10,³¹³ Cuerdas Resistentes, con una cuerda como medida intermedia, se introducen fracciones del metro y se propicia la comparacion para establecer la equivalencia de las fracciones en centimetros

Fracionamiento de medidas de peso

Lección 11,³¹⁴ Las golosinas, se introducen, por medio de problemas de medidas de peso, las fracciones del kilogramo y sus equivalencias en gramos y se propone tambien su comparacion y actividades que permitan la comprobacion de las mismas

Lección 5,³¹⁵ Esferas de plastilina, se introducen procedimientos informales para sumas de fracciones y el algoritmo de la suma de fracciones, con igual denominador, por medio de problemas en contextos de fraccionamiento del kilogramo. Las situaciones problema son interesantes ya que, no piden al niño saber cual es el resultado final del problema, sino que, en algunos casos tienen que averiguar cual es el resultado de la transformación intermedia o el numero que dio origen al problema

Medición de ángulos

Lección 12,³¹⁶ La vuelta al mundo en 360 grados, se introduce la idea de fracción como parte de un todo formado por 360° , concepto que se presenta por medio de giros de una vuelta completa, media vuelta, un cuarto de vuelta o un tercio de vuelta y se establece con ello la equivalencia, por ejemplo, entre 1° y 90°

Decimal finito o periódico

Lección 7,³¹⁷ Particiones decimales, por medio de situaciones problema, con referente a la vida diaria del niño, como son galletas, litros y monedas, se introducen las fracciones decimales propiciando que se realicen cambios de fracciones conocidas, por ejemplo un numero decimal .09,

³¹³ *Ibidem* p 26-27

³¹⁴ *Ibidem*, p 110

³¹⁵ *Ibidem*, p 136-137

³¹⁶ *Ibidem* p 112-113

³¹⁷ *Ibidem* p 140-141

lo convierten a fracción $9/10$. Se utiliza también el recurso de la recta numérica, señalando, como ejemplo, los saltos que dan algunos animales, para indicar las fracciones decimales.

Lección 9.³¹⁸ Datos interesantes, con diferentes situaciones y utilizando la recta numérica como referente, se solicita a los niños resolver problemas diversos, en los que necesariamente obtienen un resultado en el cual tienen que utilizar la notación decimal para expresar el resultado.

Proporción

Lección 17.³¹⁹ Hacemos recetas, se introducen casos sencillos de proporcionalidad directa, por medio de recetas de cocina que presentan problemas en los cuales los niños tienen que establecer la relación entre dos cantidades. Por ejemplo se les dan las cantidades necesarias para hacer una gelatina y se les pregunta que cantidades se necesitarán para hacer ocho. Aun cuando no se presenta el tema como número fraccionarios, si se establece, por ejemplo, la relación 1/8 para hacer la receta.

Lección 8.³²⁰ Los quefites, se introducen en situaciones de proporcionalidad fracciones decimales y se utiliza nuevamente la comparación entre lo que se necesita para hacer una receta para 3 raciones y la cantidad necesaria para 12 raciones. Se usan números fraccionarios y decimales para las tablas de proporcionalidad como referente para responder a los cuestionamientos que se formulan.

En relación con los contenidos del Programa se considera que, en las lecciones analizadas, se favorecen actividades estructuradas de fracciones en situaciones de reparto y medición que toman en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades del niño para la introducción y afirmación de la noción de fracción.

Se revela la presencia de los indicadores para las categorías de análisis de los números fraccionarios en el reparto y en la medición, por medio de actividades en donde el niño aprende a hacer particiones equitativas y exhaustivas y utiliza la partición como herramienta al resolver este tipo de problemas. A partir de estas actividades se observa la comparación, representación y comprensión de las fracciones, así como la reflexión de sus características y su equivalencia.

³¹⁸ *Ibidem*, p. 144

³¹⁹ *Ibidem*, p. 122

³²⁰ *Ibidem*, p. 174-175

De igual forma, se encuentran presentes los indicadores para considerar adecuadas las situaciones problema a partir de las cuales se afirma o se introduce la noción de fracción. Las situaciones problema son interesantes ya que, no solo buscan saber cual es el resultado final del problema, sino que, en algunos casos tienen que averiguar cual es el resultado de la transformación intermedia o el número que dio origen al problema. Esto favorece que el niño exprese de manera verbal el producto de los repartos y mediciones y comprenda que, los números enteros son insuficientes para decir cuanto es el resultado exacto de estos, a partir de la resolución de problemas que le propician reflexionar, pensar y construir sus propias respuestas.

Se observan también los indicadores para la presentación de los números fraccionarios como decimal finito o periódico. Las situaciones problemas por medio de las cuales se introducen propician que el niño reflexione sobre sus características y construya su conocimiento. Su introducción en contextos de medición de longitudes y de unidades de peso favorece su comprensión y el descubrimiento del uso de las fracciones decimales como herramienta para la resolución de problemas. El apoyo de la recta numérica favorece la comprensión del conocimiento, la realización de descomposiciones aditivas y su equivalencia.

Solo se encuentran algunos de los indicadores para los números fraccionarios como proporción, ya que se presentan por medio de situaciones problema que facilitan entender la relación que existe entre dos números. Se considera un antecedente importante para el uso de la fracción como operador multiplicativo en los grados posteriores.

En relación con el Programa de estudio se constata la presencia de los seis propósitos señalados en el Mapa Curricular para los números fraccionarios introducidos en situaciones problema de fraccionamiento de longitudes. Se favorece el uso de diversos recursos para la comparación de fracciones y el establecimiento de su equivalencia, al igual que el empleo de fracciones decimales con denominador 10, 100 y 1000 y su afirmación por medio de la recta numérica y el planteamiento y resolución de problemas que implican la suma y resta de fracciones. Por medio de ellos se inicia a los niños al proceso del algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador.

Considero que en este grado el planteamiento que se hace de los temas es completo y muy ambicioso. Todos los contenidos se introducen por medio de situaciones problema invariablemente, pero no solo se pide al niño resolver el problema, sino que, además, requiere

expresar el por que de la respuesta encontrada. Esto es un aspecto muy interesante, ya que propicia que el niño reflexione sobre sus respuestas, además, aun cuando el Programa propone únicamente el fraccionamiento de longitudes para la introducción de nuevas fracciones como tercios, quintos y sextos, se utilizan diversos contextos de reparto, partición de superficies y mediciones de peso y se introducen fracciones diversas a las propuestas, a la vez que se afirman las que se introdujeron en el grado anterior.

Los recursos utilizados para establecer la comparación de las fracciones, comprender su equivalencia y aprender sus características representan realmente un desafío para los niños. Tienen que llevar al cabo cada una de las actividades señaladas para llegar a un resultado que les ayude a descubrir el por que los números enteros son insuficientes, en determinados casos, para dar el resultado exacto de una medición o reparto.

El introducir las fracciones con denominador 10, 100 y 1000 va más allá de la mera presentación del concepto, ya que se utiliza, desde este grado, el planteamiento y resolución de problemas con este tipo de fracciones, además, la forma de trabajar con las mismas, así como el establecimiento de la comparación y equivalencia del número decimal, (0.2), con la fracción decimal, ($\frac{2}{10}$), es un aspecto importante para la construcción de este conocimiento.

Aun cuando no se señala en el Programa, se continúa trabajando con fracciones en el reparto, el fraccionamiento de un entero, en la medición y en el fraccionamiento de medidas de peso. La introducción de nuevas fracciones y afirmación y desarrollo de las ya aprendidas se trabaja invariablemente a partir de situaciones problema en estos contextos. Los problemas planteados facilitan la introducción de nuevas fracciones, por lo cual se considera que se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

Otro aspecto importante y no señalado en el Programa es la introducción del concepto de proporcionalidad. Aun cuando no se establece exactamente como número fraccionario, si se da la relación, por ejemplo de la proporcionalidad 2 a 18, ($\frac{2}{18}$) en número de raciones. Este aspecto constituye un antecedente fundamental para la introducción, en el grado posterior, del empleo de la fracción como razón. Tampoco se indica en el Programa la introducción del concepto fracciones en la medición de ángulos a partir de giros de vuelta, estableciendo así la idea de fracción como parte de un todo formado por 360° . Este contenido no tiene un referente con el

Programa de estudios No se menciona, como tal ni en este grado ni en los subsecuentes. Sin embargo si se propone en el Libro del Maestro y se trabaja como contenido en el del alumno.

Por lo que respecta a la congruencia entre los contenidos del Libro del Alumno y el Libro para el Maestro, podemos puntualizar que se detecta el propósito general que indica el alumno resuelva problemas que impliquen el uso de fracciones en situaciones de reparto, medición, comparación, equivalencia u orden. En todas las lecciones se sugieren situaciones problema en contextos de reparto, partición o medición que propicien la reflexión de los alumnos para la búsqueda de una solución. Es interesante que se de importancia a los conocimientos previos de los niños y a la relación estrecha que guardan la resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos. En algunas lecciones se le pregunta al niño si recuerda el concepto que se relaciona con el nuevo contenido que se introduce.

Hay congruencia entre ambos elementos ya que en las recomendaciones didácticas por eje, del Libro para el Maestro, se enfatiza el uso de las fracciones en situaciones problema en diferentes contextos relacionados con la medición de longitudes, el peso de objetos, la capacidad de recipientes y las situaciones de reparto y partición, objetivo que se observa está presente ampliamente en los contenidos propuestos en el Libro para el alumno.

Se observa también la presencia del aspecto señalado, en el Libro para el maestro, en donde se indica que al presentar las fracciones en situaciones de reparto mas que memorizar los términos de una fracción y saber distinguirlos, es necesario que los alumnos le den un significado al numerador y al denominador, que puedan identificar de un reparto el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se hizo el reparto. Se favorece por medio de los contenidos en el Libro del Alumno que pueda contextualizar estos significados y reflexionarlos lo que permite entender el concepto de fracciones equivalentes a través de la comparación entre ellas mismas. Se trata además, de situaciones problema, que se relacionan con la experiencia cotidiana de los niños y facilitan un acercamiento significativo a estas nociones.

De igual forma, se manifiesta la presentación de fracciones en situaciones de medición, por medio de actividades en las que, para dar una medida mas precisa, se hace necesario fraccionar en partes iguales la unidad de medida, para que quepa un número exacto de veces en la longitud a medir. Este tipo de situaciones, al igual que las de reparto, contribuyen a que los problemas se

hagan cada vez más complejos a lo largo del programa para conseguir que los procedimientos que los alumnos utilizaron inicialmente evolucionen

También se hace notar la importancia de trabajar fracciones asociadas a unidades de medida, por ejemplo, $\frac{1}{4}$ de metro, $\frac{1}{2}$ kilogramo, y no con fracciones en abstracto como $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ y la entrada de la fracción decimal como contenido nuevo para que los alumnos comprendan su significado por medio de actividades de fraccionamiento de una unidad en diez pedazos iguales. La realización de este tipo de situaciones es fundamental para darle a los decimos su carácter genérico, supeditado exclusivamente a la unidad de que se trate, en su caso longitudes, superficies, capacidad, peso o dinero. El empleo de estas y otras fracciones en la recta numérica propicia su comprensión y permite el aprendizaje de su representación convencional por medio de la escritura decimal.

Existe coherencia y congruencia entre los contenidos del Programa, el Libro del maestro y el libro del alumno, ya que, en los tres se propone la introducción de nuevas fracciones a partir de la división de la unidad. De igual forma la comparación de fracciones en situaciones de reparto y medición es, entre otros, el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus características y se encuentra su equivalencia, además, los problemas planteados propician introducir la noción de fracción, por lo cual se considera que se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

La introducción y características de las fracciones decimales se plantea en los tres materiales por medio de problemas de medición que permitan la construcción de su significado. La comparación y la representación de las mismas en la recta numérica, apoyan los indicadores que propician el razonamiento sobre sus características y el aprendizaje de su escritura convencional.

Sin embargo, se observa que, el algoritmo de la suma y resta de fracciones con igual denominador señalado como contenido en el Programa, no se aborda como tal en el libro del maestro, ni se hace mención alguna de él ni en este, ni en los apartados analizados con anterioridad y si se trabaja como contenido en el Libro del Alumno.

Otro aspecto importante se relaciona con el tema de fracciones en la medición de ángulos que se introduce a partir de giros de una vuelta completa, media vuelta, un cuarto de vuelta o un

tercio de vuelta en el Libro del maestro y del alumno. Este contenido tampoco tiene un referente con el Programa de estudios, ni se menciona como tal, en este grado ni en los subsecuentes.

En general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos que se plantean en el Programa, aquellos en las sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro del maestro y los contenidos que se sugieren en el Libro para el alumno. En este grado, a diferencia del anterior, los contenidos tanto en el Libro para el Maestro como en el del Alumno exceden en mucho los propósitos planteados para los números fraccionarios en el Programa de estudio.

e. Los números fraccionarios en Quinto grado

Reparto

Mi fiesta,¹²¹ se utiliza el contexto de reparto para la afirmación de las fracciones ya conocidas medios, tercios, cuartos y quintos y se sugieren algunas situaciones problema para resolver las cantidades repartidas y saber si se realizó el reparto equitativa y exhaustivamente. Se introduce como contenido nuevo que el niño indique que representa el numerador y el denominador del total de los objetos repartidos.

Fraccionamiento de un entero

Experiencias con fracciones,¹²² por medio de un juego se realiza el fraccionamiento de enteros en diferentes fracciones y se favorece la comparación entre ellas y el establecimiento de su equivalencia. Se utiliza para ello la búsqueda de la solución de diferentes problemas en contextos de reparto y medición, además se sugiere el uso de material concreto para la representación de las fracciones y darle así al niño elementos que le ayuden a construir el concepto de fracciones equivalentes.

El puesto de jugos,¹²³ el concepto de fracciones mixtas se introduce con problemas en contextos de partición de un entero, al igual que el empleo de fracciones como razón al indicar la relación que existe entre dos números, en este caso entre los vasos de jugo y el número de naranjas que se requieren para hacerlos. Se propicia también la introducción del cálculo de porcentajes y se comprueba su equivalencia con las fracciones decimales.

¹²¹ SEP. Matemáticas. Quinto grado p. 34-40

¹²² *Ibidem*, p. 72-79

¹²³ *Ibidem*, p. 99-105

Medición

Competencia deportiva,¹²⁴ se utilizan números fraccionarios para la resolución de problemas de medición y al mismo tiempo se propicia la comparación entre las fracciones y se establece su equivalencia

Vasos, semillas y tiras,¹²⁵ utilizando medidas de capacidad, se introducen diferentes fracciones con problemas de medición y reparto, se establece su comparación, su equivalencia y se representan en la recta numérica las fracciones resultado de los problemas planteados. Se propicia al mismo tiempo la resolución de estos por medio de sumas y restas con denominador igual y con ello se ayuda a la construcción del algoritmo de la suma y resta de fracciones por medio de su equivalencia

Compras en el mercado,¹²⁶ se afirma el concepto de equivalencia de fracciones, con medidas de peso y longitud, por medio de situaciones problema con referente al medio cotidiano del niño

Decimal finito o periódico

Una visita al médico,¹²⁷ con problemas de medidas de longitud y de peso se afirma la noción de fracción decimal, con denominadores 10, 100 y 1000 y se propicia reflexionar, a través de la comparación entre un número decimal y su representación como fracción decimal, su equivalencia, representación convencional y su lectura.¹²⁸

Razón o relación multiplicativa entre dos números

Colorea y aprende,¹²⁹ por medio de figuras que los alumnos tienen que reproducir a escala se introduce el concepto de la relación multiplicativa que hay entre dos números, estableciendo así la razón entre sus medidas

Proporción

La ruleta de colores,¹³⁰ a través de un juego los niños llegarán a la resolución de situaciones problema en las cuales se establece la razón y proporción del número de veces que gira la ruleta y

¹²⁴ *Ibidem*, p. 41-47

¹²⁵ *Ibidem*, p. 93-98

¹²⁶ *Ibidem*, p. 115-118

¹²⁷ *Ibidem*, p. 86-87

¹²⁸ Como dato curioso se menciona que en la tabla de la página 86 existe un error, presumiblemente tipográfico, ya que está escrita la palabra "Centecimo" de forma equivocada con "c", debiendo ser con "s".

¹²⁹ SEP. Matemáticas. Quinto grado, p. 154-158

¹³⁰ *Ibidem*, p. 119-126

la proporción de resultados obtenidos, se afirma también el concepto de equivalencia entre fracciones

En relación con los contenidos del Programa se considera que, en las lecciones analizadas, se presentan actividades estructuradas de fracciones en situaciones de reparto y medición que permiten orientar la concepción del niño hacia la noción de fracción. Se detecta la presencia de los indicadores de las categorías de análisis para los números fraccionarios en el reparto y en la medición, por medio de actividades en donde el niño aprende a hacer particiones equitativas y exhaustivas y utiliza la partición o fraccionamiento de un entero como herramienta al resolver este tipo de problemas. Se observa también se favorece la comparación, representación y comprensión de las fracciones, así como la reflexión de sus características, su equivalencia y a partir de lo cual se construye el concepto.

El Programa indica la introducción de séptimos y novenos como nuevas fracciones a partir del fraccionamiento de longitudes, sin embargo, en ninguna de las lecciones se aborda este contenido, ni se emplean situaciones problema en las cuales se realice esta actividad. Tampoco se afirma el concepto de fraccionamiento de medidas de peso que se planteó en el grado anterior.

Se observa la presencia de los indicadores para los problemas en situaciones de reparto y medición, que afirman o inician la noción de fracción y permiten al niño expresar de manera verbal el resultado de los repartos, mediciones y comprender que los números enteros son insuficientes para decir cuánto es el resultado exacto, a partir de su resolución y que, además, le ayudan reflexionar, pensar y construir sus propias respuestas.

Asimismo, se detectan los indicadores para la afirmación de los números fraccionarios como decimal finito o periódico. Las situaciones problema por medio de las cuales se introducen permiten al niño reflexionar sobre sus características y propician la construcción de la noción de fracción decimal. Su presentación en contextos de medición de longitudes y de unidades de peso propicia la comprensión de sus características y el descubrimiento del uso de las fracciones decimales como herramienta para la resolución de problemas. Sin embargo, en este grado no existe el apoyo de la recta numérica para la comprensión del conocimiento, la realización de descomposiciones aditivas y su equivalencia, aun cuando se encuentra señalado como propósito en el Programa de estudio.

Sólo se favorecen algunos de los indicadores para los números fraccionarios como razón y proporción que, por medio de situaciones problema, facilitan el entendimiento de la relación que existe entre dos números y su aplicación como operador multiplicativo.

En relación con el Programa de estudio considero que no se encuentran presentes los nueve propósitos señalados en el Mapa Curricular para los números fraccionarios. Algunos de ellos no se trabajan o se abordan de manera parcial. La introducción de nuevas fracciones a partir del fraccionamiento de longitudes no se trabaja en ninguna de las lecciones únicamente en una lección se proponen actividades para la ubicación de fracciones en la recta numérica y tampoco se propicia el empleo de la fracción como cociente de una división a partir de situaciones problema sencillas.

Por otra parte hay propósitos que únicamente se tratan parcialmente. Por ejemplo se indica el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, pero este no se utiliza o afirma por medio de la equivalencia de fracciones. Lo mismo sucede con el algoritmo de la suma y de la resta de fracciones, para el cual tampoco se utilizan equivalencias, aun cuando se señala como propósito en el Programa de estudio.

Se propicia el uso de recursos diversos para mostrar la equivalencia entre algunas fracciones, así como el planteamiento y resolución de problemas con fracciones decimales y la introducción de fracciones mixtas a partir de diversas actividades y el de aquellos que implican la suma y resta para afirmar el proceso del algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, el cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos y el uso de la fracción como razón.

Aun cuando no se señala en el Programa, se continúa trabajando con fracciones en el reparto, el fraccionamiento de un entero y en la medición. La introducción de nuevas fracciones y afirmación y desarrollo de las ya aprendidas se trabaja invariablemente a partir de situaciones problema en estos contextos, situación que se repite al propiciar el uso de fracción como proporción, operador multiplicativo o aplicación a partir de situaciones problema sencillas.

Es interesante señalar la forma en que se introducen los contenidos en las lecciones. Inicialmente se propone una actividad de tipo lúdico, posteriormente se realiza una introducción del concepto a partir de situaciones problema, finalmente se señalan actividades de tipo específico.

para el tema que se está introduciendo. Es una modalidad didáctica interesante y que no se maneja en los grados anteriores. El tipo de actividades representan para los niños un desafío a partir del cual tienen que buscar las respuestas, comparar los resultados con los de sus compañeros, hacer una descripción de los procedimientos utilizados y justificar el por qué de su respuesta.

Considero también interesante el tipo de lecciones que se utilizan a partir de las cuales se lleva al cabo una integración de diferentes contenidos. La forma de narración en que se presentan las situaciones problema es atractiva. Los problemas planteados facilitan la presentación de nuevas fracciones, así como la afirmación de la noción de fracción en casos diversos, por lo cual se considera que se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

Sin embargo, el tratar diversos contenidos en una misma lección hace que los temas sean tratados de manera superficial, ya que, no se da al alumno la oportunidad de la afirmación del concepto que se introduce. Las actividades se reducen a un máximo de dos ejercicios, lo cual no genera realmente un conocimiento relevante para los niños. Las lecciones son demasiado extensas para ser trabajadas en una sola sesión y no tienen un referente a partir del cual se puedan trabajar en secciones, de tal manera que el maestro es quien tiene que decidir cuando detener la lección y en que momento continuar con ella. Además, los conceptos que se introducen en una lección inicial no se reciclan o afirman en lecciones posteriores y para algunos temas son insuficientes los contenidos propuestos, porque estos son mínimos y requieren del apoyo de actividades extras que el maestro deberá realizar para la construcción del concepto.

Por otra parte, como se había señalado para los propósitos marcados en el Programa de estudio, los contenidos para el Libro de alumno son muy extensos, un porcentaje muy alto del total de las lecciones corresponde al campo de los números fraccionarios. Observo que es el grado en el cual los contenidos relacionados con el tema de estudio, son muy abundantes en comparación con los de grados tanto anteriores, como posteriores. Por ejemplo en el Bloque 3, cuatro de las seis lecciones que se trabajan corresponden al contenido de números fraccionarios.

Por lo que respecta a la congruencia entre los contenidos del Libro del alumno y el Libro para el maestro, podemos observar la propuesta contenida en los nuevos materiales curriculares que tiene como finalidad el llevar a las aulas de clase una matemática que les permita a los alumnos la construcción de conocimientos por medio de actividades que despierten su interés y los hagan involucrarse y mantener constante su atención hasta encontrar la solución de un problema. Se

considera por tanto, la resolución de problemas como punto central para avanzar hacia un conocimiento formal.

Se detectan los propósitos del Libro para el maestro que señalan como aspecto importante desarrollar habilidades para utilizar y entender el significado de los números fraccionarios y de los números decimales y sus operaciones, aspecto que ayuda al niño a comprender y manejar las fracciones a partir de los significados: medición, reparto y razón, y resolver problemas sencillos de suma y resta de fracciones asociados a estos significados. De igual forma se propicia el desarrollar habilidades en las que empleen diversas estrategias para estimar y realizar cálculos mentales al resolver problemas que involucren números fraccionarios y decimales.

Un aspecto interesante se relaciona con la forma en que el maestro deberá trabajar el libro de texto directamente en clase. Como ya se mencionó, las lecciones y los contenidos son muy extensos, sin embargo el maestro cuenta con las indicaciones del Libro para el maestro, en donde se establece que el Libro para el alumno es material de enseñanza que se usa como culminación de una serie de actividades realizadas en grupo y dirigidas por el maestro. Para ello se le proporciona una relación detallada de actividades y recomendaciones a seguir de una forma general, para que los alumnos puedan comprender y resolver las lecciones del libro de texto.

Existe congruencia entre los dos materiales al tratar específicamente las fracciones y sus operaciones, ya que, en el Libro para el maestro se sugiere se trabaje en contextos de medición y reparto y se establece que en este grado se introducen otros significados de las fracciones como son la de razón y cociente. Se considera importante señalar que los contextos de medición y reparto no se señalan como contenido en el Programa de estudio.

Se indica también, tanto en el Libro para el maestro como en el Programa, que la representación de las mismas en la recta numérica se limita únicamente a las fracciones ya conocidas por los alumnos, sin embargo, como ya se indicó solo en una de las lecciones del libro de texto se sugieren actividades relacionadas con el tema. Se propone igualmente que la operatoria de las fracciones se siga trabajando a partir del planteamiento y resolución de problemas ligados a situaciones de reparto, partición, medición, razón y división. Como ya se indicó las situaciones de reparto, partición y medición no son propuestas en el Programa. En relación al empleo de fracciones como cociente de una división, a partir del planteamiento de

situaciones problema no se da como contenido en ninguna de las lecciones del Libro para el alumno

Considero existe congruencia en la sugerencia que se hace en el Libro para el Maestro del uso de la comparacion de cantidades que propicien la introduccion y construccion de la nocion de razon como significado nuevo de las fracciones en este grado. Se propone el uso de diferentes situaciones de comparacion en donde se vayan utilizando desde comparaciones simples y comparaciones multiplicativas, hasta comparaciones entre dos cantidades que puedan ser representadas por medio de una fraccion. Con ello se facilita establecer un significado para el alumno, quien puede comprender así que, cuando la fraccion surge de la comparacion de dos cantidades, se llama razon m que consideramos se favorece a partir de los contenidos propuestos para el alumno se refiere a los procedimientos utilizados para el calculo de porcentajes. Se sugiere al maestro la introduccion de la nocion de porcentaje a partir de la busqueda de razones equivalentes, en donde se establezca, por ejemplo, que el 50% de algo se puede expresar trabajando con $\frac{1}{2}$, como equivalente a $\frac{50}{100}$ y llegar a expresar esta relacion finalmente como el cincuenta por ciento. Es congruente esta forma de calculo de porcentajes, que coincide con el Programa de estudios que sugiere el uso de diversos procedimientos para realizarlo.

En general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos del Libro del maestro y aquellos que se trabajan en el Libro para el alumno, ya que, la comparacion de fracciones es, entre otros, el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus caracteristicas, se encuentra su equivalencia y su razon y tambien se utiliza para el calculo de porcentajes. La afirmacion de las caracteristicas de las fracciones decimales es propuesta por medio de problemas de medicion que permiten la construccion de su significado.

Se considera que solo existe coherencia y congruencia entre algunos de los contenidos del Programa, el Libro del maestro y el libro del alumno. En el Programa se indica la introduccion de nuevas fracciones a partir del fraccionamiento de longitudes, aspecto que no se maneja en ninguno de los otros materiales. De igual forma la comparacion de fracciones en situaciones de reparto y medicion es, entre otros, el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus caracteristicas y se encuentra su equivalencia, a la vez que, los problemas propician la introduccion de la nocion de fraccion. Sin embargo, este aspecto se maneja unicamente en el Libro para el maestro y para el

alumno, y no en el Programa de estudio, por lo cual se considera que se favorece la propuesta únicamente de manera parcial

Hay congruencia en la afirmación de las características de las fracciones decimales en los tres materiales por medio de problemas de medición que permiten la construcción de su significado. La comparación y la representación de las mismas en la recta numérica, no se establece en los contenidos del Libro para el Alumno. El algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual y diferente denominador señalado como contenido en el Programa, por medio de la equivalencia de fracciones, no se aborda como tal en el libro del maestro. Tampoco se hace mención alguna de él ni en este, ni en los apartados analizados con anterioridad y si se trabaja como contenido en el Libro del alumno

Solo hay congruencia y coherencia entre algunos de los contenidos que se proponen en el Programa, aquellos que se plantean en las sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro del Maestro y los contenidos que se sugieren en el Libro para el alumno. En este grado, a diferencia del anterior, algunos de los contenidos tanto del Libro para el maestro como del alumno no cubren los propósitos para los números fraccionarios del Programa de estudios. Sin embargo, hay otros contenidos que no se señalan como tal en el Programa

f. Los números fraccionarios en Sexto grado

Reparto

Las recetas de la tía,¹¹¹ se maneja la lectura y escritura, equivalencia y orden de las fracciones, resolución de problemas de fracciones en contextos de reparto, por medio de los cuales se propician diversos contenidos relacionados con los números fraccionarios, así como su resolución con dos o más operaciones y se analiza la tendencia de una tabla de variación proporcional

Fraccionamiento de un entero

La parcela,¹¹² resolución de problemas, con fracciones en diversos contextos, de suma y resta de fracciones con diferente denominador. A partir del fraccionamiento de un terreno, se plantean diversas preguntas, que se relacionan con otros contenidos como la representación de tablas de variación proporcional

¹¹¹ SEP. Matemáticas. Sexto grado, p. 53-57

¹¹² *Ibidem*, p. 84-88.

Papiroilas,¹¹¹ favorece el empleo de las fracciones, su conversión de impropias a mixtas, comparaciones, problemas de suma y resta mediante su equivalencia, al tiempo que se utiliza la “papiroflexia”, como motivación para el fraccionamiento de enteros y a partir de este contexto se establece la comparación y equivalencia de las fracciones, además se propicia la afirmación de las fracciones mixtas y su conversión

Hilados y tejidos,¹¹⁴ introduce el procedimiento para obtener fracciones equivalentes, así como su simplificación y la resolución de problemas utilizando fracciones mixtas y se continúa con el recurso de fraccionamiento de la unidad para el planteamiento y resolución de una serie de problemas a los que el niño requiere dar respuesta y justificar el por qué de la misma. Se establece la equivalencia de las fracciones y se propicia la simplificación de los números fraccionarios y el uso de las fracciones mixtas

Medición

Las regletas,¹¹⁵ considera el empleo de las fracciones, su equivalencia y orden, así como el uso de fracciones mixtas en la medición de longitudes y la resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas. A partir de una propuesta de trabajo en equipo, se plantean diversos problemas en situación de medición que facilitan la suma y resta de fracciones mixtas

Los papalotes,¹¹⁶ se continúa con la resolución de problemas con fracciones en diversos contextos, de suma y resta mediante la equivalencia de fracciones. Por medio del fraccionamiento de un entero, un papalote, se busca la solución a diversos problemas, se lleva al cabo una medición de ángulos y se emplean medidas de longitud, al tiempo que se usa la recta numérica como apoyo. Se afirma el concepto de número fraccionario en contextos de medición y se propicia se utilice la partición como herramienta en la resolución de problemas

El productor agrícola,¹¹⁷ se maneja la resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas y a través de la medición de terrenos, se sugiere la solución de problemas en los que es necesario el uso de fracciones mixtas y al mismo tiempo se propicia la suma y resta de fracciones con igual y diferente denominador

¹¹¹ *Ibidem* p. 95-101

¹¹⁴ *Ibidem*, p. 113-119

¹¹⁵ *Ibidem* p. 63-66

¹¹⁶ *Ibidem* p. 81-83

¹¹⁷ *Ibidem* p. 89-94

Medición de ángulos

Trazos.¹³⁸ nuevamente se presenta la resolución de problemas de suma y resta de fracciones, y, por medio del fraccionamiento del círculo, se favorece la afirmación del concepto de la medida de una fracción y a partir de ello se plantean diversos cuestionamientos que requieren la suma y resta tanto de fracciones mixtas, como de fracciones con igual y distinto denominador, en las cuales se requiere el cálculo del denominador común

Decimal finito o periódico

Un mundo con números.¹³⁹ afirmación de los números decimales, por medio de la lectura y escritura, escritura en forma de fracción y viceversa y la resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones. Se integran a partir de diferentes contextos las actividades que propician afirmar el concepto de fracciones con denominador 10, 100 y 1000 y usarlas como herramienta para la resolución de problemas

Una línea del tiempo.¹⁴⁰ por medio del fraccionamiento de relojes como medida de tiempo, se favorece la escritura de los números decimales, así como su ordenamiento y comparación. Se utilizan también la comparación y ordenamiento de las fracciones decimales como herramienta para la resolución de otro tipo de problemas

Cuidemos el ambiente.¹⁴¹ haciendo una integración de las matemáticas con la asignatura de Ciencias Naturales, se indica el uso de los números decimales, su escritura y su aplicación a problemas diversos. Se afirma el concepto de números decimales su lectura y escritura, su escritura en forma de fracción y su empleo en problemas de suma y resta. Es una lección interesante ya que introduce los conceptos a partir de aspectos que son significativos para el alumno, porque se trata de cosas de su entorno cotidiano

Censos.¹⁴² el concepto de tanto por ciento y porcentajes se afirma a partir del cálculo de datos del censo de población por sexo y edades en 1990, y se propicia la elaboración de tablas comparativas en las que se calculan diferentes datos, los cuales se expresan en tanto por ciento y en forma de fracción decimal con denominador 100

¹³⁸ *Ibíd.*, p. 181-187

¹³⁹ *Ibíd.*, p. 128-134

¹⁴⁰ *Ibíd.*, p. 139-145

¹⁴¹ *Ibíd.*, p. 157-163

¹⁴² *Ibíd.*, p. 169-172

Proporción

El tráiler,³⁴¹ se favorece el análisis de las tendencias de una tabla de variación proporcional y no proporcional y el estudio de su relación entre situaciones de variación, sus tablas y gráficas. Se puede establecer, a partir del análisis, que se lleva al cabo la función de la noción de número fraccionario como proporción que implica tanto el número de veces que se considera una medida, como la proporcionalidad entre dos razones.

En relación con los contenidos del Programa se considera que, en las lecciones analizadas se presentan actividades estructuradas para el empleo de fracciones en situaciones problema de reparto y medición que toman en cuenta tanto la construcción del conocimiento, como el desarrollo de las habilidades del niño. Sin embargo, hay casos específicos en donde algunos de los temas tratados en la lección no corresponden a los contenidos indicados en la misma o son tratados muy someramente, sin profundizar en ellos.

Se observa la presencia de los indicadores para los números fraccionarios en el reparto y en la medición, ya que se sugieren tareas, por medio de situaciones problema, en donde el niño aprende a hacer particiones equitativas y exhaustivas y utiliza la partición o fraccionamiento de un entero como herramienta al resolverlos. A partir de estas actividades se indica la comparación, orden, representación y comprensión de las fracciones, así como el análisis de sus características, su equivalencia y además, se construye, se afirma y se aplica el concepto de fracción.

De igual forma, se detectan los indicadores para las situaciones problema con las cuales se afirma la noción de fracción, que permiten al niño expresar el resultado de los repartos y mediciones y comprender que, los números enteros son insuficientes para ello y, a partir de la resolución de problemas, que le favorecen pensar, construye sus propias respuestas, además, en muchas de las situaciones tiene que justificar el por qué de las mismas.

Se respaldan los indicadores para la afirmación de los números fraccionarios como decimal finito o periódico, aun cuando no se señalan como contenido en el Programa de estudio. Las situaciones problemas por medio de las cuales se trabajan, permiten al niño reflexionar sobre sus características y afirmar la noción de fracción decimal, ya que, su presentación en contextos de medición de longitudes y de unidades de tiempo, propicia la comprensión de sus diferencias y el descubrimiento del uso de las fracciones decimales como herramienta para la resolución de

³⁴¹ *Ibidem*, p. 201-207

problemas. Sin embargo, en este grado tampoco existe el apoyo de la recta numérica que propicie la comprensión del conocimiento, la realización de descomposiciones aditivas y su equivalencia, aun cuando se encuentra señalado como propósito en el Programa de estudio.

Solo se detecta la presencia de algunos de los indicadores propuestos para los números fraccionarios como proporción, ya que se presentan por medio de situaciones problema que facilitan el entendimiento de la relación que existe entre dos números y su aplicación como operador multiplicativo, por medio del análisis de tablas de variación proporcional.

En relación con el Programa de estudio se observan cinco de los seis propósitos señalados en el Mapa Curricular para los números fraccionarios. Se detecta la propuesta de aprendizaje de la equivalencia y orden entre las fracciones, así como la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones. De igual forma se coincide con el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta, tanto de fracciones mixtas como de fracciones con denominadores distintos, utilizando en su caso el cálculo del denominador común, sin embargo, no se proponen actividades para la ubicación de fracciones en la recta numérica.

Por otra parte se presenta la afirmación de la fracción como proporción, por medio del análisis de tablas de variación proporcional y el planteamiento y resolución de problemas con fracciones decimales. Estos se consideran aspectos muy importantes y no tienen referente en el Programa de estudio para este grado. Lo mismo sucede con el concepto de fracción en la medición de ángulos. Este contenido se presenta en 4º grado, no se afirma en 5º y aparece nuevamente en 6º grado. Sin embargo, tampoco se señala como contenido en el Programa de estudios. La afirmación del tanto por ciento o porcentajes, por medio del uso de fracciones decimales de denominador 100, se afirma utilizando la información de los censos. Este concepto tampoco se encuentra como contenido en el Programa.

Aun cuando no se señala en el Programa, los contextos de reparto, fraccionamiento de un entero y medición se siguen utilizando para el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta, tanto de fracciones mixtas como de fracciones con denominador distinto. La afirmación y desarrollo de las fracciones se trabaja invariablemente a partir de situaciones problema.

Es interesante señalar la forma en que se plantean los contenidos en las lecciones. Inicialmente se realiza una introducción del concepto a partir de un narración, posteriormente y siguiendo la narración, se establece una situación problema, para finalmente concluir la narración.

con la solución de un problema. En algunos casos, hace una integración breve de otro tema que sirve de afirmación del mismo. Es una modalidad didáctica interesante y que no se maneja en los grados anteriores. Las situaciones problema representan para los niños un desafío a partir del cual tienen que buscar la respuestas, reflexionar sobre los resultados y, en algunos casos justificar el por qué de la misma.

Es un tipo de lecciones en las que se utilizan una integración atractiva de diferentes aspectos, que facilita los niños tengan conocimiento de temas atractivos, por ejemplo el uso de las regletas de Cuisinaire o el aprender el arte de la Papiroflexia. La forma de narración de las situaciones problema es atractiva y propicia la afirmación de la noción de fracción en casos diversos, por lo cual se considera que se favorece un acercamiento a la propuesta didáctica.

Por otra parte se considera que, como se había señalado para los propósitos marcados en el Programa de estudio, los contenidos para el Libro de alumno son poco extensos, solo quince de las treinta y cinco lecciones corresponden al campo de los números fraccionarios. Se considera que es el grado en el cual los temas relacionados con el estudio son poco abundantes en comparación con los de grados anteriores. Estos solo se enfocan a la afirmación de los conocimientos adquiridos previamente, sin embargo, hay lecciones en las que se indica un determinado aspecto en el índice y en la lección correspondiente este no se trata. Por ejemplo en la lección Las regletas⁴⁴ se propone Las fracciones equivalentes y orden, uso de fracciones mixtas en la medición de longitudes, resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas. Esta temática se aborda parcialmente ya que se utilizan las regletas para enseñar al niño la forma de establecer la equivalencia entre ellas y la medición de longitudes, pero no se da en ningún momento el planteamiento o resolución de algún tipo de problema.

Por lo que respecta a la congruencia entre el Libro del alumno y el Libro para el maestro, podemos establecer que se detecta la propuesta en el Libro del maestro que considera se debe tener en cuenta tanto los conocimientos escolares y extraescolares que poseen los alumnos, para llegar a la resolución de problemas matemáticos, como los procesos que siguen para construir nuevos conocimientos y las dificultades que enfrentan en su aprendizaje como punto de partida para resolver problemas y avanzar hacia el conocimiento formal.

⁴⁴ *Ibidem*, p. 63

En relación a los propósitos planteados en el Libro para el maestro sólo se observa la existencia de aquéllos relacionados con el desarrollo de habilidades para utilizar y entender el significado de los números fraccionarios y decimales y sus operaciones y con la comprensión y el manejo de las fracciones en distintos contextos y con diversos significados: medición, reparto y proporción, así como la resolución de problemas sencillos de suma y resta de fracciones con denominadores diferentes y fracciones mixtas asociados a estos significados. No se encuentra presente la enseñanza de la fracción como razón o cociente. Estos aspectos no se tratan en ninguna lección del Libro para el alumno. Pero, es importante señalar que tampoco se señalan como propósito en el Programa de estudio.

Es congruente también la propuesta del Libro para el maestro en donde se indica que los temas se introducen y aparecen posteriormente en sucesivos acercamientos y diferentes contextos en las lecciones. Esto permite que el alumno cree una serie de significaciones de una misma noción, así se propicia una conformación paulatina del concepto o procedimiento que se este tratando.

De igual forma se manifiesta la presencia del propósito que se tiene para los conceptos del libro del alumno, en donde la matemática es vista como aquella disciplina que proporciona instrumentos para el estudio del medio circundante, tanto social como natural. Así, por ejemplo existen lecciones entre las cuales, los contenidos matemáticos constituyen una herramienta necesaria para el estudio de otras áreas, como las ciencias naturales, la historia y la geografía.

También existe congruencia ya que en todas las lecciones se trabajan elementos de diferentes ejes, por ejemplo, equivalencia y orden entre fracciones o variación proporcional por medio del registro en tablas, y en la importancia de trabajar significativamente las fracciones, en contextos que ofrecen al niño la posibilidad de realizar comparaciones, estimaciones y ordenamientos que se relacionen con situaciones distintas de medición, partición, reparto, capacidad, peso, tiempo u otras. Al tiempo que, se sugiere realizar un trabajo más formal en el sentido matemático, al introducir los procedimientos para transformaciones de fracciones propias, impropias y mixtas y emplear las fracciones equivalentes para encontrar otras expresiones simbólicas que representen la misma cantidad.

No hay coincidencia en el aspecto que propone la comparación de fracciones como elemento para la construcción de la noción de fracción como razón, por tanto, no se propicia su

aplicación para la introducción de la noción de fracción como operador multiplicativo, que puede dar respuesta a que cantidad es una parte de la otra. Las escalas y el tanto por ciento constituyen las aplicaciones más frecuentes de este uso de la fracción, sin embargo, no se presenta de esta forma en el Libro de texto del alumno, ni esta, ni la noción de número fraccionario como razón, que propone el cálculo de porcentajes, que pueden ser expresados como la razón entre dos cantidades, al expresar una comparación multiplicativa entre una parte y el todo o entre dos partes. No se relaciona de esta manera el cálculo de porcentajes ligado a las fracciones como razón y como proporción.

Se observa la presencia de los propósitos planteados en el Libro para el maestro en relación a las actividades ligadas a la medición, a las fracciones decimales y su expresión en diferentes formas. Las actividades del Libro del alumno son congruentes con las que se indican al maestro y que están relacionadas con las fracciones, el cálculo de porcentajes y el uso de decimales. Podemos detectar la existencia del total de los indicadores propuestos para los números fraccionarios en el reparto, en la medición, como decimal finito, como razón, y como proporción.

En general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos que se proponen en el Libro del maestro y los que se desarrollan en el Libro para el alumno. La afirmación de los temas por medio de situaciones problema es el recurso por medio del cual se reflexiona sobre sus características, se encuentra su equivalencia, su orden y su razón. De igual forma en estos contextos se facilita la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y su simplificación.

Los problemas planteados propician la introducción de las fracciones mixtas, así como la afirmación de la noción de fracción en casos diversos. Al mismo tiempo se resalta en los niños, con la resolución de problemas, cuatro aspectos muy importantes: aptitud para utilizar el lenguaje matemático en la comunicación verbal y escrita, aptitud para el razonamiento y el análisis, asimilación de conceptos y procedimientos matemáticos y actitud crítica ante las Matemáticas, por lo cual se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

Considero que solo existe coherencia y congruencia entre algunos de los contenidos del Programa, el Libro del maestro y el libro del alumno. En el Programa se propone el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas y de fracciones con denominadores distintos. Por medio de estos contenidos se observa la presencia de la equivalencia

y orden entre las fracciones y de la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa, así como su simplificación

Por otra parte existen temas que no se encuentran en el Programa de estudio y se trabajan tanto en el Libro para el Maestro como en el de texto para el alumno. Entre ellos se pueden mencionar el uso de fracciones en el reparto, el fraccionamiento de enteros y en la medición, el planteamiento y resolución de problemas con fracciones decimales, el cálculo de porcentajes, el uso de fracciones en la medición de ángulos y el empleo de fracciones como proporción por medio del análisis de tablas de variación proporcional.

Se puede decir que en general, solo hay congruencia y coherencia entre algunos de los contenidos del Programa, aquellos presentes en las sugerencias metodológicas y didácticas en el Libro del Maestro y los del Libro para el Alumno. En este grado al igual que en el anterior, algunos de los aspectos propuestos tanto en el Libro para el Maestro como en el del Alumno no cubren los propósitos planteados para los números fraccionarios en el Programa de estudios, sin embargo, se detectan otros contenidos que no se señalan como tal en el Programa.

En resumen, con relación a los indicadores para los números fraccionarios en los Libros para el alumno, podemos puntualizar que se encuentran bajo cinco de las seis concepciones de estudio en el reparto, en la medición, como decimal finito o periódico, como razón y como proporción. No se considera en ninguna de las lecciones la introducción de la noción de número fraccionario como cociente de una división.

Para primero y segundo se presentan actividades estructuradas de reparto y medición que sirven como antecedente para la construcción de la noción de fracción. Esta se inicia a partir de tercer grado y se afirma siempre en situaciones problema de reparto y medición de tercero a sexto grados.

Los números fraccionarios como decimal finito o periódico se introducen en cuarto grado y se afirman, por medio de la resolución de problemas, en quinto y sexto grados. Los números fraccionarios como razón o relación multiplicativa entre dos números solo se trabaja en quinto, sin antecedente en cuarto o afirmación en sexto grado. Los números fraccionarios como proporción se manejan a partir del cálculo de porcentajes y del análisis y aplicación de tablas de variación proporcional, por medio de diversos procedimientos en quinto grado y se afirma en sexto. Se

presenta un antecedente de tablas sencillas de variación proporcional en cuarto grado y se favorece su uso para la resolución de problemas en sexto, sin embargo, el empleo de los números fraccionarios como cociente de una división no se emplea en ningún grado, a pesar de que tanto en Programas de estudio, como en el Libro para el maestro se considera su introducción y afirmación.

El grado de complejidad para las nociones de reparto y medición, como antecedente de los números fraccionarios en primero y segundo grados, corresponde al nivel que tienen los niños para construir y afirmar el concepto. La forma de introducción, empleo, afirmación y grado de complejidad de la noción de fracción de tercero a sexto grados, siempre en contextos de reparto y medición es adecuada. En algunos casos responde a los antecedentes construidos y en otros esos antecedentes sirven para abordar nuevos contenidos así como de concepciones diferentes.

Para quinto grado se considera que solo las tablas de variación y proporción introducidas en cuarto grado constituyen un antecedente para las fracciones como razón y porcentaje, además, los contenidos son muy extenso, complejos y poco relacionados entre sí y la forma de presentación integrada, de diferentes temas en las lecciones, así como la poca cantidad y variedad de ejercicios propicia que se dificulte la construcción de los conocimientos.

Para sexto grado, se abarcan menos conceptos nuevos, sin embargo, la afirmación de los ya conocidos se favorece con un grado de complejidad mayor y se propicia la necesidad de su aplicación. Se aplican, emplean y afirman las diferentes concepciones de fracción en situaciones problema, a excepción de los números fraccionarios como cociente de una división.

Examinar los contenidos curriculares nos permite detectar que, para primero y segundo grados, se propicia la comparación de longitudes utilizando diferentes objetos como intermedarios, la comparación de superficies por superposición y el reparto y comparación de colecciones como antecedente importante para la construcción posterior de número fraccionario. Sin embargo, no se maneja la separación de superficies en pedazos, aun cuando en el Programa y en el Libro para el maestro se dan diversas actividades y sugerencias, en el Libro del alumno no se considera la actividad en ninguna lección.

La introducción de fracciones se trabaja de tercero a quinto grados siempre en contextos de reparto y medición, con apoyo del fraccionamiento de la unidad. La comparación de fracciones, entre diversos recursos, se considera en los cuarto grados como elemento para la

equivalencia y orden entre fracciones Aún cuando la ubicación de fracciones en la recta numérica, se propone desde el Programa de cuarto grado, solo se maneja con mínimos ejercicios.

Las fracciones con denominador 10, 100 y 1000 se encuentran como contenido por primera vez en cuarto grado y su empleo para la resolución de problemas en quinto y sexto. Las fracciones mixtas se manejan en quinto y se afirman, mediante la aplicación de problemas en sexto y el algoritmo convencional de la suma y resta introducido en cuarto grado, aumenta en complejidad en quinto al utilizar equivalencias para su operatoria, afirmándose su comprensión en sexto grado.

Hay algunos contenidos que no tienen un referente previo para ser enseñados ni se considera su empleo posteriormente o su consolidación como noción, por ejemplo, la medición de ángulos y su fraccionamiento se inicia en cuarto grado (sin referente previo) no se afirma en quinto grado y se trabaja nuevamente en sexto, es además, un contenido que no se señala en el Programa de Matemáticas. La fracción como razón se presenta en quinto grado (sin un referente previo) y no se considera su afirmación en sexto grado. La conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones se presentan hasta sexto grado, sin ningún antecedente.

Se considera que la forma como se apoyan e integran los contenidos en los Libros del alumno evitan la repetición, favorecen la integración de los aprendizajes y su uso para el planteamiento y resolución de problemas.

A continuación se puntualizan algunos aspectos relacionados con la congruencia entre los contenidos del Programa de estudio, los Libros del maestro y los libros de texto para el alumno, que nos permiten vislumbrar la coherencia y relación metodológica y didáctica entre los componentes curriculares.³⁴⁵

Solo se observa la introducción de fracciones en contextos de reparto y medición de longitudes en el Programa de tercer grado. Sin embargo este aspecto se detecta tanto en los Libros del maestro, como del alumno de tercero a sexto grados y siempre en contextos de reparto y medición. Aunque en sexto grado no aparece como contenido dentro del Programa, si se señala como propósito en el Libro del maestro y se desarrolla en el del alumno. El fraccionamiento de

³⁴⁵ Ver Anexo D

longitudes para la introducción de nuevas fracciones se encuentra en cuarto y quinto grados en los tres elementos curriculares en análisis

La equivalencia de fracciones es un contenido de cuarto a sexto grados, tanto en los Programas de estudio como en los Libros del maestro y del alumno. Se utilizan como recursos para introducir, comprender y afirmar su significado, la comparación y el orden entre las fracciones, sin embargo la ubicación de las mismas en la recta numérica propuesta de cuarto a sexto grados en los Programas y Libros para el maestro y alumno, solo se favorece en algunas lecciones de cuarto a sexto grado, pero, aun cuando el Programa no lo señala como contenido para tercer grado, si se trabaja tanto en el Libro del maestro como en el del alumno.

Las fracciones decimales con denominador 10, 100 y 1000 se empiezan a utilizar en cuarto grado y se usan como herramienta para el planteamiento y resolución de problemas en quinto grado. En este aspecto coinciden tanto el Programa de estudio como los Libros del maestro y del alumno. Sin embargo, en sexto grado, aun cuando no está en el Programa, en los Libros del maestro y del alumno se continúa considerando como importante el aspecto del uso de problemas para afirmación y comprensión de este significado de fracción decimal.

La ubicación de fracciones decimales en la recta numérica es un aspecto de coincidencia tanto en Programas de estudio, como en los Libros del maestro, en donde se considera esta actividad como importante para la comprensión y reflexión de las diferentes características de las fracciones.

El Programa de quinto grado sugiere actividades para manejar las fracciones mixtas, sin embargo, en el Libro del maestro de este grado no se trata como contenido y por tanto no se sabe en que momento es introducido este concepto. Es hasta sexto grado cuando se trabaja a partir del planteamiento y resolución de problemas, sin tener, aparentemente, un referente previo, sin embargo, en los Libros de texto si se encuentra el concepto en quinto grado y se afirma en sexto, en contextos de reparto y medición por medio de situaciones problema.

La representación convencional de las fracciones esta como contenido unicamente en el Programa de estudio de tercer grado. En el Libro del maestro no se menciona nada al respecto, ni en el Libro del alumno y tampoco se propone para grados posteriores.

El algoritmo de la suma y resta de fracciones se detecta en cuarto y quinto grados como tema del Programa de estudio, sin embargo, en los libros del maestro se establece unicamente a

partir del planteamiento y resolución de problemas. No se presenta aislado, como en el Programa, sino relacionado con unidades de medición o reparto y así se favorece su aprendizaje en el Libro del alumno.

En el programa de estudio se señala el empleo de la fracción como razón y como división en situaciones sencillas únicamente en quinto grado, sin embargo, en los Libros del maestro de quinto y sexto grado se les da un amplio margen de importancia y tratamiento, considerando que es un aspecto sobre el cual los niños deben reflexionar ampliamente, a partir de actividades significativas, para comprenderlo y poder aplicarlo. Así, el uso de la fracción como cociente de una división no se propone en los contenidos del Libro para el alumno, solo en quinto se propicia su empleo como razón y proporción. En sexto grado solo se propone se maneje como proporción a partir del análisis de tablas de variación proporcional.

Sucede lo mismo con el cálculo de porcentajes propuesto en el Programa de estudio de quinto grado para realizarse mediante diversos procedimientos, sin indicar cuáles. Aun cuando no se establece como contenido para sexto grado, en los Libros del maestro de quinto y sexto grados se le da un tratamiento extenso, con diversas actividades y ejemplos de las mismas, proporcionando al maestro elementos para que los alumnos interioricen el concepto y puedan aplicarlo en contextos significativos. En los libros para el alumno de quinto y sexto grados se trabaja a partir de situaciones problemas significativas para el alumno, por ejemplo, el análisis de datos del censo de población.

La conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones se introducen hasta el sexto grado tanto en el Libro del maestro como en los Programas de estudio y se manejan en los Libros de texto para el alumno, sin ningún antecedente.

Hay contenidos que no tienen un referente en el Programa de estudios, pero se considera su empleo y su consolidación como noción tanto en Libros del Maestro como del Alumno. Por ejemplo, la medición ángulos y su fraccionamiento se introduce en cuarto grado, no se afirma en quinto grado y se presenta nuevamente en sexto.

Considero que, en general hay congruencia y coherencia entre los contenidos de los Programas de Estudio, la forma en que estos se vierten y relacionan con las propuestas didácticas presentadas a través de los Libros para el Maestro y la forma como se manejan estos contenidos en los Libros para el Alumno.

Por lo que respecta a los problemas como enfoque metodológico, se puede detectar la presencia de los indicadores propuestos para las categorías de análisis en los seis grados en estudio.³⁴⁶ En general, plantean una meta comprensible de acuerdo al grado en que se encuentra el niño que lo va a resolver, favorecen que se busque una solución utilizando los conocimientos previos y los alumnos de los grados superiores incorporan los conocimientos adquiridos como antecedente para la construcción de otros nuevos y diferentes, además propician un reto, un desafío, una dificultad que promueve la adquisición de conocimientos al resolver problemas y genera con ello que el niño construya el significado de las operaciones que está utilizando.

Para primero y segundo grados los problemas en contextos de reparto y medición, con procedimientos informales permiten al niño un acercamiento al significado y uso posterior de la noción de fracción. Para tercer grado, los problemas de reparto y medición, a partir de los cuales se realizan operaciones de suma de fracciones sencillas, siempre por medio de la manipulación de material, constituyen una actividad importante y un poco más compleja, para un acercamiento al desarrollo de la propuesta metodológica. Por medio de este tipo de problemas se facilita construir los conceptos de equitatividad y exhaustividad en el reparto y construir las bases de este significado de la noción de fracción para su aplicación posterior. Las sugerencias didácticas y metodológicas para el planteamiento y resolución de problemas se abordan ampliamente en el Libro para el Maestro y se trasladan adecuadamente a las lecciones del Libro de texto.

En cuarto grado, tanto en Programas de estudio como en los Libros del Maestro y del alumno se propone el empleo de fracciones con denominadores iguales que impliquen el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta. Este aspecto se considera adecuado para que los niños utilicen los conceptos construidos y aumente el grado de complejidad de sus actividades. Se continúa utilizando invariablemente los contextos de reparto y medición para los problemas.

Para quinto el grado de complejidad aumenta, ya que en el Programa y Libro del maestro, se señala el planteamiento y resolución tanto de problemas con fracciones decimales, como con problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, por medio del uso de equivalencia de fracciones. Sin embargo, aun cuando en el Libro del alumno se favorece el uso de las fracciones decimales y la suma y resta como herramientas para la resolución de

³⁴⁶ Ver Anexo E

problemas, no se propicia su introducción o afirmación por medio de la equivalencia de fracciones. Los contextos de reparto y medición siguen siendo los que se utilizan para el planteamiento de los problemas.

Por lo que respecta al sexto grado, se propone en el Programa y Libros del maestro y del alumno el empleo de las fracciones mixtas para el planteamiento y resolución de problemas y el cálculo del denominador común como herramienta para el planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos. Los contenidos propuestos se presentan de una manera interesante. Inicialmente se realiza una introducción del concepto a partir de una narración, posteriormente se establece la situación problema para finalmente concluirla con la solución. Las situaciones propuestas representan para los niños un desafío a partir del cual tienen que buscar sus respuestas, reflexionar sobre los resultados y justificar el por qué de las mismas.

En todos los grados se introducen y afirman las diferentes nociones de las fracciones a partir del planteamiento y resolución de problemas que implican la suma y resta de fracciones con diferente grado de complejidad, que va desde fracciones sencillas con manipulación de material, hasta el uso de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común. En todos los casos, aun cuando no se indica en el Programa de estudios, el reparto es el contexto principal a partir del cual se plantean los problemas. Lo mismo sucede con la medición, sólo que en este caso sí se plantea en el Programa de tercero a quinto a partir del fraccionamiento de longitudes. En sexto grado no aparece como tema.

Para los problemas como enfoque metodológico, en general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos propuestos en los Programas de estudio y la forma en que estos se manejan y relacionan con las propuestas didácticas en los Libros del maestro y del alumno. Considero, a partir de los elementos señalados, que se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta metodológica y didáctica.

CONCLUSIONES

El análisis que se realizó del contexto histórico, socio-económico y político en el cual surgió el Plan y programas de estudio de la Educación básica primaria, permite confirmar su sentido en el marco de la política educativa que dentro del Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994 incluyó el mejorar la calidad de la educación, originó el Programa para la Modernización Educativa y este nuevo Plan y programas de estudio, vigentes desde 1993.

Las acciones emprendidas por la Secretaría de Educación Pública para la actualización de los contenidos y materiales curriculares, originaron un nuevo enfoque que se refleja en las modificaciones realizadas al Plan y programas de estudio. Este nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas se presenta como el cambio principal y propiamente que los docentes reconceptualicen sus estrategias de enseñanza tomando en cuenta que el aprendizaje requiere ser reconstruido por el sujeto que aprende, es decir, que se tome en cuenta de manera más coherente la forma como aprenden los niños.³⁴⁷

La revisión y análisis de los materiales curriculares permitió tener una visión de conjunto relacionada con los propósitos y contenidos de los Programas de matemáticas del nuevo Modelo Curricular de la Educación básica primaria. Como se indicó en el Capítulo 3 para llevar al cabo el estudio de los tres componentes de los Programas de matemáticas, primero se revisaron conceptualmente las categorías del problema de estudio desde dos vertientes: la concepción de los números fraccionarios en diversas situaciones o interpretaciones y la presentación de estos contenidos a partir de problemas como situaciones de aprendizaje. Los contenidos analizados se sintetizan en el anexo número cuatro, en el que se indican las características encontradas en los Programas de matemáticas y en los Libros del maestro y del alumno de los seis grados en estudio.

En estas conclusiones se sintetizan las observaciones y elementos comunes a los Programas de matemáticas, Libros para el maestro y Libros del alumno desde cinco puntos de referencia. Inicialmente se tratan los aspectos encontrados en relación con el enfoque didáctico para, después, hacer referencia al análisis de los contenidos desde la perspectiva de la noción de fracción, posteriormente, se analizan los contenidos desde el aspecto formal del currículum, conforme a la secuenciación de los contenidos y el nivel de complejidad entre los grados. Por último se hace un

³⁴⁷ SEP, Plan y Programas de Estudio 1993 Educación Básica Primaria, pp. 51-52.

análisis del manejo y presentación de los contenidos en los Libros para el alumno y se reflexiona sobre nuevas preguntas o problemas que respondan de forma diferente al análisis realizado

- **Enfoque didáctico**

Para la concepción constructivista, marco teórico de esta investigación, las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Por tanto, los alumnos necesitan hacer matemáticas, es decir, pensar, enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto, un problema, un desafío y con ello generen sus propios recursos para resolverlos, utilizando los conocimientos que ya tienen. Los conocimientos matemáticos y los problemas no pueden separarse. No es posible que el niño aprenda primero matemáticas y después las aplique a la resolución de problemas, por el contrario, es necesario que aprenda matemáticas al resolver problemas.¹⁴⁸

Tomar como base la concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, al examinar los materiales curriculares revisados, facilito detectar la forma en que los números fraccionarios, como ejemplo de contenido, son presentados en situaciones que tienen sentido para el alumno, al permitirle resolver los problemas que se le plantean, sin tratar de hacer con esto una aplicación literal del constructivismo a las prácticas educativas.

Desde la perspectiva constructivista,¹⁴⁹ la didáctica de las matemáticas, asume una postura epistemológica en relación con el aprendizaje matemático que enfatiza su carácter de herramienta funcional que solo se construye al resolver determinado tipo de situaciones problemáticas. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas se considera como el motor que promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos.

Los indicadores para analizar los problemas como enfoque metodológico, se establecieron como se señaló en el capítulo 3, con base en los objetivos generales propuestos para la realización de actividades de aprendizaje, en las *Guías para el Maestro*¹⁵⁰ de primero, tercero y quinto grados y en el *Taller para maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria* y, por medio de ellos se pretendió detectar si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que las situaciones problema sean presentados de

¹⁴⁸ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, primera parte.* pp. 12-15

¹⁴⁹ Ver punto 2.2

¹⁵⁰ Ver punto 3.2

forma comprensible para quien los va a resolver, si se utilizan los conocimientos previos del niño, si plantean un reto y propician la construcción de un conocimiento significativo para el alumno

Considero que el planteamiento y resolución de problemas, para la introducción de la noción de fracción como contenido se encuentra presente de primero a sexto grados tanto en Programas como en Libros para el maestro y el alumno. A partir de la existencia, en los materiales de todos los grados, de los problemas como enfoque metodológico se puede constatar la presencia de los indicadores propuestos para las categorías de análisis de las diferentes nociones de fracción en los seis grados de estudio. En general, plantean una meta comprensible de acuerdo al grado en que se encuentra el niño que los va a resolver y favorecen se busque una solución utilizando los conocimientos previos. Así, los alumnos de los grados superiores, incorporan los conocimientos adquiridos como antecedente para la construcción de otros nuevos y diferentes, y los aplican a situaciones que se hacen cada vez más complejas a lo largo de los Programas de estudio, con lo que se logra que los procedimientos que los alumnos utilizaron inicialmente evolucionen. Además, se formula un reto, un desafío, una dificultad que promueve la adquisición de conocimientos al resolver problemas, ya que los niños tienen que buscar las respuestas, reflexionar sobre los resultados encontrados, y en algunos casos, justificar el por qué de los mismos, así se propicia, por medio de sucesivos acercamientos a una misma noción, que el niño construya el significado de la noción de fracción y de las operaciones que está utilizando.

Para primero y segundo grados encontramos problemas con procedimientos informales que permiten al niño un acercamiento al significado y uso de la noción de fracción, especialmente a través del manejo de material concreto. Para tercer grado, el planteamiento es un poco más complejo, ya que, además de la introducción del concepto de fracción por primera vez, implica la suma de fracciones, también, por medio de la manipulación de material.

En cuarto grado, tanto en Programa de estudio como en los Libros del maestro y del alumno, además de la introducción de fracciones por medio del planteamiento y resolución de problemas, éstos implican la suma y resta de fracciones con denominadores iguales, aspecto que se considera apropiado para que los niños utilicen los conceptos construidos, desarrollen los procedimientos que usaron inicialmente y así aumenten paulatinamente el grado de complejidad de las actividades que enfrentan.

Para quinto grado, la dificultad aumenta, ya que en el Programa y Libro del maestro, se introducen nuevas fracciones, entre ellas las mixtas, utilizando como herramienta el planteamiento y resolución de problemas, los cuales implicaran el uso de fracciones decimales, así como la suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, por medio de la equivalencia de fracciones. Sin embargo, aun cuando en el Libro del alumno se favorece el uso de las fracciones decimales y la suma y resta como herramientas para la resolución de problemas, no se respicia su introducción o afirmación por medio de la equivalencia de fracciones.

Para el sexto grado, en el Programa, Libro del maestro y del alumno se indica la afirmación de las fracciones mixtas por medio del planteamiento y resolución de problemas y el cálculo del denominador común como herramienta para la ejecución y conclusión de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos. Los contenidos propuestos se presentan de una manera interesante inicialmente se realiza una introducción del concepto a partir de una narración, posteriormente se establece la situación problema para finalmente concluirla con la solución. Estas situaciones representan para los niños un desafío a partir del cual tienen que buscar sus respuestas, reflexionar sobre ellas y justificarlas.

En todos los grados, las sugerencias didácticas y metodológicas para el planteamiento y resolución de problemas se abordan ampliamente en los Libros para el maestro y se manejan de una manera adecuada en las lecciones de los Libros de texto para el alumno. Por tanto, considero que si se favorece un acercamiento al desarrollo de la propuesta didáctica.

• **Análisis de los contenidos desde la perspectiva de la noción de fracción**

Para llevar al cabo este análisis se retomaron las categorías establecidas por Kieren en 1976, consideradas como las más relevantes desde el punto de vista didáctico¹⁵¹, los números fraccionarios en el reparto, en la medición, como decimal finito o periódico, como razón o relación multiplicativa entre dos números, como proporción, operador multiplicativo o aplicación y como cociente de una división.

Como se señaló, los indicadores se establecieron a partir de los objetivos generales de aprendizaje sugeridos a los docentes para la realización de diversas estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios en las Guías para el Maestro de primero, tercero y quinto grados,

¹⁵¹ Ver capítulo 3.

asi como de las diferentes acciones propuestas para el aprendizaje de la nocion de fraccion en el **Taller para Maestros: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**¹²²

Con los indicadores establecidos se intento detectar basicamente si las estrategias y contenidos que se sugieren en los materiales curriculares persiguen como objetivo que el niño aprenda las diferentes concepciones de los numeros fraccionarios, las utilice en la resolucion de problemas, establezca comparaciones para afirmar la comprension de sus significados, exprese los resultados que obtiene de forma verbal o escrita y descubra con ello que las diferentes concepciones de los numeros fraccionarios son suficientes para dar el resultado de problemas con características específicas.

En el anexo numero cinco se sintetizan las características de los indicadores encontrados para cada una de las categorías de analisis de los numeros fraccionarios en las diferentes situaciones de aprendizaje encontradas en los Programa de matemáticas, en los Libros para el maestro y del alumno de los seis grados en estudio. A continuacion se puntualizan, primero, los contenidos que son comunes para todos los grados y aquellos relacionados directamente con ellos, en un segundo momento, los indicadores que solo se detectan para los numeros fraccionarios de tercero a sexto grado y los aspectos de diferenciacion entre ellos. Por ultimo se hace referencia de aquellos contenidos aislados que aparecen unicamente en un solo componente y no se manejan en los otros.

- Los numeros fraccionarios en el reparto

El planteamiento y resolucion de problemas se formula, siempre e invariabilmente, de primero a sexto grados, en contextos de reparto para la introduccion y afirmación de la nocion de fraccion. Para primer grado se propone en los tres materiales el conteo, reparto y comparacion de colecciones con material concreto, por segundo grado se continua con el reparto, comparacion e igualacion de colecciones, tambien por medio de la manipulacion de material. En tercer grado se introducen las fracciones en el reparto tanto en Programa, como en Libros para el maestro y para el alumno.

A partir de cuarto grado se observa un aspecto importante de diferenciacion, ya que, aún cuando se considera que el reparto es fuente generadora de situaciones problematicas, que por un

¹²² Ver punto 3.1.

lado involucran y dan sentido a esta noción y, por el otro, son accesibles para los niños,¹⁵³ no se propone el contexto de reparto para la introducción y afirmación de la noción de fracción en los Programas de estudio. Sin embargo, tanto en los Libros para el maestro, como en los del alumno, se detecta la introducción y afirmación de fracciones en el reparto de cuarto a sexto grados como aspecto muy importante. A partir de las actividades fundamentales de reparto se favorece el fraccionamiento de una o varias unidades y así, el niño comprende que existen diversas maneras de hacer un reparto y distintas maneras de expresar, en fracciones, cuánto le toca a cada quien, al tiempo que comprende que la unión de las partes que se repartieron forman el todo repartido.¹⁵⁴

Los problemas en situaciones de reparto dan origen al fraccionamiento de enteros y, como contenido, se encuentran presentes, de cuarto a sexto grados, únicamente en Libros del maestro y del alumno y no así en los Programas de estudio. El fraccionamiento de la unidad es un contexto interesante para trabajar con los números fraccionarios ya que: “... da lugar a realizar y comparar distintas particiones, a cuantificar las partes en relación a una unidad, a considerar la igualdad entre el todo y la unión de las partes, asimismo, permite obtener expresiones distintas pero equivalentes para cuantificar el resultado de un reparto”. Por otra parte, la comparación, entre otros procedimientos para observar la equivalencia y orden entre las fracciones es un contenido propuesto de tercero a sexto grados en todos los materiales, ya que comparar fracciones por medio de la verificación y observación de su equivalencia, es un método muy útil para aclarar el significado del concepto de fracción.

- Los números fraccionarios en la medición

La medición se observa como contexto para la introducción y afirmación de fracciones en los materiales de primero a sexto grados. Esta es otra actividad fundamental para el planteamiento de situaciones problemáticas y constituye un contexto adecuado para trabajar ciertos aspectos de las fracciones, como la comparación, la suma, la resta y la multiplicación por un entero, entre otras. Además, favorece que al medir una magnitud, si la medida que se está utilizando no se puede sobreponer un número entero de veces en la misma, entonces se puede fraccionar la unidad para obtener una medida más precisa.

¹⁵³ SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. Educación primaria, pp. 13-29.

¹⁵⁴ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, primera parte, pp. 12-15.

En primer grado se propone en todos los materiales la medición a través de la comparación de longitudes y de superficies por superposición y recubrimiento, y para segundo grado la medición de longitudes y superficies con medidas arbitrarias, siempre por medio de la manipulación de material concreto. Por medio de la reflexión inicial de las propiedades de estas comparaciones, los niños comprenden los diferentes conceptos de medición que se utilizan como antecedente de la noción de fracción. En tercer grado se propone la introducción de la noción de fracción por medio de la medición de longitudes, en los tres materiales, no obstante, el fraccionamiento de longitudes solo es propuesto en los Libros del maestro y del alumno. En cuarto y quinto grados, el Programa indica únicamente el fraccionamiento de longitudes para la introducción de nuevas fracciones, sin embargo, es a partir de los contextos de medición de longitudes, capacidad, peso y tiempo que se introducen, en los Libros del maestro y del alumno, y son precisamente estas situaciones problema de medición las que dan lugar al fraccionamiento de la unidad.

Para el sexto grado el Programa tampoco propone el contexto de medición para la introducción o afirmación de las fracciones, sin embargo, tanto el Libro para el maestro como el Libro para el alumno la consideran como actividad fundamental a través de la cual se da sentido a la noción de fracción y así se vuelve accesible para los niños, por tanto, continúan trabajando con ella.

- Los números fraccionarios como decimal finito o periódico

Los números fraccionarios con numerador 10, 100 y 1000 se introducen en cuarto grado, en Programa y Libros para el maestro y el alumno, en contextos de reparto y medición que les dan significado, al tener que fraccionar la unidad en diez secciones iguales. Para quinto grado se afirma la noción de fracción decimal por medio del planteamiento y resolución de problemas, estrategia que se señala en Programa y Libro para el alumno, sin embargo, en el Libro para el maestro no se da ninguna sugerencia metodológica para este contenido. Para sexto grado ya no se considera el manejo de las fracciones decimales en el Programa de estudio, no obstante, en Libros para el maestro y el alumno se continúa utilizando, como estrategia de aprendizaje importante, la afirmación y manejo de este significado de la noción de fracción, por medio del planteamiento y resolución de problemas, en situaciones significativas para el alumno.

- Los números como razón o relación multiplicativa entre dos números

Para esta noción de fracción como razón o relación multiplicativa entre dos números se da una breve y sencilla introducción a partir de tablas de variación proporcional solo en el Libro para el alumno de cuarto grado, no se considera en el Programa, ni en el Libro para el maestro. En quinto grado se considera la introducción del empleo de fracción como razón tanto en el Programa de estudio como en los Libros para el maestro y para el alumno, aquí se introduce esta noción como la comparación multiplicativa o razón que existe entre dos cantidades y a partir de la relación de medidas entre dibujos a escala. Aun cuando en el Programa de sexto grado no es considerado este contenido, en el Libro para el maestro y el Libro para el alumno se incluye la afirmación de este concepto a partir de situaciones problema que tienen importancia para el niño.

- Los números fraccionarios como proporción: operador multiplicativo o aplicación

El concepto de fracción como proporción no se presenta en los Programas para quinto y sexto grados, sin embargo tanto en Libros para el maestro como para el alumno de ambos grados se considera importante trabajar con este concepto. En quinto grado se introduce la noción de proporcionalidad por medio de tablas de variación proporcional y, en sexto, se le afirma por medio del análisis y estudio de la relación proporcional entre un todo y sus partes en situaciones problema.

- Los números fraccionarios como cociente de una división

En el Programa y Libro para el maestro de quinto grado se considera la introducción del empleo de la fracción como cociente de una división, sin embargo, en el Libro para el alumno no se trabaja como contenido manifiesto en ninguno de los bloques y tampoco se considera para sexto grado, aunque se utilizan en el contexto de las lecciones "sin saberlo". Es decir, que hay actividades de reparto y medición entre las que se establece en determinadas circunstancias, una equivalencia no explícita, entre el concepto de una unidad que se parte y de la que se toma una cantidad de esas partes (a/b) y una unidad que se divide entre otra ($a \div b$).¹⁵⁵

Considero que en los materiales en estudio se encuentran presentes las seis nociones de fracción señaladas como categorías de análisis. Por otra parte, hay contenidos que se relacionan con la noción de fracción en algunas de las situaciones ideadas para estas categorías, que sólo se mencionan en alguno de los componentes y no se manejan o desarrollan en los otros.

¹⁵⁵ *Ibidem*, segunda parte, pp. 87-91.

Por ejemplo en los Libros para el maestro de primero y segundo grados se sugiere la comparacion de superficies, separandolas en pedazos como antecedente de la nocion de fracción en situaciones de medicion; sin embargo, aun cuando se señala que ésta es una actividad fundamental que los niños tienen que llevar al cabo para desarrollar la nocion de superficie, de medida y de unidad y reparto de una superficie, así como para desarrollar la habilidad para estimar el tamaño, comparacion y equivalencia de la misma, no se incluye ninguna actividad de este tipo en el Libro para el alumno

Otro aspecto se relaciona con la nocion de fraccion como parte de un todo formado por 360° , en contextos de medicion, este concepto se presenta en cuarto grado por medio de giros de una vuelta completa, media, un cuarto o un tercio de vuelta y se establece con ello la equivalencia, por ejemplo entre $\frac{1}{2}$ y 180° . El Programa de estudio no lo señala como contenido, sin embargo si se trabaja tanto en Libros para el maestro, como para el alumno, no obstante, aun cuando no se considera como contenido en los materiales de quinto grado, para sexto grado se retoma su empleo en situaciones mas complejas que permiten evolucionen las estrategias empleadas inicialmente por el alumno

- **Análisis de los contenidos desde el aspecto formal del curriculum**

En este analisis se sintetizan las observaciones detectadas en los materiales en estudio de acuerdo a la secuenciacion y complejidad de los contenidos, así como del nivel de dificultad y coherencia entre los grados. La revisión de los Programas de estudio y de los Libros para el maestro y el alumno se llevo al cabo teniendo como marco de referencia la perspectiva constructivista en el aprendizaje y la enseñanza de las matematicas, que proporciono los elementos para entender e interpretar la concepcion didáctica de las matematicas. El enfoque constructivista implica poner los conocimientos en situaciones en las que estos cobren sentido para los alumnos, al proponer un tipo de situaciones que les sean relevantes y les permitan aplicar las matematicas al resolver los problemas que se les plantean

Considero que en general existe un buen enlace, conexión y relacion entre los contenidos propuestos en los Programas de estudio, compuestos por unidades armonicas, a partir del planteamiento y resolucion de problemas como enfoque metodologico y la forma en que éstos se manejan y relacionan con las sugerencias didacticas y metodologicas en los Libros para el maestro y el alumno y, con ello, se favorece un acercamiento a la propuesta didactica. De igual forma,

considero el nivel de complejidad de los contenidos entre los diferentes grados en estudio guardan un orden conveniente y lógico que permite al alumno la evolución de las estrategias utilizadas anteriormente

Hay contenidos específicos para los números fraccionarios que solo se trabajan de tercero a sexto grados en los materiales en estudio, como es el caso de la ubicación de fracciones en la recta numérica, como elemento para afirmar la comprensión de sus características y observar por medio de la comparación su equivalencia, establecer su orden y aprender su forma de representación convencional. Aun cuando en el Programa y el Libro para el maestro de tercer grado no se indica como contenido, si se incluye en el Libro para el alumno a partir de situaciones sencillas y es un antecedente importante para la introducción formal del tema en los grados siguientes

La introducción de suma de fracciones sencillas en tercer grado, sirve como antecedente para la introducción del algoritmo de la suma y resta de fracciones en cuarto grado, así como su afirmación mediante el uso de equivalencias en quinto y con denominadores distintos por medio del cálculo del denominador común en sexto grado. Estos contenidos se señalan en los tres materiales en estudio, a excepción del Libro para el maestro de cuarto grado.

En los tres materiales en estudio, Programas, Libros para el maestro y el alumno, se considera la introducción del cálculo de porcentajes. Este tema se maneja como fracciones decimales de denominador 100 en quinto grado y para su afirmación en sexto grado se emplea la relación proporcional que existe entre un todo y sus partes por medio del planteamiento y resolución de problemas de importancia para el alumno.

Hay algunos contenidos que son específicos solo para un determinado grado, por ejemplo, en el Programa y Libro para el maestro de quinto grado se considera la introducción de las fracciones mixtas, sin embargo su afirmación por medio del planteamiento y resolución de problemas se deja como tema para sexto grado. Lo mismo sucede con la conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa y la simplificación de fracciones que se introducen únicamente en los tres elementos en análisis de sexto grado.

Considero que, en general, hay congruencia y coherencia entre los contenidos de los Programas de estudio, la forma en que estos se vierten y relacionan con las propuestas didácticas

presentadas a través de los Libros para el maestro y la forma como se manejan estos contenidos en los Libros para el alumno

• **Análisis del manejo y presentación de los contenidos en los Libros para el alumno**

Considero que en el Libro para el alumno de cuarto grado se manejan lógica y convenientemente los contenidos del Programa de estudio y del Libro para el maestro y, además, la propuesta se desarrolla de forma completa, detallada y ambiciosa. Todos los contenidos se introducen por medio de situaciones problema en diferentes contextos relacionados con el reparto, la medición de longitudes, el peso de objetos, la capacidad de recipientes, la fracción en la medición de ángulos y las situaciones de reparto y medición. Las situaciones problema son interesantes ya que se da importancia a los conocimientos previos que tiene el niño y no solo se busca saber cual es el resultado final del problema. En algunos casos los niños tienen que averiguar cual es el producto de la transformación intermedia o la situación inicial que lo origina y, en otros casos, tienen que justificar el por qué de la respuesta encontrada y reflexionar sobre la misma. Considero es el grado en el cual se observa una total coherencia y congruencia entre los tres elementos en análisis.

Sin embargo, para quinto grado las observaciones encontradas son muy diferentes, ya que aunque las actividades propuestas se desarrollan por medio de situaciones problema a partir de acontecimientos lúdicos y en forma de narración, algunos de los temas señalados en el Programa de estudio no se trabajan o se abordan de manera parcial en el Libro del alumno. En las lecciones se hace una integración de diferentes contenidos, lo que propicia que los temas sean tratados de manera superficial, y no se da al alumno la oportunidad de afirmar el concepto que se introduce. Las lecciones son demasiado extensas para ser trabajadas en una sola sesión y no tienen un referente a partir del cual se puedan trabajar, dividiéndolas. Además, los contenidos marcados en el Programa son muy extensos y poco relacionados entre sí y los conceptos que se introducen en una lección inicial no se afirman en lecciones posteriores. Dada la complejidad de las lecciones, en el Libro para el maestro se proporciona una relación detallada de actividades y recomendaciones a seguir para que los alumnos puedan comprender y resolver las lecciones planteadas en el libro de texto. Considero que solo se observa coherencia y congruencia entre algunos de los contenidos propuestos en los tres materiales en análisis. Para primero, segundo, tercero y sexto grados, aún cuando hay algunos aspectos de diferenciación, pueden considerarse congruentes y coherentes las

relaciones que se establecen entre los contenidos de Programas de estudio, Libros para el maestro y Libros para el alumno

- **Nuevas preguntas y problemas pendientes**

Como aspectos pendientes que pueden ser susceptibles de ser estudiados a partir de los aspectos encontrados como resultado del análisis de los materiales curriculares, inicialmente estaría el determinar por qué en los Programas de estudio de cuarto, quinto y sexto grados no se considera la introducción y afirmación de las fracciones con base en el planteamiento y resolución de problemas en contextos de reparto y medición que, por un lado involucran y dan sentido a la noción de fracción, y por otro, son accesibles para los niños, ya que el reparto es una actividad a la que todos accedemos desde muy pequeños. Además el reparto es una tarea significativa en la que los niños pueden empezar a emplear términos fraccionarios, y propicia la necesidad de fraccionar a partir de la condición de repartirlo todo, sin que quede nada. Por otra parte, en la medición, la necesidad de cuantificar de manera más precisa la unidad que se está midiendo, da lugar a su fraccionamiento para que esta pueda colocarse un número exacto de veces en lo que se va a medir.

Otro aspecto importante, susceptible de un estudio posterior se relaciona con los números fraccionarios como decimal finito o periódico, al cuestionar por qué no se afirma su conocimiento en el Programa de sexto grado, ya que es importante que los niños sigan trabajando con ellas, como se hace patente en los Libros del maestro y del alumno, para comprender sus características y su operatoria, pues constituyen una noción que permite dar aproximaciones tan precisas como se quiera de cualquier fracción. Es fundamental su manejo para que los niños establezcan que aun cuando las fracciones se pueden representar con una notación parecida a la que se usa para los números enteros, no tienen las mismas propiedades que estos.

Una observación más se relaciona con la coherencia y congruencia entre los contenidos de los tres elementos en análisis y considerar por qué hay contenidos propuestos en los Programas que no se abordan en los Libros para el alumno y, más importante, por qué hay contenidos que aún cuando no se señalan como propósitos en los Programas de estudio, se manejan y desarrollan ampliamente en los Libros para el alumno.

La investigación teórica llevada al cabo, deja todavía aspectos importantes pendientes que pueden despertar el interés por realizar estudios posteriores, por ejemplo, en el aula escolar, para

determinar la forma en que los aspectos encontrados se reflejan en el trabajo que desarrolla el docente con los alumnos y analizar la interrelación de los tres elementos, que constituyen lo que Coll llama el triángulo interactivo: los alumnos (sus conocimientos previos, su disposición por aprender), los contenidos o materiales (su relevancia y organización interna) y el profesor (su intervención pedagógica).³⁵⁶ Es decir, detectar que sucede dentro del aula, investigar si lo que se ha establecido a través del estudio del Currículum formal, del currículum prescrito por la SEP, se traslada al ámbito escolar, ya que en la práctica se producen efectos complejos diversos como son el cognoscitivo, el afectivo, el social, etc. y poder establecer, en la práctica, si realmente el alumno se apropia o no de los contenidos propuestos y si se alcanza o no la propuesta didáctica.

³⁵⁶ Cesar Coll S. "Un marco referencial psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza". En Coll, C., J. Palacios y A. Marchesi (Comps) *Desarrollo psicológico y educación II. Psicología de la educación*.

FUENTES BIBLIOGRÁFICAS Y HEMEROGRÁFICAS

- ALVAREZ G MA DEL CARMEN** *Acerca de la Numeración. Reflexiones y Propuestas.* México, Cuadernos de educación, DIE, 1987 - 63 p
- AMIRANTE MARIIGNAC, NORMA ELISA** *Análisis curricular de los programas y libros de texto de español y matemáticas de primaria.* Tesis., México, FFEL, UNAM, 1986 - 117 p
- APPLE, MICHAEL W.** "Reproduccion ideologica, cultural y economica." En: LEONARDO, PATRICIA DE (Comp.) *La Nueva Sociología de la Educación* México, SEP-TE Caballito, 1986 - pp 67-101
- BALBUENA, HUGO.** *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria.* Tesis. México, Seccion de Matematica Educativa, CINVESTAV-IPN, 1988 - 218 p
- BALBUENA, HUGO** "Un maestro ante la Didactica Constructivista." En *Cero en Conducta* México, a 1, v 1, no 2, marzo-abril 1986 - pp 9-12
- BALBUENA, HUGO, CRISTINA I SPINOSA, HUGO ESPINOSA, DIANA FREGONA, IRMA SAIZ.** *Descubriendo las Fracciones.* Cuaderno DIE No. 5. México: Laboratorio de Psicomatematica, DIE-CINVESTAV, 1984 - 28 p
- BALBUENA, HUGO, DAVID BLOCK, IRMA FUENLABRADA Y MA DEL C. ALVAREZ.** *Alternativas Curriculares para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México. Proyecto DIE-CINVESTAV, 1987 - v. 1, 155 p
- BALBUENA, HUGO, DAVID BLOCK Y ALICIA CARVAJAL.** DEBATE "Las operaciones basicas en los nuevos libros de texto." En *Cero en Conducta* México, a 1, v 1, no 40-41, mayo-agosto 1995 - pp 15-29
- BLOCK, DAVID** *Comparar, igualar, comunicar en preescolar: análisis de situaciones didácticas.* Conferencia presentada en "III Encuentro Estatal de Educación Preescolar" La Paz, Baja California, mimeo - noviembre 1994 - 14 p
- BLOCK, DAVID Y MARTHA DAVILA** "La Matematica expulsada de la escuela" En *Educación Matemática* México, Iberoamerica, v. 5, no 3, diciembre 1993 - pp 39-58
- BLOCK, DAVID y ALCIBIADES PAPA COSTAS** "Didactica Constructivista y Matematicas una introduccion." En *Cero en Conducta* México, a 1, v 1, no 2, marzo-abril 1986 - pp 13-23

- BLOCK SEVILLA, DAVID F.** *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.* Tesis. México, DIE-CINVESTAV, 1987. 370 p.
- BUENFIL BURGOS ROSA NIDIA.** *Análisis de Discurso y Educación.* México, Documentos DIE, 1993. 25 p.
- CARRAHER, TEREZINHA, N., DAVID W. CARRAHER Y ANALICIA D. SCHLIEMANN.** "Los Contextos Culturales del Aprendizaje de las Matemáticas." En *En la Vida Diez, en la Escuela Cero.* México, Siglo XXI, 1991. pp. 28-47.
- COLL S., CESAR.** "Cap. 23. Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza." En **COLL, C., J. PALACIOS Y A. MARCHESI** (comp.), *Desarrollo psicológico y educación II. Psicología de la educación.* Madrid, Alianza Psicológica, 1990. p. 445-453.
- COLL S., CESAR.** *Psicología y currículum.* México, Paidós, 1991. 174 p.
- CHARNAY, ROLAND.** "Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En **CECILIA PARRA E IRMA SALZ** (Comp.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994. 285 p.
- DAVILA VEGA, MARTHA.** *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones.* Tesis. México, UPN, 1991. 189 p.
- DE ALBA, ALICIA, ANGEL DIAZ BARRIGA Y EDGAR GONZALEZ GAUDIANO** (recopilación y presentación). *El campo del Currículum.* México, CESU-UNAM, v. I y v. II, 1991. 893 p.
- DIAZ BARRIGA, ANGEL.** *El Currículo Escolar. Surgimiento y Perspectivas.* Buenos Aires, Aique, 1994. 175 p.
- DIDRIKSSON, AXEL.** "Cap. 1. Los antecedentes de la planeación educativa en México (1950-1970)." En *La planeación de la educación en México.* México, Universidad Autónoma de Sinaloa, 1987. pp. 1-96.
- FUENLABRADA, IRMA.** "Innovaciones de la matemática en la escuela primaria." En *Cero en Conducta.* México, a. 10, v. 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995. pp. 5-13.
- FUENTES MOLINAR, OLAC.** *Educación y Política en México.* México, Nueva Imagen, 1983. 214 p.
- GARCÍA ZENTENO, RENÉ.** "Ideología y planeación educativa: Apuntes teóricos." En *Revista Foro Universitario.* México, STUNAM, no. 50, época II, año 5, enero 1985. pp. 37-49.

- GIMENO SACRISTÁN, JOSÉ **El Currículum: una reflexión sobre la práctica.** Madrid, Morata, 1991. 423 p
-
- Y PEREZ GÓMEZ ÁNGEL. (Comp) **La Enseñanza, su teoría y su práctica.** Madrid, Akal, 1983. 315 p
- GONZALEZ CASANOVA, PABLO "Prologo a la crisis futura". En **México ante la crisis**, 5 ed. México, Siglo XXI, 1991, v. II pp. 415-425
- IBARROLA, MARIA DE **Repensando el Currículum.** México, Cuadernos de educación DIE, 1983. 50 p
- LATAPI, PABLO **Política Educativa y Valores Nacionales.** México, Nueva Imagen, 1989. 235 p
-
- Mitos y Verdades de la Educación Mexicana. 1971-1972. Una Opinión Independiente.** México, CEE, 1979. 218 p
- MAYORGA, VICENTE, PATRICIA REYES Y ANGELICA ZUÑIGA "Calidad de los libros de texto de editoriales privadas. Primera parte". En **Cero en Conducta** México, a 10, v 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995 pp. 63-73
- MÉNDEZ BALDERAS, RODOLFO "La enseñanza de las Matemáticas ¿un problema didáctico?" En **Cero en Conducta** México, a 1, v 1, no 2, marzo-abril 1986 pp. 5-8
- MENDOZA, EMMA, LETICIA PÉREZ Y VICENTE MAYORGA "Opiniones de maestros sobre los textos gratuitos. Español y Matemáticas". En **Cero en Conducta** México, a 10, v 10, no 2, mayo-agosto 1995 pp. 41-61
- MENDOZA ROJAS, JAVIER. "El proyecto ideológico-modernizador de las políticas universitarias en México (1965-1980)". En **Revista Perfiles Educativos**, México, UNAM/CISE, no 12, abril-junio 1981 p. 3-23
- MORENO LUIS Y G. WALDEGG "Constructivismo y Educación matemática". En **SEP La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros**, México, Programa Nacional de Actualización Permanente, 1995 pp. 27-39
- ORIA RAZO, VICENTE Capítulos 16 al 19. En **Política Educativa Nacional. Camino a la Modernidad**, México, Imagen Editores, 1989 p. 167-335
- PÉREZ, ESNEL Y GONZALO LÓPEZ DEBATE "Los libros de matemáticas para quinto y sexto grado". En **Cero en Conducta** México, a 10, v 10, no. 40-41, mayo-agosto 1995. pp. 31-39

- PIAGET, JEAN Y BARBEL INHELDER. **Psicología del niño**. Buenos Aires, Stilograf, 1973. 158 p
- POGGI, MARGARITA, Comp. **Apuntes y Aportes para la Gestión Curricular**. Buenos Aires, Kapelusz, 1995. 171 p
- Programa para la Modernización Educativa 1989-1994**. México, Poder Ejecutivo Federal, 1989. 208 p
- PUGA ESPINOZA, CRISTINA y DAVID TORRES MEJIA. "El Desafío de la Educación" Cap. 8. En **México, la Modernización Contradictoria**. México, Longmann, 1995. pp 159-191
- s/a "¿Hacia donde va la educación básica?" Editorial. En **Cero en conducta**. México, a 10, v 10, no 40-41, mayo-agosto 1995. pp 1-3
- s/a "La enseñanza de las Matemáticas en debate" Introducción. En **Cero en conducta**. México, a 10, v 10, no 2, marzo-abril 1986. pp 1-3
- SEP-SNTE. **Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica**. México, 1992. 25 p
- SEP. **Guía para el Maestro Educación básica primaria, Primer grado**. México, 1992. 126 p
- SEP. **Guía para el maestro Educación básica primaria, Tercer grado**. México, 1992. 105 p.
- SEP. **Guía para el maestro Educación básica primaria, Quinto grado**. México, 1992. 60 p
- SEP. **Juega y aprende matemáticas**. México, 1991 (Libros del Rincon) 93 p
- SEP. **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros.** Programa Nacional de Actualización Permanente. Primera parte. México, 1995. 303 p.
- SEP. **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros** Programa Nacional de Actualización Permanente. Segunda parte. México, 1995. 190 p.
- SEP. **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros** Programa Nacional de Actualización Permanente. Material recortable de apoyo. México, 1995. 201 p
- SEP. **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros** Programa Nacional de Actualización Permanente. Lecturas. México, 1995. 201 p

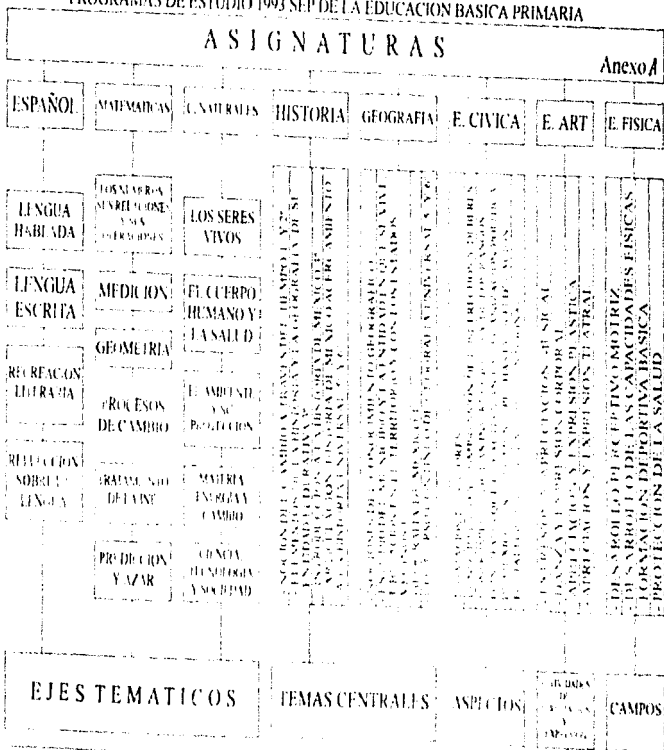
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1993. 70 p
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 60 p
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 41 p
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 55 p
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Quinto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 53 p
- SEP. **Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 80 p
- SEP. **Los números y su representación.** México, 1991 (Libros del rincón). 70 p
- SEP. **Matemáticas. Primer grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 143 p
- SEP. **Matemáticas. Primer grado. Recortable.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 40 p
- SEP. **Matemáticas. Segundo grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 175 p
- SEP. **Matemáticas. Segundo grado. Recortable.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 45 p
- SEP. **Matemáticas. Tercer grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1993. 195 p
- SEP. **Matemáticas. Cuarto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 205 p
- SEP. **Matemáticas. Quinto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 208 p
- SEP. **Matemáticas. Sexto grado.** México, Comisión de los Libros de Texto Gratuitos, 1994. 207 p

- SEP. **Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. Primaria.** México, SEP., 1993
164 p.
- SEP. **Programas de Educación Primaria. Contenidos básicos. Ciclo Escolar 1992-1993**
Programa Emergente de Reformulación de Contenidos y Materiales Educativos PEAM
México, SEP., septiembre 1992. 108 p.
- SILVER, EDWARD A. **Research Perspectives on Problem Solving in Elementary School**
Mathematics. USA, Elementary School Journey. 1984. pp 529-541
- STENHOUSE, LAWRENCE. **Investigación y desarrollo del Curriculum.** Madrid, Morata,
1991. 315 p.
- TRAFTON, PAUL R. **Toward More Effective, Efficient, Instruction in Mathematics.** USA,
Elementary School Journey. 1984. pp 514-528
- WALDEGG, GUILLERMINA, Coord. **La Investigación Educativa en los Ochenta**
perspectivas para los noventa. Procesos de enseñanza y aprendizaje II. México,
Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C., 1995. (Fundación SNTE para la
Cultura del Maestro Mexicano) 267 p.

ANEXOS

- A. Esquema de organización de los contenidos del Plan y programas de estudio 1993
SEP de la Educación básica primaria**
- B. Mapa curricular de matemáticas de 1° a 6° grados**
- C. Mapa curricular de números fraccionarios**
- D. Síntesis de contenidos en los materiales analizados**
- E. Síntesis de indicadores de categorías de análisis**

ESQUEMA DE ORGANIZACION DE LOS CONTENIDOS DEL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 SEP DE LA EDUCACION BASICA PRIMARIA



* Nota importante Fuente para la elaboracion de este esquema el propio Plan y programas de estudio

MAPA CURRICULAR DE MATEMÁTICAS DE 1° A 6° GRADOS

Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
---------------------	----------------------	---------------------	---------------------	---------------------

EJE TEMÁTICO:

LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números del 1 al 100 <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades - Lectura y escritura - Orden de la serie numérica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Introducción a los números ordinales • Planteamiento y resolución de problemas sencillos de suma y resta mediante diversos procedimientos sin hacer transformaciones • Algoritmo convencional de la suma y resta sin transformaciones 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de tres cifras <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades - Lectura y escritura - El orden de la serie numérica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Uso de números ordinales en contextos familiares para el alumno • Planteamiento y resolución de diversos problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos • Algoritmo convencional de la suma y resta, con transformaciones • Introducción a la multiplicación mediante resolución de 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de cuatro cifras <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en millares, centenas, decenas y unidades - Lectura y escritura - El orden de la serie numérica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Lectura y escritura de números ordinales • Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución) • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de cinco cifras <ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura - Antecesor y sucesor de un número - Construcción de series numéricas - Valor posicional - Los números en la recta numérica • Reglas para la escritura de los números ordinales y su uso en diferentes contextos • Planteamiento y resolución de problemas diversos, más complejos de suma y resta con números hasta de cinco cifras • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación • Planteamiento y resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de seis cifras • Los números de siete cifras • Los números de ocho cifras • Los números de nueve cifras • Los números de diez cifras • Los números de once cifras • Los números de doce cifras • Los números de trece cifras • Los números de catorce cifras • Los números de quince cifras • Los números de dieciséis cifras • Los números de diecisiete cifras • Los números de dieciocho cifras • Los números de diecinueve cifras • Los números de veinte cifras
---	---	--	--	--

Nota importante: La información básica para la construcción de este Mapa Curricular se tomó del Plan y programas de estudio, Educación básica

MAPA CURRICULAR DE MATEMÁTICAS DE 1° A 6° GRADOS Anexo B'

Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado
EJE TEMÁTICO: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES					
<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números del 1 al 100 <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades - Lectura y escritura - Orden de la serie numerica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Introducción a los números ordinales • Planteamiento y resolución de problemas sencillos de suma y resta mediante diversos procedimientos sin hacer transformaciones • Algoritmo convencional de la suma y resta sin transformaciones 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de tres cifras <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades - Lectura y escritura - El orden de la serie numerica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Uso de números ordinales en contextos familiares para el alumno • Planteamiento y resolución de diversos problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos • Algoritmo convencional de la suma y resta, con transformaciones • Introducción a la multiplicación mediante resolución de 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de cuatro cifras <ul style="list-style-type: none"> - Conteos - Agrupamientos y desagrupamientos en millares, centenas, decenas y unidades - Lectura y escritura - El orden de la serie numerica - Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional • Lectura y escritura de números ordinales • Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución) • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de cinco cifras <ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura - Antecesor y sucesor de un número - Construcción de series numericas - Valor posicional - Los números en la recta numerica • Reglas para la escritura de los números ordinales y su uso en diferentes contextos • Planteamiento y resolución de problemas diversos, más complejos de suma y resta con números hasta de cinco cifras • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación • Planteamiento y resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números de seis cifras <ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura - Antecesor y sucesor de un número - Construcción de series numericas - Valor posicional - Los números en la recta numerica • Los números romanos • Planteamiento y resolución de problemas que conduzcan a la descomposición de un número en sumandos o factores • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales • Uso de la calculadora en la resolución de problemas 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números naturales <ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura - Antecesor y sucesor de un número - Construcción de series numericas - Valor posicional - Los números en la recta numerica • Reflexión sobre las reglas del sistema de numeración decimal • Múltiplos de un número • Mínimo común múltiplo • Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones • Uso de la calculadora en la resolución de problemas

Nota importante: La información básica para la construcción de este Mapa Curricular se tomó del Plan y programas de estudio, Educación básica primaria SEP 1993

MAPA CURRICULAR DE MATEMÁTICAS DE 1° A 6° GRADOS Anexo B'

Grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado
-------	--------------	--------------	--------------	-------------

EJE TEMÁTICO:

LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

Contenido	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado
<p>Cifras desagrupadas en centenas.</p> <p>serie</p> <p>Antecesor de un número</p>	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> Los números de cuatro cifras <ul style="list-style-type: none"> Conteos Agrupamientos y desagrupamientos en millares, centenas, decenas y unidades Lectura y escritura El orden de la serie numérica Antecesor y sucesor de un número Valor posicional 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> Los números de cinco cifras <ul style="list-style-type: none"> Lectura y escritura Antecesor y sucesor de un número Construcción de series numéricas Valor posicional Los números en la recta numérica 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> Los números de seis cifras <ul style="list-style-type: none"> Lectura y escritura Antecesor y sucesor de un número Construcción de series numéricas Valor posicional Los números en la recta numérica Los números romanos Planteamiento y resolución de problemas que conduzcan a la descomposición de un número en sumandos o factores Planteamiento y resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales Uso de la calculadora en la resolución de problemas 	<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> Los números naturales <ul style="list-style-type: none"> Lectura y escritura Antecesor y sucesor de un número Construcción de series numéricas Valor posicional Los números en la recta numérica Reflexión sobre las reglas del sistema de numeración decimal Múltiplos de un número Mínimo común múltiplo Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones Uso de la calculadora en la resolución de problemas
<p>Ordinales en series para el</p> <p>Resolución de problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución)</p> <p>Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta</p>	<ul style="list-style-type: none"> Lectura y escritura de números ordinales Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución) Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta 	<ul style="list-style-type: none"> Reglas para la escritura de los números ordinales y su uso en diferentes contextos Planteamiento y resolución de problemas diversos, más complejos de suma y resta con números hasta de cinco cifras Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación Planteamiento y resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos 		

	<p>problemas que impliquen agrupamientos y arreglos rectangulares utilizando diversos procedimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escritura convencional de la multiplicación (con números de una cifra) • Construcción del cuadro de multiplicaciones • Planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos 	<p>de dos cifras, mediante distintos procedimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo convencional de la multiplicación • Multiplicación de números terminados en ceros • Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo: soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación) • Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra <p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo: medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes • Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones • Representación convencional de las fracciones • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas mediante manipulación de material 	<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras <p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo: tercios, quintos y sextos) • Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones • Fracciones con denominador 10, 100 y 1000 • Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador • Ubicación de fracciones en la recta numérica • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales • Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador <p>Números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura de cantidades con punto decimal hasta centésimos, asociados a contextos de dinero y medición 	<p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo: tercios, quintos y sextos) • Utilización de recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes • Ubicación de fracciones en la recta numérica • Algoritmo de la suma y resta de fracciones con denominadores iguales • Empleo de fracciones con denominadores diferentes en situaciones de reparto • Cálculo de fracciones con denominadores diferentes <p>Números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura de cantidades con punto decimal hasta centésimos, asociados a contextos de dinero y medición • Comparación de fracciones con denominadores diferentes
--	---	--	---	---

<p>problemas que impliquen agrupamientos y arreglos rectangulares utilizando diversos procedimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escritura convencional de la multiplicación (con números de una cifra) • Construcción del cuadro de multiplicaciones • Planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos 	<p>de dos cifras, mediante distintos procedimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo convencional de la multiplicación • Multiplicación de números terminados en ceros • Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación) • Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra <p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes • Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto para observar la equivalencia entre fracciones • Representación convencional de las fracciones • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas mediante manipulación de material 	<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras <p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo tercios, quintos y sextos) • Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones • Fracciones con denominador 10, 100 y 1000 • Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador • Ubicación de fracciones en la recta numérica • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales • Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador <p>Números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura de cantidades con punto decimal hasta centésimos, asociados a contextos de dinero y medición 	<p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, séptimos y novenos) • Utilización de diversos recursos para mostrar la equivalencia de algunas fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, mediante la equivalencia de fracciones • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones utilizando equivalencias • Empleo de la fracción como razón y como división en situaciones sencillas • Cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos <p>Números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura de números decimales, asociados a diversos contextos • Comparación y orden en los 	<p>Números fraccionarios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ubicación de fracciones en la recta numérica • Equivalencia y orden entre las fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas • Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa • Simplificación de fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común <p>Números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura de números decimales • Ubicación de números decimales en la recta numérica
---	--	--	--	---

impliquen arreglos utilizando los materiales de la unidad de medida de resolución reparto de

- de dos cifras, mediante distintos procedimientos
- Algoritmo convencional de la multiplicación
- Multiplicación de números terminados en ceros
- Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo: solución con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación)
- Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra

Números fraccionarios

- Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes
- Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones
- Representación convencional de las fracciones
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas mediante manipulación de material

- Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras

Números fraccionarios

- Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, tercios, quintos y sextos)
- Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones
- Fracciones con denominador 10, 100 y 1000
- Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador
- Ubicación de fracciones en la recta numérica
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales
- Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador

Números decimales

- Lectura y escritura de cantidades con punto decimal hasta centésimos, asociados a contextos de dinero y medición

Números fraccionarios

- Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, séptimos y novenos)
 - Utilización de diversos recursos para mostrar la equivalencia de algunas fracciones
 - Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, mediante la equivalencia de fracciones
 - Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones utilizando equivalencias
 - Emprego de la fracción como razón y como división en situaciones sencillas
 - Cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos
- #### Números decimales
- Lectura y escritura de números decimales, asociados a diversos contextos
 - Comparación y orden en los

Números fraccionarios

- Ubicación de fracciones en la recta numérica
- Equivalencia y orden entre las fracciones
- Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas
- Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa
- Simplificación de fracciones
- Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común

Números decimales

- Lectura y escritura de números decimales
- Ubicación de números decimales en la recta numérica

			<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de números decimales asociados a contextos de dinero y medición 	<ul style="list-style-type: none"> • números • Equivalen • centésim • Planteam • problema • resta de • hasta mil • Planteam • problema • de nume • Planteam • problema • números • Uso d. • resolver
--	--	--	---	---

EJE TEMÁTICO: MEDICIÓN

<p>Longitudes y áreas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comparación de longitudes de forma directa y utilizando un intermedio • Comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento • Medición de longitudes utilizando unidades de medida arbitrarias 	<p>Longitudes y áreas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medición de longitudes y superficies utilizando medidas arbitrarias • Comparación y ordenamiento de varias longitudes y áreas • Introducción al uso de la regla graduada como instrumento que permite comparar longitudes 	<p>Longitudes y áreas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medición y comparación de áreas utilizando unidades de medida arbitrarias y retículas • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de unidades de medida convencionales el metro, el centímetro y el centímetro cuadrado • Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales • Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes utilizando el medio metro y el cuarto de metro • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de instrumentos de medición, el metro sin graduar y la regla graduada en centímetros 	<p>Longitudes, áreas y volúmenes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida • Introducción del kilómetro como la unidad que permite medir grandes distancias y recorridos largos • Introducción a la noción de volumen mediante diversas construcciones en las que se utilicen cajas o cubos de masa o plastilina 	<p>Longitudes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planteam • problem • calculo • gonos y • utilizand • mient s • Resoluc • implicu • de pol • romboid • en sus • rectáng • Plantea • problm • calculo • metro e • cuadrad • cuadrad • El kilo • unida • presar • extensio
---	--	---	---	---

			<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de números decimales asociados a contextos de dinero y medición 	números decimales <ul style="list-style-type: none"> • Equivalencia entre decimos, centésimos y milésimos • Planteamiento y resolución de problemas diversos de suma y resta de números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales • Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales • Uso de la calculadora para resolver problemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Escritura en forma de fracción de números decimales y decimal de algunas fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales hasta milésimos • Expresión de porcentajes como números decimales • Uso de calculadora para resolver problemas
--	--	--	---	--	--

EJE TEMÁTICO: MEDICIÓN

Longitudes y áreas <ul style="list-style-type: none"> • Comparación de longitudes de forma directa y utilizando un intermediano • Comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento • Medición de longitudes utilizando unidades de medida arbitrarias 	Longitudes y áreas <ul style="list-style-type: none"> • Medición de longitudes y superficies utilizando medidas arbitrarias • Comparación y ordenamiento de varias longitudes y áreas • Introducción al uso de la regla graduada como instrumento que permite comparar longitudes 	Longitudes y áreas <ul style="list-style-type: none"> • Medición y comparación de áreas utilizando unidades de medida arbitrarias y retículas • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de unidades de medida convencionales el metro, el centímetro y el centímetro cuadrado • Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales • Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro y el cuarto de metro • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de instrumentos de medición: el metro sin graduar y la regla graduada en centímetros 	Longitudes, áreas y volúmenes <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida • Introducción del kilómetro como la unidad que permite medir grandes distancias y recorridos largos • Introducción a la noción de volumen mediante diversas construcciones en las que se utilicen cajas o cubos de masa o plastilina 	Longitudes, áreas y volúmenes <ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo del perímetro de polígonos y de figuras curvilíneas utilizando diversos procedimientos • Resolución de problemas que impliquen el cálculo del área de polígonos, trapecios y romboides por descomposición en cuadrados, triángulos y rectángulos • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas utilizando el metro cuadrado, el decímetro cuadrado y el centímetro cuadrado • El kilómetro cuadrado como unidad de medida para expresar la superficie de grandes extensiones 	Longitudes, áreas y volúmenes <ul style="list-style-type: none"> • Perímetro del círculo • Uso de fórmulas para resolver problemas que impliquen el cálculo de áreas de dichas figuras • Uso de la hectárea en la resolución de problemas • Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas • Fórmulas para calcular el volumen del cubo y de algunos prismas • Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados • Cálculo del área total de polígonos • Profundización en el estudio de
--	---	--	--	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de números decimales asociados a contextos de dinero y medición 	<ul style="list-style-type: none"> • números decimales • Equivalencia entre décimos, centésimos y milésimos • Planteamiento y resolución de problemas diversos de suma y resta de números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales • Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales • Uso de la calculadora para resolver problemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Escritura en forma de fracción de números decimales, escritura decimal de algunas fracciones • Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta con números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales hasta milésimos • Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales • Expresión de porcentajes en números decimales • Uso de calculadora para resolver problemas
--	---	---	--

EJE TEMÁTICO: MEDICIÓN

	Longitudes y áreas	Longitudes, áreas y volúmenes	Longitudes, áreas y volúmenes	Longitudes, áreas y volúmenes
<p>Longitudes y su uso en mediciones</p> <p>Ordenamiento de longitudes y áreas</p> <p>Uso de la regla como instrumento de medición que permite mediciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Medición y comparación de áreas utilizando unidades de medida arbitrarias y retículas • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de unidades de medida convencionales: el metro, el centímetro y el centímetro cuadrado • Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales • Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes utilizando el medio metro y el cuarto de metro • Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de instrumentos de medición: el metro sin graduar y la regla graduada en centímetros 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida • Introducción del kilómetro como la unidad que permite medir grandes distancias y recorridos largos • Introducción a la noción de volumen mediante diversas construcciones en las que se utilicen cajas o cubos de masa o plastilina 	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo del perímetro de polígonos y de figuras curvilíneas utilizando diversos procedimientos • Resolución de problemas que impliquen el cálculo del área de polígonos, trapecios y romboides por descomposición en cuadrados, triángulos y rectángulos • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas utilizando el metro cuadrado, el decímetro cuadrado y el centímetro cuadrado • El kilómetro cuadrado como unidad de medida para expresar la superficie de grandes extensiones 	<ul style="list-style-type: none"> • Perímetro del círculo • Uso de fórmulas para resolver problemas que impliquen el cálculo de áreas de diferentes figuras • Uso de la hectárea en la resolución de problemas • Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas • Fórmulas para calcular el volumen del cubo y de algunos prismas • Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados • Cálculo del área total de prismas • Profundización en el estudio del

Capacidad, peso y tiempo

- Comparación directa de la capacidad de recipientes
- Comparación directa del peso de dos objetos
- Uso de la balanza para comparar el peso de dos objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Uso de los términos "antes y después", "ayer, hoy y mañana", y "mañana, tarde y noche", asociados a actividades cotidianas
- Las actividades que se realizan en una semana

Capacidad, peso y tiempo

- Uso de la balanza para comparar el peso de objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varios objetos y recipientes de acuerdo con su peso y su capacidad
- Uso del calendario: meses, semanas y días

Capacidad, peso y tiempo

- Medición del peso y la capacidad utilizando el kilo, el medio kilo, el cuarto de kilo, el litro, el medio litro y el cuarto de litro
- El año, los meses, las semanas y los días
- Uso del calendario para programar actividades e identificar fechas
- Lectura del reloj de manecillas horas y minutos
- Uso de expresiones "media hora" y "un cuarto de hora"
- Uso de instrumentos de medición: la balanza y el reloj

Capacidad, peso y tiempo

- Situaciones sencillas que ilustren el uso del mililitro y el miligramo (por ejemplo, empaques de medicamentos)
- Uso del reloj y el calendario
- El lustro, la década, el siglo, el milenio
- Uso de instrumentos de medición: la balanza, recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos
- Planteamiento y resolución de problemas diversos que impliquen el cálculo de perímetros
- Medición del área de figuras de lados rectos, utilizando cuadrículas
- Resolución de problemas que impliquen la medición de superficies con el centímetro y el metro cuadrado
- Introducción a la fórmula del

Capacidad, peso y tiempo

- Comparación directa de la capacidad de recipientes
- Comparación directa del peso de dos objetos
- Uso de la balanza para comparar el peso de dos objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Uso de los términos "antes y después", "ayer, hoy y mañana" y "mañana, tarde y noche", asociados a actividades cotidianas
- Las actividades que se realizan en una semana

Capacidad, peso y tiempo

- Uso de la balanza para comparar el peso de objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varios objetos y recipientes, de acuerdo con su peso y su capacidad
- Uso del calendario: meses, semanas y días

Capacidad, peso y tiempo

- Medición del peso y la capacidad utilizando el kilo, el medio kilo, el cuarto de kilo, el medio litro y el cuarto de litro
- El año, los meses, las semanas y los días
- Uso del calendario para programar actividades e identificar fechas
- Lectura del reloj de manecillas horas y minutos
- Uso de expresiones "media hora" y "un cuarto de hora"
- Uso de instrumentos de medición, la balanza y el reloj

Capacidad, peso y tiempo

- Situaciones sencillas que ilustren el uso del mililitro y el miligramo (por ejemplo empaques de medicamentos)
- Uso del reloj y el calendario
- El lustro, la década, el siglo, el milenio
- Uso de instrumentos de medición la balanza, recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos
- Planteamiento y resolución de problemas diversos que impliquen el cálculo de perímetros
- Medición del área de figuras de lados rectos, utilizando cuadrículas
- Resolución de problemas que impliquen la medición de superficies con el centímetro y el metro cuadrado
- Introducción a la fórmula del

Capacidad, peso y tiempo

- Relación entre la capacidad y el volumen, relación entre el decímetro cúbico y el litro
- Relaciones entre la hora, los minutos y los segundos, asociadas a la resolución de problemas (conversiones)
- Uso de instrumentos de medición el dinamómetro y la balanza
- Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo

- Relación entre el perímetro y el área de una figura
- Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados
- Aproximación del área de polígonos irregulares y de figuras curvilíneas utilizando cuadrículas
- Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas
- El centímetro cúbico como unidad de medida del volumen
- Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal múltiplos y submúltiplos del metro

Capacidad, peso y tiempo

- Problemas que impliquen conversión de unidades de tiempo (año, mes, semana, día, hora, minuto y segundo)
- Introducción a algunos aspectos de la historia de la medición
- Profundización en el estudio del Sistema Métrico Decimal, múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo
- La tonelada como unidad de medida
- Relación entre las unidades de capacidad y peso del sistema métrico decimal y el sistema inglés (litro y galón, kilogramo y libra)

sistema métrico decimal múltiplos y submúltiplos del metro, algunos múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y del metro cúbico

• Relación entre las unidades de longitud del sistema métrico decimal y el sistema inglés (metro y yarda, centímetro y pulgada, centímetro y pie, kilómetro y milla terrestre)

Capacidad, peso y tiempo

balanza para
peso de objetos
la capacidad y el
objetos utilizando
de medida

Capacidad, peso y tiempo

- Medición del peso y la capacidad utilizando el kilo, el medio kilo, el cuarto de kilo, el litro, el medio litro y el cuarto de litro
- El año, los meses, las semanas y los días
- Uso del calendario para programar actividades e identificar fechas
- Lectura del reloj de manecillas horas y minutos
- Uso de expresiones "media hora" y "un cuarto de hora"
- Uso de instrumentos de medición: la balanza y el reloj

Capacidad, peso y tiempo

- Situaciones sencillas que ilustren el uso del mililitro y el miligramo (por ejemplo empaques de medicamentos)
- Uso del reloj y el calendario
- El lustro, la década, el siglo, el milenio
- Uso de instrumentos de medición: la balanza, recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos
- Planteamiento y resolución de problemas diversos que impliquen el cálculo de perímetros
- Medición del área de figuras de lados rectos, utilizando cuadrículas
- Resolución de problemas que impliquen la medición de superficies con el centímetro y el metro cuadrado
- Introducción a la fórmula del

Capacidad, peso y tiempo

- Relación entre la capacidad y el volumen, relación entre el decímetro cúbico y el litro
- Relaciones entre la hora, los minutos y los segundos, asociadas a la resolución de problemas (conversiones)
- Uso de instrumentos de medición: el dinamómetro y la balanza
- Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo

Capacidad, peso y tiempo

- Problemas que impliquen conversión de unidades de tiempo (año, mes, semana, día, hora, minuto y segundo)
- Introducción a algunos aspectos de la historia de la medición
- Profundización en el estudio del Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo
- La tonelada como unidad de medida
- Relación entre las unidades de capacidad y peso del sistema métrico decimal y el sistema inglés (litro y galón, kilogramo y libra)

- Relación entre el perímetro y el área de una figura
- Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados
- Aproximación del área de polígonos irregulares y de figuras curvilíneas utilizando cuadrículas
- Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas
- El centímetro cúbico como unidad de medida del volumen
- Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del metro

sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del metro, algunos múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y del metro cúbico

- Relación entre las unidades de longitud del sistema métrico decimal y el sistema inglés (metro y yarda, centímetro y pulgada, centímetro y pie, kilómetro y milla terrestre)

			<p>área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen el uso de instrumentos de medición: la regla graduada en milímetros y la cinta métrica
--	--	--	---

EJE TEMÁTICO: GEOMETRÍA

Ubicación espacial	Ubicación espacial	Ubicación espacial	Ubicación espacial	Ubicación espacial
<ul style="list-style-type: none"> Ubicación <ul style="list-style-type: none"> Del alumno en relación con su entorno Del alumno en relación con otros seres u objetos De objetos entre sí Uso de las expresiones "arriba", "abajo", "adelante", "atrás", "derecha", "izquierda" Introducción a la representación de desplazamientos sobre el plano <p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, los que ruedan y los que no ruedan) Construcción de algunos cuerpos mediante diversos procedimientos (plastilina, popotes u otros) <p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Reproducción pictórica de formas diversas Reconocimiento de círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en 	<ul style="list-style-type: none"> Ubicación <ul style="list-style-type: none"> Del alumno en relación con su entorno Del alumno en relación con otros seres u objetos Los puntos cardinales Representación de desplazamientos sobre el plano <ul style="list-style-type: none"> Trayectos, caminos y laberintos Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia. <p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Representación de cuerpos y objetos del entorno utilizando diversos procedimientos Clasificación de objetos o cuerpos geométricos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas) Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos <p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Trazo de figuras diversas utilizando la regla Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas 	<ul style="list-style-type: none"> Representación en el plano de la ubicación de seres y objetos del entorno inmediato Representación de desplazamientos sobre el plano trayectos tomando en cuenta puntos de referencia Diseño, lectura e interpretación de croquis Observación y representación de objetos desde diversas perspectivas <p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Características de los cuerpos (por ejemplo, número de caras, formas de las caras) <p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características: igualdad de sus lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría 	<ul style="list-style-type: none"> Representación de puntos y desplazamientos en el plano Diseño, lecturas e interpretación de croquis y planos Lectura e interpretación de mapas <p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de caras, número de vértices y número de aristas. Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos (por ejemplo, mediante el trazo de forros con restricciones) <p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Comparación de ángulos, en forma directa, con intermediano Uso del transportador en la medición de ángulos 	<ul style="list-style-type: none"> Introducción de coordenadas para ubicar mapas o Las coordenadas <p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Construcción de patrones <p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Trazo de figuras con regla y compás Uso del transportador en la construcción de figuras

área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo

- Resolución de problemas que impliquen el uso de instrumentos de medición: la regla graduada en milímetros y la cinta métrica

EJE TEMÁTICO: GEOMETRÍA

Ubicación espacial

- Ubicación
 - Del alumno en relación con su entorno
 - Del alumno en relación con otros seres u objetos
 - De objetos entre sí
 - Uso de las expresiones "arriba", "abajo", "adelante", "atrás", "derecha", "izquierda"
- Introducción a la representación de desplazamientos sobre el plano

Cuerpos geométricos

- Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos
- Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, los que ruedan y los que no ruedan)
- Construcción de algunos cuerpos mediante diversos procedimientos (plastilina, popotes u otros)

Figuras geométricas

- Reproducción pictórica de formas diversas
- Reconocimiento de círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en

Ubicación espacial

- Ubicación
 - Del alumno en relación con su entorno
 - Del alumno en relación con otros seres u objetos
- Los puntos cardinales
- Representación de desplazamientos sobre el plano
 - Trayectos, caminos y laberintos
 - Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia.

Cuerpos geométricos

- Representación de cuerpos y objetos del entorno utilizando diversos procedimientos
- Clasificación de objetos o cuerpos geométricos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas)
- Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos

Figuras geométricas

- Trazo de figuras diversas utilizando la regla
- Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas

Ubicación espacial

- Representación en el plano de la ubicación de seres y objetos del entorno inmediato
- Representación de desplazamientos sobre el plano trayectos tomando en cuenta puntos de referencia
- Diseño, lectura e interpretación de croquis
- Observación y representación de objetos desde diversas perspectivas

Cuerpos geométricos

- Características de los cuerpos (por ejemplo, número de caras, formas de las caras)

Figuras geométricas

- Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características: igualdad de sus lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría

Ubicación espacial

- Representación de puntos y desplazamientos en el plano
- Diseño, lecturas e interpretación de croquis y planos
- Lectura e interpretación de mapas

Cuerpos geométricos

- Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de caras, número de vértices y número de aristas
- Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos (por ejemplo, mediante el trazo de forros con restricciones)

Figuras geométricas

- Comparación de ángulos, en forma directa, con intermediario
- Uso del transportador en la medición de ángulos

Ubicación espacial

- Introducción de los ejes de coordenadas cartesianas para ubicar seres u objetos en mapas o croquis
- Las coordenadas de un punto

Cuerpos geométricos

- Construcción y armado de patrones de cubos y prismas

Figuras geométricas

- Trazo de figuras utilizando la regla y la escuadra
- Uso de la regla, escuadra y compás para trazar figuras a partir de ejes de simetría.

Ubicación espacial

- Construcción a escala de croquis del entorno
- Uso de los ejes de coordenadas cartesianas
- Lectura de mapas

Cuerpos geométricos

- Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides

Figuras geométricas

- Construcción de figuras a escala
- Reconocimiento de las semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala
- Construcción de figuras a partir

área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo

- Resolución de problemas que impliquen el uso de instrumentos de medición: la regla graduada en milímetros y la cinta métrica

EJE TEMÁTICO: GEOMETRÍA

<p>relación con relación con objetos cuales de despla- el plano líneas y labe- tomando en de referencia</p>	<p>Ubicación espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representación en el plano de la ubicación de seres y objetos del entorno inmediato • Representación de desplazamientos sobre el plano trayectos tomando en cuenta puntos de referencia • Diseño, lectura e interpretación de croquis • Observación y representación de objetos desde diversas perspectivas 	<p>Ubicación espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representación de puntos y desplazamientos en el plano • Diseño, lecturas e interpretación de croquis y planos • Lectura e interpretación de mapas 	<p>Ubicación espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción de los ejes de coordenadas cartesianas para ubicar seres u objetos en mapas o croquis • Las coordenadas de un punto 	<p>Ubicación espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción a escala de croquis del entorno • Uso de los ejes de coordenadas cartesianas • Lectura de mapas
<p>objetos de cuerpos y torno utilizando cimientos de objetos o étricos bajo dis- s (por ejemplo, as y caras de algunos o caras o cubos</p>	<p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Características de los cuerpos (por ejemplo, número de caras, formas de las caras) 	<p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de caras, número de vértices y número de aristas • Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos (por ejemplo, mediante el trazo de forros con restricciones) 	<p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción y armado de patrones de cubos y prismas 	<p>Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides
<p>figuras figuras diversas regla y n de figuras a figuras básicas</p>	<p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características: igualdad de sus lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría 	<p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comparación de ángulos, en forma directa, con intermedio • Uso del transportador en la medición de ángulos 	<p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trazo de figuras utilizando la regla y la escuadra • Uso de la regla, escuadra y compás para trazar figuras a partir de ejes de simetría. 	<p>Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción de figuras a escala • Reconocimiento de las semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala • Construcción de figuras a partir

EJE TEMÁTICO: TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN				
<ul style="list-style-type: none"> Planteamiento y resolución de problemas sencillos que requieran recolección, registro y organización de información utilizando pictogramas Resolución de problemas y elaboración de preguntas sencillas que puedan responderse a partir de una ilustración 	<ul style="list-style-type: none"> Interpretación de la información contenida en ilustraciones, registros y pictogramas sencillos Resolución e invención de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración Invención de problemas a partir de expresiones numéricas dadas 	<ul style="list-style-type: none"> Planteamiento y resolución de problemas sencillos en los que se requiera recolectar y registrar información periódicamente Invención y redacción de preguntas a partir de enunciados que contienen datos numéricos Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración 	<ul style="list-style-type: none"> Recolección y registro de datos provenientes de la observación Representación de información en tablas de frecuencia absoluta en el manejo de la información Análisis e interpretación de la información proveniente de una pequeña encuesta 	<ul style="list-style-type: none"> Organización de tablas de barras o Análisis gráficos de valor ma Recopilación de informac
EJE TEMÁTICO: PREDICCIÓN Y AZAR				
		<ul style="list-style-type: none"> Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar Identificación y realización de juegos en los que interviene o no el azar 	<ul style="list-style-type: none"> Registros de los resultados de experimentos aleatorios Representación de los resultados de un experimento aleatorio en tablas y gráficas Uso de las expresiones "más probable" y "menos probable" en la predicción de resultados Realización de juegos o experimentos cuyos resultados dependen del azar 	<ul style="list-style-type: none"> Problemas arreglos o tres resultados Uso de resoluciones Lista de Expert análisis posible favora Identificación menor evento

**EJE TEMÁTICO:
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**

<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas sencillos que requieran recolección, registro y organización de información utilizando pictogramas • Resolución de problemas y elaboración de preguntas sencillas que puedan responderse a partir de una ilustración 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretación de la información contenida en ilustraciones, registros y pictogramas sencillos • Resolución e invención de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración • Invención de problemas a partir de expresiones numéricas dadas 	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas sencillos en los que se requiera recolectar y registrar información periódicamente • Invención y redacción de preguntas a partir de enunciados que contienen datos numéricos • Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración 	<ul style="list-style-type: none"> • Recolección y registro de datos provenientes de la observación • Representación de información en tablas de frecuencia absoluta en el manejo de la información • Análisis e interpretación de la información proveniente de una pequeña encuesta 	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas • Análisis de las tendencias en gráficas de barras promedios, valor más frecuente, la mediana • Recopilación y análisis de información de diversas fuentes 	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas • Análisis de las tendencias en gráficas de barras promedios, valor más frecuente, la mediana • Uso de la frecuencia relativa en la resolución de problemas • Recopilación y análisis de información de diversas fuentes • Análisis de problemas en los que se establezca si hay suficiente información para poder resolverlos y se distinga entre datos necesarios y datos irrelevantes
---	--	---	--	--	--

**EJE TEMÁTICO:
PREDICCIÓN Y AZAR**

		<ul style="list-style-type: none"> • Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar • Identificación y realización de juegos en los que interviene o no el azar 	<ul style="list-style-type: none"> • Registros de los resultados de experimentos aleatorios • Representación de los resultados de un experimento aleatorio en tablas y gráficas • Uso de las expresiones "más probable" y "menos probable" en la predicción de resultados • Realización de juegos o experimentos cuyos resultados dependen del azar 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que impliquen arreglos o permutaciones de dos o tres objetos. Lista de resultados posibles • Uso de diagramas de árbol para resolver problemas de conteo. Lista de resultados posibles • Experimentos aleatorios y análisis de los resultados posibles y de los casos favorables • Identificación de la mayor o menor probabilidad de los eventos 	<ul style="list-style-type: none"> • Registro en tablas y gráficas de los resultados de diversos experimentos aleatorios • Uso de diagramas de árbol para contar el número de resultados posibles en experimentos sencillos • Comparación de dos eventos a partir del número de casos favorables sin cuantificar su probabilidad • Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones
--	--	---	---	--	--

**EJE TEMÁTICO:
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**

<p>de la contenida en registros y sencillos Invencción de sencillos partir de la que aporta una problemas a expresiones</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas sencillos en los que se requiera recolectar y registrar información periódicamente • Invencción y redacción de preguntas a partir de enumerados que contienen datos numéricos • Resolución e invencción de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración 	<ul style="list-style-type: none"> • Recolección y registro de datos provenientes de la observación • Representación de información en tablas de frecuencia absoluta en el manejo de la información • Análisis e interpretación de la información proveniente de una pequeña encuesta 	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas • Análisis de las tendencias en gráficas de barras, promedios, valor más frecuente, la mediana • Recopilación y análisis de información de diversas fuentes 	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas • Análisis de las tendencias en gráficas de barras, promedios, valor más frecuente, la mediana • Uso de la frecuencia relativa en la resolución de problemas • Recopilación y análisis de información de diversas fuentes • Análisis de problemas en los que se establezca si hay suficiente información para poder resolverlos y se distinga entre datos necesarios y datos irrelevantes
---	---	--	---	---

**EJE TEMÁTICO:
PREDICCIÓN Y AZAR**

	<ul style="list-style-type: none"> • Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar • Identificación y realización de juegos en los que interviene o no el azar 	<ul style="list-style-type: none"> • Registros de los resultados de experimentos aleatorios • Representación de los resultados de un experimento aleatorio en tablas y gráficas • Uso de las expresiones "más probable" y "menos probable" en la predicción de resultados • Realización de juegos o experimentos cuyos resultados dependen del azar 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que impliquen arreglos o permutaciones de dos o tres objetos. Lista de resultados posibles • Uso de diagramas de árbol para resolver problemas de conteo. Lista de resultados posibles • Experimentos aleatorios y análisis de los resultados posibles y de los casos favorables • Identificación de la mayor o menor probabilidad de los eventos 	<ul style="list-style-type: none"> • Registro en tablas y gráficas de los resultados de diversos experimentos aleatorios • Uso de diagramas de árbol para contar el número de resultados posibles en experimentos sencillos • Comparación de dos eventos a partir del número de casos favorables sin cuantificar su probabilidad • Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones
--	---	---	--	--

<p>diversos objetos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificación de líneas rectas y curvas en objetos del entorno • Trazo de figuras diversas utilizando la regla • Elaboración de grecas 	<ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados) • Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas • Simetría • Ejes de simetría de una figura (identificación y trazo) • Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos • Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de papel • Uso de la regla para trazar líneas y figuras 	<ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de figuras geométricas a partir del número de lados, número de ángulos iguales y número de ejes de simetría • Reconocimiento de diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos (triángulo isósceles, escaleno y equilateral, triángulo rectángulo) • Trazo de las alturas de los triángulos (casos sencillos) • Composición y descomposición de figuras geométricas • Trazo de líneas paralelas y perpendiculares utilizando diversos procedimientos • Trazo de círculos utilizando una cuerda 	<p>líneas perpen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso de círculos • Clasificación utilizando (por ejemplo, ángulos, paralelas) • Construcción de figuras geométricas
---	---	---	---	---

**EJE TEMÁTICO:
PROCESOS DE CAMBIO**

			<ul style="list-style-type: none"> • Problemas sencillos que introduzcan al alumno a la elaboración de tablas de variación proporcional 	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de tablas de variación proporcional • Resolución de problemas de variación proporcional • Planificación de actividades
--	--	--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> diversos objetos Identificación de líneas rectas y curvas en objetos del entorno Trazo de figuras diversas utilizando la regla Elaboración de grecas 	<ul style="list-style-type: none"> Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados) Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas Simetría Ejes de simetría de una figura (identificación y trazo) Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de papel Uso de la regla para trazar líneas y figuras 	<ul style="list-style-type: none"> Clasificación de figuras geométricas a partir del número de lados, número de lados iguales, ángulos iguales y número de ejes de simetría Reconocimiento de diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos (triángulo isósceles, escaleno y equilátero, triángulo rectángulo) Trazo de las alturas de los triángulos (casos sencillos) Composición y descomposición de figuras geométricas Trazo de líneas paralelas y perpendiculares utilizando diversos procedimientos Trazo de círculos utilizando una cuerda 	<ul style="list-style-type: none"> líneas paralelas y perpendiculares Uso del compás para trazar círculos Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, igualdad de ángulos, igualdad de lados, paralelismo y simetría) Construcción de figuras a escala (casos sencillos) 	<ul style="list-style-type: none"> de sus diagonales Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, tamaño de sus lados, número de lados, medida de sus ángulos, número de vértices, pares de lados paralelos, diagonales iguales, diagonales diferentes, puntos de intersección de las diagonales, número de ejes de simetría, etc.) Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría Trazo y reproducción de figuras utilizando regla y compás
---	---	---	---	---	--

**EJE TEMÁTICO:
PROCESOS DE CAMBIO**

			<ul style="list-style-type: none"> Problemas sencillos que introduzcan al alumno a la elaboración de tablas de variación proporcional 	<ul style="list-style-type: none"> Elaboración de tablas de variación proporcional y no proporcional para resolver problemas Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa Elaboración de gráficas de variación proporcional y no proporcional Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje 	<ul style="list-style-type: none"> Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional y no proporcional Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes El valor unitario como procedimiento para resolver ciertos problemas de proporcionalidad Los productos cruzados como método para comprobar si hay o no proporcionalidad Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje
--	--	--	--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de diversas figuras básicas (por ej. triángulos y lados iguales) • Construcción y reproducción de figuras 	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas • Simetría • Ejes de simetría de una figura (identificación y trazo) • Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos • Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de papel • Uso de la regla para trazar líneas y figuras 	<ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de figuras geométricas a partir del número de lados, número de lados iguales, ángulos iguales y número de ejes de simetría • Reconocimiento de diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos (triángulo isósceles, escaleno y equilateral, triángulo rectángulo) • Trazo de las alturas de los triángulos (casos sencillos) • Composición y descomposición de figuras geométricas • Trazo de líneas paralelas y perpendiculares utilizando diversos procedimientos • Trazo de círculos utilizando una cuerda 	<ul style="list-style-type: none"> • Líneas paralelas y perpendiculares • Uso del compás para trazar círculos • Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, igualdad de ángulos, igualdad de lados, paralelismo y simetría) • Construcción de figuras a escala (casos sencillos) 	<ul style="list-style-type: none"> • de sus diagonales • Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, tamaño de sus lados, número de lados, medida de sus ángulos, número de vértices, pares de lados paralelos, diagonales iguales, diagonales diferentes, puntos de intersección de las diagonales, número de ejes de simetría, etc.) • Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría • Trazo y reproducción de figuras utilizando regla y compás
---	---	--	---	--

**EJE TEMÁTICO:
PROCESOS DE CAMBIO**

		<ul style="list-style-type: none"> • Problemas sencillos que introduzcan al alumno a la elaboración de tablas de variación proporcional 	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de tablas de variación proporcional y no proporcional para resolver problemas • Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa • Elaboración de gráficas de variación proporcional y no proporcional • Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje 	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional • Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional y no proporcional • Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes • El valor unitario como procedimiento para resolver ciertos problemas de proporcionalidad • Los productos cruzados como método para comprobar si hay o no proporcionalidad • Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje
--	--	--	--	--

MAPA CURRICULAR DE NÚMEROS FRACCIONARIOS				Año: C
DESARROLLADO	CONTABILIZADO	QUANTIFICADO	SEXIGURADO	
<ul style="list-style-type: none"> • Introducción a la notación fraccionaria en su sentido propiamente dicho (cuarto y sexto mediana, a los decimales y porcentajes de los decimales) 	<ul style="list-style-type: none"> • Trascendimiento de los números para utilizar números fraccionarios en ejemplos que los usen 	<ul style="list-style-type: none"> • Trascendimiento de los números para utilizar los números fraccionarios • Utilización de los números fraccionarios 		
<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de fracciones sencillas representadas en forma de fracción propia o que el numerador sea menor 	<ul style="list-style-type: none"> • Diferenciación de fracciones sencillas en el uso de la notación fraccionaria • Comparación de fracciones sencillas en el uso de la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de los números fraccionarios para mostrar la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Ordenamiento de fracciones sencillas 	
	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de los números fraccionarios 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas sencillos de problemas con fracciones sencillas (desarrollo de los números fraccionarios) 		
	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de los números fraccionarios en la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de los números fraccionarios en la notación fraccionaria • Utilización de los números fraccionarios en la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de los números fraccionarios en la notación fraccionaria 	
<ul style="list-style-type: none"> • Representación en forma de fracciones sencillas 				
<ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas sencillos de problemas que impliquen el uso de fracciones sencillas en la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas sencillos de problemas que impliquen el uso de fracciones sencillas en la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas sencillos de problemas que impliquen el uso de fracciones sencillas en la notación fraccionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantear problemas sencillos de problemas que impliquen el uso de fracciones sencillas en la notación fraccionaria 	
	<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador 	<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador 		
		<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador 		
		<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones con igual denominador 		
			<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de fracciones sencillas en la notación fraccionaria • Utilización de fracciones sencillas en la notación fraccionaria 	

SINTESIS DE CONTENIDOS EN LOS TRES MATERIALES ANALIZADOS Anexo D'

	PROGRAMA DE MATEMÁTICAS	LIBRO PARA EL MAESTRO	LIBRO PARA EL ALUMNO
1º	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones
	Medición y comparación de longitudes y superficies por superposición y recubrimiento	Medición y comparación de longitudes y superficies por superposición y recubrimiento con moldes arbitrarios	Medición, comparación de longitudes y superficies por superposición y recubrimiento con moldes arbitrarios
		Comparación de superficies separadas en pedretes	
2º	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones	Plantamiento y resolución de problemas Reportes y comparación de soluciones
	Medición de longitudes y superficies con moldes arbitrarios	Medición de longitudes y superficies con moldes arbitrarios	Medición de longitudes y superficies con moldes arbitrarios
		Comparación de superficies separadas en pedretes	
3º	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en medición de longitudes Comparación por superposición de fracciones	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en medición de longitudes Fracciones con material concreto y longitudes Comparación por superposición de fracciones	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en medición de longitudes Fracciones con material concreto y longitudes Comparación por superposición de fracciones
	Representación conceptual de las fracciones Medición con fracciones sencillas	Representación conceptual de las fracciones Medición con fracciones sencillas	Representación conceptual de las fracciones Medición con fracciones sencillas
4º	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en medición de longitudes Introducción de fracciones en la medida de superficies Comparación por superposición de fracciones Introducción de fracciones con material concreto Introducción de fracciones en la medida de superficies Medición con fracciones sencillas	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en la medida de longitudes Fracciones con material concreto y longitudes Introducción de fracciones en la medida de superficies Comparación por superposición de fracciones Introducción de fracciones con material concreto Introducción de fracciones en la medida de superficies Medición con fracciones sencillas	Plantamiento y resolución de problemas Introducción de fracciones en el repunte Introducción de fracciones en la medida de longitudes Fracciones con material concreto y longitudes Introducción de fracciones en la medida de superficies Comparación por superposición de fracciones Introducción de fracciones con material concreto Introducción de fracciones en la medida de superficies Medición con fracciones sencillas

Nota importante: Esta síntesis fue elaborada con los resultados obtenidos en la presente investigación.

			Introducir tablas de variación proporcional
5 ^a	Plantamiento y resolución de problemas	Plantamiento y resolución de problemas	Plantamiento y resolución de problemas
		Introducción de fracciones en el reparto	Introducción de fracciones en el reparto
		Introducción de fracciones en la medición (espaldas y pesos)	Introducción de fracciones en la medición (espaldas y pesos)
		Trasformación de enteros y longitudes	Trasformación de enteros y longitudes
		Compartición para observar equivalencia	Compartición para observar equivalencia
		Múltiplos y divisores de 10, 100 y 1000	Múltiplos y divisores de 10, 100 y 1000
		Fracciones básicas en la medida numérica	Fracciones básicas en la medida numérica
		Introducción de fracciones simples	Introducción de fracciones simples
		Algoritmo de suma y resta de fracciones con el uso de espaldas	Algoritmo de suma y resta de fracciones con el uso de espaldas
		Introducción simplificada de fracciones con enteros	Introducción simplificada de fracciones con enteros
6 ^a	Introducción simplificada de fracciones con divisiones	Introducción simplificada de fracciones con divisiones	Introducción simplificada de fracciones con divisiones
	Introducción de tablas de porcentajes	Introducción de tablas de porcentajes con fracciones de denominador 100	Introducción de tablas de porcentajes con fracciones de denominador 100
		Introducción de tablas de variación proporcional de fracciones y enteros	Introducción de tablas de variación proporcional de fracciones y enteros
		Plantamiento y resolución de problemas	Plantamiento y resolución de problemas
		Múltiplos y divisores en el reparto	Múltiplos y divisores en el reparto
		Múltiplos y divisores en la medición de longitudes (espaldas y pesos)	Múltiplos y divisores en la medición de longitudes (espaldas y pesos)
		Múltiplos y divisores de enteros y longitudes	Múltiplos y divisores de enteros y longitudes
		Múltiplos y divisores en la medición de espaldas	Múltiplos y divisores en la medición de espaldas
		Compartición para observar equivalencia y orden	Compartición para observar equivalencia y orden
		Múltiplos y divisores de 10, 100 y 1000	Múltiplos y divisores de 10, 100 y 1000
	Fracciones básicas en la medida numérica	Fracciones básicas en la medida numérica	
	Múltiplos y divisores	Múltiplos y divisores	
	Múltiplos y divisores en la medida de espaldas y pesos	Múltiplos y divisores en la medida de espaldas y pesos	
	Algoritmo de suma y resta de fracciones con divisiones y porcentajes por medio del cálculo del denominador común	Algoritmo de suma y resta de fracciones con divisiones y porcentajes por medio del cálculo del denominador común	
	Múltiplos y divisores en el reparto	Múltiplos y divisores en el reparto	
	Múltiplos y divisores de porcentajes	Múltiplos y divisores de porcentajes	
	Relación proporcional entre unidades de medida	Relación proporcional entre unidades de medida	
	Introducción simplificada de fracciones con enteros y espaldas y pesos	Introducción simplificada de fracciones con enteros y espaldas y pesos	
	Introducción simplificada de fracciones	Introducción simplificada de fracciones	

SINTESIS DE INDICADORES DE CATEGORÍAS DE ANÁLISIS ANEXO E*

GRADOS	1°			2°			3°			4°			5°			6°		
MATERIALES	PR	LM	LA	PR	LM	LA	PR	LM	LA	PR	LM	LA	PR	LM	LA	PR	LM	LA
Problemas como enfoque metodológico																		
Fraciones en el reparto																		
Fraciones en la medición																		
Fraciones como decimal finito																		
Fraciones como razón																		
Fraciones como proporción																		
Fraciones como cociente de una división																		

- PR Programas de estudio
- LM Libros para el maestro
- LA Libros para el alumno

* Nota importante: Para la construcción de esta síntesis se tomaron en cuenta los resultados obtenidos en esta investigación