

19
20j



Universidad Nacional
Autónoma de México

Facultad de Ciencias

*Estimación de la Velocidad de Escape
Local y la Masa de la Galaxia*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

F Í S I C O

P R E S E N T A

ARTURO GARCÍA COLE



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

México D.F.

FACULTAD DE CIENCIAS
SECCIÓN ESCOLAR

1997



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "Estimación de la Velocidad de Escape Local y la Masa de la Galaxia"

realizado por Arturo García Cole

con número de cuenta 8351434-8, pasante de la carrera de Física

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

Propietario

Propietario

Suplente

Suplente

DR. WILLIAM JOHN SCHUSTER BRUCKERT

DR. EDMUNDO MORENO DIAZ

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA

DRA. ROSARIO PENICHE GARCIA

M. EN C. AUGUSTO CABRERA MANUEL

William J. Schuster B.
Edmundo Moreno Diaz
Roberto Ruelas Mayorga
Rosario Peniche Garcia
Augusto Cabrera Manuel

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA

FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Esta tesis esta dedicada a

A MIS PADRES OFELIA Y AGUSTIN

Por su gran apoyo y paciencia

A MI ESPOSA ROSA EMILIA

Por el gran amor que nos une

A MI HIJO ARTURO HOLKAN

El producto de ese gran amor

**A MIS HERMANOS VIRGINIA, AGUSTIN,
CAROLINA**

A TODOS MIS FAMILIARES

A TODOS MIS AMIGOS

AGRADECIMIENTOS

Mi más sincero agradecimiento a los Drs. W. J. Schuster y Edmundo Moreno Díaz, por su comprensión, paciencia y apoyo al dirigir y asesorar este trabajo.

A la M. en C. Christine Allen Armiño, al Dr. Carlos Alfredo Chavarría Kleinhein, y al Fis. Mat. José Daniel Flores Gutiérrez, quienes me apoyaron e hicieron sugerencias y comentarios muy valiosos.

Así como a Laura Parrao por su ayuda en la reducción de los datos fotométricos y a todas las personas e instituciones que de alguna manera me

INDICE		
INTRODUCCION		2
CAPITULO 1	FOTOMETRIA	
STRÖMGRÉN $uvby\beta$		5
FOTOMETRO DANÉS		10
Filtros de densidad neutra		12
Depolarizador		12
Diafrágramas		12
Filtros ópticos y ranuras		13
Razón de cuentas		13
Correcciones a tiempo muerto		14
Fotomultiplicador		14
CAPITULO 2	TECNICAS OBSERVACIONALES	
EXTINCCION ATMOSFERICA Y MASA DE AIRE		17
Seeing		19
SU PRIMERA NOCHE EN EL TELESCOPIO		20
REDUCCION DE DATOS		23
CAPITULO 3	GALAXIA	
MOVIMIENTOS PROPIOS Y DISTANCIA		29
VELOCIDADES		35
CURVA DE ROTACIÓN		36
CAPITULO 4	MODELOS GALACTICOS	
MOVIMIENTO SOLAR EN LA GALAXIA		40
Modelo esférico		44
Modelo disco		48
Combinación de esférico y disco		50
Modelo basado en halo y disco		54
Modelo halo disco		57
MASA DEL SISTEMA GALACTICO		59
CONCLUSIONES		60
BIBLIOGRAFIA		63

0.1 INTRODUCCION

Muchas son las formas de calcular la masa de la Galaxia, entre ellas estan las observaciones de radio, de cúmulos de alta velocidad, otros métodos la deducen de conocer las dimensiones de la Galaxia combinada con la velocidad de rotación, algunos más de observaciones de estrellas Galácticas RR Lyrae como la R15, dando evidencias directas de un halo masivo circundante al plano, y así se puede calcular de diferentes formas la masa Galáctica.

En este trabajo se presentan los resultados fotométricos y cinemáticos para más de 1000 estrellas de alta velocidad y pobres en metales del halo Galáctico, cuyos valores son promedios de diferentes temporadas. Usando la fotometría derivamos metalicidades y distancias para las estrellas. Con la cinemática de las estrellas y utilizando los diagramas de energía Toomre - en particular utilizamos este diagrama para estrellas con $+0.4 \leq \left[\frac{F_c}{H} \right] \leq -3.5$, es muy importante debido a que muestra claramente las estrellas más veloces con respecto al centro de la Galaxia - y el diagrama de Bottlinger (el cual, podemos mencionar que con este diagrama se puede observar las poblaciones estelares que estan presentes en la muestra total, y que las estrellas más veloces son miembros del Halo) se estimarán cuales son las estrellas mas veloces y así obtener un límite inferior de la velocidad local y aplicando conceptos matematicos y dinámicos para la Galaxia, podemos estimar un límite inferior de la masa Galáctica.

El **Capítulo 1** trata de la aplicacion y conceptos fotométricos. La fotometría de estrellas, especialmente en varias longitudes de onda, es una de las técnicas observacionales más importantes en Astronomía. Una de las aplicaciones de la fotometría astronómica es la medición del flujo de luz que proviene de las estrellas, lo que permite calcular temperaturas, composiciones químicas, distancias, etc.. Existe una gran variedad de detectores de radiación electromagnética que se pueden utilizar en trabajos astronómicos. Si especificamos el detector, un sistema de magnitudes a partir de una selección de filtros, y una serie de estrellas estandares, podemos definir un sistema fotométrico, en diferentes categorías basadas en el tamaño de los intervalos de longitud de onda λ transmitidos por sus filtros. Los 3 principales tipos de filtros son; ancho ($\Delta\lambda \approx 100nm$), intermedio ($\Delta\lambda \approx 10nm$), y angosto ($\Delta\lambda \approx 1nm$). Con esto se usa el sistema fotométrico de Strömgren uvby- β , debido a que el fotómetro Dánés está diseñado para su utilización y así poder medir estrellas muy débiles y pobres en metales.

En el **Capítulo 2** trata temas relacionados a las técnicas observacionales y la forma, dimensión y demás conceptos de la Galaxia. Neblina, polvo, nubes, excesivo centelleo, polución de luz, etc., con sus respectivas variaciones, nos da

una idea de lo complicado que resulta tener un sitio adecuado para la fotometría. Con esto, debemos encontrar un lugar en el cual las noches sean buenas. Se utilizan estrellas de referencia durante las observaciones para detectar cambios en la masa de aire, condiciones atmosféricas y variaciones en el funcionamiento del equipo. Las estrellas de comparación son no variables, próximas a las estrellas de interés, de magnitud similar aparente y clase espectral, teniendo su propia magnitud conocida la que es muy confiable para el sistema fotométrico en uso. En las observaciones hay que incluir: temperatura, presión, humedad relativa y grado de nubosidad. El procedimiento de observación varía con el observador y con el instrumento. Se explican brevemente los programas que se utilizaron para reducir las observaciones fotométricas en el sistema Strömrgren $uvby\beta$, obtenidas con el Fotómetro Dánes. En el diagrama de flujo se ilustran todos los pasos a seguir para una buena reducción, se describirán los más importantes.

El Capítulo 3 *El tema de este capítulo es de la Galaxia.* La Galaxia es una gigantesca colección de gas, polvo, materia oscura, materia interestelar, cuyo perfil presenta la forma de una lente convexa con un diámetro, entre (24 - 30) kpc y un espesor de (3 - 6) kpc disminuyendo en dirección a la periferia. El número de estrellas, es del orden de 100 - 180 mil millones, aumentando en dirección al centro del sistema. Sol esta a 8.5 kpc del centro galáctico. En esta región central existe una concentración de materia que forma un núcleo denso de alrededor de 10 pc de diámetro. Siendo el tipo morfológico de nuestra Galaxia una gigante normal *Sbc II* de magnitud absoluta -20. Se definen conceptos como: movimientos propios, velocidades, curva de rotación, etc.. La estructura, cinemática y la gran cantidad de componentes químicos estelares de la Galaxia contiene importante información que pertenecen a modelos del disco y halo Galáctico para su formación y evolución. *Terminando con una breve reducción de datos.*

El Capítulo 4 *trata el tema central de esta tesis que es el de la masa Galáctica y la velocidad de escape local para 8 estrellas más veloces, con respecto al centro Galáctico. Se describen 5 modelos matemáticos para estimar el límite inferior de la masa Galáctica.* La descripción de los modelos se desarrolla de manera individual de acuerdo al modelo del que se esté tratando, tomando en cuenta el conjunto de estrellas ligadas a la Galaxia que sean más veloces, es decir, que su velocidad de escape sea mayor a 400 km/s, estas serán tomadas de los catálogos de **Schuster & Nissen**, **Schuster Parrao Contreras** y el de **Cole** utilizando para este fin los Diagramas de Energía Tommre y Bottlinger. Los modelos que son tratados son los siguientes: esférico, disco, combinando esférico y disco, y los dos modelos basados en halos y un disco representado por un esferoide oblató.

Para finalizar, presentamos algunas **conclusiones** del presente trabajo, en la que se hace una comparación de que modelo tiene mejor representación en la curva de rotación y cual da una mejor estimación de la masa total de la Galaxia.

CAPITULO 1

FOTOMETRIA

0.2 STRÖMGREN uvby-beta

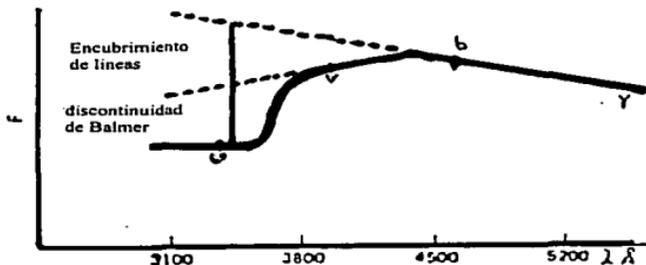
El sistema **Strömgren uvby-beta** fue desarrollado por *B. Strömgren* y el trabajo observacional de *D. Crawford*. Las magnitudes se refieren a una banda angosta de longitud de onda y están definidas por filtros cuyas funciones de transmisión no se translanan. La *Tabla 1* contiene los filtros designados, las longitudes de onda centrales y el ancho completo en media transmisión de los cuatro filtros de este sistema.

Filtro	λ central(\AA)	anchos de banda(\AA)
y	5,500	200
b	4,700	200
v	4,100	200
u	3,500	300

Filtros usados en el sistema Strömgren

Tabla 1

La *Fig. 1* muestra la posición de los 4 filtros del sistema **Strömgren uvby-beta**.



Posición de los 4 filtros con respecto a la línea de encubrimiento y la discontinuidad de Balmer

Fig. 1

Enrojecimiento Interestelar.

Se debe a que el espacio interestelar está saturado por granos de polvo y luz estelar esparcida, y así, la luz observada aparece enrojecida. Este enrojecimiento interestelar es *dependiente de longitud de onda* y por lo tanto afecta a los índices de color. El enrojecimiento implica simplemente que la absorción de partículas es más fuerte en la región azul que en la roja (ver Fig. 2).

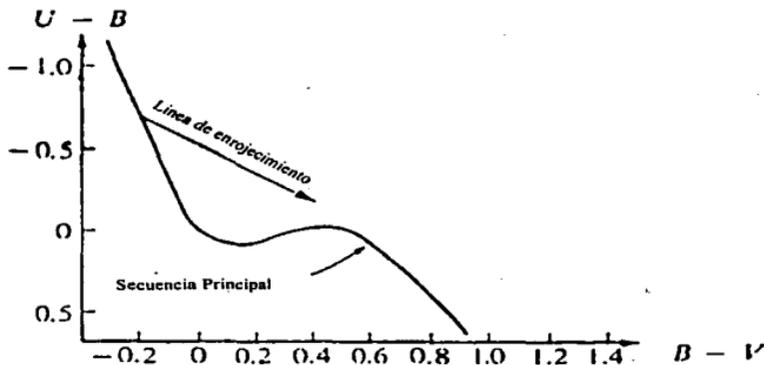


Diagrama U-B vs B-V mostrando la línea de enrojecimiento

Fig. 2

Exceso de color.

De una estrella se define como la diferencia entre los índices de color observados y los índices de color intrínsecos.

$$E(b-y) = (b-y)_{obs} - (b-y)_{intrin} \quad \dots[1]$$

$(b-y)_{obs}$ es el índice de color observado y $(b-y)_{intrin}$ es el índice de color intrínseco.

En la ausencia de encubrimiento de líneas, la pendiente del continuo es constante y $(b-y) \cong (v-b)$. Sin embargo, en general y , y debido a que el índice $(v-b)$ es afectado por encubrimiento de líneas, la diferencia entre estos dos índices indica la presencia o cantidad de encubrimiento de líneas.

Metalicidad.

Esta representada por:

$$m_1 = (v - b) - (b - y) \quad \dots[2]$$

La magnitud u es afectada por el encubrimiento de líneas y por el salto de Balmer. La magnitud v contiene sólo encubrimiento de líneas $\approx 50\%$ más débil que en u ; el otro índice se define como:

$$c_1 = (u - v) - (v - b) \quad \dots[3] \quad \text{y} \quad c_1 = (u - 2v + b) \quad \dots[4]$$

$-2v$ elimina casi todo el encubrimiento de u tal que c_1 es libre de los efectos de encubrimiento y c_1 mide la discontinuidad de Balmer, que para las estrellas **F** es sensible a la luminosidad estelar o gravedad superficial; $b-y$ mide el color y la temperatura efectiva, y m_1 mide la metalicidad o composición química, esto es para estrellas **F** y **G**. En la literatura sobre estrellas estandares *uvby* sólo se listan valores de $b-y$, m_1 , c_1 .

La razón de **metal / hidrógeno**; $\left[\frac{Fe}{H}\right]$ se define por:

$$\left[\frac{Fe}{H}\right] = \log\left(\frac{Fe}{H}\right)_{estrella} - \log\left(\frac{Fe}{H}\right)_{sol} \quad \dots[5]$$

Strömgren(1966) da la calibración como: $\left[\frac{Fe}{H}\right] = 0.3 - 13 \delta m_1 + (m_1 + c_1)$

Schuster & Nissen (1989) derivaron una calibración de $\left[\frac{Fe}{H}\right]$ de la fotometría *uvby* para estrellas **F** y **G** que se puede usar desde $\left[\frac{Fe}{H}\right] \approx 0.0$ (valor solar), hasta $\left[\frac{Fe}{H}\right] \approx -3.0$ (baja metalicidad).

El ancho equivalente de **H β** es un indicador de luminosidad en estrellas de tipo espectral **O** hasta **A** y un indicador de temperatura en tipos de **A** hasta **G**. Este sistema requiere de dos filtros, n y w porque una pequeña cantidad de flujo detectada puede significar una línea de absorción estrecha o simplemente una estrella débil.

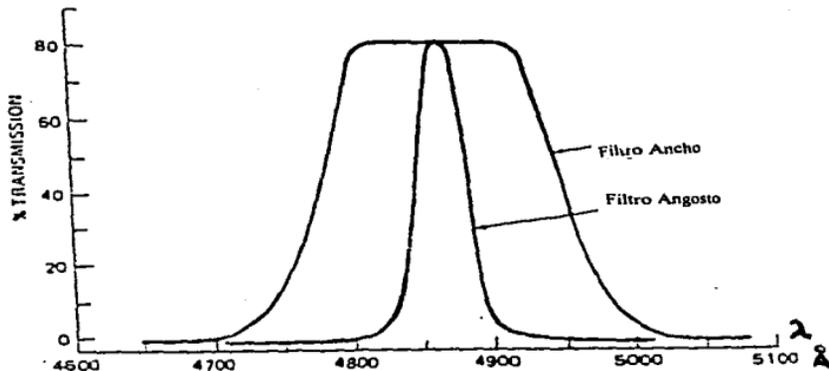
Los filtros adicionales (**H β w**)_{wide} y (**H β n**)_{narrow}, se centran sobre $\lambda = 486$ nm, siendo m_w y m_n , las magnitudes en los filtros **ancho y angosto**. El índice

β se define como:

$$\beta = m_w - m_n \quad \circ$$

$$\beta = -2.5 \log \frac{I_w}{I_n} \dots [6]$$

Lo anterior se muestra en la Fig. 3.



Esquema de los filtros angosto y ancho con $\lambda_c = 486nm$.

Fig. 3

β esta libre de efectos interestelares y de extinción atmosférica. La Tabla 2 da las características de estos 2 filtros.

BANDA	λ_0 (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
$H\beta_w$	486	15
$H\beta_n$	486	3

Los filtros con sus respectivas longitudes de onda

Tabla 2

La razón de las mediciones a través de los dos filtros indica la fuerza de $H\beta$ con respecto al continuo. $H\beta$; o simplemente β como se conoce, está centrada sobre la segunda de las líneas Balmer de hidrógeno. Usamos β para estimar

$(b - y)_{i_{ns}}$ con nuestra calibración de color intrínseco. Luego los siguientes índices se encuentran libres de enrojecimiento interestelar;

$$E(b - y) = (b - y)_{obs} - (b - y)_{i_{ns}}$$

$$E(c_1) = (c_1)_{obs} - 0.20 E(b - y)$$

$$E(m_1) = (m_1)_{obs} + 0.30 E(b - y) \quad \dots[7]$$

0.3 FOTOMETRO DANÉS

Un *potómetro estelar*, es un instrumento sensible a la luz que mide la brillantez y color de las estrellas. Contiene un detector sensible que es el fotomultiplicador el cual produce una corriente eléctrica o pulsos cuando sobre su fotocátodo incide la luz, corriente que se amplifica para poder medirla con precisión. Para medir el color de una estrella, hacemos pasar su luz a través de los filtros correspondientes, cada uno con un ancho de banda determinado. En el *potómetro danés* el fotomultiplicador que se utiliza es el *EMI 9789 QA* con cátodos bialcalinos. La luz que proviene de la estrella que queremos medir, pasa en primer lugar por el telescopio, y de ahí al diafragma del *potómetro*; una vez convertida en pulsos de corriente eléctrica, entra a un amplificador-discriminador; después llega a la consola y se podrá tomar registros de las mediciones. Brevemente describiremos lo que es el *potómetro* llamado *danés* de 6 canales, empleado para fotometría *wby β* .

En la *Fig. 4* se muestra un diagrama de la estructura interna de este instrumento con sus componentes principales. La sección *wby* es un espectro-fotómetro; la rejilla forma un espectro sobre una máscara donde hay 4 ventanillas, una para cada banda *u*, *v*, *b*, y *y*; luego hay 4 espejos de transferencia, 4 lentes de Fabry, 4 filtros de interferencia, y 4 fotomultiplicadores de tipo *EMI 9789 QA*; después 4 amplificadores discriminadores, el sistema de adquisición de datos, etc.

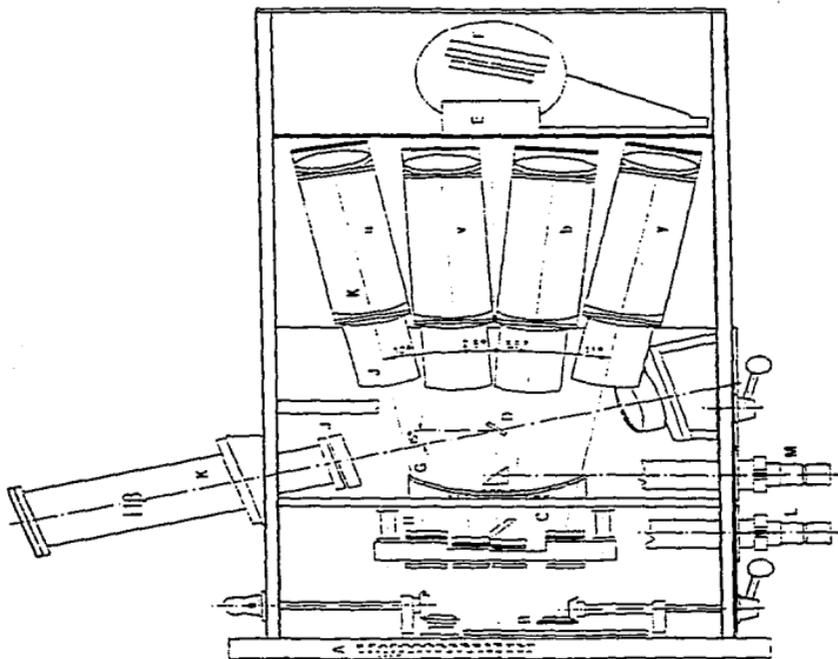
La sección de *H β* tiene un divisor de haz de luz que manda el 80% de la luz al canal *N* y el 20% al canal *W*; luego 2 lentes de Fabry, 2 filtros de interferencia, y 2 fototubos *EMI 9789 QA*, 2 amplificadores - discriminadores, etc. Su funcionamiento es el siguiente:

La luz primero pasa a través de *A*. La palanca *B* tiene 3 posiciones; de *abierto*, *cerrado* y *neutro*. La *rueda C* contiene los diafragmas de entrada y una rejilla en forma de *V* para centrar una estrella de manera automática en el diafragma. Un espejo *D* se inserta dentro del *haz* para reflejar la luz dentro de la sección *H β* . Si esta sección no se utiliza, la luz continúa su recorrido hasta el lente acromático *E* el cual colima la luz antes de que llegue a la *rejilla F*.

La luz se enfoca acromáticamente sobre un conjunto de *ranuras* de salida *G* el cual está curvado con la finalidad de seguir el plano focal de la lente. Luego la luz es reflejada por la parte posterior de los espejos *H* y finalmente alcanza a los fotomultiplicadores *K*.

La luz es convertida en imagen por medio de los lentes de *Fabry J* en el fotocátodo. Los lentes son combinados con un filtro de interferencia el cual junto con las *ranuras* de salida definen el ancho de banda espectral de cada

canal. **L** y **M** son los oculares del fotómetro.



fotómetro danés
Fig. 4

0.3.1 FILTROS DE DENSIDAD NEUTRA

Los coeficientes de los filtros de densidad neutra se determinan en una noche observando estrellas de magnitudes adecuadas con y sin filtros. Se calibran los filtros neutros solamente cuando vamos a medir los tiempos muertos de los fotomultiplicadores, o cuando vamos a medir estrellas mas brillantes que $V = 5.5$, que es el límite del fotómetro. Sus coeficientes de transmisión de 1984 se muestran en la *Tabla 3*.

filtros	coeficientes
u	0.1098
v	0.0997
b	0.0947
y	0.0923
β_N	0.0940
β_W	0.0940

Coeficientes de transmisión
Tabla 3

DEPOLARIZADOR

El depolarizador colocado dentro del haz de luz de la entrada de la abertura. Como la reflectividad de la *rejilla* y el *divisor de haz* en la sección $H\beta$ depende sobre la dirección de polarización de la luz, las estrellas polarizadas pueden desviarse sistemáticamente de las estrellas no-polarizadas en los índices medidos. Cuando pensamos que la luz de nuestra estrella puede estar polarizada, usamos este depolarizador.

DIAFRAGMAS

No.	Tamaño	seg arc en 1.5m
0	3 mm	31"
1	2 mm	20
2	1.2 mm	12
3	open	—
4	0.6 mm	6
5	0.45 mm	4.5

Diafragmas de entrada con una $f/13.5$

Tabla 4

Una vez ajustado el diafragma sin cambiarlo durante toda la noche, no se cambia el ángulo de la rejilla durante toda la temporada de observación. Sin embargo, éste deberá ajustarse cada vez que el fotómetro sea montado nuevamente en el telescopio. *Tabla 4.*

FILTROS OPTICOS Y RANURAS

En la *Tabla 5* se dan las λ_0 , anchos medios y transmisiones pico de los filtros así como las longitudes de onda de las ranuras.

	$\lambda_{eff} \text{ \AA}$	$\Delta\lambda \text{ \AA}$	transmision pico	orillas-slot \AA
u	3505	330	76%	3324 - 3686
v	4110	170	83	4006 - 4222
b	4685	183	89	4572 - 4801
y	5488	235	90	5346 - 5636
β_N	4864	30	70	
β_W	4865	137	82	

Los filtros utilizados y sus ranuras

Tabla 5

Los fotomultiplicadores que se aplican en la fotometría son los que aparecen en la *Tabla 6*

canal	PM.No.	resist.	discrim.	Dark (5°C)	f. e.*
u	7953	390 $K\Omega$	1.4	17 c/s	2830 c/s
v	8558	470	1.5	9	5360
b	7963	470	1.5	15	77, 520
y	32054	0	1.5	13	105, 300
β_N	7965	470	1.6	14	16, 750
β_W	7915	0	1.4	3	13, 560
rep.1	32043	470			
rep.2	32053	470			

Fotomultiplicadores utilizados en el telescopio de 1.5m

*fuente estandar con diafragma #1 en Abril 1990 con 1200 V

Tabla 6

RAZON DE CUENTAS

La razón de cuentas esperada para el fotómetro montado en el telescopio de 1.5 m está dada en la *Tabla 7*, para una estrella con $V=10.0^m$

	B1	A0	F5
u	20,000	6,000	4,000 c/s
v	14,000	12,500	7,000
b	11,500	11,000	8,500
y	6,500	6,500	6,500
β_N	3,200	2,400	2,400
β_W	2,400	2,300	1,800

Razón de cuentas para una fuente estandar
Tabla 7

La razón de cuentas para los fotomultiplicadores no deben exceder de 10^6 c/s, de lo contrario podrían dañar los fotocátodos. El límite de brillantez para el sistema *uvby* es $V = 5.3$ en estrellas **A** y **F** y $V = 5.7$ para estrellas tipo **B**; para $H\beta$ el límite es $V = 4.0$ para todas las estrellas.

CORRECCIONES A TIEMPO MUERTO

La relación entre la razón verdadera N_t y la observada N_0 se describe por la constante de tiempo muerto total t_d de acuerdo a la ecuación

$$N_t = \frac{N_0}{1 - N_0 t_d} \quad \dots [8]$$

Los tiempos muertos se dan en la *Tabla 8*.

u	82 ± 15 ns
v	76 ± 10
b	71 ± 10
y	60 ± 15
β_N	74 ± 10
β_W	107 ± 10

Constantes de tiempo muerto en unidades de $10^{-9}s = 1ns$
Tabla 8

0.3.2 FOTOMULTIPLICADOR

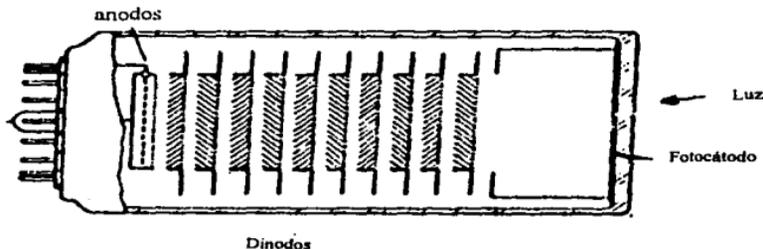
Este dispositivo consiste de una serie de electrodos etiquetados como: *a* fotocátodo, *b-n* dinodos, y *o* ánodo, encerrados dentro de un tubo al vacío. El

fotocátodo a está hecho de un material el cual libera electrones cuando la luz incide en él.

Los electrodos de *metales alcalinos* particularmente; sodio, potasio, rubidio y cesio se usan en el *fotómetro danés*. El *EMI 9789 QA* es un fotocátodo *bi-alkalino* y tiene las siguientes características:

- a) Un diámetro de 51.5 mm y un largo de $117.7 \text{ mm} \pm 3 \text{ mm}$.
- b) Un fotocátodo *bi-alkalino* 10 mm de diámetro.
- c) 13 dinodos de **CsSb**.

En la *Fig. 5* el número de dinodos es de 9 a 15. Aún si no se incide ningún haz de luz sobre el fotocátodo una pequeña corriente se genera por la liberación térmica de electrones. Cada fotoelectrón se emite desde el fotocátodo y produce una *corriente oscura* de $\sim 1'000,000$ de electrones en el *anodo*. El número desplegado sobre el contador es el número de pulsos detectados en el periodo deseado.



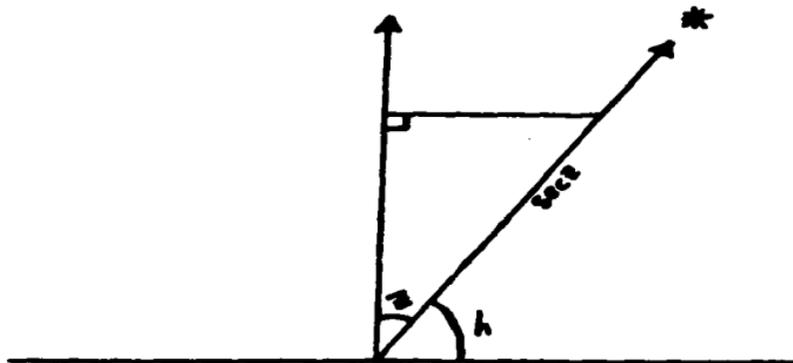
Esquema del fotocátodo *EMI 9789QA*

Fig. 5

CAPITULO 2
TECNICAS
OBSERVACIONALES

0.4 EXTINCIÓN ATMOSFERICA y MASA DE AIRE

Aun en los días o noches mas claros la atmósfera de la tierra no es completamente transparente. Partículas de polvo, gotas de agua y moléculas esparcen y absorben la luz en la atmósfera. En el cenit, una estrella sufre una mínima extinción, la cual se incrementa conforme se acerca al horizonte. En una noche dada, las estrellas estandares que se seleccionan sufren una extinción atmosférica igual que las estrellas de programa. Para la reducción de datos de fotometría absoluta, suponemos que los coeficientes de extinción atmosférica son constantes durante una noche de observación. A continuación se muestra la Fig. 6 de la extinción atmosférica.



Esquema de la extinción atmosférica

Fig. 6

Quando hacemos observaciones fotoeléctricas exactas, podemos observar que la luz de la estrella es afectada por la absorción atmosférica y por la transmisión y recepción de los instrumentos antes de ser medida. La luz se debilita y enrojece por su trayecto hasta la superficie de la Tierra; este efecto es *Extinción Atmosférica* y debe distinguirse de la absorción y enrojecimiento interestelar.

El efecto de extinción sobre la brillantez de una estrella depende de la altitud de la estrella por encima del horizonte y también varía de noche a noche; así seremos capaces de notar el efecto si hacemos una serie de observaciones cuando

una estrella está en altitudes diferentes sobre el horizonte, dependiendo también de la longitud de onda en que se hagan dichas medidas y de la altitud sobre el nivel del mar del observatorio.

Para obtener la masa de aire para cada color utilizamos la expresión:

$$X = \sec(z) = [\sin(\phi) \sin(D) + \cos(\phi) \cos(D) \cos(H)]^{-1} \dots [9]$$

donde D = declinación de la estrella, ϕ = latitud del observador, H = ángulo horario de la estrella. Si se desea obtener una mejor evaluación de la masa de aire entonces:

$$X = \sec(z) - 0.0018167(\sec(z) - 1) - 0.002875(\sec(z) - 1)^2 - 0.0008083(\sec(z) - 1)^3 \dots [10]$$

Esta es una ecuación mas precisa para $\sec(z) \geq 2$ y tiene una exactitud de $\approx 0.1\%$ para masas de aire hasta 6.8 y aproximadamente 1.0% para masa de aire hasta 10.

Para masas de aire menos extremas;

$$X = \sec(z) (1.00113 - 0.00113 \sec^2(z)) \dots [11]$$

Lo anterior se ve reflejado en la Fig. 7.

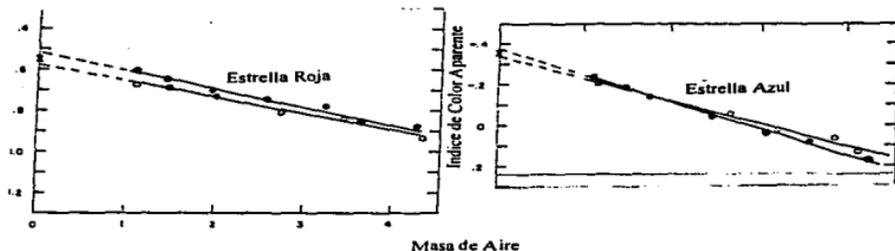


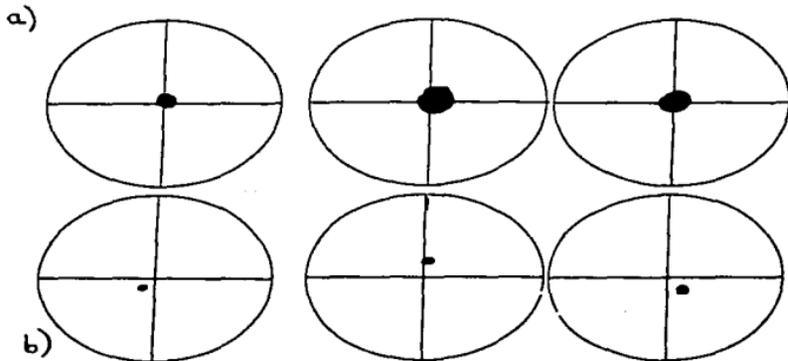
Diagrama de índice de color vs masa de aire

Fig. 7

0.4.1 SEEING

El término *seeing* se utiliza en Astronomía para describir ciertos efectos de la atmósfera terrestre sobre las imágenes visibles de las estrellas. Los observadores se familiarizan con la idea de que las estrellas parpadean, y ese parpadeo u oscilación es visto como rápidas fluctuaciones en la brillantez de estrellas a ojo. Mucho de este parpadeo es centelleo, que es diferente que el *seeing*. Cuando las estrellas son observadas a distancias grandes del cenit, cercanas al horizonte, también sufren cambios rápidos en color.

Los efectos de *seeing* son bastante diferentes en telescopios mayores a 20 pulgadas, uno ve rápidos cambios en el tamaño y forma de la imagen antes de que cambie su posición. El promedio de apariencia de la imagen creada es conocida como el *seeing disc*, y un observador usando estrellas binarias cercanas, puede estimar el tamaño de este disco en segundos de arco.



Seeing visto en telescopios a) grandes y b) pequeños

Fig. 8

La Fig. 8 muestra al *seeing* difiriendo en telescopios grandes y pequeños. Cuando el aire es turbulento, hay mezclas extensas de aire de diferentes temperaturas que provienen de un número de alturas por encima del suelo. Como el aire se mueve por encima de nosotros los rayos de luz estelar se refractan continuamente en ambas direcciones. El centelleo resulta del paso de la masa

de aire por encima del observador y el resultado cambia en intensidad al nivel del suelo.

Entonces, el centelleo es producido muy por encima de la atmósfera a $\simeq 7$ km, mientras que el *seeing* que se observa a menudo en un telescopio es más local. Hay otros problemas con el *seeing*; los efectos de *bajo nivel* son importantes en la selección de los sitios para nuevos telescopios.

Una cima aislada deberá ser un mejor sitio porque el movimiento de masas de aire se moverán suavemente alrededor de la cima y poseer un buen *seeing* la mayoría de las veces.

0.5 SU PRIMERA NOCHE EN EL TELESCOPIO

Una vez instalados en el observatorio, chequeamos que el fotómetro contenga sus taponeros y que se encuentre apagado, observando que la palanca indique *cerrado*. Enseguida subimos el voltaje de la fuente a 1200V que alimenta a los fotomultiplicadores, encendemos el monitor y momentos después la consola para esto, prendemos los "motores"; activando el **boton 1** se prende la PC, terminando con los **botones 2 y 3**. A continuación en *USR >* corremos el programa **Telex5** en la consola, tecleando la época en la que se observa, enseguida el nombre del catálogo en donde se encuentran los objetos a observar, con el comando *ach catalogo* el cual, previamente fue cargado y para estar seguros de que lo tenemos, se teclea el comando *obj* que preselecciona al objeto *n* del catálogo. Si queremos modificar la velocidad del movimiento rápido y lento de la paleta, tenemos que dar los comandos *len n.n* y *rap n.n*, dando las coordenadas de ascensión recta y declinación de la estrella que se encuentra cerca del cenit, para centrar el telescopio -dando enter hasta que se esté seguro de empezar a observar-, para esta temporada se escogió **Vega** teniendo muy en cuenta los límites fijos de seguridad de ascensión recta y declinación son: ± 5 horas y media de ángulo horario y $- 35$ a $+ 58$ grados respectivamente.

De nueva cuenta se checa que el fotómetro se encuentre cerrado y que el voltaje este a 1200 V, encendemos la unidad de control y la impresora, y revisamos que contenga suficiente papel. Encendemos la *PC* y ejecutamos el programa **Photsys**, que es muy amplio en las funciones que desempeña. Este programa se utiliza para integrar el número de fotones que recibimos de las estrellas que queremos observar.

Situarse en **ASIGNA** y dar **LP1** con el ratón, **FD1**, para activar la impresora y archivo de datos.

Para el encabezado del archivo de datos se toman en cuenta 2 pasos. En el 1^{er} encabezado; **FECHA SPM1.5 uvby-hbeta** o los filtros que se utilizen

En el 2^o encabezado; **NOMBRE DEL TRABAJO Y AUTORES.**

Situarse en **RC** y dar **M o S** múltiple o sencillo con el ratón

A continuación se hace todo con el ratón, las siguientes instrucciones;

Situarse en **LI** y dar **2.5** o el que se requiera, σ de desviación

Situarse en **PS** y dar **u/v/b/y N/W** dar u y W, canales para la estadística de fotones

Situarse en **BE** y dar **k₁ k₂**, dar **1.0** y **2.0** respectivamente

Situarse en **AB** y dar **125** para **b o y cuentas /segundo** en este y en el siguiente paso se hace para niveles del cielo "automatico"

Situarse en **AB** y dar **65** para **N cuentas /segundo**

Situarse en **TS** y dar el tiempo sideral calculado previamente, o de la consola del Telescopio

Situarse en **QU** para salir.

Para encontrar las estrellas e integrarlas es necesario hacer pequeños mapas y saber la orientación y el tamaño del campo de visión del buscador o el gran campo del ocular del fotómetro. Ordenamos los mapas en la siguiente secuencia: *Extinción, Drift, Estandares y programa brillantes y débiles*. Al principio de la noche medimos las cuentas oscuras de los fotomultiplicadores. Apuntando en dirección al cenit, con el fotómetro cerrado, sin incidir luz sobre el fotomultiplicador, integramos en **4 colores y Hbeta**; esta es la cuenta oscura para revisión de fotomultiplicadores, sistema de adquisición de datos y demás instrumentos de trabajo.

Abrimos la cúpula si las condiciones lo ameritan. Para esto: se abre la cortina superior y después la inferior (para cerrarla primero la inferior y segundo la superior); se abren las tapas de los espejos y se quitan los tapones de los oculares; el ocular se enfoca para hacer al diafragma tan claro como sea posible; el foco del ocular no se ajusta de nuevo en el resto de la noche. Los buscadores se abren y colocamos la palanca del filtro en neutro para observar la primera estrella brillante del anuario y en el monitor damos el comando *act*, para actualizar la posición del telescopio en la posición deseada, así, el telescopio apunta automáticamente, podemos ayudarnos del buscador, apuntador y los oculares del *fotómetro danés*, enfocamos el telescopio moviendo el espejo secundario.

Una vez que tenemos la estrella conocida centrada en el fotómetro, corregimos las coordenadas de la consola del telescopio con el comando, **corr**.

Checamos en buscadores y los centramos con una estrella, la secuencia de observación sería la siguiente: Estrellas de extinción teniendo $\delta \sim 0^\circ$, estrellas de programa, estrellas de extinción, etc., se dedica alrededor del 80% de tiempo en estrellas de programa pero se obtienen extinciones medidas a lo largo de la noche. Para medir cambios instrumentales se miden estrellas **drift** simétricamente en el cielo, por ejemplo 2^{hrs} este del *meridiano* y luego 2^{hrs} oeste del *meridiano*. Por ello, es recomendable observar algunas de estas estrellas con $\delta \sim +30^\circ$ a $+55^\circ$ a lo largo de la noche.

Enseguida en el monitor en el comando **ID** damos el nombre de la primera estrella que deseamos observar, verificamos que esté centrada, quitamos filtro neutro colocándolo en abierto e integramos. Luego, movemos el telescopio, de tal manera que el diafragma del fotómetro cubra una área del cielo, integramos, (esta es la lectura del cielo), y nuevamente centramos la estrella e integramos.

Los tipos de integración se muestran en la *Tabla 9*;

Tiempo	Estrella		Cielo		Estrella		Objeto
	U	W	U	W	U	W	
inicio							Dark
c/2 hrs.	3	3	1	1	3	3	Extin.
c/2 - 4 hrs.	3	3	1	1	3	3	Drift
÷ Ext. y Drift	3	3	1	1			Estand.
÷ Ext. y Drift	3	3	1	1	3	3	Progr.
	o más		o más		o más		
final							Dark

Secuencia de integración

Tabla 9

Para una estrella débil $V \geq 11.5$ en *uvby*, integramos de la siguiente manera:

- Estrella + cielo:** mas de 25,000 cuentas.
- Cielo:** su contribución de error sea la mitad o menos: $V(B,*) \leq 0.5$
- Estrella + cielo:** otras 25,000 cuentas o mas.

Al final se obtienen más de 50,000 cuentas de estrella, y $V(B,*) \leq 1.0$.

Para $H\beta$ y una estrella débil: más de 15,000 cuentas, cielo hasta $V(B,*) \leq 0.5$, y luego otras 15,000 cuentas de **estrella + cielo** para tener al final más de 30,000 cuentas de estrella y $V(B,*) \leq 1.0$.

El par de extinción se observará con un intervalo de cada 2^{hrs} para tener una precisión suficiente en la determinación de los coeficientes de extinción. Las estrellas **drift** nos sirven para observar las variaciones en el funcionamiento del equipo. Durante toda la noche observaremos las estrellas estándares, catalogadas así debido a que no tienen ningún cambio, ya sea en color, brillo, índices,

etc., en mucho tiempo y además porque ya se conocen los datos de ellas. Se observan las estrellas programa 70% - 80% de la noche, y se termina con otra cuenta oscura **dark**, para saber cómo se comportó el funcionamiento de los fotomultiplicadores. Esto se hace durante todas las noches que se dispongan para observar.

Cuando se esta observando hay que tener ciertas consideraciones y son las siguientes:

1) Una imagen **mal centrada** provoca muchos errores observacionales, porque una fracción significativa de luz estelar se puede perder fuera del diafragma. También, mal centrada *este - oeste* mueve el espectro dentro del **fotómetro danés** produciendo errores

2) Una imagen **mal enfocada** aumenta el tamaño del disco, hace que llegue menos luz al tubo fotomultiplicador, e incrementa los errores debidos al **mal centrado**. Con el **Fotómetro Danés**, se puede observar estrellas más brillantes: $V \leq 12^m$, con nubes, mal **seeing**, etc. La selección del diafragma para las observaciones es la de impedir que otras estrellas no deseadas sean registradas.

0.6 REDUCCION DE DATOS

El diagrama de flujo se muestra al final del capítulo. Las observaciones hechas con el **fotómetro danés** se almacenan en un disquette, para procesarlas en cualquier PC. Utilizando el programa **SORTER** se separan los datos observados *uvby* de los datos observados $H\beta$ y se escriben dentro de 2 archivos; **UDATA** y **BADATA**, de estos se desprenden los programas **UVBY1ST** y **BETA1ST**. El primero chequea los datos de los filtros *uvby*, el número estándar de la lista, el número máximo de integraciones, puntos cero, extinción media, tiempo sidereal y masas de aire, errores estadísticos y de las integraciones. El segundo chequea los datos de los filtros $H\beta$ y procede de manera idéntica al programa **UVBY1ST** pero ahora los aplica a los filtros *n* y *w*.

Enseguida se encuentran los programas **TACONVU** y **TACONVB**, los cuales separan los objetos estándares y programa convirtiendo los datos de los filtros *uvby* y $H\beta$ al formato **TAINSTR** cuyo fin es corregir por tiempo muerto, promediar las cuentas de integración y restar el cielo y parámetros internos de estos programas.

De lo anterior se usa el programa **TAINSTR**: reduce los filtros *uvby* como los $H\beta$, corrigiendo por extinción atmosférica y por las correcciones de la noche, como variaciones lineales o no lineales temporales. Para medir los coeficientes de la extinción atmosférica, el número de observaciones de cada estrella de extinción es de 5, como ya se a indicado con anterioridad en la parte de Técnicas

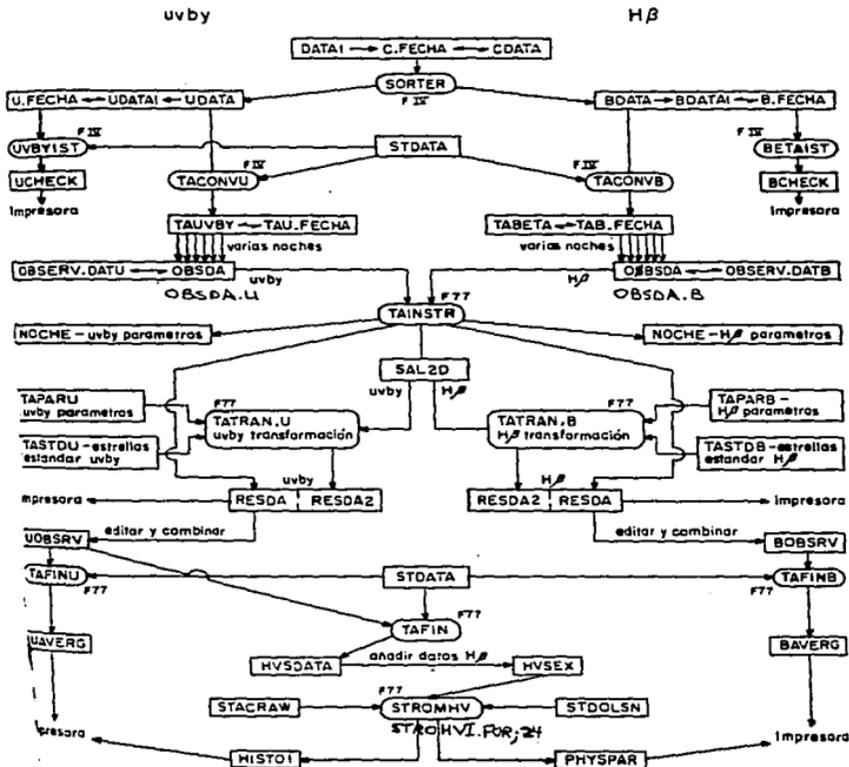
de observación. El programa calcula las magnitudes e índices observados, corrigiendo por filtro neutro (si se usa), para ello, emplea las estrellas estandares. A su vez calcula: los coeficientes de extinción atmosférica y las correcciones nocturnas para cada noche, y las magnitudes e índices en el sistema instrumental de todos los objetos de la temporada, es decir, se conoce el estado del telescopio, fotómetro, fuente de poder, y todo el sistema electrónico, etc., obteniendo $V_{instr.}$, $(b-y)_{instr.}$, $(m1)_{instr.}$, $(c1)_{instr.}$, $(\beta1)_{instr.}$.

Siguen los programas *TATRANU* y *TATRANB*, los cuales transforman las observaciones de los filtros *uvby* y *H β* a los sistemas estandares, respectivamente. El primer programa calcula los coeficientes de transformación al sistema estandar *uvby* de *Strömgren*, y el segundo programa al sistema estandar *H β* de *Crawford*.

Estos procedimientos dan como resultado 2 programas *TAFINU* y *TAFINB*, los cuales se utilizan para ordenar los datos finales de los filtros *uvby* y *H β* ; dando las observaciones sencillas, promedios y sigmas. El primer programa une las observaciones referidas a un sólo objeto, y calcula el valor promedio y sus desviaciones estandar para cada índice; el segundo programa realiza las mismas funciones para los 2 índices *n* y *w*. Se pueden usar para unir datos de varias temporadas.

En esta parte del diagrama de flujo nos encontramos con el programa *TAFIN*, realiza la misma función que *TAFINU* pero imprime solo los valores promedio para cada objeto; escribe los promedios de *V*, *b-y*, *m1* y *c1*, que son los datos fotométricos a publicarse.

Se reúnen con los datos *H β* en un editor, o con el programa *uneb.for*. Primero se corre el programa *strohvi24.for* con los datos *V*, *b-y*, *m1*, *c1*, *H β* para calcular $E(b-y)$, $\left[\frac{Fe}{H} \right]$, T_{eff} , M_v y Distancia para las estrellas programa; el archivo *PHYSPAR*. Luego se corre el programa *cond44.for* con los datos de entrada: coordenadas, movimientos propios, velocidades radiales y distancias para calcular las velocidades *U*, *V*, *W*, *U'*, *V'*, *W'*, *Vrot*, *Toom*, etc..



CAPITULO 3

LA GALAXIA

Kapteyn (1922) de acuerdo a la cantidad de estrellas, velocidades radiales y movimientos propios en áreas seleccionadas deriva un modelo detallado del tamaño y forma de la Galaxia. Estima la masa de la Galaxia usando el número total de estrellas visibles, N , determinada por medio de cálculos; también la masa promedio por estrella, \bar{m} , determinada por requerimientos de equilibrio hidrostático normal al plano galáctico. Los resultados de *Kapteyn* dan:

$$N = 4.74 \times 10^{10} \quad \text{y} \quad \bar{m} = 1.4 \text{ a } 2.2 M_{\odot} \quad \text{dando una masa de}$$

$$M_G = N\bar{m} = (0.6 - 1.0) \times 10^{11} M_{\odot} \quad \dots[12]$$

Kapteyn puntualiza que la masa promedio y la masa estelar derivada de órbitas binarias implica que la masa oscura en el disco galáctico no es mucho mayor que la masa en las estrellas.

En 1932 se inicia la exploración radioeléctrica de la Galaxia por *Jansky* utilizando un radioreceptor. Detecta ruidos procedente de la Vía Láctea y utiliza las observaciones astronómicas en longitudes de onda en 21 cm, la cual es capaz de cruzar la atmósfera terrestre y el medio interestelar, para determinar con gran precisión la estructura espiral de la Vía Láctea. Esta banda determina la existencia de campos magnéticos y una masa de $M_G = 2 \times 10^8 M_{\odot}$. *J.E.Gunn et al.* (1979) sugiere que el tipo morfológico de nuestra Galaxia es *Sbc II*, donde la Galaxia es intermedia de clase entre *Sb* y *Sc*. *G. de Vaucouleurs* (1978) hace comparaciones de las propiedades de nuestra Galaxia con otras Galaxias, sugiere que es del tipo *Hubble Sb* o *Sc* y más precisamente *SAB (rs) bc*.

Nuestra Galaxia esta constituida de: *poblaciones estelares, disco delgado, disco grueso y halo*. Para definir y separar a las poblaciones estelares se deben tener las siguientes características:

Promedio de Color, distribución espacial de las estrellas, cinemática de las estrellas, asociación con el medio interestelar, composiciones químicas de las estrellas, edades de las estrellas y, un proceso de formación en común para las estrellas de la población.

A grandes rasgos, las estrellas pueden dividirse en 2 poblaciones:

Población I; son las que proceden de la condensación de nubes de hidrógeno, helio y otros materiales (metales) expulsados por las demás estrellas anteriores. Entre ellas se encuentran las estrellas más llamativas; bajas en velocidades y dispersiones. Son más jóvenes; son estrellas con una metalicidad alta, población más azul.

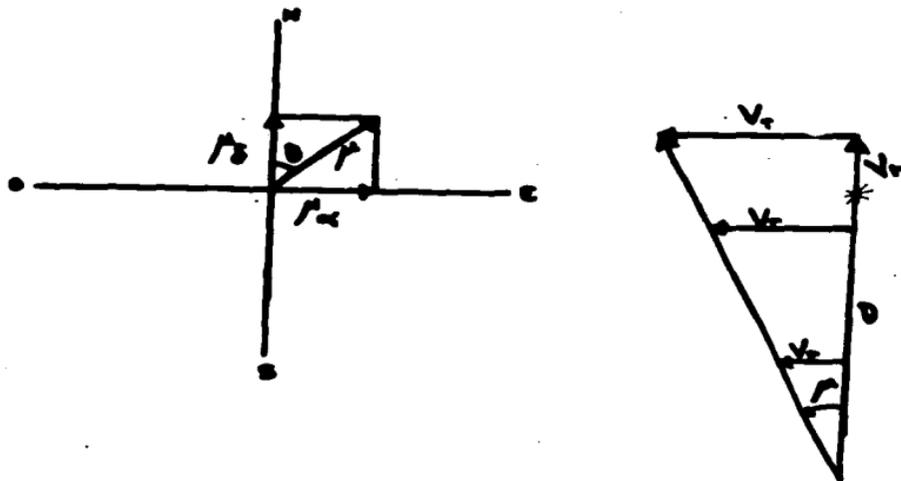
Población II; son las ricas en hidrógeno y pobres en demás materiales. Constituida de cúmulos globulares, estrellas RR Lyrae y las llamadas subenanas pobres en metales. Una propiedad de esta población es su bajo contenido de metales los cuales son más pesados que el helio. Más viejas; altas en velocidad, pertenecientes al halo y disco grueso. En promedio más rojas

Disco delgado, las estrellas viejas de este disco tienen mayores movimientos aleatorios, velocidades rotacionales más bajas y metalicidades más bajas que las estrellas más jóvenes, en promedio. Y en el *disco grueso* las estrellas parecen tener unas órbitas de *alto momento angular* pero menos que las estrellas del disco delgado. La metalicidad promedio de estrellas del disco grueso, las cuales dominan 1 - 2 kpc por encima del plano galáctico es alrededor de $\frac{1}{4}$ de la metalicidad Solar, $[Fe/H] \sim -0.6 dex$.

Población II extrema La distribución de las estrellas en toda la Galaxia no es homogénea. La observación instrumental muestra también que las estrellas aisladas y los conglomerados de estrellas, forman, fuera del disco y en torno de él, un *halo* interior de una esfera cuyo diámetro es de 50 kpc.

0.7 MOVIMIENTOS PROPIOS y DISTANCIA

Las estrellas "fijas" no están tan fijas. En un tiempo bastante grande las constelaciones deberían cambiar todas de forma. Estos cambios de la posición de estrellas se denominan movimientos propios, y se miden en segundos de arco por año. Si μ es el vector movimiento propio, μ_{δ} es la componente perpendicular al ecuador celeste y μ_{α} la componente paralela al ecuador celeste, donde; $\mu_{\alpha} = \frac{\mu \sin \theta}{15 \cos \delta}$ y $\mu_{\delta} = \mu \cos \theta$. Obsérvese la Fig. 9.



Esquema del movimiento propio

Fig. 9

La estrella de *Barnard* (por *E. E. Barnard*) es la estrella que tiene el mayor movimiento propio conocido, de más de 10 seg de arco por año.

En el presente trabajo se utilizaron los movimientos propios de la literatura, utilizando los catálogos de: *NLTT(1955)* *LFT(1961)*, *SAO(1966)* *Gi-*

clas(1971) LTT(1979) Ryan & Norris(1991) e Hipparcos(1992) basándose en este último en un 90%, de los datos, por ser el más confiable moderno y preciso, sus movimientos propios son derivados de un promedio de varios catálogos sus componentes son: $\mu_{\alpha} = 15\mu_{\alpha}^* \cos \delta$ y μ_{δ} en seg. de arco por año.

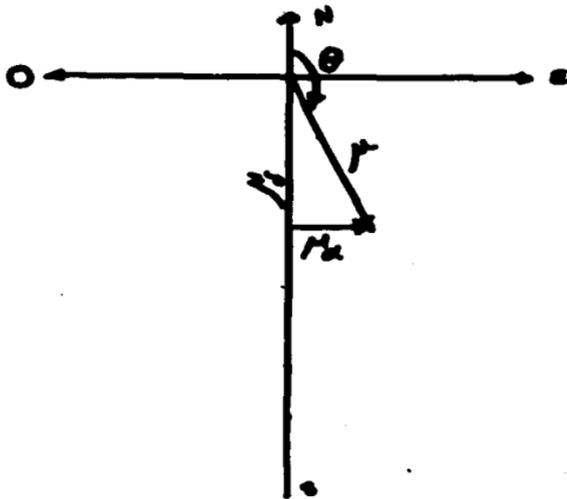
Para los errores en las velocidades radiales se toman de las referencias de: Sandage (1969 & 1981) con una $\sigma \leq 2$ km/s, Rodgers A.W. and Eggen O.J. (1974) con una $\sigma = 21$ km/s, Augensen H.J.(1979) con una $\sigma \leq 10$ km/s, Norris et. al.(1985) con una $\sigma < 10$ km/s, Fouts & Sandage (1986) con una $\sigma = 6.9$ km/s, Carney & Latham(1987) con una $\sigma \leq 1$ km/s, Norris & Ryan (1989) con una $\sigma = 7$ km/s. Los más confiable y que se utilizan en el presente trabajo son los de Carney & Latham(1987) y el de Hipparcos(1992). Como ejemplo calculemos el movimiento propio de la estrella G098-032 Fig. 10.

$$\mu = 0''.315$$

$$\theta = 159^\circ$$

$$\mu_{\alpha}'' = (0.315) \text{sen}(159) = 0.1129$$

$$\mu_{\delta}'' = (0.315) \text{cos}(159) = -0.2941$$

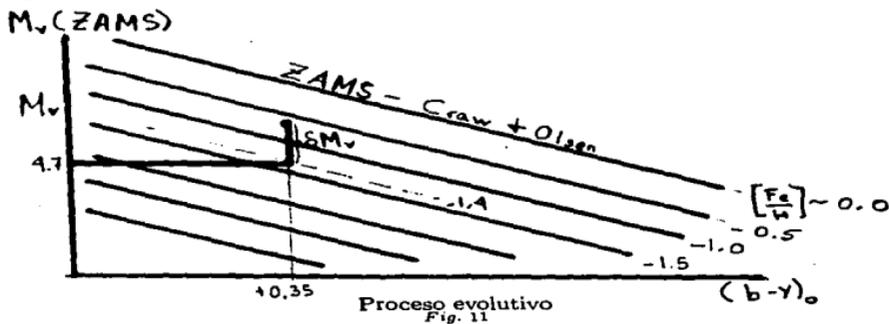


Cálculo de la estrella G098-032

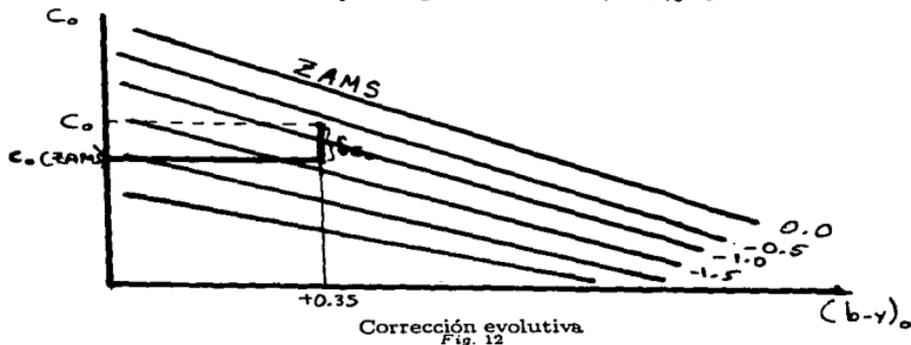
Fig. 10

Para obtener la distancia fotométrica, observamos los parámetros intrínsecos de β , (m_1) , (c_1) , $(b - y)_0$, el enrojecimiento en $E(b - y) = (b - y) - (b - y)_0$,

$E(m_1)$, $E(c_1)$, dan los valores corregidos de V_0 , $(b-y)_0$, m_0 , c_0 , β , así como la metalicidad $m_0 \rightarrow \left[\frac{Fe}{H} \right]$. Todos estos valores son obtenidos de las publicaciones de Schuster et al. (1993), ahora utilizando los valores del listado del programa *physpar.cole* del capítulo 2 graficamos M_v (ZAMS) vs $(b-y)_0$ para calcular su evolución en M_v (δM_v) junto con los valores de Vanderberg & Bell (1985) Fig. 11.



Para calcular δM_v se emplea la gráfica de c_0 vs $(b-y)_0$ Fig. 12



Entonces la corrección evolutiva es:

$\delta c_0 = c_0 (\text{obs}) - c_0 (\text{ZAMS})$ de Nissen (1987) $\Rightarrow f = \frac{\delta M_V}{\delta c_1}$ siendo

$$f = 9.0 + 38.5 [(b - y) - 0.22] \quad \dots[13]$$

$\delta M_V = f \delta c_0$ y $M_V = M_V (\text{ZAMS}) - \delta M_V$

$$M_V = M_V (\text{ZAMS}) - f \delta c_0 \quad \dots[14]$$

Por consiguiente la Distancia es: $10^{0.2[V_0 - M_V + 5.0]} \quad \dots[15]$

Como ejemplo calculemos la distancia de **811-024**

V_0	$(b - y)_0$	m_0	c_0	H β	$\left[\frac{Fe}{H} \right]$	M_V^*	δM_V
11.657	0.418	0.051	0.316	2.550	-2.38	2.76	3.436

$$f = 9.0 + 38.5 [(0.418) - 0.22] = 16.623$$

$$\delta c_0 = \frac{\delta M_V}{f} = 0.2067$$

$$\text{Distancia} = 10^{0.2[V_0 - M_V + 5.0]} = 601.7$$

Los errores en las distancias se toman de un porcentaje de la propia distancia con el valor de δc_1 , corrección evolutiva de la estrella. Si es una subgigante, $\delta c_1 > 1.5$ con un error de 20-30%. Si es una enana sus errores son del orden de 10-15%, es decir,

$$\begin{aligned} 0.75 < \delta c_1 < 1.50 &: 15\% \\ 0.25 < \delta c_1 < 0.75 &: 12.5\% \\ < \delta c_1 < 0.25 &: 10.0\% \end{aligned}$$

A continuación se muestran 2 Tablas 10 y 11 en las que se incluyen los movimientos propios y coordenadas galácticas de 15 estrellas seleccionadas de los catálogos empleados en este trabajo.

estrella	$15\mu_{\alpha} \cos \delta$	μ_{δ}	Vrad.	dist.	δc_1
W7547	-0.349	+0.079	-40.0	328±49	1.391
811-024	-0.074	-0.241	-152.0	601±150	3.436
HD229274	-0.104	-0.138	-162.2	619±186	6.383
HD134439	-1.011	-3.534	294.3	33±4	0.376
G064-012	-0.264	-0.110	440.2	286±43	0.804
G033-031	0.299	0.034	256.1	154±19	0.345
HD134440	-1.018	-3.534	308.0	29±3	0.069
G126-063	0.342	-0.026	-158.0	273±41	0.826
G015-013	-0.460	-0.698	223.7	134±17	0.358
G041-041	0.191	-0.303	265.5	292±44	1.132
G026-012	0.235	-0.024	-245.4	338±51	0.916
W3314	0.364	-0.262	542.8	122±12	-0.804
G201-005	0.130	-0.280	-35.6	235±29	0.520
-36:12201	-0.254	-0.225	364.0	86±13	0.788
G095-011	0.282	-0.007	203.7	251±31	0.503

Tabla de movimientos propios

Tabla 10

Las respectivas columnas tienen el siguiente significado;

2 movimiento propio en α en seg de arco por año; columna 9 del HIC

3 movimiento propio en δ , en seg de arco por año; columna 10 del HIC

4 error en el movimiento propio en seg de arco por año; columna 11 del HIC

5 distancia en pc \pm su error

6 velocidad radial en km/s

7 corrección evolutiva en magnitudes utilizada para estimar σ de la distancia.

La distancia se obtiene a partir del movimiento propio, de la velocidad radial y su corrección evolutiva, como en el ejemplo que se dió con anterioridad. En seguida tenemos la tabla correspondiente a las identificaciones en otros catálogos de nuestras 15 estrellas más veloces que por obtener su velocidad más grande con respecto a las demás de los catálogos fueron seleccionadas para esta tesis.

0.7. MOVIMIENTOS PROPIOS Y DISTANCIA

34

estrella	asc. recta	dec.	HIC	l"gal.	b"gal.
W7547	12 29 49.90	-39-49-23	-39:7674	22.6	299.0
811-024	19 04 38.00	-19-41-36		2.2	79.4
HD229274	20 22 50.38	41 20 21	LTT15972	-12.2	17.0
HD134439	15 07 28.48	-16-08-27	LHS53	35.0	344.8
G064-012	13 37 29.62	00 12 57	LTT13980	60.4	328.2
G033-031	00 58 44.00	14 58 54		-35.1	54.6
HD134440	15 07 28.33	-16-13-29	LHS52	50.4	7.2
G126-063	22 09 12.00	17 48 12	LTT16495	-47.6	126.5
G015-013	15 10 05.00	06 13 24	LTT14521	35.0	344.7
G041-041	09 26 34.70	08 51 31	LTT12503	38.9	224.2
G026-012	21 31 02.00	00 10 18	LTT16302	-30.5	77.8
W3314	05 26 53.50	-29-55-19	LTT2282	-30.0	233.5
G201-005	14 34 36.00	55 46 12		55.9	96.5
-36:12201	18 02 33.90	-36-35-42	LTT7182	-7.5	355.5
G095-011	03 06 56.00	34 39 36		-19.9	152.7

Coordenadas Galacticas y sus identificaciones

Tabla 11

0.8 VELOCIDADES

Kerr y Lynden-Bell (1986) analizan mas de 20 estudios publicados entre 1974, y 1985 en los cuales los valores para la **velocidad circular** están comprendidos entre 184 km/s y 275 km/s, y concluyen que el valor recomendable para $V(R_{\odot}) \equiv V_0$ es de 220 km/s. Este es el valor también recomendado por la IAU y será el que utilizaré en el presente trabajo.

Si aproximamos a la Galaxia como una distribución de masa aislada estacionaria y se asume que todas las estrellas cercanas al Sol estan ligadas a la Galaxia, entonces la velocidad mas alta observada en la vecindad Solar deberá ser menor que la **velocidad de escape** local:

$$v_e \equiv [-2\Phi(R_{\odot})]^{\frac{1}{2}} \quad \text{donde } \Phi \text{ es el potencial} \quad \dots [16]$$

Para demostrar lo anterior consideremos a una partícula que escapa desde una esfera. La energía potencial debida a la atracción de la esfera sobre la partícula de masa m a una distancia $r > r_e$ -siendo r_e radio de la esfera- desde su centro es;

$$\Phi(r) = - \int_{\infty}^r -\frac{GmM}{r^2} dr = -\frac{GmM}{r} \quad [17]$$

utilizando el principio de conservación de la energía: $E = \frac{1}{2}mv^2 + \Phi(r)$ y evaluando la constante en un punto inicial, se tiene que:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GmM}{r_e}; \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \left\{ \frac{1}{2}mv_0^2 - GmM \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r} \right) \right\}$$

$v^2 = v_0^2 - 2GM \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{r_e} \right); \Rightarrow 0$ si $r \rightarrow \infty \Rightarrow v \rightarrow 0$, por definición de velocidad de escape

$$\Rightarrow v_0 = \left[-\frac{2GM}{r_e} \right]^{\frac{1}{2}} = [-2\Phi(r_e)]^{\frac{1}{2}}$$

pero si v_0^2 es \geq al potencial $2\Phi(r_e)$ esto implica que la partícula escapa al infinito, por lo que la velocidad de escape es:

$$v_0^2 = 2|\Phi(r_e)| \quad [18]$$

$$\text{con } \Phi(r) = -\frac{GM}{r}$$

Si la velocidad de escape actual es v_e y el error típico de velocidad es $\pm \Delta v$, la velocidad de escape estimada basada sobre la estrella de más alta velocidad será $v_e + 2\Delta v$, entonces $v_{\max} = v_e + 2\Delta v$. La Tabla 12 muestra las velocidades de las estrellas mas veloces.

estrella	Vel.total	σ Vel.total
LDS519	546.0	
W7547	509.1	99.9
<i>811-024</i>	501.4	196.7
<i>HD229274</i>	479.0	153.4
<i>HD134439</i>	460.9	69.8
<i>G064-012</i>	442.5	69.8
<i>G033-031</i>	419.4	34.1
<i>HD134440</i>	416.0	52.4
<i>G126-063</i>	401.0	76.2
<i>G015-013</i>	396.2	70.0
<i>G041-041</i>	389.7	84.3
<i>G026-012</i>	385.1	72.9
<i>W3314</i>	383.6	31.1
<i>G201-005</i>	379.2	52.9
<i>-36:12201</i>	373.6	24.9
<i>G095-011</i>	370.8	53.6

Velocidades de escape

Tabla 12

En la Tabla 13 se dan algunas estimaciones de la velocidad de escape.

fuelle	Θ_0 (km/s)	v_e (km/s)
Isobe 1974	272	377
Caldwell & Ostriker 1981	225	640 \pm 100
Alexander 1982	220	> 400
Sandage & Fouts 1987	220	> 450
Carney et al 1988	220	> 500
Cudworth 1990	220	> 475
Leonard & Tremaine 1990	220	> 450 - 650

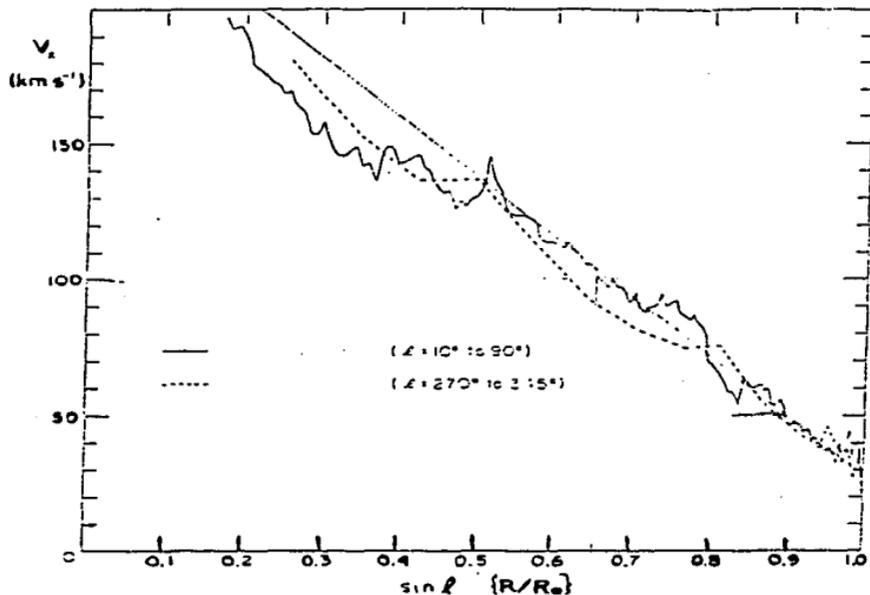
Estimaciones de la velocidad rotacional y de escape

Tabla. 13

0.9 CURVA DE ROTACION

J. E. Gunn et al. (1979) encuentran que la curva es constante desde $\frac{R}{R_0} = 0.5$ a 1.0 y obtienen un valor de $AR_0 = 110.075$ km/s, con $A \sim 12.95$ km/s kpc $^{-1}$, $R_0 \sim 8.5$ kpc, $\theta_0 \sim 220$ km/s. Con esto $M_G \sim 2 \times 10^9 M_\odot$.

Kerr y Lynden-Bell (1986) analizan estudios publicados entre 1964 y 1985 en los cuales los valores para la distancia galactocéntrica está comprendida entre 8.5 kpc y 10 kpc, y la velocidad de rotación está entre 180 km/s y 270 km/s. Los valores que utilizaré en el presente trabajo son: 8.5 kpc y 220 km/s.

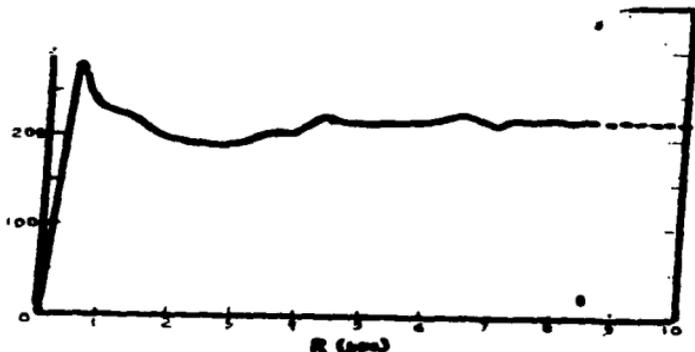


Gráfica de V_X vs $\sin \ell$
Fig 13

La Fig. 13 es la gráfica de V_X vs $\sin \ell$ ($= \frac{R}{R_0}$). Vemos que de V_M entre $\frac{R}{R_0} = 0.5$ y 1.0 la curva es continua y casi lineal; $V_X - \sin \ell$ es lineal entre $\sin \ell =$

0.5 y 1.0, con una pendiente de V_M vs $(1 - \sin i)$ de 220 km/s. Para medir la curva de rotación de la Galaxia se necesitan velocidades radiales que ocupen un intervalo grande de distancias galactocentricas R_0 .

La curva de rotación depende de los parámetros asumidos de rotación R_\odot y Θ_0 , ver Fig. 14.



Curva de rotación
Fig 14

Si la curva de rotación es plana, se cumple;

$$A^2 - B^2 = -\frac{\Theta_0}{R_0} \left(\frac{d\theta_0}{dr} \right)_{R_0} \equiv 0 \Rightarrow \left(\frac{d\theta_0}{dr} \right)_{R_0} = 0 \dots [19]$$

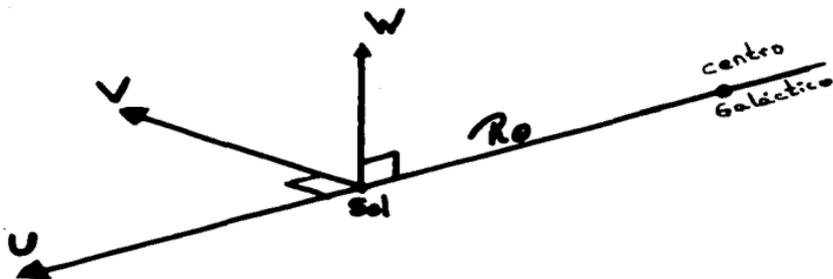
CAPITULO 4

MODELOS GALACTICOS

0.10 MOVIMIENTO SOLAR EN LA GALAXIA

Las estrellas muy jóvenes y el polvo interestelar están confinados en una capa de aproximadamente 100 pc de grosor. El Sol junto con la tierra se mueve a una velocidad de 19.5 km/s hacia el apex.

Siendo el espacio tridimensional, uno analiza el movimiento del Sol y las estrellas en 3 componentes, como se observa en la Fig. 15:



Representación del Sistema Local de Reposo (LSR)

Fig. 15

- 1.- U positiva en la dirección anti-centro,
- 2.- V en la dirección de la rotación de la Galaxia, y
- 3.- W perpendicular al plano galáctico, .

Las componentes de velocidad del Sistema Local de Reposo cinemático son:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i; \quad \langle V \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i; \quad \langle W \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i; \quad \dots [20]$$

A continuación mostramos una Tabla 16 de las componentes galácticas de las 15 estrellas mas veloces.

estrella	U'	V'	W'	$\sigma U'$	$\sigma V'$	$\sigma W'$
W7547	504.3	-193.5	65.0	82.0	43.0	37.6
811-024	-478.5	-238.0	15.5	150.1	29.0	12.5
HD229274	-55.7	-715.0	-56.9	51.5	179.8	60.7
HD134439	-307.8	-548.1	-100.4	8.2	60.6	33.6
G064-012	7.7	-430.5	389.1	39.1	56.2	13.5
G033-031	364.4	-200.1	-123.1	48.1	25.1	48.7
HD134440	-240.0	-490.5	161.8	15.5	67.6	9.9
G126-063	283.1	47.0	-156.4	27.0	18.0	10.3
G015-013	-309.8	-491.3	-59.1	6.0	45.5	25.2
G041-041	-222.7	-468.4	201.4	59.0	56.1	21.9
G026-012	355.5	-210.5	-196.2	56.6	20.1	46.9
W3314	152.9	-548.8	-125.3	15.6	20.7	17.2
G201-005	-343.9	-66.8	45.4	46.6	20.0	15.0
-36:12201	-365.7	-143.8	6.4	7.1	21.3	10.7
G095-011	344.4	-126.3	100.4	26.5	35.6	30.1

Componentes Galácticas

Tabla 16

El Sol tiene una componente de su movimiento perpendicular al plano galáctico. Este oscila a través del plano con un período de 6×10^7 años, alcanzando una altura de 80 pc arriba y abajo del plano central. El LSR cinemático es un punto ficticio en la posición presente del Sol que viaja con la velocidad media de las estrellas en la vecindad Solar.

Llamamos sistema local de reposo al sistema cuyo origen es un punto en la vecindad solar el cual se mueve en una órbita circular alrededor del centro galáctico con la velocidad circular determinada por las fuerzas gravitacionales actuando en ese punto.

D. Lynden-Bell et al. (1983) revisan una serie de determinaciones para el movimiento solar, y recomiendan los valores (9,12,7) km/s, y para la velocidad alrededor del centro de la Galaxia recomiendan 220 km/s. En este trabajo se han utilizado los valores de (-10.0, +14.9, +7.7) km/s con una velocidad $V_0 = 220 \pm 15$ km/s alrededor del centro de la Galaxia, que es el valor que se utilizará en adelante para la obtención de la masa de la Galaxia.

Para este trabajo se utilizaron las siguientes convenciones de las componentes del LSR;

$$U_{\text{LSR}} = -U - 10.024 \text{ km/s};$$

$$V_{\text{LSR}} = V + 14.865 \text{ km/s}; \quad \dots[21]$$

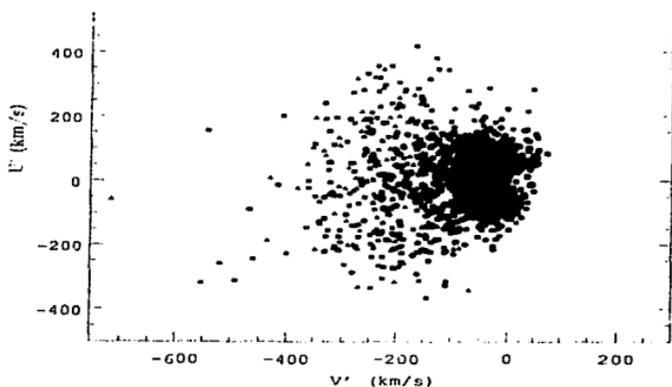
$$W_{\text{LSR}} = W + 7.668 \text{ km/s};$$

$$V_{\text{rot}} = V + 14.865 \text{ km/s} + 220.0 \text{ km/s} = V_{\text{LSR}} + 220.0 \text{ km/s} \dots [22]$$

$$T_{\text{oom}} = [U_{\text{LSR}}^2 + W_{\text{LSR}}^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_T = [U_{\text{LSR}}^2 + (V_{\text{LSR}} + 220.0)^2 + W_{\text{LSR}}^2]^{\frac{1}{2}} = [T_{\text{oom}}^2 + V_{\text{rot}}^2]^{\frac{1}{2}}$$

Se utilizan 2 Diagramas el de **Bottlinger** y **Toomre**. Para el primero la abscisa es V' y la ordenada es U' este diagrama nos da la muestra total de estrellas observadas y podemos observar que se forman círculos o zonas en las cuales se pueden visualizar las estrellas que son del halo, las que son de disco grueso, delgado y por último las de la vecindad solar. Dándonos una idea de como están distribuidas las estrellas en la Galaxia, *Fig. 16*.

Diagrama de **Bottlinger***Fig. 16*

El siguiente diagrama tiene abscisa V' y ordenada $(U'^2 + W'^2)^{\frac{1}{2}}$. Tiene la característica de que un vector de coordenadas $[V', (U'^2 + W'^2)^{\frac{1}{2}}] =$

$[-220 \text{ km/s}, 0 \text{ km/s}]$ a las coordenadas de una estrella dada, mide su **VELOCIDAD TOTAL** con respecto al centro de la Galaxia, es decir, con respecto al marco de reposo. Círculos concéntricos en $[-220, 0]$ muestran las posiciones estelares con Energía Cínctica constante. Este diagrama nos permite identificar fácilmente las estrellas más veloces con respecto del marco de reposo de la Galaxia, se utiliza para estimar la velocidad de escape de la galaxia en la vecindad solar y así estimar la masa de la Galaxia como lo hicieron *Carney, Latham & Laird (1988)*, *Sandage & Fouts (1987)*.

En la *Fig. 17* se muestra este diagrama para nuestra muestra total de ~ 500 estrellas del halo, los círculos corresponden a velocidades que van desde $400 - 500 \text{ km/s}$.

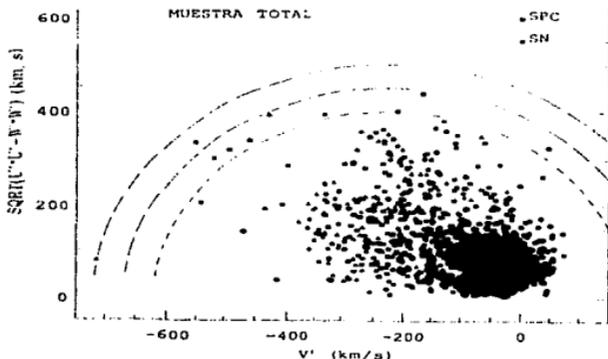


Diagrama de Toomre

Fig. 17

Suponiendo que la estrella más veloz está ligada a la Galaxia, teniendo un límite inferior de la velocidad de escape local, luego usando modelos matemáticos para la distribución de masa de la Galaxia exterior a la órbita solar podemos obtener un límite inferior para la masa total.

En la *Tabla 15* se encuentran las 8 estrellas que tienen las velocidades más grande con respecto al marco de reposo, con esto estimamos que nuestra velocidad de escape local es del orden de 509.1 km/s .

estrella	Vel.total	σ Vel.total
LDS 519	546	
W7547	509.1	99.9
<i>S11-024</i>	501.4	196.7
<i>HD229274</i>	479.0	153.4
<i>HD134439</i>	460.9	69.8
<i>G064-012</i>	442.5	69.8
<i>G033-031</i>	419.4	34.1
<i>HD134440</i>	416.0	52.4

Las 8 estrellas más veloces
Tabla 15

En la siguiente sección abordaremos el cálculo de los 5 modelos utilizando las 8 estrellas con velocidades mayores a 420 km/s, y el de una estrella proporcionada por C. Allen et al. (1987). Para obtener la estrella o estrellas más veloces con los datos cinemáticos más confiables, es necesario hacer una selección de ellas basada en; la calidad de las distancias, si son pequeñas o grandes debido a los errores en las distancias, los movimientos propios y velocidades radiales de dicha estrella.

MODELO ESFERICO.

Este modelo considera a la Galaxia de forma esférica. La densidad de masa $\rho(r)$ esta representada por:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{r^2}, \quad r \leq r_{\max} \quad \dots[23]$$

con r_{\max} el radio de la Galaxia. La masa total es; $M = \int_0^{r_{\max}} \left(\frac{\rho_0}{r^2}\right) (4\pi r^2 dr)$

$$M = 4\pi\rho_0 \int_0^{r_{\max}} dr \Rightarrow M = 4\pi\rho_0 r_{\max} \dots[24]$$

Por otro lado, la densidad de masa $\rho(r)$ dada en la ecuación [24] produce una velocidad de rotación constante Θ_0 dada por;

$$\frac{\Theta_0^2}{r} = \frac{GM(r)}{r^2} = \frac{4\pi G\rho_0 r}{r^2} \Rightarrow \frac{\Theta_0^2}{4\pi G\rho_0 r} = \frac{\rho_0}{r^2} = \rho(r)$$

es decir $\Theta_0^2 = 4\pi G\rho_0$.

Entonces la masa total ec. [24] es;

$$M = \frac{\Theta_0^2}{G} r_{\max} \quad \dots[25]$$

El potencial gravitacional en r producido por una densidad $\rho(r)$ es;

$$\Phi(r) = -4\pi G \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho(r') r' dr' \right] \quad \dots[26]$$

o

$$\Phi(r) = -\frac{GM(r)}{r} - 4\pi G \int_r^\infty \rho(r') r' dr' \quad \dots[27]$$

Entonces, para la densidad dada en la ec. [23] y con $r \leq r_{\max}$:

$$\Phi(r) = -\frac{G\Theta_0^2 r}{Gr} - 4\pi G \int_r^{r_{\max}} r' \frac{\Theta_0^2}{4\pi Gr'^2} dr'$$

$$\Phi(r) = -\Theta_0^2 - \int_r^{r_{\max}} r' \frac{\Theta_0^2}{r'^2} dr' = -\Theta_0^2 \left\{ 1 + \ln \frac{r_{\max}}{r} \right\} \dots[28]$$

r_{\max} es una cantidad a determinar dentro de los 5 modelo, a partir de la velocidad de escape, de una estrella en el campo de fuerza gravitacional representada por Φ .

La velocidad de escape es:

$$v_0^2 = 2|\Phi(r)| \quad \dots[29]$$

con $\Phi(r) = -\frac{GM}{r}$ si $r > r_{\max}$ y $\Phi(r) = -\Theta_0^2 \left\{ 1 + \ln \frac{r_{\max}}{r} \right\}$

En la posición del Sol, $r = R_0$, y asumiendo $R_0 \leq r_{\max}$:

$$v_0^2(R_0) = 2 \left\{ \Theta_0^2 \left(1 + \ln \frac{r_{\max}}{R_0} \right) \right\} \quad \dots[30]$$

de esta anterior ecuación se determina r_{\max} , la cual sustituida en la ec.[25] da la masa total de la Galaxia:

$$r_{\max} = \frac{R_{\odot} \Theta \left(\frac{v_0^2(R_{\odot})}{2\Theta_0^2} \right)}{\Theta} \quad \dots[31]$$

$$M(r) = \frac{\Theta_0^2 r_{\max}}{G} \quad \dots[32]$$

De las ecuaciones anteriores sustituimos los siguientes valores mostrados en seguida, en donde la velocidad total de las estrellas más veloces se toman como una estimación de la velocidad de escape.

	VALOR
Θ_0	220 km/s
$V_{e^2}(R_{\odot})$	509.1 ± 99.9
R_{\odot}	2.6228×10^{17} km
G	$6.6726 \times 10^{-20} \frac{\text{km}^3}{\text{kg s}^2}$
M_{\odot}	1.9891×10^{30} kg
$2\Theta_0^2$	96,800.00
e	2.7183
kpc	3.0857×10^{16} km
μ	0.0 - 1.0
Valores para los modelos 1, 2 y 3	
Tabla 16	
	VALOR
Halo Estelar	$(n,m) = (-1,0), (1,1), (0,1)$
Halo Oscuro	$(n,m) = (-1,1)$
$e^2 \text{ angsen } e$	1.4559
e	0.9950
$E_1(e)$	0.8955
$E_3(e)$	0.5699
a_1	1.1108×10^{16} km
a_2	1.3268×10^{16} km
a_D	5.2766×10^{17} km
M_D	6.5296×10^{40} kg
$M_{HE}(a_1)$	6.4373×10^{39} kg
$M_{HO}(a_2)$	4.3947×10^{39} kg
M_{HE}	9.6559×10^{39} kg
Valores para el modelo 4	
Tabla 17	

VALORES

a_1	$1.8206 \times 10^{16} \text{ km}$
a_2	$2.4686 \times 10^{17} \text{ km}$
a_D	$2.9962 \times 10^{17} \text{ km}$
M_D	$4.4170 \times 10^{40} \text{ kg}$
$M_{HE}(a_1)$	$1.7074 \times 10^{40} \text{ kg}$
$M_{HO}(a_2)$	$9.6097 \times 10^{40} \text{ kg}$
M_{HE}	$2.5612 \times 10^{40} \text{ kg}$

Valores para el modelo 5

Tabla 18

sustituyendo los valores de las tablas anteriores en las ecuaciones de radios y masas para cada modelo nos da:

$$r_{\max} = \frac{R_{\odot} e \left(\frac{v_e^2 (R_{\odot})}{4 \omega^2} \right)}{\omega} = 45.5 \text{ kpc} \dots [33]$$

sustituyendo [33] en [32]

$$M(r) = \frac{\Theta_{\odot}^2 r_{\max}}{G} = 5.1 \times 10^{11} M_{\odot} \dots [34]$$

El resultado de los restantes valores de las estrellas escogidas como las más veloces se encuentran en la *Tabla 19* con sus respectivas incertidumbres.

nombre	$(v_T) \text{ km/s}$	$(v_e^2) \frac{\text{km}^2}{\text{seg}^2}$	$(r_{\max}) \text{ kpc}$	$(M_T) M_{\odot}$
LDS519	546	298,116.0	68.0	7.6×10^{11}
W7547	509.1 ± 99.9	259,182.8	45.5	5.1×10^{11}
811-024	501.4 ± 196.7	251,402.0	42.0	4.7×10^{11}
229274	479.0 ± 153.4	229,441.0	33.5	3.8×10^{11}
HD134439	460.9 ± 69.8	212,429.0	28.1	3.2×10^{11}
G064-012	442.5 ± 69.8	195,806.2	23.6	2.7×10^{11}
G033-031	419.4 ± 34.1	175,896.4	19.2	2.2×10^{11}
HD134440	416.0 ± 52.4	173,056.0	18.7	2.1×10^{11}

Valores de velocidad de escape, radios y masas para el modelo 1

Tabla 19

MODELO DISCO.

El segundo modelo consiste en tomar la galaxia en forma de disco. Considérese un disco con radio finito $r_{\text{max}} = R_D$ con una velocidad rotacional uniforme Θ_0 , y sea $\sigma(R)$ la densidad superficial; esta densidad está dada por:

$$\sigma(R) = \frac{\Theta_0^2}{2\pi R G} - \frac{2\Theta_0^2}{2\pi^2 R G} \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{R}{R_D}\right) \dots [35]$$

$$\sigma(R) = \frac{\Theta_0^2}{2\pi R G} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{angsen} \frac{R}{R_D}\right); R \leq R_D.$$

Por otro lado la masa esta dada por $M_T = M(r) = 2\pi \int_0^{R_D} R \sigma(R) dR$; entonces, sustituyendo la ec. [35] en la anterior ecuación de la masa nos queda:

$$M = 2\pi \int_0^{R_D} R \left\{ \frac{\Theta_0^2}{2\pi R G} - \frac{2\Theta_0^2}{2\pi^2 R G} \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{R}{R_D}\right) \right\} dR \Rightarrow$$

$$M = \frac{2\Theta_0^2 R_D}{G\pi} \dots [36]$$

Por otra parte en $R \leq R_D$:

$$\frac{\Theta_0^2}{R} = + \frac{\partial \phi}{\partial R} |_{(R,0)} = \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, 0) \Rightarrow \int_{\Phi(R,0)}^{\Phi(R_D,0)} d\Phi(R, 0) = \Theta_0^2 \int_R^{R_D} \frac{1}{R} dR,$$

entonces:

$$\Phi(R_D, 0) - \Phi(R, 0) = \Theta_0^2 \ln \frac{R_D}{R} \Rightarrow \Phi(R, 0) = \Phi(R_D, 0) - \Theta_0^2 \ln \frac{R_D}{R}. [37]$$

Aparte sabemos que el potencial es $\Phi(\vec{r}) = - \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$. La rotación en el exterior del disco ($R \geq R_D$) es:

$$\Theta^2(R, 0) = \frac{2\Theta_0^2}{\pi} \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{R_D}{R}\right)$$

con lo cual la aceleración en $R \geq R_D$ es;

$$F(\mathbf{R}, \mathbf{0}) = -\frac{\Theta_0^2(\mathbf{R}, \mathbf{0})}{R} = -\frac{2\Theta_0^2}{\pi R} \operatorname{angsen} \frac{R_D}{R} \Rightarrow$$

con una trayectoria radial en el plano del disco de R_∞ al borde del disco:

$$\Phi(\mathbf{R}_D, \mathbf{0}) = -\int_{\infty}^{R_D} \hat{F} \cdot dr = -\int_{\infty}^{R_D} -\frac{2\Theta_0^2}{\pi R} \operatorname{angsen} \frac{R_D}{R} \Rightarrow$$

es decir:

$$\Phi(\mathbf{R}_D, \mathbf{0}) = -\Theta_0^2 \ln 2 \quad \dots[38]$$

sustituyendo [38] en [37]:

$$\Phi(\mathbf{R}, \mathbf{0}) = -\Theta_0^2 \ln 2 - \Theta_0^2 \ln \frac{R_D}{R} \Rightarrow \Phi(\mathbf{R}, \mathbf{0}) = -\Theta_0^2 \ln 2 \frac{R_D}{R} \dots[39]$$

y sustituyendo esta ultima en [29]

$$v_\alpha^2(\mathbf{R}, \mathbf{0}) = -2\Phi(\mathbf{R}, \mathbf{0}) = 2\Theta_0^2 \ln 2 \frac{R_D}{R}. \text{ Con } \mathbf{R} = \mathbf{R}_\odot$$

$$r_{\max} = R_D = \frac{R_\odot e^{\left(\frac{v_\alpha^2(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})}{2\Theta_0^2}\right)}}{2} \quad \dots[40]$$

y $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ se sigue de la ec. [36]

Utilizando los mismos valores del primer modelo, obtenemos:

$$R_D = \frac{R_\odot e^{\left(\frac{v_\alpha^2(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})}{2\Theta_0^2}\right)}}{2} = 61.8 \text{ kpc} \dots[41]$$

$$\text{y } \mathbf{M} = \frac{2\Theta_0^2 R_D}{G\pi} = 4.4 \times 10^{11} M_\odot \dots[42]$$

En la *Tabla 20* se encuentran los restantes valores.

nombre	(v_T) km/s	(v_π^2) $\frac{\text{km}^2}{\text{seg}^2}$	(r_{max}) kpc	(M_T) M_\odot
LDS519	546	298,116.0	92.5	6.6×10^{11}
W7547	509.1 ± 99.9	259,182.8	61.8	4.4×10^{11}
811-024	501.4 ± 196.7	251,402.0	57.1	4.1×10^{11}
229274	479.0 ± 153.4	229,441.0	45.5	3.3×10^{11}
HD134439	460.9 ± 69.8	212,429.0	38.1	2.7×10^{11}
G064-012	442.5 ± 69.8	195,806.2	32.1	2.3×10^{11}
G033-031	419.4 ± 34.1	175,896.4	26.1	1.9×10^{11}
HD134440	416.0 ± 52.4	173,056.0	25.4	1.8×10^{11}

Valores de velocidad de escape, radios y masas para el modelo 2
Tabla 20

La relación que hay entre los 2 modelos anteriores es la siguiente:

$$\frac{M_{\text{ESF}}}{M_{\text{DIS}}} = \frac{\frac{\Theta_D^2 r_{\text{max}}}{j \Theta_D^2 R_D}}{\frac{\Theta_D^2}{j \Theta_D^2}} = \frac{\pi}{\alpha} = 1.1557 \Rightarrow M_{\text{ESF}} = 1.1557 M_{\text{D}} \dots [43]$$

y la de los radios;

$$\frac{r_{\text{max}}}{R_D} = \frac{\frac{R_{\odot} \cdot \left(\frac{v_\pi^2(R_{\odot})}{j \Theta_D^2} \right)}{\Theta_D^2}}{\frac{R_{\odot} \cdot \left(\frac{v_\pi^2(R_{\odot}, 0)}{j \Theta_D^2} \right)}{\Theta_D^2}} = \frac{2}{\alpha} = 0.7358 \Rightarrow r_{\text{max}} = 0.7358 R_D \dots [44]$$

como ejemplo tenemos:

$$M_{\text{ESF}} = 1.1557(4.4 \times 10^{11} M_\odot) = 5.1 \times 10^{11} M_\odot$$

idéntico al valor de la ec.[34]

$$r_{\text{max}} = 0.7358 (61.8 \text{ kpc}) = 45.5 \text{ kpc}$$

idéntico al valor de la ec.[33]

COMBINACION DE 1) Y 2).

El tercer modelo consiste en la combinación de los 2 modelos descritos con anterioridad. La velocidad rotacional de una esfera es;

$$\Theta_{\text{ESF}}^2 = \mu \Theta_0^2 \quad \dots [45] \quad \text{con } \mu \leq 1$$

$$\text{La total es; } \Theta_0^2 = \Theta_{\text{ESF}}^2 + \Theta_{\text{D}}^2 \quad \dots [46]$$

sustituyendo [46] en [45] y despejando Θ_{D}^2 se obtiene:

$$\Theta_0^2 = \mu \Theta_0^2 + \Theta_{\text{D}}^2 \Rightarrow \Theta_{\text{D}}^2 = -\mu \Theta_0^2 + \Theta_0^2 \Rightarrow \Theta_{\text{D}}^2 = \Theta_0^2 (1 - \mu) \dots [47]$$

Se tiene ahora que el potencial interno es la suma de los 2 modelos, es decir, se suman las ecuaciones [45] y [47]; con $r_{\text{max}} = R_{\text{D}}$, $R = R_{\odot} \leq R_{\text{D}}$:

$$\Phi(R_{\odot}, 0) = -\Theta_{\text{ESF}}^2 \ln e^{\frac{r_{\text{max}}}{R_{\odot}}} - \Theta_{\text{D}}^2 \ln 2 \frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}}$$

$$\Phi(R_{\odot}) = -\mu \Theta_0^2 \ln e^{\frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}}} - \Theta_0^2 \ln 2 \frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}} + \mu \Theta_0^2 \ln 2 \frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}}$$

$$\Phi(R_{\odot}) = -\Theta_0^2 \ln \left\{ 2 \left(\frac{e}{2} \right)^{\mu} \frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}} \right\} \quad \dots [48]$$

sustituyendo [48] en [24] y despejando R_{D} :

$$v_{\sigma}^2(R, 0) = |-2\Phi(R, 0)| = 2\Theta_0^2 \ln \left\{ 2 \left(\frac{e}{2} \right)^{\mu} \frac{R_{\text{D}}}{R_{\odot}} \right\} \quad \text{es decir:}$$

$$r_{\text{max}} = R_{\text{D}} = \frac{R_{\odot} v \left(\frac{v_{\sigma}^2(R, 0)}{2\Theta_0^2} \right)}{\left(\frac{e}{2} \right)^{\mu}}$$

La masa total en este modelo es:

$$M(r) = M_{\text{T}} = M_{\text{ESF}} + M_{\text{DIS}} = \frac{\Theta_{\text{ESF}}^2 r_{\text{max}}}{G} + \frac{2\Theta_{\text{D}}^2 R_{\text{D}}}{\pi G} \dots [49]$$

es decir:

$$M_{\text{T}} = \frac{\Theta_0^2}{G} R_{\text{D}} \left\{ \frac{2(1-\mu)}{\pi} + \mu \right\} \dots [50]$$

De nueva cuenta se utilizan los valores de los modelos anteriores para sustituirse en las ecuaciones antes desarrolladas. Cuando $\mu = 0$ se obtiene el modelo de disco y cuando se tiene $\mu = 1$ el modelo esférico. En seguida damos los valores obtenidos con $\mu = 0.5$. Otros valores se dan en la *Tabla 21* La masa total en este modelo cumple la siguiente condición;

$$(M_{\text{DIS}})^{\circ} \leq M_{\text{T}} \leq (M_{\text{ESF}})^{\circ} \dots [51]$$

Siendo $(M_{\text{DIS}})^{\circ}$ = la masa del disco con $\mu = 0$, $(M_{\text{ESF}})^{\circ}$ = la masa de la esfera con $\mu = 1$, M_{T} = la masa de la suma de $(M_{\text{DIS}})^{\circ}$ y $(M_{\text{ESF}})^{\circ}$.

$$R_{\text{D}} = \frac{R_{\odot}}{2} e^{\left(\frac{\sqrt{2}(R_{\odot})}{2\Theta_{\odot}^2}\right)} = 53.0 \text{ kpc} \dots [52]$$

Sustituyendo [52] en [50] con $\mu = 0.5$

$$M_{\text{T}} = \frac{\Theta_{\odot}^2}{G} R_{\text{D}} \left\{ \frac{2(1-\mu)}{\pi} + \mu \right\} = 4.9 \times 10^{11} M_{\odot} \dots [53]$$

En esta parte podemos comprobar la ecuación [51]:

$$(M_{\text{DIS}})^{\circ} \leq M_{\text{T}} \leq (M_{\text{ESF}})^{\circ}$$

$$4.4 \times 10^{11} M_{\odot} \leq 4.9 \times 10^{11} M_{\odot} \leq 5.1 \times 10^{11} M_{\odot}.$$

La razón de radios es;

$$\frac{R_{\text{D}}^{\text{COMB}}}{(R_{\text{D}})^{\circ}} = \left(\frac{2}{e}\right)^{\mu}, \text{ con } \mu = 0.5$$

$$\Rightarrow R_{\text{D}}^{\text{COMB}} = \left(\frac{2}{e}\right)^{0.5} (61.8 \text{ kpc}) = 53.0 \text{ kpc}$$

idéntica al valor de [52], con la condición de que; $(R_{\text{ESF}})^{\circ} \leq R_{\text{D}}^{\text{COMB}} \leq (R_{\text{DIS}})^{\circ}$:

$$45.5 \text{ kpc} \leq 53.0 \text{ kpc} \leq 61.8 \text{ kpc}$$

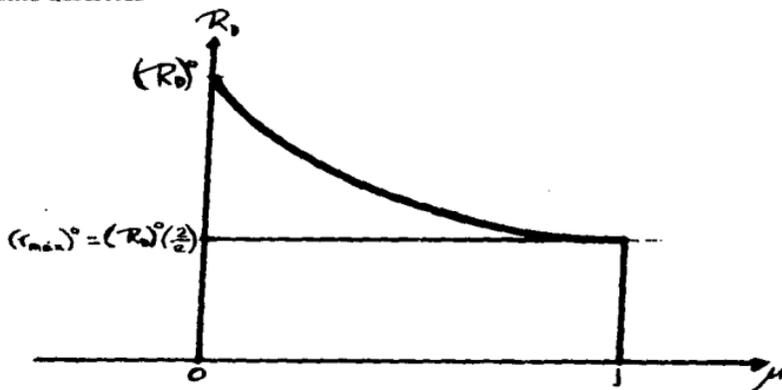
La razón de masas es:

$$\frac{M_{\text{T}}}{(M_{\text{DIS}})^{\circ}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{e}\right)^{\mu} [2(1-\mu) + \pi\mu], \text{ con } \mu = 0.5$$

$$M_T = 0.5(0.8578) [2.5708] (4.4 \times 10^{11} M_\odot) = 4.8 \times 10^{11} M_\odot$$

casi idéntica a [53].

La Fig. 18 muestra la razón de dimensiones entre los tres modelos anteriormente descritos



Razón entre dimensiones de los tres métodos descritos
Fig. 18

A continuación se muestra la Tabla 21 de los valores obtenidos para la dimensión y la masa para este modelo.

R_D	(0.0)	(0.1)	(0.2)	(0.3)	(0.4)
1	92.4	89.6	86.9	84.3	81.8
2	61.8	60.0	58.1	56.4	54.7
3	57.0	55.3	53.7	52.0	50.5
4	45.5	44.1	42.8	41.5	40.2
5	38.1	37.0	35.9	34.8	33.7
6	32.1	31.2	30.2	29.3	28.4
7	26.2	25.4	24.6	23.8	23.1
8	25.4	24.6	23.9	23.2	22.5

R_D	(0.5)	(0.6)	(0.7)	(0.8)	(0.9)	(1.0)
1	79.3	76.9	74.6	72.3	70.1	68.0
2	53.0	51.4	49.9	48.4	46.9	45.5
3	48.9	47.5	46.0	44.6	43.3	42.0
4	39.0	37.8	36.7	35.6	34.5	33.5
5	32.7	31.7	30.8	29.8	28.9	28.1
6	27.6	26.7	25.9	25.1	24.4	23.6
7	22.4	21.8	21.1	20.5	19.8	19.2
8	21.8	21.1	20.5	19.9	19.3	18.7

Valores de radios en kpc con μ entre 0.0 y 1.0 para el modelo 3

1	LDS519	3	811-024	5	HD134439	7	G033-031
2	W7547	4	HD229274	6	G064-012	8	HD134440

M_T	(0.0)	(0.1)	(0.2)	(0.3)	(0.4)
1	6.6	6.8	6.9	7.1	7.2
2	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8
3	4.1	4.2	4.3	4.4	4.4
4	3.3	3.3	3.4	3.5	3.5
5	2.7	2.8	2.9	2.9	3.0
6	2.3	2.4	2.4	2.5	2.5
7	1.9	1.9	2.0	2.0	2.0
8	1.8	1.9	1.9	1.9	2.0

M_T	(0.5)	(0.6)	(0.7)	(0.8)	(0.9)	(1.0)
1	7.3	7.4	7.5	7.6	7.6	7.6
2	4.9	4.9	5.0	5.0	5.1	5.1
3	4.5	4.6	4.6	4.7	4.7	4.7
4	3.6	3.6	3.7	3.7	3.7	3.8
5	3.0	3.0	3.1	3.1	3.1	3.2
6	2.5	2.6	2.6	2.6	2.6	2.7
7	2.1	2.0	2.1	2.1	2.1	2.2
8	2.0	2.0	2.0	2.1	2.1	2.1

1	LDS519	3	811-024	5	HD134439	7	G033-031
2	W7547	4	HD229274	6	G064-012	8	HD134440

Valores de masas $\times 10^{11} M_\odot$ con μ entre 0.0 y 1.0 para el modelo 3

Tabla 21

MODELO BASADO EN HALO Y DISCO.

Este modelo y el siguiente emplean ecuaciones del modelo simple para ajustar curvas de rotación dado por Pismis & Moreno (1996). Se utilizan para dar una

mejor aproximación a la curva de rotación. Están formados por un halo oscuro y un halo estelar, junto con el disco representado por un esferoide oblató.

En el halo estelar y oscuro tenemos: $\rho(a) = c_1 a^n + c_2 a^m$; $a \leq a_t$ y $\rho(a) = c_3 a^s$; $a \geq a_t$ con $(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = (-1, 0), (-1, 1), (0, 1)$ y $s = -2, -5$. Entonces para el;

Halo Estelar: $s = -5$; $a_t = a_1$, $(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = (-1, 0), (-1, 1), (0, 1)$

Halo Oscuro: $s = -2$; $a_t = a_2$, $(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = (-1, 1)$

Disco: $\rho(a) = \frac{a}{a} + p_1 a$; $a \leq a_D$

Los potenciales de estas componentes son:

$$\Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -\frac{4M_D}{\sigma^2 R_\odot} \left(\frac{R_\odot}{a_D}\right)^2 \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{a_D}{R_\odot}\right) e^2 \operatorname{angsen} e + \frac{1}{3} \left(\frac{R_\odot}{a_D}\right)^2 E_3(e) - E_1(e) \right\} \quad [54]$$

$$\Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -\frac{M_{HE}(a_1)}{R_\odot} \left\{ 1 + \frac{(m+3)(n+3)}{2(8+m+n)} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{a_1}{R_\odot}\right)^2 \right] \right\} \dots [55]$$

$$\Phi_{HO}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -\frac{M_{HO}(a_2)}{5R_\odot} \left\{ 8 \left(\frac{R_\odot}{a_2}\right) \left[1 + \ln \frac{a_{\max}}{R_\odot} \right] - 3 \right\} \dots [56]$$

Por lo tanto el potencial total es la suma de los potenciales anteriores:

$$\Phi_T(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = \Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) + \Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) + \Phi_{HO}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})$$

y la velocidad de escape esta dada por la ecuación [24], sustituyendo el potencial total y despejando $r_{\max} = a_{\max}$ se tiene:

$$v_a^2(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -2 \{ \Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) + \Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) + \Phi_{HO}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) \}$$

$$a_{\max} = R_\odot \exp \left\{ \frac{a_2}{8R_\odot} \left[\frac{5R_\odot}{M_{HO}(a_2)} \left\{ \frac{v_a^2(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})}{2G} + \Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) + \Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) \right\} + 3 \right] - 1 \right\} \dots [57]$$

y la masa total es:

$$M(\mathbf{r}) = M_T = M_D + M_{HE} + M_{HO}(a_{\max}) \dots [58]$$

y como en los modelos anteriores se utilizan los mismos valores, incluyendo además los siguientes:

$$e = \sqrt{1 - \frac{e^2}{a^2}}, \text{ donde } \frac{e}{a} = 0.1$$

el mejor valor representativo en el halo estelar para los modelos 4 y 5 es $(n, m) = (-1, 1)$,

$$M_{HE} = M_{HE}(a_1) \left\{ 1 + \frac{(m+3)(n+3)}{2(8+m+n)} \right\} \text{ y}$$

$$M_{HO}(a_{\max}) = \frac{1}{2} M_{HO}(a_2) \left\{ 8 \left(\frac{a_{\max}}{a_2} \right) - 3 \right\} \dots [59]$$

Para el potencial $\Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})$:

$$\Phi_D(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -2.7592 \times 10^{23} \frac{\text{kg}}{\text{km}} \dots [60]$$

Para el potencial $\Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0})$:

$$\Phi_{HE}(\mathbf{R}_\odot, \mathbf{0}) = -3.6824 \times 10^{22} \frac{\text{kg}}{\text{km}}$$

Finalmente calculamos a_{\max} [57] y M_T [58]

$$a_{\max} = 69.0 \text{ kpc}$$

Sustituyendo en [59]:

$$M_{HO}(a_{\max}) = 5.654 \times 10^{11} M_\odot \dots [61]$$

y para la masa total en [58]:

$$M_T = 3.2827 \times 10^{10} M_\odot + 4.8544 \times 10^9 M_\odot + 5.654 \times 10^{11} M_\odot$$

$$M_T = 6.0 \times 10^{11} M_\odot \dots [62]$$

Los restantes valores se encuentran en la *Tabla 22*

nombre	(a_{\max}) kpc	(M_T) M_{\odot}
LDS519	119.6	9.8×10^{11}
W7547	69.0	6.0×10^{11}
811-024	61.8	5.1×10^{11}
229274	45.3	3.7×10^{11}
HD134439	35.6	3.3×10^{11}
G064-012	28.1	2.7×10^{11}
G033-031	21.2	2.1×10^{11}
HD134440	20.4	2.0×10^{11}

Valores de radios y masas para el modelo 4
Tabla 22

MODELO HALO DISCO.

Utilizando el mismo procedimiento del modelo anterior se tiene que para el potencial $\Phi_D(\mathbf{R}_{\odot}, \mathbf{0})$:

$$\Phi_D(\mathbf{R}_{\odot}, \mathbf{0}) = -1.8036 \times 10^{23} \frac{\text{kg}}{\text{km}} \dots [63]$$

Para el potencial $\Phi_{HE}(\mathbf{R}_{\odot}, \mathbf{0})$:

$$\Phi_{HE}(\mathbf{R}_{\odot}, \mathbf{0}) = -9.76 \times 10^{22} \frac{\text{kg}}{\text{km}} \dots [64]$$

Finalmente calculamos a_{\max} y M_T :

$$a_{\max} = 64.3 \text{ kpc} \dots [65]$$

Sustituyendo en [59]:

$$M_{HO}(a_{\max}) = 5.9230 \times 10^{11} M_{\odot} \dots [66]$$

y para la masa total en [58]:

$$M_T = 2.2206 \times 10^{10} M_{\odot} + 1.2876 \times 10^{10} M_{\odot} + 5.9230 \times 10^{11} M_{\odot}$$

$$M_T = 6.2738 \times 10^{11} M_{\odot} \dots [67]$$

Los restantes valores se encuentran en la *Tabla 23*

nombre	(a_{max}) kpc	(M_T) M_{\odot}
LDS519	102.7	9.9×10^{11}
W7547	64.3	6.2×10^{11}
811-024	58.6	5.7×10^{11}
229274	45.0	4.4×10^{11}
HD134439	36.5	3.5×10^{11}
G064-012	30.0	2.9×10^{11}
G033-031	23.6	2.3×10^{11}
HD134440	22.8	2.2×10^{11}

Valores de radios y masas para el modelo 5
Tabla 23

0.11 MASA DEL SISTEMA GALACTICO

Una vez que se conocieron las dimensiones y la velocidad de rotación, se pudo deducir la masa total. De acuerdo a *Blitz*, la masa total de nuestra Galaxia es $1 - 2 \times 10^{14} M_{\odot}$. En 1976 *Einasto* con el Sol en una distancia de 8.5 kpc desde el centro, estimó la masa total de la Galaxia de $2.1 \times 10^{15} M_{\odot}$; 10 veces mas que en 1965. *Lindblad* deriva una masa de $M_G = 1.8 \times 10^{11} M_{\odot}$.

Con esto el modelo para la distribución fue ampliamente aceptado por IAU recomendando los valores de $R_{\odot} = 8.5$ kpc, $\Theta_0 = 220$ km/s, $A = (13 - 14)$ km/s kpc⁻¹ y $B = - (12 - 13)$ km/s kpc⁻¹ como los estandares oficiales. Estos se relacionan de acuerdo a la siguiente expresión: $A - B = \frac{v_{\odot}}{R_{\odot}}$.

A continuación se proporciona una *Tabla 24* de las estimaciones de la masa galácticas de varios autores.

fuelle	r kpc	$\times 10^{11} M_{\odot}$
Oort (1927)		8.0
Bucorius (1934)		2.4
Plaskett & Pearce (1936)		1.65
Camm (1938)		1.77
Schmidt (1965)		1.8
Hartwick and Sargent	61	8.0
Frenk and White	33	5.3
Frenk and White	60	1.3×10^{12}
M.R.S. Hawkins (1983)		1.4×10^{12}
Shapley, Schwarzschild,		2.0
Eddington, Plaskett, Lindblad		2.0
Oort y Strömberg		2.0
Ostriker, Peebles y Yahil		$2.0 \times 10^{15} M_{\odot}$
Lynden-Bell (1983)		4.0 - 9.0
Rohlf's & Kreitschmann (1988)	50	4.0 - 14.0

Estimación de la masa galáctica

Tabla 24

CONCLUSIONES

Se seleccionaron para su observación 133 estrellas, de las cuales 75 ya habían sido observadas, se unieron estas estrellas con dos catálogos previos para trabajar con una muestra total de 1396 estrellas de alta velocidad. Para estas estrellas se obtuvo fotometría *uvby-β*. Las observaciones fueron realizadas en el telescopio de 1.5 m del Observatorio de San Pedro Mártir. Con los resultados de la fotometría fue posible determinar metalicidades, edades y distancias fotométricas para las estrellas observadas.

A continuación, se hizo una búsqueda en la literatura para obtener datos sobre los movimientos propios y las velocidades radiales de las estrellas de nuestro estudio. Se encontró que los datos más confiables sobre movimientos propios son los del catálogo del **Hipparcos (1922)** mientras que las velocidades radiales más precisas encontradas fueron, para la mayoría de nuestras estrellas, las del catálogo de **Carney & Latham (1987)** así como algunas encontradas también en el catálogo del **Hipparcos (1922)**. Con estos datos, y las distancias obtenidas de nuestras observaciones, fue posible calcular las velocidades espaciales heliocéntricas de las estrellas observadas, así como sus velocidades galactocéntricas.

Con las velocidades heliocéntricas que obtuvimos fue posible graficar a nuestras estrellas en un diagrama de **Toomre**, el cual nos permitió identificar a las estrellas más veloces de nuestro estudio. De esta manera pudimos seleccionar a nuestra muestra completa las 15 estrellas de mayor velocidad galactocéntrica. También graficamos a nuestras estrellas en un diagrama de **Bottlinger**, el cual nos permitió asignarlas a las poblaciones del halo, disco delgado y disco grueso, respectivamente.

Entre las quince estrellas más veloces (cuyos datos además mostraran un alto grado de confiabilidad) escogimos, sin embargo, únicamente 7 para la estimación del límite inferior para la masa de nuestra Galaxia, que efectuamos a continuación. Además incluimos en estos cálculos a la binaria **LDS 519** por tratarse de una estrella particularmente bien observada y cuya distancia se ha determinado por medio de su paralaje trigonométrica **C. Allen et al. (1987)**.

Con las ocho estrellas seleccionadas como se ha indicado, realizamos una estimación del límite inferior a la masa total de nuestra Galaxia, empleando para ello 5 modelos simples para la distribución de masa en ella, y suponiendo que todas las estrellas seleccionadas se encuentran ligadas gravitacionalmente. Los resultados se resumen en la *Tabla 25*.

	W7547	W7547
modelo 1	45.5 kpc	$5.1 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 2	61.8 kpc	$4.4 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 3	61.8 - 45.5 kpc	$4.4 - 5.1 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 4	69.0 kpc	$6.0 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 5	64.3 kpc	$6.2 \times 10^{11} M_{\odot}$

	LDS 519	LDS 519
modelo 1	68.0 kpc	$7.6 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 2	92.5 kpc	$6.6 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 3	92.5 - 68.0 kpc	$6.6 - 7.6 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 4	119.6 kpc	$9.8 \times 10^{11} M_{\odot}$
modelo 5	102.7 kpc	$9.9 \times 10^{11} M_{\odot}$

Comparación de los 5 modelos con dos estrellas

Tabla 25

Es notable el hecho de que, a pesar de que los modelos galácticos que empleamos son muy distintos entre sí, las masas mínimas que obtuvimos para la Galaxia son muy similares, y están comprendidas entre $4.4 \times 10^{11} M_{\odot}$ y $6.2 \times 10^{11} M_{\odot}$, para la estrella de mayor velocidad observada por nosotros (**W7547**). El mayor límite inferior a la masa galáctica se obtiene, como es de esperarse, para la estrella **LDS 519**, pues ésta es la de mayor velocidad. La masa galáctica mínima obtenida para esta estrella está comprendida entre $6.6 \times 10^{11} M_{\odot}$ y $9.9 \times 10^{11} M_{\odot}$, según el modelo galáctico que se suponga.

También fue posible realizar una estimación del radio mínimo de la Galaxia para cada uno de los modelos de masa empleados. Nuevamente, el radio es tanto mayor cuanto mayor sea la velocidad de la estrella utilizada. Para la estrella más veloz observada por nosotros (**W7547**) este radio resulta estar comprendido entre 45.5 kpc y 69.0 kpc. Para **LDS 519** este radio está comprendido entre 68.0 kpc y 119.6 kpc, según el modelo utilizado. También en este caso, nuestros resultados son muy similares para los distintos modelos utilizados. Ello nos permite concluir que los valores reales de la masa y el radio límites para nuestra Galaxia no deben alejarse mucho de los que nosotros hemos estimado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Augensen, H. J. 1979 *Astron. J.* **84** 1553
- [2] Baum, W. A., 1960, *Astronomical Techniques, Stars and Stellar Systems*. W. A. Hiltner
- [3] Birney, D. S., 1991, *Observational Astronomy*. Cambridge University Press, Cambridge
- [4] Cannon, A. J., Pickering, E. C., 1918, *Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College, The Henry Draper Catalogue*. Vol.91. The Observatory Cambridge, Mass.
- [5] Carney, B. W., Latham, D. W., 1987, *Astron. J.* **92** 116
- [6] Carney, B. W., Latham, D. W., Laird, J. B., Aguilar, L. A., 1994, *Astron. J.* **107** 2240
- [7] Christine Allen, Marco A. Martos, Arcadio Poveda, 1987, *Rev. Mex. Astron. y Astrofis.* **14**, 213
- [8] Fich, M., Tremaine, S., 1991, *Annu. Rev. Astrophys.* **29** 409
- [9] Fouts, G., Sandage, A., 1986, *Astron. J.* **91** 1189
- [10] G. DE Vaucouleurs, 1978, *Astrop. J.* **268** 451
- [11] Giclas, H. L., Burnham, R., Thomas, N. G., 1971, *Lowell Proper Motion, Survey Northern Hemisphere, The G Numbered Stars*. Lowell Observatory, Flagstaff, Arizona
- [12] Giclas, H. L., et al. 1978, *Bulletins Observatory Lowell.* **4 - 8**
- [13] Golay, M., 1974, *Introduction to Astronomical Photometry*. Holland, D. Reidel
- [14] Gray, R. O., Olsen, E. H., 1991, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **87** 541

- [15] Gronbech, B., Olsen, E. H., and Strömberg, B., 1976 *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **26** 155
- [16] Gunn, J. E., Knapp, G. R., Tremaine, S. D., 1979, *Astron. J.* **84** 1181
- [17] Henden, A.A., Ronald, H. K., 1982, *Astronomical Photometry*. V. N. Reinhold Company. New York
- [18] Hiltner, W. A., 1962, *Astronomical Techniques*. Chicago, University of Chicago Press
- [19] Hoffleit, D., Jaschek, C., 1982, *The Bright Star Catalogue*. Yale University Observatory, New Haven, Connecticut, U.S.A.
- [20] Kapleyn, J. C., 1922, *Astrophys. J.* **55** 302
- [21] Kerr, F. J., Lynden-Bell, D., 1986, *MNRAS* **221** 1023
- [22] Kühn, L., 1982, *The Milky Way*. J. Wiley & Sons, Chichesters, N. Y.
- [23] Luyten, W. J., 1955, *A Catalogue of 1849 Stars with Proper Motions*. The Lund Press Minneapolis, Minnesota
- [24] Luyten, W. J., 1961, *A Catalogue of 7127 Stars in the Northern Hemisphere with Proper Motions*. The Lund Press Minneapolis, Minnesota
- [25] Luyten, W. J., 1979, *NLTT Catalogue*. University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota
- [26] Lynden-Bell, D., Cannon, R. D., Godwin, P. J., 1983, *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **204** 87p
- [27] Menzel, D. H., Pasachoff, J. M., 1983, *The Peterson Field Guide Series, A Field Guide to Star and Planets*, Houghton Mifflin Company, Boston
- [28] Mihalas and Binney 1978 *Galactic Astronomy. Structure and Kinematics* Freeman, San Francisco
- [29] Nissen, P. E., 1984 *Manual Description and Data for the Danish 6-channel, uvby β Photometer*. p6
- [30] Nissen, P. E., 1987 *Astron. J.* **93** 634
- [31] Norris, J., Bessel, M. S., Pickles, A. J., 1985, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **58** 463
- [32] Norris, J. E., Ryan, S. G., 1989a, *Astrophys. J.* **340** 739
- [33] Olsen, E. H., 1983, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **54** 55

- [34] Parrao, L., Schuster, W., Arellano, A., 1988, *Guía para Reducir Datos Fotonétricos en el sistema uvyβ. Reporte Técnico* 52
- [35] Pismis, P., Moreno, E., 1996 *comunicación privada.*
- [36] Rodgers, A. W. and Eggen, O.J. 1974 *PASP* 86 742
- [37] Ryan, S. G., Norris, J. E., 1991, *Astron. J.* 101 1835
- [38] Ryan, S. G., Norris, J. E., 1991, *Astron. J.* 101 1865
- [39] Sandage, A. 1969 *Astrophys. J.* 158 1115
- [40] Sandage, A. 1981 *Astron. J.* 86 1643
- [41] Sandage, A., Fouts, G., 1987, *Astron. J.* 92 74
- [42] Schuster, W. J., Nissen, P. E., 1988, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 73 225
- [43] Schuster, W. J., Nissen, P. E., 1989, *Astron. Astrophys.* 221 65
- [44] Schuster, W. J., Parrao, L., Contreras, M. E., 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 97 951
- [45] Smithsonian Astrophysical Observatory, 1966, *Star Catalogue.* Smithsonian Institution, Cambridge, Mass.
- [46] Strand, K. A., 1963, *Basic Astronomical Data.* The University of Chicago Press, Chicago p204
- [47] Strömberg, B., 1966 *Ann. Rev. Astr. Ap.* 4 433 Palo Alto. Annual Review Inc.
- [48] Turon, C., et al, 1992, *The Hipparcos Input Catalogue.* European Space Agency, ESA Publication Division, c/o Estec, Noordwijk, The Netherlands