

82  
201

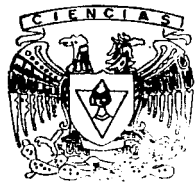


# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

## FACULTAD DE CIENCIAS

### INTEGRACION Y DESARROLLO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIONES

T E S I S  
Que para obtener el titulo de  
A C T U A R I O  
p r e s e n t a  
OSCAR ANGEL PINEDA CARRASCO



Facultad de Ciencias  
U. N. A. M.

Director de Tesis: Act. Juan León Montañez



1997

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**PAGINACION VARIA**

**COMPLETA LA INFORMACION**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

M. en C. Virginia Abrin Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Integración y Desarrollo de un Portafolio de Inversiones"

realizado por Oscar Angel Pineda Carrasco

con número de cuenta 9036157-3 , pasante de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis  
Propietario

Act. Juan Leon Montañez

Propietario

Act. Ernesto Gabriel Hernández Pérez

Propietario

Act. Sergio Hugo Delgado Alonso

Suplente

Act. Yolanda Silvia Calixto García

Suplente

Act. Leticia Daniel Orta

Act. Agustín Román Aguilar  
Consejo Departamental de Matemáticas

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS  
CONSEJO DEPARTAMENTAL DE  
MATEMÁTICAS

**"In Memoriam:  
Severiano Carrasco Romero"**

***A Dios***

**Gracias por permitirme terminar una meta en mi vida.**

***A mi mamá***

**Gracias madre por haberme dado la vida, tu apoyo y cariño durante toda mi vida y mostrarme que con esfuerzo y tenacidad se puede lograr lo que se busca.**

***A Claudia***

**Gracias por tu apoyo, cariño y comprensión en todos los momentos que pasamos juntos durante la carrera y fuera de ella.**

***A mi abuela***

**Gracias madre por ver en mí otro hijo y quererme como tal.**

***A Act. Juan León Montañez***

**Gracias por el apoyo brindado para poder hacer posible este trabajo**

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>I</b>
<b>CAPITULO I. Mercado de Valores</b>	<b>1</b>
Análisis del Mercado	3
Principales características de los instrumentos	4
Clasificación de los Instrumentos	5
<b>CAPITULO II. Indicadores del Mercado</b>	<b>13</b>
Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)	13
Valor de Capitalización	15
Múltiplos del Mercado	17
Razones Financieras	18
Coeficiente de Riesgo	19
Índice de Bursatilidad	20
<b>CAPITULO III. Riesgo y Rendimiento</b>	<b>25</b>
Rendimiento	25
Riesgo	27
Riesgos Permanentes o Sistemáticos	28
Riesgos No Sistemáticos	32
La medición del Rendimiento Esperado y del Riesgo	35
<b>CAPITULO IV. El CAPM</b>	<b>40</b>
La línea del Mercado de Capitales	40
Línea de Seguridad del Mercado	48
Propiedades de la Línea de Seguridad del Mercado	49
<b>CAPITULO V. Desarrollo del Portafolio de Inversión</b>	<b>53</b>
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>61</b>

<b>APENDICE A. Análisis de Regresión</b>	<b>64</b>
<b>APÉNDICE B. Optimización no lineal</b>	<b>74</b>
<b>APENDICE C. Acciones que cotizan en la bolsa</b>	<b>79</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>84</b>



## INTRODUCCIÓN

Sin lugar a duda, la Actuaría es la aplicación de las matemáticas en casos de la vida real en los que se encuentre una probabilidad de por medio y que requieran modelarse a través de una expresión, es por eso que los seguros han sido el campo más explotado de la Actuaría a nivel mundial debido a que la prima que se cobra por una cierta suma asegurada no es más que una estimación de la probabilidad de ocurrencia de la cobertura otorgada; más sin embargo, también es cierto que no es el único campo en el que la probabilidad juega un papel muy importante, por lo que el Actuario tiene la posibilidad de incorporarse a estos campos en los que es necesario estimar la probabilidad de ocurrencia de un cierto evento.

Al referirnos a la ocurrencia de un evento, implícitamente adquirimos un riesgo el cual debe ser minimizado para que en caso de su ocurrencia el impacto sobre el afectado sea lo más reducido posible.

Uno de estos campos es las inversiones que se realizan en las bolsa de mercados en todo el mundo, antes financieros en los que al "entrar" se adquiere el riesgo de poder perder la inversión realizada. A partir de este aspecto surgen las llamadas "**Carteras de Inversión**" instrumentos diseñados con el fin de poder diversificar y al mismo tiempo minimizar el riesgo adquirido, además de poder maximizar el rendimiento esperado con ese nivel de riesgo.

Es por los motivos antes expuestos a que este trabajo tiene razón de ser en el ambiente actuarial al tener las características necesarias para su estudio y manejo a nivel actuarial.

Otro de los motivos fundamentales para la realización de este trabajo, es el de poder introducirnos en el ámbito financiero que encierran las bolsas del mundo, ya que con la aparición de nuevos instrumentos financieros cuya finalidad es el de minimizar aún más la posibilidad de una pérdida en nuestra inversión, los cuales son originados a través de un análisis de la probabilidad de pérdida los actuarios somos los profesionistas más indicados para poder hacer análisis de este tipo y poder ampliar aun más estos instrumentos de cobertura denominados "Productos Derivados".

**CAPITULO I**  
***MERCADO DE VALORES***

## **CAPITULO I**

### **MERCADO DE VALORES**

Como en todo mercado, existen las componentes de oferta y demanda así en la Bolsa Mexicana de Valores, la oferta será representada por los títulos emitidos tanto por el sector público como por el privado; en tanto que la demanda estará constituida por los fondos disponibles para inversión, los cuales pueden proceder de personas físicas o morales. De esta forma, podemos dar una definición del Mercado de Valores.

***“El Mercado de Valores es el conjunto de mecanismos y sistemas que permiten realizar la emisión, colocación y distribución de los valores, siempre y cuando estos estén inscritos en el Registro Nacional de Valores y aprobadas por la Bolsa Mexicana de Valores”.***<sup>1</sup>

Es en la Bolsa Mexicana de Valores, donde se facilita la realización de operaciones de compra-venta de valores emitidos por las empresas públicas o privadas las cuales requieren captar recursos para propiciar su crecimiento y promover el desarrollo del mercado bursátil.

En la actualidad existen entidades operativas llamadas “Casas de Bolsa”; las cuales operan como intermediarios autorizados para llevar a cabo operaciones bursátiles; estas entidades se crean como Sociedades Anónimas y de Capital Variable,<sup>2</sup> las cuales serán las únicas autorizadas para realizar operaciones en el salón de Remates de la Bolsa Mexicana de Valores.

Dentro de los servicios que prestan las Casas de bolsa están los siguientes:

⌘ Intermediación en operaciones de compra-venta de títulos-valor<sup>3</sup>;

---

<sup>1</sup> Donde la Bolsa Mexicana de Valores la definiremos como la Institución organizada bajo la forma de Sociedad Anónima de Capital Variable, que cuenta con la autorización de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) para efectuar sus funciones.

<sup>2</sup> Una sociedad Anónima deberá estar integrada a lo menos por 5 personas.

<sup>3</sup> Título-valor es el documento que representa los derechos de propiedad de su tenedor sobre algún bien.

- ☛ Asesoría bursátil y financiera a personas físicas y morales en materias relacionadas con el mercado de valores;
- ☛ Recepción de fondos por concepto de operaciones con valores;
- ☛ Recepción de préstamos a créditos de Instituciones de crédito o de organismos oficiales para realizar actividades propias de su función;
- ☛ Asesoría a inversionistas para la integración de **portafolios de inversión** y en la toma de decisiones relacionadas;
- ☛ La custodia y administración de valores a través del Instituto para el Depósito de Valores.

En la actualidad en México existen 28 Casas de Bolsa, las cuales son las siguientes:

<b>RELACION DE CASAS DE BOLSA</b> (Agentes de Valores Personas Morales)	
☛	ABACO, CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	ACCIONES Y VALORES DE MÉXICO, S.A. DE C.V.
☛	ANAHUAC, CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	BANORTE, CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	BARING, S.A. DE C.V. CASA DE BOLSA
☛	BURSAMEX, S.A. DE C.V.
☛	CASA DE BOLSA BANCOMER, S.A. DE C.V.
☛	CASA DE BOLSA DEL VALLE DE MÉXICO, S.A. DE C.V.
☛	CASA DE BOLSA PRIME, S.A. DE C.V.
☛	C.B.I. CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	CASA DE BOLSA ARKA, S.A. DE C.V.
☛	CASA DE BOLSA INVERLAT, S.A. DE C.V.
☛	ESTRATEGIA BURSÁTIL, S.A. DE C.V.
☛	FIMSA CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	G.B.M. GRUPO BURSÁTIL MEXICANO, S.A. DE C.V.
☛	INTERACCIONES CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
☛	INVERMEXICO, S.A. DE C.V.
☛	INVERSORA BURSÁTIL, S.A. DE C.V.

- ⌘ INVEX CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
- ⌘ MEXIVAL, S.A. DE C.V., CASA DE BOLSA
- ⌘ MULTIVALORES, S.A. DE C.V.
- ⌘ OPERADORA DE BOLSA SERFIN, S.A. DE C.V.
- ⌘ PROBURSA, S.A. DE C.V.
- ⌘ VALORES MEXICANOS, CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
- ⌘ VALORES BURSÁTILES DE MÉXICO, S.A. DE C.V.
- ⌘ VALORES FINAMEX, S.A. DE C.V.
- ⌘ VECTOR CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.
- ⌘ VALUE CASA DE BOLSA, S.A. DE C.V.

Cabe destacar que en las Casas de Bolsa se realizan análisis para la toma de decisiones dentro del Mercado Bursátil; entre estos análisis podemos encontrar tres tipos muy importantes, los cuales son los siguientes:

## **ANÁLISIS DEL MERCADO**

### **a) Análisis Económico.**

Es aquel que estudia el comportamiento de los principales indicadores nacionales e internacionales para poder desarrollar un pronóstico de los acontecimientos que podrían afectar, en alguna forma, las diferentes alternativas de inversión o financiamiento.

### **b) Análisis Fundamental.**

Se dedica al estudio continuo y cuidadoso de la información financiera de las empresas que participan en el mercado accionario, con la finalidad de elaborar pronósticos confiables de sus utilidades esperadas, para fines de inversión a largo plazo y determinar los riesgos de inversión por emisora.

### **c) Análisis Técnico.**

Tiene la función de analizar el comportamiento y cambios de tendencias en los precios y volúmenes de los diferentes instrumentos negociados en el Mercado de Valores. Este estudio se realiza a través del análisis de la oferta y la

demanda de los valores, con objeto de determinar el momento adecuado para invertir o vender.

Como se ha visto, la toma de decisiones para invertir requiere de variados análisis en los que podemos observar que existen tres características que se deben tomar en consideración para el desarrollo y la formación de un *portafolio de inversión*, las cuales son las siguientes:

## PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL MERCADO

### I. Riesgo Financiero.

Al Riesgo Financiero lo definiremos como la probabilidad que existe de que el rendimiento esperado de una inversión no se realice, sino por el contrario, que en lugar de ganancias se obtengan pérdidas. Ahora bien, la existencia del riesgo está asociada generalmente a la posibilidad de obtener mayores beneficios.

### II. Rentabilidad o Rendimiento.

La rentabilidad o rendimiento implica la ganancia que es capaz de brindar una inversión; estrictamente la podemos definir como la relación expresada en porcentaje que existe entre el rendimiento generado por una inversión y el monto de la misma.

### III. Liquidez.

Es la facilidad con la cual la inversión realizada en un instrumento puede reconvertirse en dinero.

Esta característica es de fundamental importancia para el inversionista que tiene la expectativa de canalizar su inversión hacia otro mecanismo que le brinde mayor utilidad cuando esta oportunidad se le presente (momento indeterminado dentro de un plazo relativamente breve).

Estas tres características; **Riesgo, Rentabilidad, y Liquidez**, son propias de cada instrumento las cuales le brindan al inversionista la información necesaria que le permitirá, en un momento dado, decidir que instrumentos del mercado

serán los más adecuados para poder lograr sus objetivos financieros (disminución del riesgo y aumento del rendimiento).

Asimismo, estas tres características tendrán un papel fundamental en el análisis y desarrollo de un *portafolio de inversión*.

Dentro del mercado de valores podemos encontrar diferentes clases de títulos o instrumentos, los cuales se pueden clasificar de acuerdo a las siguientes características:

## CLASIFICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

### a) De acuerdo al Riesgo

#### ↳ Renta fija o predeterminada.

Son aquellos instrumentos que permiten a sus poseedores el derecho de recibir un rendimiento preestablecido ó fijo. Entre los instrumentos de este tipo se encuentran los CETES, el papel comercial, los pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento, etc.

#### ↳ Valores de Renta Variable.

Estos títulos otorgan una retribución variable la cual está condicionada a las políticas y resultados financieros que obtenga la empresa emisora así como a la oferta y la demanda de sus documentos en el mercado. Los valores típicos de este grupo son las acciones.

En la siguiente figura se muestran las acciones que entran dentro de esta clasificación:

### VALORES DE RENTA VARIABLE

- ↳ Acciones de empresas Industriales, Comerciales y de Servicios
- ↳ Acciones de Grupos Financieros
- ↳ Acciones de Compañías de Seguros y Fianzas
- ↳ Acciones de Casas de Bolsa

- ↳ Acciones de Sociedades de Inversión Comunes
- ↳ Acciones de Sociedades de Inversión de Instrumentos de Deuda
- ↳ Acciones de Sociedades de Inversión de Capitales
- ↳ Certificados de Plata<sup>4</sup>

En esta categoría, los rendimientos que se puedan obtener tienen la característica de ser variables, ya que la tendencia de la situación financiera de la empresa emisora no se puede conocer de antemano.

Dependiendo de la tendencia financiera de las empresas emisoras, los rendimientos obtenidos con los títulos pueden ser muy altos, no existir o incluso arrojar un saldo negativo al comparar el precio de compra con el de su cotización en el mercado. Además, los dividendos decretados con base en las utilidades netas generadas también pueden variar, ya que dependen de la decisión que tome la Asamblea de Accionistas.<sup>5</sup>

En el caso de los instrumentos que involucran transacciones con metales el rendimiento también es variable, como resultado del equilibrio de la oferta y la demanda de los mismos en el mercado.

El plazo de estos instrumentos no está determinado debido a que la duración en la tenencia de una acción no está limitada por una fecha de vencimiento, sino por la decisión del tenedor para retenerla si el inversionista tuviese expectativas de un aumento en su valor; o venderla si existe la probabilidad de una disminución del mismo o una necesidad de liquidez.

**“La teoría dicta que las acciones de un empresa financieramente sana rendirán mayores utilidades si se conservan durante más tiempo”.**

---

<sup>4</sup> El oro y la plata también son instrumentos de renta variable. No se incluyen en este cuadro por no ser propiamente valores (títulos).

<sup>5</sup> La Asamblea de Accionistas es una reunión de los accionistas de una Sociedad Anónima organizada para estudiar y discutir los asuntos importantes de la misma.



También existen una serie de títulos los cuales, aún cuando no tienen rentabilidad fija, no son considerados estrictamente variables ya que tienen cierta garantía base. Dichos instrumentos se denominan como híbridos y se manejan en la sección correspondiente al mercado de capitales.

**b) De acuerdo al Riesgo y al Plazo<sup>6</sup> de Vencimiento de los Instrumentos.**

↳ **Mercado de Capitales.**

En este Mercado se permite la concurrencia de los fondos procedentes de personas físicas y morales con los demandantes de dichos recursos; empresas o instituciones que normalmente los solicitan para destinarlo a la formación de capital fijo.

La característica de este mercado consiste en que los instrumentos que lo integran son colocados con una expectativa de recuperación o vencimiento a largo plazo. Se considera como largo plazo aquel que es mayor de un año. Los instrumentos de inversión típicos de este mercado son las *acciones* pero existen también las obligaciones, entre otras.

↳ **Mercado de Dinero.**

En este Mercado se realiza la actividad crediticia a corto plazo (menor a un año y en ocasiones inferior a un mes), en dónde los oferentes invierten sus fondos con la expectativa de recuperarlos con prontitud y los demandantes los requieren para mantener equilibrados sus flujos de recursos.

Los títulos operados en este mercado son:

En el subsistema financiero bancario, los documentos comerciales a corto plazo como pagarés y letras de cambio, préstamos bancarios, descuentos, etc..

---

<sup>6</sup> Plazo es el período que transcurre entre la colocación primaria de un instrumento y su vencimiento

En las instituciones bursátiles, los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES) el Papel Comercial y las Aceptaciones bancarias, principalmente.

#### ↳ **El Mercado de Metales.**

Aquí se involucra a las operaciones realizadas con metales amonedados (Centenario de Oro y Onza Troy de Plata) o documentos respaldados por alguno de ellos (Ceplatas).

Debido a que la utilidad obtenida por la negociación con estos instrumentos es una función del valor de los metales en el mercado (resultante de el equilibrio entre la oferta y la demanda por ellos) este mercado es considerado de renta variable.

### **c) De acuerdo a los agentes involucrados en la operación de compra-venta de títulos.**

#### ↳ **Mercado Primario.**

El mercado primario involucra la emisión y colocación de títulos que se introducirán en la aportación de "Dinero Fresco" para la empresa o entidad emisora.

Las colocaciones se realizan a través de una oferta pública<sup>7</sup>, en la que los títulos se dan a conocer ampliamente al entorno financiero en forma explícita y detallada a través de un prospecto o folleto autorizado por la Comisión Nacional de Valores, en el que se proporciona la información básica de la empresa emisora y las características de la emisión.

---

<sup>7</sup> Oferta Pública. Es el ofrecimiento público de una emisión de valores. Por algún medio de comunicación masiva o a persona indeterminada, con el objeto de suscribir, enajenar o adquirir valores emitidos en serie o en masa (C.F.R.L.M.V.-CAP. I - ART. 2 - CAP. II - ART. 11)

En el mercado primario intervienen básicamente las empresas o instituciones emisoras y los Agentes Colocadores.<sup>8</sup>

#### ↳ **Mercado Secundario.**

El mercado secundario comprende las transacciones en las que los títulos-valor son transferidos de un inversionista a otro, sin que estas operaciones redunden en un aporte de recursos a la empresas emisoras. Estas transferencias se efectúan por medio de agentes.

Una vez que se ha hecho la colocación de una emisión, los títulos-valor (o simplemente valores) tienen un movimiento continuo en el mercado secundario. La rotación de éstos permite que tengan *liquidez*, permitiendo a su vez que el inversionista pueda adquirir otra clase de instrumentos de inversión, bursátiles o no, o bien cubrir otras necesidades.

A continuación se presentan una serie de tablas para mostrar los instrumentos que se manejan en cada tipo de Mercado:

---

<sup>8</sup> Agente Colocador. Es el agente de valores que realiza la colocación de los títulos negociado. Los adquiere del emisor y organiza su distribución. Generalmente es una Casa de Bolsa o una Institución Nacional de Crédito. Sindicato colocador. Es un grupo de Casas de Bolsa que conjuntamente venden o distribuyen una nueva emisión de valores o un paquete de acciones entre el público inversionista.

**MERCADO DE DINERO**

<b>EMISOR</b>	<b>INSTRUMENTO</b>	<b>PLAZO</b>
<b>GOBIERNO FEDERAL</b>	CETES TESOBONOS BONDES AJUSTABONOS	28,91,180 Y360 6 MESES ENTRE 1 Y 2 AÑOS 3 AÑOS
<b>ORGANISMOS DESCENTRALIZADOS</b>	PETROPAGARES	360 DÍAS MÁXIMO
<b>BANCOS</b>	AB'S PRLV BONDIS	360 DÍAS MÁXIMO 1,3,6,9,12 MESES 10 AÑOS
<b>ALMACENES GENERALES DE DEPOSITO</b>	BONOS PRENDARIOS	180 DÍAS MÁXIMO
<b>SOCIEDADES MERCANTILES</b>	PAPEL COMERCIAL PAGARE EMPRESARIAL	DE 1 A 360 DÍAS

**MERCADO DE CAPITALES**  
Renta Fija

<b>EMISOR</b>	<b>INSTRUMENTO</b>	<b>PLAZO</b>
<b>GOBIERNO FEDERAL</b>	BORES	10 AÑOS
<b>BANCOS</b>	BONOS CPI'S PAGARE MEDIANO PLAZO	10 AÑOS 3 AÑOS MÁXIMO 3 AÑOS
<b>SOCIEDADES MERCANTILES</b>	OBLIGACIONES OBLIGACIONES TELMEX	3-7 AÑOS 15-20 AÑOS

**MERCADO DE CAPITALES**  
**Renta Variable**

<i><b>EMISOR</b></i>	<i><b>INSTRUMENTO</b></i>	<i><b>PLAZO</b></i>
<b>BANCOS</b>	ACCIONES	INDEFINIDO
<b>SOCIEDADES MERCANTILES</b>	ACCIONES	INDEFINIDO
	ACCIONES DE SOCIEDADES DE INVERSIÓN	INDEFINIDO

**MERCADO DE METALES**

<i><b>EMISOR</b></i>	<i><b>INSTRUMENTO</b></i>	<i><b>PLAZO</b></i>
<b>GOBIERNO FEDERAL</b>	ONZA TROY DE PLATA CENTENARIOS CEPLATAS	INDEFINIDO INDEFINIDO 30 AÑOS

**CAPITULO II**  
***INDICADORES DEL MERCADO***

## **CAPITULO II**

### **INDICADORES DEL MERCADO**

En el mercado existen varios tipos de índices que nos dan información de los cambios en el mercado; por lo que se deberán observar para poder analizar de manera precisa y confiable lo que sucede en el mercado bursátil, esto con el fin de poder optimizar nuestra cartera y lograr así el mayor rendimiento.

#### **ÍNDICE NACIONAL DE PRECIOS Y COTIZACIONES (IPC)**

En un principio un *Índice* es una muestra de ciertas acciones del mercado que por una serie de razones se consideran representativas del mismo. El indicador más importante de la Bolsa Mexicana de Valores es el IPC (**Índice de Precios y Cotizaciones**).

El **IPC** está conformado por un conjunto de acciones del mercado las cuales son las más representativas; la forma en la que se determina que acciones van a entrar en el cálculo del **IPC** es la siguiente:

#### **a) Selección de la muestra**

Las empresas que son consideradas para calcular este Índice,<sup>1</sup> son tomadas considerando los siguientes factores:<sup>2</sup>

1. El criterio para seleccionar la muestra, está basado en un Índice de Bursatilidad el cual ha sido validado y autorizado por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, como el Indicador que nos muestra de mayor a menor grado la bursatilidad (grado de movimientos operativos en las acciones) de cada una de las emisoras de mayor bursatilidad.
2. La muestra debe ser dinámica y es revisada en forma trimestral.

---

<sup>1</sup> Este Índice se realiza considerando 40 acciones.

<sup>2</sup> Estos factores también se toman en cuenta al decidir, que acciones debemos tomar para la creación de nuestra *cartera*.

3. Las empresas incluidas son altamente representativas de todos los sectores económicos.

### b) Cálculo del Índice

En un índice de precios existen dos (2) factores que afectan de forma determinante los cuales son:

- El Precio, y
- El valor de ponderación.

Para el cálculo del IPC se utiliza el Índice de Fisher, el cual fue adecuado a las condiciones del Mercado Mexicano, para lo cual se tuvo que incluir un factor de ajuste.

El IPC tiene la finalidad de medir el cambio total del valor de la cartera a través del tiempo utilizando como ponderadores el valor de capitalización de cada emisora, es decir,

$$I_t = I_{t-1} \frac{\sum P_{it} Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} Q_{i,t-1}} F_{it}$$

dónde:

$I_t$  = Índice para el día t

$I_{t-1}$  = Índice del día t-1

$P_{it}$  = Precio de la acción i al día t

$Q_{it}$  = Número de las acciones i's inscritas en el día t

$F_{it}$  = Factor de ajuste para derechos para la acción i en el día t

$P_{i,t-1}$  = Precio de la acción al día t-1

$Q_{i,t-1}$  = Número de las acciones i inscritas en el día t-1

i = 1, ..., n

La base para este índice es igual a 0.78 y corresponde al 30 de octubre de 1978.



**VALOR DE CAPITALIZACIÓN.**

Este valor es utilizado como ponderador del IPC. El cual se define como el valor total del conjunto de empresas inscritas en la Bolsa Mexicana de Valores y se deriva de la interacción de oferentes y demandantes. El cual expresaremos de la siguiente forma:

$$VMt_i = \sum P_u Q_u$$

Dónde:

$VMt_i$  = Es el valor de Mercado del conjunto de empresas que cotizan en bolsa el día t

$P_u$  = Es el precio de la emisora i (último hecho) el día t

$Q_u$  = Es el número de acciones de la empresa de la emisora i el día t  
i = 1, ..., n

Para poder ver como se calcula el valor de capitalización tomemos el siguiente ejemplo:

*El 26 de julio de 1996, el número de acciones de TELMEX A fue de 9'783,300 y el de TELMEX L de 9'783,300. El precio de cada serie fue de \$11.70 y \$ 11.74, entonces el Valor de Mercado de la empresa TELMEX será la suma del Valor de Mercado de cada serie.*

$$VMt_i = \sum P_u Q_u = P_A Q_A + P_B Q_B = (9'783,300 * 11.70) + (9'783,300 * 11.74) = 229'320,552$$

$$VMt_i = \$229'320,552$$

Como se ha visto el **IPC** toma una serie de acciones las cuales (para poder ubicar) se clasifican las acciones dentro de la Bolsa Mexicana de Valores, según el sector y el ramo al que pertenecen.

A continuación se muestra la forma en que se encuentran distribuidas las acciones que cotizan en el mercado mexicano en siete (7) sectores y veintitrés (23) ramos; de éstas, cuarenta (40) conforman la muestra del **IPC** de un total de aproximadamente cien (100) acciones.

Los sectores y sus respectivos ramos son<sup>3</sup>:

<b>SECTOR</b>	<b>RAMO</b>
<b>I. Industria Extractiva</b>	Industria Minera
<b>II. Industria de la Transformación</b>	Industria Química y Petroquímica Celulosa y Papel Imprenta Editorial e Industrias Conexas Siderúrgica Metalúrgica Fabricación y reparación de productos Metálicos Eléctricos-electrónica Maquinaria y Equipo de Transporte Alimentos, Bebidas y Tabaco Fábrica de Textil, Prendas de Vestir y Productos de Cuero Fábrica de Productos de Caucho y Materiales Plásticos Fábrica de Productos Minerales no Metálicos Otras Industrias de la Transformación
<b>III. Industria de la Construcción</b>	Industria Cementera Materiales para la Construcción

---

<sup>3</sup> Ver Apéndice C

SECTOR	RAMO
IV.Comercio	Casa Comerciales
V. Comunicaciones y Transportes	Transporte Comunicaciones
VI. Servicios	Bancos, Casas de Bolsa, Seguros y Fianzas Otros Servicios
VII.Varios	Controladoras (Holdings) Otros

Al crear un portafolio de inversión se debe de tomar en cuenta en que sectores y ramos se encuentran las acciones seleccionadas, ya que como sabemos, en toda clase de riesgo que se toma, "la diversificación" es un factor decisivo en la minimización del posible riesgo.<sup>4</sup>

Además de estos índices, existen otros elementos que nos proporcionan información financiera del desempeño de una empresa, a estos elementos se les llama **Múltiplos del Mercado**.

## MÚLTIPLOS DEL MERCADO

**P/U. Op:** Precio/Utilidad de Operación.

Aquí la utilidad de operación corresponde a la registrada en los últimos 12 meses dividida entre el mínimo de acciones en circulación. La utilidad de operaciones a precio del último trimestre reportado.

---

<sup>4</sup> Esto se cumple ya que al diversificarse la cartera, estamos creando una protección debido a que al tomar varios sectores, no todos se comportarán igual previniendo así una posible pérdida.

**P/U** Precio de Mercado/Utilidad.

La utilidad es por acción y a precio del último reporte. Dicha utilidad es la correspondiente a los últimos 12 meses o al último trimestre (reporte)

**P/V** Precio/Valor Contable.

Valor Contable. Se refiere al valor en libros que tiene cada acción. Esto es el capital social dividido entre el máximo de acciones.

Para evaluar la calidad de una empresa emisora, se analizan sus razones financieras, de los cuales se pueden destacar las siguientes:

## **RAZONES FINANCIERAS**

**PT/AT** Pasivo Total/Activo Total,

Representa el porcentaje de deuda del Capital Contable.

**AC/PC** Activo Circulante/Pasivo Circulante.

Esta es la razón de liquidez, indica la capacidad de la empresa de hacer frente a sus pasivos de corto plazo.

**CC/AT** Capital Contable/Activo Total.

Este múltiplo representa el índice de capitalización, es decir, que porcentaje de los activos está respaldado por el capital de la empresa.

**UOp/Ingresos** Utilidad de Operación/Ingresos.

Esta relación mide el margen neto.

**UN/Ingreso** Utilidad Neta/Ingreso.

Esta relación también mide el margen neto.

**UPA** Utilidad por Acción.

Es la utilidad de la empresa dividida entre el número de acciones en circulación.

Dentro del desarrollo de un **portafolio de valores**, se utilizan dos índices de gran importancia, para medir el riesgo y la facilidad con la que se pueden reconvertir en dinero las acciones seleccionadas.

Estos índices son: el **Índice de Bursatilidad** y el **Índice de Volatilidad**.

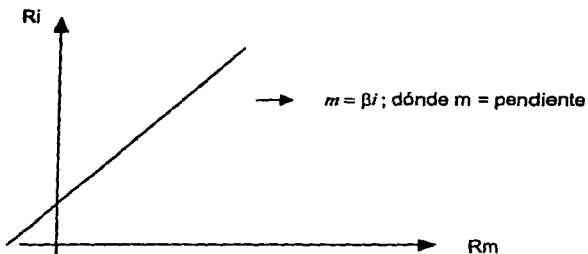
## ÍNDICE DE VOLATILIDAD O COEFICIENTE DE RIESGO

El Índice de Volatilidad o Coeficiente de Riesgo; también es conocido como el **COEFICIENTE BETA** ( $\beta$ ). Mide la volatilidad del rendimiento de un valor respecto al rendimiento del portafolio de mercado.

**NOTA.** El rendimiento del portafolio del mercado puede calcularse como el cambio porcentual del Índice de Precios y Cotizaciones.

Así la forma de calcular  $\beta$  para un título o valor determinado es realizando una regresión lineal sobre el rendimiento de dicho valor, (Variable dependiente) y el rendimiento del portafolio de mercado (variable independiente).

La pendiente de la recta ajustada será el coeficiente  $\beta$  ó **Índice de Volatilidad**.



dónde:

$R_m$  = Rendimiento del Portafolio del Mercado (variación porcentual del IPC)

$R_i$  = Rendimiento de una acción.

## ÍNDICE DE BURSATILIDAD

En este índice se define un rango que va de 0 hasta 10 y dependiendo de la calificación que obtenga cada acción se determina la clasificación de las acciones con base en su bursatilidad

**Tabla de rangos para determinar la bursatilidad**

<b>Bursatilidad mínima</b>	0.00 - 4.58
<b>Bursatilidad baja</b>	4.59 - 6.33
<b>Bursatilidad media</b>	6.34 - 8.00
<b>Bursatilidad alta</b>	8.00 - 10.00

El cálculo de este índice se realiza como a continuación se describe:

Para el cálculo de este índice se necesitan conocer los siguientes factores de cada acción a evaluar.

- a) Importe Negociado
- b) Volumen de Acciones Operado
- c) Número de Operaciones
- d) Valor de Capitalización
- e) Lote de Acción Negociado
- f) Días Operados

Posteriormente se definen las siguientes variables:

$n$  = Cantidad inscrita en la bolsa de un determinado tipo de acciones

$V$  = Volumen de Acciones. Cantidad de acciones negociadas sin contemplar ofertas públicas, operaciones de paquete.<sup>5</sup>

$N$  = Número de operaciones. Transacciones realizadas por una acción en un período determinado, no incluyendo picos.<sup>6</sup>

$P$  = Precio unitario de mercado de una acción

$L$  = Lotes de acciones. Cantidad mínima de acciones que se pueden negociar de acuerdo a su precio.

$IMP$  = Importe negociado

$$IMP_j = VP$$

$K$  = Valor de capitalización

$$K = Np$$

---

<sup>5</sup> Se considera como paquete toda operación que exceda el 2% de valores inscritos en bolsa por una acción.

<sup>6</sup> Pico es aquella operación cuyo volumen es menor al lote establecido para cierta acción de acuerdo a su precio.

**Procedimiento de Cálculo.**

**A.** Se selecciona una muestra de acciones de tamaño  $M$

**B.** Para cada acción  $j$ , ( $j = 1, \dots, M$ ) se determinan los siguientes parámetros para un período de seis meses.

$$A_j = \frac{IMP_j}{ND} \quad j = 1, \dots, M$$

$$B_j = \frac{IMP_j}{K_j} \quad j = 1, \dots, M$$

$$C_j = \frac{N_j}{ND} \quad j = 1, \dots, M$$

$$D_j = \frac{V_j}{L_j} \quad j = 1, \dots, M$$

**C.** Se determina el máximo para c/u de estos parámetros.

$$MAXA = \max(A_j \quad j = 1, \dots, M)$$

$$MAXB = \max(B_j \quad j = 1, \dots, M)$$

$$MAXC = \max(C_j \quad j = 1, \dots, M)$$

$$MAXD = \max(D_j \quad j = 1, \dots, M)$$

Para cada acción se calcula lo siguiente:

$$A^*_j = \frac{100A_j}{MAXA}$$

$$B^*_j = \frac{100B_j}{MAXB}$$



$$C^*_j = \frac{100C_j}{MAXC}$$

$$D^*_j = \frac{100D_j}{MAXD}$$

D. Se promedian los valores  $A^*_j$ ,  $B^*_j$ ,  $C^*_j$ ,  $D^*_j$ ,  $j = 1, \dots, M$

$$PROM_j = \frac{A^*_j + B^*_j + C^*_j + D^*_j}{4}$$

E.  $PROM_j$  se podría definir como un indicador de bursatilidad; este tomaría valores de 0% a 100%; como es un rango muy amplio, se le aplica una transformación para suavizar su comportamiento el cual nos dará un rango menos amplio de 0 a 10.

a) Se aplica la siguiente transformación a cada acción:

$$Y_j = \ln(1000PROM_j)$$

como el máximo  $PROM_j = 100$  y  $j = 1, \dots, M$  entonces:

$$\max Y_j = \ln 100 = 100$$

y además:

$$\min Y_j = \ln 1 = 0$$

b) Se normalizan los valores  $Y_j$  para que queden entre el rango de 0 a 10.

Así, el índice de bursatilidad de cada acción será:

$$IB_j = Y_j \left( \frac{10}{11.51} \right)$$

**CAPITULO III**  
***RIESGO Y RENDIMIENTO***

## CAPITULO III

### *Riesgo y Rendimiento*

Al ser un *portafolio de Inversiones* un instrumento para maximizar el *rendimiento* y diversificar el *riesgo*, a los anteriores los podemos considerar como los factores más importantes en el análisis para el posterior desarrollo y administración del mismo; además de ser la base de este estudio.

#### RENDIMIENTO

"Es el producto financiero obtenido en un lapso de tiempo determinado, el cual se determina considerando la variación del valor de venta con respecto al valor de compra".

En la práctica existen distintas clases de rendimiento, los cuales se clasifican de acuerdo al período ó a los factores que intervienen en su cálculo:

##### a) Rendimiento Total.

Consiste en la diferencia entre el valor inicial y el final más los ingresos recibidos durante un intervalo específico.

$$\text{Rend. Total} = (\text{Valor Final} - \text{Valor Inicial} + \text{Ingresos}) / \text{Valor Inicial}$$

Este es el caso en el que sea solo un intervalo; si hay mas de un intervalo se obtiene lo que se llama la media geométrica de la tasa de rendimiento.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> También se usa la media aritmética; en el caso de que solo se necesite el promedio de cada tasa de rendimiento por período.

**b) Rendimiento Neto.**

Es aquel en dónde a los ingresos totales se le restan los costos (costos de transacción, impuestos, e inflación)

$$\text{Rendimiento} = ((IT - (\text{Costos} + \text{Impuestos})) / \text{Valor Inicial}) - \text{Inflación}$$

dónde:

$$IT = \text{Ingresos Totales} (\text{Valor Final} - \text{Valor Inicial} + \text{Ingresos})$$

Costos = Honorarios por administración y custodia + costos de transacción,

$$\text{Impuestos} = (IT - \text{Costos}) \% \text{Imp}$$

Existen dos clases de rendimiento, con respecto al tiempo, el rendimiento histórico y el rendimiento esperado.

**Rendimiento Histórico.**

Es aquel que ya se conoce y nos dice si la inversión fue correcta o incorrecta en un período dado.

**Rendimiento Esperado.**

Es aquel que trata de estimar o "adivinar" cual podrá ser en un período futuro; es decir, es el rendimiento que podríamos obtener, el cual por ser incierto es de tipo probabilístico.

## RIESGO

El riesgo en una inversión se puede dividir en dos:

I. **Riesgo Sistemático.** Se refiere a aquella porción de variabilidad total en el rendimiento, causada por agentes que afectan los precios de todos los valores. Los cambios económicos, políticos y sociológicos son fuentes de riesgo sistemático; los cuales traen como consecuencia que los valores del mercado se muevan de la misma forma.

II. **Riesgo No Sistemático.** Es la porción del riesgo total que es único de la empresa. Los factores que lo forman son los de:

- > Capacidad de administración;
- > Preferencias del Consumidor;
- > Huelgas y
- > Causas de la dispersión no sistemática de rendimiento de dichas empresas.

Por ejemplo, las empresas con alto Riesgo Sistemático, tienden a ser aquellas cuyas ventas, ganancias, y precios de acciones siguen de cerca el nivel de actividad económica y de los mercados de valores; por lo que la mayoría de estas se dedican a comerciar bienes industriales básicos y materias primas.

Ahora bien, para el Riesgo Sistemático, podemos mencionar a los Certificados, Obligaciones y Bonos, en los cuales este riesgo se identifica como el; riesgo de la tasa de interés; para acciones, riesgo del mercado; para valores en general, el riesgo de poder adquisitivo.

Los inversionistas pueden "predecir" en cierto modo los Riesgos Sistemáticos, pero los Riesgos No Sistemáticos son los que se tratan de diversificar.

Otra forma de clasificar al riesgo es la siguiente:

**RIESGOS PERMANENTES O SISTEMÁTICOS.****a) Riesgo del Mercado.**

Es la variabilidad del rendimiento sobre la mayor parte de las acciones, la cual es ocasionada por cambios radicales básicos de las esperanzas del inversionista. Estos cambios de esperanza del inversionista son causados por la reacción del inversionista frente a eventos tangibles e intangibles; es decir, los inversionistas pagan demasiado por ganancias a la luz de eventos anticipados.

Así, los eventos tangibles se refieren al conjunto de eventos reales políticos, sociales y económicos.

Los eventos intangibles se refieren a la psicología del mercado; es decir, el Riesgo del Mercado es usualmente provocado por una serie de eventos reales, pero la inestabilidad emocional de los inversionistas en la actuación colectiva, lleva a una reacción violenta la cual puede desembocar en una pérdida generalizada del rendimiento esperado de los mismos.

**b) Riesgo de la tasa de interés.**

Se refiere a la incertidumbre de los montos futuros del mercado y del tamaño de la utilidad futura, causada por fluctuaciones en el nivel general de tasas de interés.

La principal causa de este riesgo se sitúa en el hecho de que la tasa de interés pagada sobre los valores del Gobierno Federal suba o baje, lo que origina una disminución o aumento en las tasas de rendimiento demandadas sobre instrumentos de inversión alternativos, tales como acciones y obligaciones corporativas; en otras palabras, como el costo del dinero cambia para casi todos los activos libres de riesgo (del Gobierno Federal), el costo del dinero para activos con riesgo (del Sector Privado), también cambiarán.

Como las tasas de interés sobre los activos del Gobierno Federal se mueven de acuerdo a los cambios de oferta y demanda; por ejemplo, un gran déficit operativo experimentado por el Gobierno Federal, requerirá financiamiento; por lo tanto la alta emisión de estos activos incrementará la oferta disponible, por lo que los compradores potenciales de esta nueva oferta pueden ser inducidos a comprar solo si las tasas de interés son más altas que aquellas que generalmente prevalecen como emisiones sobresalientes.

Como la tasa de los activos del Gobierno Federal se vuelven más atractivas y los otros valores se vuelven menos, entonces los compradores preferirán los activos del Gobierno en lugar de las obligaciones corporativas; esto causará que el precio de los corporativos caiga y su tasa suba; más sin embargo, al subir las tasas de obligaciones corporativas causará eventualmente precios preferenciales y acciones ajustadas a la baja como una reacción en cadena.

De esta forma, el efecto directo de los incrementos en el nivel de interés, es hacer que los precios de los valores bajen a lo largo de varios instrumentos de inversión.<sup>2</sup> Similarmente, las caídas de las tasas de interés se precipitan sobre precios de varios activos en circulación.

En suma, el efecto sistemático sobre los precios de todos los activos, provoca alcances indirectos en las acciones comunes; las tasas de interés inferiores o superiores hacen que la adquisición de acciones sobre margen (usando fondos prestados) sean más o menos atractiva. Las tasas de interés superiores pueden mostrar precios inferiores que los de las acciones, debido a una demanda disminuida de estos activos en el mercado, la cual es provocada por especuladores que usan tal margen.

Los mercados accionarios ebullicientes son a veces impulsados a algunos excesos por la compra de margen cuando las tasas de interés son relativamente bajas.

Por ejemplo, algunas empresas financian sus operaciones con fondos prestados, siendo éstos muy pesados para ellas. Otras, tales como

---

<sup>2</sup> En esta clase de riesgo sucede que si la tasa de interés de los activos libres de riesgo o de renta fija aumentan, el valor de los activos con riesgo o de renta variable disminuye y viceversa

Instituciones financieras, se encuentran principalmente con la tarea de prestar el dinero, por lo que en el momento en que las tasas de interés aumentan, las Empresas con dosis pesada de capital prestado encuentran que una buena parte de sus utilidades van directamente al pago de interés. Pero este incremento de tasas de interés pueden traer utilidades superiores a las Instituciones de Crédito, ya que es su fuente de ingresos. Para estas Instituciones, las utilidades superiores podrían significar el incremento de dividendos y precios de acciones.

### c) Riesgo Inflacionario o de Adquisición.

El Riesgo de Poder Adquisitivo o de Inflación es la incertidumbre del poder de compra de los montos a ser recibidos. Este efecto lo podemos ejemplificar de la siguiente forma: supongamos que un inversionista compra un activo, por lo que se ha privado de comprar otros bienes o servicios en ese momento, al final del período, vende el activo que compro a determinado precio pero los precios de los productos que podía comprar también lo han hecho, en ese momento ha perdido poder adquisitivo, a este aumento se le conoce como *inflación*<sup>3</sup>.

Como se puede observar, la inflación juega un papel muy importante dentro de la decisión de invertir, en países desarrollados, la inflación es muy pequeña por lo que los inversionistas sienten atracción hacia el ahorro; más sin embargo, en nuestro país la inflación es muy volátil, por lo que la atracción por ahorrar se ve disminuida.

La medida utilizada sobre el nivel de precios y servicios es el **Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC)**, el cuál se calcula tomando en cuenta los bienes y servicios de la *canasta básica*. La tasa de inflación de un período se calcula de la siguiente forma:

$$Inf = \frac{I_n - I_{n-1}}{I_{n-1}}$$

dónde:

---

<sup>3</sup> Inflación: Es el aumento de costos de producción y demanda excesiva de bienes relativos a su oferta.



$Inf$  = Tasa de Inflación en el período n-1 al n

$I_j$  = Índice de Precios al Consumidor en el momento j

Como ya se menciona anteriormente, si los precios de los bienes y servicios aumentan perderemos poder adquisitivo; si este aumento es muy grande, podemos obtener un rendimiento negativo, lo que nos lleva a introducir la **tasa real** la cuál la definiremos como sigue:

$$I_r = \frac{1 + i}{1 + Inf} - 1$$

dónde:

$I_r$  = Tasa real

$i$  = tasa efectiva del activo en el que se invirtió

$Inf$  = tasa de inflación en el período

El uso de esta tasa nos permitirá conocer si la decisión de ahorrar nos otorgó un rendimiento real tomando en cuenta el aumento de los productos de bienes y servicios en el mercado.

#### d) Riesgo Cambiario

Se refiere al riesgo en el que se encuentra si la empresa emisora tiene pasivos en monedas internacionales, los cuales están ligados a las posibles devaluaciones del peso.

Un ejemplo de esto se dio en la devaluación de 1994; en el cual una gran parte de las empresas tenían obligaciones financieras en dólares; al ocurrir la devaluación, obtuvieron grandes pérdidas, lo que originó que sus acciones cayeran en el mercado.

**e) Riesgo Político**

Como se sabe, el Mercado Mexicano es muy propenso a situaciones políticas, las cuales hacen que el mercado cambie negativa o positivamente a estas situaciones; así el riesgo político lo podemos definir como aquel que se corre de acuerdo a la situación del país dónde se esta invirtiendo y a la confianza que puede dar ese país.

**f) Riesgo del Estado Real de la Cartera.**

Este riesgo está definido por los siguientes factores:

1. Menor liquidez que instrumentos financieros.
2. Poca bursatilidad.
3. Es mayormente influenciado por cambios en las tasas de interés.

**RIESGOS NO SISTEMÁTICOS.****a) Riesgo de la Compañía.**

Este *riesgo* es inherente a la Empresa emisora de los activos, el cual está determinado según la variabilidad de sus utilidades y en los dividendos que se esperan; este *riesgo* puede ser dividido en dos categorías: externo e interno.

El riesgo de la Compañía interno, está relacionado con la eficiencia en sus operaciones dentro de el ambiente operativo impuesto sobre ella.

El riesgo de la Compañía externo, está relacionado con las condiciones operativas que están más allá de su control; es decir, depende de los factores externos que afecten su mercado; por ejemplo: el dinero, su ciclo económico o ciclo del negocio, las ventas en su sector y en el entorno de competencia.

El riesgo de la Compañía tiene una indicación con la utilidad antes de intereses o impuestos; para evaluar el posible riesgo al que está propensa la Compañía lo podemos observar en el grado de diversificación de los productos ó servicios que venda.

#### **b) Riesgo Financiero.**

Es el riesgo que corre la Compañía debido a la forma en la que financia sus operaciones; por ejemplo, una compañía que tiene presencia de dinero prestado, o de débito los cuales generan pagos e intereses que la Compañía debe soportar; nos lleva a que su utilidad disponible para dividendos sea más propensa a variaciones.

Por lo tanto, una empresa que no tenga deudas con intereses no corre el Riesgo Financiero, por lo que podemos decir que este es un riesgo que puede evitar la Compañía.

Cuando una empresa tiene por objetivo el pago de sus deudas (obligaciones financieras), cambian las características de sus acciones, lo que debe ser tomado en cuenta por el inversionista. De esta forma el **apalancamiento financiero**,<sup>4</sup> tiene al menos tres efectos importantes sobre los tenedores de acciones:

- ⇒ Incrementa la variabilidad de sus rendimientos;
- ⇒ Afecta las esperanzas de rendimiento y
- ⇒ Se incrementa el riesgo de ser arruinado

Para mostrar como beneficia o afecta, dependiendo de las circunstancias, el apalancamiento financiero, consideremos el siguiente ejemplo:

Supongamos que existen dos compañías en igualdad de condiciones (mismas utilidades, mismo giro, mismas ventas, etc.), una la compañía "NODEBE" y la otra la compañía "DEBE"; la compañía "NODEBE" tiene

---

<sup>4</sup> El apalancamiento financiero es la relación que guardan los pasivos totales (obligaciones) de una empresa en relación a su inversión propia.

suscritas 100,000 acciones comunes; mientras que la Compañía "DEBE" tiene suscritas 50,000 acciones comunes y 50,000 en débito ó deuda, las cuales generan un interés del 10% anual.

Además supongamos que ambas Compañías generan utilidades por \$500,000, es decir, \$5 por cada acción en un determinado año, el cual fue económicamente regular. De esta forma, observaremos que pasa en tres diferentes escenarios económicos: malo (las utilidades disminuyen el 50%), regular (las utilidades se mantienen) y bueno (las utilidades aumentan el 50%), ahora analizaremos como se comportan cada una de las compañías con respecto a sus utilidades.

COMPAÑÍA	AÑO ECONÓMICO		
	MALO	(utilidades) REGULAR	BUENO
"DEBE"	\$ 0	\$ 500,000	\$ 1,000,000
"NODEBE"	\$ 250,000	\$ 500,000	\$ 750,000

Originalmente cada compañía ganó \$5 por cada acción, un alza del 50% en las utilidades hace que "NODEBE" suba un 50% en sus utilidades por acción, mientras que "DEBE" obtiene un alza del 100%. En el caso contrario, "DEBE" cae a cero, mientras que "NODEBE" cae solamente un 50%. "DEBE" obtiene esta pérdida debido a que cuando las utilidades operativas caen a la mitad, solo hay un rendimiento del 50% sobre los activos, y a partir de que las obligaciones siguen obteniendo su 5%, la diferencia es tomada de los bolsillos de los accionistas

Es así que el riesgo de quiebra es una función creciente del grado de apalancamiento financiero.

### c) Riesgo del Sector.

Es aquel que está relacionado con los cambios en el Sector en el que se encuentra la Compañía; por ejemplo en la industria de la Construcción, los activos se mueven contraccíclicamente; es decir, cuando alguna acción aumenta de valor otras disminuyen, otras industrias como la de acero y carros se mueven cíclicamente; es decir, se mueven en conjunto.

## LA MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO Y DEL RIESGO.

Cuando nosotros suponemos un rendimiento esperado, es probable que el rendimiento que obtengamos sea mayor o menor que el esperado, por lo que es un elemento de probabilidad y por lo tanto necesitaremos de elementos estadísticos para tratar de medirlo.

Para calcular el rendimiento esperado lo haremos mediante la siguiente forma:

$$E(R) = \sum_{i=1}^n P_i R_i$$

dónde:

$P_i$  es la probabilidad de que pase cierta condición la cual nos dará el rendimiento  $R_i$ .

Ahora bien, también utilizaremos la varianza de la muestra para posteriormente medir el riesgo a través de su desviación estándar:

$$Var(R) = \sum_{i=1}^n P_i (R_i - E(R))^2$$

y mediremos el riesgo a través de:

$$\sigma(R) = \sqrt{Var(R)}$$

esto es para el caso de un solo activo; si tuviéramos varios entonces, sean  $E_j(R)$  los rendimientos esperados sobre la inversión  $j$

$$E(R) = w' X$$

dónde:

$w' = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_n)$  La media del rendimiento para cada acción  $j$

$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  Peso en la cartera de la inversión  $j$

y

$$\sum_{j=1}^n W_j = 1$$

De esta forma, el nivel de riesgo que tenga será medido como sigue:

$$Var = X' \Sigma X$$

dónde:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma^2_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \dots & \sigma^2_{nn} \end{pmatrix} \text{ es la matriz de varianzas-covarianzas}$$

Asimismo, tenemos que medir el coeficiente de correlación  $r$  para ver que tanto es similar el comportamiento de las acciones de la cartera con nuestro mercado, con el fin de poder determinar el riesgo de tener esas acciones con respecto a los cambios que tenga el mercado.

$$r_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma^2} R_m$$

dónde:

$\text{cov}(R_i, R_m)$  = La covarianza del rendimiento en la acción  $i$  con el rendimiento del mercado  $m$ .

$R_i$  = Rendimiento de la acción  $i$

$R_m$  = Rendimiento del mercado  $m$ <sup>5</sup>

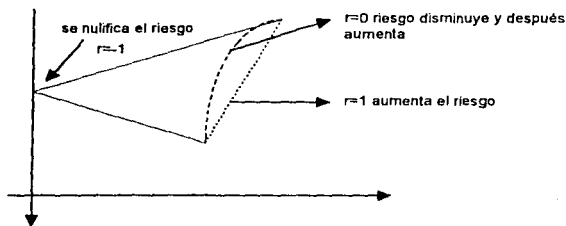
$\sigma^2$  = La varianza en el mercado.

A través de este cálculo podemos determinar como se comportan las acciones de nuestra cartera en relación al mercado; por ejemplo:

*Si la correlación = -1 El comportamiento es completamente opuesto y por lo tanto el riesgo se puede hacer cero<sup>6</sup>, como se ejemplifica en la figura.*

*Si la correlación = 0 El comportamiento no tiene ninguna relación.*

*Si la correlación = 1 El comportamiento es idéntico y por lo tanto aumenta el riesgo.*

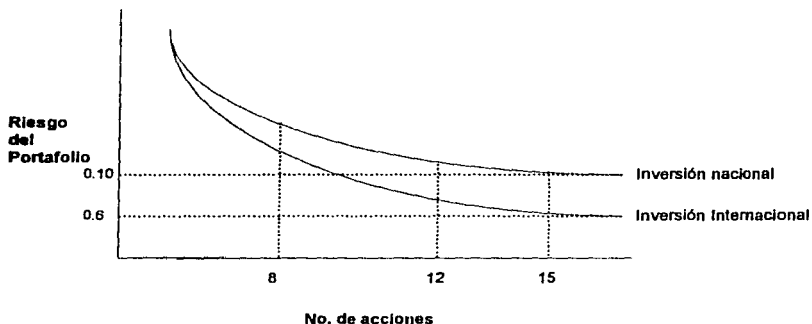


En la gráfica anterior, rendimiento esperado contra la varianza, observamos que al conjuntar una serie de acciones nos permite hacer que el riesgo se diversifique obteniendo así una disminución considerable del riesgo, logrando a su vez un mayor rendimiento.

<sup>5</sup> Como se menciono anteriormente se tomará la variación porcentual del IPC para el cálculo de éste.

<sup>6</sup> Este caso es utópico ya que en la realidad nunca se podrá dar.

Los diversos estudios que se han realizado demuestran que son de 8 a 12 acciones para que un *portafolio* diversifique el riesgo; ya que pasando esta cifra, la disminución del riesgo que se obtiene es insignificante; como lo muestra la siguiente figura:



Asimismo se puede observar en la gráfica que el comportamiento que sigue la diversificación del riesgo es tangencial; además, otro aspecto importante que hay que destacar es la relación que existe entre el grado de disminución al tener solamente una inversión nacional con la disminución del riesgo cuando se tiene una inversión internacional<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> Este aspecto es muy importante con la reciente apertura del mercado financiero mexicano, ya que se puede aprovechar este resultado de la disminución del riesgo al invertir en activos internacionales.



**CAPITULO IV**  
***EL CAPM***

## CAPITULO IV

### EL CAPM

El CAPM o Modelo de Fijación de los activos de Capital es una teoría de la forma en que se valúan los activos riesgosos en condiciones de equilibrio de mercado<sup>1</sup>. Este modelo nos proporciona estimaciones de las tasas requeridas de rendimiento sobre valores riesgosos.

En un principio, analizaremos el concepto de Línea del Mercado de Capitales, la cual nos mostrará la interacción entre el activo libre de riesgo y la mejor combinación para la cartera de activos riesgosos.

#### La Línea del Mercado de Capitales (CML<sup>2</sup>)

Esta línea nos ayuda a ver como se puede disminuir el riesgo y aumentar el rendimiento cuando se agrega un activo libre de riesgo a uno o varios activos con riesgo.

En el caso de la combinación de un activo con riesgo y un activo libre de riesgo, la línea del mercado está definida como sigue:

$$R_p = \alpha X + (1 - \alpha)R_f$$

dónde:

$\alpha$  = peso al activo con riesgo (X)

$R_f$  = Rendimiento libre de riesgo

---

<sup>1</sup> Por equilibrio de mercado supondremos que estamos en una economía que no muy volátil, y las condiciones para invertir se encuentran estables.

<sup>2</sup> Se utiliza la abreviación CML por las siglas en inglés de "Capital Market Line".

Entonces;

$$E(R_p) = aE(X) + (1-a)R_f$$

y,

$$\sigma(R_p) = a\sigma(X)$$

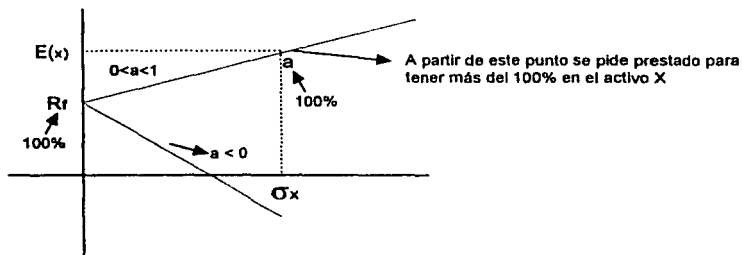
dónde:

$$E(R_f) = R_f$$

$$\sigma(R_f) = 0$$

y

$$\text{cov}(X, F) = 0; F = \text{activo libre de riesgo}$$



En la figura anterior se muestra gráficamente como se comporta la combinación de un activo libre de riesgo con otro riesgoso con respecto al rendimiento y al riesgo. Así podemos observar varios casos:

- a) Si se invirtiera solamente en el activo libre de riesgo se obtendría su rendimiento garantizado, ya que el riesgo es nulo;

- b) Si se combina con un activo riesgoso el riesgo aumenta pero también el rendimiento que se puede obtener y
- c) Si se invierte más del 100% de nuestro capital en un activo riesgoso podemos obtener un mayor rendimiento, pero el riesgo también se ve incrementado.

Así podemos definir a la Línea del Mercado de Capitales como la línea que marca la mejor optimización de los activos en el sentido de poder obtener un mayor rendimiento para cada nivel de riesgo sobre una cartera; es decir, representa la *intercompensación* del equilibrio del Mercado entre el riesgo y el rendimiento.

Al analizar la mencionada línea, podemos observar, que sí existe la posibilidad de pedir prestado para poder invertir más en un activo, se obtiene un mayor rendimiento con el mismo grado de riesgo; a este movimiento de pedir prestado para financiarnos le llamaremos **venta en corto**.

Como se ha mencionado, los activos manejados en el mercado, tienen un peso sobre todo el mercado el cual se define como sigue:

$$X_i = \frac{VMA_i}{VM \sum_{i=1}^m A_i}$$

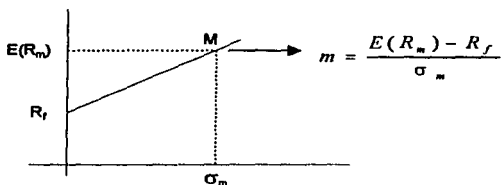
dónde:

$VMA_i$  = Valor del mercado del activo  $i$ .

$VM \sum_{i=1}^m A_i$  = Valor del mercado de todos los activos.

$m$  = Número de activos en el mercado.

De esta forma, se define a la cartera del mercado como: La cartera formada por todos los activos en la economía según sus pesos de valor de mercado.



De esta forma definiremos a la ecuación de la Línea del Mercado de Capitales como sigue (figura anterior):

$$E(R_p) = R_f + \left( \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right) \sigma(R_p)$$

dónde:

$E(R_p)$  = Tasa esperada de rendimiento a lo largo de la LMC

$R_f$  = Rendimiento del activo libre de riesgo

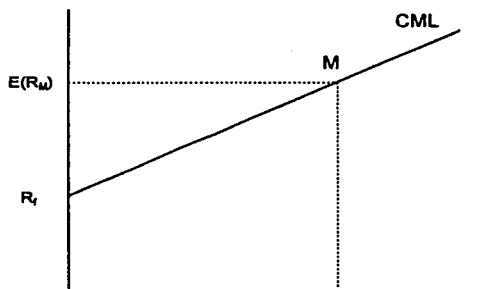
$E(R_m)$  = Tasa esperada de rendimiento sobre la cartera de mercado M<sup>3</sup>

$\sigma(R_m)$  = Desviación estándar del rendimiento sobre la cartera de mercado M

$\sigma(R_p)$  = Desviación estándar de las carteras a lo largo de la LMC.

A continuación se muestra gráficamente lo que definimos como la Línea del Mercado de Capitales ó CML.

<sup>3</sup> En esta cartera sólo se incluyen a los activos riesgosos



En este momento, podemos hablar del *riesgo de la cartera*; así, podemos decir lo siguiente:

1. El *riesgo* de una cartera puede medirse por la  $\sigma$  de su rendimiento  $\sigma_p$ .
2. El *riesgo* de un valor individual es su contribución al riesgo de *cartera*, es decir, su covarianza con la cartera.
3. La desviación estándar de una acción refleja tanto el *riesgo no sistemático* que puede eliminarse mediante diversificación, como el *riesgo sistemático* ó el relacionado con el mercado.
4. El *riesgo sistemático* de una acción se mide por la covarianza entre sus rendimientos y el mercado general.

Lo anterior lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$VAR(R_{i,t}) = b^2 VAR(R_{M,t}) + VAR(\varepsilon_{i,t})$$

dónde:

$VAR(R_{i,t})$  = Riesgo Total (la varianza del rendimiento del activo i-ésimo)

$b^2VAR(R_{M,t})$  = Riesgo No diversificable (la varianza del mercado)

dónde:

$b$  = Pendiente de una regresión lineal del rendimiento del i-ésimo activo contra el rendimiento sobre la cartera de mercado.

$VAR(\varepsilon_{i,t})$  = Riesgo diversificable (error)

De esta forma llegamos a un resultado muy importante ya que sabemos que el riesgo diversificable está formado de términos del error, los cuales no están correlacionados con la cartera del mercado. esto implica que su correlación es cero (0) y por lo tanto nos indica que se puede eliminar mediante la diversificación; quedando así como el único riesgo relevante, para los activos individualmente, su riesgo no diversificable.

A esta medida del riesgo la llamaremos "beta"  $\beta$  la cuál será la parte central del CAPM; por lo que será la mejor medida del riesgo no diversificable.

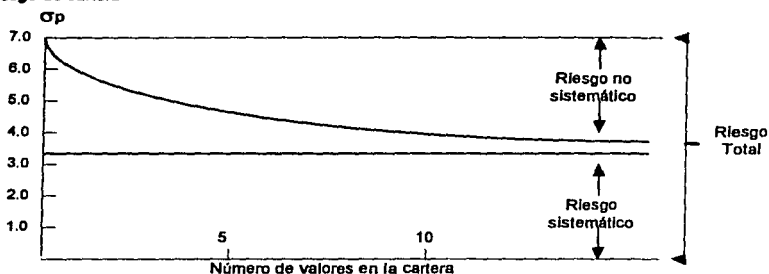
Así, tenemos que una cartera **ampliamente diversificada** está **altamente correlacionada** con el mercado y su riesgo (al eliminar la mayor parte del riesgo no sistemático nos quedamos solamente con el riesgo sistemático; el cual es aquel que afecta al mercado)<sup>4</sup>.

En la siguiente gráfica podemos notar que al diversificar nuestra cartera, eliminamos el riesgo no sistemático y solamente nos quedamos con la parte del riesgo sistemático; así dividimos en dos partes al riesgo total (siguiente figura).

---

<sup>4</sup> En el caso del mercado Mexicano las Acciones de Telmex se encuentran altamente correlacionadas con el mercado; es decir, las acciones de Telmex se mueven como se mueve el mercado ó el Mercado se mueve como las acciones de Telmex

Riesgo de cartera

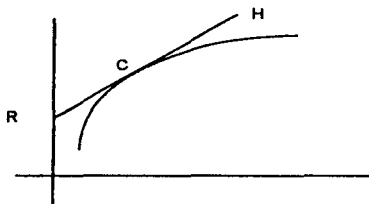


Esto nos lleva a tener otro factor de importancia; el comportamiento del mercado, el anterior está regido por la situación económica, social y política del país en el que se está operando; lo que resulta de gran importancia en la administración de la *cartera*; esto debido a varias causas, por ejemplo: si tenemos una cartera en la cual tenemos acciones que se comportan de acuerdo con el mercado (altamente correlacionadas), tenemos el riesgo en cualquier momento de que el movimiento causado por alguna situación económica, política o social que afectará invariablemente al mercado, también afectará en la medida que se afecte el mercado a nuestra cartera.

En el caso de nuestro país y de acuerdo a los últimos acontecimientos y sus posteriores repercusiones en el mercado de dinero y de capitales, se hace necesario tomar este punto al momento de desarrollar nuestra cartera.

Al analizar el rendimiento y el riesgo del conjunto de activos riesgosos, la CML, nos representa la mejor combinación de riesgo y rendimiento esperado en los mercados de capital.





En la figura anterior la línea RCH es la línea del mercado de Capitales, la cual determina la mejor combinación de riesgo rendimiento.

La importancia de la LMC es que establece la presencia de una combinación de activos riesgosos *M* que es preferida sobre cualquier otra combinación de estos.

Como ya se vio, el riesgo de la inversión total es medido por la desviación estándar del rendimiento, ya que parte del riesgo total puede ser diversificado con alguna combinación de otros activos.

Anteriormente, mencionamos la aparición de una medida de riesgo la cual la definiremos como sigue:

***“La medida propia del riesgo que no puede ser diversificada y está siempre relacionada con los factores del Mercado”, es decir, mide la sensibilidad relativa al mercado en el cual se negocia.***

Entonces la CML nos permite predecir el rendimiento esperado de todas las carteras situadas a lo largo de la línea del Mercado de Capitales; más sin embargo, este resultado está limitado ya que los puntos a lo largo de la CML son diversas combinaciones del activo libre de riesgo y de la cartera del mercado y en consecuencia, están perfectamente correlacionados, debido a esto la CML no puede usarse para predecir el rendimiento de valores ineficientes que se encuentren en el interior del conjunto de oportunidades de cartera.

De esta forma, debemos introducir a la **Línea de Seguridad del Mercado (SML)**, la cual nos podrá ayudar en relación a cuál de las combinaciones es la óptima para lograr nuestros objetivos financieros.

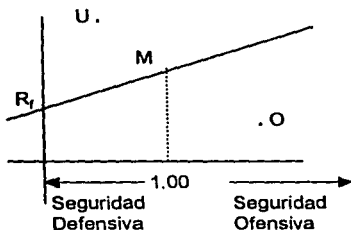
## LÍNEA DE SEGURIDAD DEL MERCADO

El CAPM ó Línea del Mercado de Valores contribuyen a poder proporcionarnos una medida del riesgo de un activo individual; es decir, podemos estimar el riesgo no diversificable de un solo activo y compararlo con el riesgo no diversificable de una cartera bien desarrollada.

Al observarse que en una cartera, nosotros podemos combinarla con un activo libre de riesgo, surge otro de los conceptos utilizados el cual es la **Línea de Seguridad del Mercado ó SML** la cuál la podemos definir como sigue:

**Es la línea que nos indica las combinaciones óptimas de un activo libre de riesgo con la mejor combinación de la cartera de activos riesgosos. (figura )**

En la siguiente figura podemos observar la forma en la que la SML está diseñada para permitirnos la selección de la mejor combinación requerida.



## Propiedades de la SML

1. Todos los conjuntos individuales pueden ser vistos como alguna combinación del activo libre de riesgo y la *cartera*.
2. Todos los conjuntos en equilibrio, están en la SML

**Nota.** Si los conjuntos estuvieran temporalmente bajo o sobre la SML, los inversionistas podrían identificarlos y corregir su precio; por ejemplo:

Cuando en un conjunto está sobre (o bajo) la SML, tal conjunto  $U$  ( $u > 0$ ), podría esperarse tener un rendimiento en exceso de (o en disminución de) que garantice este nivel de riesgo, es decir, está sobrevaluado (o bajo valuado) ya que su tasa de rendimiento esperado difiere de la predicción de rendimiento de la SML.

En el momento en que los inversionistas descubran esto, los activos son comprados o vendidos, aumentan o disminuyen sus precios.<sup>5</sup>

La ecuación de la SML<sup>6</sup> es la siguiente:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \beta_i$$

dónde:

$R_f$  = Rendimiento de el activo libre de riesgo

$E(R_M) - R_f$  = La igualdad anticipada del premio por riesgo del Mercado.

Además,  $R_f$  es un activo *cero-beta*<sup>7</sup>

<sup>5</sup> Un inversionista al descubrir y mejorarlo, el rendimiento esperado de la *cartera* bajará o aumentará hasta converger verticalmente y arbitrariamente a la SML.

<sup>6</sup> Se abrevia así por sus siglas en inglés del Security Market Line, desarrollado por Sharpe, Treynor, Mossin y Lintner.

<sup>7</sup> *Cero-beta*, es el nombre que se le da debido a que su  $\beta$  es igual a cero

El CAPM o SML, nos muestra que en condiciones de equilibrio, todos los valores deben valuarse de modo que "caigan" sobre la línea del mercado de valores. En la gráfica de la CML podemos observar que los activos A, B, C y D tienen diferentes varianzas pero el mismo rendimiento esperado; mientras que en la SML todos ellos caen sobre la línea del mercado de valores en el punto X, ya que todos ellos tienen el mismo riesgo no diversificable, es decir,  $\beta_A = \beta_B = \beta_C = \beta_D$  y el mismo rendimiento esperado.

El hecho de que tienen un riesgo total diferente (es decir, diferentes varianzas) es irrelevante para determinar su rendimiento esperado, porque el riesgo total contiene un componente diversificable el cual no es valuado en condiciones de equilibrio.

Es por eso que la SML puede usarse para explicar la tasa requerida de rendimiento sobre todos los valores, independientemente de que sean o no eficientes; mientras que la CML puede usarse para determinar el rendimiento requerido tan solo para aquellas carteras eficientes que están perfectamente correlacionadas con la cartera del mercado.

La relación entre la CML y el SML puede ser vista escribiendo las dos ecuaciones.

$$CML: E(R_p) = R_f + \left[ \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right] \sigma(R_p)$$

$$SML: E(R_j) = R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_j$$

Utilizando la definición de  $\beta_j$  tenemos:

$$SML: E(R_j) = R_f + [E(R_M) - R_f] \frac{COV(R_j, R_M)}{VAR(R_M)}$$

y como la  $VAR(R_M) = \sigma_M^2$

$$SML: E(R_j) = R_f + \left[ \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right] \frac{COV(R_j, R_M)}{\sigma_M}$$

Lo que muestra que el precio del riesgo del mercado por unidad de riesgo es el mismo para la SML y para la CML.

$$\text{Precio del riesgo de mercado} = \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}$$

Además como la  $COV(R_j, R_M) = \rho_{jM} \sigma_j \sigma_M$ , donde  $\rho_{jM}$  es la correlación entre el rendimiento sobre el activo  $j$  y la tasa de rendimiento del mercado, podemos volver a escribir la SML como:

$$\begin{aligned} SML: E(R_j) &= R_f + \left[ \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right] \frac{\rho_{jM} \sigma_j \sigma_M}{\sigma_M} \\ &= R_f + \left[ \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right] \rho_{jM} \sigma_j \end{aligned}$$

Esta ecuación nos muestra que el riesgo no diversificable de cada activo puede concebirse como aquel que tiene dos partes: la desviación estándar de los rendimientos del activo  $\sigma_j$  y su correlación con la cartera de mercado,  $\rho_{jM}$ .

A partir de la ecuación de la SML, podemos afirmar que el rendimiento esperado sobre un valor individual o inversión productiva está representado por una tasa de interés libre de riesgo más una prima de riesgo.

La beta de un valor individual reflejará las características de la industria y las políticas administrativas que determinan la forma en la que los rendimientos fluctúan en relación con las variaciones en los rendimientos generales del mercado,  $= \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}$ , ponderada por el índice del riesgo sistemático,  $\beta$  será relativamente estable cuando se calcule para diferentes períodos de tiempo.

**CAPITULO V**  
***DESARROLLO DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN***

## **CAPITULO V**

### **DESARROLLO DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN**

Para iniciar el desarrollo e integración de la cartera, vamos a tomar en cuenta los puntos que se han estudiado en los capítulos anteriores.

En un principio, tomaremos una muestra de todas las acciones que se encuentran cotizando en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), de esta muestra seleccionaremos las acciones que forman la muestra para el cálculo del Índice de Precios y Cotizaciones; así tenemos que las acciones con las que trabajaremos son las siguientes:

<b>#</b>	<b>ACCIÓN</b>	<b>SERIE</b>
1	ALFA	A
2	APASCO	
3	CEMEX	A
4	CEMEX	CPO
5	CIFRA	C
6	ELEKTRA	CPO
7	FEMSA	B
8	GFB	A
9	GFINBUR	B
10	GMEXICO	B
11	GMODELO	C
12	KIMBER	A
13	MASECA	B
14	PE&OLES	
15	TELMEX	A
16	TELMEX	L
17	TLEVISA	CPO
18	VITRO	

Para realizar los cálculos necesarios para escoger 12 acciones<sup>1</sup>, se siguió el comportamiento de todas estas a partir del 12 de agosto de 1996 al 21 de noviembre de 1996.

---

<sup>1</sup> Se tomarán 12 ya que en el capítulo III se expone que es el número "ideal" para poder minimizar el riesgo diversificable.

El primer concepto que se manejó fue el de la bursatilidad la cual se puede obtener a través de un algoritmo detallado en el capítulo II; mas sin embargo debido a que el número mínimo de observaciones debe ser en un período de 6 meses, se utilizo la bursatilidad reportada para cada acción de los indicadores de la Bolsa Mexicana de Valores.

La bursatilidad de las acciones seleccionadas es la siguiente:

<b>ACCIÓN</b>	<b>SERIE</b>	<b>BURSATILIDAD</b>
<b>ALFA</b>	<b>A</b>	Baja
<b>APASCO</b>		Media
<b>CEMEX</b>	<b>A</b>	Alta
<b>CEMEX</b>	<b>CPO</b>	Alta
<b>CIFRA</b>	<b>C</b>	Alta
<b>ELEKTRA</b>	<b>CPO</b>	Media
<b>FEMSA</b>	<b>B</b>	Alta
<b>GFB</b>	<b>A</b>	Media
<b>GFINBUR</b>	<b>B</b>	Baja
<b>GMEXICO</b>	<b>B</b>	Media
<b>GMODELO</b>	<b>C</b>	Media
<b>KIMBER</b>	<b>A</b>	Alta
<b>MASECA</b>	<b>B</b>	Alta
<b>PE&amp;OLES</b>		Media
<b>SIDEK</b>	<b>B</b>	Alta
<b>TELMEX</b>	<b>A</b>	Media
<b>TELMEX</b>	<b>L</b>	Alta
<b>TLEVISA</b>	<b>CPO</b>	Alta
<b>VITRO</b>		Alta

Otro aspecto para la selección de las 12 acciones que integrarán nuestra cartera es el su índice de correlación<sup>2</sup> de cada una de ellas con respecto a las otras, al ser hechos los cálculos quedo la siguiente matriz:

<sup>2</sup> Para poder obtener el índice de correlación se calculó primero la matriz de varianzas covarianzas, la cual se detalla en las siguientes páginas por ser un dato importante en los cálculos siguientes.



COEFICIENTE DE CORRELACION

	ALFA	AFRACAO	CEMEX	CEMEX	CPWA	ELTRNA	FENMA	DFB	GFVAFR	GAZCOLO	GAZCOLO	NUMER	MAERCA	PELOLEA	ROCK	VELMEJ	VELMEJ	VELVIA	VIVVO	BYC	
	A	A	CPO	C	CPO	B	A	B	A	B	C	A	B	A	B	A	L	CPO			
ALFA	A	0.41761514																			
AFRACAO	A	0.41761514	1																		
CEMEX	A	0.41666790	0.38888889	1																	
CEMEX	CPO	0.41666790	0.38888889	0.38888889	1																
CPWA	C	0.50961367	0.46726415	0.36466667	0.36181818	1															
ELTRNA	CPO	0.50526270	0.26880183	0.31913670	0.23310411	0.26250431	1														
FENMA	B	0.58418498	0.34218653	0.43546032	0.40289883	0.46347888	0.40347146	1													
DFB	A	0.27841831	0.31402348	0.23618820	0.28318488	0.28188188	0.01770824	0.31817420	1												
GFVAFR	B	0.27251585	0.37200735	0.28818117	0.36290171	0.30846663	0.01632888	0.24131574	0.24131574	1											
GAZCOLO	B	0.23245181	0.19634254	0.18763751	0.23667739	0.21888054	0.17861807	0.22222222	0.13087874	0.14588881	1										
GAZCOLO	C	0.37183144	0.48488847	0.51963511	0.45347584	0.28852274	0.23278121	0.24387208	0.28891798	0.28114763	0.28852274	1									
NUMER	A	0.27622520	0.27611102	0.37305538	0.28811818	0.31545488	0.31788143	0.23343510	0.21160888	0.22208201	0.18843888	0.18843888	1								
MAERCA	B	0.41814181	0.39057088	0.48517748	0.48181415	0.20110328	0.28203545	0.31190284	0.25328891	0.33288888	0.33288888	0.33288888	0.33288888	1							
PELOLEA	B	0.28623782	0.17450208	0.28180720	0.21180720	0.18511888	0.08887153	0.27283328	0.24377788	0.15317388	0.20888251	0.20548783	0.27883314	0.27883314	1						
ROCK	B	0.28828151	0.20227888	0.32271231	0.31713207	0.28181212	0.29642388	0.49651193	0.32518887	0.28352022	0.28617288	0.25841188	0.24125488	0.21084124	0.24848888	1					
VELMEJ	A	0.37102282	0.28861844	0.42381888	0.48891888	0.34887000	0.28718883	0.21102334	0.28733788	0.21188888	0.28431832	0.31788888	0.28431832	0.31788888	0.28431832	1					
VELMEJ	L	0.37102282	0.28861844	0.42381888	0.48891888	0.34887000	0.28718883	0.21102334	0.28733788	0.21188888	0.28431832	0.31788888	0.28431832	0.31788888	0.28431832	0.31788888	1				
VELVIA	CPO	0.47108811	0.38332888	0.48118811	0.46120588	0.28881188	0.28881188	0.40087884	0.28881188	0.28881188	0.28881188	0.28881188	0.28881188	0.28881188	0.28881188	0.28881188	1				
VIVVO	A	0.48481788	0.34433371	0.26223341	0.24888888	0.31818828	0.19413148	0.28717084	0.28717084	0.17841751	0.28318888	0.21888888	0.22234114	0.31818828	0.22234114	0.31818828	0.22234114	1			
VIVVO	CPO	0.48481788	0.34433371	0.26223341	0.24888888	0.31818828	0.19413148	0.28717084	0.28717084	0.17841751	0.28318888	0.21888888	0.22234114	0.31818828	0.22234114	0.31818828	0.22234114	0.31818828	1		

COEFICIENTE DE CORRELACION \*\*

	ALFA	AFRACAO	CEMEX	CEMEX	CPWA	ELTRNA	FENMA	DFB	GFVAFR	GAZCOLO	GAZCOLO	NUMER	MAERCA	PELOLEA	ROCK	VELMEJ	VELMEJ	VELVIA	VIVVO	BYC	
	A	A	CPO	C	CPO	B	A	B	A	B	C	A	B	A	B	A	L	CPO			
ALFA	A																				
AFRACAO	A	0.20818020	1																		
CEMEX	A	0.20818020	0.11951024	1																	
CEMEX	CPO	0.22511343	0.14889113	0.27947370	1																
CPWA	C	0.17078785	0.21838001	0.23220861	0.11882381	1															
ELTRNA	CPO	0.21073452	0.08127758	0.10181048	0.04888188	0.19433181	1														
FENMA	B	0.35217878	0.14888888	0.18929072	0.18124248	0.23174888	0.18277084	1													
DFB	A	0.07187818	0.08971420	0.10014250	0.10440561	0.15338118	0.09231178	0.18188881	1												
GFVAFR	B	0.07542007	0.10905783	0.10005441	0.14440888	0.08803882	0.08974981	0.08178411	0.08318451	1											
GAZCOLO	B	0.01784784	0.02442883	0.02888888	0.01648881	0.01388114	0.00122388	0.01127104	0.02211174	0.02111174	1										
GAZCOLO	C	0.14888118	0.02321928	0.02983828	0.20122584	0.02228881	0.00800981	0.18437788	0.02123888	0.08178121	0.01688882	1									
NUMER	A	0.01728812	0.05841781	0.11245888	0.11548888	0.14818888	0.08812281	0.04881881	0.04881881	0.03771021	0.03888888	0.12718888	1								
MAERCA	B	0.18783114	0.15282272	0.21581214	0.21038718	0.25117111	0.15447881	0.14881788	0.08448882	0.11021021	0.02118881	0.12188881	0.12188881	1							
PELOLEA	B	0.07188888	0.02041375	0.02882888	0.03734574	0.02781888	0.02381182	0.04842888	0.04842888	0.02487888	0.00138881	0.00588121	0.00588121	0.00588121	1						
ROCK	B	0.25281481	0.00483811	0.01501888	0.01124888	0.00484888	0.00818888	0.00781188	0.02728881	0.00221537	0.00818888	0.00138881	0.00221537	0.00221537	0.00221537	1					
VELMEJ	A	0.08333333	0.08993471	0.18108888	0.22988181	0.19084288	0.08448884	0.08021788	0.04633084	0.08212181	0.00417881	0.04112884	0.04112884	0.04112884	0.04112884	1					
VELMEJ	L	0.08333333	0.11448781	0.13067181	0.18108888	0.19084288	0.08373881	0.08217883	0.08481881	0.00228821	0.08481881	0.03848888	0.03848888	0.03848888	0.03848888	0.03848888	1				
VELVIA	CPO	0.18187811	0.14217881	0.21513888	0.24888181	0.27738884	0.08684884	0.08684884	0.08684884	0.08684884	0.08684884	0.11888881	0.11888881	0.11888881	0.11888881	0.11888881	1				
VIVVO	A	0.25481881	0.01818811	0.08118811	0.08118811	0.08118811	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	1			
VIVVO	CPO	0.25481881	0.01818811	0.08118811	0.08118811	0.08118811	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	0.02135821	1		

Tomando estos resultados se determina que las 12 acciones que se tomarán en cuenta debido a su alta bursatilización y a que su índice de correlación con respecto a cada uno de ellos es el menor<sup>3</sup>, son las siguientes:

**ACCIONES QUE FORMARÁN PARTE DE NUESTRA  
CARTERA DE INVERSIONES**

<b>ACCIÓN</b>	<b>SERIE</b>
1 ALFA	A
2 APASCO	
3 CEMEX	A
4 CIFRA	C
5 ELEKTRA	CPO
6 FEMSA	B
7 GMEXICO	B
8 GMODELO	C
9 KIMBER	A
10 MASECA	B
11 PE&OLES	
12 TELMEX	L

Ahora bien, para poder calcular el rendimiento esperado de la cartera total, necesitamos darle un peso determinado a cada una de las acciones para lo cual se utilizó un modelo de optimización no lineal basado en los multiplicadores de Lagrange<sup>4</sup>. Las matrices resultantes y los resultados se muestran en la siguiente hoja.

<sup>3</sup> Se toman las acciones con menores índices de correlación para poder diversificar el riesgo, ya que si el índice de correlación es alto, la forma en la que se comporten las acciones será similar, lo cual nos podría traer como consecuencia dos resultados:

1. Que ambas acciones cayeran y por lo tanto nuestras pérdidas se vieran mermadas en buena parte, ó
2. Que ambas acciones subieran y por lo tanto se incrementarían nuestras utilidades de forma importante.

Esto nos lleva a verificar una vez más que a mayor riesgo mayor posibilidad de utilidades. Sin embargo como el objetivo de el desarrollo de la cartera es poder minimizar la posibilidad de obtener pérdidas (riesgo), y maximizar las ganancias a partir de esto, no

<sup>4</sup> Ver Apéndice

MATRIZ DE VARIANZAS COVARIANZAS

		ALFA	APASCO	CEMEX	CIFRA	ELEKTRA	FEMSA	GMEJICO	GMODELO	KIMBER	MARECA	PELOLES	TELMEX	TPC
		A		A	C	CPO	B	C		A	B		L	
ALFA	A	0.000234806	0.000146228	8.47948E-05	0.000132833	0.000121724	0.000145759	4.37733E-05	0.000109681	5.01048E-05	9.14639E-05	8.82017E-05	5.17093E-05	0.000113313
APASCO		0.000146228	0.000435889	0.000100365	0.000149922	0.000157125	0.000127751	8.88219E-05	0.000181487	5.80232E-05	0.000110142	7.78309E-05	9.13239E-05	0.00014229
CEMEX	A	8.47948E-05	0.000100365	0.000146707	8.88036E-05	8.88932E-05	8.43632E-05	5.1206E-05	0.000118989	6.37919E-05	7.94634E-05	8.78351E-05	6.70597E-05	8.21629E-05
CIFRA	C	0.000132833	0.000149922	8.88036E-05	0.00024223	0.000105808	0.000120477	9.05566E-05	7.91931E-05	8.81774E-05	0.000105473	8.51441E-05	7.2554E-05	0.000113189
ELEKTRA	CPO	0.000121724	0.00010725	8.88932E-05	0.000105808	0.000299436	0.000111773	8.50049E-05	8.27871E-05	8.34901E-05	9.18832E-05	2.20785E-05	8.01789E-05	9.01484E-05
FEMSA	B	0.000145759	0.000127751	8.43632E-05	0.000120477	0.000111773	0.000256328	7.86732E-05	0.000108779	6.09018E-05	8.03598E-05	6.30891E-05	6.30891E-05	9.43851E-05
GMEJICO	B	4.37733E-05	8.98218E-05	5.1206E-05	9.05566E-05	8.60049E-05	7.86732E-05	0.000457583	5.19145E-05	4.84058E-05	8.00059E-05	1.87319E-05	-1.32233E-05	5.80158E-05
GMODELO	C	0.000109681	0.000181487	0.000118989	7.91831E-05	8.27871E-05	0.000108779	5.19145E-05	0.000357833	8.10255E-05	8.89649E-05	2.21085E-05	6.21375E-05	0.000118355
KIMBER	A	5.01048E-05	5.80232E-05	6.37919E-05	8.1774E-05	8.34901E-05	8.09018E-05	4.84058E-05	8.10255E-05	0.000134322	5.88386E-05	1.83208E-05	3.43187E-05	8.13154E-05
MARECA	B	9.14639E-05	0.000110142	7.94634E-05	0.000105473	9.18832E-05	8.03598E-05	8.89649E-05	8.89649E-05	5.88386E-05	0.000182438	1.0809E-05	8.42873E-05	8.48475E-05
PELOLES		8.82017E-05	7.78309E-05	8.78351E-05	5.1441E-05	2.20785E-05	9.33894E-05	1.87319E-05	2.21085E-05	1.83208E-05	1.0809E-05	0.000457091	7.86319E-05	8.027E-05
TELMEX	L	5.17093E-05	8.13239E-05	5.70597E-05	7.2554E-05	8.01789E-05	9.30891E-05	-1.32233E-05	6.21375E-05	3.43187E-05	6.42873E-05	7.86319E-05	0.000187151	8.38248E-05
TPC		0.000113313	0.00014229	8.21629E-05	0.000113189	9.01484E-05	9.43851E-05	8.81532E-05	0.000118355	8.15154E-05	8.48475E-05	8.027E-05	8.38248E-05	0.000118925

## Matrices $\beta$ , $\alpha$ , y matriz de pesos para cada acción

$$\beta = \begin{bmatrix} 29.8197203 \\ 48.8851734 \\ -157.542372 \\ -178.811455 \\ 32.8500979 \\ 77.8960396 \\ 14.5897497 \\ 28.7103857 \\ 94.674136 \\ 65.3201759 \\ -23.2028695 \\ -33.1887819 \\ 0.0058705 \\ -8.14639682 \end{bmatrix}$$

$$\beta \cdot \Sigma = \begin{bmatrix} 0.02576833 \\ 0.04224349 \\ -0.13613821 \\ -0.15451762 \\ 0.02838699 \\ 0.06731288 \\ 0.01260754 \\ 0.02480971 \\ 0.08181144 \\ 0.05644559 \\ -0.02005046 \\ -0.02867966 \\ 5.0728E-06 \\ -0.0070396 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 0.08387455 \\ -0.02748524 \\ 0.11806008 \\ -0.06453337 \\ 0.03227102 \\ 0.00959475 \\ 0.11397335 \\ 2.2989E-05 \\ 0.31692712 \\ 0.11432174 \\ 0.08431345 \\ 0.23865955 \\ \text{Total} & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0.05810623 \\ -0.06972873 \\ 0.2541983 \\ 0.08998425 \\ 0.00388403 \\ -0.05771811 \\ 0.10136581 \\ -0.02478672 \\ 0.23511569 \\ 0.05787615 \\ 0.08436391 \\ 0.26733921 \\ -7.5566E-05 \\ 0.0058705 \end{bmatrix}$$

La última parte que se utilizó en el modelo del CAPM, una vez determinado el peso para cada una de las acciones en nuestra cartera, fue el escoger un activo libre de riesgo en este caso CETES; para terminar, se utiliza la ecuación de la Línea de Mercado de Capitales, para poder determinar que acciones contribuyen más a el riesgo de nuestra cartera y al rendimiento esperado de la misma, obteniendo lo siguiente:

<b>ACCIÓN</b>	<b>SERIE</b>	$\beta$	<b>E(r)</b>
1 ALFA	A	0.48258211	0.0007891
2 APASCO		0.32643617	0.0007664
3 CEMEX	A	0.55997797	0.0008003
4 CIFRA	C	0.46715797	0.0007868
5 ELEKTRA	CPO	0.30106039	0.0007627
6 FEMSA	B	0.36822051	0.0007725
7 GMEXICO	B	0.12242173	0.0007368
8 GMODELO	C	0.33094119	0.0007671
9 KIMBER	A	0.44326658	0.0007834
10 MASECA	B	0.46507548	0.0007865
11 PE&OLES		0.13185556	0.0007382
12 TELMEX	L	0.50209125	0.0007919

dónde  $\beta$  nos representa el grado en que la acción cambia de acuerdo a los cambios producidos en el rendimiento del mercado.

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

El realizar el presente trabajo nos ha llevado a concluir que el sector financiero, y en especial el que se relaciona a las casas de bolsa, se encuentra un campo de desarrollo para el actuario, ya que existe el riesgo y por ende una oportunidad para poder cuantificarlo para poder prevenirlo.

En este caso, se ha utilizado el modelo del CAPM para desarrollar una cartera de valores, el cual utiliza métodos matemáticos, como es el análisis de regresión y la optimización no lineal para ayudarnos a tener una cartera óptima.

Utilizando el CAPM siempre nos permitirá tener una opción al momento de invertir en nuestra cartera; ya que las suposiciones del CAPM nos dicen lo siguiente:

- a) Los inversionistas podrán evaluar las carteras observando los rendimientos esperados y las desviaciones estándar de las mismas en un período determinado.
- b) La insatisfacción de un inversionista queda determinada cuando dos carteras con características similares escogerá la de mayor rendimiento; asimismo si tenemos dos carteras con el mismo rendimiento, el inversionista escogerá la de menor riesgo, debido a que cualquier inversionista siente aversión al riesgo.
- c) Los activos individuales son divisibles; por lo que un inversionista en su cartera puede comprar una fracción de cualquier activo.
- d) Al existir un activo con una tasa libre de riesgo, el inversionista puede prestar o pedir prestado para poder invertir (ventas en corto).
- e) Se supone que los impuestos generados y los costos de transacciones son irrelevantes para nuestro modelo.
- f) Se considera además que el período de observación para todos los inversionistas siempre será el mismo.
- g) Asimismo, el activo libre de riesgo será único para cualquier inversionista.
- h) La información sobre los movimientos de los activos estará disponible para todos los inversionistas en cualquier momento.
- i) Los inversionistas tienen esperanzas homogéneas, es decir, cada uno de ellos tienen las mismas percepciones hacia los rendimientos esperados,

desviaciones estándar y la covarianza de los valores; así como a la forma en que cada uno de los activos se comporta con respecto al mercado.

Como se ha mencionado en el párrafo anterior, el CAPM es un modelo bastante "sencillo" para desarrollar una cartera de valores ya que no considera muchos parámetros que en la realidad aparecen; más sin embargo, este modelo es un buen principio y ejemplo de poder manejar el riesgo y el rendimiento en un portafolio de inversiones.

Una parte importante al considerar el riesgo de cada uno de los activos riesgosos es que se puede dividir en riesgo sistemático (afecta a todos los activos) y el riesgo no-sistemático el cual es único para cada activo, así vemos que la parte sistemática será la que podemos minimizar de tal forma que el riesgo sólo se deba al que el mismo activo tiene.

Un problema en el Mercado Mexicano es el problema de que tenemos un índice poco confiable además de un mercado altamente volátil y sujeto en gran parte a decisiones políticas, lo que hace que el CAPM no sea una buena medición para las carteras de valores, ya que este factor no es considerado en el modelo; pero sin embargo como forma de poder determinar en cierto grado el riesgo en una cartera nos ayuda en gran medida.

La medición del riesgo en un mercado como el nuestro, en el cual existen muchos factores a considerar se vuelve más complejo por lo que el Actuario tiene el compromiso de desarrollar modelos matemáticos acordes a nuestra economía que permitan una mejor medición del riesgo.



## APÉNDICES

## APÉNDICE A

### "Análisis de Regresión"

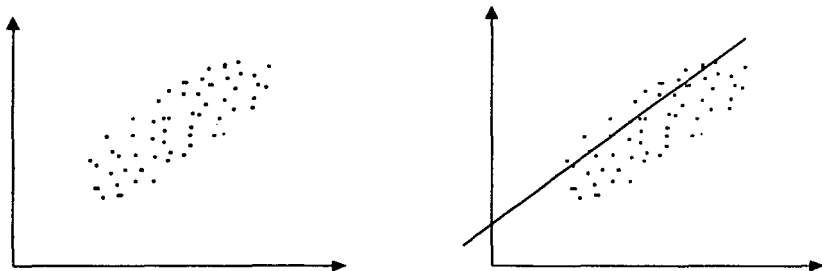
#### Definición.

**"El Análisis de Regresión es una técnica estadística para investigar y modelar la relación existente entre variables."<sup>1</sup>**

El Análisis de Regresión surge al intentar describir el comportamiento entre una serie de variables; el caso en el que nos ocuparemos es solamente de dos variables el cual será llamado "**Análisis de Regresión Lineal Simple**".

Las dos variables que se utilizan en nuestro estudio de **carteras de inversión** son: el rendimiento del activo  $j$  contra el rendimiento del mercado ( $M$ ).

Al observar una serie de datos con respecto a dos variables, los cuales muestran cierto comportamiento "lineal", nos indican que existe la posibilidad de "modelar" este comportamiento a través de una línea como se muestra en la siguiente figura:



---

<sup>1</sup> Douglas C. Montgomery & Elizabeth A. Peck "Introduction to Linear Regression Analysis"

En la gráfica podemos observar que la línea  $y$  pasa a través de los datos graficados, y la definimos de la siguiente forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

dónde:

$\beta_0$  = "la ordenada al origen"

$\beta_1$  = "pendiente de la recta"

Además, se puede observar que existe una diferencia entre los valores dados de "y" y la línea recta  $y = \beta_0 + \beta_1 x$ ; a esta diferencia la denominaremos **error**.

Este error, será meramente estadístico, es decir, lo veremos como una variable aleatoria que nos describe que tanto el modelo no es igual al comportamiento de los datos; por lo que ahora llegamos a que el modelo que nos determina el comportamiento de los datos observados es:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

dónde:

"x" es la variable independiente y "y" es la variable dependiente.

De esta forma, podemos determinar en general el comportamiento de n variables independientes  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  un modelo de regresión lineal definido a continuación:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_n x_n + \varepsilon$$

El cual es llamado modelo de regresión lineal múltiple por que hay más de una variable independiente.

El caso que nos ocupa es el Modelo de Regresión Lineal Simple<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Se denomina **lineal** debido a que solo considera una variable independiente.

### Modelo de Regresión Lineal Simple.<sup>3</sup>

En el modelo de regresión lineal simple tiene dos objetivos:

- La modelación de las dos variables observadas, y
- La predicción sobre el posible comportamiento de estas.

Como se ha definido el modelo que analizaremos es el siguiente:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

Para poder desarrollar este modelo hace falta considerar las siguientes suposiciones:

1.  $E(\varepsilon_i) = 0 \quad i = 1 \dots n$
2.  $VAR(\varepsilon_i) = \sigma^2$
3.  $\varepsilon_i \rightarrow N(0, \sigma^2) \quad i = 1 \dots n$  independientes
4.  $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)$ <sup>4</sup>
5.  $E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j \left\{ \begin{array}{l} E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } i = j \\ \sigma & \text{si } i \neq j \end{cases} \end{array} \right.$

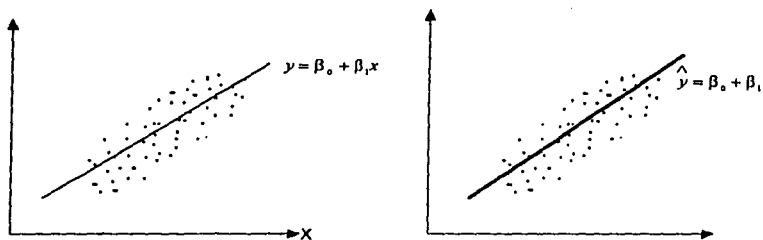
En la siguiente figura se muestra lo que significa modelar, a través de una regresión lineal simple, como se comportan dos variables.

En la primera figura, se muestra que la línea teórica pasa a través de la serie de puntos, llamándosele a la distancia que existe entre ellos y la línea errores desconocidos; la segunda figura muestra a la línea estimada la cual también pasa entre la serie de puntos y se asemeja a la primera, pero como en este caso se conoce a la línea, a los errores se les llama errores observados (residuales) y se les define como  $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ .

<sup>3</sup> El modelo de Regresión Lineal Simple fue desarrollado en un principio por Galton y Pearson en 1919.

<sup>4</sup> Que la Covarianza sea igual a cero implica que las variables son independientes.

y



Como se puede observar en la figura del lado izquierdo tenemos la línea teórica que nos determina el comportamiento de nuestras observaciones; mientras que en la figura derecha, nosotros tenemos la línea estimada a la línea de la figura izquierda, la línea estimada se determina a partir de la línea teórica para que sea lo más parecido a esta.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \Rightarrow \hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \varepsilon_i$$

De esta forma, nuestro problema se enfoca en encontrar  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\sigma^2$ . Para poder hacer la estimación existen varios métodos; el método en el cual nos basaremos es el de la **"Estimación por Mínimos Cuadrados"**.

## Estimación por Mínimos Cuadrados

Este método consiste en minimizar el cuadrado de la suma de los residuales<sup>5</sup>.

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 \text{ Suma de cuadrados de los residuales.}$$

$$\min \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

$$1. \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial \hat{\beta}_0} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)(-1) = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$2. \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial \hat{\beta}_1} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)(-x_i) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1. \sum_{i=1}^n y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = 0 \\ 2. \sum_{i=1}^n x_i y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Ecuaciones Normales}$$

<sup>5</sup> Los residuales son los errores estadísticos que nos muestran la diferencia entre los datos estimados y los reales

Despejando obtenemos:

$$1. n \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$2. \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

de 1. obtenemos:

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x} = \bar{y}$$

esto implica que la línea ajustada pasa por  $(\bar{x}, \bar{y})$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad **$$

Ahora multiplicamos la 1a. ecuación por  $\bar{x}$  y nos queda lo siguiente:

$$1) n \hat{\beta}_0 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + \hat{\beta}_1 \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} = \bar{x} \sum_{i=1}^n y_i$$

y tenemos que:

$$2) \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Ahora restamos la ecuación 2) de la ecuación 1) quedando lo siguiente:

$$\hat{\beta}_1 \left( -\frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n} + \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) = \bar{x} \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}$$

dónde:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n\bar{x} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + n\bar{x}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n^2} \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n} \end{aligned}$$



Sustituyendo en \*\* tenemos que:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \bar{x} \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} = \sum_{i=1}^n y_i \underbrace{\left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right)}_{C_i}$$

Entonces tenemos que:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right) \\ \hat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n y_i \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \end{cases}$$

Ahora analizaremos las propiedades de estos estimadores.

I. Son insesgados.

1.  $\beta_0$

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_0) &= \sum_{i=1}^n E(y_i) \left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right) = \sum (\beta_0 + \beta_1 x_i) \left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right) \\ &= \beta_0 \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right) + \beta_1 \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \right) x_i \end{aligned}$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0 - \beta_0 \frac{\overline{x} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} + \beta_1 \bar{x} - \beta_1 \bar{x} \frac{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

pero

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x}) = \sum x_i (x_i - \bar{x}) - \bar{x} \sum (x_i - \bar{x})$$

$$\Rightarrow E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$$

2.  $\beta_1$

$$E(\hat{\beta}_1) = \sum_{i=1}^n E(y_i) \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) = \sum_{i=1}^n (\beta_0 + \beta_1 x_i) \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

$$= \beta_0 \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} + \beta_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\Rightarrow E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$$

Además sus varianzas son las siguientes:

$$Var(\hat{\beta}_0) = \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \sigma^2$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Como los estimadores son insesgados entonces sus varianzas son mínimas y por lo tanto son los mejores estimadores para nuestro modelo; por lo que nuestro modelo de **Regresión Lineal Simple**, estará dado por la siguiente ecuación:

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \varepsilon_i$$

## APENDICE B

### OPTIMIZACION NO LINEAL (MULTIPLICADORES DE LAGRANGE)

Sabemos que la cartera optima es la combinación de los activos que nos dan la varianza mínima para el mismo rendimiento esperado; o bien , el rendimiento máximo esperado para una misma varianza.

Al representar una curva las combinaciones posibles de activos (pesos) nos lleva a pensar en resolver este problema a través de una optimizacion no lineal para poder determinar "n" valores para cada uno de los pesos de los activos que forman parte de la cartera.

Primero analizaremos como obtener una solución de una ecuación sujeta a un conjunto de restricciones para lo cual utilizaremos los multiplicadores de Lagrange.

a) Sea  $\Gamma \subset \mathbb{R}^n$  ,  $\gamma_0(X)$   $\gamma_i(X)$   $i=1, \dots, m$  funciones para  $X=(x_1, \dots, x_m)$  hallar  $X$  que cumpla las siguientes condiciones:

i) Para "m" valores dados  $a_1, a_2, \dots, a_m$  ;  $X \in \Gamma$  tal que minimice  $\gamma_0(X)$  sujeto a:

$$\gamma_i(x) = b_i \quad i = 1, \dots, m, y$$

ii) Para "m" números dados  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ , dónde:  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$

$X \in \Gamma$  tal que minimice  $L = \gamma_0(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(X)$

donde  $b$  y  $\lambda$  son constantes dadas.

Ahora bien otro resultado que nos ayudara a obtener resultados posteriores es el siguiente

b) Si para  $b$  y  $\lambda$  dadas, existe  $Y$  tal que satisface ( es solución) de ii), entonces  $Y$  también es solución de i)

**Demostración**

Supongamos que existe  $Y'$  tal que  $Y' \in \Gamma$  y  $Y'$  satisface i) por lo que  $\gamma_0(Y') < \gamma_0(Y)$ . Entonces tenemos que:

$$\begin{aligned} L(Y') &= \gamma_0(Y') - \sum_{i=1}^m \lambda_i \gamma_i(Y') \\ &= \gamma_0(Y') - \sum_{i=1}^m \lambda_i b_i \\ &< \gamma_0(Y) - \sum_{i=1}^m \lambda_i b_i \text{ por ser } \gamma_0(Y') < \gamma_0(Y) \\ &= \gamma_0(Y) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \gamma_i(Y) \\ &= L(Y) \quad \nabla \text{ ya que } L(Y) \text{ era la mínima.} \end{aligned}$$

**NOTA**

A las componentes del vector  $\lambda$  los llamaremos multiplicadores de Lagrange.

Otro resultado necesario es el siguiente

Sea  $Z_i = \gamma_i(X)$  para  $i=0,1,\dots,m$

y además para una vecindad de alguna  $\lambda$  en particular, el valor mínimo de  $Z_0$  es una función continua de  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$  con derivadas parciales  $\frac{\delta Z_0}{\delta Z_i}$  para toda

$i=1,2,\dots,m$ , entonces  $\lambda_i = \frac{\delta Z_0}{\delta Z_i}$ .

en nuestro problema de encontrar la X para optimizar nuestra cartera consideraremos lo siguiente

- 1)  $\Gamma = R^m$
- 2)  $\gamma_0(X) = V = X' \Sigma X$
- 3)  $\gamma_i(X)$  serán restricciones lineales, es decir,  
 $\gamma_i(X) = b_i \Leftrightarrow AX = b$

Quedando el problema como sigue

minimizar  $V = X' \Sigma X$

sujeto a

$Ax = b$  donde A es una matriz de  $m \times n$   
 $\mu'X = E$  (rendimiento esperado)

Suponiendo que  $\gamma_0 = \frac{V}{2}$  por razones de poder simplificar el resultado, además de que se minimiza  $\frac{V}{2}$  también será maximizada V.

También se reemplazara  $-\lambda$  por  $\lambda$ , la cual solo cambiara los signos de las constantes  $\lambda_i$

$$\Rightarrow L(X) = \gamma_0(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \gamma_i(X) - \lambda_E \sum_{j=1}^n \mu_j x_j$$

Para  $m+1$  constantes  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m, \lambda_E$  la función  $L(X)$  es:

$$L(X) = \frac{X' \Sigma X}{2} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) - \lambda_E \left( \sum_{j=1}^n \mu_j x_j \right)$$

$$L(X) = \frac{X' \Sigma X}{2} + \lambda A X - \lambda_E \mu' X \dots \dots \dots (I)$$

$$L(X) = \frac{X' \Sigma X}{2} + \lambda (A X - b) - \lambda_E (\mu' X - E) \dots \dots \dots (II)$$

Para constantes dadas  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m, \lambda_E$  una condición necesaria para que  $L$  sea minimizada es que:

$$\frac{\delta L}{\delta x_i} = \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}^2 x_j + \sum_{k=1}^m \lambda_k a_{ki} - \lambda_E \mu_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Escribiendo la ecuación anterior en forma matricial tenemos:

$$\Sigma X + A' \lambda - \lambda_E \mu = 0 \dots \dots \dots (III)$$

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$$

Entonces, si minimizamos (III) minimizaremos (II); por lo que cualquier  $X$  que satisfaga (III) minimizará  $L$ . Por lo tanto se busca una  $X$  que también tenga  $A X = b$  y  $\mu' X = E$  para alguna  $E$  en particular. Esto es  $X$ ,  $\lambda$  y  $\lambda_E$  tal que:

$$\begin{bmatrix} \Sigma & A' & \mu \\ A & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \lambda \\ \lambda_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ E \end{bmatrix} \dots \dots \dots (IV)$$

Si  $(X', \lambda', -\lambda_E)$  satisface (IV), entonces  $X$  minimiza  $V$  sujeto a:  $A X = b$  y  $\mu' X = E$  para la  $E$  dada.

**Demostración.**

Las primeras "n" ecuaciones en (IV) aseguran que X minimiza L para  $\lambda'$  y  $-\lambda_E$  dadas. Las últimas m+1 ecuaciones aseguran que X satisface los restricciones especificadas.

Como  $H = \begin{bmatrix} \Sigma & A' & \mu \\ A & 0 & 0 \\ \mu' & 0 & 0 \end{bmatrix}$  no es singular se puede resolver.

$$\begin{bmatrix} X \\ \lambda \\ -\lambda_E \end{bmatrix} = H^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ E \end{bmatrix} \\ = \alpha + \beta E$$

dónde:

$$\alpha = H^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ b \\ 0_1 \end{bmatrix} \quad 0_n \text{ es un vector de "n" ceros, } 0_m \text{ de "m" ceros y } 0_1 \text{ el cero real}$$
$$\beta = H^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ 0_m \\ 1 \end{bmatrix}$$



**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**INDUSTRIA EXTRACTIVA**

AUTLAN A  
AUTLAN B  
GMEXICO B  
PE&OLES \*

**INDUSTRIA DE TRANSFORMACION**

**QUIMICA**

CELANES B1  
PENWALT \*A

**CELULOSA Y PAPEL**

AATENSA \*A1  
CRISOBA \*A  
CRISOBA \*B  
EMPAQ B  
RIDUSA A  
KIMBER A  
KIMBER B  
PONDER B

**IMPRESA Y EDITORIAL**

GFESA B

**SIDERURGICA**

AHMSA \*  
HILSAMX BCP  
SIMEC B  
TAMSA \*

**PRODUCCION DE METAL**

ICH A  
ICH B  
METAUER \*  
NACOBRE \*N

**ELECTRONICA**

LATINCA \*A  
LATINCA \*B  
QTEL \*B

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**MAQUINARIA Y EQUIPO DE TRANSPORTE**

DINA \*  
EATON \*A  
IASASA B  
JDEERE \*A  
PERKINS \*A

**ALIMENTO, BEBIDA Y TABACO**

ACCO \*1-2R  
ARGOS A  
ARGOS B  
BIMBO A  
CONTAL CP  
EMUASA B  
FEMSA \*B  
IGEUEPC B  
GGEMEX B  
GGEMEX CPO  
GMODELO C  
GRUMA BCP  
HERDEZ A  
HERDEZ B  
KOF L  
MASECA B  
MODERNA A  
SIGMA BCP  
TABLEX \*2  
VALLE B

**TEXTILES VESTIDO Y CUERO**

LUXOR A  
PARRAS A  
TEXEL \*

**MINERALES NO METALICOS**

VITRO

**OTRAS INDUSTRIAS DE TRANSFORMACION**

BEROL \*L  
EKCO \*

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION**

**CONSTRUCCION**

BUFETE CPO

GEO B

GMD B

GMD L

ICA \*

TRIBASA CP

**CEMENTO**

APASCO \*

CEMEX A

CEMEX B

CEMEX CPO

GCC B

TTOLMEX B2

**MATERIALES DE CONSTRUCCION**

CERAMIC VB

CERAMIC VLD

CMOTEZ B2

PORCE A

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**CASAS COMERCIALES**

ATY  
BEVIDES B  
CIFRA A  
CIFRA B  
CIFRA C  
COMERCI B  
ELEKTRA B  
CPO  
GIGANTE B  
GPH 1CP  
GSYR LCP  
LIVEPOL 1  
LIVEPOL C-1  
NADRO A  
NADRO L  
SANBORN \*  
SANBORN \*L  
SEARS B1  
SORIANA B

**TRANSPORTE**

AEROMEX A  
AEROMEX CPO  
TMM A  
TMM L

**COMUNICACIONES**

IUSACEL L  
RCENTRO CPO-1  
TELMEX \*A  
TELMEX \*L  
TLEVISA CPO

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**OTROS SERVICIOS**

GCALIND B  
GVIDEO B  
POSADAS A  
POSADAS L  
REALTUR \*A2  
SITUR B  
VIDEO \*

**CONTROLADORAS**

ACCELSA A1  
ALFA \*A  
CAMESA A  
CAMESA B  
CMA 3  
CODUMEX \*A  
CYDSASA \*A  
DESC A  
DESC B  
DESC C  
EPN \*B2  
FIASA \*1  
GCARSO A1  
GISSA \*A  
GISSA \*B  
PROCORP B  
SANLUIS A  
SAN LUIS CPO  
SEIMEL \*A  
SIDEK \*A  
SIDEK \*B  
SIDEK L  
SYNKRO B  
VISA

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**MERCADO INTERMEDIO**

ACMEX \*B1  
ALMACO \*2  
ARISTOS A  
CIE B  
CAMPUS \*A  
COFAR BCP  
DIANA \*B  
DIXON  
FERIONI B  
FOTOLUZ B  
GEASA \*2  
GICONSA A  
GMACMA L  
IEM \*A  
LAMOSA B  
MADISA BCP  
MADISA LCP  
MARTIN \*A  
MEDICA L  
NUTRISA  
OPCION B  
OXY \*A  
PYP B  
QBINDUS A  
REGIOEM B  
UNICA B

**ASEGURADORAS**

ALSA \*  
GENSEG A  
GNP \*  
SEGCOAM A  
SEGCOAM B  
SEGUCEN \*CP  
SEINBUR \*  
VAMSA A  
VAMSA B

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

**BANCA**

BAINLAT B  
BANCEN BCP  
BANORIE B  
BANPAIS LCP  
CONFIA BCP  
CREMI BCP  
INTENAL BCP  
PROMEX B  
SERFIN B  
SFQ C

**CASAS DE BOLSA**

CBARMA \*ACP  
CBBURSA A1CP  
CBESTRA 2  
CBI ACP  
CBI BCP  
CBINTER A

**GRUPOS FINANCIEROS**

ABACOGF A  
ABACOGF B  
BANACCI A  
BANACCI B  
BANACCI L  
GBMATLA A  
GBMATLA B  
GBMATLA L  
GFB A  
GFB B  
GFB L  
GFBITAL A  
GFBITAL B  
GFCRECE ACP  
GFCRECE BCP  
GFFINA A  
GFFINA B  
GFINBUR A  
GFINBUR B

**ANEXO C**  
**ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA**

GFINLAT A  
GFINLAT B  
GFINTER B  
GFINVER ACP  
GFINVER BCP  
GFINVER CCP  
GFINVER LCP  
GF MULTI A  
GFMULTI B  
GFNORTE A  
GFNORTE B  
GFPROBU B  
GPROFIN A  
GPROFIN B  
GSERFIN ACP  
GSERFIN BCP  
GSERFIN LCP  
INVEX B  
IXEGF A  
IXEGF B  
SURESTE A  
SURESTE B



## BIBLIOGRAFÍA

Maggin, John L.. Managing investment portfolios: a dynamic process. Editorial Warren, Gorham & Lamont, segunda edición, Boston 1990.

Mood, Alexander M. y Graybill, Franklin A.. Introduction to the theory of Statistics. Editorial McGraw Hill, segunda edición, Nueva York 1963.

Montgomery, Douglas C. y Peck, Elizabeth A.. Introduction to Linear Regression Analysis. Editorial J. Wiley & Sons, segunda edición, Nueva York 1992.

Weston, John F. y Copeland, Thomas E.. Finanzas en Administración. Editorial McGraw Hill, tercera edición, México 1988.

Weston, John F. y Brigham, Eugene F.. Fundamentos en Administración Financiera. Editorial McGraw Hill, séptima edición, México, 1990.

Courant, Richard y Fritz, John. Introducción al cálculo y al análisis matemático. Editorial Limusa, México, 1974.

Haugen, Robert A.. Modern Investment Theory. Editorial Prentice Hall, USA 1990.

Lindgren, Bernard W.. Statistical Theory. Editorial Collier Macmillan Publishers, New York 1976.

Markowitz, Harry. Portfolio Selection. Editorial John Wiley & Sons, New York 1959.

El Economista, Sección: Valores y Dinero, 12/08/97 a 21/11/97.

El Financiero, Sección: Análisis, 12/08/97 a 21/11/97.