

01173

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA



**REGIMENES DE FLUJOS OSCILANTES EN BOQUILLAS PARA  
EXTRUCCION DE POLIMEROS**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

**MAESTRO EN INGENIERIA MECANICA**

( ESPECIALIDAD TERMOFLUIDOS )

PRESENTA :

**JOSE ANTONIO GUTIERREZ FRIAS**

DIRECTOR: DR. BALTASAR MENA INIESTA  
ASESOR: M. en C. JOSE RAMON HERRERA VELARDE

MEXICO, D. F.

1997

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**“Regímenes de Flujos Oscilantes en Boquillas para  
Extrusión de Polímeros”**

**por:**

**José Antonio Gutiérrez Frías**

**Director: Dr. Baltasar Mena Iniesta**  
**Asesor: M en C. José Ramón Herrera Velarde**

***a la memoria de mis abuelitos,***

***a mi familia,***

***y a ti Nidia.***

### ***Agradecimientos.***

- A CONACyT por la beca otorgada para la realización de mis estudios de maestría.
- Al Dr. Baltasar Mena Iniesta, por su enseñanza e incansable paciencia en la dirección de la presente tesis.
- Al M. en C. José Ramón Herrera Velarde, por su invaluable asesoría y colaboración en el presente trabajo.
- Al Instituto de Investigaciones en Materiales por las facilidades otorgadas.
- A los ingenieros Alfredo Maciel, J. de Jesús Camacho y Ernesto Sánchez por su asesoría y colaboración.
- Así mismo es muy adecuado agradecer al Sr. Ismael López G., al Sr. Martín Serrano L., y en general a todos los maestros del taller mecánico del Instituto de Investigaciones en Materiales, por sus inigualables consejos y colaboración mostrada para con nosotros en todo este tiempo.
- A los nuevos ingenieros Francisco Ávalos Rogel, Walfre Franco Consuegra y Pedro Sánchez Toral, por su contribución, asesoría y amistad.
- A Omar, Gustavo, Edgar, Alejandro, Andos, Javier y en general a todos los buenos amigos del Laboratorio de Reología.
- Al Departamento de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por la excelente formación recibida durante estos años, misma que culmina con esta tesis. Así mismo me tomó la libertad de mencionar a cada una de los profesores que cuales hicieron de cada materia impartida, verdaderas cátedras:

M en I. Moisés Berezowsky Verduzco

Dr. Jorge Carrera Bolaños

Dr. Luis Ferrer Argote

Dr. Carlos Flores Ibarra

M en I. Víctor Franco

Dr. Rogelio González Oropeza

Dr. Arón Jazcilevich Diamant

Dr. Federico Méndez Lavielle

Dr. Luis Reyes Ávila

Dr. Alejandro Rodríguez Valdéz

Dr. Francisco Solorio Ordaz

M en I Gilberto Sotelo Ávila

a todos ellos mi más sincero respeto y agradecimiento.

- A Ernesto, Jesús, José Luis y Rodrigo, con quienes tuve la oportunidad de compartir esta gran experiencia.
- A todos mis amigos por los momentos compartidos.

"El sabio digno de este nombre, el geómetra sobre todo, experimenta frente a su obra la misma impresión que el artista; su placer es tan grande y de igual naturaleza. Si yo no escribiese para un público amante de la ciencia, no osaría expresarme así; temería la incredulidad de los profanos. Pero aquí puedo decir todo mi pensamiento. Si trabajamos es menos por obtener estos resultados positivos a los cuales el vulgo nos cree únicamente ligados, que para resentir esta emoción estética y comunicarla a aquellos que son capaces de sentirla."

***Jules Henry Poincaré***

"esta ley dice, hablando en general, que el Universo tiende hacia la democracia, y que cuando haya llegado a tal estado, será incapaz de hacer algo más."

***Visión de la Segunda Ley de la Termodinámica de Bertrand Rusell***

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>i</b>
<b>SIMBOLOGÍA</b>	<b>ii</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>iv</b>
Antecedentes	iv
Objetivo	v
Contenido por Capítulos de la Tesis	vi
<b>CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"</b>	<b>1</b>
I.1 Introducción	1
I.2 Descripción del Arreglo y del Desarrollo Experimental.	1
I.2.1 Arreglo Experimental.	2
I.2.1.1 Equipo de Extrusión.	2
I.2.1.2 Equipo de Medición de Propiedades Mecánicas.	8
I.2.2 Descripción del Proceso Experimental.	8
I.3 Experimentos que se Realizaron.	9
I.3.1 Polietileno de Baja Densidad-Fibras de Henequén (85%-15%).	10
I.3.1.1 Resultados y Conclusiones Obtenidas para el Polietileno de Baja Densidad Combinado con Fibras de Henequén (85%-15%).	11
I.3.2 Polietileno de Baja Densidad-Fibras de Henequén (92.5%-7.5%).	15
I.3.2.1 Resultados y Conclusiones Obtenidas para el Polietileno de Baja Densidad Combinado con Fibras de Henequén (92.5%-7.5%).	15
I.3.3 Polietileno de Baja Densidad Puro	19
I.3.3.1 Resultados y Conclusiones Obtenidas para el Polietileno de Baja Densidad Puro.	19
I.3.4 Polietileno de Alta Densidad Puro	23
I.3.4.1 Resultados y Conclusiones Obtenidas para el Polietileno de Alta Densidad Puro.	23
I.4 Conclusiones Generales del Experimento.	27
<b>CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"</b>	<b>29</b>
II.1 Introducción.	29
II.2 Fundamentos Teóricos	29
II.3 Planteamiento del Problema a Resolver Mediante Modelación Numérica.	33
II.4 Régimen Estático.	35
II.5 Régimen Dinámico.	38
II.6 Justificación Analítica de las Modelaciones Numéricas	42

II.7 Conclusiones.	45
<b>CAPÍTULO III "Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas"</b>	<b>47</b>
III.1 Síntesis de Actividades	47
III.2 Observaciones	49
III.3 Perspectivas	49
<b>APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) para un Flujo de Poiseuille Sometido a Diferentes Condiciones de Contorno Oscilantes"</b>	<b>52</b>
A.1 Introducción.	52
A.2 Régimen Estático.	52
A.3 Régimen Oscilatorio Longitudinal.	55
A.4 Régimen Oscilatorio Angular.	61
A.5 Régimen Oscilatorio Helicoidal.	66
A.6 Conclusiones	69
<b>BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS</b>	<b>71</b>

## **RESUMEN**

Un análisis experimental fue realizado con la finalidad de estudiar las modificaciones en las propiedades mecánicas resultantes de materiales, al someter el proceso de extrusión de polímeros a oscilaciones tanto longitudinales como angulares en la zona terminal del mismo. El estudio fue efectuado para dos materiales poliméricos: PEBD y PEAD, y uno compuesto: PEBD mezclado con fibras de henequén, para dos concentraciones distintas. Las propiedades mecánicas medidas fueron esfuerzo máximo a la tensión y deformación al esfuerzo máximo, los ensayos se llevaron a cabo de acuerdo a la norma ASTM D1708-84. Además con la finalidad de entender las posibles variaciones en las propiedades mecánicas a través del análisis de perfiles de flujo, se presentan soluciones numéricas y analíticas para flujos en conductos sometidos a diferentes condiciones de contorno, para tres modelos fluidos distintos (newtoniano, ley de potencias y viscoelástico lineal), por medio de los cuales se representa la zona oscilante del proceso de extrusión.

## **Simbología.**

### **Letras Latinas:**

$\bar{\bar{A}}$ ; Función Tensorial para los Modelos Viscoelásticos Diferenciales  
 $A_0$ ; Amplitud de la Velocidad de Oscilación Angular  
C; Conductividad Térmica  
 $C_1$  y  $C_2$ ; Constantes de Integración  
 $\bar{\bar{D}}$ ; Tensor Razón de Deformación  
G; Gradiente de Presiones  
 $\bar{\bar{I}}$ ; Tensor Unitario  
 $J_0$  y  $J_1$ ; Funciones "J" de Bessel  
K; Factor de Consistencia  
Q; Gasto Volumétrico  
R; Radio del Conducto  
S; Área de la Sección Transversal del Conducto  
T; Temperatura  
 $U_0$ ; Amplitud de la Velocidad de Oscilación Axial  
 $V_0$ ; Agrupación de Variables no Dependientes del Radio para el Proceso Oscilatorio Longitudinal  
We; Número de Weissenberg  
 $W_0$ ; Agrupación de Variables no Dependientes del Radio para el Proceso Oscilatorio Angular  
 $Y_0$  y  $Y_1$ ; Funciones "Y" de Bessel  
n; Índice del Modelo de Ley de Potencias  
n; Límite Superior de Sumatoria  
p; Presión  
 $\vec{r}$ ; Vector de Posición para un Sistema Coordinado Cilíndrico  
r; Radio  
r; Componente Radial de Cualquier Propiedad  
t; Tiempo  
 $\vec{v}$ ; Vector Velocidad  
 $u_r$  y  $v_r$ ; Componente Radial de la Velocidad  
 $u_z$  y  $v_z$ ; Componente Axial de la Velocidad  
 $u_p$  y  $v_p$ ; Velocidad en la Pared del Conducto (Condición de Contorno)  
x; Variable de Sumatoria  
z; Componente Axial de Cualquier Propiedad

### **Letras Griegas:**

$\Phi$ ; Fuente Volumétrica de Calor  
 $\Sigma$ ; Sumatoria  
 $\alpha$ ; Energía de Activación  
 $\dot{\gamma}$ ; Razón de Corte  
 $\kappa$ ; Coeficiente de Conductividad Térmica  
 $\lambda$ ; Tiempo de Relajación  
 $\lambda$ ; Parámetro de la Función de Bessel para el Caso Oscilatorio Longitudinal

$\eta$  y  $\mu$ ; Viscosidad Dinámica

$\pi$ ; Número Pi

$\rho$ ; Densidad

$\zeta$ ; Constante Viscométrica

$\theta$ ; Componente Angular de Cualquier Propiedad

$\bar{\sigma}$ ; Tensor de Esfuerzos de Cauchy

$\bar{\tau}$ ; Tensor Extra de Esfuerzos

$\bar{\tau}_1$  y  $\bar{\tau}_2$ ; Componentes Tensoriales Viscoelástica y Viscosa, Respectivamente de  $\bar{\tau}$ , Para Modelos Viscoelásticos

$\nu$ ; Viscosidad Cinemática

$\omega$ ; Frecuencia de Oscilación Longitudinal

**Letras Combinadas:**

$T_\alpha$ ; Temperatura de Referencia

$u_0$  y  $v_0$ ; Componente Angular de la Velocidad

$\omega_a$ ; Frecuencia de Oscilación Angular

$\lambda_a$ ; Parámetro de la Función de Bessel para el Caso Oscilatorio Angular

**Subíndices y Superíndices (no incluidos anteriormente):**

T; Indica Transpuesta de una Matriz

pois, osc. long., osc. ang. y osc. hel.; Referido a Distintas Propiedades de Acuerdo con el Régimen de Extrusión Oscilatorio

**Operadores:**

$\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})$ ; Derivada Material

$\frac{\delta}{\delta t}$ ; Derivada Objetivo

$\frac{\partial}{\partial}$ ; Derivada Parcial

$\frac{d}{d}$ ; Derivada Total

$\vec{\nabla} \cdot ( )$ ; Operador Divergencia

$\vec{\nabla} ( )$ ; Operador Gradiente

## INTRODUCCIÓN.

### Antecedentes.

Uno de los problemas de la mecánica de fluidos con mayor relevancia en la actualidad, es la descripción del movimiento de fluidos no newtonianos. Aún y cuando se está acostumbrado a tener contacto diario con una infinidad de dichos fluidos, no fue sino hasta principios de este siglo cuando se empezaron a hacer estudios formales al respecto, constituyendo así a la Reología<sup>1</sup> como especialidad.

La inquietud de aquellos investigadores en la naciente especialidad, estribó en dar una explicación correcta a diversos fenómenos muy comunes, pero que su comportamiento contrastaba completamente con el que se observaba para fluidos newtonianos. Dichos fenómenos obviamente no pueden ser descritos mediante la mecánica de fluidos newtoniana, la cual no contempla tales casos. Por lo anterior hubo la necesidad de estudiar de una manera formal estos efectos, entre los cuales se pueden citar: el efecto Weissenberg, que se presenta al batir masa de pan o huevos, el sifón libre ascendente, el hinchamiento de ciertos fluidos al ser extrudidos a través de una cavidad, como es el caso de la pasta dental, y así se podría seguir enumerando varios fenómenos cuyo comportamiento es completamente diferente al presentado por los fluidos newtonianos, tales como el agua y el aire, que son con los que más contacto se tiene.

Resulta obvio pensar que la Reología constituye todo un reto para aquellos investigadores interesados en el estudio de medios continuos y en específico la mecánica de fluidos. Debido al poco tiempo de desarrollo de esta especialidad, la mayoría de los modelos que describen el movimiento de fluidos no newtonianos son semiempíricos, por lo que dicha especialidad conforma un terreno lleno de incógnitas, ideal para el desarrollo de proyectos de investigación.

El desarrollo de la Reología se ha caracterizado básicamente por la realización de experimentos concernientes a fenómenos presentados por los fluidos no newtonianos, que van desde implementar diferentes dispositivos con el objetivo de observar el comportamiento de un material en específico sometido a distintas condiciones, hasta ensayar con varios materiales en un mismo dispositivo, con el fin de visualizar las similitudes y diferencias en el comportamiento de cada material. Entre estos experimentos reviste de gran importancia las investigaciones hechas en los procesos de moldeo de polímeros, los cuales han tenido un desarrollo incesante en este siglo, y todo parece indicar que seguirá su creciente empleo por muchos años más, parecería inútil el explicar la necesidad de conocer modelos confiables que puedan describir el comportamiento de diversos polímeros al ser procesados.

Durante varios años muchos investigadores han trabajado en este campo (31, 37, 38 39, 40, 41, 42, 44, 45), específicamente Mena y colaboradores han estudiado acerca del proceso de extrusión de polímeros y como mejorar al mismo (32, 33, 34, 35 y 36). La investigación que él ha

---

<sup>1</sup>El término de Reología fue inventado por E. C. Bingham en 1929. y la definió como el estudio de la deformación y flujo de materia.

desarrollado durante este tiempo, inició con el estudio del fenómeno de disminución de la viscosidad aparente, con respecto al caso newtoniano, para un fluido viscoelástico al hacerlo pasar a través de un conducto, el cual se encontraba sometido a un régimen oscilatorio. Una vez estudiado este fenómeno, Mena dirigió la investigación hacia el efecto que pudieran provocar dichas oscilaciones en los procesos de extrusión de polímeros. Tales experimentos los llevó a cabo con los siguientes materiales: polietileno de alta densidad (PEAD), polietileno de baja densidad (PEBD), cloruro de polivinilo (PVC) y Poliestireno. Estos estudios fueron posibles gracias a un diseño de Mena y colaboradores (1, 32), en el cual implementaron una boquilla oscilante la que se conectaba a la salida del extrusor, y que permitía someter a regímenes oscilatorios al polímero fundido, con esto se deseaba, aparte de ratificar el efecto de reducción de la viscosidad aparente del material extrudido, ya otras veces observado, descubrir posibles orientaciones en el producto, fruto de la imposición de oscilaciones, que elevarán las propiedades mecánicas del material procesado, con respecto a aquellas obtenidas en los procesos de extrusión convencionales. Cabe mencionar que en esta primera etapa se ensayó con probetas cilíndricas obtenidas directamente de la boquilla oscilante.

Los ensayos consistieron en la medición de gastos de extrusión y medición de propiedades mecánicas obtenidas en un ensayo de tensión. Los resultados mostraron incrementos notables en cuanto al gasto, esfuerzo final y deformación del material extrudido bajo regímenes oscilatorios con respecto al material procesado convencionalmente (1, 2, 32 y 36).

De las investigaciones anteriores, nació la necesidad de generalizar el fenómeno descrito anteriormente, a cualquier tipo de producto obtenible mediante procesos de extrusión de polímeros, por lo cual de las probetas cilíndricas obtenidas en experimentos anteriores, se desean realizar experimentos análogos, pero ahora para el proceso de extrusión de tiras plásticas. Dichas tiras permitirán obtener probetas normalizadas por ASTM (American Society of Testing Materials), con esto se podrán formalizar los resultados a obtener según el código ASTM. A partir de este punto se basa el desarrollo de la tesis en cuestión.

### **Objetivo.**

El propósito principal del presente trabajo es describir los fenómenos observados, según se estableció anteriormente, al extrudir tiras plásticas sometidas a regímenes oscilatorios; por supuesto, el estudio en cuestión está normalizado de acuerdo al código ASTM.

Por otra parte, como el estudio analítico de flujos de materiales no newtonianos no se ha desarrollado totalmente, salvo por algunos estudios de Mena y colaboradores (1, 2, 28 y 32), otra parte del presente trabajo consiste en desarrollar modelaciones numéricas del problema en cuestión, tanto para fluidos newtonianos como para no newtonianos, mediante un programa adquirido por el Instituto de Investigaciones en Materiales. Dichas simulaciones a su vez serán comparadas con soluciones analíticas para distintos modelos fluidos desarrolladas por Mena y colaboradores.

Debido a que la investigación de la mecánica de fluidos no newtonianos se encuentra en incesante desarrollo, no es menester del trabajo presente establecer modelos para los fenómenos en

estudio, ya que ello llevaría a muchos años de investigación, lo cual sale del propósito de este trabajo. Únicamente se reportan los resultados experimentales obtenidos durante el periodo en el cual se desarrolló el presente trabajo y se intenta en conjunción con Herrera (4), establecer una plataforma para el estudio de posteriores modelos numéricos, llevados a cabo en el Laboratorio de Reología del Instituto de Investigaciones en Materiales de la U.N.A.M.

### **Contenido por Capítulos de la Tesis.**

La presente tesis se encuentra dividida en tres capítulos y un apéndice, los cuales contemplan los aspectos que a continuación se describen.

El primer capítulo establece la descripción tanto del arreglo como del proceso experimental, para lo cual se describen todas las partes integrantes del equipo usado y de todas las fases experimentales empleadas desde el proceso de extrusión hasta la obtención de datos. Posteriormente se describen los experimentos desarrollados, los resultados de los mismos y por último las conclusiones generales del proceso experimental.

El capítulo segundo aborda el modelado numérico realizado mediante el programa POLYFLOW, donde se estudia el fenómeno en cuestión, desde el punto de vista de perfiles de flujo únicamente, empleando tres modelos fluidos distintos (newtoniano, ley de potencias y un viscoelástico lineal). Obviamente se discute en forma comparativa los resultados obtenidos para los tres modelos usados, lo anterior permite una mejor comprensión del comportamiento de dichos fluidos, estableciendo sus similitudes y diferencias. Por último las simulaciones numéricas son justificadas con desarrollos analíticos presentados al final de este capítulo y en el apéndice.

En el último capítulo se incluye una síntesis de actividades, así como, los resultados obtenidos más relevantes. Además debido a que este trabajo constituye solo una pequeña parte del proyecto global, se propone desde un personal punto de vista, las modificaciones y dirección que debería adoptar el proyecto; estas consideraciones están siendo tomadas en cuenta de acuerdo con las experiencias adquiridas durante la elaboración del presente, así como ciertos datos existentes en la literatura que bien valdría la pena investigar.

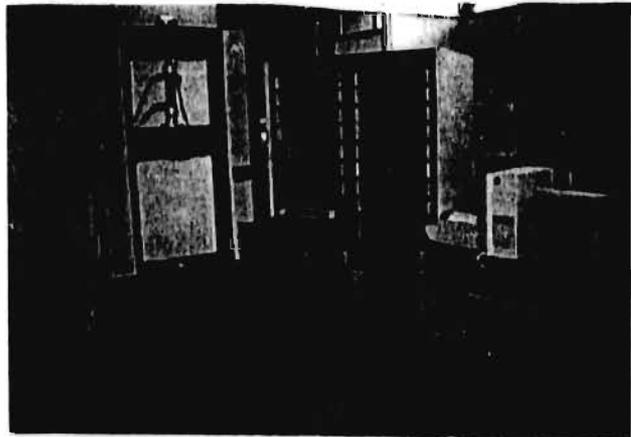
## **CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento".**

### **I.1 Introducción.**

En el presente capítulo se describe la metodología global de experimentación. Primeramente se da una explicación del equipo empleado, seguido por el procedimiento que se usó durante el experimento. Una vez establecidos los puntos anteriores se procede a la presentación de los resultados y conclusiones particulares para cada experimento. Por último, el capítulo concluye con una serie de observaciones generales acerca del proceso experimental.

### **I.2 Descripción del Arreglo y del Desarrollo Experimental.**

En esta sección se describe el arreglo y el funcionamiento del equipo experimental empleado, así como la metodología que se llevó a cabo en las pruebas experimentales, cuyos resultados más adelante se reportan.



Fotografías del Equipo de Extrusión y de la Máquina Instron de Pruebas Mecánicas.

### 1.2.1 Arreglo Experimental.

El equipo empleado durante el experimento puede clasificarse en dos tipos; el primero corresponde al usado para obtener las tiras de polímero; al que corresponden: el extrusor, la boquilla oscilante, los rodillos laminadores y accesorios (una balanza, un cronómetro para la medición del gasto, y una lámpara estroboscópica para cuantificar y controlar las frecuencias de oscilación impuestas durante los experimentos) (figura 1). El segundo grupo será el destinado a obtener las propiedades mecánicas del material extrudido, para lo cual se empleó un sacabocados normalizado según el código ASTM (norma D1708-84 "Standart Test Method for Tensile Properties of Plastics by Use of Microtensile Specimens") con este se cortan las probetas necesarias para realizar los ensayos mecánicos, un pie de rey para medir dichas probetas y una máquina universal de ensayos mecánicos marca Instron (figura 2).

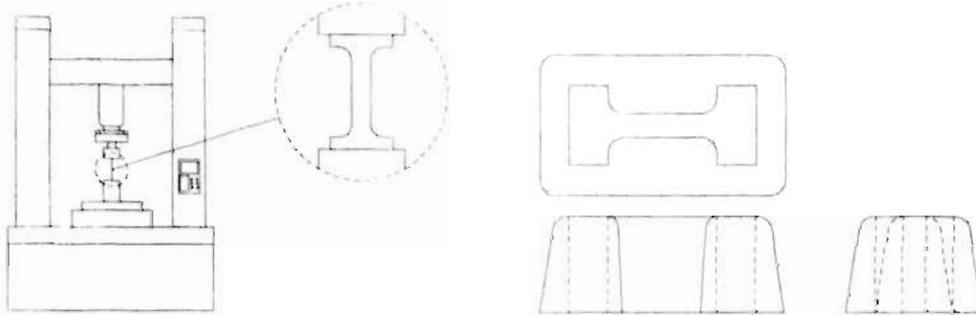


figura 2 "Máquina Instron y Sacabocados"

#### 1.2.1.1 Equipo de extrusión.

En esta sección se detalla con mayor formalidad los instrumentos usados para obtener el material extrudido.

El extrusor usado es de marca Haake Rheocord EU-3V, de un sólo husillo y relación L/D 25/1, dicho extrusor en la zona del husillo cuenta con tres regiones de calentamiento por resistencias eléctricas y controlados con termopares (figura 3).

La boquilla oscilante<sup>1</sup> cuenta con un conducto, por el cual el derretido fluye, el cual se encuentra sujeto por una parte a cuatro camisas, cada una de ellas está guiada por un eje cilíndrico, y se encuentran eslabonadas a una biela cuyo otro extremo se acopla a un motor eléctrico de corriente directa, formando así un mecanismo biela-manivela-corredera, por ende con dicho arreglo se logra

<sup>1</sup>N del A. Una descripción completamente detallada de la boquilla oscilante y de sus criterios de diseño no es discutido en el presente trabajo, lo anterior puede ser encontrado con mayor extensión en 1,2 y 3 (tesis realizadas de la boquilla).

## CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"

el movimiento recíproco para obtener oscilaciones longitudinales. El conducto también se encuentra ligado a dos rodamientos y a otra biela, la que a su vez está sujeta a otro motor eléctrico, y con dicho arreglo se tiene un mecanismo biela-manivela-balancín, por medio de este se realizaron las oscilaciones angulares (figura 4). El conducto de la boquilla oscilante se calienta por medio de tres resistencias eléctricas de 1200 watts, en total, las cuales están controladas por termopares.

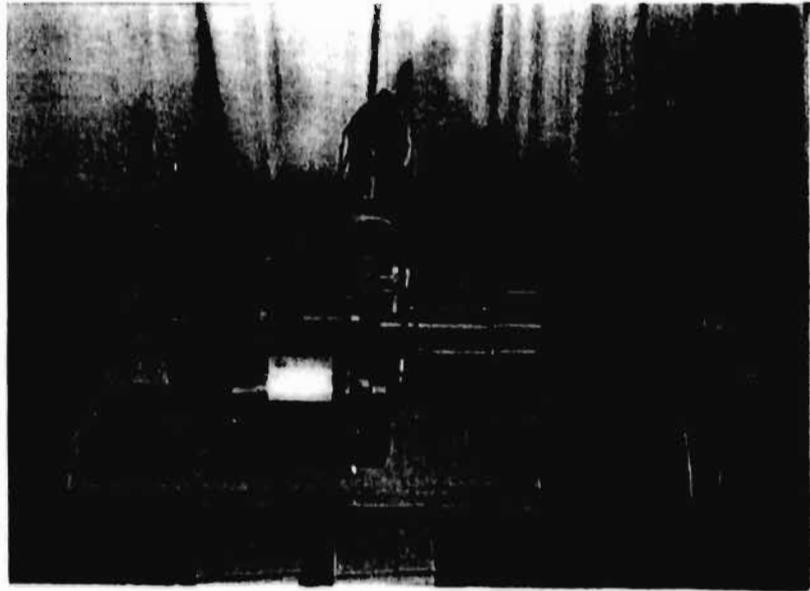


Figura 3 "Fotografía de la Boquilla Oscilante"

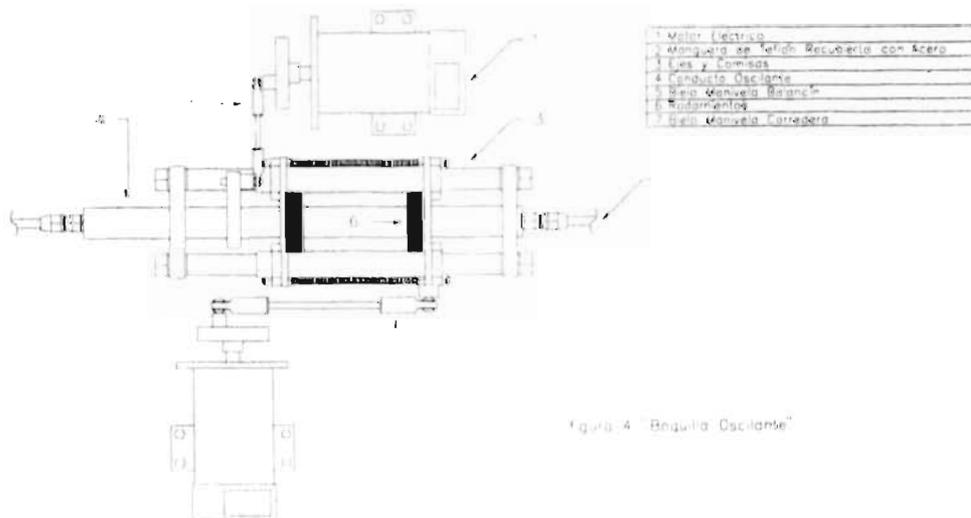


Figura 4 "Boquilla Oscilante"

temperaturas hasta de 220°C. Esto constituye la primer variante fundamental entre el diseño original y el empleado ahora (figura 5). En el diseño anterior, la conexión en cuestión era hecha mediante un acoplamiento hembra-macho, es decir, a la salida del extrusor se tenía un dado en forma de vástago, el cual entraba en el conducto, con una tolerancia pertinente, las dificultades que tuvo dicho sistema estuvieron relacionadas a la fuga de polímero que se presentaba en esa zona, por lo que fue necesario cambiar el diseño.

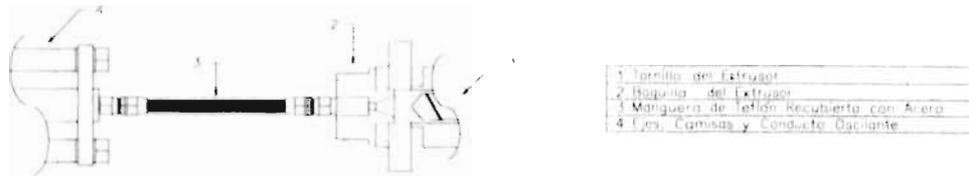
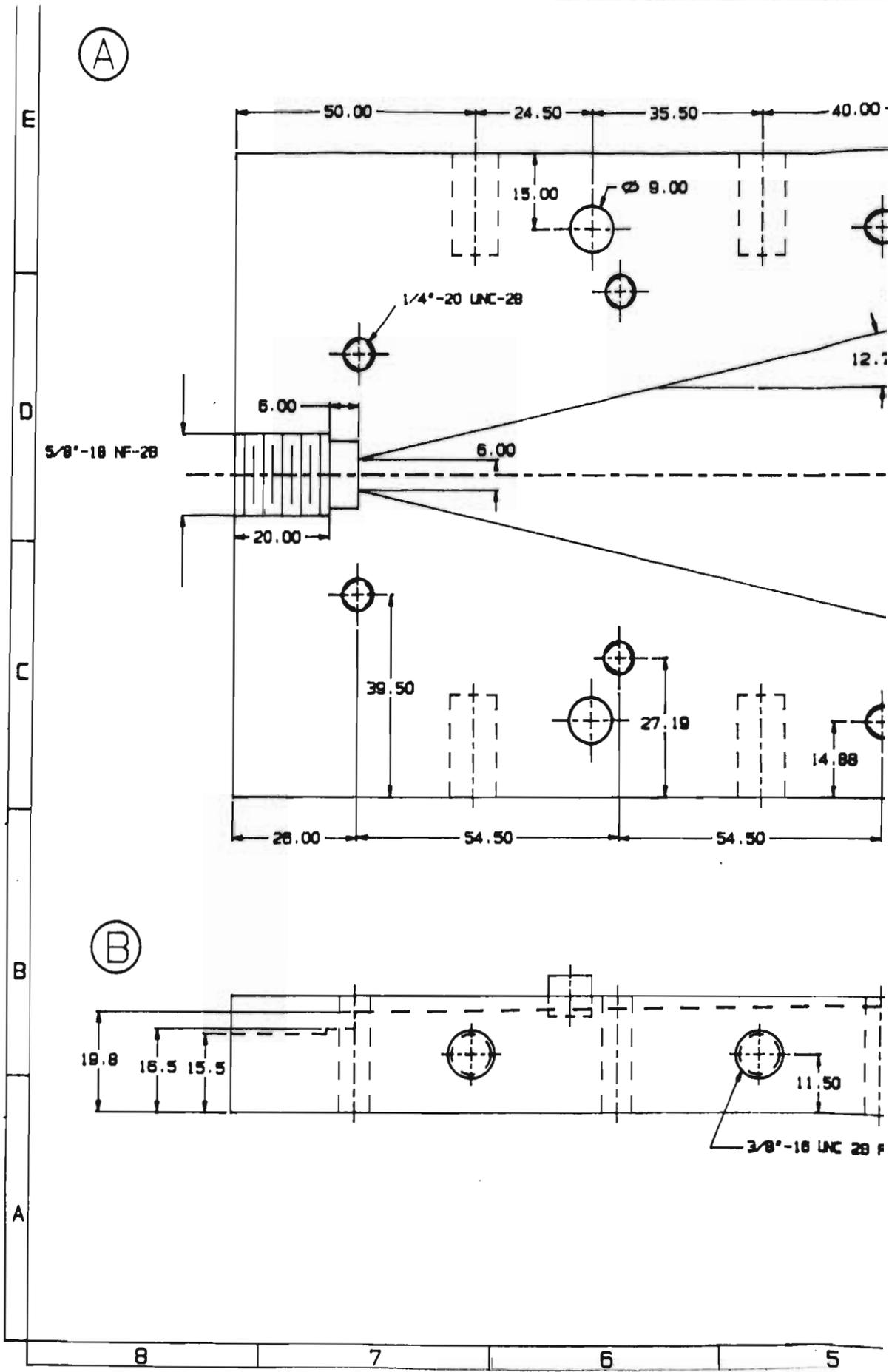


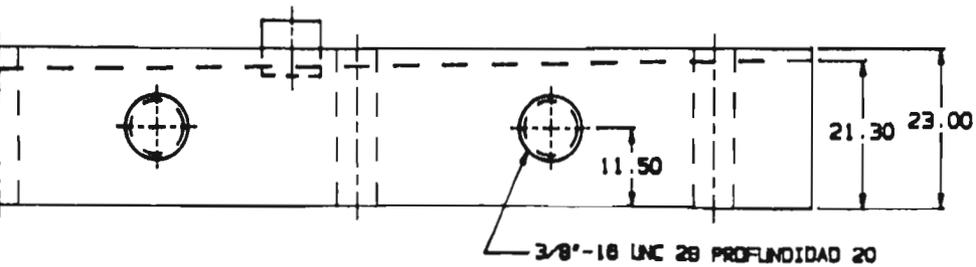
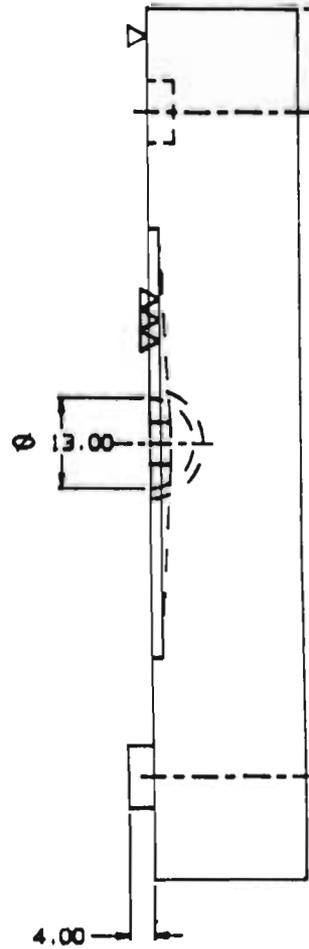
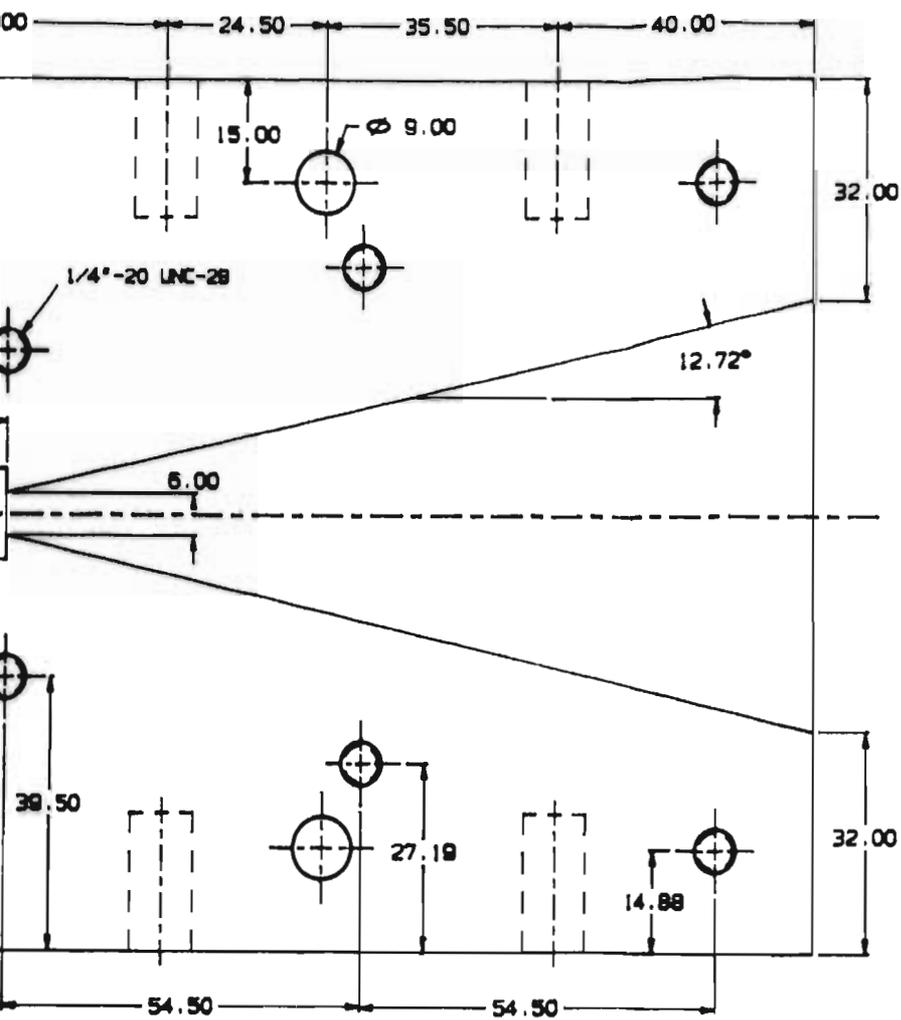
Figura 5 “Husillo, Boquilla, Manguera y Conducto Oscilante”

La segunda variante entre los dos diseños consiste en el dispositivo de desalojo del material extrudido de la boquilla. En el diseño anterior, el extremo final del conducto se encontraba ensamblado un dado, que tenía sección transversal circular siendo diseñado para obtener perfiles cilíndricos de 6mm de diámetro. En el diseño actual, debido al objetivo de normalizar resultados según el código ASTM, se tuvo la necesidad de maquinar un dado de sección transversal rectangular (50mm\*3mm), la conexión entre el dado y la parte final del conducto de la boquilla se efectúa mediante otra manguera, de las mismas características que la que une al extrusor con la parte inicial del conducto de la boquilla. Una vez que el polímero ha pasado por todo el arreglo (extrusor, manguera, boquilla oscilante, manguera) y comienza a desalojar al dado, el extrudido será laminado y enfriado al hacerlo pasar por un juego de rodillos laminadores, obteniendo así una tira polimérica con una sección rectangular de (50mm\*3mm). El diseño del dado evita fenómenos de recirculación y fue realizado por Mena y colaboradores (figura 6).

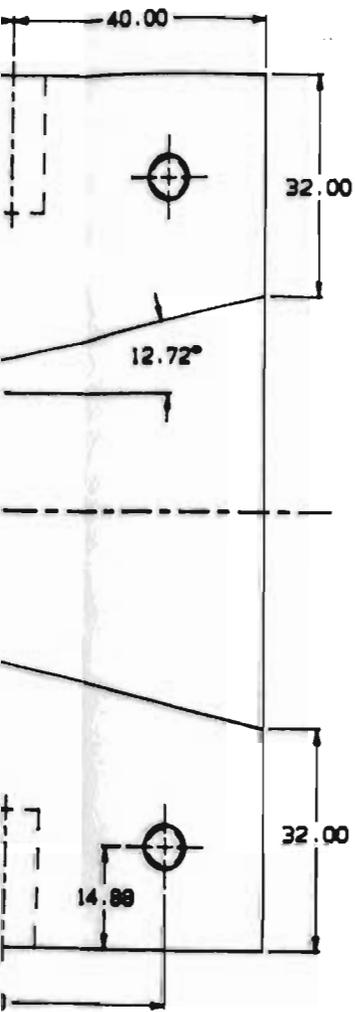
El arreglo original puede consultarse en el artículo (32). La última variante entre el arreglo experimental actual y el anterior consiste en la posición de la boquilla extrusora, mientras en el primer diseño se tenía en posición vertical, ahora fue colocada en posición horizontal.

En lo que respecta al control de temperaturas se cuenta con seis resistencias, sin incluir a las del extrusor. Como fue mencionado anteriormente la temperatura en el conducto de la boquilla extrusora será elevada y controlada mediante tres resistencias eléctricas de camisa y por termopares, respectivamente. Cada manguera será calentada por una resistencia de serpentín, al igual que las anteriores, controladas mediante termopares. Por último, el dado al igual que el conducto de la boquilla será calentado y controlado por dos resistencias de camisa (una para cada parte del dado) y sendos termopares (figura 7).

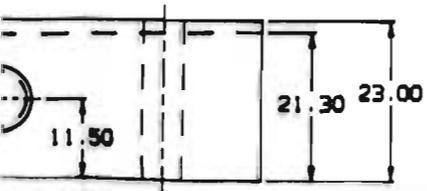
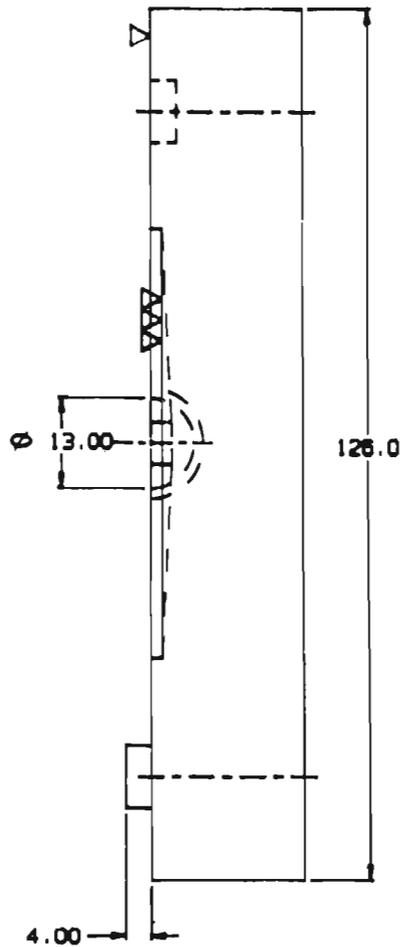




MATERIAL:	ACERO 1045	C
ACOTACIONES EN MM.		B
PLANO DE DETALLE		A
ESCALA	1:1	PLANO
		PIEZA: BASE DADO E



Ⓢ



8°-18 UNC 28 PROFUNDIDAD 20

MATERIAL:	C	LATERAL	ELABORO:
ACERO 1045	B	FRONTAL	AVALOS ROGEL FRANCISCO
ACOTACIONES EN MM.	A	SUPERIOR	FRANCO CONSUEGRA WOLFRE
PLANO DE DETALLE	PLANO	VISTA	SANCHEZ TORAL PEDRO
ESCALA			FECHA:
1:1	PIEZA: BASE DADO EXTRUSOR		ENERO DE 1997

E

D

C

B

A

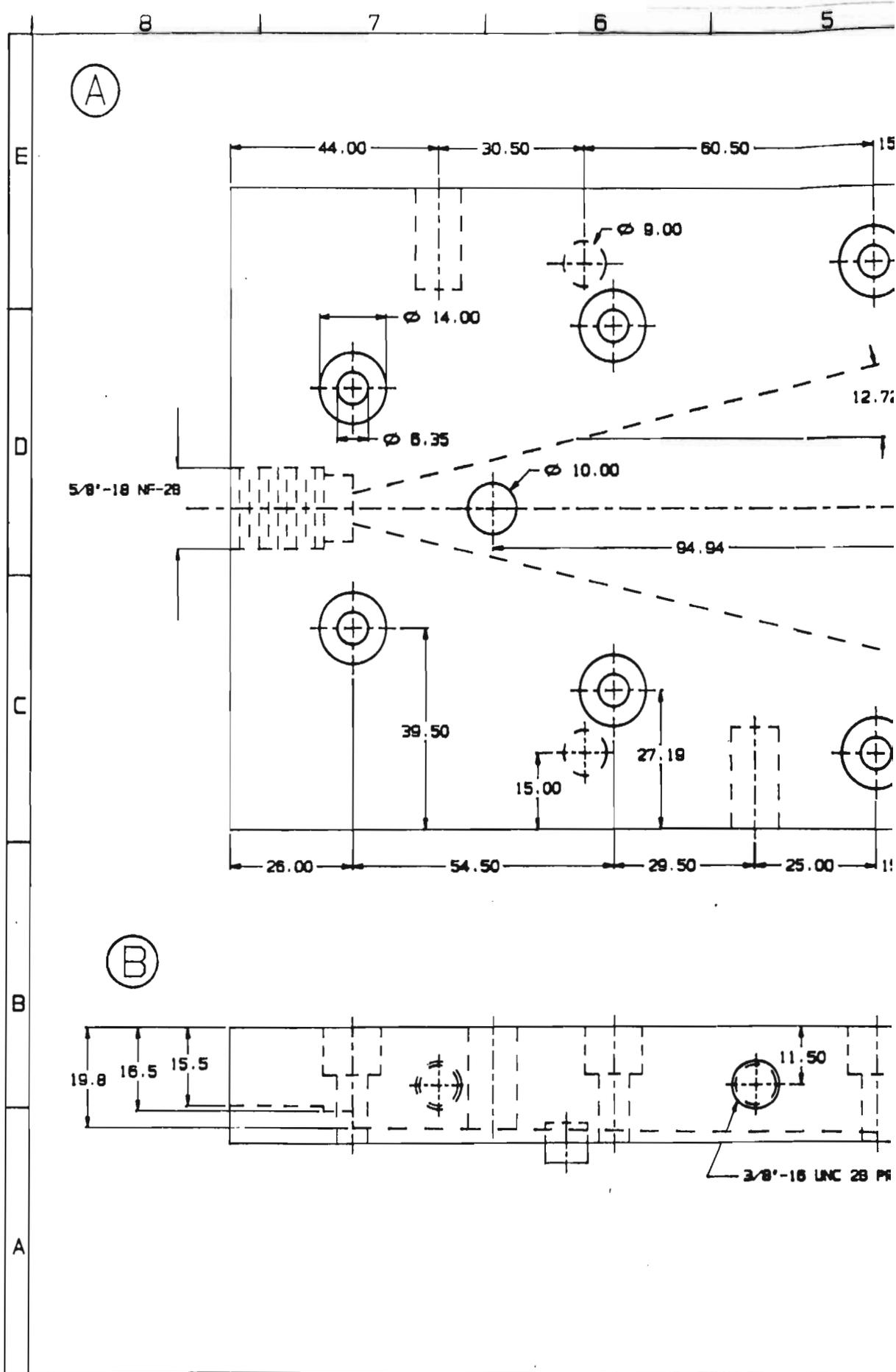
5

4

2

2

1



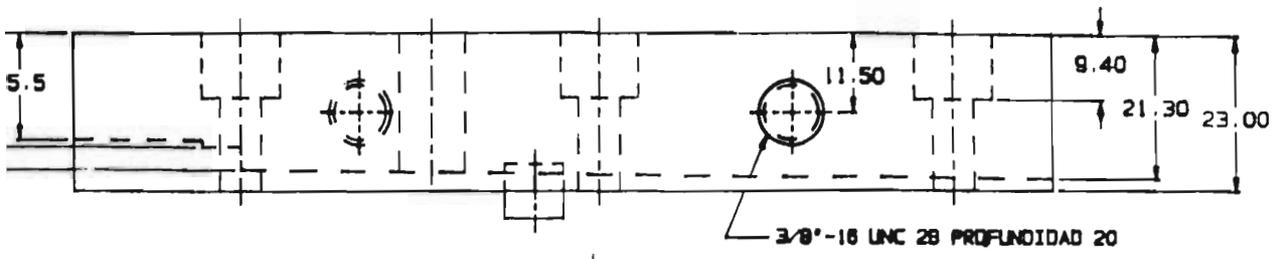
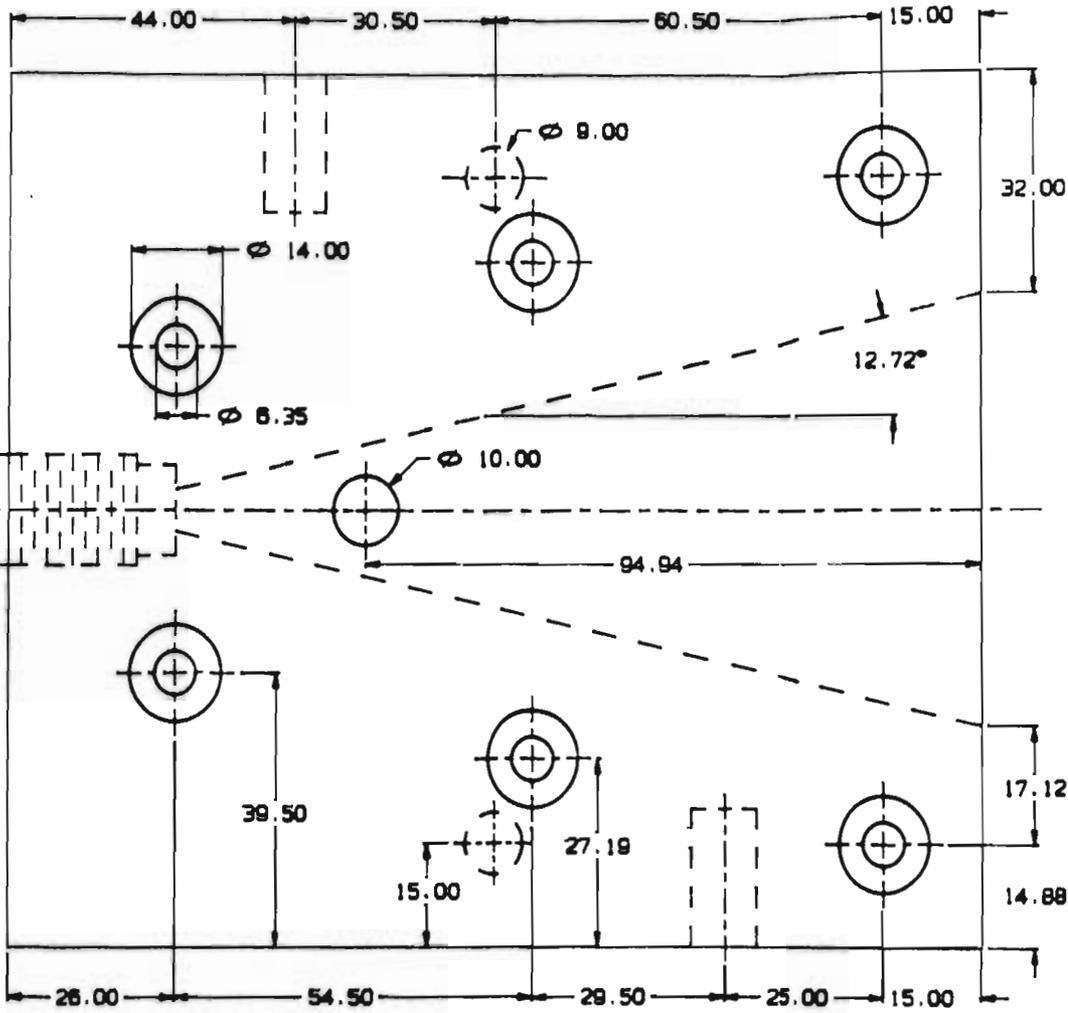
7

6

5

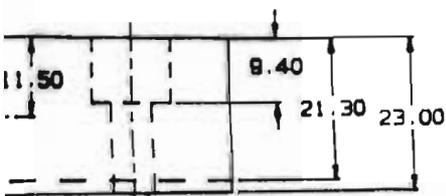
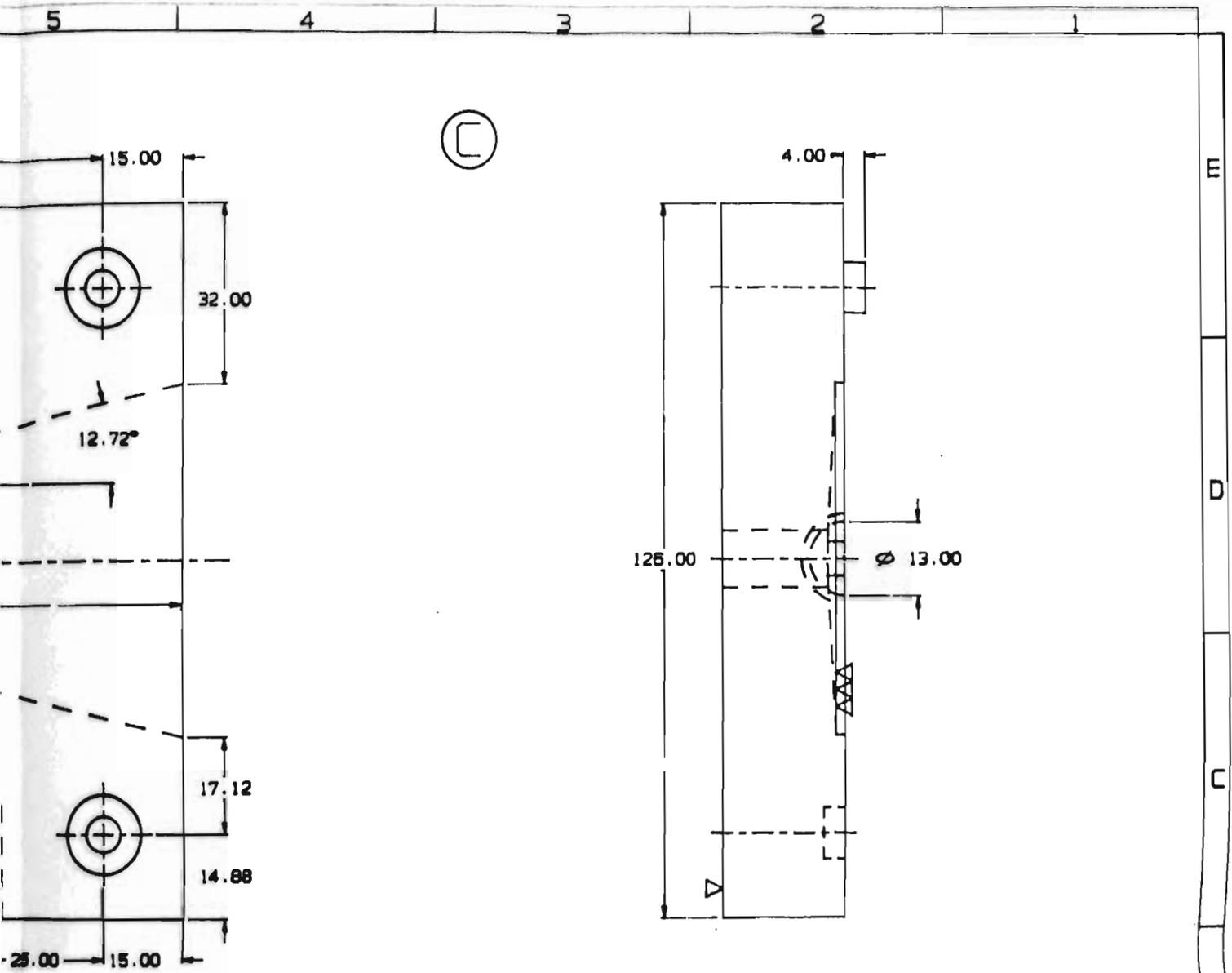
4

3



3/8" - 16 UNC 28 PROFUNDIDAD 20

MATER
ACERO
ACOTACIONE
PLANO DE I
ESCALA
1:1
PI



-16 UNC 2B PROFUNDIDAD 20

MATERIAL:	C	LATERAL	ELABORO:
ACERO 1045	B	FRONTAL	AVALOS ROGEL FRANCISCO
ACOTACIONES EN MM.	A	SUPERIOR	FRANCO CONSUEGRA WOLFRE
PLANO DE DETALLE	PLANO	VISTA	SANCHEZ TORAL PEDRO
ESCALA	PIEZA: TAPA DADO EXTRUSOR		FECHA:
1:1			ENERO DE 1997

E  
D  
C  
B  
A

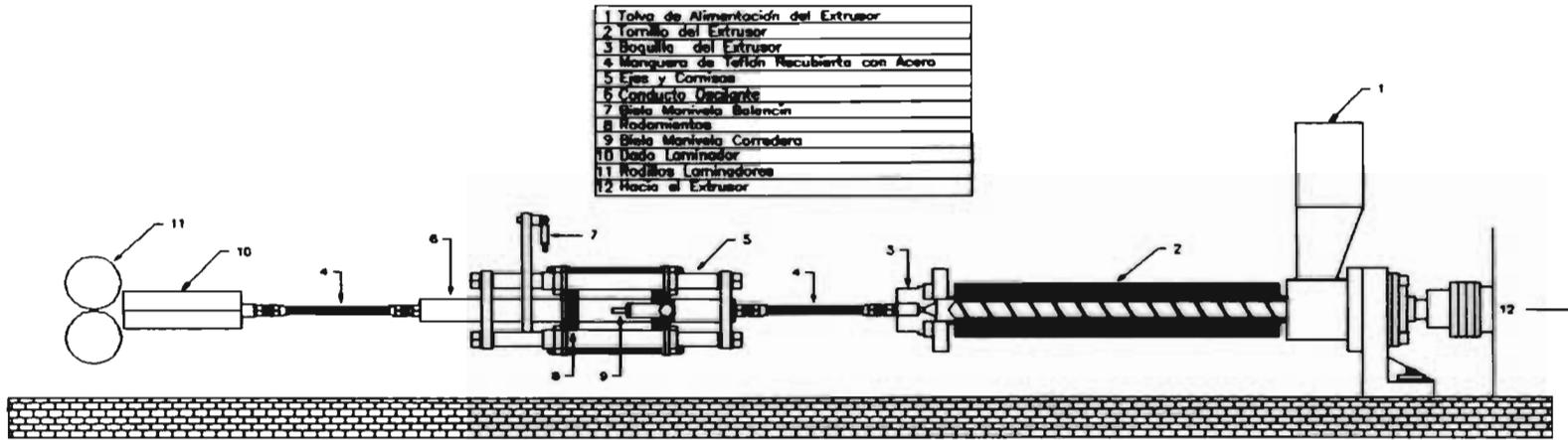


figura 1 "Extrusor, Boquilla Oscilante, Dado y Rodillos Laminadores"

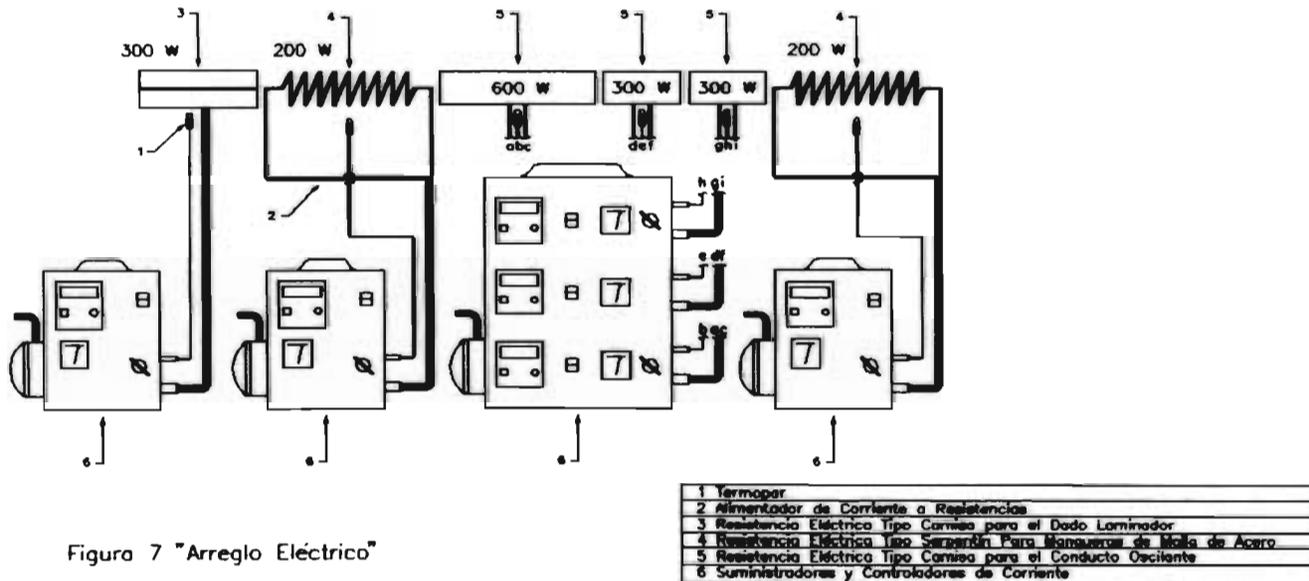


Figura 7 "Arreglo Eléctrico"

Los accesorios empleados para la realización del experimento, fueron una lámpara estroboscópica para regular la velocidad angular de los motores de corriente directa y por lo tanto las frecuencias longitudinales y angulares de oscilación, según sea el caso, un cronómetro para la medición del gasto y herramienta en general para los eventos relacionados con el desarrollo de cualquier experimento que involucre motores y partes mecánicas en movimiento.

#### **1.2.1.2 Equipo de Medición de Propiedades Mecánicas.**

Para este fin se empleó un sacabocados estandarizado por la norma ASTM D1708-84, con éste se cortaron todas las probetas ensayadas durante el periodo en el cual se efectuó el presente trabajo, un pie de rey, por medio del cual las probetas fueron medidas, según las recomendaciones hechas en la norma de ASTM que fue seguida y por último una máquina de ensayos mecánicos de tracción marca Instron.

#### **1.2.2 Descripción del Proceso Experimental.**

El método con el que se realizaron todos y cada uno de los experimentos fue el siguiente:

1. El equipo de extrusión (extrusor-mangueras-boquilla-dado) se calienta durante un lapso de 30 minutos con el fin de lograr la temperatura de extrusión necesaria, según sea el caso, en cada una de las secciones de dicho equipo.

2. Una vez calentado y controlada la temperatura del equipo, es accionado el husillo del extrusor para que trabaje en vacío (sin material) durante un periodo de 5 minutos, con el fin de expulsar material que pudiera haber quedado atrapado en extrusiones previas.

3. Realizados los dos primeros pasos, se procede a introducir una pequeña porción del polímero a extrudir por la tolva del extrusor, con el objetivo de observar que el proceso se está llevando a cabo sin complicaciones, esto es, que el polímero está siendo arrastrado correctamente. Cuando lo anterior es corroborado se procede a agregar polímero para comenzar con la extrusión.

4. Al empezar a salir polímero fundido por el dado final, el derretido es manualmente colocado entre los rodillos laminadores, la viscosidad del mismo permite efectuar esta acción. Los rodillos laminadores se enfrían internamente al pasar aire a presión, por lo que al llegar el polímero derretido a los rodillos, estos lo enfrían obteniendo así la tira de polímero ya solidificada. Cabe mencionar que se llevan algunos minutos desde que se introduce el material por la tolva y recorre todo el arreglo hasta llegar a la parte final del dado.

5. Una vez logrado un régimen estacionario, en el cual se tiene la extrusión de una tira constante, se procede a generar los distintos regímenes de flujo. En todas las extrusiones para diferentes materiales, se siguió el siguiente orden; en primer lugar se extruyó la tira perteneciente al régimen estacionario, esto es, no se impusieron oscilaciones a la boquilla, en seguida se efectuó el régimen oscilatorio longitudinal, imposición de oscilaciones longitudinales a la boquilla, después el

## CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"

régimen oscilatorio angular, y por último se impuso el patrón de oscilaciones helicoidal. La forma en la cual se llevo a cabo cada régimen de flujo tomó en cuenta lo siguiente; en cada patrón se obtuvo una tira extrudida en un lapso de cinco minutos (medidos con cronómetro), dejando un intervalo de otros cinco minutos entre patrones con el fin de minimizar cualquier efecto transitorio que se pudiera presentar.

6. Las tiras obtenidas en la extrusión tendrán por finalidad la medición del gasto másico, para lo cual se utilizó una balanza, y por otra parte, la obtención de probetas para los ensayos mecánicos a explicar.

7. Hecho el paso anterior, cada una de las tiras serán cortadas por un sacabocados con la finalidad de obtener las probetas necesarias para efectuar los ensayos mecánicos. Para cada tira, esto es, para cada patrón oscilatorio, se obtendrán cuarenta probetas, de la cuales diez serán cortadas, en relación a su eje longitudinal, con una dirección paralela a la dirección del eje longitudinal de la tira, otras diez en dirección a cuarenta y cinco grados de acuerdo al eje referenciado, otras diez a 90 grados y las últimas diez serán cortadas a 135 grados (figura 8). La finalidad de lo anterior es observar la anisotropía que pudiera presentar el material al ser extrudido a diferentes regimenes de oscilación, esto último está codificado en la norma D638-90 de ASTM.

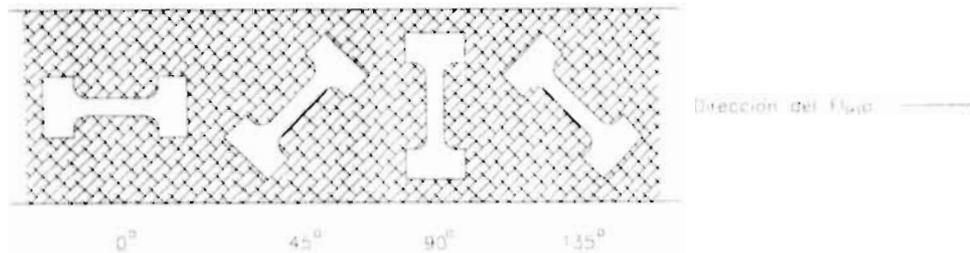


Figura 8 "Orientaciones de Corte de las Probetas a Ensayar"

8. Cada probeta es medida en su ancho y espesor como lo estipula la norma ASTM D1708-84 en la zona de prueba en tres partes distintas con el fin de obtener un promedio.

9. Cada probeta es ensayada a tracción en una máquina Instron de pruebas mecánicas, también siguiendo fielmente el procedimiento propuesto por la norma ASTM D1708-84.

10. Por último los resultados obtenidos, gasto y propiedades mecánicas, son analizados obteniendo así las conclusiones pertinentes.

### 1.3 Experimentos que se Realizaron.

El desarrollo experimental anteriormente explicado se llevo a cabo para distintos materiales, para los que se establecieron las mismas condiciones tanto mecánicas como térmicas, a excepción del experimento llevado a cabo con el polietileno de alta densidad, "PEAD", ya que las temperaturas

de extrusión en este caso variaron. Pero en cuanto a frecuencias de oscilación y amplitudes fueron las mismas usadas para los cuatro experimentos. Los materiales empleados fueron los siguientes:

- Polietileno de Baja Densidad, Dow LDPE 9591.
- Polietileno de Alta Densidad, PEMEX.
- Fibras de Henequén, malla 50, suministradas por el Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY).

### 1.3.1 Polietileno de Baja Densidad-Fibras de Henequén (85%-15%).

El primer experimento consistió en extrudir polietileno de baja densidad mezclado con fibras de henequén en una proporción másica de 85-15% respectivamente. El uso de las fibras de henequén atiende a dos interrogativas, la primera concerniente al uso de las mismas como trazadores de flujo, esto es, por medio de éstas, podría ser posible visualizar el efecto de la imposición de oscilaciones al proceso de extrusión, y la segunda; de ver el efecto que produce la fibra de henequén en algunas propiedades del producto final, tanto en gasto como en propiedades mecánicas, con respecto al polietileno puro.

El modo de preparación del material fue de la siguiente forma; Las fibras fueron secadas en un horno eléctrico, durante las 24 horas previas al experimento, posteriormente se mezclaron, de acuerdo a la concentración requerida, con el polietileno de baja densidad pulverizado durante tres horas en un molino.

En base a resultados obtenidos en investigaciones anteriores (32 y 36), los valores de frecuencias y amplitudes de oscilación empleados durante el experimento coinciden con los óptimos para dichos estudios. Para éste como para los demás casos tales valores fueron los siguientes:

Régimen	amp. long.	amp. ang.	frec. long.	frec. ang.
sin oscilar	0	0	0	0
oscilado longitudinalmente	6	0	125.6637	0
oscilado transversalmente	0	0.2618	0	125.6637
oscilado helicoidalmente	6	0.2618	125.6637	125.6637

amp. long.(amplitud longitudinal, dada en milímetros)

amp. ang. (amplitud angular, dada en radianes)

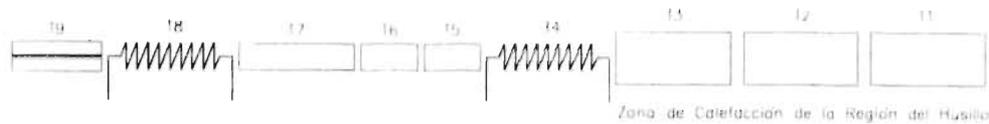
frec. long. (frecuencia de la oscilación longitudinal, dada en radianes por segundo)

frec. ang. (frecuencia de la oscilación angular, dada en radianes por segundo)

El diagrama de temperaturas empleadas durante el experimento se muestra en la figura 9.

## CAPÍTULO I “Descripción y Resultados del Experimento”

Figura 9 “Diagrama Térmico para Extrudir PEBD85%-Fib Hen 15%”



Zona de Calentamiento de la Región del Husillo

T1 = T2 = T3 = 180 °C
T4 = 180 °C
T5 = T6 = T7 = 170 °C
T8 = 170 °C
T9 = 170 °C
Velocidad del Husillo: 100 rpm

### 1.3.1.1 Resultados Obtenidos para el Polietileno de Baja Densidad Combinado con Fibras de Henequén, (85-15%).

Los gastos medidos para cada patrón son

Régimen	gasto (g/min)	incremento con respecto al régimen no oscilado
sin oscilaciones	32.05	
oscilado longitudinalmente	34.44	+7.46%
oscilado transversalmente	33.84	+5.58%
oscilado helicoidalmente	35.05	+9.36%

De los ensayos mecánicos de todas las probetas se obtuvieron los siguientes resultados (tablas y gráficos referentes):

Resultados:

#### a. Gasto Másico.

Se registraron incrementos de gasto mayores al 5.5% e inferiores al 10% de los regímenes oscilatorios con respecto al no oscilatorio, ratificando el efecto de deslizamiento, disminución de la viscosidad en la pared, al incrementar la rapidez de corte, fenómeno clásico ocurrido en los fluidos viscoelásticos descrito en varios estudios (6, 7, 8, 9, 10, 11, 33 y 41).

#### b. Esfuerzo Máximo.

Las probetas extraídas de la tira que fue extrudida mediante un proceso de oscilación helicoidal, en términos globales, fueron las que presentaron mejor comportamiento mecánico. Específicamente aquellas cortadas paralelamente al eje longitudinal de la tira, fueron las mejores de todo el experimento (7.753 MPa), y las cortadas a 135° mostraron el mayor incremento con respecto al régimen no oscilado (+15.0%).

## CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"

Los valores del esfuerzo máximo obtenidos para los patrones oscilatorios angulares y longitudinales mostraron ser muy semejantes entre sí, quizá debido a un efecto más de rapidez de corte que de geometría de dicha deformación. Mostrando incrementos con respecto a sus equivalentes no oscilados, para las direcciones oblicuas a 45 y 135° (entre 4 y 9%), mientras que disminuyeron en las direcciones restantes (entre -1 y -6%).

Las probetas sin oscilar mostraron un excelente comportamiento cuando estas se cortaron paralelamente con respecto al eje longitudinal de la tira (7.516 MPa), disminuyendo para las direcciones restantes.

### c. Deformación al Esfuerzo Máximo.

En términos generales las probetas obtenidas del patrón helicoidal fueron las que presentaron valores más elevados de deformación al esfuerzo máximo con un incremento del 23% para la orientación a 90°, y sin registrar grandes cambios para las direcciones restantes. Las probetas obtenidas del patrón sin oscilación mostraron buen comportamiento y las de peor desempeño fueron las cortadas de los dos regímenes restantes (con decrementos del -5 al -14%).

### d. Observaciones Adicionales.

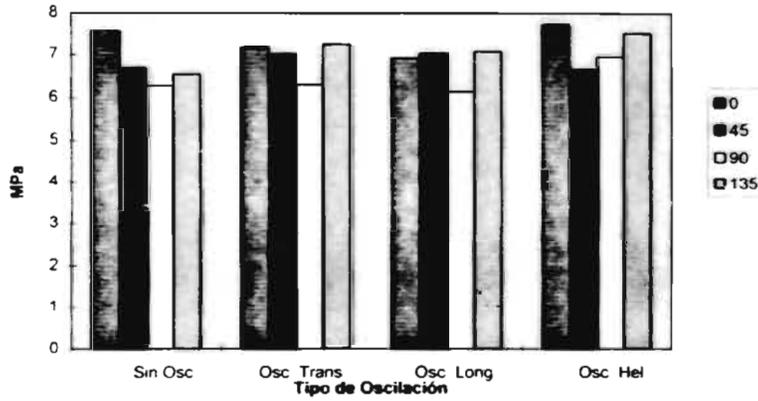
El material en todos los experimentos realizados mostró un grado muy discreto de anisotropía, por lo que es difícil determinar con toda certeza la orientación preferencial para la cual el material se comporta de mejor forma, en relación con el ensayo realizado.

En términos generales no existe gran variación entre los resultados de las propiedades mecánicas obtenidos, dicha invarianza puede ser debida a una relación longitud del conducto contra diámetro demasiado grande según experimentos llevados con anterioridad (41), la cual contrarreste o modifique el efecto oscilatorio, a pesar de esto, las probetas muestran pequeñas diferencias en el comportamiento mecánico dependiendo de la orientación y del régimen oscilatorio.

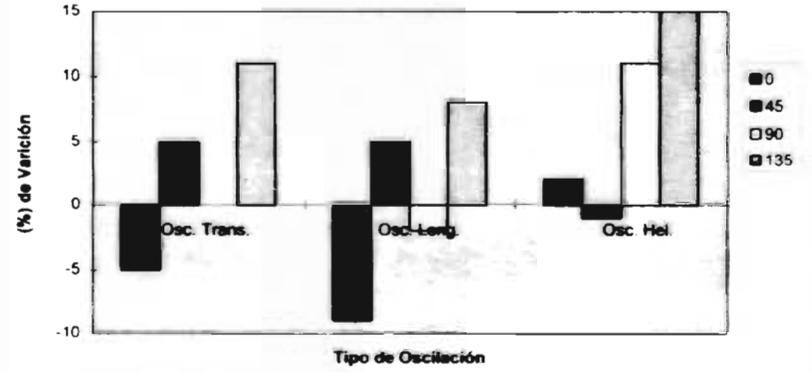
El material en cuestión mostró mucha heterogeneidad, esto se refleja en valores grandes de coeficientes de variación, por lo que, los resultados podrían poseer, por lo anteriormente dicho, una incertidumbre considerable. El comportamiento del material fue frágil.



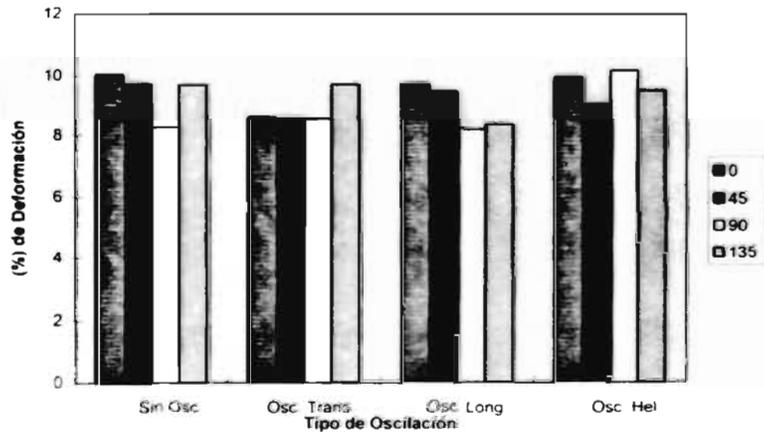
**Esfuerzo Máximo (MPa), (PEBD 85%-Fib. Hen. 15%)**



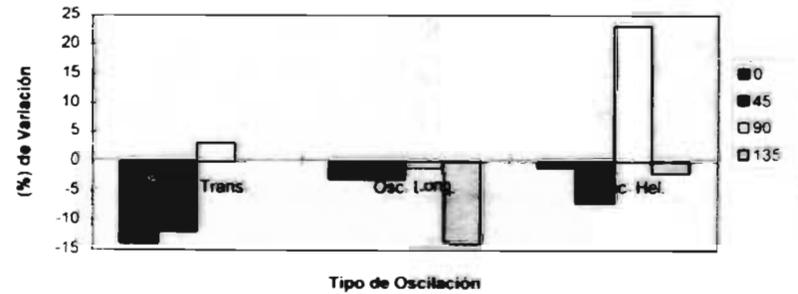
**Porcentaje de Variación en el Esfuerzo Máximo de los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio.**



**Deformación al Esfuerzo Máximo (%)**



**Porcentaje de Variación del Valor de la Deformación al Esfuerzo Máximo, de los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio. (PEBD 85%-Fibras de Henequén 15%).**



**1.3.2 Polietileno de Baja Densidad-Fibras de Henequén (92.5-7.5%).**

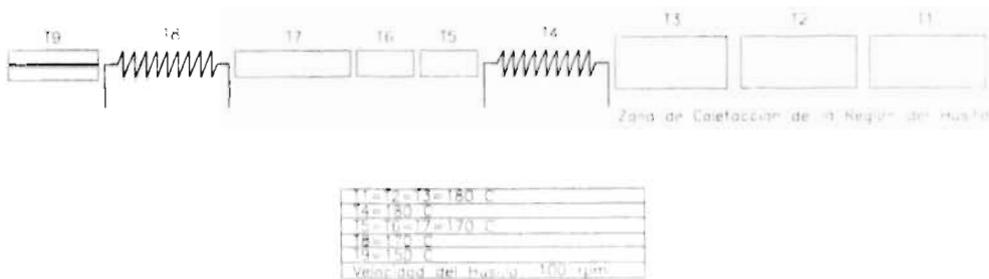
El segundo experimento consistió en extrudir polietileno de baja densidad con fibras de henequén en una proporción másica de 92.5-7.5% respectivamente, el objetivo es básicamente el mismo que el anterior, salvo que se desea obtener en este caso, un parámetro comparativo del efecto que causa la variación del contenido de fibras de henequén en las propiedades del producto final.

Las frecuencias y amplitudes de oscilación fueron las siguientes:

Régimen	amp. long.	amp. ang.	frec. long.	frec. ang.
sin oscilar	0	0	0	0
oscilado longitudinalmente	6	0	125.6637	0
oscilado transversalmente	0	0.2618	0	125.6637
oscilado helicoidalmente	6	0.2618	125.6637	125.6637

El diagrama de temperaturas empleadas durante el experimento se muestra en la figura 10.

figura 10 "Diagrama Termico para Extrudir PEBD92.5%-Fib Hen 7.5%"



**1.3.2.1 Resultados Obtenidos para el Polietileno de Baja Densidad Combinado con Fibras de Henequén (92.5-7.5%).**

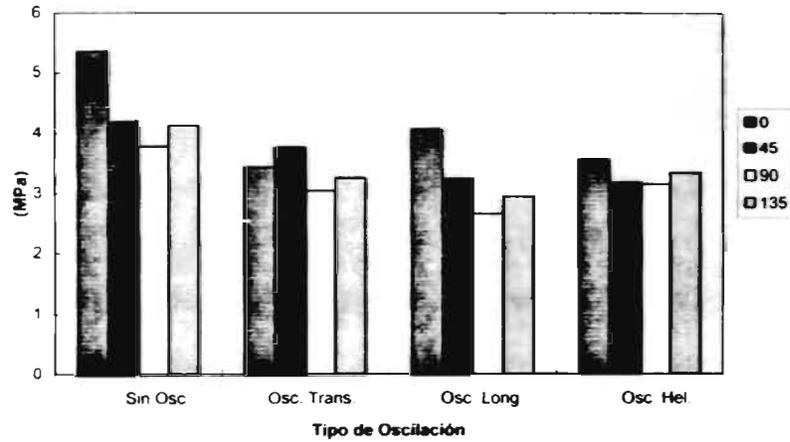
Los gastos medidos para cada patrón son

Régimen	gasto (g/min)	incremento con respecto al régimen no oscilado
sin oscilaciones	28.09	
oscilado longitudinalmente	29.37	+4.57%
oscilado transversalmente	30.63	+9.029%
oscilado helicoidalmente	30.65	+9.13%

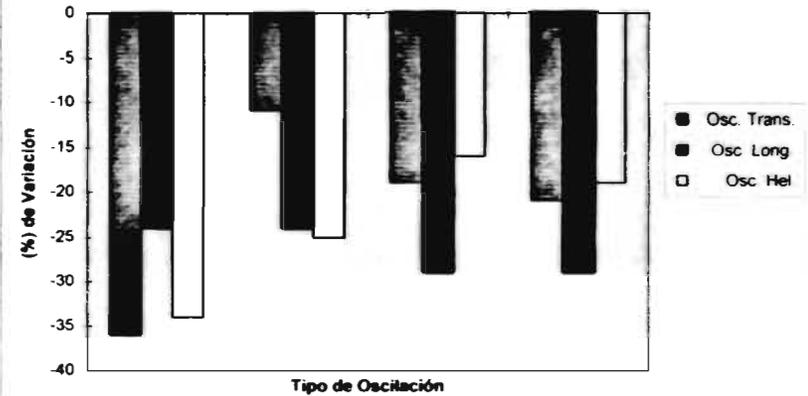
De los ensayos mecánicos de todas las probetas se obtuvieron los siguientes resultados (tablas y gráficos referentes):



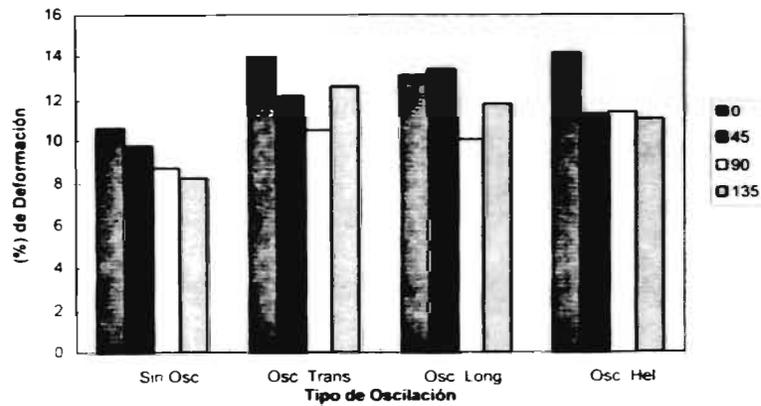
**Esfuerzo Máximo (MPa), (PEBD 92.5% - Fibras de Henequén 7.5%)**



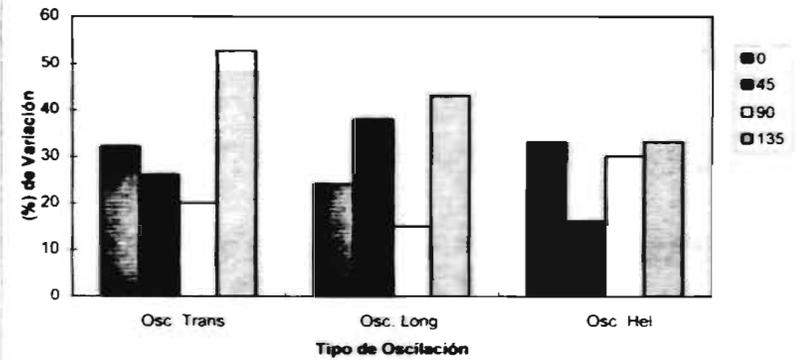
**Porcentaje de Variación del Esfuerzo Máximo, para los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEBD 92.5% - Fibras de Henequén 7.5%)**



**Deformación al Esfuerzo Máximo (%), (PEBD 92.5% - Fibras de Henequén 7.5%).**



**Porcentaje de Variación de la Deformación al Esfuerzo Máximo, para los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEBD 92.5% - Fibras de Henequén 7.5%).**



Resultados:

**a. Gasto Máximo.**

Se registraron incrementos de gasto mayores al 4.5% e inferiores al 9.2% de los regímenes oscilatorios con respecto al no oscilatorio, ratificando la aseveración hecha con anterioridad.

**b. Esfuerzo Máximo.**

Las probetas obtenidas del régimen no oscilatorio fueron las que presentaron mayor resistencia mecánica a la tensión superando de un 10 a un 37% a las obtenidas de regímenes oscilatorios, en particular aquellas cortadas en dirección del eje longitudinal de la tira fueron las que mejor desempeño presentaron (5.347 MPa), seguidas por las pertenecientes a los regímenes oblicuos (45 y 135°), y las de peor comportamiento fueron las cortadas a 90°.

Sin tomar en cuenta a las probetas no sometidas a regímenes oscilatorios, las restantes mostraron un comportamiento muy similar entre ellas, siendo difícil descifrar ciertas tendencias. Se puede observar una mejoría muy discreta en el comportamiento de las probetas obtenidas del patrón oscilatorio helicoidal con respecto a los dos patrones oscilatorios restantes.

**c. Deformación al Esfuerzo Máximo.**

Contrariamente a las observaciones hechas en el apartado anterior, en cuanto a deformación se refiere, las probetas obtenidas de los patrones oscilatorios mostraron incrementos desde el 14% hasta el 53%, con respecto a los valores de deformación para las probetas extraídas del régimen estático.

**d. Observaciones Adicionales.**

Nuevamente las propiedades estudiadas del material se mostraron discretamente alteradas de acuerdo con la imposición de los tres regímenes oscilatorios experimentados (oscilado longitudinalmente, transversalmente y helicoidalmente), con respecto al extrudido convencionalmente (sin oscilaciones), la orientación de corte que presenta las mejores probetas, en cuanto a los resultados obtenidos, fueron las cortadas a cero grados, seguidas por las direcciones oblicuas (45 y 135°) y las que presentaron el peor comportamiento en términos generales fueron las que tenían una dirección de corte de 90°. En términos generales no existe gran variación entre los resultados de las propiedades mecánicas obtenidos, dicha invarianza puede ser debida a la razón anteriormente explicada.

Los patrones oscilatorios angulares y longitudinales no mostraron características semejantes entre sí, como en el caso anterior (PEBD 85% - Fibras de Henequén 15%).

Las probetas presentaron un comportamiento más dúctil con respecto al del experimento anterior, además el material mostró ser más heterogéneo que el precedente, lo cual es fácilmente corroborable con los valores tomados por la desviación estándar y el coeficiente de variación.

**1.3.3 Polietileno de Baja Densidad Puro.**

El experimento en cuestión consistió en la extrusión de tiras de polietileno de baja densidad puro. Dicha experiencia permitió en primer lugar el estudio de los efectos que provoca la imposición de oscilaciones en las propiedades mecánicas, de acuerdo al ensayo mecánico realizado, para un polímero puro, y en segundo lugar comparar los efectos que producen las fibras en las propiedades mecánicas obtenidas del producto final.

Como para los casos anteriores, las frecuencias y amplitudes de oscilación fueron las siguientes:

Régimen	amp. long.	amp. ang.	frec. long.	frec. ang.
sin oscilar	0	0	0	0
oscilado longitudinalmente	6	0	125.6637	0
oscilado transversalmente	0	0.2618	0	125.6637
oscilado helicoidalmente	6	0.2618	125.6637	125.6637

El diagrama de temperaturas empleadas durante el experimento se muestra en la figura 11.



**1.3.3.1 Resultados Obtenidos para el Polietileno de Baja Densidad Puro.**

Los gastos medidos para cada patrón son

Régimen	gasto (g/min)	incremento con respecto al régimen no oscilado
sin oscilaciones	27.84	
oscilado longitudinalmente	28.18	+1.22%
oscilado transversalmente	28.07	+0.81%
oscilado helicoidalmente	28.84	+3.59%

De los ensayos mecánicos de todas las probetas se obtuvieron los siguientes resultados (tablas y gráficos referentes):

Resultados:

## CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"

### a. Gasto Máximo.

Se registraron incrementos de gasto mayores al 0.8% e inferiores al 3.6% de los regímenes oscilatorios con respecto al no oscilatorio.

### b. Esfuerzo Máximo.

Las probetas obtenidas del patrón oscilatorio helicoidal fueron las que mostraron los valores de esfuerzo máximo mayores. Siendo las cortadas en una dirección a  $90^{\circ}$ , con respecto al eje longitudinal de la tira, las que presentaron el valor promedio más alto de todo el experimento (12.04 MPa). Los incrementos sobre los valores promedio de las probetas obtenidas del régimen no oscilatorio fluctuaron entre el 2.5 al 5%.

En términos generales las probetas obtenidas en cualquier patrón oscilatorio mostraron valores superiores a los obtenidos en el régimen estático. Así mismo también es pertinente puntualizar que dicho incremento no fue mayor al 5%, lo cual demuestra una gran homogeneidad entre las probetas, tanto en orientación de corte como en tipo de oscilación, los valores obtenidos fueron muy similares lo cual corrobora un fenómeno de isotropía para todos los regímenes.

### c. Deformación al Esfuerzo Máximo.

Los valores promedios obtenidos para la deformación al esfuerzo máximo fueron muy similares para las probetas de los cuatro regímenes y no se muestra una tendencia clara. La fluctuación de dichos valores al compararlos con los obtenidos en el régimen estático, van del -6 al 6%.

### d. Observaciones Adicionales.

En términos generales la variación entre los resultados de las propiedades mecánicas obtenidas del material estudiado, se redujo considerablemente, mostrando cierta isotropía de acuerdo a las cuatro direcciones de corte de las probetas. Puede evidenciarse un ligero aumento en las propiedades mecánicas, según el ensayo realizado, para las probetas obtenidas de regímenes oscilatorios con respecto a las no osciladas. Sin embargo los discretos cambios presentados pueden ser debidos a una relación longitud del conducto contra diámetro demasiado grande según experimentos llevados con anterioridad (41), lo cual contrarreste o modifique el efecto oscilatorio. a pesar de esto, las probetas muestran diferente comportamiento mecánico dependiendo de la orientación y del régimen oscilatorio.

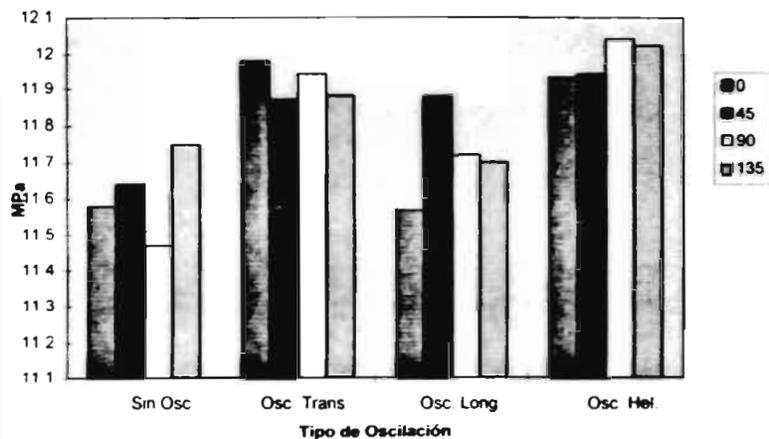
El material mostró ser muy homogéneo, esto se demuestra con los valores pequeños de la desviación estándar y por consiguiente del coeficiente de variación. Así también las probetas hechas con PEBD mostraron un comportamiento muy dúctil.

**Resultados de los Ensayos Mecánicos Realizados a las Probetas de PEBD, Según la Norma "ASTM D1708-84".**

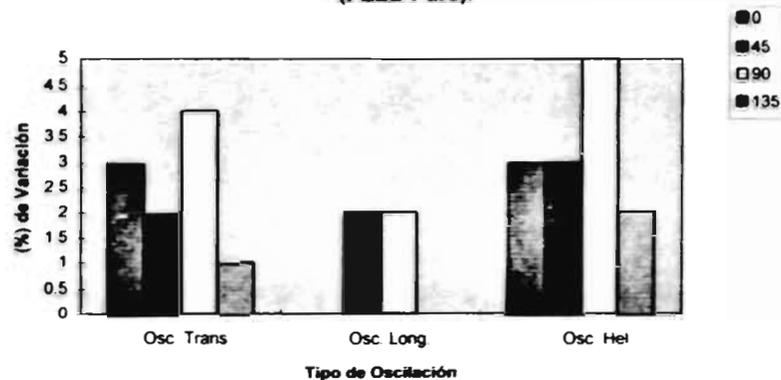
	Esfuerzo Máximo (MPa).			Deformación al Esfuerzo Máximo (%).				Esfuerzo a la Ruptura (MPa).				
	Valor Prom.	Desv. Est.	Coef. de Var.	Valor Prom.	Desv. Est.	Coef. de Var.		Valor Prom.	Desv. Est.	Coef. de Var.		
<b>Sin Osc.</b>												
0	11.58	0.391	3.38	19.81	0.922	4.65		8.756	0.562	6.41		
45	11.64	0.2	1.75	20.92	0.58	2.77		8.841	0.403	4.56		
90	11.47	0.23	2.01	20.42	0.63	3.11		8.739	0.682	7.8		
135	11.75	0.29	2.43	20.63	1.04	5.04		8.69	0.387	4.45		
<b>Osc. Trans.</b>												
0	11.98	0.19	1.56	20.59	0.7	3.41	4%	9.275	0.715	7.7	6%	
45	11.87	0.2	1.64	20.25	1.24	6.11	-3%	9.06	0.576	6.36	2%	
90	11.94	0.42	3.52	20.71	0.33	1.59	1%	8.925	0.603	6.76	2%	
135	11.88	0.08	0.66	20.64	1.27	6.15	0%	8.994	0.603	6.71	3%	
<b>Osc. Long.</b>												
0	11.571	0.285	2.485	20.24	1.115	5.495	2%	8.938	0.431	4.82	2%	
45	11.88	0.14	1.16	20.54	1.2	5.86	-2%	8.939	0.364	4.07	1%	
90	11.72	0.26	2.2	21.66	1.3	5.99	6%	8.853	0.572	6.46	1%	
135	11.7	0.26	2.19	21.14	0.5	2.36	2%	9.087	0.619	6.82	5%	
<b>Osc. Hel.</b>												
0	11.93	0.188	1.57	20.48	1.17	5.73	3%	9.437	0.779	8.26	8%	
45	11.94	0.41	3.42	20.77	0.68	3.27	-1%	9.036	0.599	6.63	2%	
90	12.04	0.18	1.49	19.18	0.43	2.23	-6%	8.927	0.229	2.57	2%	
135	12.02	0.15	1.24	19.94	0.8	4.03	-3%	8.727	0.426	4.88	0%	

	Deformación al Esfuerzo de Ruptura (%).			Módulo de Young (MPa).			
	Valor Prom.	Desv. Est.	Coef. de Var.	Valor Prom.	Desv. Est.	Coef. de Var.	
<b>Sin Osc.</b>							
0	70.34	3.85	5.47	115.5	14.14	12.25	
45	70.61	4.59	6.5	119.7	11.1	9.28	
90	67.91	6.83	10.06	114.2	8.9	7.77	
135	74.3	5.68	4.95	106.7	7.2	6.75	
<b>Osc. Trans.</b>							
0	70.39	5.99	8.51	105.3	5.57	5.29	-9%
45	74.13	4.49	6.06	122.5	4.8	3.95	2%
90	77.63	5.79	7.46	109.7	5.4	4.95	-4%
135	72	2.99	4.15	115.7	6.7	5.76	8%
<b>Osc. Long.</b>							
0	71.63	2.85	3.98	105.85	10.14	9.57	-8%
45	69.82	3.5	5.01	116.5	7	5.98	-3%
90	69.15	4.95	7.16	94.4	10.56	11.19	-17%
135	68.01	5.42	7.96	111.2	6.73	6.05	4%
<b>Osc. Hel.</b>							
0	67.98	4.23	6.22	111.8	10.78	9.64	-3%
45	68.9	4.56	6.62	111.9	8.98	8.02	-7%
90	71.38	4.75	6.65	128	11.7	9.17	12%
135	70.78	5.11	7.22	105.6	4.82	4.57	-1%

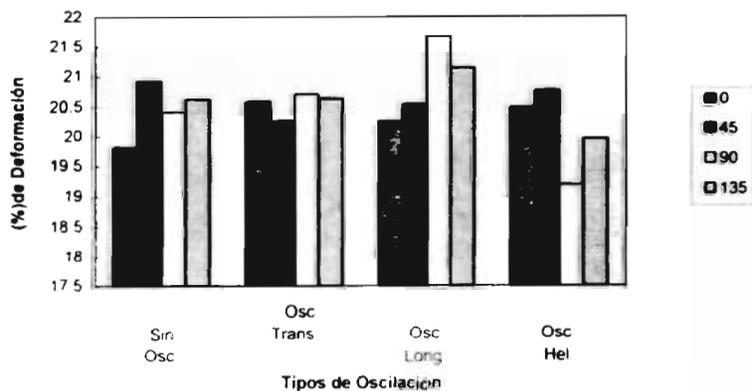
**Esfuerzo Máximo (MPa), (PEBD Puro).**



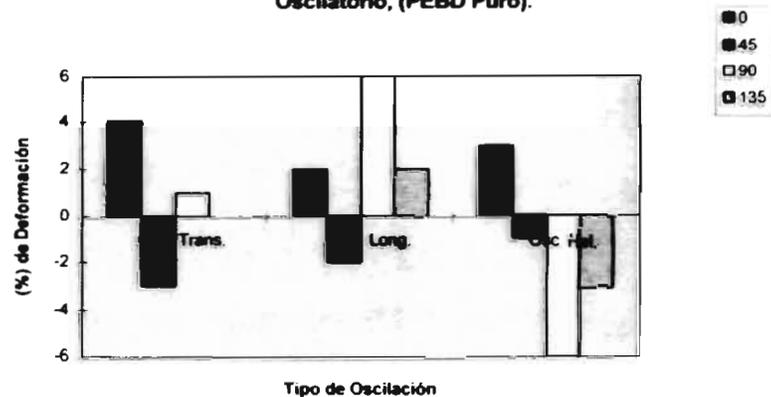
**Porcentaje de Variación en el Esfuerzo Máximo, Entre los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEBD Puro).**



**Deformación al Esfuerzo Máximo (%), (PEBD Puro).**



**Porcentaje de Variación de la Deformación al Esfuerzo Máximo, para los Regimenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEBD Puro).**



## CAPÍTULO I "Descripción y Resultados del Experimento"

### I.3.4 Polietileno de Alta Densidad Puro.

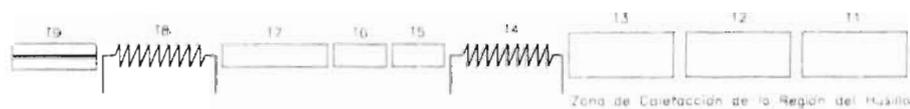
El último experimento correspondió a la obtención de probetas de polietileno de alta densidad (PEAD). El objetivo de llevar a cabo este ensayo fue el de comparar cualitativamente con los resultados obtenidos para el PEBD Puro.

Las frecuencias y amplitudes de oscilación fueron las siguientes:

Régimen	amp. long.	amp. ang.	frec. long.	frec. ang.
sin oscilar	0	0	0	0
oscilado longitudinalmente	6	0	125.6637	0
oscilado transversalmente	0	0.2618	0	125.6637
oscilado helicoidalmente	6	0.2618	125.6637	125.6637

El diagrama de temperaturas empleadas durante el experimento se muestra en la figura 12.

Figura 12. "Diagrama Térmico para Extrudir PEAD Puro"



T1 = T2 = T3 = 200 °C
T4 = 220 °C
T5 = T6 = T7 = 190 °C
T8 = 190 °C
T9 = 170 °C
Velocidad del Husillo: 100 rpm

#### I.3.4.1 Resultados Obtenidos para el Polietileno de Alta Densidad Puro.

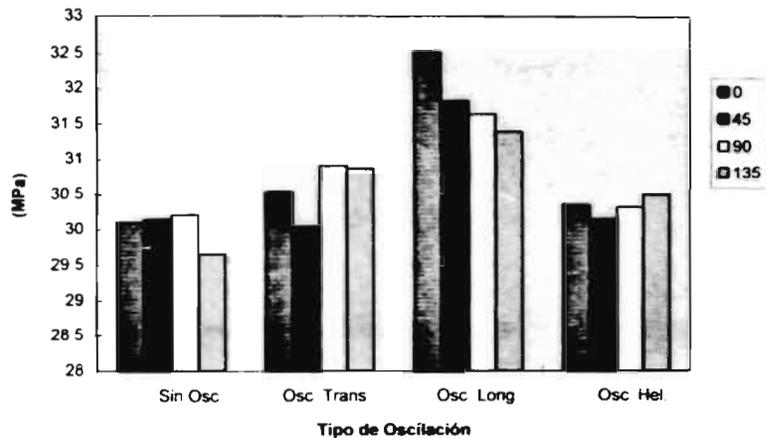
Los gastos medidos para cada patrón son

Régimen	gasto (g/min)	incremento con respecto al régimen no oscilado
sin oscilaciones	22.38	
oscilado longitudinalmente	22.62	+1.07%
oscilado transversalmente	22.74	+1.60%
oscilado helicoidalmente	22.70	+1.43%

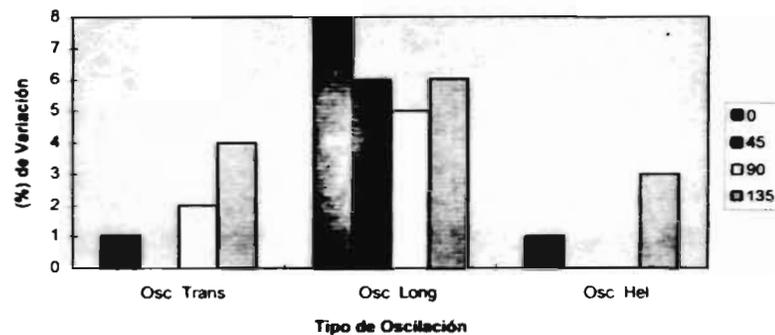
De los ensayos mecánicos de todas las probetas se obtuvieron los siguientes resultados (tablas y gráficos referentes):



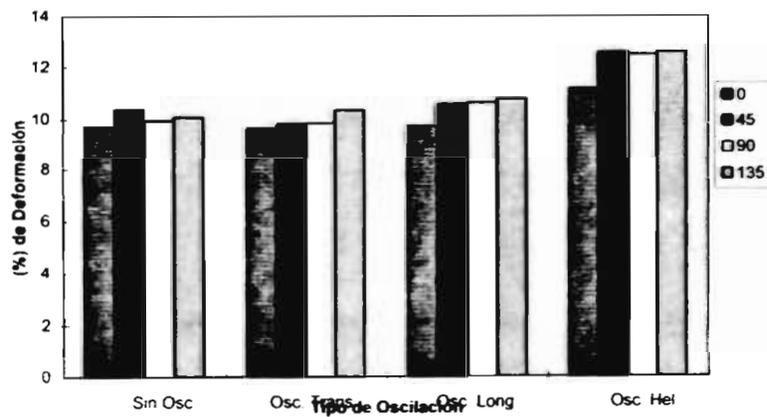
**Esfuerzo Máximo (MPa), (PEAD Puro).**



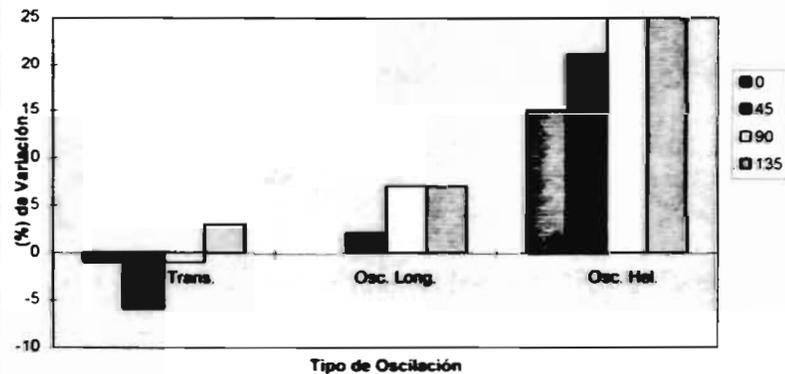
**Porcentaje de Variación del Esfuerzo Máximo, para los Regímenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEAD Puro).**



**Deformación al Esfuerzo Máximo (%), (PEAD Puro).**



**Porcentaje de Variación de la Deformación al Esfuerzo Máximo, para los Regímenes Oscilatorios con Respecto al No-Oscilatorio, (PEAD Puro).**



Resultados:

a. Gasto Máximo.

Se registraron incrementos de gasto mayores al 1% e inferiores al 2% de los regímenes oscilatorios con respecto al no oscilatorio, ratificando la aseveración hecha con anterioridad.

b. Esfuerzo Máximo.

Las probetas extraídas de los regímenes oscilatorios mostraron nuevamente un ligero incremento en el esfuerzo máximo del 2 al 8% con respecto a las probetas no osciladas. El régimen oscilatorio longitudinal fue el que aportó las probetas que registraron un esfuerzo máximo mayor sobre las demás, con incrementos del 5 al 8% con respecto a los valores obtenidos para el régimen no oscilatorio.

c. Deformación al Esfuerzo Máximo.

Notorio son los valores promedio que se obtuvieron para la deformación al esfuerzo máximo en las probetas obtenidas del régimen helicoidal, con respecto a los demás resultados, se registraron incrementos del 15 al 25% en relación al régimen no oscilatorio.

Por otra parte, las probetas extraídas del patrón longitudinal mostraron incrementos hasta del 7% con respecto al patrón en comparación, y por último las obtenidas del régimen oscilatorio transversal no registraron incrementos significativos con respecto al mismo patrón.

d. Observaciones Adicionales.

Las probetas presentaron un comportamiento menos dúctil y en general no fueron tan homogéneas que las hechas de PEBD puro, lo cual es demostrable con los valores no pequeños de desviación estándar y coeficiente de variación. La conclusión de la aseveración anterior, radica en la mala calidad del polietileno de alta densidad fabricado por PEMEX, por lo que para fines de investigación no es recomendable usar este tipo de polímero.

Aún y cuando el material mostró discretos incrementos en las propiedades examinadas respecto a la imposición de oscilaciones en el proceso de extrusión y a la dirección en la cual la probeta fue cortada con respecto al eje longitudinal de la tira, es de mencionarse que se puede predecir algún fenómeno de isotropía del material. Dicha invarianza pudiera ser debida a una relación longitud del conducto contra diámetro, demasiado grande según experimentos llevados con anterioridad (41), la cual contrarreste o modifique el efecto oscilatorio, pero a pesar de esto, las probetas muestran diferente comportamiento mecánico dependiendo de la orientación y del régimen oscilatorio.

## **I.4 Conclusiones Generales del Experimento.**

### **a. Gasto Másico.**

Es de notarse, que el aumento en el gasto para regímenes oscilatorios con respecto al estático, está relacionado en proporción directa con la existencia de fibras y materiales de relleno, por lo que el máximo incremento se registró cuando se extruyó PEBD con fibras de henequén en las dos concentraciones empleadas (85-15%, y 92.57.5%, respectivamente), y el mínimo se presentó en los casos de PEBD puro y PEAD puro, este resultado comprueba lo establecido por otros investigadores (41).

Para todos los experimentos se evidencia un aumento en el gasto de polímero estudiado para los patrones oscilatorios con respecto al régimen no oscilatorio, corroborando el efecto de variación de la viscosidad aparente de un fluido viscoelástico al someterlo a diferentes rapidezces de corte, descrito ampliamente por otros investigadores (6, 7, 8, 9, 10, 33 y 41). Sin embargo dicho aumento no es de las órdenes de magnitud reportado en anteriores estudios (32 y 36).

### **b. Propiedades Mecánicas Estudiadas.**

La agregación de fibras de henequén al polietileno va en detrimento de las propiedades mecánicas del producto extrudido con respecto al polietileno puro, específicamente en lo que al esfuerzo máximo se refiere, lo anterior está de acuerdo con algunos estudios, sin embargo esto da una idea de que la adhesión entre fibras y matriz no es la óptima, ya que de lo contrario la resistencia del compuesto debería ser mayor, por lo que seguramente se están creando fisuras en la interfase de ambos componentes, conduciendo a la ruptura del material a un menor esfuerzo que el correspondiente a la matriz pura. De acuerdo al estudio realizado dichas fibras servirían únicamente como un relleno.

Respecto al estudio de propiedades mecánicas realizado, las probetas obtenidas de los patrones de extrusión oscilatorios, utilizando la boquilla oscilante, no arrojaron los incrementos en las propiedades mecánicas, con respecto al patrón no oscilatorio reportados en experimentos previos (32 y 36), se notan ciertos cambios discretos en las propiedades mecánicas del material extrudido oscilado, sin embargo no son de la misma magnitud.

En términos generales, las probetas que mostraron un mejor comportamiento fueron las que se obtuvieron del régimen oscilatorio helicoidal. Sin embargo vale la pena recalcar que se registró un cierto grado de isotropía en el material, para los dos factores en estudio: patrón oscilatorio y dirección de corte de la probeta.

La dirección de corte que arrojó las mejores probetas fue la de  $0^{\circ}$ , seguidas de las direcciones oblicuas ( $45^{\circ}$  y  $135^{\circ}$ ) y las de peor comportamiento fueron las de  $90^{\circ}$ , aunque existen excepciones.

### **c. Observaciones Generales.**

## **CAPÍTULO I “Descripción y Resultados del Experimento”**

En cuanto al estudio del esfuerzo máximo se refiere, se aprecia un comportamiento no previsto al comparar dicha propiedad en las probetas de PEBD - fibras de henequén (85%-15%), las de PEBD - fibras de henequén (92.5-7.5%) y las de polietileno puro, se supondría que las segundas arrojarían propiedades medias entre la primera y la tercera, lo cual fue erróneo ya que fueron las que presentaron el peor comportamiento. La única característica en la cual si se presentó el comportamiento esperado, fue en la tenacidad, mientras las primeras fueron completamente frágiles y las terceras dúctiles las segundas mostraron un comportamiento intermedio, esto se avala con lo predicho en experimentos anteriores (39 y 40).

Las fibras en las concentraciones empleadas no mostraron ser buenos trazadores de flujo, aunque fue observado que pueden ser hechas buenas visualizaciones para bajas concentraciones.

## **CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"**

### **II.1 Introducción.**

En este capítulo mediante el programa "POLYFLOW", se presentan varias simulaciones numéricas, con la finalidad de comparar el comportamiento presentado por diversos modelos fluidos, al ser sometidos a distintas condiciones de contorno.

Debido a que el empleo del programa en cuestión constituye un primer acercamiento hacia el entendimiento de los distintos modelos fluidos existentes, lo cual conduce hacia una mejor comprensión de la mecánica de fluidos no newtonianos, el objetivo primordial del presente capítulo será la comparación cualitativa de tres distintos modelos fluidos, a saber:

- modelo newtoniano (ampliamente conocido)
- modelo pseudoplástico (ley de potencias)
- modelo viscoelástico (modelo de Maxwell)

al ser sometidos a condiciones distintas de contorno.

En el apartado inicial se incluye una descripción somera de los fundamentos teóricos concernientes a leyes de conservación y ecuaciones constitutivas para los tres modelos fluidos empleados. El capítulo es concluido con una justificación analítica y una discusión de las características halladas en las simulaciones de los modelos empleados.

### **II.2 Fundamentos Teóricos.**

En el estudio de la mecánica de fluidos es indispensable recurrir a las ecuaciones de conservación (masa, momentum y energía) para la solución de un problema, sin embargo dichas leyes forman un sistema no cerrado, por lo que se requieren expresiones matemáticas adicionales que establezcan la relación entre dichas leyes de conservación y el comportamiento específico de materiales, estas relaciones son conocidas como "ecuaciones constitutivas", y entre ellas se pueden citar las siguientes:

- Ley de conducción de calor de Fourier.
- Ley de difusión de Fick.
- Ley de viscosidad de Newton (entre muchas más).

Este apartado primeramente se enfoca a la descripción de las ecuaciones de conservación y posteriormente se presentan las leyes constitutivas empleadas únicamente en la ecuación de conservación de momentum, ya que en las modelaciones a presentar, el flujo se considera como isotérmico, para los tres modelos fluidos empleados.

Para un fluido incompresible la ecuación de conservación de masa es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

(1) también es conocida como la ecuación de continuidad.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento lineal (2<sup>da</sup> Ley de Newton) está dada por la siguiente expresión:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{f} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad (2)$$

donde:  $\vec{\sigma}$ ; es el tensor de esfuerzos de Cauchy, determinado por

$$\vec{\sigma} = -p\vec{I} + \vec{\tau} \quad (3)$$

$\vec{I}$ ; es el tensor unitario,

$\vec{\tau}$ ; es el tensor extra de esfuerzos,

$p$ ; es la presión, y

$\frac{D}{Dt}$ ; es la derivada material.

Por último la ecuación de conservación de energía (1<sup>ra</sup> Ley de la Termodinámica) se define como:

$$\rho C(T) \frac{DT}{Dt} = \vec{\sigma} : \vec{\nabla} \vec{v} + \Phi + \vec{\nabla} \cdot (\kappa(T) \vec{\nabla} T) \quad (4)$$

donde:  $\Phi$ ; es una fuente volumétrica de calor,

$\vec{\sigma} : \vec{\nabla} \vec{v}$ ; cantidad de calor producido por efectos de disipación viscosa,

$\vec{\nabla} \cdot (\kappa(T) \vec{\nabla} T)$ ; es el término conductivo de calor (aplicando Ley de Fourier), y

$\kappa(T)$ ; es el coeficiente de conductividad térmica.

### **Fluidos Newtonianos.**

Las ecuaciones constitutivas concernientes a la ley de conservación de momentum para fluidos, relacionan características de comportamiento del material (deformaciones) con respecto al tensor de esfuerzos (fuerzas aplicadas). Dicha relación está asociada directamente con la viscosidad del fluido.

Para los fluidos Newtonianos es conocido que la relación anteriormente citada es de la siguiente forma:

$$\vec{\tau} = 2\eta\vec{D} \quad (5)$$

donde:

$$\vec{D} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{v} + \vec{\nabla}\vec{v}^T) \quad (5.a)$$

es el tensor razón de deformación el cual está relacionado con la razón de corte, " $\dot{\gamma}$ ", de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\vec{D}:\vec{D}} \quad , \quad y \quad (5.b)$$

$$\eta = \eta(T) \quad (5.c)$$

" $\eta$ " es la viscosidad del fluido y únicamente es dependiente de la temperatura.

Sustituyendo las relaciones anteriores (5, 5.a, 5.b y 5.c) en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento (2) se obtienen la ecuaciones de Navier-Stokes.

### **Fluidos Pseudoplásticos:**

Los fluidos pseudoplásticos al igual que los Newtonianos no muestran un valor significativo de esfuerzo de cedencia tangencial, sin embargo se caracterizan de los primeros, porque el valor de la viscosidad presentado por el fluido decrece conforme la razón de corte aumenta.

Los fluidos pseudoplásticos se encuentran englobados en la clasificación de "Newtonianos Generalizados" y atienen a la siguiente ecuación constitutiva:

$$\vec{\tau} = 2\eta(\dot{\gamma}, T)\vec{D} \quad (6)$$

para este caso la viscosidad es función no únicamente de la temperatura " $T$ ", sino ahora también de la razón de corte " $\dot{\gamma}$ ". Separando variables:

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = F(\dot{\gamma})H(T) \quad (7)$$

donde:  $F(\dot{\gamma})$ ; es la función de variación de la viscosidad con respecto a la razón de corte, y

$H(T)$ ; es la función de variación de la viscosidad con respecto a la temperatura.

Nótese que si:  $F(\dot{\gamma})=1$ , se tiene nuevamente la suposición Newtoniana.

Una expresión clásica para:  $H(T)$ ; es la Ley de Arrhenius:

$$H(T) = e^{\left[\alpha \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]} \quad (8)$$

donde:  $\alpha$ ; es una energía de activación, y  
 $T_0$ ; es una temperatura de referencia.

Para:  $F(\dot{\gamma})$ , una ecuación constitutiva clásica es la dada por le “Ley de Potencias”, que fue empleada en este trabajo, y la cual se expresa como sigue:

$$F(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (9)$$

donde:  $K$ ; es un factor de consistencia, y  
 $n$ ; es el índice de la Ley de Potencias, para el cual se tienen dos casos:  
 $n < 1$  para fluidos pseudoplásticos, y  
 $n > 1$  para fluidos dilatantes.

### **Fluidos Viscoelásticos.**

Son materiales los cuales presentan propiedades tanto elásticas como viscosas dependiendo a las condiciones de esfuerzo a las que se sometan. Nótese que en los dos modelos anteriores únicamente describen efectos viscosos.

Las ecuaciones constitutivas para fluidos viscoelásticos se caracterizan por hacer que el tensor extra de esfuerzos sea una superposición de uno meramente viscoso y otro viscoelástico.

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 \quad (10)$$

donde:  $\vec{\tau}_1$ ; es la contribución viscoelástica de  $\vec{\tau}$ , y  
 $\vec{\tau}_2$ ; es la viscosa.

Una clasificación importante de este tipo de fluidos es la denominada “Viscoelásticos Diferenciales”, dicha clasificación atiende únicamente a cuestiones matemáticas, ya que están representados por una ecuación constitutiva diferencial:

$$A(\vec{\tau}_1, \lambda) \vec{\tau}_1 + \lambda \left( \dot{\gamma}, \vec{\tau} \right) \frac{\delta \vec{\tau}_1}{\delta t} = 2\eta_1(\dot{\gamma}, T) \vec{D} \quad (11)$$

donde:  $\lambda$ ; es el tiempo de relajación del material viscoelástico,

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"

$\eta_1$ ; es el coeficiente de viscosidad. Tanto  $\lambda$  como  $\eta_1$  pueden ser función de la razón de corte y de la temperatura, y

A; es una función tensorial dependiente del modelo.

El operador  $\frac{\delta}{\delta t}$  es una derivada objetivo, definida como una combinación lineal de derivadas convectivas superiores e inferiores.

$$\frac{\delta \vec{\tau}_1}{\delta t} = \frac{\zeta}{2} \vec{\tau}_1^{\Delta} + \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) \vec{\tau}_1^{\nabla} \quad 0 \leq \zeta \leq 2 \quad (12)$$

$$\vec{\tau}_1^{\Delta} = \frac{D \vec{\tau}_1}{Dt} + \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}^T + \vec{\nabla} \vec{v} \cdot \vec{\tau}_1 \quad (12.a)$$

$$\vec{\tau}_1^{\nabla} = \frac{D \vec{\tau}_1}{Dt} - \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\nabla} \vec{v} - \vec{\nabla} \vec{v}^T \cdot \vec{\tau}_1 \quad (12.b)$$

Para obtener nuevamente el modelo Newtoniano se tiene que:  $A=1$ , y,  $\lambda=0$ .

El modelo empleado en el presente trabajo fue el de Maxwell, y está definido de la siguiente forma:

$$\vec{\tau}_1 + \lambda \frac{\delta \vec{\tau}_1}{\delta t} = 2\eta_1(\dot{\gamma}, T) \vec{D} \quad (13)$$

Nótese que debido a la carencia del tensor viscoso, el modelo de Maxwell únicamente será capaz de predecir fenómenos elásticos que no describe el modelo Newtoniano ni el de ley de potencias, pero será incapaz de predecir fenómenos viscosos como lo hace el de ley de potencias.

### II.3 Planteamiento del Problema a Resolver Mediante Modelación Numérica.

Polyflow es un programa que permite analizar fenómenos de flujo dominados por efectos viscosos no lineales y viscoelásticos, basado en la solución de las ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) mediante el método de elemento finito.

El problema que se resolvió en el presente trabajo consiste, como ya fue mencionado anteriormente, de tres apartados:

a. Régimen Estático: en el cual se presenta la solución numérica de un flujo de Poiseuille (figura 1).

b. Régimen Dinámico: se presenta la solución de un flujo debido a la imposición de un gradiente de presión constante (flujo de Poiseuille), pero al cual se le impone una condición de

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"

contorno de arrastre (flujo de Couette), debido al movimiento del conducto a través del cual se realiza el flujo. Para este caso se tienen dos particularidades:

b.1 Cuando el conducto se mueve a una velocidad constante en favor del gradiente de presiones (figura 2).

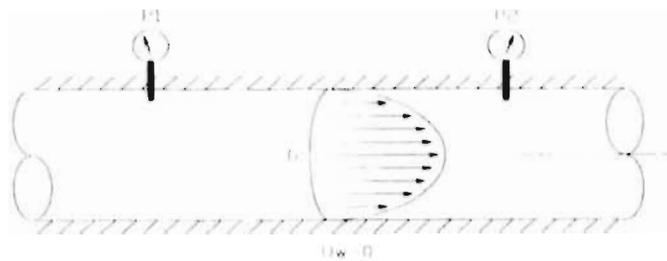


Figura 1

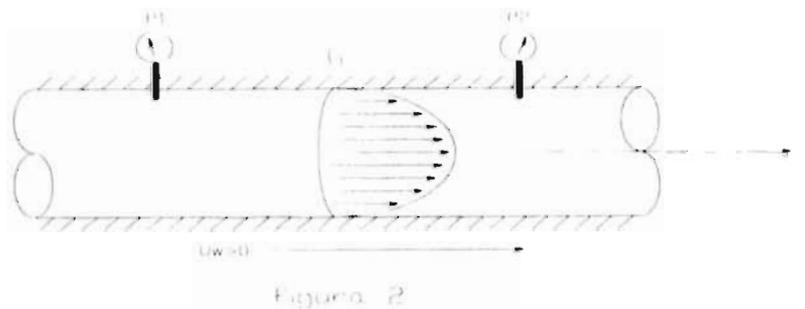


Figura 2

b.2 Cuando el conducto se mueve a una velocidad constante en contra del gradiente de presiones (figura 3).

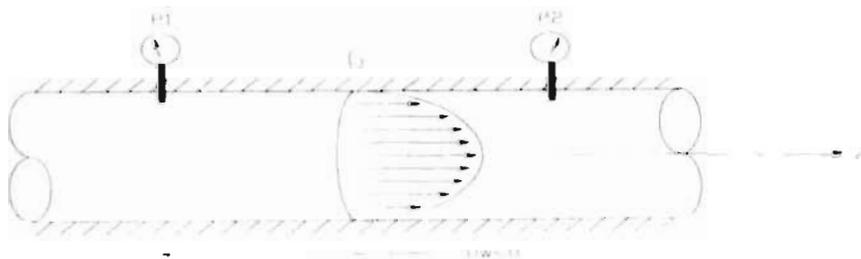


Figura 3

Para los tres tipos de condición de contorno, se resolvieron los modelos fluidos citados. Cabe mencionar que debido a los resultados obtenidos del análisis hecho en el apéndice, se

supondrá para las simulaciones en cuestión que el flujo es isotérmico, esto es, que los fenómenos de disipación viscosa son despreciables, lo cual es consecuencia del diámetro pequeño del conducto a través del cual se lleva a cabo el flujo (6 mm).

Como se mencionó anteriormente, es prioritario incursionar en el reconocimiento de estos tres modelos fluidos, ya que se deja una base sólida para trabajos posteriores en cuanto a modelación del efecto estudiado se refiere.

#### **II.4 Régimen Estático (figura 1).**

##### **Modelo Newtoniano.**

La solución de este tipo de flujo es ampliamente conocida, de acuerdo a la gráfica obtenida para este régimen de flujo (gráfica 1)<sup>1</sup>, se puede observar una discreta divergencia entre la solución numérica y la analítica mostrada en el apéndice, lo cual es debido a la incertidumbre inherente de cualquier método numérico, los datos empleados para esta modelación son

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s  
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

##### **Modelo Pseudoplástico (Ley de Potencias).**

Debido a que las condiciones del flujo son muy sencillas, la gráfica obtenida para este modelo muestra gran similitud con la del newtoniano, sin embargo se puede apreciar que el perfil en cuestión tiene una velocidad máxima menor (0.3 m/s) que la del caso newtoniano (0.4 m/s), obteniéndose para este caso un flujo menos agudo, tipo tapón (gráfica 2).

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Factor de Consistencia;  $K=1000$   
Índice de la Ley de Potencias;  $n=0.36$   
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

---

<sup>1</sup> Para todas las gráficas, las SERIES 1 y 2, están referidas a los campos de velocidades normal y tangencial respectivamente.

**Modelo Viscoelástico (Maxwell).**

Antes de presentar la gráfica correspondiente del problema en cuestión aplicado a un modelo viscoelástico, nótese el siguiente aspecto importante a recalcar.

La naturaleza de los flujos viscoelásticos está íntimamente asociada con el número de Weissenberg, el cual establece una relación entre los efectos viscosos y los elásticos, lo anterior está asociado con la memoria del fluido a tratar. Entre mayor sea dicho número adimensional ( $We > 5$ ) se incrementa notablemente la dificultad de resolver, debido a la naturaleza no lineal del problema.

Para ser resueltos, dichos problemas deben ajustarse a un bosquejo de convergencia basado en una secuencia de incrementos paulatinos de los parámetros que introducen la no linealidad (por ejemplo, el gasto y el tiempo de relajación).

Una forma sencilla de calcular el número de Weissenberg para el flujo a resolver, es la siguiente:

$$We = \lambda * \dot{\gamma} \tag{14}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{4Q}{Sr}$$

- donde: Q es el gasto volumétrico
- S es la área de la sección transversal por donde se desarrolla el flujo
- R es el radio del conducto
- $\dot{\gamma}$  es la razón de corte

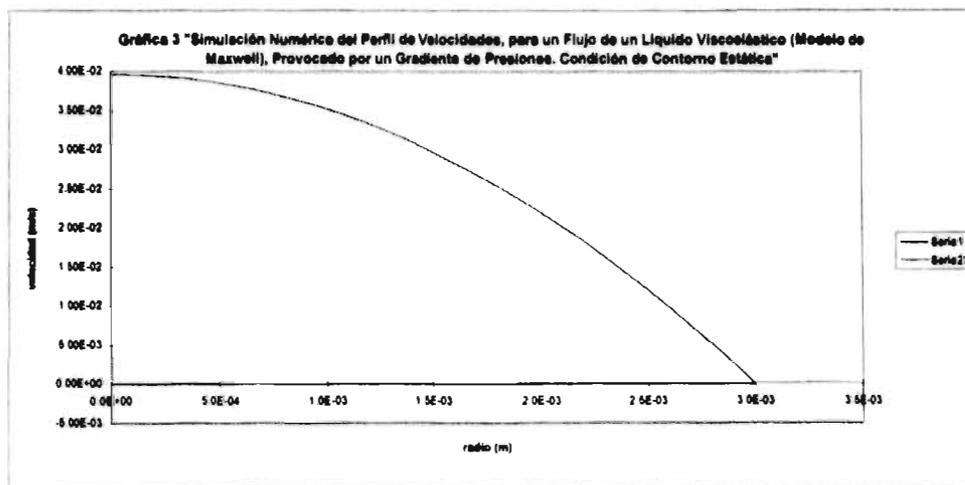
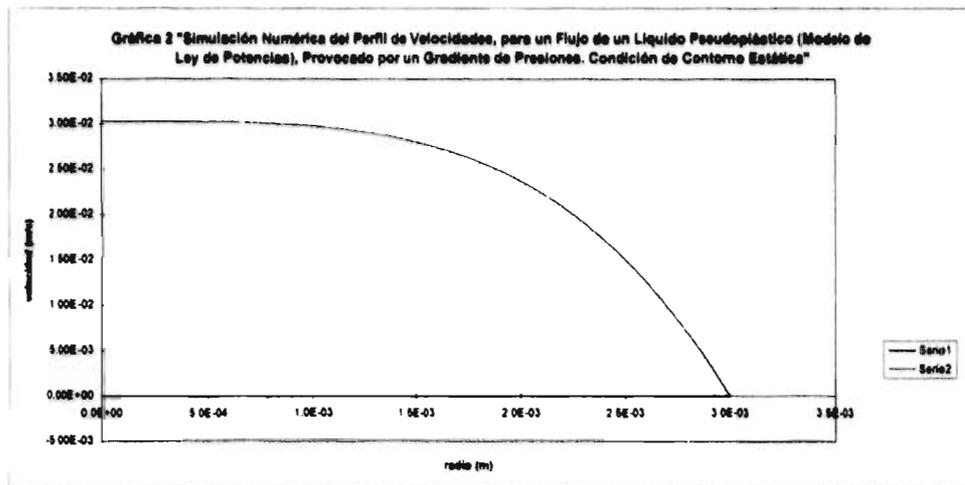
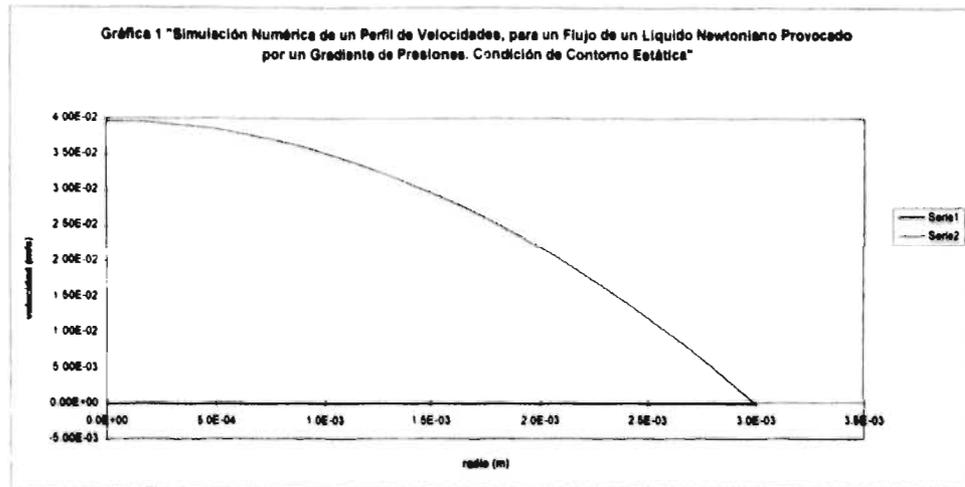
Para el problema en cuestión el número de Weissenberg es demasiado grande (mayor a 25), por lo que el problema a pesar de tener tanto geometría como condiciones de flujo sencillas, presenta gran dificultad al añadir el modelo viscoelástico. Para resolver el problema se propone un bosquejo de convergencia para el tiempo de relajación " $\lambda$ ", con lo cual el número de Weissenberg será incrementado paulatinamente desde:  $We=0$ , hasta.  $We=25$ .

De acuerdo al modelo empleado y como era de esperarse, el perfil de velocidades obtenido mostrado en la gráfica 3, presenta características muy similares a las del modelo newtoniano (ver sección II.5).

Datos empleados:

- Radio del Conducto;  $R=0.003$  m
- Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s
- Tiempo de Relajación;  $\lambda=1$  s
- Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>
- Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"



## II.5 Régimen Dinámico.

**b.1 Cuando el conducto se mueve a una velocidad constante en favor del gradiente de presiones (figura 2).**

### Modelo Newtoniano.

De la gráfica 4, se puede observar que el arrastre provocado por la frontera en movimiento induce a flujos recirculatorios en la zona central del conducto. La gráfica puede llegar a ser contradictoria en relación al problema real que se trata de resolver, sin embargo la solución numérica obedece a la condición de conservación de masa. Nótese que debido al gasto pequeño y al arrastre positivo del conducto, el gradiente de presiones que calcula el programa POLYFLOW en realidad es contrario a la dirección del movimiento del conducto, a esto se debe el flujo recirculatorio en la zona central del mismo. No obstante lo anterior la simulación da una buena idea cualitativa el comportamiento de este modelo fluido.

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s  
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Velocidad del Conducto;  $v_p=0.25$  m/s  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

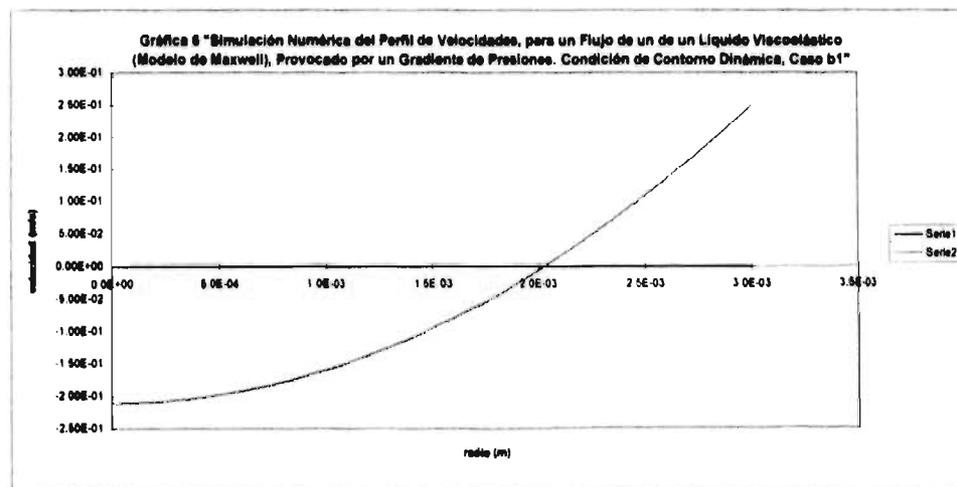
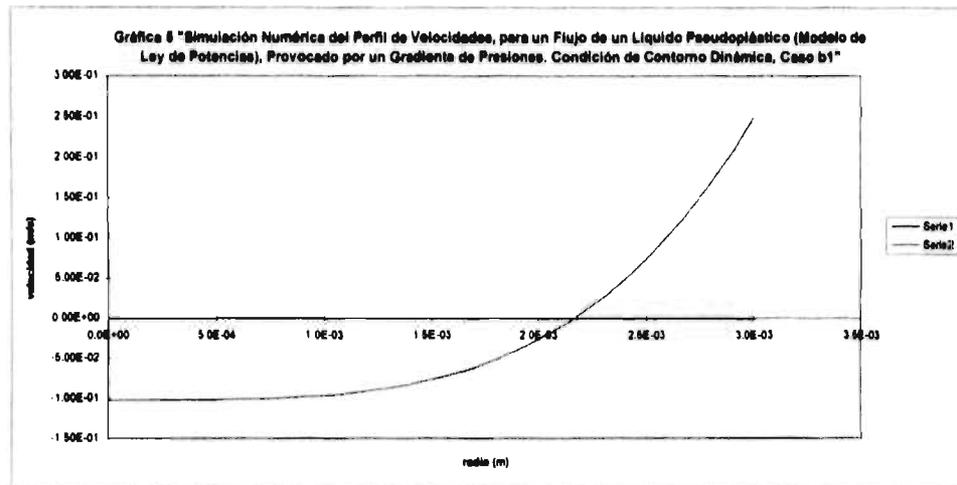
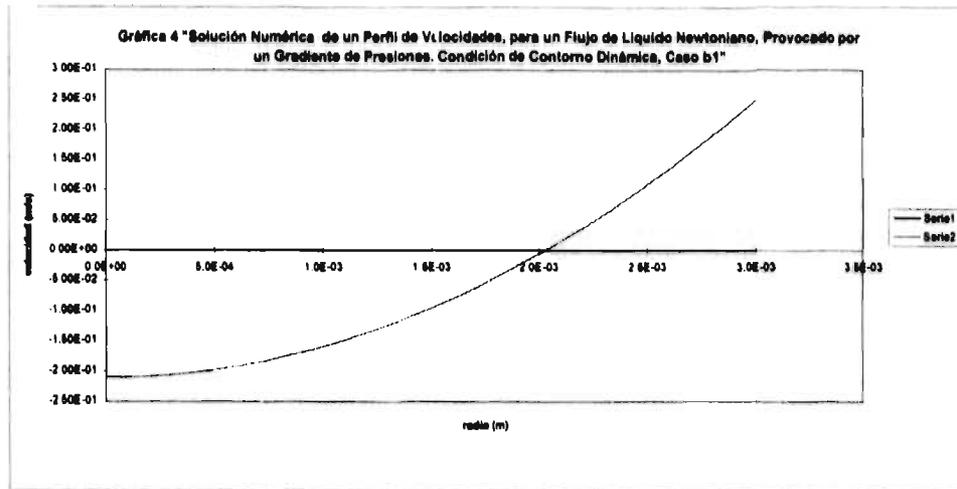
### Modelo Pseudoplástico (Ley de Potencias).

Para este caso es aún más notorio el efecto de adelgazamiento del fluido en la zona aledaña de la pared en movimiento, nótese como la velocidad del perfil en la zona central del conducto es de la mitad en magnitud (-0.1 m/s), con respecto a la obtenida para el fluido newtoniano (-0.2 m/s), formándose un flujo parecido al tipo tapón. El efecto de disminución de la viscosidad debido al cambio en la razón de corte provoca un campo de velocidades muy discreto, pero no nulo, en la dirección normal del conducto (gráfica 5). La aclaración concerniente al flujo recirculatorio hecha anteriormente, es válida para la simulación en cuestión.

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Factor de Consistencia;  $K=1000$   
Índice de la Ley de Potencias;  $n=0.36$   
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Velocidad del Conducto;  $v_p=0.25$  m/s  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"



**c. Modelo Viscoelástico (Maxwell).**

Tomadas en cuenta las mismas condiciones hechas en el régimen anterior, el perfil obtenido para un fluido viscoelástico muestra características muy similares a las presentadas por el perfil de velocidades del fluido newtoniano (gráfica 6).

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s  
Tiempo de Relajación;  $\lambda=1$  s  
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Velocidad del Conducto;  $v_p=0.25$  m/s  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

**b.2 Cuando el conducto se mueve a una velocidad constante en contra del gradiente de presiones (figura 3).**

**a. Modelo Newtoniano.**

El arrastre negativo, en relación al sentido del flujo, provocado por el movimiento de la pared del conducto, induce flujos recirculatorios en la zona aledaña al mismo, provocando un incremento en la velocidad máxima con respecto a los dos regímenes anteriores. Este resultado al igual que el anterior es debido a que se debe cumplir la condición de conservación de masa (gráfica 7).

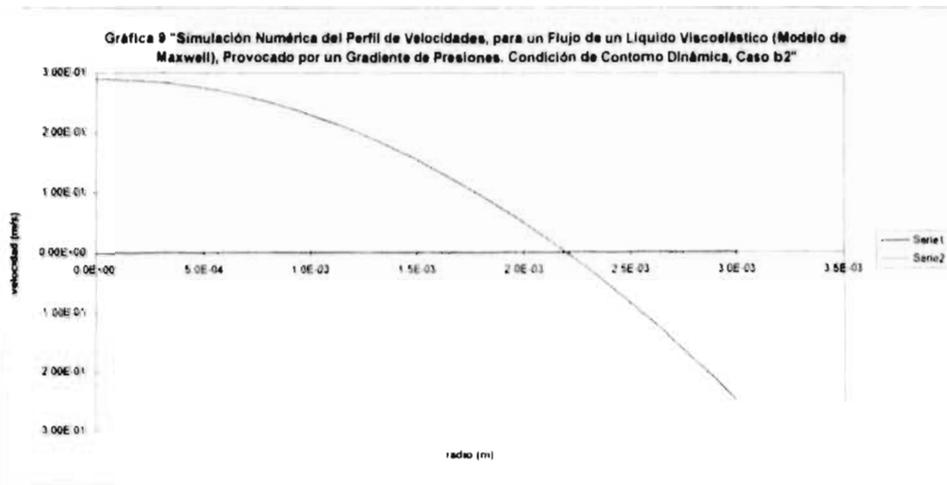
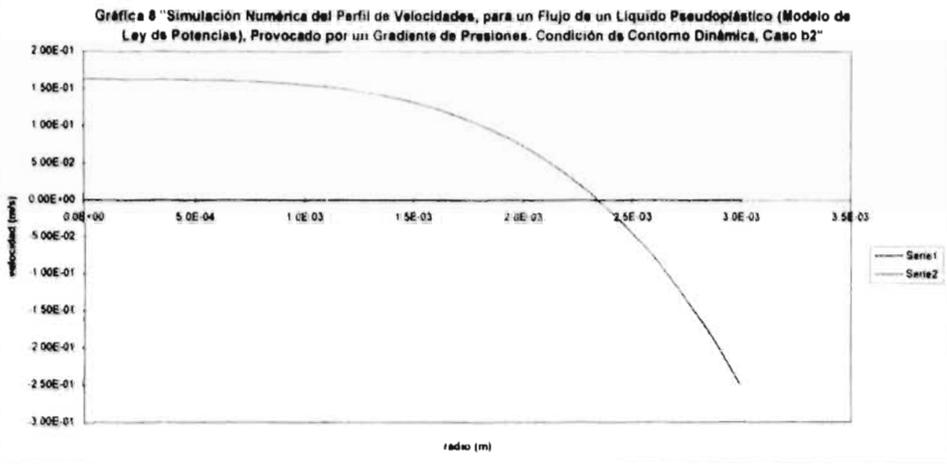
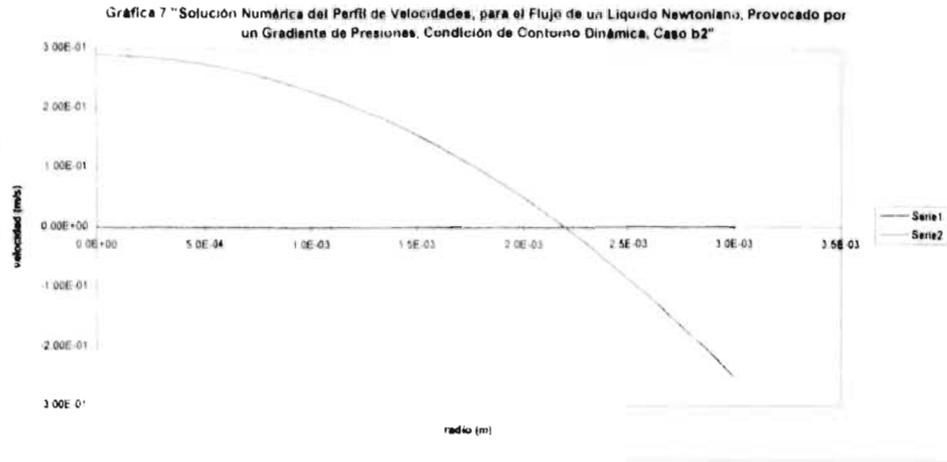
Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s  
Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
Velocidad del Conducto;  $v_p=-0.25$  m/s  
Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

**b. Modelo Pseudoplástico (Ley de Potencias).**

Puede notarse nuevamente que el perfil de velocidades tangencial al conducto es mucho menos agudo que el presentado por el fluido newtoniano, formando un flujo tipo tapón, lo anterior es debido al efecto de adelgazamiento del fluido en la zona contigua al conducto en movimiento. La velocidad máxima del mismo (0.17 m/s) es de casi la mitad que la presentada por el fluido newtoniano (0.28 m/s). Por otra parte, y como fue visto en el régimen anterior, también se produce un ligero campo de velocidades normal (gráfica 8).

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"



Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
 Factor de Consistencia;  $K=1000$   
 Índice de la Ley de Potencias;  $n=0.36$   
 Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
 Velocidad del Conducto;  $v_p=-0.25$  m/s  
 Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

**c. Modelo Viscoelástico (Maxwell).**

Muestra características muy similares a las presentadas por el fluido newtoniano (gráfica 9).

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003$  m  
 Viscosidad;  $\eta=1000$  Pa\*s  
 Tiempo de Relajación;  $\lambda=1$  s  
 Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
 Velocidad del Conducto;  $v_p=-0.25$  m/s  
 Gasto Volumétrico,  $Q=5.6$  E-7 m<sup>3</sup>/s

**II.6 Justificación Analítica de las Modelaciones Numéricas.**

En esta sección se hará la justificación analítica de las distintas simulaciones numéricas expuestas en el apartado anterior.

**Flujo Newtoniano.**

La solución para un flujo newtoniano para las tres condiciones de contorno expuestas anteriormente, es la siguiente<sup>2</sup>:

$$u_z = \frac{G}{4\mu} [R^2 - r^2] + u_p \tag{15}$$

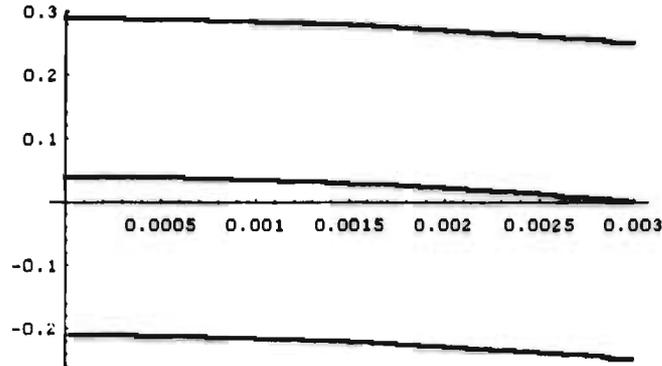
donde "u<sub>p</sub>" es la velocidad con la cual se mueve el conducto, y como fue visto se tomaron tres velocidades distintas:

$$u_p = 0 \text{ m / s} \quad (\text{caso estático})$$

<sup>2</sup> El desarrollo para la obtención de la solución expuesta en la ecuación (15) puede revisarse en el apéndice del presente trabajo.

$u_p = 0.25 \text{ m/s}$  (caso dinámico b1)

$u_p = -0.25 \text{ m/s}$  (caso dinámico b2)



Gráfica 10 "Perfiles de Velocidad para Tres Condiciones de Contorno Distintas para un Fluido Newtoniano"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

La gráfica (10) muestra los perfiles de velocidad para un fluido newtoniano para tres condiciones de contorno distintas, se nota que el arrastre inducido por las dos condiciones de contorno móviles producen un desplazamiento, positivo o negativo, dependiendo de la naturaleza del mismo sin modificar la curvatura del perfil.

Datos empleados:

Radio del Conducto;  $R=0.003 \text{ m}$

Viscosidad;  $\mu=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Densidad;  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$

Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667 \text{ Pa/m}$

### **Fluido Pseudoplástico (Ley de Potencias).**

La ecuación a resolver, al igual que en el caso anterior, es la siguiente:

$$0 = G - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\tau_{rz}) \quad (16)$$

Integrando y despejando " $\tau_{rz}$ ", se obtiene:

$$\tau_{rz} = \frac{Gr}{2} \quad (17)$$

Introduciendo el modelo de ley de potencias se tiene:

$$\tau_{rz} = K \left( -\frac{du_z}{dr} \right)^n \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación (18) en la (17) e integrando, se encuentra la solución de la ecuación diferencial (16), además con las condiciones de contorno conocidas la solución particular es de la siguiente forma:

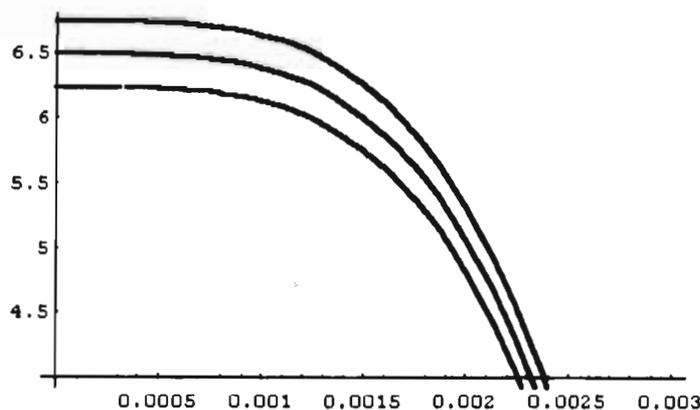
$$u_z = \left( \frac{G}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \left[ R^{(n+1)} - r^{(n+1)} \right] + u_p \quad (19)$$

donde " $u_p$ " es la velocidad con la cual se mueve el conducto, y como fue visto se tomaron tres velocidades distintas:

$$u_p = 0 \text{ m/s} \quad (\text{caso estático})$$

$$u_p = 0.25 \text{ m/s} \quad (\text{caso dinámico b1})$$

$$u_p = -0.25 \text{ m/s} \quad (\text{caso dinámico b2})$$



Gráfica 11 "Perfiles de Velocidad para Tres Condiciones de Contorno Distintas para un Fluido Pseudoplástico (Modelo de Ley de Potencias)"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

Al igual que para el flujo newtoniano, se muestran perfiles de velocidades para las tres condiciones de contorno, sin embargo debido a que el gradiente de presiones se ha tomado como una constante, se muestra un incremento en la cantidad de flujo, con respecto al modelo newtoniano. Para los fenómenos de extrusión dicho fenómeno se traduce en un decremento en el gradiente de presiones, y por ende, en la energía consumida al oponer menor resistencia al flujo e incrementándose el gasto. Los perfiles obtenidos mediante este modelo se muestran menos agudos que para el caso newtoniano, síntoma inequívoco del valor empleado para el índice de la ley de

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"

potencias "n=0.36", por lo cual se obtiene un flujo tipo tapón, nótese que para "n=1" se obtiene nuevamente el perfil newtoniano.

Datos empleados:

Radio del Conducto; R=0.003 m

Densidad;  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$

Factor de Consistencia; K=1000

Índice de la Ley de Potencias; n=0.36

Gradiente de Presiones; G=17,066,667 Pa/m

### Fluido Viscoelástico Lineal (Modelo de Maxwell).

Nuevamente la ecuación a resolver es

$$0 = G + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\tau_r) \quad (16)$$

donde:

$$\tau_{rz} = -\frac{Gr}{2} \quad (17)$$

Aplicando el modelo de Maxwell, se tiene:

$$\tau_{rz} = \eta \dot{\gamma} \left( 1 - e^{-\dot{\gamma}/\lambda} \right) \quad (20)$$

debido a que el flujo se considera como estacionario, esto es, " $t \gg \lambda$ " para lo cual:

$$\frac{Gr}{2} = -\eta \frac{du_z}{dr} \quad (21)$$

la ecuación anterior coincide con la del flujo newtoniano, por lo que los perfiles obtenidos son iguales a los mostrados para el caso newtoniano.

### II.7 Conclusiones.

De los resultados obtenidos en este capítulo se puede concluir lo siguiente:

a. Los tres modelos fluidos empleados al ser simulados en relación de las condiciones de flujo requeridas, muestran perfiles muy similares entre sí, debido la geometría y condiciones de

## CAPÍTULO II "Modelación Numérica del Problema en Cuestión"

flujo las cuales eran muy sencillas, por lo que para el problema que fue resuelto no se observó con claridad las cualidades y deficiencias de cada uno de los modelos.

b. Se puede observar que el modelo pseudoplástico (ley de potencias) predice fenómenos de disminución de viscosidad al incrementar las razones de corte (paredes móviles), por lo que para las tres condiciones de contorno establecidas se presentaron para este modelo perfiles tipo tapón, lo cual fue observado experimentalmente (Capítulo I) al incrementar el gasto de material extrudido al someterlo a regímenes oscilatorios con respecto al obtenido para el patrón estático.

c. El modelo viscoelástico empleado no favorece la descripción deseada para el problema en cuestión, ya que no predice el fenómeno de adelgazamiento del fluido, sin embargo el modelo de Maxwell es una buena aproximación para estudios posteriores, además que describe en forma acertada fenómenos asociados con la elasticidad del fluido, como hinchamiento y viscosidad elongacional, presentes la extrusión de polímeros pero no estudiados en este trabajo.

d. El polietileno fundido constituye un material viscoelástico para el cual hay que encontrar un modelo que se adecue a las premisas establecidas en "b" y en "c", esto es, que presente fenómenos viscosos como el de disminución de la viscosidad y además que presente efectos elásticos como el hinchamiento y efectos de viscosidad elongacional, el modelo para el material en cuestión debe ser una combinación del de Ley de Potencias y el de Maxwell.

e. La simulación desarrollada a lo largo del presente capítulo, gracias a la sencillez de la geometría y de las condiciones de frontera, no presentó grandes dificultades, salvo por el detalle del número de Weissenberg, que complicaba enormemente la solución para el fluido viscoelástico, explicado en su momento.

f. Las simulaciones y justificaciones presentadas constituyen un primer acercamiento, asesorado por otras investigaciones (33, 41, 42 y 43), para el estudio de fenómenos presentados en el movimiento de fluidos no newtonianos. Cabe mencionar que las simulaciones mostradas resultan demasiado burdas en comparación al flujo real y a la cantidad de modelos fluidos existentes, sin embargo forma parte de una base sólida y dan muy buena idea para futuros estudios.

Nótese que en el proceso de extrusión, el fenómeno de disminución de la viscosidad aparente provocada por el movimiento de las fronteras, estará asociado con incrementos de gasto en el material extrudido y con decrementos en la potencia requerida para llevar a cabo el proceso.

## **CAPÍTULO III "Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas"**

### **III.1 Síntesis de Actividades.**

1. Se realizaron una serie de experimentos que consistieron en la extrusión de tiras poliméricas usando cuatro regímenes dinámicos distintos (estático, oscilado longitudinalmente, transversalmente y helicoidalmente), para dos materiales plásticos (PEBD y PEAD) y un material compuesto en dos concentraciones distintas (PEBD 85 - Fib. Hen. 15% y PEBD 92.5 - Fib. Hen. 7.5%). De dichos ensayos se obtuvieron las siguientes propiedades, a saber: gasto másico, esfuerzo máximo y deformación al esfuerzo máximo. Los resultados más relevantes fueron los siguientes:

a. Comparativamente los casos que mostraron el mayor aumento porcentual en el flujo másico respecto a su similar no oscilado son los siguientes:

- Concentración 85 PEBD - 15% Fibras de Henequén: oscilando en forma helicoidal el flujo aumenta 9.36%.
- Concentración 92.5 PEBD - 7.5% Fibras de Henequén: oscilando en forma helicoidal el flujo aumenta 9.13%.
- Concentración PEBD puro: oscilando en forma helicoidal el flujo aumenta 3.6%.
- Concentración PEAD puro: oscilando en forma angular el flujo aumenta 1.60%.

b. Las muestras que registraron el mejor esfuerzo a la tracción de todo el evento son

- Concentración 85 PEBD - 15% Fibras de Henequén: probetas extrudidas oscilando helicoidalmente (6.621 a 7.703 MPa).
- Concentración 92.5 PEBD - 7.5% Fibras de Henequén: probetas extrudidas sin oscilar (4.128 a 5.347 MPa).
- Concentración PEBD puro: probetas extrudidas oscilando helicoidalmente (11.93 a 12.04 MPa).
- Concentración PEAD puro; probetas extrudidas oscilando longitudinalmente (31.38 a 32.51 MPa).

c. Comparativamente los casos que mostraron el mayor aumento porcentual en resistencia a la tracción respecto a su similar no oscilado son los siguientes:

- Concentración 85 PEBD - 15% Fibras de Henequén: las probetas osciladas helicoidalmente cortadas a 135° incrementaron hasta un 15% el esfuerzo máximo.
- Concentración 92.5 PEBD - 7.5% Fibras de Henequén: en ningún caso se registraron incrementos.
- Concentración 100% PEBD: las probetas osciladas helicoidalmente cortadas a 90° (perpendiculares a la dirección del flujo), incrementaron en un 5% el esfuerzo máximo.
- Concentración PEAD puro: las probetas osciladas longitudinalmente cortadas a 0° (paralelas a la dirección del flujo), incrementaron en un 8% el esfuerzo máximo.

### CAPÍTULO III “Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas”

d. Las muestras que registraron la mayor deformación al esfuerzo máximo de todo el evento son:

- Concentración 85 PEBD - 15% Fibras de Henequén: probetas extrudidas oscilando helicoidalmente (10.16%) y obtenidas del régimen estático (10.04%).
- Concentración 92.5 PEBD - 7.5% Fibras de Henequén: probetas osciladas angularmente (10.47 a 13.97%).
- Concentración PEBD puro: probetas extrudidas oscilando longitudinalmente (20.24 a 21.66%).
- Concentración PEAD puro: probetas extrudidas oscilando helicoidalmente (11.18 a 12.55%).

e. Comparativamente los casos que mostraron el mayor aumento porcentual en la deformación al esfuerzo máximo respecto a su similar no oscilado son los siguientes:

- Concentración 85 PEBD - 15% Fibras de Henequén: las probetas osciladas helicoidalmente cortadas a 90° incrementaron hasta un 23% la deformación al esfuerzo máximo.
- Concentración 92.5 PEBD - 7.5% Fibras de Henequén: las probetas osciladas transversalmente cortadas a 135° registró un incremento del 53%.
- Concentración PEAD puro: las probetas osciladas longitudinalmente cortadas a 90° (perpendiculares a la dirección del flujo) incrementaron en un 6%.
- Concentración PEAD puro: las probetas osciladas helicoidalmente incrementaron de un 15 a un 25%.

2. Se modeló numéricamente a partir de un paquete comercial (Polyflow) un flujo isotérmico a través de un conducto de sección transversal circular empleando tres modelos fluidos: newtoniano, ley de potencias y viscoelástico lineal (Maxwell), a su vez dichas modelaciones fueron justificadas analíticamente, los resultados fueron los siguientes:

- El modelo newtoniano y el viscoelástico lineal no predicen fenómenos de disminución de viscosidad.
- El modelo de ley de potencias sí, dicha disminución se traduce en un incremento en la cantidad de material extrudido.
- Únicamente el modelo viscoelástico lineal (Maxwell), predice efectos de elasticidad en el fluido, los cuales no son analizados en el presente trabajo.

3. Se resolvieron las ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) obteniéndose los perfiles de velocidades y temperaturas, para un fluido newtoniano que se mueve a través de un ducto de sección transversal circular debido a gradiente de presiones, sometido a tres condiciones de contorno oscilantes distintas:

- Aún y cuando el modelo newtoniano no predice los fenómenos buscados constituye un buen ejercicio y da una buena idea del fenómeno real.

### CAPÍTULO III "Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas"

- Los perfiles de velocidades encontrados fueron resueltos suponiendo superposiciones de flujo, esto es el de Poiseuille más el régimen oscilatorio.
- El perfil de temperaturas encontrado para todos los casos es sumamente dominado por el obtenido para un perfil de velocidades de Poiseuille.

#### III.2 Observaciones.

El trabajo en cuestión deja varias incógnitas, como se mencionó anteriormente se hizo un estudio de propiedades mecánicas, el cual aparentemente se encuentra desligado del hecho para los perfiles de flujo, sin embargo hay que tomar en cuenta los siguientes puntos:

- La relación con las propiedades mecánicas, está ligada completamente con la deformación que imponen los patrones oscilatorios a las cadenas poliméricas y a su disposición final, lo anterior no está relacionado directamente con los perfiles de flujo mostrados en el Capítulo II.
- Para lograr dicha relación, habría que hacer uso de un modelo, el cual contemple el acomodo de cadenas poliméricas, lo que se traduce en un problema de mecánica de fluidos altamente complejo.
- Los modelos fluidos empleados están caracterizados por estar basados en la suposición del medio continuo, para el problema real esto es una consideración sumamente errónea, ya que tanto los polímeros como los materiales compuestos son altamente no continuos.
- De la misma forma que en el análisis de un material compuesto de fibras, la orientación de las mismas es primordial con respecto a las propiedades mecánicas del producto final, así mismo pasa con un material polimérico, en el cual es prioritario conocer las orientaciones de las cadenas poliméricas, ya que de esto dependen las propiedades mecánicas del producto extrudido.
- El estudio anterior en conjunción con el de Herrera (4), sientan una base sólida en esta secuencia de investigación en la cual deberán confluir varias disciplinas tanto científicas como tecnológicas.

#### III.3 Perspectivas.

Como consecuencia de los resultados obtenidos durante la realización del presente trabajo y debido a que esta tesis forma una parte pequeña del proyecto de investigación en cuestión, vale la pena realizar una serie de acotaciones, por medio de las cuales, y desde un punto de vista muy personal, se dará la ruta de secuencia que debería seguir la investigación.

Con respecto al primer rubro a tratar, los experimentos, debido a que en los resultados obtenidos durante la realización de la presente tesis, no se presentaron los incrementos en las propiedades mecánicas en comparación a estudios anteriores (32 y 36), de los regímenes

### CAPÍTULO III "Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas"

oscilatorios con respecto al estático, medidas de acuerdo a la norma ASTM D1708-84, es necesario realizar una serie de experimentos adicionales los cuales tomen en cuenta los siguientes aspectos:

a. Investigar el efecto que produce la longitud del conducto oscilante en las propiedades finales del producto extrudido. Para ello es necesario realizar algunas extrusiones usando longitudes de conducto más pequeñas y comparar los resultados obtenidos con los que se reportan en esta trabajo. La anterior duda nace de las investigaciones de Vinogradov y colaboradores (41).

b. Por otra parte se encuentra en vías de construcción un nuevo diseño de la boquilla oscilante, por medio del cual se puedan cotejar resultados y con ello llegar a conclusiones acerca de la dependencia de la geometría del conducto de transporte en las propiedades finales del producto extrudido, especial énfasis fue hecho para este diseño, en evitar la parte estática final de la boquilla oscilante (figura 1, Capítulo I), ya que se cree que el tiempo de estadía del polímero en dicha región, es lo suficientemente grande para permitir la relajación del material, inhibiendo así cualquier efecto oscilante en las propiedades mecánicas.

c. En el presente trabajo en conjunción con Franco et al. (3) y Herrera (4) se ha dado un giro muy importante al proyecto original, el cual está relacionado con la investigación de materiales compuestos obtenido por procesos de extrusión y su futura aplicación, aún y cuando los resultados obtenidos y reportados en el presente y en (3) no son del todo halagüeños, existen aún muchas pruebas por hacer.

Debido al poco desarrollo y a la complejidad en la investigación del tema tratado, existe una cantidad inconmensurable de criterios e hipótesis, por lo cual, resulta muy difícil el encontrar resultados y criterios concretos, y el único camino restante es el de la experimentación.

Nótese que debido a que los polímeros, y especialmente los polietilenos son materiales muy heterogéneos, el hecho de querer modificar substancialmente el arreglo de las cadenas poliméricas, mediante modificación de los patrones de flujo, es algo sumamente difícil, por lo cual, el estudio en cuestión, además de ser multidisciplinario, es a largo plazo.

Por otra parte, en lo que toca a la simulación de flujos, es de suma importancia el seguir estudiando más acerca de la mecánica de fluidos no newtonianos, con la finalidad de desarrollar modelos analíticos y modelos numéricos mucho más complejos y compararlos con los obtenidos por medio de un programa comercial como es POLYFLOW.

Nótese que aunque para las simulaciones presentadas se supuso que el flujo era isotérmico, en futuras investigaciones (4), se hará pleno estudio acerca de los efectos de la inclusión de nuevos modelos fluidos para investigar como influyen los efectos oscilantes en los fenómenos de disipación viscosa, esto es, en el gradiente de temperaturas con respecto al régimen estático y a su vez hacer una comparación exhaustiva con respecto a lo obtenido en el análisis newtoniano (apéndice).

Sintetizando el estudio a futuro deberá estar enfocado en tres rubros:

### **CAPÍTULO III “Síntesis de Actividades, Observaciones y Perspectivas”**

- Estudio experimental de la modificación de las propiedades mecánicas al imponer regímenes oscilatorios en los procesos de extrusión.
- Estudio de materiales compuestos.
- Estudio de perfiles de flujo y posteriormente modelos que relacionen dicho perfiles con procesos de conformado y propiedades mecánicas finales.

## APÉNDICE “Solución de las Ecuaciones de Conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) para un Flujo de Poiseuille Sometido a Diferentes Condiciones de Contorno Oscilantes”

### A.1 Introducción.

En el desarrollo analítico que a continuación se presenta, se resuelven las ecuaciones de conservación considerando al fluido en cuestión como newtoniano incompresible, el cual fluye a través de un tubo debido a la imposición de un gradiente de presiones constante. Dicho sistema es estudiado para cuatro condiciones de contorno distintas: frontera estática, oscilando longitudinalmente, transversalmente y helicoidalmente.

Para los cuatro casos se presentan los siguientes resultados:

- Perfil de velocidades.
- Perfil de temperaturas.

Cabe mencionar, que para todos los análisis se tomó en consideración flujo estable no turbulento.

### A.2 Régimen Estático.

A continuación se presenta la solución de las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía para un flujo de Poiseuille. La solución al problema descrito es por demás conocida y está incluida en casi cualquier texto de mecánica de fluidos (figura 1).

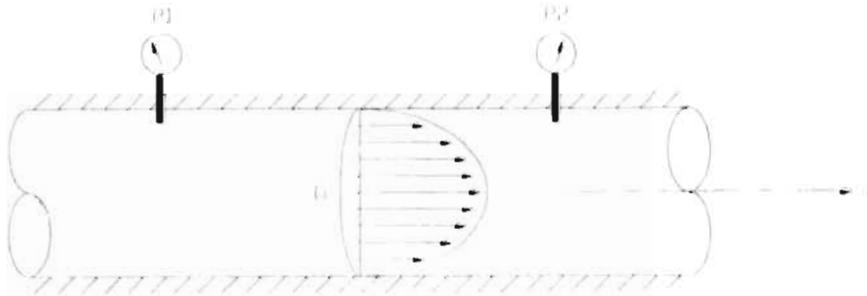


Figura 1

#### **a. Ecuación de Conservación de Masa.**

Empleando coordenadas cilíndricas para el problema en cuestión, se tiene:

**APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."**

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (r, \theta, z) \\ \vec{u} &= (u_r, u_\theta, u_z) \\ u_r = u_\theta &= 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad u_z = u_z(r) \end{aligned} \tag{1}$$

El perfil de velocidades tiene como única componente no nula, aquella que tiene dirección axial, la que a su vez depende solamente del radio "r".

**b. Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento.**

De acuerdo a las conclusiones del inciso anterior y de las ecuaciones de Navier-Stokes, la expresión matemática a resolver es

$$(z - z') \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] \tag{2}$$

donde el gradiente de presiones es constante, por lo que:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = G \tag{2'}$$

Integrando dos veces la ecuación (2), se llega a la solución general:

$$u_z = -\frac{Gr^2}{4\mu} + C_1 \ln r + C_2 \tag{3}$$

Las condiciones de contorno, para el problema estudiado, son

- a. No deslizamiento en las paredes del conducto.
- b. La velocidad debe tener un valor finito en el centro del conducto. Matemáticamente se tiene:

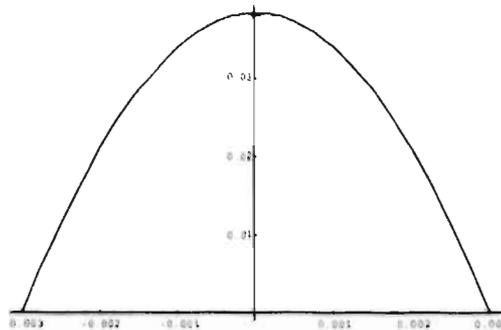
$$\begin{aligned} \text{para } r = \pm R \quad u_z &= \text{cero} \\ \text{para } r = 0 \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} &= \text{cero} \end{aligned} \tag{4}$$

Por lo que al aplicar las condiciones de contorno (4), en la ecuación (3), se obtiene:

$$u_z = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2) \tag{5}$$

La ecuación (5) describe un perfil de velocidades para un flujo de Poiseuille, (gráfica 1).

## APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."



Gráfica 1 "Perfil de Velocidades para un Flujo de Poiseuille"  
Abcisas (radio en metros)  
Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

La gráfica 1 muestra un perfil de velocidades para un flujo de Poiseuille.

Datos empleados:

Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m

Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m

Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s

Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>

### **c. Ecuación de Conservación de la Energía.**

Mediante la solución de esta ecuación se obtiene el perfil de temperaturas para el flujo en cuestión. Nótese que al igual que en el perfil de velocidades, ecuación (5), el de temperaturas también será función del radio "r", la ecuación a resolver es

$$T = T(r)$$

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \frac{\partial u_z}{\partial r} \right]^2 \quad (6)$$

cuya solución general es

$$T = -\frac{G^2}{64\mu\kappa} r^4 + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (7)$$

Las condiciones de contorno son las siguientes:

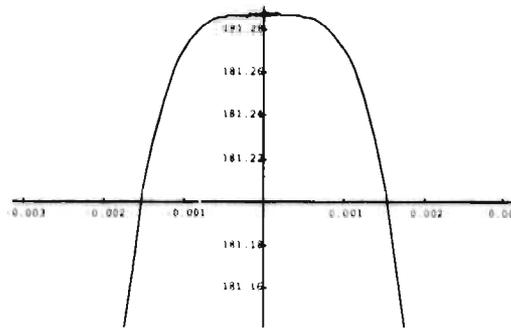
- Las paredes del conducto se encuentran una cierta temperatura constante preestablecida.
- La temperatura en el centro de la sección transversal del conducto tiene un valor finito.

## APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."

$$\begin{aligned} \text{para } r = \pm R \quad T &= T_0 \\ \text{para } r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} &= \text{cero} \end{aligned} \quad (8)$$

Aplicando las condiciones de contorno (8) a la solución general (7), se arriva al perfil de temperaturas buscado (gráfica 2):

$$T = T_0 + \frac{G^2}{64\mu\kappa} [R^4 - r^4] \quad (9)$$



Gráfica 2 "Perfil de Temperaturas para un Flujo de Poiseuille"  
Abcisas (radio en metros)  
Ordenadas (temperatura en grados Celsius).

La gráfica 2 corresponde a un perfil de temperaturas para un flujo de Poiseuille, se puede observar que debido a las condiciones que se lleva a cabo el flujo, el gradiente de temperaturas provocado por la disipación viscosa es muy pequeño (menor a 2°C).

Datos empleados:

Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m

Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m

Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s

Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>

Coefficiente de Conductividad Térmica;  $\kappa=0.286$ W/(m°C).

### A.3 Régimen Oscilatorio Longitudinal.

A continuación se presenta la solución de las ecuaciones de conservación (masa, momentum y energía) por un flujo debido a un gradiente de presiones, el cual se mueve a través de un conducto que se encuentra oscilando paralelamente con respecto a su eje longitudinal (figura 2).

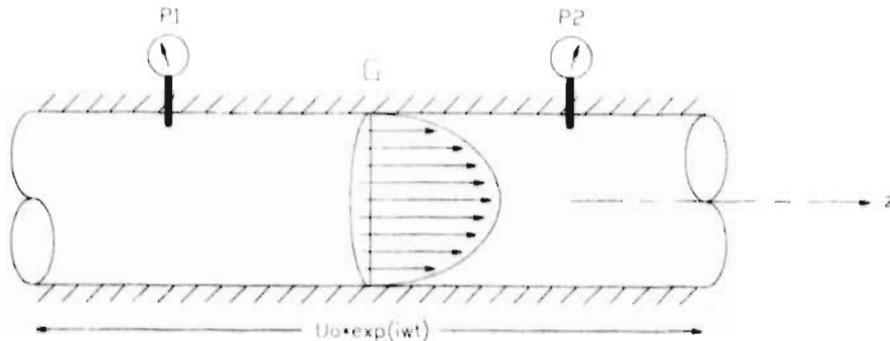


figura 2

**a. Ecuación de Conservación de Masa.**

Utilizando coordenadas cilíndricas, se tiene:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (r, \theta, z) \\ \vec{u} &= (u_r, u_\theta, u_z) \end{aligned} \tag{10}$$

$$u_r = u_\theta = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad u_z = u_z(r, t)$$

Nótese que al igual que en el régimen anterior, la única componente de velocidad que se tiene, es la axial y es dependiente espacialmente del radio, sin embargo las fronteras oscilantes hacen que la componente axial también dependa del tiempo.

**b. Ecuación de Conservación de Cantidad de Movimiento.**

De acuerdo a los resultado obtenido en el inciso anterior, y desarrollando las ecuaciones de Navier-Stokes, la ecuación a resolver es la siguiente:

$$(z - z') \quad \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] \tag{11}$$

La ecuación (11) muestra un grado de dificultad grande para ser resuelta, por lo que se considera lo siguiente:

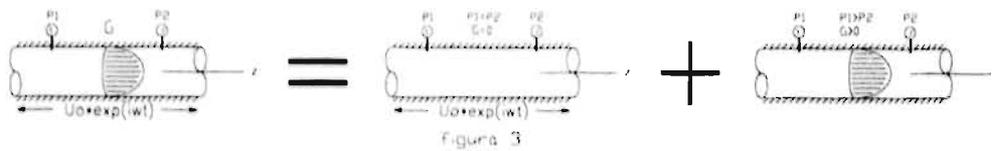
El perfil de velocidades que se obtiene al resolver la ecuación (11), puede ser calculado al suponer una superposición de perfiles, esto es

$$u_{z\text{total}} = u_{z\text{osc}} + u_{z\text{Poiseuille}} \tag{12}$$

donde:  $u_{z\text{total}}$  = perfil de velocidades del problema en cuestión.

$u_{z\text{osc}}$  = perfil de velocidades al suponer un flujo oscilatorio sin la existencia de un gradiente de presiones, ( $G=0$ ).

$u_{z\text{Poiseuille}}$  = perfil de velocidades para un flujo de Poiseuille (figura 3).



### b.1 Solución del Perfil de Poiseuille ( $u_{z\text{Poiseuille}}$ ).

El perfil de velocidades de Poiseuille ya fue resuelto en el régimen estático.

$$u_z = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2) \quad (5)$$

### b.2 Solución del Perfil de Velocidades Oscilante por un Gradiente de Presiones Nulo ( $u_{z\text{osc}}$ , $G=0$ ).

La ecuación a resolver es

$$(z - z') \quad \rho \frac{\partial u_{z\text{osc}}}{\partial t} = \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_{z\text{osc}}}{\partial r} \right) \right] \quad (13)$$

Debido a que el perfil de velocidades a calcular " $u_{z\text{osc}}$ " es dependiente del radio " $r$ " y del tiempo " $t$ ", para la solución de la ecuación (13) es necesario recurrir al método de separación de variables:

$$u_{z\text{osc}} = F(r) * G(t) \quad (14)$$

donde  $F(r)$  es una función espacial y  $G(t)$  una temporal. La frontera oscilante es la causante de la dependencia temporal del perfil de velocidades, y debido a que la función de oscilación es senoidal,  $G(t)$  debe de cumplir con dicha relación, por lo que la ecuación (14) puede ser escrita como:

$$u_{z\text{osc}} = F(r) * e^{i\omega t} \quad (15)$$

Introduciendo la ecuación (15) en la (13), se tiene:

APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."

$$0 = \nu F'(r) + \nu r F''(r) - i\omega r F(r)$$

donde: (16)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{viscosidad cinemática})$$

Puede notarse que en (16) se obtuvo la separación de variables requerida. Multiplicando todos los términos por "r" y reordenando, la ecuación (16) se convierte en:

$$0 = r^2 F''(r) + r F'(r) - \frac{i\omega}{\nu} r^2 F(r) \quad (17)$$

La expresión anterior (17) es conocida como una "ecuación paramétrica de Bessel de orden cero"; cuya solución es de la siguiente forma:

$$F(r) = C_1 J_0(\lambda r) + C_2 Y_0(\lambda r)$$

donde:

$$\lambda^2 = -\frac{i\omega}{\nu}$$

$$J_0(\lambda r) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left[ \frac{\lambda r}{2} \right]^{2n} \quad (18)$$

$$Y_1 = \frac{\text{Cos}(\pi L) J_L(\lambda r) - J_{-L}(\lambda r)}{\text{Sen}(\pi L)}$$

Para el problema en cuestión, la solución general de (17) es

$$Y_0(\lambda r) \rightarrow \infty \quad \text{por lo que: } C_2 = 0$$

finalmente: (19)

$$F(r) = C_1 J_0(\lambda r)$$

Como condición de contorno principal, se sabe que en la superficie del conducto la función espacial debe ser igual a la amplitud de la velocidad de oscilación de la tubería, esto es

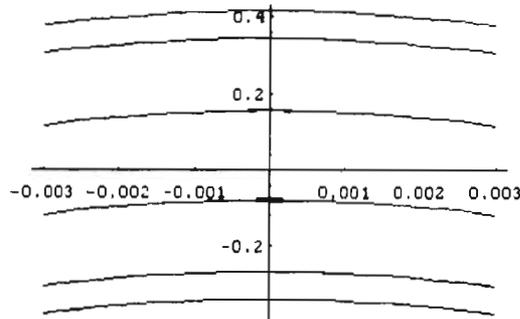
para  $r = R$   $F(r) = U_0$  (20)

Por lo que la solución particular es

$$u_{\text{osc}} = U_0 \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda R)} e^{i\omega t} \quad (21)$$

Finalmente el perfil de velocidades buscado, es la suma del de Poiseuille y del oscilatorio con gradiente de presión nulo (gráfica 3):

$$u_z = u_{z\text{Poiseuille}} + u_{z\text{osc}} = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2) + U_0 \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda R)} e^{i\omega t} \quad (22)$$



Gráfica 3 "Perfil de Velocidades para un Flujo debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Longitudinal, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

La gráfica 3 muestra un perfil de velocidades para un flujo de Poiseuille el cual se encuentra sometido a una oscilación longitudinal del conducto, para diez tiempos distintos representativos de todo el ciclo. El perfil de Poiseuille es perturbado notablemente por el efecto oscilatorio, sin embargo dicha perturbación es simétrica, por lo que no afecta la cantidad de gasto másico que se tiene, en relación al del flujo no oscilado.

Datos empleados:

Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m

Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m

Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s

Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>

Frecuencia de Oscilación de la Pared;  $\omega=125.6637$  rad/s

Amplitud de la Velocidad de Oscilación;  $U_0=0.377$  m/s

### **c. Ecuación de Conservación de Energía.**

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, la ecuación a resolver es la misma que para el régimen anterior (estático):

$$T = T(r)$$

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \frac{\partial u_z}{\partial r} \right]^2 \quad (6)$$

Para este caso, la ecuación (6) resulta más complicada de resolver ya que el término de disipación viscosa inmiscuye un nuevo perfil de velocidades, esto es

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \frac{\partial (u_{z\text{Poiseuille}} + u_{z\text{osc}})}{\partial r} \right]^2 \quad (23)$$

o bien:

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( U_0 \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda R)} e^{i\omega t} + \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2) \right) \right]^2 \quad (23')$$

Desarrollando  $\partial u_z / \partial r$  y reordenando (23') se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\mu}{\kappa} \left[ V_0^2 (J_0'(\lambda r))^2 r - V_0 J_0'(\lambda r) \frac{Gr^2}{\mu} + \frac{G^2 r^3}{4\mu^2} \right] \quad (24)$$

donde:

$$V_0 = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{J_0(\lambda R)}$$

Integrando dos veces (24), se obtiene el perfil de temperaturas buscado:

$$T = \frac{GV_0}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{(-1)^x}{(x!)^2} \left( \frac{\lambda}{2} \right)^{2x} 2x \frac{r^{2x+2}}{(2x+2)^2} \right] - \frac{G^2}{64\mu\kappa} r^4 - \frac{\mu V_0^2}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{1}{(x!)^4} (2x)^2 \left( \frac{\lambda}{2} \right)^{4x} \frac{r^{4x}}{(4x)^2} + 2 \sum_{x=1}^{n-1} \frac{(-1)^x}{(x!)^2 2^{2x}} \lambda^{2x} \sum_{y=x+1}^n \frac{(-1)^y}{(y!)^2} (2y) \left( \frac{\lambda}{2} \right)^{2y} \frac{r^{2x+2y}}{(2x+2y)^2} \right] + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (25)$$

Las condiciones de contorno para este caso son

- Las paredes del conducto se encuentran una cierta temperatura constante preestablecida.
- La temperatura en el centro de la sección transversal del conducto tiene un valor finito.

$$\begin{aligned} \text{para } r = \pm R \quad T &= T_0 \\ \text{para } r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} &= \text{cero} \end{aligned} \quad (8)$$

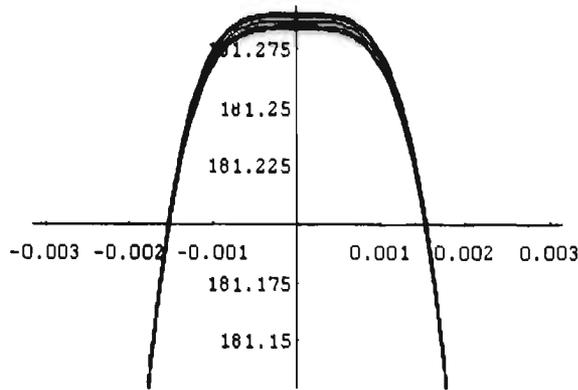
Al aplicar las condiciones de contorno (8) a la ecuación (24), se obtiene el perfil de temperaturas del problema en cuestión (gráfica 4):

APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."

$$T - T_0 = \frac{GV_0}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{(-1)^x}{(x!)^2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2x} 2x \frac{(r^{2x+2} - R^{2x+2})}{(2x+2)^2} \right] + \frac{G^2}{64\mu\kappa} (R^4 - r^4) +$$

$$\frac{\mu V_0^2}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{1}{(x!)^4} (2x)^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{4x} \frac{(R^{4x} - r^{4x})}{(4x)^2} + 2 \sum_{x=1}^{n-1} \frac{(-1)^x}{(x!)^2 2^{2x}} \lambda^{2x} \sum_{y=x+1}^n \frac{(-1)^y}{(y!)^2} (2y) \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2y} \frac{(R^{2x+2y} - r^{2x+2y})}{(2x+2y)^2} \right]$$

(26)



Gráfica 4 "Perfil de Temperaturas para un Flujo de Poiseuille con Fronteras Oscilantes, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (temperatura en grados Celsius).

De la gráfica 4, el perfil de temperaturas presentado para diez tiempos distintos, muestra estar sumamente dominado por el flujo de Poiseuille, por lo que los efectos oscilantes no modifican en gran medida el gradiente de temperaturas.

**Datos empleados:**

- Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m
- Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m
- Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s
- Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>
- Frecuencia de Oscilación de la Pared;  $\omega=125.6637$  rad/s
- Amplitud de la Velocidad de Oscilación;  $U_0=0.377$  m/s
- Coefficiente de Conductividad Térmica;  $\kappa=0.286$  W/(m °C).

**A.4 Régimen Oscilatorio Angular.**

A continuación se presenta la solución de las ecuaciones de conservación (masa, momentum y energía) para un flujo debido un gradiente de presiones, el cual se mueve a través de un conducto que se encuentra oscilando angularmente con respecto a su eje longitudinal (figura 4).

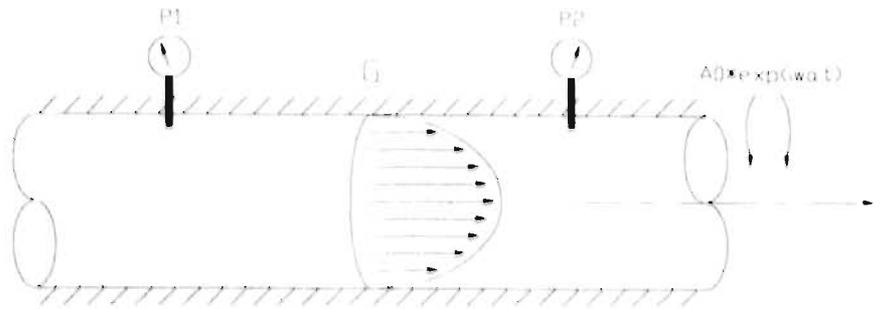


Figura 4

**a. Ecuación de Conservación de Masa.**

Utilizando coordenadas cilíndricas, se tiene:

$$\vec{r} = (r, \theta, z)$$

$$\vec{u} = (u_r, u_\theta, u_z)$$

$$u_r = 0, \quad u_\theta \neq 0, \quad u_z \neq 0 \quad (27)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

en este caso, para la velocidad se tienen dos componentes no nulas,  $u_\theta$  y  $u_z$ .

**b. Ecuación de Conservación de Cantidad de Movimiento.**

Desarrollando las ecuaciones de Navier-Stokes, las expresiones a resolver son

$$(z - z') \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] \quad (28)$$

$$(\theta - \theta') \quad \rho \frac{\partial u_\theta}{\partial t} = \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} \right]$$

donde se tienen las siguientes consideraciones:

1. La solución se encuentra nuevamente como una superposición de flujos, esto es, el perfil de velocidades total es una suma del de Poiseuille más el oscilatorio angular (figura 5).



2. Debido a las suposiciones hechas, la variable espacial de la cual son dependientes los perfiles de velocidades oscilatorio angular y el de Poiseuille es únicamente el radio, además debido al carácter oscilatorio del conducto, "u<sub>θ</sub>" también es dependiente del tiempo.

$$u_{\theta} = u_{\theta}(r, t), \quad u_z = u_z(r)$$

Resolviendo las ecuaciones análogamente al régimen anterior, la solución final es

$$u_{\theta} = A_0 \frac{J_1(\lambda_a r)}{J_1(\lambda_a R)} e^{i\omega_a t}$$

$$u_{z\text{Poiseuille}} = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2)$$

donde: (29)

$$\lambda_a^2 = -\frac{i\omega_a}{\nu}$$

$$J_1(\lambda_a R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2 (n+1)} \left(\frac{\lambda_a R}{2}\right)^{2n+1}$$

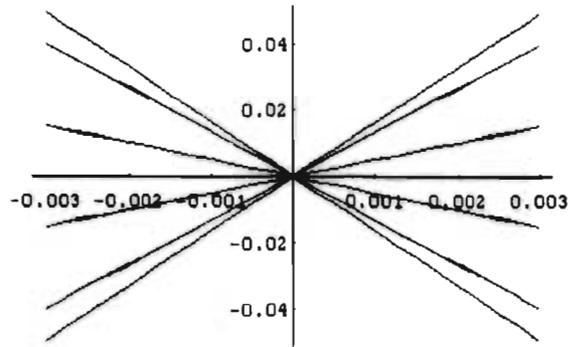
Nuevamente la solución del régimen oscilatorio está determinada por una función paramétrica de Bessel, pero ahora de primer orden (gráficas 1 y 5).

La gráfica 5 muestra la componente angular para el perfil de velocidades de un flujo provocado por un gradiente de presiones y a la oscilación angular del conducto a través del cual se lleva a cabo, para diez tiempos distintos representativos del ciclo, nótese que se forma un flujo vorticoso el cual varía su intensidad y dirección de acuerdo a la oscilación en la pared. La gráfica 1 muestra la componente axial del mismo flujo, la cual corresponde a uno de Poiseuille.

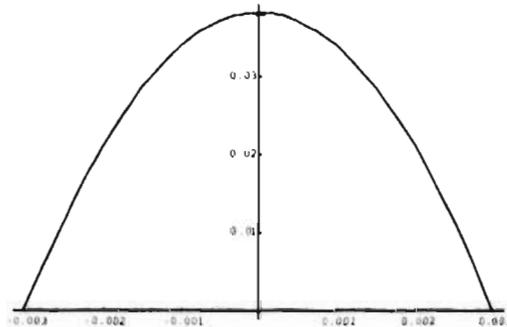
Datos empleados:

Radio de la Tubería; R=0.003 m  
 Gradiente de Presiones; G=17,066,667 Pa/m  
 Viscosidad Dinámica; μ=1000 Pa\*s  
 Densidad; ρ=1000 kg/m<sup>3</sup>  
 Frecuencia de Oscilación de la Pared; ω<sub>a</sub>=125.6637 rad/s  
 Amplitud de la Velocidad de Oscilación; A<sub>0</sub>=0.0493 m/s

APÉNDICE “Solución de las Ecuaciones de Conservación ...”



Gráfica 5 “Componente Angular del Perfil de Velocidades para un Flujo Debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular, para Diez Tiempos Distintos”  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad angular en metros por segundo).



Gráfica 1 “Componente Axial de un Perfil de Velocidades para un Flujo debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular”  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

**c. Ecuación de Conservación de Energía.**

La ecuación a resolver es la siguiente:

$$T = T(r)$$

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \left( \frac{\partial u_{zPoisuille}}{\partial r} \right)^2 + \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_{\theta}}{r} \right) \right)^2 \right] \quad (30)$$

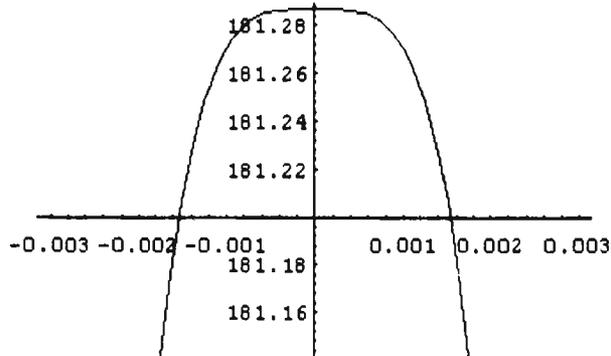
Sustituyendo “ $u_{zPoisuille}$ ” y “ $u_{\theta}$ ”, y suponiendo las mismas condiciones de contorno que para los regímenes anteriores, la solución de (30) es (gráfica 6)

$$T - T_0 = \frac{G^2}{64\mu\kappa} (R^4 - r^4) + \frac{\mu W_0^2}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{1}{(x!)^4 (x+1)^2} (2x)^2 \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{4x+2} \frac{(R^{4x+2} - r^{4x+2})}{(4x+2)^2} + 2 \sum_{x=1}^{n-1} \frac{(-1)^x}{(x!)^2 (x+1)} \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{2x+1} 2x \sum_{y=x+1}^n \frac{(-1)^y}{(y!)^2 (y+1)} (2y) \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{2y+1} \frac{(R^{2x+2y+2} - r^{2x+2y+2})}{(2x+2y+2)^2} \right]$$

donde:

$$W_0 = \frac{A_0 e^{im_a t}}{J_1(\lambda_a R)}$$

(31)



Gráfica 6 "Perfil de Temperaturas para un Flujo Debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (temperatura en grados Celsius).

Nuevamente se puede observar en la gráfica 6, que el perfil de temperaturas es dominado ampliamente por el efecto del gradiente de presiones, por lo que las oscilaciones producen un efecto inocuo con respecto a este rubro.

Datos empleados:

Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m

Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m

Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s

Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>

Frecuencia de Oscilación de la Pared;  $\omega_a=125.6637$  rad/s

Amplitud de la Velocidad de Oscilación;  $A_0=0.0493$  m/s

Coefficiente de Conductividad Térmica;  $\kappa=0.286$  N/(m °C).

### A.5 Régimen Oscilatorio Helicoidal.

A continuación se presenta la solución de las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, para un flujo debido a un gradiente de presiones, el cual se lleva a cabo a través de un conducto que se encuentra oscilando helicoidalmente (oscilaciones longitudinales más angulares) con respecto a su eje longitudinal.

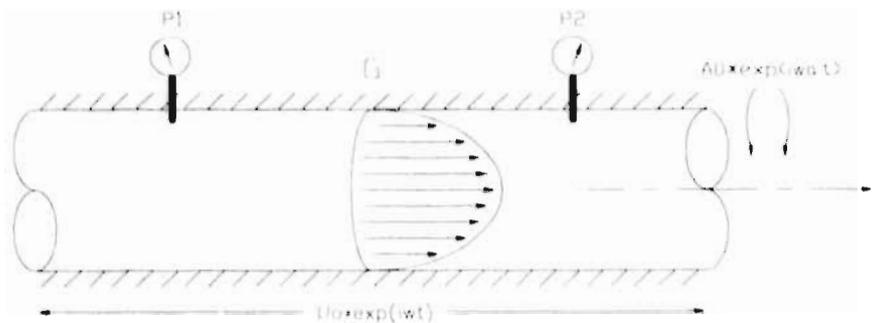


Figura 6

#### a. Ecuación de Conservación de Masa.

Al igual que en el régimen anterior el perfil de velocidades tendrá dos componentes no nulas,  $u_\theta$  y  $u_z$ :

$$\vec{r} = (r, \theta, z)$$

$$\vec{u} = (u_r, u_\theta, u_z)$$

$$u_r = 0, \quad u_\theta \neq 0, \quad u_z \neq 0 \quad (27)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

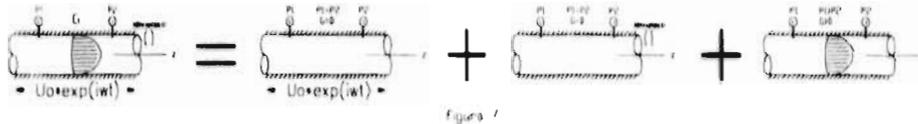
#### b. Ecuación de Conservación de Cantidad de Movimiento.

Desarrollando las ecuaciones de Navier-Stokes, las expresiones a resolver, coinciden nuevamente con las del régimen anterior:

$$\begin{aligned} (z - z') \quad 0 &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] \\ (\theta - \theta') \quad \rho \frac{\partial u_\theta}{\partial t} &= \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."

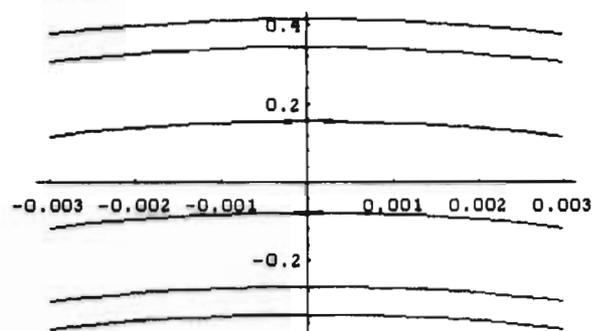
Nuevamente se supondrá una superposición de flujos par encontrar la solución final. El perfil de velocidades a encontrar será igual a la suma del perfil de Poiseuille, más el perfil oscilatorio longitudinal y el perfil oscilatorio angular. (figura 7)



Por lo que el perfil de velocidades buscado, al resolver las ecuaciones (27), con ayuda de (26) y las condiciones de contorno conocidas, se tiene (gráfica 3 y 5):

$$u_{\theta} = A_0 \frac{J_1(\lambda_r r)}{J_1(\lambda_r R)} e^{i\omega_a t}$$

$$u_z = \frac{G}{4\mu} (R^2 - r^2) + U_0 \frac{J_0(\lambda_r r)}{J_0(\lambda_r R)} e^{i\omega_l t}$$
(32)



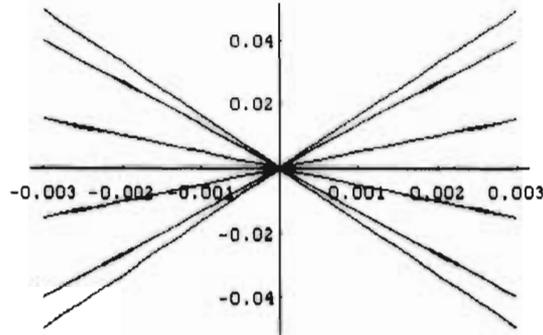
Gráfica 3 "Componente Axial de un Perfil de Velocidades para un Flujo Debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular y Longitudinal, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad axial en metros por segundo).

El perfil de velocidades para éste régimen presenta nuevamente dos componentes,  $u_{\theta}$  y  $u_z$ . El perfil angular que es el que se obtuvo en el régimen anterior y el axial que es el mismo que se obtuvo en el régimen oscilatorio longitudinal.

Datos empleados:

- Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m
- Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m
- Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s
- Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>
- Frecuencia de Oscilación longitudinal de la Pared;  $\omega=125.6637$  rad/s
- Frecuencia de Oscilación angular de la Pared;  $\omega_a=125.6637$  rad/s

Amplitud de la Velocidad de Oscilación Axial;  $U_0=0.377$  m/s  
 Amplitud de la Velocidad de Oscilación Angular;  $A_0=0.0493$  m/s



Gráfica 5 "Componente Angular de un Perfil de Velocidades para un Flujo debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular y Longitudinal, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (velocidad angular en metros por segundo).

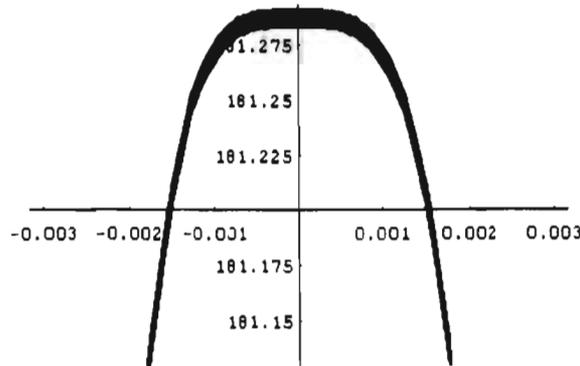
**c. Ecuación de Conservación de Energía.**

La ecuación a resolver es la siguiente:

$$T = T(r)$$

$$0 = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \mu \left[ \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right)^2 \right] \quad (33)$$

Sustituyendo " $u_z$ " y " $u_\theta$ ", y suponiendo las mismas condiciones de contorno que para los regímenes anteriores, la solución de (30) para el caso analizado es (gráfica 7).



Gráfica 6 "Perfil de Temperaturas para un Flujo Debido a un Gradiente de Presiones Sometido a una Condición de Contorno Oscilante Angular y Longitudinal, para Diez Tiempos Distintos"  
 Abscisas (radio en metros)  
 Ordenadas (temperatura en grados Celsius).

$$\begin{aligned}
 T - T_0 = & \frac{G^2}{64\mu\kappa} (R^4 - r^4) + \frac{GV_0}{\kappa} \sum_{x=1}^n \frac{(-1)^x}{(x!)^2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2x} 2x \frac{(r^{2x+2} - R^{2x+2})}{(2x+2)^2} + \\
 & \frac{\mu W_0^2}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{1}{(x!)^4 (x+1)^2} (2x)^2 \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{4x+2} \frac{(R^{4x+2} - r^{4x+2})}{(4x+2)^2} + \right. \\
 & \left. 2 \sum_{x=1}^{n-1} \frac{(-1)^x}{(x!)^2 (x+1)} \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{2x+1} 2x \sum_{y=x+1}^n \frac{(-1)^y}{(y!)^2 (y+1)} (2y) \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{2y+1} \frac{(R^{2x+2y+2} - r^{2x+2y+2})}{(2x+2y+2)^2} \right] + \\
 & \frac{\mu V_0^2}{\kappa} \left[ \sum_{x=1}^n \frac{1}{(x!)^4} (2x)^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{4x} \frac{(R^{4x} - r^{4x})}{(4x)^2} + \right. \\
 & \left. 2 \sum_{x=1}^{n-1} \frac{(-1)^x}{(x!)^2 2^{2x}} \lambda^{2x} \sum_{y=x+1}^n \frac{(-1)^y}{(y!)^2} (2y) \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2y} \frac{(R^{2x+2y} - r^{2x+2y})}{(2x+2y)^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

El perfil de temperatura mostrado en la gráfica 7, es prácticamente igual a los obtenidos anteriormente, lo cual demuestra que el efecto oscilatorio modifica muy poco al perfil obtenido para un flujo de Poiseuille.

Datos empleados:

Radio de la Tubería;  $R=0.003$  m  
 Gradiente de Presiones;  $G=17,066,667$  Pa/m  
 Viscosidad Dinámica;  $\mu=1000$  Pa\*s  
 Densidad;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>  
 Frecuencia de Oscilación longitudinal de la Pared;  $\omega=125.6637$  rad/s  
 Frecuencia de Oscilación angular de la Pared;  $\omega_a=125.6637$  rad/s  
 Amplitud de la Velocidad de Oscilación Axial;  $U_0=0.377$  m/s  
 Amplitud de la Velocidad de Oscilación Angular;  $A_0=0.0493$  m/s  
 Coeficiente de Conductividad Térmica;  $\kappa=0.286$  N/(m °C).

#### A.6 Conclusiones.

El valor grande del gradiente de presiones provoca el dominio del flujo de Poiseuille sobre los efectos oscilatorios.

Como ya había sido comentado con anterioridad, el análisis del régimen de extrusión oscilante a través del empleo de un fluido newtoniano no describe el efecto buscado, sin embargo constituye un ejercicio físico-matemático sumamente interesante, el cual arroja varias ideas en relación al fenómeno real.

ESTA TESIS NO DEBE  
 SALIR DE LA BIBLIOTECA

#### **APÉNDICE "Solución de las Ecuaciones de Conservación ..."**

Para un fluido viscoelástico, como es el polietileno, el efecto oscilatorio provoca una disminución en la viscosidad del fluido ocasionando un incremento en el gasto, mencionado anteriormente. A su vez los efectos oscilantes modifican el arreglo de las cadenas poliméricas del producto extrudido con respecto al procesado convencionalmente.

A pesar de que en el estudio actual el efecto de las oscilaciones en el perfil de temperaturas fue inocuo, suposición que fue hecha en el segundo capítulo, debe hacerse un profundo estudio de las secuelas que producen los regímenes oscilatorios en los fenómenos de disipación viscosa para otros modelos fluidos.

## **Bibliografía y Referencias.**

### **Tesis.**

1. Von Ziegler, G. Alejandro; "Nuevo Proceso para Extrusión de Polímeros". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería UNAM. México 1987.
2. Bustos, C. Raúl; "Uso de Boquillas Oscilantes Para Extrusión de Polímeros". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería UNAM. México 1995.
3. Ávalos, Francisco, Franco, C. Walfre y Toral, S. Pedro; "Materiales Compuestos Obtenidos Mediante el Uso de Boquillas Oscilantes en el Proceso de Extrusión". Tesis de Licenciatura, en proceso.
4. Herrera, José R.; "Transferencia de Calor en Flujos Viscoelásticos Oscilatorios. - Aplicación a Boquillas Oscilantes en Procesos de Extrusión". Tesis Doctoral, en proceso.
5. Ayora, Martha H.; "Comportamiento Reológico de Suspenciones con Fibras Naturales". Tesis Doctoral, Facultad de Química UNAM, Centro de Investigación Científica de Yucatán. Mérida Yucatán, México 1996.

### **Libros.**

6. Schowalter, William R.; "Mechanics of Non-Newtonian Fluids". Pergamon Press, 1978.
7. Böhme G.; "Non-Newtonian Fluid Mechanics". North Holland Series, 1987.
8. Larson, Ronald G.; "Constitutive Ecuations for Polymer Melts and Solutions". Butterworths Series, 1988.
9. Tanner, Roger I.; "Engineering Rheology". Clarendon Press. Oxford, 1988.
10. Barnes, H. A., Hutton, J. F. & Walters K.; "An Introduction to Rheology". Elsevier, 1989.
11. Bird, B. B., Armstrong, R. C. & Hassager O.; "Dynamics of Polymeric Liquids". Vol. 1, 2. Wiley, 1987.
12. Whitaker, Stephen; "Fundamentals Principles of Heat Transfer". Robert E. Krieger Publishing Company, 1983.
13. Özisik, M. Necati; "Heat Transfer: a basic approach". McGraw-Hill, 1985.
14. Currie, I. G.; "Fundamentals Mechanics of Fluids". McGraw-Hill, 1974.
15. White, Frank M.; "Viscous Fluid Flow". McGraw-Hill, 1991.
16. White, Frank M.; "Mecánica de Fluidos". McGraw-Hill, 1979.
17. Fox, R. W & Mcdonald, A. T.; "Introducción a la Mecánica de Fluidos". McGraw-Hill, 1979.
18. Gurtin, Morton E.; "An Introduction to Continuum Mechanics". Academic Press, 1981.
19. Zill, Dennis G.; "Ecuaciones Diferenciales: con Aplicaciones". Grupo Editorial Iberoamérica, 1988.
20. Edited by: Goldstein, Richard J.; "Fluid Mechanics Measurements". Hemisphere Publishing Corporation, 1983.
21. Holman, Jack P.; "Métodos Experimentales para Ingenieros". McGraw-Hill, 1988.
22. Askeland, Donald R.; "La Ciencia e Ingeniería de los Materiales". Grupo Editorial Iberoamérica, 1987.
23. Doyle, Lawrence E.; "Procesos de Manufactura y Materiales para Ingenieros". Diana, 1980.
24. Flinn, Richard A. and Trojan, Paul K.; "Materiales de Ingeniería y sus Aplicaciones". McGraw-Hill, 1989.

## Bibliografía y Referencias.

25. Edited by: Avallone, Eugene A. and Baumeister, Theodore III; "Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers". McGraw-Hill, 1987.
26. Edited by: Dubois, J. Harry and Pribble, Wayne I.; "Plastics Mold Engineering Handbook". Van Nostrand Reinhold, 1987.
27. Edited by: Rubin, Irving I.; "Handbook of Plastic Materials and Technology". John Wiley & Sons. Inc., 1990.
28. Edited by: Brown, R. P.; "Handbook of Plastics Test Methods". George Godwin Limited, in association with: The Plastics and Rubber Institute, 1981.
29. "Manual del Usuario de POLYFLOW". POLYFLOW Version 3.4.0.. Place de l'Université 16 B-1348 Louvain-la-Neuve Belgium.
  - Theoretical Background
  - User's Manual
  - Reference Manual
  - Examples I
  - Examples IV
30. Wolfram, S.; "Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer". Addison-Wesley Publishing Company, 1992.

## Artículos.

31. Allan, P. S. & Bevis, M. J.; "Multiple Live-Feed Injection Moulding". *Plastics and Rubber Processing and Applications* 7(1987), 3-10.
32. Casulli, J., Clermont, J. R., Von Ziegler, A. & Mena, B.; "The Oscillating Die: A Useful Concept in Polymer Extrusion". *Polymer Engineering and Science*, Mid-December 1990, Vol. 30, No. 23, 1551-1556.
33. Mena, B., Manero, O. & Binding D. M.; "Complex Flow of Viscoelastic Fluids Through Oscillating Pipes. Interesting Effects and Applications". *Journal of Non-Newtonian of Fluid Mechanics*, 5(1979), 427-448.
34. Manero, O. & Mena, B.; "An Interesting Effect in Non-Newtonian Flow in Oscillating Pipes". *Rheol. Acta* 16, 573-576 (1977).
35. Manero, O., Mena, B., & Valenzuela, R.; "Further Developments on Non-Newtonian Flow in Oscillating Pipes". *Rheol. Acta* 17, 693-697 (1978).
36. Mena, B.; "El Uso de Boquillas Oscilantes en Procesos de Extrusión". *Revista de Plásticos Modernos*, Núm. 403(Enero 90), 75-81.
37. Allan, P. & Bevis, M.; "Producing Void-Free Thick-Section Thermoplastic and Fibre Reinforced Thermoplastic Mouldings". *Plastics and Rubber International*, April 1984. Vol.9, No.2, 32-36.
38. Padilla, A., Sánchez, A. & Ríos, L.; "Polipropileno de Bajo Punto de Inflamación Relleno con Polvo de Madera". *Información Tecnológica - Vol. 5 No. 4-1994*.
39. Sánchez, A., Padilla, A. & Sánchez, E.; "Utilización de Fibras Naturales para Reforzamiento de Termoplásticos por Extrusión". Artículo presentado en "La cuarta Conferencia Científica de Ingeniería y Agricultura". La Habana, Cuba. 28 de noviembre a 3 de diciembre de 1989.
40. Sánchez, A. & Padilla, A.; "Addition of Henequen Fibers to Low and High Density Polyethylene". *II International Symposium of Textile Composites in Building Construction*. Lyon France, June 1992. Vol. 2 303-308.

## **Bibliografía y Referencias.**

- 41.** Fridman, M. L., Peshkovsky, S. L. & Vinogradov G. V.; "The Rheology of Thermoplastics Under Conditions of Spiral Flow and Vibrations on Extrusion". *Polymer Engineering and Science*, August, 1981. Vol. 21, No. 12.
- 42.** Basov, N. I., Leonov, A. I., Lyubartovich, S. A. & Felipchuk, I.I.; "Vibratory Extrusion of Polymeric Materials". *International Polymer Science and Technology*. Vol. 2. No. 5. 1975.
- 43.** Gunn, R. W., Mena, B. and Walters, K.; "On Newtonian and Non-Newtonian Flow in a Rotating Pipe". *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)* Vol.25, 1974.
- 44.** Koopmans, R. J.; "Extrudate Swell of High Density Polyethylene. Part I: Aspects of Molecular Structure and Rheological Characterization Methods". *Polymer Engineering and Science*, Mid-December 1992, Vol.32, No.23.
- 45.** Kuruvilla Joseph, Sabu Thomas, C. Pavithran & M. Brahmakumar; "Tensile Properties of Short Sisal Fiber-Reinforced Polyethylene Composites". *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 47, 1731-1739. John Wiley & Sons Inc., 1993.

### **Normas ASTM.**

- 46.** "Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics; ASTM Designation: D638-90".
- 47.** "Standard Test Methods for Tensile Properties of Thin Plastic Sheeting; ASTM Designation: D882-90".
- 48.** "Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics by Use of Microtensile Specimens; ASTM Designation: D1708-84".

*México D.F.  
Ciudad Universitaria, 1997.*