

21  
2el.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



EXAMENES PROFESIONALES  
FAC. DE QUIMICA

SIMULACION E INTERPRETACION DE CURVA DE  
ENFRIAMIENTO DE UNA ALEACION Al-Si  
HIPOEUTECTICA

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO QUIMICO METALURGICO

**P R E S E N T A :**

**SERGIO RODRIGUEZ ARIAS**



MEXICO, D. F.

1997

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

PRESIDENTE

M. en C. JOSE ALEJANDRO GARCIA HINOJOSA

VOCAL

ING. IGNACIO BELTRAN PIÑA

SECRETARIO

M. en C. CARLOS GONZALEZ RIVERA

1ER SUPLENTEP ING. ARTURO ALEJANDRO SANCHEZ SANTIAGO

2DO. SUPLENTE

ING ADRIAN MANUEL AMARO VILLEDA

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA:

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA QUIMICA METALURGICA  
FALCULTAD DE QUIMICA EDIFICIO "D", LABORATORIO DE  
FUNDICION, CIUDAD UNIVERSITARIA, UNAM.

ASESOR DEL TEMA



M. en C. CARLOS GONZALEZ RIVERA

SUPERVISOR TECNICO

  
I.Q.M. MARCÓ AURELIO RAMÍREZ ARGAEZ

SUSTENTANTE



SERGIO RODRIGUEZ ARIAS

## **DEDICATORIAS**

### **A MIS PADRES.**

**Daniel Rodríguez Rivas  
Guadalupe Arias Ramírez**

**Por todo su apoyo incondicional y comprensión.**

### **A MIS HERMANOS.**

**Irma y Alfredo.**

**Por el cariño y apoyo que siempre me han dado y por ser personas importantes en mi vida.**

### **A MI NOVIA.**

**Cristina López Arriaga.  
Por todo lo que hemos pasado juntos y por creer en mí.**

## **DEDICATORIAS**

### **A MIS PADRES.**

**Daniel Rodríguez Rivas  
Guadalupe Arias Ramírez**

**Por todo su apoyo incondicional y comprensión.**

### **A MIS HERMANOS.**

**Irma y Alfredo.**

**Por el cariño y apoyo que siempre me han dado y por ser personas importantes en mi vida.**

### **A MI NOVIA.**

**Cristina López Arriaga.  
Por todo lo que hemos pasado juntos y por creer en mí.**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer en especial a mi asesor Carlos González Rivera y coasesor Marco Aurelio Ramírez Argaez, por todo el apoyo y amistad que me han brindado.

Al grupo de fundición del departamento de ingeniería química metalúrgica especialmente a :IQM Cándido Atlenco , M. en C José Alejandro García, IQM Ignacio Beltrán, IQM Adrián Amaro y IQM Arturo Sánchez. por toda su ayuda y por ser excelentes profesores.

Al M en C José Luis Galicia y IQM Felipe. por todo el apoyo que me han brindado de una manera desinteresada.

A la Dr. Rosa Elba por todas las atenciones que siempre ha tenido con mi persona.

A mis compañeros y amigos : Juan Carlos Báez , Antonio Maní, Hector, Israel, Victor, Arturo, Christian, Jaime, Roberto, Angeles, Alma, Ricardo, José, Rogelio Claudia, Rut, David, Veronica , Nohelia y a todos aquellos que por espacio o memoria no los menciono.

A todos ellos mil gracias  
S.R.A

**Dedicatoria:**

## **CAPITULO I**

### **GENERALIDADES Y POSICION DEL PROBLEMA**

<b>I.1 GENERALIDADES .....</b>	<b>2</b>
<b>I.2 POSICION DEL PROBLEMA .....</b>	<b>4</b>
<b>I.3 OBJETIVOS .....</b>	<b>8</b>

## **CAPITULO II**

### **PLANTAMIENTO DEL MODELO DESTINADO A SIMULAR A LA CURVA DE ENFRIAMIENTO DE UNA ALEACION HIPOEUTECTICA**

<b>II.1 ASPECTOS GENERALES.....</b>	<b>11</b>
<b>II.2 MODELOS CINETICOS DE SOLIDIFICACION.....</b>	<b>17</b>
<b>II.2.1 SOLIDIFICACION PROEUTECTICA .....</b>	<b>17</b>
<b>II.2.2 SOLIDIFICACION EUTECTICA .....</b>	<b>19</b>
<b>II.3 ACOPLAMIENTO DE LOS MODELOS DURANTE LA SOLIDIFICACION.....</b>	<b>20</b>
<b>II.3.1 ETAPA II SOLIDIFICACION DE DENDRITAS PROEUTECTICAS.....</b>	<b>20</b>
<b>II.3.2 SOLIDIFICACION EUTECTICA, ETAPA III .....</b>	<b>23</b>

## **CAPITULO III**

### **ANALISIS DE LOS RESULTADOS PROPORCIONADOS POR EL MODELO ELABORADO**

<b>III.1 DESCRIPCION GENERAL DEL MODELO.....</b>	<b>26</b>
<b>III.2 ANALISIS DE LA EVOLUCION DE PARAMETROS TERMICOS Y CINETICOS DURANTE EL ENFRIAMIENTO Y SOLIDIFICACION DE ALEACION AL-SI HIPOEUTECTICA COLADA EN MOLDE DE ARENA.....</b>	<b>27</b>
<b>III.3 EFECTO DE LAS CONDICIONES SOBRE LAS CARACTERISTICAS DE LA CURVA DE ENFRIAMIENTO OBTENIDA.....</b>	<b>32</b>
<b>III.3.1 EFECTO DE LA TEMPERATURA DE COLADA.....</b>	<b>32</b>

<b>III.3.2 EFECTO DEL ESPESOR.....</b>	<b>32</b>
--	-----------

#### **CAPITULO IV**

#### **CONFRONTACION DE LOS RESULTADOS PROPORCIONADOS POR EL MODELO ELABORADO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS**

<b>IV.1 GENERALIDADES.....</b>	<b>35</b>
<b>IV.2 DESARROLLO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>35</b>
<b>IV.2.1 ENFRIAMIENTO DE LA ALEACION HIPOEUTECTICA AL-SI EN CRISOL DE GRAFITO.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.2.2 CARACTERISTICAS DE LAS MUESTRAS UTILIZADAS EN LA EXPERIMENTACION.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.2.3 PREPARACION DE LA MUESTRA.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.2.4 MEDICION DE LA TEMPERATURA.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.2.5 RESULTADOS OBTENIDOS ENFRIAMIENTO EN CRISOL DE GRAFITO.....</b>	<b>37</b>
<b>IV.2.6 DISCUSION DE RESULTADOS DE LA ETAPA EXPERIMENTAL 1.....</b>	<b>39</b>
<b>IV.3 RESULTADOS Y DISCUSION ASOCIADA AL ENFRIAMIENTO DE ALEACION HIPOEUTECTICA AL-SI, COLADA EN MOLDE DE ARENA.....</b>	<b>42</b>
<b>IV.3.1 RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>43</b>
<b>IV.4 DISCUSION DE RESULTADOS , ETAPA EXPERIMENTAL 2.....</b>	<b>47</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>49</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>50</b>



**Capítulo I**  
**Generalidades y Posición del Problema**

## **I.1 Generalidades**

La obtención e interpretación de curvas de enfriamiento junto con el correspondiente análisis metalográfico de la aleación bajo estudio, constituye la principal herramienta experimental que, a nivel industrial, ha sido empleada para explorar de una manera sistemática, el efecto de las condiciones de proceso sobre la microestructura del producto solidificado.

Actualmente es práctica común, como operación de control de tratamiento del metal líquido en aleaciones base aluminio destinadas a fundición, la obtención y análisis de curvas de enfriamiento, para el control de la refinación de grano y de la modificación del eutéctico.

También, durante la elaboración de piezas fundidas de hierro gris y hierro nodular, es común el empleo de las curvas de enfriamiento para el control del carbono equivalente y de la inoculación.

A pesar de la amplia aceptación de las curvas de enfriamiento como herramientas de control de calidad metalúrgica en fundición, las aplicaciones que hemos mencionado se basan en un conocimiento básicamente empírico, de donde surge la necesidad de efectuar un análisis más formal de los fenómenos involucrados, el cual proporcione un soporte teórico que enriquezca el potencial aplicativo de esta técnica.

El análisis formal que mencionamos debe contemplar como principal objetivo el proporcionar elementos de juicio y razonamientos que expliquen la manera en que las condiciones de proceso afectan a la calidad metalúrgica del producto fundido.

A este respecto, es claro que la comprensión de los factores que afectan a la formación de microestructura, durante la solidificación y enfriamiento de aleaciones, es de importancia fundamental para el control de las propiedades y de la calidad de los productos de fundición.

Debido a esto, en los últimos años ha surgido una nueva corriente en el modelado de la solidificación, denominada Micro-macro modelado, la cual persigue acoplar los

aspectos microscópicos asociados a la cinética de las transformaciones de fase con los aspectos macroscópicos de transferencia de calor, buscando simular la evolución de parámetros microestructurales como lo son el tamaño de grano, el espacio interdendrítico promedio, la distribución y tipo de las fases presentes, y otros aspectos relacionados, con el objetivo final de crear una herramienta que proporcione un vínculo cuantitativo entre las condiciones de proceso y la microestructura final del producto de fundición.

La trascendencia de este objetivo reside en el hecho de que las propiedades de un material son una función de la microestructura que éste presenta, de donde, al generar modelos mecanísticos capaces de predecir la microestructura obtenida en la aleación bajo condiciones específicas de proceso, se está creando una herramienta de control que permite, de una manera racional y precisa, establecer las condiciones que garantizan la obtención de la microestructura deseada en el producto terminado.

Dentro de este marco este trabajo se enfoca a la simulación de las curvas de enfriamiento asociadas al enfriamiento y solidificación de aleaciones hipoeutécticas Al-Si, coladas en moldes de arena en verde, a través del desarrollo y empleo de un modelo que parte de consideraciones de transferencia de calor y de cinética de solidificación

La idea básica que se muestra en el desarrollo del modelo propuesto en este trabajo radica en la incorporación de los aspectos de cinética de solidificación y transferencia de calor, relacionados con la aleación y el sistema molde-metal bajo estudio, dentro de las ecuaciones obtenidas al aplicar el principio de conservación de energía.

En este trabajo, para la aplicación de dicho principio, se emplea un balance global de energía en el metal, en donde se asume la ausencia de gradiente térmico dentro de la aleación y se aplica un modelo simplificado de transferencia de calor y dos modelos cinéticos de solidificación, el primero asociado a la solidificación de dendritas proeutécticas, y el segundo, a la solidificación eutéctica.

Este modelo es empleado para desplegar la evolución de diferentes parámetros térmicos y cinéticos durante el enfriamiento, con el fin de obtener, como resultado del análisis de dicha evolución, una propuesta que pretende explicar de una manera clara y cuantitativa, la relación que existe entre los fenómenos térmicos y cinéticos involucrados en el proceso.

## **I.2. Posición del Problema**

La simulación de una curva de enfriamiento no es un proceso simple, ya que la evolución de la temperatura de la aleación con respecto al tiempo, durante el enfriamiento y solidificación, constituye el registro cinético de los eventos térmicos que acontecen dentro del sistema.

Estos eventos, a su vez, son la manifestación de los fenómenos macroscópicos y microscópicos que suceden dentro de la aleación durante el proceso: a nivel macroscópico, en lo que respecta a la extracción de calor del metal por el medio circundante (molde y medio ambiente) y a nivel microscópico en lo que se refiere a la liberación del calor latente de solidificación, siendo ésta un proceso de nucleación y crecimiento.

De lo anterior, es claro que cualquier modelo que pretenda simular a una curva de enfriamiento debe considerar al menos a los fenómenos de transferencia de calor y de cinética de solidificación involucrados.

A continuación se mencionan los aspectos de interés relacionados con las características de una curva de enfriamiento asociada a una aleación hipoeutéctica Al-Si

En una curva de enfriamiento típica de una aleación hipoeutéctica Al-Si como es el caso de las aleaciones objeto de este trabajo, se pueden distinguir cuatro etapas:

I Enfriamiento del líquido.

II Solidificación de la fase proeutéctica ( fase primaria que es una solución sólida rica en aluminio).

III Solidificación del microconstituyente eutéctico

IV Enfriamiento del sólido.

Lo anterior se ilustra en la figura I:1.

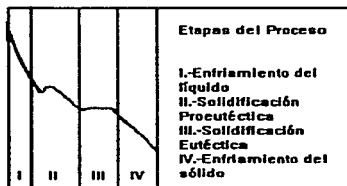


Fig.1.1 Etapas características durante la solidificación de una aleación hipoeutéctica Al-Si

La interpretación más simple que se puede inferir de esta figura se describe a continuación.

En la primera etapa el metal líquido se enfría desde la temperatura de colada hasta la temperatura de líquidus de la aleación. En la segunda etapa, se efectúa la solidificación de la fase primaria proeutéctica rica en aluminio, la aleación continúa su enfriamiento hasta que el sistema alcanza la temperatura eutéctica, dando inicio a la tercer etapa. En esta tercer etapa, el líquido remanente solidifica hasta agotarse por completo, formando el microconstituyente eutéctico. En el momento en que finaliza la solidificación del último líquido comienza la última etapa, correspondiente al enfriamiento del sólido.

Una vez que finaliza la primera etapa y comienza la solidificación proeutéctica, en la medida en que el subenfriamiento con respecto a líquidos se incrementa, un número cada vez mayor de embriones se activa como centro de nucleación; el calor latente liberado por el crecimiento de estos núcleos provoca que la velocidad de enfriamiento disminuya hasta alcanzar un valor nulo, correspondiente al punto de subenfriamiento máximo que se presenta en esta segunda etapa. En este momento cesa la nucleación..

La solidificación proeutéctica presenta las características de una solidificación equiaxial dendrítica. En los primeros instantes de la segunda etapa los cristales dendríticos, con una cierta fracción sólida interna, están separados y pueden moverse libremente.

Cuando los granos dendríticos en desarrollo empiezan a interactuar con sus campos solutales, interbloqueando su crecimiento radial, se comienza a alcanzar un estado llamado estado de coherencia dendrítica, en el cual el sistema está formado por un esqueleto sólido de granos dendríticos interbloqueados y de líquido remanente en las regiones interdendríticas. En este estado, el sistema comienza a comportarse más como sólido que como líquido. y existe una transición en propiedades del sistema, de las propiedades características del líquido a las del sólido. Este estado de coherencia está caracterizado por una temperatura, un tiempo y una fracción sólida que son denominados temperatura, tiempo y fracción sólida coherentes. y a partir de este momento, llamado punto de coherencia dendrítica, la solidificación continua con el engrosamiento de los brazos dendríticos y con el enriquecimiento en soluto ( $k < 1$ ) por parte del líquido remanente hasta que se presenta la reacción eutéctica, es decir inicia la tercer etapa.

En la tercer etapa el líquido remanente solidifica empleando como sitio de nucleación a regiones de los brazos dendríticos previamente formados hasta que el líquido remanente se agota y la solidificación finaliza por completo.

De todo lo anterior resulta evidente que para simular a una curva de enfriamiento de una aleación hipoeutéctica Al-Si se requiere acoplar a la transferencia de calor con dos

modelos de cinética de solidificación, el primero para simular lo que acontece en la etapa 2 y el segundo, lo que acontece en la etapa 3.

Los puntos ya citados, reunidos en el modelo, objeto de este trabajo, nos permitirán realizar un análisis basado en conceptos de transferencia de calor y transformaciones de fase que permitirá sugerir algunas propuestas tendientes a explicar el porqué de las características observadas en la curva de enfriamiento, una vez que se hayan cumplido los objetivos que se describen a continuación.

## Objetivos



1.- Elaborar un modelo que, tomando en cuenta a la transferencia de calor y a la cinética de solidificación, permita la obtención de curvas de enfriamiento, asociadas al enfriamiento y solidificación de aleaciones hipoeutéctica Al-Si coladas en moldes de arena bajo condiciones específicas de proceso.

2. Emplear este modelo para obtener la evolución de los parámetros térmicos y cinéticos durante el enfriamiento y la solidificación, y realizar el análisis de esta información para proponer razonamientos que expliquen las relaciones existentes entre los fenómenos térmicos y cinéticos que intervienen durante el proceso.

**Capítulo II**  
**Planteamiento del Modelo Destinado a Simular a la Curva de**  
**Enfriamiento de una Aleación Hipoeutéctica Al-Si**

## II.1 Aspectos Generales

En este trabajo asumimos que el principal mecanismo de transferencia de calor que existe en el proceso es la conducción y por ende, la ecuación que describe al transporte de energía en el medio compuesto molde-metal, es la siguiente:

$$L \frac{\partial f_i}{\partial T} + \nabla (K_i \nabla T) = \rho_i C_{p,i} \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots (II.1)$$

donde T es la temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ), t es el tiempo (s), K es la conductividad térmica ( $\text{W}/\text{m}^{\circ}\text{C}$ ),  $\rho$  es la densidad ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ),  $C_p$  es la capacidad calorífica en ( $\text{J}/\text{Kg}^{\circ}\text{C}$ ), L es el calor latente asociado a la solidificación en ( $\text{J}/\text{m}^3$ ),  $f_s$  es la fracción solidificada. y los subíndices *i* indican la pertenencia al dominio del metal ( $i=1$ ) o al molde ( $i=2$ ).

El término que involucra a  $f_s$ , contabiliza al calor generado por el cambio de fase y es nulo exclusivamente en el dominio del metal y durante la solidificación.

Dada la baja difusividad térmica del material de molde (molde de arena en verde), es esta zona del sistema compuesto molde metal, la que en mayor medida rige a la velocidad de extracción de calor del metal y por ende es posible describir al flux de calor que abandona al metal a través de la intercara molde-metal resolviendo la ecuación de conducción en el molde de arena, adoptando las hipótesis adicionales que se mencionan a continuación.

Si el espesor de la capa de arena es lo suficientemente grande para que el extremo opuesto a la interfase molde metal (la interfase molde-medio ambiente) permanezca a temperatura ambiente (hipótesis no muy alejada de la realidad práctica en la manufactura de piezas fundidas en aleaciones ligeras coladas en moldes de arena) podemos asumir que el molde se comporta como un sólido semi - infinito. Si además consideramos que existe flujo de calor en solo una dirección, y que las propiedades termofísicas de la arena son constantes, la forma que adopta la ecuación general de

conducción para establecer la dependencia de la temperatura en el molde con respecto a la posición y el tiempo es :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \dots\dots\dots (11.2)$$

y la solución de la ecuación anterior que resulta de las hipótesis mencionadas y que permite evaluar al perfil de temperaturas en el molde en función del tiempo es :

$$\frac{T - T_0}{T - T_m} = \text{erf} \frac{x}{\sqrt{2\alpha t}} \dots\dots\dots (11.3)$$

Derivando esta ecuación con respecto a x, evaluándolo en la interfase molde-metal (x=0) y aplicando la definición de flux de calor, se obtiene la siguiente expresión, que describe la evolución del flux de calor en la intercara molde-metal en función del tiempo y en función de la temperatura instantánea de dicha interfase:

$$\frac{dQ}{dt} = \sqrt{\frac{(K \rho C_p)_{\text{molde}}}{\pi}} \frac{(T - T_0)}{\sqrt{t}} \quad (11.4a)$$

donde:

$\frac{dQ}{dt}$  es el flux de calor (W/m<sup>2</sup>) que abandona al metal, supuesto isotérmico, a través de la intercara molde-metal.

$(K \rho C_p)_{\text{molde}}$  son las propiedades termofísicas del molde.

$T_0$  es la temperatura inicial del molde (°C).

T es la temperatura instantánea de la interfase molde-metal.

Si, adicionalmente, asumimos la ausencia de gradiente térmico en el metal, esta temperatura instantánea representa a la temperatura instantánea del metal contenida en el molde.

La representación esquemática del perfil de temperaturas que representa al sistema molde metal acorde a estas hipótesis se muestra a continuación:



Fig. II.1 Perfil de la temperatura en la interface molde-metal

La ecuación (II.4a) constituye la herramienta que nos permite especificar al calor que abandona al metal, por unidad de área de interfase molde-metal en función del tiempo. En otras palabras esta expresión constituye uno de los elementos más importantes del modelo de transferencia de calor. El otro elemento es el principio de conservación de energía, el cual, para los fines de este trabajo, será incluido bajo la forma de un balance global de energía aplicado al metal, en cada una de las cuatro etapas, descritas en la figura I.1 en que se asume que consiste el proceso:

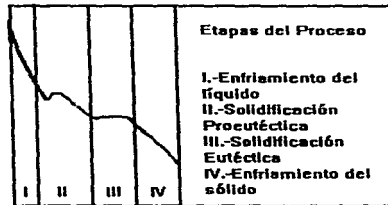


Fig. I.1 Etapas características durante la solidificación de una aleación hipocutética Al-Si

ETAPA I Enfriamiento del líquido.

ETAPA II Solidificación de la fase proeutéctica ( fase primaria que es una solución sólida rica en aluminio).

ETAPA III Solidificación del micro constituyente eutéctico.

ETAPA IV Enfriamiento del sólido.

La forma general que adopta el balance de energía aplicado al metal, de volumen  $V$  ( $m^3$ ) en contacto con una interfase molde-metal de área  $A$  ( $m^2$ ) se muestra en la ecuación II.4b.

$$- \frac{A \, dQ}{dt} = L \frac{df}{dt} = \rho V C_p \frac{dT}{dt}$$

<b>Flujo de calor que abandona al metal a través de la Interfaza molde-metal</b>	<b>Flujo de calor latente que libera el metal durante su solidificación</b>	<b>Velocidad de cambio de la entalpía del metal</b>
--	---	---

Ec. II.4b.

Cabe mencionar que durante las etapas I y IV solo se involucra a calor sensible mientras que en las etapas II y III, en donde se efectúa la solidificación, se involucra además de calor sensible al calor latente asociado a la formación de sólido y es en estas dos etapas donde efectuaremos el acoplamiento del modelo cinético de solidificación dendrítica (etapa II) y el de solidificación eutéctica (etapa III).

La metodología de resolución del problema (simulación de la curva de enfriamiento a lo largo de todo el proceso) consiste básicamente en plantear, de manera secuencial y siguiendo el orden cronológico natural del proceso, para cada etapa, un balance global de energía por unidad de volumen del metal y resolver la ecuación resultante lo cual proporciona la historia térmica del metal en esa etapa

Para la primera etapa el balance global de energía por unidad de volumen queda expresado de la siguiente manera:

$$-\frac{A}{V} \frac{\delta Q}{\delta T} = \rho C_p \frac{\delta T}{\delta t} \quad (\text{II.5})$$

$$Q_c = Q_a \quad (\text{II.6})$$

donde  $Q_c$  es el flujo volumétrico de calor ( $W/m^3$ ) que abandona al metal a través de la interfase molde-metal y  $Q_a$  es la velocidad de cambio en la entalpia del metal por unidad de volumen ( $W/m^3$ ). La solución de esta ecuación proporciona la siguiente expresión que describe la evolución de temperatura en el metal durante la primera etapa:

$$T = T_0 + (T_c - T_0) \exp\left(-\frac{2A}{\rho C_p V} \sqrt{\frac{(k\rho C_p)}{\pi}} \sqrt{t}\right) \quad (\text{II.7})$$

así como ecuaciones que definen al tiempo al cual finaliza esta primera etapa.

Durante la segunda etapa el balance global aplicado al metal se puede expresar de la siguiente manera:

$$-\frac{A}{V} \frac{dQ}{dt} + \frac{L}{V} \frac{df_p}{dt} = \rho C_p \frac{dT}{dt} \quad (\text{II.8})$$

$$Q_c = Q_a = Q_s \quad (\text{II.9})$$

donde  $f_p$  es la fracción sólida de la fase proeutéctica,  $Q_s$  es la velocidad de liberación de calor latente de solidificación proeutéctica por unidad de volumen ( $W/m^3$ ) y  $Q_a$  y  $Q_c$  conservan el significado anteriormente mencionado. Para conocer la historia térmica del sistema durante esta segunda etapa es necesario resolver de manera simultánea el siguiente par de ecuaciones:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = -\frac{A}{\rho C_p V} \frac{\delta Q}{\delta t} + \frac{L}{V} \frac{\delta f_p}{\delta t} \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{df_p}{dt} \equiv \frac{\Delta f_p}{\Delta t} = \frac{f_p^{n+1} - f_p^n}{\delta t} \quad (\text{II.11})$$

La solución de este sistema de ecuaciones puede realizarse empleando el método de Euler junto con relaciones proporcionadas por el modelo cinético que será considerado para describir la evolución de la fracción solidificada primaria,  $f_p$ .

Una vez que el sistema alcanza a la temperatura eutéctica (577 °C) inicia la tercera etapa de solidificación

Durante esta etapa, de manera similar con lo que ocurre en la etapa anterior, el balance global aplicado al metal se puede expresar de la siguiente manera:

$$-\frac{A}{V} \frac{dQ}{dt} + \frac{L}{V} \frac{df_{E.E.}}{dt} = \rho C_p \frac{dT}{dt} \dots (II.12)$$

$$Q_c = Q_s = Q_a \dots (II.13)$$

donde  $f_{E.E.}$  es la fracción sólida de la fase eutéctica,  $Q_s$  es la velocidad de liberación de calor latente de solidificación eutéctica por unidad de volumen (W/m<sup>3</sup>) y  $Q_a$  y  $Q_c$  conservan el significado anteriormente mencionado. Para conocer la historia térmica del sistema durante esta tercera etapa es necesario resolver de manera simultánea el siguiente par de ecuaciones:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = -\frac{A}{\rho C_p V} \frac{\delta Q}{\delta t} + \frac{L}{V} \frac{\delta f_{E.E.}}{\delta t} \dots (II.14)$$

$$\frac{\delta f_{E.E.}}{\delta t} = (1 - f_s) 4\pi N_s R_s^2 \frac{\delta R_s}{\delta t} \dots (II.15)$$

La solución de este sistema de ecuaciones puede realizarse empleando el método de Euler junto con relaciones proporcionadas por el modelo cinético que será considerado para describir la evolución de la fracción solidificada eutéctica,  $f_{E.E.}$

Finalmente en la cuarta etapa el balance de energía proporciona la siguiente expresión que describe la evolución de la temperatura del metal en función del tiempo.

$$T = T_0 + (T_{F.S.} - T_0) \exp\left(-\frac{2A}{\rho C_p V} \sqrt{\frac{(k \rho C_p)}{\pi}} (\sqrt{t} - \sqrt{t_{F.S.}})\right) \dots (16)$$

donde los subíndices " F.S." indican el valor correspondiente al fin de la solidificación.



## II.2 Modelos Cinéticos de Solidificación

Como se mencionó con anterioridad, durante la solidificación podemos distinguir a dos etapas: 1.- Solidificación proeutéctica (Etapa II) y 2.- Solidificación eutéctica. (Etapa III).

Para cada etapa debemos aplicar un modelo cinético de solidificación que refleje lo que acontece en cada caso. A continuación describiremos los modelos considerados en este trabajo.

### II.2.1 Solidificación Proeutéctica.

En el caso de aleaciones hipoeutécticas Al-Si y en las condiciones presentes comúnmente en fundición en moldes de arena, la fase proeutéctica solidifica bajo la forma de dendritas equiaxiales.

Un modelo que describa a la cinética de solidificación equiaxial dendrítica presenta dos elementos principales :

- a) Un modelo de nucleación.
- b) Un modelo de crecimiento.

En lo que se refiere al modelo de nucleación de los granos equiaxiales dendríticos, en este trabajo se asume que la totalidad de sitios de nucleación presentes por unidad de volumen de metal líquido nuclean instantáneamente a la temperatura crítica de nucleación y posteriormente crecen adoptando una forma esférica.

La densidad de núcleos activos es un parámetro, cuyo valor depende del potencial de nucleación (refinamiento de grano) y de la velocidad de enfriamiento. Con respecto a este último aspecto en la literatura se reportan valores experimentales de conteo de granos dendríticos como una función de la velocidad de enfriamiento, los cuales se pueden procesar en ecuaciones de la forma:

$$N_v = a \left( \frac{dT}{dt} \right)^b \dots (II.17)$$

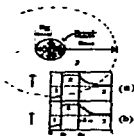
donde  $N_i$  es el número de núcleos por unidad de volumen ( $m^{-3}$ ) y  $dT/dt$  es la velocidad de enfriamiento ( $^{\circ}C/s$ ) del metal al inicio de la solidificación.

Los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para aleaciones hipoeutécticas Al-Si son una función del contenido de Si presente en la aleación y deben ser obtenidos experimentalmente. En este trabajo se emplearon los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  que se infieren de los resultados experimentales reportados por Stefanescu <sup>(1, 34)</sup>. Por ejemplo, en el caso de aleaciones Al-8.5%Si son los siguientes:

$$a = 7.4038e06$$

$$b = 1.54$$

Para modelar la cinética de crecimiento de estas dendritas emplearemos el modelo de difusión de soluto propuesto por Rappaz <sup>(2,5,7,32)</sup> (figura II.2), cuyas suposiciones principales son las siguientes:



**fig. II.2 Modelo de difusión de soluto desarrollado por Rappaz y Thévoz para solidificación equiaxial dendrítica.**

a.) Perfil de distribución de soluto en el crecimiento de grano.

b.-) Simplificación de la distribución de soluto en el crecimiento de grano

(1) " La difusión térmica es demasiado rápida a escala del grano"; es decir la temperatura es uniforme e igual a la temperatura de la punta de la dendrita denotada por  $T^*$ .

(2) "En el líquido interdendrítico se logra una mezcla completa de soluto, que se extiende hasta la envolvente esférica del grano en crecimiento , mientras que en el sólido formado la difusión de soluto es nula ( en esta región son válidas las suposiciones del modelo de Scheil)".

(3) "La capa difusiva, que se presenta afuera de la envolvente del grano, es remplazada por una capa limite de soluto .  $\delta$  ,que se calcula como una función de la velocidad de avance de la punta dendrítica.

(4 ) Todo balance de soluto y de energía debe ser satisfecho dentro del grano.

## II.2.2 Solidificación Eutéctica

Para modelar la cinética de crecimiento eutéctico partimos de la expresión para la velocidad de formación de sólido eutéctico <sup>(13,14,15,16,19)</sup>:

$$\frac{dV_e}{dt} = (1 - f_e) 4\pi N_e R_e^2 \frac{dR_e}{dt} \dots (18)$$

$$N_e = \Psi \Delta T_e^\eta \dots (19)$$

donde  $f_e$  es la fracción sólida total ,  $f_{e0}$  la fracción sólida eutéctica,  $N_e$  es el número equivalente de núcleos a partir de los cuales se desarrolla el eutéctico, (los granos eutécticos solidifican empleando como substrato a zonas de los brazos dendríticos previamente formados) el cual se calcula a partir de los parámetros preexponencial  $\Psi$  y exponencial  $\eta$  obtenidos experimentalmente , el término  $(dR_e/dt)$  es la velocidad de crecimiento, la cual para el crecimiento equiaxial de un eutéctico irregular en las condiciones comúnmente encontradas en fundición puede calcularse de la siguiente manera:

$$\frac{dR_e}{dt} = \mu(\Delta T^*) \dots (19)$$

donde  $\mu$  es la constante de crecimiento ( $m/s^2$ ) y  $\Delta T$  es el subenfriamiento interfacial ( $^{\circ}C$ )

En este trabajo se adopta el valor inferido de los datos reportados por Magnin y Trivedi<sup>(14,15,16,17,20)</sup>.

$$\mu = 5 \times 10^{-6} \text{ m/s } ^{\circ}C^2$$

## II.3 Acoplamiento de los modelos durante la solidificación

### II.3.1 Etapa II. Solidificación de dendritas proeutéctica

A continuación se describe la metodología empleada para acoplar a los modelos de transferencia de calor y cinética de solidificación equiaxial dendrítica durante la segunda etapa del proceso:

#### SOLUCION DE LA ECUACIÓN PARA EL MACRO BALANCE:

Para poder formular este modelo es necesario partir de la ecuación de conservación de energía la cual puede ser escrita de la siguiente manera<sup>(2,5,7)</sup>:

$$Q_{en}(t) \frac{A}{V} = \Delta H = \left\{ \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - L \frac{\partial F_s}{\partial t} \right\} \dots \dots \dots (II.21)$$

donde  $Q_{en}$  es el calor extraído al metal durante su solidificación y los términos  $C_p$  y  $L$ , representan , el calor sensible y la evolución del calor debida a la formación del sólido respectivamente,  $df/dt$  es la velocidad de solidificación y  $dT/dt$  es la velocidad de enfriamiento.

Esta ecuación asocia fenómenos de la cinética de crecimiento con la extracción de calor del sistema. Por lo tanto es necesario el poder definir la fracción sólida.

y posteriormente derivarla con respecto al tiempo para poderla sustituir en la ecuación II.21 y poder resolver dicha ecuación.

La fracción sólida en un crecimiento equiaxial dendrítico  $f_s$  puede ser escrita como:

$$f_s(t) = n \left( \frac{4}{3} \right) \pi R^3(t) f_i(t) \quad \text{..(II.22)}$$

donde  $n$  es la densidad de grano,  $R(t)$  (m) ,es el radio promedio de la envoltente esférica del grano,  $f_i(t)$  es la fracción interna sólida, la cual corresponde a la fracción del sólido dentro de la envoltente del cristal <sup>(7)</sup>.

Al ser derivada la ecuación II.9 se obtiene:

$$Df_s(t) = n 4 \pi R^2 DR(t) f_i(t) + \left( \frac{4}{3} \right) \pi R^3(t) Df_i(t) \quad \text{..(II.23)}$$

La principal aportación del modelo de Rappaz, es concluir que la fracción interna de volumen de sólido,  $f_i$ , es igual a la supersaturación, pero ponderada por un factor de corrección , $f(pe)$ , la cual es una función compleja del numero de Peclet , de lo anterior  $f_i$  puede ser escrita de la siguiente forma:

$$f_i = \Omega f(Pe) \quad \text{..(II.24)}$$

$\Omega$  es la supersaturación esta definida de la siguiente forma:

$$\Omega = (C^* - C_0) / (C^* (1-k)) = (C^* - C_0) / (C_0 (1-k)) \quad \text{..(II.25)}$$

Para un frente planar, el valor de la capa limite, esta dado por la siguiente relación:

$$\delta = (2D) / v \quad \text{..(II.26)}$$

$$Pe = vR / (2D) \quad \text{..(II.27)}$$

donde  $v$  (m/s), es la velocidad de la punta de la dendrita y esta definida por la ecuación 28,  $R$  (m), es el radio promedio de grano y,  $D$  (m<sup>2</sup>/s), es el coeficiente de difusión de soluto en el líquido.

$$v = \mu (C^* - C_0)^2 = (mD) / (\pi^2 \Gamma (k-1) C_0) \quad \text{..(II.28)}$$

Al ser derivada la ecuación II.10 con respecto al tiempo, y despreciando la dependencia del Peclet con el tiempo, se obtiene:

$$(df_i/dt) = (d(\Omega/dt)) f(Pe) - f(Pe) / (C_0 (1-k)) (dC^*/dt) \quad \text{..(II.29)}$$

Si en la ecuación II.28 se substituye la relación que existe entre la concentración y la temperatura de liquidus ( $T = m \cdot C + T_f$ ) se obtiene:

$$(df/dt) = f(Pe) / (m_0(1-k)) (dT^*/dt) \quad (II.30)$$

El avance de la punta de la dendrita esta dado por la siguiente relación:

$$\Delta R = v \Delta t = \mu (C_a - C_0) / 2 / ((1-k)C_0) \quad (II.31)$$

donde  $\Delta R$  es incremento de grano. en (m).

Al ser substituidas las ecuaciones II.23, II.24, II.29 y II.30 se obtiene la siguiente expresión.

$$\Delta f_s = (A(T^{t+\Delta t} - T^t) - Bn\Delta T^t) \Delta t \quad (II.32)$$

Al ser substituida la ecuación II.31 en la ecuación II.21 se obtiene la siguiente expresión:

$$T^{t+\Delta t} = T^t + (\Delta H \Delta t + L F_i C V \Delta t) / (C_p - L(RCF(Pe)) / (3mC_0(1-k))) \quad (33)$$

Una vez que se conoce la temperatura que fue proporcionada por la etapa anterior

1.) Se calcula la velocidad de crecimiento de la dendrita ecuación por medio de la ecuación:

$$v = \mu (C^* - C_0) / 2 = (mD) / (\pi^2 \Gamma (k-1) C_0)$$

2.-) Posteriormente se procede a calcular la función del Peclet con la ecuación:

$$Pe = vR / (2D)$$

3.-) Con estos dos datos es posible calcular la fracción interna sólida y el aumento en el radio del grano:

$$f_i = \Omega f(Pe)$$

$$\Delta R = v \Delta t = \mu (C_a - C_0) / 2 / ((1-k)C_0)$$

4.-) Con ello es posible calcular la temperatura futura así como el incremento de la fracción sólida.

$$T^{t+\Delta t} = T^t + (\Delta H \Delta t + L F_i C V \Delta t) / (C_p - L(RCF(Pe)) / (3mC_0(1-k)))$$

$$\Delta f_s = (A(T^{t+\Delta t} - T^t) - Bn\Delta T^t) \Delta t$$

5.) Se actualiza el valor de la fracción sólida así como del radio de grano:

$$f_s^{i+1} = f_s^i + \sum \sum (A(T^{i+1} - T^i) - B_n \Delta T^i) \Delta t$$

$$R^{i+1} = R^i + \sum \mu (C_s - C_e) Z / ((1 - k) C_s)$$

este procedimiento se realiza hasta que la fracción de grano llega al valor de .995.

### II.3.2 Solidificación eutéctica, etapa III

A continuación se describe el acoplamiento de los modelos de transferencia de calor y de cinética de solidificación equiaxial eutéctica durante la etapa III del proceso.

1.- Con la temperatura del metal proporcionada por el cálculo del paso anterior se calcula el subenfriamiento del líquido remanente con respecto a la temperatura eutéctica:

$$\Delta T_e^i = T_x - T_i$$

2.-) Si aun no se ha presentado la recalcescencia se actualiza el numero de núcleos activos de acuerdo con la ley de nucleación:

$$N_e^i = \Psi \{\Delta T_e^i\}^n$$

si ya se presentó la recalcescencia el número de granos eutécticos en crecimiento esta fijo y le corresponde el valor correspondiente al número de núcleos que fue calculado en el paso anterior a aquel en que se presentó la recalcescencia

3.-) La velocidad de crecimiento de los granos eutécticos es calculada empleando :

$$\left\{ \frac{\delta R_e}{\delta t} \right\}_i = \mu \{\Delta T_e^i\}^2$$

4.-) La velocidad de formación de sólido eutéctico es calculada empleando la siguiente ecuación :

$$\left\{ \frac{\delta f_{e-e}}{\delta t} \right\}_i = (1 - f_e^i) 4\pi N_e^i R_e^{i,2} \left\{ \frac{\delta R_e}{\delta t} \right\}_i$$

5.-) Lo anterior es alimentado a la expresión que define a la nueva velocidad de enfriamiento del metal :

$$\left\{ \frac{\delta T}{\delta t} \right\}_i = - \frac{A}{\rho C_p V} \left\{ \frac{\delta Q}{\delta t} \right\}_i + \frac{L}{V} \left\{ \frac{\delta f_{e-e}}{\delta t} \right\}_i$$

6.- Con esta velocidad y empleando Euler se calcula la nueva temperatura del sistema:

$$T^{i+1} = T^i + \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_i \delta t$$

7.- Se actualiza el radio promedio de los granos eutécticos:

$$R_e^{i+1} = R_e^i + \left\{ \frac{dR_e}{dt} \right\}_i \delta t$$

8.- Así como el valor de la fracción sólida:

$$f_s^{i+1} = f_s^i + \left\{ \frac{df_s}{dt} \right\}_i \delta t$$

Este procedimiento se repite hasta que la fracción sólida alcanza un valor de 0.995, valor al cual se asume que finaliza la solidificación. A este momento del proceso corresponden un tiempo y una temperatura : el tiempo y la temperatura de fin de solidificación (  $t_f$  y  $T_f$  ), información requerida para simular al enfriamiento del sistema sólido en la última etapa del proceso (etapa IV)

En el próximo capítulo se mostrarán los resultados proporcionados por el modelo anteriormente descrito, y también se discutirá la íntima relación que presentan los fenómenos térmicos y cinéticos, a la luz del análisis de la evolución, durante el proceso , de diferentes parámetros térmicos y cinéticos.



**Capítulo III**  
**Análisis de los Resultados Proporcionados por el Modelo Elaborado**

### **III.1 Descripción General del Modelo.**

El modelo descrito anteriormente fue implementado en un programa de computo escrito en lenguaje QBASIC

El programa fue elaborado de tal forma que nos permita analizar condiciones específicas y condiciones variables de proceso, esto último con el fin de estudiar eventualmente el efecto de las variables de proceso sobre la curva de enfriamiento y microestructura presente en el producto sólido. Las variables de proceso susceptibles de ser modificadas para efectos de calculo son temperatura de colada, espesor de la pieza y difusividad del material de moldeo

En todos los casos se pueden alimentar al programa diferentes valores de la variable elegida manteniendo constante el valor de los parámetros restantes.

A partir de los datos proporcionados al inicio del programa, este obtendrá resultados gráficos en dos presentaciones a seleccionar, una de ellas, correspondiente a condiciones específicas de proceso, nos presenta un gráfico que permite realizar un análisis detallado de la evolución del sistema. En este gráfico, ( fig. III.1), se presentan las evoluciones en función del tiempo de las variables Temperatura,  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) (figura III.1a), velocidad de enfriamiento,  $dT/dt$  ( $^{\circ}\text{C}/\text{s}$ ) (figura III.1b), velocidad de solidificación  $dFs/dt$  ( $1/\text{s}$ ) y fracción sólida  $Fs$  (figura III.1c), flujos volumétricos de calor extraído por el molde,  $-Q_c$  ( $\text{W}/\text{m}^3$ ) y liberado por la solidificación  $Q_s$  ( $\text{W}/\text{m}^3$ ) (figura III.1d).

La otra opción que presenta el programa esta enfocada a obtener las curvas de enfriamiento asociados a diferentes condiciones de proceso, con lo cual es posible observar el efecto de la modificación de una variable de proceso sobre los puntos característicos de una curva de enfriamiento ( $dT/dt$ ).

Los resultados arrojados por el programa serán empleados en este capítulo para explorar la relación que existe entre los parámetros térmicos y cinéticos durante la solidificación de aleaciones Al-Si hipoeutécticas así como el efecto de la modificación de

diversas variables del proceso sobre la curva de enfriamiento y la microestructura del producto sólido.

### **III.2 Análisis de la Evolución de Parámetros Térmicos y Cinéticos Durante el Enfriamiento y Solidificación de Aleación Al-Si Hipoeutéctica Colada en Molde de Arena.**

Con el fin de explorar la relación existente entre las variables de proceso y las características de la curva de enfriamiento se aplicó el modelo al enfriamiento de una placa infinita de Al-7%Si, colada a una temperatura de 700°C en un molde de arena con una difusividad de calor de  $500 \text{ J/m}^2\text{s}^{1/2}$ , y un paso de tiempo de cálculo de 0.01 s.

La figura III.1 muestra el despliegue de resultados generados por el modelo bajo las condiciones anteriormente mencionadas. En el extremo superior izquierdo se muestra a la curva de enfriamiento (fig. III.1a), y a su derecha la evolución de la velocidad de enfriamiento a lo largo del proceso (fig. III.1b). En el extremo inferior izquierdo se muestra la evolución de la fracción sólida y de la velocidad de solidificación (fig. III.1c). En el extremo inferior derecho se muestran las evoluciones de los flujos volumétricos de calor,  $-Q_c$ , extraído por el molde y  $Q_s$ , generado por la solidificación (fig. III.1d).

A través del análisis de la interrelación existente entre la evolución de los parámetros térmicos y cinéticos durante el proceso, es posible adentrarse en la fenomenología asociada al enfriamiento y solidificación de piezas coladas en moldes de arena. Dicho análisis nos permite proponer lo siguiente:

Al inicio del proceso el choque térmico entre el metal, a la temperatura de colada y el molde, a la temperatura ambiente es muy intenso lo cual se traduce en un valor muy elevado del gradiente térmico en la interfase molde-metal, lo que provoca que el flux de calor en esta zona sea muy intenso, y que, en estos momentos iniciales se presenten los mas altos valores asociados al flujo volumétrico de calor extraído por el material de moldeo (  $Q_c$  ). Lo anterior se puede observar en la figura figura III. 1d (punto a)

A medida que transcurre el enfriamiento del metal líquido, y debido a la baja difusividad térmica del molde, la región en el molde que se encuentra adyacente a la interfase molde metal presenta una saturación térmica progresiva ( aparentemente la temperatura de esta zona se incrementa de modo tal que el gradiente de temperatura a través de la interfase molde metal se reduce lo cual trae como consecuencia una disminución en el flux de calor que abandona al metal a través de esta interfase).

Por esta razón  $Q_c$  disminuye y la velocidad de enfriamiento, es cada vez menos negativa conforme transcurre el tiempo. Esta tendencia continua hasta que la aleación líquida alcanza la temperatura de liquidus correspondiente a la composición de la aleación bajo estudio e inicia la solidificación figura III.1b (punto a).

Por debajo de esta temperatura y conforme el subenfriamiento de líquido remanente con respecto a la temperatura instantánea de liquidus se incrementa, aumenta el numero de embriones que se activan como núcleos así como también el numero de núcleos en crecimiento y en franca solidificación.

Cabe mencionar que, ya que el valor de  $K$  el coeficiente de distribución de soluto al equilibrio, es menor que uno conforme la aleación solidifica, el sólido en crecimiento rechaza soluto ( Si ) que se incorpora al líquido remanente, es decir el líquido remanente se enriquece de Si, conforme avanza la solidificación de la fase proeutéctica..

Este enriquecimiento del líquido remanente con Si, se traduce en una disminución en la temperatura de liquidus instantánea a la asociada. Esto a su vez determina junto con la condiciones de extracción de calor imperantes, el grado de subenfriamiento alcanzado por el líquido remanente y por ende la velocidad de solidificación que opera en ese instante.

Como consecuencia del incremento de la fracción sólida asociado con la aparición de los primeros núcleos en crecimiento, se presenta la generación de un flujo volumétrico de calor latente de solidificación que provoca un cambio radical en la velocidad de enfriamiento, la cual se dispara a valores menos negativos, alcanza un valor nulo, figura

III.1b punto (b), y posteriormente adopta valores cada vez mas positivos hasta alcanzar un máximo fig. III.1b ( punto c ).

Al inicio de la solidificación el valor de  $Q_s$  es reducido dado que a los pequeños valores de subenfriamiento inicial son pocos los embriones que se activan como núcleos y la velocidad de crecimiento asociada es reducida. Sin embargo en la medida en que el subenfriamiento presente se incrementa. son mas los embriones que se activan como núcleos y es mayor la velocidad a la que crecen, lo cual se refleja en valores cada vez mas elevados de  $Q_s$  , hasta que llega un momento, en que el flujo volumétrico de calor latente generado por la solidificación se iguala al extraído por el material de moldeo ( $Q_c = Q_s$  ) y la velocidad de enfriamiento se hace nula figura III.1d (punto b). En este instante el liquido remanente alcanza su máximo subenfriamiento y cesa la nucleación.

Como en este momento existen las condiciones de máximo subenfriamiento , y por ende la máxima velocidad de crecimiento equiaxial dendrítico, la velocidad de solidificación seguirá incrementándose, lo cual se refleja en un incremento de  $Q_s$  por encima de  $-Q_c$  esto provoca el fenómeno de recalcancia, es decir la velocidad de enfriamiento muestra valores positivos y el incremento de temperatura asociado a la recalcancia disminuye el subenfriamiento del metal liquido remanente y con esto se reduce paulatinamente la rapidez a la cual se incrementa la velocidad de solidificación.

Llega un momento en que la velocidad de solidificación alcanza un máximo fig. III.1b ( punto c), después del cual, dadas las condiciones resultantes de disminución en el subenfriamiento, esta velocidad comienza a disminuir.

La posición de este máximo corresponde al punto de inflexión de la curva de enfriamiento en la zona de recalcancia asociada a la solidificación primaria y corresponde en el tiempo con el máximo que presenta  $dT/dt$ .

Después de este momento el subenfriamiento y la velocidad de solidificación asociada son tales que  $Q_s$  disminuye. El liquido remanente sigue incrementando su temperatura e incrementando su concentración de silicio de tal modo que el

subenfriamiento disminuye, la velocidad de solidificación disminuye y en consecuencia  $Q_s$  también disminuye hasta que llega un momento en que se vuelve a igualar con el flujo volumétrico de calor extraído por el molde,  $dT/dt=0$  figuras III.1b (punto d) y figura III.1d (punto c), y esta posición corresponde al máximo de la meseta de la curva de enfriamiento de esta región .

A partir de este momento el subenfriamiento experimentado por el líquido remanente disminuye de manera lenta y de manera exponencial conforme continúa la solidificación de la fase proeutéctica.

Conforme esto sucede, el líquido remanente se enriquece cada vez más en soluto hasta que alcanza la composición eutéctica y comienza el proceso de nucleación y crecimiento asociado al microconstituyente eutéctico.

En este momento la velocidad de solidificación proeutéctica tiende a cero, esto corresponde a un mínimo local en la curva de velocidad de solidificación y al cambio brusco de tendencia mostrado por la curva de fracción sólida.

A partir de este momento la solidificación del microconstituyente eutéctico constituye el principal responsable del incremento de la fracción sólida.

De una manera similar a la encontrada durante la etapa inicial de la solidificación proeutéctica, a medida que el subenfriamiento de líquido remanente se incrementa, bajo las condiciones imperantes de extracción de calor y de disminución en la solidificación proeutéctica, el número de sitios de nucleación y el número de núcleos eutécticos en crecimiento se incrementa.

Como resultado de lo anterior el flujo volumétrico de calor latente de solidificación, ahora asociado a la solidificación eutéctica, se incrementa dando como consecuencia valores cada vez menos negativos en la velocidad de enfriamiento, hasta que llega un momento en que nuevamente este flujo se iguala al flujo volumétrico de calor extraído por el molde, y la velocidad de enfriamiento vuelve a ser nula.

Como en este momento el subenfriamiento eutéctico del líquido remanente esta en su valor máximo, la velocidad de formación de sólido eutéctico seguirá incrementándose, lo cual provoca que  $Q_s$  se incremente por encima de  $Q_c$  y se presente la recalcancia eutéctica.

Ya que la recalcancia provoca un aumento en la temperatura de líquido remanente, el subenfriamiento que este presenta disminuye lo cual se traduce en un reducción paulatina de la rapidez a la cual se incrementa la velocidad de solidificación y llega un momento en que la velocidad de solidificación alcanza un máximo, después del cual, dadas las condiciones resultantes de subenfriamiento comienza a disminuir.

La posición de este máximo corresponde al punto de inflexión de la curva de enfriamiento en la zona de recalcancia asociada a la solidificación eutéctica y corresponde en el tiempo con el máximo que presenta  $dT/dt$ .

El líquido eutéctico remanente sigue incrementando su temperatura de tal modo que el subenfriamiento disminuye, la velocidad de solidificación disminuye y en consecuencia  $Q_s$  también disminuye hasta que llega un momento en que se vuelve a igualar con el flujo volumétrico de calor extraído por el molde,  $dT/dt=0$  y esta posición corresponde al máximo de la meseta de la curva de enfriamiento de esta región .

A partir de este momento y dada la cada vez menor cantidad de líquido remanente y el interbloqueo cada vez mas intenso entre los granos eutécticos en crecimiento y el sólido previamente formado, la velocidad de solidificación disminuye provocando valores de  $Q_s$  menores a  $Q_c$  y en consecuencia el enfriamiento del metal. Esta tendencia continúa hasta que el líquido remanente se agota por completo y finaliza la solidificación

### **III.3 Efecto de las Condiciones de Proceso Sobre las Características de la Curva de Enfriamiento Obtenida.**

#### **III.3.1 Efecto de la temperatura de colada**

Para poder analizar la influencia de este parámetro se realizaron corridas considerándose temperaturas de colada de 750, 700 y 650 °C para un espesor de 0.8 cm con una difusividad de material de moldeo de  $600 \text{ J/m}^2\text{s}^{1/2} \text{ C}$  y un factor de nucleación de uno.

Las tendencias mostradas por el modelo, fig. III.3 indican que para una temperatura de colada mayor implica:

- Un incremento en los tiempos que definen los puntos característicos de una curva de enfriamiento.
- Un menor grado de subenfriamiento proeutectico y eutectico, es decir la temperatura de subenfriamiento máximo aumenta.
- Las temperatura de recalcancia proeutéctica máxima aumenta.

#### **III.3.2 Efecto del Espesor**

Para el análisis de esta variable las corridas se realizaron considerando espesores de 0.8, 1.0 y 1.2 cm para una temperatura de colada de 700 °C, una difusividad para el material de moldeo de  $600 \text{ J/m}^2\text{s}^{1/2} \text{ C}$  y un factor de nucleación unitario.

Los resultados generados por el modelo, ( fig.III.4), indican que un espesor mas grande provoca:

- Un aumento en los tiempos correspondientes a los puntos que definen a la curva de enfriamiento.
- Una disminución en el grado de subenfriamiento proeutectico y eutectico, en otras palabras la temperatura de subenfriamiento máximo en ambos casos aumenta.
- Una mayor temperatura de recalcancia proeutéctica máxima.



para una temperatura de colada de 700 °C, un espesor de 1.2 cm y un factor de nucleación de uno.

Al introducir los parámetros anteriores al modelo, los resultados obtenidos nos llevan a establecer que un aumento en la difusividad del material de molde implica, ( resultados correspondientes a la figura III.5).

- \* Una disminución en los tiempos inherentes a los puntos característicos de la curva de enfriamiento asociada a la solidificación de la aleación Al - Si.
- \* Un aumento en el grado de subenfriamiento proeutectico y eutectico lo que es equivalente a decir que la temperatura de subenfriamiento máximo disminuye.
- \* La temperatura de recalcancia máxima disminuye.

En resumen las modificaciones en las condiciones de proceso que promueven una menor velocidad de enfriamiento, provocan sobre las características de la curva obtenida, lo señalado en los puntos III.3.1 y III.3.2, mientras que cuando las condiciones de proceso promueven una mayor velocidad de enfriamiento del metal los efectos sobre la curva de enfriamiento son los mencionados en el punto III.3.3



Fig. III.1 Análisis de la evolución de los parámetros: tensiones y deformaciones.

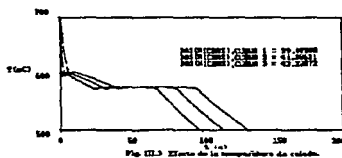


Fig. III.2 Efecto de la temperatura de colado.

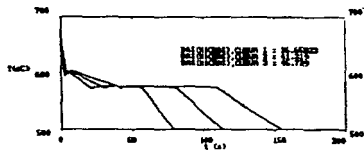


Fig. III.4 Efecto del espesor del material de moldeado.

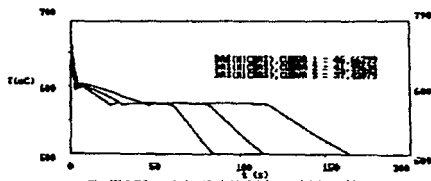


Fig. III.5 Efecto de la difusividad del material de moldeado.

## **CAPITULO IV**

### **Confrontación de los Resultados Proporcionados por el Modelo Elaborado y Resultados Experimentales Obtenidos.**

#### **IV.1 Generalidades**

La metodología que se ha seguido en este proyecto ha sido la siguiente:

- (1)-Elaboración del micro-macro modelo destinado a simular la solidificación de aleaciones hipoeutécticas Al-Si.
- (2)-Confrontación de los datos obtenidos del modelo con datos experimentales con el fin de detectar la eventual necesidad de realizar ajustes mayores en los modelos.
- (3)-Una vez establecida la viabilidad de los modelos elaborados, realizar la interpretación de la evolución de los parámetros térmicos y cinéticos durante el proceso y establecer una propuesta fenomenológica del mismo.(Capítulo III).

Dentro de este marco, a continuación se muestra la confrontación de la información proporcionada por el modelo que ha sido elaborado como parte de este proyecto y los resultados experimentales encontrados durante la fase de experimentación.

#### **IV.2 Desarrollo Experimental**

Con el fin de confrontar con la realidad experimental con los resultados generados por el modelo, se decidió realizar la experimentación en dos etapas: (1)Realización de pruebas para establecer el efecto de la velocidad de enfriamiento sobre las características de la curva de enfriamiento, empleando para ello enfriamiento en crisol de grafito bajo diferentes condiciones de extracción de calor.

(2) Una vez establecido que no existen discrepancias mayores entre las tendencias experimentales y las predichas por el modelo se realizó la experimentación en piezas coladas en moldes de arena

A continuación se describen a las dos etapas de experimentación.

#### **IV.2.1 Enfriamiento de aleación hipoeutéctica Al-Si en crisol de grafito.**

#### **IV.2.2 Características de las muestras utilizadas en la experimentación**

Las pruebas experimentales fueron realizadas utilizando una aleación hecha a partir de Al y Si de alta pureza. Los análisis químicos de la aleación utilizada para la investigación se muestra en la tabla IV.1.

Aleación	wt% Si	wt% Ti	wt% Fe	wt% Cu	wt% Mn	wt% Mg	wt% Zn	wt% B
1	6.74	<0.004	<0.04	<0.09	<0.0002	<0.006	<0.006	<0.0002

Tabla IV.1 Análisis químico de la aleación utilizada

#### **IV.2.3 Preparación de la muestra**

Las muestras utilizadas fueron fundidas en un horno de inducción y calentadas a la temperatura de 750 °C. Las muestras fueron tomadas del horno con un crisol de grafito, ( diámetro externo = 40mm, diámetro interno 30 mm, altura =40 mm ), los crisoles utilizados fueron precalentados por inmersión en el metal para asegurar una distribución uniforme a través de toda la pieza al inicio del proceso de solidificación, siguiendo la misma técnica experimental de Backerud <sup>(1)</sup>.

#### **IV.2.4 Medición de la temperatura.**

Se utilizaron termopares de tipo K ( Cromel- Alumel ), con diámetro de 0.2546 mm.

Los termopares fueron conectados a una terminal panel ( terminal panel T11, Strawberry Tree Inc.). Esta terminal base fue conectada hacia una tarjeta de adquisición de datos (Analog Connection PC, Strawberry Tree Inc.) instalada en una computadora personal ( ZEOS 486 DX33 ). La frecuencia de adquisición de datos de la tarjeta es de 10 Hertz.

Las diferentes velocidades de enfriamiento empleadas en estas pruebas preliminares, fueron desarrolladas en la siguiente forma.

- a) Velocidad de enfriamiento  $0.7\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ , el crisol fue completamente encerrado en una capa cerámica.
- b) Velocidad de enfriamiento  $\approx 1.9\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ , las muestras expuestas a aire atmosférico y enfriadas bajo condiciones de convección natural.
- c) Velocidad de enfriamiento  $3.0\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ , las muestras fueron enfriadas bajo condiciones de convección forzada ( Dos ventiladores fueron utilizados).

#### IV.2.5 Resultados Obtenidos, Enfriamiento en crisol de grafito

Los valores almacenados durante la solidificación de las muestras, son presentados en forma de gráficas de Temperatura contra tiempo y son mostradas en las figuras IV.1, IV.2, IV.3. y IV.4.

En la fig. IV.1 se muestra el despliegue de la temperatura en función del tiempo para las muestras enfriadas a velocidades de enfriamiento de  $0.7\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  y  $3.0\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  respectivamente.

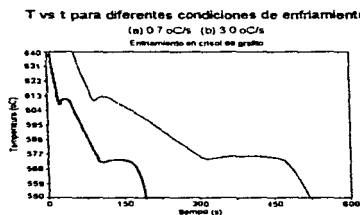


Fig. IV.1 Curvas de enfriamiento para las muestras de  $\text{Al-6.74\%Si}$ , bajo diferentes condiciones de enfriamiento (a)  $0.7\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ ; (b)  $3.0\text{ }^{\circ}\text{C/s}$

En las figuras IV.2, IV.3 y IV.4 se muestran en mayor detalle las curvas de enfriamiento y de la evolución, durante el proceso, de la velocidad de enfriamiento relacionada a cada una de las condiciones de enfriamiento consideradas

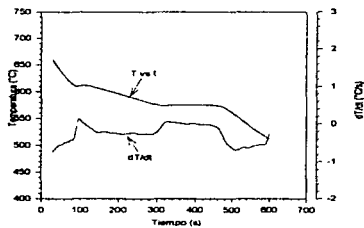


Fig. IV.1 Curva de enfriamiento y  $dT/dt$  de una muestra de Al-6.74Si, velocidad de enfriamiento 0.7 (°C/s).

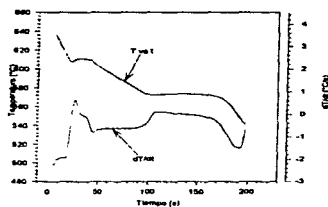


Fig. IV.2 Curva de enfriamiento y  $dT/dt$  de una muestra Al-6.74Si, velocidad de enfriamiento 1.9 ( $^{\circ}\text{C/s}$ )

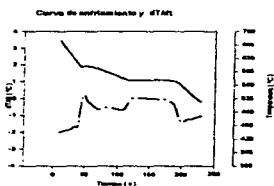


Fig. IV.3 Curva de enfriamiento y  $dT/dt$  de una muestra Al-6.74Si, velocidad de enfriamiento 3 ( $^{\circ}\text{C/s}$ ).

#### IV.2.6 Discusión de resultados de la etapa experimental 1

Como se mencionó en la sección IV.2 de este capítulo, se procedió a simular la curva de enfriamiento y su correspondiente  $dT/dt$  mediante el modelo desarrollado en el presente trabajo para una velocidad de enfriamiento de 3  $^{\circ}\text{C/s}$  de la sección antes mencionada. Para ello fue necesario modificar el programa particularmente en las ecuaciones que describen al flux de calor que abandona al metal a lo largo del proceso, que en el caso de las condiciones experimentales presentes en esta etapa experimental



corresponden a un enfriamiento de carácter convectivo. Para lograr la simulación en las condiciones ya mencionadas, se procedió a modificar el modelo planteado en este trabajo en lo que respecta al término que describe la extracción de calor del metal (Flux de calor extraído por el medio externo  $dQ/dt$ ,  $W/m^2\theta$ ) durante las cuatro etapas de que consta el proceso, como se describe en el apéndice I y se realizó el tratamiento digital de la curva de enfriamiento analizada con el fin de generar una ecuación que proporcionara al coeficiente compuesto de transferencia de calor como una función de la temperatura. La correlación así generada fue alimentada en el modelo modificado para obtener los resultados mostrados en las figuras IV.4a, IV.4b, IV.4c y IV.4d.

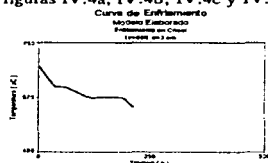


Fig. IV.4a Curva de enfriamiento generada por el modelo enfriado mediante convección forzada (velocidad de enfriamiento (3°C/s))



Fig. IV.4b Curva de enfriamiento experimental enfriado mediante convección forzada (velocidad de enfriamiento (3°C/s))

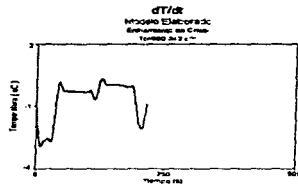


Fig. IV.4c Curva dT/dt generada por el modelo ( velocidad de enfriamiento (3°C/s) )

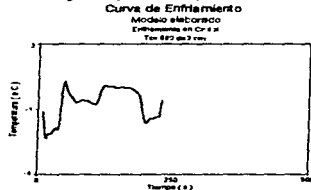


Fig. IV.4d Curva dT/dt obtenida mediante el tratamiento de los datos experimentales, velocidad de enfriamiento (3°C/s).

Como se puede observar existe una buena concordancia cualitativa entre los datos arrojados por el modelo y los generados experimentalmente, aunque desde el punto de vista cuantitativo es claro que existen ciertas discrepancias.

La buena concordancia cualitativa indica que el modelo propuesto en este trabajo, si bien es susceptible de ser mejorado para incrementar la concordancia cuantitativa, toma en cuenta los aspectos mas relevantes asociados a la fenomenología que explica lo que acontece durante el enfriamiento y solidificación de la aleación bajo estudio, por lo cual , parece razonable el adoptar las suposiciones que se desprenden del análisis de la evolución de los parámetros térmicos y cinéticos durante el proceso ( Capítulo III ), como punto de partida para adentrarnos en lo que en la realidad experimental ocurre dentro del

sistema durante el proceso, así como justifica el hecho de que continuemos con la segunda etapa de la experimentación para corroborar lo que aquí ha sido encontrado.

Las discrepancias cuantitativas las atribuimos a la falta de información con respecto a las propiedades termofísicas del sistema bajo estudio y al hecho de que es necesario mejorar a los modelos de nucleación y de crecimiento de los microconstituyentes presentes a través de planteamientos más completos y también a través de la retroalimentación con resultados experimentales

### **IV.3 Resultados y Discusión Asociada al Enfriamiento de aleación Hipoeutéctica Al-Si , Colada en Molde de Arena**

Con el fin de comparar las tendencias térmicas y microestructurales predichas por los modelos propuestos en este trabajo con evidencia experimental asociada al enfriamiento de la aleación bajo estudio en condiciones más cercanas a la realidad industrial, se procedió a emplear el arreglo mostrado esquemáticamente en la figura IV.5 el cual consiste básicamente de una bajada central que alimenta en fuente a tres cilindros de diferente diámetro ( $d_1$  ,  $d_2$ ,  $d_3$ ).

Para la elaboración de los moldes se empleó una mezcla de arena de moldeo con 10% de bentonita, 4% de humedad y el resto de arena sílica de tamaño AFS 80-90. La compactación del molde, para garantizar condiciones similares de compactación, se controló mediante mediciones de dureza superficial.

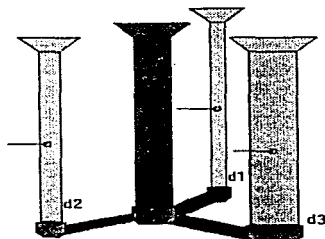


Fig. IV.5.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado

Se introdujeron termopares tipo K en el centro geométrico de los cilindros, de 30 cm de altura y  $d_1$  cm,  $d_2$  cm y  $d_3$  cm de diámetro respectivamente.

Para la confrontación de los resultados proporcionados por los modelos elaborados con la realidad experimental, se consideró el aspecto térmico. Incluye a las evoluciones, en función del tiempo transcurrido a partir del inicio del enfriamiento del metal líquido, de la temperatura ( $T[^\circ\text{C}]$ ), la velocidad de enfriamiento ( $dT/dt$  ( $^\circ\text{C}/\text{s}$ )) y la evolución del flujo volumétrico de calor por unidad de volumen, generado durante la solidificación,  $Q_s$  [ $\text{W}/\text{m}^3$ ].

### IV.3.1 Resultados experimentales

En la figura IV.6(a) se muestran las curvas de enfriamiento obtenidas experimentalmente para, probetas en aleación Al-Si hipoeutéctica (A356) coladas a una temperatura, medida en el crisol, inmediatamente antes del vaciado, de  $760$   $^\circ\text{C}$ , para el caso de los cilindros de diámetro de 1.4, 2.2 y 3.5 cm respectivamente. Mientras que por

otra parte en la figura IV.6(b) se muestran las curvas de enfriamiento proporcionadas por el modelo global elaborado aplicable a aleaciones hipoeutécticas.

Como se puede observar la naturaleza de las curvas de velocidad de enfriamiento reportadas y las obtenidas del modelo elaborado es la misma.

Comparando las figuras IV.6(a) y IV.6(b), se puede constatar que los resultados arrojados por el modelo, con respecto a las historias térmicas de los cilindros considerados, presentan una concordancia cualitativa aceptable con los resultados experimentales.

En la figuras IV.7a y IV.7b se muestran las imágenes obtenidas por microscopía óptica del las dendritas de fase primaria obtenidas en las probetas de diámetro 1.2 y 1.4 cm ( material pulido con alumina 1 micra, sin ataque 50X , microscopio metalográfico).

La figura IV.8a muestra las curvas de enfriamiento obtenidas experimentalmente para el cilindro de 1.4 cm de diámetro y la generada por el modelo para el mismo sistema.

La figura IV.8b muestra las curvas de velocidad de enfriamiento, generada por el modelo y la que se obtiene mediante el tratamiento de los datos experimentales ( caso del cilindro de 1.4 cm de diámetro).

La figura IV.8c muestra las curvas de la velocidad de solidificación, generada por el modelo y la que se obtiene del tratamiento de los datos experimentales ( caso del cilindro de 1.4 cm de diámetro).

La figura IV.8d muestra las curvas de la fracción sólida , generada por el modelo y la que se obtiene por el tratamiento de las datos experimentales ( caso del cilindro de 1.4 cm de diámetro).



Fig. IV.6a Curvas de enfriamiento obtenidas experimentalmente para las probetas en aleación hipocutética para los tres cilindros considerados (  $d_1=1.4\text{cm}$ ,  $d_2=2.2\text{ cm}$  y  $d_3=3.5\text{ cm}$  ).

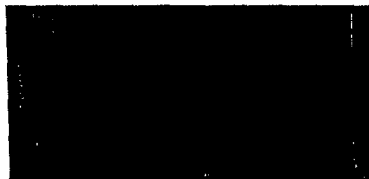


Fig. IV.6b Curvas de enfriamiento predichas por el modelo elaborado.



Fig. IV.7a Dendritas de la fase primaria en el cilindro de 2.2 cm de diámetro



Fig. IV.7b Dendrias de la fase primaria en el cilindro de 1.4 cm de diámetro

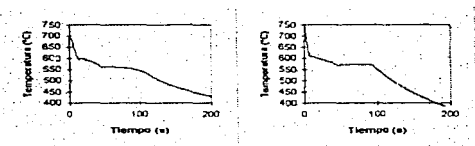


Fig. IV.8a Curvas de enfriamiento de la aleación hipoeutéctica 356 en el cilindro de 1.4 cm de diámetro, lado izquierdo curva experimental, lado derecho curva generada por el modelo.

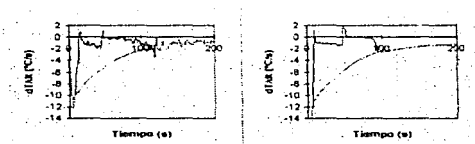


Fig IV.8b Velocidad de enfriamiento de la aleación hipoeutéctica 356 en el cilindro de 1.4 cm de diámetro del lado izquierdo velocidad de enfriamiento generada mediante el tratamiento de los datos experimentales, lado derecho curva generada por el modelo.

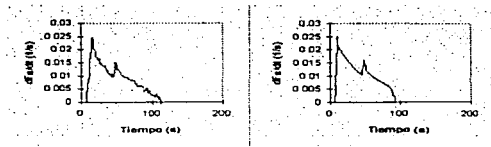


Fig IV.8c Velocidad de solidificación de la aleación hipoeutéctica 356 en el cilindro de 1.4 cm de diámetro del lado izquierdo velocidad de solidificación generada mediante el tratamiento de los datos experimentales, lado derecho curva generada por el modelo.

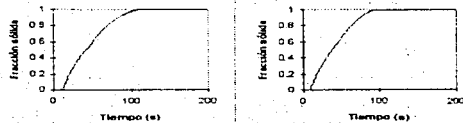


Fig IV.8d Fracción sólida de la aleación hipoeutéctica 356 en el cilindro de 1.4 cm de diámetro del lado izquierdo Fracción sólida generada mediante el tratamiento de los datos experimentales, lado derecho curva generada por el modelo.

#### IV.4 Discusión de resultados, etapa experimental 2.

Observando las figuras IV.6a, IV.6b, y IV.8a, las cuales proporcionan elementos de juicio para comparar a los resultados experimentales con los arrojados por el modelo para el caso de enfriamiento y solidificación de la aleación bajo estudio en moldes de arena, se puede constatar que existe una buena concordancia cualitativa entre los resultados predichos por el modelo elaborado y los resultados experimentales obtenidos., tanto en lo que se refiere a la evolución de los parámetros térmicos:  $T(°C)$  y  $dT/dt (°C/s)$ , como a la evolución de los parámetros cinéticos fracción sólida y velocidad de solidificación, cuando las curvas de enfriamiento experimental, y arrojada por el modelo, son sometidas al tratamiento Newtoniano.



Esto confirma lo encontrado durante la etapa experimental 1, en el sentido de que el modelo elaborado toma en cuenta los aspectos más importantes del proceso real, por lo cual puede ser tomado como un punto de partida adecuado para estudios más profundos,

Para mejorar la concordancia cuantitativa entre los datos experimentales y los generados por el modelo, es necesario mejorar la aproximación en lo que se refiere a los siguientes puntos:

- 1.- Se debe de tomar en cuenta la existencia del gradiente térmico en el metal durante el proceso.
- 2.-Se requiere de datos más precisos de las propiedades termofísicas de los materiales empleados en este estudio.
- 3.-Incorporación explícita de la evolución de parámetros microestructurales como lo son el espaciamiento interlaminar promedio del microconstituyente eutéctico y el espaciamiento interdendrítico secundario (D:A:S), para contar no solo con elementos de juicio de carácter térmico, sino también microestructural y así enriquecer el estudio.
- 4.- Se requiere de modelos de nucleación y crecimiento que describan más apropiadamente la cinética de solidificación encontrada experimentalmente. Un buen comienzo a este respecto consistiría en efectuar al los modelos empleados , una retroalimentación de los resultados experimentales.

## CONCLUSIONES.

Se logro implementar dentro de un programa de computo, un modelo teórico que acopla a la transferencia de calor con la cinética de solidificación de aleaciones hipoeutecticas Al-Si. Este modelo fue aplicado a dos tipos de enfriamiento de metal:

- 1.- Enfriamiento por conducción en un molde de grafito.
- 2.- Enfriamiento por conducción en un molde de arena.

Al confrontar los resultados arrojados por el modelo con la realidad experimental se encuentra una buena concordancia cualitativa, en ambos casos, lo que indica que el modelo planteado en este trabajo si bien es susceptible de mejoras encaminadas a aumentar la concordancia cuantitativa contempla los aspectos mas relevantes del proceso bajo las condiciones experimentales estudiadas.

Lo anterior indica que la información térmica y cinética que es posible obtener del modelo es de gran valor para adentrarse en un mejor entendimiento de la fenomenología del proceso, es debido a esto que empleando la evolución de los parámetros térmicos y cinéticos en función del tiempo durante la solidificación, proporcionados por el modelo, se proponen razonamientos que explican las tendencias observadas en cuanto al efecto de diferentes variables del proceso sobre las características de la curva.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

## Bibliografia

1. D. M. Stefanescu "Heat transfer Solidification Kinetics modeling of solidification of castings" *Met. Trans. A*, 21A, April 1990, 997-1006.
- 2 G. Upadhyya "Comprehensive casting analysis model using a geometry based technique followed by fully coupled 3-D fluid flow, heat transfer and solidification kinetics calculations" *AFS Transactions*, 92-18, 1992, 925-933
- 3 L.H. Kallien et al "Optimization of casting process through simulation for aluminium castings" *AFS Transactions*, 92-162, 1992, 1067-1077
- 4 S.N.Tewari et al "Thermosolutal convection and macrosegregation caused by solute rejection at cell/dendrite tips" *Metallurgical Transactions*, 24A, July 1993, 1661-1669.
- 5 H.Shahani et al "On the formation of macrosegregations in unidirectionally solidified Sn-Pb Alloys" *Metallurgical Transactions*, 23A, August 1992, 2301-2311
- 6 Ch.Gandin et al "Three-dimensional probabilistic simulation of solidification grain microstructures : application to superalloy precision castings" *Metallurgical Transactions*, 24A, february 1993, 467-479
- 7 M. Rappaz et al "Probabilistic modelling of microstructure formation in solidification processes " *Acta.Metall.Mater.*, 41,2,345-360, 1993
- 8 G.K Sigworth et al "Evolution of porosity in long freezing alloys" *Metallurgical Transactions*, 24B, April 1993, 365-367
- 9 P.H. Mohanty et al "Mechanism of heterogeneous nucleation of pores in metals and alloys " *Metallurgical Transactions*, 24A, August 1993, 1845 -1856
- 10 J.Zou et al "Modeling of microstructure evolution and microporosity formation in cast aluminium alloys" *AFS Transactions*, 90-178, 1990, 871-878
- 11 G.K Sigworth et al "Mechanisms of porosity formation during solidification : A theoretical analysis " *Metallurgical Transactions*, 24B, April 1993, 349-364
- 12.-W.Kurz and D.j. fisher "Fundamentals of Solidification" *Trans Tech Publications*, Switzerland 1986.
- 13.J.Wang "3-D Modeling and Simulation of Mold Filling using PC' s" Software for transient Heat Flow Simulation " *Modeling and Control of Casting and Welding ProcessesIII. The Metallurgical Society (1988)*
- 14.J.Wang "3-D Modeling and Simulation of Mold Filling using PC' s" Software for transient Heat Flow Simulation " *Modeling and Control of Casting and Welding ProcessesIII. The Metallurgical Society (1988)*
- 15 E.Fras "Macro and micro modeling of the solidification kinetics of castings " *AFS Transactions*, 92-48, 1992
16. P. Thevoz "Modeling of equiaxed microstructure formation in casting", *Met Trans. A*, 20A, February 1989, 311-322.
- 17 I.G.Chen "Computer aided differential thermal analysis of Spheroidal and compacted graphite cast irons " *AFS Transactions*, 84-30, 1984, 947-964
18. M. Rappaz "Modeling of microstructures formation in solidification process", *International Materials Review*, 1989, 34, 3, 93-123.

- 19 J:D:Hunt "Steady state columnar and equiaxial growth of dendrites and eutectics " *Materials science and Engineering*, 65,1, 184,75-87
- 20 T.W. Clyne "The use of heat flow modeling to explore solidification phenomena " *Met.Trans. B* , 13B, 1982, 471-479
- 21 C.Y.Wang et al "A unified solute diffusion model for columnar and equiaxed dendritic alloy solidification " *Materials Science and Engineering*, A171 (1993) , 199-211.
- 22 H. Tiang et al "Dendritic growth during directional solidification of hypoeutectic Fe-C-Si alloys"*Metallurgical Transactions* , 23A, February 1992, 681-687
- 23 L. Nastac et al "An analytical model for solute redistribution during solidification of planar, columnar or equiaxed morphology " *Metallurgical Transactions* , 24A, September 1993, 2107-2118
- 24 N.Tsumaguri,C.E.Mobley "Construction and application of solidification diagrams for A356 and D357 aluminium alloys".*AFS Transactions* V. 119, 1993, 335-341
- 25 -K.C.Su "Computer Simulation of solidification of nodular cast iron"*The Physical Metallurgy of Cast Iron*, H.Fredriksson and M. Hillert Ed.North Holland, 1984 ,181-189
- 26 C.S. Kanetkar "A latent heat method for macro-micro modelling of eutectic solidification " *Journal of ISIJ*, 28, 1988,860-868
27. D.M. Stefanescu "Modeling of microstructural modelation of eutectic cast iron and of the gray/white transition", *AFS transactions*, 87-95, 1987, 139-144.
- 28 -C.S:Kanetkar "Macro-micro modeling of solidification of hypoeutectic and eutectic Al-Si alloys" *AFS Transactions*, 88-60,1988
- 29.P.Magnin."Eutectic Growth: A Modification of the Jackson and Hunt Theory". *Acta Met.*(39),4, 1991,453-467.
30. Magnin P." An analytical model of irregular eutectic growth and its application to Fe-C " *Acta.Metall.Mater.* , 39, 4, 1991, 469-480
- 31 P. Magnin "Growth of irregular eutectics and the Al-Si system" *Acta Metall. Mater.* , 39 , 4, 1991, 469-480.
- 32 R. Trivedi et al "Theory of eutectic growth under rapid solidification conditions" *Acta.Metall.Mater.* ,35,4,3 971-980, 1987
- 33 P. Magnin et al "An analytical model of irregular eutectic growth and its application to Fe-C " *Acta.Metall.Mater.* ,35,5,1119-1128, 1987
- 34 J. Liu et al "Lamellar eutectic stable growth-I Modeling " *Acta.Metall.Mater.* ,38,9, 1625- 1630, 1990
- 35 P. Magnin et al "Growth of irregular eutectics and the Al-Si System " *Acta.Metall.Mater.* ,39,4,469-480, 1991
- 36 D.J.Fisher et al "A theory of branching limited growth of irregular eutectics" *Acta.Metall.Mater.* ,28,777-794, 1980
- 37 S.Khan et al "Interflake spacing-growth velocity relationship in Al-Si and Al-CuAl2 alloys" *Materials, Science and Technology* , june 1992 , vol 8,516-522
- 38 R. Grugel et al "Growth of interdendritic eutectic in directionally solidified Al-Si alloys " *Metallurgical Transactions* , 18A, june1987 , 1137-1142

- 39 S. Khan et al "Solidification kinetics of the unmodified aluminium-silicon flake structure " *Acta.Metall.Mater.* ,41,8, 2433-2439 , 1993
- 40 W. Kurz et al" Solidification microstructures: recent developments and future directions " *Acta.Metall.Mater.* ,38,1, 1-17, 1990
- 41 J.D. Hunt "Steady state columnar and equiaxed growth of dendrites and eutectic " *Materials Science and Engineering*, 65 (1984) , 75-83
- 42 M.E. Glicksman "Free dendritic growth " *Materials Science and Engineering*, 65 (1984) , 45-55
- 43 J. Lipton et al "Equiaxed dendritic growth in alloys at small supercooling " *Metallurgical Transactions* , 18A, february1987, 341-345
- 44 J.Lipton et al "Dendritic growth into undercooled alloy melts " *Materials Science and Engineering*, 65 (1984) , 57-63
45. C.Y.Wang "A multiphase solute diffusion model for columnar and equiaxed dendritic alloy solidification " *Metallurgical Transactions A*,24A 1993, 2787-2802
- 46 C.Y.Wang et al "A unified solute diffusion model for columnar and equiaxed dendritic alloy solidification " *Materials Science and Engineering*, A171 (1993) , 199-211.
- 47 M. Rappaz et al "Probabilistic modelling of microstructure formation in solidification processes " *Acta.Metall.Mater.* ,41,2,345-360, 1993
- 48 H.P.Wang "Investment casting solidification simulation of Ni-based superalloys, micromodeling aspects" *AFS Transactions v.190*, 1993 , 771-779
- 49 Ch. A. Gandin, M. Rappaz "A coupled finite element- cellular automaton model for the prediction of dendritic grain structures an solidification processes" *Acta.Metall.Mater.* V.42 No. 7 ,1994, 2233-2246
- 50 R. Trivedi et al " Equiaxed dendritic growth under rapid solidification conditions " *Acta.Metall.Mater.* , 35,8, 965-972
- 51 Rapid solidification processing : Principles and technologies IV Ed. R. Mehrabian Claitor 's Baton Rouge , 1988 , 13-24.
- 52 B. Wei et al "Dendritic and eutectic solidification of undercooled Co-Sb alloys " *Acta.Metall.Mater.* , 41,6, 1801-1809, 1993
- 53 C.W.Price *Acta Metall.* 1987,35 1377-1382
- 54 -K.C.Su "Computer Simulation of solidification of nodular cast iron" *The Physical Metallurgy of Cast Iron*, H.Fredriksson and M. Hillert Ed.North Holland, 1984 ,181-189
- 55 M.Rappaz "Solute diffusion model for equiaxed dendrite growth" *Acta Metall.*,35,7,1487-1497.
- 56 W.Oldfield "A quantitative approach to casting solidification freezing of cast iron" *ASM*,59,1966, 945-959
- 57 H. Fredriksson "Computer simulation of the structure formed during solidification of cast iron " *Ibid.*,26 ,273-284
- 58 S. Chang et al "modeling of the liquid/solid and the eutectoid phase Transformations in spheroidal graphite cast iron" *Metallurgical Transactions* , 23A, april 1992 , 1333-1346

59. S. C. Flood "Columnar and equiaxed growth", Journal of crystal growth, 82(1987), 543-551.
60. D.M. Stefanescu "Modeling of microstructural modulation of eutectic cast iron and of the gray/white transition", AFS transactions, 87-95, 1987, 139-144.
61. S.Chang D.M. Stefanescu "Prediction of microstructural evolution in SG cast iron from solidification to room temperature " AFS Transactions, 91-99, 1991, 531-541.
62. S. C. Flood J.Hunt "Columnar and equiaxed growth", Journal of crystal growth, 82(1987), 543-551.
- 63 C.S. Kanetkar "A latent heat method for macro-micro modelling of eutectic solidification " Journal of ISIJ, 28, 1988, 860-868
- 64.-C. González R., A. García H.C. Atlatenco T., I. Beltran P."Aplicación de la Cinética de Solidificación al Análisis de las Variables que afectan la Tendencia al Blanqueado de Piezas de Hierro Gris "V Congreso Nacional de Ingeniería Metalúrgica, Universidad de San Antonio Abad del Cusco, Cusco ,Perú, 4 - 8 de mayo de 1993
- 65.-J.Zepeda Z.,C. González R., C. Atlatenco T.A. García H."Micromacro modelado de la Solidificación de placas de Al-Si eutéctico moldeadas en arena"V Congreso Nacional de Ingeniería Metalúrgica. Universidad de San Antonio Abad del Cusco, Cusco ,Perú, 4 - 8 de mayo de 1993
- 66.-C. Gonzalez R.,A. García H. C. Atlatenco T,M.Ramirez A, Aplicación de un Modelo acoplado de Transferencia de calor y Cinética de solidificación al Análisis de las variables que afectan al Blanqueado de Hierros colados"XV Encuentro de Investigación Metalúrgica, Instituto Tecnológico de Saitillo, 6-8 octubre de 1993
- 67.-C. González R., C. Atlatenco T., A. García H., I. Beltran P."Aplicación de un modelo acoplado de transferencia de calor y cinética de Solidificación al Análisis de las Variables que afectan la Tendencia al Blanqueado de Piezas de Hierro Gris "Moldeo y Fundición, Sociedad Mexicana de Fundidores,año XiV, pp49-55, octubre de 1993
- 68.-C. Gonzalez R.,C. Atlatenco,,A. García H."Micromacro modelado de la Solidificación de Hierro Gris Eutéctico y su aplicación al análisis de la solidificación metaestable de Hierros Colados" Congreso Internacional de Tecnología Metalúrgica y de Materiales., A.B.M. Sao Paulo, Brasil, 9-14 oct. 1994
- 69.- C. GonzalezR.,A. García H. C. Atlatenco T. "Análisis del efecto de diferentes variables de proceso sobre la presencia de pseudo ledeburita en hierro gris colado en moldes de arena" XVI Simposio Nacional de Siderurgia, Instituto Tecnológico de Morelia, 9-11 noviembre 1994.
- 70.-C. Gonzalez R.,A.Amaro V.,A. García H." Analisis del efecto de la velocidad de enfriamiento sobre el tamaño de grano de eutéctico Al-Si"IV Congreso Nacional de Ciencia de Materiales, Academia Mexicana de Ciencia de Materiales, Cancún México 26-30 septiembre 1994.
- 71.-C. Gonzalez R.,C. Atlatenco,A. García H." Simulación de Curvas de Enfriamiento asociadas a eutécticos "XXX Congreso de Química Pura y Aplicada, S.Q.M. Cancun ,Mexico ,17 oct 1994.
- 72.Tesis:"Aplicación del micro-macro modelado de la solidificación al análisis de las variables que afectan la tendencia al blanqueado de piezas de hierro gris",presentada para obtener el título de Ingeniero Químico Metalurgico por Marco Aurelio Ramirez Argaez, Sept. 1993 Asesor : C. GonzalezR., Facultad de Química UNAM

73..Tesis:"Simulación e Interpretación de la Curva de Enfriamiento asociada a Hierro Nodular Eutéctico".presentada para obtener el título de Ingeniero Químico Metalurgico por Mario Luna Granados, Octubre 1993 Asesor : C. GonzalezR.Facultad de Química UNAM

74..Tesis:"Ubicación y Cuantificación de Defectos Asociados a la Contracción líquida y de solidificación en una unión tipo "L" de aluminio colada en molde de arena ".presentada para obtener el título de Ingeniero Químico Metalurgico por Celso Ramirez Gonzalez, junio 1994 Asesor : C. GonzalezR.Facultad de Química UNAM