

01190 rj.



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

MODELACION INTEGRAL DE REDES DE AGUA POTABLE

JOSE OSCAR GUERRERO ANGULO

TESIS DOCTORAL

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA**

**FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA**

DIRIGIDA POR:

DR. FELIPE I. ARREGUIN CORTES

CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F., 1997

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis hijos Oscar, Cinthia, Fabiola y Eduardo.

A mi esposa Lupita

ABSTRACT

There exists many hydraulic elements in a drinking water network, and it is not easy to consider them all in a rigorous analysis, compelling the actual simulation methods to eliminate some elements and use a simplifying hypothesis of modelation to these.

Currently, the house connections are not modelled hydraulically, rather, a water demand is assigned with basis on information proportioned in a *demand curve*. To model the distribution pipes it is considered that the house connections be placed at the extremes of these pipes and the secondary network is eliminated in this modelation.

This has caused that certain problems which require a more precise hydraulic modelation, for example, the behavior of the water quality in a drinking water network, has not been resolved with complete satisfaction, due to the fact that the network pipes are significantly altered by the current modelation procedures.

To solve the problem, a method is proposed in this work for the drinking water networks in wich important elements are incorporated such as the house connections, the distribution pipes with spacely varied flow through these and the secondary network, without increasing the ecuations number that would be necessary to resolve in a conventional model. It is considered that there may exist or not water deposits or cisterns in the house connections, and its function depends on the pressures and the way in which the user operates the faucets to these. A statistical procedure is added in order to obtain the function of the house connections and the form of simulation of these in the network.

This method permits to have a better knowledge of the drinking water supply networks, with a direct impact over the problems that require a more precise hydraulic simulation, such as the aspects of the water quality in the networks, or the regulating influence of the house water deposits or cisterns.

AGRADECIMIENTOS:

Agradezco a todas las personas que me brindaron su ayuda para la realización de los estudios de doctorado.

Un reconocimiento especial al Dr. Felipe Arreguín Cortés y al Dr. Velitchko G. Tzatchkov por sus importantes consejos y comentarios durante la ejecución de este trabajo.

Agradezco al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua y a la Universidad Autónoma de Sinaloa su valioso apoyo, sin el cual la consumación de este trabajo no hubiera sido posible.

Asimismo, mi gratitud al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la asignación de una beca de dos años al principio de los estudios de doctorado.

RESUMEN

En una red de agua potable existen muchos elementos hidráulicos, y no es fácil considerarlos a todos en un análisis riguroso, obligando a que los métodos actuales de simulación tengan que eliminar algunos elementos y utilizar hipótesis simplificadoras de modelación de los mismos.

En la actualidad no se modelan hidráulicamente las tomas domiciliarias, sino que se asigna un gasto de consumo con base en información que se proporciona en una *curva de demanda*. Para modelar los tubos de distribución se considera que las tomas se concentran en los extremos de los mismos, y la red secundaria se elimina en dicha modelación.

Esto ha ocasionado que determinados problemas que requieren de una modelación hidráulica más precisa, como por ejemplo, el comportamiento de la calidad del agua en una red de agua potable, no se hayan resuelto con entera satisfacción, debido a que los gastos en los tubos de la red resultan significativamente alterados por los procedimientos actuales de modelación.

Para resolver el problema, en este trabajo se propone un método para la modelación de las redes de agua potable en el cual se incorporan elementos importantes como las tomas domiciliarias, los tubos de distribución con el gasto espacialmente variado y la red secundaria, sin aumentar el número de ecuaciones que sería necesario resolver en un modelo convencional. En las tomas domiciliarias se considera que pueden o no existir tinacos o cisternas, y su funcionamiento depende de las presiones y la forma como los usuarios operen las llaves de las mismas. Se incorpora un procedimiento estadístico para obtener el funcionamiento de las tomas domiciliarias y la forma de simulación de éstas en la red.

Este planteamiento permite conocer mejor el funcionamiento de las redes de abastecimiento de agua potable, con un impacto directo sobre los problemas que requieren de una simulación hidráulica más precisa, como los aspectos de calidad del agua en las redes, o la influencia reguladora de los tinacos de las casas.

INDICE DE CONTENIDO

Página

INTRODUCCION	9
1. ESTADO DEL ARTE	13
1.1 Tomas domiciliarias y fugas	15
1.2 Red primaria y secundaria	17
1.3 Métodos de análisis hidráulico	18
2. MODELACION DE LOS ELEMENTOS	23
2.1 Introducción	23
2.2 Tomas de agua y fugas	23
2.3 Ecuación de las tomas y fugas	32
2.4 Calibración de las tomas y las fugas	34
2.5 Método de segundo orden para calcular el gasto	37
2.6 Simulación de las tomas en la red	39
2.7 Simulación de los tubos de distribución primaria y secundaria	41
2.8 Simulación de la red primaria y secundaria	43
2.9 Determinación de la muestra de tomas	47
2.10 Medición de las tomas	52
2.11 Procesamiento de los datos	60
3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO INTEGRAL DE REDES DE AGUA POTABLE	67
3.1 Introducción	67
3.2 Planteamiento general	67
3.3 Cuerda de distribución	73
3.4 Cuerda sin distribución	77
3.5 Condiciones de frontera	78
3.6 Cuerda con válvulas de control	82
3.7 Solución del modelo	83
3.8 Procedimiento para valuar los términos del modelo	85
3.9 Equivalencia entre los métodos de linearización	92
3.10 Numeración óptima de los nodos principales	95
3.11 Solución numérica	100
4. COMPARACION DE RESULTADOS	103
4.1 Aplicación del modelo	103
4.2 Comparación con otros modelos	146
4.3 Calibración de resultados	150

	Página
APENDICE A: ECUACION PARA CALCULAR LAS PERDIDAS DE ENERGIA .	179
A.1 Introducción	181
A.2 Antecedentes	181
A.3 Análisis de ecuaciones explícitas	189
A.4 Ecuación propuesta	189
A.5 El efecto del envejecimiento de los tubos	192
APENDICE B: PROGRAMA DE COMPUTO MIRAP	199
B.1 Características del programa	201
B.2 Diagrama de bloques del subprograma de cálculo	204
APENDICE C: FUNCIONAMIENTO DE TOMAS DOMICILIARIAS Y VALVULAS	211
C.1 Curvas de operación de tomas domiciliarias	213
C.2 Esquemas de funcionamiento de válvulas	237
CONCLUSIONES	243
SIMBOLOGIA	249
REFERENCIAS	251

INDICE DE TABLAS

	Página
2.1 Resultados del primero y segundo término del lado derecho de la ecuación 2.15	32
2.2 Selección aleatoria de las tomas	56
2.3 Formato para la calibración de micromedidores en tomas de agua potable	57
2.4 Formato para la calibración de las tomas de agua potable en campo	58
2.5 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda en las tomas sin tinaco	64
2.6 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda en las tomas con tinaco	64
2.7 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda tanto en las tomas sin tinaco como en las tomas con tinaco	65
4.1 Características generales de los ejemplos resueltos	133
4.2 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 1	134
4.3 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 2	135
4.4 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 3	136
4.5 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 4	136
4.6 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 5	137
4.7 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 6	138
4.8 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 7	139
4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8	141
4.10 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 1	148
4.11 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 2	148
4.12 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 3	148
4.13 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 4	148
4.14 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 5	149
4.15 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 6	149
4.16 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 7	149
4.17 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 8	149
4.18 Diámetros exteriores en los tubos de polietileno de alta densidad	151
4.19 Diámetros interiores en los tubos de polietileno de alta densidad	152
4.20 Alturas del agua sobre el terreno en el tanque de regulación	153
4.21 Diferencias de consumo de agua medido y calculado	165
4.22 Comparación de energías medidas y calculadas	166
4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje	167
4.24 Operación de los equipos de bombeo en la red de agua potable de Chalco	174
4.25 Comparación de presiones en la red de agua potable de Chalco	175
A.1 Parámetros B y C para $0,001 < \epsilon/D \leq 0,05$	185
A.2 Parámetros B y C para $0,00007 < \epsilon/D \leq 0,001$	186
A.3 Parámetros B y C para $0,000008 < \epsilon/D \leq 0,0007$	187
A.4 Parámetros B y C para $0,000001 < \epsilon/D \leq 0,000008$	188
A.5 Parámetros B y C para $0 \leq \epsilon/D \leq 0,000001$	188

INDICE DE FIGURAS

Página

1.1 Red de distribución de agua potable de forma rectangular	14
2.1 Sistema de agua potable donde existen diferencias en las elevaciones del terreno	25
2.2 Toma domiciliaria	26
2.3 Funcionamiento de una toma domiciliaria	35
2.4 Curva de frecuencias relativas del coeficiente de operación de la toma	36
2.5 Curva de frecuencias relativas del coeficiente del orificio de las fugas	37
2.6 Red primaria y secundaria	42
2.7 Red de agua potable cuya red secundaria se ha dividido en varias subredes	44
2.8 Funcionamiento de los tubos de distribución extremos	44
2.9 Sectores de la colonia El Paraje, Jiutepec, Morelos	59
3.1 Cuerdas y nodos principales en una red de agua potable	68
3.2 Cuerda de distribución donde el gasto es espacialmente variado	69
3.3 Cuerda sin distribución donde el gasto es constante	69
3.4 Nodos en los cuales no es necesario plantear la ecuación de continuidad para resolver el sistema de ecuaciones de la red	70
3.5 Sistema de tuberías cerrado en el cual es necesario definir un elemento de frontera	71
3.6 Curva característica de la bomba	74
3.7 Curva de aforo de un pozo profundo	79
3.8 Primer procedimiento de numeración de los nodos principales	96
3.9 Segundo procedimiento de numeración de los nodos principales	96
3.10 Tercer procedimiento de numeración de los nodos principales	97
3.11 Cuarto procedimiento de numeración de los nodos principales	97
3.12 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al primer procedimiento de numeración de los nodos principales	97
3.13 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al segundo procedimiento de numeración de los nodos principales	97
3.14 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al tercer procedimiento de numeración de los nodos principales	98
3.15 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al cuarto procedimiento de numeración de los nodos principales	98
4.1 Red de agua potable del ejemplo número 1	105
4.2 Red de agua potable del ejemplo número 2	106
4.3 Red de agua potable del ejemplo número 3	107
4.4 Red de agua potable del ejemplo número 4	107
4.5 Red de agua potable del ejemplo número 5	108
4.6 Red de agua potable del ejemplo número 6	108
4.7 Red de agua potable del ejemplo número 7	109
4.8 Red primaria de agua potable del ejemplo número 8	111
4.9 Geometría de cada una de las subredes secundarias del ejemplo número 8	112
4.10 Simulación de la red de agua potable del ejemplo número 8	112
4.11 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8	113
4.12 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	114
4.13 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	115
4.14 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	116
4.15 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	117
4.16 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	118
4.17 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	119

4.18 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	120
4.19 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	121
4.20 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	122
4.21 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	123
4.22 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	124
4.23 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	125
4.24 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	126
4.25 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	127
4.26 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	128
4.27 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	129
4.28 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	130
4.29 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	131
4.30 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación	132
4.31 Esquema de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos	154
4.32 Red primaria de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos	155
4.33 Subred secundaria número 1 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	156
4.34 Subred secundaria número 2 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	157
4.35 Subred secundaria número 3 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	158
4.36 Subred secundaria número 4 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	159
4.37 Subred secundaria número 5 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	160
4.38 Subred secundaria número 6 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	161
4.39 Subred secundaria número 7 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	162
4.40 Subred secundaria número 8 de la red de agua potable de EL Paraje, Jiutepec, Morelos	163
4.41 Esquema de la red de agua potable de Chalco	177
A.1 Porcentajes de error de la ecuación de Moody	193
A.2 Porcentajes de error de la ecuación de Wood	194
A.3 Porcentajes de error de la ecuación de Swamee y Jain	195
A.4 Porcentajes de error de la ecuación $f = a + b/Re^c$ de Guerrero	196
A.5 Porcentajes de error de la ecuación propuesta	197
C.1a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	215
C.1b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	215
C.2a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	216
C.2b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	216
C.3a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	217
C.3b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	217
C.4a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	218
C.4b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	218
C.5a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	219
C.5b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	219
C.6a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	220
C.6b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	220

C.7a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	221
C.7b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	221
C.8a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	222
C.8b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	222
C.9a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	223
C.9b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	223
C.10a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	224
C.10b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	224
C.11a) Tomas con tinaco para un 95% de nivel de confianza	225
C.11b) Tomas con tinaco para un 80% de nivel de confianza	225
C.12a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	226
C.12b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	226
C.13a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	227
C.13b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	227
C.14a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	228
C.14b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	228
C.15a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	229
C.15b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	229
C.16a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	230
C.16b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	230
C.17a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	231
C.17b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	231
C.18a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	232
C.18b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	232
C.19a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	233
C.19b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	233
C.20a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	234
C.20b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	234
C.21a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	235
C.21b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	235
C.22a) Tomas sin tinaco para un 95% de nivel de confianza	236
C.22b) Tomas sin tinaco para un 80% de nivel de confianza	236
C.23 Funcionamiento de una válvula de no retorno	239
C.24 Funcionamiento de una válvula de no retorno, segundo tipo	239
C.25 Funcionamiento de una válvula reductora de presión	240
C.26 Funcionamiento de una válvula reductora de presión, segundo tipo	240
C.27 Funcionamiento de una válvula reductora de flujo (o sostenedora de presión)	241
C.28 Funcionamiento de una válvula reductora de flujo (o sostenedora de presión), segundo tipo	241
C.29 Funcionamiento de una válvula de control de altitud	242

INTRODUCCION

Los sistemas de agua potable presentan un funcionamiento hidráulico bastante complejo y difícil de modelar con exactitud, debido en parte, a una demanda variable de los consumidores, cuya ley de operación normalmente se aplica en forma genérica para todo el sistema aún cuando esta no se conoce con exactitud.

Existen también muchos elementos que conforman una red de agua potable y no es fácil considerarlos a todos en un análisis hidráulico riguroso, obligando a que en los métodos actuales se tengan que eliminar algunos elementos y utilizar hipótesis simplificadoras de modelación de los mismos.

Las hipótesis simplificadoras de modelación que actualmente se utilizan no se indican como tales en las normas de diseño existentes, sin embargo, el procedimiento que proporcionan contiene implícitamente dichas hipótesis.

Las redes de agua potable en México se diseñan de acuerdo a las normas nacionales editadas por dependencias del Gobierno^[20, 94, 95], las cuales son equivalentes a las usadas a nivel mundial. El procedimiento de diseño contenido en estas normas también ha sido usado por otros autores⁶⁹.

Las hipótesis implícitas mencionadas simplifican en gran medida la forma de modelar las tomas domiciliarias, las fugas, los tubos de distribución, y la red primaria y secundaria.

Con relación a las tomas domiciliarias y fugas de agua, en la actualidad no se modelan hidráulicamente, sino que se asigna un gasto de consumo con base en información que se proporciona en una *curva de demandas*. Para modelar los tubos de distribución se considera que las tomas se concentran en los extremos de los mismos, y la red secundaria se elimina en dicha modelación. Esto ha ocasionado que determinados problemas que requieren de una modelación hidráulica más precisa, no se hayan resuelto con entera satisfacción.

Por ejemplo, para simular el comportamiento de la calidad del agua en las redes de agua potable, los gastos en los tubos son datos de suma importancia, mismos que resultan significativamente alterados¹⁰⁹ por los procedimientos actuales de modelación hidráulica, ocasionando que los resultados del fenómeno de calidad no sean totalmente confiables.

Existen también otros tipos de problemas en las redes de agua potable como son revisión, diseño óptimo, calibración y confiabilidad, sobre los cuales impacta en diferente medida la forma empleada para modelar a los elementos que conforman dichas redes.

Si se quiere incluir la simulación hidráulica de las tomas, tubos de distribución y red secundaria se incrementa sustancialmente el número de ecuaciones a resolver, siendo esto el problema más importante para poder aplicar los modelos actuales de simulación hidráulica.

El objetivo de este trabajo es entonces, crear un nuevo procedimiento de simulación hidráulica

de redes de agua potable para resolver problemas que requieren de un resultado más preciso, respecto de lo que pueden ofrecer los modelos convencionales.

Para poder cumplir con este objetivo fueron necesarias varias modificaciones a los modelos actuales, incorporando en la simulación a varios componentes que existen en la red y que no se contemplan en los modelos actuales como son las tomas domiciliarias, los tinacos o cisternas, los tubos de distribución (donde se conectan las tomas domiciliarias) con el gasto espacialmente variado, y la red secundaria, contemplando la solución indirecta de grandes sistemas de ecuaciones.

El contenido de este trabajo se presenta a través de 4 capítulos y 3 apéndices. En el capítulo 1 se presenta el estado del arte, donde se anotan los avances actuales con relación a los temas de mayor importancia para este estudio, como son las tomas domiciliarias y fugas, red secundaria y primaria, y métodos de análisis hidráulico.

En el capítulo 2 se plantea la forma de describir el funcionamiento hidráulico de cada uno de los componentes de una red de agua potable que fueron incorporados en la modelación como son las tomas domiciliarias, la red secundaria y los tubos de distribución con el gasto espacialmente variado, sin aumentar el número de ecuaciones que sería necesario resolver en un modelo convencional. En las tomas domiciliarias se considera que pueden o no existir tinacos o cisternas, y su funcionamiento depende de las presiones y la forma como los usuarios operan las llaves de las mismas. Se incorpora un procedimiento estadístico para obtener el funcionamiento de las tomas domiciliarias y la forma de simulación en la red.

Para poder considerar la influencia de las tomas domiciliarias y la red secundaria, fue necesario evitar el incremento de ecuaciones y emplear un método indirecto de solución de grandes sistemas de ecuaciones. Para ello, se propuso un nuevo procedimiento de modelación hidráulica de los elementos. Dicho procedimiento contempla dos nuevos conceptos: *cuerda* y *nodo principal* cuyo propósito es modelar a las bombas, válvulas y tubos conectados en serie, incluyendo a los gastos de las tomas domiciliarias y la red secundaria, todo ello en una sola ecuación para evitar incluir en el sistema de ecuaciones a las ecuaciones de continuidad que se forman en los nodos intermedios de dichos elementos.

Para la solución de la red se propuso un procedimiento que consiste en resolver por separado a la red primaria y a un conjunto de subredes secundarias, con la ventaja de resolver sistemas de ecuaciones mucho más pequeños que el que se forma resolviendo la red con un solo sistema de ecuaciones.

En el capítulo 3 se presenta: *a)* el modelo integral de redes de agua potable resolviendo la ecuación de continuidad en función de las energías en los nodos, *b)* la manera de darle solución a un sistema de ecuaciones no lineales y *c)* el procedimiento para evaluar los términos no explícitos del modelo.

Este modelo hidráulico permite conocer mejor el funcionamiento de las redes de abastecimiento

de agua potable con un impacto directo sobre los problemas que requieren de una simulación hidráulica más precisa, como los aspectos de calidad del agua en las redes, o la influencia reguladora de los tinacos de las casas. Puede aplicarse también en otros campos como el diseño y calibración de las fugas y rugosidades de los conductos. Este modelo puede extenderse a la calibración de los consumos, sin embargo, en este trabajo se recomienda que ello se realice en forma directa en las tomas, ya que esto permite una aplicación más general del modelo.

Se ha observado que para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, resulta conveniente aplicar un método aproximado (como el de la teoría lineal, Cross y otros) al inicio de las iteraciones ya que los valores iniciales se encuentran alejados de la solución y posteriormente usar el método de Newton-Raphson cuando los valores se encuentran cerca de la solución. Sin embargo, no resulta práctico tener que trabajar con dos métodos diferentes para resolver un mismo problema. En el capítulo 3 se encuentra la relación que existe entre el método de Newton-Raphson y el de la teoría lineal, con lo cual puede cambiarse fácilmente de un método al otro y aprovechar las ventajas que tiene cada uno en determinado proceso.

En el capítulo 3 se presenta también un criterio para la solución numérica óptima del sistema de ecuaciones empleando reglas de numeración de los *nodos principales* (ver definición en el subcapítulo 3.2) y aprovechando las propiedades de la matriz de coeficientes.

En el capítulo 4 se evalúa el modelo de simulación hidráulica que se propone en este trabajo con relación a tres aspectos fundamentales; *a)* capacidad de obtenerse la solución, *b)* ventajas con respecto de los modelos actuales y *c)* el acercamiento al funcionamiento real de la red. Para ello se desarrolló el sistema de cómputo *MIRAP*, cuyo nombre significa Modelación Integral de Redes de Agua Potable.

En el apéndice A se analiza la ecuación de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White, para calcular las pérdidas de energía por conducción, donde la segunda ecuación sirve para determinar en forma implícita el coeficiente de pérdidas que interviene en la primera. Se realiza una discusión sobre las ventajas y desventajas de otras ecuaciones explícitas para determinar este coeficiente de pérdidas, proporcionándose también una ecuación que mejora en términos generales a las ecuaciones explícitas existentes.

En el apéndice B se describen las características generales del sistema de cómputo *MIRAP*, con el cual se pudo evaluar la propuesta de simulación de este trabajo. En el apéndice C se muestran las curvas de operación de las tomas, obtenidas de un estudio realizado en El Paraje, Jiutepec, Morelos, y las figuras que indican las condiciones de funcionamiento de varios tipos de válvulas.

1. ESTADO DEL ARTE

Los métodos actualmente empleados en la modelación hidráulica de las redes de agua potable requieren de una serie de simplificaciones para llevar a cabo el análisis hidráulico, ya que de otro modo se tendría que resolver un número muy elevado de ecuaciones que harían sumamente difícil su solución.

Las simplificaciones de modelación que actualmente se utilizan para el diseño de las redes de agua potable consisten en la forma de modelar a los elementos que la componen, aplicándose principalmente en: *a)* las tomas domiciliarias y las fugas, *b)* la red secundaria y *c)* la red primaria.

Para tener una idea general sobre la cantidad de ecuaciones que se eliminan empleando las simplificaciones de modelación que arriba se señalan, se presenta enseguida un breve análisis.

La red de distribución en un sistema de agua potable lo forman dos tipos de elementos, los tubos de distribución y las tomas, donde los segundos se conectan de los primeros, cada uno en un punto diferente. Para la modelación hidráulica de ambos tipos de elementos deben resolverse ecuaciones de energía y de continuidad.

Para deducir el número de ecuaciones que son debido a la modelación hidráulica de los tubos de distribución, considérese la red de agua potable que se muestra en la figura 1.1, cuyos tubos de distribución forman una malla rectangular, donde *a* y *b* es el número manzanas o circuitos en cada lado. En este caso el número de ecuaciones de energía n_1 es igual al número de circuitos, que se obtiene de

$$n_1 = ab \quad (1.1)$$

y el número de ecuaciones de continuidad n_2 es igual al número de nodos menos 1 que en este caso se obtiene de la ecuación

$$n_2 = ab + a + b \quad (1.2)$$

El número de ecuaciones que son debido a la modelación hidráulica de las tomas domiciliarias pueden obtenerse en función del número de tomas y de la operación de las llaves. Si en cada una de las tomas se considera operando solamente una llave, el número de ecuaciones de energía n_3 es igual al número de tomas, y el número de ecuaciones de continuidad n_4 también es igual al número de tomas.

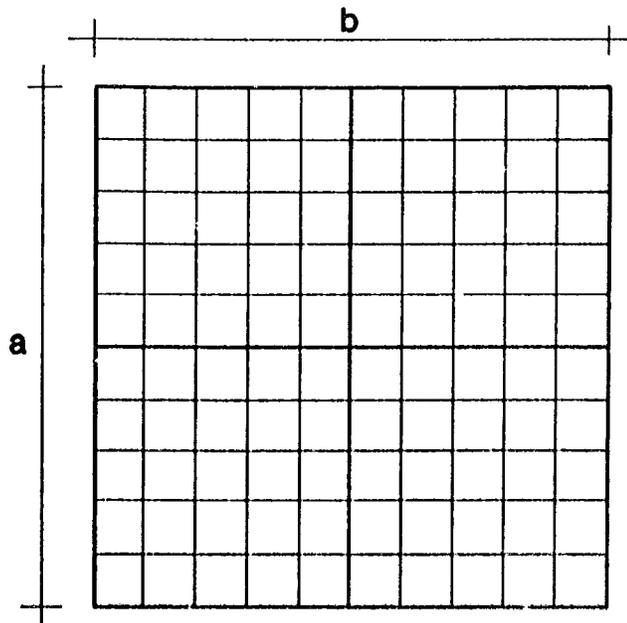


Figura 1.1 Red de distribución de agua potable de forma rectangular

Considérese como ejemplo a la red de la figura 1.1, con un total de 100 manzanas, 10 en el lado a y 10 en el lado b , donde existen 20 tomas domiciliarias por manzana en promedio, que dan un total de 2,000 tomas.

Debido a la modelación hidráulica de las tomas domiciliarias, el número de ecuaciones de energía es igual a 2,000 y el número de ecuaciones de continuidad igual a 2,000. Sin embargo, si el gasto (demanda de agua) por cada toma se calcula mediante el procedimiento actual de la curva de demandas, estos gastos son conocidos sin plantear ninguna ecuación de energía. Si además, el tubo de distribución se modela considerando que las tomas se conectan únicamente en los dos nodos extremos del mismo, tampoco es necesario plantear ecuaciones de continuidad.

Por otro lado, debido a la modelación hidráulica de los tubos de distribución, de la ecuación 1.1 el número de ecuaciones de energía es igual a 100 y de la ecuación 1.2 el número de ecuaciones de continuidad es igual a 120. Sin embargo, las normas de diseño de redes de agua potable recomiendan que cada cuatro o cinco manzanas se forme un circuito principal con los tubos de mayor diámetro, considerando en los cálculos a dichos tubos y eliminando a los de menor diámetro comprendidos dentro del circuito principal. Si en el ejemplo se forman cuatro circuitos principales, 2 en el lado a y 2 en el lado b , de la ecuación 1.1, el número de ecuaciones de energía es igual a 4 y de la ecuación 1.2 el número de ecuaciones de continuidad es igual a 8.

En este ejemplo, para modelar hidráulicamente a los tubos de distribución y tomas domiciliarias

es necesario plantear un total de 2,100 ecuaciones de energía y 2,120 ecuaciones de continuidad. No obstante, si se emplea el conjunto de simplificaciones señaladas, es necesario plantear únicamente 4 ecuaciones de energía y 8 de continuidad.

Con este análisis se deduce que las hipótesis señaladas permiten ahorrar el 99.9 % del número total de ecuaciones que existen en la realidad.

Es decir, los sistemas de agua potable actualmente se resuelven utilizando aproximadamente el 0.3 % del número total de ecuaciones que existen en la realidad, con lo cual dependiendo del tipo de problema que se trate (diseño, revisión, calidad del agua, etc.), debería obtenerse un resultado con una diferencia aceptable respecto al funcionamiento real.

No se pretende decir que para obtener un resultado satisfactorio, en todos los casos sea necesario incrementar el número de ecuaciones en la modelación, pero sí destacar la importancia de usar otros criterios más eficientes cuando el problema lo requiera para la modelación hidráulica de los elementos que conforman a las redes de agua potable.

1.1 TOMAS DOMICILIARIAS Y FUGAS

Las normas mexicanas^[20, 94, 95] para el diseño de redes de agua potable proponen calcular las demandas en las tomas domiciliarias con base en un estudio de los consumos de agua registrados en una población en diferentes períodos; anuales, diarios y horarios. A partir de la demanda anual se calculan las dotaciones de agua por persona. De todas las demandas diarias, a la máxima encontrada se le llama gasto máximo diario, y con la variación de las demandas en ese día se diseñan los elementos de la red. Las diferentes demandas horarias conforman a la *curva de demandas* correspondiente a un día, y a la máxima encontrada se le llama gasto máximo horario; con el cual se diseña la red de distribución.

El empleo de la *curva de demandas* es un procedimiento común para calcular los consumos de agua, aceptando su validez para toda el área en la red de tubos o una parte de éste. Con esta curva se obtienen las demandas en las tomas antes de efectuar la revisión hidráulica y el gasto de un determinado momento que consumen los usuarios de la red se calcula en función del nivel socioeconómico del usuario. Es decir, el consumo de agua que se genera en las tomas operadas por las diferentes necesidades de los usuarios, depende de su política de uso.

Por otro lado, el funcionamiento hidráulico de las tomas y las fugas depende en forma directa de las características geométricas de las mismas y de las presiones existentes en la red de agua potable, las cuales normalmente varían de un punto a otro. Esto no se contempla en la curva de demandas y representa un inconveniente que toma mayor importancia cuando existen diferencias importantes de presiones de un punto a otro de la red de agua potable.

Con frecuencia se presenta el caso en que las tomas más cercanas a los tanques y bombas, dejan sin servicio a las más alejadas, debido a que las presiones son más altas en las primeras,

provocando una mayor influencia de éstas sobre el flujo en la red.

El problema de bajas presiones en los puntos extremos de las redes de agua potable no se logra resolver adecuadamente utilizando el criterio de la curva de demandas ya que con este procedimiento se escapan aspectos importantes de modelación que en muchos casos ocasiona que los resultados de la revisión hidráulica sean sustancialmente diferentes de la realidad.

Para considerar a las fugas de agua en el análisis hidráulico, las normas recomiendan un valor estimado por unidad de longitud del tubo de distribución, sin contemplar tampoco la influencia de las presiones.

Se encuentra, sin embargo, que Sueishi¹⁰⁵, Lam y Wolla⁶⁵, Takakuwa¹⁰⁷, Pudar y Liggett⁸⁶, advierten la influencia que tienen las presiones sobre las demandas y las fugas, proponiendo ecuaciones de simulación para ello.

Asimismo, el responsable de este trabajo^[44, 48] comparte con estos autores la idea de tomar en cuenta la influencia de las presiones sobre las demandas y las fugas.

La ecuación propuesta por Lam y Wolla⁶⁵ para calcular las demandas se expresa:

$$Q = A + B H^C \quad (1.3)$$

donde Q es el gasto de demanda, H la energía en el punto de la demanda; A , B y C son parámetros de ajuste. Esta ecuación parece conveniente aplicarla en las tomas domiciliarias con una determinada geometría y operación, necesitando sin embargo, un ajuste para cada toma en particular, lo cual impide darle un carácter práctico y general.

Sueishi¹⁰⁵ y Takakuwa¹⁰⁷ recomiendan una misma ecuación tanto para demandas como para fugas

$$Q = W_i p_i^w \quad (1.4)$$

donde Q es el gasto de la demanda o de la fuga, p_i es la presión, W_i y w son parámetros de ajuste. Esta ecuación se encuentra más conveniente para el caso de fugas de agua, ya que tiene una presentación similar a la ecuación de un orificio.

En un modelo de calibración de fugas, Pudar y Liggett⁸⁶ proponen la ecuación de un orificio para calcular las demandas y las fugas de agua

$$Q = K H | H |^{-1/2} \quad (1.5)$$

considerando que la presión puede obtenerse únicamente en función de la energía hidráulica H . El valor de K es un coeficiente geométrico del orificio.

Para corregir los problemas anteriormente señalados y mejorar las propuestas de modelación de las tomas, es necesario un procedimiento diferente para calcular los consumos de agua en los sistemas de agua potable, de tal manera que se tome en cuenta la política de operación del usuario de la red, las presiones y las condiciones geométricas de las tomas, evitando además el incremento exagerado en el número de ecuaciones a resolver, por el hecho de contemplar mayor número de variables.

1.2 RED PRIMARIA Y SECUNDARIA

En un sistema de agua potable la red de distribución se compone de dos tipos de redes: primaria y secundaria y en ambas existen tubos de distribución, en función de los cuales se pueden modelar estos dos tipos de redes. En los tubos de distribución de la red secundaria se conectan únicamente las tomas y en los de la red primaria se conectan los tubos de distribución de la red secundaria, pudiendo además existir tomas conectadas.

Para realizar adecuadamente el análisis hidráulico de una red de agua potable se requiere de un procedimiento capaz de modelar a los tubos de distribución en donde pueden existir varias tomas y tubos secundarios conectados. Un procedimiento empleado comúnmente consiste en utilizar un conducto sencillo considerando que los consumos de agua se encuentran ubicados en los extremos del mismo.

Al respecto, las normas no ofrecen un procedimiento detallado sobre la forma de distribuir los consumos de agua en un sistema de agua potable, sin embargo se demuestra¹¹² que un conducto con demandas uniformemente distribuidas presenta pérdidas de energía equivalentes a si la demanda total se concentra en los dos nodos extremos en un cierto porcentaje de la demanda en cada uno. Para conductos donde el gasto que se transporta es considerablemente mayor al que se demanda en ellos, se puede considerar a que la mitad del consumo se concentra en cada uno de sus nodos extremos. Este criterio es el que se utiliza actualmente en la práctica profesional, obteniendo las demandas de agua concentradas en unos cuantos puntos de la red de distribución.

Para identificar a la red primaria, las normas⁹⁴ hacen la recomendación de considerar a los tubos mayores de 100 mm para localidades urbanas, mismos que deberán utilizarse en la revisión hidráulica, despreciando a los tubos de menor diámetro que forman a la red secundaria. Es decir, se recomienda modelar únicamente a la red primaria y distribuir en ella los consumos de la red secundaria. Esta recomendación está orientada hacia el dimensionamiento de las redes de agua potable, donde las presiones máximas y mínimas son las variables de funcionamiento de la red de mayor interés.

No obstante, se advierte que este criterio no es suficientemente adecuado para resolver todos los

tipos de problemas que se presentan en las redes de agua potable, incluyendo al mismo caso de dimensionamiento de las redes, ya que no se definen otros diámetros mínimos de la red primaria en función de la dimensión y geometría de la red y no se contempla la forma de distribuir los gastos o demandas de la red secundaria sobre la red primaria, por lo que pueden obtenerse resultados de presiones disparados con respecto a los que se obtienen considerando a todos los conductos.

Por otro lado, los gastos obtenidos en los tubos de la red primaria resultan bastante alterados al suponerse que las tomas y los tubos de la red secundaria se conectan en los nodos de la red primaria, situación que afecta principalmente en la modelación del transporte de sustancias contaminantes y los aspectos de calidad del agua en la red.

Carr y Doherty¹² presentan una justificación para modelar a la red secundaria junto con la red primaria, empleando los métodos de análisis hidráulico actuales; sin embargo, con estos métodos se incrementa exageradamente el número de ecuaciones a resolver, resultando ser un procedimiento inadecuado por la demanda exagerada de capacidad de memoria de la computadora y las complicaciones en la solución directa de grandes sistemas de ecuaciones.

Por lo anterior, es claro que para poder resolver los problemas tanto de dimensionamiento de la red como de calidad del agua, calibración y otros, es necesario contar con un criterio eficiente que pueda modelar a la red secundaria y primaria, de tal manera que se garantice una diferencia máxima aceptable, entre el funcionamiento real y la modelación, tanto en los valores de las presiones como en los gastos, evitando la solución directa de grandes sistemas de ecuaciones.

1.3 METODOS DE ANALISIS HIDRAULICO

Los métodos de revisión hidráulica de redes de tubos, se pueden agrupar en diferentes tipos de formulaciones, de acuerdo a las ecuaciones que se resuelven y las variables usadas en el sistema de ecuaciones. Se tienen así cuatro principales tipos de métodos de revisión hidráulica:

1. Formulación de ecuaciones de continuidad en los nodos en función de las energías en los extremos del elemento.
2. Formulación de ecuaciones de la energía en los *recorridos*⁴⁴ en función de gastos que cumplen con la ecuación de continuidad. Donde un *recorrido* se define como una trayectoria sobre los elementos de la red con un sentido arbitrario, pasando por un punto solo una vez. Los puntos inicial y final pueden ser el mismo para los dos, o diferentes si en los dos puntos se conecta un elemento de frontera como lo es un pozo, u.: tanque, una descarga libre, etc.
3. Formulación de ecuaciones de continuidad en los nodos y ecuaciones de energía en los recorridos en función de gastos.
4. Formulación de ecuaciones de continuidad en los nodos y ecuaciones de energía en los

recorridos en función de pérdidas y ganancias de energía.

El primer planteamiento de solución ha sido el más utilizado por varios autores. Martín y Peters⁷¹, Shamir y Howard⁹⁶, Sarghamee¹¹⁹, Lemieux⁶⁸, Donachie²⁹, Rao y Bree⁸⁷, y Tzatchkov¹¹⁰ lo han empleado utilizando el método de Newton-Raphson. Sánchez⁹⁰, Fuentes³⁵, y Guerrero⁴⁴ también han empleado este planteamiento utilizando la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden. Guerrero ha usado la serie del binomio de dos formas, con términos hasta de primer orden y con términos hasta de segundo orden. Chandrashekar¹⁵ y Mageid et al.⁷⁰ también han usado el primer planteamiento empleando la teoría lineal.

El segundo planteamiento ha sido usado por Epp y Fowler³² utilizando el método de Newton-Raphson, Guerrero⁴¹ con la serie del binomio de dos formas, con términos hasta de primer orden y con términos hasta de segundo orden, Guerrero^(43, 44) con la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden. Sarikelle⁹² también utilizó éste planteamiento empleando el método de la tangente al principio del proceso y Newton-Raphson al final.

El tercer planteamiento lo han usado Wood y Charles¹¹⁵, Jeppson y Traballae⁵⁷, Demuren e Ideriah²⁶ empleando la teoría lineal, Guerrero⁴⁴ utilizando la Serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden.

El cuarto planteamiento ha sido empleado por Guerrero⁴⁴ utilizando la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden.

La mayoría de los autores aplican directamente los planteamientos descritos, sin embargo, algunos autores incluyen alguna explicación o desarrollo matemático para obtener uno o varios planteamientos similares a los descritos. En este caso está Nielsen⁸⁰ que obtiene el planteamiento 1 y 2, recomendando usar teoría lineal al principio del proceso y Newton-Raphson al final.

Kesavan y Chandrashekar⁶² proponen un planteamiento similar al 3 y 4, aplicando la ecuación de continuidad en determinados *cortes* que se hace en la red y usar la ecuación de la energía en los circuitos.

Varios autores han propuesto mejorar la convergencia del método de Newton-Raphson, entre otros están Lam y Wolla⁶⁵, González y Capella³⁹ y Cembrowicz¹⁴, por medio de un análisis para encontrar el factor de corrección óptimo. Sarikelle⁹⁵ usa el método de la tangente al principio del proceso.

Donachie²⁹ recomienda no efectuar un análisis para encontrar el factor óptimo de corrección en cada iteración, ya que si bien se reduce el número de iteraciones requeridas, el tiempo por iteración se incrementa. Asegura que es más eficiente aplicar un simple factor correspondiente a la mitad de la corrección cuando la oscilación ocurre.

Por medio de un análisis de la equivalencia que existe entre el método de Newton-Raphson y el de la teoría lineal que se presenta en el subcapítulo 4.9, puede verse que la recomendación

de Donachio²⁹ tiene un significado similar al procedimiento recomendado por Nielsen⁸⁰, que consiste aplicar teoría lineal al principio del proceso y Newton-Raphson al final.

Se puede decir que el mejor planteamiento de solución es aquel que pueda resolver a la red con un menor número de ecuaciones y que posea las mejores propiedades en la matriz de coeficientes del sistema linealizado, tanto en la convergencia como para el uso de métodos eficientes de solución.

De los casos que se analizaron, se recomiendan: *a)* el planteamiento que resuelve la ecuación de continuidad en función de las energías en los nodos (primer planteamiento), y *b)* el planteamiento que resuelve la ecuación de la energía en función de gastos que cumplen la ecuación de continuidad (segundo planteamiento), porque ambos planteamientos requieren un menor número de ecuaciones a resolver y las matrices que se obtienen son simétricas, positivas definidas y porosas, lo cual puede aprovecharse para ahorrar capacidad de memoria de la computadora, para agilizar la solución del sistema de ecuaciones y poder resolver sistemas de agua potable de grandes dimensiones.

Desde el punto de vista del sistema de ecuaciones, el primer planteamiento conviene usarse cuando el número de nodos de la red es menor al número de *recorridos*⁴⁴. El segundo planteamiento es apropiado cuando el número de recorridos es menor al número de nodos.

En ambos planteamientos la geometría de la red influye en la convergencia, ya que esto determina las ecuaciones que son *interiores* o *exteriores*⁴⁴, donde las exteriores son las que generan elementos dominantes en la diagonal de la matriz, lo cual favorece en una mayor convergencia del sistema de ecuaciones.

En el caso de sistemas ramificados, cuando se usa el primer planteamiento por lo general existe un menor número de ecuaciones y un mayor porcentaje que son exteriores, y en el caso de sistemas cerrados, sucede lo mismo cuando se usa el segundo planteamiento.

Como se puede apreciar, existe una gran cantidad de métodos de revisión hidráulica; no obstante, el inconveniente que se observa es que para el caso de redes de agua potable estos no contemplan el funcionamiento hidráulico de las tomas domiciliarias y no están diseñados para considerar el funcionamiento de la red secundaria sin la necesidad de incrementar el número de ecuaciones. Si bien las redes de agua potable son analizadas usando demandas estimadas con el criterio de la curva de demandas, las diferentes presiones y condiciones geométricas de las tomas pueden influir para que las demandas reales sean otras totalmente diferentes.

El autor del presente trabajo considera importante corregir este problema y propuso anteriormente^(44, 48) un método de revisión hidráulica para redes de agua potable y otro método para sistemas de riego por aspersión, considerando el funcionamiento de las tomas en los sistemas de agua potable y el funcionamiento de los laterales en los sistemas de riego por aspersión en función de las presiones. En el primer caso considerando la construcción de curvas de funcionamiento más una curva de operación y en el segundo caso únicamente curvas de

funcionamiento ya que normalmente no existe operación en el lateral.

En esta ocasión se plantea adecuar el criterio para modelar a las demandas en las tomas de los sistemas de agua potable, usando una sola ecuación en lugar de construir curvas de funcionamiento, lo cual resulta ser más adecuado al tipo de problema, ya que de otro modo la operación tan variada de las tomas haría necesario construir un número considerable de curvas.

Otro aspecto que se considera importante se refiere a las fórmulas utilizadas para calcular las pérdidas de energía por conducción. Debe evitarse el uso de ecuaciones puramente empíricas, cuyos resultados difieren a menudo respecto a los de las ecuaciones de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White, ampliamente conocidas y mejor aceptadas.

Si bien estas dos ecuaciones presentan problemas para emplearse en una red de tubos, debido al carácter implícito del coeficiente de cortante f en la ecuación de Colebrook-White, existen ecuaciones cuya aplicación ha dado resultados satisfactorios en algunos casos. En 1966 Wood¹³ obtiene por medio de un ajuste una ecuación explícita de f para tubos rugosos; en 1969, la Hydraulics Research Station⁵³ deduce una ecuación exacta para calcular el gasto. En 1976, Echávez³⁰ presenta una forma alternativa para calcular el coeficiente de cortante f en función del valor de f , correspondiente a un flujo turbulento afectado por un coeficiente C de corrección. Asimismo, el autor del presente trabajo⁴⁵ obtiene por medio de un ajuste, una ecuación explícita de f con resultados similares a los de la ecuación de Colebrook-White.

En el apéndice A se presenta un análisis de diferentes ecuaciones explícitas para el cálculo del coeficiente de cortante f de la ecuación de Colebrook-White. También se propone una ecuación que mejora, en términos generales, a los resultados de las actuales ecuaciones explícitas.

Por otro lado, se considera importante la simulación de los pozos profundos ya que los niveles dinámicos del agua dependen del gasto de explotación, el cual a menudo es un valor que se quiere conocer, principalmente cuando existen varias fuentes de abastecimiento o cuando se simula la operación de la red de agua potable. Con respecto a la modelación de dichos elementos, se encontró únicamente una propuesta de Guerrero⁴⁸.

Otro elemento importante que se recomienda incluir en la modelación son los tanques hidroneumáticos. Al respecto no se tiene registrado una referencia que lo analice. Este tipo de elementos pueden emplearse adecuadamente en el caso de redes de agua potable de pequeñas dimensiones o para abastecer de agua a edificios o industrias.

Tomando en cuenta los alcances y limitaciones del procedimiento actual para el análisis hidráulico de las redes de agua potable, se considera conveniente buscar un nuevo método con una mayor orientación hacia este tipo de redes, al cual se ha propuesto llamar *integral* por el hecho de considerar el funcionamiento de las tomas domiciliarias y a la red secundaria, en este caso, contemplando el procedimiento que se sugiere en este subcapítulo para modelar las demandas en las tomas domiciliarias y las fugas. Se advierte también la necesidad de analizar los tubos de distribución con las tomas y los tubos secundarios conectados.

2. MODELACION DE LOS ELEMENTOS

2.1 INTRODUCCION

En este capítulo se presenta la justificación matemática de una ecuación que sirve para describir el funcionamiento hidráulico de las tomas domiciliarias y calcular los consumos en las redes de agua potable. Se hace lo mismo para calcular las fugas en la red de distribución.

Se presenta también un procedimiento de calibración directa de las fugas y la forma de procesar la información para que puedan emplearse en los problemas de revisión y simulación de la red en diferentes condiciones de consumo; todo esto orientado principalmente hacia los problemas de diseño. Para calcular el gasto de las tomas, se obtiene una ecuación de segundo orden la cual se aplica en el modelo hidráulico que se plantea en el capítulo 3.

Aquí también se explica el procedimiento que se utilizará para modelar a los tubos de distribución secundarios y primarios. El planteamiento matemático del modelo integral de redes de agua potable se presenta en el capítulo 3.

2.2 TOMAS DE AGUA Y FUGAS

Se busca obtener una ecuación para modelar a los consumos de agua en las tomas, (ver figura 2.2) formadas por un tubo alimentador que se conecta al de la red de distribución y en cuyo extremo se conectan las llaves de la toma, una cisterna, o un tinaco si es que existe alguno de ellos. Para tomar en cuenta la influencia de los elementos de dicho extremo se considera que existe un orificio hipotético por donde sale el agua de la toma, cuya área será variable durante el día, dependiendo de la operación que los usuarios hagan de la toma. El orificio de descarga se considera estar ubicado en el cuadro de la toma o en el tinaco o cisterna cuando la descarga de agua es directa a dichos elementos. Para calcular las pérdidas de energía por conducción, se utilizará la ecuación A.16.

La ecuación obtenida permitirá realizar el cálculo directo de las pérdidas de energía por conducción desde el punto de conexión de la toma con el tubo de distribución hasta el punto donde existe hipotéticamente un orificio de la salida del agua. En el caso de una descarga directa a un tinaco o cisterna, existe una válvula de flotador que automáticamente se estará abriendo y cerrando dependiendo del consumo de los usuarios, de la capacidad de regulación del depósito y de las presiones existentes en la red. En este caso se puede decir que el orificio no es hipotético sino real.

En un modelo de calibración de fugas, Pudar y Liggett⁸⁶ proponen la ecuación de un orificio para calcular las demandas y las fugas, considerando que la presión puede obtenerse únicamente en función de la energía hidráulica.

$$Q = K H | H |^{-1/2} \quad (2.1)$$

donde H es la energía hidráulica y K es un coeficiente geométrico del orificio.

Sin embargo, esta propuesta no parece muy adecuada porque no toma en cuenta las elevaciones del terreno natural. Al respecto se pueden indicar varios motivos que justifican la necesidad de incluir la elevación del terreno natural: *a)* no es posible obtener un orificio equivalente que tome en cuenta estas diferencias de terreno, *b)* la energía puede ser igual a cero con respecto del plano horizontal de referencia (ver figura 2.1), pero la presión puede ser positiva, generándose un cierto flujo en el orificio, y la ecuación así es inconsistente, pues arroja un gasto igual a cero, *c)* la energía puede tener un valor negativo con respecto del plano horizontal de referencia (ver figura 2.1), pero la presión puede ser positiva, generando un gasto positivo del orificio, sin embargo, la ecuación sugiere un gasto negativo, y *d)* las diferencias de elevación del terreno natural no pueden ser despreciadas principalmente en terrenos accidentados. Tales diferencias del terreno pueden ser bastante significativas con respecto de la energía, inclusive, como se indica en el inciso *b)*, en ocasiones el flujo se puede deber únicamente a esta diferencia aun siendo la energía igual a cero con respecto del plano horizontal de referencia.

Para comprobar la afirmación del inciso *a)*, considérese la ecuación de un orificio en el caso de haber una presión positiva, que corresponde a un flujo de agua que sale de la red de tubos, cuyo funcionamiento es el que normalmente existe en una toma o una fuga de agua.

$$Q = K (p/\gamma)^{1/2} \quad (2.2)$$

donde p/γ es la altura de presión manométrica, la cual es igual a la energía hidráulica H menos la altura de posición z del terreno natural, menos la energía de velocidad. La energía de velocidad por ser generalmente pequeña puede ser despreciada, entonces:

$$Q = K (H - z)^{1/2} \quad (2.3)$$

Desarrollando el binomio

$$Q = K(H)^{1/2} - \frac{K z}{2H^{1/2}} - \frac{K z^2}{6H^{3/2}} - \dots \quad (2.4)$$

Se observa que no es posible expresar la ecuación 2.4 en términos exclusivos de la ecuación de

un orificio donde $H^{1/2}$ sea el factor común de términos independientes de H . Por lo tanto no es válido considerar que la presión puede obtenerse únicamente en función de la energía hidráulica.

Las normas mexicanas recomiendan una presión máxima de 40 m.c.a. y una presión mínima de 10 m.c.a. Tomando esto en cuenta, así como la línea horizontal de energías para un consumo nulo de los habitantes, en los sistemas con terrenos accidentados se pueden aceptar diferencias topográficas máximas de hasta 30 m (ver figura 2.1). La altura de posición z del terreno igual a -30 m en el punto A que se indica en la figura 2.1, no es de ninguna manera despreciable, puesto que es mayor o igual a 3 veces la energía para valores positivos en ese punto, y es mayor o igual a 1.5 veces para valores negativos de energía en ese punto.

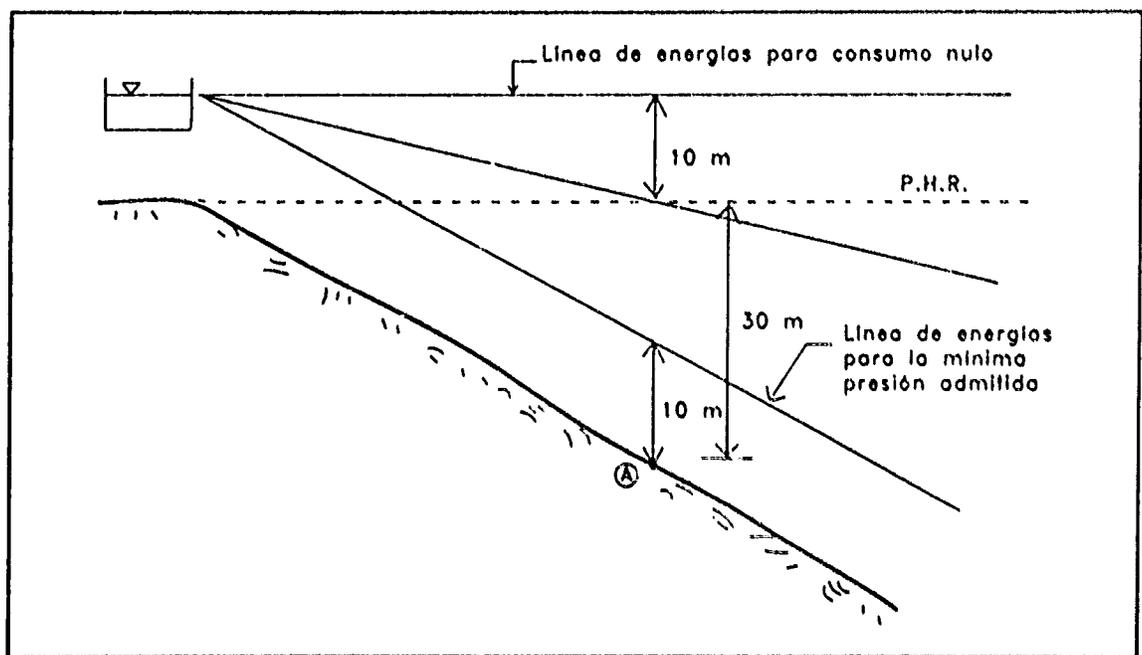


Figura 2.1 Sistema de agua potable donde existen diferencias en las elevaciones del terreno.

Modelación del tubo alimentador

Se puede pensar que en el caso de obtener los consumos de las tomas domiciliarias empleando un procedimiento de calibración de un modelo de simulación hidráulica como la propuesta de Pudar y Liggett⁸⁶, es justificable modelar a las tomas domiciliarias suponiendo únicamente un orificio equivalente que tome en cuenta al tubo alimentador y la operación de las llaves. Sin embargo, esto es únicamente válido en el caso de aceptar a la ecuación de Manning para calcular las pérdidas de energía en el tubo alimentador, ya que ésta tiene una presentación similar a la ecuación de un orificio. Si se analiza el funcionamiento del tubo alimentador de la toma, mediante ecuaciones cuyos resultados estén de acuerdo con las de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White, se puede demostrar que sólo es válido modelar la toma domiciliaria en términos exclusivos de la fórmula de un orificio: a) si el área del orificio es muy pequeña

comparada con el área del tubo alimentador; esta situación puede presentarse en un momento determinado para una cierta operación de la toma, principalmente en los casos de menor consumo. Sin embargo, la operación es variable y en la toma se demandan a menudo gastos considerables, generando áreas de orificios equivalentes no tan pequeños, *b*) si el diámetro del tubo alimentador es exageradamente grande para el gasto que transporta (velocidades en el tubo alimentador muy pequeñas), de tal suerte que las pérdidas de energía en el tubo alimentador puedan despreciarse. Este caso normalmente no sucede, pues resultarían tubos alimentadores muy costosos e innecesarios desde el punto de vista del diseño óptimo, y *c*) en el caso cuando la toma domiciliaria no tenga un tubo alimentador, situación que normalmente no sucede.

El inciso *c* resulta evidente y no necesita ser demostrado. Se comprobarán enseguida los primeros incisos empleando un procedimiento para modelar el funcionamiento hidráulico de las tomas domiciliares considerando la existencia del tubo alimentador.

Se aplica la ecuación de la energía (ver figura 2.2) del punto donde se conecta la toma domiciliaria al punto donde se ubica el orificio de descarga.

$$H_f = hf_{\text{alimentador}} + \frac{P_{\text{vivienda}}}{\gamma} + \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{A^2} \quad (2.5)$$

donde Q y A son el gasto y el área del tubo alimentador de la toma respectivamente, g es la aceleración de la gravedad terrestre.

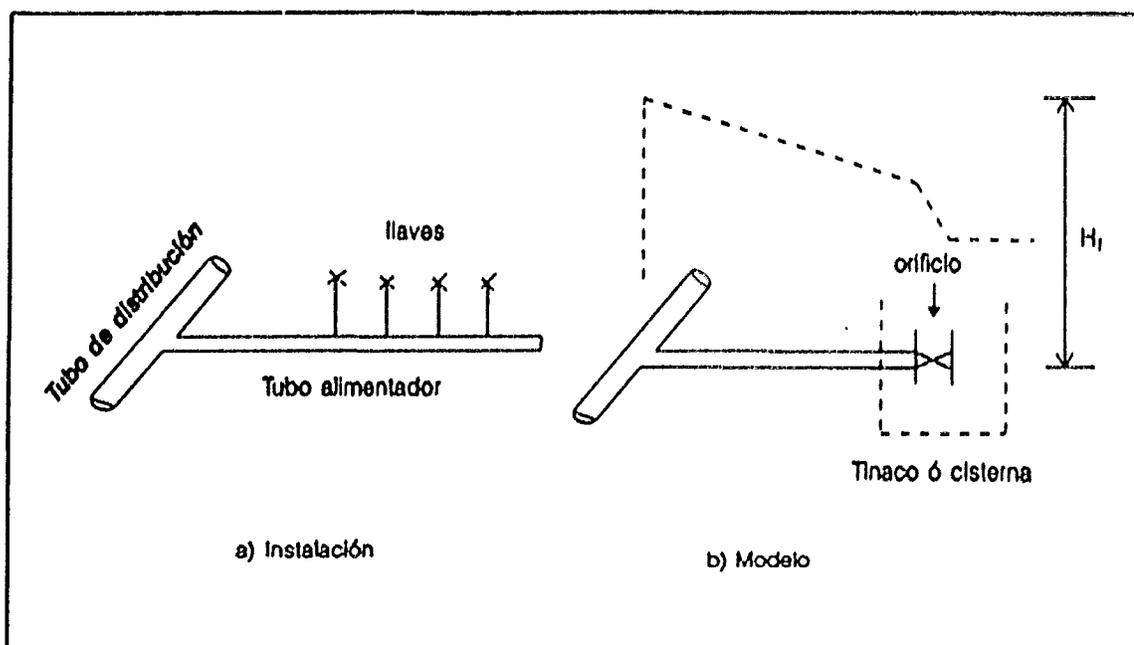


Figura 2.2 Toma domiciliaria.

Si en la toma existe descarga directa a una cisterna o un tinaco, H_f es igual a la energía hidráulica total que existe en el nodo de conexión de la toma menos la elevación de la válvula de flotador y $hf_{alimentador}$ es la suma de pérdidas de energía que se generan desde el punto de conexión de la toma hasta un punto inmediatamente antes de la válvula de flotador.

Si en la toma no existe tinaco o cisterna, o si este existe pero la descarga no es directa, H_f es igual a la energía hidráulica total existente en el nodo de conexión de la toma menos la elevación promedio de las llaves de servicio de la vivienda y $hf_{alimentador}$ es la suma de pérdidas de energía que se presentan desde el punto de conexión de la toma hasta un punto inmediatamente antes de las llaves referidas.

El valor de $p_{vivienda}$ se refiere a la presión manométrica en el punto donde se ubica el orificio de descarga el cual se obtiene de la ecuación 2.2.

$$\frac{p_{vivienda}}{\gamma} = \left[\frac{1}{K} \right]^2 Q^2 \quad (2.6)$$

Definiendo a

$$K_o = \left(\frac{1}{K} \right)^2 \quad (2.7)$$

la ecuación 2.6 es igual a

$$\frac{p_{vivienda}}{\gamma} = K_o Q^2 \quad (2.8)$$

El valor de $p_{vivienda}/\gamma$, puede interpretarse como una pérdida local de energía y la variable K_o servirá para medir la operación y condiciones geométricas dentro de la vivienda, cuyo valor varía de acuerdo al grado de abertura del orificio. Este término también incluye las fugas internas de agua en la vivienda.

Las pérdidas totales de energía en el tubo alimentador, considerando las pérdidas menores por accesorios, son:

$$hf_{\text{alimentador}} = hf_{\text{conducto}} + \frac{\sum k}{2 g A^2} Q^2 \quad (2.9)$$

donde k es un factor de pérdida local el cual se obtiene experimentalmente y se puede tomar de cualquier referencia de hidráulica general.

En el subcapítulo 2.3 se presenta la propuesta final para modelar a una toma domiciliaria. En esta sección, con el propósito de demostrar las ventajas de considerar al tubo alimentador, las pérdidas de energía en este tubo se calcularán con la ecuación A.9 propuesta en la referencia 46 por el responsable de este trabajo, la cual al sustituirse en la ecuación de Darcy-Weisbach (ecuación A.1) se obtiene

$$hf_{\text{conducto}} = \alpha L \left[\frac{8}{\pi^2 g D^5} \right] Q^2 + B L \left[\frac{8\nu^c}{4^c \pi^{2-c} g D^{5-c}} \right] Q^{2-c} \quad (2.10)$$

donde hf_{conducto} es la pérdida de energía por conducción, L es la longitud del conducto, D es el diámetro, ν es la viscosidad cinemática del fluido, y Q es el gasto del flujo que circula por el tubo. Los valores de B y C se obtienen de las tablas A.1 a A.5 dependiendo de la rugosidad relativa ϵ/D del conducto y de un intervalo del número de Reynolds.

El valor de α depende de la rugosidad relativa según la ecuación

$$\alpha = \frac{1}{\left[2 \log \frac{3.71}{\epsilon/D} \right]^2} \quad (2.11)$$

y corresponde al valor de f de la ecuación de Colebrook-White en la zona de turbulencia totalmente desarrollada.

Con las ecuaciones 2.8, 2.9 y 2.10 en la 2.5 se tiene

$$H_f = \left[\alpha L \frac{8}{\pi^2 g D^5} + \frac{1 + \sum k}{2 g A^2} + K_o \right] Q^2 + \left[B L \frac{8\nu^c}{4^c \pi^{2-c} g D^{5-c}} \right] Q^{2-c} \quad (2.12)$$

Los coeficientes de Q^2 y de Q^{2-c} se pueden tomar en una variable global

$$K_e = \alpha L \frac{8}{\pi^2 g D^5} + \frac{1 + \sum k}{2 g A^2} + K_o \quad (2.13)$$

$$K_i = B L \frac{8\nu^c}{4^c \pi^{2-c} g D^{5-c}} \quad (2.14)$$

Por consiguiente, la ecuación 2.12 queda

$$H_f = K_e Q^2 + K_i Q^{2-c} \quad (2.15)$$

La ecuación 2.15 no se puede expresar en términos exclusivos de la ecuación de un orificio, por lo tanto, queda demostrado que una toma domiciliaria no puede modelarse completamente sólo con la ecuación de un orificio. Esto fuera posible, si el segundo término del lado derecho de la ecuación 2.15 tuviera un valor pequeño con respecto del primero, o si el valor de C fuera muy cerca de cero, lo cual no sucede en las tablas A.1 a A.5.

El primer término del lado derecho de la ecuación 2.15 toma en cuenta las pérdidas de energía del tubo alimentador, las pérdidas de energía de los accesorios y de un orificio en el extremo del tubo alimentador, todos ellos para un flujo turbulento totalmente desarrollado. El segundo término del lado derecho de la ecuación 2.15 corrige la pérdida de energía del conducto por ser un flujo en transición, régimen que a menudo se presenta en los tubos de poca rugosidad como son el cobre y el PVC de diámetros pequeños, cuyos flujos difícilmente sobrepasan un número de Reynolds de 100,000.

Se sustituyen los valores que son constantes, en el sistema de unidades MKS, y el valor correspondiente de K_o del orificio, todos los términos en función del diámetro del tubo alimentador

$$K_e = 0.0826\alpha \frac{L}{D^5} + 0.0826 \frac{1 + \sum k}{D^4} + \frac{0.0826}{C_d^2 (r D)^4} \quad (2.16)$$

$$K_f = 0.8155 B L \frac{\nu^c}{4^c \pi^{2-c} D^{5-c}} \quad (2.17)$$

donde C_d es el coeficiente de descarga de un orificio que depende de la relación de abertura $r = d/D$, donde d es el diámetro del orificio y D el diámetro del tubo alimentador. El valor de C_d se puede consultar de la figura 6.25 del libro de Sotelo¹⁰¹, y toma valores desde 0.61 para una relación de abertura de 0 hasta un valor de 1.0 para una relación de abertura igual a 1.0

Para obtener los valores que pueden tomar los términos de la ecuación 2.15, se analizó el caso de una toma con un tubo alimentador de cobre de 20 m de longitud, diámetros de 0.013, 0.025 y 0.050 m, ϵ/D de 0.0001 y un gasto de 0.15 l/s, donde el orificio es generado por el usuario, resultando diferentes relaciones de aberturas que se indican en la tabla 2.1. Para un total de 20 accesorios en el tubo alimentador, los valores de pérdida local k suman un valor igual a 10.0.

Para una rugosidad relativa de 0.0001 y números de Reynolds menores a 100000, de la ecuación 2.11 se tiene $\alpha = 0.011974$, y de la tabla 2.2, $B = 1.1699$ y $C = 0.4477$. Sustituyendo estos datos y la viscosidad cinemática $\nu = 1.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ en las ecuaciones 2.16 y 2.17, la ecuación 2.15 resulta.

$$H_f = \frac{4.4507 (10^{-10})}{D^5} + \frac{2.0444 (10^{-8})}{D^4} + \frac{1.8585 (10^{-9})}{C_d^2 (r D)^4} + \frac{4.3233 (10^{-9})}{D^{4.5523}}$$

Para un diámetro de 0.013 m se tiene

$$H_f = 1.915 + \frac{0.065}{C_d^2 r^4} + 1.666$$

donde el valor de 1.915 corresponde a las pérdidas de energía por conducción y por accesorios para flujo turbulento totalmente desarrollado. El segundo término es la pérdida de energía en el orificio, y el valor de 1.666 es para corregir la pérdida de energía en el conducto alimentador por ser un flujo en transición. El primero y el segundo valor corresponden al primer término de la ecuación 2.15 y el valor de 1.666 al segundo.

Para los diámetros de 0.025 y 0.050 m resulta

$$H_f = 0.0979 + \frac{4.758 (10^{-3})}{C_d^2 r^4} + 0.085$$

$$H_f = 0.0047 + \frac{2.9736 (10^{-4})}{C_d^2 r^4} + 0.0036$$

En las columnas 5 y 6 de la tabla 2.1 se muestran los valores del primero y segundo términos del lado derecho de la ecuación 2.15, representados con los símbolos hf_c y hf_i respectivamente. La última columna muestra la relación entre hf_c y hf_i .

Se puede observar que para velocidades normales de diseño el segundo término de la ecuación 2.15 se hace pequeño con respecto del primero únicamente para relaciones de abertura muy pequeños. Se aprecia que a medida que se incrementa el diámetro del tubo alimentador se incrementa la relación hf_c/hf_i , lo cual demuestra que cuando el diámetro es exageradamente grande para el gasto que transporta el tubo alimentador, el segundo término de la ecuación 2.15 puede despreciarse. No obstante, es importante observar que en todos los casos, predomina la influencia del orificio sobre la influencia del tubo alimentador para relaciones de abertura menores o iguales al 10.0%. Si se repite el ejercicio para otras condiciones donde exista un longitud similar del tubo alimentador se podrá encontrar también un funcionamiento semejante.

Resulta claro entonces que en la modelación de las tomas, en vez de considerar únicamente al orificio de descarga, es justificable y más adecuado considerar la influencia del tubo alimentador y la existencia de un orificio de descarga, pues este procedimiento se apega más cercanamente al funcionamiento de una toma. Cabe señalar que esta diferencia se presenta al utilizar una fórmula para calcular las pérdidas de energía por conducción que arroje los mismos resultados de la ecuación de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White, ya que en este caso la ecuación de pérdida del tubo tiene una presentación diferente a la ecuación de un orificio.

Tabla 2.1 Resultados del primero y segundo término del lado derecho de la ecuación 2.15.

1 <i>D (m)</i>	2 <i>V(m/s)</i>	3 <i>r</i>	4 <i>C_d</i>	5 <i>hf_e</i>	6 <i>hf_i</i>	7 <i>hf_e/hf_i</i>
0.013	1.130	1.00	1.0	1.980	1.666	1.188
		0.50	0.65	4.377	1.666	2.627
		0.10	0.61	1.749 x 10 ³	1.666	1.050 x 10 ³
		0.01	0.61	17.468 x 10 ⁶	1.666	10.485 x 10 ⁶
		0.005	0.61	27.949 x 10 ⁷	1.666	1.678 x 10 ⁸
		0.001	0.61	1.747 x 10 ¹¹	1.666	1.049 x 10 ¹¹
0.025	0.306	1.00	1.0	0.103	0.085	1.212
		0.50	0.65	0.278	0.085	3.271
		0.10	0.61	127.96	0.085	1.505 x 10 ³
		0.01	0.61	1.279 x 10 ⁶	0.085	15.047 x 10 ⁶
		0.005	0.61	20.458 x 10 ⁶	0.085	2.407 x 10 ⁸
		0.001	0.61	1.279 x 10 ¹⁰	0.085	1.505 x 10 ¹¹
0.050	0.076	1.00	1.0	0.0050	0.0036	1.3889
		0.50	0.65	0.0160	0.0036	4.4444
		0.10	0.61	7.9961	0.0036	2.221 x 10 ³
		0.01	0.61	79.914 x 10 ³	0.0036	22.198 x 10 ⁶
		0.005	0.61	1.279 x 10 ⁶	0.0036	3.553 x 10 ⁸
		0.001	0.61	79.914 x 10 ⁷	0.0036	2.212 x 10 ¹¹

2.3 ECUACION DE LAS TOMAS Y FUGAS

Para efectuar la modelación hidráulica de tomas domiciliarias en sistemas de agua potable y para los laterales en sistemas de riego por aspersión, el responsable de este trabajo propuso anteriormente^(44, 48) la construcción de curvas características de funcionamiento en función de las presiones para determinadas condiciones geométricas y de operación. Este planteamiento es adecuado para sistemas de riego por aspersión ya que los aspersores normalmente no son operados. En cambio, en los sistemas de agua potable, las llaves de las tomas domiciliarias son continuamente usadas por los habitantes de la vivienda, siendo necesario con este planteamiento la construcción de un número muy elevado de curvas de funcionamiento.

El número de combinaciones en la operación de las llaves de una toma, para una determinada geometría se puede calcular con la ecuación

$$\sum_{r=1}^n C(n,r) = \sum_{r=1}^n \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (2.18)$$

donde n en este caso es el número de válvulas de la toma domiciliaria y r toma valores desde 1 hasta n .

Por ejemplo, en una toma con cinco llaves, la suma total de combinaciones es

$$\sum_{r=1}^n C(n,r) = 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$$

Es decir, se necesitarían construir 31 curvas de funcionamiento. Sin embargo, tomando en cuenta además los cambios de geometría como son; longitudes, diámetros y tipos de materiales, resulta un incremento todavía mayor en el número de curvas necesarias.

Para superar este problema es recomendable tomar en cuenta el funcionamiento de los consumos de las tomas domiciliarias con base en una ecuación que relacione a los gastos y pérdidas de energía por conducción incluyendo directamente a la política de operación que hace el usuario de la toma.

Para evitar el incremento de ecuaciones de nodo al emplear un método de análisis hidráulico, esta ecuación debe modelar completamente a la toma desde el punto de conexión con la red.

Bajo esta idea se plantearon en el subcapítulo 2.2 las ecuaciones 2.5 a 2.9.

En este caso se calcularán las pérdidas de energía en el tubo alimentador utilizando la ecuación A.16, cuando el flujo es turbulento.

Con las ecuaciones 2.8, 2.9 y A.16 en la 2.5 se tiene

$$H_f = \left[\frac{0.203L}{g D^5 \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right) \right]^2} + \frac{1 + \sum k}{2 g A^2} + K_o \right] Q^2 \quad (2.19)$$

La ecuación 2.19 modela el funcionamiento de la toma domiciliaria a partir del punto de conexión con la red para valores de H_f positivos. Si H_f es negativo, entonces el gasto es igual a cero, pues no debe existir suministro de agua de la toma hacia la red de distribución.

El gasto de la ecuación 2.19 no puede despejarse en forma directa; para obtenerse, será necesario emplear un método numérico disponible o implementar uno que ofrezca buenos resultados.

En el caso de obtener los consumos de agua empleando un procedimiento de calibración de un modelo de simulación hidráulico, se recomienda manejar como variable a K_c de la ecuación 2.15 y cuando se obtienen los consumos de agua empleando un procedimiento de calibración directo en las tomas como el que se propone en el subcapítulo 2.4 puede manejarse como variables ya sea a K_c o K_o de la ecuación 2.15, o K_o de la ecuación 2.19. El valor de K_o es un coeficiente geométrico del orificio sin contemplar al tubo alimentador, lo cual permite tener resultados con una aplicación más general, (estos resultados pueden utilizarse para propósitos de diseño en ciudades sin estudios con características que se consideren similares) ya que las características geométricas del tubo alimentador pueden cambiar de una toma a otra y ésta también puede ser calibrada en forma directa.

Respecto a las fugas de agua en las conexiones de las tomas domiciliarias y en cualquier punto de la red de distribución, se pueden calcular por medio de la ecuación 2.2 de un orificio

$$Q = \beta(H - z)^{1/2} \quad (2.20)$$

donde $(H - z)$ es la presión en el orificio y β es un factor que depende de las condiciones geométricas del orificio. H es la altura de presión y z la altura de posición del orificio.

2.4 CALIBRACION DE LAS TOMAS Y LAS FUGAS

Para los propósitos de este trabajo es necesario implementar un procedimiento de calibración de las tomas con mediciones en campo y determinar la forma de procesar la información para obtener una aplicación generalizada.

Calibración directa de las tomas

Para obtener y presentar los valores de K_o que aparece en la ecuación 2.19 correspondiente a la toma domiciliaria se propone un procedimiento de calibración directo. Cabe señalar que $K_o = (1/K)^2$, donde K se obtiene de la ecuación 2.2. El procedimiento que a continuación se indica, tiene el propósito de plantear la idea general del mismo, el cual será explicado con mayores detalles en el subcapítulo 2.10.

1. Se escogen zonas de viviendas que presentan características geométricas similares, en las cuales, durante períodos de 24 horas se toman lecturas del gasto en los tubos alimentadores de las tomas y se toman las presiones en la elevación promedio de las llaves de servicio de la

vivienda. Si en la toma existe una alimentación directa a una cisterna o a un tinaco, la presión se toma en la válvula de flotador. Los resultados deberán presentar un comportamiento variable como se indica en la figura 2.3.

2. En función del gasto y de la presión registrada, con la ecuación 2.2 se obtienen los valores de K de cada toma seleccionada en el muestreo. Los resultados se presentan como se indica en la figura 2.4, la cual relaciona los valores de K con su frecuencia para las diferentes horas del día, donde K puede tomar valores desde cero hasta infinito.

La información podrá aprovecharse para poblados sin estudios realizados, cuyas características se consideren similares. Con el valor de la frecuencia y el número de tomas del poblado, se calcula el número de tomas para los diferentes valores de K en los diferentes horarios del día.

3. Se repite el estudio para diferentes días del año, a fin de obtener la variación del comportamiento de las curvas. Se espera que para los días de mayor consumo, las curvas se desplacen hacia la derecha, ya que corresponden a menores valores de K .

El diseño de la red de agua potable deberá realizarse con los datos del día de mayor consumo.

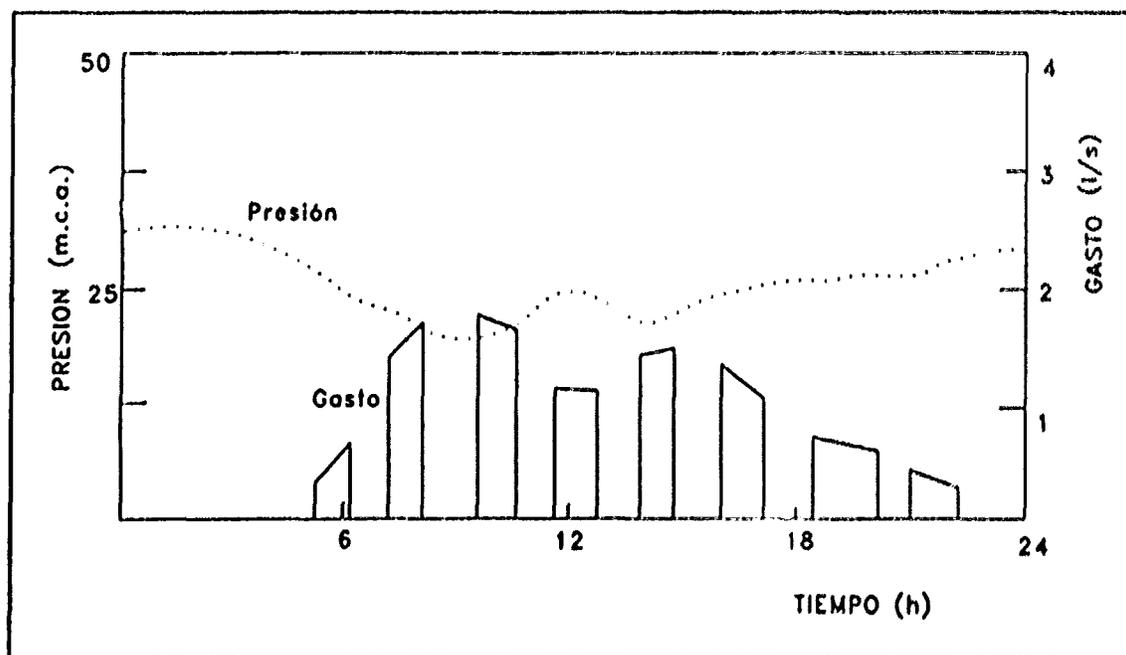


Figura 2.3 Funcionamiento de una toma domiciliaria.

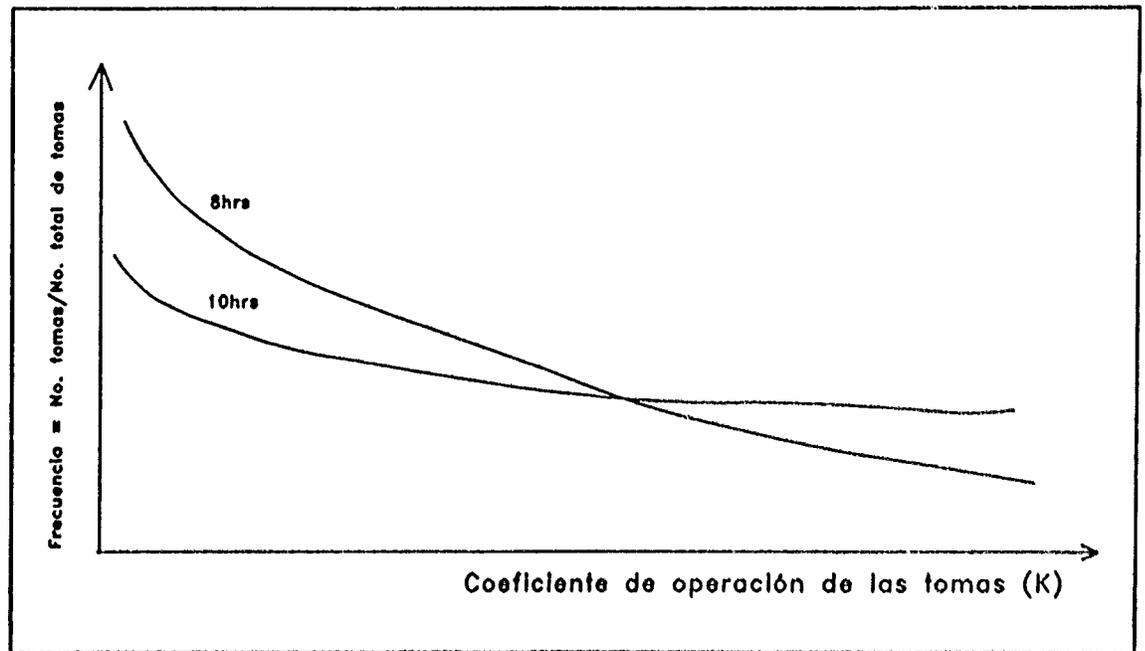


Figura 2.4 Curva de frecuencias relativas del coeficiente de operación de las tomas (K).

Calibración directa de las fugas

Para obtener y presentar los valores geométricos del orificio representado por β en la ecuación 2.20 correspondiente a las fugas de agua, se propone el siguiente procedimiento para el caso de un estudio directo en campo:

1. Se recaba la información sobre las longitudes y diámetros de los tubos de distribución de la zona donde se realizará el estudio.
2. Se detectan las fugas en forma directa identificando el diámetro donde ésta se encuentra. Se toman los valores de la presión y el gasto de las fugas en cada una de ellas.
3. De la ecuación 2.20 se calculan los valores de β de cada fuga. Los resultados se presentan como se indica en la figura 2.5, la cual relaciona los valores de β con el número de fugas por unidad de longitud para diferentes diámetros, donde β puede tomar valores desde cero hasta infinito.

No resulta práctico pensar que de un estudio de fugas en un sistema de agua potable pueda obtenerse información que sea válida para otros sistemas. Sin embargo, si es el único recurso disponible, la información se puede utilizar para poblados con características similares a la que

corresponde el estudio. Con el número de fugas por unidad de longitud y las longitudes de cada diámetro, se calcula el número de fugas para los diferentes valores de β y diferentes diámetros del tubo de distribución.

Un proceso de calibración de fugas en forma directa resulta muy conveniente, lamentablemente es muy costoso. Una forma alternativa más económica para calibrar las fugas es utilizar un método indirecto por medio de un modelo hidráulico, midiendo presiones en los nodos y considerando las fugas concentradas en los nodos, así como lo propone Pudar y Liggett⁸⁶. Sin embargo, se recomienda que los consumos sean calibrados en forma directa con el procedimiento que se ha indicado en el presente subcapítulo 2.4.

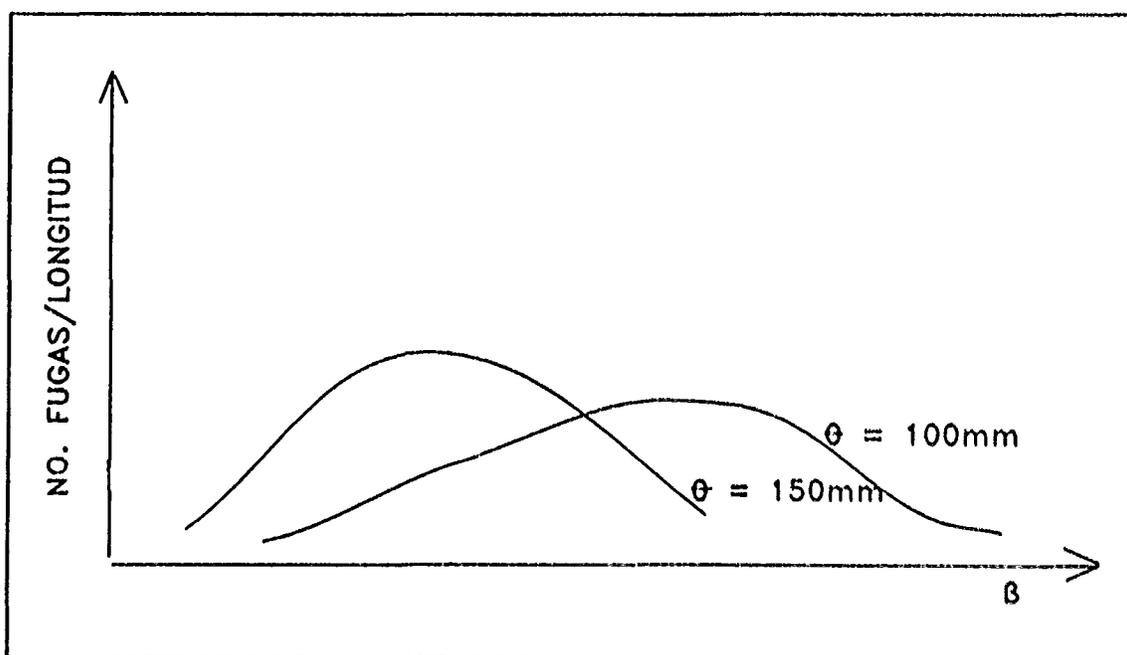


Figura 2.5 Curva de frecuencias relativas del coeficiente del orificio de la fuga (β).

2.5 METODO DE SEGUNDO ORDEN PARA CALCULAR EL GASTO

El gasto de una toma domiciliaria no puede obtenerse en forma directa usando la ecuación 2.19. De igual manera, los gastos en las *cuerdas* (ver definición de cuerda en el subcapítulo 3.2 que se encuentra más adelante) se tienen que obtener de expresiones implícitas. Para ello, se debe emplear un procedimiento indirecto, como el que se plantea enseguida, un método de segundo orden para la solución de ecuaciones con una incógnita.

La función a resolver se transforma de tal manera que sea igual a cero

$$F(Q) = 0 \quad (2.21)$$

a la cual se le aplica la serie de Taylor hasta derivadas de segundo orden

$$F(Q) = F(Q' + \Delta Q) = F(Q') + F'(Q')\Delta Q + \frac{1}{2}F''(Q')\Delta Q^2 = 0 \quad (2.22)$$

Resolviendo la ecuación 2.22 para ΔQ se tiene

$$\Delta Q = \frac{-F'(Q') \pm \sqrt{F'(Q')^2 - 2F''(Q')F(Q')}}{F''(Q')} \quad (2.23)$$

En la ecuación 2.23, se toma el menor valor absoluto de ΔQ

Sumando la corrección ΔQ al valor inicial Q' , se tiene

$$Q = Q' + \frac{-F'(Q') \pm \sqrt{F'(Q')^2 - 2F''(Q')F(Q')}}{F''(Q')} \quad (2.24)$$

La ecuación 2.24 se aplica varias veces hasta que el segundo término del lado derecho sea menor o igual a una tolerancia establecida. En el caso de que $F(Q)$ tenga segundas derivadas, este método requiere generalmente de menos iteraciones que el método de Newton-Raphson ya que éste considera únicamente derivadas de primer orden.

Un inconveniente se presenta cuando el valor

$$F'(Q')^2 - 2F''(Q')F(Q')$$

es menor a cero, en tal caso esta ecuación no puede emplearse ya que resulta un valor imaginario. Sin embargo, este problema puede superarse usando el método de Newton-Raphson en las iteraciones donde esto suceda.

2.6 SIMULACION DE LAS TOMAS EN LA RED

En una red de agua potable es posible conocer el número de tomas y los puntos donde éstas se conectan en un determinado tramo de tubo de distribución, diferenciando tres tipos de tomas, *a)* toma sin tinaco o cisterna, *b)* toma con alimentación a la red domiciliaria y al tinaco o cisterna y *c)* toma con alimentación directa al tinaco o cisterna.

En los tres tipos de tomas, determinadas características geométricas pueden ser consideradas constantes, como son la longitud, el diámetro y la rugosidad del tubo alimentador.

La operación que hace el usuario a cada uno de los tipos de tomas, genera características geométricas no constantes que serán tratadas en forma estadística a fin de conocer en una determinada hora del día, los porcentajes de tomas que se encuentran operando con un nivel de abertura de las llaves, representado por el valor de K de un orificio.

Por ello, se propone realizar la calibración en campo de cada uno de los tipos de tomas, con base en un estudio realizado sobre una muestra representativa de las mismas, el cual se explica en los subcapítulos 2.4, 2.9 y 2.10.

Para determinar el tipo de toma y la operación de la misma se puede aplicar un procedimiento de simulación generando números aleatorios como el que a continuación se indica:

a) Tipo de toma

A continuación se propone un procedimiento de simulación de los tipos de tomas en las *cuerdas* (ver subcapítulo 3.2 que se encuentra más adelante).

1. Se elige la cuerda sobre la cual se van a simular las tomas domiciliarias. Puede iniciarse con la cuerda número 1, posteriormente con la número 2 y así consecutivamente hasta cubrir todas las cuerdas del sistema de agua potable.
2. Se elige un tramo de la cuerda sobre la cual se van a simular las tomas domiciliarias, empezando en un tramo extremo de la cuerda y terminando en el otro tramo extremo de la misma.
3. Se obtiene el número de tomas en cada uno de los tres tipos que se conectan en un tramo de la cuerda i .
4. Se numeran consecutivamente todas las tomas del tramo de la cuerda i , empezando la numeración con las tomas tipo 1, enseguida con las tipo 2 y finalmente con las tipo 3.
5. Se obtienen los números de toma del tramo de la cuerda i donde termina un determinado tipo de toma. Dichos números son:

$NTT1$ = Número de tomas del tipo 1.

$NTT2$ = Número de tomas del tipo 1 + número de tomas del tipo 2.

6. Se obtiene un número aleatorio j comprendido del número 1 al número total de tomas que se conectan al tramo de la cuerda i .

7. Si el número aleatorio obtenido es menor o igual a $NTT1$, la toma j del tramo de la cuerda i será del tipo 1.

8. Si el número aleatorio es mayor de $NTT1$ y menor o igual a $NTT2$, entonces la toma j del tramo de la cuerda i será del tipo 2.

9. Si el número aleatorio es mayor de $NTT2$, entonces la toma j del tramo de la cuerda i es del tipo 3.

10. Los pasos 7 a 9 se aplican, siempre y cuando no se haya rebasado el número de tomas en cada tipo. Cuando esto suceda, se repite el proceso desde el paso número 6 obteniendo de nuevo el número aleatorio j .

11. Se determina el tipo de operación con que estará trabajando el tipo de toma, el cual se explica en el siguiente punto b de este subcapítulo.

12. Se repite el proceso desde el paso número 6 hasta cubrir todas las tomas conectadas al tramo de la cuerda i .

13. Se repite el proceso desde el paso número 2 hasta cubrir todos los tramos de la cuerda i .

14. Se repite el proceso desde el paso número 1 hasta cubrir todas las cuerdas existentes en el sistema de agua potable.

b) Tipo de operación

Una vez que se define el tipo de toma, es necesario conocer el tipo de operación con que estará funcionando. Se presenta a continuación, el procedimiento de simulación de la operación de las tomas en cualquiera de los tres tipos de tomas.

1. Se obtiene el número de tomas del tipo x existente en toda la red de agua potable.

2. Se obtiene el número de tomas del tipo x , correspondiente a cada una de las operaciones. Este número se obtiene multiplicando el porcentaje de tomas correspondiente a cada operación por el número total de tomas del tipo x .

3. Se numeran consecutivamente todas las tomas del tipo x , empezando la numeración con las tomas que tienen la operación 1, enseguida con la 2 y así consecutivamente hasta cubrir todos los tipos de operación existentes.

4. Se obtienen los números de toma donde termina un determinado tipo de operación de la toma tipo x . Dichos números son:

$NTO1$ = Número de tomas del tipo x con la operación 1.

$NTO2$ = Número de tomas del tipo x con la operación 1 + número de tomas del tipo x con la operación 2.

NTO_{n-1} = Número de tomas del tipo x con la operación 1 + número de tomas del tipo x con la operación 2 + + número de tomas del tipo x con la operación $n-1$.

5. Se obtiene el número aleatorio k comprendido del número 1 al número total de tomas de tipo x que existen en la red de agua potable.

6. Si el número aleatorio obtenido es menor o igual a $NTO1$, la toma k del tipo x tendrá la operación número 1.

7. Si el número aleatorio es mayor de $NTO1$ y menor o igual a $NTO2$, entonces la toma k tendrá la operación número 2.

8. Si el número aleatorio es mayor de NTO_{n-1} , entonces la toma k del tipo x tendrá la operación número n .

2.7 SIMULACION DE LOS TUBOS DE DISTRIBUCION PRIMARIOS Y SECUNDARIOS

Los tubos de distribución en una red de agua potable pueden ser de dos tipos: primarios y secundarios. Los secundarios son los tubos de menor diámetro de la red y tienen conectadas únicamente tomas. Los tubos primarios corresponden a los diámetros de mayor dimensión en la red, en los cuales se conectan los tubos de distribución secundarios, pudiendo además existir tomas conectadas. Al conjunto de tubos primarios se acostumbra llamarlos *red primaria* o *red principal*.

Para hacer posible el análisis hidráulico de un sistema de agua potable se requiere de un procedimiento que sea capaz de modelar a los tubos de distribución donde existen varias tomas y tubos secundarios conectados. Un procedimiento normalmente empleado consiste en obtener un conducto sencillo equivalente, con los consumos ubicados en los extremos del mismo.

Al respecto, las normas mexicanas no ofrecen un procedimiento detallado sobre la forma de distribuir los consumos en un sistema de agua potable, sin embargo se demuestra²³ que un

conducto con demandas uniformemente distribuidas presenta pérdidas de energía con un funcionamiento equivalente a suponer que la demanda total se concentra en los dos nodos extremos con ciertos porcentajes en cada uno. Para conductos donde el gasto que se transporta es considerablemente mayor al que se demanda en ellos, se obtiene que es aproximadamente igual a suponer que la mitad del consumo se concentra en cada uno de sus dos nodos extremos. Este criterio es el que se utiliza en la práctica profesional, concentrando las demandas en unos cuantos puntos de la red de distribución.

Este criterio considera que los gastos de demanda son conocidos previamente y que siguen una función de distribución uniforme a lo largo del tubo de distribución. Sin embargo, siendo más estrictos, los gastos de demanda de cada toma dependen de la política muy particular que el usuario hace de la misma y de las presiones existentes en la red. Por ello, los gastos de demanda no deben considerarse conocidos antes de efectuar la revisión hidráulica ni considerar que siguen una función de distribución uniforme, asimismo debe tomarse en cuenta que las demandas de las tomas son puntuales.

Se propone modelar los tubos de distribución secundarios por medio de una ecuación que describe al flujo desde el punto 1 al punto 2 como se indica en la figura 2.6 (ver definición de cuerda en el subcapítulo 3.2 que se encuentra más adelante), tomando en cuenta las conexiones reales de las tomas, mismas que se describen con la ecuación 2.19 cuando el flujo es turbulento.

Se propone modelar los tubos de distribución primarios por medio de un procedimiento que describe al flujo desde el punto 3 al punto 4 como se indica en la figura 2.6, tomando en consideración a las conexiones reales de los tubos de la red secundaria y de las tomas. Las tomas se describen con la ecuación 2.19 y la red secundaria con el criterio que se indica en el siguiente subcapítulo 2.8.

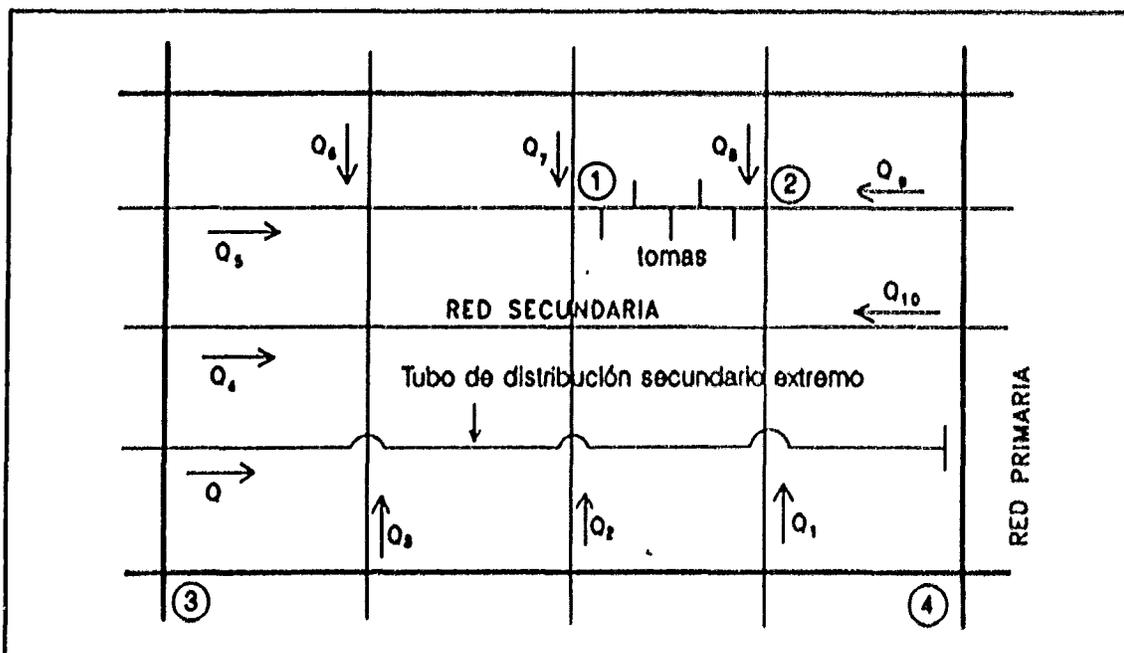


Figura 2.6 Red primaria y secundaria.

2.8 SIMULACION DE LA RED PRIMARIA Y SECUNDARIA

Los modelos actuales de modelación hidráulica consideran la existencia de una red primaria equivalente en una red de agua potable, sin embargo, no existe un criterio satisfactorio y fundamentado en estudios o modelaciones que proporcionen la forma de obtener dicha red equivalente de un sistema de agua potable. Las normas existentes únicamente hacen la recomendación de efectuar la revisión considerando a los tubos mayores a un determinado diámetro. No obstante, este único criterio no es suficiente ya que no se toma en cuenta la relación de los diámetros entre los tubos de la red primaria y secundaria y no se contempla la equivalencia de distribución de las demandas de la red secundaria sobre la red primaria, por lo que pueden obtenerse resultados de presiones disparados con respecto de los que se obtendrían considerando a todos los conductos de la red.

No existe pues, un criterio desarrollado para formar la posible red equivalente del sistema, de tal manera que se garantice una diferencia máxima aceptada de presiones, entre el sistema real y la red equivalente.

Por otro lado, este procedimiento que considera únicamente a la red primaria equivalente altera sustancialmente los gastos obtenidos en los tubos al suponerse que las tomas y los tubos de la red secundaria se conectan concentradamente en los nodos de la red primaria, situación que afecta principalmente en el caso de modelar el transporte de sustancias contaminantes y los aspectos de calidad del agua de la red.

En este trabajo se propone simular tanto a la red primaria y secundaria evitando el aumento del número de ecuaciones que sería necesario resolver en un modelo convencional. Para ello se propone dividir a la red secundaria en varias subredes secundarias.

El procedimiento para obtener las subredes secundarias consiste en encontrar primeramente al conjunto de redes conexas, (ver significado de red conexas en la referencia 36 o en el subcapítulo 3.10) considerando que los nodos de la red primaria son puntos donde se desconecta la red secundaria; enseguida, designar subred secundaria a cada una de las redes conexas o a un conjunto de ellas ubicadas en una misma área. En la figura 2.7 se muestra una red de agua potable donde aparece la red primaria y las subredes secundarias.

En la figura 2.6 se muestra la instalación de la red primaria y secundaria, donde pueden existir tubos de distribución secundarios interconectados y tubos de distribución secundarios extremos. Estos últimos conectados en un solo punto de la red primaria sin conectarse de los tubos secundarios.

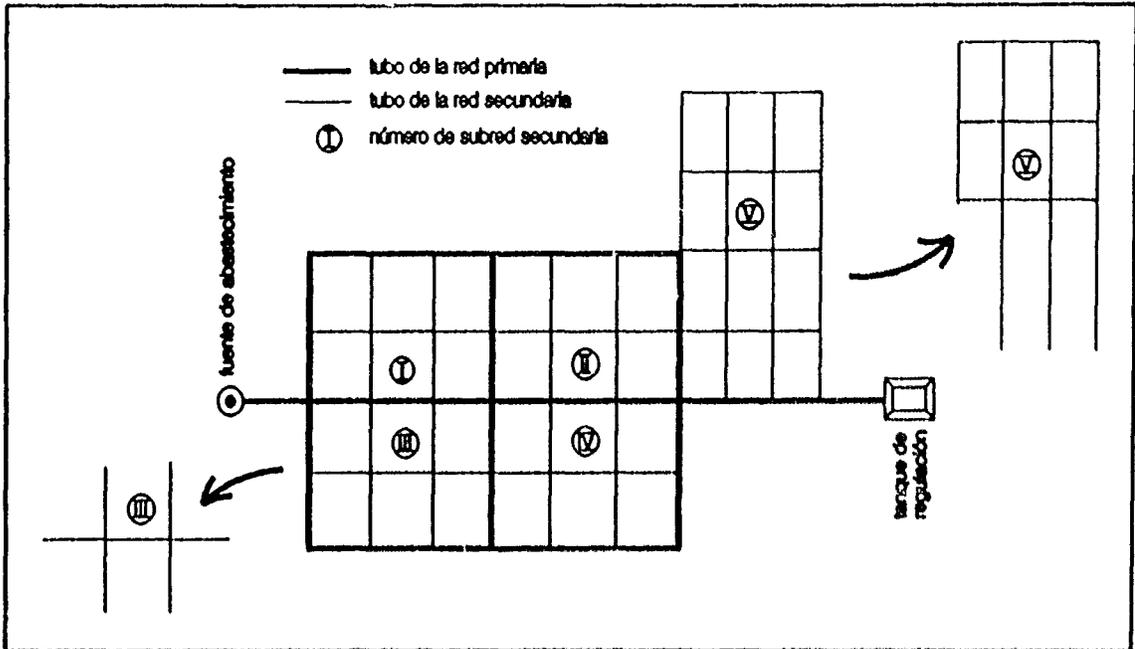


Figura 2.7 Red de agua potable cuya red secundaria se ha dividido en varias subredes.

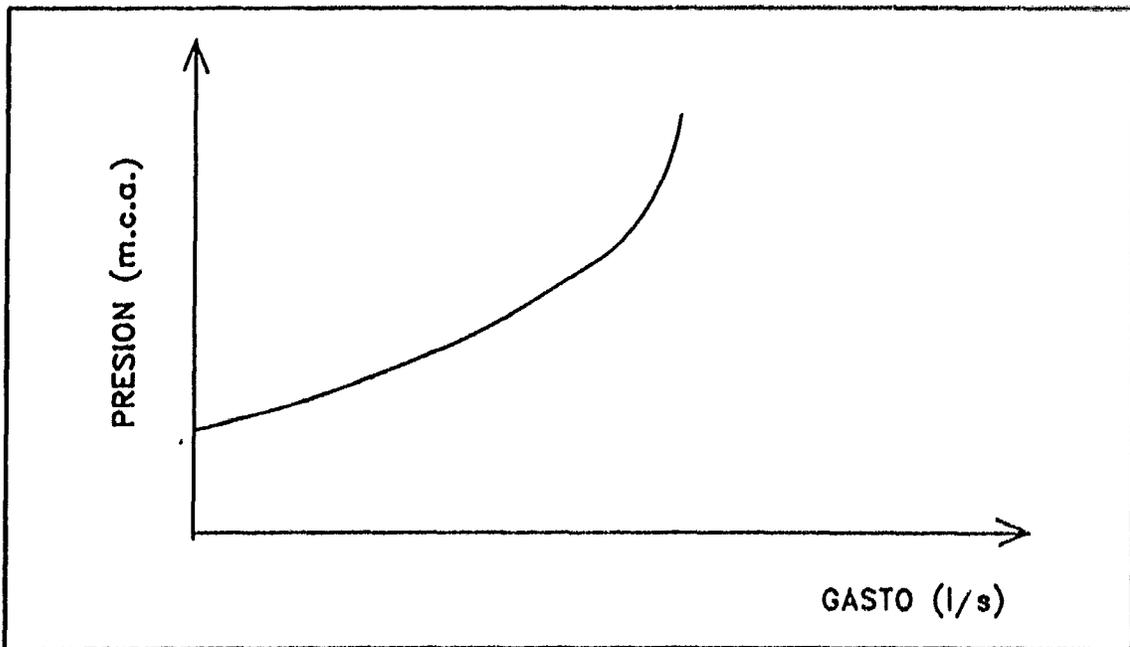


Figura 2.8 Funcionamiento de los tubos de distribución extremos.

a) Tubos secundarios extremos

En los tubos de distribución secundarios extremos se propone construir previamente una curva para cada tubo de este tipo (ver figura 2.8) que relacione los gastos y las presiones para el punto de conexión con la red primaria.

Esta curva se puede utilizar en el modelo de simulación de la red primaria para calcular el gasto correspondiente al tubo secundario extremo.

b) Red de tubos secundarios interconectados

Para modelar a la red de tubos de distribución secundarios interconectados, se propone calcular su funcionamiento de manera iterativa, a medida que se van obteniendo nuevos valores de energía en la red primaria, de acuerdo al siguiente procedimiento.

- 1.** Se encuentran la red primaria, red secundaria y el conjunto de subredes secundarias. En los puntos donde se une la red secundaria con la primaria se considera que existe un elemento de frontera de la red secundaria.
- 2.** Se definen los *nodos principales* de tal manera que se unan tres o más *cuerdas* o solamente una *cuerda* si es un punto extremo de la red. Las definiciones de *nodo principal* y *cuerda* pueden verse en el subcapítulo 3.2 que se encuentra más adelante.
- 3.** Se efectúa la reenumeración óptima de los nodos principales, tanto de la red primaria como de cada una de las subredes secundarias. Este proceso se explica con detalles en el subcapítulo 3.10 y tiene el propósito de minimizar el número de elementos dentro del perfil de la matriz de coeficientes.
- 4.** Se proponen valores de energía en todos los nodos de los tramos y cuerdas, ya sea usando el criterio de la pendiente hidráulica, o cualquier otro criterio. En las modelaciones realizadas se ha observado que aún un valor de energía inicial constante ha dado buenos resultados de convergencia.
- 5.** Se encuentra por separado el funcionamiento hidráulico de cada una de las subredes secundarias. En el análisis de la red secundaria debe considerarse que los nodos de la red primaria son puntos extremos de las subredes secundarias donde la energía se considera conocida.

En este proceso se obtienen los gastos en los nodos de la red primaria producto del funcionamiento de las subredes secundarias. Dichos gastos pueden llamarse *gastos de subred*.

- 6.** Se calculan las correcciones de energía en la red primaria hasta llegar a cumplir la ecuación de continuidad en los nodos principales a un cierto nivel de precisión, por ejemplo, cuando la

suma de errores de gasto en todos los nodos principales sea menor o igual a los cambios de consumo en la red debido a la suma de correcciones de energía en la red primaria.

En el caso de que existan cuerdas en las cuales no exista ningún nodo principal en sus extremos, ésta se resuelve sin hacerla intervenir en un sistema de ecuaciones.

7. Se calculan las energías en todos los nodos de los elementos de las cuerdas.

8. Se repite el proceso desde el paso número 5 hasta lograr que las correcciones de energía del paso número 6 sean menor o igual a una tolerancia permitida.

Como se puede apreciar, la solución de la red se logra resolviendo varias veces la red secundaria y la red primaria y en cada proceso podría usarse el mismo nivel de precisión; sin embargo, por lo general, las primeras soluciones difieren significativamente de la solución final, lo cual lleva a pensar en la conveniencia de aplicar un nivel de precisión menor al principio que al final ya que con ello se puede tener un ahorro importante de tiempo en el cálculo.

Cabe destacar que la forma aquí propuesta para resolver a la red primaria y secundaria y la definición del concepto de *cuerda*, constituye en realidad un método de solución para grandes sistemas de ecuaciones donde éstos se resuelven por partes, evitando la saturación de memoria de la computadora. Debe esperarse que el método tenga buena convergencia cuando la variación de los *gastos de subred* sea poca con respecto de la variación de las energías en los nodos de la red primaria. Se advierte que dicha convergencia también depende de las relaciones geométricas que guarden los tubos de la red primaria y la red secundaria. De la misma manera como en las normas actuales se da una recomendación para formar a la red primaria, en el caso de aplicar este método, resulta también evidente que dicha red la constituyan los tubos de mayor diámetro de la red. Sin embargo el propósito es diferente. En los modelos convencionales la idea es formar la red primaria equivalente del sistema, de tal manera que se garantice una diferencia máxima aceptada de presiones, entre el sistema real y el sistema equivalente. En cambio, en este caso el propósito no es eliminar en el cálculo a la red secundaria, sino lograr que el método obtenga más rápido la solución. Esto constituye un nuevo criterio para formar la red primaria del sistema de agua potable.

Se ha encontrado que la práctica común de formar la red primaria, por lo general ofrece buenos resultados de convergencia del método. Sin embargo, se recomienda efectuar posteriormente un estudio más profundo para conocer con mayor detalle la influencia que tienen las relaciones geométricas entre los tubos de la red primaria y red secundaria en la convergencia del método, para proponer con base en este propósito un criterio para determinar la red primaria.

2.9 DETERMINACION DE LA MUESTRA DE TOMAS

Como ya se indicó anteriormente, las tomas domiciliarias se clasificaron en tres tipos de poblaciones independientes; tomas sin tinaco o cisterna, tomas con alimentación a la red domiciliaria y al tinaco o cisterna, y tomas con alimentación directa al tinaco o cisterna.

Esta clasificación obedece a que se esperaban comportamientos diferentes en cada uno de estos tipos de tomas.

En la zona donde se realizó el estudio de calibración de las tomas, El Paraje, Jiutepec, Morelos, se encontraron tomas de dos tipos: tomas sin tinaco o cisterna y tomas con tinaco sin descarga directa. Las primeras con una población de 950 tomas y en las segundas de 41 tomas.

Tomas sin tinaco

Se pretende obtener curvas características sobre la operación y funcionamiento de las tomas domiciliarias, con validez general en cualquier día dentro de un cierto intervalo de tiempo. Para ello, se efectuaron mediciones en varios días, considerando un estrato de la población a cada uno de los días.

Para determinar una muestra de mediciones representativa de los porcentajes del coeficiente de operación K para las tomas domiciliarias (ver figura 2.4), se utilizan las ecuaciones

$$N_o = \frac{Z^2}{E^2} P(100 - P) \quad (2.25)$$

$$N_o = \frac{Z^2}{E^2 N_p} \sum_{h=1}^L N_h P_h (100 - P_h) \quad (2.26)$$

La primera corresponde a un método de selección aleatorio simple, y la segunda a un método de selección por estratos, mismas que pueden consultarse en referencias^[1 y 75] de probabilidad y estadística.

Donde:

N_o = Número de tomas de la muestra.

N_p = Número de tomas de la población.

N_h = Número de tomas en el estrato h .

$Z_{\alpha/2}$ = Valor que se obtiene de la curva normal de probabilidades para un % de *nivel de confianza*, que se define como igual a $1-\alpha$. El valor de $Z_{\alpha/2}$ corresponde a un área igual a $1-\alpha/2$ en la curva normal de probabilidades.

P = Porcentaje de K de la población de tomas, usando selección aleatoria simple.

P_h = Porcentaje de K de las tomas en el estrato h .

E = Error permitido en la estimación del porcentaje P o P_h .

Para muestras de poblaciones finitas, el número de tomas de la muestra N_0 , calculado con las ecuaciones 2.25 ó 2.26 se corrige con

$$N = \frac{N_0}{1 + \frac{N_0}{Np}} \quad (2.27)$$

En este caso se tiene una población Np de 950 tomas sin tinaco.

Cuando P_h tiene un valor constante en todos los estratos, la ecuación 2.26 es igual a la ecuación 2.25.

En los casos en que no se cuenta con información del porcentaje P o P_h , las referencias^(1,94,76) recomiendan tomar un valor del 50% ya que así se obtiene un máximo número de muestra con un resultado dentro de la seguridad.

El error E en la estimación de P o P_h puede obtenerse con base en el porcentaje de P o P_h que se está dispuesto a aceptar. En este caso se estima aceptable un error de 5 por ciento.

Las referencias¹ de probabilidad y estadística recomiendan tomar niveles de confianza comprendidas dentro del 80 y el 95 por ciento.

Para un 95% de nivel de confianza, que corresponda a

$$0.95 = 1 - \alpha$$

se tiene que

$$\alpha = 0.05$$

El área a la izquierda en la curva normal de probabilidades es

$$1 - 0.05/2 = 0.975$$

El valor de $Z_{\alpha/2}$ para un área de 0.975 es igual a 1.96 en la curva normal de probabilidades.

Como en todos los estratos existe un valor de P_h igual a 50, la ecuación 2.26 es igual a la ecuación 2.25. Sustituyendo en esta última ecuación los valores de $P = 50$, $E = 5$ y $Z_{\alpha/2} = 1.96$ para un 95% de nivel de confianza se tiene

$$N_o = \frac{1.96^2}{5^2} (50)(50) = 384.16$$

que al corregir este valor con la ecuación 2.27 para $Np = 950$ tomas se obtiene

$$N = \frac{384.16}{1 + \frac{384.16}{950}} = 273.54$$

Es decir, 274 tomas.

Si se baja el nivel de confianza a un 80% se obtiene $Z_{\alpha/2} = 1.28$, con el cual, de la ecuación 2.25 se obtiene N_o igual a 163.74 y de la ecuación 2.27, N igual a 139.74. Con estos datos es necesario una muestra de 140 tomas.

Como el valor de P correspondiente al 50% es una propuesta conservadora, vale la pena realizar un estudio piloto¹ para comprobar si el valor de P puede ser menor del 50% y con ello obtener un menor tamaño de muestra.

Por ello, se efectuaron primeramente mediciones continuas en 28 tomas domiciliarias; de las 10 a las 18 horas durante un período de 5 días, a partir de un lunes 17 hasta un viernes 21 del mes de julio de 1995. En dicho estudio se obtuvieron sin embargo, algunos valores de $P = 50$ por ciento.

De acuerdo al número de estratos medidos, es decir, cinco días con mediciones de 28 tomas, se tiene un total de 140 tomas muestreadas, mismas que arrojan un 80% de nivel de confianza.

No obstante que las referencias aceptan hasta un 80% de nivel de confianza para determinar el tamaño de la muestra, se buscó sin embargo, incrementar el nivel de confianza hasta un 95 por ciento. Para ello es necesario incrementar el tamaño de la muestra hasta completar las 274 tomas. Es decir, falta tomar mediciones en otras 134 tomas.

Se programó una siguiente medición simultánea en 118 tomas, completando un tamaño de muestra de 258 tomas, valor ligeramente menor a 274 tomas.

Con una muestra de 258 tomas, de la ecuación 2.27, N_0 es

$$N_0 = \frac{N}{1 - \frac{N}{Np}} \quad (2.28)$$

igual en este caso a

$$N_0 = \frac{258}{1 - \frac{258}{950}} = 354.19$$

Con $N_0 = 354.19$, un valor constante $P_h = 50$ y 95% de nivel de confianza, de la ecuación 2.25 el error E es

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P}{N_0} (100 - P)} \quad (2.29)$$

igual en este caso a

$$E = 1.96 \sqrt{\frac{50}{354.19} (50)} = 5.21$$

que es un valor solo ligeramente mayor de 5, por lo cual se consideró correcto tomar un tamaño de muestra de 258 tomas. Además, este error, es el máximo que se puede presentar, ya que se está considerando porcentajes P_h del 50% en cada estrato.

Tomas con tinaco sin descarga directa

Para obtener el tamaño de muestra de los porcentajes de K de tomas con tinaco se tienen los siguientes datos: Población del número de tomas (Np) = 41, porcentaje (P) máximo = 50%, error E permitido en la estimación de P igual a 5, y 95% de nivel de confianza. Con estos valores en la ecuación 2.25 se obtiene

$$N_o = \frac{1.96^2}{5^2} (50)(50) = 384.16$$

que al corregir con la ecuación 2.27 para $Np = 41$ tomas se tiene

$$N = \frac{384.16}{1 + \frac{384.16}{41}} = 37.05$$

Es decir, 37 tomas.

Se decidió tomar un tamaño de muestra de 34 tomas. Con este valor, de la ecuación 2.28, N_o es igual a 199.14. Con $N_o = 199.14$, $P = 50$ y 95% de nivel de confianza, de la ecuación 2.29 el error E es

$$E = 1.96 \sqrt{\frac{50}{199.14} (50)} = 6.95$$

que corresponde al error máximo esperado, pues en los valores de menor porcentaje de P se obtendrán un menor error.

2.10 MEDICION DE LAS TOMAS

Sensibilidad de las mediciones

De la ecuación de un orificio se tiene

$$\frac{p}{\gamma} = K_o Q^2 \quad (2.30)$$

y se harán mediciones para determinar los valores de K_o de las tomas, la cuál de 2.30 se tiene

$$K_o = \frac{p}{\gamma Q^2} \quad (2.31)$$

Para efectuar un análisis de sensibilidad de K_o con respecto de las mediciones de la presión y del gasto, de la ecuación 2.31 se obtiene el diferencial de K_o

$$dK_o = \frac{1}{Q^2} d\left(\frac{p}{\gamma}\right) - \frac{2p}{\gamma Q^3} dQ \quad (2.32)$$

Si se toman los diferenciales de las variables iguales a un porcentaje de su valor inicial, de la ecuación 2.32 se tiene

$$a K_o = \frac{1}{Q^2} b \left(\frac{p}{\gamma}\right) - \frac{2p}{\gamma Q^3} c Q \quad (2.33)$$

donde a , b y c son los porcentajes la variación en K_o , p/γ y Q , respectivamente.

Sustituyendo la ecuación 2.31 en la 2.33 se tiene

$$a = b - 2c \quad (2.34)$$

En una red de tubos se pueden medir las presiones con una precisión de hasta ± 0.5 m de columna de agua. Tomando en cuenta que las presiones en los sistemas de agua potable tienen

valores alrededor de 15 m de agua, 0.5 m representa un $\pm 3.33 \%$ de variación en el valor de la presión. Si se acepta un $\pm 10\%$ de error total en la estimación de K_o , de la ecuación 2.34 se puede obtener el porcentaje de variación c permitido en la medición del gasto.

En la siguiente tabla se tienen los diferentes valores que puede tomar el valor de c

a	b	c
10	3.33	-3.33
10	-3.33	-6.67
-10	-3.33	3.33
-10	3.33	6.67

Esta tabla muestra que el máximo error permitido en las mediciones del gasto son ± 3.33 por ciento.

El volumen de consumo horario que se demanda en una vivienda es contabilizado con un micromedidor con una aproximación de ± 1 litro. El volumen de consumo horario promedio en una vivienda es aproximadamente de 60 litros, entonces 1 litro representa un 1.7% de variación, lo cual representa una mayor aproximación del que se requiere y no representa entonces un problema para lograr el porcentaje de error permitido.

Procedimiento de medición

El procedimiento recomendado para medir a las tomas es el siguiente:

1. Iniciar las mediciones sobre una muestra de 30 tomas.
2. Seleccionar las tomas sobre las cuales van a efectuarse las mediciones. Para ello se pueden utilizar dos procedimientos.
 - a) Se numeran todas las viviendas que tienen tomas domiciliarias de un cierto tipo. Se escogen los 30 números de toma correspondientes a 30 números aleatorios generados en el rango de 1 al número de tomas domiciliarias de un cierto tipo.
 - b) Se escogen en forma directa las 30 tomas de acuerdo con la disponibilidad de las mismas y el criterio de uniformidad de tomas en todo el sistema de agua potable.

3. Colocar las llaves de nariz en los cuadros de las tomas donde dicha llave no exista.
4. Calibrar en sitio a cada micromedidor de consumo de agua que existe en el cuadro de la vivienda empleando el siguiente procedimiento.

Se abre la llave de nariz del cuadro de la vivienda descargando el agua sobre una cubeta graduada previamente calibrada. En ese momento se debe verificar que los habitantes de la vivienda no usen las llaves de la toma, y que no haya fuga en la vivienda.

El porcentaje de abertura de la llave debe ser aquel que genere un gasto promedio semejante al que los habitantes hacen cada vez que abren una de las llaves de la toma. Se toma la lectura del volumen en el micromedidor y el volumen real en la cubeta. Con estos dos valores se calcula un coeficiente C de corrección del micromedidor.

$$C = \frac{V_{real}}{V_{mic}} \quad (2.35)$$

de donde, para cualquier otra lectura del micromedidor

$$V_{real} = C V_{mic} \quad (2.36)$$

En la tabla 2.3 se muestra un formato para efectuar la calibración de micromedidores en tomas de agua potable.

5. Calibrar los manómetros con una balanza de peso muerto o con algún equipo electrónico.
6. Tomar lecturas de presión y el volumen de consumo de agua en cada una de las llaves de los cuadros de las tomas, durante un intervalo de tiempo. Las rondas de medición deben efectuarse en intervalos de tiempo menores de una hora.
7. Calcular los gastos horarios y las presiones promedio en cada una de las tomas estudiadas.
8. Con la ecuación 2.2 se calculan los valores del coeficiente K de operación de las tomas, dando el gasto en l/min y la altura de presión p/γ en metros.
9. Se obtiene la curva de frecuencias del coeficiente K de operación de las tomas correspondiente a la figura 2.4 y se identifica la frecuencia más cercana al 50 por ciento. En la tabla 2.4 se muestra un formato para efectuar la calibración de las tomas de agua potable.
10. Se verifica el tamaño de la muestra con las ecuaciones 2.25, 2.26 y 2.27.

11. Si es necesario, se toman mediciones sobre otras 30 tomas.

En el lugar donde se realizaron las mediciones existe un plano dividido en 6 sectores (ver figura 2.9) con diferente número de tomas, enumeradas cada toma a partir del número 1 hasta el número de tomas del sector. Para efectos de obtener una muestra aleatoria, se numeraron ficticiamente a todas las tomas a partir del sector 1, después las del sector 2 y así sucesivamente hasta llegar al sector 6.

En la tabla 2.2 se muestra la selección de las tomas utilizando el procedimiento *2a* que se indica en el paso número 2. La columna número 6 se refiere a la numeración física de la toma por sector.

Tabla 2.2 Selección aleatoria de las tomas

1	2	3	4	5	6
NO. TOMA ALEATORIA	NO. SECTOR	NO. TOMAS	NO. TOMA ACUM. POR SECTOR	DIFERENCIA (4 - 1)	NO. TOMA POR SECTOR (3 - 5)
306	2	74	326	20	54
412	3	98	424	12	86
597	4	270	694	97	173
965	6	180	996	31	149
695	5	122	816	121	1
160	1	252	252	92	160
961	6	180	996	35	145
428	4	270	694	266	4
666	4	270	694	28	242
543	4	270	694	151	119
975	6	180	996	21	159
866	6	180	996	130	50
239	1	252	252	13	239
722	5	122	816	94	28
330	3	98	424	94	4
296	2	74	326	30	44
582	4	270	694	112	158
872	6	180	996	124	56
134	1	252	252	118	134
403	3	98	424	21	77
393	3	98	424	31	67
137	1	252	252	115	137
437	4	270	694	257	13
414	3	98	424	10	88
398	3	98	424	26	72
995	6	180	996	1	179
657	4	270	694	37	233
875	6	180	996	121	59
399	3	98	424	25	73
703	5	122	816	113	9

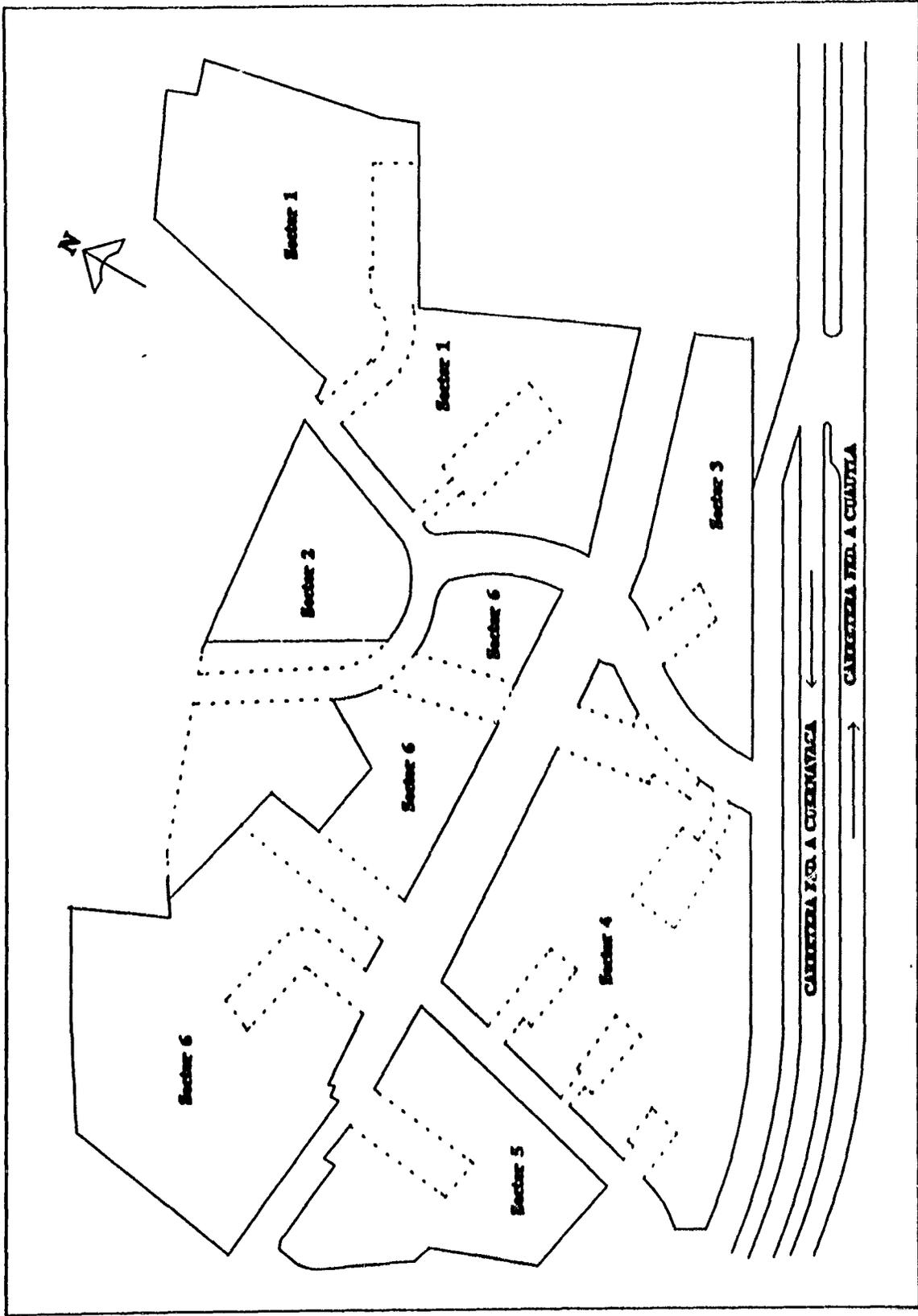


Figura 2.9 Sectores de la colonia El Paraje, Jutepec, Morelos.

2.11 PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

Se analizaron las mediciones efectuadas en tomas domiciliarias de la colonia El Paraje, Jiutepec, Morelos, a partir de lo cual se obtuvo la manera de como los habitantes del lugar operan las llaves de las tomas, lo cual fue utilizado en la modelación hidráulica planteada en este proyecto.

De esta manera, la operación de las tomas domiciliarias quedan representadas en una curva de frecuencias para cada hora del día.

Las tomas existentes en el lugar donde fue realizado el estudio son de dos tipos: tomas sin tinaco o cisterna y tomas con tinaco, las primeras con una población de 950 tomas y las segundas con una población de 41 tomas.

Para obtener las curvas de frecuencias sobre la operación de las tomas sin tinaco o cisterna, se analizaron 6 mediciones de campo mediante muestreo estratificado. Los datos corresponden a mediciones que fueron efectuadas en 28 tomas por espacio de 5 días y 118 tomas durante un día. En cada medición correspondiente a un día se obtuvieron análisis por separado, así como el análisis integral de todas las mediciones, cuyo resultado es el que finalmente interesa para la simulación de las tomas.

Para obtener las curvas de frecuencias sobre la operación de las tomas con tinaco, se analizó una medición de campo que fue realizada sobre 34 tomas durante un día.

El procesamiento de los datos se llevó a cabo con la ayuda de paquetes de computadora con hojas de cálculo y para obtener los volúmenes de consumo de agua horarios se desarrolló un programa de cómputo de interpolación, pues las lecturas se desarrollaron en los tiempos que tardaba la ronda de medición.

Para obtener el número aproximado del número de marcas de clases, se usa la ecuación¹¹⁷

$$k = 1 + 3.3 \log N \quad (2.37)$$

donde k es el número aproximado del número de marcas de clase y N es el número total de observaciones.

Cada uno de los estratos se procesaron en forma independiente, así como la integración de los mismos.

En cada estrato, para estimar las frecuencias relativas correspondientes a una marca de clase del coeficiente de operación K de las tomas se usó la expresión

$$P = \frac{a}{N} \quad (2.38)$$

donde P es la frecuencia relativa correspondiente a una marca de clase del valor de K , a es el número de veces que se repite el valor de K dentro de un intervalo de clase y N es el número total de observaciones.

Para estimar la frecuencia relativa estratificada se usó la expresión

$$P_{est} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L a_h \quad (2.39)$$

donde P_{est} es la frecuencia relativa estratificada de K , a_h es el número de veces que se repite en el estrato h el valor de K dentro de un intervalo de clase y N es el número total de observaciones.

En cada estrato, para estimar los intervalos de confianza correspondientes a una marca de clase de K se usaron las ecuaciones

$$P \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{V}(P)} \quad (2.40)$$

$$\hat{V}(P) = \left(\frac{Np - N}{(N - 1)Np} \right) P(100 - P) \quad (2.41)$$

donde P es la frecuencia correspondiente a un valor de K , $Z_{\alpha/2}$ es la abscisa en la distribución normal correspondiente a un determinado *nivel de confianza*, $V(P)$ es el estimador de la varianza de la frecuencia, N es el tamaño de la muestra, y Np es el tamaño de la población.

En el caso de las tomas con tinaco, en las figuras C.1a a la C.11b del apéndice C se muestran las curvas de frecuencia de P , así como los resultados de las ecuaciones 2.40 y 2.41 para la obtención de los intervalos de confianza.

Para estimar los intervalos de confianza estratificados correspondientes a una marca de clase de K se usan las ecuaciones

$$P_{est} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{V}(P_{est})} \quad (2.42)$$

$$\hat{V}(P_{est}) = \left(\frac{1 - \frac{N}{Np}}{Np} \right) \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N N_h - Np} P_h (100 - P_h) \quad (2.43)$$

$V(P_{est})$ es el estimador de la varianza de la frecuencia estratificada, N_h es la población existente en el estrato h y P_h es la frecuencia en el estrato h correspondiente a un valor de K .

Cabe señalar que la ecuación 2.43 es válida cuando la muestra de cada estrato se asigna proporcionalmente a la población de la misma.

Para el caso de las tomas sin tinaco o cisterna, en las figuras C.12a a la C.22b del apéndice C se muestran las curvas de frecuencia de P , así como los resultados de las ecuaciones 2.42 y 2.43 para la obtención de los intervalos de confianza.

En los dos tipos de tomas los intervalos de confianza muestran errores menores del 5% en la mayor parte de las curvas.

Los resultados de las curvas en los dos casos de tomas, muestran que en todo momento el porcentaje más alto de tomas se encuentra sin uso o con un bajo consumo, lo cual permite observar que la mayor parte de los consumos de agua de una red son demandados por lo general por un porcentaje menor del 50% de las tomas que en ese momento son operadas.

Por otro lado, se observa que la mayoría de las curvas de las tomas con tinaco tienen un mayor valor de la frecuencia al inicio de la curva y en lo general una distribución parecida al de las curvas de las tomas. Esto permite deducir dos cosas; *a)* debido a la buena presión en la red, los tinacos se encuentran llenos y no regulan el consumo, ya que en los casos que sí regulen el consumo, debería de haber una distribución más alargada que la de las curvas de tomas sin tinaco, y *b)* debido a que el servicio de agua no es continuo, las tomas sin tinaco fueron más usadas que las tomas con tinaco, ya que éstas últimas pueden operar con el volumen de almacenamiento del tinaco, aún cuando ya se haya suspendido el servicio de agua de la red.

Curvas de mayor demanda

La curva de frecuencia de mayor demanda horaria se calcula con base en la hora en la cual se registra el mayor gasto promedio de agua. Esto es

$$MDH = MAX \left[R_{st} \sum P_{st} Q_{st} + R_{ct} \sum P_{ct} Q_{ct} \right] \quad (2.44)$$

donde MDH es la máxima demanda horaria, R_{st} el porcentaje de tomas de la población sin tinacos, R_{ct} el porcentaje de tomas de la población con tinacos, $\sum P_{st} Q_{st}$ es el gasto promedio de las tomas sin tinaco, P_{st} el porcentaje de tomas sin tinaco con un determinado gasto Q_{st} como muestra de clase, $\sum P_{ct} Q_{ct}$ es el gasto promedio de las tomas con tinaco, y P_{ct} el porcentaje de tomas con tinaco con un determinado gasto Q_{ct} como muestra de clase.

Sustituyendo el valor del gasto según la ecuación 2.2, la ecuación 2.44 resulta

$$MDH = Max \left[R_{st} \sum P_{st} (K (p/\gamma)^{1/2})_{st} + R_{ct} \sum P_{ct} (K (p/\gamma)^{1/2})_{ct} \right] \quad (2.45)$$

Considerando que las presiones no presentan cambios considerables en el tiempo, la curva de mayor gasto horario debe corresponder a la suma de los gastos horarios divididos entre $(P/\gamma)^{1/2}$, de esta manera, la máxima demanda horaria relativa ($MDHR$) se calcula con

$$MDHR = Max \left[R_{st} \sum P_{st} K_{st} + R_{ct} \sum P_{ct} K_{ct} \right] \quad (2.46)$$

En las tablas 2.5 a 2.7 se muestran los resultados de las ecuación 2.46 aplicada en las 11 curvas de frecuencias del estudio realizado en la colonia El Paraje, Jiutepec, de las 7 a 18 horas. En este estudio se obtiene que la mayor demanda corresponde a la curva de frecuencias de las 11 a las 12 horas.

Tabla 2.5 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda en las tomas sin tnaco.

K_{cr}	7-8 hrs.		8-9 hrs.		9-10 hrs.		10-11 hrs.		11-12 hrs.		12-13 hrs.		13-14 hrs.		14-15 hrs.		15-16 hrs.		16-17 hrs.		17-18 hrs.	
	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$
0.0265	0.5000	0.0133	0.5424	0.0144	0.4831	0.0128	0.4080	0.0108	0.4574	0.0121	0.4651	0.0123	0.4806	0.0127	0.5349	0.0142	0.5174	0.0137	0.5446	0.0114	0.6164	0.0163
0.0796	0.1525	0.0121	0.1186	0.0094	0.1102	0.0088	0.2241	0.0178	0.0969	0.0077	0.1202	0.0096	0.1550	0.0123	0.1395	0.0111	0.1609	0.0128	0.1584	0.0126	0.1164	0.0093
0.1326	0.0508	0.0067	0.0932	0.0124	0.1186	0.0157	0.0690	0.0091	0.0930	0.0123	0.1008	0.0134	0.1008	0.0134	0.0814	0.0108	0.1348	0.0179	0.1040	0.0138	0.0616	0.0082
0.1857	0.0678	0.0126	0.0508	0.0094	0.0678	0.0126	0.0632	0.0177	0.0814	0.0151	0.0775	0.0144	0.0581	0.0108	0.0853	0.0158	0.0870	0.0162	0.0743	0.0138	0.0616	0.0114
0.2387	0.0254	0.0061	0.0339	0.0081	0.0254	0.0061	0.0460	0.0110	0.0581	0.0139	0.0581	0.0139	0.0620	0.0148	0.0504	0.0120	0.0304	0.0073	0.0396	0.0095	0.0137	0.0033
0.2918	0.0508	0.0148	0.0339	0.0099	0.0254	0.0074	0.0230	0.0067	0.0504	0.0147	0.0349	0.0102	0.0194	0.0057	0.0155	0.0045	0.0217	0.0063	0.0347	0.0101	0.0479	0.0140
0.3448	0.0254	0.0088	0.0085	0.0029	0.0424	0.0146	0.0345	0.0119	0.0310	0.0107	0.0388	0.0134	0.0426	0.0147	0.0078	0.0027	0.0174	0.0060	0.0000	0.0000	0.0205	0.0071
0.3979	0.0254	0.0101	0.0254	0.0101	0.0339	0.0135	0.0460	0.0183	0.0310	0.0123	0.0194	0.0077	0.0116	0.0046	0.0194	0.0077	0.0174	0.0069	0.0198	0.0079	0.0000	0.0000
0.4509	0.0169	0.0076	0.0254	0.0115	0.0085	0.0038	0.0000	0.0000	0.0155	0.0070	0.0078	0.0035	0.0116	0.0052	0.0116	0.0052	0.0000	0.0000	0.0050	0.0023	0.0068	0.0031
Suma		0.0921		0.0881		0.0953		0.0974		0.1059		0.0984		0.0942		0.0841		0.0871		0.0843		0.0726

Tabla 2.6 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda en las tomas con tnaco.

K_{cr}	7-8 hrs.		8-9 hrs.		9-10 hrs.		10-11 hrs.		11-12 hrs.		12-13 hrs.		13-14 hrs.		14-15 hrs.		15-16 hrs.		16-17 hrs.		17-18 hrs.	
	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$	P_{cr}	$P_{cr}K_{cr}$
0.0350	0.5294	0.0185	0.6471	0.0227	0.7647	0.0268	0.6176	0.0216	0.5882	0.0206	0.5588	0.0196	0.5588	0.0196	0.5588	0.0196	0.6471	0.0227	0.6176	0.0216	0.7353	0.0258
0.1051	0.1471	0.0155	0.0882	0.0093	0.1176	0.0124	0.1176	0.0124	0.1176	0.0124	0.1176	0.0124	0.1471	0.0155	0.1176	0.0124	0.1765	0.0185	0.1471	0.0155	0.0294	0.0031
0.1751	0.0588	0.0103	0.1176	0.0206	0.0588	0.0103	0.0588	0.0103	0.0588	0.0103	0.0588	0.0103	0.0882	0.0154	0.0588	0.0103	0.0882	0.0154	0.0588	0.0103	0.0882	0.0154
0.2452	0.0588	0.0144	0.0882	0.0216	0.0000	0.0000	0.1176	0.0288	0.0882	0.0216	0.0882	0.0216	0.1176	0.0288	0.0294	0.0072	0.0000	0.0000	0.0882	0.0216	0.0294	0.0072
0.3152	0.0294	0.0093	0.0000	0.0000	0.0294	0.0093	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0294	0.0093	0.1176	0.0371	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0294	0.0093
0.3853	0.0588	0.0227	0.0294	0.0113	0.0294	0.0113	0.0000	0.0000	0.0294	0.0113	0.0294	0.0113	0.0000	0.0000	0.0282	0.0340	0.0294	0.0113	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Suma		0.0906		0.0855		0.0700		0.0731		0.0762		0.0752		0.0886		0.1205		0.0680		0.0690		0.0608

Tabla 2.7 Tabla de cálculo para obtener la curva de frecuencias de mayor demanda tanto en las tomas sin tinaco como en las tomas con tinaco.

R ₁	R ₂	7-8 hrs		8-9 hrs		9-10 hrs		10-11 hrs		11-12 hrs		12-13 hrs		13-14 hrs		14-15 hrs		15-16 hrs		16-17 hrs		17-18 hrs	
		R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂	R ₁ EP ₁ K ₁	R ₂ EP ₂ K ₂
0.0000		0.08228		0.08445		0.08136		0.08337		0.10152		0.09423		0.0903		0.08062		0.08349		0.08081		0.06959	
	0.0000		0.00375		0.00364		0.0029		0.00303		0.00315		0.00311		0.00367		0.00499		0.00282		0.00286		0.00252
	Suma	0.08202		0.08779		0.08425		0.0864		0.10467		0.08734		0.09397		0.08561		0.08631		0.08367		0.07211	

3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO INTEGRAL DE REDES DE AGUA POTABLE

3.1 INTRODUCCION

En este capítulo se presenta el modelo integral de redes de agua potable resolviendo la ecuación de continuidad en función de las energías en los nodos.

Este modelo hidráulico puede aplicarse en diversos campos como pueden ser: diseño, transporte de sustancias disueltas en el agua, o para la calibración de las fugas de agua y rugosidades relativas de los conductos. No existe ningún problema para extender su aplicación en la calibración de los consumos; no obstante, en el subcapítulo 2.4 se indicó que es recomendable que esto se realice en forma directa en las tomas, ya que esto permite una aplicación más general del modelo.

3.2 PLANTEAMIENTO GENERAL

En la red de tubos existen *elementos internos y de frontera*. Los *elementos internos* son: tramos de tubos, bombas y válvulas de diferente tipo (seccionamiento, de no retorno, reductoras y sostenedoras de presión, etc.). Los *elementos de frontera* son: tanques en contacto con la atmósfera, norias (ambos identificables como tanques atmosféricos), tanques hidroneumáticos, pozos profundos, y descargas libres.

Los *elementos internos* quedan localizados en medio de dos nodos, y los *elementos de frontera* conectados en un solo nodo.

En los tramos de tubo, pueden o no existir tomas domiciliarias conectadas y fugas de agua. Si es que existen, el tubo se llama *tubo de distribución* y si no existen el tubo se llama *tubo sin distribución*.

El elemento de frontera proporciona entrada o salida de agua al sistema. La energía en el punto donde se conecta un elemento de frontera debe obtenerse aplicando su ley particular que describe su funcionamiento.

Un *nodo* es un punto de la red donde se conectan dos o más elementos o solamente un elemento si es un punto extremo de la red.

Con el propósito de evitar el mayor número posible de ecuaciones de nodo, sin la necesidad de eliminar las variables, se propone enseguida los conceptos de: *cuerda* y *nodo principal*.

Cuerda. Es un conjunto de elementos internos conectados en serie, donde se puede transportar, derivar y controlar diferentes flujos y modelarse con una sola ecuación. En las uniones de los elementos internos pueden o no existir conexiones de tubos secundarios (ver figura 3.1).

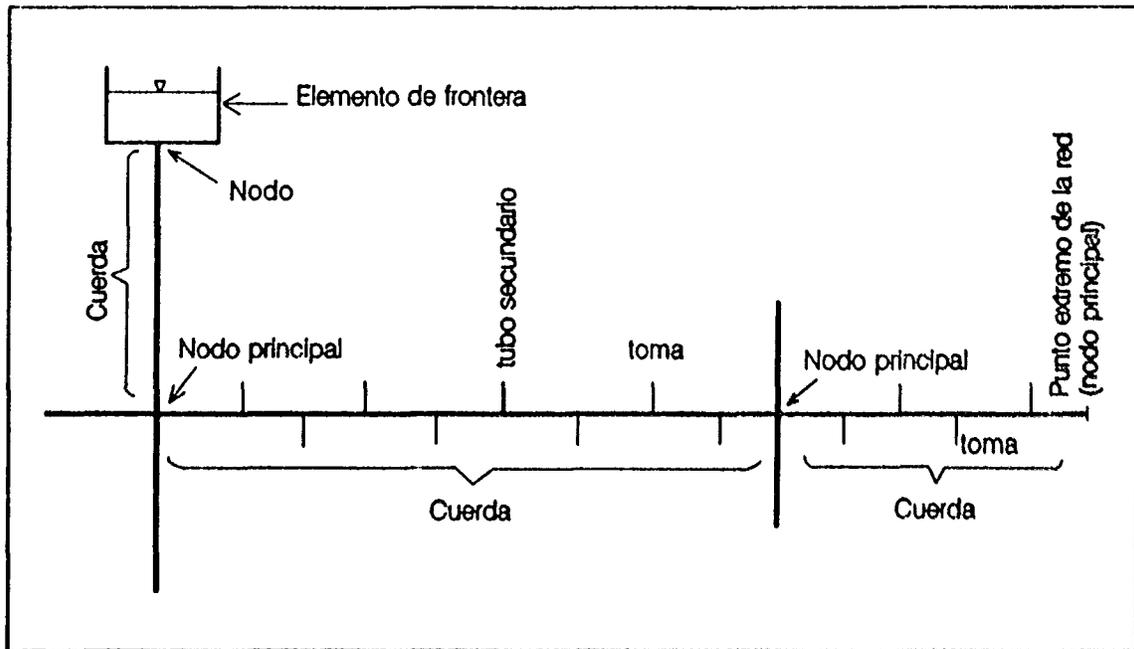


Figura 3.1 Cuerdas y nodos principales en una red de agua potable.

Las conexiones de tubos secundarios pueden efectuarse únicamente en las cuerdas de la red primaria.

Si en la cuerda se conectan tubos de distribución o tubos secundarios, la cuerda se llama *cuerda de distribución*, en el caso de que no suceda esto la cuerda se llama *cuerda sin distribución*. (ver figura 3.2 y 3.3).

Nodo principal. Es el punto donde se unen tres o más cuerdas o solamente una cuerda si es un punto extremo de la red. No se considera un nodo principal el punto donde se une un elemento de frontera (ver figura 3.1).

Con el propósito de eliminar al máximo el número de *odos principales* en una red de agua potable es conveniente definir a las *cuerdas* de tal manera que sus *odos principales* que no sean puntos extremos de la red unan a tres o más cuerdas.

En los extremos de una cuerda puede existir ya sea un *nodo principal* o un elemento de frontera. Puede suceder que una cuerda no se conecte a ningún *nodo principal* si sus dos extremos son elementos de frontera.

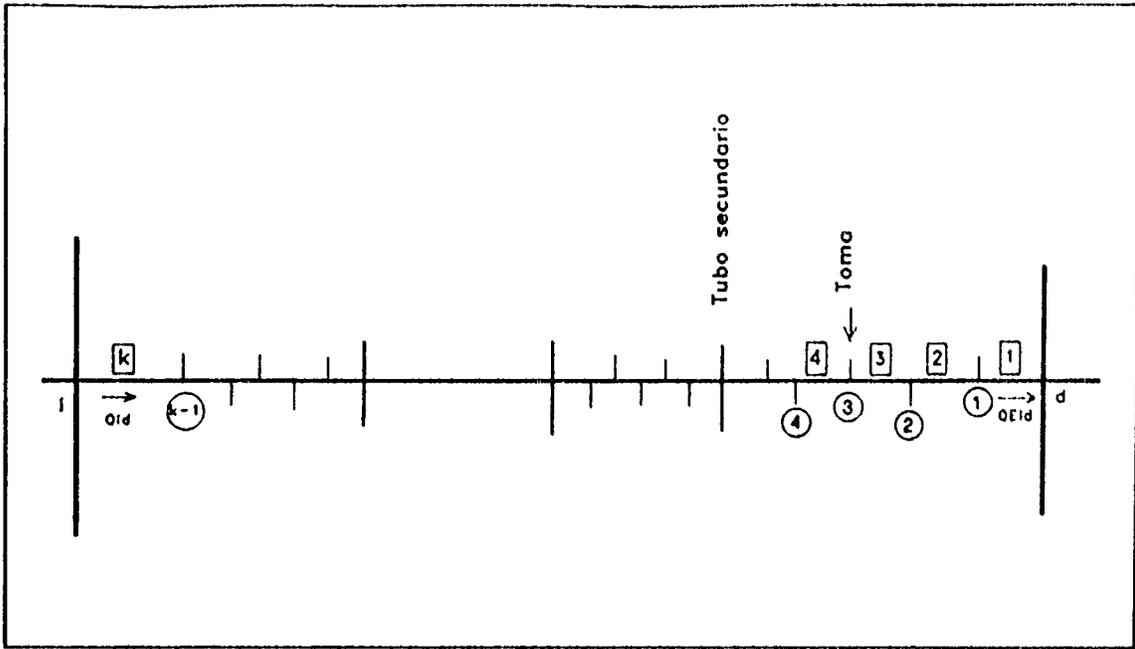


Figura 3.2 Cuerda de distribución donde el gasto es espacialmente variado.

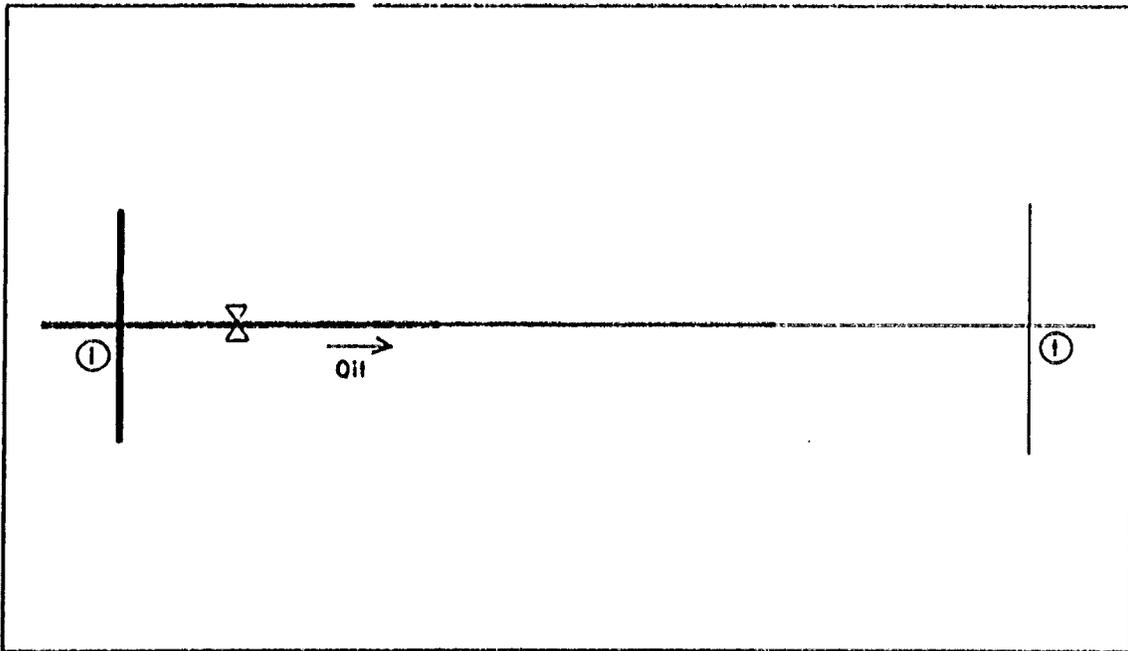


Figura 3.3 Cuerda sin distribución donde el gasto es constante.

La cuerda puede ser *común* o *no común*. Es común si los dos extremos son nodos principales y es no común si en alguno de sus extremos se conecta un elemento de frontera.

El nodo principal puede ser interior o exterior. Es interior si cada una de las cuerdas que se conecta al nodo principal es una cuerda común. Si esto no se cumple el nodo principal es exterior.

El sistema de ecuaciones que se forma con la ecuación de continuidad, no necesita incluir a los nodos donde se conecta un elemento de frontera. El gasto de este elemento se obtiene aplicando la ecuación de continuidad, una vez resuelto el sistema. En la figura 3.4 se muestran varios casos de nodos donde se une un elemento de frontera y que no es necesario plantear la ecuación de continuidad.

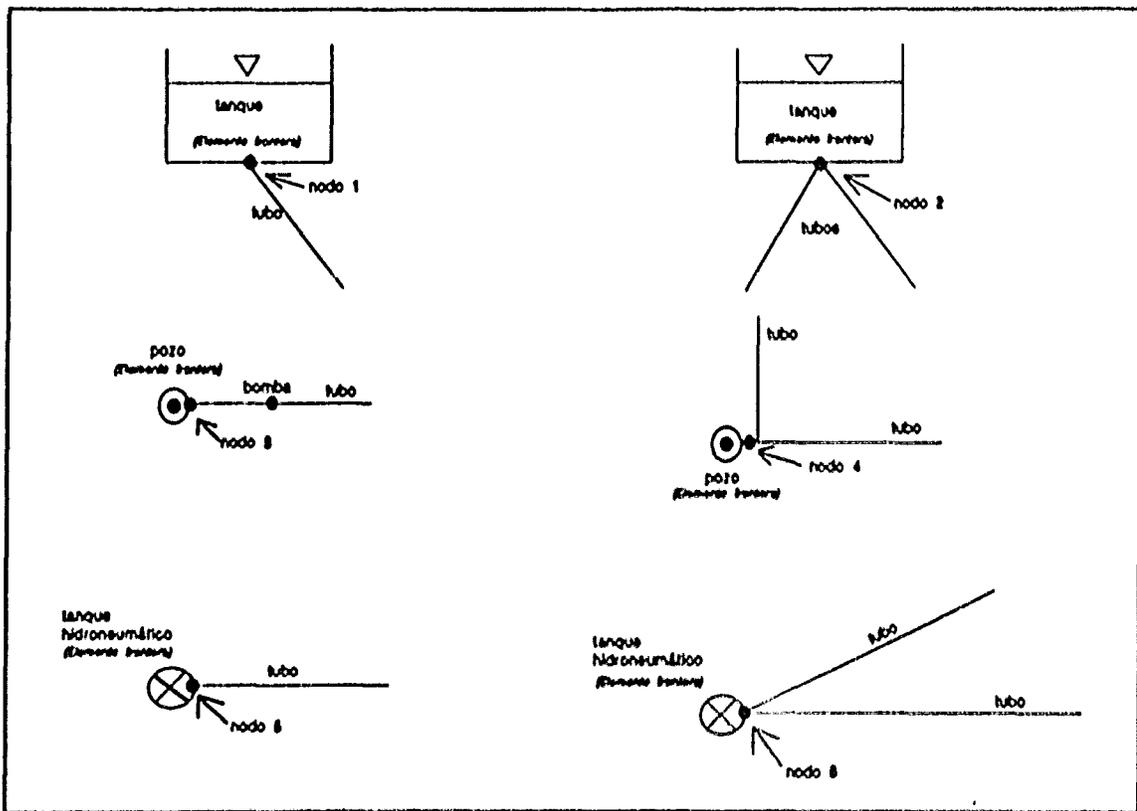


Figura 3.4 Nodos en los cuales no es necesario aplicar la ecuación de continuidad para resolver el sistema de ecuaciones de la red.

En toda red de tubos debe existir al menos un elemento de frontera que proporcione ingreso de agua al sistema, tal como sucede con los tanques y pozos. Asimismo, debe existir algún elemento o punto por donde sale el agua del sistema. Por ejemplo, en el sistema de la figura 3.5 existan 6 nodos, sin embargo, en el nodo 1 debe existir un elemento de frontera por donde entra el agua al sistema, por lo que la ecuación en ese nodo no es necesario, teniéndose en este caso 5 ecuaciones de nodo.

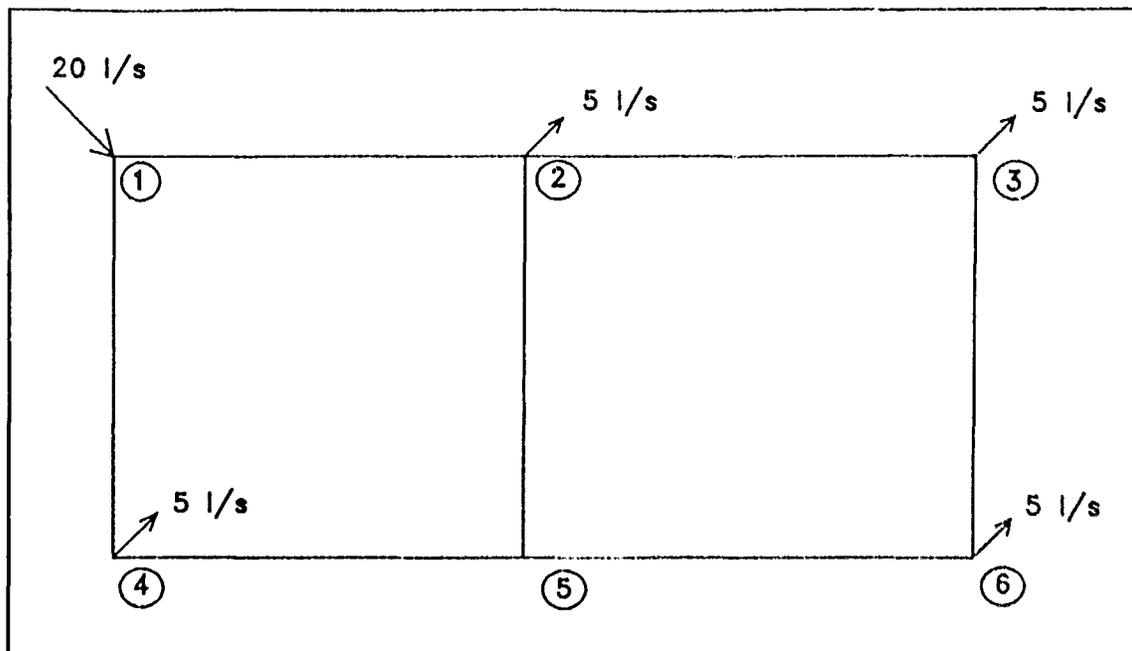


Figura 3.5 Sistema de tuberías cerrado en el cual es necesario definir un elemento de frontera.

El modelo de simulación hidráulica para redes de agua potable que a continuación se plantea, es válido tanto para la red secundaria como para la red primaria. *Se considera que las tomas domiciliarias son calibradas previamente en forma directa como se indica en el subcapítulo 2.4 y que las fugas de agua pueden calibrarse también en forma directa como se indica en el subcapítulo 2.4 o que este mismo modelo puede emplearse para calibrarlas en forma indirecta. En este último caso se considera que la fuga de agua se concentra en los nodos principales.*

Se tiene la ecuación de continuidad para todo nodo principal i existente en la red de tubos.

$$\sum_{d=1}^g Q_{id} + \sum_{i=1}^h Q_{ii} + Q_i = - Q_c \quad (3.1)$$

donde Q_{id} son los gastos de las *cuerdas de distribución* conectadas al nodo principal i , Q_{ii} son los gastos de las *cuerdas sin distribución*, Q_i es el gasto de las fugas de agua concentradas en los nodos principales, y Q_c es un gasto conocido en el nodo principal i . La letra g es el número de cuerdas de distribución que confluyen en el nodo principal i , y h es el número de cuerdas sin distribución que se conectan en el nodo principal i .

El tercer término de la ecuación 3.1 corresponde al caso cuando la fuga se va a calibrar en forma indirecta, mediante la medición de las energías de los nodos principales. Si se dispone de una calibración directa de fugas de agua como el que se indica en el subcapítulo 2.4, las fugas

se calculan dentro de las cuerdas de distribución y desaparece el tercer término de la ecuación 3.1.

Los gastos Q_{id} son función del valor de la energía H_i en el nodo principal i , del valor de la energía H_d en el extremo de la cuerda, (ver figura 3.2) y de los valores de la rugosidad relativa ϵ/D de cada uno de los tramos de la cuerda. Es decir,

$$Q_{id} = F_1 (H_i, H_d, (\epsilon/D)_{id}^1, (\epsilon/D)_{id}^2, \dots, (\epsilon/D)_{id}^k) \quad (3.2)$$

Los gastos Q_{ii} son función de la diferencia de energías en los extremos de la cuerda (ver figura 3.3) y de los valores de rugosidad relativa ϵ/D de cada uno de los tramos

$$Q_{ii} = F_2 (H_i - H_i, (\epsilon/D)_{ii}^1, (\epsilon/D)_{ii}^2, \dots, (\epsilon/D)_{ii}^k) \quad (3.3)$$

Resulta evidente que los gastos en una cuerda de distribución son espacialmente variados, mientras que en una cuerda sin distribución el gasto es constante.

Los gastos de las fugas de agua son función de la altura de presión $(H_i - z_i)$ existente en el nodo principal y de la geometría K_i del orificio de la fuga.

$$Q_i = F_3 ((H_i - z_i), K_i) \quad (3.4)$$

donde z_i es la altura de posición del nodo principal i . La ecuación de un orificio es igual a

$$Q_i = K_i (H_i - z_i)^{1/2} \quad (3.5)$$

Sustituyendo la ecuación 3.5 en la 3.1 se tiene

$$\sum_{d=1}^g Q_{id} + \sum_{i=1}^h Q_{ii} + K_i (E_i - z_i)^{1/2} = - Q_{C_i} \quad (3.6)$$

3.3 CUERDA DE DISTRIBUCION

Para obtener la ecuación que modela a una cuerda de distribución (ver figura 3.2), se aplica la ecuación de la energía del nodo principal i al nodo principal d ,

$$H_i = H_d + \sum_{j=1}^k (ht_{id} - hb_{id} + hl_{id}) \quad (3.7)$$

donde ht_{id} es la pérdida de energía distribuida en un subtramo de tubo, hb_{id} la carga de la bomba si es que esta existe en el subtramo de tubo, y hl_{id} la suma de pérdidas locales de energía en un subtramo de tubo de la cuerda, producidas por cualquier tipo de válvula o conexión. La letra k es el número de subtramos de tubo de la cuerda, j inicia con el número 1 en el subtramo de tubo conectado al nodo principal d y termina con el número k en el subtramo de tubo conectado al nodo principal i .

El flujo en cada subtramo de tubo de una cuerda de distribución puede tener cualquier sentido; si este es hacia el nodo d , los valores del segundo término del lado derecho de la ecuación 3.7 correspondiente al subtramo de tubo, toman un signo positivo, de lo contrario el signo es negativo.

En las cuerdas de distribución puede presentarse el caso en que los dos gastos de los tramos extremos tengan un sentido hacia adentro de la cuerda, para abastecer únicamente a los consumos de las tomas domiciliarias o tubos secundarios que se conectan.

Cabe señalar que este caso no puede modelarse con los métodos actuales de simulación ya que suponen concentradas las demandas en los nodos extremos.

Las cargas de las bombas se obtienen de los datos que proporciona el fabricante (ver figura 3.6).

La suma de pérdidas locales de energía se calcula, como es normal, con la ecuación

$$hl_{id} = \frac{\sum k}{2g A^2} Q^2 \quad (3.8)$$

donde k es un factor de pérdida local que depende del tipo de accesorio, mismo que puede obtenerse de cualquier libro de hidráulica general.

La ecuación A.16 puede expresarse en forma general como

$$h = M Q^2 \quad (3.9)$$

donde

$$M = \frac{0.203 L}{g D^5 \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{|Re|^7} \right) \right]^2} \quad (3.10)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.8 y 3.9 en la 3.7 se obtiene

$$H_i = H_d + \sum_{j=1}^k \left[M Q_{id} |Q_{id}| - hb_{id} + \frac{\sum k}{2gA^2} Q_{id} |Q_{id}| \right]^j \quad (3.11)$$

donde M toma el valor de la ecuación 3.10.

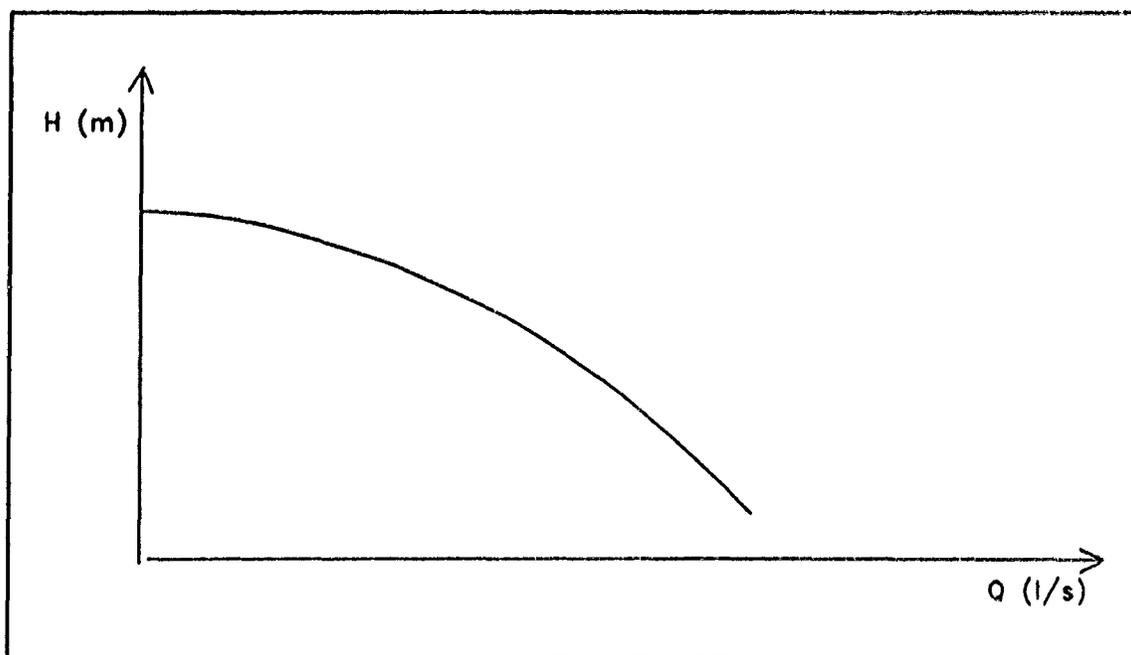


Figura 3.6 Curva característica de la bomba.

Procedimiento de simulación

El orden de enumeración de los subtramos de tubo, indicado en la figura 3.2, es importante en la evaluación del segundo término del lado derecho de la ecuación 3.11 puesto que los cálculos para el subtramo de tubo j permiten conocer la energía en el punto donde se conecta el subtramo de tubo $j + 1$. Con este valor de la energía, se calcula el gasto de la toma domiciliaria, el gasto del tubo secundario o el gasto de la fuga de agua, y enseguida, aplicando la ecuación de continuidad se conoce el gasto del subtramo de tubo $j + 1$. Las pérdidas o ganancias de energía en el subtramo de tubo son función del gasto calculado en ese subtramo de tubo, no obstante, este gasto depende del gasto QE_{id} del subtramo de tubo conectado al nodo principal d . Se procede de esta manera hasta llegar al subtramo de tubo k que le corresponde el gasto Q_{id} .

Para valuar con la ecuación 3.11 a la energía H_i en el nodo principal i , el procedimiento es el siguiente:

1. Se calcula el término derecho de la ecuación 3.11 para $j = 1$. Este valor corresponde a la energía en el nodo j .
2. Si en el nodo j se conecta una toma domiciliaria, con la ecuación 2.19 se calcula el gasto en la toma cuando el flujo es turbulento. Este gasto puede obtenerse en forma iterativa de tres formas diferentes:

a) Con la ecuación

$$Q = \left[\frac{H_f}{\frac{0.203 L}{g D^5 \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right) \right]^2 + \frac{1 + \sum k}{2 g A^2} + K_0}} \right]^{1/2} \quad (3.12)$$

que se obtiene de la ecuación 2.19

b) Empleando el método de Newton-Raphson de la siguiente manera

$$Q = Q' - \frac{F(Q')}{\frac{\partial F(Q')}{\partial Q}} \quad (3.13)$$

donde

$$F(Q') = -H_f + \left[\frac{0.203 L}{g D^5 (\log J)^2} + \frac{1 + \sum k}{2 g A^2} + K_0 \right] Q^2 \quad (3.14)$$

En la ecuación 3.14 se ha considerado que

$$J = \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^\tau} \quad (3.15)$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(Q')}{\partial Q} = & \frac{0.406L}{g D^5 (\log J)^2} Q + \frac{0.406 L (\log e) G T}{g D^5 (\log J)^3 J Re^\tau} Q + \\ & + \left[\frac{1 + \sum k}{g A^2} \right] Q + 2K_0 Q \end{aligned} \quad (3.16)$$

c) Usando la ecuación 2.24, un método de segundo orden que se propuso en el subcapítulo 2.5

$$Q = Q' + \frac{-F'(Q') \pm \sqrt{(F'(Q'))^2 - 2 F''(Q') F(Q')}}{F''(Q')} \quad (3.17)$$

donde $F(Q')$ y $F'(Q')$ se calculan con las ecuaciones 3.14 y 3.16, respectivamente.

En este caso se obtiene

$$\begin{aligned} F''(Q') = & \frac{0.406 L}{g D^5 (\log J)^2} + \frac{1.218 L (\log e) G T}{g D^5 (\log J)^3 J Re^\tau} + \\ & + \frac{1.218 L (\log e)^2 (G T)^2}{g D^5 (\log J)^4 J^2 Re^{2\tau}} + \\ & + \frac{0.406 L (\log e) G T}{g D^5 (\log J)^3} \left[\frac{G T}{J^2 Re^{2\tau}} - \frac{T}{J Re^\tau} \right] + \\ & + \frac{1 + \sum k}{g A^2} + 2 K_0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

En la ecuación 3.17 se escoge el valor del gasto que se encuentre más cerca del valor calculado de la iteración anterior.

3. Si en el nodo j se conecta un tubo secundario, su gasto se obtiene de los datos obtenidos de la simulación de la subred correspondiente.
4. Si en el nodo j existe una fuga de agua, su gasto se obtiene aplicando la ecuación 2.20.
5. Se aplica la ecuación de continuidad en el nodo j y se calcula el gasto en el tramo $j + 1$.
6. Se calcula el término derecho de la ecuación 3.15 para $j = j + 1$ y se repite el proceso desde el paso número 2 al paso número 6 hasta llegar al nodo principal i .

3.4 CUERDA SIN DISTRIBUCION

Para obtener la ecuación que modele a las cuerdas sin distribución (ver figura 3.3), se aplica la ecuación de la energía de el nodo principal i al nodo principal t .

$$H_i - H_t = \sum_{l=1}^r ht_u^l - \sum_{p=1}^s hb_u^p + \sum_{l=1}^r ht_u^l \quad (3.19)$$

donde las variables se refieren a los mismos aspectos indicados en el otro tipo de cuerda, con la única diferencia en los subíndices y superíndices, siendo r el número de tramos de diferentes diámetros o rugosidades, y s el número de bombas.

El flujo en este caso tiene el mismo sentido y magnitud en cada uno de los tramos. Si el sentido del flujo es hacia el nodo principal t , los valores del lado derecho de la ecuación 3.19 toman un signo positivo, de lo contrario son negativos.

Sustituyendo la ecuación 3.8 en la 3.19 se obtiene

$$H_i - H_t = \sum_{l=1}^r ht_u^l - \sum_{p=1}^s hb_u^p + \sum_{l=1}^r \left[\frac{\Sigma k}{2g A^2} \right]^l Q_u | Q_u | \quad (3.20)$$

donde ht_u^l toma el valor de la ecuación A.16.

3.5 CONDICIONES DE FRONTERA

Los valores de las energías H_d y H_i de las ecuaciones 3.11 y 3.20 pueden ser condiciones de un elemento de frontera. Inicialmente se indicó que un elemento de frontera puede ser: *a*) una descarga libre, *b*) un pozo profundo, *c*) un tanque atmosférico, y *d*) un tanque hidroneumático. En los dos primeros casos el valor de la energía depende del gasto y en los dos últimos de los niveles del agua.

Los valores de las energías H_i de las ecuaciones 3.11 y 3.20, para los propósitos de calibración del sistema, pueden ser valores medidos directamente en la red cuando ésta se encuentra en funcionamiento. Sin embargo, estos valores no son condiciones de frontera y en estos puntos es necesario cumplir con la ecuación de continuidad.

La misma situación se presenta si en el nodo principal i existe una válvula reductora o sostenedora de presión, provocando valores de energía conocidos para cierto funcionamiento del sistema.

Descarga libre

En el caso de una descarga libre:

$$H_d = z_d + \frac{1}{2g A^2} Q E_{id}^2 \quad (3.21)$$

$$H_i = z_i + \frac{1}{2g A^2} Q_{ii}^2 \quad (3.22)$$

donde z_d y z_i son las elevaciones de la descarga en una cuerda de distribución y una cuerda sin distribución, respectivamente. $Q E_{id}$ es el gasto en el extremo d de la cuerda de distribución y Q_{ii} el gasto en la cuerda sin distribución, A es área de la descarga. En todos los casos el gasto debe ser positivo.

Pozo profundo

Para el caso de un pozo profundo:

$$H_d = z_d - PND(QE_{id}) \quad (3.23)$$

$$H_i = z_i - PND(Q_{ii}) \quad (3.24)$$

donde z_d y z_i son las elevaciones del terreno natural donde se encuentra el pozo profundo, $PND(QE_{id})$ y $PND(Q_{ii})$ son las profundidades del nivel dinámico que se obtienen de un estudio de aforo del pozo (ver figura 3.7).

Debido a la forma como se aplican las ecuaciones 3.11 y 3.20, el signo menos del segundo término del lado derecho de las ecuaciones 3.23 y 3.24 se debe a que el gasto QE_{id} y Q_{ii} es negativo para todos los casos, ya que el agua sale del pozo profundo.

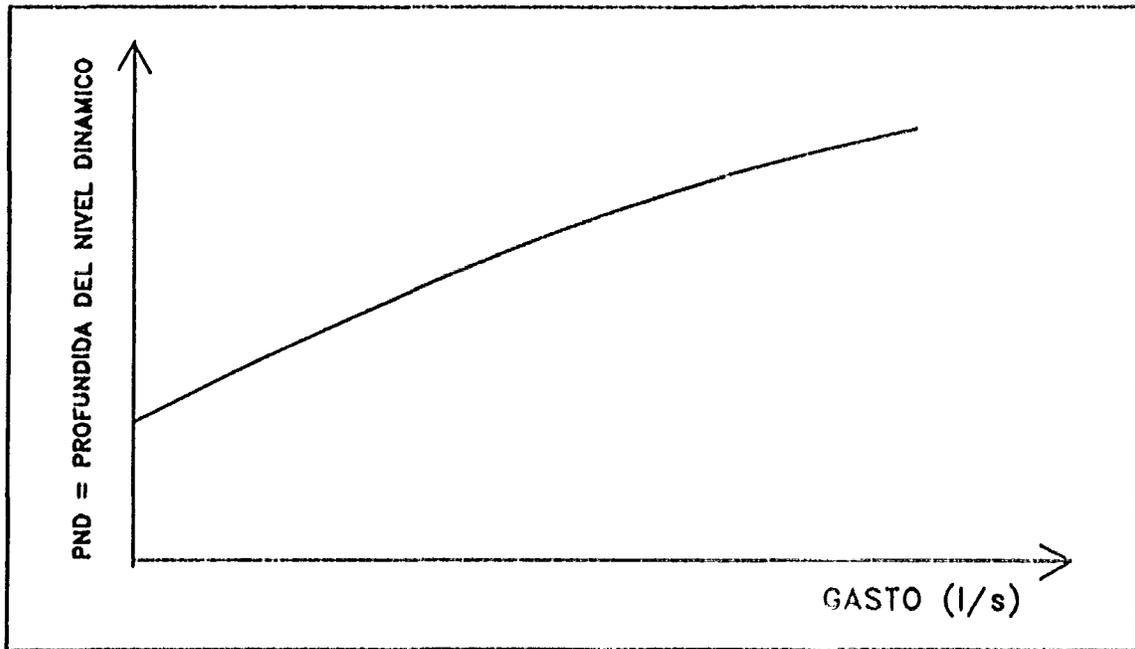


Figura 3.7 Curva de aforo de un pozo profundo.

Tanque atmosférico

En el caso de un tanque en contacto con la atmósfera, una cisterna o una noria se tiene:

$$H_d = z_d + h \quad (3.25)$$

$$H_t = z_t + h \quad (3.26)$$

donde z_d y z_t son las elevaciones del terreno natural donde se encuentra el tanque y h es la altura del nivel del agua en el caso de un tanque en contacto con la atmósfera, o es la profundidad del nivel del agua en el caso de una cisterna o una noria. En el primer caso h es positivo y en el segundo caso h es negativo.

Tanque hidroneumático

Para el caso de un tanque hidroneumático:

$$H_d = z_d + h + \frac{p}{\gamma} \quad (3.27)$$

$$H_t = z_t + h + \frac{p}{\gamma} \quad (3.28)$$

donde z_d y z_t son las elevaciones del fondo del tanque, h son los tirantes de agua, γ es el peso específico del agua, y p es la presión manométrica del aire en la cámara

Presión del aire en la cámara

Para obtener la presión del aire en la cámara, se utiliza la ecuación de estado de los gases perfectos para un proceso isotérmico¹⁶ aceptando que existen cambios lentos del volumen de aire

$$P = C \rho \quad (3.29)$$

donde P es la presión absoluta, ρ es la densidad del gas y C depende de una constante universal de los gases y de la temperatura, por lo que en este caso es constante

Sustituyendo el valor de la densidad, en la ecuación 3.29 se tiene

$$P = C \frac{\text{masa}}{V} \quad (3.30)$$

donde V es el volumen del aire. El valor de la masa para valores iniciales es

$$\text{masa} = \frac{P_o V_o}{C} \quad (3.31)$$

Se sustituye la ecuación 3.31 en la 3.30 de la cual

$$P = \frac{P_o V_o}{V} \quad (3.32)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.32 los valores de la presión absoluta en función de la presión manométrica, resulta

$$p = \frac{(p_o + p_a)V_o}{V} - p_a \quad (3.33)$$

donde p es la presión manométrica del aire en la cámara, p_o es la presión inicial manométrica del aire en la cámara, y p_a es la presión atmosférica del lugar.

El volumen del aire es igual al volumen de la cámara menos el volumen de agua dentro de ella.

$$V = V_{cam} - A_{cam} h \quad (3.34)$$

donde V_{cam} es el volumen de la cámara, A_{cam} el área horizontal de la cámara, y h es el tirante de agua en la cámara. Esta misma ecuación se aplica para obtener V_o tomando a h como h_o .

Sustituyendo la ecuación 3.34 en la 3.33, tanto para V como V_o , resulta

$$p = \frac{(p_o + p_a)(V_{cam} - A_{cam} h_o)}{(V_{cam} - A_{cam} h)} - p_a \quad (3.35)$$

Finalmente, se sustituye la ecuación 3.35 en las ecuaciones 3.27 y 3.28.

$$H_d = z_d + h + \frac{(p_o + p_a)(V_{cam} - A_{cam} h_o)}{\gamma(V_{cam} - A_{cam} h)} - \frac{p_a}{\gamma} \quad (3.36)$$

$$H_i = z_i + h + \frac{(p_o + p_a)(V_{cam} - A_{cam} h_o)}{\gamma(V_{cam} - A_{cam} h)} - \frac{p_a}{\gamma} \quad (3.37)$$

Con las ecuaciones 3.36 y 3.37 se obtiene H_d y H_i en función de dos valores iniciales, p_o y h_o y de h que se obtiene en función del gasto que entra o sale de la cámara y del tiempo de simulación en un análisis de períodos extendidos con base en varias simulaciones hidráulicas. En la primera simulación h es igual a h_o , lo cual también se puede tomar para un análisis estático que consiste en una sola simulación hidráulica.

3.6 CUERDA CON VALVULAS DE CONTROL

Si en las cuerdas de distribución o cuerdas sin distribución, existe algún tipo de válvula como pueden ser: reductoras de presión, sostenedoras de presión, de no retorno, de altitud, etcétera, se debe tomar en cuenta que estos elementos son diseñados para lograr un determinado funcionamiento de la red estableciendo ciertos valores de energías, presiones y sentidos del flujo. En las figuras C.23 a C.29 del apéndice C se indican las condiciones de funcionamiento para varios tipos de válvulas.

Normalmente este tipo de válvulas no son abundantes en la red, permitiendo así que se pueda realizar la revisión hidráulica en dos etapas. En la primera, se realiza la revisión sin considerar que la válvula está operando para su función principal y sólo se consideran las pérdidas locales que provoca. Si en la primera etapa se encuentran condiciones de funcionamiento que provoquen el trabajo de las válvulas, en una segunda etapa se corrigen los valores de energía y gastos encontrados en la primer etapa, considerando ahora las energías y gastos que generan dichos elementos.

Para las válvulas que implican presiones y energías establecidas de funcionamiento, para no provocar cambios de flujo, se recomienda modificar estos valores en forma gradual hasta llegar

al valor establecido. Este procedimiento permite observar si es o no posible obtener al valor de energía establecido. Si no es posible, el flujo se invierte y es otro el funcionamiento de la válvula.

3.7 SOLUCION DEL MODELO

El sistema de ecuaciones 3.6 es no lineal y para encontrar la solución se utiliza la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden para transformar a un sistema de ecuaciones lineales.

Para los problemas de revisión del funcionamiento hidráulico o de calibración de las fugas de agua y rugosidades relativas de los tubos, se tiene:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{d=1}^g Q'_{id} + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} \Delta H_i + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} \Delta H_d + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^1} \Delta (\epsilon/D)_{id}^1 + \\
 & + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^2} \Delta (\epsilon/D)_{id}^2 + \dots + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^k} \Delta (\epsilon/D)_{id}^k + \\
 & + \sum_{i=1}^h Q'_{iu} + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_{iu}}{\partial (H_i - H_i)} \Delta (H_i - H_i) + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_{iu}}{\partial (\epsilon/D)_{iu}^1} \Delta (\epsilon/D)_{iu}^1 + \\
 & + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_{iu}}{\partial (\epsilon/D)_{iu}^2} \Delta (\epsilon/D)_{iu}^2 + \dots + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_{iu}}{\partial (\epsilon/D)_{iu}^k} \Delta (\epsilon/D)_{iu}^k + \\
 & + K'_i (H'_i - z_i)^{1/2} + \frac{1}{2} K'_i (H'_i - z_i)^{-1/2} \Delta E_i + \\
 & + (H'_i - z_i)^{1/2} \Delta K_i = - Q_{C_i}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Arreglando, la ecuación 3.38 queda

$$\begin{aligned}
& \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} \Delta H_i + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} \Delta H_d + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^1} \Delta (\epsilon/D)_{id}^1 + \\
& + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^2} \Delta (\epsilon/D)_{id}^2 + \dots + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}^k} \Delta (\epsilon/D)_{id}^k + \\
& + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_u}{\partial (H_i - H_i')} \Delta H_i - \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_u}{\partial (H_i - H_i')} \Delta H_i + \\
& + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_u}{\partial (\epsilon/D)_u^1} \Delta (\epsilon/D)_u^1 + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_u}{\partial (\epsilon/D)_u^2} \Delta (\epsilon/D)_u^2 + \dots + \\
& + \sum_{i=1}^h \frac{\partial Q_u}{\partial (\epsilon/D)_u^k} \Delta (\epsilon/D)_u^k + \frac{1}{2} K'_i (H'_i - z_i)^{-1/2} \Delta H_i + \\
& + (H'_i - z_i)^{1/2} \Delta K_i = - Q_{c_i} - \sum_{d=1}^g Q'_{id} - \sum_{i=1}^h Q'_u - K'_i (H'_i - z_i)^{1/2}
\end{aligned} \tag{3.39}$$

El problema de revisión consiste en encontrar todos los valores de energía para una geometría conocida del sistema de agua potable, y el problema de calibración básicamente es encontrar condiciones geométricas para algunos valores de energía tomadas en los nodos, con el sistema en operación. La medición de las energías difícilmente se puede lograr en cada uno de los nodos, es por ello que dentro del modelo de calibración también es necesario obtener los valores de energía que no fueron medidos.

Cuando el problema es de revisión, con el sistema de ecuaciones 3.39 se pueden obtener todos los valores de energía en cada uno de los nodos. Si el problema es de calibración de las fugas y rugosidades relativas ϵ/D se debe tomar en cuenta que la suma de variables que pueden obtenerse debe ser igual al número de nodos principales de la red de tubos. En este caso es necesario tomar un determinado número de mediciones de energías en los nodos principales. Este número de mediciones debe ser igual o mayor al número de fugas y rugosidades relativas por calibrar.

3.8 PROCEDIMIENTO PARA VALUAR LOS TERMINOS DEL MODELO

Cuerdas de distribución

Para valuar los términos de la ecuación 3.39 correspondientes a las cuerdas de distribución, se propone el siguiente procedimiento:

1. De la ecuación 3.11 se obtienen los valores del gasto QE'_{id} y Q'_{id} , donde el segundo es función del primero.

No es posible obtener en forma directa el valor de QE_{id} , sin embargo, se pueden utilizar dos métodos

a) Método de Newton-Raphson.

$$QE_{id} = QE'_{id} - \frac{F(QE'_{id})}{\frac{\partial F(QE'_{id})}{\partial QE_{id}}} \quad (3.40)$$

Para ello se transforma a la ecuación 3.11 de la siguiente manera

$$F(QE_{id}) = H_d - H_i + \sum_{j=1}^k \left[M Q_{id} | Q_{id} | - hb_{id} + \frac{\Sigma k}{2 g A^2} Q_{id} | Q_{id} | \right]' \quad (3.41)$$

En la ecuación 3.40, el valor

$$\frac{\partial F(QE'_{id})}{\partial QE_{id}}$$

se obtiene en este caso con la ecuación 3.41 evaluando las funciones $F_1(QE'_{id} - \Delta QE_{id})$ y $F_2(QE'_{id} + \Delta QE_{id})$. De esta forma se tiene

$$\frac{\partial F(QE'_{id})}{\partial QE_{id}} = \frac{F_2(QE'_{id} + \Delta QE_{id}) - F_1(QE'_{id} - \Delta QE_{id})}{2\Delta QE_{id}} \quad (3.42)$$

Se repite el proceso hasta que QE_{id} sea aproximadamente igual al valor anterior o cuya diferencia sea menor o igual a una tolerancia permitida.

Una vez que se ha calculado QE'_{id} , el valor de Q'_{id} correspondiente es el que se tiene en el elemento que esta conectado al nodo principal i .

b) Método de segundo orden propuesto en el subcapítulo 2.5

$$QE_{id} = QE'_{id} + \frac{-F'(QE'_{id}) \pm \sqrt{F'(QE'_{id})^2 - 2F''(QE'_{id})F(QE'_{id})}}{F''(QE'_{id})} \quad (3.43)$$

donde $F(QE'_{id})$ y $F'(QE'_{id})$ se obtienen de las ecuaciones 3.41 y 3.42, respectivamente y $F''(QE'_{id})$ se obtiene evaluando la ecuación 3.41 en tres puntos; para QE'_{id} , $QE'_{id} - \Delta QE_{id}$ y $QE'_{id} + \Delta QE_{id}$. De esta manera

$$F''(QE'_{id}) = F(QE'_{id} + \Delta QE_{id}) - 2F(QE'_{id}) + F(QE'_{id} - \Delta QE_{id}) \quad (3.44)$$

2. En la ecuación 3.39, el valor de

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i}$$

correspondiente al nodo principal i , se obtiene de la ecuación 3.11 calculando dos valores de H_i alrededor de H'_i , uno para $(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_i)$ y el otro para $(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_i)$

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} = \frac{Q_{id}(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - Q_{id}(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)}{H_i(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - H_i(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)} \quad (3.45)$$

Los resultados de aplicar la ecuación 3.11 del nodo principal i al nodo principal d , se pueden aprovechar para obtener el valor

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d}$$

para cuando se aplica la ecuación 3.39 en el nodo principal d . Se tiene entonces

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} = - \frac{2 \Delta QE_{id}}{H_i(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - H_i(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)} \quad (3.46)$$

donde el signo menos del lado derecho de debe al signo contrario de los gastos.

3. Para obtener el valor

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d}$$

y aplicar la ecuación 3.39 en el nodo principal i , la ecuación 3.11 se aplica en sentido contrario, asignando nodo principal i al que fue nodo principal d , y nodo principal d al que fue nodo principal i ; por consiguiente, también gasto QE_{id} al que fue gasto Q_{id} y gasto Q_{id} al que fue gasto QE_{id} . De esta manera se puede utilizar la misma ecuación 3.46.

Los resultados de aplicar la ecuación en este sentido contrario, se aprovechan para calcular también el valor

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i}$$

con la ecuación 3.45, para cuando se aplica la ecuación 3.39 en el nuevo nodo principal i .

4. Para obtener el valor

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}}$$

y aplicar la ecuación 3.39 en el nodo principal i , se obtiene de la ecuación 3.11 calculando dos valores de Q_{id} alrededor de Q_{id}' , uno para $(H_i', H_d', \epsilon/D_{id}' + \Delta \epsilon/D_{id})$ y el otro para $(H_i', H_d', \epsilon/D_{id}' - \Delta \epsilon/D_{id})$. Ambos casos utilizando el procedimiento del paso número 1.

Una vez que se encuentran estos valores, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}} &= \frac{Q_{id}(H_i', H_d', (\epsilon/D)_{id}' + \Delta(\epsilon/D)_{id})}{2 \Delta(\epsilon/D)_{id}} - \\ &- \frac{Q_{id}(H_i', H_d', (\epsilon/D)_{id}' - \Delta(\epsilon/D)_{id})}{2 \Delta(\epsilon/D)_{id}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Cuando se aplica la ecuación 3.39 en el nodo principal d , con los resultados de aplicar la ecuación 3.11 del nodo principal i al nodo principal d se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{id}}{\partial (\epsilon/D)_{id}} &= - \frac{QE_{id}(H_i', H_d', (\epsilon/D)_{id}' + \Delta(\epsilon/D)_{id})}{2 \Delta(\epsilon/D)_{id}} + \\ &+ \frac{QE_{id}(H_i', H_d', (\epsilon/D)_{id}' - \Delta(\epsilon/D)_{id})}{2 \Delta(\epsilon/D)_{id}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Cuerdas sin distribución

Se propone ahora, el procedimiento para obtener los términos de la ecuación 3.45 correspondientes a las cuerdas sin distribución.

1. de la ecuación 3.20 se obtiene el valor Q'_u aplicando cualquiera de los dos siguientes métodos

a) Método de Newton-Raphson que se expresa

$$Q_u = Q'_u - \frac{F(Q'_u)}{\frac{\partial F(Q'_u)}{\partial Q_u}} \quad (3.49)$$

donde

$$F(Q'_u) = H_i - H_r + \sum_{l=1}^i h u'_u{}^l - \sum_{p=1}^j h b_u{}^p + \sum_{l=1}^i \left[\frac{\Sigma k}{2 g A^2} \right]^l |Q_u| |Q_u| \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial F(Q_u)}{\partial Q_u} = \sum_{l=1}^i \frac{\partial h u'_u{}^l}{\partial Q_u} + \sum_{l=1}^i \left[\frac{\Sigma k}{g A^2} \right]^l |Q_u| - \sum_{p=1}^j \frac{\partial (h b)_u{}^p}{\partial Q_u} \quad (3.51)$$

y el término

$$\frac{\partial (h b)_u{}^p}{\partial Q_u}$$

se obtiene de los datos de la curva característica de la bomba.

Cuando el flujo en el subtramo l es turbulento, de la ecuación A.16

$$\frac{\partial h'_u}{\partial Q'_u} = \frac{0.406L}{g D^5 (\log J)} |Q'_u| + \frac{0.406 L G T \log e}{g D^5 (\log J)^3 J |Re|^{\tau}} |Q'_u| \quad (3.52)$$

considerando que

$$J = \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{|Re|^{\tau}} \quad (3.53)$$

b) Método de segundo orden propuesto en el subcapítulo 2.5, correspondiente a la ecuación 2.24

$$Q'_u = Q'_u + \frac{-F'(Q'_u) \pm \sqrt{(F'(Q'_u))^2 - 2F''(Q'_u)F(Q'_u)}}{F''(Q'_u)} \quad (3.54)$$

donde $F(Q'_u)$ y $F'(Q'_u)$ se calculan con las ecuaciones 3.50 y 3.51, respectivamente.

De la ecuación 3.51, la segunda derivada de la función de Q'_u es

$$F''(Q'_u) = \sum_{l=1}^r \frac{\partial^2 h'_u}{\partial Q_u^2} + \sum_{l=1}^r \left(\frac{\Sigma k}{g A^2} \right)^l \frac{Q_u}{|Q_u|} - \sum_{p=1}^l \frac{\partial^2 (hb)_u^p}{\partial Q_u^2} \quad (3.55)$$

Cuando el flujo en el subtramo l es turbulento, de la ecuación 3.52 se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h'_u}{\partial Q_u^2} &= \frac{0.406 L}{g D^5 (\log J)^2} \frac{Q_u}{|Q_u|} + \frac{1.218 L G T \log e}{g D^5 (\log J)^3 J |Re|^{\tau}} \frac{Q_u}{|Q_u|} + \\ &+ \frac{1.218 L (G T \log e)^2}{g D^5 (\log J)^4 J^2 |Re|^{2\tau}} \frac{Q_u}{|Q_u|} + \\ &+ \frac{0.406 L G T \log e}{g D^5 (\log J)^3} \left[\frac{G T}{J^2 |Re|^{2\tau}} - \frac{T}{J |Re|^{\tau}} \right] \frac{Q_u}{|Q_u|} \end{aligned} \quad (3.56)$$

2. De la ecuación 3.20 es posible obtener

$$\frac{\partial(H_i - H_j)}{\partial Q_u}$$

en función de Q'_u cuyo resultado corresponde exactamente al lado derecho de la ecuación 3.51

3. Se obtiene

$$\frac{\partial Q_u}{\partial(H_i - H_j)}$$

sacando el inverso del valor calculado con la ecuación 3.51

4. Para obtener el valor

$$\frac{\partial Q_u}{\partial(\epsilon/D)_u}$$

y aplicar la ecuación 3.39 en el nodo principal i , se obtiene de la ecuación 3.20 calculando dos valores de Q_u alrededor de Q'_u , uno para $(H'_i, H'_j, \epsilon/D'_u + \Delta \epsilon/D_u)$ y el otro para $(H'_i, H'_j, \epsilon/D'_u - \Delta \epsilon/D_u)$. Ambos casos utilizando el procedimiento del paso número 1.

Una vez que se encuentran estos valores, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_u}{\partial(\epsilon/D)_u} &= \frac{Q_u(H'_i, H'_j, (\epsilon/D)'_u + \Delta(\epsilon/D)_u)}{2 \Delta(\epsilon/D)_u} - \\ &- \frac{Q_u(H'_i, H'_j, (\epsilon/D)'_u - \Delta(\epsilon/D)_u)}{2 \Delta(\epsilon/D)_u} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Cuando se aplica la ecuación 3.39 en el nodo principal i , con los resultados de aplicar la ecuación 3.20 de el nodo principal i al nodo principal i se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_u}{\partial(\epsilon/D)_u} &= - \frac{Q_u(H'_i, H'_j, (\epsilon/D)'_u + \Delta(\epsilon/D)_u)}{2 \Delta(\epsilon/D)_u} + \\ &+ \frac{Q_u(H'_i, H'_j, (\epsilon/D)'_u - \Delta(\epsilon/D)_u)}{2 \Delta(\epsilon/D)_u} \end{aligned} \quad (3.58)$$

3.9 EQUIVALENCIA ENTRE LOS METODOS DE LINEARIZACION

Los métodos de análisis hidráulico de redes de tubos se pueden clasificar en dos tipos, métodos de diseño y métodos de revisión. Los primeros consisten en calcular las dimensiones de los elementos de la red y los segundos en obtener el funcionamiento hidráulico.

En los métodos de revisión se obtienen sistemas de ecuaciones no lineales, requiriéndose de un procedimiento de linearización para transformar el sistema no lineal a uno que sea lineal. Los métodos de linearización que existen son: Newton-Raphson, serie de Taylor, serie del binomio, teoría lineal, proceso dinámico, y método de la tangente.

Los métodos de Newton-Raphson, serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden, y la serie del binomio con términos hasta de primer orden arrojan resultados equivalentes. Esta afirmación puede considerarse relativamente obvia, en cambio, pareciera fuera de lo común afirmar que el método de la teoría lineal puede ser también equivalente en ciertos casos a los tres métodos anteriores, simplemente aplicando factores de corrección.

Se ha observado que el método de la teoría lineal es más convergente para valores alejados de la solución y el método de Newton-Raphson para valores cerca de la solución. Por ello, Nielsen⁸⁰, recomienda aplicar la teoría lineal al inicio de las iteraciones y Newton-Raphson al final. Sin embargo, no resulta práctico tener que trabajar con dos métodos diferentes para resolver un mismo problema.

Es importante poder cambiar fácilmente de un método a otro diferente y aprovechar las ventajas que tiene cada uno en determinado proceso.

En este trabajo se ha encontrado la relación que existe entre el método de Newton-Raphson y el de la teoría lineal, con lo cual puede atenderse fácilmente la recomendación de Nielsen, usando un sólo método.

Se ofrece a continuación la demostración de lo anterior y se da una propuesta para lograr el cambio de un método a otro.

La teoría lineal consiste en transformar por ejemplo, el término no lineal

$$h_f = K Q^n \quad (3.59)$$

a este otro lineal

$$h_f = K Q_i^{n-1} Q_{i+1} \quad (3.60)$$

obteniéndose Q mediante un proceso iterativo. Q_i^{n-1} corresponde al valor calculado en la iteración i y Q_{i+1} al de la siguiente iteración.

Se sabe que Q_{i+1} es igual a Q_i más una corrección

$$Q_{i+1} = Q_i + \Delta \quad (3.61)$$

Sustituyendo la ecuación 3.61 en la 3.60 se tiene

$$h_f = K Q_i^{n-1}(Q_i + \Delta) \quad (3.62)$$

y al desarrollar queda

$$h_f = K Q_i^n + K Q_i^{n-1} \Delta \quad (3.63)$$

En la ecuación 3.63 se observa que para que ésta sea igual al desarrollo de la serie de Taylor o del binomio con términos hasta de primer orden, falta el factor n en el segundo término del lado derecho. Esto quiere decir que el método de la teoría lineal es equivalente al método de Newton-Raphson cuando en éste último se aplica un factor de corrección de $1/n$ en el valor de Δ .

Se busca ahora la forma de transformar los valores calculados con el método de la teoría lineal a una equivalencia con el método de Newton-Raphson.

De la ecuación 3.61 se tiene

$$\Delta = Q_{i+1} - Q_i \quad (3.64)$$

Sin embargo, para que el método de la teoría lineal sea equivalente al de Newton-Raphson, la corrección Δ debe multiplicarse por n . Entonces Q'_{i+1} equivalente al método de Newton-Raphson es

$$Q_{i+1} = Q_i + n\Delta \quad (3.65)$$

Sustituyendo la ecuación 3.64 en la 3.65 resulta finalmente

$$Q_{i+1} = (1-n)Q_i + nQ_{i+1} \quad (3.66)$$

Entonces, si se cuenta con el método de Newton Raphson (o equivalente), conviene iniciar los cálculos aplicando a la corrección obtenida un factor de $1/n$ para que tenga el efecto del método de la teoría lineal, y se finaliza usando correcciones completas.

Por otro lado, si se cuenta con el método de la teoría lineal, se inicia aplicando el método normalmente y en la parte final del proceso se corrigen los valores de Q_{i+1} con la ecuación 3.66, para que tenga el mismo efecto del método de Newton-Raphson.

La equivalencia de métodos anteriormente señalada es válida para funciones con variables en un sólo término. En el caso de redes de tuberías, corresponde al caso de usar expresiones generales empíricas para calcular las pérdidas de energía.

Para funciones tipo polinomial como ésta

$$h_f = K_1 Q^{n_1} + K_2 Q^{n_2} + \dots \quad (3.67)$$

puede encontrarse también la equivalencia.

Aplicando en la ecuación 3.67 la teoría lineal se tiene

$$h_f = K_1 Q_i^{n_1-1} Q_{i+1} + K_2 Q_i^{n_2-1} Q_{i+1} + \dots \quad (3.68)$$

Sustituyendo la ecuación 3.61 se tiene

$$h_f = K_1 Q_i^{n_1} + K_2 Q_i^{n_2} + K_1 Q_i^{n_1-1} \Delta + K_2 Q_i^{n_2-1} \Delta + \dots \quad (3.69)$$

Se observa en este caso que para que el método de Newton-Raphson sea equivalente al de la teoría lineal, las derivadas en el término i de la ecuación 3.67 deben multiplicarse por $1/n_i$.

3.10 NUMERACION OPTIMA DE LOS NODOS PRINCIPALES

El número de renglones de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones 3.39, es igual al número de nodos principales de la red de tubos; el número de renglón corresponde el número de nodo principal que se le haya asignado.

El número de elementos diferentes de cero en un renglón de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones 3.39, es igual a uno más el número de nodos principales a los que está conectado el nodo principal correspondiente al renglón.

Una numeración adecuada de los nodos principales, permite poner los renglones de la manera que más convenga para el ahorro de capacidad de memoria de computadora.

El *perfil* de una matriz simétrica se forma con el primer elemento superior no nulo de cada columna, como se muestra, por ejemplo, en la matriz de la figura 3.12.

Es conveniente que el número de elementos, bajo el perfil, sea el menor posible.

El primer elemento no nulo del perfil de una columna j de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones 3.39, está ubicado en el renglón correspondiente al menor número de nodo principal a que está conectado el nodo principal i , siendo $i = j$. De acuerdo a lo anterior, conviene que la numeración de los nodos principales, se haga buscando que exista la menor diferencia entre ellos.

Numeración preliminar

En las figuras 3.8 a la 3.11 se muestran cuatro diferentes criterios de numeración de los nodos principales, y en las figuras 3.12 a la 3.15 los perfiles de las matrices que se forman.

El número de elementos en el perfil de la matriz son los siguientes:

<i>CRITERIO</i>	<i>NUMERO DE ELEMENTOS</i>
1°	115
2°	118
3°	129
4°	129

De los cuatro criterios de numeración se pueden hacer la siguiente observación:

1. El primer criterio de enumeración de los nodos principales arroja un menor número de elementos en el perfil de la matriz.

2. En los criterios de enumeración 3 y 4 se obtiene un mismo número de elementos en el perfil de la matriz.

De acuerdo a lo anterior, se propone el siguiente criterio de numeración preliminar de los nodos principales:

1. Se escoge un nodo principal de la red y se le asigna el número 1.
2. Se numeran todas los nodos principales conectados con algún elemento al nodo principal número 1, asignando el número 2 en adelante hasta cubrir todos los nodos principales adyacentes al nodo principal número 1.
3. Se numeran todos los nodos principales no numerados conectados al nodo principal número 2 con algún elemento, asignando el siguiente número de nodo principal hasta cubrir todos los nodos principales adyacentes al nodo principal número 2.
4. Se continúa el proceso enumerando a los nodos principales adyacentes al nodo principal número 3 no numerados, posteriormente al número 4, y así sucesivamente hasta cubrir todas los nodos principales de la red de agua potable.

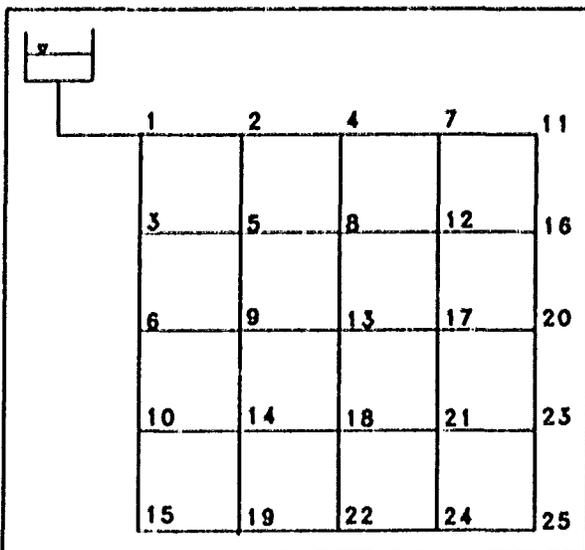


Figura 3.8 Primer procedimiento de numeración de los nodos principales.

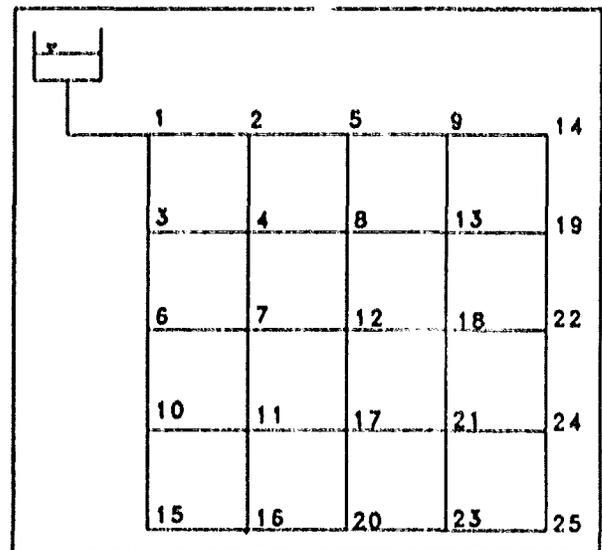


Figura 3.9 Segundo procedimiento de numeración de los nodos principales.

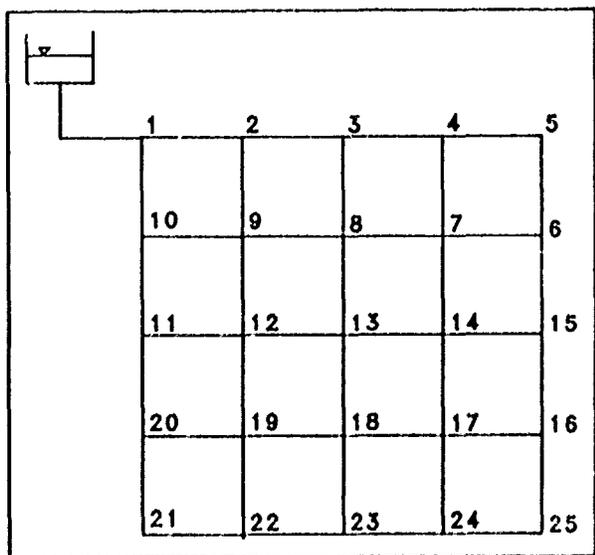


Figura 3.10 Tercer procedimiento de numeración de los nodos principales.

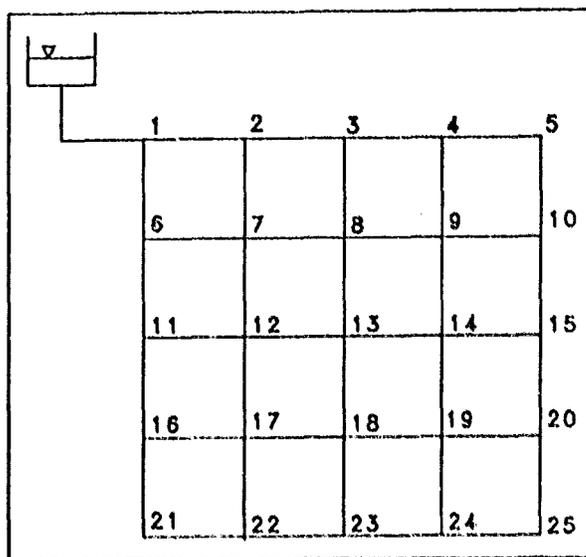


Figura 3.11 Cuarto procedimiento de numeración de los nodos principales.

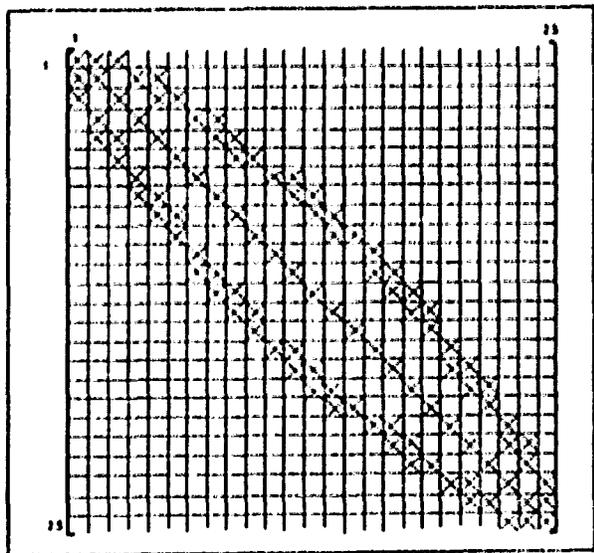


Figura 3.12 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al primer procedimiento de numeración de los nodos principales.

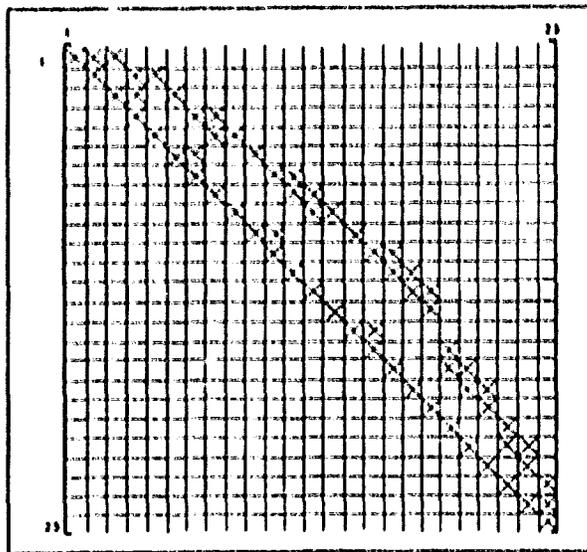


Figura 3.13 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al segundo procedimiento de numeración de los nodos principales.

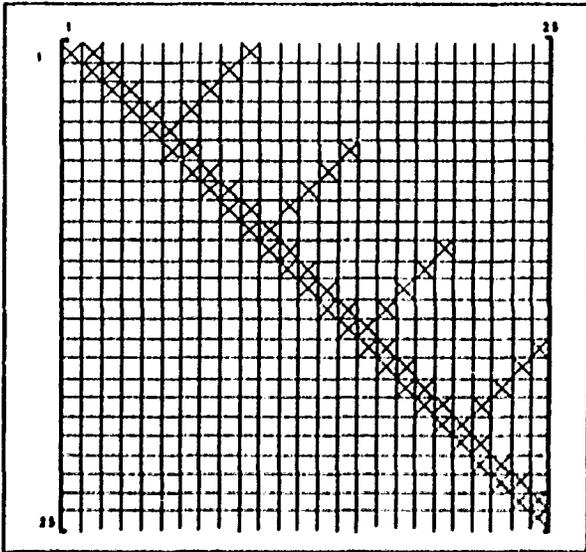


Figura 3.14 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al tercer procedimiento de numeración de los nodos principales.

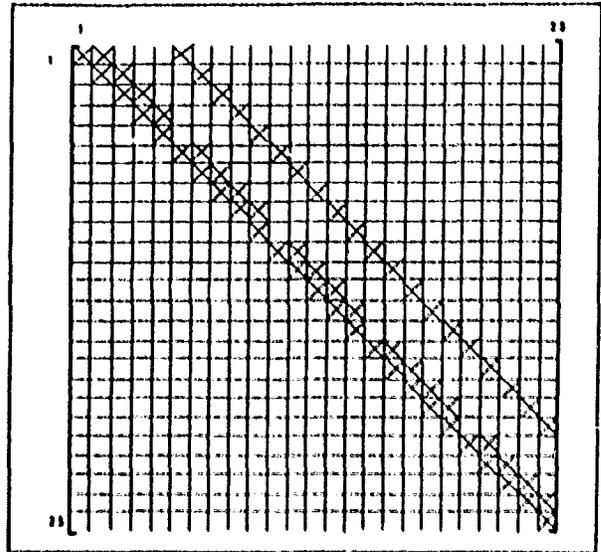


Figura 3.15 Perfil de la matriz de coeficientes correspondiente al cuarto procedimiento de numeración de los nodos principales.

Método de Cuthill-McKee

El método de Cuthill-McKee fue propuesto inicialmente para reducir la banda de la matriz, que posteriormente George³⁶ modificó para la reducción del perfil de la matriz, que consiste de los pasos siguientes para el caso de una *red conexas*:

1. Determina el *nodo principal periférico* a la cual se le asigna el número 1.
2. Para cada uno de los nodos principales, encuentra a todos los nodos principales no numerados conectados con un elemento y los numera en orden ascendente, de acuerdo al número de elementos conectados en cada nodo (grado del nodo), empezando con el de menor número de elementos conectados, y terminando con el nodo principal que tenga el mayor número de elementos conectados.
3. Se renumeran los nodos principales en forma inversa, empezando con el número de nodo principal mayor y terminando con el nodo principal número 1 encontrados en el paso número 2.

Una *red conexas* es aquella que cada uno de sus nodos puede comunicarse por medio de sus elementos con cualquier otro nodo de la red.

El *nodo principal periférico* se determina en base a un par de nodos principales que contienen la máxima *distancia*.

La *distancia* entre dos nodos principales, es igual al menor número de elementos con los cuales se logra la comunicación.

La *excentricidad* de un nodo principal x es igual la máxima distancia que puede existir con cualquier otro nodo principal.

El *diámetro* de una red se obtiene con la máxima excentricidad que existe en la red.

Entonces, el nodo periférico de una red se determina una vez que se encuentra el diámetro de la red.

El procedimiento para encontrar el *nodo principal periférico* es el siguiente:

1. Escoger un nodo principal arbitrario y asignarle nodo principal r .
2. Obtener la excentricidad del nodo principal r .
3. Escoger el nodo principal x de menor grado.
4. Obtener la excentricidad del nodo principal x .
5. Si la excentricidad del nodo principal x es mayor que la del nodo principal r , entonces al nodo principal x se le asigna nodo principal r y se repite el proceso desde el paso número 3.
6. Si la excentricidad del nodo principal x es menor o igual a la excentricidad del nodo principal r , entonces el nodo principal x es el nodo principal periférico.

La propuesta de numeración de los nodos principales consiste en aplicar primeramente la numeración preliminar que aquí se propone y enseguida, aplicar el método de numeración de Cuthil-McKee. Esto tiene la ventaja de que si la red no es conexa, al menos existirá una numeración preliminar que de alguna manera puede disminuir el número de elementos del perfil de la matriz de coeficientes.

3.11 SOLUCION NUMERICA

En el sistema de ecuaciones 3.39 se forma una matriz de coeficientes que puede ser llamada *cuasimétrica*. Una matriz *cuasimétrica* puede definirse como aquella matriz cuyos elementos ij diferentes de cero arriba de la diagonal, corresponden a elementos ji diferentes de cero abajo de la diagonal, es decir, es simétrica en estructura pero son diferentes los valores de sus elementos arriba y abajo de la diagonal.

Las matriz de coeficientes que se forma en el sistema de ecuaciones 3.39 también es porosa y sus elementos diferentes de cero son valores distintos en cada iteración. Por otro lado, en todos los ejemplos que se han resuelto, durante el proceso de solución usando eliminación gaussiana, se ha presentado un valor diferente de cero en la diagonal, esto demuestra que existe positividad definida. Esto no se ha comprobado matemáticamente ya que las funciones de las derivadas no se obtienen explícitamente, sino usando un procedimiento numérico.

En una matriz de coeficientes positiva definida se garantiza que no se presentarán ceros en los pivotes al tratar de factorizar la matriz o al efectuar la eliminación gaussiana en el proceso de solución del sistema de ecuaciones. Esto es, nunca se presentará la necesidad de intercambiar renglones que destruyan la *cuasimetría*.

El perfil de una matriz *cuasimétrica* se forma con el primer elemento superior no nulo de cada columna, y con el primer elemento izquierdo no nulo de cada fila, como se muestra en la siguiente matriz C

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2.5 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0.80 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1.9 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1.9 & 5 \end{bmatrix}$$

El primer elemento superior no nulo de cada columna j está ubicado en el renglón correspondiente al menor número de nodo principal a que está conectado el nodo principal j y el primer elemento izquierdo no nulo de cada renglón i está ubicado en la columna correspondiente al menor número de nodo principal a que está conectado el nodo principal i .

Con base en las características del sistema de ecuaciones 3.39, se propone encontrar la solución efectuando eliminación gaussiana únicamente en los elementos dentro del perfil de la matriz.

Se tendrá así, un ahorro en la capacidad de memoria de la computadora y en el número de pasos en la eliminación, con lo cual se pretende lograr una mayor rapidez de solución y la posibilidad

de resolver sistemas de ecuaciones más grandes.

Con los elementos dentro del perfil de la matriz C se puede formar una nueva matriz A de dos filas, la primera con los elementos de la diagonal y el perfil superior y la segunda fila con los elementos de la diagonal y el perfil inferior, a saber

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 3 & 0 & 2 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 2.5 & 6 & 0.80 & 3 & 0 & 1.9 & 5 & 1.9 \end{bmatrix}$$

La ventaja que se tiene al trabajar con la matriz A en lugar de la matriz C es que el número de elementos de la matriz A es menor al número de elementos de la matriz C .

Para relacionar a los elementos a_{mk} de la matriz A con los elementos c_{ij} de la matriz C , se construye el vector $[d_j]$ con los valores del subíndice k de los elementos de A correspondientes a los elementos de la diagonal principal de la matriz C

$$[d_j] = [1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 9 \ 11]$$

donde el número de elementos de $[d_j]$ es igual al número de columnas de C más uno. El último elemento de $[d_j]$ es igual al número de columnas de A más uno.

Los elementos ij del perfil superior de la matriz C se relacionan con los elementos $1k$ de la matriz A con la ecuación

$$k = d_j + j - i \quad (3.70)$$

y los elementos ij del perfil inferior de la matriz C se relacionan con los elementos $2k$ de la matriz A con la ecuación

$$k = d_j + i - j \quad (3.71)$$

i indica renglones de C , $i = 1, 2 \dots n$

j indica columna de C , $j = 1, 2 \dots n$

Los subíndice ij de los elementos del perfil superior de la matriz C deben cumplir con la relación

$$j \geq i \geq j - (d_{j,1} - d_j) + 1 \quad (3.72)$$

y los subíndice ij de los elementos del perfil inferior de la matriz C deben cumplir con la ecuación

$$i \geq j \geq i - (d_{j,1} - d_j) + 1 \quad (3.73)$$

El procedimiento para aplicar este método de solución consiste en encontrar primeramente el perfil de la matriz C y el vector d_j . El perfil de la matriz C se obtiene en función de la geometría de la red. Enseguida, con la ayuda de las ecuaciones 3.70 y 3.71 se forma la matriz A

La solución numérica se obtiene aplicando eliminación gaussiana a la matriz C en forma indirecta; esto es, usando la matriz transformada A y relacionando sus elementos con la matriz C con la ayuda de las ecuaciones 3.70 y 3.71.

4. COMPARACION DE RESULTADOS

Para comprobar la viabilidad y las ventajas del modelo integral que se propone en este trabajo para la simulación hidráulica de redes de agua potable, se desarrolló el programa de cómputo MIRAP (Modelación Integral de Redes de Agua Potable), cuyas características generales se describen en el apéndice B.

Se resolvieron varios ejemplos obteniéndose buena convergencia en todos los procesos iterativos que involucra el modelo como son en las tomas domiciliarias, las cuerdas, la red primaria, la red secundaria y en el proceso que engloba a estos dos tipos de red.

Al obtenerse buena convergencia en la solución de las tomas domiciliarias y las *cuerdas* se comprueba la viabilidad del uso de este concepto que se introduce en este trabajo.

Al lograrse también buena convergencia en la solución de la red primaria, red secundaria y el proceso que engloba a estos dos tipos de redes, se verifica que existe funcionalidad del criterio empleado para la solución de grandes sistemas de ecuaciones, ya que existe un ahorro considerable de memoria de la computadora.

4.1 APLICACION DEL MODELO

La aplicación del modelo se probó para varios casos particulares como son redes con o sin *nodos principales*, redes conexas y no conexas, tramos de tubos con o sin tomas domiciliarias y sistemas de agua potable con o sin red secundaria, de tal suerte que también se puede modelar de la manera convencional (curva de demandas) tomando en cuenta ya sea únicamente a la red primaria o incluyendo a la red secundaria pero con la ventaja de que no se incrementa el número de ecuaciones ya que los dos tipos de redes se resuelven por separado y la solución se logra resolviendo varias veces dichas redes.

Con el propósito de probar las diferentes aplicaciones del Modelo Integral de Redes de Agua Potable, la viabilidad y ventajas del mismo, se resolvieron varios ejemplos teóricos de posibles redes de agua potable utilizando dicho modelo en una computadora personal con procesador 486 DX II de 66 Mhz. En las figuras 4.1 a 4.6 se muestran las configuraciones de las redes y los resultados del funcionamiento hidráulico de 8 ejemplos resueltos.

En la tabla 4.1 se muestran las características generales de dichos ejemplos sobre los tipos de elementos que se modelan, tiempos de cálculo, tolerancias de correcciones máximas permitidas, número de iteraciones máximas y mínimas realizadas en la solución de los diferentes elementos de la red, mismas que se indican con detalle en las tablas 4.2 a 4.8. En todos los casos resueltos se aprecia que los tiempos de cálculo y el número de iteraciones son razonablemente bajos. Se usó la curva de operación de las tomas correspondiente a la máxima demanda obtenida de las mediciones realizadas en El Paraje.

A continuación se da una breve explicación sobre cada uno de los ejemplos resueltos.

Ejemplo No. 1

La red de agua potable que se muestra en la figura 4.1 consta de 8 subredes secundarias cuyos diámetros de los tubos son de 2 pulgadas y cada tramo de tubo tiene 20 tomas conectadas. Los tubos de la red primaria son de 6 pulgadas de diámetro con tomas domiciliarias conectadas en algunos de los tramos. El material de los tubos es de polietileno de alta densidad en toda la red.

Ejemplo No. 2

La red de agua potable que se muestra en la figura 4.2 es una variante del ejemplo número 1 eliminando en la simulación a las tomas y a la red secundaria, tal como se haría con el procedimiento empleado en los modelos actuales. Con el propósito de poder comparar a los dos procedimientos, se tomó un consumo total de 27.17 l/s igual al que se obtiene en el ejemplo número 1.

En todos los casos cuando no existe una red secundaria, la solución se obtiene en la primera iteración global. Sin embargo, la lógica del programa de cómputo está diseñado para que existan subredes secundarias, es por ello que se necesita una segunda iteración global (ver tabla 4.3) para identificar que no hubo variaciones de las energías en los nodos como consecuencia de alguna influencia de la red secundaria.

Ejemplo No. 3

La red de agua potable cuyas características geométricas se muestran en la figura 4.3 representa el caso cuando existen extremos de la red relativamente alejados de los puntos por donde ingresa el agua a la red. En los tramos 2 y 4, en cada uno existen 70 tomas domiciliarias y un número x de habitantes.

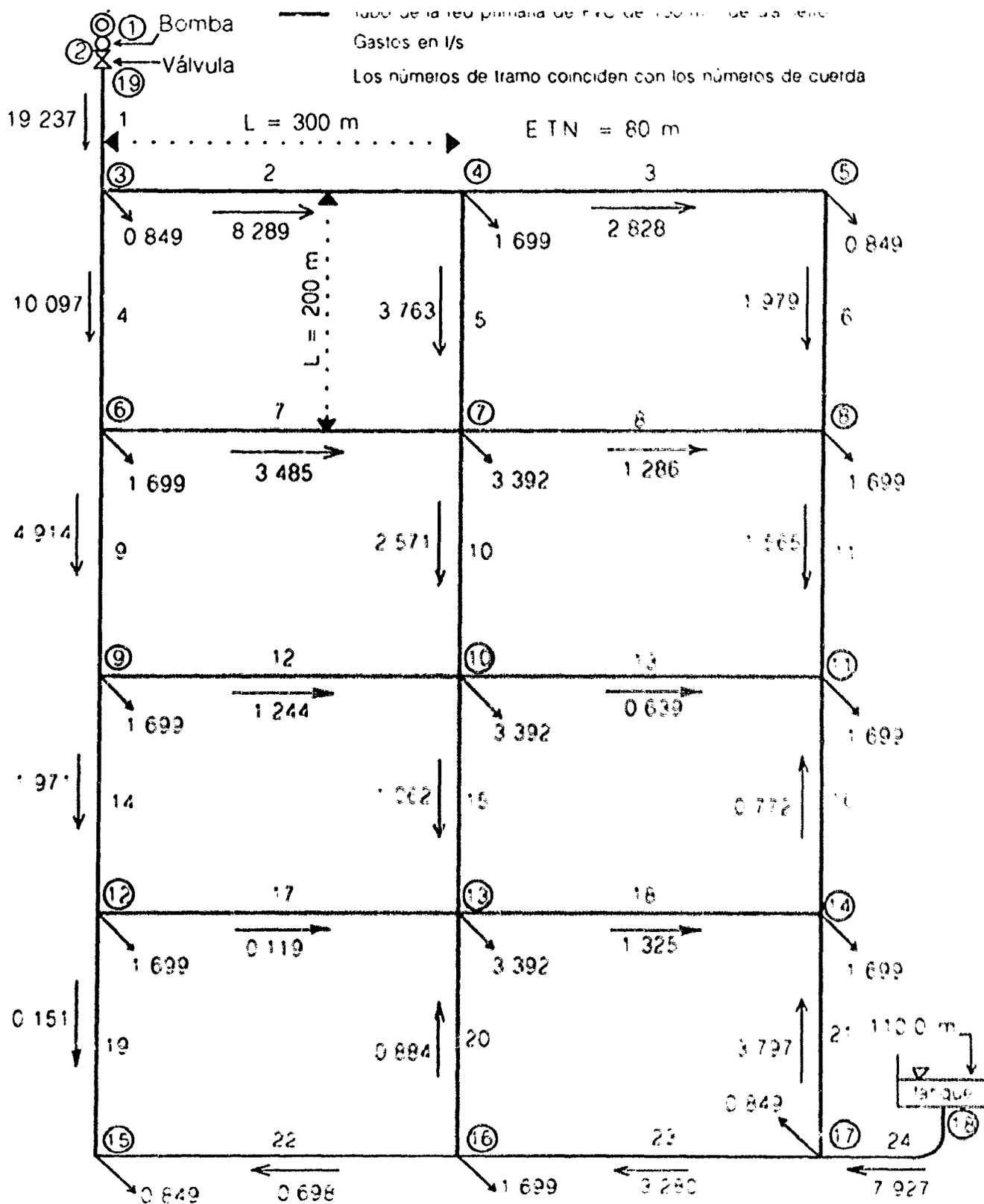


Figura 4.2 Red de agua potable del ejemplo número 2.

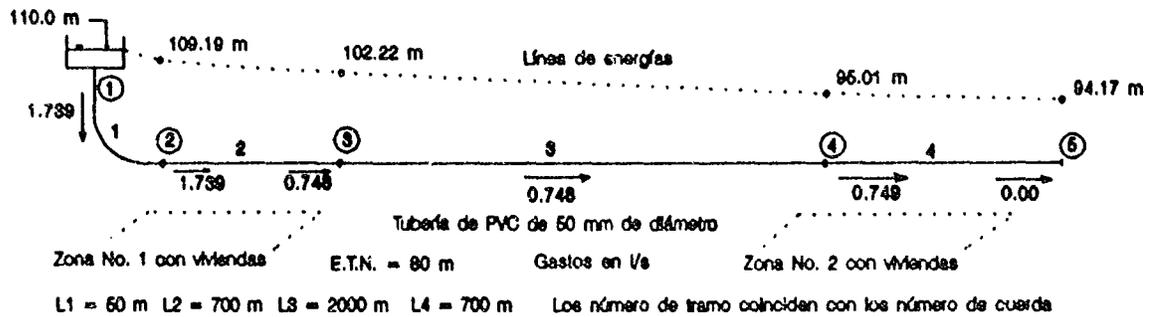


Figura 4.3 Red de agua potable del ejemplo número 3.

Ejemplo No. 4

La figura 4.4 es una variante de la red del ejemplo número 3 eliminando en la simulación a las tomas domiciliarias, tal como se procede en los modelos actuales. Asimismo, en los tramos 2 y 4 se tomó un mismo consumo ya que en los dos existen un mismo número de habitantes. El consumo total de 1.74 l/s es igual al que se obtiene en el ejemplo número 3.

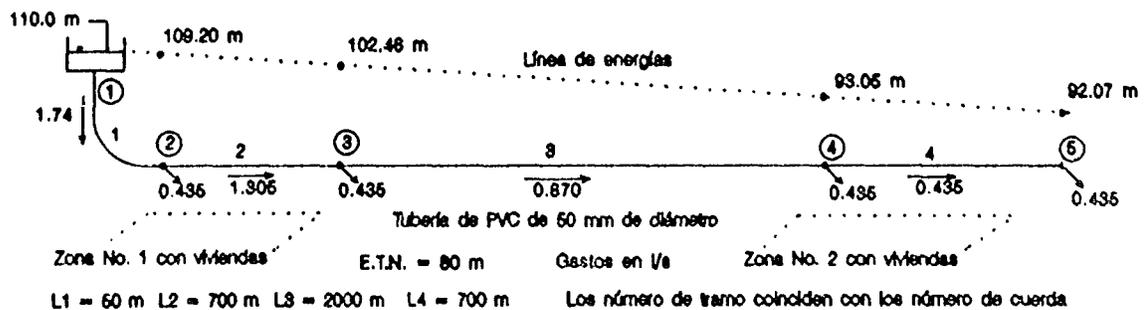


Figura 4.4 Red de agua potable del ejemplo número 4.

Ejemplo No. 5

La red de tubos de la figura 4.5 es un caso especial, donde existe sólo una cuerda en la red primaria (al igual que en los ejemplos 6 y 7) en la cual no existe un punto extremo de la red, por lo que en ella no existe ningún nodo principal. Los tubos 4 y 6 pertenecen a la subred secundaria número 1 donde los dos extremos del tubo número 4 se conectan a la cuerda de la red primaria, por lo que el nodo número 6 es el único nodo principal de la subred secundaria.

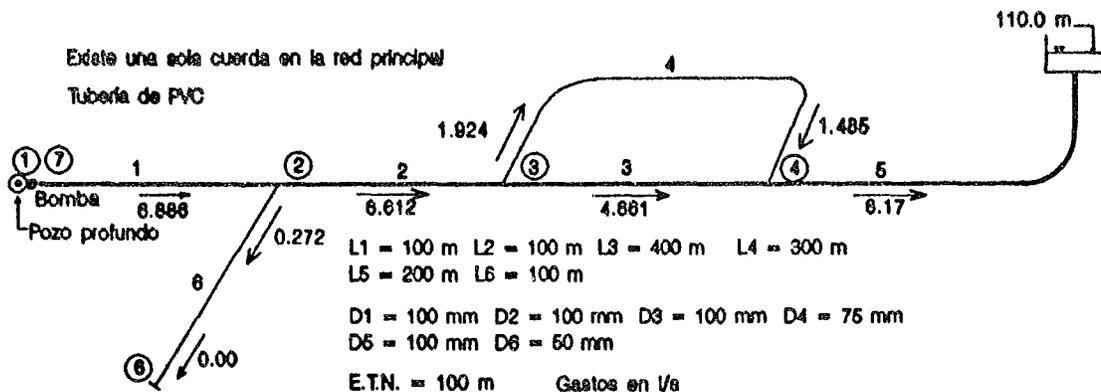


Figura 4.5 Red de agua potable del ejemplo número 5.

Ejemplo No. 6

En la figura 4.6 se muestra una variante del ejemplo número 5 donde los tubos número 4 y 5 pertenecen a la subred secundaria número 1 formando una subred desconectada.

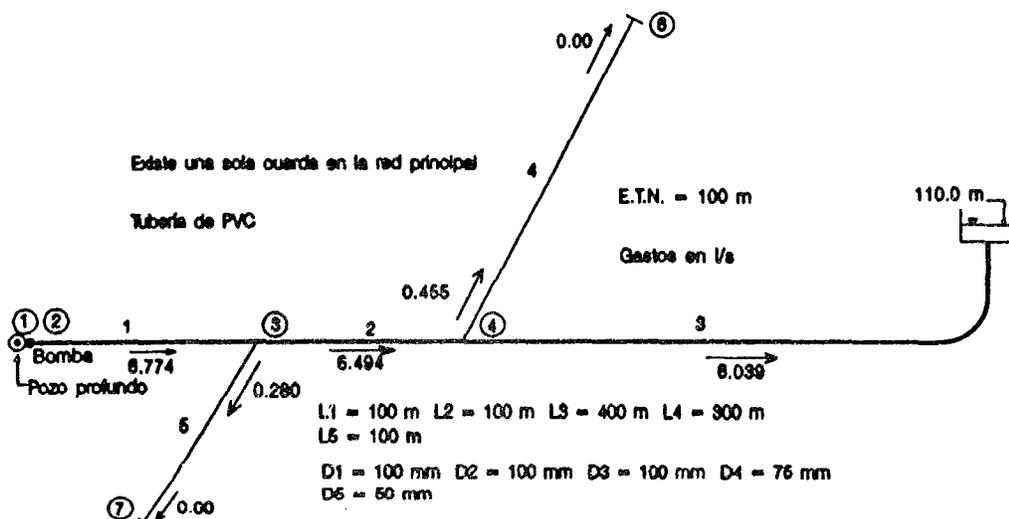


Figura 4.6 Red de agua potable del ejemplo número 6.

Ejemplo No. 7

La red que se muestra en la figura 4.7 tiene el propósito de mostrar la aplicación del modelo para el caso de que existe un tanque hidroneumático o una descarga libre como dos tipos de elementos de frontera diferentes a los pozos profundos y tanques atmosféricos existentes en los ejemplos 1 a 6.

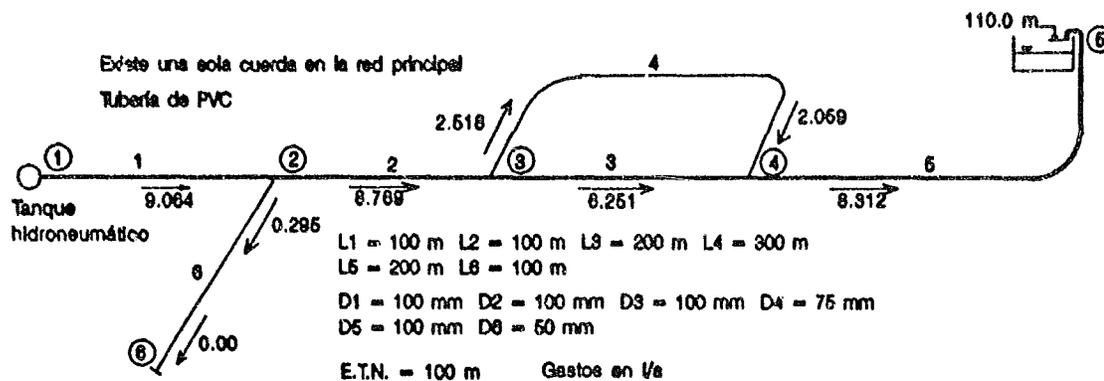


Figura 4.7 Red de agua potable del ejemplo número 7.

Ejemplo No. 8

En la figura 4.8 se muestra el esquema de la red primaria de agua potable que consta de 100 subredes secundarias ubicadas en las áreas enumeradas, con un total de 2,470 tramos, 25,500 tomas y 1,271 nodos.

Con el propósito de simplificar la captura de datos, se consideró la misma geometría en cada una de las subredes secundarias, según se indica en la figura 4.9, con tramos de tubo de 76 mm de diámetro y 15 tomas domiciliarias conectadas en cada uno de ellos.

En la red primaria se consideró que en el circuito externo los tramos de tubo son de 400 mm de diámetro y de 200 mm en el resto.

La información sobre las subredes con la numeración de nodos y tramos incluyendo a las cuerdas, se muestran en las figuras 4.11 a la 4.30.

El propósito de este ejemplo es mostrar la convergencia del modelo en la solución de una red de agua potable relativamente grande con relación a las dimensiones de los ejemplos 1 a 7 y

destacar las ventajas que tiene con respecto de los modelos convencionales con relación al uso de memoria de computadora.

La red del ejemplo número 8, se resolvió en varias ocasiones a medida que se fueron capturando los datos de la red primaria y las subredes secundarias; esto con el propósito de analizar la convergencia del modelo en función de la dimensión de la red.

En la tabla 4.9 se muestran los resultados de las diferentes corridas del ejemplo en función del número de subredes, indicando las iteraciones promedio y el tiempo de cálculo. En esta tabla se indica el número de iteraciones en la red primaria y subred secundaria número 13, tomada como una referencia del total de subredes. Cabe aclarar que estos resultados corresponden a las tolerancias indicadas en la tabla 4.1 y utilizando una computadora personal con procesador 486 DX2 Intel a 66 MHz.

En la gráfica de la figura número 4.10 se muestran 3 curvas que relacionan al número de nodos con 3 variables: el tiempo de cálculo, número de iteraciones globales y un índice del tiempo de cálculo. Este índice es igual al tiempo de cálculo entre el número de nodos.

Como puede verse, la tendencia de estas curvas muestran que no existe un aumento exagerado del tiempo de cálculo y del número de iteraciones globales en función del crecimiento de la red.

Cabe aclarar que estos resultados corresponden a una computadora de baja velocidad y tomando en la red primaria los gastos de la red secundaria correspondientes a la actual iteración global, sin embargo, este tiempo puede reducirse sustancialmente usando computadoras personales de mayor velocidad, tales como las Pentium y 686 con velocidades hasta de 200 Mhz. Tomando en la red primaria un promedio de gastos de la red secundaria correspondientes a la actual y anterior iteración global, el número de iteraciones globales también pueden bajar, ya que de esta manera se disminuye el problema de oscilación en el proceso de solución numérica, lo cual se presenta cuando la red secundaria es sensible a los cambios de energía de la red primaria. Cabe señalar que este promedio de gastos no afecta la solución final de la red, ya que al estar cerca de la solución, los gastos de la actual iteración global y los gastos promediados son prácticamente iguales. Tomando este cambio y una computadora 586 AMD a 133 Mhz la corrida del ejemplo para 13,133 nodos (ver figura 4.10) el número de iteraciones globales fue el mismo anterior igual a 4, pero el tiempo de cálculo bajó de 45 min 15 s a 17 min 30 s. La corrida para 26,771 nodos el número de iteraciones globales bajó de 7 a 6 y el tiempo de cálculo de 149 min 03 s a 60 min 32 segundos.

T

1	2	3	4	17	31	43	57	73	91
5	6	7	8	22	32	44	58	74	92
9	10	11	12	23	33	45	59	75	93
13	14	15	16	24	34	46	60	76	94
18	19	20	21	25	35	47	61	77	95
25	27	28	29	30	36	48	62	78	96
37	38	39	40	41	42	49	63	79	97
50	51	52	53	54	55	56	64	80	98
65	66	67	68	69	70	71	72	81	99
82	83	84	85	86	87	88	89	90	100

Figura 4.8 Red primaria de agua potable del ejemplo número 8.

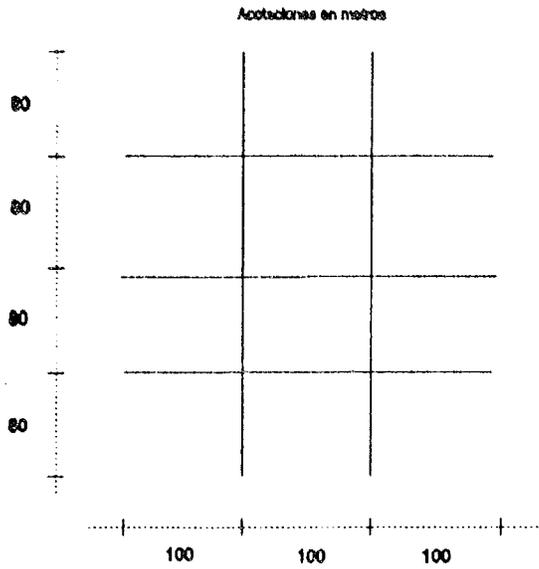


Figura 4.9 Geometría de cada una de las subredes secundarias del ejemplo número 8.

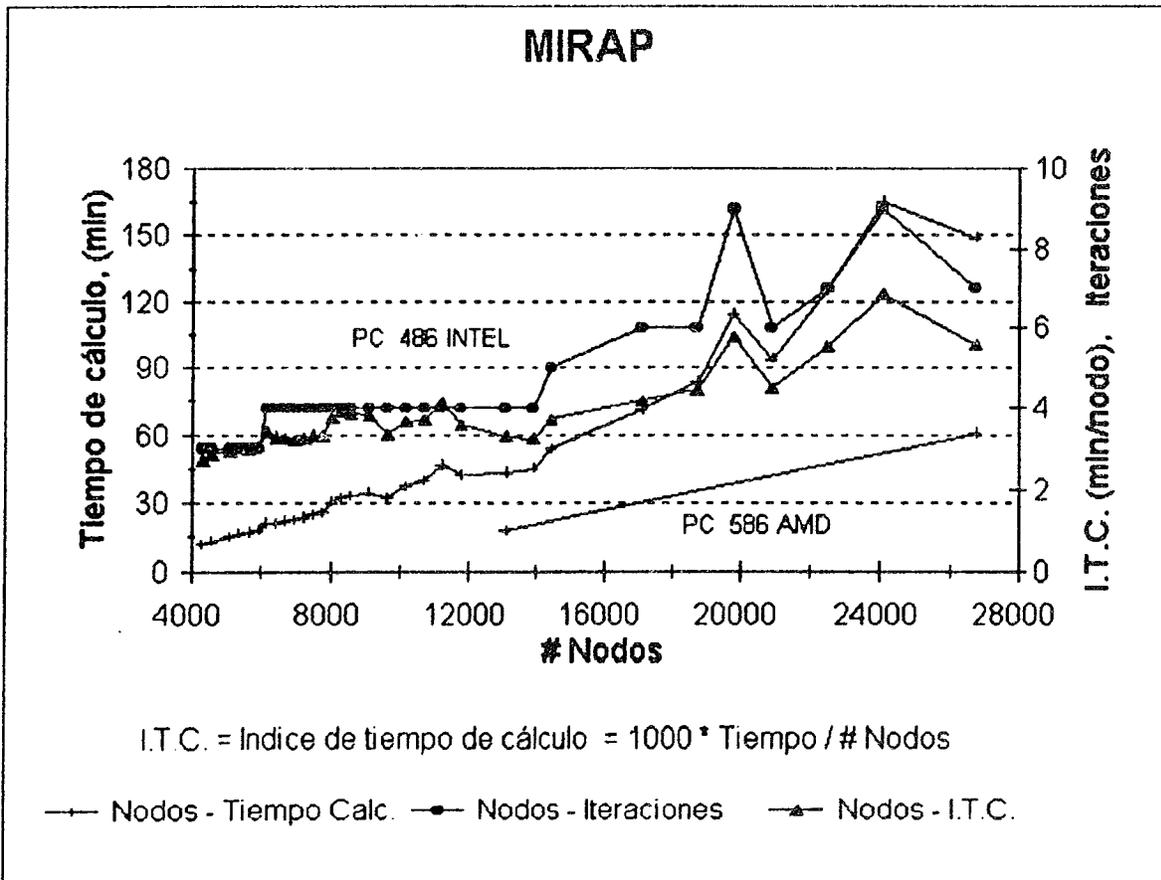


Figura 4.10 Simulación de la red de agua potable del ejemplo número 8.

	1	2	2	3	3	4	32	21	33	22	34	23
4	5	1	6	7	8	9	35	5	36	37	38	39
5	10	11	12	13	14	15	35	24	32	25	40	26
11	12	1	13	14	15	16	41	2	42	43	44	45
9	15	10	16	11	17	12	44	27	45	28	46	29
2	18	19	20	21	22	23	47	3	48	49	6	50
13	22	14	23	15	24	16	50	30	51	31	52	32
25	26	27	28	29	30	31	53	32	54	33	55	34
17	29	18	30	19	31	20	56	33	57	34	58	35
113	114	4	115	116	117	118	141	7	142	143	144	145
66	117	67	118	68	119	69	144	82	145	83	146	84
120	121	5	122	123	124	125	147	6	148	149	150	151
70	124	71	125	72	126	73	150	85	151	86	152	87
14	127	128	129	130	131	132	153	15	154	155	17	156
74	131	75	132	76	133	77	156	88	157	89	158	90
134	135	136	137	138	139	140	159	91	160	92	161	93
78	138	79	139	80	140	81	162	91	163	92	164	93
213	214	16	215	216	217	218	241	18	242	243	244	245
117	217	118	218	119	219	120	244	133	245	134	246	135
220	221	9	222	223	224	225	247	10	248	249	250	251
121	224	122	225	123	226	124	250	136	251	137	252	138
22	227	228	229	230	231	232	253	23	254	255	25	256
125	231	126	232	127	233	128	256	139	257	140	258	141
234	235	236	237	238	239	240	259	142	260	143	261	144
129	238	130	239	131	240	132	262	142	263	143	264	144
		24							26			

Figura 4.11 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8

	52	36	60	37	61	38	86	51	87	52	88	53
		62	8 63		64		89		11 90		91	
	65	39	66	40	67	41	92	54	93	55	94	56
		68	3 69		70		95		4 96		97	
	71	42	72	43	73	44	98	57	99	58	100	59
6		74		75	76		9 101		102		103	12
	77	45	78	46	79	47	104	60	105	61	106	62
		80		81	82		107		108		109	
	83	48	84	49	85	50	110	63	111	64	112	65
		165	10 166		167		189		13 190		191	
	168	94	169	95	170	96	192	105	193	106	194	107
		171	7 172		173		195		8 196		197	
	174	97	175	98	176	99	198	108	199	109	200	110
17		177		178	179		19 201		202		203	21
	180	100	181	101	182	102	204	111	205	112	206	113
		183		184	185		207		208		209	
	186	103	187	104	188	169	210	114	211	115	212	116
		265	20 266		267		289		40 290		291	
	268	145	269	146	270	147	292	157	293	158	294	159
		271	11 272		273		295		12 296		297	
	274	148	275	149	276	150	298	160	299	161	300	162
25		277		278	279		27 301		302		303	29
	280	151	281	152	282	153	304	163	305	164	306	165
		283		284	285		307		308		309	
	286	154	287	155	288	156	310	166	311	167	312	168
			28						30			

Figura 4.12 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

	<u>273</u>	274	<u>414</u>	275	<u>415</u>	276	<u>760</u>	401	<u>761</u>	402	<u>762</u>	403
	<u>416</u>		41	<u>417</u>		<u>418</u>		<u>763</u>	72	<u>764</u>		<u>765</u>
	<u>419</u>	277	<u>420</u>	278	<u>421</u>	279	<u>766</u>	404	<u>767</u>	405	<u>768</u>	406
	<u>422</u>		17	<u>423</u>		<u>424</u>		<u>769</u>	31	<u>770</u>		<u>771</u>
	<u>425</u>	280	<u>426</u>	281	<u>427</u>	282	<u>772</u>	407	<u>773</u>	408	<u>774</u>	409
12	<u>428</u>			<u>429</u>		<u>430</u>	42	<u>775</u>		<u>776</u>		<u>777</u>
	<u>431</u>	283	<u>432</u>	284	<u>433</u>	285	<u>778</u>	410	<u>779</u>	411	<u>780</u>	412
	<u>434</u>			<u>435</u>		<u>436</u>		<u>781</u>		<u>782</u>		<u>783</u>
	<u>437</u>	286	<u>438</u>	287	<u>439</u>	288	<u>784</u>	413	<u>785</u>	414	<u>786</u>	415
	<u>540</u>		43	<u>541</u>		<u>542</u>		<u>787</u>	74	<u>788</u>		<u>789</u>
	<u>543</u>	289	<u>544</u>	290	<u>545</u>	291	<u>790</u>	416	<u>791</u>	417	<u>792</u>	418
	<u>546</u>		22	<u>547</u>		<u>548</u>		<u>793</u>	32	<u>794</u>		<u>795</u>
	<u>549</u>	292	<u>550</u>	293	<u>551</u>	294	<u>796</u>	419	<u>797</u>	420	<u>798</u>	421
21	<u>552</u>			<u>553</u>		<u>554</u>	53	<u>799</u>		<u>800</u>		<u>801</u>
	<u>555</u>	295	<u>556</u>	296	<u>557</u>	297	<u>802</u>	422	<u>803</u>	423	<u>804</u>	424
	<u>558</u>			<u>559</u>		<u>560</u>		<u>805</u>		<u>806</u>		<u>807</u>
	<u>561</u>	298	<u>562</u>	299	<u>563</u>	300	<u>808</u>	425	<u>809</u>	426	<u>810</u>	427
	<u>564</u>		54	<u>565</u>		<u>566</u>		<u>811</u>	76	<u>812</u>		<u>813</u>
	<u>567</u>	301	<u>568</u>	302	<u>569</u>	303	<u>814</u>	428	<u>815</u>	429	<u>816</u>	430
	<u>570</u>		23	<u>571</u>		<u>572</u>		<u>817</u>	33	<u>818</u>		<u>819</u>
	<u>573</u>	304	<u>574</u>	305	<u>575</u>	306	<u>820</u>	431	<u>821</u>	432	<u>822</u>	433
29	<u>576</u>			<u>577</u>		<u>578</u>	55	<u>823</u>		<u>824</u>		<u>825</u>
	<u>579</u>	307	<u>580</u>	308	<u>581</u>	309	<u>826</u>	434	<u>827</u>	435	<u>828</u>	436
	<u>582</u>			<u>583</u>		<u>584</u>		<u>829</u>		<u>830</u>		<u>831</u>
	<u>585</u>	310	<u>586</u>	311	<u>587</u>	312	<u>832</u>	437	<u>833</u>	438	<u>834</u>	439
			56						78			

Figura 4.13 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

	<u>1055</u>	<u>552</u>	<u>1056</u>	<u>553</u>	<u>1057</u>	<u>554</u>	<u>1494</u>	<u>727</u>	<u>1495</u>	<u>728</u>	<u>1496</u>	<u>729</u>
	<u>1058</u>	98	<u>1059</u>		<u>1060</u>		<u>1398</u>		128	<u>1399</u>		<u>1400</u>
	<u>1061</u>	<u>555</u>	<u>1062</u>	<u>556</u>	<u>1063</u>	<u>557</u>	<u>1401</u>	<u>730</u>	<u>1402</u>	<u>731</u>	<u>1403</u>	<u>732</u>
	<u>1064</u>	43	<u>1065</u>		<u>1066</u>		<u>1404</u>		57	<u>1405</u>		<u>1406</u>
	<u>1067</u>	<u>558</u>	<u>1068</u>	<u>559</u>	<u>1069</u>	<u>560</u>	<u>1407</u>	<u>733</u>	<u>1408</u>	<u>734</u>	<u>1409</u>	<u>735</u>
73	<u>1070</u>		<u>1071</u>		<u>1072</u>		99	<u>1410</u>		<u>1411</u>		<u>1412</u>
	<u>1073</u>	<u>561</u>	<u>1074</u>	<u>562</u>	<u>1075</u>	<u>563</u>	<u>1413</u>	<u>736</u>	<u>1414</u>	<u>737</u>	<u>1415</u>	<u>738</u>
	<u>1076</u>		<u>1077</u>		<u>1078</u>		<u>1416</u>		<u>1417</u>		<u>1418</u>	
	<u>1079</u>	<u>564</u>	<u>1080</u>	<u>565</u>	<u>1081</u>	<u>566</u>	<u>1419</u>	<u>739</u>	<u>1420</u>	<u>740</u>	<u>1421</u>	<u>741</u>
	<u>1082</u>	100	<u>1083</u>		<u>1084</u>		<u>1422</u>		130	<u>1423</u>		<u>1424</u>
	<u>1085</u>	<u>567</u>	<u>1086</u>	<u>568</u>	<u>1087</u>	<u>569</u>	<u>1425</u>	<u>742</u>	<u>1426</u>	<u>743</u>	<u>1427</u>	<u>744</u>
	<u>1088</u>	44	<u>1089</u>		<u>1090</u>		<u>1428</u>		58	<u>1429</u>		<u>1430</u>
	<u>1091</u>	<u>570</u>	<u>1092</u>	<u>571</u>	<u>1093</u>	<u>572</u>	<u>1431</u>	<u>745</u>	<u>1432</u>	<u>746</u>	<u>1433</u>	<u>747</u>
75	<u>1094</u>		<u>1095</u>		<u>1096</u>		101	<u>1434</u>		<u>1435</u>		<u>1436</u>
	<u>1097</u>	<u>573</u>	<u>1098</u>	<u>574</u>	<u>1099</u>	<u>575</u>	<u>1437</u>	<u>748</u>	<u>1438</u>	<u>749</u>	<u>1439</u>	<u>750</u>
	<u>1100</u>		<u>1101</u>		<u>1102</u>		<u>1440</u>		<u>1441</u>		<u>1442</u>	
	<u>1103</u>	<u>576</u>	<u>1104</u>	<u>577</u>	<u>1105</u>	<u>578</u>	<u>1443</u>	<u>751</u>	<u>1444</u>	<u>752</u>	<u>1445</u>	<u>753</u>
	<u>1106</u>	102	<u>1107</u>		<u>1108</u>		<u>1446</u>		132	<u>1447</u>		<u>1448</u>
	<u>1109</u>	<u>579</u>	<u>1110</u>	<u>580</u>	<u>1111</u>	<u>581</u>	<u>1449</u>	<u>754</u>	<u>1450</u>	<u>755</u>	<u>1451</u>	<u>756</u>
	<u>1112</u>	45	<u>1113</u>		<u>1114</u>		<u>1452</u>		59	<u>1453</u>		<u>1454</u>
	<u>1115</u>	<u>582</u>	<u>1116</u>	<u>583</u>	<u>1117</u>	<u>584</u>	<u>1455</u>	<u>757</u>	<u>1456</u>	<u>758</u>	<u>1457</u>	<u>759</u>
77	<u>1118</u>		<u>1119</u>		<u>1120</u>		103	<u>1458</u>		<u>1459</u>		<u>1460</u>
	<u>1121</u>	<u>585</u>	<u>1122</u>	<u>586</u>	<u>1123</u>	<u>587</u>	<u>1461</u>	<u>760</u>	<u>1462</u>	<u>761</u>	<u>1463</u>	<u>762</u>
	<u>1124</u>		<u>1125</u>		<u>1126</u>		<u>1464</u>		<u>1465</u>		<u>1466</u>	
	<u>1127</u>	<u>588</u>	<u>1128</u>	<u>589</u>	<u>1129</u>	<u>590</u>	<u>1467</u>	<u>763</u>	<u>1468</u>	<u>764</u>	<u>1469</u>	<u>765</u>
		104							134			

Figura 4.14 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

	<u>1799</u>	<u>226</u>	<u>1730</u>	<u>927</u>	<u>1791</u>	<u>928</u>	<u>2228</u>	<u>1149</u>	<u>2229</u>	<u>1150</u>	<u>2230</u>	<u>1151</u>
	<u>1732</u>	162	<u>1793</u>		<u>1734</u>		<u>2231</u>		200	<u>2232</u>		<u>2233</u>
	<u>1795</u> <u>929</u>	<u>1796</u> <u>930</u>		<u>1797</u> <u>931</u>		<u>2234</u> <u>1152</u>		<u>2235</u> <u>1153</u>		<u>2236</u> <u>1154</u>		
	<u>1798</u>	73	<u>1799</u>		<u>1800</u>		<u>2237</u>		91	<u>2238</u>		<u>2239</u>
	<u>1801</u> <u>932</u>	<u>1802</u> <u>933</u>		<u>1803</u> <u>934</u>		<u>2240</u> <u>1155</u>		<u>2241</u> <u>1156</u>		<u>2242</u> <u>1157</u>		
129	<u>1804</u>		<u>1805</u>		<u>1806</u>	163	<u>2243</u>			<u>2244</u>		<u>2245</u>
	<u>1807</u> <u>935</u>	<u>1808</u> <u>936</u>		<u>1809</u> <u>937</u>		<u>2246</u> <u>1158</u>		<u>2247</u> <u>1159</u>		<u>2248</u> <u>1160</u>		
	<u>1810</u>		<u>1811</u>		<u>1812</u>		<u>2249</u>			<u>2250</u>		<u>2251</u>
	<u>1813</u> <u>938</u>	<u>1814</u> <u>939</u>		<u>1815</u> <u>940</u>		<u>2252</u> <u>1161</u>		<u>2253</u> <u>1162</u>		<u>2254</u> <u>1163</u>		
	<u>1816</u>	164	<u>1817</u>		<u>1818</u>		<u>2255</u>		202	<u>2256</u>		<u>2257</u>
	<u>1819</u> <u>941</u>	<u>1820</u> <u>942</u>		<u>1821</u> <u>943</u>		<u>2258</u> <u>1164</u>		<u>2259</u> <u>1165</u>		<u>2260</u> <u>1166</u>		
	<u>1822</u>	74	<u>1823</u>		<u>1824</u>		<u>2261</u>		92	<u>2262</u>		<u>2263</u>
	<u>1825</u> <u>944</u>	<u>1826</u> <u>945</u>		<u>1827</u> <u>946</u>		<u>2264</u> <u>1167</u>		<u>2265</u> <u>1168</u>		<u>2266</u> <u>1169</u>		
131	<u>1828</u>		<u>1829</u>		<u>1830</u>	165	<u>2267</u>			<u>2268</u>		<u>2269</u>
	<u>1831</u> <u>947</u>	<u>1832</u> <u>948</u>		<u>1833</u> <u>949</u>		<u>2270</u> <u>1170</u>		<u>2271</u> <u>1171</u>		<u>2272</u> <u>1172</u>		
	<u>1834</u>		<u>1835</u>		<u>1836</u>		<u>2273</u>			<u>2274</u>		<u>2275</u>
	<u>1837</u> <u>950</u>	<u>1838</u> <u>951</u>		<u>1839</u> <u>952</u>		<u>2276</u> <u>1173</u>		<u>2277</u> <u>1174</u>		<u>2278</u> <u>1175</u>		
	<u>1840</u>	166	<u>1841</u>		<u>1842</u>		<u>2279</u>		204	<u>2280</u>		<u>2281</u>
	<u>1843</u> <u>953</u>	<u>1844</u> <u>954</u>		<u>1845</u> <u>955</u>		<u>2282</u> <u>1176</u>		<u>2283</u> <u>1177</u>		<u>2284</u> <u>1178</u>		
	<u>1846</u>	75	<u>1847</u>		<u>1848</u>		<u>2285</u>		93	<u>2286</u>		<u>2287</u>
	<u>1849</u> <u>956</u>	<u>1850</u> <u>957</u>		<u>1851</u> <u>958</u>		<u>2288</u> <u>1179</u>		<u>2289</u> <u>1180</u>		<u>2290</u> <u>1181</u>		
133	<u>1852</u>		<u>1853</u>		<u>1854</u>	167	<u>2291</u>			<u>2292</u>		<u>2293</u>
	<u>1855</u> <u>959</u>	<u>1856</u> <u>960</u>		<u>1857</u> <u>961</u>		<u>2294</u> <u>1182</u>		<u>2295</u> <u>1183</u>		<u>2296</u> <u>1184</u>		
	<u>1858</u>		<u>1859</u>		<u>1860</u>		<u>2297</u>			<u>2298</u>		<u>2299</u>
	<u>1861</u> <u>962</u>	<u>1862</u> <u>963</u>		<u>1863</u> <u>964</u>		<u>2300</u> <u>1185</u>		<u>2301</u> <u>1186</u>		<u>2302</u> <u>1187</u>		
		168							206			

Figura 4.16 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		24			26		
<u>313</u>	<u>314</u>	<u>315</u>	<u>316</u>	<u>341</u>	<u>342</u>	<u>343</u>	
170	<u>317</u> 171	<u>318</u> 172	<u>319</u> 173	<u>344</u> 186	<u>345</u> 187	<u>346</u> 188	
<u>320</u>	<u>321</u>	13 <u>322</u>	<u>323</u>	<u>347</u>	14 <u>348</u>	<u>349</u>	
174	<u>324</u> 175	<u>325</u> 176	<u>326</u> 177	<u>350</u> 189	<u>351</u> 190	<u>352</u> 191	
<u>327</u>	31 <u>328</u>	<u>329</u>	<u>330</u>	32 <u>353</u>	<u>354</u>	<u>355</u>	34
178	<u>331</u> 179	<u>332</u> 180	<u>333</u> 181	<u>356</u> 192	<u>357</u> 193	<u>358</u> 194	
<u>334</u>	<u>335</u>	<u>336</u>	<u>337</u>	<u>359</u>	<u>360</u>	<u>361</u>	
182	<u>338</u> 183	<u>339</u> 184	<u>340</u> 185	<u>362</u> 195	<u>363</u> 196	<u>364</u> 197	
<u>440</u>	<u>441</u>	33 <u>442</u>	<u>443</u>	<u>468</u>	35 <u>469</u>	<u>470</u>	
222	<u>444</u> 223	<u>445</u> 224	<u>446</u> 225	<u>471</u> 238	<u>472</u> 239	<u>473</u> 240	
<u>465</u>	<u>447</u>	18 <u>448</u>	<u>449</u>	<u>474</u>	19 <u>475</u>	<u>476</u>	
226	<u>450</u> 227	<u>451</u> 228	<u>452</u> 229	<u>477</u> 241	<u>478</u> 242	<u>479</u> 243	
<u>466</u>	44 <u>453</u>	<u>454</u>	<u>455</u>	45 <u>480</u>	<u>481</u>	<u>482</u>	47
230	<u>456</u> 231	<u>457</u> 232	<u>458</u> 233	<u>483</u> 244	<u>484</u> 245	<u>485</u> 246	
<u>467</u>	<u>459</u>	<u>460</u>	<u>461</u>	<u>486</u>	<u>487</u>	<u>488</u>	
234	<u>462</u> 235	<u>463</u> 236	<u>464</u> 237	<u>489</u> 247	<u>490</u> 248	<u>491</u> 249	
		46			48		

Figura 4.16 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		28			30		
	<u>365</u>	<u>366</u>	<u>367</u>	<u>390</u>	<u>391</u>	<u>392</u>	
	<u>368</u> 198	<u>369</u> 199	<u>370</u> 200	<u>393</u> 210	<u>394</u> 211	<u>395</u> 212	
	<u>371</u>	15 <u>372</u>	<u>373</u>	<u>396</u>	16 <u>397</u>	<u>398</u>	
	<u>374</u> 201	<u>375</u> 202	<u>376</u> 203	<u>399</u> 213	<u>400</u> 214	<u>401</u> 215	
34	<u>377</u>	<u>378</u>	<u>379</u>	36 <u>402</u>	<u>403</u>	<u>404</u>	38
	<u>380</u> 204	<u>381</u> 205	<u>382</u> 206	<u>405</u> 216	<u>406</u> 217	<u>407</u> 218	
	<u>383</u>	<u>384</u>	<u>385</u>	<u>408</u>	<u>409</u>	<u>410</u>	
	<u>386</u> 207	<u>387</u> 208	<u>388</u> 209	<u>411</u> 219	<u>412</u> 220	<u>413</u> 221	
	<u>432</u>	37 <u>433</u>	<u>434</u>	<u>516</u>	39 <u>517</u>	<u>518</u>	
	<u>495</u> 250	<u>496</u> 251	<u>497</u> 252	<u>519</u> 262	<u>520</u> 263	<u>521</u> 264	
	<u>498</u>	20 <u>499</u>	<u>500</u>	<u>522</u>	21 <u>523</u>	<u>524</u>	
	<u>501</u> 253	<u>502</u> 254	<u>503</u> 255	<u>525</u> 265	<u>526</u> 266	<u>527</u> 267	
47	<u>504</u>	<u>505</u>	<u>506</u>	49 <u>528</u>	<u>529</u>	<u>530</u>	51
	<u>507</u> 256	<u>508</u> 257	<u>509</u> 258	<u>531</u> 268	<u>532</u> 269	<u>533</u> 270	
	<u>510</u>	<u>511</u>	<u>512</u>	<u>534</u>	<u>535</u>	<u>536</u>	
	<u>513</u> 259	<u>514</u> 260	<u>515</u> 261	<u>537</u> 271	<u>538</u> 272	<u>539</u> 273	
		50			52		

Figura 4.17 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		56			78	
	<u>588</u>	<u>589</u>	<u>590</u>	<u>835</u>	<u>836</u>	<u>837</u>
	<u>591</u> 313	<u>592</u> 314	<u>593</u> 315	<u>838</u> 440	<u>839</u> 441	<u>840</u> 442
	<u>594</u>	24 <u>595</u>	<u>596</u>	<u>841</u>	34 <u>842</u>	<u>843</u>
	<u>597</u> 316	<u>598</u> 317	<u>599</u> 318	<u>844</u> 443	<u>845</u> 444	<u>846</u> 445
38	<u>600</u>	<u>601</u>	<u>602</u>	57 <u>847</u>	<u>848</u>	<u>849</u>
	<u>603</u> 319	<u>604</u> 320	<u>605</u> 321	<u>850</u> 446	<u>851</u> 447	<u>852</u> 448
	<u>606</u>	<u>607</u>	<u>608</u>	<u>853</u>	<u>854</u>	<u>855</u>
	<u>609</u> 322	<u>610</u> 323	<u>611</u> 324	<u>856</u> 449	<u>857</u> 450	<u>858</u> 451
	<u>612</u>	58 <u>613</u>	<u>614</u>	<u>859</u>	80 <u>860</u>	<u>861</u>
	<u>615</u> 325	<u>616</u> 326	<u>617</u> 327	<u>862</u> 452	<u>863</u> 453	<u>864</u> 454
	<u>618</u>	25 <u>619</u>	<u>620</u>	<u>865</u>	35 <u>866</u>	<u>867</u>
	<u>621</u> 328	<u>622</u> 329	<u>623</u> 330	<u>868</u> 455	<u>869</u> 456	<u>870</u> 457
51	<u>624</u>	<u>625</u>	<u>626</u>	59 <u>871</u>	<u>872</u>	<u>873</u>
	<u>627</u> 331	<u>628</u> 332	<u>629</u> 333	<u>874</u> 458	<u>875</u> 459	<u>876</u> 460
	<u>630</u>	<u>631</u>	<u>632</u>	<u>877</u>	<u>878</u>	<u>879</u>
	<u>633</u> 334	<u>634</u> 335	<u>635</u> 336	<u>880</u> 461	<u>881</u> 462	<u>882</u> 463
		60			82	
						79

Figura 4.18 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		104			134	
	<u>1130</u>	<u>1131</u>	<u>1132</u>	<u>1470</u>	<u>1471</u>	<u>1472</u>
	<u>1133</u> 591	<u>1134</u> 592	<u>1135</u> 593	<u>1473</u> 766	<u>1474</u> 767	<u>1475</u> 768
	<u>1136</u>	46 <u>1137</u>	<u>1138</u>	<u>1476</u>	60 <u>1477</u>	<u>1478</u>
	<u>1139</u> 594	<u>1140</u> 595	<u>1141</u> 596	<u>1479</u> 769	<u>1480</u> 770	<u>1481</u> 771
79	<u>1142</u>	<u>1143</u>	<u>1144</u>	105 <u>1482</u>	<u>1483</u>	<u>1484</u>
	<u>1145</u> 597	<u>1146</u> 598	<u>1147</u> 599	<u>1485</u> 772	<u>1486</u> 773	<u>1487</u> 774
	<u>1148</u>	<u>1149</u>	<u>1150</u>	<u>1488</u>	<u>1489</u>	<u>1490</u>
	<u>1151</u> 600	<u>1152</u> 601	<u>1153</u> 602	<u>1491</u> 775	<u>1492</u> 776	<u>1493</u> 777
	<u>1154</u>	106 <u>1155</u>	<u>1156</u>	<u>1497</u>	136 <u>1498</u>	<u>1499</u>
	<u>1157</u> 603	<u>1158</u> 604	<u>1159</u> 605	<u>1500</u> 778	<u>1501</u> 779	<u>1502</u> 780
	<u>1160</u>	47 <u>1161</u>	<u>1162</u>	<u>1503</u>	61 <u>1504</u>	<u>1505</u>
	<u>1163</u> 606	<u>1164</u> 607	<u>1165</u> 608	<u>1506</u> 781	<u>1507</u> 782	<u>1508</u> 783
81	<u>1166</u>	<u>1167</u>	<u>1168</u>	107 <u>1509</u>	<u>1510</u>	<u>1511</u>
	<u>1169</u> 609	<u>1170</u> 610	<u>1171</u> 611	<u>1512</u> 784	<u>1513</u> 785	<u>1514</u> 786
	<u>1172</u>	<u>1173</u>	<u>1174</u>	<u>1515</u>	<u>1516</u>	<u>1517</u>
	<u>1175</u> 612	<u>1176</u> 613	<u>1177</u> 614	<u>1518</u> 787	<u>1519</u> 788	<u>1520</u> 789
		108			138	
						135
						137

Figura 4.19 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		166			206	
	<u>1864</u>	<u>1865</u>	<u>1866</u>	<u>2303</u>	<u>2304</u>	<u>2305</u>
	<u>1867</u> 965	<u>1868</u> 966	<u>1869</u> 967	<u>2306</u> 1188	<u>2307</u> 1189	<u>2308</u> 1190
	<u>1870</u>	76 <u>1871</u>	<u>1872</u>	<u>2309</u>	94 <u>2310</u>	<u>2311</u>
	<u>1873</u> 968	<u>1874</u> 969	<u>1875</u> 970	<u>2312</u> 1191	<u>2313</u> 1192	<u>2314</u> 1193
135	<u>1876</u>	<u>1877</u>	<u>1878</u>	169 <u>2315</u>	<u>2316</u>	<u>2317</u>
	<u>1879</u> 971	<u>1880</u> 972	<u>1881</u> 973	<u>2318</u> 1194	<u>2319</u> 1195	<u>2320</u> 1196
	<u>1882</u>	<u>1883</u>	<u>1884</u>	<u>2321</u>	<u>2322</u>	<u>2323</u>
	<u>1885</u> 974	<u>1886</u> 975	<u>1887</u> 976	<u>2324</u> 1197	<u>2325</u> 1198	<u>2326</u> 1199
	<u>1888</u>	170 <u>1889</u>	<u>1890</u>	<u>2327</u>	208 <u>2328</u>	<u>2329</u>
	<u>1891</u> 977	<u>1892</u> 978	<u>1893</u> 979	<u>2330</u> 1200	<u>2331</u> 1201	<u>2332</u> 1202
	<u>1894</u>	77 <u>1895</u>	<u>1896</u>	<u>2333</u>	95 <u>2334</u>	<u>2335</u>
	<u>1897</u> 980	<u>1898</u> 981	<u>1899</u> 982	<u>2336</u> 1203	<u>2337</u> 1204	<u>2338</u> 1205
137	<u>1900</u>	<u>1901</u>	<u>1902</u>	171 <u>2339</u>	<u>2340</u>	<u>2341</u>
	<u>1903</u> 983	<u>1904</u> 984	<u>1905</u> 985	<u>2342</u> 1206	<u>2343</u> 1207	<u>2344</u> 1208
	<u>1906</u>	<u>1907</u>	<u>1908</u>	<u>2345</u>	<u>2346</u>	<u>2347</u>
	<u>1909</u> 986	<u>1910</u> 987	<u>1911</u> 988	<u>2348</u> 1209	<u>2349</u> 1210	<u>2350</u> 1211
		172			210	

Figura 4.20 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		46				48			
<u>636</u>	<u>637</u>	<u>638</u>	<u>639</u>	<u>664</u>	<u>665</u>	<u>666</u>			
337	<u>640</u> 338	<u>641</u> 339	<u>642</u> 340	<u>667</u> 353	<u>668</u> 354	<u>669</u> 355			
<u>643</u>	<u>644</u>	26 <u>645</u>	<u>646</u>	<u>670</u>	27 <u>671</u>	<u>672</u>			
341	<u>647</u> 342	<u>648</u> 343	<u>649</u> 344	<u>673</u> 356	<u>674</u> 357	<u>675</u> 358			
61	<u>650</u>	<u>651</u>	<u>652</u>	62	<u>653</u>	<u>676</u>	<u>677</u>	<u>678</u>	64
345	<u>654</u> 346	<u>655</u> 347	<u>656</u> 348	<u>679</u> 359	<u>680</u> 360	<u>681</u> 361			
<u>657</u>	<u>658</u>	<u>659</u>	<u>660</u>	<u>682</u>	<u>683</u>	<u>684</u>			
349	<u>661</u> 350	<u>662</u> 351	<u>663</u> 352	<u>685</u> 362	<u>686</u> 363	<u>687</u> 364			
<u>907</u>	<u>908</u>	63 <u>909</u>	<u>910</u>	<u>935</u>	65 <u>936</u>	<u>937</u>			
476	<u>911</u> 477	<u>912</u> 478	<u>913</u> 479	<u>938</u> 492	<u>939</u> 493	<u>940</u> 494			
<u>914</u>	<u>915</u>	37 <u>916</u>	<u>917</u>	<u>941</u>	38 <u>942</u>	<u>943</u>			
480	<u>918</u> 481	<u>919</u> 482	<u>920</u> 483	<u>944</u> 495	<u>945</u> 496	<u>946</u> 497			
85	<u>921</u>	<u>922</u>	<u>923</u>	86	<u>924</u>	<u>947</u>	<u>948</u>	<u>949</u>	88
484	<u>925</u> 485	<u>926</u> 486	<u>927</u> 487	<u>950</u> 498	<u>951</u> 499	<u>952</u> 500			
<u>928</u>	<u>929</u>	<u>930</u>	<u>931</u>	<u>953</u>	<u>954</u>	<u>955</u>			
488	<u>932</u> 489	<u>933</u> 490	<u>934</u> 491	<u>956</u> 501	<u>957</u> 502	<u>958</u> 503			
		87			89				

Figura 4.21 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		50			52		
	<u>688</u>	<u>689</u>	<u>690</u>	<u>712</u>	<u>713</u>	<u>714</u>	
	<u>691</u> 365	<u>692</u> 366	<u>693</u> 367	<u>715</u> 377	<u>716</u> 378	<u>717</u> 379	
	<u>694</u>	28 <u>695</u>	<u>696</u>	<u>718</u>	29 <u>719</u>	<u>720</u>	
	<u>697</u> 368	<u>698</u> 369	<u>699</u> 370	<u>721</u> 380	<u>722</u> 381	<u>723</u> 382	
64	<u>700</u>	<u>701</u>	<u>702</u>	66 <u>724</u>	<u>725</u>	<u>726</u>	68
	<u>703</u> 371	<u>704</u> 372	<u>705</u> 373	<u>727</u> 383	<u>728</u> 384	<u>729</u> 385	
	<u>706</u>	<u>707</u>	<u>708</u>	<u>730</u>	<u>731</u>	<u>732</u>	
	<u>709</u> 374	<u>710</u> 375	<u>711</u> 376	<u>733</u> 386	<u>734</u> 387	<u>735</u> 388	
	<u>959</u>	67 <u>960</u>	<u>961</u>	<u>983</u>	69 <u>984</u>	<u>985</u>	
	<u>962</u> 504	<u>963</u> 505	<u>964</u> 506	<u>986</u> 516	<u>987</u> 517	<u>988</u> 518	
	<u>965</u>	39 <u>966</u>	<u>967</u>	<u>989</u>	40 <u>990</u>	<u>991</u>	
	<u>968</u> 507	<u>969</u> 508	<u>970</u> 509	<u>992</u> 519	<u>993</u> 520	<u>994</u> 521	
88	<u>971</u>	<u>972</u>	<u>973</u>	90 <u>995</u>	<u>996</u>	<u>997</u>	92
	<u>974</u> 510	<u>975</u> 511	<u>976</u> 512	<u>998</u> 522	<u>999</u> 523	<u>1000</u> 524	
	<u>977</u>	<u>978</u>	<u>979</u>	<u>1001</u>	<u>1002</u>	<u>1003</u>	
	<u>980</u> 513	<u>981</u> 514	<u>982</u> 515	<u>1004</u> 525	<u>1005</u> 526	<u>1006</u> 527	
		91			93		

Figura 4.22 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		108			138	
	<u>1178</u>	<u>1179</u>	<u>1180</u>	<u>1521</u>	<u>1522</u>	<u>1523</u>
	<u>1181</u> 615	<u>1182</u> 616	<u>1183</u> 617	<u>1524</u> 790	<u>1525</u> 791	<u>1526</u> 792
	<u>1184</u>	48 <u>1185</u>	<u>1186</u>	<u>1527</u>	62 <u>1528</u>	<u>1529</u>
	<u>1187</u> 618	<u>1188</u> 619	<u>1189</u> 620	<u>1530</u> 793	<u>1531</u> 794	<u>1532</u> 795
83	<u>1190</u>	<u>1191</u>	<u>1192</u>	109 <u>1533</u>	<u>1534</u>	<u>1535</u>
	<u>1193</u> 621	<u>1194</u> 622	<u>1195</u> 623	<u>1536</u> 796	<u>1537</u> 797	<u>1538</u> 798
	<u>1196</u>	<u>1197</u>	<u>1198</u>	<u>1539</u>	<u>1540</u>	<u>1541</u>
	<u>1199</u> 624	<u>1200</u> 625	<u>1201</u> 626	<u>1542</u> 799	<u>1543</u> 800	<u>1544</u> 801
	<u>1202</u>	110 <u>1203</u>	<u>1204</u>	<u>1545</u>	140 <u>1546</u>	<u>1547</u>
	<u>1205</u> 627	<u>1206</u> 628	<u>1207</u> 629	<u>1548</u> 802	<u>1549</u> 803	<u>1550</u> 804
	<u>1208</u>	49 <u>1209</u>	<u>1210</u>	<u>1551</u>	63 <u>1552</u>	<u>1553</u>
	<u>1211</u> 630	<u>1212</u> 631	<u>1213</u> 632	<u>1554</u> 805	<u>1555</u> 806	<u>1556</u> 807
96	<u>1214</u>	<u>1215</u>	<u>1216</u>	111 <u>1557</u>	<u>1558</u>	<u>1559</u>
	<u>1217</u> 633	<u>1218</u> 634	<u>1219</u> 635	<u>1560</u> 808	<u>1561</u> 809	<u>1562</u> 810
	<u>1220</u>	<u>1221</u>	<u>1222</u>	<u>1563</u>	<u>1564</u>	<u>1565</u>
	<u>1223</u> 636	<u>1224</u> 637	<u>1225</u> 638	<u>1566</u> 811	<u>1567</u> 812	<u>1568</u> 813
		112			142	
						139
						141

Figura 4.24 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		172			210	
	<u>1912</u>	<u>1913</u>	<u>1914</u>	<u>2351</u>	<u>2352</u>	<u>2353</u>
	<u>1915</u> 989	<u>1916</u> 990	<u>1917</u> 991	<u>2354</u> 1212	<u>2355</u> 1213	<u>2356</u> 1214
139	<u>1918</u>	78 <u>1919</u>	<u>1920</u>	<u>2357</u>	96 <u>2358</u>	<u>2359</u>
	<u>1921</u> 992	<u>1922</u> 993	<u>1923</u> 994	<u>2360</u> 1215	<u>2361</u> 1216	<u>2362</u> 1217
	<u>1924</u>	<u>1925</u>	<u>1926</u>	173 <u>2363</u>	<u>2364</u>	<u>2365</u>
	<u>1927</u> 995	<u>1928</u> 996	<u>1929</u> 997	<u>2366</u> 1218	<u>2367</u> 1219	<u>2368</u> 1220
	<u>1930</u>	<u>1931</u>	<u>1932</u>	<u>2369</u>	<u>2370</u>	<u>2371</u>
	<u>1933</u> 998	<u>1934</u> 999	<u>1935</u> 1000	<u>2372</u> 1221	<u>2373</u> 1222	<u>2374</u> 1223
	<u>1936</u>	174 <u>1937</u>	<u>1938</u>	<u>2375</u>	212 <u>2376</u>	<u>2377</u>
	<u>1939</u> 1001	<u>1940</u> 1002	<u>1941</u> 1003	<u>2378</u> 1224	<u>2379</u> 1225	<u>2380</u> 1226
141	<u>1942</u>	79 <u>1943</u>	<u>1944</u>	<u>2381</u>	97 <u>2382</u>	<u>2383</u>
	<u>1945</u> 1004	<u>1946</u> 1005	<u>1947</u> 1006	<u>2384</u> 1227	<u>2385</u> 1228	<u>2386</u> 1229
	<u>1948</u>	<u>1949</u>	<u>1950</u>	175 <u>2387</u>	<u>2388</u>	<u>2389</u>
	<u>1951</u> 1007	<u>1952</u> 1008	<u>1953</u> 1009	<u>2390</u> 1230	<u>2391</u> 1231	<u>2392</u> 1232
	<u>1954</u>	<u>1955</u>	<u>1956</u>	<u>2393</u>	<u>2394</u>	<u>2395</u>
	<u>1957</u> 1010	<u>1958</u> 1011	<u>1959</u> 1012	<u>2396</u> 1233	<u>2397</u> 1234	<u>2398</u> 1235
		176			214	

211

213

Figura 4.25 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		87					89				
1226	<u>1227</u>	<u>1228</u>	<u>1229</u>	<u>1254</u>	<u>1255</u>	<u>1256</u>					
639	<u>1230</u> 640	<u>1231</u> 641	<u>1232</u> 642	<u>1257</u> 655	<u>1258</u> 656	<u>1259</u> 657					
1233	<u>1234</u>	50 <u>1235</u>	<u>1236</u>	<u>1260</u>	51 <u>1261</u>	<u>1262</u>					
643	<u>1237</u> 644	<u>1238</u> 645	<u>1239</u> 646	<u>1263</u> 658	<u>1264</u> 659	<u>1265</u> 660					
1240	113 <u>1241</u>	<u>1242</u>	<u>1243</u>	114 <u>1266</u>	<u>1267</u>	<u>1268</u>			116		
647	<u>1244</u> 648	<u>1245</u> 649	<u>1246</u> 650	<u>1269</u> 661	<u>1270</u> 662	<u>1271</u> 663					
1247	<u>1248</u>	<u>1249</u>	<u>1250</u>	<u>1272</u>	<u>1273</u>	<u>1274</u>					
651	<u>1251</u> 652	<u>1252</u> 653	<u>1253</u> 654	<u>1275</u> 664	<u>1276</u> 665	<u>1277</u> 666					
1593	<u>1594</u>	115 <u>1595</u>	<u>1596</u>	<u>1621</u>	117 <u>1622</u>	<u>1623</u>					
826	<u>1597</u> 827	<u>1598</u> 828	<u>1599</u> 829	<u>1624</u> 842	<u>1625</u> 843	<u>1626</u> 844					
1600	<u>1601</u>	65 <u>1602</u>	<u>1603</u>	<u>1627</u>	66 <u>1628</u>	<u>1629</u>					
830	<u>1604</u> 831	<u>1605</u> 832	<u>1606</u> 833	<u>1630</u> 845	<u>1631</u> 846	<u>1632</u> 847					
1607	145 <u>1608</u>	<u>1609</u>	<u>1610</u>	146 <u>1633</u>	<u>1634</u>	<u>1635</u>			148		
834	<u>1611</u> 835	<u>1612</u> 836	<u>1613</u> 837	<u>1636</u> 848	<u>1637</u> 849	<u>1638</u> 850					
1614	<u>1615</u>	<u>1616</u>	<u>1617</u>	<u>1639</u>	<u>1640</u>	<u>1641</u>					
838	<u>1618</u> 839	<u>1619</u> 840	<u>1620</u> 841	<u>1642</u> 851	<u>1643</u> 852	<u>1644</u> 853					
2008	<u>2009</u>	147 <u>2010</u>	<u>2011</u>	<u>2036</u>	149 <u>2037</u>	<u>2038</u>					
1037	<u>2012</u> 1038	<u>2013</u> 1039	<u>2014</u> 1040	<u>2039</u> 1053	<u>2040</u> 1054	<u>2041</u> 1055					
2015	<u>2016</u>	82 <u>2017</u>	<u>2018</u>	<u>2042</u>	83 <u>2043</u>	<u>2044</u>					
1041	<u>2019</u> 1042	<u>2020</u> 1043	<u>2021</u> 1044	<u>2045</u> 1056	<u>2046</u> 1057	<u>2047</u> 1058					
2022	181 <u>2023</u>	<u>2024</u>	<u>2025</u>	182 <u>2048</u>	<u>2049</u>	<u>2050</u>			184		
1045	<u>2026</u> 1046	<u>2027</u> 1047	<u>2028</u> 1048	<u>2051</u> 1059	<u>2052</u> 1060	<u>2053</u> 1061					
2029	<u>2030</u>	<u>2031</u>	<u>2032</u>	<u>2054</u>	<u>2055</u>	<u>2056</u>					
1049	<u>2033</u> 1050	<u>2034</u> 1051	<u>2035</u> 1052	<u>2057</u> 1062	<u>2058</u> 1063	<u>2059</u> 1064					
		183				185					

Figura 4.26 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		91			93		
	<u>1278</u>	<u>1279</u>	<u>1280</u>	<u>1302</u>	<u>1303</u>	<u>1304</u>	
	<u>1281</u> 667	<u>1282</u> 668	<u>1283</u> 669	<u>1305</u> 679	<u>1306</u> 680	<u>1307</u> 681	
	<u>1284</u>	52 <u>1285</u>	<u>1286</u>	<u>1308</u>	53 <u>1309</u>	<u>1310</u>	
	<u>1287</u> 670	<u>1288</u> 671	<u>1289</u> 672	<u>1311</u> 682	<u>1312</u> 683	<u>1313</u> 684	
116	<u>1290</u>	<u>1291</u>	<u>1292</u>	118 <u>1314</u>	<u>1315</u>	<u>1316</u>	120
	<u>1293</u> 673	<u>1294</u> 674	<u>1295</u> 675	<u>1317</u> 685	<u>1318</u> 686	<u>1319</u> 687	
	<u>1296</u>	<u>1297</u>	<u>1298</u>	<u>1320</u>	<u>1321</u>	<u>1322</u>	
	<u>1299</u> 676	<u>1300</u> 677	<u>1301</u> 678	<u>1323</u> 688	<u>1324</u> 689	<u>1325</u> 690	
	<u>1645</u>	119 <u>1646</u>	<u>1647</u>	<u>1669</u>	121 <u>1670</u>	<u>1671</u>	
	<u>1648</u> 854	<u>1649</u> 855	<u>1650</u> 856	<u>1672</u> 866	<u>1673</u> 867	<u>1674</u> 868	
	<u>1651</u>	120 <u>1652</u>	<u>1653</u>	<u>1675</u>	121 <u>1676</u>	<u>1677</u>	
	<u>1654</u> 857	<u>1655</u> 858	<u>1656</u> 859	<u>1678</u> 869	<u>1679</u> 870	<u>1680</u> 871	
148	<u>1657</u>	<u>1658</u>	<u>1659</u>	150 <u>1681</u>	<u>1682</u>	<u>1683</u>	152
	<u>1660</u> 860	<u>1661</u> 861	<u>1662</u> 862	<u>1684</u> 872	<u>1685</u> 873	<u>1686</u> 874	
	<u>1663</u>	<u>1664</u>	<u>1665</u>	<u>1687</u>	<u>1688</u>	<u>1689</u>	
	<u>1666</u> 863	<u>1667</u> 864	<u>1668</u> 865	<u>1690</u> 875	<u>1691</u> 876	<u>1692</u> 877	
	<u>2060</u>	151 <u>2061</u>	<u>2062</u>	<u>2084</u>	153 <u>2085</u>	<u>2086</u>	
	<u>2063</u> 1065	<u>2064</u> 1066	<u>2065</u> 1067	<u>2087</u> 1077	<u>2088</u> 1078	<u>2089</u> 1079	
	<u>2066</u>	154 <u>2067</u>	<u>2068</u>	<u>2090</u>	155 <u>2091</u>	<u>2092</u>	
	<u>2069</u> 1068	<u>2070</u> 1069	<u>2071</u> 1070	<u>2093</u> 1080	<u>2094</u> 1081	<u>2095</u> 1082	
184	<u>2072</u>	<u>2073</u>	<u>2074</u>	186 <u>2096</u>	<u>2097</u>	<u>2098</u>	188
	<u>2075</u> 1071	<u>2076</u> 1072	<u>2077</u> 1073	<u>2099</u> 1083	<u>2100</u> 1084	<u>2101</u> 1085	
	<u>2078</u>	<u>2079</u>	<u>2080</u>	<u>2102</u>	<u>2103</u>	<u>2104</u>	
	<u>2081</u> 1074	<u>2082</u> 1075	<u>2083</u> 1076	<u>2105</u> 1086	<u>2106</u> 1087	<u>2107</u> 1088	
		187			189		

Figura 4.27 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		95			97	
	<u>1326</u>	<u>1327</u>	<u>1328</u>	<u>1350</u>	<u>1351</u>	<u>1352</u>
	<u>1329</u> 691	<u>1330</u> 692	<u>1331</u> 693	<u>1353</u> 703	<u>1354</u> 704	<u>1355</u> 705
	<u>1332</u>	54 <u>1333</u>	<u>1334</u>	<u>1356</u>	55 <u>1357</u>	<u>1358</u>
	<u>1335</u> 694	<u>1336</u> 695	<u>1337</u> 696	<u>1359</u> 706	<u>1360</u> 707	<u>1361</u> 708
120	<u>1338</u>	<u>1339</u>	<u>1340</u>	122 <u>1362</u>	<u>1363</u>	<u>1364</u>
	<u>1341</u> 697	<u>1342</u> 698	<u>1343</u> 699	<u>1365</u> 709	<u>1366</u> 710	<u>1367</u> 711
	<u>1344</u>	<u>1345</u>	<u>1346</u>	<u>1368</u>	<u>1369</u>	<u>1370</u>
	<u>1347</u> 700	<u>1348</u> 701	<u>1349</u> 702	<u>1371</u> 712	<u>1372</u> 713	<u>1373</u> 714
	<u>1693</u>	123 <u>1694</u>	<u>1695</u>	<u>1717</u>	125 <u>1718</u>	<u>1719</u>
	<u>1696</u> 878	<u>1697</u> 879	<u>1698</u> 880	<u>1720</u> 890	<u>1721</u> 891	<u>1722</u> 892
	<u>1699</u>	69 <u>1700</u>	<u>1701</u>	<u>1723</u>	70 <u>1724</u>	<u>1725</u>
	<u>1702</u> 881	<u>1703</u> 882	<u>1704</u> 883	<u>1726</u> 893	<u>1727</u> 894	<u>1728</u> 895
152	<u>1705</u>	<u>1706</u>	<u>1707</u>	154 <u>1729</u>	<u>1730</u>	<u>1731</u>
	<u>1708</u> 884	<u>1709</u> 885	<u>1710</u> 886	<u>1732</u> 896	<u>1733</u> 897	<u>1734</u> 898
	<u>1711</u>	<u>1712</u>	<u>1713</u>	<u>1735</u>	<u>1736</u>	<u>1737</u>
	<u>1714</u> 887	<u>1715</u> 888	<u>1716</u> 889	<u>1738</u> 899	<u>1739</u> 900	<u>1740</u> 901
	<u>2108</u>	155 <u>2109</u>	<u>2110</u>	<u>2132</u>	157 <u>2133</u>	<u>2134</u>
	<u>2111</u> 1089	<u>2112</u> 1090	<u>2113</u> 1091	<u>2135</u> 1101	<u>2136</u> 1102	<u>2137</u> 1103
	<u>2114</u>	86 <u>2115</u>	<u>2116</u>	<u>2138</u>	87 <u>2139</u>	<u>2140</u>
	<u>2117</u> 1092	<u>2118</u> 1093	<u>2119</u> 1094	<u>2141</u> 1104	<u>2142</u> 1105	<u>2143</u> 1106
188	<u>2120</u>	<u>2121</u>	<u>2122</u>	190 <u>2144</u>	<u>2145</u>	<u>2146</u>
	<u>2123</u> 1095	<u>2124</u> 1096	<u>2125</u> 1097	<u>2147</u> 1107	<u>2148</u> 1108	<u>2149</u> 1109
	<u>2126</u>	<u>2127</u>	<u>2128</u>	<u>2150</u>	<u>2151</u>	<u>2152</u>
	<u>2129</u> 1098	<u>2130</u> 1099	<u>2131</u> 1100	<u>2153</u> 1110	<u>2154</u> 1111	<u>2155</u> 1112
		191		193		

Figura 4.28 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		112			142	
	<u>1374</u>	<u>1375</u>	<u>1376</u>	<u>1563</u>	<u>1570</u>	<u>1571</u>
	<u>1377</u> 715	<u>1378</u> 716	<u>1379</u> 717	<u>1572</u> 814	<u>1573</u> 815	<u>1574</u> 816
	<u>1380</u>	56 <u>1381</u>	<u>1382</u>	<u>1575</u>	64 <u>1576</u>	<u>1577</u>
	<u>1383</u> 718	<u>1394</u> 719	<u>1395</u> 720	<u>1578</u> 817	<u>1579</u> 818	<u>1580</u> 819
124	<u>1386</u>	<u>1387</u>	<u>1388</u>	126 <u>1581</u>	<u>1582</u>	<u>1583</u>
	<u>1389</u> 721	<u>1390</u> 722	<u>1391</u> 723	<u>1584</u> 820	<u>1585</u> 821	<u>1586</u> 822
	<u>1392</u>	<u>1393</u>	<u>1394</u>	<u>1587</u>	<u>1588</u>	<u>1589</u>
	<u>1395</u> 724	<u>1396</u> 725	<u>1397</u> 726	<u>1590</u> 823	<u>1591</u> 824	<u>1592</u> 825
	<u>1741</u>	127 <u>1742</u>	<u>1743</u>	<u>1765</u>	144 <u>1766</u>	<u>1767</u>
	<u>1744</u> 902	<u>1745</u> 903	<u>1746</u> 904	<u>1768</u> 914	<u>1769</u> 915	<u>1770</u> 916
	<u>1747</u>	71 <u>1748</u>	<u>1749</u>	<u>1771</u>	72 <u>1772</u>	<u>1773</u>
	<u>1750</u> 905	<u>1751</u> 906	<u>1752</u> 907	<u>1774</u> 917	<u>1775</u> 918	<u>1776</u> 919
156	<u>1753</u>	<u>1754</u>	<u>1755</u>	158 <u>1777</u>	<u>1778</u>	<u>1779</u>
	<u>1756</u> 908	<u>1757</u> 909	<u>1758</u> 910	<u>1780</u> 920	<u>1781</u> 921	<u>1782</u> 922
	<u>1759</u>	<u>1760</u>	<u>1761</u>	<u>1783</u>	<u>1784</u>	<u>1785</u>
	<u>1762</u> 911	<u>1763</u> 912	<u>1764</u> 913	<u>1786</u> 923	<u>1787</u> 924	<u>1788</u> 925
	<u>2156</u>	159 <u>2157</u>	<u>2158</u>	<u>2180</u>	161 <u>2181</u>	<u>2182</u>
	<u>2159</u> 1113	<u>2160</u> 1114	<u>2161</u> 1115	<u>2183</u> 1125	<u>2184</u> 1126	<u>2185</u> 1127
	<u>2162</u>	88 <u>2163</u>	<u>2164</u>	<u>2186</u>	89 <u>2187</u>	<u>2188</u>
	<u>2165</u> 1116	<u>2166</u> 1117	<u>2167</u> 1118	<u>2189</u> 1128	<u>2190</u> 1129	<u>2191</u> 1130
192	<u>2168</u>	<u>2169</u>	<u>2170</u>	194 <u>2192</u>	<u>2193</u>	<u>2194</u>
	<u>2171</u> 1119	<u>2172</u> 1120	<u>2173</u> 1121	<u>2195</u> 1131	<u>2196</u> 1132	<u>2197</u> 1133
	<u>2174</u>	<u>2175</u>	<u>2176</u>	<u>2198</u>	<u>2199</u>	<u>2200</u>
	<u>2177</u> 1122	<u>2178</u> 1123	<u>2179</u> 1124	<u>2201</u> 1132	<u>2202</u> 1135	<u>2203</u> 1136
		195			197	

Figura 4.29 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

		176			214	
	<u>1960</u>	<u>1961</u>	<u>1962</u>	<u>2399</u>	<u>2400</u>	<u>2401</u>
	<u>1963</u> 1013	<u>1964</u> 1014	<u>1965</u> 1015	<u>2402</u> 1236	<u>2403</u> 1237	<u>2404</u> 1238
	<u>1966</u>	80 <u>1967</u>	<u>1968</u>	<u>2405</u>	98 <u>2406</u>	<u>2407</u>
	<u>1969</u> 1016	<u>1970</u> 1017	<u>1971</u> 1018	<u>2408</u> 1239	<u>2409</u> 1240	<u>2410</u> 1241
143	<u>1972</u>	<u>1973</u>	<u>1974</u>	177 <u>2411</u>	<u>2412</u>	<u>2413</u>
	<u>1975</u> 1019	<u>1976</u> 1020	<u>1977</u> 1021	<u>2414</u> 1242	<u>2415</u> 1243	<u>2416</u> 1244
	<u>1978</u>	<u>1979</u>	<u>1980</u>	<u>2417</u>	<u>2418</u>	<u>2419</u>
	<u>1981</u> 1022	<u>1982</u> 1023	<u>1983</u> 1024	<u>2420</u> 1245	<u>2421</u> 1246	<u>2422</u> 1247
	<u>1984</u>	178 <u>1985</u>	<u>1986</u>	<u>2423</u>	216 <u>2424</u>	<u>2425</u>
	<u>1987</u> 1025	<u>1988</u> 1026	<u>1989</u> 1027	<u>2426</u> 1248	<u>2427</u> 1249	<u>2428</u> 1250
	<u>1990</u>	81 <u>1991</u>	<u>1992</u>	<u>2429</u>	99 <u>2430</u>	<u>2431</u>
	<u>1993</u> 1028	<u>1994</u> 1029	<u>1995</u> 1030	<u>2432</u> 1251	<u>2433</u> 1252	<u>2434</u> 1253
160	<u>1996</u>	<u>1997</u>	<u>1998</u>	179 <u>2435</u>	<u>2436</u>	<u>2437</u>
	<u>1999</u> 1031	<u>2000</u> 1032	<u>2001</u> 1033	<u>2438</u> 1254	<u>2439</u> 1255	<u>2440</u> 1256
	<u>2002</u>	<u>2003</u>	<u>2004</u>	<u>2441</u>	<u>2442</u>	<u>2443</u>
	<u>2005</u> 1034	<u>2006</u> 1035	<u>2007</u> 1036	<u>2444</u> 1257	<u>2445</u> 1258	<u>2446</u> 1259
	<u>2204</u>	180 <u>2205</u>	<u>2206</u>	<u>2447</u>	218 <u>2448</u>	<u>2449</u>
	<u>2207</u> 1137	<u>2208</u> 1138	<u>2209</u> 1139	<u>2450</u> 1260	<u>2451</u> 1261	<u>2452</u> 1262
	<u>2210</u>	90 <u>2211</u>	<u>2212</u>	<u>2453</u>	100 <u>2454</u>	<u>2455</u>
	<u>2213</u> 1140	<u>2214</u> 1141	<u>2215</u> 1142	<u>2456</u> 1263	<u>2457</u> 1264	<u>2458</u> 1265
196	<u>2216</u>	<u>2217</u>	<u>2218</u>	198 <u>2459</u>	<u>2460</u>	<u>2461</u>
	<u>2219</u> 1143	<u>2220</u> 1144	<u>2221</u> 1145	<u>2462</u> 1266	<u>2463</u> 1267	<u>2464</u> 1268
	<u>2222</u>	<u>2223</u>	<u>2224</u>	<u>2465</u>	<u>2466</u>	<u>2467</u>
	<u>2225</u> 1146	<u>2226</u> 1147	<u>2227</u> 1148	<u>2468</u> 1269	<u>2469</u> 1270	<u>2470</u> 1271
		199			220	

Figura 4.30 Numeración de tramos y nodos en la red del ejemplo número 8, continuación.

Tabla 4.1 Características generales de los ejemplos resueltos.

Ejemplo	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8
Nodos capturados	69	19	5	5	7	7	6	1271
Tramos	112	24	4	4	6	5	6	2470
Bombas	1	1	0	0	1	1	0	0
Válvulas	3	1	0	0	0	0	0	0
Tanques atmosféricos	1	1	1	1	1	1	0	1
Pozos profundos	1	1	0	0	1	1	0	0
Tanques hidroneumáticos	0	0	0	0	0	0	1	0
Descargas libres	0	0	0	0	0	0	1	0
Cuerdas en la red primaria	24	24	4	4	1	1	1	220
Subredes secundarias	8	0	0	0	1	1	1	100
Tolerancia de gasto en las tomas (l/s)	1×10^{-7}		1×10^{-7}		1×10^{-7}	1×10^{-7}	1×10^{-7}	1×10^{-7}
Tolerancia de gasto en las cuerdas (l/s)	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Tolerancia de energías en los nodos (m)	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Tiempo arreglo de datos (min:s)	00:01	00:00	00:00	00:01	00:00	00:06	00:00	01:29
Tiempo de cálculo (min:s)	04:49	00:07	00:21	00:02	00:19	00:16	00:15	149:03
Iteraciones globales	3	2	2	2	8	6	11	7
Iteraciones promedio en las tomas	3-30		8-17		8-16	2-18	2-16	6-28
Iteraciones promedio en las cuerdas	7-31	2-24	14-32	14-26	5-91	2-74	1-24	2-28
Iteraciones en las redes	3-11	1-7	5-17	7-13	1-5	1-5	1-5	3-10

Tabla 4.2 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 1.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	5	14	14
Subred secundaria No. 2	5	14	14
Subred secundaria No. 3	5	14	13
Subred secundaria No. 4	5	14	13
Subred secundaria No. 5	5	14	13
Subred secundaria No. 6	5	14	13
Subred secundaria No. 7	5	14	13
Subred secundaria No. 8	5	14	13
Red primaria	10	31	14
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Subred secundaria No. 1	8	26	25
Subred secundaria No. 2	9	28	27
Subred secundaria No. 3	11	31	30
Subred secundaria No. 4	7	22	21
Subred secundaria No. 5	7	22	21
Subred secundaria No. 6	7	22	21
Subred secundaria No. 7	7	22	21
Subred secundaria No. 8	7	22	21
Red primaria	7	16	7

Tabla 4.2 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 1.

ITERACION GLOBAL NUMERO 3			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	6	14	14
Subred secundaria No. 2	7	17	17
Subred secundaria No. 3	5	13	13
Subred secundaria No. 4	5	13	13
Subred secundaria No. 5	5	13	13
Subred secundaria No. 6	5	13	13
Subred secundaria No. 7	5	13	13
Subred secundaria No. 8	5	14	14
Red primaria	3	7	3

Tabla 4.3 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 2.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Red primaria	7	24	
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Red primaria	1	2	

Tabla 4.4 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 3.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Red primaria	17	32	17
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Red primaria	5	14	8

Tabla 4.5 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 4.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Red primaria	13	26	
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Red primaria	7	14	

Tabla 4.6 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 5.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	5	12	16
Red primaria	1	14	
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Subred secundaria No. 1	5	12	16
Red primaria	1	25	
ITERACION GLOBAL NUMERO 3			
Subred secundaria No. 1	5	11	14
Red primaria	1	36	
ITERACION GLOBAL NUMERO 4			
Subred secundaria No. 1	5	10	14
Red primaria	1	47	
ITERACION GLOBAL NUMERO 5			
Subred secundaria No. 1	5	10	14
Red primaria	1	58	
ITERACION GLOBAL NUMERO 6			
Subred secundaria No. 1	3	6	8
Red primaria	1	69	
ITERACION GLOBAL NUMERO 7			
Subred secundaria No. 1	3	6	8
Red primaria	1	80	
ITERACION GLOBAL NUMERO 8			
Subred secundaria No. 1	3	5	8
Red primaria	1	91	

Tabla 4.7 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 6.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	5	14	16
Red primaria	1	15	
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Subred secundaria No. 1	5	17	18
Red primaria	1	26	
ITERACION GLOBAL NUMERO 3			
Subred secundaria No. 1	5	14	16
Red primaria	1	38	
ITERACION GLOBAL NUMERO 4			
Subred secundaria No. 1	1	2	2
Red primaria	1	50	
ITERACION GLOBAL NUMERO 5			
Subred secundaria No. 1	2	4	5
Red primaria	1	62	
ITERACION GLOBAL NUMERO 6			
Subred secundaria No. 1	3	6	8
Red primaria	1	74	

Tabla 4.8 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 7.

ITERACION GLOBAL NUMERO 1			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	5	10	15
Red primaria	1	3	
ITERACION GLOBAL NUMERO 2			
Subred secundaria No. 1	5	13	16
Red primaria	1	6	
ITERACION GLOBAL NUMERO 3			
Subred secundaria No. 1	4	9	12
Red primaria	1	9	
ITERACION GLOBAL NUMERO 4			
Subred secundaria No. 1	5	8	13
Red primaria	1	11	
ITERACION GLOBAL NUMERO 5			
Subred secundaria No. 1	3	5	8
Red primaria	1	13	
ITERACION GLOBAL NUMERO 6			
Subred secundaria No. 1	3	5	8
Red primaria	1	15	
ITERACION GLOBAL NUMERO 7			
Subred secundaria No. 1	2	4	5
Red primaria	1	17	
ITERACION GLOBAL NUMERO 8			
Subred secundaria No. 1	1	2	2
Red primaria	1	19	

Tabla 4.8 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 7.

ITERACION GLOBAL NUMERO 9			
RED	ITERACIONES	IT. PROM. EN CUERDAS	IT. PROM. EN TOMAS
Subred secundaria No. 1	1	1	2
Red primaria	1	21	
ITERACION GLOBAL NUMERO 10			
Subred secundaria No. 1	1	1	2
Red primaria	1	23	
ITERACION GLOBAL NUMERO 11			
Subred secundaria No. 1	3	4	8
Red primaria	1	24	

Tabla 4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8.

Num. de subredes	ITERACIONES PROMEDIO						Tiempo de cálculo (min)
	globales	Red secundaria No. 13.			Red principal.		
		red	en cuerdas	en tomas	red	en cuerdas	
17	1	5	15	15	7	21	13.02
	2	9	27	27	3	7	
	3	3	7	7	3	6	
19	1	5	15	5	7	21	15.01
	2	9	27	27	3	7	
	3	3	6	7	3	6	
20	1	5	15	15	7	21	16.24
	2	10	30	30	3	7	
	3	3	6	7	3	6	
21	1	5	15	15	7	21	16.98
	2	8	25	25	3	7	
	3	3	7	7	3	6	
22	1	5	15	15	7	21	18.08
	2	9	27	27	3	7	
	3	3	7	7	3	6	
23	1	5	15	14	7	21	21.1
	2	9	27	27	3	7	
	3	3	7	7	3	6	
	4	3	6	6	3	6	
24	1	5	15	15	7	21	21.1
	2	9	27	27	3	7	
	3	3	7	7	3	6	
	4	3	6	6	3	6	
25	1	5	15	15	7	21	21.97
	2	8	24	24	4	8	
	3	4	8	9	3	6	
	4	3	6	6	2	4	

Tabla 4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8.

Num. de subredes	ITERACIONES PROMEDIO						Tiempo de cálculo (min)
	globales	Red secundaria No. 13.			Red principal.		
		red	en cuerdas	en tomas	red	en cuerdas	
26	1	5	15	15	7	21	22.5
	2	8	25	24	3	6	
	3	3	7	7	3	6	
	4	3	6	6	2	4	
27	1	5	15	15	7	21	23.5
	2	9	26	26	3	6	
	3	3	7	7	3	6	
	4	5	10	11	3	6	
28	1	5	15	15	7	21	24.96
	2	10	28	28	4	8	
	3	4	9	9	3	6	
	4	3	6	6	3	6	
29	1	5	15	15	7	21	25.8
	2	10	28	28	4	8	
	3	4	9	10	3	6	
	4	3	6	7	3	6	
30	1	5	15	15	7	21	30.5
	2	8	24	24	4	8	
	3	4	9	10	3	6	
	4	3	6	7	3	6	
32	1	5	15	15	7	21	33.22
	2	8	24	24	4	8	
	3	4	9	9	3	6	
	4	3	6	7	3	6	
34	1	5	15	15	8	22	34.68
	2	8	24	24	4	8	
	3	4	9	9	3	6	

Tabla 4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8.

Num. de subredes	ITERACIONES PROMEDIO						Tiempo de cálculo (min)
	globales	Red secundaria No. 13.			Red principal.		
		red	en cuerdas	en tomas	red	en cuerdas	
34	4	3	6	7	3	6	
38	1	5	15	15	7	20	37.32
	2	8	23	23	4	8	
	3	4	9	9	3	6	
	4	3	7	7	3	6	
42	1	5	15	15	7	20	46.5
	2	7	21	21	5	10	
	3	5	11	12	3	6	
	4	5	10	11	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
44	1	5	15	15	7	20	42.32
	2	7	21	21	5	10	
	3	4	9	10	3	6	
	4	3	6	6	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
49	1	5	15	15	7	20	43.33
	2	7	21	21	4	8	
	3	5	11	11	3	6	
	4	3	5	6	3	6	
54	1	5	15	15	7	20	53.75
	2	7	20	20	4	8	
	3	3	7	7	3	6	
	4	3	6	6	3	6	
	5	3	5	6	3	6	
64	1	5	15	15	7	20	71.55
	2	7	19	20	5	10	
	3	5	11	12	3	6	

Tabla 4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8.

Num. de subredes	ITERACIONES PROMEDIO						Tiempo de cálculo (min)
	globales	Red secundaria No. 13.			Red principal.		
		red	en cuerdas	en tomas	red	en cuerdas	
64	4	4	8	8	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	6	6	3	6	
70	1	5	15	15	7	20	83.58
	2	7	18	19	5	10	
	3	5	11	12	4	8	
	4	5	10	10	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	6	6	3	6	
74	1	5	15	15	7	20	114.47
	2	5	12	13	5	10	
	3	5	11	12	3	6	
	4	5	10	10	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	6	6	3	6	
	7	1	2	2	3	6	
	8	3	6	6	3	6	
	9	3	5	6	3	6	
78	1	5	15	15	7	20	93.83
	2	6	14	14	5	10	
	3	5	12	12	4	8	
	4	5	10	10	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	6	6	3	6	
84	1	5	15	15	7	20	124.55
	2	6	15	15	5	10	
	3	5	12	12	4	8	

Tabla 4.9 Número de iteraciones en la solución del ejemplo número 8.

Num. de subredes	ITERACIONES PROMEDIO						Tiempo de cálculo (min)
	globales	Red secundaria No. 13.			Red principal.		
		red	en cuerdas	en tomas	red	en cuerdas	
84	4	5	10	11	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	5	6	3	6	
	7	3	5	6	3	6	
90	1	5	15	15	8	22	165.2
	2	7	18	19	5	10	
	3	5	11	12	4	8	
	4	5	11	11	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	6	6	3	6	
	7	3	6	7	3	6	
	8	3	5	6	3	6	
	9	3	5	6	3	6	
100	1	5	15	15	8	22	149.05
	2	7	19	20	5	11	
	3	5	12	12	4	8	
	4	5	11	12	3	6	
	5	3	6	6	3	6	
	6	3	5	6	3	6	
	7	3	5	6	3	6	
Media general		5	12	12	4	10	
Rango	3 a 9	3 a 10	2 a 28	6 a 28	3 a 8	6 a 22	

4.2 COMPARACION CON OTROS MODELOS

Los resultados del Modelo Integral de Redes de Agua Potable se compararon con los resultados de los modelos convencionales. Para ello se resolvieron los ejemplos número 1 al 4 empleando ambos modelos y analizando sus diferencias en los resultados con relación a la distribución de los gastos en los tubos, las energías en los nodos y la distribución de las demandas de los habitantes.

Los resultados del ejemplo número 1 usando el Modelo Integral de Redes de Agua Potable (propuesto en este trabajo) y los resultados del ejemplo número 2 usando el mismo modelo pero con un procedimiento de un modelo convencional, tienen diferencias con un mayor grado de importancia en la distribución de los gastos. Esto se debe a que el modelo propuesto toma en cuenta que el gasto en las *cuerdas* es espacialmente variado tal como sucede en la realidad mientras que los modelos convencionales consideran que es un gasto constante. Incluso, puede verse en el funcionamiento hidráulico de las cuerdas número 13, 17, y 22 de la figura 4.1, que los dos gastos en los extremos fluyen hacia adentro de la cuerda mientras que en los tubos correspondientes de la figura 4.2 se tiene un solo gasto constante. Este es un caso que no puede simularse con los modelos hidráulicos convencionales, el cual se presenta cuando los gastos que entran a la cuerda o tubo de distribución abastecen exclusivamente a las demandas de agua que ahí se generan debido a las tomas domiciliarias o a la existencia de algún tubo de la red secundaria.

Los ejemplos número 3 y 4 también fueron resueltos con el propósito de comparar el Modelo Integral de Redes de Agua Potable con los modelos convencionales. En este caso puede apreciarse que se obtienen resultados diferentes tanto en la distribución de los gastos como en las energías. El modelo propuesto predice que los consumos en los tramos 2 y 4 de las figuras 4.3 y 4.4 son diferentes; un mayor consumo en el tramo más cerca del tanque donde existe más presión y un menor consumo en el tramo más alejado del tanque donde la presión es menor.

La solución de estos ejemplos sencillos permiten apreciar las ventajas del Modelo Integral de Redes de Agua Potable con respecto de los modelos actuales. Se obtiene principalmente una mayor información sobre la distribución de los gastos con un mayor acercamiento a la realidad. Se demuestra también que cuando existen extremos de la red relativamente alejados de los puntos por donde ingresa el agua, como son las fuentes de abastecimiento o los tanques de regulación, puede obtenerse una información de las energías y presiones más cercana a la realidad, incluso puede darse el caso que el modelo prediga la no disponibilidad del agua en las partes alejadas, situación que no puede preverse con los modelos convencionales, ya que no toman en cuenta que la demanda de agua también es función de la presión existente en la red.

Es importante destacar las ventajas del modelo propuesto sobre los modelos convencionales con relación al uso de memoria de la computadora. Con este modelo se logra un ahorro considerable de memoria usando el concepto de *cuerda* y el procedimiento de resolver por separado a la red primaria y secundaria. Con el procedimiento de solución numérica también se logra un ahorro importante de memoria usando el concepto del *perfil superior e inferior* de la matriz de

coeficientes cuasimétrica del sistema de ecuaciones que se resuelve.

En las tablas 4.10 a 4.17 se pueden apreciar dichas ventajas. En la última columna aparece el número de nodos totales igual al número de nodos registrados más el número de tomas domiciliarias, y corresponde al número de ecuaciones que se tendrían que resolver en un modelo convencional; en la primera columna aparece el número de nodos principales igual al número de ecuaciones que se resuelven con el modelo propuesto, la diferencia es importante, principalmente en el caso de tomar en cuenta la influencia de las tomas domiciliarias y cuando la red es relativamente grande como en los ejemplos número 1 y 8 que aparecen en las tablas 4.10 y 4.17, respectivamente.

En la segunda columna de las tablas 4.10 a 4.17 aparece el número de elementos de la matriz de coeficientes del sistema que se resuelve con el modelo propuesto y en la segunda columna el número de elementos que fueron almacenados usando el concepto del perfil superior e inferior. La diferencia tiende a ser más grande a medida que incrementa el número de nodos principales como puede apreciarse en la tabla 4.17 correspondiente al ejemplo número 8.

Cabe destacar que en el ejemplo número 8 los modelos convencionales hubieran tenido que resolver un sistema de 26,770 ecuaciones, en cambio, este nuevo modelo lo resuelve implícitamente con sólo 120 ecuaciones, con una matriz de coeficientes de 14,400 elementos, de los cuales se almacenan únicamente 1,984 en la memoria de la computadora.

Por otro lado, los tanques en contacto con la atmósfera son normalmente la única condición de frontera que se considera en los modelos existentes. En el modelo propuesto se incluyen también los pozos profundos y los tanques hidroneumáticos.

Otra de las ventajas del modelo propuesto es que a diferencia de los convencionales, él mismo calcula las demandas. Cabe señalar que en dichos modelos convencionales las demandas son datos que deben obtenerse antes de llevar a cabo el análisis hidráulico. Por otro lado, este proceso puede ser una tarea bastante laboriosa y difícil de programar en un sistema de cómputo, si es que quieren obtenerse, al debido detalle, las demandas en la red primaria como producto del consumo de agua de la red secundaria, considerando las demandas localizadas en los puntos donde se conectan cada uno de los tubos de la red secundaria.

Tomando en cuenta las características del modelo propuesto se tiene también las siguientes ventajas:

- a) Se pueden simular con una mejor precisión los problemas de la calidad del agua, calibración de la red y diseño óptimo.
- b) No es necesario adquirir una computadora de gran capacidad ya que la solución de la red se efectúa por partes.
- c) Favorece la generación de una fuente de datos suficientemente amplia sobre los elementos que

conforman a una red de agua potable de una forma ordenada y actualizada para lograr una mejor administración y operación de la red que optimicen los recursos humanos y económicos.

Tabla 4.10 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 1.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Subred secundaria 1 a 2	3	9	7	1,149
Subred secundaria 3 a 7	2	4	4	
Red primaria	15	225	97	

Tabla 4.11 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 2.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Red primaria	15	225	97	19

Tabla 4.12 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 3.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Red primaria	4	16	10	145

Tabla 4.13 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 4.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Red primaria	4	16	10	5

Tabla 4.14 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 5.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Subred secundaria 1	1	1	1	77
Red primaria	0	0	0	

Tabla 4.15 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 6.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Subred secundaria 1	2	4	2	77
Red primaria	0	0	0	

Tabla 4.16 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 7.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Subred secundaria 1	1	1	1	76
Red primaria	0	0	0	

Tabla 4.17 Nodos principales y elementos en los perfiles de las matrices de coeficientes de la red del ejemplo número 8.

RED	NODOS PRINCIPALES	EL. DE LA MATRIZ	PERFIL TOTAL	NODOS TOTALES
Subred secundaria 1-100	6	6	24	26,771
Red primaria	120	14,400	1,984	

4.3 CALIBRACION DE RESULTADOS

Además de comprobar que el Modelo Integral de Redes de Agua Potable es capaz de obtener una solución bajo los principios de la hidráulica, también se demuestra que dicha solución corresponde cercanamente al funcionamiento real de la red. Para ello se resolvieron dos redes existentes de agua potable, El Paraje, Jiutepec, Morelos con 4,000 habitantes y Chalco, México con 150,000 habitantes.

Red El Paraje

Los resultados del modelo de simulación hidráulica para la red de agua potable de El Paraje fueron comparados con mediciones en las presiones y gastos efectuadas en campo, mismas que fueron empleadas para obtener las curvas de operación de las tomas domiciliarias.

Para llevar a cabo la calibración de resultados fue necesario obtener los siguientes datos del sistema de agua potable:

1. Operación y funcionamiento de la red.
2. Esquema del tendido de la red.
3. Material y diámetros interiores de los tubos de la red.
4. Elevaciones del terreno natural.
5. Alturas del nivel del agua sobre el terreno en el tanque de regulación.
6. Consumos de agua promedios horarios.
7. Alturas de energía en puntos de comparación.

El abastecimiento del agua proviene de un pozo profundo ubicado fuera del área del poblado, el cual descarga directamente a un tanque elevado de concreto cuya función es la de regular el suministro y la presión del agua. De la parte inferior del tanque se conecta un tubo para la bajada del agua hacia la red de distribución.

El horario de bombeo hacia el tanque es de las 5:00 Hrs. a las 14:00 Hrs., sin embargo, debido a la regulación del tanque, el servicio de agua en la red es a partir de las 5:00 Hrs. hasta aproximadamente las 20:00 Hrs.

Las elevaciones del terreno natural fueron obtenidas mediante un levantamiento topográfico del lugar.

El esquema del tendido de la red de agua potable fue proporcionado por el organismo operador de Jiutepec, Morelos y complementado con una verificación en campo.

El material y diámetro interior de los tubos se obtuvieron con base a una inspección directa en cada una de las cajas de válvulas, encontrando un único material; polietileno de alta densidad y diámetros que van desde 50 a 200 mm. Pudo observarse también que las válvulas se encontraban parcialmente abiertas.

Los diámetros interiores se obtuvieron correlacionando los datos obtenidos de los diámetros exteriores con los diámetros comerciales según las normas existentes para los tubos de polietileno de alta densidad.

En la verificación de los diámetros se encontraron los siguientes datos

Diámetro nominal (mm)	Diámetro exterior (mm)
150	171.9
100	109.9 a 113.5
75	89.1 a 90.0
50	60.9

Los tubos de polietileno de alta densidad se clasifican en dos tipos de tubos de acuerdo al control de su diámetro. En el tubo tipo I se controla el diámetro interior y en el tubo tipo II se controla el diámetro exterior. De acuerdo a sus relaciones de diámetros, en el tubo de polietileno tipo I existen 4 subtipos y en el tipo II, 8 subtipos.

De acuerdo con las normas se tienen los diámetros exteriores que se muestran en la tabla 4.18.

Tabla 4.18 Diámetros exteriores en los tubos de polietileno de alta densidad.

DIAMETRO NOMINAL (mm)	DIAMETRO EXTERIOR (mm)				
	TIPO I				TIPO II
	Subtipo 1 (138 m.c.a.)	Subtipo 2 (110 m.c.a.)	subtipo 3 (86 m.c.a.)	Subtipo 4 (69 m.c.a.)	
200					219.1
150	198.1	188.3	180.9	174.7	168.3
100	131.5	124.9	120.1	115.9	114.3
75	100.1	95.1	91.5	88.3	88.9
50	67.5	64.1	61.7	59.5	60.3

En la colonia de El Paraje existen tubos nominales hasta de 200 mm los cuales no se fabrican en el tipo I y como además los diámetros exteriores del tipo II coinciden cercanamente a los medidos, se concluye que el tipo de tubo del lugar tiene mayor probabilidad de ser de el tipo II, faltando por definir únicamente el subtipo.

De acuerdo con las normas se tienen los diámetros interiores que se muestran en la tabla 4.19.

Tabla 4.19 Diámetros interiores en los tubos de polietileno de alta densidad.

DIAMETRO NOMINAL (mm)	DIAMETRO INTERIOR (mm)			
	TIPO II			TIPO I
	Subtipo 4 (69 m.c.a.)	Subtipo 5 (55 m.c.a.)	subtipo 6 (44 m.c.a.)	
200	193.3	198.3	202.3	
150	148.5	152.3	155.3	154.1
100	100.9	103.5	105.5	102.3
75	78.5	80.5	82.1	77.9
50	53.1	54.5	55.7	52.5

Tomando en cuenta la presión de trabajo de cada uno de los subtipos del tubo tipo II y el factor de seguridad que normalmente se toma en el diseño de la red se escogieron los diámetros interiores del tubo tipo II subtipo 4.

Los otros datos necesarios para llevar a cabo la calibración de la red fueron obtenidos a partir de las mismas mediciones que fueron realizadas para obtener las curvas de funcionamiento de las tomas domiciliarias.

Para obtener las alturas del nivel del agua sobre el terreno en el tanque de regulación para las diferentes horas de simulación se tomaron los promedios de alturas de energía medidos en las casas número 3, 5 y 13 del sector 1 que se encuentran cerca del tanque de regulación. En la tabla 4.20 se muestra el proceso de cálculo de las alturas del nivel del agua del tanque de regulación.

Tabla 4.20 Alturas del nivel del agua sobre el terreno en el tanque de regulación.

HORA	CASA # 3 SECTOR 1 h del manómetro = .70 m E.T.N = 1506.34 m		CASA # 5 SECTOR 1 h del manómetro = .70 m E.T.N. = 1506.34 m		CASA # 13 SECTOR 1 h del manómetro = .66 m E.T.N = 1506.16 m		Energía promedio (m)	h Prom tanque (m) E.T.N = 1506.16 m
	Presión promedio (m.c.a.)	Energía (m)	Presión promedio (m.c.a.)	Energía (m)	Presión promedio (m.c.a.)	Energía (m)		
11	20.00	1527.04	20.00	1527.04	20.33	1527.15	1527.08	20.92
12	20.22	1527.26	20.19	1527.23	20.50	1527.32	1527.27	21.11
13	20.77	1527.81	20.71	1527.75	20.50	1527.32	1527.63	21.46
14	21.00	1528.04	21.00	1528.04	20.40	1527.22	1527.77	21.61
15	20.99	1528.03	20.69	1527.73	20.01	1526.83	1527.53	21.37
16	20.50	1527.54	20.50	1527.54	20.50	1527.32	1527.47	21.31
17	20.22	1527.26	20.50	1527.54	20.50	1527.32	1527.37	21.21
18	19.96	1527.00	19.98	1527.02	19.46	1526.28	1526.77	20.61

Los consumos de agua horarios promedio del poblado se obtuvieron con base en mediciones continuas que se llevaron a cabo en la salida del tanque de regulación con un equipo de medición ultrasónico. En la tabla 4.21 se muestra el procedimiento empleado para obtener este dato el cual se encuentra en la columna número 5.

Se simuló el funcionamiento hidráulico para diferentes consumos horarios empleando las curvas de operación de las tomas y las alturas correspondientes del agua del tanque.

Se seleccionaron varios puntos de la red que se indican en la figura 4.31 y en las tres primeras columnas de la tabla 4.23, en los cuales se compararon los resultados de las alturas de energías medidas con las alturas de energías calculadas con el modelo de simulación. El proceso de calibración implica simular la red moviendo algunas condiciones geométricas de la misma para llegar a obtener resultados cercanos a los medidos en campo. Para ello se diseñó la tabla 4.22 con la cual se compararon dichos resultados y en la última columna de la tabla 4.23 se muestran los resultados finales donde se tienen diferencias promedio de energías menores a 1.0 metros que se consideran dentro de una tolerancia permitida. El esquema de la red se muestra en la figura 4.31, de la cual se obtuvo la red primaria y 8 subredes secundarias, considerando en la red primaria tubos con diámetros mínimos hasta de 75 mm. La red primaria se encuentra en la figura 4.32 y los esquemas de las subredes secundarias se muestran en las figuras 4.33 a 4.40, cada una de las subredes secundarias se muestran en una figura por separado. En este caso existen tomas conectadas tanto en la red primaria como en la secundaria.

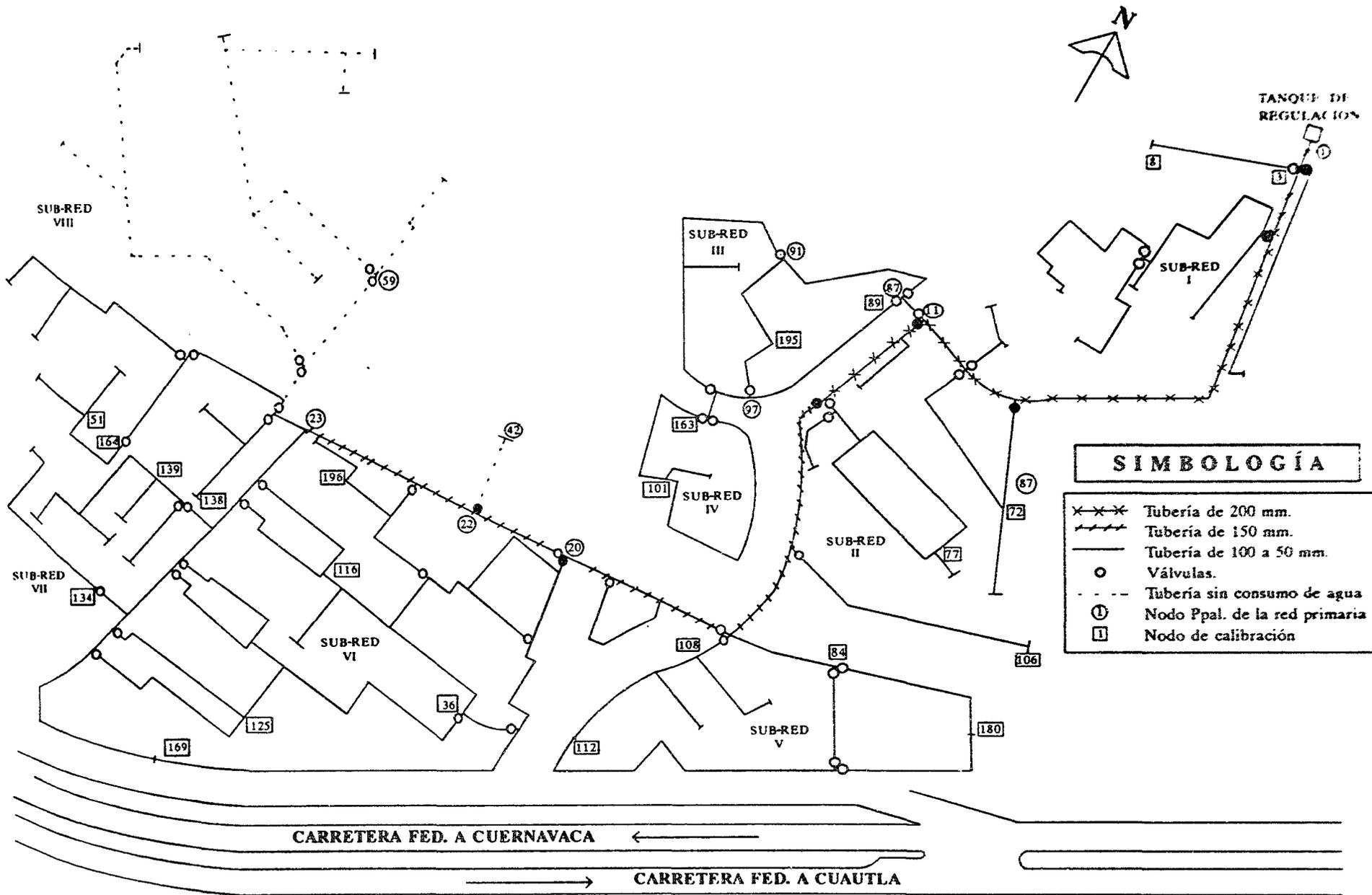


Figura 4.31 Esquema de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

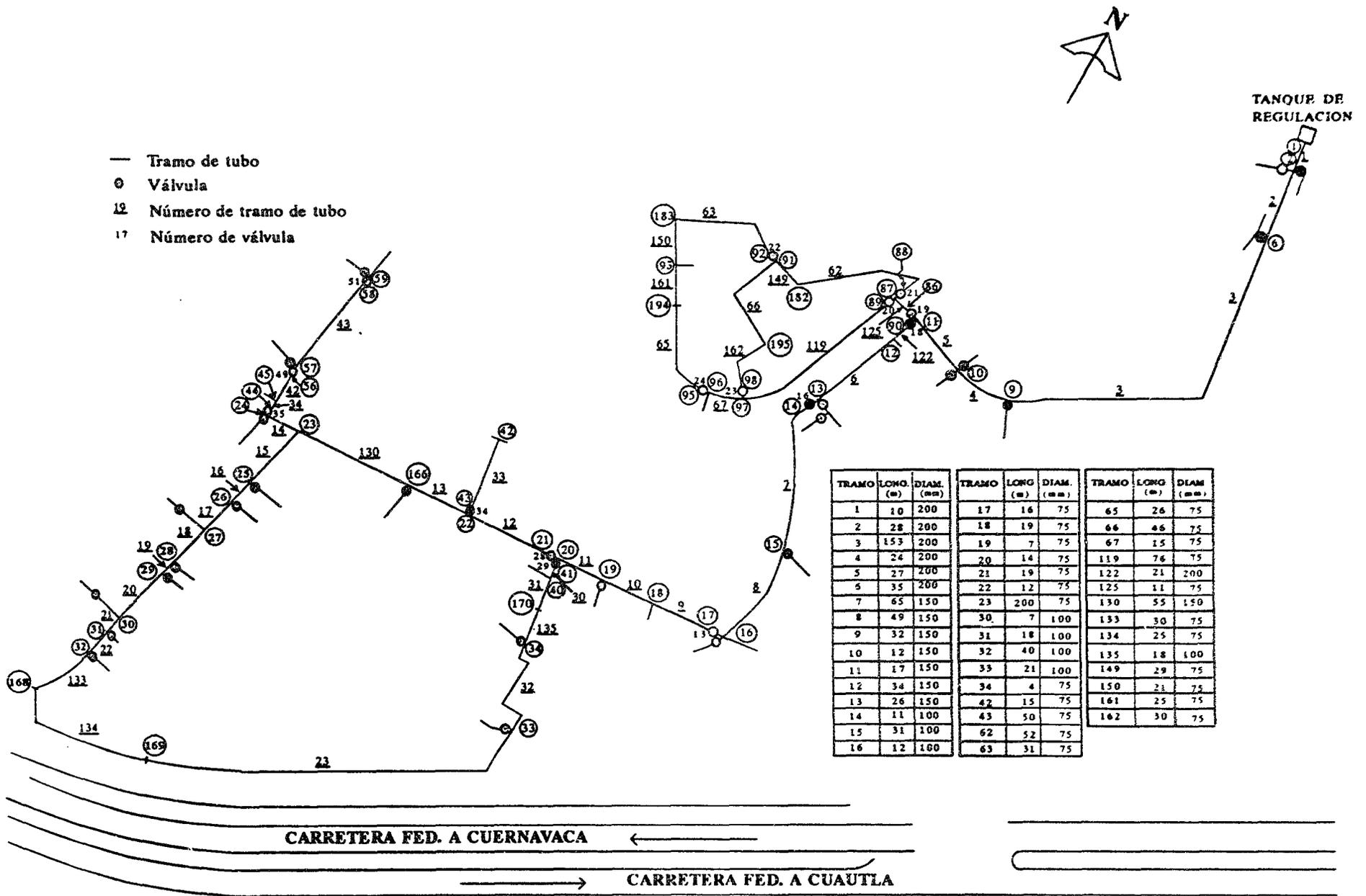


Figura 4.32 Red primaria de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

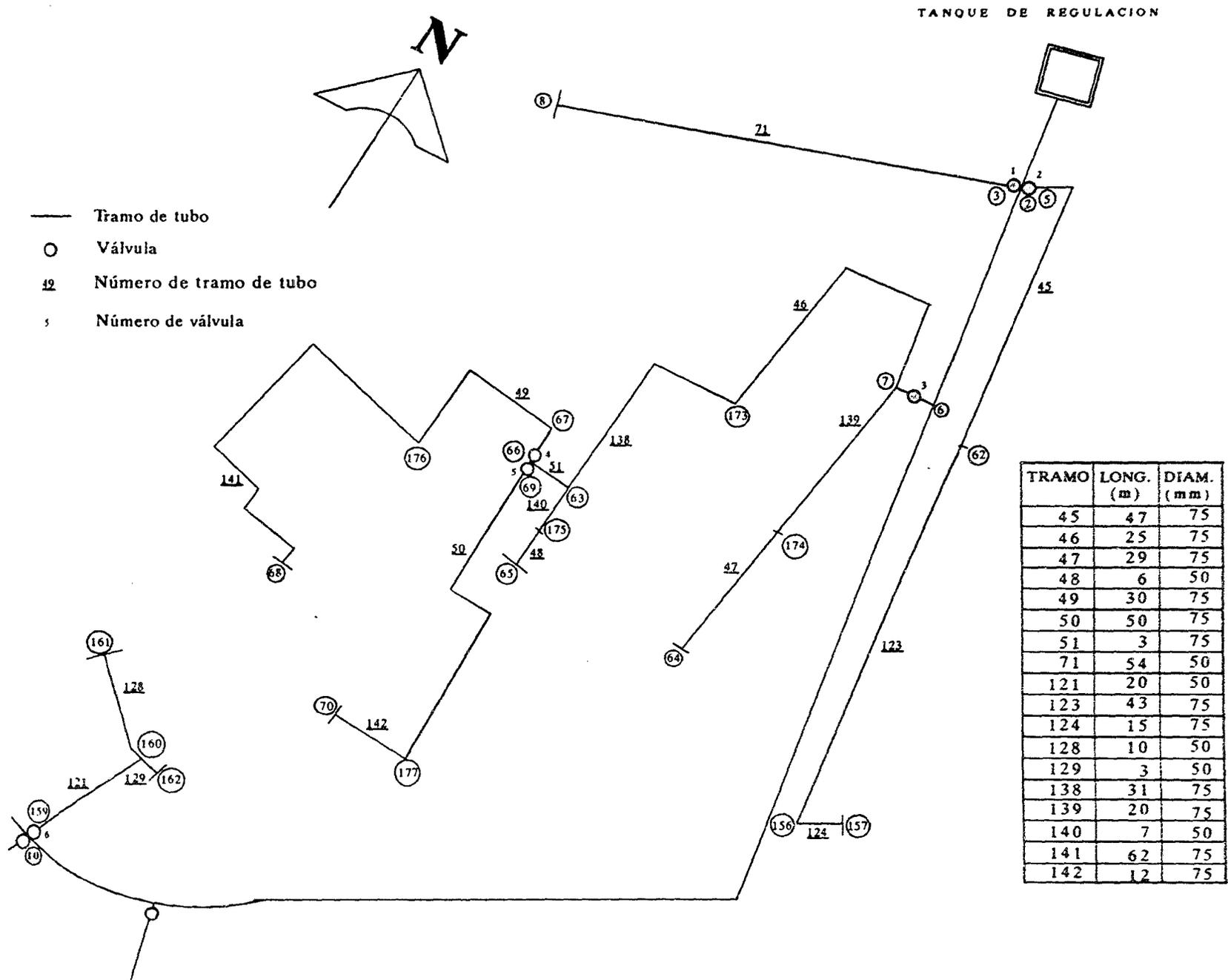


Figura 4.33 Subred secundaria número 1 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos

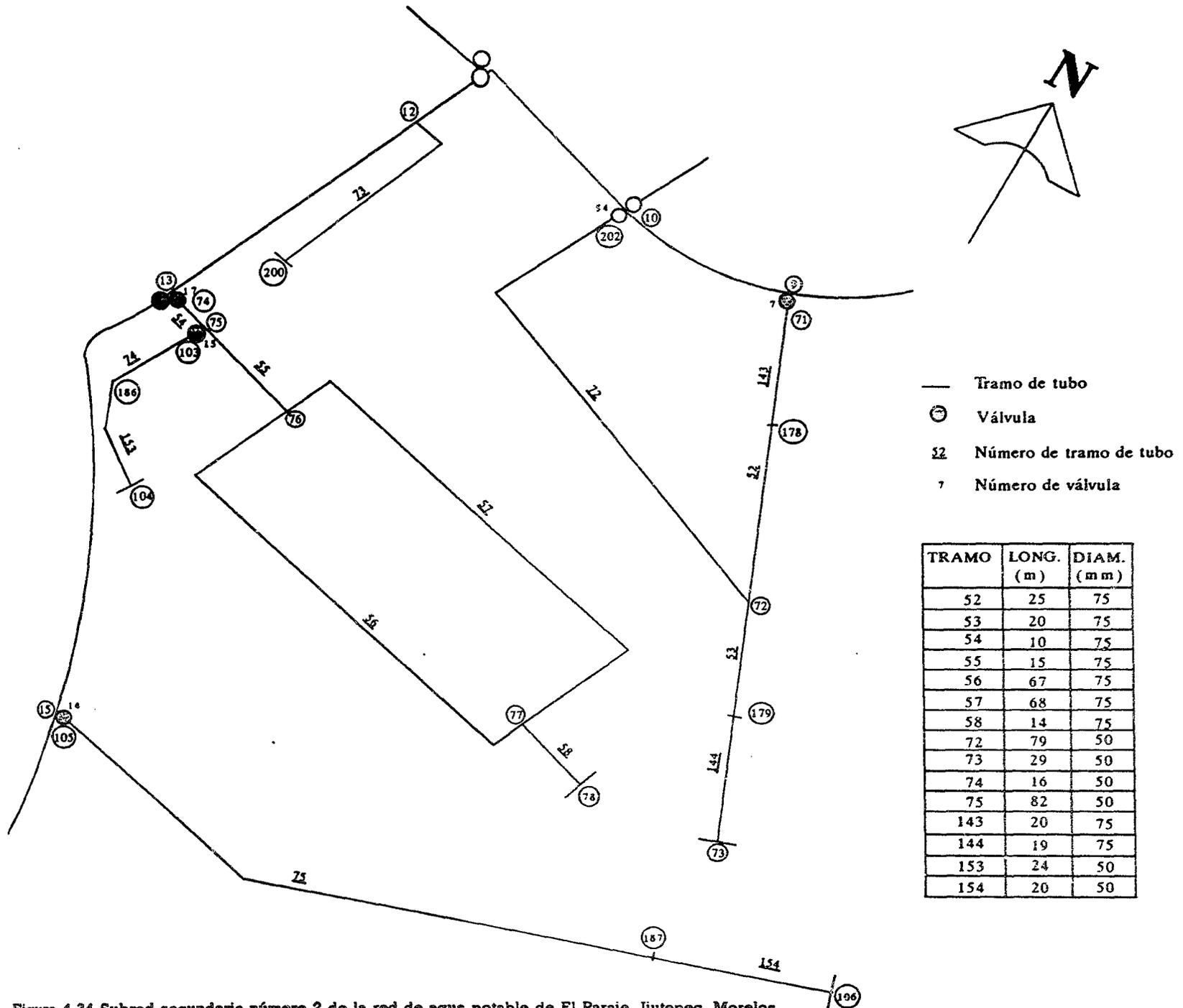


Figura 4.34 Subred secundaria número 2 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos

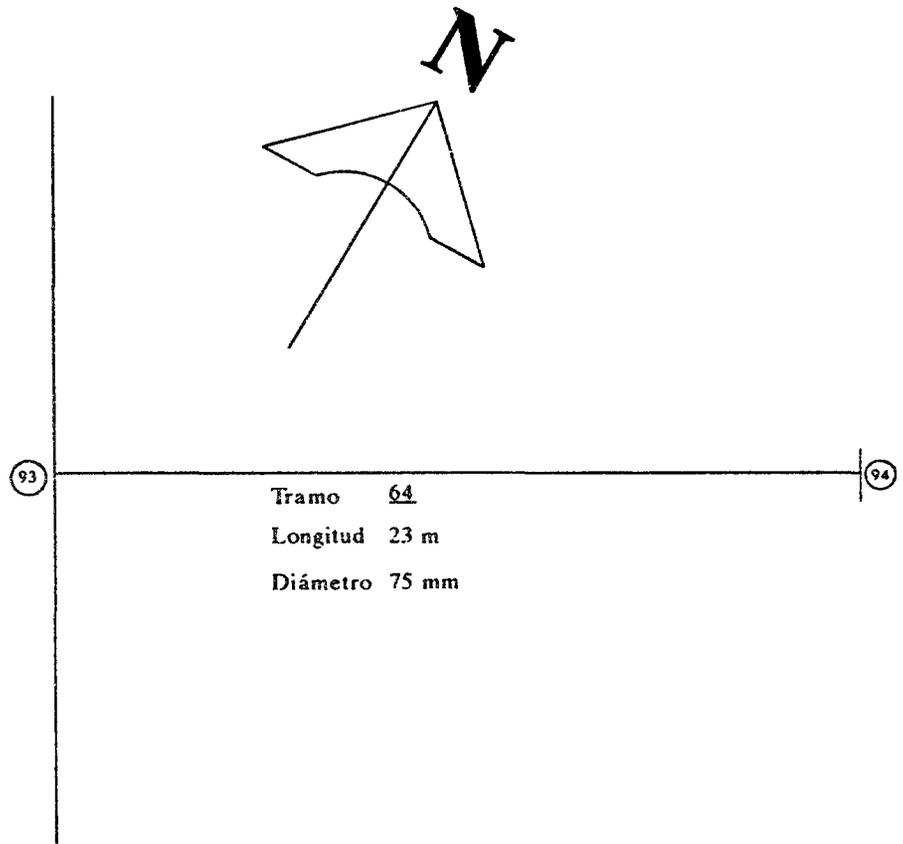


Figura.4.35 Subred secundaria número 3 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

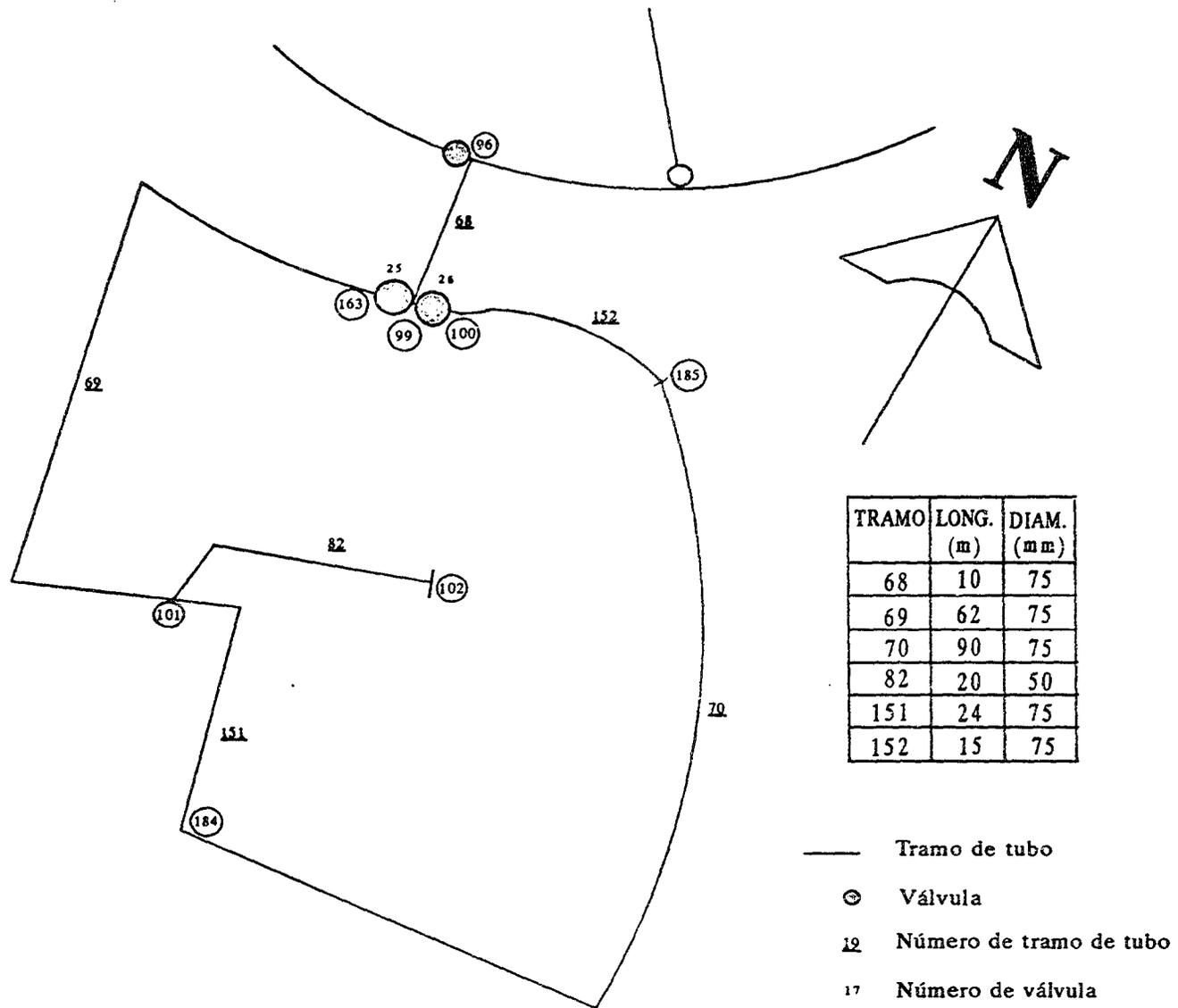


Figura 4.36 Subred secundaria número 4 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

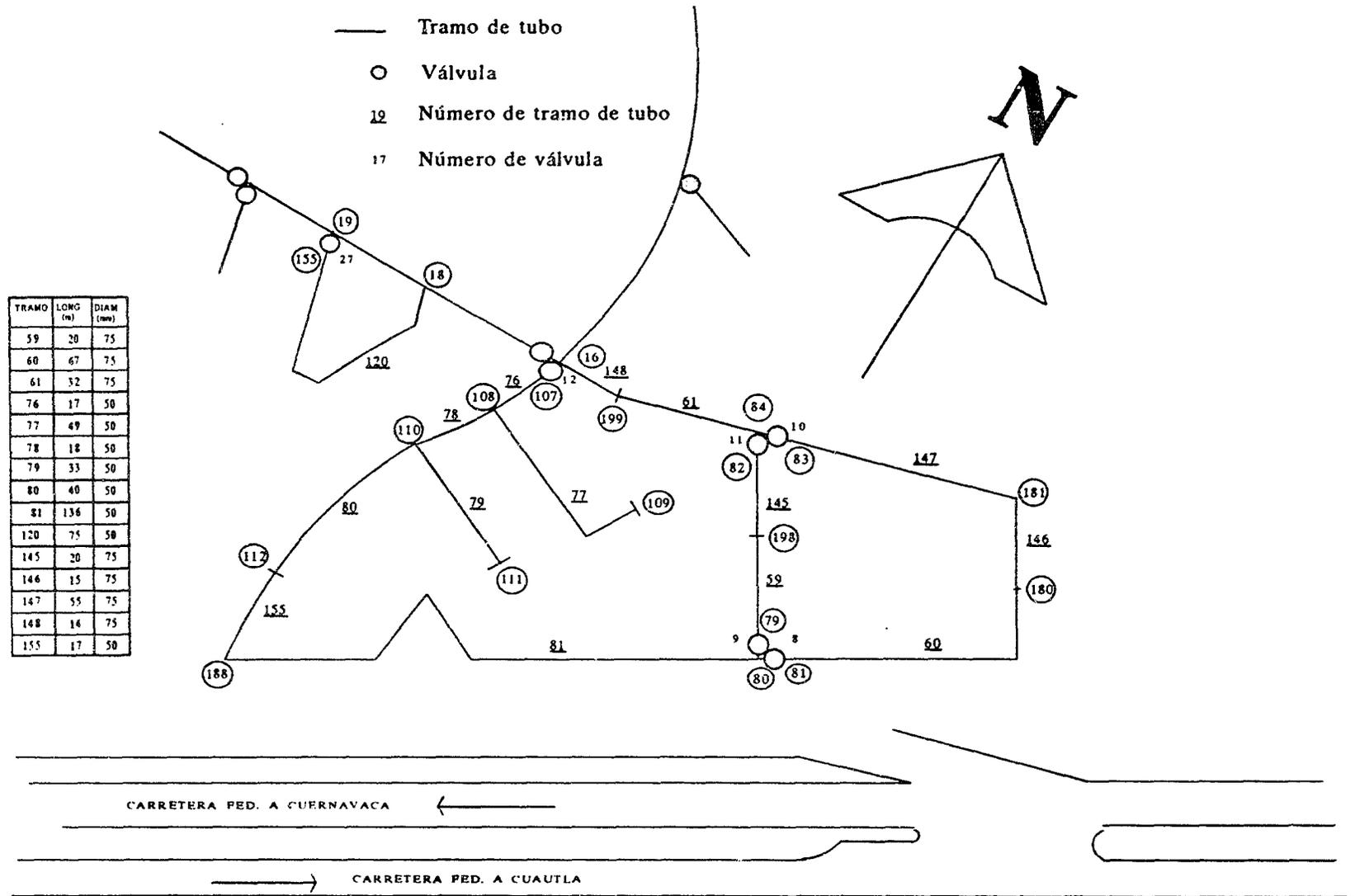


Figura 4.37 Subred secundaria número 5 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

- Tramo de tubo
- ⊙ Válvula
- 12 Número de tramo de tubo
- 17 Número de válvula

TRAMO	LONG. (m)	DIAM. (mm)
24	27	75
25	63	75
26	29	75
27	21	75
28	33	75
29	59	75
83	40	50
84	63	50
85	50	50
86	16	50
87	16	50
88	22	50
89	60	50
90	60	50
91	22	50
92	80	50
93	31	50
94	74	50
95	83	50
96	5	50
131	20	50
132	16	50
163	30	50
164	13	50

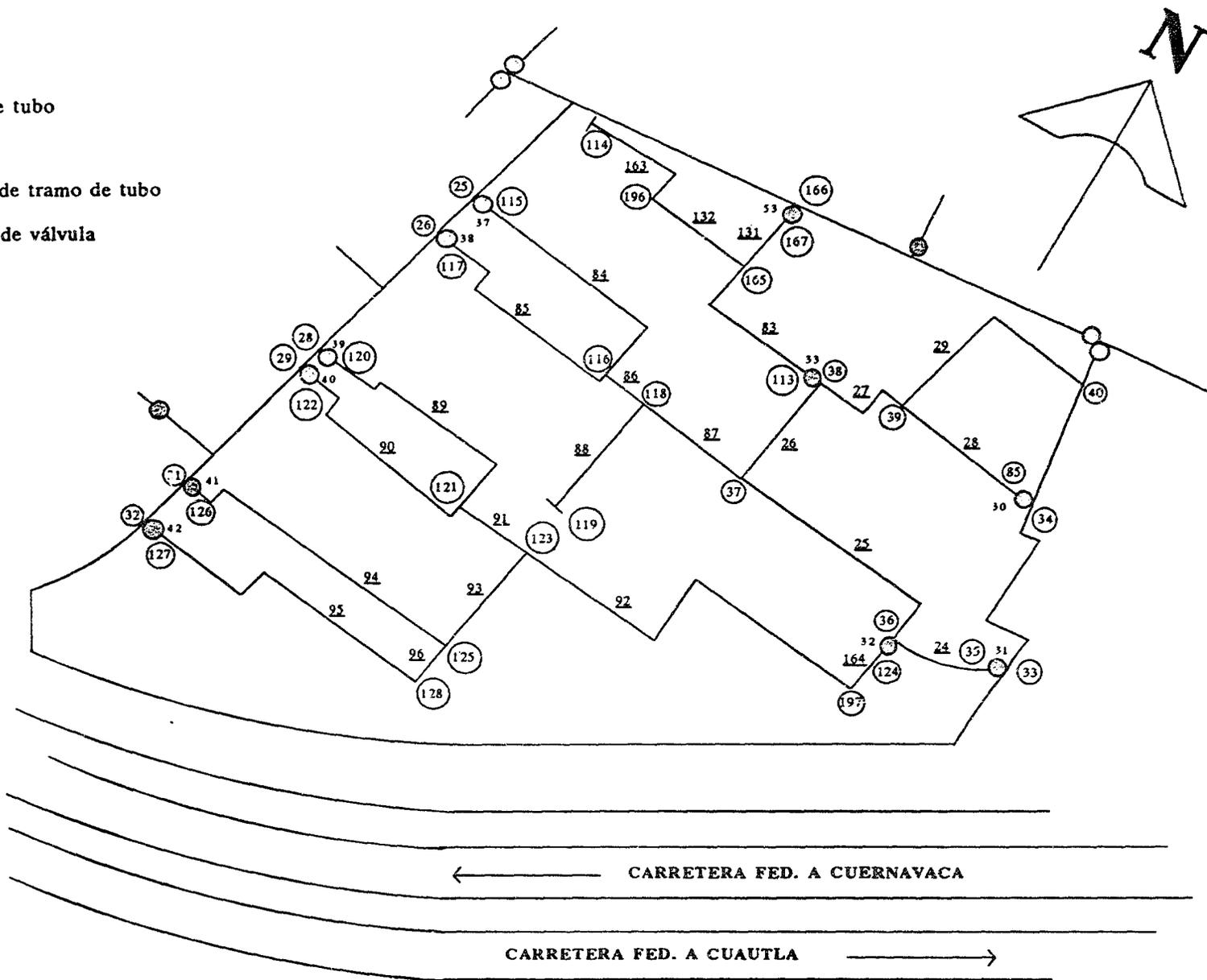


Figura 4.38 Subred secundaria número 6 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

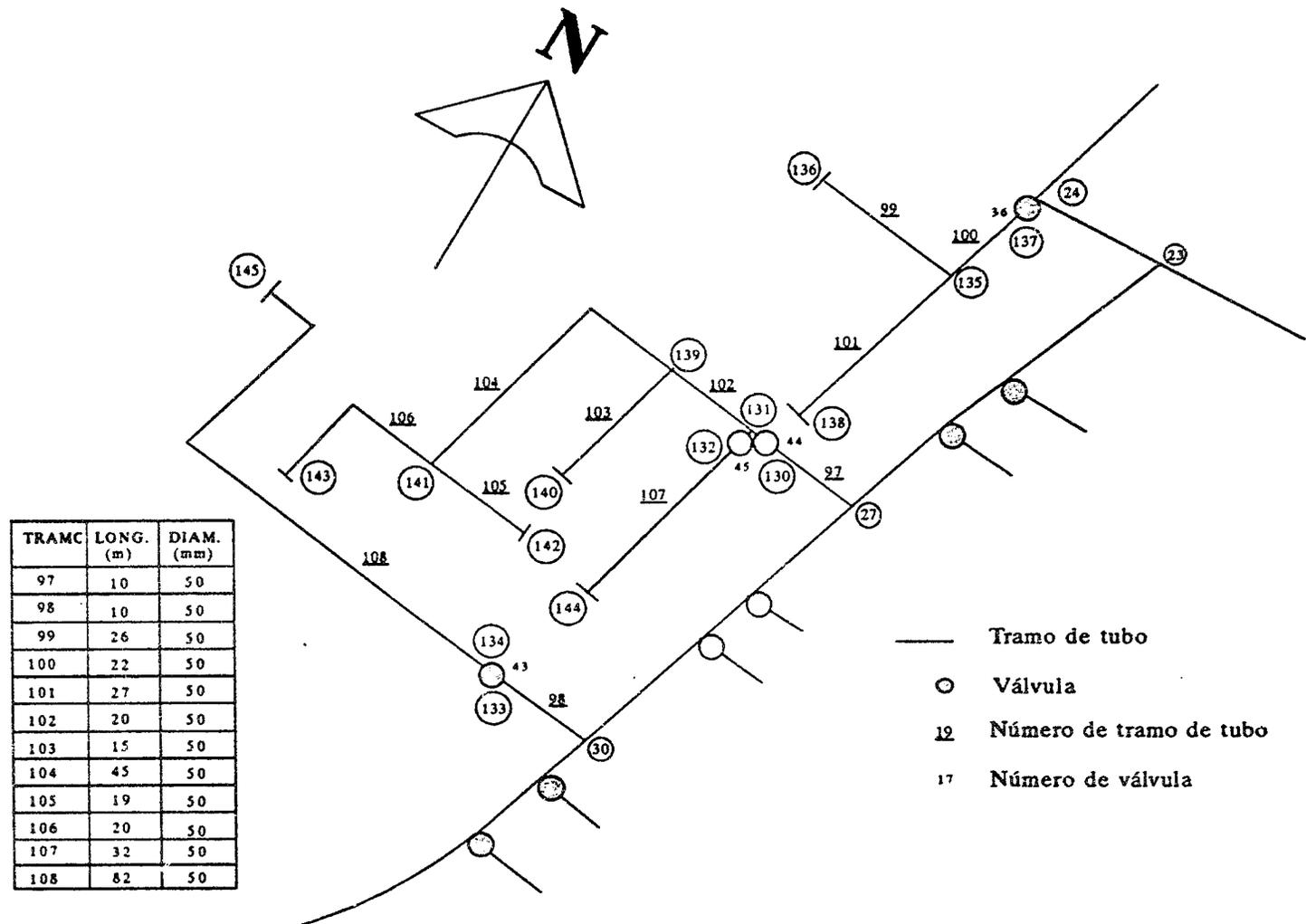


Figura 4.39 Subred secundaria número 7 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

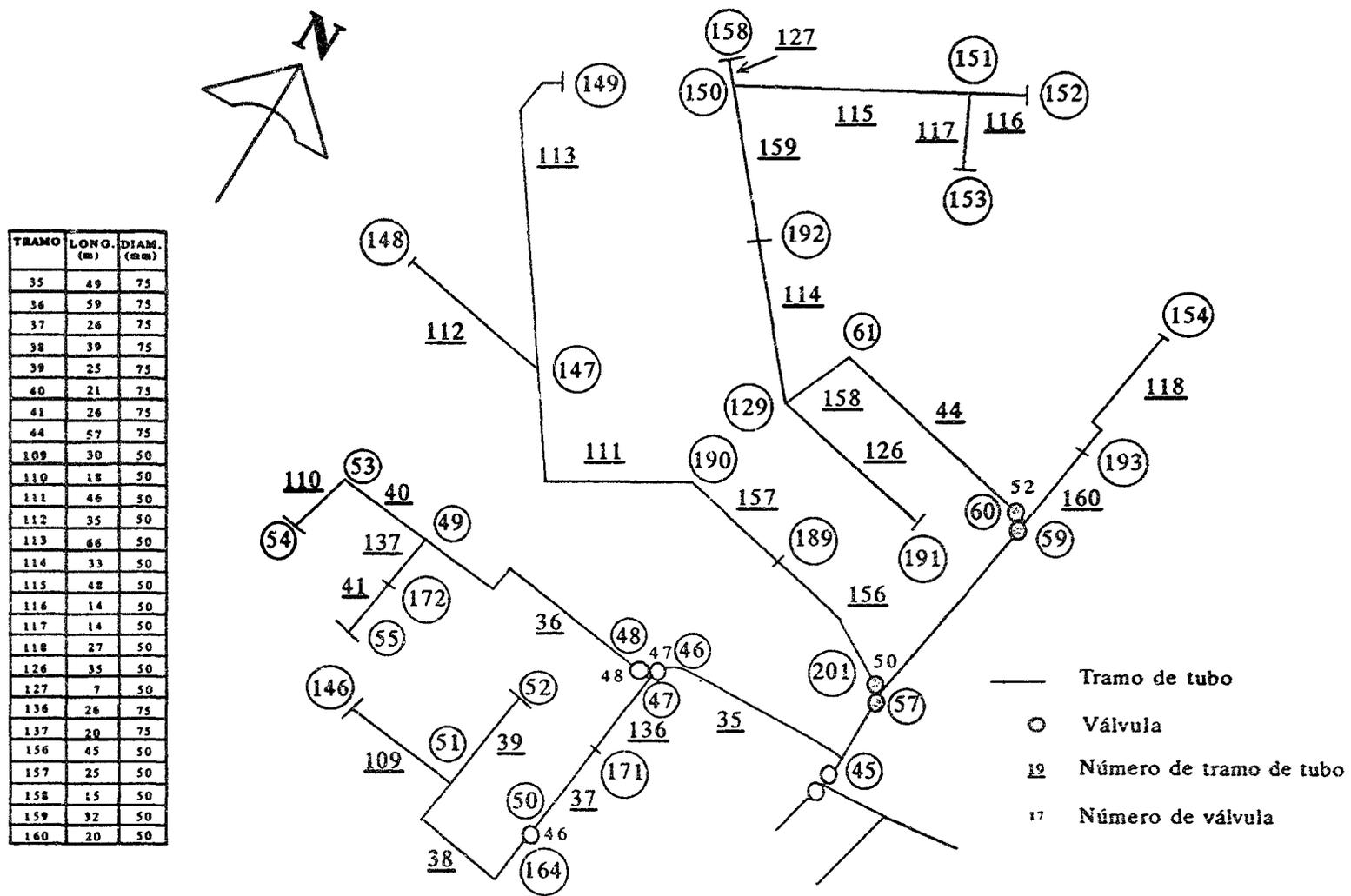


Figura 4.40 Subred secundaria número 3 de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos.

Del proceso de calibración de la red se observó que por ser una red relativamente pequeña, el funcionamiento hidráulico de la red no fue muy sensible a los cambios de diámetro y rugosidad de los tubos. Esto permitió reducir las variables geométricas a calibrar, siendo la operación de las válvulas el factor más importante en dicho proceso.

Debido a que las condiciones de la red no permitieron llevar a cabo la calibración de las rugosidades de los tubos y además que el sistema es relativamente nuevo (5 años) se consideró inconveniente aplicar la fórmula de Genijew para tener una estimación del efecto de la vejez del tubo en la rugosidad absoluta, ya que el valor de a de la ecuación A.17 se consideró muy grande comparado con la rugosidad absoluta para un tubo nuevo del polietileno de alta densidad (0.002). Por otro lado, es razonable tomar en cuenta que el material del tubo es importante para la estimación de la rugosidad de los tubos que se encuentran en operación. La fórmula A.17 no toma en cuenta esta consideración lo cual provoca desconfianza sobre la generalidad de la misma.

En el período de medición de los consumos totales de agua se observó que una parte del sistema se encontraba deshabilitada, por lo que dicha área no se consideró en la simulación. El consumo total de agua en la simulación de la red no fue muy sensible a la operación de las válvulas.

Para no incluir el área que se encontraba deshabilitada se eliminó en un principio a las tomas domiciliarias en los tubos donde no había operación de las mismas. Sin embargo, como en muchos de los tubos de distribución el gasto resultó igual a cero esto provocó una lenta convergencia en la solución de la red. Este problema se resolvió eliminando directamente a los tubos donde las tomas no estaban en servicio.

En la última columna de la tabla 4.21 se muestran las diferencias de los consumos de agua promedio medidos y calculados, las cuales pueden ser consideradas como el porcentaje de fugas de agua que existe en la red de distribución más las fugas de agua en las tomas, de la conexión con el tubo de distribución al cuadro de la toma. Esta conclusión se hace con base en que los consumos de agua fueron calibrados previamente, faltando por calibrar únicamente las geometrías de los elementos y las fugas; que por otro lado, ya se indicó que el consumo de agua en la red no fue muy sensible a los cambios de geometrías de los tubos ni a la operación de las válvulas. Esto significa que en situaciones similares, las fugas prácticamente no necesitan ser calibradas y en tal caso el modelo puede ser usado para la detección de fugas de agua en la red.

La pequeña diferencia negativa de -3.02% que se obtiene en la tabla 4.21 puede deberse, además del error del modelo, al efecto dinámico del flujo.

De la referencia 10 se tiene que del total de agua que se consume en una ciudad, en promedio existe un 26% de fuga en las tomas domiciliarias y un 10% de fuga en la red de distribución. Los porcentajes de fuga obtenidos en El Paraje que se encuentran abajo de este promedio, pueden deberse a una buena instalación de la red de agua potable y a que ésta es relativamente nueva.

Tabla 4.21 Diferencias de consumo de agua medido y calculado.

HORA	GASTO (l/s)	VOLUMEN (l)	VOLUMEN TOTAL (l)	GASTO MEDIO MEDIDO (l/s)	GASTO MEDIO CALC. (l/s)	DIF. GASTO (l/s)	DIF. GASTO (%)
12:00 pm	10.5				11.63		
12:15 pm	9.97	9,211.50					
12:30 pm	11.68	9,742.50					
12:45 pm	9.83	9,679.50					
1:00 pm	11.25	9,486.00	38,119.50	10.59	10.91	-0.32	-3.02
1:15 pm	11.21	10,107.00					
1:30 pm	9.7	9,409.50					
1:45 pm	8.72	8,289.00					
2:00 pm	10.94	8,847.00	36,652.50	10.18	9.56	0.62	6.09
2:15 pm	9.16	9,045.00					
2:30 pm	7.94	7,695.00					
2:45 pm	10.54	8,316.00					
3:00 pm	9.39	8,968.50	34,024.50	9.45	8.21	1.24	13.12
3:15 pm	7.07	7,407.00					
3:30 pm	7.54	6,574.50					
3:45 pm	7.27	6,664.50					
4:00 pm	8.25	6,984.00	27,630.00	7.68	7.08	0.60	7.81
4:15 pm	10.23	8,316.00					
4:30 pm	9.49	8,874.00					
4:45 pm	7.41	7,605.00					
5:00 pm	9.63	7,668.00	32,463.00	9.02	7.59	1.43	15.85
5:15 pm	9.06	8,410.50					
5:30 am	10.47	8,788.50					
5:45 pm.	8.08	8,347.50					
6:00 pm	6.56	6,588.00	32,134.50	8.93	8.40	0.53	5.94
6:15 pm	10.37	7,618.50					
6:30 pm	7.98	8,257.50					

Tabla 4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)
3	1	8	11	0.70	20.00	1,506.34	1,527.04		
			12		20.22		1,527.26	1,527.20	0.06
			13		20.77		1,527.81	1,527.57	0.24
			14		21.00		1,528.04	1,527.73	0.31
			15		20.99		1,528.03	1,527.50	0.53
			16		20.50		1,527.54	1,527.45	0.09
			17		20.22		1,527.26	1,527.35	-0.09
			18		19.96		1,527.00	1,526.75	0.25
5	1	8	11	0.70	20.00	1,506.34	1,527.04		
			12		20.19		1,527.23	1,527.20	0.03
			13		20.71		1,527.75	1,527.57	0.18
			14		21.00		1,528.04	1,527.73	0.31
			15		20.69		1,527.73	1,527.50	0.23
			16		20.50		1,527.54	1,527.45	0.09
			17		20.50		1,527.54	1,527.35	0.19
			18		19.98		1,527.02	1,526.75	0.27
13	1	3	11	0.66	20.33	1,506.16	1,527.15		
			12		20.50		1,527.32	1,527.20	0.12
			13		20.50		1,527.32	1,527.57	-0.25
			14		20.40		1,527.22	1,527.73	-0.51
			15		20.01		1,526.83	1,527.50	-0.67
			16		20.50		1,527.32	1,527.45	-0.13
			17		20.50		1,527.32	1,527.35	-0.03
			18		19.46		1,526.28	1,526.75	-0.47
151	1	72	11	0.50	24.40	1,500.93	1,525.83		
			12		24.09		1,525.52	1,526.79	-1.27
			13		24.39		1,525.82	1,527.18	-1.36
			14		24.07		1,525.50	1,527.40	-1.90
			15		24.56		1,525.99	1,527.42	-1.43
			16		25.00		1,526.43	1,527.27	-0.84
			17		25.00		1,526.43	1,527.18	-0.75
			18		23.89		1,525.32	1,526.49	-1.17
140	1	77	11	0.57	24.20	1,500.93	1,525.70		
			12		24.42		1,525.92	1,525.87	0.05
			13		24.50		1,526.00	1,526.30	-0.30
			14		24.06		1,525.56	1,526.80	-1.24
			15		24.73		1,526.23	1,526.71	-0.48
			16		25.00		1,526.50	1,526.93	-0.43

Tabla 4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)
208	1	106	17		24.55		1,526.05	1,526.79	-0.74
			18		24.50		1,526.00	1,526.07	-0.07
			11	0.92	23.11	1,501.15	1,525.18		
			12		24.00		1,526.07	1,525.07	1.00
			13		23.29		1,525.36	1,525.79	-0.43
			14		23.42		1,525.49	1,526.29	-0.80
			15		24.11		1,526.18	1,526.28	-0.10
			16		24.50		1,526.57	1,526.67	-0.10
62	2	89	17		24.00		1,526.07	1,526.43	-0.36
			18		24.00		1,526.07	1,525.66	0.41
			11	0.70	25.00	1,499.60	1,525.30		
			12		25.81		1,526.11	1,525.28	0.83
			13		26.00		1,526.30	1,526.01	0.29
			14		25.39		1,525.69	1,526.47	-0.78
			15		25.80		1,526.10	1,526.72	-0.62
			16		26.50		1,526.80	1,526.95	-0.15
40	2	195	17		26.50		1,526.80	1,526.65	0.15
			18		25.05		1,525.35	1,525.69	-0.34
			11	1.09	23.91	1,501.08	1,526.08		
			12		23.71		1,525.88	1,525.27	0.61
			13		23.05		1,525.22	1,526.00	-0.78
			14		23.50		1,525.67	1,526.47	-0.80
			15		24.23		1,526.40	1,526.71	-0.31
			16		24.50		1,526.67	1,526.94	-0.27
66	3	180	17		22.38		1,524.55	1,526.61	-2.06
			18					1,525.68	
			11	0.68	24.53	1,500.91	1,526.12		
			12		24.06		1,525.65	1,525.59	0.06
			13		24.80		1,526.39	1,526.13	0.26
			14		25.00		1,526.59	1,526.62	-0.03
			15		25.00		1,526.59	1,526.51	0.08
			16		25.62		1,527.21	1,526.79	0.42
1	3	112	17		25.39		1,526.98	1,526.60	0.38
			18					1,525.86	
			11	1.06	24.38	1,500.00	1,525.44		
			12		25.00		1,526.06	1,525.50	0.56
		13		25.00		1,526.06	1,526.07	-0.01	
		14		25.00		1,526.06	1,526.55	-0.49	

Tabla 4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)
			15		25.00		1,526.06	1,526.49	-0.43
			16		25.00		1,526.06	1,526.73	-0.67
			17		25.31		1,526.37	1,526.54	-0.17
			18					1,525.80	
24	3	108	11	0.55	25.25	1,500.16	1,525.96		
			12		25.88		1,526.59	1,525.52	1.07
			13		25.34		1,526.05	1,526.08	-0.03
			14		25.00		1,525.71	1,526.57	-0.86
			15		25.00		1,525.71	1,526.46	-0.75
			16		25.07		1,525.78	1,526.74	-0.96
			17		25.50		1,526.21	1,526.55	-0.34
			18		25.50		1,526.21	1,525.81	0.40
35	3	84	11	0.97	24.61	1,500.75	1,526.33		
			12		25.00		1,526.72	1,525.71	1.01
			13		25.00		1,526.72	1,526.24	0.48
			14		25.00		1,526.72	1,526.70	0.02
			15		25.00		1,526.72	1,526.59	0.13
			16		25.05		1,526.77	1,526.84	-0.07
			17		25.40		1,527.12	1,526.66	0.46
			18					1,525.93	
115	4	116	11	0.44	26.00	1,499.20	1,525.64		
			12		26.00		1,525.64	1,524.41	1.23
			13		26.00		1,525.64	1,525.08	0.56
			14		26.00		1,525.64	1,525.83	-0.19
			15		26.00		1,525.64	1,525.82	-0.18
			16		26.45		1,526.09	1,526.33	-0.24
			17		25.58		1,525.22	1,526.13	-0.91
			18		25.08		1,524.72	1,525.28	-0.56
149	4	125	11	0.44	26.42	1,498.95	1,525.81		
			12		25.56		1,524.95	1,524.30	0.65
			13		25.90		1,525.29	1,524.99	0.30
			14		25.77		1,525.16	1,525.75	-0.59
			15		25.51		1,524.90	1,525.74	-0.84
			16		26.89		1,526.28	1,526.30	-0.02
			17		27.00		1,526.39	1,526.09	0.30
			18		26.11		1,525.50	1,525.21	0.29
10	4	169	11	0.38	27.19	1,498.05	1,525.62		
			12		27.64		1,526.07	1,524.41	1.66

Tabla 4 23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)					
212	4	36	13	0.87	27.89	1,499.60	1,526.32	1,525.09	1.23					
			14		27.46		1,525.89	1,525.83	0.06					
			15		27.29		1,525.72	1,525.82	-0.10					
			16		27.93		1,526.36	1,526.33	0.03					
			17		27.50		1,525.93	1,526.12	-0.19					
			18		27.50		1,525.93	1,525.27	0.66					
			11		25.17		1,525.64							
			12		25.50		1,525.97	1,524.41	1.56					
			13		25.19		1,525.66	1,525.08	0.58					
			14		25.00		1,525.47	1,525.83	-0.36					
			15		26.00		1,526.47	1,525.82	0.65					
			16		26.00		1,526.47	1,526.33	0.14					
			17		25.88		1,526.35	1,526.13	0.22					
			18					1,525.27						
			133		4		196	11	0.49	24.84	1,499.50	1,524.83		
								12	25.06	1,525.05	1,524.40	0.65		
								13	25.39	1,525.38	1,525.07	0.31		
								14	25.66	1,525.65	1,525.82	-0.17		
15	25.73	1,525.72		1,525.80		-0.08								
16	26.00	1,525.99		1,526.32		-0.33								
17	25.63	1,525.62		1,526.11		-0.49								
18	24.80	1,524.79		1,525.27		-0.48								
35	5	164		11		0.73		27.04	1,497.30	1,525.07				
			12	26.00	1,524.03	1,523.28	0.75							
			13	26.10	1,524.13	1,523.97	0.16							
			14	27.15	1,525.18	1,524.92	0.26							
			15	27.53	1,525.56	1,525.15	0.41							
			16	28.00	1,526.03	1,525.75	0.28							
			17	27.88	1,525.91	1,525.55	0.36							
			18	26.97	1,525.00	1,524.57	0.43							
			53	5	51	11	0.62	27.00	1,497.50	1,525.12				
12	27.00	1,525.12				1,523.28	1.84							
13	27.09	1,525.21				1,523.94	1.27							
14	26.81	1,524.93				1,524.92	0.01							
15	25.83	1,523.95				1,525.15	-1.20							
16	28.12	1,526.24				1,525.74	0.50							
17	28.16	1,526.28				1,525.55	0.73							
18	26.89	1,525.01				1,524.57	0.44							

Tabla 4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)
107	5	138	11	0.59	27.47	1,497.55	1,525.61		
			12		27.24		1,525.38	1,524.39	0.99
			13		27.92		1,526.06	1,525.06	1.00
			14		27.59		1,525.73	1,525.79	-0.06
			15		27.94		1,526.08	1,525.78	0.30
			16		28.00		1,526.14	1,526.31	-0.17
			17		28.00		1,526.14	1,526.10	0.04
			18		27.12		1,525.26	1,525.24	0.02
99	5	139	11	0.62	27.00	1,497.50	1,525.12		
			12		27.00		1,525.12	1,524.35	0.77
			13		27.00		1,525.12	1,525.02	0.10
			14		27.00		1,525.12	1,525.78	-0.66
			15		27.00		1,525.12	1,525.76	-0.64
			16		27.17		1,525.29	1,526.28	-0.99
			17		27.46		1,525.58	1,526.08	-0.50
			18		27.01		1,525.13	1,525.23	-0.10
7	5	134	11	0.24	26.11	1,498.80	1,525.15		
			12		26.62		1,525.66	1,524.36	1.30
			13		26.87		1,525.91	1,525.04	0.87
			14		26.07		1,525.11	1,525.79	-0.68
			15		25.86		1,524.90	1,525.78	-0.88
			16		27.48		1,526.52	1,526.29	0.23
			17		27.01		1,526.05	1,526.09	-0.04
			18		26.57		1,525.61	1,525.24	0.37
179	6	101	11	0.34	25.09	1,500.32	1,525.75		
			12		25.80		1,526.46	1,525.22	1.24
			13		23.69		1,524.35	1,525.96	-1.61
			14		23.41		1,524.07	1,526.43	-2.36
			15		25.52		1,526.18	1,526.69	-0.51
			16		26.00		1,526.66	1,526.92	-0.26
			17		26.00		1,526.66	1,526.61	0.05
			18		25.20		1,525.86	1,525.64	0.22
181	6	101	11	0.28	24.68	1,500.32	1,525.28		
			12		24.33		1,524.93	1,525.22	-0.29
			13		24.07		1,524.67	1,525.96	-1.29
			14		24.96		1,525.56	1,526.43	-0.87
			15		25.00		1,525.60	1,526.69	-1.09
			16		25.95		1,526.55	1,526.92	-0.37

Tabla 4.23 Comparación de energías en la red de agua potable de El Paraje

Casa	Sector	Nodo	Hora	Altura Man. (m)	Presión Prom. (m.c.a.)	Elevac. terreno natural (m)	Energía medida (m)	Energía Calc. (m)	Diferencia (m)
			17		26.00		1,526.60	1,526.61	-0.01
			18		25.13		1,525.73	1,525.64	0.09
154	6	163	11	0.59	23.94	1,500.64	1,525.17		
			12		24.70		1,525.93	1,525.22	0.71
			13		25.00		1,526.23	1,525.96	0.27
			14		24.88		1,526.11	1,526.44	-0.33
			15		24.81		1,526.04	1,526.69	-0.65
			16		25.77		1,527.00	1,526.93	0.07
			17		23.81		1,525.04	1,526.61	-1.57
			18					1,525.64	

Red Chalco

Con el modelo que se propuso en este trabajo también se simuló la red de agua potable de Chalco del Estado de México. El propósito de aplicar el modelo en esta red fue el de evaluar la convergencia y las bondades del mismo en la calibración de una red de mediana dimensión. Asimismo, probar la versatilidad y ventajas del modelo en el caso de contar con únicamente la información que normalmente se usa en los modelos convencionales, sin haber hecho aún un estudio sobre la política de operación de las tomas domiciliarias.

El organismo operador de la red de Chalco y la empresa EPSCOM, S.C. proporcionaron información sobre la población actual, la geometría y tendido de la red primaria y parte de la red secundaria, la ubicación, alturas y capacidades de los tanques de regulación, los gastos en las fuentes de abastecimiento, y las horas de operación de los equipos de bombeos.

Se estima que la población de Chalco al año actual de 1996 es de 150,000 habitantes. La red de tubos se conforma con diámetros nominales que van de 76 a 350 mm en materiales de cloruro de polivinilo (PVC), fibrocemento y fierro fundido (Fo Fo).

El suministro de agua proviene de 6 pozos profundos ubicados en lugares distintos, con los gastos y horas de bombeo que se indican en la tabla número 4.24. Estos pozos se encuentran distribuidos dentro de la misma área del poblado, también hay un pozo que actualmente está fuera de servicio.

Existen 3 tanques metálicos elevados de regulación con capacidad de 250 m³ cada uno y 15 m de altura, ubicados a unos 20 m de distancia de un determinado pozo. Es decir, en tres de los pozos existentes hay un tanque a un lado de éste y en los otros tres pozos no existe ningún tanque, con su descarga directa a la red de distribución. Los tanques se localizan en los pozos número 1, 2 y 5, respectivamente.

El Pozo número 1 tiene su descarga de agua a la red y al tanque por la parte superior del mismo; de la parte inferior del tanque se conecta un tubo para la bajada del agua que se utiliza únicamente para el llenado de camiones transportadores de agua.

El pozo número 2 tiene su descarga de agua a la red y al tanque por la parte inferior del mismo. A este tanque llega una descarga por la parte superior de éste proveniente del pozo número 4.

El pozo número 5 tiene su descarga de agua al tanque por la parte superior de éste; de la parte inferior del tanque se conecta un tubo para la bajada del agua hacia la red de distribución.

La red de Chalco se encuentra desconectada por medio de una válvula de seccionamiento formando dos sectores, cada uno con una operación independiente. En una de ellas se localiza el pozo número 7 donde no existe tanque de regulación. En el otro sector se localiza el resto de pozos y es la zona donde se encuentran los tres tanques de regulación.

Tabla 4.24 Operación de los equipos de bombeo en la red de agua potable de Chalco.

FUENTE	GASTO (l/s)	HORAS DE BOMBEO	
		INICIO (h)	PARO (h)
Pozo No. 1	57	6:00 19:00	12:00 24:00
Pozo No. 2	30	12:00 0:00	24:00 7:00
Pozo No. 4	92	5:00 16:00	12:00 18:00
Pozo No. 5	49	24 horas	
Pozo No. 6	114	5:00	20:00
Pozo No. 7	94	5:00	20:00

Como puede verse en la tabla 4.24, hay varias condiciones de operación de los equipos de bombeo. La calibración de la red se efectuó para la operación correspondiente de las 12:00 a las 16:00 Hrs., caso en el cual se encuentran operando los pozos número 2, 5, 6 y 7. En ese intervalo de operación se tomaron mediciones de las presiones en varios puntos de la red y ésta se simuló tomando en cuenta a la red primaria y parte de la red secundaria, distribuyendo en los nodos de la red los consumos de agua iguales al gasto total de los pozos en operación.

En el proceso de calibración se ajustaron las rugosidades de los tubos, operación de las válvulas de seccionamiento y las demandas en las zonas de baja presión.

El esquema de la red se encuentra en la figura 4.41 y en la tabla 4.25 se muestran las presiones medidas y calculadas donde se tienen diferencias promedio de alturas de presión menores de 1.0 m que se consideran dentro de una tolerancia permitida.

En la simulación de la red de Chalco se observó buena convergencia en la solución del sistema de ecuaciones. Las tolerancias usadas fueron: gasto en las tomas de 1×10^{-7} l/s, gasto en las cuerdas de 0.001 l/s, energías en los nodos de 0.001 m. Para estas tolerancias el tiempo de cálculo fue de 9 minutos en 5 iteraciones globales. Las iteraciones promedio en las cuerdas fue de 4 a 50 y en las redes de 1 a 29.

Tabla 4.25 Comparación de presiones en la red de agua potable de Chalco.

PUNTO	NODO	PRESION MEDIDA (mca)	PRESION CALCULADA (mca)	DIFERENCIA DE PRESION (mca)
Sector de los pozos número 2, 5 y 6				
2	171	5.50	5.68	0.18
3	184	0.00	0.07	0.07
4	160	6.60	6.76	0.16
5	128	5.17	6.61	1.44
6	145	2.33	3.14	0.81
7	151	1.50	1.96	0.46
8	115	10.90	11.88	1.28
10	140	3.94	5.52	1.58
11	112	9.77	10.64	0.87
12	53	24.30	23.75	-0.55
13	40	9.00	10.04	1.04
18	56	12.43	11.87	-0.56
19	166	6.61	5.87	-0.74
20	250	19.78	20.89	1.11
Sector del pozo número 7				
14	26	27.63	27.58	-0.05
15	19	21.83	20.47	-1.36
17	72	17.48	18.05	0.57

En la simulación de esta red se probó que el modelo puede resolver las redes también de la manera convencional cuando no se dispone de información sobre el sembrado y política de operación de las tomas domiciliarias. Sin embargo, aún en este caso se tienen ventajas sobre los modelos convencionales, ya que este modelo puede simular la red secundaria sin incrementar el número de ecuaciones ya que la red primaria y secundaria se resuelven por separado.



Figura 4.41 Esquema de la red de agua potable de Chalco

APENDICE A
ECUACION PARA CALCULAR LAS PERDIDAS DE
ENERGIA

APENDICE A: ECUACION PARA CALCULAR LAS PERDIDAS DE ENERGIA

En este apéndice se propone una ecuación explícita para obtener el coeficiente de pérdidas que interviene en la ecuación de Darcy-Weisbach para el cálculo de pérdidas de energía por conducción. Los resultados obtenidos se ajustan satisfactoriamente a la ecuación implícita de Colebrook-White.

Se muestran en forma gráfica las diferencias, respecto de la ecuación de Colebrook-White, de las ecuaciones de Moody⁷⁶, Wood¹¹³, Swamee y Jain¹⁰⁶, y una anterior propuesta por Guerrero⁴⁵, además de la ecuación que aquí se plantea.

Los resultados muestran que la ecuación aquí propuesta es la que presenta menor porcentaje de error respecto de la de Colebrook-White. Además, por tratarse de una expresión explícita, no existe dificultad para sustituir el coeficiente de pérdidas obtenido en la ecuación de Darcy-Weisbach.

A.1 INTRODUCCION

La ecuación de Darcy-Weisbach es la más recomendable para calcular las pérdidas de energía por conducción, siempre y cuando se evalúe un coeficiente de pérdidas que la ecuación de Colebrook-White modela para flujo turbulento ($Re \geq 4000$), ya sea éste en transición o totalmente desarrollado.

Sin embargo, la ecuación de Colebrook-White contiene este valor en forma implícita, impidiendo la sustitución en la ecuación de Darcy-Weisbach.

Esta dificultad ha impedido aprovechar las ventajas de las ecuaciones de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White, principalmente en redes de tubos y ha motivado el uso generalizado de ecuaciones empíricas menos precisas, con la única ventaja de poderse aplicar con facilidad en cualquier caso; no obstante, a menudo se abusa de éstas, inclusive en los sistemas sencillos donde puede aplicarse la ecuación de Colebrook-White.

A.2 ANTECEDENTES

Las pérdidas de energía por conducción h_f se calculan con la siguiente ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{0.81 L}{g D^5} Q^2 \quad (\text{A.1})$$

donde f , Q , L , D , g son el coeficiente de pérdidas, gasto que circula por el tubo, longitud del tubo, diámetro interior del tubo y la aceleración de la gravedad, respectivamente.

Para obtener el valor de f se utiliza la ecuación de Colebrook-White que se obtiene de las dos ecuaciones de Von Kármán y Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon/D}{3.71} \right] \quad (\text{A.2})$$

y

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right] \quad (\text{A.3})$$

donde ϵ es la rugosidad absoluta del tubo y ϵ/D es la rugosidad relativa del tubo.

La ecuación A.2 es válida para tubos rugosos con flujo turbulento totalmente desarrollado y la A.3 es válida para tubos lisos en régimen turbulento. Con base en estas dos ecuaciones se propuso la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right] \quad (\text{A.4})$$

la cual se conoce como ecuación implícita de Colebrook-White, válida tanto para tubos lisos como rugosos para flujo turbulento.

Se ha insistido por diferentes caminos en aprovechar los resultados de la ecuación de Colebrook-White. La Hydraulics Research Station⁵⁴, combinando las ecuaciones de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White obtuvo una ecuación explícita para calcular el gasto en los tubos.

Echávez³⁰ propuso una modificación a la ecuación de Colebrook-White para calcular el coeficiente de pérdidas f , siendo $f = C f_i$, donde f_i corresponde a un valor de f para un flujo turbulento totalmente desarrollado y C es un factor de corrección expresado en forma implícita. Esto provoca también un carácter implícito en la evaluación de f .

Para obtener una ecuación explícita para calcular las pérdidas de energía por conducción, ha sido necesario realizar ajustes a la ecuación de Colebrook-White.

Un procedimiento que ha sido empleado por Jeppson y Davis⁵⁸, consiste en ajustar esta ecuación a la forma $f = a/Q^b$, donde a y b se obtienen resolviendo dos ecuaciones simultáneas para a y b , correspondientes a dos valores del gasto en un corto intervalo de variación.

El inconveniente de este procedimiento es que dentro de un método de revisión es necesario obtener continuamente los valores de a y b para cada tubo en todo el proceso de solución iterativo.

Algunos autores, tales como Jain et al.⁷⁶ y Revilla⁸⁹ han planteado modificar las ecuaciones de Hazen-Williams y de Manning con base en los resultados de la ecuación de Colebrook-White. Revilla propone una ecuación de ajuste para calcular el coeficiente de rugosidad n de la ecuación de Manning para tubos, en función del número de Reynolds.

Un inconveniente que se observa en el planteamiento de Revilla es que el ajuste debe realizarse, tanto para determinados valores de rugosidad relativa ϵ/D , como para ciertos valores del diámetro D , lo cual incrementa el número de ajustes necesarios.

Otro procedimiento es obtener previamente una ecuación explícita para calcular el coeficiente de pérdidas ajustado a los resultados de la ecuación de Colebrook-White. Esta opción resulta muy conveniente; sin embargo, el problema es obtener un ajuste enteramente satisfactorio.

Existen varios autores que han propuesto ecuaciones explícitas para obtener el coeficiente de pérdida ajustado a los resultados de la ecuación de Colebrook-White.

La ecuación de Moody⁷⁶ fue la primera propuesta con resultados satisfactorios en ese tiempo, que se expresa

$$f = 0.0055 \left[1 + \left[20000 \frac{\epsilon}{D} + \frac{10^6}{Re} \right]^{\frac{1}{3}} \right] \quad (\text{A.5})$$

donde Re es el número de Reynolds, que para el caso de tubos circulares se define como

$$Re = \frac{4Q}{\pi \nu D} \quad (\text{A.6})$$

donde ν es la viscosidad cinemática del fluido.

Posteriormente, Wood¹¹³ propone la ecuación

$$f = 0.094 \left[\frac{\epsilon}{D} \right]^{0.225} + 0.53 \left[\frac{\epsilon}{D} \right] + \left[88 \left[\frac{\epsilon}{D} \right]^{0.44} \right] Re^{-1.62(\epsilon/D)^{0.134}} \quad (\text{A.7})$$

Más recientemente Swamee y Jain¹⁰⁶ propusieron la ecuación

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{5.74}{Re^{0.90}} \right] \right]^2} \quad (\text{A.8})$$

Por su parte Guerrero⁴⁵ propuso la siguiente ecuación

$$f = \alpha + B/Re^C \quad (\text{A.9})$$

donde α es el valor de f que se calcula con la ecuación de Von Kármán y Prandtl (ecuación A.2), correspondiente a un flujo turbulento totalmente desarrollado. B y C son parámetros de ajuste que dependen de la rugosidad relativa del conducto y de un intervalo del número de Reynolds. Los resultados se muestran en las tablas A.1 a la A.5.

Tabla A.1 Parámetros B y C para $0.001 < \epsilon/D \leq 0.05$

ϵ/D	Re \leq 4000		
	B	C	coeficiente correlación
0.05	17.563	0.9733	-0.99994
0.04	18.707	0.968	-0.99996
0.03	20.583	0.9624	-0.99994
0.02	22.606	0.9498	-0.9999
0.018	23.074	0.9461	-0.99988
0.015	23.826	0.9394	-0.99984
0.013	24.217	0.9331	-0.99977
0.01	24.047	0.9179	-0.99964
0.009	24.947	0.9161	-0.99952
0.008	24.352	0.9073	-0.99942
0.007	23.514	0.8966	-0.99932
0.006	22.345	0.8833	-0.99917
0.005	20.747	0.8664	-0.99896
0.004	18.569	0.844	-0.99869
0.003	14.036	0.8015	-0.99861
0.002	10.357	0.7525	-0.99823
0.0015	8.1799	0.7167	-0.998
0.0013	7.2503	0.699	-0.99793

Tabla A.2 Parámetros B y C para $0.00007 < \epsilon/D \leq 0.001$

ϵ/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$Re \geq 1.5 \times 10^5$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
0.001	5.153	0.6543	- 0.99841	143.70	0.9451	- 0.99972
0.0009	4.7187	0.6417	- 0.99842	148.18	0.942	- 0.99969
0.0008	4.2824	0.6279	- 0.99845	155.5	0.9397	- 0.99966
0.0007	3.8437	0.6127	- 0.99849	160.97	0.9356	- 0.99959
0.0006	3.404	0.5956	- 0.99854	162.62	0.9287	- 0.99949
0.0005	2.9638	0.5763	- 0.99863	170.54	0.9235	- 0.99936
0.0004	2.5236	0.554	- 0.99876	160.24	0.908	- 0.99914
0.0003	2.0823	0.5274	- 0.99894	130.55	0.8789	- 0.99875
0.0002	1.6364	0.4941	- 0.99921	78.803	0.822	- 0.99795
0.00015	1.4078	0.4733	- 0.99937	51.222	0.777	- 0.99739
0.0001	1.1699	0.4477	- 0.9996	31.547	0.7246	- 0.99678
0.00008	1.0693	0.4352	- 0.99966	23.708	0.695	- 0.99649

Tabla A.3 Parámetros B y C para $0.000008 < \epsilon/D \leq 0.00007$

ϵ/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$1.5 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$Re \geq 4 \times 10^6$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
.00007	1.0173	0.4283	- 0.99972	19.915	0.6773	- 0.99637	1149.6	0.954	- 0.99989
.00006	0.9635	0.4207	- 0.99976	16.261	0.6569	- 0.99624	1179.7	0.9485	- 0.99991
.00005	0.9073	0.4122	-0.99982	12.8	0.6331	- 0.99618	1233.6	0.9431	- 0.99983
.00004	0.8479	0.4027	- 0.99988	9.5887	0.6047	- 0.99616	1255.9	0.9344	- 0.99978
.00003	0.7836	0.3916	- 0.99992	6.6876	0.5697	- 0.99631	1178.1	0.9179	- 0.99959
.00002	0.7111	0.3778	- 0.99996	4.1671	0.5242	- 0.99661	1113.8	0.8976	- 0.99914
.000015	0.6697	0.3692	- 1	3.0706	0.495	- 0.99694	683.35	0.8561	- 0.99896
.00001	0.6215	0.3585	- 1	2.0912	0.4583	- 0.99748	423.54	0.8116	- 0.99845

Tabla A.4 Parámetros B y C para $0.000001 \leq \epsilon/D \leq 0.000008$

ϵ/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$1.5 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$4 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
.000008	0.5992	0.3532	- 1	1.7309	0.4402	- 0.99775	309.71	0.7846	- 0.99814
.000005	0.5596	0.3433	- 0.99999	1.2218	0.4068	- 0.99833	146.58	0.7234	- 0.99744
.000003	0.5256	0.334	- 0.99996	0.8956	0.3768	- 0.99882	60.006	0.654	- 0.9981
.000001	0.4732	0.3184	- 0.99991	0.5508	0.3292	- 0.99954	9.3224	0.5149	- 0.99663

Tabla A.5 Parámetros B y C para $0 \leq \epsilon/D < 0.000001$

ϵ/D	$4000 \leq Re \leq 10^5$			$10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$4 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
0	0.3037	0.2472	- 0.99917	0.139	0.1792	- 0.99915	0.0781	0.1403	- 0.99976

A.3 ANALISIS DE ECUACIONES EXPLICITAS

En este estudio se obtuvieron los porcentajes de error que tienen las ecuaciones explícitas señaladas anteriormente (ecuaciones A.5, A.7, A.8 y A.9) al calcularse los valores de f , tomando como referencia a la ecuación de Colebrook-White (ecuación A.4), donde el porcentaje de error se define como $(f-f_{cw})/f_{cw}$, donde f es el resultado de las ecuaciones A.5, A.7, A.8 y A.9, y f_{cw} el de Colebrook-White. Dicha evaluación se obtuvo para diferentes valores de $4000 \leq Re \leq 1 \times 10^8$ y $0 \leq \epsilon/D \leq 0.05$.

Los porcentajes de error de la ecuación de Moody que se indican en la figura A.1, muestran los valores más grandes para rugosidades relativas (ϵ/D) mayores a 0.01 para todo número de Reynolds; también se presentan para valores de $\epsilon/D < 0.00002$ con Reynolds mayores a 3×10^7 . Fuera de estos rangos los errores máximos son del - 5.6% en una pequeña zona.

Los resultados de la ecuación de Wood se muestran en la figura A.2. Los porcentajes de error más grandes se obtienen para valores de $\epsilon/D < 0.00001$ y todo número de Reynolds; es decir, no es válida para tubos lisos. Fuera de estos puntos se observan errores máximos de + 6 % en una pequeña zona.

Los porcentajes de error de la ecuación de Swamee y Jain se indican en la figura A.3. Se observan valores máximos de 3.0 % para valores de $\epsilon/D > 0.01$ y números de Reynolds cerca de 4000. Sin embargo, en la mayor parte el error absoluto es menor al 1.0 %.

Los porcentajes de error de la ecuación de Guerrero se indican en la figura A.4. En la mayor parte presenta errores absolutos menores al dos por ciento.

Comparando los resultados de las figuras A.1 a la A.4 se puede concluir que las ecuaciones de Swamme y Jain y la de Guerrero, son las que proporcionan los valores de f más cercanos a los de la ecuación de Colebrook-White.

A.4 ECUACION PROPUESTA

El propósito es encontrar una ecuación explícita para calcular el valor de f y que arroje los mismos resultados de la ecuación A.4. Para ello, se realizó un ajuste a la ecuación A.3 utilizando la expresión

$$f = a/Re^b \quad (A.10)$$

Empleando el método de mínimos cuadrados, resulta:

$$\begin{aligned} a &= 0.3037 & b &= 0.2472 & \text{para } 4000 \leq Re \leq 10^5 \\ a &= 0.139 & b &= 0.1792 & \text{para } 10^5 \leq Re \leq 3 \times 10^6 \\ a &= 0.0781 & b &= 0.1403 & \text{para } 3 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación A.10 en el lado derecho de la A.4, se tiene la ecuación

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{G}{Re^T} \right] \quad (\text{A.11})$$

donde

$$G = \frac{2.51}{a^{1/2}} \quad (\text{A.12})$$

y

$$T = 1 - b/2 \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo los resultados de a y b en las ecuaciones A.12 y A.13 se obtiene

$$\begin{aligned} G &= 4.555 & T &= 0.8764 & \text{para } 4000 \leq Re \leq 10^5 \\ G &= 6.732 & T &= 0.9104 & \text{para } 10^5 \leq Re \leq 3 \times 10^6 \\ G &= 8.982 & T &= 0.93 & \text{para } 3 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8 \end{aligned}$$

La ecuación A.11 calcula el coeficiente de pérdida f para tubos lisos, utilizando los resultados anteriores de G y T .

Empleando el mismo procedimiento utilizado por Colebrook-White para obtener a la ecuación A.4, de las ecuaciones A.2 y A.11 se tiene la siguiente ecuación

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right] \quad (\text{A.14})$$

para usarse tanto para tubos lisos como rugosos. La diferencia sustancial entre las ecuaciones

A.4 y A.14 es que esta última es explícita para el valor de f .

Despejando f , resulta

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right) \right]^2} \quad (\text{A.15})$$

Los porcentajes de error de la ecuación A.15 con relación a la de Colebrook-White, se muestran en la figura A.5. Se puede observar errores muy cerca de cero, mejorando incluso a la ecuación de Swamee y Jain (ecuación A.8) en todo el intervalo de estudio del número de Reynolds, principalmente para valores de $\epsilon/D < 0.001$. De esta manera, en puntos donde el porcentaje de error de la ecuación de Swamee y Jain son 1 %, la ecuación A.15 tiene porcentajes de error del 0.25 por ciento.

Sustituyendo la ecuación A.15 en la A.1, se obtiene

$$h_f = \frac{0.203L}{gD^5 \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right) \right]^2} Q^2 \quad (\text{A.16})$$

La ecuación A.16 permite calcular las pérdidas de energía por conducción en tubos, mejorando en términos generales los resultados de las ecuaciones explícitas anteriormente analizadas.

En un modelo hidráulico para sistemas de agua potable es recomendable calcular las pérdidas de energía en los conductos a presión usando la ecuación de Darcy-Weisbach y ecuaciones explícitas para calcular el coeficiente de pérdidas, que proporcionen los mismos resultados de la ecuación de Colebrook-White.

Es importante señalar que la ecuación A.9, en particular para valores de $\epsilon/D > 0.01$ mejora los resultados del resto de ecuaciones analizadas, incluyendo a la ecuación A.15 que aquí se propone.

La ecuación A.15 puede utilizarse para todo valor de ϵ/D , sin embargo, para no desaprovechar las ventajas de la ecuación A.9, es recomendable utilizar esta última para valores de $\epsilon/D > 0.01$, y la ecuación A.15 para valores de $\epsilon/D < 0.01$.

A.5 EL EFECTO DEL ENVEJECIMIENTO DE LOS TUBOS

La rugosidad absoluta ϵ y la relativa ϵ/D de los tubos, después de un cierto tiempo de uso en una red de agua potable, se modifica debido a la incrustación de sustancias en las paredes y en algunos casos también debido la reacción de la pared del tubo con el agua.

Este fenómeno es importante tomarlo en cuenta, tanto para condiciones futuras en el diseño de redes de tubos, como en las condiciones actuales de una red en operación, ya que el funcionamiento hidráulico en gran medida depende de que tan buena es la estimación de la rugosidad de los tubos.

Las redes de agua potable en operación presentan por lo general, serios problemas para determinar las condiciones geométricas en las cuales se encuentran trabajando realmente; a saber: la configuración de la red, el diámetro, longitud y material de cada uno de los tubos. Es también importante conocer el tiempo que tienen de haberse instalado cada uno de los elementos.

El proceso actual de *calibración de la red*, es una práctica común, para resolver el problema de la falta de conocimiento de la geometría real de una red de agua potable. La calibración de una red de agua potable es más confiable en tanto más se tenga información de la red.

El desconocimiento de la rugosidad de los tubos constituye uno de los mayores problemas en el proceso de calibración, sin embargo, se pueden utilizar modelos de predicción de la rugosidad en función del tiempo de operación del tubo, los cuales pueden ser de utilidad para hacer una primer estimación.

Este cálculo previo facilita el proceso de calibración, donde este último afina la propuesta inicial de los modelos de predicción de la rugosidad.

El criterio de Genijew¹⁰¹ modifica la rugosidad absoluta del tubo nuevo, de acuerdo con el tipo de agua que fluye en el tubo y el número de años de servicio, a saber:

$$\epsilon_t = \epsilon_o + a t \quad (\text{A.17})$$

donde ϵ_t en mm, es la rugosidad del tubo, después de t años de servicio, ϵ_o en mm es la rugosidad del tubo nuevo, a es un coeficiente que depende del grupo en el que se clasifique el agua que fluye en el tubo y t el número de años de servicio de la tubería.

La ecuación A.17 sigue una línea recta, sin embargo, un estudio reciente de Moreno y Echávez⁷⁷ efectuado en tubos hasta de 2 pulgadas, obtienen resultados diferentes a una línea recta.

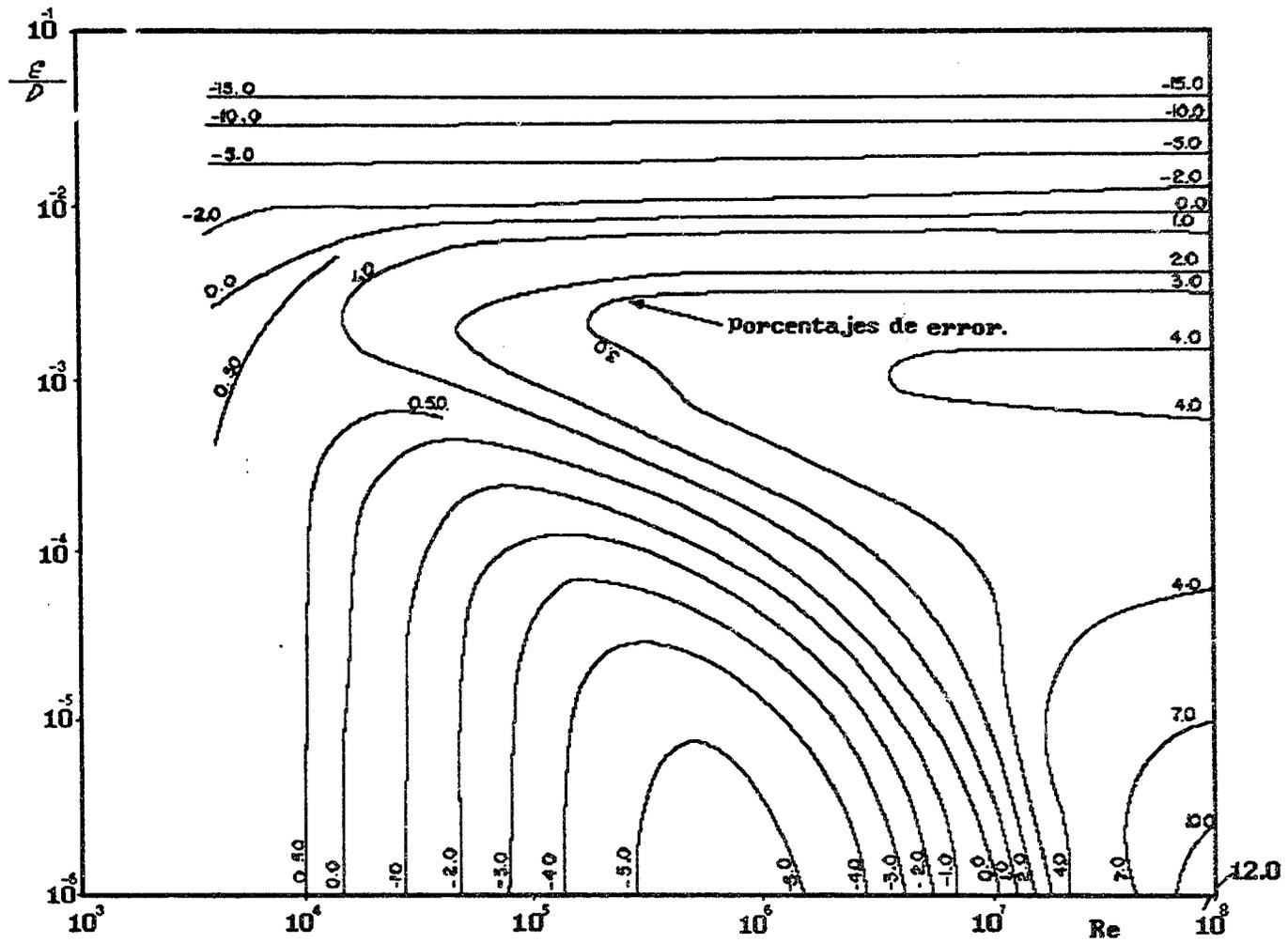


Figura A.1 Porcentajes de error de la ecuación de Moody.

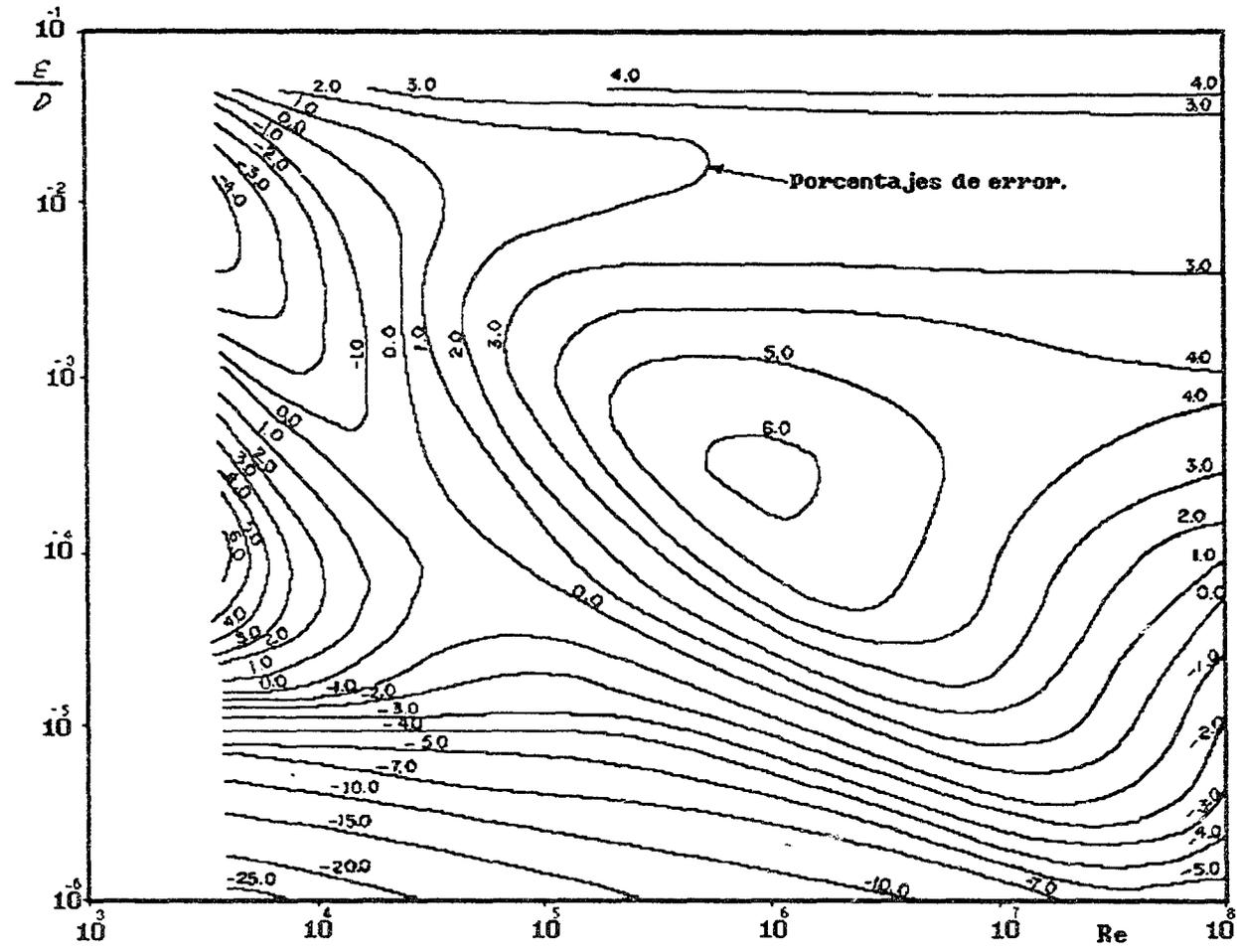


Figura A.2 Porcentajes de error de la ecuación de Wood.

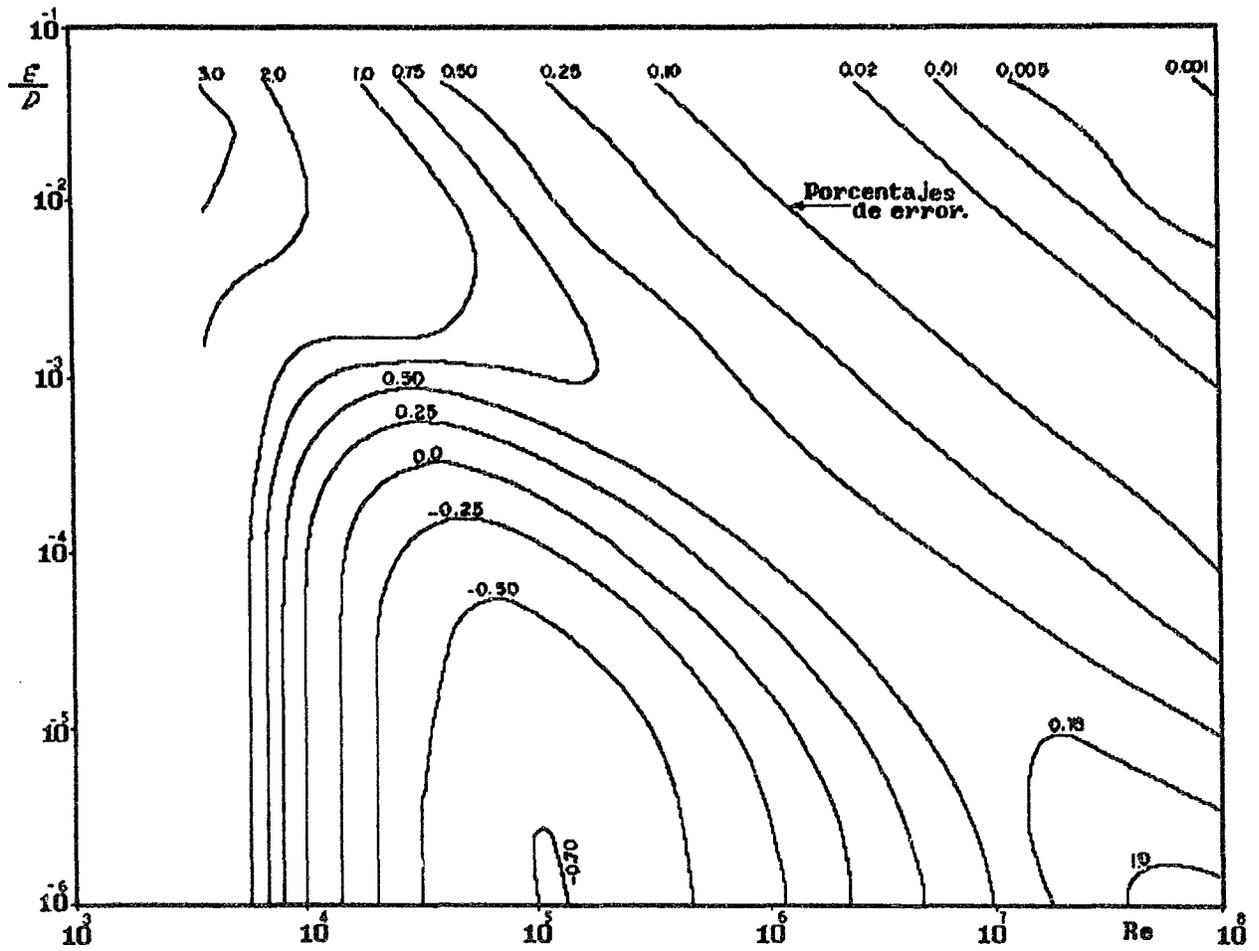


Figura A.3 Porcentajes de error de la ecuación de Swamee y Jain.

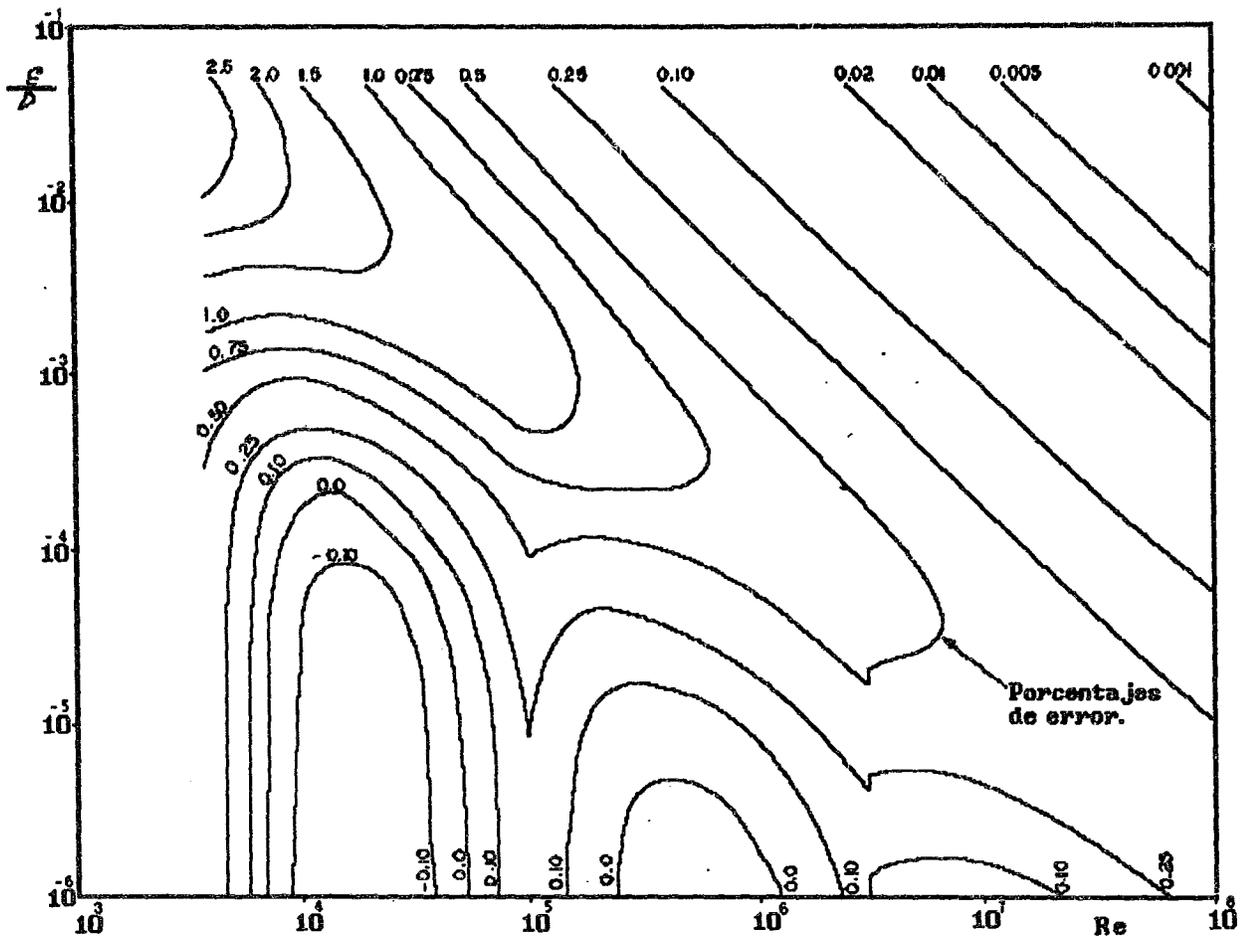


Figura A.5 Porcentajes de error de la ecuación propuesta.

APENDICE B
PROGRAMA DE COMPUTO MIRAP

APENDICE B: PROGRAMA DE COMPUTO MIRAP

B.1 CARACTERISTICAS DEL PROGRAMA

El programa de cómputo *MIRAP* (Modelación Integral de Redes de Agua Potable) efectúa la simulación hidráulica de las redes de agua potable empleando un procedimiento diferente al usado en los modelos convencionales, incorporando la modelación de elementos importantes como las tomas domiciliarias, la red secundaria y los tubos de distribución con el gasto espacialmente variado, sin aumentar el número de ecuaciones que sería necesario resolver en un modelo convencional. En las tomas domiciliarias se considera que pueden o no existir tinacos o cisternas, y su funcionamiento depende de las presiones y la forma como los usuarios operan las llaves de las mismas.

Este planteamiento permite conocer mejor el funcionamiento de las redes de abastecimiento de agua potable, con un impacto directo sobre los problemas que requieren de simulación hidráulica más precisa, como los aspectos de calidad del agua en las redes.

Este programa de cómputo se compone de tres módulos principales: *captura de datos, cálculo, e impresión de datos y resultados.*

El módulo de cálculo establece primeramente la conectividad y la información ordenada de cada elemento interno de la red con el propósito de agilizar y optimizar el cálculo hidráulico. Posteriormente, simula el funcionamiento hidráulico de todos los elementos mediante la solución de sistemas de ecuaciones implícitas no lineales.

En la red pueden existir diferentes elementos de frontera como son pozos profundos, tanques atmosféricos (norias y tanques en contacto con la atmósfera), tanques hidroneumáticos y descargas libres. Pueden existir también diferentes elementos internos como son tramos de tubo, tomas domiciliarias, bombas y válvulas.

Se pueden resolver varios casos como son redes con o sin *nodos principales*, redes conexas y no conexas, tramos de tubo con o sin tomas domiciliarias y sistemas de agua potable con o sin red secundaria de tal suerte que también se puede modelar de la manera convencional asignando las demandas, tomando en cuenta ya sea únicamente a la red primaria o incluyendo a la red secundaria pero con la ventaja de que no se incrementa el número de ecuaciones que se forman en los modelos actuales de simulación hidráulica.

A continuación se enumeran las consideraciones más importantes del programa de cómputo *MIRAP*:

1. La captura de datos puede ser suspendida y continuarse en cualquier momento.
2. En la red de tubos existen elementos internos y de frontera. Los elementos internos son:

tramos de tubo, bombas, y válvulas. Los elementos de frontera son: tanques atmosféricos (tanques en contacto con la atmósfera y norias), tanques hidroneumáticos, pozos profundos, y descargas libres.

3. Un *nodo* es un punto de la red donde se conectan dos o más elementos o solamente un elemento si es un punto extremo de la red.

4. Los elementos internos quedan localizados en medio de dos nodos, y los elementos de frontera conectados en un solo nodo.

5. Una *cuerda* es un conjunto de elementos internos conectados en serie cuyo propósito hidráulico es el de transportar, derivar y controlar el flujo. En las uniones de los elementos internos pueden o no existir conexiones de tubos secundarios.

6. La red primaria se define en función de los tubos de mayor diámetro del sistema de agua potable.

7. El procedimiento para encontrar el conjunto de subredes secundarias consiste en encontrar primeramente al conjunto de redes conexas considerando que los nodos de la red primaria son puntos donde se desconecta la red secundaria; enseguida, designar subred secundaria a cada una de las redes conexas o a un conjunto de ellas ubicadas en una misma área.

8. En una *cuerda* debe existir el menos un tramo de tubo.

9. En esta primera versión del programa de cómputo, se considera que en la red secundaria existe muy pocas bombas y válvulas, lo cual no provoca un incremento sustancial de nodos en los puntos donde estas elementos se conectan; es por ello, que éstas no se incluyen en las cuerdas de la red secundaria. En este caso dichas cuerdas se forman con un solo tramo de tubo con las tomas conectadas y no es necesario identificarlas con algún número, ya que ésta queda definida con el número de tramo.

10. Las cuerdas de la red primaria se forman por una o más bombas, válvulas y tramos de tubo con las tomas conectadas si es que existen. En esta cuerda se conectan también los tubos de la red secundaria.

11. Los elementos de frontera deben conectarse únicamente a la red primaria.

12. Se enumeran todos los nodos de la red asignando a cada uno un entero positivo diferente. Se recomienda iniciar la numeración a partir del número 1 y no dejar números vacantes.

13. Cada uno de los elementos internos como son: los tramos, las bombas, y las válvulas se numeran asignando a cada uno un entero positivo diferente y sin importar a que red pertenecen. Se recomienda hacer la numeración de la misma manera como se indica en el punto **12**.

14. Cada uno de los elementos externos como son: tanques atmosféricos, tanques hidrodinámicos, pozos profundos, y descargas libres se numeran asignando a cada uno un entero positivo diferente.

15. Las cuerdas de la red primaria se numeran secuencialmente empezando con el número 1.

16. Las subredes secundarias se numeran secuencialmente empezando con el número 1.

17. En la captura de los elementos internos y externos se tiene la opción de agregar, corregir y eliminar.

Una vez hecha la captura de los datos y si posteriormente se requiere cualquiera de las siguientes opciones: *a)* que un tramo de tubo tenga diferentes diámetros o coeficientes de rugosidad, *b)* conectar un tramo de tubo nuevo en un punto intermedio del tramo, o *c)* insertar un nodo donde existe una demanda conocida; en estos casos es necesario efectuar lo siguiente: agregar los nuevos nodos, eliminar al tramo donde se inserta el nodo o los nodos y se agregan los nuevos tramos.

Cuando existen tubos conectados en serie y se decide que tengan un mismo diámetro y coeficiente de rugosidad, se debe efectuar lo siguiente: eliminar a los tubos con diámetro no deseado, corregir los datos del tubo con el diámetro deseado, como son los nuevos nodos, la longitud y características de las tomas. También deberá eliminarse a los nodos que unen a los tramos en cuestión.

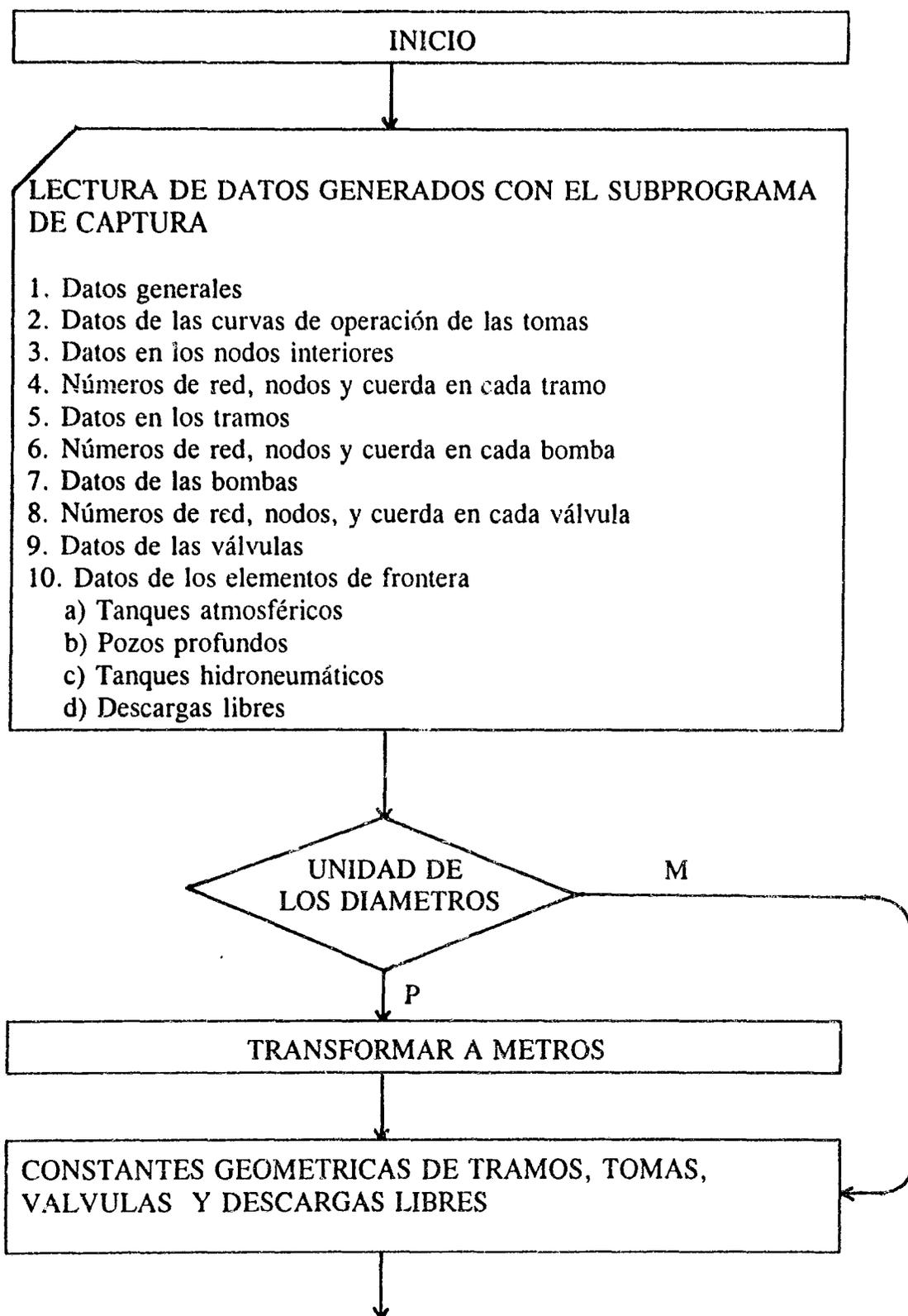
En el caso cuando se requiere reforzar al sistema de tubos existentes o cubrir zonas de crecimiento de la población, es necesario agregar nuevos tramos de tubo. En este caso el nuevo tramo puede conectarse en nodos existentes o en puntos intermedios de tramos de tubo, debiendo agregar nuevos nodos y nuevos tramos correspondientes al tramo que se ha dividido.

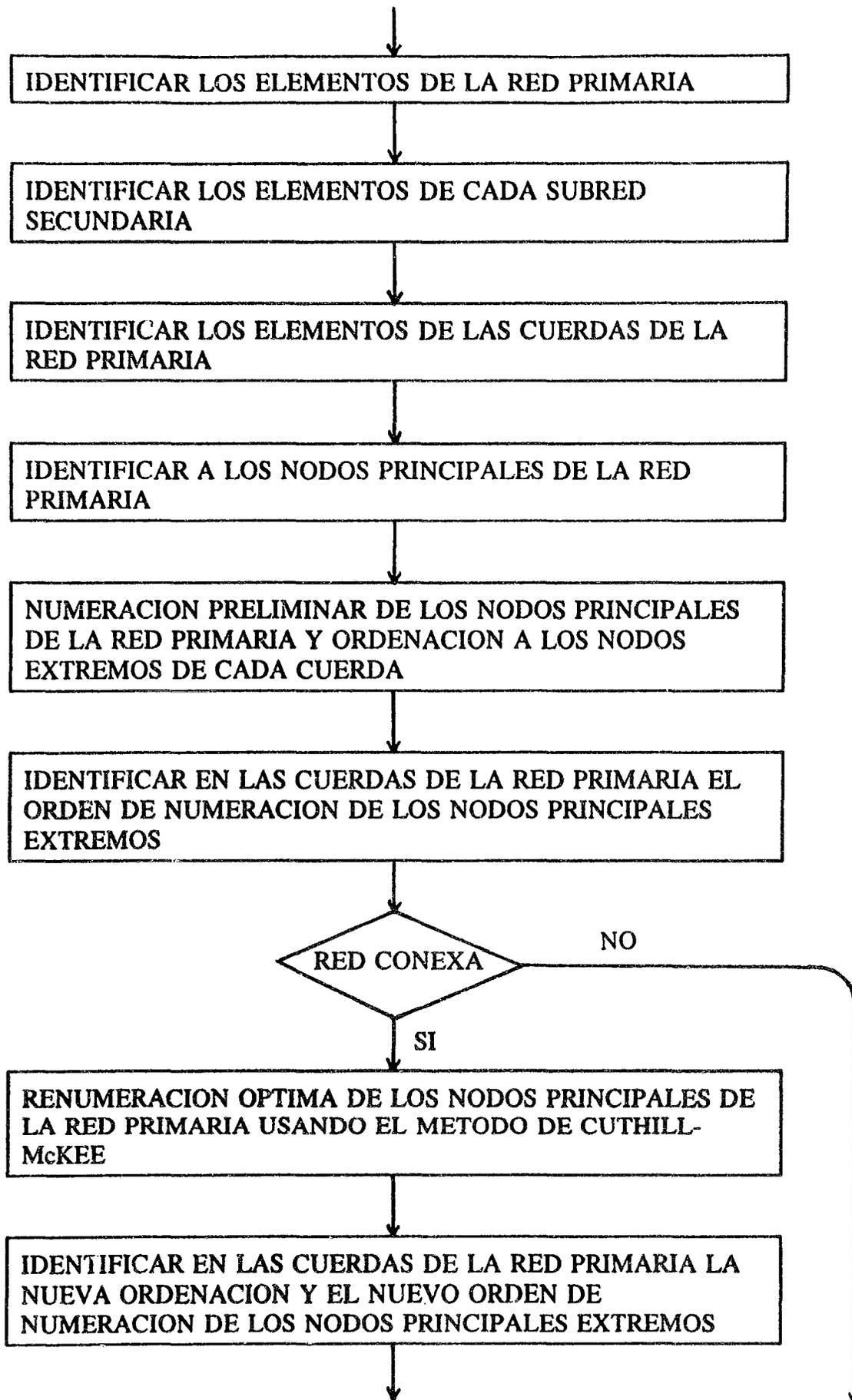
18. En las curvas características de las bombas deben darse 7 puntos, donde el primero debe corresponder al gasto igual a cero y el último a la carga igual a cero. Los puntos deben darse con el gasto de menor a mayor valor.

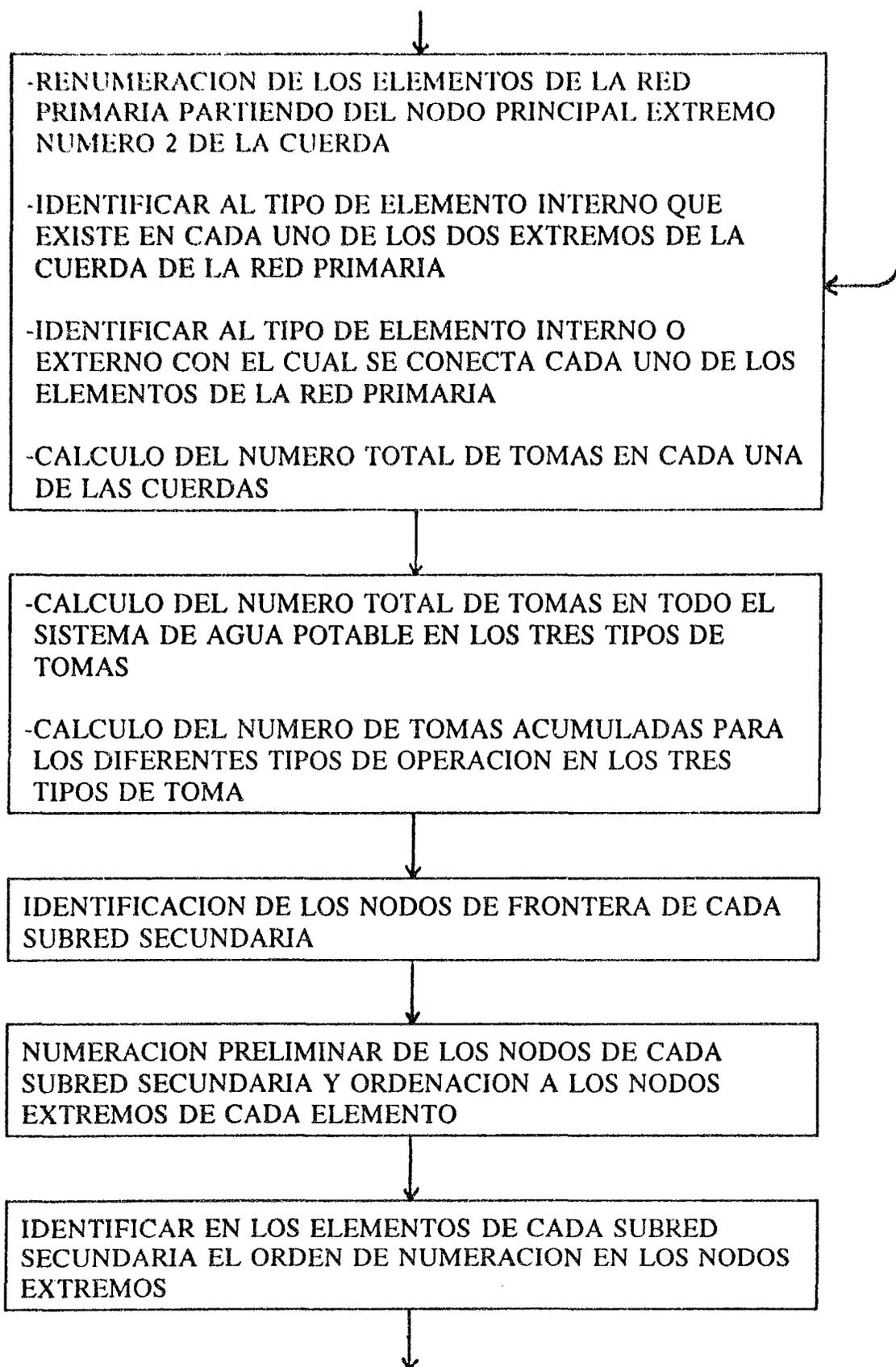
19. En las curvas de aforo de los pozos profundos deben darse 5 puntos, donde el primero corresponde al gasto igual a cero a la profundidad del nivel estático. Los puntos deben darse con el gasto de menor a mayor valor.

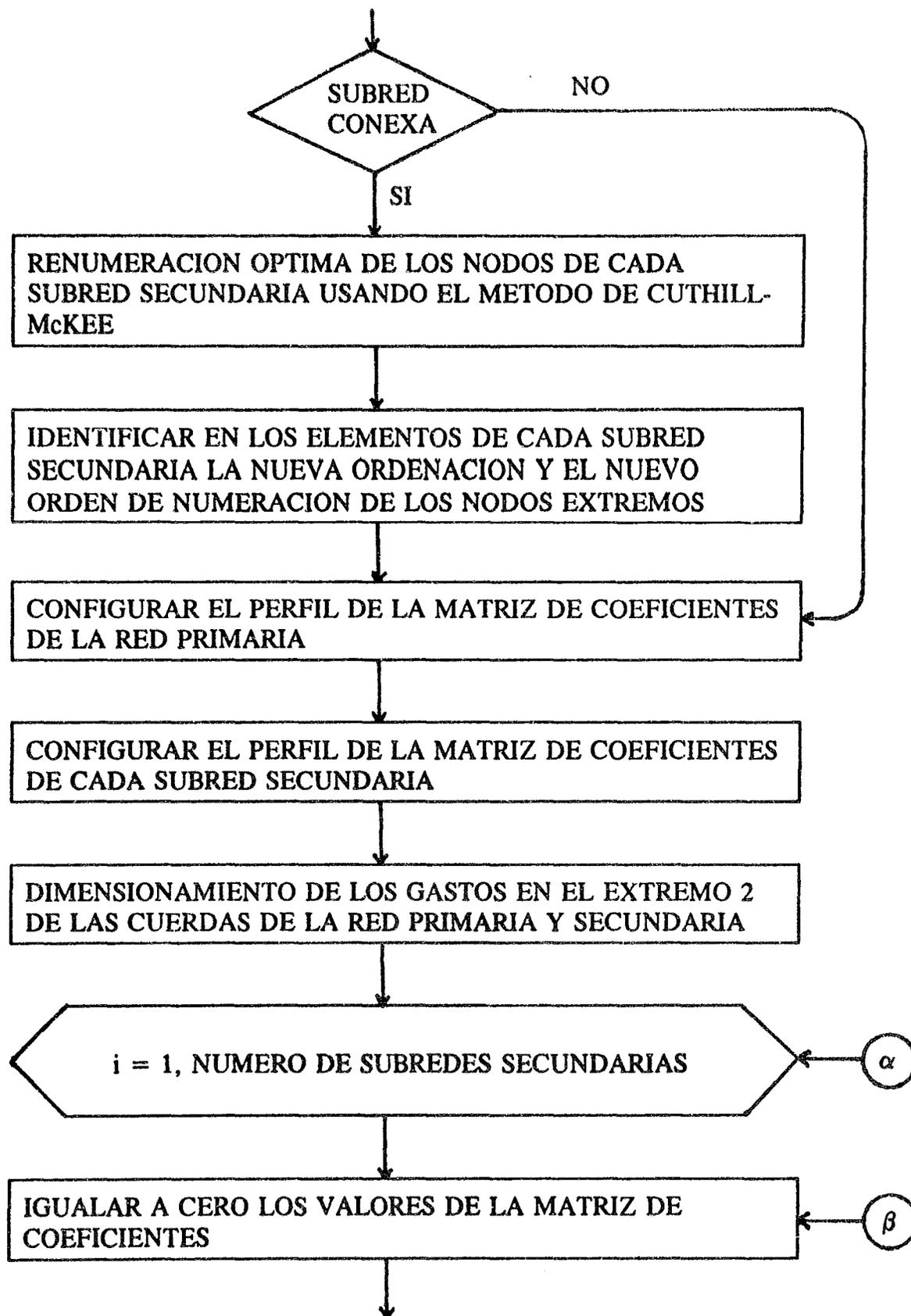
20. En las curvas de frecuencia del coeficiente de operación (K) de los tipos de toma, deben darse 15 puntos, con valores de K de menor a mayor.

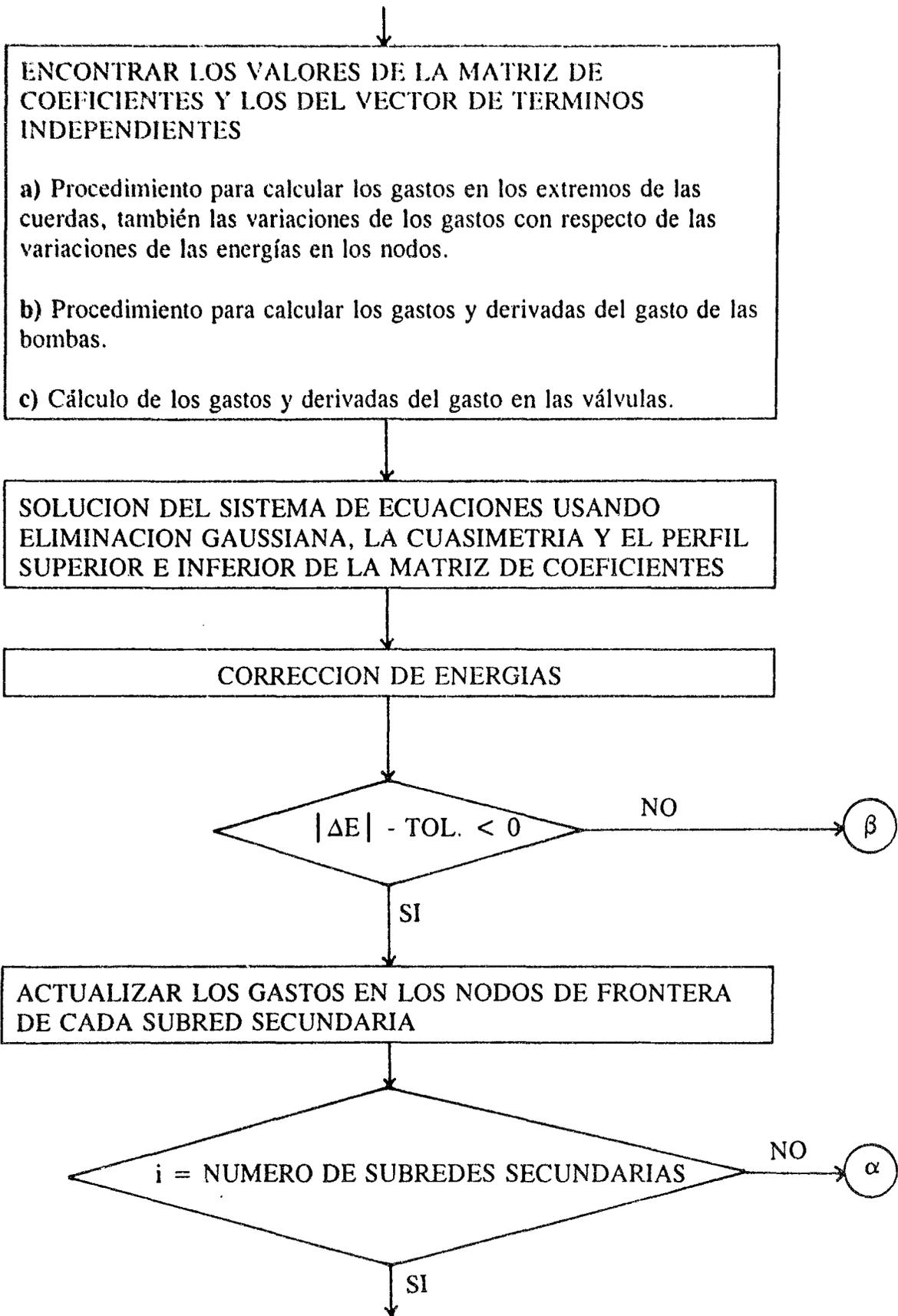
B.2 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SUBPROGRAMA DE CALCULO

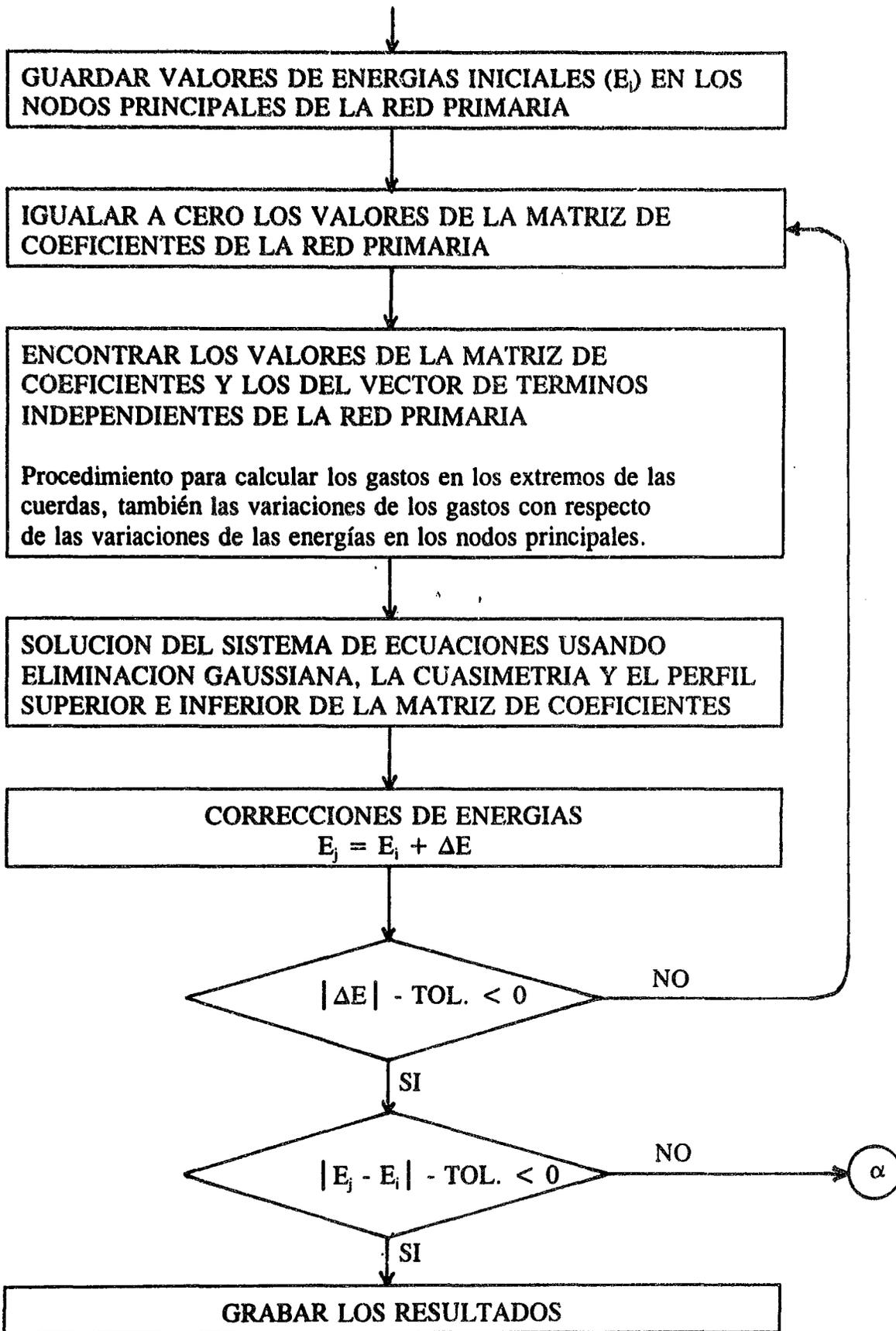












APENDICE C

FUNCIONAMIENTO DE TOMAS DOMICILIARIAS Y VALVULAS

C.1 CURVAS DE OPERACION DE TOMAS DOMICILIARIAS

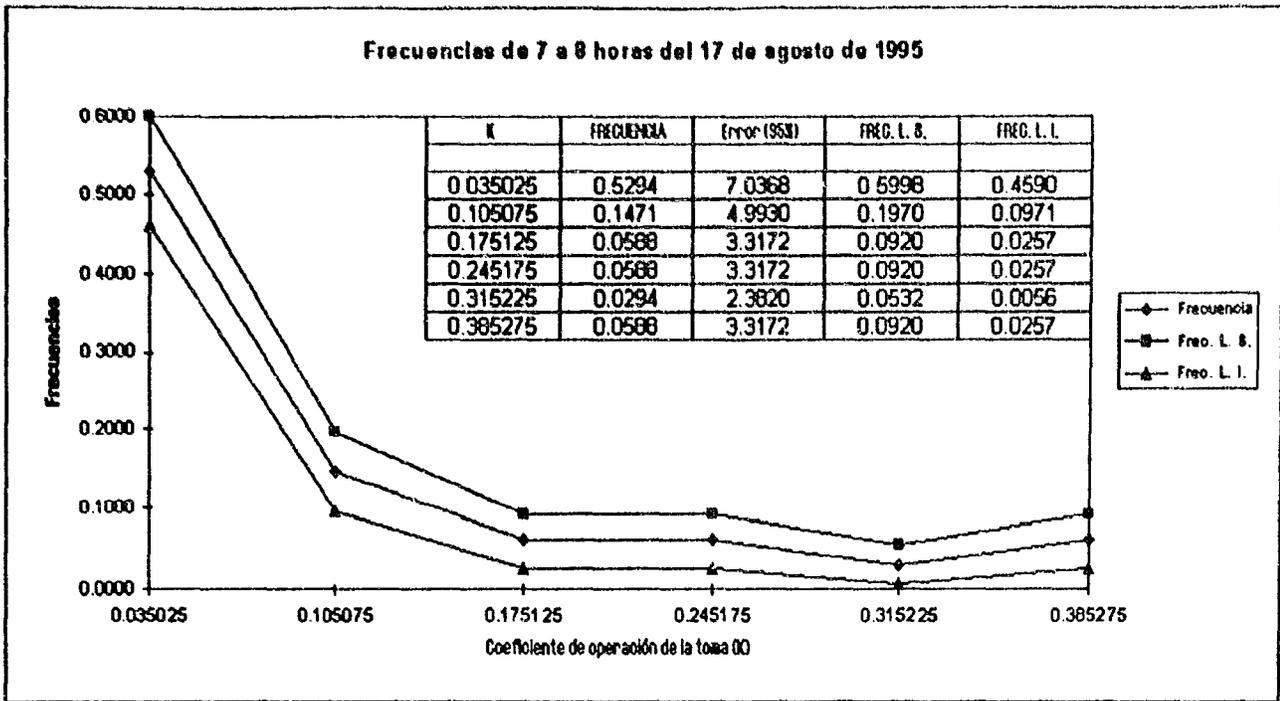


Figura C.1a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

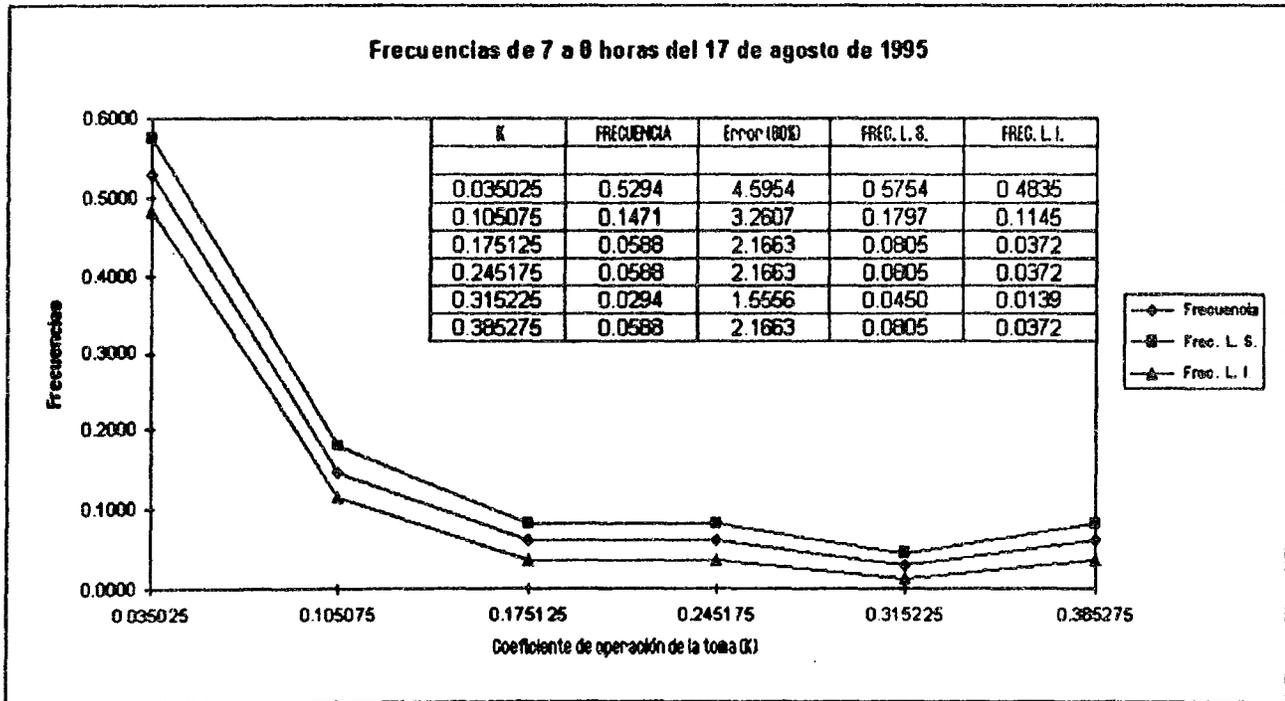


Figura C.1b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

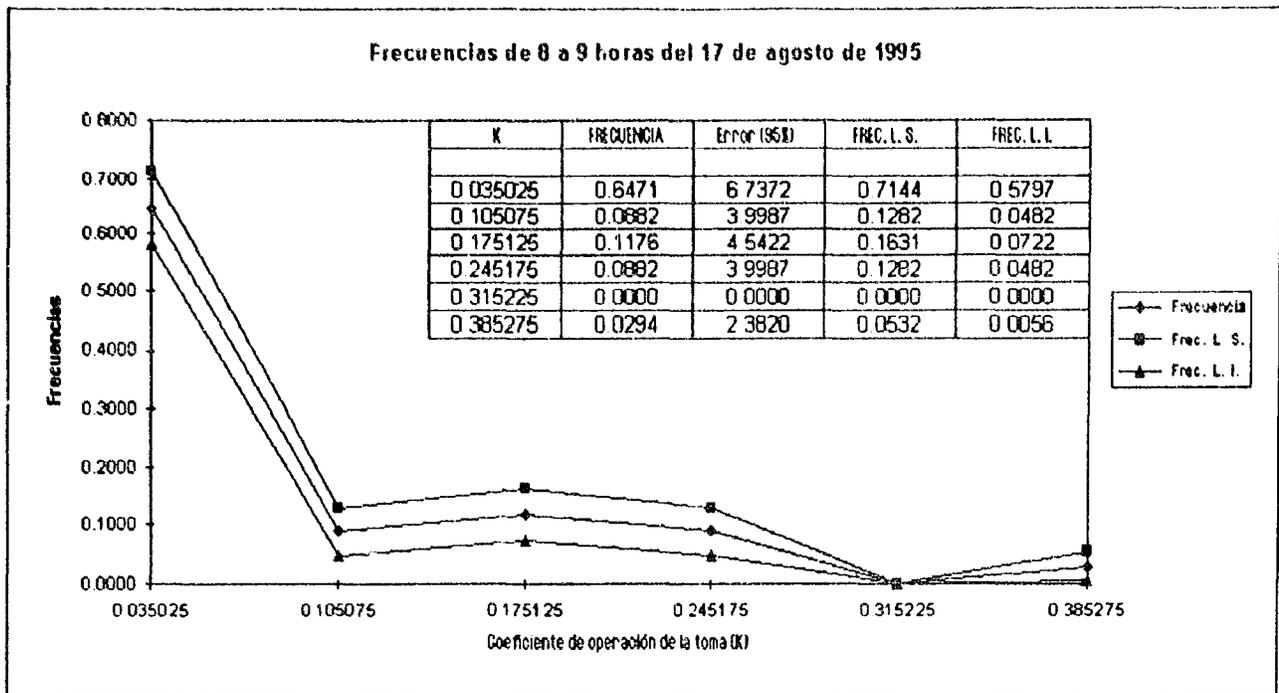


Figura C.2a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

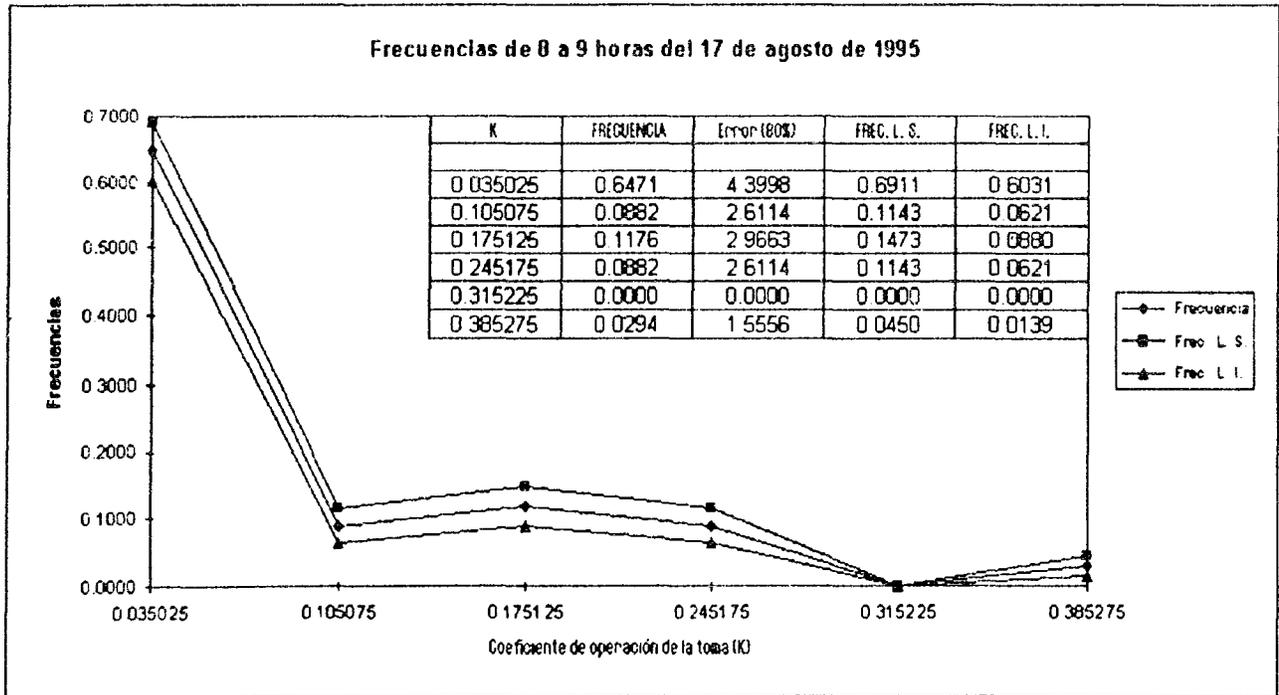


Figura C.2b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

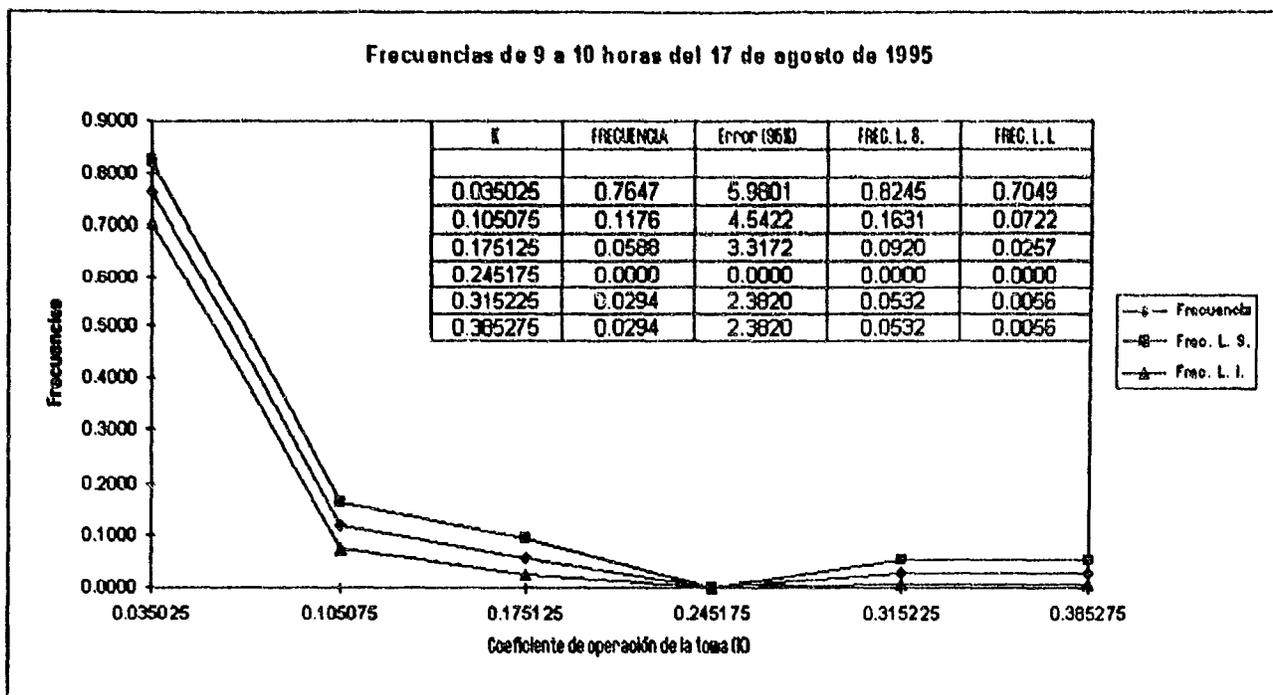


Figura C.3a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

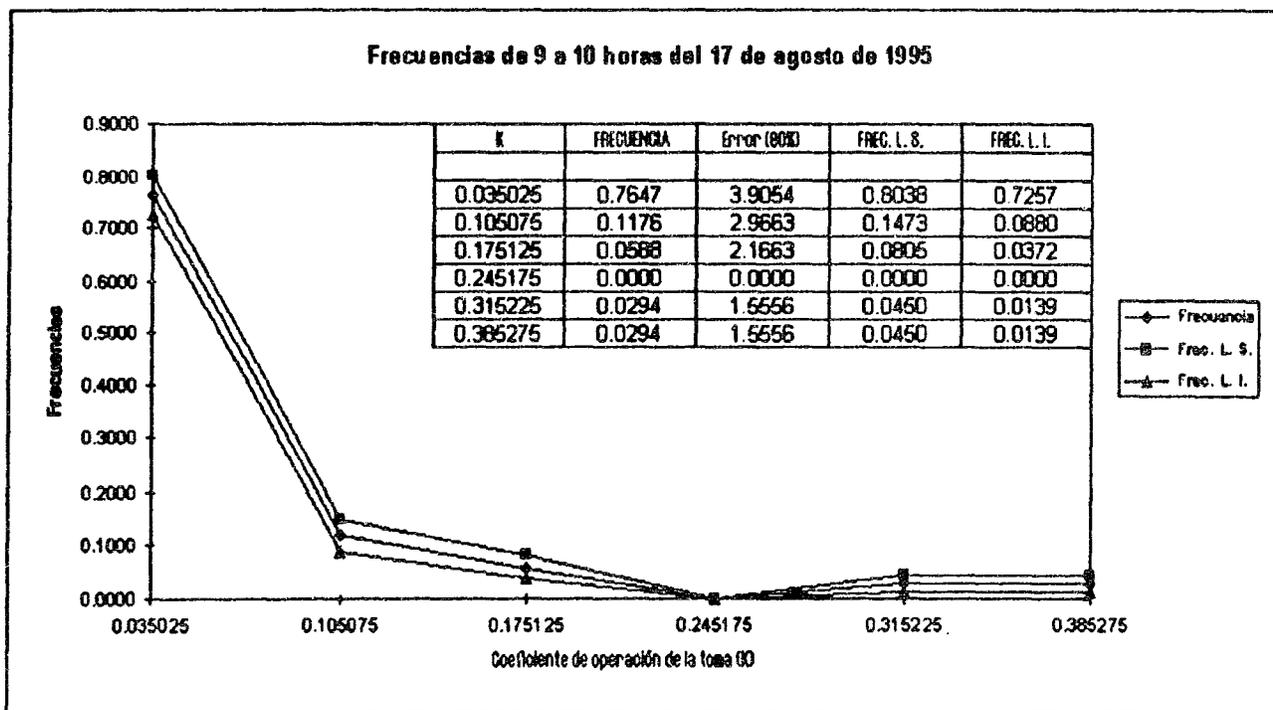


Figura C.3b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

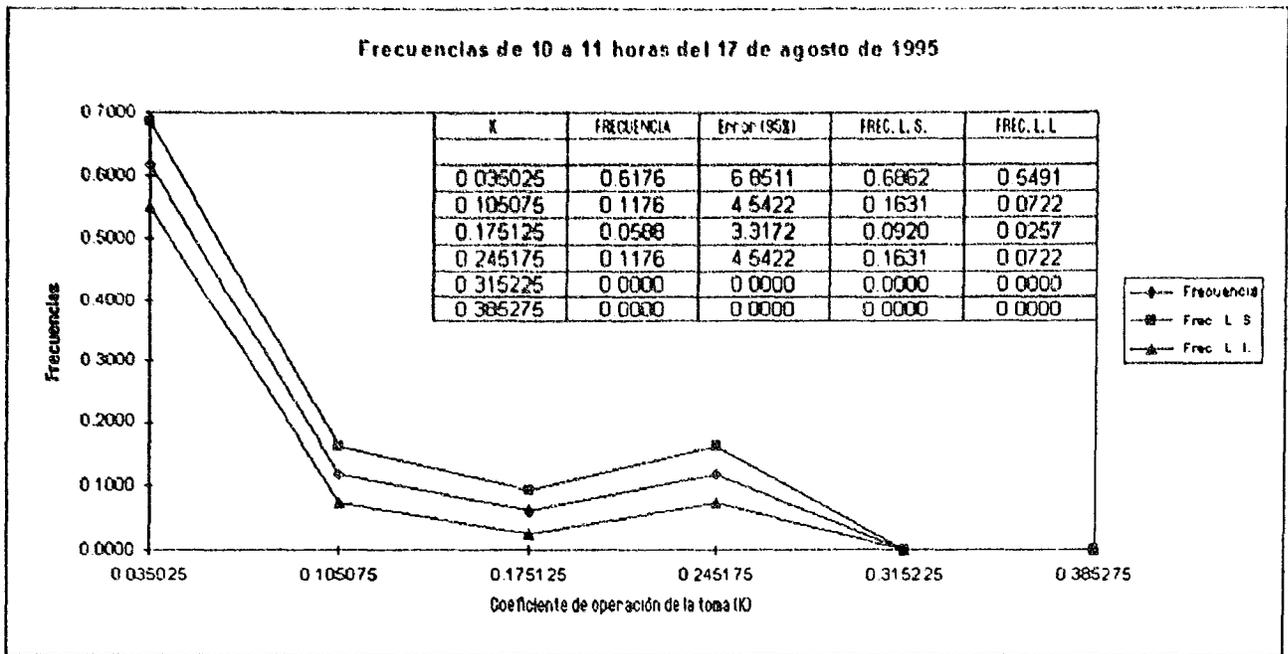


Figura C.4a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

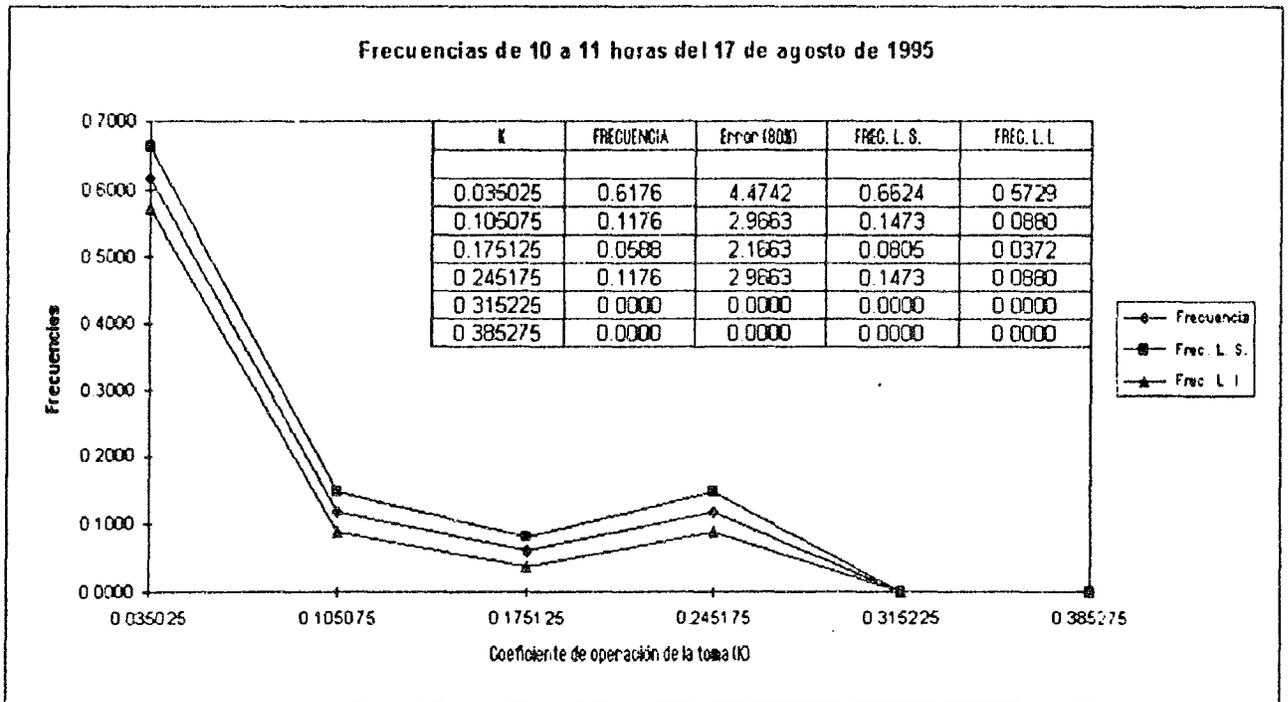


Figura C.4b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

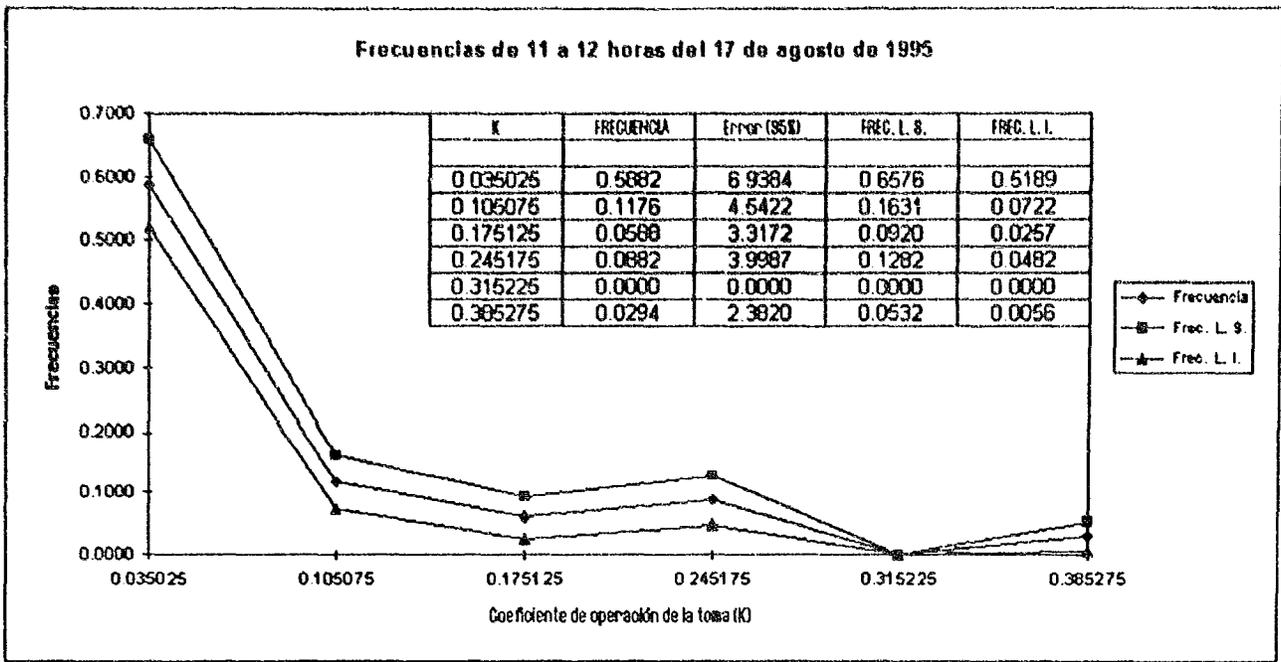


Figura C.5a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

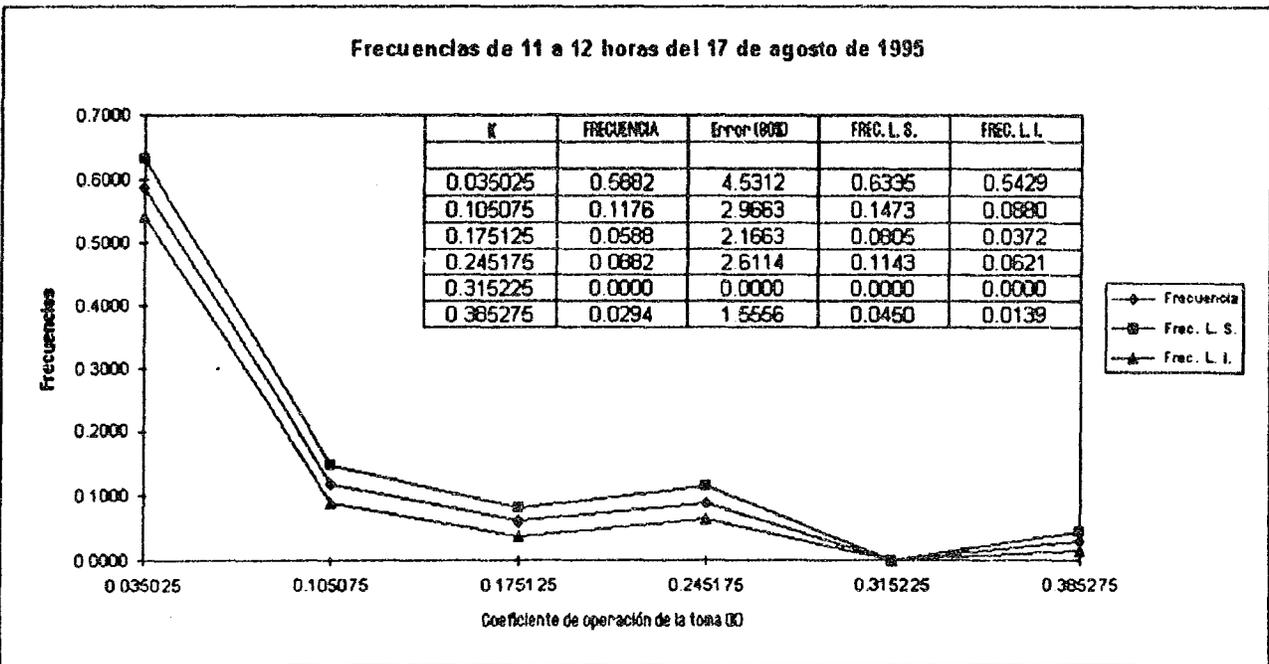


Figura C.5b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

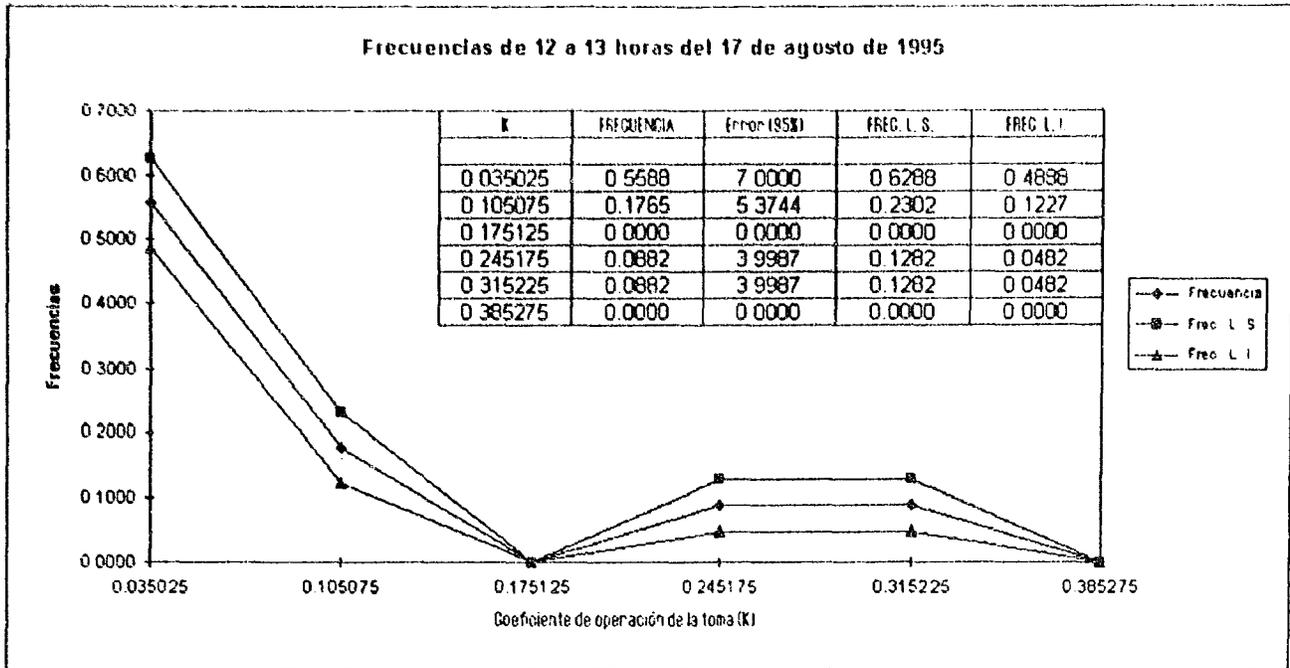


Figura C.6a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

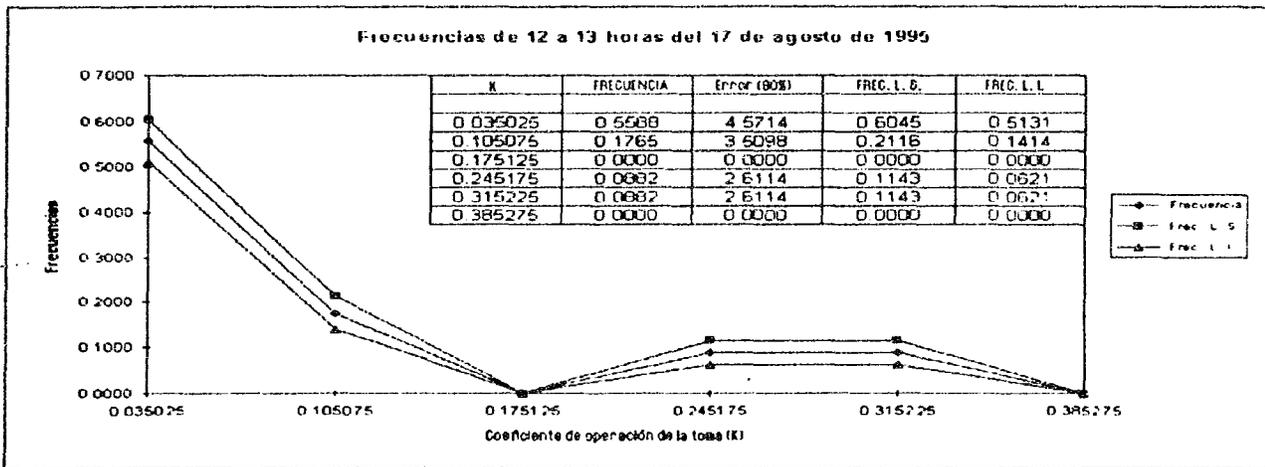


Figura C.6b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

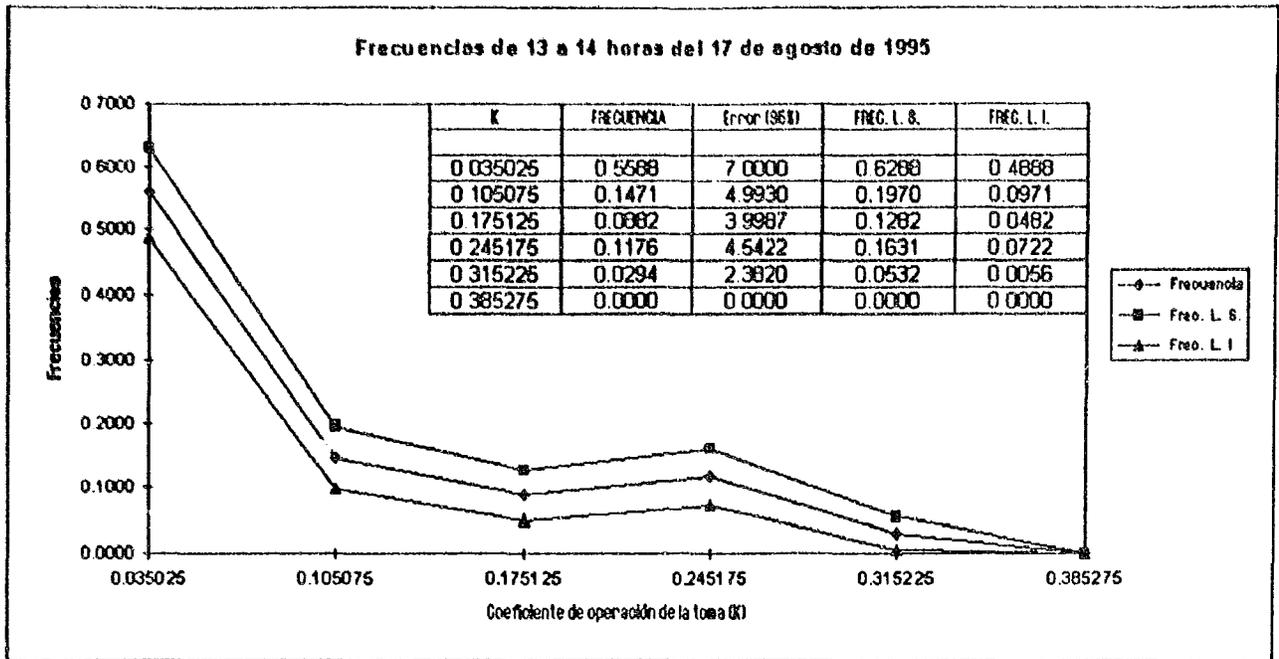
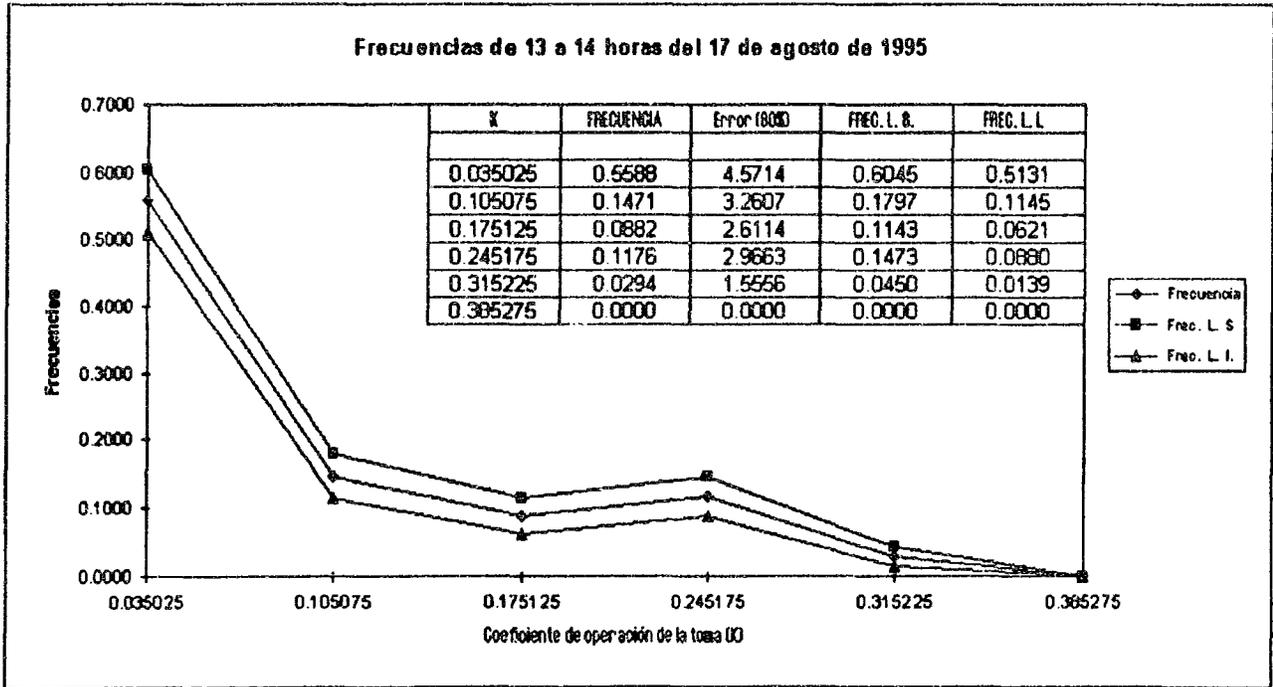


Figura C.7a) Tomas con tinaco, para un 95% de confianza



Figuras B.7b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

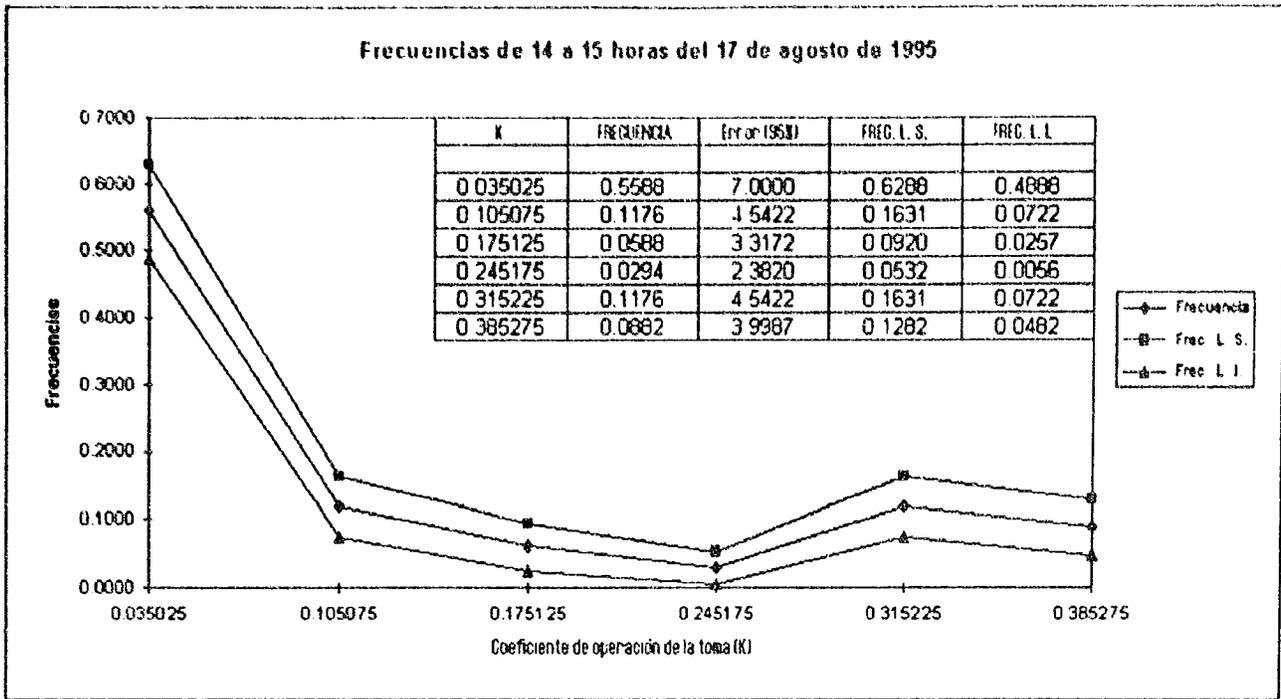


Figura C.8a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

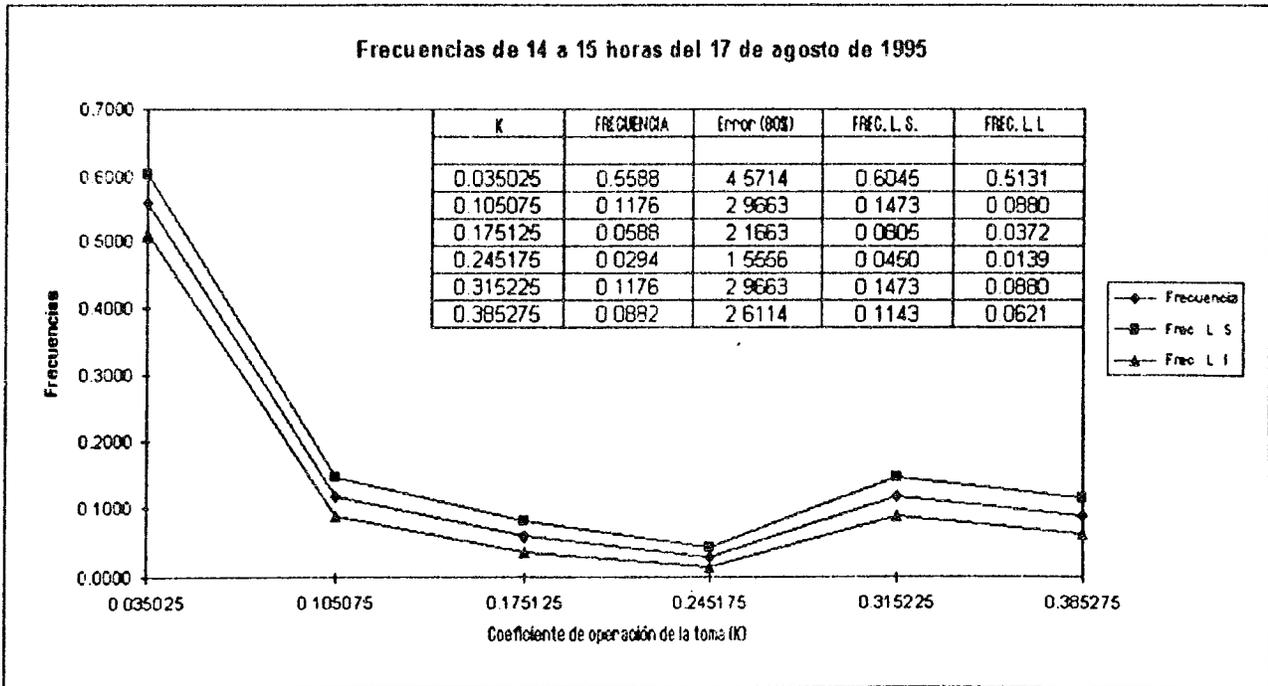


Figura C.8b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

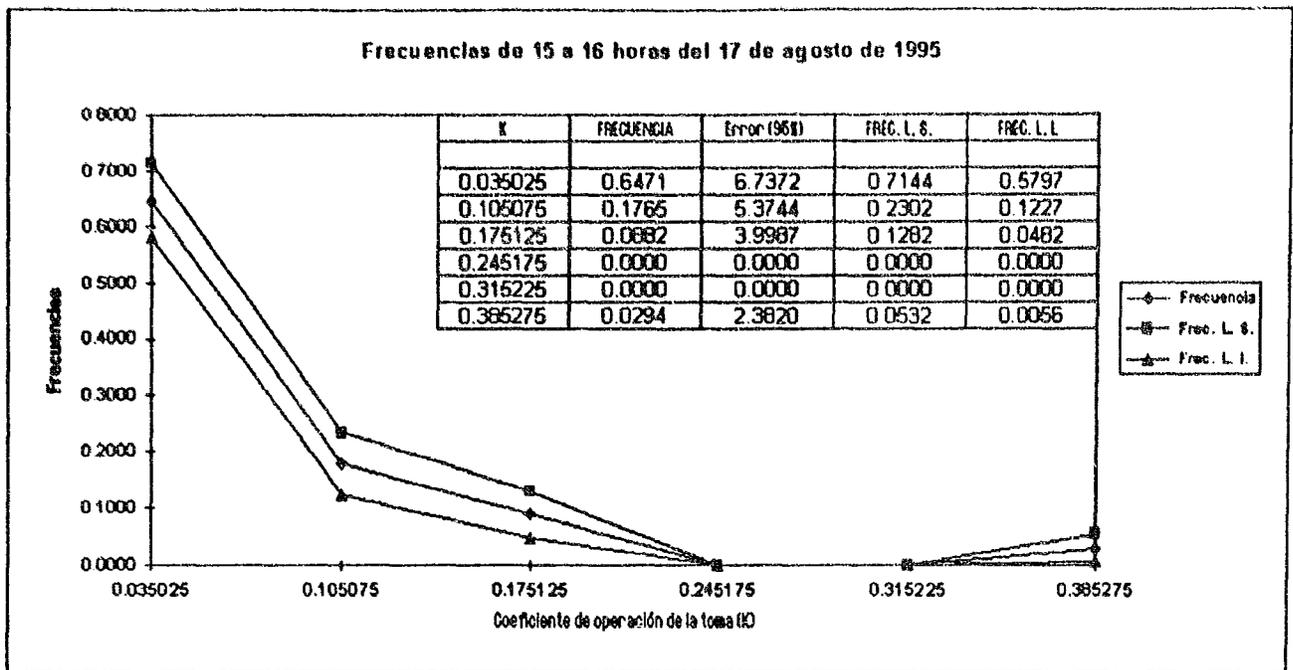


Figura C.9a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

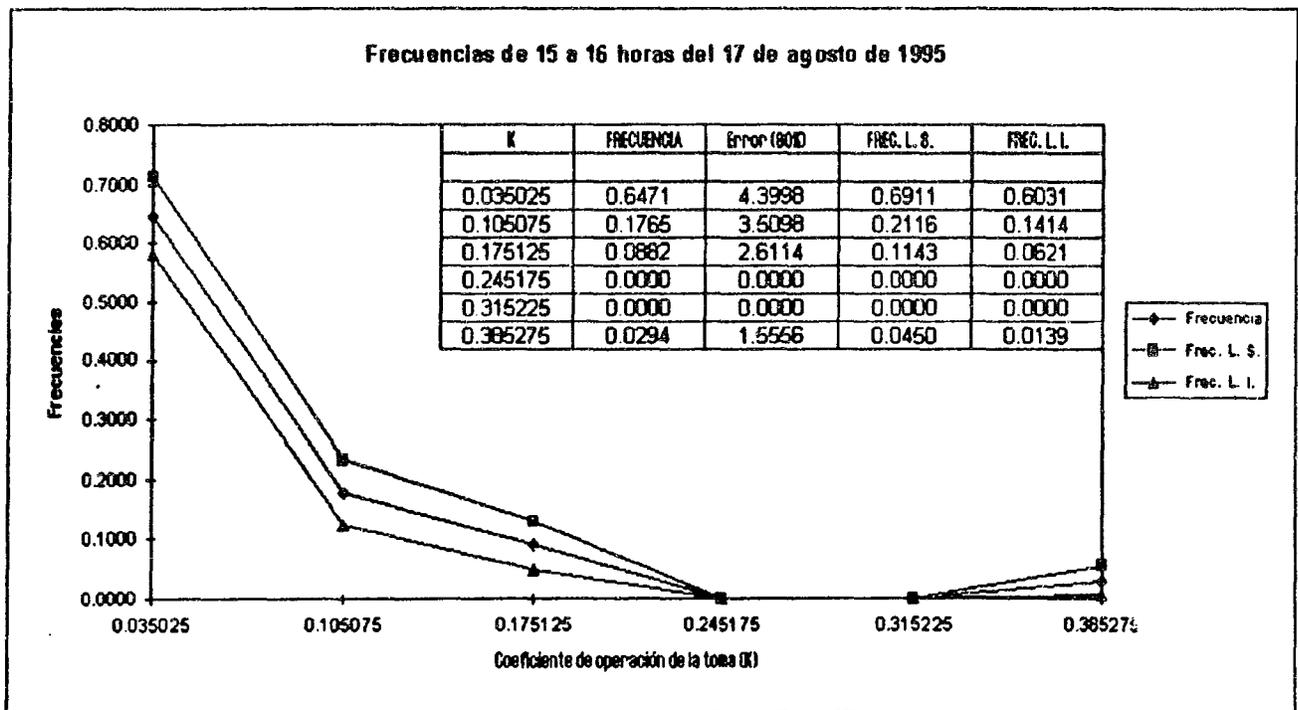


Figura C.9b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

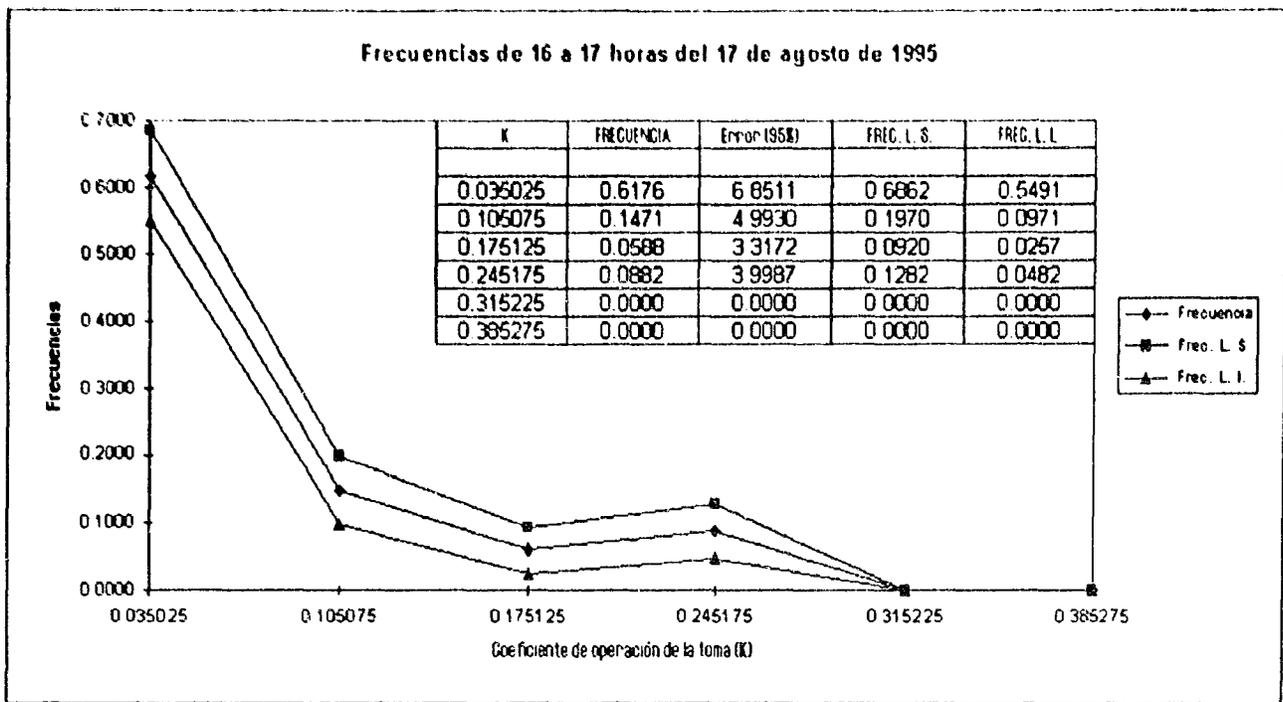


Figura C.10a) Tomas con tinaco. para un 95% de nivel de confianza

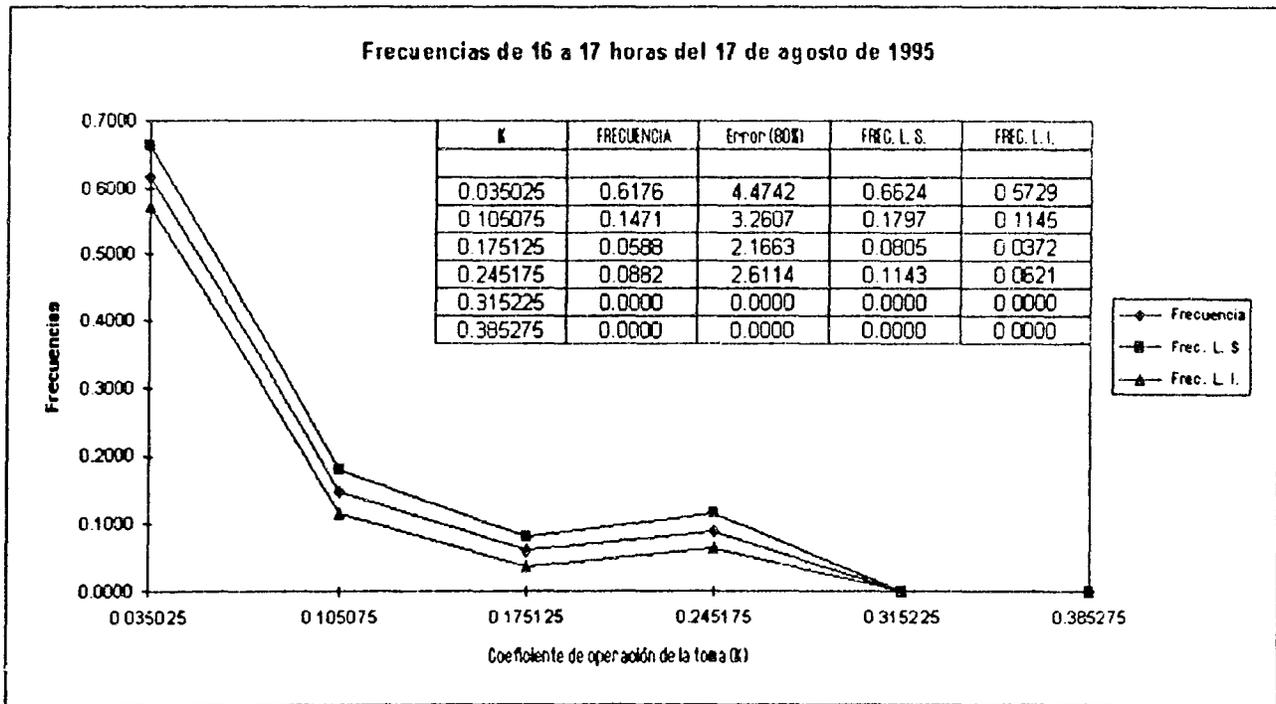


Figura C.10b) Tomas con tinaco. para un 80% de nivel de confianza

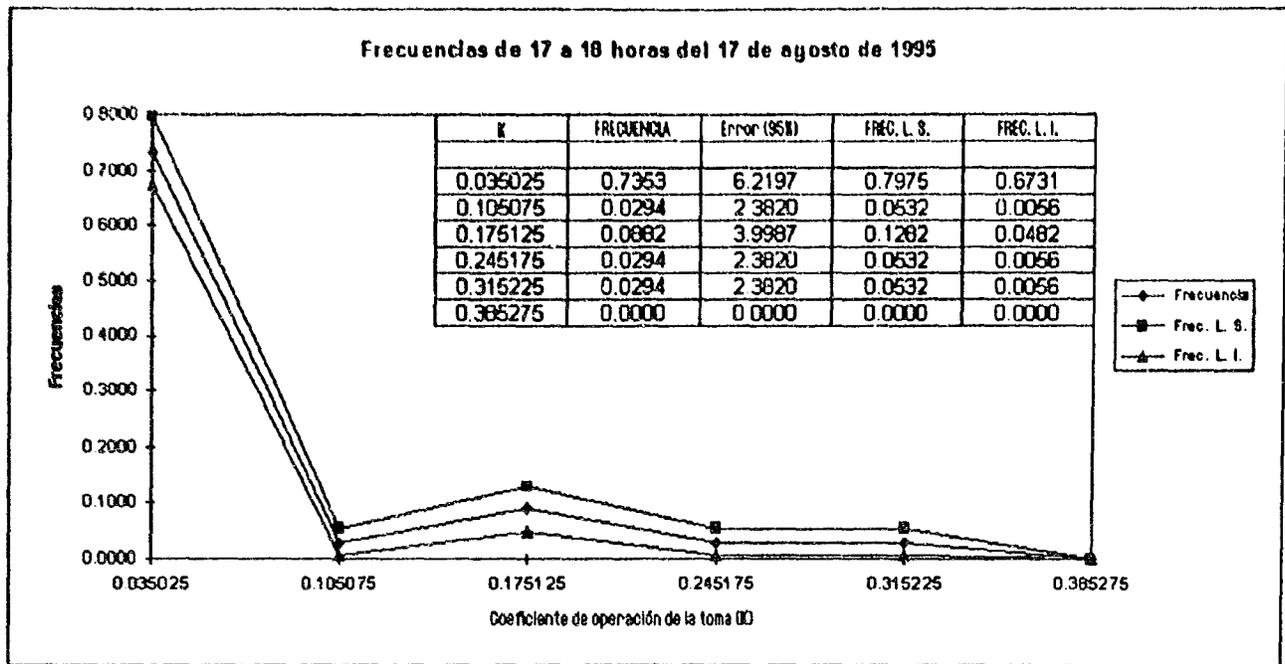


Figura C.11a) Tomas con tinaco, para un 95% de nivel de confianza

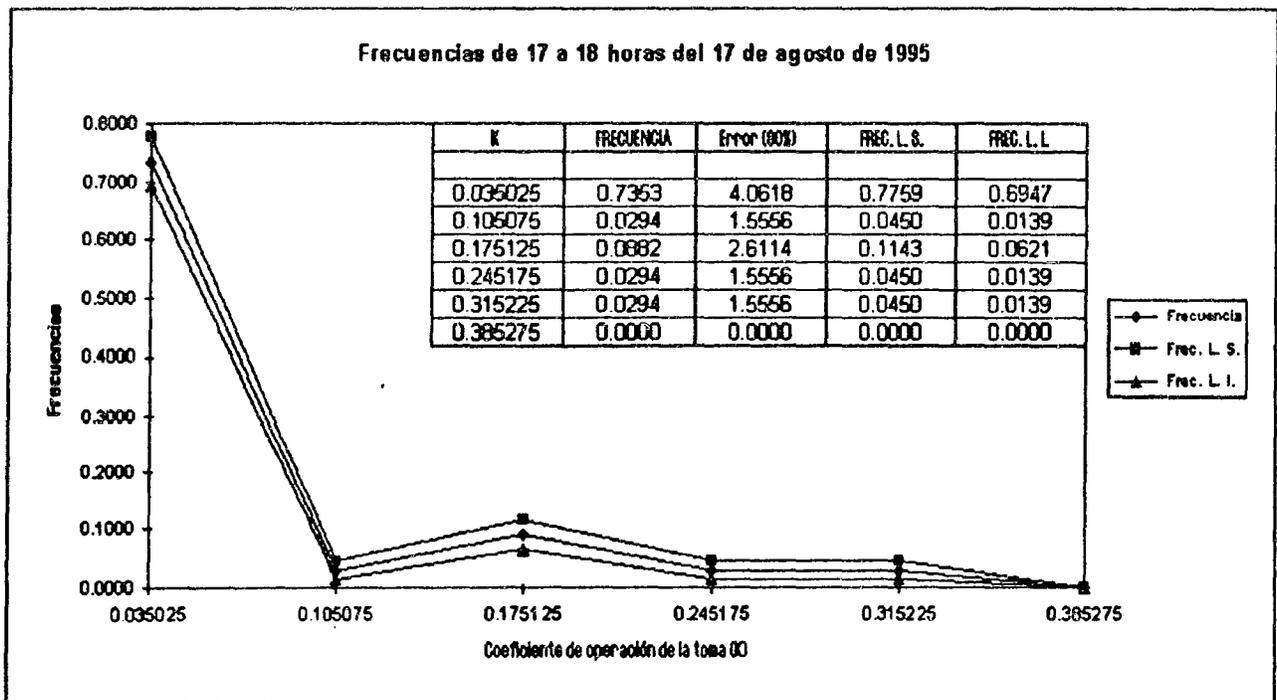


Figura C.11b) Tomas con tinaco, para un 80% de nivel de confianza

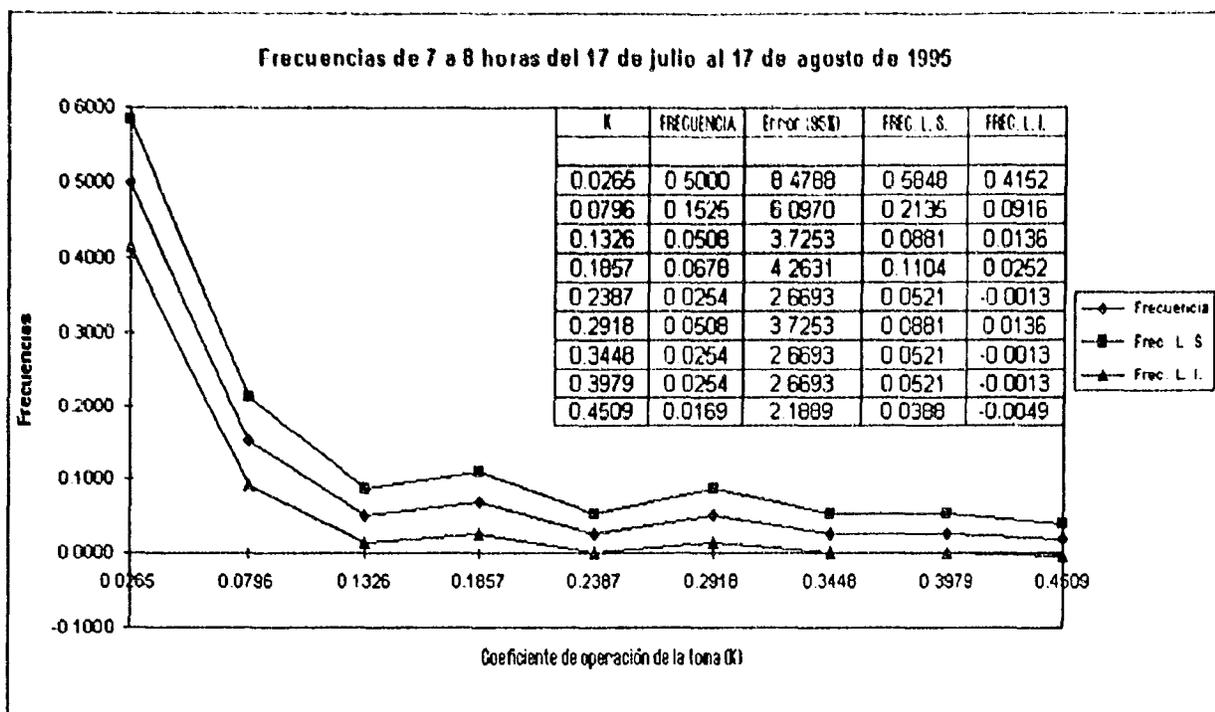


Figura C.12a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

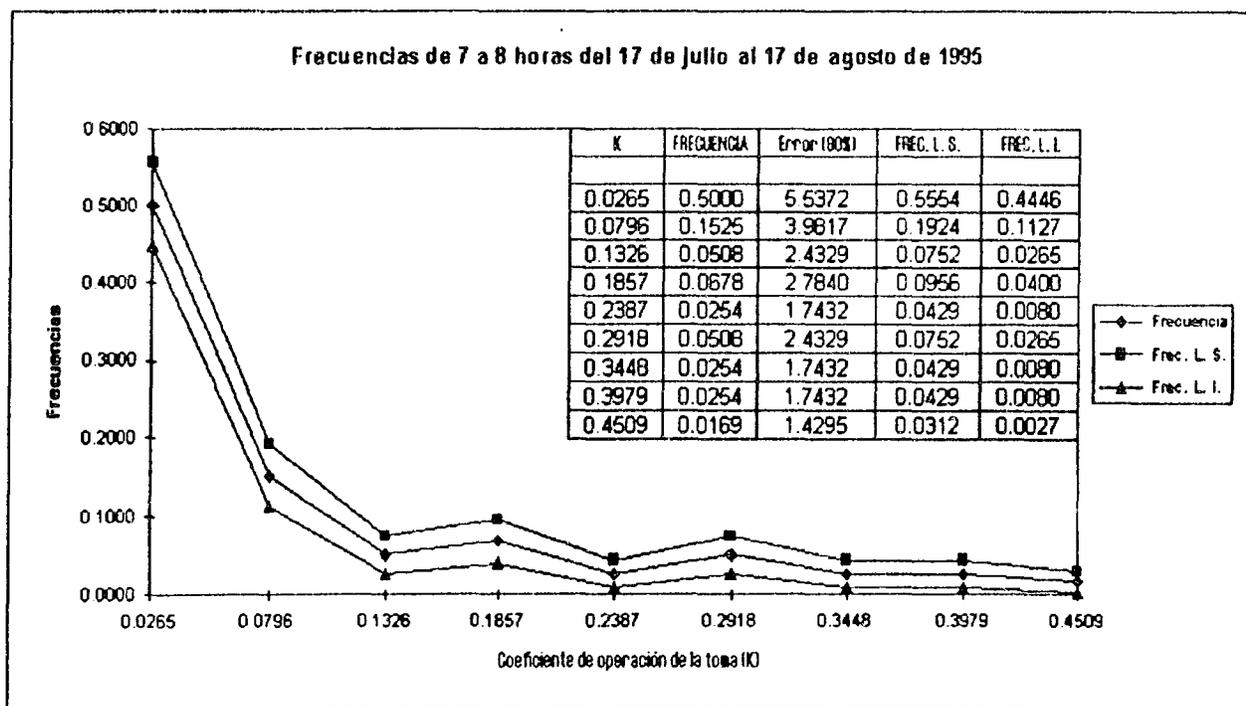


Figura C.12b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

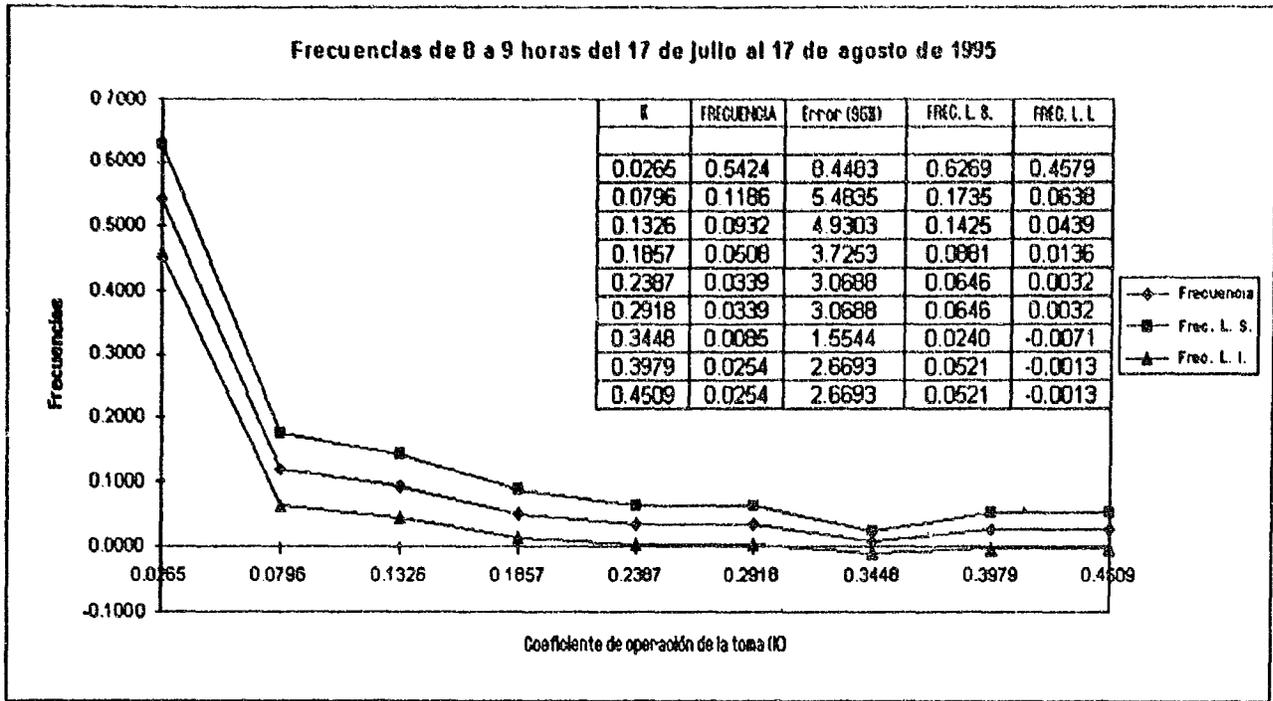


Figura C.13a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

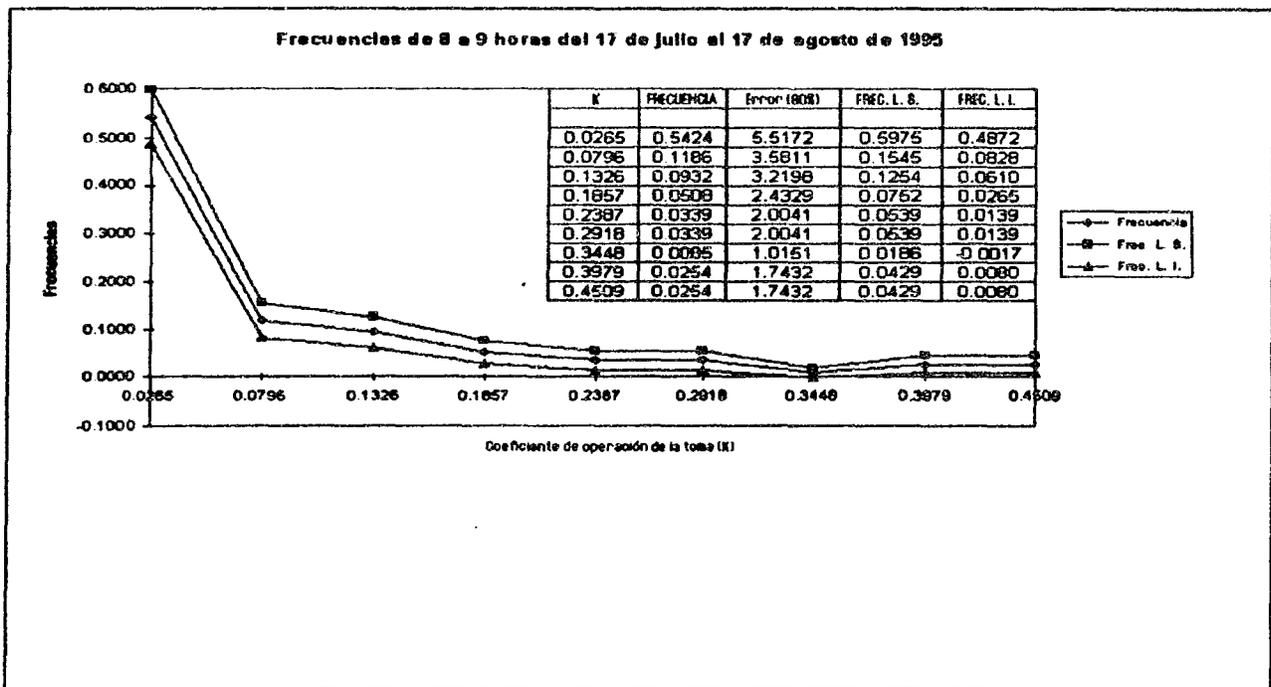


Figura C.13b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

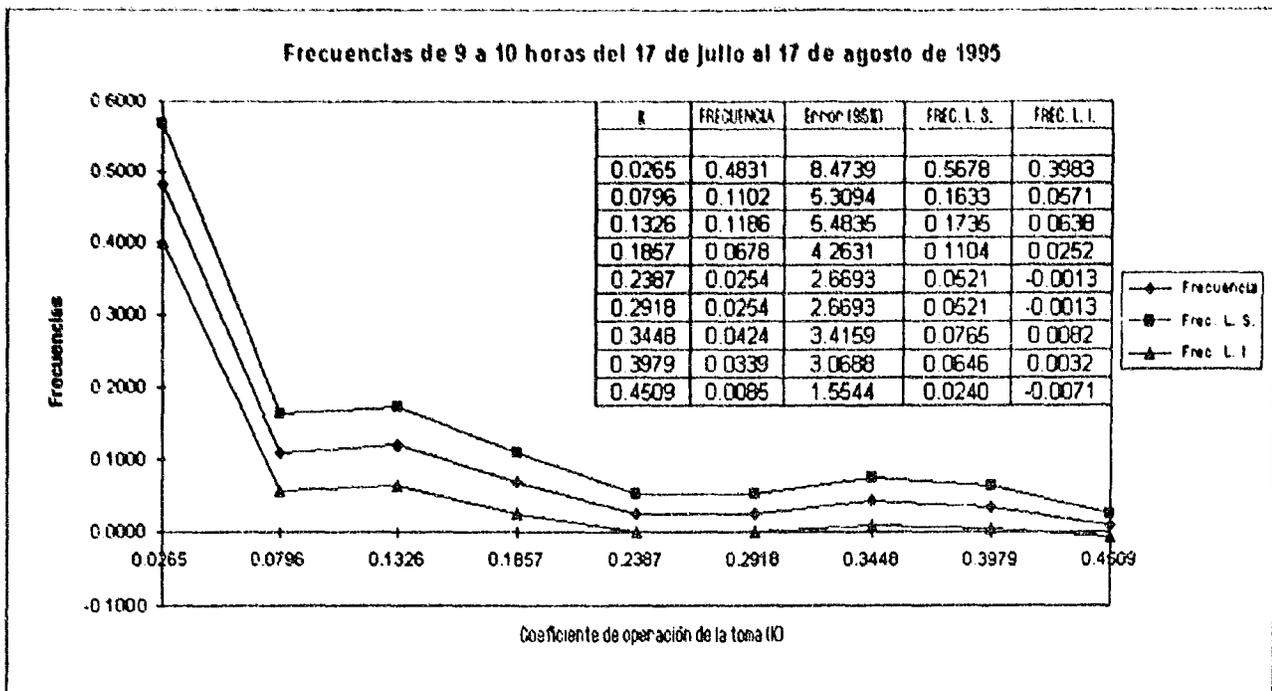


Figura C.14a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

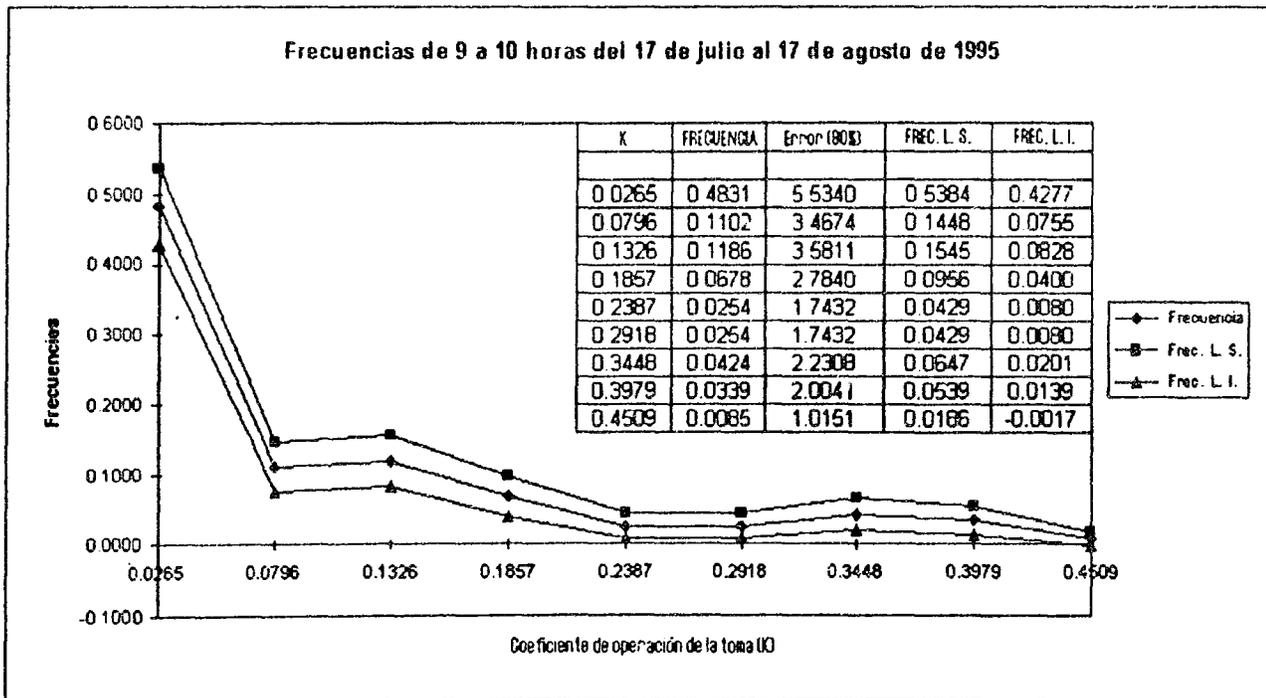


Figura C.14b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

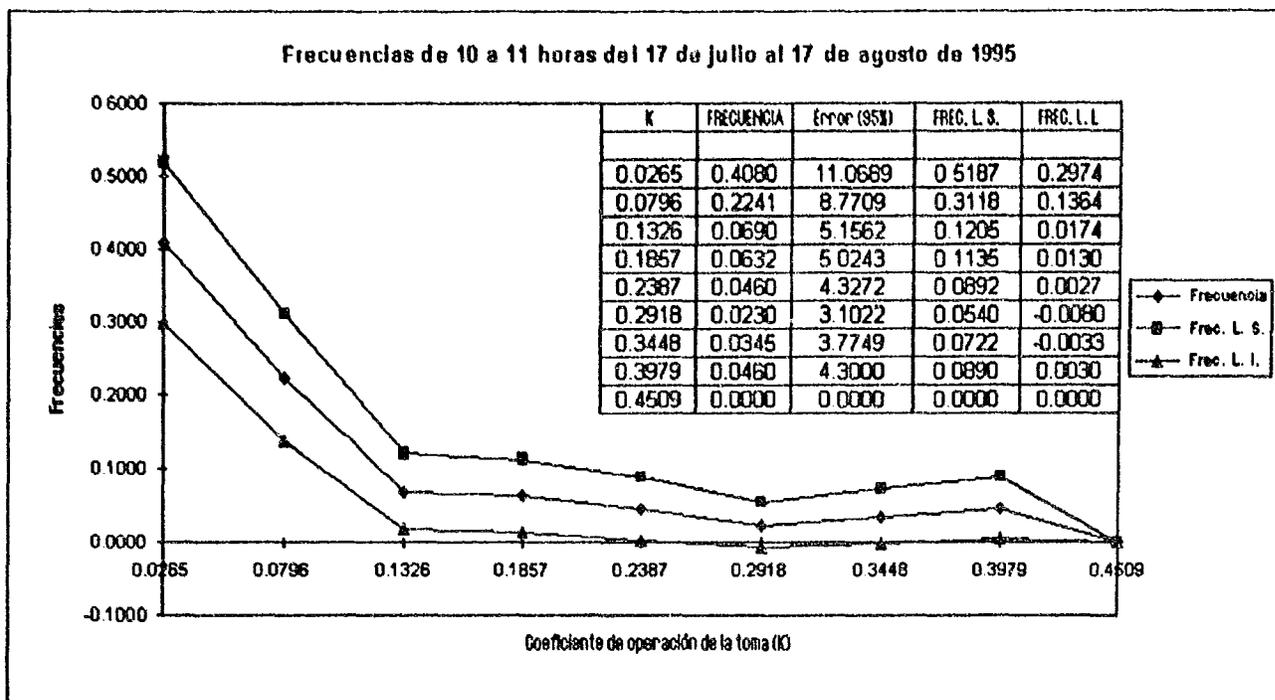


Figura C.15a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

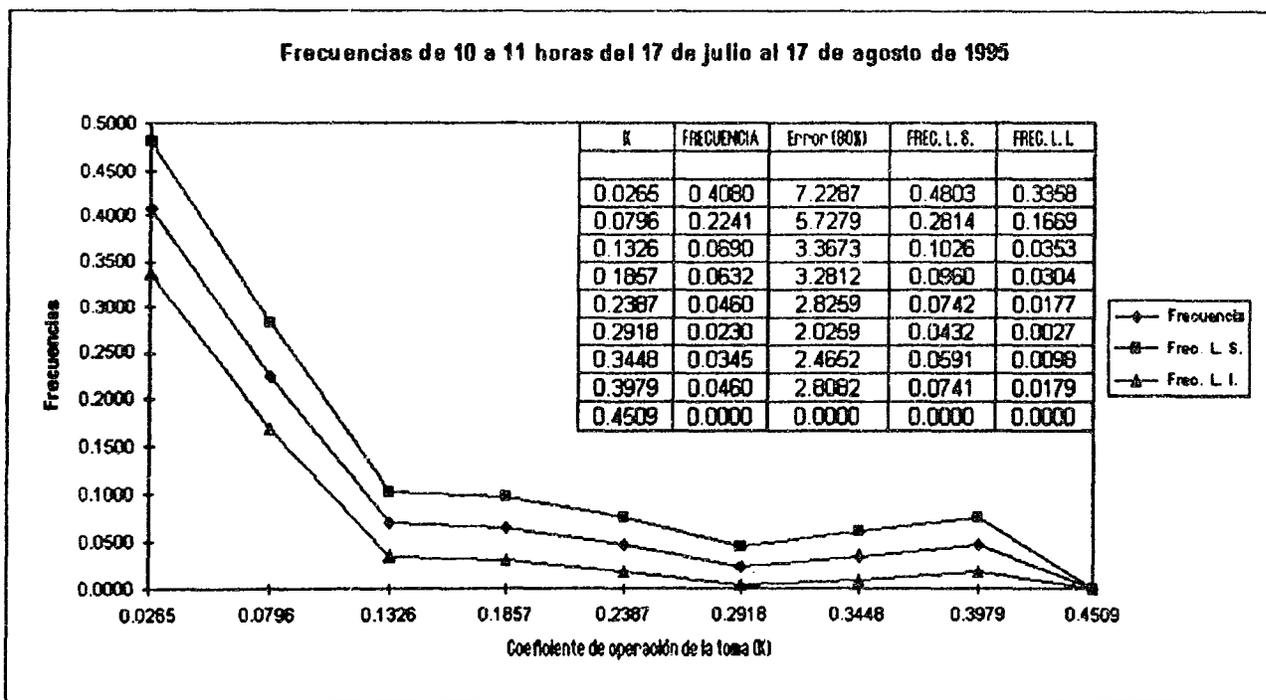


Figura C.15b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

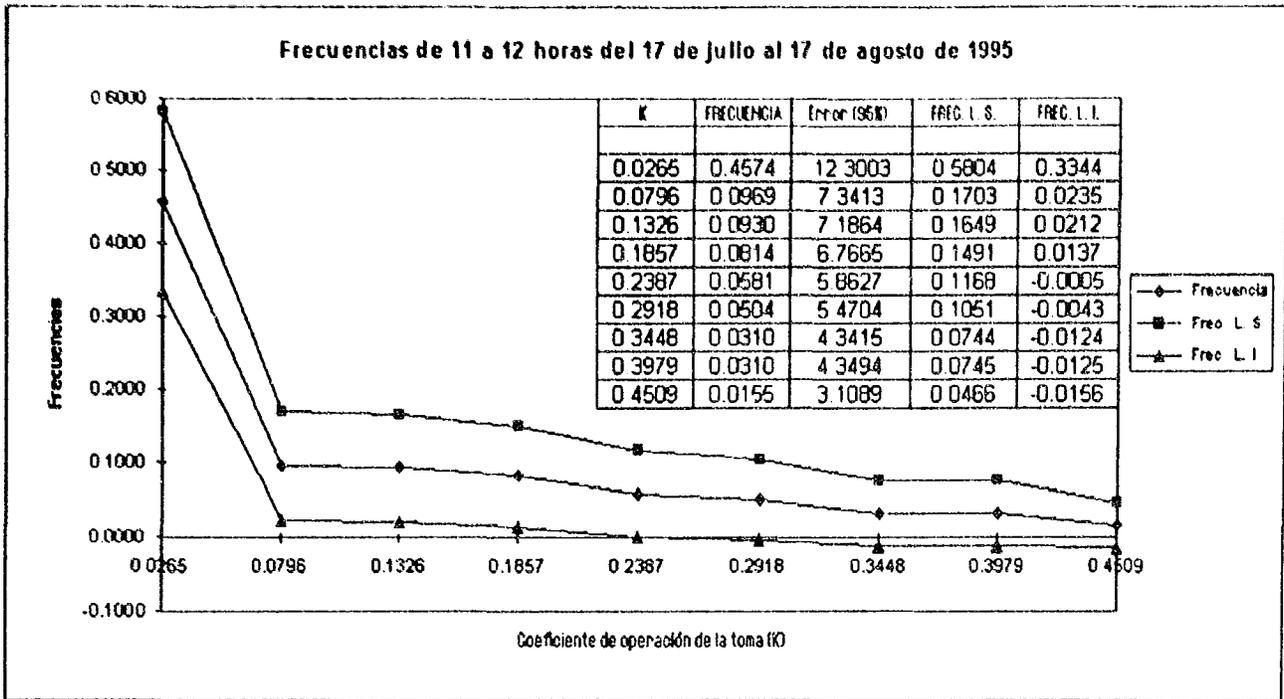


Figura C.16a) Tomas sin tinaco. para un 95% de nivel de confianza

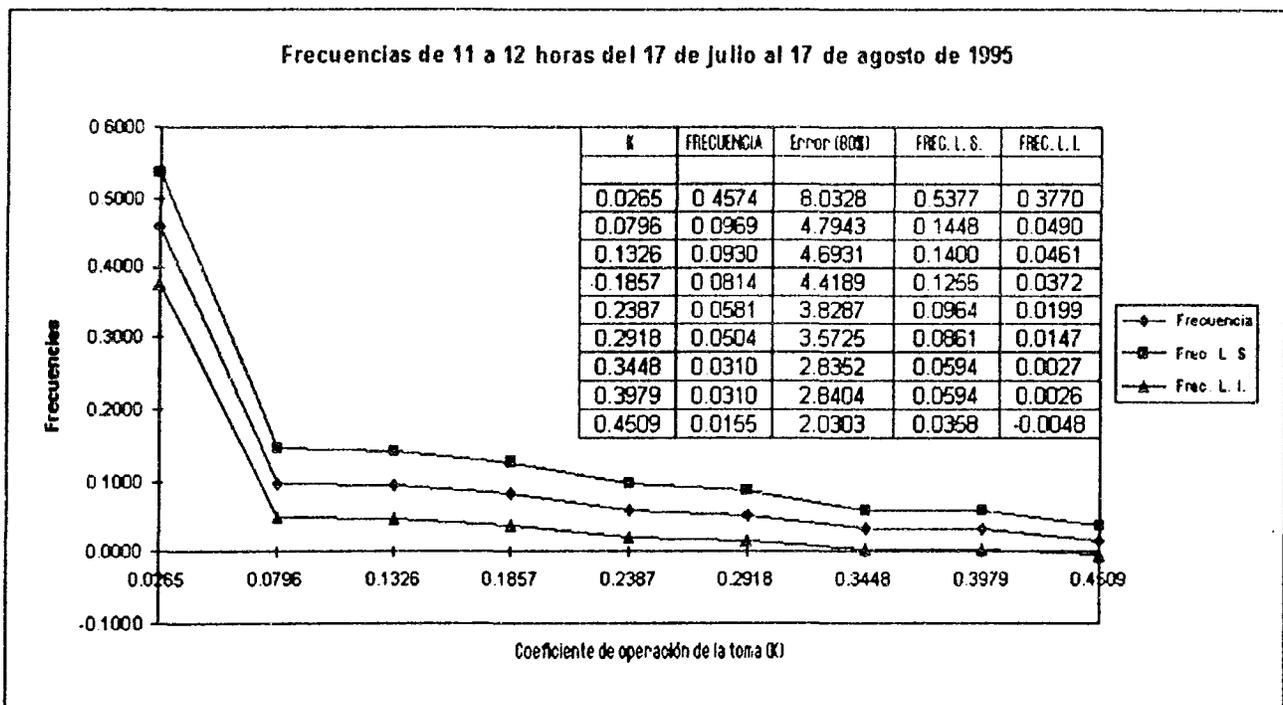


Figura C.16b) Tomas sin tinaco. para un 80% de nivel de confianza

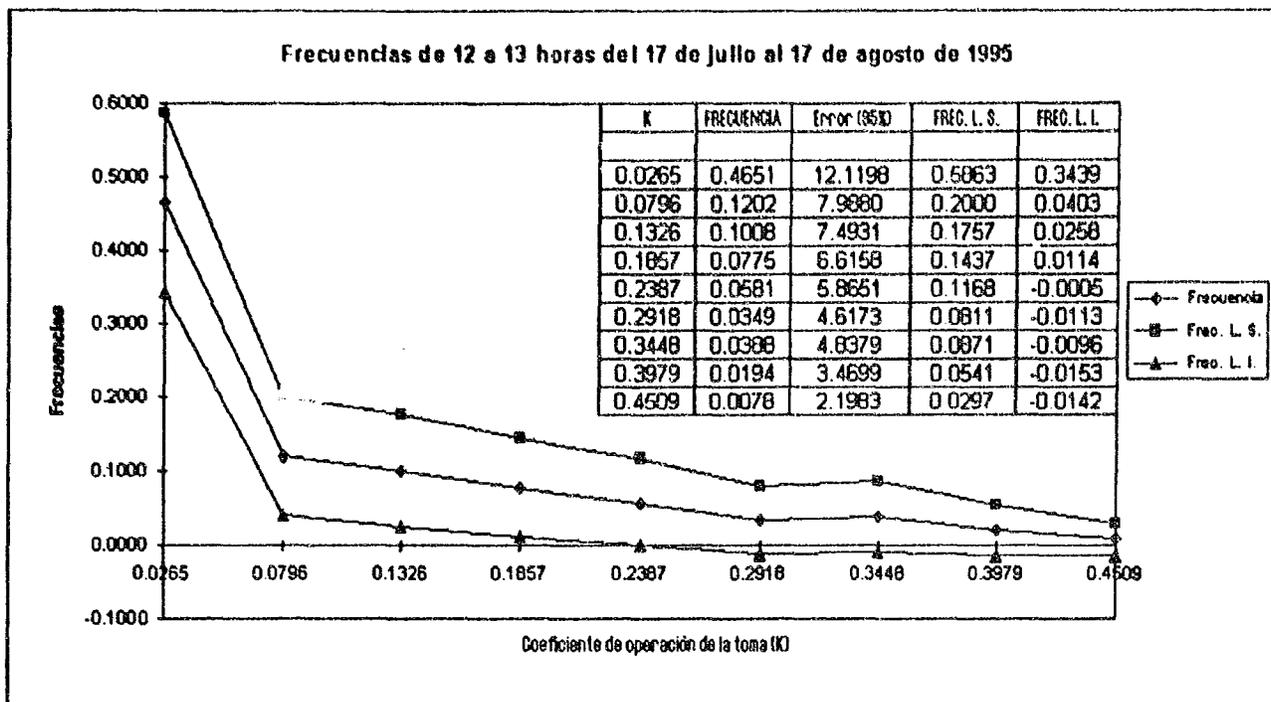


Figura C.17a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

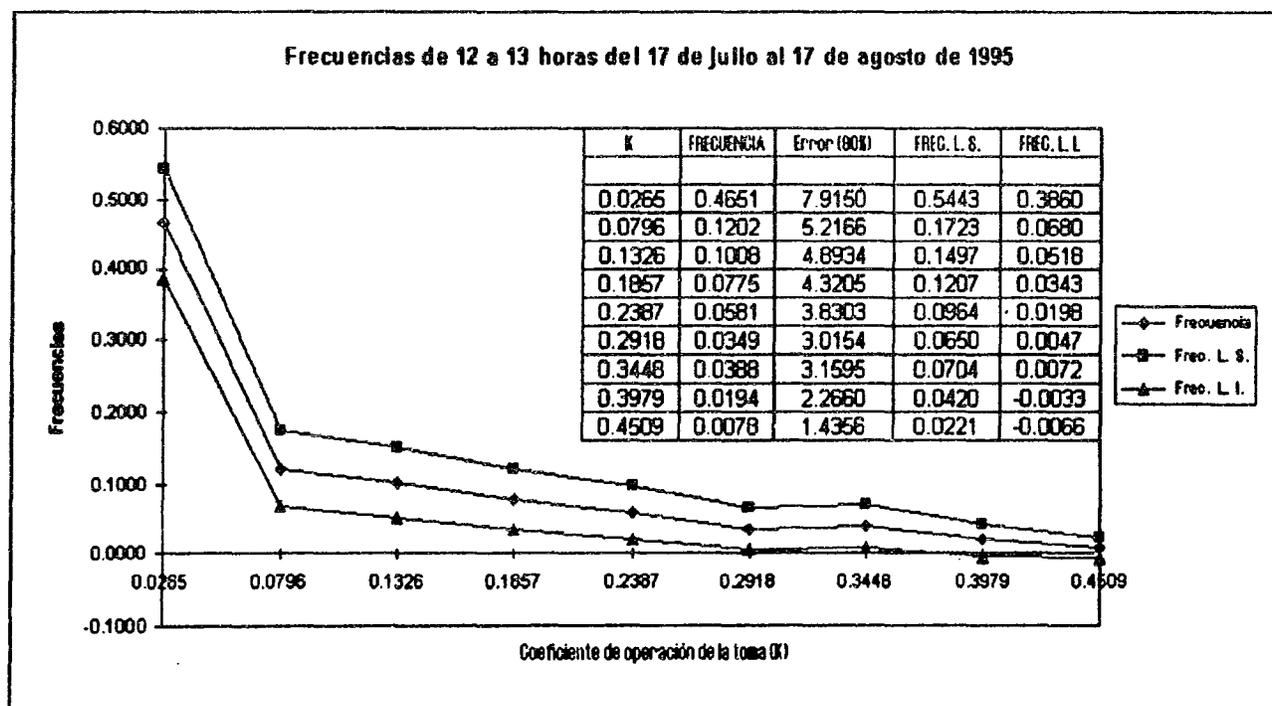


Figura C.17b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

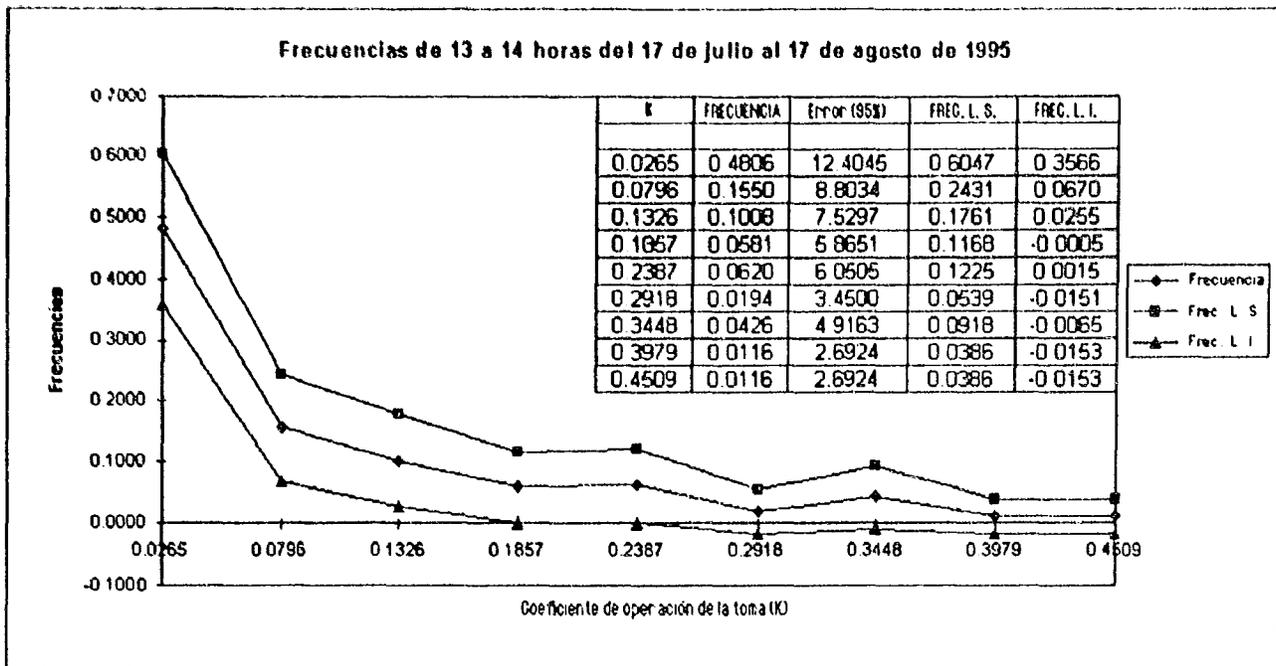


Figura C.18a) Tomas sin tinaco, para un 95% de un nivel de confianza

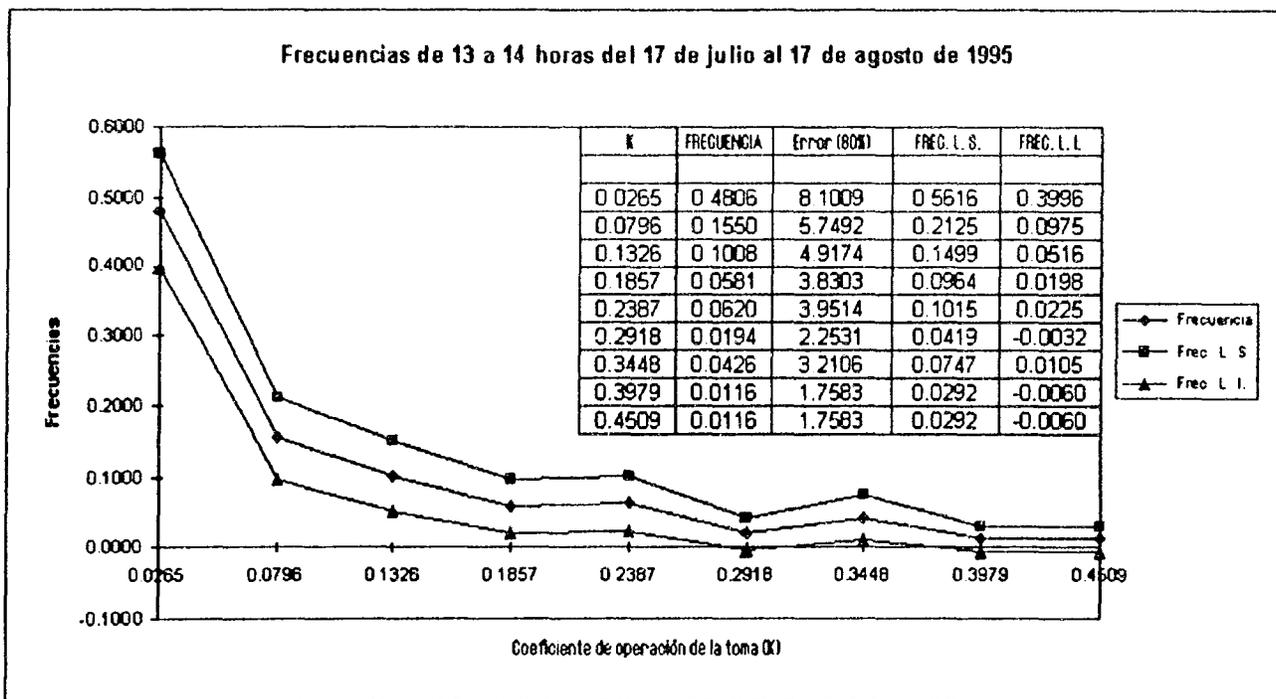


Figura C.18b) Tomas sin tinaco, para un 80% de un nivel de confianza

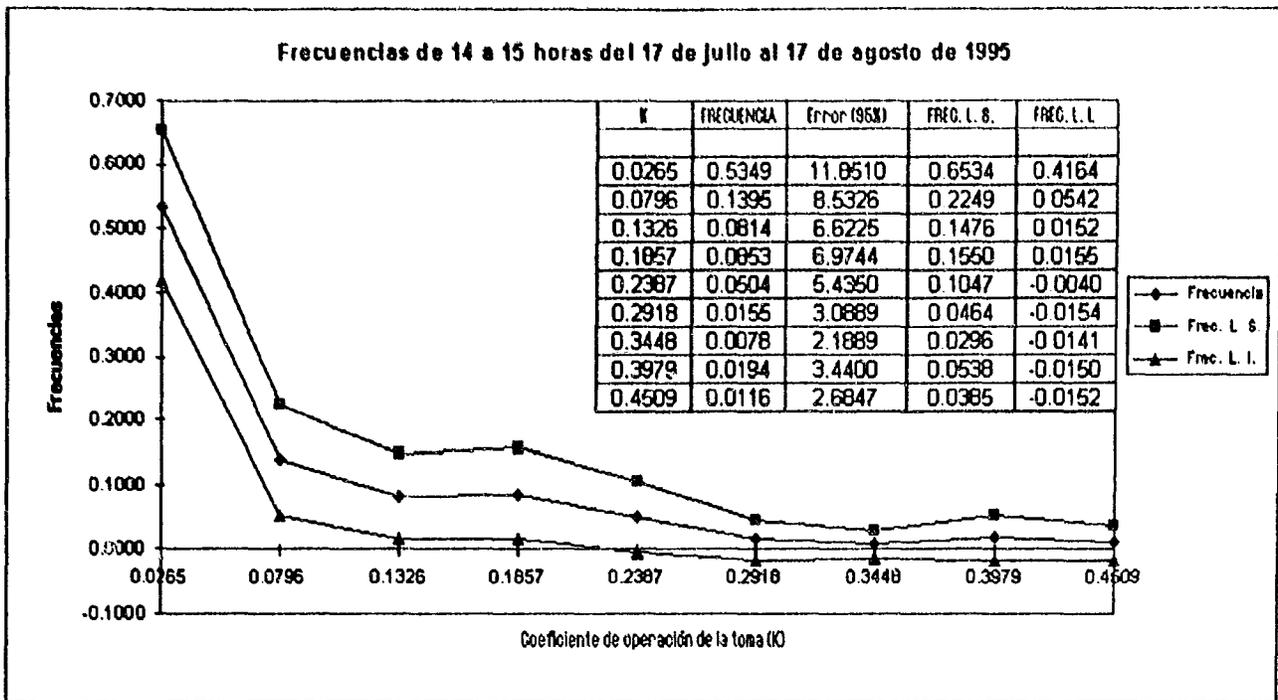


Figura C.19a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

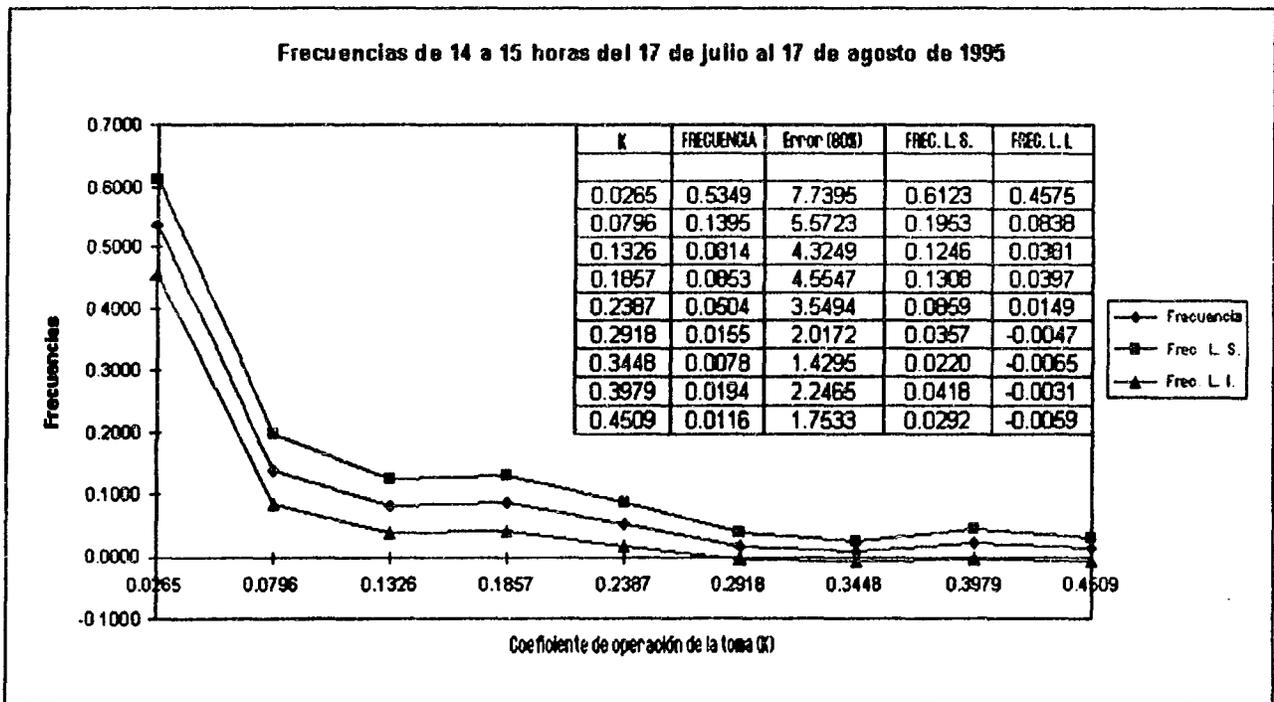


Figura C.19b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

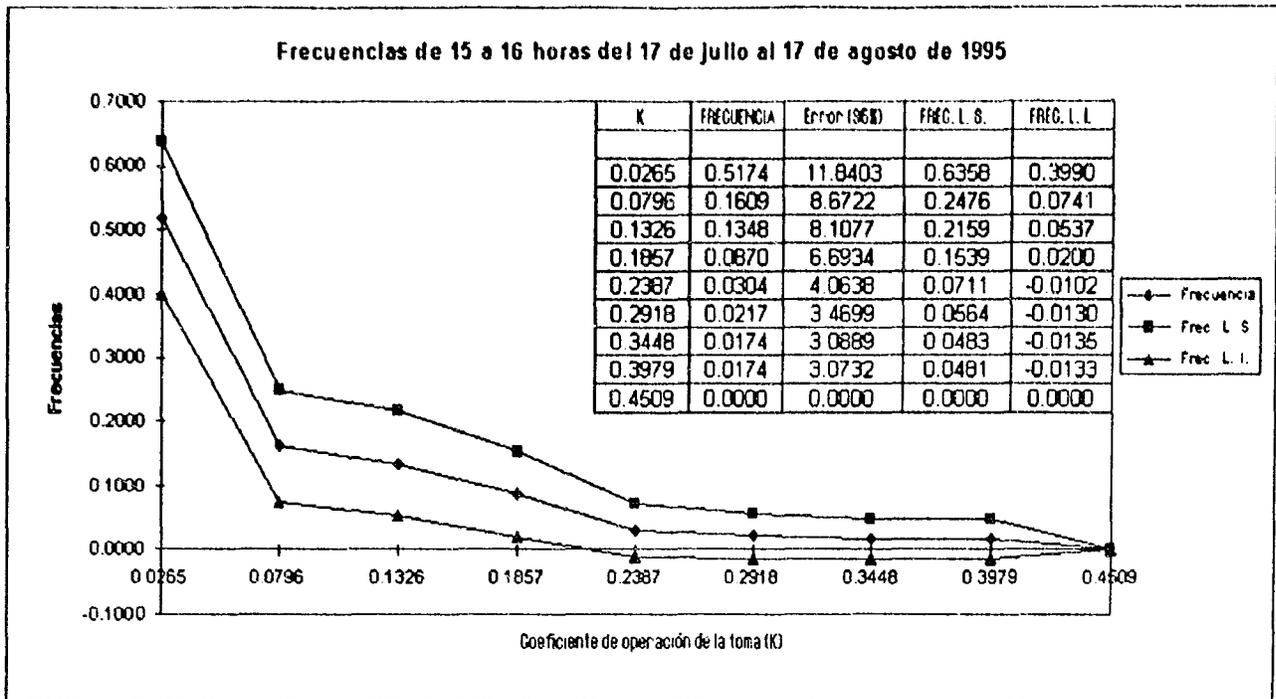


Figura C.20a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

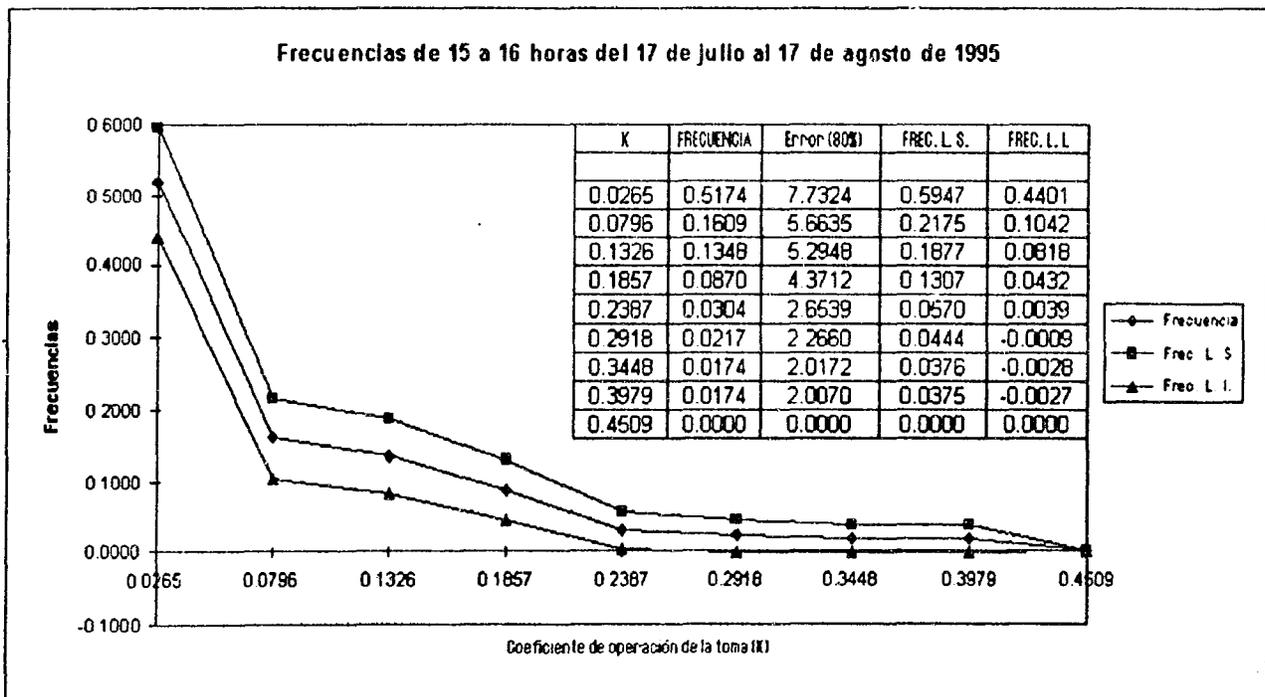


Figura C.20b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

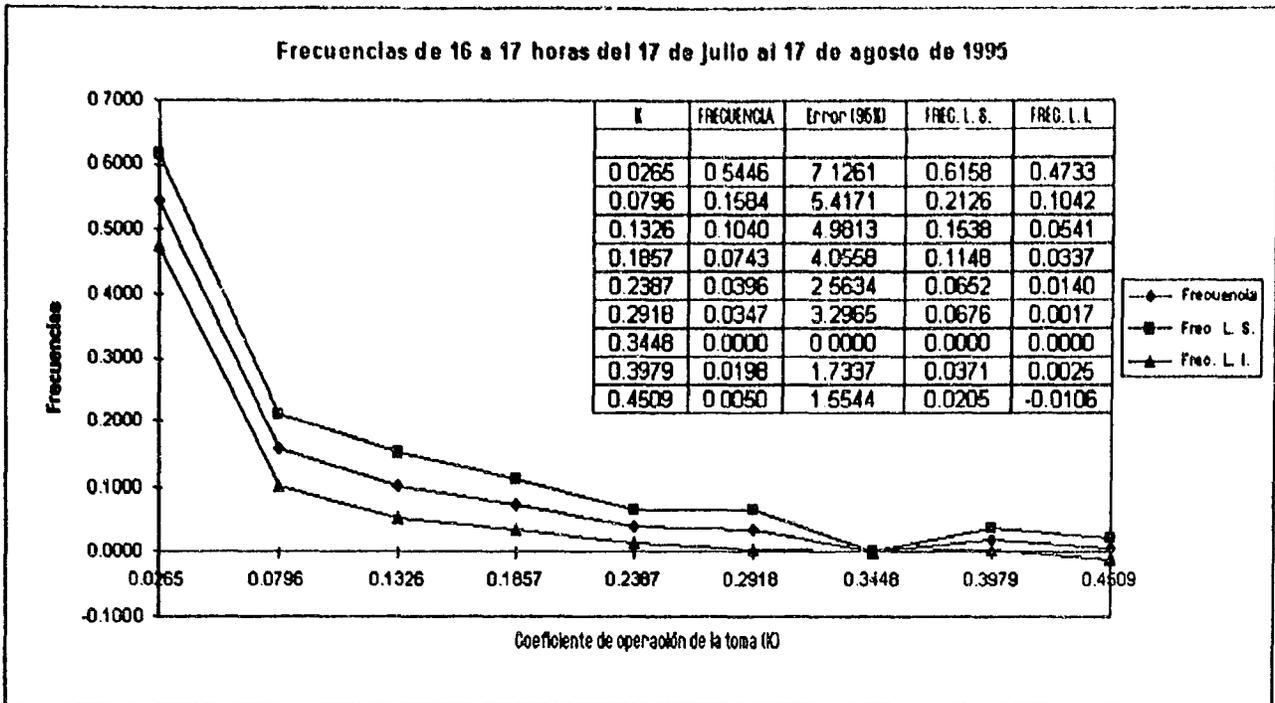


Figura C.21a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

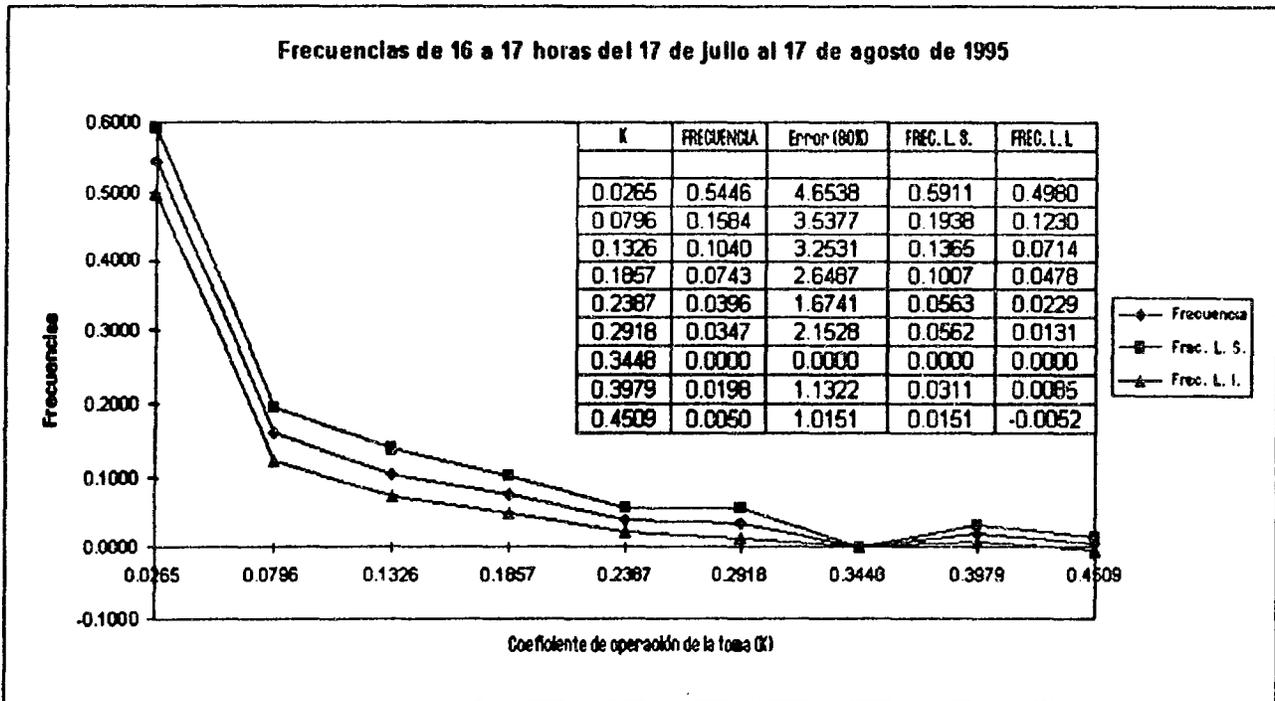


Figura C.21b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

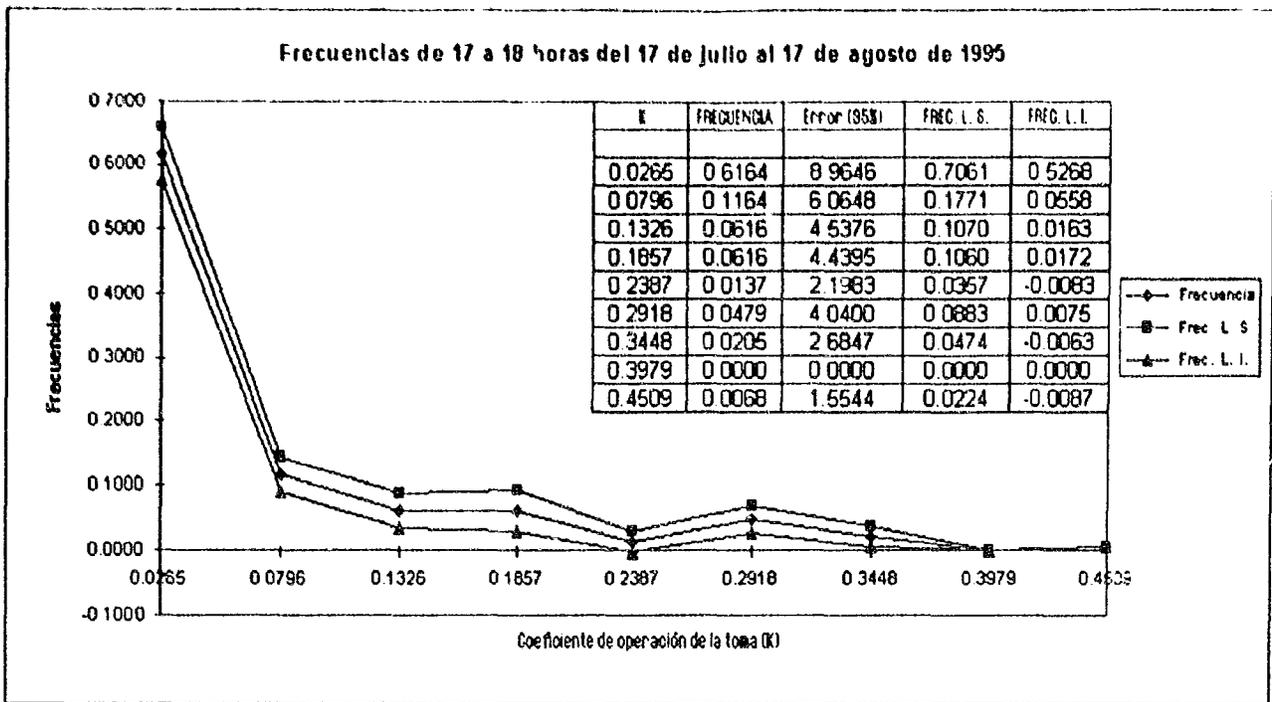


Figura C.22a) Tomas sin tinaco, para un 95% de nivel de confianza

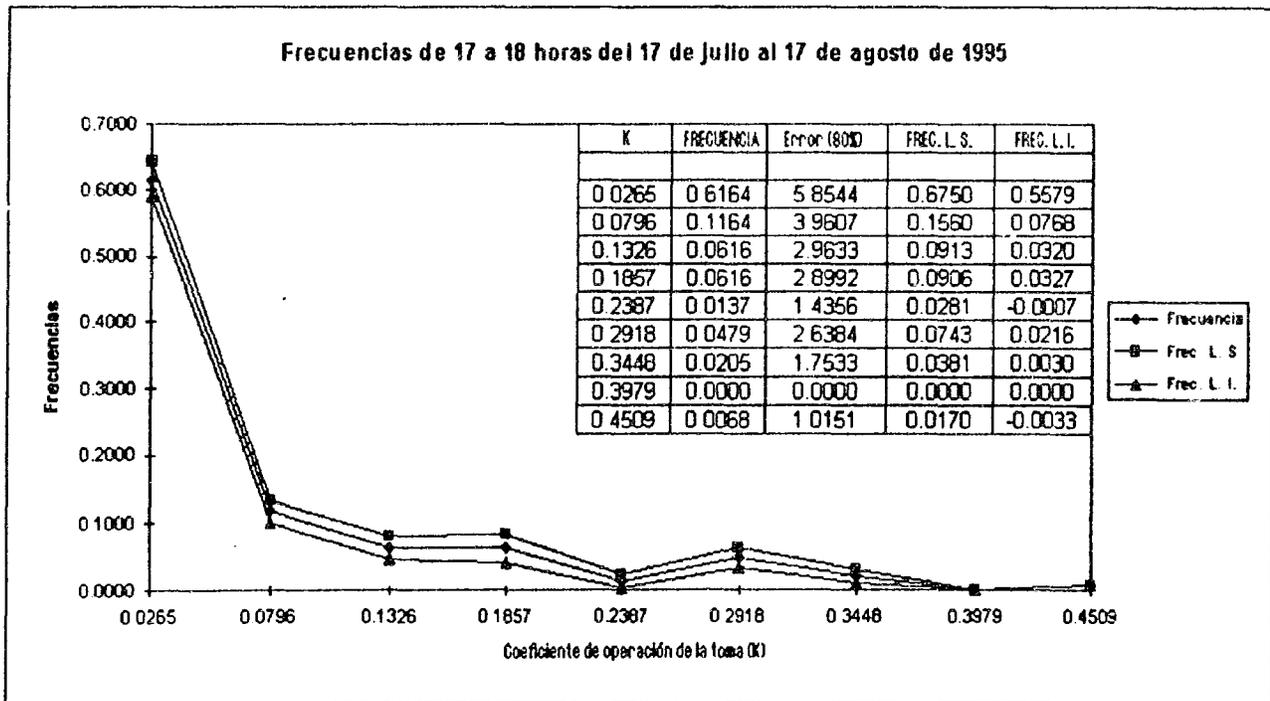


Figura C.22b) Tomas sin tinaco, para un 80% de nivel de confianza

C.2 ESQUEMAS DE FUNCIONAMIENTO DE VALVULAS

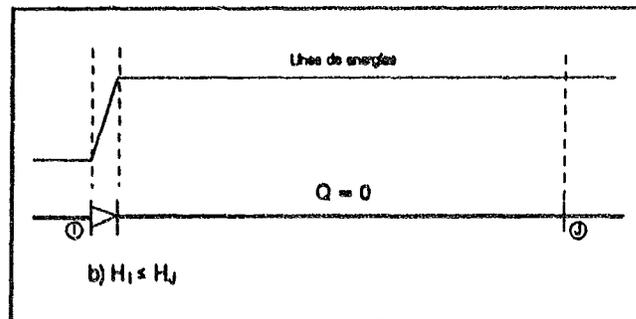
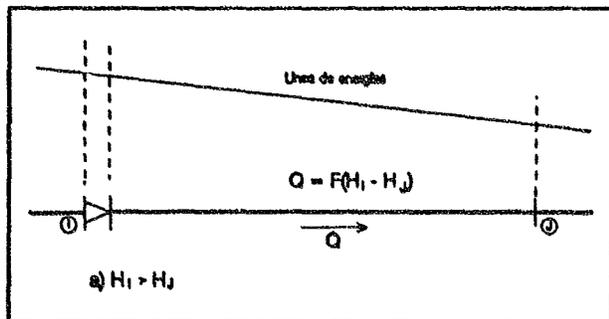


Figura C.23 Funcionamiento de una válvula de no retorno.

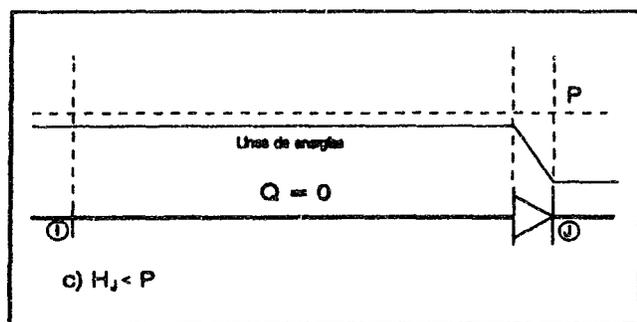
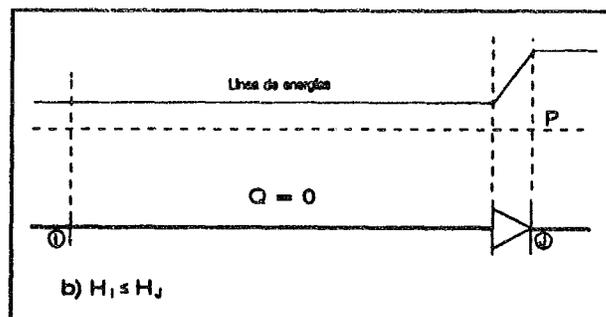
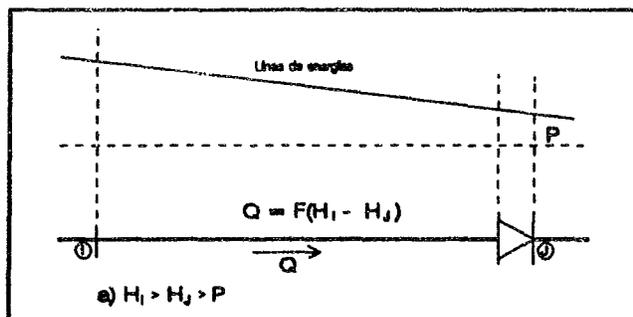


Figura C.24 Funcionamiento de una válvula de no retorno, segundo tipo.

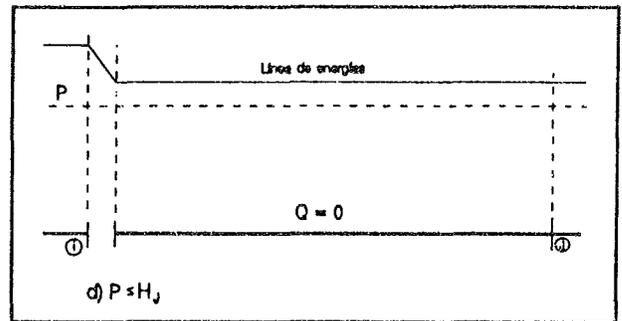
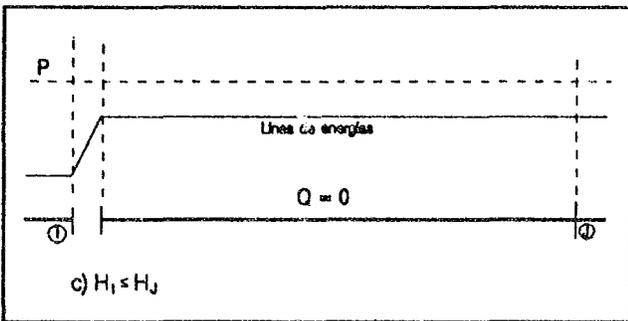
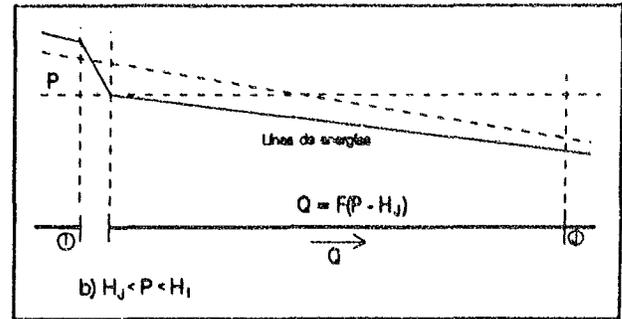
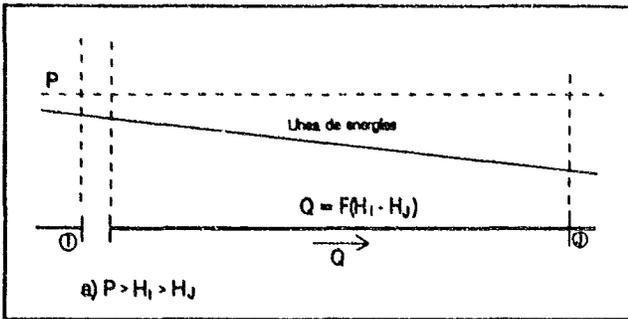


Figura C.25 Funcionamiento de una válvula reductora de presión.

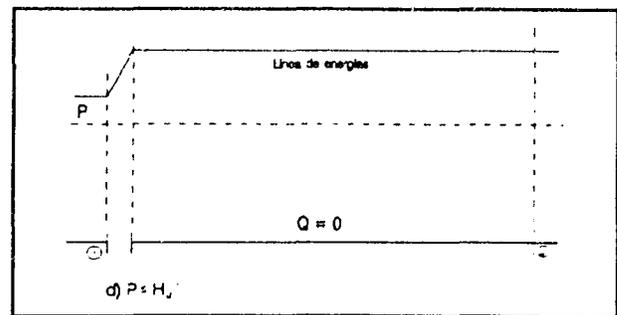
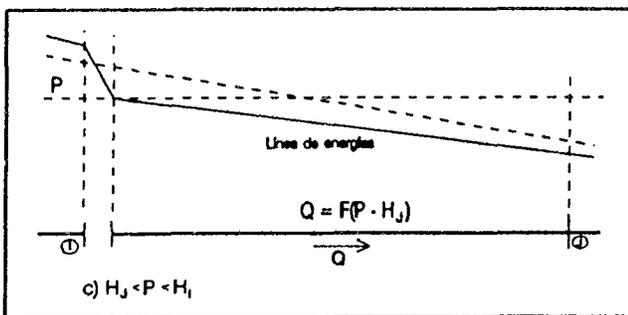
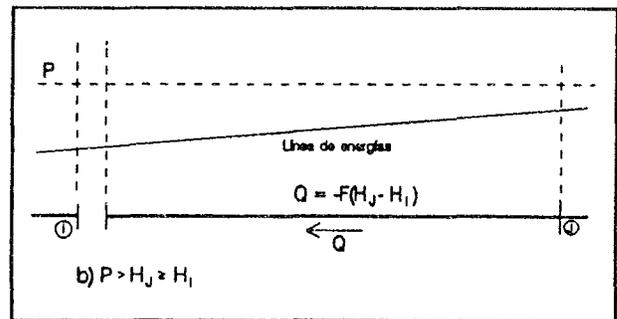
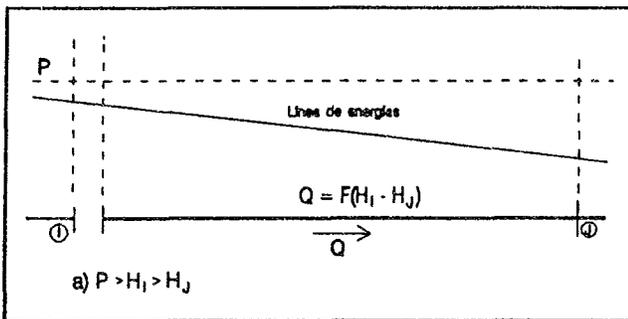


Figura C.26 Funcionamiento de una válvula reductora de presión, segundo tipo.

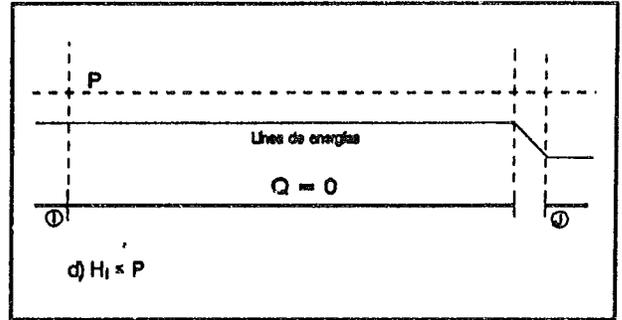
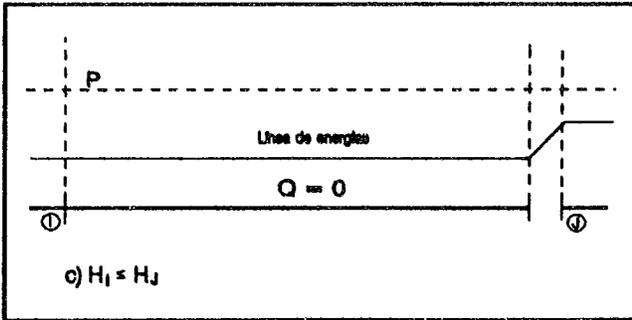
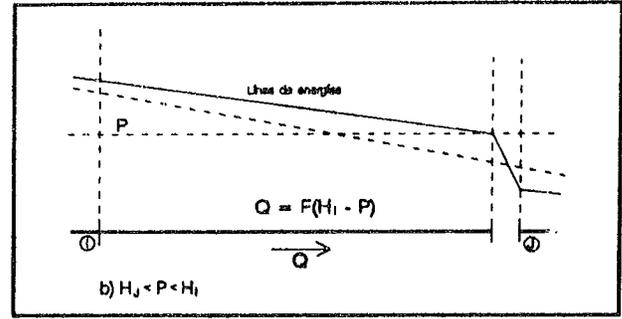
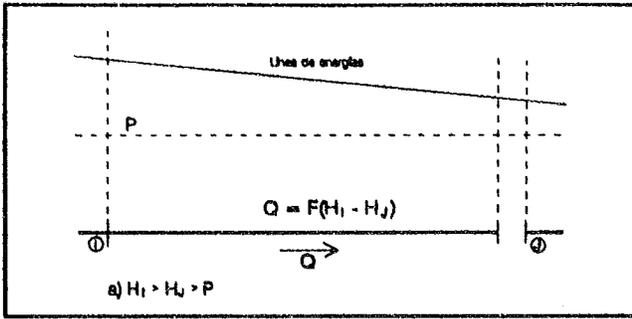


Figura C.27 Funcionamiento de una válvula reductora de flujo (o sostenedora de presión).

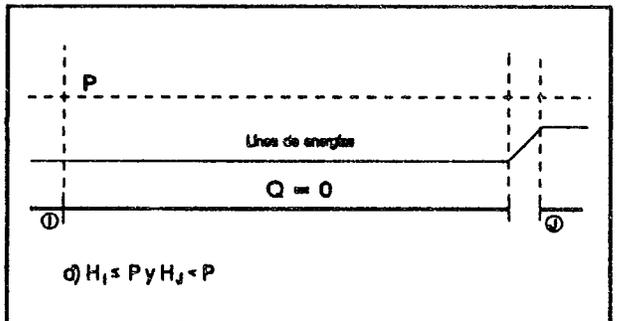
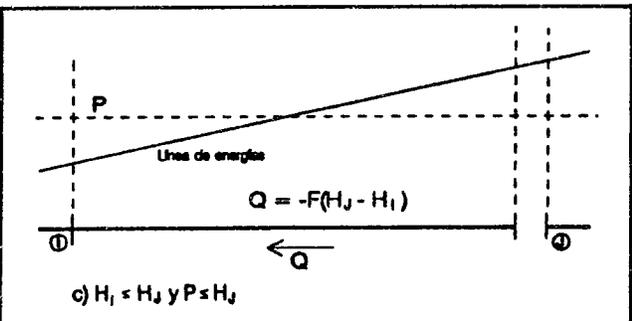
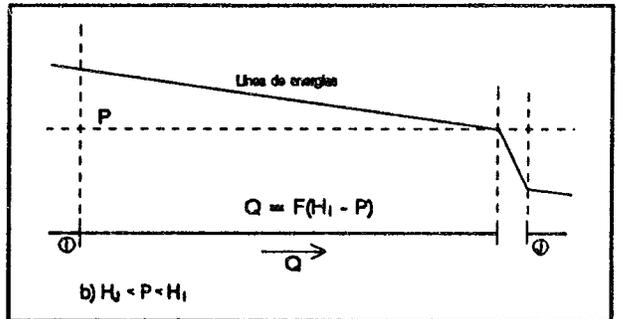
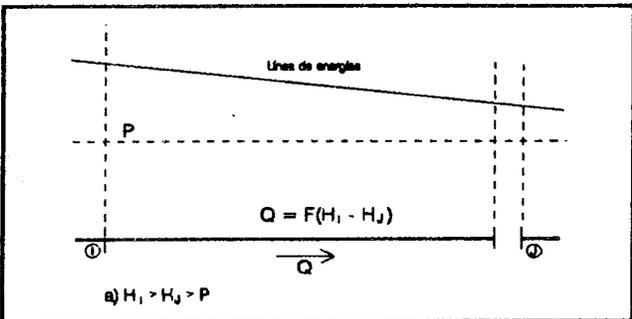


Figura C.28 Funcionamiento de una válvula reductora de flujo (o sostenedora de presión), segundo tipo.

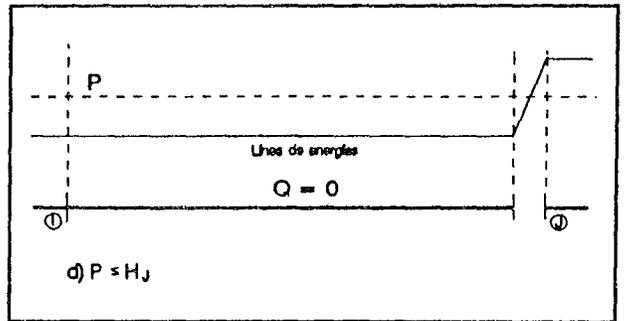
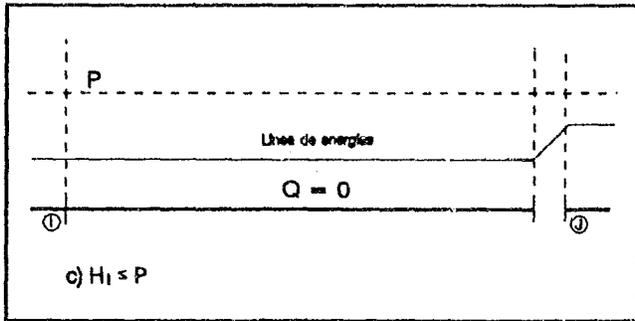
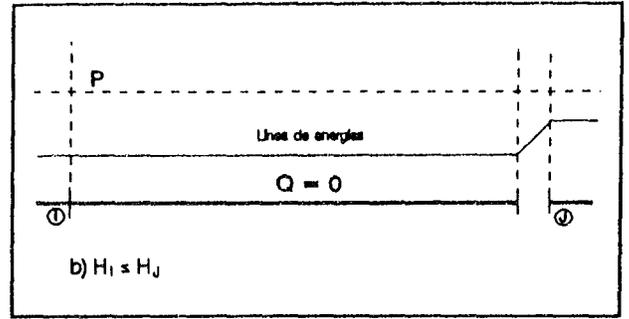
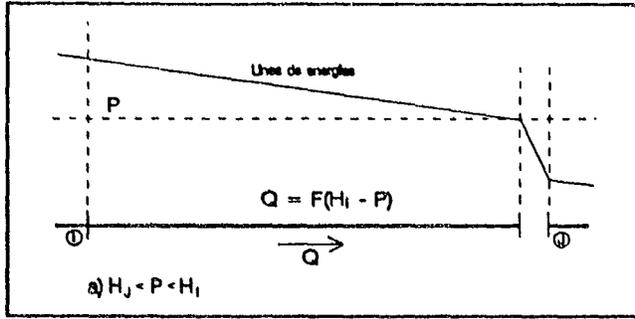


Figura C.29 Funcionamiento de una válvula de control de altitud.

CONCLUSIONES

La evaluación que se hizo en el capítulo 4 sobre el modelo que se propone en este trabajo, permite confirmar que se ha cumplido con el objetivo planteado; el de crear un nuevo procedimiento de simulación hidráulica de redes de agua potable para resolver problemas que requieren de un resultado más preciso, respecto de lo que pueden ofrecer los modelos convencionales.

Es importante que dicha modelación sea más precisa, por ejemplo, en los problemas de calidad del agua en las redes, influencia reguladora de los tinacos, y el funcionamiento hidráulico de redes con diferencias importantes de presiones de un punto a otro.

Para poder cumplir con este objetivo fueron necesarias varias modificaciones a los modelos actuales, incorporando en la simulación a varios componentes que existen en la red y que no se contemplan en los modelos actuales como son las tomas domiciliarias, los tinacos o cisternas, los tubos de distribución con el gasto espacialmente variado y la red secundaria, sin aumentar el número de ecuaciones que sería necesario resolver en un modelo convencional. Para modelar a las tomas domiciliarias se propuso un procedimiento que toma en cuenta las presiones, la geometría de las tomas y la operación que el usuario hace de las mismas. Esto último representado en una curva de operación de las tomas.

Por otro lado, se propone una ecuación explícita para el cálculo de las pérdidas de energía por conducción, cuyos resultados son prácticamente iguales a los de las ecuaciones de Darcy-Weisbach y de Colebrook-White. Dicha ecuación es utilizada para modelar a las tomas domiciliarias y a los tubos de distribución primarios y secundarios.

En este modelo de simulación hidráulica se han considerado los elementos que contemplan los modelos actuales, tales como: tubos, bombas, fuentes de abastecimiento, tanques en contacto con la atmósfera, descargas libres, válvulas y accesorios que producen pérdidas menores de energía; agregando en la modelación a otros dos elementos que existen en las redes de agua potable y que no se contemplan en los modelos existentes, éstos son los tanques hidroneumáticos y los pozos profundos.

Este modelo de simulación hidráulica usa un planteamiento que resuelve únicamente las ecuaciones de continuidad en función de las energías en los nodos. En el capítulo 1 de este trabajo se señala que para poder modelar a las tomas domiciliarias y la red secundaria es necesario incrementar sustancialmente el número de ecuaciones de continuidad. De acuerdo al análisis, en una red de agua potable con 100 manzanas, si se considera únicamente a la red primaria, sin tomar en cuenta a las tomas domiciliarias ni a la red secundaria, se necesitan plantear 8 ecuaciones de continuidad. Sin embargo, si ya se toma en cuenta a la red secundaria se requieren un total de 120 ecuaciones de continuidad, representando un 1,500 % de incremento en el número de ecuaciones, y si además se toma en cuenta a las tomas domiciliarias se necesitan plantear 2,120 ecuaciones de continuidad, con un 26,500 % de incremento en el número de

ecuaciones.

Este incremento importante en el número de ecuaciones representaba uno de los mayores obstáculos a resolver debido a la demanda exagerada de capacidad de memoria de la computadora y las complicaciones en la solución directa de grandes sistemas de ecuaciones, sobre todo si se pretende el uso de las computadoras personales.

Para poder considerar la influencia de las tomas domiciliarias y la red secundaria, fue necesario emplear un método indirecto de solución de grandes sistemas de ecuaciones. Para ello se propuso un nuevo procedimiento de modelación hidráulica de los elementos. Dicho procedimiento contempla dos nuevos conceptos: *cuerda* y *nodo principal* cuyo propósito es modelar a las bombas y tubos conectados en serie, incluyendo a los gastos de las tomas domiciliarias y la red secundaria, todo ello en una sola ecuación para evitar incluir en el sistema de ecuaciones a las ecuaciones de continuidad que se forman en los nodos intermedios de dichos elementos. Para la solución de la red se propuso un procedimiento que consiste en resolver por separado a la red primaria y a un conjunto de subredes secundarias, con la ventaja de resolver sistemas de ecuaciones mucho más pequeños que el que se forma resolviendo la red con un solo sistema de ecuaciones.

De esta manera se plantea la solución de un sistema de ecuaciones debido a la red primaria, con un número de ecuaciones igual al que se resuelve en los modelos actuales. Por separado se plantea la solución de un sistema de ecuaciones por cada subred secundaria, con un número de ecuaciones igual al número de nodos que se forman en las uniones de los tubos de distribución de la subred secundaria correspondiente.

Lo importante de este procedimiento es que indirectamente se resuelve un problema de solución de grandes sistemas de ecuaciones y las limitaciones de capacidad de memoria de la computadora, donde los sistemas de ecuaciones que se plantean en el modelo son del mismo orden de magnitud que los que se plantean en los modelos convencionales cuando no consideran a la red secundaria.

Por otro lado, se propuso un método de solución numérica óptima del sistema de ecuaciones, empleando el método de Kuthill-McKee para la renumeración de los *nodos principales* y transformando la matriz de coeficientes al usar únicamente los elementos dentro del perfil superior e inferior.

Este procedimiento de modelación obtiene la solución de la red por medio de varios procesos iterativos; éstos son en las tomas domiciliarias, las cuerdas, la red primaria, la red secundaria y en el proceso que unifica a estos dos tipos de redes. Es por ello que se consideró importante evaluar la capacidad que tiene el modelo para obtener la solución. Este estudio fue llevado a cabo en el capítulo 4, resolviendo varios ejemplos cuyas características se indican en la tabla 4.1, donde se aprecia que existe buena convergencia en cada uno de los procesos, destacando la solución de una red de mediana dimensión que consta de 1,271 nodos, 25,500 tomas, 2,470 tramos, 100 subredes secundarias; e implica la solución indirecta de un sistema con 26,770

ecuaciones de continuidad.

En la revisión y diseño hidráulico de un sistema de agua potable se requiere manejar mucha información y muchos cálculos que en forma manual resulta un proceso sumamente tardado y prácticamente imposible por la solución de los sistemas de ecuaciones, resultando el uso imprescindible de la computadora. Es por ello que se implementó la primera versión del programa de cómputo *MIRAP*, con el cual fue posible la evaluación del modelo llevado a cabo en el capítulo 4. Este programa está disponible para aplicarse en el momento que se requiera.

El modelo hidráulico que se propone en este trabajo revisa el funcionamiento de un sistema de agua potable para condiciones geométricas conocidas, con posibilidades de poderse aplicar en diversos campos que posteriormente pueden ser temas de estudio, tales como: diseño óptimo, transporte de sustancias disueltas en el agua, o para la calibración de las geometrías de los tubos y las fugas. No presenta ningún problema para extender la calibración también a los consumos; no obstante, para ello se recomienda un procedimiento de calibración directo en las tomas, ya que esto permite una aplicación más general del modelo.

Cabe señalar que el modelo de simulación hidráulica propuesto tiene varias ventajas prácticas respecto de los modelos actuales, que son un reflejo del conjunto de aportaciones que han sido señaladas. A continuación se describen las ventajas más importantes:

. Se obtiene principalmente una mayor información sobre la distribución de los gastos en los tubos de la red, lo cual es útil para una mejor simulación de los fenómenos de calidad del agua en las redes. Incluso puede presentarse un caso donde los dos gastos en los extremos de un tubo de distribución fluyen hacia adentro del mismo, lo cual no puede simularse en los modelos hidráulicos convencionales. Esto se presenta cuando los gastos que entran al tubo de distribución abastecen exclusivamente a las demandas de agua que en él se generan debido a las tomas domiciliarias o a la existencia de algún tubo de la red secundaria. Por otro lado, cuando existen extremos de la red relativamente alejados de los puntos por donde ingresa el agua, como son las fuentes de abastecimiento o los tanques de regulación, puede obtenerse una mejor información de las energías, presiones y demandas de agua; incluso puede darse el caso que el modelo prediga la no disponibilidad del agua en las partes alejadas, situación que no puede preverse en los modelos convencionales, ya que no toman en cuenta que la demanda de agua también depende de la presión existente en la red.

. El mismo modelo calcula los consumos de agua tomando en cuenta las presiones y la política de operación de las tomas domiciliarias. Los modelos convencionales consideran que las demandas de agua son datos que deben obtenerse en un proceso anterior al análisis hidráulico, lo cual puede ser una tarea bastante laboriosa y difícil de programar en un sistema de cómputo, si es que quieren obtenerse, al debido detalle, las demandas en la red primaria como producto del consumo de agua de la red secundaria, considerando las demandas localizadas en los puntos donde se conectan cada uno de los tubos de la red secundaria.

. Propone que la calibración de los consumos de agua se realice directamente en las tomas,

permitiendo obtener la política de operación de las mismas. Estos resultados pueden tener una aplicación genérica, donde pueden resolverse tanto problemas de revisión como de calibración de las fugas de agua. Por otro lado, dichos resultados pueden usarse en la misma red donde se hicieron los estudios o en otras redes sin estudios de consumos de agua, cuyas características se estimen similares.

Otros autores proponen calcular los consumos de agua usando un procedimiento indirecto que consiste en emplear un modelo de simulación hidráulico. Sin embargo, de esta forma no se puede obtener la política de operación de los usuarios de las tomas, ya que considera constantes a las áreas de los orificios equivalentes en los puntos de consumo de agua, sin tomar en cuenta que el usuario de las tomas en realidad los está modificando al momento de operar las llaves de las mismas. Por otro lado, el número de variables es demasiado grande cuando se quiere calibrar con el mismo modelo, a los consumos, las fugas, y las rugosidades relativas de los conductos, provocando dificultades para obtener un resultado confiable.

- . No es necesario adquirir una computadora de gran capacidad para simular a la red secundaria ya que la solución de la red se resuelve por partes. En los modelos actuales se tiene que resolver un solo sistema de ecuaciones debido a los dos tipos de redes, necesitándose una computadora de mayor capacidad.

- . Favorece la generación de una fuente de datos suficientemente amplia sobre los elementos que conforman a una red de agua potable, de una forma ordenada y actualizada para lograr una mejor administración y operación de la red que optimicen los recursos humanos y económicos.

- . Es un procedimiento de modelación hidráulica más general que el convencional, ya que éste queda incluido. Es decir se puede modelar únicamente a la red primaria, o incluir a la red secundaria pero con la ventaja de que no se incrementa el número de ecuaciones ya que los dos tipos de redes se resuelven por separado y la solución se logra resolviendo varias veces el sistema de ecuaciones de dichas redes.

Este procedimiento de simulación de redes de agua potable, por el hecho de ser un nuevo planteamiento, marca desde luego la necesidad de realizar otros trabajos adicionales con el propósito de complementar y continuar haciendo mejoras. Asimismo ofrece la posibilidad de aplicar e implementar dicho procedimiento en la solución de problemas relacionados con los sistemas de agua potable. A continuación se indican los trabajos más importantes que se advierten:

- . Se ha encontrado que la práctica común de formar la red primaria, por lo general ofrece buenos resultados de convergencia en el método propuesto de modelación hidráulica. Sin embargo, se recomienda efectuar posteriormente un estudio más profundo para conocer con mayor detalle la influencia que tienen las relaciones geométricas entre los tubos de la red primaria y secundaria en una mayor o menor convergencia del método y obtener con base en éste propósito un criterio diferente al actual para determinar la red primaria.

. Debido a que el concepto de *cuerda* permite obtener el funcionamiento de los tubos de distribución considerando el gasto espacialmente variado, existen las bases para posteriormente llevar a cabo un estudio sobre la presencia de varios regímenes del flujo, incluyendo al turbulento, crítico y laminar, la comprobación de los mismos en una red de agua potable y las diferencias de considerar únicamente flujos turbulentos.

. Puesto que la solución de cada una de las subredes secundarias son independientes, puede emprenderse una implementación de software para resolver varias subredes al mismo tiempo sin esperar la solución de una para resolver las restantes y con ello incrementar la rapidez de solución.

. Se debe aprovechar que el modelo propuesto obtiene una mejor información sobre la distribución de los gastos en los tubos de distribución, para implementar un nuevo modelo de simulación de la calidad del agua en los sistemas de agua, el cual puede mejorar sustancialmente a los actuales.

. Ya que con este modelo se pueden modelar los tinacos domiciliarios, es conveniente llevar a cabo un estudio sobre la influencia de los mismos en el comportamiento de la red, las demandas horarias y en el dimensionamiento de los tanques de regulación.

. Como este modelo de simulación implica un procedimiento diferente al actual que usa la curva de demandas para el cálculo de los consumos de agua, es necesario implementar un nuevo procedimiento de diseño de los diferentes elementos de una red de agua potable, como son los tanques de regulación, equipos de bombeo y el dimensionamiento de los tubos; ya que, por ejemplo, un sistema de agua potable que tenga un solo tanque cuyo abastecimiento del agua es directo de la fuente, ya no es válido dimensionarlo en función del gasto máximo diario y de un coeficiente de regulación, sino que es necesario hacer simulaciones de la red en diferentes condiciones de operación.

. Con el propósito de hacer más pruebas sobre la viabilidad y ventajas del procedimiento que se propuso para la modelación de las tomas domiciliarias, red secundaria y tubos de distribución, es conveniente usar el segundo planteamiento recomendado en el subcapítulo 1.3 sobre la manera de formular los métodos de análisis hidráulicos; consiste en resolver la ecuación de la energía en función de gastos que cumplen la ecuación de continuidad. En el subcapítulo 1.3 se recomienda usar tanto este planteamiento como el que fue usado en este modelo de simulación que consiste en resolver la ecuación de continuidad en función de las energías.

SIMBOLOGIA

- A** = Area transversal del tubo (m^2)
 D = Diámetro interior del tubo (m)
 H = Energía hidráulica (m)
 K_0 = Constante geométrica de un orificio (s^2/m^5)
 L = Longitud del tubo (m)
 P = Presión absoluta (kg/m^2)
 Q = Gasto que circula por el tubo (m^3/s)
 Re = Número de Reynolds
 e = Base de los logaritmos naturales (2.7182...)
 f = Coeficiente de pérdidas de energía por conducción
 g = Aceleración de la gravedad (m/s^2)
 h = Altura del nivel del agua (m)
 h_f = Pérdida de energía por conducción (m)
 hb = Carga de la bomba (m)
 hl = Suma de pérdidas de energía locales (m)
 ht = Pérdida de energía por conducción en un subtramo de tubo (m)
 k = Constante de pérdida local
 p = Presión manométrica (kg/m^2)
 z = Altura de posición (m)
 γ = Peso específico del agua (kg/m^3)
 ϵ = Rugosidad absoluta del tubo (mm)
 ν = Viscosidad cinemática del fluido (m^2/s)
 π = 3.1416...

REFERENCIAS

1. Abad A., Servín L., A., *Introducción al Muestreo*, Editorial Limusa y Noriega Editores, 1993.
2. A. Lamont, P., "Common Pipe Flow Formulas Compared With the Theory of Roughness", *Journal of the American Water Works Association*, May, 1981, pp. 274-280.
3. Arora, M. L., "Flows Split in Closed Loops Expending Least Energy", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 102, No. HY3, March 1975, pp. 455-458.
4. Aya, H., "Networks Analysis by Relaxation Method", *Annual conference of JWWA*, May, 1983.
5. Barr, D. I. H., "Two Additional Methods of Direct Solution of the Colebrook-White Function", *Proc. Inst. Civil Engrs.*, part 2, December 1975, 59.
6. Barr, D.I.H., "Explicit Working for Turbulent Pipe Flow Problems", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 102, No. HY5, May 1976, pp. 667-673.
7. Benedict, R. P., and Carlucci, N. A., "Flow With Losses", *Journal of Engineering for Power*, paper No. 63-WA-105, 1963, PP. 1-13.
8. Bhave, P. R., "Extended Period Simulation of Water Systems-Direct Solution", *Journal Environmental Engineering, ASCE*, vol. 114, No. 5, Oct. 1988, pp. 1146-1159.
9. Broyden, C. G., "A Class off Methods for Solving Nonlinear Simultaneous", *Mathematics of Computation*, 1965, pp. 577-593.
10. Caldiño V., I., Cortez M., P., Sánchez P., R. y Enríquez Z., S., "Informe Final de los Estudios de Evaluación de Pérdidas en Sistemas de Distribución de Agua Potable", *Comisión Nacional del Agua*, diciembre de 1992.
11. Carmona P., R., "Simulación Digital del Comportamiento Dinámico de una Red. Aplicación en el Análisis del Control en la Línea de la Distribución de Agua Potable", *VIII Congreso Nacional de Hidráulica, A.M.H.*, México, 1984.
12. Carr, R.J. and Doherty, A.B., "A Cost Benefit Analysis of Including All Distribution Mains in Operational Model", *Internacional Conference: Integrated Computer Applications in Water Supply*, Vol. 2 Applications and Implementations for Systems Operation and Management, Edited by Coulbeck, Ed. Research Studies Pres LTD. y John Wiley, 1993. pp. 33-46.
13. Cembrowicz, R. G., "Mathematical Model of a Water Supply System Under fluctuating Demand", *Thesis presented to Harvard University, at Cambridge, Mass.*, in 1971, in partial

fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

14. Cembrowicz, R. G. y Harrington, J. J., "Discussion of Computer Analysis of Water Distribution Systems: Part I.-Formulation of Equations; Part II.-Numerical Solution", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 98, No. HY10, Oct. 1972, pp. 1890-1892.
15. Chandrashekar, M., "Extended Set of Components in Pipe Networks", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 106, No. HY1, Jan. 1980, pp. 133-149.
16. Chaudry, M. H., "Applied Hydraulic Transients", **Editorial Van Nostrand Reinhold**, 1979.
17. Collins, M. A. et al. "Solving the Pipe Network Analysis Problem Using Optimization Techniques", **Management Science**, vol. 24, No. 7, March 1978, pp. 747-760.
18. Collins, A. G., y Johnson R. L., "Finite-Element Method for Water-Distribution Networks", **Journal American Water Works Association (AWWA)**, Vol. 67, No. 7, July 1975, pp. 385-389.
19. Collins, M. A., Cooper L. y Kennington, J. L., "Multiple Operating Points in Complex Pump Networks", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 105, No. HY3, March 1979, pp. 229-244.
20. Comisión Constructora de Ingeniería Sanitaria de la Secretaría de Salubridad y Asistencia, (CCISSA), *Normas Generales para la Elaboración de Proyectos de Abastecimiento de Agua Potable*.
21. Cornish, R. J., "The Analysis of Flow in Networks of Pipes", **J. Inst. C. Engrs.**, London, England, 1939, pp. 147-154.
22. Cross H. , "Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors", **Bulletin No. 286, Univ. of Illinois Engr. Experimental Station, Urbana, III**, 1936.
23. De Azevedo, N., J. M. y Acosta A., G., *Manual de Hidráulica*, **Editorial Harla**, 1976.
24. De la Vega, H. M., Espinoza, J., "Correlación, la Alternativa Tecnológica en Detección de Fugas (Experiencias en el Campo Mexicano)", **Memorias del Primer Seminario Internacional Sobre Uso Eficiente del Agua**, octubre de 1991, pp. 627-634.
25. Demoyer, R., Gilman, H. D. and Goodman, M. Y., "Dynamic Computer Simulation and Control Methods for Water Distribution Systems", final report, presented for the office of **Water Resources Research, U. S. Department of the interior by General Electric Company**, under Contract No. 14-31-0001-3734, Feb., 1973 (Document No. 73SD205).
26. Demuren, A. O. y Ideriah, F. J. K., "Pipe Network Analysis by Partial Pivoting Method",

Journal of the Hydraulics Engineering, ASCE, vol. 112, No. HY5, May 1986, pp. 327-333.

27. Dennis, J. E., and More, J. J., "Quasi-Newton Methods", **Motivation and Theory, SIAM Review, Vol. 19, No. 1, 1977.**

28. Dilligham, D. J. "Computer Analysis of Water Distribution Systems", **Water and Sewage Works. Part 1, Jan. 1967, pp. 1-3; Part 2, Feb. 1967, pp. 43-45; Part 3, April 1967, pp. 96-99; Part 4, April 1967, pp. 141-143; Part 5, June 1967, pp. 175-176.**

29. Donachie, P. R., "Digital Prgram for Water Network", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol. 100, No. HY3, March 1974, pp. 393-403.**

30. Echávez A., G., "Método Simplificado para Calcular Pérdidas Distribuidas en Tuberías", **VII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, 1976.**

31. Echávez A., G., "Fugas en Redes de Agua Potable", **Memorias del Primer Seminario Internacional Sobre Uso Eficiente del Agua, octubre de 1991, pp. 828-835.**

32. Epp R. y Fowler A.G., "Efficient Code for Steady-State Flows in Networks", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol. 96, No. HY1, Jan. 1970, pp. 43-56.**

33. Featherstone, R. E., "Computational Methods in the Analysis and Design of Closed Conduit Hydraulic Systems", **Developments in Hydraulic Engineering - 1, Applied Science Publishers, Novak, P., 1983, pp. 111-150.**

34. Fletcher, R., "A New Aproach to Variable Metric Algorithms", **Computer Journal, Vol. 13, 1970.**

35. Fuentes M., O.A., "Modelo para Calcular Redes de Conductos a Presión en Régimen Permanente", **Noveno Congreso Nacional de Hidráulica, Querétaro México 1986.**

36. George, A. and Liu, J. W-H *Computer Solution os Large Sparse Positive Definite Systems*, Prentice-Hall, Enlewood Cliffs, New Jersey, 1981.

37. Gilman, H. D., et al, "Replication Modeling for Water Distribution Control", **presented at june 4-9, 1972, 92nd Annual Conference of American Water Works Association, held at Chicago, III.**

38. Goldfarb, D., "A Family of Variable Metric Methods Derived by Variational Means", **Mathematical Computation, Vol. 24, 1970, pp. 23-26.**

39. González V. y Capella, *Análisis de la Red Interna de la Ciudad de México*, Instituto de Ingeniería, UNAM 1972.

40. Graves, Q. B. y Branscome, D. "Digital Computer for Pipe Line Network Analysis", **Journal of the Sanitary Division, ASCE**, vol. 84, No. SA2, April 1958.
41. Guerrero A., J. O., *Sistemas de conducción de agua en tuberías*, Editorial U.A.S., febrero de 1985.
42. Guerrero A., J. O., *Manual del usuario para los programas Variomat y Enexplic*, **Publicación interna de la Facultad de Ingeniería de la U.A.S.**, 1988.
43. Guerrero A., J. O., "Tres Formas de Revisión y Diseño Hidráulico en Conductos a Presión", **Décimo Congreso Nacional de Hidráulica, A.M.H.**, Morelia, Mich., octubre de 1988.
44. Guerrero A., J. O., *Hidráulica de tubos usando el Concepto de Recorrido*, Editorial U.A.S., abril de 1989.
45. Guerrero A., J. O., "Una ecuación general para pérdidas de energía por conducción en tubos", **Onceavo Congreso Nacional de Hidráulica, Asociación Mexicana de Hidráulica**, Zacatecas, Zac., octubre de 1990.
46. Guerrero A., J. O., "Redes de agua potable con abastecimiento directo a tanques", **Onceavo Congreso Nacional de Hidráulica, Asociación Mexicana de Hidráulica**, Zacatecas, Zac., octubre de 1990.
47. Guerrero A., J. O., "Alcances y limitaciones del método de Cross", **Revista INGENIERIA no. 1, Facultad de Ingeniería de la U.A.S.**, enero-marzo de 1991.
48. Guerrero A., J. O., "Método para el cálculo hidráulico de Sistemas de Riego por Aspersión", **Doceavo Congreso Nacional de Hidráulica, A.M.H.**, Puerto Vallarta, Jal., octubre de 1992.
49. Guerrero A., J. O., "Sistemas de agua potable con abastecimiento a la red con excedencias a tanques", **Doceavo Congreso Nacional de Hidráulica, Asociación Mexicana de Hidráulica**, Puerto Vallarta, Jal., octubre de 1992.
50. Gupta, I., Hassan, M. Z. y Cook, J., "Linear Programming Analysis of Water Supply System With Multiple Supply Points", **American Instit. Incrut. Engineers (AIIE) Transactions**, vol. 4, No. 3, September 1972, pp. 200-204.
51. Haaland, S. E., "Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow", **Journal of Fluids Engineering**, Vol. 105, March, 1983.
52. Hansen, C. T., "Optimization of large Networks for Natural Gas", **Thesis presented to the Institute of Numerical Analysis, Technical University of Denmark**, at Denmark, in 1988, in

partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

53. Hydraulics Research Station, "Charts for the Hydraulic Design of Channels and Pipes", 3ed Edn., H.M.S.O., London, 1969.

54. J. A. Roberson, C. T. Crowe, *Mecánica de Fluidos*, segunda edición, Mc Graw Hill, México, 1991.

55. Jain, A. K., "Accurate Explicit Equation for Friction Factor", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 102, No. HY5, proc. paper 12129, May, 1976, pp. 674-677.

56. Jain, A. K., Mohan, D. M. and Khanna P., "Modified Hazen-Williams Formula", *Journal of the Environmental Engineering Division*, Vol. 104, No. EE1, February, 1978, pp. 137-146.

57. Jeppson, R. W. and Traballaee, A., "Pumps and Reservoirs in Networks by Linear Theory", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 101, No. HY3, proc. paper 11153, March 1975, pp. 576-580.

58. Jeppson, R. W. y Davis A. L., "Pressure Reducing Valves in Pipe Networks Analysis", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 102, No. HY7, July 1976, pp. 987-1001.

59. Jeppson, R. W., "Equivalent Hydraulic Pipe for Parallel Pipes", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 108, No. HY1, Jan. 1982, pp. 35-45.

60. Jiménez J., M. A. y Díaz G., I., "Las Fugas de Agua en Tomas Domiciliarias. Un Problema de Orígenes múltiples", *Memorias del Primer Seminario Internacional Sobre Uso Eficiente del Agua*, octubre de 1991, pp. 597-603.

61. Kamand, Fadi Z., "Hydraulic Friction Factor for Pipe Flow", *Journal of Irrig. and Drainage Engrg.*, ASCE, Vol. 114, No. 2, 1988. pp. 311-323.

62. Kesavan, H. K. y Chandrashekar, M., "Graph-Theoretic Models for Pipe Networks Analysis", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 98, No. HY2, February 1972, pp. 345-364.

63. Kootattep S. y Aya, H., "Appropriate Method of Distribution Networks Analysis for Developing Countries", *Aqua*, No. 6, 1985.

64. Lam Chan, F. y Wolla, M. L., "Computer Analysis of Water Distribution Systems", Part I.-Formulation of Equations", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 98, No. HY2, February 1972, pp. 335-343.

65. Lam Chan, F. y Wolla, M. L., "Computer Analysis of Water Distribution Systems", Part II.-Numerical Solution, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 98, No. HY3, March

1972, pp. 447-460.

66. Lamont, P., M.A., F.I.C.E., M.I.W.E., "The Choice of Pipe Flow Laws for Practical use", **Water and Water Engineering**, February 1969.

67. Lee, F. S. Y., "Pipe-Flow Formulas Compared by Nomograph²", **Civ. Engrg. ASCE**, Vol. 29, No. 11, Nov., 1959. pp. 60-61.

68. Lemieux, P. F., "Efficient Algorithm for Distribution Networks", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 98, No. HY11, Nov. 1972, pp. 1911-1920.

69. López A., P., *Abastecimiento de Agua Potable y Disposición y Eliminación de Excretas*, IPN, junio de 1990.

70. Mageid, H. A., Hago, A. W. y Magid, I. M., "Analysis of Pipe Networks by the Finite Element Method", **Water International**, vol. 16, No. 2, 1991, pp. 96-101.

71. Martin, D. W. y Peters, G., "The Application of Newton's Method to Network Analysis by Digital Computer", **Journal of the Institution of Water Engineers**, vol. 17, 1963, pp. 115-129.

72. McPherson, M. B., "Generalized Distribution Network Headloss Characteristics", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 86, No. HY1, Proc. Paper 2339, Jan., 1960, pp. 75-91.

73. M. D. Watson, "A Simplified Approach to the Solution of Pipe Flow Problems Using the Colebrook-White Method", **Civil Eng. in South Africa**, 21(7), July, 1979, pp. 169-171.

74. M. H. Diskin, "The limits of Applicability of the Hazen-Williams Formulae", **La Houille Blanche**, 6, Nov., 1960.

75. Miller I., Freund J., E., *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*, Editorial Reverté Mexicana, 1984.

76. Moody, L. F., "Friction Factors for Pipe Flow", **Transactions, American Society of Mechanical Engineers**, Vol. 66, 1944, p. 671.

77. Moreno A. y Echávez A., "Efecto del Envejecimiento en el Coeficiente de Pérdidas para Tuberías Hasta de 2 Pulgadas", Informe final elaborado para el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, **Universidad Autónoma de Coahuila**, abril de 1994.

78. Nahavandi, A. N., "Matrix Method for Analysis of Hydraulic Networks", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 99, No. HY1, January 1973, pp. 47-63.

79. Nakajima, S., "Improved Design of Distribution Systems by Minimum Route", **Journal American Water Works Association (AWWA)**, Vol. 67, No. 7, July 1975.
80. Nielsen, H.B., "Methods for Analyzing Pipe Networks", **Journal of the Hydraulics Engineering, ASCE**, vol. 115, No. HY2, Feb. 1989, pp. 139-157.
81. Ochoa A., L. H. y Arreguin C., F. I., "Método para Evaluar Pérdidas de Agua en Redes de Distribución de Agua Potable", **Memorias del Primer Seminario Internacional Sobre Uso Eficiente del Agua**, octubre de 1991, pp. 612-619.
82. Ochoa A., L. H., "Resumen del Informe Final del Proyecto Detección y Control de Fugas e Impacto de Micromedición en Guaymas, Son.", **IMTA, CNA**, diciembre de 1990.
83. Ochoa A., L. H. y Arreguin C., F. I., *Evaluación de Pérdidas en Redes de Distribución de Agua Potable*, **IMTA, CNA**, marzo de 1993.
84. Ochoa A., L. H. y Camacho C., A. A., "Aforo de Fugas en Tomas Domiciliarias", **Memorias del Primer Seminario Internacional Sobre Uso Eficiente del Agua**, octubre de 1991, pp. 604-611.
85. Pitachai, R., "A Method for Designing Water Distribution Pipe Networks", **Thesis presented to Harvard University, at Cambridge, Mass.**, in 1966, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
86. Pudar, R. S. and Liggett, J. A., "Leaks in Pipe Networks", **Journal of the Hydraulics Engineering, ASCE**, Vol. 118, No. 7, July, 1992, pp. 1031-1046.
87. Rao, H. S. y Bree, D. W., "Extended Period Simulation of Water Systems - Part A", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 103, No. HY2, Feb. 1977, pp. 97-108.
88. Rao, H. S., Markel L. C. y Bree, D. W., "Extended Period Simulation of Water Systems - Part B", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 103, No. HY3, March 1977, pp. 281-293.
89. Revilla F., J. A., "Factores de Pérdidas por Cortante para Flujo de Agua en Tuberías", **Ingeniería Hidráulica en México**, Vol. 6. No. 3 II Epoca, septiembre-diciembre de 1991. pp. 9-17.
90. Sánchez B., J. L., *Doce Algoritmos para Resolver Problemas de Hidráulica*, **Instituto de Ingeniería, UNAM**, 1978.
91. Sarikelle, S., Chuang Y. y Loesch A., "Analysis of Water Distribution Systems on a Supercomputer", **Proceedings of the A.W.W.A. Computer Specialty Conferene**, April 2-4, 1989, Denver, Colorado.

92. Sarikelle, S. y Chuang Y., "Analysis of Large Scale Water Distribution Systems", *Journal of Hydraulic Research*, vol. 29, No. 1, 1991, pp. 5-13.
93. Scheaffer R., L., Mendenhall W., Ott L., *Elementos del Muestreo*, Grupo Editorial Iberomérica, 1994.
94. Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas (SAHOP), *Normas de Proyecto para Obras de Aprovechamiento de Agua Potable en Localidades Urbanas de la República Mexicana*, octubre de 1979.
95. Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas (SAHOP), *Instructivo para Estudio y Proyecto de Abastecimiento de Agua Potable*, 1980.
96. Shamir U. y Howard C.D.D., "Water Distribution Systems Analysis", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 94, No. HY1, Jan. 1968, pp. 219-234.
97. Shamir, U., "Water Distributions Systems Analysis", research report RC 4389, IBM Thomas J. Watson Res. Center, Yorktown Heights, N. Y., June, 1973.
98. Shamir, U., "Optimal Design and Operation of Water Distributions Systems", *Water Resources Research*, vol. 10, No. 1, February 1974, pp. 27-36.
99. Shanno, D. F., "Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization", *Mathematical Computation*, Vol. 24, 1970, pp. 647-656.
100. Shawcross, J. F., "Modelling Complex Water Distribution Systems", *Computer Applications in Water Resources*, Ed. Torno, 1985, pp. 438-448.
101. Sotelo A., G., *Hidráulica General, Vol. 1 Fundamentos*, Editorial Limusa, 1974.
102. Stephenson D., *Pipeline Design for Water Engineers*, *Developments in Water Science*, Elsevier, 1981.
103. Stephenson D., *Pipeflow Analysis*, *Developments in Water Science*, Elsevier, 1984.
104. Stoner, M. A., "Sensitivity Analysis Applied to a Steady State Model of Natural Gas Transportation Systems", *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 12, No. 2, April 1972, pp. 115-125.
105. Sueishi, T., et al, "Relation between leakage and pressure", *Annual Conference of JWWA*, May, 1966.
106. Swamee, P. K. and Jain, A. K., "Explicit Equations for Pipe flow Problems", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, vol. 102, No. HY5, May 1976, pp. 657-664.

107. Takakuwa, T., "Analysis and Design of Water Distribution Networks", **Morokita Press**, 1978.
108. Tart, J. S., "Value of Telemetry and Recording", **Journal of the American Water Works Association**, Feb., 1973, pp. 123-127.
109. Tansley, N.S., and Brammer L.F., "Chlorine Residual Modelling in Distribution - The Improvement of Taste and the Maintenance of Effective Desinfection", **Internacional Conference: Integrated Computer Applications in Water Supply**, Vol. 2 Applications and Implementations for Systems Operation and Management, Edited by Coulbeck, Ed. Research Studies Pres LTD. and John Wiley, 1993. pp. 111-126.
110. Tzatchkov, V.G., "Método y Programa de Computación para el Análisis Hidráulico de un Sistema de Tuberías", **Ingeniería Hidráulica**, Vol. VIII, No. 1, 1987, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba, pp. 31-42.
111. Vallaster, W. B., Burchard, H. G., and Sasser, E. P., "Nonlinear Least Squares Applied to Liquid Piping Design", **Poc. 60th Annual Tech. Conf. SPE**, Las Vegas, Nev., 1985.
112. Williams, G. N., "Enhancement of Convergence of Pipe Network Solutions", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 99, No. HY7, July 1973, pp. 1057-1067.
113. Wood, Don J., "An Explicit Friction Factor Relationship", **Civ. Engrg., ASCE**, No. 12, Dec., 1966, pp. 60-61.
114. Wood, D. J., "Slurry Flow in Pipe Networks", **Journal of the Hydraulics Division, Proceeding of the ASCE**, vol. 106, No. HY1, Jan. 1980, pp. 57-70.
115. Wood D.J. y Charles C.O.A., "Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 98, No. HY7, July 1972, pp. 1157-1170.
116. Wood, D. J. y Rayes A. G., "Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 107, No. HY10, Oct. 1981, pp. 1145-1161.
117. Ya Lun Chow, *Statistical Analysis With Business and Economic Applications*, **Holt, Rinehart and Winston Inc.**, 1969, USA.
118. Yao, K. M., "Darcy Equations for Pipe Network Analysis", **American Water Works Association**, June, 1964, pp. 703-709.
119. Zarghamee, M. S., "Mathematical Model for Water Distribution Systems", **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, vol. 97, No. HY1, Jan. 1971, pp. 1-14.