

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

01161

13
24.

**ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL APROXIMADO DE EDIFICACIONES
CON BASE FLEXIBLE O CON PÉRDIDA DE ADHERENCIA EN LA BASE**

ROBERTO JULIÁN MONTES ITURRIZAGA

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)

DIRECTOR DE TESIS:
DR. MARIO RODRÍGUEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA, FEBRERO DE 1997

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

RESUMEN

En esta investigación se plantea un procedimiento aproximado para evaluar la respuesta sísmica de edificaciones con base flexible, así como para evaluar el efecto de la pérdida de adherencia en la base de estructuras de un grado de libertad. El procedimiento empleado en la primera parte de este trabajo se basa en relacionar la respuesta sísmica de un modelo sencillo con un modelo de varios grados de libertad con base flexible. En la condición de base rígida, el modelo sencillo se comporta como una estructura de un grado de libertad. Se efectuó un estudio paramétrico empleando un registro de aceleraciones representativo de un suelo de poca rigidez durante un sismo de gran intensidad.

Para evaluar el efecto de la pérdida de adherencia o de levantamiento en la base de estructuras de un grado de libertad se efectuó también un estudio paramétrico, empleándose registros de aceleraciones obtenidos en condiciones de suelo firme y blando.

Los parámetros de evaluación de comportamiento sísmico que se analizan en este estudio son demandas de desplazamientos, resistencia, energía histerética disipada y una medida de la capacidad de terremotos para causar daños en estructuras.

ÍNDICE

RESUMEN	i
ÍNDICE	ii
LISTA DE FIGURAS	iv
NOMENCLATURA	vii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos y alcances	2
2. MÉTODO APROXIMADO PARA EVALUAR LA RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES CON BASE FLEXIBLE	4
2.1. Sistema sencillo suelo-estructura	4
2.1.1. Descripción del modelo analítico	4
2.1.2. Ecuación de movimiento	5
2.2. Sistema idealizado suelo-estructura	7
2.2.1. Descripción del modelo analítico	7
2.2.2. Ecuaciones de movimiento	8
2.3. Relación aproximada entre los sistemas suelo-estructura idealizado y sencillo	9
3. EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES CON BASE FLEXIBLE	16
3.1. Base del estudio paramétrico efectuado	16
3.2. Descripción de la excitación sísmica empleada	18
3.3. Casos estudiados y parámetros evaluados	18

3.3.1.	Sistema sencillo suelo-estructura	18
3.3.2.	Sistema idealizado suelo-estructura	19
3.4.	Análisis de resultados	21
4.	PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE IGDL CON BASE FLEXIBLE CONSIDERANDO PÉRDIDA DE ADHERENCIA EN LA BASE	38
4.1.	Descripción del modelo analítico	38
4.2.	Ecuaciones de movimiento del sistema empleado	39
4.2.1.	Ausencia de levantamiento	39
4.2.2.	Presencia de levantamiento	40
4.3.	Aplicación al caso de estructuras de IGDL con base rígida	42
4.3.1.	Descripción de las excitaciones sísmicas empleadas	42
4.3.2.	Casos estudiados y parámetros evaluados	43
4.3.3.	Análisis de resultados	44
4.3.3.1.	Respuesta para el registro SCT	44
4.3.3.2.	Respuesta para el registro SYL	46
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	60
6.	REFERENCIAS	63
APÉNDICE A	ANÁLISIS DE UN SISTEMA SENCILLO SUELO-ESTRUCTURA	66
APÉNDICE B	ANÁLISIS DE UN SISTEMA IDEALIZADO SUELO-ESTRUCTURA	70
APÉNDICE C	RELACIONES ENTRE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN DE UN EDIFICIO CON BASE FLEXIBLE Y DE UN SISTEMA SENCILLO SUELO-ESTRUCTURA	77
APÉNDICE D	LISTADO DEL PROGRAMA AEL (Análisis de Estructuras con Levantamiento)	79

LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1 Sistema sencillo suelo-estructura
- Figura 2.2 Componentes de desplazamientos en el sistema sencillo suelo-estructura.
- Figura 2.3 Sistema idealizado suelo-estructura.
- Figura 2.4 Componentes de desplazamientos en el sistema idealizado suelo-estructura.
- Figura 2.5 Sistema Q^* .
- Figura 2.6 Componentes de desplazamientos en el sistema Q^* .
- Figura 3.1 Registro de aceleraciones SCT, componente EW, del sismo de México del 19 de septiembre de 1985.
- Figura 3.2 Demandas de desplazamiento, u_m , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=1,2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (T =periodo sobre base rígida).
- Figura 3.3 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=1,2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (T =periodo sobre base rígida).
- Figura 3.4 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (T =periodo sobre base rígida).
- Figura 3.5 Demandas de desplazamiento, u_m , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=1,2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.6 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=1,2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.7 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , en estructuras de 1GDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT . $\mu=2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).

- Figura 3.8 Demandas de desplazamiento, δ_m , en edificios de varios niveles sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.9 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H^* , en edificios de varios niveles sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.10 Desplazamiento relativo global máximo, D_m , en edificios de varios niveles estructurados a base de marcos sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.11 Desplazamiento relativo global máximo, D_m , en edificios de varios niveles estructurados a base de muros sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.12 Demandas del parámetro I_D en edificios de varios niveles estructurados a base de marcos sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 3.13 Demandas del parámetro I_D en edificios de varios niveles estructurados a base de muros sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} =periodo del sistema suelo-estructura).
- Figura 4.1 Sistema sencillo suelo-estructura con posibilidad de pérdida de adherencia en la base.
- Figura 4.2 Componentes de desplazamientos durante el levantamiento del sistema sencillo suelo-estructura.
- Figura 4.3 Registro de aceleraciones de Sylmar (SYL), componente 360° , del sismo de Northridge del 17 de enero de 1994.
- Figura 4.4 Historia de desplazamientos u y z en el tiempo para una estructura de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $T=2.0$ s; $\mu=1$; $h/b=5$; $\xi=0.05$.
- Figura 4.5 Demandas de desplazamiento, u_m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=1,2$ y 4 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.6 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_v/m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=1,2$ y 4 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

- Figura 4.7 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=2$ y 4 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.8 Demandas de desplazamiento, u_m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=1,2, 4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.9 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=1,2, 4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.10 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=2, 4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.11 Evaluación del efecto de levantamiento en las demandas de desplazamiento, u_m , para estructuras de IGDL sobre base rígida diseñadas con la hipótesis de adherencia perfecta. Registro SYL. Resistencias tipo: R-2,R-4 y R-8; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.
- Figura 4.12 Evaluación del efecto de levantamiento en las demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para estructuras de IGDL sobre base rígida diseñadas con la hipótesis de adherencia perfecta. Registro SYL. Resistencias tipo: R-2,R-4 y R-8; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

NOMENCLATURA

- b : mitad de la dimensión de la cimentación para el sistema sencillo suelo-estructura.
- BF** : clave para la condición de base flexible.
- BR** : clave para la condición de base rígida.
- c : amortiguamiento viscoso en el sistema sencillo suelo-estructura.
- C^* : amortiguamiento viscoso en el sistema equivalente.
- $[C]$: matriz de amortiguamiento en el sistema idealizado suelo-estructura.
- D_r : desplazamiento relativo global.
- D_{rm} : desplazamiento relativo global máximo.
- D_{rd} : desplazamiento relativo global considerado como límite para el daño estructural.
- E_H : energía histerética por unidad de masa en el sistema sencillo suelo-estructura.
- E_H^* : energía histerética en el sistema idealizado suelo-estructura.
- E_H° : energía histerética por unidad de masa en el sistema equivalente.
- g : aceleración de la gravedad.
- h : altura del sistema sencillo suelo-estructura.
- h_o : altura de entrepiso típica en el sistema idealizado suelo-estructura.
- H : altura total del sistema idealizado suelo-estructura.
- H^* : altura del sistema equivalente.
- $\{H\}$: vector cuyas componentes representan alturas con respecto a la base en el sistema idealizado suelo-estructura.
- I_D : parámetro para evaluar la capacidad destructiva de terremotos, propuesto por Rodriguez.
- I_{mo} : momento centroidal de inercia de masa en la base del sistema sencillo suelo-estructura.
- I_{mo}^* : momento centroidal de inercia de masa en la base del sistema idealizado suelo-estructura.
- I_{mo}° : momento centroidal de inercia de masa en la base del sistema equivalente.
- J_1^*, J_2^*, J_3^* : parámetros empleados en la definición de un estructura sencilla equivalente a una de varios niveles sobre base flexible.

- k : rigidez elástica en el sistema sencillo suelo-estructura.
- k_h : rigidez de traslación en la base del sistema sencillo suelo-estructura.
- k_h^e : rigidez de traslación en la base del sistema idealizado suelo-estructura.
- k_h° : rigidez de traslación en la base del sistema equivalente.
- k_m : rigidez de rotacional en la base del sistema sencillo suelo-estructura.
- k_m^e : rigidez de rotacional en la base del sistema idealizado suelo-estructura.
- k_m° : rigidez de rotacional en la base del sistema equivalente.
- m : masa en el nivel superior del sistema sencillo suelo-estructura.
- $[M]$: matriz de masas en el sistema idealizado suelo-estructura.
- m_o : masa en la base del sistema sencillo suelo-estructura.
- m_o^e : masa en la base del sistema idealizado suelo-estructura.
- m_o° : masa en la base del sistema equivalente.
- M_T : masa total en el sistema idealizado suelo-estructura.
- M : masa superior en el sistema equivalente.
- N : número de niveles en el sistema idealizado suelo-estructura
- Q^* : sistema equivalente al idealizado suelo-estructura.
- r : fuerza restauradora en el sistema sencillo suelo-estructura.
- r_y : resistencia de fluencia en el sistema sencillo suelo-estructura.
- R-2 : resistencia tipo asociada a una ductilidad de dos sobre base rígida sin levantamiento.
- R-4 : resistencia tipo asociada a una ductilidad de cuatro sobre base rígida sin levantamiento.
- R-8 : resistencia tipo asociada a una ductilidad de ocho sobre base rígida sin levantamiento.
- $\{R\}$: vector de fuerzas restauradoras en el sistema idealizado suelo-estructura.
- R° : fuerza restauradora en el sistema equivalente.
- SCT : clave para el registro de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes.
- SYL : clave para el registro de Sylmar.
- T : periodo de vibración sobre base rígida del sistema sencillo suelo-estructura.
- T^e : periodo fundamental de vibración sobre base rígida del sistema idealizado suelo-estructura.
- \bar{T} : periodo de vibración del sistema sencillo suelo-estructura.

- T_h : periodo de vibración del sistema sencillo suelo-estructura considerando sólo la traslación en la base.
- T_m : periodo de vibración del sistema sencillo suelo-estructura considerando sólo la rotación en la base.
- u : desplazamiento relativo a la base en el sistema sencillo suelo-estructura.
- u_y : desplazamiento relativo de fluencia del sistema sencillo suelo-estructura.
- u_m : desplazamiento relativo máximo del sistema sencillo suelo-estructura.
- $\{U\}$: vector de desplazamientos en el sistema idealizado suelo-estructura.
- v_g : desplazamiento de campo libre en el sistema sencillo suelo-estructura.
- v_g^e : desplazamiento de campo libre en el sistema idealizado suelo-estructura.
- v_g° : desplazamiento de campo libre en el sistema equivalente.
- v_o : desplazamiento en la base del sistema sencillo suelo-estructura adicional al correspondiente a campo libre.
- v_o^e : desplazamiento en la base del sistema idealizado suelo-estructura adicional al correspondiente a campo libre.
- v_o° : desplazamiento en la base del sistema equivalente adicional al correspondiente a campo libre.
- z : desplazamiento de cuerpo rígido en el nivel superior del sistema sencillo suelo-estructura por efecto de una rotación en la base.
- z° : desplazamiento de cuerpo rígido en el nivel superior del sistema equivalente por efecto de una rotación en la base.
- δ : desplazamiento relativo en la azotea del sistema idealizado suelo-estructura y en el nivel superior del sistema equivalente.
- δ_y : desplazamiento relativo de fluencia en la azotea del sistema idealizado suelo-estructura y en el nivel superior del sistema equivalente.
- δ_m : desplazamiento relativo máximo en la azotea del sistema idealizado suelo-estructura y en el nivel superior del sistema equivalente.
- $\{\phi\}$: forma de vibrar constante en la superestructura del sistema idealizado suelo-estructura.
- γ : parámetro que relaciona los sistemas suelo-estructura idealizado y sencillo.

- λ : parámetro que relaciona el periodo de vibración de una estructura con el número de niveles.
- μ : ductilidad de desplazamiento relativo del sistema sencillo suelo-estructura.
- θ : rotación en la base del sistema sencillo suelo-estructura.
- θ^e : rotación en la base del sistema idealizado suelo-estructura.
- θ^o : rotación en la base del sistema equivalente.
- ρ : distancia entre la masa superior del sistema sencillo suelo-estructura y uno de los extremos de la cimentación.
- ω : frecuencia circular de vibración del sistema sencillo suelo-estructura sobre base rígida.
- ω^e : frecuencia circular de vibración fundamental del sistema idealizado suelo-estructura sobre base rígida.
- ω^o : frecuencia circular de vibración del sistema equivalente sobre base rígida.
- $\bar{\omega}$: frecuencia circular de vibración fundamental del sistema sencillo suelo-estructura.
- $\bar{\omega}^e$: frecuencia circular de vibración fundamental del sistema idealizado suelo-estructura.
- $\bar{\omega}^o$: frecuencia circular de vibración fundamental del sistema equivalente.
- ω_h : frecuencia circular de vibración del sistema sencillo suelo-estructura considerando sólo traslación en la base.
- ω_m : frecuencia circular de vibración del sistema sencillo suelo-estructura considerando sólo rotación en la base.
- ω_h^e : frecuencia circular de vibración del sistema idealizado suelo-estructura considerando sólo traslación en la base.
- ω_m^e : frecuencia circular de vibración del sistema idealizado suelo-estructura considerando sólo rotación en la base.
- ω_h^o : frecuencia circular de vibración del sistema equivalente considerando sólo traslación en la base.
- ω_m^o : frecuencia circular de vibración del sistema equivalente considerando sólo rotación en la base.
- ξ : fracción de amortiguamiento crítico estructural y efectivo del sistema sencillo suelo-estructura.

- ξ^* : fracción de amortiguamiento crítico del sistema equivalente.
- $\bar{\xi}$: fracción de amortiguamiento crítico efectivo del sistema sencillo suelo-estructura.
- $\bar{\xi}_0$: fracción de amortiguamiento crítico del suelo, por radiación y del material, en el sistema sencillo suelo-estructura.
- $\{1\}$: vector de N componentes iguales a uno en el sistema idealizado suelo-estructura.
- IGDL : un grado de libertad.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

Es común considerar en el análisis sísmico de estructuras que el suelo que las rodea es infinitamente rígido y que existe una adherencia perfecta entre la cimentación y el medio circundante. Estas hipótesis simplificadoras no necesariamente son ciertas y pueden conducir a resultados que difieran apreciablemente de aquellos donde se considere la flexibilidad y masa del suelo (interacción suelo-estructura) y/o la posibilidad de levantamiento de la cimentación.

El efecto de interacción suelo-estructura puede dividirse en dos tipos. El primero de éstos consiste en la modificación de las propiedades dinámicas de las estructuras y de las características del movimiento del terreno circundante a ellas considerando las fuerzas de inercia (interacción inercial). El segundo tipo se debe a las condiciones de compatibilidad entre las deformaciones de la cimentación y del terreno, ignorando las fuerzas de inercia (interacción cinemática). Se han realizado numerosos estudios con el fin de evaluar el efecto de la interacción suelo-estructura en edificaciones. Dichos estudios son tanto analíticos como en combinación con estudios experimentales. Dentro de los trabajos analíticos los modelos más simples consideran modelos de masas y resortes equivalentes para tratar de modelar a la estructura y al suelo que la rodea (Veletsos, 1977; Esteva y Mendoza, 1989). Existen además modelos que consideran al suelo como un semi-espacio infinito, analizando el problema con herramientas numéricas tales como diferencias finitas, elementos finitos o elementos de frontera. Un trabajo representativo de este tipo es el de Veletsos (1971). En estudios experimentales para tratar de evaluar la influencia de la flexibilidad del suelo en estructuras, se emplean en algunas ocasiones técnicas de identificación de sistemas para determinar propiedades equivalentes en sistemas idealizados edificio-suelo (Luco *et al*, 1987; Murià y Moreno, 1993; Murià y González, 1995).

Por lo general, los trabajos relacionados con la interacción suelo-estructura se han realizado para casos de edificaciones específicas, o bien para obtener espectros de respuesta, considerándose por

lo general comportamiento elástico de las estructuras. Bielak (1978) tomó en cuenta el comportamiento inelástico de estructuras para evaluar el efecto de la flexibilidad del suelo, en este caso la excitación se consideró armónica. Bazán *et al* (1992) realizaron un estudio probabilista del efecto mencionado. En ambos trabajos se analizaron sistemas de un grado de libertad. Sin embargo, hasta ahora no se han realizado estudios que permitan evaluar el efecto de interacción suelo-estructura para una familia de edificaciones de varios niveles con comportamiento inelástico.

Referente a la pérdida o ausencia de adherencia entre el suelo y la cimentación de estructuras, se han realizado diversos estudios para evaluar este efecto. Meek (1975) estudió este problema en estructuras de un grado de libertad con comportamiento elástico. Chopra y Yim (1984 y 1985) consideraron adicionalmente el efecto de la flexibilidad del suelo y calcularon espectros de respuesta. Con base en los estudios anteriores, Psycharis (1991) propuso un procedimiento para evaluar la respuesta dinámica de estructuras con posibilidad de levantamiento usando espectros de respuesta lineales. Huckelbridge y Clough (1978) realizaron un estudio tanto analítico como experimental para evaluar el efecto del levantamiento en un edificio de varios niveles con comportamiento inelástico. Como se comenta posteriormente, en la mayoría de los casos este fenómeno tiene efectos benéficos en la respuesta estructural global; sin embargo, en determinadas ocasiones pueden presentarse daños localizados en la estructura y en el suelo (Roeder *et al*, 1996). Hasta ahora no se ha evaluado el efecto de levantamiento para una familia de estructuras con comportamiento inelástico.

1.2. Objetivos y alcances

El objetivo principal de este trabajo es el de evaluar de manera aproximada, para una familia de estructuras, la influencia de la flexibilidad del suelo y del levantamiento de cimentaciones en la respuesta sísmica no lineal de las mismas.

Para el estudio de la flexibilidad del suelo se realizaron análisis paramétricos para un intervalo de periodos y de ductilidades de desplazamiento en estructuras sencillas, las que en su condición de base rígida se comportan como estructuras de un grado de libertad. Se consideró un

comportamiento elasto-plástico perfecto en la superestructura y elástico en el suelo, para el cual se consideró un modelo con resortes. Posteriormente, haciendo uso de hipótesis simplificadoras, se relacionó la respuesta de las estructuras sencillas antes mencionadas con las de estructuras regulares de varios niveles y se compararon los resultados con los obtenidos sobre base rígida.

Asimismo, se evaluó también de manera paramétrica el efecto del levantamiento en estructuras de un grado de libertad con comportamiento inelástico, para el mismo intervalo de periodos y ductilidades empleados en el análisis de interacción suelo-estructura.

En el presente estudio se emplearon dos registros de aceleraciones: el primero obtenido en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) durante el terremoto de México del 19 de septiembre de 1985, así como el obtenido en Sylmar durante el sismo de Northridge del 17 de enero de 1994.

2. MÉTODO APROXIMADO PARA EVALUAR LA RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES CON BASE FLEXIBLE

En este capítulo se describe un procedimiento aproximado para evaluar la respuesta sísmica no lineal de una estructura de varios niveles con base flexible a partir de la respuesta correspondiente de una estructura sencilla que en la condición de base rígida se comporta como una de un grado de libertad (1GDL). Los modelos que representan a estas estructuras se denominarán en adelante sistema idealizado suelo-estructura y sistema sencillo suelo-estructura, respectivamente.

2.1. Sistema sencillo suelo-estructura

2.1.1. Descripción del modelo analítico

El modelo que representa al sistema sencillo suelo-estructura se muestra en la figura 2.1. Este sistema consiste en una estructura de masa m en su parte superior, desplantada sobre un suelo deformable. La superestructura tiene amortiguamiento viscoso, definido como una fracción del amortiguamiento crítico, ξ , además de función de fuerza restauradora r , y altura h . El suelo se modela con resortes elásticos y lineales k_h y k_m , que representan las rigideces de traslación y rotación, respectivamente (Veletsos, 1971; Bielak, 1978). Las masas en la cimentación asociadas a la rotación y traslación en la base están dadas por I_{m_0} y m_{o_0} , respectivamente. La estructura responde como un sistema de 1GDL, con frecuencia circular de vibración ω , en la condición de base rígida.

Es importante señalar que los valores de rigidez en la base del sistema son en realidad dependientes de la frecuencia de excitación (Clough y Penzien, 1993). Esteva y Mendoza (1989) realizaron un estudio inelástico del efecto de la interacción suelo-estructura en edificios específicos. En el caso de comportamiento elástico, encontraron diferencias apreciables en la respuesta de dichos edificios para los casos de rigideces dinámicas (empleando valores constantes para éstas) y estáticas (calculadas con criterios especificados por reglamentos). En el caso de

comportamiento inelástico, las diferencias de respuesta entre los casos de rigideces dinámicas y estáticas anteriormente comentados, fueron en general menos importantes que en el caso de comportamiento elástico. Sin embargo, considerando que el objetivo de este estudio es la evaluación aproximada y paramétrica del efecto de la interacción suelo-estructura en el comportamiento inelástico (ver el capítulo tres para una mayor descripción de las bases del estudio paramétrico), se consideró que los resortes que representan las rigideces en la base del sistema tienen propiedades estáticas.

2.1.2. Ecuación de movimiento

La ecuación de movimiento del modelo, escrita en forma matricial y considerando el movimiento lateral de la superestructura, acoplado con el de rotación y desplazamiento lateral de la cimentación, para una excitación horizontal en el terreno (figura 2.2), es la siguiente (apéndice A):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + m_0/m & 1 \\ 1 & 1 & 1 + I_{m0}/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_n/m & 0 \\ 0 & 0 & k_m/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + m_0/m \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{v}_g \quad (2.1)$$

En la ecuación anterior u representa el desplazamiento horizontal de la masa relativo a su base; v_0 es el desplazamiento lateral de la base del sistema, adicional al correspondiente de campo libre, v_g ; y z es el desplazamiento de cuerpo rígido de la estructura en su parte superior por efecto de la rotación en la base de la misma. Las hipótesis empleadas en el modelo en estudio lleva a que no exista acoplamiento entre v_0 y z . La relación entre la rotación de la base, θ , y z viene dada por:

$$z = h\theta \quad (2.2)$$

En un sistema suelo-estructura, se debe considerar que además del amortiguamiento estructural, el suelo contribuye al amortiguamiento del sistema por medio de los llamados amortiguamientos por

radiación y del material. En la ecuación (2.1) se considera de manera simplista que el parámetro ξ además de representar la fracción de amortiguamiento crítico estructural, también representa el amortiguamiento efectivo del sistema suelo-estructura. Este criterio se basa en lo desarrollado por Veletsos (1977), lo que ha sido tomado en cuenta en los criterios de diseño sísmico recomendados por el ATC (1978). En este criterio, la fracción de amortiguamiento crítico del sistema, $\bar{\xi}$, se evalúa como:

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}_0 + \frac{\xi}{\left(\bar{T}/T\right)^3} \quad (2.3)$$

En la expresión anterior, $\bar{\xi}_0$ está asociado a la contribución del amortiguamiento del suelo y toma en cuenta los amortiguamientos mencionados por radiación y del material. El segundo término del lado derecho de la referida expresión representa la contribución del amortiguamiento estructural y depende tanto de ξ , como de la relación \bar{T}/T , en la que \bar{T} es periodo fundamental amplificado de la estructura por el efecto de base flexible y T es el periodo fundamental que tendría la estructura sobre base rígida.

Si en el sistema sencillo suelo-estructura la superestructura fuera infinitamente rígida y no existiera la posibilidad de rotación en la base, la frecuencia circular de vibración, a la cual se le denominará de traslación en la cimentación, ω_h , se define como:

$$\omega_h^2 = \frac{k_h}{m + m_0} \quad (2.4)$$

De manera similar, si en el mismo sistema, además de que la superestructura fuera infinitamente rígida, no existiera posibilidad de traslación en la base, la frecuencia circular de vibración, a la cual se le denominará de rotación en la cimentación, ω_m , se define como:

$$\omega_m^2 = \frac{k_m}{mh^2 + I_{m0}} \quad (2.5)$$

Si se acepta como hipótesis que las masas m_o y I_{m0} son despreciables, lo cual es aceptable cuando predomina una forma de vibrar (Bielak, 1978; Luco *et al*, 1987), la ecuación (2.1) se puede expresar como (siempre que se seleccionen los valores de k_h y k_m correspondientes a la frecuencia de vibración asociada a dicha forma) :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\omega_h/\omega)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (\omega_m/\omega)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{v}_g \quad (2.6)$$

La ecuación anterior representa un sistema con un sólo grado de libertad independiente, u .

2.2. Sistema idealizado suelo-estructura

2.2.1. Descripción del modelo analítico

Los edificios sobre base flexible analizados en este trabajo están representados por el sistema idealizado suelo-estructura que se muestra en la figura 2.3. El sistema representa a un edificio regular de N niveles y de altura total H , con masas concentradas en cada nivel e iguales entre sí. La altura de entrepiso se considera constante e igual a h_o . La masas en la base del edificio asociadas a traslación y rotación (esta última llamada momento centroidal de inercia de masa) están dadas por m'_0 y I'_{m0} , respectivamente. Las rigideces traslacional y rotacional en la base del edificio se consideran elásticas y lineales y están representadas por k'_h y k'_m , respectivamente. En la figura 2.4 se muestra el perfil deformado del sistema suelo-estructura que se analiza en este estudio. En esta figura δ es el desplazamiento de la azotea del edificio relativo a su base. Para la superestructura, la matrices de masas, de amortiguamiento, así como el vector de fuerzas restauradoras, se definen como $[M]$, $[C]$ y $\{R\}$, respectivamente. Asimismo, $\{H\}$ es un vector cuyos elementos representan la altura de cada nivel de la estructura con respecto a su base.

2.2.2. Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones matriciales de movimiento para el sistema idealizado suelo-estructura son las siguientes (apéndice B):

$$[M]\{\ddot{U}\} + \{1\}\ddot{v}_g' + \{1\}\ddot{v}_0' + \{H\}\ddot{\theta}' + [C]\{\dot{U}\} + \{R\} = 0 \quad (2.7)$$

$$\{1\}^T [M]\{\ddot{U}\} + \{1\}\ddot{v}_g' + \{1\}\ddot{v}_0' + \{H\}\ddot{\theta}' + m_0'(\ddot{v}_g' + \ddot{v}_0') + k_h'v_0' = 0 \quad (2.8)$$

$$\{H\}^T [M]\{\ddot{U}\} + \{1\}\ddot{v}_g' + \{1\}\ddot{v}_0' + \{H\}\ddot{\theta}' + I_{m0}'\ddot{\theta}' + k_m'\theta' = 0 \quad (2.9)$$

Las ecuaciones (2.7) a la (2.9) representan el equilibrio, respectivamente, de fuerzas horizontales en la superestructura, de fuerzas horizontales incluyendo la base del edificio y por último de momentos respecto a la base del sistema. En dichas ecuaciones $\{U\}$ es el vector de desplazamientos laterales relativos a la base de cada uno de los niveles de la superestructura; $\{1\}$ es un vector de N componentes iguales a 1; v_0' es el desplazamiento horizontal en la base del edificio, adicional al desplazamiento de campo libre, v_g' ; finalmente, θ' representa la rotación en la base del sistema.

Los parámetros de frecuencia circular de vibración de traslación y rotación en la cimentación, definidos de manera análoga que para el sistema sencillo suelo-estructura son, respectivamente (apéndices B y C):

$$\omega_h'^2 = \frac{k_h'}{M_T + m_0'} \quad (2.10)$$

$$\omega_m'^2 = \frac{k_m'}{\{H\}^T [M] \{H\} + I_{m0}'} \quad (2.11)$$

donde M_T es la masa total de la superestructura.

2.3. Relación aproximada entre los sistemas suelo-estructura idealizado y sencillo

En esta sección se propone un método aproximado para relacionar la respuesta sísmica de la edificación de varios niveles sobre base flexible descrita anteriormente con la del sistema sencillo suelo-estructura también ya mencionado.

El paso intermedio para lograr este objetivo es definir una estructura equivalente al sistema idealizado suelo-estructura. Dicha estructura equivalente se comporta como una de IGDL en la condición de base rígida y se le denominará en adelante sistema Q* (figura 2.5). El empleo de este sistema para analizar edificios sobre base rígida ha sido propuesto anteriormente en la literatura (Saiidi y Sozen, 1981; Qi y Moehle, 1991; Rodríguez, 1994). Una hipótesis básica para emplear este criterio es suponer que la configuración deformada lateral relativa del edificio, $\{\phi\}$, cualquiera que sea, no cambia durante la respuesta sísmica. Esto es una simplificación, puesto que durante el comportamiento no lineal de la estructura se presentan articulaciones plásticas que van modificando la configuración de vibrar, sin embargo, de acuerdo a estudios existentes en la literatura (Moehle, 1992) se puede considerar que tal simplificación puede ser razonable para análisis sísmicos simplificados de estructuras. El empleo de la hipótesis anterior y de las ecuaciones de movimiento ya descritas para el edificio idealizado, lleva a la siguiente ecuación matricial de movimiento para el sistema Q*, (apéndice B), cuya posición deformada se muestra en la figura 2.6:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+m_0^*/M^* & 1 \\ 1 & 1 & 1+I_m^*/M^*H^{*2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{v}_0^* \\ \ddot{z}^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi^*\omega^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{v}_0^* \\ \dot{z}^* \end{Bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_h^*/M^* & 0 \\ 0 & 0 & k_m^*/M^*H^{*2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ v_0^* \\ z^* \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R^*/M^* \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1+m_0^*/M^* \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{v}_y^*
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

En la ecuación anterior R^* , M^* y H^* representan la función de fuerza restitutiva, masa y altura del sistema Q^* , respectivamente. En la condición de base rígida la frecuencia circular de vibración es ω^* y la estructura tiene una fracción de amortiguamiento crítico ξ^* . Las propiedades de rigidez traslacional y rotacional en la base del sistema se definen como k_h^* y k_m^* , respectivamente. Las masas asociadas a la traslación y rotación de la cimentación son, respectivamente, m_o^* y I_{m0}^* .

En la ecuación (2.12), v_o^* es el desplazamiento lateral de la base del sistema Q^* , adicional al correspondiente de campo libre, v_g^* ; z^* es el desplazamiento de cuerpo rígido en la parte superior del sistema Q^* como consecuencia de la rotación, θ^* , en la base del mismo. La relación entre z^* y θ^* está dada por:

$$z^* = H^* \theta^* \quad (2.13)$$

Como se comenta en lo que sigue, para encontrar las relaciones entre los parámetros del sistema idealizado suelo-estructura y del sistema Q^* , se emplea el parámetro γ (Rodríguez 1994 y apéndice B).

Las frecuencias de vibración de traslación y rotación de la cimentación, se definen de manera análoga a las del caso del sistema sencillo suelo-estructura. Estas son respectivamente:

$$\omega_h^{*2} = \frac{k_h^*}{M^* + m_o^*} \quad (2.14)$$

$$\omega_m^{*2} = \frac{k_m^*}{M^* H^{*2} + I_{m0}^*} \quad (2.15)$$

Se acepta la hipótesis, empleada en la condición de base rígida, de que los valores de δ y de u pueden relacionarse mediante (Rodríguez, 1994):

$$\delta = \gamma u \quad (2.16)$$

Con base en la expresión anterior y considerando además que los parámetros ω , ξ y μ del sistema sencillo suelo-estructura (donde μ es la ductilidad de desplazamiento relativo a la base en dicho sistema) son iguales, respectivamente, a ω^* , ξ^* y μ^* en el sistema Q^* (μ^* se define de manera análoga a μ); se deben cumplir las siguientes condiciones (apéndice B) para poder afirmar que si u es la solución de la ecuación matricial (2.1), entonces (2.16) es la solución de la ecuación (2.12).

$$H^* = \gamma h \quad (2.17)$$

$$m_o^*/M^* = m_o/m \quad (2.18)$$

$$k_h^*/M^* = k_h/m \quad (2.19)$$

$$I_{m0}^*/M^*H^{*2} = I_{m0}/mh^2 \quad (2.20)$$

$$k_m^*/M^*H^{*2} = k_m/mh^2 \quad (2.21)$$

La demostración de lo anterior se basa en que si el valor de δ , definido en la ecuación (2.16) se reemplaza en la ecuación (2.12), y si además se emplean las hipótesis y condiciones anteriores, se obtiene nuevamente la ecuación (2.1).

Referente al cálculo de energías histeréticas, es posible demostrar, con base en lo ya expuesto, que las correspondientes al sistema Q^* , E_H^* ; en el sistema sencillo suelo-estructura, E_H ; y en el sistema idealizado suelo-estructura, E_H^* , que representa al edificio sobre base flexible, están relacionadas de la siguiente manera (Rodríguez, 1994):

$$E_H^* = \gamma^2 E_H \quad (2.22)$$

$$E_H^* = \frac{E_H^*}{M^*} \quad (2.23)$$

En las dos últimas ecuaciones E_H^* y E_H son valores de energía histerética por unidad de masa para los respectivos sistemas. Aunque las expresiones (2.22) y (2.23) fueron obtenidas en la

condición de base rígida, pueden ser empleadas también para el caso de base flexible, ya que en la deducción de dichas ecuaciones se toma en cuenta sólo la fuerza restauradora en la superestructura, la cual se integra con respecto a $\{ U \}$ (Rodríguez, 1994).

Es de interés conocer el valor máximo de δ , δ_m . Con este último es posible definir un parámetro adicional de suma importancia, como lo es el desplazamiento relativo global máximo de la estructura, D_m . Este parámetro se define como:

$$D_m = \frac{\delta_m}{H} \quad (2.24)$$

En la expresión anterior, H es la altura total del edificio sobre base flexible o sistema idealizado suelo-estructura. De acuerdo a información existente en la literatura, es posible relacionar aproximadamente el valor de D_m con distorsiones relativas de entrepiso (Moehle, 1992; Ridell y Vásquez, 1992). Es de aceptación general, que el daño por sismo en edificaciones está relacionado principalmente con las mencionadas distorsiones, así como con las demandas de energía histerética.

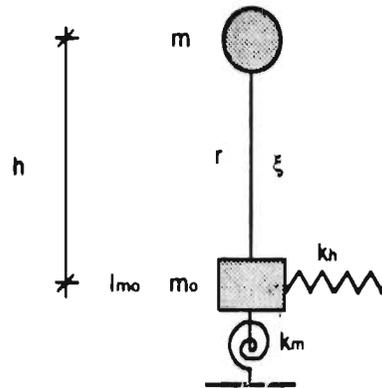


Figura 2.1 Sistema sencillo suelo-estructura

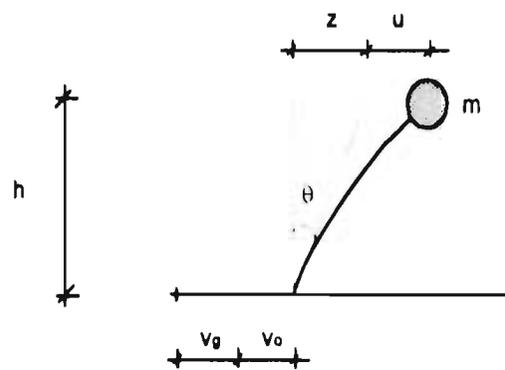


Figura 2.2 Componentes de desplazamientos en el sistema sencillo suelo-estructura

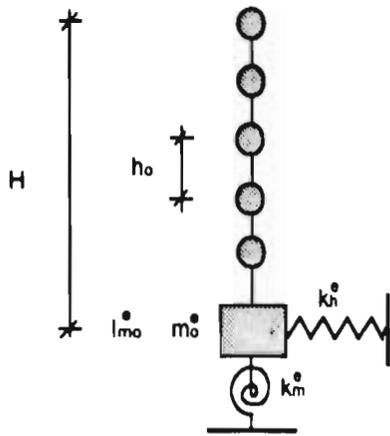


Figura 2.3 Sistema idealizado suelo-estructura

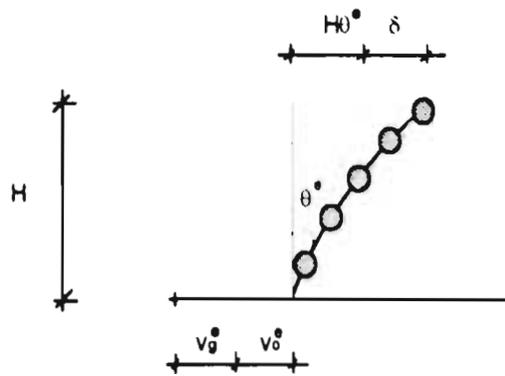


Figura 2.4 Componentes de desplazamientos en el sistema idealizado suelo-estructura

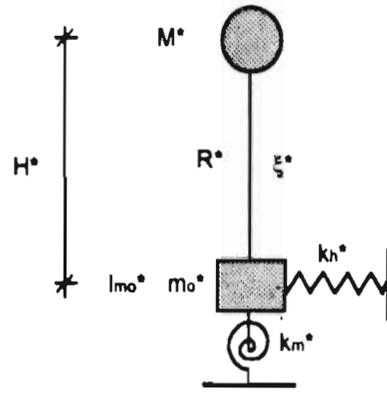


Figura 2.5 Sistema Q^*

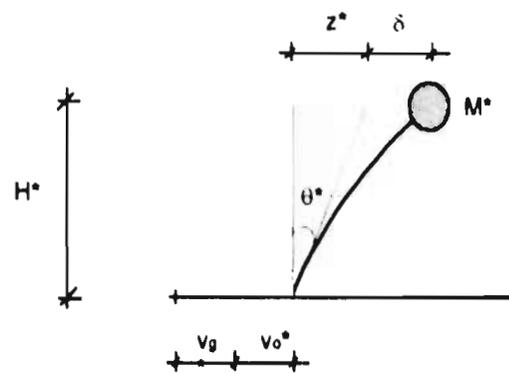


Figura 2.6 Componentes de desplazamientos en el sistema Q^*

3. EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES CON BASE FLEXIBLE

Con base en el método aproximado descrito en el capítulo anterior, el cual relaciona la respuesta de edificios idealizados sobre base flexible con la correspondiente a sistemas sencillos suelo-estructura, en este capítulo se evalúa el efecto de la llamada interacción suelo-estructura en la respuesta sísmica de estructuras. Se realizan para este fin análisis paramétricos empleando como excitación sísmica el registro SCT del terremoto de México del 19 de septiembre de 1985, así como algunas características representativas de estructuras típicas sobre suelo blando de la ciudad de México.

3.1. Bases del estudio paramétrico efectuado

En la evaluación de las características dinámicas de edificios es frecuente el análisis de datos obtenidos en mediciones de la respuesta de edificios a movimientos sísmicos de diversas intensidades. En estos estudios, la frecuencia circular fundamental de vibración del sistema idealizado suelo-estructura, $\bar{\omega}'$, se relaciona con la correspondiente a la condición de base rígida de la misma estructura, ω' , mediante la expresión:

$$\frac{1}{\bar{\omega}'^2} = \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega_h'^2} + \frac{1}{\omega_m'^2} \quad (3.1)$$

Esta última expresión se puede deducir para sistemas sencillos suelo-estructura, o bien para sistemas idealizados suelo-estructura con una forma única de vibrar, donde las masas asociadas a la traslación en la base y a las rotaciones en el sistema son despreciables (apéndice A).

Los parámetros ω_h' y ω_m' , han sido definidos en el capítulo anterior, mediante las expresiones (2.10) y (2.11), respectivamente. De acuerdo con estudios realizados anteriormente (Bielak, 1978; Luco *et al*, 1987), la masa en la base y los momentos de inercia centroidales asociados a

rotaciones en el sistema, no son parámetros importantes cuando existe una frecuencia predominante de vibración, razón por la cual en este estudio no se toman en cuenta. Considerando esto, y de acuerdo con algunas aproximaciones propuestas por Luco *et al* (1987), las frecuencias ω_h^* y ω_m^* se pueden evaluar mediante (apéndice C):

$$\omega_h^{*2} \cong \frac{k_h^*}{\gamma^2 M^*} \quad (3.2)$$

$$\omega_m^{*2} \cong \frac{k_m^*}{M^* H^{*2}} \quad (3.3)$$

Con estas hipótesis, y del análisis de las ecuaciones de movimiento desarrolladas en el capítulo anterior, es posible demostrar que las frecuencias de vibración ω_h^* y ω_m^* en el sistema Q^* son iguales, respectivamente, a ω_h^* y ω_m^* en el sistema idealizado suelo-estructura, además de ser iguales a ω_h y ω_m , respectivamente, en el sistema sencillo suelo-estructura (apéndice C).

Con base en lo anterior, y suponiendo además que $\bar{\omega}^*$ y ω^* son iguales, respectivamente a $\bar{\omega}^*$ y ω^* , se efectuó un análisis paramétrico empleando la ecuación (3.1). Los valores típicos empleados en el estudio paramétrico se tomaron con base en investigaciones de tipo analítico (Bazán *et al*, 1992), así como en un caso experimental (Murià y Moreno, 1993). Estas investigaciones se llevaron a cabo empleando características típicas de edificaciones en la zona del antiguo lago de la ciudad de México. Los parámetros básicos empleados en esta investigación fueron las relaciones ω_m^*/ω_h^* y $\omega^*/\bar{\omega}^*$. Los valores numéricos respectivos se tomaron iguales a 0.5 y 1.3, respectivamente. Estas relaciones y las hipótesis ya establecidas, permiten calcular la respuesta sísmica de un sistema sencillo suelo-estructura, empleando además la ecuación (3.1), sin necesidad de calcular los valores de rigideces traslacional y rotacional en la base de dicho sistema, como se puede notar de la inspección de la ecuación (2.6). Esta característica del estudio permitió efectuar una evaluación paramétrica del problema, con el fin de evaluar el comportamiento sísmico de estructuras regulares o en las que predomina una forma única de vibrar, desplantadas sobre el suelo blando de la ciudad de México. Para el caso de otros tipos de suelos flexibles y/o

estructuras, es factible emplear estudios del mismo tipo tomando en cuenta otros valores para las relaciones de frecuencias anteriormente comentadas.

3.2. Descripción de la excitación sísmica empleada

En el presente estudio se empleó como excitación sísmica el registro de aceleraciones, en el componente EW, obtenido en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), durante el terremoto del 19 de septiembre de 1985. Este registro es representativo de los efectos de un sismo de gran magnitud ($M_s=8.1$) sobre suelo blando y se muestra en la figura 3.1.

Durante el terremoto en mención no se presentaron muchos daños en la zona epicentral, ubicada en las costas de los estados de Michoacán y Guerrero; sin embargo, fue altamente destructivo en la ciudad de México, distante aproximadamente 400 km del epicentro, especialmente en la zona de suelo compresible (Iglesias, 1989), concentrándose el daño en un área de 6 km^2 (Rosenblueth *et al*, 1988). Como consecuencia del sismo, 210 edificios llegaron al colapso en la ciudad de México, muchos quedaron seriamente dañados y las pérdidas de vidas humanas alcanzaron el número de 10,000 (Rosenblueth y Meli, 1986; Esteva, 1988).

La aceleración máxima del terreno para el registro considerado fue de $0.17g$, apreciándose en dicho registro un alto contenido de frecuencias bajas, alrededor de 0.5 Hz y una larga duración de la fase intensa del temblor.

3.3. Casos estudiados y parámetros evaluados

3.3.1. Sistema sencillo suelo-estructura

Se calculó la respuesta sísmica de edificaciones sobre base flexible en función a la respuesta correspondiente a sistemas sencillos suelo-estructura, para lo cual se emplearon las relaciones paramétricas y la excitación sísmica antes descritas en este capítulo. El comportamiento de la superestructura se consideró elastoplástico perfecto, así como un valor de 0.05 para ξ . Asimismo,

el comportamiento del suelo se consideró elástico lineal. Se tomó un intervalo de periodos entre 0.1 s y 3.0 s, así como valores de ductilidad de desplazamiento relativo, μ , de 1, 2, 4 y 8. Para estas familias de estructuras, en este estudio se obtuvieron demandas de resistencia, r_y , desplazamiento relativo máximo, u_m , y energía histerética por unidad de masa, E_H . Se compararon los resultados con los obtenidos sobre base rígida.

3.3.2. Sistema idealizado suelo-estructura

Como se mencionó en el capítulo anterior, si se supone un perfil de deformación constante, los desplazamientos y energía histerética en el sistema sencillo suelo-estructura se relacionan con los valores correspondientes en el edificio idealizado sobre base flexible a través del parámetro γ (ecuaciones (2.16) y (2.22)). En análisis elásticos de marcos, considerando distribución uniforme de masas y rigideces, además de una forma de vibrar lineal, los valores de γ varían entre 1.36 y 1.46 para edificios de cinco y veinte niveles respectivamente (Clough y Penzien, 1993). En el caso de comportamiento inelástico de marcos regulares de concreto reforzado, Qi y Moehle (1991) sugieren valores de γ de 1.15 para estructuras de cinco niveles y 1.25 para estructuras de diez niveles. Ridell y Vásquez (1992) sugieren valores de 1.6 para γ cuando se trata de edificaciones regulares a base de muros de concreto reforzado con comportamiento elástico lineal. Según algunos investigadores (Wallace y Moehle, 1992), una aproximación razonable para éstos sistemas es tomar γ igual a 1.5. En este trabajo, de manera conservadora se considera para γ un valor igual a 1.5, aunque éste puede ser algo excesivo para el caso de marcos regulares.

Para el cálculo de la máxima distorsión global en la estructura, D_m , definida mediante la ecuación (2.24), la altura de la estructura, H , se puede evaluar de manera genérica si se relaciona el periodo de vibración fundamental sobre base rígida del sistema idealizado, T^* , con el número de niveles del mismo, N , mediante:

$$T^* = \frac{N}{\lambda} \quad (3.4)$$

donde λ es un parámetro que puede tomarse en promedio como 10, en el caso de estructuras a base de marcos y como 20 cuando se trata de edificaciones a base de muros. Sin embargo se debe señalar que existe gran dispersión de datos con respecto a la expresión (3.4) para el caso de edificios en la ciudad de México (Murià y González, 1995). Si se considera un factor de incremento de periodo de $\sqrt{2}$ por efecto de degradación de rigidez de la estructura durante un sismo de gran intensidad, los valores de λ son, aproximadamente, 7 y 14 para estructuras a base de marcos y de muros, respectivamente, y son los que se emplean en este estudio (Wallace y Moehle, 1992; Aristizábal, 1995).

Así, aceptando que la altura de entrepiso del edificio es h_o y es constante, el valor de D_m se puede evaluar como:

$$D_m = \frac{\delta_m}{T' \lambda h_o} \quad (3.5)$$

En el presente trabajo se consideró un valor de 2.7 m para h_o (Aristizábal, 1995).

Adicionalmente a los parámetros calculados para el sistema idealizado que representa al edificio sobre base flexible, se evaluó la capacidad destructiva del terremoto en estudio mediante el parámetro de daño propuesto por Rodríguez (1994), I_D , tanto para sistemas estructurales a base de marcos como de muros. Este parámetro se puede definir como:

$$I_D = \frac{\gamma^2 E_H}{(\omega' H D_{rd})^2} \quad (3.6)$$

En la expresión anterior D_{rd} corresponde a un valor de desplazamiento relativo global admisible, el cual se asocia a un nivel de daño aceptable durante un terremoto de gran intensidad. Un valor razonable de este parámetro, para edificaciones a base de marcos y de muros es 0.01 (Rodríguez, 1994; Aristizábal, 1995), y es el que se empleó en este trabajo. Se compararon en todos los casos los resultados obtenidos con los correspondientes a la condición de base rígida.

Para el cálculo se empleó como herramienta numérica el programa DRAIN-2DX, el cual permite realizar análisis dinámicos no lineales de estructuras planas (Allabahadi, 1987).

3.4. Análisis de resultados

En la figura 3.2, se muestran las demandas de desplazamiento máximo, u_m , para el sistema sencillo suelo-estructura, en las condiciones de base rígida (BR) y flexible (BF). La abcisa en esta figura representa el periodo que tendría la estructura si estuviera empotrada en la base, T . Los resultados muestran que en el caso elástico (μ igual a uno), las demandas de desplazamiento máximo en el caso de base rígida son, en un amplio intervalo de periodos, mucho mayores que las correspondientes al caso de base flexible. En los casos inelásticos, se puede observar que es posible, para un buen número de periodos, estimar de manera conservadora desplazamientos relativos máximos considerando el caso de base rígida.

En cuanto a las demandas de resistencia, r_y (figura 3.3), las cuales se presentan por unidad de masa, son apreciables las diferencias en el caso elástico, predominando las demandas en la condición BF para periodos menores que aproximadamente 1.75 s. Resultados de este tipo han sido también obtenidos anteriormente por Esteva y Mendoza (1989). En los casos inelásticos las diferencias se van haciendo menos notorias a medida que se incrementa la ductilidad de desplazamiento relativo, μ . Para valores de μ de 4 y de 8, las demandas de resistencia son muy similares.

Las demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H (figura 3.4), muestran algo similar a lo que ocurre en el caso de resistencias, es decir, diferencias apreciables para valores bajos de μ , que se hacen menos evidentes al incrementar el valor de este parámetro. Las demandas en los casos BR conducen a estimaciones conservadoras de E_H para periodos mayores que aproximadamente 1.7 s para valores de μ de 2 y 4. Para μ igual a 8 las demandas de energía son semejantes.

Las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 muestran demandas de u_m , r_v y E_H , respectivamente, pero considerando ahora como abscisa el periodo de vibración que tiene el sistema suelo-estructura, \bar{T} . Los resultados muestran, que en casi todos los periodos de interés en este estudio, el caso BR lleva a una estimación conservadora de los desplazamientos relativos máximos en sistemas suelo-estructura. Además, se puede apreciar que en la mayor parte de casos de respuesta inelástica, los resultados para los casos BR y BF no presentan diferencias significativas, lo que sugiere que para la evaluación de u_m considerando comportamiento inelástico, se pueden emplear de manera razonablemente conservadora espectros de respuesta obtenidos sobre base rígida, considerando en éstos los periodos amplificados del sistema suelo-estructura. Resultados semejantes han sido obtenidos por otros investigadores (Bazán *et al*, 1992).

La figura 3.6 muestra que el cálculo de las demandas de resistencia, es por lo general subestimado si se usan espectros obtenidos sobre base rígida, salvo en el caso elástico. Sin embargo, las diferencias se hacen menos importantes a medida que se incrementa el valor de μ .

La figura 3.7 muestra los resultados de evaluar espectros de energía histerética por unidad de masa, E_H , para el caso de estructuras de un grado de libertad sobre base rígida y para el caso de un sistema sencillo suelo-estructura. Para la elaboración de estos espectros, E_H se evalúa al final del registro sísmico empleado y se grafica en función del periodo del sistema, \bar{T} . Los resultados indican que en la mayor parte de los casos se pueden obtener estimaciones razonables de E_H en sistemas suelo-estructura empleando espectros de este parámetro obtenidos para el caso BR, considerando en estos sistemas el periodo amplificado por efecto de la flexibilidad de la base. Sin embargo, en estructuras poco dúctiles y con periodos amplificados menores que el dominante del terreno, como en el caso de μ igual a dos (figura 3.7), el procedimiento que aquí se sugiere puede llevar a estimaciones muy conservadoras.

En las figuras 3.8 a la 3.13 se muestran espectros obtenidos para el edificio idealizado sobre base flexible, considerando los casos BR y BF y teniendo como abscisa el periodo amplificado del sistema, \bar{T} . Para obtener dichos espectros se sigue el planteamiento aproximado ya descrito, el cual permite relacionar éstos con los obtenidos para el sistema sencillo suelo-estructura. La

evaluación de los valores de desplazamiento relativo máximo, δ_m , y de energía histerética por unidad de masa, E_H^* , para el sistema idealizado suelo-estructura (figuras 3.8 y 3.9 respectivamente), indica resultados similares a los obtenidos para u_m y E_H , respectivamente. Así, es posible estimar de manera razonablemente conservadora, en la mayor parte de los casos, desplazamientos inelásticos y demandas de energía histerética en estructuras sobre base flexible empleando espectros obtenidos sobre base rígida con el periodo de vibración del sistema, \bar{T} . Sin embargo, como en el caso de sistemas sencillos suelo-estructura, para estructuras poco dúctiles y con periodos de vibración \bar{T} menores que el predominante del terreno, el procedimiento aproximado propuesto puede llevar a estimaciones de energía histerética demasiado conservadoras.

La evaluación del desplazamiento relativo global máximo, D_m (figuras 3.10 y 3.11), indica que las demandas inelásticas de este parámetro son muy similares, en la mayor parte de los casos, para las condiciones de base rígida y flexible, excepto para periodos cercanos a 1.7 s para μ igual a ocho. Por tanto es suficientemente aproximado, en la mayor parte de estructuras sobre base flexible con comportamiento inelástico, emplear espectros de D_m obtenidos sobre base rígida considerando el periodo de la estructura amplificado por efecto de la flexibilidad del suelo, \bar{T} . Es importante evaluar las diferencias en las demandas del parámetro D_m cuando la estructuración es a base de marcos o de muros (figuras 3.10 y 3.11, respectivamente). En el primer caso, estas demandas son apreciablemente mayores que el limite considerado en este trabajo como umbral de un daño aceptable para un sismo intenso, D_{rd} (igual a 0.01). En el caso de estructuras a base de muros con comportamiento inelástico (figura 3.11), éstas no exceden el limite señalado. Resultados semejantes han sido obtenidos por Aristizábal (1995). Las diferencias entre los valores de D_m para sistemas a base de marcos y de muros se debe a que en la ecuación (3.5) λ tiene valores distintos para cada uno de dichos sistemas (estas diferencias influyen de manera importante en los niveles de daño estructural causado por terremotos como se comenta en lo que sigue). Por esta razón, para comparar las demandas de D_m en dos edificios con el mismo número de niveles y geometría, con los sistemas estructurales anteriormente mencionados, deberían emplearse las figuras 3.10 y 3.11 con distintos valores de \bar{T} , según los valores de λ correspondientes a cada sistema estructural.

Las figuras 3.12 y 3.13 muestran espectros del parámetro I_D propuesto por Rodríguez (1994). Como abscisa se considera el periodo fundamental amplificado por efecto de la flexibilidad del suelo, \bar{T} , para sistemas estructurales a base de marcos y de muros. Para cada uno de estos sistemas estructurales se consideran las condiciones de base rígida y flexible. Los resultados indican que en la mayoría de los casos, el daño en sistemas suelo-estructura se puede evaluar, sin ser excesivamente conservador, empleando espectros obtenidos sobre base rígida y el periodo de vibración \bar{T} , salvo para estructuras poco dúctiles con periodos de vibración \bar{T} menores que el predominante del terreno. Es notable el mayor daño esperado en estructuras a base de marcos con respecto a edificaciones constituidas básicamente por muros, como se muestra en las figuras 3.12 y 3.13, respectivamente. Esta diferencia se debe principalmente a los diferentes valores del parámetro D_m para ambos sistemas estructurales, como se ha comentado anteriormente. Una evaluación más completa del daño en sistemas a base de marcos y de muros en la condición de base rígida empleando el parámetro I_D fue realizada por Aristizábal (1995).

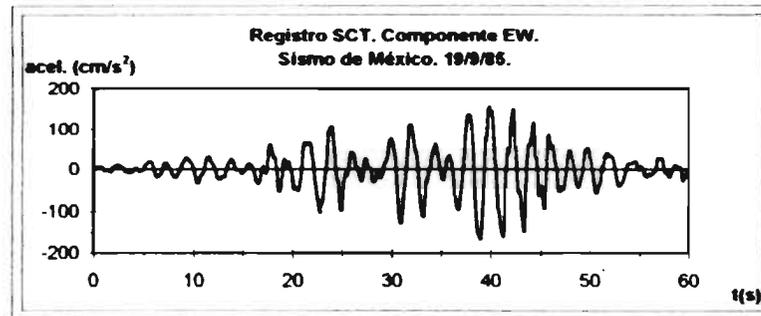


Figura 3.1 Registro de aceleraciones SCT, componente EW, del sismo de México del 19 de septiembre de 1985.

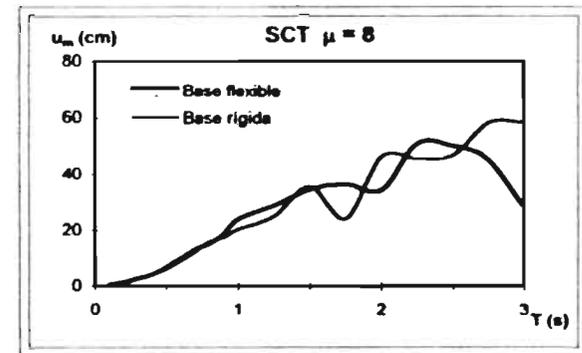
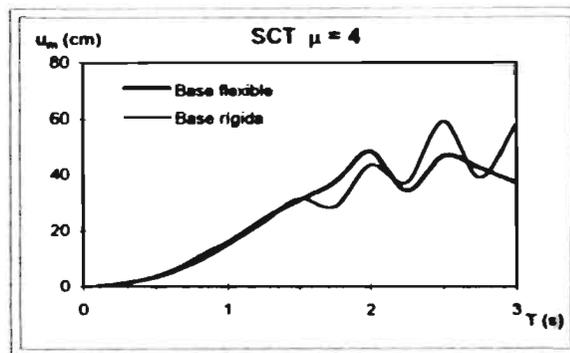
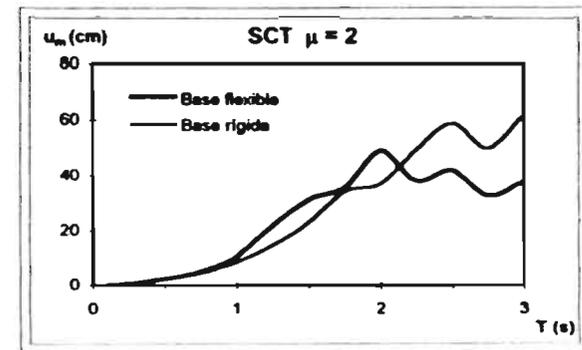
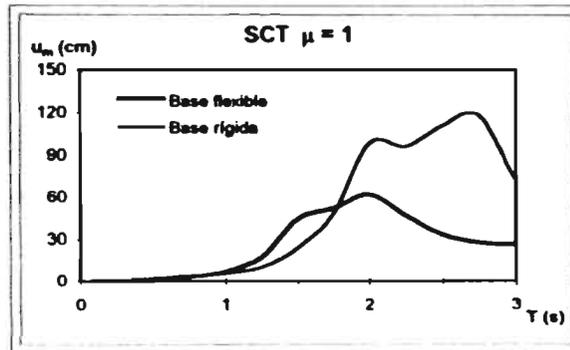


Figura 3.2 Demandas de desplazamiento, u_m , en estructuras de IGDL sobre base rigida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (T = periodo sobre base rigida)

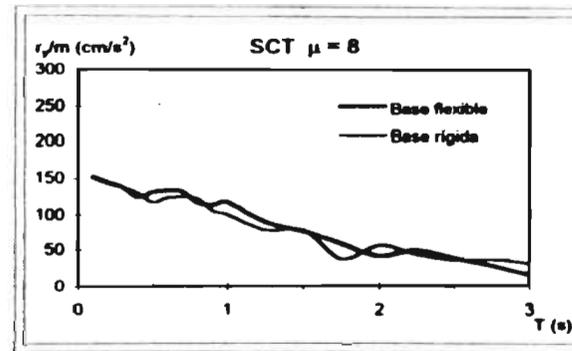
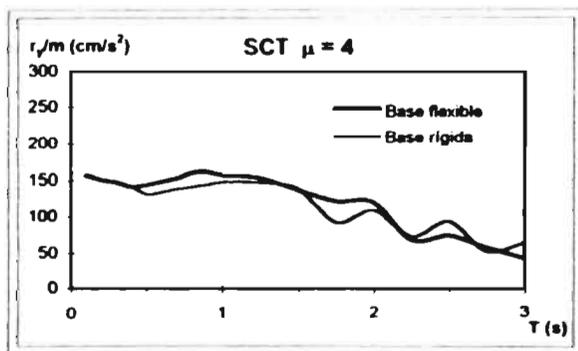
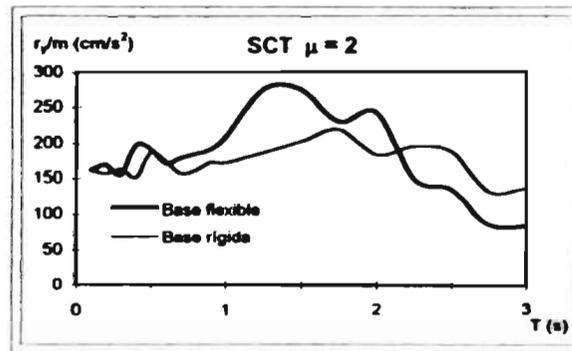
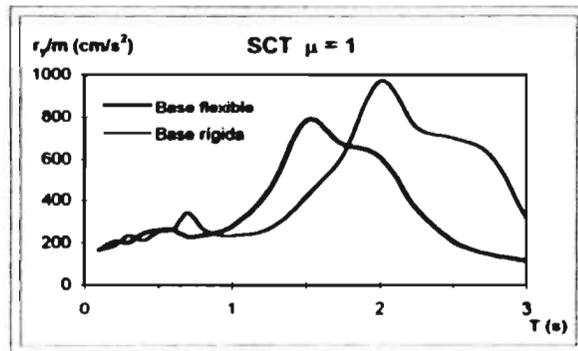


Figura 3.3 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , en estructuras de IGDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (T = periodo sobre base rígida)

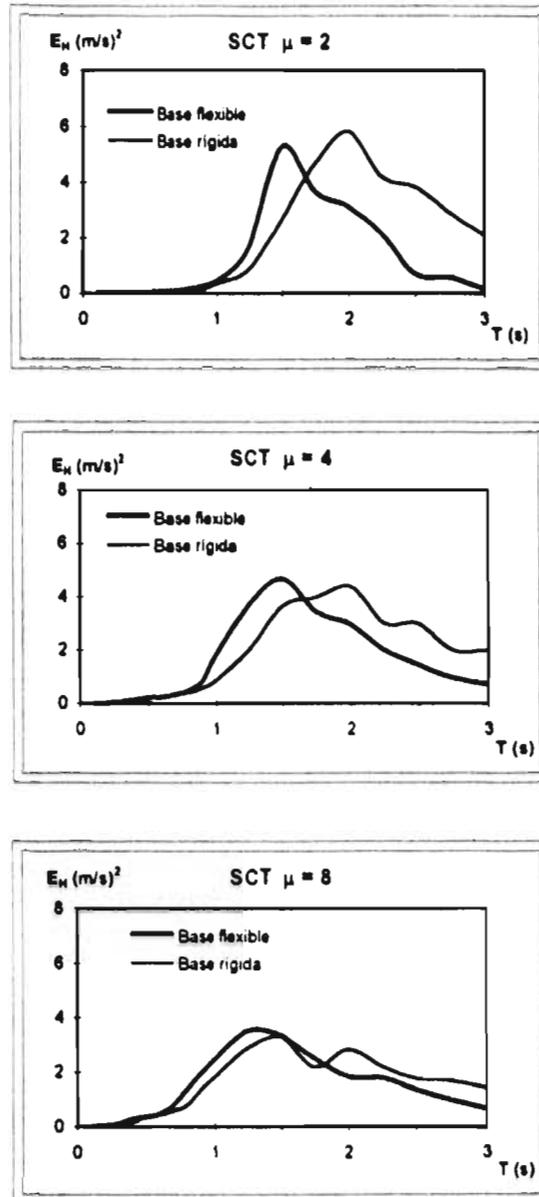


Figura 3.4 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , en estructuras de 1GDL sobre base rigida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (T = periodo sobre base rigida)

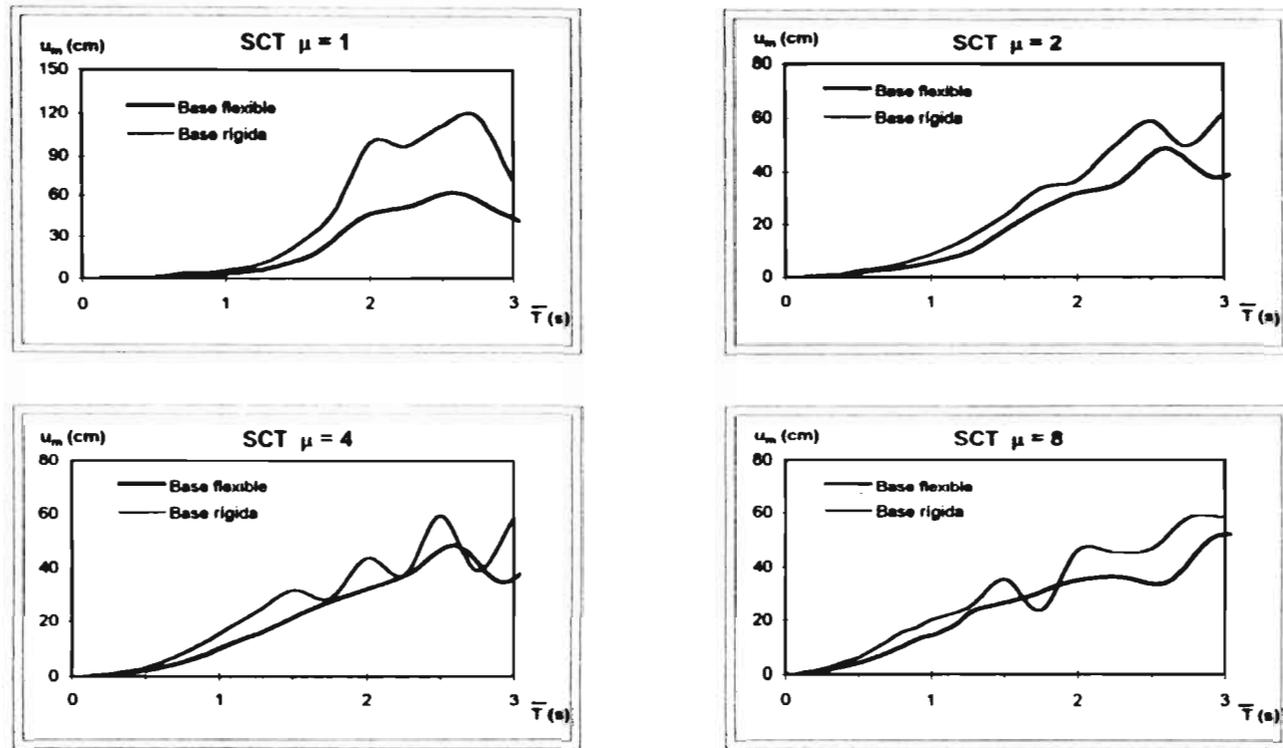


Figura 3.5 Demandas de desplazamiento, u_m , en estructuras de IGDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

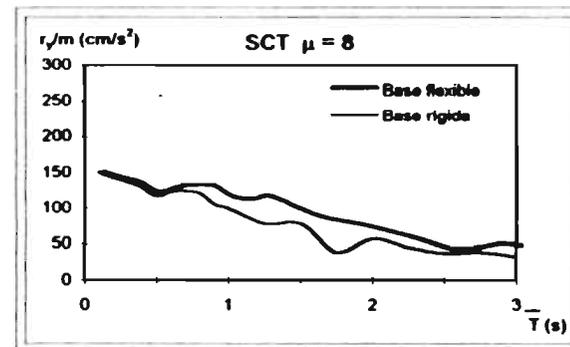
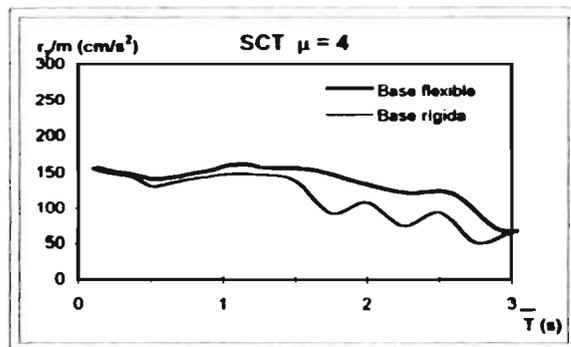
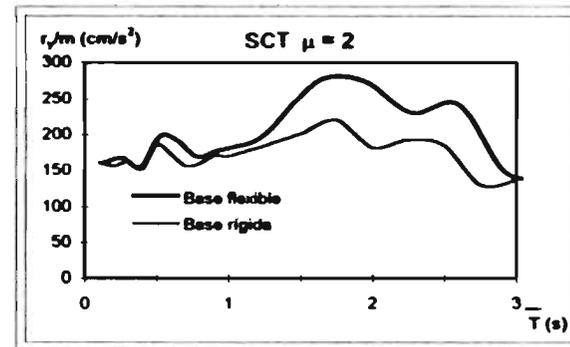
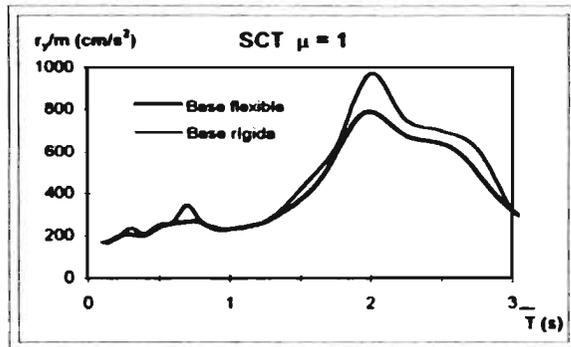


Figura 3.6 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y y m , en estructuras de IGDL sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

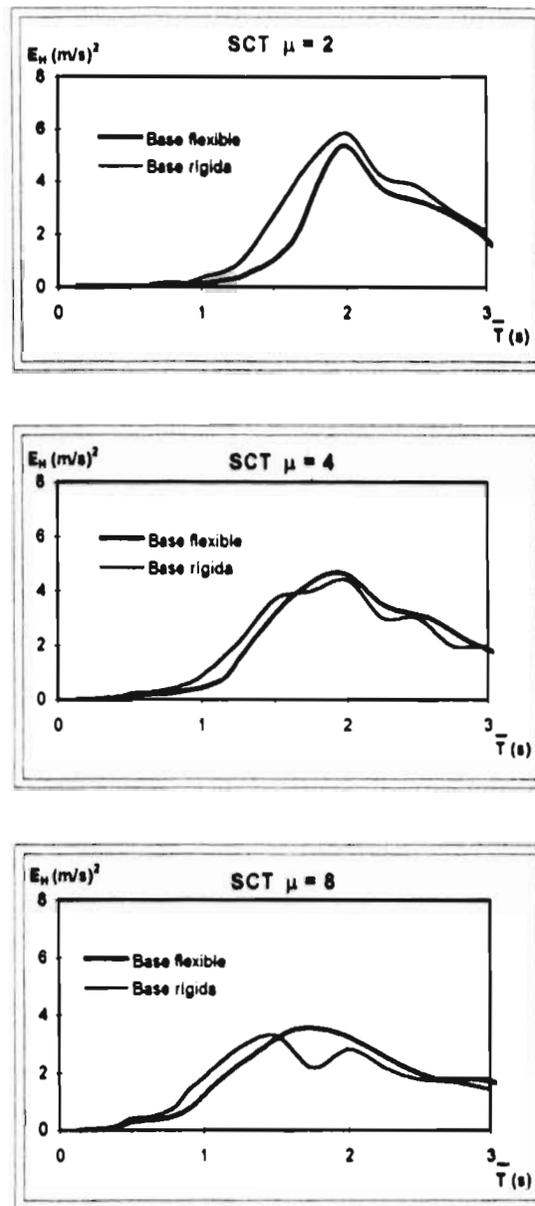


Figura 3.7 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , en estructuras de IGD L sobre base rígida y en sistemas sencillos suelo-estructura. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8; $\xi=0.05$ (T = periodo del sistema suelo-estructura)

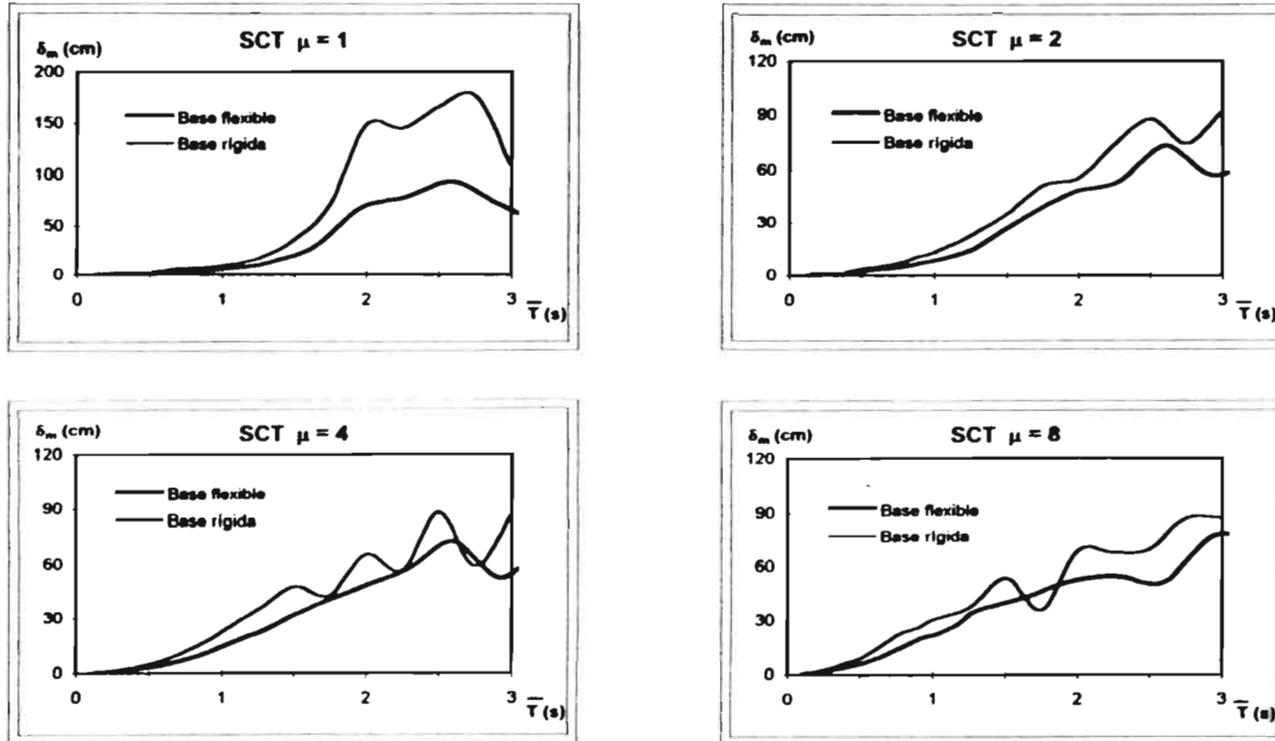


Figura 3.8 Demandas de desplazamiento, δ_m , en edificios de varios niveles sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

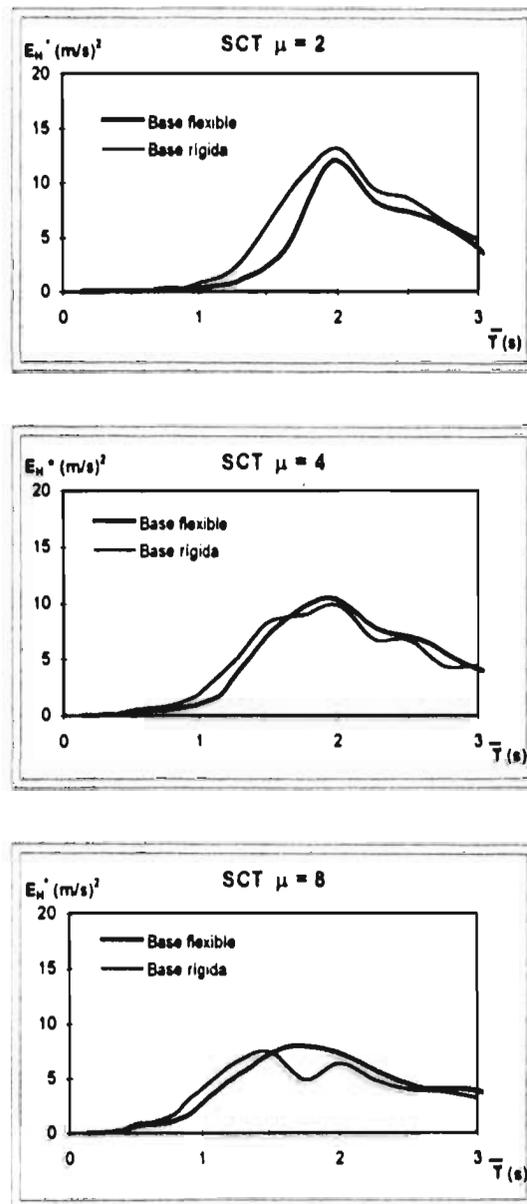


Figura 3.9 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H^* , en edificios de varios niveles sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$. (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

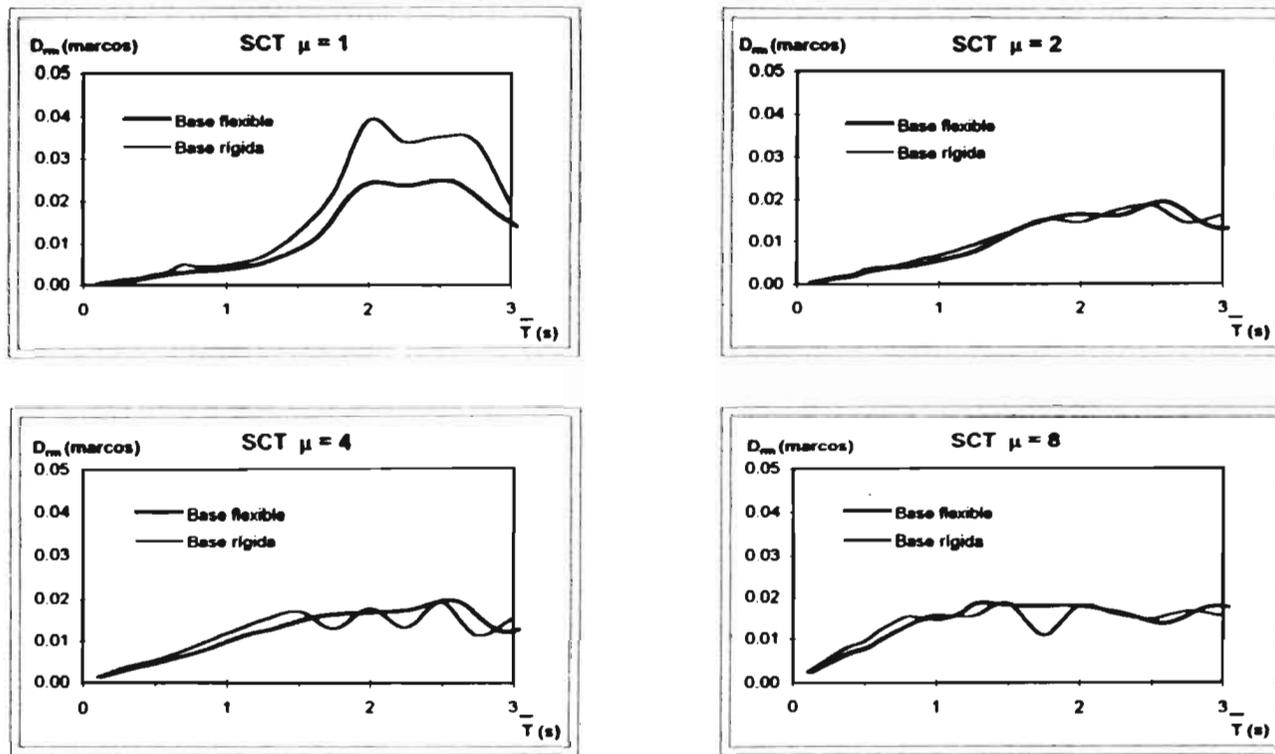


Figura 3.10 Desplazamiento relativo global máximo, D_m , en edificios de varios niveles estructurados a base de marcos sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

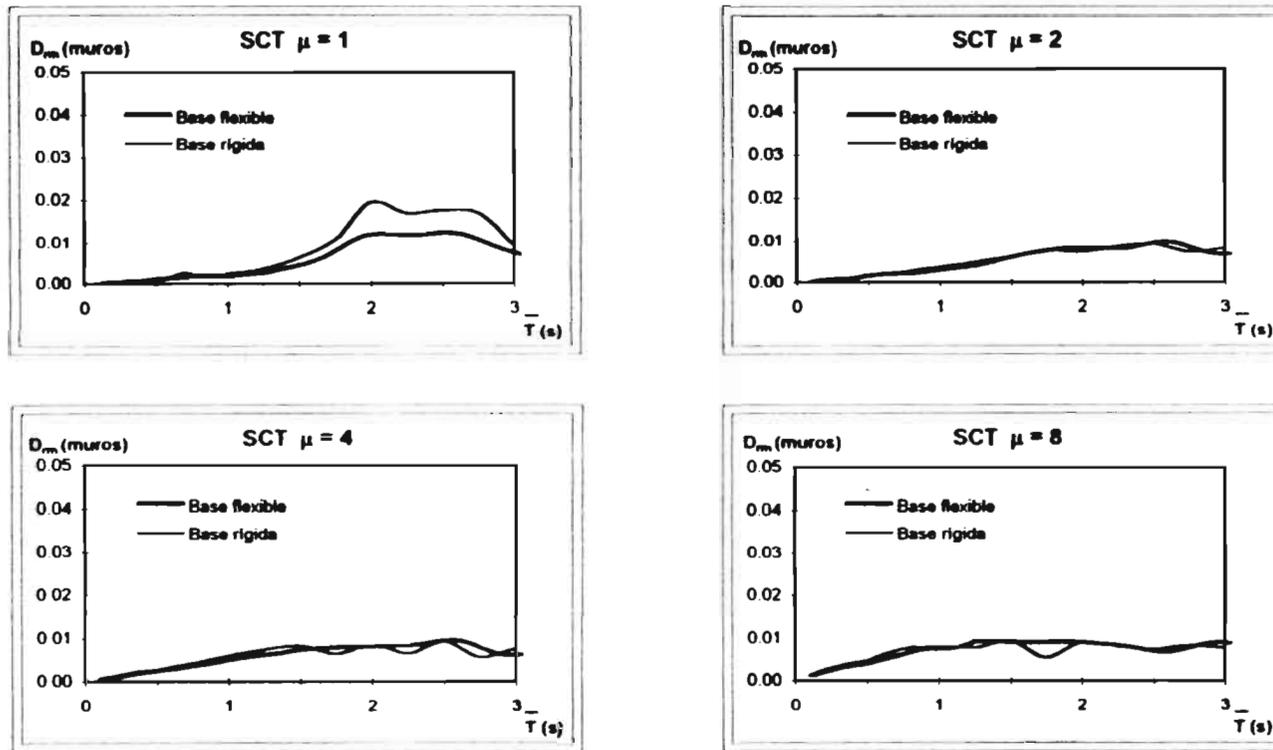


Figura 3.11 Desplazamiento relativo global máximo, D_m , en edificios de varios niveles estructurados a base de muros sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=1,2,4$ y 8 , $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

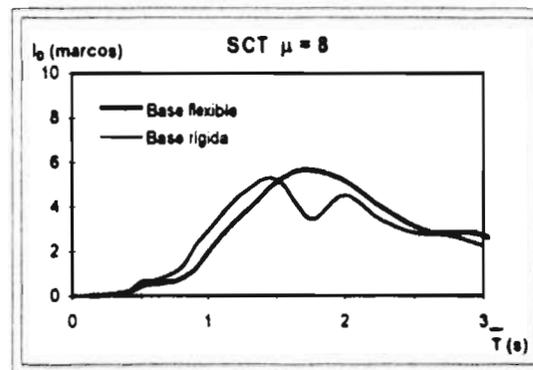
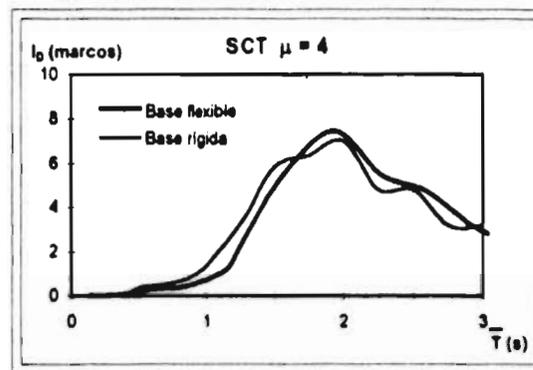
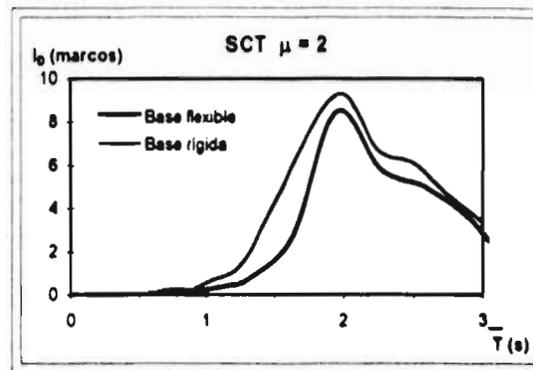


Figura 3.12 Demandas del parámetro I_D en edificios de varios niveles estructurados base de marcos sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 .; $\xi=0.05$ (\bar{T} = periodo del sistema suelo-estructura)

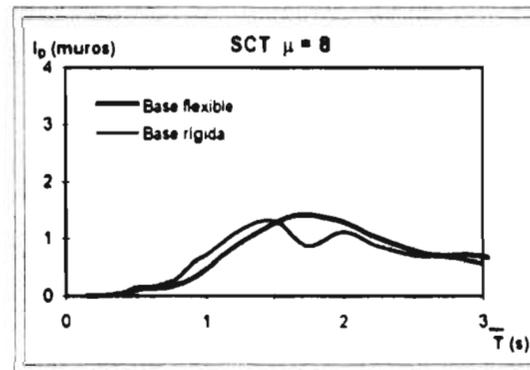
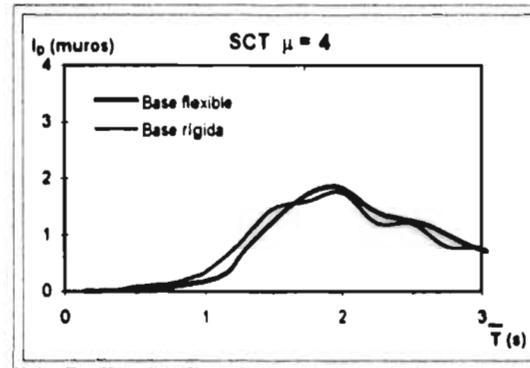
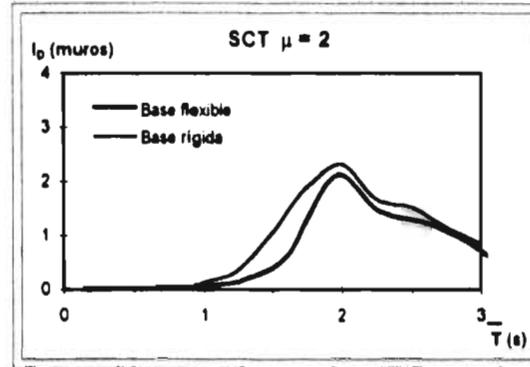


Figura 3.13 Demandas del parámetro I_D en edificios de varios niveles estructurados base de muros sobre base rígida y flexible. Registro SCT. $\mu=2,4$ y 8 .; $\xi=0.05$ (T = periodo del sistema suelo-estructura)

4. PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE IGDL CON BASE FLEXIBLE CONSIDERANDO PÉRDIDA DE ADHERENCIA EN LA BASE

El efecto de la pérdida de adherencia en la base de estructuras, también llamado de levantamiento, ha sido estudiado por diversos investigadores, tanto de manera analítica (Meek, 1975; Chopra y Yim, 1984 y 1985; Psycharis, 1991) como experimental (Huckelbridge y Clough, 1978). Dichos estudios demuestran que el efecto de levantamiento lleva a una reducción considerable en demandas de resistencia y desplazamientos. Chopra y Yim (1984 y 1985) obtuvieron espectros de respuesta sísmica considerando un comportamiento lineal en las estructuras que analizaron. Los estudios relacionados con el tema considerando comportamiento inelástico han sido, por lo general, aplicados a casos específicos (Huckelbridge y Clough, 1978).

Este capítulo describe un procedimiento para el análisis de estructuras de IGDL sobre base flexible con posibilidad de levantamiento tomando en cuenta el comportamiento inelástico durante sismos fuertes. Posteriormente, como aplicación de este procedimiento, se evalúa de manera paramétrica, el efecto de pérdida de adherencia en la base en el comportamiento no lineal de una familia de estructuras de IGDL sobre base rígida, considerando diversos niveles de ductilidad de desplazamiento.

4.1. Descripción del modelo analítico

En la figura 4.1 se muestra el modelo considerado en este estudio para representar a una estructura de un grado de libertad sobre base flexible con posibilidad de levantamiento. Los parámetros del sistema son los mismos que para el sistema sencillo suelo-estructura estudiado en el Capítulo 2. Además se incluyen dos parámetros: b , que representa la mitad de la dimensión total de la base de la estructura y ρ que es la distancia entre la masa de la estructura y uno de los extremos de la cimentación. La estructura se considera apoyada sobre el suelo pero no adherido a él. El sistema es simétrico con respecto al eje vertical que pasa por la masa m . Se considera que

cuando la estructura está levantada la cimentación queda apoyada en el suelo sólo en uno de sus extremos y se pierde el contacto con el resorte que representa a la rigidez rotacional en el suelo.

4.2. Ecuaciones de movimiento del sistema empleado

4.2.1. Ausencia de levantamiento

La ecuación matricial de equilibrio dinámico cuando no se presenta levantamiento, está dado por la siguiente expresión, dada en el capítulo dos (figura 2.2):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+m_0/m & 1 \\ 1 & 1 & 1+I_{m_0}/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_h/m & 0 \\ 0 & 0 & k_m/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 1+m_0/m \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{v}_g \quad (2.1)$$

Las dos primeras ecuaciones que componen (2.1) representan el equilibrio dinámico de fuerzas horizontales en el nivel superior e incluyendo la base del sistema, respectivamente, mientras que la última representa el equilibrio de momentos con respecto a la base de la estructura.

En adelante, no se considera la influencia de las masas asociadas a la traslación y rotación de la cimentación, lo cual constituye una hipótesis razonable, como se explicó en el capítulo dos. Si ahora se incluye el llamado efecto P- Δ , el cual se toma en cuenta al plantear el equilibrio en la posición deformada de la estructura, y que lleva a una reducción aparente de la rigidez de la estructura, la ecuación de equilibrio (2.1) resulta:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} -mg/kh & 0 & -mg/kh \\ 0 & (\omega_h/\omega)^2 & 0 \\ -mg/kh & 0 & [(\omega_m/\omega)^2 - mg/kh] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{v}_g \quad (4.1)$$

El término mg/kh está asociado al efecto P- Δ , el cual no se toma en cuenta si dicho término se hace nulo. El parámetro k representa la rigidez elástica de la estructura y g la aceleración de la gravedad. Según un estudio realizado por Yim y Chopra (1984) el efecto P- Δ por lo general no es relevante en edificios con levantamiento y comportamiento elástico. Sin embargo, dicho efecto puede ser importante en el caso inelástico.

4.2.2. Presencia de levantamiento

El levantamiento en estructuras del tipo analizado en este capítulo, se presenta cuando el momento producido por las fuerzas de inercia, con respecto a uno de los extremos de la cimentación, excede el momento correspondiente del peso propio, el cual trata de estabilizar el sistema. Esta condición se puede expresar con la siguiente ecuación como *inicio de levantamiento* (Meek, 1975; Chopra y Yim, 1985):

$$|\ddot{u} + \ddot{v}_0 + \ddot{z} + \ddot{v}_g| > g \frac{b}{h} \quad (4.2)$$

La ecuación matricial de movimiento correspondiente a la estructura levantada es (figura 4 2):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \rho^2/h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} -mg/kh & 0 & -mg/kh \\ 0 & (\omega_h/\omega)^2 & 0 \\ -mg/kh & 0 & -mg/kh \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{v}_g \mp \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ gb/h \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

Las dos primeras ecuaciones en (4.3) representan, respectivamente, el equilibrio dinámico de fuerzas horizontales en el nivel superior y considerando la base del sistema; la última ecuación representa el equilibrio dinámico de momentos con respecto al extremo de la cimentación que permanece en contacto con el suelo. El segundo término del lado derecho de la ecuación matricial (4.3) es negativo si el levantamiento es en el extremo izquierdo de la cimentación y positivo si el que se levanta es el extremo derecho.

Se considera el *levantamiento termina* cuando la cimentación regresa a la posición horizontal y hace contacto nuevamente con el terreno; el choque con el suelo se considera perfectamente inelástico (sin rebote de la cimentación), lo cual disipa completamente la velocidad vertical de la masa m , es decir (Meek, 1975):

$$\theta = \dot{\theta} = 0 \quad (4.4)$$

Por efecto del choque con el suelo se genera una fuerza normal impulsiva en la estructura, la cual actúa en dirección esencialmente vertical, si los desplazamientos relativos en la superestructura son pequeños. Por conservación de momento horizontal, si es que la velocidad en el terreno no se altera por el choque, se requiere que (Meek, 1975):

$$(\dot{u} + \dot{z}) \Big|_{\text{antes del impacto}} = \dot{u} \Big|_{\text{tras el impacto}} \quad (4.5)$$

La hipótesis de choque perfectamente inelástico (Meek, 1975), la cual considera disipación instantánea tanto de la velocidad vertical como de la energía cinética asociada, es estrictamente

aplicable al caso de base rígida, en el caso de suelo flexible la energía se disipa gradualmente por medio del amortiguamiento viscoso en la base del sistema. Sin embargo, en el caso típico de edificios sobre suelo flexible, los resortes que representan a este suelo son relativamente rígidos, lo que ocasiona que la disipación de energía se produzca en un intervalo muy pequeño de tiempo, por lo que la respuesta estructural se afecta de manera similar al caso de base rígida (Chopra y Yim, 1985).

Es posible demostrar que durante el levantamiento de estructuras esbeltas sobre base rígida se puede describir el movimiento del sistema mediante una ecuación de un grado de libertad equivalente. En dicha ecuación la frecuencia de vibración y el amortiguamiento del sistema se incrementan en una cantidad de $\rho \cdot b$ con respecto a la condición de base adherida al suelo (Meek, 1975; Chopra y Yim, 1985).

4.3. Aplicación al caso de estructuras de 1GDL con base rígida

En esta sección se estudia de manera paramétrica, como aplicación de lo descrito en este capítulo, la respuesta sísmica no lineal de estructuras de 1GDL con base rígida considerando la pérdida de adherencia en la base.

4.3.1. Descripción de las excitaciones sísmicas empleadas

En este estudio se emplearon dos registros de aceleraciones obtenidos durante sismos de gran intensidad y en distintos tipos de suelo. El primero de ellos, representativo de suelos blandos, es el obtenido en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), en la componente EW, durante el terremoto de México del 19 de septiembre de 1985. Este sismo se describe brevemente en la sección 3.2 y el registro de aceleraciones mencionado se muestra en la figura 3.1.

El segundo registro utilizado es el de Sylmar, que en adelante se denotará como SYL, y fue obtenido durante el terremoto de Northridge del 17 de enero de 1994. Este registro se obtuvo en un suelo duro, a 15 km del epicentro (figura 4.3). La aceleración máxima del terreno para este

registro fue de 0.84 g (EERI,1994) en el componente 360°. En la zona de Sylmar no existen muchas construcciones importantes, salvo un hospital, que tuvo un comportamiento satisfactorio. En la zona afectada por el sismo se presentaron numerosos daños en edificaciones; las estructuras de madera, especialmente de dos a cuatro niveles, se vieron seriamente afectadas; se presentaron también daños en estructuras presforzadas del tipo estacionamiento. Las estructuras de concreto reforzado sufrieron daños de moderado a severo, encontrándose entre las más afectadas las anteriores a 1970, aunque algunas nuevas y reparadas después del sismo de 1971 en San Fernando también fueron considerablemente afectadas. En estructuras de acero se presentaron muchos daños en conexiones, así como fallas por pandeo local y global en diagonales (Norton *et al*, 1994; EERI, 1994).

4.3.2. Casos estudiados y parámetros evaluados

Se analizó una familia de estructuras con periodos de vibración entre 0.1 y 3.0 segundos. Se tomaron valores de ductilidades de desplazamiento relativo, μ , de 1,2,4 y 8, excepto que para el análisis del registro SCT, no se tomó en cuenta el caso de μ igual a ocho. Para este último caso, debido al alto nivel de ductilidad, el efecto del levantamiento en la respuesta sísmica de las estructuras analizadas no es relevante, como se comenta más adelante. El parámetro empleado fue la relación de esbeltez h/b , para la que se tomaron los valores de dos y de cinco que se consideran representativos de estructuras reales y han sido empleados en estudios anteriores (Veletsos, 1977). La fracción de amortiguamiento crítico, ξ , fue 0.05 para todos los casos analizados. Para el conjunto de estructuras en estudio, se calcularon las demandas de desplazamientos relativos máximos, u_m ; de resistencia, r_y , y de energía histerética por unidad de masa, E_H . Los resultados se compararon con los obtenidos considerando adherencia perfecta entre la cimentación y el suelo. En este trabajo no se tomó en cuenta el efecto P- Δ .

El cálculo numérico se hizo empleando un programa de computadora elaborado específicamente para este estudio. Este programa permite realizar análisis dinámicos no lineales de estructuras de un grado de libertad sobre base rígida con posibilidad de levantamiento. El algoritmo empleado para la integración numérica es el método de Newmark con aceleración lineal en cada intervalo de

tiempo Δt , el cual se tomó menor que la décima parte del periodo de vibración de la estructura durante el levantamiento, que como se comentó anteriormente es igual a $T(\rho/b)$. El listado del programa, denominado AEL (Análisis de Estructuras con Levantamiento), se muestra en el apéndice D de este trabajo.

4.3.3. *Análisis de resultados*

4.3.3.1. Respuesta para el registro SCT

En la figura 4.4 se muestra para el registro SCT la historia de desplazamientos, tanto para el caso de desplazamientos relativos, u , como para los correspondientes al nivel superior de la estructura por efecto del levantamiento, z . En esta figura se considera el caso elástico (μ igual a uno) y una relación de esbeltez, h/b igual a cinco. Se puede apreciar aquí una reducción apreciable en los valores de u , con respecto a lo obtenido en la condición de adherencia perfecta entre la cimentación y el suelo. Así, el máximo valor de u cuando la estructura puede levantarse es 25.9 cm, lo que representa el 26% del máximo correspondiente si la base de la estructura hubiera permanecido adherida al suelo (98.6 cm). Se puede observar también que al inicio del levantamiento se presentan picos, los cuales dependen de las características del sistema (Chopra y Yim, 1985). Durante el levantamiento existen vibraciones de mayor frecuencia con respecto al caso de adherencia perfecta, presentándose también pequeñas oscilaciones alrededor de un valor de u determinado por el inicio del levantamiento, las cuales se atenúan a medida que crece el amortiguamiento estructural (Chopra y Yim, 1985). Estas características de incremento de la frecuencia de vibración y del amortiguamiento durante el levantamiento se comentaron anteriormente.

La figura 4.5 muestra demandas de desplazamientos relativos máximos, u_m , para el registro SCT y valores de ductilidad, μ , de 1, 2 y 4. El eje de abscisas representa el periodo de vibración de la estructura, T . El efecto de levantamiento tiende a reducir los valores de u_m con respecto a la condición de adherencia perfecta en casi la totalidad de los casos, y la diferencia es, por lo general, mayor a medida que se incrementa la relación de esbeltez de la estructura, h/b . Sin embargo, esta reducción sólo es importante para el caso elástico (μ igual a uno). Para μ igual a dos, existe poca

diferencia si la base de la estructura permanece adherida al suelo o no. Para μ igual a cuatro las respuestas sísmicas son prácticamente las mismas; por esta razón para este registro no se analizaron ductilidades mayores.

En la figura 4.6 se presentan los resultados correspondientes a las demandas de resistencia de fluencia, r_y , por unidad de masa, m , para el registro SCT. Como en el caso de desplazamientos, el efecto de levantamiento tiende a reducir las demandas con respecto al caso de adherencia perfecta. Por ejemplo, en el caso elástico y para h/b igual a cinco, la reducción en resistencia es de 74% con respecto al caso cuando no hay levantamiento, para un periodo de 2.0 s. A medida que se incrementa la ductilidad requerida, las demandas para los casos de adherencia perfecta y de levantamiento se van acercando, hasta ser prácticamente las mismas para el caso μ igual a cuatro.

La figura 4.7 muestra las demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para los casos analizados. Las diferencias entre los casos de levantamiento y de adherencia perfecta son importantes sólo para periodos alrededor de 1.7 s, h/b igual a cinco y μ igual a dos. En los demás casos las demandas son bastantes similares llegando a ser prácticamente iguales para μ igual a cuatro.

Los resultados para el caso del registro de la SCT muestran que el efecto del levantamiento en estructuras de IGDL no lleva a cambios importantes en el comportamiento sísmico no lineal de éstas. Esto se puede explicar considerando que las demandas de resistencia inelástica para el registro mencionado son, en general, bastante menores que las requeridas para mantener un comportamiento elástico; esto quiere decir que el umbral que define el inicio del levantamiento tiene menos posibilidades de ser excedido. Además, este umbral se va haciendo más alto a medida que disminuye la relación de esbeltez de la estructura (ecuación 4.2), lo que implica a su vez menores diferencias con respecto al caso de adherencia perfecta. Por otro lado, los valores de desplazamientos máximos debidos a la rotación de cuerpo rígido por efecto del levantamiento, son en general pequeños comparados con los valores de u_m correspondientes, excepto en el caso elástico para periodos cercanos a 2.0 s. Por ejemplo, para T igual a 2.0 s el valor máximo de z en

el caso elástico es de 64.4 cm, siendo el valor correspondiente para u_m de 25.9 cm. Sin embargo, los valores máximos de z van disminuyendo a medida que se incrementa la ductilidad

4.3.3.2. Respuesta para el registro SYL

Las figuras 4.8 a la 4.12 muestran resultados empleando el registro obtenido en Sylmar (SYL). La figura 4.8 muestra demandas de desplazamientos para diversos niveles de ductilidad requerida. Se pueden observar disminuciones importantes en los valores máximos de u por efecto del levantamiento, especialmente para h/b igual a cinco. Sin embargo, a medida que se va incrementando la ductilidad, las diferencias son menos evidentes, salvo en la zona de periodos menores que 1.0 s.

En la figura 4.9 se presentan resultados para las demandas de resistencia por unidad de masa. Se observan disminuciones apreciables por efecto del levantamiento, excepto en la zona de periodos cercanos a 0.1 s, donde la pérdida o ausencia de adherencia puede llevar a demandas de resistencia de más del doble para los casos elásticos o de baja ductilidad (alrededor de dos). Como en el caso de desplazamientos, las diferencias van haciéndose más pequeñas a medida que se incrementa la ductilidad y disminuye la relación h/b .

La figura 4.10 muestra resultados de energía histerética por unidad de masa, E_H , para los casos analizados. Se observan reducciones en las demandas de este parámetro, excepto para periodos cercanos a 0.1 s, así como para un pequeño intervalo de periodos que va trasladándose a la izquierda del espectro a medida que se incrementa la ductilidad. Por ejemplo, para μ igual a ocho, h/b igual a cinco y cerca de 0.7 s, se puede apreciar demandas de E_H de casi el doble con respecto al caso de base adherida al suelo.

Los valores máximos de z son, por lo general, mayores para el caso del registro SYL con respecto al caso del registro SCT. Por ejemplo, para 0.5 s, el desplazamiento máximo como cuerpo rígido por levantamiento es de 93.6 cm y el valor correspondiente de u es 3.0 cm.

Se debe tener en cuenta que en los casos donde se reducen las demandas de desplazamientos y resistencias, no necesariamente las demandas de E_H van a ser también menores, puesto que se pueden presentar en estos casos más incursiones en el rango inelástico y por tanto mayor demanda de disipación de energía. Además, se debe considerar que para cada periodo y nivel de ductilidad en las figuras 4.8 y 4.10, cada una de las curvas representa estructuras con distintos valores de resistencia de fluencia, r_y , requeridos para alcanzar un determinado nivel de comportamiento inelástico (medido en este caso en términos de μ). Por este motivo, se realizaron análisis adicionales, con el fin de evaluar cómo se modifica el comportamiento sísmico de una estructura, con un valor predeterminado de r_y , lo que se comenta a continuación.

En las figuras 4.11 y 4.12 se muestra la influencia del levantamiento en estructuras de IGDL diseñadas para alcanzar un determinado valor de μ en la condición de base firmemente adherida al suelo. Para esta condición, las resistencias asociadas a valores de μ iguales a 2,4 y 8 se identifican, respectivamente, como tipos R-2, R-4 y R-8.

La figura 4.11 muestra espectros de desplazamientos relativos máximos, u_m , para el registro SYL, considerando los tipos de resistencia anteriormente mencionados. Se puede apreciar que el efecto de levantamiento reduce apreciablemente las demandas de desplazamientos estimadas con la hipótesis de adherencia perfecta entre la cimentación y el suelo. Las diferencias son menos drásticas a medida que se incrementa el nivel de comportamiento inelástico (excepto para periodos menores que 1.0 s) y disminuye la relación h/b . Estos resultados son cualitativamente similares a los mostrados en la figura 4.8.

La figura 4.12 muestra espectros de energía histerética por unidad de masa, E_H , para el registro SYL. Se puede observar disminuciones drásticas de este parámetro por el efecto de levantamiento, especialmente para h/b igual a cinco, con respecto a lo esperado empleando la hipótesis de cimentación adherida al suelo (sólo en los casos de 0.9 s y 0.1 s, para R-8 y h/b igual a cinco, los valores de E_H se incrementan por pérdida de adherencia). Por ejemplo, para el tipo de resistencia R-2, en casi la totalidad de los valores de T considerados en este estudio, las estructuras con relación de esbeltez (h/b) igual a cinco tendrían un comportamiento elástico. Sin embargo, para el

mismo tipo de resistencia, en estructuras con periodos de vibración mayores que 0.7 s y h/b igual a dos, la pérdida de adherencia en la base no modificaría lo esperado en ausencia de levantamiento. En general, las diferencias son menos importantes a medida que se incrementa el nivel de comportamiento no lineal. Así, para periodos mayores que 1.5 s, para R-4, y mayores que 1.0 s, para R-8, la pérdida de adherencia en la base no lleva a cambios con respecto a las demandas correspondientes sin considerar el efecto de levantamiento.

En resumen, en el caso del registro SYL, para estructuras de IGDL diseñadas con la hipótesis de base adherida al suelo para obtener un determinado nivel de comportamiento inelástico (medido en términos de μ), el levantamiento tiene efectos benéficos, ya que reduce las demandas de desplazamientos relativos máximos y de energía histerética. Estas demandas son relevantes en la evaluación del parámetro I_D . Si se acepta la validez de este parámetro como medida de intensidad sísmica, el levantamiento en estructuras lleva a reducciones importantes del daño estructural con respecto al caso de base adherida al suelo. Es interesante notar que los efectos benéficos ya mencionados del levantamiento no son tan importantes en registros como el de SCT, correspondiente a suelo blando, donde las demandas de resistencia inelástica son, en general, mucho más pequeñas que las necesarias para mantener un comportamiento elástico, ocasionando esto, como se mencionó anteriormente, que sea menos probable que una estructura con comportamiento inelástico exceda el límite del inicio del levantamiento.

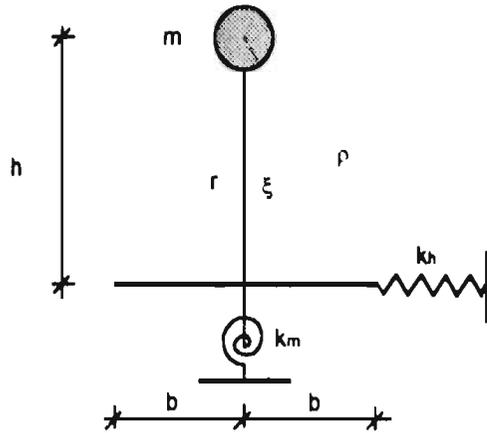


Figura 4.1 Sistema sencillo suelo-estructura con posibilidad de pérdida de adherencia en la base

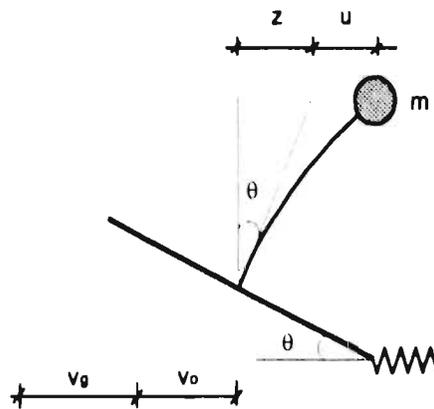


Figura 4.2 Componentes de desplazamientos durante el levantamiento del sistema sencillo suelo-estructura

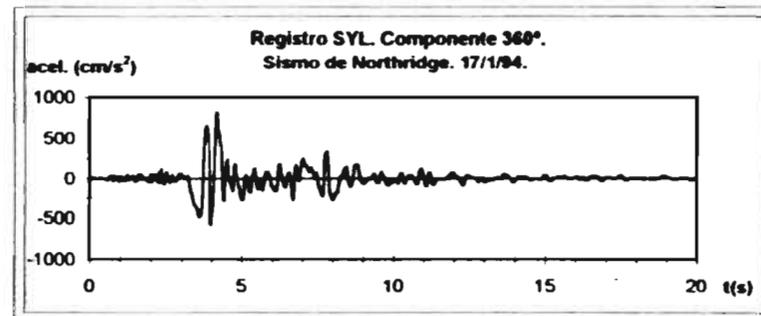


Figura 4.3 Registro de aceleraciones de Sylmar (SYL), componente 360°, del sismo de Northridge del 17 de enero de 1994.

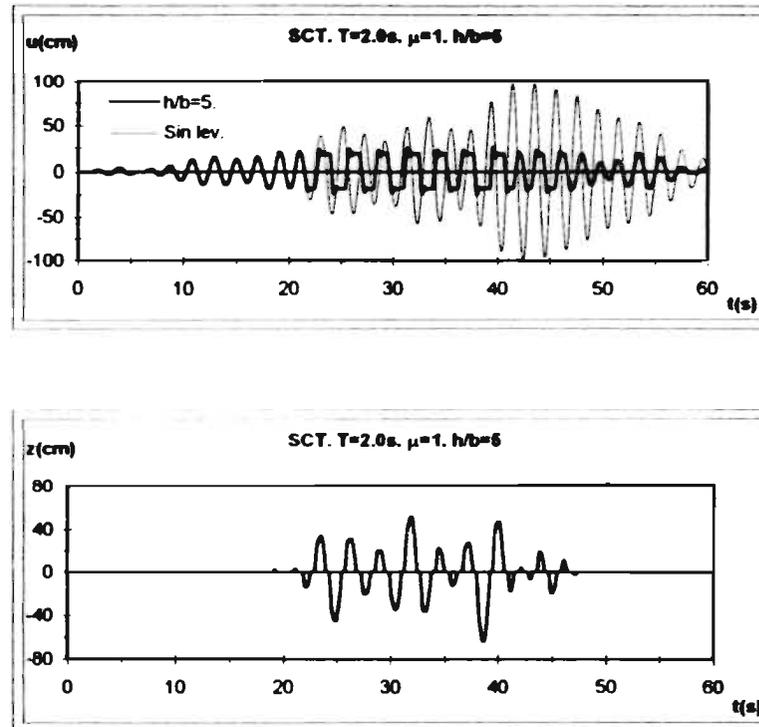


Figura 4.4 Historia de desplazamientos u y z en el tiempo para una estructura de IGD sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $T=2.0$ s; $\mu=1$; $h/b=5$; $\xi=0.05$.

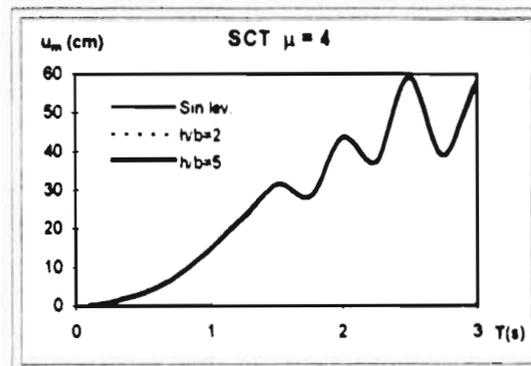
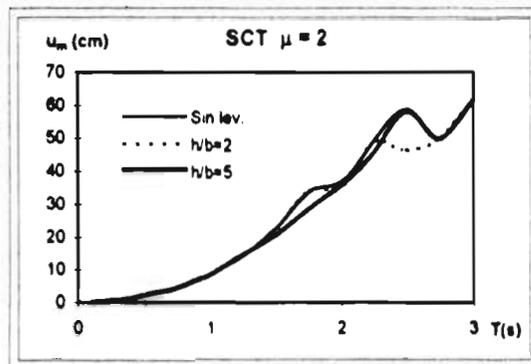
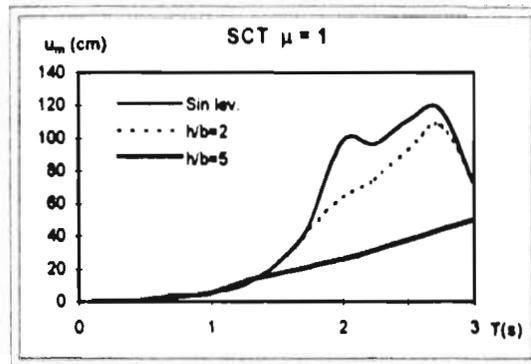


Figura 4.5 Demandas de desplazamiento, u_m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=1,2$ y 4 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

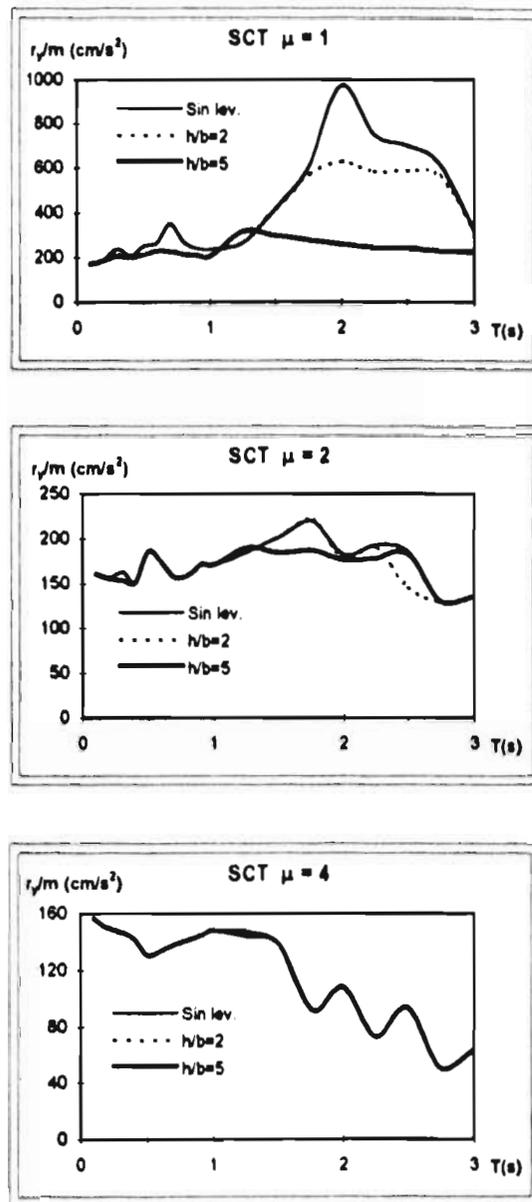


Figura 4.6 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=1,2$ y 4 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

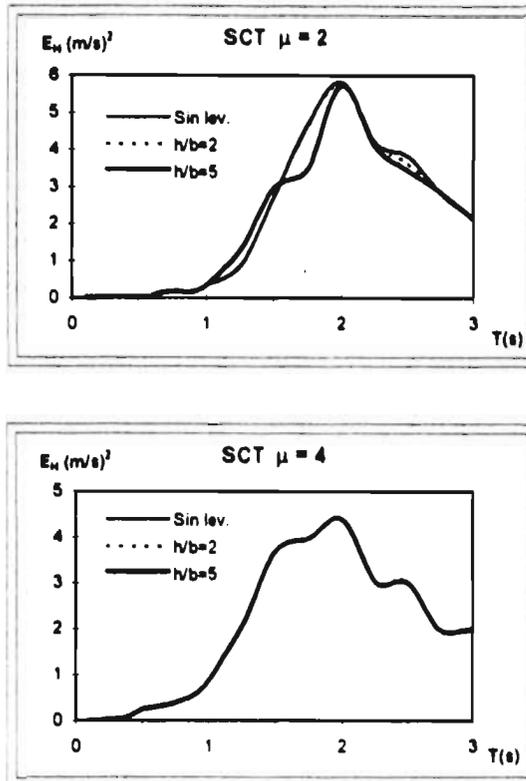


Figura 4.7 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SCT. $\mu=2$ y 4; $h/b=2$ y 5; $\xi=0.05$.

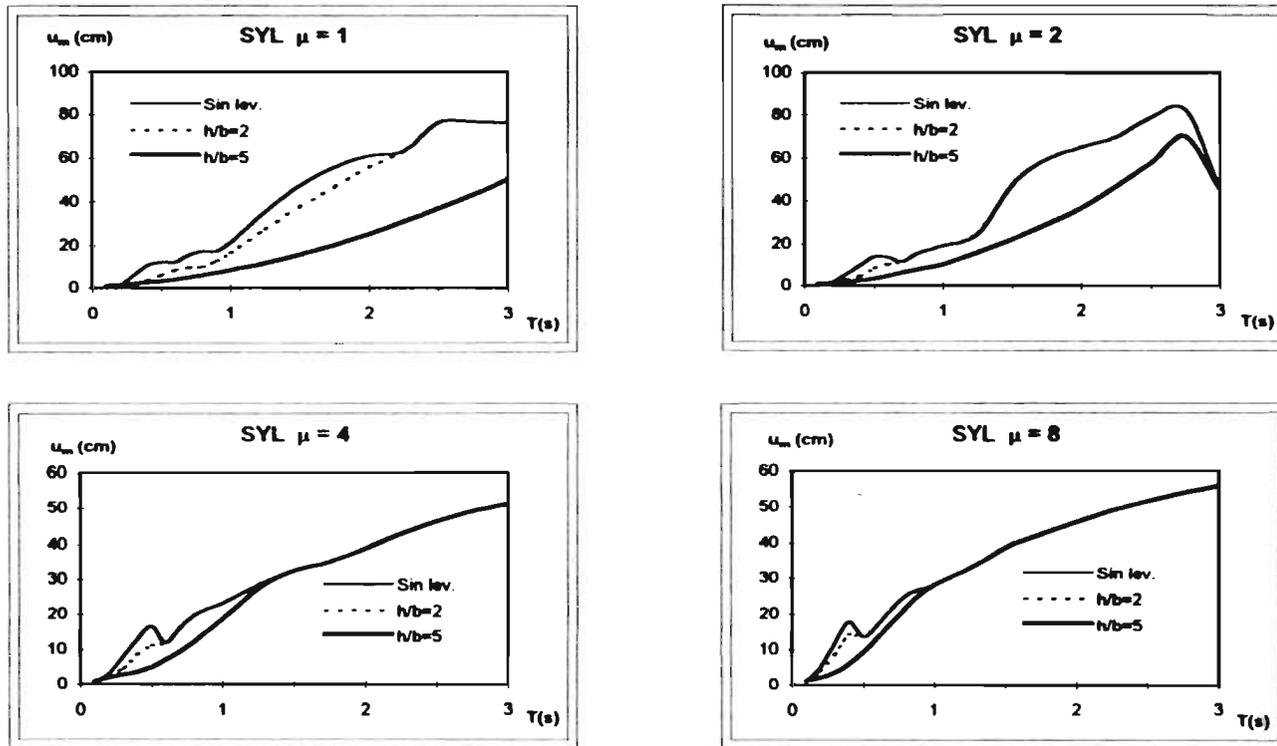


Figura 4.8 Demandas de desplazamiento, u_m , para sistemas de IGDJ sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=1,2,4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

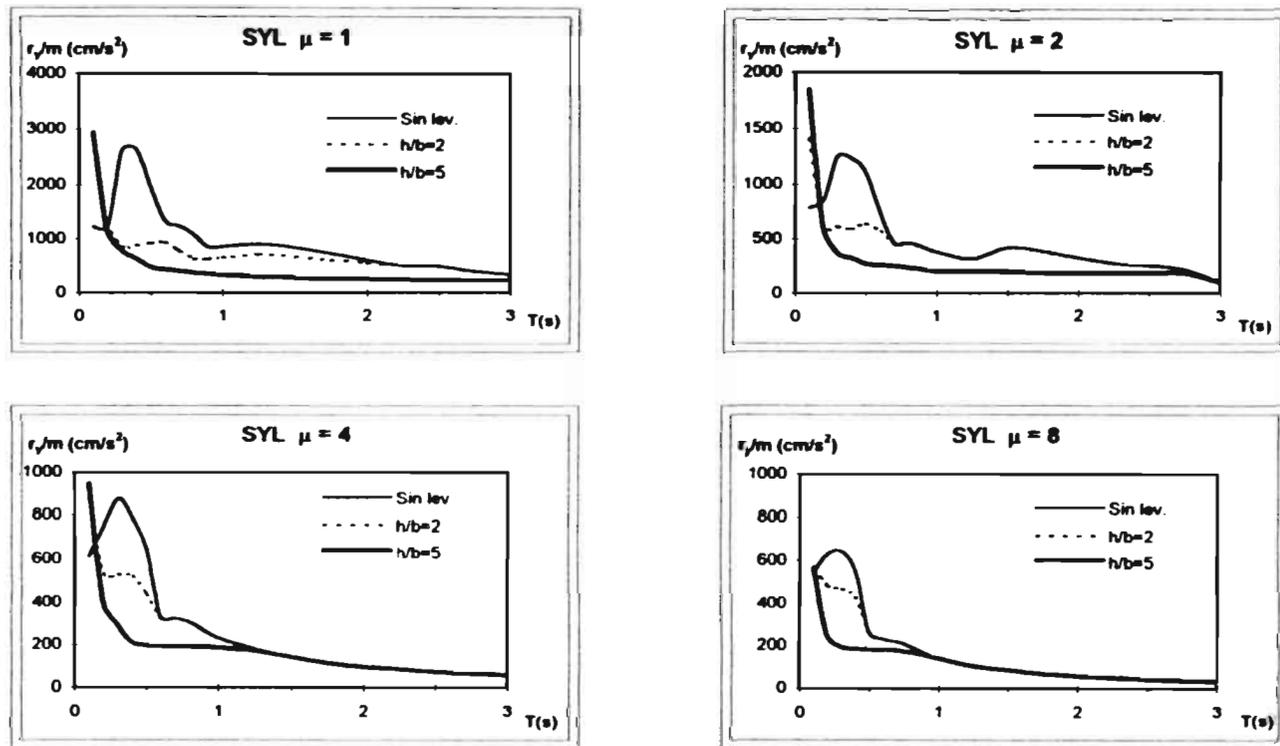


Figura 4.9 Demandas de resistencia por unidad de masa, r_y/m , para sistemas de IGDL sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=2,4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

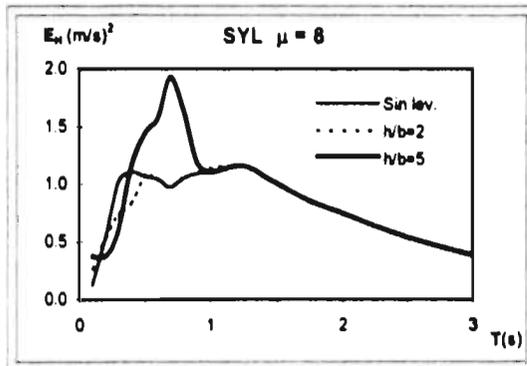
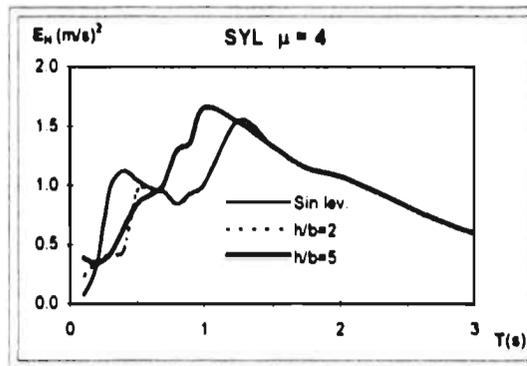
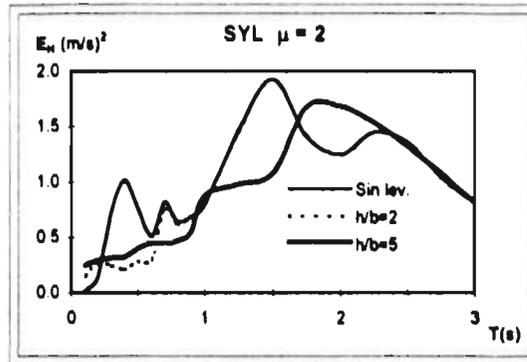


Figura 4.10 Demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para sistemas de IGDJ sobre base rígida con adherencia perfecta al suelo y con posibilidad de levantamiento. Registro SYL. $\mu=2,4$ y 8 ; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

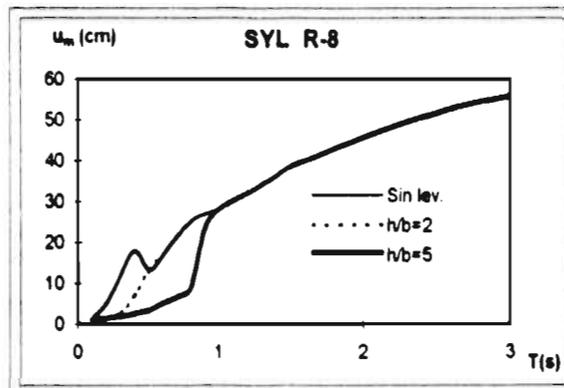
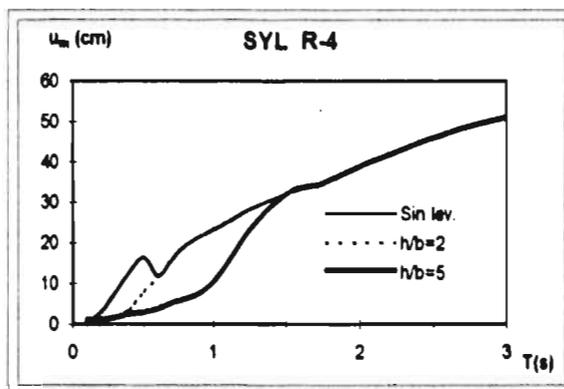
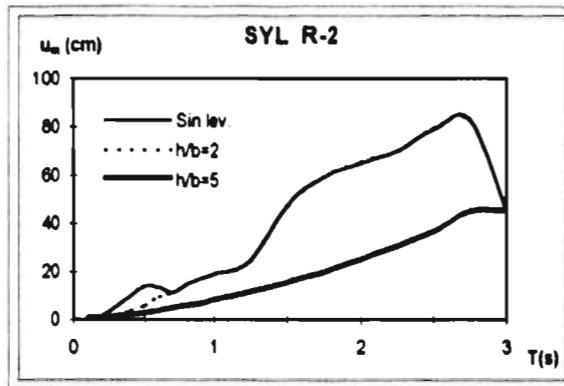


Figura 4.11 Evaluación del efecto de levantamiento en las demandas de desplazamiento, u_m , para estructuras de IGDL sobre base rígida diseñadas con la hipótesis de adherencia perfecta. Registro SYL. Resistencias tipo: R-2, R-4 y R-8; $h/b = 2$ y 5 ; $\xi = 0.05$.

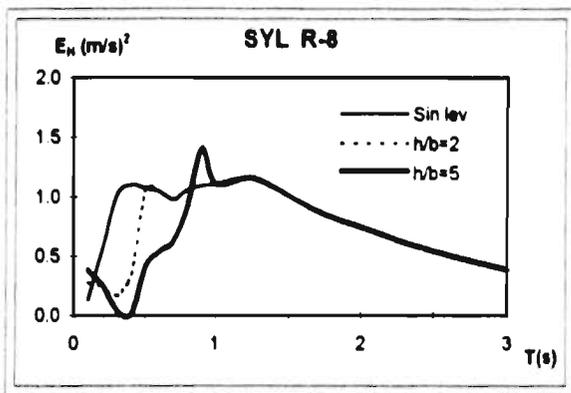
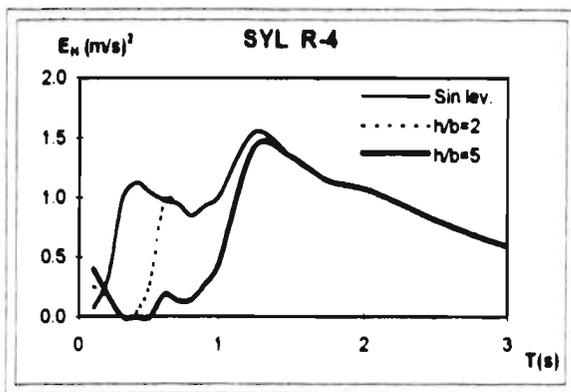
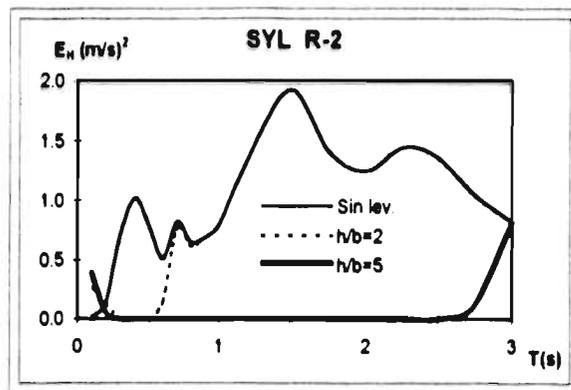


Figura 4.12 Evaluación del efecto de levantamiento en las demandas de energía histerética por unidad de masa, E_H , para estructuras de IGD L sobre base rígida diseñadas con la hipótesis de adherencia perfecta. Registro SYL. Resistencias tipo: R-2, R-4, y R-8; $h/b=2$ y 5 ; $\xi=0.05$.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se ha evaluado de manera aproximada el comportamiento sísmico no lineal de edificaciones sobre suelo flexible, así como también la respuesta de estructuras de un grado de libertad (1GDL) sobre base rígida con posibilidad de pérdida de adherencia en la base de las mismas.

Haciendo uso de hipótesis simplificadoras, para el primer caso se ha desarrollado un procedimiento con el fin de relacionar la respuesta de edificaciones regulares de varios niveles sobre suelo flexible con la correspondiente a estructuras sencillas, las cuales en la condición de base rígida se comportan como estructuras de un grado de libertad. Con el propósito de ilustrar la aplicación del mencionado procedimiento se ha empleado el registro SCT del terremoto de México de 1985. Los resultados obtenidos demuestran que el efecto de interacción suelo-estructura puede ser considerado de manera razonablemente conservadora en el diseño, en la mayor parte de los casos, si se emplean espectros obtenidos para estructuras sobre base rígida, considerando en éstos el periodo de vibración fundamental que tiene el sistema suelo-estructura. Esta regla es aplicable para la evaluación de desplazamientos relativos, distorsiones relativas de entrepiso y de energía histerética, que son parámetros que intervienen en la evaluación del daño estructural. Sin embargo, esta regla puede ser muy conservadora en estructuras poco dúctiles y con periodos de vibración menores que el predominante del terreno. Para la evaluación de demandas de resistencia, el procedimiento propuesto en este estudio puede llevar a subestimar de manera importante este parámetro en estructuras elásticas. Sin embargo, excepto en algunos casos de estructuras poco dúctiles, en este estudio se ha encontrado que las demandas de resistencia inelástica en estructuras diseñadas considerándolas empotradas en su base, no se verán sustancialmente afectadas, en la mayoría de los casos, por el efecto de la interacción suelo-estructura.

En este trabajo también se evaluó la respuesta sísmica no lineal de estructuras de 1GDL con posibilidad de pérdida de adherencia en la base. Se emplearon dos registros sísmicos

representativos de suelos blandos y firmes, SCT y Sylmar (SYL), respectivamente, correspondiente este último al sismo de Northridge de 1994. Para el registro SCT los resultados muestran que el efecto del levantamiento en el comportamiento inelástico de estructuras no es relevante. Esto es explicable si se toma en cuenta que para este registro las demandas de resistencia inelástica son en general apreciablemente menores que las correspondientes elásticas, y que por otro lado el levantamiento se produce cuando la fuerza inercial excede un límite que es inversamente proporcional a la esbeltez de la estructura. En el caso del registro SYL y en estructuras diseñadas para un determinado nivel de comportamiento inelástico con la hipótesis de base adherida perfectamente al suelo, los resultados muestran que el levantamiento puede llevar a reducciones drásticas en las demandas de desplazamiento y de energía histerética, y por tanto en las demandas de daño. En varios casos de levantamiento puede presentarse, inclusive, comportamiento elástico, especialmente para estructuras con una relación de esbeltez alta, a pesar que éstas tengan un comportamiento no lineal para el caso de ausencia de levantamiento. Los resultados encontrados con el registro SYL sugieren además que sólo en el caso de estructuras muy rígidas, como por ejemplo con periodos cercanos a 0.1 s, el efecto de levantamiento puede ocasionar incrementos importantes en las demandas de desplazamiento, resistencia y energía histerética con respecto al caso de base adherida al suelo.

Este estudio no toma en cuenta el efecto llamado $P-\Delta$, el cual puede ser importante en el caso de estructuras con comportamiento inelástico, teniendo en cuenta sobretodo que los desplazamientos ocasionados por el efecto de levantamiento pueden ser apreciablemente mayores que los relativos en la estructura, lo que puede llevar a problemas de inestabilidad por volteo. También hay que tener en cuenta que la pérdida de adherencia en la base puede tener efectos perjudiciales, si se considera que durante el levantamiento se presentan presiones adicionales en el suelo que pueden ser excesivas y llevar a la falla del mismo. Asimismo, el impacto que se produce en un nuevo contacto de la base con el suelo, después de haber estado levantada, puede llevar a sobrecargas en los elementos verticales de la estructura y en el mismo suelo, lo cual puede ocasionar problemas de resistencia y/o estabilidad.

Finalmente, es importante tener en cuenta que cuando se trata de evaluar efectos tales como flexibilidad del suelo y/o pérdida de adherencia de éste y la base de estructuras, se debe considerar la posibilidad de choque entre edificios existentes, lo que no ha sido estudiado en esta investigación.

6. REFERENCIAS

Allabahadi R. (1987), "DRAIN-2DX, Seismic Response and Damage Assessment for 2D Structures", Tesis Doctoral, Universidad de California en Berkeley.

Applied Technology Council (1978), *Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings*, ATC3-06, junio.

Aristizábal J.C. (1995), "Evaluación de la Capacidad Destructiva de Terremotos", Tesis de Maestría en Estructuras, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Bazán E., Díaz I., Bielak J. y Bazán N. (1992), " Probabilistic Seismic Response of Inelastic Building Foundation Systems", *Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, 1559-1565, Madrid, España, Balkema, Rotterdam.

Bielak J. (1978), "Dynamic Response of Non-Linear Building-Foundation Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6, 17-30.

Clough R.W. y Penzien J. (1993), "Dynamics of Structures", segunda ed. Mc. Graw Hill.

Chopra A.K. y Yim C.S. (1985), "Simplified Earthquake Analysis of Structures with Foundation Uplift", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 111,4, 906-930.

EERI (1994), "Northridge Earthquake January 17,1994. Preliminary Reconnaissance Report", EERI, Oakland, California, febrero.

Esteva L. (1988), "The Mexico Earthquake of September 19, 1985; Consequences, Lessons and Impact on Research and Practice", *Earthquake Spectra*, vol. 4,3, 413-426.

Esteva L. y Mendoza E. (1989), "Influencia de la Interacción Suelo-Estructura en la Respuesta Sísmica Inelástica de Edificios", informe elaborado para el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), julio.

Iglesias J. (1989), "The Mexico Earthquake of September 19, 1985. Seismic Zoning of Mexico City after 1985 Mexico Earthquake", *Earthquake Spectra*, vol. 5, 1, 257-271.

Huckelbridge A.A. y Clough R.W. (1978), "Seismic Response of Uplifting Building Frame", *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 104, ST8, 1211-1229, agosto.

Luco J., Trifunac M. y Wong H. (1987), "On the Apparent Change in Dynamic Behavior of a Nine-Story Reinforced Concrete Building, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 6, 1961-1983.

Meek J.W. (1975), "Effects of Foundation Tipping on Dynamic Response", *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 101, ST7, 1297-1311.

Moehle J.P. (1992), "Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes", *Earthquake Spectra*, vol. 8, 3, 403-428.

Murià D. y Moreno S. (1993), "Identificación de las Propiedades Dinámicas mediante Vibración Ambiental. El Edificio Jalapa", *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Puerto Vallarta, Jalisco, México.

Murià D. y González R. (1995), "Propiedades Dinámicas de Edificios en la Ciudad de México", *Revista de Ingeniería Sísmica*, 51, 25-45.

Norton J.A., King A.B., Bull D.K., Chapman H.E., Mc Verry G.H., Larkin T.J. y Spring K.C. (1994), "Northridge Earthquake Reconnaissance Report", *Bulletin of New Zealand National Society of Earthquake Engineering*, vol. 24, 4, diciembre.

Psycharis I.N. (1991), "Effect of Base Uplift on Dynamic Response of SDOF Structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 117, 3, 733-754, marzo.

Qi X. y Moehle J.P. (1991), "Displacement Design Approach for Reinforced Concrete Structures Subjected to Earthquakes", Informe N° UCB/ERC-91/02, Universidad de California, Berkeley.

Ridell R. y Vásquez J. (1992), "Shear Wall Buildings: A Type of Construction Less Vulnerable to Earthquakes?", *Proceedings of International Symposium on Earthquake Disaster Prevention*, CENAPRED, México D.F.

Roeder C.W., M.EERI, Banerjee S., Jung D.R. y Smith S.K. (1996), "The Role of Building Foundations in Seismic Retrofit", *Earthquake Spectra*, vol. 12, 4, 925-942, noviembre.

Rodríguez M. (1994), "A Measure of the Capacity of earthquake Ground motions to Damage Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, 627-643.

Rosenblueth E. y Meli R. (1986), "The 1985 Earthquake: Causes and Effects in Mexico City", *Concrete International*, vol. 8, 5, 23-34, Detroit, Estados Unidos, mayo.

Rosenblueth E., Ruiz S.E. y Thiel C.C. (1988), "Foreword", *Earthquake Spectra*, vol. 4, 3, Agosto.

Saiidi M. y Sozen M. (1981), "Simple Nonlinear Analysis of RC Structures", *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 107, mayo.

Veletsos A. (1971), "Lateral and rocking vibration of footings", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, vol. 97, SM9,1227-1248, septiembre.

Veletsos A. (1977), "Dynamics of Structure-Foundation Systems", en *Structural Geotechnical Mechanics*, 333-361, ed. W.J.Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Wallace J.W. y Moehle J.P. (1992), "Ductility and Detailing Requirements of Bearing Wall Buildings", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 118, 1625-1644.

Yim C.S. y Chopra A.K. (1984), "Dynamics of Structures on Two-Spring Foundation Allowed to Uplift", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 110, 7, 1124-1146, julio.

APÉNDICE A

ANÁLISIS DE UN SISTEMA SENCILLO SUELO-ESTRUCTURA

En lo siguiente se considera que el comportamiento de la superestructura es inelástico y que el suelo permanece elástico lineal. No se toma en cuenta el amortiguamiento en este último (figura 2.1).

I. Si en la posición deformada (figura 2.2) se plantea el equilibrio de fuerzas horizontales en el nivel superior se tiene que:

$$\ddot{u} + \ddot{v}_g + \ddot{v}_0 + h\ddot{\theta} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{r}{m}u = 0 \quad (\text{A.1})$$

donde:

- u es el desplazamiento horizontal de la superestructura en el nivel superior relativo a su base.
- v_g es el desplazamiento de campo libre del terreno.
- v_0 representa el desplazamiento en la base de la estructura por efecto de interacción.
- h es la altura del modelo de un grado de libertad.
- θ define la rotación en la base de la estructura por efecto de interacción.
- c es el coeficiente de amortiguamiento del sistema.
- r representa la fuerza restauradora del sistema.
- m es la masa del sistema.

Se define ahora:

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega \quad (\text{A.2})$$

donde:

- ξ es la fracción de amortiguamiento crítico del sistema.
- ω es la frecuencia circular de vibración de la estructura sobre base rígida.

Reemplazando la ecuación A.2. en A.1:

$$\ddot{u} + \ddot{v}_g + \ddot{v}_0 + h\ddot{\theta} + 2\xi\omega\dot{u} + \frac{r}{m} = 0 \quad (\text{A.3})$$

En el caso elástico:

$$r = ku \quad (\text{A.4})$$

$$\omega^2 = k/m \quad (\text{A.5})$$

donde k es la rigidez elástica del sistema.

De A.4 y A.5 se tiene:

$$r = m\omega^2 u \quad (\text{A.6})$$

Por tanto en el rango elástico se tiene, reemplazando A.6 en A.3:

$$\ddot{u} + \ddot{v}_g + \ddot{v}_0 + h\ddot{\theta} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (\text{A.7})$$

II. Si se plantea el equilibrio de fuerzas horizontales incluyendo la base se obtiene:

$$\ddot{u} + \ddot{v}_g + \ddot{v}_0 + h\ddot{\theta} + \frac{m_0}{m}(\ddot{v}_g + \ddot{v}_0) + \frac{k_h v_0}{m} = 0 \quad (\text{A.8})$$

En la expresión anterior m_0 representa la masa asociada a la traslación en la cimentación y k_h es la rigidez equivalente de traslación en el suelo.

III. Finalmente, tomando momentos con respecto a la base de la estructura se obtiene:

$$\ddot{u} + \ddot{v}_g + \ddot{v}_0 + h\ddot{\theta} + \frac{I_{m0}}{mh}\ddot{\theta} + \frac{k_m}{mh}\theta = 0 \quad (\text{A.9})$$

donde I_{m0} es la masa rotacional de la cimentación y k_m es la rigidez angular en el suelo.

Con el propósito de evaluar las frecuencias de vibración del sistema, se considera ahora el caso elástico y se aproximan las formas y frecuencias modales correspondientes a las sin amortiguamiento (Clough y Penzien, 1993), se considera además $I_{m0} = m_0 = 0$, con lo que se tiene ahora un sistema de un grado de libertad, donde los desplazamientos v_0 y θ pueden expresarse en función de u . Así, igualando las ecuaciones A.7 y A.8 se tiene:

$$v_0 = \frac{k}{k_h} u \quad (\text{A.10})$$

De manera similar, igualando las ecuaciones A.7 y A.9:

$$\theta = \frac{kh}{k_m} u \quad (\text{A.11})$$

Reemplazando las ecuaciones A.10 y A.11 en A.7 y agrupando términos se tiene:

$$\left(1 + \frac{k}{k_h} + \frac{kh^2}{k_m}\right) \ddot{u} + \frac{k}{m} u = -\ddot{v}_g \quad (\text{A.12})$$

La frecuencia circular de vibración del sistema resulta así:

$$\bar{\omega}^2 = \frac{k/m}{1 + k/k_h + kh^2/k_m} \quad (\text{A.13})$$

Con base en las definiciones que a continuación se comentan, se puede escribir:

$$\omega_h^2 = k_h / (m + m_0) \quad (\text{A.14})$$

$$\omega_m^2 = k_m / (mh^2 + I_{m0}) \quad (\text{A.15})$$

Donde ω_h define la frecuencia circular de vibración de traslación en la cimentación, considerando a la superestructura como infinitamente rígida, sin posibilidad de rotación en la base; ω_m es la frecuencia circular de vibración de cabeceo en la cimentación, considerando a la superestructura como infinitamente rígida, sin posibilidad de traslación en la base.

Usando las expresiones A.5, A.14 y A.15 en la ecuación A.13, considerando que son despreciables las masas asociadas a la traslación y a la rotación en la cimentación se puede escribir:

$$\frac{1}{\bar{\omega}^2} = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_m^2} \quad (\text{A.16})$$

La ecuación anterior se puede escribir también en función de los periodos de vibración correspondientes; éstos se definen como:

$$T = 2\pi / \omega \quad (\text{A.17})$$

$$\bar{T} = 2\pi / \bar{\omega} \quad (\text{A.18})$$

$$T_h = 2\pi / \omega_h \quad (\text{A.19})$$

$$T_m = 2\pi / \omega_m \quad (\text{A.20})$$

Combinando la ecuación A.16 a la A.20 se obtiene:

$$\bar{T}^2 = T^2 + T_h^2 + T_m^2 \quad (\text{A.21})$$

Las ecuaciones de generales de movimiento A.3, A.8 y A.9 se pueden escribir en forma matricial, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + m_0/m & 1 \\ 1 & 1 & 1 + I_{m0}/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v}_0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v}_0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_n/m & 0 \\ 0 & 0 & k_m/mh^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v_0 \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r/m \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + m_0/m \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{v}_s \quad (\text{A.22})$$

En la ecuación anterior, el parámetro z representa el desplazamiento de cuerpo rígido en la parte superior de la superestructura por efecto de la rotación en la base del sistema, θ , y se puede definir como:

$$z = h\theta \quad (\text{A.23})$$

APÉNDICE B

ANÁLISIS DE UN SISTEMA IDEALIZADO SUELO-ESTRUCTURA

En el planteamiento siguiente se considera que el suelo permanece elástico lineal sin amortiguamiento y que la superestructura de N niveles puede tener un comportamiento inelástico (figura 2.3).

I. EQUILIBRIO DE FUERZAS HORIZONTALES EN LA SUPERESTRUCTURA

En la posición deformada de la estructura (figura 2.4) se tiene que:

$$[M]\{\ddot{U}\} + \{1\}\ddot{v}_x^e + \{1\}\ddot{v}_0^e + \{H\}\ddot{\theta}^e + [C]\{\dot{U}\} + \{R\} = 0 \quad (\text{B.1})$$

donde:

$[M]$ representa la matriz de masas de la superestructura.

$\{U\}$ es el vector de desplazamientos laterales de la superestructura relativos a su base.

$\{1\}$ es un vector de N elementos iguales a 1.

v_x^e define el desplazamiento horizontal de campo libre del terreno.

v_0^e es el desplazamiento lateral en la cimentación por efecto de la interacción suelo-estructura.

θ^e es la rotación en la cimentación por efecto de la interacción suelo-estructura.

$\{H\}$ es un vector cuyos elementos representan la altura relativa a la base de la estructura para cada uno de los niveles de la misma.

$[C]$ es la matriz de amortiguamiento de la superestructura, la cual se considera constante.

$\{R\}$ es el vector de fuerzas restauradoras de la superestructura.

En este estudio se emplea la hipótesis de una configuración única de vibrar $\{\phi\}$ constante, con lo cual es posible escribir:

$$\{U\} = \{\phi\}\delta \quad (\text{B.2})$$

donde δ es el desplazamiento lateral en el último nivel de la estructura relativo a su base.

Reemplazando B.2 en la ecuación B.1 y premultiplicando ésta por la transpuesta de $\{\phi\}$ se tiene:

$$\begin{aligned} & \{\phi\}^T [M] \{\phi\} \ddot{\delta} + \{\phi\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_g^e + \{\phi\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_0^e + \{\phi\}^T [M] \{H\} \ddot{\theta}^e + \\ & \{\phi\}^T [C] \{\phi\} \dot{\delta} + \{\phi\}^T \{R\} = 0 \end{aligned} \quad (B.3)$$

Se define ahora:

$$M^* = \{\phi\}^T [M] \{\phi\} \quad (B.4)$$

$$L^* = \{\phi\}^T [M] \{1\} \quad (B.5)$$

$$J_1^* = \{\phi\}^T [M] \{H\} \quad (B.6)$$

$$C^* = \{\phi\}^T [C] \{\phi\} \quad (B.7)$$

$$R^* = \{\phi\}^T \{R\} \quad (B.8)$$

Reemplazando las ecuaciones B.4 a B.8 en B.3 se tiene:

$$M^* \ddot{\delta} + L^* \ddot{v}_g^e + L^* \ddot{v}_0^e + J_1^* \ddot{\theta}^e + C^* \dot{\delta} + R^* = 0 \quad (B.9)$$

Sean:

$$\gamma = L^* M^* \quad (B.10)$$

$$H^* = J_1^* M^* \quad (B.11)$$

$$C^* M^* = 2\xi^* \omega^* \quad (B.12)$$

Dividiendo B.9 entre M^* y reemplazando B.10, B.11 y B.12 en aquella:

$$\ddot{\delta} + \gamma \ddot{v}_g^e + \gamma \ddot{v}_0^e + H^* \ddot{\theta}^e + 2\xi^* \omega^* \dot{\delta} + \frac{R^*}{M^*} = 0 \quad (B.13)$$

Definiendo ahora:

$$v_g^* = \gamma v_g^e \quad (B.14)$$

$$v_0^* = \gamma v_0^e \quad (B.15)$$

$$\theta^* = \theta^e \quad (B.16)$$

Reemplazando las tres últimas ecuaciones en B.13 se tiene:

$$\ddot{\delta} + \ddot{v}_g^* + \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + 2\xi^* \omega^* \dot{\delta} + \frac{R^*}{M^*} = 0 \quad (B.17)$$

Se puede observar, por analogía con la ecuación A.1 (apéndice A), que las expresiones B.13 y B.17 representan la ecuación de equilibrio de fuerzas horizontales en el nivel superior de una estructura

equivalente sobre base flexible, que en la condición de base rígida se comporta como una de un grado de libertad (1GDL), a la cual se le denominará en adelante sistema Q*. En este sistema se definen los siguientes parámetros: δ es el desplazamiento lateral de la estructura relativo a su base, v_g^* es el desplazamiento del terreno en campo libre, v_0^* es el desplazamiento de traslación en la cimentación por efecto de interacción con el suelo, H^* es la altura de este sistema. C^* , ω^* y ξ^* son el coeficiente de amortiguamiento, la frecuencia circular de vibración sobre base rígida y la fracción de amortiguamiento crítico respectivamente, R^* es la fuerza restauradora y M^* la masa de la estructura.

Solución de la ecuación B.13 en el rango elástico ($\delta < \delta_v$)

Se puede escribir en este caso que:

$$R^* M^* = \omega^{*2} \delta \quad (B.18)$$

Reemplazando B.18 en B.13 se tiene:

$$\ddot{\delta} + \gamma \ddot{v}_g^* + \gamma \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + 2\xi^* \omega^* \dot{\delta} + \omega^{*2} \delta = 0 \quad (B.19)$$

En lo que sigue se demuestra la validez de la ecuación B.20 como solución de B.19:

$$\delta = \gamma u \quad (B.20)$$

donde u es el desplazamiento horizontal en el nivel superior, relativo a la base, del sistema sencillo suelo-estructura definido en el apéndice A.

Se acepta la siguiente igualdad:

$$\omega^* = \omega \quad (B.21)$$

Si se aceptan las definiciones dadas en B.22 a B.26 y si se consideran B.20 y B.21 es posible obtener la ecuación A.7 a partir de la B.19, lo que demuestra que si u es la solución de A.7, γu es la solución de B.19.

$$v_g^* = v_g \quad (B.22)$$

$$v_0^* = v_0 \quad (B.23)$$

$$\theta^* = \theta \quad (B.24)$$

$$H^* = \gamma h \quad (B.25)$$

$$\xi^{\circ} = \xi \quad (\text{B.26})$$

Combinando las ecuaciones A.6, B.18 y B.20 se obtiene además:

$$R^{\circ} M^{\circ} = \gamma r^{\circ} m \quad (\text{B.27})$$

Por otro lado, a partir de B.20 se puede escribir que en el límite elástico:

$$\delta_y = \gamma u_y \quad (\text{B.28})$$

Solución de la ecuación B.13 en el rango inelástico

Para la solución de la ecuación B.13 en el rango inelástico, se considera que la ductilidad de desplazamiento relativo a la base en el último nivel de la estructura de varios grados de libertad es igual a la ductilidad análoga en la estructura de un grado de libertad sobre base flexible con la que se pretende relacionar aquella, es decir:

$$\frac{\delta_m}{\delta_y} = \frac{u_m}{u_y} \quad (\text{B.29})$$

En la ecuación anterior el subíndice m indica valores máximos.

Si se combinan las ecs. B.29 y B.28 se obtiene la expresión B.20, la cual reemplazada en B.13 conduce nuevamente a la A.7, si se cumplen las condiciones dadas en B.22 a B.27. Por tanto, se puede afirmar que también γu es solución de B.13 en el rango no lineal.

II. EQUILIBRIO DE FUERZAS HORIZONTALES INCLUYENDO LA BASE

De la figura 2.4 se tiene:

$$\{1\}^T [M] \{\ddot{U}\} + \{1\} \ddot{v}_x^{\circ} + \{1\} \ddot{v}_0^{\circ} + \{H\} \ddot{\theta}^{\circ} + m_0^{\circ} (\ddot{v}_x^{\circ} + \ddot{v}_0^{\circ}) + k_h^{\circ} v_0^{\circ} = 0 \quad (\text{B.30})$$

donde k_h° y m_0° son, respectivamente, la rigidez y la masa asociadas a la traslación en la cimentación de la estructura.

Reemplazando B.2 en B.30 se tiene:

$$\begin{aligned} \{1\}^T [M] \{\phi\} \ddot{\delta} + \{1\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_x^{\circ} + \{1\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_0^{\circ} + \{1\}^T [M] \{H\} \ddot{\theta}_0^{\circ} + m_0^{\circ} (\ddot{v}_x^{\circ} + \ddot{v}_0^{\circ}) \\ + k_h^{\circ} v_0^{\circ} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

La masa total de la superestructura, M_T , se evalúa con:

$$M_T = \{1\}^T [M] \{1\} \quad (\text{B.32})$$

Además se define el parámetro J_2^* :

$$J_2^* = \{1\}^T [M] \{H\} \quad (\text{B.33})$$

Reemplazando B.5, B.32 y B.33 en B.31 y dividiendo esta última entre L^* :

$$\ddot{\delta} + \frac{M_T}{L^*} \ddot{v}_x^* + \frac{M_T}{L^*} \ddot{v}_0^* + \frac{J_2^*}{L^*} \ddot{\theta}^* + \frac{m_0^*}{L^*} (\ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^*) + \frac{k_h^*}{L^*} v_0^* = 0 \quad (\text{B.34})$$

Se acepta la validez de las siguientes aproximaciones (Luco *et al*, 1987):

$$M_T \cong \gamma^2 M^* \quad (\text{B.35})$$

$$J_2^* \cong \gamma H^* M^* \quad (\text{B.36})$$

Reemplazando estas dos últimas expresiones en B.34, considerando además B.10 se obtiene:

$$\ddot{\delta} + \gamma \ddot{v}_x^* + \gamma \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + \frac{m_0^*}{\gamma M^*} (\ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^*) + \frac{k_h^*}{\gamma M^*} v_0^* = 0 \quad (\text{B.37})$$

Empleando las definiciones dadas en B.14, B.15 y B.16:

$$\ddot{\delta} + \ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + \frac{m_0^*}{\gamma^2 M^*} (\ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^*) + \frac{k_h^*}{\gamma^2 M^*} v_0^* = 0 \quad (\text{B.38})$$

Se plantean las siguientes expresiones para evaluar la masa y la rigidez lateral de la cimentación del sistema Q^* , m_0^* y k_h^* , respectivamente:

$$m_0^* = m_0^e \gamma^2 \quad (\text{B.39})$$

$$k_h^* = k_h^e \gamma^2 \quad (\text{B.40})$$

Reemplazando B.39 y B.40 en B.38:

$$\ddot{\delta} + \ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + \frac{m_0^e}{M^*} (\ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^*) + \frac{k_h^e}{M^*} v_0^* = 0 \quad (\text{B.41})$$

Se puede observar que esta última expresión, por analogía con la ecuación A.8, representa la ecuación de equilibrio de fuerzas horizontales en la base del sistema Q^* .

Es posible demostrar que la ec. B.20 describe la solución de la ec. B.41 para lo cual se deben cumplir las siguientes condiciones (adicionales a las establecidas en la parte I de este apéndice):

$$m_0^e M^* = m_0 m \quad (\text{B.42})$$

$$k_h^e M^* = k_h m \quad (\text{B.43})$$

Reemplazando los valores respectivos de los parámetros que intervienen en B.41, es posible obtener la ec. A.8, lo que demuestra que si u es la solución de A.8, entonces γu es la solución de B.41.

III. EQUILIBRIO DE MOMENTOS CON RESPECTO A LA BASE

Tomando como referencia nuevamente la figura 2.4 se tiene que:

$$\{H\}^T [M] \left[\{\ddot{U}\} + \{1\} \ddot{v}_x' + \{1\} \ddot{v}_0' + \{H\} \ddot{\theta}' \right] + I_{m0}' \ddot{\theta}' + k_m' \theta' = 0 \quad (\text{B.44})$$

donde k_m' e I_{m0}' son, respectivamente, la rigidez y masa asociadas a la rotación de la cimentación del edificio en estudio.

Combinando B.2 y B.44 se tiene:

$$\{H\}^T [M] \{\phi\} \ddot{\delta} + \{H\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_x' + \{H\}^T [M] \{1\} \ddot{v}_0' + \{H\}^T [M] \{H\} \ddot{\theta}' + I_{m0}' \ddot{\theta}' + k_m' \theta' = 0 \quad (\text{B.45})$$

Se define el parámetro J_3^* :

$$J_3^* = \{H\}^T [M] \{H\} \quad (\text{B.46})$$

Reemplazando B.6, B.33 y B.46 en B.45 y dividiendo ésta última entre J_1^* :

$$\ddot{\delta} + \frac{J_2^*}{J_1^*} \ddot{v}_x' + \frac{J_2^*}{J_1^*} \ddot{v}_0' + \frac{J_3^*}{J_1^*} \ddot{\theta}' + \frac{I_{m0}'}{J_1^*} \ddot{\theta}' + \frac{k_m'}{J_1^*} \theta' = 0 \quad (\text{B.47})$$

Se acepta la validez de la siguiente aproximación (Luco *et al*, 1987):

$$J_3^* \cong M^* H^{*2} \quad (\text{B.48})$$

Empleando las aproximaciones B.36, B.48 y la ecuación B.11 en la ecuación B.47 se tiene:

$$\ddot{\delta} + \gamma \ddot{v}_x' + \gamma \ddot{v}_0' + H^* \ddot{\theta}' + \frac{I_{m0}'}{H^* M^*} \ddot{\theta}' + \frac{k_m'}{H^* M^*} \theta' = 0 \quad (\text{B.49})$$

Empleando las definiciones dadas en B.14, B.15 y B.16, la expresión anterior se puede escribir como:

$$\ddot{\delta} + \ddot{v}_x^* + \ddot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + \frac{I_{m0}'}{H^* M^*} \ddot{\theta}^* + \frac{k_m'}{H^* M^*} \theta^* = 0 \quad (\text{B.50})$$

Se plantean las siguientes definiciones de la masa y rigidez asociadas a la rotación de la cimentación del sistema Q*, I_{m0}^* y k_m^* , respectivamente:

$$I_{m0}^* = I_{m0}' \quad (\text{B.51})$$

$$k_m^* = k_m' \quad (\text{B.52})$$

Reemplazando B.51 y B.52 en B.50:

$$\ddot{\delta} + \dot{v}_x^* + \dot{v}_0^* + H^* \ddot{\theta}^* + \frac{I_{m0}^*}{H^* M^*} \ddot{\theta}^* + \frac{k_m^*}{H^* M^*} \theta^* = 0 \quad (\text{B.53})$$

Se puede observar que esta ecuación es análoga a la ecuación A.9 y representa la ecuación de equilibrio de momentos con respecto a la base de la estructura en el sistema Q*.

Es posible demostrar que la ec. B.20 describe la solución de B.53, para lo cual se deben cumplir las siguientes condiciones (adicionales a las establecidas anteriormente en este apéndice):

$$I_{m0}^* M^* H^2 = I_{m0} m h^2 \quad (\text{B.54})$$

$$k_m^* M^* H^2 = k_m m h^2 \quad (\text{B.55})$$

Reemplazando los valores respectivos de los parámetros que intervienen en B.53, es posible obtener la ec. A.8, lo que demuestra que si u es la solución de A.9, entonces γu es la solución de B.53.

En la figura 2.5 se muestra el sistema Q* resultante y en la figura 2.6 la posición deformada de la estructura en dicho sistema.

Las ecuaciones generales de movimiento del sistema Q* (B.17, B.41 y B.50) se pueden escribir en forma matricial, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + m_0^*/M^* & 1 \\ 1 & 1 & 1 + I_{m0}^*/M^* H^{*2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta} \\ \dot{v}_0^* \\ \dot{z}^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi^* \omega^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{v}_0^* \\ \dot{z}^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_n^*/M^* & 0 \\ 0 & 0 & k_m^*/M^* H^{*2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ v_0^* \\ z^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R^*/M^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + m_0^*/M^* \\ 1 \end{bmatrix} \dot{v}_x^* \quad (\text{B.56})$$

En la ecuación anterior, el parámetro z^* representa el desplazamiento de cuerpo rígido en la parte superior de la superestructura por efecto de la rotación en la base del sistema, θ^* , y se puede definir como:

$$z^* = H^* \theta^* \quad (\text{B.57})$$

APÉNDICE C

RELACIONES ENTRE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN DE UN EDIFICIO CON BASE FLEXIBLE Y DE UN SISTEMA SENCILLO SUELO-ESTRUCTURA

En lo que sigue no se toma en cuenta las masas asociadas a la traslación y rotación en la cimentación para cada sistema..

La frecuencia traslacional de vibrar de la cimentación de un edificio, considerando a la superestructura como rígida y sin posibilidad de rotación en el suelo, ω_h^e , se puede definir a partir de las ecuaciones B.31 y B.32, de lo que se obtiene:

$$\omega_h^{e^2} = \frac{k_h^e}{M_T} \quad (C.1)$$

La frecuencia rotacional de vibrar de la cimentación de un edificio, considerando a la superestructura como rígida y sin posibilidad de traslación de su base, ω_m^e , se puede definir a partir de las ecuaciones B.45 y B.46, de lo que se obtiene:

$$\omega_m^{e^2} = \frac{k_m^e}{J_3^e} \quad (C.2)$$

Empleando las aproximaciones dadas por B.35 y B.48 es posible escribir:

$$\omega_h^{e^2} \cong \frac{k_h^e}{\gamma^2 M^*} \quad (C.3)$$

$$\omega_m^{e^2} \cong \frac{k_m^e}{M^* H^{*2}} \quad (C.4)$$

La frecuencia circular de traslación de la cimentación del sistema Q*, ω_h^* , se puede definir a partir de la ec. B.41, de lo que se obtiene:

$$\omega_h^{*2} = \frac{k_h^*}{M^*} \quad (C.5)$$

La frecuencia circular de rotación de la cimentación del sistema Q*, ω_m^* , se puede definir a partir de la ec. B.50, de lo que se obtiene

$$\omega_m^{*2} = \frac{k_m^*}{M^* H^{*2}} \quad (C.6)$$

De las ecuaciones C.3, C.5 y B.40, se puede afirmar que:

$$\omega_h^r = \omega_h^{\circ} \quad (C.7)$$

De las ecs. C.5, B.43 y A.14 se tiene:

$$\omega_h^{\circ} = \omega_h \quad (C.8)$$

lo que muestra que las frecuencias ω_h^r , ω_h° y ω_h son iguales entre sí.

Asimismo de las ecuaciones C.4, C.6 y B.52 se puede establecer que:

$$\omega_m^r = \omega_m^{\circ} \quad (C.9)$$

De las ecs. C.6, B.25, B.55 y A.15 es posible establecer:

$$\omega_m^{\circ} = \omega_m \quad (C.10)$$

Las dos últimas ecuaciones demuestran que ω_m^r , ω_m° y ω_m son iguales entre sí.

Considerando ahora que la frecuencia de vibración fundamental sobre base rígida del sistema idealizado suelo-estructura, ω^r , coincide con la frecuencia respectiva en el sistema Q*, es decir:

$$\omega^r = \omega^{\circ} \quad (C.11)$$

y considerando además la ecuación B.21, se puede escribir que:

$$\omega^r = \omega^{\circ} = \omega \quad (C.12)$$

Con base en la igualdad de frecuencias aquí demostrada es posible afirmar finalmente que la expresión A.16, y por tanto la A.21, es válida tanto para el edificio idealizado, el sistema Q* (apéndice B) y el sistema sencillo suelo-estructura definido en el apéndice A.

APÉNDICE D

LISTADO DEL PROGRAMA AEL (Análisis de Estructuras con Levantamiento)

A continuación se presenta el listado del programa elaborado en este estudio para el análisis dinámico no lineal de estructuras de un grado de libertad con posibilidad de levantamiento en la base. El programa está escrito en lenguaje C y emplea para la integración numérica el método de Newmark con aceleración lineal en cada intervalo de tiempo Δt .

```
/* Programa para calcular la respuesta de estructuras de 1GDL considerando
   la posibilidad de levantamiento de la cimentación.
*/

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <float.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
#include <malloc.h>

#define PI asin(1)*2

#define FREE_ARG char*

int n_puntos, n, cod1, cod2, n_int, ciclo=1;
float xai, masa, p_delta, h_b;
float tr, mu, r_y, u_y;
float dtg, d_t1, dt_lim, dt_int, dt;
float rig[2][2], mas[2][2], amo[2][2];
float far_xg[80000], far_xg_int[80000], far_e_h[80000], far_e_d[80000], far_e_s[80000];
float far_desp[2][80000], far_velo[2][80000], far_ace[2][80000], far_rest[80000];

char nombre[40];
float g, desp_u_max, desp_z_max, fuerza;
float k, w;
FILE *entrada1;
FILE *entrada2;
FILE *salida;

void ductil (float []);
void integra (float []);
void gauss (float[][3]);
void restaura(void);
int signo (float);
void newmark1(float, float []);
void newmark2(float, float []);
void itera1 (float []);
void itera2 (float []);
void intpol (void);
void energia (void);
void free_vector(float *,int);

void main (int argc, char *varg[])
{
```

ESTA TESIS NO DEBE
SER DE LA BIBLIOTECA

```

int i,j;

entrada1= fopen (varg[1],"r");
entrada2= fopen (varg[2],"r");
salida = fopen (varg[3],"w");

if(entrada1==NULL || entrada2==NULL || salida==NULL)
{
printf("Definición incorrecta de archivos de entrada y/o salida");
exit(0);
}

fgets(nombre,40,entrada1);
fputs(nombre,salida);

fscanf(entrada1,"%f %f %f %f %f",&xsi,&masa,&g,&p_delta,&h_b);
fscanf(entrada1,"%d %f",&n_puntos,&dtg);
fscanf(entrada1,"%d %d",&cod1,&cod2);
if (cod2==0)
fscanf(entrada1,"%f %f",&tr,&mu);
else
fscanf(entrada1,"%f %f",&tr,&r_y);

for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
fscanf(entrada2,"%f",&xg+i);

fprintf(salida,"n\nDatos del problema.");
fprintf(salida,"namort. = % 2f\ masa = % 2f\ grav. = % 2f",xsi,masa,g);
fprintf(salida,"nP-Delta= % 2f\ h/b = % 2f\ p_delta,h_b);
fprintf(salida,"nN^ptos = %d \ interv de tiempo= % 3f",n_puntos,dtg);

if (cod2==0)
fprintf(salida,"nT = % 3f\ mu = % 2f",tr,mu);
else
fprintf(salida,"nT = % 3f\ Ry = % 2f",tr,r_y);

if(cod1==1)
{
fprintf(salida,"n\nAcelerograma:\n");
for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
{
fprintf(salida,"%7.1f",*(xg+i));
if(i>0)
{
if(((i+1)/12*(i+1))==0)
fprintf(salida,"n");
}
}
}

fprintf(salida,"n");
}

w = 2*PI/tr;
k = pow(w,2)*masa;

for(i=0;i<=1;i++) /* Matriz de masas (levantamiento) */
{
for(j=0;j<=1;j++)
{
*(mas+i+j)=1.0;
}
}
mas[1][1]= 1+ 1/pow(h_b,2);

for(i=0;i<=1;i++) /* Matriz de amortiguamiento (levantamiento) */
{
for(j=0;j<=1;j++)
{

```

```

        *(*(amo+i)+j)=0.0;
    }
}
amo[0][0]= 2*xi*w;

for(i=0;i<=1;i++) /* Matriz de rigideces (levantamiento) */
    {
        for(j=0;j<=1;j++)
            {
                *(*(rig+i)+j)= pow(w,2)*(-p_delta);
            }
    }

if(h_b>1)
dt_lim = tr/sqrt( pow(h_b,2)+1)/10.0;
else
dt_lim = tr/20.0;

if(dtg>dt_lim)
    {
        n_int = (int)(dtg/dt_lim) +1;
        n_puntos =(n_puntos-1)*n_int+1;
        dt_int =dtg/n_int;

        intpol();

        if(cod1==1)
            {
                fprintf(salida,"n\nAcelerograma interpolado\n");
                fprintf(salida,"dt= %8.6f\n",dt_int);
                for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
                    {
                        fprintf(salida,"%7.1f",*(xg_int+i)),
                            if(i>0)
                                {
                                    if(((i+1)/12-(i+1))==0)
                                        fprintf(salida,"\n");
                                }
                    }
            }
        dt=dt_int;
    }

else
    dt=dtg;

printf("Ciclo de integración:\n");

if(dtg>dt_lim)
ductil(xg_int);

else
ductil(xg);

energia();

if(mu==1.0)
    r_y= k*desp_u_max;
u_y= r_y/k;

        fprintf(salida,"nDesp. máximo inelástico (u): %18.5f",desp_u_max);
        fprintf(salida,"nDesp. de fluencia : %18.5f",u_y);
if(cod2==0)

```

```

        fprintf(salida,"nResistencia de fluencia : %18.5f",r_y);
else
    {fprintf(salida,"nDuctilidad : %18.5f",mu);
    printf("nDuctilidad: %f",mu);}
    fprintf(salida,"nEnergia histerética (final): %18.5f",e_h[n_puntos-1]);
    fprintf(salida,"nDesp. máximo por levant (z): %18.5f",desp_z_max);
    fprintf(salida,"n Resultados :");
    fprintf(salida,"n t(s) desp (u) desp (z) vel. ac. fuerza(R) Eh Ed Es\n");
    for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
    fprintf(salida,"n %7.3f %10.3f %10.3f %10.3f %15.3f %15.3f %15.3f %15.3f",
        i*dt, desp0[i], desp[1][i], velo0[i], acel0[i], rest[i], e_h[i], e_d[i], e_s[i]);

        printf("nDesp. máximo inelástico (u): %18.5f",desp_u_max);
        printf("nDesp. de fluencia : %18.5f",u_y);
if(cod2==0)
    printf("nResistencia de fluencia : %18.5f",r_y);
    printf("nEnergia histerética (final): %18.5f",e_h[n_puntos-1]);
    printf("nDesp. máximo por levant (z): %18.5f",desp_z_max);

free_vector(xg,0);
free_vector(xg_int,0);
free_vector(e_h,0);
free_vector(e_d,0);
free_vector(e_s,0);
free_vector(rest,0);

fcloseall();
}

void integra(float ac[])
{
    int i;
    int levant=0;
    float excit;

    desp_u_max=0.0;
    desp_z_max=0.0;
    /* Condiciones iniciales */

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        desp[i][0]=0.0;
        velo[i][0]=0.0;
    }

    rest[0] = 0.0;
    acel[0][0]= -1*ac[0];
    acel[1][0]= 0.0;

    /* Comienza el ciclo para la integración en el tiempo */

    for(n=0;n<=(n_puntos-2);n++)
    {
        if(n==0)printf("%d ",ciclo++);

        /* Posibilidad de levantamiento */

        switch(levant)
        {
            case 0:
                if(fabs(acel[0][n]+ac[n])> g/h_b)
                {
                    fuerza= acel[0][n]+ac[n];
                    itera1(ac);

                    for(i=0;i<=1;i++)
                    {

```

```

        desp[i][n]=desp[i][n+1];
        velo[i][n]=velo[i][n+1];
        acel[i][n]=acel[i][n+1];
    }
    rest[n]=rest[n+1];
    excit =ac[n+1];
    ac[n+1]=ac[n];

    levant=1;
    newmark2(dt_d_t1,ac);

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        desp[i][n]=desp[i][n+1];
        velo[i][n]=velo[i][n+1];
        acel[i][n]=acel[i][n+1];
    }
    rest[n]=rest[n+1];
    ac[n+1]=excit;

    newmark2(dt,ac);
}

else
{
    newmark1(dt,ac);
}
break;

case 1:
if(signo(desp[1][n-1])!= signo(desp[1][n]) && desp[1][n-1]!=0.0)
{
    itera2(ac);
    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        desp[i][n]=desp[i][n+1];
        velo[i][n]=velo[i][n+1];
        acel[i][n]=acel[i][n+1];
    }
    rest[n]=rest[n+1];
    excit =ac[n+1];
    ac[n+1]=ac[n];

    levant=0;
    desp[1][n]=0.0;
    velo[0][n]= velo[0][n]+ velo[1][n];
    velo[1][n]=0.0;
    newmark1(dt_d_t1,ac);

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        desp[i][n]=desp[i][n+1];
        velo[i][n]=velo[i][n+1];
        acel[i][n]=acel[i][n+1];
    }
    rest[n]=rest[n+1];
    ac[n+1]=excit;
    newmark1(dt,ac);

}

else
{
    newmark2(dt,ac);
}
break;

```

```

    }
    }
}

void newmark1(float d_t, float ac[])
{
    float c1=1/2.,c2=1/6.; /* Parámetros de integración. Aceleración lineal */
    float acesup=0.0;
    int icont=0;

    sigue:

    velo[0][n+1]=velo[0][n]+d_t*((1.0-c1)*acel[0][n]+ c1*acesup);
    desp[0][n+1]=desp[0][n]+d_t*velo[0][n] +pow(d_t,2)*((0.5-c2)*acel[0][n]+c2*acesup);
    restaura();
    acel[0][n+1]= -ac[n+1] - 2*xi*w*velo[0][n+1] - rest[n+1]/masa + p_delta*pow(w,2)*desp[0][n+1];
    icont++;
    if(icont>100) goto sale;

    if(fabs(acesup-acel[0][n+1])>0.01)
    {
        acesup=acel[0][n+1];
        goto sigue;
    }

    sale:

    desp[1][n+1]= 0.0;
    acel[1][n+1]= 0.0;
    velo[1][n+1]= 0.0;

    if(fabs(desp[0][n+1])> fabs(desp_u_max))
        desp_u_max= desp[0][n+1];
    if(fabs(desp[1][n+1])> fabs(desp_z_max))
        desp_z_max= desp[1][n+1];
}

```

```

void newmark2(float d_t, float ac[])
{
    int i,j;
    float suma_1, suma_2;
    float c1=1/2.,c2=1/6.; /* Parámetros de integración */
    float matriz [2][3];
    float f_tot [2];
    float acesup [2];
    int icont=0;

    acesup[0]= 0.0;
    acesup[1]= 0.0;

    sigue:

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        velo[i][n+1]=velo[i][n]+d_t*((1.0-c1)*acel[i][n]+ c1*acesup[i]);
        desp[i][n+1]=desp[i][n]+d_t*velo[i][n] +pow(d_t,2)*((0.5-c2)*acel[i][n]+c2*acesup[i]);
    }
    restaura();

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        suma_1=0.0;

```

```

suma_2=0.0;
for(j=0;j<=1;j++)
{
    suma_1 = suma_1 + amo[i][j]*velo[j][n+1];
    suma_2 = suma_2 + rig[i][j]*desp[j][n+1];
}
f_tot[i] = -ac[n+1] - suma_1 - suma_2;
}

f_tot[0] = f_tot[0] - rest[n+1]/masa;

if((fuerza<0.0)
    f_tot[1] = f_tot[1] - g/h_b;
else
    f_tot[1] = f_tot[1] + g/h_b;

for(i=0;i<=1;i++)
{
    for(j=0;j<=1;j++)
    {
        matriz[i][j] = mas[i][j];
    }
}

for(i=0;i<=1;i++)
{
    matriz[i][2] = f_tot[i];
}

gauss(matriz);

for(i=0;i<=1;i++)
{
    ace1[i][n+1] = matriz[i][2];
}

icont++;
if(icont>100) goto sale;

if(fabs(acesup[0]-ace1[0][n+1])>0.01 || fabs(acesup[1]-ace1[1][n+1])>0.005)
{
    acesup[0] = ace1[0][n+1];
    acesup[1] = ace1[1][n+1];
    goto sigue;
}

sale:

if(fabs(desp[0][n+1])> fabs(desp_u_max))
    desp_u_max = desp[0][n+1];
if(fabs(desp[1][n+1])> fabs(desp_z_max))
    desp_z_max = desp[1][n+1];
}

/* Solución de ecuaciones lineales simultáneas (eliminación gaussiana) */

void gauss(float matriz[][3])
{
    int i,j,k;
    int n_incog=2;
    for(k=0;k<n_incog;k++)
    {
        for(j=k+1;j<(n_incog+1);j++)
            matriz[k][j] = (float) (matriz[k][j]/matriz[k][k]);
        for(i=0;i<n_incog;i++)
            if(i!=k)

```

```

        for(j=k+1;j<(n_incog+1);j++)
            matriz[i][j] = (float) (matriz[i][j] - matriz[i][k]*matriz[k][j]);
    }
}

/* Cálculo de la fuerza restauradora en la superestructura */

void restaura()
{
    rest[n+1] = rest[n] + k*(desp[0][n+1]- desp[0][n]);
    if(rest[n+1]>=0)
    {
        if(rest[n+1]> fabs(r_y))
            rest[n+1]= fabs(r_y);
    }
    else
    {
        if(fabs(rest[n+1])> fabs(r_y))
            rest[n+1]= -fabs(r_y);
    }
}

/* Esta función devuelve 1 si el número es positivo y 0 en caso contrario */

int signo(float numero)
{
    if(numero>=0.0)
        return(1);
    else
        return(0);
}

void itera1(float ac[])
{
    float dt_sup= dt;
    float dt_inf= 0.0;
    int conta= 0;
    float valor_exc;

    exc = ac[n+1];
    ac[n+1]= ac[n];

    desp[0][n]=desp[0][n-1];
    velo[0][n]=velo[0][n-1];
    ace[0][n]=ace[0][n-1];
    rest[n] =rest[n-1];

    continua:

    d_t1= (dt_sup + dt_inf)/2.;
    newmark1(d_t1,ac);

    valor= fabs(ace[0][n+1]* ac[n]);
    if(valor>= 0.97*g/h_b)
    {
        if(valor<= 1.03*g/h_b)
        {
            ac[n+1]=exc;
            return;
        }
    }
    else
        dt_sup= d_t1;
}

```

```

    }
    else
        dt_inf= d_t1;
    conta++;

    if(conta==100)
        {ac[n+1]=exc; return;}
    goto continua;
}

void itera2(float ac[])
{
    int i;
    float exc;

    float dt_sup= dt;
    float dt_inf=0.0;

    int conta=0;
    float d1;

    exc = ac[n+1];
    ac[n+1]= ac[n];

    d1= desp[1][n];

    for(i=0;i<=1;i++)
    {
        desp[i][n]=desp[i][n-1];
        velo[i][n]=velo[i][n-1];
        ace[i][n]=ace[i][n-1];
    }
    rest[n] =rest[n-1];

    continua:
    d_t1 = (dt_sup + dt_inf)/2 ;

    newmark2(d_t1,ac);

    if(fabs(desp[1][n+1]) <= fabs(0.05*d1))
        {ac[n+1]=exc; return;}

    else
        {
            if(signo(desp[1][n+1]) != signo(d1))
                dt_inf= d_t1;

            else
                dt_sup= d_t1;
        }
    conta++;
    if (conta==100)
        {ac[n+1]=exc; return;}

    goto continua;
}

/* Función para obtener la ductilidad requerida */
void ductil(float ac[])
{
    int i,conta=0;
    float mu_calc, mu_1, mu_2;

```

```

float u_sup, u_inf;

if(cod2==0)
r_y= 50.0*masa*g;

integra(ac);

if(cod2==0)
fprintf(salida,"nDeep. máximo elástico : %18.5f, desp_u_max);

else
{
mu= fabs(desp_u_max*k/r_y);
return;
}

if(mu==1.0)
return;
u_sup= desp_u_max;
u_inf= 0.0;

continua:
conta++;
u_y = (u_sup+ u_inf)/2.0;
r_y = k*u_y;

integra(ac);

mu_calc= fabs(desp_u_max/u_y);
mu_1 = mu- 0.01;
mu_2 = mu+ 0.01;

if(mu_1<= mu_calc)
{
if(mu_2>= mu_calc)
{
return;
}
else
{
u_inf= u_y;
if(conta<=50)
goto continua;
else
{
printf("Después de %d iteraciones no se encontró la ductilidad requerida", conta);
return;
}
}
}
}
else
{
u_sup= u_y;
if(conta<=50)
goto continua;
else
{
printf("Después de %d iteraciones no se encontró la ductilidad requerida", conta);
return;
}
}
}
}

```

/* Función para la interpolación del acelerograma */

```

void intpol()
{
  int i,j=1;
  float t,t_dt,pp;

  *xg_int= *xg;
  for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
  {
    t =i*dt_int;
    t_dt =j*dtg;
    if(t>t_dt)
      t_dt= ++j*dtg;
    pp =t/dtj+1;
    *(xg_int+i)= *(xg+j)*pp+ *(xg+j-1)*(1-pp);
  }
}

```

/* Función para el cálculo de energías en la superestructura */
 /* (histerética, elástica y por amortiguamiento) */

```

void energia(void)

{
  int i;
  float d_v,d_a,d_eh;

  e_h[0]=0.0;
  e_d[0]=0.0;
  e_s[0]=0.0;

  for(i=0;i<=(n_puntos-1);i++)
  {
    d_v= velo[0][i+1]- velo[0][i];
    d_a= ace[0][i+1]- ace[0][i];

    e_d[i+1]= e_d[i]+ 2*xi*vr*( dt*(pow(velo[0][i],2)+ pow(d_v,2)/3.0+
      velo[0][i]*d_v)- pow(dt,2)/6.0*d_a*(velo[0][i]+d_v/2)+ pow(dt,3)/120.0*
      pow(d_a,2));

    if(fabs(rest[i+1])== fabs(r_y))
    {
      if(fabs(rest[i])== fabs(r_y))
        d_eh= rest[i+1]*(desp[0][i+1]- desp[0][i]);
      else
        d_eh= rest[i+1]*(desp[0][i+1]- (desp[0][i]+ (rest[i+1]- rest[i])/k));

      e_h[i+1]= e_h[i]+ d_eh;
      e_s[i+1]= pow(r_y,2)/(2*k);
    }
    else
    {
      e_h[i+1]= e_h[i];
      e_s[i+1]= pow(rest[i+1],2)/(2*k);
    }
  }
}

```

/* Libera la memoria de un vector real*/
 void free_vector(float *v,int n)
 {
 free((FREE_ARG)(v+n-NR_END));
 }