



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

“ Desarrollo tecnológico de un sistema de  
seguimiento solar fototérmico. ”

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO MECANICO**

**ELECTRICISTA**

**P R E S E N T A**

**Agustín Villalobos Loza**

Asesor: Ing. José Antonio Sánchez Gutiérrez

CUAUTITLÁN IZCALLI, EDO. DE MEX.

1997

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN  
UNIDAD DE LA ADMINISTRACIÓN ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXÁMENES PROFESIONALES

UNAM  
UNIDAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES CUAUTITLÁN



DEPARTAMENTO DE  
EXÁMENES PROFESIONALES

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

DR. JAIME KELLER TORRES  
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLÁN  
P R E S E N T E .

AT'N: Ing. Rafael Rodríguez Ceballos  
Jefe del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS:

"Desarrollo tecnológico de un sistema de seguimiento  
solar fototérmico"

que presenta el pasante: Agustín Villalobos Loza  
con número de cuenta: 6634903-3 para obtener el TÍTULO de:  
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXÁMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E .  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 18 de Noviembre de 1996

PRESIDENTE	Ing. <u>Piliberto Leyva Piña</u>	<i>[Firma]</i>
VOCAL	Ing. <u>José Antonio Sánchez Gutiérrez</u>	<i>[Firma]</i>
SECRETARIO	Ing. <u>Emilio Juárez Martínez</u>	<i>[Firma]</i>
PRIMER SUPLENTE	Ing. <u>Felipe Díaz del Castillo</u>	<i>[Firma]</i>
SEGUNDO SUPLENTE	Ing. <u>María del Pilar Zepeda Moreno</u>	<i>[Firma]</i>

Dedicado a mi madre:

María del Refugio Loza de la Torre.

## PROLOGO

En la historia de toda la humanidad, lo que ahora conocemos -- como energía ha sido eje de su devenir, la capacidad de hacer trabajo, mismo que ha permitido su sobrevivencia, su desarrollo y le ha permitido trascender a status en los que la recreación intelectual y el placer han cobrado importancia.

Este desarrollo que ha tenido como importante finca a la -- energía. ha llevado a la humanidad a tener como necesidad fundamental la obtención de energía que le nutra y permita evolucionar los sistemas de vida que ha forjado y anhela.

Esto encarna la necesidad de encontrar formas de energía más eficientes, nuevas y perdurables para el hombre y su entorno, necesidad que día con día obliga al hombre a invertir e incrementar sus esfuerzos para lograr este interminable y arduo -- objetivo.

## INDICE

Prologo .....	iv
Introducción .....	1
I. Investigación .....	2
A. Sol y radiación solar .....	2
1. El sol .....	2
2. Producción de la energía solar .....	3
3. Naturaleza de la radiación .....	5
4. Distribución espectral de la radiación solar ....	14
5. Intensidad y variaciones de la radiación solar ..	15
B. Atenuación atmosférica .....	18
1. La atmósfera .....	18
2. Balance calorífico atmósfera-tierra .....	21
3. La nubosidad .....	24
4. Variaciones de radiación sobre la superficie ....	26
5. Instrumentación para la observación del flujo solar .....	27
C. Angulos y trayectorias solares relativas a la superficie terrestre .....	28
1. Localización de un punto en la superficie terrestre .....	28
2. La tierra y su movimiento .....	28
3. Angulos y relaciones trigonométricas fundamentales .....	30

4. Angulo de incidencia para colectores con seguimiento .....	33
D. Colectores solares fotovoltaicos .....	36
1. Colectores solares .....	37
2. Principios de conversión fotovoltaica .....	37
3. Semiconductores .....	39
4. Teoría de las uniones p-n en los semiconductores.	46
5. Modelos matemáticos de las células solares .....	53
6. Materiales empleados .....	55
E. Seguimiento .....	57
F. Fundamentos térmicos en energía solar .....	60
1. La energía y su conservación .....	60
2. Procesos de transferencia de calor en energía solar .....	66
G. Características físicas de los gases en el ámbito térmico .....	75
1. La ecuación de estado del gas ideal .....	75
2. Relaciones de energía interna, entalpía y capacidad térmica específica para los gases ideales .....	77
3. Propiedades físicas de las sustancias puras ....	79
4. El factor de compresibilidad y los estados correspondientes .....	87
5. La ecuación de estado Del Virial .....	89
6. La ecuación de estado de Van der Waals .....	90
7. Otras ecuaciones de estado .....	91

II.	Fundamentos teóricos del diseño.....	92
	A. Objetivo del seguidor a diseñar .....	92
	B. Descripción y modelado del seguimiento ideal deseado .....	93
	C. Fundamentos de seguimiento .....	96
	D. Elemento motriz y de control del diseño propuesto .....	97
III.	Desarrollo teórico del diseño .....	103
	A. Transferencia de calor .....	103
	B. Expansión, compresión, elemento motriz y control .	115
	C. El viento y su influencia .....	125
	D. El cilindro actuador .....	145
	1. Fuerzas .....	145
	2. Dimensiones propias y correlativas .....	151
	E. Factor de vuelco .....	157
	F. Dimensionamiento de los elementos fundamentales de el sistema .....	170
	G. Cálculo y optimización de las dimensiones fundamentales de el diseño propuesto .....	186
IV.	Diseño .....	215
	A. Requerimientos .....	215
	B. Síntesis .....	220
	C. Análisis y optimización .....	225
	Conclusión .....	228
	Bibliografía .....	230

## INTRODUCCION

En su camino en busca de fuentes de energía el hombre ha encontrado en el sol a una prometedora deidad, generosa fuente de energía, y ha volcado grandes esfuerzos en su aprovechamiento. En su esfuerzo el hombre ha encontrado varios métodos de aprovechar la energía solar, mismos que actualmente podemos clasificar en: Procesos fototérmicos y fotovoltaicos; el primero mediante un proceso termodinámico permite el uso de energía en forma mecánica o eléctrica, y el segundo permite la transformación directa a energía eléctrica.

El método fotovoltaico se vale de diversas clases de colectores que contienen dispositivos semiconductores que tienen la facultad de transformar la energía radiante en una corriente eléctrica, misma que es máxima cuando máxima es la radiación incidente en el colector.

El presente trabajo expone la teoría y principios básicos relacionados con la energía que emite el sol y los factores -- importantes en su aprovechamiento; como elemento principal se expone el desarrollo tecnológico de un seguidor solar fototérmico, que maximiza el aprovechamiento de los colectores solares planos, enfocandose principalmente hacia los colectores -- fotovoltaicos.

## I. Investigación

### I.A Sol y radiación solar

#### I.A.1. El sol

El sol, una estrella más, es una esfera de gas caliente de aproximadamente 1.4 millones de kilómetros de diámetro, lo cual representa aproximadamente 107 veces el diámetro de la tierra, y una masa 334,000 veces mayor que la terrestre. El 92.1 % de la masa del sol es hidrógeno, el 7.8 % es helio y el restante 0.1 % lo conforman elementos más pesados. Presenta un giro sobre su propio eje cada cuatro semanas. La superficie del sol tiene una temperatura aparente de 5,777 K, la temperatura central es de  $1.55 \times 10^7$  K y la densidad en tal punto es de 60 a 130 veces la del agua y se genera allí -- cerca del 90 % de la energía total; en esta región central -- comprendida entre 0 y 0.23R ( donde "R" es el radio solar ) está comprendida el 40 % de la masa total del sol. A una distancia radial, a partir del centro, igual a 0.7R la -- temperatura disminuye sensiblemente hasta unos 130,000 K , en donde la densidad es del orden de  $0.07 \text{ g/cm}^3$  . Por encima de la región comprendida entre 0.7R y R conocida como zona convectiva, la temperatura desciende hasta 5,000 K y la densidad hasta  $10^{-8} \text{ g/cm}^3$  aproximadamente. La capa bien definida de aproximadamente 300 Km de espesor que envuelve a la zona convectiva, se conoce como fotosfera, y es la región donde se

origina la mayor parte de radiación solar que recibimos. La -- presión en la fotosfera es de aproximadamente de 1/100 bar . Más allá de la fotosfera se encuentra una atmósfera solar más o menos transparente que puede observarse durante los eclipses de sol. En esta región existe una capa de gases más fríos que constituyen la capa inversa, y luego la cromósfera de aproximadamente 10,000 Km de espesor. Aquí la temperatura de los gases se encuentra a un nivel mayor que la capa anterior y -- tiene una densidad menor que en la fotosfera. Envolviendo a -- todo esto está la corona, de bajísima densidad y alta temperatura, su espesor es de un millón de kilómetros.

La distancia media que existe entre el sol y la tierra tiene - un valor de  $1.4959787061 \times 10^{11}m$ ; valor que se considera como dimensión de referencia y se le conoce como unidad astronómica "AU", (por sus siglas en ingles Astronomic Unit). La distancia mínima que llega a existir entre el sol y la tierra en el perihelio es de  $1.4710 \times 10^{11}m$ ; la distancia máxima que se presenta en el afelio tiene un valor de  $1.5210 \times 10^{11}m$ .

#### I.A.2. Producción de la energía solar

La energía del sol se produce por reacciones atómicas de fusión. Reacción en la cual se fusionan cuatro núcleos de hidrógeno para producir un núcleo de helio. Debido a que un átomo de helio tiene un 0.7 % menos masa que cuatro átomos de --

hidrógeno, diferencia que se transforma según la siguiente ecuación:

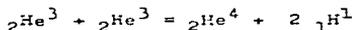
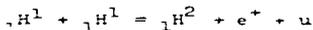
$$E = m c^2 \dots\dots\dots 1.1$$

donde: E = energía; m = masa; c = velocidad de la luz.

4 átomos de hidrógeno	=	6.693 x 10 <sup>-27</sup> Kg
1 átomo de helio	=	6.645 x 10 <sup>-27</sup> Kg
diferencia de masa	=	0.048 x 10 <sup>-27</sup> Kg

Substituyendo esta diferencia de masa en la ecuación 1.1 se obtiene: E = 0.43 x 10<sup>-11</sup> J.

En el sol se efectúan 10<sup>38</sup> reacciones aproximadamente por segundo, transformando 5 x 10<sup>6</sup> toneladas de masa en energía ; estas reacciones se presentan por violentas colisiones entre los átomos, mismas que son posibles a altas temperaturas y presiones que existen en el centro del sol. Las reacciones son las siguientes:



donde: e<sup>+</sup> = positrón; u = neutrino; γ = rayo gamma;  
H = hidrógeno; He = helio.

Estas reacciones se efectúan a cerca de 10,000,000 K. --  
La potencia de flujo superficial es:  $P = 6.34 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ . Por  
lo que la luminosidad solar se calcula como:

$$L = 4 \pi R^2 P \dots\dots\dots 1.2$$

donde: R = radio solar =  $6.9306 \times 10^{10} \text{ m}$ ; substituyendo valores  
en la ecuación 1.2 se obtiene:  $L = 3.8268 \times 10^{26} \text{ W}$ . --

Con instrumentos de alta precisión se han detectado cambios en  
la intensidad del orden del 0.01 % variaciones que están re-  
lacionadas con la aparición de manchas solares. Aunque la his-  
toria marca cambios más importantes que pudieran ser hasta de  
un 1 %, para consideraciones de utilización podemos conside-  
rar a la luminosidad solar como constante.

La intensidad de radiación que llega a la superficie terrestre  
se le denomina constante solar y tiene un valor medio de:

$$I_{sc} = 1,353 \text{ W/m}^2$$

### I.A.3. Naturaleza de la radiación

En primer lugar podemos decir que las ondas son el fenómeno en  
el cual existe un desplazamiento de un estado físico determina-  
do en el espacio, las cuales son generadas por oscilaciones de  
algún parámetro físico de la materia, que dependiendo de su --  
naturaleza se puede desplazar en espacio ocupado por materia o



$$B = B_m \text{ sen}(k x - \omega t) \dots\dots\dots 1.4a$$

$$E = E_m \text{ sen}(k x - \omega t) \dots\dots\dots 1.4b$$

- donde:  $E_m$  = módulo de magnitud de campo eléctrico (N/C);    --  
 $B_m$  = módulo de magnitud de campo magnético (T);        --  
 $k$  =  $2\pi/\lambda$  = número de onda;                                --  
 $\omega$  =  $2\pi/\nu$  = frecuencia angular (s);                        --  
 $\lambda$  = longitud de onda (m);                                     --  
 $\nu$  = frecuencia (1/s);    --

considerando a ondas planas de propagación unidireccional en x se tiene además que:

$$\Phi_b = (B)(dx h) \dots\dots\dots 1.5$$

De lo que se obtiene:

$$\frac{d\Phi_b}{dt} = -h dx \frac{dB}{dt} \dots\dots\dots 1.6$$

donde:  $h$  = area a través de la cual debe desplazarse la    --  
onda ( $m^2$ ).

Por otra parte la integral de el primer término de la ecuación 1.3a puede expresarse como:

$$E dl = ((E + dE)(h)) - ((E)(h)) = dE h$$

Combinando el resultado de esta última ecuación con la ecuación 1.6 y rearreglando se tiene:

$$\frac{dE}{dx} = - \frac{dB}{dt}$$

Combinando la ecuación anterior con las ecuaciones 1.4a y 1.4b y efectuando la derivación se obtiene:

$$k E_m \cos(k x - \omega t) = \omega B_m \cos(k x - \omega t)$$

Despejando resulta:  $\frac{\omega}{k} = \frac{E_m}{B_m} \dots\dots\dots 1.7$

Según la ecuación 1.3b, la integral del primer término puede expresarse como:

$$B \, dl = -(B + dB)(h) + (B)(h) = -h \, dB$$

El flujo de campo eléctrico se considera como:

$$\Phi_E = (E)(h \, dx) \dots\dots\dots 1.8$$

Derivando con respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = h \, dx \frac{dE}{dt}$$

Por lo tanto la ecuación 1.3b puede escribirse como:

$$-h \, dB = h \cdot E \cdot (h \, dx \frac{dE}{dt})$$

Considerando un flujo unidireccional y combinando esta última

ecuación con las ecuaciones 1.4a y 1.4b se obtiene:

$$-k E_m \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \epsilon_0 \omega E_m \cos(kx - t)$$

o bien: 
$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{k}{\mu_0 \epsilon_0 \omega} \dots\dots\dots 1.9$$

Substituyendo en la ecuación 1.9 la ecuación 1.7 se obtiene:

$$\frac{\omega}{k} = \frac{c}{\mu_0 \epsilon_0} \dots\dots\dots 1.10$$

La ecuación que describe la velocidad de la onda es:

$$c = \frac{\omega}{k} \dots\dots\dots 1.11$$

Substituyendo la ecuación 1.11 en 1.10 se obtiene:

$$c = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} c$$

De lo que finalmente se escribe: 
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \dots\dots 1.12$$

El valor de  $c$  es la velocidad de la luz que en el vacío tiene la magnitud:  $c = 299,792,457.4 \text{ m/s}$ .

Donde;  $c = \omega/k = \text{rapidez de la onda (m/s)}$  .

La ecuación 1.12 que determina la velocidad de propagación de la onda electromagnética que, es la misma que la velocidad-

de la luz, ya que la luz es una onda electromagnética. --

Una de las características importantes de una onda electromagnética, es que puede transportar energía de un punto a otro -- como se demostrará a continuación; el ritmo de flujo de energía por unidad de área en una onda electromagnética plana puede describirse con un vector  $S$ , llamado vector de Poynting. El vector  $S$  se define a partir de:

$$S = \frac{1}{\mu} E \times B \dots\dots\dots 1.13$$

donde:  $\times$  denota producto cruz.

En el sistema internacional se expresa en  $W/m^2$ , la dirección de  $S$  indica la dirección en la cual se mueve la energía; los vectores  $E$  y  $B$  se refieren a los valores instantáneos en el punto en cuestión. Hasta ahora se ha teorizado en torno a la naturaleza de la radiación, ahora veremos como surge esta.

Se conoce como cuerpo negro a aquel que de manera ideal es capaz de absorber toda la radiación incidente y por lo tanto -- emite en todas las frecuencias de radiación, por lo tanto, -- emite o absorbe el máximo de radiación a una temperatura determinada (de emisor), más que cualquier otro cuerpo. Al no reflejar aparece como negro.

Cuando un cuerpo negro es calentado, aumenta la frecuencia y

amplitud de la vibración intermolecular, misma que suministra a los electrones altas energías en las cuales los electrones son inestables, dando origen a una caída de energía a regiones más estables emitiendo un fotón, fenómeno que a nivel microscópico se presenta como una radiación en una amplia gama de frecuencias.

La ley de Planck surge ante la necesidad de poder explicar el fenómeno físico de la radiación, más específicamente de un elemento ideal denominado cuerpo negro, que dependiendo de su temperatura emite radiación en todas las frecuencias o longitudes de onda. Ante la imposibilidad de la física clásica para poder explicar este fenómeno de manera adecuada, Max Karl Ernst -- Planck presenta un trabajo acerca de la ley de radiación de -- cuerpo negro. En el cual la base es que, en un oscilador de -- frecuencia natural  $\nu$  puede tomar o ceder energía únicamente, en porciones de magnitud  $E = h\nu$  ; donde  $h$  es una nueva -- constante de la naturaleza denominada constante de Planck, con valor de  $6.626 \times 10^{-34}$  J s. Esto es, que los niveles de energía de la materia están cuantizados.

Podemos definir a los fotones como los cuantos del campo electromagnético. Los fotones al ser entidades pertenecientes a la física cuántica son tratados como partículas fundamentales que se han encontrado en la naturaleza, junto con entre otros, los electrones, protones, neutrones etc. Esto debido a su aspecto corpuscular y sus características ondulatorias; los fotones -- son partículas a las que se considera como de masa cero en reposo, no obstante, en realidad no existen fotones en reposo. .

Por otro lado los fotones al igual que las denominadas partículas materiales (de masa diferente de cero en reposo) tienen la facultad de transmitir impulso igual a:

$$P = \frac{h\nu}{c} = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda} \dots\dots\dots 1.14$$

- donde: P = impulso;  
 h = constante de Planck;  
 E = energía;  
 c = velocidad de la luz;  
 ν = frecuencia radiada;  
 λ = longitud de onda.

Las interacciones de los fotones con las partículas materiales son descritos por la física cuántica en donde intervienen como variables: la frecuencia del fotón, el tipo de partícula -- (masa), y sus estados energéticos así como el ángulo de dispersión en la colisión de donde surge la cantidad de energía -- transferida y frecuencias resultantes de la interacción. La -- frecuencia de dispersión y su longitud de onda, conocidas las variables que intervienen son:

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + (h\nu/mc^2)(1 - \cos\theta)} \dots\dots\dots 1.15a$$

$$\lambda' = \lambda + \left(\frac{h}{m c}\right)(1 - \cos\theta) \dots\dots\dots 1.15b$$

donde: ν = frecuencia incidente;

- $\nu'$  = frecuencia de dispersión;
- $\lambda$  = longitud de onda incidente;
- $\lambda'$  = longitud de onda dispersa;
- $m$  = masa de la partícula;
- $\theta$  = ángulo de dispersión.

La cantidad total de energía radiativa por unidad de area que emite una superficie a la temperatura absoluta  $T$  y a todas longitudes de onda, se denomina poder emisor total. Si la superficie corresponde a un cuerpo negro, el poder emisor total viene dado por la integral de la distribución de Planck para todas las longitudes de onda:

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} \left( \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \right) \left( \frac{1}{\exp(h c / \lambda \sigma T) - 1} \right) \dots -$$

..... 1.16a

- donde;  $E_b(T)$  = densidad de energía radiante a temperatura  $T$ ;
- $\sigma$  = constante de Stefan-Boltzman;
- $c$  = velocidad de la luz.

El resultado de esta integración es:

$$E_b(T) = \sigma T^4 \dots \dots \dots 1.16b$$

que se conoce como la ley de Stefan-Boltzman, y el valor de su constante es:  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ w/m}^2\text{K}^4$ .

Cabe señalar que cuando crece la temperatura, la longitud de onda de el máximo de la distribución espectral se acorta o lo que es lo mismo, su frecuencia se incrementa, lo que la hace más energética.

#### I.A.4. Distribución espectral de la radiación solar

El espectro solar integra la totalidad de las frecuencias radiadas por el sol que llegan a la tierra. El espectro solar está integrado por longitudes de onda que van desde 0.1  $\mu\text{m}$  hasta 50  $\mu\text{m}$  aunque el ojo humano solo pueda distinguir las longitudes de onda entre 0.38  $\mu\text{m}$  y 0.75  $\mu\text{m}$ ; dentro de este espectro encontramos una distribución de intensidad radiada donde el máximo ocurre con las franjas azul-verde a cerca de 0.45  $\mu\text{m}$  de longitud de onda.

Encontramos que existe una clasificación de espectros que están en función de las temperaturas superficiales de cuerpo negro en O, B, A, F, G, K y M; donde O es máximo y M es mínimo. Encontramos que el sol tiene un espectro de clase G con una temperatura aparente de 5,777 K aproximadamente.

En la figura 1.1 encontramos la distribución para el espectro solar.

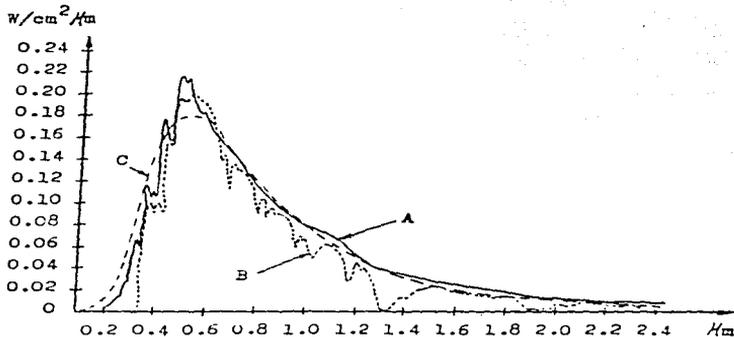


Fig.1.1; El espectro solar: A: Representa el espectro solar -- fuera de la atmósfera, el área bajo la curva es igual a la -- constante solar ( $1,353 W/m^2$ ); B: representa el espectro de radiación solar a nivel del mar con atmósfera clara y el área -- bajo la curva es igual a  $1,111 W/m^2$ ; C: representa el espectro equivalente a un cuerpo negro a  $T = 5,777 K$ , el área bajo la curva es igual a la constante solar ( $1,353 W/m^2$ ).

#### I.A.5. Intensidad y variaciones de la radiación solar

La intensidad de la constante solar sobre la superficie terrestre, no es constante. Las variaciones de la radiación solar -- son prácticamente despreciables (  $0.01 \%$  ), y no existe un modelo matemático que los describa.

La variación de la constante solar es debida a la variación en la magnitud del radiovector tierra-sol. La tierra describe una trayectoria elíptica en la que el sol es uno de los focos. La excentricidad de esta elipse es de  $e = 0.016722$ . La distancia media de la tierra al sol es de  $149,597,870.61$  Km. La distancia en el perihelio es de  $q = 147.1 \times 10^6$  Km y en el afelio es  $Q = 152.1 \times 10^6$  Km. La distancia media de la tierra a el sol es llamada unidad astronómica AU. El perihelio tiene lugar el 3 de enero de cada año, y la intensidad máxima de la constante solar se presenta en el perihelio; el afelio tiene lugar el 2 de julio aproximadamente. El año sideral tiene una duración de 365.2664 días. La tabla 1.1 muestra la variación anual del flujo solar debida a la excentricidad orbital.

Tabla 1.1; Flujo solar sobre la atmósfera

Fecha		Discrepancia respecto a la media	Flujo solar ( $W/m^2$ )
Enero	1	1.0342	1,438
Febrero	1	1.0296	1,431
Marzo	1	1.0181	1,415
Abril	1	1.0016	1,392
Mayo	1	0.9848	1,369
Junio	1	0.9721	1,351
Julio	1	0.9673	1,345
Agosto	1	0.9716	1,350
Septiembre	1	0.9835	1,367
Octubre	1	1.0003	1,390
Noviembre	1	1.0172	1,414
Diciembre	1	1.0296	1,431

Para la constante solar media se considera el valor de utilización  $I_{sc} = 1,353 \text{ W/m}^2$ , con un factor de 0.97 a nivel del mar en desierto y 0.93 al nivel del mar normal.

A las variaciones que se presentan por la excentricidad de la trayectoria de rotación de la tierra en torno al sol se suman las variaciones debidas a el cambio en la declinación solar que se debe a la relación que guarda el eje terrestre con respecto a la eclíptica y el movimiento de traslación, la tabla 1.2 muestra este efecto indicando la insolación en una superficie horizontal situada al exterior de la atmósfera para diferentes latitudes tanto norte como sur.

Tabla 1.2

Fecha	90N	70N	50N	30N	0	30S	50S	70S	90S
Dic 22	0	0	181	480	869	1073	1089	1114	1185
Feb 4	0	25	298	536	905	1003	937	809	834
Mar 21	0	316	593	799	923	799	593	316	0
May 6	796	722	894	958	863	560	285	24	0
Jun 22	1110	1043	1020	1005	814	450	170	0	0

De las variaciones debidas a la excentricidad podemos concluir que la energía recibida por una superficie perpendicular a los rayos solares en el perihelio, es superior en un 7 % a la -- que recibe en el afelio.

La figura 1.2 muestra gráficamente la variación de la radiación solar debido a la excentricidad en la traslación de la --

tierra en torno a el sol.

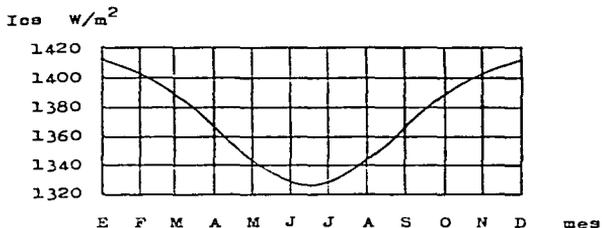


Fig.1.2; Variación de la constante solar en el año.

La ecuación que determina el valor de la constante solar debido a el movimiento de traslación de la tierra, en función del enésimo día del año D es:

$$I = I_{sc} \left( 1 + 0.033 \cos \left( \frac{360 D}{365.242} \right) \right) \dots\dots\dots 1.17$$

I.B Atenuación atmosférica

I.B.1. La atmósfera

El aire es una mezcla de gases, es muy compresible, por lo que sus capas inferiores son mucho más densas que las superiores . La densidad media varía de 1.2 Kg/m<sup>3</sup> en la superficie a un

valor de  $0.7 \text{ Kg/m}^3$  a 5,000 m de altura, que es el límite de la habitabilidad humana. La presión ejercida por la atmósfera, a nivel del mar es de 760 mm Hg. Las observaciones demuestran que los gases atmosféricos están mezclados en proporciones notablemente constantes hasta por lo menos 50 Km de altura. La composición media de la atmósfera seca por debajo de los 25 Km se muestra en la tabla 1.3.

Tabla 1.3; Composición de la atmósfera seca

Componente	Simbolo	% Volumen	Peso molecular
Nitrógeno	$N_2$	78.08	28.02
Oxígeno	$O_2$	20.94	32.00
Argón	Ar	0.95	39.88
Dióxido de carbono	$CO_2$	0.03 (variable)	44.00
Neón	Ne	0.0018	20.18
Helio	He	0.0005	4.00
Ozono	$O_3$	0.00006	48.00
Hidrógeno	H	0.00005	2.00
Criptón	Kr	indicios	-
Xenón	Xe	indicios	-
Metano	Me	indicios	-

También se puede encontrar vapor de agua y aerosoles (partículas de humo, polvo y sal marina de tamaño mayor que el molecular). Los cambios de composición debidos a la altura están relacionados con la localización de los gases no permanentes más importantes; el vapor de agua y el ozono. Puesto que ambos absorben parte de la radiación solar y terrestre, el balance de

calor y la distribución vertical de la temperatura se ven afectados por la distribución de estos dos gases. El vapor de agua constituye hasta el 4 % en volumen de la atmósfera (el 3 % en peso aproximadamente), cerca del suelo, pero está casi ausente de ella por encima de los 10 Km. El ozono se encuentra concentrado principalmente entre los 15 y 35 Km. Las capas superiores de la atmósfera reciben la radiación ultravioleta del sol y esta origina la rotura de las moléculas de oxígeno, entre la capa que está situada entre los 80 y 100 Km aproximadamente. Estos átomos separados entonces, se combinan con otras moléculas de oxígeno, dando lugar al ozono. El propio ozono es inestable, y puede ser destruido, tanto por choque con oxígeno monoatómico, como por la radiación que actúa sobre él. Las variaciones de la composición atmosférica con la latitud y la estación son particularmente importantes por lo que respecta a el vapor de agua y al ozono. El contenido de ozono es bajo en el ecuador y alto en latitudes situadas por encima de los 50°N especialmente en primavera. El contenido de vapor de agua en la atmósfera está estrechamente relacionado con la temperatura del aire y es, por lo tanto, máximo en verano y en las latitudes bajas. Existen sin embargo excepciones evidentes a esta regla de carácter general, como son, las zonas desérticas situadas en los trópicos y producto de fenómenos climáticos. El contenido de CO<sub>2</sub> del aire (por término medio 315 p.p.m.), presenta una gran variación estacional en las altas latitudes del hemisferio norte; a 50°N dicha concentración oscila entre las 310 p.p.m. a fines de verano y 318 p.p.m. en primavera.

A lo largo de todos los años, tiene lugar un pequeño transporte neto de  $\text{CO}_2$  desde las latitudes bajas a las altas, manteniéndose así constante su contenido en el aire.

La atmósfera ha sido dividida convencionalmente en cierto número de capas horizontales bastante marcadas, basándose principalmente en la temperatura. En la zona en que los fenómenos del tiempo y la turbulencia, que es la capa más baja recibe el nombre de tropósfera y contiene el 75 % de la masa total de la atmósfera y prácticamente todo el vapor de agua y todos los aerosoles. El límite superior de esta capa se denomina tropopausa y tiene una elevación de 16 Km en el ecuador y 8 Km en los polos, siendo de una altura relativamente variable. La segunda de las grandes capas atmosféricas es la estratósfera que se extiende desde la tropopausa hasta unos 50 Km. La estratósfera contiene la mayor parte de ozono atmosférico y su densidad máxima se encuentra a unos 22 Km, su límite superior se denomina estratopausa. Sobre la estratopausa se encuentra la atmósfera superior, que algunos autores dividen en mesósfera, termósfera, exósfera y magnetósfera.

#### I.B.2. Balance calorífico atmósfera-tierra

La radiación procedente del sol llega principalmente en forma de onda corta y sale de ella en forma de onda larga. De toda la radiación que llega a la tierra, que por razones de conve-

niencia tomaremos como 100 unidades; 2 unidades son absorbidas en la atmósfera, principalmente por el ozono, 15 unidades son absorbidas por el ozono de la tropósfera, el vapor de agua y las gotas de agua de las nubes; 23 unidades son reflejadas de nuevo hacia el espacio por las nubes, y 7 unidades por la superficie terrestre, mientras que 6 unidades son difundidas de nuevo hacia arriba por las moléculas de aire, las gotas de agua y las partículas de polvo. Las 47 restantes llegan a la tierra, 31 unidades en forma directa y 16 unidades en forma de radiación difusa que es transmitida por las nubes o por la dispersión hacia abajo. El total de la radiación reflejada se denomina albedo, y es representado por un número menor que la unidad que representa la fracción de energía solar que es devuelta al espacio, se sugieren valores de entre 0.34 y 0.45.- El efecto de la difusión de las moléculas de aire ejerce sobre las longitudes de onda visibles de la radiación (Luz azul = 0.4  $\mu$ m; roja = 0.7  $\mu$ m) es máximo para las longitudes de onda cortas, y por este motivo, la luz del cielo parece de color azul. La radiación que emite la tierra es bastante distinta. La radiación de cuerpo negro, suponiendo que su temperatura media sea 288 K (15°C), es equivalente a 98 unidades de radiación larga (infrarrojo), pero esto no significa que la tierra sufra una pérdida neta de radiación, como lo indican las cifras de balance total. La atmósfera absorbe la mayor parte de esta radiación, especialmente por medio de el CO<sub>2</sub>, el vapor de agua, y las gotitas de las nubes, aunque 7 unidades se pierden a través de las ventanas de radiación, que son bandas del es -

pectro de longitudes de onda en la que hay poca o ninguna absorción. La atmósfera radia 78 unidades a la superficie y 57 al espacio. Hay que mencionar el hecho de que la radiación de onda larga no es solo terrestre. La atmósfera radia al espacio y las nubes, tiene una temperatura especial ya que actúa como cuerpo negro; estos intercambios de radiación pueden expresarse simbólicamente mediante la ecuación:

$$R_n = (Q + q)(1 - \alpha) + L_n \dots\dots\dots 1.18$$

donde:  $R_n$  = radiación neta captada por la superficie terrestre  
 $(Q + q)$  = radiación total incidente procedente del sol;  
 $Q$  = radiación directa incidente;  
 $q$  = radiación difusa incidente;  
 $\alpha$  = albedo  
 $L_n$  = radiación de onda larga neta.

En la superficie  $R_n = 27$  unidades; este exceso es transportado hacia la atmósfera a través del intercambio de calor sensible ( $H$ : 5 unidades) y latente ( $LE$ : 22 unidades), la radiación neta se define como:

$$R_n = LE + H \dots\dots\dots 1.19$$

donde:  $H$  = transporte de calor sensible;  
 $LE$  = transporte de calor latente.

Se estima que el balance de energía para el sistema tierra-at-

mósfera es de  $+170 \text{ Kcal/cm}^2/\text{año}$  ( $+69$  unidades). En la atmósfera exterior el balance debe ser de  $100$  unidades, lo que -- equivale a  $+263 \text{ Kcal/cm}^2/\text{año}$ . Esta cifra representa el promedio de la radiación solar incidente a todo el globo, es decir:

$$\text{Constante solar} \times \frac{\text{área de la circunferencia}}{\text{ÁREA DE LA ESFERA}} = \frac{1}{4} \text{ Isc}$$

Casi toda la radiación virtualmente de onda corta, con longitudes de onda menores que  $4 \mu\text{m}$ . El ozono transmite toda radiación ultravioleta de longitud de onda menor que  $0.2 \mu\text{m}$ , y el vapor de agua absorbe en menor cantidad las radiaciones correspondientes a una estrecha banda situada entre  $0.9 \mu\text{m}$  y  $2.1 \mu\text{m}$ . Casi el  $40 \%$  de dicha radiación es reflejada inmediatamente -- al espacio, por la atmósfera, las nubes y la superficie terrestre, por lo que en realidad, es solo el  $60 \%$  restante lo que calienta la tierra y la atmósfera. La mayor parte de esta cantidad acaba por calentar la atmósfera, llegando a ella a través de la superficie terrestre. La tierra absorbe ya directamente el  $27 \%$  de las ondas cortas que llegan a la misma ( así como el  $20 \%$  de la energía que llega a la atmósfera por reflexión o conducción), y las vuelve a emitir hacia el exterior en forma de ondas largas (infrarrojo) de longitud de onda mayor -- que  $3 \mu\text{m}$ . La mayor parte de esta onda larga puede ser absorbida por el vapor de agua, el  $\text{CO}_2$  y el ozono.

### I.B.3. La nubosidad

La nubosidad, si es lo suficientemente espesa y completa, puede formar una importante barrera que impida la penetración de la insolación. La cantidad de insolación que se refleja depende de la cantidad de nubes existentes y su espesor, la figura-1.3 muestra esto.

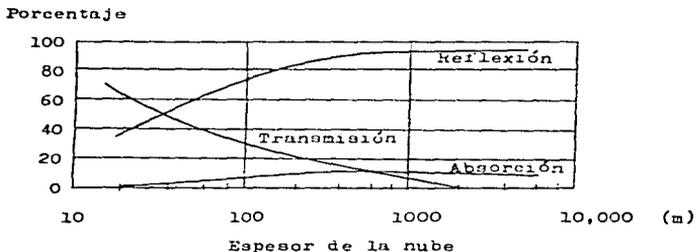


Fig.1.3; Transmisión, reflexión y absorción de la radiación solar por la nubosidad.

También es importante el tipo de nubes. Por ejemplo, la proporción de radiación solar que es reflejada por un cielo totalmente cubierto oscila entre el 44 % y el 50 % cuando las nubes son cirrostrato, y entre el 55 % y el 80 % en el caso de estratocúmulos. La radiación total (directa  $Q$  y difusa  $q$ ) recibida en la superficie en un día nublado es:

$$Q + q = (Q + q)_0 (\beta + (1 - \beta)(1 - C)) \dots 1.20$$

donde:  $(Q + q)_0$  = radiación total con cielo despejado;

C = nubosidad (en décimas);

$\beta$  = coeficiente que depende del tipo de nube y de su espesor así como de la altura a que se encuentra.

El efecto de la nubosidad opera también en sentido contrario; una capa de nubes retiene la mayor parte de calor, que de otro modo sería perdido por la tierra en forma de radiación a lo largo del día y de la noche. Además de interferir en la transmisión de la radiación, las nubes actúan como depósitos temporales de calor, puesto que absorben una cierta proporción de la energía que incide sobre ellas.

#### I.B.4. Variaciones de radiación sobre la superficie

Estas variaciones son debidas a la altitud solar y a las características de la masa de aire a través de la cual pasa la luz solar. La atmósfera muestra cambios de un día a otro, de una temporada a otra, esto está íntimamente relacionado con su ubicación geográfica, situación topográfica y clima característico a lo largo del año. El flujo solar aumenta con la altitud del punto de observación. La luz directa aumenta cuando se asciende debido a que existe menos atmósfera para absorber y dispersar la luz solar. La altitud del sol (es decir, el ángulo formado por los rayos solares y la horizontal en el punto de observación), afecta también la cantidad de insolación que es

recibida en la superficie de la tierra, debido a que la cantidad de atmósfera que tiene que atravesar la radiación solar es menor a mayor altitud solar. Las fluctuaciones de corta duración de la luz solar producidas por las nubes son de gran importancia en la cantidad global de radiación incidente, y estas variaciones dependen del clima del lugar, haciendo de lugares como el desierto, lugares en los que la cantidad global de radiación recibida es grande y máxima en cuanto a períodos de insolación, a diferencia de lugares en los que la nubosidad está presente durante una cantidad de tiempo considerable a lo largo del año.

#### I.B.5. Instrumentación para la observación del flujo solar

La instrumentación para medir el flujo solar es de particular importancia en ingeniería solar, para la evaluación de la radiación solar en determinado lugar, dado que como se ha visto, cada lugar tiene condiciones muy particulares, que hacen de ellas características temporales e intensidades de radiación únicas.

El piranómetro mide el flujo solar, tanto el procedente de los rayos directos, como el procedente de los rayos dispersos, para el hemisferio completo visto por el instrumento. Este flujo se denomina a veces global. A veces el piranómetro se ve modificado con un círculo de sombra para excluir la luz solar directa,

y por consiguiente, para medir la componente dispersa, de la luz solar incidente. El piroheliómetro mide el flujo solar directo más una cantidad muy pequeña del firmamento incluido en el campo visual del aparato, que es de  $5.5^{\circ}$  para el piroheliómetro de Eppley.

## I.C. Angulos y trayectorias solares relativas a la superficie terrestre

### I.C.1. Localización de un punto en la superficie terrestre

Para poder localizar cualquier punto sobre la superficie terrestre, la tierra se ha dividido en longitudes y latitudes. Donde la longitud se define como el ángulo formado en un plano paralelo a el ecuatorial entre el meridiano de Greenwich y cualquier otro punto; hay longitudes este y oeste y su valor va de  $0^{\circ}$  a  $180^{\circ}$ , ( $\lambda$ ). La latitud ( $\phi$ ) se define como el ángulo formado sobre el plano meridional a partir del ecuador a cualquier otro punto; existiendo latitudes norte y sur y su valor está entre  $0^{\circ}$  y  $90^{\circ}$ .

### I.C.2. La tierra y su movimiento

La tierra efectua dos movimientos básicos que son la rotación,

que es el giro de la tierra sobre su propio eje, y la translación que es el movimiento mediante el cual la tierra rodea a el sol en una trayectoria elíptica. Dada la naturaleza de la trayectoria translacional de la tierra, y de la segunda ley de Kepler en donde se dice que en esta trayectoria el radiovector tierra-sol barre áreas iguales en tiempos iguales, la velocidad de rotación y translación por tanto son relativamente variables. De esta manera para la rotación de la tierra se maneja un tiempo medio en dos clasificaciones que son: El día medio solar con una duración de 24 horas, que es el tiempo que existe entre dos tránsitos del sol por un meridiano; y el día medio sideral con una duración de 24 horas 3 minutos y 56 segundos, que es el tiempo que existe entre dos tránsitos por un meridiano de un astro relativamente fijo en el exterior del sistema solar. El plano que contiene la trayectoria terrestre se denomina eclíptica. El plano ecuatorial tiene una inclinación permanente con respecto a la eclíptica y esta se llama declinación solar y tiene un valor de  $23.44^{\circ}$ , y se representa con la letra griega  $\delta$  (delta minúscula). La declinación solar ocasiona que a lo largo del año cambie la latitud de la franja terrestre a la cual incidén de manera perpendicular los rayos solares, dando esto lugar a las estaciones. Se denomina cenit a un punto en la esfera celeste que intercepta a una línea vertical que parte del punto en que está situado el observador. La declinación solar de cualquier día del año es:

$$\delta = 23.44 \text{ sen} \left( \frac{360(D - 81)}{365.242} \right) \dots\dots\dots 1.21$$

donde: D = enésimo día del año.

La declinación solar es la consecuencia de la inclinación de - el plano ecuatorial con respecto a la eclíptica y del movimien to de translación terrestre. La declinación solar es máxima -- cuando el cenit se encuentra a  $23.44^{\circ}\text{N}$ , esto es sobre el trópi co de cancer generando el solsticio de verano el 21 de Junio, y a  $23.44^{\circ}\text{S}$  cuando el sol está en el cenit de el trópico de -- capricornio en el solsticio de invierno el 22 de Diciembre; - también esta declinación es cero dos veces al año, que son en el equinoccio de primavera en Marzo 20 y el equinoccio de oto- ño en el 23 de Septiembre.

### I.C.3. Angulos y relaciones trigonométricas fundamentales

Para poder establecer relaciones que determinen la posición de un plano cualquiera sobre la superficie terrestre en un punto cualquiera con respecto a los rayos solares se requiere de una colección de ángulos fundamentales, misma que mediante una se- rie de funciones trigonométricas fundamentales permiten el es- tablecimiento de funciones directas entre estos ángulos para toda la gama de posiciones posibles.

El ángulo horario se define como el ángulo formado en un plano paralelo al ecuador, formado por el meridiano que se encuentra en el medio día solar y cualquier otro, y se define como:

$$\omega = 15 (H_s \pm 12) \dots\dots\dots 1.22$$

donde:  $H_s$  = tiempo solar aparente en horas decimales; el signo positivo, se usa para la mañana, y el negativo para la tarde.

El ángulo de azimut  $\delta$  es el ángulo formado sobre la horizontal medido a partir de la dirección norte o sur, según el autor que se prefiera seguir, hasta la proyección horizontal de un vector perpendicular a un plano en estudio. Cabe mencionar, que la dirección norte-sur es equivalente a el meridiano local.

El ángulo de altitud  $\alpha$  es el ángulo formado en un plano vertical entre el rayo incidente y su proyección sobre la horizontal.

El ángulo de inclinación  $\beta$  es un ángulo formado en un plano vertical por el plano de la superficie en estudio y la horizontal.

La figura 1.4 es ilustrativa en cuanto a los ángulos fundamentales en ingeniería solar.

El ángulo de azimut solar  $\gamma_s$  es el ángulo formado sobre la horizontal entre la dirección norte-sur según el autor y la proyección horizontal de los rayos solares incidente y su valor oscila entre  $-180^\circ$  y  $+180^\circ$ .

El ángulo de incidencia  $\theta$  es el ángulo formado entre la normal al plano en estudio y los rayos solares incidentes.

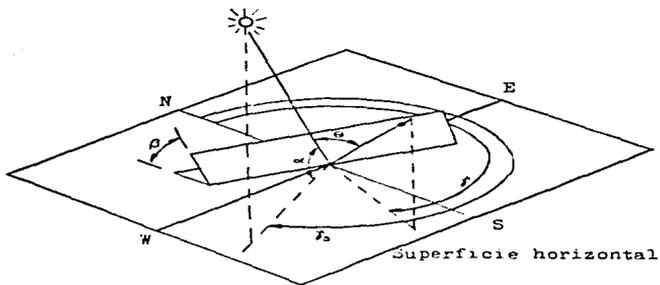


Fig.1.4; Relaciones entre el rayo incidente y una superficie inclinada.

Partiendo de los ángulos básicos tenemos: La relación que denota a la altitud es:

$$\text{sen } \alpha = \text{cos } \phi \text{ cos } \delta \text{ cos } \omega + \text{sen } \phi \text{ sen } \delta \dots\dots 1.23a$$

Debido a que los ángulos  $\alpha$  y  $\theta_z$  son complementarios se tiene:

$$\text{cos } \theta_z = \text{sen } \alpha \dots\dots\dots 1.23b$$

La relación trigonométrica que denota a el azimut solar es: -

$$\text{sen } \theta_s = \frac{-\text{sen } \omega \text{ cos } \delta}{\text{sen } \theta_z} = \frac{-\text{sen } \omega \text{ cos } \delta}{\text{cos } \alpha} \dots\dots 1.24$$

La ecuación general que define el ángulo de incidencia es: --

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \cos \delta \cos \Theta_1 \\ &+ \sin \delta (\cos \omega (\cos \varphi \cos \delta' \sin \phi \\ &\quad + \sin \omega \sin \delta' ) \\ &- \sin \delta \cos \delta' \cos \phi ) \dots\dots\dots 1.25 \end{aligned}$$

El ángulo horario al amanecer es:

$$\omega_a = \arccos(-\tan \varphi \tan \delta) \dots\dots\dots 1.26$$

#### I.C.4. Ángulo de incidencia para colectores con seguimiento

Algunos colectores solares siguen el movimiento del sol por un camino prescrito para minimizar el ángulo de incidencia de los rayos solares en la superficie del colector, o cuando el colector es concentrador y requiere de una posición relativa a los rayos solares constante. El ángulo  $\Theta$ , de incidencia, el ángulo de azimut de superficie  $\gamma$  y el ángulo de inclinación  $\beta$ , son importantes en el seguimiento solar. El seguimiento solar se clasifica en base a los movimientos del colector. El movimiento puede ser en torno a un solo eje, o en torno a dos ejes.

Para un plano que rota sobre la horizontal en torno al eje este-oeste con ajuste diario para recibir los rayos solares perpendicularmente en el medio día solar se tiene:

$$\cos \Theta = \cos \omega \cos^2 \delta + \sin^2 \delta \quad \dots\dots\dots 1.27a$$

donde: La inclinación está dada por  $\beta = |\delta - \omega| \quad \dots 1.27b$

Para un plano que gire sobre la horizontal en torno al eje este-oeste con ajuste continuo para minimizar el ángulo de incidencia es:

$$\cos \Theta = (1 - \cos^2 \delta \sin^2 \omega)^{1/2} \quad \dots 1.28a$$

La inclinación de la superficie para este caso está dada por:

$$\beta = \text{ang tan} \left( \frac{\cos \delta \cos \omega \sin \delta - \sin \delta \cos \delta}{\cos \Theta z} \right) \quad \dots 1.28b$$

Para un plano que rota sobre la horizontal en el eje norte-sur con ajuste continuo para minimizar el ángulo de incidencia es:

$$\cos \Theta = (\cos^2 \Theta z + \cos^2 \delta \sin^2 \omega)^{1/2} \quad \dots\dots\dots 1.29a$$

donde el ángulo  $\beta$  está determinado por la función: --

$$\beta = \text{ang tan} \left( \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cos \Theta z} \right) \quad \dots\dots\dots 1.29b$$

Para una superficie horizontal ( $\beta = 0$ ), se tiene: --

$$\cos \Theta = \cos \Theta z \quad \dots\dots\dots 1.30$$

Para una superficie vertical ( $\beta = 90^\circ$ ), se tiene: --

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \cos \delta \cos \omega \cos \gamma + \sin \delta \sin \omega \sin \gamma \\ &+ \cos \delta \sin \omega \sin \gamma \\ &- \sin \delta \cos \gamma \cos \phi \dots\dots\dots 1.31a \end{aligned}$$

Para una superficie inclinada con una inclinación  $\beta$  constante, y un azimut de superficie alineado a el plano meridional :

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \cos \beta \cos \Theta_z \\ &+ \sin \beta (\cos \delta \cos \omega \sin \phi \\ &- \sin \delta \cos \phi) \dots\dots\dots 1.31b \end{aligned}$$

Para un plano con inclinación fija rotando alrededor de la vertical para minimizar el ángulo de incidencia se tiene:

$$\cos \Theta = \cos \Theta_z \cos \beta + \sin \Theta_z \sin \beta \dots\dots 1.32$$

donde  $\beta$  es constante.

Para un plano que rota alrededor de el eje norte-sur con su eje paralelo a el eje terrestre con ajuste continuo para minimizar el ángulo de incidencia  $\Theta$  tenemos:

$$\cos \Theta = \cos \delta \dots\dots\dots 1.33$$

donde el ángulo de inclinación  $\beta$  debe ser igual a el ángulo horario  $\omega$ .

Para un plano que rota sobre el plano norte-sur inclinado den-

tro del plano meridional para minimizar el ángulo de incidencia en el medio día solar se tiene:

$$\cos \theta = ( (\cos^2 \delta \cos \omega + \sin^2 \delta)^2 + (\cos \delta \sin \omega)^2 )^{1/2} \dots\dots\dots 1.34a$$

donde el ángulo de inclinación  $\beta$  debe ser:

$$\beta = \text{ang} \tan \left( \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cos^2 \delta \cos \omega + \sin^2 \delta} \right) \dots 1.34b$$

Para un colector que gira en torno a los ejes norte-sur y al eje este-oeste de manera continua para minimizar el ángulo de incidencia  $\theta$  se tiene:

$$\cos \theta = 1 \dots\dots\dots 1.35a$$

donde el ángulo de azimut esta dado por la ecuación:

$$\delta = \text{ang} \sin \left( \frac{-\sin \omega \cos \delta}{\sin \theta z} \right) \dots\dots\dots 1.35b$$

y el ángulo de inclinación esta dado por la ecuación:

$$\beta = \text{ang} \tan ( \tan \theta z ) = \theta z \dots\dots\dots 1.35c$$

#### I.D. Colectores solares fotovoltaicos

tro del plano meridional para minimizar el ángulo de incidencia en el medio día solar se tiene:

$$\cos \theta = ( (\cos^2 \delta \cos \omega + \sin^2 \delta)^2 + (\cos \delta \sin \omega)^2 )^{1/2} \dots\dots\dots 1.34a$$

donde el ángulo de inclinación  $\beta$  debe ser:

$$\beta = \text{ang tan} \left( \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cos^2 \delta \cos \omega + \sin^2 \delta} \right) \dots 1.34b$$

Para un colector que gira en torno a los ejes norte-sur y al eje este-oeste de manera continua para minimizar el ángulo de incidencia  $\theta$  se tiene:

$$\cos \theta = 1 \dots\dots\dots 1.35a$$

donde el ángulo de azimut esta dado por la ecuación:

$$\gamma = \text{ang sen} \left( \frac{-\sin \omega \cos \delta}{\sin \theta z} \right) \dots\dots\dots 1.35b$$

y el ángulo de inclinación esta dado por la ecuación:

$$\beta = \text{ang tan} (\tan \theta z) = \theta z \dots\dots\dots 1.35c$$

#### I.D. Colectores solares fotovoltaicos

### I.D.1. Colectores solares

Los colectores solares se clasifican usualmente en colectores planos que no enfocan, y en colectores focales que deben estar enfocados a lo largo del día. Generalmente los colectores planos son más baratos, y aprovechan tanto la radiación directa, como la difusa, pueden funcionar tanto en días nublados como claros. Dentro de los colectores planos hay dos variedades fundamentales; esto es debido a la forma en que se aprovecha la radiación en función del tipo de energía que se desea obtener pudiendo clasificarse como: Fototérmicos y fotovoltaicos, esto es, los colectores fototérmicos mediante superficies enegrecidas transforman la radiación incidente en calor que utilizan en diferentes maneras. Los colectores fotovoltaicos tienen como labor la de transformar la radiación solar incidente en energía eléctrica, siendo de este último del que nos ocuparemos.

### I.D.2. Principios de conversión fotovoltaica

El efecto fotovoltaico es definido como la generación de fuerza electromotriz, que es el resultado de la absorción de radiación ionizante. Los dispositivos que usan el efecto fotovoltaico para generar un voltaje, cuando la luz es usada como fuente de radiación ionizante son llamados células solares. El efecto fotovoltaico puede ser observado casi en cualquier --

unión de materiales que tengan diferentes propiedades eléctricas, pero los mejores materiales utilizados son los semiconductores. Para obtener una salida de potencia utilizable para la interacción de fotones en el semiconductor, se requieren tres procesos:

- 1.- El fotón es absorbido por la parte activa del material y dentro resulta un electrón excitado a potenciales energéticos relativamente altos.
- 2.- El transporte de carga creado por la absorción deberá separarse físicamente y moverse al borde de la célula.
- 3.- El transporte de carga debe ser removido desde la célula y liberar la carga utilizable antes de que se pierda el potencial extra.

La configuración más común en células solares es hecha por una unión de semiconductores p-n que se muestra en la figura 1.5.

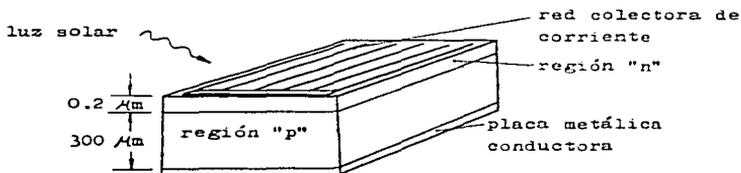


Fig. 1.5; Esquema de una célula solar mostrando el arreglo de los principales componentes.

La unión de materiales tipo p-n proporciona un campo eléctrico inherente, el cual separa las cargas creadas por la absorción de la luz solar. Las cargas positivas y negativas creadas por la absorción de fotones son encaminadas hacia el frente y parte posterior de la célula solar. La parte posterior es completada por una parte metálica que remueve la carga eléctrica generada. La colección de carga del frente de la célula es lograda por una fina parrilla de estrechas ramas. La superficie cubierta por la parrilla colectora en el colector, es típicamente del orden del 5 % para poder permitir la incidencia de luz al área activa de la unión hasta donde sea posible. Una cubierta antirreflejante es aplicada en la tapa de la célula. Cada célula individual puede producir aproximadamente 0.5 V con la corriente directa proporcional a el área de la célula. Las células individuales son conectadas en combinaciones serie-paralelo para tener un voltaje conveniente, así como potencia, esto es requerimientos confiables para una aplicación particular formando así un módulo colector plano. Para aplicaciones terrestres los paneles son encapsulados para protegerlos contra la degradación atmosférica y la oxidación de los contactos metálicos, para esta labor son convenientes el vidrio, acrílico, y silicones epóxicos.

### I.D.3. Semiconductores

El semiconductor es una sustancia cristalina que tiene una es

estructura de bandas de energía en la una banda de estados eléctricos, completamente llena a temperatura cero, se separa de otra que está totalmente vacía al cero absoluto, por medio de una región angosta de energías prohibidas como lo muestra - la figura 1.6.

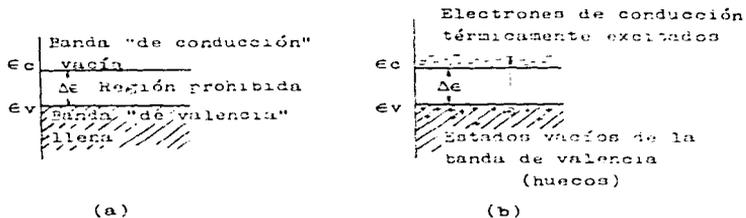


Fig.1.6; Bandas de conducción y valencia de un semiconductor ; (a) a cero absoluto; (b) a la temperatura ambiente, mostrando electrones y huecos térmicamente excitados.

En el cero absoluto el semiconductor es un aislante perfecto , ya que no cuenta con bandas parcialmente llenas. Sin embargo a más altas, algunos electrones de la banda de valencia pueden - adquirir la suficiente energía térmica aleatoria para excitarse a través de la banda prohibida con el fin de convertirse en electrones de conducción en la banda de conducción que hasta - entonces estaba vacía. Los estados vacíos que quedan en la banda inferior o de valencia puede contribuir también a la condugtividad comportandose como huecos positivamente cargados. Es



co son migratorios, el electrón libre puede vagar dentro del cristal en forma aleatoria impelido por la energía térmica que puede adquirir la propia red. Del mismo modo, el hueco puede desplazarse porque un electrón de un enlace covalente adyacente al hueco pueda moverse con suma facilidad al hueco, pero -- transfiriendo la ubicación del hueco al sitio de donde provino el electrón. Los electrones libres y los huecos se moverán también en respuesta a un campo eléctrico que pueda dar origen a una corriente macroscópica que fluye por el cristal. Un semiconductor en el que los huecos y los electrones se crean exclusivamente mediante una excitación térmica a través de la banda prohibida de energía se conoce como semiconductor intrínseco .

Es muy fácil introducir sustancias tales como arsénico, antimonio u otros elementos pertenecientes al grupo V de la tabla periódica, en cristales puros de silicio o germanio, como impurezas de sustitución, es decir, con átomos de impurezas que ocupan sitios de la red que normalmente estarían ocupados por átomos del semiconductor covalente. Los átomos del grupo V tienen cinco electrones de valencia, cuatro de ellos forman enlaces covalentes con átomos circunvecinos del semiconductor, y el quinto se enlaza al átomo de impureza solo mediante fuerzas electrostáticas que son débiles, y por ende, se pueden -- ionizar con facilidad mediante agitación térmica de la red a temperaturas ordinarias para proporcionar una conducción electrónica adicional. Entonces el átomo de impureza que queda se convierte en un ión positivo, que sin embargo, es inmóvil, en

vista de que está fuertemente unido a cuatro átomos vecinos por medio de los enlaces covalentes normales; esto se muestra en la figura 1.8.

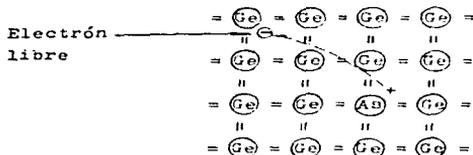


Fig.1.8; Electrón libre originado por la ionización de un átomo de impureza de sustitución de arsénico.

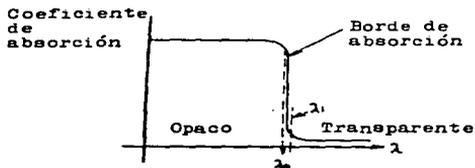
En cristales que contienen esta clase de impurezas existen más electrones que huecos; estos cristales se denominan semiconductores tipo n, designados así, porque la mayoría de los portadores de carga son negativos.

Si en lugar de los átomos del grupo V se introducen en la red átomos de impurezas del grupo III (Al, Ga, In, etc.), se observa un efecto muy distinto. Estos átomos tienen solo tres electrones de valencia que se usan para formar enlaces covalentes con tres átomos cercanos, pero el cuarto enlace siempre carece de electrón. En efecto existe un hueco adicional que se crea en la estructura de enlace covalente en el átomo de la impureza. Este hueco puede emigrar fácilmente alejándose del sitio -

de la impureza debido a que un electrón adicional del enlace covalente cercano puede emigrar al sitio de la impureza y llenar el cuarto enlace de par de electrones. Los cristales de esta índole se conocen con el nombre de semiconductores tipo p, dado que los portadores de carga mayoritarios son positivos. Los semiconductores con impurezas se conocen como extrínsecos.

Un semiconductor puede alterar profundamente la concentración de portadores de carga en el material sin introducir ninguna densidad de carga importante. Esto se logra gracias a que pueden tenerse simultáneamente dos tipos de portadores de carga, huecos y electrones; si los huecos y electrones se introducen en pares, se pueden crear grandes desviaciones de los valores de equilibrio térmico. La formación de esta densidad de portadores en exceso del nivel de equilibrio, va acompañada de una modulación notable de la conductividad volumétrica del material. Los portadores excedentes se pueden crear en los semiconductores iluminando el material con una frecuencia tal que la energía del fotón  $h\nu$  sea igual o sobrepase a la energía de la banda prohibida  $\Delta E$ . En estas condiciones los fotones incidentes tienen la suficiente energía para romper los enlaces covalentes de la red de pares de electrones, liberando electrones libres y dejando los huecos en los sitios de excitación. El aumento de conductividad es proporcional al aumento de la iluminación, este fenómeno se denomina fotoconductividad y es muy característico en todos los semiconductores. Puesto que en la creación electrón-hueco se absorbe un fotón, la luz con una

longitud de onda lo suficientemente corta para que la energía del fotón sobrepase  $\Delta E$ , se absorbera con mucha energía dentro del cristal. Por otra parte, la luz con una longitud de onda mayor cuya energía de fotón es inferior a  $\Delta E$ , no puede crear pares electrón-hueco y raramente se absorbe. Por tanto, el espectro de absorción de un semiconductor se caracteriza siempre por un cambio muy rápido en el coeficiente de absorción, a una longitud de onda correspondiente a la energía del fotón  $\Delta E$ , teniendo el cristal una mayor fuerza de absorción para longitudes de onda más cortas y siendo casi transparente para longitudes más largas, ver la figura 1.9.



**Fig.1.9: Espectro de absorción de un semiconductor típico cerca del borde de absorción fundamental.**

La región de transición brusca de la opacidad a la transparencia se denomina borde de absorción. En el germanio, el borde de absorción se produce en el infrarrojo cercano a aproximadamente  $\lambda = 1.75 \mu\text{m}$ , correspondiendo a  $\Delta E = 0.7 \text{ eV}$ , y el silicio alrededor de  $1.13 \mu\text{m}$ , correspondiendo a  $\Delta E = 1.12 \text{ eV}$ . La

banda de energía prohibida  $\Delta E$  se puede determinar con precisión en el espectro de absorción midiendo la longitud de onda, en la que se produce el borde de absorción, ver la figura -- 1.10.

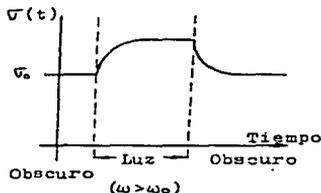


Fig.1.10; Respuesta fotoconductiva de un cristal semiconductor a una luz con longitud de onda lo suficientemente corta para -- excitar pares electrón-hueco en exceso.

#### I.D.4. Teoría de las uniones p-n en los semiconductores

En las uniones de materiales p y n, encontramos que la densidad de impureza puede variar de un punto a otro, y en particular, en muestras que tienen una región extrínseca tipo n y una región extrínseca tipo p separadas por una zona de transición -- relativamente angosta. Esta región angosta de transición se denomina unión p-n, y con ella se asocian propiedades físicas -- muy particulares, que aunque tienen interés específico desde -- un punto de vista puramente fundamental, poseen una primordial

importancia, ya que constituyen la base de operación de la mayoría de los dispositivos electrónicos semiconductores. La transición entre las regiones tipo p y n puede ser abrupta, en cuyo caso se encuentra una región que contiene una concentración más o menos constante de impurezas donadoras, junto a otra que posee una concentración neta más o menos constante de receptoras. Por otro lado, la unión puede ser graduada, en cuyo caso,  $N_d$  y  $N_a$  son funciones de la distancia a la unión en dirección normal, donde  $N_d$  decrece gradualmente empezando con un valor grande y  $N_a$  aumenta en la misma forma desde un valor pequeño, conforme se acerca a la unión desde el tipo n; las dos cantidades se igualan en la unión dentro de la región p, esto se ilustra en la figura 1.11.

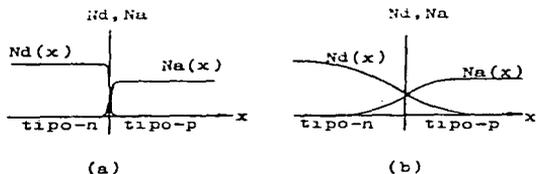


Fig.1.11; Concentraciones de átomos de impureza en la cercanía de: (a) una unión p-n abrupta; (b) una unión p-n gradual.

Los grandes gradientes iniciales de concentración, establecen corrientes de difusión que hacen que los electrones de la región n y los huecos de la región p fluyan descendiendo por los

gradientes de concentración respectivos hasta la región de conductividad de tipo opuesto y dejando la región cercana a la unión vacía de portadores mayoritarios. No obstante, este flujo de difusión inicial no puede continuar indefinidamente debido a que las regiones cercanas a la unión, la deficiencia de portadores mayoritarios, las cargas de iones fijos donados y receptores cercanos a la unión ya no están balanceados por las cargas de los portadores libres móviles que estaban ahí inicialmente, de modo que se establece un campo eléctrico. La dirección de este campo eléctrico es tal que se opone al flujo de los electrones que salen de la región n y al flujo de los huecos que salen de la región p, y la magnitud del campo se desarrolla hasta el punto en que su efecto contrarresta exactamente la tendencia de los portadores mayoritarios a difundirse, descendiendo por la pendiente de concentración hacia la región de conductividad opuesta. Entonces se establece una región de equilibrio dinámico, en el que la región cercana a la unión queda vacía de portadores mayoritarios y en la que forma fuertes capas de carga espacial, que contienen campos eléctricos altos cerca de la unión, esto se ilustra en la figura 1.12.

Si una unión ordinaria p-n se pone en cortocircuito en la oscuridad, no habrá flujo de corriente en circuito externo, a pesar de que existe un potencial  $\phi_0$  entre las regiones p y n - del dispositivo, ver la figura 1.13.

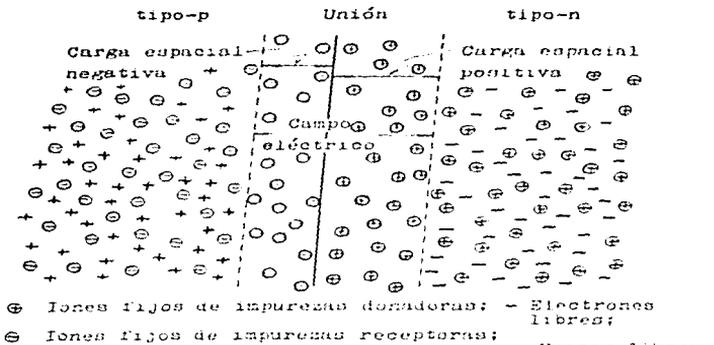


Fig.1.12; Diagrama que ilustra la formación de las capas de carga espacial y el campo eléctrico interno mediante la difusión de portadores mayoritarios cerca de una unión hacia la región con tipo de conductividad opuesta.

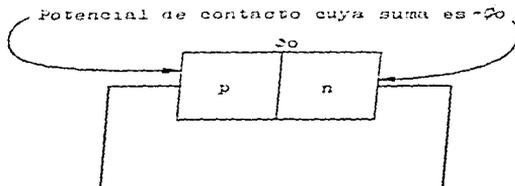


Fig.1.13; Una unión p-n "en corto" en el estado de equilibrio.

La razón es que se desarrollan diferencias de potencial de contacto entre las regiones p y n del semiconductor y los cables metálicos que anulan precisamente el potencial interno en equilibrio. Si se permite que incida luz en la unión p-n, la situación cambia materialmente, y se pueden observar voltajes, y corrientes medurables; esto lo ilustra la figura 1.14.

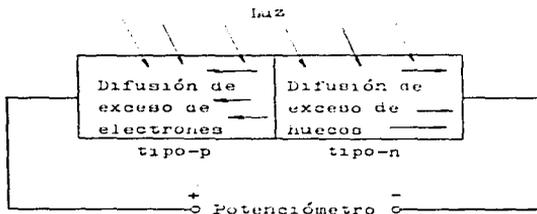


Fig.1.14; Una unión p-n iluminada, que presenta el efecto fotovoltaico.

En primer lugar se estudia el caso en que una unión p-n está en circuito abierto. La luz incide en las regiones p y n, a -- ambos lados de la unión crea muchos pares electrón-hueco en -- exceso en ambas regiones. El exceso de electrones creados en la región p, puede difundirse a la unión y descender por la barrera de potencial hasta el lado n, en tanto que el exceso de huecos creado por excitación óptica en la región n, puede difundirse hasta la unión y "flotar" para pasar la barrera y en-

trar a la región p. El efecto de esto es colocar una carga positiva neta en el lado p. y una carga neta negativa en el lado n. La presencia de estas densidades de carga es tal, que reduce la diferencia del potencial de barrera  $\phi_0$  a un valor  $\phi_0 - V_0$  como lo muestra la figura 1.15

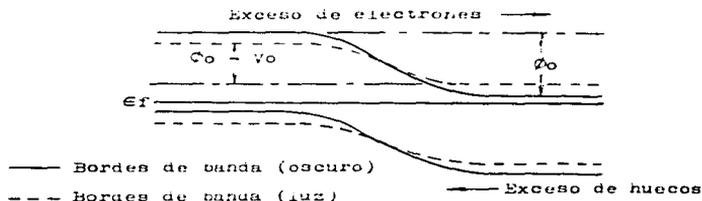


Fig.1.15; Diagrama de energía potencial de una celda fotovoltaica.

El potencial interno es ahora superior a los potenciales de contacto equilibrantes y un voltaje igual a esta diferencia (con magnitud  $V_0$ ), aparecerá como una diferencia de potencial medible en las terminales del circuito del dispositivo. Este fenómeno se conoce con el nombre de efecto fotovoltaico p-n y el voltaje de salida se denomina simplemente voltaje. La magnitud de fotovoltaje se puede expresar de acuerdo con las concentraciones de portadores minoritarios en exceso en las fronteras de la región de carga espacial de la unión. Si se cierra el circuito exterior que conecta las regiones p y n, flui-

rá una corriente eléctrica, en tanto exista una corriente de - difusión de electrones creados en exceso ópticamente, desde la región n, y una corriente de huecos creados en exceso óptica - mente desde la región p, para mantener la altura de la barrera interna a un valor diferente a  $\phi_0$ . Entonces la corriente flui- ra, con tal que estén iluminadas las regiones del semiconduc- tor, esta corriente está dada por la ecuación:

$$J_j = J_0 \left( \exp \left( \frac{V - \phi_0}{K T} \right) - 1 \right) \dots\dots 1.36$$

- donde:  $J_j$  = corriente de flujo;  
 $J_0$  = corriente de saturación u oscura;  
 $V$  = voltaje;  
 $T$  = temperatura absoluta;  
 $K$  = constante de Boltzman,  $K = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ;  
 $q$  = carga del electrón.

Es evidente que el flujo de energía que mantiene el flujo de corriente es la iluminación incidente, que sirve para mantener y crear la distribución de portadores en exceso desde el prin- cipio. En circuito abierto las corrientes de difusión no balan- ceadas que fluyen, como resultado de esto, motivan una acumula- ción de carga, cuyo campo reduce la altura de la barrera inter- na, incrementando con ella las corrientes de recombinación, -- hasta que se vuelve a alcanzar un equilibrio entre la corrien- te de generación y la recombinación; para mantener un voltaje, en las terminales del dispositivo. En la condición de circuito

cerrado, las corrientes de generación son siempre mayores que las de recombinación, y estas corrientes de generación son las que constituyen la fuente de corriente que fluye en el circuito externo.

#### I.D.5. Modelos matemáticos de las células solares

La corriente de corto circuito  $J_L$  de una célula solar está dada por:

$$J_L = q F (1 - \rho)(1 - \exp(-\alpha l)) \eta_{co} \dots\dots 1.37$$

donde:  $F$  = número de fotones incidentes con energías tan grandes como la banda de entrada, ( $\#/\text{cm}^2\text{seg}$ );

$\rho$  = coeficiente de reflexión;

$l$  = espesor de la célula (cm);

$\alpha$  = coeficiente de absorción ( $\text{cm}^{-1}$ );

$\eta_{co}$  = eficiencia de colección.

En general, para todas las longitudes de onda ( $\lambda$ ) que entran se tiene:

$$J_L = q \int_{\lambda_{tot}} F(\lambda)(1 - \rho(\lambda))(1 - \exp(-\alpha(\lambda) l)) \eta_{co}(\lambda) d\lambda \dots\dots\dots 1.38$$

Las curvas características de las celdas solares son: Las --  
 figuras 1.16a, 1.16b y 1.16c. --

J (densidad de corriente)

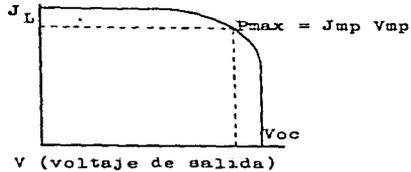


Fig.1.16a: Una curva típica corriente-voltaje para una celda solar ideal con corriente de corto circuito para una iluminación constante generadora de la corriente  $J_L$ ; la máxima potencia es mostrada con el punto  $P_{max}$ .

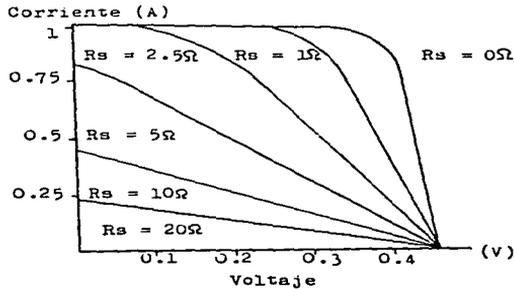


Fig.1.16b; Efecto de las resistencias en serie en una curva de corriente-voltaje de una celda.

Máxima potencia relativa

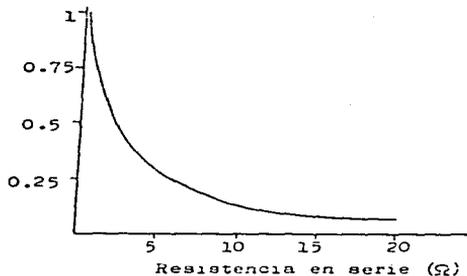


Fig.1.16c; Potencia neta de salida de la celda en función de la resistencia en serie.

#### I.D.6. Materiales empleados

Los principales tipos de células con sus respectivos materiales son enumerados en la tabla 1.4.

Tabla 1.4

Tipo de célula	Constituyentes del semiconductor	Eficiencia %
Homounión	Silicio	18
Homounión	Arseniuro de Galio (GaAs)	18
Homounión	Fosfato de Indio (InP)	6
Homounión	P-Cu <sub>2</sub> S / n-Si	5

Tabla 1.4 -continuación

Tipo de célula	Constituyentes del semiconductor	Eficiencia %
Homounión	p-InP / n-CdS	14
Homounión	p-CuInSe <sub>2</sub> / n-CdS	12
Homounión		
estereoestructura	Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As, GaAs	18
M I S	Silicio	12
M I S	Arseniuro de Galio	15
S I S	Capa de óxido Indio/Silicio	12
S I S	Capa de óxido/Silicio	12
Heterounión	p-CdTe / n-CdS	8
Homounión		
policristalina	Silicio	8
Heterounión	p-Cu <sub>x</sub> S / n-CdS	9
Heterounión	p-Cu <sub>2</sub> Te / n-CdS	6
Heterounión	p-CuInSe <sub>2</sub> / n-CdS	6
Semiconductor de barrera Shottky	Silicio	6

donde: S = Azufre;

Te = Telurio;

Se = Selenio;

Cu = Cobre;

Cd = Cadmio;

P = Fósforo;

Al = Aluminio;

Ga = Galio;

In = Indio;

Si = Silicio.

## I.E. Seguimiento

El principal propósito de los sistemas de seguimiento es en su curso, mantener una posición relativa del dispositivo captador con respecto a los rayos solares, que en todo momento minimice el ángulo de incidencia, y cuando se trata de dispositivos con centradores, mantener una imagen solar en el absorbedor mientras el sol se mueve a través del cielo. La exactitud con la cual el seguidor efectúa su tarea puede ser estimada por el error de seguimiento, en términos de grados o radianes, que en su posición normal permite una desviación de la posición óptima. Esto es usualmente considerado como el máximo error de seguimiento, o la desviación normal de una distribución aleatoria de error de seguimiento. Teóricamente, estudios hechos en importantes cualidades ópticas de colectores parabólicos y lentes fresnel (dispuestos en absorbedores planos), muestran un máximo en la pendiente de error de concentración cuando el error se incrementa y la distribución de intensidad se mueve fuera del eje óptico. La sensibilidad de error de seguimiento ha sido estimada para un colector común con coeficiente de concentración  $CR = 20$ , alrededor de  $\pm 1^\circ$ , decreciendo la eficiencia térmica aproximadamente un 20 %; en otro prototipo con un  $CR = 5$ , es  $\pm 1.5^\circ$ .

Hay dos métodos comunmente discutidos de control de seguimiento; estos son, el activo, o de circuito cerrado, y el sistema de control pasivo, o de circuito abierto. El sistema activo,

o de circuito cerrado, efectúa algunas mediciones de la posición relativa del colector, y si su alineamiento no es propio, acciona dispositivos que cambian la orientación del colector. Si los colectores están agrupados simultáneamente con algún mecanismo eslabonado, se necesita un sistema de control activo en cada colector. Los dispositivos sensibles que hacen que el sistema se active son usualmente detectores fotosensibles, los cuales son células fotovoltaicas o fototransistores. El primer dispositivo es operado dentro de cierto encapsulado, y produce corrientes y voltajes eléctricos que son proporcionales a la cantidad de luz solar que incide sobre ellos. El segundo dispositivo cambia su impedancia según el monto de luz solar que incide sobre él. Idealmente estos sensores muestran ser colocados en el receptor, para asegurar que siempre se caiga en el punto focal adecuado. Debido a la forma del receptor y a problemas en la intensidad de radiación, esto es usualmente imposible en la práctica. La alternativa más común ha sido la de usar fotosensores en pares montados en la estructura del colector, disponiendo de someras que enmascaren la mitad de cada detector. El movimiento del sol crea un desbalance en el sombreado de los detectores, mismo desbalance que puede ocasionar regulación en los detectores que activen el seguidor mediante amplificadores diferenciales o circuito puente por ejemplo. Ajustando el detector empacado de manera que provéa el alineamiento cuando la salida de los detectores está balanceada. Estos detectores electrónicos empacados están comercialmente disponibles. Existen problemas con esta clase de dispositivo como

son seguimiento inintencional debido a que nubes ocultan el sol, movimientos mecánicos en los detectores y desperfectos electrónicos de los mismos además de tiempos de disparo inadecuados y aceleración impropia del sistema de tracción. El sistema de sombreado y el sistema mecánico pueden requerir ajustes que pueden resultar intolerables. La velocidad de respuesta del sistema depende de los parámetros disparo-balance y la inercia del sistema móvil.

El sistema pasivo o de circuito abierto, es un control que responde a pasos programados en cadencia para seguir al sol. Por ejemplo, una microcomputadora trabaja con un reloj exacto y programada para calcular la posición exacta del sol y por tanto la del colector como función de la hora del día y día del año para alimentar el tren de control-conducción. Generalmente no hay retroalimentación que cheque por sí misma su posición. Una ventaja es que permite costos más bajos al no requerir sensores. En sistemas semejantes, las previsiones de anti-retorno y contador de balance son necesarios. Este sistema, al no tener retroalimentación requiere de una cuidadosa calibración y frecuente mantenimiento de la misma.

Los sistemas combinados que usan sistemas pasivos y activos pueden incorporar buenas características a estos sistemas.

El comienzo de los seguidores solares surge fundamentalmente junto con los colectores concentradores que requieren de una

alineación permanente con los rayos solares. Existen datos en que estos concentradores se usaban en forma primitiva en Arabia entre 965 y 1039 a.c. basandose en un principio que descubrieron en la Grecia antigua. No es hasta 1860 cuando el profesor frances August Mouchot, primer investigador moderno en las aplicaciones de la energía solar, cuando construye un dispositivo concentrador con un mecanismo de seguimiento manual, formalizando así al seguimiento como un sistema específico en los sistemas concentradores. Al cabo de un desarrollo considerable en estos sistemas, y con el desarrollo de colectores planos, se inicia el desarrollo de sistemas de seguimiento para esta clase de colectores para obtener mayores eficiencias de estos.

## I.F. Fundamentos térmicos en energía solar

### I.F.1. La energía y su conservación

El concepto de trabajo ( $w$ ) normalmente se introduce en el estudio de la mecánica. Se define el trabajo mecánico como el producto entre la fuerza y un desplazamiento cuando se miden ambos en la misma dirección, por tanto, la expresión correspondiente a una cantidad diferencial de trabajo  $w$ , resulta de un desplazamiento diferencial  $ds$ , por lo que se tiene:

$$\delta w = F ds \dots\dots\dots 1.39$$

El trabajo total para un desplazamiento finito se obtiene a partir de la integración de  $P ds$ . Para poder efectuar dicha integración, será necesaria una relación funcional entre  $P$  y  $s$  debido a que usualmente  $P$  no es constante. Una definición útil para el trabajo es: El trabajo es una interacción entre el sistema y sus alrededores, y lo que desempeña el sistema si el único efecto externo a las fronteras del sistema podría consistir en la elevación de un peso.

Otro concepto útil es el de proceso adiabático, que es aquel en el que solo intervienen exclusivamente interacciones de trabajo.

Con base en evidencia experimental del mismo tipo, que se inició en los trabajos de Joule a mediados del siglo XIX, es posible expresar un enunciado general. Dicho postulado es llamado primera ley de la termodinámica y afirma lo siguiente: -- Cuando un sistema cerrado se alimenta adiabáticamente, la cantidad de trabajo total asociada con el cambio de estado es la misma para todos los procesos posibles entre los dos estados de equilibrio posibles dados.

En otras palabras, la magnitud de trabajo desempeñado por o sobre un sistema cerrado adiabático depende solo de los estados inicial y final del proceso. Podría expresarse  $w_{ad} = \Delta E$ , donde  $E$  es la energía. Para procesos en que interviene calor, -- debiera tomarse un tipo adicional de interacción. Si se considerara la agitación de un fluido en el interior de un sistema adia

bático de volumen constante. Experimentalmente se sabe que hubiera sido posible lograr el mismo tipo de estado, poniendo al sistema en contacto con otro cuya temperatura fuera más alta. Al efecto que ocurriría en este último caso, se le llama interacción de calor  $Q$ . Para dicho proceso, en ausencia de una interacción de trabajo,  $Q = \Delta E$ . El calor y el trabajo son los únicos mecanismos posibles de interacción de energía para un sistema cerrado. La expresión matemática de la relación anterior es:

$$Q + W = \Delta E \dots\dots\dots 1.40$$

Esta ecuación corresponde a una expresión de conservación de energía para un sistema cerrado o una masa de control. De acuerdo con esta ecuación se observa claramente que el valor de la suma  $Q + W$  es un valor único entre dos valores especificados, debido a que  $\Delta E$  tiene un valor único entre esos dos estados. Sin embargo, los valores particulares de  $Q$  y  $W$  dependen de la naturaleza del proceso que ocurre entre dichos estados terminales. Los diferenciales de cantidad que dependen de la trayectoria de un proceso (tales como  $Q$  y  $W$ ), se llaman diferenciales inexactos, y se utiliza el símbolo  $\delta$  (en lugar de el símbolo normal de los diferenciales  $d$ ). Como resultado de lo anterior para un proceso entre los estados 1 y 2 se tiene

$$\int \delta Q = Q_{12} \dots\dots 1.41a \quad \text{y} \quad \int \delta W = W_{12} \dots\dots 1.41b$$

En el caso de cantidades como calor y trabajo, no se habla del

cambio en la cantidad (como se hace en el caso de la energía -  $\Delta E$ ), sino más bién de su magnitud total para el proceso. Para un cambio de estado diferencial se tiene:

$$\delta Q + \delta W = dE \dots\dots\dots 1.42$$

A menudo resulta conveniente analizar los sistemas cerrados - utilizando la base de una unidad de masa; con lo que se escribe como:

$$q = \frac{\delta Q}{m}; \quad w = \frac{\delta W}{m}; \quad e = \frac{\delta E}{m}$$

Entonces el principio de conservación de energía para un cambio de estado diferencial puede calcularse mediante:

$$\delta q + \delta w = de \dots\dots\dots 1.43a$$

En el caso de un cambio finito, la expresión anterior se convierte en:

$$q + w = \Delta e \dots\dots\dots 1.43b$$

Las ecuaciones del tipo anterior son importantes en el análisis termodinámico de sistemas cerrados.

La energía E se divide en términos intrínsecos y extrínsecos, cinco de las siete formas de energía cinética y potencial son extrínsecas y medibles; los dos términos restantes, representan la energía cinética y potencial de las partículas en el in

terior del sistema, y no pueden medirse directamente. La suma de estos dos términos se define como energía interna  $U$  de la sustancia dentro del sistema. Para el objetivo de este trabajo los términos extrínsecos son despreciables, por lo que solo se considera un balance de energía intrínseca de la forma:

$$\delta Q + \delta W = dU \quad \dots\dots\dots 1.44a$$

$$Q + W = \Delta U \quad \dots\dots\dots 1.44b$$

$$q + w = \Delta u \quad \dots\dots\dots 1.44c$$

Estas ecuaciones que corresponden a formas del principio de -- conservación de energía, se aplicarán a los procesos en -- los cuales las interacciones de calor y trabajo intrínsecos -- producen un cambio en la energía interna de la sustancia.

Generalmente se piensa que la transferencia de calor correspon -- de a un proceso de transferencia de energía que ocurre gracias a la diferencia de temperaturas entre dos sistemas. Esta es -- una definición calorimétrica de la transferencia de calor. En la práctica, el ingeniero evalúa  $Q$  mediante la adopción de me -- canismos para los diversos tipos de fenómenos de transferencia de calor. Dichos mecanismos son conducción y radiación junto -- con la transferencia convectiva, que ocurre debido a el movi -- miento de fluidos. La diferencia de temperatura aparece como -- la fuerza impulsora de estos mecanismos.

En el cálculo de balance de energía, además de la energía in --

terna de una sustancia  $U$ , también es conveniente utilizar otra propiedad intrínseca llamada entalpía. La entalpía se define mediante la relación:

$$H = U + P V \quad \dots\dots\dots 1.45a$$

$$h = u + P v \quad \dots\dots\dots 1.45b$$

Al igual que la energía interna, no puede medirse directamente y debe relacionarse con otras medidas obtenibles. De estas dos propiedades se derivan expresiones de gran importancia práctica y estas son:

$$du = c_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \quad \dots\dots\dots 1.46$$

y

$$dh = c_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP \quad \dots\dots\dots 1.47$$

donde  $c_v$  y  $c_p$  son las capacidades térmicas específicas a volumen constante y presión constante respectivamente. De las ecuaciones de conservación de energía y de la que define a la entalpía, y de el hecho de que el trabajo se obtiene mediante la integral de  $P dV$  resulta:

$$\begin{aligned} \delta Q - P dV &= dU && \text{o bien} \\ \delta Q &= dU + P dV && \text{recordando que} \\ H &= U + P dV && \text{para el caso de presión cte.} \\ dH &= d(U + P dV) = dU + d(P V) = dU + P dV \end{aligned}$$

resultando:

$$\delta Q_p = dH \quad \dots\dots\dots 1.48$$

La relación anterior indica que las cantidades de calor transferidas hacia o desde un sistema compresible, en el curso de un proceso cuasiestático de presión constante, es igual a el cambio en la entalpía de la masa de control contenida en las fronteras del sistema. Conociendo las entalpías en el estado inicial y final, sería posible evaluar la interacción de calor necesaria para efectuar el cambio de estado requerido.

#### I.F.2. Procesos de transferencia de calor en energía solar

El calor es energía en tránsito, debido a una diferencia de temperaturas. Transferencia de calor es el área de ingeniería que trata de los mecanismos encargados de la transferencia de energía de un lugar a otro cuando existe una diferencia de temperaturas. En el estudio de transferencia de calor, encontramos procesos de equilibrio y desequilibrio. La ciencia de la transferencia de calor nos permite determinar la razón, con respecto al tiempo, de energía transferida provocada por un desequilibrio de temperaturas.

La transferencia de calor en energía solar se presenta en tres formas que son: conducción, radiación y convección; mecanismos que pueden encuadrarse en dos categorías que son: transferencia de calor en un mismo material (conducción y convección), y transferencia de calor en interfases como lo son todas las superficies receptoras (radiación y convección). La convección

es la combinación de conducción y movimiento de fluido, movimiento que puede ser inducido por la transferencia de calor -- (convección natural), o debido a flujos externos independientes de el fenómeno de transferencia de calor (convección forzada). La conducción es el fenómeno mediante el cual se difunde un estado energético en algún material mediante el contacto de los enlaces moleculares, que en virtud de su vibración intermolecular y actividad electrónica transmite esta energía a regiones con energías internas menores. En conducción de calor -- una vez que es conocida la distribución de temperaturas o campo de temperaturas, se puede obtener el flujo de calor con ayuda de la denominada ley de Fourier, que se puede escribir como

$$Q_x = -k A \frac{\partial T}{\partial x} \dots\dots\dots 1.49a$$

En donde  $x$  denota la dirección en la que fluye el calor,  $y$   $A$  es el area a través de la cual fluye el calor y  $k$  es la conductividad del material. De manera más general el flujo de calor  $q$  por unidad de área, para un campo tridimensional se puede escribir como:

$$q = -k \nabla T \dots\dots\dots 1.49b$$

donde:  $\nabla$  es el operador vectorial nabla.

El significado literal de la palabra convección es el proceso o la acción de alejar de un lugar cado. En el contexto de la transferencia de calor, convección significa el proceso de alejarse

jar la energía térmica, de una superficie sólida a un fluido - adyacente o viceversa, en presencia de diferencias de temperatura. El proceso de convección tiene dos mecanismos que contribuyen al mismo: La conducción de calor de una superficie sólida hacia una delgada capa de fluido adyacente, y el movimiento de partículas calientes de fluido alejándose de la superficie-sólida y ocupando su lugar partículas relativamente frías del mismo fluido. El movimiento de partículas de fluido se puede - atribuir a campos de presión y a flotamiento o a una combinación de ambos. De este modo, el estudio de la transferencia de calor por convección se relaciona íntimamente con el estudio - de flujo de fluidos.

En 1701, más de 100 años antes que Fourier formulara la ley-básica de conducción, Issac Newton propuso la siguiente ecuación para predecir la razón de transferencia de calor por convección  $Q$  de una superficie sólida hacia el fluido que la rodea:

$$Q = h_{prom} A (T_w - T_{\infty}) \dots\dots\dots 1.50a$$

donde:  $h_{prom}$  = coeficiente convectivo promedio de transferencia de calor;

$A$  = área de la superficie para la transferencia de calor por convección;

$T_w$  = temperatura de la superficie sólida;

$T_{\infty}$  = temperatura del fluido que se encuentra suficientemente lejos de la superficie sólida, tal que no le

afecta la temperatura de la superficie.

La ecuación anterior se puede escribir en forma infinitesimal, como:

$$dQ = h \, dA \, (T_w - T_\infty) \quad \dots\dots\dots 1.50b$$

o bien

$$q = \frac{dQ}{dA} = h \, (T_w - T_\infty) \quad \dots\dots\dots 1.50c$$

donde: h = coeficiente local de transferencia de calor por -- convección.

La convección se calcula mediante cuatro términos o números - adimensionales correlativos, que son el número de Nusselt (Nu) el número de Prandtl (Pr), el número de Rayleigh (Ra) y el número de Grashof (Gr). Estos números se definen según las condiciones de flujo y geométricas. Estos números están definidos como:

$$Nu = \frac{h \, L_c}{k} \quad \dots\dots 1.51a$$

$$Ra = \frac{K \, \beta \, \Delta T \, L_c^3}{\nu \, \alpha} \quad \dots 1.51b$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \dots\dots\dots 1.51c$$

$$Gr = \frac{K \, \beta \, \Delta T \, L_c^3}{\mu^2} \quad \dots\dots 1.51d$$

donde: h = coeficiente convectivo de transferencia de calor;

Lc = longitud característica;

k = conductividad térmica del fluido;

g = constante gravitacional;

$\beta$  = coeficiente de expansión volumétrica. (para un gas ideal  $\beta = 1/T_{abs}$ );

- ΔT = diferencial de temperaturas;
- ν = viscosidad cinemática;
- μ = viscosidad dinámica o absoluta;
- α = difusividad térmica.

El número de Nusselt es evaluado por diversas funciones dependiendo de el tipo de problema y el rango de valores característicos del caso.

La transmisión de calor por conducción y convección requieren que se encuentre presente la materia para actuar como vehículo de transporte a fin de que ocurra el proceso. Sin embargo, no se requiere de un intermedio para que una superficie transmita calor a otra por radiación. Esto es así debido a que la radiación electromagnética se emite por el simple hecho de contar con una temperatura determinada en una superficie. El rango característico de la radiación térmica es el que tiene una longitud de onda entre 0.1 y 100 micrómetros ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$ ). La distribución de longitud de onda de radiación emitida por un cuerpo negro está dado por la ley de Planck:

$$E_{\lambda b} = \frac{2\pi h C_0^2}{\lambda^5 (\exp(h C_0 / \lambda k T) - 1)} \dots\dots\dots 1.52$$

donde: h = constante de Planck

k = es la constante de Boltzman;

$2\pi h C_0^2$  = primera constante de radiación = C1;

(h C<sub>0</sub>/k) = segunda constante de radiación = C2.

$E_{\lambda b}$  = energía por unidad de área por unidad de longitud de onda en un intervalo en  $\lambda$  y el subíndice "b", significa que se trata de un cuerpo negro.

La longitud de onda a la que se presenta la mayor intensidad de radiación es:  $\lambda_{max} = 2,897.8 \mu m K$ . El valor recomendado para las constantes de radiación C1 y C2 son:

$$C1 = 3.7405 \times 10^{-16} \text{ m}^2 \text{ w}; \quad \text{y} \quad C2 = 0.0143879 \text{ m K}.$$

Integrando la ley de Planck para todas las longitudes de onda, se obtiene la ecuación de Stefan-Boltzmann que representa el total de la energía emitida por un cuerpo negro.

$$E_b = \int_0^{\infty} E_{\lambda b} d\lambda = \sigma T^4 \quad \dots\dots\dots 1.53$$

donde:  $\sigma$  = constante de Stefan-Boltzmann =  $5.6697 \times 10^{-8} \text{ w/m}^2 \text{ K}^4$ ;

La potencia emisiva de una superficie negra a una temperatura T, es la energía emitida por dicha superficie por unidad de tiempo y área. Dicha potencia emisiva se expresa en términos de la potencia emisiva de un cuerpo a la misma temperatura T, y está dada por:

$$E = \epsilon E_b = \epsilon \sigma T^4 \quad \dots\dots\dots 1.54$$

en cuya expresión  $\epsilon$  es la emisividad de la superficie y varía de cero a la unidad. Usualmente la emisividad de una superfi -

cie depende de la temperatura y la naturaleza de la superfi --  
 cie. Se considera la energía radiante  $G$ , chocando sobre una --  
 superficie como se ilustra en la figura 1.17.

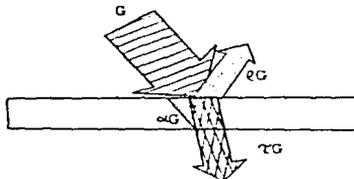


Fig.1.17; Energía radiante que choca sobre una superficie.

Se define la absorptividad  $\alpha$  como la fracción de la radiación --  
 incidente que absorbe el material; la reflectividad  $\epsilon$  como la --  
 fracción de la radiación que refleja el material; y la transmi --  
 -tividad o transmissividad  $\tau$  como la fracción de radiación inci --  
 -dente que se transmite a través del material. La radiación re --  
 -flejada puede ser difusa, especular o una combinación de las --  
 -dos. Efectuando un balance de energía podemos deducir una rela --  
 -ción entre las propiedades de la radiación básica; energía que --  
 -llega es igual a la energía que sale más la energía que se ab --  
 -sorbe. Simplificando se obtiene:

$$\alpha + \epsilon + \tau = 1 \quad \dots\dots\dots 1.55$$

Para los materiales opacos  $\tau = 0$ , y  $\alpha + \epsilon = 1$ ; mientras que --

para la mayoría de los gases (diferentes del vapor dióxido de sulfuro, amoníaco o hidrocarburos),  $\alpha = 0$ ,  $\rho = 0$  y  $\tau = 1$ . -- Para un cuerpo negro  $\tau = 0$ ,  $\rho = 0$  y  $\alpha = 1$ . En general la absorbentividad, la reflectividad y la transmitividad de un cuerpo depende de las temperaturas de la fuente de radiación y de la naturaleza de la superficie. Se puede establecer que la absorbentividad de un cuerpo es igual a su emisividad si las temperaturas de la fuente de radiación incidente, y del cuerpo, son iguales. Este hecho se conoce como la ley de Kirchhoff. Un tipo de cuerpo que obedece esta ley se conoce como cuerpo gris. -- Hablando estrictamente, casi no se encuentran cuerpos grises en la práctica; sin embargo una gran cantidad de cuerpos son grises en ciertos rangos de la longitud de onda.

En el cálculo de la radiación emitida por un cuerpo 1 y recibida por un cuerpo 2, es importante el elemento de cálculo denominado factor de forma para la radiación, se le designa como  $F_{1-2}$ , y se interpreta como la fracción de energía que parte de la superficie 1 y se dirige a la superficie 2. El factor de forma depende únicamente de la orientación relativa y de los tamaños relativos de las dos superficies bajo consideración durante el tiempo en que la radiación es de naturaleza difusa y su expresión es:

$$F_{1-2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \dots 1.56$$

donde:  $A_1$  = área de la superficie emisora;

$A_2$  = superficie receptora;

$r$  = distancia entre los puntos de las superficies en --  
consideración;

$\Theta_1$  = ángulo entre la normal en el punto en estudio de --  
la superficie emisora y el radiovector que une a  
ambas superficies en tales puntos;

$\Theta_2$  = ángulo entre la normal en el punto en estudio de  
la superficie receptora y el radiovector que une a  
ambas superficies en tales puntos.

Los elementos antes definidos se ilustran en la figura 1.18 .

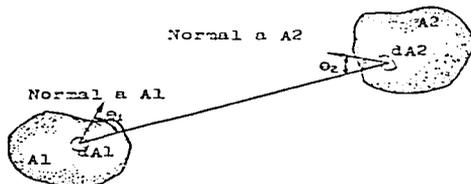


Fig.1.18; Notación geométrica para el cálculo de factor de forma.

Quando se tiene un colector solar es necesario saber que intercambio radiante habra con el cielo. El cielo puede ser considerado como un cuerpo negro equivalente a la temperatura  $T_s$ . La radiación neta entre un colector con emisividad  $\epsilon$  y temperatura  $T$ , al cielo a  $T_s$  es:

$$Q = \epsilon A \sigma (T^4 - T_b^4) \dots\dots\dots 1.57$$

La temperatura de cuerpo negro de la atmósfera no es constante y la atmósfera radia en ciertas bandas de longitudes de onda , la atmósfera es esencialmente transparente en la región de longitud de onda de 8 a 14 micrómetros, pero fuera de esta ventana la atmósfera absorbe bandas cubriendo mucho del espectro -- infrarrojo. Se ha generado una ecuación que toma en cuenta la temperatura de termómetro  $T_a$  ( $^{\circ}C$ ), y la temperatura de punto de rocío  $T_{dp}$  ( $^{\circ}C$ ), y la hora decimal desde media noche  $t$  que es como sigue:

$$T_s = T_a (0.711 + 0.0056 T_{dp} + 0.000073 T_{dp}^2 + 0.013 \cos(15 t) )^{2/4} \dots\dots\dots 1.58$$

## I.G. Características físicas de los gases en el ámbito térmico

### I.G.1. La ecuación de estado del gas ideal

Las ecuaciones que relacionan a las variables: presión  $P$ , volumen específico  $v$  y temperatura  $T$ , son de particular interes en termodinámica. La ecuación de estado del gas ideal (gas perfecto), desarrollada a partir de observaciones experimentales de Boyle, Charles y Gay-Lussac, permite predecir bastante bien el comportamiento  $PvT$  de muchos gases a temperaturas relativamente

te bajas; la ecuación es:

$$P V = m R T \dots\dots\dots 1.59$$

Otras formas son:  $P v = R T$ ;  $P = \rho R T$ ;

donde:  $\rho$  = densidad del gas;

$m$  = masa del gas;

$P$  = presión del gas;

$V$  = volumen ocupado por el gas;

$R$  = constante particular del gas, que se calcula como:

$$R = R_u / M \dots\dots\dots 1.60$$

$R_u$  = constante universal de los gases;

$M$  = masa molecular del gas en particular.

En algunos cálculos en que participan gases ideales, no es necesario conocer el valor de la constante del gas. Un buen número de relaciones termodinámicas requiere conocer el cociente - de dos valores de una propiedad determinada, en lugar de valores absolutos, de lo cual se tiene:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \dots\dots\dots 1.61a \quad "o" \quad \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \dots\dots\dots 1.61b.$$

donde:  $v$  = volumen específico =  $V/m$ .

Si un gas se comporta como ideal a cualquier presión, a tempe-

ratura constante la cantidad  $Pv$  sería una constante indepen -  
 dientemente de la presión. La grafica  $Pv$  contra  $P$  a una tempe -  
 ratura dada sería una línea horizontal. En términos generales,  
 en el mejor de los casos la ecuación de estado del gas ideal -  
 debe considerarse como una aproximación, estrictamente válida -  
 solo en el caso de que la presión sea igual a cero. A pesar de  
 ello para gases monoatómicos y diatómicos, la ecuación del gas  
 ideal por lo general es una buena aproximación hasta para pre -  
 siones de 10 a 20 atmósferas, a la temperatura ambiente o su -  
 periores, si un error relativamente pequeño es aceptable. El  
 rango de validez de la ecuación de estado del gas ideal para -  
 un gas en particular, depende de el grado de exactitud desea -  
 do.

I.G.2. Relaciones de energía interna, entalpía y capacidad  
 térmica específica para los gases ideales.

Cuando los gases se encuentran a presiones bastante bajas, su  
 comportamiento  $PvT$  puede representarse con suficiente apro -  
 ximación mediante la relación  $Pv = RT$ . Para poder efectuar -  
 cálculos de balance de energía interna y entalpía para dichos -  
 gases. El cambio de energía interna para cualquier substancia -  
 compresible puede obtenerse mediante la ecuación:

$$du = c_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \dots\dots\dots 1.62$$

Como para un gas ideal  $\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \approx 0$ , entonces puede escribirse

$$du = c_v dT \dots\dots\dots 1.63a$$

para cualquier proceso sea o no constante el volumen. De la --  
integración de la ecuación anterior tenemos:

$$\Delta u = \int c_v dT \dots\dots\dots 1.63b$$

La extensión de los resultados anteriores para la propiedad de  
entalpía puede hacerse en forma directa. Por definición se tie  
ne  $h = u + Pv$  y para un gas ideal  $Pv = RT$ ; por tanto se  
escribe:

$$\begin{aligned} dh &= du + d(Pv) && y \\ d(Pv) &= d(RT) = R dT. \end{aligned}$$

El cambio de entalpía para un gas ideal se convierte en:

$$dh = du + R dT$$

También tenemos por definición:

$$dh = c_p dT + \left( \frac{dh}{dP} \right)_T dP \dots\dots\dots 1.64a$$

Dado que la entalpía de un gas ideal es unicamante función de  
la temperatura tenemos:

$$dh = c_p dT \dots\dots\dots 1.64b \quad "o" \quad \Delta h = \int c_p dT \dots\dots 1.64c$$

De las ecuaciones anteriores encontramos la útil relación  $cp - cv = R$ . Las capacidades térmicas específicas  $cp$  y  $cv$  de los gases ideales son generalmente función tanto de la temperatura como de la presión. Por lo tanto estas cantidades deben ser evaluadas para el rango de operación del sistema, y en determinados casos será necesario obtener una relación de  $cp$  o  $cv$  en función de las temperaturas para rangos muy amplios o para capacidades térmicas específicas muy variables.

### I.G.3. Propiedades físicas de las sustancias puras

Según el postulado de estado, cualquier propiedad intrínseca e intensiva de una sustancia simple compresible es función solamente de otras dos propiedades intrínsecas. Las relaciones entre las propiedades  $P$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $h$ ,  $cv$  y  $cp$ , se desarrollan a partir de condiciones teórico experimentales. Los datos experimentales revelan un patrón consistente en el comportamiento de sustancias simples compresibles en las fases sólida, líquida y gaseosa. Toda sustancia pura muestra estados físicos muy precisos a condiciones  $P$   $v$   $T$  específicas; misma que pueden ser líquido comprimido o subenfriado, líquido saturado, vapor saturado, vapor sobrecalentado, sólido en estado supercrítico, etc. Así como condiciones denominadas de estado triple y crítico. Los valores de solidificación, condensación, vaporización, sublimación etc. tienen valores muy particulares para cada sustancia, mismos que se pueden encontrar en tablas o --

por medios experimentales o teóricos. En ingeniería es importante conocer estos valores y características de las sustancias, para poder encontrar la mejor para una aplicación particular.

Según el postulado de estado, cualquier propiedad intrínseca e intensiva de una sustancia simple compresible es función solo de otras dos propiedades intrínsecas; es decir:  $Y_1 = f(Y_2, Y_3)$ , donde en general  $Y$ , es cualquier propiedad intrínseca. Las relaciones entre las propiedades  $P, V, T, u, h, c_p$  y  $c_p$ , se desarrollan a partir de consideraciones teóricas y experimentales. Desde el punto de vista matemático, cualquier ecuación en la que intervengan dos variables independientes tales como  $Y_2$  y  $Y_3$ , se puede representar como una superficie en un espacio rectangular tridimensional. En consecuencia, los estados de equilibrio de cualquier sustancia simple compresible se pueden representar como una superficie en el espacio, donde las coordenadas geométricas son propiedades intrínsecas de interés por lo que la superficie  $P \cup T$  tiene una importancia capital ya que exhibe la estructura básica de la materia en forma general. Las fases sólida, líquida y gaseosa aparecen como superficies. Además de estas condiciones de una sola fase, el proceso de cambio de fase es bien conocido. Durante cualquier cambio de fase coexisten dos fases, como por ejemplo en la fusión, la vaporización o la sublimación (esta última es la transformación de un sólido directamente a gas). Las regiones de una sola fase sobre la superficie están necesariamente separadas por

regiones de dos fases. Por ejemplo, las regiones de sólido y líquido están separadas por otra superficie que representa una mezcla bifásica de sólido y líquido. Cualquier estado representado por un punto que se encuentre sobre la línea que separe una región de una sola fase, de una región de dos fases recibe el nombre de estado de saturación. En la transición de la fase líquida a la fase gaseosa, el cambio de volúmenes es mucho mayor que en la transición sólido-líquido. Es importante sin embargo, el hecho de que al incrementarse la presión, el cambio de volumen en el proceso de ebullición se haga cada vez menor y a la larga puede ser nula. Más allá de ciertas condiciones de presión y temperatura no puede ocurrir el proceso de vaporización (o el proceso inverso de condensación). El estado límite despues del cual no es posible una transición de líquido a vapor recibe el nombre de estado crítico. En el diagrama  $P$  u  $T$  aparece un punto sobre la superficie general. Asociados con el, están ciertos valores de las propiedades que por lo general se denota con el subíndice  $c$ . Las tres propiedades de interes por el momento se denotan por  $P_c$ ,  $U_c$ , y  $T_c$  en el estado crítico. Si la presión es mayor que la presión crítica, a ese estado se le llama a menudo estado supercrítico. En la superficie además existe un estado único. Esto se representa mediante una línea paralela a el plano  $P$  u  $T$  marcada como estado triple. Como su nombre lo indica, en este estado coexisten tres fases en equilibrio. El agua es una substancia anómala en el sentido que se expande al congelarse. A la proyección de una superficie  $P$  u  $T$  sobre el plano  $P$   $T$  se le llama comun-

mente diagrama de fase. Es una observación empírica que tanto la presión como la temperatura se mantienen constantes durante el cambio de fase. En la figura 1.19 se ilustran las características del diagrama presión-temperatura.

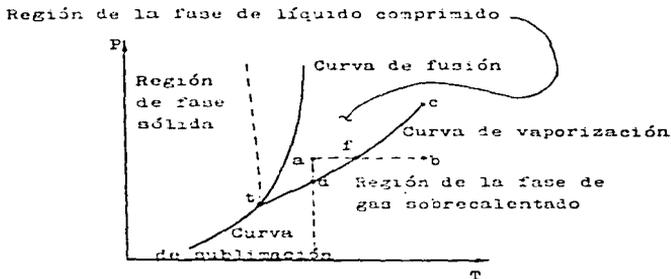


Fig.1.19; Diagrama de fase (P T) de una sustancia que se contrae al congelarse (la curva a trazos es la curva de fusión de una sustancia que se expande al congelarse).

La superficie líquido vapor, que aparece como una línea en el diagrama P T se llama línea de saturación líquido-vapor, ya que en este caso las líneas de líquido saturado y vapor saturado se proyectan una encima de la otra; se le conoce también como curva de vaporización. Los estados críticos y triple se indican mediante los puntos c y t; mientras que los sistemas bifásicos aparecen como líneas y los estados monofásicos aparecen como áreas. En la figura 1.19 se ve que para cualquier es-

tado en el área marcada como líquido (como el punto "a" por ejemplo), la temperatura  $T_a$  es inferior a la temperatura de saturación  $T_f$  para el mismo valor de presión. Se dice que tal estado es de líquido subenfriado, ya que se puede alcanzar enfriando el líquido por debajo de su temperatura de saturación a una presión dada. Sin embargo la presión  $P_a$  del estado "a" es superior a la presión de saturación  $P_d$  para la misma temperatura. Por tanto, al estado "a" se le llama también estado de líquido comprimido, ya que se puede alcanzar comprimiendo el líquido por encima de su presión de saturación a una temperatura dada. Los términos subenfriado y comprimido son pues, sinónimos. De manera análoga, si la temperatura  $T_b$  de una sustancia en el estado "b" es superior a la temperatura de saturación  $T_f$  para una presión dada, la sustancia se encuentra en un estado de vapor sobrecalentado. El proceso de sobrecalentamiento se define en general como aquel para el que la temperatura de un vapor aumenta a presión constante. De la figura 1.12, es evidente que para cada presión de saturación hay una sola temperatura de saturación. En un sistema de líquido y vapor la presión de saturación se conoce como presión de vapor. Aún cuando una fase independiente de un sistema compresible simple tiene dos propiedades intensivas independientes, este número se puede reducir a uno en un sistema de un solo componente con dos fases. Si la presión está fija para este último sistema, entonces la temperatura también está fija y no puede variar de manera independiente. Todas las demás propiedades intensivas de cada una de las dos fases en equilibrio quedan fi-

jos cuando una propiedad intensiva, tal como la presión y/o la temperatura, adquiere un valor especificado. Algunas de las características fundamentales de las superficies bifásicas que aparecen en el diagrama  $P-U-T$  se pierden en la proyección de estas superficies sobre el plano  $P-T$ . Por ello la proyección de la superficie sobre el plano  $P-U$  es de interés. Las dos -- clases de región, la monofásica y la bifásica, aparecen como -- áreas en este nuevo diagrama como lo muestra la figura 1.20.

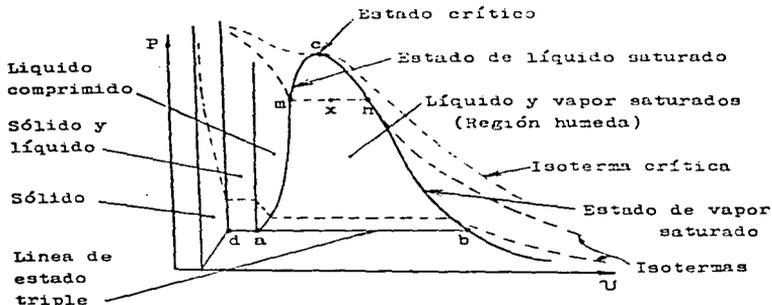


Fig.1.20; Diagrama  $P-U$  de una sustancia que se contrae al congelarse.

La línea de líquido saturado representa los estados de la -- sustancia tales que cualquier adición infinitesimal de ener -- gía a la sustancia a presión constante hará que una pequeña -- fracción de líquido se transforme en vapor. De manera similar,

la extracción de energía de la sustancia en cualquier estado que se localice sobre la línea de vapor saturado, dara por resultado la condensación parcial de vapor, mientras que la adición de energía hara que el vapor se sobrecaliente. La región bifásica denotada "líquido y vapor saturados", que se encuentra en las líneas de líquido saturado y vapor saturado, recibe comunmente el nombre de región húmeda o campana de dos fases. El estado en la parte superior de la región húmeda, indicado mediante el punto c, es el estado crítico. Un estado representado por un punto en la región líquido vapor (región húmeda), tal como x en la figura 1.20, es una mezcla de líquido saturado y vapor saturado. Los volúmenes específicos de cada una de estas fases deben ser puntos sobre la línea de saturación respectiva, como los puntos m y n en la figura 1.20. Por tanto, el volumen específico del estado x representa simplemente el valor promedio para la propiedad para las dos fases en equilibrio. Para hallar este valor promedio de  $Y_x$ , es necesario conocer las proporciones de vapor y líquido en la muestra saturada de líquido y vapor. Para lograr esto se define la calidad, que se representa usualmente con el símbolo x, como la fracción de masa de la mezcla total que corresponde al vapor; es decir:

$$\text{Calidad} = x = \frac{m_{\text{vapor}}}{m_{\text{total}}} = \frac{m_g}{m_g + m_f} \dots\dots\dots 1.65$$

En esta ecuación el subíndice g se aplica al estado de vapor saturado, mientras que el subíndice f denota el estado líquido saturado. Es común referirse a la calidad también como un -

porcentaje: de ser así, el valor de  $x$  definido antes se multiplica por 100. Por ejemplo, un sistema únicamente compuesto de líquido saturado tiene una calidad del 0 % y un vapor saturado solo, tiene una calidad de 100 %. A un vapor saturado solo, a menudo se le llama vapor seco. Los valores de calidad se limitan al intervalo entre cero y uno.

La extensión de la línea de vapor saturado por debajo de la línea de estado triple es válida. Si en este caso se eliminase energía, el vapor saturado se condensaría en la fase sólida en vez de hacerlo en la fase líquida. Las regiones de sólido, sólido-líquido y líquido comprimido se pueden considerar en forma similar.

Para determinar la propiedad  $Y_x$  de una masa unitaria de una mezcla de dos fases, se suman las contribuciones de las dos fases. En esta forma, para cada unidad de masa de la mezcla, la contribución de la fase de vapor es  $x Y_g$ , mientras que la fase líquida es  $(1-x)Y_f$ . En consecuencia, la expresión para  $Y_x$  (por unidad de masa de mezcla), se puede escribir como:

$$Y_x = (1 - x)Y_f + x Y_g \dots\dots\dots 1.66a$$

Al despejar la calidad se obtiene:

$$x = \frac{Y_x - Y_f}{Y_g - Y_f} \dots\dots\dots 1.66b$$

Las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier propiedad específica de una mezcla de dos fases; es decir, se está hablando de propiedades como el volumen, la energía interna, la entalpía etc. Para utilizar y aplicar estas ecuaciones es necesario conocer los datos de las propiedades de los estados de saturación de las dos fases involucradas y la calidad de -- las mezclas.

#### I.C.4. El factor de compresibilidad y los estados correspondientes

Excepto cuando la presión es relativamente baja y la temperatura es relativamente alta, los gases no exhiben un comportamiento  $P \propto T$  que se pueda representar con exactitud mediante la ecuación de los gases ideales,  $PV = RT$ . Una manera de conservar una forma similar para la ecuación que represente el comportamiento de los gases reales y seguir teniendo una exactitud razonable es mediante el uso de un factor de corrección al que se llama factor de compresibilidad. La desviación del comportamiento de gas ideal, se puede caracterizar mediante un -- factor de compresibilidad  $Z$ , que se define como:

$$Z = \frac{Pv}{RT} = \frac{U_{real}}{U_{ideal}} \dots\dots\dots 1.67$$

El valor de  $Z$  se encuentra por tablas a partir de datos obtenidos de lo que se denomina principio de los estados correspondientes. El principio establece que el factor  $Z$  es aproximada

mente el mismo para todos los gases si estos tienen las mismas presiones reducidas y temperaturas reducidas. La presión reducida  $P_R$  y la temperatura reducida  $T_R$  se obtienen como:

$$P_R = \frac{P}{P_c} \dots\dots\dots 1.68a \quad \text{y} \quad T_R = \frac{T}{T_c} \dots\dots\dots 1.68b.$$

En estas ecuaciones deben utilizarse presiones y temperaturas absolutas. Donde el subíndice  $c$  indica las propiedades en el punto crítico. Experimentalmente se halla que los gases como el hidrógeno, el helio, y el neón, no se ajustan del todo bien a la carta de compresibilidad generalizada. Esta dificultad se supera para temperaturas superiores a los 50 K, redefiniendo la presión y temperatura reducidas para gases como sigue:

$$P_R = \frac{P}{P_c + C} \dots\dots\dots 1.69a \quad \text{y} \quad T_R = \frac{T}{T_c + C} \dots\dots\dots 1.69b.$$

Por ejemplo, para los gases mencionados si  $P$  está en atmósferas y  $T$  está en Kelvins, el valor de  $C$  en ambas ecuaciones es igual a 8. Además, las cartas generalizadas son más aplicadas a compuestos que no son polares, es decir, a las moléculas que no tienen un momento de dipolo eléctrico permanente.

Para gases que se comportan de manera significativamente diferente a un gas ideal debido a su naturaleza o por encontrarse en rangos de operación en los cuales el comportamiento se aleja de el de gas ideal. En base a datos experimentales se elaboran expresiones analíticas que describan las relaciones entre-

las propiedades  $P \text{ y } T$ . La precisión de estas correlaciones va  
ría según el tipo de gas y el intervalo de las propiedades en  
consideración.

#### I.G.5. La ecuación de estado Del Virial

Se ha postulado que para sistemas simples compresibles solo se  
requieren dos propiedades independientes para fijar el estado-  
de equilibrio. Si se elige la propiedad termodinámica  $P \text{ y } U$  de-  
pendiente, se le puede considerar como una función de dos pro-  
piedades independientes, tales como la presión y la temperatu-  
ra. Para una función del tipo  $P \text{ y } U = f(P, T)$ , se puede desarrol-  
lar la relación:

$$P \text{ y } U = a + b P + c P^2 + d P^3 + \dots + n P^n \dots 1.70$$

con cualquier grado de precisión, como todas las ecuaciones de  
estado  $P \text{ y } T$  se deben reducir a  $P \text{ y } U = R T$  cuando la pre --  
sión tiende a cero, la constante "a" debe ser igual a  $R T$ . --  
Así mismo las constantes  $b, c, d, \dots$  etc. deben tener unida --  
des tales que al ser multiplicadas por sus factores generen un  
elemento con unidades homogéneas a el producto  $P \text{ y } U$ . Si se to-  
man como las variables independientes a  $U$  y  $T$ , entonces es --  
aplicable la forma siguiente:

$$P \text{ y } U = a \left( 1 + \frac{b'}{U} + \frac{c'}{U^2} + \frac{d'}{U^3} + \dots + \frac{n'}{U^n} \right) \dots\dots\dots 1.71$$

donde  $a = R T$  cuando  $1/V$  tiende a cero, y las constantes  $b, b', c', d', \dots$  etc. se manejan de manera similar a el caso antes expuesto. Los coeficientes son solo función de la temperatura del sistema. La ecuación tiene una importancia especial, ya que se les puede dar una interpretación física a nivel molecular. En consecuencia de lo anterior se pueden determinar, al menos en teoría, a partir de la mecánica estadística lo mismo que a mediciones macroscópicas directas.

#### I.G.6. La ecuación de estado de Van der Waals

La ecuación de Van der Waals es:

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = R T \dots\dots\dots 1.72$$

Las unidades de  $a$  y  $b$  deben ser consistentes con las unidades empleadas para  $P, V$  y  $T$ . Obsérvese que cuando la presión tiende a cero y el volumen tiende a infinito, los términos de corrección son despreciables y la ecuación se reduce a  $PV = RT$ . La ecuación de Van der Waals tiene un éxito moderado, pero en esencia su punto debil consiste en que en la realidad las constantes  $a$  y  $b$  dependen de la temperatura. Por ello, sus valores han de ser determinados empíricamente para regiones particulares de presión y temperatura. La forma de obtener las constantes es mediante las ecuaciones:

$$a = \frac{27 R^2 T_c^2}{64 P_c} \dots\dots\dots 1.73a \quad \text{y} \quad b = \frac{R T_c}{8 P_c} \dots\dots\dots 1.73b$$

donde el subíndice c indica las condiciones de estado crítico.

### I.G.7. Otras ecuaciones de estado

Ecuación de Berthelot:

$$P = \frac{R T}{V - b} - \frac{a}{T V^2} \dots\dots\dots 1.74$$

Ecuación de Dieterici:

$$P = \frac{R T}{V - b} \exp(- a/R T V) \dots\dots\dots 1.75$$

Ecuación de Redlich y Kwong:

$$P = \frac{R T}{V - b} - \frac{a}{T^{1/2} V (V + b)} \dots\dots\dots 1.76$$

donde a y b son determinadas empíricamente siendo función de la temperatura.

## II. Fundamentos teóricos del diseño

### II.A. Objetivo del seguidor a diseñar

El seguidor solar tiene dos objetivos fundamentales en función del tipo de dispositivo captador; para los dispositivos captadores concentradores, se requiere del seguimiento para mantener una posición relativa de el dispositivo captador con los rayos solares, para poder efectuar su tarea; para los colectores planos, se utiliza el seguimiento para maximizar la captación de radiación solar directa, minimizando el ángulo de incidencia, entre la normal al plano colector y los rayos solares incidentes directos. Como se ha visto en la sección "Ángulos de incidencia para colectores con seguimiento", existe una variedad en la clase de seguimiento que para un colector se puede efectuar. La aplicación óptima de estos seguidores está en función de la latitud en la que se quiera aplicar el seguimiento, además de consideraciones de índole económico, factor rector en cualquier implementación en la ingeniería.

El presente trabajo enfoca su atención en el seguimiento de la trayectoria solar para colectores planos.

Como se recuerda el seguimiento se puede clasificar en función de el número de ejes (1 o 2) alrededor de los cuales se puede mover el colector para efectuar el seguimiento. En base a principios de funcionamiento que se proponen posteriormente en es-

te trabajo, y por razones de economía, se desarrollará un dispositivo de seguimiento con un solo eje de giro "continuo" y un eje de ajuste manual periódico, ajuste que podría realizarse con las estaciones del año o en cualquier otro período. Al esgrimir factores económicos como factores del diseño e implementación se establece el siguiente principio para el desarrollo de este proyecto: Efectuar la tarea con la mayor eficacia con la mayor eficiencia. En cuanto a eficiencia se establece como fundamento encontrar el punto óptimo entre la exactitud de seguimiento y el costo del dispositivo, razón por la que se pretende un diseño que maximice la simplicidad y ahorro de materiales en el dispositivo.

#### II.B. Descripción y modelado del seguimiento ideal deseado

El seguimiento que se pretende implementar es aquel que tiene su eje de rotación continua, paralelo a el eje terrestre, y el ángulo que existe entre este eje y el plano colector, en un plano paralelo a los rayos solares sea igual a la declinación solar  $\delta$  relacionado con la latitud y la temporada en que se encuentra el colector. Este último ángulo se ajustará manualmente de manera periódica según convenga. Esto se ilustra en la figura 2.1.

El eje de rotación continua paralelo a el eje de rotación terrestre, una vez que se instala en una latitud determinada ya

no se modifica. El eje de ajuste de el ángulo de declinación - gira en torno a el eje de rotación continua.

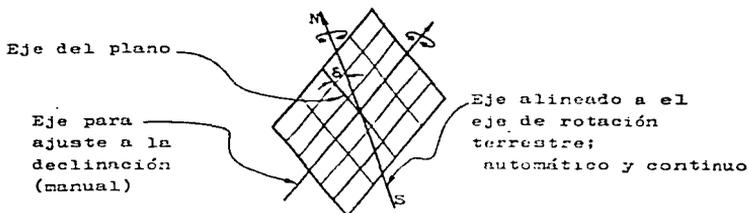


Fig.2.1; Nomenclatura de ejes utilizados por el dispositivo propuesto.

La ecuación que describe el ángulo de incidencia para el caso-general es:

$$\begin{aligned} \cos \Theta = & \cos \beta (\cos \delta \cos \omega \cos \phi \\ & + \sin \delta \sin \phi ) \\ & + \sin \beta (\cos \delta \cos \omega \cos \delta' \sin \phi \\ & + \cos \delta \sin \omega \sin \delta' \\ & - \sin \delta \cos \delta' \cos \phi ) \dots\dots 2.1 \end{aligned}$$

Debido a que el eje de giro continuo es paralelo a el eje terrestre de manera que el plano mantenga una posición relativa igual a la del medio día solar, se tiene que el ángulo horario se puede considerar  $\omega = 0$ , por tanto  $\cos \omega = 1$  y  $\sin \omega = 0$ . Así también, como el giro continuo del colector contrarresta -

el giro de rotación terrestre, se puede considerar a el plano --  
 como independiente del giro terrestre, por lo tanto la posi --  
 ción correlativa del colector con respecto a los rayos solares  
 se puede considerar como la misma que en el medio día solar --  
 con un ángulo de azimut  $\delta = 0$ , por tanto,  $\cos \delta = 1$ .

Substituyendo estos valores en la ecuación general se obtiene:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \beta (\cos \phi \cos \delta + \text{sen } \phi \cos \delta) \\ &+ \text{sen } \beta (\text{sen } \phi \cos \delta - \cos \phi \text{sen } \delta) \dots\dots 2.2 \end{aligned}$$

Recordando los teoremas trigonométricos:

$$\begin{aligned} \cos(\phi - \delta) &= \cos \phi \cos \delta + \text{sen } \phi \text{sen } \delta \\ \text{sen}(\phi - \delta) &= \text{sen } \phi \cos \delta - \cos \phi \text{sen } \delta \end{aligned}$$

Substituyendo:

$$\cos \theta = \cos \beta \cos(\phi - \delta) + \text{sen } \beta \text{sen}(\phi - \delta)$$

Aplicando nuevamente el teorema se obtiene:

$$\cos(\beta - \phi + \delta) = \cos \beta \cos(\phi - \delta) + \text{sen } \beta \text{sen}(\phi - \delta)$$

Por tanto finalmente se tiene:

$$\cos \theta = \cos(\beta - \phi + \delta) \dots\dots\dots 2.3$$

Se recuerda que para el diseño propuesto  $\beta$  es ajustado manualmente con una periodicidad variable, dependiendo de su implementación. También se hace notar que el ángulo  $\delta$  se puede considerar que cambia diariamente, por tanto, la desviación  $\Theta$  en el seguimiento solar surge de la diferencia en la cadencia de cambio entre los ángulos  $\beta$  y  $\delta$ , por tanto, cuanto más frecuente sea el ajuste de  $\beta$  mayor será la exactitud en el seguimiento.

### II.C. Fundamentos de seguimiento

Los procesos fundamentales en el proceso de seguimiento son -- dos; el proceso de impulsión o motriz, y el proceso de control de posición. Por ser el seguimiento solar la acción de mantener una posición correlativa con los rayos solares con el plano colector, de manera que se minimice el ángulo de incidencia, y por ser el sol un astro en continuo movimiento a través de la bóveda celeste, esto implica que el plano colector tenga un movimiento, mismo que para llevarse a efecto, requiere un elemento motriz que genere este movimiento.

Por otra parte, por ser todo movimiento un desplazamiento en función del tiempo, es decir, que tenga una cadencia determinada, para poder reproducir o seguir un movimiento cualquiera, se requiere un control de movimiento, esto es, un control sobre el elemento motriz que genera el movimiento para que este se --

apegue a la cadencia y correlatividad deseada para el proceso de seguimiento.

En el seguimiento solar existen dos clases de control que son de lazo abierto o no retroalimentado, y de lazo cerrado o retroalimentado. El proceso no retroalimentado en seguimiento solar es fundamentalmente el que efectúa el control en base a -- tiempos directos o mediante software. El proceso retroalimentado es aquel en que se evalúa continuamente la entrada o dirección relativa de los rayos solares, y la salida o posición de el plano colector, para dar como respuesta a la comparación entre salida real y salida ideal un movimiento de corrección o reducción del error o desviación, que tenga como consecuencia, a un seguimiento con desviación mínima.

#### II.D. Elemento motriz y de control del diseño propuesto

El diseño que aquí se desarrolla es un dispositivo de seguimiento de control retroalimentado; un dispositivo puramente mecánico, en el cual los procesos motriz y de control están ligados en una unidad, esto es, los elementos que generan el movimiento simultáneamente funcionan como elementos de control. El diseño parte de considerar el giro en torno a un solo eje, giro que es impulsado por un actuador lineal como lo indica la figura 2.2.

Se parte por tanto que el eje de giro del plano se encuentra -

en el centro de masa del dispositivo en movimiento, lo que permite en cualquier posición o inclinación del plano colector, - esté en equilibrio, por tanto, es solo el actuador el que genera un cambio en la posición del plano colector.

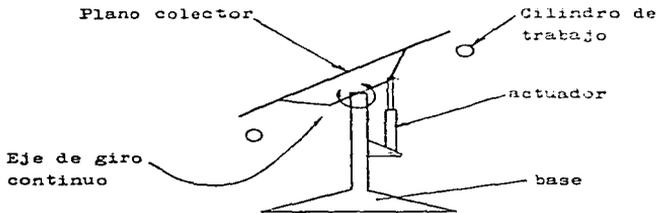


Fig.2.2: Esquema general de el plano colector con seguimiento propuesto.

En el diseño propuesto el accionamiento de el actuador lineal, se logra mediante la generación de diferenciales de presión en los cilindros de trabajo, diferencial que genera un empuje neto en el actuador, que por cuestión de simetría es un actuador de doble efecto y doble vástago como lo muestra esquemáticamente la figura 2.3.

Este actuador permite que para presiones de el mismo valor en ambos confinamientos, se tenga la misma magnitud de fuerza en ambos sentidos. Los cilindros de trabajo son fuentes de pre --

si3n en funci3n de la temperatura de el gas de trabajo, y esta a su vez es funci3n de la cantidad de radiaci3n recibida y de el coeficiente convectivo de transferencia de calor que prevalece. La capacidad de generar presi3n es 3nicamente funci3n de la temperatura siendo independiente de la posici3n del actuator, debido a que el gas que se propone se encontrara en estado de saturaci3n y por tanto, la posici3n del actuator solo alterar3 la calidad de las mezclas.



Fig.2.3; Diagrama esquem3tico del cilindro actuador a utilizar

En el sistema lo que act3a como control es la cantidad de sombra o insolaci3n que recibe cada cilindro en funci3n de la posici3n de el plano colector con respecto a la posici3n del sol en la b3veda celeste. Por tanto, cuando existe desviaci3n del seguimiento las sombras en consecuencia son diferentes para cada cilindro generando diferenciaci3n en el calentamiento y en consecuencia a sus temperaturas, as3 tambi3n debido a que el gas se encuentra en estado saturado para cualquier temperatura existe una y solo una presi3n posible, gener3ndose un diferen-

cial de presión entre ambos cilindros de trabajo que impulsa - el actuador llevando a el plano colector a un ángulo en que se reduce el error o desviación de seguimiento a un mínimo. Se tiene para este sistema que la posición correlativa plano-cilindro de trabajo más eficiente es el que se muestra en la figura 2.4.

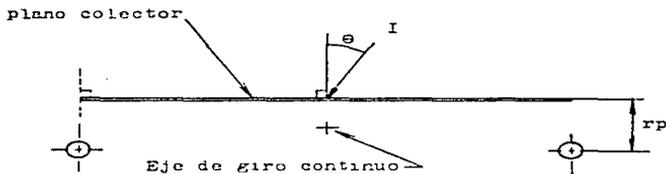


Fig.2.4; Disposición de cilindros captadores conductores con respecto a el plano colector teóricamente más eficiente.

Esto es, que el eje de los cilindros pase por la perpendicular a el plano colector en su límite, esto hace que el desequilibrio en sol-sombra para los cilindros se maximice para una desviación relativa de los rayos solares con respecto a el plano. Por otro lado, tanto mayor sea la magnitud de  $r_p$  mayor es la sensibilidad teórica del dispositivo, debido a que a mayor  $r_p$  es mayor el desplazamiento de las sombras para un  $\Delta\theta$  determinado. Teóricamente por tanto, cuanto mayor sea  $r_p$  mayor será -

la exactitud en el seguimiento, no obstante en la práctica se presentan aspectos físicos y económicos que limitan esta dimensión; de hecho uno de estos problemas prácticos es el que determina la dimensión de  $r_p$ , y este es debido a que si el desplazamiento del símbolo actuador es grande, el valor en la diferencia en las fracciones de sombreado entre cilindros de trabajo  $|f_{12} - f_{21}|$  cambia drásticamente para valores grandes de  $r_p$ ; lo que puede generar un movimiento contrario al seguimiento y en consecuencia un movimiento oscilante del plano colector, lo que repercute en el sistema con una desviación media mayor, así como un desgaste mayor para el sistema de seguimiento. El valor óptimo de  $r_p$  se obtiene de manera iterativa probando con diferentes valores de  $r_p$  y graficando el comportamiento de la desviación de seguimiento con respecto al tiempo, de esta manera se elige un valor de  $r_p$  en que la gráfica no muestre oscilación del sistema de seguimiento. Es importante destacar que si  $r_p$  es cero, el centro de masa del dispositivo en movimiento se encuentra en el plano colector, y cuando se incrementa el valor de  $r_p$  el centro de masa se aleja del plano colector. Esto es teóricamente importante porque es indispensable que el eje de giro se encuentre siempre en el centro de masa de el dispositivo para el correcto funcionamiento de este. Aún que como se verá más adelante la fuerza de fricción en los sellos del cilindro actuador es de tal importancia que permite la estabilidad del sistema en cualquier posición ante excentricidades mínimas pequeñas en torno a el eje de giro. Un elemento central en el estudio de control de dispositivos es

la estabilidad. En el dispositivo propuesto la estabilidad que  
da resuelta por la fuerza de fricción que se presenta por el -  
actuador, misma que evita cualquier oscilación y discretiza --  
cualquier movimiento, además de oponerse a entradas como el --  
viento, lluvia etc.

### III. Desarrollo teórico del diseño

#### III.A. Transferencia de calor

Debido a que el sistema basa su funcionamiento en la diferenciación en la temperatura de el gas en ambos cilindros captadores-conductores, importa modelar la transferencia de calor, para conocer la rapidez y niveles de calentamiento y enfriamiento de dichos confinamientos de gas de trabajo. Los mecanismos mediante los cuales los cilindros captadores conductores intercambian calor con el exterior, es básicamente por convección y radiación. El mecanismo mediante el cual se transfiere el calor a el gas de trabajo es mediante convección.

El comportamiento de la transferencia de calor que más importa es el que define la temperatura del gas de trabajo, por tanto, es necesario elaborar un modelo que describa la temperatura de este gas. Para elaborar el modelo es necesario conocer la conformación del cilindro captador conductor, que se muestra en la figura 3.1.

Como principio rector de la conformación del cilindro se tiene el minimizar la masa tanto del cilindro captador conductor así como la de el gas de trabajo, partiendo de la ecuación:

$$du = m c_v dT \dots\dots\dots 3.1$$

que nos dice que a menor masa es necesaria menos energía para-  
 cambiar la temperatura de un cuerpo en un diferencial de tempe-  
 ratura cualquiera. Además al reducir la masa de una misma su-  
 perficie de intercambio de calor, se reduce el tiempo de caleñ-  
 tamiento y enfriamiento para un diferencial de calor, aumentan-  
 do así la sensibilidad del sistema.

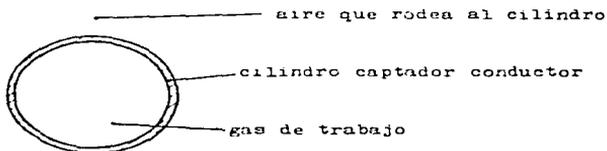


Fig.3.1; Sección radial de el cilindro captador conductor.

Por ser un sistema cuyo régimen de funcionamiento es prácticamen-  
 te permanentemente transitorio, se requiere de un parámetro  
 que permita saber que criterio de cálculo se puede utilizar. -  
 Considerando al cilindro captador conductor como nodo del cual  
 parte el cálculo, se evalúa la razón de resistencia interna --  
 por resistencia externa, este parámetro se denomina número de  
 Biot y se define como:

$$Bi = \frac{h Lc}{k} \dots\dots\dots 3.2$$

donde:  $k$  = conductividad del cilindro captador conductor;  
 $L_c$  = longitud característica, que en este caso es el  
 espesor del cilindro captador conductor;  
 $h$  = recíproco de la resistencia exterior, y es el  
 coeficiente convectivo de transferencia de calor.

Debido a que el cilindro captador conductor transfiere energía a dos medios (aire y gas), los coeficientes convectivos son  $h$  y  $h_i$  respectivamente.

Experimentalmente se ha determinado que cuando  $Bi < 0.1$  es -- factible y razonablemente exacto utilizar un método de resistencia interna despreciable, por lo que se evalúa si el número de Biot en nuestro caso se encuentra bajo dicho límite. Consultando tablas, se tiene para acero estirado en frío  $k = 43$  --  $W/m^2K$ , como se desconocen los valores de  $h$  y  $h_i$  se prueba en -- la condición límite:

$$0.1 = \frac{h L_c}{k} \dots\dots\dots 3.3$$

Considerando un espesor de 1 mm, substituyendo y despejando :  $h = 4300 W/m^2K$ , valor que es excesivamente alto para el sistema en estudio, por lo que resulta imposible que alcance dichos niveles, por lo que se concluye que satisface la condición  $Bi < 0.1$ . Por lo tanto, para el cilindro captador conductor se puede utilizar el siguiente balance de energía:

$$\epsilon f A_r I - h A_T (T_{cc} - T_{eo}) - h_i A_{Ti} (T_{cc} - T_{12}) = \rho c_p V \frac{dT_{cc}}{dt} \dots\dots\dots 3.4$$

- donde:  $\epsilon$  = emisividad del cilindro captador conductor;
- $f$  = fracción de superficie equivalente que recibe radiación solar directa del cilindro captador conductor de la máxima superficie equivalente radiante;
- $A_r$  = área equivalente máxima que puede recibir radiación solar directa de el cilindro captador conductor;
- $I$  = radiación solar directa;
- $A_T$  = superficie total del cilindro captador conductor;
- $T_{cc}$  = temperatura del cilindro captador conductor;
- $T_{eo}$  = temperatura del medio ambiente;
- $A_{Ti}$  = superficie interna del cilindro captador conductor;
- $T_{12}$  = temperatura del gas de trabajo;
- $c_p$  = capacidad calorífica de el cilindro captador conductor;
- $V$  = volumen de el material que conforma a el cilindro captador conductor.

Ahora bién, enfocando la necesidad de obtener un modelo que nos describa la temperatura del gas, se considera a este como un cilindro limitado por el cilindro captador conductor, mediante el cual transfiere calor por convección cuyo coeficiente es  $h_i$ . Es conveniente elaborar un modelo que considere despre-

ciable la resistencia interna del gas comparada con el recíproco de  $h_i$ , para tal efecto se evalúa el número de Biot:

$$Bi = \frac{h_i L_c}{k_e} \dots\dots\dots 3.5$$

donde:  $L_c$  = longitud equivalente, que en este caso por norma --  
es  $r_o/2$ ;  
 $r_o$  = radio del cilindro de gas;  
 $k_e$  = conductividad equivalente.

Substituyendo se obtiene:  $Bi = 0.38$ , valor que no satisface la condición  $Bi < 0.1$ , no obstante es necesario considerar -- los siguientes argumentos:

La razón comparativa que representa el número de Biot, nos -- brinda el conocimiento de diferenciales de temperatura entre -- la superficie y el interior del cuerpo para que se transfiera -- una cantidad de calor determinado, como al tratar con flujos -- de calor transitorio es importante el calentamiento o cambio de temperatura de el cuerpo en su conjunto, es conveniente por tanto, poder saber si el diferencial de temperaturas máximo en el cuerpo es lo suficientemente pequeño como para considerar -- una sola temperatura para todo el cuerpo.

Para que pueda existir transferencia de calor debe existir un diferencial de temperatura entre los puntos entre los cuales -- existe la transferencia, no obstante esta diferencia es tan pe

queña en ocasiones que se puede despreciar a fin de simplificar los cálculos de calentamiento como conjunto. Por tanto el número de Biot nos dice indirectamente cual es la razón de diferencia de temperatura de el exterior por el interior; ahora bien, este número se utiliza para cuerpos sólidos y para algunos fluidos a presión constante, por lo tanto cabe hacer la siguiente observación: El número de Biot calculado para el gas no cumple con la condición  $Bi < 0.1$ , lo que nos dice que la diferencia de temperaturas a través de el no es despreciable, pero aquí se incluye un factor fundamental, que es el hecho de que se trata de un gas en estado saturado y confinado, por lo que la presión es función de la temperatura, lo que implica que el diferencial de temperaturas existe para poder efectuarse la transferencia de calor, no obstante esta diferencia a nivel macroscópico es mínima, debido a que por ser un gas confinado su presión es la misma en todo el confinamiento y por ser un gas saturado su temperatura corresponde unívocamente a la presión, por lo que finalmente, se considera que el diferencial de temperatura interno es mínimo, por lo cual se puede modelar la transferencia de calor como si se tratara de transferencia de calor con resistencia interna despreciable. Por tanto, efectuando un balance de energía para el gas se tiene:

$$hi A_{Ti} (T_{cc} - T_{12}) = \rho_{12} c_{p12} V_{12} \frac{dT_{12}}{dt} \dots\dots 3.b$$

donde:  $hi$  = coeficiente convectivo al interior del cilindro captador conductor;

- h = coeficiente convectivo al exterior;
- ρ = densidad de el cilindro captador conductor;
- ρ<sub>12</sub> = densidad de el gas de trabajo en condiciones medias de operación;
- cp<sub>12</sub> = capacidad calorífica del gas de trabajo en condiciones medias de operación;
- V<sub>12</sub> = volumen de el gas de trabajo por confinamiento.

Despejando T<sub>cc</sub> de la ecuación 3.6:

$$T_{cc} = T_{12} + \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h_i A_{T_i}} \frac{dT_{12}}{dt} \dots\dots\dots 3.7$$

Substituyendo la ecuación 3.7 en la 3.4 y desarrollando se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left( \rho \text{ cp } v \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h_i A_{T_i}} \right) \frac{d^2 T_{12}}{dt^2} \\ & + \left( \rho \text{ cp } v + h A_T \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h_i A_{T_i}} + \rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12} \right) \frac{dT_{12}}{dt} \\ & + h A_T T_{12} = \epsilon f A_r I + h A_T T_{\infty} \dots\dots\dots 3.8 \end{aligned}$$

Dividiendo entre h A<sub>T</sub> se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\rho \text{ cp } v}{h A_T} \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h_i A_{T_i}} \right) \frac{d^2 T_{12}}{dt^2} \\ & + \left( \frac{\rho \text{ cp } v}{h A_T} + \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h_i A_{T_i}} + \frac{\rho_{12} \text{ cp}_{12} V_{12}}{h A_T} \right) \frac{dT_{12}}{dt} \\ & + T_{12} = \frac{\epsilon f A_r I + h A_T T_{\infty}}{h A_T} \dots\dots\dots 3.9 \end{aligned}$$

Para simplificar su manejo sean:

$$A = \frac{Q_{cp} V}{h A_T} \frac{Q_{12} c_{p12} V_{12}}{h_1 A_{T1}} \dots\dots\dots 3.10a$$

$$B = \frac{Q_{cp} V}{h A_T} + \frac{Q_{12} c_{p12} V_{12}}{h_1 A_{T1}} + \frac{Q_{12} c_{p12} V_{12}}{h A_T} \dots\dots 3.10b$$

$$C = 1 \dots\dots\dots 3.10c$$

$$f(t) = \frac{\epsilon f A_r I + h A_T T}{h A_T} \dots\dots\dots 3.10d$$

Substituyendo se tiene finalmente:

$$A \frac{d^2 T_{12}}{dt^2} + B \frac{dT_{12}}{dt} + C T_{12} = f(t) \dots\dots 3.11$$

Las raíces de la ecuación característica son:

$$S_1 = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}} \dots\dots\dots 3.12a$$

$$S_2 = -\frac{B}{2A} - \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}} \dots\dots\dots 3.12b$$

La ecuación 3.11 es una ecuación lineal de segundo orden no homogénea y en todo caso con raíces reales, y su solución es :

$$T_{12} = K_1 \exp(S_1 t) + K_2 \exp(S_2 t) + f(t) \dots\dots\dots 3.13$$

donde las constantes  $K_1$  y  $K_2$  se determinan como sigue:

$$K1 = \frac{(f(t) - T(O)) S2 - \dot{T}(O)}{S1 - S2} \dots\dots\dots 3.14a$$

$$K2 = \frac{\dot{T}(O) - S1 (f(t) - T(O))}{S1 - S2} \dots\dots\dots 3.14b$$

El valor de los coeficientes convectivos, externo h e interno hi, de transferencia de calor se calculan como sigue:

El coeficiente externo h se define como:  $h = hc + hr$ , donde hc es el coeficiente convectivo de transferencia de calor y hr es el coeficiente de radiación de transferencia de calor - que se define como:

$$hr = 4 \epsilon \sigma T_m^3 \dots\dots\dots 3.15a$$

donde

$$T_m = \frac{T_{inf} + T_{sup}}{2} \dots\dots\dots 3.15b$$

Este coeficiente es válido cuando el diferencial de las temperaturas inferior y superior posibles es relativamente pequeño. Para calcular hc se tiene:

$$hc = \frac{Nu \ kaire}{Lc} \dots\dots\dots 3.16$$

donde: kaire = conductividad del aire;

Lc = longitud característica, que en este caso se toma como el diámetro exterior del cilindro captador;

Nu = número de Nusselt.

Para calcular el número de Nusselt para el coeficiente  $h_c$  se tiene que cuando la velocidad de el viento es diferente de cero se usa la ecuación:

$$Nu = 0.3 + 0.62\phi (1 + (3.92 \times 10^{-4}) Re^{5/8})^{4/5} \dots 3.17a$$

donde:

$$\phi = Re^{1/2} Pr^{1/3} (1 + (0.4/Pr)^{2/3})^{-1/4} \dots 3.17b$$

Se recuerda que:  $Re = \frac{\rho u L_c}{\mu} \dots 3.17c$

y

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k_{aire}} \dots 3.17d$$

donde:  $\rho$  = densidad del aire;

$u$  = velocidad de el viento;

$L_c$  = diámetro exterior del cilindro captador;

$\mu$  = viscosidad absoluta del aire;

$c_p$  = capacidad calorífica del aire a presión constante.

Cuando la velocidad de el viento es cero se tiene:

$$Nu = 0.53 \left( \frac{Pr}{Pr + 0.952} \right) Ra_D^{1/4} \dots 3.18a$$

donde  $Ra_D$  es el número de Rayleigh calculado con el diámetro del cilindro, y se define como:

$$Ra_D = \frac{g L_c \beta (T_{sc} - T)}{\nu \alpha} \dots 3.18b$$

donde:  $\beta$  = coeficiente de flotación o expansividad térmica, que para gases de comportamiento cercano al ideal se -- tiene:

$$\beta = \frac{1}{T_{\infty}} \dots\dots\dots 3.19$$

utilizando un valor absoluto de  $T_{\infty}$  ;

$g$  = constante gravitacional;

$\nu$  = viscosidad cinemática  $\nu = \mu/\rho \dots\dots\dots 3.20a$ ;

$\alpha$  = difusividad térmica  $\alpha = k/\rho c_p \dots\dots\dots 3.20b$ .

El coeficiente convectivo interno  $h_i$  se calcula como sigue ; debido a la complejidad de los fenómenos de transferencia de calor, y por tanto la solución analítica de dichos fenómenos , se elaboran correlaciones basadas en la experimentación. Por tanto, se debe coleccionar el grupo de correlaciones utilizables, que fundamentalmente expresan el valor de el número de Nusselt, y a través de este se conoce el coeficiente convectivo como sigue:

$$h_i = \frac{k_{12} Nu}{L_c} \dots\dots\dots 3.21$$

donde:  $k_{12}$  = conductividad de el gas de trabajo;

$L_c$  = longitud característica, que en este caso es el diámetro interior del cilindro captador conductor.

Debido a la naturaleza de la información disponible, es conveniente tratar el perfil del cilindro como un cuadrado como lo muestra la figura 3.2.

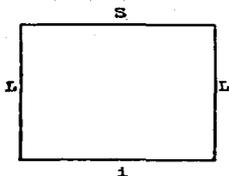


Fig.3.2; Perfil idealizado que facilita el cálculo.

donde se designa con la letra L a las caras verticales, S a la cara superior e "i" a la inferior.

A esta configuración se le calcula el número de Nusselt a cada superficie y finalmente para el conjunto se considera el promedio de los números de Nusselt obtenidos para cada cara de manera independiente. Cabe mencionar que debido a la alta difusividad de el cilindro captador conductor, la temperatura es prácticamente uniforme en toda la superficie del cilindro, razón por la que se considera que todas las caras idealizadas transfieren calor a el gas de trabajo.

Para la cara inferior se utiliza la siguiente ecuación:

$$Nu_i = (0.104 Ra^{0.305} Pr^{0.084}) (\cos(\pi - \theta))^{0.29} \dots 3.22a$$

donde:  $\theta$  = ángulo entre el eje del cilindro captador conductor

con respecto a la horizontal.

Para cualquiera de las caras verticales (L) se utiliza la ecuación:

$$Nu_L = 0.242 Ra^{0.272} \dots\dots\dots 3.22b$$

Para la cara superior se utiliza la ecuación:

$$Nu_G = 1 + (Nu_L - 1) \text{ sen } \Theta \dots\dots\dots 3.22c$$

Finalmente el número de Nusselt a utilizar se calcula como:

$$Nu = \frac{1}{4} (Nu_1 + 2 Nu_L + Nu_G) \dots\dots\dots 3.23$$

### III.B. Expansión, compresión, elemento matriz y control

Debido a la naturaleza de una sustancia en estado de saturación en que existe una relación biunívoca entre la temperatura y la presión, esto es, para cualquier temperatura en específico existe una y solo una presión posible para la sustancia en estudio, por lo que se empleara en el sistema gas en estado saturado. El sistema basa su funcionamiento en la generación de diferencias de presión del gas entre ambas cámaras de trabajo; donde las cámaras se refiere a la suma de el gas en el interior de los cilindros captadores conductores en que se confina

el gas así como en el interior de la manguera conectora entre los cilindros captadores conductores y el cilindro actuador, - además de lo contenido en el cilindro actuador. Por lo que, es deseable tener un gas con una relación  $dP/dT$  grande, esto es que para un diferencial de temperatura tenga el mayor diferencial de presión posible en estado saturado. Por lo anteriormente mencionado, el gas de trabajo que se propone debido a sus - propiedades en el rango de temperaturas ambientales es el refrigerante conocido como Freón-12 en estado saturado.

En nuestro sistema la entrada es la temperatura en las cámaras de calentamiento, misma que se traduce en una presión para cada una de estas cámaras; cuando la diferencia de presión en dichas cámaras generan una fuerza resultante en el cilindro actuador que vence a las fuerzas de fricción presentes se inicia la expansión o compresión (dependiendo de la cámara que se toma como referencia). Esta expansión se efectúa en forma relativamente rápida, comparada con el calentamiento o enfriamiento de la cámara de trabajo, por lo que se puede considerar a la expansión (o compresión), prácticamente adiabática. Se recuerda que en una expansión adiabática se presenta una caída de presión proporcional a la magnitud de la expansión.

Para poder realizar cálculos de los niveles de expansión y -- condiciones prevaletientes despues de la expansión, es indispensable consultar las tablas de vapor y líquido saturados para definir el comportamiento del proceso.

La ecuación que define las propiedades específicas después de una expansión (o compresión) es:

$$u_{xe} = \left( \frac{1}{u_g - u_f} \right) \left( \left( \frac{u_x - u_f}{u_g - u_f} \right) (u_g - u_f) + u_f - u_{fe} \right) \cdot (u_{ge} - u_{fe}) + u_{fe} \dots\dots\dots 3.24$$

donde:  $U$  = volumen específico;

$u$  = energía interna específica;

Los subíndices:

$f$  denota que se trata de líquido saturado;

$g$  denota que se trata de vapor saturado;

$x$  denota que se trata de la mezcla como unidad;

Además el subíndice "e" denota que se trata de las propiedades después de la expansión (o compresión), y los que no lo tienen denotan que se trata de las propiedades anteriores a la expansión (o compresión).

De las propiedades presentes en la ecuación, a excepción de  $U_x$  que es un antecedente del sistema, se encuentran en las tablas en función de la temperatura o presión que tiene el sistema antes y después de la expansión (o compresión). Los valores de temperatura o presión anteriores a la expansión (o compresión) se obtienen mediante los modelos de transferencia de calor ya desarrollados que describen la temperatura en función del tiempo en condiciones de calentamiento (o enfriamiento) prevalecientes.

Los valores de temperatura o presión posteriores a la expansión (o compresión), se calculan como se expone a continuación por tanto, como se ha mencionado anteriormente la expansión (o compresión) termina cuando la fuerza en el actuador que genera la diferencia de temperaturas en las cámaras (por tanto de presión) se equilibra con las fuerzas de fricción presentes en el sistema. Debido a que las fuerzas de fricción son esencialmente constantes, es posible calcular la diferencia de presiones-residual de cada expansión (o compresión), de esta manera, si se conoce el diferencial de temperatura antes de, y el diferencial despues de, las temperaturas despues de la expansión (o compresión) se calculan como:

$$T_{izqe} = \frac{1}{2} (T_{izq} + T_{der} + \Delta T_d) \dots\dots\dots 3.25a$$

$$T_{dere} = \frac{1}{2} (T_{izq} + T_{der} - \Delta T_d) \dots\dots\dots 3.25b$$

donde:  $\Delta T_d = \Delta T_{det}$  para  $T_{izq} > T_{der} \dots\dots\dots 3.25c$

$\Delta T_d = - \Delta T_{det}$  para  $T_{izq} < T_{der} \dots\dots\dots 3.25d$

donde:  $T_{izq}$  = temperatura en la cámara de trabajo izquierda antes de la expansión (o compresión);

$T_{der}$  = temperatura en la cámara de trabajo derecha antes de la expansión (o compresión);

$T_{izqe}$  = temperatura en la cámara de trabajo izquierda despues de la expansión (o compresión);

$T_{dere}$  = temperatura en la cámara de trabajo derecha

despues de la expansión (o compresión);

$\Delta T_{det}$  = es el valor absoluto de la diferencia de temperaturas remanente a una expansión (o compresión) cuya ecuación definitoria se expondrá más adelante.

Una vez que se calcula el nivel de expansión (o compresión), para continuar la descripción del sistema, es necesario introducir a el modelo de transferencia de calor la nueva temperatura de la cámara de trabajo respectiva. En este punto cabe hacer notar que la temperatura que se introduce al modelo no es  $T_{izqe}$  o  $T_{dere}$ , debido a que esta es la temperatura para el proceso adiabático del gas, no obstante la temperatura del cilindro captador conductor es la misma que antes de la expansión (o compresión), por lo que estos dos elementos (gas y cilindro-captador conductor) relativamente pronto llegarán a un equilibrio térmico que disminuirá la temperatura del cilindro captador conductor y aumentara la temperatura del gas de trabajo para el caso de expansión y viceversa para el caso de compresión. La temperatura de equilibrio se calcula como sigue:

$$T_{izqu} = \frac{m_{12} c_{p12} T_{izqe} + m_{cc} c_{pcc} T_{izq}}{m_{12} c_{p12} + m_{cc} c_{pcc}} \dots\dots 3.26a$$

$$T_{deru} = \frac{m_{12} c_{p12} T_{dere} + m_{cc} c_{pcc} T_{der}}{m_{12} c_{p12} + m_{cc} c_{pcc}} \dots\dots 3.26b$$

donde:  $m_{12}$  = masa del gas de trabajo en cada cámara;

$m_{cc}$  = masa total de cada cilindro captador conductor,

$c_{p12}$  = capacidad calorífica del gas de trabajo;  
 $c_{pcc}$  = capacidad calorífica del cilindro captador con -  
ductor.

Una vez calculada la temperatura de equilibrio se introduce en el modelo de transferencia de calor para continuar el cálculo o simulación.

Ahora bien, en los tratados de expansión (o compresión) no se ha especificado que naturaleza volumétrica o geométrica se tiene, misma que reviste una importancia fundamental en el sistema de seguimiento, debido a que la expansión y compresión se efectúan en un cilindro actuador de doble efecto y doble vástago, como lo ilustra la figura 3.3.

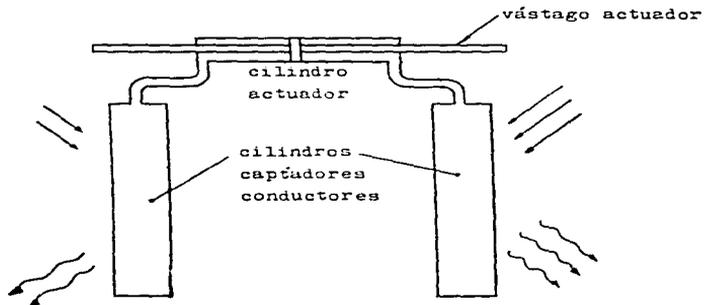


Fig.3.3; Esquema del sistema de impulsión propuesto.

Como se muestra el gas se encuentra tanto en la cámara de ca -  
lentamiento como en el cilindro actuador, que podemos llamar -  
cámara de expansión-compresión, por lo tanto la expansión o --  
compresión se traduce en un desplazamiento que mueve o impulsa  
a el plano colector, como se muestra en la figura 3.4.

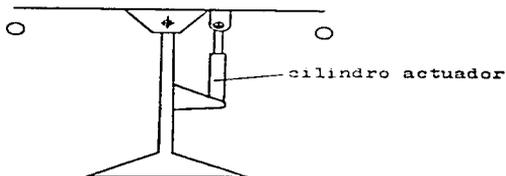


Fig-3.4; Posición del cilindro actuador en el sistema.

Es así como se genera el elemento motriz de el seguidor solar,  
que aquí se desarrolla; esto es, la diferencia en radiación so-  
lar directa recibida por ambas cámaras de trabajo, genera una  
diferencia de presiones misma que genera un desplazamiento del  
actuador, elemento que se traduce en impulsor de movimiento --  
que requiere el seguimiento. Se recuerda que los dos elementos  
fundamentales en el seguimiento son; elemento motriz y control  
de movimiento, este último, en función de la posición relativa  
de los rayos solares con respecto a el plano colector. El ele-  
mento de control en este sistema es la generación de presiones

diferentes en las cámaras de trabajo. relación directa de la -  
diferencia en el calentamiento de ambas cámaras, recordando la  
ecuación:

$$T_{12} = K1 \exp(S1 t) + K2 \exp(S2 t) + f(t) \quad \dots 3.13$$

Este es el modelo que define la temperatura de cualquier cámara en función del tiempo, condiciones iniciales, factor convegtivo externo y fracción de radiación del total posible recibido por un cilindro captador conductor, este último es el factor que define el control de calentamiento en función de la posición correlativa de los rayos solares con el plano colector. Se recuerda que el modelo anterior es válido para cualquier cilindro, por tanto, la posición del plano colector con respecto a la posición del sol en la bóveda celeste genera un  $f$  particular para cada cámara, por tanto, cuando el error de seguimiento es cero los factores  $f$  de ambos cilindros son iguales, por lo que el modelo que describe la temperatura, da el mismo valor para ambos cilindros, dando por consecuencia la estabilización del seguidor; en el momento que se genera una desviación en el seguimiento, el valor de  $f$  para ambos cilindros se diferencia, dando por resultado la diferenciación de las temperaturas, misma que en cierto nivel genera un movimiento de el plano colector que reduzca el error de seguimiento.

Las funciones que definen las  $f$  son:

$$f_{12} = 1, \quad f_{der} = 0 \quad \text{para} \quad (\beta_s - \omega) < -\alpha_p \quad \dots 3.27a$$

$$\text{fizq} = \frac{\beta_0 - \omega}{\alpha_p}, \quad \text{fder} = 0 \quad \text{para} \quad -\alpha_p \leq (\beta_0 - \omega) \leq 0 \quad \dots 3.27b$$

$$\text{fizq} = 0, \quad \text{fder} = \frac{\beta_0 - \omega}{\alpha_p} \quad \text{para} \quad 0 \leq (\beta_0 - \omega) \leq \alpha_p \quad \dots 3.27c$$

$$\text{fizq} = 0, \quad \text{fder} = 1 \quad \text{para} \quad \alpha_p < (\beta_0 - \omega) \quad \dots 3.27d$$

donde:  $\beta_0$  = ángulo entre la proyección de la normal al plano colector sobre la eclíptica y los rayos solares;

$\omega$  = ángulo horario;

$\alpha_p$  = ángulo definido por la ecuación:

$$\alpha_p = 2 \operatorname{ang} \tan \frac{r_{ci}}{r_p},$$

particularmente este ángulo se muestra en la figura 3.5;

$r_p$  = distancia perpendicular a el plano colector entre este y el eje del cilindro captador conductor;

$r_{ci}$  = radio del cilindro captador conductor.

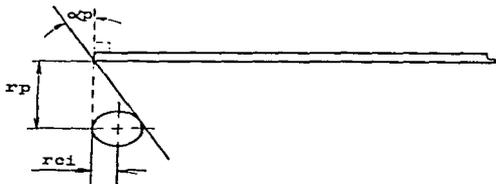


Fig.3.5; Ilustración de los parámetros que determinan la disposición de el cilindro captador con respecto al plano colector.

Las funciones  $f_{izq}$  y  $f_{der}$  son ilustradas en la figura 3.6 .

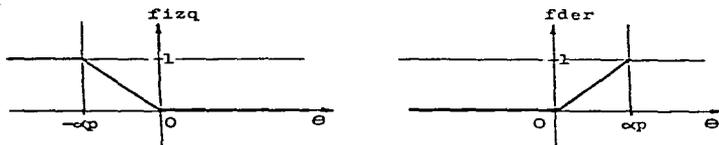


Fig.3.6: (a) función  $f_{izq}$ ; (b) función  $f_{der}$ .

En este punto se ha tomado una decisión que es importante justificar. Se menciona que la mejor posición correlativa de los cilindros captadores era aquella en que el eje de los cilindros coincidía con un plano ideal perpendicular a el plano colector en su límite. Sin embargo debido a la naturaleza del gas de trabajo y su alta presión de saturación a temperatura ambiente, se busca reducir al mínimo la temperatura media del gas; llevando a una disposición en que a error de seguimiento-cero se mantengan comprendidos el total de los cilindros captadores conductores. Es por tanto así determinada la relación entre cilindros captadores conductores y el plano captador que se propone para el sistema. De las ecuaciones 3.27 se hace notar que para valores grandes de  $r_p$ , el valor de  $f$  cambia a un ritmo mayor para un  $\Delta(\beta_s - \omega)$  determinado. Como  $f_{izq} = f_{der}$ , depende de la cadencia de seguimiento es importante calcular -

un rp tal que se evite la oscilación en el funcionamiento de el sistema de seguimiento solar.

### III.C. El viento y su influencia

El viento es una consecuencia de la radiación solar. Las diferencias de insolación entre distintos puntos del planeta generan diferentes áreas térmicas, y los desequilibrios de temperatura se traducen en variaciones de presión. El aire, como cualquier gas, se mueve desde zonas de alta presión a las de baja presión. Los efectos de la mayor radiación recibida por la zona ecuatorial y menor radiación recibida en los polos así como la rotación terrestre, establecen un patrón a nivel planetario además de considerar los efectos producidos por las costas, el mar y las montañas, y aún más detenidamente los que se derivan de la orografía del terreno que pueden perturbar considerablemente el movimiento de las capas bajas de la atmósfera, así como los microclimas. De esta manera, los parámetros que definen el régimen de vientos en un punto determinado dependen de:

- La situación geográfica
- Las condiciones microclimáticas
- La estructura topográfica de la zona
- Las irregularidades del terreno
- La altura sobre el nivel del mar

Para conocer el comportamiento del viento en un punto determinado, se hace necesario disponer de una información meteorológica detallada sobre la estructura y distribución de los vientos en función de la velocidad. Las mediciones estadísticas deben realizarse durante un período mínimo de tres años para poder obtener valores fiables. Para realizar la medición de las velocidades del viento se utilizan aparatos llamados anemómetros.

En el funcionamiento del seguidor solar, la presencia del viento es importante, debido a que la superficie del plano colector está expuesta a corrientes de viento, que para situaciones particulares de posición de plano colector, velocidad del viento y dirección del viento, pueden generar fuerzas resultantes que tiendan a generar un giro en el plano colector, situación indeseable, debido a que puede ocasionar una desviación del seguimiento óptimo.

Para evaluar el torque que genera el viento para diferentes direcciones y velocidades de este, así como para diversas posiciones del plano colector, se efectúa el siguiente desarrollo de un modelo que describa matemáticamente el efecto del viento en el sistema, para así poder realizar un diseño que tome en cuenta la presencia del viento.

Por principio se considera que la componente del viento que afecta a el sistema es aquella perpendicular a el eje de giro

y se modela como:

$$V_{ef} = V \operatorname{sen} \xi \quad \dots\dots\dots 3.29$$

donde:  $V_{ef}$  = componente de viento perpendicular a el eje de giro;

$V$  = magnitud de la velocidad del viento;

$\xi$  = ángulo que existe entre la proyección horizontal de el eje de giro y la dirección del viento.

Un concepto fundamental en este desarrollo es la conservación de cantidad de movimiento, en este caso de un fluido, el aire, cuya ecuación general es:

$$F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \bar{V} \rho \, dV + \int_{SC} \bar{V} \rho \bar{V} \, dA \quad \dots\dots 3.30$$

donde:  $F$  = fuerza neta que actúa sobre el volumen de control;

$V$  = velocidad de el fluido;

$\rho$  = densidad de el fluido;

$V$  = magnitud de el volumen de control ( $VC$ );

$A$  = área a través de la cual fluye el fluido en la superficie de control ( $SC$ ).

El primer término del lado derecho representa el cambio de cantidad de movimiento en función del tiempo, y para flujos estacionarios se considera como cero, consideración que se hará para el presente caso. El segundo término de el lado derecho representa el cambio de cantidad de movimiento debido a las fuer

zas que están presentes en el fenómeno en estudio. En el presente desarrollo, la magnitud total de la cantidad de movimiento permanece inalterada, el único cambio presente es de orden vectorial, esto es, solo cambia la dirección (no el módulo) -- de la velocidad de el fluido, no su magnitud. La siguiente figura (3.7), ilustra el fenómeno en estudio de manera ideal:

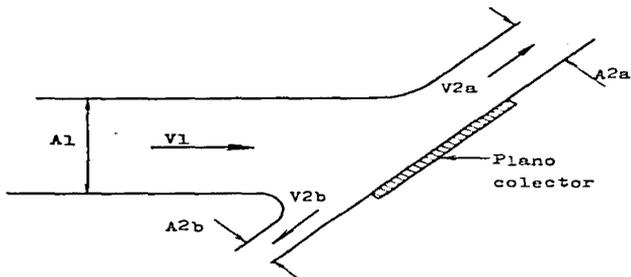


Fig.3.7; Idealización física del flujo de aire para el cálculo

La figura 3.7 ilustra una idealización bidimensional del fenómeno, en el que se tiene por conservación de masa que:

$$A_1 = A_{2a} + A_{2b}$$

y por conservación de cantidad de movimiento:

$$|V_1| = |V_{2a}| + |V_{2b}|$$

Se recuerda que la ecuación que describe el principio de conservación de masa es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \, dV + \int_{SC} \rho \, \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \dots\dots\dots 3.31$$

Recordando que para el caso estacionario el primer término es idénticamente cero. Debido a que la velocidad de el aire provocada por el viento es de tal magnitud que la compresión es esencialmente despreciable, y esto, combinado con la baja viscosidad de el aire, permite manejar los cálculos de manera que se considere un fluido incompresible no viscoso; esto permite la utilización del teorema de Bernoulli, que se puede escribir como:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g z = \text{cte.} \quad \dots\dots\dots 3.32$$

- donde: P = presión;  
 ρ = densidad;  
 g = constante gravitacional;  
 v = velocidad absoluta;  
 z = altura piezométrica relativa de un punto cualquiera de el fluido en estudio.

Una vez hecha la consideración anterior, se plantea la ventaja de utilizar dos puntos de referencia para el modelado que describa el comportamiento del sistema en presencia de viento.

En el estudio de cuerpos sumergidos en una corriente de fluido

es importante el concepto de presión de estancamiento, que se define como aquel punto sobre la superficie de un cuerpo sumergido en un flujo de fluido, en el que la velocidad de el fluido es cero (se recuerda que el fluido se considera no viscoso) y además en este punto toda la energía de cantidad de movimiento debida a la velocidad de la corriente se convierte en energía de presión. En nuestro estudio el punto de estancamiento, se presenta como se muestra en la figura 3.8.

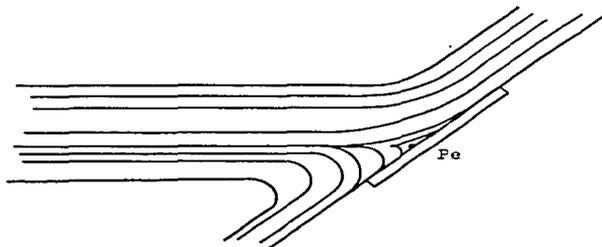


Fig.3.8: Punto de estancamiento en el plano colector.

Debido a la naturaleza geométrica plana del plano colector, al encontrar el punto en que se encuentra la presión de estancamiento, es posible establecer el campo de presiones sobre el plano como se muestra en la figura 3.9.

Cabe destacar el hecho de que la linealidad del comportamiento permite una relativa simplicidad en el modelado, con una exac-

titud razonable.

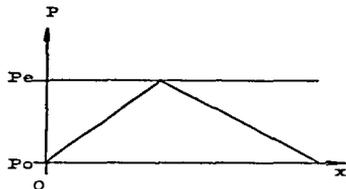


Fig.3.9; Campo de presiones aproximado sobre el plano colector

Así mismo se destaca que hasta ahora las últimas figuras por simplicidad representativa, solo se han expuesto idealizaciones bidimensionales, por lo que se debe reconocer que el flujo tiene una naturaleza tridimensional en el que se presenta un patrón de corriente radial en torno a el punto de estancamiento como se muestra en la figura 3.10.

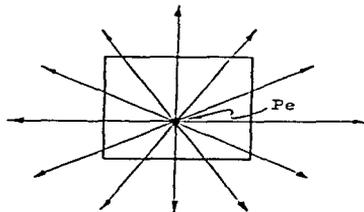


Fig.3.10; Campo de velocidades aproximado sobre el plano.

Es util e ilustrativo visualizar el patrón aproximado que se presenta de el potencial de velocidades que es como lo muestra la figura 3.11.

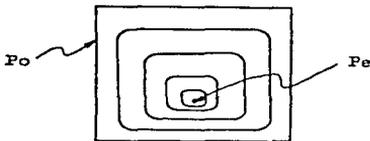


Fig.3.11; Campo de presiones aproximado sobre el plano colector.

En este punto, en el que entra la conveniencia de tomar dos puntos de referencia para la utilización de el teorema de Bernoulli, y estos son, un punto cualquiera en la corriente -- libre, esto es, la componente actuante de la velocidad de el viento en un punto en que la presencia del plano no la afecte y otro punto sera el lugar en que se presenta la presión de estancamiento. Por otra parte, debido a que no hay diferencias de alturas piezométricas de consideración para el aire, se considera a este factor como despreciable, por lo que para estos dos puntos la ecuación de Bernoulli se puede escribir como:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{P_e}{\rho} \dots\dots\dots 3.33a$$

Despejando la presión obtenemos:

$$P_e = \frac{\rho v^2}{2} \dots\dots\dots 3.33b$$

donde:  $P_e$  = presión de estancamiento;

$V$  = componente de la velocidad del aire perpendicular a  
el eje de giro;

$\rho$  = densidad del aire a temperatura ambiente.

De esta manera podemos calcular la magnitud de la presión de estancamiento; requiriendo ahora conocer la ubicación de el -- punto de estancamiento. Para poder conocer la ubicación de el punto de estancamiento en el plano colector, se toman en cuenta las siguientes consideraciones: El punto de estancamiento , funciona como un parte aguas en cuanto al sentido de la velocidad, como lo muestra la figura 3.12.



Fig-3.12; Líneas de corriente fundamentales en relación con el punto de estancamiento.

Como se ha visto en la figura 3.12, el flujo que cambia su dirección en mayor ángulo, cambia en consecuencia la magnitud vectorial de su movimiento en mayor medida que el flujo que cambia su dirección en menor ángulo. Ahora bien, por la ley de conservación de cantidad de movimiento, que determina que el cambio neto en cantidad de movimiento es idéntico en torno a el punto de estancamiento, esto es, si idealmente concentramos en el punto  $P_e$  todas las fuerzas que ejerce el plano colector sobre la corriente de viento, la fuerza que este punto ejerce sobre cada vertiente de salida en el flujo, multiplicada por el caudal de cada vertiente, el resultado es idéntico para ambas vertientes de salida. Analizando esto con mayor detenimiento tenemos que, la diferencia en el cambio de dirección de el flujo idealizado se presenta solo en la dirección perpendicular a el eje de giro, por lo que el cambio en dirección paralela a el eje de giro es nulo. De lo que se deduce que el punto de estancamiento se encuentra sobre una línea perpendicular a el eje de giro, misma que pasa por el centro geométrico del plano colector, por lo que resta conocer la ubicación precisa del punto  $P_e$  sobre dicha línea. Para nuestro análisis se toma en cuenta el marco de referencia que se muestra en la figura 3.13.

En este punto se designa con la letra  $E$  las magnitudes de entrada y con  $S$  e  $I$  a las magnitudes de salida superior e inferior respectivamente. Según lo dicho, el cambio en la cantidad de movimiento entre los flujos  $E$  e  $I$  es igual a el cambio en

tre E y S. Para las componentes en x e y para ambas salidas (S e I), se evalúa la ecuación:

$$F = \int_{SC} \vec{v} \cdot \vec{v} \cdot dA \dots\dots\dots 3.34$$

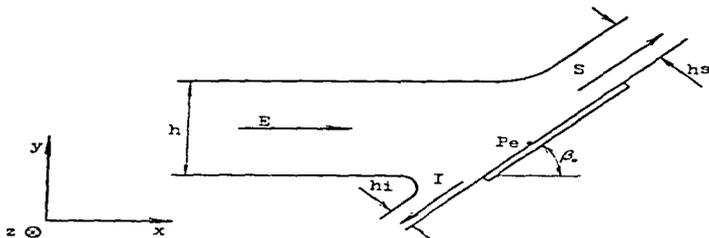


Fig.3.13; Nomenclatura y marco de referencia utilizados para el cálculo.

Resultando para la salida S:

$$F_{xs} = (u_{2S} - u_1) \rho V A_s \dots\dots\dots 3.35a$$

$$F_{ys} = (u_{2S} - u_1) \rho V A_s \dots\dots\dots 3.35b$$

Para la salida I se obtiene:

$$F_{xi} = (u_{2I} - u_1) \rho V A_i \dots\dots\dots 3.36a$$

$$F_{yI} = (u_{2I} - u_1) \rho V A_1 \dots\dots\dots 3.36b$$

donde:  $u_{2S} = V \cos \beta$  ;  $u_{2S} = V \operatorname{sen} \beta$  ;

$u_{2I} = -V \cos \beta$  ;  $u_{2I} = -V \operatorname{sen} \beta$  ;

$u_1 = V$  ;  $u_1 = 0$  .

Recordando que  $|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$  y substituyendo se obtiene:

$$|F_S| = \rho V^2 A_S \sqrt{(\cos \beta_s - 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} \dots\dots\dots 3.37a$$

$$|F_I| = \rho V^2 A_I \sqrt{(\cos \beta_s + 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} \dots\dots\dots 3.37b$$

Por conservación de cantidad de movimiento tenemos que los valores  $|F_S| = |F_I|$ , por lo que igualando se obtiene:

$$A_S \sqrt{(\cos \beta_s - 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} = A_I \sqrt{(\cos \beta_s + 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} \dots\dots\dots 3.38a$$

Como ya mencionamos, el cambio en la dirección de las velocidades es idéntico en magnitud para la dirección z, por lo que no interesa la dimensión del plano colector en dirección z, - considerandose por comodidad como unitaria, por lo que, en función de la figura 3.13 podemos escribir:

$$h_S \sqrt{(\cos \beta_s - 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} = h_I \sqrt{(\cos \beta_s + 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_s} \dots\dots\dots 3.38b$$

Las dimensiones  $h_s$  y  $h_i$  son magnitudes clave, debido a que, su suma es la dimensión del colector proyectada sobre el plano  $x$  que es la dimensión "y" de la corriente de aire que interactúa con el plano colector, lo que permite, una vez conocidas  $h_s$  o  $h_i$  saber cual es la ubicación del punto Pe. Con la identidad:

$$h = h_s + h_i$$

y como  $h$  es un valor conocido que se calcula como:

$$h = l_p \operatorname{sen} \beta_o$$

donde:  $l_p$  = longitud de el plano colector en dirección perpendicular al eje de giro.

Substituyendo tenemos:

$$h_s \sqrt{(\cos \beta_o - 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_o} = (h - h_s) \sqrt{(\cos \beta_o + 1)^2 + \operatorname{sen}^2 \beta_o}$$

..... 3.38c

Esto mismo se hace con  $h_i$ , posteriormente, de estas ecuaciones se despeja  $h_s$  y  $h_i$  y se simplifica para obtener:

$$h_s = \frac{h \sqrt{\cos \beta_o + 1}}{\sqrt{1 - \cos \beta_o} + \sqrt{\cos \beta_o + 1}} \quad \dots\dots\dots 3.39a$$

$$h_i = \frac{h \sqrt{1 - \cos \beta_o}}{\sqrt{1 - \cos \beta_o} + \sqrt{\cos \beta_o + 1}} \quad \dots\dots\dots 3.39b$$

De cualquiera de las dos magnitudes anteriormente obtenidas se tiene el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} \text{hsrp} &= \frac{h_s}{\text{sen } \beta} && \dots\dots\dots 3.40a \\ \text{hirp} &= \frac{h_i}{\text{sen } \beta} && \dots\dots\dots 3.40b \end{aligned}$$

Donde el subíndice rp denota el valor sobre el plano entre el punto de estancamiento y los bordes superior e inferior respectivamente. Es pues de esta manera que localizamos la ubicación del punto de estancamiento.

Ahora es posible desarrollar el modelo que describa el campo de presiones, para tal efecto se idealiza un campo de presiones de isobaras cuadrangulares, aproximación razonable a el campo real y brinda resultados a nivel global de exactitud considerablemente buena, esta idealización se muestra en la figura 3.14.

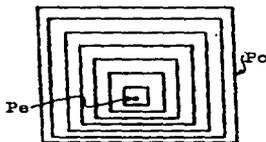


Fig.3.14; Disposición idealizada de el campo de presiones en el plano colector.

donde:  $P_e$  = presión de estancamiento manométrica;

$P_o$  = presión manométrica en todo el contorno del plano colector y se considera igual a cero.

El torque resultante sobre el plano colector es la integración de el producto de las fuerzas ejercidas en áreas diferenciales generadas por el campo de presiones y la distancia mínima de dichos puntos a la línea proyectada por el eje de giro en el - plano colector de manera horizontal. Su ecuación es:

$$T_{qv} = \int_A P(x_p, y_p) y_p dA \dots\dots\dots 3.41$$

donde:  $P(x_p, y_p)$  = campo de presiones en función de  $x_p$  "y"  $y_p$ ;

$x_p$  = distancia paralela a la proyección del eje de giro sobre el plano que existe entre un punto cualquiera del plano y la línea perpendicular a la proyección anterior y que divide en partes iguales a el plano colector;

$y_p$  = distancia más corta entre un punto cualquiera y la proyección horizontal de el eje de giro sobre el - plano colector;

$dA$  = cantidad diferencial de área.

La figura 3.15 ilustra la notación antes definida.

Por simplicidad matemática el plano se divide como lo muestra la figura 3.16.

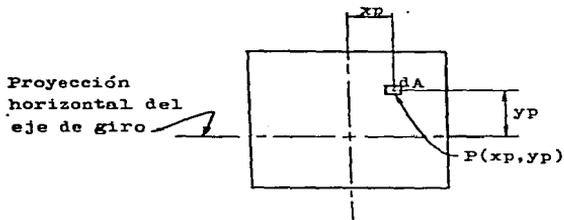


Fig.3.15; Notación con la cual se calcula el torque que produce el viento sobre el eje de giro continuo.

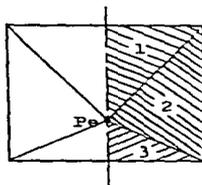


Fig.3.16; Seccionamiento sintético sobre el plano colector que facilita la integración que permite conocer el torque que genera el viento en torno a el eje de giro continuo.

Por lo que el torque total se calcula como:

$$T_{qv} = 2 (T_1 + T_2 + T_3) \dots\dots\dots 3.42$$

donde:  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  son los resultados de la ecuación:

$$T = P(x_p, y_p) y_p dA \dots\dots\dots 3.43$$

evaluada en las tres secciones correspondientes ilustradas anteriormente.

Para la ecuación 1 se tiene la ecuación:

$$T_1 = P_e x_{pmax} \frac{1}{12} (y_{pmax}^2 - h_e^2) \dots\dots\dots 3.44a$$

donde:  $x_{pmax}$  = distancia entre el eje de simetría perpendicular al eje de giro y el borde del plano colector;  
 $y_{pmax}$  = distancia entre la proyección perpendicular del eje de giro sobre el plano y el borde superior del plano paralelo a este;  
 $h_e$  = distancia que existe entre la proyección del eje de giro y el punto de estancamiento.

Para la sección 2 se obtiene la ecuación:

$$T_2 = P_e \frac{x_{pmax}}{12} \left( \frac{1}{2} (y_{pmax}^2 - y_{pmin}^2) + h_e (y_{pmax} - y_{pmin}) \right) \dots\dots 3.44b$$

donde:  $y_{pmin}$  = distancia entre la proyección horizontal de el

eje de giro sobre el plano colector y el borde inferior del plano paralelo a este.

La figura 3.17 ilustra la definición de  $x_{pmax}$ ,  $y_{pmax}$  "y" -  $y_{pmin}$ .

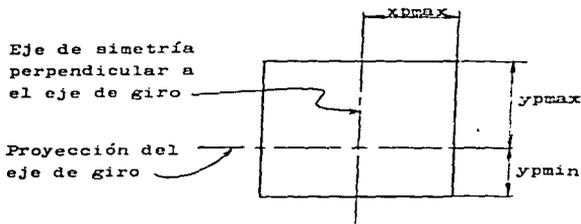


Fig.3.17; Nomenclatura que se utiliza para la evaluación de -- las integrales que permiten conocer el torque que genera el -- viento sobre el plano colector en torno a el eje de giro conti -- nuo.

Para la sección 3 se tiene la ecuación:

$$T_3 = - Pe \frac{x_{pmax}}{12} (y_{pmin}^2 - h_e^2) \dots\dots\dots 3.44c$$

Substituyendo estas ecuaciones en la ecuación original y desa -- rrollando se obtiene:

$$T_{qv} = Pe x_{pmax} \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2} (y_{pmax}^2 - y_{pmin}^2) + h_e (y_{pmax} - y_{pmin}) \right) \dots\dots 3.45a$$

que es la ecuación que describe el torque que genera el viento sobre nuestro plano colector, en función de sus dimensiones y de el valor de la presión de estancamiento. Utilizando el teorema de Bernoulli podemos obtener la ecuación anterior en -- función de la velocidad de el viento, que es la intensidad de la cual nos interesa conocer su influencia:

$$T_{qv} = \rho Vef^2 x_{pmax} \frac{1}{12} \left( \frac{1}{2} (y_{pmax}^2 - y_{pmin}^2) + h_e (y_{pmax} - y_{pmin}) \right) \dots 3.45b$$

Se utiliza una densidad del aire atmosférico a 25°C y su valor es:  $\rho = 1.1774 \text{ Kg/m}^3$ . Recordando que la dirección del viento es importante, introducimos la velocidad absoluta y su dirección relativa a el plano colector  $\bar{\alpha}$ , por lo que se tiene:

$$T_{qv} = \rho (V \text{ sen } \bar{\alpha})^2 x_{pmax} \frac{1}{12} \left( \frac{1}{2} (y_{pmax}^2 - y_{pmin}^2) + h_e (y_{pmax} - y_{pmin}) \right) \dots \dots \dots 3.45c$$

Como anteriormente, se puede escribir la ecuación que define el valor de  $h_e$  en función de  $\beta_a$ ,  $y_{pmax}$  "y"  $y_{pmin}$  como sigue

$$h_e = y_{pmax} - (y_{pmax} - y_{pmin}) \frac{\sqrt{1 + \cos \beta_a}}{\sqrt{1 - \cos \beta_a} + \sqrt{1 + \cos \beta_a}} \dots \dots \dots 3.46$$

Para encontrar el valor de  $y_{pmax}$  "y"  $y_{pmin}$  se parte de la figura 3.18.

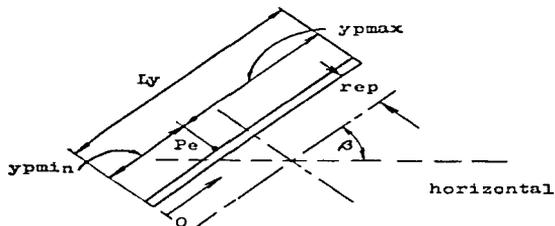


Fig.3.18; Nomenclatura con que se evalúa  $y_{pmax}$  "y"  $y_{pmin}$ .

Como se observa en la figura 3.18  $y_{pmax}$  "y"  $y_{pmin}$ , están tanto en función del ángulo  $\beta$ , como de la distancia de el eje de giro a el plano colector  $rep$ . Se recuerda que, el eje de giro debe encontrarse en el centro de masa de el conjunto en movimiento, y debido a que están presentes los cilindros captadores conductores, se aleja el centro de masa de el plano colector. Sea la longitud máxima visible de la figura 3.18 en el plano  $Ly$ , de ahí se deduce las ecuaciones:

$$y_{pmax} = \frac{Ly}{2} + \frac{rep}{\tan\beta} \dots 3.47a \quad y_{pmin} = \frac{Ly}{2} - \frac{rep}{\tan\beta} \dots 3.47b$$

De esta manera se tienen todos los elementos necesarios para calcular el torque que genera el viento en cualquier condición previsible.

### III.D. El cilindro actuador

#### III.D.1. Fuerzas

Por ser el cilindro actuador un elemento motriz del seguidor solar, es en este dispositivo en que se encuentran todas las fuerzas que estarán presentes en el sistema. Las fuerzas presentes en el sistema son: las fuerzas de fricción que se oponen al giro del plano colector, que son las fuerzas de fricción presentes en las articulaciones pivotantes del cilindro actuador y en las articulaciones de giro del plano colector, además de la fuerza de fricción que se opone al desplazamiento lineal del actuador presente en sus sellos. Así también es importante destacar que una fuerza de tomar en cuenta es la que genera el viento y que se transmite al cilindro actuador, y finalmente - las fuerzas que genera el cilindro actuador.

La fuerza que genera el cilindro actuador es:

$$F_a = \Delta P A_{act} \dots\dots\dots 3.48$$

donde:  $\Delta P$  = diferencia de presiones entre cámaras de trabajo;

$A_{act}$  = área efectiva en que se ejerce la presión.

El diferencial de presión es:

$$\Delta P = |P_{izq} - P_{der}| \dots\dots\dots 3.49$$

Debido a que se trabaja con temperaturas, se elabora una corrección lineal de la presión contra la temperatura  $T$  de la forma:

$$P = a T + b$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes, por lo que el diferencial de presión se puede escribir como:

$$P = a [T_{izq} - T_{der}]$$

donde "a" es un factor de proporcionalidad.

Por otro lado el area efectiva se calcula como:

$$A_{act} = (Dea^2 - Dva^2) \frac{\pi}{4}$$

donde:  $Dea$  = diámetro exterior del cilindro actuador;

$Dva$  = diámetro del vástago.

La figura 3.19 ilustra estas dimensiones.

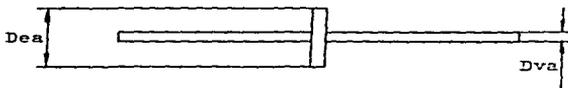


Fig.3.19; Nomenclatura que se utiliza para los diámetros presentes en el émbolo y en el vástago.

Substituyendo se obtiene:

$$F = a [T_{12q} - T_{der}] (D_{oa}^2 - D_{va}^2) \frac{\pi}{4} \dots\dots\dots 3.50$$

La fuerza de fricción que se opone al giro de el plano colector se manifiesta en forma de torque. Este se obtiene calculando la masa del dispositivo en movimiento a excepción de el cilindro actuador y en función del ángulo que forma el eje de giro con respecto a la horizontal y el coeficiente de fricción de los materiales en contacto deslizante. La ecuación es :

$$T_{qfr} = F_N \mu (r_{rot} \cos \phi + r_{cf} \sin \phi) \dots\dots\dots 3.51$$

donde:  $F_N$  = fuerza vertical que ejerce la masa del dispositivo en movimiento en función de la fuerza gravitacional y se calcula como:

$$F_N = m_m g \dots\dots\dots 3.52$$

- $m_m$  = masa en movimiento;
- $g$  = constante gravitacional;
- $\mu$  = coeficiente de fricción estática;
- $r_{rot}$  = radio a el cual existe el deslizamiento con apoyo radial con respecto al eje de giro;
- $r_{cf}$  = radio medio de apoyo en deslizamiento con apoyo axial con respecto a el eje de giro;
- $\phi$  = ángulo que existe entre el eje de giro continuo y la horizontal, y es igual a la latitud de el lugar-

en donde se implementa el sistema.

Este torque se traduce en una fuerza directa sobre el cilindro actuador, misma que está en función del radio de anclaje móvil de el cilindro actuador y el ángulo  $\eta$  que existe entre el vástago del actuador y el plano colector, estas magnitudes se -- ilustran en la figura 3.20.

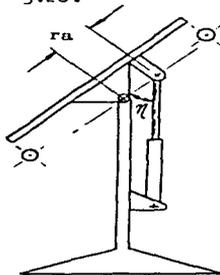


Fig.3.20; Esquema que ilustra las magnitudes  $r_a$  y  $\eta$  .

Este ángulo  $\eta$  genera una ventaja mecánica VM que se define -- como:

$$VM = \text{sen } \eta \dots\dots\dots 3.53$$

Por lo que la fuerza sobre el cilindro actuador provocada por la fuerza de fricción que se opone al giro es:

$$F_{frTq} = \frac{T_{ofr}}{r_a \cdot VM} = \frac{T_{ofr}}{r_a \cdot \text{sen } \eta} \dots\dots\dots 3.54$$

La fuerza de fricción presente en las articulaciones pivotantes del cilindro actuador es despreciable en función de la ventaja mecánica que se presenta para  $\beta$ , no cercanos a  $90^\circ$ , por lo que en los cálculos se puede despreciar.

La fuerza de fricción que se opone al desplazamiento lineal de el cilindro actuador debida a la fricción que se presenta en sus sellos, es una característica específica del tipo de actuador, por tanto su valor se obtiene de las tablas normalizadas de la implementación particular.

Tanto  $F_{frse}$  como  $F_{frTq}$  tienen valores para estado estático tanto como para estado en movimiento o cinético.

Sea para condiciones estáticas:

$$F_{fr\text{static}} = F_{frse} + F_{frTq} \dots\dots\dots 3.55a$$

y para condiciones dinámicas:

$$F_{fr\text{kinetic}} = F_{frse} + F_{frTq} \dots\dots\dots 3.55b$$

Estos valores ( $F_{fr\text{static}}$  y  $F_{fr\text{kinetic}}$ ), determinan las fuerzas de arranque y detención en el cilindro actuador, recordando que:

$$F = a |T_{izq} - T_{der}| (Dea^2 - Dva^2) \frac{\pi}{4} \dots\dots 3.56$$

Como Dea, Dva y "a" son constantes, el elemento que nos da el cambio de fuerza generada por el cilindro actuador es el valor de  $|T_{izq} - T_{der}|$ . Por tanto podemos definir a  $\Delta T_{arr}$  como el diferencial de temperaturas requerido para arrancar o iniciar el movimiento, y  $\Delta T_{det}$  como el diferencial de temperaturas rg manente al movimiento, o inmediato posterior a la detención. -

Como hemos visto anteriormente el valor de  $\Delta T_{arr}$  y  $\Delta T_{det}$  son claves en el modelado de el comportamiento del sistema o su simulación, por lo que su cálculo se establece como sigue:

$$T_{arr} = \frac{4 F_{fr\_static}}{a (Dea^2 - Dva^2) \pi} \dots\dots\dots 3.57a$$

$$T_{det} = \frac{4 F_{fr\_kinetic}}{a (Dea^2 - Dva^2) \pi} \dots\dots\dots 3.57b$$

Una fuerza importante desde el punto de vista de la estabilidad del sistema, es la fuerza que se transmite al cilindro actuador en función del torque que produce el viento  $T_{qv}$ , este torque ya ha sido modelado en la sección concerniente a el viento, esta en función se escribe como:

$$F_{T_{qv}} = \frac{T_{qv}}{ra \text{ sen}\gamma} \dots\dots\dots 3.58$$

En sección posterior se estudiara el comportamiento del sistema ante toda gama de  $F_{T_{qv}}$  posible.

### III.D.2. Dimensiones propias y correlativas

Las dimensiones propias del cilindro actuador se determinan de valores normalizados, tanto de longitud máxima de carrera como de diámetro del émbolo.

Esencialmente las longitudes máxima y mínima del cilindro actuador, así como su ubicación, ventaja mecánica requerida, la fuerza media en función de diferenciales de presión medios, -- son los factores que gobiernan la determinación de sus dimensiones. La figura 3.21 muestra la relación geométrica que -- describe los principales parámetros a juzgar.

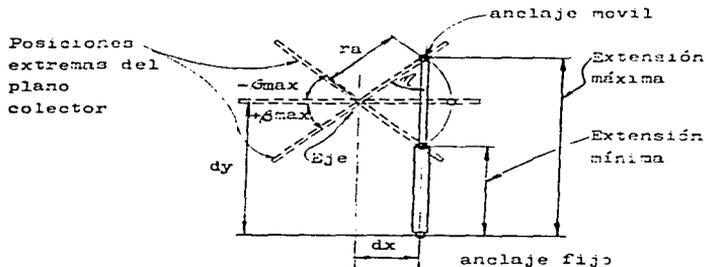


Fig.3.21; Nomenclatura con que se calcula las dimensiones propias y correlativas del cilindro actuador.

El radio del anclaje móvil  $r_a$  se calcula en función de la --

longitud máxima entre anclajes (consultar normas) y el ángulo-máximo  $\beta_0$  o  $\beta_{max}$  que se propone para el diseño como sigue:

$$r_a = \frac{L_{max}}{2 \operatorname{sen} \beta_{max}} \quad \dots\dots\dots 3.59$$

donde:  $L_{max}$  = longitud de carrera máxima.

Como se ha mencionado, resulta que el cálculo de  $r_a$  se efectúa de manera iterativa en el diseño. Una vez establecido  $r_a$ , es posible calcular la posición del anclaje fijo relativa a el eje de giro. La distancia vertical se calcula como:

$$dy = l_{ma} + r_a \operatorname{sen} \beta_{max} \quad \dots\dots\dots 3.60a$$

donde:  $l_{ma}$  = distancia mínima entre anclajes.

La distancia horizontal se calcula como:

$$dx = r_a \operatorname{cos} \beta_{max} \quad \dots\dots\dots 3.60b$$

Una dimensión de correlatividad que es importante calcular es  $\pi$ , esto es, el ángulo que existe entre el vástago del cilindro actuador y el plano colector, como lo muestra la figura 3.21 y se calcula como:

$$\pi = \operatorname{ang} \operatorname{sen} \left( \frac{C \operatorname{sen}(\beta_0 + \operatorname{ang} \tan(dy/dx))}{\sqrt{r_a^2 + C^2 - 2 r_a C \operatorname{cos}(\beta_0 + \operatorname{ang} \tan(dy/dx))}} \right) \quad \dots\dots\dots 3.61$$

donde: C = distancia que existe entre el eje de giro y el anclaje fijo y se calcula como:

$$C = \sqrt{dx^2 + dy^2} \dots\dots\dots 3.62$$

Por otra parte se toma en cuenta que la estabilidad de el sistema a entradas como la de una ráfaga de viento lo debe absorber la fricción que se opone a la rotación y la fricción del cilindro actuador en primera instancia, misma que en función de  $r$  y  $\beta$ , se convierte en torque por vencer, por ser  $r$  un valor constante, tanto mayor sea su valor mayor será el torque de fricción que garantiza la estabilidad. Se considera también que cuanto mayor sea la carrera del cilindro actuador, mayor será el control de posicionamiento, y obviamente cuanto mayor sea la carrera, mayores serán las dimensiones del cilindro actuador, igualmente que su costo.

Como se menciona anteriormente, el volumen de gas confinado es la suma de el volumen de gas en el cilindro captador conductor el volumen de gas en la manguera y el volumen de gas en la cámara correspondiente del cilindro actuador. Debido a que los cambios de volumen afectan solo el volumen de las cámaras en el cilindro actuador, es conveniente obtener una relación funcional entre el volumen total entre cualquiera de los confinamientos y la longitud de cualquiera de las cámaras correspondientes en el cilindro actuador, esto es ilustrado en la figura 3.22.

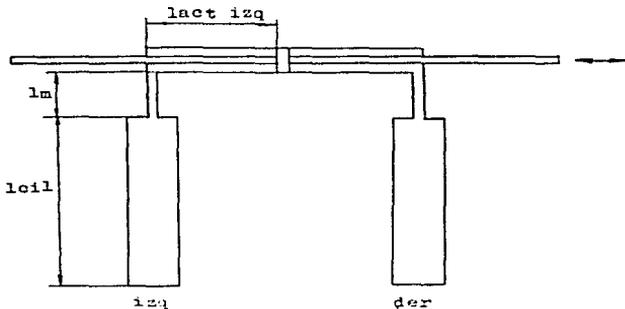


Fig.3.22; Nomenclatura con que se calculan valores como los volúmenes parciales, volumen total y desplazamiento del émbolo - actuador.

Por tanto se puede escribir:  $VT = Vcil + Vm + Vact$ , para cualquiera de los confinamientos. Los volúmenes particulares son:

$$Vcil = \frac{\pi}{4} Die^2 lcil \dots\dots\dots 3.63a$$

$$Vm = \frac{\pi}{4} Dim^2 lm \dots\dots\dots 3.63b$$

$$Vact = \frac{\pi}{4} (Dea^2 - Dva^2) lact \dots\dots\dots 3.63c$$

Substituyendo en la ecuación que determina VT se obtiene:

$$VT = \frac{\pi}{4} (Die^2 lcil + Dim^2 lm + (Dea^2 - Dva^2) lact) \dots 3.64$$

Despejando la longitud de cámara del cilindro actuador se tiene:

$$l_{act} = \frac{(4/\pi) VT - D_{ie}^2 l_{cil} - D_{im}^2 l_m}{(D_{ea}^2 - D_{va}^2)} \dots\dots\dots 3.65$$

Se recuerda que el volumen total también se puede expresar como:

$$VT = m_{12} v_x \dots\dots\dots 3.66$$

Substituyendo este valor se obtiene:

$$l_{act} = \frac{(4/\pi) m_{12} v_x - D_{ie}^2 l_{cil} - D_{im}^2 l_m}{(D_{ea}^2 - D_{va}^2)} \dots\dots\dots 3.67$$

Esta forma es más conveniente debido a que los cálculos de expansión (o compresión) se efectúan sobre volúmenes específicos por tanto es la que se usará. Debido a que la longitud del cilindro actuador es constante, para poder establecer una relación funcional entre los volúmenes de confinamiento y el ángulo  $\beta$  del plano colector, solo es necesaria cualquiera de las longitudes  $l_{act}$ .

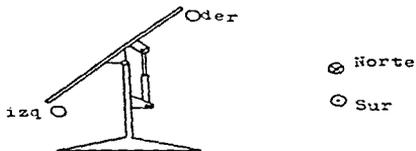


Fig.3.23; Nomenclatura de referencia para la identificación de los confinamientos de gas de trabajo en izquierdo y derecho.

Considerando la figura 3.23, se toma la decisión de establecer como referencia la longitud  $l_{act}$  de la cámara de confinamiento correspondiente con el cilindro captador conductor izquierdo, para establecer la relación funcional, se analiza la figura 3.24.

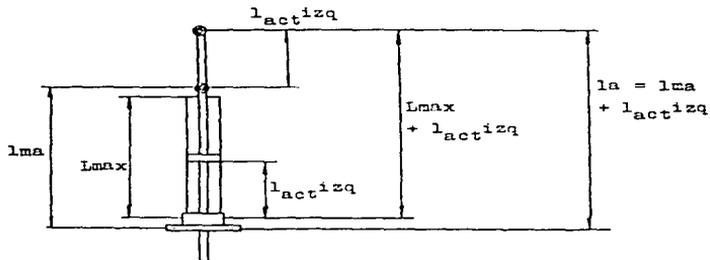


Fig.3.24; Nomenclatura para el cilindro actuador.

De esta manera conocemos la relación entre la longitud  $l_{actizq}$  y la longitud total que existe entre anclajes, misma que mediante la figura 3.25 nos permite elaborar el modelo : --

$$\beta_0 = f(l_{actizq}).$$

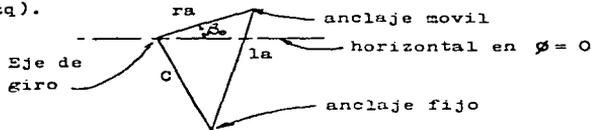


Fig.3.25; Triángulo de referencia para el cálculo de  $\beta_0$ .

donde el valor de C es como se definió anteriormente, ahora-  
 bién, utilizando el teorema de los cosenos se tiene:

$$\beta = \arccos \left( \frac{r_a^2 + C^2 - (lma - l \text{act } izg)^2}{2 r_a C} \right) - \arcsin \tan \frac{dy}{dx}$$

..... 3.68

Es así como se obtienen las dimensiones correlativas presentes  
 en el sistema.

### III.E. Factor de vuelco

Como se ha mencionado, el control del dispositivo tiene como -  
 elemento central, las sombras diferenciadas que el plano coleg  
 tor genera sobre los cilindros colectores conductores en fun -  
 ción de la posición de los rayos solares relativa a el plano -  
 colector. Debido a la naturaleza del sistema de seguimiento, -  
 es de esperar que la desviación de la posición ideal del coleg  
 tor solar será pequeña (su valor en grados será del orden de -  
 un dígito). Ahora bién, la aseveración anterior es correcta --  
 una vez que se estabiliza la cadencia de seguimiento, pero no  
 lo es cuando el seguimiento arranca, que sucede en el amanecer  
 o del repentino surgimiento del sol despues de un prolongado -  
 período de haber estado oculto por una nubosidad intensa. En  
 este último caso lo más probable es que la desviación sea grande  
 de, esto es cuando entra la señal inicial será generalmente --

grande, error que inclusive puede tener valores superiores a los  $90^\circ$ , lo que inutiliza a el plano colector para generar -- sombras útiles para los cilindros captadores conductores, esto se ilustra en la figura 3.26.

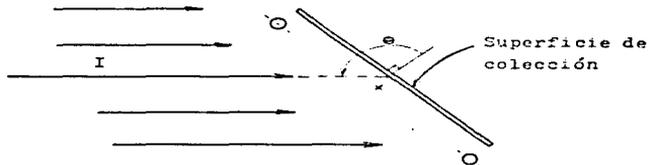


Fig.3.26; Posición crítica del plano colector con respecto a los rayos solares.

Ante cilindros captadores conductores con absorptividad homogénea en toda su superficie, y la ausencia de algún otro dispositivo que genere sombras útiles, se presenta el problema de un vuelco para desviaciones de la magnitud anteriormente mencionadas; esto es debido a que se presenta una cantidad de radiación incidente igual para cada cilindro captador conductor, lo que genera un equilibrio térmico entre estos, situación que no genera movimiento del sistema, razón por la cual el colector -- permaneciera volcado.

Para resolver el problema anteriormente mencionado, una pro --

puesta es la implementación al diseño de superficies reflejantes o de absorptividad mínima, de manera que para desviaciones como las tratadas estas superficies generen diferencias de radiación captada, esto es, que aún cuando ambos cilindros captadores conductores estén expuestos a el mismo nivel de radiación solar directa, uno de ellos absorbera una cantidad de radiación mayor que el otro en función de la magnitud de la desviación, de manera que se presente un desequilibrio térmico y en consecuencia de presiones que siempre tiendan a generar un movimiento que reduzca el error. La disposición propuesta de la superficie reflejante es la siguiente para el cilindro izquierdo.

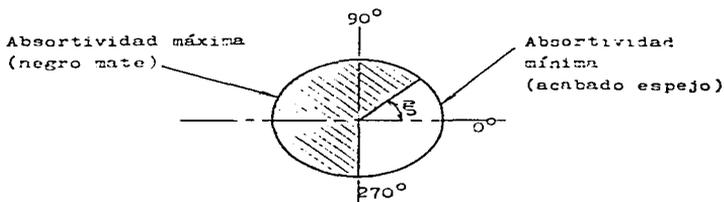


Fig.3.27; Disposición de las superficies absorptivas y reflejantes para el cilindro captador conductor izquierdo.

El valor del ángulo  $\xi$  más adecuado es de  $45^\circ$ , debido a que este ángulo es el equilibrio que concilia máxima radiación absorbida cuando los rayos solares son paralelos a un radiovector a  $90^\circ$  (ver figura 3.27), y mínima radiación absorbida pa-

ra una radiación paralela a los cero grados. Así mismo, el valor de  $270^\circ$ , es un valor lógico desde el punto conceptual que divide al cilindro en izquierda y derecha, lo que maneja la señal recibida (radiación incidente) en función de el lado en que se reciben los rayos solares perpendiculares en un elemento de superficie, manejo que permite al dispositivo generar un movimiento que reduzca el error independientemente de la dirección relativa de la que se recibe la señal. Por correspondencia geométrica tenemos para ambos cilindros una disposición como la mostrada en la figura 3.28.

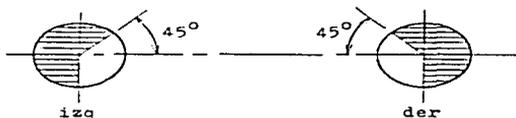


Fig.3.28; Disposición de superficies reflejantes y absorbivas para estos cilindros captadores conductores.

Como se ha expuesto, una variable fundamental en el comportamiento del sistema es la fracción radiada de el máximo radiable de los cilindros captadores conductores ( $f$ ), como lo muestra la ecuación:

$$T = K1 \exp(S1 t) + K2 \exp(S2 t) + f(t) \dots\dots 3.13$$

En donde:

$$f(t) = \frac{\epsilon f A_r I + h A_T T}{h A_T} \dots\dots\dots 3.13$$

donde el factor  $f$  para ambos cilindros se define en las ecuaciones 3.27.

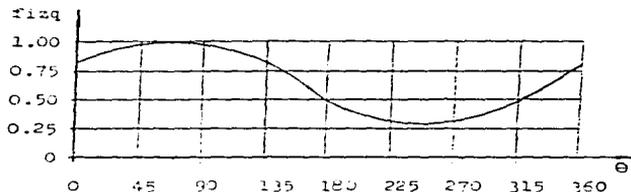
Este modelo es válido para desviaciones menores de  $90^\circ$ , por tanto para evaluar el comportamiento del sistema cuando el -- error de seguimiento sea mayor que  $90^\circ$  se usa para cada cilindro captador conductor con superficies absorbivas y reflectivas son:

$$\begin{aligned} f_{izq} = & (u(45-\theta) - u(90-\theta)) \\ & + (0.5 + 0.5 \cos(90-\theta))(u(90-\theta) - u(180-\theta)) \\ & + (0.5 + \cos(180-\theta))(u(180-\theta) - u(225-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(180-\theta) + \cos(225-\theta))(u(225-\theta) - u(270-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(-45-\theta))(u(270-\theta) - u(-45-\theta)) \\ & + (0.5 + 0.5 \cos(45-\theta))(u(-45-\theta) - u(45-\theta)) \dots\dots 3.69a \end{aligned}$$

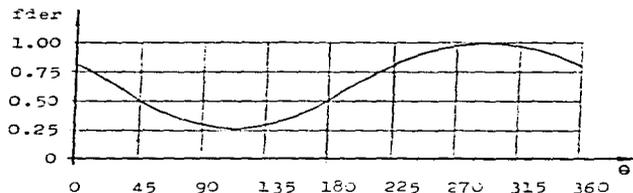
$$\begin{aligned} f_{der} = & (u(\theta) - u(-45-\theta)) \\ & + (0.5 + 0.5 \cos(-45-\theta))(u(-45-\theta) - u(45-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(45-\theta))(u(45-\theta) - u(90-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(45-\theta) + 0.5 \cos(180-\theta))(u(90-\theta) - u(135-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(120-\theta))(u(135-\theta) - u(180-\theta)) \\ & + (0.5 \cos(270-\theta))(u(180-\theta) - u(270-\theta)) \dots\dots 3.69b \end{aligned}$$

donde  $u(\theta)$  = función escalón.

Este modelo es enteramente válido para desviaciones en el seguimiento mayores a  $90^\circ$ , no obstante en las siguientes gráficas a manera ilustrativa se presenta el comportamiento de  $f$  en ausencia de plano colector.



(a)



(b)

Fig.3.29; Fracción de radiación recibida por los cilindros capacitadores conductores con superficies absorbentes y reflejentes; (a) cilindro izquierdo; (b) cilindro derecho; considerando la ausencia del plano colector.

En el sistema, tanto  $f_{izq}$  como  $f_{der}$  son variables fundamentales, y su diferencia tiene una relación directa con la diferenciación térmica y por tanto con el movimiento del sistema, por lo que a mayor diferencia entre  $f_{izq}$  y  $f_{der}$  mayor será la potencia que induce el movimiento para el plano colector en el sentido de reducir el error de seguimiento, por lo tanto es -- util presentar una gráfica de la diferencia  $f_{izq} - f_{der}$  en función de la orientación de los rayos solares relativos a la posición del dispositivo seguidor; esto se muestra en la figura 3.30.

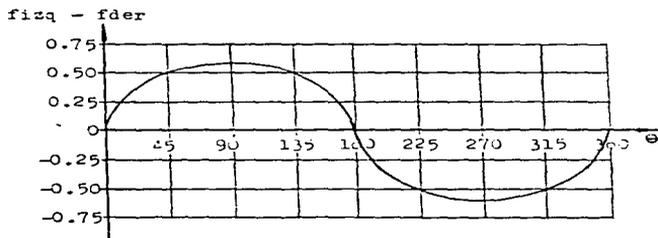


Fig.3.30; Diferencia entre las fracciones de radiación máxima-captable entre ambos cilindros captadores conductores con sus superficies absorbentes y reflejantes considerando la ausencia de plano colector.

Como se aprecia en la gráfica existen dos puntos en los cuales la diferencia  $f_{\text{izq}} - f_{\text{der}}$  es cero, esto es, dos posiciones - relativas a los rayos solares en los cuales existe equilibrio - y por tanto ausencia de movimiento. Como es obvio, este equi-  
 l $\underline{b}$ rio solo es deseable cuando la desviación en el seguimiento - es cero, esto es para el punto marcado con el valor de  $0^\circ$  en la gráfica, y totalmente indeseable el que se presenta con el valor de  $180^\circ$  en la gráfica, debido a que la desviación es de  $180^\circ$ . Partiendo de la naturaleza del sistema (ver la figura - 3.31), y recordando que el sol solo puede tener como máximo la gama de ángulos de altitud solar de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , resulta obvio - que el sistema nunca recibirá radiación directa en altitudes -  
 menores a  $0^\circ$  con respecto a la horizontal.

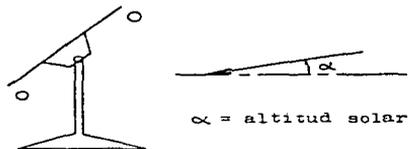


Fig.3.31; Relación entre la altitud solar y el plano colector - en situación crítica.

Por lo tanto la situación más crítica que presentará el siste-  
 ma es aquella en que la altitud solar es  $0^\circ$  y el ángulo  $\beta$  --

presenta un máximo de manera que la desviación  $\Theta$  sea máxima . Como la altitud solar no es un factor controlable, el único -- factor que puede dar valor a la situación crítica es la determinación del valor  $\beta_{max}$  para el sistema. Como se recuerda para nuestro sistema se tiene la expresión:

$$\Theta = (\beta - \omega) \dots\dots\dots 3.70$$

donde:  $\omega$  = ángulo horario; de lo que se puede formular la expresión:

$$f_{izq} - f_{der} = f(\Theta) \dots\dots\dots 3.71a$$

Para la situación crítica  $\omega = 90^\circ$ , por lo que se obtiene:

$$f_{izq} - f_{der} = f_{\omega=0}(\beta) \dots\dots\dots 3.71b$$

Esta expresión nos es útil para calcular el ángulo  $\beta_{max}$  para el cual el valor  $|f_{izq} - f_{der}|$  alcanza su mínimo admisible . De manera gráfica, se puede conceptualizar de la siguiente manera: Una vez elegido el valor mínimo de  $|f_{izq} - f_{der}|$  se localiza su valor en torno a  $180^\circ$  (se recuerda que es este valor el que se debe evitar), y la diferencia angular entre el valor  $180^\circ$  y los ángulos correspondientes a los  $|f_{izq} - f_{der}|$  localizados (diferencias que son iguales), esta diferencia se resta de  $90^\circ$  y el valor resultante es el indicado para el  $\beta_{max}$  en función de el  $|f_{izq} - f_{der}|$  mínimo seleccionado. Se hace notar que  $\beta_{max}$  en el sistema puede ser igual o menor que el

anteriormente calculado, debido a que hay varios parámetros -- que determinan  $\beta_{max}$ , y este valor debe satisfacer todos los -- requerimientos presentes, por lo que el cálculo anterior solo es un parámetro más a satisfacer; La figura 3.32 ilustra los parámetros antes expuestos.

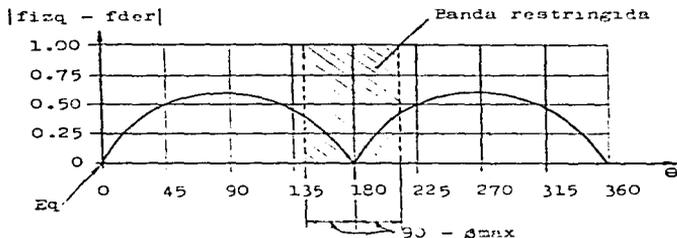


Fig.3.32; Banda restringida para  $|f_{1zq} - f_{der}|$  que determina el valor máximo de  $\beta$ .

De esta manera se evita el vuelco para el sistema, y se asegura que solo para el punto marcado con Eq el sistema alcance el equilibrio, esto es, que el equilibrio del sistema solo se alcance cuando la desviación en el seguimiento sea cero.

Otro método que evita el desequilibrio que provoque el vuelco es el de incluir en el sistema pantallas que garanticen la sombra, que haga de las ecuaciones 3.27 funciones válidas para toda la gama de desviaciones; la disposición de las pantallas-

sería como lo muestra la figura 3-33.

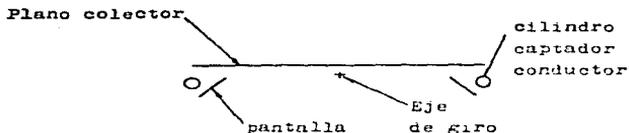


Fig.3.33; Disposición de las pantallas en el sistema.

Esta disposición de pantallas es tal que garantice sombra para la situación más crítica, que es para  $\alpha = 0^\circ$  (altitud solar) y para inclinación inversa máxima ( $\beta_{max}$ ) como lo muestra la figura 3.34.

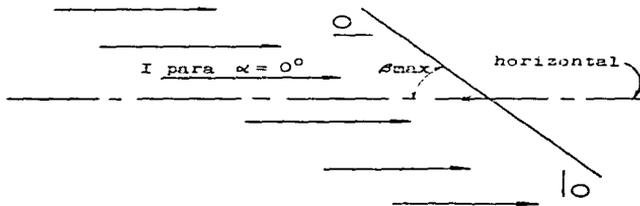


Fig.3.34; Posición de las pantallas que asegure el sobrecobrimiento selectivo para la situación más crítica.

Para tal situación se garantiza un  $|f_{izq} - f_{der}| = 1$ , valor superior a la disposición anteriormente expuesta en base a superficies reflejantes; no obstante, también hace al sistema más costoso, así como de más rápida reacción en la situación más crítica. La figura 3.35 presenta la gráfica de la función  $|f_{izq} - f_{der}|$  teniendo como variable independiente a la desviación  $\theta$ .

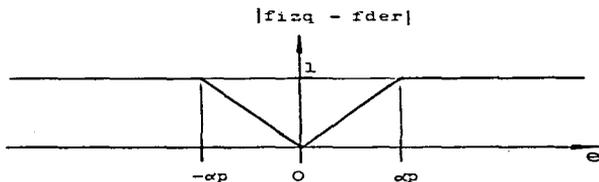


Fig.3.35; Diferencial absoluto de fracciones radiantes captadas con el uso de pantallas.

Con este sistema, fuera de  $-\alpha p \leq \theta \leq \alpha p$  el valor de la función  $|f_{izq} - f_{der}|$  es 1, por lo que no se necesita un criterio de elección de un valor mínimo de  $|f_{izq} - f_{der}|$  como en la propuesta anterior.

Para establecer los criterios para elegir el valor mínimo de la función  $|f_{izq} - f_{der}|$  para la primera propuesta, se utiliza las ecuaciones que describen la temperatura de el gas de --

trabajo en ambas cámaras que son del tipo:

$$T = K1 \exp(S1 t) + K2 \exp(S2 t) + f(t) \dots\dots\dots 3.13$$

Se resta de la ecuación que describe la temperatura en la cámara izquierda, la ecuación que describe la temperatura de la cámara derecha, se desarrolla y simplifica la ecuación resultante y finalmente se despeja la diferencia  $f_{izq} - f_{der}$ , de manera que se obtenga una función de la forma:

$$f_{izq} - f_{der} = f(T_{izq} - T_{der}, t) \dots\dots\dots 3.72$$

Debido a que todas las variables a excepción de  $T_{izq} - T_{der}$  y  $t$  son constantes por ser propiedades inherentes a la disposición física del sistema, para determinar la diferencia de la función  $f_{izq} - f_{der}$  mínima admisible se introduce el valor  $T_{izq} - T_{der}$  mínimo admisible para el sistema, de manera que el accionamiento del actuator sea seguro (esto es, el valor  $\Delta T_{arr}$ ), así como un valor de tiempo  $t$  de valor razonable de manera que el tiempo de reacción para reducir el error de seguimiento a cero sea tal que el tiempo de reacción, sea por lo menos, igual a el tiempo que tarda el sol en recorrer un ángulo en la bóveda celeste igual a el desplazamiento angular mínimo que provoca el accionamiento de el cilindro actuator. El cálculo que determina el valor de  $f_{izq} - f_{der}$  a utilizar se efectúa de manera conjunta con el cálculo de otros factores fundamentales para el sistema, y el conjunto de cálculos se --

efectúa de manera iterativa hasta alcanzar los valores óptimos para todos los factores.

De los dos métodos propuestos el segundo es más eficaz aún que más costoso aparentemente. La tendencia por tanto a implementar es la siguiente: Se prefiere usar el sistema de superficies diferenciadas reflejantes siempre y cuando se disponga de recubrimientos que tengan alta eficiencia en cuanto a absorptividad y reflectividad sin sangrar en la conductividad de el cilindro captador conductor y sin problemas de aplicación. De no cumplirse cualquiera de estos requisitos, se opta por el segundo método; de pantallas.

### III.F. Dimensionamiento de los elementos fundamentales de el sistema

Las dimensiones fundamentales para el sistema son: El diámetro del cilindro captador conductor  $D_{cc}$ , el área efectiva de el cilindro actuador  $A_{act}$ , así como la longitud máxima de carrera  $L_{max}$ , el radio a el cual se debe colocar el anclaje móvil del cilindro actuador  $r_a$ , el ángulo máximo de desplazamiento  $\alpha_{max}$  de el plano colector con respecto a el eje de giro, la masa de gas de trabajo  $m_{12}$  en cada cámara de confinamiento, y por último, el valor de la distancia entre el plano colector y los cilindros captadores conductores  $r_p$ .

Las dimensiones a calcular para el sistema se calculan en base a que satisfagan ciertos requisitos que demanda el sistema para su adecuado funcionamiento; no obstante, no solo se requiere satisfacer los requisitos, más aún se busca poder satisfacer los requisitos solicitados de la manera más económica. Partiendo de esto se tiene además que una vez satisfechos ciertos requisitos, las dimensiones obtenidas van a tener un comportamiento determinado por la disposición y dimensiones obtenidas para los elementos en su conjunto; este comportamiento solo se puede conocer mediante el análisis del sistema (teórico y experimental) para las dimensiones ya calculadas, solo mediante este análisis puede optimizarse y determinarse ciertas magnitudes (para nuestro caso  $r_p$ ) que además de satisfacer y desempeñar la labor deseada, estén libres de comportamientos indeseables (como lo es la oscilación que aumenta el desgaste y el error de seguimiento en el sistema). Debido a esto, se presentan dos procesos mediante los cuales se determinan las dimensiones a implementar para el sistema. El primero es el cálculo en el que se buscan dimensiones que satisfagan ciertos requisitos. El segundo parte de valores ya calculados que garantizan el cumplimiento de la labor fundamental del sistema, y se fundamenta en el análisis que averigüe el tipo de comportamiento que presenta el sistema, y en base a esto modificar ciertos parámetros que refinan el comportamiento, y una vez -- dentro del análisis se buscan cambios que permitan una mayor -- economía y eficiencia del sistema. Una vez propuestas nuevas -- dimensiones en base al análisis efectuado, si es necesario se

verifica que dichas modificaciones satisfacen los requisitos - fundamentales para el sistema. Toda modificación que se introduce para su análisis debe ser tal que optimice el sistema; es to es, que el sistema sea más económico, y finalmente maximizar la razón eficiencia/costo.

Para calcular el diámetro del cilindro captador conductor Dee se parte de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 T_{1zq} - T_{der} &= (K1_{1zq} - K1_{der}) \exp(S1 t) \\
 &+ (K2_{1zq} - K2_{der}) \exp(S2 t) \\
 &+ (f_{1zq}(t) - f_{der}(t)) \dots\dots\dots 3.73
 \end{aligned}$$

que es la ecuación que describe el comportamiento de la dife - rencia de temperaturas para una posición correlativa del plano colector con los rayos solares entre los cilindros captadores- conductores.

El objetivo es encontrar la dimensión Dee que minimice el tiempo de generación de un nivel de diferencia  $|T_{1zq} - T_{der}|$  cualquiera, por lo que los factores más importantes son las raíces S1 y S2, debido a que cuanto mayor sean estas, menor será el tiempo requerido para alcanzar el diferencial de temperaturas de arranque. Analizando la ecuación que define a las raíces , encontramos que para mayor valor de Dee mayor será la magnitud de las raíces, por tanto, cuanto menor sea Dee, menor será el tiempo de respuesta del sistema. Por otra parte se debe-

considerar que el valor de  $D_{ee}$  también se debe apegar a la necesidad de mantener confinado a la mayoría del gas de trabajo para así facilitar la transferencia de calor a el gas. -- Entonces podemos concluir que la dimensión ideal de  $D_{ee}$  es aquella que genere un volumen en el cilindro captador conductor media de 75 % de el volumen total de el confinamiento. --

Para calcular el area efectiva del émbolo en el cilindro actual se parte de la ecuación que define la fuerza que genera la diferencia de temperaturas entre las cámaras de trabajo que es

$$F = a (T_{izq} - T_{der})(D_{ea}^2 - D_{va}^2) \frac{\pi}{4} \dots\dots 3.56$$

donde "a" es un factor de proporcionalidad entre temperatura y presión para el gas de trabajo en estado saturado. También se utiliza la ecuación que determina la magnitud de diferencia de temperaturas que fue anteriormente escrita (3.73). Primero debido a que para que exista movimiento la fuerza generada debe ser igual a la fuerza de fricción estática presente en el sistema  $F_{fr}static$ , por lo tanto la ecuación 3.56 va cambiado su término F por  $F_{fr}static$  y se despeja el valor de la diferencia  $T_{izq} - T_{der}$  resultando:

$$T_{izq} - T_{der} = \frac{4 F_{fr}static}{a (D_{ea}^2 - D_{va}^2) \pi} \dots\dots\dots 3.74a$$

Recordando que:

$$A_{act} = (D_{ea}^2 - D_{va}^2) \frac{\pi}{4}$$

y substituyendo en la ecuación 3.74a se obtiene:

$$T_{1zq} - T_{der} = \frac{F_{fr\ static}}{a \ A_{act}} \dots\dots\dots 3.74b$$

Igualando esta última ecuación con la ecuación 3.73 se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{F_{fr\ static}}{a \ A_{act}} &= (K1_{1zq} - K1_{der}) \exp(S1 \ t) \\ &+ (K2_{1zq} - K2_{der}) \exp(S2 \ t) \\ &+ (f_{1zq}(t) - f_{der}(t)) \dots\dots\dots 3.74c \end{aligned}$$

De esta ecuación despejamos el área efectiva de émbolo obteniendo:

$$\begin{aligned} A_{act} &= \frac{F_{fr\ static}}{a} ((K1_{1zq} - K2_{der}) \exp(S1 \ t) \\ &+ (K2_{1zq} - K2_{der}) \exp(S2 \ t) \\ &+ (f_{1zq}(t) - f_{der}(t)))^{-1} \dots\dots 3.75 \end{aligned}$$

La manera de utilizar esta ecuación es la siguiente: Debido a que la fuerza de fricción está en función de el área efectiva de el émbolo actuador, se substituyen áreas efectivas normalizadas con sus respectivas fuerzas de fricción y se prueban diferentes tiempos hasta que algún valor de t satisfaga la ecuación. Este proceso se efectúa de manera iterativa hasta conciliar la obtención de un tiempo de respuesta razonablemen-

te pequeño con un cilindro actuador lo más pequeño posible en cuanto a área efectiva, debido a que se debe considerar el costo que las dimensiones del émbolo puede conllevar, por lo que los dos elementos a conciliar son: costo vs. tiempo de respuesta.

Para calcular la carrera máxima que se requiere del actuador, se parte de la ecuación con base geométrica:

$$L_{max} = 2 r_a \text{ sen } \beta_{max} \dots\dots\dots 3.76$$

así como las ecuaciones que describen las dos fuerzas más importantes en el sistema, que son las fuerzas que ejerce el viento:

$$F_{Tqv} = \frac{T_{qv}}{r_a \text{ sen } \gamma} \dots\dots\dots 3.77$$

y la fuerza necesaria para vencer la fricción presente en el sistema:

$$F_{fr \text{ static}} = F_{fr \text{ se}} + \frac{T_{qv} r}{r_a \text{ sen } \gamma} \dots\dots\dots 3.78$$

donde:  $T_{qv}$  = torque que genera el viento;

$\gamma$  = ángulo que existe entre el plano colector y el vástago del cilindro actuador;

$r_a$  = radio a el que se encuentra el anclaje móvil de el cilindro actuador;

$F_{fr \text{ se}}$  = fuerza de fricción estática máxima que se opone al movimiento del émbolo debido a los sellos que --

configuran el empaquetamiento del cilindro actua --  
dor;

$T_{qfr}$  = torque necesario para vencer las fuerzas de fricción  
presentes en el sistema de giro.

Debido a que la ventaja mecánica es mínima cuando  $\alpha = \beta_{max}$ , se efectúa el cálculo para tal situación, recordando que cuando  $\alpha = \beta_{max}$ ,  $\gamma$  es igual también a  $90 - \beta_{max}$ , por lo que se tiene que  $\sin \gamma = \cos \beta_{max}$ . También por ser el viento un factor crítico, se calcula el torque  $T_{qv}$  para un máximo promedio previsible para el medio en que se implementa el sistema. Substituyendo las precisiones antes mencionadas y despejando en ambas ecuaciones  $r_a$  obtenemos:

$$r_a = \frac{T_{qv}}{F_{Tqv} \cos \beta_{max}} \dots\dots\dots 3.79a$$

$$r_a = \frac{T_{qfr}}{(F_{fr\ static} - F_{fr\ se}) \cos \beta_{max}} \dots\dots\dots 3.79b$$

Debido a que la fuerza que genera el viento lo debe absorber - la fuerza de fricción que genera el actuador, se igualan los - valores  $F_{Tqv} = F_{fr\ static}$ , por lo que la primera ecuación resulta:

$$r_a = \frac{T_{qv}}{F_{fr\ se} \cos \beta_{max}} \dots\dots\dots 3.80$$

De la ecuación con la que se calcula  $L_{max}$  (ec. 3.76) se despeja  $r_a$  quedando:

$$r_a = \frac{L_{max}}{2 \text{ sen } \beta_{max}} \dots\dots\dots 3.81$$

Igualando esta ecuación con las ecuaciones 3.79a y 3.79b se obtiene:

$$\frac{L_{max}}{2 \text{ sen } \beta_{max}} = \frac{T_{av}}{F_{frse} \text{ cos } \beta_{max}} \quad \text{y}$$

$$\frac{L_{max}}{2 \text{ sen } \beta_{max}} = \frac{T_{qfr}}{(F_{frstatic} - F_{frse}) \text{ cos } \beta_{max}}$$

Se despeja de ambas ecuaciones  $L_{max}$  resultando:

$$L_{max} = \frac{2 T_{av} \text{ tan } \beta_{max}}{F_{frse}} \dots\dots\dots 3.82a$$

$$L_{max} = \frac{2 T_{qfr} \text{ tan } \beta_{max}}{(F_{frstatic} - F_{frse})} \dots\dots\dots 3.82b$$

Se calculan ambas ecuaciones y se considera el resultado mayor entre ambos cálculos, este valor se ajusta a el igual o inme - diante superior de entre los valores normalizados. De esta mane - ra se garantiza que para un actuador elegido su carrera máxima  $L_{max}$  con su respectivo ratio de anclaje móvil (en función de  $L_{max}$  y  $\beta_{max}$ ) se cumpla los requisitos tanto de absorber las - ráfagas de viento, impidiendo el movimiento del plano colector ante dicho elemento, y también cumpliendo con el requisito de poder generar un torque tal que pueda mover el plano colector como parte del seguimiento. Si el valor de  $L_{max}$  es demasiado - grande, se repite el cálculo utilizando un  $\beta_{max}$  menor al ante - rior, este proceso puede repetirse hasta llegar a un equili -- brio óptimo entre el  $L_{max}$  y  $\beta_{max}$ .

Una vez que se calcula  $I_{max}$  es posible calcular el radio  $r_a$ , utilizando la ecuación:

$$r_a = \frac{I_{max}}{2 \operatorname{sen} \beta_{max}} \dots\dots\dots 3.81$$

Para calcular el valor de  $\beta_{max}$  se considera la ventaja mecánica que se calcula como:

$$VM = \operatorname{sen} \gamma \dots\dots\dots 3.53$$

Recordando que el valor mínimo de  $\gamma$  se presenta cuando el desplazamiento angular del plano colector máximo ( $\beta_{max}$ ), y recordando que  $\operatorname{sen} \gamma_{min} = \operatorname{cos} \beta_{max}$ ; de aquí se considera que la ventaja mecánica mínima admisible es 0.5, por tanto:

$$\beta_{max} = \operatorname{arg} \operatorname{cos}(0.5) = 60^\circ$$

Para el caso en que se implemente el diferenciado de absorptividades en los cilindros captadores conductores, se calcula el valor  $|f_{izq} - f_{der}|$  crítico que se presenta a una altitud solar cero ( $\alpha = 0$ ) e inclinación del plano máxima ( $\beta_{max}$ ) en sentido opuesto a  $\omega$ . De las funciones expuestas (influencia - del viento) para tal caso se propone:

$$|f_{izq} - f_{der}| = \frac{1}{3}$$

valor que resulta razonable, por lo que  $\beta_{max} = 60^\circ$  satisface-

también la condición que impone la necesidad de evitar el vuelco.

A este valor se le considera como un límite superior que es indeseable superar, debido a que el actuador tiene que generar - fuerzas mayores para generar el movimiento para ventajas mecánicas muy pequeñas. Ahora bien, este valor considerado como máximo deseable, es un límite en función de la ventaja mecánica, no obstante puede presentarse la necesidad de reducir el valor de  $\mu_{max}$  en función de otros factores como puede ser el reducir el valor de  $\mu_{max}$ , o límites en función de  $|F_{inj} - f_{der}|$ .

Para calcular el valor de la masa de gas de trabajo en cada cámara de confinamiento  $m_{12}$  se parte de la ecuación que describe el volumen total de confinamiento:

$$V_T = \frac{\pi}{4} (Die^2 lcil + Dim^2 lm + (Dea^2 - Dva^2) lact) \dots 3-64$$

donde: Die = diámetro interior del cilindro captador conductor  
Dim = diámetro interior de la manguera;  
Dea = diámetro del émbolo actuador;  
Dva = diámetro del vástago actuador;  
lcil = longitud del cilindro captador conductor;  
lm = longitud de la manguera;  
lact = longitud de la cámara correspondiente en el cilindro actuador.

Se recuerda también de la relación matemática que para este caso es:

$$VT = m_{12} Ux \dots\dots\dots 3.66$$

donde:  $Ux$  = volumen específico del gas de trabajo confinado.

Debido a que es requisito para el sistema que el gas siempre - esté en estado saturado, se presenta la limitante de tener para el volumen máximo posible por lo menos gas saturado seco, esto es, calidad de vapor del 100 %, por lo que se tiene:

$$m_{12} = \frac{1}{U_g} \frac{\pi}{4} (D_{ie}^2 l_{cil} + D_{im}^2 l_m + (D_{ea}^2 - D_{va}^2) L_{max}) n \dots\dots\dots 3.83$$

donde:  $n$  = factor de seguridad que tienda a cubrir las fallas por fuga.

Para localizar el valor  $U_g$  (volumen específico de vapor saturado), se utiliza la temperatura de 60°C por ser una de las temperaturas máximas esperadas para el sistema.

El cálculo anterior proporciona el valor mínimo de  $m_{12}$  requerido para el sistema; se recuerda que es deseable que su valor sea pequeño, por brindar esto una rapidez de respuesta mayor y desplazamientos más pequeños, lo que brinda una mayor sensibilidad de seguimiento, no obstante existen dos factores a considerar; por un lado al ser muy pequeña esta masa surge la difi-

cultad de poder cargar al sistema con la cantidad exacta requerida y por otro lado, el sistema al ser cargado solo con la cantidad mínima de gas, queda expuesta al fallo, debido a que a la menor pérdida debida a una fuga se rompe el estado de saturación del gas de trabajo. Se propone por tanto para el sistema una calidad máxima del 75 %, lo que garantiza que la mayoría de la masa estará en estado gaseoso o vapor y por lo menos se tendrá un 25 % de masa (en estado líquido) que cubrirá a el sistema del fallo en condiciones de operación normal. Se hace notar que este es un valor teórico propuesto, mismo que puede variar en función de la implementación práctica y precisión de la carga del gas, no obstante se recomienda que la variación solo sea en el sentido de disminuir la calidad esto es; calidad  $\leq$  75 %, para así mantener la confiabilidad del sistema.

Una vez que se encuentra la magnitud de todos los elementos fundamentales del sistema de manera que se satisfagan todos los elementos básicos requeridos para el funcionamiento, se analiza el comportamiento del sistema, y en base a este comportamiento del sistema se define que tendencia dimensional de cada elemento maximiza la exactitud de seguimiento y asegura la estabilidad del sistema, determinando el valor de  $r_p$  que evite la oscilación.

El análisis es relativamente sencillo debido a que el movimiento es discreto, con solo definir las condiciones de arran-

que y paro de el movimiento se puede conocer la magnitud de el ángulo de giro  $\Delta\beta$ , por movimiento discreto. El propósito de modificar algunas magnitudes de los elementos del sistema es el de minimizar la magnitud  $\Delta\beta$ , a un valor que maximice la eficiencia de seguimiento a valores razonablemente altos. El análisis parte de el conocimiento de las fuerzas de fricción estática y dinámica ( $F_{fr\text{static}}$  y  $F_{fr\text{kinetic}}$ ) que determinan los diferenciales de temperatura que generan el arranque y el paro de el movimiento ( $\Delta T_{arr}$  y  $\Delta T_{det}$ ), mediante las siguientes ecuaciones:

$$\Delta T_{arr} = \frac{F_{fr\text{static}}}{a \cdot A_{act}} \dots\dots\dots 3.57a$$

$$\Delta T_{det} = \frac{F_{fr\text{kinetic}}}{a \cdot A_{act}} \dots\dots\dots 3.57b$$

En base a el diferencial  $\Delta T_{arr}$  se determinan las temperaturas  $T_{izq}$  y  $T_{der}$  iniciales del sistema. Mediante las siguientes -- ecuaciones se determinan las temperaturas posteriores inmediatas a el paro del movimiento:

Para  $T_{izq} > T_{der}$   $T_{izqe} = \frac{1}{2} (T_{izq} + T_{der} + T_d)$   
..... 3.25a

Para  $T_{izq} < T_{der}$   $T_{dere} = \frac{1}{2} (T_{izq} + T_{der} - T_d)$   
..... 3.25b

Tomando como referencia a el cilindro captador conductor iz -- quierdo, se localizan los valores  $u_g$ ,  $u_r$ ,  $u_g$ ,  $u_r$  en las tablas de el gas de trabajo saturado, tanto para vapor como para lf -

quido saturados, así también se calcula el volumen específico de el confinamiento seleccionado  $U_x$  mediante la ecuación:

$$U_x = \frac{VT}{m_{12}} \dots\dots\dots 3.84$$

donde:

$$VT = \frac{\pi}{4} (Die^2 lcil + Dim^2 lm + (Dea^2 - Dva^2) lact) \dots 3.64$$

Posteriormente se calcula el volumen específico de la mezcla -- una vez que se ha expandido (o comprimido)  $U_{xe}$  mediante la -- ecuación:

$$U_{xe} = \left( \frac{1}{u_e} - \frac{1}{u_i} \right) \left( \left( \frac{U_x}{U_g} - \frac{U_i}{U_i} \right) (u_g - u_i) + u_i - u_{ie} \right) \\ (U_{ie} - U_{ie}) + U_{ie} \dots\dots\dots 3.24$$

Obteniendo el volumen final como:  $VTe = U_{xe} m_{12} \dots\dots\dots 3.85$

Debido a que el cambio de volumen se presenta en el cilindro -- actuador, es posible obtener el desplazamiento del émbolo del actuador  $\Delta lact$ , dividiendo el cambio de volúmenes  $\Delta VT = VTe - VT$  entre el area efectiva del émbolo actuador:

$$\Delta lact = \frac{\Delta VT}{A_{act}} \dots\dots\dots 3.86$$

Una vez conocido el desplazamiento del émbolo por movimiento --  $\Delta lact$ , se determina el valor de las longitudes lact antes y

después de la expansión (o compresión) para diferentes niveles del ángulo  $\alpha$ , para analizar la magnitud de el incremento (o decremento) del ángulo  $\alpha$ ,  $\Delta\alpha$ . Para tal efecto se utiliza la -- ecuación:

$$\Delta\beta_0 = \text{ang} \cos\left(\frac{ra^2 + c^2 - (lma + lucte)^2}{2 ra c}\right) - \text{ang} \cos\left(\frac{ra^2 + c^2 - (lma + luct)^2}{2 ra c}\right) \dots\dots\dots 3.87$$

De esta última ecuación y de:

$$\begin{aligned} T_{12q} - T_{der} &= (K1_{12q} - K1_{der}) \exp(S1 t) \\ &+ (K2_{12q} - K2_{der}) \exp(S2 t) \\ &+ (f_{12q}(t) - f_{der}(t)) \dots\dots\dots 3.73 \end{aligned}$$

además de conocer la velocidad angular de el sol por la bóveda celeste:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0.25 \text{ } ^\circ/\text{min}$$

Se propone un valor de  $r_p$  y se grafica el error de seguimiento contra tiempo partiendo de un estado  $|f_{12q} - f_{der}| = 0$ . Si se presenta oscilación; se reduce el valor de  $r_p$  y se repite el proceso hasta encontrar el valor de  $r_p$  con el que se elimina la oscilación, y que minimiza la desviación media de seguimiento. De la ecuación 3.86 se deduce que a mayor área --

efectiva en el émbolo actuador Aact, se tiene menor desplazamiento de émbolo por expansión (o compresión), así también para menor incremento (o decremento) en el volumen  $\Delta V_T$  también se obtiene un desplazamiento de émbolo menor, esto último se logra mediante la reducción de la masa  $m_{12}$  mediante la reducción de el volumen total de el confinamiento mediante la reducción de el diámetro de el cilindro captador conductor. De la ecuación 3.87 se deduce que a mayor  $L_{max}$  y en consecuencia mayor  $r_a$  se tiene un menor cambio angular  $\Delta \theta$  por desplazamiento del émbolo  $\Delta l_{act}$ , aumentando por tanto la sensibilidad del sistema. Finalmente, se establece que las tendencias dimensionales son: La disminución de el diámetro de el cilindro captador conductor; el aumento en la medida de lo posible del área del actuador Aact; el aumento de el valor de carrera máxima  $L_{max}$  y por tanto de  $r_a$ . Ahora bien, si estas son las tendencias dimensionales deseables se debe analizar la razón de ventaja que se obtiene con esta tendencia dimensional, recordando que el factor económico es un elemento principal que limita fundamentalmente el crecimiento en algunas dimensiones. Por lo tanto, estas tendencias dimensionales deben ser conciliadas con el factor económico de manera que se obtenga un valor que optimice la razón costo/eficiencia.

### III.G. Cálculo y optimización de las dimensiones fundamentales de el diseño propuesto

Las dimensiones fundamentales de las cuales parte el diseño -- son: El diámetro del cilindro captador conductor  $D_{cc}$ ; el área efectiva de el ánulo actuator  $A_{act}$ ; así como la longitud máxima de su carrera  $L_{max}$ ; el radio a el cual se debe colocar el anclaje móvil del cilindro actuator  $r_a$ ; el ángulo máximo de desplazamiento  $\beta_{max}$  de el plano colector con respecto a el eje de giro; la masa de gas de trabajo  $m_{12}$  en cada cámara de confinamiento; y la distancia perpendicular entre el eje del cilindro captador conductor y el plano colector  $r_p$ . Este último se obtiene despues de un análisis que garantice que no se presenta oscilación.

El cálculo y análisis que aquí se presenta es una ruta demostrativa que sintetiza de manera directa el proceso; no obstante se aclara a el lector que, el proceso por su naturaleza iterativa y por el número de parámetros interrelacionados es una labor ardua, compleja y mucho más extensa de lo que aquí se -- presenta.

El proceso inicia calculando un valor para el diámetro de el cilindro captador conductor. Como se recuerda, se dedujo que el valor de el diámetro del cilindro captador conductor  $D_{cc}$ , debe ser lo más pequeño posible, siempre y cuando este represente por término medio el 75 % de el volumen de alojamiento--

para el gas de trabajo.

Debido a que el volumen total de el confinamiento además de  $D_{ee}$  también depende de el área efectiva de el émbolo actuador, así como de la longitud máxima de su carrera; para poder calcular el valor de  $D_{ee}$  se debe proponer inicialmente un valor para el área efectiva del émbolo actuador y una longitud de carrera máxima, preferiblemente de los valores normalizados, de los cuales se calcula el valor de el diámetro interno de el cilindro-captador conductor junto con un espesor, que bajo cualquier circunstancia debe ser lo más pequeño posible, y así de esta forma se tiene un valor tentativo para  $D_{ee}$ .

El valor que se propone para el cilindro actuador es un diámetro de actuador  $D_{ea} = 20$  mm, y una longitud de carrera máxima de  $L_{max} = 200$  mm. Para un cilindro captador conductor con una longitud  $l_{cil} = 1$  m, un diámetro interior de manguera  $D_{im} = 5$  mm, y una longitud de manguera de  $l_m = 70$  cm, se obtiene un valor para  $D_{ie} = 16.3$  mm, por tanto de los valores normalizados se eligen los valores:

$$D_{ee} = 16 \text{ mm} ; \quad \text{espesor} = 0.5 \text{ mm}$$

Se recuerda que este es una valor tentativo, debido a que se calculó en base a una propuesta de las dimensiones de el cilindro actuador, razón por la que si en calculos posteriores se determina un valor diferente para las dimensiones del cilindro

actuador, se debe recalcular el valor de  $D_{ee}$ , y así efectuar una iteración más hasta que todas las dimensiones presenten -- convergencia.

Finalmente se menciona que una vez calculados todos los valores, ante cualquier dificultad en cuanto a encontrar las dimensiones calculadas en el mercado para el valor de  $D_{ee}$ , en todo cambio necesario, este se admite solo en cuanto a la disminución de  $D_{ee}$ , debido que a mayor  $D_{ee}$  la sensibilidad disminuye. El material elegido para el cilindro captador conductor es acero estirado en frío, esta elección obedece a que es en este material que se tiene la mayor variedad de dimensiones, así como los espesores más pequeños lo que lo hace el material que menos calor requiere para su calentamiento conservando una conductividad considerable, debido esto a su baja relación de volumen contenedor por volumen contenido.

La determinación de el ángulo máximo  $\beta_{max}$  parte de la consideración de una ventaja mecánica mínima, misma que se presenta cuando  $\beta = \beta_{max}$ . definiendo:

$$VM_{min} = \text{sen } \beta_{max} \dots\dots\dots 3.88$$

Como primera decisión tentativa se establece que este valor no sea menor a 0.5, esto es que  $\beta_0$  no sea mayor a  $60^\circ$ , por tanto se establece que  $\beta_0 \leq 60^\circ$ . Ahora bien, si el valor de  $\beta_{max}$  se le establece el límite de  $60^\circ$ , este valor puede ser menor en

función de la optimización del sistema.

Para calcular la carrera máxima requerida para el cilindro --  
 actuador  $L_{max}$ , se parte de las dos siguientes ecuaciones:

$$L_{max} = \frac{2 T_{qv} \tan \phi_{max}}{P_{fr}^{static}} \dots\dots\dots 3.82a$$

$$L_{max} = \frac{2 T_{afr} \tan \phi_{max}}{P_{fr}^{static} - P_{frse}} \dots\dots\dots 3.82b$$

La ecuación 3.82a define el valor  $L_{max}$  requerido en fun --  
 ción de la resistencia mediante fricción presente en el siste --  
 ma contra el torque que genera el viento en una intensidad má --  
 xima relativa. La ecuación 3.82b define el valor  $L_{max}$  requ --  
 erido para vencer la fuerza de fricción presente en el sistema --  
 de giro. El valor  $L_{max}$  a utilizar es igual o inmediatamente --  
 superior según la norma a el  $L_{max}$  que resulte mayor de las --  
 dos ecuaciones precedentes, esto asegura que se cumpla con am --  
 bos requisitos.

La fuerza de fricción en los sellos del actuador  $P_{frse}$  se de --  
 termina en función del diámetro de émbolo, si es con lubrica --  
 ción o en seco, y de el tipo de implementación particular. El --  
 torque máximo que genera la fuerza de fricción estática en el --  
 sistema de giro es:

$$T_{afr} = F_N \mu (r_{rot} \cos \phi + r_{cf} \sin \phi) \dots\dots 3.51$$

El peso del dispositivo móvil  $F_N$  se determina en función del diseño y la dimensión de el plano colector; para este caso se toma como  $F_N = 120$  N, el coeficiente de fricción se considera como  $\mu = 0.15$ , las dimensiones  $r_{rot}$  y  $r_{cf}$  (ver definición de variables en secciones anteriores) se definen en base a el diseño de el sistema de giro, y se toman como:  $r_{rot} = 2.5$  mm y  $r_{cf} = 8$  mm. En base a estos dos valores se observa que  $T_{qfr}$  es máximo a mayor valor de el ángulo  $\phi$ , como este valor debe ser de la misma magnitud que la latitud de implementación, para México se toma un valor medio para cálculo de  $\phi = 20^\circ$ N. Sustituyendo valores encontramos el valor de:  $T_{qfr} = 0.0915$  N m ; usando un factor de seguridad  $n = 2$  se obtiene:

$$T_{qfr} = 0.1831 \text{ N m}$$

El torque que genera el viento se calcula de la ecuación:

$$T_{qv} = \rho_{aire} \frac{x_{max}}{12} \left( \frac{1}{2} (y_{pmax}^2 - y_{pmin}^2) + h_c (y_{pmax} - y_{pmin}) \right) (V \text{ sen } \xi)^2$$

..... 3.45c

Ver sección dedicada a el viento y su influencia.

Considerando las condiciones críticas  $\alpha = 45^\circ$  y  $\xi = 90^\circ$  y suponiendo un plano colector de 1 metro por lado se obtiene:

$$T_{qv} = 0.0102 v^2$$

Considerando una velocidad del viento media máxima relativa de 50 Km/h, substituyendo su valor en m/s se obtiene:

$$T_{qv} = 1.9676 \text{ N m}$$

Posteriormente se calcula el valor total de la fuerza de fricción estática  $F_{fr\text{static}}$  de la ecuación:

$$F_{fr\text{static}} = F_{fr\text{sestatic}} + \frac{T_{qv}}{r_a \cos \alpha_{\text{max}}} \dots 3.55a$$

En este punto, debido a que se desconoce el valor de  $r_a$ , mismo que es función de  $L_{\text{max}}$ , que es el valor por determinar, por tanto se inicia un proceso iterativo proponiendo un valor de arranque para  $r_a$  de 0.1 m.

Por otra parte, debido a que la fuerza de fricción que se presenta en los sellos es función de el diámetro del cilindro -- actuador, razón por la que también se propone un diámetro de -- émbolo, mismo que ya fue propuesto inicialmente con una valor de  $D_{ea} = 20 \text{ mm}$ .

Para conocer las fuerzas de fricción en los sellos se presenta la tabla 3.1 que presenta información util en cuanto a los cilindros actuadores más viables para el sistema.

Tabla 3.1: Algunas propiedades de los cilindros actuadores de doble vástago para las condiciones de operación de nuestra implementación.

Presión máxima (bar)	10	10	10	12	12	12
Dea (mm)	16	20	25	32	40	50
Dva (mm)	6	7	8	12	14	18
Aact (cm <sup>2</sup> )	1.7	2.8	4.4	6.9	11.1	17
F <sub>frse</sub> kinetic (seco) (N)	23	38	60	94	152	230
F <sub>frse</sub> static (seco) (N)	28	46	72	113	183	275
F <sub>frse</sub> kinetic (lub) (N)	7.9	13	20.5	32.2	52	78.8
F <sub>frse</sub> static (lub) (N)	9.6	15.8	24.7	38.7	62.7	94.2

Cabe señalar que la fuerza de fricción tanto estática como dinámica en cilindros actuadores está en función directa de la presión de trabajo; por tanto se aclara que la presión anteriormente expuesta ha sido elaborada para una presión de el -- gas de trabajo Freón-12 ligeramente superior a los 8 bars que corresponde a una temperatura media de 35°C, promedio esperado para el sistema.

Por otra parte, las fuerzas de fricción estática y dinámica se calculan en base a la situación inmediata que antecede y precede a el movimiento, por lo que para nuestro caso se tiene un diferencial aproximado a los 2 bars entre confinamientos; -- siendo por tanto para estas condiciones que fue elaborada la

tabla anterior.

Debido a dificultades funcionales se parte de un funcionamiento en seco, que para un diámetro de émbolo de 20 mm se tiene;  $F_{frse} \text{ static} = 46 \text{ N}$ . Substituyendo estos valores en las ecuaciones 3.82a y 3.82b se obtiene:

$$\text{De 3.82a:} \quad L_{\text{max}} = 0.1373 \text{ m;}$$

$$\text{De 3.82b:} \quad L_{\text{max}} = 0.1733 \text{ m.}$$

Se elige el valor de  $L_{\text{max}} = 0.1733 \text{ m}$  para confrontar con las normas; de lo que se elige el valor  $L_{\text{max}} = 200 \text{ mm}$ .

Posteriormente se calcula el valor de  $r_a$  como:

$$r_a = \frac{L_{\text{max}}}{z \cdot \text{sen } \beta_{\text{max}}} \dots\dots\dots 3.59$$

Substituyendo valores se obtiene  $r_a = 0.1155 \text{ m}$ . Debido a que el valor obtenido de  $r_a$  es cercano y superior a el valor con el que se inició la iteración (0.1), se considerará que los valores obtenidos para  $r_a$  son convergentes, por tanto se tienen los valores:  $L_{\text{max}} = 200 \text{ mm}$  y  $r_a = 0.1155 \text{ m}$ .

En este punto cabe mencionar que el valor calculado para  $L_{\text{max}}$  y en consecuencia el de  $r_a$  satisfacen los requisitos tanto de inmutabilidad ante ráfagas de viento, como lograr vencer la fuerza de fricción presente en el sistema de giro. Ahora bien,

la magnitud de estos valores se puede modificar en función de los requisitos de optimización y en tanto que las modificaciones de  $L_{max}$  sean para su incremento, no se requiere de nuevos cálculos de comprobación para la satisfacción de los requisitos anteriores.

Para calcular la masa mínima de gas requerida para el sistema, se usa la ecuación:

$$m_{12} = \frac{1}{v_g} \frac{\pi}{4} (D_{ic}^2 l_{cil} + D_{im}^2 l_m + (D_{ea}^2 - D_{va}^2) L_{max}) n$$

..... 3.83

El volumen específico de cálculo del gas saturado se busca para una temperatura de 60°C; debido a que esta temperatura es un máximo relativo previsible y su valor es  $v_g = 0.0111 \text{ m}^3/\text{Kg}$  ahora bien, debido a que pueden existir fugas pequeñas, es necesario introducir a los confinamientos cantidades mayores que cubran las fugas y se conserve el estado de saturación, durante un período considerable de la vida útil del sistema, por lo que se introduce un factor de seguridad  $n = 1.5$ . Substituyendo valores se obtiene para  $L_{max} = 200 \text{ mm}$  y  $D_{ea} = 20 \text{ mm}$ , el valor  $m_{12} = 0.0332 \text{ Kg}$ , que con base en el establecimiento de un rango de tolerancia entre los valores en gramos como lo indica el intervalo  $30 \leq m_{12} \leq 35$ .

Para calcular el área efectiva del émbolo actuador se parte de

$$\begin{aligned}
 A_{act} = & \frac{F_{fr,static}}{a} \left( (K1_{1zq} - K1_{der}) \exp(S1 t) \right. \\
 & + (K2_{1zq} - K2_{der}) \exp(S2 t) \\
 & \left. + (f1zq(t) - fder(t)) \right)^{-1} \dots 3.75
 \end{aligned}$$

El factor de proporcionalidad entre temperatura y presión para Freón-12 saturado tiene el valor  $a = 18300$ ; se considera una absorptividad  $\epsilon = 0.9$  para un acabado lustre negro de los cilindros captadores conductores; La radiación directa incidente se considera de magnitud  $I = 700 \text{ W/m}^2$ ; Para acero estirado en frío se utilizan los valores  $c_{pcc} = 460 \text{ J/Kg K}$ , su densidad es  $\rho_{cc} = 7,850 \text{ Kg/m}^3$ ; para Freón-12 se utilizan los valores  $c_{p12} = 375 \text{ J/Kg K}$ , y su densidad se toma como  $\rho_{12} = 55 \text{ Kg/m}^3$ ; el coeficiente convectivo exterior a velocidad de viento cero es  $h = 3.2 \text{ W/m}^2\text{K}$ , y el coeficiente convectivo interior se toma como  $h_i = 1.6 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

El valor de el área equivalente máxima radiable para los cilindros captadores conductores  $A_r$  se calcula como:

$$A_r = D_{ee} l_{cil}$$

substituyendo valores se obtiene  $A_r = 0.015 \text{ m}^2$ .

El valor de el área externa total de el cilindro captador conductor  $A_T$  se calcula como:

$$A_T = D_{ee} \text{ lcil}$$

substituyendo valores se obtiene:  $A_T = 0.0503 \text{ m}^2$ .

El valor de el área interna total de el cilindro captador conductor  $A_{Ti}$  se calcula como:

$$A_{Ti} = D_{ie} \text{ lcil}$$

substituyendo valores se obtiene:  $A_{Ti} = 0.0471 \text{ m}^2$ .

El volumen de el material de el cilindro captador conductor se calcula como:

$$V_{cc} = \frac{\pi}{4} (D_{ee}^2 - D_{ie}^2) \text{ lcil}$$

substituyendo valores se obtiene:  $V_{cc} = 2.4347 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ .

El volumen de cálculo de gas de trabajo (Freón-12) se calcula como:

$$V_{12} = \frac{\pi}{4} (D_{ie}^2 \text{ lcil} + D_{im}^2 \text{ lm} + (D_{ea}^2 - D_{va}^2) L_{max})$$

..... 3.64

substituyendo valores se obtiene:  $V_{12} = 2.4559 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ .

Para mayor información de las ecuaciones y valores antes presentados es conveniente estudiar la sección de transferencia de calor.

Los valores anteriores para áreas y volúmenes, han sido calculados partiendo de los valores propuestos para el área efectiva del émbolo y la longitud de carrera máxima para el cilindro actuador, por tanto se inicia un proceso iterativo de cálculo-hasta encontrar convergencia. Una vez que se han calculado todos los coeficientes de la ecuación 3.75, se tabula el tiempo de respuesta para diversas áreas efectivas de émbolo con sus respectivas fuerzas de fricción, y de los valores tabulados se elige el área efectiva más razonable en cuanto a conciliar -- costo vs tiempo de reacción.

A continuación se presenta una gráfica ilustrativa de el diferencial de temperaturas que inicia el movimiento para diferentes diámetros de émbolo, y como elemento informativo se presenta una implementación lubricada y otra en seco.

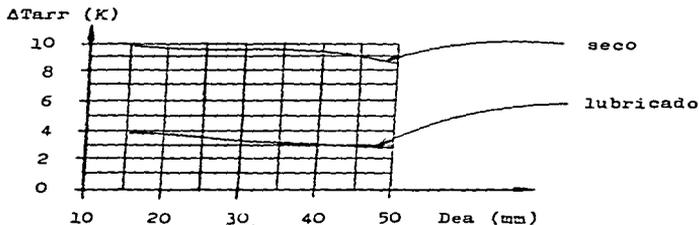


Fig.3.36; Diferencial de temperatura requerido para iniciar el movimiento para diversos diámetros de émbolo.

De la gráfica observamos que es notable la ventaja de el dispositivo lubricado sobre el seco, no obstante la dificultad de implementar un sistema lubricado es tal que resulta prohibitivo para el sistema, por lo que nuestra implementación será en seco. Por otra parte destaca en cuanto a nuestro interes, que el diferencial de temperaturas para iniciar el movimiento es muy similar para los diversos diámetros de émbolos disponibles por lo que la disminución de el diferencial de temperaturas al incrementar el diámetro del émbolo es despreciable, por lo que finalmente se considera que en cuanto a este parámetro en consideración para el sistema, cualquier diámetro de émbolo tiene esencialmente el mismo tiempo de respuesta; por lo que finalmente se elige un diámetro pequeño, razón por la que el diámetro de émbolo propuesto  $D_{ea} = 20$  mm satisface este parámetro de cálculo. Finalmente se menciona que si en análisis posteriores, se modifica el valor de  $D_{ea}$  ya no será necesario calcular su diferencial de temperaturas de respuesta e inicio de movimiento.

Hasta ahora se han propuesto todas las dimensiones fundamentales excepto  $r_p$  mismo que se determinara en el análisis de el comportamiento del sistema.

El análisis parte de definir las condiciones de arranque y paro de el movimiento. Los diferenciales de temperatura de arranque y paro se calculan de las ecuaciones:

$$\Delta T_{arr} = \frac{F_{fr\ static}}{a\ A_{act}} \dots\dots\dots 3.57a$$

y

$$\Delta T_{det} = \frac{F_{fr\ kinetic}}{a\ A_{act}} \dots\dots\dots 3.57b$$

De donde:

$$F_{fr\ static} = F_{frse\ static} + \frac{T_{qfr}}{r_a\ \cos\ \beta_{max}} \dots 3.55a$$

$$F_{fr\ kinetic} = F_{frse\ kinetic} + \frac{T_{qfr}}{r_a\ \cos\ \beta_{max}} \dots\dots 3.55b$$

Las fuerzas de fricción estática y dinámica en los sellos para un actuador de doble efecto y doble vástago se encuentra en la tabla 3.1;  $F_{frse\ static} = 46\ N$ ;  $F_{frse\ kinetic} = 38\ N$ ; además - se toman los valores de  $T_{qfr}$ ,  $r_a$  y  $\beta_{max}$  ya antes propues - tos; y substituyendo estos valores en las ecuaciones 3.55a y 3.55b, se obtienen los resultados:

$$\overline{F_{fr\ static}} = 49.17\ N; \quad \overline{F_{fr\ kinetic}} = 41.17\ N.$$

Substituyendo estos últimos resultados junto con los valores - de "a" y  $A_{act}$  en las ecuaciones 3.57a y 3.57b para obte - ner los resultados:

$$\Delta T_{arr} = 9.6\ K; \quad \Delta T_{det} = 8.0\ K.$$

Para calcular los niveles de expansión (o compresión) de los confinamientos se establece como temperatura inicial de ambas - cámaras inmediatamente antes de la expansión (o compresión). -

Sean  $T_{der} = 25^{\circ}\text{C}$ , por tanto  $T_{iq} = 34.6^{\circ}\text{C}$ . Las temperaturas inmediatas posteriores a la expansión se calculan como:

$$T_{iqe} = \frac{1}{2} (T_{iq} + T_{der} + \Delta T_{det}) \dots\dots\dots 3.25a$$

$$T_{dere} = \frac{1}{2} (T_{iq} + T_{der} - \Delta T_{det}) \dots\dots\dots 3.25b$$

Substituyendo valores obtenemos:  $T_{iqe} = 33.8^{\circ}\text{C}$  y  $T_{dere} = 25.8^{\circ}\text{C}$ .

Sea  $\overline{VT}$  el volumen medio de los confinamientos que se calcula como:

$$\overline{VT} = \frac{\pi}{4} (D_{ie}^2 l_{c1} + D_{im}^2 l_m + (D_{ea}^2 - D_{va}^2)(L_{max}/2)) \dots\dots\dots 3.89$$

Substituyendo valores se obtiene:  $\overline{VT} = 2.1803 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ . De el conocimiento de el volumen medio de referencia  $\overline{VT}$  y de la masa de gas por confinamiento se obtiene el valor de el volumen específico de referencia como:

$$v_x = \frac{\overline{VT}}{m_{12}}$$

Substituyendo valores se obtiene:  $v_x = 6.5672 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  .

Se toma como referencia el cilindro captador conductor izquierdo, se localizan los valores  $v_g$ ,  $v_f$ ,  $u_g$  y  $u_f$  tomando como referencia su temperatura inmediata anterior a la expansión; -

así también se localizan los valores  $v_{ge}$ ,  $v_{fe}$ ,  $u_{ge}$  y  $u_{fe}$  tomando como referencia su temperatura inmediatamente posterior a la expansión, se substituyen estos valores en la ecuación:

$$x_e = \left( \frac{1}{u_g - u_f} \right) \left( \frac{v_x - v_f}{v_g - v_f} \right) (u_g - u_f) + u_f - u_{fe} \\ (v_{ge} - v_{fe}) + v_{fe} \dots\dots\dots 3.24$$

Los valores a substituir son:

Para T = 34.6°C:	Para T = 33.8°C:
$u_g = 0.18381 \text{ J/Kg};$	$u_{ge} = 0.18352 \text{ J/Kg};$
$u_f = 0.06849 \text{ J/Kg};$	$u_{fe} = 0.06771 \text{ J/Kg};$
$v_g = 0.02086 \text{ m}^3/\text{Kg};$	$v_{ge} = 0.02084 \text{ m}^3/\text{Kg};$
$v_f = 0.000785 \text{ m}^3/\text{Kg};$	$v_{fe} = 0.000783 \text{ m}^3/\text{Kg}.$

Substituyendo se obtiene:  $v_{xe} = 6.7091 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{Kg}.$

El cambio de volumen en la expansión se calcula como:

$$\Delta V_T = m_{12} (v_{xe} - v_x) \dots\dots\dots 3.90$$

Substituyendo valores se obtiene:  $\Delta V_T = 4.7111 \times 10^{-6} \text{ m}^3.$

Con base en el cambio de volumen en la expansión, se calcula el desplazamiento del émbolo como:

$$\Delta_{\text{lact}} = \frac{V_T}{A_{\text{act}}}$$

Substituyendo valores se obtiene:  $\Delta_{\text{lact}} = 1.6825 \text{ cm.}$

El desplazamiento angular de el plano se calcula mediante la ecuación:

$$\Delta\beta = \arccos \left( \frac{ra^2 + C^2 - (lma + lacte)^2}{2 ra C} \right) \\ - \arccos \left( \frac{ra^2 + C^2 - (lma + lact)^2}{2 ra C} \right) \dots\dots 3.87$$

Donde para el caso propuesto:  $ra = 0.1155 \text{ m; } lma = 240 \text{ mm ;}$   
el valor de C se calcula mediante la ecuación:

$$C = \sqrt{dx^2 + dy^2} \dots\dots\dots 3.62$$

donde:  $dx = ra \cos \beta_{\text{max}};$  y  $dy = lma + ra \sin \beta_{\text{max}};$  por -  
lo que substituyendo valores se obtiene para C:  $C = 0.3055 \text{ m.}$

Debido a que el desplazamiento angular no es una constante para un  $\Delta_{\text{lact}}$  determinado, siendo también función de el ángulo  $\beta$ , que es el ángulo que tiene el plano colector antes de el movimiento. Por razones de análisis se obtiene para un desplazamiento de émbolo, los desplazamientos mínimo y máximo:  $\Delta\beta_{\text{min}}$  y  $\Delta\beta_{\text{max}}$ .

Para nuestro caso:  $\Delta\beta_{\text{min}} = 8.4186^\circ;$   $\Delta\beta_{\text{max}} = 14.3378^\circ.$

Por su utilidad en el análisis es conveniente obtener el desplazamiento angular medio, que se calcula como:

$$\Delta\beta_{med} = \frac{1}{2} (\Delta\beta_{max} + \Delta\beta_{min})$$

Substituyendo valores se obtiene:  $\Delta\beta_{med} = 11.36^\circ$ .

En una primera observación, resultan los desplazamientos angulares altos, no obstante por experiencia en el cálculo no se modifica ningún parámetro por ahora, por lo que continúa el análisis.

El siguiente análisis tiene por objeto averiguar si el sistema presenta oscilaciones en el seguimiento (situación indeseable) así como saber que eficiencia media presenta, y en base a la eliminación de oscilaciones se determina el valor apropiado para  $r_p$ .

Debido a que la diferencia de temperatura entre los cilindros-captadores conductores es la que a cierto nivel inicia el movimiento, se desarrolla el modelo que la describe: la ecuaciones:

$$T_{1zq} - T_{der} = (K1_{1zq} - K1_{der}) \exp(S1 t)$$

$$+ (K2_{1zq} - K2_{der}) \exp(S2 t)$$

$$+ (f_{1zq}(t) + f_{der}(t)) \dots\dots\dots 3.73$$

Las raíces S1 y S2 se obtienen de:

$$S1 = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{C}{A}} \dots\dots\dots 3.12a$$

$$S2 = -\frac{B}{2A} - \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{C}{A}} \dots\dots\dots 3.12b$$

Las constantes A, B y C se determina mediante:

$$A = \frac{\rho_{cp} v}{n A_T} \frac{\rho_{12} c_{p12} v_{12}}{n A_{Ti}} \dots\dots\dots 3.10a$$

$$B = \frac{\rho_{cp} v}{n A_T} + \frac{\rho_{12} c_{p12} v_{12}}{n_1 A_{Ti}} + \frac{\rho_{12} c_{p12} v_{12}}{n A_T} \dots\dots 3.10b$$

$$C = 1 \dots\dots\dots 3.10c$$

Los valores que las determinan son:

$$\rho = 7,850 \text{ Kg/m}^3;$$

$$\rho_{12} = 55 \text{ Kg/m}^3;$$

$$c_p = 460 \text{ J/Kg K}$$

$$c_{p12} = 375 \text{ J/Kg K};$$

$$v = 2.4347 \times 10^{-5} \text{ m}^3;$$

$$v_{12} = 2.4559 \times 10^{-4} \text{ m}^3;$$

$$h = 3.2 \text{ W/m}^2 \text{ K};$$

$$h_1 = 1.6 \text{ W/m}^2 \text{ K};$$

$$A_T = 0.0503 \text{ m}^2;$$

$$A_{Ti} = 0.0471 \text{ m}^2.$$

Las constantes  $K1_{izq} - K1_{der}$  y  $K2_{izq} - K2_{der}$  se determinan como:

$$K1_{izq} - K1_{der} = \frac{-S2}{S2 - S1} ((f_{izq}(t) - f_{der}(t)) - (T_{izq}(0) - T_{der}(0))) \dots\dots 3.91a$$

$$K2_{izq} - K2_{der} = \frac{S1}{S2 - S1} ((f_{izq}(t) - f_{der}(t)) - (T_{izq}(0) - T_{der}(0))) \dots\dots 3.91b$$

La función  $f_{izq}(t) - f_{der}(t)$  está determinada por:

$$f_{izq}(t) - f_{der}(t) = \frac{(f_{izq} - f_{der}) \text{ Ar } I}{n A_p}$$

A su vez  $f_{izq} - f_{der}$  se determina como:

Para  $(\beta - \omega) < -\alpha_p$   $f_{izq} - f_{der} = 1 \dots\dots\dots 3.93a$

Para  $-\alpha_p \leq (\beta - \omega) \leq 0$   $f_{izq} - f_{der} = \frac{\beta - \omega}{\alpha_p} \dots\dots\dots 3.93b$

Para  $0 \leq (\beta - \omega) \leq \alpha_p$   $f_{izq} - f_{der} = \frac{\beta - \omega}{-\alpha_p} \dots\dots\dots 3.93c$

Para  $\alpha_p < (\beta - \omega)$   $f_{izq} - f_{der} = -1 \dots\dots\dots 3.93d$

La definición de las variables antes utilizadas son definidas en secciones anteriores, no obstante por su importancia se presenta en la figura 3.37 la demostración de la variable  $\alpha_p$ .



Fig.3.37; Definición de el ángulo  $\alpha_p$  en el sistema.

El valor de  $\varphi_p$  se define matemáticamente como:

$$\varphi_p = 2 \arctan \tan \frac{r_{ci}}{r_p} \dots\dots\dots 3.28$$

Como se observa, una vez determinado el valor de el radio de - el cilindro captador conductor  $r_{ci}$ , el ángulo  $\varphi_p$  ya solo está en función de  $r_p$ , por tanto, para mayor simplicidad se busca el valor óptimo de  $\varphi_p$  y posteriormente se calcula el valor de  $r_p$  definitivo.

El modelo desarrollado resulta:

$$\begin{aligned} T_{izq} - T_{der} = & (-0.094 I (f_{izq} - f_{der}) \\ & + 1.1206 (T_{izq}(0) - T_{der}(0))) \exp(-0.0017 t) \\ & + (0.0101 I (f_{izq} - f_{der}) \\ & - 0.1206 (T_{izq}(0) - T_{der}(0))) \exp(-0.0158 t) \\ & + 0.0839 I (f_{izq} - f_{der}) \end{aligned}$$

Debido que a mayor intensidad radiante  $I$  es mayor la posibilidad de oscilación, para el análisis se efectúa con un  $I$  máximo previsible, esto es:  $I = 1,100 \text{ W/m}^2$ .

El análisis se basa en la elaboración y estudio de gráficas --

que resultan muy ilustrativas, estas son de diferencia de temperaturas contra tiempo.

De manera ilustrativa se propone iniciar con un  $\alpha_p = 15^\circ$ .

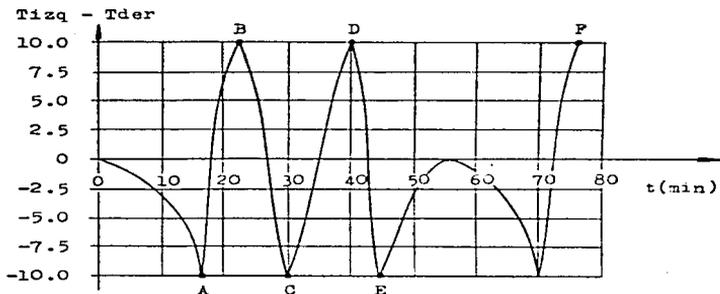


Fig.3.38; Comportamiento de la diferencia de temperaturas entre confinamientos; para  $I = 1,100 \text{ W/m}^2$ ;  $\alpha_p = 15^\circ$ ;  $\Delta\beta_{med} = 11.4^\circ$ ;  $|\Delta T_{arr}| = 9.6 \text{ K}$ .

En la gráfica anterior se parte de una desviación  $\Theta$  cero, al incrementarse la desviación debido a el tránsito solar la diferencia de temperaturas cambia hasta alcanzar el valor  $|\Delta T_{arr}|$  en A punto en el cual se presenta un giro en favor de reducir el error de seguimiento, no obstante el giro es tal que se presenta una desviación negativa para el seguimiento, lo que

hace que al alcanzar el punto B se obtiene nuevamente el valor  $|\Delta T_{arr}|$ , pero en este punto se genera un movimiento contrario al seguimiento que aumenta el error, mismo que se revierte al alcanzar el punto C y así en D y en F se vuelve a presentar un movimiento negativo; tal comportamiento se presenta como oscilación. Por tanto, se propone un  $\alpha_p$  mayor. En la figura 3.39 se muestra la gráfica que permite el análisis de el sistema para un  $\alpha_p = 25^\circ$ .

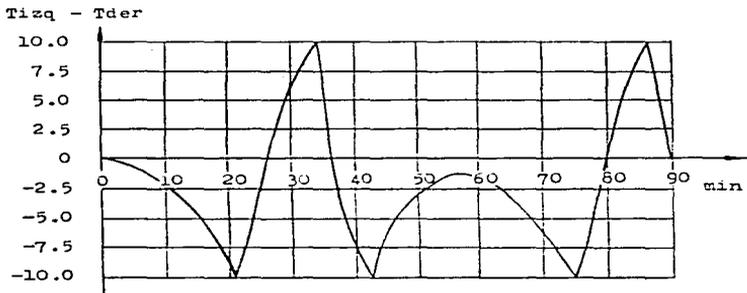


Fig.3.39; Comportamiento de la diferencia de temperaturas entre confinamientos; para  $I = 1,100 \text{ w/m}^2$ ;  $\Delta\beta_{med} = 11.4^\circ$ ;  $\alpha_p = 25^\circ$ ;  $|\Delta T_{arr}| = 9.6 \text{ K}$ .

En la figura 3.39 se observa que aún se presenta oscilación alternativa, razón por la cual se prueba con un  $\alpha_p$  mayor aún hasta encontrar un valor con el que se elimine la oscilación.

En la gráfica que muestra la figura 3.40 permite el análisis de el sistema para un  $\alpha_p = 30^\circ$ .

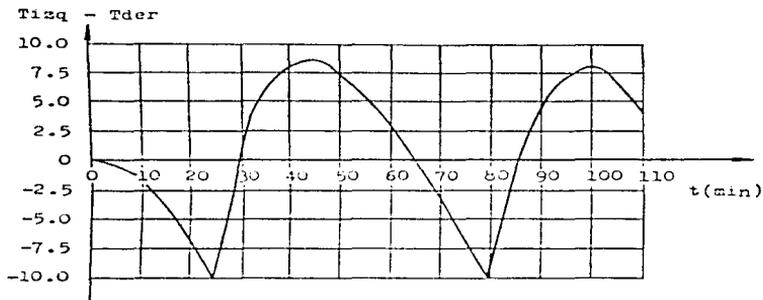


Fig.3.40; Comportamiento de la diferencia de temperaturas entre confinamientos; para  $I = 1,100 \text{ W/m}^2$ ;  $\Delta\beta_{med} = 11.4^\circ$ ;  $\alpha_p = 30^\circ$ ;  $|\Delta T_{arr}| = 9.6 \text{ K}$ .

De la gráfica presentada en la figura 3.40 se observa que se elimina la oscilación por lo que  $\alpha_p = 30^\circ$  satisface el requisito de un funcionamiento sin oscilación.

La desviación media de seguimiento se calcula como:

$$\bar{\Theta} = \frac{\sum |\Theta(t)|}{n} \dots\dots\dots 3.94a$$

Substituyendo valores se obtiene:  $\bar{\Theta} = 3.2655^\circ$ .

Partiendo de la desviación media de seguimiento se calcula la eficiencia media en el seguimiento mediante la ecuación:

$$\bar{\eta} = 100 \cos \bar{\Theta} \dots\dots\dots 3.94b$$

Substituyendo la desviación media obtenemos:  $\bar{\eta} = 99.84 \%$ .  
 Tal valor resulta para nuestro propósito altamente satisfactorio.

Finalmente se analiza el comportamiento de el sistema ante una intensidad radiante  $I$  menor, para así poder conocer como se comporta la eficiencia de seguimiento; sea esta  $I = 650 \text{ W/m}^2$ ; la figura 3.41 muestra la gráfica que denota el comportamiento del sistema ante tal intensidad radiante.

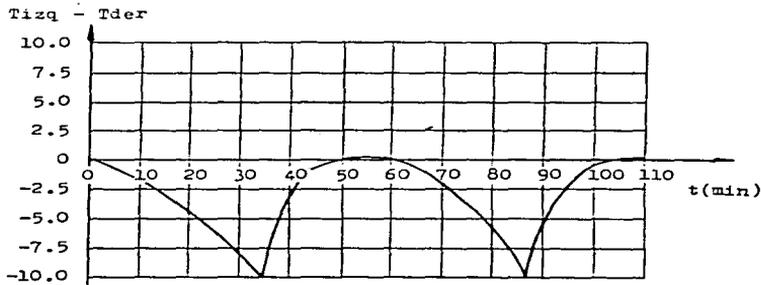


Fig.3.41; Comportamiento de la diferencia de temperaturas entre confinamientos; para  $I = 650 \text{ W/m}^2$ ;  $\alpha p = 30^\circ$ .

Utilizando las ecuaciones 3.94a y 3.94b se obtienen los valores de la desviación media y de la eficiencia media que resultan ser:  $\bar{\theta} = 3.8290^\circ$ ;  $\bar{\eta} = 99.78 \%$ ; este último valor resulta aún muy satisfactorio para el propósito del sistema.

Debido a que  $\alpha_p = 30^\circ$  satisface toda gama de funcionamiento, se calcula finalmente el valor óptimo de  $r_p$  mediante la ecuación:

$$r_p = \frac{r_{ci}}{\tan(\alpha_p/2)} \dots\dots\dots 3.95$$

Substituyendo valores se obtiene:  $r_p = 30$  mm.

Es así como se obtienen las dimensiones básicas teóricas fundamentales de el sistema.

Como se menciona anteriormente, esta fue una ruta de cálculo - demostrativa, y el valor obtenido es el valor óptimo, no obstante cabe mencionar que en el cálculo original se tuvo que probar con diferentes diámetros de émbolo y carreras máximas - de desplazamiento, calculando todos los parámetros para cada elección y analizando el comportamiento del sistema ante tales parámetros, para finalmente elegir el más óptimo de entre todos los grupos de parámetros propuestos.

Como elemento informativo cabe analizar cual es el valor mínimo de potencia recibida requerida para que se presente el movimiento útil.

Se considera que un movimiento es útil para nuestro sistema, -- cuando este genera un desplazamiento angular determinado en un período de tiempo igual o menor a el que tarda el sol en recorrer tal desplazamiento angular por la bóveda celeste.

Debido a que el desplazamiento angular de el sistema es de caracter discreto, y a que el desplazamiento angular mínimo para el sistema es:  $\Delta\theta_{min} = 0.4186^\circ$ ; para nuestro análisis de - terminamos cual es el período máximo de tiempo que puede pasar entre movimientos discretos para que tal movimiento sea útil. El período máximo admisible entre movimientos se calcula como:

$$t = \frac{\Delta\theta_{min}}{\omega_{sol}} \dots\dots\dots 3.96$$

donde:  $\omega_{sol}$  = velocidad angular del sol por la bóveda celeste- y su valor es:  $\omega_{sol} = 0.25^\circ/\text{min}$ .

Substituyendo valores este tiempo resulta:  $t = 33.67 \text{ min}$ .

Una vez obtenido el tiempo máximo admisible para tener un movimiento útil, y conociendo el diferencial de temperaturas que genera el inicio del movimiento ( $|\Delta T_{arr}| = 9.6^\circ$ ), utilizando la ecuación que define la diferencia de temperaturas, se encuen - tra el valor de radiación directa incidente mínimo para poder - generar el movimiento útil; la ecuación es:

$$T_{izq} - T_{der} = (- 0.094 I) \exp(- 0.0017 t) \\ + ( 0.0101 I) \exp(- 0.0158 t) \\ + 0.0839 I$$

Substituyendo valores se obtiene una radiación mínima útil para el seguimiento de:

$$I_{min} = 118.74 \text{ W/m}^2$$

La radiación captada por cilindro se calcula como:

$$R_{cap} = I A_r \dots\dots\dots 3.97$$

Por lo que substituyendo valores se obtiene el valor de la potencia mínima requerida por cilindro captador en estudio para generar un movimiento útil, que es:  $R_{cap, min} = 1.9 \text{ W/cil}$ .

Esto es que la diferencia mínima de radiación captada entre cilindros captadores conductores para producir movimiento útiles es 1.9 W, valor que con un  $|f_{izq} - f_{der}| = 1$  se logra con una intensidad radiante de  $118.74 \text{ W/m}^2$ .

Finalmente se escriben juntos todos los valores obtenidos:

- Diámetro de émbolo  $D_{ea} = 20 \text{ mm}$ ;
- Carrera máxima de cilindro actuador  $L_{max} = 200 \text{ mm}$ ;
- Diámetro de cilindro captado conductor  $D_{ee} = 16 \text{ mm}$ ;
- Espesor de cilindro captador conductor  $e = 0.5 \text{ mm}$ ;

- Radio de anclaje móvil  $r_a = 0.1155 \text{ m}$ ;
- Angulo máximo de desplazamiento  $\alpha_{\text{max}} = 60^\circ$ ;
- Masa de trabajo por confinamiento  $m_{12} \approx 33 \text{ g}$ ;
- Distancia entre plano colector y cilindro captador conductor  $r_p = 30 \text{ mm}$ .

#### IV. Diseño

##### IV.A. Requerimientos

Para este sistema podemos decir que se tienen dos clases de requerimientos para el diseño; estos son, requerimientos geométricos y requerimientos de resistencia a los esfuerzos presentes.

Los requerimientos geométricos son los que definen el funcionamiento del sistema, que es guardar una posición de el plano colector correlativa con la dirección de los rayos solares; -- por lo tanto se requiere que el diseño permita a el plano colector los grados de libertad que este movimiento de seguimiento requiere.

El requerimiento de resistencia a los esfuerzos presentes en el sistema, son los que garantizan que el sistema soporte con toda seguridad su propia estructura, así como resistir a las fuerzas que ejerce el viento en toda dirección y combinación de posiciones posibles de el plano colector ante intensidades de viento altas y máximas.

Los requisitos geométricos a su vez los podemos dividir en externos e internos. Los requerimientos geométricos externos son aquellos que permiten que el dispositivo pueda atender a las variables que dependen del exterior, mismas que son tres; y

estas son: La latitud de el lugar de implementación ; la declinación solar media del período en cuestión  $\delta$  y el ángulo horario  $\omega$  .

Por el lado de los requerimientos geométricos internos está la de mantener una posición correlativa de los dispositivos del sistema, independientemente de la posición del plano colector, que permita el adecuado mantenimiento del sistema. Los elementos que requieren de mantener cierta correlatividad en el sistema son: Los cilindros captadores conductores, el cilindro -- actuador y en su caso, las pantallas que evitan el vuelco de -- el plano colector.

Los cilindros captadores conductores deben guardar una posición fija con respecto a el plano colector; esto es, que deben ser paralelos con respecto a el plano colector, así mismo deben mantenerse en los límites opuestos en los cuales para desviación angular cero ambos cilindros se encuentren plenamente sombreados; la figura 4.1 ilustra este requerimiento de correlatividad.

Como lo muestra la figura 4.1 los cilindros captadores conductores están contenidos por el límite imaginario que generaría el desplazamiento de el plano colector sobre su perpendicular.

La figura 4.2 muestra los dos parámetros que determinan las --

magnitudes de la correlatividad antes expuesta.

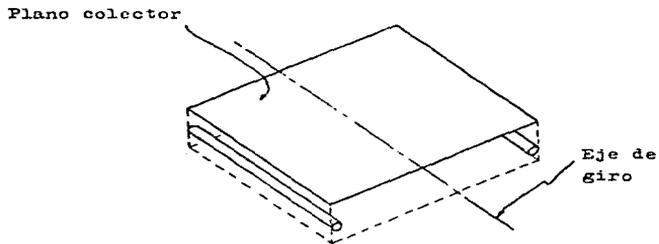


Fig.4.1; Disposición de los cilindros captadores conductores con respecto a el plano colector y el eje de giro continuo.

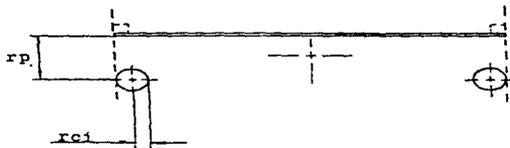


Fig.4.2; Nomenclatura referente a los cilindros captadores conductores con respecto a su relación con el plano colector.

Las magnitudes de el radio del cilindro captador conductor  $r_{ci}$

y la distancia del eje de el cilindro captador conductor al plano  $r_p$ , es determinado por relaciones ya definidas anteriormente.

Para el caso en que la eliminación de el vuelco se efectúe -- mediante la introducción de pantallas, se requiere que el límite de la sombra en la situación crítica coincida con el límite de el cilindro captador conductor como lo muestra la figura -- 4.3.

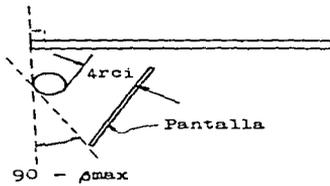


Fig.4.3; Relación requerida de las pantallas en el sistema.

Así también es deseable que la distancia mínima entre el cilindro captador conductor y la pantalla sea  $4rci$ , esto es con el propósito de que la pantalla no represente un serio obstáculo a los flujos de el viento para los cilindros captadores -- conductores, para así poder tener en el viento a un importante factor de transferencia de calor por convección.

Por otra parte el cilindro actuador debe estar contenido en un plano siempre perpendicular a el eje de giro en torno a el -- cual gira el plano impulsado por dicho cilindro actuador. -- Finalmente cabe destacar en cuanto a los requerimientos geométricos externos; se implica que existen tres grados de libertad para el sistema; esto es, tres ejes de giro distintos. El primero será para contrarrestar el ángulo de la latitud  $\phi$  del lugar de implementación, de manera que, el eje de giro continuo sea paralelo a el eje terrestre, por tanto este eje de giro solo se ajustará en el momento de la instalación de el dispositivo en un lugar determinado. Este eje podría eliminarse -- si se fabricara el seguidor para una ubicación geográfica predeterminada, no obstante esto lo limitaría a ese sitio en particular; si es que no se quiere perder eficiencia al cambiarlo de latitud es necesario incluir este eje.

El segundo eje será para contrarrestar el cambio de el ángulo-horario  $\omega$  y por tanto el movimiento en torno a este eje será continuo y estará accionado por el cilindro actuador. Como ya se menciona este eje debe ser paralelo a el eje terrestre, y esta orientación depende de el eje anteriormente mencionado.

El tercer eje será para contrarrestar a el cambio de la declinación solar y su ajuste será manual con una periodicidad que elija el usuario. Cabe destacar que cuanto más frecuente sea este ajuste mayor será la eficiencia del seguimiento, en consecuencia el ajuste manual debe ser simple y sencillo de reali --

zar.

#### IV.B. Síntesis

En la síntesis se elabora la disposición de los elementos que conforman el sistema, de manera que se satisfaga los requerimientos de este. En primer lugar se menciona que el eje de giro continuo, debe pasar por el centro de masa de la estructura en movimiento, para que de esta manera el sistema esté en equilibrio en cualquier posición, para que así, el único elemento que genere el giro sea el cilindro actuador independientemente de la posición del plano colector.

Por otro lado se menciona que es deseable que los demás ejes presentes en el sistema también pasen por el centro de masa, para que de esta manera el centro de masa de el sistema esté alineado con el centro de la base en la vertical, para que así la base garantice la mayor estabilidad con un mínimo en sus magnitudes.

Ahora bien, en la síntesis se presenta el problema de hacer coincidir tres ejes de giro por un solo punto, por lo que uno de ellos se desplaza, siendo este el eje que efectúa el movimiento de ajuste para contrarrestar la latitud de el lugar de implementación. En la figura 4.4 se ilustra la sección del dispositivo en la que se sintetiza las articulaciones del sis-

tema.

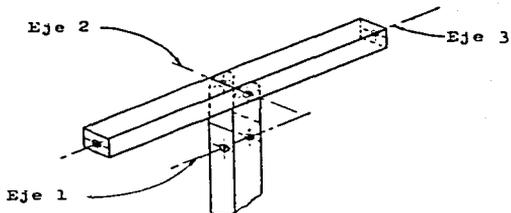


Fig.4.4; Articulaciones básicas del sistema.

Según se ilustra en la figura anterior el eje 1 es el que -- permite ajustar el sistema para la latitud en específico, el eje 2 es el eje en torno a el cual se efectúa el movimiento-continuo impulsado por el cilindro actuador, y el eje 3 es el eje en torno a el cual se ajusta la posición del plano para contrarrestar la declinación solar.

Se destaca que en esta síntesis el eje 1 se encuentra en el poste que sostiene a el sistema; por otra parte, es en torno - a el eje 3 en donde se detiene la estructura que soporta al plano colector y los cilindros captadores conductores.

Esta estructura se sintetiza de manera que sea un soporte firme para el plano colector y a su vez sea capaz de sostener a

los cilindros captadores conductores en una posición correlativa constante con respecto a el plano colector, esto se logra - generando una unidad estructural como se muestra en la figura 4.5.

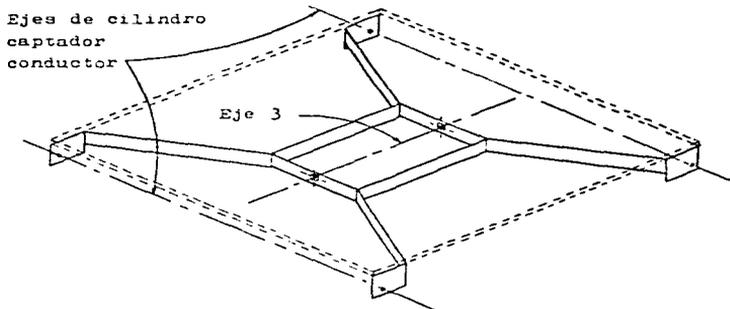


Fig.4.5; Estructura que sostiene el plano colector y los cilindros captadores conductores.

Esta síntesis pretende además reducir al mínimo el material necesario, eliminando así marcos externos, explotando la economía de la forma de la letra "x" para un soporte central y utilizando un cinturón central que da unidad a la estructura. El cinturón que funciona como acoplamiento a el eje 3. En su caso es esta estructura donde se fijan las pantallas de sombra para desviaciones en el seguimiento mayores a  $90^{\circ}$ .

Como se requiere a el diseño el acoplamiento de los elementos con movimiento relativo en torno a el eje 3, que debe ser por ajustes manuales periódicos, mismos que requieren de poder -- efectuarse fácilmente; para tal requerimiento se sintetiza un fijamiento en torno a el eje 3 que funcione en base a la -- fuerza de fricción que ejerce axialmente sobre el eje el dispositivo de ajuste, mismo que tenga dos posiciones que son: la de giro libre y la de presión o dispositivo fijo. Este dispositivo lo ilustra la figura 4.6.

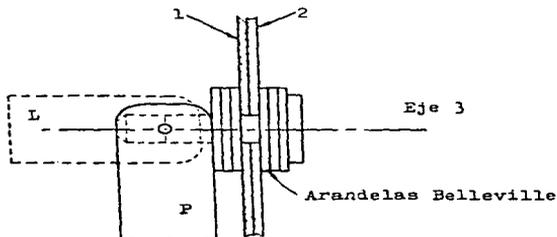


Fig.4.6; Sistema de fijación y ajuste en torno a el eje 3.

La figura muestra el dispositivo en dos posiciones, tales que en la posición P se genera una fuerza que presiona a los elementos 1 y 2, de manera que su fricción resultante impida el movimiento relativo entre estos. La posición L, libera a los elementos 1 y 2 de la fuerza que los mantiene unidos, y esto permite un movimiento relativo libre en torno a el eje 3.

Las arandelas Belleville presentes en este dispositivo, tienen la función de actuar como resortes axiales que ejercen la presión entre los elementos 1 y 2 así como de aumentar el radio de acción de la presión axial, haciendo de la fuerza de fricción un elemento que genere un torque mayor que se oponga a el giro o movimiento en torno a el eje 3 de los elementos 1 y 2.

Debido a la importancia que llega a tener la fuerza que ejerce el viento, es recomendable disponer de estos dispositivos de ajuste manual en ambos puntos de acoplamiento con la estructura anteriormente ilustrada en la figura 4.5. Cabe mencionar también, que para accionar el elemento de ajuste manual se puede requerir de un torque tal que sea necesario para mayor comodidad introducir una pequeña palanca, para poder apretar y aflojar de el dispositivo con el menor esfuerzo posible por parte de quién realiza el ajuste.

Por otra parte, debido a la necesidad de mantener el plano en que se encuentra el cilindro actuador en posición perpendicular con respecto a el eje de giro continuo (eje 2) se dispone de la síntesis que se muestra en la figura 4.7.

De esta manera se genera una cadena cinemática coplanar, que al estar fija en torno a el eje 1, se transforma en un mecanismo coplanar, que es una inversión de el mecanismo biela corredera manivela.

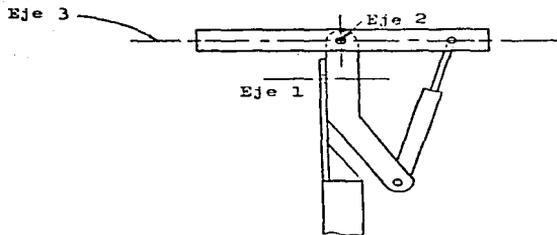


Fig.4.7; Síntesis de la cadena cinemática que satisface los --  
requerimientos del sistema.

#### IV.C. Análisis y optimización

Una vez efectuada la síntesis, es necesario realizar un análisis del sistema sintetizado tanto en conjunto como elemento -- por elemento.

El análisis de conjunto tiene varios enfoques; uno de ellos es verificar el adecuado funcionamiento de el sistema, esto es , que la síntesis efectuada permita un funcionamiento eficiente, y que ningún elemento obstaculise el libre movimiento en cualquier posición posible de el sistema.

Un enfoque más, es el que permita analizar los detalles reque-

ridos por el sistema, como son, ejes de articulación más eficientes, modo de sujeción de las partes móviles y articulaciones en el cilindro actuador, conectores, sujeción de mangueras facil montaje y desmontaje de los elementos de confinamiento - del gas de trabajo (cilindro actuador y cilindros captadores - conductores).

Otro enfoque de análisis es el de manufactura, esto es, que el sistema tenga una configuración que permita un ensamblaje sin problemas de sus componentes.

Un último enfoque de análisis propuesto para el sistema en su conjunto es el relativo a la generación y transmisión de esfuerzos diversos que se presentan para el sistema, esto es para poder saber que efecto tiene en cada elemento en particular los esfuerzos debidos a el campo gravitacional así como los generados por las corrientes de aire con diversas direcciones e intensidades máximas, para así poder llevar a análisis de esfuerzos a componentes aislados y también poder determinar la configuración óptima para la base que sostenga a el dispositivo en su conjunto.

El análisis elemento por elemento, nos permite una vez realizado el análisis de conjunto estudiar las exigencias y requerimientos dimensionales de cada elemento en función de la labor que tendrá cada elemento, así como de los esfuerzos presentes en dicho elemento.

Por otro lado también debe efectuarse un análisis de manufacturas que nos permita determinar el método de fabricación más -- factible para cada elemento, así como determinar en conjunto -- con el análisis de esfuerzos, el material a utilizar en su conformación. Una vez determinado el material con que se conforma ra dicho elemento, y con conocimiento de las condiciones físicas (meteorológicas) a que estará expuesto, se determina que -- clase de acabado o protección tendrá dicho elemento, para poder tener una larga vida útil en función también de la vida -- útil esperada de el sistema en su conjunto.

Una vez efectuados los análisis de conjunto y de elemento por elemento se está en postura y conocimiento de el sistema para poder efectuar cambios dimensionales, de forma, de acoplamiento, de conformado y de interacción que sean posibles, siempre -- y cuando, estos cambios resulten en mejoras para el sistema. -- Esto es que los cambios representen reducción de costo, peso, -- mayor facilidad de conformado y ensamblaje, mayor versatilidad de instalación y mayor facilidad de ajuste, sin que esto represente pérdida considerable de resistencia y otras cualidades -- deseables para el sistema. Cambios tales si son posibles, que hagan que el diseño final, sea la mejor solución posible en su género en la empresa que persigue el objetivo deseado.

## CONCLUSION

El desarrollo tecnológico de cualquier sistema requiere de la investigación y estudio de toda la información que el ámbito - del sistema en desarrollo requiere, debido a que es de esta manera que se puede tener resultados con una base teórica sólida y por tanto productivos en el trabajo que se realiza.

Dentro de la información que se requiere para un trabajo eficiente y productivo es la que ofrecen los mercados de toda clase de elementos utilizables, para poder llevar los desarrollos teóricos a sistemas fácilmente conformables y que cumplan con las tareas requeridas de manera satisfactoria para el trabajo a realizar por el sistema.

El sistema de seguimiento solar aquí desarrollado, es un sistema con un potencial económico promisorio debido a su simplicidad y reducido número de elementos constituyentes así como su total independencia de el sistema eléctrico del colector fotovoltaico para el que fue implementado; considerando además que su potencial bajo costo de producción en masa, confrontado a el aumento de eficiencia que conlleva para los colectores solares fotovoltaicos, lo hacen un sistema rentable en la empresa de el aprovechamiento de la energía solar.

Finalmente cabe destacar que el ambiente industrial requiere de todo sistema ingenieril una alta eficiencia; esto es mini -

zar la razón costo/beneficio; esto es maximizar los resultados que se pueden obtener de una inversión determinada, para esto se requiere de llevar todo desarrollo tecnológico a una gran refinación técnica, objetivo que solo se puede lograr mediante un continuo mejoramiento y perfeccionamiento de los sistemas - presentes en una continua y dura competencia por lograr ser el mejor, porque el liderazgo debe ser para quienes tienen un desempeño comparativamente superior.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Masievich, A.; Estructura del sol; Ediciones en lenguas extranjeras Moscu.
- 2.- Gamow, George; Una estrella llamada sol; Ediciones Espasa Calpe.
- 3.- Nicholson, Ian y Moore Patrick; Planetas, Estrellas y Galaxias Vol. 1; Ediciones Grijalbo.
- 4.- Foukal, Peter; Solar Astrophysics; Ediciones John Wiley & Sons Inc.
- 5.- Seeds, Michael A.; Fundamentos de astronomía; Eds. Omega.
- 6.- Resnick, Robert y Halliday, David; Física Parte 2; Ediciones Continental.
- 7.- Wichman, Eyvind H.; Física cuántica; Editorial Reverte.
- 8.- Eisberg, Robert; Física cuántica: Átomos, moléculas, sólidos, núcleos y partículas; Editorial Limusa.
- 9.- Hayt, William Jr.; Teoría electromagnética; Ed. McGrawHill
- 10.- Manrique, Jose A.; Energía solar: fundamentos y aplicaciones fototérmicas; Editorial Harla.
- 11.- Duffie, John A. y Beckman, William A.; Solar engineering - of thermal processes; Ed. John Wiley & Sons Inc.
- 12.- Meinel, Aden B. y Meinel, Marjorie P.; Aplicaciones de la energía solar; Editorial Reverte.
- 13.- Dickson, William C. y Cherenisihoff, Paul N.; Solar energy technology handbook part A; Ed. Marcel Dekker.
- 14.- Casanova Colas, Jose (coordinador); Curso de energía solar; Editado por la universidad de Valladolid.

- 15.- Peña Carrera, Pablo; Análisis y control de aislamiento ;  
Editado por el Instituto Politécnico Nacional.
- 16.- Barry, R.G. y Charley, R.I.; Atmósfera: Tiempo y Clima;  
Ediciones Omega.
- 17.- Naya, Antonio; Meteorología superior; Editorial Espasa  
Calpe.
- 18.- Kondratyev, K.Y.; Radiation in the atmosphere; Editorial  
Academic Press.
- 19.- McKelvey, J.P.; Física del estado sólido y de semiconduc-  
tores; Editorial Limusa
- 20.- Seraphin, B.O.; Solar energy conversion: Solid-state  
physics aspects; Editorial Springer-Verlang.
- 21.- Wark, Kenneth; Termodinámica; Editorial McGrawHill.
- 22.- Karlekar, B.V. y Desmond, R.M.; Transferencia de calor ;  
Editorial Interamericana.
- 23.- Holman, J.P.; Transferencia de calor; Ed. Continental.
- 24.- Kreider, Jan F. y Kreith, Frank; Solar energy handbook;  
Editorial McGrawHill.
- 25.- Cadiz, J.C. y Ramos, J.; La energía eólica: Tecnología e  
historia; Editorial Hermann Blume.
- 26.- Garcia Galludo, Mario; Energía eólica; Ed. Progenza.
- 27.- Fox, R.W. y McDonald, A.T.; Introducción a la mecánica de  
fluidos; Editorial McGrawHill.
- 28.- Dossat, Roy J.; Principios de refrigeración; Ed. cecsa.
- 29.- Carnicer, Royo E.; Aire comprimido: Teoría de cálculo de  
las instalaciones; Editorial Gustavo Gili.

- 30.- Barber, Antony; Pneumatic handbook; Ediciones Trade & technical press.
- 31.- Askeland, Donald R.; La ciencia e ingeniería de los materiales; Editorial Iberoamericana.
- 32.- De Garmo, E.B., Black, J.T. y Kosken, R.A.; Materiales y procesos de fabricación; Editorial Reverte.
- 33.- Neely, John E. y Kibbe, Richard R.; Materiales y procesos de manufactura; Ed. Limusa-Noriega editores.
- 34.- Shigley, Joseph Edward y Uicker, John Joseph Jr.; Teoría de máquinas y mecanismos; Editorial McGrawHill.
- 35.- Meli Pirallas, Roberto; Manual de diseño estructural Vol 1; Serie Ciencia y Técnica; Editorial Grupo Noriega.
- 36.- Crocker, Sabin; Piping handbook; Editorial McGrawHill.
- 37.- Frankland, Thomas W. ; Manual de tubería comercial; Editorial Limusa.
- 38.- Kell Beatty, J. y Chalkin, Andrew; El nuevo sistema solar; Ed. CONACyT.