

1  
2ej.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ACATLAN**

DEPARTAMENTO DE  
PROFESIONALES  
Y CIENTIFICOS

97/020 17



001233

**ANALISIS PEDAGOGICO DEL CONOCIMIENTO DE  
LA FRACCION COMO COMPARADOR EN EL  
SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACION  
PRIMARIA.**

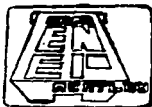
**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

**LICENCIADAS EN PEDAGOGIA**

P R E S E N T A N :

**CLAUDIA CALDERON BLANCHOT  
TERESA GOMEZ TRESS**



ACATLAN, EDO. DE MEXICO.

1997

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**AGRADECIMIENTOS**

A la Familia Calderón y a la Familia Gómez por todo el amor y apoyo brindado.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por habernos dado el privilegio de vivir esta hermosa época como universitarias.

A la Escuela Nacional de Estudios Profesionales Acatlán, porque en sus aulas aprendimos a ser críticas y analíticas, pero sobre todo creativas y propositivas.

"Por mi raza hablará el espíritu"

Al CINVESTAV - IPN, por haber permitido enriquecernos en el trabajo con investigadores distinguidos, en especial con la Dra. Olimpia Figueras, a quien agradecemos su apoyo y ejemplo de profesionalismo.

A los directivos del Instituto Domingo Savio, en especial a la Profa. Beatriz Vargas, por el apoyo que recibimos para realizar nuestro trabajo.

Al M. Victor Palencia Gómez y a la Lic. Laura Sandoval Martínez por su apoyo y amabilidad.

A la Lic. Guadalupe García Abán por su ejemplo y disciplina en el trabajo, su apoyo y guía constante y sobre todo por su amistad.

A los profesores de la Lic. en Pedagogía de la ENEP ACATLÁN, por ser cada uno de ellos, estímulo en nuestra formación profesional.

En especial a:

Lic. Susana Bautista Alvarado  
Lic. Gabriela Gutiérrez García  
Lic. Mario Guillermo González Rubí  
Lic. Lilia Ortega Villalobos  
Lic. Nancy Picazo Villaseñor  
Lic. Guadalupe Silva Angulo  
Lic. Ma. De Jesús Solís Solís  
Lic. Angeles Trejo González  
Lic. Nora Hilda Trejo  
Lic. Edgar Zavala Vargas.

A nuestros amigos, en especial a Caro y Luisa por su cariño y por los momentos tan importantes que hemos compartido juntas.

A Guillermo y Andrés por su valiosa ayuda y profundo afecto que nos han brindado.

Claudia Calderón Blanchot  
Teresa Gómez Tress

# INDICE

<b>CAPITULO I * IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES EN EL CONTEXTO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA .....</b>	<b>4</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN DE LA IMPORTANCIA DEL PROBLEMA .....	4
1.2 LAS FRACCIONES EN EL CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA ...	6
1.2.1 OBJETIVO GENERAL DE LA MATEMÁTICA ESCOLAR .....	7
1.2.2 UBICACIÓN DE LAS FRACCIONES EN EL CURRÍCULO FORMAL A PARTIR DEL CICLO ESCOLAR 1992 - 1993 .....	12
<b>CAPITULO II. LOS RACIONALES EN EL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>20</b>
2.1 INVESTIGACIÓN A NIVEL NACIONAL .....	20
2.2 INVESTIGACIÓN A NIVEL INTERNACIONAL .....	30
2.2.1 ROBERT P. HUNTING Y CHRISTOPHER F. SHARPLEY .....	30
2.2.2 ERNEST DAVIS Y ANNE PITREDDY .....	32
2.2.3 YVONNE FODIER Y DAIYO SAWADA .....	33
2.2.4 KATHLEEN HART .....	35

2.2.5 THOMAS KJERVEN "EL CONOCIMIENTO INDIVIDUAL DE NÚMEROS RACIONALES. SU DESARROLLO INTUITIVO Y FORMAL".....	36
2.2.6 JACQUES FREUDENSTEAL "FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA DE LAS ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS".....	43
<b>CAPITULO III "METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN".....</b>	<b>49</b>
3.1. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....	49
3.2. INSTRUMENTO DE APLICACIÓN.....	50
3.2.1. APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE APLICACIÓN.....	54
3.2.1.1 POBLACIÓN.....	54
3.2.1.2 PILOTEO.....	56
3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	57
3.3.1. INTERPRETACIÓN CUALITATIVA.....	57
3.3.2. INTERPRETACIÓN CUANTITATIVA.....	60
<b>CAPITULO IV "ESTUDIO CUANTITATIVO".....</b>	<b>61</b>
4.1. INTRODUCCIÓN.....	61
4.2. TABLAS CUANTITATIVAS Y GRÁFICAS DE RESULTADOS.....	63
<b>CAPITULO V "ESTUDIO CUALITATIVO".....</b>	<b>86</b>

<i>CAPITULO VI "CONCLUSIONES"</i> .....	147
<i>ANEXO</i> .....	174
<i>TABLAS DE RESULTADOS</i> .....	175
<i>PREGUNTA No. 1</i>	
<i>SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	176
<i>PREGUNTA No. 2</i>	
<i>SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	219
<i>PREGUNTA No. 3</i>	
<i>SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	272
<i>PREGUNTA No. 4</i>	
<i>CUARTO GRADO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	314
<i>PREGUNTA No. 5</i>	
<i>CUARTO GRADO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	338
<i>PREGUNTA No. 6</i>	
<i>TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA</i> .....	371
<i>CONTENIDOS DE LOS PROGRAMAS OFICIALES DE LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA</i> .....	388
<i>INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN</i> .....	391
<i>CUESTIONARIO DE TERCER GRADO DE PRIMARIA</i> .....	392
<i>CUESTIONARIO DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA</i> .....	395
<i>CUESTIONARIO DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA</i> .....	400

CUESTIONARIO DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA..... 406

BIBLIOGRAFIA..... 412

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación, realizada en el ámbito de la matemática educativa. Tiene por objetivo conocer el nivel de comprensión y dominio que sobre el concepto de fracción como comparador poseen los niños de segundo y tercer ciclo de la educación primaria. Se parte de la hipótesis de que dichos niveles (comprensión y dominio) no corresponden estrictamente al currículum formal.

Lo anterior representa un reto en el campo pedagógico ya que en un tradicional problema educativo, identificado bajo diversas perspectivas de investigación, tanto cuantitativas como cualitativas. Dicho problema, se ha tratado de combatir a través de esfuerzos dirigidos bajo las líneas teóricas y metodológicas que surgieron a través del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica en 1992.

Los esfuerzos se centraron en la investigación educativa, como antecedente y marco teórico para la reformulación del enfoque educativo, los contenidos y métodos didácticos que rigen el área de matemáticas. El papel del pedagogo durante este proceso es vital, pues el campo de la matemática escolar debe abordarse retomando la complejidad y estructura de los contenidos, en donde la aportación de los especialistas en disciplinas exactas es importante; sin embargo se ha detectado que el principal factor por el cual se han suscitado y desarrollado problemáticas en esta área del conocimiento dentro de cualquier nivel escolar es el cómo se enseñan y aprenden las matemáticas.



Se considera que los orígenes de la problemática están dados en dos niveles: el currículum formal y el currículum oculto. Sin embargo debido a la extensa problemática que ambas sugieren, este trabajo se concentra en el contexto educativo formal, en particular el nivel de comprensión y dominio, retomando el análisis curricular como un instrumento de referencia que permite realizar una clasificación de respuestas y estrategias utilizadas por los niños de segundo ciclo (tercer y cuarto grados) y tercer ciclo (quinto y sexto grados) de la educación primaria, considerando que es en ellos en donde se introduce y desarrolla formalmente el concepto de fracción.

Retomando lo anterior es importante especificar qué se entiende por comprensión y dominio, pues son dos conceptos idealmente complementarios, que en la realidad trabajan en ocasiones de manera aislada. La comprensión se refiere al proceso por el cual el niño asimila la estructura del problema y reconoce, según las características del mismo qué operaciones debe realizar y con qué objeto, retomando la capacidad de aplicar a cualquier contexto específico una condición matemática general. El dominio, se traduce como la capacidad de operar bajo los parámetros matemáticos aceptados.

Para lograr el objetivo, es necesario retomar la importancia del estudio de las fracciones en el contexto de la educación primaria, describiendo la justificación de la importancia del problema y su trascendencia en la matemática escolar. En el primer capítulo se contextualiza el objetivo general de la matemática escolar en el nivel primaria, sus ejes principales, el enfoque propuesto para el manejo del contenidos y la ubicación de las fracciones en el currículum formal, apoyando principalmente la categorización teórica-metodológica de la investigación.

Se hace inminente estructurar un marco teórico, desarrollado en el segundo capítulo, que oriente el análisis e interpretación de los resultados, por lo que se retomaron las investigaciones realizadas en el ámbito de las fracciones, tanto a nivel nacional como internacional. Es importante mencionar que se retoman ejes teóricos innovadores y actuales en el campo de la investigación matemática que enriquecen en gran medida la visión del pedagogo, pues entra en contacto con conceptos disciplinarios (del área matemática) para poder ejercer su papel de investigador educativo y proponente de líneas a retomar en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La metodología de investigación, expuesta en el tercer capítulo, responde a la intención de la investigación, que es no sólo reconocer de manera cuantitativa la importancia del problema, sino identificar las causas por las cuales se da. Por esta razón, el estudio cuantitativo desarrollado en el cuarto capítulo, donde se exponen los resultados numéricos y gráficamente se ajusta a las categorías de análisis que constituyen el eje de la interpretación cualitativa. En el quinto capítulo se realiza un minucioso análisis de las estrategias de resolución utilizadas por los niños en cada situación-problema planteado, ejemplificando cada una de ellas a través de casos específicos. Se indican también en esquemas de estrategias de resolución más comunes identificadas así como los procedimientos más recurrentes por los niños. Al finalizar, en el sexto capítulo, se exponen las conclusiones en dos momentos. En el primero se hace referencia a los resultados obtenidos por ciclo y por pregunta y en el segundo momento se concentran los resultados más significativos de cada pregunta señalando a manera de comparación entre ciclos el nivel de comprensión y dominio que tienen los niños acerca del concepto de fracción como comparador.

Esta investigación constituye en el ámbito pedagógico un punto de llegada y partida simultáneamente, pues contribuye con aportaciones concretas a la investigación de problemas particulares de la matemática educativa, pero abre nuevas líneas de investigación para ser consideradas en otras instancias y momentos del proceso educativo.

*CAPÍTULO I*  
*IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES EN EL*  
*CONTEXTO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

**1.1. JUSTIFICACIÓN DE LA IMPORTANCIA DEL PROBLEMA**

Desde tiempos muy antiguos, las matemáticas han sido un medio creado por y para el hombre - desde el científico hasta el agricultor - con el fin de desempeñar sus actividades de una manera más práctica, controlable, sistemática, exacta, clara y fácil. Sin embargo, la educación en el área matemática, haciendo referencia principalmente al nivel formal, ha sido notablemente problemática. La respuesta a esto tiene que ver tanto con la complejidad del contenido como del contexto total en el que se enseña y se aprende. En este ámbito se reconoce la especial complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de los números racionales, y su eludición preferentemente, en lo teórico y lo práctico, que desde hace mucho se reconoce. Una prueba de ella es la cita siguiente, de Simón Stevin:

"Enseña a operar fácilmente, sin fracciones, en todos los cálculos que el ser humano tiene que hacer " (1)

Se considera que las matemáticas son primordialmente una actividad, más que una colección de proposiciones sobre los objetos matemáticos. El quehacer matemático consiste en construir un marco conceptual para analizar, ordenar y comprender, desde una óptica particular, el mundo que nos rodea.

(1) Figueras, Olimpia. Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales. Tesis doctoral, Especialidad en Matemática Educativa, CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa México, 1988, p. 3

NOTA: Debido a la extensa información manejada en el presente trabajo, se considera pertinente citar cuando se requiera, solamente el autor y el año, por lo deberá ser consultado el apartado "Bibliografía" para obtener mayor información acerca de la fuente.

La problemática que atañe a la ámbito formal, pues como se sabe, aunque las matemáticas se aplican en otros ámbitos educativos (informal y no formal), y necesariamente en la cotidianidad, en la escuela se enseñan y aprenden los procedimientos "adecuados", desde el punto de vista disciplinario, para sistematizar, acreditar y validar estos conocimientos, es decir, el hecho de que los niños lleven a cabo razonamientos y tareas matemáticas de la manera que se cree correcta y adecuada, no quiere decir que sean incapaces de elaborar un razonamiento matemático, de hecho, éste denota el desarrollo individual del proceso de construcción del conocimiento matemático y aunque sean "aprendidas" las matemáticas formales, dichos procesos deben retomarse ante la necesidad de resolver un problema significativo para el niño.

Un eje importante dentro de la investigación educativa en el área de matemáticas es el conocer el nivel de comprensión y dominio que tienen los niños sobre las fracciones, debido a que se ha detectado que existen graves deficiencias en el aprovechamiento escolar de las matemáticas. Prueba de ello son los resultados de la investigación realizada por Gilberto Guevara Niebla en 1991, cuyo objetivo principal consistió en indagar si los alumnos poseían los conocimientos mínimos al finalizar los distintos ciclos de la educación básica. Los índices de reprobación más alarmantes de primaria, se identificaron en el área de las matemáticas, ya que sólo se alcanzó una calificación promedio de 4.39 sobre 10. Esta investigación permitió identificar aquellos conocimientos matemáticos específicos de mayor facilidad o dificultad, resultando que las fracciones constituyen una de las áreas matemáticas con mayor dificultad de comprensión, reflejándose ésta en el alto índice de reprobación.

Para responder a éstas y muchas otras problemáticas referentes a la matemática educativa generadas en México y otros países, se han desarrollado investigaciones principalmente en las últimas décadas.

En el capítulo siguiente se presentará una síntesis de los trabajos desarrollados en varios países con relación al tema. Dichos trabajos constituyen una apoyo sustancial en la interpretación de los resultados obtenidos en la presente investigación.

La principal fuente de apoyo para estructurar y sistematizar el estudio de campo de la presente investigación, es el trabajo realizado por Ana María Soto Hernández, en Ciudad Madero, (1991), titulado "El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la proyección del primer ciclo en la escuela primaria" cuyos antecedentes se remiten al estudio realizado por Kathleen Hart en Inglaterra, quien en el proyecto "Conceptos de matemáticas y ciencias de la Secundaria", coordinó el área de matemáticas, en el cual se aplicó el instrumento "Chelsea Diagnostic Mathematics Test"

## **1.2. LAS FRACCIONES EN EL CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

La presente investigación considera en su hipótesis que el nivel de comprensión y dominio que manifiestan los niños de segundo y tercer ciclo de educación primaria ante la resolución de problemas referentes a las fracciones, no corresponde estrictamente a los establecidos en el currículum formal, por lo que se hace necesario profundizar en el conocimiento del currículum formal del área de matemáticas (específicamente el contenido de fracciones) establecido en los Programas, libros de texto y guías para el maestro para el periodo 1992 -1993, a partir del Plan para la Modernización de la Educación Básica.

En los primeros años escolares - Primero y segundo - no se hace énfasis en el conocimiento formal de las fracciones, sino que se plantean ejercicios que pueden ser utilizados y retomados como antecedentes y preparatorios. Teniendo ya la base del Primer ciclo, los niños comienzan de una manera formal a involucrarse en la comprensión y dominio de las fracciones, en el segundo y tercer ciclo, por ello nos interesa de una manera esencial abordar tres momentos del conocimiento de estos niños. Los conocimientos que están aprendiendo, los que han aprendido en transcurso de su trayectoria académica y los que no se contemplan formalmente. Lo anterior, determina en gran parte la estructura metodológica de la presente investigación.

### 1.2.1. Objetivo general de la matemática escolar

Para el año escolar 1992 - 1993, con el Programa de Reformulación de Contenidos y Materiales Educativos, correspondientes a la educación primaria, se convocó a los educadores a concertar sus esfuerzos en los cinco puntos críticos, considerados así por amplios sectores de la sociedad, que reclaman una atención inmediata. De estos cinco puntos, el que hace referencia al objetivo general de las matemáticas, es el siguiente:

"Cultivar la capacidad de plantear y resolver problemas, así como de realizar mediciones y cálculos precisos, al tiempo que se propicia la comprensión y disfrute del conocimiento matemático." (3)

El elevar la calidad de la educación, de manera que permita la integración de cuadros de profesionales, científicos y técnicos sólidamente formados que coadyuven al desarrollo integral del país, es una de las metas principales de los sistemas educativos a nivel mundial. Por esta razón debe de existir un proceso continuo de transformación en los planes de estudio de los diferentes ciclos escolares.

Uno de los eslabones más importante del proceso escolarizado es la formación a nivel básico de los alumnos, siendo fundamental para ésta, la construcción de los primeros conocimientos matemáticos.

La matemática, es esencial en casi todas las áreas del conocimiento ya que permite elaborar modelos para estudiar situaciones que permitan encontrar una mejor explicación y descripción del mundo y también posibilita la predicción de sucesos y cambios de los fenómenos naturales y sociales.

El año 1992 significa una etapa de transición, la cual inicia con un diagnóstico de la estructura y la organización de los contenidos curriculares de la escuela, llevando a cabo un análisis de los cambios curriculares sufridos en el programa de estudio en los últimos 25 años y sus repercusiones, tanto en libros de texto gratuitos, como en las expectativas del sistema educativo nacional.

(3) Secretaría de Educación Pública. "Guías para el Maestro" Programas Emergentes de Actualización del maestro y de Reformulación de contenidos y Materiales Educativos, SEP, 1992 p 5

Esta etapa se dirige hacia una reestructuración global de la enseñanza básica y en la cual se tiene el objetivo de fortalecer algunos de los lópicos del estudio de la matemática que requieren de un cambio curricular en este nivel escolar.

Tomando en cuenta los resultados de esta etapa de transición así como el manejo de contenido y el desarrollo de habilidades para hacer uso de los conocimientos construidos de manera racional y eficientes, se identificaron los 3 ejes principales de la matemática escolar, establecidos como resultado de la investigación en el área de matemática educativa y plasmados en los planes y programas oficiales actuales, vigentes a partir de 1992.

### **1) Naturaleza del número y el estudio de la aritmética**

Antes de la educación formal, el niño ya interactúa con los números naturales, que le sirven para contar y cuya unidad esta asociada con una entidad entera, unitaria, indivisible: "El uno", por lo que se pretende iniciar el estudio de la aritmética, tomando en cuenta esta concepción del niño, comprendiendo que las cantidades representan el resultado de dicho proceso de conteo y relacionándolos con las operaciones de adición y sustracción.

El compuesto numérico es un concepto de unidad diferente al anterior y que es fundamental para la representación gráfica de los números mediante el sistema de numeración decimal y el concepto de la multiplicación. Por lo tanto el niño debe de ampliar su concepción de "unidad unitaria" para darle cabida a los agrupamientos

Además de considerar a la unidad como unitaria en un contexto, o bien, un grupo en una situación apropiada, también el niño debe de acceder a su partición.

(3) Secretaría de Educación Pública. "Guías para el Maestro" Programas Emergentes de Actualización del maestro y de Reformulación de contenidos y Materiales Educativos, SEP, 1992 p 5

En el nivel elemental, el niño se enfrenta a una doble problemática: De reconceptualización de la unidad y con el "poder irracional del simbolismo matemático" (Hiebert y Behr, 1989) es decir un mismo numeral representa varios significados, por ejemplo la fracción  $3/4$  puede representar:

- El resultado de un proceso de medición  
(El tubo tiene un diámetro de tres cuartos de pulgada)
  
- La relación entre dos cantidades  
(Cantidad de litros de agua en una fuga en función de tiempo : Cada cuatro minutos se pierden tres litros de agua)
  
- La comparación entre dos magnitudes  
(cada cuatro metros del terreno están representados en una plano por una recta de tres centímetros de longitud)

También un mismo concepto puede representarse por medio de una diversidad de símbolos, por ejemplo la mitad puede escribirse como  $2/4$ ,  $1/2$ ,  $0.5$ ,  $0.5000$ ,  $16/32$  ó cualquier otra escritura equivalente

Con este marco de referencia se espera que el alumno, durante el proceso de escolaridad correspondiente a la educación básica - preescolar, primaria y secundaria-, comprenda que los números pueden representar tanto cantidades que se obtienen de procesos de conteo o de medición, como de relaciones entre cantidades.

Cabe mencionar que, aunque el problema todavía no está resuelto, la investigación en matemática educativa ha contribuido con algunos aportes importantes. Uno de estos resultados obtenidos, es que la comprensión del concepto de fracción requiere de un desarrollo en el cual se vayan entlazando diversos significados. El dar inicio a su estudio sólo a través del fraccionamiento de la unidad e introducir prematuramente la simbolización no logra una construcción apropiada.

Por lo tanto, en los planes y programas de educación básica, se pospone el estudio de las fracciones hasta el tercer grado, aunque en el primero y segundo, las actividades para el estudio de la medición, constituyen antecedentes importantes para la construcción de los conocimientos relacionados con dicho concepto.



## **2. Desarrollo de la intuición geométrica y de la imaginación espacial**

Se presenta una propuesta general, a través del estudio de la geometría, en particular de los contenidos que se relacionan con las forma - las figuras geométricas - sus propiedades y algunas transformaciones que conservan sus características. Se ha estructurado una secuencia de actividades que cubre todo el nivel de primaria.

## **3. Resolución de problemas**

En cuanto se refiere a la resolución de problemas, se considera que se deben de proporcionar experiencias adecuadas para que el niño pueda aplicar los conocimientos de la matemática que va construyendo durante su trayectoria escolar.

Estos ejes permiten ubicar claramente bajo que áreas se trabaja dentro del ámbito de la matemática escolar. El presente trabajo debe de tomarlos en cuenta, ya que los conocimientos se interrelacionan y en la fase de interpretación se observa la existencia de influencia de los tres ejes en la detección de la comprensión y dominio de la fracción.

El enfoque propuesto por la SEP para manejar los contenidos del libro de texto oficial, se centra en el planteamiento de situaciones-problemáticas que deben permitir al alumno relacionar nociones y nuevos conocimientos en el contexto de situaciones reales, involucrándolo en diversos problemas, que hacen significativo el aprendizaje, pues se relacionan con sus vivencias e intereses. Se considera que se debe propiciar que el niño use sus propios recursos y conocimientos, por lo que resulta necesario respetar sus representaciones y manipulaciones, buscando la asimilación de los conceptos y la necesidad de utilizar los medios y representaciones convencionales.

Las situaciones - problema deben propiciar la integración de los diversos contenidos tanto de manera interna (de las propias matemáticas) como externa (con otras materias o áreas del conocimiento) abordando diferentes temáticas en una misma situación.

En dicho enfoque se propone el desarrollo de habilidades intelectuales que permitan al alumno manejar de diversas formas el contenido y reorganizarlo. Dichas habilidades son:

1.- Resolución de problemas.- "Se refiere a la construcción de estrategias para la resolución de problemas en los que se utilizan diversos recursos mentales como el conteo, el cálculo mental, la estimación y las analogías entre otras" (pág. 11 Guía para el maestro de Tercero de Primaria, SEP, 1992).

Se evita la reproducción del esquema datos -operaciones - resultado, ya que limitan al individuo a la simple identificación de cantidades y palabras clave que determinan el algoritmo, y se centran sobre todo en el logro de un resultado, dejando a un lado la importancia del desarrollo y despliegue de estrategias que el niño pudiera realizar a partir de un problema

2.- Clasificación - Se refiere a las diferencias de los objetos según sus cualidades, desde las formas más simples hasta las más complejas

3 - Flexibilidad de pensamiento - Es la capacidad del niño para reconocer las distintas formas en las que un problema puede ser resuelto, utilizando diversos medios

4.- Estimación - Esta habilidad permite dar una idea aproximada de la solución de un problema. Se desarrolla fomentando la anticipación, que se perfecciona a medida que el alumno logre una mejor comprensión de los conceptos.

5.- Reversibilidad de pensamiento - Consiste en que los alumnos no solo puedan resolver problemas, sino también plantearlos a partir del resultado, siguiendo secuencias progresivas y regresivas.

6.- Generalización.- Esta habilidad, permite aplicar relaciones matemáticas o estrategias de resolución de problemas en diversos contextos, por ejemplo, reconocer que el perímetro de cualquier figura de dos lados iguales o diferentes se obtiene sumando la medida de cada uno de sus lados.

7.- Imaginación espacial.- Permite la ubicación de objetos en el plano y en el espacio, la interpretación de figuras tridimensionales, imaginar transformaciones de las formas geométricas y la estimación de área, volumen y longitud.

Estas siete habilidades pertenecen al dominio de la matemática a nivel general y se observan en el trabajo con el número fraccionario, por ello es importante tomarlas en cuenta como marco de referencia general.

#### 1.2.2. Ubicación de las fracciones en el curriculum formal a partir del ciclo escolar 1992 - 1993

Se considera esencial señalar los contenidos básicos referentes al número fraccionario, establecidos en los programas de la SEP para el segundo y tercer ciclo de la educación primaria, pues son el marco de referencia en el proceso de identificación y análisis de la comprensión y dominio sobre el concepto de fracción. Dichos contenidos se concentraron en una tabla que puede ser consultada al final de este capítulo. Igualmente, se desarrollan los ejes de los programas de matemáticas correspondientes, ya que representan el parámetro de comparación entre lo planteado curricularmente y los resultados obtenidos de la presente investigación. Dichos ejes son para tercer y cuarto grado: Las fracciones en situación de reparto y medición, y para quinto y sexto grado: Razón y proporción, que a continuación se desarrollan de manera más detallada.

#### • LAS FRACCIONES EN SITUACIONES DE REPARTO Y MEDICIÓN

En la Guía para el Maestro de Tercer y Cuarto grado de Primaria, se marcan algunas consideraciones generales para el manejo del número fraccionario, ello por la detección de algunas dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde el punto de vista matemático, psicológico y didáctico. Debe mencionarse, que aunque el tema de las fracciones se aborda formalmente a partir de tercer grado de primaria, existen actividades introductorias o antecedentes en los libros de texto de los grados anteriores.

Se pretende utilizar el concepto de medición y reparto para introducir el concepto de fracción y superar la enseñanza tradicional, que toma como punto de partida, solamente el fraccionamiento de la unidad.

La presencia y el uso de las fracciones en diversos ámbitos de la cotidianidad es un hecho, sin embargo se reduce notablemente a la recurrencia de "medios", "cuartos" y "octavos". Por esta razón el uso que se da a las fracciones en las situaciones de la vida cotidiana es insuficiente para propiciar avances significativos en el dominio de esta noción. Debe entonces ser rescatadas en el ámbito escolar, en donde se identifican varias problemáticas con respecto al manejo de las fracciones

a) La pobreza de los significados de la fracción que se manejan en la escuela

Se refiere a que las fracciones adquieren diferentes significados dependiendo de las situaciones en que se usan, y ello no es tomado en cuenta en el trabajo escolar, por lo que aparecen desvinculados.

Generalmente, los esfuerzos se concentran en el fraccionamiento de la unidad y el logro de la simbología propia de las fracciones así como la mecanización de los algoritmos (suma, resta, multiplicación y división). El limitar el manejo de los diversos significados de la fracción, conduce a errores conceptuales, por ejemplo ver la fracción  $a/b$  como dos números aislados, no como un sólo número que permite cuantificar las partes de la unidad (Figueras, 1988) o la dificultad para comprender que el todo repartido puede conformarse por más de una unidad (Ávila y Mancera, 1989).

b) La tendencia de los niños a atribuir a los números fraccionarios las propiedades y reglas de los números enteros.

Se refiere a la aplicación que los niños hacen de los conocimientos acerca del número natural ante situaciones de números fraccionarios. Un ejemplo de ello es en las operaciones,  $8 \times 9 = 72$ , el resultado siempre es mayor que los factores, en cambio el producto de la multiplicación de fracciones, no siempre es mayor que los factores:  $3/4 \times 1/2 = 3/8$ .

c) Introducción prematura de la noción de fracción y de lenguaje simbólico.

Algunos estudios especializados ( Piaget, Inhelder y Szeminska, 1966; Brousseau, 1976 y Kieren, 1983) muestran que los alumnos que cursan los dos primeros grados de la primaria no están aún en condiciones para iniciar satisfactoriamente el aprendizaje de la noción de fracción debido a la complejidad del contenido y a que el desarrollo cognitivo de la mayoría de los niños en esta edad no es suficiente, un ejemplo de ello es la comprensión incompleta del proceso de conservación cuando a un niño de primero o segundo se le pide que compare las cantidades, dos cuartos y un medio, y responde que el primero es mayor que el segundo; o cuando se le pide comparar dos mitades, generadas de la misma unidad pero cortadas de diferente forma.

#### **- Situaciones de reparto**

El reparto es una situación cotidiana, natural y espontánea para los niños, comenzándose a manejar términos alusivos a las fracciones. A través de los problemas de reparto se pretenden desarrollar las operaciones mentales que permitan la comprensión del concepto de equivalencia y exhaustividad del todo. El primer tipo de reparto con el que se relacionan los niños de manera más frecuente es el de "mitades", sin embargo, el hecho de que los niños aprendan a repartir en mitades, no implica necesariamente que sepan repartir en tres, cuatro o más partes.

#### **- Situaciones de medición**

Las situaciones que involucran la medición de longitudes, superficie, volumen, capacidad, peso o tiempo permiten el fraccionamiento de la unidad de medición, obteniendo mediciones más precisas. A partir de las actividades que se manejen, el niño podrá desarrollar la capacidad de utilizar medidas más pequeñas, que "quepan" un cierto número de veces en otras.

## • RAZÓN Y PROPORCIÓN

Aunque este tema se introduce ya desde cuarto grado, no es hasta quinto donde el enfoque es numérico y abarca la presentación de las nociones de razón, su forma fraccionaria y porcentaje, además de las interrelaciones entre estos conceptos.

En el sexto grado, se aplican y amplían estas ideas con el fin de desarrollar en el niño el razonamiento proporcional. Lo anterior está enfocado, en todos los casos a mostrar las relaciones entre estos temas y la vida real.

En el libro de texto de la SEP de sexto grado, el tema de la proporcionalidad es uno de los más frecuentes.

Así mismo la mayor parte de las aplicaciones de la matemática en la vida cotidiana están basadas en este concepto (por ejemplo cambio de moneda, porcentajes, cantidades de ingredientes en recetas de cocina ...) Aunque este concepto se emplea con frecuencia, las ideas de proporcionalidad son, en general, mal entendidas ya que además de ser complicado, en el nivel escolar se les da un enfoque muy mecánico (algoritmo de la regla de tres).

Es importante señalar que la proporcionalidad es un ambiente que ayuda al niño a ampliar y aplicar conceptualmente sus ideas sobre la fracción.

De acuerdo a los planes y programas de la SEP, los objetivos que se persiguen dentro de este tema son:

- Que el niño vaya construyendo las nociones más importantes relacionadas con el concepto de proporcionalidad, tales como las nociones de razón y de variación, entre otras.
- Que el niño aplique las ideas de proporcionalidad a problemas reales, dándole los suficientes elementos para decidir cuando esta aplicación es la indicada y cuando no lo es.
- No se pretende que el niño resuelva problemas de proporcionalidad con datos muy complicados ni mucho menos que aplique a ciegas el algoritmo de la regla de tres, para lo cual se necesitan nociones de álgebra avanzadas. El objetivo principal es desarrollar en el niño una primera base conceptual sobre este tema para que pueda aplicarlo a su vida cotidiana y pueda entender los planteamientos más formales que se le presentaran en la secundaria.

Posiblemente la idea básica sobre la cual se van construyendo los demás conceptos que integran la proporcionalidad es la comparación. Se puede llevar a cabo una comparación cuantitativa de cantidades de dos maneras distintas ya sea aditiva, por medio de su diferencia (que no implica razón), o multiplicativa, por medio de su cociente (a la cual llamamos razón) Para construir la noción de razón se deben de distinguir estos dos tipos de comparación.

Ejemplos:

(comparación aditiva):

- Si Juan tiene 4 años y su hermano 12, podemos decir que Juan es 8 años menor que su hermano

(Comparación multiplicativa):

- Su hermano tiene el triple de la edad de Juan

La comparación es una idea fundamental que debe iniciarse desde muy temprano, dentro de los temas de suma y resta, con la noción de diferencia. Posteriormente la multiplicación y la división, aparece la comparación del tipo: ¿Cuántas veces cabe?

Más adelante este mismo tipo de comparación (sin residuo) nos lleva al concepto de fracción como comparación entre dos cantidades..

Ejemplos de tres maneras de comparar:

### 1. Diferencia

- Simón mide 1 43 metros y Rogelio 56 metros ¿Cuanto mide mas Rogelio que Simón?

### 2. Número de veces que cabe una cantidad en otra

- La maestra tiene 100 hojas y quiere repartir 3 a cada uno de su alumnos ¿para cuantos alumnos le alcanzaran?

### 3. Fracción

- Un niño camina 2 kilómetros para ir a su escuela, otro niño camina 5 kilómetros, ¿Cuántas veces es mas largo el segundo camino que el primero?

- El terreno del Sr. Domínguez tiene un área de 400 metros cuadrados y el del Sr. Pérez tiene solo 160 metros cuadrados ¿Cuántas veces es mas grande el primero que el segundo?

Un punto muy importante acerca de la razón es que contiene la relación de los tamaños entre las dos cantidades pero no pierde la información sobre las magnitudes originales de las cantidades. Por ejemplo si decimos que la razón de niñas a niños de un salón de clase es de 3 a 5, lo único que sabemos es que por cada 3 niñas habrá 5 niños, pero no podemos decir cuantas niñas o cuantos niños hay en el salón.

Lo mismo sucede cuando se usa la forma fraccionaria de la razón por ejemplo, cuando decimos que las  $\frac{3}{8}$  partes de la clase son niñas.

Lo anterior está íntimamente relacionado con la equivalencia de razones. Si un salón tiene 18 niñas y 30 niños, la razón de estas dos cantidades es de 18:30, pero esta razón puede reducirse a 9:15 o a 3:5. Así, un primer acercamiento a la razón debe tener ideas sobre su carácter relativo junto con el significado de razones equivalentes.

La sismología que se usa para denotar una razón es variada. Cualquiera de las formas siguientes son equivalentes.

- 9 de 15
- 9 a 15
- 9 : 15.

La elección depende del contexto.

También se puede representar una razón como fracción, es decir las anteriores se puede escribir  $\frac{9}{15}$  (Aquí se esta asociando a la razón con un numero fraccionario que se debe de saber interpretar):

- Cuando la razón relaciona una parte y su todo, la interpretación es relativamente sencilla, 5 de cada persona es china, por lo que la quinta parte de la población del mundo es china
- Cuando la razón relaciona parte con parte o relacione dos cantidades de diferente medida. La razón de 9 a 15 entre niños y niñas también se puede expresar como  $\frac{9}{15}$ . Las aplicaciones cotidianas del uso de la razón son las escalas y los porcentajes. El uso de razones o fracciones para relacionar cantidades es muy conveniente en muchas circunstancias, ya que sintetiza una información valiosa.



- **Variación proporcional.** Una de las propiedades importantes de este concepto es que transfiere de una cantidad a la otra cambios multiplicativos como el doble, el triple, la mitad, la cuarta parte, o bien cualquier otro múltiplo o submúltiplo.

- **Definición de proporción:** Es una suposición sobre la equivalencia entre dos razones o la igualdad entre las fracciones que las representan.

- **Variación inversa:** las dos cantidades no varían proporcionalmente, es decir una cantidad varía proporcionalmente con el inverso de la cantidad (uno entre la cantidad) de la otra cantidad. Así en una variación inversa, si una cantidad se duplica, la otra se reduce a la mitad

Ej. 72 kg de carne se van a repartir entre algunas personas, por lo que a 2 le tocan 36 kg. a 3 personas 24 kg., a 4 personas 18 kg. etc.

Existen varios resultados de la investigación sobre razonamiento proporcional. De los resultados obtenidos, se pueden mencionar los siguientes.

- Un niño pasa por etapas de desarrollo en relación con el razonamiento de tipo proporcional, este proceso es lento. Las etapas pueden caracterizarse de la siguiente manera (es importante señalar que no todos los niños pasan por todas estas etapas, ni necesariamente llegan a la última)

1. Incompleta: Ignora parte de los datos o da una respuesta ilógica

2. Cualitativa: Ya toma en cuenta todos los datos, pero solo puede hacer consideraciones cualitativas (por ejemplo "Necesita más", o "necesita menos")

3. Aditiva: Usa diferencias en vez de proporcionalidad

Esta es muy común. Un ejemplo de esta es el siguiente:

Una jarra de naranja se hace con 4 naranjas y 7 vasos de agua ¿Cuántos vasos de agua hay que mezclar con 6 naranjas para que el agua tenga el mismo sabor?

Respuesta aditiva usando diferencias: Como 6 naranjas son 2 más que 4 naranjas, necesitaremos 2 vasos más de agua, o sea 9.

- 4: Pre - proporcional: razonamiento correcto que no se basa en la razón de dos de las cantidades sino en una combinación de duplicar, triplicar, tomar medios, o procesos de ese tipo y sumar estas contribuciones

**5. Razonamiento proporcional: Uso directo de la razón entre dos cantidades para llegar al resultado.**

- La dificultad de los problemas de proporcionalidad dependen en gran medida de los datos usados, por lo que se recomienda a los profesores empezar la enseñanza utilizando razones enteras, es decir aquellas en las cuales una cantidad es un múltiplo de la otra como 3 a 6, o 5 a 15 y trabajar con dobles, triples, mitades, mitades de mitades y posteriormente se pueden introducir razones no enteras como 2 a 3, 3 a 4 o cualquier otra.

- Se ha demostrado que los niños utilizan razonamientos proporcionales en problemas de variación inversa. Ésto indica un entendimiento pobre de las situaciones en las que se puede aplicar la proporcionalidad

Una vez desarrollado el mapa curricular que rige el proceso de enseñanza y el enfoque propuesto para abordar los contenidos de aprendizaje los cuales aportan elementos de categorización en el trabajo, se hará referencia al contexto de la investigación en torno al número fraccionario, pues en él se fundamenta la interpretación de los resultados.

## *CAPITULO II*

### *LOS RACIONALES EN EL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN*

Las investigaciones acerca del número racional, se intensificaron y publicaron a partir de la década de los setenta en diferentes países, considerando sus propias características sociales, culturales y escolares, ejemplo de estas son las realizadas por R. P. Hunting y C. F. Sharpley (1986), E. Davis y A. Pitkety (1990), de Australia, Y. Pothier y D. Sawada (1989), Canadá, H. Freudenthal (1983) en Holanda, T. E. Kieren (1983, 1988), Canadá, K. Hart (1980, 1985), Inglaterra y las investigaciones realizadas en México por O. Figueras (1990), M. E. Ramirez y A. M. Soto Hernández (1993).

A continuación se exponen estudios actuales relacionados con el número racional, tanto a nivel nacional como internacional, que son de suma importancia para la presente investigación, ya que representan un importante sustento en la interpretación de los resultados obtenidos.

#### **2.1. INVESTIGACIÓN A NIVEL NACIONAL**

Dentro del ámbito de la investigación educativa en México, existe la preocupación en torno al tema de las fracciones. Prueba de ello son los diversos estudios que se han venido realizando en nuestro país, principalmente en tres líneas:

Algunas investigaciones se enfocan a las dificultades y a las distintas interpretaciones que los alumnos asignan a las fracciones, también retoman los obstáculos que enfrentan al hacer uso de dichos números y las estrategias que desarrollan para resolver problemas en los que éstos juegan un papel esencial.

Otra de las líneas, en las cuales se han venido desarrollando algunos trabajos es la referente al diseño y desarrollo curricular, englobando la generación de secuencias de actividades, así como propuestas didácticas para el aprendizaje y la enseñanza de este tema en cuestión.

Por último cabe mencionar que existen algunos estudios que se enfocan a los aspectos teóricos que tratan de explicar la forma como se construye, comunica y se usa el conocimiento acerca del número racional.

Así mismo es importante señalar que actualmente se está consolidando una área de investigación acerca del pensamiento y concepción de los profesores sobre este tema

De las instituciones educativas que han venido realizando estudios acerca de las fracciones, se pueden mencionar las siguientes:

- Universidad Pedagógica Nacional
- Dirección General de Educación Especial de la Secretaría de Educación Pública
- Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
- Universidad Nacional Autónoma de México

En cuanto se refiere a los estudios realizados en torno a las dificultades de aprendizaje de las fracciones, se pueden citar los siguientes.

• Estudios realizados desde 1975 en el Departamento de Matemáticas Educativa del CINVESTAV - IPN, bajo la dirección de E. Filloy, posteriormente también por O. Figueras y M. Valdemoros.

Estos investigadores iniciaron su trabajo con un proyecto de diseño y desarrollo curricular para la educación media básica.

A partir de éste, surge el proyecto denominado "Árboles de Habilidades en la resolución de problemas aritméticos sobre los números racionales" (CINVESTAV - IPN, 1978 - 1979) el cual ha tenido varios subproyectos.

Este proyecto tuvo como objetivos principales:

- " Rastrear el desarrollo del concepto de número racional a través de los diversos significados que éste tiene según la situación en la que subyace.
- Identificar las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de las interpretaciones necesarias para la construcción mental del número..." (Figueras, 1988)

Este trabajo se inició con el análisis de libros de texto, usados en México desde 1900 hasta 1984, con el objetivo de entender mejor los procesos de enseñanza y aprendizaje, relacionados con la matemática escolar. Este análisis se utilizó como referencia para identificar dificultades en dos modelos de enseñanza de los racionales: "Modelo egipcio primitivo" y "Modelo discreto", relacionado con las fracciones de Unidades.

El "modelo egipcio primitivo" incluye el significado de fracción de la unidad y ésta aparece como fracturador y en el "modelo discreto" la fracción es un medio para relacionar un subconjunto con una colección que lo incluye.

Considerando estos dos modelos, se diseñó un cuestionario escrito que se aplicó a 111 estudiantes de recién ingreso al ciclo medio básico con el objetivo de conocer lo que aprenden bajo las experiencias contenidas en dichos modelos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, Figueras identificó, en ambos modelos, cuatro categorías causales de errores en los estudiantes:

" • Categoría: La no conservación del todo.

' Esta clase incluye todas las situaciones en las que el denominador identificado por el estudiante, difiere de aquellos que están vinculados con el todo definido a través de la imagen.'

• Categoría: Predominio de la cardinalidad de la parte.

' Se han reunido en este agrupamiento todas aquellas situaciones en las que se advierte una disociación de los elementos constitutivos del numeral o de la relación parte - todo y una tendencia a asignarle al numerador o a la parte una posición de privilegio... el estudiante posterga, sustituye y omite la relación que ese tiene con el denominador o que esa tiene con el todo.'

• Categoría: El predominio del denominador.

... ' Disociación de los elementos que expresa la relación parte - todo y una tendencia a otorgarle al denominador un lugar relevante... el educando excluye o relega la relación que éste tiene con el numerador.

• Categoría: Errores de conteo.

' La característica fundamental es la presencia de errores de conteo de los objetos que intervienen en la imagen.' "

Otro estudio, en esta misma línea es el de Padilla. El trabajo de esta investigadora se relaciona con el desempeño de los alumnos en diferentes niveles de escolaridad.

Para este propósito, Padilla diseñó un cuestionario que le permitiera evaluar diversos aspectos vinculados con el conocimiento acerca de los números racionales. Los resultados obtenidos permitieron identificar dificultades que permanecían independientes de la edad y la escolaridad. Este estudio se realizó con niños de quinto y sexto grado de primaria, de primero de secundaria y en la Normal de Educadores

También se puede hacer mención del trabajo de Eduardo Mancera y Alicia Ávila (1989) de la Universidad Pedagógica Nacional.

A través del análisis de los resultados obtenidos de una muestra de 293 estudiantes que iniciaban en el nivel medio básico, en el Distrito Federal, estos autores identificaron la dificultad para establecer la relación parte - todo y la dificultad para rebasar las conceptualizaciones basadas en el "Modelo del Pastel", de los estudiantes.

Por otro lado, Bonfil (1990), en su investigación llevada a cabo con alumnos del Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México, detectó la dificultad en la resolución de problemas relacionados con la aplicación del concepto parte - todo y la utilización sistemática de los algoritmos propios de la operatividad con los números racionales. Estos resultados se obtuvieron del análisis del nivel de conocimiento en torno a los racionales, de una muestra de cincuenta estudiantes de nuevo ingreso a la educación media básica.

En cuanto se refiere a los trabajos que se han desarrollado en la línea de la didáctica, diseño curricular y desarrollo conceptual, se pueden mencionar, a grandes rasgos, los siguientes:

Un trabajo relacionado con la didáctica de las fracciones, se ha venido desarrollando desde 1970, por un grupo de investigadores del Departamento de Investigaciones Educativas, con niños y profesores del nivel primaria. Este grupo a finales de los ochenta y principios de los noventa inicia el proyecto " Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria."

**Los objetivos de este proyecto son los siguientes:**

- **Averiguar la posibilidad de introducir la noción de fracción en la enseñanza del primer ciclo de primaria.**
- **Observar el desempeño ante situaciones de reparto y medición, de los niños de segundo ciclo de primaria.**
- **Posibilidad de trabajar con suma de fracciones con igual o distinto denominador con alumnos de quinto grado de primaria.**

**Los resultados de esta investigación de Block, Balbuena y Dávila (1987-1991) obtenidos fueron los siguientes :**

**Primero y segundo grado.**

**Los niños:**

- **Son capaces de resolver problemas de reparto.**
- **Dominan la estrategia de partir por mitades,**
- **Tienen dificultades para el reparto entre tres, en particular cuando en el primer intento de distribución no se agotó el todo.**

**Tercero y cuarto grado.**

**Los estudiantes:**

- **Logran construir el lenguaje de parejas ordenadas (a, b)**
- **Conciben a la pareja (a, b) como el tamaño de un pedazo producto de un reparto.**

**Quinto grado.**

**Los alumnos:**

- **Logran sumar fracciones con igual denominador como medida del pedazo unión;**
- **Establecen la equivalencia entre dos fracciones,**
- **Utilizan las relaciones de equivalencia para sumar fracciones con distinto denominador,**
- **Comparan dos pares de números dados.**

De los trabajos elaborados en el Departamento de matemática Educativa, del CINVESTAV - IPN, relacionados al diseño y desarrollo Curricular, se pueden señalar, los siguientes:

- Los textos de la serie "Matemáticas 100 horas" (1981, 1984), para primero y segundo grado de secundaria que permitían al estudiante vincular la información teórica con la aplicación práctica e incluían una propuesta para el proceso de enseñanza y aprendizaje del número racional para el nivel medio básico
- Los textos de la "Serie de Matemáticas Educativa" (1981-1984) que propiciaban la reflexión del alumno. También de esta misma serie, se elaboraron dos libros sobre los números racionales y otro relacionado con la problemática de los decimales
- Elaboración de las Guías del Maestro, encomendadas por la Secretaría de Educación Pública en 1992, que formaban parte de los documentos para los profesores de primaria en el marco de los Programas Emergentes del Maestro
- Así mismo este departamento en coordinación con el Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE), con el objetivo de mejorar la calidad de la educación comunitaria rural, desarrolló una investigación para el diseño y la elaboración de los Manuales del Instructor Comunitario y Cuadernos de trabajo de los alumnos, de la serie " Dialogar y Descubrir".

En cuanto se refiere específicamente a los trabajos de análisis y diseño curricular sobre fracciones, se pueden citar los dos siguientes.

- González, J. Investigador del CINVESTAV (1985) realizó un análisis curricular de los libros de texto oficiales de la escuela primaria y examinó las estrategias de la enseñanza de las fracciones.

De los resultados de esta investigación se puede mencionar las consideraciones que plantea este autor acerca de la introducción y el tratamiento del número racional en la escuela primaria:



- El concepto de fracción se introduce por medio de acciones realizadas en un todo
  - No se plantean actividades que propicien la verificación de la igualdad de las partes
  - Hay un uso excesivo de formas geométricas para representar fracciones.
  - Se aprecia la ausencia del modelo discreto en los tres primeros grados del nivel elemental.
  - El paso de la algebrización, en relación a las operaciones con fracciones, es muy violento. Además se pone demasiado énfasis en las propiedades de estas. Por otro lado, las reglas para operar se enuncian muy rápido en términos simbólicos
- Planchart, O Investigador del CINVESTAV (1984) realizó una investigación, la cual tenía por objetivo el identificar las dificultades que presentaban con el estudio de las fracciones cincuenta y cinco estudiantes del primer grado de primaria.

De los resultados obtenidos de esta investigación, cabe mencionar los siguientes

- Tendencia a concebir la fracción como dos números enteros no relacionados y a manejarlos de manera independiente.
- Existencia de cierta facilidad para la identificación de la parte, cuando el todo está dividido en un número de particiones que coinciden con el denominador de la fracción
- Complejidad en situaciones en las que se requiere el uso de la equivalencia en la identificación de una fracción.
- Poca comprensión por parte de los alumnos sobre las fracciones equivalentes.
- En ocasiones, necesidad de los alumnos de utilizar diagramas para verificar algún resultado o para apoyar afirmaciones

La línea sobre formación de docentes apenas se viene trabajando en la actualidad en nuestro país. Existen estudios sobre las dificultades conceptuales de los maestros en la resolución de problemas que involucran el número racional (Balbuena, 1990), acerca de las diversas interpretaciones de los maestros acerca del número racional (Alvarez, et. al, 1992) y sobre la conceptualización que tienen los docentes de la adquisición de los primeros conocimientos aritméticos (Sánchez, 1994).

De los trabajos cuyo propósito es el de dar explicaciones sobre el desarrollo conceptual en relación con el número racional, se puede mencionar el de Figueras, O. y Nemirovsky, M., investigadores del CINVESTAV de la sección de matemática educativa en el proyecto llamado "Una investigación sobre el conocimiento etnomatemático del número y de las operaciones", dio inició en 1990 en el Departamento de matemática Educativa del CINVESTAV, IPN.

Los objetivos de este son:

- Vincular la investigación con la practica docente y el diseño curricular
- Diseño de estrategias que permitan incorporar a docentes en servicio a la investigación a través del estudio del desarrollo de la construcción de los conceptos de número tanto naturales como fraccionarios y de la operaciones, tomando como punto de partida el conocimiento etnomatemático de los niños

En cuanto se refiere específicamente al número fraccionario "es la identificación y caracterización de las estrategias de reparto y partición que utilizan los niños al resolver situaciones relacionadas con cantidades continuas y discretas, es decir, cuestionamientos ligados al modelo egipcio primitivo y discreto respectivamente.

De los aspecto metodológicos de dicho proyecto, se puede mencionar que la muestra comprende 144 niños de 5 a 7 años y 24 maestros de los grados de preescolar, primero y segundo grado de primaria, de tres estados de la República, considerando diferentes poblaciones: Urbana ventajosa, urbana marginal, rural e indígena.

Este proyecto intenta realizar una contribución, en cuanto se refiere a la postura de asumir que existe alguna relación entre los problemas de aprendizaje y la metodología de enseñanza utilizada. Con el objetivo de dar a conocer los resultados obtenidos, esta investigación tendría dos tipos de productos:

- Textos (Artículos, informes, artículos de divulgación, etc.)
- Videos ( Ya que esta completado la videograbación de las entrevistas)

De los resultado reportados se pueden mencionar los siguientes:

- La asignación de una cantidad arbitraria a una o varias de las partes que intervienen en el reparto, en la que no se considera la igualdad de las partes y la exhaustividad del todo;

- Uso de la estimación visual para equidistribuir, siendo éste más frecuente para la partición en medios que en la de cuartos;
- Uso de la acción de doblar el material para distribuir;

Así mismo, se observó que:

- 33 niños de 58 pudieron coordinar la equitatividad el reparto exhaustivo
- La mayoría no justificó de manera espontánea las acciones realizadas. Algunos a los que se les hicieron cuestionamientos específicos, optaron por realizar acciones sobre las partes (ej. superposición, medición informal ...) para responder
- En cuanto al lenguaje fraccionario, se ubicó a los niños en las siguientes categorías:
  - " Hace referencia al contexto semántico del problema 'cobija', 'sabana' o términos relacionados con la utilidad o el enunciado de la situación planteada;
  - Menciona palabras relacionadas con la forma o el tamaño de la parte: 'grande', 'chica', 'cuadrada', 'rectángulo'.
  - Utiliza la palabra mitad, para cualquier tipo de partición,
  - El término empleado tiene relación con la parte, pero no es el convencional. Por ejemplo: 'es una mitad, pero es más chica', 'es una mitadecita', 'es la mitad de la mitad', 'es un pedazo de un medio', estas expresiones se relacionaron con la partición en cuartos y hacen referencia a las diferentes etapas de las acciones vinculadas al reparto." -

Una continuación de este proyecto es el estudio realizado por Ramírez, M (1994) quien se centra en los procesos de reparto que desarrollan los niños, las justificaciones que reportan el uso de esos procesos y el empleo de términos relacionados con el lenguaje fraccionario, estableciendo como metas fundamentales de su estudio las siguientes.

- " - Descripción de las estrategias que utiliza el niño para resolver situaciones de reparto asociadas a un medio, un tercio y un cuarto, en el modelo egipcio primitivo
- Identificar los términos, vocablos o expresiones que utiliza el niño para referirse a un medio, un tercio y un cuarto." (Ramírez, 1994).

Por último, se hace referencia al realizado por Hernández, A. Esta investigación llamada "El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la proyección del primer ciclo en la escuela primaria", tiene como objetivo principal "Identificar las dificultades que enfrentan los niños en el desarrollo del pensamiento y la competencia numérica de las fracciones en el nivel elemental"

Este estudio se realizó en una escuela en Ciudad Madero, Tamaulipas

Para realizarlo, se utilizó un cuestionario escrito para cada grado (de primero a sexto grado de primaria), el cual fue aplicado a una muestra de 185 alumnos. Para la elaboración de éste, se consideraron los programas curriculares oficiales y algunos problemas que lo integraban fueron adaptados de preguntas incluidas en los exámenes de diagnóstico sobre el conocimiento matemático, derivados de los estudios realizados por los proyectos ingleses (Brown, Hart y Kucheman, 1984)

Cabe mencionar que estos exámenes comprenden dos secciones diseñadas para evaluar el conocimiento de las fracciones (Chelsea Diagnostic Mathematics Tests, Fracción 1 & 2, Incorporating Fraction 1 & 2 Computation) para niños de 11 años de edad

De los resultados obtenidos a través de esta investigación se pueden mencionar que los niños (de la muestra) al término de su educación elemental, tienen las siguientes características

1. Identifican el concepto de mitad con cierta claridad.
2. Asocian un número fraccionario a figuras geométricas regulares previamente subdivididas, en las cuales se ha identificado gráficamente una parte.
3. Ordenan fracciones con el mismo denominador y fracciones unitarias con ciertas restricciones (múltiplos de 10 en denominador). Tienen dificultades con el orden en el caso de fracciones con diferente denominador.
4. Tienen problemas para establecer relaciones de equivalencia entre fracciones determinadas.
5. Pueden resolver problemas simples asociados con la adición y sustracción de fracciones aunque se evidencian errores de concepto" (4)

4) Soto H. Ana María. "El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la proyección del primer ciclo de la escuela primaria". Tesis de Maestría. Depto de Matemática Educativa del CINVESTAV - IPN, México 1993, p 159

## 2.2. INVESTIGACIÓN A NIVEL INTERNACIONAL

### 2.2.1. Robert P. Hunting y Christopher F. Sharpley

"Fraction knowledge in preschool children" (1986)

Robert P. Hunting y Christopher F. Sharpley

"Preschooler's cognitions of fractional units" (1988)

Australia

Robert P. Hunting ( La Trobe University) y Christopher F. Sharpley ( Monash University) han centrado sus trabajos con niños de preescolar, con el objetivo de comprender e identificar el origen del conocimiento de las fracciones. Cabe mencionar que estos autores al igual que otros investigadores, sugieren que los niños pueden resolver problemas relacionados con fracciones antes de recibir instrucción formal

En Junio de 1985 realizaron un estudio con 206 niños de preescolar cuyas edades iban de los 3 años 4 meses a los 5 años 2 meses. Las entrevistas fueron en forma individual y a los niños se les presentaban situaciones de partición y reparto, vinculadas con las fracciones  $1/2$ ,  $1/3$  y  $1/4$ , en contextos tanto discretos como continuos

Los resultados que se obtuvieron en esta investigación son los siguientes

- Se observó el fenómeno de la distribución no exhaustiva ante el planteamiento de situaciones que involucraban la partición de cantidades discretas y continuas, es decir, que los niños, en general, no agotaban el todo
- Un conocimiento de la mitad poco preciso

Esto se observó en las concepciones rudimentarias sobre esta noción, que se manifestaron cuando los niños realizaban una sola partición o subdivisión de la cantidad

Los autores señalan que el significado de mitad se relaciona con

a) La acción de partir o cortar. El niño resuelve el problema de acuerdo a su propia interpretación, sin considerar otras ideas relacionadas con las fracciones en general. El número de pedazos obtenidos y el tamaño no son importantes para la solución del problema.

b) El realizar una partición del todo en dos cantidades sin que éstas sean necesariamente iguales.

c) La idea de igualdad de las partes, es decir, que al realizar el reparto y nombrar los pedazos como mitades, se hace referencia a que son "iguales".

d) Las propiedades de cada una de las partes que identificaron como iguales

Se aplica el criterio de igualdad con base a las características de las partes obtenidas (Forma, tamaño, cantidad y posiblemente su relación con la unidad inicial).

e) La falta de estrategias de anticipación y verificación espontánea, de los niños.

f) Que los niños mostraron flexibilidad y nociones ideosincráticas de la partición. Los niños no creían que la cantidad dada fuera absoluta ya que demandaban más material para proveer en alguna parte o ignoraban alguno que les había sido proporcionado.

g) La identificación del uso de un reparto cíclico para los problemas que involucraban la distribución de material discreto. Este podría ser una acción-significado que constituye la base para el lenguaje matemático y para el simbolismo usado para representar números fraccionarios, particularmente para las fracciones  $1/2$ ,  $1/3$  y  $1/4$ .

Así mismo estos autores señalan aspectos relevantes que pueden ser retomados para la enseñanza del número racional:

- El potencial para aprender fracciones está presente en niños de edad temprana por lo que las actividades que alientan la distribución exhaustiva y las discusiones sobre los méritos relativos a procedimientos de partición y repartos sistemáticos y no sistemáticos para hacer unidades iguales, podrían ser importantes en el desarrollo de ideas básicas relativas a la fracción.
- Es conveniente alentar a los niños a partir y repartir utilizando el vocabulario de las fracciones, como mitades, una tercera parte, una cuarta parte o medios, tercios y cuartos a través de acciones adecuadas.

Hunting y Sharpley continúan su trabajo, diseñando y probando actividades que enfatizan los aspectos de partición equitativa, exhaustiva y de equivalencia, orientadas hacia el uso de las computadoras en el aula, con la firme convicción de que existe un potencial en los niños pequeños para aprender ideas básicas de las fracciones. Así mismo señalan que las razones por las cuales los niños presentan dificultades con el aprendizaje estable y apropiado de las fracciones se encuentra en la instrucción de las mismas, ya que su enseñanza se retrasa por mucho tiempo, provocando que el conocimiento del niño se centre en el número entero y que el lenguaje y el simbolismo de las fracciones se relegue.

#### 2.2.2 Ernest Davis y Anne Pitkethly "Cognitive aspects of sharing" Australia, 1990

Por otro lado, Ernest Davis y Anne Pitkethly, de la Universidad La Trobe en Melbourne, Australia, también realizaron una investigación con niños de preescolar.

Esta investigación se llevó a cabo en 1990, con el objetivo de examinar los procesos y los aspectos lógicos que emplean los niños de este grado, en actividades de partición.

Los aspectos que identificaron fueron repartos sistemáticos, como en un juego de cartas. Este tipo de reparto consiste en distribuir cíclicamente objetos discretos.

En la forma simple de esta distribución, un ciclo ocurre cuando el objeto es dado a cada lugar, constituye una instancia de la correspondencia uno a uno.

Una forma más complicada de distribución es aquella en la cual el número de objetos dados para cada lugar se pierde en la secuencia, pero puede variar de un ciclo a otro.

Los resultados experimentales indicaron que la estrategia más común de reparto para los niños pequeños fue el de hacer el reparto sin hacer un conteo previo.

Una conclusión importante de este trabajo, es que los niños no tenían un conocimiento consciente acerca de que el reparto cíclico les hubiera llevado a un reparto justo.

Por último, cabe señalar, que de los resultados obtenidos, se observaron ciertas características de las estrategias de reparto.

- El reparto sin conteo está implícito, como estrategia de partición, con ésto se quiere decir que los niños no tienen un conocimiento muy consciente de que éste es un proceso confiable.
- Contar resulta ser una estrategia bastante fuerte para comprobar el reparto equitativo.

### 2.2.3. Yvonne Pothier y Daiyo Sawada

"Children's interpretation of equality in early fraction activities"  
 Canadá, 1989

En cuanto se refiere a investigación realizadas con niños de primaria se puede mencionar el trabajo realizado por Yvonne Pothier y Daiyo Sawada. Estos investigadores canadienses, realizaron una investigación con niños de 5 a 12 años de edad, sobre la representación gráfica de fracciones en figuras diversas, con el objetivo de observar el tratamiento que se le da a la noción de igualdad, considerando a este concepto como muy importante en el trabajo de fracciones. Así mismo identificaron ciertos procesos de verificación que utilizaron los niños para determinar la igualdad de las partes que obtenían de la partición de figuras geométricas.

Pothier y Sawada señalan que el concepto de igualdad se presenta a los niños al inicio del programa de matemáticas a través del trabajo prenumérico (comparación de grupos), del desarrollo del significado de números (9 es igual a 5 y 4), en el cálculo (3 manzanas y 4 manzanas es igual a 7 manzanas) y de la lectura y escritura de oraciones numéricas ( $1 + 7 = 8$ ). Aún así, se ha reportado que los niños tienen una comprensión incompleta del término, aunque estén familiarizados con el símbolo "=" (Barrody & Ginsburg, 1983; Labinowics, 1985).

Estos autores señalan que los ejercicios repetitivos del conteo de partes puede llevar a que los niños crean que el fin de precisar las fracciones de la unidad es el de saber el número y nombre de las partes de un entero. Los niños pueden realizar con éxito este tipo de ejercicio sin necesidad de centrarse en la geometría de la figura (entero) o de la parte, y de esta manera resulta que frecuentemente se ignora la base de la igualdad.



Pothier y Sawada identificaron ciertos procesos de verificación que los niños utilizaron para explicar sus juicios sobre la igualdad de las partes. Esto permite tener acceso a lo que los niños comprenden como igualdad en el contexto de identificar fracciones en un todo continuo

Estos procesos de verificación identificados fueron los siguientes

- **Estimación visual**

En algunas ocasiones, los niños para determinar la igualdad de partes, utilizan el proceso de aproximación, es decir, es suficiente con que las partes parezcan del mismo tamaño aunque no sean necesariamente de la misma forma.

- **Referencia a la técnica usada**

Utilización indiscriminada de una determinada técnica en formas diferentes y las partes que se producen son declaradas como iguales. (Ejemplo. Muchos niños creen que una línea divisoria horizontal produce partes iguales a pesar de las características de la forma en la cual se aplica

- **Descripción compensatoria de las partes**

Los niños describen las partes e intentan "compensar" la no congruencia de las partes que obtuvieron

- **Proceso de medición:**

Proceso de medición utilizado por los niños para referirse a la longitud o a la anchura de las partes de la figura. Algunos de estos procesos de medida son informales como la "cuarta" (palma de la mano) para demostrar la igualdad de partes

- **Superposición de partes**

Este proceso de verificación de las partes consiste en el recorte y superposición de partes. A veces también los niños recurren a la acción del doblado.

- **Necesidad de congruencia**

Creencia de algunos niños de que las partes deben de ser congruentes. Esto se manifiesta cuando afirman que las partes son iguales porque son del mismo tamaño y de la misma forma. Algunas veces se hace referencia a la correspondencia entre elementos al determinar la igualdad.

- Referencia a la geometría de las partes.

Referencia a la forma de las partes para determinar la igualdad. Así mismo los niños suelen transmitir sus conocimientos acerca de algunas propiedades específicas para buscar la semejanza sin requerir de la congruencia como prueba para justificar la igualdad.

- La geometría del todo - guía de la partición

Los niños tienen dificultades para conseguir partes que sean congruentes sobre particiones presentadas en los libros de texto. El uso de las mismas técnicas de partición aparecen como distractor para los niños en relación a la estructura del todo y de las partes, y los lleva al uso de las mismas técnicas para realizar las particiones.

Estos autores mencionan que las actividades de partición pueden alentar, a los niños a centrarse en la estructura de las formas por lo que el conocimiento de las propiedades geométricas de las figuras, pudiera influir en sus habilidades de partición.

#### 2.2.4. Katleen Hart

"Secondary School Children's understanding of mathematics"  
Inglaterra, 1980.

En el periodo de 1974 a 1979 se realizó un proyecto, en Inglaterra, llamado "Conceptos de matemáticas y ciencias de la Secundaria" (CSMS), en el cual, Kathleen Hart coordinó el área de matemáticas.

Dicho proyecto tuvo como objetivo el conocer la comprensión de los alumnos de secundaria acerca de varios tópicos de matemáticas.

En verano de 1977, fueron examinados 1000 jóvenes entre 12 y 15 años sobre el tema de fracciones. De los resultados obtenidos, es importante mencionar los siguientes:

- El niño se siente relativamente seguro cuando trabaja con números enteros y cuando está delimitado por las restricciones impuestas por éstos. A los alumnos se les escapa el hecho de que estas restricciones no se aplican dentro del conjunto de las fracciones, pues éstas sirven para extender el sistema de los números más allá de las necesidades de conteo. Por ejemplo al preguntar el resultado de 3 entre 5, la mayoría lo interpreta de manera inversa aludiendo a que la división de 3 entre 5 no se puede realizar.

- Existe cierta insistencia en dar un resultado con residuo, en lugar de una respuesta en fracción. Ésto se observó que cuando se le presentan, al niño, varias opciones de respuesta elige aquella que expresa un sobrante
- El uso de diagramas constituye una ayuda en la dirección de la solución del problema. Por otro parecen útiles para la verificación del resultado
- En la multiplicación y la división de números mixtos, se detectó la mayor dificultad, pues los niños manipulaban los números de la parte entera de manera separada

#### 2.2.5 Thomas Kieren.

"El conocimiento individual de números racionales. Su desarrollo intuitivo y formal"  
 Canadá. 1988

El canadiense Thomas E Kieren de la Universidad de Alberta, Canadá, se ha dedicado desde principio de los setenta al estudio de los números racionales en el ámbito educativo, abarcando problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje

Con respecto a la enseñanza, realizó trabajos relativos al análisis curricular de los contenidos matemáticos que han sido utilizados a lo largo de la historia de la humanidad. En este ámbito, muestra innovaciones, como la distinción de los diversos significados de los racionales dejando de considerarlos, únicamente, como objetos o entes matemáticos, vinculados con un modelo de instrucción en donde se plantean contenidos acordes a las estructuras cognitivas. La estructura cognitiva para Kieren, es un conjunto de habilidades o destrezas en el cálculo que permiten el dominio del número racional como fracción

Los diferentes significados o interpretaciones que sugiere este autor acerca del número racional son los siguientes:

- Fracciones decimales que forman una extensión natural de los números naturales
- Clases de equivalencias
- Razones entre números de la forma  $p/q$  donde  $p$  y  $q$  son enteros y  $q$  es diferente a 0

- Operadores multiplicativos
- Elementos de un campo cociente ordenado infinito de la forma:  

$$X = p/q \text{ donde } qX = p$$
- Medidas o puntos sobre la recta numérica.

Con respecto al aprendizaje, se enfatiza la construcción del conocimiento, caracterizando la matemática intuitiva, a través de un modelo que describe los rasgos peculiares tanto personales como matemáticos. Este modelo es antecedido por la descripción y explicación de una "red" o sistema ideal - individual que muestra los puntos neurálgicos en la construcción del conocimiento sobre el número racional. Caracteriza diversos niveles de abstracción que parten del plano de los hechos, evolucionando hasta la conceptualización y operacionalización en el plano formal, en el sentido matemático. Esta evolución se da a través de dos tipos de herramientas mentales: Los mecanismos constructivos y los de desarrollo

- Los mecanismos constructivos son más específicos y se relacionan con la experiencia, constituyen los objetivos para la instrucción. Los usados en el desarrollo de los constructos de número racional (medida, cocientes, razones, operadores y relación parte - todo) son la partición y la equivalencia.
- Los mecanismos de desarrollo se vinculan con la madurez mental, por ejemplo la conservación del todo ( Piaget, Inhelder y Szeminska, 1960) y la compensación, la identidad o la reversibilidad.

Kieren (1988) presenta un modelo teórico constructivista acerca de los rasgos personales y matemáticos en la construcción del conocimiento del número racional. Antecediendo a dicho modelo, describe una red de subconstructos de número racional, que constituye un sistema ideal e individual de dicho conocimiento. Según el trabajo teórico realizado durante las últimas cuatro décadas, el conocimiento personal sobre el número racional " ...es complejo y formado por diversas concatenaciones" que derivan del plano de los hechos hasta llegar a la corona de la red: Constructo del número racional; que a su vez se interconectan con otros constructos individuales y conexiones de personas significativas en el entorno (connotación social).

En 1980, este autor sugiere que para la construcción individual de un conocimiento matemático lógico, una persona debe situarse en un contexto que contenga las 5 caras del conocimiento matemático, que constituyen la base del sistema de conocimiento.



- **La cara matemática**

Considera la matemática, como argumenta Freudenthal (1983), formada por objetos mentales y hacer matemáticas como actividad mental. Se refiere a la organización de los fenómenos reales por medio de objetos, acciones y conceptos matemáticos. En el caso del número racional, el individuo debe tener la estructura conformada por los subconstructos correspondientes: medida, cociente, razón numérica y operador multiplicativo, y dedicar actividades físicas o mentales a los mismos, tomando en cuenta las características de las matemáticas intuitivas (relacionado con el contexto) y formales (libres de él). Los números racionales no sólo tienen el significado de "fracturación" sino también de "razón o proporcionalidad", por ello se consideran como estructuras multiplicativas.

- La cara psicológica

Se considera el desarrollo cognitivo o los del procesamiento de la información de la construcción del conocimiento matemático y así mismo se identifican las cualidades de una persona que la hacen llegar a comprender los números racionales. En este punto, se hace referencia en el artículo de Kieren a los trabajos de Maturana y Varela (1980) en donde destaca la característica de los humanos que les permite lograr conservarse en su medio. El ser autopoéticos o autoreferenciables. Los niños, por ejemplo, distinguen si su actividad mental es interna ( Está es mi idea ) o externa ( Está idea es de .. ). Debido a esta cualidad, el conocimiento se construye por medio de pensamientos-acciones previos que han sido interiorizados. Un recurso fundamental en este proceso autoreferenciable es el uso del lenguaje. Los mismos autores argumentan que el lenguaje tiene una función orientadora, no informante, compartiendo posibilidades de comportamiento, en lugar de transmitir información.

El hecho de que existan estas cualidades en el hombre no asegura que se usen adecuadamente en el aprendizaje pues "Sin embargo, el individuo en un salón de clase, sujeto a las limitaciones de la matemática escolarizada, puede actuar como un sistema para construir el conocimiento en relación a su autoconservación en la escuela, en lugar de construir un conocimiento perdurable de número racional. Debido a que el vivir y el aprender están en el mismo plano de importancia, el maestro tiene la responsabilidad de crear y vigilar un medio ambiente en el cual se viva la matemática, en este caso, el conocimiento de los números fraccionarios o racionales" (Kieren, 1988)

- Mecanismos constructivos

Esta cara indica la utilidad de las herramientas del razonamiento en la construcción de objetos matemáticos.

En relación a los números racionales, ejemplo de éstos son la partición y la equivalencia.

- Imaginación

Se refiere a la función de las imágenes, las cuales pueden ser de tres tipos:

- Físicas.
- Pictóricas.
- Mentales.

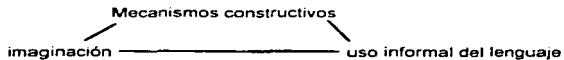
- Lenguaje

Puede emplearse, como ya se mencionó anteriormente, como orientador hacia las características del medio ambiente, o en un sentido formal, útil en la expresión simbólica regida por reglas.

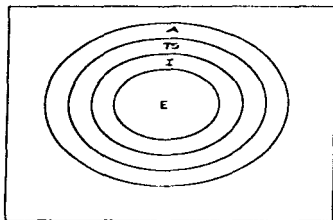
El uso informal del lenguaje: Se emplea o refiere a las acciones - pensadas en un sentido concreto y a imágenes asociadas a éstas

El modelo Intuitivo de la construcción del conocimiento matemático tomando como referencia a los números racionales

Cuando un individuo realiza acciones que involucran la imaginación, mecanismos constructivos y el uso informal del lenguaje, está construyendo matemática intuitiva, es decir, que no ha sido formalizada



El modelo intuitivo es un todo orgánico en donde el núcleo es el conocimiento individual o conocimiento Etnomatemático (E) orientado a aspectos cuantitativos, no es escolar, ni identificado como tal por el individuo que lo utiliza, puede o no involucrar lenguaje fraccionario, pero es restringido - La mitad, un cuarto y un tercio (Pothier y Sawada, 1981; Freudenthal, 1983)



El nivel Intuitivo (I) es generalmente escolar e integra: imagen - mecanismos constructivos y uso del lenguaje puede construirse a partir de la experiencia cotidiana del individuo y relacionarse nuevamente con ella pero además representa una abstracción.

El nivel técnico simbólico (TS) es un conocimiento construido a través del uso del lenguaje convencional, las notaciones y algoritmos.

Por último se encuentra el nivel en que el conocimiento del número racional implica conocimiento formal y se sitúa en la estructura axiomática (A).



Como se mencionó anteriormente, el modelo es un todo orgánico, es decir en donde cada nivel se incluye en el anterior y prepara las habilidades para el siguiente, lo que permite al individuo la combinación de herramientas de los niveles y el estudio de Kieren (1986) lo demuestra; cuando los niños (entre siete y nueve años de edad) expresan verbalmente respuestas que entran en la siguiente clasificación:

- Etnomatemático (E) Se refiere a la experiencia cotidiana " A cada quien le toca un mordisco y Mami guarda lo que sobre en el refrigerador"
- Etnomatemático - Intuitivo (EI) Ejemplo "...un tercio y un mordisco "
- Intuitivo (I) Actividad matemática planeada, generalmente relacionada con la partición.
- Intuitivo - Técnico simbólico (ITS): Involucra el uso de simbolismo convencional, pero son usados a los resultados reales físicos de la actividades de partición
- Técnico Simbólico (TS) Involucran símbolos y propiedades convencionales relacionadas con comparaciones. Se obtuvo sólo una respuesta "...ambos son  $\frac{1}{4}$  de manera que son iguales"

En el conocimiento intuitivo de las fracciones se refleja un uso metafórico o analógico del lenguaje, por ejemplo el asociar un símbolo con la acción de partir en tres, como en el caso de la "Y" ( y griega) que puede emplearse en varias situaciones aunque restringidas, a ésto se le puede llamar generalización concreta.

Otro ejemplo ilustrativo de la matemática intuitiva es el siguiente

- Un grupo de niños de 9 años de edad resolvieron el problema de ocho pizzas que se tenían que repartir para cinco personas, como se muestra en la siguiente figura.



Ellos dijeron " a la persona B le toca 1 más un medio más un quinto" y de hecho podían escribir  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ ; por "quinto" ellos estaban refiriéndose a un quinto de la mitad. (Kieren, 1988)

Con respecto a las consecuencias de estos modelos para la instrucción, se hace referencia a la comunicación principalmente verbal de naturaleza orientadora, que de la misma manera debe ser aplicada por el maestro, pues aunque el niño construye su propio conocimiento "... el maestro tiene un papel orientador activo y continuo en los sistemas vivientes de la clase de matemáticas " (Kieren, 1988), además de la influencia que ejerzan otros factores como los demás compañeros o el libro de texto

Una observación importante es que el lenguaje escolar matemático de las fracciones utilizado por el profesor y plasmado en los libros de texto tiende a un conocimiento estático, desarrollándose como extensión de los números enteros. Un acercamiento prematuro a las operaciones con las fracciones provoca que los niños busquen respuestas en los símbolos en lugar de que piensen que se generarán en su actividad mental, y se estanca en un conocimiento "correcto" externamente, pero no recursivo pues no se ajusta a la red del conocimiento de la persona, dependiendo solamente de la memoria, sujeta al deterioro.

#### 2.2.6. Hans Freudenthal

"Didactical phenomenology of mathematical structures"

Holanda, 1983

El matemático holandés, Hans Freudenthal inició su trabajo en educación matemática a partir de 1945. Apoyado por un grupo de investigadores de la Universidad de Utrecht, Holanda, encaminó sus primeras investigaciones al estudio, reflexión y cuestionamiento de tres aspectos clave:

- 1) La utilidad de la matemática escolar en la formación del individuo,
- 2) El diseño y desarrollo curricular en el área de las matemáticas.
- 3) La elaboración de una filosofía de la educación matemática.

1) Uno de los principales cuestionamientos que él realiza es cómo el individuo se las ingenia para poner en práctica su conocimiento teórico y considera que esto se relaciona con dos tendencias antagónicas, presentes en la enseñanza de las matemáticas.

La primera, en la cual el profesor enseña matemáticas sin relación con su uso, suponiendo que los alumnos las aplicarán cuando sea necesario, y la segunda que se refiere a la enseñanza restringida a los casos "útiles", concretos, limitados a ciertas condiciones y contexto, con la desventaja, que al cambiar estos últimos el aprendizaje no puede ser utilizado.

La importancia que Freudenthal le da a la educación matemática puede verse expresada en las siguientes citas

"El poder maravilloso de la matemáticas es el de eliminar el contexto y poner lo que queda en una forma matemática que permita utilizarla una y otra vez." (5)

Freudenthal también realizó reflexiones acerca de cómo a través de la historia, las matemáticas se han vuelto objeto de matematización de la realidad y que éste es el aspecto final de las matemáticas. Afirma que los individuos no deben estudiar las matemáticas como un sistema cerrado, sino como una actividad sistematizada, siendo ésta virtud de la matemática que el alumno debe aprender y comprender de manera que sea útil

Concibe al número racional como razón (proporción, medida) y como objeto matemático y las fracciones son sus diferentes manifestaciones, es decir existen diferentes expresiones fraccionarias del mismo racional. Por lo tanto son el recurso fenomenológico del número racional, fuente que nunca se seca, relacionada con "romper", "fracturar"

2) Con respecto al diseño y desarrollo curricular, Freudenthal propone una secuencia didáctica para la aritmética de las fracciones atendiendo a la filosofía que propone y que se desarrolla en el siguiente punto

(5) Freudenthal, H. Didactical phenomenology of mathematical structures, cap 5 D Riedel Publishing Co., Holanda, 1983

3) La fenomenología didáctica se refiere a la manera en que se debe acceder a un concepto matemático. Es decir, se debe establecer un procedimiento didáctico que retome los fenómenos que se relacionan y dan lugar al concepto, por ejemplo, antes de introducir el concepto de fracciones es necesario que se manejen aspectos tales como igualdad, equivalencia, relación parte - todo y exhaustividad del todo. En uno de sus capítulos, Freudenthal define a las fracciones como "fuentes fenomenológicas" de los números racionales pues se distinguen tres fenómenos que caracterizan a las fracciones.

#### **a) La fracción como fracturador.**

El fenómeno del fracturador surge a partir del causar una fracción, es decir, de la división de magnitudes de manera reversible, irreversible o simbólico.

En este fenómeno interviene la igualdad, que es buscada como condición en los racionales. La igualdad se puede estimar, se puede conseguir por otros métodos como doblar, partir, comparar y corregir (compensar), o buscar la congruencia a partir de la simetría.

La relación parte - todo es esencial dentro del fenómeno fracturador, pues las fracciones se presentan si un todo ha sido o está siendo cortado, en partes iguales o si se imagina como si lo fuera. Al hablar del todo se hace necesario clasificar los tipos que se manejan.

- Discreto: Se refiere a un conjunto de objetos que se consideran como todo a pesar de estar conformado por entes individuales y concretos (por ejemplo un conjunto de canicas o pelotas).
- Continuo: Es un objeto que se constituye en una sola unidad, generalmente se hace referencia a figuras geométricas o cantidades no contables (por ejemplo un círculo, una cuerda o un poco de plastilina).
- Definido: El autor ejemplifica este tipo, a través de figuras delimitadas, contorneadas, en donde se identifican perfectamente bien los límites (por ejemplo un triángulo o un rectángulo).

- Indefinido: El autor ejemplifica este tipo, a través de figuras que no tienen límites definidos, tal vez infinitas (por ejemplo dos líneas paralelas).

La atención del individuo, en el proceso de partición puede centrarse en una parte, en un número de partes o en todas las partes

Las partes y el todo cobran sentido en la fracción pues la cuestión de cuántas veces cabe una parte en un todo es significativa sólo si se ha acordado bajo qué condición se consideran las partes como equivalentes

#### **b) La fracción como operador.**

Anteriormente se explica el operador en tres ocasiones.

- a) El fracturante, que actúa sobre objetos concretos partiéndolos en partes iguales
- b) El operador razón, que coloca a las magnitudes en una razón respecto a otras
- c) El operador fracción, formalmente definido en el campo de los números
- d) Transformador, que preserva la sustancia, mientras cambian proporcionalmente los valores o magnitudes (por ejemplo, un medio, dos cuartos, tres sextos, etc.)

#### **c) La fracción como comparador.**

Las fracciones no se agotan con romper un todo en partes, sirven también para comparar objetos que se separan uno del otro o que se imagina como si se separaran.

La comparación se realiza a través de dos criterios:

- La comparación directa, que es aquella en donde los objetos se encuentran juntos, y se considera el más pequeño o el más grande, con respecto a los mismos objetos. ("el banco es la mitad de alto que la mesa" o "Juan gana la mitad que Pedro".) En este caso se comparan los objetos respecto al número o valor de la magnitud

- La comparación indirecta, es aquella en donde interviene un tercer objeto que media entre los dos anteriores, los ejemplos anteriores podrían formularse de otra manera ("la altura del banco es la mitad de la altura de la mesa" o "el sueldo de Juan es la mitad que el de Pedro") En este caso se comparan los propios números o valores de magnitudes. El primer criterio antecede al segundo.

En la medida en que se enfatiza lo dinámico o estático, se involucra la relación o el operador. Si la fracción se presenta como una relación de dos o más objetos, con respecto a ciertas características, como número, longitud, peso, etc. estamos hablando de una "relación", por ejemplo, "esta longitud es la mitad que esta otra."

Pero si, se enfatiza la acción sobre el objeto se habla de un "operador", por ejemplo, "partiendo por la mitad"

Si los objetos comparados son todo y parte, la fracción aparece en el operador fracturante o relación ( por ejemplo, la mitad de la pizza), si están separados, se habla de relación de razón (3 de 6 canicas)

A estas tres fuentes fenomenológicas, se agrega la importancia del concepto de magnitud. El modelo de magnitud más utilizado es el de "número positivo", visualizado en la recta numérica como longitud, mientras otros modelos pueden ser didácticamente útiles, en particular si se trata de fracciones hora, volumen, peso, longitudes y áreas tienen sus propias visualizaciones. El modelo clásico de las fracciones es el modelo de pastel, en el que los sectores circulares son comparados por congruencia, lo que debe garantizar la igualdad del área o volumen, pero no es suficiente, su concreción no debe conducir a una estrecha aproximación. Las longitudes y áreas son las medidas naturales para visualizar la magnitud con respecto a la enseñanza de las fracciones.

Freudenthal señala el uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano

- Connotación comparativa:
  - La mitad de ... (largo, pesado, viejo, etc ), menos usual un tercio de ... (que no puede ser considerado como cotidiano ),
- Connotación descriptiva de una cantidad o valor de una magnitud por medio de otra:
  - La mitad de un pastel, un cuarto de hora ...
- Connotación expresiva del número con unidad de medida
  - 1/3 m; 2/3 Kg.; 5 ¼ seg...
- Connotación multiplicativa " veces de ..."
  - 2 ½ veces de largo,
- Relación que sugiere fracción.
  - 3 de cada 5; 5 de 100; 3 partes de sal; cada quinto de hombre es chino ...

Una vez revisadas las diversas perspectivas teóricas dentro del campo de la Matemática Educativa con respecto a las fracciones, se considera a la fracción como comparador una fuente fenomenológica del número racional, esto quiere decir una manifestación matemática aplicada a un contexto con exigencias y características específicas. Lo anterior se refiere al concepto de fracción como comparador se basa en la necesidad de estructurar un medio común de organización e interacción de los fenómenos matemáticos constituidos como objetos mentales (longitud, número, etc ) y se fundamenta con otras fuentes fenomenológicas que a su vez constituyen su antecedente, estas son:

La fracción como fracturador y la fracción como operador (Freudenthal, 1983) así como con los constructos del número racional (medida, cociente razón, operador, relación parte - todo, partición y equivalencia)

Es importante tomar en cuenta que dicho concepto constituye el punto de partida que da lugar al análisis pedagógico realizada, es decir, este concepto no se extingue en este apartado, sino que será desarrollado a lo largo de la investigación durante el estudio cuantitativo y cualitativo

## *CAPÍTULO III*

### *METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN*

Las investigaciones anteriormente mencionadas en el capítulo II, son un ejemplo de la preocupación que existe, en varios países, en torno a la Matemática educativa y concretamente al número racional. Algunos de estos estudios (Kieren, Hart, Soto) representan el punto de partida de la presente investigación, en la que se aborda una temática en específico en la cual se pretende

- Comparar el nivel de comprensión y de dominio que sobre el concepto de fracción como comparador, poseen los niños de segundo y tercer ciclo de la educación primaria con respecto al currículum formal establecido
- Sistematizar los procedimientos que siguen los niños para aplicar dichos conocimientos en la resolución de problemas, así como analizar las implicaciones pedagógicas sobre el tema

#### **3.1. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN**

La metodología de investigación utilizada se basa en elementos del método descriptivo, el cual describe e interpreta lo que es, interesándose por las condiciones o relaciones existentes, las prácticas que predominan, las creencias, los puntos de vista y actitudes vigentes así como las tendencias que están desarrollándose.

Su objetivo consiste en llegar a conocer las situaciones predominantes mediante la descripción de las actividades, procesos y personas.

La investigación descriptiva no se limita a la mera recolección de datos, se remite a la identificación y análisis de las relaciones existentes en un fenómeno.



Dentro de la presente investigación se distinguen dos fases metodológicas principales:

- a) Estudio cuantitativo: Identificación numérica y gráfica de la distribución de la población con respecto a las categorías de análisis propuestas, las cuales serán posteriormente descritas
- b) Estudio cualitativo: Identificación y análisis de las estrategias de resolución utilizadas por los niños al presentarles situaciones que involucran las tres instancias fenomenológicas de las fracciones

### **3.2. INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

Para llevar a cabo este estudio se seleccionó, como instrumento de investigación, el cuestionario (Ver anexo) ya que es un recurso que permite obtener información del sujeto acerca de sí mismo en forma escrita, además de que ofrece como mayores ventajas, la economía y capacidad para proporcionar, en un periodo breve, información de cierta cantidad de personas relativamente grande

A través de los resultados obtenidos de éste, se identifican y analizan los siguientes aspectos:

El nivel de comprensión y dominio sobre el concepto de fracción como comparador con relación a:

1. Los conocimientos de acuerdo al currículum del año en curso
2. Los conocimientos adquiridos durante la trayectoria escolar
3. Los conocimientos expresados en situaciones que contemplan contenidos no establecidos en el currículum formal de cada grado correspondiente.

Para la elaboración de las preguntas que conforman el cuestionario, se retomó la Tesis de Maestría: "El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la proyección del primer ciclo en la escuela Primaria" de Ana María Soto Hernández. (CINVESTAV, Diciembre de 1993). Dicha investigación, como se menciona en el Capítulo II, adaptó el "Chelsea Diagnostic Mathematics Test" de Kathleen Hart utilizado para el nivel de Secundaria en Londres 1985.

El cuestionario utilizado se caracteriza de la siguiente forma:

1. Datos generales.

- a) Número de folio. Para mayor control y orden de cada caso, se enumeraron los cuestionarios de la siguiente manera: el primer número corresponde al orden en que se entregaron y el segundo al grado en que se aplicó por ejemplo 1-3, es el caso 1 de tercer grado
- b) Nombre de la escuela
- c) Nombre completo del alumno
- d) Edad
- e) Grado
- f) Fecha

2. La estructura general de cada pregunta se basa en cuatro momentos:

- a) Caracterización del problema.
- b) Cuestionamiento
- c) Procedimiento (operaciones, dibujos, etc.).
- d) Justificación.

3. El instrumento de investigación elaborado, retoma los reactivos referentes a las fracciones:

CONTEXTO DE LAS FRACCIONES	PREGUNTA	EXPRESIÓN FRACCIONARIA
- Fracción como fracturador	- Número 3	- Medios (contexto continuo)
- Fracción como cociente	- Número 2	- Tercios (contexto discreto)
- Fracción como fracturador	- Número 1	- Quintos (contexto continuo)
- Fracción como cociente	- Número 4	- Fracciones mixtas (contexto continuo)
- Fracción como comparador	- Número 5	
	- Número 6	

4 La estructura general de cada pregunta es igual para todos los grados, sin embargo existen pequeñas variaciones que se ajustan a las características de cada grado a partir de lo observado en el piloteo, las cuales se sitúan en la pregunta No. 2, siendo las siguientes:

En tercer grado se maneja el concepto de "tercera parte" y "dos terceras partes" mientras que de cuarto a sexto grado se maneja la simbología " $1/3$ " y " $2/3$ ".

5. El número de preguntas que se maneja en cada cuestionario, responde a los datos obtenidos a través del piloteo.

6. La clasificación de las preguntas del cuestionario se realizó con base en la minuciosa revisión de los Programas Oficiales y de los Libros de texto gratuitos, de matemáticas retomando los siguientes criterios

- Preguntas verificadoras, es decir, problemas que permiten evaluar el alcance de los objetivos marcados en el currículum del año en curso
- Preguntas de seguimiento las cuales proporcionan información sobre aquellos conocimientos que se supone han adquirido los niños en los cursos anteriores
- Preguntas No instruccionales, que tiene como propósito explorar aspectos del conocimiento que el niño no ha recibido en el aula y comprobar si puede utilizarlo ante el planteamiento de "nuevos" problemas

De acuerdo a la clasificación anterior, se presenta el siguiente cuadro que indica el tipo de pregunta que corresponde a cada grado

	<b>TERCER GRADO</b>	<b>CUARTO GRADO</b>	<b>QUINTO GRADO</b>	<b>SEXTO GRADO</b>
<b>Pregunta 1</b>	No instruccional	Verificador	Seguimiento	Seguimiento
<b>Pregunta 2</b>	No instruccional	Verificador	Seguimiento	Seguimiento
<b>Pregunta 3</b>	Verificador	Seguimiento	Seguimiento	Seguimiento
<b>Pregunta 4</b>		No instruccional	Verificador	Seguimiento
<b>Pregunta 5</b>		No instruccional	Verificador	Seguimiento
<b>Pregunta 6</b>			Verificar	Seguimiento

### 3.2 . 1. Aplicación del instrumento de investigación

#### 3.2.1.1. Población

Es fundamental en toda investigación señalar la naturaleza exacta de la población de la que los datos van a ser extraídos. La población llamada universo o agregado, constituyen siempre una totalidad. Por lo tanto, antes de señalar los momentos en los cuales se llevó a cabo la aplicación del instrumento, se especifica la población con la cual se trabajó

La investigación de campo se realizó a través de la aplicación de un cuestionario a niños de segundo y tercer ciclo de educación primaria, que comprenden los grados de tercero, cuarto, quinto y sexto, en los cuales las edades oscilan entre los ocho y once años

El cuestionario se aplicó a niños de segundo y tercer ciclo de educación primaria, que comprende los grados de tercero, cuarto, quinto y sexto en los cuales las edades oscilan entre los ocho y once años en el Instituto Domingo Savio ubicado en la Calle General Arista # 96, Colonia Argentina Poniente

El cuestionario se aplicó a la totalidad de la población del segundo y tercer ciclo del Instituto, es decir, 140 niños en total que se distribuyeron de la siguiente manera según el grado.

GRADO	NÚMERO DE NIÑOS
Tercero	35
Cuarto	34
Quinto	33
Sexto	38

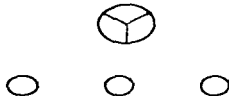
Las características de la población fueron elegidas en base al modelo intuitivo de la construcción del conocimiento del número racional propuesto por Thomas E. Kieren (1988).

El modelo intuitivo matemático no es formalizado técnica o lógicamente involucra lo enseñando escolarmente y en el cual intervienen los siguientes elementos:

1. Mecanismos constructivos (Equivalencia, partición)
2. Imaginación (física, pictórica y mental)
3. Lenguaje informal

El modelo intuitivo no conduce al sujeto a proposiciones formales sobre la construcción del conocimiento matemático, puesto que puede construirse a partir de la experiencia cotidiana y de la cual puede ser realizada una abstracción de esa experiencia.

En el nivel intuitivo existe una actividad matemática planeada (A la persona "a" le toca un tercio y un cuarto de un cuarto) que puede ser reflejada por el uso metafórico o analógico del lenguaje llevando a generalizaciones concretas. Por ejemplo, una niña de ocho años hizo lo siguiente, al pedirle que repartiera la pizza entre tres personas:



La niña asoció el símbolo de la letra "y" griega con la acción a partir en tres, la imagen visual de una representación gráfica se convierte en este caso en un símbolo asociado a la acción de partir.

### **3.2.1.2. Piloteo.**

Se llevó a cabo un piloteo, aplicado al 15% de la población de cada grupo , con el objetivo de observar los siguientes aspectos:

- Si el cuestionario permitió obtener los datos correspondientes al objetivo de la investigación.
- Si el planteamiento de las preguntas fue el correcto.
- Si la presentación fue la adecuada.
- Si el lenguaje fue comprensible para los niños.
- Observar la importancia de la actitud de los examinadores durante la aplicación.
- Observar el comportamiento de los niños ante la aplicación.
- Considerar la opinión de los niños tanto verbal como escrita acerca del cuestionario

De acuerdo a los resultados obtenido, se llevaron a cabo los cambios necesarios para que el instrumento cubriera de una manera más satisfactoria los aspectos a investigar. Los cambios se centraron en la redacción de las preguntas, sobre todo en la pregunta No.2 y en el número de preguntas aplicadas en cada grado.

### **3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

#### **3.3.1. Interpretación cualitativa**

Debido a que la hipótesis manejada en la presente investigación contrasta las diferencias que existen entre el conocimiento real del niño y el planteado en el currículum, se hace necesario aclarar las categorías bajo las cuales se realizó la interpretación de las respuestas, por ello se puntualizan las siguientes definiciones

- **Respuesta correcta**

Se hace referencia a la respuesta o respuestas matemáticamente correctos, tomando en cuenta solamente la exactitud del resultado

- **Respuesta incorrecta**

Se califica como incorrecta aquella respuesta que no corresponde estrictamente a los criterios matemáticos que exige la pregunta

- **Razonamiento coherente**

Se refiere al procedimiento que desarrolla el niño para resolver el problema. En este criterio entran los razonamientos que matemáticamente responden a la pregunta y que pueden o no propiciar una respuesta correcta y los que no consideran las condiciones matemáticas, utilizando otros recursos matemáticos para resolverlos.

- **Razonamientos no coherentes**

Son todos aquellos que

- No dan cuenta del procedimiento por cual se obtuvo el resultado
- La justificación dada es incompleta
- No es coherente con la pregunta y/o la respuesta dada
- No incluyen una justificación
- No incluyen una clara justificación



De acuerdo a los resultados obtenidos y siguiendo los criterios anteriormente mencionados, se presentan a continuación las categorías de análisis bajo las cuales se clasificaron las respuestas de los niños.

Categorías tomadas en cuenta para la interpretación de los resultados

Descripción de la categoría

Categorías descritas no consideradas, puesto que no brindan elementos suficientes para la interpretación

Es importante señalar que los incisos - respuesta a), respuesta b) - se refieren a las preguntas donde se plantean dos preguntas

	RESPUESTA a)	RESPUESTA b)
<input checked="" type="checkbox"/>	Respuesta correcta Razonamiento coherente	
<input type="checkbox"/> Categoría No. 2	Respuesta correcta Razonamiento incoherente	
<input checked="" type="checkbox"/>	Respuesta incorrecta Razonamiento coherente	
<input type="checkbox"/> Categoría No. 4	Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente	
<input checked="" type="checkbox"/>	Respuesta correcta Razonamiento coherente	Respuesta incorrecta Razonamiento coherente
<input type="checkbox"/> Categoría No. 6	Respuesta incorrecta Razonamiento coherente	Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente
<input type="checkbox"/> Categoría No. 7	Respuesta correcta Razonamiento coherente	Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente
<input type="checkbox"/> Categoría No. 8	Respuesta incorrecta No hay justificación	Respuesta correcta No hay justificación
<input type="checkbox"/> Categoría No. 9	Respuesta correcta Razonamiento incoherente	Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente
<input type="checkbox"/> Categoría No. 10	Respuesta incorrecta No hay justificación	Respuesta incorrecta No hay justificación
<input type="checkbox"/> Categoría No. 11	No contesto	Respuesta correcta Razonamiento incoherente
<input type="checkbox"/> Categoría No. 12	Respuesta correcta No hay justificación	Respuesta incorrecta No hay justificación

	<i>Respuesta incorrecta Razonamiento coherente</i>	<i>Respuesta correcta Razonamiento coherente</i>
<i>Categoría No. 14</i>	<i>Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente</i>	<i>Respuesta incorrecta Razonamiento coherente</i>
<i>Categoría No. 15</i>	<i>Respuesta correcta Razonamiento coherente</i>	<i>Respuesta incorrecta Razonamiento incoherente o No hay justificación.</i>

Antes de llevar a cabo la interpretación, se diseñó un cuadro de vaciado de los resultados obtenidos, a partir del cual se estructuró la tabla de resultados\* que contiene los siguientes datos:

- Grado,
- Número de pregunta y las respuestas consideradas correctas
- Respuesta tipo. En esta parte se indican las respuestas dadas que se clasifican en la categoría correspondiente
- Folio
- Respuesta dada, incluyendo (en caso de existir) la operación o representación pictográfica, realizada por el niño
- Justificación dada por el niño
- Descripción. En esta parte sólo se pretende describir la manera en que el niño resolvió el problema, incluyendo algunos elementos teóricos

El objetivo de elaborar este cuadro fue la categorización y descripción de las respuestas de los niños para sistematizar la información, facilitar la interpretación tanto cualitativa como cuantitativa y brindar un panorama de los resultados obtenidos en cada categoría por lo que se anexan en el presente trabajo.

\* Ver Anexo

La interpretación de los resultados sistematizados anteriormente se llevo a cabo en dos momentos.

- En el primero, se fundamenta la interpretación con los elementos teóricos y el contexto curricular anteriormente desglosados

Es importante señalar que se identificaron ciertos elementos que rebasan el marco teórico estructurado en la presente investigación, por lo cual se les asignó una explicación posible a partir del criterio que brinda el contexto teórico. Con el fin de aclarar las estrategias observadas, se ejemplifica a través de un caso en concreto, el cual deberá ser consultado en las tablas de resultados que se encuentran en la parte de "Anexo"

- En el segundo, se hace referencia a los ejes principales observados en cada pregunta por ciclo

Así mismo para poder tener una visión de las trayectorias detectadas, con mayor frecuencia, se elaboraron cuadros sinópticos de estrategias ya sea por ciclo o por grado según convenga.



### **3.3.2. Interpretación cuantitativa**

Se considera imprescindible realizar un estudio de corte cuantitativo ya que éste brinda una importante información acerca del índice de aprobación y reprobación de acuerdo a los resultados obtenidos para identificar numérica y gráficamente las áreas de dificultad y avance en el conocimiento así como detectar los contrastes entre los conocimientos observados en los diferentes grados y ciclos, con respecto al contenido curricular establecido. Sin embargo si se considera únicamente el criterio de aprobación y reprobación se estaría dejando de lado el razonamiento por el cual el niño obtuvo la respuesta ya que éste determina la coherencia o incoherencia de la misma, de ahí la importancia que tiene, para el presente trabajo el estudio de tipo cualitativa.

**CAPÍTULO IV**  
**ESTUDIO CUANTITATIVO**

**4.1. INTRODUCCIÓN**

Para iniciar la presentación de los resultados, se considera fundamental señalar los enunciados de las preguntas aplicadas en cada uno de los grados así como los resultados correctos de acuerdo al contexto matemático

No.	ENUNCIADO	RESPUESTA	GRADO			
			3°	4°	5°	6°
1.	<p>Esta barra de plastilina va a ser repartida en partes iguales entre cinco niños</p> <p>¿Que fracción de plastilina le toca a cada niño?</p> <p>Explica como obtuviste la respuesta</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 150px; height: 15px; margin: 10px auto;"></div>	<p><math>1/5</math> ó equivalente</p> <p><math>1 \frac{6}{10}</math> cm ó equivalente</p>	X	X	X	X
2.	<p>Juan y Laura estaban jugando con estas canicas</p> <p>a) Juan ganó la tercera parte de estas canicas</p> <p>Encierra con una línea de color rojo las canicas que ganó Juan</p> <p>b) Laura ganó dos terceras partes de estas canicas</p> <p>Escribe cuántas canicas ganó Laura</p> <p>Explica como obtuviste la respuesta</p> <div style="text-align: center; margin: 10px auto;">  </div>	<p>a) 4 canicas</p> <p>b) 8 canicas</p>	X	X	X	X
3.	<p>¿Esta dividido este círculo en dos mitades?</p> <p>Respuesta _____</p> <p>¿Por que piensas esto?</p> <div style="text-align: center; margin: 10px auto;">  </div>	No	X	X	X	X

No.	ENUNCIADO	RESPUESTA	GRADO			
			3°	4°	5°	6°
4.	<p>Una cinta tiene 17 cm de largo y va a ser cortada en cuatro partes iguales Encierra en un círculo la respuesta que consideres correcta para la longitud de cada parte</p> <p>a) 4 cm con un sobrante de un pedazo b) 4 cm con un sobrante de 1 cm c) 4 <math>\frac{1}{4}</math> cm d) 4/17 cm</p> <p>Explica como obtuviste la respuesta</p>	c) 4 $\frac{1}{4}$ cm		X	X	X
5.	<p>¿Cuántos rayos de bicicleta de 10 <math>\frac{1}{2}</math> cm de largo pueden cortarse de un alambre de 40 cm de largo ?</p> <p>a)</p> <p>¿Cuánto alambre sobra?</p> <p>b)</p>	<p>a) 3</p> <p>b) 8 <math>\frac{1}{2}</math> ó 8 5 cm</p>		X	X	X
6.	<p>¿Cuántas piezas de madera de 1 <math>\frac{1}{4}</math> cm de longitud podemos obtener de una tabla de 8 <math>\frac{1}{2}</math> cm de longitud</p> <p>Respuesta</p> <p>Explica como obtuviste la respuesta</p>	7			X	X

## 4.2. TABLAS CUANTITATIVAS Y GRÁFICAS DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de la distribución de la población a través de un conteo y de su conversión en porcentaje de acuerdo a las categorías establecidas en la metodología (ver p. 56). Posteriormente, estos resultados se expresan de manera gráfica junto con el análisis correspondiente.

### • PREGUNTA No. 1

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
TERCER GRADO	13	0	9	13	35
CUARTO GRADO	17	0	12	5	34
QUINTO GRADO	10	1	16	6	33
SEXTO GRADO	10	6	10	12	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
TERCER GRADO	37 %	0 %	26 %	37 %	100 %
CUARTO GRADO	50 %	0 %	35 %	15 %	100 %
QUINTO GRADO	30 %	3 %	49 %	18 %	100 %
SEXTO GRADO	26 %	16 %	26 %	32 %	100 %

### • PREGUNTA No. 2

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	CAT 5	CAT 6	CAT 7	CAT 8	CAT 9	CAT 10	CAT 11	CAT 12	TOTAL
TERCER GRADO	2	0	26	7	-	-	-	-	-	-	-	-	35
CUARTO GRADO	7	0	19	8	-	-	-	-	-	-	-	-	34
QUINTO GRADO	16	5	2	8	3	1	-	-	-	-	-	-	33
SEXTO GRADO	20	1	4	3	-	-	4	1	1	2	1	1	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	CAT 5	CAT 6	CAT 7	CAT 8	CAT 9	CAT 10	CAT 11	CAT 12	TOTAL
TERCER GRADO	6 %	0 %	74 %	20 %	-	-	-	-	-	-	-	-	100 %
CUARTO GRADO	21 %	0 %	56 %	23 %	-	-	-	-	-	-	-	-	100 %
QUINTO GRADO	49 %	15 %	6 %	18 %	9 %	3 %	-	-	-	-	-	-	100 %
SEXTO GRADO	52 %	3 %	10 %	8 %	-	-	10 %	3 %	3 %	5 %	3 %	3 %	100 %

• PREGUNTA No. 3

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
TERCER GRADO	29	1	3	2	35
CUARTO GRADO	28	0	6	0	34
QUINTO GRADO	22	3	7	1	33
SEXTO GRADO	23	3	8	4	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
TERCER GRADO	83 %	3 %	8 %	6 %	100 %
CUARTO GRADO	82 %	0 %	18 %	0 %	100 %
QUINTO GRADO	67 %	9 %	21 %	3 %	100 %
SEXTO GRADO	61 %	8 %	21 %	10 %	100 %

• PREGUNTA No. 4

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
CUARTO GRADO	4	0	22	8	34
QUINTO GRADO	6	3	19	5	33
SEXTO GRADO	5	7	16	10	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
CUARTO GRADO	12 %	0 %	65 %	23 %	100 %
QUINTO GRADO	18 %	9 %	58 %	15 %	100 %
SEXTO GRADO	13 %	19 %	42 %	26 %	100 %

• PREGUNTA No. 5

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	CAT 5	CAT 6	CAT 9	CAT 10	CAT 13	CAT 14	CAT 15	TOTAL
CUARTO GRADO	4	0	12	14	1	-	-	-	3	-	-	34
QUINTO GRADO	4	4	4	10	2	2	3	-	2	2	-	33
SEXTO GRADO	4	9	5	4	3	1	1	8	-	-	3	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	CAT 5	CAT 6	CAT 9	CAT 10	CAT 13	CAT 14	CAT 15	TOTAL
CUARTO GRADO	12 %	0 %	35 %	41 %	3 %	-	-	-	9 %	-	-	100 %
QUINTO GRADO	12 %	12 %	12 %	31 %	6 %	6 %	9 %	-	6 %	6 %	-	100 %
SEXTO GRADO	10 %	24 %	13 %	10 %	8 %	3 %	3 %	21 %	-	-	8 %	100 %

• PREGUNTA No. 6

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
QUINTO GRADO	4	7	4	18	33
SEXTO GRADO	5	10	4	19	38

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	TOTAL
QUINTO GRADO	12 %	21 %	12 %	55 %	100 %
SEXTO GRADO	13 %	26 %	11 %	50 %	100 %



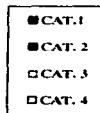
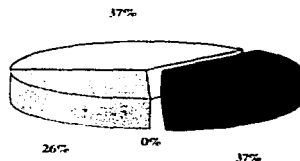
## PREGUNTA No. 1

### TERCERO DE PRIMARIA

De acuerdo a la gráfica, se puede observar que el índice de reprobación es del 63 % de la población, mientras que el de aprobación es del 37 %.

Los casos ubicados en categoría N.1, son importantes puesto que obtuvieron una respuesta correcta careciendo de la base escolar formal, y aquellos ubicados en la categoría No 3 no logran un resultado correcto, pero se denota la existencia de ciertos elementos que les permiten resolver el problema planteado.

Es importante señalar que este resultado obedece al tipo de pregunta ya que es no instruccional. Se considera que el porcentaje obtenido en la categoría N.1 es significativo ya que se espera un resultado menor debido a los contenidos manejados en el Programa Oficial de la SEP.

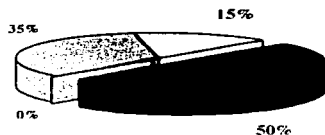


## PREGUNTA No. 1

### CUARTO GRADO DE PRIMARIA

De acuerdo a la gráfica, se puede observar que el índice de aprobación y reprobiación es el mismo, lo cual podría indicar que en el 50 % de la población, existe una comprensión y dominio del contenido.

Del 50 % restante, en el 35 % se identificaron elementos de un razonamiento coherente en la resolución del problema y constituyen líneas que pueden ser retomadas para la labor docente.

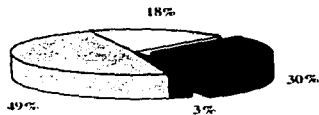


**PREGUNTA No. 1**  
**QUINTO GRADO DE PRIMARIA**

Sólo el 30 % de la población presentó un resultado aprobatorio.

Siendo que la pregunta es de seguimiento, se esperaba un mayor nivel de comprensión y dominio.

La mayor parte de la población se ubica en la categoría 3, lo cual indica que los contenidos no han sido comprendidos en el grado que se exige oficialmente.



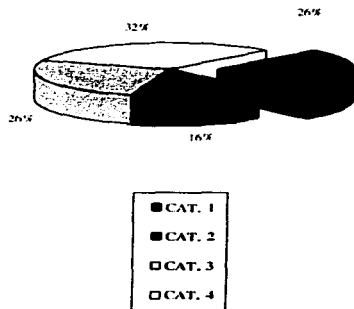
## PREGUNTA No. 1

### SEXTO GRADO DE PRIMARIA

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta pregunta, se puede observar que una minoría de la población obtuvo un resultado aprobatorio, detectándose una problemática muy significativa ya que este conocimiento debería de estar consolidado desde cuarto grado de primaria.

Sin embargo, pueden ser rescatables las estrategias utilizadas por el 26 % de la población de la categoría número tres para la interpretación cualitativa.

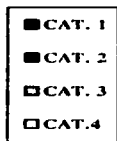
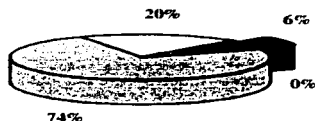
Un problema importante a considerar, es que la mayoría de la población se haya ubicado en la categoría No. 4, puesto que es evidente la carencia de elementos para la resolución del problema.



## PREGUNTA No. 2

### TERCER GRADO DE PRIMARIA

Una minoría de la población de tercer grado de primaria obtuvo resultados aprobatorios (6%). Este resultado remite a considerar la capacidad de los niños para aplicar conocimiento previos ante situaciones nuevas, recordando que esta pregunta es, para este grado, de tipo No Instruccional. Sin embargo se observó un gran intento de resolución del problema en las demás categorías, siendo la No. 3 la que concentra el mayor porcentaje, lo que indica que existen diversas estrategias utilizadas por los niños fundamentadas en sus conocimientos, en un intento por resolver problemas que involucren un conocimiento no contemplado en el Programa Oficial.



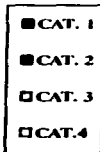
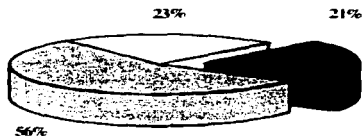
## PREGUNTA No. 2

### CUARTO DE PRIMARIA

Esta pregunta para cuarto grado de primaria es de tipo verificadora retomando los contenidos de los programas oficiales, por lo que se esperaba que los niños alcanzaran un mayor porcentaje de aciertos, sin embargo la mayoría de la población se ubicó en las categorías No. 2 y No. 4.

En la primera se puede rescatar que los niños aplican una gran cantidad de estrategias en un intento por resolver el problema, mismas que pueden considerarse en el replanteamiento del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Es importante destacar que hubo un mayor porcentaje en la categoría No. 4 que en la categoría No. 1, lo cual podría indicar que los niños no han logrado comprender y aplicar los conocimientos enseñados formalmente, relativos al contenido de esta pregunta, en el correspondiente grado escolar.

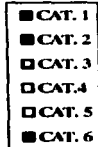
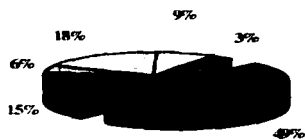


## PREGUNTA No. 2

### QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Considerando que la pregunta es de seguimiento, se puede observar que la comprensión y el dominio, referente al contenido de esta pregunta, no está todavía bien interiorizada, ya que poco menos del 50 % de la población fue capaz de resolver correctamente el problema planteado.

Se observa una problemática significativa puesto que en las categorías No. 2 y No. 4 se concentra la mayor parte de la población restante, esto significa que los niños no pueden aplicar sus conocimientos adquiridos durante su trayectoria escolar y/o justificar los procedimientos por los cuales obtuvieron la respuesta dada.

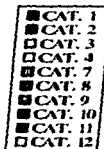
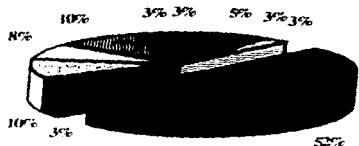


## PREGUNTA No.2

### SEXTO GRADO DE PRIMARIA

Aunque poco más de la mitad de la población de sexto grado obtuvo un resultado aprobatorio, se considera que éste es relativamente bajo, ya que el contenido de la pregunta corresponde, de acuerdo a los programas oficiales, a cuarto grado, por lo que los niños de sexto ya deberían de tener una mayor comprensión y dominio del contenido de la pregunta.

Recordando que, debido a la naturaleza de la pregunta (puesto que se demandan dos respuestas), se obtuvo una diversidad de categorías y estrategias.





### PREGUNTA No. 3

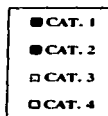
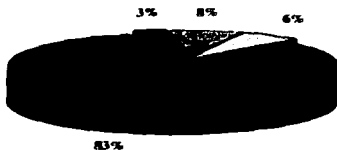
## TERCER GRADO DE PRIMARIA

Los resultados obtenidos en esta pregunta, fueron satisfactorios ya que la gran mayoría de los casos se ubicaron en la categoría No. 1.

Las causas de lo anterior posiblemente se deben a tres factores

- 1) El uso frecuente de este término en la vida cotidiana
- 2) La pregunta es verificadora
- 3) El acercamiento previo a este contenidos en los grados anteriores a este.

Sin embargo, no se debe de perder de vista que los casos ubicados en las demás categorías pueden constituir futuras problemáticas que obstaculicen la comprensión y el dominio de los contenidos subsiguientes.



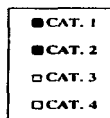
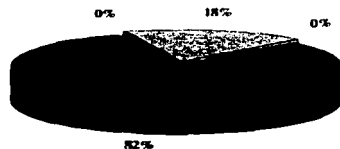
### PREGUNTA No. 3

### CUARTO GRADO DE PRIMARIA

La mayoría de la población se ubicó en la categoría No.1, lo cual indica que existe comprensión y dominio del contenido abordado en la pregunta.

Es importante señalar que los casos restantes se ubicaron en la categoría No.3, lo que denota un intento de aplicar coherentemente sus conocimientos para la resolución del problema.

Este resultado es muy satisfactorio puesto que no se ubicaron casos en la categoría No.4 lo cual significa que todos los niños de este grado poseen elementos correspondientes al contenido manejado en esta pregunta, que pueden permitir la construcción de conocimientos posteriores.

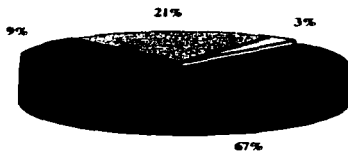


### PREGUNTA No. 3

## QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Aunque un poco más de la mitad de la población se encuentra ubicada en la categoría No. 1, este resultado no puede ser considerado satisfactorio ya que el contenido abordado en la pregunta corresponde a tercer grado de primaria y es básico para el desarrollo de la comprensión y dominio de los contenidos subsiguientes.

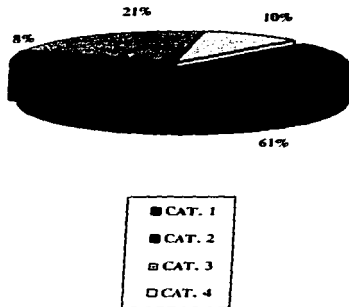
Sin embargo se observan elementos para un intento coherente de resolución, en los casos ubicados en la categoría No. 3 que representa el mayor porcentaje de los casos restantes. Pero no deja de ser preocupante el hecho de obtener estos resultados para esta pregunta.



- CAT. 1
- CAT. 2
- CAT. 3
- CAT. 4

**PREGUNTA No. 3**  
**SEXTO GRADO DE PRIMARIA**

Los resultados obtenidos en este grado, no son los esperados de acuerdo a los objetivos de los programas de matemáticas , ya que el contenido manejado en la pregunta, corresponde a tercer grado de primaria, y en sexto grado este concepto debe estar completamente comprendido puesto que desde años anteriores se introduce el manejo de contenidos más complejos.

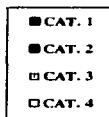
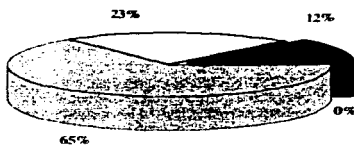


## PREGUNTA No. 4

### CUARTO GRADO DE PRIMARIA

Aunque un minoría de la población se ubico en la categoría N.1, este resultado podría considerarse satisfactorio puesto que el tipo de pregunta es No Instruccional y se observo el uso estrategias, retomadas de conocimientos previos, que permitieron llegar a una respuesta correcta.

De las categorías restantes, el más alto porcentaje se concentra en la No. 3, lo que revela un intento por resolver el problema a través la aplicación de diversos procedimientos que responde en gran medida a las experiencias individuales de aprendizaje (se observaron estrategias de resolución muy diversificadas)



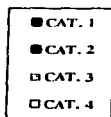
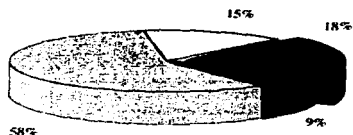
## PREGUNTA No. 4

### QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Aunque la pregunta es de tipo verificadora, se observa que el mayor porcentaje se encuentra concentrado en la Categoría No. 3, ésto podría significar que no se ha asimilado completamente el manejo del contenido planteado en la pregunta.

Una minoría de la población se ubicó en la categoría No. 1, demostrando comprensión y dominio ante el problema planteado.

De la población restante, la mayoría, se ubicó en la Categoría No. 4, lo cual indica, que existe una dificultad para la resolución de este problema que implica fracción mixta y/o para justificar coherentemente el procedimiento elegido.

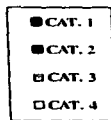
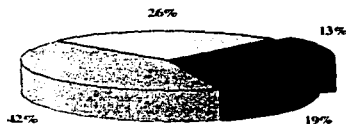


## PREGUNTA No. 4

### SEXTO GRADO DE PRIMARIA

La minoría de los casos se ubicó en la categoría No. 1, siendo que se esperaba un número mayor, ya que, para este grado, la pregunta es de tipo Seguimiento, pues en el año anterior se plantea en los programas oficiales, la introducción a las fracciones mixtas. Un porcentaje mayor a éste (19%), se ubicó en la categoría No. 2, lo cual podría dar indicios de una muy marcada mecanización de lo aprendido escolarmente. De la población total, el mayor porcentaje se ubicó en la Categoría No. 3, lo que devela el uso de diversas estrategias, en un intento de resolver el problema planteado. Esto se debe probablemente a que aún no hay una plena comprensión y un dominio adecuado, del contenido manejado en el problema.

Un porcentaje significativo (26%) se ubicó en la Categoría No. 4, lo que indica la carencia de elementos para la resolución coherente del problema.



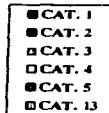
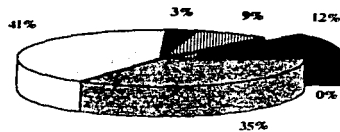
## PREGUNTA No. 5

### CUARTO GRADO DE PRIMARIA

Esta pregunta es de tipo No Instruccional para cuarto grado, por lo que los resultados obtenidos en la Categoría No. 1 son satisfactorios, pues develan la correcta aplicación de conocimientos adquiridos anteriormente, para la resolución de nuevas situaciones.

Aunque el mayor porcentaje de la población se ubica en la Categoría No. 4, ésto se debe al factor anteriormente señalado. Sin embargo, un porcentaje significativo (35%), utilizó estrategias referentes a conocimientos anteriormente adquiridos, en un intento de resolución ante el problema.

Debido a que la pregunta exige dos respuestas, el 9 % se ubicó en la Categoría No. 13, denotando una mayor posibilidad de obtener una respuesta correcta.





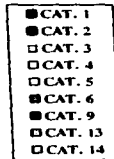
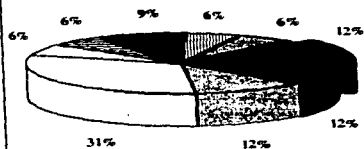
## PREGUNTA No. 5

### QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Debido a la naturaleza del problema, se clasificaron los resultados en diversas categorías.

Una minoría, se ubicó en la categoría No. 1 (12%), siendo que es en este grado, que se contempla el contenido de introducción a las fracciones mixtas, por lo que se puede considerar que aún no existe una plena comprensión y un adecuado dominio del mismo.

La mayoría de la población no logró obtener un resultado correcto y una justificación coherente de la resolución del problema, lo que devela la complejidad del uso de fracciones mixtas para los alumnos de este grado. Un porcentaje significativo (12%) se ubicó en la categoría No. 4, lo que implica una posible mecanización del contenido escolarmente aprendido.



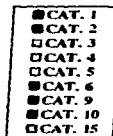
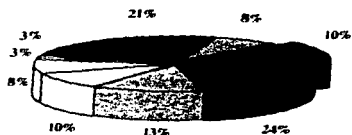
## PREGUNTA No. 5

### SEXTO GRADO DE PRIMARIA

La minoría de la población se ubicó en la categoría No. 1, siendo que es en quinto grado que se contempla la introducción de fracciones mixtas, por lo que se esperaba en sexto grado un resultado mayor al obtenido.

El mayor porcentaje, se ubicó en la Categoría No. 2, lo que podría significar una mecanización de lo escolarmente aprendido y/o una gran dificultad para expresar de forma escrita el razonamiento por el cual se obtuvo la respuesta.

La mayoría de la población, no presentó elementos que denotaran un intento coherente para la resolución del problema.



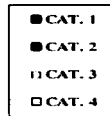
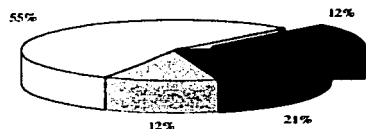
## PREGUNTA No. 6

### QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Esta pregunta es de tipo Verificadora, por lo que se considera que el resultado obtenido en la Categoría No. 1, es bajo. Se observó el mismo porcentaje en la categoría No. 3, lo que denota un intento por resolver de manera coherente el problema planteado.

Se observó un porcentaje significativo en la categoría No. 2, lo cual se interpreta como una posible mecanización de los contenidos escolarmente aprendidos y /o una dificultad para expresar de forma escrita el razonamiento por el cual se obtuvo la respuesta.

Más de la mitad de la población, se ubicó en la Categoría No. 4, lo cual es preocupante, puesto que no dan indicios de estrategias coherentes en la resolución del problema.



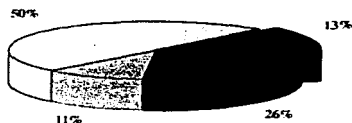
## PREGUNTA No. 6

### SEXTO GRADO DE PRIMARIA

El resultado obtenido en la categoría No. 1 es bajo y poco satisfactorio, considerando el grado del cual se trata y el tipo de pregunta (Seguimiento). Un porcentaje significativo (26%) se ubicó en la categoría no. 2, ello implica una posible mecanización o dificultad para expresar de forma escrita su razonamiento.

Una minoría, se ubicó en la categoría No. 3 (11%), por lo que se interpreta que fueron pocos los casos que mostraron un intento coherente en la resolución del problema.

Un elemento muy importante de considerar dentro del ámbito de la enseñanza y la investigación educativa, es el hecho de que la mitad de la población, se ubicó, en la categoría No. 4, es decir, que no presentaron elementos y estrategias coherentes de resolución ante el problema planteado.



## CAPÍTULO V ESTUDIO CUALITATIVO

En este capítulo, se presenta el análisis cualitativo de los resultados, retomando los lineamientos planteados en la metodología de la presente investigación. Es importante señalar que cada categoría es ejemplificada con un caso en particular. Cada uno de éstos se encuentran descritos en la sección de Anexo.

### PREGUNTA No. 1

#### RESULTADOS OBTENIDOS EN EL TERCER GRADO DE PRIMARIA

##### **Categoría No. 1 (respuesta correcta - razonamiento coherente):**

- Respuesta tipo " un quinto"

Este tipo de respuesta denota un nivel intuitivo del conocimiento matemático (Kieren, 1988) ya que no hace uso de la matemática formal

Dos casos se ubican en este tipo de respuesta.

En uno de ellos, se observa que se hace uso de la imaginación (Kieren, 1988), específicamente de la imagen física ("un entero" - barra de chocolate) y pictórica ("por medio de la división en mi mente").

La expresión "división" conlleva al reparto y a interpretar la fracción como cociente (Kieren, 1988).

Ejemplo:  $8 - 3$ .

Al igual que el anterior, este caso hace referencia al reparto centrándose en el conteo de las partes (Pothier y Sawada, 1989), ejemplo  $15-3$  "Vi que era cinco y a cada uno le tocaría un quinto "

Debido a que en el tercer grado no se contempla el estudio de la fracción "quintos", se considera que el niño está generalizando lo aprendido (concepto de medios) para poder responder a la pregunta, es decir se considera que al estar trabajando el contenido de medios y centrado en el conteo de partos, quintos significa 5, al igual que medios significan dos sin considerar la igualdad como condición

Ejemplo 15 - 3

- Respuesta tipo "un 1/5"

Sólo un caso contestó con esta respuesta, involucrando elementos pertenecientes al nivel formal puesto que utiliza la simbología matemática ( $1/5$ ) junto con un artículo indefinido (un) que implica un nivel intuitivo (Kieren, 1988), es decir, que al niño no le es suficiente la expresión fraccionaria para expresar su respuesta

Cabe señalar que en su justificación, se centra en el uso del número natural " que a cada niño le toque un 5 "

Ejemplo 5 - 3

- Respuesta tipo "1/5, un quinto "

De manera similar al anterior, dos niños recurren a dar su respuesta tanto de manera simbólica formal como intuitiva, esto probablemente se deba a que los niños tienen la intención de reafirmar la respuesta

- Respuesta tipo "1/5"

Siete casos utilizaron la simbología  $1/5$  para dar su respuesta

Aunque se denota el uso formal de la expresión fraccionaria, se considera, de acuerdo a las justificaciones dadas y por el grado en cuestión, que no existe una comprensión plena del concepto. Ejemplo de esto, es el caso 11 - 3 cuya justificación es "Vi cuantos niños eran y pensé qué fracción era la que tenía que poner" Aquí se observa que el dato determinante es "A cuántos hay que repartir" (5 niños -  $1/5$  a cada uno) sin considerar las condiciones de la fracción como la igualdad. Así mismo, la justificación se considera muy mecanizada al utilizar el término "tener que poner" y no se dan indicios de la plena comprensión de lo que significa  $1/5$

En otro caso, el niño plantea en su justificación la condición de igualdad de las partes y la relación parte-todo (Freudenthal, 1983), que si bien se encuentra en un contexto no instruccional, al generalizar correctamente lo aprendido (medios) es capaz de dar una respuesta correcta.

Ejemplo: 12 - 3

Existen dos casos en los que se hace explícito el reparto "  $1/5$  a cada niño", centrándose en la parte y no en la relación parte - todo ( $1/5$  de la barra).

Ejemplo: 25 - 3

En algunos casos ubicados en esta categoría, se observó que se hizo uso de la barra representada gráficamente para apoyar o verificar el resultado dado. (Pianchart, 1984).  
Ejemplo 1- 3

### **Categoría No. 3 (respuesta incorrecta - razonamiento coherente):**

Una característica general es que la mayoría de los niños utilizó diagramas para obtener su respuesta (Hart, 1977).

- Respuesta tipo: "2" , " a 9 barra", "1 entero".

Estas respuestas se centran en un número entero con diferentes denominaciones.

En el caso de respuesta "2" (1- 3) , el niño divide el todo en 10 partes, por lo que otorga a cada niño dos partes; en el caso " a 9 barra", mide con la regla el largo de la barra representada gráficamente, y cuenta las marcas (hechas en cada cm ) partiendo del cero. Aunque se considera que implícitamente le tocaría un cm. a cada niño, se centra en el todo (barra completa).

La respuesta "1 entero" (30 - 3) se deriva de la partición de la barra a través de cinco líneas. Se observó que existe en los niños, la tendencia a no relacionar el número de cortes con el número de partes, es decir, si se demanda cinco partes iguales, marcan cinco líneas, obteniendo seis partes.

No considera la relación parte - todo (Freudenthal) puesto que a cada parte la considera como un entero independiente.

- Respuesta tipo: "5/5"; "5 partes"; "en quintos".

Estas respuestas se centran en el todo (Freudenthal, 1983) utilizando expresiones fraccionarias.

De acuerdo a las justificaciones dadas, se considera que los niños sólo toman en cuenta la partición de acuerdo al número de niños entre los que hay que repartir pero no toman en cuenta la fracción que le tocaría a cada niño

- Respuesta tipo: Una parte, cinco partes.

En dos casos se observa que los niños utilizan lenguaje etnomatemático (Kieren, 1988) debido a que no logra interpretar con una expresión fraccionaria la parte que asignan para cada niño.

En el primer caso, el niño retoma el concepto de igualdad en su justificación, ésto da indicios de que generaliza lo aprendido en otras fracciones, como medios por ejemplo. Ejemplo 7-3

En otro caso, se centra en el todo (Freudenthal, 1983) pues hace referencia a la barra partida en cinco partes. Ejemplo 23-3.

- Respuesta tipo: 1. 50 (33 - 3).

En este caso, el niño recurrió a la medición de la barra representada gráficamente, estimando la longitud de cada parte, determinando que corresponde a 1.50 cm. (la longitud correcta sería 1.6 cm.). Se observa la preferencia de dar una respuesta en número decimal, debido probablemente a la dificultad del uso de números fraccionarios.



## RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CUARTO GRADO DE PRIMARIA

### • Categoría No. 1 Respuesta correcta - razonamiento coherente

Las respuestas de esta categoría pueden agruparse en tres tipos:

- a) Respuesta: Un quinto
- b) Respuesta:  $1/5$
- c) Respuesta:  $1/5$  un quinto

Cabe señalar que la mayoría de estos casos, se considera que interpretan la fracción como fracturador (Freudenthal, 1983) ya que recurren al término "dividí la plastilina" y al reparto.

Sólo algunos casos hicieron mención de la igualdad como condición de la fracción.

- a) Respuesta tipo un quinto

Se considera que esta respuesta corresponde a un nivel intuitivo (Kieren, 1988) debido al lenguaje utilizado es decir no utilizan la simbología matemática formal.

Ejemplo 1 - 4. el niño toma en cuenta la condición de la igualdad y el uso de la estimación visual (Pothier y Sawada, 1989)

- b) Respuesta tipo  $1/5$ ,  $2/10$

Esta respuesta es considerada dentro del plano de pensamiento (TS), sin embargo esto no se puede afirmar ya que existen elementos dentro de las justificaciones que evidencian una comprensión incompleta del concepto

Ejemplo 8 - 4 "Primero dibuje a los niños" Aquí claramente se observa que el niño tiene la necesidad de un contexto concreto para la resolución del problema.

- Algunos casos se centran en el conteo de las partes (Pothier y Sawada, 1984).

Ejemplo 9 - 4 "...vi que eran cinco niños, la dividí en cinco partes..."

- En el caso de respuesta tipo  $1/5$  de plastilina, se observa la connotación descriptiva en el lenguaje cotidiano de las fracciones, así como una relación parte-todo (Freudenthal, 1983).

Ejemplo 12-4.

- En algunos casos, se hace referencia al reparto considerando la relación parte-todo.  
Ejemplo 22 - 4 "Porque si se va a repartir entre 5 . le toca 1/5 a cada niño..."

- Sólo un caso recurre a la suma de quebrados para apoyar su respuesta  
Ejemplo 28 - 4.

- En un caso se observó el uso de la estimación visual para lograr la igualdad (Pothier y Sawada, 1984) y el uso del diagrama para resolver el problema (Hart, 1977)  
Ejemplo: 19 - 4.

- En la respuesta 2/10 el niño recurre a la división de la barra en 10 partes, se considera que ésto se debe a que el niño recurre a un número divisible entre 5, centrándose en el conteo de las partes. Aunque la respuesta está dada en lenguaje formal su justificación contiene elementos correspondientes a lenguaje del nivel etnomatemático " diez cachitos"  
Caso 32 - 4

c) Respuesta tipo 1/5, un quinto

Se centra en el número de partes y en la partición del todo. En esta respuesta se detecta la no consideración de la representación simbólica como suficiente para dar su respuesta, pues necesita reafirmarla  
Ejemplo: 2-4.

### • Categoría No. 3 respuesta incorrecta - razonamiento coherente

Las respuestas de esta categoría se ubican en tres tipos.

- a) Respuesta tipo etnomatemática (Kieren, 1988).
- b) Respuesta tipo fracción propia, impropia o mixta.
- c) Respuesta utilizando números decimales.

a) Respuesta tipo etnomatemática.

Se detectaron sólo dos casos en los cuales el lenguaje utilizado se ubica en el nivel etnomatemático. Ejemplo 16 - 4 " Una parte a cada quien " " Porque vi que la barra era grande y se puede repartir entre cinco". Ejemplo 18 - 4 "Una fracción de plastilina".

**b) Respuesta en fracción.**

**- Respuesta tipo fracción propia: un medio**

Sólo en el caso 5 - 4 el niño no hace uso de la simbología para dar su respuesta, lo que evidencia que se encuentra en un nivel intuitivo  
Considera "un medio" como cualquier tipo de partición (Hunting y Sharpley, 1985) pues divide el todo en cinco partes aparentemente iguales y a cada parte le llama "medio"  
Es importante señalar que se observa una centración en el modelo pastel (Ávila y Mancera 1989) ya que dibuja un círculo dividido en cinco partes iguales, sin considerar el diagrama representado, observándose así que la figura representada no es la requerida (Figueras, Filloy y Valdemoros, 1987)

**- Respuesta tipo 5/5**

Sólo un caso presentó este tipo de respuesta En este caso se denota una centramiento en el todo (Freudenthal, 1983).  
Ejemplo 20 - 4

**- Respuesta tipo 1/4**

Dos niños recurren a esta respuesta El primero de ellos 24 - 4 realiza correctamente una partición en quintos y al quererlo traducir al lenguaje fraccionario pone  $1/4$  en lugar de  $1/5$ , probablemente ésto se deba a la familiaridad del término  
En el caso 25 - 4, a partir de la medición de la barra representada gráficamente (8 cm ), se centra en la longitud media (4 cm ) y lo trata de interpretar en lenguaje fraccionario ( $1/4$ ) Ésto puede interpretarse como un acceso a la noción de fracción como "parte de partes "

**- Respuesta en fracción mixta 1 1/5, 1 5/3**

En el caso 14 - 4 el niño realiza una estimación basada en la medición para determinar una medida arbitraria para cada parte. Hace uso de la representación para apoyar su afirmación (Planchart, 1984) No toma en cuenta la exhaustividad del todo "... y me sobró".

En la respuesta sustituye el artículo indefinido "un" por el número "1", pero al realizar ésto, matemáticamente corresponde a una fracción mixta Ésto se puede justificar ya que el niño, de acuerdo a los Programas Oficiales, no tiene conocimiento de las fracciones mixtas.

El caso 21 - 4 el niño mide la barra representada gráficamente y la divide en 8 partes iguales de 1 cm cada uno y cada niño le otorga una parte (1 cm.) por lo que le sobran tres cm (tres partes), para poder dar una respuesta en fracción como lo demanda el problema, el niño interpreta una parte como un entero y el sobrante como  $\frac{5}{3}$  es decir 5 niños y tres cm (partes) que sobraron. Esto puede considerarse como una tendencia a manejar dos números enteros no relacionados, de manera independiente.

c) Respuesta utilizando número decimal

En estos casos se observa que los niños tienen una preferencia en dar una respuesta en número decimal en lugar de una fracción.

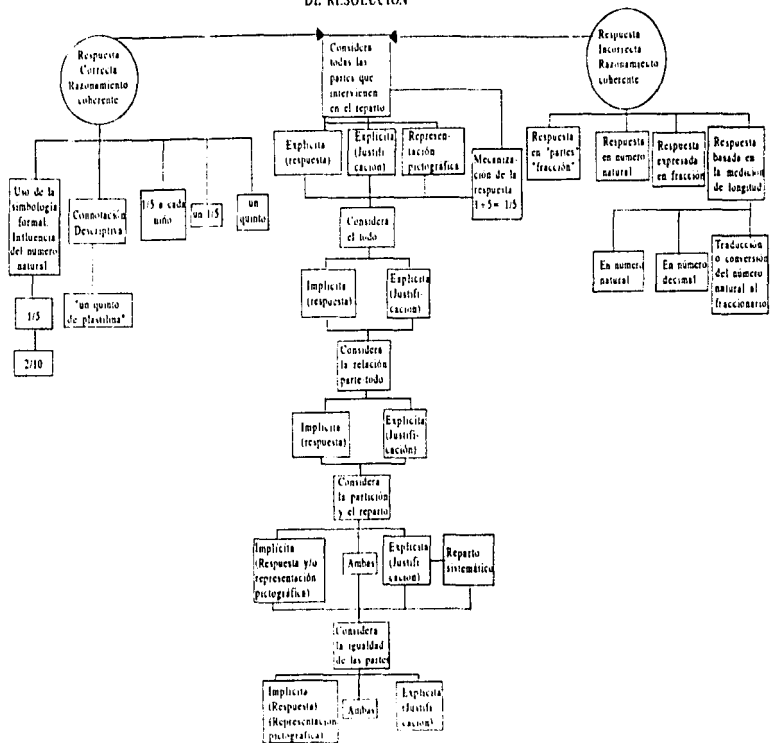
- Respuesta tipo 1 3

El caso 4 - 4 obtiene esta respuesta a partir de la estimación de los cortes que realiza en la barra (cinco partes). Los cortes no son iguales, y para dar la respuesta mide solo la longitud de la primera parte obteniendo 1 3 cm. Por lo que implícitamente no considera la igualdad como condición de la fracción, generalizando lo que mide el primer segmento trazado por el niño en la barra.

- Respuesta tipo 1 6, 1 7

En el caso 6 - 4 y 11 - 4, los niños hacen uso de la medición de la barra presentada y divide ésta en cinco partes iguales, determinando que cada parte mide 1 6 cm. Sólo el niño 6 - 4 hace uso de un proceso de verificación, sumando cinco veces 1 6. En el caso 13 - 4 el niño utiliza el mismo procedimiento, solo se equivoca en la medición de la barra ( 8 5 cm ), por lo que cada parte de acuerdo a este dato, mide 1 7 cm.

PREGUNTA No. 1  
 TERCER Y CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
 (SEGUNDO CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA

**- Categoría No. 1 - respuesta correcta - razonamiento coherente**

- Respuesta tipo  $1/5$  - y  $1/5$  de la barra - una quinta parte

Se observaron diferentes razonamientos.

- a) Consideración de la relación parte - todo (Freudenthal, 1983) fortalecida en el núcleo de la enseñanza. Ejemplo 6 - 5 "cada parte es 1 de 5".
- b) Uso del reparto justificación. Ejemplo 8 - 5 "Separé la goma en cinco partes".
- c) Uso del término "dividi" como sinónimo de partir lo que conlleva a una interpretación de la fracción como fracturador.
- d) En cuanto se refiere a la igualdad se observa que
- Sólo se hizo de manera explícita en dos casos en quinto grado. Ejemplo 20 - 5 "dividi en partes iguales".
  - En algunas ocasiones se hizo presente en la representación pictográfica, en estos casos se utiliza el diagrama como medio para apoyar o verificar la respuesta dada (Pianchar, 1984).  
Ejemplo 34 - 6
  - Uso de la estimación visual para determinar la igualdad de las partes (Pothier y Sawada, 1989).  
Ejemplo 9 - 5.
  - Uso de la medición para determinar con exactitud la longitud de cada parte (Pothier y Sawada, 1989).  
Ejemplo 12 - 6.

e) En las respuesta de tipo "1/5 de barra" se hace referencia al uso de la connotación descriptiva del lenguaje cotidiano (Freudenthal, 1983).

f) El reparto sólo se hizo presente en algunos casos.

Ejemplo 13 - 5: "... como son 5 niños le toca a cada uno una parte de plastilina".

g) En varios se considera que exista una mecanización de lo aprendido escolarmente ya que las justificaciones dadas no dan cuenta de una comprensión del concepto.

Ejemplo 11 - 6: "... y de lo que ya he aprendido".

h) Sólo un caso en cada grado se centra en el conteo de las partes para dar su respuesta

Ejemplo 29 - 5 "Porque son cinco niños", 16 - 6 "Si se divide entre cinco niños... es fácil un quinto".

i) En sexto grado, se presentaron dos casos, en los cuales se usa la expresión escrita y no numérica, lo que pudiera ser una respuesta más apegada al lenguaje intuitivo.

Ejemplo 6 - 6

• **Categoría No. 3 - respuesta incorrecta - razonamiento coherente.**

De acuerdo a los resultados obtenidos, se observan tres grandes agrupaciones:

a) Resultados expresados en fracción.

b) Resultados expresados en número decimal.

c) Resultado dado con residuo

a) Resultados expresados en fracción.

- Respuesta tipo: Fracción propia  $1/3$ ,  $1/6$ .

En tres casos en los que se dio la respuesta tipo  $1/3$ , se observó que se hizo uso del diagrama para obtener la respuesta, midiendo la barra y haciendo una división de la longitud entre las partes (aunque en el caso del niño 10 - 5 en justificación puso 5 entre 8, en la operación por escrito realizó 8 entre 5). En estos casos los niños consideran a la fracción como cociente pues es el resultado de una división.

De la división los niños obtuvieron un resultado de 1 entero con un residuo de 3, realizando una incorrecta interpretación de estos datos, formulando una fracción lo que denota que consideran a ésta como dos números enteros no relacionados (Planchar, 1984) ya que toman el resultado como numerador y el residuo como denominador

En un caso de quinto y otro de sexto grado, se observó que los niños recurren a la medición de la barra de plastilina y realizan una división de la longitud entre el número de partes, lo que les da un resultado de 16 sin residuo. Este resultado es considerado como  $1/6$ , es decir sólo transforman el entero (1) como numerador y el decimal (6) como denominador. Aquí se observa la fuerte tendencia de dar un resultado correcto. En el caso 25 - 5, la única variante consiste en que el niño considera 16 cm. de la siguiente manera:

- 1 cm. igual a 1 entero
- 6 mm. es igual a  $1/6$

- Respuesta tipo Fracción mixta  $1 \frac{3}{5}$ ,  $1 \frac{6}{10}$ ,  $1 \frac{1}{2}$ ,  $1 \frac{4}{5}$ ,  $1 \frac{6}{8}$

(Aunque estas respuestas son correctas, como se mencionó en un principio se consideran incorrectas ya que no van acompañadas de la unidad de medida "cm.") En estos casos, se recurrió al uso de la medición, por lo que el diagrama fue utilizado como medio para obtener la respuesta. Después se realizó una división del todo entre las partes (Fracción como cociente). Los niños realizan correctamente la conversión de estos resultados a la expresión fraccionaria.

Cabe señalar que en el caso 26 - 5, el niño dejó el resultado con residuo, considerando el resultado como entero, el residuo como numerador y el divisor como denominador. En el caso 7 - 6 el niño realizó una división, sin residuo convirtiendo el número decimal a fracción mixta (entero con fracción decimal).

En el caso cuya respuesta fue  $1 \frac{1}{2}$ , el niño determinó a través del proceso de estimación visual que la medida de cada parte era de 1.5 convirtiendo correctamente este número decimal a fraccionario, por lo que tiene interiorizado que en ciertos contextos numéricos 5 equivale a  $\frac{1}{2}$ . Consideración estereotipada y muy marcada por las tradiciones de la enseñanza sobre  $\frac{1}{2}$  la conversión de los términos fraccionarios a decimales.



En el caso 2 - 5, se observó claramente la influencia del contenido curricular. El niño utilizó un conocimiento ya adquirido en el área de medición para resolver este problema y se denota la importancia del desarrollo de las experiencias de aprendizaje que permiten al individuo vincular conocimientos que han adquirido (Kieren 1988)

Se considera que existe esta influencia ya que en Quinto Grado se contemplan (en el área de medición) los siguientes contenidos

a) Resolución de problemas que implican el cálculo del área de polígonos, trapecios, y romboides por descomposición en cuadrados, triángulos y rectángulos

b) Planteamiento y resolución de problemas que implican el cálculo de área

Retomando lo anterior, el niño realizó lo siguiente

- De acuerdo a su justificación parece conocer la fórmula correspondiente al área del rectángulo pero al calcularla considera en su operación dos veces el largo de la barra ( $8 \times 8$ ) en lugar de tomar el largo y el ancho ( $8 \times 1$ ) tal vez se debe a que ante una multiplicación el resultado tiende a aumentar, y el niño al ver el mismo número (8), decide cambiar las cantidades, por lo que le da un resultado de 64

- Esta cantidad la divide entre el número de partes (5), dando como resultado 12 con un residuo de 4

- Para interpretar este resultado como número fraccionario considera correctamente el cociente como entero, el residuo como numerador y el divisor como denominador ( $12 \frac{4}{5}$ )

La respuesta  $1 \frac{6}{8}$  es considerada por el niño como una relación parte - todo. A partir del uso de la medición (de la barra representada gráficamente) y la división (del todo entre las partes) obtiene un resultado decimal (1.6) que al querer dar una respuesta en fracción pone este como numerador y el dividendo como denominador

Esto denota claramente que el niño concibe a la fracción como dos números aislados y tiene un concepción muy pobre de lo que significa un número fraccionario.

b) Resultado en número decimal

Se observa en los siguientes casos

- Una preferencia por dar el resultado en número decimal en lugar de un número fraccionario

- Que la barra gráficamente, constituye un medio para la obtención del resultado. Por lo que se divide la longitud del todo entre el número de partes (Fracción como cociente) Cabe señalar que en la mayoría de los casos, se observa el fenómeno de fracción como fracturador ya que trazan líneas de corte en la barra.

Se distinguen dos tipos "1.6" y "1.5" la variante de éstas es, que en la primera se realiza una división de la longitud del todo entre el número de partes, obteniendo un resultado decimal sin residuo, y en la segunda, se recurre a la medición acompañada de la estimación visual para determinar la igualdad de las partes (Pothier y Sawada, 1989).

c) Respuesta con residuo tipo: 1 sobran 3

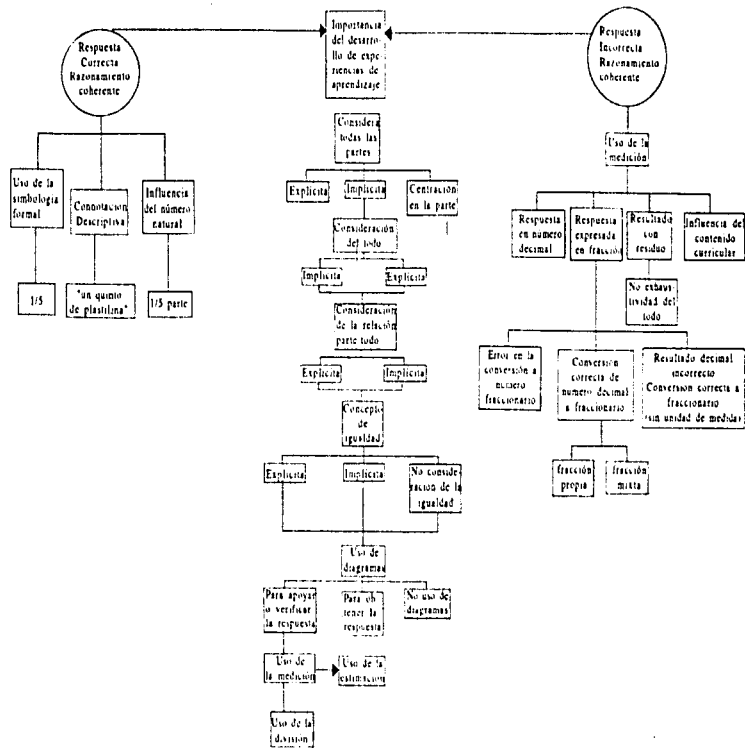
Sólo un caso (24 - 5) recurrió a esta respuesta. En ella se observa de acuerdo a Kathleen Hart (1977) que existe cierta insistencia en dar un resultado con residuo, en lugar de una respuesta en fracción.

En este caso el niño hace uso de la medición de la barra, dividiendo la longitud de ésta entre el número de partes, obteniendo un resultado de 1 con residuo de 3.

Lo que conlleva a una no exhaustividad del todo.

Ejemplo 8 - 5.

PREGUNTA No. 1  
 QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



## **PREGUNTA No. 2**

### **RESULTADOS OBTENIDOS EN EL TERCIER GRADO DE PRIMARIA**

#### **Categoría No. 1 (Respuesta correcta - razonamiento coherente).**

Respuesta tipo

- a) 4
- b) 8

Sólo se presentaron dos casos en esta categoría. En el primer caso, el niño se apoya en la relación parte-todo y la igualdad conformando conjuntos de cuatro canicas.

Ejemplo 4-3.

En el segundo caso, se registra el componente de la fracción como cociente, pues el niño realiza una división "...12 entre 3 y así saqué la respuesta."

Ejemplo 5-3.

#### **Categoría No. 3 (Respuesta incorrecta-razonamiento coherente).**

Respuesta tipo:

- a) 3
- b) 6

- En algunos casos, los niños utilizaron una razón influenciado (Freudenthal, 1983) por la centración en el número natural o el centramiento sobre el cardinal (Soto, 1993), asignando para la primer pregunta la cantidad de 3 canicas y para la segunda pregunta 6 canicas.

Ejemplo: 35 - 3.

En el caso 1-3 se hace explícita la necesidad del diagrama para obtener la respuesta.

**Respuesta tipo:**

**Asignación de cantidades arbitrarias**

- En algunos casos, los niños asignan una cantidad arbitraria para la primer pregunta, menor a la cantidad que asigna para la segunda, considerando la exhaustividad del todo y el sobrante al asignar la primer cantidad.

Ejemplo: 8-3.

- En otros no consideran el todo, asignan las cantidades arbitrarias sin considerar la exhaustividad del todo.

Ejemplo: 3-3.

Respuesta tipo:

a) 3

b) 3

- En algunos casos, utilizan una división del todo (12) entre 3 (de tercio) pues existe una centración en el número natural (Hunting, 1986) utiliza el diagrama para resolver el problema (Hart, 1987) pues se registran marcas de conteo (Guía para el Maestro, SEP, 1992)

El hecho de que se utilice una división, expresa el uso de la fracción como cociente (Freudenthal, 1983, Kieren, 1988)

Ejemplo: 28-3.

Respuesta tipo

a) 6

b) 6

En la mayoría de los casos se considera la partición en medios, apoyada en la exhaustividad del todo y la igualdad de las partes. Esto puede deberse, por una parte, a la influencia del contenido curricular de tercer grado, o a la importancia de las experiencias de aprendizaje (Kieren, 1988) y por otra parte, que en tanto se consideran dos instancias para repartir (Juan y Laura) consideran la partición en medios (Soto, 1993).

Ejemplo: 15-3.

En algunos casos se observó la tendencia a realizar subgrupos de 3, probablemente ante la demanda de "dos terceras partes" en donde "terceras partes se traduce a 3"  
Ejemplo: 6-3.

RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CUARTO GRADO DE PRIMARIA

**Categoría No. 1 (Respuesta correcta-razonamiento coherente).**

Respuesta tipo:

- a) 4
- b) 8

Las respuestas de esta categoría, se apoyan en razonamientos diferentes.

- En algunos casos, se observa la fracción como cociente (Freudenthal, 1983; Kieren, 1988) debido a que realizan una división del todo (12) entre 3 (de tercios) influenciado por la centración en el número natural.

Ejemplo: 6-4.

- En un caso, a partir de la relación parte - todo y la igualdad implícita pues divide al conjunto en tercios y a partir de este reparto obtiene las respuestas.

Ejemplo: 9-4.

Se observó también la interpretación de la fracción como cociente (Kieren, 1988).

Ejemplo: 12-4.

**Categoría No. 3 (Respuesta incorrecta-razonamiento coherente).**

En esta categoría, se observaron diferentes formas de razonamiento:

Respuesta tipo:

- a) 3
- b) 6

Como en tercer grado, algunos niños de cuarto grado, utilizan la razón centrados en el número natural o en la cardinalidad de la parte, asignando el numerador a la cardinalidad de la parte y relegando u omitiendo el denominador (Figueras, 1988) considerando así, "un tercio" como tres, y resuelven la segunda pregunta, es decir seis.

Ejemplo: 26-4.

Respuesta tipo:

- a) 6
- b) 6

Sólo un caso se ubicó en esta categoría, y se debe a que el niño concibe a la fracción como una equipartición ("medios"). Se hace referencia a dos instancias para y consideran a la partición en medios (Soto, 1993).

Ejemplo: 27-4.

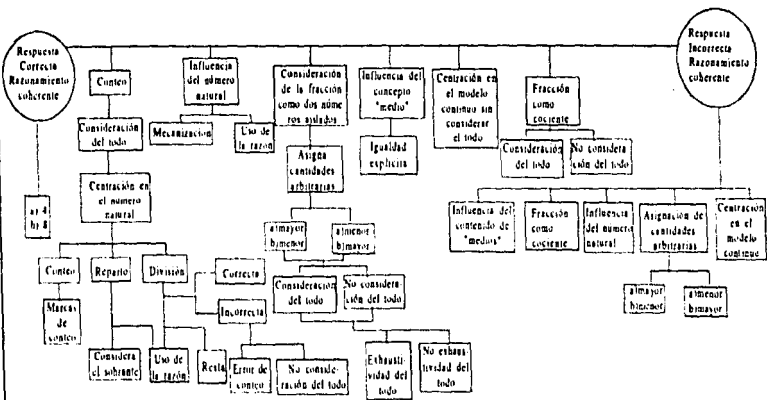
- Respuesta tipo

- a) 1
- b) 2

Sólo se registró un caso, en él se observa la connotación descriptiva de la fracción en el lenguaje cotidiano (Freudenthal).

Ejemplo: 30-4.

PREGUNTA No. 2  
 TERCER Y CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
 (SEGUNDO CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN





## **RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO GRADO DE PRIMARIA**

### **- Categoría No. 1 respuesta correcta - razonamiento coherente**

Como se ha señalado anteriormente en esta categoría se ubican todos aquellos casos cuya respuesta dada fue a) 4 b) 8

Las justificaciones dadas de la obtención de este resultado se pueden dividir en 5 grandes grupos

- a) Aquellas que hacen mención del procedimiento de una división, es decir hacen una interpretación de la fracción como cociente
- b) Aquellas en las que se señala que se obtuvo el resultado de una multiplicación
- c) Aquellas que hacen referencia a la división y a la multiplicación
- d) Aquellas que hacen referencia a la relación parte - todo
- e) Aquellas que contienen palabras que dan cuenta de una mecanización

a)

Aquellas justificaciones que hacen mención del procedimiento con una división del todo entre una parte (12 entre 3). En estos casos se considera que toman a la fracción como cociente (Freudenthal 1983, Kieren 1988).

De los resultados clasificados en este grupo se pudieron observar los siguientes aspectos ( los cuales se dividen dividir a su vez en subgrupos)

1)

Consideran sólo una parte en la justificación (respuesta a) por lo que no se sabe con certeza como se obtuvo la respuesta b), probablemente sólo consideran de fundamental importancia señalar como obtuvieron el primer resultado ya que a partir de este obtuvieron la respuesta para b) Ejemplo 31 - 5.

Se observaron marcas de conteo (puntos dentro de las canicas representadas gráficamente). Se considera que el niño recurrió a este principio de correspondencia para "etiquetar" (con un punto) cada canica y así asegurarse de no contar dos veces el mismo elemento ni dejar de contar alguno (SEP, 1992).

Ejemplo 9 - 5.

2)

- Consideración de las partes en la justificación.

- Asignan a b) las canicas sobrantes, de acuerdo a este tipo de respuesta se considera que estos casos se puede ubicar claramente en el nivel de conocimiento etno- intuitivo (Kieren 1983).

Ejemplo caso 12- 5 (En sólo este caso de este subgrupo se observaron marcas de conteo, lo que puede considerarse que responde al principio de correspondencia (SEP 1992).

En el caso 18 - 5, el niño realizó dos procedimientos para obtener la respuesta de b), dividió 12 entre 3 y el resultado lo multiplicó 2 veces y señala que también se podía proceder al conteo de las canicas sobrantes para obtener la respuesta. Para ambas respuestas, se hace consideración de la relación parte - todo (Freudenthal, 1983) considerando que para la respuesta b) se realizó la división y la multiplicación.

3)

La diferencia de los casos ubicados en el subgrupo anterior con el siguiente caso, es que se recurrió a la verificación de los resultados. El niño 19 - 5 contó las canicas sobrantes pero verificó a través de una división de fracciones que el resultado de su conteo haya sido el correcto.

Se considera que en este caso, se tienen elementos que podrían acercarse al nivel ITS (Intuitivo y técnico simbólico) ya que en primera instancia realizó un conteo de lo que "sobraba" y después hizo uso de los números fraccionarios para verificar su resultado. Sin embargo se observó que existe la dificultad al hacer uso de las divisiones y las multiplicaciones con fracciones, ya que en este caso el niño marcó una división y sin embargo realizó una multiplicación obteniendo un resultado correcto (de acuerdo al problema y a las cantidades marcadas por el niño, la correcta operación era la multiplicación, si se hubiese realizado una división con los números marcados, esta operación está incorrecta ya que los datos del enunciado estarían incorrectamente traducido para llevar a cabo una división de fracciones y obtener el resultado correcto).

4. En el caso 25 - 5 el niño realizó una división del todo entre la parte para obtener su primera respuesta. Para la respuesta b) se considera que hace uso de la razón, es decir, si para una tercera parte obtuvo 4, entonces dos terceras partes son 8 (el doble de una tercera parte). Por lo tanto, la relación parte - todo se considera de manera implícita en la obtención de las respuestas a) y b)

b) Justificaciones que hacen referencia a la relación parte - todo explícita

En dos casos (1 - 5 y 14 - 5) se observó que existen marcas de conteo, por lo que se considera que hace uso del principio de correspondencia (SEP, 1993)

La diferencia principal entre estos casos y los anteriores, es que en la justificación señalan la relación parte - todo de manera explícita. "Porque una tercera parte de 12 son 4" (1 - 5)

c) Aquellas justificaciones en las que se señala que se obtuvo el resultado de una multiplicación

Tres casos obtuvieron la respuesta de a) a través de una multiplicación. Determinaron correctamente la operación a utilizar e hicieron uso correcto de los datos del enunciado, es decir hacen un uso formal de la simbología.

Ejemplos 7 - 5, 15 - 5, 28 - 5

Sin embargo se observó cierta diferencia para la obtención de la respuesta de b)

En el caso 15 - 5 asignó a b) la cantidad restante de canicas, por lo que de acuerdo a su respuesta en a) y la dada para b), se podría ubicar en un nivel etno-intuitivo (Kieren, 1988).

En los otros dos casos se obtuvo tanto a) y b) de una multiplicación, por lo tanto se considera que existen mayores elementos que corresponde a un nivel TS (Kieren, 1988) ya que se hizo un uso formal de la simbología. Por lo que se puede clasificar en la categoría ITS.

La consideración de la relación parte todo se hizo explícita en las operaciones.

Ejemplo 28 - 5

d) Aquellas justificaciones que hacen referencia a una división (números naturales) y/o multiplicación (números fraccionarios)

En estos casos se observó que existen marcas de conteo, más claramente marcadas en los casos 17 - 5 y 27 - 5, se considera que se relaciona con el uso del principio de correspondencia (SEP, 1992)

Ejemplos 10 - 5, 17 - 5 y 27 - 5

- Para la respuesta a) el caso 10 - 5 hace la división del todo entre tres, es decir toma la fracción como cociente (Freudenthal, 1983, Kieren, 1988) Es importante señalar que en su justificación menciona que dividió 3 entre 12, pero realizó por escrito la división de 12 entre 3. Se considera que esto se debe a que lee la operación de izquierda a derecha en vez de ser lo contrario.

En el caso 27 - 5 no se señala, ni en la justificación ni en operación, el cómo se obtuvo el primer resultado.

En el caso 17 - 5 se realizó por escrito una multiplicación de fracciones para la obtención de a)

- Para la obtención de la respuesta b), los casos 10 - 5 y 27 - 5 realizaron una multiplicación de números fraccionarios, lo que denota un uso formal de la simbología. El caso 17 - 5 no hace mención del cómo se obtuvo esta respuesta.

e) Existen justificaciones que contienen palabras que dan cuenta de una posible mecanización.

Por ejemplo " Porque sé que  $1/3$  de 12 son 4" caso 14 - 5

- Categoría No. 5:**
  - a) respuesta correcta - razonamiento coherente**
  - b) respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Sólo tres casos se ubicaron en esta categoría

El caso 4 - 5 realizó correctamente una multiplicación de fracciones tanto para a) ( $12/1 \times 1/3$ ), como para la respuesta b) ( $12/1 \times 2/3$ ) sin embargo se equivocó al simplificar este último resultado, es decir, el niño maneja ambos resultados en fracción impropia, para simplificarlos, dividió el numerador entre el denominador. Para la respuesta a) obtuvo 4 y para la respuesta b) escribió 7 en lugar de 8.

Para obtener ambos resultados, el niño consideró la relación parte - todo

Se considera que existen elementos que se acercan al nivel TS (Kieren, 1983) ya que contiene un uso formal de la simbología.

El caso 24 - 5 realizó una división del todo entre 3 para obtener la respuesta de a) por lo que se considera que toma la fracción como cociente (Freudenthal 1983, Kieren 1988); para b) el niño recurre al conteo de las canicas "sobrantes", lo que denota que se encuentra en un nivel intuitivo (Kieren, 1983) Sin embargo probablemente cometió un error al contar éstas, error considerado dentro de la categoría "Repetición u omisión" de acuerdo a la clasificación de German y Gallistel (1978), en este caso se hace referencia al error de repetición en la que se cuenta un elemento más de una vez.

- Categoría No. 3 respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Dos casos se ubicaron en esta categoría 3 - 5 y 26 - 5

En ambos casos se observa que se centran en el número natural ya que consideran tercera parte como 3 canicas (por lo tanto dos terceras partes equivalen a 6 canicas) Así mismo cabe señalar que no consideran el todo y por consiguiente tampoco la relación parte - todo.

En el caso 26 - 5, el niño etiqueta cada canica representada gráficamente con números, por lo que se observa claramente que recurre al principio de correspondencia (SEP, 1992). Así mismo se considera que esta expresión manifiesta un centramiento sobre el cardinal (Soto, 1993) para interpretar "tercera parte".

**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL SEXTO GRADO DE PRIMARIA**

**• Categoría No. 1 Respuesta correcta - razonamiento coherente.**

Los resultados obtenidos de los casos clasificados en esta categoría, se pueden agrupar en cuatro tipos:

- a) Justificaciones en las que no señalan como se obtuvo la respuesta de b).
- b) Justificaciones en las que se asigna a b) las canicas sobrantes
- c) Justificaciones en las que se asigna a b) lo doble de lo obtenido en a)
- a) Justificaciones en las que no señalan cómo obtuvieron la respuesta de b)

La mayoría de los casos de esta categoría se situaron en esta parte

En estos casos, se observó que realizaron una división del todo entre 3 para obtener la respuesta de a), es decir, consideran la fracción como cociente (Freudenthal 1983, Kieren 1988)

En la justificación sólo hacen mención de la obtención de este resultado omitiendo la de la respuesta b) Probablemente esto se deba a que consideran fundamental mencionar el procedimiento utilizado para a), ya que partieron seguramente de este resultado para obtener la respuesta de b) Ejemplo 2 - 6 , ejemplo 26 - 6.

Es importante señalar que en tres casos, se hace explícito el conteo como una suma, lo que hace referencia claramente al contexto cardinal, es decir a la expresión de una cantidad particular de objetos o sucesos (SEP, 1992)

Ejemplo 37 - 6 (cabe mencionar que este fue el único caso de los ubicados en esta categoría que hacen mención explícita de la igualdad de las partes como condición para la partición, es decir, hace referencia a una equipartición (Kieren, 1983) sin perder, de vista las condiciones del enunciado del problema.

b) Justificaciones en las que se asigna a b) las canicas sobrantes.

A diferencia de los casos anteriores, los clasificados en esta parte consideran las dos partes en su justificación.

Para a) también dividen el todo entre 3, y a b) le asignan las canicas sobrantes, lo que denota claramente que se encuentran ubicados en una nivel etno-intuitivo (Kieren, 1983).

El caso 36 - 6 asigna a b) las canicas sobrantes y hace referencia a la relación parte - todo, lo que hace que difiera, de cierta manera, de los casos anteriores.

c) Justificaciones en las que asignan a b) lo doble de los obtenido en a) (se hace uso de una razón).

Obtienen a) de una interpretación de la fracción como cociente (Freudenthal 1983, Kieren 1988). Ejemplos 8 - 6 y 13 - 6

En otros casos hacen mención de una razón, es decir si una tercera parte equivale a tres, dos terceras partes equivale a 2 veces 3.

**• Categoría No. 3. Respuesta Incorrecta - razonamiento coherente.**

Cuatro casos se situaron en esta categoría.

En el caso 30 - 6 se observa que existe un centramiento sobre el cardinal en un intento de interpretar "tercera parte" ya que encierra tres canicas para la respuesta de a) Para b), de manera implícita asigna las canicas sobrantes ya que realiza una resta de 12 menos 3, obteniendo un resultado de 9.

En el caso 33 - 6 se observó un claro centramiento, en ambas respuestas, sobre el cardinal para interpretar la expresión "tercera parte"; ya que asigna a a) 3 canicas y a b) 6 canicas que son "dos terceras partes" es decir, dos veces 3 "Porque voy a sumar las 3 canicas dos veces" En este caso se observa que justifica la respuesta de b) y omite la de a).

Aunque en el caso 35 - 6, la justificación no es ni clara ni completa, se considera interesante de interpretar, ya que de acuerdo a las respuestas dadas se observa que el niño se centra en una equipartición (Kieren, 1983) en el sentido que asigna 1/2 a cada parte (6 canicas) sin tomar en cuenta las condiciones del enunciado del problema. Se considera que probablemente se debe a que en éste solamente se mencionan dos personajes y el niño decide repartir en partes iguales (Soto, 1993)

En la caso 19 - 6 asigna a a) y a b) la misma respuesta, es decir considera una equipartición sin considerar la exhaustividad del todo



- **Categoría No. 7**    **a) Respuesta correcta - razonamiento coherente.**  
                              **b) Respuesta incorrecta - razonamiento incoherente**

En cuatro casos se observó el mismo tipo de respuesta - a) 4 b) 4 - y la justificación dada parecida. En estos casos, sólo señalan que dividieron el número de canicas entre tres para obtener la respuesta de a), es decir consideran la fracción como cociente siendo igual que la respuesta de b) Se considera que esto se debe probablemente a que sólo leyeron la primera pregunta y pusieron el resultado de a) en el inciso b) o simplemente asignan la misma cantidad para hacer una equipartición sin considerar la exhaustividad del todo

**PREGUNTA No. 3**

***RESULTADOS OBTENIDOS EN EL TERCER GRADO DE PRIMARIA***

**Categoría No. 1 respuesta correcta - razonamiento coherente.**

De acuerdo a las respuestas dadas, se observaron los siguientes aspectos

- En la mayoría de los casos, la justificación involucra la comparación directa (Freudenthal, 1983)

- En pocos casos se hace explícita en la justificación la condición de igualdad  
Ejemplo 26 - 3.

- Algunos casos se basan en el concepto de igualdad con base a las propiedades de cada una de las partes - forma, tamaño y cantidad - (Hunting y Sharpley, 1985), en estos casos solo se hace referencia a los dos últimos y también en la comparación directa (Freudenthal, 1983)

Ejemplo 12 - 3 (tamaño) -

23 - 3 (cantidad) - Es importante señalar que en la justificación dada, se emplea un lenguaje etnomatemático (Kieren, 1988).

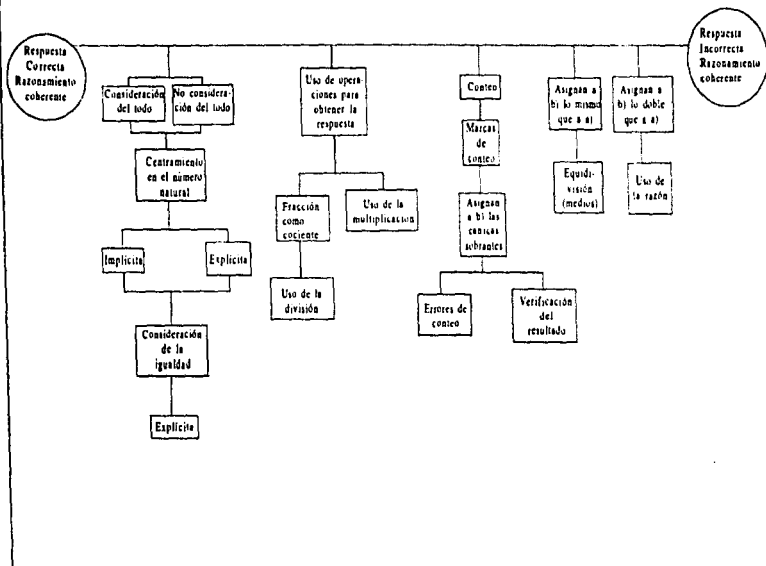
- En sólo un caso se detectó el término mitad es empleado en la justificación para designar una parte. Aunque implícitamente el niño considera la igualdad a través del criterio de cantidad, ya que contestó correctamente, utiliza el término mitad para referirse a una parte.

Ejemplo 4 - 3

- Uso de nociones ideosincráticas en la justificación haciendo referencia a la partición y al reparto contextualizados en la experiencia cotidiana de conformidad.  
Retoma el criterio de equipartición dentro de un nivel etnomatemático.

Ejemplo 7 - 3

PREGUNTA No. 2  
 QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



- Referencia al criterio posicional de la línea de corte, lo que denota un centramiento en la interpretación de la fracción como fracturador (Freudenthal, 1983).

Ejemplo 15 - 3

- Retoma el criterio de simetría explícitamente para justificar la no igualdad de las partes. Esta respuesta está influenciada por el contenido curricular de tercer grado Figuras geométricas y ejes de simetría

Ejemplo 33 - 3, 34 - 3

- Hacen explícita la necesidad de igualdad de las partes para la obtención de dos mitades.

Ejemplo 11 - 3

### **Categoría No. 3 Respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

En esta categoría sólo se presentaron tres casos en los cuales se hace presente la intrascendencia del concepto de igualdad como criterio determinante. Relacionan el término "mitad" con el realizar una partición del todo en dos cantidades sin que éstas sean necesariamente iguales (Hunting y Sharpley, 1985).

En el ejemplo 3 - 3 se denota claramente lo anterior ya que a pesar de utilizar la expresión formal de dos medios, afirma que el círculo está dividido en mitades.

En el ejemplo 13 - 3, se enfatiza la acción de partir o cortar (Hunting y Sharpley, 1985).

En el ejemplo 8-3, se enfatiza el hecho de que por estar dividido, está a la mitad.

RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CUARTO GRADO DE PRIMARIA

**Categoría No. 1 - respuesta correcta - razonamiento coherente**

- En sólo dos casos de cuarto grado, se observó la necesidad del uso de diagramas para apoyar la justificación de su respuesta (Planchart, 1984)

Los niños tienen dificultad en pasar de la fase icónica a la simbólica. (Bruner, 1966) debido a que expresan su pensamiento a través de un dibujo y no a través de la palabra escrita.

Ejemplo 16 - 4

- En un caso 1- 4 el niño hace referencia a la estrategia de superposición de partes, como proceso de verificación (Pothier y Sawada, 1989) para justificar la no igualdad de las partes.

- La mayoría de los casos se centran en la ubicación posicional de la línea, es decir hace referencia a la incorrecta posición de la línea para la obtención de mitades. Suelen usar términos tales como: "En medio" ejemplo 19 - 4; "exactamente a la mitad" ejemplo 34 - 4; "a la mitad" 24 - 4; "En el centro" 21 - 4

- En otros casos, se observó que el criterio principal es la igualdad para expresar la justificación de la respuesta dada. Ejemplo 17 - 4 "porque necesita el círculo estar dividido en partes iguales "

- En tres casos predomina el uso del criterio de tamaño y la comparación directa para justificar la no igualdad de las partes. Ejemplo: 28 - 4 " es más grande que otra..."

- En un sólo caso, se incorporó en la justificación la expresión formal de  $1/2$  acompañado de la condición de igualdad y el criterio de tamaño. Ejemplo: 29 - 4

**Categoría No. 3 respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

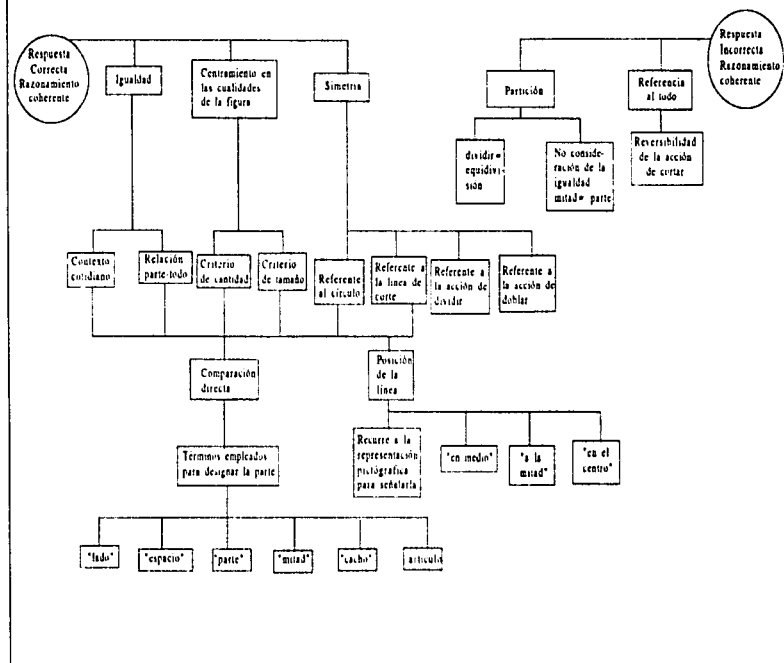
- En un sólo caso, el niño dio su respuesta con una expresión formal ( $1/2$ ) sin embargo de acuerdo a su justificación, el niño concibe a la mitad como una parte, es decir, realiza una partición del todo en dos cantidades sin que éstas sean necesariamente iguales (Hunting y Sharpley, 1985)

Ejemplo 7 - 4.

- En otros casos se hizo presente de manera implícita la partición del todo en dos cantidades sin que éstas sean necesariamente iguales, lo que denota un conocimiento de la mitad poco preciso cuando el niño realiza una sola partición o subdivisión de la cantidad (Hunting y Sharpley, 1985). Ejemplo 6 - 4.

En otro caso se hizo explícita la no necesidad de la igualdad para la partición en medios. Ejemplo 14 - 4, apoyándose en el criterio de tamaño

PREGUNTA No. 3  
 TERCER Y CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
 (SEGUNDO CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA**

**Categoría No. 1 - respuesta correcta - razonamiento coherente**

Todas las respuestas clasificadas en esta categoría fueron de tipo: No Sin embargo los razonamientos por los cuales se obtuvo esta respuesta fueron diversos, debido a ésto se agruparon las justificaciones de la siguiente manera:

- Aquellas justificaciones que hacen mención de lo que se entiende por "mitad":

a) Se hace mención de la condición de la igualdad de las partes. De acuerdo a Hunting y Sharpley el significado que los niños le suelen dar a la mitad es una subdivisión sencilla enfocada hacia la igualdad de las partes (Hunting y Sharpley 1985).

Ejemplo 1 - 5 y 7 - 6

b) Justificaciones en las cuales se hace referencia a la ubicación posicional de la línea para la obtención de dos mitades, utilizando términos como: "en la mitad", 4 - 5; "por en medio 14 - 6", "en el centro del círculo" 24 - 5

Lo que hace referencia a la fracción como fracturador.

c) Justificaciones en las cuales se hace referencia a la necesidad de la congruencia de las partes afirmando que éstas no son iguales porque no tienen las mismas medidas - forma y tamaño - (Pothier y Sawada, 1989)

Ejemplo 27 - 5, 1 - 6.

d) Se hace mención en la justificación de un conocimiento relativo a la geometría:

".. ese no sería el radio" 13 - 5; " .. la línea partiría del radio" 9 - 6 ; por lo que se denota claramente la influencia de los contenidos escolares, la importancia de las experiencias de aprendizaje (Kieren, 1988) así como la referencia a la geometría de las partes - es decir los niños suelen transmitir sus conocimientos acerca de algunas propiedades específicas de las figuras para buscar la semejanza (Pothier y Sawada, 1989).



- Sólo un caso dio una respuesta en base a la estimación visual (Pothier y Sawada, 1989) utilizando expresión fraccionaria para denominar cada una de las partes  
Ejemplo 10 - 6
- Sólo un caso en sexto 18 - 6 hizo referencia al criterio de cantidad aplicado a cada una de las partes (Hunting y Sharpley, 1985) que se identificaron como no iguales  
Ejemplo 18 - 6
- En un caso se utiliza el lenguaje etnomatemático (Kieren 1988) con respecto a la parte mas pequeña del círculo  
Ejemplo 28 - 5 "Porque está en un pedacito"
- En un caso se observó que el niño centra su justificación en el hecho de que existe una sola partición o subdivisión de la cantidad (Hunting y Sharpley 1985)  
Ejemplo 28 - 6
- En un sólo caso se detecta la dificultad de pasar de la representación icónica a la simbólica (Bruner, 1966) ya que recurre a la utilización del diagrama para expresar su justificación en lugar de utilizar la palabra escrita.  
Ejemplo 29 - 5
- En caso 7 - 6 se obtuvo la siguiente justificación. " Porque un círculo está a la mitad las dos mitades deben de ser iguales" aquí el niño hace referencia a la necesidad de la igualdad de las partes, sin embargo utiliza el pleonasma mitades iguales, lo que pudiera ser un indicio de que no incluye la condición de igualdad en el concepto de mitad sino que tiene la necesidad de explicitarlo, probablemente influenciado por el uso cotidiano de la palabra
- Los casos 15 - 6 y 28 - 6 expresan una justificación un tanto confusa: "Porque en la ilustración sólo se ve una línea" esto pudiera interpretarse de las siguientes maneras:
  - a) Los niños probablemente se refieren a que aunque existe un corte en la ilustración, éste no conlleva a la obtención de mitades.
  - b) Por otro lado, se observó cierta tendencia por parte de los niños pequeños a relacionar el número de partes con el número de cortes por ejemplo para dividir una barra en quintos trazan cinco líneas de corte.

### **Categoría No. 3 respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

En todas las respuestas se observó que se centraron en una concepción rudimentaria sobre la noción de mitad, ésto se manifestó cuando los niños realizaron una sola partición o subdivisión de la cantidad (Hunting y Sharpley, 1985).

Sin embargo, el tipo de justificación dada fue diferente por lo que se agruparon de la siguiente manera:

a) Señalan que una línea divide en 2 partes y hacen explícita la no necesidad de la igualdad de las partes.

Ejemplo 6 - 6.

b) Mencionan que una línea divide en 2 partes (implícitamente se hace mención de que no es necesaria la igualdad).

Ejemplo 16 - 5, 26 - 6

c) Hacen mención que en el enunciado no se especifica que las mitades tienen que ser iguales

Ejemplo 9 - 5; 23 - 6

- En dos casos se hizo uso de la expresión formal.

En el caso 5 - 6, el niño especifica que cada una de las partes del círculo representado gráficamente es  $1/2$ , lo que denota un pobre concepto de lo que significa la fracción, pues no considera la condición de igualdad, sólo el hecho de que el círculo se encuentra dividido.

En el caso 31 - 5, el niño contestó utilizando una expresión fraccionaria diferente para cada una de las partes utilizando la estimación visual (" $3/4$  la mitad grande" , " $1/4$  la chica"). Así mismo, cabe señalar que en la respuesta se denota un uso de lenguaje etno-intuitivo. En su respuesta no contesta "Sí" o "No", pero en su justificación, al referirse a la parte, se remite al criterio de tamaño ("...está grande ....está chica") probablemente ésto se deba al uso cotidiano que se le otorga al concepto de mitad.

- En el caso 30 - 5 se observa claramente que el niño se centra en el conteo de las partes, ésto debido a que los niños creen que el fin de precisar las fracciones de la unidad es el de saber el número y nombre de las partes de un entero. El niño puede realizar con éxito este tipo de ejercicios sin necesidad de centrarse en la geometría de la figura (entero) o de la parte, y de esta manera resulta que frecuentemente se ignora la base de la igualdad (Pothier y Sawada, 1989).

**PREGUNTA No. 4**

**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CUARTO GRADO DE PRIMARIA**

**Categoría No. 1 Respuesta correcta-razonamiento coherente**

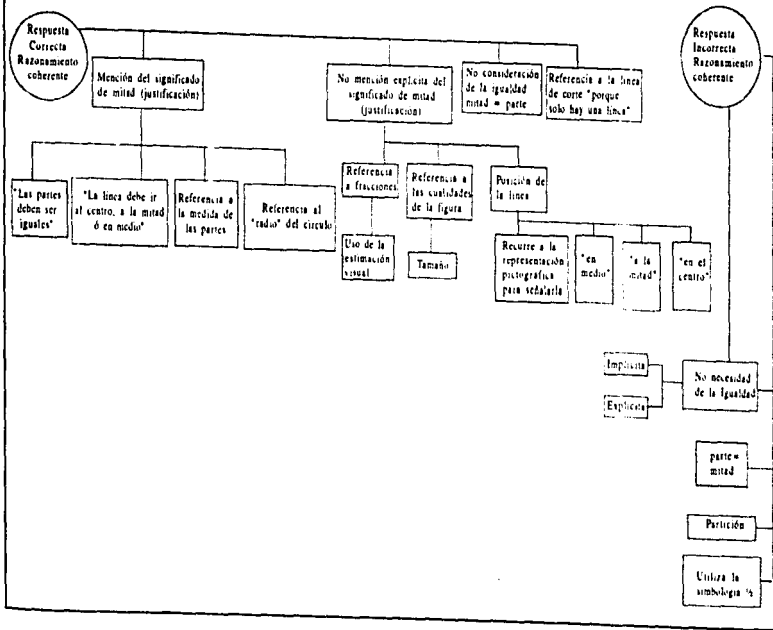
Sólo hubo cuatro casos que se ubican en esta categoría. El único de los cuatro que da cuenta en su justificación del razonamiento que conlleva a la respuesta correcta es el 29-4, en el cual se observa la fracción como cociente (Freudenthal, 1983, Kieren, 1988), al realizar una división (operación escrita) del todo entre el número de partes consideradas en el problema. Se retoman también las condiciones de la fracción: consideración del todo y de las partes, relación parte-todo, igualdad de las partes y exhaustividad del todo.

En otro caso, el niño no da cuenta en su justificación de la estrategia específica de resolución que utilizó, solamente se remite a la lectura de la pregunta y las opciones de respuesta (21-4).

Otro niño, hace referencia a la operación aritmética de suma, ("Porque sumé en mi mente 4 veces el  $4 \frac{1}{2}$  y me dio el resultado"). En este caso se observa que el niño recurre al proceso de verificación, pues suma cuatro veces. La cantidad de cada segmento - retomando la opción b)  $4 \frac{1}{4}$  - para obtener la cantidad total de la cinta (17 cm.). Lo que quiere decir que comprende la situación, sin embargo, la estructura de la pregunta limita el saber cómo lo hubiese resuelto sin opciones a elegir.

El niño maneja el procedimiento de su justificación mentalmente, pues en su cuestionario, no existe ninguna operación por escrito. No representa correctamente la fracción que se menciona en el problema, pues en lugar de escribir  $4 \frac{1}{4}$ , escribe,  $4 \frac{1}{2}$ , sin embargo interpreta correctamente la cantidad en operación, pues la respuesta dada es correcta. Esto se debe probablemente por la familiaridad de la fracción  $\frac{1}{2}$ , y el desconocimiento que tiene acerca del manejo formal de los números mixtos.  
Ejemplo: 10-4.

PREGUNTA No. 3  
 QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



En el último caso correspondiente a esta categoría, se observó que su justificación no da cuenta del procedimiento que sigue el niño para resolver el problema, pues sólo menciona que sumó y debido a que no realizó ninguna operación representada en el cuestionario, no se brindan elementos suficientes para interpretar su respuesta, aunque probablemente realizó el mismo procedimiento que el niño anterior

Ejemplo 13-4

### **Categoría No. 3 Respuesta Incorrecta - razonamiento coherente**

En esta categoría se encuentran la mayor parte de la población de cuarto grado, ubicados en diversas opciones de respuesta

#### *Opción a) 4 cm con un sobrante de un pedazo*

En esta categoría se encuentran cinco casos. La respuesta tiene una gran carga de lenguaje Etnomatemático, pero haciendo referencia a las relaciones recursivas de los niveles (Kieren, 1988) se clasifica como etnomatemático-intuitivo (EI), ya que combina el lenguaje intuitivo (4 cm) con el etnomatemático (un pedazo)

- De los cinco niños que se ubican en esta categoría, tres realizan una división representada (20-4) o mental (26-4) la cual indica la interpretación de la fracción como cociente (Freudenthal, 1983, Kieren, 1988) El niño (20-4) hace una división, y su justificación se centra en explicar la manera en cómo acomodó los números para realizarla ("dividí 17 adentro y 4 afuera") lo que evidencia que recurre al significado de cociente en el que considera las partes y el todo, sin embargo, ya no considera la condición de exhaustividad del todo y expresión en fracción. Se centra en el resultado de la división, en número entero, y al residuo le asigna el término de "pedazo", ante la limitación de la representación fraccionaria vinculada a la exhaustividad del todo a pesar de que el residuo de su división es 1, correspondiendo este resultado a la opción b). Lo anterior puede significar que el niño se siente más seguro al utilizar ese término.

- El caso 26-4 es similar al anterior, sólo que no explicita por escrito su división, pues al parecer la realizó mentalmente. En el caso 27-4 se presentan las mismas circunstancias, pues sólo se centra en el resultado e interpreta como pedazo al centímetro sobrante.

- El niño 16-4 hace referencia a "la tabla del 4" por lo que se centra en el número natural (Hunting, 1986) de manera evidente. En su justificación, su atención se dirige hacia el resultado, sin considerar la importancia del residuo.
- El caso 4-4 no da cuenta claramente del procedimiento que conllevó a su elección, sin embargo destaca la importancia del apoyo pictográfico para comprender la pregunta: "Porque con el dibujo le entendi un poco más"

*Opción b) 4 cm con un sobrante de un centimetro*

Las respuestas de esta categoría denotan un lenguaje intuitivo, centrado en el número natural. Esta opción fue la más utilizada ya que se observaron 16 niños que la eligieron, aunque con diversas justificaciones e interpretaciones

- En la mayoría de los casos, se recurre a la interpretación de la fracción como cociente (Freudenthal, 1983; Kieren, 1988) pues realizan una división del todo entre el número de partes, (17 entre 4) dándoles un sobrante de un centimetro. Este procedimiento evidencia la centración en el número natural (Hunting, 1986) y la no consideración de las condiciones del problema, que se refieren a situaciones de fracción.

Ejemplo: 2-4

Se detectó cierta dificultad de los niños para expresar verbalmente la operación aritmética de división, pues invierten el razonamiento, aunque lo hayan realizado correctamente en la operación, debido al orden en que la leen.

Ejemplo: 12-4 ("Dividiendo 4 entre 12 ...")

- En otros casos se recurre a la suma iterativa ( $5 - 4$ ) o la multiplicación ( $30 - 4$ ), siendo obvio que los primeros no dominan o comprenden por completo el mecanismo de la multiplicación. Se centran en el manejo de número natural pero de manera inversa a los niños que utilizan la suma, éstos buscan la manera de iterar para llegar al dato básico (17 cm.) sin tomar en cuenta las partes, por lo que se considera que recurrieron a la noción de fracción como cociente.

En el caso (22-4) se combina las estrategias aritméticas de suma y la multiplicación, ("porque 4 y 4,  $8 \times 2$  ... son 16")

- También se hizo presente la estrategia de medición, indirecta (Freudenthal, 1983) por el uso de la regla, pero más que como medio de obtención de la respuesta, exalta en su justificación, como modo de comprobación de la misma (Planchart, 1984).  
Ejemplo 1-4.

Otro caso, debido a la necesidad de la representación pictográfica, hace uso de la medición para representar la cinta con una línea de 17 cm. y divide la misma apoyado en la estimación visual (Pothier y Sawada, 1989). De esta manera resuelve, que la opción correcta es la b, pues divide la cinta en cuatro partes, que considera iguales, pero que por la inexactitud de las marcas, producto de la estimación, no lo son, por ello le sobra un pequeño espacio que admite como el centímetro sobrante.  
Ejemplo 8-4.

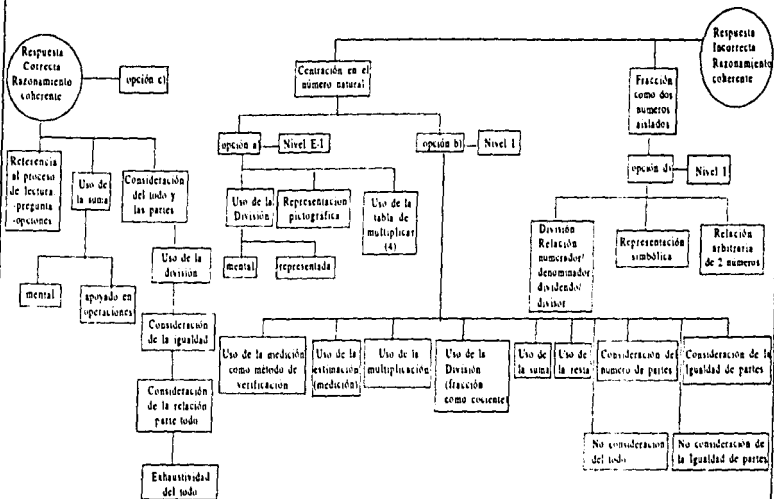
En un tercer caso, el niño traza una línea de 17 centímetros, realiza una partición a través de líneas de corte exactas cada 4 cm. y observa que sobra 1 cm. Obtiene la respuesta apoyándose en el diagrama (Hart, 1977).  
Ejemplo 19-4.

*Opción d) 4/17.*

En esta categoría se ubican solamente 4 casos. Se interpreta que éstos tienen "la tendencia a concebir a la fracción como dos números enteros no relacionados y a manejarlos de manera independiente" (Planchart, 1984), es decir, que retoman los datos principales del problema y los relacionan a través de la expresión fraccionaria, sin encontrar una relación entre ellos. Ejemplo: 23-4.



PREGUNTA No. 4  
 TERCER Y CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
 (SEGUNDO CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA

• **Categoría No. 1 - respuesta correcta - razonamiento coherente**

Aunque todos los casos clasificados en esta categoría respondieron con el inciso c), se observó que las justificaciones dadas variaron, por lo que se dividieron en los siguientes grupos:

- La mayoría de los casos de esta categoría, realizaron una división de 17 entre 4, abordan la situación considerando la fracción como cociente (Freudenthal, 1983, Kieren, 1988).

Algunos casos señalan, de manera explícita, que convirtieron el resultado en decimal a una fracción mixta

Ejemplo 16 - 6

En otros, se observó que esta conversión la realizaron de manera mental ya que sólo señalan el procedimiento utilizado

Ejemplo 2 - 6

En quinto grado, se presentaron casos, en los se interpreta la fracción como cociente ya que realizan una división de 17 entre 4 y dejando residuo, obtuvieron la respuesta, es decir, que correctamente consideraron el cociente como el entero (4), el residuo como numerador (1) y el divisor como denominador (4).

Ejemplo 26 - 5.

En un caso, se observó que en la justificación se invierten los datos de la división, es decir, menciona que se realizó una división de 4 entre 17 cuando en realidad se hizo una división de 17 entre 4.

Ejemplo 10 - 5.

- En dos casos el resultado se obtuvo de una multiplicación.  
Este procedimiento sólo fue utilizado por un caso de cada grado.

En el caso 28 - 5 , se observa un mayor manejo de la simbología, ya que realizó una multiplicación con números fraccionarios. Para poder realizar esta operación, convirtió el todo en fracción impropia ( $17/1$ ) y multiplicó ésto por una parte ( $1/4$ ), dándole como resultado una fracción impropia, la cual convirtió correctamente a fracción mixta.

Se considera que este caso, presentó conocimientos que se acercan al nivel Técnico-Simbólico (Kieren, 1988) ya que hizo un uso formal de la simbología, además de mostrar una buena comprensión de la situación y del cómo abordarla.

En el caso 10 - 6, se considera que el niño estimó un número que multiplicado por 4 se acercara a 17, determinando que era 4. "Porque 4 por 4 = 16" Después considero que 4 veces  $\frac{1}{4}$ , daba el entero que faltaba para obtener 17, mostrando buenas habilidades de cálculo mental.

En este caso, se observa claramente que el niño se basa en los incisos para dar su respuesta, es decir, no parte de los datos del enunciado sino de las opciones.

#### • Categoría No. 3 - respuesta incorrecta - razonamiento coherente.

De acuerdo a Kathieen Hart (1977), existe cierta insistencia en dar un resultado con residuo en lugar de una respuesta con sobrante. De acuerdo a esta autora, ésto se observó que cuando se le presentan al niño, varias opciones de respuesta, elige aquella que expresa un sobrante.

Esta tendencia también se observó, en los resultados obtenidos en este problema, ya que la mayoría de las respuestas de la población, corresponden al inciso a) y b) - siendo b) la de mayor frecuencia en tanto que ambas opciones expresan un sobrante. Así mismo en estos casos, se puede señalar que no se considero la exhaustividad del todo.

**- Casos cuya respuesta fue el inciso a)**

Debido a la naturaleza del inciso a), se considera que todos los casos que dieron esta respuesta, podrían ubicarse en un nivel de conocimiento etnomatemático (Kieren, 1988).

De acuerdo a las justificaciones dadas, se observó que la razón por la cual se eligió esta respuesta fue variada, por lo que en algunos casos, como se señalará a continuación, la elección del inciso a), no se debe exclusivamente por encontrarse en un nivel etnomatemático, sino que las operaciones realizadas por los niños dieron por resultado una cantidad diferente a las planteadas en las opciones

Es importante señalar que en ambos grados, fueron pocos los casos que eligieron como respuesta el inciso a) .

En todos los casos siguientes se interpretó la fracción como cociente ya que se realizó una división del todo (17 cm ) entre las partes (4) La diferencia entre estos, se debió a la manera en que fue interpretado el resultado

En el caso 5 - 5, el niño obtuvo un resultado de 4 25  
Se considera que al no ver una respuesta igual a la obtenida en las operaciones, y al no considerar que 4.25 es equivalente a  $4 \frac{1}{4}$ , el niño optó por el inciso a) Esto, probablemente se deba a que el niño no tiene una plena comprensión del concepto de equivalencia o que todavía no tiene un concepto claro de las fracciones mixtas (hay que recordar que es apenas en este grado que se introduce este concepto)

En un caso de sexto grado, el niño cometió un error al realizar la división, por lo que la opción a) era la que "más se podía adecuar" a su resultado

Caso 8 - 6 El niño obtuvo como resultado 4 7 dejando un residuo de 10.

En dos casos de cada grado, se observó que los niños realizaron la división marcando como residuo 1. Se considera que optaron por el inciso a) al no saber como interpretar este residuo.

Caso 16 - 5 y 29 - 6.

En el caso 27 - 5, el niño dibujo una línea de 17 cm. (representando la cinta) por lo que se considera que el uso del diagrama constituye una ayuda en la dirección de la solución del problema (Kathleen Hart, 1977).

Este niño hizo uso de la estimación visual con ayuda de la medición para determinar la igualdad de las partes, ya que existen diferentes marcas en su dibujo

En la justificación dada, señala que resolvió el problema "Sacando mitades". El niño dibujó primero una línea de 17 cm. (que representa la cinta), y luego la dividió a la mitad (no se sabe si hizo esto antes o después de los demás trazos - se considera que probablemente primero fue estimando una longitud posible para cada parte y que al no tener un resultado satisfactorio para él, decide dividir en "mitades").

Sin embargo al realizar su partición, el niño no considera toda la cinta, sino que sólo 16 cm. (se considera que el niño toma esta longitud ya que este número es múltiplo de 4) Divide esta longitud primero a la mitad y después en cuartos. Para realizar este procedimiento, el niño primero dividió la línea a la mitad y cada mitad a la mitad por eso hace la referencia en su justificación de "sacando mitades".

Cabe señalar que las marcas que realizó el niño son varias, estando algunas borradas, por lo que se considera que el niño no sabía con certeza como debía realizar la partición para la resolución de este problema.

La última marca se encuentra en el centímetro 14, 6 (no se sabe porque se encuentra en ese punto) por lo que queda una parte de 2.3 cm. seguramente siendo éste el "sobrante" para el niño.

**- Casos cuya respuesta fue el inciso b)**

La mayoría de los casos, eligieron como respuesta el inciso b). Así mismo la gran parte de los casos ubicados en esta subcategoría, realizaron una división del todo (17 cm.) entre la parte (4), dejando el resultado con residuo (4 y un sobrante de 1) Siendo el inciso b), correspondiente a este tipo de resultado. En el caso 23 - 5, el niño señala que le quitó un 1 a 17 quedándole 16 - se considera que probablemente el niño restó 17 menos 1 para poder obtener un número múltiplo de 2 - . Para dividir 16 entre 4 el niño realizó esta operación en dos pasos primero entre dos, y ese resultado otra vez, dividido entre dos. Cuando el niño menciona "sobró 1" seguramente está haciendo referencia al 1 que quitó en un principio, o se basa en el todo (son 17 cm. y de acuerdo a su resultado sobra un cm. de cinta). Probablemente el niño partió de la opción para dar su justificación.

En otros casos, más frecuentes en quinto grado, los niños señalan en su justificación una multiplicación de  $4 \times 4$  (se considera que estimaron un número que multiplicado por 4 se acercará a 17 " Multipliqué 4 por un número que se acercará al 17 y fue cuatro. Caso 18 - 5) quedándoles un sobrante de 1 cm. (ya que 17 menos 16 es igual a 1). Se considera que probablemente los niños se basaron en la opción b) , deduciendo que ésta era la correcta, ya que  $4 \times 4$  son 16 y sobra 1 cm. Ejemplo 11-6 "...también me base viendo las respuestas"

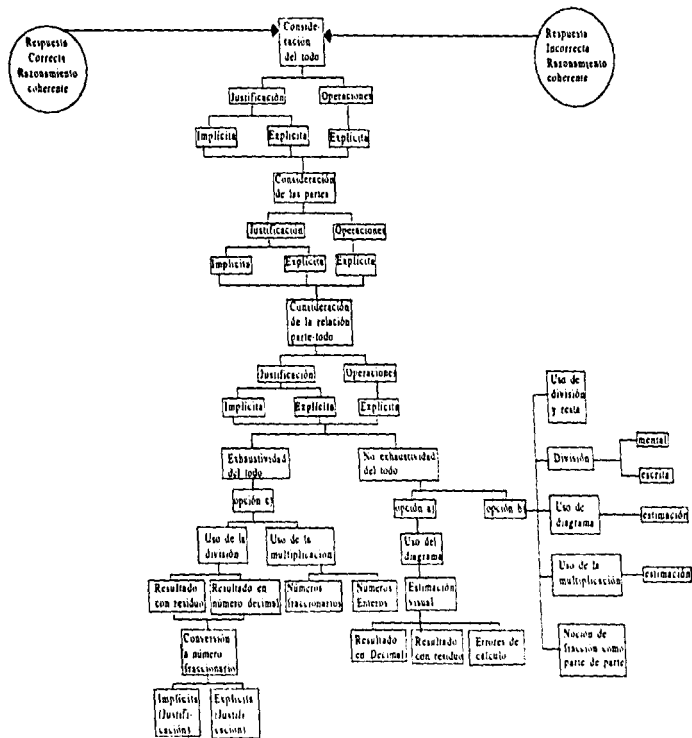
En un caso de sexto grado (31 - 6) y dos en quinto grado (3 - 5 y 20 - 5) hicieron uso de la representación pictográfica como una ayuda en la dirección de la solución del problema (Hart, 1977) ya que dibujaron una línea de 17 cm. Se considera que estimaron la longitud de cada parte (considerando la igualdad) y les quedó 1 cm. de la línea trazada, interpretando ésto como 4 cm. para cada parte y un sobrante de cinta de 1 cm.

En el caso 21 - 5 el niño no trazó ninguna línea, sin embargo se considera, de acuerdo a la justificación dada, que fue estimando en la regla, la longitud posible de cada parte y determinando el sobrante de 1 cm.

En otro caso, en sexto grado, el niño en lugar de utilizar un línea de 17 cm. dibujó 17 rayitas verticales, es decir cada raya representaba un cm. Así mismo se considera que el niño estimó una "cantidad de raya" para cada parte determinando que a cada una le correspondería a 4 y le sobró una rayita que equivaldría a un cm.

Caso 19 - 6

PREGUNTA No. 4  
 QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN





**PREGUNTA No. 5**

**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CUARTO GRADO DE PRIMARIA**

**Categoría 1. Respuesta Correcta-razonamiento coherente.**

- Respuesta fundamentada en la suma

Hubo 4 respuestas ubicadas en esta categoría. En el caso 9-4, realiza una suma "fragmentada", suma los números enteros (de 10 en 10) y la parte decimal ( 5 más 5) según su justificación

En el caso 33-4 y 34-4, la suma se hace completa, es decir, sin separar el entero de la fracción "de 10  $\frac{1}{2}$  en 10  $\frac{1}{2}$  ".

En el caso 13-4, sólo se hace referencia a la suma mental, no hay ninguna anotación por escrito.

**Categoría 3 a) y b) respuesta incorrecta - razonamiento incoherente**

En esta categoría se desplegaron una gran cantidad de respuestas y estrategias.

Se recurre a la división considerando sólo el número natural, pone correctamente por escrito esta operación sin embargo en su justificación la plantea de manera incorrecta (Caso 16 - 4 "Porque dividí 10 entre cuatro" en lugar de poner cuarenta entre diez).

En otro caso se recurre a la división mental, al parecer utilizando un planteamiento correcto (40 entre 10 igual a 4) Se centra en el número natural trasladando directamente el dato referente a la fracción (  $\frac{1}{2}$  ) a la respuesta b).

Caso 20 - 4.

En el caso 32-4 se observa la no consideración de la condiciones del problema, adaptando los datos a un razonamiento propio, centrándose en el número natural, sin considerar la fracción pero exaltando la igualdad, probablemente influenciado por las preguntas anteriores o la importancia del dato en que se determina la medida de cada rayo. Considera al dato  $\frac{1}{2}$  como sobrante

En el caso 3 - 4, el niño retoma los datos 10 y 40 recurriendo a la suma de ambos, lo que evidencia la no comprensión de la pregunta

Se observó un centramiento en el número natural (Hunting, 1986) y la recurrencia a la suma mental, sin considerar la medida del todo (40 cm) ya que en su respuesta considera una mayor medida (50 cm).  
Caso 1-4.

En el caso 2- 4 recurre a la división pero la plantea incorrectamente, no sólo colocando mal los datos sino que la interpretación del número natural es incorrecta, como una relación aislada de número (Planchart, 1984) ( $\frac{1}{2} = 12$ ) No considera el todo en su respuesta.

Se observó que en el caso 5 - 4 el lenguaje utilizado es incorrecto, puesto que lee "10 medios" en lugar de  $10 \frac{1}{2}$ . El razonamiento busca la suma reiterada pero sin considerar la exhaustividad del todo.

En otro caso recurre a la suma fragmentada en donde la interpretación de la fracción es errónea. Interpreta la parte entera de la fracción (10) como un entero y la parte fraccionaria ( $\frac{1}{2}$ ) como la mitad de 10.  
Caso 22-4.

El caso 29 - 4 recurre a la suma y realiza una interpretación errónea de la fracción ( $10 \frac{1}{2} = a$  la mitad de 10, es decir 5).

En el caso 30 - 4, se observa que no contesta a lo demandado ya que pone el resultado de su operación y no la cantidad de rayos. Además en su respuesta no considera la cantidad que se asigna al todo planteada en el problema.

**Categoría 5. a) Respuesta correcta - razonamiento coherente**  
**b) Respuesta incoherente - razonamiento coherente**

- Sólo hubo un caso ubicado en esta categoría. Utiliza un lenguaje intuitivo (Kieren, 1988), pues en su respuesta involucra el término "partes". Se identificó que el niño sólo toma en cuenta el número natural y suma solamente el número 10 (tres partes de 10 cm " pensó que treinta partes eran las que se podían sacar." y traslada de manera directa la fracción referida en los datos ( $\frac{1}{3}$ ) , puesto que no supo interpretar la fracción en el contexto de la unidad de medida utilizada (cm ) y lo considera sobrante. Caso 21 - 4.

**Categoría 13. a) Respuesta incorrecta, razonamiento coherente**  
**b) Respuesta correcta, razonamiento coherente**

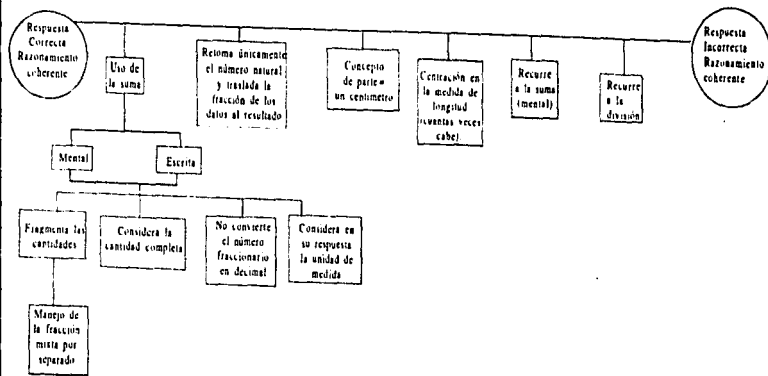
En las respuestas incluídas en esta categoría, se observó que los niños no consideraron los elementos de la pregunta (¿Cuántos rayos ... caben?), que induce a una respuesta en número natural, puesto que se habla de número de veces, no de número de centímetros.

Los niños se centraron en la medida de longitud que sumaban las tres veces o los tres rayos.

Ejemplos: 14 - 4, 17 - 4, y 11 - 4.

Se observó la recurrencia a la suma (17 - 4) y a la división mental (14-4). Sólo un caso exalta la unidad de medida en su respuesta (Caso 11-4).

PREGUNTA No. 5  
 TERCER Y CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
 (SEGUNDO CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



**RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO GRADO DE PRIMARIA**

**- Categoría No. 1 - respuesta correcta - razonamiento coherente**

Sólo una minoría de los casos de Quinto Grado de Primaria se clasificaron en esta categoría.

De los cuatro niños cuya respuesta fue correcta y la justificación dada coherente, se puede señalar que se observaron los siguientes procedimientos:

- Tres casos realizaron una multiplicación.

Sólo un caso (25 - 5) hace explícito que buscó un número que multiplicado por  $10 \frac{1}{4}$  se acercará a 40, en los otros casos, se considera que esta estimación fue de manera implícita.

En el caso 7 - 5 el niño realizó una multiplicación de fracciones - de  $10 \frac{1}{4} \times 3/1$  obteniendo un resultado de 31.5. Después se considera que restaron el todo (40) menos este resultado obtenido, obteniendo un resultado de 8.5 - esta resta fue de manera explícita en un caso, en los otros dos fue de manera implícita ya que no se señalan cómo se obtuvo el resultado de b).

Ejemplo 18 - 5.

- Sólo un caso hace mención de que obtuvo el resultado de a) sumando cada  $10 \frac{1}{4}$  hasta aproximarse a 40 y después restó el todo (40) menos esa cantidad, obteniendo el resultado de b).

Caso 8 - 5.

### **Categoría No. 3 - a) y b) respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Cinco casos se ubicaron en esta categoría, presentando cada uno una respuesta diferente en ambas preguntas

Aunque en el caso 11 - 5 la justificación es un tanto incompleta, se considera muy importante tomarla en cuenta ya que se pudo observar que el niño manejó de manera independiente los términos que constituyen una fracción mixta, ya que seguramente consideró que 4 veces 10 daban 40, es decir el todo, y que sobraban  $\frac{1}{2}$  ya que fue la parte que no consideró de la longitud establecida para hacer su cálculo. Debido probablemente a la dificultad de trabajar con fracciones mixtas, el niño manipuló la parte entera de manera separada. Ésto revela que existe un pobre concepto de lo que significa la fracción mixta.

La respuesta dada por el niño 27 - 5 es parecida a la anterior, sin embargo difiere en que en este caso, se omite por completo la parte fraccionaria de la longitud establecida en el enunciado, por lo que sólo el niño toma en cuenta el entero para resolver el problema planteado (es decir 40 entre 10 es igual a 4 y no sobra nada)

En el caso 10 - 5, se observaron los siguientes aspectos. El niño convierte  $10 \frac{1}{2}$  (fracción mixta) en 21 (número natural) lo que advierte una gran dificultad para convertir de fracciones mixtas a número decimal, señala en su justificación que dividió 21 entre 40 aunque en su operación hace lo contrario - se considera que ésto se deba a que el niño "leyó" la división de izquierda a derecha en lugar de hacerlo correctamente; se denota una gran dificultad para resolver la división ya que el resultado es 1 con residuo de 19. La respuesta dada en b) es coherente con el resultado de a)

Cabe señalar que en este caso se denota claramente que el niño no verifica sus resultados con respecto al problema planteado.

Aunque la justificación dada por el caso 20 - 5 es un tanto incompleta, se considera importante mencionarlo ya que el niño trató de solucionar este problema a través de una multiplicación de fracciones; por lo que hizo  $40/1$  por  $10.5/1$ .

De acuerdo a esta operación, se pudieron observar los siguientes aspectos:

- Confusión del algoritmo de la multiplicación con el de la división.
  - Dificultad para simplificar el resultado obtenido en número fraccionario
  - Se considera que el niño no tiene claro cuando y/o cómo se debe utilizar una multiplicación de fracciones (ya que de acuerdo a las conversiones de los datos a números fraccionarios, el niño debe realizar una división y no una multiplicación).
- El niño pone para la respuesta de a), el resultado de su operación (seguramente se refiere a centímetros) y se considera que obtuvo b) de la resta de  $40$  -el todo- menos  $30$  -respuesta de a -.

En el caso 24 - 5, el niño quiso sacar el resultado a través de una división de fracciones. Convirtió correctamente el todo ( $40$ ) en fracción y la longitud de un rayo en fracción impropia, sin embargo el error consistió en que en lugar de dividir el todo entre la longitud de la parte dada, el niño hizo lo contrario, es decir  $21/2$  entre  $40/1$ , por lo que obtuvo un resultado de  $21/80$  (resultado correcto de acuerdo a su operación).

Al momento de simplificar este resultado, no se sabe si quería obtener un resultado en fracción o en número decimal, por lo que probablemente el niño no tiene un claro concepto de cómo realizar la simplificación de fracción (propia y/o impropia) ya que se equivocó al realizar esta operación (también cabe mencionar que se observa que el niño presentó gran dificultad al realizar la división de  $21$  entre  $80$ ). La respuesta de b) la obtuvo del residuo de esta división.

- Categoría No. 5: a) respuesta correcta - razonamiento coherente.
- b) respuesta incorrecta, razonamiento coherente.

Sólo dos casos se ubicaron en esta categoría, dando como respuesta a) 3 y b) 9.5

En el caso 28 - 5 el niño realizó por escrito la suma (se considera que estimó una cantidad aproximada de veces que podía sumar  $10 \frac{1}{2}$ ) y después restó el todo (40) menos el resultado de la suma, es decir  $40 - 31.5$ , equivocándose al momento de realizar esta operación.

En el caso 4 - 5 sólo existe por escrito una suma de  $30.5 + 10.5$ , lo que le dio un resultado de 41.0 (Se considera que probablemente el niño sumó tres veces 10.5, lo que le dio 30.5 y volvió a sumar 10.5 para ver si podían ser 4 rayos, dándose cuenta de que sólo se podían obtener 3). De acuerdo al resultado dado por el niño en a), la respuesta de b) es correcta

- Categoría No. 13 - a) respuesta incorrecta - razonamiento coherente
- b) respuesta correcta - razonamiento coherente

En dos casos, los niños pusieron en a) 31.5 y en b) 8.5 siendo esta última correcta.

En el caso 5 - 5 el niño sumó tres veces  $10 \frac{1}{2}$ , lo que dio un resultado de 31.5 (se considera que el niño estimó la cantidad de veces que podía sumar esta longitud, para aproximarse a 40)

En el caso 15 - 5 se observa que el niño realizó una división de 40 entre 10.5, sin embargo no se llega a apreciar con claridad esta operación ya que el niño la borró. Después el niño probablemente hizo una multiplicación del resultado de su división por 3, dándole como resultado 31.5.

En ambos casos se considera que pusieron el resultado de sus operaciones en lugar del número de rayos, es decir pusieron el total de la longitud de tres rayos. Probablemente esto se deba a una falta de atención y de verificación de la pregunta planteada al momento de anotar el resultado.

Así mismo cabe mencionar que en ninguno de los casos, se hace mención en la justificación de la obtención de la respuesta b), pero se considera que ésta se obtuvo de la resta del todo menos el total de la longitud de tres rayos.



## RESULTADOS OBTENIDOS EN EL SEXTO GRADO DE PRIMARIA

### **Categoría No.1: a) y b) Respuesta correcta - razonamiento coherente**

Sólo cinco casos de sexto grado, se ubicaron en esta categoría. En la mayoría de éstos, los niños dividieron el todo (40) entre la longitud de una parte (10.5) obteniendo un resultado de 3 (o con decimal) - que correspondería a la respuesta de a) y un residuo. Después multiplicaron este resultado (3) por la longitud de la parte (10.5). Para obtener la respuesta de b) restaron 40 menos el resultado obtenido en la multiplicación.

Ejemplo 2 - 6

Cabe señalar que sólo el caso 3- 6 dio la respuesta de b) en fracción mixta (es decir convirtió 8.5 a  $8 \frac{1}{2}$ ) ya que los demás lo dejaron en número decimal.

En el caso 6 - 6, el niño no pudo realizar la división, por lo que se considera que estimó una cantidad que multiplicada por 10.5 se acercará a 40.

El caso 37 - 6, señala que fue sumando la longitud establecida, se considera que hasta llegar a una cantidad que se aproximará a 40. Seguramente el niño fue realizando de manera mental este cálculo ya que no existe ninguna suma por escrito, sólo se observa la resta del todo (40) menos 31.5 (que corresponde a la suma de tres veces la longitud de un rayo).

### **Categoría No. 3: a) y b) Respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Cinco casos se ubicaron en esta categoría. Las respuestas que se obtuvieron en estos casos fueron las siguientes:

1- a) 3.80 y b) 10

Estos resultados se obtuvieron de una división de 40 (el todo) entre 10.5 (longitud de una parte). El niño dejó el resultado en número decimal (3.80) para la respuesta de a), siendo que ésta, por su naturaleza demandaba una respuesta en números enteros, y puso en b) el residuo que obtuvo en su división.

Caso 1 - 6.

2 - a) 4 y b)  $\frac{1}{2}$ .

La respuesta de a) se obtuvo por una división (por escrito) de 40 (el todo) entre 10 es decir entre la parte entera de la fracción  $10 \frac{1}{2}$ .

En este caso se observa claramente que el niño manipula a la fracción mixta como dos elementos que se puede manejar de manera independiente, así mismo se considera que seguramente el niño pensó en realizar esto, debido a la dificultad que puede presentar el trabajar con este tipo de números.

Por lo tanto al sólo manejar la parte entera y al obtener un resultado sin residuo, el niño considera como sobrante el  $\frac{1}{2}$  que omitió de la longitud de la parte

Caso 22 - 6

3 - a) 2 rayos b) 10 cm.

En el caso 27 - 6 se considera que existe una dificultad para interpretar una fracción mixta o para realizar la suma de 10 50. Este aspecto se observó ya que de acuerdo a su justificación,  $10 \frac{1}{2}$  para el niño equivale a 15 "Calculé que dos rayos daban a 30 cm.", sin embargo existe por escrito, en columna, dos veces la cantidad de 10.5 - pero sin algún signo o resultado -, por lo que no se sabe con certeza en donde reside exactamente la confusión en el niño (es decir si en la interpretación de  $10 \frac{1}{2}$  o en la suma de 10.5 más 10.5).

La respuesta de b) es coherente con el problema, de acuerdo a la respuesta dada en a) y a la justificación, ya que para el niño dos rayos miden en total 30 cm. por lo que sobran 10 cm. del todo.

4- a) 30 cm. b) 10 cm.

El caso 34 - 6 es muy parecido al caso anterior ya que en la justificación el niño señala que sumó dos veces "diez y medio" poniendo en la respuesta a) 30 cm. por lo que implícitamente esta considerando que  $10 \frac{1}{2}$  equivale a 15 cm. Cabe señalar que en este inciso pone el resultado de la suma en lugar de la cantidad de rayos que se demandaba en la pregunta.

Aunque no señala como obtuvo la respuesta de b), se considera que el niño realizó el cálculo mental de 40 (el todo) menos 30 (resultado de la suma de  $10 \frac{1}{2}$  más  $10 \frac{1}{2}$  de acuerdo al niño).

5 - a) 2 cm. y b) 8 cm.

De acuerdo a la división realizada por el niño (40 entre 21) se observa que el niño considera a la fracción mixta  $10 \frac{1}{2}$  como equivalente a 21, por lo que denota que existe una gran dificultad en sacar conversiones de este tipo de número (se considera que probablemente el niño convirtió la fracción mixta  $10 \frac{1}{2}$  a fracción impropia  $21/2$  pero omitiendo el denominador para realizar su división)

Por otro lado se devela una gran deficiencia en la realización de esta división ya 40 entre 21 es igual a 1 con un residuo de 19 y no a 2 con residuo de 8 como marca el niño

El niño puso en la respuesta para b) el residuo obtenido a través de su división.

Caso 30-6

**Categoría No. 5: a) Respuesta correcta - razonamiento coherente**

**b) Respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Tres casos se ubicaron en esta categoría

- El caso 12 - 6 multiplicó la longitud de un rayo por 3 (se considera que el niño estimó la cantidad que multiplicada por 10.5 se acercará a 40, determinando como respuesta 3. El niño señala en su justificación que calculó cuanto sobraba, es decir, 40 menos la cantidad obtenida de su multiplicación. Se considera que lo realizó de manera mental puesto que no existe ninguna sustracción por escrito, seguramente equivocándose al efectuar este cálculo, ya que puso en respuesta b) 9.5 en lugar de 8.5 que sería la respuesta correcta (de acuerdo al problema y a los resultados del niño obtenidos en su multiplicación).

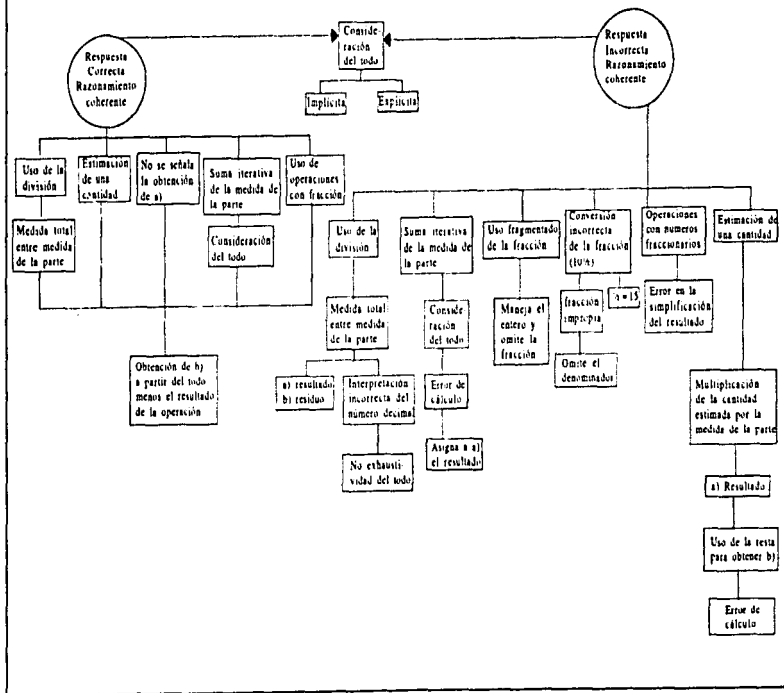
En el caso 23 - 6, el niño efectúa una división del todo (40) entre la longitud de un rayo. En esta operación el niño dejó su resultado en número decimal (3.6) con un sobrante de 20 (cabe señalar que el niño se equivocó en la división ya que el resultado, considerando sólo decimos, es de 3 8 con un residuo de 10)

Para la respuesta de a) puso correctamente la cantidad de 3, sin embargo para b) puso el decimal obtenido en su división. Esto revela que el niño no supo interpretar correctamente el resultado obtenido de su operación y que implícitamente esto conlleva a una no exhaustividad del todo pues no se consideró el residuo.

- Por último, se clasificó en esta categoría, el caso 26 - 6, quien obtuvo correctamente la respuesta de a) y se equivocó en la respuesta de b)

De acuerdo a la justificación dada por el niño, se considera que fue sumando, de manera mental, la longitud de la parte hasta obtener una cantidad próxima a 40, sin embargo, aunque no se señala como se obtuvo la segunda respuesta, se considera que de igual manera el niño realizó una resta mental del todo menos el resultado de su suma, pero equivocándose en la respuesta.

PREGUNTA No. 5  
 QUINTO Y SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



**PREGUNTA No. 6**

RESULTADOS OBTENIDOS EN EL QUINTO GRADO DE PRIMARIA

• **Categoría No. 1: respuesta correcta - razonamiento coherente**

Sólo cuatro casos se ubicaron en esta categoría. De las justificaciones dadas, se observó que fueron dos los procedimientos por los cuales se obtuvo la respuesta

a) Dos casos realizaron la división del todo ( $8 \frac{3}{4}$ ) entre la longitud de una pieza de madera ( $1 \frac{1}{4}$ ). Esta operación se realizó con fracciones mixtas, las cuales convirtieron a fracciones impropias ( $35/4$  dividido entre  $5/4$ ) y el resultado lo simplificaron (dividiendo el numerador entre el denominador) obteniendo como respuesta 7 (piezas)

Ejemplo Caso 24 - 5.

b) En los otros dos casos, los niños señalan en su justificación que obtuvieron el resultado a través de una suma.

El caso 9 - 5 escribió verticalmente 7 veces la fracción (cabe señalar que colocó una raya intermedia entre los números, ésta se ubica después de los cuatro primeros - es decir si se suman los cuartos se obtiene un entero - se considera que el niño se guió de esto para poder calcular mas fácilmente)

En el caso 4 - 5, las operaciones se encuentran borradas, llegándose a percibir una posible suma).

En estos casos, se observan rasgos que se acercan al nivel Intuitivo-técnico simbólico (Kieren, 1988).

• **Categoría No. 3: respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Cinco casos de Quinto Grado de Primaria, se clasificaron en esta categoría. Debido a que cada caso dio una respuesta diferente, se considera conveniente analizar cadauna:

1) Caso 15 - 5

El niño realizó una multiplicación de fracciones para tratar de resolver este problema. De acuerdo a las cantidades escritas en la multiplicación ( $8 \frac{1}{4}$  por  $1 \frac{1}{4}$ ) se observa que el niño no tiene un claro concepto de lo que conlleva realizar una multiplicación de fracciones.

Sin embargo se observa que convirtió correctamente las fracciones mixtas a impropias y dividió el numerador entre denominador para simplificar el resultado de esta multiplicación, obteniendo correctamente, de acuerdo a sus datos,  $10 \frac{15}{16}$

2)

Al igual que en el caso anterior el niño 20 - 5 marca una multiplicación de  $1 \frac{1}{4}$  por  $8 \frac{1}{4}$ . Sin embargo al momento de resolverla, realiza lo siguiente: (para mayor comprensión de lo realizado por el niño, llamaremos a la fracción  $5/4$  "a" y a la fracción  $35/4$  "b").

- Multiplica el numerador de "a" por el denominador de "b" y pone el resultado como denominador.

- Multiplica el denominador de "a" por el numerador de "b" y lo pone el resultado como numerador.

Esto denota claramente que el niño tiene confusión entre el algoritmo de la división y el de la multiplicación con fracciones.

Por último cabe señalar que para simplificar el resultado obtenido ( $140/20$ ) dividió el numerador entre el denominador, lo que le da un resultado de 7. Sin embargo, tanto en la multiplicación como en la respuesta, pone como resultado 16 (no se sabe de donde obtiene, el niño, esta cantidad)

3)

El caso 25 - 5, no señala el procedimiento por el cual obtuvo la respuesta (6) Se considera que el niño estimó una determinada cantidad que multiplicada por o sumada con,  $1 \frac{1}{4}$  se acercará a  $8 \frac{1}{4}$ .

Sin embargo su justificación es muy importante ya que revela que el niño no considera la exhaustividad del todo y que se conformó con el resultado obtenido sin tratar de llegar a esta. Cabe señalar que el resultado de la multiplicación de  $1 \frac{1}{4}$  por 6 es correcto

4)

En el caso 28 - 5 el niño también realizó una multiplicación de fracciones. Pero a diferencia de los anteriores, procede correctamente para realizar una multiplicación de fracciones y obtener el resultado correcto.

El error del niño se debió, que al convertir la fracción mixta  $8 \frac{3}{4}$  a impropia, puso 8 45 en lugar de 8 75 (si no se hubiera equivocado en este punto, su resultado hubiera sido el correcto)

Sin embargo se considera que el niño utilizó adecuadamente el algoritmo, por lo que se considera que podría acercarse a las características del nivel ITS (Kieren, 1988)

5)

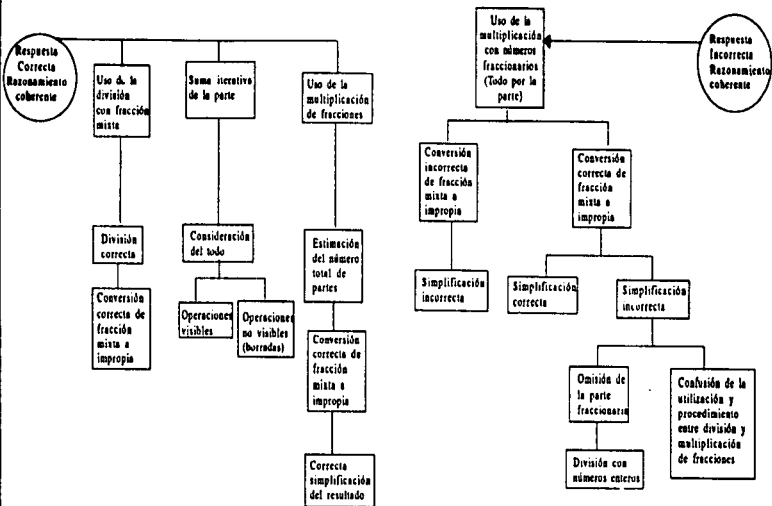
El último caso ubicado en esta categoría es el 31- 5

Aunque la justificación dada es muy incompleta y no da cuenta del proceso por el cual el niño obtuvo la respuesta, se considera que es importante de interpretar ya que el resultado se obtuvo de la división de 8 entre 1, es decir, probablemente el niño sólo consideró la parte entera de los datos del enunciado.

En esta ocasión no solamente el niño manipuló la parte entera de manera separada (Hart, 1977), sino que omitió la parte decimal por completo para resolver el problema. Esto revela que existe una gran dificultad para comprender y manejar operaciones con fracciones mixtas.



PREGUNTA No. 6  
 QUINTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



RESULTADOS OBTENIDOS EN EL SEXTO GRADO DE PRIMARIA

**Categoría No. 1: respuesta correcta - razonamiento coherente**

De acuerdo a las justificaciones obtenidas en los 8 casos ubicados en esta categoría, se pueden mencionar los siguientes grupos

a)

La mitad de los casos clasificados en esta primera categoría, obtuvieron su respuesta de una división. Es decir, convirtieron mentalmente las fracciones mixtas del enunciado del problema a números decimales y después realizaron una división del todo entre la longitud de una parte.

Se considera que los niños se sienten más seguros en realizar una operación con decimal que con fracciones mixtas.

Ejemplo 1 - 6

En el caso 27 - 6 el niño menciona en su justificación que realiza una división de 1 25 entre 8.75 pero en su operación hace lo contrario. Se considera que este error se debe a que leyó la división de izquierda a derecha.

b)

En tres casos, se señala en la justificación que el resultado se obtuvo de la suma de  $1 \frac{1}{4}$  hasta que se aproximara a  $8 \frac{3}{4}$ . En estos casos se considera que el cálculo fue mental ya que no existe ninguna operación por escrito que de cuenta de esta operación.

Ejemplo 15 - 6

c) Sólo un caso recurrió a la división con fracciones mixtas

Para realizar esta operación, el niño realizó lo siguiente

- Convirtió las fracciones mixtas a impropias.
- Dividió correctamente estas cifras
- Para simplificar el resultado, dividió el numerador entre el denominador, obteniendo como resultado 7.

En este caso se considera que existe un uso formal de la simbología.

### **Categoría No. 3 respuesta incorrecta - razonamiento coherente**

Sólo cuatro casos se clasificaron en esta categoría.

Aunque en el caso 3 - 6 y 22 - 6 la respuesta dada fue la misma, se pudo observar que se utilizaron diferentes estrategias de resolución

En el caso 3 - 6 el niño convirtió correctamente las fracciones mixtas del enunciado del problema, a número decimal. Después realizó una división del todo (875) entre la longitud de una parte (125) obteniendo como resultado 7. Para verificar este resultado el niño realizó una multiplicación de 1.25 (longitud de la parte) por 7 (resultado obtenido de la división) comprobando que su respuesta era la correcta. Sin embargo no sé sabe porque al momento de responder puso 8 en lugar de 7, se considera que probablemente se debe a una falta de atención

El niño 22 - 6 señala en su justificación que realizó una multiplicación de 8 por 1, es decir, se considera que omitió la parte fraccionario de los datos del enunciado. Esto revela que existe una dificultad para realizar operaciones con fracciones mixtas y que el niño no sólo manipula los números de la parte entera por separado (Hart, 1977), sino que también omite por completo la parte fraccionaria. Cabe mencionar que el niño realiza por escrito la división de 8 entre 1, por lo que se considera que probablemente se le dificultan los cálculos y sobre todo de manera mental.

En los casos 6 - 6 y 38 - 6, se observó que en algunos aspectos existen ciertas diferencias y semejanzas, por lo que a continuación se hace mención de éstos:

- En los dos, se realiza una división del todo entre la longitud de una parte; sin embargo la diferencia principal consiste en la conversión de las fracciones mixtas del enunciado a números decimales ya que:

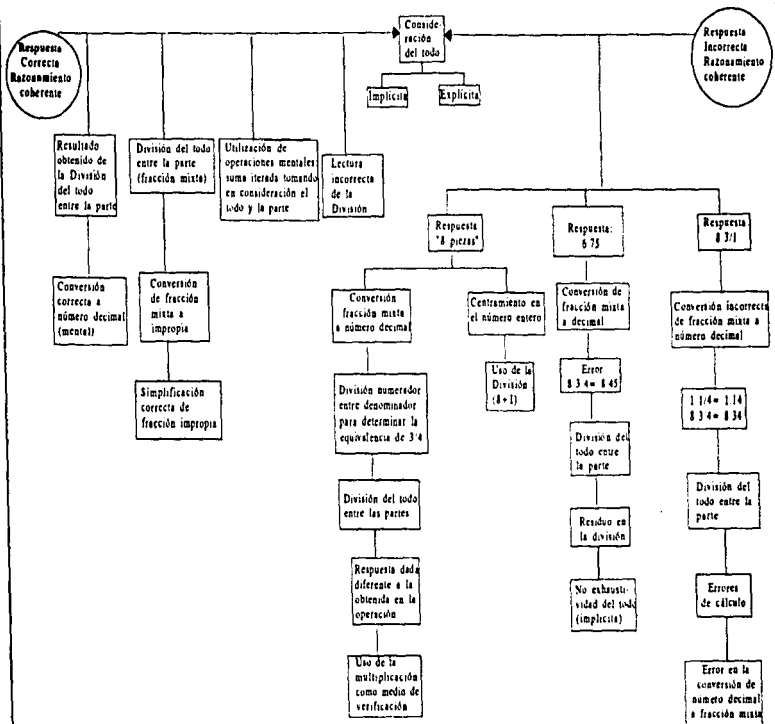
En el caso 6 - 6 considera  $8\frac{1}{2}$  como 8.45 y  $1\frac{1}{4}$  como 1.25 (que es correcto); en el caso 38 - 6 considera la primera fracción como 8.34 y la segunda como 1.14 (siendo ambas erróneas).

- De acuerdo a las cifras de cada niño, el caso 6 - 6 realiza correctamente su división mientras que el otro resuelve incorrectamente su operación.

- El caso 38 - 6 obtiene un resultado decimal sin residuo para convertir este en fracción, considera el décimo como numerador y el centésimo como denominador, lo que indica la tendencia a concebir la fracción como dos números no relacionados entre sí.

Por último estos errores denotan que existe cierta dificultad en convertir las fracciones en números decimales y que los niños no correlacionan el resultado de sus operaciones con la pregunta ya que ésta demanda un número natural.

PREGUNTA N.º 6  
 SEXTO GRADO DE PRIMARIA  
 (TERCER CICLO)  
 ESTRATEGIAS GENERALES  
 DE RESOLUCIÓN



## **CAPITULO VI**

### **CONCLUSIONES**

En el transcurso de la investigación se observó la existencia de ciertos rasgos, líneas y estrategias recurrentes en el segundo y tercer ciclo de la educación primaria. Estos aspectos se analizaron a partir de dos momentos:

#### **A) Conclusiones parciales**

Se observaron estrategias, problemáticas y características específicas de cada grado, según el contenido de cada pregunta por lo que se elaboraron conclusiones parciales, que dan cuenta de éstas.

#### **B) Conclusiones Generales.**

En esta parte se exponen los rasgos comunes y las diferencias encontrados entre los dos ciclos, así mismo, se exponen las aportaciones de la presente investigación.

### **A) CONCLUSIONES PARCIALES**

#### **PREGUNTA No. 1**

#### **SEGUNDO CICLO**

El tipo de pregunta es diferente para cada grado, puesto que para tercer grado es No Instruccional y para cuarto grado de Verificadora, de acuerdo al contenido de los Programas Oficiales de la SEP. Sin embargo, se identificaron características comunes en las respuestas y justificaciones de los niños, así como en las estrategias de resolución.

Igualmente, se observaron algunos elementos que diferencian un grado de otro y que denotan evolución en el conocimiento del niño.

### Características comunes en tercer y cuarto grado de primaria

- 1) Se tiende a concebir la fracción como **fracturador**.
- 2) No se hace uso de la simbología matemática formal pues se centra el trabajo en el desarrollo de la estrategia de reparto a través del uso de la imagen física y pictórica.
- 3) Se observa un nivel intuitivo pues:
  - a) Se utiliza la expresión fraccionaria, acompañada de un artículo "un  $1/5$ ".
  - b) Reafirma su respuesta en fracción ( $1/5$ , un quinto).
  - c) Utiliza la simbología matemática correcta pero su razonamiento se centra en el conteo de partes ( $5 = 1/5$ ).
- 4) Centramiento en el número natural.
- 5) Plantea la condición de igualdad y la relación parte - todo en una minoría.
- 6) Debido a la influencia del contenido curricular generaliza el conocimiento adquirido escolarmente, utilizando el término "medios" para nombrar cualquier parte resultado de una equidistribución.
- 7) Utilización del diagrama para resolver el problema.
- 8) Indicios de lenguaje etnomatemático.
- 9) Uso de la medición de longitud, tendiendo a dar una respuesta en decimal.
- 10) Diversidad de estrategias de resolución.

### Características diferentes en tercer y cuarto grado de primaria:

- 1) La población se distribuye de manera diferente en cada categoría debido al tipo de pregunta que corresponde a cada grado según el Programa Oficial.
- 2) Se observa que el índice de aprobación es mayor en cuarto grado (50%) que en tercer grado (37%) y que la distribución en la categoría 4 es altamente diferenciable en tercero (37%) mientras en cuarto es del 15 %. Esto indica que los alumnos de cuarto grado tienen ya mejores y mayores elementos para resolver los problemas planteados.

- 3) En tercer grado existe una tendencia a no relacionar el número de cortes con el número de partes.
- 4) Aunque en ambos grados se observa que existe una fuerte concentración en el número natural, en cuarto grado se observa:
- a) Una evolución en cuanto al manejo de la relación parte - todo.
  - b) La no consideración de la exhaustividad del todo como condición de la fracción de manera más marcada.
  - c) La connotación descriptiva en el lenguaje cotidiano de las fracciones.
  - d) El uso de la suma de fracciones.



### **TERCER CICLO**

De acuerdo a los resultados obtenidos en la pregunta número 1, se observó que las estrategias utilizadas para la resolución del problema planteado fueron muy similares en quinto y sexto grado de primaria. Se considera que esto a para ambos grados, esta pregunta es de seguimiento.

Sin embargo se presentaron:

- En sólo algunos casos de quinto grado se hace mención de la condición de la igualdad de las partes, concepto que en ningún caso se hace explícito en sexto grado. Probablemente esto se deba a que en estos grados ya no se hace tanto énfasis en la condición de la igualdad, puesto que se supone que los alumnos de este ciclo ya lo han interiorizado cuando se hace referencia a los números fraccionarios.

No se sabe con certeza si consideran o no esta condición, ya que sólo en algunos casos se hizo uso de la representación gráfica realizando una partición en partes ya sea en partes iguales o aproximadamente iguales (cabe señalar que de estos casos, sólo una minoría divide la barra en cinco partes exactamente iguales)

Es importante señalar que sólo un caso, perteneciente a quinto grado, quiso aplicar su conocimiento de otra área (geometría), es decir, trató de aplicar un conocimiento del área de geometría como estrategia de resolución al problema. Es importante que los niños vean a la matemática como un objeto orgánico que se interrelaciona, el problema consiste en que deben comprender en que contexto se aplican las estrategias formales según las exigencias matemáticas de una situación - problema

Así mismo cabe mencionar que sólo un caso, perteneciente de quinto grado, dio una respuesta con residuo lo que conlleva a una no exhaustividad del todo.

#### Características comunes en quinto y sexto grado

- 1) La gran mayoría se apoyó en el diagrama para poder resolver el problema, lo que denota un nivel intuitivo del conocimiento matemático de la fracción.

- 2) No se observó en la mayoría de los casos, específicamente los ubicados en la categoría N.3, la verificación de la respuesta dada.
- 3) Se observó una fuerte tendencia a dar un resultado en decimal, lo que se debe probablemente a una influencia de la enseñanza recibida (ya que en la mayoría de los problemas que se les plantean a los niños de estos grados, se demanda una respuesta ya sea en número natural o en decimal y muy pocas veces en fracciones).
- 4) Por último cabe señalar que se presentó cierta dificultad para convertir un número decimal a fraccionario, lo que se podría interpretar como una muy pobre concepción de lo que es una fracción y sus equivalentes en números enteros o decimales.

De los resultados obtenidos, la mayoría de los casos se pueden situar en un nivel intuitivo y sólo muy pocos presentan elementos que podrían acercarse a un nivel intuitivo-técnico simbólico o técnico simbólico.

**PREGUNTA No. 2**

**SEGUNDO CICLO**

El tipo de pregunta es diferente para cada grado puesto que para tercero es No Instruccional y para cuarto grado es Verificadora, de acuerdo al contenido de los Programas Oficiales de la SEP. Sin embargo, se identificaron características comunes en las respuestas y justificaciones de los niños, así como las estrategias de resolución. Igualmente, se observaron algunos elementos que diferencian un grado de otro y que denotan evolución en el conocimiento de los niños.

Características comunes en tercer y cuarto grado de primaria

- 1) Apoyo en la relación parte - todo - fracción y la igualdad para la resolución del problema
- 2) Centración en el número natural.
- 3) Influencia del contenido curricular: partición en medios.
- 4) Fracción como razón.
- 5) Uso del diagrama para obtener la respuesta.
- 6) Marcas de conteo.

### Características diferentes en tercer y cuarto grado de primaria

- En tercer grado:
  - 1) Se considera a la fracción como fracturador.
  - 2) Se observan marcas de conteo
- En cuarto grado:
  - 1) Se observa la connotación descriptiva de la fracción en el lenguaje cotidiano

En tercer grado, sólo un 6% se ubica en la categoría 1, la mayoría se encuentra ubicada en la categoría 3, lo cual evidencia la riqueza de estrategias que pueden retomarse de los niños para resolver problemas cuyo contenido es No Instruccional.

En cuarto grado, existe un porcentaje significativo en la categoría 1, la mayor parte de la población se ubica, igualmente en la categoría 3, pero es importante resaltar que el porcentaje de casos que se ubicaron en la categoría 4 es alto siendo ésta una pregunta verificadora. De hecho, es mayor la cantidad de niños de cuarto grado ubicados en esta categoría que la identificada en tercer grado, siendo que los niños de mayor grado escolar tienen más elementos para resolver este tipo de planteamientos.

## TERCER CICLO

La pregunta No 2 del cuestionario aplicado en quinto y sexto grado de primaria, es de seguimiento para ambos grados, ya que como se ha mencionado anteriormente, es en cuarto grado de primaria en donde se contempla la introducción de los conceptos de tercios, quintos y séptimos en el Programa Oficial de Matemáticas, por lo que se explica que existen muchas semejanzas en las estrategias de resolución utilizadas por los niños de ambos grados escolares

### Características comunes en quinto y sexto grado de primaria

- 1) Recurrencia a la división del todo entre tres, es decir, que se considera a la fracción como cociente.
- 2) Asignación a b) lo doble que la respuesta obtenida en a), es decir, se considera que se hace uso de la proporción (si  $1/3$  de 12 es igual a 4,  $2/3$  es igual a 8).
- 3) En muchas justificaciones de ambos grados sólo dan cuenta de cómo se obtuvo la respuesta de a).
- 4) En los otros casos, en que se hace mención de la respuesta de b) en la justificación, se asigna para este resultado las canicas sobrantes (especialmente en los casos ubicados en categoría No 1) lo que podría indicar un nivel de conocimiento etno - intuitivo
- 5) En algunas justificaciones, se consideran por igual las palabras "suma" que "conteo" lo que hace referencia al contexto cardinal de los números.
- 6) En varios casos de ambos grados, que se sitúan en la categoría No 3, se observó que consideran  $1/3$  como 3 canicas y por lo tanto la mayoría de éstos, asignan a b) la respuesta de 6 canicas, es decir lo doble que la respuesta de a), por lo que se observa un centramiento sobre el cardinal, en un intento de interpretar la fracción  $1/3$ .

- 7) En un caso de cada grado, se observó que se hace una lectura incompleta de la división, es decir, en lugar de señalar que se divide el dividendo (12) entre el divisor (3), se escribe en la justificación lo contrario ( 3 entre 12)

Características diferentes en quinto y sexto grado.

- 1) En Quinto Grado se observaron, en la gran mayoría de los casos, marcas de conteo (puntos marcados dentro de las canicas), sin embargo en sexto grado sólo se observó este fenómeno en 1 caso. Por lo tanto se podría decir que la mayoría de estos niños tienen la necesidad de recurrir al principio de correspondencia para no equivocarse en el conteo, es decir, requieren todavía de lo concreto; a diferencia de los de sexto que ya son capaces de realizar un conteo de forma mental sin requerir de forma espontánea este principio.
- 2) Por otro lado, se observó que los niños de sexto grado prefirieron trabajar con números naturales que con fracciones y en quinto grado se observó un intento por resolver este problema a través de operaciones con números fraccionarios (en especial con multiplicaciones) aunque fueron pocos los casos de este grado en comparación a los que se presentaron en sexto grado.

3) Por último cabe señalar que en sexto grado, se observó que varios niños, dan en el inciso b) la misma respuesta que a) . En un sólo caso, se considera la exhaustividad del todo ya que en los demás casos, señalan que obtienen a) de una división del todo en tercios y asignan a b) la misma respuesta. Esto se considera que puede deberse a alguno o ambos de los factores siguientes

- a) Falta de atención al leer el enunciado y/o colocar las respuestas de a) en el lugar de la respuesta de b).
- b) Consideran probablemente una equipartición sin considera la exhaustividad del todo.

**PREGUNTA No. 3**

**SEGUNDO CICLO**

El tipo de pregunta es diferente para cada grado, puesto que para tercer grado es Verificadora y para cuarto grado es de Seguimiento, de acuerdo al contenido de los Programas Oficiales de la SEP.

Características comunes en tercer y cuarto grado de primaria:

- 1) Referencia al criterio de igualdad.  
Se centra en las cualidades de la figura:
  - Cantidad (más ... menos...).
  - Tamaño (grande ... chica...).
- 2) Comparación directa (más grande que ...).
- 3) Fracción como fracturador.
- 4) Referencia a la posición de la línea (simetría).
- 5) Utilización de manera sinónima el término "parte" que "mitad".

Características diferentes en tercer y cuarto grado de primaria

- 1) Los niños de tercer grado utilizan un lenguaje etnomatemático, en el resultado y las justificaciones.
- 2) En este grado, se observan dos elementos:
  - Centración en el hecho de la "división" del círculo.
  - Negación de la partición del círculo.



- 3) Los niños de cuarto grado hacen referencia a la acción de doblar. Utilizan la simbología matemática dentro de la justificación.
- 4) Se identifica una distribución similar en la población de ambos grados, con la diferencia de que en tercer grado se abarcaron la cuarta categoría (respuesta incorrecta - razonamiento incoherente) mientras que en cuarto grado sólo la primera (respuesta correcta - razonamiento coherente) y la tercera categoría (respuesta incorrecta - razonamiento coherente).

### TERCER CICLO

La mayoría de las justificaciones dadas, fueron muy similares entre los grados de quinto y sexto grado, ésto se debe seguramente a que para ambos, esta pregunta es de seguimiento.

#### Características observadas en quinto y sexto grado

- 1) La gran mayoría hace referencia a cuál debería ser la ubicación correcta de la línea para obtener "mitades" utilizando algunos de los siguientes términos:
  - En medio.
  - En el centro.
  - A la mitad.
- 2) Otros casos hacen mención del tamaño de las partes para justificar su respuesta: "Porque es más grande", "Es mayor .... o menor que".
- 3) En varios casos de ambos grados, hacen explícita la necesidad de la igualdad para el concepto de "mitades".
- 4) En otros, se observa que consideran como sinónimos "mitad" y "parte". Sin embargo, en uno sólo de estos casos, se hace mención de la igualdad "las dos mitades deben de ser iguales" ya que en los otros se hace implícita o se explícita la no necesidad de la igualdad al hablar de "mitades" (explícita sólo en sexto grado).
- 5) En un caso de ambos grados, se hace referencia a las fracciones para describir a las partes ( Una parte es  $\frac{1}{4}$  y la otra  $\frac{3}{4}$  ). Sin embargo en quinto grado, el niño da esta respuesta en lugar de responder a lo que se demandaba. En su justificación, considera mitad igual que parte y en sexto grado, el niño recurre a este tipo de razonamiento para justificar su respuesta.
- 6) En quinto grado se observaron dos casos que podrían ubicarse en un nivel etnomatemático debido al tipo de lenguaje utilizado en su justificación.

7) La gran mayoría de ambos grados se ubicó dentro de la categoría No. 1, sin embargo aproximadamente la misma cantidad de niños se clasificaron en la categoría No. 3, lo que denota que aún en estos grados, no existe todavía una concepción clara del concepto de fracción, ya que se esperaba que en esta pregunta fueran casi inexistentes los casos pertenecientes a esta categoría puesto que el nivel de dificultad de este problema es muy bajo para el tercer ciclo de la educación primaria de acuerdo a los programas oficiales.

**PREGUNTA No. 4**

**SEGUNDO CICLO**

*El tipo de pregunta es no instruccional, en tanto se manejan fracciones mixtas. La pregunta se refiere, por su planteamiento a la fracción como comparador.*

Características observadas en cuarto grado

*Después del análisis de las respuestas de los niños se concluyó que:*

*Aún cuando la pregunta es No instruccional, algunos niños elementos para resolverla correctamente como son:*

- 1. La fracción como cociente (uso de la división)*
- 2. Consideración de la relación parte - todo - fracción.*
- 3. Consideración de la igualdad.*
- 4. Consideración de la exhaustividad del todo.*
- 5. uso de la suma (como método de comprobación).*

*La mayoría de los niños eligieron la opción b) como respuesta, lo cual denota un centramiento en el nivel intuitivo y en el uso del número natural. Aunque existen también tendencias a concebir la fracción como la relación de dos números aislados, así como el uso del lenguaje etnomatemático.*

*Pocos niños son los que no registran dentro de su cuestionario, elementos de interpretación, por lo se consideraron en la categoría 4.*

### **TERCER CICLO**

Aunque para quinto grado la pregunta es Verificadora y para sexto grado es de Seguimiento, no se observó una diferencia significativa en cuanto se refiere a las estrategias utilizadas por los niños para la resolución del problema.

#### Características observadas en quinto y sexto grado

- 1) La mayoría de los niños realizó una división del todo (17 entre 4), es decir, consideraron la fracción como cociente.  
Los niños ubicados en la categoría No. 1 que optaron por este procedimiento, dejaron la división sin residuo, convirtiendo mentalmente este resultado a fracción mixta.  
Sólo en quinto grado, se observó que algunos niños dejaron residuo, pero lo interpretaron correctamente para dar una respuesta en número fraccionario. En un sólo caso de este mismo grado se hizo lectura incorrecta de la división realizada, es decir, puso en la justificación que realizó la división del divisor entre el dividendo, siendo que colocó correctamente los datos en su operación por escrito.
- 2) En un sólo caso, se observó que se recurre a una operación (multiplicación) en fracciones, por lo que se considera que contiene elementos que se acercan al nivel Intuitivo - técnico simbólico (ITS).
- 3) De los casos cuya elección fue el inciso a), se pudo observar que existe una dificultad para interpretar el resultado obtenido de la división del todo entre la parte.
- 4) La mayoría de los casos, tanto en quinto grado como en sexto, optaron por el inciso b). Gran parte hizo una división del todo entre las partes, dejando un residuo y los demás casos señalan en su justificación que obtuvieron la respuesta de una multiplicación.
- 5) Por lo tanto se considera que hubo una preferencia notable por inciso cuya respuesta indica un sobrante, conllevando, por lo tanto, a la no exhaustividad del todo de manera implícita.

**PREGUNTA No. 8**

**CUARTO GRADO DE PRIMARIA**

El tipo de pregunta es No Instruccional, según el contenido del Programa Oficial de la SEP.

La estructura del problema plantea la fracción como comparador.

Aunque intervienen ciertos elementos como la fracción "medios" que les brindan cierta capacidad de resolución o desarrollo del problema desde su propia perspectiva.

Características observadas en cuarto grado

1) Uso de la suma

La mayoría de los niños dan una respuesta incorrecta. En algunos casos se detectaron elementos rescatables dentro del razonamiento que exponen:

- Centramiento en el número entero.
- Uso de la suma (incorrecta).
- Uso de la división
- No exhaustividad del todo.
- Consideración del todo.
- Interpretación equívoca de la fracción  $\frac{1}{2}$ .
  - a)  $\frac{1}{2} = 12$
  - b)  $\frac{1}{2} = 15$
  - c)  $\frac{1}{2} = 5$

2) En la mayoría de los casos, se identificó la falta de elementos de interpretación acerca de lo que realizaron los niños.

## **TERCER CICLO**

### Características observadas en quinto y sexto grado

- 1) En la categoría No. 1 se clasificaron aproximadamente el mismo número de casos, que representa una minoría de la población de ambos grados (3 de 33 para quinto y 4 de 38 para sexto grado). Los procedimientos utilizados variaron de un grado a otro ya que en quinto, la principal estrategia de resolución utilizada fue la multiplicación de la medida dada por un número, de tal forma que el producto se acercará al todo señalado en el enunciado del problema. En estos casos no se explicita claramente el razonamiento por el cual se obtuvo la primera respuesta. Sin embargo en sexto grado se explicita con cierta claridad el procedimiento por el cual se obtuvieron las dos respuestas, utilizando como estrategia la división (del todo entre la medida).
- 2) En ambos grados una minoría de casos se ubicaron en la categoría No. 3. En quinto grado predominó el manejar a las partes de la fracción mixta por separado, y/o ignorar la parte fraccionaria y sólo considerar la parte entera. Por otro lado, en sexto grado predominó el considerar la fracción mixta  $10 \frac{1}{2}$  como 15 (es decir 10 más  $\frac{1}{2}$  de 10).
- 3) Muy pocos fueron los casos de ambos grados que se situaron en la categoría No. 5. En éstos se observó que predominó el error de cálculo (en la operación de resta) para la obtención del resultado en la pregunta a), ya que en la mayoría la operación en la cual se tuvo el error fue hecha en forma mental.

Los resultados obtenidos en esta pregunta revelan que en éstos grados existe todavía una pobre comprensión de lo que significa una fracción mixta y una dificultad para operar con ellas.

**PREGUNTA No. 6**

**TERCER CICLO**

De acuerdo a los resultados obtenidos en ambos grados, se pudieron observar ciertas diferencias y semejanzas entre éstos.

Es importante señalar que para Quinto grado la pregunta No 6 es verificadora y para sexto grado es de seguimiento, lo que puede influir en las estrategias utilizadas por los niños de cada grado.

Características comunes en quinto y sexto grado

- 1) Se denota una preferencia en operar con números decimales que con números fraccionarios.

Características diferentes en quinto y sexto grado

- 1) Tendencia a solucionar los problemas a través de operaciones con fracciones (presentándose diversas dificultades provocando la obtención de un resultado equivocado), mientras que los casos ubicados en esta categoría de sexto grado realizaron las operaciones ya sea convirtiendo la fracción mixta a decimal o manejando las partes de la fracción mixta como dos elementos separables, considerando sólo la parte entera.
- 2) En esta categoría se observó que las estrategias utilizadas en quinto grado, difieren significativamente de las de sexto y que los errores probablemente se debieron a que, como se mencionó anteriormente, es apenas en quinto grado que se introducen las fracciones mixtas y, de acuerdo a los resultados, todavía no existe un buen manejo de éstas. En sexto grado, se esperaba una mayor comprensión y dominio de este tipo de fracción, pero no se observó algún intento por tratar de resolver el problema planteado con el uso de fracciones mixtas (cabe mencionar que se observaron diversos errores al convertir fracciones a números decimales).



## **B) CONCLUSIONES GENERALES**

Se pudo observar que se presentaron rasgos en común y diferencias entre los dos ciclos estudiados. Con el fin de llevar un seguimiento lógico de estos aspectos, la presentación se realizará por pregunta.

### **PREGUNTA No. 1**

Uno de los principales factores que influyó en los resultados obtenidos, fue el tipo de pregunta con respecto a los Programas Oficiales de Matemáticas para cada grado, lo que trajo consigo una notable diferencia en las respuestas y las estrategias de resolución entre tercer y cuarto grados, así como entre quinto y sexto grado y a su vez entre ambos ciclos (segundo y tercero) de la Educación Primaria.

Se observó que en segundo ciclo, existe un centramiento en el número natural, debido a la manifestación de la fracción como fracturador, manejada a través de los ejercicios de partición y reparto. Mientras que en tercer ciclo, se centran en el manejo del número decimal, producto de la concepción de la fracción como cociente (división) manejada en la enseñanza.

El uso de diagramas para resolver (segundo y tercer ciclo) o apoyar (tercer ciclo) la respuesta dada, constituyó una estrategia significativa en la obtención del resultado, lo cual ubica a la población en un nivel intuitivo.

De las diferencias más relevantes detectadas en esta pregunta, cabe mencionar las siguientes:

- El uso de la simbología formal de las fracciones en tercer ciclo y el escaso uso de ésta en segundo ciclo.
- Generalización del concepto de "medios" para el producto de cualquier equipartición (por ejemplo para una partición en quintos).
- El uso del lenguaje etnomatemático en segundo ciclo, que se hace menos recurrente en tercer ciclo.

## PREGUNTA No. 2

Se observó que en tercer grado existe una fuerte tendencia de concebir la fracción como fracturador, pues recurren al uso del conteo y la partición (en subconjuntos). De ello se desprende, el constante uso de diagramas para resolver la pregunta y las marcas de conteo y que persisten hasta quinto grado y en sexto desaparecen, debido a que se alcanza un mayor nivel de abstracción.

Las marcas de conteo, constituyen un recurso para evitar los errores, detectados en una minoría (errores de omisión y repetición).

En cuarto grado, la tendencia es la misma, sin embargo, se comienzan a dar indicios de la concepción de fracción como cociente (división), tendencia mayoritaria en quinto y sexto grado.

En este punto se observó que los pocos casos que en cuarto grado recurren a la división, la plantean correctamente en la justificación, mientras que en quinto y sexto grado, existen casos en que se plantea incorrectamente, ésto se debe probablemente a la ejercitación de este contenido en tercer grado.

Se detectó una fuerte centración en el número natural ( $1/3 = 3$  canicas) en ambos ciclos, principalmente en el segundo, de ello se desprende la referencia a la fracción como razón ( $1/3 = 3$  canicas por lo que  $2/3 = 6$  canicas) y la tendencia a utilizar operaciones con número natural en tercer, cuarto y sexto grado en lugar de realizarlas con números fraccionarios, como se presentó en quinto grado. Lo anterior indica que el nivel de dominio no corresponde al de comprensión, pues no persiste en los grados subsecuentes, como en este caso. En las justificaciones, los niños del segundo ciclo hacen referencia al proceso para obtener las respuestas a) y b) mientras que en tercer ciclo sólo se hace referencia, en la gran mayoría de los casos, al procedimiento para obtener la respuesta a).

Ésto se debe a que los niños de este ciclo tienen un mayor nivel de abstracción y les es menos necesario plasmar de manera concreta su razonamiento. Lo mismo se observa en la tendencia de los niños de tercer ciclo a asignar la cantidad "sobrante" a

b) una vez determinada la respuesta de a) debido a la coincidencia con la respuesta correcta.

Se observó cierta preferencia por la partición en medios, que es muy representativa en segundo ciclo y que persiste en una minoría en tercer ciclo. Ésto indica una fuerte concentración en el concepto de "medios" debido a que para los niños, es este el concepto representativo de la equipartición (igualdad y exhaustividad).

En segundo ciclo se tiende a concebir la fracción como dos números aislados, asignado cantidades arbitrarias de dos maneras

1.  $a < b$  retomando las condiciones del problema.
2.  $a > b$  sin comprender las condiciones del problema.

Se observó que en el segundo ciclo las respuestas se centran en la categoría 3 y aunque una minoría se ubica en la categoría 1 es importante considerarlo pues aunque el tipo de pregunta es No Instruccional y Verificadora para el tercer y cuarto grado respectivamente, se pueden retomar elementos citados anteriormente para mejorar la enseñanza. En tercer ciclo existe un mayor índice de respuestas ubicadas en la categoría 1 debido a la naturaleza de la pregunta (de seguimiento) lo que indica un mayor comprensión y dominio del contenido

### **PREGUNTA No. 3**

Aunque el nivel de dificultad de la pregunta varía para cada grado, se observaron muchas características en común entre las respuestas obtenidas.

Entre otros aspectos, cabe mencionar los siguientes:

En una gran mayoría de la población (tanto de segundo como tercer ciclo) se observó que los niños hacen referencia a la ubicación de la línea para dar la justificación son dejar claro lo que entendían por mitades.

Este tipo de respuestas denotan una muy probable mecanización (debido a la posible influencia del contenido de simetría).

En otros casos, se hace referencia al criterio del tamaño (para segundo y tercer ciclo) y de cantidad (para segundo ciclo).

Otro de los aspectos en común que se encontraron fue el uso del término mitad para referirse a la parte. En algunos casos se hace, probablemente, debido al uso cotidiano de este término ("Mitad más grande") lo que denota una pobre concepción de este término.

Muy pocos casos de ambos ciclos recurren al uso de la simbología matemática de las fracciones dentro de la justificación o respuesta.

El lenguaje etnomatemático identificado en algunos casos en tercer grado, se observa aún en sexto grado.

Otra de las semejanzas observadas fue la centración de la justificación en la partición del círculo para determinar la respuesta afirmativa al problema planteado.

De las diferencias más significativas cabe señalar que en cuarto grado los niños hacen referencia a la acción de doblar como medio de comprobación, así como la comparación directa (en tercer ciclo no fue muy recurrente).

#### **PREGUNTA No. 4**

Las estrategias utilizadas por los niños varían según el ciclo, por lo que a continuación se señalan las semejanzas y diferencias observadas de acuerdo a las opiniones de respuesta presentadas.

- Elección de la opción correcta c)

De los casos cuya elección fue este inciso, se observó el uso de la suma como medio de obtención de la respuesta (sólo en cuarto grado) o de la división que lleva a la consideración de la fracción como cociente (cuarto grado y notablemente en tercer ciclo).

- Elección de la opción a)

Existe una significativa diferencia entre los casos de cuarto grado y tercer ciclo ya que en el primero se denota un nivel etno-intuitivo (EI) en la elección, mientras que en tercer ciclo se recurre a ella debido a la falta de opciones que se asemejaran a las respuestas obtenidas en las operaciones de los niños, por lo que se generalizó el término "sobrante de un pedazo" para cualquier resultado, pero que de cierta manera conserva rasgos del nivel EI.

- Elección de la opción b)

Tanto en cuarto grado como en tercer ciclo, la opción b) representa la más recurrida por los niños, puesto que se encuentran centrados en el manejo del número natural a partir de la concepción de la fracción como cociente. Se denota por lo tanto una clara tendencia a preferir un resultado con sobrante, lo que conlleva a una no consideración de la exhaustividad del todo y de la relación parte-todo.

- Elección de la opción d)

Aunque en los tres grados se presentaron casos cuya elección fue el inciso c), sólo se consideraron los de cuarto grado ya que las justificaciones dan cuenta de la respuesta elegida, mientras que las del tercer ciclo, no son coherentes por lo que fueron clasificadas en categoría No. 4.

De los resultados obtenidos en esta pregunta se puede concluir que debido al nivel de complejidad de la respuesta, se identificaron estrategias de resolución muy variadas, pudiéndose encontrar entre ellas, líneas de respuesta comunes entre los grados:

- El manejo aislado de las partes en la fracción mixta  $10 \frac{1}{2}$  (en cuarto grado y tercer ciclo conciben  $10 \frac{1}{2}$  como 15, en tercer ciclo como 21; y en cuarto grado se interpreta la parte fraccionaria de forma incorrecta:  $\frac{1}{2} = 12, 5$  ó 10).
- Recurrencia al uso de la división, lo que conlleva a una interpretación de la fracción como cociente

En cuanto se refiere a las diferencias en las respuestas de los diferentes grados, se observó un alto índice de especificidad de las estrategias, por lo que no se puede hablar de líneas generales de respuesta.

#### **PREGUNTA No. 6**

La diferencia más relevante en esta pregunta es el intento por parte de los niños de quinto grado por resolver el problema a través del uso de números fraccionarios, mientras que en sexto grado se observa el centramiento en el número decimal. Probablemente ésto se deba a la influencia de la enseñanza y el contenido curricular.

### *C) ACOTACIONES FINALES*

Para finalizar, es importante mencionar que se observó que no existe una firme consistencia y continuidad de contenidos, lo cual se debe al centramiento de los contenidos de cada grado, sin integrar los conocimientos escolares anteriores y recién adquiridos para poder responder a un problema, que de acuerdo al currículum, debe ser comprendido y dominado. Esta situación probablemente radica en la no interiorización de las condiciones de los números racionales y su generalización a la fenomenología de las fracciones, lo cual propicia una mecanización en las estrategias de los niños observada principalmente en tercer ciclo, en donde aparecen casos clasificados en la categoría No 2, lo cual no es frecuente en segundo ciclo, puesto que los niños de este último se encuentran aprendiendo contenidos nuevos y los del tercer ciclo, deben de partir de esos conocimientos para poder acceder a los posteriores, que involucran un mayor grado de complejidad.

La problemática anteriormente mencionada se refleja de manera preocupante, cuando los niños que cursan el último grado de primaria no comprenden y por lo tanto no dominan conceptos básicos incluidos en el currículum desde tercer grado. Ésto se convierte en un rezago para acceder a los conocimientos manejados en los niveles educativos posteriores.

Debido a que el problema de la comprensión y el dominio de las fracciones no es sólo un problema de contenido, sino que se gesta y se desarrolla en un marco formal y no formal de enseñanza y aprendizaje, la pedagogía tiene una importancia fundamental, puesto que aporta elementos teóricos y prácticos de análisis y resolución, desde el ámbito de la planeación educativa, hasta el de la didáctica, la técnica y la metodología educativa.

La intervención pedagógica que se realizó en el presente trabajo de investigación se puede observar en tres momentos

- a) Rescatar novedosas fuentes de investigación del área de matemática situándolas en un contexto pedagógico
- b) Establecer categorías de análisis que se complementan en el ámbito de estudio cualitativo y cuantitativo.
- c) Describir estrategias generales de resolución que pueden ser retomadas por otras instancias que intervienen en el proceso educativo, maestros por ejemplo.

La presente investigación aporta elementos que son fundamentales para ser retomados en las diversas instancias responsables del proceso educativo a nivel primaria en el ámbito de las fracciones, ya que brinda una evaluación tanto cuantitativa como cualitativa del nivel de comprensión y dominio que existe en los primeros grados en que se aborda formalmente el concepto de fracción, y en particular el contexto de comparador, que involucra elementos complejos dentro del estudio de este concepto.

La realización del presente trabajo constituye un esfuerzo por comprender la problemática de la matemática en el ámbito escolar y de esta manera contribuir a la apertura de nuevas líneas de investigación que pueden ser desarrolladas en diversos ámbitos pedagógicos.



*ANEXO*

*TABLAS DE RESULTADOS*

*PREGUNTA No. 1*

*SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

## TERCER GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 1

## RESPUESTAS CORRECTAS:



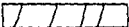
- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 4/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $6/5$  O EQUIVALENCIAS

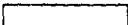
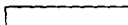
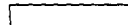
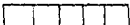
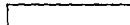
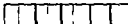
## PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL


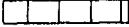

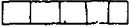
RESPUESTA TIPO:  
 $1/5$  O "UN QUINTO"

## CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2 - 3	$1/5$	<p>"Dividiendo las fracciones de 1 entre 5"</p> 	- Posiblemente se refiere a dividir un entero entre 5 niños y al dividir dice "fracciones" que pudiera significar "partes"
4 - 3	$1/5$ a cada niño	<p>"Porque si son 5 niños y quiero repartir en 5 lógico que son <math>5/5</math>"</p> 	- Toma en cuenta el número de partes (5) y el todo ( $5/5$ ) para concluir la parte que le toca a cada niño ( $1/5$ )
5 - 3	un $1/5$	<p>"Miren yo digo hay que repartir un entero en 5 partes, yo pienso que lo más lógico es decir que a cada niño le toque un 5, dividi un entero en 5 partes"</p> 	- Toma en cuenta el número de partes (5) y el todo (...un entero) pero se centra en el número natural pues dice: a cada quien un 5, sin embargo como su respuesta es correcta podría intervenir el uso del lenguaje

8 - 3	1/5	"Haciendo una fracción"  	- El niño comprende que la pregunta demanda una cantidad en fracción, pero su respuesta no da elementos suficientes para comprender que proceso realizó para llegar al resultado. En este caso quizá se refiera a la fracción como fracturador
8 - 3	Un quinto	"Por medio de la división en mi mente dividi 5 entre un entero"  	- En su explicación se invierten los términos "5 entre un entero" podría referirse a un entero entre cinco. "División en mi mente" hace referencia a lo que Kieren llama imagen mental
11 - 3	1/5	"Vi cuántos niños eran y pensé qué fracción era lo que tenía que poner"  	- Esta respuesta da la impresión de que el dato determinante es a cuantos hay que repartir, pues al hablar de "vi cuantos eran y pense que ... "tenía que poner" suena mecanizado, mas que intencionado. No dibuja y esto es otro indicio de la respuesta mecánica. (Cabe mencionar que en este grado no han visto "quintos" por ello no puede estar intencionado de manera tan abstracta)
12 - 3	1/5	"Dividiendo la barra de plastilina en 5 partes iguales"  	- Se refiere a la acción de partir en relación a la equi - partición (igualdad)
15 - 3	Un quinto	"Utilizando a los 5 niños, vi que eran 5 y a cada uno le tocaría un quinto"  	- Esta respuesta da la impresión de que el dato determinante es a cuantos hay que repartir, pues al hablar de "vi cuantos eran y pense que ... "tenía que poner" suena mecanizado, mas que intencionado. No dibuja y esto es otro indicio de la respuesta mecánica. (Cabe mencionar que en este grado no han visto "quintos" por ello no puede estar intencionado de manera tan abstracta)
17 - 3	1/5	"Dividiendo la plastilina"  	- Se refiere a la partición y en su dibujo a la igualdad que logra por estimación

24 - 3	1/5 un quinto	<p>"Porque era una barra que se repartió en 5 niños"</p> 	<p>- No se refiere a la igualdad          - Esta respuesta da la impresión de que el dato determinante es a cuantos hay que repartir, pues al hablar de "vi cuantos eran y pense que ... "tenia que poner" suena mecanizado, mas que interiorizado          No dibuja y esto es otro indicio de la respuesta mecánica. (Cabe mencionar que en este grado no han visto "quintos" por ello no puede estar intencionado de manera tan abstracta)</p>
25 - 3	1/5 a cada niño	<p>"Dividió la plastilina en quintos"</p> 	
26 - 3	1/5	<p>"Si se divide en 5 partes cada parte es 1/5"</p> 	<p>Relaciona el conteo de partes con el número fraccionario que demanda la pregunta</p>
34 - 3	1/5 un quinto	<p>"Sabiedo cuantos niños eran y dividiendo la barra en 5 partes iguales para que le toque una parte igual a cada niño"</p> 	<p>- Se exalta en la justificación" partes - todo - igualdad</p>

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA: 1/5 O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS: 1 6/10 CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA: 16/10 O EQUIVALENCIAS




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO


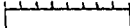



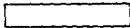
RESPUESTA TIPO:

- \* Una parte    \* cinco partes    \* 2    \* 5/5
- \* En quintos    \* 1.50    \* a 9 barra
- \* 1 cuarto    \* en cuartos

CATEGORÍA N.º 3

RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 3	2	"Dividiendo entre palos" 	- Divide la barra de plastilina representada gráficamente en 10 partes y a cada quien le otorga dos. - En este caso no hay relación parte - todo porque al tomar el número natural se convierten en entes independientes
3 - 3	5/5	"Porque la barra está dividida en 5 partes iguales" 	- Centramiento en el todo
20 - 3	5/5	"Dividiendo la barra de plastilina en 1/5 y así saque el resultado de la pregunta" $\begin{array}{r} 5 \overline{) 16} \phantom{0} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 11 \phantom{0} \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$ 	- Centramiento en el todo - Considera 1/5 como cualquier partición (igualdad implícita) de un todo en determinado número de partes "iguales" (como muestra el dibujo)

7 - 3	Una parte	<p>"Dividí la plastilina en 5 partes iguales"</p> 	<p>- Se refiere a la acción, y a la igualdad de las partes pero no expresa el nombre de cada una de las partes" <math>\frac{1}{5}</math> (numérica o verbalmente)</p>
13 - 3	a 9 barra	<p>"Con la regla midiendo la barra"</p> 	<p>- Escribe 9 marcas, pues midió 8 cm y puso una marca por cada uno contando el cero</p>
23 - 3	Cinco partes	<p>"Rayando la barra entre 5"</p> 	<p>- Se refiere a la partición del todo, no a la fracción que le toca a cada niño - Divide tomando en cuenta la igualdad</p>
30 - 3	1 entero	<p>"Porque a cada niño se le va a repartir un entero"</p> 	<p>- Divide la barra en 6 partes y a cada parte le da connotación de unidad - O probablemente para dividir en 5 partes hace cinco "rayas" en vez de cuatro, por lo que le quedan 6 partes en vez de 5</p>
32 - 5	En quintos	<p>"Dividiéndolo y lo que me salga lo convierto en quintos"</p>  <p style="text-align: right;"><math>\frac{5}{125}</math> C</p>	<p>- Se refiere al todo</p>
33 - 3	1.50	<p>"medi la barra de plastilina media 8 cm. los reparti en 1.50"</p>  <p style="text-align: right;"><math>\frac{650}{1.50}</math></p>	<p>- Mide la longitud de la barra representada gráficamente y la divide entre 5</p>



TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA: 1/5 O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS: 1 6/10 CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA: 16/10 O EQUIVALENCIAS

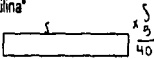
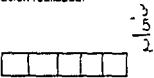
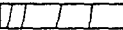
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO


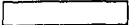
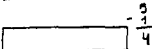

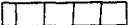

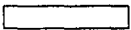
RESPUESTA TIPO:

CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9 - 3	1 cuarto	<p>"Multiplicando y medi la barra de plastilina"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Multiplica 8 cm. De la barra por 5 niños = 40</li> <li>- Interpreta 40 como cuarto, es decir de un numero natural deriva la fracción</li> </ul>
10 - 3	2	<p>"Haciendo una resta"</p> <p>Operación realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace una resta de 3 - 5</li> <li>- No se sabe que significa el 3, no se sabe porque realiza una resta</li> </ul>
14 - 3	1/4	<p>"Porque si son 20/4 le toca a cada niño 5/4"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera las partes como el todo (20/4 = 5) por lo tanto si se divide el todo en cinco partes, da que cada una equivale a 5/4</li> </ul>

16 - 3	6 partes	<p>*Sumando las partes de la plastilina y lo que diera era el resultado</p> 	<p>- Además de considera la cardinalidad, su respuesta no es justificable ya que divide en 17 parte el entero y pone que 6 de respuesta</p>
18 - 3	2/3	<p>* En una fracción</p> 	<p>- No justificable</p>
19 - 3	En cuartos	<p>"Le sume las partes que se van a repartir"</p> 	<p>- Resta 5 menos 1 = 4. Lo curioso es que escribe cuartos con "q" no con "c", si fuera así vendría de cuatro.</p>
21 - 3	-	-	<p>- No respuesta - No justificación - Raya la barra sin tomar en cuenta el todo ( 5 líneas) y marca 5 puntos considerando el todo</p> 
22 - 3	-	<p>"Dividiendo en partes iguales"</p> 	<p>- No contesto a la pregunta y aunque en la justificación señala una equipartición puede que sólo repita parte del enunciado, agregando el concepto de igualdad</p>
27 - 3	2/5	<p>"Porque si hay cinco niños y es una barra de plastilina"</p> 	<p>- En la justificación solo repite datos del enunciado del problema - La justificación no da cuenta del resultado dado</p>
28 - 3	2	<p>*"Multiplicando"</p> 	<p>- Justificación incompleta y no existe ninguna operación por escrito que la apoye #</p>



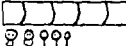
29 - 3	5	"Dividendo" <input type="text"/>	✖
31 - 3	10	"Dividendo" <input type="text"/>	
35 - 3	10/3	* 10/3 le toca a cada niño, primero vi si era 1/2, pero me di cuenta que en 1/2 medio no alcanza y entonces vi si era 10/3 y si era" <input type="text"/>	



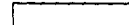

CUARTO GRADO DE PRIMARIA




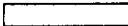
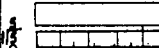
PREGUNTA N. 1  
 RESPUESTAS CORRECTAS:  
 - EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS  
 - EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 1/5$  O EQUIVALENCIAS  
 - EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $6/10$  O EQUIVALENCIAS  
 PREGUNTA VERIFICADORA

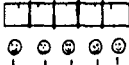



RESPUESTA TIPO:  
 $1/5$  O "UN QUINTO"


CATEGORÍA N. 1  
 RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 4	Un quinto	"Porque la dividí la plastilina en cinco partes iguales y así me salió la respuesta" 	- Retoma la condición de igualdad y partición (equipartición) - Uso de la estimación visual para la representación gráfica de las partes
2 - 4	$1/5$ un quinto	"Pensando entre cuantos niños son y que la barra esta dividida" 	- No retoma la igualdad en su justificación ni la equipartición en su dibujo
8 - 4	$1/5$	"Primero dibuje a los niños, después reparto la barra en 5 partes iguales y como vi que si alcanzaba entonces saque el resultado" 	- Se apoya en una representación simbólica (5 niños) y parece tener la necesidad de "ver si alcanza" la barra partida en 5 partes iguales - Posible uso del conteo

9 - 4	1/5	<p>"Primero leí el problema y como vi que eran 5 niños la dividi en 5 partes y me dio el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma los datos (no exalta la igualdad, sólo "cinco niños ... cinco partes..)</li> <li>- No hace uso de la barra representada gráficamente</li> </ul>
10 - 4	1/5	<p>"Porque son cinco niños y es una barra de plastilina, la barra la dividi en quintos porque son 5 niños y me dio el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma la relación parte - todo</li> <li>- No se sabe si considera la igualdad al hablar en quintos (5 partes)</li> <li>- "La dividi" se considera que el niño lo hizo de manera mental, ya que no existe ningún trazo</li> </ul>
12 - 4	1/5 de plastilina	<p>"La goma va a ser repartida en cinco niños pero en fracción, pense si va a ser repartida en cinco niños, entonces le toca 1/5 de plastilina"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce varias formas de expresar un reparto "pero en fracción".</li> <li>- Toma los datos y obtiene el resultado a partir de ellos</li> <li>- No hace uso de la barra representada gráficamente</li> </ul>
15 - 4	1/5	<p>"Porque se reparte en cinco y podríamos decir que es un quinto"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se tiene conciencia del reparto entre cinco y de ello obtiene la respuesta.</li> <li>- Reparto entre 5 = 1/5</li> <li>- No se sabe si toma en cuenta la igualdad</li> </ul> <p style="text-align: center;">✦</p>

17 - 4	1/5	<p>"Porque si la dividimos en cinco a cada niño le toca una parte y como esta dividido en cinco es un quinto"</p> 	✱
19 - 4	1/5 a cada niño	<p>"Dividiendo la plastilina hasta que la dividi en 5 partes iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la estimación visual (ya que se observan varios intentos) hasta llegar a las 5 partes iguales</li> <li>- Exalta la importancia de la igualdad de las partes</li> </ul>
22 - 4	1/5	<p>"Porque si se va a repartir entre 5 en fracciones le toca 1/5 a cada niño porque 5/5 son 5 partes"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación parte - todo</li> <li>- No se sabe si toma en cuenta la igualdad en su reparto, pues dice 5 partes en fracciones = 5/5 por lo tanto 1/5 a cada uno</li> </ul>
28 - 4	1/5	<p>"Sume 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 5/5 y a cada niño se le dará 1/5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación parte - todo</li> <li>- Utiliza recurso de suma de quebrados</li> <li>- No hace ninguna representación en el dibujo</li> </ul>
29 - 4	1/5	<p>"Dividi la plastilina en 5 partes iguales porque si eran 5 niños y a cada niño le di una parte igual y al dividirlo la fracción que me salió era 1/5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marca las divisiones estimando y quedan casi iguales</li> <li>- Realiza una división de 5 entre 1, dando un resultado de 5, siendo que el razonamiento en fracción es al revés 1 entre 5 = 1/5 a cada uno.</li> <li>- Exalta la igualdad</li> <li>- Una parte igual ( de 5 ) = 1/5</li> </ul>

30 - 4	1/5 de plastilina	<p>"Hice otra barra y cinco niños, dividi la barra en 5 partes iguales y a cada niño le puse un palito que significa lo que le toca y como lo dividi en 5 partes y son 5 niños toca a 1/5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Representación simbólica</li> <li>- Exalta la igualdad de las partes y señala que significa 1/5 para él a través de los "palitos" para cada niño</li> </ul>
31 - 4	1/5	<p>"Porque se iba a dividir entre cinco niños y es una barra"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No hace uso de la barra representada gráficamente</li> <li>- Solo exalta, en la justificación, la relación parte - todo y no la igualdad</li> </ul>
32 - 4	2/10	<p>"Fue muy fácil si tengo 1 barra de plastilina y 5 niños solo tengo que partirla en 10 cachitos y darle dos a cada niños"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aunque su razonamiento se apoya en el recurso del numero natural ( 2 cachitos a cada uno) lo expresa en fracción, lo que revela la relación parte - todo y no necesariamente la igualdad</li> <li>- Hace uso de la barra representada gráficamente</li> </ul>
33 - 4	Un quinto	<p>"Dividi la barra de plastilina en cinco partes iguales y así obtuve el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera la igualdad en su justificación, es decir de la equiparación</li> </ul>

36 - 4	$\frac{1}{5}$	*Como la barra tiene que ser repartida en cinco partes, una parte le toca a cada niño y si que le toca es un quinto* 	- Relación parte - todo. Una parte = $\frac{1}{5}$ - No exalta la igualdad - No hace uso de la barra representada gráficamente
--------	---------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \ 6/10$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS

PREGUNTA VERIFICADORA

RESPUESTA TIPO:

\*  $1.3$  \*  $1.6$  \*  $5/5$  \*  $1/4$  \*  $6/10$  \*  $1 \ 5/3$

\*  $1 \ 1/5$

\* Una parte a cada quien

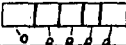

\* Una fracción de plastilina

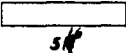



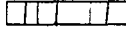
\* Un medio y lo  $1/2$

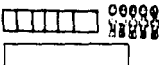
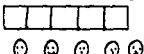


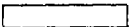
CATEGORIA N.º 3

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 4	1.3	<p>"Porque cuando hice el dibujo empecé a repartir a cada niño"</p> 	<p>- Da la medida de 1 parte los demás son diferentes, de las 5 partes en que dividió la barra representada gráficamente, 3 partes son mas o menos iguales y 2 son mas grandes</p>
5 - 4	Un medio	<p>"Porque sume cinco veces un medio y me salió un quinto"</p> 	<p>- La parte que llama medio en su diagrama de pastel es un quinto pero él le llama medio, - "suma" de ellos es "un quinto" o sea un entero partido en cinco.</p>

6-4	1.6	<p>"Medí y la dividí en cinco y el resultado lo anote y para asegurarme sume el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la medición de la barra representada gráficamente</li> <li>- Divide la longitud de la barra en 5 partes iguales, dándole un resultado de 1.6</li> <li>- Suma 1.6 5 veces para comprobar</li> <li>- Se centra en la medición de longitudes</li> </ul>
11-4	1.6	<p>"Primero medí la tira de plastilina la parti en 5 partes iguales y me salió 1.6"</p> 	<p>(no recurre a la verificación de su resultado)</p>
13-4	1.7	<p>"Dividendo" Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 17 \\ 5 \overline{) 85} \\ \underline{35} \end{array}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la medición de la barra representada gráficamente (error en la medición, ya que de acuerdo a su operación se considera que toma 8.5 como la longitud de la barra)</li> </ul>
14-4	1 1/5	<p>"Me fije cuanto media y la dividí en cinco niños y me sobró"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño observo cuánto media la barra (8 cm.) y buscó una medida arbitrara como modelo de las demás, pero le sobró. Aún así considera un quinto como esa medida (aunque "sobre")</li> <li>- Se considera que toma 1 1/5 como un quinto, por lo matematicamente esta incorrecto ya que 1 1/5 representa a una fracción mixta</li> </ul>
16-4	Una parte a cada quien	<p>"Porque vi que la barra era grande y se puede repartir entre 5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe la acción de manera muy básica. Además la barra no esta repartida en partes iguales</li> <li>- No equiparticion</li> <li>- No considera la igualdad</li> <li>- No sabe la expresión matemática de la pregunta</li> </ul>

18 - 4	Una fracción de plastilina	<p>"Porque parti la barra de plastilina en 5 partes y me salió el resultado"</p> 	<p>- Parte la barra en 6 (hizo otro dibujo), se considera que dibujo 5 "rayas" para obtener 5 partes, obteniendo 6 partes en lugar de las 5</p> <p>- Dibuja a los niños pero no hace nada mas</p>
20 - 4	5/5	<p>"Porque si son cinco niños y es una barra de plastilina se divide en cinco partes"</p> $5 \overline{) 14.2} \begin{array}{r} + 3 \\ \hline 14.2 \end{array} \quad 2 \overline{) 14.2} \begin{array}{r} + 2 \\ \hline 14.2 \end{array}$ 	<p>- Las divisiones no corresponden con las medidas de la barra (establecida) la barra que el niño dibujo mide 9 cm, y divide en partes iguales. Lo que no coincide es que centra su atención en la medición, pero si respuesta se centra en el todo.</p>
21 - 4	1 5/3	<p>"Dividi la barra en partes iguales y luego la dividí entre 5 y así obtuve la respuesta"</p> 	<p>- Marca 8 partes de 1 cm. Cada uno (en total 8 cm.) por lo que si le diera una parte a cada uno daria 5 partes y le sobrarian 3</p> <p>- Se considera que toma 1 5/3 como un 5/3 a cada uno</p> <p>- Considera a la fracción como dos números enteros no relacionados entre si</p>
24 - 4	1/4	<p>"Muy sencillo primero vi cuanto media las dividí en 5"</p> 	<p>- Realiza correctamente el procedimiento de medición, y al expresarlo en fracción, se equivoca y pone 1/4</p>
25 - 4	1/4	<p>"Porque medí la plastilina y lo que me dio lo puse a la mitad del número y me dio el resultado"</p> 	<p>- El niño mide la barra (8cm) marca la mitad (4 cm.) entonces deduce que 4 cm. = un cuarto</p>

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \frac{4}{10}$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS

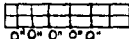

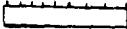
PREGUNTA VERIFICADOR



RESPUESTA TIPO:

CATEGORÍA N.º 4

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 4	$14/5$	<p>"Porque dibuje la barra en catorce y me dio resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dibuja 6 divisiones y luego traza una línea media horizontal, por ello que da dividido en 14 y 5 por el número de niños que dibuja</li> <li>- Se considera que probablemente el niño al querer dividir en 5 partes, dibujo 5 rayas</li> </ul>
7 - 4	$1/2$ un medio	<p>"Dividi tres entre cinco y me salió la fracción y la puse"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No expresa bien la operación "sería cinco entre tres"</li> </ul>
23 - 4	Partiendo en cinco partes iguales	<p>"Razonando"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño no parte en 5 partes iguales la barra marca una pequeña línea sobre la barra en cada centímetro (3 marcas - cm)</li> </ul>

<p>26 - 4</p>	<p>6/10</p>	<p>"Los dividi en partes iguales y lo que sobre se las reparti en partecitas iguales y así obtuve el resultado"</p> 	<p>- Su razonamiento se correcto pues piensa en equiparticion y exhausion del todo. Pero no utiliza correctamente su recurso. *</p>
<p>27 - 4</p>	<p>7.5</p>	<p>"Porque divido en partes iguales 2 mitades de la barra y a una mitad la puse en quintos y sume los quintos con la otra mitad de la barra"</p> 	<p>*</p>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \ 6/10$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS

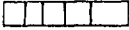

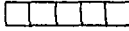
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO





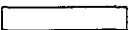
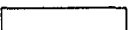
RESPUESTA TIPO:


$1/5$

CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
6-5	$1/5$	<p>"Fácil nada mas se divide en 5 partes por que son 5 niños y cada parte es 1 de 5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se hace explícita la relación parte - todo en la justificación</li> <li>- Se hace referencia a la partición</li> </ul>
13-5	$1/5$	<p>"Pues si la barra de plastilina va a ser repartida entre 5 niños se tiene que dividir en 5 partes y como son 5 niños le toca a cada uno una parte de la plastilina ya dividida"</p> 	(13-5 hace mención de la partición y de reparto)
8-5	$1/5$ de Plastilina	<p>"Separe la goma en cinco partes y a cada niño le toco una parte de plastilina"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se hace mención del número de partes en que se debe de realizar la partición y del reparto</li> <li>- Se dividió la barra de plastilina representada gráficamente en cinco partes mas o menos iguales</li> <li>- Uso de la estimación para la representación gráfica</li> </ul>

9-5	1/5 de la barra	"Dividiendo en 5 partes la barra de plastilina"	(8-5 y 9-5 relación parte - todo explícita en respuesta) - En el caso 9-5 (8-5 uso de la connotación descriptiva "de")
			
16-5	1/5	"Dividiendo la barra de plastilina en 5 pedazos"	
			
18-5	1/5	"Porque es un entero repartido en cinco ósea 1/5"	- Se dividió la barra de plastilina en cinco partes, de las cuales cuatro son mas o menos de la misma longitud y la quinta siendo mucho mas grande que las demás. - Uso de la estimación para esta representación pictográfica - De acuerdo a la justificación dada, se considera que representa una mecanización de lo escolarmente aprendido. - Se hace mención de reparto y no de la partición
			
20-5	1/5	"Porque son 5 niños"	- Sólo se hace mención del número de partes - Se considera, de acuerdo a la justificación dada, que existe una mecanización de lo escolarmente aprendido
			
12-5	1/5 parte	"Dividiendo entre 5 la barra de plastilina"	- Sólo hace mención, en su justificación, del número de partes en que se debe de realizar la partición - En este tipo de respuesta se observa un gran peso al lenguaje natural más que al lenguaje simbólico numérico.
			
18-5	1/5	"Dividiendo la barra en 5 partes iguales y dándola una parte a cada quien"	- Se hace mención de la igualdad de las partes, - Hace referencia a la partición y al reparto
			

<p>20 - 6</p>	<p>1/5 de plastilina</p>	<p>"La plastilina la dividi en partes iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se hace mención de la igualdad de las partes</li> <li>- Se hace referencia solo a la partición</li> <li>- Uso de la medición de la barra</li> <li>- Se dividió la barra de plastilina representada gráficamente en 5 partes iguales</li> <li>- Relación parte - todo explícita en respuesta</li> <li>- Hace uso de la connotación descriptiva " de la barra"</li> </ul>
---------------	------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 1/10$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

$1/5$

CATEGORIA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
14 - 5	$1/5$ de plastilina	"Pensando y haciendo una operación"  <input type="text"/>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación no da cuenta del resultado dado</li> <li>- No existe ninguna operación por escrito</li> <li>- No existe ninguna representación gráfica que diera cuenta de lo que el niño entiende por <math>1/5</math></li> <li>- Tal vez la respuesta se obtuvo copiando a algún compañero</li> <li>- Relación parte - todo explícita en respuesta</li> </ul>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA No 1

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA: 1/5 O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS: 1 8/10 CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA: 16/10 O EQUIVALENCIAS

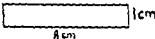
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO




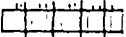
RESPUESTA TIPO:

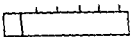

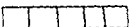

- 1. 6
- 1/6
- 1 1/2
- 1.5
- 1 1/6
- 1/3
- 1 sobran 3
- 12 4/5

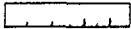
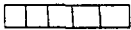
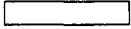

CATEGORÍA N. 3

- RESPUESTA INCORRECTA
- RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
11- 5	1.6 de fracción de la pastilla	<p>"Dividí la medida de la barra de pastilla y entre los niños"</p> <p>- Operación escrita:</p> $8 \div 5 = 1.6$ $5 \overline{) 8.0}$ <p style="text-align: center;">  </p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Medición de la longitud de la barra modelo</li> <li>- División de la longitud de la barra entre el número de partes</li> <li>- Operación correctamente realizada</li> <li>- Resultado dado en número decimal (caso 11- 5 relación parte - todo explícita en respuesta)</li> </ul>


15 - 5	1.6	<p>"Midiendo la barra y el número que me salió lo dividí entre 5"</p> <p>- Operación escrita:</p> $\begin{array}{r} 1.5 \\ 5 \overline{) 7.5} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$ 	
28 - 5	1.6	<p>"La obtuve dividiendo ocho entre me que da igual = A= 1.6 cm. de respuesta"</p> <p>- Operación escrita:</p> $\begin{array}{r} 1.6 \\ 5 \overline{) 8} \\ \underline{3} \end{array}$ 	<p>(Caso 28 - 5 dividió la barra representada gráficamente en cinco partes, de las cuales 4 tienen la misma longitud y la quinta un milímetro de más)</p> <p>- Uso de la medición)</p>
25 - 5	1 1/6	<p>"Medí con la regla y me dio 1 cm. y 6 mm. y 1 cm. es un entero y 6 es (un) 1/6"</p> 	<p>- Uso de la medición</p> <p>- El niño considera 1.6 cm. como equivalente a 1 1/6</p>
27 - 5	1/6 parte	<p>"Dividendo por partes"</p> 	<p>- En la justificación solo hace mención de la partición</p> <p>- Uso de la medición</p> <p>- Dividió (después de varios intentos - ya que existen diversas rayas borradas) en cinco partes iguales la barra de plastilina representada gráficamente</p> <p>- Se considera que para el niño 1.6, en fracción equivale a 1/6</p>

30 - 5	1 $\frac{1}{2}$	<p>"Dividió lo ancho entre los niños que se le iban a repartir"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a la partición y reparto</li> <li>- Relación parte-todo implícita</li> <li>- No toma como requisito la igualdad de todas las partes (implícitamente)</li> <li>- Conversión correcta de número decimal a fracción mixta</li> <li>- División de la barra representada gráficamente en 6 partes (cinco con una longitud mas o menos igual y una parte mucho menor a las otras)</li> <li>- Uso de la estimación para esta representación</li> </ul>
1- 5	1.5 cm. de plastilina	<p>"Tome la regla y dividió la plastilina en 5 partes que miden 1.5 cm."</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División de la barra de plastilina representada gráficamente en cinco partes, de las cuales cuatro tienen la misma longitud</li> <li>- Uso de la estimación para la representación gráfica</li> <li>- No toma como requisito la igualdad de todas las partes (implícitamente)</li> <li>- Resultado dado en número decimal</li> <li>- Relación parte - todo explícita en respuesta</li> </ul>
31 - 5	1.5 de plastilina	<p>"Dividiendo la barra de plastilina en partes iguales y así me salió el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación parte - todo explícita en respuesta</li> <li>- Uso de la medición</li> <li>- Hace mención solo de la partición en justificación</li> <li>- Dividió la barra representada gráficamente en cinco partes casi iguales</li> <li>- Uso de la estimación visual para esta división</li> <li>- Hace referencia en justificación de la igualdad de las partes</li> <li>- Da resultado en número decimal</li> </ul>
3 - 5	1.5	<p>"Medí la plastilina en total media 8 entonces la medida que alcanzaba toda la plastilina era 1.5 entonces esa fracción le toca a cada niño"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación parte - todo implícita en justificación</li> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División de la barra representada gráficamente en cinco partes iguales, de las cuales tres tienen la misma medida (1.8 cm) y las otras dos una longitud diferente (1.5 cm)</li> <li>- Uso de la estimación visual para esta división</li> <li>- Respuesta dada en número decimal</li> <li>- Uso indistinto de la palabra fracción y de parte</li> </ul>

<p>21-5</p>	<p>1.5 centímetros</p>	<p>"Sumando y dividiendo entre cuantos niños se les reparte"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solo se hace referencia en la justificación de la partición</li> <li>- División de la barra de plastilina representada gráficamente</li> <li>- Uso de la estimación para determinar la longitud de las partes (existen varias marcas en el dibujo)</li> <li>- Resultado dado en número decimal</li> </ul>
<p>32-5</p>	<p>1.5</p>	<p>"Haciéndolo con regla y dividiéndolo"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- En la justificación solo hace referencia a la partición</li> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División de la barra representada gráficamente en cinco partes mas o menos iguales</li> <li>- Uso de la estimación para hacer esta división</li> <li>- Resultado dado en número decimal</li> </ul>
<p>4-5</p>	<p>1/3</p>	<p>"Prmero medi la barra de plastilina y lo que me dio lo dividi entre 5"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) \frac{1}{3}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División de la medida del todo entre las partes</li> <li>- Resultado obtenido de la división: 1 con un residuo de 3</li> <li>- Para convertir este número en fracción considera                             <ul style="list-style-type: none"> <li>*el resultado como numerador</li> <li>*el residuo como denominador</li> </ul> </li> </ul>
<p>10-5</p>	<p>1/3 a cada quien</p>	<p>"Dividi 5 entre 8 y me salió 1/3"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) \frac{1}{3}}$ 	<p>(caso 10-5 aunque en la justificación pone que realizo una división de las partes entre el todo en su operación hizo el todo entre las partes) En este caso se hace explícito el reparto</p>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA No 1

<p><b>20 - 5</b></p>	<p>1 <math>\frac{3}{5}</math> de plastilina</p>	<p>"Dividi 8 entre cuatro y me salió el resultado"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \frac{1}{3}$ <p><input type="text"/> 8cm</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado obtenido de la división: 1 con un residuo de 3</li> <li>- Para convertir el resultado obtenido en fracción, hace las siguientes consideraciones:               <ul style="list-style-type: none"> <li>* Cociente es el entero</li> <li>* Residuo es el numerador</li> <li>* El divisor es el denominador</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>24 - 5</b></p>	<p>1 sobran 3</p>	<p>"Dividiendo lo que media la barra de plastilina entre los niños"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \frac{1}{3}$ <p><input type="text"/></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Pone en la respuesta el resultado de su división es decir cociente de 1 con un residuo de 3</li> </ul>

2 - 5	12 4/5	<p data-bbox="353 114 552 158">*Sacándole lo que mide de largo y lo que mide de ancho*</p> 	<ul style="list-style-type: none"><li>- Uso de la medición</li><li>- Se considera que el niño quiso sacar el área de la barra de plastilina representada gráficamente</li><li>- El niño en lugar de obtener el área multiplicando largo por ancho, lo que hizo fue multiplicar dos veces lo largo (No se considera que se debe a que no conoce la fórmula ya que en la justificación hace mención de lo largo y lo ancho, * tal vez no le "convenció" el multiplicar 1-ancho- por 8 -largo- y que el resultado fuera 8 * o no hizo cuidado al realizar la operación)</li><li>- Aunque el niño borro la operación realizada, se nota claramente que dividió <math>64 (8 \times 8)</math> entre 5 (número de partes) lo que le dio un resultado de 12 con un residuo de 4</li><li>- Se considera que para convertir este resultado a número fraccionario considero lo siguiente.<ul style="list-style-type: none"><li>* Cociente es el entero</li><li>* Residuo es el numerador</li><li>* El divisor es el denominador</li></ul></li></ul>
-------	--------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 4/10$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS



PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- \* 5 partes \*  $5 \text{ y } 3/5$  \*  $1/2$
- \* 45 fracciones de plastilina \* 1.5 \*  $1/5$

CATEGORÍA N.º 4

- RESPUESTA INCORRECTA
- RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
5 - 5	$3/5$	<p>"Dividiendo la plastilina en partes iguales y saber que fracción era"</p> 	<p>- Aunque el niño dividió la barra de plastilina representada gráficamente en partes más o menos iguales y hace mención de la igualdad de las partes, no se sabe de donde o como obtuvo la respuesta que dio</p>
7 - 5		<p>"Dividi 5 entre 1 = 5 y me dio la respuesta de la pregunta"</p> <p>Operación realizada:</p> <p><math>5/1 \times 1/1 = 5/1 = 5</math> partes</p> 	<p>- Aunque el niño no contesto en el espacio señalado, se considera que su respuesta era 5 partes sin embargo no se sabe el razonamiento del niño al utilizar esos datos</p> <p>- Por otro lado el escribir 5 partes es solo una repetición de los datos dados en el enunciado del problema</p>



<p>17 - 5</p>	<p>5</p>	<p>"Multiplicando un --- por un quinto y después el resultado lo divido"</p> <p>Operación realizada:</p> <p><math>1/1 \times 1/5 = 1/5 = 5</math></p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La respuesta no es coherente con el problema</li> <li>- No se sabe cual fue el razonamiento del niño al utilizar los números de su operación</li> <li>- Se considera que su respuesta es solo una repetición de los datos del enunciado del problema (5 = 5 partes en que debe de ser dividida la barra)</li> </ul>
<p>22 - 5</p>	<p>45 fracciones de plastilina a cada niño</p>	<p>* Multiplicando <math>9 \times 5</math> *</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe de donde el niño obtuvo la cantidad de 9</li> </ul>
<p>23 - 5</p>	<p>1.5 cm.</p>	<p>"Dividiendo 8 entre 5 = 1.5"</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 5px; left: 5px; width: 90%; border-bottom: 1px solid black;"></div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación no coherente ya que 8 entre 5 no da 1.5</li> <li>- Tal vez copio a algún compañero la respuesta de 1.5 y la quiso justificar diciendo que realizo una división</li> <li>- Dividió la barra de plastilina en 4 partes de 1.5 cm. y otra de 2 cm.</li> </ul>
<p>33 - 5</p>	<p>1/2</p>	<p>"Midiéndolo con la regla"</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación incompleta</li> <li>- La justificación no da cuenta de la respuesta dada</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA: 1/5 O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS: 1 4/10 CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA: 16/10 O EQUIVALENCIAS

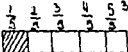
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO


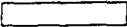





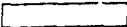


RESPUESTA TIPO:



1/5

CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 6	1/5	<p>"Medí la barra y después la dividí y me dio el resultado 1/5"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 1.6 \\ 5 \overline{) 8.0} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División de la barra representada gráficamente en cinco partes iguales</li> <li>- División por escrito del todo entre las partes sin dejar residuo</li> <li>- El niño etiquetó cada una de las partes de la barra representada gráficamente</li> </ul>
33 - 6	Un quinto	<p>"Porque el entero lo voy a dividir en cinco"</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	
11 - 6	1/5	<p>"De una división y de lo que ya he aprendido"</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Importancia y posible mecanización de lo aprendido escolarmente</li> </ul>

6 - 6	Una quinta parte	<p>* Por lógica ya que si son cinco niños la plastilina se dividirá en cinco partes y le tocará una parte a cada uno*</p> 	<p>(División de la barra en cinco partes mas o menos iguales - Uso de la estimación visual. caso 16 - 6          Varios intentos de división de la barra - Caso 8 - 6)          - Importancia y posible mecanización de lo aprendido escolamente</p>
8 - 6	Una quinta parte	<p>*Primeramente pense en hacer división luego razone y conteste*</p>      	
13 - 6	1/5 parte	<p>* Por lógica por que si la plastilina se divide en cinco lógico a cada uno le toca una 1/5 parte*</p> 	
16 - 6	1/5	<p>*Si se divide entre 5 niños y la pregunta dice ¿Que fracción de plastilina le toca a cada niño? es fácil un quinto*</p> 	
29 - 6	1/5	<p>*Porque un entero tiene 5 quintos*</p> 	

17 - 6	Un quinto	<p>"Pensando en que la barra tiene que dividirse entre cinco niños y una parte de esas cinco es para cada uno por lo tanto es un quinto"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División de la barra en cinco partes iguales, por lo tanto consideración de la igualdad explícita en la representación gráfica</li> <li>- Relación parte - todo explícita en justificación</li> <li>- Se considera que existe cierta comprensión y dominio del concepto de quintos</li> </ul>
34 - 6	1/5 1.6	<p>"Lo medi y luego lo dividi"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Respuesta tanto en número fraccionario como en número decimal</li> <li>- Uso de la medición</li> <li>- Uso de la estimación para determinar una longitud igual para las cinco partes</li> <li>- Considera de la igualdad implícita en respuesta (1.6) y explícita en las marcas en la barra representada gráficamente</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 1

RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 1/10$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $16/10$  O EQUIVALENCIAS





PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

 $1/5$ 

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO INCOHERENTE O NO JUSTIFICACIÓN

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	$1/5$	* De una división 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación no da cuenta de la respuesta dada</li> <li>- Justificación incompleta</li> <li>- Posiblemente se copio la respuesta</li> </ul> (caso 5 - 6 realizo ocho marcas en la barra representada gráficamente, lo que no es coherente con su respuesta)
5 - 6	$1/5$	* De una división 	
20 - 6	$1/5$	*Midiendo con la regla" 	
35 - 6	$1/5$	"Porque es lógico que es una fracción" 	

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA No 1

36 - 5	1/5 parte a cada niño	*Pues de lógica" <input type="text"/>	*
38 - 5	1/5	<input type="text"/>	No hay justificación

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 1

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA: 1/5 O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS: 1 6/10 CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA: 16/10 O EQUIVALENCIAS

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO




## RESPUESTA TIPO:

\*1.6/8 \*1.6 \*1/6 \*1 6/10 \*1/3

## CATEGORÍA N. 3

## RESPUESTA INCORRECTA -

## RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	1.6/8	<p>"Midiendo la barra y dividiéndola entre 5"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado de la división 1.6</li> <li>- Error en la conversión de número decimal a un número fraccionario</li> <li>* Considera el cociente como numerador</li> <li>* Considera el dividendo como denominador</li> <li>- Se considera que en su respuesta trata de hacer explícita la relación parte - todo (1.6 de 8 cm)</li> </ul>
2 - 6	1.6 de la barra le toca a cada niño	<p>"Midiendo la barra que nos pusieron de dibujo y dividiéndola entre los cinco niños que había"</p> <p>Operación realizada:</p>  	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado en número decimal (sin residuo)</li> <li>- Respuesta dada en número decimal</li> <li>(* Caso 2 - 6</li> <li>Relación parte - todo explícita en respuesta)</li> <li>* Caso 23 - 6 y 37 - 6</li> <li>diversas marcas en la barra representada gráficamente</li> </ul>

23 - 6	1.6	<p>*Mediante una división de lo que mide la barra entre el número de niños en que esta va a ser dividida"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) 8.0} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0$ <p><input type="text"/></p>	*
24 - 6	1.6	<p>"Dividiendo"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) 8.0} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0$ <p><input type="text"/></p>	
27 - 6	1.6	<p>"Medí la barra de plastilina y luego la dividí entre cinco y me salió el resultado"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) 8.0} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0$ <p><input type="text"/></p>	
37 - 6	1.6 cm.	<p>"Viendo en la regla cuantos centímetros tiene y dividirlo en 5 partes"</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) 8.0} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0$ <p><input type="text"/></p>	



12 - 6	1.6 cm. (1/6)	<p>"Midiendo la barra por su largo y dividiéndola entre el número de niños"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 1.6 \\ 5 \overline{)80} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$ <p><input type="text"/></p>	<p>En el caso 12-6 el niño puso entre paréntesis 1/6, no se sabe si el niño lo puso entre paréntesis para indicar que 1.6 "corresponde" a 1/6; o para señalar que esa respuesta que puso no es la correcta</p>
10 - 6	1/6 un sexto	<p>"Dividiendo lo que mide entre número de niños que se va a repartir"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 1.6 \\ 5 \overline{)8} \\ \underline{30} \end{array}$ <p><input type="text"/></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado de 1.6 sin residuo</li> <li>- Error en la conversión de número decimal en un número fraccionario</li> <li>- Considera 1.6 igual que 1/6, lo que denota una muy pobre concepción de lo que es el número fraccionario</li> <li>- División de la barra representada gráficamente en cinco partes iguales. Por lo que hay consideración de la igualdad explícita en la representación gráfica</li> </ul>
7 - 6	1 6/10	<p>"Medí la barra y después la dividí entre 5 lo que me dio lo convertí a fracciones"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 1.6 \\ 5 \overline{)80} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$ <p><input type="text"/></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado obtenido 1.6 sin residuo</li> <li>- Conversión correcta de número decimal a fracción mixta</li> </ul> <p>Sin embargo se considero como incorrecta ya que no lleva la unidad de medida</p>

22 - 6	1/3	<p>*Moliendo la plastilina y dividiéndola entre cinco*</p> <p>Operación realizada:</p> $5 \overline{) 1} \begin{array}{r} 1 \\ 3 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 15px; margin-top: 5px;"></div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de la medición</li> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado obtenido de 1 con residuo de 3</li> <li>- Para convertir este resultado a un número fraccionario, hace las siguientes consideraciones:             <ul style="list-style-type: none"> <li>* Cociente como numerador</li> <li>* Residuo como denominador</li> </ul> </li> </ul>
--------	-----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 1

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- EN FRACCIÓN PROPIA:  $1/5$  O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN MIXTAS:  $1 \text{ y } 1/5$  CM. O EQUIVALENCIAS
- EN FRACCIÓN IMPROPIA:  $6/5$  O EQUIVALENCIAS

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

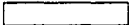
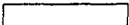
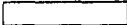
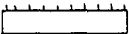

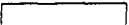
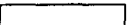
## RESPUESTA TIPO:


\* $1/3$  \*No respuesta \* $1/2$  \* $3/5$  \*En 5 partes

## CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9-6	$1/3$	"Dividiendo 5 entre 8"  <div style="text-align: center;"> <math>\begin{array}{cccccc} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 &amp; 5 \\ \hline \square &amp; \square &amp; \square &amp; \square &amp; \square \end{array}</math> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No hay ninguna operación</li> <li>- De acuerdo a la justificación, se realizó una división de las partes entre el todo</li> <li>- No se sabe como obtuvo la respuesta ya que la justificación no da cuenta del resultado dado</li> <li>- Posiblemente copio la respuesta de otro compañero</li> </ul>
18-6	$1/3$	"Midiendo la barra y lo que midió lo dividi entre 5"  <div style="text-align: center;"> <math>\square</math> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No existe ninguna operación por escrito</li> <li>- La justificación no da cuenta del resultado dado</li> <li>- Posiblemente copio la respuesta de otro compañero</li> </ul>
25-6	$1/3$	"Midiendo y lo que obtuve entre 5"  <div style="text-align: center;"> <math>\square</math> </div>	
31-6	$1/3$	"Dividi la plastilina en 3 partes y me sobro un pedacito"  <div style="text-align: center;"> <math>\square</math> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe porque el niño dividió en 3 partes</li> <li>- tal vez copio esa respuesta a otro compañero y la justifico a su manera</li> </ul>

14 - 6			No contestaron a la pregunta *
15 - 6			*
19 - 6	1/2	"Viendo el dibujo y partiéndolo" 	La justificación no da cuenta del porque de su respuesta - Tal vez copio la respuesta de algún otro compañero
21 - 6	1/2	"Midiendo la plastilina y dividiendo la barra" 	
28 - 6	1/2	"Viendo la medida de la plastilina" 	
32 - 6	1/2	"Medí la barra de plastilina y luego medí" 	
26 - 6	3/5	"Porque iba a ser repartida en tres partes para 5 niños" 	No se sabe porque el niño pone que va a ser repartido en tres partes - tal vez copio la respuesta de la pregunta N 5, de su cuestionario o del de otro compañero

30 - 6	En 5 partes	"La obtuve dividiendo una barra entre 5 y así saque mi resultado" 	- Sólo hace mención de la partición es decir en 5 partes - Repite en su respuesta los datos del enunciado del problema
--------	-------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

PREGUNTA No. 2

SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL


RESPUESTA TIPO:

- a) (se encerraron 4 canicas)  
b) 8 canicas

CATEGORÍA N. 1

a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4-3	a) 4 b) 8	"Viendo cuantas canicas eran, son 12 e hice conjuntos de 4 y me salieron 3 conjuntos" 	- Considerando el todo realiza conjuntos de 4 Para el niño una tercera parte es un conjunto de 4 canicas. - "Me salieron 3 conjuntos" (Igualdad 4 canicas cada uno)

8-3	a) 4 b) 8	<p>"Esta respuesta la obtuve y dije si son 12 canicas y a Juan gana una tercera parte y Laura ganó dos terceras partes, dije 13 entre 3 y así saque la respuesta".</p> <p>Operación realizada</p> $3 \overline{)12} \begin{array}{r} 4 \\ 0 \end{array}$ 	- Igualmente considera el todo y recurre a la división en tercios para saber que canicas dar a cada niño
-----	--------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------



TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas



PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:





- a) 3 y b) 6 - a) 5 y b) 7 - a) 3 y b) 9 - a) 3 y b) 5  
- a) 9 y b) 3 - a) 3 y b) 3 - a) 6 y b) 3, 3  
- a) 3, 3 y b) la 6 parte - a) 6 y b) 6






CATEGORÍA N. 3





- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE






FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
26 - 3	a) 4 b) 2	"Porque una tercera parte consta de 3 elementos" 	- Considera correctamente 1/3 de las canicas, pero 2/3 la interpreta como "mitad" y lo que de 4 canicas que son un tercio 2/3 con 2 canicas. Probablemente con esto se refiera a "división"
2 - 3	a) 8 b) 6	"Porque una tercera parte consta de 3 elementos" 	- Su respuesta no corresponde a su razonamiento. Lo importante es que exalta que considera que 1 tercera parte equivale a 3 elementos




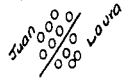

TERCER GRADO - PREGUNTA No. 2


<p>1 - 3</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Usando las canicas"</p> 	<p>- Considera tercera parte como tres, por lo tanto dos terceras partes es igual a 2 veces tres (<math>3 + 3 = 6</math>)</p>
<p>25 - 3</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Encerré 6 canicas de lo que se gano Laura"</p> 	<p>- Marca primero tres canicas (Juan) y luego 6 (Laura)</p>
<p>34 - 3</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>Contando las canicas y viendo las indicaciones cuantas canicas ganaron Laura y Juan</p> 	
<p>35 - 3</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Sumé las canicas para que Laura obtuviera 6 canicas así lo hice: Una tercera parte son 3 canicas y dos terceras partes son 6 canicas"</p> 	

<p><b>7 - 3</b></p>	<p>a) 5 b) 7</p>	<p>"Enceré lo que gano Juan y lo que sobro esa era de Laura"</p> 	<p>- Asigna una cantidad arbitraria para Juan ( 1 tercera parte) y el sobrante ( de Laura) constituyen dos terceras partes</p>
<p><b>8 - 3</b></p>	<p>a) 5 b) 7</p>	<p>"La respuesta la obtuve cuando Juan gano las canicas, entonces lo que sobro, lo puse"</p> 	
<p><b>16 - 3</b></p>	<p>a) 3 b) 9</p>	<p>"Contando la tercera parte"</p> 	<p>- Encierra las 9 canicas de Laura y deja 3 afuera (Las de Juan), podria decirse que Juan quien gana una tercera parte tiene 3 canicas y el sobrante es de Laura</p>
<p><b>27 - 3</b></p>	<p>a) 3 b) 5</p>	<p>"Porque Juan gano 3 partes y Laura gano 5"</p> 	<p>- Asigna 3 canicas (para el niño son canicas) a Juan (una tercera parte es igual a 3) y 5 otra, cantidad arbitraria pero mayor a 3, para Laura</p>
<p><b>3 - 3</b></p>	<p>a) 3 b) 5</p>	<p>"Porque dice que Laura tiene dos terceras partes"</p> 	

<p>23 - 3</p>	<p>a) 9 b) 3</p>	<p>"Encerrando las que Ganó Juan"</p> 	<p>- Encierra 9 canicas para Juan y aunque no hace la "mitad", 9 entre 3 es igual a 3. Sigue siendo menor la cantidad que asigna para 2 terceras partes que para una tercera parte</p>
<p>20 - 3</p>	<p>a) 3 b) 3</p>	<p>"Dividiendo las canicas en 12 entre 4 me da a 3 y me sobra 0"</p> 	<p>- Al parecer el niño se centra en una división relacionada con el todo 12 entre un numero arbitrario: 4 que le de un resultado sin sobrante: 3 y le sobran 0 - Se centra en el recurso sin tomar en cuenta los datos del problema pues si lo hubiera utilizado correctamente, le hubiera dado resultado: 12 entre 3 es igual a 4 para Juan y <math>4 + 4 = 8</math> para Laura. No toma en cuenta el segundo inciso del problema, el de Laura</p>
<p>28 - 3</p>	<p>a) 3 b) 3</p>	<p>"Dividiendo" Operación realizada.</p> 	<p>- Aquí el problema además de centrarse solo en la pregunta de "Juan", es un error de conteo, 11 canicas y él considera la división en tres: 11 entre 3 = 3. Además no considera el todo pues el sobrante no lo toma en cuenta</p>
<p>14 - 3</p>	<p>a) 6 b) 3, 3</p>	<p>"Porque si son 3 tercios de Juan y 2 de Laura"</p> 	<p>- El niño señala 3 tercios de Juan como 6 canicas (tal vez creyendo que son mas, pues los circulo juntos) y 2 tercios es igual a 2 grupos de 3 canicas de Laura. Como todas las canicas se circularon pone ganaron todas.</p>

6 - 3	a) 3, 3 b) La 6 parte	<p>"Sumando"</p> 	<p>- El niño encierra 2 subgrupos de 3 para Juan que probablemente se refieran a las dos terceras partes de Laura. Encierra otras 6 canicas para Laura ( que probablemente sean de Juan). La diferencia con el folio anterior es que el niño encierra los dos subgrupos de tres y los considera uno</p>
12 - 3	a) 6 b) 6	<p>"Porque encerré las partes de Juan y conté las partes que ganó Laura"</p> 	<p>- Posiblemente el niño asigno una cantidad arbitraria (6) para Juan y el sobrante es de Laura - Contó el total de canicas asigno 6 para Juan y 6 para Laura - Relación fracción con equipartición</p>
13 - 3	a) 6 b) 6	<p>"Dividiendo las canicas"</p> 	<p>- Tendencia a repartir en mitades ←</p>
15 - 3	a) 6 b) 6	<p>"Reparando las canicas de 6 y 6"</p> 	
21 - 3	a) 6 b) 6	<p>(No puso justificación)</p> 	

22 - 3	a) 6 b) 6	"Contándolas" 	*	
24 - 3	a) 6 b) 6	"Sumando" 		
29 - 3	a) 6 b) 6	"Sumando" 		
30 - 3	a) 6 b) 6	"Porque una tercera partes las dos son iguales y se" 		
10 - 3	a) 6 b) 6	"Encerrando las canicas" 		

<p>32 - 3</p>	<p>a) 6 b) 6</p>	<p>"Como dice que saco dos terceras partes y le toco 6"</p> 	<p>(su respuesta no corresponde con su razonamiento)</p>
---------------	----------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas
- b) 8 canicas




PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:





- a) 8
- b) 4

CATEGORÍA N. 4

a) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9 - 3	a) todas b) Todas	"Porque sume 6" 	- Justificación no comprensible
11 - 3	a) 3 b) 9	"Sumando" 	- Justificación incompleta
17 - 3	a) 5 b) 5	"Encerrando las canicas" 	- Justificación incompleta



<p>18 - 3</p>	<p>a) 8 b) 4</p>	<p>"Circulando"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Probablemente confundió el orden de las respuestas</li> <li>- Dos terceras partes (Laura) pueden estar representadas por lo 2 conjuntos que circulo con rojo (4 canicas cada uno)</li> </ul>
<p>19 - 3</p>	<p>a) - b) 6</p>	<p>"Sumando las canicas"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No contesto a)</li> <li>- Justificación incompleta</li> </ul>
<p>31 - 3</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Dividiendo"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación incompleta, además no corresponde a la respuesta dada</li> </ul>
<p>33 - 3</p>	<p>a) 3, 4 b) 3</p>	<p>"Juan gano la tercera, agarre cuatro canicas de abajo para amba y así obtuve el resultado"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación no corresponde a las respuesta</li> <li>- No señala como se obtuvo b)</li> </ul>

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas
- b) 8 canicas



PREGUNTA VERIFICADOR


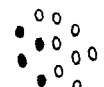

RESPUESTA TIPO:



- a) (se encerraron 4 canicas)
- b) 8 canicas

CATEGORÍA N. 1

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
6 - 4	a) 4 b) 8	<p>"Dividi en la mente doce entre 3 y me salió cuatro y así lo supe"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- "Dividi en mi mente" conlleva a una simbolización</li> <li>- Para obtener una tercera parte divide el todo entre tres</li> <li>- No da cuenta de como se obtuvo b)</li> </ul>
9 - 4	a) 4 b) 8	<p>"Primero conté las canicas y luego las dividí en tercios y puse lo que Juan ganó y luego conté las canicas que sobraron y así me dio el resultado de Laura"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera tercios como equivalente a tercera parte</li> <li>- Relación parte - todo, equidivisión ( 3 partes iguales)</li> <li>- Asigna a b) las canicas sobrantes</li> </ul>

<p>10 - 4</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Porque son doce canicas y son dos niños, primero le quite tres canicas a las 13, pero se dividia en 4 partes y luego le quite cuatro canicas y me dio el resultado"</p> 	<p>- Parece que en un principio se deja influenciar por el numero natural "primero le quite tres", rectifica "dividi en 4 partes", le quite, cuatro canicas.</p>
<p>12 - 4</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Conté las canicas y dividi 12 entre 3 y me salió 4 en 1/3 que ganó Juan y le dije si es 1/3 lo que ganó Juan y Laura 2/3 sumé 4 + 4"</p> 	<p>- Relación parte - todo; equidivisión - Relación sumatoria (multiplicativa) <math>4 + 4 = 8</math></p>
<p>29 - 4</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Conté las canicas que habia entonces la dividi en tres y cada tercio tenia cuatro canicas y encerré de rojo cuatro y Laura sacó los 2/3 que quedaban y como eran 12 las canicas solo reste <math>12 - 4 = 8</math>"</p> 	<p>- Relación parte - todo, equidivisión, reconoce el sobrante como los 2/3 de Laura - Para Laura realiza la resta de 12 menos 4</p>

<p>33 - 4</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Conté las canicas, la dividí en 3 partes iguales y así saqué el resultado"</p> 	<p>- Equidivisión - Igualdad - Relación parte - todo</p>
<p>34 - 4</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Porque son doce canicas y si quiero un tercio van a ser cuatro canicas y como Laura ganó dos tercios van a ser ocho canicas"</p> 	

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas




PREGUNTA VERIFICADORA






RESPUESTA TIPO:





- a) 3 a) 3 a) 6 a) 6 a) 1 a) 3 a) a) 5  
b) 6 b) 3 b) 6 b) 12 b) 2 b) 2/3 b) 2/3 b) 7




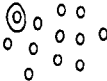
CATEGORÍA N. 3

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE




FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 4	a) 3 b) 6	"Porque un tercio tenia que agarrar 3 y si son dos tercios tendria que agarrar 6 canicas" 	- Considera tercio como equivalente a 3, por lo que dos tercios equivala a 6
3 - 4	a) 3 b) 6	"Porque un tercio son 3 canicas, entonces me dijeron Laura habia ganado dos tercios, entonces vi que un tercio eran 3 canicas, dos tercios son 6 canicas" 	
4 - 4	a) 3 b) 6	"Porque tuve que leer varias veces la pregunta" 	

8 - 4	a) 3 b) 6	<p>*Porque un tercio son 3 canicas y dos seis canicas*</p> 	<p>#</p>			
16 - 4	a) 3 b) 6	<p>*Porque si un tercio son tres, dos tercios son seis canicas*</p> 		<p>(exalta la relación parte - todo)</p>		
17 - 4	a) 3 b) 6	<p>*Porque si lo dividimos en 3 me salen 3 de un entero*</p> 			<p>(exalta la relación parte - todo)</p>	
18 - 4	a) 3 b) 3, 3	<p>*Porque Laura se sacó dos tercios de canicas y con el otro tercio me salió el resultado*</p> 				<p>(exalta la relación parte - todo)</p>
19 - 4	a) 3 b) 6	<p>*Contando las canicas*</p> 				

<p>26 - 4</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Porque lo sumé si un tercio son tres de dos son 6 y así tuve el resultado"</p> 	<p>✗</p>
<p>31 - 4</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Porque un tercio tiene tres canicas"</p> 	
<p>32 - 4</p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Conté las canicas y las dividi"</p> 	
<p>2 - 4</p>	<p>a) 3 b) -</p>	<p>"Vi que era un entero, me imaginé una barra dividida en 12 partes y tomé tres y fue un tercio del entero"</p> 	<p>(Aunque no contesto la opción b) es importante tomar este caso, ya que al igual que los otros, considera tercio como 3 elementos)</p>

24 - 4	a) 3 canicas b) -	(No dio justificación)- 	-
8 - 4	a) 3 b) 3	"Primero me fijé que un tercio es una canica y luego que dos tercios son 3 caniquitas" 	- Considera 1/3 como una canica (se centra en el numerador) - Considera 2/3 como 3 canicas (se centra en el denominador)
27 - 4	a) 6 b) 6	"Porque primero respondi la respuesta de abajo y despues se me hizo fácil responderlo" 	- Considera 2/3 como 6 canicas (no se sabe si hace se debe a que toma 2/3 como 3 + 3 o realiza una multiplicación del numerador por el denominador)
30 - 4	a) 1 b) 2	"La obtuve porque se lo gano una de tres y esa fue la que encerré. laura gano 2 canicas porque gano 2 de 3" 	- El niño considera tercios (1/3) como uno de tres y por lo tanto dos tercios (2/3) 2 de tres



21 - 4	a) 3 b) $\frac{2}{3}$	<p>"Porque en la pregunta dice que encierre <math>\frac{1}{3}</math> y encerré en las canicas <math>\frac{1}{3}</math> y obtuve la respuesta"</p> 	<p>- Considera un tercio como 3 canicas - Para la opción b) representa numéricamente dos tercios</p>
14 - 4	a) 3 b) $\frac{2}{3}$	<p>"Decía que pusiera cuántas canicas ganó Laura y lo puse"</p> 	
15 - 4	a) b) $\frac{2}{3}$	<p>"Porque un tercio es la tercer parte"</p> 	<p>- No considere el todo - Se centra en un objeto continuo</p>

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 4 canicas



PREGUNTA VERIFICADORA





RESPUESTA TIPO:



- a) 3 a) 9 a) 7 a) -  
b) 2 b) 6 b) 5 b) 5

CATEGORÍA N. 4

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA (O NO CONTESTO)  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE (O NO JUSTIFICACIÓN)

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
7 - 4	a) 5 b) 7	"Volví a dividir las canicas con las que perdí" 	- Asigna a Juan 5 canicas - Asigna a Laura las que perdió Juan, es decir 7
11 - 4	a) 7 b) 5	"Primero multipique y me salió el resultado" 	- No se sabe cual fue la multiplicación que realizó el niño

<p>13 - 4</p>	<p>a) 9 b) 6</p>	<p>"Contando y luego los dividí en cuartos y de ahí saqué la respuesta"</p> 	<p>- No se sabe que división se llevo a cabo</p>
<p>20 - 4</p>	<p>a) 6 b) 12</p>	<p>(No dio justificación)</p> 	<p>- Aunque no justifico la respuesta dada, se considera que el niño toma un tercio como 6 canicas, y por lo tanto dos tercios equivale a 12</p>
<p>22 - 4</p>	<p>a) 4 b) 4</p>	<p>"Son doce canicas y Juan gano 1/3 de ellas, yo dividí 12 entre 3 y me dio 4 y dividí 2/3 o 2 entre 8 que eran las canicas que sobraron y me dio 4"</p> 	<p>- No toma en cuenta el todo, sino el sobrante. 8 es decir 2/3 es igual a 8/4 que es igual a 4</p>
<p>23 - 4</p>	<p>a) - b) 5</p>	<p>"Contando"</p> 	<p>- Justificación incompleta</p>

<p>25 - 4</p>	<p>a) 3 b) 2</p>	<p>(No dio justificación)</p> 	<p>- No justifico como obtuve las respuesta</p>
<p>28 - 4</p>	<p>a) 3 b) 2</p>	<p>"Porque Juan gano 1/3 y Laura gano dos tercios y <math>3 - 1 = 2</math>, así obtuve el resultado"</p> 	<p>- Justificación no comprensible</p>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO





RESPUESTA TIPO:




- a) (se encerraron 4 canicas)  
b) 8 canicas




CATEGORIA N. 1

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE




FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	a) 4 b) 8	"Porque una tercera parte 12 son 4" 	- Existen marcas de conteo - Conteo de todas las canicas implícito - Posible mecanización de lo aprendido escolarmente - En la justificación no señala como obtuvo la respuesta b)
2 - 5	a) 4 b) 8	"Dividiendo las canicas que eran entre 3" 	- División del todo entre tres - Conteo de todas las canicas implícito - En la justificación no se señala como se obtuvo la respuesta b)
9 - 5	a) 4 b) 8 canicas	"Dividiendo las doce canicas entre 3 y dieron 4" 	- Marcas de conteo - Obtuvo a) dividiendo 12 entre 3 (tercera parte) - Conteo implícito de todas las canicas - No señala en la justificación como obtuvo b)

<p>12 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>"Sumando las canicas y dividiéndolas entre tres y sumando las que sobraron"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- Conteo de todas las "canicas" explicito en justificación</li> <li>- Para obtener a) división del todo entre 3 (tercera parte)</li> <li>- Para obtener b) conteo de las canicas sobrantes</li> </ul>
<p>14 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Dividiendo, pensando y sumando y por que sé que 1/3 de 12 canicas son 4 canicas"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Importancia de lo escolarmente aprendido</li> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- Conteo implícito de todas las canicas</li> <li>- Toma por igual una tercera parte que 1/3</li> <li>- Se considera, de acuerdo a la justificación dada, que obtuvo b) de una suma</li> </ul>
<p>16 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Dividiendo 12 entre 3"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo implícito de todas las canicas</li> <li>- Para obtener a) división del todo entre tres (tercera parte)</li> <li>- En la justificación no da cuenta de como obtuvo respuesta b)</li> </ul>
<p>18 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>" 1 ra respuesta la obtuve dividiendo 12 entre 3 la segunda fue 12 entre 3 por 2 ó bien contando las canicas que sobraban"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo implícito de todas las canicas</li> <li>- Obtuvo a) dividiendo el todo entre 3 (tercera parte)</li> <li>- Obtuvo b) ya sea el todo entre 3 y multiplicado por dos o contando las canicas sobrantes</li> </ul>

<p>19 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>"La primera dividiendo y la segunda podía ser las que sobraran pero para rectificar también dividi"</p> <p>Operaciones realizadas: <math>3 \overline{)12} \begin{array}{r} 4 \\ 0 \end{array}</math></p> $\frac{2}{3} : \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = 8$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- Obtuvo a) de la división del todo entre 3 (tercer parte)</li> <li>- Obtuvo b) contando las canicas sobrantes, pero para asegurarse realizo una división de fracciones en donde considera correctamente dos terceras partes como 2/3 Sin embargo se considera que el niño no toma en cuenta que la parte de Juan junto con la de Laura conforman el todo</li> </ul>
<p>25 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>" Porque dividió 12 entre 3 y medio 4 y en la otra dice 2 terceras partes y es el doble"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para a) dividió el todo entre 3 (tercera parte)</li> <li>- Para b) la obtuvo calculando el doble de la respuesta obtenida en a) (dos terceras partes es igual al doble de una tercera parte)</li> <li>- Se considera que no toma en cuenta que la parte de Juan junto con la de Laura conforman el todo</li> </ul>
<p>7 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>" Multiplica el total de las canicas por cada parte que gano cada uno de los niños"</p> <p>Operaciones realizadas</p> $\frac{8}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = 8 \text{ canicas}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión correcta de los datos a números fracciones</li> <li>- Multiplicación correcta de fracciones tanto para a) como para b)</li> <li>- Solo en el caso 15 - 5, asigno a b) la cantidad de canicas sobrantes</li> <li>- Uso correcto de la "función" de la multiplicación de fracciones</li> <li>- Considera una tercera parte como 1/3</li> <li>- Considera dos terceras partes como 2/3</li> <li>- Se considera que existen elementos del nivel ITS</li> </ul>

<p>11 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>"Multiplique el numero de canicas y la fracción que me pedian"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $12/1 \times 2/3 = 24/3 = 8$ $12/1 \times 1/3 = 12/3 = 4$ 	<p>*</p>
<p>15 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Multiplicando doce sobre uno por una tercera parte y la segunda respuesta son las canicas que me sobran"</p> <p>Operación realizada:</p> $\frac{12}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$ 	
<p>20 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Multiplicando con fracciones"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\frac{12}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ Juan}$ $\frac{12}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ Loura.}$ 	



<p>19 - 8</p>	<p>a) 4 b) 8 gano Laura</p>	<p>* Dividi 3 entre 12 y me salió 4 y la 2da multipique 2/3 x 12/1, me salió 24/3 y lo dividi y salió 8"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\frac{2}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = 8 \quad 3 \overline{)12} 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- Para obtener a) dividió el todo entre 3 (tercer parte)</li> <li>- Para obtener b) realizó una multiplicación de fracciones, convirtiendo correctamente los datos en números fraccionarios y simplificando el resultado obtenido</li> <li>- Lectura incorrecta de la división</li> </ul>
<p>17 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 Laura y 4 Juan</p>	<p>"Un tercio por doce -- y el resultado dividido"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\frac{1}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{12}{3} = 4$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- Para obtener a) realizó una multiplicación de fracciones</li> <li>- No da cuenta de como obtuvo b)</li> </ul>
<p>27 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Multiplicando y dividiendo"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> <p>12 canicas</p>  $\frac{2}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{24}{3}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- No se sabe como obtuvo a)</li> <li>- Para b) realizó una multiplicación de fracciones</li> </ul>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

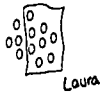

RESPUESTA TIPO:

- a) (se encerraron 4 canicas)  
b) 8 canicas

CATEGORIA N. 2

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
8 - 5	a) 4, 3, 5 b) Juan 4 canicas y Laura 8 canicas	"Dividiendo y encerrando todos los círculos que hayan sido necesasnos" 	- Se considera que el niño no siguió correctamente las instrucciones pero se considera correcto ya que en b) puso correcta la respuesta de a) - Se considera que primero encerró 4 "canicas" y aunque hay una línea separando tres canicas de cinco; las ocho canicas se encuentran encerradas juntas (lo que correspondería a la opción b) - Su justificación no da cuenta de las respuestas dadas
13 - 5	a) 4 b) 8	Multiplicando 3 x 4 y de ahí salió la respuesta para saber cuantas canicas gana cada quien Operación realizada 	- La justificación no corresponde al resultado dado
30 - 5	a) 4 b) 8	Multiplice lo que ganaron por el número de canicas que hay 	- La justificación no es coherente - No se sabe que operaciones realizo el niño

<p>31 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8 canicas</p>	<p>"Dividiendo el numero de canicas que gano Juan y así saque la respuesta de Laura"</p> 	<p>- No especifica la división que realizó - No especifica como obtuvo b)</p>
<p>33 - 5</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>Contando las canicas y multiplicando</p> 	

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas
- b) 8 canicas



PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3
- b) 6

CATEGORÍA N. 3

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 5	a) 3 b) 6	<p>"Si Laura ganó 2 terceras partes son 6 y Juan nada más la tercera parte son 3"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Consideración del término "Tercera parte" como 3 objetos por lo que "dos terceras partes" es el doble de 3 es decir 6</li> <li>- No exhaustividad del todo</li> </ul>
26 - 5	a) 3 b) 6	<p>"Pues es lógico que a 2 3 partes son 6 y 1 3"</p> 	

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO




RESPUESTA TIPO:




- a) 7 a) 3-3-4 a) 3-3-3  
b) 5 b) 4 canicas b) 6

- a) 8 a) 3  
b) 4 b) 9

CATEGORÍA N. 4

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
5 - 5	a) 5 b) 7	"Haciendo las operaciones en mi mente" 	- No se sabe cuales fueron las operaciones que realizo el niño para obtener los resultados dados
6 - 5	a) 3 b) 9	"Haciendo multiplicación de fracciones" Operación realizada: $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$ 	- No se sabe porque multiplico 1/3 por 2/3 - Operación incompleta ya que no la efectúo - Su resultado no corresponde a la operación dada en la justificación
22 - 5	a) 3 - 3 - 3 b) 4 canicas	"Porque las canicas son once y nos piden dos terceras partes, así es como obtuve la respuesta" 	- Error de conteo - Solo repite datos del enunciado por lo que no da cuenta del procedimiento o razonamiento seguido para dar las respuestas

21 - 5	a) 3 b) 6	<p>"Multiplicando lo que ganaron"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\frac{1}{2} \div \frac{12}{1} = \frac{12}{2} = 6$ $\frac{2}{3} \div \frac{12}{1} = \frac{24}{3}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión en la connotación de la multiplicación y división</li> <li>- Considera tercera parte como 1/3 y dos terceras partes como 2/3</li> <li>- "Multiplicación" correctamente realizada</li> <li>- Respuestas obtenidas en operaciones diferentes a la dadas</li> </ul>
23 - 5	a) 3 - 3 - 3 b) 6	<p>"Sacando la tercera parte de 12"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe con claridad que entiende por tercera parte (se considera que lo más seguro es considerar tercera parte como 3 objetos)</li> <li>- No se sabe porque en respuesta a) encerró 3 veces 3 canicas</li> </ul>
32 - 5	a) 8 b) 4	<p>"Escribi el número de canicas y les encerré"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño puso el resultado correcto de a) en b) y viceversa</li> <li>- No se sabe como obtuvo estos resultados</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>


QUINTO GRADO DE PRIMARIA



RESPUESTA TIPO:  
 a) 4  
 b) 7 o b) 8

PREGUNTA N. 2  
 RESPUESTAS CORRECTAS:  
 a) Se deben de encerrar 4 canicas  
 b) 8 canicas

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

CATEGORIA N. 5  
 a) RESPUESTA CORRECTA -  
 RAZONAMIENTO COHERENTE  
 b) RESPUESTA INCORRECTA  
 RAZONAMIENTO COHERENTE

FOJO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 5	a) 4 b) 7	<p>"Primero conté las canicas y luego lo que me dio lo multiplique por una tercera parte, en el segundo el numero de canicas y los multiplique por dos terceras partes"</p> <p>- Operaciones realizadas:</p> $\frac{12}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 3 \frac{0}{12}$ $\frac{12}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{24}{3} = 3 \frac{0}{24}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo</li> <li>- Utilización correcta de la multiplicación de fracciones</li> <li>- Algoritmo realizado correctamente para respuesta a)</li> <li>- Error en la simplificación del resultado obtenido de la multiplicación para la respuesta b) (error de división)</li> </ul>

<p>20 - 5</p>	<p>a) 4 b) 2</p>	<p>* Dividiendo las 12 canicas entre 3 y me dio el primer resultado y despúes dividi 8 entre 3 y me dio el resultado</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$ 	<p>- Obtuvo correctamente el resultado para a) - No se sabe porque dividió el resultado entre 3 (tal vez considero que para una tercera parte hay que dividir ente 3 y para dos terceras partes hay que dividir dos veces entre tres) - Error en la división de 8 entre 3</p>
<p>24 - 5</p>	<p>a) 4 b) 9</p>	<p>* En la primera dividiendo las canicas entre la tercera parte y en la canica las que me sobraron*</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$ 	<p>- División del todo entre 3 para obtener a) - Asigne a b) la cantidad sobrante de canicas - Error de conteo</p>



QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas
- b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUEMTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 10
- b) 10

CATEGORÍA N. 6

- a) RESPUESTA INCORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE
- b) RESPUESTA INCORRECTA - RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
29 - 5	a) 10 b) 10 canicas	<p>Si Juan y Laura estaban jugando con 12 canicas restaba 1/3 que gano Juan y si Laura gano 2/3 restaba <math>12/1 - 2/3</math></p> <p>Operación realizada:  <math>\frac{12}{1} - \frac{1}{3} = \frac{35}{3} = 10 \frac{2}{3}</math></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcas de conteo</li> <li>- El razonamiento expresado por el niño es correcto sin embargo cometió error al querer manejar los datos de acuerdo a su razonamiento, es decir al hacer <math>12/1 - 1/3</math> en realidad se esta haciendo <math>12/1</math> (el todo) menos 1/3 de una canica y no del todo. La resta correcta hubiera sido:  <math>12/1 - 12/3 = 36/3 - 12/3 = 24/3 = 8</math>                      que da el resultado de b) y <math>12/1 - 24/3 = 36/3 - 24/3 = 12/3 = 4</math>                      que da el resultado de a)</li> <li>- Asigno a b) la misma respuesta que a)</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas



PREGUNTA DE SEGUNMENTO





RESPUESTA TIPO:





- a) (se encerraron 4 canicas)  
b) 8 canicas





CATEGORÍA N. 1





- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE



FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Contando las canicas y dividiendo entre 3:</p> <p>Operación realizada:</p> $3 \overline{)12} \begin{array}{r} 4 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$ 	<p>- Conteo - División del todo dividido entre 3 para obtener respuesta a) - No se señala en la justificación como se obtuvo la respuesta de b)</p> <p>*</p>
2 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Contando las canicas y dividiéndolas entre tres así le di la tercera parte a Juan y a Laura 2 terceras partes*</p> 	

7 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Conté las canicas y las dividi entre tres*</p> 	*
10 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Dividiendo el número de canicas entre tres*</p> 	
12 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Contando el número de canicas que son divididas entre tres y eso transformarlo a canicas*</p> 	
15 - 6	a) 4 b) 8	<p>*Sumando las canicas y dividiendo entre tres*</p> 	

16 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Dividiendo entre tres el número de canicas"</p> 	x-	
17 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Contando las canicas y dividiéndolas entre tres porque se está hablando de terceras partes"</p> 		
20 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Sumando las canicas y después dividiéndolas entre tres"</p> 		(toma el conteo como una suma)
22 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Dividiendo entre tres el número de canicas"</p> <p>Operación realizada" <math>3 \overline{)12} \begin{array}{r} 4 \\ \underline{12} \end{array}</math></p> 		

<p>26 - 6</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Dividi las canicas que habia entre tres para saber cuantas gano Juan y el resto sale por lógica"</p> 	<p>*</p>
<p>37 - 6</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Sumando las canicas y dividiéndolas en 3 partes iguales"</p> 	<p>(hace mención de la igualdad de las partes)</p>
<p>5 - 6</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Dividiendo 12 entre 3 que son las canicas que obtuvo Juan y lo que sobra eran las que gana Laura"</p> 	<p>- Conteo - División del todo entre tres para obtener respuesta a) - Asigna a b) las canicas sobrantes</p> <p>*</p>
<p>11 - 6</p>	<p>a) 4 b) 8</p>	<p>"Dividi 12 entre tres y obtuve la tercera parte y después las que sobraron con la que gano Laura"</p> 	

14 - 6	a) 4 b) 8	<p>"En las de Juan dividi doce entre tres partes y las canicas que sobraron son de Laura"</p> 	†
23 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Dividiendo 12 canicas entre la tercera parte de Juan y después contar las que quedaron fuera de la tercera parte"</p> 	
34 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Dividiendo el número de canicas entre tres (y luego) para sacar el resultado de Juan y luego las que sobraron por lógica eran las de Laura"</p> 	
8 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Sumando las canicas, dividi entre tres para el primer resultado, para el segundo multipique por 2 el resultado del principio"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo (considerado por el niño como suma)</li> <li>- División del todo entre tres para obtener respuesta a)</li> <li>- Para obtener respuesta de b) multiplica por dos el resultado de a)</li> </ul> <p>†</p>

13 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Dividiendo 12 entre 3 y el resultado x 2"</p> 	<p>«</p>
36 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Son 12 y esos 12 los dividi entre tres y salió a 4 y lo que me salió juntan las dos terceras partes"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo</li> <li>- División del todo entre tres para obtener respuesta a)</li> <li>- Aunque la justificación es un poco confusa en cuanto se refiere a la obtención de b) se considera que el niño, para esta respuesta considero que b) era dos veces a)</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) (se encerraron 4 canicas)  
b) 8 canicas

CATEGORIA N. 2

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOJO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 6	a) 4 b) 8	<p>"Conté las canicas como eran 12, se podían dividir en lo que me pedían, en terceras partes y lo demás era fácil y lógico"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo</li> <li>- Solo repite el enunciado del problema. No señala en la justificación como obtuvo las respuestas</li> </ul>



## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 2

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO



## RESPUESTA TIPO:

- a) 3 a) 3  
b) 9 a) 6

## CATEGORÍA N. 3

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
30 - 6	a) 3 b) 9	<p>"Primero reste 12 menos 3 y así obtuve el resultado"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 12} - \frac{3}{9} \\ 0 \end{array}$	<p>- Conteo</p> <p>- Considera tercera parte como 3 por lo que para obtener b) resta 12 menos 3. Lo que conlleva a pensar que el niño considero que si Juan gano una tercera parte, Laura gano el todo menos la parte de Juan</p>
19 - 6	a) 3 b) 3	<p>"Porque la tercera parte son 3"</p>	<p>- Asigna a a) y b) la misma cantidad. Esto se deba probablemente a alguno de los aspectos siguientes</p> <p>* Hace una equipartición sin considerar la exhaustividad del todo</p> <p>* Pone la respuesta de a) en el lugar de la de b)</p>

<p><b>33 - 6</b></p>	<p>a) 3 b) 6</p>	<p>"Porque voy a sumar las 3 canicas dos veces"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No considera el todo</li> <li>- Toma tercera parte como 3</li> <li>- Para obtener b) sumo dos veces lo que gano Juan</li> </ul>
<p><b>35 - 6</b></p>	<p>a) 6 b) 6</p>	<p>"Porque encerré las canicas de Juan"</p> 	<p>- la justificación no da cuenta del porque de las respuestas dada por el niño</p>

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 2

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas



## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO



## RESPUESTA TIPO:

- a) 4  
b) 4

## CATEGORÍA N. 7

- a) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	a) 4 b) 4	<p>"Porque son doce canicas y piden que encierre la tercera parte de las 12"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conteo</li> <li>- Consideran correctamente la tercera parte del todo</li> <li>- No se señala como se obtuvo b)</li> <li>- Asigna a b) la misma respuesta obtenida en a)</li> </ul> <p>#</p>
6 - 6	a) 4 b) 4	<p>"Dividi el numero de canicas (doce) entre tres"</p> 	<p>#</p>

9 - 6	a) 4 b) 4	"Dividiendo 3 entre 12" 	(invió los datos de la operación en la Justificación, es decir, puso 3 entre 12, en vez de 12 entre 3) *
10 - 6	a) 4 b) 4	"Dividí las canicas entre tres que es la tercera parte" 	+

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3 a) 3 - 3 - 3 a) 6  
b) 9 b) 3 b) 6

CATEGORÍA N.

A) y b) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
28 - 6	a) 3 b) 9	*Se divide las canicas* 	- La justificación no es completa ni clara
31 - 6	a) 3 - 3 - 3 b) 3	*Son doce canicas y las canicas que sobran son las de Laura* 	- La justificación no es clara ni completa ya que no se sabe cual fue el razonamiento del niño para asignarle a la pregunta a) 9 canicas
29 - 6			- No contestó

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUNMENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 5  
b) 8

CATEGORÍA N. 8

- a) RESPUESTA INCORRECTA -  
NO JUSTIFICACIÓN  
b) RESPUESTA CORRECTA  
NO JUSTIFICACIÓN

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
21 - 6	a) 5 b) 8	 <p>The diagram shows a container with 8 small circles (marbles) inside. Four are inside the container and four are outside it.</p>	- No se sabe como se obtuvieron las respuestas

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 4  
b) 6

CATEGORÍA N. 9

- a) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO NO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
27 - 6	a) 4 b) 6	"Conté el número de canicas y así saqué el resultado" 	- La respuesta no da cuenta de como se obtuvieron las respuestas dadas

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas



PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 8 a) 6 - 6  
b) 3 b) 6

CATEGORIA N. 10

- a) RESPUESTA INCORRECTA -  
NO JUSTIFICACIÓN  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
NO JUSTIFICACIÓN

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
32 - 6	a) 6 b) 3		- No se sabe como se obtuvieron las respuestas
38 - 6	a) 6 - 6 b) 6		



SEIXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) -  
b) 8

CATEGORÍA N. 11

- a) NO CONTESTO  
b) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
24 - 6	a) - b) 8	*Dividiendo"  	- No contesto a) - No se sabe como se obtuvieron la respuesta b) ya que la justificación es muy incompleta - Posible copiado de b)

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 2

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) Se deben de encerrar 4 canicas  
b) 8 canicas


PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 4  
b) 4

CATEGORÍA N. 12

- a) RESPUESTA CORRECTA -  
NO JUSTIFICACIÓN  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
NO JUSTIFICACIÓN

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
25 - 6	a) 4 b) 4	- 	- No se sabe como se obtuvieron las respuestas - Asigna a b) la misma respuesta dada en a) - Posible copiado

*PREGUNTA No. 3*

*SEGUNDO Y TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

NO

PREGUNTA: VERIFICADORA




RESPUESTA TIPO:






NO





CATEGORÍA N. 1






RESPUESTA CORRECTA -





RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
16 - 3	No	"Porque uno está más grande que el otro" 	- Se basa en el criterio de tamaño para negar la pregunta. - Comparación directa
18 - 3	No	"Porque una está más grande que la otra" 	
6 - 3	No	"Porque un lado es más (grande) chico que el otro" 	





10 - 3	No	"Porque un espacio está más chico que el otro" 	- Se centran en las cualidades de la figura (como el tamaño)
12 - 3	No	"Porque una parte está más chica que la otra" 	
1 - 3	No	"Porque una es más grande que la otra" 	
35 - 3	No	"Porque una es más grande que la otra" 	
22 - 3	No	"Porque una está más chica que otra" 	




23 - 3	No	<p>"Porque un en un lado hay más cacho que en otro"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se centra en el criterio de cantidad</li> <li>- Utiliza la comparación directa</li> <li>- Influenciado por el lenguaje informal que no implica necesariamente igualdad</li> </ul>
4 - 3	No	<p>"Porque una mitad es más grande que otra"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma el término "mitad"</li> <li>- Retoma el criterio de tamaño y utiliza la comparación directa.</li> </ul>
17 - 3	No	<p>"Porque una parte es más pequeña que otra"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se basa en la relación parte - todo</li> <li>- Utiliza la comparación directa</li> </ul>
7 - 3	No	<p>"Porque la mitad, haz de cuenta partiera un jitomate y se le daría aun niño no se conformaría con eso que está"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a la porción - reparto relacionada con la experiencia cotidiana de conformidad</li> <li>- Se encuentra en un nivel etnomatemático</li> </ul>

20 - 3	No	<p>"Porque está muy arriba la línea y no está a la mitad"</p> 	<p>- El punto de referencia es la línea. La mitad se refiere al criterio posicional (probablemente relacionado con el contenido de simetría)</p>
15 - 3	No	<p>"Porque una línea está más pegada a la orilla"</p> 	
27 - 3	No	<p>"Porque no está del mismo tamaño"</p> 	<p>- Hace referencia a la no igualdad en el tamaño</p>
9 - 3	Incorrecta	<p>"Porque no está a la mitad del círculo, ahí no saben"</p> 	<p>- Retoma el criterio de simetría</p>
29 - 3	No	<p>"Porque no está a la mitad"</p> 	

28 - 3	No	"Porque debe de estar en el centro" 	
31 - 3	No	"Porque no está dividido a la mitad" 	- Hace referencia al círculo (no a la posición de la línea) - Considera la fracción como fracturador
34 - 3	No	"Porque el eje de simetría no es una raya normal, es una línea que separa una mitad de otra mitad" 	- Contenido: figuras geométricas - Eje de simetría de una figura (identificación y trazo)
32 - 3	No	"Porque no es simétrica, o sea, la parte se sale porque es chica y la otra es grande" 	- Toma dos criterios: Simetría en cuanto a la línea y el de tamaño - Comparación directa



11 - 3	No	<p>"Porque no es igual un lado que el otro"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma el criterio de igualdad (probablemente retoma aspectos cualitativos como la forma o el tamaño)</li> <li>- Comparación directa</li> </ul>
26 - 3	No	<p>"Porque no esta dividido en partes iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma el criterio de parte - todo</li> <li>- Resalta la igualdad</li> </ul>
25 - 3	No	<p>"Porque si este estuviera partido en partes, tendrian que estar en partes iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia al criterio de igualdad, se toma como condición de la división en partes (mitad)</li> <li>- Comparación directa</li> </ul>
5 - 3	No	<p>"Porque un lado es mas grande que el otro y si quiero la mitad las dos partes deben ser iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retoma el criterio de tamaño; comparación directa y relación parte - todo, determinada por la fracción</li> <li>- Considera la igualdad como condición</li> </ul>

2 - 3	No	<p>"Porque no tiene las partes iguales"</p> 	- Criterio de igualdad en el contexto parte - todo
19 - 3	No	<p>"Porque el círculo no está dividido en dos partes"</p> 	- Da por hecho la condición de igualdad al decir "Dos partes"
33 - 3	No	<p>"porque el círculo tiene infinidad de ejes y ese no es un eje"</p> 	<p>- Respuesta condicionada por el contenido curricular:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Figuras geométricas</li> <li>* Ejes de simetría de una figura</li> </ul>

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA VERIFICADORA


RESPUESTA TIPO:

No

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
21-3	No	"Porque no está dividido" 	- Justificación incompleta

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA VERIFICADORA

RESPUESTA TIPO:




• 2/2

• SI

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 3	2/2	<p>"Porque esta en dos mitades y se hace dos medios"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Toma por igual partes que mitades</li> <li>- Toma 2 medios como dos partes no necesariamente iguales</li> </ul>
13 - 3	Si	<p>"Porque si esta dividido"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Toma por igual dos partes como dos mitades, por lo tanto la igualdad no es necesana al hablar de "mitades"</li> </ul>
8 - 3	Si	<p>"Porque adentro del circulo hay una línea"</p> 	

TERCER GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA VERIFICADORA

RESPUESTA TIPO:



• Béisbol

• Ya no es círculo

CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
24 - 3	Ya no es círculo		- No justifico su respuesta - Respuesta no comprensible
30	Béisbol	"Porque era una pelota"  	- Respuesta y justificación incoherente con el problema planteado

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:  
NO




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:





NO





CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE





FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
16 - 4	No	"Porque está mal cortada, se hace así....." 	- Hace referencia a la acción de dividir "correctamente" y traza una línea a la mitad del círculo
20 - 4	No	"Porque cuando está dividido en mitades tiene que estar así" 	
1 - 4	No	"Porque si estuviera cortado y lo doblamos como está dividido no saldría la mitad" 	- Referencia a la acción de doblar como método de demostración de la simetría del círculo (partes iguales implícitamente)





CUARTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA No 3






11 - 4	No	<p>"Porque la línea está mal trazada"</p> 	<p>- Emite un juicio ("Mal trazada") referente a la posición de la línea</p>
13 - 4	No	<p>"Porque donde está dividido está mas arriba"</p> 	<p>- Hace referencia a la posición de la línea</p>
2 - 4	No	<p>"Porque la línea que lo separa encierra un espacio menos que el de abajo"</p> 	<p>- Retoma la cantidad y hace referencia a la línea que la determina (comparación directa)</p>
19 - 4	No	<p>"Porque si estuviera dividido en dos mitades la raya estaría en medio"</p> 	<p>- Hace referencia a la posición de la línea          - Uso del termino "en medio"          *</p>





32 - 4	No	<p>"Porque si estuviera partido en mitades estuviera en medio la linea"</p> 	•
33 - 4	No	<p>"Porque la raya deberia estar en medio"</p> 	
8 - 4	No	<p>"Porque cuando está a la mitad, la raya debe de estar en medio y esta casi a la orilla del círculo"</p> 	
26 - 4	No	<p>"Porque se le puso la linea está en la orilla y debe de estar en medio para que se divida"</p> 	



30 - 4	No	<p>"Porque si estuviera dividido en 2 partes iguales la línea estaria en medio"</p> 	<p>✗</p>
34 - 4	No	<p>"Porque la línea no está exactamente a la mitad"</p> 	<p>- Hace referencia a la posición de la línea - Uso del termino "a la mitad" ✗</p>
18 - 4	No	<p>"Porque donde esta la línea del círculo no es la mitad"</p> 	
24 - 4	No	<p>"Porque si estuviera dividido en mitad tendria que estar dividido a la mitad del círculo"</p> 	

10 - 4	No	<p>*Porque la linea no esta en la mitad del circulo*</p> 	<p>↑</p>
21 - 4	No	<p>*Porque si fuera en dos mitades, la rayita estuviera en el centro*</p> 	<p>- Hace referencia a la posición de la línea - Utilización del termino "en el centro"</p> <p>↑</p>
5 - 4	No	<p>*Porque si estuviera al centro sena la mitad pero como no esta a la mitad*</p> 	
25 - 4	No	<p>*Porque la raya estuviera en el centro del circulo y ahí*</p> 	

23 - 4	No	<p>"Porque la linea debe ir en el centro para que este círculo este en dos mitades"</p> 	<p>4</p>
28 - 4	No	<p>"Porque una parte es más grande que otra y la otra mas chica"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a la cantidad y al tamaño</li> <li>- Uso del termino "parte"</li> <li>- Utiliza la comparación directa</li> </ul>
3 - 4	No	<p>"Porque una parte esta más chica que la otra"</p> 	
4 - 4	No	<p>"Porque un lado esta grande y el otro esta chico"</p> 	<p>(Utiliza el termino "lado")</p>
31 - 4	No	<p>"No está dividido igual"</p> 	<p>- Uso del termino "igualdad" como condición para su justificación</p>

17 - 4	No	<p>"Porque necesita el circulo estar dividido en partes iguales"</p> 	<p>(Exalta la relación parte - todo)</p>	
22 - 4	No	<p>"Porque el circulo debería para estar en dos mitades en partes iguales"</p> 		
29 - 4	No	<p>"Porque no están las dos partes iguales una esta mas grande y otra mas pequeña y las dos deben de estar iguales si no, no es <math>\frac{1}{2}</math>"</p> 		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización del termino "igualdad" como condición</li> <li>- Se hace referencia a la relación parte - todo</li> <li>- Se apoya en el concepto de cantidad para justificar si respuesta</li> </ul>
8 - 4	No	<p>"Porque dos mitades sería esto: y si podría estar en dos mitades pero una es mas grande y otra mas chica por eso esta dividido en dos partes iguales"</p> 		

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:




• 1/2 un medio




• Sí

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
7 - 4	1/2	<p>"Porque si unimos las dos mitades forman un entero"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia al todo</li> <li>- Reversibilidad de la acción de cortar</li> </ul>
15 - 4	Sí	<p>"Porque se ve que tiene una línea pero no son iguales las dos mitades"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Consideración de mitades como 2 partes, sin considerar la condición de igualdad</li> <li>- Referencia a la línea</li> </ul>
21 - 4	Sí	<p>"Porque en el dibujo está dividido en dos mitades y es lógico esto"</p> 	



6 - 4	Si	<p>"Si porque hay una línea que los atraviesa"</p> 	- Hace referencia al círculo dividido
12 - 4	Si	<p>"Porque solo hay una raya dividiendo en 2 el círculo de abajo"</p> 	- Hace referencia al círculo dividido en dos mitades
14 - 4	Si	<p>"Porque aunque este dividida en una parte chica esta dividido"</p> 	<p>- Hace referencia al círculo - Se apoya en el concepto de tamaño</p>





QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3  
 RESPUESTA CORRECTA:  
 NO  
 PREGUNTA DE SEGUIMIENTO





RESPUESTA TIPO:  
 NO





CATEGORIA N. 1  
 RESPUESTA CORRECTA -  
 RAZONAMIENTO COHERENTE






FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 5	No	"Porque la raya que divide el círculo no esta en medio, sino está en la orilla y la mitad debería de estar en medio" 	- Hace referencia a la ubicación de la línea - Señala en donde debería de encontrarse la línea: En medio
4 - 5	No	"Porque si estuviera dividido en dos mitades estaría en la mitad del círculo" 	- Señala en donde debería de encontrarse la línea para obtener dos mitades: A la mitad





24 - 5	No	<p>"Porque la mitad es en el centro y no en cualquier parte del círculo"</p> 	<p>- Trata de definir, de cierta manera lo que es una mitad, utilizando la palabra Centro</p>
25 - 5	No	<p>"Porque una mitad es cuando la cortas en el centro del círculo u otra figura"</p> 	<p>La justificación emite a una mecanización de lo escolarmente aprendido</p>
26 - 5	No	<p>"Porque si estuviera a la mitad estuviera una línea en la mitad del círculo"</p> 	<p>- Trata de explicar pero utiliza los mismos términos (mitad)</p>
32 - 5	No	<p>"Porque si estuviera en mitades, estaría en medio"</p> 	<p>- Trata de definir, de cierta manera, lo que es una mitad, utilizando la palabra En medio</p>



5-5	No	<p>"Porque no tiene la línea a la mitad"</p> 	<p>- Se señala la ubicación no correcta de la línea para poder obtener dos mitades #</p> <p>(hace referencia incorrectamente del radio)</p>
8-5	No	<p>"Porque la línea que los separa no está exactamente a la mitad"</p> 	
13-5	No	<p>"Porque la línea no está a la mitad del círculo, además ese no sería el radio"</p> 	
15-5	No	<p>"Porque no está la línea trazada por la mitad"</p> 	

25 - 5	No	<p>"Porque la línea que divide el círculo en dos partes no está colocada a la mitad del círculo"</p> 	
14 - 5	No	<p>"Porque una parte es mayor que otra"</p> 	- Hacen referencia en su justificación al tamaño de las partes
18 - 5	No	<p>"Porque una parte es mas grande que otra"</p> 	
33 - 5	No	<p>"Porque una parte es mas pequeña que otra"</p> 	

21 - 5	No	<p>"Porque si estuviera a la mitad mediría lo mismo"</p> 	<p>- Hacen referencia a que la "medida" de las partes no es la misma y a la necesidad de congruencia</p>
27 - 5	No	<p>"Porque no tienen las mismas medidas"</p> 	<p>- Se hace explícita la necesidad de la igualdad</p>
28 - 5	No	<p>"Porque está en 1 pedacito"</p> 	<p>- Hace referencia a la ubicación de la línea y del tamaño de la parte</p>
29 - 5	No	<p>"Porque si estuviera así ...  ... si sería si sería una mitad"</p> 	<p>- Necesidad del uso de una representación gráfica para dar su justificación</p>

1 - 5	No	<p>"Porque una mitad quiere decir que está dividido en partes iguales"</p> 	<p>- Hacen referencial explícita de la necesidad de la igualdad de las partes para que sean dos mitades</p>
2 - 5	No	<p>"Porque la mitad de algo es cuando el círculo es por decir está dividido en partes iguales"</p> 	
11 - 5	No	<p>"Porque no están en partes iguales"</p> 	
19 - 5	No	<p>"Porque no están iguales"</p> 	

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO




RESPUESTA TIPO:

No

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
12 - 5	No	"Porque la línea debería ir mas al centro" 	- La justificación no es muy clara, ya que no especifica que la línea debe de ir en el centro, ya que se podría entender que la línea estuviera mas cerca del centro (sin estar en el centro) tal vez el niño hubiera contestado positivamente a la pregunta
17 - 5	No	"Porque solamente la parte de arriba está dividida" 	- Se considera que la justificación no es comprensible
23 - 5	No	"Porque luego luego se nota" 	- La justificación no da cuenta de la respuesta - Es muy ambigua

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

Si




$\frac{3}{4}$  la mitad grande





$\frac{1}{4}$  la chica

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOJO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9 - 5	Si	<p>"Porque lo atraviesa una línea y yo digo que si porque no dice que en dos mitades iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera parte = que mitad</li> <li>- No necesidad de igualdad explícitamente</li> <li>- Señala que en el enunciado de la pregunta no se señalaba la necesidad de la igualdad de las partes</li> </ul>
6 - 5	Si	<p>"Porque hay una línea divisora que parte en dos"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera mitad = que parte</li> <li>- No necesidad de la igualdad de las partes implícitamente</li> <li>- Basta con que el círculo este dividido en dos partes</li> </ul>
7 - 5	Si	<p>"Porque son dos partes las que están divididas"</p> 	


10 - 5	Si	<p>"Porque tiene una linea dividiendo una parte de la otra"</p> 	<p>-</p> <p>- Centramiento en el conteo de las partes</p>
16 - 5	Si	<p>"Porque la línea que divide al círculo lo separa en dos partes"</p> 	
30 - 5	Si	<p>"Porque si estuviera dividido en tres (tuviera dividido) tuviera otra línea cruzada por lo tanto esta dividido en dos"</p> 	
31 - 5	3/4 la mitad grande 1/4 la chica	<p>"Porque la mitad esta grande y la mitad está chica"</p> 	

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

RESPUESTA TIPO:  
Si

PREGUNTA N.º 3  
RESPUESTA CORRECTA:  
No  
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

CATEGORÍA N.º 4  
RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
20 - 5	Si	<p>"Porque puede ser el radio y el diámetro"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño traspala incorrectamente conceptos aprendidos en su grado</li> <li>- No se clarifica la relación de la justificación con el problema planteado</li> </ul>



SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No




PREGUNTA DE SEGUIMIENTO





RESPUESTA TIPO:





No





CATEGORÍA N. 1





RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE





FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	No	"Porque no están divididas en partes iguales" 	- Hace referencia a la necesidad de la igualdad para obtener dos mitades
17- 6	No	"Porque está dividida en dos partes pero que son desiguales y está diciendo que en mitades" 	
36 - 6	No	"Porque si estuviera dividido en dos mitades, mediría igual" 	

11-6	No	<p>"Porque el círculo para estar dividido en mitad debería estar a la mitad"</p> 	<p>- Hacen referencia a la que debería ser la ubicación correcta de la línea (es decir, en medio, a la mitad o al centro del círculo) para obtener dos mitades</p>
13-6	No	<p>"Porque como se muestra en el dibujo la línea no está a la mitad"</p> 	
14-6	No	<p>"Porque la línea debe pasar por en medio y así serán dos mitades"</p> 	
20-6	No	<p>"Porque si lo dividiera a la mitad la línea que está de lado derecho estaría en el centro del círculo"</p> 	

8 - 6	No	<p>"Porque es muy pequeño el espacio de arriba que el de abajo"</p> 	<p>- Hace referencia al criterio de tamaño</p>
1 - 6	No	<p>"Porque no son las mismas medidas"</p> 	<p>- Se hace explícita la necesidad de la igualdad de las partes ( de la medida) - Necesidad de la congruencia</p>
2 - 6	No	<p>"Porque la línea no está a la mitad ni las dos partes son iguales"</p> 	<p>- Hace referencia a la posición incorrecta de la línea para obtener dos mitades - Señala la no igualdad de las partes</p>
3 - 6	No	<p>"Porque no está proporcionado porque de un lado está más grande que otro que divide la línea"</p> 	<p>- Hace referencia al tamaño de las partes</p>

18 - 6	No	<p>"Porque la linea no está a la mitad y además un lado mide más y el otro menos"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a la posición incorrecta de la línea para obtener dos mitades</li> <li>- Señala el tamaño de las partes</li> </ul>
7 - 6	No	<p>"Porque cuando un círculo esta a la mitad las dos mitades deben de ser iguales"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explica claramente y de manera completa el porque de su justificación</li> </ul>
9 - 6	No	<p>"Porque si estuviera dividido a la mitad la línea partiría del radio o la mitad del círculo"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se señala claramente cual debería de ser la ubicación de la línea para obtener dos mitades</li> <li>- Hace correcta mención del radio</li> </ul>
21 - 6	No	<p>"Porque la línea divisora no esta en el centro del círculo"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se señala la posición incorrecta de la línea para obtener dos mitades</li> </ul> <p>*</p>

29 - 6	No	<p>*Porque esta marcada la raya cuando empieza el círculo no a la mitad de él*</p> 	*
22 - 6	No	<p>*Porque la mitad es exactamente en medio del círculo*</p> 	- Define, de cierta manera, lo que entiende por mitad
35 - 6	No	<p>*Porque la mitad tiene que estar en el centro*</p> 	
31 - 6	No	<p>*Porque el círculo tiene que estar dividido en partes iguales, a la mitad*</p> 	<p>- Señala explícitamente la necesidad de la igualdad de las partes - Hace mención de la ubicación en que debe de estar dividido el círculo para obtener dos mitades</p>

10 - 6	No	<p>"Porque la parte pequeña es un cuarto mientras que la otra son tres cuartos"</p> 	<p>- Estimación del tamaño de las partes expresada en números fraccionarios</p>
15 - 6	No	<p>"Porque la línea divisora esta pegada a un lado"</p> 	<p>- Hace referencia a la ubicación de la línea</p>
28 - 6	No	<p>"Porque en el dibujo se ve nada más 1 sola línea que divide el círculo"</p> 	<p>- La justificación dada en estos casos hace pensar que los niños se centraron en la línea divisora, es decir, si hubiera dos líneas se obtendrían dos partes</p>
33 - 6	No	<p>"Porque en la ilustración solo se ve una línea"</p> 	

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

No

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
16 - 6	No	*Porque la pregunta lo dice todo ¿Está dividido este círculo en dos mitades? Mitades su pregunta lo dice todo*	- La justificación no da cuenta de la respuesta dada
19 - 6	No	*Porque solo está dividiendo una mínima parte*	- La justificación no esta ni completa ni es clara
25 - 6	No	*Porque mide 3 . 5*	- La justificación no es coherente con la pregunta planteada - Se refiere a la longitud de la línea

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO




RESPUESTA TIPO:

Si





CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
12 - 6	Si	"Porque tiene una línea que no pasa por el centro pero divide al círculo" 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a que el círculo esta dividido en dos partes</li> <li>- Toman por igual dos partes que dos mitades</li> </ul>
26 - 6	Si	"Porque si esta dividido en dos" 	
23 - 6	Si	"Porque hay una línea que la divide y no se pregunta si las mitades son iguales" 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace referencia a que el círculo esta dividido en dos partes</li> <li>- Toma por igual dos partes que dos mitades</li> <li>- Señala que en el planteamiento del problema no se pidieron "Mitades iguales"</li> </ul>



5 - 6	Si	<p>"Porque tiene una pequeñísima parte iluminada y esto es <math>\frac{1}{2}</math>"</p> 	<p>- Mecanización de los ejercicios escolares - Considera <math>\frac{1}{2}</math> como dos partes, sin la necesidad de la igualdad.</p>
32 - 6	Si	<p>"Porque tiene una línea y eso indica que esta dividido"</p> 	<p>- Sólo hace referencia a la partición, pero se considera que implícitamente toman dos mitades igual que dos partes</p>
34 - 6	Si	<p>"Porque tiene una línea que lo está dividiendo"</p> 	
6 - 6	Si	<p>"Porque aunque no sean iguales las dos partes han sido cortadas de tal forma que se están conformando dos partes"</p> 	<p>- Toman por igual dos mitades que dos partes - Hacen explícita la no necesidad de la igualdad de las partes *</p>

27 - 6	Si	*Porque tiene una linea separando en dos partes aunque no sean iguales*	★
--------	----	-------------------------------------------------------------------------	---



SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 3

RESPUESTA CORRECTA:

No

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

No contesto




1/2


(No)si

CATEGORIA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
24 - 6			- No contesto
30 - 6	1/2	*Porque esta dividido en dos partes iguales* 	- La justificación es incoherente con el dibujo - La respuesta no contesta a la pregunta planteada
37 - 6	(no) si	*Porque si se supone que el círculo porque no está di* 	- No se sabe cual fue la respuesta - Justificación incompleta - Se considera que hubo copiado entre estos dos casos

38 - 6	(no) si	"Porque la línea está dividiendo las" 	
--------	---------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

*PREGUNTA No. 4*

*CUARTO GRADO Y TERCER CICLO  
DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:

c) 4 %

CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOJO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
21 - 4	c)	"Primero lei la pregunta y luego lei las respuestas y vi que 4 % era la respuesta"	- Hace referencia a la etapa de comprensión y análisis del problema y las posibles opciones de respuesta - Relación parte - todo (implícita)
29 - 4	c)	"Dividí 17 cm. entre 4 cm., me salió 4 cm. y me sobro un cm. que es un cuarto de 4 cm. por eso escribí la respuesta Operación realizada $4 \overline{) 17} \\ \underline{16} \\ 1$	- Hace referencia a la relación fraccionaria, igualdad, equipartición, relación parte - todo
10 - 4	c)	"Porque sumé en mi mente 4 veces el 4 $\frac{1}{2}$ y me dio el resultado"	- Habla sobre la operación mental de suma con fracción mixta de manera intuitiva (no ha visto los contenidos de fracción mixta) - No representa correctamente la fracción 4 $\frac{1}{2}$ - ya que pone 4 $\frac{1}{2}$
13 - 4	c)	"Sumando"	- Hace referencia a una suma mental ya que no registró operaciones

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

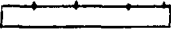
RESPUESTA TIPO:

a) 4 cm. con un sobrante de un pedazo

CATEGORIA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 4	a)	<p>"Porque con el dibujo le entendi un poco más" Representación pictográfica realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tiene la necesidad de apoyarse en una representación simbólica (dibuja la cinta)</li> <li>- La respuesta tipo a) revela una mezcla del nivel etnomatemático (cotidiano) e intuitivo (escolar)</li> <li>- Se centra en el número natural</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>
16 - 4	a)	<p>"Porque vi en la tabla del cuatro está dieciséis y uno que sobra"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No representa la cinta, habla de operaciones mentales de multiplicación. Lo curioso es que denomina al explícito "uno que sobra" pedazo. Centrado en el resultado centrado en el número natural</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>
20 - 4	a)	<p>"haciendo una división nada mas dividi 17 adentro y 4 afuera" Operación realizada</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{) 17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Su justificación parece mostrar que el niño comprende el mecanismo, explica coherentemente su recurso</li> <li>- Representa la división. Al obtener el resultado probablemente no lee las demás opciones de respuesta y elige la primera</li> <li>- Se centra en el resultado</li> </ul>
26 - 4	a)	<p>"porque lo dividi en mi mente y asi obtuve el resultado"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la división mental</li> <li>- Se centra en el resultado sin considerar el residuo, pues no eligió la opción b) o por no leer las opciones restantes</li> </ul>
27 - 4	a)	<p>"Porque hice la operación en la mente y me salieron 4 cm. con un pedazo"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la división mental</li> <li>- Se centra en el resultado sin considerar el residuo como número</li> <li>- Probablemente no leyó las demás opciones</li> </ul>

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:

b) 4 cm. con un sobrante de 1 cm.




CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 4	b)	"Porque si hubiéramos medido con una regla hubiera salido un sobrante de 1 cm."	- Hace referencia a la forma de comprobar su respuesta, citando el uso de la regla (comparación indirecta) no al procedimiento de obtención
2 - 4	b)	"Hice una división 4 entre 27 y me dio 4 sobrante 1 y así la obtuve" Operación realizada: $4 \overline{) 17} \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$	- En primera instancia no plantea por escrito en su justificación coherentemente el procedimiento que siguió. Sin embargo en su división se observa el correcto - Se centra en el número natural - No existe relación parte - todo - Si considera el todo
5 - 4	b)	"Porque conté cuatro veces cuatro y me dio dieciséis centímetros mas un centímetro me dio diecisiete centímetros"	- No realiza ninguna operación por escrito (sustituye la multiplicación por la suma mental, lo que habla de la recurrencia a la estrategia dominada) - Adapta el procedimiento al dato - No considera la relación parte - todo - Se centra en el número natural
6 - 4	b)	"Hice una división" Operación realizada: $4 \overline{) 17} \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$	- Divide 17 entre 4, se hace evidente la elección de su respuesta - No considera la relación parte - todo - Se centra en el número natural



8 - 4	b)	<p>"Haciendo una línea dividida en 4 cm. y de un cm. de sobra"                  Representación pictográfica realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la representación simbólica de la cinta y parece estimar, logrando la división equitativa de la cinta. No recurre a operaciones aritméticas</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> <li>- Se centra en el número natural</li> </ul>
11 - 4	b)	<p>"Fácil porque 5 partes es un 17 cm. entonces 4 cm. 1 cm. sobrante"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Habla de partes, 5 partes. Considera el cm. sobrante como parte, al igual que los otros 16 cm. de 4 cm. cada uno, lo que revela la ausencia del concepto de igualdad como condición.</li> <li>- Habla del todo: 5 partes es un 17 cm. pero no de la relación parte - todo</li> </ul>
12 - 4	b)	<p>"Dividiendo 4 entre 12 y me dio el resultado"                  Operación realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se hace evidente el mal uso de los datos del problema y la mecánica de la división en la justificación, pero la representa correctamente</li> </ul>
14 - 4	b)	<p>"La tira la dividi en cuatro y luego a 16 cm. y me sobro un cm."</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la división retomando los datos del problema</li> <li>- No existe la relación parte - todo y se centra en el número natural</li> </ul>
17 - 4	b)	<p>"Porque cuatro por cuatro es 16 y como está dividido en centímetros sobraría 1 cm."</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza la operación de manera mental</li> </ul>
18 - 4	b)	<p>"Porque le van a cortar cuatro partes iguales"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exalta la igualdad pero no la consideración de la relación parte - todo</li> </ul>
19 - 4	b)	<p>"Haciendo una línea y dividiéndola en partes iguales"                  Representación pictográfica realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurre a la representación pictográfica de la cinta</li> <li>- Exalta la igualdad de las partes</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>

22 - 4	b)	<p>"Porque 4 y 4 8 por 2 son 8 y 8 mas 8 son 16 y son en cuatro partes si son 16 y me piden 17, sobra 1 cm."</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se centra en el manejo de las operaciones de suma y multiplicación, buscando el número que resulta de 17 entre 4</li> <li>- No representa la división, solo explica la suma y multiplicación</li> <li>- Se centra en el número natural</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>
28 - 4	b)	<p>"Resté diecisiete menos dieciséis y sobro un centímetro" Operación realizada: <math>\frac{17\text{ cm}}{16\text{ cm}}</math> <math>\frac{01\text{ cm}}</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresa, por decirlo de alguna manera, la "segunda parte del procedimiento", seguramente lo antecede algún cálculo (división o multiplicación probablemente), posteriormente recurre a la resta</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>
30 - 4	b)	<p>"Porque multiplique 4 por 4 y me dio 16 y me sobra un centímetro"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Este procedimiento utilizado comúnmente revela que no se comprende el mecanismo, no se detectan las relaciones, solo se busca una respuesta a partir de los datos y palabras claves</li> <li>- No relación parte - todo</li> <li>- Se centra en el número natural</li> </ul>
31 - 4	b)	<p>"Con una división" Operación realizada: <math>\frac{4}{4 \overline{)17}}</math> <math>1</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza la división de 17 entre 4 obteniendo un resultado de 4 con un residuo de 1</li> <li>- Se centra en el número natural</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> </ul>
34 - 4	b)	<p>"Multiplique 4 por 4 y salió 16 y como allí dice que mas un sobrante de un cm. me a 17 cm."</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Adapta su proceso a la opción en lugar de hacerlo al revés</li> <li>- Sigue el proceso anterior: Multiplicación</li> <li>- Se centra en el número natural</li> <li>- No existe relación parte - todo</li> <li>- Se centra en el todo</li> </ul>

CUARTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)


PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:

d) 4/17

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 4	d)	"Porque si la cinta bene 17 cm. de largo y la van a dividir en partes iguales entonces es 4/17 cm."	- Relaciona: Longtud total de la cinta y el numero de partes iguales en que se va a ser dividida
15 - 4	d)	"Porque dividi" Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{17} \\ 0 \end{array}$	- Recurre a la división y aunque comprende el mecanismo * la cinta va a ser cortada * en las opciones se considera sobrante. Pero al pedirse el resultado en fracción el niño trata de resolver la exigencia relacionado los números "divisor - dividendo"
24 - 4	d)	"Hice la barra y la dividi y me salió" Representación pictográfica: 	- Recurre a la representación pictográfica de la cinta y la divide en 4 partes aproximadamente iguales (estimación visual) - 4 partes de una cinta de 17 cm. Razón de 4 de 17 cm. ; parte - todo sin considerar la igualdad de las partes

CUARTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4  
 RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA NO INSTRUCCIONAL

RESPUESTA TIPO:

b) 4 cm. con un sobrante de 1 cm.

d) 4/17

CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA -  
 RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9 - 4	b)	"Porque cuatro centímetros te da 5 cm. y yo creo que es la que considero yo"	- No se tiene elementos de interpretación
23 - 4	b)	"Porque la cinta es de 17 cm. de largo y la van a cortar en cuatro partes iguales cuatro diecisiete"	
25 - 4	b)	-	- No escribe justificación de su respuesta - No realiza ninguna operación o representación - No se tienen elementos de interpretación
32 - 4	b)	"Dividiendo"	- Justificación incompleta - Posible copiado, ya que no existe ninguna operación por escrito
33 - 4	b)	"Sumando cada resultado"	
7 - 4	d)	"Porque dividi"	

QUINTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

c) 4%

CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
14 - 5	c)	"Porque dividi 17 entre 4 y me dio 4 $\frac{1}{4}$ "	- División de todo entre las partes
29 - 5	c)	"Porque dividi 17 entre 4 que es equivalente a 4 $\frac{1}{4}$ "	
28 - 5	c)	"Lo multiplique con fracciones" Operación realizada: $\frac{17}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{17}{4} = 4 \frac{1}{4}$	- Multiplicación de fracciones - Conversión correcta de los datos dados en el problema a número fraccionarios
10 - 5	c)	"Dividi 4 entre 17 y obtuve $\frac{1}{4}$ " Operación realizada: $4 \overline{) 17} \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$	- Invirtió en la justificación los datos de la división - División del todo entre las partes - Resultado de la operación: 1 con residuo de 4 - Para convertir este resultado en una fracción de hacen las siguientes consideraciones: * Cociente = entero * Residuo = numerador * Divisor = denominador
19 - 5	c)	"Dividi 17 entre 4" Operación realizada: $4 \overline{) 17} \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$	

28 - 5	c)	"Dividi 17 entre 4 y me salió el resultado"  Operación realizada: $4 \overline{) 17} \begin{array}{r} 4 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	
--------	----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

QUINTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

e) 4 %

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
13 - 5	c)	"Vi cuanto daba o se acercaba a 17 y de ahí saqué el resultado"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No existe ninguna operación que fundamente su justificación</li> <li>- No se sabe con certeza como el niño obtuvo el resultado</li> </ul>
22 - 5	c)	"Porque son 17 cm. de largo son cuatro partes iguales son cuatro enteros un cuarto"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación es una repetición de los datos del enunciado del problema y de la opción c)</li> </ul>
33 - 5	c)	"Leyendo cada una de las respuestas"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- De acuerdo a esta justificación, se podría pensar que el niño tal vez puso la opción c) por azar</li> <li>- No se sabe como el niño obtuvo que la respuesta correcta era la opción c)</li> </ul>

QUINTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

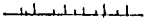
RESPUESTA TIPO:

a) 4 cm. con un sobrante de un pedazo

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
5 - 5	a)	"Dividiendo 17 entre 4" Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \overline{) 17} \phantom{25} \\ \underline{4 \phantom{0}} \\ 13 \phantom{0} \\ \underline{12} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 4 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado de la operación. 4 25</li> <li>- Se considera que el niño no supo interpretar 4. 25 como 4%, por lo que la opción que parecía mas adecuada al resultado que obtuvo era la a)</li> </ul>
16 - 5	a)	"Dividiendo la cinta entre cuatro pedazos" Operación realizada:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre las partes</li> <li>- Resultado de la operación 4 con un residuo de 1</li> <li>- De acuerdo al resultado obtenido en la operación, lo mas probable era que el niño contestara con la opción b), sin embargo se considera que el niño no supo interpretar el resultado por lo que la opción a) parecía la mas adecuada</li> </ul>
27 - 5	a)	"Sacando mitades" 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño considera fracción como 'parte de parte' ya que dividió en diferentes partes la línea trazada (cabe señalar que tuvo la necesidad de algo concreto para resolver la pregunta, ya que hizo una línea representando la cinta de 17 cm)</li> </ul>



QUINTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

b) 4 cm. con un sobrante de 1 cm.

CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 5	b)	"Multiplicando mentalmente 4 x 4 me da 16 y me sobra 1 cm."	- Uso de la multiplicación y de la resta - Multiplicaron el número de partes por (4) por 4 * No sé sabe si tomaron esta cifra por estimación o basándose en la opción - El resultado de esta operación la restaron al todo (17)
8 - 5	b)	"Porque cuatro por cuatro son dieciséis y falta un centímetro"	
9 - 5	b)	"Porque si la cinta se divide en 4 partes 4 x 4 = 16 y sobra un cm. por eso encerré el inciso b)"	
12 - 5	b)	"Multiplicando 4 x 4 = 16 y sobra 1 cm."	
18 - 5	b)	"Multiplique 4 por un número que se acercara al 17 que fue cuatro y dio 16 y sobró 1 cm"	
4 - 5	b)	"El número 17 lo dividí entre cuatro porque iban a ser repartidas"  Operación realizada"  $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	- División del todo entre las partes - Resultado obtenido de la operación: 4 con un residuo de 1

15 - 5	b)	"Dividiendo 17 entre 4"	<p>(puso en la justificación siete en vez de diecisiete, pero se considera que realmente tomo en cuenta 17)</p> <p>(en este caso se observó lo siguiente</p> <p>*Uso de la representación pictográfica para obtener la respuesta</p> <p>* Realizó diferentes operaciones pero las borró - sin embargo se puede observar que hizo una multiplicación de fracciones</p>
20 - 5	b)	"Hice la cinta y la dividí entre cuatro" Representación pictográfica realizada: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-top: 5px;"></div>	
24 - 5	b)	"Dividiendo los 17 cm. entre las partes que iban a ser cortadas" Operación realizada: $4 \overline{)17}$	
25 - 5	b)	"Dividí 17 entre 4 y me dio 16 y sobró 1 cm."	
30 - 5	b)	"Dividí 17 entre 4 y luego busque la respuesta que me salió"	
31 - 5	b)	"Porque dividí cuatro entre diecisiete y así salió la respuesta"	
21 - 5	b)	"Con mi regla, midiendo y dándome cuenta del sobrante"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se considera que el niño iba estimando en su regla, la longitud de las partes determinando que cada una podía medir 4 cm. y que sobraba 1 cm. de "cinta"</li> </ul>
23 - 5	b)	"Quitándole un uno a diecisiete y me dio 16 y dividí 16 entre 2, me dio ocho después 8 entre 2 y me dio 4 y sobró 1 cm."	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se considera que el niño restó un 1 a 17 para poder obtener un número múltiplo de 2</li> <li>- Para dividir entre 4 (las partes) primero lo hizo entre 2 (16 entre 2) y luego el resultado otra vez entre 2 - es decir describe el proceso que realizó para llegar a cuartos</li> <li>- Le quedó un sobrante de 1 cm. ya que era el que le había restado en un principio a 17</li> <li>- Se considera que existe, en este caso, una influencia muy grande de lo escolarmente aprendido ya que para obtener cuarto por lo general primero dividen en medios y eso lo vuelven a dividir en mitades</li> </ul>

3 - 5	b)	<p>"Tracé la línea, la dividi en cuatro y me sobrò un centímetro"</p> <p>Repreaentación pictográfica realizada</p>	<p>- Uso de diagrama para poder resolver el problema - División de la línea en partes iguales</p>
-------	----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------

QUINTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

a) 4 cm. con un sobrante de un pedazo

b) 4 cm. con un sobrante de 1 cm.

d) 4/17

CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2 - 5	b)	"Dividi el total entre cuatro y me sobro uno, después lo que me dio lo dividí entre 2"	- Aunque la primera parte de la justificación es coherente con la respuesta escogida, la otra parte altera lo puesto anteriormente haciendo que la justificación no sea coherente con la respuesta dada, además de que no se comprende porque el niño dividió entre 2 (ni se sabe cual con certeza cual es el dividendo)
11 - 5	d)	"Sumo cuatro en cuatro hasta llegar a la cantidad mas acercará al 17 y me fije cuanto daba"	- La justificación no da cuenta del porque de la elección de la opción
17 - 5	d)	"Dividi 17 cm. entre las partes que iban a ser cortadas"	- Consideración de la fracción 4/17 como 4 partes de la cinta de 17 cm
32 - 5	b)	"lo multipique por cuatro y lo sume y salió el resultado"	- Se desconoce que número multiplico por cuatro, no se sabe que suma realizó
7 - 5	b)	"Dividi siete entre cuatro y salió el resultado"	- Se considera que aunque el niño puso siete, lo mas seguro es que en realidad dividió 17 entre 4, sin embargo no existe ninguna operación por escrito que muestro la división que realmente realizó

SEXTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

c) 4 %

CATEGORÍA N. 1

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2-6	c)	"Dividi 17 entre cuatro y le puse hasta centésimos"  Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \overline{) 17} \\ \underline{40} \\ 100 \\ \underline{80} \\ 200 \end{array}$	- División del todo entre las partes - Resultado de la división sin residuo - Conversión mental del resultado obtenido en número decimal a número fraccionario
3-6	c)	"Dividiendo 17 entre 4 y el resultado convertirlo a fracción"  Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \overline{) 17} \\ \underline{40} \\ 100 \\ \underline{80} \\ 200 \end{array}$	
16-6	c)	"Porque 17 entre 4 = a 4 . 25 = 4 % es por lógica y porque se me hace que es la mas correcta"	

27 - 6	c)	<p>"Los 17 cm. los dividi entre cuatro y salió el resultado"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 4 \overline{) 17.00} \\ \underline{16} \phantom{00} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$	
10 - 6	c)	<p>"Porque 4 por 4 = 16 y cuatro veces un cuarto da igual a un entero y si lo sumamos a 16 el entero da igual a 17"</p>	<p>- El niño explica el porque de la respuesta basándose en la opción</p> <p>- No se especifica de donde obtuvo el número de partes</p>

SEXTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

c) 4 %

CATEGORÍA N. 2

RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	c)	"Multiplicando por cuatro y sacando la longitud del pedazo sobrante"	- No sé sabe cual fue la multiplicación realizada - De acuerdo a la justificación dada, se considera que la opción mas adecuada a ésta es la a) o b) ya que hace mención de un sobrante y no de una equipartición del todo - Posible copiado
5 - 6	c)	"Dividiendo"	- No se sabe cual fue la operación realizada - Posible copiado
12 - 6	c)	"Dividiendo mentalmente la cinta"	
37 - 6	c)	"Multiplicando"	
13 - 6	c)	"Dividiendo 17 entre 4"	- Justificación incompleta - No operaciones escritas - Posible copiado
26 - 6	c)	"Porque dividi 17 entre 4"	
28 - 6	c)	"Se dividen las partes que van a ser cortadas"	

SEXTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

a) 4 cm. con un sobrante de un pedazo

CATEGORÍA N.º 3

RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
8 - 6	a)	<p>"Dividi 17 entre 4 y lo saque hasta decimos"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 4.5 \\ 4 \overline{) 17.0} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 10 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre la parte</li> <li>- Error en el momento de hacer la división</li> <li>- Resultado obtenido por el niño en la división: 4.5</li> <li>- Debido a que no existe ninguna opción con resultado, la más adecuada a este es por lo tanto la a)</li> </ul>
29 - 6	a)	<p>"Dividendo 17 entre 4"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{) 17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hace una división del todo entre el número de partes y deja la división con residuo</li> </ul>



SEXTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:


b) 4 cm. con un sobrante de 1 cm.

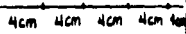
CATEGORÍA N. 3

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	b)	"Dividiendo los 17 cm. entre 4 partes iguales para que me saliera el resultado"	- Se considera que se realizó una división mental
6 - 6	b)	"Hice una división mental de diecisiete entre cuatro y observe que la respuesta	
17 - 9	b)	"Dividiendo diecisiete entre cuatro"	
18 - 6	b)	"Dividiendo 17 entre 4"	
20 - 6	b)	"Dividi 17 entre 4"	
22 - 6	b)	"Dividiendo 17 entre 4"	
		Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{1} \end{array}$	
23 - 6	b)	"Dividiendo la respuesta entre el número de partes en que esta será dividida"	(operación realizada por escrito)
		Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \text{ cm} \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{1 \text{ cm}} \end{array}$	

24 - 6	b)	"Dividiendo"  Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	(operación realizada por escrito)
30 - 6	b)	"Dividi lo que mide la cinta por los pedazos que obtuve"  Operación realizada: $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{)17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$	
7 - 6	b)	"Multiplique cuatro por cuatro y me dio 16 y como sobra 1 cm., la respuesta correcta es la b)	- No se sabe con certeza como determinaron la longitud de cada parte (4 cm.) ya que pudo haber sido por estimación (es decir determinando un número que multiplicado por 4 se aproximara a 17) o basándose en la opción
11 - 6	b)	"Multiplique 4 x 4 y dio 16, también me base viendo las respuestas"	(en este caso es claro que el niño se baso en la opción)
15 - 6	b)	"multiplicando el numero 4 por cuatro y salía 16 y el sobrante 2"	
19 - 6	b)	"Porque iba cerrando cada 4 cm. de cinta"  Representación pictográfica realizada: 	- Uso de la representación pictográfica para poder resolver el problema - El niño dibujo 17 rayas - se considera que cada raya representa un cm. - y encerró de cuatro en cuatro estas marcas. Se considera que el niño estimó la cantidad igual de "cm." para cada parte quedándole una "rayita" es decir 1 cm.

31 - 6	b)	<p>"Poniendo una línea de 17 cm. y esa línea la dividi en 4 cm. y me sobró (un 1 cm.)"</p> <p>Representación pictográfica realizada:</p> 	<ul style="list-style-type: none"><li>- Uso de la representación pictográfica para poder resolver el problema</li><li>- Dibujo de la cinta de 17 cm., con 4 separaciones de 4 cm. y una de 1 cm.</li><li>- Se considera que el niño estimó la longitud de cada una de las partes</li></ul>
--------	----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

SEXTO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 4

RESPUESTA CORRECTA:

c)

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

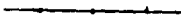
RESPUESTA TIPO:

d) 4/17

CATEGORÍA N. 4

RESPUESTA INCORRECTA -

RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
34 - 6	a)	"Hice una línea de 17 cm. y luego la dividí" 	- No existe ninguna representación pictográfica de la cinta - No se sabe en cuantas partes ni la longitud de cada una en que dividió la cinta - Posible copiado
21 - 6	b)	"Dividiendo en partes la cinta"	- Justificación incompleta
25 - 6	b)	"Sumo 3 veces 4 cm. y una vez 1 cm. y obtuve 17 cm."	- Ninguna operación por escrito - La justificación es incorrecta ya que tres veces 4 son 12 y 1 son 13 y no 17
32 - 6	b)	"Contando cada centímetro hasta que me diera 17"	- La justificación no da cuenta del resultado dado - Tal vez el niño no supo expresar correctamente lo que realizó para determinar la respuesta
36 - 6	b)	"Porque va a ser cortada en cuatro partes iguales y sobra 1 cm"	- La justificación es una repetición y combinación del enunciado y de la opción b)
38 - 6	b) c)	"Sumando las respuestas"	- Respondió con dos opciones - No se entiende la justificación
14 - 6	d)	"Porque dividiéndola son cuatro sobre diecisiete"	- Consideración de la fracción 4/17 como 4 partes de la cinta de 17 cm
33 - 6	d)	"Porque dividí 17 entre 4"	- No hay congruencia entre la justificación y lo demandado en la pregunta
35 - 6	d)	"Porque es una fracción"	- La justificación no es coherente con el problema planteado

*PREGUNTA No. 5*

*CUARTO GRADO Y TERCER CICLO  
DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

a) 3 rayos

b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

a) 3 rayos

b) 8.5 o 8 ½

CATEGORÍA N. 1

a) y b) RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
9 - 4	a) 3 rayos b) 8 ½	"Porque iba sumando diez y los medios"	- Recurre a la suma mental repetida, pero fragmentada. Aunque no realiza ninguna representación numérica puede suponerse que hizo lo siguiente: $10 + 10 + 10 y \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ - No convierte a decimal, esto indica el uso familiar de la fracción
13 - 4	a) 3 rayos b) 8 ½ cm. de alambre	"Sumando"	- Recurre a la suma mental, pues no existe ninguna representación numérica. - No explica el procedimiento detallado - Manejo de fracción no decimal
33 - 4	a) 3 rayos b) 8.5	"Sumando de 10 ½ en 10 ½"	- En este caso parece no haber fragmentación, pues la suma repetida se hace considerando la cantidad completa. - manejo de fracción, no decimal

34 - 4	a) 3 rayos de bicicleta b) 8 %	"Sume 3 veces lo que mide un rayo y luego lo anote y lo que sobro también lo anote"	- Exalta la unidad de medida
--------	-----------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 1/2

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 4 rayos a) 4 a) 50 cm. a) 30 a) No  
b) - b) 1/2 b) 1/2 b) 1/2 b) Nada
- a) .25 a) 2 a) 4 a) 30 1/2 a) 3  
b) 12 b) 18 b) 2 b) 9 1/2 b) diez cm.
- a) 2 a) 40 4/2  
b) 10 b) Nada

CATEGORÍA N. 3

- a) RESPUESTA INCORRECTA-  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
16 - 4	a) 4 b) -	"Porque dividí diez entre cuatro" Operación realizada	- Divide 40 entre 10, de manera que no considera la fracción - El razonamiento es correcto, aunque en la justificación se plantea a la inversa - Realiza la división, representándola numéricamente
20 - 4	a) 4 b) 1/2	"Dividendo"	- Dividió (mentalmente) 40 entre 10 que le dio 4 y "sobra" 1/2 porque no lo considero



1 - 4	a) 50 cm. b) $\frac{1}{2}$	"Porque sume lo mas 40 y asi obtuve la respuesta"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño no comprende la mecánica del problema, solo retoma los datos que involucran al numero natural, pues existe una centración en este, y la fracción "sobra"</li> <li>- Solo retoma los datos y realiza la operación aritmética quizás mas familiar o dominada por él</li> </ul>
32 - 4	a) 4 b) $\frac{1}{2}$	"Corte el alambre en 4 partes iguales"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No considera las condiciones del problema, adapta los datos a su razonamiento</li> <li>- 4 rayos, lo que sobra del dato es <math>\frac{1}{2}</math>, no cantidad de alambre</li> <li>- Exalta la igualdad</li> <li>- No representación simbólica o numérica</li> </ul>
3 - 4	a) 30 b) $\frac{1}{2}$	"Sume 10 mas 30 y me dio 40"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Busca la diferencia para lograr la cantidad o longitud total del alambre, tomando en cuenta los demás datos (<math>10 \frac{1}{2}</math>) excluyendo de ellos la fracción (<math>30 + 10 = 40</math>)</li> <li>- No representación simbólica o numérica</li> </ul>
10 - 4	a) No b) Nada	"Porque sume cuatro veces el $10 \frac{1}{2}$ y no me daba 40, me daba mas"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al centrarse en el natural (<math>10</math> cabe 4 veces en <math>40</math>) no considera la posibilidad de trabajar con numero fraccionario, pues ello se nota al querer encasillar la respuesta en el <math>40</math></li> </ul>

<p>2 - 4</p>	<p>a) .25 b) 12</p>	<p>"Haciendo una división" Operación realizada:</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La división que realiza esta mal planteada, pero además no interpreta el significado correcto de <math>\frac{1}{2}</math> en el contexto de medida utilizando la longitud.</li> <li>- Relación aislada de números</li> <li>- No considera el todo (40 cm.) al dar la cantidad sobrante</li> <li>- La respuesta 12 resulta de su división</li> </ul>
<p>5 - 4</p>	<p>a) 2 b) 18</p>	<p>"Porque dice diez medios más diez medios me da veintidós medios"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inicialmente utiliza mal los términos, no son 10 medios, son 10 enteros un medio o 10 enteros y medio (10 y medio entero)</li> <li>- Tampoco 22 medios sino 22</li> <li>- Su razonamiento al sumar fue el correcto</li> <li>- El error fue no percatarse de que aun podía "cortar" otro rayo de <math>10 \frac{1}{2}</math></li> <li>- No exhaustividad del todo</li> </ul>
<p>6 - 4</p>	<p>a) 4 b) 2</p>	<p>"Una división" Operación realizada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpreta el significado de <math>\frac{1}{2}</math> y lo traduce a decimal <math>\frac{1}{2} = .5</math> pero plantea incorrectamente la división y la realiza también incorrectamente</li> </ul>
<p>12 - 4</p>	<p>a) <math>30 \frac{1}{2}</math> b) <math>9 \frac{1}{2}</math></p>	<p>- Reste 40 menos 10.12 y me dio <math>30 \frac{1}{2}</math> y la segunda reste 40 menos <math>30 \frac{1}{2}</math> y se me dio <math>9 \frac{1}{2}</math>" Operación realizada:</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpreta <math>1/2</math> como 1.2</li> <li>- Recurre a la resta de 40 menos 10.12 y de 40 menos <math>30.12</math></li> <li>- Utiliza simultáneamente entero decimal fracción</li> </ul>

<p><b>22 - 4</b></p>	<p>a) 3 b) diez cm.</p>	<p>"Porque 10 y 10 son veinte y <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{2}</math> son un entero o sea 10 cm."</p>	<p>- Interpretación errónea de <math>\frac{1}{2} = 10</math> (un entero)</p>
<p><b>29 - 4</b></p>	<p>a) 2 b) 10</p>	<p>"Porque si la mitad de 10 son 5 lo sume y me dio 15 mas 15 que sume me decian 30 cm. lo que sobra de alambre eran 10 cm."</p>	<p>- Recurre a la suma pero considera <math>10 \frac{1}{2}</math> como 15</p>

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

\* No contesto

CATEGORÍA N. 4

- a) RESPUESTA INCORRECTA -  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 4	-	-	No contesto
18 - 4	-	- No contesto	- No contexto
7 - 4	a) 35 ½ b) 5 ½	"Dividi y sumé las dos cosas"	- No existe ninguna operación por escrito - No se sabe como obtuvo la respuesta
8 - 4	a) 38 b) 42	"Viendo que si le quitamos 12 partes obtengo el resultado"	
15 - 4	a) 63 b) 23	"Fui sumando 10 ½ más 10 ½ y así"	
19 - 4	a) 4 cm. b) nada	"Restándole 10 cm. A 40 cm."	

23 - 4	a) b)	- No le entiendo"	
24 - 4	a) b)	" Hice una línea de 4 cm. Como si fueren los 40 cm. de largo y $\frac{1}{2}$ cm. era un entero y dos rayitas era un medio"	
26 - 4	a) Si b) $39 \frac{1}{2}$	" A 40 cm. le quite $10 \frac{1}{2}$ y me dio el resultado	
27 - 4	a) $50 \frac{1}{2}$ b) Un pedazo	"Porque hice una suma y me salió la respuesta"	
28 - 4	a) 30 b) 6/0	"Sume 10 veces un $\frac{1}{2}$ y me salió lo que sobraba"	
30 - 4	a) 40 $\frac{4}{2}$ de rayos de bicicleta b) Nada	" Sume $10 \frac{1}{2}$ 4 veces y salió $40 \frac{4}{2}$ "	
31 - 4	a) $31 \frac{1}{2}$ b) 4 cm.	"Fui sumando y lo sobre lo reste"	
25 - 4	a) 40 b) 30. 98		- No Justificación

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos
- b) 8.5 o 8  $\frac{1}{2}$

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3 partes
- b)  $\frac{1}{2}$

CATEGORÍA N. 5

- a) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE
- b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
21 - 4	a) 3 partes b) $\frac{1}{2}$	"Leí y luego pense que 30 partes eran las que se podían sacar"	- Retoma solo el numero entero de la fracción mixta 10 $\frac{1}{2}$

CUARTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o  $8 \frac{1}{2}$

PREGUNTA DE SEGUNMENTO

RESPUESTA TIPO:

- a)  $31 \frac{1}{2}$   
b) 8.5

CATEGORÍA N. 13

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
17 - 4	a) $31 \frac{1}{2}$ b) $8 \frac{1}{2}$	"Porque son diez y medio cm. mas diez y medio mas son 21 y otro mas son $31 \frac{1}{2}$ "	- No se centra en la pregunta: Numero de veces (3) sino en la medida de longitud ( $10 \frac{1}{2} + 10 \frac{1}{2} = 10 \frac{1}{2} = 31 \frac{1}{2}$ )
11 - 4	a) $31 \frac{1}{2}$ b) 8.5	"Sumando y de tanto sumar me dio el resultado y creo que estoy bien"	(recurre a la suma)
14 - 4	a) 31. 5 b) 8. 5	"Dividi los 40 cm. 10 $\frac{1}{2}$ y me dio $31 \frac{1}{2}$ "	- Recurre a la división en su justificación - razonamiento que es correcto pero se centra en la longitud no en la pregunta

## QUINTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUMENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## CATEGORÍA N. 1

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
7-5	a) 3 rayos b) 8 ½	"Multiplicando los centimetro por tres" Operación realizada: $10\frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{21}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{2}$	- La justificación es un tanto incompleta ya que no da cuenta de cómo determino la cifra 3 y no explica claramente la operación que realizó - Se considera que realizó la multiplicación de fracciones para obtener respuesta de b) operación realizada correctamente aunque el resultado se dejó en fracción impropia
8-5	a) 3 rayos b) 8 ½ cm. de alambre	"Sume la cantidad de rayos que iban a caber en 40 cm. de alambre y luego reste 40 cm. menos la cantidad que me dio y salió el resultado"	- Se considera que el niño fue sumando hasta que le diera un número próximo a 40, determinando así la cantidad posible de rayo, después resto al todo este numero próximo
10-5	a) 3 rayos b) 8.5	"Multiplique 10.5 x el numero mas próximo al 40, en este caso fue 3 luego por 10.5 por 3."	- Aunque la justificación es un poco confusa, se considera que el niño estimó un número que al multiplicarlo se acercara al todo - No se especifica en la justificación la manera en que se obtuvo la respuesta de b) (se considera que lo mas probable es que el niño realizó una resta)



<p>25 - 5</p>	<p>a) 3 rayos de bicicleta b) <math>8\frac{1}{2}</math></p>	<p>"<math>10\frac{1}{2}</math> por 3 y me dio <math>31\frac{1}{2}</math> y luego reste 40 menos <math>31\frac{1}{2}</math> y me dio <math>\frac{1}{2}</math>"</p>	<p>- Justificación un tanto incompleta ya que no se señala como se obtuvo la cifra 3 Sin embargo se considera que estimó un número que multiplicado por <math>10.5</math> se acercara a 40. - Resta del todo menos el resultado obtenido de la multiplicación de 3 por <math>10\frac{1}{2}</math></p>
---------------	-----------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5  
 RESPUESTAS CORRECTAS:  
 a) 3 rayos  
 b) 8.5 o 8 ½  
 PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

a) 3 rayos  
 b) 8.5 o 8 ½

CATEGORÍA N. 2

a) y b) RESPUESTA CORRECTA  
 RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
14 - 5	a) 3 rayos b) 8 ½	"Hice una división y una resta"	- No se sabe cuales fueron las cifras que se utilizaron para realizar las operaciones señaladas en la justificación, ya que no existe ninguna división y/o resta por escrito
18 - 5	a) 3 b) 8.5	"Dividiendo los 40 cm. entre 10 ½"	- Aunque de cierta manera la justificación es coherente, no existe ninguna operación por escrito que muestre los resultados dados (ya que, de acuerdo a la justificación el resultado obtenido del niño sería de 3.80952, con el cual solo se podría contestar a)
21 - 5	a) 3 rayos b) 8.5 centímetros	"Multiplicando y sumando"	- No se sabe cuales fueron las cifras que se utilizaron para realizar las operaciones señaladas en la justificación, ya que no existe ninguna multiplicación y/o suma por escrito
23 - 5	a) 3 rayos b) 8 y un ½	"Dividiendo las partes y calculando las medidas"	- No se sabe cuales fueron las cifras que se utilizaron para realizar las operaciones señaladas en la justificación, ya que no existe ninguna división y/o operación por escrito

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 4 rayos    a) 4            a) 8 5/80  
b) ½            b) nada        b) 5 cm.

CATEGORÍA N. 3

- a) RESPUESTA INCORRECTA-  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
10 - 5	a) 10 cm. b) 30 cm.	<p>"Convertí 10 ½ obtuve 21, dividi 21 entre 40, obtuve 10 reste 40 metro, el resultado 30" Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 10 \\ 21 \overline{)400} \\ \underline{14} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{-10} \\ 30 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Error en la conversión de 10 ½ a número natural (o decimal como sea lo correcto). Considera 10 ½ igual a 21 (es decir dos veces 10 ½)</li> <li>- División de la longitud de la parte entre el todo</li> <li>- El resultado de esta división es incorrecto (cabe señalar que no existe ninguna operación por escrito)</li> <li>- El niño en a) pone en resultado con una unidad de medida</li> <li>- De acuerdo a la respuesta dada en a), el resultado dado en b) se considera coherente</li> </ul>
11 - 5	a) 4 rayos b) ½	"Lo saque mentalmente"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aunque la justificación no da cuenta de razonamiento por el cual se obtuvieron estas respuestas, se considero la fracción mixta 10 ½ como dos números que se pueden separar sin alterarse, es decir, seguramente el niño solo tomo en cuenta el entero para obtener a) división del todo entre 10) y para b) consideró el ½ que había omitido en un principio como el sobrante</li> </ul>

<p>26 - 5</p>	<p>a) 8 5/80 b) 5 cm.</p>	<p>"Dividiendo lo que medía el rayo de la bicicleta entre lo que medía el alambre" Operaciones realizadas: <math>10 \frac{1}{2} \div \frac{40}{1} = \frac{21}{2} \div \frac{40}{1} = \frac{21}{80} =</math> <math>8 \frac{16}{80}</math> <math>80 \overline{) 21} \frac{16}{5}</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División de la longitud de una parte entre el todo, en vez de hacer lo contrario</li> <li>- División en fracciones</li> <li>- Conversión correcta de los datos a fracciones propias e impropias</li> <li>- División del numerador entre el denominador para simplificar la fracción impropia - Errores de cálculo en dicha operación para transformar el resultado obtenido lo mas probable es que hizo las siguientes consideraciones:</li> <li>* Cociente = entero</li> <li>* Residuo = numerador</li> <li>* Divisor = denominador</li> </ul> <p>Se considera que en b) puso el residuo (o numerador) de la división obtenida</p>
<p>27 - 5</p>	<p>a) 4 b) Nada</p>	<p>"Calculando"</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aunque la justificación es incompleta y no da cuenta de las operaciones realizadas para obtener el resultado dado, se considera que el niño solo tomo en cuenta 10 cm. para la longitud de cada rayo, es decir omitió la fracción de este dato, por lo que seguramente hizo una división mental de 40 entre 10 dándole un resultado de 4 para a) y de 0 para b)</li> </ul>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 30    a) 2 rayos    a) 80 rayos  
b) 4/4    b) 20 cm.    b) 20 cm. de alambre
- a) 4    a) 30    a) 840    a) 0.2625  
b) 37    b) 10    b) 376    b) 5
- a) 420    a) 10    a) 30  
b) 420    b) 30    b) ½

CATEGORÍA N. 4

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
6 - 5	a) 30 b) 4/4	"Haciendo 2 operaciones de multiplicación de fracciones"	- No se sabe que multiplicaciones se realizaron puesto que no existe ninguna operación por escrito que de cuenta de los resultados dados
9 - 5	a) 2 rayos b) 20 cm.	"Porque dos rayos de 10 ½ son 3 cm. y faltarían 5 cm. para los 3 rayos" Operación realizada $10 \quad 10 \frac{1}{2}$ $10 \quad 10 \frac{1}{2}$ $10 \frac{1}{2}$	- La justificación no es comprensible - No se sabe como obtuvo la respuesta de b) - No existe ninguna operación por escrito
12 - 5	a) 80 rayos b) 20 cm. de alambre	"Pensando mucho"	- la justificación no da cuenta del razonamiento por el cual se obtuvieron las respuestas dadas

17 - 5	a) 4. 00 b) 37 cm.	"Multiplique 10 x 40 y obtuve el resultado" Operación realizada: $\begin{array}{r} \times 40 \\ 40 \\ \hline 400 \end{array}$	- El resultado de la operación señalada en la justificación no corresponde al resultado dado - No se sabe porque realizó una multiplicación de 10 por 40 - No se sabe de donde obtuvo la respuesta de b)
20 - 5	a) 30 b) 10	"Multiplicando" Operación realizada: $\frac{40}{1} \times \frac{10.5}{1} = \frac{40}{10.5} = 30$	- Uso de la multiplicación de fracción - Realización de una división de fracciones en vez de una multiplicación - Los resultados dados no corresponden a la operación realizada
22 - 5	a) 840 b) 376 sobra	"Multiplicando 10 ½ x 21 x 40 = 840 y para ver cuanto alambre sobra multiplica 840 x 40 y me dio 376 así es como lo saqué"	- No se entiende el porque de las operaciones realizadas por el niño - Los resultados dados no corresponden a las operaciones mencionas en la justificación. - No existe ninguna operación por escrito
29 - 5	a) 0.2625 b) 5	"Porque dividi 10.5 entre 4"	- No se entiende porque el niño dividi 10.5 entre 4, - No se sabe como se obtuvo la respuesta de b)
30 - 5	a) 420 b) 420	"Multiplique 10 ½ por 40 y mi resultado lo reste"	- No se entiende el porque del resultado - No se sabe que resta realizo puesto que no existe ninguna operación por escrito - Asigna a b) el mismo resultado en a)
31 - 5	a) 10 b) 30	"Parténdolo en partes iguales"	- Justificación incompleta - Justificación no da cuenta de los resultados dados
33 - 5	a) 30 rayos b) ½	"Mentalmente"	- La justificación no da cuenta del como se obtuvieron los resultados dados

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5  
 RESPUESTAS CORRECTAS:  
 a) 3 rayos  
 b) 8.5 o 8 ½  
 PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:  
 a) 3  
 b) 9.5

CATEGORIA N. 5  
 a) RESPUESTA CORRECTA -  
 RAZONAMIENTO COHERENTE  
 b) RESPUESTA INCORRECTA  
 RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 5	a) 3 b) 9.5	*Sumé 3 veces $10 \frac{1}{2}$ y lo que me dio lo resté con 40" Operación realizada: $\begin{array}{r} 30.5 \\ + 10.5 \\ \hline 41.0 \end{array}$	- Suma de 3 veces de $10 \frac{1}{2}$ . Se considera que lo niños estimaron a través de una suma, la cantidad de rayos de 10.5 que podrían hacerse de un alambre de 40 cm. - Error de calculo en la resta
28 - 5	a) 3 b) 9.5	*Sume tres veces 10.5 y me dio 31.5 luego reste 31.5 a cuarenta y me dio 9.5" Operaciones realizadas: $\begin{array}{r} 10.5 & 3 \\ + 10.5 & 40 \\ + 10.5 & -31.5 \\ \hline 31.5 & 09.5 \end{array}$	(Aunque en el caso 28 - 5 se menciona en la justificación que realizó una resta de 31.5 menos 40 en la operación puso correctamente las cifras)

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3.8    a) 840  
b) 0.2    b) 21 cm.

CATEGORÍA N. 6

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2 - 5	a) 3. 8 b) 0.2	"Dividi 40 entre 10.5 y me dio el resultado"	- Operaciones borradas - Resultado de a) en número decimal - No se sabe como obtuvo la respuesta de b) (probablemente toma 4 en vez de 40)
19 - 5	a) 840 b) 21 cm.	"Con una división" Operación realizada: $10 \frac{1}{2} \div \frac{40}{1} = \frac{21}{1} = \frac{40}{1} \frac{840}{1}$ $\begin{array}{r} 21 \\ 40 \overline{) 840} \\ \underline{80} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ \underline{40} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$	- División de la longitud de la parte entre el todo - Considera 10 ½ como 21/1 - Realizó una multiplicación de fracciones en lugar de la división - El resultado obtenido de esta operación (840) lo dividió entre 21. Error de cálculo. No se sabe porque realizó esta operación



QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8  $\frac{1}{2}$

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3 rayos    a) 3    a) 3  
b) 1/2        b)  $\frac{1}{2}$     b) 7.5

CATEGORÍA N. 9

- a) RESPUESTA CORRECTA  
  RAZONAMIENTO INCOHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
  RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 5	a) 3 rayos b) $\frac{1}{2}$	"Multiplique 3 x 10 y luego sume las mitades"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe de donde obtuvo el numero "3"</li> <li>- En la multiplicación omite la fracción <math>\frac{1}{2}</math> correspondiente al dato dado en el enunciado del problema (10%)</li> <li>- No se sabe que "mitades" sumo puesto que no existe ninguna operación que apoye la justificación dada</li> </ul>
26 - 5	a) 3 b) $\frac{1}{2}$	"Sume 4 veces 10 y $\frac{1}{2}$ fue lo que me sobraba"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aunque la justificación dada en este caso, podría ser considerada coherente, no se tomara como tal puesto que los resultados dados no corresponden con la explicación</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>
32 - 5	a) 3 b) 7.5	"Sumando"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación incompleta</li> <li>- No existe ninguna operación por escrito que de cuenta de los resultados dados</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 31.5  
b) 8.5

CATEGORIA N. 13

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
5 - 5	a) 31.5 b) 8.5	"Sumando los centímetros" Operación realizada: $\begin{array}{r} 10.5 \\ + 10.5 \\ 10.5 \\ \hline 31.5 \end{array}$	- Se considera que el niño estimó la cantidad de veces que se podía sumar 10.5. - Puso en a) el resultado de la suma en vez de poner el número de veces que sumo 10.5
15 - 5	a) 31.5 b) 8.5	"Multiplicando 10.5 por 3"	- Aunque se señaló claramente en las instrucciones del cuestionario que no se borran las operaciones, se puede observar que el niño realizó varias operaciones (una división y una resta - no se observan las cifras utilizadas), misma que borro - Puso el resultado de la longitud de los rayos que se podían obtener de un alambre de 40 cm. en vez de la cantidad de estos

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8  $\frac{1}{2}$

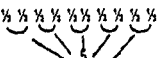
PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 36 a) 10 cm.  
b) 4 b) 30 cm.

CATEGORÍA N. 14

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3 - 5	a) 36 b) 4	"Multiplique 10 $\frac{1}{2}$ lo que me salió por 40 me salió 36 y me sobra 4"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe que multiplicación se realizó puesto que no existe ninguna operación por escrito</li> <li>- El resultado de b) es coherente, de acuerdo al resultado dado en a), con los datos del problema</li> </ul>
13 - 5	a) 35 cm. b) 5 cm. de alambre	<p>"Primero saque cuanto era en conjunto de cada 10 y me salió 5, eso se lo reste a 40 y me salió el resultado</p> <p>Operación realizada:</p> <p>"</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El niño solo considero el <math>\frac{1}{2}</math> de la longitud de cada rayo, y lo sumo 10 veces, lo que le dio 5, esta cantidad se la resto al todo.</li> <li>- No se sabe porque el niño realizo esta suma</li> <li>- En a) dio un numero con una unidad de medida</li> <li>- La respuesta dada en b) es coherente con los datos del problema, de acuerdo al resultado dado en a)</li> </ul>

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## CATEGORÍA N. 1

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA -  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2 - 6	a) 3 b) 8.5 cm.	"Dividiendo 40 entre 10.5 lo que me salió fueron los rayos y después le reste a 40. 31.5 Operaciones realizadas:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre la longitud de la parte (convertida correctamente a número decimal)</li> <li>- Multiplicación del resultado de la división (tomando solo en cuenta el entero) por la longitud dada en el enunciado del problema</li> <li>- Resta del todo menos el resultado de esta multiplicación</li> </ul>
3 - 6	a) 3 rayos b) 8 ½ de alambre	"Dividiendo 40 entre 10.5 y después restándole el resultado a 40 para sacar lo que me sobraba" Operaciones realizadas:	
6 - 6	a) 3 rayos b) 8.5	"Como no pude obtener el resultado a través de la división, decidí multiplicarlo de tal forma que el resultado fuera más lógico: Operaciones realizadas:	
7 - 6	a) tres rayos b) 8.5 cm. de alambre	"Dividí 40 entre 10.5 porque ½ equivale a .5 lo que me dio lo resté a 40" Operaciones realizadas:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre la longitud de la parte (convertida correctamente a número decimal)</li> <li>- Multiplicación del resultado de la división (tomando solo en cuenta el entero) por la longitud dada en el enunciado del problema</li> <li>- Resta del todo menos el resultado de esta multiplicación</li> </ul>

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## CATEGORÍA N. 2

- a) y b) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
10 - 6	a) 3 b) 8 ½	"Se divide 40 cm. entre 10 ½ y lo que me sobra es el residuo"	- Justificación incompleta - La respuesta dada en b) no concuerda con lo señalado en la justificación - No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación - Posible copiado
11 - 6	a) 3 b) 8 ½	"Dividi los 10 ½ entre 40 cm. dio que se podían sacar 3 rayos y después lo que sobra era el residuo de la división"	- La justificación dada no concuerda con los resultados dados - No existe ninguna operación por escrito que justifique las respuestas - Posible copiado
15 - 6	a) 3 b) 8 ½	"Sumando la longitud de los rayos, restándosela a 40 y lo que sobra era la otra parte"	- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación - Posible copiado
16 - 6	a) 3 b) 8 ½	"Dividiendo 10 ½ entre 40" Operación realizada.	- División de la longitud de la parte entre el todo - Justificación incompleta - En la operación realizó 40 entre 10, puso como residuo 8 ½ - Se considera en este caso que probablemente el niño copio la respuesta
17 - 6	a) 3 rayos y sobra 8.5 de alambre b) 8.5 de alambre	"Dividi 40 entre 10.5"	- Justificación incompleta - No existe ninguna operación por escrito que apoye los resultados dados - Posible copiado (cabe señalar que el caso 24 - 6 tiene las mismas respuestas dadas para a) y b)

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA N. 6

18 - 6	a) 3 rayos b) 8.5 cm.	"Se divide 40 cm. sobre $10 \frac{1}{2}$ "	- Justificación incompleta - No existe ninguna operación por escrito que apoye las respuestas dadas - Posible copiado
20 - 6	a) 3 rayos b) 8.5 cm.	"Dividiendo 40 entre $10 \frac{1}{2}$ "	
24 - 6	a) 3 rayos y sobra 8.5 de alambre b) 8.5	"Haciendo fracciones"	- Justificación incompleta - No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada - Posible copiado
37 - 6	a) 3 b) 8.5	"Sumando los rayos de la bicicleta de $10 \frac{1}{2}$ que son 3 los que se pueden contar" Operación realizada:	- No existe ninguna operación que apoye su justificación - Justificación incompleta - Posible copiado

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8  $\frac{1}{2}$

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3.80    a) a)  
b) 10 cm.    b) b)

## CATEGORIA N. 3

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	a) 3.80 b) 10 cm.	"Haciendo el alambre y repartiéndola en cuatro" Operación realizada:	- El niño, aunque señala que realizó una representación pictográfica de la cinta, se basa en la división del todo (el alambre) entre la medida establecida en el problema - El niño realiza correctamente la división pero el error estuvo en que en lugar de poner el número de alambres pone el resultado de su operación en número decimal y considera el residuo como la cantidad de alambre sobrante
22 - 4	a) 4 b) $\frac{1}{2}$	"Dividendo cuarenta entre diez" Operación realizada:	- El niño omite por completo la parte fraccionaria ( $\frac{1}{2}$ ) de la medida de un rayo establecida en el problema ( $10 \frac{1}{2}$ )
27 - 4	a) 2 rayos b) 10 cm.	"Calcule que dos rayos daban a 30 cm y con eso puse el primer resultado y el segundo como eran 30 cm nada más sobran 10 cm)	- El niño considera la fracción $10 \frac{1}{2}$ equivalente a 15
34 - 6	a) 30 cm. b) 10 cm.	"Sumo diez y medio más diez y medio"	(En este caso da el resultado de su suma en lugar de señalar el número de rayos, que era lo que demandaba la pregunta)
30 - 6	a) 2 cm b) 8 cm.	"Prmero convertí el entero, después lo dividí y así saque el resultado" Operación realizada:	- Considera $10 \frac{1}{2}$ como 21 (se considera que probablemente convierte la fracción mixta a impropia y después sólo omite el denominador) por lo que le da un resultado de su división de 2 con un residuo de 8

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o  $8\frac{1}{2}$

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 61 a)  $10\frac{1}{2}$  a) 30  
b) 9 b) Nada b)  $\frac{1}{2}$

## CATEGORÍA N. 4

- a) y b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	a)		
21 - 6	a) 61 b) 9	"Multiplicando"	- Justificación muy incompleta por lo que no se sabe que operaciones se realizaron para obtener los resultados dados
31 - 6	a) $10\frac{1}{2}$ b) nada	"Tengo un alambre de 40 cm. de largo y quiero cortar $10\frac{1}{2}$ de rayos de bicicleta. El alambre lo corto en $10\frac{1}{2}$ y me salen $10\frac{1}{2}$ y no sobra nada de alambre"	- Se considera que probablemente el niño no entendió el problema planteado
33 - 6	a) 30 b) $\frac{1}{2}$	"Dividendo 40 entre $10\frac{1}{2}$ "	- La justificación no da cuenta de los resultados dados - Se considera que probablemente el niño restó 40 menos 10, omitiendo en la resta el $\frac{1}{2}$ y considerando esta fracción como el sobrante
35 - 6	a) 9 b) 10	"Sumando"	- Justificación muy incompleta por lo que no se sabe que operaciones se realizaron para obtener los resultados dados



## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

a) 3 rayos

b) 8.5 o  $8\frac{1}{2}$ 

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

a) 3

a) 3 rayos

a) 3

b) 9. 5 cm.

b) .6

b) (7 cm.)  $6\frac{1}{2}$ 

## CATEGORÍA N. 5

a) RESPUESTA CORRECTA -

RAZONAMIENTO COHERENTE

b) RESPUESTA INCORRECTA

RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
12 - 6	a) 3 rayos b) 9. 5	"Multiplique lo que mide el rayo por 3 y luego calcular cuanto sobra" Operación realizada:	- Se considera que el niño estimó la cantidad de rayos que se podían hacer - Multiplicación de este número por la longitud de un rayo - Resta del todo menos el resultado de esta operación (se considera que el niño realizó esta resta de manera mental, ya que no existe ninguna operación por escrito) - Error en el cálculo
23 - 6	a) 3 b) .6	"Dividiendo lo largo del alambre entre la longitud de la bicicleta" Operación realizada:	- División del todo entre la longitud de la parte - Resultado de la división 3/6 con un residuo de 20 - Error en la división - Considera 3 como el número de rayos y .6 como el sobrante - No exhaustividad del todo ya que existe un residuo en la operación
26 - 6	a) 3 b) (7 cm) $6\frac{1}{2}$	"Sumando 10% y viendo que número me alcanzaba"	- Aunque la justificación está incompleta ya que no da cuenta del cómo se obtuvo la respuesta de b), este caso se considera importante de interpretar ya que probablemente el niño realizó las operaciones mentalmente, dando una respuesta incorrecta en b)

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3. 8 rayos      a) 3 cm.  
b) 11.4 de alambre      b) 8 cm.

## CATEGORIA N. 6

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
5 - 6	a) 3.8 rayos b) 11.4 de alambre	"Dividi 40 entre 10 ½ y luego multiplico el resultado por 3 y me salió el resto"	- División del todo entre la longitud de la parte - No se sabe porque multiplico el resultado de esta operación por tres - Dio el resultado de a) en número decimal - No se sabe como obtuvo la respuesta de b) - No existe ninguna operación por escrito

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA - PREGUNTA N. 6

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 5

RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8,5 o 8 ½

PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

RESPUESTA TIPO:

- a) 3  
b) 8 6/5

CATEGORIA N. 9

- a) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
19 - 6	a) 3 b) 8 6/5	"Restando cada uno de los centímetros"	- La justificación dada no es comprensible y no da cuenta de como se obtuvieron las respuestas dadas

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## RESPUESTA TIPO:

- a) 40 ½    a) 2    a) 4  
b) No contesto    b) 5/4    b) 4

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## CATEGORÍA N. 10

- a) RESPUESTA INCORRECTA  
NO JUSTIFICACIÓN  
b) RESPUESTA INCORRECTA (O NO CONTESTO)  
NO JUSTIFICACIÓN  
\* PREGUNTA NO CONTESTADA

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	a) 40 ½	-	- No contesto a b) - No justificación
8 - 6	-	-	- No contesto
9 - 6	-	-	- No contexto
14 - 6	-	-	- No contexto
29 - 6	a) 2 b) 5/4	-	- No justificación
32 - 6	a) 4 b) 4	-	- No justificación - Asigna a b) la misma respuesta que a)
36 - 6	a) 2 b) 5/4	-	- No justificación (cabe señalar que el caso 29 - 6 dio los mismos resultados)
38 - 6	a) 4 b) 4	-	- No justificación (cabe señalar que el caso 32 - 6 dio los mismos resultados)

## SEXTO GRADO DE PRIMARIA

## RESPUESTA TIPO:

- a) 3 rayos  
b) 1/4 de alambre

## PREGUNTA N. 5

## RESPUESTAS CORRECTAS:

- a) 3 rayos  
b) 8.5 o 8 ½

## PREGUNTA DE SEGUIMIENTO

## CATEGORÍA N. 15

- a) RESPUESTA CORRECTA  
RAZONAMIENTO COHERENTE  
b) RESPUESTA INCORRECTA  
RAZONAMIENTO INCOHERENTE/ NO CONTESTO

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
13 - 6	a) 3 rayos b) 1/4 de alambre	"Dividiendo 40 entre 10 ½"	- División del todo entre la longitud de la parte - Justificación considera incompleta ya que no da cuenta de como obtuvo la respuesta de b)
25 - 6	a) 3 rayos	"40 cm. sobre 10 ½"	- División del todo entre la longitud de la parte - No contesto a la pregunta b)
28 - 6	a) 3 rayos b) 1 cm.	"Sumo el cm. en este caso 10 ½ hasta no sobre para otro"	- Justificación considera incompleta ya que no da cuenta de como se obtuvo la respuesta de b) - No existe por escrito ninguna operación que apoye la justificación

*PREGUNTA No. 6*

*TERCER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 6  
 RESPUESTA CORRECTA:  
 \* 7  
 PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:  
 7 (piezas)

CATEGORÍA N.º 1  
 RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
2 - 5	7 piezas	*Dividendo $8 \frac{3}{4}$ entre $1 \frac{1}{2}$ y me da el resultado: Operaciones realizadas (cabe señalar que aunque el niño las borro, quedaron visible):	- División del todo entre la longitud de la parte (en números fracciones mixtos) - Operación correctamente realiza - Simplificación correcta del resultado obtenido (en fracción impropia)
4 - 5	7	*Sume siete veces $1 \frac{1}{4}$ "	- Se observa que el niño realizo varias operaciones, sin embargo las borro - Suma de la longitud de la parte dada hasta obtener el todo
9 - 5	7 piezas de madera	*Sumando y le calcule un poco: Operación realizada: $\begin{array}{r} 1 \frac{1}{4} \\ 1 \frac{1}{4} \\ 1 \frac{1}{4} \\ \hline 1 \frac{1}{4} \\ 1 \frac{1}{4} \\ 1 \frac{1}{4} \end{array}$	- El niño fue sumando mentalmente la longitud de la parte dad en el enunciado del problema hasta que le diera el todo - Existe una raya que separa cuatro $4 \frac{1}{4}$ (lo que da un numero entero) de las tres restantes - Se considera que esto facilto al niño para hacer la suma mental

24 - 8	7	<p>"Dividendo lo que mide la madera y las piezas de <math>1 \frac{1}{4}</math>"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $8\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{4} = \frac{35}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{140}{20} = 7\frac{0}{20}$ $\begin{array}{r} 35 \\ 20 \overline{)140} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 4 \\ \hline 140 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División del todo entre la longitud de la parte (en números fraccionarios)</li> <li>- Operación correctamente realizada - para simplificar el resultado obtenido en fracción impropia, divide el numerador entre el denominador</li> </ul>
--------	---	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6

RESPUESTA CORRECTA:

\* 7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

7 (piezas)

CATEGORÍA N. 2

- RESPUESTA CORRECTA

- RAZONAMIENTO INCOHERENTE O NO JUSTIFICACIÓN

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
7 - 5	7 piezas	-	- No justifico su respuesta - Posible copiado
6 - 5	7 piezas	"Viendo como podrían dividirse"	- Justificación incompleta y no da cuenta del resultado dado - No existe ninguna operación por escrito
14 - 5	7 piezas	"Haciendo una multiplicación de fracciones" Operación realizada: $  \frac{1}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{35}{4} = 8 \frac{3}{4}$	- Aunque la operación esta correctamente realizada, no se sabe de donde obtuvo la cantidad de 7 (piezas), por lo que se considera que la multiplicación realizada es sólo una comprobación de la respuesta dada
16 - 5	7	"Dividiendo los cm."	- Justificación incompleta
27 - 5	7	"Repartiendo cm."	
21 - 5	7 piezas	"Sumando y multiplicando"	- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación
23 - 5	7	"Dividiendo y calculando las medidas"	

QUINTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6

RESPUESTA CORRECTA:

\* 7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

\* 10 15/16

\* 6.76 piezas

\* 8

CATEGORIA N. 3

- RESPUESTA INCORRECTA

- RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
15 - 5	10 15/16	<p>"Multiplicando 8 3/4 entre 1 1/4"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $8 \frac{3}{4} \times 1 \frac{1}{4} = \frac{6}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{175}{16} = 10 \frac{15}{16}$ $\begin{array}{r} 35 \\ \times 5 \\ \hline 175 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión de la función de la multiplicación de fracciones</li> <li>- Operación y simplificación del resultado, correctamente realizadas</li> </ul>
20 - 5	16	<p>"Multiplicando"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $1 \frac{1}{4} \times 8 \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{35}{4} = \frac{140}{20} = 16$ $\begin{array}{r} 3 \\ 20 \overline{) 140} \\ \underline{140} \\ 0 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión de la función de la multiplicación de fracciones</li> <li>- Realiza una división en vez de una multiplicación de fracciones</li> <li>- De esta operación obtiene el resultado de 140/20, el cual para simplificarlo divide el numerador entre el denominador, dándole un resultado de 7, sin embargo tanto en la multiplicación como en la respuesta pone como resultado 16</li> </ul>

28 - 5	6.76	<p>"Multiplique con fracciones todo el proceso"</p> <p>Operación realizada:</p> $\frac{845}{1} \times \frac{1}{125} = \frac{845}{125} = 6 \frac{76}{125}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Posible confusión de la función de la multiplicación de fracciones (aunque si el niño considero 1 1/4 como 145/1 y para su multiplicación invirtió esta fracción, el uso de esta operación, en este caso, hubiera sido correcto)</li> <li>- Conversión directa e incorrecta de las fracciones mixtas a impropias             <ul style="list-style-type: none"> <li>* 8 3/4 = 845/1</li> <li>* 1 1/4 = (no se sabe si la considera como 1/145 o como 145/1 y la invirtió para el correcto uso de los datos del enunciado)</li> </ul> </li> <li>- De acuerdo a su multiplicación, obtuvo un resultado de 6 76/145 para convertir este en número decimal toma en cuenta el entero y pone el numerador como decimal (.76)</li> </ul>
31 - 6	8 piezas	"Haciendo división"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aunque no existe ninguna operación por escrito que apoye su justificación, se considera que el niño hizo una división de 8 entre 1 (división que fácilmente se puede realizar mentalmente sin necesidad de hacerlo por escrito), es decir solo tomo en cuenta los números enteros de los datos (en fracción mixta)</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6  
 RESPUESTA CORRECTA:  
 \* 7  
 PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

\* 6 piezas \* 10 3/3 \* 55 \* 0.14285  
 \* 25.8 \* 7 2/4 \* 16 \* 43 cm.  
 \* 8 3/4 \* 8 2/4 \* 195/16 \* 8  
 \* 8 cm. \* 4 3/16 \* 6

CATEGORIA N. 4  
 - RESPUESTA INCORRECTA  
 - RAZONAMIENTO COHERENTE O NO JUSTIFICACIÓN  
 O  
 - NO CONTESTO

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 5	6 piezas	"Sumando"	- No existe ninguna operación por escrito que apoye su justificación - Posible copiado
3 - 5	25.8	"Convertí 1 1/4 y 8 3/4 me dio el resultado, lo multipique y me salió 25.8"	- No se sabe como ni a que, convirtió las fracciones mixtas - No se sabe cual fue la multiplicación que realizo - No existe ninguna operación por escrito que de cuenta de lo realizado
5 - 5	10 (borro 15/16)	"Multiplicando las fracciones que nos dieron"	- No existe ninguna operación por escrito que apoye su justificación - Cabe señalar que el caso 15 - 5 puso la misma respuesta, pero si realizo las operaciones que dan cuenta del resultado, por lo que se considera que probablemente el caso 5 - 5 copio.
8 - 5	8 3/4	"Porque 8 3/4 entre 1/4 da 8 3/4"	- La división señalada por el niño es incorrecta, no se entiende cual fue el razonamiento o el procedimiento del niño para decir que el resultado de esta operación es 8 3/4

10 - 5	8 cm.	<p>"Convertí <math>8 \frac{3}{4}</math> también <math>1 \frac{1}{4}</math> los sume los resultados, después dividi"</p> <p>Operación realizada</p> $\frac{27}{4} + \frac{5}{4} = \frac{32}{4} = 8$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión directa e incorrecta de <math>8 \frac{3}{4}</math> a fracción impropia (<math>27/4</math>)</li> <li>- Conversión directa y correcta de <math>1 \frac{1}{4}</math> a fracción impropia (<math>5/4</math>)</li> <li>- No se sabe cual es el razonamiento del niño para hacer uso de la suma de fracciones</li> <li>- La división señalada en la justificación corresponde a la simplificación del resultado de la suma de fracciones (<math>32/4</math>)</li> </ul>
11 - 5	10 3/3	<p>"Mentalmente me fije cuanto era <math>1/4</math> de centímetro y teniendo eso lo multiplico por ocho y se lo sumo a los que me habian salido anteriormente"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 8 \\ \hline 200 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación un tanto confusa</li> <li>- Considera <math>1/4</math> como 2.5 de acuerdo a la operación por escrito</li> <li>- No se sabe porque realiza una multiplicación por ocho</li> <li>- No se sabe como obtiene el resultado de <math>10 \frac{3}{3}</math> ya que realizo sus operaciones "mentalmente"</li> </ul>
12 - 5	7 2/4	"Fue lo primero que se me ocurrió"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Como la justificación lo dice, el niño puso cualquier respuesta sin razonar el problema - se considera que "lo primero que se le ocurrió" fue restar <math>8 \frac{3}{4}</math> menos <math>1 \frac{1}{4}</math></li> </ul>
13 - 5	8 2/4	-	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No justifica la obtención de su respuesta</li> <li>- No existe ninguna operación por escrito</li> </ul>
17 - 5	4 3/16	<p>"Multiplique <math>1/4 \times 3/4</math> y obtuve"</p> <p>Operación realizada:</p> $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se sabe porque el niño multiplico sólo la partes fraccionaria de los datos (en números fraccionarios mixtos)</li> <li>- No se sabe de donde obtuvo el entero de su resultado</li> </ul>
18 - 5	-	-	- No contesto a la pregunta

19 - 5	55	"Dividi" Operación realizada: $1\frac{1}{4} \div 8\frac{3}{4} = \frac{5}{1} \div \frac{35}{4} = \frac{55}{1}$ 55	- División de la longitud de la parte entre el todo (en fracción mixta) - No se entiende como obtuvo de resultado 55/1 de la operación que realizó
22 - 5	195/16	"Multiplicación"	- Justificación incompleta - No se sabe que multiplicación se llevo a cabo ya que no existe ninguna operación por escrito
25 - 6	6 piezas	"Multiplique 1 $\frac{1}{4}$ por 6 y me dio $7\frac{2}{4}$ "	- No se sabe de donde obtuvo la cifra 6 - Su resultado ( $7\frac{2}{4}$ ) no corresponde al todo - No exhaustividad del todo
26 - 5	6 veces	"Primero le saque el entero y luego dividí y me salió" Operación realizada: $8\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{4} = \frac{35}{4} \div \frac{5}{4}$	- No puso el signo en su operación - Solo convirtió los datos a fracciones impropias - No realizó ningún calculo - Posible copiado
29 - 5	0.14285	-	- No justifico la respuesta dada (se considera que probablemente obtuvo este resultado de la división de la longitud de la parte entre el todo)
30 - 5	43 cm.	"Primero multiplico y después dividí"	- No se sabe que operaciones realizó ya que no existe ninguna por escrito - Da su resultado con una unidad de medida
32 - 5	8	"Sumando"	- No se sabe que "suma" realizó para obtener su respuesta, ya que no existe ninguna operación por escrito
33 - 5	-	-	- No contesto a la pregunta

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6  
RESPUESTA CORRECTA:  
\*7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:  
7 (piezas)CATEGORÍA N. 1  
RESPUESTA CORRECTA - RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1 - 6	7	"Dividiendo 8.75 entre 1.25" Operación realizada: $\begin{array}{r} 7 \\ 1,25 \overline{) 8,75} \\ \underline{000} \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión directa de los datos (en fracción mixta) a números decimales</li> <li>- División del todo entre la longitud dada de una parte</li> <li>- Operación correctamente realizada</li> </ul>
17 - 6	7 piezas	"dividiendo 8.75 entre 1.25" Operación realizada: $\begin{array}{r} 7 \\ 1,25 \overline{) 8,75} \\ \underline{000} \end{array}$	
27 - 6	7	"Dividi 125 entre 875 y me dio el resultado" Operación realizada: $\begin{array}{r} 7 \\ 125 \overline{) 875} \\ \underline{000} \end{array}$	

7 - 6	7 piezas	<p>"Dividi 8 3/4 entre 1 1/4 y me dio a siete"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $8 \frac{3}{4} \div 1 \frac{1}{4} = \frac{35}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{140}{20}$ $\begin{array}{r} 35 \\ 20 \overline{)140} \\ \underline{40} \phantom{0} \\ 100 \\ \underline{80} \phantom{0} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- División de fracciones</li> <li>- Uso de la división del numerador entre el denominador para simplificar el resultado obtenido en fracción impropia</li> </ul>
12 - 6	7 piezas	<p>"Dividendo la tabla entre lo que mide una pieza"</p> <p>Operaciones realizadas:</p> $1.25 \overline{)8.75} \quad 1.25 \overline{)8.75}$ $\begin{array}{r} 7 \\ 1.25 \overline{)8.75} \\ \underline{8.75} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 1.25 \overline{)8.75} \\ \underline{8.75} \\ 0.00 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión directa de los datos (en fracción mixta) a números decimales</li> <li>- División del todo entre la longitud dada de una parte</li> <li>- Se realizaron dos intentos para obtener el resultado correcto</li> </ul>



SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6

RESPUESTA CORRECTA:

• 7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

7 (piezas)

CATEGORÍA N. 2

- RESPUESTA CORRECTA

- RAZONAMIENTO INCOHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
4 - 6	7 piezas	"Restando 1 1/2 menos 8 3/4"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada</li> <li>- Considera como longitud de una parte como 1 1/2 en vez de 1 1/4</li> <li>- La respuesta dada no corresponde a la justificación, ya que si se resta 1 1/2 menos 8 3/4 da - 7 1/4, y aunque el niño hubiera hecho 8 3/4 menos 1 1/2 el resultado será 7 1/4</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>
5 - 6	7 piezas	"Dividendo"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación incompleta</li> <li>- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>
10 - 6	7 piezas	"Dividendo 8 3/4 entre 1 1/4"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada - se considera que no es posible que el niño haya realizado una división mental de fracciones mixtas (8 3/4 entre 1 1/4)</li> <li>- Posible copiado</li> </ul>
11 - 6	7 piezas	"Sumando cada pieza de madera y a la vez cuantos centímetros ocupaba"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se considera que se realizó de manera mental la suma, ya que no existe ninguna operación por escrito.</li> </ul>
15 - 6	7	"Sumando 1 1/4 hasta aproximarse a 8 3/4"	

16 - 6	7	<p>"Dividiendo 1 <math>\frac{1}{4}</math> entre 8 <math>\frac{3}{4}</math>" operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 3 \\ 1\frac{1}{4} \overline{) 8\frac{3}{4}} \\ \underline{\phantom{1}8} \\ \phantom{1}0 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- En la justificación se señala que se hizo una operación de la longitud de una parte entre el todo - en la operación se realiza lo contrario, es decir el todo entre la parte</li> <li>- Se considera que la operación escrita esta incorrecta ya que pone tanto en el divisor como en el dividendo una fracción mixta</li> <li>- Posible copiado y trato de apoyarse con una operación por escrito</li> </ul>
19 - 6	7 piezas	"Restando los centímetros"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La justificación es incompleta e incomprensible</li> <li>- No existe nada por escrito que apoye la justificación dada</li> </ul>
26 - 6	7	"Sumando y ver hasta donde me alcanza"	
33 - 6	7	"Sumando"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación incompleta</li> <li>- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada</li> </ul>
37 - 6	7 piezas	"Multiplicando la longitud de la madera y multiplicando por el numero correcto"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificación un poco confusa</li> <li>- No existe ninguna multiplicación por escrito que apoye la justificación dada, por lo que no se sabe exactamente cual fue la operación realizada</li> </ul>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N.º 6

RESPUESTA CORRECTA:

\* 7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

- \* 8 piezas
- \* 6.7 piezas
- \* 8 3/1

CATEGORÍA N.º 3

- RESPUESTA INCORRECTA
- RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
3-6	8 piezas	"Dividiendo 8.75 entre 1.25 y comprobando" Operaciones realizadas: $\begin{array}{r} 7 \\ \sqrt{125} \overline{)875} \\ \underline{87} \phantom{5} \\ 0 \phantom{5} \\ \underline{0} \phantom{5} \\ 05 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión directa de 1 1/4 (en fracción mixta) a número decimal</li> <li>- Para convertir 8 3/4 a número decimal, divide el numerador entre el denominador</li> <li>- División correctamente realizada del todo entre la longitud de la parte</li> <li>- Comprobación del resultado obtenido de su división a través de una multiplicación</li> <li>- Respuesta dada diferente a la obtenida en operaciones</li> </ul>
6-6	6.7 piezas	"Hice una división de la cual obtuve el resultado" Operación realizada: $\begin{array}{r} 6.7 \\ 1,25 \overline{)8.45} \\ \underline{0.9} \phantom{5} \\ 0.950 \\ \underline{0.9} \phantom{0} \\ 085 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conversión directa de los datos (en fracciones mixtas) a números decimales</li> <li>- División del todo entre la longitud de la parte</li> <li>- Error de cálculo al momento de realizar la operación</li> </ul>

22 - 6	8	<p>"Dividendo 8 entre uno"</p> <p>Operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 8 \\ 1 \overline{)8} \\ 0 \end{array}$	<p>- De los datos del enunciado solo considera los enteros, es decir el todo es 8 (en vez de 8 3/4) y la longitud de la parte es 1 (en vez de 1 1/4)</p>
38 - 6	8 3/4	<p>"Dividendo"</p> <p>operación realizada:</p> $\begin{array}{r} 8.31 \\ 1.14 \overline{)8.34} \\ 004 \end{array}$	<p>- Conversión directa e incorrecta de los datos (en fracción mixta) a números decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera 8 3/4 como 8.34</li> <li>• Considera 1 1/4 como 1.14</li> </ul> <p>- División del todo (8.34) entre la longitud de la parte (1.14)</p> <p>- Error de cálculo al momento de realizar la operación (ya que de acuerdo a las cifras utilizadas por el niño 8.34 entre 1.14 da 7.315</p>

SEXTO GRADO DE PRIMARIA

PREGUNTA N. 6

RESPUESTA CORRECTA:

\* 7

PREGUNTA

RESPUESTA TIPO:

- No
- 7 ½
- 4 piezas
- 9 (nueve)
- 20
- 5 piezas
- con ... de 1 ¼
- 7 4/8
- 3 3/4
- 7 ¼

CATEGORÍA N. 4

- NO CONTESTO
- RESPUESTA NO - JUSTIFICACIÓN TIPO: NO SE, O
- RESPUESTA INCORRECTA
- RAZONAMIENTO COHERENTE

FOLIO	RESPUESTA	JUSTIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
8 - 6	-	-	- No se contesto a la pregunta
9 - 6	-	-	
14 - 6	-	-	
18 - 6	-	-	
23 - 6	-	-	
24 - 6	No	"No sé"	
25 - 6	-	-	
29 - 6	-	-	
32 - 6	-	-	
2 - 6	7 ½	"Resta 1 1/4 a 8 3/4 y así me salió" Operación realizada: $8\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = \frac{35}{4} - \frac{5}{4} = \frac{30}{4} = 7\frac{3}{4}$	- No se sabe cual fue el razonamiento del niño para utilizar una resta - Operación correctamente realizada: Resta de fracciones

19 - 6	4 piezas	"1 $\frac{1}{4}$ y 8 $\frac{3}{4}$ multiplique cada uno y lo dividi"	- La justificación no es muy clara - No existe ninguna operación por escrito que apoye a justificación dada
20 - 6	9 (nueve)	"Sumando $1 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{4} = 2 \frac{2}{4} + 1 \frac{1}{4} = 3 \frac{3}{4}$ y así saque la respuesta"	- Justificación incompleta por lo que no da cuenta de la respuesta dada
21 - 6	20	"Multiplicando las fracciones y dividiendo entre 2"	- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada por lo que no se sabe con exactitud cual fue la multiplicación que se realizó - No se sabe que cifra dividió entre dos ni el porque de esta división
28 - 6	5 piezas	"Se suman los cm."	- No existe ninguna operación por escrito que apoye la justificación dada - La justificación no es muy clara
30 - 6	9	"Hice una suma de quebrados" Operación realizada $1 \frac{1}{4} + 8 \frac{3}{4} = 9 \frac{4}{4} = 9$ $4 \frac{1}{4}$	- Suma de quebrados correctamente realizada, sin embargo no se sabe cual fue el razonamiento del niño de utilizar una suma para resolver el problema planteado
31 - 6	Con... de $1 \frac{1}{4}$	"Si (tengo) corto 3 $\frac{1}{4}$ pedazos de madera y los uno junto una tabla de 8 $\frac{3}{4}$ "	- No se sabe de donde el niño obtuvo 3 $\frac{1}{4}$ pedazos
33 - 6	7 $\frac{4}{8}$	"Haciendo una fracción"	- La justificación es incompleta y no da cuenta de la respuesta dada
34 - 6	3 $\frac{3}{4}$	"Lo sume"	- No existe ninguna operación por apoyo la justificación
36 - 6	7 $\frac{1}{4}$	-	- No justifico su respuesta

*CONTENIDOS DE LOS PROGRAMAS OFICIALES DE LA  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA*

De acuerdo a los planes y programas para Primaria de la Secretaría de Educación Pública (a partir de 1993 - 1994), los contenidos de matemáticas, en cuanto se refiere específicamente a los números fraccionarios, son los siguientes:

TERCER GRADO	CUARTO GRADO	QUINTO GRADO	SEXTO GRADO
<ul style="list-style-type: none"> <li>Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, tercios, quintos y sextos)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, séptimos y novenos)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ubicación de fracciones en la recta numérica</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización de diversos recursos para mostrar la equivalencia de algunas fracciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Equivalencia y orden entre las fracciones</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Representación convencional de las fracciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fracciones con denominador 10, 100 y 1000</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Planteamiento y resolución de problemas con fracciones cuyos denominadores sean 10, 100 y 1000</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o denominador</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Actividades para introducir las fracciones mixtas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ubicación de las fracciones en la recta numérica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ubicación de fracciones en la recta numérica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simplificación de fracciones</li> </ul>



(TERCER GRADO)	(CUARTO GRADO)	(QUINTO GRADO)	(SEXTO GRADO)
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento y resolución de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, mediante la equivalencia de fracciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones utilizando equivalencias</li> </ul>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Empleo de la fracción como razón y como división, en situaciones sencillas</li> </ul>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos</li> </ul>	

*INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN DE CAMPO*

*CUESTIONARIO DEL TERCER GRADO DE PRIMARIA*

No. \_\_\_\_\_

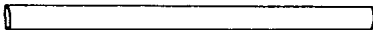
**CUESTIONARIO DE TERCER GRADO DE PRIMARIA**

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas tomándote el tiempo necesario. Puedes utilizar los espacios en blanco para hacer operaciones, dibujos o lo que necesites escribir para responder las preguntas.

Por favor no borres tus dibujos y operaciones.

1. Esta barra de plastilina va a ser repartida en partes iguales entre cinco niños.  
¿ Qué fracción de plastilina le toca a cada niño?

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

No. \_\_\_\_\_

2. Juan y Laura estaban jugando con estas canicas.

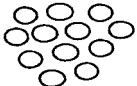
a) Juan ganó la tercera parte de estas canicas.

Encierra con una línea de color rojo las canicas que ganó Juan.

b) Laura ganó dos terceras partes de estas canicas.

Escribe cuántas canicas ganó Laura:

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. ¿ Está dividido este círculo en dos mitades ?

Respuesta: \_\_\_\_\_



¿ Por qué piensas ésto? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

*CUESTIONARIO DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA*

No. \_\_\_\_\_

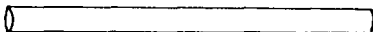
**QUESTIONARIO DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA**

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas tomándote el tiempo necesario. Puedes utilizar los espacios en blanco para hacer operaciones, dibujos o lo que necesites escribir para responder las preguntas.

Por favor no borres tus dibujos y operaciones.

1. Esta barra de plastilina va a ser repartida en partes iguales entre cinco niños.  
¿ Qué fracción de plastilina le toca a cada niño?

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

No. \_\_\_\_\_

2. Juan y Laura estaban jugando con estas canicas.

a) Juan ganó  $\frac{1}{3}$  de estas canicas.

Encierra con una línea de color rojo las canicas que ganó Juan

b) Laura ganó  $\frac{2}{3}$  de las canicas.

Escribe cuántas canicas ganó Laura:

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

3. ¿ Está dividido este círculo en dos mitades ?

Respuesta: \_\_\_\_\_



¿ Por qué piensas ésto? \_\_\_\_\_

---

---

---



No. \_\_\_\_\_

4. Una cinta tiene 17 cm. de largo y va a ser cortada en cuatro partes iguales. Encierra en un círculo la respuesta que consideres correcta para la longitud de cada parte.

- a) 4 cm., con un sobrante de un pedazo.
- b) 4 cm., con un sobrante de 1 cm.
- c)  $4 \frac{1}{4}$  cm.
- d)  $4/17$  cm.

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

No. \_\_\_\_\_

5.

a) ¿Cuántos rayos de bicicleta de  $10 \frac{1}{4}$  cm. de largo pueden cortarse de un alambre de 40 cm. de largo ?

Respuesta: \_\_\_\_\_

b) ¿Cuánto alambre sobra?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**CUESTIONARIO DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA**

No. \_\_\_\_\_

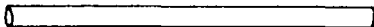
**CUESTIONARIO DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA**

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas tomándote el tiempo necesario. Puedes utilizar los espacios en blanco para hacer operaciones, dibujos o lo que necesites escribir para responder las preguntas.

Por favor no borres tus dibujos y operaciones

1. Esta barra de plastilina va a ser repartida en partes iguales entre cinco niños.  
¿ Qué fracción de plastilina le toca a cada niño?

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

2. Juan y Laura estaban jugando con estas canicas.

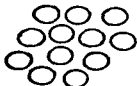
a) Juan ganó  $\frac{1}{3}$  de estas canicas.

Encierra con una línea de color rojo las canicas que ganó Juan.

b) Laura ganó  $\frac{2}{3}$  de las canicas.

Escribe cuántas canicas ganó Laura.

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---



---



---

3. ¿ Está dividido este círculo en dos mitades ?

Respuesta: \_\_\_\_\_



¿ Por qué piensas esto? \_\_\_\_\_

---



---



---

No. \_\_\_\_\_

4. Una cinta tiene 17 cm. de largo y va a ser cortada en cuatro partes iguales. Encierra en un círculo la respuesta que consideres correcta para la longitud de cada parte.

- a) 4 cm., con un sobrante de un pedazo.
- b) 4 cm., con un sobrante de 1 cm.
- c)  $4 \frac{1}{4}$  cm.
- d)  $4\frac{1}{17}$  cm.

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

No. \_\_\_\_\_

5.

a) ¿ Cuántos rayos de bicicleta de  $10 \frac{1}{2}$  cm. de largo pueden cortarse de un alambre de 40 cm. de largo.

Respuesta: \_\_\_\_\_

b) ¿ Cuánto alambre sobra?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

No. \_\_\_\_\_

6. ¿ Cuántas piezas de madera de  $1 \frac{1}{4}$  cm. de longitud podemos obtener de una tabla de  $8 \frac{1}{4}$  cm. de longitud ?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



*CUESTIONARIO DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA*

No. \_\_\_\_\_

**CUESTIONARIO DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA**

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas tomándote el tiempo necesario. Puedes utilizar los espacios en blanco para hacer operaciones, dibujos o lo que necesites escribir para responder las preguntas.

Por favor no borres tus dibujos y operaciones.

1. Esta barra de plastilina va a ser repartida en partes iguales entre cinco niños.  
¿ Qué fracción de plastilina le toca a cada niño?

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

2. Juan y Laura estaban jugando con estas canicas.

a) Juan ganó  $\frac{1}{3}$  de estas canicas.

Encierra con una línea de color rojo las canicas que ganó Juan

b) Laura ganó  $\frac{2}{3}$  de las canicas.

Escribe cuántas canicas ganó Laura:

Respuesta: \_\_\_\_\_



Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---



---



---

3. ¿ Está dividido este círculo en dos mitades ?

Respuesta: \_\_\_\_\_



¿ Por qué piensas ésto? \_\_\_\_\_

---



---



---

No. \_\_\_\_\_

4. Una cinta tiene 17 cm. de largo y va a ser cortada en cuatro partes iguales. Encierra en un círculo la respuesta que consideres correcta para la longitud de cada parte.

- a) 4 cm., con un sobrante de un pedazo.
- b) 4 cm., con un sobrante de 1 cm.
- c)  $4 \frac{1}{4}$  cm.
- d)  $4/17$  cm.

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

No. \_\_\_\_\_

5.

a) ¿ Cuántos rayos de bicicleta de  $10 \frac{1}{2}$  cm. de largo pueden cortarse de un alambre de 40 cm. de largo.

Respuesta: \_\_\_\_\_

b) ¿ Cuánto alambre sobra?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

No. \_\_\_\_\_

6. ¿ Cuántas piezas de madera de  $1 \frac{1}{4}$  cm. de longitud podemos obtener de una tabla de  $8 \frac{3}{4}$  cm. de longitud?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Explica cómo obtuviste la respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

*BIBLIOGRAFÍA*

- Alegria, Margarita et. al.: Manual para el manejo de información en la investigación documental, 1a ed. México UAM - Azcapotzalco, 1994.
- Avila A, Mancera E.: "La fracción: Una expresión difícil de interpretar". Pedagogía Vol. 6 No. 17, México, UPN, 1989
- Best, John. W. Cómo investigar en educación 1a ed Madrid, Morata, 1981.
- Carraher, Terezinha et. al En la vida 10, en la escuela 0 México, Edit. Siglo XXI, 1991.
- Figueras, Olimpia Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales. Tesis Doctoral, Especialidad en Matemática Educativa CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa, México, 1988
- Hart, Kathleen: Secondary School Children's Understanding of Mathematics (Research Monograph), Mathematics Education, Center of Science Educación, Chelsea College, London University 1980 Trad de CINVESTAV-IPN, Sección de Matemática Educativa
- Hart, Kathleen: Children's Understanding of Mathematics Editor Hart, K.; Murray, J., Inglaterra, 1981. Trad. CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa
- Hidalgo, Juan Luis Investigación educativa Una estrategia constructivista Cuadernos de Educación Continua. Centro Coordinador de Educación Continua para el Magisterio del Edo. de México Toluca, México, 1989
- Hiebert, James. Acercamientos teóricos al Estudio sobre la adquisición del Número Trad. de Figueras O, CINVESTAV - IPN, Sección de Matemáticas Educativas, México, 1991.



- **Hunting, Robert P. y, Christopher F. Sharpley. Conocimiento de las fracciones de los niños de Preescolares. Trad. de Ma. Eugenia Ramirez, CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa, México, 1990.**
- **Kieren, Thomas. "Partitioning, equivalence and the construction of rational number ideas". En Zwen, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollack y M. Suydam (Eds). Proceedings of the fourth Internacional Congress on Mathematical Education. Birkhauser, E.E. U.U. Trad. de Figueras O. CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa, México.**
- **Kieren, Thomas "Personal Knowledge of Rational Numbers Its intuitive and formal development". En Hiebert, J. y Behr, M. (Eds): Number concepts and operations in the middle grades Research Agenda for Mathematics Education, Vol 2, Lawrence Erlbaum Associates, N.C.T.M., E.E.U.U (pp 162-181)  
Trad. de Figueras O., CINVESTAV- IPN, Sección de Matemáticas Educativa México, 1990.**
- **Pothier, Yvonne y Daiyo Sawada. "Children's interpretation of equality in early fractions activities". Focus on Learning Problems in Mathematics Summer Edition, Vol. II No. 3, Center of Teaching Learning of Mathematics, 1989, pp 27-38  
Trad. de CINVESTAV- IPN, Sección de Matemática Educativa**
- **Soto Hernández, Ana María. El conocimiento de las fracciones Un estudio de la proyección del primer ciclo en la escuela primaria Tesis de Maestría, Especialidad en Matemática Educativa, CINVESTAV - IPN, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV, México, 1993.**
- **Van Dalen, Deobold B. y J. William Meyer. Manual de técnica de la investigación educativa. Edit. Paidós, Buenos Aires, 1974.**
- **Wadsworth Barry J. Teoría de Piaget del desarrollo cognoscitivo y afectivo. Primera Edición, Edit. Diana, México, 1991.**