UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS PLASTICO DE ESTRUCTURAS
METODO DE BAKER

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

GONZALO PEDRO SOTO ANDIA

ASESOR: M.I. CLAUDIO MERRIFIELD CASTRO

MEXICO, D.F. 1997

UNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-032/93

Señor:
SOTO ANDIA GONZALO PEDRO
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor. **ING. CLAUDIO MERRIFIELD CASTRO** que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"ANALISIS PLASTICO DE ESTRUCTURAS - METODO DE BAKER"

I. INTRODUCCION
II. FACTOR DE SEGURIDAD
III. CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES
IV. TEORIA PLASTICA
V. METODOS GENERALES DE ANALISIS PLASTICO
VI. METODO DE BAKER
VII. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 29 de abril de 1993.
EL DIRECTOR.

ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS RCR

A mis papás:

Casta Lilia y Pedro

Por su amor, dedicación y ejemplo

A mis hermanos:

Nelly

Arsenio

Carmen

Lucy

Norath

Marcos

Por su amor y ayuda

A Carol y nuestro bebé

Por su amor y compañia

INDICE

CAPITULO IV

CAPITULO V

CAPITULO VI

CAPITULO VII

INTRODUCCION

Se puede definir una estructura como un conjunto de partes que se combinan entre si en forma ordenada para cumplir una función con un grado razonable de seguridad de tal manera que tenga un comportamiento adecuado bajo condiciones normales de servicio; con un costo dentro de los limites económicos y satisfaciendo requisitos de tipo estético y funcional.

Para poder analizar una estructura es necesario idealizarla; cabe recordar que los métodos de análisis de una estructura permiten determinar en cada uno de los miembros acciones internas resultantes de la aplicación de las solicitaciones exteriores a la estructura total, un ejemplo de idealización frecuente de edificios es considerar la estructura formada por marcos en dos direcciones, reduciendo el problema real tridimensional a uno de dos dimensiones. Existen básicamente dos tipos de análisis: el análisis elástico y el análisis plástico ó análisis al limite.

El análisis elástico de estructuras parte de la hipótesis que puede hacerse para relacionar carga y deformación, suponiendo una dependencia lineal entre ellas. Este método es útil para predecir el comportamiento de las estructuras en condiciones de trabajo, pero en muchos casos no permite estudiarlas en las cercanias del colapso, que se presentará frecuentemente fuera del intervalo elástico, cuando la ley de Hooke ya no rige las relaciones entre esfuerzos y deformaciones. En esos casos no permite determinar el coeficiente de seguridad real de la estructura, respecto a la falla

En cambio el análisis plástico supone que las acciones internas, al llegar a cierto valor crítico de la acción, son independientes de las deformaciones. El análisis plástico trata de obtener los valores de las acciones para los cuales la estructura se vuelve un mecanismo inestable

Dentro del objetivo principal del análisis plástico está el determinar la carga de colapso de las estructuras para conocer su factor de seguridad más real en condiciones de trabajo normales. Cabe recalcar que si bien el método permite determinar el coeficiente real contra el colapso, no proporciona información sobre el comportamiento de la estructura en condiciones de trabajo. No es aplicable cuando la falla se presenta sin las deformaciones plásticas a la formación del mecanismo de colapso lo que puede suceder, por ejemplo, en estructuras sometidas a un número elevado de ciclos de carga o cuando el límite de utilidad corresponde a alguna forma de inestabilidad (11).

En este trabajo se estudiará el análisis plástico y se comparará con el análisis elástico; para llevar a cabo lo anterior se eligió en el caso del análisis plástico el "Método de Baker", uno de los métodos de análisis plástico disponibles y para el análisis elástico se utiliza un programa de computadora llamado DRAIN-2D (Kannan and Powell, 1973), por lo que el objetivo principal del trabajo es concluir si se justifica o no el uso del análisis plástico en la práctica del análisis de estructuras, con la finalidad de poder diseñar estructuras más "seguras".

Pero que puede considerarse como seguridad razonable y comportamiento satisfactorio? . Desde luego el problema no es sencillo, debido a que muchas de las variables en la ingeniería son aleatorias y la solución se plantea en función a la intuición, experiencia en el análisis y la experimentación; por lo que la solución final podrá considerarse como la más razonable pero no la única.

El método del diseño último está gobernado basicamente por dos aspectos :

a) El estado límite de falla
b) El estado límite de servicio

El punto (a) está relacionado con el diseño de una estructura tomando un factor de seguridad adecuado contra probables sobrecargas y también la sección debe resistir las fuerzas en condiciones de carga última.

El punto (b), el estado límite de servicio trata de la revisión de las flechas y los agrietamientos bajo cargas de servicio, estos deben estar dentro de los permisibles para que el comportamiento de la estructura sea satisfactorio.

Los miembros de concreto reforzado presentan un comportamiento elastoplástico aún para tempranos estados de carga, estos efectos son más pronunciados para estados de carga última. Debido al agrietamiento del concreto y a las deformaciones inelásticas en las secciones críticas, se requiere de un análisis no lineal para determinar las fuerzas de diseño de varias secciones.

El "Método al límite simplificado de Baker" (1956) y posteriormente el "Método de rotación impuesta" de Macchi (1966-1969) ref.(16) fueron propuestos para dar un procedimiento simplificado de análisis no-lineal; estos métodos originalmente fueron orientados para el cálculo manual, sin embargo con el creciente incremento de las computadoras en la práctica del diseño estos métodos han sido programados y su aplicación práctica fueron indicados por Krishnamoorthy(1972), Krishnamoorthy y Yu(1972) y Krishnamoorthy y Mosi (1980) ref. (15).

CAPITULO I

FACTOR DE SEGURIDAD

La seguridad de una estructura debe ser adecuada en el sentido de que sea compatible con las consecuencias que la falla pueda traer y con el costo de incrementar dicha seguridad.

Para lograr que la estructura tenga la confiabilidad deseada hay que diseñarla para que su resistencia esperada exceda el efecto esperado de las acciones que pueda provocar cierto estado límite

La mayor parte de los reglamentos en la actualidad intentan cumplir con el objetivo anterior en forma indirecta, especificando para cada material una serie de normas y procedimientos de diseño que llevan implicitas, consideraciones conservadoras en las cargas, en las propiedades de los materiales y en las expresiones mismas del diseño.

Para fijar los factores de seguridad debe, de preferencia, reconocerse abiertamente el caracter aleatorio de las variables que influyen en las cargas y en la resistencia , para tratar el problema en forma racional e intentar expresarlo de la manera mas sencilla posible

En los reglamentos de diseño no se especifican generalmente factores centrales de seguridad, sino que se toman "factores parciales de seguridad", como son los factores de carga que incrementan las acciones y los factores de resistencia que reducen la resistencia calculada. Estos valores conservadores , llamados "valores nominales", son tales que la probabilidad de que sean rebasados del lado desfavorable es mínima. La combinación de los "factores de seguridad parciales" y los "valores nominales" da lugar a un factor de seguridad total y a una confiabilidad dada de la estructura.

1.1 DEFINICIONES

Factor de Seguridad

Al cociente entre la resistencia esperada y la acción esperada se conoce como "Factor de Seguridad Central" o simplemente "Factor de Seguridad". El factor necesario para lograr una confiabilidad dada variará según el grado de incertidumbre que existe en las variables que intervienen en el diseño (3).

Carga última

Es la carga o combinación de cargas, que provoca la falla por inestabilidad de toda la estructura , la ruptura de una parte de ella, o bien excesivas deformaciones ocasionando que la estructura sea inhabitable. En el cálculo del valor de la carga última se acepta que su distribución y frecuencia de aplicación de la carga tienen las peores características en relación con la falla que podria ocurrir bajo cargas de trabajo (3).

Carga de trabajo

Es la carga más grande que se tiene en el transcurso de la vida útil de la estructura (3).

Existen estructuras en las cuales ha sido demostrado que un Factor de Seguridad satisfactorio oscila entre 1.25 y 2.0. El limite mayor es usado para losas y vigas simplemente apoyadas debido a que son incapaces de tener redistribución de momentos, desarrollando de esta forma los esfuerzos permisibles de trabajo, también en algunas ocasiones, la corrosión y el deterioro debido a flexión puede reducir el esfuerzo último de los materiales (3)

Entonces el Factor de Seguridad maximo de estas estructuras es 2.0, aunque la posibilidad de que la carga de trabajo máxima sea alta y las consecuencias de falla sean serias (3).

Por otro lado el valor límite inferior es igual a 1.0, y obviamente no puede ser menor que este, en la práctica no menor que 1.5 ; valor que se toma como aceptable (3).

1.2 DETERMINACION DEL FACTOR DE SEGURIDAD

Un valor aceptable de Factor de Seguridad puede ser obtenido a partir de un juicio individual, en el cual se consideran múltiples variables en la probabilidad de falla con sus consecuencias e implicaciones. Es necesario un amplio conocimiento del comportamiento de las estructuras, bajo fuertes cargas actuando sobre ellas y las posibles variaciones en las cargas en el transcurso de la vida útil de la estructura.

FACTOR DE CARGA BASADO EN LA ASIGNACION DE "PESO" A LAS CONDICIONES IMPERANTES.

A.L.L. Baker propuso en 1956 un método simplificado para la determinación del Factor de Seguridad basado en una evaluación probabilista, como se muestra en la Tabla I. El método espera que el diseñador lleve a cabo selecciones criticas referente a las magnitudes de los margenes de seguridad en un diseño.

En la Tabla I se tabulan los efectos de falla ponderados; W_T, para diferentes factores de mano de obra, condiciones de carga, resultados de falla y capacidad de resistencia.

Los Factores de seguridad de carga, son determinados a partir de asignar la importancia relativa (o "peso"; W_T) de las consideraciones dadas en Tabla I; donde el valor máximo total ponderado de todos los parámetros que afectan el comportamiento es igual a 1.0 . Es decir que para la peor combinación de condiciones que afectan el comportamiento estructural el FS =2.0 (3).

TABLA I

CONDICIONES QUE CONTROLAN LA SELECCION DE UN FACTOR DE SEGURIDAD

CONSIDERACIONES	VALORES DE Wi PARA CONDICIONES MAS DESFAVORABLES
1.- Resultados de falla: $1.0 < Wi < 4.0$	
Serio, ya sea humano o económico	4.0
Menos serio, únicamente exposición del material no dañable	1.0
2.- Mano de obra: $0.5 < Wi < 2.0$	
Colado en el lugar	2.0
Precolado"fabricado en planta"	0.5
3.- Condiciones de carga: $1.0 < Wi < 2.0$	
Alta, para claros simples y posibilidad de sobrecarga	2.0
Baja, para combinacines de carga viva y lateral	0.5
4.- Importancia del miembro en la estructura (las trabes pueden usar valores más bajos que las columnas)	0.5
5.- Aviso de falla	1.0
6.- Disminución de resistencia	0.5
	Total = $\sum Wi = 10$

El Factor de Seguridad contra falla es:

$$FS = \frac{Wi}{10} + 1 \tag{1.1}$$

en donde:

FS: Factor de Seguridad

Wi: Valor ponderado de seguridad según la tabla I

Se hacen las siguientes consideraciones (3):

1. El Factor de Seguridad es Factor último/Factor de trabajo
2. Los cálculos son realizados por el método de la carga última y el resultado tiene un error máximo de 15%, cuando el esfuerzo, la carga, las condiciones de soporte último y excentricidad son correctamente tomados.

3. Los cálculos están basados en valores límites del lado de la seguridad para todos los términos, como son:

a) los esfuerzos de los materiales estructurales.

b) las cargas basadas en cálculos estadísticos o en alguna otra forma de control de carga.

4. Los cálculos incluyen una tolerancia apropiada para los esfuerzos cuando estos necesiten permitir fatiga e incremento del área transversal para compensar el uso excesivo o la corrosión que pueda ocurrir durante la vida útil de la estructura.

5. Todos los cálculos deben considerar los valores últimos de excentricidad o el movimiento de soportes.

Notas de la Tabla I

Para definir las condiciones para los cuales los valores de la Tabla I son totalmente aplicables, tal que FS =2.00, las siguientes condiciones, desarrolladas para los seis puntos presentadas en la Tabla I, pueden ser tomadas en cuenta (3):

1. La falla podría tener serias consecuencias humanas y económicas
2. La mano de obra puede ser considerado buena, pero no esta libre de cometer errores ocasionales.
3. Es muy improbable pero no imposible que una sobrecarga mayor que los valores permisibles basados en el servicio puedan ocurrir, normalmente solo las cargas verticales son importantes, cuando las cargas son secundarias, como el viento, se hace una reducción en el "peso" Wt .
4. Puede hacerse una pequeña reducción en el factor en el caso de una viga, porque cada parte de la viga no es tan critica como en las columnas.
5. En muchas partes de la estructura bajo excesivas cargas, las fallas podrian ocurrir sin ser precedido de una deformación obvia o visible
6. El estándar de mantenimiento es considerado normal.

Este método supone una adecuada información de datos anteriores al comportamiento similar a un diseño en desarrollo. En muchas ocasiones estos datos, no se encuentran fácilmente disponibles para la determinación de los valores ponderados de seguridad; Wi, en la ec.1.1.

Por otra parte si los factores ponderados: Wi, son demasiados, es mucho más difícil codificar una determinación probabilista de los mismos.

Otro método con un número más pequeño de parámetros probabilísticos trata principalmente con cargas y resistencias. La aproximación para estructuras de concreto y acero es en general similar; tanto los métodos del Factor de diseño de Carga y Resistencia (LRFD) como el método del segundo momento de primer orden (F.O.S.M) proponen procedimientos generales de confiabilidad para la evaluación de la carga factorizada de diseño basada en la probabilidad (22).

Estas aproximaciones se basan principalmente en la carga, reducen el número de variables individuales que deben considerarse, tales como los que se nombran en la Tabla I.

1.3 CALCULO PROBABILISTA DE FACTORES DE SEGURIDAD

La confiabilidad de un sitema estructural expuesto a la acción de temblores es una medida de su nivel de seguridad. Su valor es igual a la probabilidad de que el sistema en cuestión sobreviva a la acción citada.

La condición de supervivencia consiste en que en ninguna zona de la estructura se alcance, durante el temblor o los temblores de interés, la formación de un mecanismo de colapso, para una estructura diseñada de acuerdo a un criterio dado, para un coeficiente sismico especificado y un conjunto de factores de seguridad (factor de carga y factor reductivos de resistencia) dados, la probabilidad de supervivencia (o su complemento, la probabilidad de falla) se puede estimar empleando métodos de

Monte Carlo, que permiten tomar en cuenta, en el marco formal de la teoría de las probabilidades, las incertidumbres que determinan la probabilidad citada.

Entre ellas se encuentran las asociadas con las características de los temblores a que se verá expuesta la construcción de interés, así como las correspondientes a las cargas verticales actuantes y a las propiedades mecánicas (rigideces, resistencias, capacidades de deformación) de los miembros estructurales.

El criterio general para estados limites se establece mediante la siguiente expresión (23):

$$F_c \sum S_d = F_R R_d$$

donde:

- S_d : Suma de efectos de las cargas de trabajo especificadas
- F_C : Factores de carga
- R_d : Resistencias nominales mínimas
- F_R : Factor de resistencia

Los factores de carga y los de resistencia tienen por propósito proveer un margen de Factor de Seguridad entre R_d y S_d, y de ésta manera tomar en cuenta la posibilidad eventual imprevisible pero posible de que las cargas reales puedan exceder el valor especificado y/o que la resistencia real sea menor que el valor especificado; lo anterior se ilustra mediante una gráfica, fig. 1.1 en la cual se ilustra gráficamente la posible relación que se puede presentar entre las solicitaciones y las resistencias, y la manera en que se clasifican la misma dentro de la confiabilidad estructural.

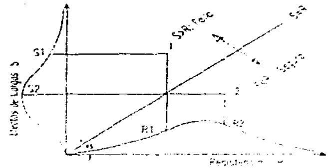


fig. 1.1 Funciones de distribución probabilista de resistencias (R) y solicitaciones (S)

Se grafica en el eje X de la fig.1.1, la distribución de una población de resistencias; R, de un grupo de estructuras similares y se compara con la distribución de las solicitaciones máximas; S, que se espera que ocurran durante la vida útil de la estructura graficadas verticalmente en la misma figura. Tanto la Resistencia como las Solicitaciones son expresadas de manera consistente, por ejemplo el momento flexionante.

La linea a 45° en la fig.1.1 corresponde a resistencias iguales a solicitaciones. Las combinaciones de R y S que quedan por encima de ésta linea corresponden a $S>R$, por consiguiente, falla; entonces las solicitaciones S_1 que actúan sobre la estructura cuya resistencia es R_1 provocaria la falla (punto 1 en la fig.1.1), mientras que la solicitación S_2 actuando sobre una estructura cuya resistencia es R_2 representa una combinación segura (punto 2 en la fig .1.1).

Para una distribución dada de solicitaciones(distribución Normal o Gaussiana, por ejemplo, fig.1.1), la probabilidad de falla puede disminuirse incrementando las resistencias o bién reduciendo la dispersión de las resistencias (23).

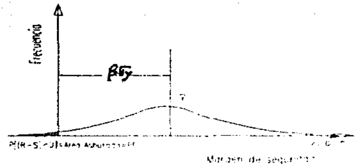


fig. 1.2 Función de distribución de Resistencias (R)

Se denomina como "factor de seguridad" a la función: $Y = R - S$ por definición, la falla ocurre si Y es negativa, la cual se vé en el área ashurada de la fig.1.2. La probabilidad de falla; P_F, es una situación en que la combinación de R y S arrojan un valor negativo de Y. Esta probabilidad de falla es igual a la relación entre el área ashurada y el area total bajo la curva de la fig.1.2. se puede expresar de la siguiente manera (23):

$$P_F = \text{probabilidad de que } (Y < 0)$$

La función Y tiene una media $\bar{Y}$ y una desviacion estándar σ_Y, de la fig.1.2 se puede ver que $\bar{Y} = 0 + \beta\sigma_Y$, de donde $\beta = \bar{Y}/\sigma_Y$. Si se lleva a la distribución hacia la derecha haciendo $\bar{Y}$ más grande, entonces incrementará el valor de β y el área ashurada, P_F, disminuirá. Por lo tanto P_F es una función de β, donde β se denomina "índice de confiabilidad".

Si Y sigue una distribución estadística estándar y $\bar{Y}$ y σ_Y son conocidos, la probabilidad de falla puede ser calculada ú obtenida de tablas de acuerdo al tipo de distribucion y al valor de β. Entonces si Y sigue una distribución normal y β es 3.5 entonces $\bar{Y} = 3.5\sigma_Y$ y de las tablas de distribución normal, la P_F es 1/9091 ó bien, $1.1 * 10^{-4}$; lo cual significa que aproximadamente 1 de cada 10,000 miembros estructurales diseñados sobre la base de una β igual a 3.5 fallará debido a cargas excesivas o a disminución de resistencia en alguna etapa de la vida útil de la estructura.

Para cualquier distribución dada mientras más grande sea β , menor será la probabilidad de exceder un estado límite. Conocida la curva de distribución se puede relacionar ésta probabilidad con el índice de confiabilidad; β , de manera directa.

Los valores apropiados de β y P_f son elegidos teniendo en mente las consecuencias de la falla. En la vida práctica del diseño, se toma β entre 3.0 y 3.5 para fallas dúctiles con consecuencias moderadas y entre 3.5 y 4.0 para fallas repentinas ó que tengan serias consecuencias de falla (23).

Como las resistencias y las solicitaciones son variables aleatorias independientes, se antoja tener una serie de factores para cuantificar la variación de las resistencias y otra serie de factores que cuantifiquen la variación de las solicitaciones, estos son conocidos como "factor de resistencia" ϕ_R (menor que 1) y factor de carga ϕ_c (mayor que 1) respectivamente (23).

De lo anterior se visualiza que tanto las cargas como las resistencias tienen un caracter aleatorio y siguen una distribución probabilística que se caracteriza por curvas en forma de campana, fig 1.1, con sus respectivos valores medios y desviaciones estándar .

1.4 CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL

Se entiende por confiabilidad de una estructura la probabilidad de que esta no sufra una falla (no llegue a un estado limite) y se pretende diseñar una estructura para que tenga una confiabilidad dada.

La confiabilidad queda definida por los valores relativos de las fuerzas actuante: S y las resistencias: R para el estado límite en estudio. La falla ocurre si $S>R$. Si se conoce las distribuciones de probabilidades de la fuerza actuante $f_{S(s)}$ y de la resistencia $f_{R(r)}$, la probabilidad de falla puede obtenerse a partir de la siguiente expresión:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty}(1 - F_S(r))f_R(r)dR \qquad (1.2)$$

debido a la gran dificultad para determinar las distribuciones de probabilidades completas de variables que son función de diversas variables aleatorias, el problema se simplifica notablemente si se recurre a un planteamiento de "segundos momentos" (29). Es necesario definir una variable que sea función de R y S y que mida la seguridad de la estructura, por ejemplo cualquiera de las siguientes variables:

$r = R - S$;	si r<0 hay falla	(1.3)
$n = R / S$;	si n<1 hay falla	(1.4)
υ =ln(R/S) ;	si υ <0 hay falla	(1.5)

Rosenblueth y Esteva ref.(30)explican diversas ventajas al emplear la última de las tres variables, cuyos momentos son:

$$m_{\upsilon} = \ln \frac{m_R}{m_S} \qquad (1.6)$$
$$C_{\upsilon}^2 = C_R^2 + C_S^2$$

La confiabilidad puede medirse a través de un valor al que se conoce como "índice de confiabilidad" y se denota por β (29) .

$$\beta = \frac{m_{\upsilon}}{\sigma_{\upsilon}} = \frac{\ln(m_R / m_S)}{\sqrt{C_R^2 + C_S^2}} \qquad (1.7)$$

ó presentado en otra forma :

$$\frac{m_R}{m_S} = e^{\beta\sqrt{C_R^2 + C_S^2}} \qquad (1.8)$$

Esta expresión indica que diseños que arrojen un mismo valor β tienen una confiabilidad semejante, ó bien, si se desea obtener un índice de confiabilidad dado, deberá proporcionarse el factor de seguridad, m_R/m_S, calculado a partir de (1.8). Se aclara que el procedimiento de segundos momentos sólo proporciona una estimación burda de confiabilidad, pero que permite tomar en cuenta en forma cuantitativa el efecto de los factores que en los enfoques tradicionales solo pueden considerarse intuitivamente

Procedimiento para obtener los factores parciales de seguridad.

Los procedimientos de diseño especificados por el reglamento de construcción del distrito federal presentan los criterios de diseño por resistencia (diseño plástico o a la ruptura), en los cuales se pide que se revise en forma independiente la seguridad de la estructura contra colapso y su comportamiento en condiciones de servicio.

El procedimiento para la revisión de seguridad se resume en la siguiente expresión.

$$F_c \sum S_d = F_R R_d \qquad (1.9)$$

es decir, que se debe revisar para cada combinación de carga que puede afectar la estructura; la suma de los efectos de todas las cargas tomadas con sus valores nominales multiplicada por el factor de carga, F_C, no exceda la resistencia nominal; R_d, multiplicada por el factor reductivo de resistencia, .

Las fuerzas internas se calculan a través de métodos reconocidos de análisis y sus valores de diseño, para la revisión de estados límites de falla, se obtienen multiplicando los valores obtenidos del análisis por factores de carga que toman en cuenta las incertidumbres en el análisis por factores de carga que toman en cuentalas incertidumbres en el análisis y en las cargas.

La resistencia de diseño (valor nominal multiplicado por un factor de reducción) se calcula con procedimientos que se especifican para cada material en las Normas Complementarias(5) a partir de los valores nominales de las propiedades.

No se pretende demostrar que los factores de seguridad darán lugar a diseños óptimos; únicamente se trata de probar que los diseños obtenidos para distintos casos son congruentes en cuanto a que proporcionan una confiabilidad semejante en situaciones que implican las mismas consecuencias de falla.

Con base en la deducción de los índices de confiabilidad implícitos en el reglamento actual y también en lo que hán obtenido otros autores acerca de la confiabilidad de otros reglamentos, se propone tomar para estructuras típicas y estados límite de falla dúctil un índice de confiabilidad β =3.9, aumentando a 4.5 para estructuras cuya falla tenga consecuencias excepcionalmente graves y para estados límite de falla frágil. Como la expresión :

$$\frac{m_R}{m_S} = e^{\beta\sqrt{c_R^2+c_S^2}} \qquad (1.10)$$

está en función de un solo factor de seguridad central, por lo tanto, será necesario replantearla de manera que se puedan deducir factores parciales para carga y resistencia. Por lo tanto se puede hacer la siguiente transformación aproximada:

$$\frac{m_R}{m_S} = e^{\alpha_1 \beta C_R} e^{\alpha_2 \beta C_S} \tag{1.11}$$

donde : α_1 y α_2 son factores de linearización cuyos valores dependerán de los valores relativos de C_R y C_S. Para los casos más usuales en que C_S es mayor que C_R, el coeficiente α_2 puede considerarse igual a 0.8 Así es posible separar un término en función de los parámetros de la resistencia de otro en función únicamente de los parámetros de las cargas.

$$m_s e^{\alpha_2 \beta C_s} = m_R e^{-\alpha_1 \beta C_R}$$

El primer término de esta expresión puede igualarse al primer término de la ecuación de diseño , obteniendo la siguiente expresión:

$$F_c S_d = m_S e^{\alpha_2 \beta C_S} \tag{1.12}$$

A partir de la cual puede deducirse el factor de carga.

Para la obtención del factor de resistencia no es necesario recurrir a la aproximación de la transformación lineal, sino emplear directamente la ec.(1.8) una vez conocido el factor de carga.

Factor de carga

A partir de la ec. 1.12:

$$F_c = \frac{m_S}{S_d} e^{0.8\beta C_S} \tag{1.13}$$

Los valores de m_S/S_d y de C_S para la combinación de carga viva y de carga muerta, se han obtenido para distintos valores de las dos cargas ref.(29; fig.6). El factor de carga que en la ec. 1.13 corresponde β =3.9 y β =4.5 se muestra gráficamente en la ref.(29; fig.8).

Factores de resistencia

Para la derivación de los factores de resistencia, previa obtención de los factores de carga, se despeja F_R de la ec.1.9 :

$$F_R = F_c \frac{m_R S_d}{m_S R_d} e^{-\beta\sqrt{C_R^2 + C_S^2}} \tag{1.17}$$

Para poder aplicar esta ecuación se debe conocer los parámetros de las cargas y que dependen de la relación carga viva a carga muerta. Se puede tomar un valor representativo de estos parámetros como r=0.6 obteniéndose así

$$F_r = 1.4 * 1.33 \frac{m_R}{R_d} e^{-\beta\sqrt{0.04 + C_R^2}} \tag{1.18}$$

A travéz de medios analíticos o experimentales, pueden determinarse los parámetros de resistencia y definir un valor nominal ref. (29) que cumpla con la condición:

$$R_d = \frac{m_R}{1 + 2..5C_R} \tag{1.19}$$

sustituyendo esta condición en la ecuación puede calcularse el valor del factor reductivo para distintos valores de C_H ref. (29, fig.9).

Para justificar los factores de carga y resistencia propuetos, estos se comparan con los que se deducen a partir de un planteamiento probabilista aproximado del diseño estructural. El planteamiento se basa en describir las variables que intervienen en el diseño por medio de estos dos parámetros, uno que mide el valor medio de la variable y otro que da una medida de variabilidad. A través de relaciones aproximadas entre las variables se determina el factor de segundad de la estructura y un índice de su probabilidad de falla.

Este planteamiento tiene ciertos defectos, ya que no permite tomar en cuenta toda la información de la que se puede disponer acerca de la distribución de probabilidades de las vanables y no incluye aproximaciones que puedan llevar a errores significativos en la determinación de la confiabilidad. Sin embargo, se considera que es el único procedimiento relativamente simple que se ha desarrollado hasta la fecha para poder juzgar la confiabilidad de estructuras para casos generales.

En el futuro el desarrollo de los procedimientos probabilistas, permitirá llegar a formulaciones que, sin perder sencillez , den lugar a un diseño más racional.

CAPITULO II

La determinación realista de la respuesta de una estructura de concreto reforzado requiere del conocimiento del comportamiento de los materiales que la componen; concreto y acero, y de la habilidad para incorporar estas características de los materiales dentro de un análisis racional de las estructuras.

Dentro del diseño y con la finalidad de conocer la resistencia a flexión y la deformación de miembros de concreto reforzado, es necesario desarrollar un modelo de comportamiento idealizado de la relación esfuerzo-deformación de los materiales (ésto con la finalidad de simplificar cálculos). Dentro de la literatura existen muchos modelos desarrollados y propuestos, varios de los cuales son usualmente empleados. El modelo propuesto por Hognestad (1952) es un modelo sencillo y consta de una parábola y una línea recta

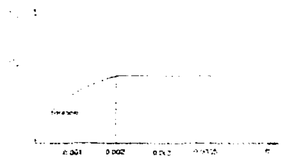


Fig. 2.1 Modelo esfuerzo deformación propuesto por Hognestad

2.1 RELACION ESFUERZO-DEFORMACIÓN PARA EL CONCRETO

La resistencia a compresión del concreto se obtiene de cilindros con una relación de altura a diámetro igual a dos. Las resistencias se determinan a los 28 días de edad del concreto o a la edad en la que el concreto vaya a recibir la carga de servicio. La fig.2.2 presenta curvas típicas esfuerzo-deformación obtenidas de cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial en una prueba realizada durante varios minutos (8). Las curvas son aproximadamente rectas hasta el 40% de la carga máxima (9). La carga máxima se alcanza con una deformación unitaria del orden de 0.002 pero a deformaciones más elevadas todavia se trasmiten esfuerzos aunque, se hacen visibles en el concreto la presencia de grietas paralelas a la dirección de la carga (9).

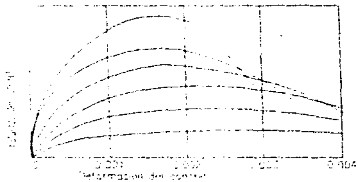


Fig.(2.2) Curvas típicas esfuerzo-deformación del concreto

Las cargas repetidas a compresión de elevada intensidad producen un efecto de histéresis muy pronunciado, en las curvas esfuerzos-deformación, segun se vió en investigaciones realizadas por Karsan y Jirsa, ref.(8), la curva envolvente es casi idéntica a la curva obtenida de una sola aplicación continua de carga.

La reducción en la resistencia debido a la carga a largo plazo esta parcialmente compensada por la propiedad del concreto de alcanzar una resistencia mayor a mayores edades.

La relación esfuerzo-deformación del concreto es función del tiempo. La magnitud de deformación del concreto depende de la composición del concreto, el medio ambiente y la historia esfuerzo-tiempo.

En este trabajo se adopta el modelo idealizado para la relación esfuerzo-deformación del concreto propuesto por L.L.Baker. En este modelo para concreto confinado con aros rectangulares, Baker (8) recomienda una parábola hasta el esfuerzo máximo, que depende del gradiente de deformación a través de la sección, y luego una rama horizontal hasta una deformación del gradiente de deformación y de la cuantía de acero transversal, como se muestra en la fig.2.3.

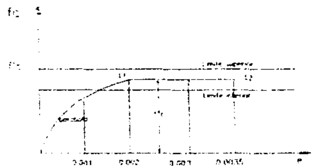


fig. 2.3 Curva esfuerzo-deformación para el concreto propuesta por Baker

Por otra parte existe otro modelo que combina muchas de las características de las curvas propuestas por otros investigadores, en base a la evidencia experimental existente, conocido como el modelo de Kent y Park modificado, el cual considera la resistencia a comprensión (f´c) en función del confinamiento que provee el refuerzo transversal bajo ciertas condiciones . Así la capacidad de deformación del concreto confinado puede llegar a ser del orden de 10 a 15 veces (a veces mayor) la del concreto no confinado, esto depende del porcentaje de refuerzo transversal y de las propiedades de los materiales, acero y concreto

El modelo considera la relación esfuerzo-deformación del concreto dividida principalmente en dos zonas fig 2.4 (8) y tiene un parámetro importante denominado " K ", el cual toma en cuenta la sobreresistencia que presenta el concreto debido al confinamiento y se obtiene con:

$$K = 1 + \frac{\rho_s * f_{yh}}{f'c}$$

donde: $\rho_s = \dfrac{Volumen.de.acero.de.refuerzo.transversal}{Volumen.de.concreto.medido.hasta.el.perímetro.exterior.de.los.estribos}$

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia de los estribos.

$f'c$: Resistencia del cilindro de concreto a compresión

En la fig. 2.4 el segmento AB para ε_c<0.002*K queda definido por:

$$fc = K * f'c\left[\frac{2 * \varepsilon_c}{0.002 * K} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.002 * K}\right)^2\right]$$

El segmento BC para ε_c>0.002*K se obtiene con:

$$f'c = K * f'c[1 - Z(Ec - 0.002 * K)] \geq 0.2 * K * f'c$$

En donde Z es la pendiente de la rama descendente de la curva para el concreto confinado, dada por:

$$Z = \frac{0.5}{\dfrac{3 + 0.3 * f'c}{14.23 * f'c - 1000} + \dfrac{3}{4}\rho_s\sqrt{\dfrac{b''}{s_h}} - 0.002 * K}$$

donde: b'': Ancho del núcleo de concreto confinado medido hasta el exterior del refuerzo transversal.

S_h: Separación centro a centro de los estribos

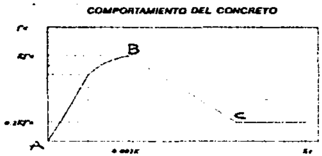


fig. 2.4 Curva esfuerzo-deformación idealizada para el concreto, modelo Kent -Park modificado

El módulo de elasticidad es función principalmente de la resistencia del concreto y de su peso volumétrico. El módulo de elasticidad se puede tomar igual a $15100\sqrt{f'c}$ para concretos de peso normal (Commite ACI 318, 1989), en este trabajo se adopta la relación propuesta por la ref.(9) para concretos clase 1; es decir : $Ec = 14000\sqrt{f'c}$ donde $f'c$ es la resistencia del concreto en kg/cm^2.

El esfuerzo máximo alcanzado a compresión en el concreto de un miembro a flexión; $f'c$, puede diferir de la resistencia; $f'c$, del cilindro, debido a la diferencia que existe entre la forma y el tamaño del especimen comprimido.

En la realidad el concreto no solo se esfuerza en una sola dirección sino en varias, pero en algunos casos se justifica una condición de esfuerzo uniaxial.

2.2 RELACION ESFUERZO-DEFORMACION PARA EL ACERO

En este trabajo se considera la curva esfuerzo-deformación del acero completa que aparece en la ref.( ) y que se reproduce en la fig. 2.5

Básicamente se distinguen tres regiones:

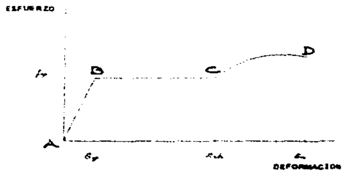


fig.2.5 Curva esfuerzo deformación idealizada, del acero

Segmento AB válido para el intervalo de comportamiento elástica $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ se define al esfuerzo a tensión (f_s) por:

$$f_s = \varepsilon_s E_s$$

Segmento BC válido para el intervalo $\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{sh}$ definido por:

$$f_s = f_y$$

Segmento CD válido para el intervalo $\varepsilon_{sh} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{su}$ definido por:

$$f_s = f_y\left[\frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2}\right]$$

donde:

$$m = \frac{(f_{su}/f_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2}$$

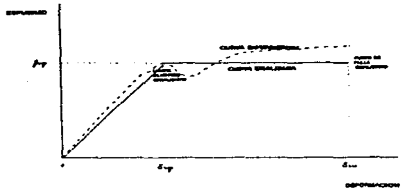
$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}$$

El módulo de elasticidad E_s ės aproximadamente 2.000,000kg/cm^2 ,f_{su}=7600kg/cm^2 ε_{sh}=0.01 y ε_{su}=0.13 .

Estas curvas presentan una porción inicial elástica lineal, una plataforma de cedencia o fluencia, una región de endurecimiento por deformación y finalmente una región donde ocurre la ruptura. Una propiedad importante para el acero de refuerzo es el punto de fluencia y por lo general la resistencia a fluencia real es algo mayor que el valor especificado.

Generalmente la curva se idealiza como dos lineas rectas, ignorando la resistencia superior de fluencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación, fig.2.6 Comunmente se supone que el comportamiento esfuerzo-deformación para el acero en tensión y compresión Es idéntico.

En muchas ocasiones por simplicidad se idealiza la curva esfuerzo-deformación del acero formada por dos lineas como se muestra en la fig.2.6. Estas dos lineas están regidas por las dos primeras ecuaciones expresadas para el anterior modelo (fig. 2.5), la única diferencia radica en que se desprecia el tramo CD.



CURVA ESFUERZO DEFORMACION DEL ACERO

fig.2.6 Curva esfuezo-deformación idealizada por dos lineas

En este trabajo se utilizará el modelo propuesto en la fig.2.6 (3).

COMPORTAMIENTO BAJO ESFUERZOS ALTERNADOS

Llamado "efecto de Bauschinger" ref.(8) debe ser considerado cuando el acero puede estar sujeto a plasticidad alternada debido a cargas repetitivas como es el caso de un sismo, aqui la curva esfuerzo-deformacion bajo cargas alternadas deja de ser lineal a un esfuerzo mucho mas bajo que la resistencia inicial de fluencia fig.5.6a, este comportamiento esta directamente afectado por la historia previa de deformación, el tiempo y la temperatura. La idealización frecuentemente usada rama elastico-rama perfectamente plástica, para las cargas alternadas es solamente una aproximación fig.5.6b (8).

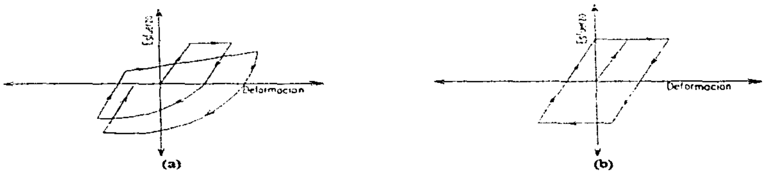


Fig. 2.7 Efecto Bauschinger para el acero bajo cargas alternadas, real (a) y idealización (b)

CAPITULO III

3.1 DIFERENCIA ENTRE ESTRUCTURAS DE ACERO Y CONCRETO REFORZADO

El diseñador de estructuras de acero por lo general no se preocupa de las rotaciones en las articulaciones plásticas en el instante del colapso inminente. En el colapso, una estructura estáticamente indeterminada llega a ser un mecanismo con al menos un grado de libertad, la carga límite es estáticamente determinada y por lo tanto fácilmente calculada

Las estructuras de concreto reforzado se comportan de manera diferente. En las regiones sujetas a momento flexionante suficientemente grande, el concreto fluye plásticamente en compresión y el acero de refuerzo fluye en tensión. Estas estrechas regiones pueden ser consideradas como articulaciones plásticas.

En la fractura, la deformación en compresión del concreto en las fibras de una viga flexionada varían de 0.3 a 0.5 %, debido a que este valor es muy pequeño, el límite de la capacidad de rotación de una articulación plástica generalmente determina la carga de falla del miembro.

El esfuerzo último de estructuras de concreto reforzado, es alcanzado tan pronto como se obtiene el momento de fractura en una sección transversal simple. En esta etápa el momento en las otras articulaciones son usualmente más pequeñas que el momento de fractura de su respectiva sección transversal.

En esencia la redistribución de momentos flexionantes depende de la capacidad de rotación de las articulaciones plásticas . Una redistribución completa resultante en un mecanismo de colapso es a menudo imposible por la limitación de la capacidad rotacional.

3.2 ARTICULACION PLASTICA

Una de las razones por la cual las estructuras soportan la carga última calculada es que en ciertas seccións criticas del miembro se forman las llamadas "articulaciones plásticas" o "nudos plásticos".

Una articulación plástica, es una zona de fluencia debida a flexión de un miembro estructural. Aunque su longitud depende de la geometría y la carga; en la mayor parte de los casos, se supone que toda la rotación plástica ocurre en un punto. La longitud de la articulación plástica; l_p, es la longitud de la viga sobre la cual el momento es mayor que el momento de fluencia mayor M_y.

Para el enfoque matemático es conveniente aceptar la localización y formación del nudo en un punto; pero en marcos reales, ya sea de acero ó concreto reforzado, un nudo plástico se extiende a lo largo de cierta longitud de la superficie inferior o superior de la trabe ó en alguna de las caras de la columna; esta longitud normalmente es del orden del peralte del miembro en cuestión.

La manera en que el nudo o articulación se lleva a cabo es la siguiente:

Cuando el momento M, aplicado a determinada sección crece más allá de M_y, la amplitud de la zona central disminuye, tendiendo el peralte; h, hacia cero, y por consiguiente la inercia; I. Si M se acerca al valor de M_p entonces la curvatura de esta barra tiende a infinito

El comportamiento de una sección completamente plastificada es análogo al de una articulación real, con la diferencia que mientras en ésta el momento es constantemente nulo, en la articulación plástica se mantiene igual a M_p y puede admitir rotaciones ilimitadas bajo momento constante.

Para elemplificar la formación de la articulación plástica se toma una viga simplemente apoyada con una una carga concentrada P, actuando al centro del claro. Las regiones donde la viga se ha vuelto plástica se muestra en la fig. 3.1a. La teoría desprecia los efectos de fuerzas cortantes, pero estos efectos son pequeños (ref. 18). El diagrama de momento flexionante es de forma triangular con un momento flexionante máximo; M_{max}, igual a $PL/4$ (fig.3.1b). Si el momento máximo es mayor que M_Y, pero menor que M_P, en la parte central de la viga existirá una región de flujo plástico controlado. La variación de la curvatura se muestra en la fig 3.1c (18).

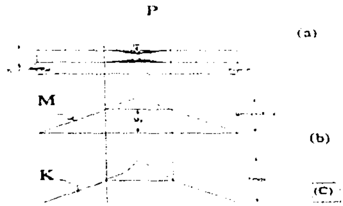


Fig.3.1 Viga parcialmente plástica a)zona plástica, b)momentos flexionantes, c)curvatura

A medida que se incrementa la carga y el momento flexionante se aproxima al momento plástico M_P, las regiones de plasticidad se extienden desde las orillas hacia el centro de la viga. Finalmente cuando M_{max} es igual a M_P, la sección transversal en la viga está completamente plástica fig.3.2. La curvatura en el centro de la viga tiende a infinito y tiene lugar un flujo plástico incontrolado. En ese instante se agota la resistencia de la viga, y queda automaticamente convertida en un mecanismo (18).

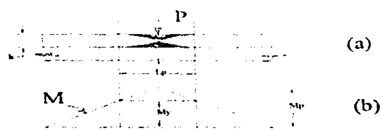


Fig.3.2 Articulación plastica totalmente formada

Todo lo explicado es válido siempre y cuando no se presente ningún fenómeno que ocasione una falla prematura, como puede ser el caso de pandéo general, pandéo local, pandéo lateral, o que la sección no cuente con la ductilidad adecuada.

Por otro lado los giros se conservan dentro de los límites impuestos por el resto de la viga, que se mantiene en estado elástico.

La curva Momento-Curvatura es característica de la articulación plástica y dos hechos son importantes (24):

a) En la curva Momento-Curvatura después de que se alcanza el límite elástico, la curva se aproxima rápidamente a la línea horizontal que corresponde al momento plástico.
b) Existe un incremento indefinido de la curvatura a momento constante.

Existe una distribución de la articulación plástica a lo largo de la longitud plástica del miembro, la cual depende del tipo de carga que se este aplicando y del factor de forma de la sección.

Mecanismo

Cuando las porciones de los miembros adyacentes a la articulación se pueden mover sin incremento de carga, se dice que el sistema es un "mecanismo" (24).

Existen ciertos principios que ayudan a entender el análisis plástico y son:

1) Una articulacion plástica es una zona de fluencia debido a flexión de un miembro estructural.
2) Las articulaciones plásticas actuan y se forman en puntos de momento máximo.
3) El factor de forma es una fuente de resistencia de reserva arriba del límite elástico.

3.3 LONGITUD PLASTICA

Los investigadores han propuesto distintas expresiones empiricas para la longitud equivalente de la articulación plástica: l_p, (ver fig.3.2) y la deformación máxima del concreto ε_c en la curvatura última.

Se presenta a continuación dos propuestas para calcular la longitud plástica , la primera por tratarse del autor en estudio y la segunda por la facilidad al obtenerlo.

Baker propone lo siguiente (8):

(a) Para miembros con concreto confinado

$$l_p = k_1 k_2 k_3 \left(\frac{z}{d}\right)^{1/4} d \qquad \text{..........................(3.1)}$$

Donde:

k_1: Parámetro que depende del tipo de acero

$$k_1 = \begin{cases} 0.7.......acero.suave \\ 0.9.......acero.rolado.en.frio \end{cases}$$

k_2: Parámetro que indica la influencia de la carga axial; e igual a $(1 + 0.5 * P_u / P_o)$,donde P_u es la carga axial ultima del miembro y Po resistencia del miembro sometido a carga axial sin momento flexionante.

k_3: Parámetro que depende de la resistencia del concreto basado en resultados de pruebas experimentales (3) y se recomienda los siguientes valores razonablemente seguros :

$$k_3 = \begin{cases} 0.6\ldots\text{cuando}..f'c = 420\,kg/cm^2 \\ 0.9\ldots\text{cuando}..f'c = 140\,kg/cm^2 \end{cases}$$

suponiendo:

f'c= 0.85*(resistencia del cilindro de concreto).

Z = Distancia de la sección crítica al punto de inflexión.

d = Peralte efectivo del miembro.

Baker a indicado que para el intérvalo de las relaciones l/d y z/d normalmente encontradas en la práctica , l_p toma valores entre $0.4d$ y $2.4d$.

(b) Para miembros confinados por acero transversal

En trabajos recientes reportados por Baker (ref.19) se propone una expresión para θ_p que implica que para los miembros en tensión en parte de la sección.

$$l_p = 0.8k_1k_3\left(\frac{z}{d}\right)c \quad \text{...(3.2)}$$

En donde C es la profundidad del eje neutro en el momento último y los otros tienen el mismo significado anterior.

Para la deformación plástica propone lo siguiente:

$$\varepsilon_c = 0.0015\left[1 + 150\rho_s + (0.7 - 10\rho_s)\frac{d}{c}\right] \leq 0.0 \quad \text{.......................................(3.3)}$$

Cuando se empléen los valores anteriores, Baker recomienda que se utilice un bloque de esfuerzos de concreto dado por la curva esfuerzo-deformación de la fig.2.3(Capitulo II) en que L2 es el valor límite de la deformación dado por 0.0035 para concreto confinado ó por la ec.(3.3) para concreto confinado.

Los resultados de las pruebas para θ_p muestran una dispersión considerable debida principalmente a la variación de las deformación del concreto en la curvatura última. Baker afirma que el valor de θ_p dado por las ecuaciones anteriores proporciona una predicción razonablemente segura de la rotación plástica disponible, debido a que se han utilizado valores límites seguros.

Por otra parte al estudiar las publicaciones de Corley y Mattock (ref.10 y 8) se encuentran dos formas simples para hallar razonablemente la longitud plástica l_p y la deformación plástica ε_c y son:

$$l_p = 0.5d + 0.05z \qquad \text{.......................................(3.4)}$$

$$\varepsilon_c = 0.003 + 0.02\frac{b}{z} + 0.2\,\rho_s \qquad \text{..............................(3.5)}$$

Donde:

- d: Peralte efectivo del miembro en cuestión
- z: Distancia desde la sección critica al punto de inflexión
- b: Ancho de la sección
- ρ_s: Relación del volumen del acero de confinamiento (incluyéndose el acero en compresión) al volumen de concreto.

3.4 REDISTRIBUCION DE MOMENTOS

Aparte del modesto incremento de carga que se obtiene de la formación de una articulación plástica, otro factor que contribuye a la resistencia de la estructura hiperestática, cargada arriba del límite elástico, es la " denominada redistribución de momentos" (14).

La importancia radica no en como se redistribuyen los momentos sino que solamente debe reconocerse que efectivamente se redistribuyen, por otro lado ya no es aplicable la condición de continuidad (14).

La redistribución de momentos puede tener una influencia marcada en la carga máxima de una estructura estáticamente indeterminada . En particular en las estructuras de concreto reforzado, la ductilidad (incursión en el rango inelástico; relación de la deformación última a la deformación a la primera cedencia)en las primeras articulaciones que se forman pueden ser insuficientes para permitir la redistribución completa del momento máximo en cada sección critica. Por lo tanto si se quiere confiar que la redistribución de momentos se lleve acabo lo mejor posible, se debe asegurar la disponibilidad de suficiente ductilidad en las articulaciones plásticas (14).

3.5 RELACION MOMENTO-CURVATURA

Limitaciones

En el análisis plástico estructural se supone la formación casi simultánea de articulaciones plásticas concentradas y está basado en una relación idealizada muy simple fig.3.3 entre el momento M aplicado a un miembro que trabaja a flexión y la curvatura resultante. ϕ (25) :

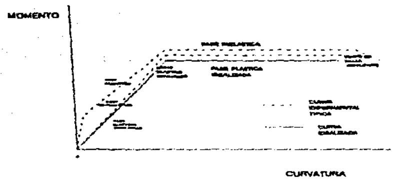
para: $\phi < M < M_y$

para: $M = M_p$

La teoría elástica, basada en la relación simplificada $M = EI$ tiene muchas limitaciones bien conocidas, y es de esperarse que la teoría plástica las tenga también, aunque en general sean diferentes, a causa de la excesiva simplificación de estas relaciones.

La verdadera relación Momento-Curvatura es muy compleja, porque esta ultima depende no sólo del momento sino de muchas otras variables, tales como la histónia de cargas anteriores, las fuerzas axiales y cortantes, razon de aplicación de la carga, tiempo y aún temperatura, entre otros; cualquiera de las cuales puede hacer cambiar frecuentemente dicha relación en determinada sección de la estructura

Obviamente, en los casos especiales en que estos factores sean constantes o despreciables, la relación Momento-Curvatura es constante en cualquier sección y en general se puede tener una forma similar a la mostrada en la fig.3.3.



GRAFICA MOMENTO-CURVATURA IDEALIZADA

Fig. 3.3 Curva momento -curvatura

A continuación se ennumeran factóres que hacen que esta relación sea diferente a la relación ideal supuesta por la teoria plástica (25).

1. Las curvaturas elásticas son apreciables, deben incluirse en el análisis del comportamiento real puesto que son la causa básica de que la formación de las articulaciones o regiones plásticas no sea simultánea, formándose generalmente la primera con una carga considerablemente más baja que la carga de falla.
2. $ds/d\varepsilon$ debe tener valores finitos para todos los materiales reales antes de la falla. De lo anterior resulta que $\partial M/\partial \phi$ debe ser una función continua antes de la falla, haciendo imposible cualquier ángulo como la fig 3.3.a.
3. El endurecimiento por deformación del acero, ya sea en estructuras de acero o concreto reforzado tiende a hacer $\partial M/\partial \phi$ positiva en la zona post-elástica y a producir un valor máximo de M apreciablemente más grande que M_y.
4. Cualquier tipo de inestabilidad o pandéo tiende a reducir el valor post-elástico de $\partial M/\partial \phi$ y a producir valores mas bajos que M_y naturalmente este efecto es más notable en estructuras de acero.

5. Cualquier tipo de fractura tiende a limitar el valor máximo que puede alcanzar θ. la fractura es siempre importante en miembros de concreto, y la falla frágil del acero, en caso de que ocurra, es obviamente importante.

Otra limitación de esta simple relación Momento-Curvatura según la teoría plástica consiste en que no da un valor explícito de θ para cualquier valor de M. Por lo tanto, es imposible calcular deflexiones usando ésta relación.

Como se sabe el cálculo de las deflexiones es importante básicamente por dos motivos. a menudo el ingeniero debe limitar la deflexión de una estructura sin tener en cuenta que su resistencia y las deflexiones causan un cambio en la forma de la estructura que puede afectar apreciablemente las relaciones geométricas utilizadas al analizarla. Por lo tanto para obtener las deflexiones se debe usar una relación $M - \phi$ que no sea $M - \phi$ plástica y para lograr una precisión completa se debe usar además relaciones de fuerza axial-deformación axial, fuerza cortante y deformación por cortante.

En general todas estas limitaciones tienden a hacer que la carga bajo la cual ocurre la falla estructural real, sea más alta o más baja que la carga de falla rigido- plastica.

En el rango plástico la relación Momento-Curvatura y la magnitud del momento máximo, se obtienen siguiendo los mismos procedimientos que en el analisis elástico, es decir, considerando la estructura deformada y obteniendo el momento y la curvatura correspondientes para ese estádo de deformación.

Para obtener la relación Momento-Curvatura para una determinada sección, se tiene que medir las deformaciones en la sección crítica de la viga de concreto reforzado en cuestión , en una corta longitud calibrada conforme se aumenta el momento flexionante hasta la falla, se puede calcular la curvatura.

La ecuacion clásica de la elástica: $EI = M/\phi$ proporciona la relación entre momento (M) y curvatura (ϕ).

Al aumentar el momento, el agrietamiento del concreto reduce la rigidez a flexión de las secciónes, esta reducción es mayor para las secciónes subreforzadas que para las sobrereforzadas.

El comportamiento de la sección despues del agrietamiento depende principalmente del porcentaje de acero, es asi que las secciónes subreforzadas producen una curva Momento-Curvatura lineal hasta el punto de fluencia del acero, posteriormente ocurre un aumento grande de la curvatura a momento constante.

En las secciónes sobrereforzadas, la curva Momento-Curvatura deja de ser lineal cuando el concreto entra en la parte inelastica de la relación esfuerzo-deformación, por lo cual la falla será frágil, a menos que se confine el concreto con estribos cerrados con escasa separación entre ellos. En la práctica para asegurar el comportamiento dúctil de la sección siempre se utilizan porcentajes de acero inferiores al valor correspondiente de porcentaje balanceado.

La relación Momento-Curvatura para una viga reforzada, en que cede el acero a tensión, se puede idealizar por una relación compuesta por tres lineas, la primera es al agrietamiento, la segunda a la fluencia del acero y la tercera al límite de deformación útil del concreto, aunque para mayor facilidad también se la idealiza con dos lineas

Se vió que una vez que se desarrollan las grietas, lo cual sucede en la mayoria de las vigas, bajo cargas de servicio, la relación momento-curvatura es casi lineal desde la carga cero hasta el inicio de fluencia, en consecuencia, las curvas bilineales son buenas aproximaciones para vigas inicialmente agrietadas, que se tomará en este trabajo.

En el caso de deformaciones con miembros con cargas cíclicas, casi todos los datos relativos al comportamiento inelástico de los miembros de concreto reforzado se han obtenido del trabajo teórico o de pruebas que se han aplicado cargas monotónicamente hasta que se alcanza la carga máxima. Casi todas las teorías se basan en un perfil supuesto de deformación lineal sobre el peralte de la sección y curvas Esfuerzo-Deformación idealizadas para el concreto y el acero. Generalmente el ciclo Momento-Curvatura corresponden a un rango de deformaciones en la fibra extrema del miembro.

CAPITULO IV

4.1 CALCULO DE CAPACIDAD ROTACIONAL PERMISIBLE

Se explica el concepto de articulación plastica por tensión y por compresión y el incremento en la capacidad rotacional en estructuras de concreto reforzado .

Se definen como rotación al cambio total de pendiente a lo largo de una pequeña longitud plástica de un miembro ó al ángulo de discontinuidad entre las partes elásticas de los miembros a cada lado de los nudos.

La longitud considerada de un miembro a lo largo de la cual ocurre un comportamiento inelástico con curvatura constante, de tal manera que el cambio de pendiente es igual al cambio instantaneo de pendiente debido al comportamiento inelástico, es definido como una longitud plastica l_p equivalente.

La capacidad rotacional de un miembro de concreto es la rotacion angular que el miembro puede resistir bajo el momento plástico sin que ocurra una falla de pandéo local en el nudo plástico. La capacidad rotacional de un miembro dado depende del comportamiento inelástico del material usado, ya sea de concreto o acero, de la cantidad de refuerzo longitudinal, la cantidad y espaciamiento del refuerzo transversal y de la carga axial.

Baker deduce y recomienda ecuaciones empíricas para calcular la rotación permisible θ_p. En una estructura idealizada, la rotación de los nudos ocurre solo en la fase plástica y por lo tanto θ_p es la rotación total última menos la rotación elástica a lo largo de la longitud plástica o longitud de fluéncia.

Despues de realizar una amplia investigación experimental de miembros de concreto reforzado Baker y Amarokone (1964) ref.(19) mostraron que la capacidad rotacional θ_p está sujeta a grandes fluctuaciones aún cuando los miembros son probados bajo condiciones muy similares; es por esto que en el cálculo de las rotaciones plásticas, solo puede ser posible usar valores aproximados de θ_p, que puedan ser considerados como seguros comparandolos con los resultados experimentales. Baker y Amarokone(1964) proponen ref.(19) un conjunto de curvas para el cálculo de la capacidad rotacional de los miembros de concreto reforzado.

Por conveniencia en el cálculo de la rotación total de un nudo puede aceptarse que está concentrado en la sección critica.

Los nudos plásticos son clasificados en dos (3), por tensión y por comprexión.

Los nudos por tensión son aquellos en los cuales la sección está sujeta a deformaciónes en tensión y en compresión, el eje neutro permanece dentro de la sección. La rotación del nudo plástico en tensión es debido a la fluencia en el acero acompañado por un ascenso del eje neutro

Los nudos por compresión son aquellos que estan sujetos solo a deformaciones de compresión por lo tanto el eje neutro se encuentra fuera de la sección.

4.2 NUDOS POR TENSION

La capacidad de rotación depende de la capacidad de deformación última del concreto, la longitud a lo largo de la cual fluye o se plastifica y la posición del eje neutro en el momento de la falla. En la fig 4.1.c se muestra un nudo de tensión típico en la sección de apoyo de una viga continua y la fig.4.1.d muestra una distribución típica de esfuerzos y deformaciones en la sección. La posición del eje neutro cuando el acero empieza a fluir está en "a" (fig 4.1.c) y ascenderá a la posición "b" en el momento de la falla para un incremento de la deformación del concreto entre la fluencia del acero y la ruptura del concreto (ε_p) la posición del eje neutro es "c".

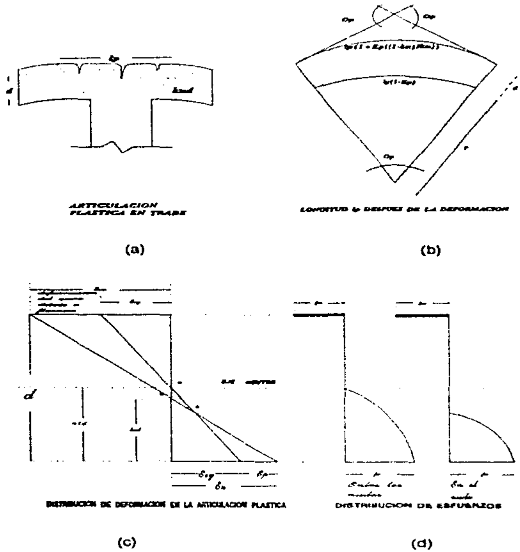


fig. 4.1 Nudo plástico y deformación de la sección

Las rotaciones son inversamente proporcionales a la profundidad del eje neutro. Baker sugiere el valor de $k_u d$ como la profundidad del eje neutro para el cambio de deformación.

Entonces de la fig 4.1.c tenemos:

$$\frac{\varepsilon_p}{k_u d} = \frac{incremento.de.deformación.en.el.acero.debido.a.la.fluencia}{d - k_u d}$$

Por lo tanto el incremento en la deformación del acero debido a fluencia es:

$$\varepsilon_p \frac{d - k_u d}{k_u d} = \varepsilon_p \frac{1 - k_u}{k_u}$$

Si l_p es la longitud plástica del miembro a lo largo del cual ocurre la fluencia, sobre el lado en compresión l_p será acortado debido a la fluéncia y será igual a $(l_p - \varepsilon_p l_p)$. Pero en el lado en tensión l_p será alargado y será igual a $l_p + l_p \varepsilon_p (1 - k_u) / ku$

De la fig 4.1.b

$$\theta_p r = l_p(1 - \varepsilon_p)$$
$$\theta_p (d + r) = l_p\left(1 + \varepsilon_p \frac{1 - k_u}{k_u}\right)$$

Operando y sustituyendo terminos:

$$\theta_p d = l_p\left(1 + \varepsilon_p \frac{1 - k_u}{k_u}\right) - l_p(1 - \varepsilon_p)$$

$$\theta_p d = l_p + \frac{l_p \varepsilon_p}{k_u} - l_p \varepsilon_p - l_p + l_p \varepsilon_p$$

$$\theta_p d = \frac{l_p \varepsilon_p}{k_u}$$

$$\theta_p = \frac{\varepsilon_p l_p}{k_u d} \qquad (4.1)$$

Donde :

θ_p: Rotación permisible sobre un lado de la sección crítica.

k_U : Proporción de la profundidad del eje neutro en el momento de la falla con respecto a la profundidad efectiva.

l_p : Longitud plástica o de fluéncia a lo largo de la cual ocurren rotaciones plásticas con curvatura constante

ε_U: Deformación ultima del concreto

ε_{CU}: Deformación en la fibra extrema del concreto al inicio de fluéncia del acero

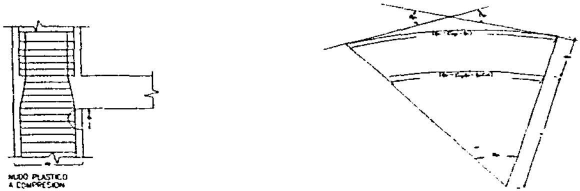
ε_p : Incremento de la deformación del concreto en el borde en compresión el cual ocurre bajo incrementos de carga entre la fluéncia del acero y ruptura del concreto.

r : Radio de curvatura del borde en compresión.

El valor de $k_u d$ puede ser determinado de la condición de que $C_U = T_U$ en la falla. La ec.4.1 es también aplicable a miembros sujetos a flexocompresión en los cuales se desarrolla la tensión de tal manera que el eje neutro se encuentra dentro de la sección. En este caso el acero puede que no fluya pero el concreto en el lado en compresión puede fluir.

4.3 NUDOS EN COMPRESIÓN

En la fig 4.2 se muestra un nudo típico en compresión sin esfuerzos en tensión en la sección de una unión viga-columna de un marco



(a) (b)

fig.4.2 Nudo típico en compresión

En éste caso la longitud plástica; l_p, es acortada en ambos lados debido a la fluencia.

l_p sobre el lado de la fluéncia=$l_p - \varepsilon_{cy} l_p - \varepsilon_d l_p$

l_p sobre el otro lado= $l_p - \varepsilon_{cy} l_p$

Refiriéndonos a la fig (4.2b),

$$\theta_p (d_e + r) = l_p - \varepsilon_{cy} l_p$$
$$\theta_{Pt} = l_p - \varepsilon_{cy} l_p - \theta_d l_p$$

donde:

d_e : Profundidad de la sección

ε_d : Diferencia de deformación a travez de la sección de falla debido a la plasticidad; puede ser tomado como: $(\varepsilon_u - \varepsilon_{cy})$

Entonces:

$$\theta_p = \frac{l_p - \varepsilon_{cy} l_p}{d_o + r} = \frac{l_p - \varepsilon_{cy} l_p - \varepsilon_d l_p}{r}$$

$$\theta_p = \frac{(l_p - \varepsilon_{cy} l_p) - ({}_p - \varepsilon_{cy} l_p - \varepsilon_d l_p)}{(d_o + r) - r}$$

Así en el caso del nudo en compresión la rotación permisible sobre un lado de la sección critica es:

$$\theta_p = \frac{l_p \varepsilon_d}{d_o} \quad \text{...(4.2)}$$

Se usará los siguientes valores límites, seguros, en las anteriores ecuaciones:

ε_{cy} = 0.002

ε_u = 0.0035 (concreto no confinado)

ε_u = 0.012 Buen confinamiento

4.4 INCREMENTO DE LA CAPACIDAD ROTACIONAL

La capacidad rotacional permisible depende de los valores ε_{cy} y ε_u del concreto con valores limites del lado de la seguridad para ε_{cy} y ε_u, se pueden obtener rotaciones adecuadas en la mayor parte de las estructuras de concreto, pero en algunos casos, puede ser necesario tener mayor capacidad de rotación para que los nudos plásticos puedan formarse en los lugares considerados o esperados (24)

La capacidad rotacional puede ser incrementada a un valor mayor colccando estribos menos espaciádos en las zonas de compresión.

Baker mostró que colocando refuerzo tranversal especial, la deformación última de ruptura puede ser incrementádo hasta un valor de 0.012.

Baker recomienda la siguiente expresion empínca para encontrar el refuerzo transversal (3):

$$\rho_h = 5000(\varepsilon_u' - \varepsilon_u)^3 \text{ para estribos circulares} \quad \text{..(4.3a)}$$

$$\rho_h = 14600(\varepsilon_u' - \varepsilon_u)^3 \text{ para estribos rectangulares} \quad \text{....................................(4.3b)}$$

donde ε_u': Deformación última del confinamiento del concreto

ε_u: Deformación última de concreto no confinado igual a 0.0035 y

$$\rho_h = \frac{Volumen.de.estribos}{Volumen.de.concreto}$$

Un valor límite de ε_u=0.012 há sido recomendado. En este caso las deformaciones son las que se presentan dentro el núcleo confinado y solo debe tomarse en cuenta el núcleo confinado del concreto en los cálculos.

Para el acero comercial la deformación de fluencia es alrededor de 0.0013 así:

$$\varepsilon_{cy} = \frac{k_u * 0.0013}{1 - k_u}$$

En el caso de un nudo en tensión considerando que l_p es igual a d, para este tipo de nudos:

$$\theta_p = \frac{\varepsilon_p d}{k_u d} = \frac{\varepsilon_p}{k_u} = \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_{cy}}{k_u}$$

$$\theta_p = \frac{0.0035}{k_u} - \frac{0.0013}{1 - k_u}$$

El valor máximo de k_u puede ser aproximado a 0.5 y así el valor mínimo de θ_p sobre un lado de la sección crítica es 0.0044 rad. por lo tanto la rotación permisible en el nudo será 0.0088 rad (3).

Colocando estribos especiales, la rotación permisible total en un nudo puede ser incrementado a 0.0428 rad. la rotación total permisible sobre un lado del nudo es:

$$\theta_p = \frac{0.012}{k_u} - \frac{0.0013}{1-k_u} = 0.0214 \text{ rad.}$$

En el caso de los nudos a compresión, Baker encontro experimentalmente que l_p varia de $0.5d_o$ a d_o asi tomando un valor seguro de l_p=$0.5d_o$, la capacidad de rotación minima sobre un lado del nudo será igual a:

$$\theta_p = \frac{0.5d_o}{d_o}(0.0035 - 0.0020) = 0.0075 \text{ rad.}$$

Con un armado especial esto puede ser incrementado a :

$$\theta_p = \frac{0.5d_o}{d_o}(0.012 - 0.0020) = 0.005 \text{ rad.}$$

4.5 CALCULO DE RIGIDEZ A FLEXION EI

Para el análisis de estructuras de marcos de concreto reforzado, la rigidez a flexión EI de los miembros tiene una marcada influencia en el cálculo del estado de esfuerzo.

Para el análisis elástico de estas estructuras, las normas sugieren que la rigidez puede ser cálculada utilizando cualquiera de las siguientes recomendaciones (18).

a) La sección de concreto: Toda la sección transversal del concreto ignorando el acero de refuerzo.

b) La sección neta: Toda la sección transversal del concreto incluyendo el acero en función a la relacion modular.

c) La sección transformada: La sección transversal del área en compresión del concreto combinada con el acero de reuferzo en función a su relación modular.

La diferencia entre los valores de EI obtenidos siguiendo cualquiera de las tres recomendaciones no es muy considerable. Tal es así que para ciertos marcos bajo condiciones extremas el error en los momentos de análisis debido a las diferentes consideraciones tomadas para calcular los valores de EI puede ser hasta del 30% ref.(20)

Investigaciones experimentales mostraron que hay una notable reducción en la rigidéz de los miembros de concreto reforzado en el estado último de carga. ref.(20)

En el cálculo de las rotaciones de las articulaciones plásticas en el método de Baker se acepta que los miembros entre las articulaciones plásticas permanecen elásticas y tienen una relación momento-curvatura lineal, fig.3.3 (Capitulo III), por lo tanto, la rigidéz EI en un miembro entre los nudos plásticos se acepta que es constante e igual al valor idealizado del límite elastico, como se muestra en la fig.3.3 (Capitulo III) (3).

El valor limite elásticos para el concreto y el acero mostrados en las figuras 2.3 y 2.4 (Capitulo II) aseguran que el cálculo de las deformaciones y resistencias estan del lado de la seguridad comparados con los resultados de pruebas experimentales (8).

En miembros no agnetados, se toma I como el momento de Inercia del aréa de la sección alrededor del centroide y el efecto del acero se toma como un área equivalente del concreto igual a $(m-1)$veces el área de acero, donde m es la relación de módulos (3).

Se muestra una pequeña longitud ds de la zona a compresión sujeta a flexión en la fig.4.4

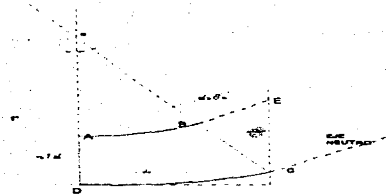


fig.4.4 Miembro en flexión

Por lo tanto para una sección rectangular no-agrietada, el momento de inercia $[I]$ es igual a :

$$I = \frac{bd^2}{12} + \rho bd^3(m-1)(1-n_1)^2 \qquad \text{.........................(4.4)}$$

Para secciones agrietadas que permanecen en el rango elástico, Baker mostró que el cambio de radio de curvatura y por consiguiente el momento de inercia de una sección podia ser expresada en terminos de la deformación del concreto en el lado de compresión del eje neutral.

De la teoria de flexión tenemos $M/I = E_c/r$ entonces $I = Mr/E_c$ donde r es el radio de curvatura del eje neutro.

La línea CE es paralela a la línea AD, por lo que los ángulos DOC y BCE son iguales.

Por lo tanto: $$\frac{ds}{r} = \frac{ds\,\varepsilon_c}{n_1 d} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{n_1 d}$$

donde :

ds: Diferencial de longitud del miembro considerado.

$n_1 d$: Profundidad del eje neutro

ε_c: Deformacion a compresión del concreto, el momento resistente de la sección M está dado por la ecuación:

r : Radio de curvatura del eje neutro

sustituyendo 1/r en la relación $I = Mr/E_c$ tenemos : $I = \dfrac{Mn_1 d}{\varepsilon_c E_c}$

por lo tanto:

$$E_c I = \frac{Mn_1 d}{\varepsilon_c} \qquad (4.5)$$

Considerando una distribución parabólica del esfuerzo en el concreto el momento resistente de la sección M está dado por la ecuación:

$$M = \alpha\sigma_c bd^2(n - \upsilon n_1^2) \qquad (4.6)$$

donde:

σ_c: Esfuerzo promedio a compresión

$n_1 d$: Profundidad del eje neutro

$\upsilon n_1 d$: Profundidad del centro de compresión

$_c$: Esfuerzo del concreto en la fibra extrema en compresion

$$E_c I = \alpha\sigma_c \frac{bd^3}{\varepsilon_c}(n_1^2 - \upsilon n_1^3) \qquad (4.7)$$

Baker sugiere que el valor de n_1 puede tomarse como constante a lo largo del miembro y los valores de n_1 y M pueden ser calculados para el caso elástico idealizado mostrado en la fig.3.3 (Capitulo III); E_c se toma como el módulo secante para el concreto igual a $\sigma_c/\varepsilon_{cy}$ donde ε_{cy} se toma como 0.002 fig.2.3 (Capítulo II) y σ_c es tomado igual a $0.85\sigma_{cu}$ (24).

Para una viga de sección subreforzada en la cual el acero fluye antes de que el concreto falle, M puede ser calculado como una aproximación con (24):

$$M = At\sigma_{su}a_1 d$$

Con un valor de a_1 tomado igual al de sección balanceada, σ_{su} es el esfuerzo último en tensión considerado en el acero. El valor de n_1 considerado para calcular $E_c I$ de la expresión:

$$E_c I = E_c \frac{Mn_1 d}{\sigma_c}$$

deberá ser el valor correcto para una sección subreforzada donde la deformación elástica del acero es idealizada como la mostrada en la fig.2.4 (Capítulo II).

Un reporte institucional (21) sugiere los siguientes valores limites seguros para α y υ para el cálculo de M y $E_c I$.

$$\alpha \frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}} = \begin{cases} 0.6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{fcu} < 211\,\text{kg/cm}^2 \\ 0.55 \ldots\ldots 211 \le \text{fcu} \le 351\,\text{kg/cm}^2 \\ 0.50 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{fcu} > 351\,\text{kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.67$$
$$\upsilon = 0.40$$

donde: $\varepsilon_{cy} = 0.002$

El valor de $E_c I$ há sido considerado como una constante para una viga agrietada, en la cual el valor de $E_c I$ será más grande entre las grietas que el valor en las grietas mismas y siempre que el confinamiento sea bueno, éste será igual al valor de la sección no agrietada sobre una pequeña longitud entre grietas (3).

La recomendación de Baker asegura que los valores actuales de pendientes y deflexiones serán menores que los valores calculados, por lo que los cálculos de las deformaciones estan del lado de la seguridad.

CAPITULO V

METODOS GENERALES DE ANALISIS PLASTICO

El objeto de éste capítulo es describir brevemente los métodos de análisis plástico con los que se cuenta actualmente en la literatura.

El análisis de acuerdo con el método plástico, debe satisfacer tres condiciones:

1.- Condición de mecanismo: Se alcanza la carga última cuando se forma un mecanismo

2.- Condición de equilibrio: La suma de las fuerzas y la de los momentos actuantes son nulas

3.- Condición de momento plástico: En ninguna sección de los miembros el momento podrá ser mayor que el momento plástico de la misma.

Estas condiciones son similares a las del análisis elástico, el cual requiere de la continuidad, del equilibrio y de las condiciones de esfuerzos límites.

En el análisis plástico, en relación con la continuidad, es justamente la contrana a la que existe en el análisis elástico: teóncamente las articulaciones plásticas interrumpen la continuidad, y lo que se necesita, es que se forme un número suficiente de ellas, para permitir que la estructura, (o parte de ella), se deforme como un mecanismo.

Es importante hacer una clara distinción entre el diseño plástico en el acero y el diseño a la resistencia última en el concreto reforzado.

Para el diseño plástico en acero se hace uso no solamente de la teoría plástica de la flexión (la "condición de momento plástico"), sino que también se hace uso de una redistribución de los momentos (base de la "condición de mecanismo"). Por otro lado, en el diseño a la resistencia última para estructuras de concreto reforzado, es necesario un análisis elástico para determinar la distribución elástica de momentos a través de la estructura, entonces las secciones transversales de cada miembro en particular, se proporcionan de acuerdo con la resistencia última a la flexión requerida en cada una de ellas. Por lo tanto, el diseño a la resistencia última de concreto solamente hace uso de una "condición inelástica de momento", pero no toma en consideración la redistribución de los momentos.

Los dos métodos usuales de análisis plástico en acero, que se utilizan son los siguientes:

a) Método del mecanismo
b) Método estático (Equilibrio)

En el primer método, se supone un mecanismo en el miembro ó la estructura y las ecuaciones de equilibrio que resultan se resuelven para la carga última. Este valor es solamente correcto si se satisface la "condición del momento plástico".

Por otro lado, en el método estático ó "metodo de equilibrio", se construye un diagrama de momentos de equilibrio de manera que $M \leq M_p$. La carga última resultante es el valor correcto, solamente si se supusieron articulaciones plásticas en número suficiente para crear un mecanismo.

Cuando en un problema dado se satisfacen los dos teoremas, la solución es la correcta. Estos importantes teoremas o principios de cota superior y de cota inferior fueron demostrados por Greenberg y Prager. A continuación se enuncian los dos principios:

TEOREMA DEL LÍMITE SUPERIOR

Una carga calculada basándose en un mecanismo supuesto, siempre será mayor o al menos igual a la verdadera carga última.

TEOREMA DEL LIMITE INFERIOR

Una carga calculada basándose en un diagrama supuesto de momentos de equilibrio, en el cual los momentos no son mayores que Mp, será menor o a lo más igual a la verdadera carga última.

5.1 ANALISIS POR EL METODO ESTATICO

El método estático de análisis está basado en el teorema del límite inferior y se describe brevemente a continuación.

El objetivo es encontrar un diagrama de momentos de equilibrio en el cual $M \leq M_p$ tal que se forme en la estructura un mecanismo. El procedimiento es el siguiente:

(1) Selecciónese los momentos hiperestáticos.
(2) Dibújese un diagrama de momentos para la estructura isostática.
(3) Dibújese un diagrama de momentos para la estructura cargada con los momentos hiperestáticos .
(4) Esbócese un diagrama de momentos compuestos de tal modo que se forme un mecanismo (dibújese el mecanismo).
(5) Calcúlese el valor de la carga última resolviendo las ecuaciones de equilibrio.
(6) Compruébese que $M \leq M_p$.

5.2 ANALISIS POR EL METODO DEL MECANISMO

A medida que el número de elementos hiperestáticos en una estructura se incrementa, el número de posibles mecanismos de falla también incrementa. Así puede resultar más difícil construir el diagrama correcto de momentos de equilibrio. Para tales casos el análisis de plástico puede efectuarse mediante el método del mecanismo, obteniéndose varios "límites superiores" de la carga correcta para los diferentes mecanismos posibles. El mecanismo correcto será aquel del que se obtenga la menor carga posible (Teorema del Límite Superior) y para el cual, los momentos no excedan el valor del momento plástico del momento en ninguna sección de la estructura (Teorema del Límite Inferior). Así el objetivo es encontrar un mecanismo tal que no viole la condición del momento plástico.

METODO DEL MECANISMO

Encontrar un mecanismo (independiente o compuesto) tal que $M \leq M_p$.

(1) Determínese la localización de las posibles articulaciones plásticas(puntos de carga, conexiones, puntos de fuerza cortante nula en claros de vigas bajo cargas distribuidas).

(2) Selecciónense los mecanismos posibles tanto independientes como compuestos.

(3) Resuélvanse la ecuación de equilibrio (método de los desplazamientos virtuales) para la carga mínima.

(4) Verifíquese que $M \leq M_p$ en todas las secciones.

5.3 OTROS METODOS DE ANALISIS

Además de los métodos estático y de mecanismo, existen otras técnicas para determinar la carga última que una estructura puede soportar. Si el marco es hiperestático, existen varios métodos convenientes para determinar una posible configuración de equilibrio:

a) Método de Tanteos.
b) Método de blanceo de momentos.
c) Método semigráfico

Ninguno de estos métodos proporciona el diagrama de momentos "exacto" de la porción hiperestática de la estructura, sin embargo, aunque se viole la condición de continuidad, estos métodos proporcionan diagramas de momentos que se encuentran en equilibrio con las cargas y si no violan la condición de momento plástico representan un límite inferior, por lo que son adecuados para estos fines.

En particular dos de dichos métodos son el "Método de las Desigualdades" y una tecnica de pseudo "distribución de momentos". Aunque ambos métodos son de interés para ciertos problemas estructurales, en la mayoria de los casos los dos métodos descritos (método de los mecanismos y el método estático) son suficientes.

CAPITULO VI

ANALISIS DE CARGA ULTIMA

En los años cincuenta apareció un boletín que producia el diseño por el método de la carga última para estructuras de concreto reforzado comparado con la teoría conocida como la teoría de articulaciones plásticas para estructuras de acero desarrollado por el profesor J.F. Baker y sus colegas en Cambridge. En ese entonces el concreto reforzado parecía ser demasiado complejo y difícil de comparar un material de igual tratamiento. J.F.Baker estuvo desarrollando el método de diseño al límite desde la década de los cuarenta.

De esta manera tres factores importantes emergieron de estas investigaciones en el Imperial College, los cuales son reportados con mayor detalle en dos papers en 1951 y 1953 respectivamente publicado por A.L.L. Baker (10) y (11). Para propósitos prácticos estos tres factores son:

1. La distribución de las deformaciones de concreto reforzado sujeto a compresión en un miembro en flexión puede ser tomado como lineal incluso en el rango plástico

2. El concreto no confinado alcanza su esfuerzo máximo cuando se presenta una deformación mínima de 0.002.

3. El concreto confinado con estribos cerrados y poco espaciados puede ser cargado a compresión sin perder su esfuerzo efectivo cuando la deformación es del orden de 0.015.

Estos factores hacen posible el cálculo de las deformaciones y por consiguiente el de la distribución de momentos.

Matemáticamente, la concepción ideal de un nudo plástico da una simple y natural aplicación de las ecuaciones elásticas generales atribuidas a Müller-Breslau.

6.1 METODO DE BAKER: ANALISIS POR CARGA ULTIMA

Se presenta el método de análisis por carga última propuesta por A.L.L. Baker, profesor del Imperial College, Londres; Baker propuso este método principalmente para estructuras de concreto reforzado. Comúnmente se conoce al metodo como la "teoria de carga ultima de Baker" y se basa en la observación del comportamiento inelastico de las estructuras de concreto reforzado.

El estudio realizado por Baker es riguroso y producto de numerosas pruebas experimentales. Así la ecuación básica de Baker, es general y aplicable a toda estructura indeterminada que no esté sujeta a fatiga.

Algunas de las ventajas del método son

1. Las rotaciones del nudo serán calculadas y revisadas de tal forma que sean razonables. De esta manera el diseñador está siempre consciente de las deformaciones de la estructura.

2. La posición de los nudos puede ser propuesto por el diseñador arbitrariamente en la sección apropiada, que tenga el momento máximo en el análisis elástico. Esto es posible en estructuras de concreto reforzado ya que los miembros pueden ser diseñados para ser más resistente o para fallar en cualquier sección, incrementando o decrementando respectivamente el acero de refuerzo, sin una apreciable alteración de la rigidez de los miembros.

3. Cuando se diseña una estructura de concreto reforzado de acuerdo al análisis último, es muy importante revisar la estructura por condiciones de servicio bajo cargas de trabajo, es decir que

la estructura no se agriete en demasía y que las deformaciones se encuentren por debajo de las permisibles bajo condiciones normales de carga.

El método de Baker puede ser utilizádo para diseñar una estructura que satisfaga ambas condiciones: de carga última y carga de trabajo como se explicará más adelante.

6.2 GRADO DE HIPERESTATICIDAD O INDETERMINACION

Al utilizar el método de Baker, es necesario el conocimiento del grado de hiperestaticidad o indeterminación de la estructura en estudio, por lo que se propone un método simple para encontrarlo.

Se dice que una estructura en dos dimensiones es estáticamente determinada si la resultante de todas las acciones (Momentos, Cortantes y Axiales) pueden ser determinadas en cualquier sección a partir de las tres condiciones de la estática.

$$\begin{aligned} \sum H &= 0 \\ \sum V &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned} \tag{6.1}$$

En la práctica muchas veces las tres ecuaciones de la estática solas no son suficientes para determinar las acciones resultantes en las estructuras, entonces se dice que estas estructuras están "estáticamente indeterminadas" o "estáticamente redundantes".

El grado de indeterminación N, puede ser definido como el número de ecuaciones adicionales requeridos para hacer posible la determinación de las acciones resultantes en cualquier sección de la estructura.

Grado de indeterminación en vigas

Una viga en cantiliver y una viga de un solo claro simplemente apoyada son las únicas vigas estáticamente determinadas. El grado de indeterminación de una viga empotrada o continua puede ser calculada según la siguiente regla:

$$N = VR + EM - 2 \quad \text{...} \quad \textbf{(6.2)}$$

En donde : N: Grado de indeterminación

R: Número de reacciones verticales

EM: Número de momentos en los extremos

Grado de indeterminación en marcos

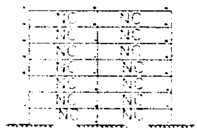


Fig 6.1 Marco de siete niveles

Una regla simple para calcular la indeterminación estática en el caso de un marco rígido es:

$$N = 3 * NC - NL \quad \text{...} \quad \textbf{(6.3)}$$

En donde : NC: Número de tableros (circuitos cerrados) fig.6.1

NL: Número de reacciones ausentes en la base

El término de NL se define como la ausencia de cualquier reacción, ya sea vertical, horizontal o momento, por ejemplo en un nudo el momento está ausente y por lo tanto este tiene NL=1 un apoyo rodado tiene NL=2 porque ambos, momento y fuerza horizontal están ausentes. Un extremo libre tiene NL=3.

6.3 METODO DE COEFICIENTES DE INFLUENCIA PARA ANALISIS ELASTICO

Para el cálculo de deformaciones, Baker propone las ecuaciones elásticas estándar basadas en la compatibilidad de desplazamientos.

Una estructura N veces estáticamente indeterminada en estado elástico puede ser hecho estáticamente determinada insertando N articulaciones en posiciones prefijadas de tal manera que la estructura no llegue a convertirse en un mecanismo parcial o total.

Los momentos requeridos en los nudos para mantener la continuidad de desplazamientos pueden ser calculados de la condición de que bajo las cargas externas y los momentos incógnitas se mantenga en los nudos la continuidad de los desplazamientos en cada una de las partes de la estructura.

Este es un método muy conocido en el análisis estructural en el caso de estructuras elásticas estáticamente indeterminadas y se conoce también con el nombre de " Método de energía de deformación" , "Método de deformaciones consistentes ", "Método de coeficientes de influencia" , entre otros.

6.4 OBTENCION DE LA ECUACION FUNDAMENTAL ELASTICA

El método general para la obtención de la ecuación estática es como sigue:

En una estructura N-veces estáticamente indeterminada, se colocan N nudos en posiciones predeterminadas de tal manera que sea estáticamente determinada. Se acepta la existencia de N momentos flexionantes incógnitas iguales y de sentido contrario $X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_N$, actuando a cada lado de los nudos; los momentos flexionantes serán iguales en magnitud a los momentos elásticos actuantes en esas secciones debidas a las cargas aplicádas

Considerando una sección $a-a$ en la estructura, el momento total M actuante en la sección será el debido a las cargas aplicadas externamente y a los momentos internos tomados $X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_N$ en cada nudo.

$$M = Mo + M_1 X_1 + M_2 M_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + M_N X_N \qquad (6.4)$$

donde Mo; es el momento de la sección $a-a$ debido a las cargas externas en una estructura estaticamente determinada. M_1, $M_2 \ldots M_N$; son los momentos en la sección $a-a$ debido a los momentos unitarios insertados en los nudos y $M_1 X_1$ es el momento en la sección considerada debido al momento desconocido X_1 en el nudo 1.

Cuando solamente se considera la flexión, despreciando los otros efectos, la energía de deformación total (U) adquirida de la estructura debido a las cargas aplicadas puede expresarse como sigue:

$$U = \sum \int_0^{l} \frac{M}{2EI} ds \qquad (6.5)$$

En donde ds es una diferencial de longitud del miembro. La integral se lleva a cabo sobre cada miembro y todos los miembros de la estructura se incluyen en la sumatoria.

La estructura deberá mantener compatibilidad de desplazamientos entonces aplicando ya sea el principio de la energía de deformación mínima o el "Teorema de Castigliano" de trabajo último, las derivadas parciales de la energía total de deformación U con respecto al momento Xi considerado en cualquier nudo "i" deberá ser iguales a cero

$$\frac{\partial U}{\partial Xi} = 0 \quad \text{cuando i=1,2,3.. ... ó } N \quad \text{.................................} \quad \textbf{(6.6)}$$

por lo tanto :

$$\sum \int \frac{\partial}{\partial Xi}\left(\frac{M^2}{2EI}\right) ds = 0$$

$$\sum \int \frac{M(\partial M / \partial X_i)}{EI} ds = 0 \quad \text{.......................................} \quad \textbf{(6.7)}$$

Entonces diferenciando la ec.(6.4) obtenemos:

$$\frac{\partial M}{\partial Xi} = Mi$$

por lo tanto sustituyendo en ec.(6.7) tenemos:

$$\sum \int \frac{MMi}{EI} ds = 0 \quad \text{.......................................} \quad \textbf{(6.8)}$$

sustituyendo a M de ec.(6.4) en ec.(6.8)

$$\sum \int (Mo + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots M_n) \frac{Mi}{EI} ds = 0$$

$$\sum \int \frac{MoMi}{EI} ds = 0 + \sum \int (M_1 X_1 + M_2 X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots M_n) \frac{Mi}{EI} ds = 0 \quad \text{..........................} \quad \textbf{(6.9)}$$

Esta ecuación asegura la continuidad de desplazamientos, es decir para las consideraciones elásticas, la rotación relativa en cada nudo debido a las cargas externas y a todos los momentos considerados en los nudos 1 a N deberán ser igual a cero.

Haciendo:

$$\delta io = \sum \int_0^L \frac{MoMi}{EI} ds$$

$$\delta ik = \sum \int_0^L \frac{MkMi}{EI} ds$$

Entonces la ec.(6.9) puede ser escrita como

$$\delta io + \sum_{k=1}^{n} \delta ik Xk$$

donde:

$$i = 1,2,\ldots\ldots. N \qquad (6.10)$$

$$k = 1,2,\ldots\ldots. N$$

Para una estructura dada no solo existe un conjunto único de valores δ_{ik} ya que la estructura podria ser hecha estáticamente determinada de muchas formas diferentes considerando diferentes posiciones para los nudos.

Para una estructura N-veces estaticamente indeterminada, se obtiene una ecuación para cada uno de los nudos, dando N ecuaciones :

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \ldots\ldots\ldots \delta_{1N} X_N = 0$$
$$\delta_{20} + \delta_{11} X_1 + \delta_{22} X_2 + \ldots\ldots\ldots \delta_{2N} X_N = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\delta_{N0} + \delta_{N1} X_1 + \delta_{N2} X_2 + \ldots\ldots\ldots \delta_{NN} X_N = 0$$

en estas ecuaciones δ_{io} y δ_{ik} son conocidos y los valores de $X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_N$ son incógnitas, es decir hay N incógnitas en N ecuaciones. Así resolviendo las ecuaciones se pueden obtener los momentos flexionantes elásticos $X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_N$ e insertando estos valores en la ec.(6.4) se podría graficar la distribución de los momentos flexionantes para una estructura estáticamente indeterminada

6.5 SIGNIFICADO FISICO DE LOS TERMINOS δ_{io} y δ_{ik}

La ecuación 6.10 puede ser escrita como:

$$\frac{\partial U}{\partial Xi} = \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \ldots\ldots\ldots \delta_{1N} X_N \qquad (6.11)$$

Del Teorema de Castigliano sabemos que las derivadas parciales de la energía total de deformación con respecto a cualquier fuerza da el desplazamiento en la dirección de la fuerza. En este caso la fuerza Xi es un momento, por lo tanto el desplazamiento dado será una rotación relativa.

Si se acepta que la distribución de los momentos debido a las cargas aplicadas está actuando sobre la estructura hecha estáticamente determinada, suponiendo $X_1 = X_2 = \ldots = X_N = 0$ entonces:

$$\frac{\partial U}{\partial Xi} = \delta_{io}$$

por lo tanto físicamente δ_{io} es la rotación relativa producida por el i-ésimo nudo debido a cargas externas.

De igual manera si todos los momentos tomados δ_{ik}, excepto digamos X_5, son hechos igual a cero y tambien se considera la carga externa igual a cero, entonces:

$$\frac{\partial U}{\partial Xi} = \delta_{i5} X_5$$

Por lo tanto δ_{i5} es la rotación relativa en el i-ésimo nudo debido a un momento único y unitario, en el nudo 5.

De lo anterior, es claro que δ_{ik} representa la rotación relativa en el i-ésimo nudo debido al momento unitario en el k-ésimo nudo .

Del teorema de reciprocidad de Maxwell, la rotación relativa en el k-ésimo nudo debido al momento unitario en el i-ésimo nudo deberá ser igual a la rotación relativa en el i-ésimo nudo debido a un momento unitario en el k-ésimo nudo; es decir $\delta_{ik} = \delta_{ki}$, lo cual tambien se ve que es cierto a partir de la definición de δ_{ik}.

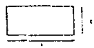
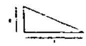
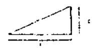
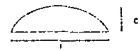
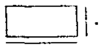
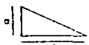
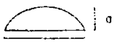
Estos coeficientes δ_{ik} son llamados "coeficientes de influencia" ya que ellos representan el desplazamiento en cualquier sección debido a la acción unitaria (como un momento) en otra sección.

Los coeficientes de Influencia δ_{ik} estan dados por:

$$\sum \int_0^l \frac{M_i M_k}{EI} ds \quad \text{.......} \quad (6.12)$$

El cual es la integración del producto de las ordenadas del diagrama de M_i y el diagrama de M_k a través de la estructura, con ds como variable horizontal medida a lo largo del miembro. M_i y M_k son siempre dibujados normales a los miembros. La tabla 6.1 muestra los valores del producto de las integrales. $\int M_i M_k ds$ para los casos de figuras geométricas simples y comunes.

Tabla 6.1 Producto de la integral $\int M_i M_k ds$

M_i \ M_k				
	lac	$\frac{1}{2}$ lac	$\frac{1}{2}$ lac	$\frac{2}{3}$ lac
	$\frac{1}{2}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac	$\frac{1}{6}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac
	$\frac{1}{2}$ lac	$\frac{1}{6}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac
	$\frac{2}{3}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac	$\frac{1}{3}$ lac	$\frac{8}{15}$ lac

Convención de signos

Cuando M_i Y M_k están sobre el mismo lado del miembro el valor de la integración δ_{ik} es positivo. Cuando M_i y M_k están de los lados opuestos es negativo; ya que ambos M_i y M_k pueden tener el mismo signo negativo.

6.6 PRINCIPIOS DE ANALISIS POR CARGA ULTIMA Y ECUACION GENERAL DE BAKER

Cuando se incrementa las cargas aplicadas, las secciones sujetas a mayor esfuerzo en el rango elástico llegarán a plastificarse y se comportarán como articulaciones con momentos flexionantes conocidos iguales y de sentido contrario, actuando sobre el miembro a cada lado de la articulación.

Para cualquier sistema particular de cargas, los nudos plásticos se desarrollaran siempre en los mismos puntos, en la misma sucesión y bajo el mismo estado de cargas.

Una estructura N veces estáticamente indeterminada se convertirá estáticamente determinada cuando se forme la N-esima articulacion plástica, permaneciendo la estructura estable. Posteriormente cuando la carga es incrementada la estructura se colapsará formándose el mecanismo con la formación de una o mas articulaciones.

Baker sugiere que " Cuando una estructura a desarrollado suficiente articulaciones que la hagan estáticamente determinada, esta puede ser tratada como si fuera hecha estáticamente determinada en la forma convencional con la inserción en las secciones articuladas, de nudos sin fricción con un par igual y de sentido contrario actuando en cada articulación sobre los miembros adyacentes estos, los pares serán iguales a los momentos plásticos resistentes en las secciones".

Estos momentos plásticos tomados en los nudos 1,2,3,... N son denotados por $\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \ldots\ldots\ldots + \bar{X}_N$ y se acepta que permanecen constantes a lo largo del incremento de la deformación de la estructura, así tenemos una situación muy similar a la del análisis elástico de estructuras explicado anteriormente (sección 6.4), la diferencia será que todos los momentos desconocidos $X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_N$ se suponen conocidos e iguales al máximo momento plástico de las secciones $\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \ldots\ldots\ldots + \bar{X}_N$.

Pero la condición de continuidad de desplazamientos no son satisfechas en las articulaciones debido a la rotación de estas secciones. Se acepta que estas rotaciones inelásticas están concentradas en los nudos y se acepta localmente un cambio de curvatura.

Cada una de las partes de la estructura, excepto las secciones articuladas, se comportan elásticamente durante la aplicación de la carga última de colapso sobre la estructura.

Por lo tanto, la derivada de la energía de deformación total U con respecto a un momento plástico X_i considerado; en cualquier nudo "i" es igualada a la rotación inelástica en dicho nudo, en vez de ser igualada a cero:

$$\frac{\partial U}{\partial X_i} = -\theta_i \qquad \text{.......................................} \quad (6.14)$$

Donde $_i$ es la rotación relativa de la sección con respecto a una sección adyacente en el nudo "i", debido a las carga externas y a los momentos plásticos actuando sobre cada nudo.

La rotación en los extremos de los miembros adyacentes a las articulaciones debido a cargas externas serán más grandes que los debidos a momento plástico en los nudos.

Así la rotación resultante en cada nudo es opuesto en dirección al momento plástico actuante en el nudo. Por lo tanto la en ecuación anterior se iguala $\partial U / \partial X_i$ a $-\theta_i$:

entonces:

$$\sum \int_0^{l} \frac{M_i M}{EI} \, ds = -\theta_i$$

Como se vió anteriormente, sustituyendo para M, δ_{io}, δ_{in}, en la ecuación anterior.

$$\delta io + \sum_{k=1}^{n} \delta_{ik} X_k = -\theta_i \quad \text{......} \quad (6.15)$$

Entonces la ecuación general (6.10) es modificada a la condición plástica. Así para la estructura con N articulaciones plásticas, se pueden escribir N ecuaciones como:

$$\begin{aligned}
&\delta_{10} + \delta_{11}\overline{X}_1 + \delta_{12}\overline{X}_2 + \dots\dots\dots \delta_{1N}\overline{X}_N = -\theta_1 \\
&\delta_{20} + \delta_{11}\overline{X}_1 + \delta_{22}\overline{X}_2 + \dots\dots\dots \delta_{2N}\overline{X}_N = -\theta_2 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad \dots\dots\dots\dots (6.16) \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&\delta_{N0} + \delta_{N1}\overline{X}_1 + \delta_{N2}\overline{X}_2 + \dots\dots\dots \delta_{NN}\overline{X}_N = -\theta_N
\end{aligned}$$

Donde 1,2,3... N indican las articulaciones plásticas individuales y $\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \dots\dots\dots + \overline{X}_N$ indican la magnitud de los momentos considerados en estos nudos.

El sistema de ecuaciones mostrado en 6.16, es aplicable a todo tipo de estructuras estáticamente indeterminadas incluyendo estructuras preesforzadas que no presenten considerables efectos de fatiga.

Baker sugiere un método iterativo para el diseño, el cual se explica a continuación.

Se escogen valores arbitrarios para los momentos plásticos $\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \dots\dots\dots + \overline{X}_N$, y se calculan las rotaciones plásticas $\theta_1, \theta_2, \dots\dots \theta_N$ a partir del sistema de ecuaciones lineales planteados anteriormente. Si los valores obtenidos de las rotaciones plasticas son positivos y menores que los valores permisibles entonces los valores escogidos para $\overline{X}$ pueden ser utilizados en el diseño; caso contrario los valores de $\overline{X}$ son ajustados hasta que los valores obtenidos de θ sean positivos y menores que el valor permisible.

De acuerdo con el sistema de ecuaciones es lógico ajustar $\bar{X}_m$ cuando θ_m es mayor que el permisible. El valor positivo de θ indica que la articulación se formó en la posición elegida para el nudo a la hora de proponer el valor de $\bar{X}$. Es muy importante graficar los momentos flexionantes correctamente sobre el lado en tensión de los miembros. Esto se logra considerando la dirección de $\bar{X}$ tal que este rote los extremos de los miembros adyacentes en dirección opuesta a las rotaciones de los nudos debido a cargas externas. Una mala consideración en la dirección de $\bar{X}$ puede dar valores negativos para θ en el sistema de ecuaciones. El valor negativo de θ puede ser cambiado a positivo cambiando la dirección de $\bar{X}$. Cuando el valor de θ es negativo para valores positivos de $\bar{X}$ en un nudo significa que ese nudo no se formará en la posición escogida.

La distribución de los momentos flexionantes a lo largo de la estructura en condición última es obtenido de la superposición de los momentos flexionantes debidos a cargas externas sobre los valores finales de los momentos plásticos.

La diferencia entre el diseño de una estructura de concreto reforzado n-veces estáticamente indeterminada por el método de los coeficientes de influencia al método propuesto por Baker para condiciones últimas es que en la primera para un conjunto de N-ecuaciones simultáneas cada ecuación tiene N incógnitas en cada ecuación que deberán ser resueltas, mientras que en el método de Baker N-ecuaciones solo involucran una incógnita en cada ecuación que sea evaluada. Por lo que el método de Baker es más simple que la aproximación elástica.

6.7 ELECCION DEL VALOR ARBITRARIO DE $\bar{X}$

El valor arbitrario de $\bar{X}$ es escogido con la finalidad de tener una distribución de momentos racional en el estado último, esto es que, las vigas rectangulares deberán tener igual momento en los apoyos y en el centro del claro debido a las cargas verticales, mientras que las columnas deben tener igual momento tanto en la parte superior como en la parte inferior debido a cargas laterales. Por lo tanto el primer valor de tanteo para $\bar{X}$ se considera como se explica a continuación

A) Cargas verticales

I. Para las vigas interiores, los momentos en los extremos y en el centro del claro son iguales.

II. Para vigas externas, los momentos de empotramiento en los extremos serán distribuidos entre la viga y la columna en proporción a sus rigideces.

B) Cargas laterales

Los puntos de inflexión en las columnas como en trabes, excepto en una viga extrema, son centrales y la fuerza cortante total debido a sismo o viento es dividida a lo largo de la columna en proporción a la rigidez de la columna

Entonces el primer tanteo de valor de $\bar{X}$ será la suma de los momentos de las cargas verticales y laterales como se consideró anteriormente.La elección del valor de $\bar{X}$ puede ser apoyado también por un conveniente detallado de refuerzo. En secciones donde el refuerzo es excesivo, los momentos pueden ser reducidos.

6.8 ELECCION DE LA POSICIÓN DE LOS NUDOS

Se debe elegir N nudos para utilizar un conjunto de N ecuaciones. No es necesario obtener la posición de los nudos por el método desarrollado para estructuras de acero. Los nudos plásticos pueden considerarse en las secciones que tiene máximos momentos en el análisis elástico. Usualmente en análisis elástico las secciones extremas en las vigas y las juntas de las columnas tienen los momentos máximos.

Así una elección arbitraria de la posición de los nudos es posible gracias a que las estructuras de concreto reforzado puede siempre ser hecho para fallar de una manera deseada , diseñando el miembro entre los nudos elegidos a resistir el momento flexionante sin la fluencia el acero o la ruptura del concreto. Aceptando los nudos en las juntas, como se sugirió, los coeficientes de influencia (δ_{ik}) pueden ser fácilmente calculados, luego de la deflexión de la estructura como un todo será más pequeña bajo cargas de trabajo.

CAPITULO VII

7.1 DISEÑO DE LA ESTRUCTURA

Se propone un edificio de 5 niveles, fig. 7.1a, con una relación de altura-base de 1.6 (es decir, se trata de una estructura regular). Se supone que el edificio está destinado a oficinas y que está situado en la zona III del Distrito Federal. La estructuración del edificio es a base de marcos dúctiles, es decir, se utiliza el factor de ductilidad igual a 4. En marcos dúctiles puede disminuirse hasta cuatro veces las fuerzas sismicas que se obtienen del espectro de diseño (ref. 4) si se asegura la formacion de articulaciones plásticas; para que esto ocurra debe evitarse fallas de los entrepisos, propiciando que las articulaciones se formen en las vigas y no en las columnas.

El diseño se realizó de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1987(ref .4) y sus Normas Técnicas Complementarias (ref. 5).

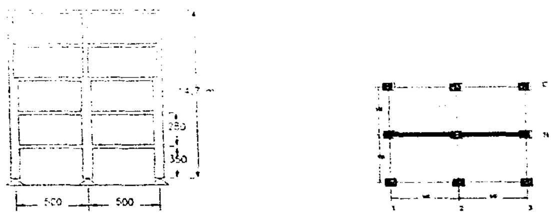


fig.(7.1)(a) Elevación y (b) planta del edificio de 5 niveles

Las dimensiones nominales de la elevación y planta de la estructura se presentan en la fig.7.1(a, b). La estructura es de planta cuadrada simétrica y los tableros estan definidos por vigas principales en las dos direcciones, no poseen vigas secundarias. Para el estudio se considera un marco interior (eje B).

Tabla 7.1 Dimensiones de edificio de 5 niveles

NIVEL	TRABE (cm)	LONGITUD (cm)	COLUMNA (cm)	ALTURA (cm)
1	50 X 25	500	50 X 50	350
2	50 X 25	500	50 X 50	280
3	50 X 25	500	50 X 50	280
4	50 X 25	500	40 X 40	280
5	40 X 25	500	40 X 40	280

Se supuso concreto Clase 1 con resistencia especificada, f'c =250 kg/cm^2 y módulo de elasticidad E_c=14000$\sqrt{f'c}$. Se usó acero de refuerzo cuyo esfuerzo de fluencia es f_y=4200 kg/cm^2 .

Las cargas muertas se estimaron de escuadrias que se determinaron iterativamente, de manera que la deformación de entrepiso no fuera mayor que 0.012 veces de la altura de entrepiso.

A) Cargas muertas.

a.- En la azotea se consideró:

◆ Enladrillado	= 60 Kg/m^2
◆ Entortado	= 80 Kg/m^2
◆ Relleno	= 120 Kg/m^2
◆ Losa	= 240 Kg/m^2
◆ Yeso	= 20 Kg/m^2
◆ Art. 197 del RCDF	= 40 Kg/m^2
	560 Kg/m^2

b.- En los pisos intermedios

◆ Mármol	= 100 Kg/m^2
◆ Losa	= 240 Kg/m^2
◆ Yeso	= 20 Kg/m^2
◆ Tablarroca	= 50 Kg/m^2
◆ Art. 197 del RCDF	= 40 Kg/m^2
	450 Kg/m^2

B) Cargas vivas.

Las cargas vivas se obtuvieron del Art. 199 del RCDF considerando su uso para oficinas:

a.- Para azotea:

Carga máxima (Wm) = 100 Kg/m^2
Carga instantánea (Ws) = 70 Kg/m^2

a.- Para piso intermedios:

Carga máxima (Wm) = 250 Kg/m^2
Carga instantánea (Ws) = 180 Kg/m^2

Del análisis de cargas se obtuvieron las siguientes cargas totales:

1) Azotea

Con carga viva máxima = 660 Kg/m^2 (para análisis por carga vertical)

Con carga viva instantánea = 630 Kg/m^2 (para análisis por carga combinada con carga sísmica)

2) Pisos intermedios:

Con carga viva máxima = 700 Kg/m^2 (para análisis por carga vertical)

Con carga viva instantánea = 630 Kg/m^2 (para análisis por carga combinada con carga sísmica)

Análisis estático ante cargas gravitacionales y laterales del edificio

El Reglamento del Distrito Federal; en su articulo 238 permite analizar el edificio de acuerdo con el método estático, para edificios con altura menor a los 60 m. El método básicamente consiste en:

a) Se calcula la acción del sismo por fuerzas horizontales que actuan en los centros de masas de los pisos.
b) Estas fuerzas se distribuyen en los sistemas resistentes a la carga lateral que tiene el edificio.
c) Se efectúa el análisis estructural de cada sistema resistente ante cargas laterales que le correspondan.

Aplicando el articulo 240 del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal ref.(5), la fuerza P_i aplicada al centro de masa del nivel y esta dada por la fórmula:

$$P_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} * c_s \sum W_i \qquad (7.1)$$

donde c_s es el coeficiente de diseño sísmico, igual a 0.4; W_i el peso del nivel i y h_i la altura de entrepiso del nivel i.

Se muestra en la tabla 7.2 los valores obtenidos siguiendo este procedimiento para las fuerzas laterales que actuan sobre el edificio.

Tabla 7.2 Fuerzas laterales

ENTREPISO	FUERZA LATERAL(P_i) (ton)
1	1.44
2	2.54
3	3.57
4	4.53
5	5.30

El análisis estructural se realizó con los programas DRAIN-2D tomando en cuenta la dimensión de los nudos.

Se efectuaron tres análisis: La primera bajo carga muerta y viva máxima, la segunda bajo carga muerta y viva intantánea y la tercera bajo cargas de sismo unicamente, en ambas direcciones.

Del edificio se diseñó un marco interior (marco B, fig 7.1), siguiendo lo establecido en el capítulo de marcos ductiles de las Normas Tecnicas de Estructuras de Concreto (5). Las secciones de las vigas y columnas se dimensionaron para la condición más desfavorable entre la combinación de cargas muertas y viva máxima con factor de carga de 1.4 por un lado, y carga muerta, viva instantánea y sismo con factor de carga de 1.1 por el otro. Para las columnas se aplicó el procedimiento principal que establece el citado capitulo de las Normas.

Los momentos de inercia de las vigas se valuaron como rectangulares, pues se supuso que el aumento de rigidez debido a la losa se ve contrarrestado en gran parte por el agrietamiento. En el caso de las columnas se utilizó la sección completa, ya que en ellas el agrietamiento está restringido por la presencia de la carga axial.

El limite de deformación de entrepiso se tomó igual a 0.012 H , donde H es la altura de entrepiso (en lugar de 0.006 H) con el propósito de disminuir la rigidez de la estructura. Así se obtendrian altas respuestas de los análisis inelásticos y por consiguiente incremento en los momentos de volteo, situación que es la más desfavorable.

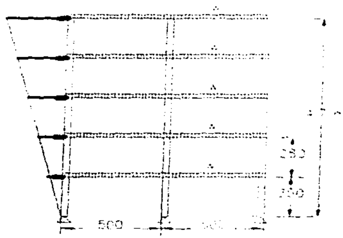


fig. 7.2 Cargas actuantes sobre la estructura

DISEÑO DEL EDIFICIO

Del proceso de diseño de los miembros estructurales del edificio se hacen los siguientes comentarios:

1.- Se despreciaron los efectos de esbeltez por cumplir con los requisitos necesarios (1.3.2 NTCC*).

2.- Para las **trabes** se cumplió con los requisitos geométricos para trabes dúctiles (5.2.1 NTCC):

a. (claro libre) > 4 (peralte efectivo); 5.4 > 4 X 0.85

b. $\dfrac{\text{separación de apoyos que eviten el pandeo lateral}}{\text{ancho}} \leq 30 \Rightarrow 5.0/0.3<30$

c. $\dfrac{\text{peralte}}{\text{ancho}} < 3 \Rightarrow 50 / 25 < 3$

El ancho de la trabe no sera menor que 25 cm, ni mayor que el de las columnas; las trabes son de 25 cm de ancho y la menor dimensión de las columnas es de 40 cm.

La excentricidad entre el eje de la trabe y el de la columna es menor de 1/10 de la dimensión transversal de la columna los ejes de las trabes y columnas se encuentran en el mismo punto.

3.-El factor de resistencia usado en las trabes fue de 0.9 a flexión y de 0.8 para cortante (1.6 NTCC).

4.- En todas las trabes el refuerzo por tensión requerido por diseño fue menor que el máximo permitido; que corresponde al 75% de la falla balanceada de la sección (5.2 2 NTCC).

5.- Las fuerzas cortantes de diseño se obtuvieron del equilibrio de la trabe de acuerdo con el inciso 5.2.4 de las NTCC y en todas las trabes se verificó que se cumpliera con la condición de que la fuerza cortante de diseño sea menor que el máximo definido por la escuadría de ellas (2.1.5b NTCC).

6.- En las **columnas** se cumplió con los requisitos geométricos para columnas dúctiles (5.3.1 NTCC):

a. La dimensión mínima transversal no será menor que 30 cm; la sección más chica es de 40 x 40 cm.

b. $(\text{el área de la sección transversal}) > \dfrac{\text{carga última}}{0.5\, f'c}$;

c. $\dfrac{\text{menor dimensión transversal}}{\text{dimensión transversal perpendicular}} > 0.4 \quad \Rightarrow \quad 0.4\,/0.4 > 0.4$

d. $\dfrac{\text{altura libre}}{\text{menor dimensión transversal}} \leq 15 \quad \Rightarrow \quad 2.80\,/\,0.40 < 15$

7.- El factor de resistencia por flexocompresión se tomó igual a 0.8 (5.3.2 NTCC) y 0.8 para cortante (1.6 NTCC).

8.- En todas las columnas la cuantía de refuerzo longitudinal requerida por diseño fue menor de 0.04 que es la máxima permitida (5.3.3 NTCC). El porcentaje de acero mínimo, 0.01 (5.3.3 NTCC) rigió en la mayoría de los entrepisos.

9.- Se cumplió con el requisito de que la resistencia mínima a flexión de las columnas en el nudo debe satisfacer que $Me \geq 1.5\, Mg$; donde Me es la suma de los momentos que llegan al nudo y Mg es la suma de los momentos de las trabes que llegan al mismo nudo (5.3.2 NTCC).

10.- Las fuerzas cortantes de diseño se obtuvieron del equilibrio de la columna de acuerdo con el inciso 5.3.5 de las NTCC y en todas las columnas se cumplió con la condición de que la fuerza cortante de diseño se a menor que el máximo definido por la escuadría de ellos (5.3.5 NTCC).

Debido a la semejanza de los valores de los momentos flexionantes en los extremos de las vigas, se adoptó el mismo armado en ambos extremos de estos elementos; solo se diseñó en los extremos porque es donde se espera que se formen las articulaciones plásticas según el criterio trabe debil-columna fuerte, por otro lado cuando las diferencias de un nivel a otro no se consideran significatívas (menores de 10% ó 15%) el refuerzo puede mantenerse por varios niveles.

7.2 RESULTADOS DE LOS ANALISIS

Envolventes del diagrama del análisis estático, resultado de las tres combinaciones de las cargas mencionadas anteriormente.

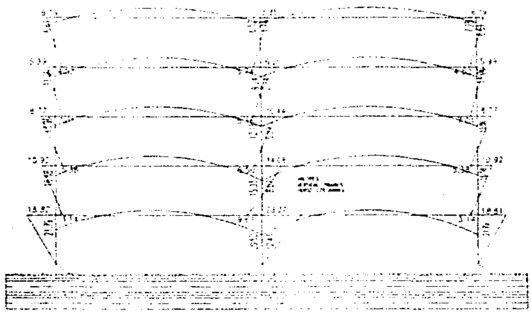


fig. 7.3 Diagrama de elementos mecánicos del análisis elástico

Resultados del diseño de los elementos estructurales, para los elementos mecánicos calculados a partir de un análisis elástico previo y siguiendo las Normas de Construcciónes del Distrito Federal para estructuras de Concreto en la parte de marcos dúctiles (Seccion. 5) del mismo.

Tabla 7.3 Cuantias de acero de Columnas

NIVEL	MIEMBRO columnas	AXIAL (ton)	MOMENTO (ton/cm)	Acero cm^2	Barras diametro
1	1	89.92	1882.23	25.0	8#6
	2	164.51	2337.01	25.0	8#6
	3	89.92	1881.00	25.0	8#6
2	4	70.59	1092.25	25.0	8#6
	5	130.4	1408.21	25.0	8#6
	6	70.59	1044.10	25.0	8#6
3	7	52.15	877.03	25.0	8#6
	8	97.26	1044.20	25.0	8#6
	9	52.15	877.71	25.0	8#6
4	10	34.10	599.69	16.0	4#7
	11	64.56	625.56	16.0	4#7
	12	34.10	599.78	16.0	4#7
5	13	16.49	619.23	16.0	4#7
	14	32.29	385.15	16.0	4#7
	15	16.49	619.25	16.0	4#7

A continuacion se presentan las cuantias de acero calculadas para las trabes, considerando las envolventes de los análisis realizados previamente explicados.

Tabla 7.4 Cuantias de acero para Trabes

Nivel	Trabe	Extremo izquierdo				Extremo derecho			
		M(+) (ton/cm)	As (cm)	M(-) (ton/cm)	As (cm)	M(+) (ton/cm)	As (cm)	M(-) (ton/cm)	As (cm)
1	1	1249.96	7.68	2179.21	12.37	1130.84	6.93	2062.54	11.69
	2	1130.84	6.93	2062.54	11.69	1249.96	7.68	2179.21	12.37
2	3	753.95	4.55	1658.25	9.36	733.90	4.43	1503.24	8.50
	4	733.90	4.43	1503.24	8.50	753.95	4.55	1658.25	9.36
3	5	630.14	3.78	1396.89	7.77	550.73	3.29	1211.14	6.75
	6	550.73	3.29	1211.14	6.75	630.14	3.78	1396.89	7.77
4	7	503.08	3.03	1106.56	6.15	420.10	3.03	840.21	5.09
	8	420.10	3.03	840.21	5.09	503.08	3.03	1106.56	6.15
5	9	300.70	2.53	661.72	4.71	296.76	2.53	625.01	4.63
	10	296.76	2.53	625.01	4.63	300.70	2.53	661.72	4.71

(a) (b)

fig.(7.4) Secciones transversales tipo para trabes (a) y columnas (b)

Para llevar a cabo el análisis plástico por el método de Baker se requiere contar con el diseño previo de la estructura, el cual se realiza en este trabajo de acuerdo al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal(4). Por otra parte deben escogerse la posición de las articulaciones plásticas en el marco (mecanismo de falla fig. 7.5, en este trabajo se eligieron de acuerdo a la ref. (3).

Secuencia de cálculo para el método de Baker:

a.- Cálculo de los valores de EI para cada sección.

b.- Calculo del momento plástico $\overline{X}$

c.- Cálculo de los coeficientes de influencia δ_{ij} y δ_{iu}

d.- Cálculo de la rotación relativa θ y distribución final de momentos a partir del sistema de ecuaciones.

e.- Cálculo de la capacidad rotacional permisible θ_p

f.- Incremento de la capacidad rotacional (si se requiere)

g.- Diseño final

h.- Revisión por servicio bajo cargas de trabajo.

Mecanismo de falla supuesto:

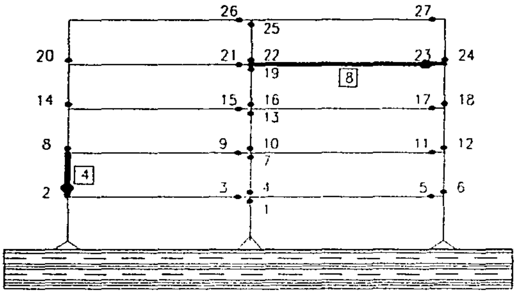


fig.7.5 Posición y numeración de las articulaciones plásticas

Se toma la siguiente nomenclatura para las articulaciones plásticas dentro de un tablero cualquiera, es decir que se llamará a la articulación en la trabe como "b" y a las articulaciones superior e inferior en las columnas como "c" y "a", respectivamente:

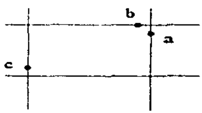
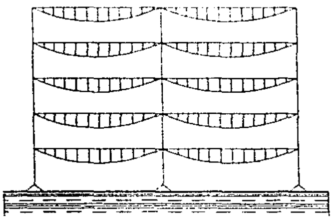
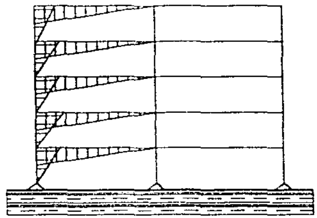


fig.7.6 Nomenclatura de las articulaciones en un tablero cualquiera

Se dibujaron por separado y sobre el lado en tensión de los miembros los diagramas de momentos debido a las fuerzas externas como son: las cargas verticales y cargas laterales fig.(7.7). Los diagramas debido a los momentos unitarios que se presentan en las articulaciones consideradas en la fig.(7.5) tambien se grafican en el lado en tensión de los miembros, los diagramas de la fig. (7.8) se basan en la propuesta que se hace en la referencia (3), en donde para cada tipo de articulación con la nomenclatura de la fig (7.6) ("a", "b" ó "c") llegan a diagramas como los que se presentan en la fig. (7.8), en donde además se muestran " en negrita" los nudos que se encuentran en la Trabe 8 y la columna 4 y que serán calculados a detalle siguiendo las recomendaciones de Baker, expuestas en capitulos anteriores, para los demás nudos se presentarán directamente los resultados obtenidos.



(a)



(b)

fig. 7.7 Diagrama de momentos unitarios:debido a cargas gravitacionales(a) y fuerzas laterales (b)

El valor máximo de la ordenada en la fig. 7.7 (a) es:

$$M = \frac{\omega l^2}{8}$$

Para las fuerzas laterales se procede de la misma manera que para los nudos.

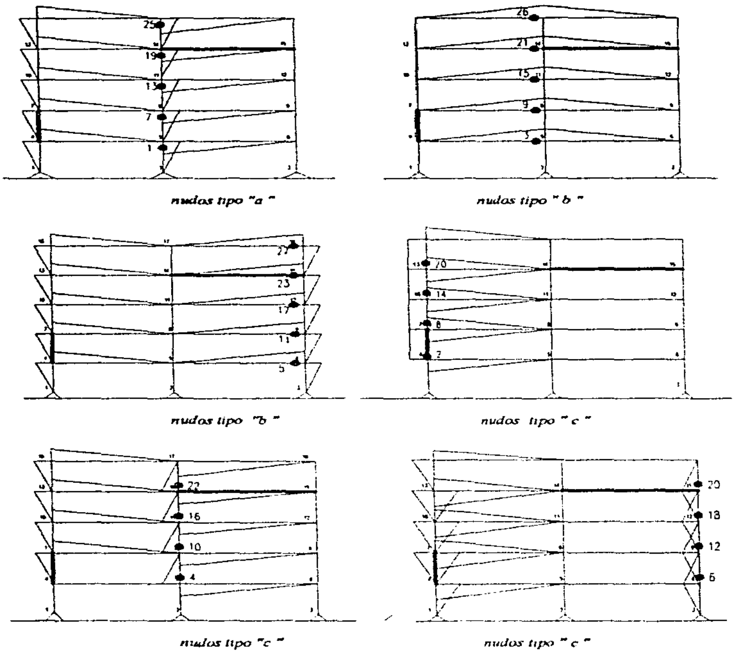


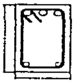
fig.7.8 Diagramas de momentos unitarios debido a X_1 en los nudos (a), (b) y (c)

A manera de ejemplo se calculará paso a paso el ***nudo 23*** y el ***nudo 2*** que se encuentran en la ***trabe 8*** y la ***columna 4*** respectivamente de la estructura.

NUDO 23 (Trabe # 8)

Datos generales:

f'c= 250 kg/cm^2 fy=4200 kg/cm^2 $A^{(+)} = 3.03\ cm^2$ $A^{(-)} = 6.20\ cm^2$.



b=25 cm.   h=50cm.   d=46cm.   r=4 cm.

a) Calculo de los valores EI

En la seccion transversal de la trabe se tiene que cumplir la siguiente ecuación de equilibrio:

$$C_c + C_s = T_s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7.10$$

o bien:

$$A_c\sigma_{sy} + \alpha\sigma_c n_1 db = A_t\sigma_{sy}$$

las incógnitas són : σ_c y n1, la primera, esfuerzo medio a compresión del concreto, se obtendra a partir de la curva idealizada del concreto presentada en la fig.2.3 (Capitulo II) y la segunda será un parámetro calculado a partir de la distribucion lineal de deformaciones, las cuales serán determinadas de manera iterativa.

Si consideramos que la ecuación de la parábola es: $y = \frac{4hx}{l^2}(l - x)$ donde $l = 2\varepsilon_{cy}$ se toma como 0.004 y además suponemos que cuando el acero fluye tiene una deformación de 0.002 y la deformación para el concreto en ese instante es de 0.001, entonces el esfuerzo a compresión del concreto esta dado por :

$$\sigma_c = \frac{4 * 0.85\sigma_{cu}\varepsilon_c}{0.004^2}(0.004 - \varepsilon_c)$$

Sustituyendo para σ_{cu} = f'c=250 y ε_C=0.001 supuestos:

$$\sigma_c = \frac{4 * 0.85(250)(0.001)}{0.004^2}(0.004 - 0.001)$$

$$\sigma_c = 159.37 \text{ kg/cm2}$$

Por otro lado para una distribución de deformación lineal:

$$n_1 = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c}} = \frac{1}{1 + \frac{0.002}{0.001}} = 0.33$$

tomando el valor de α como 0.67 ya que la variación del esfuerzo a lo largo de la profundidad se considera como parabólica y el área de la parábola es igual a 0.67 veces el área del rectángulo encerrado y sustituyendo en la ec. 6.10 los valores obtenidos .

La fuerza total en compresión es: $C_c = \alpha\sigma_c n_1 db$ = 0.67(159.37)(0.33)(46)(25) = 40522.2

$C_s = A_c\sigma_n$ = 3.03(4200)= 12726.0

La fuerza total en tensión es: $T_s = A_s\sigma_y$ = 6.20(4200) = 26040.0

Si la igualdad de la ec. 6.10 no se satisface se considera que la deformación supuesta para el concreto no es correcta, por lo que se probará con otro valor. En un siguiente intento se toma ε_C=0.0005, cuando el acero fluye; entonces se obtiene otro valor de n_1 = 0.20 , σ_c = 14315.8 y C_c = 12726.1 , con lo que la ec. 6.10 se satisface y se considera que el valor de la deformación del concreto ε_C es el correcto.

Así el valor de EI para la trabe está dada por la ecuación: $E_c I = \alpha f'c \frac{bd^3}{\varepsilon_c}\left(n_1^2 - \upsilon n_1^3\right)$, considerando de la recomendación a $\upsilon = 0.4$ y sustituyendo los valores obtenidas de las variables tenemos:

$$E_c I = 0.67(250)\frac{25(46)^3}{0.0005}\left(0.2^2 - 0.4(0.2)^3\right)$$

$$E_c I = 2.9997 \times 10^{10}$$

b) Cálculo de momento plástico del miembro

Para la trabe 8 de la fig.6.5 tiene por momento plástico a $\overline{X}_{23} = \overline{X}_{21}$ (por tener el mismo armado en los extremos 13, 14 y 15 de las trabe 7 y 8). Las posiciones elegidas de las articulaciones plásticas son subreforzadas y como un valor aproximado se calcula el momento plástico con: $A_t \sigma_{eu} a_1 d$; donde σ_{eu} es tomado igual a σ_{ey} y $a_1 d = (d - \nu n_1 d)$; n_1=0.20; ν=0.4; a1=0.920, por lo tanto:

$$\overline{X}_{23} = 6.20(4200)(0.92)(46) = 1102.01 \text{ Ton*cm}$$

c) Cálculo de los coeficientes de influencia .

Los coeficientes de influencia estan en radianes y se obtienen como se explica a continuación: Se grafica por separado los diagramas de los momentos unitarios que influyen sobre el nudo en cuestión fig.7.9.

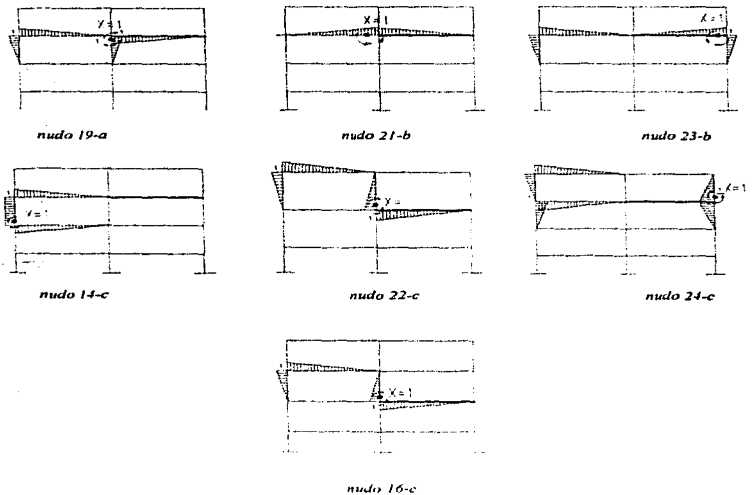


Fig. 7.9 Diagrama de momentos para la Trabe 8 de la estructura de 5 niveles

Para calcular los valores de los coeficientes de influencia tenemos que evaluar $\delta_{ik} = \sum \int \frac{M_i M_k}{EI} ds$ para cada miembro y sumar las integrales para todos los miembros de la estructura. Las formas más comunes de $\int M_i M_k \, ds$ están dados en la tabla 6.1

Considerando la ***trabe 8***, fig. 7.11, el coeficiente de influencia δ_{2319} está dado por la integral

$\delta_{2319} = \sum \int \frac{M_{12} M_{12}}{EI} ds$ para este miembro la longitud es igual a 5.0 m., su rigidéz es EI, a=1, c=1, por lo tanto de la tabla 6.1(cap. VI)

$$\int M_{19} M_{23} ds = \frac{lac}{3} = \frac{5.0 \times 1 \times 1}{3EI_t} = \frac{1.67}{EI_t}$$

Tabla 7.5 Valores de los coeficientes de influencia nudo 23 (trabe 8)

Coeficiente de influencia	Valores de: $\int M_i M_k ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} d$
	Columna 10-13	Columna 11-14	columna 12-15	trabe 13-14	trabe 14-15	10^{-8}
de $\delta_{131} = \delta_{123}$ a $\delta_{2313} = \delta_{1323}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{2314} = \delta_{1423}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	6.977
$\delta_{2316} = \delta_{1616}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	4.837
$\delta_{2319} = \delta_{1923}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	-1/6(5.0x1x1)	4.559
$\delta_{2321} = \delta_{1921}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	1/6(5.0x1x1)	5.535
$\delta_{2322} = \delta_{1922}$	0	0	0	0	-1/6(5.0x1x1)	2.778
$_{2323}$	1/3(2.8x1x1)	0	1/3(2.8x1x1)	1/3(5.0x1x1)	1/3(5.0x1x1)	9.674
$\delta_{2324} = \delta_{2423}$	-1/3(2.8x1x1)	0	-1/3(2.8x1x1)	-1/3(5.0x1x1)	0	9.118
de $\delta_{2325} = \delta_{2523}$ a $\delta_{23..} = \delta_{..23}$	0	0	0	0	0	0
δ_{230}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146

Columna: Todos los valores van divididos entre Elc = 2.18 * 10 exp 9

Trabe: Todos los valores van divididos entre Elt = 2.9897 * exp 10

e) Calculo de rotación permisible θ_p :

Las articulaciones son nudos en tensión y por lo tanto la rotación está dada por la ec. (4.8) en el *capitulo IV*, $\theta_p = \varepsilon_p l_p / k_u d$ donde ε_p es tomado como 0.0015, la longitud plastica se calcula tomando los siguientes valores: R1=0.7, R3 = 0.84, R2=1 (porque no hay carga axial), Z = 0.15L entonces Z = 75 cm.

La longitud plastica es: $l_p = 0.7(0.84)\left(\frac{75}{46}\right)^{0.25} * 46 = 30.56$ cm.

ku se obtiene de igualar la fuerza en tensión con la de compresión:

$$\sigma_c b k_u d + A_c \sigma_{sy} = A_t \sigma_{sy}$$

$$0.67(250)(25)kud = 6.20(4200) - 3.03(4200)$$

$$k_u d = 3.20 \text{ cm.}$$

$$\theta_p = 0.0015(30.56)/3.20 = 0.0014325 \text{ radianes}$$

Como θ_p es la rotación sobre un lado del nudo por lo tanto la rotación permisible es $2 * \theta_p = .0.02865$

NUDO 2 (Columna # 4)

Datos generales:

f'c= 250 kg/cm^2 fy=4200 kg/cm^2 A total = 25.00 cm^2

b=50 cm. h=50cm. d=46cm. r=4 cm.

a) Calculo de los valores EI

Por la naturaleza de las cargas las columnas estarán sujetas a considerables esfuerzos de tensión y por lo tanto el valor de EI para la columna será calculado tomando momentos en la sección agrietada.

El método para calcularlo es muy parecido al de las vigas, pero en el caso de las columnas tambien se considera la carga axial. Del análisis se toman las cargas axiales despreciando los efectos $P - \Delta$.

Nuevamente el valor de $n_1 d$ se calcula por tanteos y para ε_c=0.0075, el esfuerzo en la fibra extrema del concreto es:

$$\sigma_c = \frac{4 * 0.85(250)(0.00075)}{0.004^2}(0.004 - 0.00075)$$

$$\sigma_c = 129.57 \text{ kg/cm2}$$

Por otro lado para una distribución de deformación lineal:

$$n_1 = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c}} = \frac{1}{1 + \frac{0.002}{0.00075}} = 0.272$$

Por lo tanto $n_1 d$ =12.42 cm.

Entonces la fuerza a compresión del concreto es :

$$C_c = \alpha\sigma_c n_1 db = 0.67(129.5)(0.27)(46)(50)$$

Cc = 53673.1 Ton*cm.

La fuerza a compresión del acero es: $C_s = A_c\sigma_{sy} = 2.5(2\times10^6)\left(\frac{22.45}{12.42}\right)0.00075 = 15725.8$ kg.

La fuerza en tensión del acero T : $T_s = A_t\sigma_{sy}$ = 12.5(4200) = 52500.1 kg.

La carga axial de la columna 4 es igual a: P = 16.4 ton.

Por lo tanto : M = 105(21.0)+ 53.6 (20.01) + (52.5)(21.0) = 2505.261 T*m

por lo tanto: $$E_c I = \frac{Mn_1 d}{\varepsilon_c} = \frac{250526.1(12.42)}{0.00075} = 2.18\times10^9$$

Si se cumple el valor de $n_1 d$ es correcto; caso contrario iterar.

El momento resistente de la sección es calculado tomando momentos de todas las fuerzas internas alrededor del centro de la sección

b) Cálculo de momento plástico del miembro

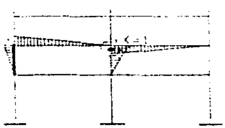
Para la Columna 2 fig.7.5 tiene por momento plástico a $\overline{X}_4 = \overline{X}_5 = \overline{X}_6$ (por tener el mismo armado en los extremos 4 y 7). Las posiciones elegidas de las articulaciones plásticas son subreforzadas y como un valor aproximado se calcula el momento plástico como: $A_t \sigma_{su} a_1 d$ donde σ_{su} es tomado igual a σ_{sy} y $a_1 d = (d - \nu n_1 d)$, $n_1 = 0.272$, $\nu = 0.4$, a1 = 0.8912

$$\overline{X}_4 = 12.50(4200)(0.8912)(46) = 2152.25 \text{ Ton*cm}$$

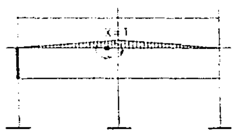
c) Cálculo de los coeficientes de influencia .

Para la ***columna 4*** la longitud es de 3.0m., rigidéz igual a EI, a=1, c=1 entonces de la tabla 6.1 tenemos:

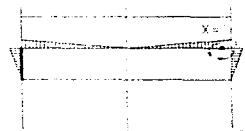
$$\int M_1 M_2 ds = \frac{lac}{3} = \frac{2.80 \times 1 \times 1}{3EI_t} = \frac{0.933}{EI_t}$$



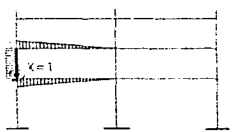
nudo 7-a



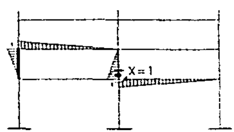
nudo 9-b



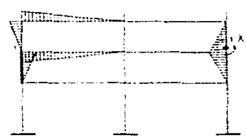
nudo 11-b



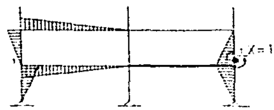
nudo 2-a



nudo 4-b



nudo 6-b



nudo 6-b

Fig. 7.10 Diagrama de momentos para la columna 4 de la estructura de 5 niveles

Tabla 7.6 Valores de los coeficientes de influencia nudo 2 (columna 4)

Coeficiente de Influencia	Valores de: $\int M_i M_k ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI}$
	Columna 4-7	Columna 5-8	columna 6-9	trabe 7-8	trabe 8-9	10[illegible]
$\delta_{21} = \delta_{12}$	0	0	0	0	0	0
δ_{22}	2.8x1x1	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.902
$\delta_{23} = \delta_{32}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{24} = \delta_{42}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.730
$\delta_{26} = \delta_{62}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.730
$\delta_{27} = \delta_{72}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.730
$\delta_{29} = \delta_{92}$	0	0	0	-1/3(5.0x1x1)	0	5.557
$\delta_{211} = \delta_{112}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.730
$\delta_{212} = \delta_{122}$	-1/2(2.8x1x1)	0	0	-1/3(5.0x1x1)	0	-5.730
del: $\delta_{213} = \delta_{113}$, al $\delta_{2[illegible]} = \delta_{[illegible]2}$ los coef = 0	0	0	0	0	0	0
δ_{20}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146

Las columnas van divididas entre Eic = 2.18 X 10 exp 8

Las Trabes van divididas entre Eit 2.[illegible]X10 exp 10

e) Calculo de rotación permisible θ_p :

Las articulaciones son nudos en tensión y por lo tanto la rotación está dada por la ec. (4.8) en el *capitulo IV*, $\theta_p = \varepsilon_p l_p \;/\; k_u d$ donde ε_p es tomado como 0.0015, la longitud plastica se calcula tomando los siguientes valores: R1=0.7, R3 = 0.84, R2=1+0.5(P/Pu) (hay carga axial), Z = 0.15L entonces Z = 42 cm.

La longitud plastica es: $l_p = 0.7(0.84)\left(\frac{75}{46}\right)^{0.25} * 46 = 30.56$ cm.

ku se obtiene de igualar la fuerza en tensión con la de compresión:

$$Pu = 0.85\sigma_{cu}A_c + \sigma_{ty}A_t$$

Pu = 0.85(250)(50x50)+4200(25)

Pu = 636,250.0 P = 16.4 ton.

R2 = 1+ 0.5(16.4/636.2)exp0.25 = 1.00

lp = 0.7(0.84)(1)(42/46) *46

$$\sigma_c b k_u d + A_c\sigma_{cc} = A_t\sigma_{ty}$$

0.67(250)(50)kud = 12.5(4200) - 12.5(530)

$k_u d =$ 30.56 cm

θ_p = 0.0015(30.56)/3.20 = 0.0014325 radianes

Como θ_p es la rotación sobre un lado del nudo por lo tanto la rotación permisible es $2*\theta_p$=.0.02865

En las siguientes tablas se muestra el cálculo de los coeficientes de influencia para algunos nudos que comparten posición similar con otros nudos que se encuentran en entrepisos superiores.

Tabla 7.7 Coeficientes de influencia nudo 1 (columna 2)

Coeficiente de Influencia	Valores de: $\int M_i M_k \, ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} d$
	Columna 1 - 4	Columna 2 - 5	columna 3 - 6	trabe 4 - 5	trabe 5 - 6	*10[illegible]
δ_{11}	1/3(3.5x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	1/3(5.0x1x1)	1.977
$\delta_{12} = \delta_{21}$	0	0	0	-1/3(5.0x1x1)	0	5.557
$\delta_{13} = \delta_{31}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	-1/3(5.0x1x1)	-2.778
$\delta_{14} = \delta_{41}$	0	0	0	0	-1/3(5.0x1x1)	2.558
$\delta_{15} = \delta_{51}$	1/3(3.5x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	-1/6(5.0x1x1)	2.922
$\delta_{16} = \delta_{61}$	-1/3(3.5x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	5.701
del: $\delta_{213} = \delta_{113}$, al $\delta_{2?} = \delta_{?2}$ los coef.= 0	0	0	0	0	0	0
δ_{10}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146
Las columnas van divididas entre Eic = 2.999 X 10 exp 8 Las Trabes van divididas entre EIt 2.999X10 exp 8						

Tabla 7.8 Coeficientes de influencia nudo 3 (trabe 1)

Coeficiente de Influencia	Valores de: $\int M_i M_k \, ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} d$
	Columna 1- 4	Columna 2 - 5	columna 3 - 6	trabe 4 - 5	trabe 5 -6	*10[illegible]
$\delta_{11} = \delta_{11}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	-1/3(5.0x1x1)	-2.778
$\delta_{12} = \delta_{21}$	0	0	0	-1/6(5.0x1x1)	0	-2.778
δ_{11}	0	0	0	1/3(5.0x1x1)	1/3(5.0x1x1)	-1.111

$\delta_{34} = \delta_{43}$	0	0	0	0	-1/3(5.0x1x1)	-5.557
$\delta_{35} = \delta_{53}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	-1/6(5.0x1x1)	-5.557
$\delta_{36} = \delta_{63}$	0	0	0	-1/6(5.0x1x1)	0	-2.778
del: $\delta_{37} = \delta_{73}$, al $\delta_{327} = \delta_{273}$ los coef.= 0	0	0	0	0	0	0
δ_{310}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146
Las columnas van divididas entre Eic = 2.18 X 10 exp 9 Las Trabes van divididas entre Elt 2.999X10 exp 10						

Tabla 7.9 Coeficientes de influencia nudo 4 (columna 5)

Coeficiente de Influencia	Valores de: $\int M_i M_k ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} d$
	Columna 4 - 7	Columna 5 - 8	columna 6 - 9	trabe 7 - 8	trabe 8 -9	$*10^{-4}$
$\delta_{41} = \delta_{14}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{42} = \delta_{24}$	1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	6.977
$\delta_{43} = \delta_{34}$	0	0	0	0	0	0
δ_{44}	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	9.118
$\delta_{45} = \delta_{25}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{46} = \delta_{64}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	4.837
$\delta_{47} = \delta_{74}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	4.837
$\delta_{48} = \delta_{84}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{49} = \delta_{94}$	-1/3(2.8x1x1)	0	0	-1/3(5.0x1x1)	0	-4.837
$\delta_{410} = \delta_{104}$	0	0	0	0	0	0
$\delta_{411} = \delta_{114}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	0	2.778

$\delta_{413} = \delta_{124}$	-1/3(2.8x1x1)	-1/6(2.8x1x1)	0	1/3(5.0x1x1)	0	2.696
del: $_{213} = \delta_{113}$. al $\delta_{227} = \delta_{272}$ los coef.= 0	0	0	0	0	0	0
δ_{40}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146
Las columnas van divididas entre Eic = 2.18 X 10 exp 9 Las Trabes van divididas entre Eit 2.999X10 exp 10						

Tabla 7.10 Coeficientes de influencia nudo 6 (columna 6)

Coeficiente de Influencia	Valores de $\int M_i M_k ds$					$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} d$
	Columna 4 - 7	Columna 5 - 8	columna 6 - 9	trabe 7 - 8	trabe 8 -9	$*10^{-8}$
$\delta_{61} = \delta_{16}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	2.696
$\delta_{62} = \delta_{26}$	-1/2(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	6.977
$\delta_{46} = \delta_{64}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	4.837
$\delta_{66} = \delta_{66}$	1/3(2.8x1x1)	0	1/3(5.0x1x1)	1/3(5.0x1x1)	0	9.118
$\delta_{67} = \delta_{76}$	1/3(2.8x1x1)	0	0	1/3(5.0x1x1)	0	4.837
$\delta_{68} = \delta_{86}$	0	0	0	-1/3(5.0x1x1)	0	-5.557
$\delta_{69} = \delta_{96}$	0	0	0	1/6(5.0x1x1)	0	2.778
δ_{60}	1/3(2.8x1x1)	0	0	5/18(5x1x1)	0	0.00146
Las columnas van divididas entre Eic = 2.18 X 10 exp 9 Las Trabes van divididas entre Eit 2.999X10 exp 10						

Se indican los valores de los coeficientes de influencia para los demás nudos en funcion a los valores de las tablas anteriores

Nudos: 1=7=13=19=25

.δ_{77}=.δ_{1313}=.δ_{1919}=.δ_{2525}

.δ_{78}=.δ_{87}=.δ_{1314}=.δ_{1413}=.δ_{1920}=.δ_{2019}=.δ_{2526}=.δ_{2625}

.δ_{79}=.δ_{97}=.δ_{1315}=.δ_{1513}=.δ_{1921}=.δ_{2119}=.δ_{2527}=.δ_{2725}

.δ_{710}=.δ_{107}=.δ_{1316}=.δ_{1613}=.δ_{1922}=2.δ_{219}

.δ_{711}=.δ_{117}=.δ_{1317}=.δ_{1713}=.δ_{1923}=.δ_{2319}

.δ_{712}=.δ_{127}=.δ_{1318}=.δ_{1813}=.δ_{1924}=.δ_{2419}

Nudos: 2=8=14=20

.δ_{88}=.δ_{1414}=.δ_{2020}

.δ_{810}=.δ_{108}=.δ_{1416}=.δ_{1614}=.δ_{2022}=.δ_{2220}

.δ_{812}=.δ_{128}=.δ_{1418}=.δ_{1814}=.δ_{2024}=.δ_{2420}

.δ_{813}=.δ_{138}=.δ_{1419}=.δ_{1914}=.δ_{2025}=.δ_{2520}

.δ_{815}=.δ_{158}=.δ_{1421}=.δ_{2114}=.δ_{2027}=.δ_{2720}

.δ_{817}=.δ_{178}=.δ_{1423}=.δ_{2314}

.δ_{818}=.δ_{188}=.δ_{1424}=.δ_{2414}

Nota: Los puntos delante de las Deltas solo son para efectos de impresión

Nudos: 3=9=15=21=26

$.\delta\ 97=.\delta\ 79=.\delta\ 1513=.\delta\ 1315=.\delta\ 2119=.\delta\ 1921=.\delta\ 2625=.\delta\ 2526$

$.\delta\ 98=.\delta\ 89=.\delta\ 1514=.\delta\ 1415=.\delta\ 2120=.\delta\ 2021$

$.\delta\ 99=.\delta\ 1515=.\delta\ 2121=.\delta\ 2626$

$.\delta\ 910=.\delta\ 109=.\delta\ 1516=.\delta\ 1615=.\delta\ 2122=.\delta\ 2221$

$.\delta\ 911=.\delta\ 119=.\delta\ 1517=.\delta\ 1715=.\delta\ 2123=.\delta\ 2321=.\delta\ 2627=.\delta\ 2726$

$.\delta\ 912=.\delta\ 129=.\delta\ 1518=.\delta\ 1815=.\delta\ 2124=.\delta\ 2421$

Nudos: 4=10=16=22

$.\delta\ 108=.\delta\ 810=.\delta\ 1614=.\delta\ 1416=.\delta\ 2220=.\delta\ 2022$

$.\delta\ 1010=.\delta\ 1616=.\delta\ 2020$

$.\delta\ 1012=.\delta\ 1618=.\delta\ 2224=.\delta\ 2422$

$.\delta\ 1013=.\delta\ 1310=.\delta\ 1619=.\delta\ 1916=.\delta\ 2225=.\delta\ 2522$

$.\delta\ 1015=.\delta\ 1510=.\delta\ 1510=.\delta\ 1621=.\delta\ 2227=.\delta\ 2722$

$.\delta\ 1018=.\delta\ 1810=.\delta\ 1624=.\delta\ 2416$

Nudos: 5=11=17=23

$.\delta\ 112=.\delta\ 211=.\delta\ 178=.\delta\ 817=.\delta\ 2720=.\delta\ 2027$

$.\delta\ 114=.\delta\ 411=.\delta\ 1710=.\delta\ 1017=.\delta\ 2722=.\delta\ 2722$

$.\delta\ 51=.\delta\ 15=.\delta\ 117=.\delta\ 711=.\delta\ 1713=.\delta\ 1317=.\delta\ 2725=.\delta\ 2527$

$.\delta\ 54=.\delta\ 45=.\delta\ 1110=.\delta\ 1011=.\delta\ 1716=.\delta\ 1617$

$.\delta\ 55=.\delta\ 1111=.\delta\ 1717=.\delta\ 2727$

$.\delta\ 56=.\delta\ 65=.\delta\ 1112=.\delta\ 1211=.\delta\ 1718=.\delta\ 1817$

Nota: Los puntos delante de las Deltas sólo son para efectos de impresión

Nudos: 6=12=18=24

$.\delta\ 1213 = .\delta\ 1312 = .\delta\ 1819 = .\delta\ 1918 = .\delta\ 2425 = .\delta\ 2524$

$.\delta\ 1215 = .\delta\ 1512 = .\delta\ 1821 = .\delta\ 2118 = .\delta\ 2427 = .\delta\ 2724$

$.\delta\ 1217 = .\delta\ 1712 = .\delta\ 1823 = .\delta\ 2318$

$.\delta\ 1218 = .\delta\ 1812 = .\delta\ 1814 = .\delta\ 1418$

$.\delta\ 1212 = .\delta\ 1818 = .\delta\ 2424$

$.\delta\ 1210 = .\delta\ 1012 = .\delta\ 1816 = .\delta\ 1618 = .\delta\ 2422 = .\delta\ 2224$

$.\delta\ 1216 = .\delta\ 1612 = .\delta\ 1822 = .\delta\ 2218$

Nota: Los puntos delante de las Deltas sólo son para efectos de impresión

Las igualdades son válidas siguiendo los valores de las tablas anteriormente mostradas, por ejemplo los valores que se encuentran en la tabla 7.7 para el nudo 1, son los mismos para los coeficientes de los nudos 7,13,19 y 25. Así se obtienen los coeficientes que aparecen en las páginas 104-106.

Con los coeficientes calculados se procede a resolver el sistema de ecuaciones del inciso (d). Los valores de los coeficientes que no aparecen son igual a cero.

d) Cálculo de la rotación relativa θ_i y distribución final de momentos

Para el grado de indeterminación que presenta el edificio N= 27, las ecuaciones de Baker quedan de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
&\delta_{10} + \delta_{11}\overline{X}_1 + \delta_{12}\overline{X}_2 + \ldots + \delta_{127}\overline{X}_{27} = -\theta_1 \\
&\delta_{20} + \delta_{21}\overline{X}_1 + \delta_{22}\overline{X}_2 + \ldots + \delta_{227}\overline{X}_{27} = -\theta_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\delta_{270} + \delta_{271}\overline{X}_1 + \delta_{272}\overline{X}_2 + \ldots + \delta_{2727}\overline{X}_{27} = -\theta_{27}
\end{aligned}
$$

Si los valores de $\overline{X}_i$ en el sistema de ecuación van a ser obtenidos por tanteos, los primeros valores de $\overline{X}_i$ son escogidos para dar una distribución racional de momentos en estado último, como se muestra en la siguiente figura (7.11), en donde el valor de los momentos, para las cargas verticales, en el centro del claro y los extremos de las trabes es el mismo. Para las cargas laterales el punto de inflexión tanto en trabes como en columnas se encuentra a la mitad del miembro en cuestión, por lo que los momentos en sus extremos serán iguales, es decir que en la primera iteración los extremos de las trabes tienen momentos iguales y de manera análoga en las columnas. Estos son los diagramas debido a cargas verticales y laterales con los que se recomienda iniciar la iteración (3).

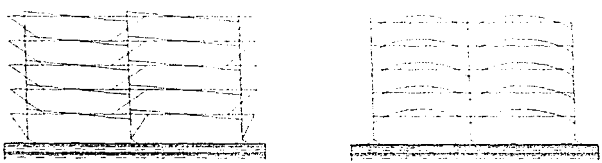


fig. 7.11 Primera iteración para cargas laterales y gravitacionales

Los valores considerados de $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{X}_{3...}, \overline{X}_N$ deben satisfacer dos condiciones:

1. Que las articulación plástica se formen en las posiciones escogídas, es decir que el valor de θ_i debe ser positivo.

2. La rotación relativa en los nudos de θ_i no deberan ser excesivos y deberán ser menores que la capacidad rotacional permisible de los miembros.

Un procedimiento simplificado para resolver el sistema de ecuaciones del metodo, fue propuesto por Krishnamoorthy and Yu (1972); se encontró que las soluciones son rapidamente obtenidas; el procedimiento se basa en el ajuste de las rotaciones de manera iterativa como se describe a continuación.

1. Se toma el valor de la rotacion permisible θ_p como el valor de la rotación que se vaya a presentar el las articulaciones de las trabes para quienes se conoce el signo del momento para los casos normales, y se asigna una rotacion de cero para las articulaciones que se encuentran en la columna. Con estos valores para las rotaciones se analiza el marco resolviendo el sistema de ecuaciones para los momentos $\overline{X}_i$ en cada nudo. La solución nos dará la magnitud y el signo del momento en todas las secciones críticas.

2. Ahora son conocidos los signos de los momentos en las columnas, por lo que se asignará ese signo a las rotaciones en las columnas de acuerdo a la siguiente regla(Munro (1965)):

$$\text{Cuando } \overline{X}_i \text{ es positivo } \theta_i < 0$$

$$\text{Cuando } \overline{X}_i \text{ es negativo } \theta_i > 0$$

Se analiza el marco tomando las rotación en los nudos en trabes y columnas igual a los valores apropiados de rotacion permisible ec.(4.1, Cap IV). Se procede a determinar los momentos en las secciones críticas de las columnas y las trabes correspondientes a las rotaciones permisibles en las articulaciones .

3. (a) Comparar los momentos obtenidos de $\ddot{X}_i$ y el signo de $.\theta_i$ utilizados para el análisis realizado en el paso anterior, osea revisar que la regla se cumpla.

   (b) Si la regla no se cumple asignar el valor de cero a la rotacion en esa articulacion. Analizar el marco con valores de cero en aquellos nudos que no cumplan la regla y conservar el valor de la rotacion permisible en las demas articulaciones que si cumplen con la regla.

4. Revisar que la regla se haya cumplido para el análisis llevado a cabo en el paso (3). Si no se satisface repetir el procedimiento descrito en el paso (3b) hasta que todas las articulaciones cumplan con la regla.

Se encontró que este procedimiento es bastante efectivo en aplicaciones prácticas a marcos regulares de varios niveles. Las iteraciones para resolver el sistema de ecuaciones de 27x27 se realizó con la ayuda del paquete de computadora llamado *Mathematica 2 0*

Con los valores calculados en páginas precedentes y del proceso de iteración realizado se tiene el siguiente diagrama de momentos para el análisis plástico del marco de cinco niveles (fig. 7.12).

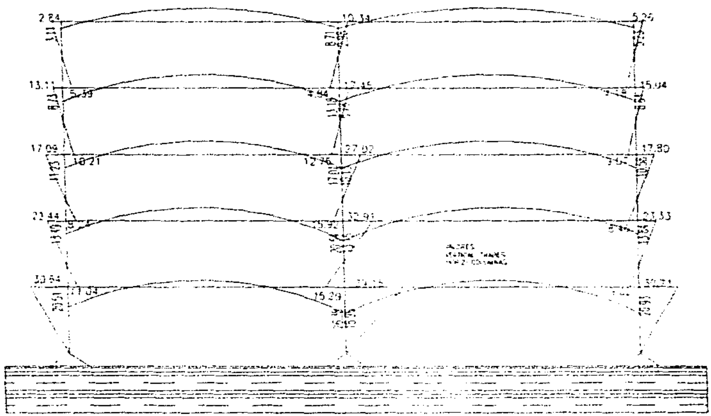


Fig. 7.12 Elementos mecánicos plásticos

CONCLUSIONES

Del método de Baker de análisis plástico, de los resultados obtenidos y comparando los mismos con los resultados de un análisis elástico puede concluirse lo siguiente:

- Los diagramas en los elementos mecánicos en el análisis plástico tienen valores mayores que en el análisis elástico, lo cual parece lógico ya que las deformaciones en las que se incurren en el caso del análisis plástico son mayores que la del elástico.

- Por la aproximación del proceso iterativo en el análisis plástico, los resultados suelen no "cerrar" en exactitud, por lo que los diagramas de elementos mecánicos pueden aparentemente no cumplir con el equilibrio.

- Es posible realizar el método de una manera manual siempre y cuando se siga un cierto orden al resolverlo, además se debe contar con la ayuda de un equipo de computo sin el cual no es posible resolver rapidamente el sistema de ecuaciones que se presenta.

- El método de Baker es muy laborioso por lo que la posibilidad de cometer errores cuando se resuelve el problema es grande, sobre todo si se realiza manualmente

- En en el caso de marcos hiperestáticos el Método de Baker necesariamente incurre en la presencia de articulaciones en las columnas, criterio que no coincide con la filosofía del reglamento del DF (el cual se basa en el criterio "trabe debil - columna fuerte", para obligar que las articulaciones se presenten en las trabes y no en las columnas), por lo que el método no sería aplicable en zonas con alto riesgo sísmico y en particular en el DF

- Es muy probable que se presente falla local de algun elemento estructural (en especial columnas) antes de que puedan llevarse a cabo la formación de todas las articulaciones plásticas, misma que puede ser la causa de una falla global de la estructura(19).

- Se puede concluir que el método no refleja ventaja práctica a la hora de realizarlo manualmente, pero si podria ser de mucha ayuda si se llegara a programar, asi lo demuestran las referencia (15). Por lo que no es recomendable utilizarlo en un despacho de cálculo, en dado caso de que se requiera realizar un análisis inelástico sería mejor recurrir a paquetes de computadora comerciales que toman en cuenta el análisis inelástico en las estructuras de concreto reforzado.

BIBLIOGRAFIA

1. Galambos, T.V Ellingwood, B. Mc. Gregor, G.,and Cornell, A. C. "Probability-Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 108, No ST5, May. 1982.

2. Galambos, T.V Ellingwood, B. Mc. Gregor, G., and Cornell, A., C. "Probability-Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations", ASCE Journal of the Structural Division, Vol 108, No ST5, May. 1982

3. Baker A.L.L. "Ultimate Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames", Concrete Publications Ltd., Londres 1956, 91 pags.

4. "Reglamento de Construcciones para el Distrito federal". Diario Oficial de la federación. México, D.F

5. "Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto " Gaceta Oficial del Departamento del Distrito federal, México, D.F

6. "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo". Gaceta Oficial del Departamento de D.F., México, D.F.

7. Kanaan, A E y Powell, G H , "General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of plane Structures", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de california, EERC 73-6 Berkeley.

8. Park, R. y Paulay, T. " Reinforced Concrete Structures" J. Wiley and Sons, Nueva York. (1975)

9. Gonzales O. M., Robles, F. " Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado". E Limusa (1985) México D.F.

10. Mattock, A. H. Discussion of " Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams", Journal of Structural division,ASCE, Vol 93, ST2, Abril, 1967, pags 519-522

11. Oscar de Buen Lopes de Heredia "Estructuras de Acero Comportamiento y Diseño", Limusa, 1988 pags. 7-56

12. Bleich, Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill.

13. Emilio Rosenblueth, Diseño de Estructuras Resistentes a Sismos, publicacion IMCYC, 1989 México D.F.

14. Beedle, L. S. Plastic Design of Steel Frames, Jhon Wiley and Sons, Inc, Nueva York 1958. Pags 41-127 , 235-239

15. Krishnamoorthy, C. S. and Mosi, D. R. (1980) CONFAP-A computer program for inelastic Análisis of Reinforced Concrete Framed structures. Computers and Structures, 12, 677-87

16. Macchi, G. (1966) Methode Des Rotatios imposees, Structures Hiperstatiques. 53. CEB. (Projects d'annexe aux recommendations practiques).

17. Krisnamoorthy, C. S. (1972) Optimal Limit Design of Reinforced Concrete Frames. PhD Tesis, Imperial College of Science and Technology. London.

18. G.Timoshenko, Mecanica de Materiales , Grupo Editorial Iberoamericana, pp 562, 1986.

19.A.L.L baker y A.M.N Amarokone, " Inelastic Hiperstatic Frames Analysis", Proceeding of International Symposium of Flexural Mechanis of Reinforced Concrete. ASCE, Miami, Nov. 1964, pags.85-142.

20.Krisnamoorthy, C. S. (1972) " Nonlinear Análysis and Optimal Design of Reinforced Concrete Framed Structures", Departament of Civil Engineering, Indian Institute of Technology, Madras, India.

21 Ultimate Load Design of Concrete Structures, Rep. Res. Comm. Inst. Civ. Eng. (London).

22.E. Nawy, Concreto Reforzado Un Enfoque Básico, Prentice Hall, 1988.

23.J. G. McGregor, Reinforced Concrete Mechanics and Design, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

24. K. Ramakhnsna , Ultimate State in Reinforced Concrete, London, 1963.

25. Sawyer, Limitaciones del Análisis plástico, Ponencia en CU. UNAM, México, 1960.

26.A. L. L. Baber, Recent Research in Reinforced Concrete, and its Appication to Design. Structural Paper No. 26, Inst. Civ. Engrs 1953

27. A. L. L. Baker, Further Research in Reinforced Concrete, and its Aplication to Ultimate Load Design, Paper No. 5894, Inst. Civ. Engrs. 1953

28.P. Laible, Analisis Estructural, McGraw- Hill, University of Vermont, 1992.

29 R. Meli, Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el DF, Publicación azul del Instituto de Ingeniería, No. 375, Junio 1976.

30.Rosenblueth E. , Esteva L. , "Reliability Bases for Some Mexican Codes" in Probabilistic Design of Reinforced Concrete Buildings, ACI, SP-31, Detroit (1973)