

45  
291



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**DAÑOS ESTRUCTURALES EN MARCOS DE  
EDIFICIOS SUJETOS A SISMO.**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A :**

**FERNANDO GARCIA RAMIREZ**



**DIRECTOR DE TESIS: DR. ORLANDO J. DIAZ LOPEZ**

**MEXICO, D. F.**

**1997**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

Señor  
**FERNANDO GARCIA RAMIREZ**  
Presente.

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-098/95

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. ORLANDO JAVIER DIAZ LOPEZ**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

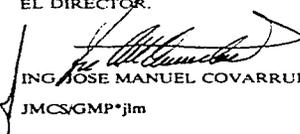
**"DAÑOS ESTRUCTURALES EN MARCOS DE EDIFICIOS SUJETOS A SISMO"**

- INTRODUCCION
- I. ANTECEDENTES
- II. MODELOS DE COMPORTAMIENTO HISTERETICO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES
- III. MODELOS DE DAÑO
- IV. CONCEPTOS DE ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS
- V. SELECCION DE CASOS
- VI. ANALISIS DE RESULTADOS
- VII. CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFIA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
**"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"**  
Cd. Universitaria, a 10 de agosto de 1995.  
EL DIRECTOR.



ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/GMP\*jlms

## DEDICATORIAS

*Para mis padres Alberto y Josefina, por el amor que me han profesado y por haberme permitido elegir libremente lo que quiero ser.*

*Para mis hermanos Alberto y Beatriz, y para todos mis familiares, que siempre han estado a mi lado dándome su apoyo, cariño y confianza.*

*Dedico también este trabajo a la institución que me formó profesionalmente y me dio la capacidad de ser útil a la sociedad: la "Facultad de Ingeniería" de la UNAM.*

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi director de tesis, el Dr. Orlando J. Díaz López por el gran apoyo que me ha dado al orientar y fomentar mis conocimientos, y por su gran ayuda en la realización de este trabajo.

Agradezco a mis compañeros universitarios: Carlos, Ricardo, Santos, Raúl, Hugo y Cynthia, y a María de la Paz, de quienes hago especial distinción, su incomparable amistad y cariño; y a todas aquellas personas que alguna vez estuvieron a mi lado animándome a luchar por salir adelante, también les doy las gracias.

Agradezco a todos los profesores que contribuyeron en mi aprendizaje durante mi estancia en la facultad y hago especial mención de la maestra Leda Speziale y el profesor Jorge Solar por haber sembrado en mí la semilla del razonamiento que distingue a todo ingeniero.

# INDICE

Asignación de tesis

Dedicatorias y agradecimientos

INTRODUCCION -----	1
I. ANTECEDENTES -----	4
II. MODELOS DE ANALISIS Y COMPORTAMIENTO COMPORTAMIENTO HISTERETICO -----	8
2.1 Antecedentes -----	8
2.1.1 Modelación estructural -----	8
2.1.2 Modelación histerética -----	9
2.1.2.1 Modelo de Wang y Shah -----	11
2.1.2.2 Modelo de Chung y Meyer -----	16
2.1.2.3 Modelo de Park, Reinhorn y Kunnath -----	26
2.2 Selección del modelo -----	35
2.2.1 Modelo a nivel estructural -----	35
2.2.2 Modelo histerético -----	36
III. MODELOS DE DAÑO -----	42
3.1 Aspectos importantes -----	42
3.2 Modelos de daño en elementos de concreto reforzado -----	43

3.2.1	Indices de daño local -----	43
3.2.2	Indices de daño global -----	54
3.2.3	Indice de daño de entrepiso -----	58
3.3	Indices de daño para las estructuras analizadas -----	58
IV. CONCEPTOS BASICOS DEL ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS		61
4.1	Grados de libertad -----	61
4.2	Sistema lineal de un grado de libertad -----	62
4.2.1	Vibraciones libres -----	65
4.2.2	Respuesta a movimientos de la base -----	68
4.3	Sistemas de varios grados de libertad -----	74
4.3.1	Ecuaciones de equilibrio dinámico -----	74
4.3.2	Vibraciones libres no amortiguadas -----	76
4.3.3	Frecuencias y modos de vibración -----	79
V. SELECCION DE CASOS		80
5.1	Objetivos -----	80
5.2	Hipotesis -----	80
5.3	Sistemas estructurales -----	81
5.3.1	Terreno blando -----	81
5.3.2	Terreno firme -----	86
5.4	Propiedades nominales y propiedades medias -----	88
5.4.1	Cargas esperadas -----	90
5.4.2	Resistencias esperadas de los miembros estructurales -----	91

5.5	Excitaciones sísmicas	96
5.6	Análisis dinámico estructural	99
5.6.1	Método de análisis dinámico estructural	99
5.6.2	Programa DRAIN-2D	100
5.6.3	Método $\beta$ de Newmark	101
5.6.4	Metodología de análisis del programa DRAIN-2D	103
VI. ANALISIS DE RESULTADOS		105
6.1	Estructuras en terreno blando	106
6.2	Estructuras en terreno rocoso	142
VII. CONCLUSIONES		154
REFERENCIAS		159

## INTRODUCCION

La práctica moderna del diseño sísmico de edificios se basa en criterios que producen sistemas estructurales que deben desarrollar deformaciones considerables, cuando son sometidas a temblores intensos cuya ocurrencia puede repetirse durante la vida útil de la estructura. El permitir el desarrollo de deformaciones inelásticas en la estructura, concilia economía con seguridad a costa de permitir daños que, de no repararse, pueden afectar la seguridad de las construcciones ante la ocurrencia de posibles eventos futuros.

Conocer las condiciones en las cuales queda una estructura después de soportar un evento sísmico, es de importancia ya que ello permite tomar decisiones respecto a su seguridad estructural.

La filosofía de diseño sísmico actual para las estructuras de concreto reforzado no está exenta de apoyarse en su capacidad para disipar energía a través de deformaciones inelásticas. Esto implica la necesidad de desarrollar modelos matemáticos que sean capaces de describir el comportamiento inelástico de los elementos que constituyen a la estructura. El desarrollo de modelos que sean confiables bajo cualquier circunstancia y que además proporcionen la mejor aproximación posible a la realidad no es una tarea sencilla, debido a la variación de las características funcionales de los diferentes elementos que integran una estructura, y al número de parámetros, también variable, que cada una de ellas representa.

En este trabajo interesa establecer la confiabilidad que representa la aplicación de un modelo propuesto en el Instituto de Ingeniería para representar convenientemente el comportamiento histerético de los elementos de una estructura, de manera que se puedan realizar análisis sísmicos rápidos y eficientes. Para ello, se evaluará la respuesta de diferentes estructuras y se familiarizará al lector con una serie de conceptos que le permitan tener un enfoque más preciso del estudio que aquí se presenta.

Por lo anterior, en el capítulo 2 se definen tres modelos macroscópicos de respuesta inelástica con leyes de comportamiento hysterético que incorporan el concepto de deterioro de rigidez y resistencia de elementos de concreto reforzado ante cargas cíclicas, a través de índices de daño específicos para cada modelo.

Para los elementos de las estructuras aquí analizadas también se tomará un modelo de comportamiento hysterético que considera el deterioro de rigidez y resistencia de los elementos. El modelo desarrollado se basa en los resultados dados por el modelo de Wang y Shah (ref. 1), descrito en el capítulo 2, para la obtención de las funciones de deterioro de la resistencia. Este modelo se ha incorporado al programa de análisis sísmico inelástico DRAIN-2D (ref. 2).

En los capítulos 3 y 4 se presentan como complemento al trabajo realizado algunos conceptos relacionados con el mismo, índices de daño local conocidos actualmente y conceptos referentes al comportamiento dinámico de las estructuras, respectivamente.

Para nuestro caso en particular, se estudiará la presencia del daño en estructuras cuando son sometidas a sismos de diferentes intensidades. Se hará un estudio en el cual se analizará la respuesta de marcos de 5, 10 y 15 niveles desplantados en la zona III, compresible o de terreno blando del valle de México, de acuerdo con el Reglamento de Construcciones del DF (RDF, ref. 3), con el fin de ver en que forma son afectadas las estructuras de acuerdo con las características del terreno en que se encuentran y el criterio de diseño utilizado.

Para fines comparativos se complementa el trabajo con el análisis de un edificio sencillo de 5 niveles desplantado en la zona I o terreno firme del valle de México, de acuerdo con el mismo reglamento.

Para expresar la respuesta de las estructuras en términos del grado de daño soportado así como la capacidad de reserva tanto de los componentes estructurales como del sistema completo, se definirán índices de daño (que serán descritos en el capítulo 3) y se estudiará que tan adecuados son para representar las condiciones en que se encuentra una estructura.

## Introducción

Los resultados de este estudio, presentados en el capítulo 6, servirán para evaluar el modelo de comportamiento histerético e índices de daño que se utilizan. Así mismo, se pretende analizar las características de la respuesta de las estructuras diseñadas con los criterios de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-DEC, ref. 4), y establecer conclusiones acerca de dicha respuesta.

Otro aspecto a tratar con los resultados obtenidos, que es importante mencionar pero que queda fuera del alcance de este trabajo, es el análisis de la evolución del daño en estructuras sujetas a sismos repetitivos. A partir de este análisis es factible establecer funciones de densidad de probabilidades de incremento de daño, condicionales a un estado inicial de daño nulo.

## I- ANTECEDENTES

Los trabajos en torno a los modelos de comportamiento de los componentes estructurales bajo carga sísmica no son nuevos, a través del tiempo se han ido incorporando en ellos conceptos que permiten mejorar su funcionalidad, como son el deterioro de rigidez y resistencia. Esto se traduce finalmente en un objetivo: representar el daño en una estructura después de la presencia de un evento sísmico.

En los párrafos siguientes se presentan los aspectos más importantes que se han tomado en cuenta para lograr el objetivo mencionado.

- a) Propuesta de modelos de daño.- Algunas definiciones del daño estructural se han propuesto y utilizado. Las primeras definiciones han sido principalmente descriptivas y posteriormente se han tratado de establecer valores cuantitativos del daño en una estructura. En la actualidad, se hace cada vez más conciencia en que no es fácil, pero si necesario dar una definición de daño, útil y confiable, que haga posible encontrar predicciones racionales de la confiabilidad de la estructura.

Chung, Meyer y Shinozuka (ref. 5) clasifican los índices o modelos de daño que se han desarrollado, en cuatro grupos: 1) índices de daño para elementos de acero, 2) índices de energía disipada, 3) índices de daño basados en principios teóricos, y 4) definiciones de daño empíricas. Una categoría adicional serían los índices de daño globales que incluyen conceptos de los índices (1), (2) y (3). Un buen número de índices de daño son presentados en forma sencilla en el capítulo 3 de este trabajo.

- b) Incorporación de modelos de daño a modelos de comportamiento histerético.- Se han escrito varios artículos cuyo objetivo fundamental ha sido no sólo la discusión del daño que los miembros estructurales sufren bajo grandes cargas cíclicas inelásticas similares a aquellas experimentadas durante un terremoto, sino también la forma en que este afecta el comportamiento de los mismos. Tres modelos de

comportamiento histerético de elementos de concreto reforzado que incluyen el concepto de daño en su definición son expuestos detalladamente en el capítulo 2 de este trabajo.

- c) Creación de programas de computadora para el análisis sísmico no lineal de elementos estructurales.- La necesidad de introducir los efectos del daño en las estructuras a obligado a la creación de programas de computación como los de las ref. 2 y 6, manejados en FORTRAN 77. Este tipo de programas deben darle a la computadora la capacidad de procesar las respuestas no lineales de las estructuras considerando la variación del comportamiento de los elementos estructurales ante la presencia del daño y la de los movimientos del suelo provocada por el fenómeno sísmico.
- d) Seguridad estructural y estado de servicio.- En la investigación posterior a un terremoto, el ingeniero tiene que decidir si una estructura que ha experimentado un movimiento fuerte, puede todavía ser considerada segura, o si algún servicio en ella es requerido. Para ello, a partir de algún modelo ó modelos de daño confiables, es necesario definir una función de índice de daño  $f(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$  cuyo valor relacione al daño y a la seguridad estructural con un criterio relativo a las condiciones de la estructura después de un terremoto, y tomar una decisión respecto a hacer una posible reparación (ver tabla 1.1).

intervalo de daño	distribución de confiabilidad	decisión final
$f \leq 0$	estructura segura	no reparar
$f > 0$	estructura insegura	necesario reparar

**Tabla 1.1 Estado de daño y seguridad.**

Tal y como se manifiesta en el trabajo desarrollado por E. DiPasquale y A.S. Cakmak (ref. 7), el estado de daño definido del modo anterior tiene una frontera media entre las estructuras seguras y las inseguras, en el espacio de los índices de daño. Esta frontera representa un estado límite

de la estructura conocida como Estado Límite de Servicio.

En el trabajo mencionado se demuestra que el problema de identificación del estado límite de servicio es equivalente al problema de detección de daño sísmico estructural cuyo proceso es definir si la estructura es segura después de la presencia de un terremoto. Por esta razón, al definir el estado límite implícitamente se proporciona la regla de detección para la distribución del daño. Para los autores esta es probablemente la más importante información que el sistema de análisis de daño actual proporciona. "Clasificar estructuras seguras e inseguras es una forma racional de catalogar en la inspección de edificios, después de un evento sísmico grande". Finalmente, fomentan el uso de registros de experimentos a diferentes escalas para obtener una definición analítica adecuada del estado límite de servicio

Otro tipo de limitación de daño en el procedimiento para diseño sismo-resistente se proporciona en el trabajo de Park, Ang y Wen (ref. 8). En él, es desarrollado un límite de potencial de daño que puede soportar un nivel de un edificio, expresado este en función de la máxima deformación y de la energía histerética disipada. El grado de daño tolerable es definido con base en la calibración observada después de la presencia de grandes terremotos.

- e) Probabilidad sísmica de daño.- Este aspecto es quizá el más importante en el análisis de daño sísmico y consiste en determinar la evolución del daño en estructuras que presentan un valor de daño inicial no nulo ante la presencia de un evento sísmico. Como lo mencionan en su trabajo Nielsen y Cakmak (ref. 9): "Después de un terremoto, la confiabilidad estructural es entendida solamente a partir del último valor de daño recordado".

El trabajo mencionado es la evaluación de un índice de daño propuesto por los mismos autores, respecto a la manera en que interfiere en la generación de una función de probabilidad de daño de una estructura que está sujeta a condiciones específicas de análisis, de excitación sísmica, y de hipótesis de comportamiento.

## Antecedentes

En el artículo correspondiente se especifica que las funciones de densidad de probabilidades de daño como la presentada (Función de Transición de Densidad de Probabilidad) permiten determinar la forma en que una estructura pasa a un determinado estado de daño después de un terremoto, diferente a su estado de daño inicial; y ayudan a establecer las posibles relaciones entre las variables involucradas en el estudio de la confiabilidad sísmica.

Un estudio similar es desarrollado por Shinozuka y Tan (ref. 10); en el que la característica primordial es la aplicación de matrices de índices de probabilidades de daño inicial, cuya validez es demostrada en el mismo artículo donde es expuesto el estudio citado.

La inclusión de funciones de probabilidad de incremento de daño constituye el cierre de una serie de estudios que le proporcionan al ingeniero la posibilidad de diseñar adecuadamente estructuras sísmo-resistentes. Dicha parte no se alcanza a cubrir en este estudio, pero con los resultados y conclusiones obtenidos aquí, se desarrollará posteriormente.

## **II.- MODELOS DE ANALISIS Y COMPORTAMIENTO HISTERETICO**

### **2.1 ANTECEDENTES**

La modelación de los miembros de una estructura se puede tratar de dos formas: el esquema de modelación estructural y el esquema de modelación histerética. El primero se refiere a la forma en que el miembro se modela a nivel estructural, de componente o global. El segundo es a nivel del material, es decir, las propiedades histeréticas (de carga cíclica) que presenta.

#### **2.1.1 MODELACION ESTRUCTURAL**

Cuando un elemento de concreto está sujeto a cargas cíclicas, su comportamiento es complicado y evidentemente no lineal. Dicha no linealidad se debe en general a la geometría del elemento y a la constitución del material. Las causas geométricas, en términos de la configuración deformada del sistema, son comúnmente despreciadas excepto cuando la estructura está sujeta a deformaciones muy grandes y los efectos  $P-\Delta$ , debidos a la deformación de los entrepisos influyen en la respuesta de la estructura, sobre todo en la región cercana al colapso.

Si el análisis de una estructura se realiza de acuerdo a las leyes que definen el comportamiento del material, y éstas están dadas por la constitución del mismo, se pueden considerar diferentes enfoques: 1) el miembro estructural se idealiza como un solo elemento y las fuerzas de los extremos del miembro se relacionan directamente a los desplazamientos de los mismos, 2) el miembro se divide en elementos longitudinales y en cada uno de ellos se relacionan las fuerzas y deformaciones de la sección transversal local las cuales son integradas en todo el miembro para dar una relación fuerza-desplazamiento en sus extremos, 3) el miembro se divide en

elementos longitudinales y a través de la sección transversal, se establecen leyes constitutivas que relacionan los esfuerzos y las deformaciones de cada material constituyente y su interacción, y finalmente se integran en toda la sección transversal y a lo largo del miembro.

Los dos primeros incisos caen dentro de los llamados esquemas de macro-modelado, mientras que el tercero es en el esquema de micro-modelado.

Por su menor grado de complejidad los esquemas de macro-modelado describen el problema con menor detalle ya que no consideran el comportamiento mecánico de los materiales individuales e intentan simplemente reproducir las características de la respuesta en la forma de relaciones momento-curvatura o fuerza-deformación. Sin embargo, por la misma razón, estos esquemas son más económicos desde el punto de vista computacional y, además, presentan mayor flexibilidad en el modelado de los elementos.

### **2.1.2 MODELACION HISTERETICA.**

Para describir el comportamiento de miembros de concreto reforzado bajo carga cíclica (reversible), se usan modelos de comportamiento histerético fenomenológicos. Mientras que se necesitan sólo unos pocos parámetros para describir su comportamiento cuando la flexión gobierna la respuesta, muchos más parámetros son necesarios en los miembros con interacciones complejas de momentos flexionantes, cortante y fuerzas axiales.

El comportamiento de las regiones críticas en las vigas está regido por la flexión, el cortante y la transferencia de esfuerzos entre el acero de refuerzo y el concreto. En el caso de las columnas, además de los efectos anteriores, el efecto de la fuerza axial también es importante.

Cuando las regiones críticas están sujetas a deformaciones cíclicas el elemento presenta un deterioro considerable en su rigidez a flexión. Los principales efectos que esto produce son: 1) un incremento en el flexibilidad del periodo de vibración de la estructura durante grandes deformaciones cíclicas, 2) una disminución en la capacidad de disipación de energía y 3) una

redistribución significativa de las fuerzas internas que inducen a deformaciones excesivas en algunas regiones del elemento.

El deterioro de la rigidez del elemento puede atribuirse a muchas causas cuyos efectos se reflejen en la forma de la relación fuerza-deformación histerética de los elementos, algunas pueden ser:

- 1) Agrietamiento del concreto y fisuras a lo largo de las barras de refuerzo.- El agrietamiento hace que el concreto a compresión no trabaje mientras las grietas estén abiertas. Esto provoca un redondeamiento (grietas cerradas) y estrechamiento (grietas abiertas) de rigidez en el elemento, es decir, de sus ciclos de histéresis, lo que significa una menor capacidad de disipación de energía por ciclo. En zonas que alternan entre tensión y compresión, el agrietamiento puede provocar que no haya contacto directo entre las caras de las grietas (por movimiento lateral relativo de partículas entre las grietas) y eso reduciría la resistencia a compresión.

Un efecto adicional es cuando las grietas no se cierran del todo al descargarse el miembro, lo que puede provocar que se agriete la sección en todo su peralte, de tal forma que al cargarla de nuevo la viga se comporta como una viga de acero, al no estar en contacto el concreto en la cara de la grieta. En estas condiciones, la fuerza cortante en la sección se transmite por la acción de dovela del refuerzo principal de acero y por cortante de trabazón del agregado.

Lo anterior implica que si la fuerza cortante es alta, puede llevar a una falla por deslizamiento por cortante a lo largo de la grieta.

- 2) Deterioro cíclico de la adherencia entre el refuerzo de acero y el concreto.- Esto sucede en el núcleo de las uniones viga-columna y afecta la forma de los ciclos de histéresis de la relación carga-deformación.
- 3) Presencia de fuerzas cortantes de adherencia altas.- Cuando una barra de acero pasa a través del núcleo de la unión, puede estar en tensión de un lado del núcleo y en compresión del otro lado, si en ambos lados la barra es obligada a ceder, se provoca una doble fuerza que trata de vencer la adherencia de la barra de acero dentro del núcleo de la unión. La necesidad

de desarrollar esfuerzos muy elevados de adherencia en la interface acero-concreto, combinado con el deterioro de la adherencia bajo cargas cíclicas, puede producir un deslizamiento del refuerzo a través del núcleo.

- 4) Aplastamiento y descascaramiento del concreto.- Aparte de la degradación de la rigidez tal como se vio anteriormente, los miembros de concreto reforzado experimentan un deterioro de su resistencia bajo cargas cíclicas que los llevan por encima de su nivel de fluencia. Se ha notado alguna correlación entre el comienzo del deterioro en la resistencia y la caída del recubrimiento de concreto del elemento, pero no es algo completamente estandarizado. La existencia de un nivel crítico de deformación para el comienzo del deterioro de la resistencia de los elementos ha sido discutida, pero no se ha establecido ninguna conclusión al respecto.

Los modelos de comportamiento histerético de elementos de concreto reforzado deben ser capaces de reproducir todos los efectos anteriores.

Los modelos que se presentan en seguida son algunos de los que, de acuerdo a los objetivos primordiales de este trabajo, se consideraron básicos, desde el punto de vista de su uso generalizado en el análisis sísmico de estructuras, y destacan porque incorporan en su desarrollo el concepto de daño en la definición de sus parámetros (ref. 11).

#### 2.1.2.1 MODELO DE WANG Y SHAH.

En este modelo de comportamiento histerético para elementos de concreto reforzado (ref. 1), los autores utilizan el concepto de daño acumulado; es un modelo simple que describe de una manera sencilla el comportamiento de las uniones viga-columna.

La definición del modelo es a través de seis parámetros;  $F_y$ ,  $K_y$ ,  $\alpha$ ,  $X_F$ ,  $C$  y  $n$ , los tres primeros definen la forma de la curva primaria de la relación carga desplazamiento, los otros tres definen la extensión relativa del daño.

Concepto de daño acumulado

Se considera que el daño en el elemento estructural depende de los desplazamientos máximos que sufre el elemento en cada ciclo de carga, este efecto está representado por el coeficiente  $\beta$  definido como:

$$\beta = C \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{x_F} \quad (2.1)$$

diferente para cada dirección en la que se deforma el elemento.  $x_i$  es el desplazamiento máximo en el  $i$ -ésimo ciclo,  $x_F$  es el desplazamiento a la falla bajo carga monotónica y  $C$  es una constante cuyo valor es menor que 1.

El parámetro que representa al daño estructural es la cantidad escalar  $D$ , la cual varía entre 0 y 1. Dicho parámetro depende de  $\beta$  en la forma

$$D = f(\beta) \quad ; \quad f(0) = 0 \quad y \quad f(1) = 1$$

Se supone que la variación del daño respecto a  $\beta$  ( $dD/d\beta$ ) varía linealmente con  $D$

$$\frac{dD}{d\beta} = nD + a \quad (2.2)$$

donde  $n$  es una constante que se determina a partir de datos experimentales.

De esta forma se genera la expresión del daño en función de  $\beta$  como

$$D = f(\beta) = \frac{e^{n\beta} - 1}{e^n - 1} \quad (2.3)$$

El efecto del daño en el comportamiento que el elemento presenta bajo carga cíclica se introduce como una disminución en su capacidad de carga a la fluencia. Esta reducción se define como

$$F_D(X_i) = F(X_i)(1 - D) \quad (2.4)$$

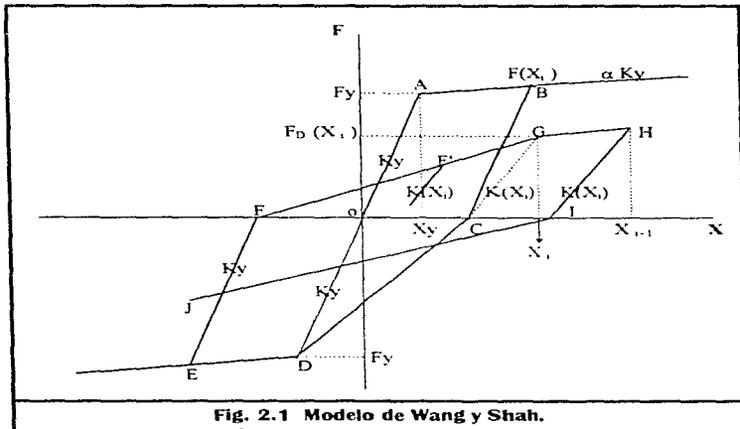
donde  $X_i$  es el desplazamiento máximo en la estructura en el ciclo  $i$  y  $F(X_i)$  es la carga correspondiente al desplazamiento  $X_i$ , en la curva primaria de la relación carga-desplazamiento.

Tomando en cuenta lo anterior, la curva carga-desplazamiento histerética que representa el comportamiento del elemento está definida como sigue (figura 2.1):

- 1.- Una curva primaria bilineal definida por  $F_y$ ,  $X_y$  y  $\alpha$ .  $F_y$  y  $X_y$  son la carga y el desplazamiento a la fluencia. En la curva,  $K_y = F_y / X_y$  es la rigidez inicial y  $\alpha K_y$  es la rigidez después de la fluencia.
- 2.- La rigidez a la descarga está asociada a la menor rigidez observada en la misma dirección de la carga. Antes de que se cumpla el primer ciclo de carga la menor rigidez es igual  $K_y$ . Después del primer ciclo, la menor rigidez está definida por  $K(X_i)$  en la figura 2.1, la cual se calcula como la pendiente entre los puntos G y C de la misma figura. El punto G se determina usando la ec. 2.4 y representa además el nuevo punto de fluencia para la siguiente carga en esa dirección. El punto C se determina a partir de  $X_i$  y  $K_y$ .
- 3.- Cuando se invierte el signo de la carga, la rigidez en la recarga en ese sentido está dada por la pendiente de la línea que conecta al punto sobre el eje de las deformaciones en que se invierte la carga (punto C ó F de la figura 2.1), al punto de fluencia que se tiene en ese momento en la otra dirección (punto D ó G).
- 4.- Cuando se alcanza el desplazamiento máximo (punto de fluencia) que se tuvo en el ciclo anterior en cualquiera de las direcciones, y se continúa deformando en esa dirección, la respuesta carga-desplazamiento sigue una trayectoria en la que se supone la misma rigidez después de la fluencia que para la curva primaria (línea GH en la figura 2.1).
- 5.- Si en un ciclo cualquiera la descarga sucede antes de alcanzar el punto de fluencia, no se acumula daño en ese ciclo (punto F' en la figura 2.1).

Los valores de los parámetros del modelo analítico se pueden obtener a partir de pruebas experimentales de modelos de uniones viga-columna ó desarrollos analíticos.

Los parámetros que definen a la curva primaria ( $F_y$ ,  $X_y$ ,  $\alpha$ ), los obtienen utilizando expresiones analíticas ya existentes desarrolladas para su cálculo. Su mayor o menor aproximación a los valores reales en estructuras, dependerá de la exactitud de las expresiones en sus hipótesis, así como de la inclusión de todos los efectos que contribuyen a sus valores, como serían deformaciones por flexión, cortante, adherencia, etc. Los valores de los parámetros que definen el daño son más difíciles de obtener. Estos dependen de variables tales como el contenido de acero a flexión, refuerzo de cortante, relación peralte-claro de la viga, carga axial, etc., y su evaluación requiere gran número de pruebas experimentales para analizar su influencia en el modelo.

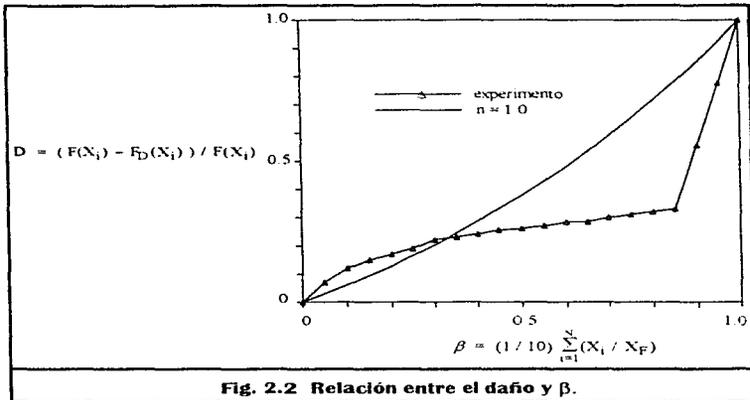


Basados en un pequeño grupo de pruebas experimentales, Wang y Shah estudian la influencia de uno de los parámetros de daño del modelo (parámetro  $n$ ), el cual ajustan a los datos experimentales.

Los otros dos parámetros ( $X_f$  y  $C$ ) no son analizados y para su utilización le asignan al primero un valor calculado en base al concepto de ductilidad del elemento, es decir, suponen que el desplazamiento a la falla del elemento es  $\mu$  veces su desplazamiento a la fluencia,  $X_f = \mu X_y$ , donde  $\mu$  es la ductilidad que puede desarrollar el elemento. Respecto al parámetro  $C$ , consideran un valor de 0.1, el cual obtienen al ajustar a su modelo los resultados experimentales de un modelo a escala pequeña de una unión viga-columna de concreto reforzado, probada por ellos mismos. Los valores de estos parámetros se conservan constantes en el estudio de la influencia del parámetro  $n$ .

Este modelo es calibrado con los resultados obtenidos de un modelo experimental a pequeña escala y un modelo a escala normal de una unión viga-columna de concreto reforzado. Con estos se aprecia que para un valor de  $n=1.0$ , se representa aproximadamente la relación entre el parámetro de daño  $D$  y el parámetro de carga  $\beta$ , de acuerdo a la ec. 2.3. (figura 2.2). Los resultados muestran que el modelo analítico se puede comparar en cierta medida con el comportamiento histerético de pruebas experimentales de modelos de unión viga-columna.

Es probada también la sensibilidad del parámetro  $n$  con respecto a diferentes variables de diseño y diferentes condiciones de carga en modelos de unión viga-columna. Esto les permite examinar el efecto del refuerzo de cortante y el esfuerzo cortante en la unión. Observan que el daño estructural depende fuertemente de las propiedades de diseño del miembro, y que éste puede ser representado por el parámetro  $n$ , cuyo valor está correlacionado con tales propiedades. Concluyen con la necesidad de establecer una relación entre estas propiedades de diseño (relación peralte-claro de cortante, refuerzo de cortante en la junta viga-columna y refuerzo de cortante en la viga), con el parámetro  $n$ , así como el establecimiento de valores característicos de todos los parámetros de daño, ya que sin ello el modelo no será capaz de predecir adecuadamente el comportamiento histerético de miembros de concreto reforzado.



### 2.1.2.2 MODELO DE CHUNG Y MEYER.

Modelo de comportamiento histerético (ref. 5) de miembros de concreto reforzado que toma en cuenta el papel que juega el daño en la definición de resistencia. Se considera también la degradación de rigidez por agrietamiento y deterioro de adherencia.

La relación momento-curvatura histerética está caracterizada por 5 diferentes clases de ramas (figura 2.3)

1.- Carga y descarga elástica

### Modelos de Análisis y Comportamiento Histerético

$$\text{Si } M < M_y \quad \Delta M = (EI)_1 \Delta \phi$$

$(EI)_1 = (EI)_e =$  Rigidez elástica inicial del miembro.

#### 2.- Carga inelástica.

Si  $M > M_y$  y continúa aumentando, la relación momento-curvatura es:

$$\Delta M = (EI)_2 \Delta \phi$$

#### 3.- Descarga inelástica.

Si el momento disminuye después de que excede el momento de fluencia, la relación momento-curvatura es

$$\Delta M = (EI)_3 \Delta \phi$$

#### 4.- Recarga inelástica durante el cierre de grietas.

En un ciclo de carga reversible, las grietas abiertas anteriormente tienden a cerrarse, produciendo un incremento en la rigidez y una forma característica (estrechamiento de los ciclos de histéresis) de la curva momento-curvatura. Este efecto es función del cortante. Si el valor absoluto del momento aumenta pero aún es menor que un cierto momento al cual se cierran las grietas,  $M_p^*$  (figura 2.4), la relación momento-curvatura es

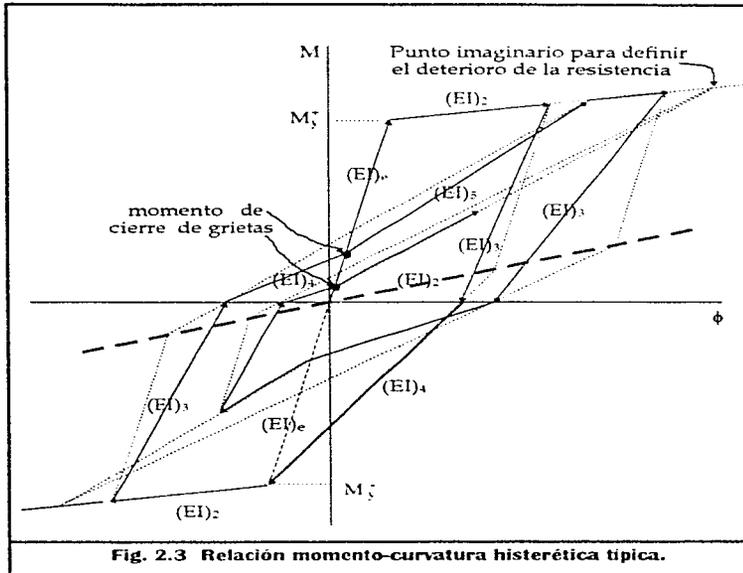
$$\Delta M = (EI)_4 \Delta \phi$$

El subíndice “+” significa que la carga es en el sentido positivo, del mismo modo que “-” significa que la carga es en el sentido negativo.

#### 5.- Recarga inelástica después del cierre de grietas.

Una vez que el valor absoluto del momento excede el momento  $M_p^*$ , y sigue aumentando, la relación momento-curvatura es

$$\Delta M = (EI)_5 \Delta \phi$$



En las expresiones anteriores se tiene (figuras 2.4 y 2.5)

$$(EI)_2 = p(EI)_e = \frac{M_u - M_y}{\phi_u - \phi_y}$$

$p$  es la relación entre la rigidez inelástica y la elástica inicial del miembro

$$(EI)_3 = \frac{M_y^-}{\phi_y^- - \phi_r^-} \quad , \quad (EI)_4 = \frac{M_p^+}{\phi_p^+ - \phi_r^+} \quad , \quad (EI)_5 = \frac{\bar{M}_x^- - M_p^-}{\phi_x^- - \phi_p^-}$$

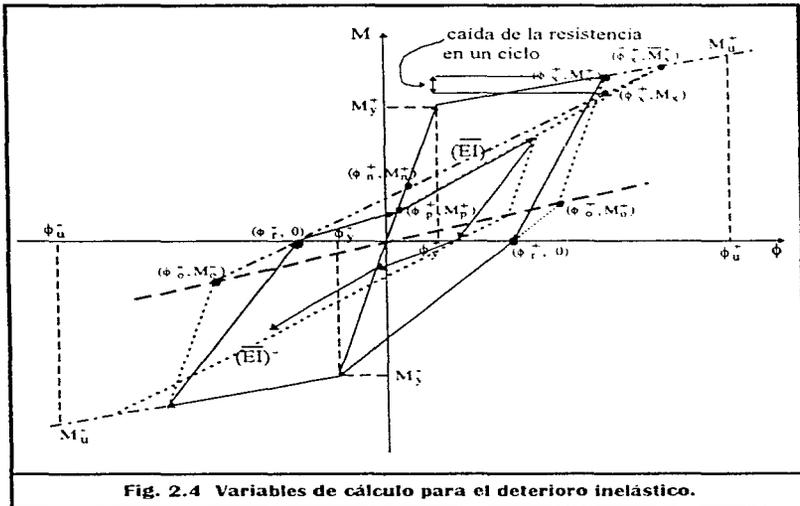


Fig. 2.4 Variables de cálculo para el deterioro inelástico.

Aparte de la degradación de la rigidez, el miembro de concreto reforzado experimenta una degradación en su resistencia bajo cargas cíclicas que van más allá de su nivel de fluencia.

La curva de deterioro de la resistencia se deriva a partir de la curva momento-curvatura llevada a la curvatura de falla ( $\phi$ ), para carga monotónica (figura 2.5).

Se supone que el deterioro de la resistencia sucede tan pronto el nivel de fluencia es excedido y aumenta más rápido conforme se alcanza un nivel de carga crítico.

Se propone un índice de caída de resistencia,  $S_d$ , para una curvatura dada,  $\phi$ , en un ciclo de carga simple (figura 2.5).

$$S_d = A \left[ \left( \frac{\phi}{\phi_u} \right)^{2\omega} - B \left( \frac{\phi}{\phi_u} \right)^\omega - C \right] \quad , \quad \Delta M = S_d \Delta M_f$$

donde

- $S_d$  = índice de resistencia para una curvatura  $\phi$  en un ciclo de carga simple.
- $\Delta M$  = reducción de la resistencia para una curvatura  $\phi$  en un ciclo de carga simple
- $\Delta M_f$  = reducción de la resistencia en un ciclo de carga simple a la curvatura de falla.
- $\phi_u$  = curvatura correspondiente a la capacidad de momento último  $M_u$ .
- $A, B, C$  y  $\omega$  = constantes del modelo.

La resistencia residual después de un ciclo de carga está dada por (figura 2.5)

$$\begin{aligned} m_1(\phi) &= M(\phi) - \Delta M \\ &= My + (\phi - \phi_y) p (EI)_o - S_d \Delta M_f \end{aligned}$$

En forma similar para  $i$  ciclos de carga será igual a

$$m_i(\phi) = M(\phi) - i \Delta M$$

Aplicando las condiciones de frontera:

$$1) \Delta M = 0 \quad \text{en } \phi = \phi_y$$

### Modelos de Análisis y Comportamiento Histerético

$$2) \frac{dm_1}{d\phi} = p (EI)_e \quad \text{en } \phi = \phi_y$$

$$3) m_1 = M_f \quad \text{en } \phi = \phi_f$$

con

$$M_f = (\phi_f - \phi_y) p (EI)_e + M_y - A \left[ \left( \frac{\phi}{\phi_u} \right)^{2\omega} + B \left( \frac{\phi}{\phi_u} \right) + C \right] \Delta M_f$$

se obtienen los valores de las constantes del modelo

$$A = \left( \frac{\phi_u - \phi_f}{\phi_f - \phi_y} \right)^{\omega} \quad , \quad B = 2 \left( \frac{\phi_y}{\phi_u} \right)^{\omega} \quad y \quad C = \left( \frac{\phi_y}{\phi_u} \right)^{2\omega}$$

Sustituyendo y manejando adecuadamente estos valores, el índice de caída de resistencia resulta

$$S_d = \left( \frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^{\omega} \quad (2.5)$$

Finalmente se tiene

$$m_1 = (\phi - \phi_y) p (EI)_e + M_y - \Delta M \quad (2.6)$$

donde

$$\Delta M = \left[ (\phi - \phi_y) p (EI)_e + M_y - M_f \right] \left( \frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^{\omega} \quad (2.7)$$

El parámetro  $\omega$  depende de diversos factores tales como la relación de acero de refuerzo longitudinal, la relación de confinamiento, la fuerza axial,

etc. Basados en el análisis de respuesta no lineal de modelos experimentales, se encuentra que valores entre 1.5 y 2.0 inducen a resultados reales.

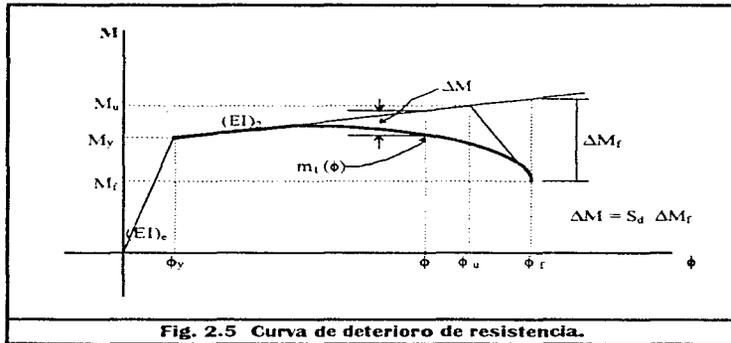


Fig. 2.5 Curva de deterioro de resistencia.

El modelo del deterioro de la resistencia se incorpora al modelo de histéresis suponiendo un punto imaginario de coordenadas  $(\bar{\phi}_x, \bar{M}_x)$ , sobre la curva primaria hacia el cual la curva carga-deformación es dirigida durante la recarga (figura 2.4), de tal forma que

$$\frac{\bar{M}_x - M_y}{\bar{\phi}_x - \phi_y} = p (EI)_e$$

con lo que la rigidez efectiva durante la recarga es

$$(\bar{EI}) = \frac{M_x' - M_o''}{\phi_x^+ - \phi_o^-} = \frac{\bar{M}_x^* - M_o''}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_o^-}$$

### Modelos de Análisis y Comportamiento Histerético

en donde  $(\phi_v, M_v)$  es el punto de carga máximo previo. La resistencia real  $M'_x$  que se alcanza en la curvatura  $\phi_x$  es igual a

$$M'_x = M_x - \Delta M$$

Así, las coordenadas del punto imaginario son iguales a:

$$\bar{\phi}_x = \frac{1}{(\bar{E}I) - p(EI)_c} \left[ M_y - M_0^- - \phi_y p(EI)_c + \phi_0^- (\bar{E}I) \right]$$

$$\bar{M}_x = M_0^- + \frac{(\bar{E}I)}{(\bar{E}I) - p(EI)_c} \left[ M_y - M_0^- - (\phi_0^- - \phi_y) p(EI)_c \right]$$

El efecto del cortante en el comportamiento histerético es modelado introduciendo un momento  $M_p$ , llamado de "cierre de grietas", asociado a una curvatura  $\phi_p$  (figura 2.4). Las coordenadas del punto de cierre de grietas  $(M_p^+, \phi_p^+)$  se calculan como

$$M_p^+ = \alpha_p M_n^+$$

$$\phi_p^+ = \alpha_p \phi_n^+$$

$\alpha_p$  es un factor de efecto de cortante tal que  $\alpha_p$  es igual a la unidad si el efecto de cortante es despreciable y  $\alpha_p$  es igual a cero si el efecto de cortante controla completamente el comportamiento de la relación carga-deformación.

Para el cálculo de  $\alpha_p$  se proponen las siguientes relaciones

$$\alpha_p = \begin{cases} 0 & \text{si } 1.5 \geq a/d \\ (0.4 a/d - 0.6)^{1/2} & \text{si } 4.0 \geq a/d > 1.5 \\ 1 & \text{si } a/d > 4.0 \end{cases}$$

### Definición de falla y modelo de daño

La resistencia real de reserva o resistencia residual del elemento ante una condición de carga, es función de la historia de carga experimentada. Esta resistencia residual en el comportamiento del elemento ante carga cíclica se basa en la curva momento-curvatura llevada hasta la falla para carga monotónica.

La forma de la relación momento-curvatura propuesta, se idealiza por una curva compuesta por tres ramas (figura 2.5); una que representa la parte elástica, otra la parte inelástica y una tercera con la cual se representa la parte de la descarga. Conocidas las leyes esfuerzo-deformación del acero y del concreto, es posible calcular los momentos asociados con una curvatura dada.

Una vez definida la curvatura y el momento de falla para carga monotónica, la relación del momento de falla para una curvatura dada  $\phi_i$ , conocida, se obtiene a partir de la caída de la resistencia debida a un ciclo de carga (vista anteriormente). Si se conoce la reducción total de la resistencia hasta el momento de falla para una curvatura  $\phi_n$ , es posible determinar el número de ciclos a la falla para ese nivel de curvatura

Los momentos a la falla para diferentes niveles de curvatura están dados por (figura 2.6)

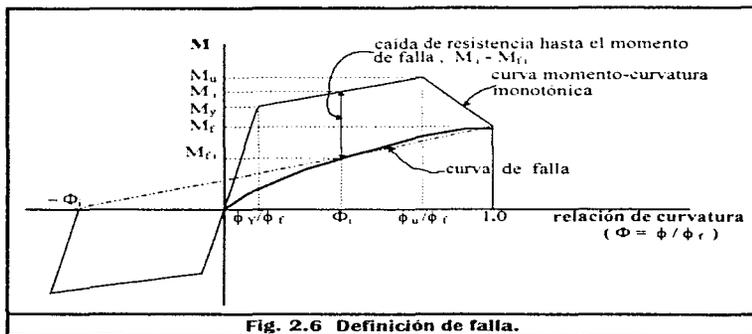
$$M_{f_i} = M_f \frac{2 \Phi_i}{\Phi_i + 1.0}$$

donde

- $M_{f_i}$  = momento de falla para un nivel de curvatura dado  $\phi_i$
- $M_f$  = momento de falla para carga monotónica
- $\Phi_i$  =  $\phi_i / \phi_f$  = relación de curvatura.
- $\phi_f$  = curvatura de falla para carga monotónica

La anterior expresión implica que el momento a la falla  $M_{f_i}$  disminuye con niveles de curvatura más pequeños, es decir, se necesitan reducciones de

la resistencia mayores en la curva para carga monótonica para provocar la falla.



### Indice de daño

Asociado al modelo de daño descrito anteriormente se propone un índice de daño basado en las deformaciones de falla presentadas.

$$D_e = \sum_i \sum_j \left( \alpha^{-}_{ij} \frac{n^{-}_{ij}}{N^{-}_{ij}} + \alpha^{-}_{ij} \frac{n^{-}_{ij}}{N^{-}_{ij}} \right) \quad (2.8)$$

$i$  = indicador de niveles de curvatura o desplazamientos diferentes

$j$  = indicador del número de ciclo para un nivel de carga  $i$  dado.

$N_i = (M_i - M_{f_i}) / \Delta M_i$  = número de ciclos (en un nivel de curvatura  $i$ ) a la falla.

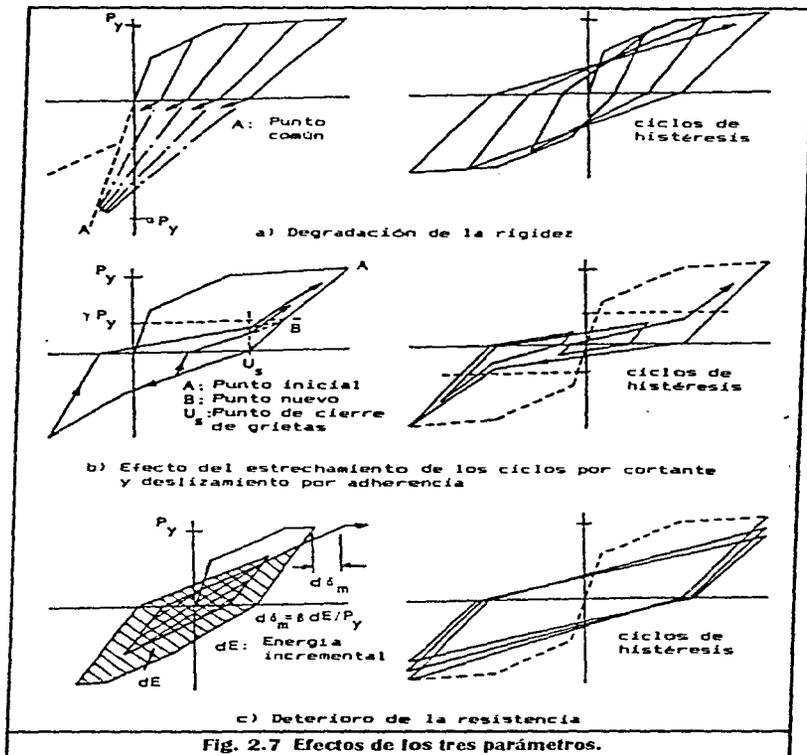
- $n_i$  = número de ciclos (en un nivel de curvatura  $i$ ) aplicado
- $\alpha_{ij}$  = acelerador de daño
- +, - = indicador del sentido de la carga

Los parámetros del modelo se calibraron contra un número reducido de resultados experimentales disponibles. De esta calibración fueron determinados los factores aceleradores del daño y la tasa de deterioro de resistencia. Sin embargo, debido al pequeño grupo de resultados experimentales no ha sido posible extraer conclusiones definitivas sobre algunos de los parámetros del modelo; lo que hace necesario la realización de estudios más amplios.

### 2.1.2.3 MODELO DE PARK, REINHORN Y KUNNATH.

Es un modelo definido por tres parámetros ( $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ ) que determinan las propiedades de degradación de rigidez, deterioro de resistencia y comportamiento del estrechamiento de los ciclo por cortante y adherencia, de los miembros de concreto reforzado (ref. 12). La manera en que estos tres parámetros transforman al modelo histerético y producen el efecto buscado es la siguiente (figura 2.7):

- 1) La degradación de la rigidez se obtiene colocando un punto común sobre la línea inicial extrapolada de una curva esquelética y se supone que la línea de descarga se dirige a ese punto común hasta alcanzar el eje de las deformaciones (figura 2.7a). El parámetro  $\alpha$  especifica el grado de degradación de la rigidez y el área encerrada por los ciclos de histéresis.
- 2) El comportamiento de estrechamiento de los ciclos se logra bajando el punto máximo hacia el cual se dirige la línea de recarga (punto A, figura 2.7b), hasta un nivel " $P_y$ " (punto B, figura 2.7b), sobre la línea de descarga previa. La línea de recarga se dirige al punto B hasta alcanzar la deformación de cierre de grietas (U, en la figura 2.7b). En este punto la línea de recarga cambia su trayectoria, y por lo tanto su rigidez, dirigiéndose al punto de deformación máxima A. Un efecto adicional de este parámetro es el de



reducir las áreas de los ciclos de histéresis e indirectamente la cantidad de energía disipada.

3) El parámetro  $\beta$  especifica la tasa de degradación de la resistencia (figura 2.7c). Este parámetro da la relación del daño incremental causado por el incremento de la respuesta máxima,  $d\delta_m/\delta_u$ , a la energía histerética incremental normalizada,  $dE/(\delta_u P_y)$ , como sigue:

$$\beta = \frac{d\delta_m / \delta_u}{dE / (\delta_u P_y)} = \frac{d\delta_m}{dE / P_y}$$

donde

- $\delta_u$  = deformación última bajo carga monotónica
- $P_y$  = resistencia a la fluencia
- $\delta_m$  = deformación máxima alcanzada
- $E$  = Energía histerética absorbida

Así, el aumento incremental de la deformación máxima debido a la energía histerética disipada se expresa como:

$$d\delta_m = \frac{\beta dE}{P_y}$$

#### Identificación de parámetros.

Los valores de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son difíciles de cuantificar. Utilizando algoritmos de búsqueda no lineal y técnicas de optimización para identificar los tres parámetros, los autores hicieron simulaciones analíticas sobre un conjunto apreciable de datos experimentales disponibles de pruebas de elementos ante cargas cíclicas. Basados en los análisis de regresión de los datos simulados proponen las siguientes estimaciones iniciales:

$$\alpha = 2.38 N^{-0.07} \rho_l^{-1.06} f'_c^{-0.23} \quad (2.9)$$

$$\gamma = 0.45 \rho_l^{-11.7} \rho_t^{0.03} f'_c^{1.3} \quad (2.10)$$

donde

$$N = \frac{P}{0.5 A_g [0.85 f'_c (1 - \rho_l) + f_y \rho_l]}$$

- P = carga axial
- $\rho_l$  = relación de acero longitudinal de refuerzo
- $\rho_t$  = relación de acero transversal de refuerzo
- $f'_c$  = resistencia del concreto
- $f_y$  = esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo
- $A_g$  = área bruta de la sección

El parámetro de deterioro de la resistencia fue obtenido empíricamente basados en un análisis de regresión de aproximadamente 400 datos de pruebas de vigas y columnas de concreto.

$$\beta = [0.37 \eta_o + 0.36 (k_p - 0.2)^2] 0.9^{\rho_v} \quad (2.11)$$

donde

- $\eta_o = \frac{N}{b d f'_c} =$  esfuerzo axial normalizado  $\geq 0.05$
- $k_p = \frac{\rho_l f_y}{0.85 f'_c} =$  relación de acero normalizado
- $\rho_v =$  relación de confinamiento  $\geq 0.4\%$
- b = base de la sección
- d = peralte de la sección

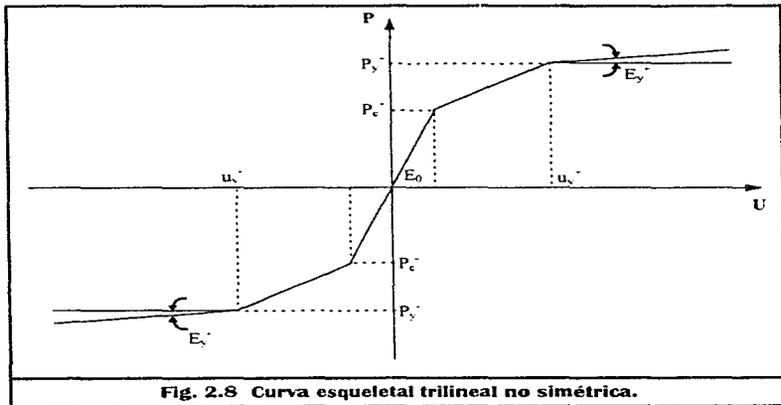
Se observó, además, una dispersión considerable entre los valores calculados y los experimentales con un coeficiente de variación de 60%.

Los análisis estadísticos efectuados para la observación de los valores de estos parámetros no dieron resultados concluyentes por lo que son necesarios más estudios de calibración para mejorar la confiabilidad de sus valores.

Reglas de histéresis.

Las reglas de histéresis que gobiernan al modelo en su comportamiento inelástico ante cargas cíclicas son las siguientes:

La curva esqueletal o primaria se idealiza como una curva trilineal no simétrica determinada por nueve parámetros (figura 2.8). Las curvas de recarga y descarga se muestran en la figura 2.9. Las líneas de descarga b-c y f-g se dirigen a los puntos n y m respectivamente, hasta alcanzar el eje de las deformaciones.



**Fig. 2.8 Curva esqueletal trilineal no simétrica.**

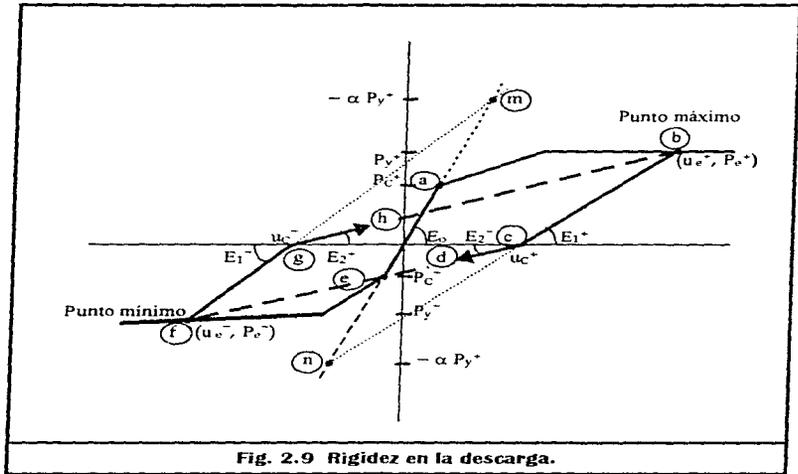
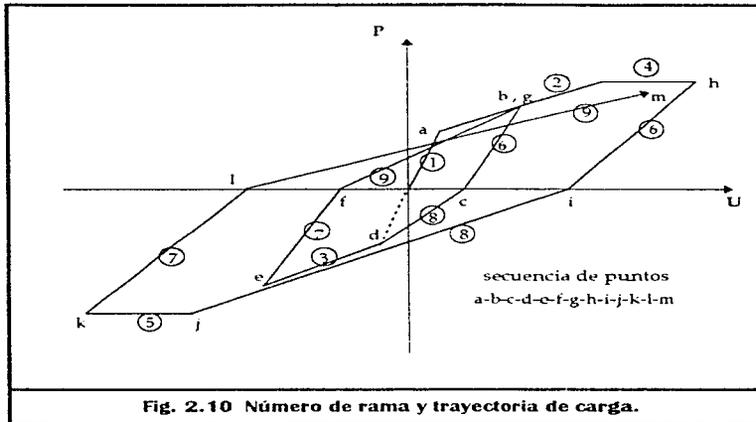


Fig. 2.9 Rigidez en la descarga.

Las líneas de recarga c-d y g-h se dirigen a los puntos mínimos y máximos f y b, respectivamente. Cuando el punto mínimo o máximo está en el rango elástico, la línea de recarga se dirige al punto de agrietamiento, es decir, para el caso en que para la línea c-d el punto mínimo está aún en el rango elástico se dirige por lo tanto hacia el punto e de la curva trilineal.

En la figura 2.10 se muestran hasta nueve trayectorias de carga consecutivas. Las trayectorias 1 a 5 definen a la curva envolvente o esquelética, mientras que las trayectorias 6 a 9 identifican a las curvas de descarga y recarga en las direcciones positivas y negativas.



Si el efecto de estrechamiento de los ciclos se considera, son necesarias seis ramas más mostradas en la figura 2.11.

En la deformación al cierre de grietas,  $u^+$  y  $u^-$ , las líneas de recarga cambian su rigidez. Las ramas 10 y 11 corresponderán a las segundas líneas de recarga después del cierre de grietas, mientras que las ramas 12 y 15 son las líneas de descarga dentro de un ciclo de histeresis.

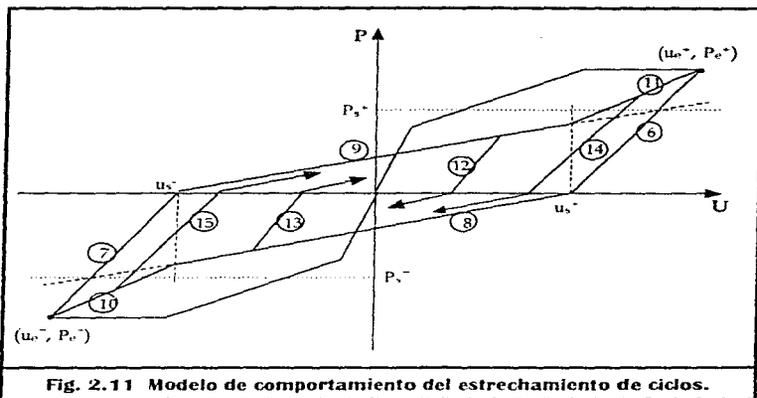
El efecto del deterioro de la resistencia (figura 2.12) se toma en cuenta determinando el punto de deformación máxima incrementada debido a la absorción de energía,  $(u^*, P^*)$ . Este punto se determina usando la expresión

$$d\delta_m = \frac{\beta dE}{P_y}$$

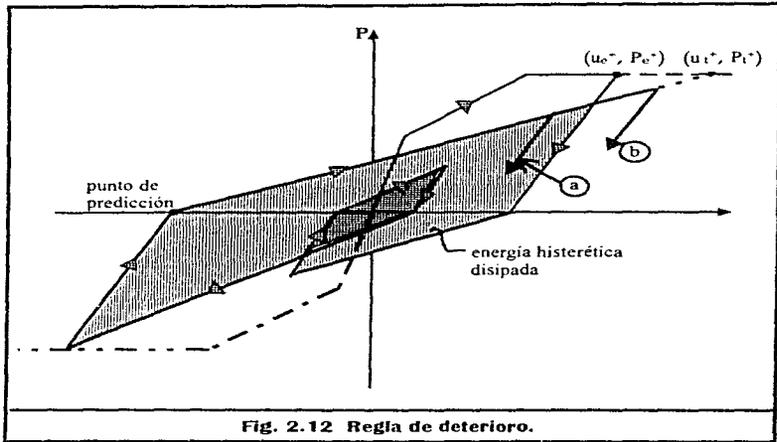
en el punto de predicción, es decir, el punto donde la línea de recarga empieza (sobre el eje  $x$ , de las deformaciones).

Cuando ocurre una descarga entre el punto de predicción y el punto  $(u_i^+, P_i^+)$ , éste último será el nuevo punto máximo si el punto de descarga está fuera del ciclo de histéresis previo (caso b en la figura 2.12), es decir,

$$\begin{aligned} u_{i+1}^- &= u_i^+ \\ P_{i+1}^- &= P_i^+ \end{aligned}$$



Otros modelos se han desarrollado, pero como se dijo al principio, los presentados aquí se pretende son los más adecuados, además de existir programas de computadora de análisis estructural que incluyen los tipos de comportamiento antes mencionados en sus elementos.

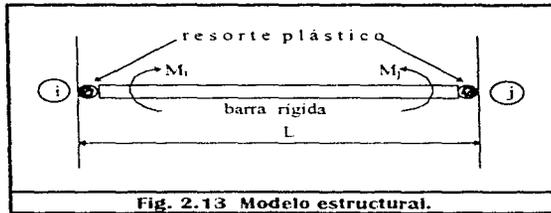


Aquí únicamente se ha hablado del comportamiento de elementos viga y columna, ya que son los que importan para el estudio, sin embargo, otro tipo de elementos estructurales conforman a los edificios, tales como los paneles de mampostería, muros de concreto diagonales, etc., aparte de los sistemas estructurales como los marcos-muros acoplados. Modelos de comportamiento ante cargas cíclicas se han desarrollado igualmente para este tipo de elementos.

## 2.2 SELECCION DEL MODELO.

### 2.2.1 MODELO A NIVEL ESTRUCTURAL.

La modelación de los miembros estructurales para nuestro estudio, corresponde a un modelo de resorte equivalente de una sola componente (figura 2.13). Este modelo consiste en un elemento elástico lineal con dos resortes rotacionales en sus extremos. De esta forma todas las deformaciones inelásticas del elemento se concentran en los dos resortes. La relación momento-curvatura inelásticas de los resortes, se determina suponiendo que el punto de inflexión se encuentra en el centro del miembro. La principal ventaja del modelo es que los resortes inelásticos pueden tomar un comportamiento con cualquier clase de ley histerética.



**Fig. 2.13 Modelo estructural.**

La modelación así tratada considera un modelo propuesto por Giberson (ref. 13) y en el se presentan las siguientes limitaciones

- 1) Dificultades en la derivación de la rigidez a la postfluencia en la relación momento-rotación, la cual depende de la historia de carga.
- 2) Aunque presenta buena aproximación en la respuesta global de la

### Modelos de Análisis y Comportamiento Histerético

estructura, la respuesta local del elemento en la región inelástica no muestra buena concordancia debido a la incapacidad del modelo de seguir el cambio gradual de la rigidez a la postfluencia asociado a la propagación de las deformaciones inelásticas en el elemento, es decir, el modelo considera una articulación plástica concentrada.

- 3) No toma en cuenta el cambio del punto de inflexión del elemento durante la historia en el tiempo de la respuesta.
- 4) No toma en cuenta el comportamiento entre los elementos que actúan en los extremos de la viga.

No es sencillo eliminar algunas de estas limitaciones, sin que la solución del problema se complique, demasiado, sobre todo los puntos 1), 3) y 4).

#### **2.2.2 MODELO HISTERETICO.**

Para los elementos estructurales se tomará un modelo de comportamiento histerético que tome en cuenta el deterioro de la rigidez y la resistencia del elemento.

De los modelos de comportamiento histerético presentados en este capítulo es difícil determinar cual es el mejor ya que su definición aún presenta inconvenientes debido a que los parámetros involucrados en ellos no han sido suficientemente estudiados.

Puede considerarse que los modelos de Meyer y Park presentan, en relación con el de Wang y Shah, un enfoque más refinado sobre el comportamiento de los elementos. Sin embargo, aún cuando los efectos que influyen en el comportamiento de los elementos son descritos de manera más adecuada en dichos modelos, ellos contienen reglas complicadas, lo cual implica análisis más largos.

### Modelos de Análisis y Comportamiento Histerético

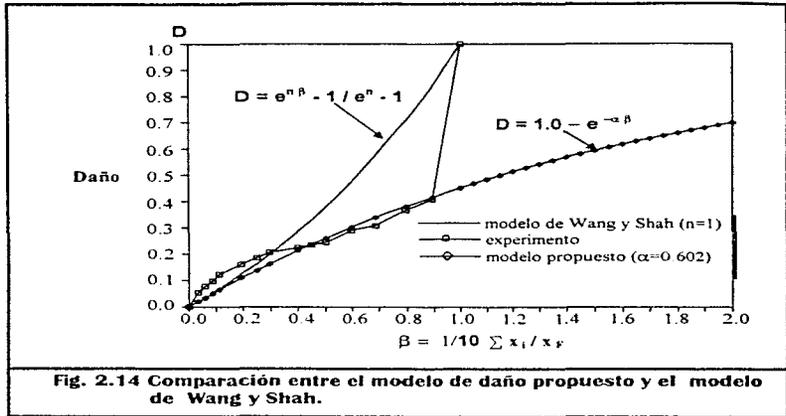
El modelo de Wang y Shah ofrece una alternativa bastante simple para representar el comportamiento del elemento en la interfase viga-columna; toma en cuenta el deterioro de la resistencia ante carga cíclica, además de presentar un indicador del daño en el elemento. Dado que de los tres modelos es el más sencillo, su misma simplicidad permite incluirle algunos cambios necesarios para eliminar algunas de las limitaciones que presenta. Debido a ello, este modelo se toma como base en el presente trabajo para representar el comportamiento de los elementos estructurales que constituyen los marcos de los edificios analizados. A continuación se describe finalmente el modelo que se utiliza para representar en forma más adecuada el comportamiento y daño de los elementos estructurales.

El modelo se define por seis parámetros:  $F_v$ ,  $K_v$ ,  $\alpha$ ,  $X_F$ ,  $C$  y  $n$ . Los tres primeros definen la forma de la curva primaria de la relación carga-desplazamiento y los otros tres definen la extensión relativa del daño. Al igual que en el modelo de Wang y Shah se considera que el daño depende de los desplazamientos máximos que sufre el elemento en cada ciclo de carga y está representado por el coeficiente  $\beta$  definido en la ec. 2.1. En este modelo se supone que la variación del daño respecto a  $\beta$  está dada por la expresión

$$D = f(\beta) = 1.0 - e^{-\alpha\beta} \quad (2.12)$$

donde el coeficiente  $\alpha=0.602$  se calcula a partir de los datos experimentales obtenidos por Wang y Shah (figura 2.14). La expresión anterior supone que la falla en el elemento estructural ( $D = 1$ ) no sucede cuando  $\beta$  alcanza un valor de 1 sino que el elemento puede soportar aún más daño, el cual se incrementa de acuerdo con la ec. 2.12. Esta modificación permite que el daño en el elemento se acumule en forma más lenta y su comportamiento se aproxime al mostrado en las estructuras reales.

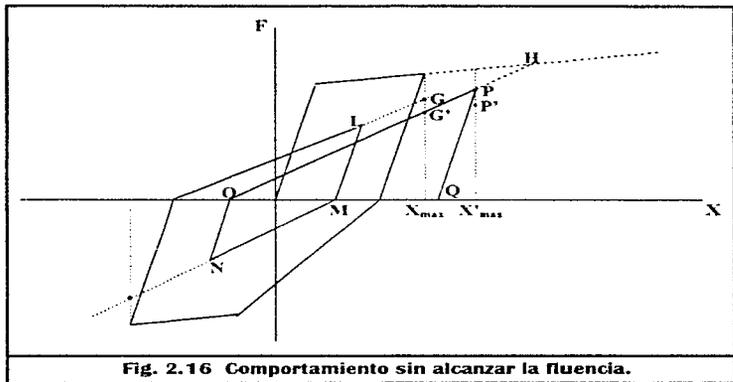
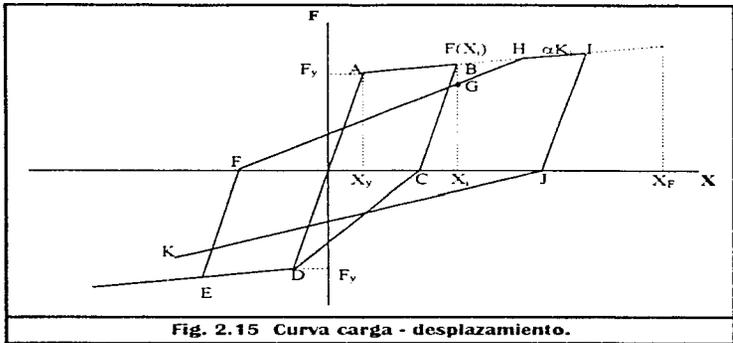
El efecto del daño anterior se introduce como una disminución en la capacidad de carga del elemento como se define en la ec. 2.4.

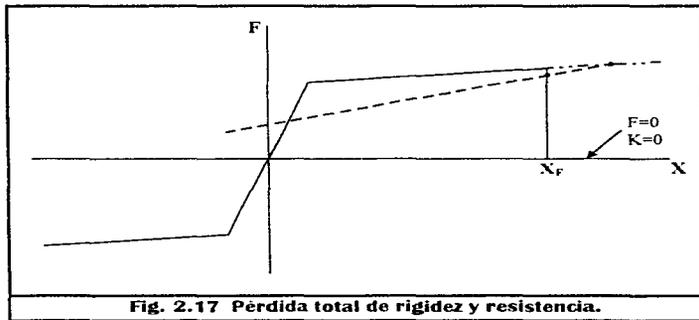


La curva carga-desplazamiento histerética que representa el comportamiento del elemento se define como sigue (figura 2.15):

- 1) Una curva primaria bilineal definida por  $F_y$ ,  $X_y$  y  $\alpha$ .  $F_y$  y  $X_y$  son la carga y el desplazamiento a la fluencia y  $\alpha K_y$  es la rigidez después de la fluencia donde  $K_y = F_y / X_y$  es la rigidez inicial.
- 2) La rigidez a la descarga es igual a  $K_y$ .
- 3) El punto G se determina usando la ec. 2.4, con D calculada con la ec. 2.12. Este punto representa el nuevo nivel de carga que alcanza el elemento para el nivel de deformación máxima en ese ciclo para la siguiente carga en esa dirección.
- 4) Cuando se invierte el signo de la carga, la rigidez en ese sentido está dada por la pendiente de la línea que conecta al punto sobre el eje de las deformaciones en que se invierte la carga (punto C o F de la figura 2.15), al punto del nuevo nivel de carga que alcanza el elemento para el nivel

- de deformación máxima en la otra dirección (punto D ó G).
- 5) Cuando se alcanza el desplazamiento máximo que se tuvo en el ciclo anterior en cualquiera de las direcciones y se continúa deformando en esa dirección, la respuesta carga-desplazamiento sigue una trayectoria en la que se supone la misma rigidez que traía, hasta alcanzar la curva primaria (punto H).
  - 6) Una vez alcanzada la curva primaria se mueve sobre ella hasta que sucede una nueva descarga (punto I).
  - 7) Si en un ciclo cualquiera (figura 2.16) la descarga sucede antes de alcanzar el punto de máxima deformación en ese sentido (punto L), se acumula daño en ese ciclo si se alcanza el punto M. Cuando se presente nuevamente una recarga en esa dirección, la rama de comportamiento del elemento se dirige hacia el punto de máxima deformación en esa dirección (línea OG') con una resistencia disminuida por el daño en el ciclo anterior (punto G').
  - 8) Si la descarga (punto P) sucede después de alcanzar el punto de máxima deformación (punto G') y antes de alcanzar la curva primaria (punto H), se acumula daño en ese ciclo si se alcanza el punto Q y la deformación en el punto P será la nueva deformación máxima en esa dirección (figura 2.16).
  - 9) Solo se toma en cuenta el incremento de daño en una dirección cuando la deformación de descarga en cualquier rama es del mismo signo que la del sentido en que se dirigía y se calcula como la diferencia de la deformación de descarga y la deformación de recarga justamente anterior (esta última deformación será cero cuando su signo sea contrario al signo de la deformación de descarga).
  - 10) La rigidez y resistencia del elemento en un sentido se hace nula cuando se alcanza su deformación de falla, ya sea moviéndose por la curva primaria o por cualquier rama de recarga en que se alcance esa deformación antes de llegar a la curva primaria (figura 2.17).





**Fig. 2.17 Pérdida total de rigidez y resistencia.**

### III.- MODELOS DE DAÑO

#### 3.1 ASPECTOS IMPORTANTES.

La degradación de la resistencia en los elementos de concreto reforzado (tomada en cuenta en los modelos de comportamiento histerético ya descritos) se traduce básicamente en un determinado grado de daño de dichos elementos y, en consecuencia, un daño en la estructura de la cual forman parte. Este daño puede incrementarse de manera continua ante la presencia de cargas cíclicas que generen un comportamiento inelástico de los elementos y, en un momento dado, la capacidad de la estructura para resistir futuros sismos intensos puede verse seriamente afectada.

El daño de una estructura depende de muchos factores, principalmente el tipo de material con que está construido, el tipo de estructuración que tiene, y el tipo de carga a la que ha sido sometida. La naturaleza aleatoria que presentan algunos de los factores anteriores son razón para que no se tenga actualmente una forma única de evaluar el daño en las estructuras.

Las pruebas han mostrado que el daño estructural es causado fundamentalmente por dos variables; las deformaciones excesivas a las que se somete la estructura o elemento y la presencia continua de esfuerzos o carga cíclica. Por esta razón, la mayor parte de las formas para cuantificar el daño están en función de una u otra de las variables mencionadas, o de ambas; el predominio de alguna de ellas dependerá igualmente del tipo de estructura y material con que esté construida. Así, en el caso de estructuras dúctiles, tales como los marcos de acero, el daño estructural estará más correlacionado con las deformaciones inelásticas acumuladas, mientras que en el caso de sistemas frágiles como son las estructuras de muros de mampostería, el daño podría ser expresado en términos de la deformación máxima. Para el caso de estructuras de concreto reforzado se ha visto que ambos tipos de respuesta son importantes para la estimación del daño.

En la práctica actual del diseño sísmico resistente, el análisis de las

estructuras de concreto reforzado requiere un modelo matemático adecuado que sea capaz de simular el comportamiento no lineal de las estructuras, similar a los que se vieron en el capítulo anterior. Puesto que las deformaciones inelásticas implican algún grado de daño (grietas, descascaramiento, deterioro, etc.), debe ser posible, junto con el análisis no lineal, expresar la respuesta en términos del daño soportado y del daño que se podrá soportar posteriormente, no solamente por las componentes estructurales, sino por la estructura completa. Esto podría permitir una estimación aceptable de la seguridad estructural ante un sismo futuro. En consecuencia, es necesario dar una definición de daño, útil y confiable, que haga posible encontrar predicciones racionales de la confiabilidad de la estructura.

En general, se puede decir que se tienen tres tipos de índices que definen el daño en una estructura: índice de daño local, índice de daño en entrepiso e índice de daño global. Es necesario definir correctamente estos índices, a partir de pruebas y análisis realizados en estructuras comunes. En este capítulo se hace una revisión de los índices de daño utilizados por diversos autores y se proponen unos índices simples para representar el comportamiento de las estructuras seleccionadas en este estudio.

### **3.2 MODELOS DE DAÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.**

A continuación se lista una serie de modelos de daño desarrollados para describir el comportamiento de elementos estructurales, algunos de ellos fueron propuestos para elementos de acero pero el concepto original ha servido de base en la formulación de los modelos de daño para concreto reforzado.

#### **3.2.1 INDICES DE DAÑO LOCAL.**

1) Yao y Munse (ref. 14).- Relación del efecto acumulado por deformación plástica.

$$D^i = \left( \frac{\Delta_i}{\Delta_{ui}} \right)^{\alpha_i}$$

donde

- $D^i$  = factor de daño por deformación plástica en el ciclo  $i$   
 $\Delta_i$  = deformación plástica positiva incremental durante el ciclo  $i$   
 $\Delta_{ui}$  = deformación plástica a tensión que causa la falla en el ciclo  $i$   
 $\alpha_i$  =  $1 - 0.8\sigma$  ( $\Delta'_i / \Delta_i$ ) = coeficiente de daño a la fatiga del acero.  
 $\Delta'_i / \Delta_i$  = relación de deformación plástica relativa.

El daño del miembro después de  $n$  ciclos ( $D_e$ ) es igual a

$$D_e = \sum_{i=1}^n D^i$$

El modelo no considera el efecto de la secuencia de carga y la determinación de  $\Delta_{ui}$  y  $\alpha_i$ , es muy difícil tanto para elementos homogéneos como el acero, como no homogéneos como el concreto reforzado.

2) Krawinkler (ref. 13).- Modelo de daño acumulado para elementos de acero basado en datos experimentales.

$$D_e = C \sum_{i=1}^n (\Delta \delta_{p_i})^{\alpha_i}$$

donde

- $D_e$  = índice de daño  
 $C, \alpha_i$  = parámetros de daño  
 $n$  = número de ciclos de carga.

$\Delta\delta_{pi}$  = deformación plástica en el ciclo i

Su expresión la obtienen a partir de calcular el número de ciclos a la falla con amplitud constante.

En concepto el modelo es atractivo ya que incluye un factor acelerador de daño que refleja el efecto de la secuencia de la carga. Tal como se propone el modelo, sólo es válido para materiales que presentan un comportamiento a tensión y compresión similar, por lo que necesita ser modificado para poder ser usado en elementos de concreto reforzado.

3) Gosain, Brown y Jirsa (ref. 16).- Índice de trabajo,  $I_v$ , que no es más que un índice de energía disipada normalizada que mide la capacidad de absorción de energía de los elementos de concreto reforzado sujetos a carga cíclica

$$I_v = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_i \cdot \Delta_i}{p_y \cdot \Delta_y}}$$

donde

$n$  = número de ciclos de carga con  $p_i \geq 0.75 p_y$   
 $p_i, \Delta_i$  = carga y desplazamiento en el ciclo i  
 $p_y, \Delta_y$  = carga y desplazamiento a la fluencia

Esta expresión es apropiada para el caso de flexión pura. Sin embargo, cuando se tienen fuerzas cortantes altas los ciclos de histéresis tienden a estrecharse, con lo cual disminuye la energía disipada. Por otro lado, para cargas axiales pequeñas la curva fuerza-deformación tiende a ser más estable para un número grande de ciclos de carga, incrementando la capacidad de absorción de energía del elemento. Para tomar en cuenta esos factores los autores modifican el índice de trabajo a

$$I_v' = I_v \left( 1 - \frac{d_a}{a} \right) \left( 1 + \frac{0.0005 N}{A_{nucleo}} \right)$$

donde

- a/d. = relación de claro de cortante
- N = fuerza axial
- A<sub>núcleo</sub> = área del núcleo de la sección

Aún con las modificaciones anteriores, el índice no toma en cuenta otros factores que contribuyen a la disipación de energía tales como la historia de cargas, la resistencia del concreto, la relación de confinamiento, etc., además no se fundamenta adecuadamente la forma de la expresión modificada.

4) Newmark y Rosenblueth (ref. 17).- Índice de daño basado en el concepto de ductilidad.

$$\mu = \frac{d_{max}}{d_y}$$

- $\mu$  = ductilidad de deformación
- $d_{max}$  = deformación máxima
- $d_y$  = deformación a la fluencia

Este tipo de índice y todos los basados en el concepto de ductilidad son quizás los más ampliamente usados. En ellos el daño estructural depende de la deformación máxima que sufre la estructura o el elemento. Con ellos no es posible tomar en cuenta ningún tipo de degradación estructural ni considerar el efecto del daño acumulado incurrido durante la disipación de energía.

5) Banon, Biggs e Irvine (ref. 18).- Indicadores de daño para componentes estructurales, basados también en el concepto de ductilidad.

- Ductilidad de rotación. Índice dado por la relación

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_{\max}}{\theta_y}$$

donde

$$\begin{aligned}\theta_{\max} &= \text{rotación máxima en la sección del elemento} \\ \theta_y &= \text{rotación a la fluencia en la sección del elemento}\end{aligned}$$

Este índice tiene el inconveniente de no poder evaluarse en forma única, ya que depende tanto de la carga como de las propiedades del elemento.

- Ductilidad de curvatura. Este índice está definido como

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_{\max}}{\phi_y}$$

donde

$$\begin{aligned}\phi_{\max} &= \text{curvatura máxima en la sección del elemento} \\ \phi_y &= \text{curvatura a la fluencia en la sección del elemento}\end{aligned}$$

Es un índice más significativo de la ductilidad de los miembros que el índice anterior, ya que la curvatura del elemento no tiene la misma dependencia que  $\theta$ .

6) Blejwas y Bresler (ref. 19).- Presentan una definición de índice de daño local, usando un método de análisis estructural cuasi-estático. Expresan el daño local en un elemento como

$$D^i = \frac{d_i - c_i^0}{c_i^u - c_i^0} \quad 1 \geq D^i \geq 0$$

donde

$D^i$  = índice de daño local en la componente  $i$

- $d_i$  = parámetro de demanda, formado por la combinación de diferentes parámetros de respuesta.
- $c_i^0$  = capacidad a la cual se inicia el daño
- $c_i^u$  = capacidad a la cual el daño es irreparable

Este índice es una definición más adecuada del daño que las anteriores. Sin embargo, en el modelo no se toman en cuenta efectos importantes tal como la historia de cargas. Además, son necesarios bastantes estudios de calibración para la definición de los parámetros que intervienen en él.

7) Park, Ang y Wen (ref. 20).- Modelo de daño estructural expresado como una combinación lineal del daño causado por la deformación máxima y la contribución en el daño por la disipación de energía histerética debida a ciclos de carga repetidos:

$$D = \frac{\delta_m}{\delta_u} + \frac{\beta}{P_y \delta_u} \int dE$$

donde

- $\delta_m$  = deformación máxima bajo carga sísmica
- $\delta_u$  = capacidad de deformación última bajo carga monotónica
- $\beta$  = parámetro de deterioro de la resistencia
- $P_y$  = resistencia a la fluencia del elemento
- $dE$  = energía incremental absorbida

El valor de los parámetros  $\beta$  y  $\delta_u$  los obtiene a partir de un análisis de regresión de datos observados. En el modelo de comportamiento histerético de Park, Reinhorn y Kunnath, descrito en el capítulo anterior, se da una expresión para calcular el valor de  $\beta$ . Para el parámetro  $\delta_u$  proponen una expresión del tipo

$$\frac{\delta_u}{L} = 0.543 \left( \frac{L}{d} \right)^{0.93} k_p^{-0.27} \rho_v^{0.48} \eta_0^{-0.48} f_c^{-0.15}$$

donde

$$\frac{L}{d} = \text{relación de claro de cortante}$$

los demás parámetros fueron definidos en el capítulo anterior (ecs. 2.9-2.11).

Este índice de daño es un útil indicador y fue calibrado con datos observados durante el sismo de San Fernando (1971) y Miyagi-ken-oki (1968). Sin embargo para índices de daño alrededor de 0.4 parece no ser apropiado dada la estrecha relación que existe entre la energía disipada y el desplazamiento máximo.

8) Whang y Shah (ref. 1).- En el capítulo anterior se define este índice de daño para describir el modelo de comportamiento histerético desarrollado por ambos autores. Ellos consideran que el daño en el elemento estructural depende de los desplazamientos máximos que sufre el elemento en cada ciclo de carga. El efecto del daño en el comportamiento histerético del elemento lo introducen como una disminución en su capacidad de carga a la fluencia.

9) Chung, Meyer y Shinozuka (ref. 5).- Proponen un índice de daño asociado a un modelo de comportamiento histerético desarrollado por los mismos autores, el cual ha sido descrito en el capítulo anterior. Este índice incluye factores aceleradores del daño  $\alpha_{ij}$  que reflejan al efecto de la historia de cargas para un nivel de curvatura  $\phi_i$ .

El acelerador de daño es definido para el caso de la carga en el sentido positivo como

$$\alpha_{ij}^- = \frac{k_{ij}^-}{k_i^+} \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^+} = \frac{M_{ij}^-}{M_{ij}^+ - \frac{(N_{ij}^+ - 1) \Delta M_i}{2}} \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^+}$$

donde

$$k_{ij}^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+}$$

es la rigidez durante el j-ésimo ciclo en el nivel de carga i,

$$\bar{k}_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} k_{ij}^+$$

es la rigidez promedio durante  $N_i^+$  ciclos en el nivel de carga i, y

$$M_i^+,$$

es el momento alcanzado después del j-ésimo ciclo en el nivel de carga i. Las otras variables ya han sido definidas en su momento.

Para el caso de carga en el sentido negativo el acelerador de daño se define de igual forma que el anterior cambiando únicamente el subíndice del signo "+" de las expresiones anteriores por el signo "-".

En la expresión del acelerador de daño se considera que en una secuencia de carga de amplitud constante, el primer ciclo causará más daño que el último, de igual forma que el ciclo precedente a uno cualquiera causará también más daño, por lo que el valor del factor  $a_i$  disminuye conforme los ciclos de carga se suceden. El efecto anterior se toma en cuenta introduciendo la relación de rigideces en el acelerador de daño. De igual manera el factor  $(\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+)/2\phi_i^+$  de la misma expresión se incluye para normalizar los incrementos de daño en el caso de un cambio en la amplitud de la carga.

10) Kunnath y Reinhorn (ref. 21).- Desarrollan un modelo conceptual de daño el cual utiliza los conceptos de daño consumido y daño potencial disponible. El daño potencial se define como la capacidad total de la componente para soportar daño. El daño consumido es la porción de la

capacidad de daño que se ha perdido o disipado durante el curso de la historia de carga aplicada.

El modelo es presentado en la figura 3.1. La curva o frontera superior representa la curva de carga monotónica llevada a la falla del elemento. La curva o frontera inferior es la envolvente de carga a la fatiga cíclica para un nivel de deformación. En las curvas mencionadas se deduce lo siguiente: 1) para un nivel de deformación dado existe una capacidad disponible para pérdida de resistencia y 2) la pérdida de resistencia disponible a niveles de deformación bajos es mayor que la capacidad de pérdida de resistencia a deformaciones más grandes.

Con  $f_m(\phi)$  igual a la función de la envolvente monotónica y  $f_f(\phi)$  igual a la función de la envolvente de falla, el daño potencial  $D_p$  se define como

$$D_p = \int_{\phi_u}^{\phi_u} [f_m(\phi) - f_f(\phi)] d\phi$$

donde  $\phi_u$  es la curvatura última.

En el caso del comportamiento de un elemento ante una historia de cargas cíclicas aleatorias, como el mostrado en la figura 3.1a, es necesario definir una nueva curva que represente el nivel de daño real de la componente. Esta curva, designada como  $f_r(\phi)$ , representa una envolvente dinámica superior que decae constantemente como consecuencia de la deformación cíclica inelástica y cuya trayectoria es intermedia entre las curvas  $f_m(\phi)$  y  $f_f(\phi)$ . Esto implica que dicha curva no puede ser excedida en incursiones futuras de la trayectoria carga-deformación. El modelo completo se representa en la figura 3.1b. Basados en el concepto de daño potencial, se definen dos componentes de daño.

a) Daño por resistencia. Este se define como la pérdida de daño potencial debido al deterioro de la resistencia y a la energía histerética disipada y se determina como

$$D_s = \int_{\phi_0}^{\phi_u} [ f_m(\phi) - f_c(\phi) ] d\phi$$

b) Daño por deformación. Este corresponde a deformaciones permanentes irrecuperables y se evalúa como

$$D_d = \int_{\phi_s}^{\phi_u} [ f_c(\phi) - f_r(\phi) ] d\phi$$

donde  $\phi_u$  representa la línea de la trayectoria de la rigidez a la descarga.

El efecto acumulado de  $D_s$  y  $D_d$  es llamado el daño consumido.

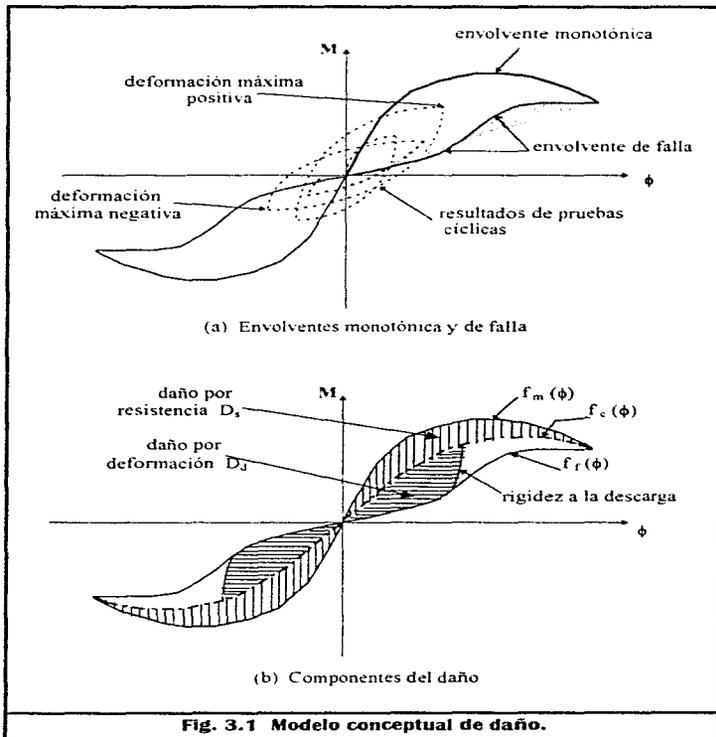
Un índice de daño estructural (D.I.) se establece como la relación del daño consumido al daño potencial

$$D.I. = \frac{D_c}{D_p}$$

con  $D_c = D_s + D_d$

La extensión del índice de daño de un extremo de un elemento, como el propuesto arriba, hacia el de un miembro completo y subsecuentemente al de un entrepiso y la estructura completa, se puede formular mediante un esquema de pesos en donde se tome en cuenta la importancia de los elementos, o bien, considerar únicamente los niveles de daño máximos.

El modelo de daño anterior se ha aplicado al caso de un modelo de comportamiento de histéresis bilineal. Debido a que la evaluación de la envolvente de falla es difícil (pues debe obtenerse directamente de pruebas experimentales), únicamente se han estudiado formas de comportamiento teórico.



### 3.2.2 INDICES DE DAÑO GLOBAL.

Los índices de daño globales dan información respecto al estado de sistemas estructurales complejos. Existen diferentes modelos para definir este tipo de índices, unos basados en el desplazamiento de la estructura, otros función del daño local en los elementos estructurales simples que conforman al sistema y otros basados en parámetros vibratoriales de la estructura.

11) Roufaiel y Meyer (ref. 22).- Índice basado en criterios del desplazamiento de una estructura y que define el grado de daño total en la misma.

$$GDP = \frac{d_R - d_Y}{d_F - d_Y}$$

donde

- $d_R$  = desplazamiento máximo en la azotea
- $d_Y$  = desplazamiento máximo en la azotea para el cual el primer miembro en el marco alcanza su capacidad de fluencia, suponiendo que el marco se desplaza en su primer modo
- $d_F$  = desplazamiento en la azotea en el cual el marco falla

El parámetro de daño global es igual a 0 si  $d_F < d_Y$ . Si  $d_R \geq d_F$  el marco ha fallado.

Para este índice, una parte importante es la definición de la falla del marco, ya que ésta se puede hacer de muchas maneras. En su trabajo los autores definen a la falla como un desplazamiento excesivo en la azotea.

El daño en estructuras de concreto reforzado se concentra comúnmente en áreas pequeñas. Aún en el caso de daño importante, solo unos pocos elementos son fuertemente afectados. Así, si el índice de daño global se basa en un promedio del daño local, es necesario definir primero las localidades en donde el daño será evaluado, y entonces usar una función de peso apropiada

de tal forma que se le de más importancia a las áreas más dañadas e influyentes en la estructura; en otras palabras, los elementos más cruciales deben tener pesos más grandes, puesto que su falla implica una falla global. Dos índices de daño basados en este criterio son:

12) Bertero y Bresler (ref. 5).- Bajo el concepto de demanda y capacidad, formulan un modelo de daño acumulado basado en un promedio de daño local.

$$D.I. = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i \eta_i s_i}{\gamma_i r_i}$$

donde

- $s_i$  = respuesta (demanda) en el elemento  $i$
- $r_i$  = resistencia (capacidad) en el elemento  $i$
- $\omega_i$  = factor de importancia para el elemento  $i$
- $\eta_i$  = coeficiente de influencia de la historia de servicio para la demanda del elemento  $i$
- $\gamma_i$  = coeficiente de influencia de la historia de servicio para la capacidad del elemento  $i$

El efecto acumulado de la carga y la degradación de la resistencia los incluyen con los dos coeficientes de influencia. La determinación de  $\omega_i$ ,  $\eta_i$  y  $\gamma_i$  no es fácil y requiere de gran juicio ingenieril, lo que genera una fuente de incertidumbre alta en los resultados. En su forma original la demanda y la capacidad del elemento fueron expresados como niveles de deformación, por lo que el índice de daño es una clase de relación de ductilidad. Sin embargo, este índice fue el primero en introducir los factores de importancia en la evaluación del daño en las estructuras.

13) Park, Ang y Wen (ref. 8).- Proponen una definición de daño global como un promedio pesado del daño local, calculado en ciertas partes establecidas, dada por

$$D_g = \frac{\sum_{i=1}^n D_i E_i}{\sum_{i=1}^n E_i}$$

donde

- $D_g$  = índice de daño global
- $D_i$  = daño en la localidad  $i$
- $E_i$  = energía total disipada por la localidad  $i$
- $n$  = número de localidades en las cuales se calcula el daño

El factor de peso en esta expresión está dado por la capacidad de absorción de energía de los elementos.

14) Dipascuale y Cakmak (ref. 7).- Desarrollan un modelo de análisis de daño basado en la evolución del periodo natural de un sistema lineal que varía en el tiempo, equivalente a un sistema real que exhibe comportamiento no lineal, dentro de una serie de ventanas en el tiempo que no se traslapan.

Su índice de daño global, llamado también de máximo ablandamiento, está dado por

$$\delta_M = 1 - \frac{T_0}{T_{max}}$$

donde

- $\delta_M$  = ablandamiento máximo
- $T_0$  = periodo natural inicial
- $T_{max}$  = periodo natural máximo del sistema lineal equivalente

El cálculo del periodo máximo lo efectúan a partir de los registros de las aceleraciones en la base y la parte superior de la estructura, dividiendo los registros en una serie de ventanas en el tiempo y calculando el periodo natural de un sistema lineal equivalente para cada ventana. El sistema lineal

equivalente lo encuentran usando estimadores de máxima verosimilitud por medio de métodos de identificación de sistemas.

El concepto de máximo ablandamiento usado en la definición de este índice, puede ser interpretado como un promedio de la degradación de rigidez local en la estructura, con el cuadrado del tensor de deformaciones generalizado en el primer modo como factor de peso, en el caso en que la respuesta de la estructura esté dominada por el primer modo.

El modelo depende de la definición del sistema equivalente. Sistemas equivalentes en donde se toma en cuenta la participación de uno, dos y tres modos fueron estudiados. Los modelos de un modo dieron resultados pobres, mientras que los modelos de dos modos podían ajustarse bien a los resultados. Los modelos de tres modos fueron muy difíciles de tratar ya que involucraban un gran número de parámetros.

Rodríguez-Gómez y Cakmak (ref. 23) utilizan este mismo modelo y desarrollan un nuevo procedimiento para el cálculo del periodo natural máximo a partir de los periodos naturales instantáneos.

15) Rodríguez-Gómez y Cakmak (ref. 23).- Utilizan otro índice de daño llamado el índice de ablandamiento final, dado por la ecuación:

$$d_F = 1 - \frac{T_0^2}{T_{final}^2}$$

donde

$$\begin{aligned} \delta_F &= \text{ablandamiento final} \\ T_0 &= \text{periodo natural inicial} \\ T_{final} &= \text{periodo natural final} \end{aligned}$$

Este índice es menos confiable como indicador del daño global que el anterior, y es aproximadamente igual a un promedio pesado del daño local cuando la forma modal no cambia significativamente después del daño. Está relacionado con la degradación global de la estructura.

### 3.2.3 INDICE DE DAÑO EN ENTREPISO.

Son pocos los autores que se han preocupado por formular, de manera explícita, algún índice de daño para determinar el daño en partes específicas de la estructura como por ejemplo un sólo entrepiso; pero estos podrían sugerirse para cada estudio en particular a partir de los criterios utilizados en la formulación de índices de daño local y global.

16) Chung, Shinozuka y Meyer (ref. 24).- Basados en el índice de daño de Park, Ang y Wen (inciso 13) definen un índice de daño de entrepiso

$$D_{s,k} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i^k E_i^k}{\sum_{i=1}^n E_i^k}$$

donde

- $D_{s,k}$  = índice de daño de entrepiso para el entrepiso k
- $D_i^k$  = daño local de la localidad i perteneciente al entrepiso k
- $E_i^k$  = energía total disipada por la localidad i perteneciente al entrepiso k
- n = número de localidades en las cuales se calcula el daño local para el entrepiso k

Esta definición es especialmente útil cuando se analizan edificios del tipo columna débil-trabe fuerte donde las deformaciones de cortante repentinas, debidas a la formación de mecanismos de paneles de cortante, pueden llevar a un colapso progresivo de la estructura completa.

### 3.3 INDICES DE DAÑO PARA LAS ESTRUCTURAS ANALIZADAS

Basados en algunos de los modelos de daño desarrollados en una estructura y expuestos en la sección anterior, se propusieron en este estudio algunos índices generales de daño. En ellos el estado de daño se describe por

su valor promedio,  $D$ , en todo el sistema. De esta manera se tienen los siguientes índices de daño:

a) Daño global

$$D_g = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n D_j \quad (3.1)$$

donde  $D_j$  es el valor del daño en la localidad  $j$  y  $n$  es el número de localidades donde se calcula el daño. Aquí se considera que para cada miembro de la estructura se toma el daño en cada uno de sus extremos el cual, como ya se mencionó en el capítulo anterior, estará dado por la ec. 2.12.

b) Daño en entrepiso.

b.1) Basado en el daño local de los elementos

$$D_{ei} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} D_j \quad (3.2)$$

$n_i$  es el número de localidades donde se calcula el daño en los elementos que conforman el entrepiso  $i$ . Un entrepiso  $i$  se considera compuesto por todas las columnas que existen en ese entrepiso y por las vigas que unen la parte superior de las columnas.

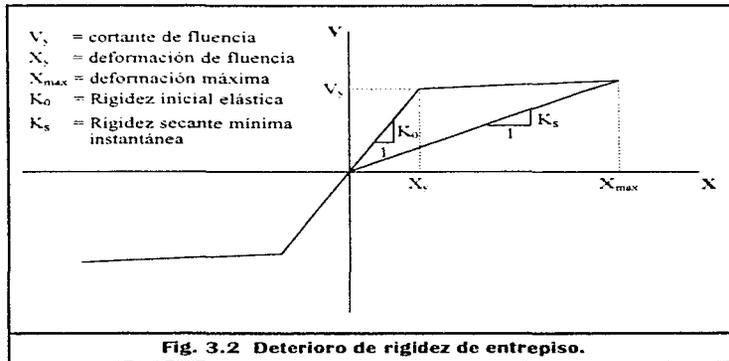
b.2) Basado en la rigidez de entrepiso

Este índice de daño está dado por la expresión

$$D_{ki} = \frac{K_{oi} - K_{si}}{K_{oi}} \quad (3.3)$$

donde  $K_0$  es la rigidez inicial elástica del entepiso  $i$  y  $K_s$  es la rigidez secante mínima instantánea.  $K_s$  se obtiene dividiendo la fuerza cortante de entepiso asociada a la deformación máxima de entepiso entre la deformación máxima de entepiso (figura 3.2).

Estos indicadores de daño son simples y no toman en cuenta muchos efectos importantes en la acumulación del daño de los elementos estructurales, pero a falta de estudios e información suficientes se consideran adecuados para predecir o expresar el daño que ha sufrido una estructura.



## **IV.- CONCEPTOS BASICOS DEL ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS**

El análisis sísmico en la práctica profesional es, en la mayoría de los casos, muy simplificado, ya que recurre a la consideración de que los efectos de un sismo sobre la estructura pueden representarse mediante un sistema de fuerzas estáticas equivalentes. Aún cuando se consideren válidos estos procedimientos en los reglamentos de diseño, es necesario hacer conciencia del carácter dinámico que puede tener el fenómeno sísmico, y tener noción de los principios básicos de la dinámica estructural.

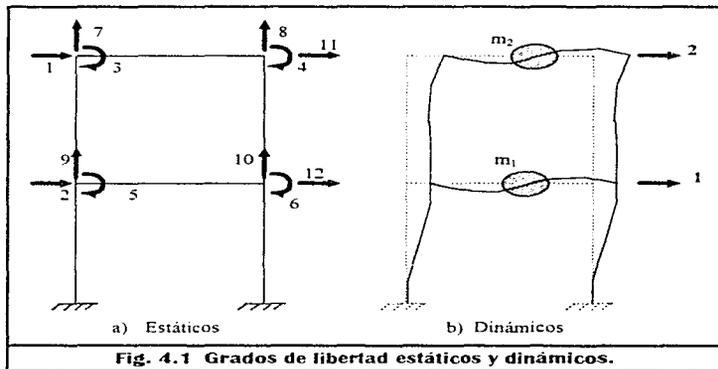
Este capítulo tiene por finalidad presentar los conceptos básicos de dinámica que permiten explicar los aspectos relevantes de la respuesta sísmica de las estructuras. Un análisis más completo de estos conceptos, pero tratado en forma clara y sencilla, se puede encontrar en la publicación mencionada en la ref. 25.

### **4.1 GRADOS DE LIBERTAD.**

Grado de libertad es la posibilidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En marcos los movimientos son giros o desplazamientos en los nudos, como se muestra en la figura 4.1a. Si no se consideran las deformaciones axiales de las vigas y columnas, los grados de libertad son solamente los seis primeros, o bien, si solo se ignoran las deformaciones axiales de las vigas (que es lo más común), el marco tendrá los diez primeros grados de libertad, siendo los grados de libertad 11 y 12 iguales al 1 y 2, respectivamente.

Desde el punto de vista dinámico, los grados de libertad que interesan son aquellos en los que se consideran fuerzas generalizadas de inercia; es decir, fuerzas iguales a masa por aceleración y momentos iguales al momento de inercia de masa por aceleración angular. Para el ejemplo tratado, si las fuerzas de inercia importantes son solamente las que generan las masas  $m_1$  y

$m_2$  (figura 4.1b) al moverse lateralmente, entonces se habla de un sistema de dos grados de libertad, que son precisamente los desplazamientos laterales 1 y 2. Esto no implica que en los restantes grados de libertad los giros y los desplazamientos correspondientes se anulen, pero, la matriz de rigideces de la estructura que comúnmente sería de  $10 \times 10$ , se puede transformar a una de  $2 \times 2$  (expresada en función de los grados de libertad 1 y 2) denominada matriz de rigidez lateral.



En lo que sigue de este capítulo al hablar de un número de grados de libertad, se estará hablando sólo de aquellos en que existen fuerzas generalizadas de inercia.

#### 4.2 SISTEMA LINEAL DE UN GRADO DE LIBERTAD.

Una estructura responde a una excitación sísmica, descrita por una historia de aceleraciones (o de velocidades o de desplazamientos) que se presentan en el suelo sobre el que está desplantada, mediante una vibración a

través de la cual disipa la energía que es generada por dicho movimiento. La amplitud de la vibración necesaria para disipar esa energía depende de las características del sistema constituido por el conjunto subsuelo-cimentación-estructura-elementos no estructurales. A pesar de la complejidad de un sistema como éste, las principales características de su respuesta pueden ilustrarse mediante el estudio de un sistema simple de un grado de libertad.

El sistema simple está constituido por una masa, un resorte y un amortiguador. En el esquema de la figura 4.2 el resorte se representa por medio de una columna cuya rigidez lateral equivale a la constante del resorte. Cuando el sistema está sujeto a un movimiento de su base, definido por una historia de desplazamientos,  $u_g$ , ó de aceleraciones del suelo  $\ddot{u}_g$ , la masa entrará en oscilación y se generarán sobre ella tres tipos de fuerzas:

- a) La fuerza de inercia que es proporcional a la masa y a la aceleración total que ésta sufre,  $\ddot{u}_g$ ; ésta última es igual a la suma de la aceleración del terreno,  $\ddot{u}_g$ , más la aceleración de la masa relativa al terreno,  $\ddot{u}_r$ .

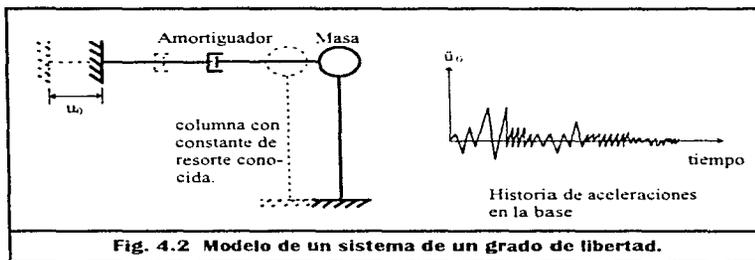
$$F_I = m \ddot{u}_r$$

- b) La fuerza que se genera en la columna por su rigidez lateral al tratar de ser desplazada con respecto al terreno. Suponiendo que la respuesta de la columna se mantiene dentro de un intervalo lineal, dicha fuerza será igual al producto del desplazamiento relativo de la masa con respecto al suelo, por la rigidez lateral de la columna.

$$F_R = ku$$

- c) La fuerza de amortiguamiento que trata de restablecer el equilibrio de la estructura en vibración. Esta fuerza puede considerarse, en el caso más sencillo, proporcional a la velocidad de la masa con relación a la del suelo; al factor de proporcionalidad se le llama coeficiente de amortiguamiento

$$F_A = c\dot{u}_r$$



La ecuación de equilibrio dinámico se describe como:

$$F_I + F_A + F_R = 0$$

sustituyendo

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (4.1)$$

pero

$$\ddot{u}_T = \ddot{u}_0 + \ddot{u}$$

entonces

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_0 \quad (4.2)$$

o, dividiendo entre  $m$ ,

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u = -\ddot{u}_0 \quad (4.3)$$

#### 4.2.1 VIBRACIONES LIBRES

El sistema descrito tiene vibraciones libres cuando la masa  $m$  se mueve pero la base permanece inmóvil y no actúan fuerzas exteriores. En este caso el segundo miembro de la ec. 4.3 se anula.

Las dos constantes,  $\frac{c}{m}$  y  $\frac{k}{m}$  representan conceptos relacionados con la vibración libre del sistema. El término  $\frac{k}{m}$  u representa una aceleración, y al ser u un desplazamiento,  $\frac{k}{m}$  resulta ser el cuadrado de la **velocidad angular o frecuencia circular** del sistema no amortiguado, o sea aquella con la que oscila éste cuando se le impone un desplazamiento y se le suelta.

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

o,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Cuando el amortiguamiento es nulo, la vibración libre del sistema describe un movimiento armónico simple (figura 4.3), con la frecuencia mencionada y con periodo igual a:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4.4)$$

El amortiguamiento representa la disipación de energía que la estructura realiza principalmente debido a la fricción interna de los materiales y al rozamiento entre los componentes de la construcción; este amortiguamiento reduce las oscilaciones. En vibración libre se define como amortiguamiento crítico aquel para el cual el sistema, después de desplazado, volvería a su posición de reposo sin oscilar. Este vale:

$$C_{cr} = 2 \sqrt{km}$$

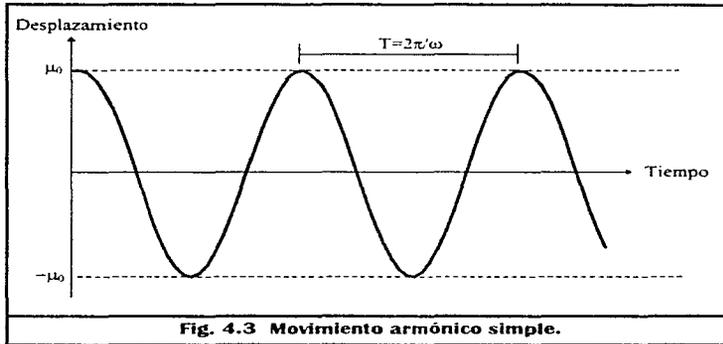


Fig. 4.3 Movimiento armónico simple.

La constante de amortiguamiento puede expresarse como una fracción del crítico en la forma:

$$\zeta = \frac{c}{C_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

pero

$$\sqrt{km} = m \sqrt{\frac{k}{m}} = m \omega$$

entonces

$$\zeta = \frac{c}{2\omega m}$$

de donde

$$\frac{c}{m} = 2\omega\xi$$

de esta forma, la ec. 4.3 quedaría:

$$\ddot{u} + 2\omega\xi\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_0 \quad (4.5)$$

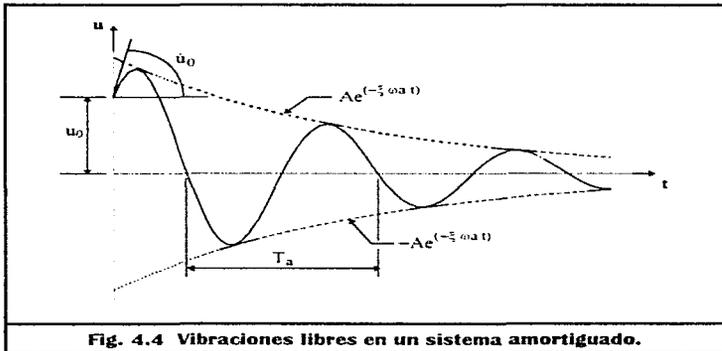
Considerando nuevamente la vibración libre ( $\ddot{u}_0 = 0$ ), para el caso general del sistema amortiguado, la solución de la ec. 4.5 resulta (ref. 26):

$$u = u(t) = A e^{-\xi\omega t} \cos \omega_a (t - \tau) \quad (4.6)$$

en donde

$$\omega_a = \omega \sqrt{(1 - \xi^2)} \quad (4.7)$$

La ec. 4.6 describe un movimiento periódico de la masa  $m$ , con frecuencia  $\omega_a$  y con amplitud decreciente  $A e^{-\xi\omega t}$ , como se ilustra en la figura 4.4.



**Fig. 4.4 Vibraciones libres en un sistema amortiguado.**

#### **4.2.2 RESPUESTA A MOVIMIENTOS DE LA BASE (TEMBLORES)**

Cuando la base del sistema está en movimiento, es necesario resolver la ec. 4.5 considerando no nulo el segundo término.

Se aprecia que la respuesta del sistema queda definida por dos parámetros únicamente: la frecuencia circular del sistema (o su periodo) y la fracción del amortiguamiento crítico.

La solución de la ecuación diferencial, cuando la estructura parte del reposo, se obtiene con la superposición de la respuesta a una serie de impulsos diferenciales, en la forma llamada integral de Duhamel

$$u(t) = \frac{1}{\omega_a} \int_0^t \ddot{u}_0(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{sen } \omega_a(t-\tau) d\tau \quad (4.8)$$

La solución presentada por esta ecuación implica una aproximación general con  $1-\xi^2 \approx 1$ , que es aceptable ya que para las estructuras de ingeniería civil generalmente  $\xi < 0.1$ .

La velocidad y la aceleración de la masa se pueden calcular derivando sucesivamente la expresión anterior con respecto al tiempo. Para fines de diseño interesarían los valores máximos absolutos de dichas respuestas.

Para unas aceleraciones dadas  $\ddot{u}_0$ , es usual mantener fijo el amortiguamiento e ir calculando alguna respuesta máxima para distintos valores de  $\omega$  (o lo que es lo mismo, para distintos valores del periodo  $T=2\pi/\omega$ ).

Obtener la respuesta del sistema mediante la solución de la integral de Duhamel representa un trabajo tedioso y que, debido a que la historia de aceleraciones del terreno durante un sismo,  $\ddot{u}_0(t)$  no puede expresarse

generalmente mediante una función continua, requiere de procedimientos numéricos.

Un caso que se presta a una solución relativamente sencilla es aquel en que la excitación ( $\ddot{u}_0$ ) es un movimiento armónico del tipo:

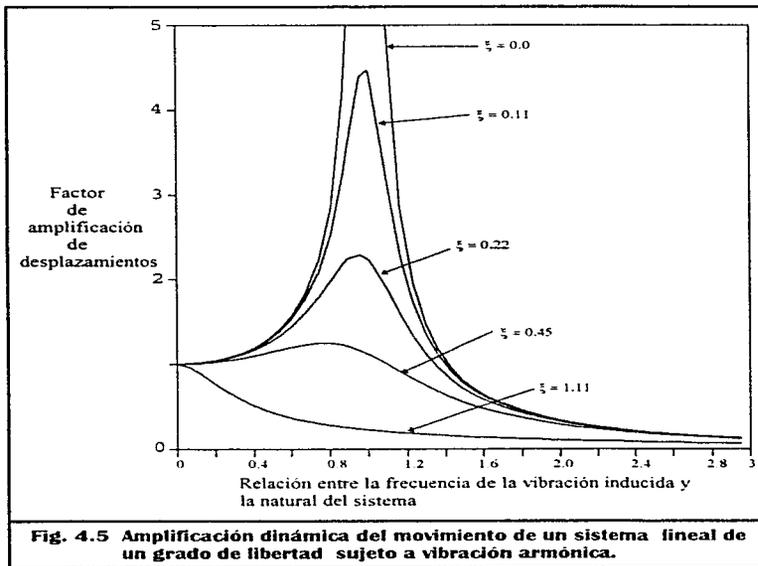
$$\ddot{u}_0 = a \operatorname{sen}\omega_0 t$$

en que  $\omega_0$  es la frecuencia circular de vibración de movimiento del terreno y "a" una constante que define la amplitud de la aceleración del movimiento.

La solución se ilustra de manera adimensional en la figura 4.5, donde en las abscisas se representa la relación entre la frecuencia del movimiento del terreno y la del sistema, y en las ordenadas, la relación entre el desplazamiento máximo que se presenta en la masa bajo efectos dinámicos y el desplazamiento estático que produciría una fuerza constante de magnitud "ma". Al observar la figura se aprecia la importancia de los parámetros de la estructura que definen su respuesta. Cuando la frecuencia del sistema es muy inferior o muy superior a la de la excitación, el desplazamiento máximo de la masa, del que dependen las fuerzas que se inducen en el sistema, no excede al estático; pero a medida que las dos frecuencias se van aproximando entre sí (o sea cuando la relación tiende a uno), hay una amplificación cada vez mayor del movimiento del terreno y el desplazamiento en la masa llega a ser varias veces superior al del terreno y se inducen en el sistema fuerzas muy grandes. De hecho, cuando la relación de frecuencias es igual a uno, el desplazamiento del sistema llega a infinito si el amortiguamiento es nulo y se tiene el fenómeno llamado de **resonancia**. El amortiguamiento desempeña también un papel muy importante, especialmente en condiciones cercanas a la resonancia; basta un incremento de amortiguamiento relativamente pequeño para reducir drásticamente la respuesta.

Es válido considerar que la respuesta de un sistema como el estudiado, ante un movimiento irregular del terreno como el que ocurre en un sismo, se puede analizar a partir de la solución del caso del movimiento armónico. Un acelerograma de un sismo se puede considerar como la superposición de manera aleatoria de un gran número de ondas armónicas que cubren una

gama de frecuencias muy amplia, pero que suelen tener amplitudes muy grandes sólo dentro de un intervalo de periodos dominantes que depende del tipo de sismo, de la distancia al epicentro y del tipo de suelo. Ante esa serie de ondas de diferente periodo, el sistema responde con mayor amplitud a las que tienen periodo similar al suyo, mientras que para el resto la respuesta es pequeña.



## Conceptos Básicos del Análisis Dinámico de Estructuras

Como ya se dijo antes, desde el punto de vista del diseño estructural, interesa esencialmente la máxima sollicitación a la que se verá sujeta la estructura por efecto del sismo; por tanto no es necesario conocer la historia completa de la respuesta, sino sólo su valor máximo. Si, para un acelerograma dado, obtenemos la respuesta de sistemas de un grado de libertad con un amortiguamiento dado y hacemos variar el periodo de estos sistemas desde cero hasta un valor muy alto comparado con los periodos naturales de las estructuras comunes, y para cada sistema determinamos la máxima respuesta, podemos trazar gráficas como las de la figura 4.6 que constituyen espectros de respuesta de aceleración para los movimientos en cuestión. En las abscisas se representa el periodo del sistema y en las ordenadas una medida de su respuesta máxima, sea ésta, aceleración, velocidad o desplazamiento máximos de la masa. Los espectros de la figura 4.6 son de aceleración, están contruidos para diferentes amortiguamientos y constituyen una representación de un sismo que es muy valiosa para apreciar sus efectos en la estructura y que por tanto puede emplearse como un índice de acción sísmica.

Es frecuente obtener el espectro de desplazamiento  $D$  y en lugar de las velocidades y aceleraciones dibujar las cantidades  $V = \omega D$  y  $A = \omega^2 D$ , que se denominan espectros de pseudovelocidades y pseudoaceleraciones, respectivamente.

Los espectros proporcionan una medida directa de la fuerza de inercia máxima que se induce en el sistema al multiplicar la ordenada espectral por la masa en el caso de aceleraciones y por la masa y frecuencia al cuadrado en el caso de desplazamientos.

$$F = k D = \frac{k}{m} m D = m \omega^2 D = m A$$

Los tres espectros de aceleración de la figura 4.6 corresponden a acelerogramas de sismos de características diferentes. El caso a) se refiere a un sismo de mediana intensidad registrado muy cerca del epicentro en terreno firme; las ordenadas espectrales son muy grandes sólo para sistemas con periodos muy cortos y al aumentar el periodo del sistema, la respuesta disminuye rápidamente. Para un terremoto de gran magnitud, registrado a una distancia moderada, también en terreno firme (figura 4.6b), se tienen ordenadas altas en un intervalo grande de periodos, mientras que para un

sismo registrado a gran distancia en terreno blando (figura 4.6c), las ordenadas mayores corresponden a periodos grandes. Lo anterior refleja el contenido de frecuencia de cada acelerograma. Las ordenadas espectrales altas corresponden al intervalo de periodos dominantes en el acelerograma, ya que cuando el sistema de un grado de libertad tiene periodos cercanos a aquellos que dominan en el acelerograma, la respuesta máxima se amplifica notablemente debido a la resonancia. Así, un sismo de magnitud no muy grande registrado cerca del epicentro en terreno firme, tiene periodos dominantes muy cortos y producirá los efectos mayores en estructuras cuyo periodo fundamental es también corto, que son las muy rígidas. Un sismo de gran magnitud a distancias intermedias registrado en terreno firme tiene un efecto muy importante dentro de un amplio intervalo de periodos y por tanto será muy desfavorable tanto para las estructuras relativamente rígidas, como para aquellas flexibles. Finalmente, en un sismo a gran distancia y en terreno blando, predominan movimientos de periodo grande y, por tanto, afectarán mayormente las estructuras altas y flexibles.

Cuando el periodo del sistema tiende a cero, la ordenada espectral tiende a la aceleración máxima del terreno. Se aprecia, de la figura 4.6a que, por ejemplo, para un sismo que tuvo una aceleración máxima de  $400 \text{ cm/seg}^2$ , se inducen en un sistema con 5 por ciento de amortiguamiento aceleraciones que llegan al doble de la máxima del terreno, para un valor particular del periodo. Esto implica que las fuerzas de inercia para las cuales se debe diseñar una estructura corresponden a aceleraciones varias veces superiores a las que experimenta el terreno.

Existen reglas empíricas para construir envolventes de espectros a partir de datos básicos del movimiento del terreno. Estas reglas consisten en multiplicar la aceleración, velocidad y desplazamiento máximo del terreno por constantes que se han obtenido de la observación de un gran número de espectros de sismos reales. El valor de estas constantes depende del grado de amortiguamiento del sistema. Para estructuras de edificios urbanos y para muchas estructuras industriales, es aceptable considerar un amortiguamiento de 5 por ciento del crítico y en esa hipótesis están basados los espectros de diseño especificados por la mayoría de las normas de diseño. Hay que tener en mente, sin embargo, que algunas estructuras pueden tener amortiguamientos sensiblemente menores que 5 por ciento y, por tanto su

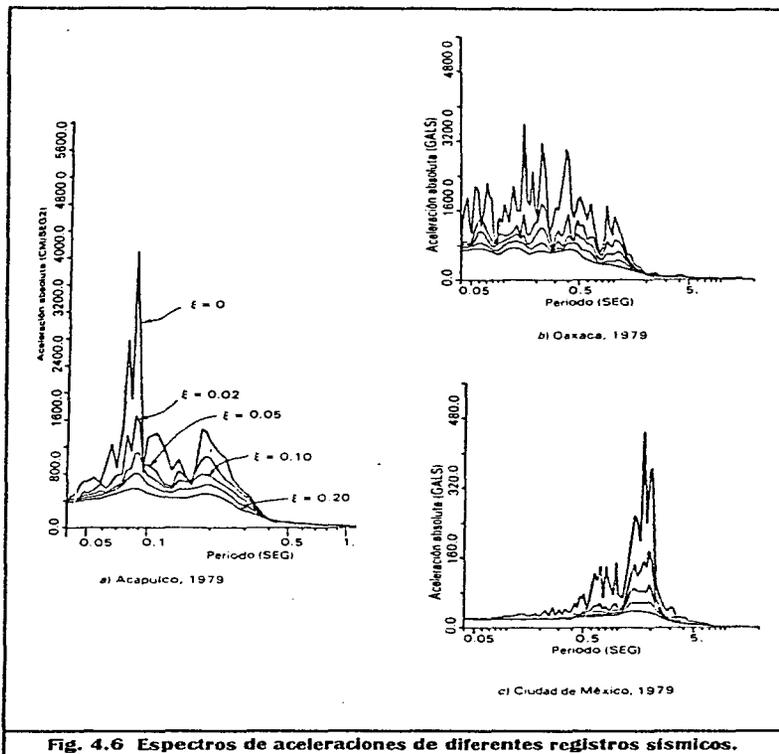


Fig. 4.6 Espectros de aceleraciones de diferentes registros sísmicos.

respuesta puede ser más desfavorable que la especificada por las normas. Por ejemplo, parte del amortiguamiento considerado se atribuye, más que a fricción interna en el material estructural, a fricción entre la estructura y los elementos no estructurales; por consiguiente estructuras del tipo industrial que no cuentan con muros divisorios y de fachada que contribuyen a dicho amortiguamiento, pueden tener coeficientes de amortiguamiento del orden de 2 por ciento, para los cuales la respuesta se incrementa en más del 50 por ciento con respecto al caso en que el amortiguamiento es de 5 por ciento.

### 4.3 SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD.

La mayoría de las estructuras no se prestan para ser idealizadas como un sistema de un grado de libertad, pero es usualmente aceptable suponer que las masas están concentradas en los niveles de los pisos y que las fuerzas de inercia importantes son sólo las laterales. Esta representación por medio de un sistema de varios grados de libertad admite todavía un análisis dinámico relativamente sencillo de su respuesta.

#### 4.3.1 ECUACIONES DE EQUILIBRIO DINÁMICO.

Considérese el sistema de tres grados de libertad mostrado en la figura 4.7, cuyos apoyos tienen el movimiento  $u_0$ , y cuyas masas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  tienen desplazamientos  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  a partir de la base, respectivamente.

Las fuerzas de inercia ( $F_i$ ) en este caso son  $m_1(\ddot{u}_1 + \ddot{u}_0)$ ,  $m_2(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_0)$  y  $m_3(\ddot{u}_3 + \ddot{u}_0)$ .

Las fuerzas en los elementos elásticos se pueden expresar como el producto de la matriz de rigidez lateral  $\underline{K}$  por los desplazamientos laterales, es decir

$$F_v = \underline{K} \underline{u} \quad (4.9)$$

donde, para el caso de la figura 4.7

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad k_{ij} = k_{ji}$$

$$\underline{F}_e = \begin{bmatrix} F_{e1} \\ F_{e2} \\ F_{e3} \end{bmatrix}$$

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

De manera similar las fuerzas de amortiguamiento viscoso se pueden expresar como el producto de una matriz de amortiguamiento por las velocidades, o sea como

$$\underline{F}_a = \underline{C} \dot{\underline{u}} \quad (4.10)$$

Para cada masa la suma de todas las fuerzas debe ser cero. Así, la ecuación de equilibrio toma la misma que en un sistema de un grado de libertad, aunque ahora se trata de una ecuación matricial:

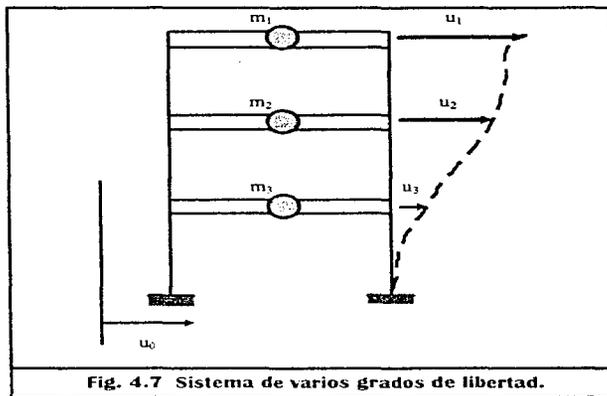
$$\underline{M} \ddot{\underline{u}} + \underline{C} \dot{\underline{u}} + \underline{K} \underline{u} = - \underline{M} \ddot{\underline{u}}_0 \quad (4.11)$$

M se denomina matriz de masas y, para la estructura de la figura 4.7 es igual a:

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

en la expresión 4.11 se definen también

$$\dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{u}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{u}_0 \\ \dot{u}_0 \end{bmatrix}$$



### 4.3.2 VIBRACIONES LIBRES NO AMORTIGUADAS

En lugar de resolver la ec. 4.11, se considera primero el caso más simple en el que no existen amortiguadores y no existe movimiento del terreno, con lo cual la expresión 4.11 se convierte en

$$\underline{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{u}} + \underline{\mathbf{K}} \mathbf{u} = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.12)$$

Ante la acción de un impulso y suponiendo que no existe amortiguamiento, la estructura vibrará libremente adoptando una configuración de desplazamientos que se denomina *forma modal* y una frecuencia de vibración peculiar de cada modo, los cuales se pueden determinar con buena aproximación con la ec. 4.12. Existen tantos modos como números de grados de libertad tiene el sistema.

La solución de la ecuación anterior se puede expresar como:

$$\underline{u}(t) = \underline{Z} \theta(t) \quad (4.13)$$

donde  $\underline{u}(t)$  es el vector de desplazamientos de las masas con respecto a su posición de equilibrio estático,  $\underline{Z}$  es el vector que representa una forma modal de la estructura, y  $\theta(t)$ , en caso de que exista, es la frecuencia o periodo natural correspondiente a la forma modal considerada, y que además es función del tiempo y es la misma para todas las masas.

Derivando la ec. 4.13 dos veces se obtiene

$$\underline{\ddot{u}}(t) = \underline{Z} \ddot{\theta}(t) \quad (4.14)$$

y sustituyendo 4.14 y 4.13 en 4.12 se llega a:

$$\underline{M} \underline{Z} \ddot{\theta} + \underline{K} \underline{Z} \theta = 0 \quad (4.15)$$

por sencillez se han omitido los  $(t)$ .

Para la masa  $i$ , el desarrollo de la expresión 4.15 da

$$m_i z_i \ddot{\theta} + (\sum_j k_{ij} z_j) \theta = 0$$

de donde

$$\frac{\ddot{\theta}}{\theta} = - \frac{\sum_j k_{ij} z_j}{m_i z_i} \quad (4.16)$$

El primer término de esta ecuación es función de  $t$ , mientras que el segundo no; por tanto ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista. En el caso del segundo término, este valor constante resulta ser la frecuencia natural circular del sistema elevada al cuadrado ( $\omega^2$ ). Por lo tanto se obtiene

$$\ddot{\theta} - \omega^2 \theta = 0$$

cuya solución es

$$\theta = a \text{ sen } \omega t \quad (4.17)$$

en que 'a' representa la amplitud de vibración de un movimiento armónico simple.

De acuerdo con lo anterior, existen modos de vibración que satisfacen las condiciones de la expresión 4.14. Estos son tales que el movimiento de cada masa es armónico simple con periodo natural  $T = 2\pi/\omega$ .

Derivando dos veces la ec. 4.17 se tiene

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 a \text{ sen } \omega t \quad (4.18)$$

y, sustituyendo (4.17) y (4.18) en la ecuación diferencial 4.15 se tiene

$$(\underline{K} - \omega^2 \underline{M}) \underline{Z} = 0 \quad (4.19)$$

que es un sistema de ecuaciones lineales homogéneo; para que existan valores de  $\underline{Z}$  distintos de cero es necesario que el determinante del sistema se anule, esto es, que

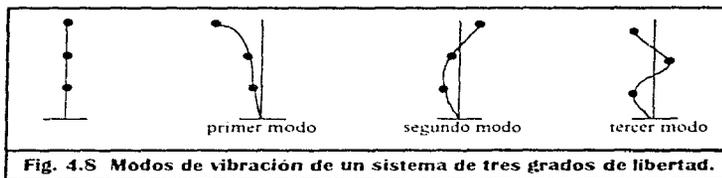
$$|\underline{K} - \omega^2 \underline{M}| = 0 \quad (4.20)$$

### 4.3.3 FRECUENCIAS Y MODOS DE VIBRACION

La expresión 4.20 representa un problema de valores característicos. Desarrollando el determinante se obtiene una ecuación algebraica de grado  $n$  cuya incógnita es  $\omega^2$ , siendo  $n$  el número de grados de libertad, cuya solución conduce a  $n$  valores de  $\omega^2$ , es decir, hay  $n$  frecuencias de vibración  $\omega$ , que corresponden a otros tantos periodos naturales  $2\pi/\omega$ .

Los valores de  $\omega^2$  son reales y positivos, y sus raíces cuadradas son las frecuencias naturales. Se acostumbra numerar a las  $\omega$  en orden creciente, es decir la primera frecuencia  $\omega_1$  (llamada frecuencia fundamental) es el menor valor, y la última  $\omega_n$  es el mayor.

Conocidos los  $n$  valores de  $\omega$  se pueden determinar los  $n$  valores de  $z$ , que corresponden a cada frecuencia natural y que determinan la forma modal correspondiente. La figura 4.8 muestra los modos de vibrar de un sistema de 3 grados de libertad.



Para cada modo no se obtienen soluciones únicas sino solamente valores relativos entre las  $z_i$ , es decir que no están definidas las amplitudes de las vibraciones de las masas, sino las relaciones entre todas ellas.

Un ejemplo sencillo de la aplicación de estos conceptos para la obtención de frecuencias  $\omega$  y modos  $Z$  de vibrar se encuentra en el capítulo 5 de la ref. 27.

## V. SELECCION DE CASOS.

### 5.1 OBJETIVOS

Como ya se mencionó al inicio de este trabajo, con los resultados obtenidos se pretende evaluar el modelo de comportamiento histerético e índice de daño utilizados con la finalidad de obtener, en una etapa posterior, funciones de densidad de probabilidades de incremento de daño, condicionales a un estado inicial de daño nulo. Con ello se generan los siguientes objetivos:

- Determinar la evolución del daño en estructuras en función de su historia sísmica.
- Precisar la conveniencia del empleo del modelo de comportamiento propuesto para los elementos de concreto reforzado.
- Establecer las relaciones existentes entre las estructuras analizadas y los índices de daño propuestos.
- Precisar las características de respuesta de estructuras a partir de sus características de diseño.

### 5.2 HIPOTESIS.

De acuerdo al problema en cuestión y a los objetivos planteados se estudia la respuesta sísmica de marcos de edificios de concreto reforzado desplantados en dos tipos de terreno: firme y compresible. Se supone un comportamiento inelástico en los elementos, los cuales siguen un modelo en donde se manifiesta la degradación de rigidez y resistencia. Las estructuras se analizan ante sismos reales y no se considera la interacción suelo-estructura

ni el efecto P- $\Delta$ . En los análisis se supone un amortiguamiento del cinco por ciento del crítico

### 5.3 SISTEMAS ESTRUCTURALES

#### 5.3.1 TERRENO BLANDO.

Se estudian marcos de 5, 10 y 15 niveles. Con el fin de estudiar el efecto de la flexibilidad del edificio en la respuesta estructural (periodo vs. número de niveles), se toma para cada edificio de diferente número de niveles, un edificio rígido y uno flexible, esto en el sentido de que las diferencias entre desplazamientos laterales de entrepisos consecutivos, no excedan 0.006 la diferencia de elevaciones correspondientes en el caso de edificios rígidos y estén cerca de 0.012 en el caso de edificios flexibles, en promedio para todos los entrepisos, según lo establece el Art. 209 del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RDF-87, ref. 3). Los edificios presentan una planta cuadrada (figura 5.1). Los edificios de 5 y 10 niveles poseen tres marcos en cada dirección, mientras que el edificio de 15 niveles tiene cuatro marcos en cada dirección. Los tres edificios cumplen con las condiciones de esbeltez de estructuras regulares señaladas por el RDF-87. Las alturas de entrepiso son de 4.00 metros en la planta baja y de 3.00 metros en los demás entrepisos, esto para todas las estructuras analizadas.

Las dimensiones de los elementos estructurales de los marcos se muestran en las tablas 5.1 a 5.3.

Para el diseño de traveses y columnas se ha tomado un criterio basado en lo que establece el RDF-87 y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-DÉC, ref. 4).

En lo que se refiere a la clasificación estructural el edificio es para uso de oficinas, siendo una construcción del grupo B (de acuerdo al Art. 174 del RDF-87). El sistema estructural es a base de marcos de concreto reforzado, con una resistencia del concreto,  $f'_c$ , de 250 kg/cm<sup>2</sup> y un esfuerzo de fluencia en el acero,  $f_y$ , de 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

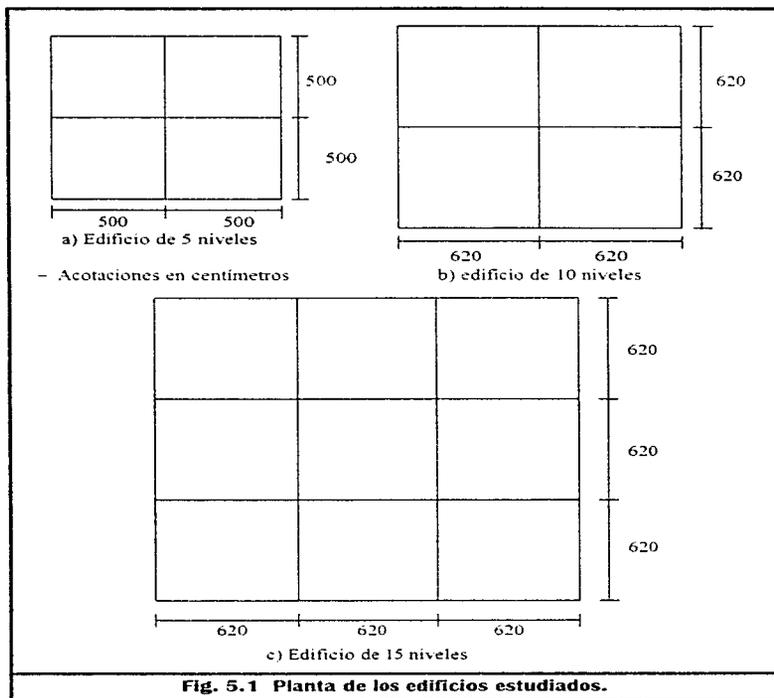
En cuanto al alcance de acciones, se consideraron los efectos máximos que producirían las combinaciones que a continuación se especifican (de acuerdo con los arts. 185, 186, 188 y 194 del RDF-87).

- 1.- 1.4 (CM + Wm)
- 2.- 1.1 (CM + Wa ± S)

donde CM representa el efecto de las cargas muertas, que se obtienen de la consideración del peso de todos los elementos constructivos, de los acabados y de todos los elementos que ocupan una posición permanente cuyo peso no cambia substancialmente con el tiempo; Wm el de la carga viva máxima y Wa el de la carga viva instantánea, cuyos valores se obtienen de acuerdo a lo estipulado en los artículos 198 y 199 del RDF-87, siendo los valores para los pisos de 250 y 180 kg/m<sup>2</sup> respectivamente, y considerando para la azotea, con un criterio conservador, los mismos valores (ya que para ésta, el reglamento señala que Wm y Wa serán de 100 y 70 Kg/m<sup>2</sup>, respectivamente). S es el efecto de las cargas por sismo según se establece en las secciones 8 y 9 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTC-DS, ref. 28).

Para el tipo de sistema estructural que se analiza en este trabajo se adoptan factores de comportamiento sísmico de Q=2 y Q=4.

Por lo que respecta a los efectos de torsión y bidireccionales, no se toman en cuenta puesto que se estudian marcos planos que forman parte del modelo del edificio regular sometido únicamente a translación, en los que se trata de simplificar su análisis e interpretación de resultados. Como ya se mencionó, tampoco se consideran efectos de interacción suelo-estructura ni el efecto P-Δ para fines de simplicidad de los modelos.



PISO	Marco Flexible		Marco Rígido	
	COLUMNA	TRABE	COLUMNA	TRABE
1	40 x 40	35 x 40	45 x 45	35 x 50
2	40 x 40	30 x 40	45 x 45	35 x 50
3	35 x 35	30 x 40	45 x 45	30 x 45
4	35 x 35	25 x 35	45 x 45	30 x 40
5	30 x 30	25 x 30	40 x 40	25 x 30

Tabla 5.1.- Dimensiones del edificio de 5 niveles en terreno compresible.

PISO	Marco Flexible		Marco Rígido	
	COLUMNA	TRABE	COLUMNA	TRABE
1	60 x 60	35 x 60	75 x 75	45 x 65
2	60 x 60	35 x 60	75 x 75	45 x 65
3	60 x 60	35 x 60	75 x 75	45 x 65
4	60 x 60	35 x 60	75 x 75	45 x 65
5	60 x 60	35 x 55	70 x 70	45 x 65
6	55 x 55	35 x 55	65 x 65	40 x 65
7	50 x 50	30 x 55	65 x 65	40 x 60
8	50 x 50	30 x 50	65 x 65	30 x 60
9	50 x 50	30 x 40	60 x 60	30 x 50
10	35 x 35	25 x 40	60 x 60	25 x 40

Tabla 5.2 Dimensiones del edificio de 10 niveles en terreno compresible.

PISO	Marco Flexible		Marco Rígido	
	COLUMNA	TRABE	COLUMNA	TRABE
1	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
2	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
3	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
4	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
5	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
6	80 x 80	40 x 70	105 x 105	50 x 75
7	80 x 80	40 x 70	105 x 105	45 x 75
8	80 x 80	35 x 60	105 x 105	45 x 70
9	80 x 80	35 x 60	105 x 105	45 x 70
10	80 x 80	35 x 60	105 x 105	45 x 70

Tabla 5.3 Dimensiones del edificio de 15 niveles en terreno compresible.

PISO	Marco Flexible		Marco Rígido	
	COLUMNA	TRABE	COLUMNA	TRABE
11	80 x 80	30 x 55	90 x 90	35 x 70
12	80 x 80	30 x 55	90 x 90	35 x 65
13	60 x 60	30 x 55	90 x 90	30 x 65
14	60 x 60	30 x 45	90 x 90	25 x 45
15	60 x 60	25 x 40	90 x 90	25 x 45

**Tabla 5.3 Dimensiones del edificio de 15 niveles en terreno compresible (cont.).**

Para el análisis y diseño se supone que en cada nivel la estructura soporta una carga muerta de  $700 \text{ kg/cm}^2$  (incluido el peso de las trabes) más el peso propio de las columnas. Para el análisis por carga sísmica se emplea el método estático de las NTC-D5. Con las condiciones de carga se obtuvieron los elementos mecánicos para todo el sistema estructural. El diseño por flexión de las trabes se realiza de acuerdo a los requisitos establecidos en los incisos correspondientes de las NTC-DEC, el diseño del refuerzo transversal se selecciona para la condición más desfavorable entre los requisitos para confinamiento y fuerza cortante; el refuerzo para cortante se obtiene al considerar un factor de resistencia  $F_R$  de 0.8 en el caso de marcos simples ( $Q=2$ ) y de 0.6 en el caso de marcos dúctiles ( $Q=4$ ), como lo permite el procedimiento optativo en las NTC-DEC. Análogamente las columnas se diseñan por flexocompresión de acuerdo a los requisitos establecidos por las NTC-DEC utilizando los momentos y fuerzas axiales obtenidos del análisis con factores de resistencia de 0.8 para el caso de marcos simples ( $Q=2$ ) y de 0.6 para el caso de marcos dúctiles ( $Q=4$ ). El refuerzo transversal se selecciona también para la condición más desfavorable entre los requisitos por confinamiento y fuerza cortante considerando para éste último un factor de resistencia de 0.8 en marcos simples y de 0.5 en marcos dúctiles, según lo disponen las NTC-DEC.

Como complemento de las características de las estructuras analizadas, en la tabla 5.4 se da el valor del periodo de vibración fundamental que tiene cada estructura estudiada. El periodo de las estructuras más rígidas disminuye aproximadamente en un 25 por ciento con respecto a las estructuras flexibles.

NIVELES	$\Delta/H$	PERIODO
5	0.006	0.7258
5	0.012	0.98075
10	0.006	0.94221
10	0.012	1.27076
15	0.006	1.10147
15	0.012	1.46004

**Tabla 5.4 Período de vibración fundamental de las estructuras estudiadas en terreno compresible.**

### 5.3.2 TERRENO FIRME.

A fin de realizar un análisis comparativo de los efectos sísmicos en distintos tipos de suelos, se considera también el diseño de un marco de 5 niveles ubicado en terreno rocoso (zona I) del D.F.

Para este tipo de terreno se estudia únicamente un edificio de 5 niveles diseñado para las mismas cargas que las estructuras anteriores y con las mismas dimensiones en planta y elevación que el edificio tratado en terreno compresible con el mismo número de niveles.

Para cumplir con las condiciones de rigidez de las estructuras, en cuanto a deformaciones se refiere, en las tablas 5.5 a 5.8 se presentan las dimensiones de los elementos estructurales obtenidas para cada combinación de  $Q$  y  $\Delta/H$ , las cuales resultan de los análisis y diseños realizados con los mismos criterios que los empleados para los marcos en zona compresible.

En las tablas mencionadas se pueden observar dos detalles importantes:

- Las dimensiones de los marcos para  $Q=2$  y  $Q=4$  (marco simple y marcos dúctiles, respectivamente) no son las mismas como en el caso de las estructuras anteriormente analizadas.

- b) Las relaciones de deformación–altura de entrepiso, salvo en el caso de  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$ , difieren de manera considerable en varios entrepisos con los valores que los marcos rígidos y flexibles requieren (0.006 y 0.012 respectivamente).

Las observaciones anteriores son el resultado de la necesidad de cumplir con las especificaciones de diseño de las NTC-DEC.

El valor del periodo fundamental de vibración para estas estructuras asentadas en terreno firme se proporcióna en la tabla 5.9. Aunque aquí las especificaciones de diseño no permiten llegar a tener una estructura con relaciones de deformación a altura de entrepiso cercana a 0.012, el periodo fundamental de vibración varía entre 1.1 y 1.5 segundos.

PISO	altura de entrepiso	Dimensiones (m)		Def. de entrepiso		Relación de deformación $\Delta/H$
	H (m)	COLUMNA	TRABE	$\delta$ (m)	$\Delta$ (m)	
1	400	35 x 35	30 x 40	2.2966	2.2966	0.00574
2	300	35 x 35	30 x 40	4.0050	1.7084	0.00569
3	300	35 x 35	25 x 35	5.7528	1.7478	0.00583
4	300	30 x 30	25 x 35	7.5994	1.8466	0.00615
5	300	25 x 25	20 x 30	9.2842	1.6848	0.00562

**Tabla 5.5 Dimensiones de los elementos estructurales en el edificio simple-rígido en terreno duro (zona I).**

PISO	altura de entrepiso	Dimensiones (m)		Def. de entrepiso		Relación de deformación $\Delta/H$
	H (m)	COLUMNA	TRABE	$\delta$ (m)	$\Delta$ (m)	
1	400	35 x 35	25 x 35	2.8950	2.8950	0.00724
2	300	30 x 30	25 x 35	5.8214	2.9264	0.00976
3	300	30 x 30	25 x 35	8.3946	2.5732	0.00858
4	300	25 x 25	25 x 30	11.3324	2.9378	0.00979
5	300	20 x 20	25 x 30	14.1772	2.8448	0.00948

**Tabla 5.6 Dimensiones de los elementos estructurales en el edificio simple-flexible en terreno duro (zona I).**

PISO	altura de	Dimensiones		Def. de entrepiso		Relación de deformación $\Delta/H$
	entrepiso	(m)		Total	Relativa	
	H (cm)	COLUMNA	TRABE	$\delta$ (cm)	$\Delta$ (cm)	
1	400	40 x 40	25 x 40	1.8032	1.8032	0.00451
2	300	35 x 35	25 x 40	3.6444	1.8412	0.00614
3	300	35 x 35	25 x 35	5.4972	1.8528	0.00618
4	300	30 x 30	25 x 35	7.3740	1.8768	0.00626
5	300	30 x 30	25 x 25	8.8568	1.4828	0.00494

**Tabla 5.7 Dimensiones de los elementos estructurales en el edificio dúctil-rígido en terreno duro (zona I).**

PISO	altura de	Dimensiones		Def. de entrepiso		Relación de deformación $\Delta/H$
	entrepiso	(m)		Total	Relativa	
	H (cm)	COLUMNA	TRABE	$\delta$ (cm)	$\Delta$ (cm)	
1	400	40 x 40	25 x 30	2.7180	2.7180	0.00680
2	300	35 x 35	25 x 30	5.9746	3.2566	0.01086
3	300	30 x 30	25 x 30	9.4900	3.5154	0.01172
4	300	30 x 30	25 x 25	12.6548	3.1648	0.01055
5	300	30 x 30	25 x 25	14.9528	2.2980	0.00776

**Tabla 5.8 Dimensiones de los elementos estructurales en el edificio dúctil-flexible en terreno duro (zona I).**

Q	$\Delta/H$	PERIODO
2	0.006	1.14418
2	0.012	1.39784
4	0.006	1.11496
4	0.012	1.45341

**Tabla 5.9 Período de vibración fundamental de las estructuras estudiadas en terreno firme (5 niveles).**

## 5.4 PROPIEDADES NOMINALES Y PROPIEDADES MEDIAS

Todo diseño estructural posee un grado determinado de incertidumbre que lo vuelve aproximado, debido a que el ingeniero no puede predecir el

futuro y las cargas que se han de presentar son inciertas y probabilistas. La resistencia de los materiales también está sujeta a fluctuaciones estocásticas y las imperfecciones en geometría o en material son también cantidades estocásticas que necesariamente deben sujetarse a idealizaciones para fines de análisis. Estas incertidumbres son parte de la naturaleza de las cargas y de las resistencias, las cuales orillan a realizar un planteamiento basado en conceptos de probabilidades y técnicas de análisis estadístico a fin de incluir la variabilidad de tales parámetros en el estudio del comportamiento de los sistemas estructurales en cualquier medio ambiente.

Los valores de las cargas actuantes en el marco, así como de las resistencias de diseño de los elementos, corresponden a las combinaciones de factores de carga y valores nominales supuestos para fines de diseño estructural. Estos valores son conservadores respecto a los valores más probables que pueden esperarse en las estructuras, y se adoptan para tomar en cuenta las incertidumbres asociadas con las cargas y las resistencias de los elementos. Las cargas nominales son afectadas por factores mayores que la unidad, y las resistencias por factores que las reducen. Estos factores llamados factores parciales de seguridad, son aplicados con el fin de lograr que la estructura tenga los niveles de confiabilidad adecuados, considerándose una confiabilidad con respecto a un determinado estado límite y entendiéndose ésta como la probabilidad de que la respuesta de la estructura no sobrepase la que ocasiona la ocurrencia de dicho estado límite. Dados los valores nominales de las variables de diseño, la combinación de los factores parciales de seguridad da lugar a un factor de seguridad total y a una confiabilidad dada de la estructura.

En este trabajo interesa estimar la respuesta no lineal de estructuras diseñadas de acuerdo a criterios específicos. Por ello interesa suponer para las cargas y las resistencias que se emplean para estimar dichas respuestas sus valores reales (más probables), en vez de los nominales o los más desfavorables supuestos para fines de diseño.

Para no comprometerse con un análisis probabilista extenso que incluya la incertidumbre de las propiedades del marco, en este trabajo sólo se consideran las propiedades medias de la estructura tanto geométricas como

de resistencia. De igual modo se supone que sobre ellas obran cargas cuyos valores son los valores medios.

#### 5.4.1 CARGAS ESPERADAS.

De acuerdo a lo expresado en la ref. 29, los valores nominales de los pesos volumétricos y cargas vivas especificadas por el RDF-87 corresponden a una probabilidad de ser excedidos que varía entre 2% y 5%. Esto conduce a la suposición de que los valores nominales y los valores medios de las cargas, muertas y vivas pueden expresarse con una cierta regla de comportamiento, dicha regla es la siguiente:

$$W_{JM} = m_{WM} (1+2C_{WM}) \quad (5.1)$$

$$W_{JV} = m_{WV} (1+2C_{WV}) \quad (5.2)$$

donde  $W_{JM}$  es el valor de la carga muerta nominal por unidad de área;  $W_{JV}$  es el valor de la carga viva nominal, también por unidad de área;  $m_{WM}$  y  $m_{WV}$  son los correspondientes valores medios y  $C_{WM}$  y  $C_{WV}$  son los coeficientes de variación.

Estas expresiones son utilizadas para calcular el valor medio de las cargas muertas y vivas. Los valores del coeficiente de variación se supusieron de acuerdo con Meli (ref. 29). En esta referencia se supone un coeficiente de variación para carga muerta de 0.05 en construcciones en las que las dimensiones de los elementos estructurales y las características de los elementos no estructurales pueden fijarse con precisión y 0.10 cuando esto no sucede. Un valor típico de 0.08 es propuesto en esa referencia y es el tomado aquí para los análisis. En la misma referencia comentan los valores del coeficiente de variación que pueden tenerse para la carga viva, los cuales varían en función del área tributaria de acuerdo con el trabajo de Mitchell (ref. 30). Para áreas no muy pequeñas proponen un valor típico de 0.30 el cual es tomado en este trabajo.

## 5.4.2 RESISTENCIAS ESPERADAS DE LOS MIEMBROS ESTRUCTURALES.

Los valores medios de las dimensiones y resistencia de los materiales de los elementos estructurales se tomaron de Díaz, Esteva y Flores (ref. 31). En la tabla 5.10 se dan las expresiones para calcular los valores medios de los distintos parámetros que definen las propiedades mecánicas de los elementos estructurales. Los parámetros dados en la tabla fueron los que se consideraron participan en la incertidumbre de las propiedades de la estructura. Las variables no incluidas en dicha tabla se tomaron determinísticas (por ejemplo el área de acero, la altura de entrepiso, ancho de crujía, etc.).

CONCEPTO	VALOR MEDIO	DESV. ESTANDAR
ANCHO DE VIGA	$b+0.254$	0.366
ALTURA DE VIGA	$h-0.279$	0.544
RECUBRIMIENTO INFERIOR DE LA VIGA	$r + 0.160$	1.110
RECUBRIMIENTO SUPERIOR DE LA VIGA	$r + 0.320$	1.590
ANCHO DE LA COLUMNA	$b + 0.159$	0.635
ALTURA DE LA COLUMNA	$h + 0.159$	0.635
RECUBRIMIENTO DE LA COLUMNA	$r + 0.635 + 0.004h$	0.420
$f'_c$	239.50	44.60
$f'_y$	4680.00	449.28
$f'_{su}$	7609.00	750.00
$E_{ch}$	0.01175	0.0024
$E_{su}$	0.1175	0.0148

- r, b y h son los valores nominales  
 - unidades en kg y cm.

**Tabla 5.10 Valores medios de las propiedades de las secciones y resistencias de los materiales de los elementos de concreto reforzado.**

La resistencia media de los elementos estructurales (momento y curvatura de fluencia, y falla) se calculó siguiendo el procedimiento dado en la ref. 32. En él, la determinación del momento resistente en una sección transversal se hace recurriendo al método de equilibrio y compatibilidad de deformaciones. Este es un método iterativo en el que se supone para una determinada deformación unitaria en el concreto, una profundidad del eje neutro que defina un estado de deformaciones con distribución lineal, de tal manera que se presente un equilibrio aceptable entre fuerzas internas y externas.

En su obtención se tomaron las hipótesis básicas de la teoría general de la resistencia a flexión de secciones de concreto reforzado.

- 1.- Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión.
- 2.- Se conoce la curva esfuerzo-deformación para el acero.
- 3.- Se puede despreciar la resistencia a tensión del concreto.
- 4.- Se conoce la curva esfuerzo-deformación para el concreto.

Para la curva esfuerzo-deformación del concreto se tomó el criterio desarrollado por D. Kent y R. Park (ref. 32) que considera el comportamiento del concreto cuando está confinado. Su modelo considera a la curva esfuerzo-deformación del concreto dividida principalmente en dos zonas (figura 5.2). Uno de los elementos que define a estas zonas es el parámetro K, que toma en cuenta la sobrerresistencia presentada en el concreto por el confinamiento.

$$K = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f'_c} \quad (5.3)$$

en donde:

- $\rho_s$  = relación del volumen de acero de refuerzo transversal y el volumen de concreto medido fuera del perímetro de los estribos.
- $f_{yh}$  = esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.
- $f'_c$  = resistencia del cilindro de concreto.

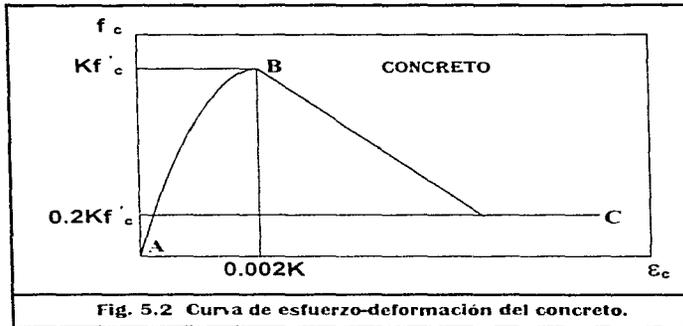


Fig. 5.2 Curva de esfuerzo-deformación del concreto.

La primera porción de la curva (segmento A-B) de la figura 5.2, aplicable al intervalo  $\epsilon_c \leq 0.002K$ , queda definida por:

$$f_c = Kf'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{0.002K} - \left( \frac{\epsilon_c}{0.002K} \right)^2 \right] \quad (5.4)$$

La segunda región (segmento B-C), aplicable al intervalo abierto  $\epsilon_c > 0.002K$ , se define como:

$$f_c = Kf'_c [1 - Z_m (\epsilon_c - 0.002K)] \geq 0.2Kf'_c \quad (5.5)$$

en donde el parámetro  $Z_m$  define la distribución lineal gradual del esfuerzo en el concreto por efecto del confinamiento. La expresión que define a  $Z_m$  es

$$Z_m = \frac{0.5}{\frac{3 - 0.03f'_c}{14.23f'_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{h''}{h_s}} - 0.002K} \quad (5.6)$$

donde

- $f'_c$  = debe estar dado en Kg/cm<sup>2</sup>.
- $K$  = parámetro de sobrerresistencia dado por la ec. 5.2.
- $h''$  = ancho del elemento estructural medido fuera del refuerzo transversal.
- $s_h$  = espaciamiento centro a centro de estribos.

Para el acero se tomó una curva esfuerzo-deformación como la presentada en la figura 5.3. En esta figura se distinguen tres regiones que determinan la curva en cuestión. Para el intervalo A-B ( $\epsilon_s < \epsilon_y$ ) se tiene una zona elástica definida por:

$$f_s = \epsilon_s E_s \quad (5.7)$$

para la región B-C ( $\epsilon_y < \epsilon_s < \epsilon_{sh}$ ) un comportamiento de fluencia representado por:

$$f_s = f_y \quad (5.8)$$

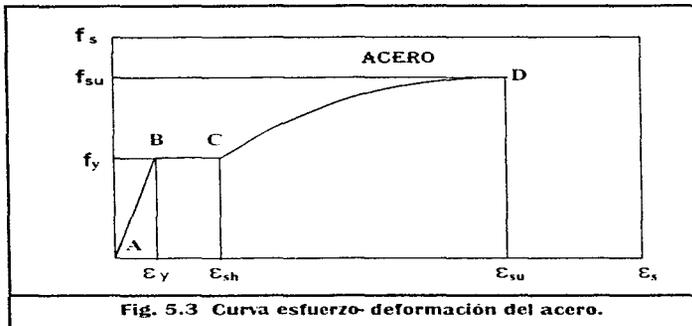
y finalmente para el intervalo C-D ( $\epsilon_{sh} < \epsilon_s < \epsilon_{su}$ ) una curva definida mediante la ecuación:

$$f_s = f_y \left[ \frac{m(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) - 2}{60(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) - 2} + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad (5.9)$$

en donde

$$m = \frac{(f'_{su} / f'_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (5.10)$$

$$r = \epsilon_{su} - \epsilon_{sh} \quad (5.11)$$



**Fig. 5.3** Curva esfuerzo- deformación del acero.

En las expresiones anteriores:

- $\epsilon_s$  = deformación en el acero.
- $\epsilon_\gamma$  = deformación de fluencia del acero.
- $\epsilon_{sh}$  = deformación a la cual empieza el efecto de endurecimiento por deformación.
- $\epsilon_{su}$  = deformación de falla del acero.
- $E_s$  = módulo de elasticidad del acero.
- $f_y$  = esfuerzo de fluencia en el acero
- $f_{su}$  = esfuerzo último en el acero

Las resistencias medias de las vigas se evaluaron siguiendo el procedimiento descrito anteriormente considerando los valores medios de las propiedades geométricas y de resistencia de los materiales dados en la tabla 5.10.

Encontrar la resistencia media de las columnas (momento de fluencia y falla) es más complicado, ya que ésta depende de la carga axial que actúa sobre ella. En una estructura sometida a un movimiento sísmico la carga axial en la columna variará durante la historia sísmica. Esto implica determinar fundamentalmente el diagrama de interacción carga axial-momento de la sección.

Una de las limitaciones que tiene el modelo de comportamiento histerético que se emplea en este estudio, es que no tiene la capacidad para tomar en cuenta la interacción carga axial-momento en el elemento. Lo anterior restringe su aplicación a miembros en los cuales el efecto de la carga axial no es importante. Sin embargo en este estudio se quiere incorporar el efecto del deterioro de la resistencia en las columnas cuando éstas alcanzan su nivel de fluencia. Por lo tanto se supone que las columnas tienen un modelo de comportamiento semejante al de las vigas y su resistencia se obtiene suponiendo que sobre ellas obran cargas axiales promedio igual a la ejercida por la carga vertical. Esta suposición es bastante aproximada ya que en general la resistencia de la columna aumentará o disminuirá de acuerdo con la carga axial que soporte, pero se cree que es suficiente para los fines que se persiguen en este trabajo.

## 5.5 EXCITACIONES SISMICAS.

Para este estudio, las historias de aceleraciones que reflejan el movimiento del suelo por efecto de sismo fueron tomadas de registros reales tomados en las zonas I y III del Valle de México, es decir, se considerará, para las estructuras analizadas, movimientos reales del suelo donde han de ser desplazadas.

En este caso, se utilizará, para estructuras en la zona III, la componente horizontal (E-W) del sismo ocurrido el 19 de septiembre de 1985, y registrado por la red acelerográfica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IDEI), en una de sus dos estaciones instaladas en la SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes). La estación de registro ha sido denominada SCT B-2 con clave

SCT2, y se encuentra ubicada en el estacionamiento del edificio de SCT, Av. Universidad entre Cumbres de Maltrata y Xola, Col. Narvarte, México D.F.; sobre un terreno totalmente arcilloso. Su instalación fue en junio de 1984.

Para estructuras en suelo de lomas, se escogió el registro efectuado por una de las 5 estaciones del IDEI instaladas en Ciudad Universitaria (CU), correspondiente al mismo sismo considerado para terreno compresible. La estación de registro seleccionada, existente desde aquel entonces, es conocida como IDEI Laboratorio de Instrumentación Sísmica, clave CU01; ubicada en el Laboratorio de Instrumentación Sísmica, Edificio principal, planta baja, Instituto de Ingeniería, UNAM, Cd. Universitaria, Mexico D.F. Instalada en enero de 1969 en suelo constituido por roca basáltica.

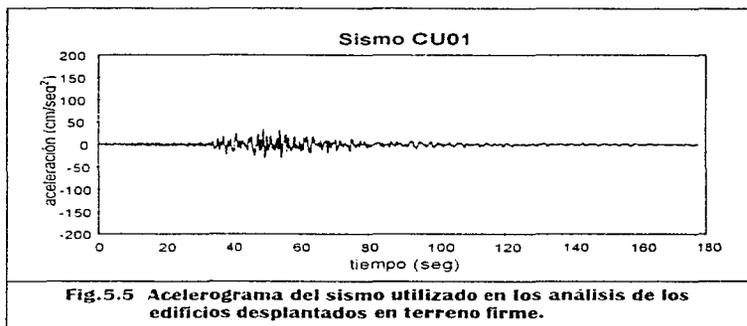
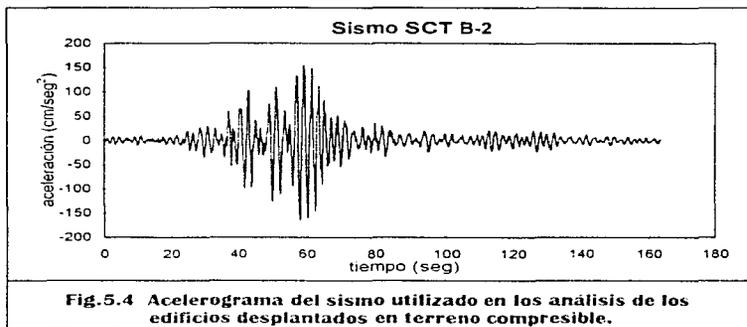
Las excitaciones sísmicas mencionadas, cuyos acelerogramas se muestran en las figuras 5.4 y 5.5, han sido escaladas para realizar los análisis de la respuesta dinámica de las estructuras estudiadas, a fin de tener un marco de comparación de las intensidades de los movimientos sísmicos aplicados.

La intensidad del movimiento considerada para cada uno de los diferentes análisis, en este caso será simple y sencillamente la aceleración que resulta del producto de la aceleración real del movimiento sísmico utilizado, por el factor de escala; es decir,  $I_{analisis} = F.E \times I_{real}$ .

En nuestro estudio se ha estimado conveniente utilizar valores de intensidad normalizada ( $I_{analisis}/I_{real}$ ) que van de 0.2 a 2.2 veces el valor de la intensidad del sismo utilizado, con incrementos de 0.2. Esto en el caso de terreno compresible, en donde el movimiento real del suelo es grande.

Para el caso de terreno duro, donde los movimientos son más moderados, se utilizaron factores de escala de 0.5 a 9.0, con incrementos de 0.5.

Los factores de escala considerados para ambos tipos de terreno tienen que ver con la presencia del daño en las estructuras analizadas, desde que empieza a aparecer, hasta juzgar que la estructura ha fallado.



## 5.6 ANALISIS DINAMICO ESTRUCTURAL.

### 5.6.1 METODO DE ANALISIS DINAMICO ESTRUCTURAL.

La integración de las ecuaciones dinámicas de movimiento presentadas en el capítulo IV para el caso general de una estructura de varios grados de libertad, requiere de un procedimiento de análisis consistente y completo para calcular la respuesta de ésta ante cualquier movimiento sísmico.

Un método de solución es la integración directa "paso a paso" de las ecuaciones de movimiento, adecuado para el caso en que las estructuras presenten un comportamiento no lineal. En su aplicación la respuesta se calcula durante pequeños intervalos en los cuales se considera a la estructura como un sistema lineal que posee condiciones y propiedades dinámicas determinadas al inicio del intervalo, y cuyas propiedades no cambian durante él. Se calculan sus nuevas condiciones dinámicas al final del intervalo, y se modifican las propiedades conforme al estado de deformaciones y esfuerzos en ese instante. De este modo se logra realizar un análisis no lineal, aproximado, como una secuencia de análisis de sistemas lineales que cambian sucesivamente.

Lo que se ha explicado en el párrafo anterior, se representa de la siguiente manera:

En cualquier instante de tiempo, la ecuación de equilibrio dinámico (ec. 4.1) puede escribirse como:

$$[M]\{d\ddot{r}\} + [C_T]\{d\dot{r}\} + [K_T]\{dr\} = \{dP\} \quad (5.3)$$

en donde  $\{d\ddot{r}\}$ ,  $\{d\dot{r}\}$  y  $\{dr\}$  son los incrementos de la aceleración, la velocidad y el desplazamiento en los nodos, respectivamente, y  $\{dP\}$  es el incremento de las cargas aplicadas;  $[M]$  es la matriz de masas,  $[C_T]$  y  $[K_T]$  son los valores tangentes de las matrices de amortiguamiento y de rigidez en su estado actual. Para un paso de integración finito,  $\Delta t$ , la siguiente ecuación se satisface aproximadamente:

$$[M]\{\Delta\ddot{x}\} + [C_r]\{\Delta\dot{x}\} + [K_r]\{\Delta x\} = \{\Delta P\} \quad (5.4)$$

en ella, observamos los incrementos finitos de la aceleración  $\Delta\ddot{x}$ , velocidad  $\Delta\dot{x}$ , desplazamiento  $\Delta x$  y la carga  $\Delta P$ , y las matrices tangentes de amortiguamiento y rigidez corresponden al estado de la estructura al inicio del paso de integración. Esta ecuación es general para una estructura con cualquier número de grados de libertad.

### **5.6.2 PROGRAMA DRAIN-2D (REF. 2).**

Los análisis de respuesta de la estructura se hacen utilizando el programa DRAIN-2D, al cual se ha incorporado el modelo de daño con deterioro de la rigidez y resistencia propuesto en este trabajo.

Las características con las que cuenta el programa utilizado para el análisis de los marcos son las siguientes:

La estructura se idealiza como un sistema plano de elementos discretos y se analiza por el método directo de las rigideces con los desplazamientos nodales como incógnitas. De acuerdo a lo descrito en la sección 4.1 (figura 4.1), cada nodo posee un total de tres grados de libertad de desplazamiento, con la posibilidad de reducir el número de grados de libertad al poder asignar a algunos nodos restricciones al movimiento en cualquier grado de libertad y/o desplazamientos idénticos a un grupo específico.

La masa de la estructura se supone concentrada en los nodos, actuando en forma independiente, de modo que la matriz de masas es diagonal. La excitación sísmica es definida por historias de aceleraciones en el tiempo, las cuales pueden ser diferentes en las direcciones horizontal y vertical, (en este trabajo sólo se considera la componente horizontal del sismo). Todos los puntos de apoyo de la estructura en la base se suponen moviéndose en fase. Pueden aplicarse cargas estáticas previamente a las cargas dinámicas, pero no se permite la fluencia bajo la acción de las primeras. Los elementos

estructurales pueden ser virtualmente de cualquiera de los siguientes tipos: (1) barras de armadura, (2) viga-columna, (3) conexiones semirígidas, (4) paneles de cortante, (5) viga, (6) viga con deterioro de rigidez, y (7) viga con deterioro de rigidez y resistencia. En este trabajo se considera que todos elementos son del tipo viga con deterioro de rigidez y resistencia cuyo comportamiento inelástico se toma a través de la formación de articulaciones plásticas concentradas en sus extremos. Para las trabes no se considera la presencia de carga axial, y sus superficies de fluencia quedan definidas por los momentos de fluencia positivo y negativo de cada sección extrema. Debido a las propiedades particulares del modelo empleado, para las columnas se toma en consideración la presencia de carga axial, pero a ésta no se le permite variar durante la historia de cargas.

### 5.6.3 METODO $\beta$ DE NEWMARK.

El método que se emplea en el programa DRAIN-2D para encontrar la solución de la ecuación de movimiento es el de la integración numérica paso a paso.

El análisis paso a paso, en el programa, se lleva a cabo utilizando el metodo  $\beta$  de Newmark, el cual se detalla ampliamente en la ref. 33 de este trabajo; pero con el propósito de presentar un marco de apoyo al lector de los conceptos involucrados en este análisis, se describe en seguida, de manera breve, dicho método. La presentación se limita a un sistema de un grado de libertad; desde luego, el procedimiento puede aplicarse a estructuras de varios grados de libertad.

En un sistema de un grado de libertad, como el de la figura 4.2; pero cuyo comportamiento es no lineal, las fuerzas de amortiguamiento y de rigidez ya no son respectivamente proporcionales a la velocidad y al desplazamiento relativo ( $\dot{u}$  y  $u$ ), y en general serán funciones  $f_d$  y  $f_r$  del tiempo. Entonces la condición de equilibrio dinámico se expresa:

$$m \ddot{u} + f_d(\dot{u}) + f_r(u) = -m \ddot{s} \quad (5.5)$$

Sin embargo, en edificios es frecuente considerar solamente la no linealidad en las fuerzas de rigidez y aceptar que el amortiguamiento es viscoso. Así, la ecuación anterior queda como

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + f_r(t) = -m \ddot{s} \quad (5.6)$$

Es, además, común que las fuerzas  $f_r$  se expresen como funciones no lineales del desplazamiento  $u$  y se pueda escribir  $f_r(t)$  como  $f_r(u)$ . Para resolver la ec. 5.6, Newmark propuso el siguiente procedimiento:

- Sean  $u_i$ ,  $\dot{u}_i$  y  $\ddot{u}_i$  los valores del desplazamiento, la velocidad y la aceleración relativas en el instante  $t_i$ . El subíndice  $i+1$  denota a las cantidades correspondientes al tiempo  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ . Supóngase el valor de  $\ddot{u}_{i+1}$ .
- Cálculase  $\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}) \Delta t / 2$
- Cálculase  $u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + (\frac{1}{2} - \beta) \ddot{u}_i (\Delta t)^2 + \beta \ddot{u}_{i+1} (\Delta t)^2$
- Cálculase un nuevo valor de  $\ddot{u}_{i+1}$  con la ec. 5.6
- Compárese el valor obtenido en (d) con el supuesto en (a). Si se les considera suficientemente parecidos, se procede a efectuar los cálculos para el siguiente incremento de tiempo; en caso contrario, se repiten los pasos (b) a (c) con el valor de  $\ddot{u}_{i+1}$  calculado en (d).

El valor de  $\beta$  se puede asociar a la forma en que se supone que varía la aceleración en el intervalo  $\Delta t$ . Si  $\beta = 1/6$  dicha variación es lineal entre  $\ddot{u}_i$  y  $\ddot{u}_{i+1}$ ; si  $\beta = 1/4$ , la aceleración es constante, igual a  $(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})/2$ . El valor  $\beta = 1/8$  corresponde a una variación escalonada de la aceleración. Por otra parte, el método se establece incondicionalmente cuando  $\beta$  es menor o igual que  $1/4$ .

En el programa se toma  $\beta = 1/4$ , es decir, se considera que la aceleración es constante dentro de cada paso de integración por lo que el método es estable para sistemas de cualquier período de vibración en cualquier paso de integración. Al tomar este valor se tiene la ventaja de que no se introduce ningún amortiguamiento espurio dentro del sistema.

El proceso iterativo se elimina al sustituir los valores de  $\dot{u}_{i-1}$  y  $u_{i-1}$ , dados en los pasos b y c, en la ec. 5.6 y despejar el valor de  $\dot{u}_i$ .

Dado que pueden presentarse cambios en el estado de la estructura durante un paso de integración, el nuevo estado al final de cualquiera de ellos, obtenido al resolver la ec. 5.4 puede que no satisfaga exactamente el equilibrio; para arreglar esto, el procedimiento usado en el programa consiste en resolver la ecuación mencionada, determinar cualquier error que pueda ser introducido, y compensar estos errores aplicando cargas correctivas durante el paso siguiente.

En el mismo programa se asume que el amortiguamiento viscoso  $[C_i]$ , en la ec. 5.4, resulta de una combinación de efectos dependientes de la masa y de la rigidez (amortiguamiento modal), de modo que:

$$[C_i] = \alpha [M] + \beta [K_i] \quad (5.7)$$

en la cual  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes a ser especificadas.

#### **5.5.4 METODOLOGIA DE ANALISIS DEL PROGRAMA DRAIN-2D.**

Resumiendo el procedimiento de análisis del programa DRAIN-2D, para cualquier incremento de tiempo dado se hace lo siguiente:

- 1) Se obtiene la matriz de rigidez instantánea de los elementos.
- 2) Se forma la matriz de rigidez estructural global instantánea.
- 3) Se plantea la ecuación del movimiento de acuerdo con las condiciones de equilibrio de las fuerzas inerciales, disipativas, restitutivas y externas.
- 4) Se obtienen los incrementos de los desplazamientos de cada nodo, los cuales se transforman en incrementos de desplazamientos en los extremos de los miembros.

El incremento de fuerzas en los miembros se calcula utilizando la matriz de rigidez instantánea y los incrementos anteriores más el calculado en el intervalo en cuestión.

- 5) Si es necesario, calcular las cargas correctivas aplicables en el paso siguiente.

## VI.- ANALISIS DE RESULTADOS

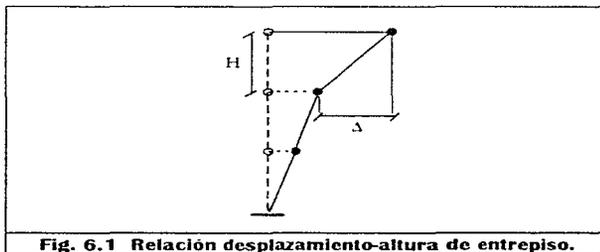
Con el fin de que el lector comprenda totalmente los términos empleados en párrafos subsecuentes, se presentan en forma rápida las características con las que se diseñaron desde un principio las estructuras analizadas.

Carga muerta	700 Kg/m <sup>2</sup>
Carga viva máxima	250 Kg/m <sup>2</sup>
Carga viva instantánea	180 Kg/m <sup>2</sup>
Zona o tipo de terreno	III (compresible)
	I (rocoso)
Factor de comportamiento sísmico (Q)	2 (marcos simples)
	4 (marcos dúctiles)
Relación aproximada de desplazamientos ( $\Delta/H$ )	0.006 marcos rígidos
	0.012 marcos flexibles

donde:

$\Delta$ = Desplazamiento relativo de entrespiso proveniente del análisis estático (figura 6.1)

H= Altura de entrespiso (figura 6.1)



**Fig. 6.1 Relación desplazamiento-altura de entrespiso.**

## 6.1 ESTRUCTURAS EN TERRENO BLANDO (ZONA III)

Como ya se mencionó anteriormente se dará especial importancia al comportamiento de las estructuras en terreno blando, para las que se ha considerado el diseño de marcos de 5, 10 y 15 niveles, cuyas características geométricas y dimensiones de sus elementos estructurales han sido expuestas en el capítulo anterior.

En la sección 6.2 se hablará del marco de 5 niveles considerado para terreno rocoso.

Para poder cumplir con una de los principales objetivos de este trabajo, referente a la forma en que las estructuras responden a las excitaciones sísmicas, se han considerado los siguientes índices de daño:

- a)  $D_f$ : Índice de daño global de la estructura definido por la ec. 3.1
- b)  $D_{gmc}$ : Índice de daño global máximo de entrepiso definido como el daño máximo en cualquiera de los entrepisos calculado de acuerdo con la ec. 3.2
- c)  $D_{gc}$ : Índice de daño global de columnas, obtenido con la ec. 3.1 pero considerando únicamente la sumatoria sobre los índices de daño,  $D_{f_i}$ , en las columnas ( $n = n_c$ ,  $n_c$  es el número de localidades en las que se puede presentar daño en las columnas)
- d)  $D_{gv}$ : Índice de daño global de vigas, obtenido con la ec. 3.1 pero considerando únicamente la sumatoria sobre los índices de daño,  $D_{f_i}$ , en las vigas ( $n = n_v$ ,  $n_v$  es el número de localidades en las que se puede presentar daño en las vigas)
- e)  $D_{ei}$ : Índice de daño de entrepiso definido por la ec. 3.2
- f)  $D_{ki}$ : Índice de daño de entrepiso basado en la rigidez del entrepiso, definido por la ec. 3.3

Además, se considera también en esta ocasión la deformación máxima que tienen los marcos en la azotea para cada una de las intensidades analizadas, a fin de poder analizar las relaciones que existen entre los índices de daño calculados con las deformaciones que presenta la estructura.

De lo expresado, se han generado las gráficas mostradas en las figuras 6.2 a 6.30 y 6.34 a 6.41. Con ayuda de éstas, y del análisis detallado de resultados obtenidos con el programa DRAIN, se espera obtener conclusiones satisfactorias que ayuden en el establecimiento de criterios de diseño más confiables y económicos que los empleados hoy en día.

Como se señaló en el capítulo 5 los análisis de respuesta se obtuvieron sometiendo a las diferentes estructuras al sismo del 19 de septiembre de 1985.

En las figuras 6.2 a 6.4 se presenta el daño global,  $D_g$ , para los marcos de 5, 10 y 15 niveles, respectivamente, para las diferentes combinaciones de  $Q$  y  $\Delta/H$  estudiadas.

Podemos ver en las gráficas que los diseños para marcos dúctiles ( $Q=4$ ) se empiezan a dañar a intensidades menores, dado que se diseñaron para fuerzas más pequeñas que los marcos con  $Q=2$ . Para los marcos de 5 y 10 niveles el daño en las estructuras con  $Q=2$  se incrementa más lentamente con un aumento en la intensidad sísmica que para los casos con  $Q=4$ . En el marco de 15 niveles este incremento es más rápido y parecido al caso de  $Q=4$ . Para todos los casos se encuentra que el daño global máximo que se tiene en las estructuras (daño al cual tienden a la falla) es menor en el caso en que  $Q=2$ .

En general se observa que las estructuras más flexibles ( $\Delta/H=0.012$ ) se empiezan a dañar más rápidamente que las rígidas ( $\Delta/H=0.006$ ). Esto se explica si vemos el espectro de respuesta elástico del sismo con que se analizan los marcos (figura 6.42). Al tener los sistemas flexibles un periodo fundamental más largo, su respuesta elástica es mayor que la de los marcos rígidos, ya que en general caen en la rama ascendente del espectro (en el tipo de estructuras estudiadas el periodo de vibración fundamental tiene la mayor participación en la respuesta de la estructura).

Un caso peculiar se presenta en los edificios de 5 niveles (figura 6.2), en los que el diseño para  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$ , es decir, el diseño para cargas sísmicas estáticas grandes y deformaciones chicas, sufre mayores daños que aquel en donde las deformaciones son mayores ( $\Delta/H=0.012$ ). Además, llega a presentar inclusive, para algunas intensidades, daños más grandes que los que presentan los marcos dúctiles.

Una explicación de este comportamiento se puede dar si consideramos nuevamente el espectro de respuesta del sismo que se está utilizando (figura 6.42). En dicha figura se presentan los espectros de respuesta elásticos e inelásticos para ese temblor y se marcan los periodos de vibración que presentan las estructuras estudiadas. En la figura se ve que el caso de marcos de 5 niveles con  $\Delta/H=0.006$  tiene un periodo de 0.73 seg, en el cual se muestra un pico en el espectro de respuesta cuya ordenada espectral es mayor que para el caso del mismo marco con  $\Delta/H=0.012$  y aún mayor que para los sistemas de 10 y 15 niveles con  $\Delta/H=0.006$ . Este pico en el espectro provoca que la estructura responda elásticamente mucho más que los otros y por lo tanto alcance más rápido su nivel de fluencia. Las diferencias con el mismo caso pero para  $Q=4$  se pueden deber a que, aunque la estructura con  $Q=4$  tiene un nivel menor de fluencia, esta presenta una capacidad de deformación en sus elementos mayor y eso causa que para las primeras intensidades predomine esa variable y el daño calculado sea menor, pero para intensidades mayores el daño se intensifica con respecto a  $Q=2$ .

Los resultados observados en estas primeras figuras nos muestran que para los casos y el sismo estudiados, en general las estructuras se empiezan a dañar desde intensidades bajas, y para un cierto valor de intensidad, los daños crecen conforme su periodo es más grande (excepto el caso muy particular del marco de 5 niveles con  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$ , que ya se ha explicado anteriormente). Esto nos indica que con el criterio de diseño utilizado, para el tipo de movimiento estudiado, entre más alejado esté el periodo de vibración del sistema del rango de máximas respuestas (figura 6.42), menor será su daño.

Para tener una idea más clara acerca del comportamiento de las estructuras, se ha complementado el daño global,  $D_v$ , con el daño global

máximo de entrepiso,  $D_{g, \text{máx}}$ , que éstas presentan. Como se definió en su momento, éste índice de daño es el mayor de todos los índices de daño,  $D_{g,i}$ , que presentan los entrepisos del marco analizado, para las diferentes intensidades.

En las gráficas de daño global máximo de entrepiso,  $D_{g, \text{máx}}$ , (figuras 6.5 a 6.7) se observa lo siguiente:

En general, para los edificios de 5, 10 y 15 niveles, el daño global máximo de entrepiso en los marcos se desarrolla igual que el daño global,  $D_g$ . En marcos dúctiles inicia para una intensidad de aproximadamente 0.8, y para estructuras simples el inicio de daño está entre  $i=1.2$  e  $i=1.4$ . Para este índice de daño todas las estructuras alcanzan prácticamente su máximo valor a la misma intensidad ( $i=1.8 - 2.0$ ), con pocas excepciones. Además, en algunos casos, el daño global máximo de entrepiso en marcos simples sobrepasa al de los marcos dúctiles.

Para explicar la diferencia entre las gráficas de daño global y daño global máximo de entrepiso, un análisis detallado de los resultados de daño nos permite observar que para las estructuras dúctiles el desarrollo de articulaciones plásticas se distribuye en varios nodos y en varios niveles, principalmente en las vigas. Por el contrario, para edificios simples, el daño se concentra, en la mayoría de los casos, en uno o dos niveles (casi siempre el primero); desarrollándose un mecanismo en el que la estructura falla rápidamente como consecuencia de la falla evidente de un sólo entrepiso.

Lo anterior se manifiesta claramente en las tablas 6.1, 6.2 y 6.3, en las que se muestra la relación existente entre el daño global máximo de entrepiso y el daño global, en los edificios de 5, 10 y 15 niveles respectivamente. En dichas tablas puede observarse que cuando el daño es muy grande (intensidades altas), las relaciones de daño global a daño global máximo de entrepiso,  $D_g/D_{g, \text{máx}}$ , es menor en marcos dúctiles que en el caso de marcos simples, lo que refleja una menor dispersión de daños en estos últimos, ó dicho de otra forma, una mejor distribución de daño en los nodos en las estructuras de marcos dúctiles.

En las gráficas de las figuras 6.5 a 6.7 nuevamente se observa la diferencia en el comportamiento del marco de 5 niveles diseñado con  $Q = 2$  y  $\Delta/H = 0.006$  en donde la variación del daño no es tan rápida como se señala para los otros casos con el mismo factor de comportamiento. Desde que aparece el daño en  $i=0.6$  éste alcanza valores mayores a los de los marcos con secciones menores y de menor refuerzo; su incremento de daño es discreto (sin llegar a ser escaso) hasta  $i=1.4$  donde sufre un incremento considerable como el observado en todos los demás casos cuando aparece el daño.

En las figuras 6.8 a 6.10 se ha gráficado el desplazamiento total máximo que sufre la estructura en su último entrepiso, es decir, la deformación de azotea con respecto a la posición de la base de la estructura. En las mismas figuras se presenta la deformación máxima permisible de acuerdo con el RDF-S7, para condiciones de servicio.

Los resultados muestran que en general los marcos pueden soportar daños elevados (dados por los diferentes índices de daño aquí estudiados, figuras 6.2 a 6.7) antes de presentar deformaciones mucho más grandes que las permitidas por el reglamento. Sin embargo, una vez que rebasan este límite y muestran daños altos, su deformación se incrementa considerablemente en forma rápida y la estructura llega a la falla.

Este rápido incremento una vez que se sobrepasa la deformación permisible se ve más acentuado en los sistemas con  $Q=2$ . Ellos presentan un más rápido aumento que los sistemas con  $Q=4$ , donde el incremento de la deformación es más suave (aunque ya con valores bastante altos)

Debe aclararse que en estos análisis se considera que el momento de falla de la estructura es aquel en el cual exhibe un desequilibrio en su respuesta, al presentarse en el marco la pérdida total de rigidez en uno o más de sus entrepisos, y como consecuencia, las deformaciones de entrepiso muestran una incompatibilidad total, o bien, magnitudes excesivas.

En las figuras 6.11 a 6.18 se muestra el índice de deterioro de rigidez de entrepiso,  $D_{ki}$ , para los edificios de 5 y 10 niveles. Este índice no ha sido gráficado para el edificio de 15 niveles, debido a que no podría ser claramente apreciado, pero sus características son totalmente análogas a las de los

edificios de 10 niveles. En la mayor parte de los casos el incremento súbito de deformación, que refleja un desequilibrio total en el funcionamiento de la estructura, coincide con el momento de falla (o pérdida total de rigidez en uno o más entrepisos), aunque éste último puede suceder un poco después (caso muy común en los marcos de 15 niveles). Por esta razón, conviene observar estas gráficas junto con las deformaciones de azotea.

Las principales características de las gráficas de deterioro de rigidez son las siguientes:

- Para marcos dúctiles (figuras 6.11, 6.12, 6.15 y 6.16) se tiene un comportamiento similar en todos los entrepisos en los que la rigidez se deteriora desde intensidades  $i=0.8$  con incrementos considerables para los siguientes valores de  $i$ . Para  $i=1.4$ , casi todos los entrepisos prácticamente han fallado.

Los resultados muestran que el segundo entrepiso presenta un índice de daño de rigidez un poco mayor que el primer entrepiso y el valor del índice de daño disminuye con la altura para los demás entrepisos.

- Para marcos simples (figuras 6.13, 6.14, 6.17 y 6.18) el deterioro de rigidez empieza, como era de suponerse al ver los resultados de daño global,  $D_g$ , en intensidades mayores. La variación de este índice de daño en la altura del marco es en general semejante a la de los marcos dúctiles (decreciendo con la altura), aunque se nota una drástica disminución del valor de este índice en los entrepisos subsiguientes a los dos primeros entrepisos. Esto es más marcado en el marco de 5 niveles y menos acentuado en el marco de 10 niveles con  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$ .
- Nuevamente el edificio de 5 niveles diseñado con  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$  (figura 6.14) muestra ser más susceptible al daño que el edificio flexible (figura 6.13) para el mismo factor de comportamiento; inclusive, el deterioro completo de rigidez de los entrepisos críticos sucede antes que para el caso del edificio flexible.

Estas características muestran nuevamente la gran diferencia que existe en los efectos de la carga sísmica sobre marcos dúctiles y sobre marcos simples; mientras que en los primeros el deterioro de rigidez tiende a igualarse en todos los niveles y al fallar el primer entrepiso fallan o están por fallar los demás, en marcos simples dicho índice de daño varía en cada nivel y cuando se presenta la pérdida total de rigidez es marcadamente en uno o dos entrepisos; esto refleja una alta concentración de daño en ciertas secciones de la estructura y trae como consecuencia la incompatibilidad total de deformaciones de entrepiso, en otras palabras, la falla repentina de la estructura.

El mecanismo de falla, de acuerdo al criterio de diseño de las NTC-DEC, propone una resistencia de la estructura basado en la resistencia de las vigas. En las figuras 6.19 a 6.30 se muestra la variación del daño global en los elementos viga y columna. De los resultados vemos que cuando se considera un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ , todas las estructuras muestran un daño mucho mayor en las vigas que en las columnas independientemente de la relación  $\Delta/H$  que se tome. En las estructuras con  $Q=2$  las diferencias entre los daños globales de vigas y columnas son menores. Una comparación entre los daños globales de estructuras con  $Q=4$  y  $Q=2$ , nos muestra que las estructuras con  $Q=2$  presentan mayores daños en columnas y las estructuras con  $Q=4$  mayores daños en vigas.

Estos resultados nos dicen el tipo de comportamiento para cada diferente diseño de la estructura.

En las figuras 6.31 a 6.33 se presenta en forma esquemática la formación de articulaciones plásticas que se tiene para algunos casos elegidos de estructuras con diferentes daños global correspondientes a diversas intensidades sísmicas, para marcos de 5, 10 y 15 niveles respectivamente. De estas figuras podemos ver que el patrón de formación de articulaciones es diferente para los diseños de  $Q=2$  y  $Q=4$ .

En general en ambos diseño se presenta el mayor número de articulaciones plásticas en las vigas y columnas del primer nivel. Sin embargo, cuando el daño en las vigas se incrementa, los marcos diseñados con  $Q=4$  mantienen el

tipo de mecanismo de columna fuerte-trabe débil, sin demasiadas apariciones de articulaciones en columnas, llevando a la estructura en forma constante, aunque suave, al colapso; mientras que en los marcos diseñados con  $Q=2$  se empieza a tener mayor número de articulaciones en las columnas, lo cual genera una rápida pérdida de rigidez local en los entrepisos, llevando a la estructura rápidamente al colapso.

Como un auxilio complementario en este estudio, se anexan también las gráficas de daño de entrepiso,  $D_{in}$ , para los edificios de 5 y 10 niveles, a fin de amoldar más la idea que se tiene en cuanto a los efectos que el modelo de daño utilizado causa en marcos de edificios de concreto reforzado. Al igual que para el índice de daño basado en la rigidez, el edificio de 15 niveles no se graficó por falta de claridad en las figuras.

Para las gráficas de daño de entrepiso, presentadas en las figuras 6.34 a 6.41, se hace una breve reseña acerca de sus principales características:

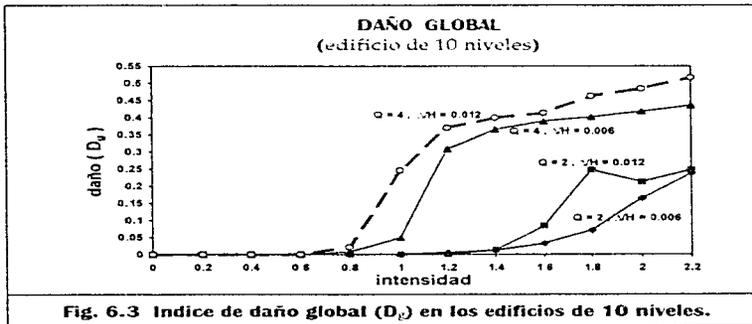
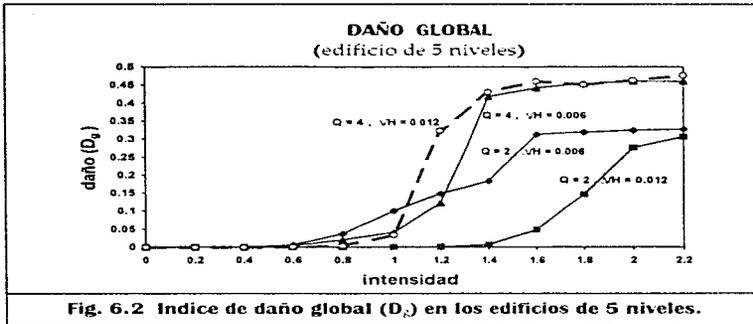
- La envolvente de estas gráficas es el daño global máximo de entrepiso de la estructura.
- En general, para las estructuras, el daño se presenta en forma descendente en relación con los niveles de la misma; las excepciones más notables son:
  - a) En el edificio dúctil-flexible de 5 niveles el 4<sup>o</sup> nivel está bastante más dañado que el 2<sup>o</sup> y el 3<sup>o</sup>.
  - b) En el edificio dúctil-flexible de 10 niveles el daño está visiblemente gobernado por el 7<sup>mo</sup> nivel.
  - c) En el edificio dúctil-flexible de 15 niveles, la mayor magnitud del daño se presenta en el 13<sup>o</sup> nivel en forma predominante (la figura correspondiente, como ya se citó, no se presenta).
- En el edificio simple-rígido de 5 niveles, el entrepiso que ocasiona el fenómeno tan mencionado; respecto a que el daño sea mayor para este caso, y no en los marcos de elementos estructurales más chicos y de menor

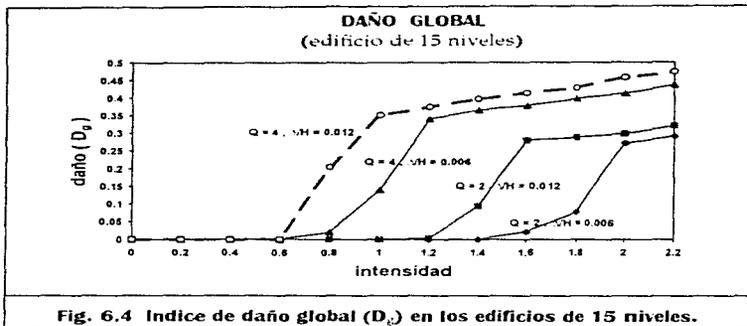
refuerzo, es el entrepiso 2, que al parecer alcanza rápidamente altos índices de deterioro en sus nodos más dañados.

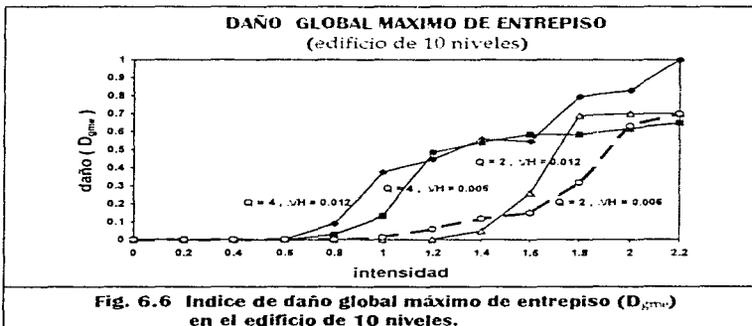
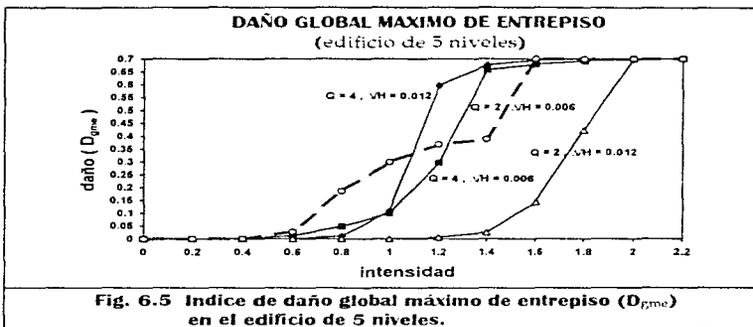
De acuerdo a las observaciones realizadas para las gráficas consideradas, podemos decir en síntesis que la comparación de todas ellas nos permiten expresar lo siguiente:

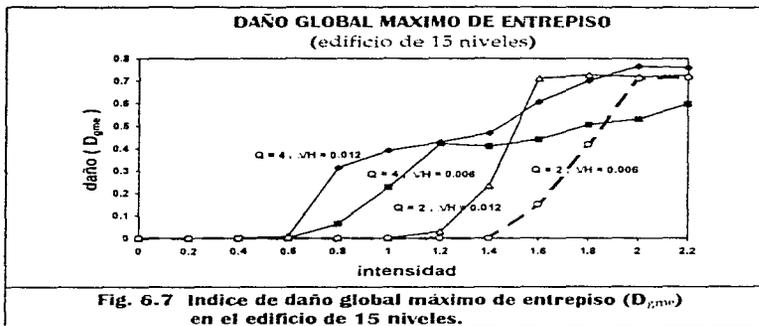
- 1) Los marcos dúctiles tienen la capacidad de soportar intensidades de carga sísmica mayores a las de fluencia de sus nudos más dañados aunque en un momento dado estén trabajando en condiciones poco convenientes.
- 2) Los marcos diseñados con  $Q=2$  no pueden trabajar con intensidades que provoquen daños considerables en cualquier sección pues corren el riesgo de colapsar rápidamente.
- 3) En términos de daño, la capacidad de carga sísmica es sensiblemente menor en marcos dúctiles que en marcos simples, pero un mal diseño de estos últimos puede hacer que la estructura colapse antes, al fallar en secciones que no estén convenientemente reforzadas en relación con las demás, para las cargas con las que han sido diseñadas.
- 4) La pérdida de capacidad de la estructura se manifiesta en la formación de articulaciones plásticas en vigas, pero la falla de las secciones de las columnas en donde se concentra el daño, determina, finalmente, el colapso total de la misma.
- 5) Los efectos del movimiento sísmico del suelo generan en los elementos de la estructura un alto deterioro de resistencia, desde el momento en que se empiezan a formar en ellos articulaciones plásticas.
- 6) La respuesta general de la estructura en cuanto a daño puede considerarse no lineal y de magnitudes considerables respecto a la intensidad de las cargas sísmicas.
- 7) La modelación estructural considerada en este estudio para terreno

compresible genera secciones muy susceptibles al daño que responden en forma aislada a los efectos de la carga sísmica. esto provoca una alta concentración del mismo en las partes frágiles de la estructura.









**TABLA 6.1 RELACIONES DE DAÑO MAXIMO Y DAÑO MEDIO GLOBAL**  
(EDIFICIO DE 5 NIVELES)

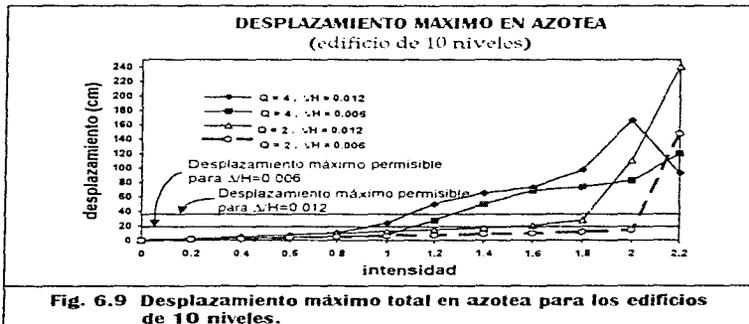
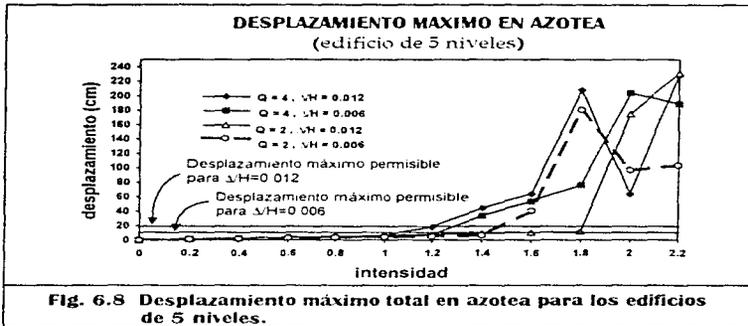
Intensidad	Marco distribuíble		Marco simplificado		Marco simplificado	Marco simplificado
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>		
0.25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.90	0.001	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000
1.00	0.014	0.108	0.000	0.000	0.000	0.000
1.20	0.023	0.266	0.000	0.000	0.000	0.000
1.40	0.037	0.576	0.000	0.000	0.000	0.000
1.60	0.040	0.967	0.000	0.000	0.000	0.000
1.80	0.041	1.540	0.001	0.001	0.001	0.001
2.00	0.043	2.092	0.001	0.001	0.001	0.001
2.50	0.048	4.027	0.002	0.002	0.002	0.002

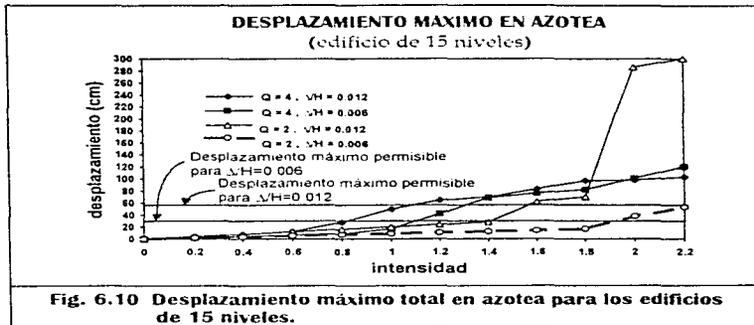
**TABLA 6.2 RELACIONES DE DAÑO MAXIMO Y DAÑO MEDIO GLOBAL**  
(EDIFICIO DE 10 NIVELES)

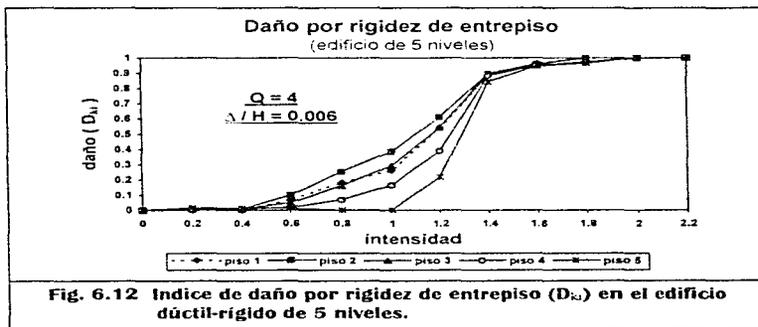
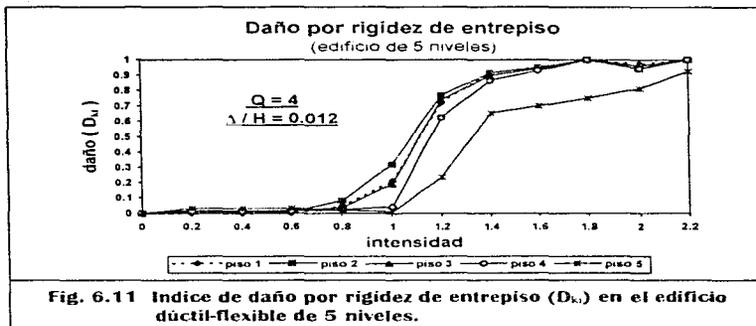
Intensidad	Marco distribuíble		Marco simplificado		Marco simplificado	Marco simplificado
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>		
0.25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.80	0.001	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000
2.00	0.001	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000
2.50	0.002	0.007	0.000	0.000	0.000	0.000

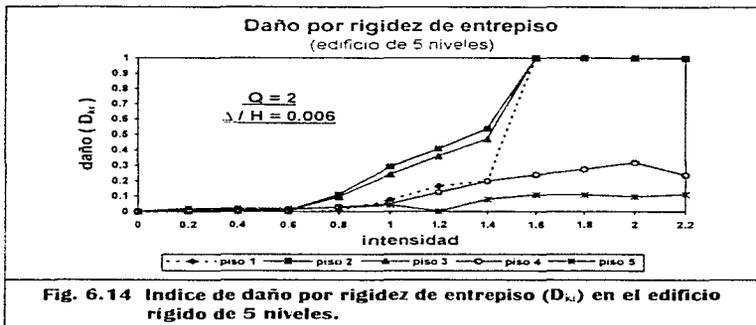
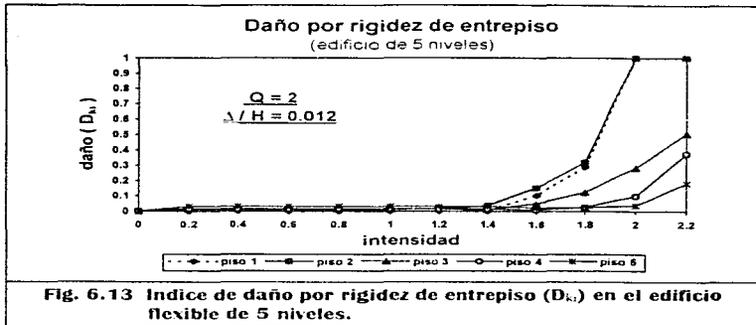
**TABLA 6.3 RELACIONES DE DAÑO MAXIMO Y DAÑO MEDIO GLOBAL**  
(EDIFICIO DE 15 NIVELES)

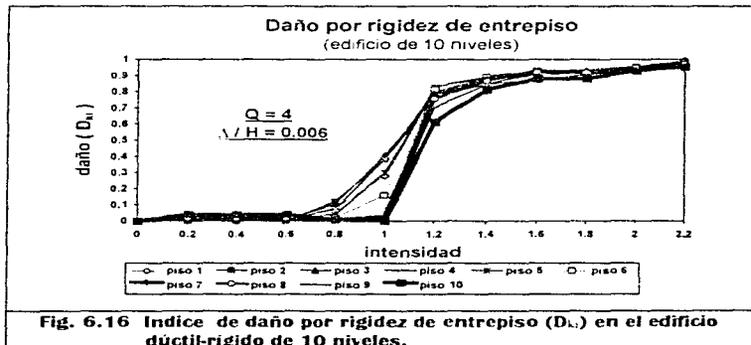
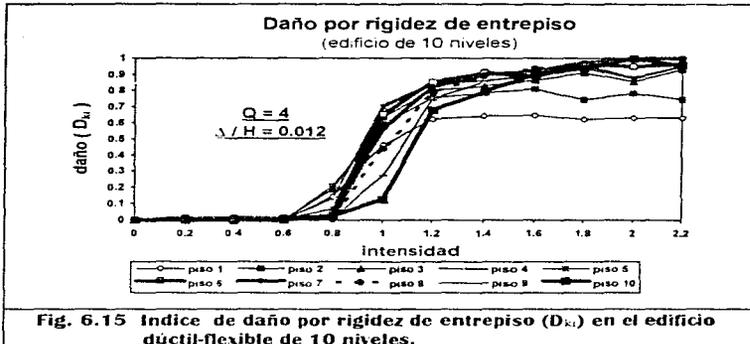
Intensidad	Marco distribuíble		Marco simplificado		Marco simplificado	Marco simplificado
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>		
0.25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

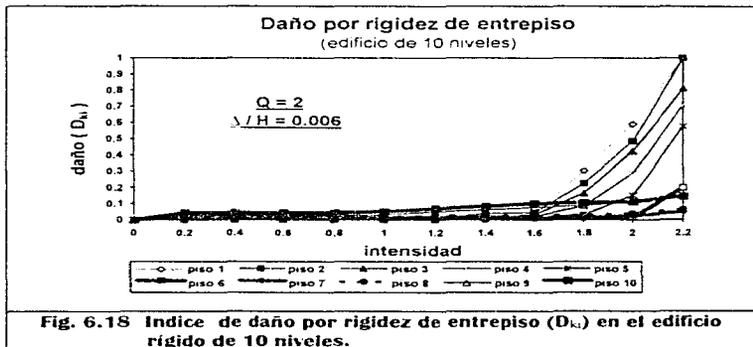
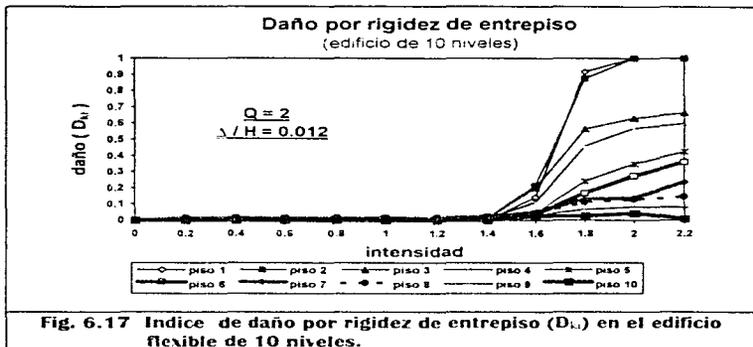


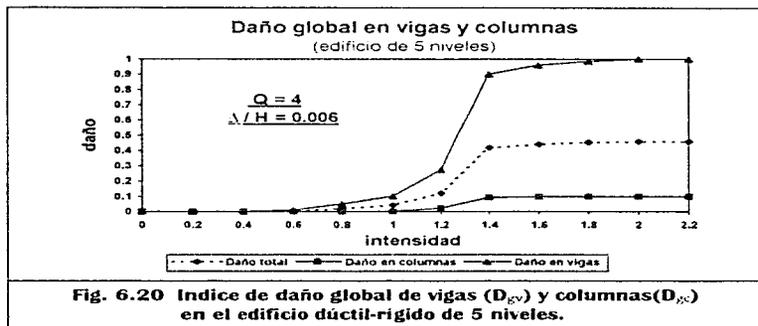
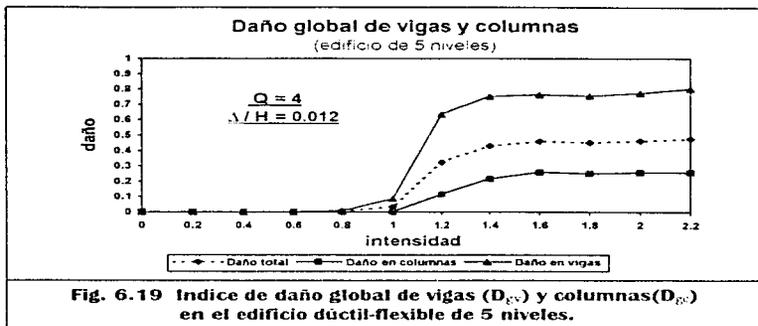


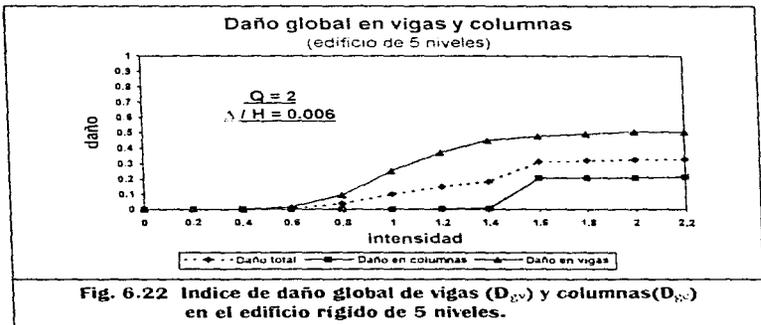
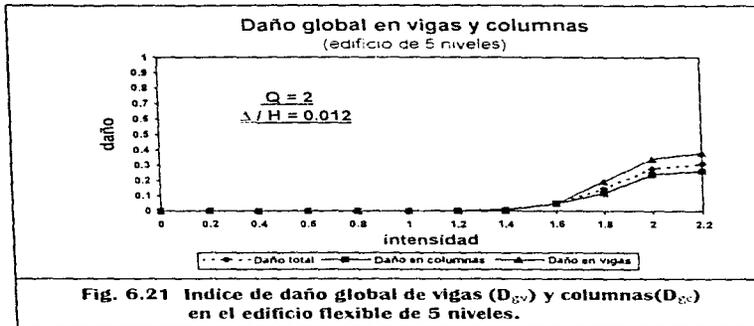


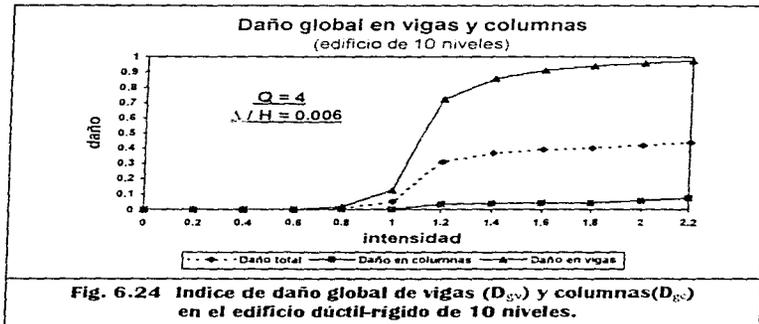
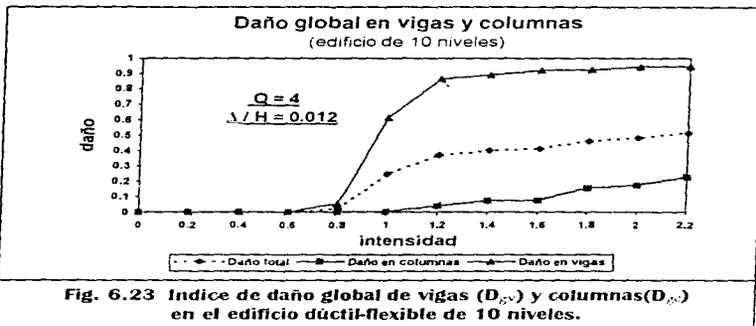


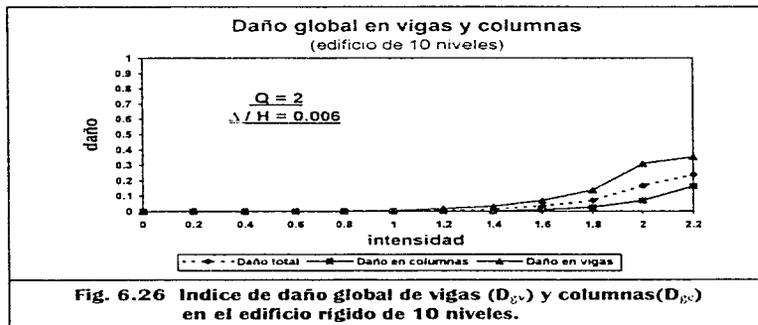
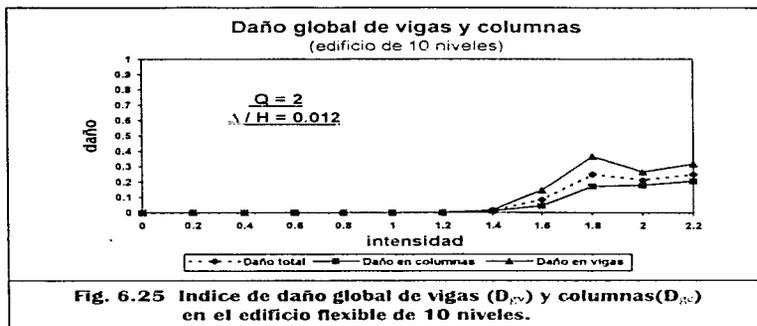


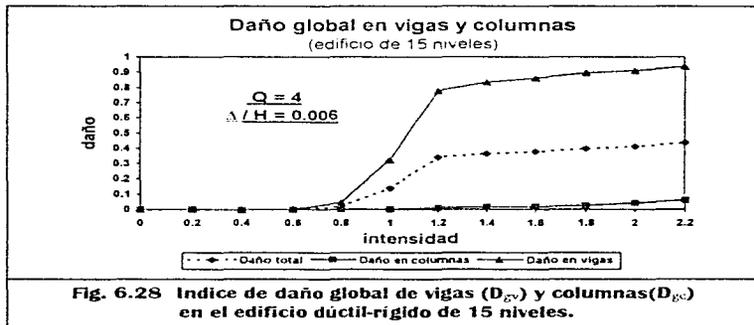
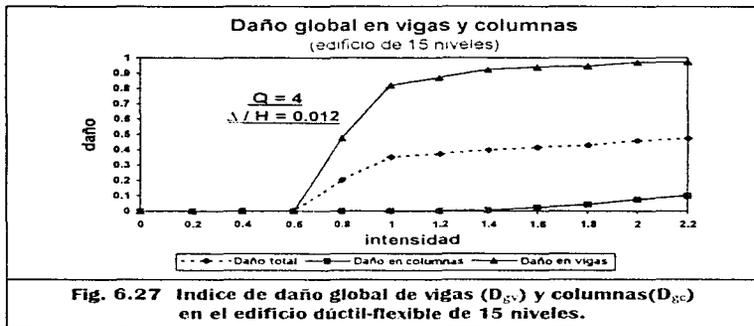


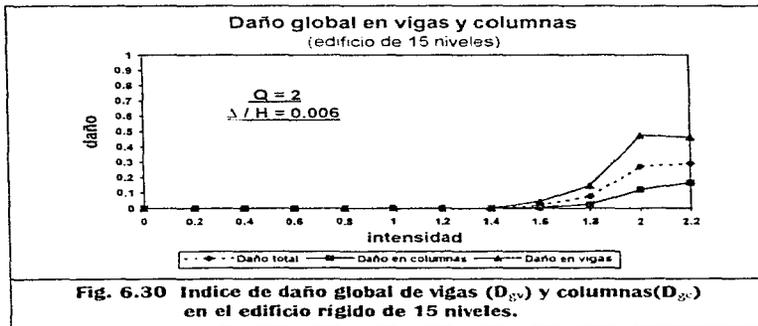
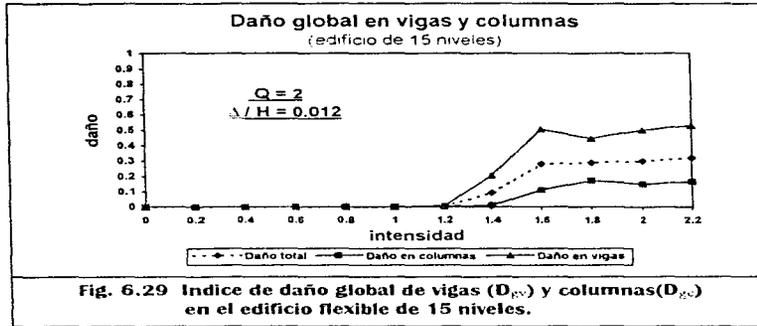


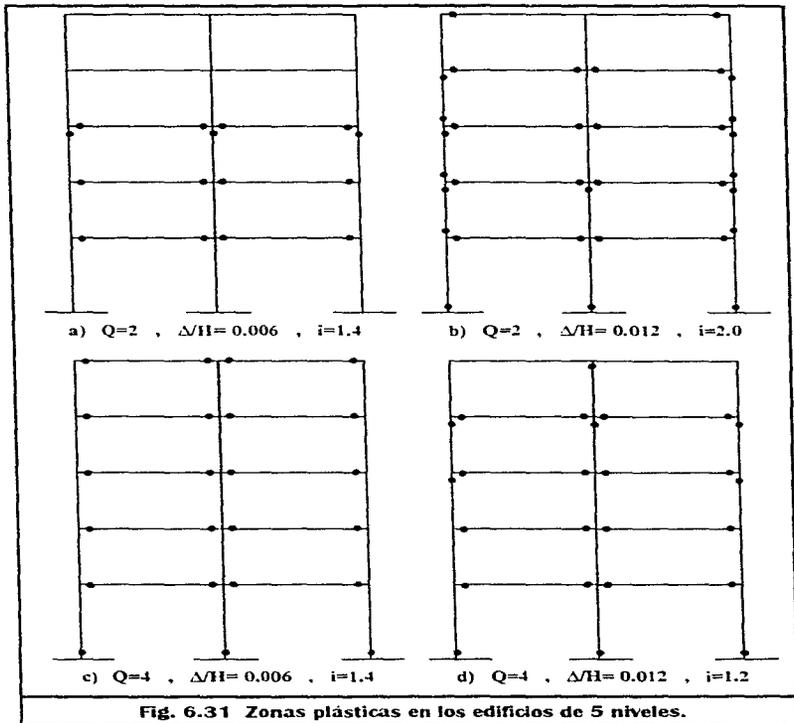


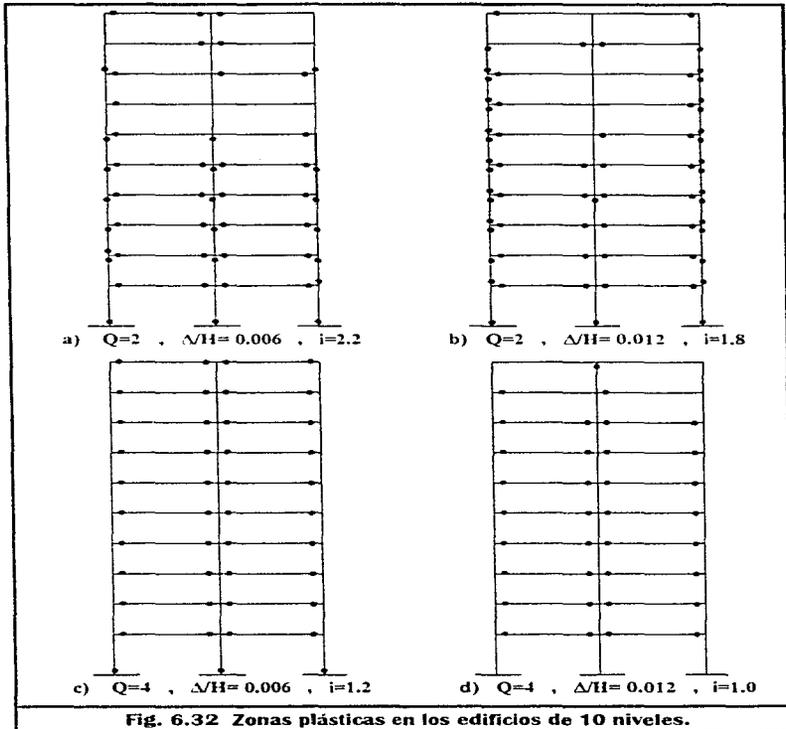


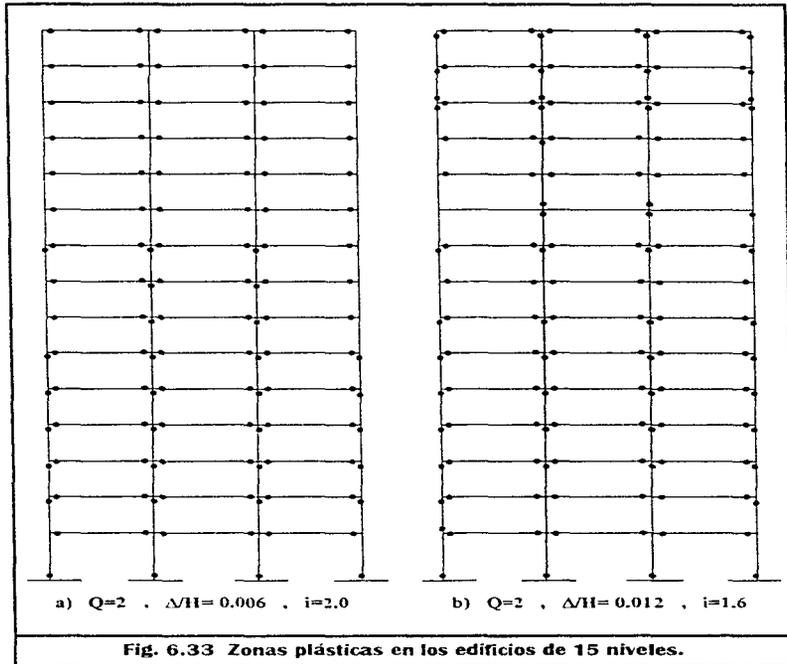


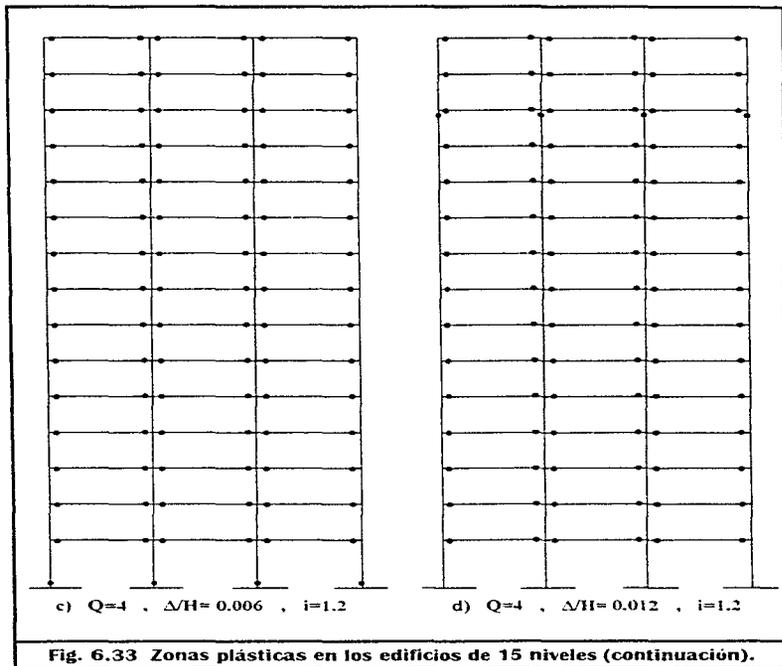


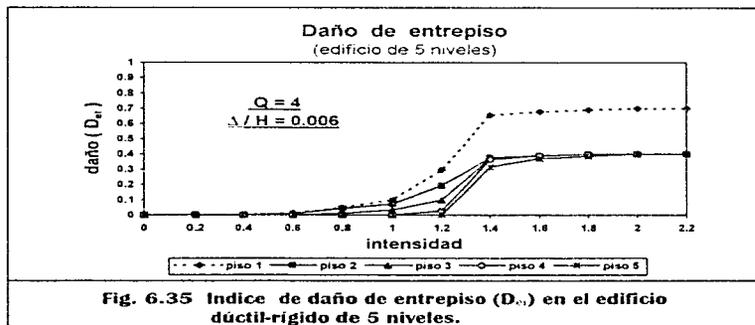
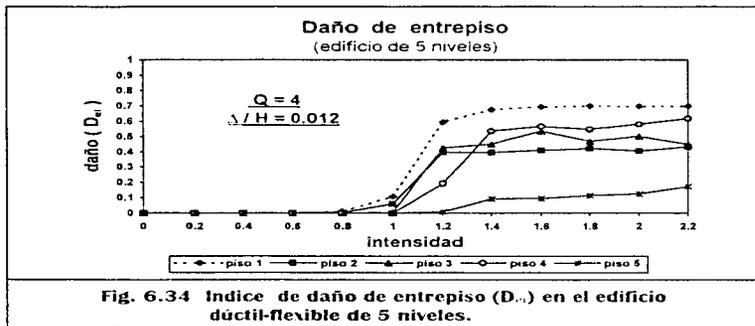


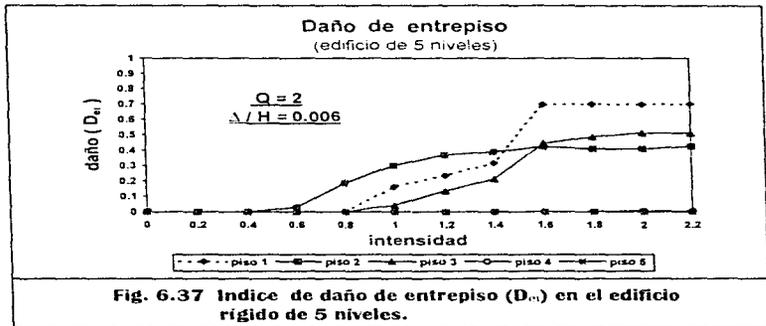
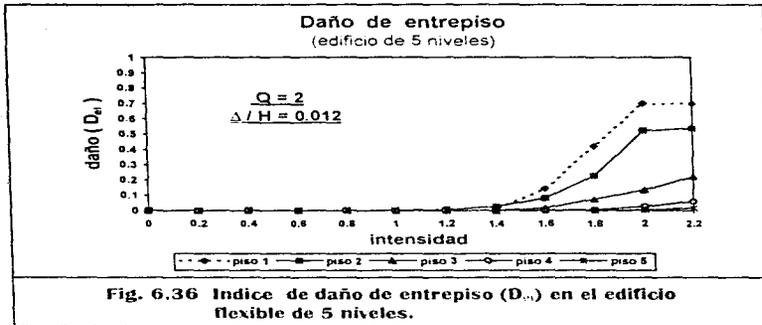


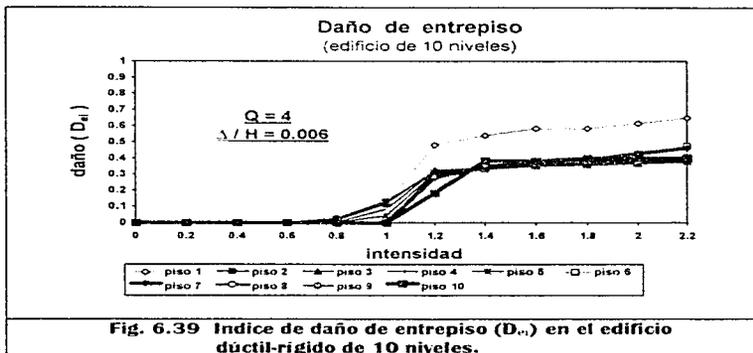
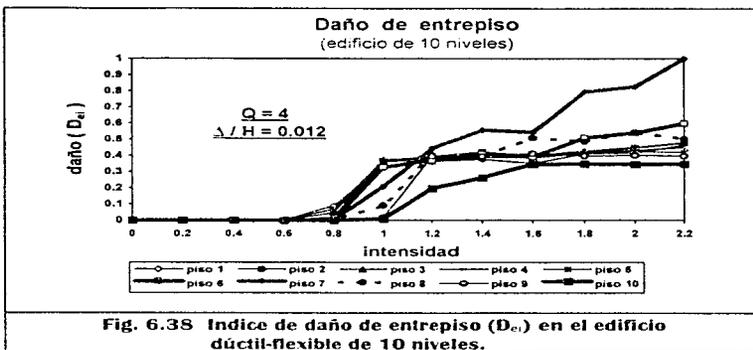


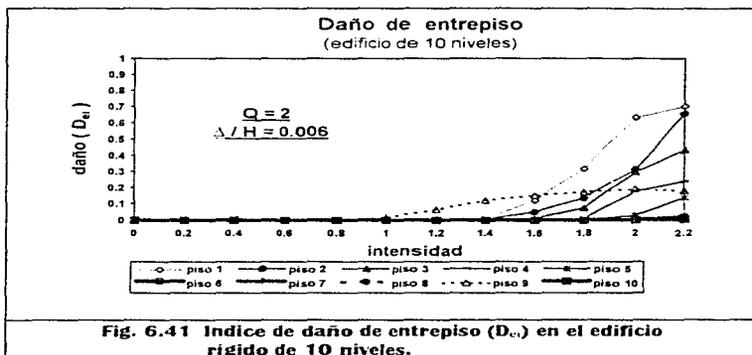
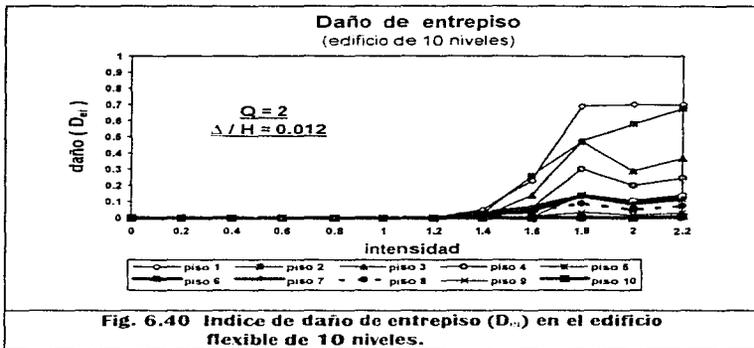


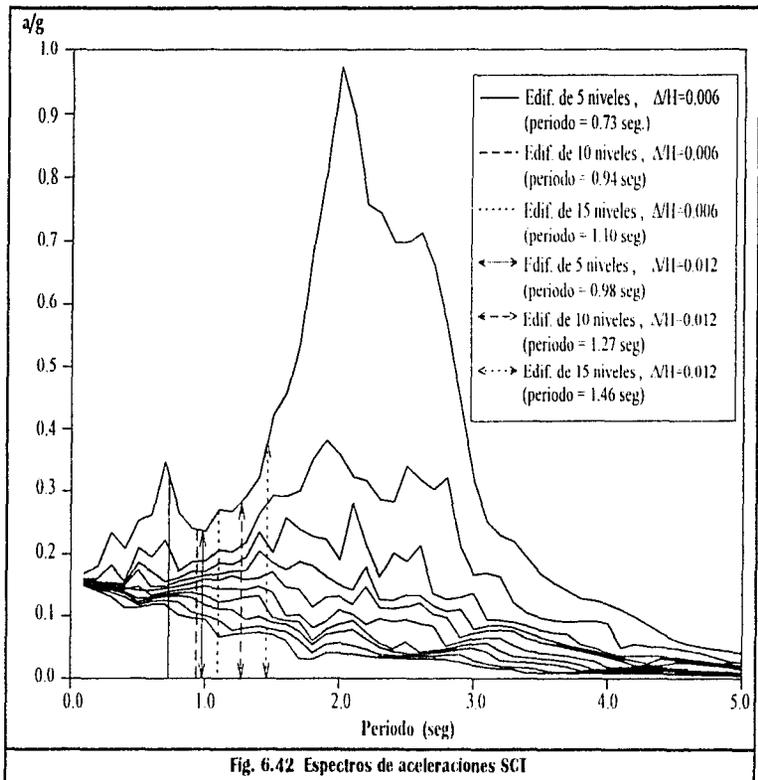












## 6.2 ESTRUCTURAS EN TERRENO ROCOSO (ZONA I)

A fin de poder definir el comportamiento de las estructuras en la zona blanda teniendo como referencia el deterioro que sufre una estructura ubicada en terrenos más favorables, se considera ahora el caso sencillo de un edificio de 5 niveles desplantado en terreno firme rocoso (zona I de acuerdo a la clasificación del RDF-87).

La evolución del daño con la intensidad se muestra en la figura 6.43, para el índice de daño global,  $D_g$ . Los resultados muestran que para un sismo de la intensidad como la estudiada ( $i=1$ ) ningún edificio sufre daño, excepto el sistema con  $Q=4$  y  $D/H=0.006$  que parece mostrar una ligera fluencia en uno de sus elementos. A partir de  $i=1.5$ , todas las estructuras muestran daños, los sistemas con mayor resistencia  $Q=2$ , como era de esperarse, presentan un menor incremento de deterioro al incrementarse la intensidad.

Se observa en general que las estructuras presentan una evolución del daño con la intensidad más lenta que para el caso de las estructuras en terreno compresible. En el caso de marcos dúctiles este daño va creciendo hasta llegar cerca de su máximo para intensidades alrededor de 4. Los marcos simples muestran una evolución del daño más lenta para las primeras intensidades después de empezar a dañarse, aunque, al igual que para el caso de los sistemas en terreno blando, al llegar a cierto nivel de daño, éste empieza a incrementarse en forma más rápida, llegando a igualar al de los marcos dúctiles para intensidades alrededor de 4.

Respecto a la gráfica de daño global máximo de entrepiso,  $D_{g,mv}$ , (figura 6.44) se puede destacar que su forma es casi análoga a la del daño global. En ambas gráficas de daño, una comparación de los marcos desde el punto de vista de su flexibilidad, es decir, de su relación  $\Delta/H$ , parece mostrar que pierde importancia el hecho de que las dimensiones de los elementos en los marcos con  $\Delta/H=0.012$  sea menor que las de los marcos con  $\Delta/H=0.006$ , puesto que el deterioro de resistencia para ambos es prácticamente el mismo.

Otro punto importante es que las diferencias entre los daños en estructuras con diferente Q de diseño no es tan grande como en el caso de los sistemas en terreno blando.

Al analizar la respuesta particular de cada entrepiso vemos que para un mismo Q, es casi idéntica independientemente de la flexibilidad del marco; según puede verse claramente en las gráficas de daño de entrepiso mostradas en las figuras 6.45 a 6.48.

De las mismas figuras se puede mencionar que en el caso de marcos dúctiles, para intensidades grandes, el entrepiso 4 resulta ser más susceptible al daño que los dos niveles inferiores, fenómeno que ya se había observado, aunque no en forma tan marcada, en los marcos analizados para terreno compresible.

Otro aspecto muy interesante del comportamiento de los entrepisos es que para el caso de marcos simples la concentración de daño no se da en sólo unos pocos elementos como en las estructuras analizadas para zona compresible. Por esta razón, las curvas correspondientes a dichos marcos, en la gráfica de índice de daño global de terreno firme, no presentan la misma dispersión (respecto a las de los marcos dúctiles) que se observó en las gráficas de daño de la zona anterior.

La característica observada en estos marcos, de comportarse todos ellos en forma similar sin importar su valor de  $\Delta/H$  ante la presencia de excitaciones sísmicas puede tener como una de sus principales causas a la necesidad de cumplir con las especificaciones de diseño ya mencionadas en el capítulo anterior, además de las relacionadas a las condiciones mínimas de refuerzo que una estructura necesita.

Este fenómeno, que ya se había percibido desde el análisis de las gráficas de daño global y daño global máximo de entrepiso, puede deberse a una compensación entre las dimensiones de los elementos estructurales y las cantidades de acero necesarias para soportar las cargas de diseño, siendo éstas generalmente mayores en los elementos de menores dimensiones y viceversa, salvo en los casos donde prevalezcan las condiciones mínimas de refuerzo.

Respecto a la falla o colapso de las estructuras en cuestión, las gráficas de deformación máxima de azotea y del índice de deterioro de rigidez se muestran en las figuras 6.49 y 6.50 a 6.53, respectivamente. La figura 6.49 señala que la estructura se inestabiliza para una intensidad de alrededor de  $i=7.5$ , excepto en el marco diseñado con  $Q=4$  y  $\Delta/H=0.012$ , en donde la inestabilidad se presenta en  $i=9.0$ . Las estructuras sobrepasan el desplazamiento permisible alrededor de una intensidad entre 3 y 4 según sea el caso de la relación  $\Delta/H$ . Sin embargo, al contrario de lo que sucede con las estructuras en terreno compresible, en este caso los sistemas no muestran un incremento más rápido en sus deformaciones una vez que sobrepasan dicha deformación.

En las gráficas 6.50 a 6.53 se pueden observar diferencias notables con las correspondientes para los marcos en zona compresible. Estas diferencias son básicamente 2:

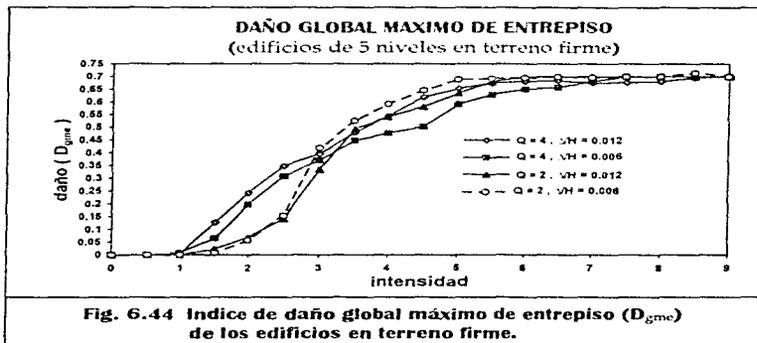
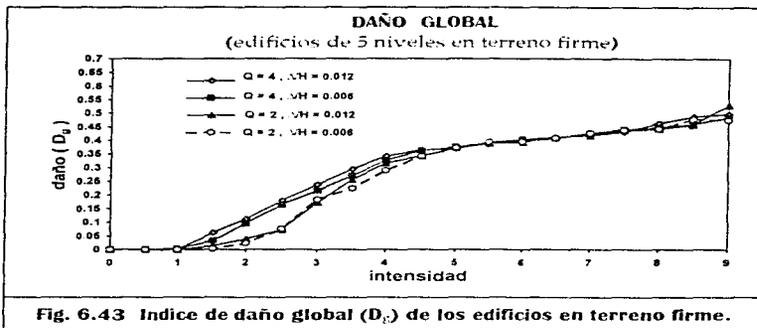
- 1) El deterioro de rigidez es en forma más pausada que en el caso anterior (sobre todo, en el caso de marcos simples), es decir, las estructuras no parecen alcanzar valores altos de deterioro en forma repentina; inclusive, se presentan rangos considerables de intensidad en donde todas las secciones plásticas de la estructura han casi fallado y  $D_k$ , se mantiene en condiciones críticas de falla, o sea, cercano a la unidad pero sin manifestar una pérdida de rigidez total, lo que provoca que el marco siga incrementando su deformación de acuerdo a lo esperado, aunque ya inaceptable desde el punto de vista funcional.
- 2) Antes de la falla, se presentan fenómenos de redistribución de daño que provocan que los índices de deterioro de rigidez, y en consecuencia, las deformaciones de entrepiso, no tengan una tendencia de ascensión continua; cosa que no se había visto en el caso anterior sino hasta después de la falla.

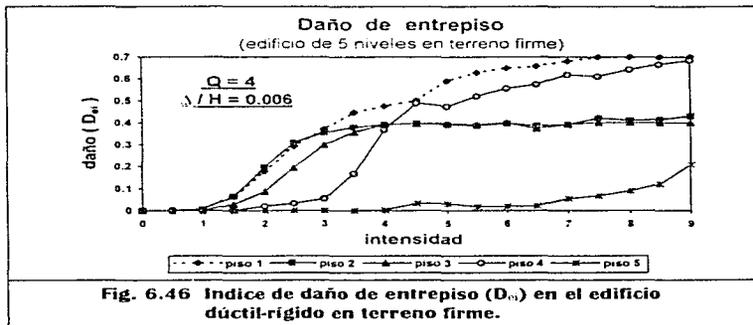
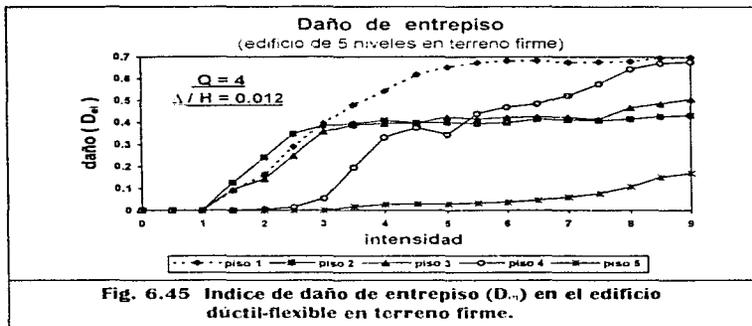
Estas características en las gráficas de deterioro de rigidez también se ve reflejada en la gráfica de daño global, en donde los marcos presentan un amplio intervalo de intensidades (5.0 a 7.5) para el cual el daño se mantiene con variaciones pequeñas debido a la participación de un gran número de secciones plásticas que permiten un comportamiento bastante estable de la estructura, en comparación con el mostrado por los marcos en terreno

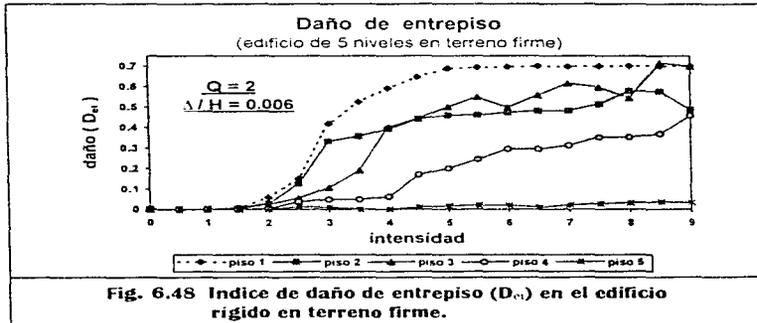
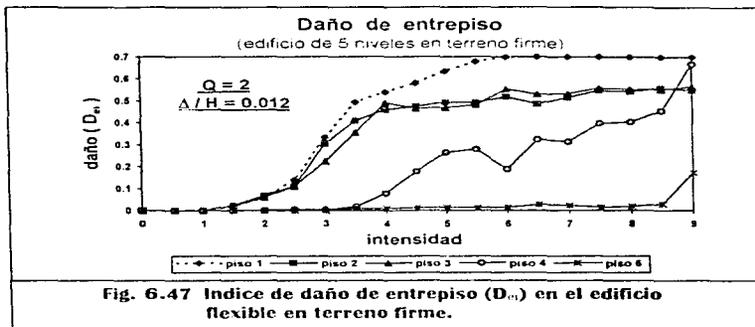
compresible en donde la falla se presenta inmediatamente después de alcanzar altos índices de daño.

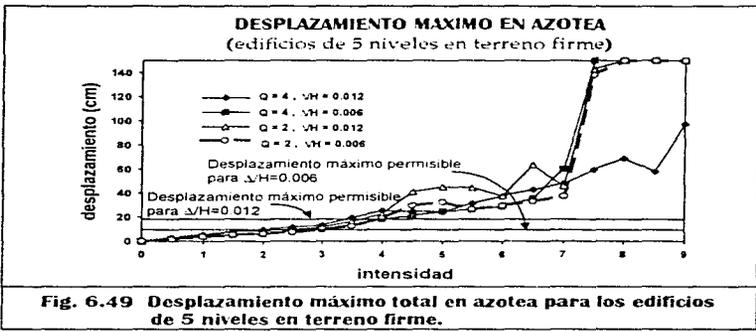
Un fenómeno muy importante que contribuye de manera determinante en el comportamiento ya mencionado de estos marcos, es la contribución de las columnas en el funcionamiento general de la estructura.

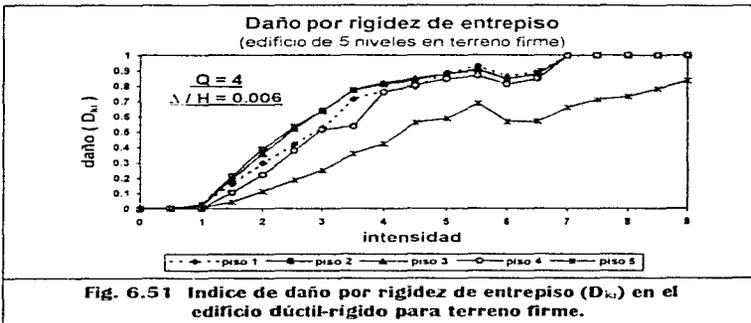
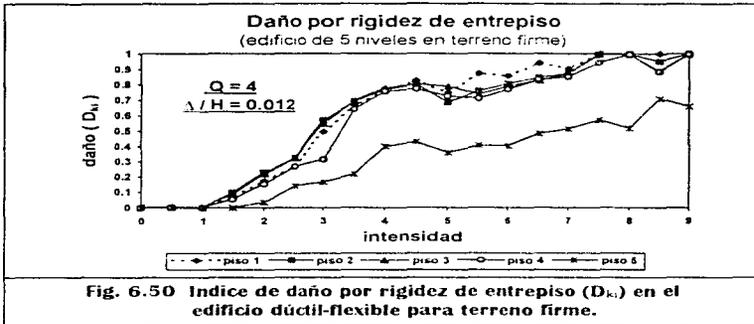
Si se hace una comparación del daño global en vigas y columnas, presentado en las figuras 6.54 a 6.57 con el correspondiente para zona compresible vemos que para los diseños con  $Q=2$  el daño en columnas, en zona compresible, se concentra en unas cuantas secciones llevándolas rápidamente a la falla, mientras que para las columnas de los marcos analizados en esta sección, el incremento de daño es totalmente discreto y constante a lo largo de todo el rango de intensidades; y aunque en vigas y columnas, se presentan secciones plásticas con índice de daño igual a la unidad, los marcos no llegan a la falla en forma rápida y repentina.

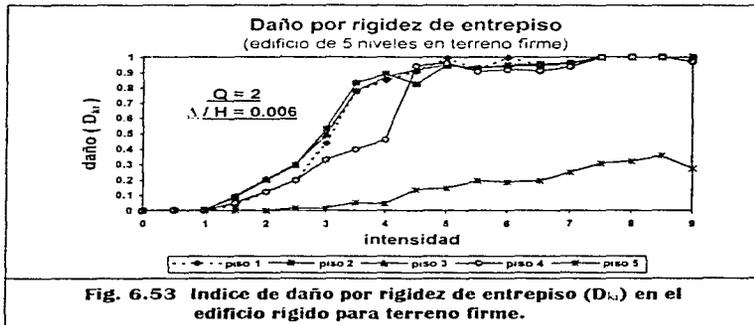
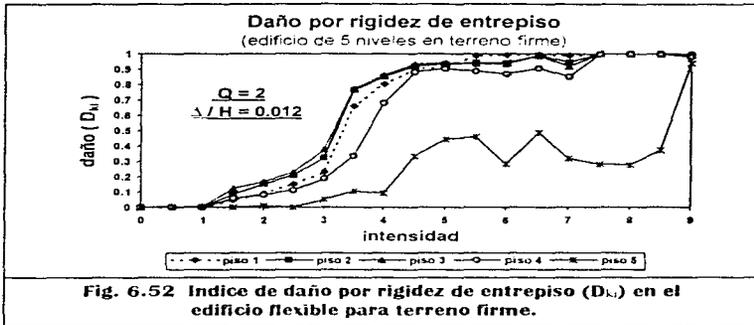


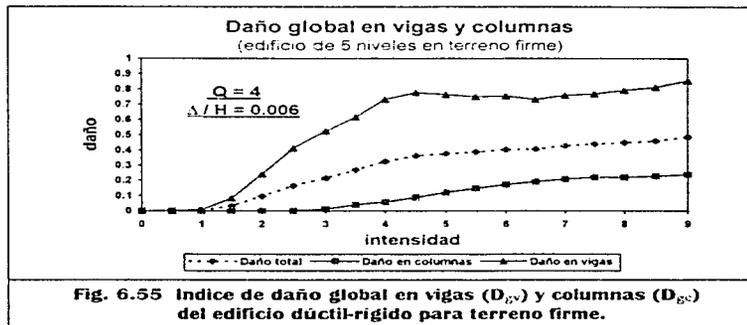
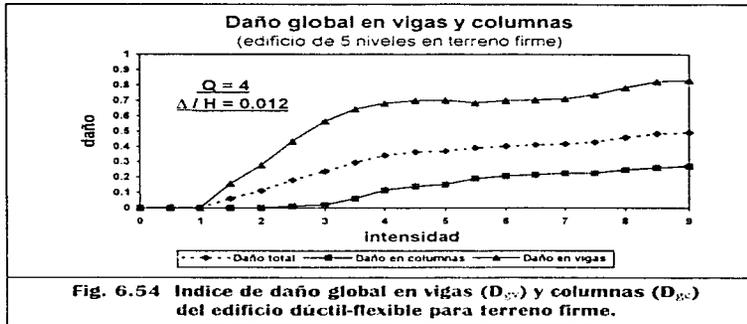


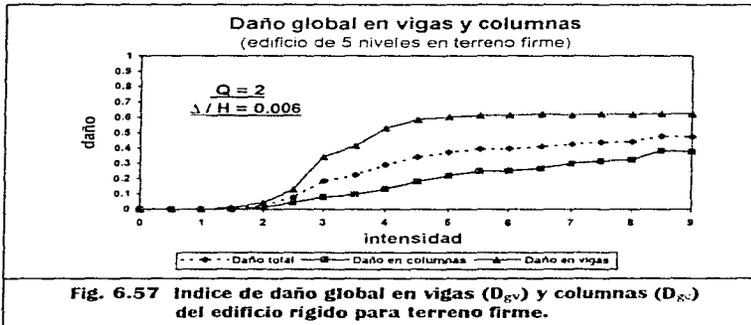
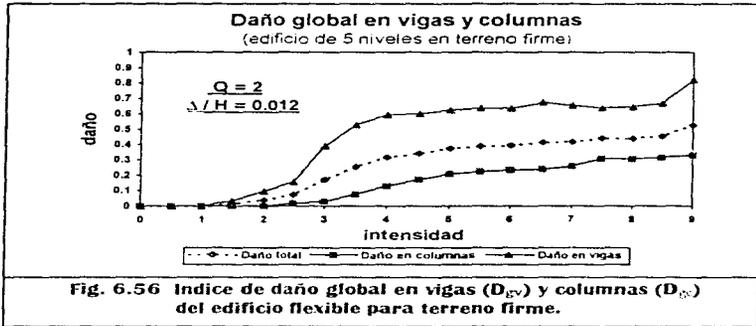












## VII.- CONCLUSIONES

1. Para las estructuras desplantadas en terreno compresible, el daño en marcos simples ( $Q=2$ ) se presenta en forma importante hasta una intensidad de 1.6 veces la del sismo utilizado, un tanto alejada de la intensidad  $i=1$  en la cual los marcos dúctiles ( $Q=4$ ) manifiestan su respuesta al movimiento sísmico.
2. La respuesta del daño en marcos simples se encuentra fuertemente representada por el deterioro y la falla evidente de uno o dos entrepisos, lo que genera un colapso en forma rápida de la estructura al tenerse una alta concentración de daño en las partes frágiles de la misma y no permitirse su desarrollo en otras regiones. Por esta razón estos marcos no pueden trabajar con intensidades de carga que estén muy por encima de las de fluencia de sus elementos.
3. El colapso en forma súbita de los edificios diseñados con  $Q=2$  es todavía más rápido conforme aumenta el número de pisos de la estructura.
4. La respuesta del daño en marcos dúctiles presenta, en general, una mayor participación de todas las regiones de la estructura, lo que se traduce en un mejor funcionamiento global de la misma. Debido a ello, tienen la capacidad de soportar intensidades considerablemente mayores a las de fluencia de sus nudos más dañados, aunque en un momento dado empezarán a trabajar en condiciones poco convenientes.
5. Como consecuencia de los dos puntos anteriores, en términos de daño, la capacidad de carga sísmica es menor en marcos dúctiles que en marcos simples, pero un mal diseño de estos últimos puede hacer que la estructura colapse antes de lo esperado al fallar en secciones que no estén convenientemente reforzadas en relación con las demás, para las cargas con las que han sido diseñadas. Para marcos dúctiles en cambio puede esperarse una evolución del daño menos rápida, pero debe definirse con mucho criterio un límite de daño en la respuesta de sus

6. elementos; a fin de garantizar la funcionalidad de la estructura. En el desarrollo de este estudio se ha observado que las deformaciones experimentadas por la estructura pueden ser un factor importante en la elección de dicho límite.  
  
En las estructuras estudiadas, el criterio de diseño utilizado provoca que su respuesta este determinada en gran medida por su periodo fundamental de vibración. Por lo cual, entre más alejado este dicho periodo del rango de respuestas máximas del espectro elástico correspondiente, menor será su daño para una intensidad sísmica dada. Ejemplo claro de este fenómeno resultó ser el edificio de 5 niveles diseñado con  $Q=2$  y  $\Delta/H=0.006$ , cuyo periodo de vibración estaba en una zona en que las respuestas elásticas presentaban un incremento apreciable.
7. La magnitud del daño en los casos analizados, en términos generales va decreciendo en los niveles superiores de la estructura, las excepciones tienen que ver con el hecho de que algunas regiones de ciertos niveles en particular hayan quedado diseñadas con menos holgura en su capacidad de carga sobre la de diseño, en relación con otras.
8. La participación de los elementos viga en la respuesta de las estructuras diseñadas con  $Q=4$  es determinante en la mejor distribución de daño sobre las mismas, y, en consecuencia, en un mejor funcionamiento de la estructura, mostrando la importancia de la formación de un mecanismo de tipo columna fuerte-trabe débil.
9. De acuerdo con los criterios de diseño del RDF-87, las características de los suelos en terreno firme producen sistemas estructurales cuyas condiciones de seguridad son bastante mayores a aquellos desplantados en terreno compresible.
10. En terreno firme, los criterios de diseño de las NTC-DEC pueden producir además, como consecuencia de las condiciones de seguridad implícitas en el diseño, elementos con características similares de resistencia sísmica, independientemente de sus características de diseño (factor de comportamiento,  $Q$ , y relación de flexibilidad,  $\Delta/H$ ). Como

consecuencia, éstos forman sistemas estructurales que responden prácticamente de la misma forma a una excitación sísmica.

11. Los resultados muestran que las estructuras en terreno compresible pueden soportar valores altos del índice de daño sin que se presenten deformaciones laterales excesivas. En nuestro caso al comparar el índice de daño global en la estructura con el desplazamiento máximo de azotea se encuentra que este desplazamiento no sobrepasa el máximo permisible (tomado aquí como la suma de las deformaciones máximas permisibles de todos los entrepisos) aun cuando la estructura presenta valores del índice global de daño mayores a 0.5. Sin embargo, una vez que se rebasa un cierto límite, la estructura empieza a mostrar un incremento considerable en la deformación lateral que la lleva rápidamente al colapso.

En terreno firme la estructura estudiada también muestra que se tienen valores grandes del índice global de daño sin que se desarrollen deformaciones laterales excesivas. Sin embargo, para estas estructuras se encuentra que conforme se desarrollan grandes deformaciones, su evolución hacia el colapso es menos rápida que para las estructuras en terreno compresible, debido quizá a una redistribución de los daños en toda la estructura y a una menor duración de la parte intensa del sismo.

Sin embargo hay que recordar que en los análisis anteriores no se ha tomado en cuenta el efecto  $P-\Delta$ , por lo que los resultados pueden ser modificados al incluir tal efecto, sobre todo cuando las deformaciones de las estructuras están cerca o por encima de las máximas permisibles en donde los efectos  $P-\Delta$  empiezan a ser importantes. Lo anterior llevaría a las estructuras más rápido al colapso.

12. El análisis del comportamiento de las estructuras muestran que en cuanto se presenta el daño para una intensidad dada, éste se incrementa en forma rápida sin grandes incrementos en la intensidad sísmica, sobre todo en las estructuras ubicadas en terreno compresible.

Aunque al modelo de comportamiento histerético propuesto en este estudio se le han hecho cambios (modificación de la curva de daño y

nivel máximo de fluencia en cada ciclo) con el fin de que se ajuste mejor al comportamiento real que se tiene en los elementos estructurales, los resultados muestran que, una vez que el elemento fluye y empieza a sufrir daño, éste último se incrementa en forma rápida conforme se tienen más ciclos de carga. Este rápido incremento en el daño del elemento ante ciclos sucesivos que se tiene con el modelo adoptado, nos señala la necesidad de hacer estudios más profundos que permitan mejorar los efectos ya incluidos en el modelo y además tomar en cuenta otros parámetros importantes que determinan las características funcionales de los elementos de concreto, con el fin de verificar si este comportamiento es adecuado o realizar las modificaciones pertinentes que permitan obtener un modelo que se acerque más al comportamiento real.

Algunos estudios exploratorios que se han hecho utilizando los modelos de comportamiento de Meyer y Parker (ref. 34), han mostrado una evolución del daño en los elementos un poco más lenta que la mostrada por el modelo propuesto. Todos estos modelos tienen la desventaja de tener que ajustar los parámetros que los definen, utilizando un número reducido de pruebas experimentales. Debido a ello sería más conveniente realizar estudios de pruebas experimentales suficientes para tener un mejor ajuste de los parámetros e incluir otras variables importantes.

13. La evaluación de las características de los materiales que constituyen el concreto reforzado es de gran importancia en la determinación de la curva esfuerzo-deformación del mismo. Esta curva a su vez determina la resistencia de un elemento (momento-rotación de falla) a partir de la cual se ha evaluado el daño en las estructuras analizadas. Por esta razón, la veracidad de los resultados obtenidos en este estudio, y en cualquier otro que involucre el daño está sujeta a la posibilidad de precisar de manera refinada las características de resistencia del concreto y el acero utilizados en la elaboración del concreto reforzado.
14. Los resultados obtenidos en este trabajo corresponden a un solo temblor (19 de septiembre de 1985) el cual fue escalado para obtener diferentes intensidades sísmicas. En realidad las características de contenido de

## Conclusiones

frecuencias y duración de los temblores muestran variación de acuerdo a la magnitud y la distancia a la cual se genera el temblor. Debido a esto los resultados para intensidades menores que la del sismo original pueden variar si se tomaran sismos característicos de tales intensidades (y quizá también para sismos de mayor intensidad).

Lo anterior hace necesario que en estudios posteriores sea conveniente utilizar sismos representativos de cada intensidad que se tome.

15. Insistiendo, los resultados corresponden a un sismo particular con características de contenido de frecuencias, intensidad y duración para un sitio dado. Deberán hacerse estudios en donde se tomen en cuenta las variaciones que se pueden tener de tales características dadas sus incertidumbres.

Esto llevaría a realizar un análisis en el cual se tomaran las incertidumbres, tanto en las propiedades de las estructuras como en el movimiento sísmico, para que sea posible obtener distribuciones de probabilidad del daño en la estructura como función de la intensidad y en su caso de algún daño previo que estuviera presente.

## REFERENCIAS

1. Wang, M-L. and Shah, S. P., "**Reinforced Concrete Hysteresis Model Based on the Damage Concept**", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, 1987, pp 993-1003
2. Kannan, A. E. and Powell, G. H., "**DRAIN-2D a General Purpose Computer Program for Dynamic Analysis of Inelastic Plane Structures**", University of Berkeley, California, September, 1973.
3. Departamento del Distrito Federal, "**Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**", Diario Oficial de la Federación, 1993.
4. Departamento del Distrito Federal, "**Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto**", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 25 de Mayo de 1996.
5. Chung, Y.S., Meyer, C. and Shinozuka, M., "**Seismic Damage Assessment of Reinforced Concrete Members**", Technical Report NCEER-87-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., October, 1987.
6. Rodríguez-Gómez, S., Chung, Y. S. and Meyer, C., "**SARCF-II User's Guide Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames**", Technical Report NCEER-90-0027, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., September, 1990.
7. Dipascuale, E. and Cakmak, A., "**Identification of the Serviceability Limit State and Detection of Seismic Damage**", Technical Report NCEER-88-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., 1988.

8. Park, Y-J., Ang, A. H-S. and Wen, Y. K., "**Damage Limiting Aseismic Design of Buildings**", Earthquake Spectra, Vol. 3, No 1, February, 1987, pp 1-26.
9. Nielsen, S. and Cakmak A., "**Evaluation on Maximum Softening as a Damage Indicator for Reinforced Concrete Under Seismic Excitation**", Technical Report ISSN 0902-7513 R9048, Institute for Bigningsteknik, December, 1990.
10. Shinozuka, M. and Tan, R., "**Seismic Reliability of Damaged Concrete Beams**", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 109, No. 7, July, 1983, pp 1617-1633.
11. Díaz López, O. J., "**Recopilación de Información sobre Modelos para Representar el Comportamiento de Elementos Estructurales**", Instituto de Ingeniería, Informe de Investigación, Proy. 9706, UNAM, 1990.
12. Park, Y-J, Reinhorn, A.M., and Kunnath, S.K., "**IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame-Shear-Wall Structures**", Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., July, 1987.
13. Giberson, M. F. "**Two Nonlinear Beams with Definitions of Ductility**", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, September, 1981.
14. Yao, J.T.P., and Munse, W.H., "**Low-Cycle Axial Fatigue Behaviour of Mild Steel**", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST8, August, 1969.
15. Krawinkler, H., "**Performance Assessment of Steel Components**", Earthquake Spectra, Vol. 3, No. 1, February, 1987, pp 27-41.
16. Gosain, N. K., Brown, R.H. and Jirsa, J. O., "**Shear Requirements for Load Reversals on RC Members**", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST7, July, 1977.

17. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E., **"Fundamentos de Ingeniería Sísmica"**, Ed Diana, México D.F. 1976.
18. Banon, H., Biggs, I. M. and Irvine, H. M., **"Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames"**, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST9, September, 1981.
19. Blejwas, T. and Bresler, B. **"Damageability in Existing Buildings"**, Report No. EERC-78-12, University of California, Berkeley, C.A., August, 1979.
20. Park, Y-J., Ang, A. H-S. and Wen, Y. K., **"Seismic Damage Analysis of Reinforced Concrete Buildings"**, Journal of de Structural Division, ASCE, Vol. 111, No. 4, April, 1985, pp 740-757.
21. Kunnath, S.K. and Reinhorn, A.M., , **"Inelastic Three-Dimensional Response Analysis of Reinforced Concrete Building Structures (IDARC-3D). Part I-Modeling"**, Technical Report NCEER-89-0011, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., April, 1989.
22. Roufaiel, M. S. L. and Meyer, C., **"Analytical Modeling of Hysteretic Behaviour of R/C Frames"**, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 3, March, 1987.
23. Rodríguez-Gómez, S. and Cakmak, A., **"Evaluation of Seismic Damage Indices for Reinforced Concrete Structures"**, Technical Report NCEER-90-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., September, 1990.
24. Chung, Y. S., Shinozuka, M. and Meyer, C., **"SARCF User's Guide Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames"**, Technical Report NCEER-88-0044, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N. Y., November, 1988.

25. Clough, R. W. and Penzien, J., "**Dynamics of Structures**", Ed McGraw-Hill Book, Inc. Nueva York 1995.
26. Rosenblueth, E. y Esteva, L., "**Diseño Sísmico de Edificios**", Folleto complementario al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México D.F. 1962.
27. Bazán Zurita, E. y Meli Piralla, R., "**Manual de Diseño Sísmico de Edificios**", Ed. Limusa, México 1987, pp 109-119.
28. Departamento del Distrito Federal, "**Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo**", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 27 de Febrero de 1995.
29. Meli Piralla, R. "**Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**", Instituto de Ingeniería, Publicación No. 375, UNAM, Junio de 1976.
30. Mitchell, R. and Woodgate, R. W. "**Floor Loadings in Offices. The Results of a Survey**", Dept. of Envir., Building Design Station, cp 3/71, Garston, United Kingdom, 1971.
31. Díaz, O. J., Esteva, L. y Flores O., "**Incertidumbres Asociadas con el Sistema y con el Modelo en el Análisis de Confiabilidad de Estructuras Sujetas a Temblores**", I.I., UNAM, Octubre, 1990.
32. Montoya Dulché, C. E., "**Sobrerresistencia a Flexión en Elementos de Concreto Reforzado**", una Causa en la Falla por Cortante", D.E.P.F.I., UNAM, 1989, pp C-46 a C-55.
33. Newmark, N. M., "**A Method of Computation for Structural Dynamics**", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 85, June, 1959.

34. Bueno Salgado, A. y Díaz López, O., "Daño Acumulado por Sismo en Marcos Estructurales de Concreto Reforzado", Memorias, IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Zacatecas Zac., 1984, pp 366-375.