

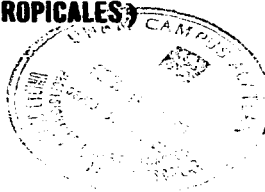
22
24.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
"ACATLAN"**

**MODELO BAROCLINICO PARA LA PREDICCION DE TRAYECTORIAS
DE SISTEMAS TROPICALES (HURACANES, TORMENTAS Y
DEPRESIONES TROPICALES)**



T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE
LICENCIADO EN MATEMATICAS APLICADAS
Y COMPUTACION**

**PRESENTA:
JOSE PABLO FUENTES HURTADO**



MEXICO, D. F.

1997

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIAS	i
SIMBOLOS Y ABREVIATURAS	v
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	
ECUACION DE MOVIMIENTO	3
CAPITULO 2	
ECUACION HIDROSTATICA	8
ECUACION DE CONTINUIDAD	9
ECUACION DE LA DIVERGENCIA	12
CAPITULO 3	
VORTICIDAD	16
LA ECUACION DE LA VORTICIDAD EN COORDENADAS ISOBARICAS	18
LA VORTICIDAD CUASI-GEOSTROFICA	21
CAPITULO 4	
ECUACION DE LA ENERGIA	25
LA ECUACION DE LA ENERGIA TERMODINAMICA EN FUNCION DE GEOPOTENCIAL	29
CAPITULO 5	
EL MODELO BAROCLINICO	34
CAPITULO 6	
INTREGRACION DE LAS ECUACIONES	42
APROXIMACION POR DIFERENCIAS FINITAS	42

CAPITULO 7

INTEGRACION EN EL TIEMPO (PRONOSTICO) .49

METODO DE RELAJACIONES 52

CAPITULO 8

RESULTADOS Y CONCLUSIONES 54

APENDICE A

FACTOR DE MAPA 65

APENDICE B

PROGRAMA DE COMPUTADORA DEL MODELO BAROCLINICO 69

BIBLIOGRAFIA 100

AGRADECIMIENTOS

ESTE TRABAJO NO HUBIERA SIDO POSIBLE SIN LA AYUDA INCONDICIONAL DEL M. en C. ENRIQUE BUENDIA CARRERA Y SIN EL APOYO DE LOS M. en C. FRANCISCO J. VILICAÑA CRUZ, ORLANDO DELGADO D., ENRIQUE AZPRA ROMERO, RAFAEL PATIÑO M. DE QUIENES HE RECIBIDO ASESORIAS Y PALABRAS DE ESTIMULO.

EL PROGRAMA DEL MODELO FUE ELABORADO CON COLABORACION DE LAS PERSONAS ANTES ENUNCIADAS.

EL TRASLADO DE LA INFORMACION DESDE LA PC. AL SISTEMA DE A12 DENTRO DEL IIMAS DE LA UNAM - FUE DISEÑADO POR RAFAEL PATIÑO M. EN LA LABOR MECANOGRAFICA PARTICIPO VICTORIA CARRILLO.

AGRADEZCO AL CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMOSFERA DE LA UNAM. POR LAS FACILIDADES PARA EL DESARROLLO DE ESTE TRABAJO.

DEDICATORIAS

**CON MUCHO CARIÑO Y RESPECTO A MI
ESPOSA SARA Y MI HIJA SARAPAOLA**

A MIS PADRES SALVADOR Y SOFIA CON ADMIRACION Y RESPETO

A MIS QUERIDOS HERMANOS CON AFECTO Y CARINO

CON AFECTO A TODOS MIS DEMAS FAMILIARES

Y A QUIENES CREYERON EN MI

SIMBOLOS Y ABREVIATURAS

\vec{A}	VECTOR ARBITRARIO
A	AREA
\vec{F}	FUERZA TOTAL
\vec{F}_r	FUERZA DE FRICCION
P	PRESION
P _s	PRESION STANDARD
P _o	PRESION AL NIVEL DEL MAR
G	CONSTANTE DE LA GRAVITACION UNIVERSAL
\vec{g}	ACELERACION GRAVITACIONAL
g	GRAVEDAD
g	ACELERACION DE GRAVEDAD
h	ALTITUD GEOPOTENCIAL, PROFUNDIDAD DE LA CAPA DEL FLUIDO
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	VECTORES UNITARIOS A LO LARGO DE LOS EJES CARTESIANOS x, y, z RESPECTIVAMENTE
x, y, z	DISTANCIA HACIA EL ESTE, NORTE Y HACIA ARRIBA RESPECTIVAMENTE. SISTEMA COORDENADO ESFERICO. EJES CARTESIANOS
f	PARAMETRO DE CORIOLIS ($2\Omega \sin \phi$)
d	DISTANCIA ENTRE PUNTO Y PUNTO DE MALLA
a	RADIO DE LA TIERRA
C _p	CAPACIDAD CALORIFICA ESPECIFICA A PRESION CONSTANTE DEL AIRE SECO
C _v	CAPACIDAD CALORIFICA ESPECIFICA A VOLUMEN CONSTANTE DEL AIRE SECO
m	ELEMENTO DE MASA
t	TIEMPO
\vec{r}	VECTOR DE POSICION
s	ENTROPIA, COORDENADA VERTICAL GENERALIZADA
\vec{u}	COMPONENTE x DE LA VELOCIDAD (HACIA EL ESTE)

v COMPONENTE y DE LA VELOCIDAD (HACIA EL NORTE)
w COMPONENTE z DE LA VELOCIDAD (HACIA ARRIBA)
U VECTOR ESPACIAL DE TRES DIMENSIONES
L CAPACIDAD CALORIFICA ESPECIFICA A PRESION CONSTANTE DEL AIRE SECO
 ESCALA DE LONGITUD
R CONSTANTE DE LOS GASES PARA EL AIRE SECO
T TEMPERATURA
V, U_h VELOCIDAD HORIZONTAL
V VOLUMEN
 α VOLUMEN ESPECIFICO
Q PROPIEDAD DE LA ATMOSFERA, CANTIDAD DE CALOR
 ω COMPONENTE VERTICAL DEL VIENTO EN COORDENADAS ISOBARICAS $\frac{\partial f}{\partial t}$
 ψ FUNCION DE FLUJO
 ϕ LATITUD
 λ LONGITUD
 σ PARAMETRO DE ESTABILIDAD ESTATICA EN COORDENADAS ISOBARICAS
 Φ GEOPOTENCIAL
 $\vec{\Omega}$ VELOCIDAD ANGULAR DE LA TIERRA
 β VARIACION DEL PARAMETRO DE CORIOLIS CON LA LATITUD $\frac{\partial f}{\partial y}$
 ρ DENSIDAD
 Φ TEMPERATURA POTENCIAL
 ζ COMPONENTE VERTICAL DE LA VORTICIDAD (VORTICIDAD RELATIVA)
 η VORTICIDAD ABSOLUTA ($\zeta + f$)
 ϕ, λ, z SISTEMA DE COORDENADAS ESFERICO
 δv ELEMENTO DE VOLUMEN
 ∇ OPERADOR NABLA
 ∇_h OPERADOR NABLA EN LA HORIZONTAL

∇_p OPERADOR NABLA SOBRE SUPERFICIE DE PRESION CONSTANTE

Z TIEMPO MEDIO DE GREENWICH (Z)

OMM ORGANIZACIÓN METEOROLOGICA MUNDIAL

INTRODUCCION

El presente trabajo tiene la finalidad de continuar con las bases de utilizar las técnicas de predicción numérica en nuestro país en el campo de la Meteorología.

En este caso se aplicarán a la Meteorología Dinámica, considerándose un Modelo Baroclínico, pronosticándose el desplazamiento de todo tipo de sistemas meteorológicos, poniéndose en especial atención a las Depresiones, Tormentas Tropicales y Huracanes, dentro del periodo de 6 hr. hasta 72 hrs., en el área geográfica conocida como la IV Región Meteorológica que comprende CANADA, E.U.A., MEXICO, EL CARIBE y NORTE DE SUDAMERICA.

Por acuerdos internacionales, México tiene la responsabilidad de vigilar meteorológicamente un espacio territorial, aéreo, mismo que comprende toda la República Mexicana, parte del Golfo de México y Caribe, parte del Océano Pacífico. (Acuerdos con la Organización de Aviación Civil Internacional (OACI)).

El Organismo encargado de la elaboración y difusión de información de tipo meteorológico a nivel nacional es la Comisión Nacional del Agua. La cual recibe información del Centro Meteorológico Nacional de Washington D.C., que es el encargado de concentrar toda la información meteorológica de la IV Región y emitir avisos y boletines de alerta de aproximación de Sistemas Tropicales, al país o países susceptibles a ser afectados por los Sistemas Tropicales y extratropicales.

Cuenta con una extensa red de estaciones terrestres y de observación aerológica de monitoreo atmosférico, con la cual genera la información que es de vital importancia para la localización y predicción de Sistemas Atmosféricos en los horarios de las 1200Z y 0000Z diariamente. (Horas Z se refiere a la hora GMT ó Tiempo del Meridiano de Greenwich.)

De ahí la necesidad de contar con un pronóstico que nos muestre la trayectoria de Sistemas Tropicales con la anticipación adecuada a fin de que los organismos encargados de aplicar los programas de Protección Civil tengan los suficientes elementos de juicio para tomar medidas necesarias y evitar hasta donde sea posible la pérdida de bienes materiales y lo mas importante la pérdida de vidas humanas.

Dejando aún lado las justificaciones, con el Modelo Baroclínico se podrá predecir el nacimiento de nuevos Sistemas Tropicales, áreas de máxima vorticidad ciclónica (Movimiento que sufre el viento en sentido circular contrario a las manecillas del reloj) y por lo tanto de mal tiempo.

El presente trabajo se divide en capítulos y subcapítulos de acuerdo a cada una de las ecuaciones, que forma el modelo baroclínico.

El modelo se basa en la aplicación de la ecuación de la vorticidad en los niveles de 750mb y 250mb, (mb. Es la unidad de medida de la presión atmosférica y nos da referencia a que altura esta una capa o estrato de ella), utiliza la ecuación de la energía termodinámica en el nivel de 500mb y la consideración de la ecuación de la divergencia (Es el empuje en sentido horizontal del viento) aproximada, misma que relaciona el geopotencial Φ (Cantidad de energía necesaria para elevar un metro un kilogramo de masa) y la función de las líneas de flujo Ψ .
Todas estas expresiones referidas al sistema de coordenadas isobáricas (x,y,p,t).

Los resultados que arroja el modelo, han sido posibles através de la fusión de los principios de la conservación de la energía, de la masa y de la cantidad de movimiento angular auxiliados por la ecuación de estado e integrados en una malla de 19X22 puntos reticulares que describen los campos observados de la altura geopotencial de los grandes sistemas meteorológicos y con la cual se definen sistemas meteorológicos mas pequeños como las tormentas tropicales y huracanes, de

76X88 nodos. Esta distribución de puntos es ortogonal sobre una malla de Lambert de la Cuarta Región Meteorológica constituida por Alaska, Estados Unidos del Norte de America, Estados Unidos Mexicanos, Guatemala, El Salvador, Belice, Honduras, Nicaragua, Costa Rica, Panama, Cuba, Jamaica, Haití, Republica Dominicana, Puerto Rico y una pequeña porción del Norte de America del Sur y de los Océanos Pacífico Oriental y Atlántico Caribeno.

Con el objeto de no interrumpir la dinámica atmosférica por las condiciones de frontera laterales, que se deben establecer para poder tener la solución de los modelos, al Este de la Cuarta Región se le agregan cinco columnas de puntos reticulares sobre los cuales se crea una ciclicidad que conecta a los Océanos Pacífico y Atlántico.

Esta hipótesis ha permitido el pronóstico numérico de perturbaciones atmosféricas de una escala menor a la sinóptica, tales como las depresiones, tormentas tropicales y bajas presiones segregadas en un periodo de tiempo superior a las 24 hrs. (Buendía et al. 1989, 1992).

Para el desarrollo de la presentación del Modelo Baroclínico en la presente tesis, se establecieron en los primeros capítulos (del 1 al 4), las principales ecuaciones dinámicas que gobiernan los movimientos atmosféricos, dando especial atención a la ecuación de la vorticidad y la ecuación de la energía termodinámica. En el capítulo 5 se propone una versión del modelo baroclínico que resolverá el pronóstico de la trayectoria de los huracanes y se establecen las ecuaciones que en él se utilizan.

En el capítulo 6 trata de la resolución de las ecuaciones usando el método de relajación poniendo un pequeño ejemplo de cómo se resuelven las ecuaciones a través de este y en el capítulo 7 su integración en el tiempo.

En el capítulo 8 se dan los resultados y conclusiones indicándose primero el tratamiento y obtención de la información usada como datos iniciales en el modelo.

Es conveniente aclarar que el presente trabajo está basado en los estudios e investigaciones que ha hecho el grupo de pronóstico numéricos del Centro de Ciencias de la Atmósfera presidido por Enrique Buendía Carrera.

CAPITULO I

ECUACION DE MOVIMIENTO

La ecuación de movimiento es sin duda una de las más importantes dentro de la Meteorología Dinámica y es el punto de partida para todo trabajo dinámico meteorológico.

La ecuación de movimiento se establece en base a la 2a Ley de Newton, considerándose a todas las fuerzas que intervienen sobre una parcela de aire en un momento dado, en un sistema con rotación. Además se consideran dos fuerzas que son el resultado del giro de la tierra.

La primera es la fuerza que se opone a la fuerza centrípeta (fuerza centrífuga) y la otra es aquella que se manifiesta cuando la parcela esta en movimiento, dirigiendo a esta a la derecha de su movimiento en el Hemisferio Norte (fuerza de Coriolis).

Para obtener la ecuación de movimiento en un sistema de coordenadas rotando, se hará lo siguiente:

Sea \bar{U}_a la velocidad de la parcela en un sistema inercial (sin movimiento) ó absoluto, con ayuda de la 2a Ley de Newton, su aceleración podrá expresarse como:

$$\frac{d\bar{U}_a}{dt} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i \text{-----} (1.1)$$

donde \bar{F}_i es la suma de todas las fuerzas que actúan sobre la parcela como son:

$$\bar{F}_i = \frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{g} + \bar{F}_f + \bar{F}_t$$

$\frac{1}{\rho} \nabla p$ es la fuerza debida al gradiente de presión

\bar{g} fuerza de gravedad.

\bar{F}_f fuerza de fricción.

\bar{F}_t fuerza de turbulencia

Por otro lado sea \bar{U} (Vector velocidad en 3 dimensiones (u,v,w)) la velocidad de la parcela en el sistema no inercial. Se trata ahora de encontrar una relación entre las velocidades \bar{U}_a y \bar{U} a fin de aplicar la ecuación (1.1) en un sistema de coordenadas rotando.

Para esto consideramos un vector \bar{A} arbitrario en un sistema inercial con componentes cartesianas (x,y,z) y vectores unitarios $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ dadas por:

$$\bar{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

y también considérese las componentes del vector \bar{A} en el sistema de rotación expresada como: ver.(fig.1)

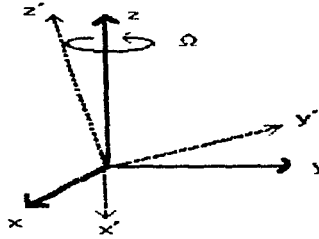


Fig. (1)

$$\bar{A} = A x' \hat{i}' + A y' \hat{j}' + A z' \hat{k}'$$

donde los vectores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ son los correspondientes a las coordenadas en el sistema no inercial, que está girando con velocidad angular Ω .

* Designese como la derivada total de \bar{A} , a $\frac{d\bar{A}}{dt}$ en el sistema inercial, entonces:

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \hat{i} \frac{dAx}{dt} + \hat{j} \frac{dAy}{dt} + \hat{k} \frac{dAz}{dt} \quad \text{-----(1.2)}$$

aquí los vectores unitarios $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, permanecen constantes.

Para las componentes del vector \bar{A} en el sistema no inercial se tiene:

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \frac{d}{dt} A' x' \hat{i}' + A' x' \frac{d\hat{i}'}{dt} + \frac{d}{dt} A' y' \hat{j}' + A' y' \frac{d\hat{j}'}{dt} + \frac{d}{dt} A' z' \hat{k}' + A' z' \frac{d\hat{k}'}{dt}$$

Ordenándose terminos en la expresión anterior se tiene:

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \frac{d}{dt} A' x' \hat{i}' + \frac{d}{dt} A' y' \hat{j}' + \frac{d}{dt} A' z' \hat{k}' + A' x' \frac{d\hat{i}'}{dt} + A' y' \frac{d\hat{j}'}{dt} + A' z' \frac{d\hat{k}'}{dt} \quad \text{-----(1.3)}$$

Definiendose a:

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \hat{i}' \frac{d}{dt} A' x' + \hat{j}' \frac{d}{dt} A' y' + \hat{k}' \frac{d}{dt} A' z'$$

donde $\frac{d\bar{A}}{dt}$ es la derivada total de A en un sistema de coordenadas rotando.

* Definido en la tesis " modelo baroclinico de dos capas para la prediccion del tiempo " pag. 55

De la ecuación (1.3) y substituyéndose el valor de $\frac{d\bar{A}}{dt}$, resulta:

$$\frac{d\bar{a}A}{dt} = \frac{d\bar{A}}{dt} + \hat{d}i' A'x + \hat{d}j' A'y + \hat{d}k' A'z \quad (1.4)$$

Pero los vectores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ son vectores de posición unitarios que cambian de dirección, por lo que se puede considerar que $\frac{d\hat{i}}{dt}$ es la velocidad de \hat{i} debido a la rotación.

pudiéndose expresar ésta como:

$$\frac{d\hat{i}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{i}'$$

así, también para $\frac{d\hat{j}}{dt}$ y $\frac{d\hat{k}}{dt}$ se tendrá:

$$\frac{d\hat{j}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{j}' \quad \text{y} \quad \frac{d\hat{k}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{k}'$$

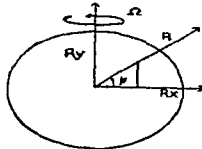
luego la ecuación (1.4) se transforma en:

$$\frac{d\bar{a}A}{dt} = \frac{d\bar{A}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{A} \quad (1.5)$$

donde $\bar{\Omega}$ es la velocidad angular

Esta ecuación, donde se tiene una relación entre los sistemas inerciales (inertes, sin movimiento) y no inerciales para un vector arbitrario A, nos servirá para continuar con el objetivo, dado que podemos aplicarla a cualquier vector, entonces en la ecuación (1.5) se toma en lugar de A el vector r, que es el vector de posición de una parcela de aire sobre la tierra, ver (fig. 2). Si $\bar{\Omega}$ es la velocidad angular con que gira la tierra, se tiene:

Fig.(2)



$$\frac{d\bar{a}r}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{r} \quad (1.6)$$

y para un vector de posición \bar{R} , cualesquiera, se llega a:

Pero $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{U}_a$ y $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{U}$ son las velocidades ya definidas para cada sistema de referencia, luego

(1.6) queda como:

$$\bar{U}_a = \bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r} \text{-----(1.7)}$$

Relación que establece que la velocidad absoluta (\bar{U}_a) de una parcela sobre la tierra es igual a su velocidad relativa (\bar{U}) más la velocidad debida a la rotación de la tierra ($\bar{\Omega} \times \bar{r}$)

Aplicándose ahora al vector \bar{U}_a la ecuación (1.5), resulta:

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = \frac{da\bar{U}_a}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{U}_a \text{-----(1.8)}$$

Substituyéndose el valor de \bar{U}_a dado en la expresión (1.7) el segundo miembro de igualdad (1.8), resulta:

$$\begin{aligned} \frac{da\bar{U}_a}{dt} &= \frac{d}{dt} (\bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r}) + \bar{\Omega} \times (\bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r}) \\ &= \frac{d\bar{U}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{\Omega} (\bar{\Omega} \times \bar{r}) \\ &= \frac{d\bar{U}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}) \end{aligned}$$

recordándose que $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{U}$ y utilizando la relación vectorial

$$\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{U}) = \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}) = \bar{\Omega}^2 \bar{R}$$

esto surge de

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \times \bar{R} &= \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \bar{\Omega} \cos \varphi & \bar{\Omega} \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \bar{R} \end{bmatrix} = \hat{i} [\bar{\Omega} \sin \varphi \bar{R} - 0] - \hat{j} [\bar{\Omega} \cos \varphi \bar{R} - 0] + \hat{k} [0 - 0] \\ &= \hat{i} [\bar{\Omega} \sin \varphi \bar{R}] - \hat{j} [\bar{\Omega} \cos \varphi \bar{R}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{R}) &= \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \bar{\Omega} \cos \varphi & \bar{\Omega} \sin \varphi & 0 \\ \bar{\Omega} \sin \varphi \bar{R} & -\bar{\Omega} \cos \varphi & 0 \end{bmatrix} = \hat{i}[0 - 0] - \hat{j}[0 - 0] + \hat{k}[-\bar{\Omega} \cos \varphi - \bar{\Omega} \cos \varphi \bar{R} - \bar{\Omega} \sin \varphi \bar{R} - \bar{\Omega} \sin \varphi] \\ &= -\bar{\Omega}^2 \cos^2 \varphi \bar{R} - \bar{\Omega}^2 \sin^2 \varphi \bar{R} \\ &= -\bar{\Omega}^2 \bar{R} (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \\ &= -\bar{\Omega}^2 \bar{R} \end{aligned}$$

donde \bar{R} es un vector perpendicular al eje de rotación (ver fig. 2), se tiene:

$$\frac{d\bar{a}\bar{U}_a}{dt} = \frac{d\bar{U}}{dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} - \bar{\Omega}^2 \bar{R} \quad (1.9)$$

La ecuación (1.9) establece que la aceleración que sigue el movimiento en un sistema inercial es igual a la aceleración que sigue el movimiento relativo a un sistema rotando, mas la aceleración de Coriolis ($2\bar{\Omega} \times \bar{U}$), y la aceleración centrípeta ($-\bar{\Omega}^2 \bar{R}$).

Regresando a la ecuación (1.1) y con ayuda de la (1.9) se tiene que:

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = \frac{d\bar{a}\bar{U}_a}{dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{U} - \bar{\Omega}^2 \bar{R} \quad (1.10)$$

pero

$$\frac{d\bar{a}\bar{U}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{g}^* + \bar{F}f$$

entonces, se tiene

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{g}^* + \bar{F}f - 2\bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{\Omega}^2 \bar{R}$$

designese a $\bar{g} = \bar{g}^* + \bar{\Omega}^2 \bar{R}$, que se denomina gravedad efectiva, resultando finalmente que:

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{g} + \bar{F}f \quad (1.10)$$

La ecuación anterior es la que se conoce como ecuación de movimiento en un sistema de coordenadas rotando, y es una de las ecuaciones base para el desarrollo del modelo.

Establece que la aceleración que sigue el movimiento relativo en el sistema de rotación es igual a la suma de todas las fuerzas consideradas que son:

La fuerza de gradiente de presión, la fuerza de Coriolis, la fuerza de la gravedad efectiva y las fuerzas de fricción.

CAPÍTULO II

LA ECUACION HIDROSTATICA

En una atmósfera donde no existan movimientos verticales, la fuerza de la gravedad debe balancearse exactamente con la componente vertical de la fuerza de gradiente de presión. Esto es, consideremos una parcela de aire bajo estas condiciones, entonces se tendrá que las únicas fuerzas que van actuar sobre ella serán la fuerza de gravedad y la fuerza de gradiente de presión, ambas a lo largo de la vertical y en completo

equilibrio, es decir:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \text{-----(2.1)}$$

A la ecuación (2.1) se le conoce como la Ecuación Hidrostática. Relación que nos proporciona una buena aproximación de la dependencia vertical del campo de la presión en la atmósfera real, situación que solamente se ve afectada en sistemas a pequeña escala como son los tornados, tormentas severas, etc., en donde la aceleración vertical es considerable.

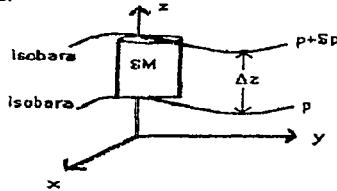
Integrándose la ecuación (2.1) desde una altitud z hasta el limite superior de la atmósfera, resulta:

$$p(z) = \int_z^{\alpha} \rho g dz \text{-----(2.2)}$$

De la relación (2.2) se puede ver que la presión en cualquier punto es nada menos que el peso de la columna de aire de sección transversal unitaria sobre ese punto. Así se tiene que para una altitud $z=0$ se tendrá una presión $P_0=1013.25$ mb, misma que corresponde a la presión al nivel medio del mar y representa el peso promedio por metro cuadrado de una columna de aire desde la superficie hasta el limite superior de la atmósfera.

ECUACION DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad es otra de las relaciones de importancia dentro de la meteorología y expresa la conservación de la MASA de un fluido. Esta ecuación forma parte del conjunto de ecuaciones de gobierno de los movimientos atmosféricos. Para derivarla es posible transformarla al sistema de coordenadas (x, y, p, t) , en donde "p" y "t" son la presión y tiempo respectivamente, esto es una vez establecida en las coordenadas de altitud, pero resulta mas fácil derivarla directamente al hacer las siguientes consideraciones ayudándonos de la fig. (3). Sea pues:



(Fig. 3) Volumen de aire de masa δM dentro de dos superficies de presión constante P y $P-\delta p$ y $\delta A = \delta x \delta y$

La figura 3 nos muestra un cilindro de masa δM y volumen δV , confinado entre dos superficies de presión P y $P-\delta p$, separadas por una distancia Δz .

De donde los cambios de la presión con la altura los podemos escribir como:

$$\frac{(p - \delta p) - p}{\delta z} \approx \frac{\Delta p}{\Delta z}$$

pero:

$$\frac{(p - \delta p) - p}{\delta z} \approx \frac{\delta p}{\delta z}$$

y además se puede hacer que:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} \approx \frac{\delta p}{\delta z}$$

Cuando Δz tiende a cero. Entonces se concluye que:

$$\frac{(p - \delta p) - p}{\delta z} \approx \frac{\delta p}{\delta z} = -\rho g$$

Obteniéndose:

$$\frac{\delta p}{\delta z} = -\rho g \quad \text{ó bien} \quad \frac{\delta p}{\delta z} = \rho g$$

que a la vez se puede escribir como:

$$\delta p = \rho g \delta z \quad \text{-----} \quad (2.3)$$

Por otro lado se sabe que la densidad es igual a masa sobre volumen: $\rho = \frac{m}{v}$

Por lo tanto se tiene que $\rho = \frac{\delta M}{\delta A \delta z} \therefore \delta M = \rho \delta A \delta z$

Sustituyéndose el valor de ρ y δA en (2.3) y despejándose δp , se tiene:

$$\delta p = \frac{\delta M g \delta z}{\delta A \delta z} \Rightarrow \delta p = \frac{\delta M g}{A} \Rightarrow \delta M = \frac{\delta p \delta A}{g} \Rightarrow \frac{\delta x \delta y \delta p}{g} \quad \text{-----} \quad (2.4)$$

Ahora se obtendrá el cambio de δM con respecto del tiempo es decir:

$$\frac{d}{dt} (\delta M) = \frac{d}{dt} (\delta x \delta y \delta p) \quad \text{-----} \quad (2.5)$$

multiplíquese por $\frac{1}{\delta M}$ la relación anterior, se tiene:

$$\frac{1}{\delta M} \frac{d}{dt} (\delta M) = \frac{1}{\delta M} \frac{d}{dt} (\delta x \delta y \delta p)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{g}{(\delta x \delta y \delta p)} \frac{d}{dt} (\delta x \delta y \delta p) \quad \text{-----} \quad (2.6)$$

donde ya se ha sustituido el valor de $\frac{1}{\delta M}$

Trabajándose únicamente con el valor del último término de la ecuación (2.6), esto es:

$$\frac{d}{dt} \frac{(\delta x \delta y \delta p)}{g} = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} (\delta x \delta y \delta p)$$

$$= \frac{1}{\rho} [\delta y \delta p \frac{d(\delta x)}{dt} + \delta x \delta p \frac{d(\delta y)}{dt} + \delta x \delta y \frac{d(\delta p)}{dt}]$$

de donde se sabe que $\frac{dx}{dt} = U$; $\frac{dy}{dt} = v$; $\frac{dp}{dt} = \omega$

en una dirección de velocidad con respecto al tiempo y sustituyéndose, se tiene que:

$$\frac{d}{dt} \frac{(\delta x \delta y \delta p)}{g} = \frac{1}{\rho} [\delta y \delta p \delta u + \delta x \delta p \delta v + \delta x \delta y \delta \omega] \quad \text{-----} \quad (2.7)$$

Sustituyendo el valor de (2.7) en la ecuación (2.6) y considerando que la masa del elemento del fluido se conserva en el transcurso del movimiento, se tiene:

$$\frac{1}{M} \frac{d}{dt} (\delta M) - \frac{g}{(\delta x \delta y \delta p)} = \frac{1}{g} [\delta y \delta p \delta u + \delta x \delta p \delta v + \delta x \delta y \delta \omega] = 0$$

simplificando, se tiene:

$$\frac{1}{\delta M} \frac{d}{dt} (\delta M) = \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta \omega}{\delta p} = 0 \quad (2.8)$$

tomando los límites en (2.6) cuando $\delta x, \delta y, \delta p \rightarrow 0$ resulta

$$\lim_{\delta x, \delta y, \delta p \rightarrow 0} \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta \omega}{\delta p} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.9)$$

$\partial x, \partial y, \partial p \rightarrow 0$

Finalmente se tiene que:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.10)$$

A la ecuación (2.8) se le conoce como la ecuación de CONTINUIDAD en coordenadas isobáricas, de donde $\omega = \frac{d\omega}{dp}$ es el término que representa los movimientos verticales en este sistema. Se puede apreciar que la densidad no aparece, además tampoco se involucra a la derivada de tiempo, siendo esto una ventaja del sistema (x,y,p,t).

LA ECUACION DE LA DIVERGENCIA

La ecuación de la divergencia es una más, de las ecuaciones dinámicas que nos ayuda para realizar un pronóstico del tiempo atmosférico. En esta sección la estableceremos en el sistema (x,y,p,t).

Como se vio en el capítulo 1 se dieron las componentes de la ecuación de movimiento en coordenadas isobáricas dadas como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - fv = (9.80) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} + fu = (9.80) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2.12)$$

derivándose la ecuación (2.11) con respecto a X y a la expresión (2.12) con respecto a Y se tiene:
Para (2.11)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u \partial u}{\partial x \partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v \partial u}{\partial x \partial y} + \omega \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial p} + \frac{\partial \omega \partial u}{\partial x \partial p} - f \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial f}{\partial x} = - (9.80) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2.13)$$

Para (1.2) resulta:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u \partial v}{\partial y \partial x} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial v \partial v}{\partial y \partial y} + \omega \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial p} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} + f \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} = - (9.80) \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \quad (2.14)$$

Sumándose y agrupándose a (2.13) y (2.14), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + u \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + v \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \left[\frac{\partial v}{\partial y} \right]^2 + u \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} - f \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right] = (9.80) \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (2.15)$$

Pero se sabe que:

$$\nabla \cdot v = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = D \quad ; \quad \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{y} \quad \nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \quad ; \quad \text{además } v \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

Tomándose en cuenta lo anterior, la ecuación (2.15) queda:

$$\frac{dD}{dt} + u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} + \omega \frac{\partial D}{\partial p} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right]^2 + u \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} - f \zeta = - (9.80) \nabla_h^2 h \quad (2.16)$$

donde $\nabla_h^2 h$ es el Laplaciano de la altitud geopotencial (h) en la horizontal,

Reagrupándose términos en la relación anterior, se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = -(9.80) \nabla^2 h - u \frac{\partial f}{\partial y} + f_c - D^2 - \frac{\partial v}{\partial p} \cdot \nabla h \omega \quad (2.17)$$

o bien en la forma:

$$\frac{d}{dt} (\nabla \cdot \bar{v}) = (\nabla \cdot \bar{v})^2 - (\nabla \omega) \cdot \frac{\partial v}{\partial p} - \omega \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \cdot \bar{v}) - u \frac{\partial f}{\partial y} + f_c \quad (2.18)$$

Si se considera el geopotencial, se tiene:

$$\frac{d}{dt} (\nabla \cdot \bar{v}) = \nabla^2 \Phi - u \frac{\partial f}{\partial y} + f_c - \omega \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \cdot \bar{v}) - (\nabla \cdot \bar{v})^2 \frac{\partial v}{\partial p} \cdot \nabla \omega \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) es la ecuación de la divergencia, en donde esta se expresa con respecto al tiempo.

ANÁLISIS DE ESCALA DE LA ECUACION DE LA DIVERGENCIA

Para el análisis de escala de la ecuación de la divergencia considérense las ordenes de magnitud de los términos que la componen, tal y como se vera a continuación:

Considerándose las magnitudes caracterfsticas de los sistemas atmosféricos a escala sinóptica, dadas por:

Símbolo	Orden de magnitud	Escala que representa
L	10^6 m	Escala horizontal
f	10^{-4} s^{-1}	Parámetro de Coriolis
ζ	10^{-5} m/s	Vorticidad relativa
$\frac{df}{dy}$	10^{-11} m/s	Parámetro Beta
$\frac{L}{V}$	10^3 m/s	Escala de tiempo
δp	10^3 m	Fructuaciones de presión en la vertical
Φ	$10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	Geopotencial
$D \frac{U}{L}$	10^{-3} s^{-1}	Divergencia horizontal
ω	10^{-4}	Parámetro Omega

Además:

$$\Delta x \sim \Delta y \sim L; u \sim v \sim V; D^2 \sim 10^{-10}; (\nabla \cdot v) = D \sim \frac{U}{L}$$

Sustituyéndose las ordenes de magnitud en la ecuación (1.9) se tiene:

$$10^{-10} - 10^{-9} - 10^{-10} - 10^{-9} - 10^{-12} - 10^{-10} - 10^{-12}$$

de donde se aprecia que los únicos términos que pueden tomarse en cuenta son los correspondientes al Laplaciano del geopotencial y al producto del parámetro de Coriolis con la vorticidad relativa. Por lo que, se tiene la aproximación siguiente:

$$\nabla^2 \Phi = f \zeta$$

Relación conocida como la ecuación de la divergencia aproximada, que junto con la ecuación de la vorticidad nos servirán para poder llevar a cabo los pronósticos de trayectorias. Esta ecuación relaciona dos funciones escalares, que son el geopotencial y la componente vertical de la vorticidad relativa.

Para enfatizar la importancia de la divergencia en seguida se darán los principales puntos en donde interviene;

Estos son:

- a) La divergencia gobierna los cambios locales de la presión.
- b) La velocidad vertical esta relacionada con el campo de la divergencia por medio de la ecuación de continuidad.
- c) La divergencia mide los cambios de la vorticidad absoluta.
- d) La divergencia gobierna los cambios de la estabilidad atmosférica.

CAPITULO III

VORTICIDAD

Como se ha visto con cierto detalle una de las principales ecuaciones de la meteorología dinámica, fue la ecuación de movimiento, considerada como uno de los puntos de partida para todo trabajo meteorológico. Ahora nuestra atención se encuentra en otra ecuación no menos importante, está es llamada ecuación de la VORTICIDAD.

Relación que nos dará información acerca de la rotación que sufre un fluido atmosférico.

Hay dos formas de definir la vorticidad:

1. Una se obtiene al tomar el rotacional de la velocidad, es decir: $\nabla \times \bar{U}$
2. La otra de la definición se logra cuando la circulación es dividida entre el área que encierra el contorno en donde tiene lugar la circulación. Esto es: $\zeta = \frac{C}{A}$

Donde ζ es la vorticidad relativa; C es la circulación y A es el área encerrada por el contorno en donde tiene lugar la circulación.

Es conveniente aclarar que la componente vertical de la vorticidad será la que se tome en cuenta en todos los cálculos, dado que la componente horizontal es muy pequeña y por lo tanto despreciable. (Holton 1976)

A esta componente en la vertical se le asignará la letra griega ζ denominándola vorticidad relativa. Esta consideración se reafirmará cuando más adelante se haga el análisis de la escala a la ecuación de la vorticidad.

La vorticidad definida como el rotacional de \bar{U} nos dará una medida microscópica de la rotación que sufre un fluido. Esta es una cantidad vectorial y proporciona una medida macroscópica de la rotación al considerar una área finita del fluido.

Ahora se obtendrá la rotación que sufre un fluido a escala microscópica calculando su vorticidad relativa por medio del rotacional de la velocidad, es decir.

La representación matemática de ζ la podemos obtener al aplicar el operador ∇ vectorialmente sobre \bar{U} . Es decir:

$$\nabla \times \bar{U} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{bmatrix} = \hat{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \hat{j} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

de donde:

$$\nabla \times \bar{U} = \hat{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \hat{j} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.1)$$

Como la componente de interés es la vertical, se tiene:

$$\zeta = \hat{k} \cdot \nabla \times \bar{u} = \hat{k} \cdot \hat{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

y por lo tanto:

$$\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.2)$$

Por otro lado, la vorticidad absoluta es la suma de la vorticidad relativa más la vorticidad de la tierra.

Si designamos a la vorticidad de la tierra como f (parámetro de Coriolis) y a η como la vorticidad absoluta se tiene:

$$\eta = \zeta + f \quad (3.3)$$

Atendiéndose la relación (3.2) se puede escribir a la expresión (3.3) como sigue:

$$\eta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + f$$

A la componente vertical de la vorticidad ζ se le llama relativa porque mide el giro del aire respecto a la tierra. Esta cantidad escalar que cuando es positiva implicara una circulación ciclónica. En sentido contrario a las manecillas del reloj cuando sea negativa, la circulación será anticiclónica.

LA ECUACION DE LA VORTICIDAD EN COORDENADAS ISOBARICAS

La ecuación de la vorticidad se puede obtener a partir de las aproximaciones de las componentes en la horizontal de la ecuación de movimiento dadas en el capítulo 1 pero expresadas en el sistema (x,y,p,t). Esto es:

Para U

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_p - fv \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - fv = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.4)$$

Para V

$$\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_p + fu \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} + fu = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.5)$$

Para ω

Es la ecuación hidrostática $\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_p \Rightarrow -\frac{\partial p}{\partial y}$

Planteándose las ecuaciones anteriores de nuevo y utilizándose su valor de la gravedad por (9.80 m/s²) y expresándose la variación de la presión con respecto a la altura como $\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_p$ que representa la variación de la altura a presión constante, teniéndose

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - fv \right|_p = -(9.80) \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_p$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} + fu \right|_p = -(9.80) \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_p$$

Entonces para obtener la ecuación de la vorticidad vertical $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ se deriva a la ecuación (3.4) respecto a "Y." y a la (3.5) respecto a "X".

Para la ecuación (3.4)

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \omega \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial y} fv \right|_p = \left. \frac{\partial}{\partial y} (-9.80) \frac{\partial h}{\partial x} \right|_p$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v \partial u}{\partial y \partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial y \partial p} + \frac{\partial \omega \partial u}{\partial y \partial p} - f \frac{\partial v}{\partial y} - v \frac{\partial f}{\partial y} \right|_p = (-9.80) \left. \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} \right|_p \quad (3.6)$$

Para la ecuación (3.5)

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \omega \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial x} f u = \frac{\partial}{\partial x} (-9.80) \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u \partial v}{\partial x \partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v \partial v}{\partial x \partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial x \partial p} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} + f \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial x} = (-9.80) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_p \quad (3.7)$$

Restando la ecuación (3.7) a la expresión (3.6) miembro a miembro se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial x \partial y} - u \frac{\partial u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u \partial v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u \partial u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial v}{\partial x \partial y} - v \frac{\partial u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v \partial v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial v \partial u}{\partial y \partial x} + \omega \frac{\partial v}{\partial x \partial p} - \omega \frac{\partial u}{\partial x \partial p} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} \\ & - \frac{\partial \omega \partial u}{\partial y \partial p} + f \frac{\partial u}{\partial y} - f \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = (9.80) \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_p \quad (3.8) \end{aligned}$$

Factorizando para obtener $(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y})$, resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} \\ & - \frac{\partial \omega \partial u}{\partial y \partial p} + f \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} = (9.80) \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_p - u \frac{\partial f}{\partial x} \quad (3.9) \end{aligned}$$

Sustituyéndose el valor de la vorticidad relativa, se tiene:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \zeta + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} - \frac{\partial \omega \partial u}{\partial y \partial p} + f \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} = (9.80) \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_p - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_p - u \frac{\partial f}{\partial x}$$

Factorizándose algunos términos de la expresión (3.9) y reagrupando otros, se obtiene:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + (\zeta + f) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \frac{\partial \omega \partial v}{\partial x \partial p} - \frac{\partial \omega \partial u}{\partial y \partial p} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

De la relación anterior se puede concluir que:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + U_h \cdot \nabla \zeta + f + \zeta + f \cdot \nabla \cdot U_h + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \hat{k} \cdot \omega \times \frac{\partial U_h}{\partial p} = 0 \quad (3.10)$$

donde U_h es la velocidad horizontal y el operador ∇ es tomado a presión constante.

La ecuación (3.10) es la conocida como la ecuación de la vorticidad en coordenadas isobáricas (x,y,p,t).

Analizándose los términos que componen la ecuación de la vorticidad, se concluye que los cambios locales de la vorticidad relativa $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ son debido a:

1 Cambios en la advección de la vorticidad absoluta (empuje del movimiento circular) involucrados en el término:

$$U_h \cdot \nabla (\zeta + f)$$

2 Variaciones debidas a la convección de la vorticidad relativa dadas por el término:

$$\omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}$$

3 Cambios de la vorticidad debidos a la divergencia horizontal, representados por la cantidad:

$$(\zeta + f) \nabla \cdot U_h$$

4 Y a variaciones en la vorticidad debidos a la inclinación ó deformación medidos por el término:

$$\frac{\partial u \partial \omega}{\partial p \partial y} - \frac{\partial v \partial \omega}{\partial p \partial x} \quad \text{ó en forma vectorial} \quad \hat{k} \cdot \nabla \omega \times \frac{\partial U_h}{\partial p}$$

LA VORTICIDAD CUASI-GEOSTRÓFICA

El término vorticidad cuasi-geostrófica se le asigna a la vorticidad relativa cuando esta es calculada considerando que el viento horizontal es igual al viento geostrófico, es decir:

$$U = U_g \Rightarrow \zeta = \zeta_g$$

donde V_g y ζ_g son el viento y la vorticidad geostrófica respectivamente; Recordando la ecuación de la vorticidad en coordenadas isobáricas, vemos que esta es dada como:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla (\zeta + f) + (\zeta + f) \nabla \cdot \mathbf{u} + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \hat{k} \cdot \omega \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p} = 0 \quad (3.11)$$

bien:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \underbrace{\mathbf{u} \cdot \nabla (\zeta + f)}_1 - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} - \underbrace{(\zeta + f) \nabla \cdot \mathbf{u}}_3 + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{u} \cdot \omega}{\partial p \partial y}}_4 - \underbrace{\frac{\partial \mathbf{v} \cdot \omega}{\partial p \partial x}}_4 \quad (3.12)$$

Si a la ecuación anterior le aplicamos las consideraciones de análisis tenemos que:

- a) Despreciamos la advección vertical de la vorticidad dada como el término numero(2) debido a que la advección vertical no es significativa en el transporte de movimiento.
- b) En el término (3), correspondiente a la generación de la vorticidad por la divergencia se desprecia a ζ ; comparada con f , debido a que la escala de latitudes medias, la vorticidad relativa es más pequeña comparada con la vorticidad de la tierra.
- c) La generación de la vorticidad por inclinación, término (4), también se desprecia cuando se gráfica el eje (fig. 4), esta inclinación no afecta porque el orden es menor.
- d) Finalmente el viento real se considera como si fuera geostrófico esto es $U = V_g$ y además $\zeta = \zeta_g$. Todo esto en el término de Advección (1). Entonces la ec. (3.12) queda como:

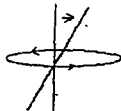


Fig. (4)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = v_g \cdot \nabla (\zeta + f) - f \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (3.13)$$

Si hacemos $\eta_g = (\zeta_g + f)$, como la vorticidad absoluta geostrófica, tenemos:

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -v_g \cdot \nabla \eta_g - f \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (3.14)$$

donde ∇h es el operador nabla en la horizontal (No confundirse con la altitud geopotencial que también se identifica con h) y $\nabla_g = k \times (2.80) \nabla p/h$ con $\nabla p/h$ el gradiente de altitud geopotencial tomado a presión constante.

A la ecuación (3.14) podemos hacerle una simplificación más al desarrollar en serie de Taylor el parámetro de Coriolis, esto es:

$$f = f_0 + \left. \frac{df}{dy} \right|_{\phi_0} y + (\text{términos de orden mayor})$$

$$\text{sea } B = \left. \frac{df}{dy} \right|_{\phi_0} \quad \text{con } y = 0 \text{ en } \phi^*$$

Luego entonces:

$$f = f_0 + B y + (\text{Termino de orden mayor}) \text{-----} (3.15)$$

Ahora, si tomamos a L como la variación espacial latitudinal, entonces la razón de los dos primeros términos de la expresión de f será:

$$\begin{aligned} \frac{B y}{f_0} &\approx \frac{B L}{f_0} = L \frac{\frac{\partial}{\partial y} (2\Omega \sin\phi)}{2\Omega \sin\phi} \\ &= \frac{L a \frac{\partial}{\partial \phi} (\sin\phi) \phi_0}{\sin\phi} \\ &= \frac{L \cos\phi_0}{a \sin\phi_0} \end{aligned}$$

Donde "a" es el radio de la tierra.

De la aproximación anterior podemos ver que $\frac{L}{a} < 1$, es decir, el radio de la tierra comparado con la escala de movimiento latitudinales es mucho mas grande, situación que nos permite considerar al parámetro de Coriolis como constante para movimientos donde la escala espacial sea menor que el radio de la tierra. En el término de advección $\nabla \frac{\partial f}{\partial y} = \nabla B$, no se lleva a cabo la aproximación, ya que B se toma como constante.

A la relación (3.15) se le conoce como la Aproximación Beta-Plano. (o plano-beta).

Entonces como $f = f_0$, se tiene en la ecuación (3.14) que

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\bar{v}_g \cdot \nabla \eta_g - f_0 \bar{v} \cdot \bar{v} \text{-----} (3.16)$$

Ecuación conocida como de la vorticidad cuasi-geostrófica donde:

$$\bar{v}g = \hat{k} \times \left(\frac{2.80}{f_0} \right) \nabla h \quad (3.17)$$

y

$$\zeta_g = \frac{\partial \bar{v}g}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}g}{\partial y} \quad (3.18)$$

Calculemos el valor de (3.17) sea:

$$\begin{aligned} \bar{v}g &= \left(\frac{2.80}{f_0} \right) \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} = \hat{i} (0 - \frac{\partial h}{\partial y}) - \hat{j} (0 - \frac{\partial h}{\partial x}) \left(\frac{2.80}{f_0} \right) = \frac{2.80}{f_0} \left[\hat{i} \frac{\partial h}{\partial y} + \hat{j} \frac{\partial h}{\partial x} \right] \\ &= \frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial y} \hat{i} + \frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial x} \hat{j} = -\bar{u}g + \bar{v}g \end{aligned}$$

Esto es:

$$\bar{u}g = -\frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial y} \hat{i} = \quad (3.19)$$

$$\bar{v}g = \frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial x} \hat{j} = \quad (3.20)$$

Evaluando ζ_g , se tiene:

$$\begin{aligned} \zeta_g &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{2.80}{f_0} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ &= \frac{2.80}{f_0} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{2.80}{f_0} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \\ &= \frac{2.80}{f_0} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

de donde:

$$\zeta_g = \frac{2.80}{f_0} \nabla^2 h \quad (3.21)$$

o en función del geopotencial:

$$\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi \quad (3.22)$$

Atendiendo ahora a la ecuación de continuidad en coordenadas isobáricas:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

o bien

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = - \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (3.23)$$

Sustituyendo la ec. (3.23) en (3.16), se tiene:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \mathbf{v}g \cdot \nabla \eta_g + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (3.24)$$

La ecuación (3.24) es otra forma de la ecuación de la Vorticidad Cuasi-geostrófica que permite diagnosticar el campo de ω , dado que Φ y $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ son conocidas.

CAPITULO IV ECUACION DE LA ENERGIA

Esta ecuación nos permitirá tomar en cuenta la advección de temperatura, mecanismos de suma importancia en el desarrollo de los sistemas tropicales dentro de una atmósfera baroclínica. (Es una atmósfera en la cual la densidad del aire esta en función a la presión y la temperatura).

El primer principio de la Termodinámica establece que:

“El cambio de Energía Interna de un sistema es igual a la diferencia entre el calor adicionado al sistema y el trabajo hecho por él”. Lo anterior se puede expresar como:

$$du = \delta Q - \delta W \text{ -----(4.1)}$$

Donde u es la energía Interna del sistema, Q el calor extraído y W el trabajo desarrollado por el sistema o sobre el. El símbolo diferencial indica que no se trata de una diferencial exacta.

Ahora, considérese a $u = u(T, \alpha)$ entonces:

$$du = \frac{\partial u}{\partial T} dt + \frac{\partial u}{\partial \alpha} d\alpha \text{ -----(4.2)}$$

En relación anterior T es la temperatura y α es el volumen específico. Tomándose un proceso a volumen constante (4.2) se convierte en:

$$du = \frac{\partial u}{\partial T} dT \text{ -----(4.3)}$$

La cantidad de trabajo δW la podemos escribir como la relación del producto de la presión por el volumen específico.

$$\delta = p d\alpha \text{ -----(4.4)}$$

Sustituyéndose las expresiones (4.3) y (4.4) en la ecuación (4.1) tenemos:

$$\frac{\partial u}{\partial T} dT = \delta Q - p d\alpha$$

$$\delta Q = \frac{\partial u}{\partial T} dT + p d\alpha \text{ -----(4.5)}$$

Pero $\frac{\partial u}{\partial T} = C_v$, que es la capacidad calorífica a volumen constante. Entonces (4.5) queda como:

$$\delta Q = C_v dT + p d\alpha \text{ -----(4.6)}$$

Sabiéndose que la capacidad calorífica a volumen constante es igual al calor específico a presión constante menos la constante universal de los gases ideales, lo anterior se expresa:

$C_v = C_p - R$ y se tiene en (4.6) que:

$$\frac{\delta}{Q} = (C_p - R) dT + p d\alpha = C_p dT - R dT p d\alpha = C_p dT + (p d\alpha - R dT)$$

de donde:

$$\frac{\delta}{Q} = C_p dT + (p d\alpha - R dT) \text{-----(4.7)}$$

De la ecuación de estado $p\alpha = RT$, diferenciándola, se tiene;

$$p d\alpha + \alpha dp = R dT$$

o bien:

$$p d\alpha - R dT = -\alpha dp \text{-----(4.8)}$$

Sustituyéndose la ecuación (4.8) en la expresión (4.7) nos queda:

$$\frac{\delta}{Q} = C_p dT + (-\alpha dp) \text{-----(4.9)}$$

dividiéndose entre T la ecuación (4.9) se tiene:

$$\frac{\delta}{Q} = C_p \frac{dT}{T} - \frac{\alpha}{T} dp$$

Pero $\frac{\delta Q}{T}$ es la Entropía del Sistema (Entropía es la cantidad de energía que no se utiliza en la transformación de un estado a otro que denominamos por la letra "S", que para nuestro caso se trata del cambio de la Entropía, es decir "ds." Por otro lado se tiene que $\frac{\alpha}{T} = \frac{R}{P}$, entonces:

Dividiendo entre dt la relación (4.10) resulta:

$$\frac{ds}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} - R \frac{d(\ln p)}{dt} \text{-----(4.11)}$$

Se expresan $\ln T$ y $\ln p$ porque se comportan logarítmicamente al ascender o descender en la atmósfera:

Si se considera que el fluido es adiabático (Propiedad de no intercambiar calor con el medio que lo rodea) esto es:

$S = \text{constante}$, se tiene:

$$C_p \frac{d(\ln T)}{dt} = R \frac{d(\ln P)}{dt} = 0 \quad (4.12)$$

De donde se obtiene:

$$C_p \frac{d(\ln T)}{dt} = R \frac{d(\ln P)}{dt}$$

Integrándose la relación (4.12), el primer miembro desde una temperatura θ a una temperatura T , y en el segundo miembro desde una presión de 1000 mb hasta otra "p", resulta:

$$C_p \int_{\theta}^T \frac{d(\ln T)}{dt} = R \int_{1000}^p \frac{d(\ln P)}{dt}$$

de donde

$$C_p \ln \frac{T}{\theta} = R \ln \frac{p}{1000} \quad (4.13)$$

Despejándose a la temperatura potencial (θ), se tendrá:

$$C_p \ln \frac{T}{\theta} = R \ln \frac{p}{1000}$$

$$\ln \frac{T}{\theta} = \frac{R}{C_p} \ln \frac{p}{1000}$$

Multiplicándose por "e" para eliminar los logaritmos, se tiene:

$$\frac{T}{\theta} = \exp \left[\frac{R}{C_p} \ln \frac{p}{1000} \right] \Rightarrow T = \exp \left[\ln \left[\frac{p}{1000} \right]^{R/C_p} \right]$$

$$\left[\frac{p}{1000} \right]^{R/C_p} = \frac{T}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{T}{\left[\frac{p}{1000} \right]^{R/C_p}} \Rightarrow \theta = T \frac{1000^{R/C_p}}{p^{R/C_p}} \Rightarrow T \left[\frac{1000}{p} \right]^{R/C_p} \quad (4.14)$$

Tomándose logaritmos en cada miembro de (4.14), se obtiene:

$$\theta = T \frac{1000}{p}^{R/C_p}$$

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{C_p} \ln 1000 - \frac{R}{C_p} \ln (1000)$$

Multiplicándose por C_p , se tiene:

$$C_p \ln \theta = C_p \ln T - R \ln p + R \ln (1000) \quad (4.15)$$

Derivándose respecto al tiempo la ecuación (4.15)

$$C_p \frac{d}{dt} \ln \theta = C_p \frac{d}{dt} \ln T - R \frac{d}{dt} \ln p + R \frac{d}{dt} \ln (1000)$$

$$C_p \frac{d}{dt} \ln \theta = C_p \frac{d}{dt} \ln T - R \frac{d}{dt} \ln p + 0 \quad (4.16)$$

Comparándose las ecuaciones (4.12) y (4.16) se concluye que:

$$(4.12) \quad \frac{ds}{dt} = C_p \frac{d(\ln T)}{dt} - R \frac{d(\ln p)}{dt}$$

$$(4.16) \quad C_p \frac{d}{dt} \ln \theta = C_p \frac{d}{dt} \ln T - R \frac{d}{dt} \ln p$$

$$C_p \frac{d}{dt} \ln \theta = \frac{ds}{dt} \quad (4.17)$$

La ecuación (4.17) es conocida como la ecuación de Energía Termodinámica, pero en esa forma no podemos obtener gran provecho de ella al aplicarla a problemas meteorológicos, en virtud de que las variables que contiene son difíciles de medir. Para salvar este problema se verá en la siguiente sección la forma de establecerla en función del geopotencial, ayudándonos de la definición de Temperatura Potencial (es aquella temperatura que puede adquirir una partícula llevada adiabáticamente al nivel de 1000mb).

LA ECUACION DE LA ENERGIA TERMODINAMICA EN FUNCION DE GEOPOTENCIAL

Partiendo de la definición de Temperatura Potencial, ecuación (4.14) se tiene:

$$\frac{T}{\theta} = \left[\frac{p}{1000} \right]^{\frac{R}{C_p}}$$

Tomándose logaritmos, resulta:

$$\ln T - \ln \theta = \frac{R}{C_p} \ln p - \frac{R}{C_p} \ln 1000 \quad (4.18)$$

Pero de la Ecuación de Estado de Gases Ideales: $p \alpha = RT$ ó $T = \frac{p \alpha}{R}$

al tomarle logaritmos, se convierte en:

$$\ln T = \ln p + \ln \alpha - \ln R \quad (4.19)$$

Sustituyendo la ecuación (4.19) en la expresión (4.18)

$$\ln p + \ln \alpha - \ln R - \ln \theta = \frac{R}{C_p} \ln p - \frac{R}{C_p} \ln 1000$$

De donde:

$$-\ln \theta = \frac{R}{C_p} \ln p - \ln p - \ln \alpha + \text{Constante} \quad (4.20)$$

Con la constante dada como:

$$\ln R - \frac{R}{C_p} \ln 1000 = \text{Constante} \quad (4.21)$$

Entonces, reduciendo términos en (4.20):

$$\ln \theta = \ln \alpha - \frac{R}{C_p} - 1 \ln p + \text{Constante}$$

Regresando a la ecuación de la energía (4.17) y desarrollando la derivada $\frac{d}{dt} \ln \theta$ en el sistema de coordenadas (x,y,p,t) y recordándose que

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial p}$$

se tiene:

$$C_p \left[\frac{\partial}{\partial t} \ln \theta + u \frac{\partial}{\partial x} \ln \theta + v \frac{\partial}{\partial y} \ln \theta + w \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta \right] = \frac{ds}{dt}$$

pero como :

$$\frac{\partial}{\partial x} \ln \theta \approx \frac{\partial}{\partial x} \ln \alpha \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta \approx \frac{\partial}{\partial p} \ln \alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \ln \theta \approx \frac{\partial}{\partial y} \ln \alpha \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \ln \theta \approx \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha$$

Dado que los cambios logarítmicos de θ y α son prácticamente iguales. Entonces:

$$C_p \left[\frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + u \frac{\partial}{\partial x} \ln \alpha + v \frac{\partial}{\partial y} \ln \alpha + w \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta \right] = \frac{ds}{dt}$$

notamos que $w \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta$ no los sustituimos debido a que este valor nos da en el análisis de altura geopotencial. $\frac{\partial}{\partial p}$ en los sondeos atmosféricos y es más conveniente trabajarlo así que si fuera volumen (α).

pero $d(\ln \alpha) = \frac{d\alpha}{\alpha}$, luego entonces:

$$C_p \left[\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\alpha \partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\alpha \partial y} + \frac{w}{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial p} \right] = \frac{ds}{dt} \text{-----(4.22)}$$

y multiplicándose por $\left(\frac{1}{C_p} \right)$ se tiene:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\alpha \partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\alpha \partial y} + \frac{w}{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{1}{C_p} \frac{ds}{dt}$$

y luego se multiplica por (α) , teniéndose:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{w\alpha}{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{\alpha}{C_p} \frac{ds}{dt}$$

Si se designa a $\sigma = \frac{\alpha}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial p}$ y como el parámetro de estabilidad estática.

Entonces:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \sigma \alpha = \frac{\alpha}{C_p} \frac{ds}{dt} \quad (4.23)$$

De la definición de geopotencial y la ecuación hidrostática, se tiene:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial p} = \alpha \quad (4.24)$$

Sustituyéndose este resultado en (4.23), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + u \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + v \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] - \sigma \alpha = -\frac{1}{C_p} \frac{\partial \Phi}{\partial p} \frac{ds}{dt} \quad (4.25)$$

Relación que es conocida como la ecuación de la energía termodinámica en función del geopotencial.

Se hace notar que el parámetro de estabilidad estática $\frac{\partial \Phi}{\partial p}$ nos da información acerca de la estabilidad atmosférica, esto es:

- Si $\frac{\partial \Phi}{\partial p} < 0 \Rightarrow \sigma > 0$ y se tiene una atmósfera estable.
- Si $\frac{\partial \Phi}{\partial p} > 0 \Rightarrow \sigma < 0$ teniéndose una atmósfera inestable.
- Si $\frac{\partial \Phi}{\partial p} = 0 \Rightarrow \sigma = 0$ nos encontramos con una atmósfera neutra.

La atmósfera en períodos cortos se puede tomar como adiabática, de tal forma que un flujo no adiabático se puede considerar dentro de un orden de magnitud más pequeño que el resto de los demás términos. Así, para el caso de la energía, ecuación (4.25), el término $\frac{ds}{dt}$ puede ser despreciado. Por otro

lado si se considera que el viento horizontal se aproxima al viento geostrofico con componentes siguientes:

$$U_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$V_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

De donde

- U_g Componente U del viento geostrófico
- V_g Componente V del viento geostrófico
- f Parametro de Coriolis
- $\frac{\partial h}{\partial x}$ La variación de la altura respecto a X
- $\frac{\partial h}{\partial y}$ La variación de la altura respecto a Y
- $\frac{\partial h}{\partial x}$ La variación de la geopotencial respecto a X
- $\frac{\partial h}{\partial y}$ La variación de la geopotencial respecto a Y

Esto es expresado en forma vectorial:

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_g = \hat{k} \times \frac{\nabla \Phi}{f} = \hat{k} \times \frac{9.80}{f} \nabla \phi$$

De donde

- \bar{U} Velocidad horizontal
- \bar{V}_g Velocidad geostrófica
- \hat{k} Vector Unitario a lo largo del eje cartesiano Z
- $\nabla \phi$ Gradiente geopotencial
- ∇p Gradiente de presión
- h Altura
- f Parámetro de Coriolis.

Entonces, la ecuación (4.25) se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + U_g \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + V_g \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] - \sigma \alpha = 0 \text{-----(4.26)}$$

Pero se sabe que la relación de la velocidad geostrófica horizontal (V_g) multiplicándose por el gradiente geopotencial de presión se expresa:

$$v_g \cdot \nabla \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] = u_g \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + v \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] \quad (4.27)$$

Reduciéndose la ecuación (4.27) a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] + v_g \cdot \nabla \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right] - \sigma \omega = 0 \quad (4.28)$$

Que es la ecuación de la energía termodinámica en el sistema de coordenadas isobárico.

Si se trabaja sobre una superficie de presión constante, podemos hacer que:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial p} = \alpha = RT = \text{Constante} \quad (4.29)$$

Por lo que $\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right]$ es proporcional a la temperatura, siendo la ecuación (4.27) una indicación de los

cambios de temperatura que tienen lugar entre las superficies de presión. Esto es, la temperatura está en función del espesor de la capa.

La interpretación física de la ecuación de la energía termodinámica se puede hacer analizándose cada uno de sus términos de la siguiente manera:

- El término $\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right]$, es la variación local de la temperatura sobre una superficie isobárica.
- La cantidad $v_g \cdot \nabla \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right]$, es la advección horizontal de la temperatura debida al viento geostrofico.
- Y finalmente el término $\sigma \omega$ es la cantidad que indica el calentamiento o enfriamiento adiabático que sufre la atmósfera cuando las parcelas de aire cambian de temperatura al ascender ó descender por expansión o compresión.

La ecuación (4.27) junto con la vorticidad (3.1) nos van a ser muy útiles para poder realizar los pronósticos del tiempo, ya que ambas están en función de Φ y ω , formando un sistema de ecuaciones simultáneas que es posible resolver.

CAPITULO V

EL MODELO BAROCLINICO

Una atmósfera baroclínica es aquella en donde la densidad del aire depende de la presión y la temperatura, es decir $\rho = \rho(P, T)$.

En este tipo de atmósfera, la advección de la temperatura juega un papel importante en el desarrollo de los sistemas a gran escala, cosa que no ocurre en una atmósfera barotrópica dado que la densidad depende solamente de la presión $\rho = \rho(P)$.

La baroclinicidad de la atmósfera, nos va a proporcionar una idea en un momento dado de la energía que tienen los sistemas tropicales y en general cualquier tipo de sistema atmosférico.

En la práctica este fenómeno se puede detectar observando las cartas de presión constante y viendo que tanto cruzamiento existe entre las isohépsas e isotermas (isohépsas líneas que unen igual nivel presión y las isotermas líneas que unen igual temperatura).

Otra forma de ver la baroclinicidad es medir el desfazamiento que exista entre las vaguadas (es la elongación de una baja presión) isohépticas e isotérmicas, de tal manera que entre mas desfazamiento exista, mas energía tendrá el sistema, tal y como se muestra en la fig. (5)

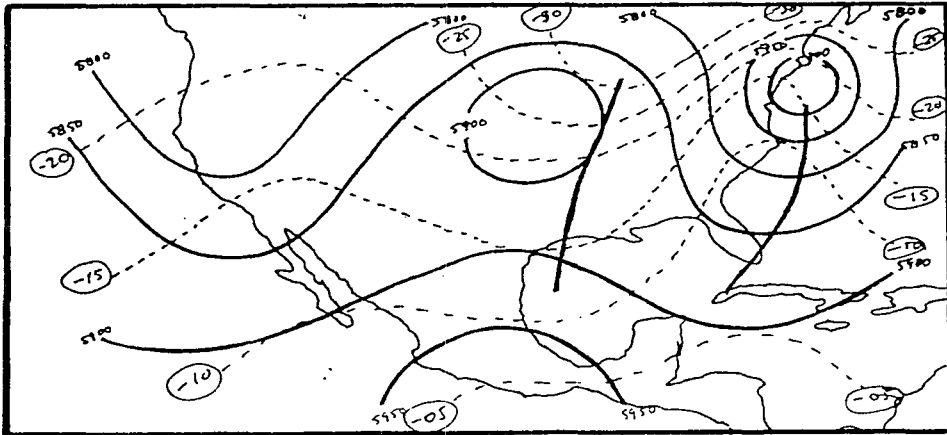


Fig. (5) . Campo isohéptico e isotérmico a 500 mb mostrando gran baroclinicidad.
Donde las líneas punteadas representan las isotermas y las líneas continuas las isohépsas.

Como se podrá observar las situaciones a gran escala se rigen por procesos que involucran la baroclinicidad, es por eso que el presente trabajo se basa en el Modelo Baroclínico y resulta interesante aplicarlo y observar que trayectoria toman los sistemas tropicales.

La denominación de este modelo también se conoce como Modelo Baroclínico de Dos Parámetros (cuatro capas).

Ya que considera el 1er. espesor entre 1000 y 750 mb, y el 2º. entre 750 y 500, la 3ª. capa entre 500 y 250 y la 4ª. de 250 a 0 mb., tal y como se muestra en la figura (6).

De acuerdo a la fig. 6 se tiene que la atmósfera se ha subdividido en incrementos de 250 mb, asignándole a cada nivel un número, esto es: el nivel de 1000 será el nivel 4; el nivel de 750 mb se le asigna el 3; al nivel de 500 mb le damos el número 2; al nivel de 250 mb le corresponda el número 1, y al nivel 0 mb le daremos el número 0.

Así, para los valores de la componente vertical del viento en coordenadas isobáricas ($\frac{\partial p}{\partial t}$) denominada como ω y la función del flujo ψ .

Las ecuaciones que se aplicarán en estos niveles son: la de la vorticidad en los niveles de 250 mb y 750 mb y la de la energía en el nivel de 500 mb, teniendo con esto un sistema de ecuaciones simultáneas que nos permitirán calcular a futuro los campos de la función del flujo (ψ), el geopotencial (Φ), el campo de viento, la vorticidad, el campo de las temperaturas, etc., además de predecir la trayectoria de sistemas tropicales.

mb	Nivel
0 _____ $\omega_0 = 0$ _____	0
250 _____ $\omega_1 = \psi_1$ _____	1
500 _____ $\omega_2 = \psi_2$ _____	2
750 _____ $\omega_3 = \psi_3$ _____	3
1000 _____ $\omega_4 = \psi_4$ _____	4

Fig. (6) Distribución de los niveles de presión en un modelo baroclínico y su nomenclatura.

Recordándose que las condiciones matemáticas necesarias para resolver el problema son las condiciones a la frontera: en la vertical para este modelo se considera que en los niveles 4, 0 la velocidad vertical se anula, es decir: $\omega_0 = \omega_4 = 0$

Aplicáse entonces la ecuación de la vorticidad a los niveles 1 y 3, esta es

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -k \times \nabla \psi \cdot \nabla (\nabla^2 \psi + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (5.1)$$

Para el nivel 1, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 = -k \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \frac{f_0 \omega_2 - \omega_0}{2\Delta p} \quad (5.2)$$

Esto es recordando la definición de derivada.

Recordando que la presión atmosférica aumenta de arriba hacia abajo, ver fig. (7)

La atmósfera en capa

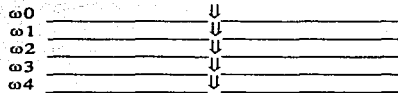


Fig. (7)

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f_2 - f_1}{\Delta x}$$

Para el nivel 3, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 = -k \times \nabla \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) - \frac{f_0 \omega_4 - \omega_2}{2\Delta p} \quad (5.3)$$

Tomándose en cuenta las condiciones a la frontera para los valores ω y haciéndose que $2\Delta p = 500 \text{ mb} = \Delta p$, se tiene

Para (5.2)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 = -k \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \frac{f_0 \omega_2}{\Delta p} \quad (5.4)$$

Para (5.3)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 = -k \times \nabla \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) + \frac{f_0 \omega_2}{\Delta p} \quad (5.5)$$

Teniéndose en cuenta que se tiene dos ecuaciones en las cuales existen 3 incógnitas (ω , ψ_1 , ψ_2) es necesario eliminar una incógnita por lo que se suman las ecuaciones (5.4) y (5.5) y resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 + \psi_3) = (-k \times \nabla \psi_1) \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) - (k \times \nabla \psi_3) \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) \quad (5.6)$$

Desarrollándose los términos de la ecuación (5.6), se tiene que:

$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y}$ y se considera así porque el elemento $\hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$ no es significativo:

$$\nabla \psi_1 = \hat{i} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \psi_1}{\partial y} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \hat{j}$$

$$-\hat{k} \times \nabla \psi_1 = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial x} & \frac{\partial \psi_1}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} = \hat{i} (0 + \frac{\partial \psi_1}{\partial y}) - \hat{j} (0 + \frac{\partial \psi_1}{\partial x}) + \hat{k} (0 + 0)$$

$$= -\frac{\partial \psi_1}{\partial y} \hat{i} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \hat{j}$$

$$(-\hat{k} \times \nabla \psi_1) \cdot \nabla = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \hat{i} \cdot \nabla - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \hat{j} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \psi_1}{\partial x}$$

$$(-\hat{k} \times \nabla \psi_1) \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi_1 + f) - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi_1 + f)$$

$$= J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1)$$

Donde el Jacobiano representa una advección aplicado a la vorticidad.

Similarmente se tendrá para:

$$(-\hat{k} \times \nabla \psi_3) \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) = J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3)$$

Sustituyéndose las relaciones anteriores en (5.6), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 + \psi_3) = J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3)$$

$$= J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3) + J(f, \psi_1) + J(f, \psi_3)$$

ó bien:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 + \psi_3) = J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi_3}{\partial x}$$

relación que también se puede escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 + \psi_3) = J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} (\psi_1 + \psi_3) \quad (5.7)$$

Si hacemos $A = \psi_1 + \psi_3$, tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 A = J(\nabla^2 \psi_1 + f, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3 + f, \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial x} \quad (5.8)$$

De la ecuación anterior vemos que los términos del lado derecho pueden ser calculados para cada punto de la malla, por lo que podemos asegurar que darán como resultado alguna función de x y y que denominaremos $F1(x,y)$. Entonces:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 A = F1(x,y) \text{-----}(5.9)$$

Para resolver la ecuación (5.9) utilizaremos el método de Relajación de Gauss-Seidel.

Esto lo haremos en el siguiente capítulo VI.

Apliquemos ahora la ecuación de la energía termodinámica al nivel de 500 mb. Esta ecuación es:

$$\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial p} + \text{vg} \cdot \nabla - \frac{\partial \Phi}{\partial p} - \sigma \omega = 0 \text{-----}(5.10)$$

Donde

$$\text{vg} = \hat{k} \times \nabla \psi$$

Atendiendo la ecuación de la divergencia, podemos aproximarla como:

$$\nabla \psi = \frac{\nabla \Phi}{f_0} \text{ donde } \psi \approx \frac{\Phi}{f_0}$$

Entonces la ecuación (5.10) la podemos escribir en base a las relaciones anteriores en el nivel 2 como sigue:

$$f_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial p^2} + f_0 \hat{k} \times \nabla \psi^2 \cdot \nabla \frac{\partial \psi}{\partial p^2} + \sigma \omega = 0 \text{-----}(5.11)$$

donde

$$\hat{k} \times \nabla \psi^2 = \text{vg}^2$$

Aproximando las derivadas por medio de diferencias finitas, resulta:

$$f_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\psi_3 - \psi_1}{2\Delta p} + f_0 \hat{k} \times \nabla \psi^2 \cdot \nabla \frac{\psi_3 - \psi_1}{2\Delta p} + \sigma \omega = 0$$

Tomándose en cuenta las condiciones de frontera ω y haciéndose $2\Delta p = 500 \text{ mb} = \Delta p$ se tiene

$$f_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\psi_3 - \psi_1}{\Delta p} + f_0 \hat{k} \times \nabla \psi^2 \cdot \nabla \frac{\psi_3 - \psi_1}{\Delta p} + \sigma \omega = 0$$

Dividiéndose todo por f_0 y multiplicado por Δp , se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_3 - \psi_1) + \hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot (\psi_3 - \psi_1) + \frac{\sigma \omega_2 \Delta p}{f_0} = 0 \quad (5.12)$$

ó de otra forma

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_3 - \psi_1) = -\hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot (\psi_3 - \psi_1) - \frac{\sigma \omega_2 \Delta p}{f_0} = 0 \quad (5.13)$$

Intercambiándose las ψ 's, nos origina

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_3) = -\hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot (\psi_1 - \psi_3) - \frac{\sigma \omega_2 \Delta p}{f_0} = 0 \quad (5.14)$$

Multiplicando a (5.14) por la cantidad $2f_0^2 / \sigma (\Delta p)^2$, para poder obtener la expresión de la ecuación la suma $\psi_1 + \psi_3$ que es igual a la de vorticidad.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{2f_0^2}{\sigma \Delta p^2} (\psi_1 - \psi_3) &= \frac{-2f_0^2}{\sigma \Delta p^2} \hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot \nabla (\psi_1 - \psi_3) + \frac{2f_0^2}{\sigma \Delta p^2} \frac{\sigma \omega_2 \Delta p}{f_0} \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{2f_0^2}{\sigma \Delta p^2} (\psi_1 - \psi_3) &= \frac{-2f_0^2}{\sigma \Delta p} \hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot \nabla (\psi_1 - \psi_3) + \frac{2\omega_2 f_0}{\Delta p} \end{aligned}$$

Hágase a $\lambda^2 = f_0^2 / \sigma (\Delta p)^2$, entonces:

$$\frac{\partial}{\partial t} (2\lambda^2 \psi_1 - \psi_3) = -2\lambda^2 \hat{k} \times \nabla \psi_2 \cdot \nabla (\psi_1 - \psi_3) + \frac{2\omega_2 f_0}{\Delta p} \quad (5.15)$$

Restando la ecuación (5.5) a la expresión (5.4), se obtiene la (ecuación de vorticidad en el nivel 1, 3).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 &= -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \frac{f_0 \omega_2}{\Delta p} \\ \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 &= -\hat{k} \times \nabla \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) - \frac{f_0 \omega_2}{\Delta p} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 - \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 = -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \hat{k} \times \nabla \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) + \frac{2f_0 \omega_2}{\Delta p} \quad (5.16)$$

bien:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 - \psi_3) = -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \hat{k} \times \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) + \frac{2f\omega_0}{\Delta p} \quad (5.17)$$

Calcúlese la diferencia de las ecuaciones (5.17) menos (5.15), esto es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (\psi_1 - \psi_3) - \frac{\partial}{\partial t} 2\lambda^2 (\psi_1 - \psi_3) &= -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) + \hat{k} \times \psi_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3 + f) \\ &+ 2\lambda^2 \hat{k} \times \nabla \psi \cdot \nabla \psi_1 - \psi_3 + \frac{2\omega_2 f_0}{\Delta p} - \frac{2\omega_2 f_0}{\Delta p} \quad (5.18) \end{aligned}$$

Al desarrollar los términos del lado derecho de (5.18) se tiene que:

$$\begin{aligned} -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1 + f) &= \\ \nabla &= \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} \quad ; \quad \psi_1 \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} \quad \psi_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \hat{j} \\ -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla &= \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial x} & \frac{\partial \psi_1}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} = \hat{i} (0 + \frac{\partial \psi_1}{\partial y}) - \hat{j} (0 + \frac{\partial \psi_1}{\partial x}) \\ -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla &= \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \hat{j} \quad \frac{\partial \hat{i}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{i}}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \frac{\partial \hat{i}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial \hat{j}}{\partial y} \Rightarrow \mathbf{J} \\ -\hat{k} \times \nabla \psi_1 \cdot \nabla &= (\nabla^2 \psi_1 + f) = \mathbf{J}(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \\ -\hat{k} \times \nabla \psi_3 \cdot \nabla &= (\nabla^2 \psi_3 + f) = \mathbf{J}(\nabla^2 \psi_3, \psi_3) + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \end{aligned}$$

Y si hacemos que $B = \psi_1 - \psi_3$ y recordándose que $\psi_2 = \frac{\psi_1 + \psi_3}{2}$ se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 B - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \mathbf{J}(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) + \mathbf{J}(\psi_3, \nabla^2 \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi_3}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + 2\lambda^2 \hat{k} \cdot \nabla \frac{(\psi_1 + \psi_2)}{2} \cdot \nabla B \quad (5.19)$$

de donde resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 B - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = J(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) + J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x} + \lambda^2 (\hat{k} \times \nabla A) \cdot \nabla B \quad (5.20)$$

pero:

$$\begin{aligned} \lambda^2 \hat{k} \times \nabla A \cdot \nabla B &= \lambda^2 \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial A}{\partial x} & \frac{\partial A}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} \cdot \nabla B = \lambda^2 \left(-\frac{\partial A}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial A}{\partial x} \hat{j} \right) \cdot \left(\frac{\partial B}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial B}{\partial y} \hat{j} \right) \\ &= \lambda^2 \left(-\frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} \right) \\ &= \lambda^2 J(A, B) \quad (5.21) \end{aligned}$$

Sustituyéndose en (5.20) la relación anterior, o mejor dicho el Jacobiano $J(A, B)$, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 B - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = J(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) + J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3) + \lambda^2 J(A, B) - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (5.22)$$

Al igual que en la relación (5.9), el lado derecho de la ecuación (5.22) puede escribirse como una función $F_2(x, y)$ en virtud de que es posible conocer su valor en base a los datos iniciales u observados. Entonces la expresión (5.22) se convierte en:

$$\nabla^2 \frac{\partial A}{\partial t} - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = F_2(x, y)$$

relación que se resolverá por relajación en el capítulo VII y que junto con la ecuación (5.9) forman un conjunto de ecuaciones simultáneas que nos darán los valores de A y B y por lo tanto las de ψ_1 y ψ_3 .

No hay que olvidar que a los términos del lado derecho de las ecuaciones (5.9) y (5.23) hay que multiplicarlos por el factor de mapa (m) de la siguiente manera:

A las primeras derivadas por "m" y a las segundas por "m²". (Saucier 1979). Esto es con el fin de corregir las desviaciones que puedan tener las distancias que se plasman sobre los mapas, ya que como se esta proyectando una porción de la tierra (que es esférica) sobre un plano, esta sufre deformaciones que se pueden corregir un poco considerando el mencionado factor de mapa. (Ver apéndice A)

CAPITULO VI

INTEGRACION DE LAS ECUACIONES

Como su nombre lo indica la integración de las ecuaciones consiste en poder adaptarlas e integrarlas a los modelos de predicción en estudio, utilizando algunos métodos conocidos como de iteración o Relajación que nos permiten llegar a las soluciones de una manera mas fácil.

Antes de aplicar algunos de los métodos iterativos, daremos una breve explicación de los que son las aproximaciones por diferencias finitas en la siguiente sección, en virtud de que a todas las ecuaciones se les establece en base a esta aproximación.

LA APROXIMACION POR DIFERENCIAS FINITAS

Supongamos que U es una variable que esta en función de (x,y) , esto es $U=U(x,y)$ y que posee un número suficiente de derivadas parciales con valores de U en dos puntos que son (x,y) y $(x+h, y+k)$, relacionados en una expresión de Taylor como sigue:

$$\begin{aligned}
 U(x + h, y + k) = & U(x, y) + (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y}) U(x, y) + \\
 & + \frac{1}{2!} (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y})^2 U(x, y) + \\
 & + \frac{1}{(n-1)!} (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y})^{n-1} U(x, y) + R_n \text{-----} (6.1)
 \end{aligned}$$

de donde el termino permanente R_n esta dado como:

$$R_n = \frac{1}{n!} (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y})^n U(x + \xi, y + \eta, k + \xi), \quad 0 < \xi < 1 \text{-----} (6.2)$$

ó también

$$R_n = O \{ (|h| + |k|)^n \} \text{-----} (6.3)$$

De la relación (6.3) podemos inferir que existe una constante positiva M tal que:

$$|R_n| < M(|h| + |k|)^n$$

cuando ambos valores de h y k tienden a cero.

Ahora, cuando tenemos una malla o rejilla integrada por una serie de puntos identificados por la pareja (i,j) , o más generalmente como $(i\Delta x / j\Delta y)$ donde Δx y Δy es la distancia de separación entre punto y punto. Ver figura (8).

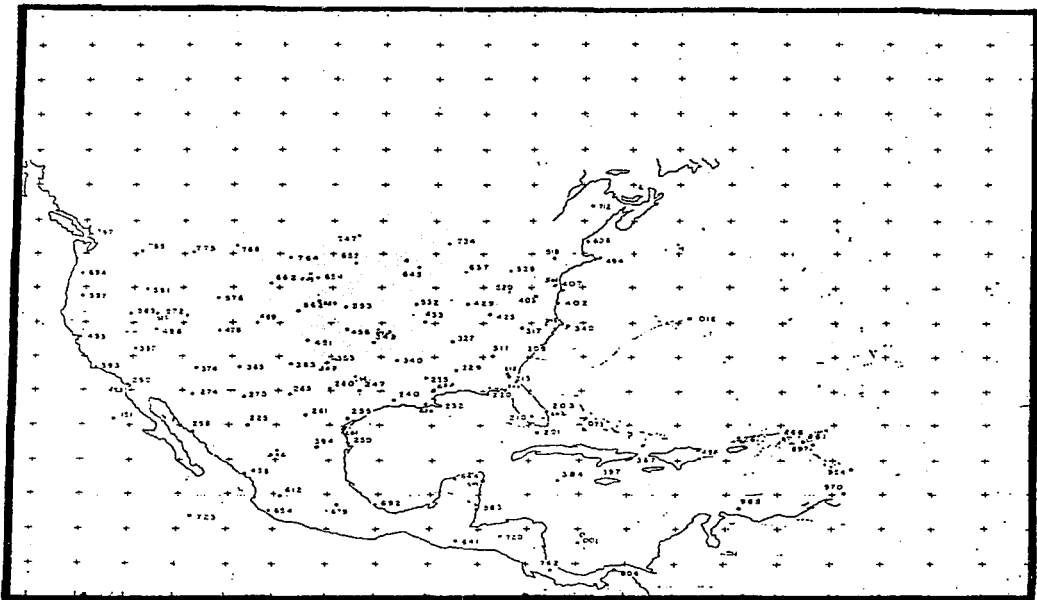


Fig.(8) Cuadro de la IV Región Meteorológica dividida en la rejilla, con las estaciones de observación. Consideramos nuevamente la variable U en el punto $(i-1, j)$ y en el $(i+1, j)$ alrededor del valor central (i, j) . Tomemos su expansión en series de Taylor para los primeros puntos en el vector " x " es decir:

$$U_{i-1,j} \equiv U_{i,j} - \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \dots \quad (6.4)$$

$$U_{i+1,j} \equiv U_{i,j} + \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \dots \quad (6.5)$$

donde $U_x = \frac{\partial U}{\partial x}$, $U_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $U_{xxx} = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3}$, etc...etc. Y de la misma manera pueden ser evaluados todos los puntos de la malla alrededor de (i, j) .

Considerando las ecuaciones (6.4) y (6.5) solamente y después restando (6.5) de (6.4) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 U_{i-1,j} &\equiv U_{i,j} - \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \\
 U_{i+1,j} &\equiv U_{i,j} + \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \\
 \hline
 U_{i-1,j} - U_{i+1,j} &\equiv 2\Delta x U_x + 2 \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx}
 \end{aligned}$$

ó bien expresado.

$$2\Delta x U_x \equiv U_{i+1,j} - U_{i-1,j} + 2 \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx}$$

$$U_x = \frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{2(\Delta x)^2}{3!} U_{xxx} \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2\Delta x} + 0(\Delta x)^2 \quad (6.6)$$

A las cantidades $O(\Delta x)^2$ en la relación anterior se le conoce como Error de Truncamiento e involucra a (Δx) en sus diferentes ordenes de magnitud.

La relación (6.6) se llaman diferencias centradas. De ahí puede obtener la segunda derivada $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ de la siguiente manera

Sumando (6.4) mas (6.5)

$$\begin{aligned}
 U_{i-1,j} &\equiv U_{i,j} - \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \\
 &\quad + \\
 U_{i+1,j} &\equiv U_{i,j} + \Delta x U_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \\
 \hline
 U_{i-1,j} + U_{i+1,j} &\equiv 2U_{i,j} + 2 \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} + 2 \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx} \\
 2 \frac{(\Delta x)^2}{2!} U_{xx} &= U_{i-1,j} - 2 U_{i,j} + U_{i+1,j} - 2 \frac{(\Delta x)^4}{4!} U_{xxxx}
 \end{aligned}$$

$$U_{xx} = \frac{U_{i-1,j} - 2 U_{i,j} + U_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2$$

ó bien

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{i-1,j} - 2 U_{i,j} + U_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (6.7)$$

Hasta ahora hemos obtenido las primeras y segundas derivadas en el vector "X" ahora las obtendremos para "Y".

Tomamos su expansión en series de Taylor para los primeros puntos en el vector "Y" es decir.

$$U_{i,j+1} \equiv U_{i,j} - \Delta y U_y + \frac{(\Delta y)^2}{2!} U_{yy} - \frac{(\Delta y)^3}{3!} U_{yyy} + \frac{(\Delta y)^4}{4!} U_{yyyy} \quad (6.8)$$

$$U_{i,j-1} \cong U_{i,j} - \Delta y U_x + \frac{(\Delta y)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta y)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta y)^4}{4!} U_{xxxx} \quad (6.9)$$

donde $U_x = \frac{\partial U}{\partial y}$, $U_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$... etc. y de la misma manera pueden ser evaluados todos los puntos

de la malla alrededor de (i,j).

Si restamos (6.9) de (6.8) se obtiene:

$$U_{i,j-1} - U_{i,j+1} \cong 2 \Delta y U_x - \frac{2(\Delta y)^3}{3!} U_{xxx}$$

ó bien expresado

$$U_y = U_{i,j+1} - U_{i,j-1} - \frac{2(\Delta y)^2}{3!} U_{xxx}$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j-1}}{2\Delta y} + O(\Delta y)^2 \quad (6.10)$$

Y para la segunda derivada la obtenemos sumando (6.8) y (6.9)

$$\begin{aligned} U_{i,j-1} &\cong U_{i,j} - \Delta y U_x + \frac{(\Delta y)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta y)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta y)^4}{4!} U_{xxxx} \\ &+ \\ U_{i,j+1} &\cong U_{i,j} + \Delta y U_x + \frac{(\Delta y)^2}{2!} U_{xx} - \frac{(\Delta y)^3}{3!} U_{xxx} + \frac{(\Delta y)^4}{4!} U_{xxxx} \\ \hline U_{i,j-1} + U_{i,j+1} &\cong \frac{2(\Delta y)^2}{2!} U_{xx} + \frac{2(\Delta y)^4}{4!} U_{xxxx} \end{aligned}$$

$$(\Delta y) U_{xx} = U_{i,j-1} - 2U_{i,j} + U_{i,j+1} - \frac{2(\Delta y)^4}{4!} U_{xxxx}$$

$$U_{xx} = U_{i,j-1} - 2U_{i,j} + U_{i,j+1} + O(\Delta y)^2$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{U_{i,j-1} - 2U_{i,j} + U_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} + O(\Delta y)^2 \quad (6.11)$$

A las cantidades $O(\Delta y)$ en las relaciones anteriores se le conoce como Error de Truncamiento e involucra a (Δx) en sus diferentes ordenes de magnitud.

Ahora obteniendo el Laplaciano $(\nabla^2)_{i,j}$, se obtiene sumando las segundas derivadas de "X" y "Y"

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \nabla^2 U_{i,j}$$

Esto surge de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{i-1,j} - 2U_{i,j} + U_{i+1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{U_{i,j-1} - 2U_{i,j} + U_{i,j+1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\nabla^2 u_{i,j} = \frac{U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1}}{(\Delta x, y)^2} \quad (6.12)$$

Para nuestro caso, el cálculo de las derivadas parciales de alguna variable de campo y sus aproximaciones por diferencias, las podemos escribir en base a las relaciones anteriormente descritas. Calculemos éstas para la función de flujo ψ .

Sea entonces tomándolas en el punto (i,j) de la malla de la fig. (7), obtenemos:

$$\left[\frac{\partial \psi}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2d} \quad (6.13)$$

donde "d" es equivalente a Δx , Δy que es la distancia entre los puntos de malla con respecto a "Y," tendremos:

$$\left[\frac{\partial \psi}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2d} \quad (6.14)$$

De igual forma podemos calcular las segundas derivadas:

$$\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{d^2} \quad (6.15)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{d^2} \quad (6.16)$$

El Laplaciano horizontal de ψ los podemos expresar como:

$$\nabla^2 \psi_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 4\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1}}{d^2} \quad (6.17)$$

Con las relaciones (6.13) a (6.17) podemos encontrar un valor numérico para $\frac{\partial \psi}{\partial y}$ en el punto (i,j) así como para $\frac{\partial \psi}{\partial x}$, las segundas derivadas y el Laplaciano, en virtud de que se conoce el valor de ψ en cada

punto de la malla. A los puntos que limitan a la malla se les llama PUNTOS FRONTERA, asignándoseles condiciones a la frontera consistentes en que en esos puntos se mantiene constante para cualquier tiempo en el transcurso de la integración.

Es oportuno notar que con las condiciones a la frontera especificadas arriba, se tiene una línea que va a encerrar a la región de pronostico en donde ψ se mantiene constante, teniéndose que si la función $F(x,y)$ es integrada sobre esa área su valor promedio deberá ser cero. Así, por tanto la vorticidad promedio deberá conservarse en toda la región, esto es:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} = F(x, y) = 0 \therefore \nabla \psi = \text{CONSTANTE}$$

La condición de que el promedio de $F(x,y)$ sea cero es una condición muy importante que nos permite que cualquier diferencia finita análoga a $F(x,y)$ también tenga un valor promedio igual a cero y así la vorticidad promedio se conservara cuando se establece en diferencias finitas. De igual forma los promedio de la energía termodinámica y la vorticidad media cuadrática son conservados.

Recordemos ahora las ecuaciones que se establecieron en el capítulo V y que son las utilizadas en el modelo baroclinico de dos capas. Que son:

$$\frac{\partial \nabla^2 A}{\partial t} = F_1(x, y) \text{-----(6.18)}$$

$$\frac{\partial \nabla^2 B}{\partial t} - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = F_2(x, y) \text{-----(6.19)}$$

donde $A = \psi_1 + \psi_3$, $B = \psi_1 - \psi_3$ y las funciones F_1 y F_2 dadas como:

$$F_1(x, y) = J(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3, \psi_3) - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial y} \text{-----(6.20)}$$

$$F_2(x, y) = J(\nabla^2 \psi_1, \psi_1) + J(\nabla^2 \psi_3, \psi_3) + \lambda^2 J(A, B) \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \text{-----(6.21)}$$

Calculemos las diferencias finitas de (6.15) en base a la relación (6.17), se tiene:

$$\nabla^2 \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j} = \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i+1,j} - 4 \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i-1,j} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j+1} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j-1} \text{-----}$$

d^2

ó bien

$$\left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i+1,j} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i-1,j} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j+1} + \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j-1} - 4 \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right]_{i,j} = d^2 F_1(i, j, x, y) \text{-----(6.22)}$$

De la ecuación anterior vemos que en cada punto de la malla tendremos una ecuación con cinco incógnitas, siendo estas las tendencias de la función de flujo o mas bien dicho la tendencia de la suma $\psi_1 + \psi_3$. Pero resulta que nosotros no queremos conocerla suma sino el valor individual de ψ_1 y ψ_3 , entonces tendremos que recurrir a la ecuación (6.19) en donde se encontrara un valor a la tendencia de ψ_3 en cada punto, con lo cual logramos armar un conjunto de ecuaciones simultáneas teniendo dos ecuaciones y dos incógnitas.

Expresemos ahora en diferencia finitas la relación (6.19) obteniéndose:

$$\nabla^2 \frac{\partial B}{\partial t} - 2\lambda^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{d^2} \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i+1,j} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i-1,j} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j+1} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j-1} - 4 \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j} - 2\lambda^2 \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j}$$

ó bien

$$\left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i+1,j} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i-1,j} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j+1} + \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j-1} - \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j} (4+2\lambda^2 d) = d^2 F_2 i,j (x,y) \text{ ---(6.23)}$$

Con la ecuación (6.23) y la (6.22) tenemos ya nuestro sistema de ecuaciones con incógnita ψ_1 y ψ_3 , mismas que podremos encontrar para cada punto de rejilla. Esto es, tendremos dos ecuaciones para cada punto. Para nuestro caso la cantidad de puntos que se trabajaron en la malla fue de 616 en un arreglo de 28 columnas por 22 renglones (28X22). Esta cantidad de puntos da como consecuencia un número muy grande de ecuaciones que es muy difícil de resolver, ya que los métodos convencionales no dan buenos resultados cuando se manejan en estos números. Para solventar esto nos ayudaremos de un método iterativo llamado Iteración o Relajación, que vemos en el siguiente capítulo.

CAPITULO VII

INTEGRACION EN EL TIEMPO

Una vez que ya se han encontrado los valores iniciales para, ψ_1 , ψ_2 y ψ_3 en cada punto, el problema que se presenta ahora es el de encontrar un valor un tiempos después por las ψ 's, esto es el pronóstico de cada una de ellas. Para esto se deberá utilizar una extrapolación hacia adelante en el tiempo por medio de las aproximaciones en diferencias finitas. Para esto, denominemos al estado inicial o instante inicial como t_0 , un tiempo después tendremos el pronóstico de las ψ 's al instante $(t_0 + \Delta t)$. Tomando un esquema de diferencias centradas, tenemos:

Para el cálculo de A:

$$A(t_0 + \Delta t) = A(t_0 - \Delta t) + 2 \Delta t \frac{\partial A}{\partial t} \text{ to } \text{-----} (7.0)$$

donde podemos ver que para calcular A en el tiempo $(t_0 + \Delta t)$ es necesario conocer los valores de A en el tiempo $(t_0 - \Delta t)$ y en el instante t_0 .

Pero solamente conocemos t_0 , que es el instante inicial con valor de $t_0 = 0$ motivándonos a usar un esquema de diferencias finitas adelantadas en el tiempo para el primer paso de tiempo en el pronóstico. Entonces (7.0) se convierte en:

$$A(\Delta t) = A(0) + \Delta t \frac{\partial A}{\partial t}(0) \text{-----} (7.1)$$

relación que podemos escribir en forma mas general como:

$$A_{i,j}^{t+1} = A_{i,j}^t + \Delta t \frac{\partial A}{\partial t} \text{-----} (7.2)$$

en donde se ha considerado el cálculo en el punto (i,j) de la malla.

Para los pasos posteriores hacia el pronóstico si podremos utilizar la ecuación (7.0), la cual la podemos expresar en forma general como sigue:

$$A_{i,j}^{t+1} = A_{i,j}^{t-1} + 2 \Delta t \frac{\partial A}{\partial t} \text{-----} (7.3)$$

Hacemos notar que los superíndices en las relaciones (7.2) y (7.3) nos darán el pronóstico de $\psi_1 + \psi_3$ en cada punto de malla, pero como lo que queremos es calcular a las ψ 's, s individualmente, tendremos que calcular el valor de B en el tiempo para de esta forma lograr un sistema de ecuaciones simultáneas teniendo como incógnitas ψ_1 y ψ_3 .

Para el cálculo de B en el transcurso del tiempo haremos pasos similares que los llevados a cabo para el cálculo de A.

Así, para el primer paso utilizaremos diferencias finitas adelantadas, dado que ya se demostró que no es posible aplicar de inmediato el esquema de diferencias centradas porque no se conoce el tiempo $(t_0 - \Delta t)$. Entonces para el primer paso hacia el pronóstico tendremos una ecuación semejante a (7.1), es decir:

$$B(\Delta t) = A(0) + \Delta t \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right] (0) \quad (7.4)$$

relación que podemos escribirla en forma general considerando el punto de malla (i,j), como sigue:

$$B_{i,j}^{t+1} = B_{i,j}^t + \Delta t \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j} \quad (7.5)$$

De forma similar obtendremos para los pasos de tiempo siguientes la forma general:

$$B_{i,j}^{t+1} = B_{i,j}^t + 2\Delta t \left[\frac{\partial B}{\partial t} \right]_{i,j} \quad (7.6)$$

Las relaciones (7.5) y (7.6) son las que nos permitirán pronosticar la diferencia $\psi_1 + \psi_3$ en cada punto de la malla.

Así, junto con las ecuaciones para poder conocer los valores en el tiempo de $\psi_1 + \psi_3$ y posteriormente ψ_2 .

Esto es, supongamos que se encontraron ya los valores de A y B en el punto (i,j), entonces tendremos:

$$A_{i,j} = \psi_1 i,j + \psi_3 i,j \quad (7.7)$$

$$B_{i,j} = \psi_1 i,j + \psi_3 i,j \quad (7.8)$$

Sumando (7.7) y (7.8), obtenemos:

$$A_{i,j} + B_{i,j} = 2 \psi_1 i,j \quad (7.9)$$

de donde:

$$\psi_1 i,j = \frac{A_{i,j} + B_{i,j}}{2} \quad (7.10)$$

$$\psi_3 i,j = \frac{A_{i,j} + B_{i,j}}{2} \quad (7.11)$$

Con los valores de ψ_1 y ψ_3 podemos calcular la función de flujo a 500mb utilizando la relación siguiente:

$$\psi_2 i,j = \frac{\psi_1 i,j + \psi_3 i,j}{2} \quad (7.12)$$

Para calcular el campo del geopotencial en los tres niveles de 250mb, 500mb y 750mb, usaremos la ecuación de la divergencia. Esta es:

$$\psi = \frac{\Phi}{f_0} \quad (7.13)$$

La vorticidad la podremos calcular a partir de la ecuación:

$$\zeta = \nabla^2 \psi \quad (7.14)$$

o bien, considerando los puntos de la malla, es decir:

$$\zeta_{i,j} = \nabla^2 \psi_{i,j} \quad (7.15)$$

Otra variable de campo muy valiosa que podemos conocer es el viento.

Las ecuaciones que utilizaremos para calcular las componentes del viento son las dadas como definición de la función de flujo, esto es:

$$U_{i,j} = \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial y} \quad ; \quad V_{i,j} = \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x} \quad (7.16)$$

en donde ya se ha considerado cada componente evaluada en el punto (i,j) de la malla.

Regresando a la ecuación (7.13) vemos que la altitud geopotencial (h), la podemos calcular en cada punto por medio de:

$$h_{i,j} = \frac{f_0 \psi_{i,j}}{9.80} \quad (7.17)$$

Gracias a los avances computacionales todas las cantidades arriba anotadas serán calculadas en un programa computacional como se ve en el anexo B.

METODO DE RELAJACION

El método de relajación es un procedimiento iterativo para resolver sistemas de ecuaciones muy grandes. Estos procedimientos fueron desarrollados por Jacobi y Gauss-Seidel. El método de Jacobi es llamado de paso-total o de desplazamiento simultáneo y el de Gauss-Seidel es conocido como el de un solo-paso o de desplazamiento sucesivos o de Gauss-Seidel ya que la razón de convergencia es mayor.

El método consiste en proponer valores (por adivinanza) a las incógnitas de la primera ecuación excepto a una de ellas con esto encontramos el valor de la primera incógnita o mas bien dicho de la que no se le asigno valor, para substituirse en la segunda ecuación del sistema posteriormente. Al efectuar esto lo mas probable es que el valor de la incógnita encontrado no sea el correcto dando lugar a que a la segunda ecuación se le agregue un remanente para mantener la igualdad.

Con el paso anterior se logra encontrar el valor de otra incógnita que a su vez será substituida en la ecuación siguiente y así repitiendo estos pasos hasta que las soluciones converjan al valor verdadero o de otra manera hasta que el remanente tienda a cero.

Cabe hacer mención que se debe establecer un $\epsilon = .01$ con el cual tendremos el grado de error al resolver las ecuaciones simultáneas.

Como ejemplo expondremos la resolución de un sistema de ecuaciones de 3×3 .

$$(1) 10X_1 + X_2 + 2X_3 = 44$$

$$(2) 2X_1 + 10X_2 + X_3 = 51$$

$$(3) X_1 + 2X_2 + 10X_3 = 61$$

Realizándose la primera iteración, se tiene:

$$(1) 10X_1 + 0 + 0 = 44 \\ X_1 = 4.40$$

$$(2) 2(4.40) + 10X_2 + 0 = 51 \\ X_2 = 4.22$$

$$(3) 4.40 + 2(4.22) + 10X_3 = 61 \\ X_3 = 4.81$$

Se ha completado la primera iteración. Una segunda iteración produce

$$(1) 10X_1 + 4.22 + 2(4.81) = 44 \\ X_1 = 3.01$$

$$(2) 2(3.01) + 10X_2 + 4.81 = 51 \\ X_2 = 4.01$$

$$(3) 3.01 + 2(4.0) + 10X_3 = 61 \\ X_3 = 4.99$$

Comparándose los últimos valores con los valores respectivos obtenidos en la iteración previa, se puede ver que ΔX_1 , ΔX_2 y ΔX_3 son todos mayores que el valor de ϵ seleccionado. Por lo tanto, se requiere una tercera iteración. Esta iteración produce

$$\begin{aligned} X_1 &= 3.00 \\ X_2 &= 4.00 \\ X_3 &= 5.00 \end{aligned}$$

Comparando estos valores con los valores respectivos obtenidos en la iteración previa, se puede ver que ΔX_1 , ΔX_2 y ΔX_3 son menores que ϵ , lo que indica que se requieren únicamente 3 iteraciones para tener la solución del sistema de ecuaciones propuesto.

En este ejemplo, se encontraría que una cuarta iteración no produce ningún cambio en los valores de las incógnitas, indicando que se ha llegado a una solución exacta.

Al obtener una solución previa, se retuvieron únicamente tres dígitos en el resultado de cada cálculo. Esto se hizo arbitrariamente truncando todos los dígitos que aparecen en exceso. En una solución con computadora la máquina puede retener aproximadamente 8 a 12 dígitos en los resultados de cada cálculo, dependiendo del lenguaje y a la computadora que se está utilizando. Aunque este es un ejemplo simple, ilustra muy bien el método de Gauss-Seidel, ya que la solución de un conjunto más grande de ecuaciones simultáneas se efectuaría exactamente en la misma forma, difiriendo solamente en que se requiere un número mucho mayor de cálculos.

CAPITULO VIII

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Las ecuaciones de pronóstico expuestas en el último capítulo fueron empleadas en tiempo real con las Tormentas Tropicales y los Huracanes que se presentaron el año próximo pasado, en esta tesis se proporcionaran los resultados obtenidos por algunas de ellas, como son los casos de los Huracanes y Tormentas Tropicales de los océanos Pacífico y Atlántico : ISMAEL, ADOLPH y ROXANE.

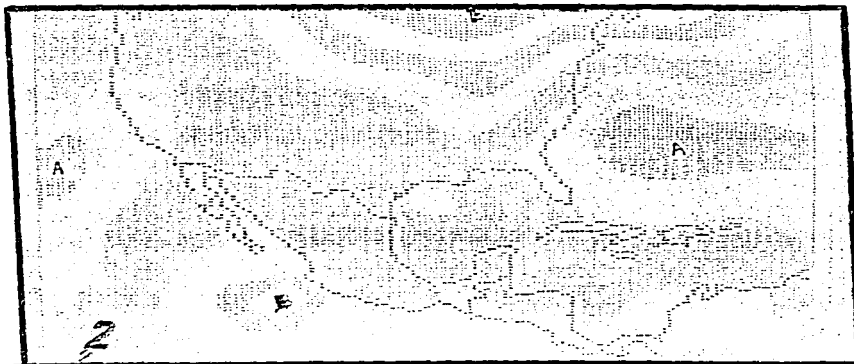
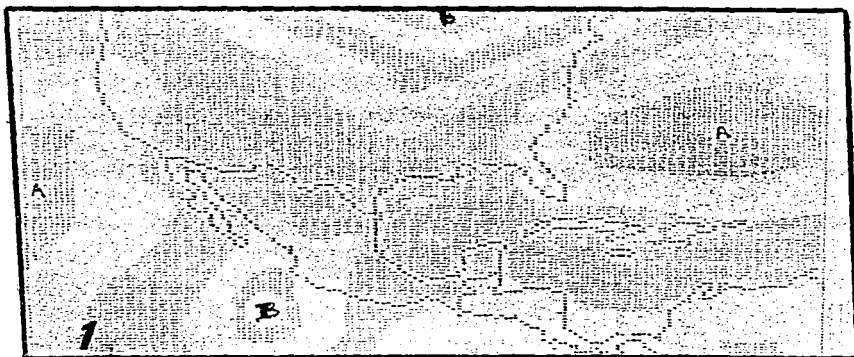
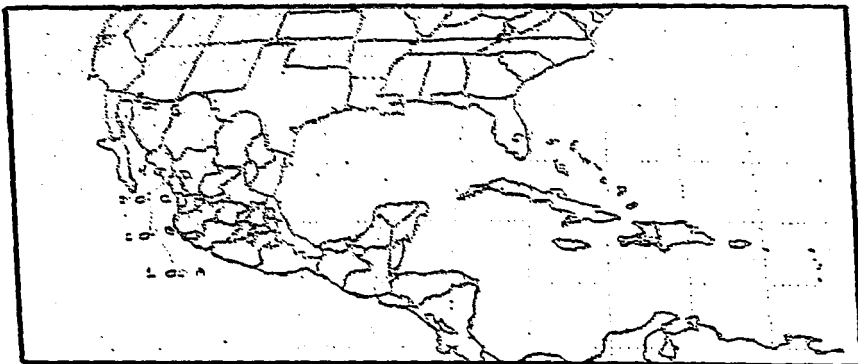
Las mas fuertes diferencias que existieron entre el campo isohéptico observado y el pronóstico de los fenómenos estudiados se presentaron con el Huracán ISMAEL, no obstante a pesar de ello el modelo respondió adecuadamente en su pronóstico a 24 hrs. tiempo que aunque no es adecuado todavía se pueden evacuar los asentamientos humanos que serán afectados por el fenómeno meteorológico.

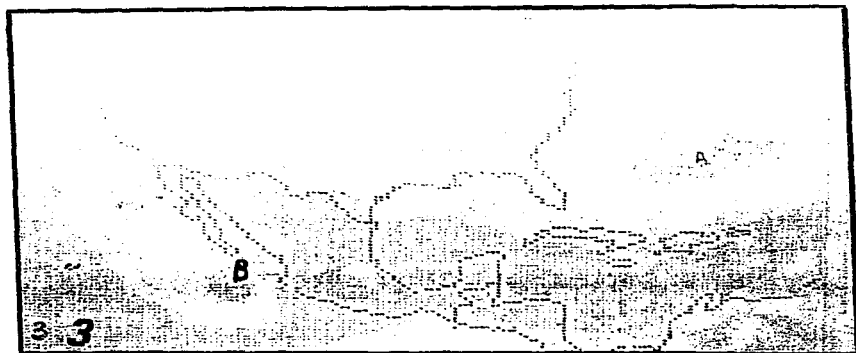
La (foto 1) muestra el campo isohéptico a 700 mbs el día 12 de septiembre de 1995 a las 1200Z, en ella se aprecia el sistema de baja energía potencial sobre el océano pacífico, este sistema fue formado por la Tormenta Tropical ISMAEL, bajo estas condiciones, la (foto 2) muestra el campo pronosticado por el modelo a 12, 24, 36 y 48 hrs. respectivamente, en ellas se aprecia un desplazamiento hacia el Oeste-Noroeste del sistema, cuya posición final es aproximadamente la reportada al día siguiente tal como se aprecia en la (foto 3 y 4).

Es conveniente hacer notar que la posición pronosticada por el modelo se retraso 24 hrs. en otras ocasiones el modelo teórico es mas rápido que el observado y en la mayoría de las veces van en paralelo respecto al tiempo.

En esta posición del día 14 de septiembre del año próximo pasado la Tormenta Tropical ISMAEL adquirió las características de Huracán es decir incremento su viento a 120 K.P.H y empezó a perturbar a la flota camaronera, desgraciadamente el Huracán siguió una dirección con componente norte y barrió el área, donde se ubicaba esta flota y penetro mas tarde al Territorio Nacional en la vecindad del Puerto de Topolobampo, Sinaloa., tal como se observa en la (foto 5) con los campos pronosticados a 12, 24, 36 y 48 hrs. en esta ultima se aprecia que esta perturbación como Depresión Tropical llego a alcanzar el Sur de Arizona, E.U.A.

En la foto siguiente se muestra exclusivamente la trayectoria del Huracán ISMAEL por medio de círculos negros cada 12 hrs. se determina la posición observada y la posición pronosticada se distingue por los círculos blancos, cada círculo va acompañado con un numero y/o una letra que indica el orden de su posición a partir del día del pronóstico.





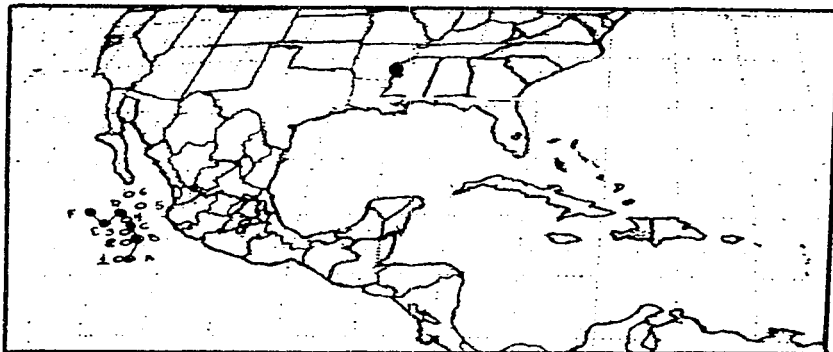
El día 15 de junio de 1995 a las 1200Z se observó una fuerte convección al Suroeste de Manzanillo, Colima., como se aprecia en la foto 6, esta se transformó en una Depresión Tropical aproximadamente a las 2100Z y empezó a tener un movimiento de componente Noroeste como se muestra en el pronóstico a 12 hrs. En la foto 7; el campo isohiético a 700 mbs del día 16 de junio de ese año muestra como se disminuye el valor de la altura geopotencial y se incrementan sus vientos a 110 K.P.H. adquiriendo así características de Tormenta Tropical de nombre "ADOLPH"

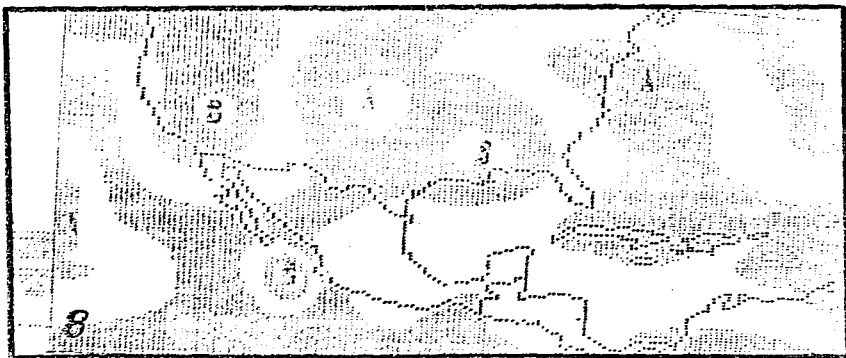
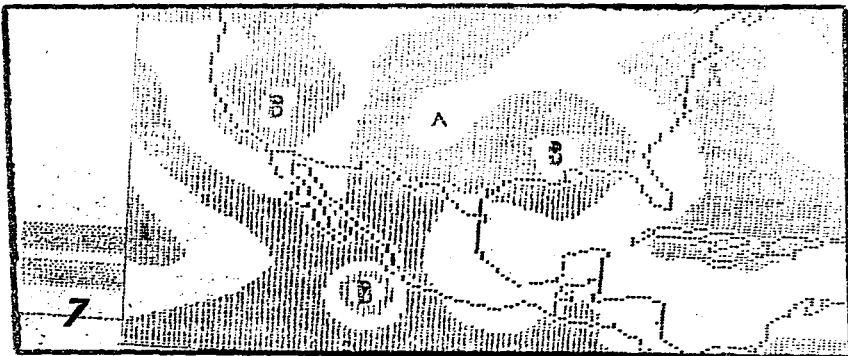
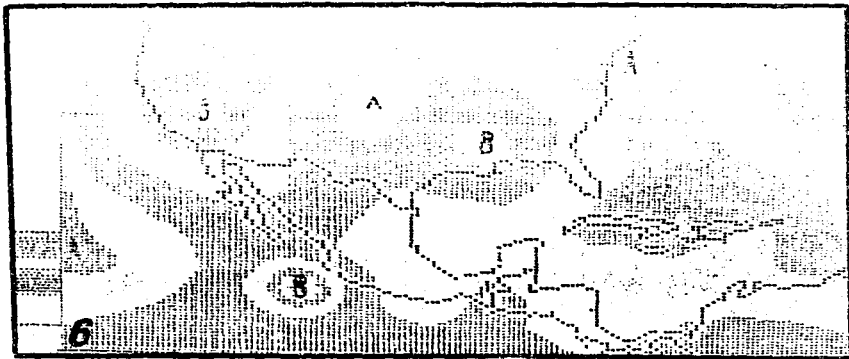
En el siguiente pronóstico a 24 hrs. se nota bien en la foto 8 como existe un sistema bien delimitado pues ya adquirió características de Huracán, sus vientos han alcanzado la velocidad de 250 K.P.H. y se encuentra al sur-sureste de San José de Cabo, B.C.S.

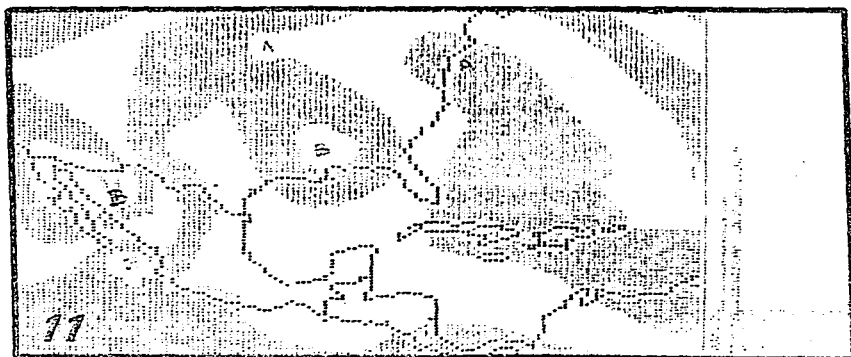
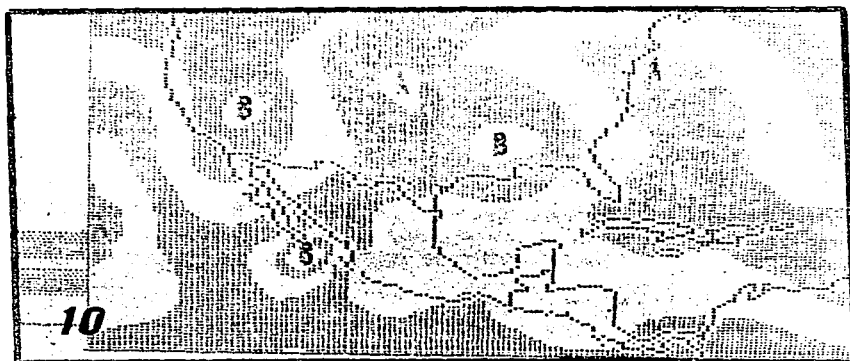
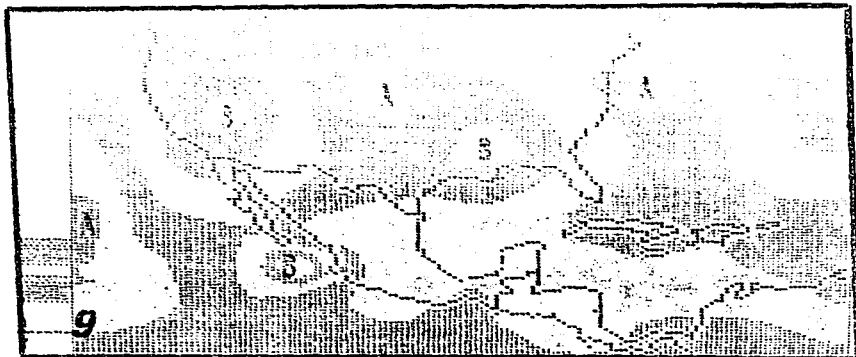
El pronóstico numérico presentó ciertas diferencias en sus posiciones a 36 y 48 hrs. tal y como se muestra en las figuras 9 y 10, pues mientras este fenómeno se dirigía hacia el sur de la Península de Baja California en la realidad el fenómeno cambió su dirección hacia el Oeste, se estacionó y 24 hrs. después se debilitó y se desapareció.

Esta discrepancia es debida a que la física del modelo no destruye al sistema pero al estar observándose continuamente a la atmósfera se tienen los campos reales y como se hace el seguimiento del fenómeno, inmediatamente se detecta en que momento el modelo deja de ser útil.

En la foto siguiente se muestra exclusivamente la trayectoria del Huracán "ADOLPH" donde los círculos blancos representan la posición pronosticada y en círculos negros la observada.







Al final de la temporada de Huracanes del año de 1995, en el océano Atlántico sobre la zona correspondiente el Mar Caribe el día 8 de noviembre a las 1200Z se observó frente a las costas de Honduras una fuerte onda tropical la cual a las 2100Z se transformó en una Depresión Tropical como se observa en la (foto 11). El pronóstico a 12 hrs. de este fenómeno reporto su dirección con rumbo Nor-noroeste tal y como se aprecia en la (foto 12), con posición cercana a la Ciudad de Chetumal, Quintana Roo., en este momento la perturbación ya se comportaba como Tormenta Tropical y se le identifico como ROXANE pues ya sus vientos eran del orden de 90 K.P.H.

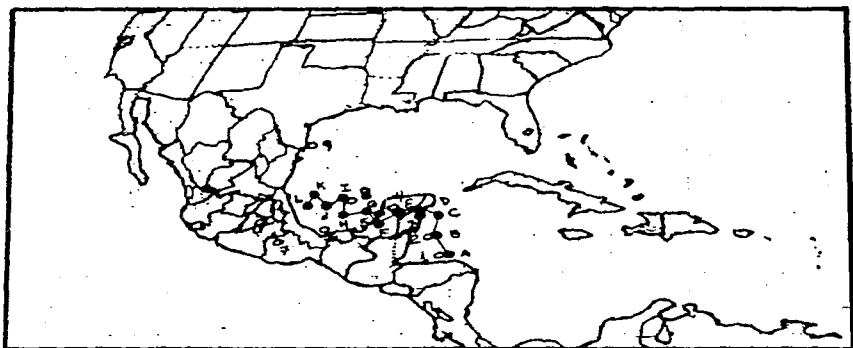
A las 24 hrs. el pronóstico numérico proporcionado por el modelo lo esta dando en tierra cerca de Tulum, Quintana Roo., como se ve en la (foto 13) y siendo ya Huracán, dentro de la siguiente posición pronosticada esta se localiza sobre la Península de Yucatán como Tormenta Tropical y la afecta a toda esta con fuertes vientos del orden de 130 K.P.H. y su continua precipitación,(foto 14).

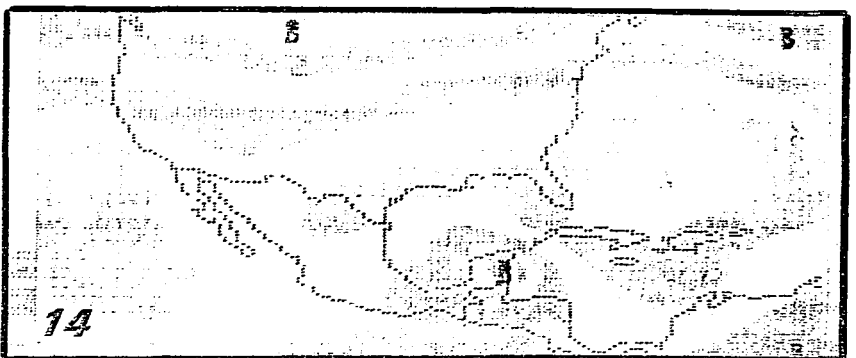
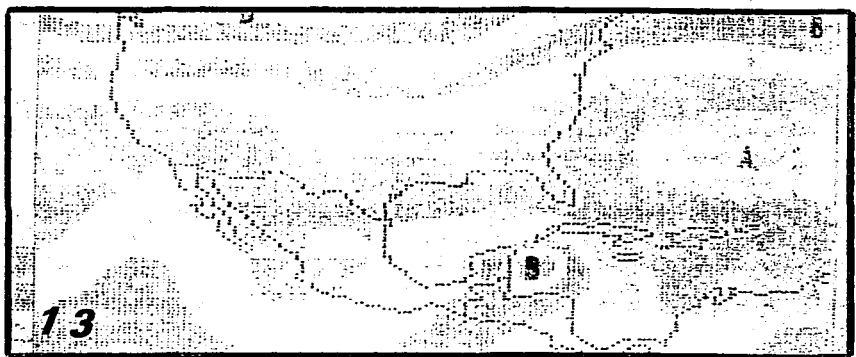
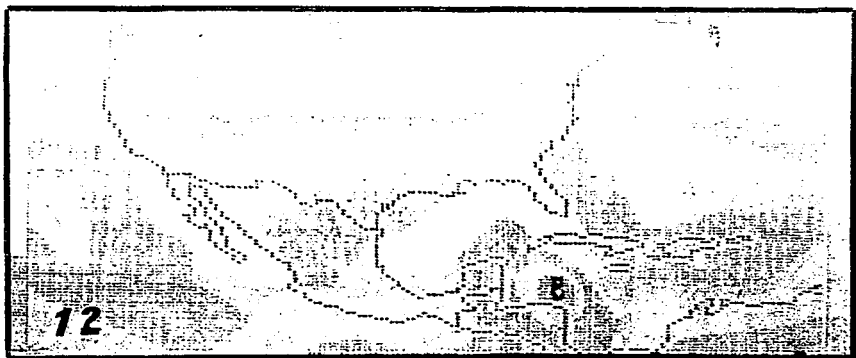
En las siguientes posiciones pronosticadas se ve como se dirige la Tormenta Tropical con rumbo Noroeste (foto 14) y en esta área es donde afecta a Puerto Progreso, Yucatán, y Ciudad del Carmen, Cam., con continuas lluvias, fuertes vientos e inundaciones. En la siguiente posición (foto 15) se aprecia que el fenómeno se desplaza hacia el sur como realmente sucedió pero la complejidad de la física del sistema no pudo ser captada por el modelo y esto originó un movimiento al oeste, llevando al sistema al Centro de México como se observa en la (foto 16).

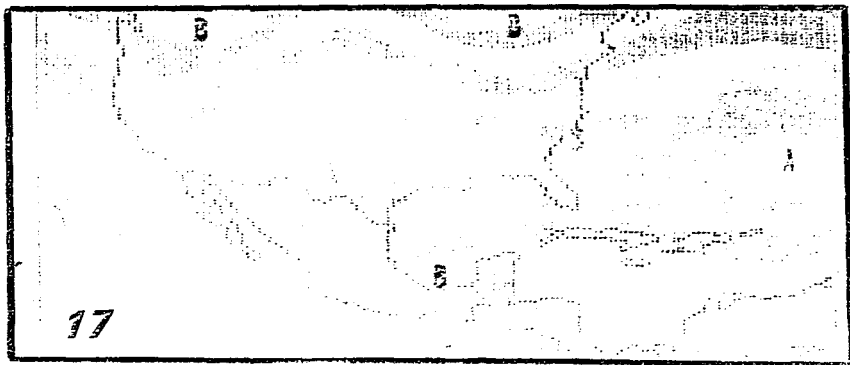
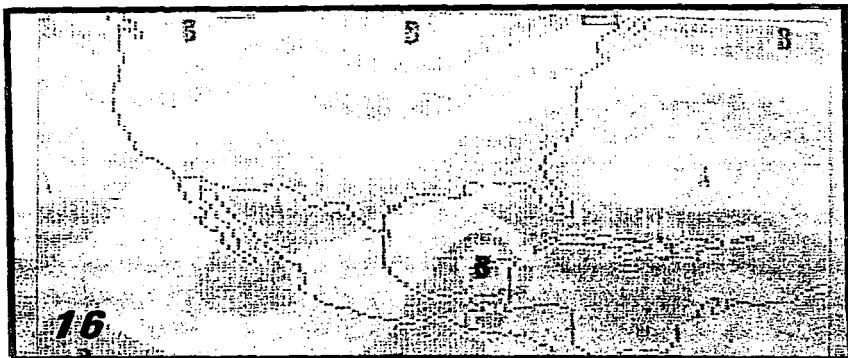
Al siguiente día se corrió el programa y con la nueva información (foto 16) y la tormenta nuevamente retomo su movimiento al Noroeste como se ve en la (foto 17), e indicaba que se dirigía hacia el norte de Tamaulipas a 48 y 72 hrs., (foto 17) se reporto entrando a tierra entre Brosville Texas y Matamoros, Tamps., pero en realidad tuvo movimientos erráticos y casi estacionarios, provocando con esto que la zona del Golfo de México se viera afectado por las precipitaciones intensas e inundaciones, teniendo el modelo poca efectividad en el pronóstico de esta trayectoria. Sin embargo otros modelos de trayectoria de huracanes que se corren en el Centro Nacional de Huracanes de Miami Florida, E.U.A., no tuvieron tampoco efectividad deseada en predecir la posición del huracán ni siquiera a las 6 hrs. siguientes.

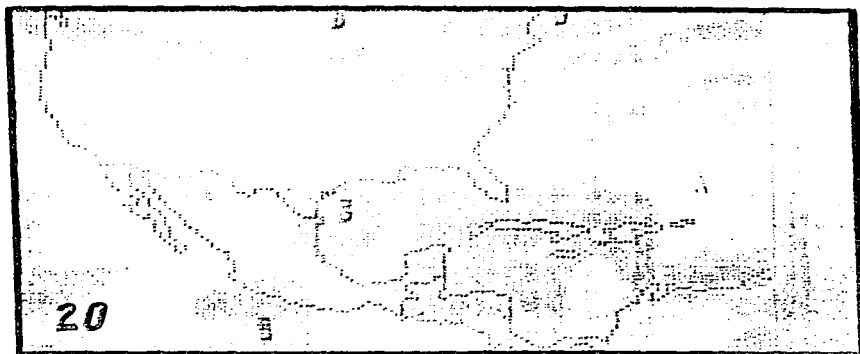
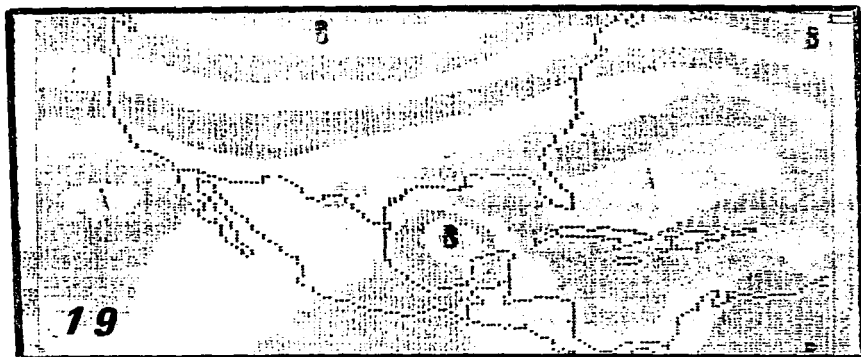
Por lo que, se concluye a necesita de conocer mas sobre la física de los Huracanes con la finalidad de integrar estos movimientos oscuros que rigen en un momento dado al sistema tropical para incorporarlos al modelo y este pueda ser mas preciso en los movimientos erráticos que sufren dichos sistemas.

En la foto siguiente se muestra exclusivamente la trayectoria del Huracán ROXANE por medio de círculos negros cada 12 hrs. y la posición pronosticada en círculos blancos cada círculo va acompañado con un numero o letra que indica el orden de su posición a partir del día del pronostico.









APENDICE "A"
EL FACTOR DE MAPA

APENDICE A
EL FACTOR DE MAPA

En virtud de que no es posible representar fielmente la superficie de la tierra sobre un plano, dado que esta es esférica, se hace necesario para toda proyección incluir un factor llamado "Factor Mapa" que permite corregir de sobremanera las distorsiones que sufren las distancias y áreas al ser plasmadas sobre una superficie plana.

La proyección que se utilizó en este trabajo fue la secante Cónica Conforme de Lambert con paralelos estandar en los 30°N y 60°N , es decir solamente a lo largo de esos paralelos la escala es exacta, teniéndose por tanto que fuera de ellos las áreas y distancias se ven afectadas por la distorsión que la proyección impone. Esta anomalía se elimina considerablemente al introducir el Factor de Mapa, que enseguida calcularemos.

Considerando la foto A.1, en donde se muestra una representación gráfica de la proyección secante cónica conforme de Lambert, llamémosle "a" al radio de la tierra, R_1 y R_2 los radios de círculos de latitud ϕ_1 y ϕ_2 respectivamente correspondientes a los 30°N y 60°N .

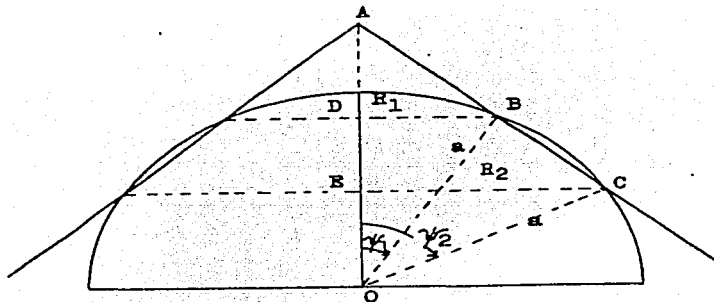


Fig. A.1 Representación gráfica de la proyección secante cónica conforme de Lambert.

Antes de entrar en mas detalles, diremos que toda carta meteorológica debe traer asentada una razón que es llamada escala de reducción que viene dada como la relación que existe entre las distancias reales y las grabadas en el mapa misma que esta definida como:

$$\text{Escala de Reduc.} = E = \frac{\text{Distancia sobre el mapa en la lat. stud.}}{\text{Distancia correspondiente en la tierra.}}$$

Así, tenemos que cualquier escala real (F) sobre el mapa estará dada por el producto de:

$$F = mE \text{-----} \quad (\text{A.1})$$

donde "m" lo llamaremos el factor de mapa y es una cantidad sin dimensiones. Este factor tiene el valor de la unidad a lo largo de los paralelos estándar, fuera de esas latitudes las variaciones de F se deberán enteramente a los cambios de m.

De la foto A.1 podemos deducir que la circunferencia de cualquier círculo de la latitud sobre la tierra se puede expresar como L_t (latitud sobre la tierra) = $2 \pi r$, su imagen sobre el mapa, esto es, el arco de longitud correspondiente a esa latitud esta dado como $L = \pi nr$, donde n es una función que es propiedad geométrica del cono llamada la constante del cono y toma los valores $0 \leq n < 1$, $2\pi n$ es el ángulo subtendido por el arco L sobre la imagen de la superficie desarrollada. Cuando la escala es constante a lo largo de un paralelo, la escala a lo largo de un círculo de latitud es la razón entre el arco de longitud sobre la imagen de la superficie y el arco de longitud sobre la tierra, esto es:

$$m\phi = \frac{L}{L_t} = \frac{2\pi nr}{2\pi r} = \frac{nr}{R} = \frac{nr}{R \cos\phi} = \frac{nrcsc\psi}{a} \text{-----} \quad (\text{A.2})$$

A lo largo de un meridiano cualquiera, un incremento de un arco sobre la tierra (dr), esta dado como $dr = a d\psi$. El incremento correspondiente a su imagen en la superficie esta dado como $dr = m\lambda d\psi$, en donde el subíndice λ denota longitud constante. Como se tiene conformidad, podemos hacer que $m\phi = m\lambda$, substituyendo esto en la relación (A.2), tenemos:

$$m\lambda = \frac{dr}{a d\psi} = \frac{nrcsc\psi}{a} \therefore dr = (nrcsc\psi)$$

o bien:

$$\frac{dr}{r} = n(\csc\psi) \text{-----} \quad (\text{A.3})$$

Considerando ahora los dos paralelos estándar ϕ_1 y ϕ_2 y la relación (A.3), se obtiene que el radio de cualquier otro arco de latitud sobre la superficie imagen esta dado como:

$$r = \left(\frac{a}{n} \right) (\csc\psi_1) \left[\frac{\tan\psi_2}{\tan\psi_1/2} \right] = \left(\frac{a}{n} \right) (\csc\psi_2) \left[\frac{\tan\psi_2}{\tan\psi_2/2} \right] \text{-----} \quad (\text{A.4})$$

La constante de cono "n" se obtiene por medio del manejo de las ecuaciones de las escalas en los dos paralelos estándar, encontrándose que:

$$n = (\log \csc\psi_1 - \log \csc\psi_2) / (\log \tan\psi_1/2 - \log \tan\psi_2/2) \text{-----} \quad (\text{A.6})$$

para nuestro caso "n" tiene el valor de 0.716, y el factor de mapa (m) esta dado por:

$$r_1 = (\sin \psi_1 / \sin \psi) [(\tan \psi_1 / 2) / (\tan \psi_1 / 2)] = \frac{n}{n}$$

$$r_1 = (\sin \psi_2 / \sin \psi) [(\tan \psi_1 / 2) / (\tan \psi_2 / 2)] = \frac{n}{n} \text{-----(A.6)}$$

A P E N D I C E " B "

EL PROGRAMA DE COMPUTO

DEL

MODELO BAROCLINICO

```

$ERRLIST
00000100
$LINEINFO
00000200
FILE 5=SEP1395,UNIT=DISK,RECORD=14,BLOCKING=420
00000300
FILE 3=SEP1395C,UNIT=DISK,RECORD=14,BLOCKING=30
00000350
FILE 6=SAL,RECORD=22,UNIT=PRINTER
00000400
FILE 80=MAPCOR,UNIT=DISK,RECORD=22
00000500
    DIMENSION GE5(69,77),GE7(69,77),GE2(69,77),
00000600
    2GE75(69,77),XLAT(73,85),GRA(69,77),XLAT1(19,22),
00000700
    3GE50(69,77),ALTURA(69,49)
00000800
    DIMENSION GEP50(69,77),GED50(69,77),PHI1(69,77)
00000900
    1,TTAN(69,77),JLAM(69,77),PSI25(69,77),PSI75(69,77),DOBEU(69,77)
00001000
    2,EFE(69,77),A(69,77),B(69,77),PSI50(69,77),AN(69,77),BN(69,77)
00001100
    DIMENSION PBC(69,77),PAC(69,77),TA(69,77),TB(69,77),
00001200
    1F2575E(69,77),FAC(69,77),BAC(69,77),PDE(69,77)
00001300
    DIMENSION
VOR25(69,77),VOR75(69,77),F2575(69,77),AA(69,77),BB(69, 00001400
    177),GE25(69,77)
00001500
    DIMENSION JAC25(69,77),JAC75(69,77)
00001600
    DIMENSION XLAM(69,77),OMEGA1(69,77),YUS(121,150)
00001700
    DIMENSION GE12(69,77),GE15(69,85),GE17(69,77)
00001800
    1,H17(69,77),H15(69,85),H12(69,77),H7(69,77),H5(69,77)
00001900
    2,H2(69,77),OBS17(25,41),OBS15(25,41),OBS12(25,41),OBS27(25,41)
00002000
    3,OBS25(25,41),OBS22(25,41),PROGNO(25,41)
00002100
    DIMENSION XGE15(18,22),XGE17(18,20),XGE12(18,20),XH12(18,20)
00002200
    1,XH15(18,22),XH17(18,20)
00002300
    DIMENSION PAC1(69,77),PAC2(69,77),PBC1(69,77),PBC2(69,77)
00002400
    REAL JLAM,JAC25,JAC75
00002500
    41 FORMAT(37I3)
00002600

```



```

DO 131 I=1,121
00002700
READ(80,41) (YUS(I,J),J=1,150)
00002800
131 CONTINUE
00002900
READ(5,1) ((XLAT1(I,J),J=1,22),I=1,19)
00003000
READ(5,2) ((XGE17(I,J),J=1,20),I=1,18)
00003100
READ(5,1) ((XGE15(I,J),J=1,22),I=1,18)
00003200
READ(5,2) ((XGE12(I,J),J=1,20),I=1,18)
00003300
READ(5,2) ((XH17(I,J),J=1,20),I=1,18)
00003400
READ(5,1) ((XH15(I,J),J=1,22),I=1,18)
00003500
READ(5,2) ((XH12(I,J),J=1,20),I=1,18)
00003600
C WRITE(6,1) ((XLAT(I,J),J=1,20),I=1,18)
00003700
1 FORMAT(22I3)
00003800
2 FORMAT(20I4)
00003900
CALL FINO(XLAT1,XLAT,73,85,19,22)
00004000
CALL FINO(XGE17,GE17,69,77,18,20)
00004100
CALL FINO(XGE15,GE15,69,85,18,22)
00004200
CALL FINO(XGE12,GE12,69,77,18,20)
00004300
CALL FINO(XH17,H17,69,77,18,20)
00004400
CALL FINO(XH15,H15,69,85,18,22)
00004500
CALL FINO(XH12,H12,69,77,18,20)
00004600
DO 88 I = 1,69
00004605
DO 88 J = 1,77
00004610
GE7(I,J) = GE17(I,J)
00004615
GE5(I,J) = GE15(I,J)
00004620
GE2(I,J) = GE12(I,J)
00004625
H7(I,J) = H17(I,J)
00004630
H5(I,J) = H15(I,J)
00004635

```

```

H2(I,J) = H12(I,J)
00004640
  88 CONTINUE
00004645
  READ(3,10)((GE7(I,J),J=18,24),I=57,65)
00004650
  READ(3,10)((GE7(I,J),J=52,58),I=31,37)
00004652
  10 FORMAT(7I4)
00004655
  DO 4848 L=1,69
00004700
  DO 4848 MP=1,77
00004800
  GE2(L,MP) =GE2(L,MP)*10.
00004900
  H2(L,MP) = H2(L,MP)*10.
00005000
4848 CONTINUE
00005100
  CALL VILLI(GE7,OBS17)
00005200
  CALL VILLI(GE2,OBS12)
00005300
  CALL VILLI(H7,OBS27)
00005400
  CALL VILLI(H2,OBS22)
00005500
  CALL ALISA(GE2,69,77,2)
00005600
  CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE2)
00005700
  CALL MAPA(ALTURA,8500.0,100.0,150,121,YUS)
00005800
  DO 33 I = 1,69
00005900
  DO 33 K =1,77
00006000
  IF(I .LE. 2 .AND. GE5(I,K) .GE. 700)GE5(I,K)=GE5(I,K)+4000.0
00006100
  IF(GE5(I,K) .LT. 1000.0) GE5(I,K) = GE5(I,K) + 5000.0
00006200
  IF(I .LE. 2 .AND. H5(I,K) .GE. 700)H5(I,K)=H5(I,K)+4000.0
00006300
  IF(H5(I,K) .LT. 1000.0) H5(I,K) = H5(I,K) + 5000.0
00006400
  33 CONTINUE
00006500
  CALL VILLI(GE5,OBS15)
00006600
  CALL VILLI(H5,OBS25)
00006700
  CALL ALISA(GE5,69,77,2)
00006800

```

```

CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE5)
00006900
C CALL MAPA(ALTURA,4720.0,40.0,150,121,YUS)
00007000 CALL ALISA(GE7,69,77,2)
00007100 CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE7)
00007200 CALL MAPA(ALTURA,2280.0,40.0,150,121,YUS)
00007300
C STOP
00007400
873 DO 5 I = 1,69
00007500 DO 5 J = 1,77
00007600 XLAT(I,J) =0.1*XLAT(I,J)*3.1416/180.0
00007700
5 CONTINUE
00007800
C MODELO BAROCLINICO DE DOS PARAMETROS
00007900
C
00008000 R = 287.0
00008100 G = 9.80
00008200 DO 9 I=1,69
00008300 DO 9 J=1,77
00008400 GRA(I,J) = 9.80616*(1.0 - 0.0026373*COS(2.0*XLAT(I,J)) +
0.000005900008500
1 *(COS(2.0*XLAT(I,J))))**2)
00008500 GE75(I,J) =GE7(I,J) - 550.
00008800
9 CONTINUE
00008900
100 FORMAT(10F7.1)
00009000
C CONSTANTES DE USO EN EL PROGRAMA
00009100 P50 = 5.0E4
00009200 P25 = 2.5E4
00009300 CP = 1004.64
00009400 D= 462.8426E3/4.
00009500 DELTOP = P25
00009600

```

```

DELTA P = P50
00009700
FI = (25.5 * 3.1416) / 180.0
00009800
OMEGA = 7.295E-5
00009900
EFEO = 2.0*OMEGA*SIN(FI)
00010000
COL = 60.0*( 3.1416/180.0)
00010100
TTAA = SIN(COL /2.0)/COS(COL/2.0)
00010200
P =0.716
00010300
P75 = 7.0E4
00010400
DO 54 I = 1,69
00010500
DO 54 K = 1,77
00010600
EFE(I,K) = 2. * OMEGA * SIN(XLAT(I,K))
00010700
GE75(I,K) = ((GE75(I,K) * GRA(I,K))/9.8) * 9.8
00010800
GE5(I,K) = ((GE5(I,K) * GRA(I,K))/9.8) * 9.8
00010900
GE2(I,K) = ((GE2(I,K) * GRA(I,K))/9.8) * 9.8
00011000
GEP50(I,K) = (GE75(I,K) + GE2(I,K))/2.
00011100
GED50(I,K) = GEP50(I,K) - GE5(I,K)
00011200
TTAN(I,K) = SIN((3.1416/2.0 - XLAT(I,K))/2.0)/
00011300
1 COS((3.1416/2.0 - XLAT(I,K))/2.0)
00011400
54 CONTINUE
00011500
1901 FORMAT(10F8.1)
00011600
DO 8300 I=1,69
00011700
DO 8300 K=1,77
00011800
PDE(I,K) = (SIN(COL)/SIN(3.1416/2.0 - XLAT(I,K))) *
00011900
1 (TTAN(I,K)/TTAA)**P
00012000
8300 CONTINUE
00012100
DO 55 I = 1,69
00012200
DO 55 K = 1,77
00012300

```

```

PSI25(I,K) = GE2(I,K)/EFEO
00012400
PSI75(I,K) = GE75(I,K)/EFEO
00012500
55 CONTINUE
00012600
DO 57 I = 1,69
00012700
DO 57 K = 1,77
00012800
A(I,K) = PSI25(I,K) + PSI75(I,K)
00012900
B(I,K) = PSI25(I,K) - PSI75(I,K)
00013000
AN(I,K) = A(I,K)
00013100
BN(I,K) = B(I,K)
00013200
57 CONTINUE
00013300
DELTAT = 30.*60.
00013400
TIEMPO = DELTAT
00013500
KK = 1
00013600
C PARAMETRO DE ESTABILIDAD
00013700
C
00013800
JJ = 1
00013900
LL = 1
00014000
SIGMA = 0.000002
00014100
XLAMD= (EFEO**2)/(SIGMA*(5.0E4)**2)
00014200
C SE INICIA PRONOSTICO
00014300
DO 2913 N=2,68
00014400
DO 2913 M=2,76
00014500
FAC(N,M) =1.0*(2.0*XLAMD)/(PDE(N,M)**2)
00014600
BAC(N,M) =1.*25E-13
00014700
2913 CONTINUE
00014800
MM = 1
00014810
201 CONTINUE
00014900

```

```

DO 61 N = 2,68
00015000
DO 61 M = 2,76
00015100
VOR25(N,M) = ((PSI25(N+1,M) + PSI25(N-1,M) + PSI25(N,M+1) + PSI
00015200
1 25(N,M-1) - 4.0 *
PSI25(N,M)) * (PDE(N,M)**2)) / (D**2) 00015300
VOR75(N,M) = ((PSI75(N+1,M) + PSI75(N-1,M) + PSI75(N,M+1) + PSI
00015400
1 75(N,M-1) - 4.0 *
PSI75(N,M)) * (PDE(N,M)**2)) / (D**2) 00015500
V2 = V2 + VOR25(N,M)
00015600
V7 = V7 + VOR75(N,M)
00015700
61 CONTINUE
00015800
DO 5014 N=1,69
00015900
VOR25(N,77) = VOR25(N,2)
00016000
VOR25(N,1) = VOR25(N,76)
00016100
VOR75(N,77) = VOR75(N,2)
00016200
VOR75(N,1) = VOR75(N,76)
00016300
5014 CONTINUE
00016400
VORN25 = 0.0
00016500
VORS25 = 0.0
00016510
VORN75 = 0.0
00016520
VORS75 = 0.0
00016530
DO 67 M = 2,68
00016540
VORN25 = VORN25 + VOR25(2,M)
00016550
VORS25 = VORS25 + VOR25(68,M)
00016560
VORN75 = VORN75 + VOR75(2,M)
00016570
VORS75 = VORS75 + VOR75(68,M)
00016580
67 CONTINUE
00016590
VORN25 = VORN25/75.
00016600
VORS25 = VORS25/75.
00016610

```

```

VORN75 = VORN75/75.
00016620
VORS75 = VORS75/75.
00016630
DO 68 M = 1,77
00016640
VOR25(1,M) = VORN25
00016650
VOR25(69,M) = VORS25
00016660
VOR75(1,M) = VORN75
00016670
VOR75(69,M) = VORS75
00016680
68 CONTINUE
00016690
IF (KK .NE. 1) GO TO 72
00016700
CALL ORDENA(69,77,ALTURA,VOR75)
00016720
CALL AUTASI(69,49,DIIF,WW,ALTURA,XMAX)
00016730
C CALL MAPA(ALTURA,WW,DIIF,150,121,YUS)
00016740
72 CONTINUE
00016750
V2=V2/(67.*75.)
00017300
V7=V7/(67.*75.)
00017400
WRITE (6,195) V2,V7
00017500
195 FORMAT(3X,2F10.6)
00017600
C STOP
00017700
CALL ADVJ1(JAC25,VOR25,PSI25,69,77)
00017800
CALL ADVJ1(JAC75,VOR75,PSI75,69,77)
00017900
CALL ADVJ1(AA,EFE,A,69,77)
00018000
CALL ADVJ1(BB,EFE,B,69,77)
00018100
CALL ADVJ1(JLAM,A,B,69,77)
00018200
110 FORMAT(5E12.4)
00018300
DO 5030 N = 2,68
00018400
DO 5030 M = 2,76
00018500
XLAM(N,M) = JLAM(N,M) * XLAMD
00018600

```

```

5030      CONTINUE
00018700
C
00018800
C      ADVECCION BAROTROPICA EN LA FRONTERA
00018900
C
00019000
777      DO 71 N = 2,68
00019100
          DO 71 M = 2,76
00019200
          F2575(N,M) = JAC25(N,M) + JAC75(N,M) + AA(N,M)
00019300
C
00019400
C      ADVECCION BAROCLINICA
00019500
C
00019600
          F2575E(N,M) = JAC25(N,M) - JAC75(N,M) + BB(N,M) + XLAM(N,M)
00019700
71      CONTINUE
00019800
          EPS=1.0E-1
00019900
          CALL POISON(69,77,TA,F2575,BAC,EPS,D,ITER,PHI1,1.0)
00020000
          IF (KK.EQ.1) GOTO 111
00020200
          IF (KK.EQ.2) GOTO 222
00020300
          IF (KK.GE.3.AND.LL.EQ.1) GOTO 333
00020400
          DO 444 M=2,68
00020500
          DO 444 N=2,76
00020600
          PAC(M,N)=PAC2(M,N) + 2.0*DELTAT*TA(M,N)
00020700
          PAC2(M,N)= PAC(M,N)
00020800
          LL = 1
00020900
          A(M,N) = PAC(M,N)
00021000
          444 CONTINUE
00021100
          GOTO 2001
00021200
          333 DO 303 M = 2,68
00021300
          DO 303 N = 2,76
00021400

```



```

PAC(M,N) = PAC1(M,N) + 2.0*DELTAT*TA(M,N)
00021500
PAC1(M,N) = PAC(M,N)
00021600
LL = 2
00021700
A(M,N) = PAC(M,N)
00021800
303 CONTINUE
00021900
GOTO 2001
00022000
222 DO 202 M = 2,68
00022100
DO 202 N = 2,76
00022200
PAC(M,N) = AN(M,N) + 2.0*DELTAT*TA(M,N)
00022300
PAC2(M,N) = PAC(M,N)
00022400
A(M,N) = PAC(M,N)
00022500
202 CONTINUE
00022600
GOTO 2001
00022700
111 DO 1001 M = 2,68
00022800
DO 1001 N = 2,76
00022900
PAC(M,N) = A(M,N) + DELTAT*TA(M,N)
00023000
PAC1(M,N) = PAC(M,N)
00023100
A(M,N) = PAC(M,N)
00023200
1001 CONTINUE
00023300
2001 CONTINUE
00023500
CALL POISON(69,77,TB,F2575E,FAC,EPS,D,ITER,PHI1,1.0)
00023600
IF (KK.EQ.1) GOTO 501
00023700
IF (KK.EQ.2) GOTO 502
00023800
IF (KK.GE.3.AND.JJ.EQ.1) GOTO 503
00023900
DO 644 I = 2,68
00024000
DO 644 J = 2,76
00024100
PBC(I,J) = PBC2(I,J) + 2.0*DELTAT*TB(I,J)
00024200

```

```

PBC2(I,J) = PBC(I,J)
00024300
JJ = 1
00024400
B(I,J) = PBC(I,J)
00024500
644 CONTINUE
00024600
GOTO 2002
00024700
503 DO 533 I = 2,68
00024800
DO 533 J = 2,76
00024900
PBC(I,J) = PBC1(I,J) + 2.0*DELTAT*TB(I,J)
00025000
PBC1(I,J) = PBC(I,J)
00025100
JJ = 2
00025200
B(I,J) = PBC(I,J)
00025300
533 CONTINUE
00025400
GOTO 2002
00025500
502 DO 622 I = 2,68
00025600
DO 622 J = 2,76
00025700
PBC(I,J) = BN(I,J) + 2.0*DELTAT*TB(I,J)
00025800
PBC2(I,J) = PBC(I,J)
00025900
B(I,J) = PBC(I,J)
00026000
622 CONTINUE
00026100
GOTO 2002
00026200
501 DO 611 I = 2,68
00026300
DO 611 J = 2,76
00026400
PBC(I,J) = B(I,J) + DELTAT*TB(I,J)
00026500
PBC1(I,J) = PBC(I,J)
00026600
B(I,J) = PBC(I,J)
00026700
611 CONTINUE
00026800
2002 CONTINUE
00027000

```

```

DO 3607 N = 2,68
00027200
DO 3607 M = 2,76
00027300
OMEGAL(N,M) = (EFEO * (TB(N,M) + JLAM(N,M)/(2.*D**2)))/(SIGMA*
00027400
1DELTA)) * 100.0
00027500
DOBEU(N,M) = -(R*OMEGAL(N,M)*B(N,M)*EFEO)/(G*(DELTA**2))
00027600
3607 CONTINUE
00027700
DO 423 I=2,68
00027800
A(I,1) =A(I,76)
00027900
A(I,77) = A(I,2)
00028000
B(I,1) = B(I,76)
00028100
B(I,77) = B(I,2)
00028200
423 CONTINUE
00028300
DO 76 N = 2,68
00028400
DO 76 M = 1,77
00028500
PSI25(N,M) = (A(N,M) + B(N,M))/2.0
00028600
PSI75(N,M) = (A(N,M) - B(N,M))/2.0
00028700
PSI50(N,M) = (A(N,M)/2.0)
00028800
GE25(N,M) = (PSI25(N,M)*EFEO)/GRA(N,M)
00028900
GE75(N,M) = (PSI75(N,M)*EFEO)/GRA(N,M)
00029000
GE5(N,M) = PSI50(N,M)*EFEO
00029100
GE7(N,M) = GE75(N,M) + 550.
00029200
76 CONTINUE
00029300
A2N=0
00029400
A2S=0
00029500
DO 832 M=2,76
00029600
P2N=PSI25(2,M) + P2N
00029700
P2S=PSI25(68,M) + P2S
00029800

```

```

      P7N=PSI75(2,M) + P7N
00029900
      P7S=PSI75(68,M) + P7S
00030000
      A2N=A(2,M) + A2N
00030100
      A2S=A(68,M) + A2S
00030200
      B2N=B(2,M) + B2N
00030300
      B2S=B(68,M) + B2S
00030400
832      CONTINUE
00030500
      THORAS = TIEMPO/3600.
00030600
      WRITE(6,82) THORAS,KK
00030700
      82      FORMAT (1F8.2,1I4)
00030800
      GOTO 45
00030850
      DO 831 M=1,77
00030900
      PSI25(1,M) = P2N/76.
00031000
      PSI75(1,M) = P7N/76.
00031100
      PSI25(69,M) = P2S/76.
00031200
      PSI75(69,M) = P7S/76.
00031300
      A(1,M) = A2N/76.
00031400
      A(69,M) =A2S/76.
00031500
      B(1,M) = B2N/76.
00031600
      B(69,M) = B2S/76.
00031700
831      CONTINUE
00031800
      45      CONTINUE
00031850
      KK = KK + 1
00031900
      TIEMPO = TIEMPO + DELTAT
00032000
      V2= 0
00032100
      V7= 0
00032200
      P2N=0
00032300

```

P2S=0
 00032400
 P7N=0
 00032500
 P7S=0
 00032600
 A2N=0
 00032700
 A2S=0
 00032800
 B2N=0
 00032900
 B2S=0
 00033000
 IF((KK-1) .EQ. 12*MM) GO TO 78
 00033010
 IF(KK.LE.144) GO TO 201
 00033100
 78 CONTINUE
 00033200
 CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE25)
 00033300
 C CALL MAPA(ALTURA,8500.0,100.0,150,121,YUS)
 00033400
 CALL MAXMIN(VOR25,GE25,EFE,69,77)
 00033500
 CALL VILLI(GE25,PROGNO)
 00033600
 CALL EVALUA(OBS12,OBS22,PROGNO)
 00033700
 CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE50)
 00033800
 C CALL MAPA(ALTURA,4720.0,40.0,150,121,YUS)
 00033900
 CALL VILLI(GE50,PROGNO)
 00034000
 C CALL EVALUA(OBS15,OBS25,PROGNO)
 00034100
 CALL ORDENA(69,77,ALTURA,GE7)
 00034200
 CALL MAPA(ALTURA,2280.0,40.0,150,121,YUS)
 00034300
 CALL MAXMIN(VOR75,GE7,EFE,69,77)
 00034400
 CALL VILLI(GE7,PROGNO)
 00034500
 CALL EVALUA(OBS17,OBS27,PROGNO)
 00034600
 CALL ORDENA(69,77,ALTURA,DOBEU)
 00034700
 CALL AUTASI(69,49,DIIF,WW,ALTURA,XMAX)
 00034800
 C CALL MAPA(ALTURA,WW,DIIF,150,121,YUS)
 00034900

```

CALL ORDENA(69,77,ALTURA,VOR75)
00034910
CALL AUTASI(69,49,DIIF,WW,ALTURA,XMAX)
00034920
CALL MAPA(ALTURA,WW,DIIF,150,121,YUS)
00034930
MM = MM + 1
00035000
IF(KK .LE. 144) GO TO 201
00035100
CALL EXIT
00035200
END
00035300
SUBROUTINE ADVJ1(JACO,VORT,PSI,N,M)
00035400
DIMENSION JACO(N,M),VORT(N,M),PSI(N,M),A2J(69,77),A3J(69,77)
00035500
REAL JACO
00035600
DO 1 I = 2,68
00035700
DO 1 J = 2,76
00035800
JACO(I,J) = ((VORT(I,J+1)-VORT(I,J-1))*(PSI(I-1,J)-PSI(I+1,J))
00035900
1-(VORT(I-1,J)-VORT(I+1,J))*(PSI(I,J+1)-PSI(I,J-1)))/4.
00036000
1 CONTINUE
00036100
DO 3030 I=2,68
00036200
DO 3030 J=2,76
00036300
A2J(I,J) = (PSI(I,J+1)*(VORT(I-1,J+1)-VORT(I+1,J+1))-PSI(I,J-
00036400
1)VORT(I-1,J-1)-VORT(I+1,J-1)) - PSI(I-1,J)*(VORT(I-1,J+1) -
VORT(I-1,J-1)) + PSI(I+1,J)*(VORT(I+1,J+1)-VORT(I+1,J-1)))/4.
00036600
A3J(I,J) = (+VORT(I,J+1)*(PSI(I-1,J+1)-PSI(I+1,J+1))-VORT(I,J-1
00036700
1)*(PSI(I-1,J-1)-PSI(I+1,J-1))-VORT(I-1,J)*(PSI(I-1,J+1)-PSI
00036800
2(I-1,J-1))+VORT(I+1,J)*(PSI(I+1,J+1)-PSI(I+1,J-1)))/4.
00036900
JACO(I,J) = (JACO(I,J) - A2J(I,J) + A3J(I,J))/3.
00037000
3030 CONTINUE
00037100
RETURN
00037200
END
00037300

```

```

SUBROUTINE POISON(N,M,PHI,PSI,TAO,EPS,D,ITER,PHI1,ALFA)
00037400
DIMENSION PHI(N,M),PSI(N,M),PHI1(N,M),TAO(N,M)
00037500
DXSQ = D * D
00037600
ITER = 0
00037700
5 ITER = ITER + 1
00037800
DO 10 I = 2, N-1
00037900
DO 10 J = 2, M-1
00038000
PHI1(I,J) = PHI(I,J)
00038100
PHI(I,J) = ALFA*(PHI(I-1,J)+PHI(I+1,J)+PHI(I,J-1)+PHI(I,J+1) -
00038200
1PSI(I,J))/(4.0+(DXSQ)*(TAO(I,J)))
00038300
10 CONTINUE
00038400
IF(ITER .LE. 1) GO TO 5
00038500
IF(ITER.GE.1000) GOTO 30
00038600
DO 20 I = 2, N-1
00038700
DO 20 J = 2, M-1
00038800
DIF= ABS(PHI1(I,J) - PHI(I,J))
00038900
IF(DIF .GT. EPS) GO TO 5
00039000
20 CONTINUE
00039100
C WRITE(6,4) ITER
00039200
4 FORMAT(2X,I4)
00039300
GOTO 44
00039400
30 WRITE(6,34)
00039500
34 FORMAT(5X,"NO CONVERGIO")
00039600
STOP
00039700
44 RETURN
00039800
END
00039900
SUBROUTINE MAPA(Z,BASE,CINT,NL,NC,YUSS)
00040000

```

```

DIMENSION Z(69,49),YUSS(121,150),YUS1(121,150),RESULT(121)
00040100
DIMENSION SIMB(20),V(130),YUS2(121,150),YUS3(121,150)
00040200
DATA SIMB/"A","B","C","D","E","F","G","H","I","J",
00040300
*"K","L","M","N","O","P","Q","R","S","T"/
00040400
DATA ESI,ASTER,GATO,ARRO/"I","#","*","@"/
00040500
DATA BLK,GUION/" ","_"/
00040600
NLM1=NL-1
00040700
NCM1=NC-1
00040800
CINT2=2.0*CINT
00040900
R23=68.0/NLM1
00041000
R17=44.0/NCM1
00041100
WRITE(6,100)
00041200
DO 344 I=1,121
00041300
DO 344 J=1,150
00041400
YUS3(I,J)=BLK
00041500
344 YUS2(I,J)=BLK
00041600
100 FORMAT(1X,"COTAS DE LOS SIMBOLOS",/,
00041700
*7X,"SIMBOLO",5X,"INFERIOR",5X,"SUPERIOR",/)
00041800
DO 1 K=1,20
00041900
CONTI=BASE+2.0*CINT*(K-1)
00042000
CONTS=CONTI+CINT
00042100
WRITE(6,101) SIMB(K),CONTI,CONTS
00042200
101 FORMAT(10X,A1,6X,2E12.4)
00042300
1 CONTINUE
00042400
DO 50 I=1,121,120
00042500
DO 50 J=1,150
00042600
YUS1(I,J)=ESI
00042700

```



```

      YUS2(I,J)=ESI
00042800
50   CONTINUE
00042900
      DO 51 I=2,120
00043000
      DO 51 J=1,150,149
00043100
      YUS2(I,J)=GUION
00043200
51   YUS1(I,J)=GUION
00043300
      DO 10 LINEA=2,NLM1
00043400
      RI=1.0+(LINEA-1)*R23
00043500
      I=IFIX(RI)
00043600
      X=RI-FLOAT(I)
00043700
      DO 11 JCAR=2,NCM1
00043800
      RJ=1.0+(JCAR-1)*R17
00043900
      J=IFIX(RJ)
00044000
      Y=RJ-FLOAT(J)
00044100
      A1=Z(I,J)
00044200
      A2=Z(I+1,J)-A1
00044300
      A3=Z(I,J+1)-A1
00044400
      A4=Z(I+1,J+1)-A1-A2-A3
00044500
      ZINT=A1+A2*X+(A3+A4*X)*Y
00044600
      V(JCAR)=BLK
00044700
      DO 12 K=1,20
00044800
      CONTI=BASE+(K-1)*CINT2
00044900
      CONTS=CONTI+CINT
00045000
      IF(ZINT.LE.CONTI.OR.ZINT.GT.CONTS) GO TO 12
00045100
      V(JCAR)=SIMB(K)
00045200
      12 CONTINUE
00045300
      YUS1(JCAR,LINEA)=V(JCAR)
00045400

```

```

      IF (JCAR.EQ. (YUSS (JCAR, LINEA))) YUS1 (JCAR, LINEA) =ASTER
00045500
      IF (JCAR.EQ. (YUSS (JCAR, LINEA))) YUS2 (JCAR, LINEA) =GATO
00045600
      IF (JCAR.EQ. (YUSS (JCAR, LINEA))) YUS3 (JCAR, LINEA) =ARRO
00045700
      11 CONTINUE
00045800
      10 CONTINUE
00045900
      DO 52 I=2, 120
00046000
      DO 52 J=2, 149
00046100
      IF (YUS1 (I, J) .NE. ASTER) GO TO 52
00046200
      IF (YUS1 (I, J-1) .NE. ASTER) YUS1 (I, J-1) =BLK
00046300
      IF (YUS1 (I, J+1) .NE. ASTER) YUS1 (I, J+1) =BLK
00046400
      IF (YUS1 (I+1, J) .NE. ASTER) YUS1 (I+1, J) =BLK
00046500
      IF (YUS1 (I-1, J) .NE. ASTER) YUS1 (I-1, J) =BLK
00046600
      52 CONTINUE
00046700
      DO 53 J=1, 150
00046800
      DO 54 K=1, 121
00046900
      RESULT (K) =BLK
00047000
      54 CONTINUE
00047100
      DO 55 L=1, 121
00047200
      IF ( (YUS1 (L, J) .EQ. ASTER) ) RESULT (L) =GATO
00047300
      55 CONTINUE
00047400
      WRITE (6, 103) ( (YUS1 (I, J) , I=1, 121) , (YUS2 (I, J) , I=1, 121) ,
00047500
      * (YUS3 (I, J) , I=1, 121) )
00047600
      WRITE (6, 104)
00047700
      53 CONTINUE
00047800
      102 FORMAT (1X, 121A1)
00047900
      103 FORMAT (1H+, 1X, 121A1)
00048000
      104 FORMAT (1H )
00048100

```

```

      RETURN
00048200
      END
00048300
      SUBROUTINE ORDENA(N,M,TZM,Z)
00048400
      DIMENSION TZ(77,69),Z(69,77),TZM(69,49)
00048500
      K=N+1
00048600
      DO 80 I=1,M
00048700
      DO 80 J=1,N
00048800
      TZ(I,J)=Z(K-J,I)
00048900
      80 CONTINUE
00049000
      DO 90 I = 1,69
00049100
      DO 90 J = 2,50
00049200
      TZM(I,J-1) = TZ(I,J)
00049300
      90 CONTINUE
00049400
      RETURN
00049500
      END
00049600
      SUBROUTINE ALISA(Z,NI,NJ,M)
00049700
      DIMENSION Z(69,77),ZZ(69,77)
00049800
      DO 30 L = 1, M
00049900
      S = 0.5
00050000
      DO 10 K = 1, 2
00050100
      DO 1 I = 2,68
00050200
      DO 1 J = 2,76
00050300
      ZZ(I,J) = Z(I,J) + 0.5 * S * (1 - S) * (Z(I,J+1)+Z(I,J-1) +
00050400
      1Z(I+1,J) + Z(I-1,J) - 4. * Z(I,J)) + 0.25 * S * S * (Z(I-1,J-1)
+ 00050500
      2Z(I+1,J-1) + Z(I-1,J+1) + Z(I+1,J+1) - 4. * Z(I,J))
00050600
      1 CONTINUE
00050700
      DO 2 I = 2,68
00050800

```

```

      DO 2 J = 2,76
00050900
      2 Z(I,J) = ZZ(I,J)
00051000
      10 S = - 0.5
00051100
      30 CONTINUE
00051200
      RETURN
00051300
      END
00051400
      SUBROUTINE FRONT(GEOF,GEOI,N,M)
00051500
      DIMENSION GEOF(N,M),GEOI(N,M)
00051600
      GG1 = 0.0
00051700
      GG1F = 0.0
00051800
      DO 1 K = 1, M
00051900
      GG1 = GEOI(2,K) + GG1
00052000
      GG1F = GEOI(68,K) + GG1F
00052100
      1 CONTINUE
00052200
      DO 2 K = 1, M
00052300
      GEOI(1,K) = GG1/77.
00052400
      GEOI(68,K) = GG1F/77.
00052500
      2 CONTINUE
00052600
      DO 3 I = 1, N
00052700
      GEOI(I,76) = GEOI(I,1)
00052800
      GEOI(I,77) = GEOI(I,2)
00052900
      3 CONTINUE
00053000
      DO 4 I = 1, N
00053100
      DO 4 J = 1, M
00053200
      GEOF(I,J) = GEOI(I,J)
00053300
      4 CONTINUE
00053400
      RETURN
00053500

```

```

      END
00053600
      SUBROUTINE VILLI (ARA, ARO)
00053700
      DIMENSION ARA (69, 77), ARO (25, 41)
00053800
      K=0
00053900
      DO 1 I=41, 65
00054000
      K=K+1
00054100
      L=0
00054200
      DO 2 J=9, 49
00054300
      L=L+1
00054400
      ARO (K, L) =ARA (I, J)
00054500
      2 CONTINUE
00054600
      1 CONTINUE
00054700
      RETURN
00054800
      END
00054900
      SUBROUTINE EVALUA (OBS1, OBS2, PROGNO)
00055000
      DIMENSION OBS1 (25, 41), OBS2 (25, 41), PROGNO (25, 41)
00055100
      A=0; B=0; E=0; F=0; A1=0; B1=0; C1=0; D1=0; E1=0; A2=0; B2=0; C2=0;
00055200
      S=0; S1=0;
00055300
      DO 1 I=1, 25
00055400
      DO 1 J=1, 41
00055500
      A1=A1+PROGNO (I, J) *OBS2 (I, J)
00055600
      B1=B1+PROGNO (I, J)
00055700
      C1=C1+OBS2 (I, J)
00055800
      D1=D1+ (PROGNO (I, J) ) **2
00055900
      E1=E1+ (OBS2 (I, J) ) **2
00056000
      A2=A2+OBS2 (I, J) *OBS1 (I, J)
00056100
      E2=B2+OBS1 (I, J)
00056200

```

```

      C2=C2+(OBS1(I,J))**2
00056300
      A=A+(PROGNO(I,J)-OBS2(I,J))
00056400
      B=B+(OBS1(I,J)-OBS2(I,J))
00056500
      C=PROGNO(I,J)-OBS1(I,J)
00056600
      D=OBS2(I,J)-OBS1(I,J)
00056700
      IF((C.LE.0).AND.(D.LE.0))E=E+1
00056800
      IF((C.GT.0).AND.(D.GT.0))F=F+1
00056900
1      CONTINUE
00057000
      A = A/(41.*25.)
00057100
      B = B/(41.*25.)
00057200
      DO 6 I = 1,25
00057300
      DO 6 J = 1,41
00057400
      S = S + (PROGNO(I,J)-OBS2(I,J)-A)**2
00057500
      S1 = S1 + (OBS1(I,J)-OBS2(I,J)-B)**2
00057600
6      CONTINUE
00057700
      COVXY=(1./(25.*41.-1))*(A1-B1*C1*(1./(25.*41.)))
00057800
      DESVX=SQRT((1./(25.*41.-1))*(D1-(1./(25.*41.))*(B1**2)))
00057900
      DESVY=SQRT((1./(25.*41.-1))*(E1-(1./(25.*41.))*(C1**2)))
00058000
      CORPOB=COVXY/(DESVX*DESVY)
00058100
      COVVXY=(1./(25.*41.-1))*(A2-B2*C1*(1./(25.*41.)))
00058200
      DESSVX=SQRT((1./(25.*41.-1))*(C2-(1./(25.*41.))*(B2**2)))
00058300
      CORPER=COVVXY/(DESSVX*DESVY)
00058400
5      FORMAT(15X,"COREL PROGNO/OBSERVADO=",F5.3,5X,"COREL
PERSISTENCIA 00058500
      *=",F5.3)
00058600
      A=SQRT(S/(25.*41.));B=SQRT(S1/(25.*41.));G=((B-A)/B)*100;
00058700
2      FORMAT(22X,"HABILIDAD PERSISTENCIA/MODELO %=",F6.2,/)
00058800
4      FORMAT(22X,"HABILIDAD MODELO/PERSISTENCIA %=",F6.2,/)
00058900

```

```

      IF ( (B-A) .LT. 0 ) G = ( (A-B) / A ) * 100
00059000
      IF ( (B-A) .LT. 0 ) WRITE ( 6 , 2 ) G
00059100
      IF ( (B-A) .GT. 0 ) WRITE ( 6 , 4 ) G
00059200
      W = ( (E+F) / ( 25 . * 41 . ) ) * 100 . 0
00059300
      WRITE ( 6 , 3 ) A , B , W
00059400
3      FORMAT ( 5X , "RECM MODEL=" , F6 . 2 , 5X , "RECM PERSIS=" , F6 . 2 , 5X , "ACIERT
00059500
      *CAMBIO SIGNO=" , F6 . 2 )
00059600
      WRITE ( 6 , 5 ) CORPOB , CORPER
00059700
      RETURN
00059800
      END
00059900
      SUBROUTINE FINO ( Z , ZZ , MM , NN , KM , LN )
00060000
      DIMENSION Z ( KM , LN ) , ZZ ( MM , NN )
00060100
      P = 0 . 0
00060200
      Q = 0 . 0
00060300
      M = 0
00060400
      N = 0
00060500
      DO 99      I = 1 , KM
00060600
      DO 99      J = 1 , LN
00060700
      K = 1 + 4 * ( I - 1 ) + M
00060800
      L = 1 + 4 * ( J - 1 ) + N
00060900
      ZZ ( K , L ) = Z ( I , J )
00061000
      99 CONTINUE
00061100
      C      STOP
00061200
      P = 0 . 25
00061300
      Q = 0 . 0
00061400
      N = 1
00061500
      M = 0
00061600

```

```

    21      DO 2 I=1,KM
00061700      DO 2 J=1,LN-1
00061800      K=1+4*(I-1)+M
00061900      L=1+4*(J-1)+N
00062000      ZZ(K,L)=(1.-P)*Z(I,J)+P*Z(I,J+1)
00062100      2 CONTINUE
00062200      C STOP
00062300      IF(P.EQ.0.25.AND.Q.EQ.0.0) GOTO 4
00062400      IF(P.EQ.0.50.AND.Q.EQ.0.0) GOTO 5
00062500      IF(P.EQ.0.75.AND.Q.EQ.0.0) GOTO 6
00062600      4 P=0.50
00062700      Q=0.00
00062800      M=0
00062900      N=2
00063000      GOTO 21
00063100      5 P=0.75
00063200      Q=0.0
00063300      M=0
00063400      N=3
00063500      GOTO 21
00063600      6 P=0.0
00063700      Q=0.25
00063800      M=1
00063900      N=0
00064000      22 DO 3 I=1,KM-1
00064100      DO 3 J=1,LN
00064200      K=1+4*(I-1)+M
00064300

```



```

      L=1+4*(J-1)+N
00064400
      ZZ(K,L) = (1.-Q)*Z(I,J) + Q*Z(I+1,J)
00064500
      3      CONTINUE
00064600
      C      STOP
00064700
      IF(P.EQ.0.0.AND.Q.EQ.0.25) GOTO 7
00064800
      IF(P.EQ.0.0.AND.Q.EQ.0.50) GOTO 8
00064900
      IF(P.EQ.0.0.AND.Q.EQ.0.75) GOTO 9
00065000
      7      P=0.0
00065100
      Q=0.50
00065200
      M=2
00065300
      N=0
00065400
      GOTO 22
00065500
      8      P=0.0
00065600
      Q=0.75
00065700
      M=3
00065800
      N=0
00065900
      GOTO 22
00066000
      9      P=0.25
00066100
      Q=0.25
00066200
      M=1
00066300
      N=1
00066400
      33      DO 44 I=1,KM-1
00066500
      DO 44 J=1,LN-1
00066600
      K=1+4*(I-1)+M
00066700
      L=1+4*(J-1)+N
00066800
      ZZ(K,L) = (1.-P)*Z(I,J) + P*(1.-Q)*Z(I,J+1) + (1.-
P)*Q*Z(I+1,J) 00066900
      7+P*Q*Z(I+1,J+1)
00067000

```

```

44      CONTINUE
00067100
C          STOP
00067200      IF (P.EQ.0.25.AND.Q.EQ.0.25) GOTO 10
00067300      IF (P.EQ.0.50.AND.Q.EQ.0.25) GOTO 11
00067400      IF (P.EQ.0.75.AND.Q.EQ.0.25) GOTO 12
00067500      IF (P.EQ.0.25.AND.Q.EQ.0.50) GOTO 13
00067600      IF (P.EQ.0.50.AND.Q.EQ.0.50) GOTO 14
00067700      IF (P.EQ.0.75.AND.Q.EQ.0.50) GOTO 15
00067800      IF (P.EQ.0.25.AND.Q.EQ.0.75) GOTO 16
00067900      IF (P.EQ.0.50.AND.Q.EQ.0.75) GOTO 17
00068000      IF (P.EQ.0.75.AND.Q.EQ.0.75) GOTO 18
00068100
10      P=0.50
00068200
Q=0.25
00068300
M=1
00068400
N=2
00068500      GOTO 33
00068600
11      P=0.75
00068700
Q=0.25
00068800
M=1
00068900
N=3
00069000      GOTO 33
00069100
12      P=0.25
00069200
Q=0.50
00069300
M=2
00069400
N=1
00069500      GOTO 33
00069600
13      P=0.50
00069700

```

```
Q=0.50
00069800
M=2
00069900
N=2
00070000
GOTO 33
00070100
14 P=0.75
00070200
Q=0.50
00070300
M=2
00070400
N=3
00070500
GOTO 33
00070600
15 P=0.25
00070700
Q=0.75
00070800
M=3
00070900
N=1
00071000
GOTO 33
00071100
16 P=0.50
00071200
Q=0.75
00071300
M=3
00071400
N=2
00071500
GOTO 33
00071600
17 P=0.75
00071700
Q=0.75
00071800
M=3
00071900
N=3
00072000
GO TO 33
00072100
18 CONTINUE
00072200
DO 19 I=1,MM
00072300
DO 19 J=1,NN
00072400
```

```

      ZZ(I,J) = ZZ(I,J)
00072500
      19 CONTINUE
00072600
      111 FORMAT (/ ,1X, 21I4)
00072700
      RETURN
00072800
      END
00072900
      SUBROUTINE AUTASI(N,M,DIIF,WW,XVAR,XMAX)
00073000
      DIMENSION XVAR(N,M)
00073100
      VV=XVAR(1,1)
00073200
      WW=XVAR(1,1)
00073300
      DO 1 I=1,N
00073400
      DO 1 J=1,M
00073500
      XMAX=AMAX1(VV,XVAR(I,J))
00073600
      XMIN=AMIN1(WW,XVAR(I,J))
00073700
      VV=XMAX
00073800
      WW=XMIN
00073900
      1 CONTINUE
00074000
      DIIF=(VV-WW)/39.0
00074100
      C IF(DIIF .LT. 40.0) DIIF = 40.0
00074200
      RETURN
00074300
      END
00074400
      SUBROUTINE MAXMIN(V1,V2,V3,M,N)
00074500
      DIMENSION V1(M,N),V3(M,N),V2(M,N),GRAFI(9,9),VOR(9,9)
00074600
      K = 0
00074700
      DO 1 I = 51,59
00074800
      K = K + 1
00074900
      L = 0
00075000
      DO 1 J = 47,55
00075100

```

```

      L = L + 1
00075200      GRAFI(K,L) = V2(I,J+1) - V2(I,J-1) + V2(I-1,J) - V2(I+1,J)
00075300      VOR(K,L) = V1(I,J) + V3(I,J)
00075400      1 CONTINUE
00075500      CALL MAYOR(VOR, GRAFI, 9, 9)
00075600      RETURN
00075700      END
00075800      SUBROUTINE MAYOR(V1, V2, M, N)
00075900      DIMENSION V1(M,N), V2(M,N)
00076000      VV = V1(1,1)
00076100      WW = V2(1,1)
00076200      DO 1 I = 1, M
00076300      DO 1 J = 1, N
00076400      XMAX = AMAX1(VV, V1(I,J))
00076500      XMIN = AMIN1(WW, V2(I,J))
00076600      VV = XMAX
00076700      WW = XMIN
00076800      1 CONTINUE
00076900      DO 2 I = 1, M
00077000      DO 2 J = 1, N
00077100      IF((VV-V1(I,J)) .EQ. 0.0) WRITE(6,/) VV, I, J
00077200      IF((WW-V2(I,J)) .EQ. 0.0) WRITE(6,/) WW, I, J
00077300      2 CONTINUE
00077400      RETURN
00077500      END
00077600

```

BIBLIOGRAFIA

- Aguilar , A.S Compendio de Apuntes para la formación del personal de la clase IV Vol. 1 Ciencias de la Tierra, 4/a Edición México, D.F. Servicio Meteorológico Nacional, 1979.
- Aguilar, A.S. Compendió de Apuntes para la formación del Personal de la clase IV Vol. 1 Meteorología, 4/a Edición México, D.F. Servicio Meteorológico Nacional, 1979.
- Armendariz, S. Principios de Pronostico Numérico a Corto Plazo Modelo Barotrópico. México D.F. Instituto Politécnico Nacional Tesis de Licenciado en Física y Matemáticas.
- Buendia, E. y Delgado, O., 1981. Integración del modelo baroclinico filtrado en la cuarta región, Revista Geofísica-IPGH, 14-15 pp 153-169.
- Buendia E., Morales, T. y Revilla R., 1979. El modelo barotropico equivalente en la Región IV, Revista de Geofísica IPGH, 10-11 pp 23-28.
- Font, O. Meteorología Aplicada al Vuelo con Turborreactores 1/a Edición, Sección de Aeronáutica, 1961.
- Rodríguez, H. El pronostico numérico a corto plazo aplicado a la aviación utilizando un modelo baroclinico de dos Capas, México, D.F. Instituto Politécnico nacional 1980. Tesis de Licenciado en Física y Matemáticas.
- Haltiner J. G. and William. T.R. Numerical Weather Prediction Second Edition New York U.S. Naval Postgraduate School. 1971.
- Holton, J. And Introduction to Dynamic Meteorology Second Edition, Seattle, Washington, Department of Atmospheric Sciences University of Washington. 1979.
- Robert H. General Meteorology. Third Edition, Second Edition, Academic Press. 1959. William. F. Hughes, Ph and Brighton, Ph. Dinamica de Fluidos, Primera Edicion, Serie de Compendios Shaum, 1970.
- William. F. Hughes, Ph and BRIGTON, Ph. Dinamica de fluidos, Primera Edición, Serie de Compendios Shaum, 1970.
- Zemansky. W. Calor y Termodinamica, Primera Edicion, Mexico, D.F. 1961.