



01162

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

IDENTIFICACION Y ANALISIS DE SEQUIAS

PRESENTADA POR:

LILIA REYES CHAVEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA  
( HIDRAULICA )

DIRIGIDA POR:

DR. CARLOS ESCALANTE SANDOVAL

Ciudad Universitaria, 29 Diciembre 1957

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## Agradecimientos

Al Dr. Carlos Escalante Sandoval por su dedicación, dirección y apoyo para la elaboración de este trabajo.

A mis sinodales Dr. Oscar Fuentes Mariles, Dr. Rolando Springall Galindo, Dr. Jesús Gracia Sánchez y M. I. Victor Franco por su interés, enseñanzas y apoyo.

***Cuando una gran sequía afectó Tula...***

*"Habiendo ganado un partido de juego de pelota contra Tláloc, el rey tolteca rehusó el maíz que le ofrecía el dios vencido en premio a su victoria y pidió el yacimiento de jade y las plumas de quetzal. Tláloc aceptó furioso diciéndole que el jade y las plumas no valían lo que las hojas y los granos de maíz, verdadera riqueza de un pueblo. De esta forma Huemac vio llenar su cofre de cosas preciosas, pero la tierra ya no recibía el agua benefactora."*

*Leyenda indígena. Año: 1158*

## INDICE

<b>INTRODUCCION</b>	1
<b>1. IDENTIFICACION DE SEQUIAS</b>	9
1.1 Definición de sequías	10
1.2 Características de las regiones áridas	12
1.2.1 Intersección	19
1.2.2 Infiltración	20
1.2.3 Evaporación y transpiración	22
1.2.4 Areas tributarias en el escurrimiento	23
1.2.5 Efectos del relieve	24
1.2.6 Modelación de regiones áridas	25
1.2.7 Déficit de agua en el suelo en cuencas semiáridas	27
1.2.7.1 Ecuación del Balance de agua (WBE)	28
1.3 Indices de sequía	36
1.3.1 Índice de sequía de Palmer	36
1.3.2 Índice Palmer de sequía hidrológica (PHDI)	40
1.4 Identificación de sequías	41
1.5 Impacto y manejo de las sequías	49
1.6 Conducta social sobre las sequías vistas como un desastre natural	50
1.7 Desertificación	51
<b>2. ANALISIS DE SEQUIAS</b>	53
2.1 Análisis puntual de sequías	54
2.1.1 Distribuciones univariadas para el análisis de mínimos	56
2.2 Análisis regional de sequías	80
2.2.1 Técnicas de análisis regional	80
2.2.1.1 Técnica de las estaciones-año	80
2.2.1.2 Técnica de correlación y regresión múltiple	81

2.2.1.3	Técnica de estimación conjunta multivariada	86
2.3.	Análisis estocástico de sequías	88
2.4	Análisis regional del déficit de sequías	91
2.5	Análisis conjunto severidades duraciones	102
<b>3.</b>	<b>ASPECTOS ECONOMICOS Y SOCIALES DE LAS SEQUIAS</b>	<b>107</b>
3.1	Impactos socio-políticos	107
3.2	Impactos económicos	112
3.2.1	Uso normal del agua	112
3.2.2	Pérdidas económicas durante las sequías	115
3.2.3	Consideraciones institucionales y pérdidas económicas indirectas	117
3.3	Impactos ambientales	118
3.4	Estrategias y medidas para tratar con sequías	119
3.4.1	Prospectos socio-políticos para tratar con sequías	119
3.4.2	Estrategias para tratar las sequías	121
3.4.3	Medidas para tratar con las sequías	124
3.4.3.1	Medidas orientadas al suministro	124
3.4.3.1.1	Uso mejorado de los suministros	124
3.4.3.1.2	Desarrollo de nuevos suministros en las sequías	125
3.4.3.2	Medidas orientadas a la demanda	125
3.4.3.2.1	Medidas activas en la reducción de la demanda	126
3.4.3.3	Medidas de minimización de impactos	130
<b>4.</b>	<b>APLICACIONES</b>	<b>131</b>
4.1	Descripción del área en estudio	131
4.2	Identificación de sequías	136
4.2.1	Generación de muestras sintéticas con propósitos de identificación	145
4.3	Análisis puntual de eventos extremos mínimos	150
4.3.1	Análisis de frecuencias univariado	150
4.3.2	Análisis de frecuencias bivariado	153

4.4	Análisis de frecuencias regional	155
4.4.1	Delimitación de regiones meteorológicamente homogéneas	157
4.4.2	Técnicas de análisis regional hidrológico	182
4.5	Análisis conjunto de déficits máximos anuales-duración	192
<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>		197
5.1	Conclusiones	197
5.2	Recomendaciones	202
<b>BIBLIOGRAFIA</b>		204
<b>APENDICE 1</b>		
<b>APENDICE 2</b>		

## INTRODUCCION

El agua es un elemento esencial para el consumo humano, los procesos de manufactura de artículos industriales, la transformación de energía y la producción de alimentos. En muchas partes del mundo, el agua es un importante medio de transporte y un factor significativo en las actividades recreativas.

El agua es un recurso renovable gracias al ciclo hidrológico. Cada año, la energía solar evapora de la superficie cerca de 500 mil kilómetros cúbicos de agua. Cerca de 110,300 kilómetros cúbicos caen sobre la tierra mientras que sólo 71,500 se evaporan de ella. De esta forma se transfieren anualmente 38,800 kilómetros cúbicos de agua de los océanos a los continentes.

Se estima que la cantidad de agua que hay en la hidrósfera es de unos 1359 millones de kilómetros cúbicos de agua. Cerca de 110,300 kilómetros cúbicos, de los cuales el 97.5 % es agua salada y el 2.5 % dulce. Del agua dulce, el 87.3 % se encuentra en forma de hielo o nieve, el 12.3 % en el agua subterránea y solo el 0.4 % en agua superficial y atmosférica líquida. Por lo anterior, sólo el 0.2% del agua total de la hidrósfera es potencialmente aprovechable por el hombre.

De esta agua disponible, el 80 % corresponde a aguas subterráneas, y de éstas, el 50 % se encuentran abajo de los mil metros de profundidad.

A nivel mundial, el agua todavía abunda, ya que para cada ser humano hay un recurso renovable de 8,300 metros cúbicos anuales.

No obstante, las variaciones naturales del clima a menudo ensombrecen esta imagen. Contra lo que pudiera pensarse, en un planeta cubierto por agua en sus tres quintas partes, este es un recurso escaso, finito y contaminado. Un estudio de la Organización de las Naciones Unidas

(ONU) revela que para el año 2000 muchos países tendrán la mitad del agua potable per capita que tenían en 1975.

Actualmente, según informes del Banco Mundial una quinta parte de la población mundial, más de mil millones de habitantes, carece de agua potable y, de no tomarse las medidas adecuadas, en los próximos años se agravará la escasez de este líquido.

En México se precipita anualmente un volumen de 1.53 billones de metros cúbicos de agua, equivalente a una lámina de 780 mm, en todo el territorio. Aproximadamente la cuarta parte del agua llovida, unos 410,000 millones de metros cúbicos constituyen el escurrimiento superficial del país, distribuidos en forma irregular.

En la República Mexicana, en particular, existe una gran variedad de climas y condiciones hidrometeorológicas que van desde las condiciones desérticas, como las existentes en el Norte y Noreste del País, hasta las del trópico húmedo prevaletientes en el Sureste del Territorio Nacional. Específicamente, más del 65 % de su superficie es árida o semiárida, y en esa porción del territorio, apenas existe el 20 % del escurrimiento en ríos. No obstante, en esta parte se desarrolla gran actividad productiva que conlleva una demanda importante de agua, al localizarse las dos terceras partes de la población, más del 70 % de la industria manufacturera y el 90 % de la superficie de agricultura de riego.

En cambio en las zonas lluviosas litoral y sureste, de clima húmedo y subhúmedo, que representa sólo el 35 % del país, el escurrimiento aportado por los ríos es del 80 % y en ella vive sólo el 24 % de la población y la industria manufacturera es incipiente, por lo cual la demanda del líquido es mucho menor.

Más de la cuarta parte de la población se localiza arriba de los 2000 metros sobre el nivel del mar y, en esta área se dispone del 4 % del escurrimiento medio anual de agua; por debajo de los 500 metros se asienta un número similar de habitantes y el escurrimiento es mayor al 50 %. Así pues, se tienen regiones con precipitaciones medias anuales menores a los 250 mm, en el primer caso, y lluvias medias anuales superiores a los 5000 mm en el segundo caso. Por otra parte, hay una gran parte del Territorio Nacional que se ve afectado año tras año con la ocurrencia de tormentas tropicales, ciclones, huracanes y sequías de diversa intensidad, que producen daños de diferente magnitud en cuanto a pérdida de vidas humanas y daños económicos y sociales.

La irregular distribución espacial y temporal de las aguas ha hecho necesaria la construcción de obras de aprovechamiento hidráulico. A la fecha, el país cuenta con 1270 presas de almacenamiento con una capacidad de 147 kilómetro cúbicos, cifra que corresponde al 36 % del volumen que escurre superficialmente, y se han construido más de 700 kilómetros de acueductos para entrega de agua en bloque a distintas ciudades, además de otras obras para regular y controlar el recurso.

Debido a que la precipitación y el escurrimiento varían ampliamente de año en año, es antieconómico diseñar un proyecto para proporcionar protección contra las más desastrosa avenida, o para asegurar un abastecimiento adecuado de agua durante la sequía mas severa que pudiera presentarse. En lugar de esto, el diseño del proyecto se basa en un riesgo admisible, producto de un adecuado análisis hidrológico y económico..

El escurrimiento en los ríos presenta dos épocas que conviene describir brevemente:

a) Epoca de sequía, periodo de escurrimiento muy reducido en la que no se dispone del agua suficiente para su uso en el riego, agua potable, o generación de energía eléctrica, y se caracteriza por clima seco, agotamiento de la humedad del suelo, reducción del agua subterránea y por la reducción o cese eventual del flujo en corrientes.

b) Epoca de avenidas, en que el escurrimiento es excesivo. Puede provocar desbordamientos en su cauce natural.

Es innegable que la presencia de estos eventos hidrológicos origina, en muchas partes del mundo, pérdidas humanas y económicas cada año. Las pérdidas económicas que producen a la agricultura y ganadería, se han utilizado como índices de intensidad de las sequías, sin olvidar que la proliferación de los incendios forestales ocasionan graves daños de deforestación y una posterior erosión.

En la siguiente tabla se presentan los daños causados por las sequías en los sectores agrícola, ganadero y forestal de México durante el período 1988-1994.

<i>Número</i>	<i>Estado</i>	<i>Agricultura</i>	<i>Ganadería</i>	<i>Forestal</i>	
		<i>Hectáreas Dañadas</i>	<i>Cabezas Ganado</i>	<i>Hectáreas Dañadas</i>	<i>Número Incendios</i>
1	Chihuahua	857,778	100,070	59,561	780
2	México	556,059	12	51,363	4,845
3	Zacatecas	530,752	19,088	57,229	91
4	Oaxaca	522,496	0	69,455	232
5	Durango	482,581	2,200	125,998	1,370
6	Guanajuato	470,164	30	13,852	90
7	Jalisco	249,093	300	63,140	759
8	Puebla	207,740	60	12,124	395
9	Guerrero	204,427	654	82,620	1,258
10	Tamaulipas	141,322	1,775	59,370	50
11	Aguascalientes	134,538	0	4,287	33
12	Chiapas	133,820	387	117,237	615
13	San Luis Potosí	112,967	14,840	9,929	67
14	Veracruz	104,907	7,129	9,023	271
15	Yucatán	88,257	3,014	10,693	57
16	Nuevo León	82,276	8,560	30,621	45
17	Tlaxcala	67,318	0	4,881	332
18	Quintana Roo	60,734	0	153,411	251
19	Morelos	57,090	0	6,796	1,053
20	Nayarit	51,942	80	25,810	238
21	Campeche	48,103	0	310	0
22	Coahuila	32,928	28,796	171,681	182
23	Baja California	19,930	1,347	14,325	58
24	Michoacán	2,680	0	60,853	2,912
25	Querétaro	1,302	0	4,847	40
26	Hidalgo	1,021	10,431	3,039	220
27	Tabasco	861	0	284	0
28	Colima	765	0	2,812	18
29	D.F.	669	0	11,099	1,279
30	Baja Calif. Sur	0	34,980	0	0
31	Sinaloa	0	35,559	1,494	0
32	Sonora	0	32,985	26,480	16
<b>Total</b>		<b>5,224,970</b>	<b>302,297</b>	<b>1,264,624</b>	<b>17,557</b>

En los últimos años se han registrado tres periodos críticos: el primero de 1948-1954, el segundo de 1960 a 1964 y finalmente el más reciente de 1993-1995. La frecuencia con que se presentan en promedio es de cada 10 años y con duraciones de uno a tres años. Si bien éstas son

estadísticas promedio a nivel nacional, es importante conocer su comportamiento a nivel puntual como regional.

En 1995 las presas en Chihuahua, Coahuila, Durango, Nuevo León y Tamaulipas estaban prácticamente vacías y algunos de estos estados fueron declarados zonas de emergencia.

Esta sequía además de la falta de precipitación se vio agudizada por el uso irracional del líquido en periodos previos, por la contaminación de los mantos acuíferos y el mal manejo e inoperancia de los recursos hidráulicos.

Los daños económicos, según estimaciones de la Secretaría de Agricultura ascendieron hasta el mes de mayo de 1995 a 1,300 millones de pesos, mientras que 84 mil hectáreas de cultivos básicos (granos y oleaginosas) se perdieron por falta de agua, de estas, 300 mil eran de riego y el resto de temporal. La Confederación Nacional Ganadera (CNG) informó a su vez que hasta ese mes habían muerto 300 mil reses. La Confederación Nacional Campesinas y la de Propietarios Rurales enfatizaron que 70 por ciento de los ejidos del país fueron afectados por la sequía.

Por ejemplo, en el distrito 05 de Delicias, Chihuahua, donde la situación adquirió proporciones extremas, los volúmenes de agua mexicana almacenados en las presas internacionales, sobre el río Bravo, fueron los más bajos en su historia, en tanto que la contraparte de agua estadounidense no presentó decremento de volúmenes considerables. Es decir, reflejó mejor el uso del líquido. De ahí, se explica el porqué en las ciudades del vecino país no racionaron el agua mientras que en México se llevó a la práctica este proceso por lo menos en tres entidades: Nuevo León, Coahuila y San Luis Potosí.

El Programa Emergente de Sequías determinó que la precipitación acumulada en 1995 registró valores del 40 por ciento por debajo del normal histórico, situación que no se presentaba en la zona norte del país desde 1982, además de que durante 1994 las lluvias en las entidades ya mencionadas fueron menores a las normales. Con base en la información del Programa Emergente, el volumen de agua almacenado en las presas al 30 de abril de 1995 fue equivalente a la mitad del registrado en 1994, considerado ya como un año de escasa precipitación. Sin embargo, la Comisión Nacional del Agua (CNA), difiere y asevera que el agua, en promedio, se situó apenas entre el 6 y 10 por ciento de la capacidad instalada.

Como ejemplo de lo anterior se muestra en la siguiente tabla donde se listan las presas de la región noroeste de la República Mexicana con menos del 50% de llenado y por abajo de la normal histórica.

<i>Presa</i>	<i>Almacenamiento</i>		
	<i>de Conservación Mm3</i>	<i>Junio 1995 Mm3</i>	<i>Normal Mm3</i>
Ignacio R. Alatorre, Son.	27.97	A/E	5.54
Adolfo Ruiz Cortínez, Son.	1014.50	224.39	339.06
Eustaquio Buelna, Sin.	150.00	29.60	52.11
Adolfo L. Mateos, Sin.	3153.00	552.50	1245.18
Sanalona, Sin.	842.00	127.70	231.87
Gustavo Díaz Ordaz, Sin.	1920.00	566.00	936.95
José L. Portillo, Sin.	2250.00	469.50	940.91

En el campo, la falta de lluvias ocasionó severos estragos. La Secretaría de Agricultura estimó que en el ciclo otoño-invierno (1994-95) se sembraron 180 mil hectáreas menos que el promedio de los cinco años anteriores en los distritos de riego. Por lo que toca a los cultivos de temporal en el citado ciclo, la superficie sembrada decreció de 824 mil hectáreas a 605 mil hectáreas, es decir, 219 mil hectáreas menos, que equivale a una reducción del 27%.

Para el año 1995 el sector ganadero de las cinco entidades más afectadas registró una disminución de 180 mil cabezas, pérdidas en peso en 4 millones de cabezas y daño en 35 millones de hectáreas de agostadero. Las pérdidas netas en el ingreso de los productores ascendieron a 933 millones de nuevos pesos en lo que respecta a la agricultura y de 224 millones de nuevos pesos por el decremento de los hatos ganaderos. La CNG en el informe fechado el 23 de mayo de 1995, asegura que murieron 300 mil reses y que se recurrió a la venta masiva de ganado, abajo de 50 por ciento de su precio normal por la pérdida de peso en los animales.

La grave sequía también causó severas repercusiones en la ocupación de los campesinos y jornaleros, aproximadamente 20 millones de jornales directos dejaron de generarse. Se estima que un millón 200 mil campesinos abandonaron sus tierras. Por si fuera poco, existieron serios conflictos en el abasto de agua potable a las ciudades y a las comunidades rurales, con los consecuentes problemas de salud. El cólera repuntó en diversos estados, presentándose en promedio 600 casos por semana.

La escasez del líquido se tradujo en un enfrentamiento entre usuarios de agua para riego y los habitantes de las ciudades. Un ejemplo de esto fue la zona metropolitana de Monterrey, la cual redujo de 16 a 6 horas diarias el suministro de agua potable.

<i>Número</i>	<i>Estado</i>	<i>Agricultura</i>	<i>Ganadería</i>	<i>Temperatura</i>	<i>Programa</i>
		<i>Hectáreas Dañadas</i>	<i>Cabezas Ganado</i>	<i>Máxima °C Registrada</i>	<i>Subsidio MNS</i>
1	Chihuahua	524,500	160,000	46	221.1
2	Zacatecas	40 % cultivos	25,000	37	0
3	Durango	5,500	6,000	42	86.6
4	Tamaulipas	26,000	6,036	41	157.0
5	San Luis Potosí	3,500	6,000	46	0
6	Nuevo León	2,700	10,000	45	60.7
7	Coahuila	200,000	40,000	47	132.6
8	Baja Califor. Sur	0	80,000	36	0
9	Sinaloa	87,000	0	41	34.4

Comparando los efectos provocados por la sequía en el año de 1995 con aquellos del periodo 1988-1994 se observa un incremento importante de daños. Estas condiciones llevaron a declarar al titular de la Secretaría de Agricultura como la peor sequía de los últimos 40 años.

No obstante que todos los seres vivos tenemos derecho a usar el agua, se privilegia el consumo humano-doméstico de las ciudades, en tanto que más del 15 por ciento del total de nuestra población carece de agua potable. Los principales rezagos se dan en las poblaciones marginadas de las grandes urbes y del medio rural, fundamentalmente en las zonas indígenas.

Sin embargo, en la agricultura de riego se emplea 85 por ciento del consumo anual de agua de todo el país. La fundación siglo XXI, destaca al respecto que la magnitud del líquido utilizado en el campo, revela también nuestra ineficiencia en su uso. Este organismo de estudio y análisis hace ver las inoperancias existentes en la infraestructura hidráulica del país.

Un dato revelador de nuestra incapacidad para manejar el agua es que en el país son frecuentes las entradas de huracanes en los dos litorales, fenómeno de la naturaleza que trae consigo grandes cantidades de agua. Si bien algunos destruyen lo que encuentran a su paso, como el

Gilberto, la mayoría contribuye a llenar las presas y generar escurrimientos extraordinarios en nuestros ríos.

El hecho es que el país no cuenta con un programa de mantenimiento y construcción de la infraestructura necesaria para proteger vidas humanas y el trabajo de los campesinos, cuando se presentan estos fenómenos. El país está urgido de modernizar su red hidrométrica y los sistemas de detección y pronóstico de crecientes; de promover la participación de la iniciativa privada para el financiamiento, construcción y operación de los grandes proyectos hidráulicos para el uso óptimo del recurso y el consolidar el marco institucional sobre sus usos.

Resulta absurdo contar con una frontera agrícola potencial de 48 millones de hectáreas, de las cuales se cultivan sólo 22 millones y de estas 16 millones son de temporal y sólo 6 millones son de riego. Cabe señalar que las tierras irrigadas aportan el 50 por ciento del valor de la producción agrícola y el 65 por ciento del valor de las exportaciones agropecuarias. Lo anterior sólo refleja lo vital que resulta el agua para consolidar al agro y satisfacer las necesidades urbanas.

La tesis, tiene como objetivo el presentar una metodología para la identificación de la presencia de una sequía y las técnicas tanto puntuales como regionales para su análisis.

Aun y cuando el trabajo se enfocará específicamente al análisis de sequías, en el Capítulo 1 se presentarán además, de la forma de definir e identificar una sequía, un condensado sobre la determinación de regiones áridas y semiáridas y de los factores más importantes a considerar en su estudio.

En el Capítulo 2 se describirán las técnicas utilizadas para el análisis de sequías tanto puntual como regional.

Los aspectos económicos de las sequías se tratarán en el Capítulo 3.

Las técnicas estudiadas en el capítulo 2 son aplicadas a una región hidrológica de la República Mexicana (Capítulo 4).

Las conclusiones y recomendaciones se presentan en el Capítulo 5.

## 1. IDENTIFICACION DE SEQUIAS

Históricamente las sequías han sido compañera constante de la humanidad. Durante varios años las sequías se han sentido en la agricultura en los suministros urbanos de agua, industria, control de contaminación, energía, recreación y en general como un anfitrión en cualquier actividad relacionada con el agua.

En los tiempos actuales, la interacción entre agua y sociedad ha producido un cambio de actitud como un resultado del crecimiento y conflicto en la demanda por la escasez del suministro de agua, promoviendo estrategias y reactivando los esfuerzos en la predicción y control de la escasez de agua.

Cualquier término, cualquier teoría, tienden a ver como acuerdo general que las sequías son un aspecto inevitable de las regiones áridas y semiáridas y una compañera histórica de varias civilizaciones. El problema real surge no de la ocurrencia de sequías en el tiempo, sino del fracaso para modelar el hábitat y crear una cultura de acuerdo con el medio ambiente que la rodea. Por ejemplo, los patrones de cultura humana en regiones áridas y semiáridas y ciertamente en el desierto deberá ser adaptada para la supervivencia.

Finalmente en cualquier discusión del manejo de sequías se deberá enfatizar sobre la importancia de los efectos acumulados. Cuando la siguiente sequía se presenta, hay razones para creer que está deberá ser mala o aún peor que la anterior por la vulnerabilidad de la sociedad, la complejidad e interdependencia de los sistemas a nivel nacional e internacional.

Para explicar las respuestas de la sequía, se pueden detectar tres posturas básicas. La primera puede ser descrita como la postura **optimista** la cual reconoce el potencial de avance tecnológico, buena administración, racionalización del sistema, progreso adecuado asociado con la alta tecnología y expansión económica. Contrastando con la faceta optimista, se tiene **la preocupación catastrófica** la cual prevee al por mayor la destrucción, erosión, abrasión, desastres a gran escala y hace un énfasis sobre los requerimientos de conservación o tecnología

del suelo como solo una respuesta al por mayor de la destrucción del medio ambiente. En medio de estos dos extremos se encuentra lo que se puede llamar una **posición intermedia** que reconoce algunos desastres localizados, siendo cuantiosas las respuestas y políticas que han de ser adoptadas simplemente por mantener un saber tradicional además contrastados por un manejo prudente de los procesos.

Finalmente, tales discusiones tratan asuntos críticos como disponibilidad de tiempo y espacio para decisiones relevantes, decisiones propias y la interacción concerniente entre población, cultura y biosfera.

### **1.1 Definición de sequías**

Se tienen dificultades para encontrar una definición que sea generalmente aceptada para el término sequía. Las definiciones dependen del enfoque con que se traten, ya sea desde el punto de vista profesional ( meteorología, hidrología, geografía, desarrollo de los aprovechamientos hidráulicos, etc.) o de la actividad económica que afectan (agricultura, industria, producción de energía eléctrica, suministro de agua para consumo doméstico, la navegación y la recreación).

Desde el punto de vista meteorológico la sequía se presenta cuando la precipitación durante un cierto período de tiempo es significativamente más pequeña que el promedio o que un valor crítico.

Desde el punto de vista hidrológico, la sequía ocurre cuando existe un déficit de agua, no solo de precipitación, sino también de escurrimiento superficial y subterráneo.

Desde el punto de vista económico y social, la definición de sequía considera no solo el suministro de agua, sino también la demanda. Esto significa que la sequía depende del tipo de uso del agua y de la densidad y distribución de los usuarios. La consideración de déficits de agua para períodos durante el cual la demanda exceda el suministro afecta la definición de sequía.

De lo anterior se concluye que una sequía ocurre cuando se presenta un significativo déficit de agua (valor crítico) tanto en el tiempo como en el espacio. La palabra significativo, quiere decir que los impactos ambientales, económicos y sociales de la sequía son muy importantes para la humanidad.

El criterio para establecer el valor crítico de la sequía depende generalmente de factores económicos. Los valores críticos para el suministro de agua para uso agrícola son relacionados a los efectos de la reducción de agua en los cultivos. En tanto que para los usos doméstico e industrial dependen de los requerimientos de agua para la sobrevivencia, hábitos higiénicos, la producción industrial, etc; estos valores dependen mucho de los estándares de vida en la región en consideración.

Las sequías son fenómenos básicamente sociales y económicos, que están basados en las propiedades físicas de la naturaleza y en los sistemas de aprovechamiento hidráulico construidos o afectados por la mano del hombre.

Debido a que los mayores impactos son del tipo económico, se deberán usar sus principios generales para definir a las sequías. Estos principios ayudan a encontrar una única definición de sequía al aplicar los conceptos de suministro y demanda de agua, ya sea para un usuario individual o conjunto de usuarios. En este contexto una sequía se definirá por el déficit en el suministro de agua y se obtendrá mediante las diferencias entre las series de tiempo (diaria, semanal, mensual, estacional o anual) de suministro de agua y las de demanda. Esto es válido para cualquier usuario, sitio o periodo de tiempo ininterrumpido.

Por todo lo anterior una sequía es generalmente definida como **escasez** con referencia a necesidades específicas del agua en relación con el suministro y la demanda.

## 1.2 Características de las regiones áridas

Existen varios caminos para definir los conceptos de zona árida y semiárida. La definición de aridez, en términos de planeación y manejo de recursos hídricos según Wiener (1972), está relacionada con las condiciones y el acceso del recurso agua que limitan seriamente la sobrevivencia o el crecimiento de una economía. En términos operativos, una región o un país son considerados áridos o semiáridos cuando la cantidad o la calidad o ambas condiciones del agua representan una variable crítica controladora de su planeación y desarrollo.

Para definir el término de aridez, se debe partir de las características de la superficie terrestre, tales como geomorfología y vegetación, las cuales afectan el clima hasta presentar las condiciones comunes de desertificación. Sin embargo, la definición más formal está en función de las causas que la originan y a menudo se basan en comparaciones entre precipitación y algunas medidas de potencial de evaporación, un buen ejemplo de lo anterior es la publicación de la UNESCO (1979).

Esta definición se fundamenta en el valor del cociente de la altura de precipitación media anual con respecto a la evapotranspiración potencial media anual P/ETP.

Valores de esta relación definen tres grados de aridez: < 0.03 para la zona hiperárida, 0.03-0.20 para la zona árida y 0.20-0.50 para la zona semiárida. Se pueden definir algunas subclasificaciones basadas en temperatura, longitud del periodo anual seco y régimen estacional de precipitación.

Es importante señalar la diferencia conceptual que existe entre aridez y sequía, toda vez que ambas condiciones se caracterizan por la ausencia de agua:

- La aridez es un estado climático permanente
- La sequía es un proceso extremo que se presenta en el tiempo y en el espacio.

La sequía y la aridez son asociadas frecuentemente, debido a que las regiones más secas son usualmente aquellas donde la variabilidad de la precipitación es más alta. Las consecuencias económicas de la sequía en las regiones áridas son más importantes debido a dos razones: a) por lo poco preparado de la gente de estas regiones para hacer frente a las sequías recurrentes, y b) por las grandes inversiones que se pierden en la agricultura ante la presencia de las sequías.

La terminología y definiciones asociadas con la aridez y la sequía generan confusión semántica, sin embargo, es muy difícil realizar una separación conceptual de los parámetros que definen cada uno de estos fenómenos. Por lo anterior, es necesario realizar una clasificación de conceptos a través de una escala de sequedad con respecto a los ejes de disponibilidad de agua y transformación del medio ambiente (Vlachos, 1983). Dicha clasificación se muestra en la **Tabla 1.1**.

**Tabla 1.1** Clasificación conceptual por grados de sequedad (Vlachos, 1983)

### **DISPONIBILIDAD DE AGUA**

#### ***Transformación en el Medio Ambiente***

### **DESEQUILIBRIOS TEMPORALES**

#### **Producido por la naturaleza**

#### ***Sequías***

#### ***Características***

- persistencia en precipitaciones menores a la media
- variabilidad en frecuencia, duración y severidad
- ocurrencia impredecible
- reducción de disponibilidad de agua en zona afectada
- disminución en la capacidad de conducción de la red hidrográfica

### ***Efectos***

- erosión eólica y deterioro de suelos cultivables
- reducción de la flora y fauna
- reducción de la calidad de aire: polvos
- aparición de plagas y enfermedades
- aumento de la demanda de agua

### ***Respuesta***

- regulación de uso de agua, racionalización o reciclado
- medidas institucionales de uso durante la crisis

## **Inducido por el hombre**

### ***Déficit***

#### ***Efectos***

- sobreexplotación de acuíferos
- nivel de agua en embalses menor a la prevista
- degradación de suelos
- condiciones de escurrimiento incrementadas
- disminución de recarga de acuíferos
- capacidad alterada de conducción en la red hidrográfica

#### ***Características***

- sistemas hidrológicos afectados localmente
- deterioro de la calidad del agua; intrusión salina
- conflictos entre usuarios del agua

#### ***Respuesta***

- regulación de uso de agua, racionalización o reciclado
- aumento del valor del agua
- medidas de mitigación institucionales

***Respuesta***

- innovaciones tecnológicas
- cambios en el uso de suelos

**DEFICIENCIAS PERMANENTES**

**Producidos por la naturaleza**

***Aridéz***

***Características***

- condiciones de baja humedad en toda la zona
- altos grados de insolación
- variaciones extremas de temperatura
- alta variabilidad en la precipitación en el tiempo y en el espacio.
- bajas precipitaciones medias anuales
- baja capacidad de conducción de la red hidrográfica

***Efectos***

- producción agrícola limitada
- actividades de extracción e industriales limitadas por disponibilidad del recurso agua
- asentamientos humanos dispersos
- subsistencia de economías agrícolas

***Respuesta***

- recuperación de suelos: irrigación
- secuencia en la concesión de uso de suelo
- obras hidráulicas de almacenaje y conducción de agua

## Inducido por el hombre

### *Desertificación*

#### *Efectos*

- minado de acuíferos
- pérdida de los sistemas ribereños
- pérdida de nutrientes en el suelo
- daños de las capas superficial y subsuperficial de suelos
- aumento de inundaciones repentinas y en escurrimiento
- deterioro o pérdida de capacidad de conducción en la red hidrográfica

#### *Características*

- erosión por viento y agua
- salinización de suelos
- agrietamiento o compactación de suelos
- salinización de aguas
- abatimiento de acuíferos: subsidencias
- cambios microclimáticos: calidad del aire
- alteración de la estructura social
- cambios en las bases de la economía
- pérdida de suelos cultivables

#### *Respuesta*

- medidas de rehabilitación de suelos
- regulación en el uso de suelo: optimización contra maximización de uso
- innovaciones en el manejo de los recursos y tecnologías
- medidas de conservación de los ecosistemas

De la clasificación de la UNESCO (1979), casi la mitad de las ciudades del mundo tienen problemas de aridez por lo que es obvia la necesidad de mejorar el entendimiento de la hidrología

de regiones áridas y semiáridas para el empleo de técnicas apropiadas en la modelación de escurrimientos superficiales y subterráneos además de otros aspectos hidrológicos.

La escasez de datos en estas regiones acentúa la necesidad de sintetizar datos por modelación. Aún en regiones húmedas donde se ha desarrollado un largo trabajo, la modelación hidrológica es de una precisión moderada.

La mayor parte de las características hidrológicas para las zonas definidas como áridas y semiáridas son similares ya que todas ellas presentan:

- Baja humedad en toda la zona
- Valores altos de insolación
- Variación extrema de temperatura
- Baja precipitación media anual
- Ausencia o insuficiencia de red hidrográfica

Sin embargo, ciertas características son propias de regiones bien delimitadas, por ejemplo:

- Una similitud con respecto a un periodo de lluvias definido
- Un diagrama de precipitaciones simples
- Homogeneidad en altas temperaturas
- Poca superficie con cubierta vegetal
- Una red hidrográfica deficiente

Por otro lado, un escenario común en las zonas clasificadas como semiáridas es que el 90 % de la precipitación total anual ocurre tan sólo en el 10 % del periodo de lluvias de la región. Vale la pena mencionar que, en contraste con las regiones húmedas donde frecuentemente el mecanismo rector del flujo superficial es el grado de saturación del suelo, en las regiones áridas y semiáridas los escurrimientos superficiales, producidos por la precipitación, se controlan mediante un mecanismo de infiltración excedida, mejor conocido como un flujo, de tipo hortoniano, que obedece a las siguientes condiciones de funcionamiento:

$$q = p - \phi \quad \text{si } p > \phi \quad 1.1$$

$$q = 0 \quad \text{si } p < \phi \quad 1.2$$

donde:

q: escurrimiento producido

p: precipitación

$\phi$  : índice de infiltración

Las zonas áridas (y especialmente zonas semiáridas) están a menudo en un delicado balance hidrológico. La tendencia de la precipitación es más variable en el tiempo y en el espacio que en las regiones húmedas.

Para áreas desérticas y en un gran porcentaje de cuencas áridas la superficie del suelo es el primer contacto de la lluvia. Así el tipo de suelo y las propiedades de la superficie juegan un papel importante en la producción del escurrimiento. Los suelos hidrofóbicos, arenales, suelos dispersos, suelos pedregosos y dunas de arenas son algunas de las características que influyen en la producción de escurrimiento en zonas áridas.

La cubierta vegetal se encuentra esparcida en estas zonas, componiéndose principalmente de xerophytas, hierbas efímeras y plantas de hojas pequeñas. Las xerophytas tienen mecanismos de retención de agua y raíces características adaptadas para sobrevivir. Esas características varían considerablemente en diferentes regiones por lo que la densidad de vegetación puede ser muy diferente después de un periodo húmedo o de un periodo prolongado de sequías. La demanda y disposición de agua en el suelo pueden así cambiar considerablemente en distintas regiones y periodos en una misma localización. En resumen, hay una amplia variación típica en el balance de agua en el suelo.

En varias regiones áridas, la localización de xerophytas a lo largo de los canales tiene un efecto significativo sobre recargas y, presumiblemente sobre la transmisión de pérdidas en canales.

Para estas regiones, es notoria la ausencia de materia orgánica sobre la superficie del suelo. Si bien se cuenta con datos, esta ausencia de materia orgánica probablemente tiene efectos significativos sobre los procesos de intersección, infiltración, evapotranspiración y escurrimiento.

### **1.2.1 Intersección**

En regiones áridas la intersección es altamente significativa para determinar la micro-hidrología en un sitio. En varias zonas las especies vegetales se adaptan para conseguir componentes de agua los cuales determinan su supervivencia y crecimiento.

En una escala de captación, la intersección es significativa principalmente donde el escurrimiento se origina de una precipitación de baja intensidad o cuando hay variaciones en la densidad de cobertura de plantas. Generalmente la intersección de almacenamientos representa el agua que puede retornar rápidamente a la atmósfera por medio de la evaporación directa incluyendo el contenido de agua en la capa superficial del suelo. Desafortunadamente se dispone de poca información sobre la intersección y cobertura vegetal en zonas áridas haciendo evidente la necesidad de enfocar mayor atención sobre la necesidad de obtener datos sobre este concepto.

En general para varias zonas áridas y semiáridas del mundo la dinámica de los estados de vegetación es una consideración importante en la modelación. El rango de las características de la vegetación que influyen en el escurrimiento son de mayor impacto en zonas áridas que en regiones húmedas. La variación de los ciclos vegetativos implica cambios en la intersección; ello complica cualquier descripción e incrementa la complejidad de los modelos requeridos. Donde se conoce la cobertura vegetal se supone un nivel de impacto constante, esto se refleja en la cantidad de escurrimiento; lo que es útil para proceder a modelar. El caso más simple se tiene en las zonas desérticas totales donde el valor de la intersección es cero.

### 1.2.2. Infiltración

En el proceso de la infiltración influyen varios parámetros, tales como, las características de lluvia y escurrimiento (intensidad, duración y posición de las tormentas, volumen, pico y duración del escurrimiento), material suspendido, geometría del canal, tipo de estratificación y profundidad del tirante de agua. La mayoría de estos parámetros se caracterizan por temporales largos y variabilidad espacial sobre la cuenca así como un curso largo de material aluvial.

La magnitud y frecuencia de recarga de corrientes efímeras es dependiente sobre la cantidad de agua perdida a través de la infiltración dentro del lecho con la onda progresiva del flujo. La cantidad de extracción, la cual representa el volumen infiltrado acumulado, depende del perfil sólido, ciertas condiciones físicas y características de precipitación. El volumen infiltrado inicialmente satisface el déficit de humedad del suelo y evaporación requerido y puede eventualmente contribuir a la recarga en los acuíferos.

La estimación de la infiltración en corrientes efímeras de regiones áridas se dificulta debido a la transmisión natural de los procesos del escurrimiento en la superficie y en el subsuelo. Sin embargo, procedimientos simplificados basados sobre la ecuación de balance de masas proveen una estimación razonable de la infiltración media. Si TL representa el volumen acumulado de infiltración (Sorman, 1993),  $V_{UR}$  el volumen de entrada acumulado aguas arriba,  $V_{DR}$  el volumen de salida acumulado aguas abajo y  $V_{TR}$  la contribución tributaria del escurrimiento hasta el canal principal, entonces por balance de masa:

$$TL = V_{UR} - V_{DR} + V_{TR} \quad 1.3$$

La primera dificultad en la valoración de la infiltración es la estimación de cualquier contribución tributaria de escurrimiento, un factor que ha sido ignorado en la mayoría de los casos.

El procedimiento para estimar el coeficiente de escurrimiento es el sugerido por el Soil Conservation Service (SCS). El procedimiento utiliza información colectiva sobre precipitación,

escurrimiento y estimación de la capacidad de extracción para aguas arriba, aguas abajo y áreas tributarias. El coeficiente del escurrimiento aguas arriba ( $C_{RU}$ ) es estimada como:

$$C_{RU} = \frac{V_{UR}}{V_{UP}} = \frac{V_{UP}}{V_{US} + V_{UP}} \quad 1.4$$

donde  $V_{UP}$  y  $V_{UR}$  son los volúmenes de precipitación y escurrimiento para el área aguas arriba y  $V_{US}$  es la capacidad de extracción aguas abajo. El coeficiente de escurrimiento tributario de la cuenca,  $C_{RT}$ , para áreas localizadas entre aguas arriba y aguas abajo puede ser estimada por una relación similar:

$$C_{RT} = \frac{V_{TR}}{V_{UP}} = \frac{V_{TP}}{V_{TS} + V_{TP}} \quad 1.5$$

donde  $V_{TP}$ ,  $V_{TR}$  y  $V_{TS}$  representa la precipitación tributaria, escurrimiento y capacidad de volúmenes de extracción y de almacenamiento, respectivamente.

Despejando  $V_{TR}$  de la ecuación 1.5 se obtiene la ecuación para la estimación del escurrimiento tributario:

$$V_{TR} = C_{TR} \cdot V_{TP} = \left[ \frac{V_{TP}}{V_{TS} + V_{TP}} \right] V_{TP} \quad 1.6$$

La valoración de escurrimientos tributarios requiere la estimación de la capacidad de extracción  $V_{TS}$ , sin embargo la relación entre la capacidad de extracción de los valores aguas arriba y tributarios hasta sus respectivas áreas provee de una ecuación para estimar la capacidad de extracción, siendo:

$$V_{TS} = V_{US} \frac{A_T}{A_U} \quad 1.7$$

donde  $A_U$  y  $A_T$  son las áreas aguas arriba y tributarias de la cuenca respectivamente. La estimación del escurrimiento tributario requiere calcular los volúmenes de la capacidad de extracción de aguas arriba y tributarios,  $V_{US}$  y  $V_{TS}$  usando las ecuaciones 1.4 y 1.7.

La absorción de agua en material aluvial en zonas áridas es bien conocida. La evaluación de la infiltración es un problema serio en la modelación. Los datos para una calibración están disponibles solo en pocos lugares donde se han instalado estaciones de medición a lo largo de canales o donde los piezómetros se han colocado cerca de la corriente. Para localidades donde no existen datos, éstos deberán ser obtenidos de los sitios donde estén disponibles incorporando la transmisión de pérdidas como una variable adicional en el modelo.

### **1.2.3 Evaporación y Transpiración**

En zonas muy áridas, la evaporación en el suelo y la transpiración de las plantas toman una importancia relativa debido a la magnitud de área descubierta y a la frecuencia de pequeñas lluvias las cuales permiten que el agua ubicada en el suelo retorne a la atmósfera.

La evapotranspiración en regiones áridas comunmente se considera de por lo menos el 95% del volumen precipitable, esta postura no es particular para la modelación lluvia-escurrimiento.

Dependiendo de las condiciones locales esto debe ser considerado para simular pérdidas de la superficie de cuerpos de agua, tales como presas y lagos. La metodología es la misma que se emplea en regiones húmedas pero genera incertidumbre causada por lo escaso de datos meteorológicos en estas regiones.

Mientras las pérdidas por transpiración de xerophytas son altamente significativas en la modelación de recarga en regiones áridas, esta no se maneja explícitamente en la modelación

Lluvia-escorrimento, además deberá considerarse que la actividad de xerofitas puede tener efectos sobre la transmisión de pérdidas en canales.

Ahora, considerando la actividad humana desde tiempos antiguos, los habitantes de regiones áridas han usado la conversión de evaporación y el rocío, colectando el agua atmosférica para proveer de agua a las plantas de manera individual. Sharma (1976) presenta algunas consideraciones dentro de la importancia de la caída de rocío y da una referencia de su utilidad.

#### **1.2.4 Áreas tributarias en el escurrimento**

El concepto de área tributaria o ponderada en el escurrimento y su dinámica es complemento del área total definiéndose como el área que contribuye al escurrimento. Usualmente estos procesos son atributos de la presencia de saturación en valles bajos donde virtualmente toda la lluvia se convierte en escurrimento y el potencial de infiltración impide cualquier escurrimento sobre el resto de la cuenca. Sin embargo, otros mecanismos pueden causar áreas tributarias de escurrimento en regiones húmedas.

En regiones áridas y semiáridas, los conocimientos indican que el mecanismo predominante en el escurrimento es Hortoniano sobre la tierra donde la precipitación excede el potencial de infiltración. Yair y Lavee (1982) describieron el fenómeno sobre tres diferentes tipos de cuencas áridas en Israel. Una característica observada en esas zona es la baja capacidad de infiltración causada por bastos desechos de roca compacta en unos casos y material fino como consecuencia de arrastre de eventos anteriores en otros casos.

Wolman y Gerson (1978) presentaron datos indicando descubrimientos interesantes sobre los gastos máximos por unidad de área siendo similares para regiones con condiciones climáticas en el rango de áridas. Los hidrogramas en regiones áridas y semiáridas presentan un tiempo base y tiempo pico corto.

No se conoce si este decremento del tiempo pico es proporcional al incremento del área de las regiones áridas y semiáridas, sin embargo para la modelación deberá de tomarse en cuenta las características generales de la cuenca.

### **1.2.5 Efectos del relieve**

La diferencia del relieve tiene efectos importantes sobre la hidrología de regiones áridas y semiáridas. Lo más obvio es que en regiones con poco relieve a menudo no se cuentan con redes de drenaje.

El tamaño y la importancia hidrológica de los abanicos aluviales dependen del relieve. Los abanicos son una característica de las redes de drenaje en la mayoría de las regiones áridas y son relacionados con altas cargas de sedimentos transportados por las corrientes en estas regiones. Frecuentemente, una corriente relativamente empinada termina con un abanico aluvial teniendo como origen una zona montañosa.

En el suroeste de Estados Unidos, por ejemplo, donde hay un gran relieve los abanicos aluviales tienen una extensión de 10 a 100 metros. Estos a menudo tienen alta capacidad de almacenamiento y pueden absorber grandes volúmenes de agua abasteciendo a los acuíferos locales.

En general, la importancia del relieve se debe asociar con la presencia de abanicos aluviales los cuales influyen directamente en el abastecimiento de acuíferos.

Una diferencia importante de las zonas áridas y semiáridas esta en función de la temperatura y el régimen de lluvia en cada zona. Regiones ubicadas en lo trópicos o cerca de ellos experimentan altas temperaturas y en consecuencia altos porcentajes de evaporación. En estas regiones la mayoría de la lluvia ocurre en verano cuando el potencial de evaporación es alto. Regiones más remotas de los trópicos tienden a presentar precipitación predominante.

La importancia relativa de evapotranspiración, humedad y vegetación en la modelación depende sobre la ubicación con respecto a los trópicos. El efecto puede ser de suficiente magnitud causando modificaciones de los modelos y técnicas apropiadas en regiones diferentes.

### **1.2.6 Modelación de regiones áridas**

En zonas áridas donde el manejo de los recursos de agua es a menudo subterráneo es importante el estimar la recarga. Sin embargo, tales recargas son típicamente del orden de 1% de la precipitación, esto no puede ser predecido efectivamente como un residuo de los procesos lluvia-escorrimento, como sucede en zonas húmedas; pero ello debe ser determinado por técnicas independientes, que a menudo involucran el uso de datos de lugares cercanos.

La variabilidad de procesos de entrada, los efectos de la transmisión de pérdidas y la escasez de datos, son probablemente los que incrementan la dificultad e incertidumbre en regiones áridas y semiáridas.

La precisión de los datos en zonas áridas es generalmente bajo, debido principalmente a:

- a) aislamiento de la mayoría de las estaciones y baja densidad de población
- b) dificultad de acceso en periodos de precipitación
- c) la alta variabilidad e irregular ocurrencia de escurrimientos
- d) escasez de un apropiado control natural de secciones en escurrimiento con suelo móvil y altos costos del control artificial.
- e) condiciones climatológicas y físicas severas.

La estimación de evapotranspiración es requerida para modelación contnua, y pocos datos están disponibles para la correcta estimación.

En las zonas áridas los canales están secos en un gran porcentaje de tiempo y cuando el escurrimiento ocurre, una larga proporción del mismo es absorbida por el suelo por los bancos de material. Tales pérdidas en canales puede ser suficiente para causar la desaparición de la corriente en su totalidad.

A continuación los objetivos de los modelos lluvia-escurrimiento son discutidos en función de su dificultad:

**a) Estimación de producción superficial mensual o anualmente.** La aproximación más simple es por el significado de la relación de regresión derivado de manejar los registros de lluvia-escurrimiento de la cuenca de interés. La producción mensual o anual es usualmente requerida para el diseño de suministros de agua para uso doméstico o irrigación, con o sin almacenamiento. En la mayoría de los casos las cuencas son de tamaño pequeño ya que las cuencas de gran tamaño difícilmente se ubican en las zonas áridas.

**b) Estimación del gasto pico y niveles de agua.** Modelos de eventos discretos son apropiados para estas aplicaciones. La simulación de un evento actual, para predicción o sintetización de datos son raramente requeridos en zonas áridas. Sin embargo, el análisis de los eventos del registro es involucrado en la calibración del modelo. La modelación de eventos discretos desarrollados para regiones húmedas son apropiados para las zonas áridas, pero el procedimiento y diseño de parámetros necesita ser adaptado para las características de estas regiones.

**c) Modelación continua y precipitación sobre condiciones constantes.** Esto requiere un tipo de modelo de balance de agua en el cual son simulados los procesos hidrológicos. Los detalles incorporados en el modelo dependen de la disponibilidad de datos para calibración, verificación y el periodo de tiempo usado en la operación del modelo. El periodo de tiempo apropiado depende del tamaño de la cuenca, la disponibilidad de datos y la información requerida. Los modelos apropiados para regiones áridas y semiáridas son en general del mismo tipo que los desarrollados para áreas húmedas. Sin embargo, se requiere la simplificación y adaptación de esos modelos para su aplicación en regiones áridas.

**d) Modelación continua de la relación entre la hidrología superficial y las variaciones normales de periodos con precipitación/sequía.** En varias regiones la cantidad y condiciones de vegetación son muy dependientes de la cantidad de lluvia. El estado de la vegetación y sus efectos pueden ser incorporados en el modelo.

**e) Estimación de los efectos de la hidrología en el cambio de clima.** Esto es una extensión más lejana de la modelación. Se puede involucrar como los procesos actuales son afectados por el cambio de clima. La predicción de las consecuencias de cambio de clima es importante debido a los efectos de invernadero de los gases de la atmósfera.

**f) Estimación de los efectos hidrológicos de cambios de tierra, uso, manejo y la posible desertificación.** La modelación de estos efectos podrá tener grandes beneficios en el manejo de zonas áridas y semiáridas con sus delicados ecosistemas y largos tiempos de recuperación después de daños ambientales. Sin embargo la modelación de los efectos de cambio de uso de tierra en cualquier régimen climatológico involucra varias suposiciones e incertidumbres y esto ha sido probablemente acentuado en regiones áridas y semiáridas.

En general, en la modelación hidrológica, la calidad de los datos muy a menudo tiene un gran efecto sobre la precisión de los resultados y en la calidad de los modelos usados. La escasez en la disponibilidad de datos probablemente es el gran problema para la modelación de estas zonas.

### **1.2.7 Déficit de agua en el suelo en cuencas semiáridas**

Durante un evento específico de lluvia, la cantidad de escurrimiento resultante depende de factores tales como la intensidad, variación y duración espacial así como del déficit del agua en la capa superior del suelo antes de la tormenta. Este último es quizás el de mayor importancia en la relación lluvia-escurrimiento afectando la capacidad de infiltración y precipitación en exceso.

Varios modelos lluvia-escorrentamiento usan como una de las condiciones primarias al déficit inicial del suelo ya sea medido o estimado. Para la predicción con estos modelos debe ser evaluado el déficit de agua. Esto es, considerado necesariamente el inicio de cada evento de tormenta.

Entre los factores que gobiernan la infiltración están la lluvia, las características del suelo y la vegetación y el antecedente de humedad en el suelo; este último es el más incierto. Las características de la lluvia son diferentes para cada tormenta pero pueden ser determinadas correctamente usando una adecuada red de registros. La mayoría de las características de vegetación y suelo usualmente permanecen constantes con el tiempo, excepto para la variación estacional. Sin embargo, las condiciones de humedad en el suelo son altamente variables en el tiempo y espacio. Las mediciones de niveles de agua en el suelo son escasamente llevados a cabo para cada evento de lluvia por lo que deben estimarse mediante la ecuación de balance de agua (WBE):

#### 1.2.7.1 Ecuación del Balance de agua (WBE)

Sobre la base de las componentes involucradas en la WBE (Karnieli, 1993) se tiene:

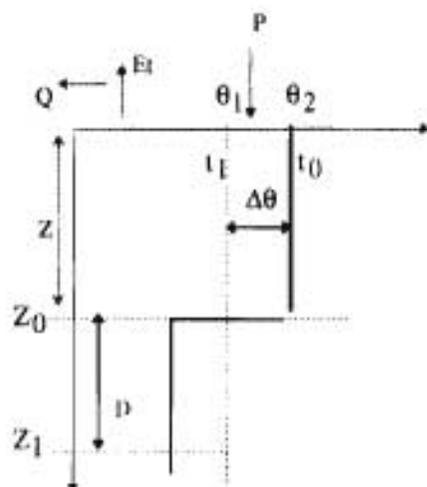
$$P = Q + E_t + D + Z\Delta\theta \quad 1.8$$

donde

- P precipitación
- Q gasto
- $E_t$  evapotranspiración
- $Z\Delta\theta$  cambio de almacenamiento en el agua

Las dimensiones de cada una de las variables están dadas en longitudes.

La relación WBE es ilustrada en la Fig 1.1, en la que el término  $Z\Delta\theta$  es confinado entre los límites superior e inferior de un sistema unidimensional.  $Z\Delta\theta$  es el producto de la profundidad de la superficie del suelo hasta el límite inferior  $Z$  y el contenido volumétrico de agua en la zona de transmisión  $\Delta\theta$ .



- P Lluvia
- Q Escorrentía
- Et Evapotranspiración
- $\theta$  Contenido de agua en el suelo
- D Profundidad de percolación
- Z Profundidad
- t tiempo

**Fig 1.1** Representación esquemática de las componentes del balance de agua

El propósito del modelo que a continuación se presenta es describir la WBE para dos tipos básicos de periodo de lluvia. La primera empieza con precipitación la cual no crea escorrentía y la segunda inicia con precipitación y escorrentía.

CASO 1 : La WBE para precipitación sin escurrimiento.

Durante una tormenta sin escurrimiento, la cantidad entera de agua se infiltra en el suelo, y el incremento de almacenamiento estará dada por:

$$P = Z\Delta\theta = Z(\theta_1 - \theta_0) \quad 1.9$$

donde

$\theta_0$  y  $\theta_1$  son los valores iniciales y finales del contenido de humedad del suelo.

Esto supone que la duración de este periodo, evapotranspiración y profundidad de percolación son despreciables.

Entre dos eventos de lluvia la WBE puede ser escrita como :

$$E_t + D = Z(\theta_1 - \theta_t) \quad 1.10$$

donde

$\theta_t$  es el contenido de agua en t días después del evento de lluvia.

Para un estado en el cual la evapotranspiración y la altura de precipitación son los procesos dominantes estos pueden ser descritos por un decaimiento dinámico del contenido de humedad en el suelo:

$$Z\theta_t = (Z\theta_0 + P)e^{-K\Delta t} \quad 1.11$$

donde

e antilogaritmo

K factor de recesión ( $0 < K < 1$ )

Lo anterior se relaciona con la actual evapotranspiración y profundidad de percolación siendo afectado por factores tales como fisiografía, clima y características de vegetación en la cuenca.

*CASO 2: La WBE para escurrimiento producido por tormenta.*

Cuando la intensidad de lluvia es mayor que el rango de infiltración, se genera el escurrimiento. Este momento es referido como el inicio del tiempo de encharcamiento  $t_p$ . Sobre una base anual la lámina de escurrimiento se relaciona linealmente con la altura de precipitación. Citando a Boers et al (1986) sugieren que esta relación puede ser además adoptada para una tormenta simple como:

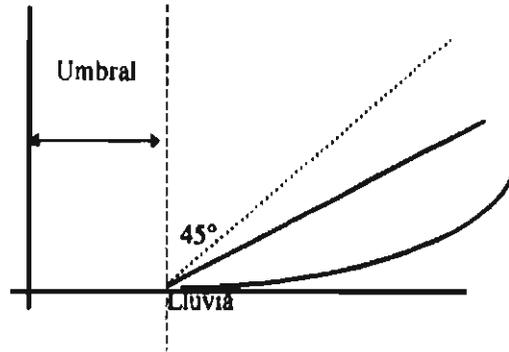
$$Q = \begin{cases} aP - b & \text{si } aP \geq b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad 1.12$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes. En este caso el escurrimiento empieza cuando es excedido el valor  $P_T = b/a$  expresado en unidades de longitud.

El modelo sugiere que el tiempo de encharcamiento ( $t_p$ ) y el valor del umbral ( $P_T$ ) ocurren cuando el contenido de agua del perfil del suelo en alguna profundidad  $Z$  está saturado. Cuando la profundidad de la precipitación está por abajo del valor del umbral el escurrimiento no ocurre puesto que alrededor de este valor, el escurrimiento es una porción de la lluvia representada esquemáticamente por una línea de la figura 1.2. Por lo tanto, la constante que usualmente expresa la pendiente de la línea puede ser interpretada aquí como un factor de reducción de la línea de 45 grados.  $P_T$  puede ser calculada de

$$P_T = Z\theta_0 + (P - Q) \quad 1.13$$

### Escurrimiento



**Figura 1.2** Representación esquemática de la posible relación lluvia-escorrimento

Entre dos eventos, los procesos de sequía son descritos por la siguiente WBE:

$$E_t + D = [Z\theta_0 + (P - Q)] - Z\theta_t \quad 1.14$$

Similar a la ecuación 1.11 el comportamiento dinámico de el contenido de agua del suelo deberá ser reescrito como:

$$Z\theta_t = [Z\theta_0 + (P - Q)]e^{-K\Delta t} \quad 1.15$$

Combinando la ecuación 1.15 con la 1.14 se tiene:

$$E_t + D = [Z\theta_0 + (P - Q)](1 - e^{-K\Delta t}) \quad 1.16$$

Asumiendo una relación lineal entre lluvia y escurrimiento y usando la ecuación 1.12 y 1.13 una nueva WBE puede remplazarse de la ecuación 1.8:

$$P - a(P - P_T) - \{[Z\theta_0 + (P - Q)](1 - e^{-K\Delta t})\} = 0 \quad 1.17$$

En esta ecuación el primer término representa la lluvia, el segundo representa el escurrimiento y el tercer término representa las pérdidas.

Se ha observado que la relación entre lluvia-escurrimiento no es lineal por lo que se reemplazará la ecuación lineal por una relación dinámica, con esta idea la ecuación 1.12 puede ser reescrita como:

$$Q = a(P - P_T) + c(P - P_T)^2 \quad 1.18$$

La forma cuadrática de la ecuación 1.18 puede generar algunos problemas estructurales ya que la función curva del escurrimiento puede interceptar el eje de precipitación en dos puntos  $-a/P = P_T$  y  $a/P = P_T + (a/c)$ . Entre esos dos puntos la mitad del escurrimiento es negativo. Esto puede mostrar que la fase inicialmente mencionada arriba está limitada por el rango de  $P_T$  hasta  $P_T + (a/c)$ . Es importante notar que el actual signo depende sobre el signo de  $a$  y  $c$ , por lo tanto la WBE tendrá la forma de:

$$P - \left[ a(P - P_T) + c(P - P_T)^2 \right] - \left\{ [Z_{\theta_0} + (P - Q)](1 - e^{-K\Delta t}) \right\} = 0 \quad 1.19$$

donde  $c$  es el factor de curva.

Para evaluar los parámetros, el modelo WBE en la ecuación 1.19 se basa en tres parámetros desconocidos ( $k$ ,  $P_T$  y  $c$ ) y una variable de entrada ( $P$ ) así, hay una solución no explícita para escurrimientos diarios ( $Q$ ).

Para calcular los parámetros se puede emplear una optimización por el método Simplex manejando como función objetivo la siguiente ecuación:

$$FUNC = \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{i=1}^n (Q_{p_i} - Q_{0_i})^2 \right]_j \quad 1.20$$

donde

N número de años

n número de días entra cada periodo de lluvia la cual tiene registros de precipitación o escurrimiento directo o ambos.

Es importante destacar que en el procedimiento de optimización  $Q_p$  y  $Q_0$  son consideradas como variables independientes.

Los parámetros optimizados se emplearán en la ecuación 1.19 para la simulación del comportamiento dinámico del contenido de agua en el suelo. Después de un periodo seco el contenido de agua en el suelo es muy bajo y por lo tanto se puede asumir que:

$$Z\Delta\theta = \begin{cases} P & \text{para } Q_0 = 0 \\ P - Q_0 & \text{para } Q_0 > 0 \end{cases} \quad 1.21$$

Dos criterios para la evaluación del modelo: 1) el coeficiente de determinación ( $r^2$ ) entre el  $Q_p$  y  $Q_0$ , 2) el error estándar de la estimación (SEE) calculado por

$$SEE = \left\{ \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{Nm - 2} \sum_{i=1}^m (Q_{p_i} - Q_{0_i}) \right]_j \right\}^{0.5} \quad 1.22$$

donde m es el número total de lluvia registrada.

De manera similar se puede encontrar una representación cuadrática entre las observaciones del escurrimiento, la ecuación 1.16 y el modelo de Soil Conservation Service (SCS)

$$Q = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \quad 1.23$$

donde S es el parámetro de retención o potencial de infiltración el cual deberá ser estimado antes de cada evento de tormenta hasta predecir el escurrimiento. El modelo SCS además usa un índice de lluvia antecedente sobre una base diaria para estimar el estado de humedad del suelo antes de que ocurra la tormenta. Esto tiene solo tres condiciones de humedad antecedente seco, normal y mojado en contraste a lo que ocurre en el modelo, el cual predice cualquier valor de contenido de agua en el suelo entre cero (muy seco) y el nivel de umbral. Adicionalmente, S en el modelo SCS es determinado por el método de "número de escurrimientos" designado como CN. CN tiene las mismas propiedades físicas como en el método común (definido como  $P_T - Z\theta_0$ ), puesto que son dependientes sobre los antecedentes de humedad y son continuamente variables con el tiempo.

Williams y La Seur (1976) proporcionaron un modelo de estimación de producción de agua usando la técnica SCS - CN (denotado como el modelo W y L). El modelo incluye la función de evapotranspiración dependiente del tiempo mejorando las evaluaciones de S. La ecuación 1.19 en el modelo ordinario y la ecuación 1.13 en el modelo W y L son dependientes en el tiempo describiendo el cambio de contenido de agua en el suelo expresado como:

$$P_T = h(P) - Qh(t) \quad 1.24$$

$$S = \lambda(P) - Q\lambda(t) \quad 1.25$$

donde en la ecuación 1.24

$$\lambda(P) = \lambda[\exp(-K\Delta t)] \quad 1.26$$

y en la ecuación 1.25

$$h(P) = h[\sum E_1(t)]$$

1.27

Para obtener S se necesita conocer la información diaria sobre evapotranspiración, donde  $P_T$  puede ser obtenida una vez determinada la constante K. Esto implica una diferencia significativa entre los dos modelos. En el modelo común el principal interés es reducir el número de datos requeridos para predicción, resultando un modelo el cual no usa datos colectados de  $E_t$ .

### 1.3 Índices de sequía

La ocurrencia de las sequías depende de las variaciones inherentes a la circulación atmosférica. Con el fin de definir y comparar las características de las sequías se han propuesto un conjunto de índices. La mayoría de ellos han intentado identificar las características meteorológicas de las sequías. Este es el caso de los índices de Lang, Martonne, Thornthwaite, Prescott, Capot-Rey, Bailey, Moral y Palmer. A pesar de sus limitaciones, el uso de estos índices, particularmente de los más elaborados como el de Palmer, es benéfico debido a que proporcionan una medida comparativa del impacto y de la severidad de las sequías que ocurrieron en varios sitios en diferentes ocasiones.

#### 1.3.1 Índice de sequía de Palmer

El índice Palmer, PDSI, (Palmer Drought Severity Index), es ampliamente usado como un indicador de la sequía en el campo meteorológico que señala el prolongado y anormal déficit de humedad. El PDSI es un cálculo del balance de humedad de agua con precipitación y humedad del suelo sobre el concepto de suministro, potencial de evaporación, recarga del suelo y el escurrimiento. El National Climatic Data Center obtiene el PDSI en 344 divisiones climáticas en los Estados Unidos.

Originalmente publicado por Palmer (1965) el PDSI es usado para análisis de sequías en el campo de climatología y meteorología. Citando a algunos investigadores Karl (1983) y Alley

(1984) discutieron las suposiciones y limitaciones inherentes en el índice y su uso. Karl (1986) examinó la sensibilidad del índice de humedad, temperatura, potencial de evapotranspiración y otros coeficientes de calibración. Numerosos estudios de climatología regional han sido conducidos usando el PDSI como el principal indicador de sequías. Karl (1987) estudio la probabilidad climatológica de mejorar el punto de terminación de sequías en diferentes regiones de las ciudades, Klugman (1978) examinó patrones de sequía en la parte superior del oeste para varios periodos entre 1931 y 1969. Karl y Quayle (1981) evaluaron la significancia histórica de el verano seco de 1980 el cual ocurrió en varias regiones mientras Eder et al (1987) examinaron la variabilidad espacial y temporal de sequía en el sureste. Karl y Kosciency (1982) y Diaz (1983) usaron el PDSI para sequía en E.U. de 1985 a 1991.

El uso de el PSDI en la planeación y operación de almacenamientos es menos amplia. Bowles (1980) examinó el uso del PSDI para el sistema de suministro de agua. Draper et al (1981) evaluó el uso de PSDI en una cuenca para definir y predecir sequías hidrológicas y concluyó que esto no es más confiable que los métodos de predicción hidrológica y es más aplicable para una gran área geográfica. Dezman (1982) desarrolló un índice de suministro de agua superficial empleando conjuntamente el índice de Palmer pero en general, el índice de suministro superficial es empleado para áreas de deshielo en las montañas y el índice de Palmer para tierra seca.

El desarrollo de las ecuaciones y coeficientes usados para calcular el PDSI es documentado por Palmer (1965). Alley (1984) revisó este desarrollo en detalle como parte de sus críticas de las hipótesis y limitaciones del índice, Karl y Knight (1985) además revisaron las ecuaciones y parámetros del índice Palmer mensual para los E.U. comprendiendo el periodo de 1895-1983.

El PDSI mensual es un índice meteorológico que refleja la estimación de la humedad normal. Las condiciones de humedad normal son derivadas de periodos conocidos incluyendo promedios mensuales de evapotranspiración, recarga subterránea, escurrimiento y pérdidas de agua del suelo. El índice es estandarizado así que se tiene un significado consistente en diferentes áreas climáticas y de mes a mes. Un sistema de clasificación traslada el valor numérico del índice a una medida descriptiva de sequía o menor humedad

Partiendo de la condición de humedad normal, la diferencia,  $d$ , entre la precipitación actual para un mes y la precipitación calculada de un balance de agua de un elemento de suelo es dado por (Johnson, 1993):

$$d = P - \hat{P} \quad 1.28$$

donde

$d$  parte de la humedad normal

$P$  precipitación actual

$\hat{P}$  clima apropiado para la existencia de condiciones de precipitación (CAFEC)

Palmer (1965) definió  $\hat{P}$  como una precipitación climatológicamente apropiada para la existencia de condiciones (CAFEC) es decir, precipitación climatológicamente normal para el mes, siendo calculada de un balance de agua del suelo donde  $\hat{E}T$  es la evapotranspiración,  $\hat{R}O$  el escurrimiento,  $\hat{R}$  la recarga del suelo y  $\hat{L}$  es la pérdida de agua en el mismo

$$\hat{P} = \hat{E}T + \hat{R}O + (\hat{R} - \hat{L}) \quad 1.29$$

La precipitación CAFEC,  $\hat{P}$  y el agua del suelo  $\hat{L}$ , forman el suministro de humedad. La demanda considera la evapotranspiración, escurrimiento y recarga del suelo. El parámetro  $(\hat{R} - \hat{L})$  representa el cambio de humedad almacenada en el mismo. Cada parámetro es calculado usando datos del clima en el área.

Conociendo la humedad normal mensual esta es ponderada hasta crear un índice aplicable a las diferentes áreas climáticas. La humedad para cada mes es ponderada por un parámetro  $k$ , dado que es término de un índice de humedad anormal  $z$ .

$$z = dk \quad 1.28$$

El factor de peso  $k$ , es derivado empíricamente de los registros mensuales de clima para el área en estudio usando la relación de demanda y suministro de humedad así como la media mensual del valor absoluto de  $d$  para todos los años del registro.  $k$  se ajusta partiendo de la humedad normal hasta crear una medida estandarizada para diferentes divisiones climatológicas y mensuales.

El PDSI es calculado usando el índice de humedad anormal y el PDSI previo mensual.

$$PDSI_i = 0.897PDSI_{i-1} + \frac{Z_i}{3} \quad 1.31$$

Durante el mes inicial, el primer término es cero y el índice es igual a  $Z/3$ . Cuando  $Z$  es cero (condición de humedad normal,  $d = 0$ ) el PDSI es 0.897 para el mes anterior.

Palmer (1965) usó datos de sequías del Centro de Iowa y el este de Kansas graficando el índice anormal acumulado de humedad  $z$  contra la longitud del periodo seco. El periodo seco fue definido como una sequía extrema y la condición cercana a la normal fue subdividida dentro de tres categorías: severa (PDSI = -3.0), moderada (PDSI = -2.0) y suave (PDSI = -1.0). Una clasificación completa se da en la **Tabla 1.2**:

**Tabla 1.2** Clasificación del PDSI en periodos mojados y secos (Karl y Knight 1985)

PDSI	CLASE
> 4	humedad extrema
3.0 a 4.0	humedad severa
1.5 a 3.0	humedad suave a moderada
1.5 a -1.5	cercana a la normal
-1.5 a -3.0	sequía suave hasta moderada
-3.0 a -4.0	sequía severa
< -4.0	sequía extrema

### 1.3.2 Índice Palmer de sequía hidrológica (PHDI)

Una variación del PDSI es el PHDI. El PHDI además indica la prolongada y anormal deficiencia de humedad usando el mismo principio, ecuaciones de suministro de humedad, demanda y la consideración de la máxima severidad en la sequía como en el PDSI. La principal diferencia es que el PHDI responde más lentamente a los cambios de clima. Esto ocurre a través del uso de una relación en el PHDI que expresa la humedad recibida como un porcentaje de la humedad requerida hasta terminar la sequía. La ventaja de ese retraso de respuesta es que mientras el clima retorna hasta la normalidad puede existir un déficit fijo en la humedad del suelo, escurrimiento y nivel de los lagos. Una respuesta suave de tiempo permiten la recuperación de esas características hidrológicas y así el índice refleja mejor la sequía hidrológica. Al comparar el PHDI y el PDSI en varias regiones el PHDI fue uno o dos meses más largo.

El PHDI es usado para ayudar a identificar la sequía histórica, identificar diferencias en duración, analizar la frecuencia de las sequías, evaluar la susceptibilidad de cultivos y proveer una evaluación preliminar de la naturaleza de sequías afectando a los cultivos.

Aunque el PHDI es un índice útil de sequías, este no es una medida directa del escurrimiento o de las características hidrológicas.

Karl y Knight (1985) proponen tres categorías: suave hasta moderada (PHDI = -1.5 hasta -3.9), severa (PHDI = -3.0 hasta -4.9) y extrema (PHDI < -4.0). Mientras que la categoría severa y extrema (PHDI < -3.0) es representada con un decremento correspondiente en escurrimientos, bajo nivel de almacenamiento teniendo un gran potencial de impacto sobre operaciones de almacenamiento.

Es importante señalar que el valor PHDI no es lineal y por lo tanto, no debe ser promediado. Un mes con PHDI igual a -4.0 por ejemplo, no es el doble de deficiente que un mes con un PHDI de -2.0. Similarmente tres meses consecutivos con PHDI de -2.0, -3.0 y -4.0 no se deberá de

entender que tiene un promedio de PHDI de -3.0. Además dos PHDI del mismo valor pero en diferentes regiones de la ciudad no representan la misma escasez de humedad.

#### 1.4 Identificación de sequías

Un componente necesario para la definición de sequías es la especificación del método por el cual la sequía será separada del resto de las series de tiempo meteorológicas o hidrológicas. Este componente se conoce como el umbral el cual divide las series de tiempo en dos secciones "arriba de lo normal" y "abajo de lo normal".

El concepto y efecto del umbral es visualizado cuando se adopta la teoría estadística para el análisis de las series. La metodología que se emplea es útil en el análisis y secuencia de las series de tiempo de variable estocástica o determinística situadas en el estudio de eventos hidrológicos y meteorológicos. El parámetro fundamental en las series hidrológicas anuales es mostrado en la figura 1.3. El valor del umbral  $X_0$  puede ser elegido arbitrariamente sin importar si se corta la serie en varios lugares. Los parámetros a determinar serán: la desviación acumulada de  $X_0$ , la intensidad de la serie (promedio de desviación de  $X_0$ ) y la longitud de la serie (distancia o tiempo entre sucesivos cruces de  $X_0$ ). En la terminología de sequías la suma de los registros es el término de severidad, la intensidad de los mismos es definido como la magnitud y la longitud es definida como duración. Estos tres parámetros son la descripción fundamental de los eventos de sequía, y se relacionan con la siguiente expresión (Dracup, 1980):

$$S_L = M_L \cdot D_L \quad 1.32$$

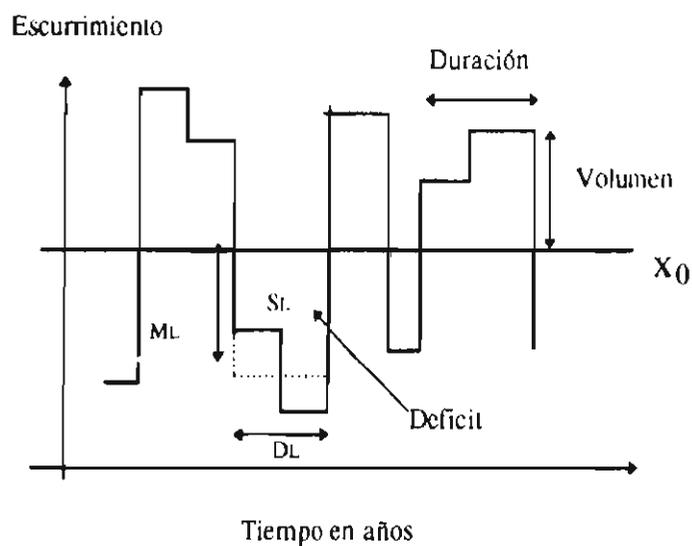
En la práctica la selección de  $X_0$  no es tan arbitraria pero es función del tipo de déficit de agua a ser estudiado. Para el caso de sequías hidrológicas multianuales  $X_0$  puede ser seleccionado como la media anual del escurrimiento de la cuenca. Para el estudio de sequías agrícolas,  $X_0$  puede ser seleccionado como la humedad media presente durante el primer crecimiento estacional. Teóricamente,  $X_0$  puede ser constante, una variable estocástica, una función determinística o

cualquier combinación de estas. Para seleccionar la mayor severidad de una serie en cuestión conviene determinar el umbral como:

$$X_0 = X_m - e \cdot S_D \quad 1.33$$

donde

- $X_m$     media de la serie
- $S_D$     desviación estándar
- $e$         factor de escala elegido.



**Figura 1.3** Parámetros fundamentales en las series de escurrimiento

En general, el umbral es determinado como una medida de la tendencia central de la muestra de sequías, con este resultado la mitad de los eventos son clasificados como "máximos" y la mitad como "mínimos". Estadísticamente las medidas de tendencia central son la media, mediana y

moda. La media es la medida del promedio mínimo del umbral. La media, la cual es más sensible con respecto a los valores extremos de la distribución, mide el promedio mínimo de la varianza. Virtualmente todos los registros hidrológicos son sesgados lo que significa que la media difiere de la mediana, por lo tanto se requiere elegir entre las dos.

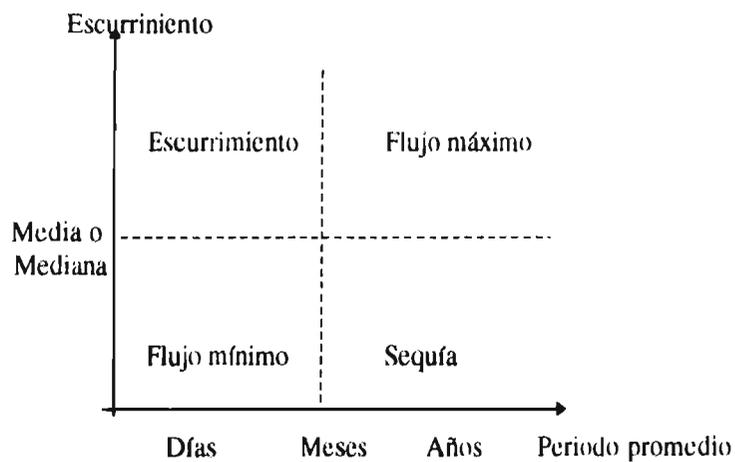
Relacionando el concepto de umbral con el periodo promedio se puede definir cuatro categorías de eventos hidrológicos basandose en su ubicación con respecto al umbral y si son de corto o largo periodo promedio. Esto se muestra esquemáticamente en la **figura 1.4**. La definición convencional es la siguiente:

**Escurrimiento** arriba de  $X_0$  con un corto periodo promedio

**Flujo Mínimo** abajo de  $X_0$  con un corto periodo promedio

**Flujo Máximo** arriba de  $X_0$  con largo periodo promedio

**Sequía** abajo de  $X_0$  con largo periodo promedio



**Figura 1.4** Clasificación de los eventos hidrológicos

El problema estará en definir cual medida de la tendencia central se utilizará como nivel de umbral para distinguir sequías del resto de la series de tiempos. Al utilizar la mediana como umbral, se puede producir un idéntico número de sequías y escurrimientos máximos. Esto ocurre si la longitud del registro es ajustada para que solo contenga ciclos completos de sequías y escurrimientos máximos, esta longitud del nuevo registro puede ser llamada longitud efectiva. Si la serie de tiempo es dividida tal que el número de sequías y periodos de escurrimientos máximos es la misma, entonces la duración media de ambos deberá ser la misma. Esta situación podrá simplificar la comparación del análisis de duración de estos eventos.

Similarmente, usando la media como nivel de umbral y produciendo la misma desviación  $X_0$  tanto para sequías como para escurrimientos máximos y utilizando la longitud efectiva, las sequías y escurrimientos máximos tendrán la misma severidad media. Así, usando la media para  $X_0$  podrá ayudar en la comparación del análisis de severidad de sequías.

En general puede decirse que el uso de la mediana como nivel de umbral es útil para el análisis de duraciones, mientras que el empleo de la media ayudará en el análisis de severidades. Sin embargo un análisis completo de sequías relaciona la duración y severidad simultáneamente. Lo anterior no resulta práctico ya que involucra el uso de dos niveles diferentes de umbral. Sin embargo, si se consideran las ventajas del sesgo de las series históricas esto se puede evitar. En este caso una transformación logarítmica puede ser utilizada hasta normalizar la serie de tiempo lo cual implicará incluir la media y mediana en la serie de tiempo. Las dos medidas de tendencia central usualmente no serán idénticas, aún después de la transformación logarítmica, por lo tanto es deseable usar la media como nivel de umbral ya que es más sensitiva al considerar los valores extremos de la distribución.

Usando la media en las series históricas, se deberá tener precaución de no incluir eventos no representativos en la muestra, particularmente si el tamaño de la misma es pequeño. Por ejemplo la peor sequía en un registro de 30 años puede actualmente tener un intervalo de recurrencia de 100 años, por lo tanto si se usa la media de una serie de tiempo como nivel de umbral es

preferible que la muestra histórica este libre de irrepresentatividad ya que esto provocará un sesgo falso.

En general para llevar a cabo un análisis de frecuencia de los eventos es **recomendable** enfocar la atención sobre sequías que afecten más directamente las actividades del hombre.

Esto relaciona al suministro de agua, calidad de la misma, generación hidroeléctrica, recreación, irrigación, etc. . Los anteriores usos son afectadas directamente por escurrimientos de cualquier tipo o por las contribuciones de algunos almacenamientos, por lo que se debe enfatizar sobre los efectos e impactos antes que en las causas de la sequía.

Dado lo anterior, es necesario seleccionar el periodo promedio para definir la sequía. ya que la operación y manejo apropiado de los recursos del agua mitiga las deficiencias que ocurren en un periodo de tiempo corto, por lo que es recomendable utilizar un periodo promedio anual.

En general, el problema de desarrollar una definición única de las sequías ha saturado de información el campo de los recursos hidráulicos por varios años.

Las sequías pueden ser identificadas usando los siguientes factores:

- a) iniciación y terminación (localización en tiempo absoluto)
- b) duración
- c) severidad

Dracup (1980) propone los siguientes pasos en el análisis de sequías:

***Determinación de la naturaleza del déficit de agua.*** El primer paso es determinar la naturaleza el déficit de agua, así uno habrá seleccionado el fenómeno básico para la definición. En general, el escurrimiento y la precipitación son considerados como fenómenos básicos.

**Identificación de las variables.** En este paso, la variable (o variables) que describe el fenómeno deberán ser determinadas. El volumen de escurrimiento y la altura de precipitación en la cuenca son ejemplos de las variables más usadas.

**Identificación del periodo de tiempo.** El periodo de tiempo es el incremento del mismo (hrs, días, meses, estaciones, años, etc.) sobre el cual los datos hidrológicos son promediados o totalizados en el análisis de sequías.

**Elección del nivel del umbral.** El cuarto paso es establecer el umbral empleado para distinguir las sequías de otros eventos en los datos históricos. Es común que el umbral sea elegido como la media mensual del escurrimiento. Lo anterior puede llevar a que el nivel del umbral este equivocado considerandose como un valor menor al deficit que produce la sequía.

Para determinar la ocurrencia de la sequía (Mohan, 1991), se calculará mes por mes el escurrimiento medio ubicando así el nivel del umbral para separar los volúmenes de sequía con los de excedencias. La suma algebraica de estos volúmenes es multiplicada por un factor de peso para el siguiente mes y el producto, positivo o negativo es sumado o adicionado a los escurrimientos del mes en turno siendo la suma el escurrimiento efectivo. Si  $T(t)$  denota el umbral (media mensual del escurrimiento) para el periodo de tiempo  $t$ ,  $Q(t)$  denota el escurrimiento actual en el periodo de tiempo  $t$ ,  $E(t)$  denota el escurrimiento efectivo y  $D(t)$  denota la diferencia (positiva o negativa) en el periodo de tiempo  $t$ , entonces:

$$E(t) = Q(t) + D(t-1) \cdot W(t) \quad 1.34$$

y

$$D(t) = Q(t) - T(t) \quad 1.35$$

donde  $W(t)$  es un factor de peso para el mes  $t$  dado por:

$$W(t) = 0.1 \left[ 1 + T(t) / \sum_{t=1}^{12} T(t) / 12 \right] \quad 1.36$$

Si la variación entre los periodos de escurrimiento mensual es grande, el valor del umbral se calculará con la ecuación:

$$T(t) = Q(t) - \text{VAR}(t) / \bar{Q}(t) \quad 1.37$$

Esta variación se notará más claramente al calcular los valores de los coeficientes de variación mensuales.

Usando las ecuaciones 1.34, 1.35 y 1.36, el escurrimiento efectivo para cada mes de registro deberá ser calculado para retrasar el efecto de excedencia o déficit de escurrimiento del mes precedente. Para el primer mes de registro el retraso será tomado como cero.

Son pocos los parámetros que se requieren para examinar el comienzo y terminación de las sequías. El primer parámetro, el déficit medio mensual (MMD) es calculado para cada uno de los meses del registro entero como la media de los valores obtenidos por la ecuación 1.35. La MMD no solo consideró los meses con diferencias negativas, sino que para los meses con resultado positivo el valor tomado fue cero incluyéndose así en el cálculo. En este sentido el MMD para cada uno de los 12 meses es calculado y al sumarse producen el déficit medio anual (MAD).

El segundo parámetro necesario es el escurrimiento medio mensual y la suma produce el escurrimiento medio anual.

Para establecer el comienzo de las sequías se compara la suma de las diferencias negativas a lo largo de la serie de tiempo, con una escala de 12 valores calculados por interpolación lineal entre el escurrimiento medio mensual (MMM) y el déficit medio anual (MAD). Así un incremento mensual X se obtendrá por la expresión:

$$X = \frac{MAD - MMMI}{11}$$

1.38

El primer valor sobre la escala será igual a MMMI, siendo el valor máximo mensual del déficit que puede ocurrir (cuando no existen escurrimientos en el mes en estudio). El segundo valor en la escala será  $1X$ , el tercero será  $2X$  y así sucesivamente hasta  $MMMI + 11X$  el cual es equivalente a MAD.

Para evaluar las sequías primero se asume que no prevalecen sequías al inicio del registro disponible. La diferencia de valores mínimos y excedentes deberá ser revisada mes por mes hasta encontrar una diferencia negativa. El valor absoluto de la diferencia negativa será comparado con el primer valor de la escala (llamado MMMI), si el último fue igualado con el primero, entonces la sequía ha iniciado. Si MMMI no fue igualado, la diferencia del segundo mes es obtenida y, si es negativa, se suma a la diferencia negativa del mes anterior y se compara con el segundo valor de la escala, es decir  $MMMI + X$ , si este valor es excedido por el valor absoluto de los dos déficits combinados se considera que la sequía esta presente iniciándose en el mes anterior. En general, se deberá analizar secuencialmente las diferencias mes por mes y se compararán contra los 12 valores de la escala. Si en cualquier tiempo el valor sumado de las diferencias negativas del primero hasta el n-ésimo mes exceden el valor de  $MMMI + (n - 1) \cdot X$ , la sequía estará presente teniendo como inicio el primer mes.

Simultáneamente si para cualquier tiempo de los once valores la suma se convierte en positiva el potencial de la sequía se considerará como terminada. Otra forma de identificar la terminación es cuando dos meses consecutivos presentan diferencias positivas.

Para comprobar esta finalización dos condiciones deberán cumplirse, la primera requiere la identificación de la terminación de manera temporal, es decir, revisar todas la diferencias algebraicas del primer mes hasta el n-ésimo mes, si la suma algebraica se convierte en negativa

antes que la condición de terminación sea satisfecha entonces se considerará que la sequía solo ha sido interrumpida temporalmente.

La segunda prueba comprende la realización de análisis secuenciales consistiendo en sumar el escurrimiento actual del primer mes hasta el tercero comparándose con la suma de los tres valores máximos del escurrimiento medio mensual. Si el actual escurrimiento fue alto, la sequía se considera como terminada, pero si no ocurre esto, se sumarán los primeros cuatro meses para posteriormente comparar con los cuatro valores mayores del escurrimiento medio mensual, se considerará entonces que la sequía ha terminado cuando la comparación de la suma de los escurrimiento del n-ésimo mes es mayor que el valor de la suma del escurrimiento medio mensual del n-ésimo mes. Cuando la comparación involucra los 12 meses el valor tomado será la media anual del escurrimiento. Una vez que la sequía ha terminado, la prueba para el comienzo de la siguiente sequía parte del siguiente mes en el cual ha finalizado la anterior sequía.

### **1.5 Impacto y manejo de las sequías**

Entre todos los impactos de las sequías, los impactos económicos son usualmente los más importantes. Estos son esenciales en la valoración adecuada de las repercusiones que puede ser regionales, nacionales o internacionales. Los impactos internacionales son usualmente los más importantes en la agricultura, particularmente cuando la sequía afecta las áreas que son productoras de comida de exportación.

Las sequías tienen consecuencias importantes sobre el desarrollo de la economía y de las ciudades. Desde el punto de vista económico las sequías puede ser consideradas como una crisis de escasez, así mismo como una crisis de energía dando como resultado un incremento en los precios y reducción en la actividad económica. Las políticas de manejo de los recursos hidráulicos y las estrategias deben de cambiarse en época de sequías. Por ejemplo el criterio de asignación de agua a usuarios debe ser revisado en la sequía. El área para la coordinación de las decisiones en el manejo de los recursos de agua a menudo consideradas en una cuenca

hidrológica pueden cambiar en este periodo. La selección de las áreas más convenientes para integrar un orden de dirección en orden en el impacto de las sequías es una materia de interés.

Las pérdidas económicas causadas por sequías se manifiestan principalmente por la reducción en la producción de cultivos, ganado, industria y generación hidroeléctrica. Además, se incluye también el perjuicio en la navegación en ríos, la disminución del suministro de agua en la ciudades e industrias, la reducción de niveles en los cuerpos de agua, los impactos negativos sobre peces y fauna, etc.

Las estrategias del manejo de este fenómeno deberán ser basadas sobre el total de pérdidas esperadas (aspecto monetario). Este impacto raramente ha sido correctamente valorado en el pasado, aún en las ciudades más desarrolladas.

Junto con los impactos económicos y sociales ya sea en la agricultura, o el suministro de agua urbano e industrial, las sequías usualmente producen varios impactos secundarios. Los más importantes son la erosión del suelo, las tormentas de polvo, incendios forestales, enfermedades en las plantas, plagas, decremento de la higiene personal y pública, incremento en la concentración de contaminantes y consecuencias por la degradación de la calidad del agua con efectos perjudiciales sobre la salud pública y la fauna.

### **1.6 Conducta social sobre las sequías vistas como un desastre natural**

Las sequías junto con las avenidas, ciclones tropicales y terremotos son consideradas responsables por más del 90% de todas las pérdidas causadas al habitat del hombre por fuerzas naturales.

En cuanto a las sequías, la característica más importante es el hecho que esta puede no ser un fenómeno frecuente para una área. Esto puede explicarse porque el público es usualmente preparado de manera inadecuada sobre las sequías. Las personas y las decisiones de

mercadotecnia tienden a reaccionar sobre la marcha o ante la presencia de problemas urgentes. Problemas poco frecuentes causados por las sequías son vigilados hasta que se vuelven recurrentes y atrapan la atención de alguien siendo a menudo olvidados después de que ocurrieron. Frecuentemente son considerados como improbables de repetirse. Una de las conductas más comunes es pensar que la siguiente sequía (solo como cualquier otro desastre o riesgo) no será un mal que uno tenga que preveer. Esta actitud hacia las sequías puede ser común entre algunos agricultores, y fabricantes. Esto provoca una sobre estimación en la importancia de los conceptos para la mitigación de las sequías y la solución de los problemas en la planeación y operación de los recursos de agua. Para encarar adecuadamente los problemas más críticos es esencial planear todas las adaptaciones necesarias, modificaciones y prácticas que podrán ser activadas en este periodo.

Cuando la sequía ocurre la gente es forzada a ajustar su relación con el medio ambiente. El estudio de los ajustes necesarios es direccionado propiamente por las ciencias sociales. Sin embargo, las migraciones temporales o permanentes tienden a ser formas comunes de ajuste social en el trato de las sequías a través de la historia. Otros impactos sociales comunes son el desempleo, el daño a la salud pública, cambios sociales significativos y en algunos casos alteraciones radicales en el orden social.

El estudio de las actitudes de la gente hacia las sequías es importante para entender los impactos tanto en la agricultura como en el sector urbano. Esto involucra la reacción al advertir la próxima escasez de agua haciendo un llamado a salvar los recursos existentes, involucrando el desarrollo de mecanismos de resistencia comunes para enfrentar las dificultades a través de la solidaridad.

## **1.7 Desertificación**

Uno de los dramáticos impactos a gran escala de las sequías combinadas con actividades humanas es la degeneración de ecosistemas dentro de los desiertos en los procesos llamados desertificación. De acuerdo con algunas estimaciones en E.U. cada año alrededor de 70,000 km<sup>2</sup>

de tierra en el mundo sufre desertificación. El total del área amenazada es igual a la combinación de E.U. , Unión Soviética y Australia. Además alrededor de 50 millones de personas en el mundo están directamente amenazadas por el proceso anterior.

La desertificación no es exclusiva de las sequías. Esto puede ser acelerado por fenómenos tales como la acción del viento en los años secos, la erosión del suelo y particularmente las acciones humanas que son responsables por el pobre manejo de la tierra, suelo, cultivos y rebaños. Este mal uso de la tierra es considerado como una causa básica del incremento en el impacto de las sequías y la evolución hacia la desertificación. Además las áreas desertificadas reflejan más la radiación solar causando cambios en el régimen termal de la atmósfera que en un sentido puede tender a extenderse o intensificar las sequías.

La estrategia para tratar a las sequías puede contribuir al control de la desertificación que al mismo tiempo ayudará a recobrar la tierra perdida para futuros usos agrícolas.

## 2 ANALISIS DE LAS SEQUIAS

A través de la historia las sociedades han aceptado la presencia de las sequías como inevitables e invariantes en la naturaleza o como un acto divino. Sin embargo, en la actualidad la interacción entre el agua y la sociedad ha producido un cambio de actitud como resultado del crecimiento de la demanda y la escasez para el suministro.

Si bien el hombre puede hacer poco para evitar las inundaciones o las sequías, puede tener la capacidad de reducir al mínimo los daños que estas provocan.

Es bien sabido que una sequía es muy difícil de predecir, ya que al ser un fenómeno regional, la mayor parte de las veces, la precisión de la extensión territorial que abarca y el periodo de tiempo que dura, son dos variables que a menudo difícilmente son determinadas hasta que la sequía termina y se evalúan los daños que ha causado.

En el campo de estudio de las sequías, estas se clasifican en dos: sequías puntuales y sequías regionales. Las primeras se refieren a un sitio en particular como por ejemplo la sección transversal de un río, un proyecto de pequeña extensión, un pequeño esquema de irrigación o una pequeña área que puede caracterizarse por su centro o por una estación de observación. Cuando los parámetros que caracterizan a las sequías cambian significativamente sobre una área se debe considerar la componente regional del fenómeno de manera similar a las características de las sequías puntuales.

La importancia del conocimiento de las características de las sequías radica en los siguientes propósitos: 1) evaluar los impactos de las sequías para el diseño y operación de los aprovechamientos hidráulicos, 2) determinar las medidas de mitigación, 3) Valorar el riesgo de la sequía y 4) desarrollar políticas y estrategias para tratar con sequías.

Para los términos en que se ha planteado el trabajo que aquí se presenta, el estudio se enfocará a la exploración de las técnicas estadísticas disponibles para el conocimiento de las

características de las sequías para propósitos de diseño y operación de los aprovechamientos hidráulicos. Para tal efecto, se propone el empleo de distribuciones de probabilidad para el análisis de eventos extremos mínimos tanto en forma puntual como regional. El análisis se enfocará al tratamiento de eventos extremos mínimos anuales con duración de un día, mismo que puede ser extendido para diferentes duraciones.

Para el caso de análisis en el sitio se procederá con la descripción de las distribuciones de probabilidad más utilizadas en el campo hidrológico, así como de los modelos de generación de muestras sintéticas útiles para la identificación de sequías. Para el análisis regional se requerirá primeramente del conocimiento de las técnicas de delimitación de regiones homogéneas, para posteriormente analizar algunas de las técnicas regionales más utilizadas para la estimación de eventos de diseño en cuencas con escasa o nula información. En este capítulo también se abordarán algunas de las técnicas de análisis multivariado que se han propuesto para el análisis conjunto de gastos mínimos anuales.

Por último se describe una técnica bivariada que puede utilizarse para la estimación conjunta de la severidad y duración de una sequía extrema en un sitio particular.

## **2.1 Análisis puntual de sequías**

Dentro del análisis puntual de sequías hay diversas metodologías para su estudio que persiguen objetivos diversos y que producen resultados que son aplicados también para fines diferentes. Un ejemplo de esto es el enfoque probabilístico, que pretende evaluar la ocurrencia de los eventos extremos analizados mediante la técnica estadística del análisis de frecuencias.

El análisis de frecuencias de gastos mínimos anuales es de gran importancia, entre otros, para el diseño de plantas de tratamiento, de plantas hidroeléctricas, para proyectos de irrigación y la construcción de embalses.

En el análisis de frecuencias de sequías interesa conocer la probabilidad de ocurrencia  $F(x)$  de que una sequía anual  $X$  sea menor o igual que un determinado valor fijo  $x$ , llamada la sequía de diseño, en un número determinado de años en promedio  $T(x)$ , llamado periodo de retorno.

La probabilidad de ocurrencia  $F(x)$  se determina con base en los registros de gastos mínimos anuales obtenidos de  $n$  años de observación. Se supone que estos  $n$  valores son una muestra de una población infinita de gastos mínimos, que puede tener diferentes duraciones tales como 1, 3, 7, 14, 30, 60, 90 o 180 días.

El escurrimiento mínimo anual, o la descarga mínima diaria en el año es definida como:

$$Q_0 = \min[Q_i] \quad i = 1, 2, \dots, 365 \text{ días} \quad 2.1$$

El cual es un indicador de la severidad de la sequía experimentada en el año. Aunque la duración de la mayor intensidad de la sequía no es representada, el escurrimiento mínimo anual ofrece una medida significativa de la dependencia del río para suministro de agua. Un conocimiento de la distribución de la probabilidad del escurrimiento mínimo anual contribuye a la valoración de los riesgos de la sequía teniendo aplicaciones en las esferas ecológica, económica y social.

Una aproximación empírica para determinar la forma de la distribución de probabilidad teórica de gastos mínimos es ajustar las principales funciones de distribución de probabilidad a los registros de gastos mínimos observados y decidir por algún criterio adecuado la función que se ajusta mejor a dichos registros.

El análisis de frecuencias se propuso aproximadamente en 1914, aunque evocado a reducir la incertidumbre en su estimación, se ha desarrollado a lo largo de líneas divergentes, con resultados no uniformes en métodos de análisis y, por tanto, en los resultados. El presente estado del arte es tal que no se ha alcanzado un acuerdo general en las técnicas de análisis y no se han establecido estándares con propósitos de diseño, como se han hecho en otras ramas de la Ingeniería.

### **2.1.1 Distribuciones univariadas para el análisis de mínimos**

Se han publicado muchos artículos sobre las aplicaciones de la estadística teórica al análisis de frecuencias de avenidas (máximos), pero el análisis de frecuencias de sequías (mínimos) ha sido relativamente escaso, aún y cuando los daños que éstas provocan pueden ser del orden o mayores que las primeras. La razón de esta diferencia en el estudio del fenómeno pudiera encontrarse en que los efectos de las avenidas son de consecuencias inmediatas (inundaciones), mientras que el de las sequías su efecto es lento y acumulativo en el tiempo.

Como ya se ha mencionado la forma para determinar la forma de la distribución de probabilidad empírica  $F(x)$  que corresponda al comportamiento de los gastos mínimos registrados en la zona en estudio, es el de ajustar las funciones de distribución de probabilidad disponibles a los datos observados y seleccionar el mejor modelo por alguno de los cuatro criterios siguientes: soporte teórico, bondad de ajuste, parsimonia y facilidad de aplicación.

Tradicionalmente la selección de una distribución ha sido basada sobre la teoría de valores extremos propuesto por Gumbel (1954). Para llevar a cabo tal análisis se debe cumplir con las siguientes restricciones

- 1.- Las distribuciones utilizadas deben tener un límite inferior igual o mayor a cero, ya que las sequías observadas son mayores o iguales con cero.
- 2.- La función de distribución debe estar formada a lo más de tres parámetros. Esto es debido a que el tamaño de la muestra registrada es pequeña y los errores muestrales grandes.

Considerando las restricciones anteriores, el análisis de eventos extremos mínimos tanto puntual como regional (técnica de estaciones-año), se llevará a cabo mediante el empleo de las funciones de distribución de probabilidad Lognormal de tres parámetros, Gamma de tres parámetros, Valores Extremos tipo I (Gumbel), Valores Extremos Tipo III (Weibull) y

General de Valores Extremos (GVE), cuyas características y técnicas de estimación de parámetros se presentan a continuación.

**a) Distribución Lognormal de tres parámetros**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(x-x_0)\sigma_y}} e^{-1/2 \left[ \frac{\ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y} \right]^2} \quad 2.2$$

donde

$x_0$  parámetro de ubicación

$\mu_y$  parámetro de escala

$\sigma_y$  parámetro de forma

**a.1) Estimadores de los parámetros por momentos**

$$\hat{x}_0 = \bar{x} \left( 1 - \frac{\eta_x}{\eta_z} \right) \quad 2.3$$

donde

$\eta_x$  Coeficiente de variación de la serie x

$$\eta_x = \frac{s}{\bar{x}} \quad 2.4$$

$\eta_z$  Coeficiente de variación de la serie  $(x - \hat{x}_0)$

$$\eta_z = \frac{1-w^{2/3}}{w^{1/3}} \quad 2.5$$

$$w = \frac{\left( \hat{\gamma}_x^2 + 4 \right)^{1/2} - \hat{\gamma}_x}{2} \quad 2.6$$

donde

$$\gamma_x = g = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad 2.7$$

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad 2.8$$

$$\hat{\sigma}_y = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(\ln x_i - \mu_y)^2}{n} \right]^{1/2} \quad 2.9$$

**a.2 ) Estimadores de los parámetros por máxima verosimilitud**

$$\mu_y = \sum_{i=1}^n \frac{\ln(x_i - \hat{x}_0)}{n} \quad 2.10$$

$$\sigma_y = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{[\ln(x_i - \hat{x}_0) - \mu_y]^2}{n} \right]^{1/2} \quad 2.11$$

$\hat{x}_0$  debe encontrarse al resolver

$$F(\hat{x}_0) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - x_0)} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n [\ln(x_i - \hat{x}_0)]^2 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\ln(x_i - \bar{x}_0)]^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \hat{x}_0) \right] \right\} +$$

$$+ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\ln(x_i - \hat{x}_0)}{(x_i - \hat{x}_0)} \right] = 0 \quad 2.12$$

## b) Distribución Gamma de tres parámetros

La función de densidad de probabilidad se definirá como:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} \left[ \frac{x - x_0}{\alpha} \right]^{\beta-1} e^{-\left[ \frac{x - x_0}{\alpha} \right]} \quad 2.13$$

Para

$$\begin{aligned} \alpha &> 0 \\ \gamma_x &> 0 \\ x_0 &\leq x < \infty \\ 0 &< g < 2 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} x_0 &\text{ parámetro de ubicación} \\ \alpha &\text{ parámetro de escala} \\ \beta &\text{ parámetro de forma} \end{aligned}$$

### b.1) Estimadores de los parámetros por momentos

Los estimadores de los parámetros de ubicación, escala y forma se calculará como:

$$\hat{\beta} = \frac{4}{g} \quad 2.14$$

$$\hat{\alpha} = \frac{gs}{2} \quad 2.15$$

$$x_0 = \bar{x} - \hat{\alpha}\hat{\beta} \quad 2.16$$

### b.2) Estimadores de los parámetros por máxima verosimilitud

La función de máxima verosimilitud se definirá como:

$$L(x_1, x_0, \alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) \quad 2.17$$

Y la función Logarítmica de máxima verosimilitud se expresará como:

$$L((x_i, \theta)) = -N\beta \ln \alpha - N \ln \Gamma(\beta) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_0)}{\alpha} + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_0) \quad 2.18$$

donde

$$\hat{\beta} = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_0) \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{x_i - \hat{x}_0} \right]}} \quad 2.19$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_0) - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{x_i - \hat{x}_0} \right]} \quad 2.20$$

$\hat{x}_0$ , se obtiene de

$$F(\hat{x}_0) = \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \hat{x}_0) - N \ln(\hat{\alpha}) - N\Psi(\hat{\beta}) = 0 \quad 2.21$$

$$\Psi(\hat{\beta}) = \text{función digamma de } \hat{\beta}$$

### c) Distribuciones de valores extremos

Dentro del grupo de distribuciones de probabilidad utilizadas en el análisis de gastos mínimos, destaca la muy conocida distribución de valores extremos Weibull (Tipo III). Las otras dos distribuciones extremas, son menos usadas para este tipo de análisis: Fréchet (Tipo II) y Gumbel (Tipo I). Todas ellas son soluciones particulares de la ecuación funcional que deben satisfacer los extremos. La solución general de esta ecuación ha sido encontrada por Jenkinson (1955) y a tal solución se le ha llamado distribución General de Valores Extremos (GVE):

El nombre de valores extremos se asigna a estas distribuciones debido a que pueden ser obtenidas como distribuciones límite ( $n \rightarrow \infty$ ) de los valores más grandes, o más pequeños, entre  $n$  variables aleatorias independientes; cada una debe tener la misma distribución continua.

Las condiciones básicas que definen a las distribuciones asintóticas extremas son:

- a) Las observaciones de las cuales los valores extremos son seleccionados, deben ser independientes.
- b) Las observaciones deben ser confiables y estar hechas en idénticas condiciones.
- c) El número de observaciones extremas,  $n$ , debe ser grande. El qué tan grande debe ser  $n$ , depende de la distribución inicial y del grado de precisión buscado, y
- d) La distribución inicial de la cual son tomados los valores extremos, deben pertenecer a uno de los tres tipos mencionados anteriormente.

La teoría de los valores extremos describe el comportamiento aleatorio de los *enésimos* valores más grandes o más pequeños de una muestra de datos. La historia de los estadísticos de valores extremos comenzó en 1922, en Alemania, con un artículo de L. Von Bortkiewicz, donde se pone de manifiesto que los valores más grandes de muestras tomadas de poblaciones normales, son variables que tienen una nueva distribución.

En 1923, R. Von Mises, también en Alemania, introduce el concepto matemático fundamental del valor esperado del elemento más grande de una muestra de datos, y da con esto el inicio al estudio de la distribución asintótica de valores extremos en muestras de distribuciones normales. Los valores más grandes en muestras diferentes a la normal, fueron estudiadas por E. L. Dodd en 1923.

En 1925, L. H. C. Tippett obtuvo las probabilidades de los valores más grandes para diferentes tamaños de muestras de una distribución normal.

En 1927, M. Fréchet publicó el primer artículo donde describe la obtención de la distribución asintótica del valor más grande de una clase de distribución individual.

En 1928, R. A. Fisher y L. H. C. Tippett publicaron el artículo que es considerado el cimiento de la teoría asintótica de las distribuciones de valores extremos. Ellos encontraron, en forma independiente, la distribución asintótica de Fréchet, y construyeron las otras dos.

R. Von Mises (1936) y B. Gnedenko (1943) construyeron al dar las condiciones necesarias y suficientes para validar las distribuciones asintóticas para los valores más grandes.

Los desarrollos teóricos de los años veinte, fueron seguidos en los años treinta, por aplicaciones prácticas al usar los estadísticos de valores extremos de distribuciones del tiempo de duración de la vida humana (Gumbel, 1937), y resistencia de materiales (Weibull, 1939).

Desde entonces, estos procedimientos han sido aplicados extensivamente a otros campos que incluyen: sismos, datos meteorológicos, efectos de corrosión, tiempos de sobrevivencia de microorganismos, etc.

Con respecto a sus aplicaciones en el análisis de frecuencias de gastos máximos y mínimos, están los artículos hechos por Gumbel (1941, 1944, 1945, 1947 y 1954).

En 1955, Jenkinson obtuvo la solución general de la ecuación funcional que debe satisfacer los valores extremos. La solución resultante, ha sido llamada la distribución "general de valores extremos" (GVE), la cual representa directamente a las distribuciones II y III: la distribución tipo I, resulta como una condición límite de la distribución general de valores extremos, cuando  $\beta \rightarrow 0$ .

Cada distribución está caracterizada por el valor que toma el parámetro de forma  $\beta$ ; específicamente:

- a) distribución tipo I (Gumbel) para  $\beta = 0$
- b) distribución tipo II (Fréchet) para  $\beta < 0$
- c) distribución tipo III (Weibull) para  $\beta > 0$

**c.1.) Distribución de Valores Extremos tipo I (Gumbel)**

En la distribución Gumbel para mínimos se utiliza el principio de simetría

$$F(x)_{\min} = 1 - F(-x)_{\max} \quad 2.22$$

es decir

$$F(x)_{\min} = 1 - e^{-e^{-\left(\frac{-x-x_0}{\alpha}\right)}} = 1 - e^{-e^{-\left(\frac{w-x}{\alpha}\right)}} \quad 2.23$$

donde

$w$  parámetro de ubicación  
 $\alpha$  parámetro de escala

La función de densidad estará definida como

$$f(x)_{\min} = \frac{1}{\alpha} e^{-e^{-\left(\frac{w-x}{\alpha}\right)}} \cdot e^{-\left(\frac{w-x}{\alpha}\right)} \quad 2.24$$

y recordando que

$$F(x)_{\max} = e^{-e^{-\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right)}} \quad 2.25$$

$$f(x)_{\max} = \frac{1}{\alpha} - e^{-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)} e^{-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)} \quad 2.26$$

donde:

$u$  parámetro de ubicación

$\alpha$  parámetro de escala

$$\text{media } E(x) = \hat{\mu} + 0.5772\hat{\alpha} \quad 2.27$$

$$\text{varianza } E(x - E(x))^2 = \frac{\pi^2 \hat{\alpha}^2}{6} \quad 2.28$$

$$\text{sesgo} = 1.14$$

y considerando la variable reducida Gumbel

$$y = \frac{x - u}{\alpha} \quad 2.28$$

la densidad de  $y$  será

$$g(y) = \exp(-y - e^{-y}) \quad 2.29$$

y la distribución de  $y$  como

$$G(y) = \exp(-e^{-y}) \quad 2.30$$

### c.1.1 ) Estimadores de los parámetros por momentos

Los parámetros de ubicación y escala se determinarán por:

$$\hat{u} = \bar{x} - 0.577\hat{\alpha} = \bar{x} - 0.45 S \quad 2.31$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.78 S \quad 2.32$$

### c.1.2 ) Estimadores de los parámetros por máxima verosimilitud

La función de máxima verosimilitud quedará definida por

$$L(X_1, U, \alpha) = L(X_1, \theta) = \prod_{i=1}^n f(X_i, \theta) \quad 2.33$$

$$= \frac{1}{\alpha^n} \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - u}{\alpha} \right) - \sum_{i=1}^n e^{-\left( \frac{x_i - u}{\alpha} \right)} \right] \quad 2.34$$

$$LL(X_1, \theta) = \ln \prod_{i=1}^n f(X_i, \theta) = -N \ln \alpha - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - u}{\alpha} \right) - \sum_{i=1}^n e^{-\left( \frac{x_i - u}{\alpha} \right)} \quad 2.35$$

Si se usa la variable reducida definida en la ecuación 2.28

$$LL(X_1, \theta) = -n \ln \alpha - \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad 2.36$$

$$-\frac{\partial LL}{\partial u} = \frac{-N + \sum_{i=1}^n e^{-y_i}}{\alpha} = -\frac{P}{\alpha} \quad 2.37$$

$$-\frac{\partial LL}{\partial \alpha} = \frac{N - \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i e^{-y_i}}{\alpha} = \frac{R}{\alpha} \quad 2.38$$

$$\frac{\partial LL}{\partial u} = 0 ; \quad \frac{\partial LL}{\partial \alpha} = 0 \quad 2.39$$

Estas ecuaciones no tienen solución explícita por lo que requieren de ser resueltas en forma iterativa

$$u_{j+1} = u_j + \delta u_j \quad 2.40$$

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j + \delta \alpha_j \quad 2.41$$

$$\delta_{uj} = (1.11P_j - 0.26R_j) \frac{\alpha_j}{N} \quad 2.42$$

$$\delta_{\alpha j} = (0.26P_j - 0.61R_j) \frac{\alpha_j}{N} \quad 2.43$$

$$P = N - \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad 2.44$$

donde N es el tamaño de la muestra

$$R = N - \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i e^{-y_i} \quad 2.45$$

donde  $y_i$  es la variable reducida definida en la ecuación 2.28

El criterio de convergencia es

$$\left( \frac{\partial LL}{\partial u} \right)_j = \frac{P}{\alpha} = 0 \quad 2.46$$

$$\left( \frac{\partial LL}{\partial \alpha} \right)_j = -\frac{R}{\alpha} = 0 \quad 2.47$$

### c.2.) Distribución de Valores Extremos tipo III (Weibull)

La función de distribución de probabilidad acumulada es:

$$P(x) = e^{-\left( \frac{x-\gamma}{\beta-\gamma} \right)^\alpha} \quad 2.48$$

y la función de densidad de probabilidad es

$$P(x) = \frac{\alpha}{\beta - \gamma} \left( \frac{X - \gamma}{\beta - \gamma} \right)^{\alpha - 1} e^{-\left( \frac{X - \gamma}{\beta - \gamma} \right)^\alpha} \quad 2.49$$

donde  $\alpha$  es el parámetro de escala igual al orden de la menor derivada de la función de probabilidad sin ser igual a cero con  $X = \gamma$ ,  $\beta$  es la característica de la seqúa (una localización o valor central del parámetro) y  $\gamma$  es límite inferior para  $X$ .

Comunmente, la transformación

$$y = \left( \frac{X - \gamma}{\beta - \gamma} \right)^\alpha \quad 2.50$$

y sustituyendo en las ecuaciones 2.48 y 2.49 tenemos

$$P(X) = e^{-y} \quad 5.51$$

$$p(x) = \frac{\alpha}{\beta - \gamma} y^{(\alpha - 1)/\alpha} e^{-y} \quad 5.52$$

### c.2.1 ) Estimadores de los parámetros por momentos

La expresión general para el  $r$ -ésimo momento,  $\mu_r^Y$  con el límite superior,  $\gamma$ , de la distribución extrema tipo III es obtenida de las ecuaciones 2.49:

$$\mu_r^Y = \int_0^\infty (X - \gamma)^r \frac{\alpha}{(\beta - \gamma)} \left\{ \frac{X - \gamma}{\beta - \gamma} \right\}^{\alpha - 1} \exp\left\{ -\left( \frac{X - \gamma}{\beta - \gamma} \right)^\alpha \right\} dx \quad 2.53$$

Sustituyendo y por  $\left\{ (X - \gamma) / (\beta - \gamma) \right\}^\alpha$  y simplificando se obtiene:

$$\mu_r^{\gamma} = (\beta - \gamma)^r \int_0^{\infty} y^{r/\alpha} e^{-y} dy \quad 2.54$$

$$\mu_r^{\gamma} = (\beta - \gamma)^r \Gamma(1 + r/\alpha) \quad 2.55$$

donde  $\Gamma(x)$  es la función Gamma igual a  $(x-1)!$  para toda  $x$ . Para valores no integrados  $\Gamma(x)$  puede ser calculado como

Para  $x > 1$

$$\Gamma(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-r)\Gamma(y) \quad 2.56$$

y para el caso  $x < 1$  por

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma(y)}{x(x+1)(x+2)\dots(x+r-1)} \quad 2.57$$

donde  $1 \leq y \leq 2$  y  $\Gamma(y)$  puede ser calculado por la aproximación

$$\Gamma(y) = 1 + a_1(y-1) + a_2(y-1)^2 + a_3(y-1)^3 + a_4(y-1)^4 + a_5(y-1)^5 \quad 2.58$$

con

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.5748646 & a_4 &= 0.4245549 \\ a_2 &= 0.9512363 & a_5 &= -0.1010678 \\ a_3 &= -0.6998588 \end{aligned}$$

El momento sobre  $\gamma$  puede ser determinado de los momentos con respecto al origen o de los momentos centrales. Por ejemplo, para  $r = 1$

$$\mu_1^{\gamma} = (\beta - \gamma)\Gamma(1 + 1/\alpha) \quad 2.59$$

y para el primer momento con respecto al origen (la media):

$$\mu_1' = \gamma + (\beta - \gamma)\Gamma(1 + 1/\alpha) \quad 2.60$$

para  $r = 2$

$$\mu_2' = (\beta - \gamma)^2 \Gamma(1 + 2/\alpha) \quad 2.61$$

y considerando

$$\mu_2 = \mu_2' - (\mu_1')^2 \quad 2.62$$

$$\mu_2 = \sigma^2 = (\beta - \gamma)^2 \left\{ \Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha) \right\} \quad 2.63$$

Similarmemente

$$\mu_3 = (\beta - \gamma)^3 \left\{ \Gamma(1 + 3/\alpha) - 3\Gamma(1 + 2/\alpha)\Gamma(1 + 1/\alpha) + 2\Gamma^3(1 + 1/\alpha) \right\} \quad 2.64$$

$$\mu_4 = (\beta - \gamma)^4 \left\{ \begin{aligned} &\Gamma(1 + 4/\alpha) - 4\Gamma(1 + 3/\alpha)\Gamma(1 + 1/\alpha) + \\ &+ 6\Gamma(1 + 2/\alpha)\Gamma^2(1 + 1/\alpha) + 3\Gamma^4(1 + 1/\alpha) \end{aligned} \right\} \quad 2.65$$

$$\mu_5 = (\beta - \gamma)^5 \left\{ \begin{aligned} &\Gamma(1 + 5/\alpha) - 5\Gamma(1 + 4/\alpha)\Gamma(1 + 1/\alpha) + 10\Gamma(1 + 3/\alpha)\Gamma^2(1 + 1/\alpha) - \\ &- 10\Gamma(1 + 2/\alpha)\Gamma^3(1 + 1/\alpha) + 4\Gamma^5(1 + 1/\alpha) \end{aligned} \right\} \quad 2.66$$

$$\mu_6 = (\beta - \gamma)^6 \left\{ \begin{aligned} &\Gamma(1 + 6/\alpha) - 6\Gamma(1 + 5/\alpha)\Gamma(1 + 1/\alpha) + 15\Gamma(1 + 4/\alpha)\Gamma^2(1 + 1/\alpha) - \\ &- 20\Gamma(1 + 3/\alpha)\Gamma^3(1 + 1/\alpha) + 15\Gamma(1 + 2/\alpha)\Gamma^4(1 + 1/\alpha) - 5\Gamma^6(1 + 1/\alpha) \end{aligned} \right\} \quad 2.67$$

Definiendo dos nuevas variables  $A_\alpha$  y  $B_\alpha$  tal que  $A_\alpha$  es la diferencia estandarizada entre el valor característico y la media y  $B_\alpha$  es la diferencia estandarizada entre el valor inferior y el valor característico tal que

$$A_\alpha = \frac{\beta - \mu}{\sigma} \quad 2.68$$

y

$$B_{\alpha} = \frac{\beta - \gamma}{\sigma} \quad 2.69$$

y sustituyendo  $\mu$  y  $\sigma$  de las ecuaciones 2.60 y 2.63

$$B_{\alpha} = \left\{ \Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha) \right\}^{-1/2} \quad 2.70$$

y

$$A_{\alpha} = \{1 - \Gamma(1 + 1/\alpha)\} B_{\alpha} \quad 2.71$$

Si el coeficiente de sesgo,  $\gamma_1$ , es definido como

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad 2.72$$

entonces, de las ecuaciones 2.63, 2.64 y 2.70

$$\gamma_1 = \left\{ \Gamma(1 + 3/\alpha) - 3\Gamma(1 + 2/\alpha)\Gamma(1 + 1/\alpha) + 2\Gamma^3(1 + 1/\alpha) \right\} B_{\alpha}^3 \quad 2.73$$

Así si el coeficiente muestral de sesgo es calculado como

$$\gamma_1 = \frac{n \sum (x - \bar{x})^3}{(n - 2) \left[ \sum (x - \bar{x})^2 \right]^{3/2}} \quad 2.75$$

entonces  $\alpha$  puede ser determinada por la solución de la ecuación 2.73. Conociendo  $\alpha$  el parámetro  $\beta$  puede ser conocido de la ecuación 2.68 como

$$\beta = \mu_1 + A_{\alpha} \sqrt{\mu_2} \quad 2.75$$

y  $\gamma$  puede ser determinado de la ecuación 2.68 como

$$\gamma = \beta - B\alpha\sqrt{\mu_2} \quad 2.76$$

Así  $\alpha$  será determinado como

$$\alpha = 1 / \left[ a_1 + a_2\gamma_1 + a_3\gamma_1^2 + a_4\gamma_1^3 + a_5\gamma_1^4 \right] \quad 2.77$$

$$a_1 = 0.2777757913 \quad a_4 = -0.0013038566$$

$$a_2 = 0.3132617714 \quad a_5 = -0.0081523408$$

$$a_3 = 0.0575670910$$

Este polinomio es valido para un rango de  $\gamma_1$  desde  $-1.02$  hasta  $2.00$  teniendo un coeficiente de correlación múltiple de  $0.9999$  y un error estandar de  $0.0006575$ .

### c.2.2 ) Estimadores de los parámetros por máxima verosimilitud

La función de máxima verosimilitud es definida como:

$$\begin{aligned} \ln L &= n \ln \alpha - n \ln(\beta - \gamma) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \gamma) \\ &- n(\alpha - 1) \ln(\beta - \gamma) - (\beta - \gamma)^{-\alpha} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{\alpha} \end{aligned} \quad 2.78$$

Tomando la derivada parcial con respecto a  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  obtenemos

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \gamma) - n \ln(\beta - \gamma) - (\beta - \gamma)^{-\alpha} \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{\alpha} \right)$$

$$\ln(x_i - \gamma) + \ln(\beta - \gamma) \sum (x_i - \gamma)^\alpha \quad 2.79$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = -\frac{n}{\beta - \gamma} - \frac{n(\alpha - 1)}{\beta - \gamma} + \alpha(\beta - \gamma)^{-(\alpha+1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha \quad 2.80$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = -\frac{n}{\beta - \gamma} - (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{-1} + \frac{n(\alpha - 1)}{\beta - \gamma} - \alpha(\beta - \gamma)^{-(\alpha+1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha + \alpha(\beta - \gamma)^{-\alpha} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \quad 2.81$$

de la expresión 2.80

$$n(\beta - \gamma)^\alpha - \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha = 0 \quad 2.82$$

usando la ec. anterior para eliminar  $\beta$ , las ecuaciones 2.79 y 2.81 obtenemos

$$(\alpha - 1) \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{-1} - \frac{n\alpha \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^{\alpha-1}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha} = 0 \quad 2.83$$

$$n + \alpha \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \gamma) - \frac{n\alpha \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha \ln(x_i - \gamma)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha} = 0 \quad 2.84$$

$$\beta = \gamma + \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \gamma)^\alpha}{n} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad 2.85$$

### c.3.) Distribución General de Valores Extremos (GVE)

La función de distribución GVE para mínimos, o probabilidad de excedencia,  $\Pr(X > x)$ , es, (Raynal, 1988):

$$\Pi(x) = \exp\left\{-[1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta}\right\} \quad 2.86$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$ , y  $w$  son parámetros de escala, forma y ubicación, respectivamente, la función de densidad correspondiente es:

$$\pi(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left\{-[1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta} [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta - 1}\right\} \quad 2.87$$

Dentro de la familia de distribuciones representadas por la distribución GVE, existen tres tipos principales identificados por el valor del parámetro de forma:

- 1) Tipo I o distribución Gumbel para mínimos cuando  $\beta = 0$  ;ilimitada
- 2) Tipo II o distribución Fréchet para mínimos cuando  $\beta < 0$  y con límite superior en  $w - \alpha / \beta$
- 3) Tipo III o distribución Weibull para mínimos cuando  $\beta > 0$  y límite inferior en  $w - \alpha / \beta$

### c.3.1 ) Estimadores de los parámetros por máxima verosimilitud

El método de máxima verosimilitud ha sido definido y aplicado a varias distribuciones de probabilidad que tienen funciones de densidad de probabilidad definidas, (NERC, 1975). Este método tiene características adecuadas como la propiedad de invarianza, (Mood et al., 1974), la falta de sesgo asintótica, suficiencia, consistencia y eficiencia (Haan, 1977) en estimación de muestras grandes y su aplicabilidad en estimar los parámetros de funciones de densidad de probabilidad matemática difíciles de manejar.

La función de verosimilitud de  $N$  variables aleatorias está definida como la función de densidad de probabilidad conjunta de  $N$  variables aleatorias como función de sus parámetros. Si  $X_1, \dots, X_N$  es una muestra aleatoria de una función de densidad de probabilidad univariada, la correspondiente función de verosimilitud es, (Mood, 1974):

$$L(\underline{x}, \underline{\theta}) = \prod_{i=1}^N f(x) \quad 2.88$$

donde  $\underline{\theta}$  es el conjunto de parámetros y  $f(\cdot)$  es la función de densidad de probabilidad. La versión logarítmica de la ecuación 2.88 es:

$$\ln L(\underline{x}, \underline{\theta}) = \sum_{i=1}^N \ln f(x) \quad 2.89$$

y será usada en lugar de la ecuación 2.88 dado que es más fácil de manejar en el procedimiento computacional que será descrito en la siguiente sección.

El conjunto de parámetros que maximicen la ecuación 2.89 serán los parámetros de la función de distribución de probabilidad considerada.

Con base en los principios anteriores, la función de verosimilitud logarítmica de la distribución GVE para mínimos es (Raynal, 1996)

$$\begin{aligned} \text{LnL}(x, w, \alpha, \beta) &= \sum_{i=1}^N \text{Ln}\pi(x_i) = -N\text{Ln}(\alpha) - \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta} \\ &\quad + \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta} \end{aligned} \quad 2.90$$

y las derivadas parciales de primer orden de esa función con respecto a cada uno de los parámetros son, (Raynal, 1996)

$$\frac{\partial \text{LnL}}{\partial w} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta - 1} + (\beta - 1) \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{-1} \right\} \quad 2.91$$

$$\frac{\partial \text{LnL}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \left\{ -N - \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta - 1} \frac{(w - x)}{\alpha} - (\beta - 1) \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{-1} \frac{(w - x)}{\alpha} \right\} \quad 2.92$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{LnL}}{\partial \beta} &= \frac{1}{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^N [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{1/\beta} \left[ (1/\beta) \text{Ln}(1 - \beta(w - x) / \alpha) + (w - x) / \alpha \right. \right. \\ &\quad \left. \left. [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{-1} \right] - (1 - \beta) \sum_{i=1}^N (w - x) / \alpha [1 - \beta(w - x) / \alpha]^{-1} \right. \\ &\quad \left. - (1/\beta) \sum_{i=1}^N \text{Ln}[1 - \beta(w - x) / \alpha] \right\} \end{aligned} \quad 2.93$$

La solución exacta del sistema de ecuaciones formado por la ecuación 2.91, 2.92 y 2.93 no es conocido para el caso de mínimos. Por lo tanto, se requiere de un proceso iterativo

originalmente propuesto por (Jenkinson, 1969) para el caso de máximos de la distribución GVE y este será el esquema computacional que se usará el cual se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} -\delta_w \\ -\delta_\alpha \\ -\delta_\beta \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial w^2}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial w \partial \alpha}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial w \partial \beta}\right) \\ E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \alpha \partial w}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \alpha^2}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \alpha \partial \beta}\right) \\ E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta \partial w}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta \partial \alpha}\right) & E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta^2}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{\partial LL}{\partial w} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \alpha} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \beta} \end{bmatrix} \quad 2.94$$

pero la primera matriz del lado derecho de la ecuación 2.94 es la matriz de varianza-covarianza de los parámetros de la distribución GVE, entonces:

$$\begin{bmatrix} -\delta_w \\ -\delta_\alpha \\ -\delta_\beta \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \text{Var}(w) & \text{Cov}(w, \alpha) & \text{Cov}(w, \beta) \\ \text{Cov}(\alpha, w) & \text{Var}(\alpha) & \text{Cov}(\alpha, \beta) \\ \text{Cov}(\beta, w) & \text{Cov}(\beta, \alpha) & \text{Var}(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial LL}{\partial w} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \alpha} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \beta} \end{bmatrix}_i \quad 2.95$$

que para el caso de la distribución GVE para mínimo se reduce a. (Raynal, 1996):

$$\begin{bmatrix} -\delta_w \\ -\delta_\alpha \\ -\delta_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \alpha^2 b & \alpha^2 h & \alpha f \\ \alpha^2 h & \alpha^2 a & \alpha g \\ \alpha f & \alpha g & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial LL}{\partial w} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \alpha} \\ -\frac{\partial LL}{\partial \beta} \end{bmatrix} \quad 2.96$$

donde  $\delta_w, \delta_\alpha$  y  $\delta_\beta$ , son las desviaciones entre los valores verdaderos de máxima verosimilitud y los correspondientes en la iteración y, a, b, c, f, g y h son los coeficientes de los elementos de la matriz varianza-covarianza de los parámetros de la distribución GVE para

mínimos, que pueden ser obtenidos por integración numérica, (Raynal, 1996), y que se muestran en la **Tabla 2.1**.

**Tabla 2.1.** Coeficientes de la Matriz Varianza-Covarianza de los Parámetros de la distribución GVE para Mínimos (Integración Numérica)

$\beta$	a	b	c	f	g	h
0.0	0.7723	1.0790	0.5463	-0.2077	0.2849	-0.3300
0.1	0.6367	1.2407	0.4913	-0.2763	0.2169	-0.2224
0.2	0.6133	1.2243	0.4493	-0.2693	0.2529	-0.1004
0.3	0.6018	1.2025	0.4035	-0.2517	0.2695	0.0314
0.4	0.6075	1.1844	0.3938	-0.2558	0.2885	0.1411
0.5	0.6696	1.1112	0.3935	-0.2248	0.3234	0.2575
0.6	0.9933	1.1101	0.8163	-0.4028	0.6766	0.1829

La evaluación exacta de los coeficientes de los elementos de la matriz de varianza-covarianza de los parámetros de la distribución GVE para mínimos, es como sigue:

$$E\left(\frac{\partial^2 LL}{\partial w^2}\right) = \frac{N}{\alpha^2} \left[ (1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta) \right] \quad 2.97$$

$$E\left(\frac{\partial^2 LL}{\partial \alpha^2}\right) = \frac{N}{\alpha^2 \beta^2} \left[ 1 - 2(1-\beta)\Gamma(1-\beta) + (1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta) \right] \quad 2.98$$

$$E\left(\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta^2}\right) = \frac{N}{\beta^2} \left[ \frac{\pi^2}{6} + \left(1 - \gamma - \frac{1}{\beta}\right)^2 + \frac{2(1-\beta)\Gamma(1-\beta)[\Psi(1-\beta) - (1-\beta)/\beta]}{\beta} + \frac{(1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta)}{\beta^2} \right] \quad 2.99$$

$$E\left(\frac{\partial^2 LL}{\partial w \partial \alpha}\right) = \frac{N}{\alpha^2 \beta} \left[ (1-\beta)\Gamma(1-\beta) - (1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta) \right] \quad 2.100$$

$$E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \omega \partial \beta}\right) = \frac{N}{\alpha\beta} \left[ \frac{(1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta)}{\beta} + (1-\beta)\Gamma(1-\beta)[\Psi(1-\beta) - (1-\beta)/\beta] \right] \quad 2.101$$

$$E\left(-\frac{\partial^2 LL}{\partial \alpha \partial \beta}\right) = \frac{N}{\alpha\beta^2} \left[ 1 - \gamma - (1-\beta)\Gamma(1-\beta)[\Psi(1-\beta) - (1-\beta)/\beta] - \frac{(1-\beta)^2 \Gamma(1-2\beta)}{\beta} \right] \quad 2.102$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma completa con argumento  $(\cdot)$ ,  $\Psi(\cdot)$  es la función Digamma con argumento  $(\cdot)$ ,  $\gamma$  es la constante de Euler.

Los coeficientes exactos de los elementos de la matriz varianza-covarianza para los parámetros de la distribución GVE para mínimos se muestra en la **Tabla 2.2**. Los valores obtenidos usando las ecuaciones 2.97-2.102 están restringidos al intervalo  $|\beta| < 0.5$ , para cumplir con las condiciones de regularidad. Esta restricción es equivalente a fijar el conjunto de valores teóricos del coeficiente de asimetría al intervalo de  $|\gamma| < 0.74498$

**Tabla 2.2.** Coeficientes Exactos de los elementos de la Matriz Varianza-Covarianza de los parámetros de la distribución GVE para Mínimos

$\beta$	a	b	c	f	g	h
0.0	0.7723	1.0790	0.5463	-0.2077	0.2849	-0.3300
0.1	0.6082	1.2271	0.4004	-0.2419	0.1848	-0.2155
0.2	0.5839	1.2017	0.3303	-0.2201	0.2139	-0.0919
0.3	0.5795	1.1727	0.2653	-0.1933	0.2333	0.0347
0.4	0.5945	1.1413	0.2058	-0.1623	0.2422	0.1644
0.45	0.6091	1.1250	0.1781	-0.1456	0.2424	0.2305

Por lo tanto el esquema iterativo se completa usando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial LL}{\partial w} = \frac{Q}{\alpha} \quad 2.103$$

$$\frac{\partial LL}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta} \left[ R + \frac{(P+Q)}{\beta} \right] \quad 2.104$$

$$\frac{\partial LL}{\partial \alpha} = -\frac{(P+Q)}{\alpha\beta} \quad 2.105$$

donde

$$P = N - \sum_{i=1}^N e^v \quad 2.106$$

$$Q = (\beta - 1) \sum_{i=1}^N e^{\beta v} + \sum_{i=1}^N e^{y(1-\beta)} \quad 2.107$$

$$R = -N + \sum_{i=1}^N y e^v - \sum_{i=1}^N y \quad 2.108$$

$$y = \frac{1}{\beta} \text{Ln} \left[ 1 - \frac{(w-x)\beta}{\alpha} \right] \quad 2.109$$

El proceso iterativo alcanza la convergencia cuando:

$$\frac{\partial LL}{\partial w} = 0 ; \quad \frac{\partial LL}{\partial \alpha} = 0 ; \quad \frac{\partial LL}{\partial \beta} = 0 \quad 2.110$$

y los límites de convergencia para el caso mostrado, puede fijarse como de  $10^{-4}$  a  $10^{-6}$  para computadora personal y de  $10^{-6}$  a  $10^{-10}$  para computadoras de gran tamaño.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

## **2.2 Análisis regional de sequías**

Debido a que en la mayoría de las ecuaciones se requiere del análisis de sequías en sitios con escasa o nula información hidrométrica se debe recurrir a las técnicas regionales. Estas técnicas están basadas en los procesos de transferencia de información y producen estimaciones confiables en sitios con escasa información y representan una buena alternativa en el caso de puntos no aforados. Los métodos explorados son el de estaciones-año, correlación y regresión múltiple y el de modelación conjunta multivariada.

Las técnicas regionales requieren que la información proveniente de las estaciones involucradas en el análisis tenga un comportamiento homogéneo de alguna manera cuantificable. Para garantizar la aplicabilidad de estas técnicas se exploraron tres métodos de delimitación de regiones homogéneas (Geográfico, Trazos Multidimensionales y Agrupamiento mediante Coeficientes de Variación), mismos que serán explicados en el capítulo 4.

### **2.2.1. Técnicas de análisis regional**

Las técnicas regionales son utilizadas para producir cuantiles más confiables que aquellos obtenidos con solo la información del sitio en estudio. Para el caso en donde no se cuenta con información en el sitio de proyecto, la modelación regional puede representar una buena opción de análisis. Las técnicas regionales que se aplicarán en este trabajo han sido ampliamente usadas en el análisis de eventos extremos máximos, no así en el de sequías, por lo que se determinará que tan confiables pueden ser para caracterizar a este tipo de eventos.

#### **2.2.1.1 Técnica de estaciones-año**

Este método considera el tratamiento de una sola muestra de datos conformada por un registro modulado de eventos, el cual una vez construido es ajustado a un conjunto de

distribuciones de probabilidad, para posteriormente obtener un evento de diseño para un determinado período de retorno. La secuencia puede resumirse como sigue:

**Paso 1.** Probar la homogeneidad y consistencia de los datos  $Q_i$  registrados en cada estación dentro de la región analizada. ( $Q_i$  = gasto mínimo anual, para  $i = 1$  hasta el tamaño de muestra  $n$ ).

**Paso 2.** Obtener los estadísticos muestrales como la media, varianza, etc.

**Paso 3.** Realizar para cada serie de datos registrados la prueba de independencia de eventos, mediante la prueba del correlograma.

**Paso 4.** Obtener para cada una de las estaciones involucradas una muestra modulada de la forma  $Q_i/Q_{med_j}$  para  $i = 1$  hasta  $n_j$  y  $j = 1$  hasta  $m$ , donde  $n$  es el tamaño de muestra registrada,  $m$  es el número de estaciones en la región meteorológicamente homogénea y  $Q_{med_j}$  es la media de los eventos registrados en cada estación

**Paso 5.** Formar un solo registro con todos los eventos  $Q_i/Q_{med_j}$ , para posteriormente ordenarlos de menor a mayor, asignarles un período de retorno y una probabilidad.

**Paso 6.** Al registro obtenido en el paso 5, se le aplicarán las diferentes distribuciones de probabilidad para el análisis de mínimos, vista en los subcapítulos anteriores, y seleccionar aquel que proporcione el mínimo error estándar de ajuste.

**Paso 7.** Para un período de retorno determinado se obtiene la relación regional  $Q_i/Q_{med_k}$  donde  $k$  es cualquier sitio dentro de la región homogénea

**Paso 8.** Si se quiere estimar en una cuenca con escasa información basta multiplicar la relación regional obtenida en el paso anterior por el valor  $Q_{med_j}$  correspondiente a la estación  $j$  analizada. Por el contrario, si se desea realizar estimaciones en cuencas no aforadas dentro de la región, se propone la construcción de una relación  $Q_{med_j} - Areas$ , para que a partir de ella se pueda inferir el valor correspondiente de  $Q_{med_k}$  en el sitio no aforado  $k$ .

### **2.2.1.2 Técnica de correlación y regresión múltiple**

Las características en la frecuencia de sequías como son la severidad, magnitud y duración (variables dependientes) pueden expresarse en términos de índices geomorfológicos y factores

de clima de la cuenca (variables independientes). La dependencia e independencia de las variables se estima para cada sitio aforado de la corriente obteniéndose una longitud adecuada de registros en una región meteorológicamente homogénea empleando por lo tanto una rutina de regresión para establecer las relaciones estadísticas a través de estas variables.

El desarrollo de la regresión puede ser usado hasta obtener la frecuencia de sequías para un amplio rango de cuencas con o sin registros. A continuación se describirá el proceso.

Las primeras variables dependientes a ser consideradas en el análisis de regresión son las características de la frecuencia de la severidad en las sequías. Hay dos metodologías generales para determinar la distribución de una serie de variables. La primera, involucra la adecuación matemática de datos hasta una distribución de probabilidad teórica. Si esto puede ser acompañado con la severidad de sequías multianuales, entonces la variable dependiente en el análisis de regresión puede elegirse convenientemente hasta tener los parámetros de la distribución teórica.

Al realizar la adecuación gráfica, es posible identificar la severidad, magnitud y duración del evento asociada con los niveles de la probabilidad de excedencia.

Estos tres valores proveen de una estimación general de la forma básica de la curva de severidad. Así pueden ser estimados por alguna media regional, (por ejemplo por regresión múltiple con características de la cuenca) la frecuencia de la severidad siendo aproximada para cualquier cuenca independientemente de la longitud, confiabilidad o disponibilidad de los datos históricos.

Una consideración importante en la duración es la tendencia de la sequía para un periodo extendido de tiempo, es decir, la probabilidad de que una sequía haya continuado para  $n$  años (donde  $n$  es una longitud entera). Esto es referido hasta la terminación probabilística del  $n$ -ésimo año del evento y es obtenido de dividir el número de  $n$ -años por el número de la última sequía en el  $n$ -ésimo año. Claramente esto deberá ser útil para emplear características básicas

en la estimación de la probabilidad de terminación asociadas con varias duraciones de sequías, y así obtener un indicador de el potencial para sequías multianuales en una cuenca. Esto gufa al uso de una serie de variables dependientes denotadas comunmente como  $TP_1, TP_2, \dots, TP_n$  donde  $TP$  es la probabilidad de terminación asociada con una primera sequías y  $TP_n$  es la probabilidad de terminación asociado con un n-ésimo año del evento.

Otras dos variables dependientes las cuales miden la persistencia de la duración en más de un sentido son la duración media de la sequía (MDD) y la media de la probabilidad de terminación (MTP). La duración media de la sequía es obtenida al dividir el número de años de registro histórico por el número de eventos de sequía. La probabilidad media de terminación es calculada por la suma de  $TP_1$  hasta  $TP_n$  (donde  $n$  representa la longitud de sequía ocurrida en la región en estudio) y dividiendo por  $n$ , esto representa el promedio de probabilidad que un año presenta hasta terminar. Esas dos variables se interrelacionan íntimamente.

La geomorfología de la cuenca y el índice climático el cual puede ser efectivo al predecir las características de la sequía, es seleccionado como variable independiente para el análisis de regresión. La interacción compleja entre factores de hidrología, hidráulica, geología, geomorfología y meteorología puede ser expresada usando índices los cuales pueden ser determinados de mapas topográficos u otras fuentes.

Los siguientes índices geomorfológicos y climáticos fueron seleccionados en este estudio como variables independientes en los modelos de predicción regional de sequías:

- 1) Area drenada (Km<sup>2</sup>)
- 2) Precipitación medias anual (mm)
- 3) Pendiente media de la cuenca (m/km)
- 4) Elevación media de la cuenca (msnm)
- 5) Longitud de la corriente principal (km)
- 6) Pendiente de la corriente principal (m/km)

- 7) Parámetro de forma (1/km)
- 8) Frecuencia de corrientes (1/km)
- 9) Densidad de drenaje (1/km)
- 10) Latitud del centroide de la cuenca (grados)
- 11) Longitud del centroide de la cuenca (grados)
- 12) Coeficiente de escurrimiento (adimensional)
- 13) Orden de la corriente principal (número)
- 14) Perímetro del parteaguas (km)
- 15) Temperatura media anual (grados centígrados)

El objetivo del análisis de regresión múltiple es seleccionar una ecuación óptima combinando variables independientes de las cuales se puede estimar una respuesta. La ecuación es aquella que mejor describe la actual relación entre las variables independientes y dependientes (aproximación física) o aquella la cual estima mejor a las variables dependientes de las independientes (aproximación estadística), si la verdadera relación física no es conocida. La diferencia estructural entre estas dos aproximaciones es que el modelo estadístico tolera la correlación entre las variables independientes en tanto que la aproximación física no lo hace.

El éxito en el análisis de variables hidrológicas ha sido mejorado en el pasado por el uso de logaritmos de las variables dependientes e independientes. La ecuación general de regresión por lo tanto, presenta la forma de:

$$\log Y = \log a + b_1 X_1 + \dots + b_n \log X_n \quad 2.111$$

o equivalentemente

$$Y = a X_1^{b_1} \dots X_n^{b_n} \quad 2.112$$

donde:

- Y      característica de la sequía
- X      características fisiográficas o climáticas de cada cuenca
- a      constante de regresión
- b<sub>i</sub>    coeficientes de regresión, i = 1 hasta el número de características

La relación de regresión podrá ser desarrollada para características de duración de sequías cuando los logaritmos de las variables dependientes son regresados aplicando la anti transformación de los índices de duración. En este caso la ecuación se expresa como:

$$Y = \log a + b_1 \log X_1 + \dots + b_n \log X_n \quad 2.113$$

La prueba de significancia puede ser llevada a cabo usando el estadístico - t. Algunas variables son eliminadas y una nueva ecuación de regresión se calcula hasta que todas las variables que permanezcan sean estadísticamente significativas con el 95% de confiabilidad. El número total de variables observadas juegan un papel importante para producir una buena estimación de los coeficientes de regresión. En la práctica el número de variables no debe exceder aproximadamente un tercio del número de observaciones. Por lo tanto se debe tener cuidado de no arriesgar la confiabilidad de la estimación de los coeficientes por incluir variables de más.

Cabe mencionar que existen dos opciones para llevar a cabo el procedimiento anteriormente mencionado, la primera se refiere al asociar eventos con periodos de retorno asignado a las características fisiográficas y/o climatológicas y la segunda el de asociar a ésta últimas los parámetros de una distribución de probabilidad característica en toda la región en estudio, de cualquier manera el procedimiento se puede resumir en la siguiente secuencia:

**Paso 1.** Recabar la información sobre gastos mínimos anuales en cada una de las estaciones de la región estudiada, así como la determinación de las características fisiográficas y climatológicas de los sitios analizados.

**Paso 2.** Probar la homogeneidad y consistencia de toda la información recabada.

**Paso 3.** Obtener los estadísticos muestrales como la media, varianza, etc.

**Paso 4.** Realizar para cada serie de datos registrados la prueba de independencia de eventos, mediante la prueba del correlograma.

**Paso 5.** Verificar la normalidad de los datos. Si las muestras para cada estación son normales pasar al paso siguiente, de lo contrario, se deberá realizar la transformación normalizante

(Proceso de Box-Cox, o cualquier otro). Este paso se debe realizar, tanto para los gastos mínimos anuales como para la información fisiográfica y meteorológica de cada estación, ya que la técnica de correlación múltiple considera que las muestras (Variables independientes y dependientes) tienen una relación multivariada normal, que se debe respetar al aplicar el método.

**Paso 6.** Al registro de gastos mínimos anuales se le deberán ajustar las diferentes distribuciones de probabilidad para el análisis de mínimos, vista en los subcapítulos anteriores, y seleccionar aquel que proporcione el mínimo error estándar de ajuste. Si es posible caracterizar a toda la región con la misma distribución de probabilidad es conveniente asociar los parámetros de ésta con las características físicas y/o climáticas, en caso contrario, se deberá obtener en cada sitio el evento de diseño para un periodo determinado, ejemplo  $Q_{20}$ , para posteriormente considerarlas como variables dependientes del modelo de correlación. La desventaja de esta última opción es que se tendrá que repetir tantas veces como periodos de retomo se requiera analizar (2, 5, 10, 20, 50 o 100 años).

**Paso 7.** Ya sea que se pueda o no caracterizar a la región con una distribución de probabilidad, se deberá construir el sistema de ecuaciones normales y resolverlo para obtener las ecuaciones regionales. Se debe recordar que para determinar cuantas variables independientes deben incluirse se deberá realizar las pruebas sugeridas anteriormente.

**Paso 8.** Para realizar estimaciones en cuencas con nula información será necesario determinar las características físicas y climáticas más relevantes (de acuerdo con el análisis del paso anterior) y sustituirlas en las ecuaciones regionales resultantes.

### **2.2.1.3 Técnicas de estimación conjunta multivariada**

La presencia de los eventos extremos (avenidas y sequías) han originado el inicio de una política hidráulica orientada hacia una rigurosa planeación para el futuro, la cual requiere del perfeccionamiento de los métodos y técnicas del análisis hidrológico.

Como ya se ha mencionado dentro de estas técnicas se encuentra el análisis de frecuencias en el sitio, pero dado que se tiene una gran variabilidad de los estimados  $Q_T$ , basados en el

registro de una sola estación, se ha iniciado el empleo de distribuciones de probabilidad multivariada que consideran la información proveniente de las cuencas vecinas, que presenten una buena correlación y posean una igual o mayor longitud de registro con referencia a la muestra en estudio.

Dentro de los modelos bivariados disponibles se cuenta con el modelo Logístico que tiene la siguiente forma (Gumbel, 1962):

$$\Pi(x, y, m) = \exp \left\{ - \left[ \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} \right\} \quad 2.114$$

y la función de densidad será

$$\begin{aligned} \Pi(x, y, m) &= \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1 - 1} \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2 - 1} \\ &\exp \left\{ - \left[ \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{w_2 - x}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} + m - 1 \right\} \end{aligned} \quad 2.115$$

### Estimación de parámetros por máxima verosimilitud

Usando la siguiente generalización de la función de máxima verosimilitud logarítmica para funciones de distribución bivariadas donde el tamaño de la muestra no es igual (Raynal-Villaseñor 1985):

$$LL(\underline{x}, \underline{y}; \underline{\theta}) = I_1 \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} \text{Ln} \pi(s; \underline{\theta}) \right\} + I_2 \left\{ \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \pi(x; y; \underline{\theta}_2) \right\} + I_3 \left\{ \sum_{i=1}^{N_3} \text{Ln} \pi(t; \underline{\theta}_3) \right\} \quad 2.116$$

donde  $I_1, I_2, I_3$  son indicadores con valores iguales a uno si  $N_i > 0$  y cero en cualquier otro caso. Entonces, la función logarítmica de máxima verosimilitud para la función de distribución de valores extremos para mínimos es:

$$\begin{aligned}
LL(x, y; \theta) = & I_1 \left\{ -N_1 \text{Ln} \alpha_s - \sum_{i=1}^{N_1} \left( 1 - \left( \frac{w_s - s}{\alpha_s} \right) \beta_s \right)^{1/\beta_s} + \sum_{i=1}^{N_1} \left( 1 - \left( \frac{w_s - s}{\alpha_s} \right) \beta_s \right)^{1/\beta_s - 1} \right\} - \\
& - I_2 \left\{ -N_2 (\text{Ln} \alpha_1 + \text{Ln} \alpha_2) - \sum_{i=1}^{N_2} \left[ \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} + \right. \\
& + \left( \frac{m}{\beta_1} - 1 \right) \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right) + \left( \frac{m}{\beta_2} - 1 \right) \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right) + \\
& + \left( \frac{1}{m} - 2 \right) \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left[ \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2} \right] + \\
& + \left. \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left[ \left[ \left( 1 - \left( \frac{w_1 - x}{\alpha_1} \right) \beta_1 \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{w_2 - y}{\alpha_2} \right) \beta_2 \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} + m - 1 \right] \right\} + \\
& + I_3 \left\{ -N_3 \text{Ln} \alpha_t - \sum_{i=1}^{N_3} \left( 1 - \left( \frac{w_t - t}{\alpha_t} \right) \beta_t \right)^{1/\beta_t} + \sum_{i=1}^{N_3} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{w_t - t}{\alpha_t} \right) \beta_t \right)^{1/\beta_t - 1} \right\} \quad 2.117
\end{aligned}$$

Las derivadas parciales de la ecuación 2.117 dan un sistema de ecuaciones que pueden ser resueltos por aproximaciones, sin embargo esta solución es mas ineficiente que la solución presentada por las técnicas de optimización conocida como método de Rosenbrock, método que puede ser aplicado para encontrar los estimadores de los parámetros presentados en la ecuación 2.117.

### 2.3. Análisis estocástico de sequías

La generación de nuevas muestras hidrológicas es benéfico en la planeación, diseño y operación de sistemas hidráulicos. Las dos aproximaciones usadas en modelación y simulación estadística de sequías son: 1) análisis puntual y 2) análisis regional, ambos con el

empleo de un modelo Autorregresivo de Promedios Móviles (ARMA), univariado o multivariado, según el caso.

En este estudio se ha trabajado con la modelación estocástica puntual de sequías utilizando los modelos ARMA periódicos.

Para determinar cual será la sequía más severa es necesario la generación de muestras que representen el comportamiento de los datos históricos. Para poder hacer tal procedimiento se emplearán la generación estocástica con los modelos que a continuación se explican.

Los modelos autorregresivos pueden tener parámetros constantes, parámetros que varían con el tiempo o una combinación de ellos. Los primeros pueden usarse para modelar series anuales mientras que los restantes suelen usarse para modelar series de tiempo hidrográficas con intervalos de tiempo menor que el anual.

La estructura general de los modelos autorregresivos AR(1) será:

$$Z_t = Z_{t-1}\phi + \varepsilon_t \quad 2.118$$

donde

$Y_t$  serie de tiempo dependiente

$\varepsilon_t$  serie de tiempo independiente de  $Y_t$  que esta normalmente distribuida

Para un periodo de retraso 2 el modelo quedará definido como:

AR(2)

$$Z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \varepsilon_t \quad 2.119$$

$$r_k = \theta_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} \quad 2.120$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \phi_1 r_0 + \phi_2 r_1 \\ r_2 &= \phi_1 r_1 + \phi_2 r_0 \end{aligned} \quad 2.121$$

$$\phi_1 = \frac{r_1 - r_1 r_2}{1 - r_1^2} \quad 2.122$$

$$\phi_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad 2.123$$

Si a los modelos autorregresivos AR(p) se les adiciona la componente MA(q) llamada de promedios móviles de Box-Jenkins, se construyen los modelos ARMA(p,q), que también pueden ser anuales o periódicos.

Considerese los valores de la serie de tiempo normal  $Y_t, Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots$ , en tiempos igualmente espaciados  $t, t+1, t+2, \dots$ , las desviaciones con respecto a la media son:

$$Z_t = Y_t - \mu \quad 2.124$$

La serie  $Z_t$  puede ser representada como una suma ponderada infinita de variables aleatorias independientes  $\epsilon_t, \epsilon_{t+1}, \epsilon_{t+2}$  como:

$$Z_t = \epsilon_t + \psi_1 \epsilon_{t-1} + \psi_2 \epsilon_{t-2} + \dots \quad 2.125$$

Si se hace  $Z_t$  dependiente únicamente en un número infinito que previas variables aleatorias  $\epsilon_t$  entonces el proceso resultante es un proceso de promedios móviles MA(q) que es escrito como:

$$Z_t = \varepsilon_t - \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad 2.126$$

Los parámetros del modelo son la media, la varianza de la variable independiente  $\varepsilon_t$  y los coeficientes  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  o un total de  $q+2$  parámetros que deben ser estimados de los datos.

Es importante destacar que para la generación sintética se trabajó con programas de cómputo reviamente realizados y que consideraron los modelos AR, PAR y ARMA. Para seleccionar cual fue el mejor modelo en competencia se aplicó el principio de Parsimonia, en este caso el mejor modelo fue el de tipo ARMA.

Identificado el modelo a utilizar se generarán 10,000 muestras y se buscará que los estadísticos de la muestras generadas no difieran significativamente de los estadísticos muestrales.

Posteriormente se realizará el análisis de identificación de la sequía y una vez identificada se establecera su intensidad, duración y severidad.

#### **2.4. Análisis regional del déficit de sequías**

Las características de las sequías sobre una área puede determinarse objetivamente por varios índices como el déficit de área,  $A_d$ , el déficit total,  $D$  y la máxima intensidad del déficit  $I_d$  (Tase, 1976).

Para un plano uniforme de umbral,  $\varepsilon_0$ , las características de sequías pueden ser definidas como:

$$A_d = \sum_{i=1}^m I_{(\xi_i \leq \xi_0)}(\xi_i) \quad 2.127$$

$$D = \sum_{i=1}^m (\xi_0 - \xi_i) I_{(\xi_i \leq \xi_0)}(\xi_i) \quad 2.128$$

$$I_d = \xi_0 - \min(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m) \quad 2.129$$

donde  $I_{(\xi_i \leq \xi_0)}(\xi_i)$  es un indicador de la función definida como:

$$I_{(\xi_i \leq \xi_0)}(\xi_i) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } \xi_i \leq \xi_0 \\ 0 & \text{cuando } \xi_i > \xi_0 \end{cases} \quad 2.130$$

y m es el número de la estación en la cuenca considerada. Similarmente para el análisis de gastos se tiene:

$$A_s = \sum_{i=1}^m I_{(\xi_i > \xi_0)}(\xi_i) \quad 2.131$$

$$S = \sum_{i=1}^m (\xi_0 - \xi_i) I_{(\xi_i > \xi_0)}(\xi_i) \quad 2.132$$

$$I_s = \max(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m) - \xi_0 \quad 2.133$$

donde  $I_{(\xi_i > \xi_0)}(\xi_i)$  es un indicador de la función definida por:

$$I_{(\xi_i > \xi_0)}(\xi_i) = \begin{cases} 0 & \text{cuando } \xi_i \leq \xi_0 \\ 1 & \text{cuando } \xi_i > \xi_0 \end{cases} \quad 2.134$$

El área déficit no produce ninguna información sobre la distribución del mismo en el área considerada, pero expresa el número total de déficit. Esta es una variable aleatoria entera con un mínimo y máximo igual a cero y m, respectivamente.

Esto se puede expresar sencillamente como:

$$A_s + A_d = m \quad 2.135$$

El déficit total no representa la distribución espacial del mismo pero provee de un significado para medir el volumen del total de agua en el área en estudio. El valor mínimo es igual a cero y ocurre en un instante cuando el déficit en el área es cero. Sin embargo esto alcanza un valor máximo cuando todas las estaciones tienen simultáneamente sus respectivos déficit. Es evidente que de estas dos últimas declaraciones que hay una fuerte correlación entre  $A_d$  y  $D$ .

La intensidad máxima del déficit es en realidad representativa de una mayor severidad del evento en la región sin especificar su ubicación. Sin embargo una área con intensidad máxima de déficit no implica que presente una sequía mayor con respecto a otras áreas.

Dadas las dificultades para la aplicación de métodos analíticos en el análisis regional de sequías se recomienda primero considerar el caso simplificado del problema. Un resultado simple puede servir como guía para investigaciones de problemas más complejos. Con este fin, el campo aleatorio definido previamente será construido por variables hidrológicas espacialmente independientes en  $m$  sitios. Para el tiempo en cada estación, la Función de Densidad de Probabilidad (FDP) de las variables hidrológicas se asume como idéntico. De aquí dado un plano uniforme de nivel de umbral la probabilidad de déficit y excedencia en cualquier sitio puede ser expresada como:

$$q = F(\xi_0) = P(\xi \leq \xi_0) \quad 2.136$$

$$p = 1.0 - F(\xi_0) = P(\xi > \xi_0) \quad 2.137$$

El área déficit ( $A_d$ ) es un valor entero de la variable aleatoria y la probabilidad de ocurrencia del déficit en cualquier sitio es dada por la ecuación 2.136. Sobre los aforos y simplificaciones

con Bernoulli se evalúa en cada sitio, el FDP del área déficit convirtiéndose en una distribución binomial como:

$$P(A_d = i) = \binom{m}{i} q^i p^{m-i} \quad 2.138$$

Paralelamente la media y varianza estarán dadas por:

$$E(A_d) = mq \quad 2.139$$

$$V(A_d) = mpq \quad 2.140$$

La ecuación 2.139 muestra que la media del déficit de área se incrementa linealmente con el incremento en el umbral. Este punto ha sido confirmado por Tase (1976) sobre las bases de la técnica de Monte Carlo. La FDP del área déficit en la ecuación 2.138 es general, en el sentido que esta es independiente del FDP de las variables hidrológicas consideradas. En otro aspecto el número de sitios puede ser arreglado como una medida del tamaño del área.

La probabilidad de cobertura de sequías en el área será:

$$P(A_d = m) = q^m \quad 2.141$$

En algunas aplicaciones prácticas la FDP condicional de  $A_d$ , da un grupo de déficits aleatorios que podrán ser de interés. Si en uno o más sitios de la cuenca hay varias alternativas de recursos de agua, tales como almacenamientos, agua subterránea o posibilidades de transferencia por interconexión de redes, entonces la probabilidad de sequías en ese sitio puede ser cero. La probabilidad que en cualquier  $k_1$ , de  $m$  sitios tenga déficit, con un umbral  $\xi_0$  puede ser definida considerando la independencia como:

$$P(\xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0) = q^{k_1} \quad 2.142$$

Asumiendo que en cualquier sitio es igualmente probable experimentar una sequía, la probabilidad condicional de que cierto grupo de sitios tengan déficit (dado que existe actualmente un déficit de área de tamaño  $i$  en la totalidad de área considerada) puede ser escrita como:

$$P(\xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0 | A_d = i) = (i/m)^{k_1} \quad 2.143$$

De aquí, juntando las probabilidades anteriores se convierte en

$$P(\xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0, A_d = i) = (i/m)^{k_1} \binom{m}{i} q^i p^{m-i} \quad 2.144$$

La probabilidad condicional del déficit de área, dado un cierto grupo de sitios con déficit, puede ser obtenida como:

$$P(A_d = i | \xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0) = (i/mq)^{k_1} \binom{m}{i} q^i p^{m-i} \quad 2.145$$

Puesto que alguna información es dada con certidumbre la FDP condicional en la ecuación 2.145 tiene más información que la distribución original en la ecuación 2.138. La información contenida de un FDP es medida por la inversa de la varianza. Por lo tanto, la varianza será pequeña debido al gran contenido de información. La ecuación 2.145 contiene más información que la ecuación 2.138. La media y la varianza de la FDP en la ecuación 2.145 puede obtenerse como:

$$E(A_d | \xi_1 \leq \xi_0) = mq + p \quad 2.146$$

$$V(A_d | \xi_1 \leq \xi_0) = mpq - pq \quad 2.147$$

Comparando la ecuación 2.147 con la ecuación 2.140 se ve que la varianza condicional es siempre más pequeña que la varianza original.

Similamente, la FDP condicional de una área déficit, dado que un grupo de  $k_2$  sitios tienen excedentes, puede ser determinada como:

$$P(A_d = i | \xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0) = \left(\frac{m-i}{mp}\right)^{k_2} \binom{m}{i} q^i p^{m-i} \quad 2.148$$

Además, la probabilidad condicional de una área déficit, dado un grupo de  $k_1$  sitios tiene déficit y otro grupo de  $k_2$  sitios tiene excedente es:

$$P(A_d = i | \xi_1 \leq \xi_0, \xi_2 \leq \xi_0, \dots, \xi_{k_1} \leq \xi_0, \xi_{k_1+1} > \xi_0, \dots, \xi_{k_2} > \xi_0) = \left(\frac{i}{mq}\right)^{k_1} \left(\frac{m-i}{mp}\right)^{k_2} q^i p^{m-i} \quad 2.149$$

Las distribuciones de probabilidad en las ecuaciones 2.145, 2.148 y 2.149 pueden ser efectivamente empleadas en el estudio regional de sequías.

Por otro lado, la ecuación 2.138 puede ser empleada para evaluar la probabilidad de algo más que un cierto porcentaje,  $Y = i/m$  del área total cubierta por una sequía como:

$$P(A_j \geq i) = 1 - \sum_{j=1}^i \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \quad 2.150$$

Para  $m$  valores el término de la suma sobre el lado derecho de la ecuación 2.150 puede ser obtenida por una FDP Normal.

El FDP del déficit máximo de área,  $A_M$  puede ser encontrada previendo que la evolución del déficit a lo largo del eje de tiempo es independiente de otro. En general, para  $n$  instantes de tiempo la probabilidad de la máxima área déficit, es menor que o igual a un  $i$ -ésimo valor entero, pudiendo ser escrita como:

$$P(A_M \leq i) = P^n(A_d \leq i) \quad 2.151$$

donde

$$P(A_d \leq i) = \sum_{j=0}^i \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \quad 2.152$$

de la cual al sustituir las expresiones se obtiene:

$$P(A_M \leq i) = \left[ \sum_{j=0}^i \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \right]^n \quad 2.153$$

Sin embargo, es bien conocido que:

$$P(A_M = i) = P(A_M \leq i) - P(A_M \leq i-1) \quad 2.154$$

Sustituyendo la ecuación 2.153 dentro de la ecuación 2.154 se obtiene:

$$P(A_M = i) = \left[ \sum_{j=0}^i \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \right]^n - \left[ \sum_{j=0}^{i-1} \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \right]^n \quad 2.155$$

La probabilidad  $P(A_M = m)$  del área total a ser cubierta por un déficit puede ser obtenida de la ecuación 2.155 como:

$$P(A_M = m) = 1 - (1 - q^m)^n \quad 2.156$$

Para una pequeña región en donde el número de estaciones es también pequeño la probabilidad en la ecuación 2.156 no es cero, y hay un cambio para el área total a ser cubierta por sequías.

Similaramente, la FDP del mínimo del área con déficit,  $A_m$ , puede ser obtenida como:

$$P(A_m \leq i) = \left[ \sum_{j=i}^m \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \right]^n - \left[ \sum_{j=i+1}^m \binom{m}{j} q^j p^{m-j} \right]^n \quad 2.157$$

Una situación interesante ocurre cuando la probabilidad de excedencia en diferentes sitios es diferente de otro. En tal situación el campo aleatorio no es homogéneo ni isotrópico. Suponiendo que el evento aleatorio en distintos sitios es mutuamente independiente entonces la no homogeneidad y la no isotropía del campo aleatorio puede ser el resultado de los siguientes tres casos:

- 1) Identico PFS en los sitios pero umbral no uniforme, es decir diferente umbral para cada sitio.
- 2) Desigual PFS en los sitios y uniformidad del umbral
- 3) Desigual PFS en los sitios y umbral no uniforme.

Las probabilidades de déficit y excedencia en  $m$  sitios estará dado por  $p_i$  y  $q_i$  ( $i=1,2,\dots,m$  siendo  $p$ = excedencia,  $q$  = déficit). La probabilidad de área déficit será igual a  $i$ ,  $P(A_d = i)$  puede ser evaluada por técnicas numéricas como:

$$P(A_d = i) = \frac{1}{i!} \sum_{j_1=1}^m q_{j_1} \sum_{\substack{j_2=1 \\ j_2 \neq j_1}}^m q_{j_2} \dots \sum_{\substack{j_i=1 \\ j_i \neq j_1 \\ t=1,2,\dots,i-1}}^m q_{j_i} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j_1 \\ t=1,2,\dots,i}}^m p_k \quad 2.158$$

o paralelamente

$$P(A_d = i) = \frac{1}{i!} \left( \prod_{k_1=1}^i \sum_{\substack{j_{k_1}=1 \\ j_{k_2} \neq j_{k_1} \\ t=1,2,\dots,j_{k_1}}}^m q_{j_{k_1}} \right) \prod_{\substack{k_2=1 \\ k_2 \neq j_1 \\ t=1,2,\dots,j_{k_1}}}^m p_{k_2} \quad 2.159$$

Donde la multiplicación de la  $i$  sumas en el paréntesis incluye todas las posibles combinaciones de  $i$  déficits en  $m$  sitios puesto que el último término de la multiplicación corresponde a las posibles combinaciones de excedentes. Para FDP's idénticos el término en paréntesis se simplifica por  $m(m-1) \dots (m-i+1)q^i$  y la última multiplicación produce la ecuación 2.155. Si se requiere el máximo y mínimo déficit de área del campo aleatorio no homogéneo ni isotrópico puede encontrarse similarmente de las ecuaciones 2.155 y 2.157 pero tiende a ser rechazadas debido a su largas y complejas expresiones.

Los mecanismos manejados para el área total déficit definidos en la ecuación 2.128 involucrán dos fenómenos aleatorios, uno es asociado con el número de déficit (área déficit) y el otro con sus magnitudes. Por lo tanto en el tratamiento probabilístico puede usarse la teoría de la suma de números aleatorios. La probabilidad combinada de el área total déficit y el área déficit puede ser escrita como:

$$P(D \leq d, A_d = i) = P(D \leq d | A_d = i) P(A_d = i) \quad 2.160$$

de la cual la distribución marginal D será :

$$P(D \leq d) = \sum_{i=0}^m P(D \leq d | A_d = i) P(A_d = i) \quad 2.161$$

sustituyendo la ecuación 2.138 dentro de la última expresión quedará definida como:

$$P(D \leq d) = \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} q^i p^{m-i} P(D \leq d | A_d = i) \quad 2.162$$

La probabilidad condicional del área total déficit dado un déficit específico de área puede ser aproximada por una FDP Normal con media y varianza:

$$\mu_D = i\mu_d \quad 2.163$$

$$\sigma_D^2 = i\sigma_d^2 \quad 2.164$$

donde  $\mu_d$  y  $\sigma_d^2$  son la media y la varianza del déficit en un solo sitio.

Downer (1967) definió estos parámetros en términos del umbral como:

$$\mu_d = \Phi(\epsilon_0) / q \quad 2.165$$

$$\sigma_d = 1 + \epsilon_0 \Phi(\epsilon_0) / q \quad 2.166$$

donde

$$\Phi(\epsilon_0) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\epsilon_0^2\right) \quad 2.167$$

Por el teorema del límite central uno puede escribir:

$$P(D \leq d | A_j = 1) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_D} \int_{-\infty}^d \exp\left[-(D - i\mu_D)^2\right] dD \quad (-\infty \leq d \leq \epsilon_0) \quad 2.168$$

La sustitución de la ecuación 2.168 dentro de la ecuación 2.162 produce la forma completa del área total déficit como:

$$P(D \leq d) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_D} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i} \binom{m}{i} q^i p^{m-i} \int_{-\infty}^d \exp\left[-(D - i\mu_D)^2 / 2i\sigma_D^2\right] dD \quad 2.169$$

El campo aleatorio de la máxima intensidad del déficit ( $I_d$ ) tiene un mecanismo similar a  $D$  como el máximo de las variables aleatorias. Esto denota la probabilidad de  $I_d$  siendo menor que o igual a  $s$  por  $P(I_d \leq s)$  y la secuencia de eventos  $\{A_d = 0\}, \{A_d = 1\}, \dots, \{A_d = m\}$  representan una serie contable y exhaustiva  $\Omega$ . Esto es posible de escribir para toda  $S > 0$  como:

$$P(I_d \leq s) = P(1_d \leq s, \Omega) \quad 2.170$$

o definiendo

$$\xi'_i = \xi_i - \xi_0 \quad 2.171$$

$$P(I_d \leq s) = P\left[\max(0, -\xi'_1, -\xi'_2, \dots, -\xi'_m) \leq s, \bigcup_{i=0}^m (A_d = i)\right] \quad 2.172$$

donde  $\cup$  denota la unión de los eventos. Debido a que son mutuamente excluyentes los eventos tenemos:

$$\begin{aligned}
P(I_d \leq s) &= \sum_{i=0}^m P\left[\max\left(0, -\xi'_1, -\xi'_2, \dots, -\xi'_m\right), (A_d = i)\right] \\
&= P(A_d = 0) + \sum_{i=1}^m P\left[\max\left(0, -\xi'_1, -\xi'_2, \dots, -\xi'_m\right), A_d = i\right] \quad 2.173
\end{aligned}$$

Si  $\xi'_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) representa una secuencia de variables aleatorias independientes con FDP

$P(\xi'_i \leq s)$  entonces:

$$P(I_d \leq s) = P(A_d = 0) + \sum_{i=1}^m \prod_{j=1}^i P(\xi'_j \leq s) P(A_d = j) \quad 2.174$$

Además, si  $\xi'_j$  son idénticamente distribuidos entonces la ecuación 2.174 se convierte en:

$$P(I_d \leq s) = p^m + \sum_{i=1}^m P^i(\xi' \leq s) P(A_d = i) \quad 2.175$$

La sustitución de la ecuación 2.138 dentro de la ecuación 2.175 da la forma más simplificada de la máxima intensidad déficit FDP:

$$P(I_d \leq s) = p^m + \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} q^i p^{m-i} P^i(\xi' \leq s) \quad 2.176$$

## 2.5. Análisis conjunto severidades-duraciones

Para el análisis conjunto de las severidades de sequías máximas anuales con sus duraciones se utilizará a la distribución logística bivariada para máximos, la cual tiene parecido con la ecuación 2.114.

$$F(x, y, m) = \exp\left\{-\left[\left(1 - \left(\frac{x - u_1}{\alpha_1}\right)\beta_1\right)^{m/\beta_1} + \left(1 - \left(\frac{y - u_2}{\alpha_2}\right)\beta_2\right)^{m/\beta_2}\right]^{1/m}\right\} \quad 2.177$$

donde

$x$  = variable aleatoria que representa a las severidades máximas anuales

$y$  = variable aleatoria que representa a las duraciones de las severidades máximas

La función de densidad será:

$$f(x, y, m) = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \left(1 - \left(\frac{x - u_1}{\alpha_1}\right)\beta_1\right)^{m/\beta_1 - 1} \left(1 - \left(\frac{y - u_2}{\alpha_2}\right)\beta_2\right)^{m/\beta_2 - 1} \exp\left\{-\left[\left(1 - \left(\frac{x - u_1}{\alpha_1}\right)\beta_1\right)^{m/\beta_1} + \left(1 - \left(\frac{y - u_2}{\alpha_2}\right)\beta_2\right)^{m/\beta_2}\right]^{1/m} + m - 1\right\} \quad 2.178$$

Los parámetros del modelo pueden estimarse por máxima verosimilitud utilizando el esquema de optimización multivariado restringido de Rosenbrock. la función a maximizar será:

$$LL(\underline{x}, \underline{y}; \underline{\theta}) = I_1 \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} \text{Ln}\pi(s; \underline{\theta}) \right\} + I_2 \left\{ \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln}\pi(x; y; \underline{\theta}_2) \right\} + I_3 \left\{ \sum_{i=1}^{N_3} \text{Ln}\pi(t; \underline{\theta}_3) \right\} \quad 2.179$$

donde  $I_1, I_2, I_3$  son indicadores con valores iguales a uno si  $N_i > 0$  y cero en cualquier otro caso. Entonces, la función logarítmica de máxima verosimilitud para la función de distribución de valores extremos es:

$$LL(x, y; \underline{\theta}) = I_1 \left\{ -N_1 \text{Ln}\alpha_s - \sum_{i=1}^{N_1} \left(1 - \left(\frac{s - u_1}{\alpha_s}\right)\beta_s\right)^{1/\beta_s} + \sum_{i=1}^{N_1} \left(1 - \left(\frac{s - u_2}{\alpha_s}\right)\beta_s\right)^{1/\beta_s - 1} \right\} -$$

$$\begin{aligned}
& -I_2 \left\{ -N_2 (\text{Ln}\alpha_1 + \text{Ln}\alpha_2) - \sum_{i=1}^{N_2} \left[ \left( 1 - \left( \frac{x-u_1}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{y-u_2}{\alpha_2} \right)^{\beta_2} \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} \right. \\
& + \left( \frac{m}{\beta_1} - 1 \right) \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{x-u_1}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right) + \left( \frac{m}{\beta_2} - 1 \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{y-u_2}{\alpha_2} \right)^{\beta_2} \right) + \\
& + \left( \frac{1}{m} - 2 \right) \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left[ \left( 1 - \left( \frac{x-u_1}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{y-u_2}{\alpha_2} \right)^{\beta_2} \right)^{m/\beta_2} \right] + \\
& + \left. \sum_{i=1}^{N_2} \text{Ln} \left[ \left[ \left( 1 - \left( \frac{x-u_1}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right)^{m/\beta_1} + \left( 1 - \left( \frac{y-u_2}{\alpha_2} \right)^{\beta_2} \right)^{m/\beta_2} \right]^{1/m} + m - 1 \right] \right\} + \\
& + I_3 \left\{ -N_3 \text{Ln}\alpha_1 - \sum_{i=1}^{N_3} \left( 1 - \left( \frac{t-u_1}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right)^{1/\beta_1} + \sum_{i=1}^{N_3} \text{Ln} \left( 1 - \left( \frac{t-u_2}{\alpha_1} \right)^{\beta_1} \right)^{1/\beta_1 - 1} \right\} \quad 2.180
\end{aligned}$$

El esquema de análisis será el siguiente:

1. Dado el hidrograma de escurrimientos (Figura 2.1) en la estación analizada, se deberán considerar aquellas descargas  $Q_t$  que son más pequeñas que el nivel de referencia  $Q_r$  (nivel de truncamiento), tal nivel de referencia define a aquellos escurrimientos que pueden considerarse como bajos. Los flujos que son igualados o excedidos 85, 90 o 95% de las veces son considerados como bajos en el análisis de sequías. De acuerdo con este criterio, las severidades máximas anuales serán obtenidas con la siguiente ecuación:

$$D = I - O \quad 2.181$$

$$I = \int_{t_b}^{t_e} Q_t dt \quad 2.182$$

$$O = Q_r * T \quad 2.183$$

donde

D = déficit o severidad máxima

I = suministro

O= demanda

2. Del registro obtenido del punto 1 y teniendo en cuenta el nivel  $Q_r$ , es necesario calcular todos los déficits y duraciones en un año, ordenarlos de mayor a menor considerando a los déficits como base y formar un registro de series anuales Severidad-Duración.

3. Debido a la naturaleza aleatoria de los llamados suministros y demandas, la distribución de los déficits (suministros-demandas) pueden ser calculados con la operación de convolución para la resta de dos variables aleatorias.

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{\infty} f(t+s,s) ds dt \quad 2.184$$

donde

$F(t)$  = es la función de probabilidad de los más grandes déficits

$t$  = diferencia entre suministro y demanda (déficits)

$f(t+s,s)$  = función de densidad conjunta entre los suministros y las demandas

4. Para resolver el paso 3 será necesario aplicar el modelo logístico bivariado asociando las variables aleatorias de suministros y demandas.

5. Para cada probabilidad buscada se obtendrá un déficit mediante la ecuación de convolución del paso 3.

6. Para obtener la duración que le corresponde a cada una de las severidades obtenidas en el paso 5, se requerirá:

a) Aplicar el modelo logístico bivariado a la combinación severidades-duraciones del registro histórico, con el fin de determinar sus parámetros.

b) Utilizando la función de distribución condicional obtener el valor de la duración de la sequía máxima dado que ha ocurrido la severidad para un periodo de retorno dado.

$$F(x|y) = \frac{F(x, y)}{F(y)}$$

2.185

### **3 ASPECTOS ECONOMICOS Y SOCIALES DE LAS SEQUIAS**

Para estudiar el potencial del impacto de las sequías, se empezará primero con una discusión general de las consecuencias y de los efectos acumulados en el tiempo. El presente capítulo se subdivide en dos partes: 1) impactos socio-políticos, impactos económicos e impactos generales en el medio ambiente y 2) estrategias y medidas para tratar las sequías. En este último se hace énfasis sobre la interrelación de los principales efectos.

#### **3.1 Impactos socio-políticos**

Desafortunadamente como en otros desastres, la sequía representa un evento que es muy difícil de identificar tanto en su inicio como en su punto de terminación; especialmente en los casos en que se prolonga.

Es importante hacer énfasis en que la sequía es un desastre natural que es diferente a otros en algunos puntos importantes. Primero, la sequía es un desastre que es completamente dañino en naturaleza: este es un "fenómeno deslizante, con efectos acumulativos de manera lenta" y tiende a persistir sobre largos periodos de tiempo. En la muestra de tiempo, la sequía (particularmente la agrícola) difiere de otro desastre, ya que sus efectos se relacionan con el medio ambiente económico y en el desarrollo social de una región o de una nación entera.

Mientras los efectos no incluyan las pérdidas económicas que otros eventos pueden tener, estos producen impactos que pueden extender las consecuencias en términos de cambios eventuales en la población, reducción en la población, alteraciones de la estructura social, adversidades económicas y perturbaciones ambientales.

Se ha expuesto repetidamente que aunque las sequías son esencialmente un fenómeno físico más que cualquier otra cosa, estas deberían ser vistas como un fenómeno social y económico de extrema importancia. Mientras las condiciones hidrológicas son completamente importantes, las últimas consecuencias de las sequías tienden a ser vistas en el contexto de los efectos sobre las actividades sociales y económicas en un región dada. Algunos autores han hablado sobre sequías sociológicas definidas en términos que muestran la influencia que las variables físicas y de las características meteorológicas tienen sobre la actividad social de las comunidades en general. Este punto es particularmente importante ya que el incremento de la urbanización e industrialización produce demandas las cuales, junto con la demanda de agua en el sector agrícola

se expande sobre los años pasados produciendo una alta y compleja interdependencia en los sistemas sociales.

El énfasis sobre las sequías en el ámbito sociológico se puede resumir en:

a) el cambio en el medio ambiente social ya que la sequía puede afectar vulnerablemente a los grandes segmentos de población;

b) las reacciones sobre las sequías están favoreciendo a ciertos sistemas afectando la interdependencia e incrementando el llamado para una mayor integración así como alcance en la planificación,

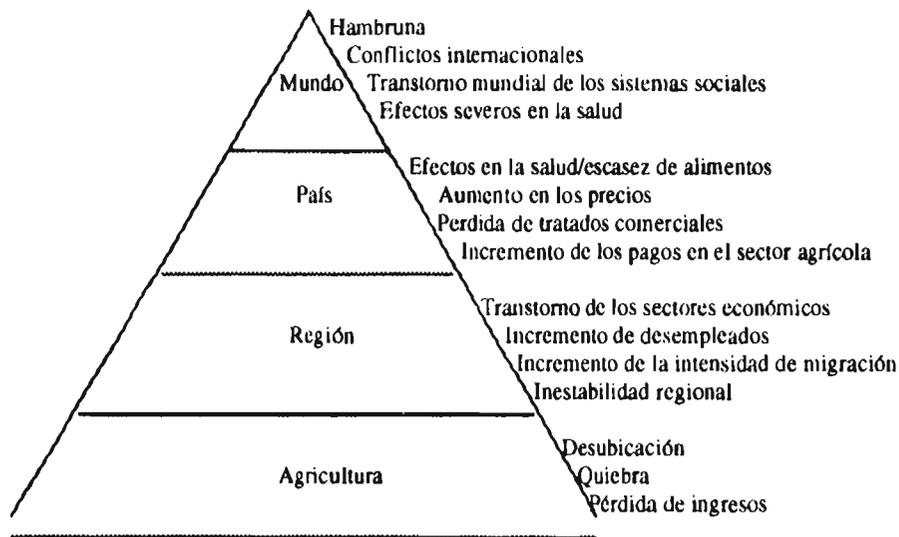
c) las estrategias han sido recomendadas como parte de un mejor alcance de políticas, las cuales en su momento requieren de consideraciones complejas para el desarrollo de recursos naturales, y finalmente;

d) las reacciones o respuestas que se requieren para ampliar la movilización de instituciones y gente con la idea de acomodar o adaptar las políticas para la escasez de las fuentes, variedad de climas y la incertidumbre de futuros medios ambientes.

La sequía como una llave social, es un elemento que debe ser llevado a cualquier discusión de desastres naturales. Este grado de percepción varía de acuerdo con: a) el grado de aridez, b) la experiencia y c) ciertas diferencias personales.

Una valoración de todas las consecuencias sociales de las sequías es representada por una membrana intrincada de relaciones individuales y posteriormente encarando el total de los impactos en el estado, región, nación y el mundo.

Warrick (1975) propone una relación donde el trata los efectos que pueden ocurrir en cada nivel social, (Fig 3.1)



**Figura 3.1** Rango de posibles consecuencias sociales de las sequías.

Lo anterior lleva a la necesidad de desarrollar mucho más que un esquema sistemático para relacionar varios sectores de la sociedad con algunas características analíticas, incluyendo algunos efectos interactivos. Yevjevich en 1978 propone el siguiente esquema donde relaciona los impactos con las posibles consecuencias.

**Impactos económicos.**

- Pérdidas económicas por sequías en la producción de leche y carne
  - Perjuicio en la productividad de la tierra
  - altos costo e indisponibilidad de agua para ganado
  - altos costos e indisponibilidad de comida para ganado
  - incremento de la depredación
  - incendios
  
- Pérdidas económicas por sequías en la producción de cosechas
  - daño perenne a los cultivos, pérdida de cultivos
  - perjuicio en la tierra de cultivo (erosión eólica, etc)
  - plagas de insectos

- enfermedades en las plantas
- daño a la vida silvestre de las plantas
  
- Pérdidas económicas por las sequías en la producción de madera
  - incendios forestales
  - enfermedades en los árboles
  - infestación de insectos
  - daño en la productividad de zonas forestales
  
- Pérdidas económicas por sequías en la producción pesquera
  - daño en el habitat pesquero
  - insuficiencia de agua para el desarrollo de la vida de las especies
  - pérdida de peces jóvenes debido al decremento de flujos
  - (pérdida de agua en la generación de turbinas)
  
- Pérdidas económicas por sequías en aspectos de recreación
  
- Pérdidas económicas en la manufactura y renta de equipos de recreación
  
- Pérdidas económicas en la industria directamente dependientes sobre la producción agrícola( manufacturación de fertilizantes, procesadoras de alimentos etc.)
  
- Desempleo por la reducción de la producción.
  
- Tensión sobre instituciones financieras (crédito de riesgo, escasez del capital, etc.)
  
- Pérdidas en la renta de los gobiernos locales y estatales ( reducción de las licencias en la caza y pesca, etc)
  
- Renta de las firmas de suministro de agua
  - deficit en los ingresos
  - golpe a la rentabilidad
  
- Pérdidas económicas de la navegación de corrientes, ríos y canales
  
- Costos transporte de agua o transferencia

Costo de nuevos o suplementarios desarrollos de fuentes de agua

**Impacto ambientales**

- Daño en las especies animales
  - Daño en el habitat silvestre
  - escasez de comida y agua para beber
  - enfermedades
  - vulnerabilidad hasta la depredación (especies concentradas cerca de suministros de agua)
- Daño en las especies de peces
- Daño en las especies de plantas
- Afectación en la calidad del agua (concentración de sales)
- Afectación de calidad del aire (polvo, contaminantes)
- Alteración del paisaje

**Impactos sociales**

- Seguridad pública de bosques e incendios
- Desigualdad en la distribución de impactos en la sequía
- Impactos en el estilo de vida
  - desempleo
  - pérdidas de terrenos
  - pérdidas en el economía
  - retiros
  - disminución de campesinos
  - incertidumbre
  - recreación
  - higiene personal
  - reuso de agua en las casa
  - entretenimientos

## **3.2 Impactos económicos**

El uso del agua debe satisfacer las necesidades humanas y psicológicas aplicando alternativas que puede ser económicamente viables.

Las sequía reduce la disponibilidad de agua, la cantidad usada, y de aquí el valor recibido. La estimación de los impactos económicos requiere la determinación de patrones de uso durante periodos normales de disponibilidad de agua, es decir como es afectado cada usuario por la sequía, y la suma de las pérdidas incurridas.

### **3.2.1 Uso normal del agua.**

La distribución del agua es un buen indicador económico, la cantidad usada es determinada por el balance mercantil entre la demanda (beneficio marginal) y el suministro (costo marginal). En el proceso de este balance, el primer valor disponible deberá ser el valor mayor de uso y posteriormente adicionar los incrementos del agua que son o serán suministrados hasta tener progresivamente valores menores de uso representados por una curva de demanda con pendiente negativa. Con respecto a los suministros, algunos incrementos de agua tienen un costo menor e incrementos adicionales tienen un costo mayor debido a los requerimiento de almacenamiento y las distancias de transportación. Por lo anterior la curva de suministro tendrá pendiente positiva. Si la longitud de los datos de la curva de suministro y demanda es construida sobre las bases de las condiciones de suministro de agua para un año normal de disponibilidad, ambos se intersectan formando un equilibrio. En resumen, los factores hidrológicos y de ingeniería determinan los suministros de agua a los usuarios, y la cantidad de los impactos sufridos por la sequía cuando la cantidad de agua suministrada es menor.

El agua es ampliamente usada, pero los datos disponibles no reflejan a todos los usuarios. Newell (1972) proporcionó una jerarquía de uso 1) producción de alimentos y bebida, 2) ventas, 3) industria, y 4) transportación. Actualmente se pueden añadir la generación de energía eléctrica, recreación y valores ecológicos. Al adicionar usos serán empleados grandes volúmenes, por lo que las entradas existentes tendrán que ser sustituidas por otra decreciendo el valor de la unidad marginal, y como es usada más agua en total, se deberá lograr la valoración de los usos.

Esta tendencia es ilustrada en la figura 3.2. La característica es la relación entre el valor (P) recibido de los usos del agua y la cantidad (Q) de uso de agua de la forma:

$$Q = Q_0 \frac{P_0}{P^E} \quad 3.1$$

donde  $Q_0$  es la cantidad de agua  $P_0$  son los valores de agua usados y  $E$  es la elasticidad en el precio de demanda.  $E$  es característicamente bajo para usos altamente prioritarios, tales como la bebida.

Para estimar la curva de demandas conviene clasificar los usos del agua como: (1) usos externos para irrigación agrícola y de tierras, 2) usos internos en viviendas, comercios e industria, (3) usos internos para pesca, navegación, venta de agua, generación hidroeléctrica y recreación y (4) suministro por lluvia para agricultura, producción de agua para ganado así como el suprimir incendios y erosión por viento.

No se puede olvidar que cada una de las demandas se relacionan con las variedades del clima. El mayor uso percapita del agua es en áreas áridas donde el agua se encuentra disponible en las montañas cercanas. Los altos costos en el suministro o baja disponibilidad del agua reduce el uso.

La cantidad de agua usada internamente depende del clima a través de efectos directos como la influencia de la comunidad, la base de la industria, la temperatura del agua usada para enfriar, o las necesidades de una familia para baño o lavado.

Excepto para el suministro por lluvia y usos internos en el medio ambiente, el agua suministrada requiere de esfuerzos humanos y por lo tanto aparecen los costos para satisfacer la demanda en los lugares requeridos. El costo varía con la duración de la provisión de agua, la distancia a la que tiene que ser transportada y el tratamiento requerido para alcanzar la adecuada calidad.

Las facilidades de suministro de agua reducen suceptiblemente la sequía . El objetivo en el diseño de metas son disminuir la severidad experimentada por la reducción de agua y la vulnerabilidad en el suministro causadas por la escasez. La severidad de la sequía puede ser expresada por:

$$S = \frac{Q_n - Q_d}{Q_n} \quad 3.2$$

donde  $Q_d$  es la cantidad de agua disponible durante la sequía y  $Q_n$  es la cantidad de agua disponible normalmente (Jensen 1978). La vulnerabilidad del suministro hasta la sequía puede ser

indexada como la probabilidad de que la severidad de la sequía exceda algún valor tolerable  $S^*$ . El diseño óptimo para el suministro se dará cuando la suma de la producción minimize los costos. La producción óptima es determinada balanceando los beneficios marginales con el costo marginal (costo de los sistemas además de las pérdidas causadas por la duración de la sequía) y variedades con el precio del agua.

El costo de los sistemas depende de la variabilidad del flujo entre las estaciones secas y húmedas, la diferencia entre la distancia y elevación de la fuente hasta la localización de la población así como el tratamiento requerido para satisfacer los estándares de calidad. El agua puede ser almacenada en depósitos superficiales o subterráneos y distribuida por canales o tuberías o por la recarga y bombeo de acuíferos. En general, 1) áreas (típicas o de topografía accidentada) sin mucha agua subterránea son más vulnerables a sequías a menos que se puedan proporcionar el capital de inversión para el almacenamiento superficial y sistemas de distribución, y 2) suministros superficiales de agua son más costosos para las ciudades, de este modo se crean impuestos sobre la disponibilidad del agua subterránea local.

Para suministros superficiales de agua, la producción fija es la proporción con la cual el agua puede ser derivada durante una sequía. Para el suministro subterráneo, la producción fija es el promedio anual de bombeo que deberá ser igual al promedio anual de recarga.

El diseño de sistemas de suministro requiere de incluir las pérdidas durante periodos de escasez de agua. Las funciones de pérdidas tienden a ser propuestas por la estimación de los impactos económicos de la escasez asociados con varios sistemas designados y esquemas de operación.

El suministro típico o costo marginal relacionado por el suministro de agua es de la forma:

$$P = a + b(Q - Q_0) \quad 3.3$$

donde  $Q_0$  es la cantidad de agua localmente disponible sin facilidades de almacenamiento, y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son parámetros del sitio. Generalmente  $a$  depende sobre los costos del tratamiento de agua y distribución,  $b$  depende sobre la distancia a la que uno deberá de ir para encontrar el agua, y  $c$  depende sobre la magnitud de las facilidades requeridas para el almacenamiento.  $Q_0$  es pequeño en clima seco. Si  $Q$  es menor que  $Q_0$  (la necesidad local para agua es menor que el agua disponible localmente), entonces  $P = a$ . La relación de tres condiciones (representando las situaciones de agua en abundancia, disponibilidad intermedia y escasez de agua) es mostrada en la **Figura 3.2**.



**Figura 3.2.** Balance del suministro y la demanda determinando cantidades de agua suministradas

### 3.2.2 Pérdidas económicas durante las sequías

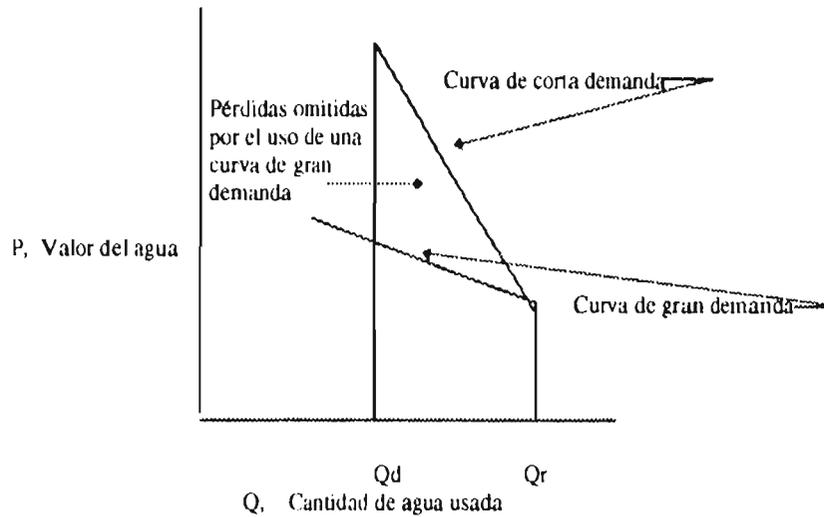
En el contexto de las **Figuras 3.2 y 3.3** una sequía es una situación en la cual la cantidad de agua indicada por la curva de suministro no puede ser repetida. Consecuentemente, los beneficios asociados con el suministro y la demanda no pueden ser alcanzados. Estas pérdidas en beneficios son las pérdidas económicas ha ser estimadas.

**Principios de la estimación de pérdidas.** El subsidio de las pérdidas durante una sequía será igual al área sobre la porción de la curva que representa la demanda insatisfecha. Especialmente las pérdidas pueden, dada la ecuación 3.1 ser estimadas de 1)  $P_n$  el precio marginal del agua en años normales, (2)  $Q_n$  la cantidad de agua usada en años normales, (3)  $Q_s$  la cantidad de agua disponible en los años de sequía y (4) la elasticidad de la demanda. El área sobre la curva de demanda entre  $Q_n$  y  $Q_s$  es mostrada en la **Figura 3.4**. Integrando la ecuación 3.1 entre estos límites da unas pérdidas iguales a:

$$L = \frac{P_n Q_n^{1/E} - Q_s}{1 - 1/E} \frac{Q_n}{Q_n^{1/E}} \quad 3.4$$

excepto en los casos donde E es igual a 1 donde

$$L = P_n Q_n \ln \frac{Q_n}{Q_d} \quad 3.5$$



**Figura 3.3** Pérdidas causadas por escasez de agua estimadas por la curva de demanda.

Algunas consideraciones deberán examinarse antes de aceptar una estimación hecha por este método:

(1) Un agricultor tiene un número de opciones para administrarse en la sequía. Específicamente, el puede elegir entre (a) reducir la irrigación de hectáreas, (b) reducir la cantidad de agua repartida hasta un número determinado de hectáreas, (c) sembrar un cultivo más tolerante a las sequías, o usar una inflación de precios por la sequía, (d) en algunas jurisdicciones, vendiendo su agua correctamente a otros usuarios con precios afectados por la sequía, quizás solo para la duración de la misma.

(2) El derroche de agua por varios usuarios. Durante una sequía, el agua es más preciosa; y los usuarios pueden dar un esfuerzo extra de manera temporal. En resumen las presiones sociales para conservar el agua son mayores y el incentivo para sacrificios temporales es mayor que para el caso de reducciones permanentes. Esta capacidad de conservar el agua provee de una capacidad

de memoria en contra de la reducción de beneficios hasta el grado de que prácticas de conservación de agua son usadas en años húmedos como secos.

(3) La disponibilidad de agua puede no ser igual al valor de los usuarios. Varios factores pueden privar a un número alto de usuarios mientras valores menores de usuarios continúan con el suministro normal. Tales contrastes incrementan las pérdidas económicas.

(4) Los usuarios pueden no estar disponibles para modificar el uso de agua hasta un valor óptimo de uso en condiciones de cambio de año en año. Rotación de cultivos y corte de árboles son un buen ejemplo de esto.

### **3.2.3 Consideraciones institucionales y pérdidas económicas indirectas**

Las discusiones anteriores asumen que el agua disponible durante la sequía será repartida hasta maximizar su valor en uso. En la actualidad, varias consideraciones no económicas y contrastes institucionales previenen distribuciones de agua durante la sequía.

Al mismo tiempo, las discusiones previas sobre la estimación de pérdidas económicas causadas directamente por la sequía son fundamentadas sobre la aplicación de teorías de producción para la operación de un sistema de funcionamiento de mercado. Durante mucho tiempo los economistas reconocen que los proyectos de agua tienen efectos directos e indirectos. Los efectos indirectos ocurren a través de la tecnología de impactos externos como los ilustrados por condiciones de viento, empeoramiento de la estética, declinamiento del agua subterránea o salinización, etc.. Efectos secundarios ocurren a través de impactos externos peculiares y en la economía con las pérdidas directas afectando otras industrias. Los impactos directos son mejor estimados por inventarios.

Los impactos secundarios son mejor estimados por un modelo de entrada-salida. Riefler (1978) sugieren que mejores resultados pueden ser obtenidos por la desagregación del sector agrícola hasta obtener sus mayores componentes sensitivas a la sequía y posiblemente introduciendo la producción de agua como un sector separado.

Mientras estos detalles deberán ser perfeccionados hasta representar las necesidades, los pasos básicos en la estimación de impactos económicos deberán ser:

- (1) definir el uso normal de agua en el área (incluyendo suministro de agua por la mano del hombre y agua suministrada por la naturaleza en función de la precipitación).
- (2) Derivación de la curva de demanda.
- (3) Repartición del agua disponible durante la sequía entre los diferentes usuarios. Esto deberá ser hecho por un modelo de maximización interna.
- (4) Definición de una estrategia de administración para la disponibilidad de agua en cada uso durante la sequía.
- (5) Empleo de otras curvas de demanda o curvas de pérdidas para la definición de usos de agua hasta estimar los impactos por usuarios.
- (6) Adición de impactos directos y empleo de modelos entrada-salida para la estimación de impactos secundarios.

### **3.3 Impactos Ambientales**

Se puede resumir los impactos de manera general sobre algunas categorías amplias que ejemplifican ciertos aspectos de los desastres ecológicos:

- (1) Al inicio uno puede pensar en términos de transformaciones ecológicas a corta o larga escala siendo los extremos más notables la desertificación.
- (2) Decremento general de niveles de agua en lagos, ríos, almacenamiento y acuíferos. afectando la energía, suministros municipales, industria agricultura, recreación, etc. Otras consecuencias incluyen incrementos en la contaminación ya que de reducir la superficie de agua, especialmente de flujos mínimos, se incrementan la salinidad en la agricultura y en acuíferos
- (3) Las pérdidas de la parte superficial del suelo e incremento del polvo por el viento afectan el ambiente, provocan daños en la tierra, abandono de las tierras y reducción de la intensidad de uso de tierra; incrementos de desastres; pérdidas de arbusto y árboles ornamentales, con las correspondientes consecuencias estéticas.

(4) La lista de impactos sobre tierras irrigadas y tierras secas es completamente larga. Algunos efectos son la escasez de cultivos, incremento de la actividad de insectos y depredadores, multiplicación de "hierba mala", plantas perennes y aceptables son remplazadas por especies de menor utilidad, incremento de incendios forestales, conversión de tierra y generalmente se tiene un potencial de transformación a otros usos de tierra (urbanización).

(5) Futuras afectaciones de la comida y ganado por la reducción del tamaño del rebaño y por incremento de desastres y problemas de control.

(6) Recursos de la fauna son similarmente afectados en términos de mayor o menor pérdidas como recursos acuáticos.

### **3.4. Estrategias y medidas para tratar con las sequías**

La habilidad general de los individuos y comunidades para diseñar estrategias en el manejo de las sequías ha sido primordial debido a la importancia de las políticas de desiciones públicas, especialmente con la consideración de los avances tecnológicos, construcción de reservas, conservación del suelo, prevención de problemas de erosión, y generalmente la creación de programas y políticas con recursos adecuados al desarrollo.

#### **3.4.1 Prospectos socio-políticos para tratar con las sequías**

Una clasificación interesante de las respuestas para el tratamiento de sequías estará dada por la diferenciación a lo largo de seis dimensiones o escalas. Estas son el tiempo, espacio, sociedad, actividad, percepción y nivel tecnológico. La dimensión de tiempo es obviamente cara y es referida a la escala de desastres en términos de su duración. La dimensión espacial es sugerida en la escala geográfica de los efectos de la sequía y su relativa localización. La dimensión de sociedad refleja la continuación de un individuo o una región y comunidad manifestandose a través de diferentes mecanismos de supervivencia. La escala de actividad incluye la diferencia entre sistemas económicos. La dimensión de percepción diferencia la condición y conducta en la forma de encarar el riesgo de las sequías. Finalmente, el desarrollo tecnológico constituye el capital y niveles requeridos de organización así como técnicas específicas para responder al fenómeno.

En vista de tales respuestas, se pueden diferenciar cuatro tipos de mecanismos de adaptación humano con el medio ambiente:

(a) mecanismos de ingeniería, tales como innovaciones tecnológicas y sus aplicaciones;

(b) mecanismos simbólicos, los cuales reflejan lo concerniente a la cultura relacionando sus normas y reglas;

(c) mecanismos de regulación, los cuales definen políticas públicas y control social; y

(d) mecanismos de distribución, los cuales especifican el movimiento de gente, actividades y recursos.

Así existe una diferenciación importante de los modos de tratar las sequías es posible identificar entre la absorción, aceptación, reducción o evasión de pérdidas o desastres como parte de un esfuerzo total requerido para sobrevivir en el medio ambiente, cada categoría no tiene postura por sí misma pero a menudo aparecen como parte de una estrategia de manejo siendo una mezcla de respuestas humanas dividida en cuatro factores:

(1) La presencia de eventos extremos dependiendo de la frecuencia, duración, extensión del área, velocidad de comienzo y dispersión espacial de sequías;

(2) La localización de experiencias sobre desastres y la sucesión de ajustes;

(3) La intensidad de usos de recursos, incluyendo altos capitales y labores de investigación por unidad de área; y

(4) El nivel de material alcanzado, implicando que el conocimiento de la mayoría de la información incrementa el conocimiento del umbral:

Revisando las políticas de desastres naturales, la literatura ha distinguido entre cuatro políticas diferentes las cuales son mutuamente excluyentes:

(1) ayuda en desastres;

(2) control de eventos naturales;

(3) reducción del potencial de daños y;

(4) manejo en la combinación de desastres múltiples.

Como se ha visto anteriormente los riesgos de las sequías son una consecuencia del carácter de los sistemas físicos y sociales. Los efectos pueden ser disminuidos por la adopción e implementación de políticas para mitigar el riesgo y las consecuencias negativas de la sequía. Tales sistemas son dinámicos por los cambios en los patrones de actividades y uso humano así como en el medio ambiente físico.

Uno de los intereses en la producción de esfuerzos para responder a los impactos sociales y políticos de las sequías ha sido el encontrar que en la literatura no existe mucho sobre su manejo. El argumento general sobre esto involucra una inmediata reacción derivada por un llamado para "improvisar arreglos institucionales" los cuales deben ser desarrollados paralelamente con los avances tecnológicos. Esto no solo refleja la escasez de conocimientos para desarrollar mecanismos institucionales alternativos, sino además la actitud prevaleciente para responder simplemente ha desastres a través del manejo de una crisis contra un gran alcance y manejo sistemático de riesgos.

### **3.4.2 Estrategias para tratar las sequías.**

Las estrategias aplicadas para la mitigación de los impactos de las sequías pueden ser de dos tipos: proactivas y reactivas. Las estrategias proactivas son definidas como todas las medidas, concebidas o preparadas por acciones concisas y sistemáticas, que pueden atenuar los efectos de las sequías. Las estrategias reactivas son definidas como aquellas que son básicamente improvisadas una vez que una sequía se inicia y los impactos son visibles.

En general la diferencia entre las medidas proactivas y reactivas es principalmente en que las primeras se encargan de la planeación de contingencias mientras las segundas generan improvisaciones de medidas "ad hoc" que se ajusten a la situación.

Las estrategias proactivas están formadas por tres tiempos básicos:

(1) agrupación de todas las medidas incluyendo planes de contingencia y requerimientos de investigación para su aplicación antes de la iniciación de una sequía

(2) medidas y planes de contingencia que serán ejecutados una vez que la sequía se inicia estudiando su caracter, extensión y probables impactos y;

(3) medidas de post-sequías que prevén planes de contingencia para minimizar los impactos a gran escala, distribución equitativa de las pérdidas, así como las reacciones y acciones de las personas.

La primera fase de las estrategias proactivas, la preparación antes de la sequía ( presequía) básicamente intenta distribuir mejor el agua para resistir la escasez y el déficit en la duración prolongada. Esto deberá tener las siguientes características:

(a) Reunión de todas las experiencias previas sobre impactos de sequías, la tecnología, contextos sociales y económicos de cada sequía ocurrida.

(b) extrapolación de tecnología, condiciones sociales y económicas dentro de un futuro inmediato y

(c) impacto en la disponibilidad de tecnología para tratar sequías, en forma de pérdidas así como el costo de implementar varias medidas estando bien evaluadas y optimadas.

La segunda fase emprendida durante el inicio de la sequía, resulta de la relación de los cambios en el suministro y demanda de agua, que podrá, en un sentido o en otro, decrecer el impacto (relación beneficio/costo mayor que uno). Además, estas medidas proactivas pueden ser aplicadas para disminuir los impactos y pérdidas mas allá de los efectos para incrementar el suministro de agua y disminuir la demanda durante la sequía.

La tercera fase de medidas proactivas son las estrategias emprendidas en el periodo posterior a la sequía (postsequía), básicamente contiene la buena planeación de actividades encaminadas a minimizar la extensión de los impactos.

Las medidas de mitigación son clasificadas en tres grupos:

(1) orientación de suministro,

(2) orientación de la demanda, y

(3) minimización de impactos y pérdidas.

Cualquier decremento de suministro requiere un decremento en los usuarios, esto significa que la demanda es forzada para igualar el suministro. Esta imposición física causa malestar en los usuarios, uso de flexibilidad para la reducción de demandas, y una optima minimización de impactos.

Con respecto al suministro, las medidas son divididas en

(1) mejor uso de los suministros existentes,

(2) desarrollo de nuevos suministros y

(3) uso de aproximaciones complejas para incrementar el suministro.

En relación a la demanda, las medidas son divididas en

(1) actividad, consistiendo principalmente de los contrastes legales, presiones públicas e incentivos económicos para la reducción del uso del agua;

(2) reactividad, con el reciclamiento eventual y;

(3) análisis de impactos de medidas orientadas a la demanda para la disminución de la misma.

Con respecto a la minimización de impactos, las medidas de mitigación son divididas en

(1) anticipación de demanda, con el pronóstico y

(2) extensión de riesgos y pérdidas (tales como seguro, medidas de protección y ayuda en desastres); estos representan una organización para lograr una igualdad de suministro y demanda a través de impactos aceptables.

### **3.4.3 Medidas para tratar con las sequías**

Dos grupos básicos de problemas son relacionados con flujos mínimos en el suministro de agua y bajos niveles en los ríos, lagos, acuíferos y otros cuerpos de agua: (1) sequías en el sentido económico usual, un significativo déficit de agua sobre una relativa prolongación en el tiempo; y (2) problemas con los recursos y la producción debidos a un excepcional flujo mínimo de los ríos.

El libro "Drought Research Needs" (Yevjevich et al 1978) clasifica todas las medidas de mitigación en tres áreas básicas:

1. medidas orientadas al suministro, estando destinadas ha aumentar el suministro durante la sequía.

2. medidas orientadas a la demanda, que son destinadas a disminuir la demanda durante la sequía.

3. medidas de minimización de impactos que están básicamente relacionadas con los usuarios de agua, usos ambientales y varios factores económicos, sociales y administrativos, los cuales pueden minimizar los impactos.

#### **3.4.3.1 Medidas orientadas al suministro**

##### **3.4.3.1.1 Uso mejorado de los suministros existentes.**

El uso de los suministros existentes durante la sequía tiene dos aspectos básicos. Primero, el comercio, la inherente renuencia de los usuarios para aceptar un balance propio entre los beneficios presentes y futuros puede significativamente incrementar las futuras pérdidas debido a la sequía. El usuario racional a menudo avanza en sus beneficios presentes mientras las futuras pérdidas son subjetivas. La relación entre las pérdidas y los déficits de agua a menudo no son lineales así que los beneficios no son comparables para futuras pérdidas.

La transferencia entre cuencas es probablemente la segunda medida de mitigación más importante con respecto al suministro de agua, inmediatamente después del uso de la capacidad de los almacenamientos de agua. A menudo, la transferencia de fuentes de agua en el tiempo vía almacenamiento para contrarrestar las condiciones de la sequía tiene preferencia sobre la transferencia de agua en espacio a través de líneas de agua. Este intercambio bidimensional es

contenido por dos factores básicos: (a) si el agua está disponible para transferirse o existe cambio en el período de la sequía y (b) si existe la disponibilidad suficiente para transferir o cambiar especialmente en el caso de largas sequías.

#### **3.4.3.1.2 Desarrollo de nuevos suministros en las sequías.**

Los nuevos suministros son concebidos como medidas que no son usadas en períodos de precipitación pero pueden ser usadas o pueden jugar un rol en la mitigación de sequías.

Uno de estos es la conversión de agua salada esta medida de mitigación puede servir como un nuevo suministro de agua.

La modificación del clima es considerado como una alternativa en la mitigación dado que esta puede ser concebida y organizada como una medida adecuada. El dilema básico en la aplicación es si las condiciones meteorológicas que son responsables de la sequía son viables para una útil modificación del clima. En varias áreas del mundo el régimen de precipitación es determinado por el número de tormentas y la producción de agua por tormenta durante una estación.

El uso de agua fósil puede representar una mitigación siempre y cuando el agua fósil sea económicamente accesible, esto es, no estar altamente cargada por minerales, y la factibilidad existente para uso del agua almacenada.

#### **3.4.3.2 Medidas orientadas a la demanda.**

Las medidas de mitigación pueden ser divididas en tres grupos básicos (Yevjevich et al 1978):

(1) medidas activas;

(2) medidas reactivas;

(3) Análisis de impactos de las medidas orientadas a la demanda.

Las medidas orientadas a la demanda son impuestas, por cualquier suministro inadecuado de agua. En un sentido u otro, la escasez de suministro físico siempre limita la demanda, así que el suministro siempre iguala la reducción de la demanda. El precio del agua es a menudo el más efectivo mecanismo de mercado para lograr este balance.

### 3.4.3.2.1 Medidas activas en la reducción de la demanda.

**Restricciones legales y presión pública.** Este tipo de medidas de mitigación son básicamente logradas por coerción, directa o indirecta. Esto incluye racionalmente, limitaciones legales con sanciones, presiones político-sociales etc. Estas son condiciones básicas para la implementación de cualquier tipo de presión para el decremento de la demanda y control en la disponibilidad de un apropiado sistema institucional.

**Interrupción del servicio.** La interrupción es una completa ruptura en el suministro. Durante las horas de interrupción el consumo es cero. Históricamente se tienen estudios sobre la interrupción del servicio de gasolina y electricidad, pero no hay evidencia empírica sobre los efectos de la interrupción del servicio de agua.

Desde el punto de vista de la evidencia empírica de la escasez, el objetivo principal es la estimación de los efectos cuando hay interrupción del servicio.

Los estándares de la teoría económica sugieren establecer la relación demanda-precio relacionandola con el ingreso real. Es importante no olvidar que un incremento de precipitación reduce el consumo de agua mientras que el incremento de temperatura tiene un efecto opuesto. La estacionalidad puede jugar un papel importante al explicar la variación mes a mes en la demanda de agua. La función de demanda mensual se puede estimar por Box Cox como:

$$Q_t(\lambda) = \text{intercep} + \alpha P_t(\lambda) + \beta Y_t(\lambda) + \phi S_t(\lambda) + \sum_j a_j W_{jt} + \sum_k b_k D_{kt} + u_t \quad 3.6$$

donde  $X_t(\lambda) = (X_t^\lambda - 1) / \lambda$ , es la función Box-Cox con parámetro  $\lambda$  para  $X_t = Q_t, P_t$  o  $Y_t; P_t$  es el precio promedio mensual,  $Y_t$  es el ingreso nominal per capita,  $S_t$  son las horas de suministro mensual,  $W_{1t}$  es la precipitación neta de evaporación,  $W_{2t}$  es la temperatura promedio, y  $D_{kt}$  son las variables contables binarias mensuales para la estacionalidad y la variación en el número de días del calendario en un mes (ejemplo  $D_{1t}=1$  en enero y  $D_{1t}=0$  para otro mes). Puesto que los datos son series mensuales se propone un error estructurado

autorregresivo de primer orden así que  $u_t = \rho u_{t-1} + e_t$  con  $|\rho| < 1$  y  $e_t$  siendo el residual con media cero y varianza finita.

Se espera que  $Q_t$  disminuya con el precio ( $\alpha < 0$ ) y se incrementen los ingresos ( $\beta > 0$ ). Sin embargo, si hay un incremento en  $s_t$  (ej. poca interrupción horaria en el servicio), el consumo observado deberá incrementarse implicando  $\phi > 0$ . Incluyendo  $W_{jt}$  y  $D_{kt}$  en 3.6 como un control para los respectivos efectos sobre  $Q_t$ , refiriéndonos a la ecuación 3.6 con el modelo Box-Cox/AR(1), este es muy general y abarca las especificaciones comúnmente usadas en el análisis de la demanda de agua. Si  $\lambda = 0$  ( $\delta = 1$ ), la ecuación 3.6 se convierte en una función doble log. Hausman (1981) muestra que las funciones de demanda log doble o lineal son consistentes con el consumo máximo utilizado y esto puede ser derivado aplicando la teoría de la dualidad.

Tratando el modelo Box-Cox/AR(1) se aplica la prueba de máxima verosimilitud hasta determinar si los datos reflejan las restricciones del modelo los cuales son (1) doble-log/AR(1):  $\lambda = 0$ ; (2) lineal/AR(1):  $\lambda = 1$ ; (3) box-Cox/residuales:  $\rho = 0$ ; (4) doble log/ruido blanco  $\lambda = 0$  y  $\rho = 0$ , y (5) lineal/residuales:  $\lambda = 1$  y  $\rho = 0$ .

Para asegurar que los resultados de la regresión sean insesgados, se ejecuta la prueba Hausman por corridas extendidas de regresión para cada modelo. Esta expansión de regresión incluye un elemento adicional, el precio instrumentado usando una ecuación lineal de precio. Esta ecuación de precio es un modelo de regresión lineal con  $P_t$  como variable dependiente.

Puesto que  $\phi$  es el elástico de la demanda con respecto al suministro en horas se puede usar para predecir el impacto de interrupción de servicios sobre el consumo de agua. Por ejemplo una política de interrupción de 8 horas sin servicio por día podrá resultar en aproximadamente 6.2% de reducción mensual per-capita del uso. Este pequeño efecto se atribuye a diversos factores. Primero la interrupción del servicio solo afecta a familias y pequeñas firmas comerciales. Segundo la afectación de consumo puede aliviar el impacto de la interrupción de servicios por almacenamiento. Finalmente los consumidores afectados pueden disminuir algunos usos finales, (lavado y limpieza).

Las especificaciones de doble-log/AR(1) ofrecen una visión dentro de la cuestión de cuanto es el incremento del precio requerido para lograr la reducción del consumo. La misma reducción de consumo puede ser obtenida por  $-\phi/\alpha$  con incremento porcentual en  $P_t$ .

En general, estas medidas de mitigación se basan exclusivamente sobre incentivos económicos para no usar agua más allá de un mínimo necesario o sobre penalizaciones en caso de excedencia de acuerdo con la repartición del suministro en el periodo de restricción.

Los principios básicos en la economía sugieren que la solución descansa en el incremento de precios del agua hasta el nivel de los costos marginales. El costo marginal no solo cubre la operación y entrada de capital sino además el valor de la escasez de agua. Lo ideal puede ser difícil o imposible de lograr debido a problemas técnicos o de medición, fricciones administrativas o políticas de oposición.

Con relación a los modelos de demanda de agua los estándares económicos determinan teóricamente una función de demanda de agua para una familia. La sustitución de precipitación para comprar agua de un sistema urbano así como el consumo para el sistema deberá declinar con altos niveles de precipitación. Un impreciso cuerpo de literatura soporta esta proposición general demostrando que la demanda de agua es inelástica.

En una emergencia típica de sequía en materia de meses, los consumos requieren un ajuste para lograr un nuevo equilibrio disminuyendo el uso del agua de las familias. Así la distinción entre elasticidad de una corta o larga demanda es una materia crucial. Carver y Boland (1980) muestran que en una sequía en el corto tiempo, la demanda de agua no es perfectamente inelástica.

El ajuste de consumos no solo de forma parcial de un periodo a otro es dado por:

$$Q_t - Q_{t-1} = m(Q_t^* - Q_{t-1}) \quad 0 < m < 1 \quad 3.7$$

donde:

$Q$  y  $Q^*$  denotan el consumo actual y deseado respectivamente y  $m$  es la proporción del ajuste llevado a cabo en un periodo. Esta hipótesis de ajuste y otras consideraciones guían a la obtención de un modelo de estimación.

$$Q_{it} = \beta_0 m + (1 - m)Q_{i,t-1} + \beta_1 m P_t + \beta_2 m Y_{it} + \beta_3 m R_{it} + \beta_4 m S_{it} + \beta_5 m D_t + m e_{it} \quad 3.8$$

siendo:  $i=1, \dots, N$ ;  $t=1, \dots, T$

La teoría sugiere que el coeficiente de precio (P), precipitación (R) y la restricción (D) sean negativas, los consumo de retraso ( $Q_{t-1}$ ), ingresos (Y) y tamaño de familia (S) son positivos. El coeficiente  $\beta_{jm}$  representa un intervalo corto de tiempo, mientras el coeficiente de largo tiempo es representado por  $\beta'_{js}$ .

Con respecto a los modelos de estimación la teoría provee de pequeñas formulas funcionales propias de la curva de demanda. Una variedad de formulas funcionales a aparecido recientemente para la demanda de agua. En esta presentación se asume una relación lineal simple. Adoptando el modelo de Fuller y Battese (1974) para el término del error tenemos la siguiente expresión:

$$e_{it} = v_i + u_t + w_{it} \quad 3.9$$

Donde

$v_i, u_t$  y  $w_{it}$  son independientemente distribuidos con media cero y varianza positiva  $s_v^2, s_u^2$  y  $s_w^2$ .

Una simple aunque incógnita alternativa es el caso de que la demanda sea lineal y la elasticidad de precio  $\epsilon_p$  depende del valor de Q y así indirectamente sobre D, en el programa de restricciones supuesto. Mientras ninguno requiera linealidad, esta forma funcional deberá servir para ilustrar la interacción entre D,  $\epsilon_p$ , y en su momento, el incremento de precio necesario para lograr cualquier derivación del consumo, si  $\% \Delta Q$  denota el porcentaje deseado de cambio en el mismo, el porcentaje necesario en el incremento de precio es:

$$\% \Delta P = \frac{\% \Delta Q}{\epsilon_p} = \frac{\% \Delta Q}{(\partial Q / \partial P)(P / Q^*)} \quad 3.10$$

donde  $Q^*$  resulta de sustituir  $D = 0$  ó  $D = 1$  como se desee.

#### **3.4.3.2 Medidas reactivas en la reducción de demanda.**

Estas medidas pueden ser mejor calificadas como una consecuencia de las medidas activas institucionales o no institucionales en la mitigación de sequías, o simplemente estas son impuestas por la fuerza física en la demanda hasta reducir el suministro.

**Uso de sistemas de reciclamiento.** Equipo portátil de reciclamiento de baja investigación puede temporalmente ser una medida de mitigación, especialmente en proporcionar el pico de la demanda. Esto puede ser combinado con separación de usuarios acordando una cierta tolerancia para la calidad del agua. Tecnologías bien establecidas con equipo de contingencia pueden emplearse para todos los tipos de reciclamiento.

**Modificaciones producidas por usuarios.** Estas medidas reactivas de mitigación resultan de la capacidad de varios usuarios para modificar ya sea la producción o cantidades de uso con la idea de disminuir la demanda en la época de las sequías. En la agricultura, esta reducción es hecha por el cambio en los cultivos, patrones de cultivo o prácticas. La función de producción depende de los recursos (agua, energía, fertilizantes, etc.), precio de recurso de entrada y salida del producto, tecnología, contraste en la descarga de agua, recuperación de recursos y el reuso, transferencia, comercio entre entrada, etc. Las modificaciones son a menudo muy flexibles, especialmente en los usuarios domésticos.

#### **3.4.3.3 Medidas de minimización de impactos**

Para reducir los impactos provocados por la sequía se pueden clasificar tres tipos de medidas vistas factiblemente:

- a) anticipación de la sequía con una preparación temprana;
- (b) introducción de medidas que extiendan riesgos y pérdidas sobre un número de individuos y grupos y;
- (c) reducción de pérdidas directas o indirectas.

## 4. APLICACIONES

En este capítulo se realizará la aplicación de las diferentes técnicas de identificación y análisis de sequías tanto en forma puntual como regional.

En primera instancia se hará una breve descripción del área en estudio. Posteriormente, se desarrollará la técnica de identificación de sequías en una estación de la región estudiada, mismo que es extendido para el análisis regional. A continuación se presenta la aplicación de la modelación estocástica para la determinación de algunas características importantes de las sequías, tales como la probabilidad de que se presente una sequía en el sitio estudiado, la probabilidad de que inicie en un mes en particular, la probabilidad de que la sequía tenga un determinada duración (meses), la probabilidad de que la sequía inicie y termine en un mes en particular. Estas características puntuales permitirían el construir isoclasas que caracterizaran a nivel regional las severidades de las sequías.

En este capítulo también se presenta la aplicación de las técnicas de análisis de frecuencias de eventos extremos mínimos puntuales, tanto univariadas como bivariadas, para la estimación de eventos de diseño de estaciones que cuenta con información hidrométrica.

Para el caso de sitios no aforados se emplearán las técnicas de análisis regional hidrológico, desarrolladas en el capítulo 2.. Finalmente, se realizará una aplicación de las técnicas bivariadas para el análisis conjunto de las severidades máximas de las sequías con sus duraciones con el propósito de tener un esquema de planificación en un sistema de abastecimiento de agua potable (Presa el Cuchillo).

### 4.1 Descripción de área de estudio

La región hidrológica número 10 se encuentra ubicada al noroeste de la República Mexicana, entre los 105° 30' y 109° de longitud oeste, y los 23° 30' y 28° 30' de latitud norte. Es una de las regiones más importantes en el país tanto por lo que se refiere al grupo de corrientes caudalosas

que reúne, como también en lo referente a los usos que se les dá; lo que ha dado lugar a la creación de una zona que figura entre las más productivas del país, desde el punto de vista agrícola. Dada la necesidad de contar con agua suficiente para desarrollar todo el potencial agrícola de esta región, es necesario realizar un proceso de identificación y análisis de las posibles sequías que se pueden presentar en la región. El tener una panorámica general de este fenómeno permitirá el tomar decisiones en la región para el mejor aprovechamiento del recurso.

La región se divide en nueve grandes cuencas, las cuales son identificadas por el nombre del río principal al que drenan: Fuerte, Sinaloa, Mocorito, de la Laguna de Caimanero, Culiacán, San Lorenzo, Elota, Piaxtla y Quelite. Las estaciones así como las cuencas que forman la región se presenta en la **Tabla 4.1**.

**Tabla 4.1** Estaciones de la región en estudio

Cuenca del Río Fuerte	Cuenca del Río Culiacán	Cuenca del Río Sinaloa
S. M. Zapotlán	Tierra Blanca	Jaina
San Blas	Puente Sud-Pacífico	Toahayana
La Tina	Palos blancos	Tecusiapa
Banicori	El Varejonal	Los Molinos
Las Cañas	Badiragunto	Naranjo
El Mahone	Guatenipa	Zopilote
Choix	La Huerta	
Huites	Puente Cañedo	
Palo Dulce	Sanalona	
Chinipas	Picachos	
San Francisco	Tamazula	
San Ignacio	El Bledal	
La Veranera		
Urique		
Guerachic		
Alamos		
Cazanate		

**Tabla 4.1.** Continuación...

<i>Cuenca del Río Mocorito</i>	<i>Cuenca de la Laguna de Calmanero</i>	<i>Cuenca del Río San Lorenzo</i>
Guamuchil	Pericos	Santa Cruz

<i>Cuenca del Río Elota</i>	<i>Cuenca del Río Piaxtla</i>	<i>Cuenca del Río Quelle</i>
Acatitan	Ixpalino Piaxtla	El Quelle

En la **Tabla 4.2** son presentados los gastos mínimos diarios de todas las estaciones analizadas.





## 4.2 Identificación de sequías

Una vez que se cuenta con los registros de volúmenes de escurrimiento se puede establecer la presencia de sequías en la región. En esta parte del trabajo se establecerá la existencia de déficits en la región empleando la metodología planteada en el capítulo 1.

Para ejemplificar el procedimiento se trabajará con la estación La Huerta ya que el procedimiento será el mismo para el resto de las estaciones.

En términos generales se trata de definir la existencia de volúmenes de excedentes o faltantes es decir se tendrá que definir un nivel de comparación que de aquí en adelante se denotará como umbral (T).

Para el cálculo de T(j) donde j denotará el mes en cuestión, será necesario calcular el valor de la media y la varianza mensual para obtener el valor del coeficiente de variación (CV). Los estadísticos mensuales se muestran en la **Tabla 4.3**. Es importante establecer que si el CV > 25% se empleará la ecuación 1.37 en caso contrario se tomará el valor del umbral como la media del escurrimiento mensual.

De los valores de CV mostrados en la **Tabla 4.3** se concluye que el valor del umbral para cada mes se calculará empleando la ecuación 1.37.

Para el caso de la estación analizada el umbral para el *mes de enero* se obtendrá de la siguiente forma:

$$T = 82.62 - 3032.83 / 82.62 = 45.91$$

Aplicando esta expresión para los meses restantes se obtendrán los umbrales requeridos, mismos que son presentados en la **Tabla 4.4**.

**Tabla 4.3** Estadísticos muestrales mensuales de la estación La Huerta.

Mes	Media	Varianza	C.V.
Enero	82.62	3032.83	0.666
Febrero	65.82	6915.80	1.263
Marzo	16.78	142.34	0.711
Abril	7.82	8.73	0.378
Mayo	6.58	4.58	0.325
Junio	13.88	49.33	0.506
Julio	75.28	1636.36	0.537
Agosto	184.62	19013.05	0.747
Septiembre	147.82	6795.56	0.558
Octubre	82.39	4489.21	0.813
Noviembre	73.98	16626.58	1.743
Diciembre	34.9	597.36	0.700

**Tabla 4.4** Umbrales mensuales de la estación La Huerta.

Mes	T	Mes	T
Enero	45.9185	Julio	53.54306
Febrero	-39.25144	Agosto	81.63522
Marzo	8.297462	Septiembre	101.8482
Abril	6.704015	Octubre	27.90599
Mayo	5.884408	Noviembre	-1580.7643
Junio	10.32618	Diciembre	17.78367

Calculando el factor de peso  $W$  empleando la ecuación 1.36 tenemos para el *mes de enero*:

$$W=0.1(1.+45.9185) / 14.152) = 0.3314$$

Los valores para el resto de los meses se presentan en la **Tabla 4.5**.

**Tabla 4.5** Factores de peso mensuales W de la estación La Huerta.

<i>Mes</i>	<i>W</i>	<i>Mes</i>	<i>W</i>
Enero	0.3314	Julio	0.385408
Febrero	-0.2702896	Agosto	0.583911
Marzo	6.5697 E-02	Septiembre	0.726738
Abril	0.054437	Octubre	0.204253
Mayo	0.048646	Noviembre	-1.058254
Junio	0.080032	Diciembre	0.1327278

Calculando el valor del Déficit medio mensual de acuerdo a la ecuación 1.35 para el primer año y mes será igual a:

$$D(1,1) = 82.6 - 45.9185 = 36.68$$

Los valores para los siguientes años se muestran en la **Tabla 4.6**.

**Tabla 4.6** Valores de Déficit para los cinco años de registro de la estación La Huerta.

**AÑOS**

<i>MES</i>	<i>1969</i>	<i>1970</i>	<i>1971</i>	<i>1972</i>	<i>1973</i>
Enero	36.68815	81.38815	-37.01185	97.48814	-4.988152
Febrero	105.0514	74.85144	44.85144	52.75144	247.8514
Marzo	5.102538	14.10254	-2.597462	-0.5974617	26.40254
Abril	3.395986	3.195985	-2.504015	-1.704015	3.195985
Mayo	3.415593	1.015593	-2.584408	0.7155924	0.9155927
Junio	-0.3261814	-2.526181	13.87382	7.773819	-1.026181
Julio	83.05695	-6.743065	43.35694	-8.943066	-2.043064
Agosto	-21.63522	41.56477	261.5648	-8.235222	241.6648
Septiembre	-51.34818	111.3518	-258.34818	58.75183	136.4518
Octubre	-5.305986	33.15401	84.49402	156.594	3.494013
Noviembre	160.7646	162.1643	183.8643	454.7643	162.1643
Diciembre	41.71633	-0.383669	33.21633	29.01633	-8.983668

Como puede observarse existen valores de déficit positivos y negativos, los primeros indican un volumen excedente mientras que los segundos presentan un volumen faltante.

Como es lógico nos interesan solo los valores negativos, por lo tanto los valores positivos se considerarán como cero y se obtendrán los valores de MMD y MAD.

El valor del déficit medio mensual MMD y MAD se presentan en la **Tabla 4.7**.

**Tabla 4.7** Valores de Déficit medio mensual MMD y MAD en la Estación La Huerta.

<i>Mes</i>	<i>MMD</i>	<i>Mes</i>	<i>MMD</i>
Enero	-7.402369	Julio	-3.545839
Febrero	0.0	Agosto	-5.974089
Marzo	-0.6389847	Septiembre	-15.33927
Abril	-0.841606	Octubre	-1.061197
Mayo	-0.5168815	Noviembre	0.0
Junio	-0.7757088	Diciembre	-3.673467

$$MAD = -39.76941$$

Para establecer si existe o no la presencia de la sequía se requiere calcular los doce valores de la escala, para esto emplearemos la ecuación 1.38 donde el incremento de los valores de la escala será:

$$X = (39.76941 - 101.8482) / 11 = -5.644$$

Con esto tendremos que (**Tabla 4.8**):

<i>Punto</i>	<i>Valor</i>	<i>Punto</i>	<i>Valor</i>
1	101.8482	7	67.98703
2	96.20465	8	62.34351
3	90.56113	9	56.6999
4	84.9176	10	51.05646
5	79.27408	11	45.41294
6	73.63055	12	39.76941

El siguiente paso será el comparar los valores de la suma de los déficits contra los valores de la escala. La comparación será entre el valor absoluto del déficit del primer mes con valor negativo contra el primer valor de la escala y si este último es igualado entonces se dirá que la sequía ha empezado.

Si el valor de la escala no fue igualado el déficit del segundo mes se suma con la del mes anterior y se comparará con el segundo valor de la escala, si este fue excedido por el valor absoluto de la combinación de los dos déficits la sequía se considerará que ha iniciado desde el primer mes.

En general el valor absoluto de la suma de los déficit ocurridas desde el primer mes del año serán probadas secuencialmente hasta los 12 valores de la escala. Si para cualquier instante de tiempo la suma de los valores de los déficits desde el primero hasta el n-ésimo mes excede el valor  $MMMi + (n-1)X$  la sequía ha empezado desde el primer mes.

Para establecer cual fue la duración y severidad de la sequía se utilizarán los valores del escurrimiento efectivo y los valores de los umbrales. La metodología expresada en el capítulo 1. plantea que una vez que se ha identificado la presencia de la sequía se toma el valor del escurrimiento efectivo del mes de inicio y se compara con el valor más grande de los umbrales, si este último es menor que el primero la sequía continua, así se sumará el valor del escurrimiento efectivo del siguiente mes y si la suma de estos dos excede la suma de los dos valores mayores de los umbrales la sequía ha terminado, sino, se sumará el valor de escurrimiento efectivo del siguiente mes y se comparará con la suma de los tres valores más grandes de los umbrales. En general la sequía terminará cuando la suma de los escurrimientos efectivos sea mayor que la suma de los valores de los umbrales.

Para identificar la presencia de sequías en la región hidrológica en estudio se elaboró un programa de computo que arrojó como resultados para la estación La Huerta lo siguiente:

**AÑO 1 (Tabla 4.9)**

<i>Mes</i>	<i>Déficit</i>	<i>Suma de Déficit</i>	<i>Valores de la escala</i>
6	-0.3261814	0.3261814	101.8482
7	0	0.3261814	101.8482
8	-21.63522	21.9614	96.20465
9	-51.34818	73.30958	90.56113
10	-5.305986	78.61556	84.9176

Como puede observarse  $78.61556 < 84.9176$  se establece que para el primer año de registro **No Existe Sequía**. Es importante explicar que para el valor de déficit del mes Julio el valor se tomo como cero ya que el valor de "D" fue positivo por lo tanto el valor de la escala no avanza y se mantiene la comparación con el valor anterior de la escala.

Para el siguiente año se presentaron déficits para los meses 6, 7 y 12, lo primero que se observa es que del mes 7 al 12 existen más de tres meses con diferencias positivas por lo que se deberá de entender que existen dos periodos probables de sequías del mes Junio a Julio y el segundo en Diciembre.

La presencia de diferencias positivas se deberá de interpretar como una interrupción de la sequía y no como una terminación de la misma siempre y cuando se cuenten con no más de tres meses con diferencias positivas, en caso contrario se considerará que la sequía ha terminado y se analizará dos periodos probables con la presencia del fenómeno en estudio. Así para el primer periodo del segundo año:

**AÑO 2 (Tabla 4.10)**

<i>Mes</i>	<i>Déficit</i>	<i>Suma de Déficit</i>	<i>Valores de la escala</i>
6	-2.526181	2.526181	101.8482
7	-6.743065	9.269246	96.20465

Como  $9.269246 < 96.20465$  *No existe sequía en este periodo*

Segundo periodo (Tabla 4.11)

<i>Mes</i>	<i>Déficit</i>	<i>Suma de Déficit</i>	<i>Valores de la escala</i>
12	-9.383669	9.383669	101.8482

Siendo  $9.383669 < 101.8482$  *No existe sequía en este periodo* por lo que se concluye que *no existió sequía en este año.*

Con este mismo criterio se analizan los siguientes años y los resultados se muestran a continuación:

### **AÑO 3**

Primer periodo (Tabla 4.12)

<i>Mes</i>	<i>Déficit</i>	<i>Suma de Déficit</i>	<i>Valores de la escala</i>
1	-37.01185	37.01185	101.8482
2	0	37.01185	101.8482
3	-2.597462	39.60931	96.20465
4	-2.504015	42.11333	90.56113
5	-2.584408	44.69773	84.9176

*No existe sequía en este periodo*

Segundo periodo (Tabla 4.13)

<i>Mes</i>	<i>Déficit</i>	<i>Suma de Déficit</i>	<i>Valores de la escala</i>
9	-25.34818	25.34818	101.8482

*No existe sequía en este periodo* por lo tanto *en este año no existió sequía.*

#### **AÑO 4**

Primer periodo (**Tabla 4.14**)

<b>Mes</b>	<b>Déficit</b>	<b>Suma de Déficit</b>	<b>Valores de la escala</b>
3	-0.5974617	0.5974617	101.8482
4	-1.704015	2.301476	96.20465
5	0	2.301476	96.20465
6	0	2.301476	96.20465
7	-8.943066	11.24454	90.56113
8	-8.235222	19.47976	84.9176

*No existe sequía en el año.*

#### **AÑO 5**

Primer periodo (**Tabla 4.15**)

<b>Mes</b>	<b>Déficit</b>	<b>Suma de Déficit</b>	<b>Valores de la escala</b>
6	-1.026181	1.02618	101.8482
7	-2.043064	3.069245	96.20465

Segundo periodo (**Tabla 4.16**)

<b>Mes</b>	<b>Déficit</b>	<b>Suma de Déficit</b>	<b>Valores de la escala</b>
12	-8.983668	8.983668	101.8482

*No existe sequía en este año.*

En la tabla **Tabla 4.17** se presentan los resultados proporcionados por el programa de computo para el resto de las estaciones.

**Tabla 4.17.** Valores de Duración, Magnitud e Intensidad de la sequías en la región hidrológica número 10.

Estación	Año sequía	Duración	Magnitud	Estación	Año sequía	Duración	Magnitud		
San Fco.	10	2	316.199	Huites	11	3	484.050		
	16	3	128.960		17	2	9.650		
Pte Sud-Pac	7	3	544.31	Touhuayana	1	4	64.709		
	34	1	19.590		6	1	32.000		
Acotlán	3	4	61.476	Alatres	20	3	1.927		
	28	1	8.45		5 y 6	15	175.246		
San Blas	27	2	210.1	T Blanca	12, 13 y 14	27	245.670		
	32	2	276.998		7	4	0.174		
	33	2	31.18		P. Cabedo	19	1	97.290	
Sta Cruz	9	2	20.290		20	1	81.790		
	15	2	142.590		21	1	93.290		
	42	1	95.590		Panula	8	4	161.515	
Ispalino	4	2	175.980	Chosa	3 y 4	14	106.480		
	5	4	244.800		Urque	3	4	4.138	
	30	1	38.880			4	2	9.620	
Sanaloma	2	6	119.360	Zepilote	3	3	3.183		
	3	6	110.960		Varejonal	1	4	102.400	
	4	6	94.960			2	5	145.080	
	5	6	72.860			3	9	105.320	
	10	6	85.796			4	6	251.500	
	11	3	37.900			10	1	30.280	
	14 y 15	6	125.770			11	1	32.580	
	22 y 23	8	145.45			Sn Ignacio	3	2	14.011
	27	6	92.513			Lao Casas	3	6	521.530
Badiraguato	11	3	49.250			4	6	283.770	
El Mahone	3	2	104.480		5	9	783.390		
	5	2	76.970		6	6	433.230		
	6	2	68.090		7	7	441.330		
	13	3	177.580		8	3	89.780		
	15	1	17.990		17	2	306.770		
	Tamala	8	1	58.940		23	3	283.870	
	18	2	26.150						
	21	2	2.195						

Las estaciones La Tina, El Quelite, Cazanate, Guerachic, Pericos, Palo Dulce, Vera, Bamicori, Picachos, San Miguel Zapotitlan, Chinipas, El Bledal, Naranjo, Molinos, La Huerta, Jaina y Guamuchil, no presentaron sequías.

Realizando una análisis muy general de los resultados obtenidos mediante la información histórica de las estaciones analizadas, se pueden establecer los siguientes comentarios:

- 1) De acuerdo con la situación geográfica de las estaciones la zona más afectada históricamente por las sequías es la parte sur de la región
- 2) La duración promedio de las sequías es de 4 meses, teniendo un rango de variación desde 1 hasta 27 meses consecutivos con la presencia del fenómeno.
- 3) La magnitud promedio de las sequías es de 148 Mm<sup>3</sup> anuales, teniendo un rango entre 0.174 y 783.390 Mm<sup>3</sup> anuales.

Para explorar los posibles comportamientos de las sequías dentro de la región, se requiere de la generación de secuencias de escurrimiento, mediante el empleo de modelos estocásticos.

#### **4.2.1. Generación de muestras sintéticas con propósitos de identificación**

Para poder determinar cual será la sequía más severa en el largo plazo, es necesario la generación de muestras que representen el comportamiento de los datos históricos. Para poder hacer tal procedimiento se emplearán la generación estocástica con los modelos ya comentados en el capítulo 2.

Para la generación de muestras sintéticas se tomará como ejemplo la estación Huites ya que la metodología aquí desarrollada puede extenderse fácilmente para el análisis regional del fenómeno.

Es importante destacar que para la generación sintética se desarrollaron programas de computo que consideraron los modelos Autorregresivos AR(p), PAR(p), ARMA(p,q) y PARMA(p,q).

Para seleccionar cual fue el mejor modelo en competencia se determino el criterio de información de Akaike. En el caso analizado el mejor modelo fue el PARMA(1,1).

Identificado el modelo a utilizar se generaron 10,000 muestras y se comprobó que el modelo preserva las características complejas de las series de tiempo analizadas (media y desviaciones estándar periódicas (**Tabla 4.18**). Posteriormente se realizó para cada muestra generada el análisis de identificación de la sequía, de acuerdo con el procedimiento del inciso anterior y una vez identificada se determinó su intensidad, duración y severidad.

**Tabla 4.18** Valores de los estadístico de la muestra histórica y las 10,000 muestras generadas para la estación Huites, Sin.

<i>Mes</i>	<i>media histórica</i>	<i>media generada</i>	<i>desv std. histórica</i>	<i>desv std. generada</i>	<i>coef. asim. histórico</i>	<i>coef. asim. generado</i>
Enero	426.98	285.44	936.51	645.40	3.81	3.90
Febrero	188.42	126.24	288.71	284.95	2.64	3.46
Marzo	103.20	87.83	148.99	176.91	2.70	3.29
Abril	31.85	25.96	32.96	24.15	3.04	2.20
Mayo	18.77	16.47	12.58	11.79	2.14	1.85
Junio	74.27	75.29	62.42	70.59	0.86	1.79
Julio	662.05	665.66	296.26	305.92	1.14	1.48
Agosto	1087.93	1104.33	552.38	527.83	1.55	0.90
Septiembre	682.27	687.16	363.30	314.84	0.20	0.30
Octubre	275.68	256.74	254.38	238.96	1.74	1.97
Noviembre	97.95	86.33	148.40	147.30	3.72	3.20
Diciembre	245.09	193.68	385.29	510.66	3.53	3.77

En el **Anexo 1** se presentan en forma tabular las sequías identificadas en 1,000 de las 10,000 muestra generadas, su duración, su intensidad, el inicio de la sequía, la terminación de la misma y el número de sequía que se pueden presentar en un registro de 33 años (tamaño de la muestra histórica).

Del análisis de las 10,000 muestras generadas se obtienen las siguientes conclusiones estadísticas:

La probabilidad de que se presente una sequía en la estación Huites será del **84 %**.

La Probabilidad de que la sequía inicie en un mes en particular será (**Tabla 4.19**):

<i>Inicio en el mes</i>	<i>%</i>
Febrero	2.4
Marzo	5.9
Abril	17.1
Mayo	9.2
Junio	11.7
Julio	28.4
Agosto	9.2

La probabilidad de que la sequía dure un número determinado de meses será (**Tabla 4.20**):

<i>Duración en meses</i>	<i>%</i>
0	16
1	0.6
2	13.4
3	17.6
4	46
5	5.5
6	0.8

La probabilidad de que se presenten cierto número de sequías en 33 años será (**Tabla 4.21**):

<i>Numero de sequías por muestra</i>	<i>%</i>
0	16
1	37
2	28
3	15
4	2.9
5	0.6
6	0.1
7	0
8	0
9	0.1

La probabilidad de que la sequía inicie en un mes en particular y termine en otro se resumen en la **Tabla 4.22**.

**Tabla 4.22** Probabilidades de inicio y termino de las sequías en la estación Huites

Inicio de la sequía en **FEBRERO** y terminación en:

Mes	%
Mayo	29
Junio	63
Julio	8

Inicio de la sequía en **MARZO** y terminación en:

Mes	%
Mayo	0.6
Junio	39
Julio	60.6

Inicio de la sequía en **ABRIL** y terminación en:

Mes	%
Junio	0.2
Julio	99
Agosto	0.8

Inicio de la sequía en **MAYO** y terminación en:

Mes	%
Junio	0.56
Julio	22.7
Agosto	75.6
Septiembre	1.1

Inicio de la sequía en **JUNIO** y terminación en:

Mes	%
Julio	3.9
Agosto	52
Septiembre	42
Octubre	1.3
Noviembre	0.65

Inicio de la sequía en **JULIO** y terminación en:

Mes	%
Agosto	43.2
Septiembre	27.1
Octubre	27.6
Noviembre	1.3
Diciembre	0.8

Inicio de la sequía en **AGOSTO** y terminación en:

<i>Mes</i>	<i>%</i>
Agosto	4.4
Septiembre	18.6
Octubre	21.2
Noviembre	53.1
Diciembre	1.8

Inicio de la sequía en **SEPTIEMBRE** y terminación en:

<i>Mes</i>	<i>%</i>
Noviembre	50
Diciembre	50

En cuanto a la magnitud de la sequía se obtuvieron los siguientes resultados:

<i>Mínimo</i>	0.03 Mm <sup>3</sup> anuales
<i>Máximo</i>	1376.1 Mm <sup>3</sup> anuales
<i>Medio</i>	540.012 Mm <sup>3</sup> anuales

Si se realiza una comparación entre los resultados de la identificación de sequías considerando solo la muestra histórica y aquellos obtenidos mediante la generación sintética se puede decir que:

- 1) La duración más grande de la sequía histórica es de tres meses, pero se tiene un 46% de probabilidad que ésta dure hasta cuatro meses
- 2) La magnitud del déficit puede ser a largo plazo de un 12% (de 484 Mm<sup>3</sup> a 540 Mm<sup>3</sup> anuales) más grande que el obtenido con la información histórica.
- 3) Coincidentemente el mes más probable para iniciar una sequía es Julio.

Si se realizara este procedimiento de generación se pudiera establecer regiones de riesgo de ocurrencia de sequías, lo que pudiera ser un instrumento eficiente para planear adecuadamente la operación de los aprovechamientos hidráulicos en la región.

Una vez identificada la presencia de una sequía, se requiere de su análisis para propósitos de diseño y operación de las obras hidráulicas.

### **4.3. Análisis puntual de eventos extremos mínimos**

En este subcapítulo se aplicarán las técnicas de análisis de frecuencias de eventos extremos mínimos a las muestras de gastos mínimos anuales con un día de duración a cada estación de la zona en estudio. Las Técnicas consideradas son del tipo univariado y bivariado.

También se exploraran las técnicas regionales para el análisis de cuencas no aforadas, considerando previamente a su aplicación la delimitación de regiones meteorológicamente homogéneas.

#### **4.3.1. Análisis de frecuencias univariado**

Realizando los ajustes correspondientes a las muestras de gastos mínimos anuales con duración de un día, mediante el empleo de las distribuciones de probabilidad presentadas en el capítulo 2, se obtuvieron los resultados presentados en la **Tabla 4.23**. En dicha Tabla son presentados, el nombre de la estación, la función que mejor se ajusta, el método utilizado para la obtención de sus parámetros y el mínimo error estándar de ajuste que le corresponde a la distribución seleccionada.

En la **Tabla 4.24** se presentan los eventos de diseño para diferentes periodos de retorno de las estaciones analizadas en la región 10.

**Tabla 4.23** Distribuciones empíricas de mejor ajuste para cada estación de la región 10.

Estación	Función seleccionada	Método estim. parámetros	error estándar de ajuste
Tierra Blanca	Weibull	Momentos	0.3450
Puente San Pacífico	Weibull	Momentos	0.9720
Pais, Blanco	Weibull	Momentos	0.5994
La Huerta	General Valores Extremos	Momentos	0.1697
Picacho	General Valores Extremos	Momentos	0.0214
Boltraguato	Weibull	Momentos	0.1888
Tamaraula	Weibull	Momentos	0.3206
Acuitlan	Gumbel (VEI)	Momentos	0.2662
Ispalma	Lognormal 3 parámetros	Máxima verosimilitud	0.1719
Paxtla	Gumbel (VEI)	Momentos	0.1977
Sanaloma	Weibull	Momentos	0.7521
El Huelal	General Valores Extremos	Momentos	0.0035
Piricón	General Valores Extremos	Momentos	0.0065
S. M. Zapotlán	Lognormal 3 parámetros	Máxima verosimilitud	0.32188
Chimpa	Lognormal 3 parámetros	Máxima verosimilitud	0.1618
Urique	Weibull	Momentos	0.9449
Los Molinos	General Valores Extremos	Momentos	0.0218
Naranjo	General Valores Extremos	Momentos	0.2400
San Blas	Weibull	Momentos	2.6947
Mahone	General Valores Extremos	Momentos	7.065
Huiles	Lognormal 3 parámetros	Momentos	0.5832
San Francisco	General Valores Extremos	Momentos	0.1965
Guerrero	General Valores Extremos	Momentos	0.2346
Bancroft	Weibull	Momentos	0.0149
Las Cañas	General Valores Extremos	Momentos	3.0400
Chioix	Weibull	Momentos	0.1559
Quejote	Weibull	Momentos	0.0037
Santa Cruz	Lognormal 3 parámetros	Momentos	0.3265
Tecoyotlán	Weibull	Momentos	0.3616
Jama	Lognormal 3 parámetros	Máxima Verosimilitud	0.1376
Palo Verde	Weibull	Momentos	0.3917
La Vegetata	Gumbel (VEI)	Momentos	0.1592
Tecoaqui	Weibull	Momentos	0.4159
Puerto Calabdo	Weibull	Momentos	0.2685
Vicente	Weibull	Momentos	1.9564

Tabla 4.24 Eventos de diseño ( $m^3/s$ ) para los periodos de retorno de 2, 5, 10, 20 y 50 años

Estación	2 años	5 años	10 años	20 años	50 años
A. Altos	0.125	0.0692	0.0576	0.0450	0.0411
Baldiguanco	0.208	0	0	0	0
Barrancón	0.0112	0.00574	0.00511	0.00405	0.00489
Chungu	0.652	0.398	0.326	0.29	0.267
Chus	0.0412	0	0	0	0
El Abadal	0.0182	0.0112	0.0092	0.0073	0.0076
El Malsur	1.454	0	0	0	0
El Naranjo	0	0	0	0	0
El Quilón	0.0091	0.00543	0.00523	0.00417	0.00415
El Vascón	0	0	0	0	0
González	1.159	0.808	0.703	0.648	0.612
Hilos	3.784	2.04	1.432	1.06	0.839
Iquitos	0.876	0.568	0.501	0.45	0.409
Jana	0.333	0.1	0.044	0.044	0
La Huerta	1.87	1.427	1.228	1.088	0.957
La Veranera	1.361	0.86	0.663	0.47	0.223
Las Cajas	6.305	0.435	0	0	0
Los Molinos	0.0286	0	0	0	0
Palo Dulce	0.597	0.291	0.24	0.223	0.216
Palo Blanco	0.867	0.26	0.201	0.183	0.17
Pericon	0.0185	0.0092	0.0047	0.00262	0.00106
Puente	1.046	0.424	0.397	0.392	0
Puachon	0.231	0.01706	0.143	0.121	0.0996
Puente Cañedo	0.0257	0	0	0	0
Puente Sud-Pacífico	2.361	0.7145	0.3598	0.2142	0.1399
San Juan	4.44	1.977	1.46	1.251	1.146
San Francisco	2.833	1.963	1.508	1.195	1.075
S. M. Zapotalán	0.969	0.37	0.1939	0.092	0.0697
Sarabota	0.167	0	0	0	0
Santa Cruz	1.539	0.879	0.631	0.486	0.316
Tamara	0.358	0.182	0.157	0.149	0.1402
Tecamogu	0.503	0.215	0.166	0.149	0.142
Tierra Blanca	1.038	0.792	0.737	0.715	0.704
Tehuayana	0.508	0.217	0.163	0.146	0.139
Tingo	2.391	1.442	1.306	1.257	1.245

La comparación gráfica entre los valores registrados y los ajustados para algunas estaciones analizadas se presentan en las figuras del apéndice 2.

### 4.3.2. Análisis de frecuencias bivariado

Como se mencionó en el capítulo 2, existen algunas técnicas multivariadas que permiten mejorar la estimación de los eventos de diseño en cuencas con escasa información. Para ejemplificarlo se procederá a aplicar la ecuación 2.114 al análisis de frecuencias de gastos mínimos anuales de dos estaciones pertenecientes a la región en estudio (Palo Dulce y Choix).

*Secuencia:*

1. Seleccionar de acuerdo con el coeficiente de correlación simple ( $r$ ) la mejor combinación de parejas de estaciones, en el caso analizado se seleccionó a la Estación Huites, ya que geográficamente se encuentra próxima a las estaciones estudiadas, además de contar con un registro relativamente más grande (**Tabla 4.25**).

**Tabla 4.25** Combinaciones Bivariadas seleccionadas para las estaciones analizadas

Combinaciones Bivariadas	Coficiente de Correlación simple ( $r$ )
<i>Palo Dulce</i> - Huites	0.3957
<i>Choix</i> - Huites	0.2231

2. Se calculan los parámetros univariados por máxima verosimilitud para cada una de las estaciones involucradas, mediante el empleo de las ecuaciones 2.86 a 2.110 (**Tabla 4.26**).

**Tabla 4.26.** Parámetros univariados por máxima verosimilitud de las estaciones analizadas.

<i>Estación</i>	<i>Parámetros</i>		
	<i>Ubicación</i>	<i>Escala</i>	<i>Forma</i>
<i>Huites</i>	4.1083	2.2346	1.0509
<i>Choix</i>	0.0757	0.1122	1.4825
<i>Palo Dulce</i>	0.7311	0.4829	0.7168

3. Conocidos los parámetros iniciales univariados, se procede a encontrar los parámetros bivariadas resolviendo la ecuación 2.117 mediante un esquema de optimización multivariado restringido (Método de Rosenbrock). Los parámetros finales son presentados en la **Tabla 4.27**:

**Tabla 4.27.** Parámetros bivariados por máxima verosimilitud de las estaciones analizadas.

<i>Estación</i>	<i>Parámetros</i>		
	<i>Ubicación</i>	<i>Escala</i>	<i>Forma</i>
<i>Huites</i>	4.1083	2.2346	1.0509
<i>Choix</i>	0.0799	0.1284	1.6058
<i>Palo Dulce</i>	0.7797	0.5182	0.7022

4. Determinar el error estándar de ajuste de cada aproximación univariada o bivariada para cada estación analizada, con el fin de seleccionar la mejor opción para la posterior estimación de los eventos de diseño (**Tabla 4.28**).

**Tabla 4.28** Errores estándar de ajuste de las estimaciones univariada y bivariada de las estaciones analizadas.

<i>Estación</i>	<i>Error estándar de ajuste</i>	
	<i>Univariado</i>	<i>Bivariado</i>
<i>Huites</i>	0.5832	1.5390
<i>Choix</i>	0.1559	0.1464
<i>Palo Dulce</i>	0.3917	0.3240

De los resultados obtenidos se puede concluir que aunque los coeficientes de correlación entre las estaciones sea muy pequeño existirá un proceso de transferencia de información, ya que el error estándar de ajuste se redujo en las estaciones que tienen la longitud de registro más pequeña (Choix y Palo Dulce), no así la estación con longitud más grande (Huites). Por esto se recomienda que esta técnica se utilizada en el caso en que el sitio estudiado tenga muy poca información y se cuente adicionalmente con otra al menos con la misma longitud registrada que posibilite el proceso de transferencia.

#### 4.4 Análisis de frecuencias regional

Para llevar a cabo el análisis regional de sequías se procederá con la siguiente secuencia:

1. Determinar las características fisiográficas de la región (**Tabla 4.29**).
2. Obtener los valores de gastos mínimos diarios anuales disponibles en la región (**Tabla 4.2**).
3. Obtener las características estadísticas de cada una de las estaciones analizadas
4. Aplicar las técnicas agrupación de regiones meteorológicamente homogéneas vistas en el capítulo 2.
5. Realizar un análisis de frecuencias puntual para cada estación de la región, obteniendo los eventos de diseño para los periodos de retorno de 2, 5, 10, 20 y 50 años, (Inciso 4.3.1).
6. Normalizar los valores de las características fisiográficas del punto 1 y los eventos de diseño del punto 5, para ser utilizados en la técnica de correlación y regresión múltiple.
7. Discriminar las características fisiográficas que deben intervenir en el modelo de regresión múltiple, mediante la aplicación de un análisis de varianza.
8. Construir las ecuaciones regionales para cada uno de los eventos de diseño analizados (Periodos de retorno)
9. Aplicar la técnica de las estaciones-año para la construcción de la ecuación regional.
10. Con las ecuaciones regionales obtenidas en los pasos 8 y 9 realizar la estimación de los eventos de diseño en los sitios analizados considerando: a) que cada estación tiene escasa información tal que requiere de un modelo regional para mejorar la estimación de los gastos mínimos anuales de diseño y b) los sitios analizados no cuentan con información hidrométrica.

Tabla 4.29 RESUMEN DE LAS CARACTERÍSTICAS FISIOGRAFICAS DE LA REGION HIDROLOGICA No.10

MUESTRAS ORIGINALES

ESTACION / CARACTERISTICA	AREA (km <sup>2</sup> )	FRECNEDA (mm)	FENDUCENC (m km-1)	ELEVEMD (mms)	LONGITUD (km)	FENDCAUC (m km-1)	PARNFORM (km-1)	FRECUCNC (km-1)	DENSIDAD (km-1)	CENTLAS (grados)	CENTLOW (grados)	COEFENCR	ORDEN	PERIMET (km)	TEMP (°C)	
1	SM ZAPOTTLAN	34430	789.42	0.0406	1650.70	440	0.00342	0.0236	0.0046	0.0128	26.95	107.80	0.188	5	1158	23
2	SAN BLAS	33590	799.52	0.0414	1482.76	402	0.00353	0.0224	0.0046	0.0120	26.95	107.82	0.188	5	1088	23
3	LA TINA	275	654.75	0.0167	405.00	30.3	0.00413	0.2109	0.0056	0.0758	26.17	108.52	0.146	2	58	23
4	BAMBORI	225	800.45	0.0061	415.00	20.2	0.00490	0.3363	0.0045	0.0906	26.37	108.40	0.162	1	75	23
5	LAS CAÑAS	29529	825.14	0.0445	1759.82	342	0.00338	0.0128	0.0049	0.0118	26.58	107.68	0.192	1	968	23
6	EL MAHON	29428	826.08	0.0445	1759.82	337	0.00348	0.0326	0.0049	0.0117	26.58	107.68	0.192	1	959	23
7	CHOLX	1403	972.06	0.0221	1050.00	82	0.00254	0.1447	0.0050	0.0513	26.17	108.07	0.172	3	203	21
8	MUTTES	26020	822.80	0.0493	1922.95	267	0.00685	0.0324	0.0051	0.0097	27.03	107.58	0.187	5	843	15
9	PALO DULCE	6323	911.37	0.0369	1742.05	184	0.01028	0.0614	0.0044	0.0369	27.60	108.20	0.210	4	388	15
10	CHINTAS	5098	909.69	0.0600	1940.00	131	0.01449	0.0651	0.0047	0.0235	27.50	108.15	0.211	4	332	15
11	SAN FRANCISCO	17531	773.47	0.0904	2015.74	246	0.00720	0.0379	0.0058	0.0131	26.80	107.80	0.191	4	665	25
12	SAN IGNACIO	10920	802.23	0.0536	2002.43	209	0.01041	0.0497	0.0067	0.0183	26.57	107.17	0.185	4	543	21
13	LA VERANZERA	4106	739.77	0.0363	2354.62	137	0.01565	0.0832	0.0049	0.0312	27.30	107.40	0.213	3	350	11
14	URIQUE	4000	738.26	0.0358	2408.80	127	0.01537	0.0843	0.0050	0.0300	27.30	107.37	0.213	3	337	11
15	GUERACIAC	6262	818.71	0.0423	2322.16	145	0.01249	0.0944	0.0053	0.0216	26.37	106.80	0.177	4	333	17
16	ALAMOS	2270	634.23	0.0158	505.00	124	0.00184	0.1093	0.0035	0.0320	26.77	108.80	0.156	3	248	23
17	CAZANATE	1813	654.11	0.0156	556.36	93	0.00156	0.1120	0.0033	0.0458	26.85	108.82	0.161	3	203	23
18	JADIA	8179	982.40	0.0318	1279.18	177	0.01014	0.0580	0.0056	0.0241	26.00	107.43	0.187	4	438	21
19	TOAHAYANA	5281	1003.39	0.0579	1602.67	131	0.01130	0.0583	0.0064	0.0235	25.97	107.27	0.193	4	308	19
20	TECUSIAPA	3773	1040.37	0.0664	1893.68	90	0.01504	0.0861	0.0053	0.0220	26.80	107.12	0.197	4	325	15
21	LOS MOLINOS	301	919.96	0.0417	1500.00	35	0.02159	0.1936	0.0020	0.0639	25.73	107.27	0.182	2	97	23
22	NARANJO	2064	809.04	0.0209	586.36	107	0.00780	0.1177	0.0029	0.0484	26.20	108.30	0.158	3	243	23
23	ZOPLOTE	666	743.32	0.0283	437.50	68	0.00690	0.1923	0.0030	0.0871	26.00	108.23	0.158	2	128	25
24	GUAMUCHIL	1645	767.17	0.0096	201.11	65	0.00698	0.1173	0.0030	0.0383	25.53	107.83	0.140	3	193	25
25	PERICOS	270	734.26	0.0130	190.00	31	0.00613	0.2778	0.0037	0.1111	25.20	107.62	0.153	1	75	25
26	TIERRA BLANCA	11614	977.22	0.0434	1541.27	276	0.00603	0.0527	0.0030	0.0215	25.45	106.85	0.180	4	612	13
27	PTE. S PACIFICO	11434	978.30	0.0434	1541.27	268	0.00632	0.0525	0.0031	0.0214	25.45	106.85	0.180	4	600	13
28	PALOS BLANCOS	11409	982.29	0.0434	1563.29	256	0.00649	0.0508	0.0031	0.0210	25.45	106.85	0.181	4	580	13
29	EL VAREJONAL	10987	990.33	0.0470	1653.33	233	0.00680	0.0519	0.0029	0.0191	25.48	106.80	0.182	4	570	13
30	BADRAGUATO	1018	983.90	0.0520	395.00	59	0.02118	0.1473	0.0029	0.0570	25.60	107.50	0.187	2	150	23
31	GUATEMPA	8252	1006.34	0.0491	1994.90	178	0.01302	0.0594	0.0032	0.0194	25.50	106.58	0.183	4	490	17
32	LA HUERTA	6149	1019.94	0.0412	2257.57	117	0.01589	0.0631	0.0036	0.0171	25.53	106.42	0.182	4	388	13
33	PTE. CAÑEDO	4086	1045.49	0.0433	774.80	117	0.00470	0.0710	0.0037	0.0289	25.00	106.90	0.185	3	290	25
34	SANALONA	3657	1080.66	0.0518	895.24	85	0.00438	0.0662	0.0036	0.0202	25.02	106.83	0.191	3	242	25
35	PICACHO	3280	1106.39	0.0518	895.24	85	0.00438	0.0729	0.0040	0.0213	25.02	106.83	0.191	3	239	25
36	TAMAZULA	2241	1171.95	0.0684	1146.43	48	0.01024	0.0848	0.0036	0.0192	25.05	106.77	0.196	3	190	23
37	EL BLEDAL	371	836.13	0.0206	267.50	31	0.00799	0.2372	0.0037	0.0809	24.70	107.00	0.185	1	88	25
38	SANTA CRUZ	8919	1068.89	0.0532	1689.60	180	0.01267	0.0561	0.0035	0.0205	24.70	106.18	0.199	4	500	13
39	ACATTAN	1884	1046.59	0.0497	726.92	115	0.01131	0.1131	0.0030	0.0519	24.32	106.55	0.200	3	213	25
40	DOPALINO	6146	1004.71	0.0430	1393.68	174	0.01310	0.0593	0.0030	0.0264	24.13	106.03	0.205	4	565	11
41	PIAXTLA	5307	1044.76	0.0496	1644.32	142	0.01689	0.0640	0.0046	0.0239	24.15	105.98	0.208	4	350	11
42	EL QUELITE	835	720.06	0.0084	211.67	42	0.00579	0.1453	0.0096	0.0515	23.65	106.37	0.182	2	138	25

#### 4.4.1. Delimitación de regiones meteorológicamente homogéneas

Como se indicó en el capítulo 2, la aplicación del análisis regional a través de las técnicas de correlación y regresión múltiple y el proceso de delimitación de regiones homogéneas requiere que las variables que se están analizando tengan un comportamiento Normal. Para cumplir con este requisito, las características fisiográficas, climáticas y los eventos de diseño obtenidos en subcapítulo 4.3.1 serán normalizados mediante el esquema de Box-Cox de doble potencia:

$$y = \frac{x^T - 1}{T}$$

$$t_i = (|y_i - \bar{y}|)^\gamma$$

donde

T	parámetro de transformación normalizante primera potencia que esta en el rango de $-4 < T < 4$ Si no se encuentra entonces $T = 0$ e $y = \text{Ln}(x)$
$\gamma$	parámetro de transformación normalizante segunda potencia
$t_i$	i-ésimo elemento de la serie transformada TSPT y tiene el mismo signo de $(y_i - \bar{y})$
$\bar{y}$	media de la serie transformada por Box-Cox

Los valores de los parámetros T y  $\alpha$  para cada variable analizada se presentan en las **Tabla 4.30**.

**Tabla 4.30** Valores de los parámetros normalizantes del método TSTP para la región 10.

<i>CARACTERISTICA</i>	<i>T</i>	<i>α</i>
Area	0.18	1.05
Precipitación media	0	1.458
Pendiente cuenca		
Elevación Media	0	0.581
Longitud	0.35	1.138
Pendiente Cauce	0	1.11
Parámetro de Forma	0.598	1.11
Frecuencia Cuenca	-0.078	0.914
Densidad	-0.48	1.03
Cent. Latitud	0	1.185
Cent. Longitud	0	1.169
Coefficiente de escurrimiento	0	0.72
Orden		
Perímetro	0.203	1.05
Temperatura	0	1.832

<i>GASTO CON PERIODO DE RETORNO DE</i>	<i>T</i>	<i>α</i>
2 años	0.16	1.051
5 años	0.177	2.18
10 años	0.0627	2.598
20 años	0.0423	2.02
50 años	0.0145	1.42

Los valores normalizados de las 15 características fisiográficas y de los gastos se presentan en la **Tabla 4.31**.

Una vez que las variables se encuentran normalizadas, es posible determinar cual de ellas son significativas para representar el comportamiento de las sequías. Para ellos se utilizan los criterios de correlación y regresión múltiple y el estadístico "T".

Tabla 4.31 Valores normalizados de las 15 características fisiográficas

	ESTACION	1. AN. S	2. AN. S	3. AN. S	4. AN. S	5. AN. S	AREA	PROMO MEDIO	PROMO CUENCA	ELT. MEDIA	LONG	PROMO CAUCE	PARAL. FUERZA	FREC CUENCA	DEDS	DEDS LAT	DEDS LONG	TIPO DE USOS	CACION	PERIM	TEMP
1	ATACAMA	-1.18248	-0.31148	-0.23134	-0.10143	-0.21128	-4.02813	-0.13889	-0.0497	-0.018843	-0.02321	-0.218884	2.43008	0.888482	3.96739	-0.07172	-0.98221	0.114182	0	0.174828	1.320125
2	VALPARAISO	0.18434	-0.07346	-0.13121	0.48019	0.36902	7.22360	0.02067	0.012	-0.30171	-0.10469	-0.437021	3.34302	-0.48119	4.35043	-0.9321	-0.909178	-0.02948	2	2.46441	1.74836
3	SANTIAGO	-2.15233	-0.54781	-0.40118	-0.93406	-1.86032	-12.64619	-0.2012	0.0001	-1.22754	-0.17687	-0.48446	6.20813	0.018242	6.12889	0.010172	0.001461	-0.26428	1	-4.61017	0.368121
4	TEMPAL	1.04086	0.134343	0.10643	1.3428	1.94839	-0.04478	-0.00487	0.06	0.470338	0.26892	0.328673	-0.113448	0.126671	0.217078	0.34282	0.004994	0.268817	1	-0.13074	-0.02048
5	TEMUCO	-1.02217	-0.2314	-1.13121	-1.48128	-2.36493	-1.89171	-0.16828	0.0221	-0.27782	-0.121701	-1.26228	3.43632	1.211488	0.88363	-0.01488	0.00324	-0.11011	2	1.72474	0.0274
6	VAL DIEDAL	1.46129	0.34123	0.18864	-0.10143	1.92164	-0.9711	-0.11813	0.0206	-1.221202	-0.18386	-0.021763	5.22847	-0.78713	1.71148	-0.02182	-0.00068	-0.11682	1	-4.2114	1.21172
7	VALMAYOR	0.02912	-0.1223	-0.13121	0.48019	-2.36493	10.7082	-0.0573	0.0443	0.381143	0.60342	-0.37078	-0.40821	0.178224	-0.40208	0.02141	0.001788	0.027448	1	0.11781	0.8821
8	VAL DUELE	-0.5178	-0.12131	-0.22614	-0.15433	-0.27617	8.76764	-0.12466	0.058	0.76732	-0.113271	-0.315448	0.88482	1.12814	0.90076	-0.05114	-0.103476	-0.18783	2	-2.41114	1.28817
9	VAL VARDONIA	0.070242	0.02348	-0.13121	0.48019	-2.36493	-0.01151	0.024667	0.047	0.137048	0.32612	-0.10317	-1.48288	-0.68134	-1.62538	-0.06881	-0.07328	-0.08781	0	1.72882	-0.13882
10	VALDARCO	0.132828	0.17489	0.41792	0.66389	1.54244	0.92872	-0.04009	0.0429	0.801775	0.222312	0.716617	-0.81543	0.308178	-0.78182	0.01817	-0.80151	-0.13187	0	0.11824	0.68781
11	VALDIVIA	1.11791	0.58139	1.01514	1.22142	1.80808	9.76781	-0.28132	0.0453	0.018831	-1.22708	-0.114345	-0.48346	-1.24246	-0.70121	0.02514	0.013148	0.18014	1	0.34881	-0.12381
12	VALDUNCHE	0.462714	0.02868	2.01042	2.41121	2.73453	0.443875	0.032844	0.043	0.256534	1.41744	-0.42387	-0.60342	0.766118	-0.44443	-0.04134	-0.00511	-0.18818	2	1.32781	-0.28481
13	VALDIVIA	-0.76742	-0.13781	-0.41381	-2.42781	-2.36493	2.34312	0.021462	0.0518	0.241448	1.13647	0.173884	-0.04428	0.386512	-0.104322	0.028519	0.00714	-0.02948	4	0.20884	0.02743
14	VALDIVERA	1.27714	0.02842	0.01823	0.44278	0.50281	0.830248	-0.119203	0.0412	0.768363	-0.01887	0.402418	-0.37882	-0.32281	-0.43812	-0.00328	-0.00228	-0.08878	4	0.11232	-0.18881
15	VAL D'ELIENRA	0.74637	1.81712	0.02772	2.54874	1.63128	-1.04354	-0.14281	0.061	0.810670	-0.03443	0.888436	1.0682	0.178924	-1.34871	0.024672	0.00141	0.232721	4	0.08812	-0.28141
16	VAL D'ELIENRA	1.04113	0.486517	-0.13121	0.48019	-2.36493	10.7082	-0.16314	-0.0447	0.351842	0.17844	-0.37882	0.30804	0.178924	-0.104322	0.028519	0.00714	-0.02948	2	0.10884	0.0871
17	VAL D'ELIENRA	-2.1941	0.02842	-0.13121	-0.48019	-2.36493	-0.02748	0.000124	0.017	-0.266822	0.71748	0.02878	4.25781	-1.28781	0.82218	-0.00181	0.00128	-0.08878	2	0.4421	0.08212
18	VALDIBIA	2.76275	-0.02348	-0.13121	0.48019	-2.36493	-4.23941	-0.04681	0.028	-0.30778	-1.46614	-0.04212	2.06812	-0.0071	0.01281	0.00148	-0.00446	-0.28481	3	1.1211	0.08814
19	VAL D'ELIENRA *	0.048281	0.12131	0.486512	0.767206	1.58181	1.97848	-0.00021	0.0568	0.58318	1.81112	0.18478	-0.42123	-0.01641	0.123804	0.04214	0.04113	0.20244	4	0.1112	-0.1081
20	VAL D'ELIENRA	0.8211	0.68789	0.38173	0.41143	1.23413	4.27887	-0.11328	0.0434	0.484249	4.71311	0.20478	1.68881	-0.01228	-0.07378	-0.08728	-0.01281	-0.08744	4	0.8081	0.1881
21	VALDIBIA	2.41121	0.3824	1.0178	-0.2128	-2.36493	11.2132	-0.10862	0.015	1.21218	0.58188	0.23671	5.6821	-0.07413	6.82817	-0.01238	0.001482	-0.42868	2	0.03712	0.02012
22	VALDIBIA	0.048281	0.44781	0.24148	-0.10143	-2.36493	0.232812	0.152825	0.0486	0.521727	1.11995	-0.888438	-0.09218	0.62488	-0.15389	-0.04711	-0.00548	-0.18818	4	0.08812	-0.28141
23	VALDIBIA	-0.88843	-0.70811	0.148878	0.14132	0.88843	-0.0231	0.089112	-0.11	-0.46614	2.88827	0.60181	0.13482	1.28401	-0.1782	-0.0171	0.00132	0.04418	1	0.2881	1.12112
24	VAL D'ELIENRA	-0.0114	-0.02842	0.13121	0.48019	-2.36493	1.06712	0.00324	0.0433	-0.38748	0.01883	-0.37882	2.06812	-0.00843	0.98614	-0.01723	-0.00128	-0.08878	1	-0.024	0.02122
25	VAL D'ELIENRA	1.14781	0.88843	1.8811	1.70212	0.88843	0.88843	0.18812	0.184	1.47813	1.18423	0.20104	1.41178	-0.18122	-0.14813	-0.08728	-0.00128	-0.10878	4	0.8881	-0.18812
26	M. SANTIAGO	0.14428	0.88843	0.22812	0.03881	2.42842	11.8184	0.08118	0.0406	0.52088	10.8441	-0.88843	-0.18848	0.072178	-4.8284	0.02228	-0.0022	-0.01248	3	4.7884	0.08812
27	SAN ILDE	2.1781	0.88843	0.88843	0.88843	4.81317	11.7081	-0.05827	0.0414	0.112828	9.68843	-0.88843	-0.48346	0.042278	-0.48843	0.02348	0.02362	-0.01248	1	-4.8881	0.08812
28	SAN FRANCISCO	1.7881	0.88843	1.88843	1.14881	4.7881	0.0321	-0.0184	0.018	0.88843	4.31141	-0.18843	0.88843	0.48843	-0.48346	0.02018	0.00227	0.04148	4	1.4781	1.21017
29	SAN LUIS	-0.88843	1.02842	-0.13121	0.48019	-2.36493	-1.7881	-0.04802	0.0518	-0.46614	-2.88827	-0.88843	-0.07848	-0.12381	-1.23482	-0.01812	-0.00132	0.04418	1	0.8881	1.12112
30	SANTA CRUZ	1.02842	0.88843	0.88843	2.34721	0.88843	0.88843	0.06845	0.0532	0.58831	1.68843	0.78843	-0.48346	0.48843	-0.14841	-0.02081	-0.00414	0.13374	4	2.8884	0.18882
31	SANTA CRUZ	-0.28478	0.02842	-0.01282	0.248281	0.014138	0.88843	0.18843	0.0434	-0.18843	-0.12122	-1.21785	1.17881	-0.12341	-1.08438	-0.01888	-0.01412	0.78843	3	0.8884	0.88812
32	SANTA CRUZ	-0.88843	0.14134	-0.18843	-1.48843	0.88843	1.44843	0.07021	0.0646	0.01881	2.14432	0.36781	1.14843	0.30843	-0.46843	0.00218	-0.00228	0.10843	4	0.21413	-0.00843
33	SANTA CRUZ	0.88843	-0.48843	0.14843	0.00843	0.88843	0.88843	0.01843	0.0434	0.47881	5.48843	-0.27881	-1.38843	-0.68843	-0.81843	-0.00843	-0.00128	-0.10843	4	2.02843	-0.18843
34	SANTA CRUZ	-0.88843	-0.12323	-0.09722	-0.22843	0.88843	0.10843	0.011812	0.0578	0.01881	0.26781	0.27223	-0.74822	0.58843	-0.25478	0.00218	0.000128	0.08843	4	-0.88843	0.00784
35	SANTA CRUZ	1.48843	0.48843	0.88843	0.88843	1.08843	1.18843	-0.10348	0.0338	0.825812	-0.48843	0.36781	1.04817	0.21448	1.14881	0.02467	0.00041	0.23271	3	-0.10843	-0.28141

Dada su complejidad de análisis no es posible plantear el desarrollo completo de ambos criterios, sin embargo, en términos generales la correlación múltiple tiene por objetivo construir un modelo que pueda incluir varias variables independientes cuya finalidad será predecir el comportamiento de la variable dependiente (seca).

La forma general de un modelo lineal es:

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

donde

$Y$  variable dependiente

$X_p$  variable independiente

$\beta_p$  parámetros no conocidos.

Para probar que el modelo describe a la variable dependiente se realiza la prueba del estadístico "t" que será calculado como:

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_0}{S_{\hat{\beta}_i}}$$

La prueba de  $H_0: \beta_i = 0$  contra  $H_1: \beta_i \neq 0$  es equivalente a probar la hipótesis de que la i-ésima variable independiente no contribuye significativamente a explicar la variación de la variable dependiente.

Una prueba de hipótesis para probar que toda la ecuación de regresión no explica el significado total de la variación  $Y$ , puede ser:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_p = 0$$

$H_1: \beta_i \neq \beta_0$  por lo menos uno de los  $\beta$  no es cero

Esto conduce a calcular la prueba F cuyo valor se obtiene a través de realizar un análisis de varianza entre columnas y renglones. Para este punto se ejemplificará lo anterior con el gasto de 2 años ya que será el mismo procedimiento para el resto de los gastos.

El procedimiento para ir eliminando variables y ver cuales de ellas son significativas consistirá en checar simultáneamente el valor de estadístico "t" y la variable F.

Así por ejemplo, si eliminamos de las 15 características fisiográficas en competencia la variable longitud del centroide de la cuenca se tiene un valor de  $F = 12.271$  y un valor de F crítico de  $1.02 \times 10^{-06}$  por lo tanto  $12.271 > 1.02 \times 10^{-06}$  lo cual implica que  $H_0$  debe aceptarse por lo que el modelo representa el comportamiento de la variable del gasto para 2 años. Sin embargo, si se revisa el valor de "t" veremos que 7 variables tienen un valor menor de cero por lo cual el modelo no es el mejor. En la **Tabla 4.32** se muestran los valores de "t" para cada una de las variables en competencia.

Si se revisa el valor de "t" las variables a eliminar serán: Longitud del centroide, Orden, Temperatura, Pendiente de cuenca, Precipitación media, Parámetro de forma, Densidad, Longitud y Perímetro del parteaguas. Ahora se probará que en realidad estas variables no eran significativas en el modelo.

Revisando el valor crítico de F al 95% con el valor de F para seis variables se observa que  $27.05 > 1.98 \times 10^{-10}$  por lo que se rechaza  $H_0$  es decir *la ecuación de regresión si explica el significado de la variable Y* y el valor del estadístico "t" es positivo para cada una de las variables. Estos valores se muestran en la **Tabla 4.33**.

Observando el valor del error estándar para 14 y seis variables se ve que es el mismo, esto podría implicar que ambos modelos representan de igual manera el comportamiento de la variable Y. Sin embargo, esto resulta ser una falacia ya que como se muestra en la **Tabla 4.32** el valor del estadístico "t" es negativo para siete variables por lo que se rechaza el modelo y se acepta el manejo de únicamente seis variables.

**Tabla 4.32.** Valores del estadístico "t" para 14 variables en competencia.

<i>Estadísticos de la regresión</i>						
Coef. correlac.	0.946					
Coef. determ.	0.896					
Error estándar	0.706					
Observaciones	35					
<i>Análisis de Varianza</i>						
	<i>gl</i>	<i>Suma cuadrados</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>F</i>	<i>F crítico</i>	
Regresión	14	85.59	6.113	12.271	1.02E-06	
Residuales	20	9.96	0.498			
Total	34	95.55				
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Límites</i>		<i>t crítico</i>
				<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	
Independiente	2.769	1.748	1.585	-0.876	6.415	2.1
x1	-1.242	2.044	-0.607	-5.506	3.022	
x2	-1.529	2.353	-0.649	-6.437	3.379	
x3	13.324	23.872	0.558	-36.473	63.121	
x4	0.432	0.623	0.694	-0.867	1.732	
x5	0.152	0.326	0.467	-0.528	0.833	
x6	0.471	0.439	1.073	-0.444	1.386	
x7	-1.307	1.999	-0.653	-5.278	2.864	
x8	0.299	0.408	0.734	-0.551	1.149	
x9	-0.289	0.365	-0.792	-1.051	0.472	
x10	2.549	9.659	0.264	-17.599	22.696	
x11	-0.752	1.847	-0.407	-4.604	3.101	
x12	-0.993	0.552	-1.797	-2.144	0.159	
x13	1.788	3.152	0.567	-4.788	8.363	
x14	-2.419	2.01	-1.204	-6.613	1.774	

**Tabla 4.33.** Valores del estadístico "t" para seis variables en competencia.

<i>Estadísticas de la regresión</i>						
Coef. correlac		0.921				
Coef. determ		0.848				
Error estándar		0.707				
Observaciones		35				
<i>Análisis de Varianza</i>						
	<i>gl</i>	<i>Suma cuadrados</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>F</i>	<i>F crítico</i>	
Regresión	6	81.07	13.51	27.05	1.98E-10	
Residuales	29	14.48	0.499			
Total	35	95.55				
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Límites</i>		<i>t crítico</i>
				<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	
Independiente	0	0	0	0	0	2.05
x1	0.194	0.036	5.36	0.12	0.268	
x2	0.297	0.363	0.818	-0.445	1.039	
x3	0.508	0.351	1.448	-0.21	1.226	
x4	0.0409	0.264	0.155	-0.499	0.581	
x5	4.02	6.236	0.645	-8.732	16.778	
x6	0.975	1.208	0.807	-1.497	3.447	

En la **Tabla 4.34** se muestran las variables que resultaron ser significativas para el gasto en cuestión.

**Tabla 4.34** Variables significativas para los gastos con periodos de retorno de 2, 5, 10, 20 y 50 años.

<b>2 años</b>	<b>5 años</b>	<b>10 años</b>	<b>20 años</b>	<b>50 años</b>
<i>Area</i>	<i>Area</i>	<i>Area</i>	<i>Precipitación</i>	<i>Area</i>
<i>Elevación</i>	<i>Precipitación</i>	<i>Precipitación</i>	<i>Elevación</i>	<i>Precipitación</i>
<i>Pend. Cauce</i>	<i>Elevación</i>	<i>Elevación</i>	<i>Pend. Cauce</i>	<i>Elevación</i>
<i>Frec. de corriente</i>	<i>Pend. Cauce</i>	<i>Pend. Cauce</i>	<i>Frec. de corriente</i>	<i>Pend. Cauce</i>
<i>Lat. Centroide</i>	<i>Frec. de corriente</i>	<i>Frec. de corriente</i>	<i>Lat. Centroide</i>	<i>Frec. de corriente</i>
<i>Coef. escurr.</i>	<i>Lat. Centroide</i>	<i>Lat. Centroide</i>	<i>Perímetro</i>	<i>Lat. Centroide</i>

En general se trabajará con un modelo de seis variables las cuales serán de acuerdo a su orden de importancia: ***Elevación, Pendiente del cauce, Area, Precipitación, Frecuencia de corriente y Latitud del centroide.***

Para establecer la ecuación que definan el comportamiento de regiones homogéneas es necesario identificar cuantas regiones se pueden presentar en la zona en estudio y las estaciones que las conforman. A continuación se desarrollaran tres criterios que permitirán la identificación de regiones con comportamiento similar.

***a) Criterio tradicional***

El considerar como homogéneas a cuencas geográficamente contiguas, es una de las suposiciones iniciales en un análisis regional. La distancia que se maneja para hacer tal consideración es de 80 km. Para el caso de la región hidrológica 10 se tomaron radios de 80 km en cada estación y se establecieron las siguientes regiones (**Tabla 4.35**):

**Tabla 4.35** Delimitación de regiones mediante la técnica de situación geográfica

<i>REGION A</i>	<i>REGION B</i>	<i>REGION C</i>
S. M. Zapotitlan	Pericos	Acatlan
San Blas	Tierra Blanca	Expalino
La Tina	P. Sud-Pacífico	Pixtla
Bamiconi	Palos Blancos	El Quelite
Las Cañas	El Varejonal	
El Mabone	Badiraguato	
Choix	Guateniqa	
Huites	La Huerta	
Palo Dulce	Puente Cuñedo	
Chinipas	Sanalona	
San Francisco	Picacho	
San Ignacio	Tamazula	
La Veranera	El Bledal	
Urique	Santa Cruz	
Guerrachic		
Alamos		
Cazanalé		
Jaina		
Toahayana		
Tecusiapa		
Los Molinos		
Naranja		
Zopilote		
Guamuchil		

Así la región A quedará formada por 24 estaciones, la región B por 14 estaciones y la C por 4 estaciones.

**b) Trazo multidimensional.**

Este criterio involucra el empleo de la curva de Andrews la cual considera que cada cuenca con sus correspondientes características fisiográficas pueden ser dibujadas en un diagrama a escala el cual revelara similitudes entre cada una de las gráficas (Andrews 1992).

A continuación se describe de manera breve el procedimiento:

- a) Obtener una serie de variables que se consideren significativas para la predicción de diferentes grupos (características fisiográficas y climatológicas).
- b) Identificar las variables más relevantes del problema a través de un análisis de varianza.
- c) Seleccionar un peso para cada variable, acorde a su importancia relativa.
- d) Obtener las curvas propuestas por Andrews para cada una de las cuencas, con base a las características seleccionadas, representandolas a través de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x_1}{\sqrt{2}} + x_2 \sin(t) + x_3 \cos(t) + x_4 \sin(2t) + x_5 \cos(2t) + \dots$$

donde

$x_1, x_2, \dots$  representa a cada una de las variables fisiográficas de la cuenca.

$t$  se dibuja en un rango entre  $-\pi$  a  $\pi$

Para las situaciones en donde no se pueden identificar de manera directa las estaciones en alguno de los grupos existente se pueden utilizar los criterios objetivos para asignar los miembros de cada grupo los cuales se obtienen de la suma del cuadrado de las diferencias (SS) entre los puntos (y) que forman la curva característica del  $j$ -ésimo grupo ( $s_j$ ) y la curva de la  $k$ -ésima cuenca ( $T_k$ ) en consideración.

$$SS = \sum (S_{ji} - T_{ki})^2$$

La cuenca es localizada en el grupo con el menor valor de SS. El segundo criterio (CS) es la medida de unión entre estaciones, y aunque este procedimiento se basa en un análisis gráfico,

puede considerarse que el criterio (CS) sirve como un patrón similar al empleado en un análisis por racimos.

$$CS = \frac{\sum (S_{ji} * T_{ki})}{\sqrt{\sum S_{ji}^2 \sum T_{ki}^2}}$$

El criterio CS varía entre -1 y 1 en donde la perfecta correlación entre dos curvas se indica con un valor cercano a 1.

La **Figura 4.1** muestra las curvas de Andrews para cada una de las estaciones. Al revisar cada una de las curvas se identifican dos comportamientos característicos por lo que se puede hacer una agrupación de estaciones en las dos regiones. Sin embargo, al revisar la ubicación geográfica de las estaciones con respecto a las curvas de Andrews, las estaciones El Bledal, El Quelite y Santa Cruz presentan contradicciones por lo que hubo necesidad de recurrir a los criterios de CS y SS para comprobar o cambiar la región inicialmente propuesta. Con este proceso se obtuvieron los siguientes resultados **Tabla 4.36**.

**Tabla 4.36** Reubicación de estaciones para el método de trazos multidimensionales

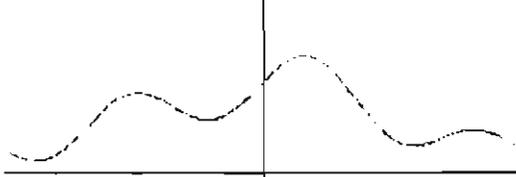
Región	El Quelite		El Bledal		Santa Cruz	
	A	B	A	B	A	B
SS	465,788.5	302,675.2	220,671.4	262,658	564,983.87	173,191.17
CC	0.7693	0.7084	0.8749	0.5776	0.4603	0.7078

De acuerdo con lo anterior la cuenca El Quelite estará en la región B, El Bledal en la región A y Santa Cruz en la región B. La comparación de las cuencas con las regiones A y B se muestra en las **Figuras 4.2 y 4.3**.

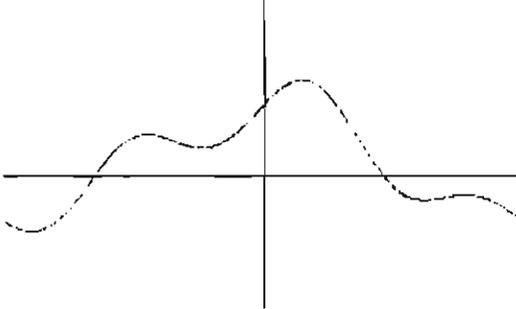
De lo anterior, la regionalización de acuerdo al criterio de Trazos Multidimensionales estará formada por dos regiones cuyas cuencas son presentadas en la **Tabla 4.37**.

**Figura 4.1.** Curvas de Andrews para las estaciones en estudio.

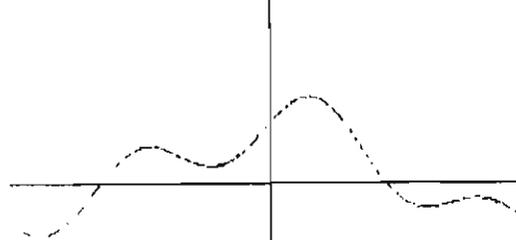
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: SANALOMA



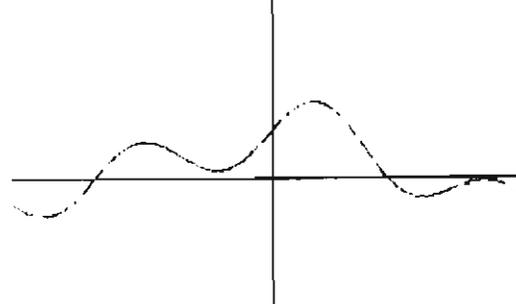
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: LA HUERTA



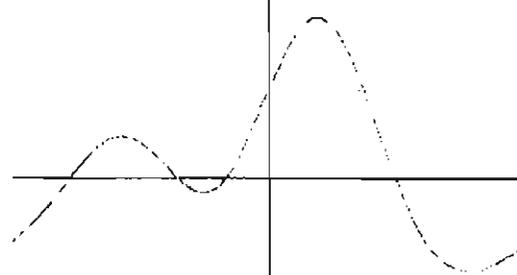
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: TOAHAYANA



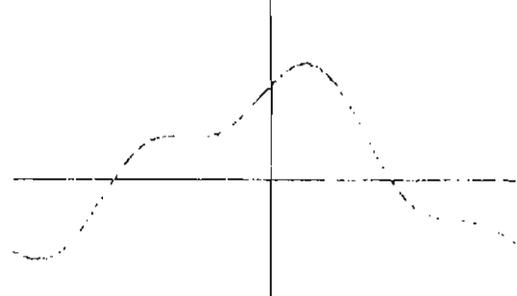
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: TECUSTAPA



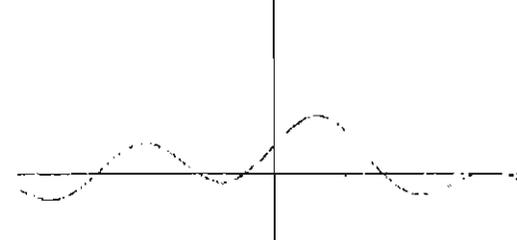
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: EL QUELITE



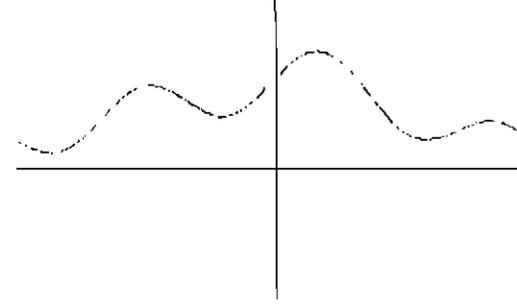
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: SANTA CRUZ



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: TAMAZULA

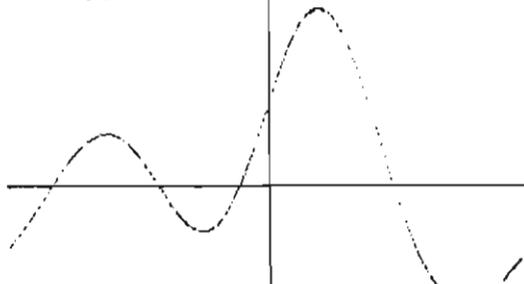


TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PICACHO

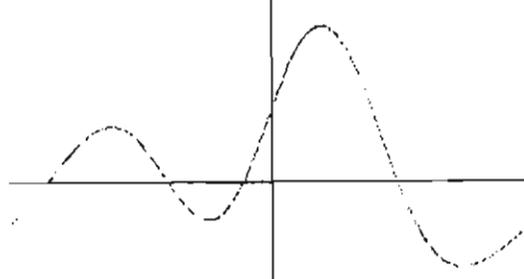


**Figura 4.1. Continuación.**

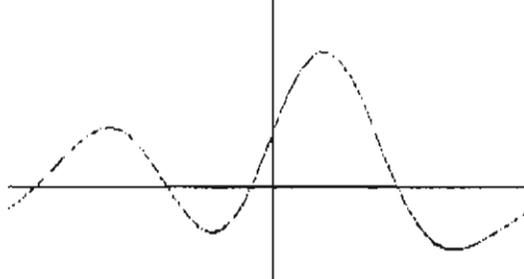
**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: JAINA**



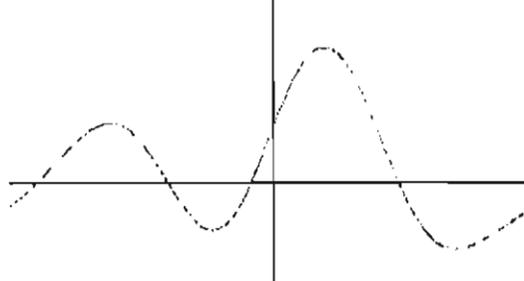
**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: GUERACHIC**



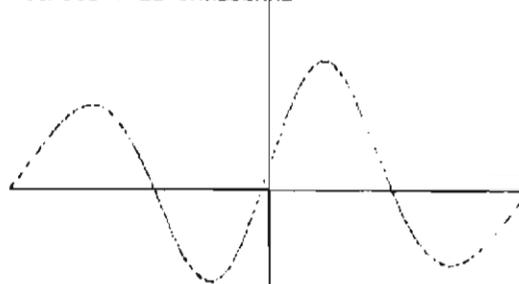
**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: URIQUE**



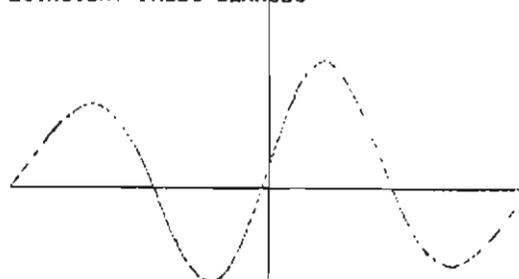
**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: LA VERANERA**



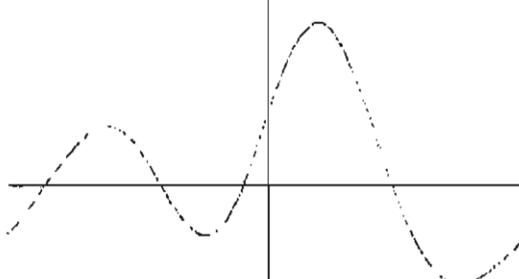
**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: EL VAREJONAL**



**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PALOS BLANCOS**



**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PALO DULCE**



**TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: HUITES**

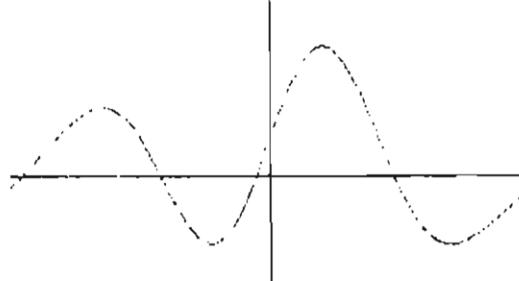
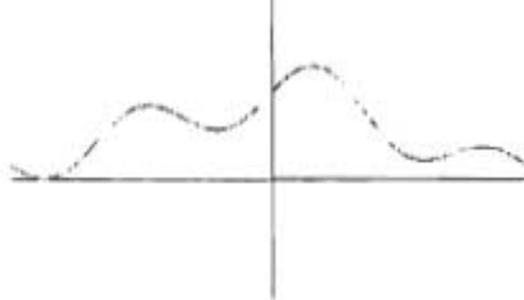


Figura 4.1. Continuación.

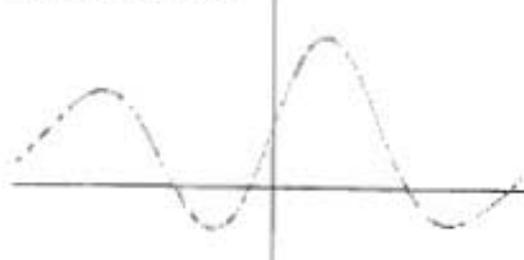
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: LAS CASAS



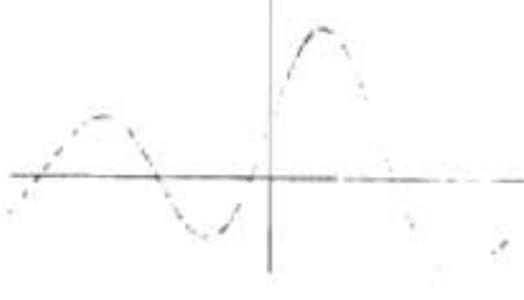
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PUENTE CAGEDO



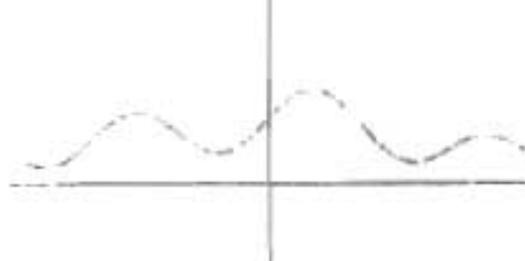
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: NARANJO



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: LOS MOLINOS



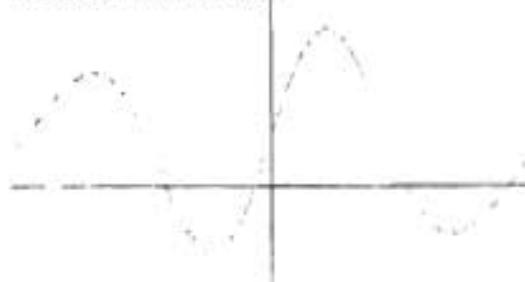
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: ACATITAN



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: IMPALIND



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: BADIAGUAYO



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PIANTLA

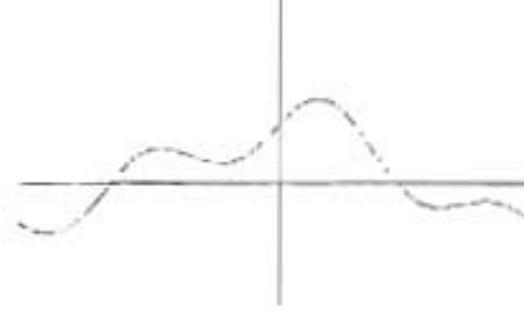
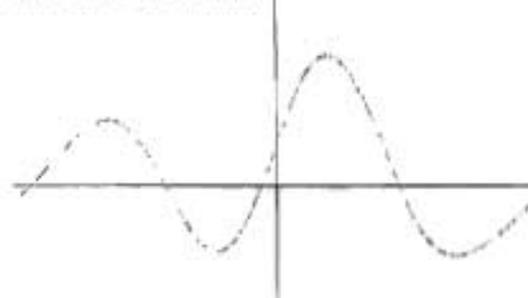


Figura 4.1. Continuación.

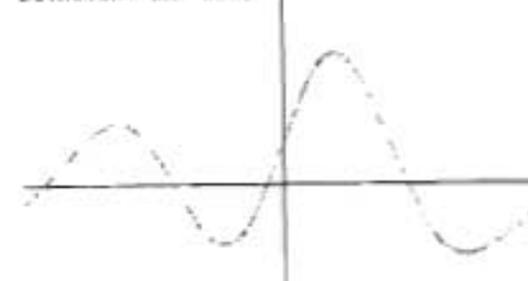
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: CHIX



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: EL MANOME



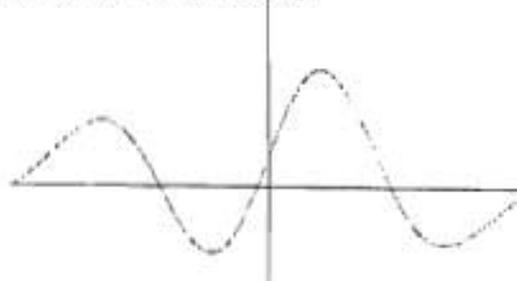
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: SAN BLAS



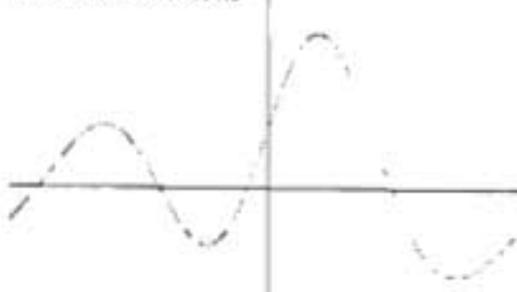
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: EL BLEDAL



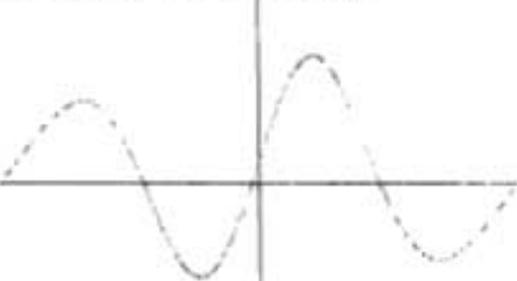
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: SAN FRANCISCO



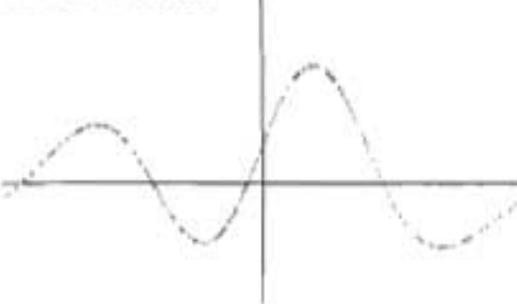
TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: CHINIPAS



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PUENTE SUB-PACIFICO



TRAZO MULTIDIMENSIONAL CURVA DE ANDREWS  
ESTACION: PERICOS



**Figura 4.1.** Continuación.

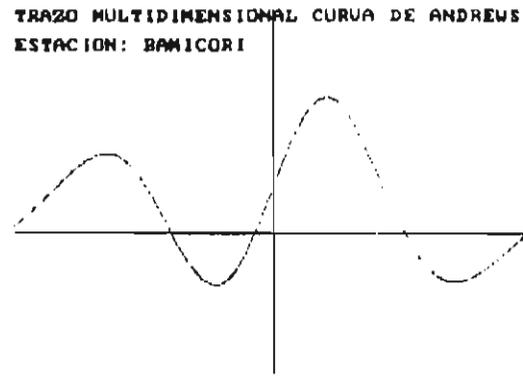
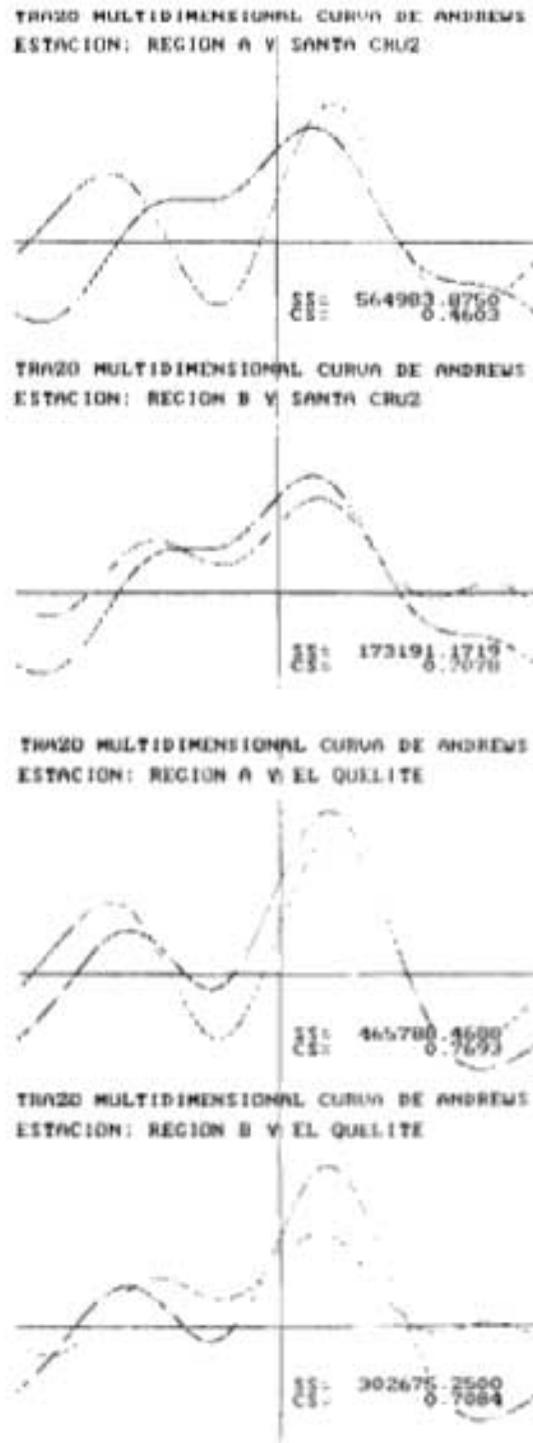
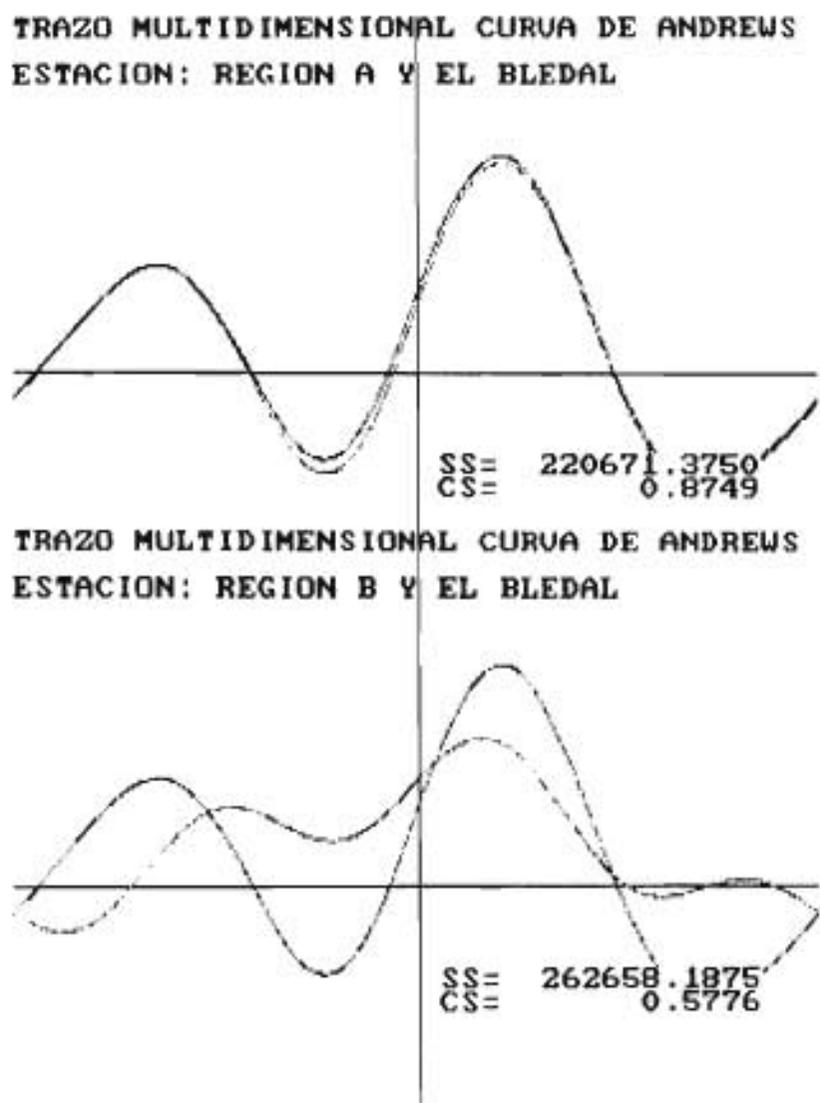


Figura 4.2. Comparación de las curvas de Andrews entre las regiones A y B y las estaciones Santa Cruz y El Quelite.



**Figura 4.3.** Comparación de las curvas de Andrews entre las regiones A y B y la estación El Bledal.

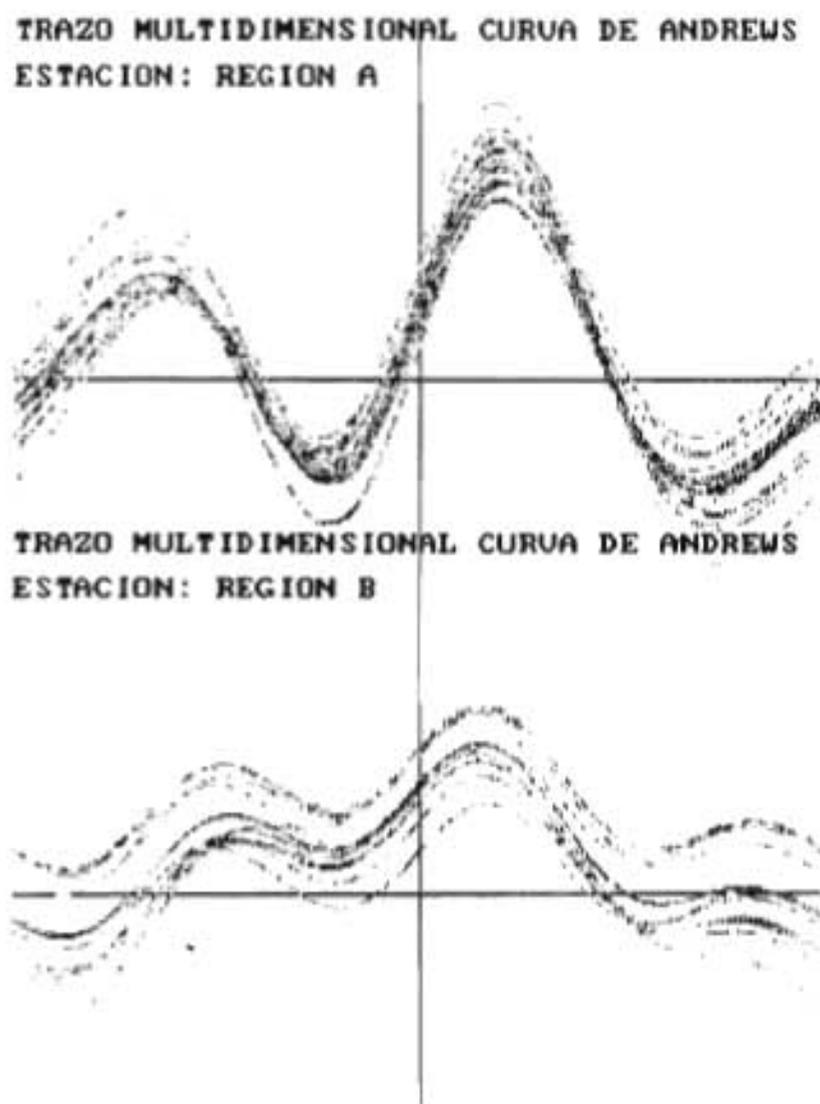


**Tabla 4.37** Regionalización final mediante la técnica de los trazos multidimensionales

<i>REGION A</i>	<i>REGION B</i>
S. M. Zapotiltan	Tamazula
San Blas	Picacho
Bamiconi	Santa Cruz
Las Cañas	Toahayana
Mabone	Acatitan
Choix	Ixpalino
Huites	Piactla
Palo Dulce	La Huerta
Chinipas	Sanalona
San Francisco	Tecusiapa
La Veranera	Puente Cañedo
Urique	Quelite
Guerachic	
Jaina	
Molinos	
Naranjo	
Pericos	
Tierra Blanca	
Pte. Sud-Pacífico	
Palos Blancos	
Varejonal	
Badiraguato	
El Bledal	

En la **Figura 4.4** se muestra la curva general para la región A y B que permiten delimitar bajo este criterio las regiones que se pueden considerar con un comportamiento homogéneo, lo cual es un factor muy importante para el análisis regional hidrológico.

Figura 4.4. Curvas de Andrews y la región A y B



**c) Regiones homogéneas con base en los coeficientes de variación.**

Mosley en 1981 presenta un procedimiento de ubicación iterativa de estaciones con base en pruebas estadísticas.

a) Localizar en una gráfica a escala, una prueba en forma individual a través de su área y de dos estadísticos: la media y el coeficiente de variación.

b) Se deberá probar la significancia de cada grupo formado. Para ello debe aceptarse, que un grupo de cuencas presenta dos propiedades principales:

*1 Que pueden separarse o distinguirse de otros grupos de cuencas*

*2. La homogeneidad en las características de sus gastos, permite definir curvas de frecuencias similares.*

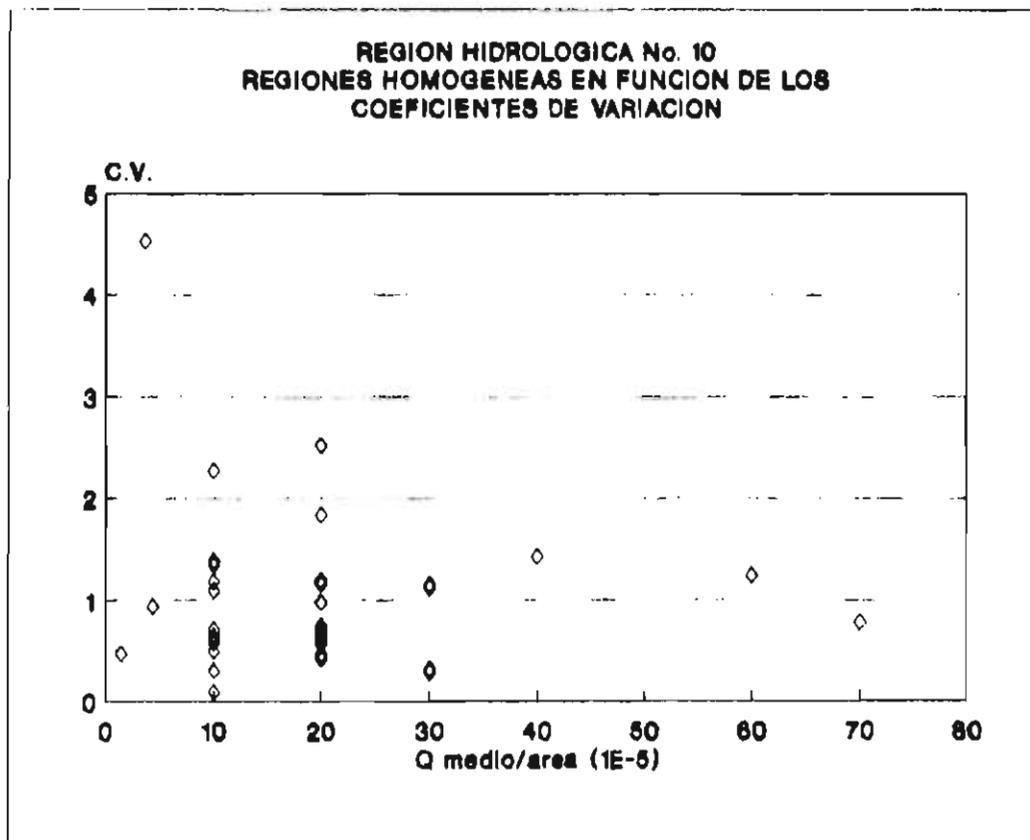
La prueba F, una prueba del ratio de varianzas, es un método clásico para recalcar diferencias significantes entre grupos. En esta aplicación el estadístico F está definido como la varianzas estimada según variación de los coeficientes de variación (CV) grupales

$$F = \frac{\text{varianza estimada segun variacion entre CV grupales}}{\text{varianza estimada segun la variacion de CV dentro del grupo}}$$

En la **Figura 4.5** se muestra el comportamiento de los coeficientes de variación contra gasto mínimo medio /área, como primer cálculo se pueden distinguir dos regiones, la primera formada por las cuencas cuyo CV < 1.5 y Q medio/Área < 3E-9.

Así realizando una primera agrupación considerando dos regiones A y B formadas por las estaciones, **Tabla 4.38**:

Figura 4.5. Comparación del comportamientos de los C.V.



**Tabla 4.38** Regionalización mediante el método de los coeficientes de variación

<i>REGION A</i>		<i>REGION B</i>	
<i>CUENCA</i>	<i>CV</i>	<i>CUENCA</i>	<i>CV</i>
Tierra Blanca	0.4932	S.M. Zapotitan	.9379
Puente Sud-Pacífico	1.1225	Chinipas	0.602
Palos Blancos	1.348	Urque	0.7727
Toahuyuna	1.1931	Molinos	1.1748
Huerta	.2819	Naranjo	4.5255
Picachos	.2983	Bias	.9795
Badiraguato	1.43	Mahone	1.237
Tamazula	1.1856	Hutes	.6787
Acatitan	.6835	San Francisco	.4255
Ixpaino	.6406	Guerachic	.4624
Praxtia	.7335	Bamicon	1.3828
Sanalona	2.5204	Cañas	1.146
Bledai	.5767	Choix	2.271
Pericos	.7055	Veranera	.308
Quelie	.4677	Jaina	1.1857
Sta. Cruz	.5692	Tecustipa	1.1673
		Pte. Cuiledo	2.0859
		Varejonal	1.8332
		Palo Dulce	1.0933

Realizando el análisis de varianza en dos sentidos se obtiene:

	<b>F</b>	<b>F crítico</b>
<b>Renglón</b>	0.56	2.22
<b>Columna</b>	3.22	4.41
<b>Error Estándar</b>	14.75	

Por lo tanto comparando el valor de F

entre estaciones  $0.56 < 2.22$

entre grupos  $3.22 < 4.41$

Se acepta  $H_0$  es decir, *no existe diferencia de los sitios  $CV_i$  entre los grupos*. Dado que con los resultados anterior se considera que las regiones son homogéneas, ahora se tratará de disminuir el Error Estándar.

Un segundo intento consistirá en reagrupar algunas estaciones por lo que ahora las regiones A y B quedarán formadas por (**Tabla 4.39**):

REGION A		REGION B	
CUENCA	CV	CUENCA	CV
Tierra Blanca	0.4932	S.M. Zapotitan	9379
Puente Sud-Pacifico	1.1225	Chinipas	0.602
Palos Blancos	1.348	Urique	0.7727
Toahayana	1.1931	Naranjo	4.5255
Huerta	2819	Blas	9795
Picachos	2983	Mahone	1.237
Badiraguato	1.43	Huites	6787
Tamazula	1.1856	San Francisco	4255
Acatitan	6835	Guerrachic	4624
Ixpulino	6406	Bamcoxi	1.3828
Paxtla	.7335	Cañas	1.146
Sanalona	2.5204	Chont	2.271
Bledal	.5767	Veranera	308
Pericos	.7055	Tecustitapa	1.1673
Quelite	4677	Pte. Cañedo	2.0859
Sta. Cruz	.5692	Varejonal	1.8332
Jaina	1.1857	Palo Dulce	1.0933
Molinos	1.1748		

Realizando el análisis de varianza en dos sentidos se obtiene:

	F	F critico
Renglón	0.62	2.28
Columna	0.946	4.45
Error Estándar	14.02	

Por lo tanto comparando el valor de F

entre estaciones  $0.62 < 2.28$

entre grupos  $0.946 < 4.45$

Aunque el error estándar es menor para este caso, no se mejoró en mucho este valor por lo que se procedió a realizar otra propuesta (Tabla 4.40), así:

<i>REGION A</i>		<i>REGION B</i>	
CUENCA	CV	CUENCA	CV
Tierra Blanca	0.4932	S.M. Zapótlán	.9379
Puente Sud-Pacífico	1.1225	Chinipas	0.602
Palos Blancos	1.348	Urique	0.7727
Toahayana	1.1931	Naranjo	4.5255
Huerta	.2819	Blas	.9795
Micacos	.2983	Mahone	1.237
Badiraguato	1.43	Huites	.6787
Tamazula	1.1856	San Francisco	.4255
Acahuitan	.6835	Guerachic	.4624
Ixpallino	.6406	Banicori	1.3828
Piactla	.7335	Cañons	1.146
Sanalona	2.5204	Choix	2.271
Bledal	.5767	Veranera	.308
Pericos	.7055	Tecusiapa	1.1673
Quelite	.4677	Pte. Cañedo	2.0859
Sta. Cruz	.5692	Varejonal	1.8332
Jaina	1.1857	Palo Dulce	1.0933
		Molinos	1.1748

Realizando el análisis de varianza en dos sentidos se obtiene:

	F	F crítico
Renglón	0.868	2.27
Columna	2.36	4.45
Error Estándar	11.703	

Comparando el valor de F	
entre estaciones	$0.868 < 2.27$
entre grupos	$2.36 < 4.45$

Por lo tanto se acepta la hipótesis nula y el valor del Error Estandar se mejoró por lo que se establece que la región A quedará formada por 17 estaciones y la región B por 18 estaciones.

Es importante destacar que esta regionalización se considera como la mejor ya que también se incluyeron los criterios de ubicación geográfica y las curvas de Andrews.

#### **4.4.2. Técnicas de análisis regional hidrológico**

##### ***a) Análisis de correlación y regresión múltiple***

Uno de los grandes problemas en el diseño de obras hidráulicas se presenta cuando la ubicación de las misma se encuentra en cuencas que carecen de información o esta es mínima.

Una de las soluciones es la construcción de ecuaciones regionales las cuales deben reflejar el comportamiento de la región con el mayor número de características significativas.

La metodología para la construcción de las ecuaciones se ha presentado en los puntos anteriores, es decir, primero se tienen que ubicar las regiones en las cuales se dividen la cuenca, una vez ubicadas, se lleva a cabo el proceso de discriminación de variables solo que ahora se considera únicamente las estaciones que pertenecen a la región. Al tener seleccionadas las variables significativas se construyen las ecuaciones regionales y se estiman los valores para las cuencas no aforadas.

Hasta este momento se han identificado dos regiones hidrológicamente homogéneas los pasos a seguir serán los mismos que se han manejado en los puntos anteriores, es decir, primero se

normalizarán los valores de las características fisiográficas y eventos de diseño pero ahora solo con las estaciones de cada región. Los resultados de esta normalización se presentan en la **Tabla 4.41**.

**Tabla 4.41** Valores de los parámetros  $t$  y  $\alpha$  en el proceso de normalización.

CARACTERÍSTICA	REGION A		REGION B	
	$t$	$\alpha$	$t$	$\alpha$
Área	0.6144	1.395	0.245	1.119
Precipitación media			0	1.039
Pendiente cuenca			0	0.119
Elevación Media			0	0.224
Longitud	0.4056	1.233	0.4797	0.911
Pendiente Cauce	-0.125	1.113	0	1.038
Parámetro de Forma	-2.953	1.64	-0.726	1.356
Frecuencia Cuenca	0	1.38		
Densidad	-2.61	0.915	-0.479	1.212
Cent. Latitud			0	0.755
Cent. Longitud			0	1.138
Cóeficiente de escurrimiento	0	0.524		
Orden				
Perímetro	0.5933	1.2	0.33	0.983
Temperatura	0	2.039	0	

GASTO CON PERÍODO	$t$	$\alpha$	$t$	$\alpha$
RETORNO DE:				
2 años	0.332	1.013	0.216	0.956
5 años	0.237	1.465	0.1997	2.703
10 años	0.161	1.301	0.003	3.175
20 años	0.138	1.039	-0.0576	2.763
50 años	0.877	1.12	-0.284	1.999

Los valores ya normalizados para la región A se presentan en la **Tabla 4.42** y para la región B en la **Tabla 4.43**.

Tabla 4.42. Valores normalizados para la región A.

ESTACION	1.1 AROS	1.5 AROS	GASTOS					PRECIP	P. CURS	ELEV	LONG	P. CAUCE	P. FORMA	PREC	OROSID	C. LAT	C. LON	ESC	ORDEN	PERIM	TEM	
			T=-35215 O=1.013	T=-29679 O=1.46938	T=-30311 O=1.30393	T=-137626 O=1.029	T=-28769 O=1.12															T=-614453 O=1.295
TIERRA BLANCA	0.584735	1.016298	0.78897	1.351146	1.761329	1.738293	2.7256	1938.508	977.23	0.0034	1543.27	11.37409	-0.09177	-0.1156.8	-0.30349	-1.108.41	25.45	106.85	-0.19113	4	49.50917	-0.10352
P. SUD-PACIFICO	2.274883	1.478798	1.752895	1.198943	0.872441	0.624022	0.677869	1869.744	978.5	0.0434	1541.27	10.81927	-0.29734	-0.254.7	-0.27139	-1.159.31	25.45	106.85	-0.19113	4	47.54964	-0.10352
PALOS BLANCOS	1.133828	0.977338	0.362282	0.172889	0.332582	0.499978	0.87193	1872.734	982.29	0.0434	1563.29	9.978213	-0.54887	-1.14627	-0.27139	-1.383.54	25.45	106.85	-0.17783	4	44.16039	-0.10352
HUERTA	0.853595	1.246480	1.448338	2.413833	2.547242	2.17986	2.729877	902.4279	1023.94	0.0417	2217.37	0.06805	0.048898	1854.01	-0.13887	-4.284.94	25.35	106.43	-0.14323	4	11.97595	-0.00352
PELACHOS	-1.19892	-0.73349	-0.40954	0.001994	0.102186	0.178956	0.368592	-348.713	1188.39	0.0518	895.24	-2.3	-1.38849	8961.822	-0.06237	-1.289.86	25.80	106.85	0.117328	3	-9.5697	0.10117
BADRAGUATO	-0.40201	-0.2378	-0.47905	-1.55946	-1.56129	-1.40495	-1.33483	-1318.36	983.5	0.052	991	-5.54283	1.97287	74326.45	-0.3377	2762.06	25.6	107.5	-0.05799	2	-30.074	0.05289
TAMAZULA	0.234815	0.494261	-0.12107	0.013499	0.15789	0.334734	0.897789	-617.33	1171.95	0.0884	1146.43	-7.37675	0.236467	29897.62	-0.13887	-2454.75	25.85	106.77	0.191434	3	-19.9115	0.05289
ACATECAN	-1.22862	-0.98737	-0.71296	-0.38844	-0.20761	-0.47438	-0.24915	-783.273	1046.59	0.0497	728.93	-0.08627	0.188219	59973.2	0.447439	2672.46	24.72	106.55	0.234592	3	-14.7824	0.10117
DUPALDO	0.485445	0.998134	0.612538	0.95689	1.25238	1.279144	1.754855	306.5767	1086.73	0.043	1393.48	1.991119	0.457349	-18445.8	0.306811	768.4423	24.13	106.09	0.279877	4	8.302153	-0.23623
PIACTLA	0.773844	1.081778	0.78883	0.766437	0.317838	-0.30428	-1.33483	115.1827	1044.76	0.0498	1644.52	1.437869	1.126189	-21.4987	0.249747	-43.2543	24.13	105.98	0.304439	4	6.017059	-0.23623
SANALONIA	1.007017	0.579297	-0.59935	-1.5594	-1.56129	-1.40495	-1.33483	-140.71	1080.66	0.0518	897.24	-2.38847	-1.38849	1.197475	-0.13887	-1813.76	25.80	106.85	0.117328	3	-9.00847	0.10117
BIEDAL	-1.75016	-1.72891	-1.47642	-1.48589	-1.61841	-0.88173	-1.34588	-1987.8	879.13	0.0398	267.5	-0.08836	-0.16943	84113.16	-0.41298	2898.363	24.7	107	-0.11117	1	-49.8789	0.10117
PERCOS	-1.73435	-1.70729	-1.47261	-1.46134	-2.06621	-2.09332	-2.98447	-2038.36	734.26	0.013	159	-0.08836	-0.07848	87328.36	-0.11742	3084.586	25.2	107.62	-0.43991	1	-54.9064	0.10117
OUTLITE	-1.44893	-1.92338	-1.8284	-1.64808	-1.69427	-1.3184	-1.49217	-1452.5	720.86	0.0384	211.87	-8.73828	-6.77885	78016.89	0.693912	2672.46	25.45	106.37	-0.14323	2	-33.6691	0.10117
STA. CRUZ	1.166249	1.233678	1.223613	1.115094	1.547948	1.312883	1.456379	1074.89	1048.89	0.0512	1489.4	4.439933	0.405595	-40513.2	0.719964	-6439.45	24.7	106.18	0.224594	4	36.58459	-0.10352
TOMAYANA	0.669733	0.787798	0.132791	0.081596	0.181986	0.319183	0.653857	116.1347	1063.39	0.0579	1602.67	0.878262	0.388993	-23721.3	0.221244	-214.86	25.97	107.27	0.151323	4	0.418922	0.00287
IABNA	0.032103	0.694259	-0.17132	-0.1884	-0.57717	-1.19679	-1.33483	854.546	982.6	0.0518	1279.18	4.215529	0.199646	-41467.6	0.189772	54.12149	26	107.43	-0.05799	4	23.49293	0.021114

Tabla 4.43. Valores normalizados para la región B.

ESTACION	1.1 AÑOS	1.5 AÑOS	GASTOS										FRIC.	DENS.	LAT	C. LON	ESC	ORDEN	T=3200 O=98299	T=0		
			T=21625 O=95599	T=1997 O=2.703	T=00512 O=1.1749	T=0576 O=2.763	T=2839 O=1.899	T=24512 O=1.119	T=0 O=1.038	T=0 O=1.18	T=0 O=1.224	T=4797 O=91999									T=0 O=1.088	T=72178 O=1.156
ZAPOTITLAN	0.409143	0.372324	0.141281	0.101988	0.399228	0.028301	-17.7877	23.19363	-0.07548	0.730812	0.607146	11.18224	-0.7913	-0.78502	0.0048	-5.01873	0.034723	0.000799	0.188	5	8.221849	3.135494
CHENEPAS	-0.645469	-0.459248	-0.26372	0.145403	2.139371	3.139939	14.33486	-3.68185	0.0525	0.012969	0.343355	-2.62113	0.035065	0.724899	0.0047	0.466286	0.067784	0.002484	0.211	4	-1.94373	1.70805
URUQUE	0.973555	0.952401	1.014651	4.27209	22.34383	21.99853	31.23824	-6.21802	-0.13986	-0.70876	0.850647	-2.8845	0.695356	1.464639	0.005	-2.132	0.062308	-0.0009	0.213	3	-1.84483	2.397895
MOLINOS	-2.21339	-2.27853	-2.23303	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	-24.6749	0.06289	0.718897	-0.63432	-10.3602	1.046289	12.02287	0.002	7.50511	-0.0777	-0.0009	0.182	2	-6.30098	3.135494
NARANJO	-1.42244	-2.31486	-1.63479	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	-12.8248	-0.05248	-0.93598	-0.98322	-4.25752	0.000296	7.192644	0.0029	5.634531	-0.04368	0.003259	0.158	3	-3.88051	3.135494
BLAS	1.554921	1.798461	1.805286	7.060387	21.45064	21.99488	30.46022	22.7964	-0.06373	0.752048	0.829895	9.968119	-0.75874	-10.4675	0.0048	-5.88224	0.046379	-0.00113	0.188	5	7.621989	3.135494
MAHONÉ	2.16666	3.007168	3.209498	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	30.0022	-0.05734	0.694089	0.673975	7.786482	-0.31305	-10.4802	0.0049	-6.25496	0.058814	0.000295	0.192	5	6.442481	3.135494
HUTES	1.245147	1.493053	1.660234	7.407524	24.89302	18.46337	25.00291	17.09307	-0.00369	0.854147	0.736467	3.054162	-0.00495	-10.4675	0.0051	-9.06636	0.042762	-4.3E-05	0.197	5	5.283363	2.70805
PCO	0.880784	1.0872	1.311983	6.993235	28.17446	25.19834	28.79748	10.94497	-0.00483	0.80229	0.707892	4.134867	-0.04802	-6.09561	0.0058	-4.72082	0.025173	0.0008	0.191	6	3.264813	3.218876
QUERACIBÉ	-0.1692	0.140845	0.126811	1.36757	9.639633	11.10048	23.62073	-1.56919	-0.04147	0.771335	0.835836	-1.70913	0.484149	-0.20366	0.0051	-0.02173	-0.02936	-0.00377	0.177	4	-1.53429	1.83313
RAMCORÉ	-2.48168	-2.66827	-2.59605	-5.58152	30.25442	-28.8383	-49.4606	-30.0349	-0.06244	-1.07413	-1.05554	-12.272	-0.42499	16.06388	0.0041	9.625111	-0.02936	0.00378	0.142	1	-9.56441	1.131494
CAÑAS	1.779748	2.247252	2.286058	0.2213	-13.0344	-11.7624	-16.8477	20.06791	-0.03428	0.906889	0.673975	7.969943	-0.33139	-10.4957	0.0049	-6.11553	0.038814	0.000293	0.192	5	6.528227	3.135494
CHOPE	-1.27905	-1.81086	-2.05048	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	-16.3834	0.11522	-0.92858	-0.78771	-6.06297	-1.18494	9.329964	0.005	6.03904	-0.00643	0.003081	0.172	3	-4.91101	3.044723
VIDANERA	-0.38354	-0.60897	0.328623	1.374728	8.736772	7.385234	12.37383	-5.93836	-0.1375	-0.68229	0.841756	-2.22894	0.713857	3.584873	0.0049	2.424179	0.06251	-0.80076	0.213	3	-1.70187	2.397895
TECUSGAPA	-0.17415	-0.50807	-0.49381	2.08806	0.189967	0.573778	7.754606	-4.81504	0.180879	0.034637	-0.72962	-5.45764	0.473138	3.703915	0.0053	0.046415	-0.05886	-0.0021	0.197	4	-2.08369	2.70805
CARDO	-0.847	-1.38008	-1.4417	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	-5.98911	0.185663	0.78872	-0.90756	-3.55227	-0.46689	1.577162	0.0037	1.855116	-0.12557	-0.00324	0.185	3	-2.8132	3.218876
VAZCONAL	1.184143	0.843807	0.177949	-4.06248	-13.0344	-11.7624	-16.8477	4.24812	0.133109	0.834247	0.699143	3.535796	-0.10194	-1.00007	0.0029	-0.81065	-0.09408	-0.00377	0.182	6	2.014705	2.564949
PALO DULCE	0.041679	-0.37563	-0.34489	0.030522	0.887702	1.02003	12.03131	-1.47238	0.054217	0.899132	0.664844	0.950813	0.289013	0.24516	0.0044	1.33064	0.081701	0.002739	0.21	4	-0.88355	2.70805

Una vez que se tienen los valores normalizados se determina cuales son las variables significativas para cada región siendo el procedimiento igual que en el punto anterior. Los resultados se presentan en las **Tablas 4.44 y 4.45**

**Tabla 4.44** Variables significativas para la estimación de las sequías para diferentes periodos de retorno en la subregión A.

2 años	5 años	10 años	20 años	50 años
Area	Area	Area	Area	Area
Elevación	Elevación	Elevación	Elevación	Elevación
Pend. Cauce	P. Forma	P. Forma	P. Forma	P. Forma
P. Forma				

**Tabla 4.45** Variables significativas para la estimación de las sequías para diferentes periodos de retorno en la subregión B.

2 años	5 años	10 años	20 años	50 años
Area	Area	P. cauce	Longitud	Longitud
P. Cauce	P. Cauce	Frecuencia	P. Cauce	P. cauce
Frecuencia	Frecuencia	Lat. Centroide	Frecuencia	Frecuencia
Lat. Centroide	Lat. centroide		Lat. centroide	Lat. centroide

En conclusión la región A tendrá como variables significativas : *Area, Elevación y Parámetro de forma*, mientras que la región B quedará definida por *Area, Frecuencia, Pendiente del cauce, Latitud del centroide, Longitud*.

Para construir las ecuaciones de regresión es indispensable el conocer los coeficientes de cada una de las variable significativas. En la **Tabla 4.46** se presentan los coeficientes tanto del término independiente como de las características fisiográficas y climatológicas significativas.

**Tabla 4.46** Coeficientes de las variables significativas en la ecuación de regresión.

<b>Región A</b>					
<i>coeficientes para gastos con periodo de retorno de</i>					
<i>Variable</i>	<i>2 años</i>	<i>5 años</i>	<i>10 años</i>	<i>20 años</i>	<i>50 años</i>
Tér. Independiente	-1.4104	-2.0318	-2.1718	-1.7831	-1.9774
Area	.0008455	.00114	.00117	.000533	.00111
Elevación	.0012342	.00176	.00188	.00156	.00172
P. Forma	1.339E-05	2.213E-05	2.2462E-05	1.0603E-05	1.875E-05
<b>Región B</b>					
<i>coeficientes para gastos con periodo de retorno de</i>					
<i>Variable</i>	<i>2 años</i>	<i>5 años</i>	<i>10 años</i>	<i>20 años</i>	<i>50 años</i>
Tér. Independiente	-1.708	-7.29	-33.051	-28.79	-46.239
Area	0.0903	0.1239			
P. cauce	0.731	2.1935	3.234	11.785	22.385
Frecuencia	378.27	1610.5	8141.364	6423.93	10357.637
Lat. centroide	1.4604	8.33662	30.3384	9.7170	12.535
Longitud				1.01699	1.357.64

Para la región A la inferencia para los gasto con periodo de retorno de 2, 5, 10, 20 y 50 años podrá realizarse con las ecuaciones:

$$Q_2 = -1.410386 + (0.00084546 \text{ Area}) + (0.001234164 \text{ Elev.}) + (1.33869E - 05 \text{ P. forma})$$

$$Q_5 = -2.03179 + (0.0011399 \text{ Area}) + (0.00176331 \text{ Elev.}) + (2.2129E - 05 \text{ P. forma})$$

$$Q_{10} = -2.171837 + (0.0011665 \text{ Area}) + (0.0018801 \text{ Elev.}) + (2.24623E - 05 \text{ P. forma})$$

$$Q_{20} = -1.7831135 + (0.00053299 \text{ Area}) + (0.0015599 \text{ Elev.}) + (1.06026E - 05 \text{ P. forma})$$

$$Q_{50} = -1.9774034 + (0.00111035 \text{ Area}) + (0.0017252 \text{ Elev.}) + (1.87534E - 05 \text{ P. forma})$$

Mientras que para la región B la inferencia se realizará con:

$$Q_2 = -1.708 + (0.09034 \text{ Area}) + (0.7308 \text{ P. cauce}) + (378.266 \text{ Frec.}) + (1.4604 \text{ Lat. cent.})$$

$$Q_5 = -7.29 + (0.123876 \text{ Area}) + (2.193474 \text{ P. cauce}) + (1610.52 \text{ Frec.}) + (8.33662 \text{ Lat. cent.})$$

$$Q_{10} = -33.051 + (3.234056 \text{ P. cauce}) + (8141.364 \text{ Frec.}) + (30.3384 \text{ Lat. centroide})$$

$$Q_{20} = -28.79 + (1.01699 \text{ Long.}) + (11.78489 \text{ P. cauce}) + (6423.93 \text{ Frec.}) + (9.717) \text{ Lat. cent.})$$

$$Q_{50} = -46.2395 + (22.38482 \text{ P. cauce}) + (12.535 \text{ Lat. cent.}) + (1.016989 \text{ Long.}) + (10357.64 \text{ Frec.})$$

Con las ecuaciones anteriores se realizará la estimación de gastos para las cuencas Guatenipa y Guamuchil localizadas en la región A y para las estaciones Alamos, La Tina, Zopilote, Cazanate e Ignacio ubicadas en la región B.

Es importante destacar que para el empleo de estas ecuaciones es necesario normalizar los valores de la variables empleadas para posteriormente sustituirlos en las ecuaciones regionales.

Los valores de los gastos estimados para cada una de las estaciones se presentan en la **Tabla 4.47**.

**Tabla 4.47** Valores inferidos con las ecuaciones regionales:

Estación	Q <sub>2</sub>	Q <sub>5</sub>	Q <sub>10</sub>	Q <sub>20</sub>	Q <sub>50</sub>
Guatenipa	2.9593	4.41347	4.5588	2.71987	4.0717
Guamuchil	-1.09496	-1.3312	-1.45113	-1.2916	-1.4688
Alamos	-2.48079	-6.11194	-8.58902	-26.179	-46.0842
La Tina	1.7455	0.3719	-7.07332	-24.2703	-37.75
Zopilote	-2.76	-5.93633	-10.6973	-18.436	-27.63
Cazanate	-1.842	-5.61437	-10.5508	-31.63	-54.8795
Ignacio	1.4357	4.7486	22.727	20.271	33.19150

De las ecuaciones se despeja el valor de *x* para conocer el valor desnormalizado de las variables. Los valores desnormalizados se muestran en la **Tabla 4.48**.

**Tabla 4.48** Valores desnormalizados de los eventos de diseño de las estaciones analizadas.

<i>Estación</i>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>5</sub>	Q <sub>10</sub>	Q <sub>20</sub>	Q <sub>50</sub>
Guatenipa	5.132	3.106165	3.4383	1.7733	2.06281
Guamuchil	0.05825	0.0146117	0.1173	0.01222	0.008399
Alamos	0.01544	0.00477	0.013133	0.00539	0.005164
La Tina	4.04822	0.505396	0.014737	0.005757	0.007416
Zopilote	0.00676	0.00507	0.011429	0.007208	0.007416
Cazamate	0.065945	0.005674	0.01153	0.004549	0.004505
Ignacio	3.14253	1.5359	1.324804	1.148536	1.48779

***b) Estimación por el método de Estaciones-Año***

Este método al igual que los anteriores suministra una forma de inferir información en sitios no aforados a través del empleo de las características de la cuenca en el sitio en estudio o de las cuencas vecinas.

La metodología consiste en agrupar todos los registros de las cuencas que forman la región hidrológicamente homogénea para manejarlo como una sola estación, una vez recopilada la información se procede a determinar cual de las funciones de distribución de probabilidad se ajusta mejor a la región, para esto se utiliza el criterio del menor error estándar. Una vez seleccionada la función se puede estimar el gasto para la cuenca no aforada.

Sin embargo es necesario establecer una relación de gasto contra área ya que la función de distribución esta relacionando periodos de retorno con  $Q_{\text{mínimo diario}} / \bar{Q}$  por lo que para una cuenca no aforadas no es posible conocer el valor medio del gasto por lo que es necesario establecer una ecuación que relacione áreas con gastos medios ya que el área es una variable conocida, para esto se correlacionaron los valores de área contra gasto medio determinandose así la ecuación de regresión. En la **Tabla 4.49** se presenta el valor de área y gasto medio para cada estación.

**Tabla 4.49** Valores de gasto medio y área para cada estación.

<i>Estación</i>	<i>Área</i>	<i>Gasto medio</i>
Tierra Blanca	11614	2.61326
Puente Sud-Pacífico	11434	2.5701
Palos blancos	11409	2.5641
Huerta	6149	1.30204
Picachos	3280	0.61367
Badiraguato	1018	0.07095
Tamazula	2241	0.3644
Acatlán	1884	0.2787
Ixpalino	6166	1.306
Piaxtla	5307	1.100
Sanatona	3657	0.7041
Biedal	371	0
Pericos	270	0
Quelie	835	0.027
Santa Cruz	8919	1.9666
Toahayana	5281	1.094
Jaina	8179	1.7891
Zapotitlán	34450	8.0923
Chinipas	5098	1.04987
Urique	4000	0.7864
Molinos	501	0
Naranjo	2064	0.3219
Ivas	33590	7.88598
Mahone	294806	6.8999
Huites	26020	6.06971
San Francisco	17531	4.0329
Guerrachic	6262	1.32915
Bamcori	223	0
Cañas	29529	6.9116
Chox	1403	0.1633
Veranera	4106	0.81186

**Tabla 4.49.** Continuación

<i>Estación</i>	<i>Area</i>	<i>Gasto medio</i>
Tecusiapa	3773	0.73196
Cañedo	4086	0.80706
Varejonal	10987	2.4628
Palo Dulce	6323	1.34379

La ecuación de regresión se define como:

$$Q = -0.173297733 + 0.000239931 \text{ Area}$$

Aplicando las funciones de distribución de probabilidad para las regiones A y B, la primera se define con la función de distribución General de Valores Extremos, mientras que la región B se define con la función Lognormal de tres parámetros. En el apéndice 2 se muestran algunos ajustes para cada subregión analizada.

Así los resultados de Q/Qmedio para los periodos de retorno ya manejados se presentan en la **Tabla 4.50** Con estos valores se estimará el gasto para las cuencas no aforadas, sin embargo es necesario conocer el Q medio para dichas cuencas, para ello se sustituirá el valor del área de cada cuenca en la ecuación obteniendo el valor del gasto mismo que será multiplicado por el valor de Q/Q medio para el periodo de retorno en cuestión para determinar el valor del gasto estimado en la cuenca no aforada. En la **Tabla 4.51** se presentan los valores de gasto.

**Tabla 4.50** Valores de gasto/ gasto medio para cada periodo de retorno.

Tr (años)	Q/Q medio
2	0.601141
5	0.402898
10	0.376929
20	0.369493
50	0.366908

**Tabla 4.51.** Valores de gasto para cuencas no aforadas por el método Estaciones-Año.

<i>Estación</i>	<i>2 años</i>	<i>5 años</i>	<i>10 años</i>	<i>20 años</i>	<i>50 años</i>
Guatenipa	1.086029	0.72788	0.680965	0.667531	0.662861
Guamuchil	0.133086	0.089197	0.083448	0.081802	0.081229

<i>Estación</i>	<i>2 años</i>	<i>5 años</i>	<i>10 años</i>	<i>20 años</i>	<i>50 años</i>
Alamos	0.218648	0.082253	0.043782	0.022058	0.005013
La Tina	0.005888	0.002215	0.001179	0.000594	0.000135
Zopilote	0.005888	0.002215	0.001179	0.000594	0.000135
Cazamate	0.154087	0.057966	0.030854	0.015545	0.003533
Ignacio	1.440646	0.541955	0.288472	0.145337	0.033031

#### 4.5. Análisis conjunto de déficits máximos anuales-duración

Para el análisis de severidades máximas anuales-duraciones se utilizará el registro de gastos medios diarios de la presa El Cuchillo, ubicada en el estado de Nuevo León. El registro esta disponible de los años 1933 al 1985.

Como ejemplo se presentarán los resultados obtenidos al considerar tres niveles de truncamiento: 85%,  $Q_r = 5.15 \text{ m}^3/\text{s}$ ; 90%,  $Q_r = 3.10 \text{ m}^3/\text{s}$  y 95%,  $Q_r = 1.38 \text{ m}^3/\text{s}$ ). De este conjunto de datos se obtuvieron tres series de déficits máximos con sus correspondientes duraciones (85%, 53 déficits; 90%, 52 déficits y 95%, 47 déficits).

##### **Secuencia:**

1. Una vez obtenidos para cada nivel de truncamiento, las variables I (suministros), O (demandas), D (Déficits) y T (Duraciones) se ajustarán a una distribución de Valores Extremos Tipo I (Gumbel) para obtener los valores iniciales del esquema bivariado (**Tabla 4.52**).

**Tabla 4.52** Parámetros univariados por máxima verosimilitud de la distribución Gumbel para cada una de las variables analizadas y niveles de truncamiento.

Variable	Parámetro	Nivel 85%	Nivel 90%	Nivel 95%
		<i>Qr = 5.15 m3/s</i>	<i>Qr = 3.10 m3/s</i>	<i>Qr = 1.38 m3/s</i>
<b>Suministro</b> (Mm3 anuales)	ubicacion = $u_1$	23.569	11.326	3.843
	escala = $\alpha_1$	13.748	7.729	3.662
<b>Demanda</b> (Mm3 anuales)	ubicacion = $u_1$	4.373	2.386	0.788
	escala = $\alpha_1$	3.483	1.755	0.770
<b>Déficit</b> (Mm3 anuales)	ubicacion = $u_1$	17.352	8.025	2.778
	escala = $\alpha_1$	12.914	7.669	3.370
<b>Duración</b> (días)	ubicacion = $u_1$	51.248	42.155	32.237
	escala = $\alpha_1$	30.021	28.653	30.714

2. Con estos parámetros iniciales se procederá a encontrar las relaciones bivariadas entre suministros-demandas y déficits-duraciones, mediante la estimación de los parámetros del modelo logístico (ecuación 2.180). En las **Tablas 4.53** y **4.54** se presentan los valores de los parámetros bivariados para dichas relaciones.

**Tabla 4.53.** Parámetros bivariados por máxima verosimilitud de la distribución definida por la relación Suministro-Demanda para tres niveles de truncamiento.

Variable	Parámetro	Nivel 85%	Nivel 90%	Nivel 95%
		<i>Qr = 5.15 m3/s</i>	<i>Qr = 3.10 m3/s</i>	<i>Qr = 1.38 m3/s</i>
<b>Suministro</b> (Mm3 anuales)	ubicacion = $u_1$	23.355	11.294	3.721
	escala = $\alpha_1$	13.632	7.723	3.043
<b>Demanda</b> (Mm3 anuales)	ubicacion = $u_2$	4.262	2.369	0.7904
	escala = $\alpha_2$	3.594	1.760	0.6366
	asociación = $m$	1.078	1.036	1.2664

**Tabla 4.54.** Parámetros bivariados por máxima verosimilitud de la distribución definida por la relación Déficit-Duraciones para tres niveles de truncamiento.

<i>Variable</i>	<i>Parámetro</i>	<i>Nivel 85%</i>	<i>Nivel 90%</i>	<i>Nivel 95%</i>
		<i>Qr = 5.15 m3/s</i>	<i>Qr = 3.10 m3/s</i>	<i>Qr = 1.38 m3/s</i>
<i>Déficits</i> <i>(Mm3 anuales)</i>	ubicación = $u_1$	17.810	8.056	2.876
	escala = $\alpha_1$	13.371	7.375	2.905
<i>Duraciones</i> <i>(días)</i>	ubicación = $u_2$	53.064	42.015	32.268
	escala = $\alpha_2$	29.855	27.378	26.579
	asociación = $m$	5.233	5.717	6.1112

3. Aplicando la ecuación de convolución para la resta de dos variables aleatorias es posible encontrar para una probabilidad deseada el déficit correspondiente (suministro-demanda) de una manera aleatoria, y una vez hecho esto se puede obtener su duración correspondiente mediante la aplicación de la distribución condicional.

Para determinar la bondad de este procedimiento, se procederá a comparar la primeras 20 severidades máximas-duraciones registradas en el Cuchillo, con aquellas obtenidas por el procedimiento para el caso de 90% de nivel de truncamiento (**Tabla 4.55**).

**Tabla 4.55** Severidades máximas y duraciones correspondientes históricas y registradas para los primeros 20 valores más grandes para el nivel del 90% de truncamiento

<i>Periodo de retorno (años)</i>	<i>Probabilidad de no excedencia</i>	<i>Déficit observado Millones de m<sup>3</sup></i>	<i>Duración Observada (días)</i>	<i>Déficit Sintético Millones de m<sup>3</sup></i>	<i>Duración Sintética (días)</i>
53	.9811	34.035	154	40.736	151
26.5	.9623	33.049	126	35.427	132
17.66	.9434	32.917	136	32.258	120
13.25	.9245	31.024	121	29.964	112
10.60	.9057	30.317	120	28.147	106
8.83	.8868	28.381	114	26.630	101
7.57	.8679	24.530	92	25.320	96
6.62	.8491	23.842	103	24.164	92
5.88	.8302	23.793	95	23.119	89
5.3	.8113	22.906	88	22.160	86
4.81	.7925	22.317	86	21.270	83
4.41	.7736	21.061	90	20.449	80
4.07	.7547	19.200	80	19.669	78
3.78	.7358	18.630	76	18.928	75
3.53	.7170	16.743	88	18.220	73
3.31	.6981	16.625	69	17.540	71
3.11	.6792	16.141	68	16.885	69
2.94	.6604	13.032	71	16.249	68
2.78	.6415	13.032	68	15.630	66
2.65	.6226	12.609	73	15.026	64

Al comparar los resultados obtenidos por la metodología propuesta con los datos registrados se observa que existe una buena estimación de éstos últimos, por lo que es factible utilizarla en la estimación de eventos de diseño para diferentes periodos de retorno. Los valores así pronosticados son mostrados en la **Tabla 4.56**.

**Tabla 4.56** Déficit generado para diferentes niveles de truncamiento y periodo de retorno.

<i>Periodo retorno</i>	<i>Nivel de truncamiento 85%</i>		<i>Nivel de truncamiento 90%</i>		<i>Nivel de truncamiento 95%</i>	
	<i>Déficit (Mill.de m3)</i>	<i>duración (días)</i>	<i>Déficit (Mill. de m3)</i>	<i>duración (días)</i>	<i>Déficit (Mill. de m3)</i>	<i>duración (días)</i>
<b>2</b>	23.35	73	11.29	57	3.94	30
<b>5</b>	40.88	100	21.62	84	7.35	69
<b>10</b>	51.13	122	27.66	104	9.60	88
<b>20</b>	60.58	144	33.23	124	11.76	115
<b>50</b>	72.56	172	40.29	149	14.56	124
<b>100</b>	81.46	193	45.53	168	16.66	152
<b>500</b>	101.91	245	57.58	212	21.51	175
<b>1000</b>	110.68	268	62.75	231	23.59	202
<b>5000</b>	131.69	363	74.75	275	28.43	235
<b>10000</b>	140.96	463	79.92	294	35.23	262

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 Conclusiones

De acuerdo a lo manifestado por la UNESCO casi la mitad de los países del mundo tienen problemas de aridez. En esta estadística se puede incluir a la República Mexicana principalmente el norte del país ya que en esta región se presentan sequías severas o transformación del clima hasta tener regiones con clima árido o semiárido.

De acuerdo con la técnica de identificación de sequías, mediante el estudio de los registros de escurrimientos anuales registrados de la región hidrológica número 10, se observa que no todas las estaciones analizadas presentan sequías.

<i>Estaciones con sequía</i>		<i>Estaciones sin sequía</i>	
San Francisco	Alamos	La Tina	El Bledal
Puente Sud-Pacífico	Tecusiapa	El Quelite	Naranjo
Acatitan	Blanca	Cazanate	Molinos
Tierra Blanca	Cañedo	San Blas	La huerta
Santa Cruz	Piaxtla	Guerachic	Jaina
Ixpalino	Choix	Pericos	Guamuchil
Badiraguato	Urique	Palo dulce	
Sanalona	Zopilote	Veranera	
Mahone	El Varejonal	Bamicori	
Tamazula	San Ignacio	Picachos	
Huites	Las Cañas	San Miguel Zapotitlan	
Toahayana		Chinipas	

De las 41 estaciones solo en se registró la presencia de sequías en 23 de las mismas lo que equivale a decir que el 53 % de las estaciones presentó sequías. Es importante destacar que el

umbral seleccionado para la identificación del fenómeno no es un valor constante sino que es móvil y depende del comportamiento de los escurrimientos, dicho en otras palabras es el valor de la media mensual de los escurrimientos.

De acuerdo con la situación geográfica de las estaciones, la zona más afectada históricamente por las sequías es la parte sur de la región.

La duración promedio de las sequías es de 4 meses y la magnitud promedio es de 148 millones de metros cúbicos al año.

De la generación de 10,000 muestras para la estación Huites se establecen las siguientes conclusiones:

a) La probabilidad de tener una sequía es del 84 % lo que lleva a pensar que es casi un evento seguro..

b) En un periodo de 33 años se puede presentar como mínimo una sequía.

c) La duración promedio esperada en caso de que se presente la sequía será de cuatro meses.

d) Si la sequía inicia en los meses de Febrero y Marzo la duración esperada será de cinco meses, sin embargo si la sequía inicia en Abril, Mayo, Junio, Julio y Agosto su duración será de cuatro meses.

e) En los meses de Octubre, Noviembre, Diciembre y Enero es casi imposible que inicie una sequía, es decir en invierno no iniciará.

g) La magnitud mensual máxima esperada que puede tener la sequía será de 343,025 millones de  $m^3$  la media mensual será de 135.0 millones de  $m^3$  y la mínima esperada será de: 0.008 millones de  $m^3$ .

Este análisis puede realizarse a nivel regional y obtenerse regiones de riesgo de sequías, lo que puede ser un instrumento eficiente de planeación para la operación óptima de los aprovechamientos hidráulicos del país.

Las técnicas utilizadas en este trabajo para el análisis de frecuencias de sequías puntual (univariado y bivariado) mostraron ser una buena opción para la estimación de eventos de diseño.

Es importante mencionar que las distribuciones bivariadas, al representar mayor esfuerzo para su aplicación, deberán aplicarse en el caso de que la estación analizada cuente con poca información y se tengan estaciones vecinas que tengan mayor longitud de registro y presente un buen correlación. Por otra parte, no se recomendaría su uso en el caso de querer estimar eventos de diseño en el sitio con mayor información ya que se ha observado que es mejor para éste caso el aplicar las distribuciones univariadas.

La aplicación de las técnicas puntuales pueden extenderse fácilmente al análisis de sequías para diferentes duraciones.

Con referencia al análisis regional de sequías se desarrollaron dos enfoques tendientes a estimar eventos en cuencas aforadas y no aforadas. Cabe mencionar que las técnicas regionales utilizadas en el trabajo son ampliamente utilizadas para el análisis de avenidas, no así para sequías. Sin embargo, de acuerdo con los resultados obtenidos se puede concluir que éstas representan una muy buena opción para el análisis de este tipo de eventos.

Al realizar la determinación de la mejor función de distribución por estaciones se concluye que no existe una función que pueda considerarse como representativa de toda la región ya que 16 estaciones se ajustaron a la función Weibull, doce a la General de Valores Extremos, seis a la

función Lognormal con 3 parámetros y una a la Gumbel. De acuerdo con esto, no se pudo realizar la correlación entre los parámetros de la distribución característica de la región y las características fisiográficas y climatológicas de la región, lo que implicó un mayor esfuerzo para la obtención de las ecuaciones regionales.

El siguiente punto de interés es la discriminación de variables fisiográficas y climatológicas de la región que deberían ser parte de las ecuaciones regionales, en este caso resultaron ser seis variables de 15 consideradas: ***Elevación, Pendiente de la cuenca, área, precipitación, frecuencia de la corriente y latitud del centroide***, la selección de estas variables se realizó tomando en cuenta que estas fueron las que más veces figuraron al realizarse el análisis para los diferentes periodos de retorno ya que hubo variables que solo se presentaron una vez como es el caso del perímetro.

Pensando en el porqué de la importancia de estas variables se concluirá que la elevación es decisiva ya que en función de su ubicación con respecto al nivel del mar permitirá la formación de condiciones meteorológicas óptimas para la presencia de precipitaciones, porcentajes de humedad altos, porcentajes de evaporación bajos, etc. o en caso contrario llevar a la presencia de factores adversos o propicios para desarrollar condiciones de sequías. En el caso de la pendiente del cauce esta estará directamente relacionada con la velocidad que desarrolla el caudal lo que nos permitirá establecer que si esta es lenta el potencial de recorrer todo el cauce es bajo generándose problemas de falta de agua no solo a nivel superficial sino subterráneo de tal forma que cuando se tenga la presencia de una precipitación el porcentaje de agua infiltrada será alto y el porcentaje de saturación llegará a ser bajo. Para el área se entenderá que si esta es una cuenca grande la probabilidad de tener una precipitación homogénea en el caso de que suceda será baja además de tener una mayor zona de demanda de agua. La frecuencia de la cuenca influye en la predisposición a la sequía ya que si la cuenca no está muy drenada su capacidad de alimentación es baja. Por último la latitud del centroide estará muy relacionada con la elevación, así se ubicará la posición de la estación en estudio con respecto a los trópicos lo que nos involucraría el tener temperaturas elevadas.

Realizando la discriminación de variables pero para eventos máximos y comparandolas con las variables significativas para mínimos se concluyó en términos generales que aunque hay variables comunes estas son minoría y su orden de importancia es diferente para ambos eventos, por lo que la selección de las mismas si está directamente relacionadas al evento que se está estudiando

<i><b>Variables significativas Eventos Máximos</b></i>	<i><b>Variables significativas Eventos Mínimos</b></i>
Area	Elevación
Precipitación media	Pendiente del cauce
Pendiente de la cuenca	Area
Longitud del cauce	Precipitación media
Frecuencia de la corriente	Frecuencia de corriente
Longitud del centroide	Latitud del centroide

Para la selección de las regiones homogéneas, la literatura existente habla de diversos criterios de selección, para este trabajo se eligieron tres: criterio tradicional, trazos multidimensionales y coeficientes de variación. Aunque cada método tiene sus propios puntos de evaluación para indicar si la selección es correcta éstos podrían resultar ser falacias.

Para la región hidrológica 10 se observó que con la primera regionalización empleando el criterio tradicional se obtiene una primera agrupación misma que sirve para trabajar cualquier otro de los criterios, en este caso los trazos multidimensionales ya que la primera agrupación resulta escueta o no "óptima" debido a que la única característica común es la distancia entre ellas, con el segundo criterio se hace una depuración o perfeccionamiento de la primera agrupación empleando para esto las características significativas. Esta agrupación será más confiable pero no será la mejor. Para mejorarla se emplearon los Coeficientes de Variación (C.V.) que mejoró aún más la regionalización ya que se involucran de manera implícita los dos métodos anteriores. En resumen, se establece que entre más métodos de regionalización se empleen es mejor la regionalización, es decir, no existe un método que por sí solo defina la mejor agrupación sino que es la combinación de todos los métodos disponibles o al menos tres.

Todo lo anterior, como se mencionó a lo largo del desarrollo del trabajo se realiza para la estimación de eventos de diseño en cuencas no aforadas. Para determinar que tan bueno resultaban el planteamiento de las ecuaciones regionales se trabajó paralelamente con criterios como el de estaciones año y funciones de probabilidad para las cuencas aforadas, estos resultados se presentan en el anexo 2 lo que permite concluir que con la comparación entre los valores históricos, los valores arrojados por la curva de regionalización y el criterio de estaciones año resultó mejor el de estaciones año.

A primera vista esto podría llevar a concluir que se pudo haber ahorrado todo el trabajo anterior para determinar las regiones homogéneas, sin embargo no debemos olvidar que el criterio de estaciones año se trabajó con las características de la región en la cual estaba ubicada la estación, por lo que implícitamente la regionalización está presente.

Es importante también subrayar que lo anterior es una generalización, ya se si se observa la gráfica de alguna estación en particular puede ser que esta se defina mejor con la curva regional.

## **5.2 Recomendaciones.**

El fenómeno de la sequía se caracteriza por ser no reversible lo que lo convierte en un punto de conflicto. No es conveniente que en México no se tenga un seguimiento constante sobre las regiones del norte de la República tanto de su comportamiento hidrológico, meteorológico, de políticas de operación, de las consecuencias de la interrupción del suministro del agua y la afectación socio-cultural que ha experimentado la sociedad.

La principal recomendación que se desprende de este trabajo se enfoca hacia la creación de una nueva cultura que afronte los riesgos que se generaran por la presencia de sequías.

Desafortunadamente en México no se tiene una gran conciencia sobre la importancia de empezar a educar a la sociedad.

Un reflejo de lo anterior se manifestó en el año de 1995 ya que mientras México ya había agotado el volumen de agua que le correspondía de la presa binacional La Amistad, el volumen de agua de Estados Unidos aún era importante. Lo que indica que la planeación de la extracción del recurso es de vital importancia para el presente y futuro de un aprovechamiento hidráulico.

Lo anterior se puede lograr con un conocimiento más profundo del fenómeno, mediante la modelación de los eventos registrados que permitan realizar inferencias futuras confiables.

La gran importancia de estos análisis radicarán en la creación de políticas de operación de los aprovechamientos hidráulicos capaces de disminuir los efectos tan severos que provocan las sequías.

Dado que el mayor enfoque del trabajo se dirigió a tratar las sequías desde el punto de vista hidrológico, se pudiera pensar que el análisis puntual y regional de las lluvias, como factor significativo en la ocurrencia de las sequías, quedaría en un segundo término, pero esto no es así, ya que su estudio rebasaría los alcances de esta tesis, por lo que se recomienda que se lleven a cabo estudios posteriores sobre este fenómeno utilizando las técnicas desarrolladas en el trabajo, tales como, la identificación de regiones homogéneas, el análisis multivariado, la modelación estocástica y adicionándole las técnicas de interpolación espacial de lluvias.

## BIBLIOGRAFIA

- Alley, W. M. The Palmer drought severity index: Limitacions and assumptions. *J. Climate Appl. Meteorology*, 27 (7) pp. 1100-1109. 1984.
- Boers, Th. M., De Graaf, M. Feddes, R. A. y Ben-Ansher, J. A linear regression model combined with soil water balance model to design micro-catchments for water harvesting in arid zones. *Agric. Water Manage.*, 11: 187-206. 1986.
- Bogardi, I. , Matyasovszky, I. , Barolosoy, A. and Duckstein, L: A Hydroclimatological model of areal drought. *J. Hydrology* 153 p.p. 245-264. 1994.
- Bortkiewicz, L. Von. Variationsbreite und Mittlerer Fehler Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft 21, 3-11. 1922.
- Bowles, D. S., Hughes, T. C., James, W. R., Jensen, D. T. and Haws, F. W. Vulnerability of water supply systems to drought, Utah Water Research Laboratory. UWRL/10-80/08 Utah State Univ., Logan, Utah. 1980.
- Dezman, L.B., Shafer, B. A., Simpson, H.D., and Danielson, J. A. Development of a surface water supply index- A drought severity indicator for Colorado. *Int. Symp on Hydrometeorology*, American Water Resourc. Association, Bathesda, Md. 1982.
- Diaz, F. Drought in the United States : some aspects of major dry and wet periods in the contiguous United States, 1895-1981. *J. Climate Appl. Meteorology*. 22 (1), 3 - 16 . 1983.
- Dodd, E. L. The greatest and the least variate under general laws of error. *Transactions of the American Mathematical Society* 25 p. 525. 1923.
- Dracup, J. Lee, K. and Paulson E. Jr. On the definition of drought. *Water Resources Research*, Vol. 16 No. 2 p.p. 297-302. 1990.
- Draper, S.H. , Palmer, R. N., Lettenmaier, D.P., and Burges,S.J. Water Resource systems reliability under drought conditions. The Seattle water supply system as case study. *Tech. Report. No. 72*, C.W. Harris Hydr. Lab., Univ. of Washington, Seattle. Wash. 1981.
- Eder, B.K., Davis, J. M., and Monahan, J.F. Spatial and Temporal analysis of Palmer drought severity index over the Southeastern United States. *J. Climatology*, 7(1), p.p. 31-56. 1987.
- Farquharson, F. A. K., Meigh, J. R. and Sutcliffe, J. V. Regional flood frequency analysis in arid and semi-arid areas. *J. of Hydrology* 138, p.p. 487-501. 1992.

- Fréchet, M. Sur la Loi de Probabilité de l'écart Maximum. Annales de la Société Polonaise de Mathématique. Cracove. Vol 6, p.p. 93-116. 1927.
- Fisher, R. A. and Tippett, L. H. C. Limiting forms of the frequency distribution of the Largest or smallest member of a sample. Proc of the Cambridge Philosophical Society Vol. XXIV. Part II. p.p. 180-190. 1928.
- Frick, D. M; Dennis, B. and Salas J. D: Effect of drought on urban water supplies, Y: Drought analysis. J. Hydraullic Engineering. Vol. 116 No. 6. 1990.
- Fuller, W. A. and G. E. Battese. Estimation of linear models with crossed-error structure. J. Econometr. 2 (1). p.p. 67-78. 1974.
- Gnedenko, B. U. Sur la distribution limite du terme maximum d' une serie aleatoire. Ann. Math Vol. 44 p.p. 423-453. 1943.
- Gumbel, E. J. La Duree extreme de la vie humaine. Actualites Scientifiques et Industrielles, Paris; Herman et Cie. 1937.
- Gumbel, E. J. The return period of flood flows. Annals of Mathematical statistics, Vol 12 p.p. 163-190. 1941.
- Gumbel, E. J. On the plotting of flood discharges. Transactions of the American Geophysical Union, Vol 25, p.p. 699-719. 1944.
- Gumbel, E. J. Floods estimated by probability methods. Engineering News Record, Vol. 134 p.p. 97-101. 1945.
- Gumbel, E. J.. The distribution of the range. Annals of Mathematical statistics. Vol. 18 p.p. 384-412. 1947.
- Gumbel, E. J. Statistical theory of droughts. Proceedings American Society of Civil Engineers, Vol. 80 No. 439. 1954.
- Gumbel, E. J. Statistical Theory of extreme values (Main Results) chapter 6 Contribution to Order statistics Sarhan, A. S. and Greenberg, B. G., editors p.p. 59-93. John Wiley and Sons. 1962.
- Haan, C. T., Statical methods in hydrology. The Iowa State University Press, Ames, Iowa 63. 1977.
- Jenkinson, A. F. Estimation of Maximum floods, Chapter 5, World Meteorological Organization, Technical note 98, p.p. 183-227.

- Jenkinson, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. Vol. 87, p.p. 158-171. 1955.
- Jensen, D. T. Vulnerability of water supply systems to drought. Utah state University Engineering Dissertation, Logan. 1978.
- Johnson, W. and Kohne, R. Susceptibility of Reservoirs to drought using Palmer index. *J of Water Resources Planning and Management*. 1993.
- Kachroo, R. K. Storage required to augment low flows: a regional study. *J: Hydrological Sciences*. 37, 3, 6. 1992.
- Karl, T. R. Some spatial characteristics of drought duration in the United States, *J. Climate Appl. Meteorology* 22 (8) p.p. 313-329. 1983.
- Karl, T. A. The sensitivity of the Palmer drought severity index and Palmer's z-index to their calibration coefficients including potential evapotranspiration. *J. Climate Appl. Meteorology*, 25(1), p.p. 77 - 86. 1986.
- Karl, T. R. and Knight, R. W. Atlas of monthly Palmer Hydrological drought indices (1931-1983) for the contiguous United States. Historical Climatology series 3 - 7, Nat. Climatic data Ctr., Nat. Oceanic and Atmospheric Admin., Asheville, N. C. 1985.
- Karl, T. R. and Koscielny, A. Drought in the United States : 1895-1981. *J. Climatology* 2(3), p.p. 313-329. 1982.
- Karl, T., Quinlan, F. and Ezell, D. Drought termination and amelioration : it's climatological probability. *J. Climate Appl. Meteorology* 26(9) p.p. 1198-1209. 1987.
- Karl, T. K. and Quayle, R. G. The 1980 summer heat wave and drought in historical perspective. *Monthly weather review*, 109(10), p.p. 2055-2073. 1981.
- Karnieli, A. and Ben-Asher, J. A daily runoff simulation in semi-arid watersheds based on soil water deficit calculations. *Journal of Hydrology*. 1993.
- Klugman, M. R. Drought in the upper Midwest 1931-1969. *J. Appl. Meteorology*, 17 (10), p.p. 1425-1431. 1978.
- Mohan, S. and Rangacharya, N. A modified method for drought identification. *Hydrological Sciences-Journal*. 1991.
- Moncur, J.E.T Urban water pricing and drought management. *Water Resources Research*, Vol. 23 No. 3 p.p. 393-398. 1978.

Mood, A. M, Graybill, F and Boes, D. C., Introduction to the theory of statistics, Mc. Graw-Hill Inc. Third Ed. 283.

Natural Environment Research Council (NERC). Flood Studies Report, Vol. I, Hydrologic Studies, Whiterfriars Press Ltd., London, 51. 1975.

Newell, F. H. Water Resources: Present and future uses, reprint Edition, Stuart Bruchey, Ed., Arno Press, New York. 1972.

Palmer, W. C. Meteorologic drought, Res. Paper No. 45. U.S. Weather Bureau, Washington, D. C. 1965.

Paulson E. G. Jr, Sadeghipour J: and Dracup J. A. Regional frequency analysis of multiyear drought using watershed and climatic information. j. Hydrology 77 p.p. 57-76 1985.

Pilgrim, D. H. Chapman, T. G. and Doran, D. G. Problems of rainfall-runoff modelling in arid and semiarid regions. J. Hydrological Sciences 33,4. 1988.

Raynal-Villaseñor, J.A. A Bivariate Extreme Value Model Applied to drought frequency analysis, Multivariate Analysis of Hydrologic Processes H. W. Shen et al, eds., Fort Collins Colorado p.p. 717-731.

Raynal-Villaseñor, J.A. Maximum likelihood parameter estimators for the General Extreme Value Distribution for the minima, Hydrological Science and Technology J. Vol 11 No. 1-4 p.p. 140-149.

Raynald, J. A. A Bivariate Extreme Value model applied to drought frequency analysis. Multivariate analysis of Hydrologic Processes, H. W. Shen, J. T. B. Obeysekera, V. Yevjevich and D. G. De Coursey, editors Fort Collins, Colorado, USA p.p. 717-731. 1985.

Sen, Z. Regional drought and flood frequency analysis: Theoretical consideration J. Hydrology 46 p.p. 265-279. 1980.

Sharma, M. L. Contribution of dew in the Hydrological balance of a semi-arid grassland. Agric. Met 17, p.p. 321-331. 1976.

Sorman, A. and Abdulrazzak M. Infiltration-recharge through wadi beds in arid regions. Journal Hydrological Sciences. 1993.

Tase, N. Area-deficit-intensity characteristics of droughts. Colo. State Univ., Fort Collins, Colo., Hydrol. pap 87. 1976.

Tippet, L. H. C. On the extreme individuals and the range of sample taken from a normal distribution. Biometrika. Vol. 17, Part 3 and 4, p.p. 364-387. 1925.

UNESCO. Map of the world distribution of arid regions. MAB tech. Notes 7, UNESCO, Paris. 1979.

Vlachos, E. Social impacts of drought, published in coping with drought, editors V. Yevjevich, L. Cunha, E. Vlachos, Water Resources Publications, chapter 3, p.p. 44-73, WRP, Littleton, Colorado, USA. 1983.

Von Mises, R. La distribution de la plus grande de n valeurs. Rev. Math de L' Union Interbalkanique. Athens, No.1, p.p. 1-20. 1936.

Waylen, P., Woo; M.-K. Annual low flows generated by mixed processes. J. Hydrological Sciences 32, 3, 9, p.p. 371-383. 1987.

Warrick, R. A. Drought hazard in the United States: A Research Assessment, NSF/RA/E-75/004, National Technical Information Service, Springfield, Virginia. 1975.

Weibull, W. The phenomenon of rupture in solids. Ingenior Vetenskaps Akademiens Handliger. Vol 153, p. 2. 1939.

Williams, J. and LaSeur, W. Water yield model using SCS curve number. J. Hydraul. Div., HY9: p.p. 1241-1253. 1976.

Wolman, M. G. and Gerson, R: Relative scale of time and effectiveness of climate in watershed geomorphology. Earth Surf. Processes 3, p.p. 189-208. 1978.

Yevjevich, V., W. A Hall, and J. D. Salas. Drought Research Needs, Water Resources Publications Fort Collins, Colorado. 1978.

Yair, A. and Lavee, H. Application of the concept of partial area contribution to small and watershed. In : Rainfall-runoff relationship (ed. by V. P. Singh) 335-350 Water Resources Publications, Littleton, Colorado. 1982.

## **ANEXO 1**

**Resultados de la simulación de 100 de las 10,000 muestras obtenidas para el análisis de secúfas en la estación Huites.**

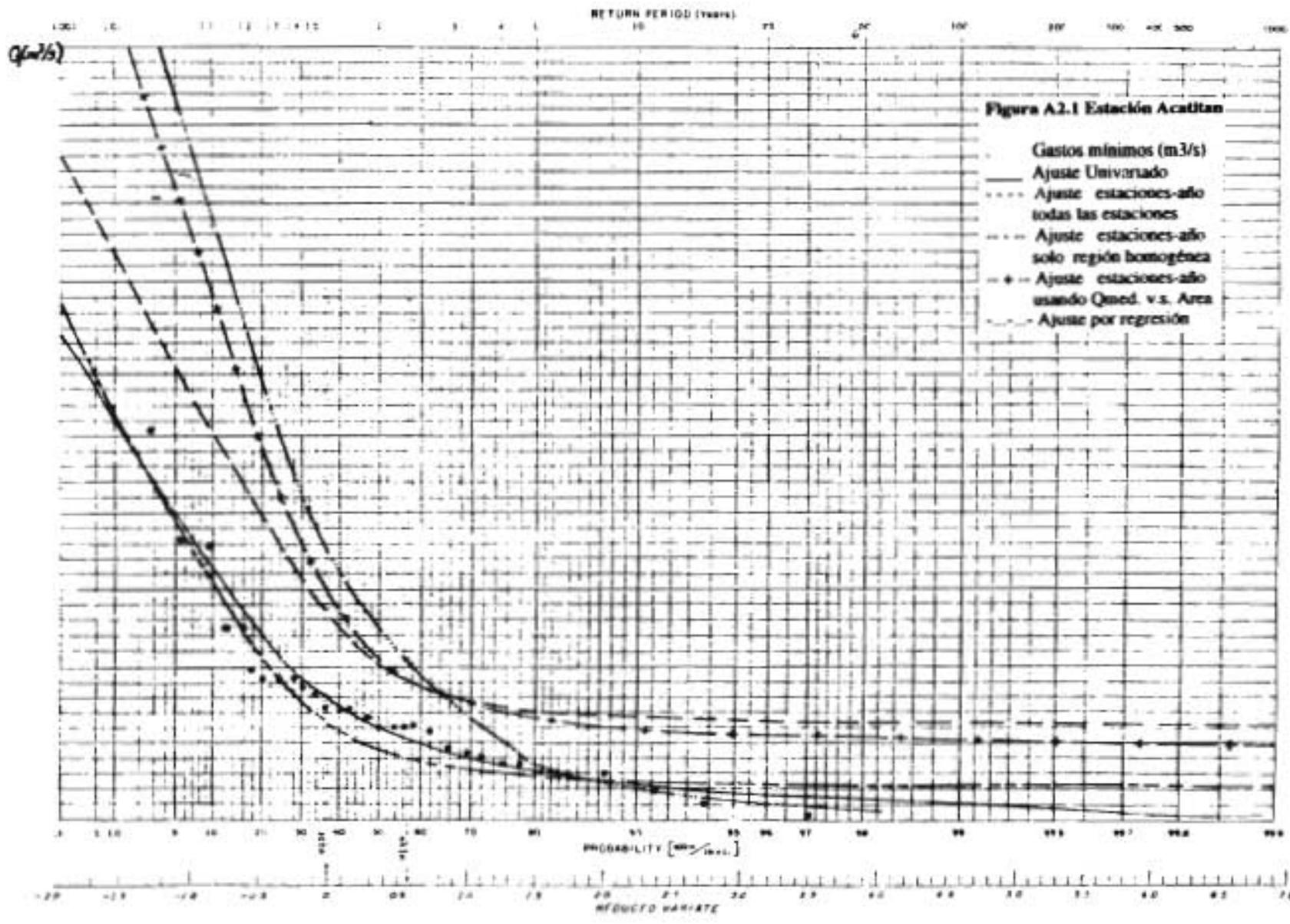
MUESTRA	AÑO CON SEQUÍA	DURACION EN MESES	MAGNITUD	MES DE INICIO	MES DE TERMINACION	No. DE SEQUÍAS EN MUESTRA
1	31	4	746.97	6	9	3
2	4	4	879.12	7	10	1
3	12	4	877.3	7	10	3
4	25	4	871.8	7	10	3
5	3	4	809.7	7	10	4
6	9	4	214.4	4	7	2
7	9	3	751.96	7	9	3
8	6	2	133.6	7	8	2
9	8	2	796.2	7	8	1
10	1	3	43.29	5	7	1
11	26	3	526.5	7	9	2
12	8	4	67.4	4	7	1
13						
14	3	4	667.98	6	9	3
15	6	3	1057.3	7	9	2
16	26	2	597.1	7	8	1
17	31	4	922.5	7	10	2
18	2	4	216.7	4	7	1
19	31	4	815.5	7	10	2
20	27	3	510.41	6	8	2
21	12	2	511.8	7	8	1
22	9	4	10.9	4	7	1
23	8	3	915.4	7	9	4
24						
25	1	4	85.99	4	7	1
26	4	4	218.2	5	8	2
27	10	4	291.2	5	8	1
28						
29	2	3	155.4	5	7	1
30	10	3	157.2	6	8	1
31	26	2	349.8	7	8	1
32	9	4	175.8	4	7	1
33	25	3	342.8	7	9	2
34	12	2	423.1	7	8	1
35	12	4	832.6	7	9	3
36	9	3	3.33	5	7	1

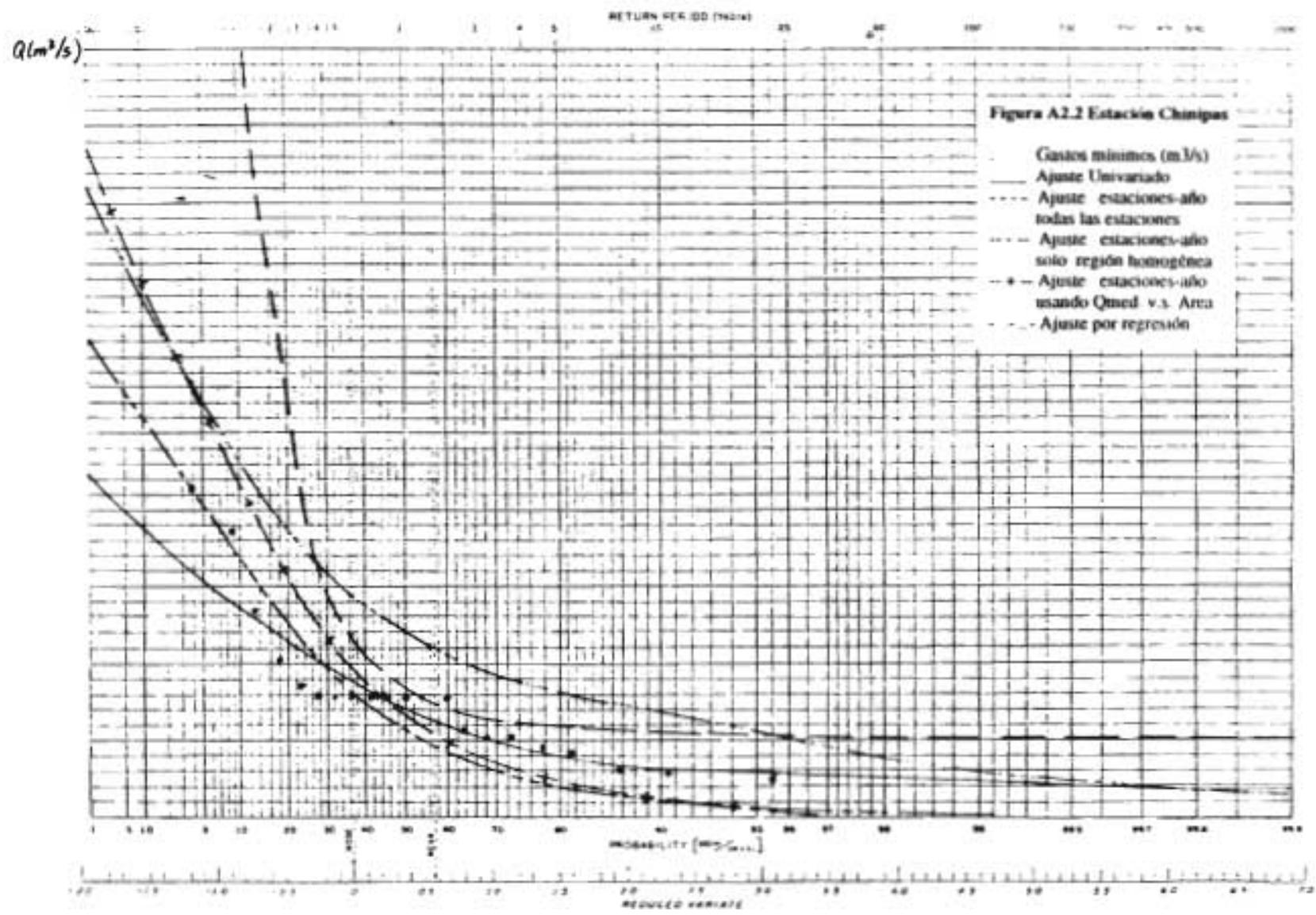
MUESTRA	AÑO CON SEQUÍA	DURACION EN MESES	MAGNITUD	MEZ DE INICIO	MEZ DE TERMINACION	No DE SEQUÍAS EN MUESTRA
37						
38	4	4	894.6	7	10	3
39	10	4	245.5	4	7	1
40	8	3	856.4	7	9	3
41	9	4	207.1	4	7	2
42	9	4	373.6	4	7	1
43	32	4	1176.1	7	10	1
44	31	4	704.3	8	11	3
45	3	3	1141.1	7	9	2
46	16	4	252.6	4	7	1
47	10	4	975.1	7	10	2
48	3	3	528.1	6	8	2
49	8	3	790.9	7	9	2
50	26	3	75-.8	7	9	2
51	10	5	155.5	3	7	1
52	23	4	345.6	6	9	2
53	9	4	217.6	4	7	1
54	25	2	282.0	7	8	1
55	8	3	620.6	7	9	3
56						
57	25	4	756.1	8	11	2
58	10	4	280.6	4	7	1
59	8	4	902.3	7	10	3
60	26	3	638.2	6	8	1
61	1	5	16.7	2	6	1
62	31	3	1072.9	7	9	2
63	4	2	589.4	7	8	2
64	7	4	96.1	4	7	1
65	24	4	685	7	10	3
66	9	4	207.0	4	7	1
67	21	4	675.5	5	8	2
68	26	4	707.1	7	10	2
69	4	2	640.0	7	8	1
70	25	1	662.1	7	8	1
71	10	3	421.7	7	9	3
72						

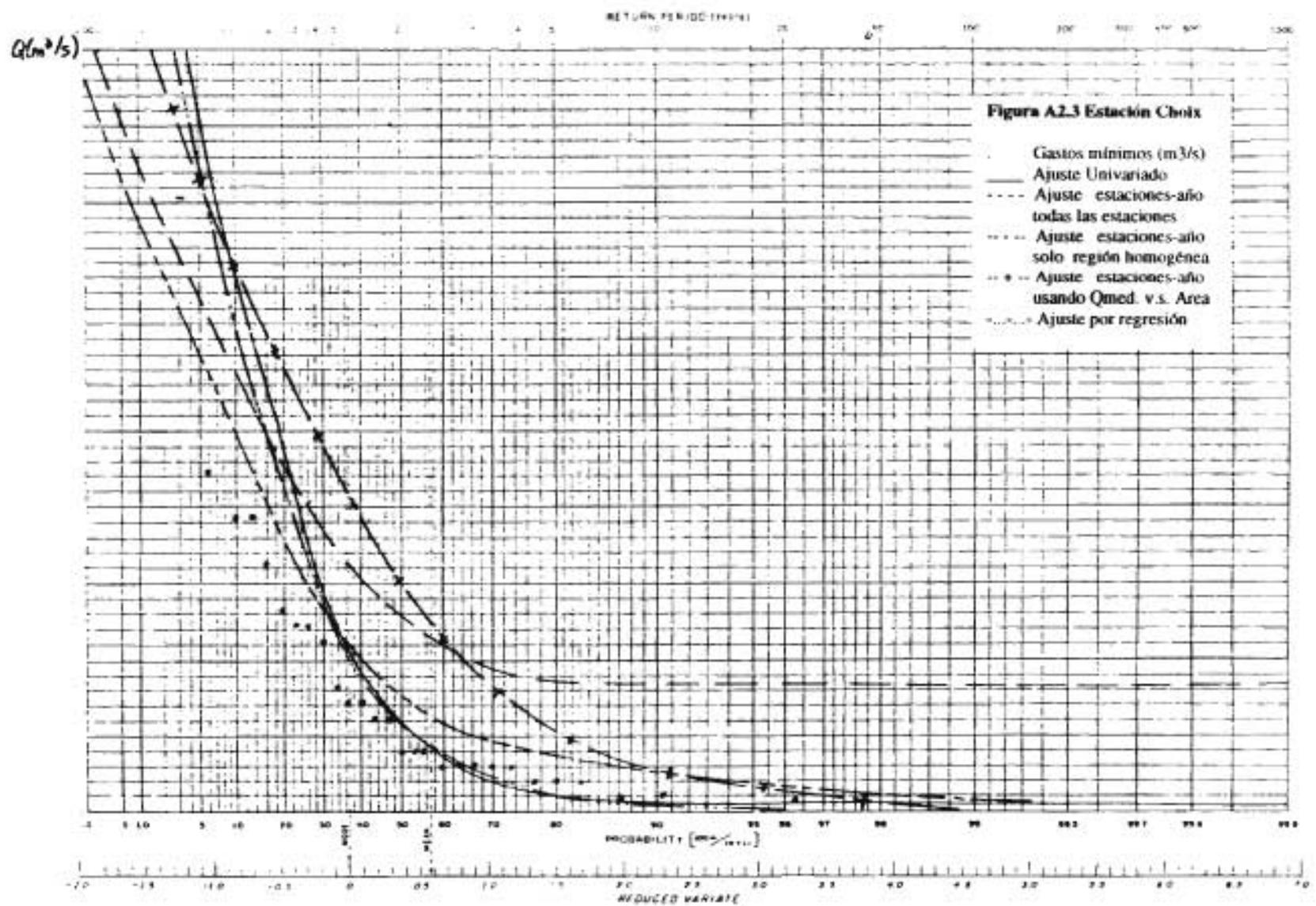
MUESTRA	AÑO CON SEQUÍA	DURACION EN MESES	MAGNITUD	MES DE INICIO	MES DE TERMINACION	No. DE SEQUIAS EN MUESTRA
73						
74	9	4	158.4	4	7	2
75	2	2	382.1	7	8	1
76						
77	10	3	18.9	3	4	1
78	1	4	215.4	4	7	2
79	10	2	7.4	4	5	1
80						
81	25	4	5.74	4	7	2
82	10	4	26.2	4	7	1
83						
84	24	4	220.3	4	7	1
85	9	2	7.34.7	7	8	1
86						
87	10	4	111.5	4	7	1
88	3	3	667.7	7	9	2
89	26	2	436.2	7	8	2
90						
91						
92	2	4	188.5	4	7	2
93	31	2	447.4	7	8	1
94	24	4	1090.6	7	10	1
95	7	3	930.2	7	9	3
96						
97	9	6	240.6	2	7	1
98	10	4	533.7	5	8	1
99	9	4	154.2	4	7	1
100	31	3	1028.1	7	9	2

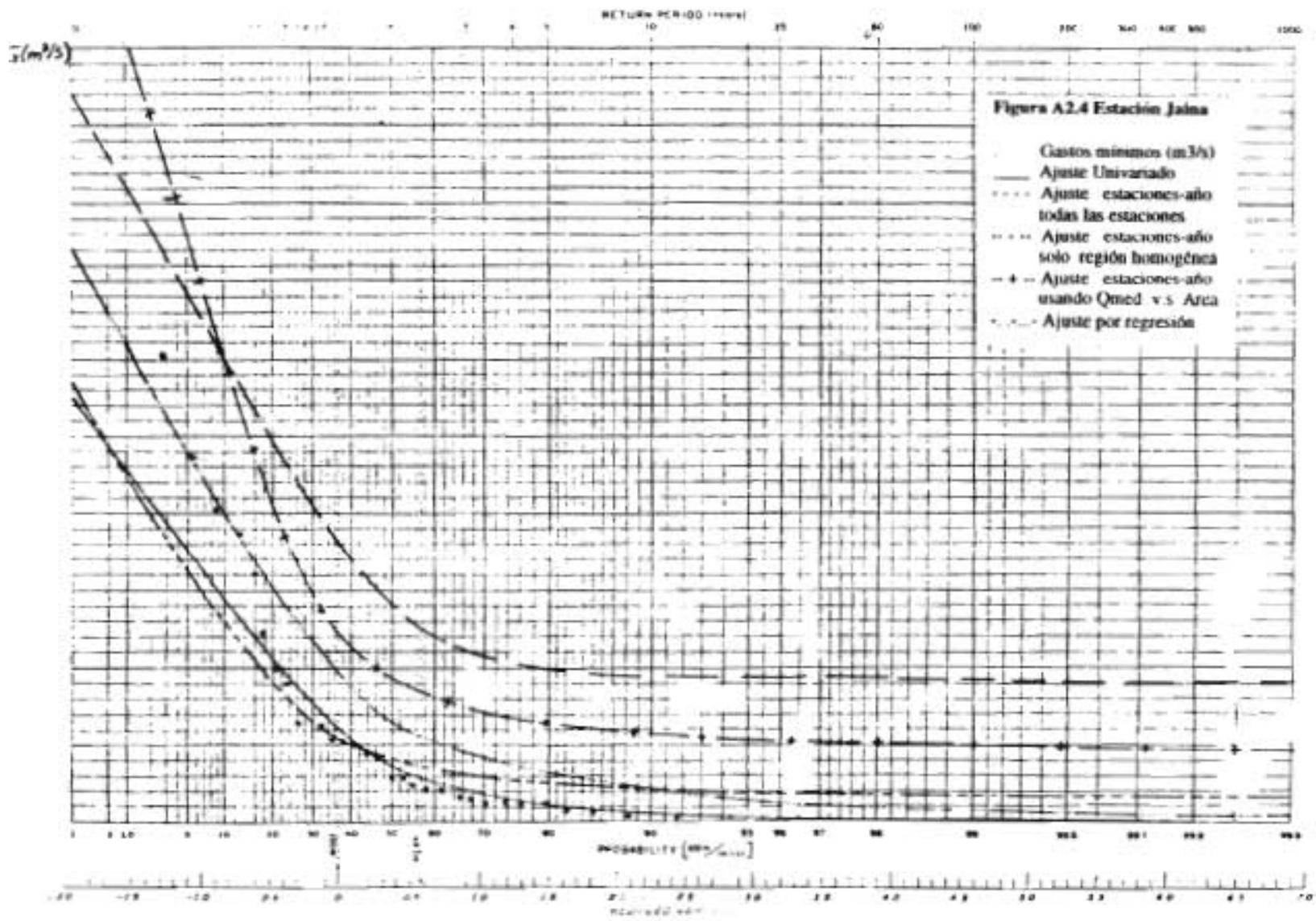
## **ANEXO 2**

**Ajustes univariados y regionales de los gastos mínimos anuales de algunas estaciones de la región analizada**









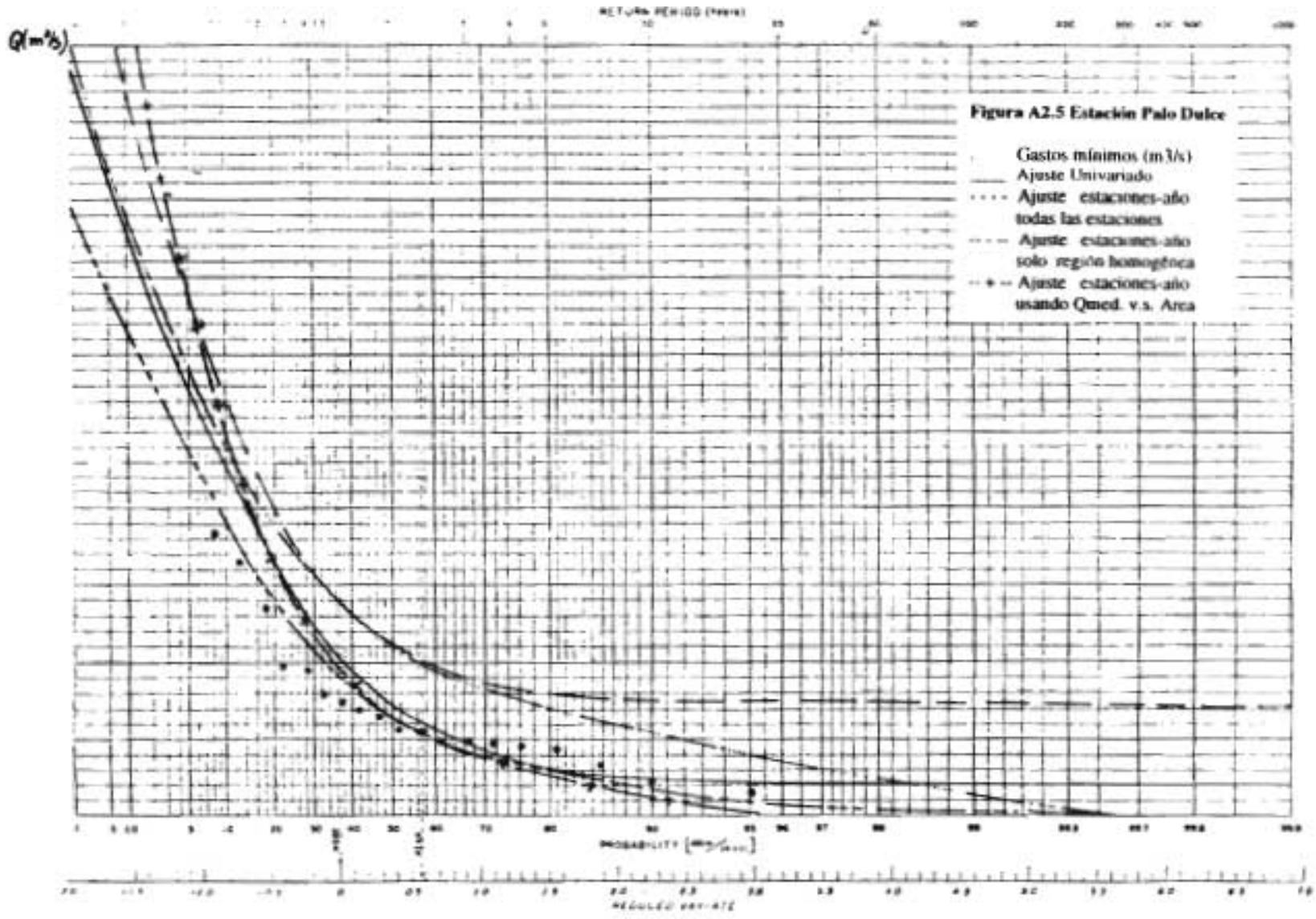


Figura A2.5 Estación Palo Dulce

- Gastos mínimos ( $m^3/s$ )
- Ajuste Univariado
- ... Ajuste estaciones-año todas las estaciones
- - - Ajuste estaciones-año solo región homogénea
- - - Ajuste estaciones-año usando  $Q_{med}$  v.s. Area

