



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

"CAMPUS ARAGON"

**"UN NUEVO METODO DE VISCOMETRIA
ELONGACIONAL"**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
(AREA MECANICA)

P R E S E N T A:

ANDOS ALCO CER ORTIZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. BALTASAR MENA INIESTA

MÉXICO

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A la *Universidad Nacional Autónoma de México*, en especial a la ENEP Aragón.

Al *Instituto de Investigaciones en Materiales* de la UNAM.

Muy especialmente al *Dr. Baltasar Mena Iniesta*, director de esta tesis.

A la *BANDA* del Laboratorio de Reología y a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron a la realización de este trabajo.

DEDICATORIAS

A la memoria de mi abuelita:

María Luisa, por ser el ser más querido y maravilloso del mundo que a pesar que no está con nosotros siempre te llevo en mi corazón y en mi mente.

A la memoria de mi padre:

Macario, gracias por darme la vida y ponerme en manos de la mujer más hermosa del mundo, mi madre.

A mi madre:

María del Rosario, por tu sacrificio y rectitud, además por todos tus consejos y cuidados que me impulsaron a ser todo lo que soy. Gracias por todo tu cariño y comprensión mamá.

A Alejandra y Luisa María:

Alejandra, gracias por ser mi pareja, mi esposa, mi todo, aceptarme con mis defectos y virtudes, y apoyarme en los momentos más difíciles.

Luisa María, gracias por ser una parte más de mi corazón.

A mis hermanos:

Eneida, Iván y Yalí. Por su apoyo y comprensión durante los momentos más difíciles y sobre todo su cariño.

A la Sra. Raymunda y al Sr. Agustín:

Gracias por todo su apoyo y comprensión que me han brindado.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	
COMPORTAMIENTO DE FLUIDOS NO-NEWTONIANOS	
1.1 INTRODUCCIÓN	3
1.2 DEFINICIÓN DE UN FLUIDO NEWTONIANO	4
1.3 FLUIDOS NO-NEWTONIANOS	7
1.3.1 Comportamiento de fluidos independientes del tiempo	8
1.3.2 Comportamiento de fluidos dependientes del tiempo	10
1.3.3 Comportamiento de fluidos viscoelásticos	11
CAPÍTULO 2	
INTRODUCCIÓN A ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS	
2.1 INTRODUCCIÓN	13
2.2 FENÓMENOS DE FLUJO VISCOELÁSTICO	13
2.2.1 Efecto Weissenberg	13
2.2.2 Efecto de extrusión	14
2.2.3 Método de sifón abierto	15
2.3 MEDICIONES VISCOELÁSTICAS	15
2.3.1 Adelgazamiento al corte	15
2.3.2 Esfuerzos normales	16
2.3.3 Viscosidad independiente del tiempo	17
2.3.4 Relajamiento de esfuerzos	18
2.3.5 Deformación elongacional simple	18
2.4 GRADIENTE DE DEFORMACIÓN, GRADIENTE DE VELOCIDAD Y ESFUERZO	21
2.4.1 El gradiente de deformación	21

2.4.2 El gradiente de velocidad	25
2.4.3 El tensor estado de esfuerzo	26
2.5 RELACIÓN DE DEFORMACIÓN Y ESFUERZO	28
2.5.1 Fluidos simples viscoelásticos	28
2.5.2 El límite Newtoniano	28
2.5.3 El límite elástico	29
2.5.4 Marcos referenciales	30
2.6 UNA ECUACIÓN VISCOELÁSTICA CONSTITUTIVA SIMPLE	33
2.6.1 Versión integral	33
2.6.2 Versión diferencial	36
2.6.3 Predicciones	38
2.6.4 Relación de Trouton	40

CAPÍTULO 3

VISCOMETRÍA ELONGACIONAL Y FLUJO ELONGACIONAL

3.1 GENERALIDADES	42
3.2 VISCOMETRÍA ROTACIONAL	44
3.2.1 Introducción	44
3.2.2 Flujo de Couette	46
3.3 FLUJO ELONGACIONAL	54
3.3.1 Introducción	54
3.3.2 Importancia de la viscosidad elongacional	54
3.3.3 Métodos de la medición de la viscosidad elongacional	57
3.3.4 Cinemática del flujo extensional	68

CAPÍTULO 4

DESCRIPCIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

4.1 DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO Y ARREGLO EXPERIMENTAL	74
4.1.1 Introducción	74

4.1.2 Arreglo experimental para producir deformaciones cortantes y elongacionales	74
4.2 SISTEMA PARA EL SUMINISTRO, DETERMINACIÓN Y CONTROL DEL GASTO	75
4.2.1 Proceso de suministro, determinación y control de gasto	75
4.2.2 Proceso de reposición entre pruebas de fluido no-Newtoniano.	76
4.2.3 Proceso de carga del fluido Newtoniano	77
4.2.4 Configuración del sistema de alimentación	78
4.3 DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DEL FILAMENTO	79
4.3.1 Características del sistema	79
4.3.2 Calibración	81
4.4 MEDICIÓN DE ESFUERZO Y DE TORQUE	83
4.4.1 Medición de esfuerzo	83
4.4.2 Medición de torque	86
4.5 METODOLOGÍA	90
CONCLUSIONES	91
BIBLIOGRAFÍA	93
REFERENCIAS	94



UN NUEVO MÉTODO DE VISCOMETRIA

ELONGACIONAL

INTRODUCCIÓN

Se presenta el desarrollo de un aparato capaz de medir simultáneamente viscosidad al corte, viscosidad elongacional y primera diferencia de esfuerzos normales, propiedades necesarias de conocer para la caracterización de fluidos no-Newtonianos.

Se presentan arreglos experimentales propuestos por otros investigadores, tomando de cada uno de ellos y ajustando a nuestras necesidades los principios y experiencias para lograr un avance significativo en nuestro proyecto.

Se plantea la construcción del sistema de adquisición de datos en base a transductores de presión, montados en puntos estratégicos del aparato, medición de torque. Instalación y calibración del sistema óptico computarizado de medición del ancho del filamento. Sistema para el suministro, determinación y control del gasto.

Recientemente, el estudio de flujos elongacionales ha sido tema de extensa investigación. El término "flujo elongacional" se puede definir como aquel en que las partículas tienden a alinearse y a alargarse en dirección del flujo debido a un gradiente de velocidades en la misma dirección.

El continuo interés en este campo, se debe a la gran cantidad de procesos industriales utilizados en la fabricación de polímeros y fibras poliméricas, tales como enrollado de fibras (fiber spinning), moldeo por soplado (blow moulding), extrusión de películas planas (flat film extrusion) y muchas otras que involucran principalmente deformaciones extensionales.

La mayoría de las investigaciones existentes en flujos extensionales se refieren a plásticos en estado fundido, aunque recientemente las investigaciones están dirigidas hacia soluciones poliméricas diluidas y semidiluidas.

La adición de pequeñas cantidades de polímero a un fluido provoca en este último una extraordinaria resistencia ante la aplicación de un esfuerzo elongacional sin afectar notablemente el valor de su viscosidad al corte. Este fenómeno se aplica por ejemplo, a la reducción de arrastre en flujo turbulento, a la teoría de lubricación y desarrollo de cojinetes con lubricante polimérico y a otras muchas aplicaciones ingenieriles. En aviación, se agregan pequeñas cantidades de polímero al combustible con objeto de producir pulverización y vaporización del keroseno a formar en caso de accidente para prevenir incendios. Asimismo, soluciones acuosas de polímero son utilizadas en la recuperación secundaria y terciaria del

petróleo; la viscosidad elongacional es primordialmente responsable del efecto de "empuje" del petróleo residual hacia la superficie después de la inyección de una solución polimérica diluida desde el fondo del pozo o yacimiento.

En todas las aplicaciones mencionadas, es obviamente necesario el estudio experimental de las propiedades del flujo elongacional. El estudio es también relevante en la formulación de ecuaciones constitutivas que describan la reología de materiales poliméricos en flujos complejos.

La reología es la ciencia que estudia la deformación y flujo de materia. La reometría tradicional en fluidos viscoelásticos y soluciones poliméricas consiste en la medición de tres propiedades fundamentales: viscosidad al corte, primera y segunda diferencia de esfuerzos normales; dichas mediciones se realizan en un estado de deformaciones previamente conocido (flujo viscométrico) el cual permite caracterizar el material de acuerdo a una historia cuya rapidez de deformación es constante e impuesta mediante una geometría de flujo previamente analizada (cono-plato, placas paralelas, cilindros concéntricos, etc.).

Los materiales en estado fluido, presentan en general distintos tipos y valores de viscosidad según el tipo de deformación o rapidez de deformación al cual estén sujetos. Así, la viscosidad al corte es la resistencia que ofrece un material a fluir bajo la acción de un esfuerzo tangencial o de corte, y la viscosidad elongacional es la resistencia ofrecida por el fluido al someterse a un esfuerzo axial o de alargamiento. Esta última propiedad es sumamente difícil de medir ya que su valor depende de la rapidez de alargamiento o elongación y de la historia de deformaciones a la cual ha sido sometido el material previamente al instante de la medición.

La viscosidad elongacional para el caso de fluidos lineales (Newtonianos) es constante e igual a tres veces el valor de la viscosidad al corte (relación de Trouton). Sin embargo, para fluidos poliméricos, la viscosidad elongacional llega frecuentemente a tener valores varios ordenes de magnitud superiores a la viscosidad cortante.

Por lo tanto, es sumamente importante medir simultáneamente la viscosidad al corte y elongacional bajo condiciones controladas de flujo para establecer la dependencia entre ambas y poder predecir valores de viscosidad elongacional a partir de valores de viscosidad al corte.

Es entonces, la intención de este trabajo presentar la instrumentación, puesta en marcha y realización de un estudio de las propiedades cuantitativas y cualitativas de los flujos elongacionales así como el efecto que ejerce sobre éstos la aplicación de un esfuerzo cortante previo.

CAPÍTULO 1

COMPORTAMIENTO DE FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

1.1 INTRODUCCIÓN.

Un fluido es una sustancia que se deforma continuamente al ser sometida a un esfuerzo cortante (esfuerzo tangencial) no importa cuán pequeño sea éste.

Los fluidos se pueden clasificar en forma general según la relación que existe entre el esfuerzo cortante aplicado y la rapidez de deformación resultante. Aquellos fluidos donde el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la rapidez de deformación se denominan fluidos Newtonianos. La mayor parte de fluidos comunes como el agua, el aire y la gasolina son prácticamente Newtonianos bajo condiciones normales.

El término no-Newtoniano se utiliza para clasificar los fluidos donde el esfuerzo cortante no es directamente proporcional a la rapidez de deformación. Numerosos fluidos comunes tienen un comportamiento no-Newtoniano. Dos ejemplos muy claros son la crema dental y la pintura Lucite (Dupont Company). Esta última es muy espesa cuando se encuentra en su recipiente, pero se adelgaza si se extiende con una brocha. De este modo, se toma una gran cantidad de pintura para no repetir la operación varias veces. La crema dental se comporta como un fluido cuando se presiona el tubo contenedor. Sin embargo, no fluye por sí misma cuando se deja abierto el recipiente. Existe un esfuerzo límite, o límite de cedencia, por debajo del cual la crema se comporta como sólido. En rigor, nuestra definición de fluidos es válida únicamente para aquellos materiales que tienen un valor cero para este esfuerzo de cedencia.

Tres distintos estados pueden ser discernidos en la evolución de la dinámica de fluidos. El primer estado de desarrollo trata del estudio de un fluido imaginario perfecto o ideal, esto es, sin viscosidad o elasticidad e incompresible. Evidentemente, el movimiento al cortante no dará origen a cualquier fuerza al corte, en tales fluidos, por lo tanto, el flujo se dice no tener fricción.

El concepto de capa límite, introducido por Prandtl [1] en 1904, marcó el inicio del segundo estado en el desarrollo de la dinámica de fluidos clásica. De hecho, sin la noción de capa límite, las soluciones desarrolladas para fluidos ideales habría sido de poca utilidad práctica. Prandtl, simplemente estableció que en flujos sobre superficies sólidas, los efectos friccionales son limitados a una capa relativamente delgada.

conocida como la capa límite, existiendo adyacente a la superficie sólida. Por lo tanto, el campo del flujo puede ser dividido en dos regiones: el flujo fuera de la capa límite es adecuadamente modelado suponiendo comportamiento de fluido ideal, mientras que uno no puede ignorar la fricción dentro de la capa límite.

Finalmente, el tercer estado de la teoría dinámica de fluidos está actualmente siendo desarrollada y permanece en su infancia. Este ha sido incitado por la insignificancia incrementada de un rango de materiales complejos encontrados en un largo número de aplicaciones comerciales, industrias químicas, de procesamiento y biomédicas, etc. En cortante simple, el comportamiento del flujo de esta nueva clase de materiales no se ajusta al postulado Newtoniano, por consiguiente tales materiales son llamados no-Newtonianos. Ejemplos típicos de materiales exhibiendo características de flujo no-Newtoniano son: polímeros derretidos y soluciones poliméricas; soluciones de jabón; cosméticos y artículos de tocador; productos alimenticios (jamón, jalea, queso, mantequilla, mayonesa, sopa, yoghurt, etc.); fluidos biológicos (sangre, saliva, semen, etc.); productos naturales (goma, soluciones de proteínas, extractos, etc.).

1.2 DEFINICIÓN DE UN FLUIDO NEWTONIANO.

Consideremos una capa delgada de un fluido limitado entre dos placas paralelas separadas una de otra por una distancia, y , como se muestra en la Figura 1.2.1. Ahora si una fuerza constante, F , es aplicada en el borde de la placa en estado estacionario, esta será balanceada por una fuerza de fricción interna en el fluido originado por su viscosidad; el perfil de velocidad resultante del estado estacionario está bosquejado en la Figura 1.2.1. Para un fluido Newtoniano, el esfuerzo cortante es proporcional a la rapidez de deformación, esto es

$$\begin{aligned} \frac{F}{A} = \tau_{xy} &= \mu \frac{dV_x}{dy} \\ &= \mu \dot{\gamma}_{xy} \end{aligned} \quad (1-1)$$

El signo de menos del lado derecho de la ec.(1-1) denota el hecho de que el esfuerzo cortante es una fuerza resistiva.

La constante de proporcionalidad, μ , es característica de cada sustancia, y es conocida como viscosidad Newtoniana, viscosidad al corte, o simplemente, viscosidad dinámica. Por definición, para un fluido Newtoniano, el valor de μ , es independiente de la rapidez de deformación y depende únicamente de la temperatura y la presión. La gráfica de esfuerzo cortante (τ_{xy}) contra rapidez de deformación ($\dot{\gamma}_{xy}$), es

una curva de flujo o reograma, para un flujo Newtoniano es por lo tanto una línea recta de forma μ y pasa a través del origen. Por lo tanto, la constante simple completamente caracteriza el comportamiento del flujo laminar de un fluido Newtoniano a una temperatura y presión fijas. Todos los gases y líquidos de bajo peso molecular y sus soluciones, sales y metales fundidos se comportan como fluidos Newtonianos.

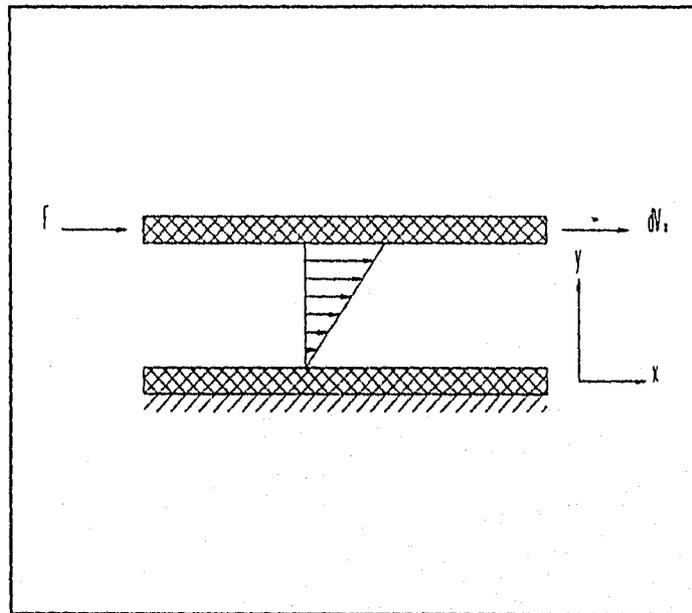


Figura 1.2.1 Representación esquemática de flujo cortante unidireccional.

La ec.(1-1) describe el caso más simple donde el vector velocidad tiene solamente una componente, en la dirección x , la cual varía únicamente en la dirección y . Esta configuración es conocida como flujo cortante simple. El caso más general de flujo tridimensional, se deberá incluir esfuerzos cortantes y normales (Fig. 1.2.2), por consiguiente las otras componentes de esfuerzos para el plano y , son las siguientes:

$$\tau_{xy} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \quad (1-2)$$

$$\tau_{yy} = -2\mu \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot V \quad (1-3)$$

$$\tau_{yz} = -\mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \quad (1-4)$$

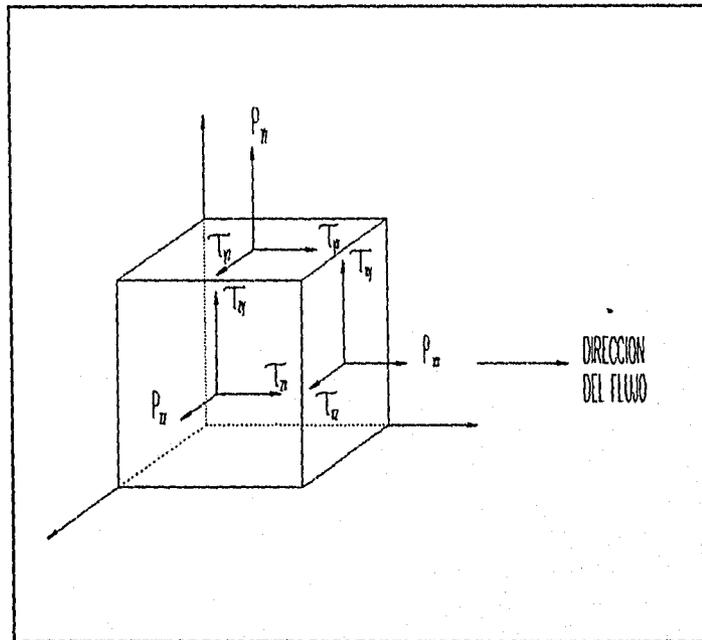


Figura 1.2.2 Componentes de esfuerzos en un flujo tridimensional.

Expresiones similares pueden ser escritas para los planos x y z respectivamente. Sin embargo, hay nueve componentes de esfuerzo, las cuales describen el campo de esfuerzo de un fluido Newtoniano. Los esfuerzos normales pueden ser vistos por dos contribuciones: presión isotrópica, p , y una componente resultada del corte, esto es,

$$\begin{aligned} P_{xx} &= -p + \tau_{xx} \\ P_{yy} &= -p + \tau_{yy} \\ P_{zz} &= -p + \tau_{zz} \end{aligned} \quad (1-5)$$

donde τ_{xx} , τ_{yy} , etc., se conocen como esfuerzos normales deviatoricos y son las contribuciones del movimiento al corte. P_{xx} , P_{yy} , etc., son los esfuerzos normales totales. Por definición, la presión isotrópica p , está dada por:

$$p = - \frac{P_{xx} + P_{yy} + P_{zz}}{3} \quad (1-6)$$

Combinando las ec.(1-5) y ec.(2-6) se obtiene:

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = 0 \quad (1-7)$$

Para un fluido Newtoniano, en cortante simple, los esfuerzos normales deviatoricos son idénticamente cero, esto es,

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = 0 \quad (1-8)$$

1.3 FLUIDOS NO-NEWTONIANOS.

Una sustancia es calificada como no-Newtoniana, cuando su curva de flujo es no-lineal o esta es lineal pero no pasa a través del origen, esto es, cuando la viscosidad (esfuerzo cortante dividido por la rapidez de deformación) no es constante a una temperatura y presión. En cambio, el valor de la viscosidad depende de las condiciones del flujo, tales como la geometría del flujo, la rapidez de deformación (o esfuerzo) desarrollado dentro del fluido, la historia cinemática previa del fluido, etc. Los fluidos no-Newtonianos pueden ser convenientemente clasificados en tres categorías generales:

- 1.- Sustancias para las cuales la rapidez de deformación es dependiente únicamente del valor actual del esfuerzo cortante; estas sustancias son conocidas como "puramente viscosos", "independientes del tiempo", o "fluidos Newtonianos generalizados (GNF)".
- 2.- Materiales más complejos, para los cuales la relación entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación también depende del tiempo que se le aplica el cortante; estos son conocidos como "sistemas dependientes del tiempo".
- 3.- Materiales exhibiendo características de un sólido y un fluido y exhibiendo recuperación elástica parcial después de la deformación; estos son llamados "fluidos viscoelásticos".

La clasificación antes mencionada se muestra esquemáticamente en la Figura 1.3.1.

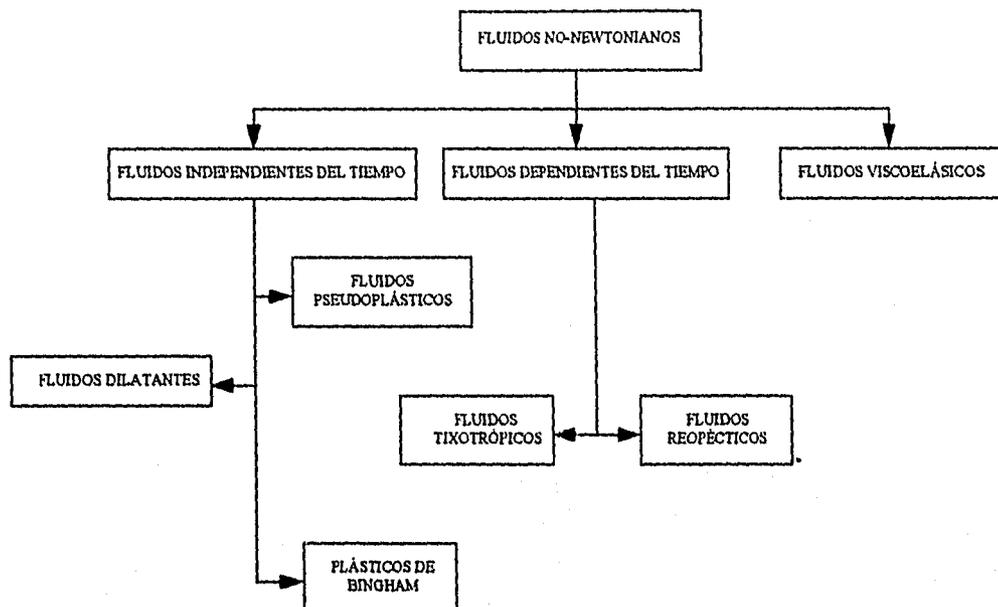


Figura 1.3.1 Clasificación de fluidos no-Newtonianos.

1.3.1 Comportamiento de fluidos independientes del tiempo.

Los fluidos de éste tipo, los cuales sus propiedades de flujo son independientes de la duración del cortante aplicado, pueden ser descritos en cortante simple por una ecuación reológica de la forma siguiente:

$$\tau_{xy} = f(\dot{\gamma}_{xy}) \quad (1-9)$$

o su forma inversa,

$$\dot{\gamma}_{xy} = f(\tau_{xy}) \quad (1-10)$$

La ecuación anterior, implica que la rapidez de deformación en cualquier punto del fluido es una función del esfuerzo cortante en ese punto. Estos fluidos pueden ser clasificados en tres tipos distintos:

1. Fluidos pseudoplásticos;
2. Plásticos de Bingham;
3. Fluidos dilatantes;

las curvas típicas de estos tres tipos de fluidos se muestran a continuación (Fig. 1.3.2); la relación lineal típica de fluidos Newtonianos es también incluida.

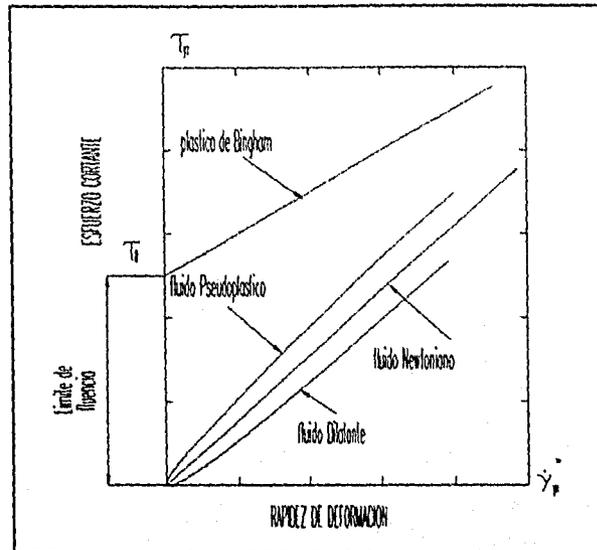


Figura 1.3.2 Curvas de flujo para fluidos independientes del tiempo.

Fluidos Pseudoplásticos.

Es una sustancia caracterizada por una viscosidad aparente (esfuerzo cortante dividido por la rapidez de deformación) la cual disminuye con el incremento de la rapidez de deformación. Si las mediciones de rapidez de deformación y de corte son extendidas sobre rangos suficientemente amplios de rapidez de deformación, muchos fluidos pseudoplásticos parecen exhibir regiones de viscosidad constante a rapidez de deformación muy bajas y muy altas, esto es,

$$\lim_{\dot{\gamma}_{xy} \rightarrow 0} \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}_{xy}} = \mu_0 \quad (\text{viscosidad cortante cero}) \quad (1-11)$$

$$\lim_{\dot{\gamma}_{xy} \rightarrow \infty} \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}_{xy}} = \mu_\infty \quad (\text{viscosidad cortante infinita}) \quad (1-12)$$

Por lo tanto, la viscosidad disminuirá desde μ_0 hasta μ_∞ con rapidez de deformación.

Plásticos de Bingham.

Estas clases de materiales son caracterizados por la existencia de un campo de esfuerzo (límite de fluencia) τ_0 , es la magnitud del esfuerzo el cual tiene que ser excedido antes que el fluido sea deformado o

fluya. Por lo tanto, esta sustancia es realmente un sólido, y no un fluido. La ecuación reológica para un plástico de Bingham puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_0^B + \mu_B \dot{\gamma}_{xy} & \tau_{xy} > \tau_0^B \\ \dot{\gamma}_{xy} &= 0 & \tau_{xy} < \tau_0^B \end{aligned} \quad (1-13)$$

donde τ_0^B es el campo de esfuerzo de Bingham y μ_B es la viscosidad plástica, la cual es la forma de la curva del flujo.

Fluidos dilatantes.

En este tipo de materiales la viscosidad aparente incrementa al aumentar la rapidez de deformación.

1.3.2 Comportamiento de fluidos dependientes del tiempo.

Muchos fluidos reales, no pueden ser descritos por una ecuación reológica simple tal como la ec.(1-10), la cual se aplica a fluidos para los cuales la relación entre esfuerzo cortante y la rapidez de deformación es independiente del tiempo. La viscosidad de más fluidos complejos dependen no solamente de la rapidez de deformación, sino también del esfuerzo cortante constante aplicado. Estos fluidos pueden ser divididos en dos clases:

1. Fluidos tixotrópicos,
2. Fluidos reopécticos o fluidos tixotrópicos negativos.

Fluidos tixotrópicos.

Un material se dice que exhibe tixotropía, si su consistencia depende de la duración del esfuerzo cortante así como de la rapidez de deformación. Si un material tixotrópico es sometido a un esfuerzo cortante a una rapidez de deformación constante después de un periodo de reposo, la estructura estaría progresivamente retornando y la viscosidad disminuiría con el tiempo. Si la curva del flujo es medida en un experimento simple en el cual la rapidez de deformación se incrementa uniformemente a una rapidez constante desde el valor de cero hasta un valor máximo, y entonces disminuye a la misma rapidez hasta cero otra vez, formando una curva de histéresis como se muestra en la Figura 1.3.3. La altura, forma, y el área encerrada en la curva depende de la historia cinemática de la muestra.

Fluidos reopécticos.

Son los fluidos en los cuales la viscosidad aparente incrementa con la duración del esfuerzo cortante aplicado. Efectos de histéresis son observados otra vez en la curva del flujo, pero en éste caso es invertida comparada a la de los materiales tixotrópicos (Fig. 1.3.3).

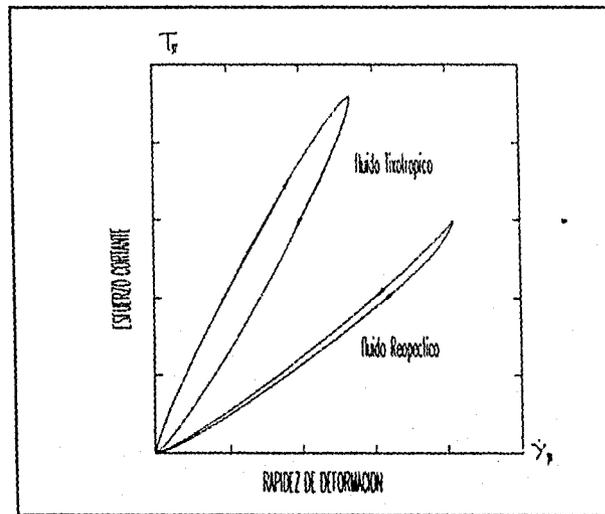


Fig. 1.3.3 Comportamiento de materiales tixotrópicos y reopécticos.

1.3.3 Comportamiento de fluidos viscoelásticos.

En la teoría clásica de elasticidad, el esfuerzo en un cuerpo sometido a un cortante es directamente proporcional a la deformación. Para tensión la ley de Hooke es aplicable, y el coeficiente de proporcionalidad es llamado modulo de Young:

$$\tau_{xy} = G \frac{dx}{dy} \quad (1-14)$$

Cuando el sólido se deforma dentro del límite elástico, este recupera su forma original al remover el esfuerzo. Sin embargo, si el esfuerzo aplicado excede las características del punto de cedencia del material, la recuperación completa no ocurrirá, y el deslizamiento ocurrirá; en otras palabras, el fluido habrá fluido.

En el otro extremo están los fluidos Newtonianos, para los cuales el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la rapidez de deformación ec.(1-1). Muchas sustancias muestran ambos

COMPORTAMIENTO DE FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

efectos, elástico y viscoso, bajo circunstancias apropiadas; estos materiales son conocidos como fluidos viscoelásticos.

Muchos materiales de práctico interés, tales como polímeros fundidos y soluciones poliméricas, soluciones de jabón, etc. exhiben comportamiento viscoelástico: tienen alguna habilidad para almacenar energía y por lo tanto, recuperación sobre la eliminación del esfuerzo. Estos fluidos son también conocidos por mostrar efectos de memoria y poder recordar los eventos que ocurrieron en el pasado. Otros numerosos fenómenos inusuales asociados con el comportamiento viscoelástico incluyen el efecto de hinchamiento, ascenso por un rodillo, método del sifón abierto, etc.

CAPÍTULO 2

INTRODUCCIÓN A ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS.

2.1 INTRODUCCIÓN.

Las ecuaciones constitutivas (o ecuaciones reológicas de estado), son ecuaciones que relacionan convenientemente variables definidas de esfuerzo y deformación. Pueden ser derivadas desde un punto de vista microreológico, donde la estructura molecular es tomada en cuenta explícitamente.

Las ecuaciones constitutivas proveen la relación necesaria del material dependiente entre el campo de variables que aparece en ecuaciones de conservación de material independiente. Son descripciones continuas o macroscópicas, no válidas en escalas de longitud moleculares o microestructurales, sin embargo en principio son derivables de teorías estadísticas que acontecen para la microescala, además de ser económicas; contienen solamente las propiedades del material dependiente necesita para determinar transporte microscópico.

Las ecuaciones constitutivas reológicas tratan con flujo de fluido. Excepto para fluidos Newtonianos, los cuales obedecen a una ley lineal, las ecuaciones constitutivas reológicas son casi siempre no lineales. Las ecuaciones constitutivas viscoelásticas describen fluidos poliméricos, que tiene las mismas propiedades de sólidos elásticos.

2.2 FENÓMENOS DE FLUJO VISCOELÁSTICO.

Los fluidos poliméricos, debido a sus características viscoelásticas, pueden exhibir comportamiento en flujo que difiere de los fluido Newtonianos en formas algunas veces sutil y otras veces notablemente. Si la ecuación constitutiva es para describir fielmente el fluido polimérico, esta podrá hacer posible fenómenos de flujo peculiar.

2.2.1 Efecto Weissenberg.

En 1947, Weissenberg [2] reportó e interpretó el fenómeno de ascenso por una barra (Fig. 2.2.1). Fluidos macromoleculares trepaban por un eje en rotación. El dedujo que el fenómeno fue causado por fuerzas elásticas o esfuerzos de anillo dirigidos a lo largo de las líneas de flujo. El escribió "el tirar a lo

largo de líneas de flujo estrangula a el líquido y fuerza a este hacia adentro en contra de la fuerza centrífuga y ascender en contra de la gravedad". La magnitud de estos esfuerzos de anillo, hoy en día llamados esfuerzos normales, son frecuentemente más grandes que los esfuerzos cortantes y producen efectos pronunciados, tal como el ascenso por una barra.

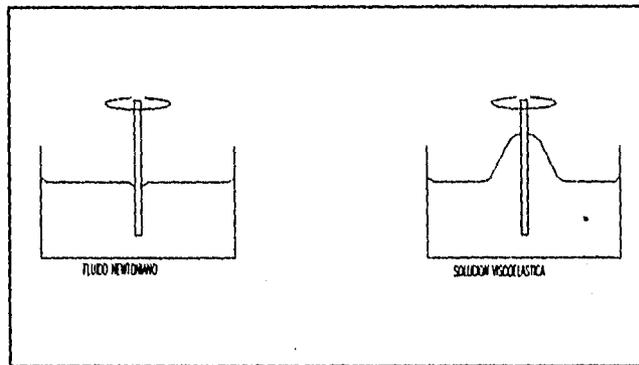


Fig. 2.2.1 Efecto Weissenberg.

2.2.2 Efecto de extrusión.

Otro fenómeno que origina en menos parte esfuerzos normales, es el hinchamiento a la salida de una boquilla de extrusión (Fig. 2.2.2). El diámetro de un chorro de fluido viscoelástico puede ser más de tres veces el diámetro del tubo o boquilla, mientras que en un chorro de fluido Newtoniano el hinchamiento es despreciable.

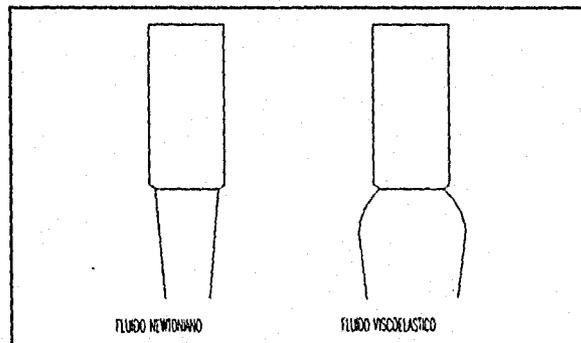


Fig. 2.2.2 Efecto de extrusión.

2.2.3. Método del sifón abierto.

Fano [3] en 1908 reportó un fenómeno remarcable que observó en sus estudios de fluidos macromoleculares biológicos. Sumergió la punta de un tubo capilar dentro de un vaso de precipitado que contenía un fluido y empezó a retirar fluido del vaso de precipitado a través del capilar. Cuando el nivel del fluido en el vaso de precipitado disminuyó más abajo de la punta del capilar, debido a la elasticidad del fluido continuó ascendiendo hacia la punta. Esto es conocido como método del sifón abierto o flujo de Fano (Fig. 2.2.3). Fano reconoció que la máxima altura obtenible por la columna insostenida del líquido es relacionada a la "spinnability"; esto es, la habilidad para jalar hacia adentro un hilo de fluido. La "spinnability" es un importante criterio en la manufactura de fibras sintéticas.

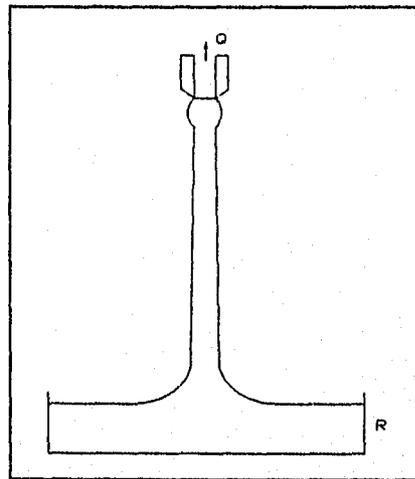


Fig. 2.2.3 Método del sifón abierto.

2.3 MEDICIONES VISCOELÁSTICAS.

2.3.1 Adelgazamiento al corte.

Un flujo al corte uniforme es producido en un fluido que está contenido entre dos placas paralelas, cuando una placa es trasladada en dirección paralela a la otra (Fig. 2.3.1a). Un cortante uniforme es también producido en el espacio entre un cono rotatorio y una placa estacionaria. La rapidez de corte, $\dot{\gamma}$, es la velocidad, V , de la superficie en movimiento dividida por el espacio que separa las placas, h ; esto es,

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{h} \quad (2-1)$$

En la geometría cono y plato (Fig. 2.3.1b), ambos, la velocidad sobre la superficie del cono giratorio y el espacio entre cono y plato son proporcionales a la distancia radial y la punta del cono. Esto produce una rapidez de deformación uniforme, $\dot{\gamma} = \frac{\omega}{\tan\alpha}$, donde ω es la velocidad angular del cono y α es el ángulo entre cono y plato. La viscosidad al corte, η , mide la resistencia que el material ofrece para su deformación. Específicamente esta es el esfuerzo cortante, σ , dividida por la rapidez de corte, $\dot{\gamma}$:

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} \quad (2-2)$$

σ es la fuerza por unidad de área, tangente al plato inferior, que ejerce el fluido sobre el plato inferior. Para un fluido Newtoniano, la viscosidad, η , es independiente de la rapidez de corte, además, para fluidos viscoelásticos η disminuye cuando incrementa la rapidez de corte $\dot{\gamma}$; esto es, los fluidos viscoelásticos tienen adelgazamiento al corte.

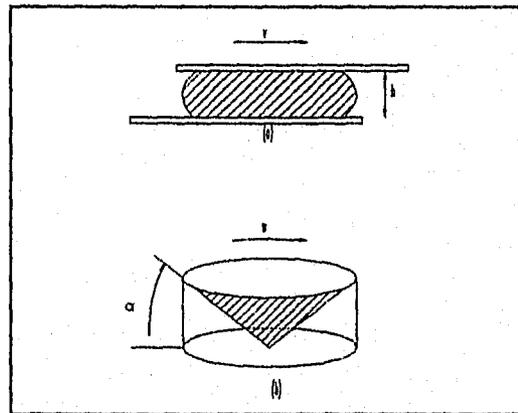


Fig. 2.3.1 Flujos cortantes: (a) placas paralelas, (b) geometría cono y plato.

2.3.2 Esfuerzos normales.

El adelgazamiento al corte no garantiza que el fluido es viscoelástico. Un fluido posee viscoelasticidad si es capaz de almacenar energía elástica. Una gran evidencia de viscoelasticidad es la existencia de las diferencias de esfuerzos normales en deformaciones al corte. Un esfuerzo normal es una

fuerza por unidad de área actuando normal o perpendicular a una superficie. La primera diferencia de esfuerzos normales al corte, N_1 , es la diferencia entre el esfuerzo normal actuando en la dirección del flujo y del que actúa perpendicular a la superficie de corte; esto es perpendicular a las placas en la Figura 2.3.1. En dicha figura, el esfuerzo normal en la dirección del flujo es solo la presión atmosférica, si la fuerza capilar originada por el menisco no es tomada en cuenta. Así la magnitud de la primera diferencia de esfuerzos normales es solamente, la presión atmosférica menos el esfuerzo normal actuando perpendicular a las placas. Puesto que, la presión atmosférica también actúa sobre la placa inferior y superior, N_1 es la fuerza por unidad de área tendiendo a separar las placas o tirar de ellas al mismo tiempo. La convención de signos elegida para esfuerzos es aquel en el cual un esfuerzo normal positivo actúa a compresión. Para esta convención, N_1 es siempre positivo. Así el esfuerzo a compresión paralelo a las placas en la dirección de las líneas de flujo es más grande que el esfuerzo a compresión perpendicular a las placas; esto es, las placas tienden a ser separadas. La primera diferencia de esfuerzos normales es responsable del fenómeno ascenso por una barra.

El esfuerzo cortante es una función de la rapidez de corte; esto es, esta cambia cuando $\dot{\gamma}$ cambia de signo. La primera diferencia de esfuerzos normales es una función aun de la rapidez de corte y cambia de signo cuando varía la dirección de la velocidad; de todos modos, si el flujo va a la derecha o a la izquierda, la fuerza tiende a separar a las placas en vez de tirar de ellas a la vez. Por lo tanto, en pequeñas rapidezces de corte, N_1 , no es proporcional a $\dot{\gamma}$ pero si a $\dot{\gamma}^2$, la cual permanece positiva cuando $\dot{\gamma}$ cambia de signo. La relación, $N_1/\dot{\gamma}^2$ es llamada coeficiente primario de esfuerzos normales; como la viscosidad al corte, esta adopta un valor constante a bajas rapidez de corte.

Aún la presencia de diferencia de esfuerzos normales, sin embargo, no garantiza que un fluido es viscoelástico. Suspenciones de partículas inesféricas no-Brownianas, pueden tener diferencias de esfuerzos normales, pero sin exhibir viscoelasticidad.

2.3.3 Viscosidad dependiente del tiempo.

Cuando un fluido viscoelástico es de repente sujeta a corte estacionario, el esfuerzo cortante medible no logra inmediatamente un valor estacionario. Si este esfuerzo dependiente del tiempo es dividido por la rapidez de corte, es obtenida una viscosidad dependiente del tiempo.

La viscosidad y la diferencia de esfuerzos normales de materiales viscoelásticos son por lo tanto, ambos, dependientes del tiempo y de la rapidez de corte. La dependencia del tiempo de la viscosidad puede también originar como resultado de inducir flujo débil y elaboración de estructuras inelásticas en el fluido. Tal comportamiento es llamado tixotropía.

2.3.4 Relajamiento de esfuerzos.

Un fluido es posiblemente identificado como viscoelástico si el esfuerzo en este persiste después que la deformación ha cesado. La duración del tiempo sobre el cual un esfuerzo apreciable persiste después que ha cesado la deformación, da una estimación del porqué es llamado el tiempo de relajación, λ , del material. La teoría molecular dice, que para materiales derretidos λ es aproximada por la relación $\psi_1/2\eta$ en el límite bajo de $\dot{\gamma}$ donde ψ_1 y η , cada una se aproxima a un valor constante.

Otra señal de que un fluido posee viscoelasticidad es que presente el fenómeno de retroceso, o deformación reversa, cuando el fluido es de repente librado de un esfuerzo impuesto externamente. Recule o recuperación elástica es prueba que el material recuerda su forma previa.

2.3.5 Deformación elongacional simple.

Un aparato para la medición de viscosidad elongacional simple, es el utilizado por Meissner (Fig. 2.3.2). Las puntas de una muestra cilíndrica de polímero fundido flotando en un baño de aceite, son sujetadas por cilindros, los cuales giran a rapidez constante, por medio de esto, imponiendo una velocidad V en una punta y en la otra $-V$.

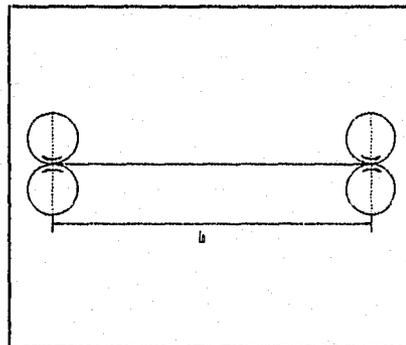


Fig. 2.3.2 Aparato de Meissner

El gradiente de velocidad es por lo tanto $2V/L_0$, donde L_0 es la distancia entre los rodillos. Este gradiente de velocidad es también llamado la rapidez de deformación elongacional y es denotado por

$$\dot{\epsilon} = 2V/L_0 \quad (2-3)$$

La misma deformación puede ser lograda sujetando las puntas de las muestras cilíndricas y tirando de ellas sin parar, hasta que la longitud de las muestras cilíndricas de polímero crecen exponencialmente con el tiempo; esto es,

$$L(t) = L_0 e^{\dot{\epsilon}t} \quad (2-4)$$

Para ver que esta misma deformación es obtenida en el aparato de Meissner, consideremos la Figura 2.3.3 la cual representa una muestra cilíndrica de fluido experimental a flujo elongacional uniforme con gradiente de velocidad $\dot{\epsilon}$. La velocidad en la punta derecha de la muestra cilíndrica en el tiempo cero es $\frac{1}{2}L_0\dot{\epsilon}$. Un tiempo más tarde, t , la muestra se ha deformado y por lo tanto su velocidad es mayor, si el gradiente de velocidad uniforme permanece constante. Su velocidad, V , en el tiempo t es $\frac{1}{2}L\dot{\epsilon}$, donde L es la longitud de la muestra cilíndrica en un tiempo t más tarde.

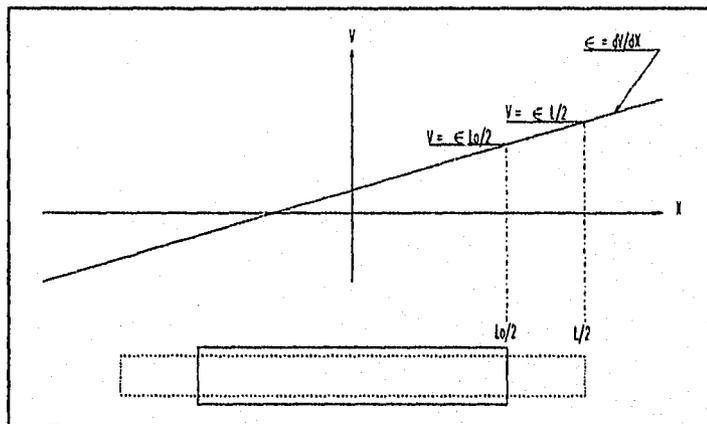


Fig. 2.3.3 Elongación uniforme con gradiente de velocidad $\dot{\epsilon}$.

La velocidad V en t_0 es,

$$V = \frac{1}{2}L_0\dot{\epsilon} \quad (2-5)$$

La velocidad V en t es,

$$V = \frac{1}{2}L\dot{\epsilon} \quad (2-6)$$

ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS

Pero V también es igual a $\frac{1}{2}(dL/dt)$, la rapidez a la cual la punta del cilindro se desplaza. Igualando la ecuación anterior con la ec.(2-6), resulta

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(dL/dt) &= \frac{1}{2}L\dot{\epsilon} \\ dL/dt &= L\dot{\epsilon} \end{aligned} \tag{2-7}$$

resolviendo la ecuación diferencial, tenemos

$$\begin{aligned}dL/L &= \dot{\epsilon} dt \\ \int dL/L &= \dot{\epsilon} \int dt \\ \ln L &= \dot{\epsilon} t + C \\ L(t) &= e^{\dot{\epsilon}t+C} = e^C e^{\dot{\epsilon}t} \\ L(t) &= c e^{\dot{\epsilon}t}\end{aligned}$$

donde $c = e^C$

Para determinar la constante c de integración necesitamos conocer el valor de L en determinado tiempo específico, utilizando las condiciones iniciales,

$$L(t_0) = L_0$$

Por lo tanto,

$$c = L_0$$

nos queda una función exponencial con respecto al tiempo y además, esta solución particular de la ec.(2-7),

$$L(t) = L_0 e^{\dot{\epsilon}t}$$

Aparte de la geometría de la deformación, la elongación estacionaria difiere de al corte estacionaria en que algunas líneas del material crecen exponencialmente con el tiempo; al corte, crecen linealmente con respecto al tiempo. Por lo tanto, el flujo elongacional estacionario es llamado flujo fuerte; al corte es flujo débil.

2. 4 GRADIENTE DE DEFORMACIÓN, GRADIENTE DE VELOCIDAD Y ESFUERZO.

2.4.1 El gradiente de deformación.

Para desarrollar ecuaciones constitutivas no solo para corte y elongación, pero para cualquier campo de velocidad, una descripción matemática de deformaciones arbitrarias es necesitada. Esta es hecha con los tensores gradiente velocidad y gradiente deformación.

Mediante un ejemplo unidimensional se puede ilustrar el gradiente velocidad. Consideremos un filamento de un material, suponiendo un cordón elástico Figura 2.4.1. Primero etiquetamos cada elemento del material en el cordón para la posición, x , que el elemento ocupa en el tiempo presente, t . Suponiendo t' es el tiempo después de que el cordón ha sido deformado. Se define $x'(t'; x, t)$ para ser la posición en el tiempo t' del elemento que reside en x en el tiempo presente, t . Entonces

$$F \equiv \frac{dx'}{dx} \tag{2-8}$$

es el gradiente deformación. De más interés el usar su inversa $F^{-1} = \frac{dx}{dx'}$. F^{-1} es la relación de la longitud de la partícula en el estado deformado a su longitud en estado indeformado. Suponiendo, por ejemplo, que la elongación es uniforme; cada elemento del material es elongado a la misma extensión. Entonces, $F^{-1} = L(t)/L(t')$ es la relación de la longitud del cordón después de la deformación a la longitud que antes tenía.

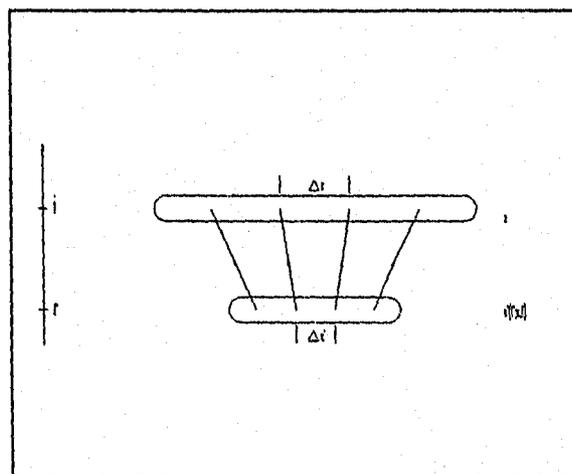


Fig. 2.4.1 Gradiente de deformación para elongación de un cordón elástico.

ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS

Ahora consideremos un cuerpo material tridimensional antes y después de una deformación arbitraria (Fig. 2.4.2). Consideremos un vector fijado en el material. Suponer que, este antes de la deformación este vector tuvo coordenadas, \underline{r} , y como resultado de la deformación el vector es rotado y elongado así que sus nuevas coordenadas están dadas por \underline{r}' . Por analogía, el tensor tridimensional, \underline{F}^{-1} , está definido por

$$\underline{F}^{-1}(\underline{t}, \underline{t}') \equiv \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r}'} \quad (2-9)$$

\underline{F} , el cuál es la inversa de \underline{F}^{-1} , es el tensor gradiente deformación. Si la deformación es uniforme o si la posición de la partícula dx' es escogida para ser más pequeña que la distancia sobre la cuál \underline{F}^{-1} cambia, entonces dx , la posición de la partícula en el tiempo t , es relacionado a dx' , la misma posición de la partícula en el tiempo t' , por

$$dx = \underline{F}^{-1} \cdot dx' \quad (2-10)$$

El gradiente de deformación inverso, \underline{F}^{-1} , por lo tanto, describe el cambio acumulativo en orientación y forma de un pequeño elemento del material entre el tiempo t' y t .

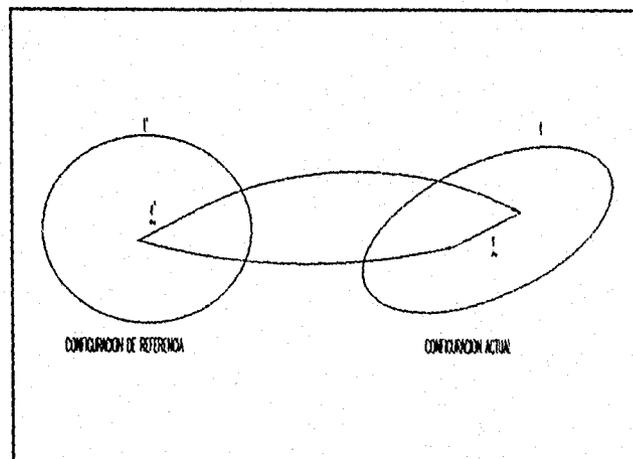


Fig. 2.4.2 El gradiente de deformación, \underline{F}^{-1} , para una deformación arbitraria tridimensional.

Deformación al corte .

La Figura 2.4.3 muestra las componentes de F^{-1} para corte simple. Tomando un vector fijo orientado en la dirección 1, la dirección del flujo, y la unidad de longitud en el tiempo t' ; esto es, $\underline{r}^1 = (1, 0, 0)$. Entonces F_{xx}^{-1} , F_{xy}^{-1} y F_{xz}^{-1} , son las componentes del vector fijo después de la deformación; $\underline{r}^1 = (F_{xx}^{-1}, F_{xy}^{-1}, F_{xz}^{-1})$. Puesto que al corte las líneas de estos componentes, en este plano no sufrieron elongación y rotación, $(r_1, r_2, r_3) = (F_{xx}^{-1}, F_{xy}^{-1}, F_{xz}^{-1}) = (1, 0, 0)$. Del mismo modo F_{yx}^{-1} , F_{yy}^{-1} , y F_{yz}^{-1} , son las coordenadas del vector fijo en el tiempo t' y orientado en la dirección 2. El vector sufre de rotación y elongación por el cortante aplicado así que $(F_{yx}^{-1}, F_{yy}^{-1}, F_{yz}^{-1}) = (\gamma, 1, 0)$. Finalmente, $(F_{zx}^{-1}, F_{zy}^{-1}, F_{zz}^{-1}) = (0, 0, 1)$. Entonces,

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

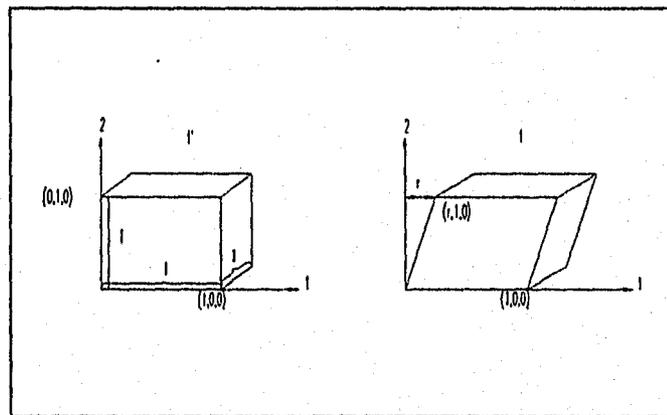


Fig. 2.4.3 El gradiente de deformación al corte.

Deformación extensional.

Como un segundo ejemplo, consideremos una deformación rectilínea que deforma un cubo en un bloque rectangular, Figura 2.4.4. Las deformaciones rectilíneas son llamadas también extensiones. Una línea de material orientada a lo largo de cualquier eje del cubo es elongado o comprimida, pero no sufre

rotación. Así F_{ii}^{-1} contiene únicamente elementos en la diagonal, y cada elemento diagonal, F_{ii}^{-1} , es simplemente la relación de elongación, λ_i , la relación de la longitud del bloque en la dirección i después de la deformación. Además, si el material es incompresible su volumen no varía con la deformación, entonces $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$. Más generalmente, para cualquier volumen igual después de la deformación,

$$\det F_{ii}^{-1} = 1 \quad (2-12)$$

Para una deformación elongacional simple, incompresibilidad implica que $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-1/2}$, donde λ_1 es la relación de elongación en la dirección de la deformación.

Por lo tanto, el tensor gradiente de deformación es,

$$F_{ii}^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

Se puede utilizar $F_{ii}^{-1}(t, t')$ para describir la deformación que un material particular experimenta entre algún tiempo pasado, t' , y el tiempo presente, t .

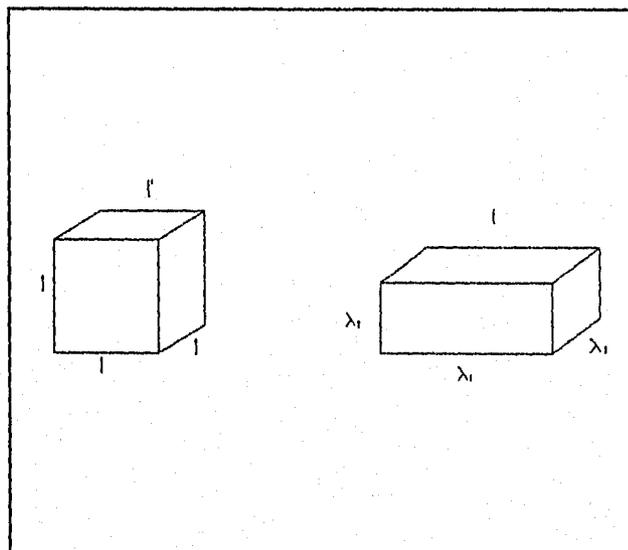


Fig. 2.4.4 El gradiente de deformación en una deformación extensiva.

2.4.2 El gradiente de velocidad.

Tomando la derivada de \underline{F}^{-1} , usando la definición de la ec.(2-9), y utilizando la regla de la cadena, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \underline{F}^{-1} &= \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r}'} \cdot \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r}'} \cdot \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r}} \\ &= \underline{F}^{-1} \cdot \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} = \underline{F}^{-1} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} \end{aligned} \quad (2-14)$$

Aquí $\underline{\nabla} \underline{v}$ es el tensor gradiente de velocidad. El gradiente de velocidad describe la inclinación de la variación de la velocidad moviéndose de un punto a otro en el flujo en un instante de tiempo determinado. Así, si la velocidad es \underline{v}_0 en algún punto en el flujo y el gradiente de velocidad es $\underline{\nabla} \underline{v}$, entonces en un punto cercano, \underline{r} , la velocidad es $\underline{v}_0 + \underline{r} \cdot \underline{\nabla} \underline{v}$.

La ec.(2-14) puede ser ilustrada por el flujo elongacional uniforme representado en la Figura 2.3.3. la componente "xx" de \underline{F}^{-1} está dada por L/L_0 .

Los componentes de \underline{F}^{-1} es

$$\underline{F}_{xx}^{-1} = L/L_0. \quad (2-15)$$

sustituyendo la ec. anterior en la ec.(2-4), tenemos

$$\dot{\underline{F}}_{xx}^{-1} = \dot{L}_0 e^{\dot{\epsilon} t} / L_0.$$

$$\dot{\underline{F}}_{xx}^{-1} = L_0 (\dot{\epsilon} e^{\dot{\epsilon} t} + e^{\dot{\epsilon} t} (0)) / L_0 = \dot{\epsilon} L_0 e^{\dot{\epsilon} t} / L_0 = \dot{\epsilon} L / L_0$$

$$\dot{\underline{F}}_{xx}^{-1} = \underline{F}_{xx}^{-1} \dot{\epsilon}$$

La ec.(2-14) establece la conexión entre el tensor gradiente de velocidad y el tensor gradiente de deformación.

Deformación al corte.

En un flujo al corte simple, como se representa en la Figura 2.4.3, $\nabla \underline{v}$ es

$$\nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

Deformación extensional.

$$\nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

donde $\dot{\epsilon}_i$ es el gradiente velocidad, $\partial v_i / \partial v_i$, en dirección y .

La condición de incompresibilidad, la cual implica que $\det \underline{F}^{-1} = 1$, también implica que

$$\text{tr } \nabla \underline{v} = 0 \quad (2-18)$$

2.4.3 El tensor estado de esfuerzo.

En la discusión de una deformación al corte, se refiere a los esfuerzos cortantes y a los esfuerzos normales. Estos son componentes del tensor de esfuerzo. La i -ésima fila del tensor de esfuerzo, $\underline{\sigma}$, es la fuerza por unidad de área que el material exterior hacia un cubo ejerce sobre una superficie perpendicular a la i -ésima eje de coordenadas (Fig. 2.4.5). Si \underline{f} es la fuerza por unidad de área actuando sobre una superficie perpendicular a un vector unitario arbitrario, \underline{n} , entonces

$$\underline{f} = \underline{n} \underline{\sigma} \quad (2-19)$$

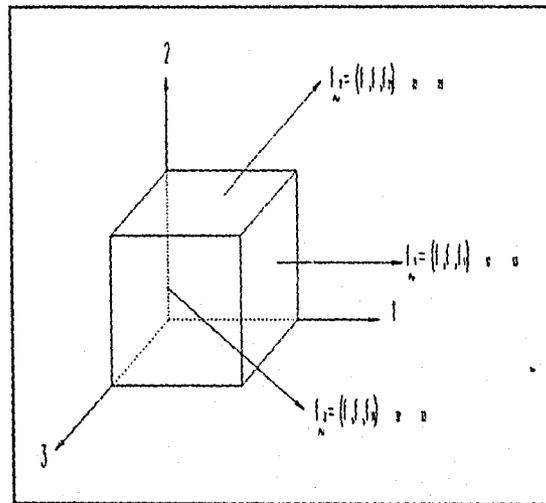


Fig. 2.4.5 El tensor de esfuerzo.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & f_{yz} \\ f_{zx} & f_{zy} & f_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

El estado de esfuerzo, o esfuerzo total, \underline{T} , es el tensor de esfuerzo adicional a contribución de presión:

$$\underline{T} = \underline{\sigma} - p \underline{\delta} \quad (2-21)$$

donde $\underline{\delta}$ es el tensor unitario.

$$\underline{\delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

Tensoros que son proporcionales a δ_{ij} son llamados isotrópicos — esto es, materiales que no tienen otra dirección preferencial que la impuesta por la deformación—.

Para un material incomprensible, solamente gradientes de p afectan el movimiento del fluido. Por lo tanto, un tensor isotrópico constante de magnitud arbitraria puede ser agregado a T sin consecuencia.

2.5 RELACIÓN DE DEFORMACIÓN Y ESFUERZO.

2.5.1 Fluidos simples viscoelásticos.

Se espera que el tensor de esfuerzo, σ , esté de alguna manera relacionado al gradiente de deformación, F^{-1} . En 1961, Coleman y Noll [4] presentaron un sistema matemático para relacionar σ a $F^{-1}(t, t')$ bajo términos generales. Estos requerimientos definen una clase de material al que llamaron “fluidos simples”. El esfuerzo en un elemento pequeño de fluido simple viscoelástico es determinado por la historia de deformación, esto es, por $F^{-1}(t, t')$, para este elemento fluido, y no por la deformación de elementos vecinos. Este es el principio de acción local. Sin embargo, la influencia de la deformación sobre la disminución de esfuerzo con el paso del tiempo después de la deformación. Este es el principio de desvanecimiento de memoria. La definición matemática precisa dada para desvanecimiento de memoria por Coleman y Noll lleva la implicación que para deformaciones lo suficientemente rápidas el material se comporta como un sólido elástico, mientras para deformaciones lo suficientemente bajas el material se comporta como un líquido Newtoniano.

2.5.2 El límite Newtoniano.

Un líquido Newtoniano satisface la ecuación constitutiva

$$\sigma = 2 \eta \cdot D \quad (2-23)$$

donde, \underline{D} es el tensor rapidez de deformación (esto es, la parte simétrica del gradiente velocidad):

$$2\underline{D} = \underline{\nabla} \underline{v} + (\underline{\nabla} \underline{v})^T \quad (2-24)$$

El superíndice denota matriz transpuesta. La parte antisimétrica del gradiente velocidad es llamado, el tensor vorticidad:

$$2\underline{\omega} = \underline{\nabla} \underline{v} - (\underline{\nabla} \underline{v})^T \quad (2-25)$$

El tensor vorticidad es regulado por la velocidad angular del elemento fluido. Para fluidos sin rotación, tal como el flujo extensional representado en la Figura 2.4.4, $\underline{\nabla} \underline{v}$ es simétrico y el tensor vorticidad es cero. Fluidos simples viscoelásticos obedecen a la ec.(2-23) para flujos lo suficientemente bajos.

2.5.3 El límite elástico.

Para deformaciones lo suficientemente rápidas, un líquido simple viscoelástico se comporta elásticamente. Un cuerpo elástico tiene un estado natural o forma; este recuerda su estado perfectamente y debe volver a este si el esfuerzo es retirado. El tensor de esfuerzo para un material elástico depende de la deformación, \underline{F}^{-1} , relativo a su estado natural pero no a la rapidez en la cual la deformación es acumulada.

Así

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}(\underline{F}^{-1}) \quad (2-26)$$

con $\underline{F}^{-1} = \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r}^0}$ y \underline{r}^0 un vector fijo en el estado natural.

2.5.4 Marcos referenciales.

La ec.(2-26) es una ecuación constitutiva para materiales elásticos. Para ver esto, consideremos una ley constitutiva, $\sigma_n = G(F_n^{-1})$, donde G es un módulo o rigidez con dimensiones de fuerza por unidad de área. Suponer un bloque sujeto a esfuerzos libres, obedeciendo esta ley es girado a través de un ángulo, θ (Fig. 2.4.6). Para este movimiento, el tensor gradiente de deformación es

$$F_n^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = Q_n \quad (2-27)$$

F_n^{-1} es solo la matriz de rotación, Q_n . Por lo tanto

$$\sigma_n = G \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

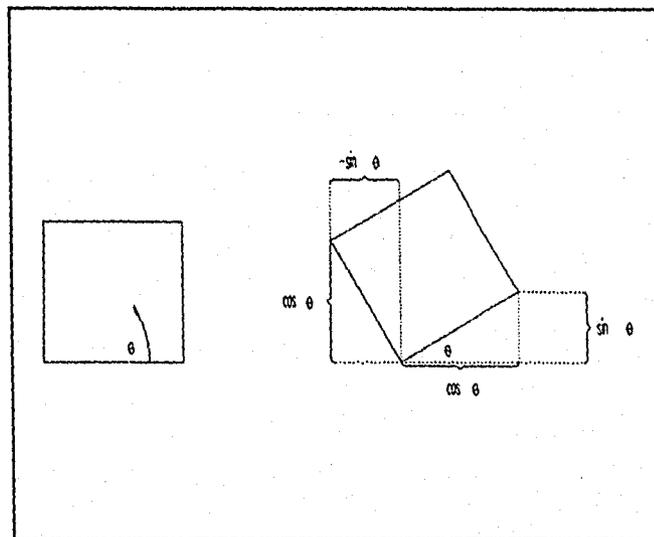


Fig. 2.4.6 El gradiente de deformación para rotación de un cuerpo rígido.

ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS

Los componentes de $\underline{\sigma}$, por lo tanto dependen del ángulo θ , se encuentra que la rotación de un cuerpo rígido induce un esfuerzo en el material. De otra manera, se puede ver que la rotación de marcos referenciales a través de un ángulo θ induce un esfuerzo en el material. Por lo tanto el material no satisface el principio de marcos referenciales.

Esta enigma se origina porque \underline{F}^{-1} contiene información acerca de ambos, elongación y rotación de las líneas del material. Los marcos referenciales requieren que esta información acerca de la rotación de las líneas del material sea excluida de la ecuación constitutiva. Esta puede ser realizada de tal manera que $\underline{\sigma}$ no dependa \underline{F}^{-1} si del tensor de Cauchy-Green derecho, \underline{C}^{-1} :

$$\underline{C}^{-1} = (\underline{F}^{-1})^T \cdot \underline{F}^{-1} \quad (2-29)$$

Dicho tensor se origina cuando se considera la longitud de una línea del material deformado. De la ec.(2-10), el cuadrado de la posición después de la deformación es

$$\begin{aligned} (ds)^2 &= dx \cdot dx = (\underline{F}^{-1} \cdot dx') (\underline{F}^{-1} \cdot dx') = (\underline{F}^{-1} \cdot dx')^T (\underline{F}^{-1} \cdot dx') \\ &= (dx')^T (\underline{F}^{-1})^T \underline{F}^{-1} \cdot dx' = (dx')^T \cdot \underline{C}^{-1} \cdot dx' \end{aligned} \quad (2-30)$$

\underline{C}^{-1} , un tensor simétrico, el cual contiene información acerca de la orientación de los tres principales ejes de elongación y de las magnitudes de las tres relaciones de elongación. Además cualquier tensor semejante \underline{C}^{-1} obtenido para una deformación involucrando rotación puede también ser obtenido por una deformación de rotación libre; así \underline{C}^{-1} no contiene información acerca de la rotación de las líneas del material que ocurren durante la deformación. El tensor $\underline{C}^{-1}(t', t)$ describe el cambio en forma de un pequeño elemento del material entre los tiempos t' y t .

Para una ecuación constitutiva simple,

$$\underline{\sigma} = \underline{G} \cdot \underline{C}^{-1} \quad (2-31)$$

una rotación a través del ángulo θ da por resultado

$$\underline{\sigma} = \underline{G} (\underline{F}^{-1})^T \cdot \underline{F}^{-1} = \underline{G} \underline{Q}^T \cdot \underline{Q} = \underline{G} \underline{\delta} \quad (2-32)$$

La ec.(2-31) preserva el estado de esfuerzo libre bajo rotaciones del marco referencial. Más generalmente, las ecuaciones de la forma $\underline{\sigma} = \underline{G} \cdot \underline{C}^{-1}$ satisfacen el principio de marcos referenciales, sin tener en cuenta el estado de esfuerzos del material. Por lo tanto, el tensor de esfuerzos de un material elástico dependerá de \underline{C}^{-1} y no \underline{F}^{-1} .

Deformación al corte.

De la ec.(2-29), \underline{C}^{-1} resulta

$$\underline{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \gamma^2 & \gamma & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

Deformación extensional.

De la ec.(2-29), \underline{C}^{-1} resulta

$$\underline{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

De la definición de $C_{\underline{x}}^{-1}$ dada en la ec. (2-29) y de la relación de la ec.(2-14), se encuentra que la relación entre $C_{\underline{x}}^{-1}$ y el tensor gradiente de velocidad es,

$$\begin{aligned}
 \dot{C}_{\underline{x}}^{-1} &= \frac{\partial}{\partial t} C_{\underline{x}}^{-1} = \frac{\partial}{\partial t} ((F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot F_{\underline{x}}^{-1}) \\
 &= \frac{\partial}{\partial t} (F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot F_{\underline{x}}^{-1} + (F_{\underline{x}}^{-1})^T \frac{\partial}{\partial t} F_{\underline{x}}^{-1} \\
 &= (\dot{F}_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot F_{\underline{x}}^{-1} + (F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot \dot{F}_{\underline{x}}^{-1} \qquad \frac{\partial}{\partial t} F_{\underline{x}}^{-1} = F_{\underline{x}}^{-1} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} \\
 &= (F_{\underline{x}}^{-1} \cdot \underline{\nabla} \underline{v})^T \cdot F_{\underline{x}}^{-1} + (F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot (F_{\underline{x}}^{-1} \cdot \underline{\nabla} \underline{v}) \\
 &= (\underline{\nabla} \underline{v})^T \cdot (F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot F_{\underline{x}}^{-1} + (F_{\underline{x}}^{-1})^T \cdot (F_{\underline{x}}^{-1}) \cdot (\underline{\nabla} \underline{v}) \\
 &= (\underline{\nabla} \underline{v})^T \cdot C_{\underline{x}}^{-1} + C_{\underline{x}}^{-1} \cdot (\underline{\nabla} \underline{v}) \qquad (2-35)
 \end{aligned}$$

2.6 UNA ECUACIÓN VISCOELÁSTICA CONSTITUTIVA SIMPLE.

2.6.1 Versión integral.

Propuesta la ec.(2-31) como una ecuación constitutiva que cumple el principio de marcos referenciales para una respuesta elástica a la deformación. Dicha ecuación, es también una posible ecuación constitutiva relacionada para fluidos viscoelásticos simples en el límite de las deformaciones rápidas, ya que los fluidos viscoelásticos simples se comportan elásticamente en sus límites. El esfuerzo cortante, σ_{12} , para una rapidez de deformación al corte es $G\dot{\gamma}$, de acuerdo a esta ecuación. Para deformaciones lentas, la contribución esfuerzo de los incrementos de deformación ocurridos en el pasado es de menor relevancia que si esto ocurriera en un tiempo presente. Supongamos que pesamos cada incremento de deformación para

ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS

$e^{(t-t')/\lambda}$, donde t es el tiempo presente, y t' el tiempo pasado, y λ el tiempo de relajación. La rapidez de deformación incrementa ocurriendo durante un intervalo de tiempo dt' a un tiempo pasado, t' , es $\dot{\gamma}(t') dt'$. Por lo tanto, la contribución de $d\sigma_{12}$, a el esfuerzo cortante presente, resultado de su incremento de deformación es

$$d\sigma_{12} = G e^{(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t') dt' \quad (2-36)$$

El esfuerzo cortante presente es sola la suma o integral de todas estas contribuciones del pasado, que se toma para ser $t' = -\infty$, a el tiempo presente, t ; el resultado

$$\sigma_{12} = G \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t') dt' \quad (2-37)$$

donde al integrar esta expresión por partes da,

$$u = e^{-(t-t')/\lambda} \quad du = -1/\lambda e^{-(t-t')/\lambda} dt'$$

$$dv = \dot{\gamma}(t') dt' \quad v = \dot{\gamma}(t, t')$$

$$\sigma_{12} = G [e^{-(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t, t') \Big|_{-\infty}^t - (-1/\lambda) \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t, t') dt']$$

$$\sigma_{12} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t, t') dt' \quad (2-38)$$

donde $\dot{\gamma}(t, t')$ es la rapidez de deformación al corte acumulada entre los tiempos, t' y t ,

$$\dot{\gamma}(t, t') = \int_{t'}^t \dot{\gamma}(t'') dt''$$

De acuerdo a la ec.(2-33), $\dot{\gamma}(t, t')$ es la componente C_{12}^{-1} del tensor de Cauchy-Green derecho al corte. El tensor de esfuerzos completo es

$$\underline{\sigma} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} \underline{C}^{-1}(t, t') dt' \quad (2-39)$$

esta expresión es conocida como la ecuación de Lodge.

Si toda la deformación es impuesta solo antes del tiempo presente, t , entonces $\underline{C}_{\infty}^{-1}(t, t')$, es la deformación que sido acumulada entre los tiempos t' y t , es independiente de t' . $\underline{C}_{\infty}^{-1}(t, t')$ es por lo tanto $\underline{C}_{\infty}^{-1}$, una constante, y la ecuación anterior da

$$t' \equiv t$$

$$\underline{\sigma} = G \underline{C}_{\infty}^{-1} \quad (2-40)$$

Así, el límite elástico es recuperado. Si, por otra parte, la deformación es muy lenta y $\underline{C}_{\infty}^{-1}$ permanece solamente como una pequeña perturbación lejos de $\underline{\delta}$, entonces reemplazando $\underline{C}_{\infty}^{-1}$ por $\underline{\delta}$ en el lado derecho de la ec.(2-35) e integrando con respecto al tiempo, se encuentra que

$$\underline{C}_{\infty}^{-1}(t, t') \sim \underline{\delta} + 2(t-t') \underline{D}(t) \quad (2-41)$$

Cuando se inserta la ecuación anterior en la ec.(2-39), se obtiene

$$\underline{\sigma} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} (\underline{\delta} + 2(t-t') \underline{D}(t)) dt$$

$$\underline{\sigma} = \frac{G}{\lambda} \left[\underline{\delta} \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} dt + 2 \underline{D}(t) \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} (t-t') dt \right]$$

$$u = e^{(t-t)/\lambda} \quad du = \lambda e^{(t-t)/\lambda}$$

$$dv = (t-t') dt' \quad v = dt$$

$$\int_{-\infty}^t e^{(t-t)/\lambda} (t-t') dt' = e^{(t-t)/\lambda} (t-t') dt' \Big|_{-\infty}^t - \int_{-\infty}^t \lambda e^{(t-t)/\lambda} dt'$$

$$\int_{-\infty}^t e^{(t-t)/\lambda} (t-t') dt' = \lambda^2$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{G}{\lambda} \left[\underline{\underline{\delta}} \lambda + 2D(t)\lambda^2 \right]$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = G \underline{\underline{\delta}} + 2G\lambda D(t) \quad (2-42)$$

Para términos isotrópicos, el tensor de esfuerzo es $2\eta D$, donde la viscosidad η , es igual a $G\lambda$.

2.6.2 Versión diferencial.

La ecuación constitutiva simple, ec.(2-39), puede ser convertida a una formulación diferencial equivalente, la cual para algunos propósitos es más útil que la versión integral. Por lo tanto, cuando la ec.(2-39) es diferenciada con respecto al tiempo, el resultado es

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\underline{\underline{\sigma}} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t)/\lambda} C^{-1}(t, t') dt' \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{\sigma}} = \frac{G}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t e^{(t-t)/\lambda} C^{-1}(t, t') dt'$$

Aplicando la regla de Leibniz para la derivada de una integral

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{f(t)}^{g(t)} h(t, t') dt' = \dot{g}(t) h(t, g(t)) - \dot{f}(t) h(t, f(t)) + \int_{f(t)}^{g(t)} \frac{\partial h}{\partial t}(t, t') dt'$$

$$\dot{\underline{\sigma}} = \frac{G}{\lambda} \underline{C}^{-1}(t, t) e^{(t-t)/\lambda} + \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} \dot{\underline{C}}^{-1}(t, t') dt' - \frac{G}{\lambda^2} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} \underline{C}^{-1}(t, t') dt'$$

$$\dot{\underline{\sigma}} = \frac{G}{\lambda} \underline{\delta} + (\underline{\nabla} \underline{v}^T \cdot \underline{\sigma} + \underline{\sigma} \cdot \underline{\nabla} \underline{v}) - \frac{1}{\lambda} \underline{\sigma}$$

$$\dot{\underline{\sigma}} - \underline{\nabla} \underline{v}^T \cdot \underline{\sigma} - \underline{\sigma} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} + \frac{1}{\lambda} \underline{\sigma} = \frac{G}{\lambda} \underline{\delta} \quad (2-43)$$

La ecuación anterior es la equivalente a la ec.(2-39). Esta es escrita de la forma más compacta como

$$\overset{\nabla}{\lambda} \underline{\sigma} + \underline{\sigma} = G \underline{\delta} \quad (2-44)$$

donde $\overset{\nabla}$ denota, la derivada convectiva superior con respecto del tiempo. Esta operación sobre un tensor arbitrario, \underline{S} , se define como

$$\overset{\nabla}{\underline{S}} = \dot{\underline{S}} - \underline{\nabla} \underline{v}^T \cdot \underline{S} - \underline{S} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} \quad (2-45)$$

La ec.(2-44) es llamada la ecuación convectiva superior de Maxwell. Nótese que

$$\overset{\nabla}{\underline{\delta}} = \dot{\underline{\delta}} - \underline{\nabla} \underline{v}^T \cdot \underline{\delta} - \underline{\delta} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} = -2 \underline{D} \quad (2-46)$$

Entonces, definiendo un nuevo tensor de esfuerzos

$$\underline{\tau} = \underline{\sigma} - G \underline{\delta} \quad (2-47)$$

y sustituyendo esta por $\underline{\sigma}$ en la ec.(2-44) resulta

$$\lambda \dot{\underline{\tau}} + \underline{\tau} = 2\eta \underline{D} \quad (2-48)$$

donde $\eta = G\lambda$. Esta forma es la ecuación convectiva superior de Maxwell, la cual contiene \underline{D} en lugar de $\underline{\delta}$, pero es más frecuente ver la ec.(2-44).

2.6.3 Predicciones.

Deformación al corte.

Las predicciones reológicas de una ecuación simple pueden fácilmente ser vistas de la versión integral, ec.(2-39). La viscosidad al corte es alcanzada después que el cortante estacionario ha sido impuesto por un tiempo mucho más largo que el tiempo de relajación. Para calcular η en estado estacionario se asume que el corte estacionario ha continuado de un tiempo, t_0 , en el pasado remoto anterior al tiempo presente, t . Si $t - t_0 \gg \lambda$, el valor calculado es insensible valor exacto de t_0 ; esto es, el material no recuerda exactamente cuando el cortante inicia. Por conveniencia, nosotros tomamos $t_0 = -\infty$. La rapidez de deformación es $\dot{\gamma}(t - t')$. Para obtener la viscosidad al corte, se inserta la componente apropiada de $\underline{C}^{-1}(t, t')$, de la ec.(2-33) en la integral:

$$\eta = \frac{\sigma_{12}}{\dot{\gamma}} = \frac{G}{\dot{\gamma}\lambda} \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\lambda} \dot{\gamma}(t - t') dt' = G\lambda \quad (2-49)$$

Por lo tanto, η es constante; no hay adelgazamiento al corte. La primera diferencia de esfuerzos normales, N_1 , es obtenido insertando $\underline{C}_{xx}^{-1} - \underline{C}_{yy}^{-1} = \gamma^2 = \dot{\gamma}(t - t')^2$

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} (C_{xx}^{-1} - C_{yy}^{-1}) dt'$$

$$= \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} \dot{\gamma} (t-t')^2 dt$$

$$N_1 = 2G\lambda^2 \dot{\gamma}^2 = 2\eta\lambda \dot{\gamma}^2 \quad (2-50)$$

Así, $\Psi_1 = N_1/\dot{\gamma}^2$, el coeficiente primario de diferencia de esfuerzos normales, es una constante $2\eta\lambda$. Nótese que la relación $\Psi_1/2\eta$ es el tiempo de relajación

Deformación elongacional.

En elongación, la viscosidad elongacional es,

$$\bar{\eta} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\dot{\epsilon}} \quad (2-51)$$

La elongación es una deformación extensional con $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-1/2}$ donde "1" es la dirección de la elongación. De la e.(2-34), $C_{xx}^{-1} - C_{yy}^{-1} = \lambda_1^2 - \lambda_1^{-1}$. Para elongación estacionaria $\lambda_1(t, t') = e^{\dot{\epsilon}(t-t')}$, donde $\dot{\epsilon}$ es el gradiente velocidad en la dirección del flujo. Utilizando la ec.(2-39)

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} (C_{xx}^{-1} - C_{yy}^{-1}) dt'$$

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t e^{(t-t')/\lambda} [e^{2\dot{\epsilon}(t-t')} - e^{-\dot{\epsilon}(t-t')}] dt'$$

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t [e^{(t'-t)/\lambda + 2\dot{\epsilon}(t-t')} - e^{(t'-t)/\lambda - \dot{\epsilon}(t-t')}] dt'$$

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{\lambda} \int_{-\infty}^t [e^{(t'-t)(\lambda - 2\dot{\epsilon} + 1)/\lambda} - e^{(t'-t)(\lambda + 1)/\lambda}] dt'$$

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{G}{1 - 2\lambda\dot{\epsilon}} - \frac{G}{1 + \lambda\dot{\epsilon}} \quad (2-52)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ec.(2-51), se tiene

$$\bar{\eta} = \frac{3\lambda G}{(1 - 2\lambda\dot{\epsilon})(1 + \lambda\dot{\epsilon})} \quad (2-53)$$

Nótese que la viscosidad elongacional se aproxima a infinito cuando $\dot{\epsilon} \rightarrow 1/2\lambda$.

La ecuación simple de Lodge predice importantes propiedades de fluidos viscoelásticos, así como la primera diferencia de esfuerzos normales y el desvanecimiento de memoria en elongación. Esta también predice la existencia de relajación de esfuerzos después de retirar el esfuerzo aplicado. Además predice que la viscosidad al corte y el coeficiente primario de esfuerzos normales son independientes de la rapidez de deformación al corte y que la viscosidad elongacional en estado estacionario es infinita en una rapidez de deformación elongacional finita.

2.6.4 Relación de Trouton.

La mecánica del continuo es capaz de proveer algunas ideas útiles dentro del comportamiento de líquidos No-Newtonianos. Por ejemplo, la siguiente relación limitada entre la viscosidad elongacional y al corte es verdadera (Walters [5], Petrie [6])

$$\bar{\eta}(\dot{\epsilon}) \Big|_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} = 3\eta(\dot{\gamma}) \Big|_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \quad (2-54)$$

ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA FLUIDOS VISCOELÁSTICOS

Se puede observar que esta relación es válida para todos los valores de $\dot{\epsilon}$ y $\dot{\gamma}$ en el caso de fluidos Newtonianos. En particular, para fluidos Newtonianos,

$$\bar{\eta} = 3\eta \quad (2-55)$$

Este resultado fue originalmente determinado por Trouton [7], y la viscosidad elongacional es frecuentemente denominada como viscosidad de Trouton. Por consiguiente, los reólogos han introducido el concepto de "relación de Trouton" T_R definido como

$$T_R = \frac{\bar{\eta}(\dot{\epsilon})}{3\eta(\dot{\gamma})} \quad (2-56)$$

CAPÍTULO 3

VISCOMETRÍA ROTACIONAL Y FLUJO ELONGACIONAL

3.1 GENERALIDADES.

Los fluidos presentan distintos valores de viscosidad, según el tipo de deformación o rapidez de deformación al cual estén sujetos. Así, la viscosidad al corte se define como la resistencia que opone un fluido al movimiento cuando se le aplica un esfuerzo tangencial o de corte. Sin embargo, el mismo fluido puede estar sometido a otro tipo de esfuerzos que no sean cortantes y que, generalmente, tienen un mayor efecto en el comportamiento del fluido.

Un ejemplo de esto son los esfuerzos tensionales (que se ponen de manifiesto en el flujo elongacional). La resistencia que opone un fluido al movimiento cuando se le aplican este tipo de esfuerzos, no es la misma que la que presenta ante un esfuerzo cortante, lo cual implica que existe otra propiedad que relaciona los esfuerzos tensionales con la deformación del material.

A esta propiedad se le conoce como la viscosidad elongacional, que en el caso de los fluidos Newtonianos es exactamente tres veces más grande que su viscosidad al corte (relación de Trouton) pero, que en otro tipo de fluidos, puede sobrepasar el valor de la viscosidad al corte en varios órdenes de magnitud.

Un flujo elongacional es aquel flujo en el que las moléculas del fluido tienden a alinearse y alargarse al ser aplicado un esfuerzo tensional. Este comportamiento es diferente a la respuesta del fluido al aplicársele un esfuerzo cortante simple. El flujo elongacional es también conocido como "flujo extensional" o "flujo de alargamiento".

La viscosidad elongacional ha sido definida [8,9] como el coeficiente de crecimiento del esfuerzo tensional al someter al material a una rapidez de deformación elongacional relativa constante. Para lograr una rapidez de deformación elongacional relativa constante en una solución polimérica es necesario que ésta varíe su velocidad exponencialmente con el tiempo. Por lo anterior, se ha establecido una viscosidad elongacional aparente que constituye un estado transitorio del material, la cual se obtiene de la relación entre el esfuerzo y la rapidez de deformación en un instante dado.

Por lo tanto, la viscosidad elongacional, proporciona un medio de diferenciación entre fluidos poliméricos que presentan el mismo comportamiento al serles aplicado un esfuerzo cortante.

Tal y como la viscosidad al corte es función de la rapidez de deformación aplicada durante el flujo, la viscosidad elongacional es función de la rapidez de alargamiento a la cual se somete el fluido; sin embargo, ésta última es sumamente difícil de medir.

Diversos autores [10,11] han comentado que el esfuerzo cortante simple es la forma común de deformación en el estudio reológico de materiales complejos y que se ha desarrollado relativamente poco trabajo en flujos extensionales. Atribuyen esta situación a la conveniencia experimental de hacer mediciones del esfuerzo cortante simple y a la considerable dificultad para llevar a cabo experimentos con un flujo elongacional a altas rapidezces de deformación.

La reometría tradicional en fluidos viscoelásticos y soluciones poliméricas, consiste en la medición de tres propiedades fundamentales: viscosidad al corte, primera y segunda diferencia de esfuerzos normales; dichas mediciones se realizan en un estado de deformaciones previamente conocido (flujo viscométrico) el cual permite caracterizar al material de acuerdo a una historia cuya rapidez de deformación es constante e impuesta mediante una geometría de flujo previamente analizada (cono-plato, placas paralelas, cilindros concéntricos, etc.).

Adicionalmente, se pueden realizar mediciones usando las geometrías anteriores bajo una rapidez de deformación de tipo oscilatoria con objeto de obtener valores reales y complejos de las propiedades fundamentales del fluido.

3.2 VISCOMETRÍA ROTACIONAL.

3.2.1 Introducción.

La viscometría rotacional es utilizada generalmente para medir las propiedades de fluidos, los cuales presentan flujos que se aproximan a un movimiento cortante simple (Fig. 3.2.1). Dicho flujo puede lograrse en un fluido contenido entre dos placas paralelas infinitas, una de las cuales se considera fija y la segunda de ellas se mueve a una velocidad V .

La rapidez de deformación, estará definida por la velocidad la placa móvil, V , dividida por el espaciamiento entre ambas placas, h .

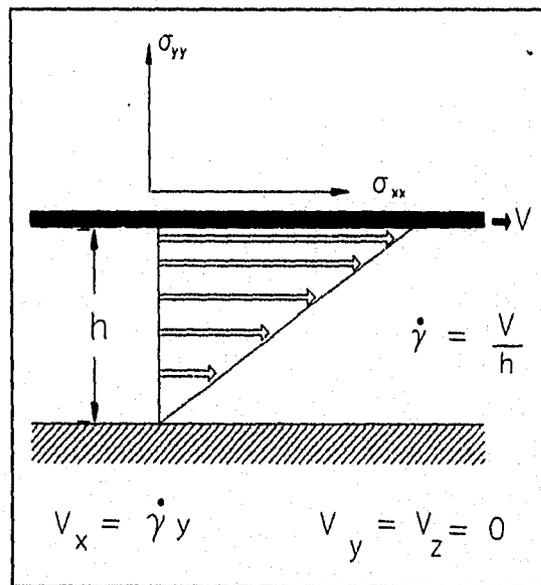


Fig. 3.2.1. Movimiento cortante simple.

De los seis componentes del tensor simétrico de esfuerzo, cuatro son diferentes de cero, con σ_{xz} y σ_{yz} siendo cero (Fig. 3.2.2.).

Dado que los materiales bajo consideración son incompresibles; el esfuerzo σ , puede descomponerse en la presión hidrostática, p , y un esfuerzo extra, $\hat{\sigma}$:

$$\sigma = -pI + \hat{\sigma} \quad (3-1)$$

El signo negativo en los componentes normales del esfuerzo debido a la presión hidrostática indica que sólo las diferencias de esfuerzos normales pueden ser determinadas. Es por ello que son tres las propiedades del material que lo caracterizan completamente. Cada una de estas propiedades dependerá de la rapidez de deformación.

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{h} \quad (3-2)$$

Estas propiedades son: la función de esfuerzo cortante σ , la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 y la segunda diferencia de esfuerzos normales N_2 , de tal forma que:

$$\sigma(\dot{\gamma}) = \sigma_{xy} \quad (3-3)$$

$$N_1(\dot{\gamma}) = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (3-4)$$

$$N_2(\dot{\gamma}) = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (3-5)$$

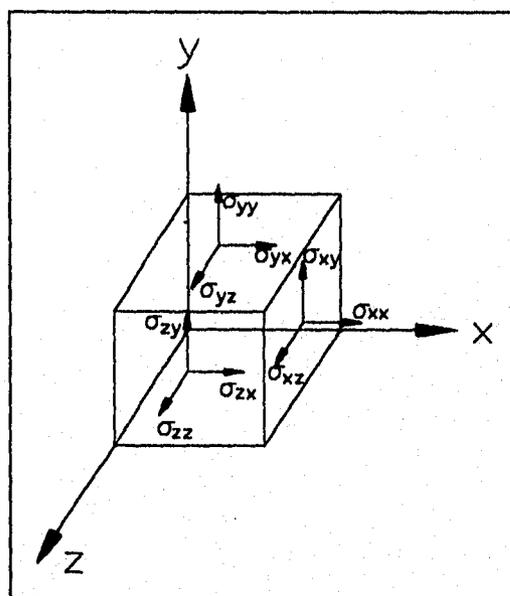


Fig. 3.2.2. Componentes del tensor simétrico de esfuerzos.

Sin embargo, la función del esfuerzo cortante no es comúnmente utilizada, sino que se define una función de la viscosidad al corte, la cual está definida por:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\sigma(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}} \quad (3-6)$$

y es la que generalmente se utiliza.

Debido a la relativa facilidad de obtener de las mediciones de la viscosidad al corte como función de la rapidez de deformación, predominan éstas en la literatura de reología. La primera diferencia de esfuerzos normales puede afectar en forma significativa este fenómeno tan importante.

Tanto σ como N_1 pueden ser fácilmente medidos utilizando instrumentos disponibles, no así N_2 , la cual involucra dificultades particulares en su medición. Se ha encontrado que para diversos materiales la segunda diferencia de esfuerzos normales es cerca de un orden de magnitud menor, además de tener el signo opuesto a la primera diferencia de esfuerzos normales.

Entre los viscosímetros rotacionales mayormente utilizados, se cuentan:

- Cono y plato. Generalmente es utilizado para medir la viscosidad al corte y la primera diferencia de esfuerzos normales. Además, la combinación de esfuerzos normales $N_1 + 2N_2$ puede determinarse a partir de la distribución de presiones en la superficie de la placa.

- Placas paralelas. En este tipo de geometría, la muestra es colocada entre dos discos paralelos y coaxiales, separados una distancia h ; uno de los discos gira a una velocidad angular W , mientras el segundo permanece fijo. Las magnitudes medidas son el torque en el plato superior y la fuerza total para mantener una separación constante entre ambas placas, la cual esta relacionada con la viscosidad al corte y a las funciones de esfuerzos normales.

- Cilindros concéntricos o Flujo de Couette. El viscosímetro de cilindros concéntricos, es generalmente usado para la medición de la viscosidad al corte, siendo posible también la medición de la primera diferencia de esfuerzos normales.

3.2.2 Flujo de Couette.

Es una variante de la geometría de placas paralelas, la cual, debido a su naturaleza es difícil de crear prácticamente. Se utiliza generalmente para mediciones de viscosidad al corte, siendo posible también obtener la primera diferencia de esfuerzos normales.

El fluido se encuentra contenido en el espacio entre dos cilindros concéntricos. El cilindro exterior de radio R_o permanece fijo, mientras que el cilindro interior de radio R_i gira a una velocidad angular constante Ω_i (Fig. 3.2.3).

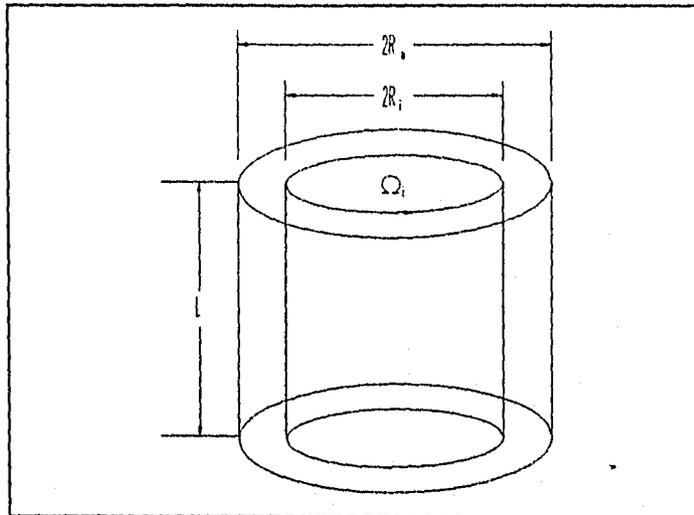


Fig. 3.2.3 Cilindros concéntricos.

Suponiendo que los elementos del fluido se mueven en círculos alrededor del eje común de los cilindros concéntricos con una velocidad angular ω , la cual es una función del radio r únicamente, y que el flujo está asociado con un esfuerzo cortante σ , en radio r (Fig. 3.2.4).

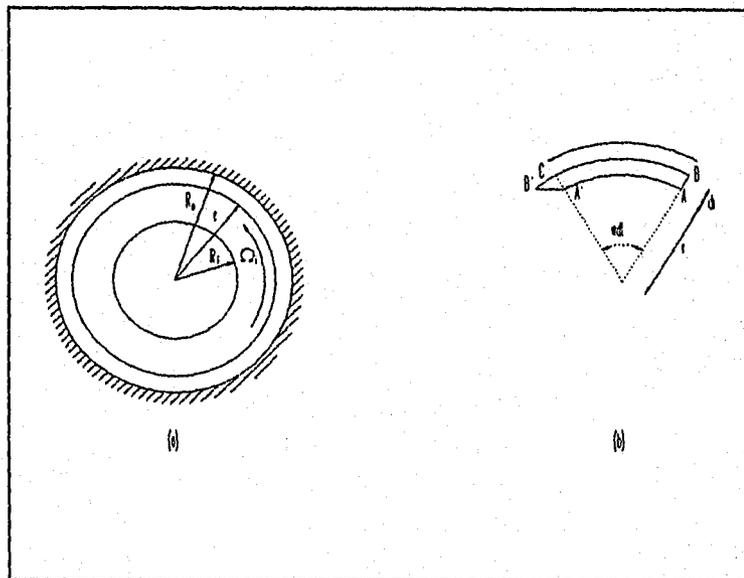


Fig. 3.2.4 Viscómetro de cilindros concéntricos. (a) Sección horizontal, (b) Deformación de un elemento fluido.

La velocidad del fluido tiene solamente una componente en la dirección θ , esto es

$$\begin{aligned} V_r &= 0 & V_\theta &= r\omega(r) & V_z &= 0 \\ V &\approx (0, r\omega(r), 0) \end{aligned} \quad (3-7)$$

Una expresión para la rapidez de deformación puede ser obtenida de la Figura 3.2.4(b), la cual representa partes de superficies cilíndricas en el fluido una pequeña distancia δr aparte. En el tiempo δt la línea radial AB se mueve a A'B', mientras que si el material ha girado como un cuerpo rígido habrá permanecido radial a A'C.

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} BB' &= (r + \delta r)(\omega + d\omega)\delta t \\ BC &= (r + \delta r)\omega\delta t, \end{aligned}$$

el esfuerzo cortante es

$$\gamma = B'C/CA' = (r + \delta r)d\omega\delta t / \delta r.$$

En el límite cuando $\delta r \rightarrow 0$, la rapidez de deformación está dada por

$$\dot{\gamma} = r \frac{d\omega}{dr} \quad (3-8)$$

Las ecuaciones de conservación de momentum lineal expresadas en términos del esfuerzo en coordenadas cilíndricas (r, θ, z) son:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + \rho b_r \end{aligned} \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r V_\theta}{r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) = \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} + \rho b_\theta \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + \rho b_z \end{aligned} \quad (3-11)$$

Las condiciones bajo la cual el campo de velocidades para este arreglo experimental es compatible con la conservación de momentum lineal son encontradas sustituyendo la ec.(3-7) y en las ecuaciones anteriores, obtenemos respectivamente:

$$-pr\omega^2 = \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \quad (3-12)$$

$$0 = \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} + \frac{2}{r}\sigma_{r\theta} \quad (3-13)$$

$$0 = \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} \quad (3-14)$$

Sustituyendo $\sigma = \sigma(\dot{\gamma})$ en las ecs.(3-12) y (3-13); además de diferenciar la primera de éstas con respecto a θ y la segunda con respecto a r , e igualando las dos expresiones utilizando el Teorema de Schwarz:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} = \frac{\partial^2 p}{\partial \theta \partial r} \quad (3-15)$$

se obtiene:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + 2\sigma_{r\theta} \right) = 0$$

integrando la ecuación anterior,

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2}C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (3-16)$$

donde C_1 y C_2 son las constantes de integración. La primera se evalúa sustituyendo la ec.(3-16) en la ec.(3-13) y usando las ecs.(3-8) y (3-1) para obtener

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = C_1 \quad (3-17)$$

o

$$p = C_1\theta + f_1(r, z) \quad (3-18)$$

De la ec.(3-14), $f_1(r, z) = f_2(r)$ solamente y la ec.(3-18) dice que la presión es una función multivaluada de la posición angular, lo cual es físicamente imposible, por lo que se supone que $C_1 = 0$.

Para evaluar C_2 , se calcula el torque T por unidad de longitud del cilindro, el cual actúa en cualquier posición radial:

$$T = 2\pi r^2 \sigma_{r\theta} \quad (3-19)$$

cuando $r = R_o$, tenemos

$$T = 2\pi R_o^2 \sigma_{r\theta} \quad (3-20)$$

para $r = R_i$, tenemos

$$T = 2\pi R_i^2 \sigma_{r\theta} \quad (3-21)$$

Sustituyendo la ec.(3-19) en la ec.(3-16), resulta

$$C_2 = \frac{T}{2\pi} \quad (3-22)$$

que al sustituirla en la ec.(3-16) se obtiene que el esfuerzo cortante en el líquido esta dado por

$$\sigma_{r\theta} = \frac{T}{2\pi r^2 L} \quad (3-23)$$

para $r = R_o$,

$$\sigma_{r\theta} = \frac{T}{2\pi R_o^2 L} \quad (3-24)$$

para $r = R_i$,

$$\sigma_{r\theta} = \frac{T}{2\pi R_i^2 L} \quad (3-25)$$

donde L es la longitud inmersa efectiva del líquido al aplicarle el cortante.

Para que el espaciamento entre cilindros sea considerado pequeño y las consideraciones hechas anteriormente sean válidas caerán dentro de la siguiente relación:

$$b = \frac{R_i}{R_o}, \text{ donde } b \text{ es mayor que } 0.97.$$

La interacción de un extremo del cilindro con el fondo del extremo del cilindro contenedor es frecuentemente minimizado teniendo un receso en el fondo del cilindro interior, para que el aire esté atrapado cuando el viscosímetro es llenado, antes de hacer las mediciones. Alternativamente, la forma del

extremo del cilindro puede ser escogido como un cono. En esta operación, la punta del cono solo toca el fondo del cilindro exterior contenedor. El ángulo del cono es

$$\alpha = \frac{R_o - R_i}{R_i} \quad (3-26)$$

es tal que, la rapidez de deformación en el líquido atrapado entre el cono y el fondo, es la misma que la que se encuentra en el líquido entre los cilindros. Este arreglo es llamado, sistema Mooney en honor a su inventor (Fig. 3.2.5). Esta geometría permite crear un flujo de cono y plato en el extremo del cilindro. Los ángulos para este tipo de geometría deben ser menores de 4° .

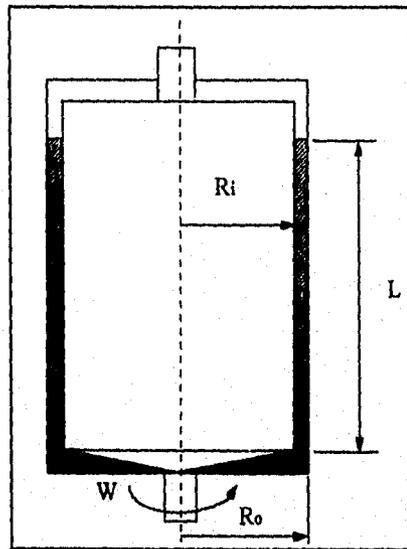


Fig. 3.2.5. Viscosímetro de Couette modificado.

Al considerar que la rapidez de deformación se mantendrá constante para separaciones pequeñas entre cilindros, entonces se puede definir como sigue:

$$\dot{\gamma} = \frac{R_i \Omega}{R_o - R_i} \quad (3-27)$$

Si se considera que la rapidez de deformación se mantiene constante en la separación, entonces el esfuerzo cortante se comportará de igual forma, lo cual al combinar las ecs.(3-19) y (3-6) se obtiene la fórmula para la determinación de la viscosidad:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{T(R_o - R_i)}{2\pi R_i^3 \Omega L} \quad (3-28)$$

Al modificar el arreglo básico de cilindros concéntricos de Couette de tal forma que se pueda conocer la diferencia de empuje radial $\sigma_r(R_o) - \sigma_r(R_i)$; lo cual se muestra esquemáticamente en la Figura 3.2.6.

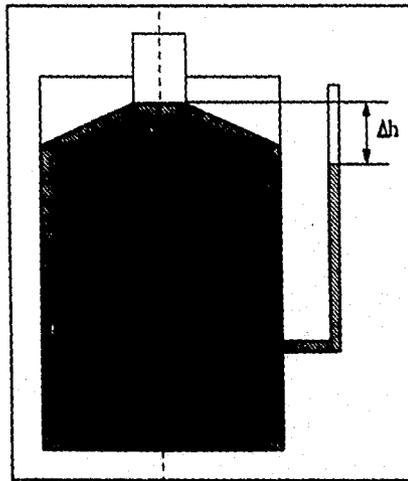


Fig. 3.2.6. Medición de esfuerzos normales.

Para un fluido con densidad ρ puede escribirse:

$$\rho g \Delta h = \sigma_r(R_o) - \sigma_r(R_i)$$

La diferencia de esfuerzos puede ser utilizada al para determinar la primera función de esfuerzos normales $N_1(\dot{\gamma})$ en un arreglo tal que la relación de radios sea mayor que 0.97, de tal forma que se simplifique al máximo las correcciones necesarias para cuando existe una separación grande entre cilindros.

Dadas las condiciones anteriores e integrando la ec.(3-12) se tiene:

$$\rho g \Delta h = \sigma_r(R_o) - \sigma_r(R_i) = \int_{R_i}^{R_o} \left[\frac{1}{r} N_1 \left(\frac{T}{2\pi r^2 L} \right) - \rho r \omega^2 \right] dr \quad (3-29)$$

De acuerdo con Coleman [4] se define una diferencia de esfuerzos normales corregida, $\rho g(\Delta h)_c$, la cual incluye el término centrífugo $\rho r \omega^2$, de tal manera que:

$$\rho g(\Delta h)_c = \int_{R_i}^{R_o} \frac{1}{r} N_1 \left(\frac{T}{2\pi r^2 L} \right) dr$$

Para utilizar estos resultados, note que $\sigma_{r\theta} = \sigma(\dot{\gamma})$, haciendo $s = \sigma(\dot{\gamma})$ se logra sea el valor de la función σ en una particular $\dot{\gamma}$ y define una función inversa

$$\dot{\gamma} = \sigma^{-1}(s)$$

Por lo tanto, el valor de la función viscométrica para esfuerzo cortante (s) en un $r = R_i$, es

$$s_i = \frac{T}{2\pi R_i^2 L}$$

Si se considera una serie de mediciones de $\rho g(\Delta h)_c$ y T, es posible calcular $\frac{\partial \rho g(\Delta h)_c}{\partial T}$, esto es

$$2T \frac{\partial \rho g(\Delta h)_c}{\partial T} = \psi(s_i)$$

y por lo tanto,

$$N_1(s_i) = \sum_{n=0}^8 \psi(\alpha^n s_i) \quad (3-30)$$

3.3 FLUJO ELONGACIONAL.

3.3.1 Introducción.

Se ha enfatizado la gran importancia de la viscosidad al corte y la viscosidad elongacional desde una postura práctica. De hecho, se ha argumentado que casi cualquier operación de proceso de polímeros involucra una importante deformación extensional.

La viscosidad elongacional para el caso de fluidos lineales (Newtonianos) es constante e igual a tres veces el valor de la viscosidad al corte (relación de Trouton). Sin embargo, para fluidos poliméricos, la viscosidad elongacional llega frecuentemente a tener valores iguales a varios órdenes de magnitud superiores a la viscosidad cortante. Esta propiedad es aprovechada en numerosos procesos industriales tales como la fabricación de fibras, películas de materiales poliméricos, cintas, etc. En recuperación secundaria y terciaria de petróleo la viscosidad elongacional es primordialmente responsable del efecto de "empuje" del petróleo residual hacia la superficie después de la inyección de una solución polimérica diluida desde el fondo del yacimiento.

Tal y como la viscosidad al corte es función de la rapidez de deformación aplicada durante el flujo, la viscosidad elongacional es función de la rapidez de alargamiento a la cual se somete al fluido; sin embargo esta última es sumamente difícil de medir y establecer y la relación (en caso de existir) entre ambos valores de viscosidad no ha sido, hasta la fecha, establecida ni teórica ni experimentalmente.

3.3.2 Importancia de la viscosidad elongacional.

Como se mencionó anteriormente, la adición de pequeñas cantidades de polímeros a un fluido, tiene el efecto de incrementar la resistencia del fluido ante la aplicación de un esfuerzo elongacional. A la propiedad que relaciona el esfuerzo tensorial aplicado con la rapidez de elongación resultante se le conoce como viscosidad elongacional y juega un papel crítico en la gran mayoría de procesos de polímeros.

El hilado de fibras es quizás la operación más ilustrativa de lo anteriormente escrito y se han realizado algunos trabajos en el análisis de los aspectos reológicos del proceso, incluyendo la estabilidad del hilo [12].

La observación de que la viscosidad elongacional se incrementa junto con la rapidez de deformación en el caso de algunos sistemas poliméricos, ha sido relacionada al problema de "hilatura", en el sentido de que cualquier disminución en el diámetro de alguna zona del hilo, trae como consecuencia una mayor rapidez de deformación, y por ende un aumento en la viscosidad. Esto nos lleva a disminuir el esfuerzo en la parte de dicho hilo, para lograr la estabilidad del proceso.

Existen algunos otros casos no tan obvios que muestran la importancia práctica de la viscosidad elongacional. Por ejemplo, el desgaste que algunas veces se observa en engranes inmersos en aceites con contenido de polímeros operando bajo condiciones de lubricación elastohidrodinámica, se debe a la conducta elongacional de este tipo de aceites [13]. Esta afirmación se ve apoyada cualitativamente por los experimentos de Taylor, reportados por Metzner [14]. Dichos experimentos, consisten en un sistema de cuatro rodillos que giran en direcciones opuestas, inmersos en un fluido.

Cuando el sistema se encuentra sumergido en un líquido Newtoniano, el campo de velocidades esperado, es el que se indica en la Figura 3.3.1.

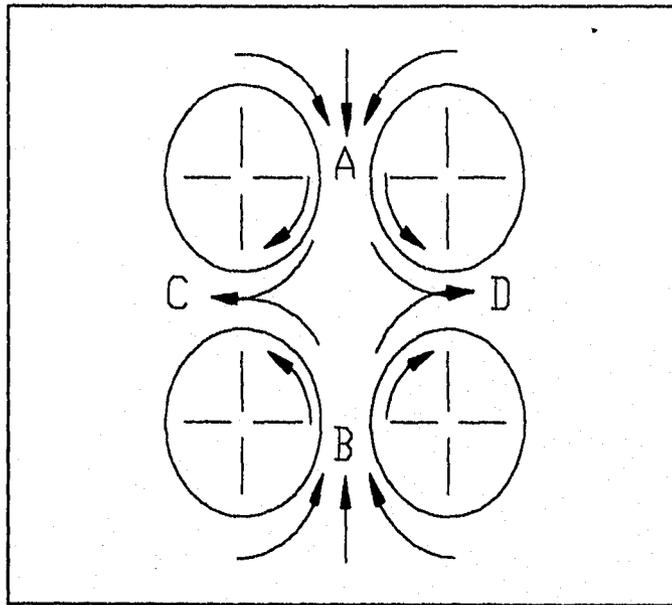


Fig. 3.3.1. Campo de velocidades para un fluido Newtoniano.

Por otro lado, en el caso de un líquido elástico, se observa un campo de velocidades como el ilustrado en la Figura 3.3.2; donde el fluido es expulsado a través de C y D, pero no es repuesto por A y B. de aquí que el espacio entre los rodillos se encuentra rápidamente libre de fluido. Metzner concluye que esto puede deberse a que existe una viscosidad elongacional mucho mayor que la viscosidad al corte bajo dichas condiciones de operación; el esfuerzo cortante realizado por los rodillos es insuficiente para vencer la gran resistencia creada por el flujo extensional (convergente) en A y B.

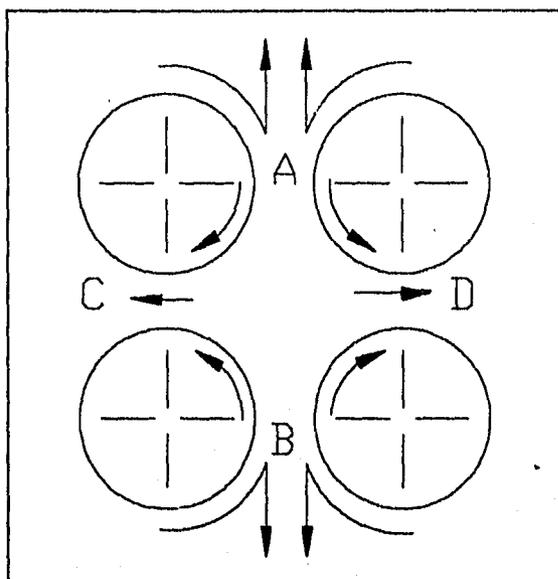


Fig. 3.3.2. Campo de velocidades en un fluido viscoelástico.

La viscosidad elongacional puede ser relevante también en el flujo turbulento de soluciones poliméricas diluidas y en suspensiones de fibras [15,16]. En este campo, ha existido un significativo aumento en la investigación del fenómeno conocido como “reducción de arrastre”, que consiste precisamente en la reducción de arrastre cuando son añadidas pequeñas concentraciones de polímero o fibra, del orden de unas cuantas partes por millón a líquidos Newtonianos en flujo turbulento. Este proceso tiene el efecto de aumentar la viscosidad al corte de los líquidos reduciendo el arrastre turbulento, en ocasiones hasta un 70%.

Un área de estudio que proporciona otros ejemplos de la importancia práctica de la viscosidad elongacional, es la relacionada con el flujo de soluciones poliméricas a través de medios porosos. Metzner [14] ha señalado que en el camino que sigue el flujo, el cambio en el área transversal, produce deformaciones por tensión y compresión alternativamente en una forma complicada, y hace notar la importancia de considerar la viscosidad elongacional.

Por último, notamos que el flujo extensional constituye una prueba experimental de cualquier ecuación de estado propuesta, ya que el flujo extensional difiere en una forma significativa del flujo a cortante (donde generalmente no es posible obtener η_E a partir de las funciones viscométricas), proporciona un medio de diferenciación entre las ecuaciones reológicas propuestas, que pueden no ser apreciadas en pruebas al corte.

Con el fin de comprender e interpretar adecuadamente las mediciones reológicas, es necesario que los resultados no dependan de la técnica utilizada ni de alguna suposición concerniente a la conducta constitutiva del material. Es por esto, que se definen funciones materiales las cuales caracterizan la respuesta del fluido en situaciones de flujo simple. Para flujos extensionales, se requiere que los datos sean obtenidos bajo condiciones de esfuerzo constante o de rapidez de deformación constante. Desafortunadamente, ésta es una tarea extremadamente difícil, la cual sólo ha sido lograda para materiales altamente viscosos o bien para muy bajos valores de rapidez de deformación y de deformación en sí.

La dificultad se da por la naturaleza móvil de los líquidos y por la imposibilidad de sostenerlos y estirarlos de una manera controlada. Como consecuencia, se han creado formas ingeniosas para crear flujos elongacionales y medir los esfuerzos en el fluido y las rapidezces de deformación asociadas. Sin embargo, estas técnicas dan como resultado datos fluctuantes, al no ser involucrada una historia de deformación constante.

3.3.3 Métodos de medición de la viscosidad elongacional.

Métodos de elongación uniforme de polímeros fundidos.

El alargamiento uniaxial de una muestra de polímero, es el método de prueba más comúnmente utilizado para obtener información reológica relevante. Esta técnica se limita a soluciones poliméricas muy viscosas o a rapidezces de deformación muy bajas. Las pruebas pueden conducirse de tal forma que se tenga: una rapidez de elongación constante, un esfuerzo constante, una velocidad constante o bien una fuerza constante. Aunque sólo las dos primeras condiciones permiten la determinación de la viscosidad elongacional.

Experimentalmente, la mayoría de los reportes publicados utilizan uno de los dos diseños básicos, uno involucra una longitud de prueba constante y el otro, una longitud de prueba variable [13,17]. A menudo, la prueba se concluye antes de alcanzar un estado estable.

Los problemas más comunes se encuentran relacionados con la temperatura, la uniformidad de la rapidez de elongación y con la necesidad de disminuir la contribución de la fuerza de gravedad a la deformación. A pesar de estas dificultades, datos de varios polímeros lo suficientemente confiables, están disponibles y se pueden realizar comentarios generales con respecto a la naturaleza de la viscosidad elongacional.

Experimentos a rapidez de deformación constante.

En esta técnica, una muestra cilíndrica es sujeta en un extremo a un transductor de fuerza, mientras que por el otro extremo es movida hacia afuera de tal forma que la longitud de la muestra aumenta (Fig. 3.3.3), tal como se describe en la ec.(3-31).

$$\ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \dot{\epsilon}t \quad (3-31)$$

La muestra es moldeada generalmente en vacío para eliminar las burbujas de aire, y es recocida a la temperatura de la prueba durante un periodo de tiempo anterior a ser estirada.

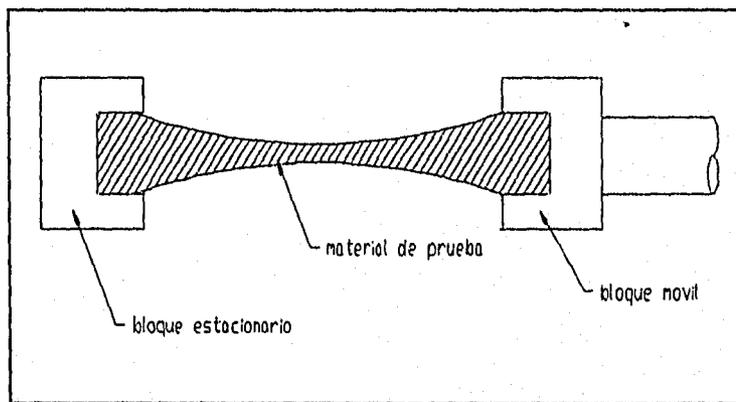


Fig. 3.3.3 Método de elongación constante.

Ballman [18] utilizó un probador de tensión estándar y un horno de temperatura controlada para extender un filamento vertical de poliestireno a diferentes rapidezces de deformación, hasta de 0.022 s^{-1} . En este bajo rango de rapidez de deformación, obtuvo un estado estable en cada instante, y encontró que la viscosidad elongacional era básicamente constante, y aproximadamente dos órdenes de magnitud mayor que la viscosidad al corte. Stevenson [19] utilizó un arreglo similar y verificó la validez de la ec.(3-32).

$$\lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} \left(\frac{\eta_E}{\eta_0} \right) = \lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} T_r = 3 \quad (3-32)$$

para un copolímero de isobutileno-isopreno a $100 \text{ }^\circ\text{C}$.

Con el fin de eliminar el efecto de la fuerza de gravedad, Vinogradov [20] utilizó un aparato horizontal con la muestra de polímero flotando en la superficie de un líquido inerte; la relación de Trouton

se cumplió para polisobutileno. Los extensiómetros horizontales han sido descritos también por Rhi-Sausi, Dealy [21] y por Agrawal [22]. Autores posteriores han utilizado polietileno a rapidezces de elongación mayores a 0.1 s^{-1} y encontraron que la viscosidad elongacional se incrementaba en función de la rapidez de elongación.

Debe tomarse en cuenta que la duración del experimento está limitada por el tiempo que toma al extremo de la muestra atravesar la longitud del baño a temperatura constante. Se obtienen errores si la temperatura de la muestra cambia o si la deformación de la muestra no es uniforme. También es necesario que el extremo de la muestra vaya instantáneamente del reposo a una velocidad finita predeterminada al inicio del estiramiento. Por último, el método sólo es aplicable para polímeros con alta viscosidad al corte, de sobre 10^4 Nsm^{-2} a la temperatura de ensayo.

Experimentos a esfuerzo constante.

Los reómetros a esfuerzo constante son muy similares a los reómetros a rapidez de deformación constante, con la diferencia de que la fuerza de elongación varía en función de obtener un esfuerzo constante. Cogswell [23] utilizó una leva en forma espiral como polea junto con pesas para lograr este propósito. Debido a que el área transversal decrece en forma continua, la fuerza debe también decrecer, por lo tanto (asumiendo incompresibilidad):

$$F = \frac{F_0 L_0}{L} \quad (3-33)$$

Donde el subíndice cero, denota las condiciones iniciales. La deformación es monitoreada a lo largo del experimento, y si ésta empieza a incrementarse linealmente con el tiempo, se logra una viscosidad elongacional constante.

Vinogradov [24] utilizó un arreglo mucho más sofisticado comparado al que utilizó Cogswell y mostró la equivalencia de los datos de viscosidad elongacional obtenidos utilizando instrumentos a rapidez de elongación constante y de esfuerzo constante para poliestireno fundido.

El rasgo inusual de los resultados a esfuerzo constante fue que la rapidez de elongación disminuía inicialmente, tal y como se esperaba, pero llegaba a un mínimo antes de convertirse en constante; esto sugiere la presencia de esfuerzos residuales e implica un máximo transitorio en la viscosidad elongacional.

Otros extensiómetros a esfuerzo constante fueron desarrollados por Munstedt [25,26], un diagrama de su "fluenciómetro" se muestra en la Figura 3.3.4.

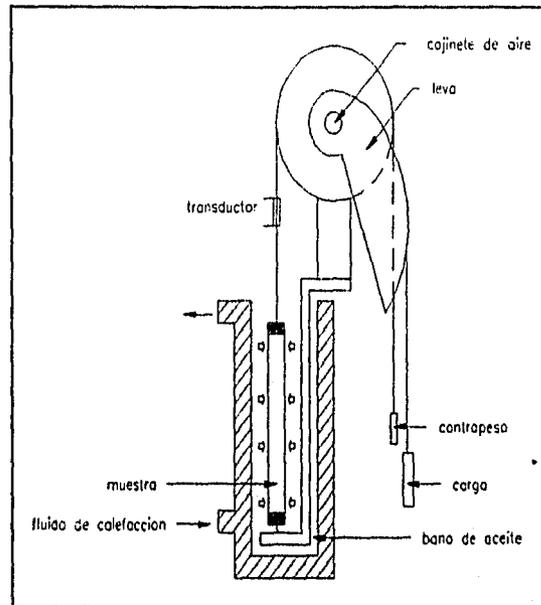


Fig. 3.3.4. Fluenciómetro de Munstedt.

En éste, la muestra es extendida verticalmente y de ser posible hasta en diez veces su longitud. La última versión tiene la flexibilidad de ser usada a rapidez de elongación constante o a esfuerzo constante, y es la base de los instrumentos comerciales fabricados por las compañías Rheometric y Göttfert.

El diseño de Munstedt [26] emplea un control electrónico con retroalimentación, y utiliza muestras pequeñas 3-10 mm de diámetro y 10-50 mm de longitud, fijas a una celda de carga dentro de un baño de aceite. El máximo esfuerzo de Hencky que puede ser alcanzado es de 3.9 y son posibles rapidez de elongación mayores a 0.5 s^{-1} .

La mayor ventaja de los reómetros a esfuerzo constante sobre los de rapidez de elongación constante, es que se logra un estado estable desde el punto de vista Lagrangiano a valores significativamente bajos de deformación total. Esto extiende el rango de rapidez de elongación dentro del cual puede determinarse la viscosidad elongacional en un aparato de dimensiones fijas.

Experimentos a longitud constante.

La limitación de la máxima deformación establecida por el tamaño del aparato puede ser eliminada, si se alarga una muestra a longitud constante, es necesario mantener la velocidad constante en los extremos de la muestra. Esto fue logrado por Meissner [16] con el uso de mordazas rotatorias, dos pares de engranes

que sujetan a la muestra y suministran alargamiento por medio de rotación en direcciones opuestas. Una versión del reómetro extensional de Meissner con mordazas rotatorias se muestra a continuación.

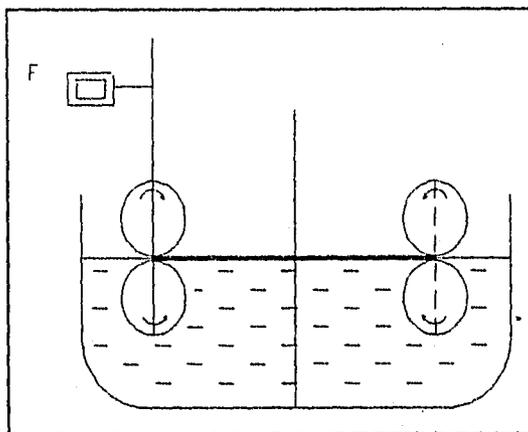


Fig. 3.3.5. Aparato de Meissner.

La mayor ventaja de las mordazas rotatorias, es que transportan material continuamente de dentro de las mordazas hacia el exterior, de tal forma que no se forma estrechamiento de cuello, y el esfuerzo de Hencky puede llegar a ser de hasta 7. Los factores limitantes para alargamientos aún más grandes parecen ser la homogeneidad de la sección transversal inicial a lo largo de la muestra. En este contexto, son necesarias muestras de 75 cm de longitud para este aparato.

El desarrollo de reómetros extensionales de mordazas rotatorias ha sido descrito por Meissner [27]. La muestra de polímero es sumergida en un baño de aceite y la fuerza de alargamiento se determina montando un juego de engranes en un resorte vertical, la deflexión del resorte es conocida por medio del desplazamiento de un transductor calibrado para transmitir la fuerza. La rapidez de elongación se relaciona de una forma simple a las velocidades v_1 y v_2 en direcciones opuestas de los dos conjuntos de mordazas:

$$\epsilon = \frac{(v_1 + v_2)}{L} \quad (3-34)$$

Donde L es la longitud de la muestra entre las mordazas. Modificaciones recientes al diseño del reómetro le permiten trabajar bajo condiciones de esfuerzo constante.

Un aparato simple que también utiliza una muestra de longitud constante y conlleva a una rapidez de elongación constante fue desarrollado por Ide y White [28]. El cual consiste en un baño de aceite de silicón a una temperatura constante, una celda de carga Instron a la cual se sujeta uno de los extremos de la muestra de polímero y un rodillo rotatorio acoplado a un motor con control de velocidad. El filamento de polímero es alargado por el rodillo y enredado alrededor de éste. El esfuerzo se determina con la ayuda de la celda de carga, mientras que la rapidez de elongación está dada por la relación de la velocidad lineal del rodillo y la longitud del filamento.

Algunos viscosímetros rotacionales son adaptados para funcionar como aparatos alargadores con el rotor del aparato como rodillo en el cual se enreda uno de los extremos de la muestra. El otro extremo es sujeto a un carrete provisto de una ranura vertical y la fuerza ejercida por la muestra al carrete es medida.

Métodos de elongación no-uniforme de polímeros fundidos.

Los extensiómetros uniaxiales descritos hasta ahora, sólo son útiles para materiales muy viscosos. No pueden por ejemplo, ser utilizados para medir las propiedades de polímeros comerciales tan importantes como lo son el nylon o el poliéster, que pueden llegar a tener viscosidades al corte tan bajas como 100 Nsm^{-2} a las temperaturas de proceso. Consecuentemente son necesarias otras técnicas, pero esto involucra invariablemente alargamiento no-uniforme. Aquí, uno no necesita que el esfuerzo o la rapidez de elongación sean constantes; además el material no se encuentra en estado virgen, libre de esfuerzos anteriores. Por lo tanto, no se puede obtener la viscosidad elongacional a partir de estas mediciones. Sin embargo, los datos de los experimentos bien diseñados de elongación no uniforme pueden ser analizados con la ayuda de ecuaciones reológicas de estado. En adición, dichos datos representan una medición simple de la resistencia que el fluido presenta a las deformaciones elongacionales.

Enrollado de fibras.

Este método es uno de los más utilizados en la manufactura de fibras sintéticas. Por lo general, el polímero fundido es extruído verticalmente hacia abajo a través de una hiladera o boquilla, la cual puede llegar a tener cientos de orificios. El filamento resultante es simultáneamente enfriado por una corriente cruzada de aire y alargado por la acción de los rodillos. Durante la solidificación, la madeja es enredada en una bobina. Cuando el proceso de enrollamiento de fibras es utilizado como viscosímetro elongacional, el

arreglo se simplifica y solamente se utiliza un filamento de sección transversal circular. Este arreglo se muestra esquemáticamente en la Figura 3.3.6.

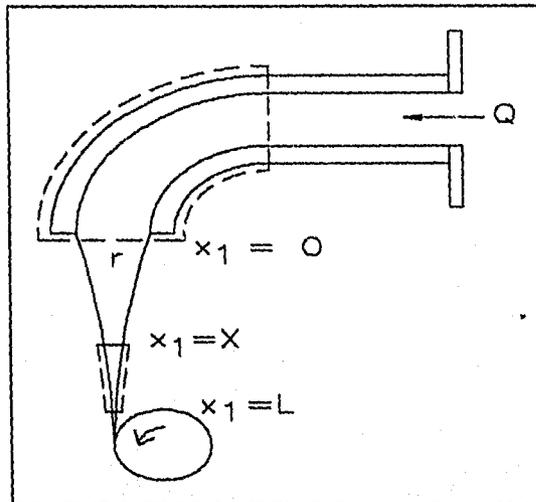


Fig. 3.3.6. Enrollado de fibra.

El flujo bajo consideración es un filamento circular cuya sección transversal varía a lo largo de la dirección del flujo. Las suposiciones generalmente son tales como: incompresibilidad del fluido, estado estable del flujo, simetría axial y velocidad uniforme a través de la sección transversal. Bajo estas condiciones:

$$V = V(x_1)$$

$$A = A(x_1)$$

La suposición de un perfil de velocidades plano puede no ser descabellada. La fuerza F_L necesaria para jalar la fibra, es medida generalmente a una distancia L de la boquilla en un punto tal que el polímero ha solidificado. Esto se hace generalmente utilizando un tensiómetro, aunque por ejemplo, Spearot y Metzner [29] han utilizado un método ingenioso con el mismo propósito; ellos han extruido una fibra horizontal dentro de un horno de temperatura constante. El filamento que abandona el horno pasa por una polea sin fricción, acoplada en el extremo a un resorte. La deflexión vertical del resorte se utiliza para obtener la tensión a lo largo del hilo. El esfuerzo en el filamento en cualquier punto x_1 entre cero y L , se obtiene haciendo un balance de momentum con la suposición de un perfil de velocidades plano.

Flujo convergente.

Este método ha sido utilizado para investigar el comportamiento en líquidos muy elásticos debido a su fácil uso, sin embargo la interpretación de resultados tiene cierta dificultad. En ésta técnica, los materiales de prueba fluyen desde un depósito, a través de un orificio, para introducirse en un capilar de menor diámetro (Fig. 3.3.7). En el diagrama se observa la presencia de dos regiones, la primera de ellas es solamente de recirculación, en tanto la segunda tiene una gran componente elongacional. Las mediciones de relevancia son el ángulo del cono y el gasto Q , además del empuje del chorro al abandonar el capilar, con el fin de relacionarlo con el esfuerzo elongacional.

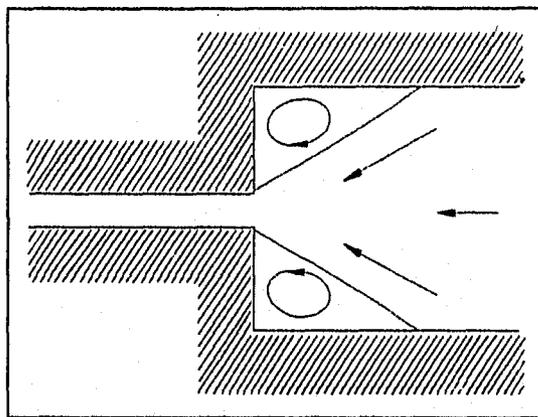


Fig. 3.3.7. Diagrama esquemático del método de flujo convergente.

Reómetros elongacionales para soluciones.

Mientras que avances significativos han sido realizados con respecto al desarrollo de viscómetros elongacionales para polímeros fundidos, el progreso en cuanto a soluciones ha sido relativamente lento. Recientemente algunos nuevos diseños han sido propuestos, lo cual puede aligerar el problema. En cualquier caso, imponer una rapidez de elongación constante, es una tarea que aún no encuentra solución. Esto está relacionado con el hecho de que en todo aparato el campo de flujo es inestable desde el punto de vista Lagrangiano.

La mayoría de los viscómetros propuestos para soluciones, son una variante del método de alargamiento de un chorro de fluido saliendo de una tobera u orificio, y de alguna forma obtener los valores de las fuerzas tensiles resultantes o del esfuerzo. Aunque un poco diferentes, el instrumento de "chorro

triple", el aparato de "Flujo de Fano", el de Sridhar y Gupta [30]; también se cuentan dentro de esta lista. La tabla 3.3.1. muestra los diferentes tipos de aparatos y sus diferencias.

clasificación de reómetros por enrollado en línea			
Nombre generico	Dirección de flujo	Técnica de alargamiento	Medición del esfuerzo
Enrollado de fibra	hacia abajo	carrete	transductor
Enrollado de fibra	hacia abajo	succión	microbalanza
Enrollado de fibra	hacia abajo	succión o carrete	caída de presión
Chorro triple	Horizontal	chorros convergentes	transductor
Flujo de Fano	hacia arriba	succión	transductor

Tabla 3.3.1. Clasificación de reómetros.

Típicamente la descripción de estos aparatos puede ser dividida según la naturaleza del flujo, el método de alargamiento y finalmente las técnicas utilizadas para medir los esfuerzos tensiles.

Técnicas de alargamiento.

El viscosímetro original diseñado por Nitschmann y Schrade [31] empleó un tambor rotatorio para alargar un filamento de fluido, y éste ha sido el método más común para producir flujo elongacional en los aparatos por "enrollado de fibra". El método es fácil de utilizar y las variaciones en la rapidez de elongación se logran fácilmente al variar la velocidad del rodillo. Existen algunos ajustes en la velocidad en cuanto el líquido se aproxima al rodillo, y por ello, los datos correspondientes a la región cercana de éste, son generalmente ignorados. Una desventaja de esta técnica, es que el rango de rapidez de elongación obtenido es menor a 10 s^{-1} y el método trabaja mejor con soluciones altamente viscosas. Khagram [32] superó este problema utilizando un elemento de succión donde el fluido que sale de un capilar, es succionado a otro de

diámetro menor, produciéndose un chorro alargado en el espacio entre los dos capilares (Fig. 3.3.8). A esta variación del "enrollamiento de fibra" se la llama método de "enrollamiento en línea" o "spinline".

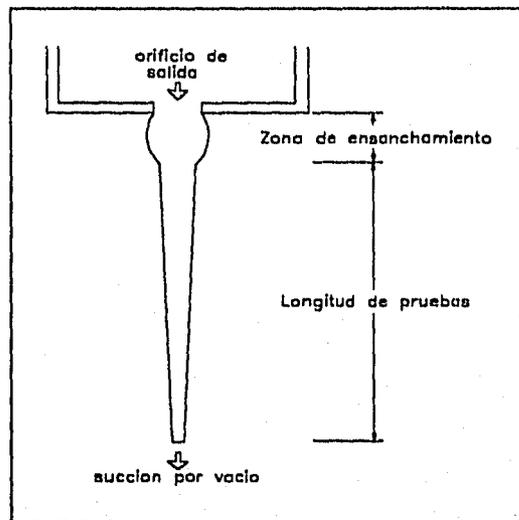


Fig. 3.3.8. Método de Spinline.

En el viscosímetro de "spinline", la rapidez de elongación puede variar de la tobera de salida al elemento de alargamiento, dependiendo del tipo de fluido que se utilice. La rapidez de elongación local puede ser calculada midiendo el diámetro del perfil del chorro. Para un gasto constante Q y, suponiendo que no existe variación radial en la velocidad, la velocidad local y la rapidez de elongación están dadas por:

$$V = \frac{Q}{\pi r^2} \quad (3-35)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{dV}{dx_1} = \frac{2Q}{\pi r^3} \frac{dr}{dx_1} \quad (3-36)$$

El diámetro del perfil, generalmente se mide fotografiando el filamento, pero la exactitud de dicho método no es la suficiente para este tipo de variaciones. Otro método, es el de proyectar el perfil del chorro en una pantalla, el cual es un poco más exacto. Con el fin de obtener la rapidez de elongación, los diámetros del perfil deben ser diferenciados numéricamente. Este procedimiento puede involucrar errores; para minimizarlos, es común el ajustar los datos de diámetro-distancia a una ecuación y diferenciarla.

Mediciones de fuerza.

La fuerza ejercida en el orificio de salida debida al alargamiento, puede ser medida de muy diversas formas. La más común se refiere al uso de una barra de torsión la cual permite la deflexión de la tobera de salida y mediante un transductor, se mide esta deflexión. Existen otras formas utilizadas por diversos autores, pero la más interesante, la representa el arreglo presentado por Sridhar y Gupta (Figura 3.3.9), debido a la similitud de este con el arreglo que ocupa a este trabajo.

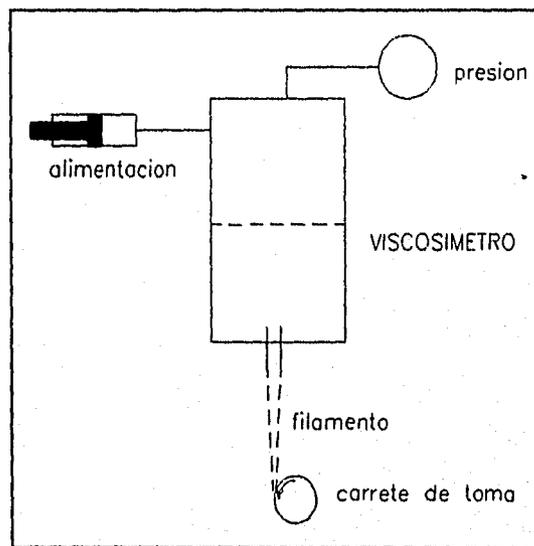


Fig. 3.3.9. Arreglo de Sridhar y Gupta.

Aquí el instrumento, en lugar de medir fuerzas, mide el esfuerzo tensional en el orificio de salida. Bajo condiciones de estado estable el fluido es bombeado dentro del viscosímetro y lo abandona por un capilar. Asignando subíndices 0 y 1 correspondientes a los casos sin y con elongación, un balance de momentum alrededor del capilar superior nos conduce a (para un líquido Newtoniano):

$$Q_0 = \frac{\pi d^4}{128 \eta L} (P_0 + \rho g L) \quad (3-37)$$

$$Q_1 = \frac{\pi d^4}{128 \eta L} (P_1 + \sigma_E + \rho g L) \quad (3-38)$$

donde σ_E es el esfuerzo tensional neto debido al alargamiento ocasionado en la salida del capilar, P_0 y P_1 son las presiones en el viscómetro antes y después de la elongación, d es el diámetro del capilar, L es la longitud del capilar, η es la viscosidad al corte y ρ es la densidad de la solución. Al ser Q_0 igual a Q_1 , al hacer simultáneas las ecuaciones:

$$\sigma_E = P_0 - P_1 \quad (3-39)$$

y el resultado puede ser válido aún para líquidos no-Newtonianos, si son utilizados argumentos dimensionales.

Las suposiciones involucradas en el análisis anterior, son que las pérdidas a la salida y a la entrada del capilar no cambian significativamente cuando el fluido es alargado. Además, datos obtenidos de fluidos Newtonianos han sido utilizados para comprobar la validez de esta técnica.

3.3.4 Cinemática del flujo extensional.

La mayoría de los reómetros elongacionales caracterizan la respuesta del fluido de acuerdo a un flujo extensional uniaxial (Fig. 3.3.10). El cual en coordenadas cartesianas puede ser descrito por medio de sus tres componentes de velocidad, de tal forma que :

$$\begin{aligned} v_x &= \dot{\epsilon}x \\ v_y &= -\dot{\epsilon}y / 2 \\ v_z &= -\dot{\epsilon}z / 2 \end{aligned} \quad (3-40)$$

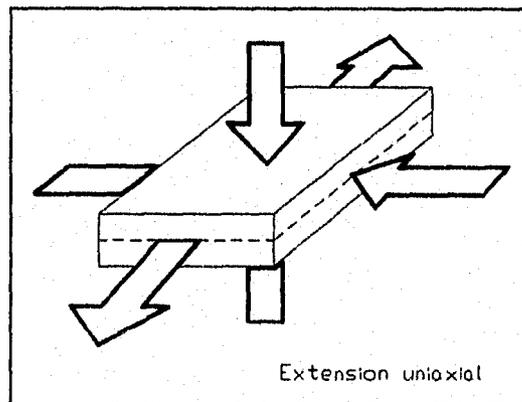


Fig. 3.3.10. Flujo uniaxial.

donde $\dot{\epsilon}$ es una rapidez de elongación constante, y la distribución correspondiente de esfuerzos puede ser escrita como sigue:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \sigma_{xx} - \sigma_{zz} &= \dot{\epsilon} \eta_E (\dot{\epsilon}) \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (3-41)$$

donde η_E es la viscosidad elongacional uniaxial. En general es una función de la rapidez de elongación $\dot{\epsilon}$ tal y como la viscosidad al corte es función de la rapidez de deformación $\dot{\gamma}$. Por lo tanto, veremos que el comportamiento de la función de viscosidad elongacional es con frecuencia cualitativamente diferente de la viscosidad al corte. Así, por ejemplo, soluciones poliméricas altamente elásticas poseen una viscosidad que disminuye monoatómicamente al ser expuesta al corte (mostrando adelgazamiento al corte), exhibiendo con frecuencia viscosidad elongacional que aumenta dramáticamente con la rapidez de deformación.

Un fluido para el cual η_E incrementa cuando se aumenta $\dot{\epsilon}$ se dice estar sometido a un "engrosamiento a la tensión"; de lo contrario, si η_E disminuye cuando se aumenta $\dot{\epsilon}$, entonces el fluido está sometido a un "adelgazamiento a la tensión"

Velocidad.

Considerando que el perfil de velocidades se conserva uniforme a lo largo del filamento, se puede conocer su velocidad axial utilizando valores de diámetro y del gasto mediante la siguiente relación:

$$V = \frac{Q}{\pi r^2} \quad (3-42)$$

donde:

- V velocidad axial [cm/s]
- Q gasto volumétrico [cm³/s]
- r radio del filamento [cm]

Rapidez de elongación.

Un elemento importante en el análisis de datos es el valor de la rapidez de elongación. En general, cuando la longitud del filamento es pequeña, algunos autores [11] suponen que la rapidez de deformación se

mantiene constante a lo largo de éste. No obstante, y a manera de comparación, se calculó la rapidez de elongación a lo largo del filamento.

La rapidez de elongación se define como:

$$\dot{\epsilon} = \frac{dv}{dz} \quad (3-43)$$

donde:

- $\dot{\epsilon}$ rapidez de elongación [s^{-1}]
- v velocidad [cm/s]
- z longitud del filamento [cm]

entonces se puede calcular la rapidez de elongación en cualquier sección del filamento mediante la siguiente relación:

$$\dot{\epsilon} = \frac{V_1 - V_0}{z_1 - z_0} \quad (3-44)$$

donde:

- V_0 velocidad en la salida del orificio superior [cm/s]
- V_1 velocidad en la entrada del orificio interior [cm/s]
- z longitud del filamento [cm]

Esfuerzo.

Una vez que se conoce el esfuerzo tensorial σ_{xx} a la salida del orificio superior, se puede calcular el esfuerzo a lo largo del filamento con ayuda de un balance de momentum y continuidad, considerando una superficie de control envolviendo una porción del filamento (Fig. 3.3.11).

$$\int_{cs} \rho V(V \cdot dA) = \sum F \quad (3-45)$$

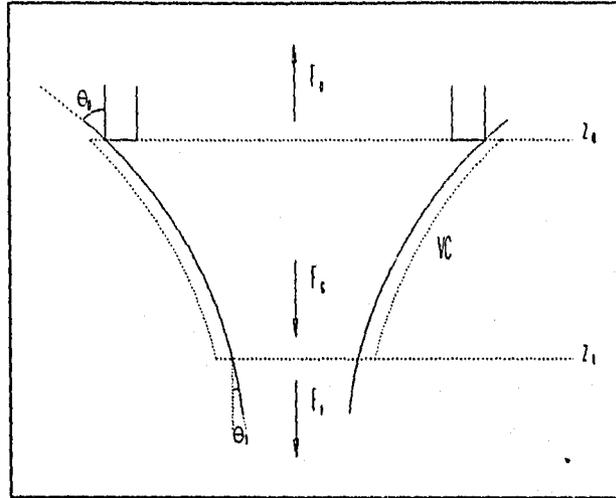


Fig. 3.3.11. Superficie de control, tirando de un filamento.

Aplicando la ecuación anterior al volumen de control de la Figura 3.3.11, se obtiene

$$\rho \left[\int_{A_1} V^2 dA - \int_{A_0} V^2 dA \right] = F_1 - F_0 + F_{ST} + F_G \quad (3-46)$$

donde:

F_1 fuerza viscoelástica en cualquier posición z_1

F_0 fuerza viscoelástica en cualquier posición z_0

F_{ST} fuerza debido a la tensión superficial, la cual se expresa como

$$F_{ST} = 2\pi\gamma [R_1 \cos\theta_1 - R_0 \cos\theta_0]$$

F_G fuerza debida a la gravedad, la cual se calcula como sigue

$$F_G = \rho g \pi \int_{z_0}^{z_1} r^2 dz$$

Considerando que el perfil de velocidades es plano lo largo del filamento se tiene que:

$$\int_{A_0} V_0^2 dA = V_0^2 A_0 \quad (3-47)$$

y de igual forma,

$$\int_{A_1} V_1^2 dA = V_1^2 A_1 \quad (3-48)$$

Sustituyendo las ecs.(3-47 y 3-48) en la ec.(3-46), además de considerar que F_G y F_{ST} son despreciables, se obtiene finalmente la siguiente ecuación:

$$\rho(V_1^2 A_1 - V_0^2 A_0) = F_1 - F_0 \quad (3-49)$$

Por continuidad $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$; además $P_0 = \frac{F_0}{A_0}$ y $P_1 = \frac{F_1}{A_1}$. Expresando la ecuación

anterior en términos de velocidad y presión, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \rho V_1 Q - \rho V_0 Q &= P_0 A_0 - P_1 A_1 \\ P_1 A_1 &= -\rho V_1 Q + \rho V_0 Q + P_0 A_0 \\ P_1 &= -\frac{\rho V_1 (V_1 A_1)}{A_1} + \frac{\rho V_0 (V_1 A_1)}{A_1} + P_0 \frac{A_0}{A_1} \quad A_0 = \frac{Q}{V_0}, \quad A_1 = \frac{Q}{V_1}, \quad \frac{A_0}{A_1} = \frac{V_1}{V_0} \\ P_1 &= -\rho V_1^2 + \rho V_0 V_1 + P_0 \frac{V_1}{V_0} \\ P_1 &= P_0 \frac{V_1}{V_0} + \rho V_1 (V_0 - V_1) \end{aligned} \quad (3-50)$$

ahora si se realiza el análisis anterior en otra porción del filamento, se llegará a una fórmula iterativa con la cual se calcula el esfuerzo en cada punto n del filamento.

Finalmente, el esfuerzo en cualquier punto del filamento será:

$$P_n = P_{n-1} \frac{V_n}{V_{n-1}} + \rho V_n (V_{n-1} - V_n) \quad (3-51)$$

Viscosidad elongacional aparente.

De los datos anteriores, se puede deducir un valor de viscosidad elongacional aparente, en cada punto del filamento, mediante la siguiente relación:

$$\eta_E = \frac{P_n}{\dot{\epsilon}} \quad (3-52)$$

donde:

- η_E viscosidad elongacional aparente
- P_n esfuerzo tensorial en el punto n
- $\dot{\epsilon}$ rapidez de deformación.

CAPÍTULO 4

DESCRIPCIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL.

4.1 DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO Y ARREGLO EXPERIMENTAL.

4.1.1 Introducción.

Algunos autores [11,12,31] han encontrado que ciertos sistemas experimentales no-Newtonianos en régimen estable presentan una considerable sensibilidad a pequeñas variaciones del gasto. Esto es particularmente importante cuando el gasto es limitado, de modo que en estos casos deben eliminarse en lo posible las pulsaciones y los cambios de velocidad de flujo.

Los esfuerzos para maximizar los beneficios de la experimentación con gastos bien controlados produjeron al desarrollo de la tecnología descrita a continuación. Se explicará el funcionamiento de un sistema capaz de alimentar, medir y controlar el gasto de un fluido no-Newtoniano de densidad constante. Este instrumento opera con gran variedad de fluidos viscoelásticos y trabaja dentro del rango bajo de 0.02 ml/min a 50 ml/min usando aire comprimido como fluido propulsor.

4.1.2 Arreglo experimental para producir deformaciones cortantes y elongacionales.

La Figura 4.1.2 muestra la configuración de los equipos utilizados para conseguir las deformaciones cortantes y elongacionales.

La sección cortante incluye un viscómetro elongacional de cilindros concéntricos verticales con geometría de cono y plato para las partes superior e inferior. El cilindro interior gira a una velocidad angular constante mientras que el externo permanece estático. El movimiento angular es impuesto por medio de un motor de CD con reductor de velocidad, el cual transmite la potencia por medio de una polea trapezoidal a una polea acoplada a la flecha de transmisión, la que transmite el movimiento angular al cilindro interior por medio de su tapa inferior. Esto permite imponer al fluido una rapidez de deformación al corte constante en el espacio entre los cilindros. Un gasto constante de fluido entra por el extremo superior y sale por el extremo inferior a través del orificio de descarga ubicado en la parte media de la separación radial entre los cilindros. La presión en el fluido es medida por medio de los transductores de presión localizados a lo largo del cilindro exterior, antes de que salga por el orificio inferior. Una vez que se logra el régimen estacionario se aplica succión en el orificio de descarga. Con el

DESCRIPCIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

orificio de descarga inicia un viscómetro de succión abierta en la sección elongacional. El dispositivo también incluye un orificio de succión alineado coaxialmente con el orificio de descarga. Entre ambos orificios se forma un filamento abierto a las condiciones atmosféricas ambientales. En esta configuración elongacional el material se alarga por el efecto de la absorción de la fibra del líquido y del aire circundante al filamento en las proximidades del orificio de succión. Cuando el vacío es aplicado, se forma un filamento entre ambos orificios el cual es elongado por un esfuerzo tensorial y medido directamente por un transductor de presión localizado en la cámara de succión.

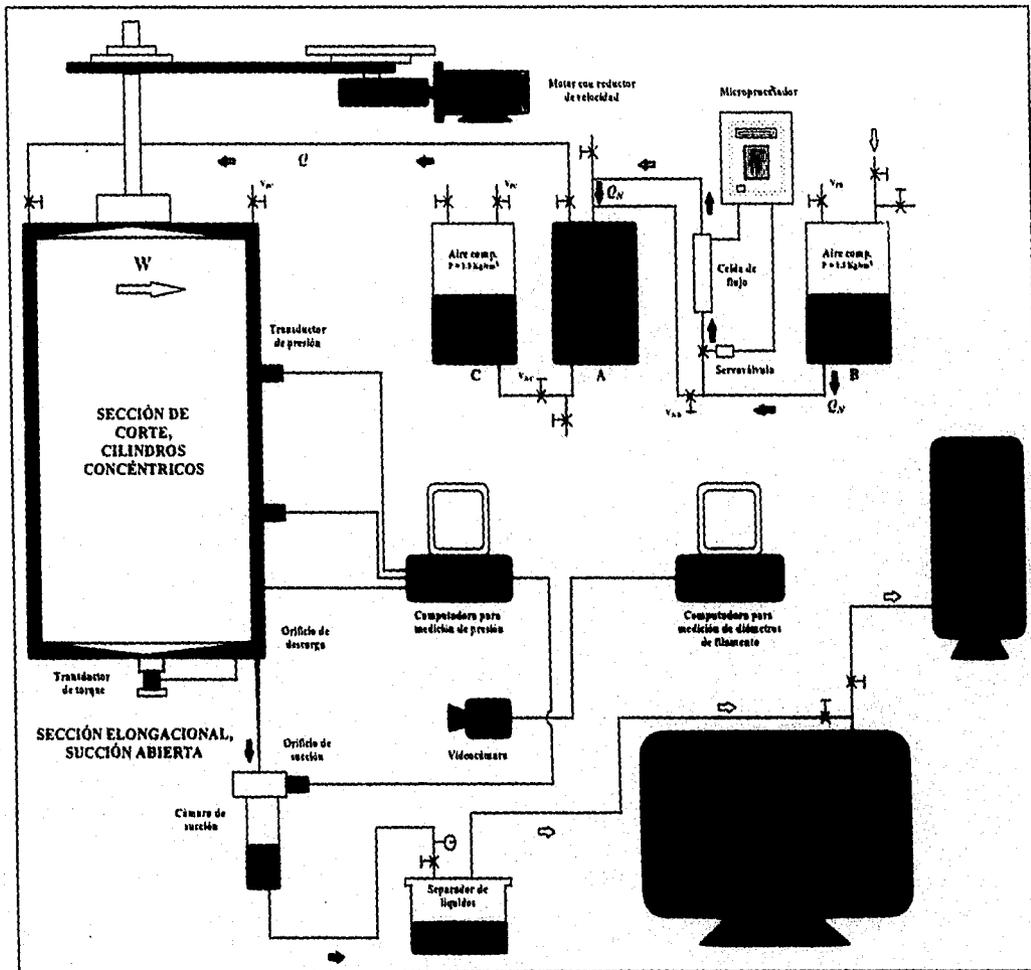


Fig. 4.1.2. Arreglo experimental del viscosímetro cortante y elongacional.

El orificio de succión está localizado sobre una cámara de succión conectado a un separador de líquidos que impide el paso del material de prueba hacia un tanque de acero acondicionado como amortiguador de pulsaciones. El vacío es generado por una bomba de succión.

El torque es medido por medio de cuatro transductores "strain-gauges", que se encuentran fijos en la flecha de medición de torque localizada en la parte inferior del cilindro exterior. Los datos medidos son enviados al sistema de adquisición de datos para su procesamiento y graficación.

En el sistema se incluyen dos computadoras para la medición, almacenamiento y análisis de datos. Una computadora se apoya en dispositivos de adquisición de datos y transductores de presión para la determinación de las presiones en dos puntos del cilindro exterior en la sección de corte y en un punto en la cámara de succión. Otra computadora procesa la imagen de la forma geométrica del filamento de fluido captada por una videocámara digital de alta resolución y una tarjeta para capturar la imagen.

4.2 SISTEMA PARA EL SUMINISTRO, LA DETERMINACIÓN Y EL CONTROL DE GASTO DE FLUIDOS VISCOELÁSTICOS.

Este arreglo se fundamenta en la expulsión de un volumen de fluido viscoelástico de la cámara isométrica "A" por un ingreso de un volumen de fluido Newtoniano, aislado mediante la membrana plástica "M".

El arreglo usa fluido newtoniano incomprensible como fluido intermediario entre el fluido de trabajo (no-Newtoniano) y el fluido propulsor (aire comprimido). Las virtudes del fluido intermediario son la sencillez para la medición y el control del gasto, así como la ausencia de desviaciones por compresibilidad.

4.2.1 Proceso de suministro, determinación y control de gasto.

El fluido Newtoniano se impulsa desde la cámara isométrica secundaria "B" usando aire comprimido a presión constante como fluido propulsor.

A la salida de la cámara isométrica "B" el microprocesador en malla cerrada con la celda de flujo y la servoválvula de control ejecutan la medición y el control del gasto Newtoniano que se suministra a la cámara isométrica "A", ver la Figura 4.2.1.

Por continuidad de masa [11] en la cámara isométrica "A", se deduce que el gasto del fluido Newtoniano " Q_N " que entra es igual al gasto del fluido viscoelástico " Q " que sale, debido a que ambos fluidos son incomprensibles y se trata de una cámara de volumen constante -isométrica-. La determinación y el control de un

gasto Newtoniano incomprensible son relativamente simples por lo que se consigue un gran control sobre el gasto del fluido no-Newtoniano, así como la realización de las mediciones con una alta precisión.

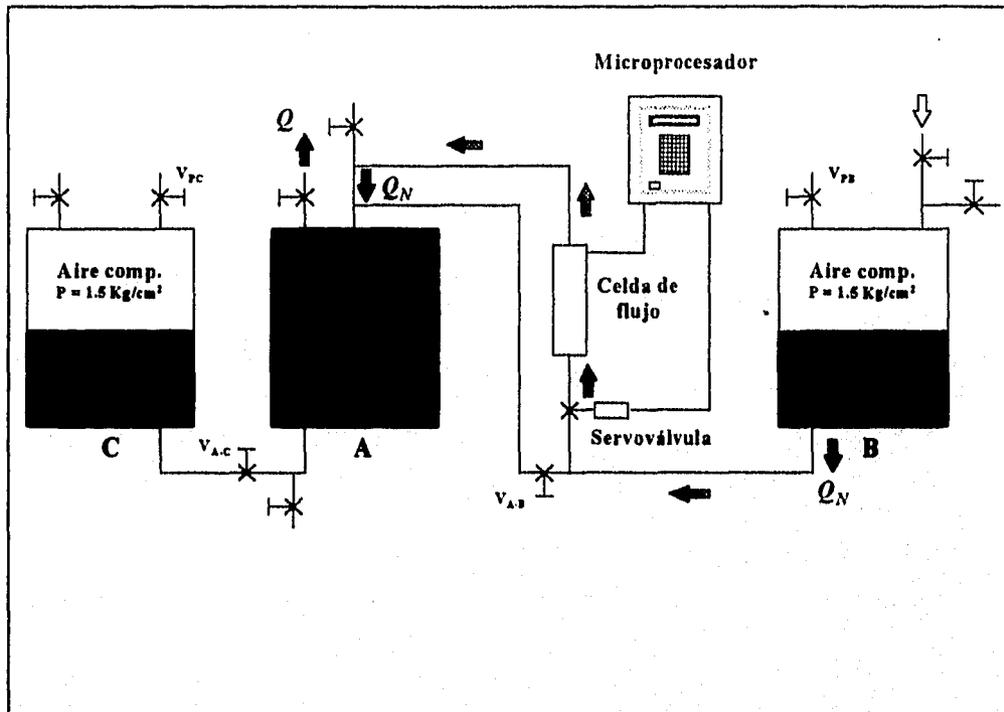


Fig. 4.2.1 Proceso de suministro, determinación y control de gasto.

4.2.2 Proceso de reposición entre pruebas de fluido no-Newtoniano.

Se suministra aire comprimido a la cámara isométrica "C" para desalojar al fluido no-Newtoniano que contiene hacia la cámara isométrica "A", ver la Figura 4.2.2.

Así mismo, el gasto " Q_R " del fluido viscoelástico entrante a la cámara isométrica "A" desplaza un volumen equivalente de un fluido Newtoniano con un gasto " Q_{NR} " hacia la cámara isométrica "B".

El flujo Newtoniano contenido entre las cámaras isométricas "A" y "B" se desvía por un ramal para evitar posibles daños por contraflujo a la celda de flujo que es la que seña el gasto y lo manda al microprocesador o flujómetro.

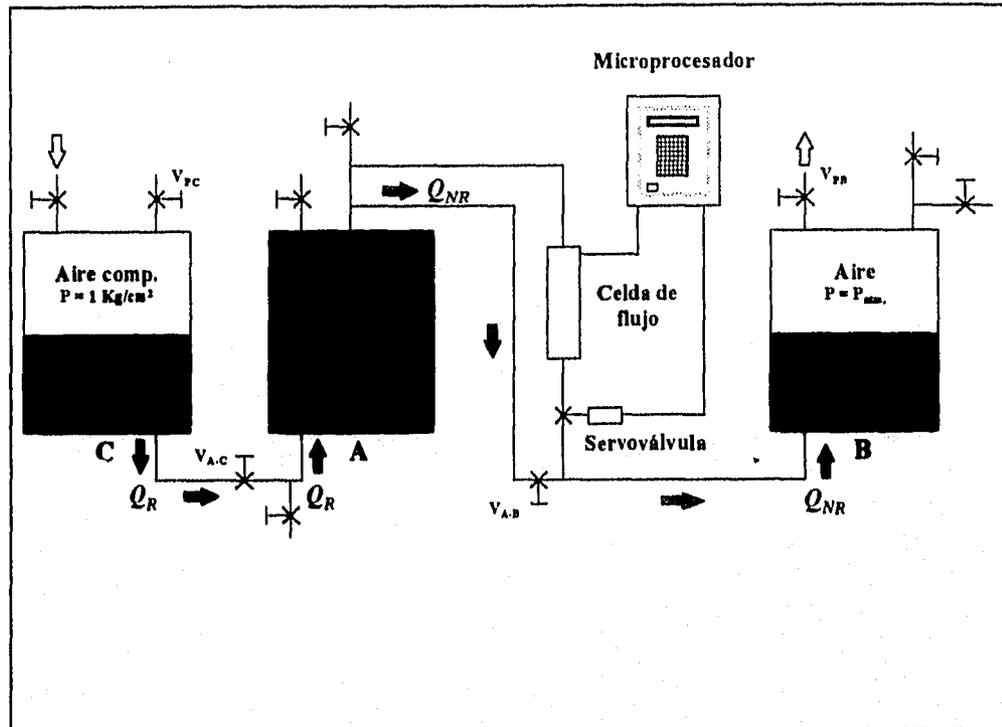


Fig. 4.2.2. Proceso de reposición entre pruebas de fluido no-Newtoniano.

4.2.3 Proceso de carga del fluido no-Newtoniano.

Con la ayuda de una bomba peristáltica es agregado el fluido de prueba hacia las cámaras isométricas "A" y "C" simultáneamente, ver la Figura 4.2.3. Las válvulas de paso " V_{AC} " y " V_{AE} " regulan el llenado de ambas cámaras.

La válvula de purga " V_{PC} " de la cámara isométrica "C" permite la expulsión hacia la atmósfera del volumen de aire desplazado por el fluido viscoelástico entrante, evitando posibles daños por sobrepresurización.

En la cámara isométrica "A", el volumen del flujo viscoelástico entrante desaloja un volumen igual de fluido Newtoniano que retorna a la cámara isométrica "B". Al igual que para el proceso de reposición de pruebas, el flujo Newtoniano se desvía por un ramal para impedir el contraflujo dañe la celda de flujo.

El aire de la cámara isométrica "B" se descarga hacia la atmósfera a través de una válvula de purga " V_{PB} " para evitar la sobrepresurización que podría ocasionar el fluido Newtoniano entrante.

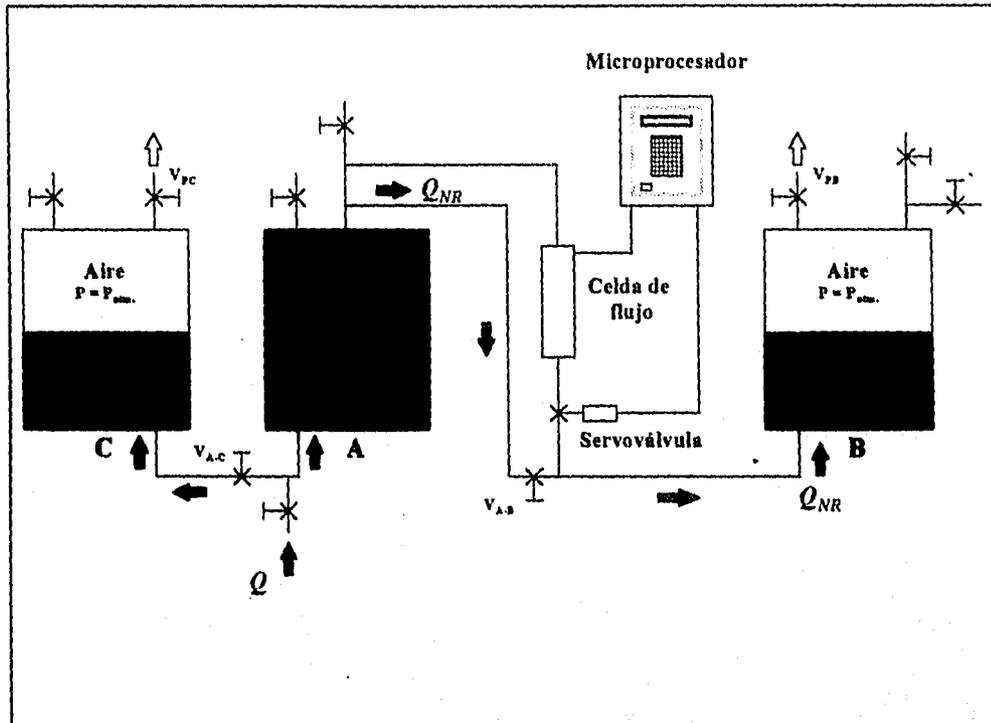


Fig. 4.2.3 Proceso de carga del fluido no-Newtoniano.

4.2.4 Configuración del sistema de alimentación.

El sistema consta a su vez de dos subsistemas:

4.2.4.1 Subsistema para la alimentación.

Cámara isométrica "A".

Se utiliza para el suministro, reposición y carga del fluido no-Newtoniano. Este recipiente recibe fluido Newtoniano " Q_N " separado por una membrana plástica "M" para desplazar un volumen de fluido de no-Newtoniano " Q " a velocidad constante. También recibe fluido no-Newtoniano durante la reposición entre las pruebas " Q_R " y la carga del sistema " Q ", al realizarse esta operación regresa el fluido Newtoniano " Q_{NR} " a la cámara isométrica "B", como se indicó en las Figuras 4.2.2 y 4.2.3.

Cámara isométrica "B".

Se utiliza para el suministro de fluido Newtoniano. Esta cámara entrega el fluido Newtoniano a una velocidad de flujo constante " Q_N " usando aire comprimido a 1.5 Kg/cm^2 como fluido propulsor (Fig. 2.4.1). Este recipiente también recibe fluido Newtoniano de retorno " Q_{NR} " al reponerse el fluido viscoelástico a la cámara "A" o al ejecutarse la operación de carga del sistema (Figs. 4.2.2 y 4.2.3).

Cámara isométrica "C".

Se utiliza para la reposición y carga de fluido Newtoniano. Esta cámara suministra fluido no-Newtoniano " Q_R " para la reposición entre los experimentos usando aire comprimido a 1.5 Kg/cm^2 como fluido propulsor (Fig. 4.2.2). También recibe fluido no-Newtoniano durante la operación de carga del sistema.

4.2.4.2 Subsistema para medición y control.

El microprocesador en malla cerrada determina las condiciones del gasto sobre el flujo Newtoniano mediante el análisis de la señal captada por la celda de flujo. La servoválvula controlada por la computadora del sistema ejecuta el ajuste a la velocidad del flujo. Este arreglo se cancela durante la reposición de fluido no-Newtoniano mediante un ramal que impide daños a la celda de flujo por efectos de contraflujo de gastos Newtonianos a través de éste (Fig. 4.2.2).

4.3 DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DEL FILAMENTO MEDIANTE UN SISTEMA ÓPTICO COMPUTARIZADO.

Cuando analizamos y procesamos imágenes digitalizadas por computadora nos proporcionan una herramienta que ofrece una serie de detalles visuales que no podrían ser interpretados en tiempo real. Históricamente el proceso de análisis por imagen digital ha requerido el uso de cámaras especiales para capturar imágenes y un sistema para analizar la información capturada.

4.3.1. Características del sistema.

El sistema utiliza una cámara KODAK MEGAPLUS modelo 1.4 de estado sólido de alta resolución. El sistema óptico en conjunto consta de la cabeza de la cámara, la unidad de control de la cámara (CCU), cables de interconexión y cable de interfase (Fig. 4.3.1).

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

La operación de la cámara digital es similar a la operación de una cámara de 35mm de película sensible. En una cámara normal, la película es expuesta a la imagen abriendo el diafragma un determinado espacio de tiempo. Después se cierra el diafragma y la película es avanzada hasta el siguiente cuadro. La cámara digital tiene interconstruido un diafragma que es utilizado en una forma similar. El diafragma se abre exponiendo la imagen al sensor, después se cierra y la señal es enviada a un dispositivo de almacenamiento. El diafragma de la cámara puede ser controlado interna o externamente.

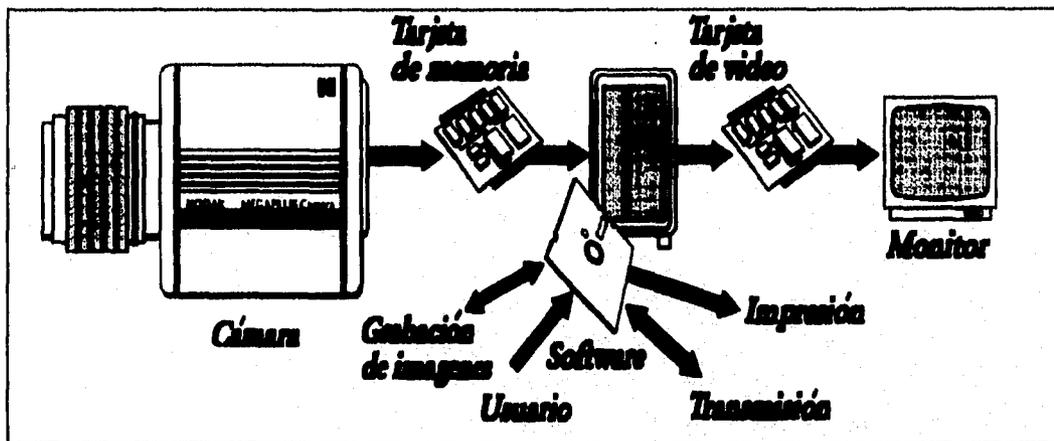


Fig. 4.3.1. Diagrama de bloques del sistema óptico de medición.

La señal producida por la cámara es una señal de video digital, esta señal no es del mismo tipo del que se usa en video analógico convencional o en las computadoras. La imagen es producida por una serie de valores numéricos que son enviados de la cámara, en donde los números más grandes representan los tonos más claros y los números menores los tonos más oscuros. La señal presenta también pulsos periódicos que son los que le indican al sistema de almacenamiento de imágenes en donde comienza una nueva línea y cuando comienza una nueva imagen. La imagen comienza con la primera línea de la parte superior del objeto, cada imagen es rastreada de izquierda a derecha, la imagen es creada entonces por un conjunto de líneas.

Cada punto de la imagen está representado por un número cuyo valor oscila de 0 a 255. Cada punto o pequeño cuadro es llamado pixel. Cada pixel está organizado en la computadora en una matriz, para poder así ser procesados y en conjunto representar una imagen. La cámara tiene por sensor un arreglo CCD

(Charge-Coupled-Device) de 1317 (H) x 1035 (V) elementos sensibles a la luz que es la resolución máxima. Cada pixel mide 6.8 micras cuadradas y su espaciamiento es de 6.8 micras. Estos pixeles pueden ser procesados por la computadora para poder resaltar o analizar una imagen. La siguiente convención es utilizada para definir los términos empleados en video digital:

- Cadenas horizontales de pixeles son llamadas líneas.
- Incrementos horizontales son llamados elementos o sólo pixeles.
- La línea superior es la número 0.
- El primer elemento de la izquierda es el número 0.
- La línea inferior es la número 1023.
- El último elemento de la derecha es el número 1280.

La geometría, las longitudes horizontal y vertical muy similares, simplifica las mediciones tomadas con la cámara. Los beneficios de tener un radio de acción del 100% son una mejora en las lecturas menores al tamaño de un pixel, se reduce el traslape de puntos y se tiene un 100% de área sensible a la luz.

La medición es realizada cuando ya se tiene la imagen en el sistema de almacenamiento, es entonces cuando son analizados los datos por medio de un programa. Este programa localiza los bordes del filamento dentro de un rectángulo específico, los bordes son la transición de una zona opaca a una más clara o bien su inverso. Estos rectángulos o ventanas pueden ser distribuidos con la finalidad de tomar múltiples muestreos a lo largo del filamento, en caso de existir bordes múltiples en una ventana, es seleccionado el primero que es encontrado, la dirección en la que es buscado este primer borde puede especificarse por medio de parámetros. Si el borde encontrado tiene un umbral menor que el que fue especificado, el sistema de medición reportará la ausencia de éste. Si son encontrados ambos bordes del filamento, el sistema nos dará la distancia en pixeles que separa a los dos.

4.3.2 Calibración.

Para calibrar la distancia, se utiliza un objeto de dimensiones conocidas. Conociendo la magnitud del objeto para ambas escalas, pixeles y unidades convencionales, se calcula la constante de conversión.

Esta constante también puede ser adicionada en los parámetros iniciales del programa, por lo que las unidades finales pueden ser directamente en el sistema internacional.

En nuestro caso el factor utilizado fue 35 para una distancia de la cámara al objeto de 70 [cm], la resolución máxima que nos puede dar el sistema con esta configuración es de 37.45 [μm].

La sintaxis del programa es la siguiente:

FLOW thresh n_samples search_d ave_d x1 y1 x2 y2 direction ppu

en donde:

<i>thresh</i>	Número de veces que es efectuada una prueba para encontrar la línea (1 a 254).
<i>n_samples</i>	Número de mediciones (2 a 90).
<i>search_d</i>	Distancia de la búsqueda (5 a 190).
<i>Ave_d</i>	Número de pixel promediados antes de que el contraste coincida con el umbral (2 a 20).
<i>x1, y1</i>	Centro de la ventana de búsqueda superior izquierda.
<i>x2, y2</i>	Centro de la ventana de búsqueda inferior derecha.
<i>direction</i>	Dirección de la búsqueda (1 ó -1), donde 1 es hacia adentro y -1 es hacia afuera.
<i>ppu</i>	Píxeles por unidad de la constante de calibración.

Otro factor importante es la iluminación, de ésta dependerán otros parámetros como son el umbral, el número de píxeles promediados antes de que el contraste sea comparado con el umbral e incluso el plano en el que se esté enfocando a la cámara.

En la Figura 4.3.2. se presenta de manera esquemática una muestra de los datos obtenidos de esa imagen.

```

FLOW1 threshh=10, n_samples=20, search_d=100, ave_d=20, direction=1 ppu35

0    Y= 3.3540, Width = 0.8000
1    Y= 4.5000, Width = 0.8000
2    Y= 5.6460, Width = 0.8000
3    Y= 6.7919, Width = 0.8000
4    Y= 7.9379, Width = 0.8001
5    Y= 9.0839, Width = 0.8000
6    Y= 10.2298, Width = 0.8000
7    Y= 11.3758, Width = 0.8000
8    Y= 12.5217, Width = 0.8000
9    Y= 13.6677, Width = 0.8001
10   Y= 14.8416, Width = 0.8000
11   Y= 15.9876, Width = 0.8000
12   Y= 17.1335, Width = 0.8000
13   Y= 18.2795, Width = 0.8000
14   Y= 19.4255, Width = 0.8000
15   Y= 20.5714, Width = 0.8000
16   Y= 21.7174, Width = 0.8000
17   Y= 22.8634, Width = 0.8000
18   Y= 24.0093, Width = 0.8001
19   Y= 25.1553, Width = 0.8000

C:FLOW>

```

Fig. 4.3.2. Muestra de los datos obtenidos para el sistema de medición.

4.4 MEDICIÓN DE ESFUERZO Y DE TORQUE.

4.4.1 Medición de esfuerzo.

Una vez que se ha establecido el flujo elongacional entre las dos placas del reómetro, la presión inicial del aparato, tiende a decrecer hasta que se restablece el estado cuasi-estático del flujo. Esta variación se debe al esfuerzo tensional que existe a la salida del orificio de la placa superior. Este esfuerzo tensional es a su vez, resultado de la extensión que está sufriendo el fluido.

Por lo tanto, el esfuerzo tensional aplicado, se puede traducir en un cambio de presión antes y después de aplicar vacío al fluido.

El cambio de presión se mide por medio de dos transductores de presión (Druck Co Ltd, GB) en la sección de corte y uno en la sección elongacional los cuales se calibraron aplicándoles presiones conocidas por medio de columnas de agua y registrando sus respuestas. La posición de estos transductores en el reómetro se muestra en la Fig. 4.1.2.

Un transductor es un dispositivo que convierte una cantidad física en otra con características más fácilmente cuantificables. El transductor es el elemento que se encuentra directamente expuesto a la variable a cuantificar.

Un transductor de presión convierte el desplazamiento causado por una fuerza sobre una superficie en una señal eléctrica analógica. Los transductores de presión basados en *strain-gauge*, proporcionan un confiable y conveniente medio de medir presiones en gases y líquidos. Son especialmente adecuados para fluidos corrosivos.

Este tipo de transductores posee un elemento piezo-resistivo o un elemento sensor basado en materiales semiconductores. El *strain-gauge* forma parte de un puente de equilibrio de cuatro brazos del tipo Wheatstone, como se presenta en la Figura 4.4.1. Cuando la presión provoca una deflexión en el elemento sensor, el brazo variable del puente sufre un esfuerzo.

La deformación causa un cambio en la resistencia, produciéndose un cambio en la señal de salida proporcional al cambio de presión.

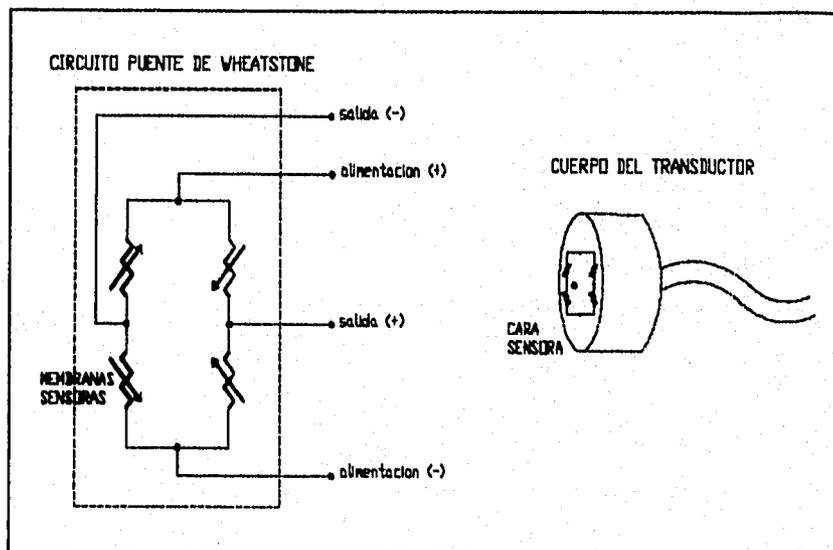


Fig. 4.4.1 .Puente de Wheatstone.

Este tipo de transductores forma una unidad herméticamente sellada, lo que permite una conexión directa al punto de medición. Debido a su construcción no requiere de elementos capilares o de tuberías para su instrumentación. La transmisión de las señales generadas es por medio de cableado eléctrico,

eliminando el tiempo de respuesta que se tendría si se transmitiera por medio del fluido. Presentan un diafragma o una cápsula que se encuentra en contacto con el fluido, la presión cambia el pequeño volumen de la cavidad por lo que el transductor presenta una resistencia mínima al flujo. Este tipo de transductores está compensado contra errores de lectura causados por la temperatura para condiciones estables. Sin embargo, pueden ser producidos errores por cambios bruscos de temperatura, ya sea en el medio ambiente o en el fluido.

De acuerdo al rango de presiones a medir en el experimento, donde la máxima es de cerca de 1.8 [bar], se escogió un tipo de transductores de uso general y construcción sólida fabricado por la compañía Druck Inc., modelo *PDCR 810*. El principal criterio de adquisición de este modelo y marca fue su disponibilidad, ya que varias empresas ofrecen transductores con características eléctricas y mecánicas similares así como de costo. Las especificaciones de estos elementos aparecen en la Tabla 4.4.1. La resolución mínima de estos es de 4.2 [mbar].

<i>Especificaciones</i>	<i>Druck PDCR 810</i>
<i>Rango de presiones [bar]</i>	<i>0 - 10</i>
<i>Sensibilidad [mV/V/PSI]</i>	<i>0.07</i>
<i>Offset [mV]</i>	<i>3</i>
<i>No-linealidad e histeresis [maz]</i>	<i>± 0.1 %</i>
<i>Compensación por variación a la temperatura [C]</i>	<i>0 - 50</i>
<i>Rango de error por temperatura [C]</i>	<i>± 0.5 %</i>

Tabla 4.4.1. Especificaciones del transductor PDCR 810.

El fabricante de este tipo de transductores envía con el equipo las curvas de calibración iniciales después de su elaboración, pero debido a que éstas varían de acuerdo a las condiciones ambientales tales como temperatura y presión atmosférica, así como el tiempo de vida del equipo, su uso y manejo, resulta necesario volverlos a calibrar.

La nueva calibración se llevo acabo al aplicar una presión conocida mediante una columna de agua a la membrana sensora, y midiendo la respuesta en voltaje a las terminales de salida. A manera de ejemplo se presentan los datos y la curva de calibración típica de este modelo de transductor en la Tabla 4.4.2. y en la Figura 4.4.2. la curva en sí.

<i>Datos de calibración</i>	
<i>Presión [cmH₂O]</i>	<i>Voltaje [V]</i>
0	0.000232
5	0.000912
10	0.001376
15	0.002432
20	0.002906
25	0.003345
30	0.004239
35	0.004932
40	0.005412
45	0.006234
50	0.006893

Tabla 4.4.2. Datos de calibración del transductor de presión PDCR 810.

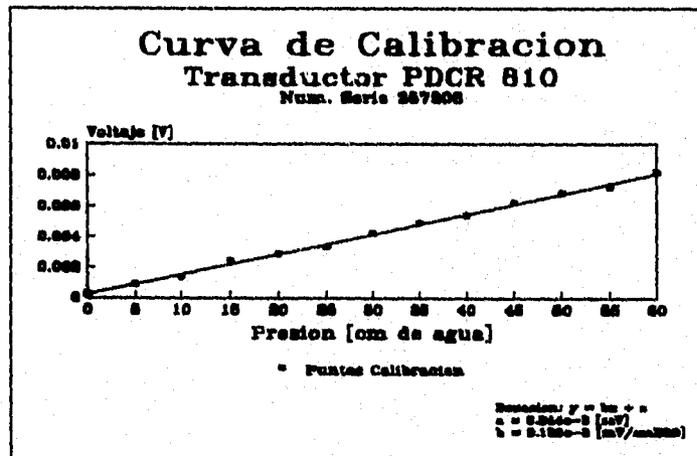


Fig. 4.4.2. Curva típica de calibración.

4.4.2 Medición de torque.

Al someter al fluido de prueba a un flujo cortante, por medio del movimiento del cilindro interior (historia de deformaciones controlada), el fluido transmite este movimiento hacia el cilindro exterior (fijo). Por lo tanto, la

DESCRIPCIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

cantidad de movimiento que tiende a mover el cilindro exterior, se puede traducir como un par (torque), aplicado a la flecha que mantiene fijo al cilindro exterior.

Este torque se mide por medio de transductores planos o laminados. Este tipo de transductores son de características similares a los transductores de presión, ya que su principio de operación es el mismo. Presentan como elemento sensor, un *strain-gauge* formando parte de un puente de Wheatstone. La diferencia principal es que el elemento sensor está elaborado exclusivamente en metal estriado, su tamaño es mucho mayor, no está encapsulado, y su costo es mucho menor.

Estos elementos están formados por una fina malla de alambre o lámina pegada a una placa portadora. La resistencia eléctrica de la malla varía en forma lineal con los esfuerzos a que esta sometida. En la aplicación, la placa portadora o matriz y el adhesivo deben de trabajar juntos para transmitir los esfuerzos del espécimen a la malla; además, sirven como aislantes eléctricos y disipadores de temperatura.

De acuerdo con la aplicación, existen diferentes tipos de *strain-gauges* resistivos. Los puntos que se deben considerar antes de implementar un transductor son los siguientes: longitud de la malla, número de sensores que forman parte del puente, colocación de estos, resistencia de la malla, material del que está formado la matriz y disponibilidad. Tomando en cuenta estas consideraciones se escogieron los sensores *HBM 6/120XGY21*, fabricados por la compañía OMEGA Engineering Inc. Las especificaciones de estos elementos aparecen en la Tabla 4.4.3.

Especificaciones.	HBM 6/120 X G 21
Resistencia interna (Ω).	120
Rango de temperaturas ($^{\circ}\text{C}$).	-70 a 200.
Longitud de malla. (mm).	3
Número de sensores.	4
Material.	Acero.

Tabla 4.4.3. Especificaciones del transductor de torque.

Debido al tipo de esfuerzo a medir, los sensores fueron colocados como se muestra en la Figura 4.4.3. Colocando cuatro sensores, uno por cada brazo del puente, se obtiene mayor sensibilidad y resolución. La

construcción de los sensores permite su utilización en condiciones variables y por períodos prolongados, como es el caso del reómetro, en donde para tener acceso a los transductores, es necesario desarmarlo por completo.

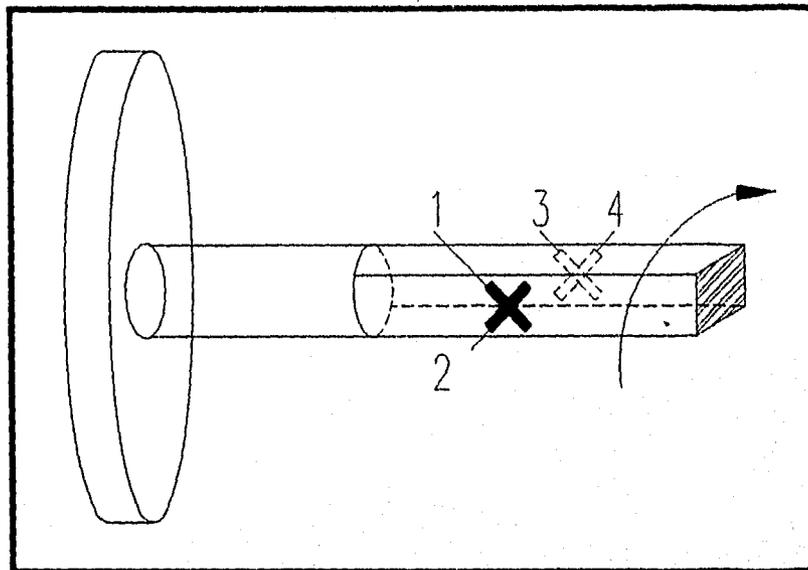


Fig. 4.4.3. Colocación de los transductores de torque.

Debido a que los transductores utilizados proporcionan señales de bajo nivel de voltaje (milivolts) y para sistematizar la toma de muestras, se utilizó el software LABVIEW.

LABVIEW es un sistema de programación gráfica para adquisición, control, análisis y presentación de datos. LABVIEW ofrece una metodología innovadora de programación, en el cual se puede ensamblar módulos de software llamados instrumentación virtual (VIs). Se pueden construir VIs para adquirir datos conectándose a tarjetas o instrumentos programables y después analizar los datos y presentar los resultados a través de interfaces de uso gráfico (GUIs).

Este software contiene acceso a librerías VI para controlar y adquirir datos de tarjetas y a la vez conectarse a tarjetas de adquisición de datos. Después de haber adquirido los datos, se usa el análisis de las librerías VI para convertir los datos desordenados en resultados significativos. Finalmente se puede controlar el sistema software y presentar resultados a través de paneles frontales interactivos. Estos paneles crean una interface familiar a pesar del sistema hardware.

Con LABVIEW, se construyen VIs en vez de escribir programas en C o Pascal. Se pueden crear muy rápidamente paneles frontales usando interfaces, dando un control interactivo del sistema software; resultando con esto que el diagrama de bloque es el programa actual.

La programación en LABVIEW consta de dos partes muy importantes: panel frontal y diagrama de bloques.

Panel frontal.

Actúa como una interface interactiva para suministrar entradas y observar las salidas del sistema de instrumentación. Está principalmente construido con perillas, botones, interruptores, deslizadores, gráficas, etc. LABVIEW, crea este panel tan simple y como ir dibujando una figura. Simplemente seleccionando de una variedad de controles convenientemente localizados en un menú de opciones. Cuando el VI está completo, se utiliza el panel frontal para controlar el sistema.

Diagrama de bloques.

Para programar el VI, se construye el diagrama de bloques en forma libre de acuerdo a los detalles o variables que se necesiten controlar. Se seleccionan los bloques funcionales desde el menú de opciones y conectando cada uno de los bloques con alambres, con la finalidad de que los datos sean transferidos de uno a otro. Los rangos de los bloques van desde funciones aritmética simples hasta adquisición avanzada y análisis de rutinas, que almacenan o recuperan datos en código ASCII o binario.

El sistema de adquisición de datos que se utilizó es la AT-MIO-16D de National Instrument conectada a una interfase periférica programable MSM82C55A-2RS. Este tipo de comunicación establecida con esta interfase es de tipo paralelo y pueden conectarse a este bus hasta 15 instrumentos diferentes.

Los datos registrados y almacenados se procesan posteriormente en una computadora Hewlett Packard modelo 85.

4.5 METODOLOGÍA.

Pasos a seguir para la elaboración de los experimentos:

- 1- Preparación de la solución polimérica un día antes de ser utilizada.
- 2- Almacenamiento de esta solución en el sistema de alimentación.
- 3- Regulación del sistema de alimentación, según las necesidades de gasto.
- 4- Una vez que se tiene un gasto constante, se toman las lecturas de los transductores de presión con el sistema de adquisición de datos.
- 5- Aplicar succión por medio de la bomba de vacío.
- 6- Una vez que se establece el flujo elongacional, se toman nuevamente las lecturas de los transductores de presión con el adquisidor.
- 7- Digitalizar el filamento con la cámara de alta resolución y la computadora; el sistema de medición de ancho del filamento nos proporciona los valores para ese instante específico.
- 8- Para el mismo gasto, succión y separación entre placas se somete al fluido a un flujo cortante antes de salir por el orificio y ser elongado. Este flujo cortante se logra por medio del movimiento del cilindro interior a cierta velocidad angular.
- 9- Para una velocidad angular de 12 [r.p.m.] se toma nuevamente la lectura de los transductores de presión, se digitaliza la imagen del filamento, y se obtienen los valores del ancho del filamento. Posteriormente se repite lo anterior para una velocidad angular de 30 y 60 [r.p.m.].
- 10- Una vez que se tienen los datos para los cuatro casos anteriores, se detienen la bomba de vacío y el flujo de la solución polimérica.

CONCLUSIONES GENERALES

Una manera de comprobar el funcionamiento de cualquier viscosímetro elongacional es utilizarlo con un fluido Newtoniano, ya que para este tipo de fluidos, el cociente de la viscosidad elongacional con respecto a la viscosidad de corte es igual a 3; esta relación se conoce como relación de Trouton. esto significa que si conocemos la viscosidad al corte de un fluido Newtoniano su viscosidad elongacional será tres veces mayor.

Se presentó una análisis teórico de un nuevo reómetro elongacional y de corte. Dada la complejidad del análisis considerado en este trabajo conviene presentar las conclusiones separándolas en dos partes:

- 1.- Análisis del flujo elongacional entre orificios alineados.
- 2.- Análisis del sistema como reómetro elongacional y de corte.

Análisis del flujo elongacional entre orificios alineados.

- El flujo elongacional entre orificios alineados no puede considerarse estrictamente un flujo puramente elongacional, pero el análisis detallado del campo de flujo (diámetro, velocidad, esfuerzo) indica que el flujo puede considerarse como un flujo a rapidez de elongación constante, en casi la longitud total del filamento.

- La rapidez de deformación elongación permanece constante a lo largo del filamento y, como el campo de flujo se aproxima a extensión uniaxial es posible el cálculo de la viscosidad elongacional en cada punto del filamento.

- El efecto de la aplicación de un esfuerzo cortante simple (pre-corte) modifica las propiedades elongacionales del fluido de la siguiente manera:

- El diámetro del filamento disminuye.
- La velocidad aumenta a lo largo del filamento.
- Aumento del esfuerzo extensional.
- Aumento en los valores de la viscosidad elongacional.
- Existe una rapidez de elongación básicamente constante.

Análisis del sistema como reómetro elongacional y de corte.

- El sistema permite la medición de viscosidad elongacional promedio para soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas, con una mayor a la obtenida mediante otros sistemas, además de permitir un rango experimental de rapidez de elongación considerablemente mayor al obtenido en aparatos convencionales.

- El aparato permite por primera vez, examinar, analizar y cuantificar la influencia de un movimiento cortante simple sobre un flujo unidireccional de extensión en soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas.

BIBLIOGRAFÍA

- Astarita G. & Marrucci G., Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Mc Graw-Hill Publisher, Great Britain, 1974.
- Barnes H. A., Hutton J. F. & Walters K., An Introduction to Rheology, Elsevier Science Publisher, Rheology Series 3, New York, 1989.
- Böhme G., Non-Newtonian Fluid Mechanics, North-Holland, New York, 1987.
- Byron R. & Armstrong, Dynamics of Polymeric Liquids, John Wiley & Sons Publisher, Volume 1, Canadá, 1977.
- Collyer A. A. & Clegg D. W., Rheological Measurement, Elsevier Applied Science, London, 1988.
- Fox R. W., Introducción a la Mecánica de Fluidos, Nueva Editorial Interamericana, Segunda Edición, México, 1984.
- Harris J., Rheology and Principles of Non-Newtonian Fluids, Longman Publisher, London, 1987.
- Larson R. G., Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions, Butterworth Publisher, Boston, 1988.
- Lodge A. S., Elastic Liquids, Academic Press, New York, 1964.
- Mena B. & García A., Advances in Rheology, UNAM Publisher, First Edition, Volume 1-3, México, 1984.
- National Instruments Corporation, IEEE 488 and VXibus Control, Data Acquisition, and Analysis, Texas, 1993.
- Omega Engineering Corporation, The Omega Complete Pressure Measurement Handbook and Encyclopedia, E.E.U.U., 1988.
- Petrie C. J. S., Elongational Flows, Pitman Press, London, 1979.
- Schowalter W. R., Mechanics of Non-Newtonian Fluids, Pergamon Press, First Edition, New York, 1978.
- White F. M., Mecánica de Fluidos, Editorial Mc Graw-Hill, Primera Edición, México, 1988.
- Whorlow R. W., Rheological Techniques, Chichester Publisher, New York, 1980.
- Wolfram S., Mathematica, Eddison-Wasley Publisher, California, 1993.

REFERENCIAS

- [1] Prandtl L., Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker Kongresses, Heidelberg, 1904.
- [2] Weissenberg K., Nature, 159, 310 (1947).
- [3] Fano G., Arch. Fisiol., 5, 365 (1908).
- [4] Coleman B. D. & Noll W., Rev. Mod. Phys., 33, 239 (1961)
- [5] Walters K., Rheometry, Chapman and Hall Press, London, 1975.
- [6] Petrie C. J. S., Elongational Flows, Pitman Press, London, 1979.
- [7] Trouton F. T., Proc. Roy. Soc. A, 77, 426 (1906).
- [8] Collyer A. A., Rheological Measurement, Elsevier, London, 1988.
- [9] Barnes H. A. & Walters K., An Introduction to Rheology, Elsevier, New York, 1989.
- [10] Manero O. & Mena B., Jornal Non-Newtonian Fluid Mech., 9, 379 (1981).
- [11] Gupta R. K. & Sridhar T., Rheological Measurement, Elsevier, 1988.
- [12] Mena B., Third European Rheology Conference, De. D.R. Oliver, Elsevier App. Sci. 1990.
- [13] Dealy J. M., Polymer Eng. and Sci., 11, 433 (1971).
- [14] Denson C. D. J., Applied Polymer Sci., 18, 1611 (1974).
- [15] Joye D. D. & Denson C. D., Trans. Soc. Rheol., 16, 421 (1973).
- [16] Meissner, Jornal Rheol. Acta, 8, 78 (1972).
- [17] Dealy J. M., Jornal Non-Newtonian Fluid Mech., 4, 9 (1978).
- [18] Ballman R. L., Jornal Rheol. Acta, 4, 137 (1965).
- [19] Stevenson J. F. A., Ch. E. J., 18, 540 (1972).
- [20] Vinogradov G. V., J. Polym. Sci., 8, 1 (1970).
- [21] Rhi-Sausi J. & Dealy J., M. Polym. Eng. Sci., 16, 799 (1976).
- [22] Agrawal P. K., Trans. Soc. Rheol., 21, 355 (1977).
- [23] Cogswell F. N., Plast. and Polym., 36, 109 (1968).
- [24] Vinogradov G. V., Jornal Rheol. Acta, 11, 286 (1972).

REFERENCIAS

- [25] Munstedt H., *Jornal Rheol. Acta*, 14, 1077 (1975).
- [26] Munstedt H., *Jornal Rheol. Acta*, 23, 421 (1979).
- [27] Meissner, *Jornal Rheol. Acta*, 16, 405 (1969).
- [28] Ide Y. & White J. L., *Jornal Appl. Polym. Sci.*, 22, 1061 (1978).
- [29] Spearot J. A. & Metzner A. B. *Trans. Soc. Rheol.*, 16, 495 (1972).
- [30] Sridhar T. & Gupta R. K., *Jornal Rheol. Acta*, 24, 207 (1985).
- [31] Nitschmann H. & Schrade, *Jornal Helv. Chim. Acta*, 31, 297 (1948).
- [32] Khagram M., Sridhar T. & Gupta R. K., *Jornal Rheol. Acta*, 29, 191 (1985).