



01162

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**Facultad de Ingeniería**

00  
2P

MODELACION DE CUENCAS

PABLO JAVIER MARTINEZ BARBOSA

**T E S I S**

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA

**FACULTAD DE INGENIERIA**  
DE LA

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERIA**  
( **HIDRAULICA** )

DIRIGIDA POR  
DR. CARLOS A. ESCALANTE SANDOVAL

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres

A mi esposa e hijas

A mis compañeros y amigos

#### Agradecimientos

Al Dr. Carlos A. Escalante Sandoval por su dirección y apoyo en la elaboración de este trabajo. DEPMI-UNAM.

A mis sinodales Dr. Rolando Springall Galindo, Dr. Jesús Gracia Sánchez, Dr. Ramón Domínguez Mora y M. en I. Víctor Franco.

A mis profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería-UNAM, por la formación recibida.

## CONTENIDO

---

	pág
INTRODUCCION	1
1 GENERALIDADES	3
1.1.- Modelos de cuenca	3
1.2.- Clasificación de los modelos de cuenca matemáticos	4
1.3.- Utilidad y aplicación de los modelos	8
1.4.- Componentes de un modelo de cuenca	9
1.5.- Construcción de un modelo de cuenca	10
1.6.- Calibración y verificación del modelo	10
1.7.- Clasificación de los problemas de modelado	11
1.8.- Método de cálculo de un modelo de simulación de eventos	12
2 MODELO PROPUESTO	14
2.1.- Descripción del modelo desarrollado	14
2.1.1.- Cuencas aforadas	14
2.1.2.- Cuencas no aforadas	16
2.2.- Utilidad del modelo de cuenca desarrollado	16
3 PRECIPITACION	17
3.1.- Generalidades	17
3.2.- Construcción de tormentas sintéticas	17
4 DETERMINACION DE LA LLUVIA EN EXCESO	22
4.1.- Conceptos generales	22
4.2.- Infiltración	23
4.2.1.- Descripción del proceso de infiltración	24
4.2.2.- Métodos para calcular la infiltración	26
4.2.3.- Método de Green-Ampt	26
4.2.3.1.- Estimación de parámetros de la ecuación de Green-Ampt	29
4.2.4.- Cálculo de la precipitación en exceso	32
5 TRANSFORMACION PRECIPITACION EFECTIVA-GASTO	36
5.1.- Conceptos generales	36
5.2.- Hidrograma unitario instantáneo	39
5.3.- Identificación de ordenadas del hidrograma unitario	41
5.3.1.- Método de mínimos cuadrados	43
5.3.2.- Método de mínimos cuadrados suavizados	45
5.3.3.- Estabilización por diferencias finitas del HUI	46
5.3.4.- Método de optimización para variables múltiples restringidas	47

5.4.- Transformación lluvia efectiva-gasto mediante el proceso ARMA(p,q)	48
5.5.- Hidrograma Unitario Sintético	50
5.5.1.- Hidrograma Unitario Sintético del SCS	50
5.5.2.- Hidrograma Unitario Sintético de Wilson y Brown	53
6 TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES Y EN EMBALSES	56
6.1.- Generalidades	56
6.2.- Tránsito de avenidas en cauces	57
6.2.1.- Método de Muskingum	57
6.2.2.- Método de Muskingum extendido	59
6.2.3.- Método de Muskingum extendido para tributarios múltiples	62
6.2.4.- Modelo ARMA(p,q) para tránsito de avenidas en cauces	65
6.3.- Tránsito de avenidas en embalses	67
7 PROGRAMAS DE COMPUTO Y APLICACIONES	71
7.1.- Descripción de los programas de cómputo	71
7.1.1.- Descripción de programas para análisis de cuencas totales	71
7.1.1.1.- Calibración de parámetros	71
7.1.1.2.- Pronóstico de avenidas con HUI asignado	73
7.1.1.3.- Pronóstico de avenidas con modelación ARMA(p,q)	73
7.1.1.4.- Pronóstico de avenidas con HUA	74
7.1.1.5.- Predicción de avenidas asociadas a períodos de retorno	74
7.1.2.- Descripción de programas para análisis de cuencas discretizadas	75
7.1.3.- Uso de los programas de cómputo	76
7.2.- Aplicaciones	76
7.2.1.- Aplicación a cuencas totales, aforadas y no aforadas	77
7.2.2.- Aplicación a cuencas discretizadas	78
CONCLUSIONES	94
BIBLIOGRAFIA	96
APENDICE	99
Listado de programas	

## INTRODUCCION

---

Este trabajo tiene como fin desarrollar un modelo que permita la determinación de avenidas en cuencas aforadas y no aforadas, para pronóstico a tiempo real y para predicción con fines de diseño.

Los objetivos específicos del modelo son:

- Simular los procesos fundamentales (infiltración, escurrimiento, etc.) que intervienen en la relación lluvia-escurrimiento de eventos.
- Utilizar parámetros con alto significado físico, obtenidos por calibración.
- Utilizar el modelo en cuencas de cualquier tamaño.
- Que los datos necesarios para su aplicación estén disponibles.
- Que se obtengan resultados confiables.
- Que su uso se ajuste a los recursos computacionales y económicos de la persona que usa el modelo.

En el capítulo I se dan algunas definiciones, y la clasificación de los modelos de cuenca y se tratan además otras consideraciones.

Se propone un modelo matemático de eventos, determinístico, de parámetros concentrados (llamado también de parámetros globales), el cual se describe con detalle en el capítulo II.

El capítulo III se dedica a la construcción de tormentas sintéticas, ya que es requerido un hietograma sintético en el caso de cuencas no aforadas.

La infiltración y la estimación de la precipitación en exceso se tratan en el capítulo IV, donde se mencionan los métodos existentes en la actualidad para el cálculo de la infiltración y se elige uno de ellos.

El capítulo V se dedica a la transformación de la lluvia efectiva a escurrimiento y se exponen diversas técnicas para la obtención de los parámetros de la función de transferencia. En este mismo capítulo se trata lo referente al hidrograma unitario sintético, el cual es una técnica para la transformación lluvia-escurrimiento para

cuencas no aforadas.

Las técnicas de tránsito de avenidas en cauces y embalses, que son necesarias cuando las cuencas se han dividido en subcuencas, se tratan en el capítulo VI.

En el capítulo VII se da una descripción de los programas de cómputo elaborados para la aplicación del modelo. En este mismo capítulo, se aplica el modelo a algunos eventos registrados en diversas cuencas del país.

Se presentan además, las conclusiones y recomendaciones que se derivan de este trabajo y se plantean las limitaciones del modelo.

## 1 GENERALIDADES

---

### 1.1.- MODELOS DE CUENCA

Un modelo de cuenca es un conjunto de abstracciones matemáticas que describen fases relevantes del ciclo hidrológico, con la finalidad de simular la transformación de lluvia a escurrimiento (Ponce, 1989).

Los modelos de cuenca incluyen todas las fases relevantes del ciclo hidrológico y, como tal, están compuestas de una o más técnicas para cada fase.

El modelado de cuencas comprende la integración de los procesos hidrológicos clave en una entidad modelada, es decir, un modelo de cuenca, para propósitos de análisis, diseño, pronóstico de volúmenes de escurrimiento a largo plazo, o pronóstico de avenidas a tiempo real.

Existen diversas clasificaciones de los modelos de cuenca, propuestas por diferentes autores. En términos generales los modelos de cuenca pueden agruparse en dos categorías (Singh, 1988):

- 1) materiales y
- 2) formales.

Un **modelo material** es una representación física del prototipo, más simple en estructura pero con propiedades semejantes a las del prototipo. Los modelos materiales pueden clasificarse en **icónicos o físicos** y en **analógicos**. Un modelo icónico muestra una semejanza física con el prototipo (por ejemplo, simuladores de lluvia o cuencas experimentales), mientras que un modelo analógico no se asemeja físicamente al prototipo, pero depende de la correspondencia entre los modelos formales describiendo el prototipo y el sistema analógico.

Un **modelo formal** es una expresión matemática de una situación idealizada que preserva las propiedades estructurales importantes del prototipo. Ya que los modelos formales son matemáticos invariablemente en la naturaleza es usual referirse a ellos como **modelos matemáticos** (Ponce, 1989).

Los modelos de cuenca materiales son costosos y de aplicabilidad limitada. Recíprocamente, los modelos formales son fácilmente disponibles, altamente flexibles y comparativamente baratos para su uso; es por ello que los modelos matemáticos son la herramienta preferida en la solución de problemas de modelado de cuencas.

## 1.2.- CLASIFICACION DE LOS MODELOS DE CUENCA MATEMATICOS

Un modelo matemático consiste de diversas componentes, describiendo cada una cierta fase o fases del ciclo hidrológico. Un modelo matemático puede ser de tres tipos (Ponce, 1989):

- 1) modelo teórico o físico
- 2) modelo conceptual
- 3) modelo empírico

Los modelos teóricos y empíricos son exactamente opuestos en significado; los modelos conceptuales son un intermedio entre ellos.

Además, los tres tipos de modelos matemáticos pueden ser a su vez:

- a) modelos determinísticos o probabilísticos
- b) modelos lineales o no lineales
- c) modelos invariantes en el tiempo o variantes en el tiempo
- d) modelos globales (o concentrados) o distribuidos
- e) modelos continuos o discretos
- f) modelos analíticos o numéricos
- g) modelos de eventos o de procesos continuos

En la práctica del modelado de cuencas, son comúnmente reconocidos cuatro tipos generales de modelos matemáticos:

- 1) modelos determinísticos
- 2) modelos probabilísticos
- 3) modelos conceptuales
- 4) modelos paramétricos

Los **modelos determinísticos** están formulados siguiendo las leyes de los procesos físicos y/o químicos descritas por ecuaciones diferenciales. Un modelo determinístico es formulado en términos de un conjunto de variables y parámetros y ecuaciones relacionándolos. Un modelo determinístico implica una relación causa-efecto entre los valores de los parámetros escogidos y los resultados obtenidos de la solución de las ecuaciones. Idealmente un modelo determinístico sería capaz de proporcionar el mejor detalle en la simulación de los procesos físicos o químicos. Sin embargo, en la práctica, la aplicación de los modelos determinísticos es con frecuencia obstaculizada por la incapacidad del modelo o del modelador para resolver la variabilidad temporal y espacial del fenómeno natural en incrementos suficientemente pequeños.

Los **modelos probabilísticos** son opuestos en significado a los modelos determinísticos. Un modelo probabilístico es formulado siguiendo las leyes de la probabilidad. Estos son de dos tipos: 1) **estadísticos** y 2) **estocásticos**. Los modelos estadísticos tratan con muestras observadas, mientras que los modelos estocásticos tratan con la estructura aleatoria observada en ciertas series de tiempo hidrológicas.

Los **modelos conceptuales** son representaciones simplificadas de los procesos físicos, generalmente contando con descripciones matemáticas (en forma algebraica o por ecuaciones diferenciales ordinarias), las cuales simulan los procesos complejos en el medio contando con unos cuantos parámetros conceptuales clave. El uso extensivo de modelos conceptuales en ingeniería hidrológica refleja la complejidad inherente de los fenómenos y la incapacidad práctica para dar cuenta de las componentes determinísticas en todos los casos. Por lo tanto, los modelos conceptuales son sustitutos útiles y prácticos para los modelos determinísticos.

Los **modelos paramétricos** (es decir, empíricos, o de caja negra) son los más simples de todos los enfoques de modelado. Ponen énfasis en los parámetros empíricos en los que se basa la solución. Por lo general, un modelo paramétrico consiste de una ecuación algebraica (o ecuaciones) que contiene uno o más parámetros que pueden determinarse por análisis de los datos u otros medios empíricos. La aplicabilidad de los modelos paramétricos está restringida al rango de datos usados en la determinación de los valores de los parámetros. Estos modelos son útiles donde los modelos conceptuales, determinísticos o probabilísticos son imprácticos o demasiado costosos.

Otras clasificaciones de los modelos han sido sugeridas por Clarke (1973), Fleming (1975), WMO (1975), Manley (1978) y Todini (1988).

### 1.2.1.- MODELOS LINEALES Y NO LINEALES

En la naturaleza, los procesos físicos son generalmente no lineales; sin embargo, en el modelado, los modelos lineales son con frecuencia sustituidos por procesos no lineales en el interés de conveniencia matemática. Los modelos lineales son simples, aunque esta simplicidad por lo general es lograda al costo de una cierta pérdida de detalle. Los modelos no lineales son más complejos pero frecuentemente tienen la capacidad de proporcionar mayor detalle en la simulación de los procesos físicos.

Un modelo lineal es formulado en términos de ecuaciones y procesos lineales; recíprocamente, un modelo no lineal es descrito por ecuaciones y procesos no lineales. Un ejemplo típico de un modelo lineal es el clásico hidrograma unitario. Las técnicas de regresión no lineal usadas en análisis regional, son ejemplos de modelos no lineales.

Los modelos lineales tienen parámetros constantes, mientras que los modelos casi lineales tienen parámetros variables.

### 1.2.2.- MODELOS DE TIEMPO INVARIANTE Y DE TIEMPO VARIANTE

En los modelos de tiempo invariante, los parámetros del modelo permanecen constantes en el tiempo, mientras que en los modelos de tiempo variante, los parámetros varían en el tiempo. En la práctica la mayoría de las aplicaciones han sido restringidas a modelos de tiempo invariante.

### 1.2.3.- MODELOS DE PARAMETROS CONCENTRADOS (O GLOBALES) Y DISTRIBUIDOS

El término modelo de parámetros concentrados o globales\_ se refiere a un modelo en el cual los parámetros no varían espacialmente en la cuenca. Por lo tanto, la respuesta de la cuenca es evaluada sólo en la salida, sin explicación explícita de la respuesta de subcuencas individuales. El hidrograma unitario es un ejemplo de este tipo de modelos.

El término modelo de parámetros distribuidos\_ se refiere a un modelo en el cual los parámetros varían espacialmente en la cuenca. Esto permite el cálculo no sólo de la respuesta completa de la cuenca sino también de la respuesta de cada subcuenca. El mayor detalle con el cual las simulaciones pueden ser hechas con un modelo distribuido lo vuelve más intensivo computacionalmente que un modelo global. Esto permite el modelado de características especiales tales como lluvia espacialmente variada y abstracciones hidrológicas espacialmente variadas. Sin embargo, para que los resultados del modelado distribuido sean significantes, la calidad y cantidad de datos disponibles deben ser proporcionados con el mayor detalle.

Los conceptos de modelado concentrado y distribuido, si bien son opuestos en significado, no son necesariamente exclusivos. Los modelos de cuenca globales pueden ser usados como componentes de modelos de cuenca distribuidos más grandes. En una aplicación típica, un modelo global (es decir, el hidrograma unitario) es usado para generación de hidrogramas de subcuencas individuales. Posteriormente, estos hidrogramas son combinados y transitados a través de una red de canales de las corrientes y embalses. Ya que los parámetros varían de subcuenca a subcuenca y los hidrogramas pueden evaluarse en alguna ubicación deseada en la red de canales de las corrientes, el modelo de red conserva esencialmente una estructura distribuida.

#### 1.2.4.- MODELOS CONTINUOS Y DISCRETOS

Los modelos continuos y discretos son opuestos en significado. Matemáticamente, una función continua es aquella que posee una derivada en algún punto en el dominio del cálculo, mientras que una función discreta carece de esta propiedad. Por ejemplo, un hidrograma de escurrimiento es continuo, pero un hietograma de lluvia es discreto. En modelado el término continuo se usa para referirse a modelos para los cuales las soluciones pueden obtenerse en cualquier punto. Sin embargo, en los modelos discretos las soluciones pueden obtenerse sólo en ciertos puntos predeterminados.

En general, las funciones descritas analíticamente se prestan fácilmente al modelado continuo. Por el contrario, las funciones de forma arbitraria son mejor manejadas con modelos discretos.

#### 1.2.5.- MODELOS ANALITICOS Y MODELOS NUMERICOS

La diferencia entre modelos analíticos y modelos numéricos se asemeja a los modelos continuos y discretos. Por lo general, las funciones y modelos continuos pueden resolverse por medios analíticos; las funciones y modelos discretos se prestan fácilmente a la solución usando procedimientos numéricos. Una solución analítica usa las herramientas de las matemáticas clásicas. Una solución numérica usa diferencias finitas, elementos finitos, el método de las características, o algún otro método basado en la discretización acompañante del dominio de la solución.

En general, las soluciones analíticas pueden obtenerse sólo para problemas altamente simplificados, particularmente aquellos para los cuales las condiciones inicial y de frontera pueden expresarse en forma analítica. Los modelos numéricos son mejor adaptados para aplicaciones del mundo real, para lo cual las condiciones inicial y de frontera se especifican arbitrariamente. Los modelos numéricos, esquemas, y algoritmos son con frecuencia usados como partes integrales de modelos de computadora los cuales simulan todas las fases relevantes del ciclo hidrológico.

#### 1.2.6.- MODELOS DE EVENTOS Y DE PROCESO CONTINUO

Los modelos de cuenca pueden ser 1) de eventos, o 2) de proceso continuo. Los modelos de eventos son a corto plazo, diseñados para simular eventos individuales lluvia-escurrimiento. Su énfasis está en la infiltración y escurrimiento superficial; su objetivo es la evaluación del escurrimiento directo. Los modelos de simulación de eventos son aplicables al cálculo de avenidas de flujos, particularmente en los casos donde el escurrimiento directo es un mayor contribuyente al escurrimiento total. Los

modelos de simulación de eventos no tienen disposición para la recuperación de la humedad entre eventos de tormentas y, por lo tanto, no son apropiados para la simulación de escurrimientos diarios.

A diferencia de los modelos de eventos, los modelos de proceso continuo adquieren propiedad de explícitos a causa de todos los componentes del escurrimiento, incluyendo escurrimiento directo (flujo superficial) y escurrimiento indirecto (interflujo y flujo de agua subterránea). Los modelos de proceso continuo se enfocan en la evapotranspiración y otras abstracciones hidrológicas a largo plazo responsables de la recuperación de la tasa de humedad durante períodos sin precipitación. El objetivo de los modelos de proceso continuo es la explicación del balance de humedad total de la cuenca sobre una base a largo plazo. Los modelos de proceso continuo son apropiados para simulación de escurrimientos diarios, mensuales, o estacionales, por lo general para pronóstico de volúmenes de escurrimiento a largo plazo.

### 1.3.- UTILIDAD Y APLICACION DE LOS MODELOS

Porter y McMahon (1971) señalan que tal vez el uso potencial más importante de los modelos hidrológicos de cuenca es para cuencas donde no se dispone de datos de escurrimiento, pero están disponibles otro tipo de datos. Para este propósito, el modelo debe estar relacionado con las características del prototipo. La estructura del modelo debe estar relacionada con los procesos físicos reales para que los valores de los parámetros del modelo puedan relacionarse a las características físicas de la cuenca. Esto será importante en la aplicación del modelo.

La estimación de los volúmenes escurridos y de las avenidas en cuencas no aforadas es incierta o aproximada, con los métodos disponibles actualmente, como son fórmulas empíricas, análisis regional, etc; además de que con tales procedimientos sólo se obtienen estimaciones en magnitud (como el gasto de pico) y no permiten obtener el hidrograma de la avenida.

En cambio, los modelos de cuenca ofrecen la posibilidad de utilizar mejor la información disponible, permiten tomar en cuenta cambios pasados o futuros en el terreno y permiten analizar cuencas complejas con mayor exactitud.

Para que el modelo pueda aplicarse ampliamente debe tener las siguientes características (Porter y McMahon, 1971):

- a) Los requerimientos de datos deben ser limitados y flexibles.
- b) El modelo debe ser general; es decir, aplicable a todos los regímenes hidrológicos.
- c) Debe ser aplicable a grandes cuencas.

La secuencia del modelado de una cuenca consiste en lo siguiente (Ponce, 1989):

- 1) Selección del tipo de modelo
- 2) Formulación y construcción del modelo
- 3) Probar el modelo
- 4) Aplicación del modelo

#### 1.4.- COMPONENTES DE UN MODELO DE CUENCA

Las componentes básicas de un modelo de cuenca son (Ponce, 1989):

- 1) precipitación
- 2) abstracciones hidrológicas (pérdidas)
- 3) escurrimiento

Por lo general, la precipitación es la entrada modelada, las abstracciones hidrológicas son determinadas por las características de la cuenca, y el escurrimiento es la salida modelada.

La **precipitación** es el proceso que impulsa el modelo de cuenca. El escurrimiento superficial es una consecuencia directa de la precipitación en exceso. La lluvia puede ser descrita en términos de los siguientes conceptos: 1) intensidad, 2) duración, 3) altura, 4) frecuencia, 5) distribución temporal, 6) distribución espacial y 7) corrección por área.

Las **abstracciones hidrológicas** son los procesos físicos que actúan para reducir la precipitación total en precipitación en exceso o efectiva. Eventualmente la precipitación efectiva va a constituir el escurrimiento superficial. Hay muchos procesos por los cuales la precipitación es abstraída por la cuenca, tales como la intercepción, infiltración, almacenaje en depresiones, evaporación y evapotranspiración.

Los modelos de simulación de eventos hacen énfasis en la infiltración. Todas las otras abstracciones hidrológicas son englobadas en un parámetro de abstracción inicial.

Los modelos de simulación continua difieren de los modelos de simulación de eventos en que aquellos están diseñados para simular flujos diarios, con o sin la presencia de precipitación. Por consiguiente, hacen énfasis en la evapotranspiración y su propósito es proporcionar una detallada contabilidad de la humedad de la cuenca en todo tiempo.

El **escurrimiento**, para propósitos de modelado, es reconocido en dos formas distintas: 1) escurrimiento en la cuenca y 2) escurrimiento en el cauce de la

corriente. El escurrimiento en la cuenca tiene características tridimensionales, pero eventualmente este tipo de escurrimiento se concentra a la salida de la cuenca. Después que deja la cuenca, el escurrimiento entra a la red de canales donde se convierte en flujo en el canal de la corriente. A diferencia del escurrimiento en la cuenca, la orientación longitudinal marcada del flujo en el canal de la corriente generalmente justifica la consideración de unidimensional.

En la práctica, el escurrimiento en la cuenca es modelado usando un enfoque global o uno distribuido. El enfoque global está basado en la convolución de un hidrograma unitario con un hidrograma de precipitación efectiva. El enfoque distribuido está basado en el tránsito de flujo sobre el terreno usando técnicas de la onda cinemática o de difusión.

Ambos enfoques tienen ventajas y desventajas. El hidrograma unitario es fácil de comprender y relativamente fácil de implantar, aunque no toma en cuenta explícitamente los detalles físicos dentro de la cuenca. El tránsito de la onda cinemática es teóricamente más atractivo que el hidrograma unitario, y, a diferencia de éste, puede proporcionar información detallada sobre escurrimiento superficial en toda la cuenca. Sin embargo, el tránsito de la onda cinemática es, generalmente, más complejo, difícil de implantar y requiere cantidades importantes de información sobre características físicas para su operación exitosa.

En el modelado de cuencas, la salida del escurrimiento de la cuenca es la entrada al canal de flujo de la corriente. El cálculo del flujo en el canal de la corriente es llevado a cabo por tránsito a través de la red de canales de la corriente.

El tránsito a través de la red de cauces de la corriente se lleva a cabo por técnicas hidrológicas o hidráulicas.

### **1.5.- CONSTRUCCION DE UN MODELO DE CUENCA**

La construcción de un modelo de cuenca inicia con la selección de las componentes del modelo. Una vez que éstas han sido escogidas, son asociadas como partes del modelo completo, siguiendo una secuencia lógica que se asemeje a los procesos naturales. Primero es considerada la precipitación, seguida de las abstracciones hidrológicas, generación de hidrogramas en las subcuencas, tránsito en embalses y en cauces, y combinación de hidrogramas en las confluencias de la red de ríos.

### **1.6.- CALIBRACION Y VERIFICACION DEL MODELO**

Los ingredientes esenciales de cada modelo son variables y parámetros. Las

variables representan características físicas y los parámetros son las cantidades que controlan el comportamiento de las variables. Cada componente del modelo puede tener una o más variables y parámetros (Ponce, 1989).

Los modelos de parámetros variables son altamente predictivos.

Los parámetros pueden tener naturaleza determinística, conceptual o empírica, según el tipo de modelo.

En la práctica, es probable que un cierto modelo de cuenca tenga más de un tipo de componente y, por lo tanto, más de un tipo de parámetros. Generalmente hablando, un modelo de cuenca es referido como determinístico, conceptual, o empírico, dependiendo de si la mayoría de sus componentes y parámetros tienen una base determinística, conceptual, o empírica.

La calibración de un modelo es el proceso por el cual los valores de los parámetros del modelo son identificados para su uso en una aplicación particular. Consiste del uso de datos de lluvia-escorrentía y un procedimiento para identificar los parámetros del modelo que proporcionan el mejor ajuste entre gastos simulados y registrados. La identificación de parámetros puede llevarse a cabo manualmente, por prueba y error, o automáticamente, usando técnicas de optimización matemática.

La calibración implica la existencia de datos de escorrentía; para cuencas no aforadas, la calibración simplemente no es posible.

La verificación es el proceso de probar el modelo con datos reales para establecer su exactitud predictiva. Para calibrar y verificar un modelo, generalmente es necesario asociar dos grupos independientes de datos lluvia-escorrentía. El primer grupo es usado en la calibración, mientras que el segundo es usado en la verificación del modelo. Un ajuste cercano entre datos estimados y medidos es una indicación de que el modelo ha sido verificado. Una vez que el modelo ha sido calibrado y los parámetros verificados, está listo para ser usado en la etapa predictiva del modelado.

## **1.7.- CLASIFICACION DE LOS PROBLEMAS DE MODELADO**

Un modelo hidrológico consiste de un sistema, una entrada y una salida. En hidrología superficial, el sistema es generalmente una cuenca, un embalse o el cauce de un río. En el caso de una cuenca, la entrada es un hidrograma de tormenta. Para embalses y cauces, la entrada es un hidrograma de entrada. Para los tres casos, cuencas, embalses y cauces, la salida es un hidrograma de salida.

En general, los problemas de modelado son clasificados en tres tipos (Ponce, 1989):

- (1) predicción
- (2) calibración
- (3) inversión

En el problema de predicción, la entrada y el sistema son conocidos y descritos por propiedades y parámetros, y la tarea es calcular la salida basada en el conocimiento del sistema y la entrada. Por ejemplo, con hidrograma de entrada conocido, aportaciones laterales, y parámetros del tramo de un cauce de río, puede calcularse el hidrograma de salida del cauce usando técnicas de tránsito.

En el problema de calibración, la entrada y la salida son conocidas y el objetivo es determinar las propiedades o parámetros que describen el sistema. En el caso de un cauce de río, con entrada aguas arriba, aportaciones laterales, y el hidrograma de salida conocidos, los parámetros de tránsito son calculados por un procedimiento de calibración.

En el problema de inversión, el sistema y la salida son conocidos, y la tarea es calcular la entrada o entradas. Esto es llevado a cabo invirtiendo el proceso de tránsito en una técnica conocida como tránsito inverso en cauces. Por ejemplo, con entrada aguas arriba, salida, y parámetros del tramo de cauce, conocidos, pueden calcularse las aportaciones laterales por tránsito inverso.

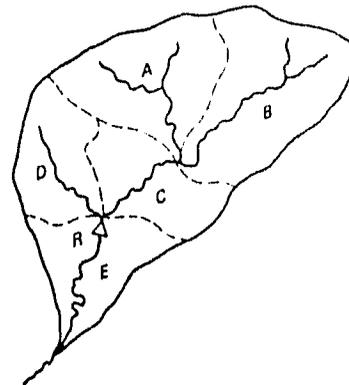
El problema de predicción es el tipo más común de aplicaciones del modelado.

### **1.8.- METODO DE CALCULO DE UN MODELO DE SIMULACION DE EVENTOS**

El procedimiento para llevar a cabo la mayoría de los modelos de simulación de eventos inicia con una subdivisión de la cuenca en subcuencas homogéneas como se ilustra en la Figura 1.1 (Viessman, 1989).

La subdivisión de la cuenca se hace teniendo en cuenta los sitios de los embalses, centros de daño, obras hidráulicas, parteaguas, estaciones de aforo, estaciones de medición de la precipitación, usos de la tierra, tipos de suelo y características geomorfológicas.

Los cálculos empiezan desde la subcuenca más lejana aguas arriba en la dirección hacia aguas abajo. La simulación de uno o más eventos de tormenta sobre la cuenca mostrada en la Figura 1.1 se lleva a cabo mediante el siguiente procedimiento, dados los parámetros para cada subcuenca:



salida (punto de concentración)

Figura 1.1 Subdivisión típica de una cuenca para modelos de simulación de eventos.

- a) se calcula el hidrograma resultante del evento de tormenta para la subcuenca B
- b) se calcula el hidrograma para la subcuenca A
- c) se combinan los dos hidrogramas A y B por superposición obteniéndose un hidrograma único
- d) se transita el hidrograma combinado por técnicas convencionales a través de la corriente C hasta el final aguas arriba del depósito R
- e) se calcula el hidrograma para la subcuenca C
- f) se calcula el hidrograma para la subcuenca D
- g) se combinan los tres hidrogramas en el punto R
- h) se transita el hidrograma combinado a través del embalse R
- i) se transita el hidrograma de salida hasta la salida de la cuenca
- j) se calcula el hidrograma para la subcuenca E
- k) se combinan los dos hidrogramas en la salida de la cuenca

El cálculo de los hidrogramas para las subcuencas se lleva a cabo usando procedimientos del hidrograma unitario. El hidrograma de precipitación es la entrada uniforme sobre el área de la cuenca, y las pérdidas de precipitación son abstraídas, quedando un hidrograma de precipitación en exceso que es convolucionado con el mencionado hidrograma unitario para producir un hidrograma de escurrimiento superficial para la subcuenca.

Este hidrograma puede entonces ser transitado aguas abajo, combinado con otro hidrograma contribuyente, o simplemente es el hidrograma total si la subcuenca es única, o la subcuenca final está siendo considerada.

## 2 MODELO PROPUESTO

---

### 2.1.- DESCRIPCION DEL MODELO DESARROLLADO

En este trabajo se presenta un modelo matemático de eventos, determinístico de parámetros concentrados (o globales), basado en las características físicas de la cuenca.

El modelo permite dos tipos de análisis:

- a) Análisis en cuencas totales
- b) Análisis en cuencas discretizadas

tanto para cuencas aforadas y no aforadas.

El concepto de cuencas totales se refiere a aquellas cuencas que no es necesario subdividir las en subcuencas. Por el contrario, las cuencas discretizadas son aquellas que sí requieren esta subdivisión.

Las componentes principales del modelo que se presenta son las siguientes:

- a) precipitación
- b) infiltración
- c) escurrimiento
- d) tránsito de avenidas en cauces y embalses

#### 2.1.1.- CUENCAS AFORADAS

La precipitación es la entrada al modelo y es la que lo activa. Las tormentas que se utilicen pueden basarse en información histórica de precipitación en un sitio o pueden construirse utilizando diversas técnicas existentes en la actualidad, las cuales se describirán más adelante.

El proceso de infiltración permite separar las pérdidas de la precipitación (todas las pérdidas se engloban en este proceso). Para determinar tales pérdidas se utiliza el método de Green-Ampt (Chow et al., 1994), donde se considera que no ocurre saturación inmediata de la superficie del terreno. La fórmula de Green-Ampt se resuelve mediante el método numérico de Newton-Raphson. Esta primera fase del modelado permite obtener la distribución y magnitud (hietograma) de la precipitación en exceso.

Para simular el proceso de infiltración, es necesario contar con datos de lluvia y escurrimiento simultáneamente a fin de estimar los parámetros del modelo de infiltración mediante calibración.

La transformación de la precipitación en exceso a escurrimiento se lleva a cabo mediante la técnica del hidrograma unitario instantáneo (HUI). La identificación de los parámetros (u ordenadas) del hidrograma unitario instantáneo, se realiza por medio del método de regresión de mínimos cuadrados. Cuando el hidrograma unitario obtenido presenta oscilaciones y/o valores negativos, se puede mejorar su forma mediante el uso de diferentes técnicas, tales como el método de mínimos cuadrados suavizados (Dooge and Bruen, 1989) o el método de estabilización de diferencias finitas del HUI (Dietrich and Chapman, 1993); si tales oscilaciones y/o valores negativos persisten, también puede utilizarse el enfoque de optimización con programación no lineal, siendo la función objetivo a minimizar el error cuadrático medio (o error estándar) entre los hidrogramas observado y estimado (Raynal y Campos, 1988).

En el proceso de transformación precipitación efectiva-escurrimiento, también es necesario contar con datos de escurrimientos medidos, para obtener los parámetros (u ordenadas) del hidrograma unitario por calibración. Tales ordenadas permitirán pronosticar el hidrograma de escurrimiento directo producido por cualquier patrón de lluvia que se presente en la cuenca en estudio (cuenca pequeñas y medianas que no requieren dividirse en subcuencas).

Alternativamente se presentará un método para la transformación lluvia-escurrimiento mediante el empleo del modelo autorregresivo de promedios móviles ARMA (p,q), que tiene parámetros p y q.

Cuando se analizan cuencas totales, los procesos desarrollados hasta aquí, serán suficientes para obtener el hidrograma de la avenida que se desea estimar.

En el caso de cuencas subdivididas en subcuencas, será necesario llevar a cabo tránsitos de avenidas en cauces y embalses. Estos se realizan cuando se integran los eventos que se generan en las subcuencas consideradas.

Para llevar a cabo los tránsitos en cauces se propone la aplicación de diversas técnicas, tales como el modelo de Muskingum extendido (O'Donnell, 1985), el modelo de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples (Khan, 1993) que considera aportaciones laterales, o bien el modelo ARMA(p,q) (Wang et al., 1987). Los parámetros de estos modelos pueden obtenerse por calibración, cuando se disponga de información hidrométrica a la entrada y salida de tramos de cauce.

Para realizar el tránsito en embalses se obtiene una ecuación diferencial, la cual se propone resolver mediante el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden

(Chapra y Canale, 1987).

### 2.1.2.- CUENCAS NO AFORADAS

En el caso de cuencas aforadas es posible la calibración, ya que los datos de precipitación y escurrimiento están disponibles. Sin embargo, cuando se analizan cuencas no aforadas, no se puede llevar a cabo la calibración de los parámetros en el modelo de infiltración, pero tales parámetros pueden estimarse por medio del número de escurrimiento  $N$  que depende de características medibles del suelo.

En la transformación de precipitación efectiva-escurrimiento, como la calibración tampoco es posible, se utiliza un hidrograma unitario sintético.

En el caso de predicción de avenidas con fines de diseño, la precipitación de entrada utilizada son tormentas sintéticas asociadas a diversos períodos de retorno, con lo que se obtiene la precipitación efectiva sintética (o hietograma en exceso sintético). La transformación de precipitación efectiva-escurrimiento también se lleva a cabo mediante la técnica del hidrograma unitario sintético.

Las tormentas sintéticas o hietogramas sintéticos, se desarrollan usando curvas intensidad-duración-período de retorno. Para obtener tales curvas se propone el método desarrollado por Kothyari y Garde (1992).

En la construcción del hidrograma unitario sintético, se proponen dos modelos:

- a) Método del Soil Conservation Service (SCS, 1972)
- b) Método de Wilson y Brown (Wilson and Brown, 1992)

Con el hietograma sintético y el hidrograma unitario sintético obtenidos, es posible realizar predicción de avenidas asociadas a diversos períodos de retorno.

### 2.2.- UTILIDAD DEL MODELO DE CUENCA DESARROLLADO

La aplicación del modelo en cuencas aforadas y no aforadas, permitirá realizar el pronóstico de avenidas a tiempo real, así como asociadas a diversos períodos de retorno, con fines de diseño.

## 3 PRECIPITACION

---

### 3.1.- GENERALIDADES

Como ya se dijo, las tormentas que se utilicen en el modelo de cuenca pueden basarse en información histórica de precipitación en un sitio o pueden construirse utilizando diversas técnicas existentes en la actualidad.

En este breve capítulo se presentará un modelo para la construcción de tormentas sintéticas.

### 3.2.- CONSTRUCCION DE TORMENTAS SINTETICAS

Las tormentas sintéticas o hietogramas sintéticos son desarrollados usando curvas intensidad-duración-período de retorno (i-d-T). Estos hietogramas representan un modelo descriptivo de una lluvia en la que el tiempo de duración es igual o menor que el tiempo de concentración de la cuenca en estudio. También preservan la intensidad promedio de precipitación y no producen ninguna elevación en el volumen de la tormenta. Los hietogramas sintéticos tienen una propiedad común, que es la ubicación fija de la precipitación máxima en relación a la duración de la lluvia (El-Jabi and Sarraf, 1991).

En cuencas no aforadas, las tormentas sintéticas son de mucha utilidad para construir hidrogramas de escurrimiento para fines de diseño y operación de las obras hidráulicas, usando un hidrograma unitario sintético. Las tormentas sintéticas asociadas a un período de retorno son también muy útiles cuando no se cuenta con información pluviográfica. Para la construcción de estas tormentas se siguen los siguientes pasos (U.S. Army Corps of Engineers, 1982):

- Seleccionar la duración total y los intervalos de la tormenta.
- Obtener las lluvias para las duraciones y períodos de retorno de diseño.
- Corregir las lluvias por área de la cuenca.
- Obtener los incrementos de lluvia y su arreglo.

#### 3.2.1.- SELECCION DE LA DURACION TOTAL Y DE LOS INTERVALOS DE LA TORMENTA

La duración total de la tormenta y el intervalo para sus incrementos varían ampliamente con el tamaño y tipo de cuenca en estudio. La duración para cuencas pequeñas puede ser de minutos, mientras que para cuencas grandes puede ser de días. En análisis y diseño hidrológico son comunes las duraciones de 1, 2, 3, 6, 12 horas ó uno o más días (Ponce, 1989). La duración mínima es igual al tiempo de concentración de la cuenca, pues una duración menor no permitiría que todas las porciones de la cuenca contribuyeran al escurrimiento directo a la salida de ella. El **tiempo de concentración** es aquel que se requiere para que el agua fluya desde el punto más alejado de la cuenca hasta la salida de la misma.

El intervalo de tiempo de subdivisión de la tormenta debe ser pequeño para obtener el hidrograma de la avenida lo más exacto posible, especialmente el gasto máximo. Como los escurrimientos picos están directamente relacionados con la intensidad de lluvia y ésta disminuye con un aumento en la duración de la tormenta, esto significa que una duración más larga de la tormenta no necesariamente lleva a un escurrimiento pico más alto (Ponce, 1989). El criterio aplicado por el U.S. Army Corps of Engineers (1982) para definir los intervalos de tiempo para construir la **Tormenta Estándar de Proyecto**, hace uso del tiempo de retraso ( $t_r$ ) de la cuenca, de la siguiente manera:

$t_r$ (horas)	$\Delta t$ (horas)
$4 < t_r \leq 6$	1
$6 < t_r \leq 12$	2
$12 < t_r \leq 16$	3
$t_r > 16$	6

El **tiempo de retraso** se define como el lapso de tiempo transcurrido desde el centroide del hietograma de lluvia en exceso y el centroide del hidrograma de escurrimiento, o entre el primero y el escurrimiento máximo. Se estima con la siguiente relación:

$$t_r = 0.60 t_c \quad (3.1)$$

donde  $t_c$  es el tiempo de concentración, ya definido, que puede obtenerse mediante la fórmula de Kirpich (Chow et al., 1994):

$$t_c = 0.019472 L^{0.77} S^{-0.385} \quad (3.2)$$

donde

- L longitud del cauce principal desde aguas arriba hasta la salida de la cuenca, en m.
- S pendiente promedio de la cuenca, en m/m.

Por otro lado, el hietograma que se obtenga será utilizado para estimar el hietograma de lluvia en exceso, y posteriormente transformar este último a hidrograma de escurrimiento por la técnica del hidrograma unitario, por lo que el hietograma de la tormenta de diseño deberá tener intervalos de tiempo igual a los del hidrograma unitario utilizado, generalmente del orden del 10 al 30% del tiempo de retraso de la cuenca.

### 3.2.2.- OBTENCION DE LAS LLUVIAS PARA LAS DURACIONES Y PERIODOS DE RETORNO DE DISEÑO

Como ya se dijo, las tormentas sintéticas se obtienen usando curvas intensidad-duración-período de retorno (i-d-T). Cuando la información pluviográfica está disponible, dichas curvas pueden desarrollarse utilizando correlación lineal múltiple o análisis de frecuencia. La frecuencia se expresa en función del período de retorno. Por otro lado, y dada la escasez de información pluviográfica, diversos investigadores han propuesto relaciones i-d-T basadas en información pluviométrica.

Kothyari and Garde(1992) propusieron una relación general de intensidad de lluvia-duración-período de retorno para lluvias de cero a 24 horas de duración, para la India. Para desarrollar dicha ecuación usaron datos de lluvias de 78 estaciones en la India, y para verificación emplearon los datos de otras 2 estaciones de la India, 19 de Sri Lanka y 5 de EE.UU. La verificación revela que la ecuación propuesta produce resultados más exactos que aquellas existentes en la actualidad.

La relación intensidad-duración-período de retorno propuesta por estos investigadores es la siguiente:

$$I_t^T = C \frac{T^m}{t^x} (R_{24}^2)^k \quad (3.3)$$

donde:

$I_t^T$  intensidad de lluvia (en mm/hr), correspondiente a un período de retorno T (en años) y duración de la tormenta t (en horas)

$R_{24}^2$  altura de lluvia (en mm), de 2 años de período de retorno y 24 horas de duración

C,k,m,x constantes cuyo valor varía con las diferentes estaciones pluviométricas y que se calculan mediante un análisis de correlación lineal múltiple; el valor de C también puede variar cuando  $t \leq 10$  min.

Para aplicar la ecuación 3.3 a cuencas mexicanas, el valor de los parámetros C, k, m y x, para una región dada, puede obtenerse mediante calibración entre los datos

disponibles de intensidad de lluvia para diferentes duraciones y los estimados mediante la ecuación 3.3.

En la actualidad existen otras relaciones i-d-T, pero utilizan datos de pluviógrafos, los cuales son escasos en las estaciones de la república mexicana y del mundo. La expresión 3.3 tiene la ventaja de que utiliza información pluviométrica.

La ecuación 3.3 puede ser escrita como:

$$P_i^T = C t^{1-x} T^m (R_{24}^2)^k \quad (3.4)$$

donde

$P_i^T$  altura de lluvia (en mm), correspondiente a un período de retorno T (en años) y duración t de la tormenta (en horas).

Para determinar la altura de lluvia con duración de 24 horas y cualquier período de retorno, a partir de los registros pluviométricos disponibles en la cuenca, debe utilizarse análisis de frecuencia mediante las Distribuciones de Probabilidad conocidas en hidrología, debiéndose elegir la que mejor se ajuste a la muestra de datos.

Con base en la ecuación 3.4 se determinan las lluvias para duraciones del intervalo de tiempo adoptado  $\Delta t$  para la tormenta sintética, hasta alcanzar la duración total  $d_i$  de la tormenta. Las lluvias obtenidas de esta manera tendrán magnitudes crecientes.

### 3.2.3.- CORRECCION DE LA LLUVIA POR TAMAÑO DE LA CUENCA

Las lluvias obtenidas por la relación 3.4 son lluvias puntuales, es decir, asociadas a un área puntual, la cual es el área más pequeña bajo la que se considera despreciable la variación de la lluvia con la superficie de la cuenca. El área puntual es considerada como 25 km<sup>2</sup>, por lo que las lluvias puntuales son aplicables a cuencas menores de 25 km<sup>2</sup>, y para áreas más grandes es necesaria una reducción en tales lluvias, para adecuarlas al tamaño de la cuenca (Ponce, 1989).

Esta reducción se puede llevar cabo usando la gráfica de la Figura 3.1, desarrollada por el U.S. Weather Bureau (Viessman et al., 1989), aplicable a áreas de hasta 1050 km<sup>2</sup> y duraciones de 30 minutos a 10 días. Dicha gráfica da el factor de corrección de las lluvias, dada el área de la cuenca.

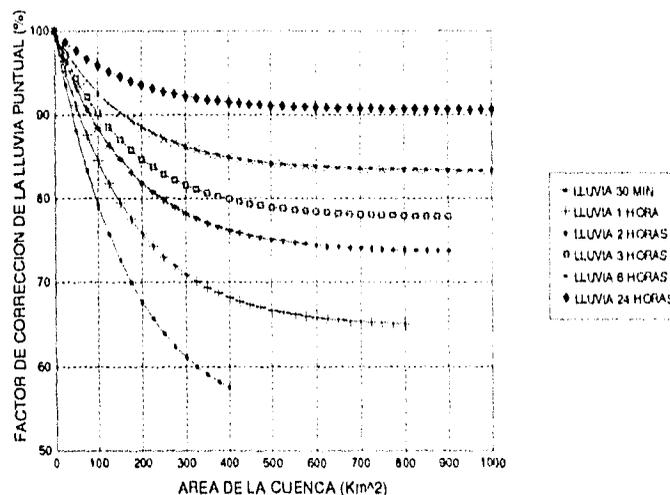


FIGURA 3.1 Corrección de la lluvia por tamaño de cuenca.

Por otro lado, otros investigadores (Tipacamú et al., 1992) han desarrollado metodologías para reducir las lluvias puntuales.

### 3.2.4.- OBTENCION DE LOS INCREMENTOS DE LLUVIA Y SU ARREGLO

La obtención y arreglo de los incrementos de lluvia se lleva a cabo mediante el **método del bloque alterno** (Chow et al., 1994). El hietograma de diseño producido por este método especifica la altura de precipitación que ocurre en  $n$  intervalos de tiempo sucesivos de duración  $\Delta t$  sobre una duración total de  $d_t = n\Delta t$ . Después de seleccionar el período de retorno de diseño, la intensidad es obtenida de la relación IDT para cada una de las duraciones  $\Delta t$ ,  $2\Delta t$ , ..... y la altura de precipitación correspondiente se encuentra al multiplicar la intensidad y la duración. La altura acumulada se incrementa con la duración hasta el límite o duración total.

Tomando diferencias entre valores sucesivos de altura de precipitación acumulada, se encuentra la cantidad de precipitación que debe añadirse por cada uno de los incrementos adicionales de tiempo  $\Delta t$ . Estos incrementos de lluvia o bloques se reordenan en una secuencia temporal, de modo que la intensidad máxima ocurra en el centro de la duración de la tormenta  $d_t$ , y que los demás bloques queden en orden descendente alternativamente hacia la derecha y hacia la izquierda del bloque central para formar el hietograma de diseño (Chow et al., 1994).

## 4 DETERMINACION DE LA LLUVIA EN EXCESO

### 4.1.- CONCEPTOS GENERALES

De la precipitación que cae en una cuenca, sólo una parte de ella aparece como escurrimiento a la salida, la cual recibe el nombre de **precipitación en exceso o precipitación efectiva**. La porción restante se denomina pérdidas o abstracciones.

Las pérdidas incluyen la intercepción de precipitación en el follaje de las plantas, el almacenaje en depresiones en la superficie del suelo (que posteriormente se evapora o se infiltra) y la infiltración de agua en el suelo.

La intercepción es el proceso por el cual una fracción de la precipitación es abstraída o retenida por la cobertura vegetal u otra forma de cobertura superficial y absorbida por ella o regresada a la atmósfera por evaporación.

El almacenaje en depresiones es el proceso por el cual la precipitación es retenida en charcos, pozos, zanjas y otras depresiones naturales o artificiales de la superficie del terreno. Tan pronto como la intensidad de lluvia excede el límite de la capacidad de infiltración, la lluvia en exceso comienza a llenar las depresiones superficiales. Cada depresión tiene su propia capacidad, y cuando ésta es excedida, las aportaciones subsiguientes son balanceadas por las salidas, la infiltración y la evaporación. Casi inmediatamente después del comienzo del escurrimiento, las depresiones más pequeñas se llenan y se inicia el flujo de superficie. La mayoría de esta agua, a su vez, llena depresiones más grandes, pero otra parte continúa su camino sin obstáculos hacia un cauce natural. Esta sucesión de eventos continúa con aumento progresivo del escurrimiento, contribuyendo directamente a los ríos. El agua retenida al final de la lluvia se evapora o es absorbida por el suelo por infiltración.

El efecto del almacenaje en una depresión varía con el tiempo y, en consecuencia, con la duración de la tormenta. Al inicio de una tormenta, el almacenaje en depresión usualmente juega un papel activo abstrayendo cantidades de precipitación.

Como ya se dijo, los modelos de simulación de eventos hacen énfasis en la infiltración, suponiendo que las demás pérdidas se engloban en este proceso.

## 4.2.- INFILTRACION

La infiltración es el proceso mediante el cual el agua penetra desde la superficie del terreno hacia el suelo, siendo la capacidad de infiltración,  $f_p$ , la cantidad máxima de lluvia que un suelo puede absorber en determinadas condiciones.

La tasa de infiltración  $f$ , que se expresa en cm/h o mm/h, es la tasa a la cual el agua entra al suelo en la superficie. Muchos factores influyen en la tasa de infiltración, incluyendo la condición de la superficie del suelo y su cubierta vegetal, las propiedades del suelo, tales como la porosidad y la conductividad hidráulica, y el contenido de humedad presente en el suelo.

La distribución de humedad dentro del perfil de suelo durante el movimiento hacia abajo del agua se ilustra en la Figura 4.1. Existen cuatro zonas de humedad (Chow et al, 1994): una **zona saturada** cerca de la superficie, una **zona de transmisión** de flujo no saturado y contenido de humedad aproximadamente uniforme, una **zona de mojado** en la cual la humedad decrece con la profundidad y un frente de mojado en el cual el cambio de contenido de la humedad con la profundidad es tan grande que da la apariencia de una discontinuidad aguda entre el suelo mojado arriba y el suelo seco debajo.

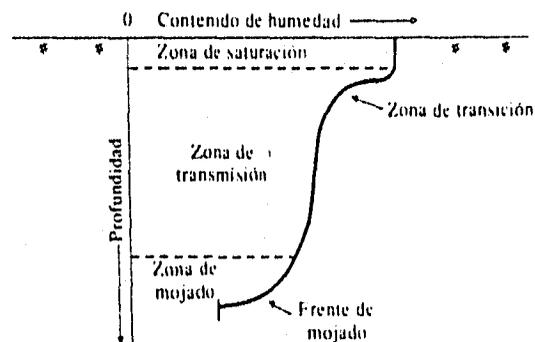


FIGURA 4.1 Zonas de humedad durante la infiltración.

#### 4.2.1.- DESCRIPCION DEL PROCESO DE INFILTRACION

El proceso de infiltración puede describirse brevemente como sigue (Viessman, et al., 1989).

Considérese el caso ideal en el que el suelo es homogéneo a lo largo de todo el perfil y todos los poros están directamente interconectados por pasajes capilares. Además, se supone que la lluvia está uniformemente distribuida sobre el área de interés. Bajo estas condiciones, el proceso de infiltración puede caracterizarse como unidimensional y los factores que más influyen son, por lo tanto, el tipo de suelo y el contenido de humedad.

Considere que la lluvia ocurre en un suelo inicialmente seco. Conforme el agua se mueve hacia abajo a través del suelo, se forma un frente mojado con el contenido de humedad alto detrás del frente (esencialmente saturado) y bajo adelante de él. En el frente mojado, la succión capilar es alta debido al bajo contenido de humedad delante del frente.

Al inicio de un evento de lluvia, el gradiente potencial que estimula el movimiento de humedad del suelo es alto porque el frente mojado está virtualmente en la superficie del suelo. Inicialmente, la capacidad de infiltración es más alta que la tasa de lluvia y así la tasa de infiltración no puede exceder a la de lluvia.

Ya que al avanzar el tiempo entra más agua al suelo, la dimensión de la zona de mojado aumenta y el gradiente potencial es reducido. La capacidad de infiltración disminuye hasta que iguala la tasa de lluvia. Esto ocurre al tiempo que el suelo en la superficie del terreno se satura. Las Figuras 4.2 y 4.3 ilustran estas condiciones.

La Figura 4.2 muestra como un perfil de humedad puede evolucionar cuando una tormenta de lluvia de intensidad constante ocurre. En el diagrama se muestra como la humedad del suelo en la superficie fluctúa desde su valor inicial en la parte superior izquierda hasta su valor saturado en la parte superior derecha.

La Figura 4.3 indica que hasta que la saturación es alcanzada en la superficie, la tasa de infiltración es constante e igual a la tasa de aplicación de la lluvia en la superficie. En el punto 4, un punto que corresponde al tiempo en el cual ocurre la saturación en la superficie, la tasa de infiltración empieza a avanzar en su tasa de capacidad. Conforme el tiempo transcurre, la capacidad de infiltración disminuye hasta convertirse igual a la conductividad saturada del suelo, que es la conductividad capilar cuando el suelo está saturado. Esta última tasa de infiltración es mostrada por la línea punteada a la derecha de  $K_s$  en la Figura 4.3.

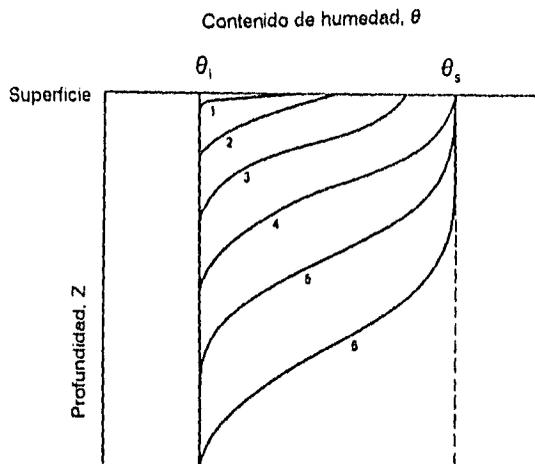


FIGURA 4.2 Evolución de un perfil de humedad típico con una tasa de lluvia constante.

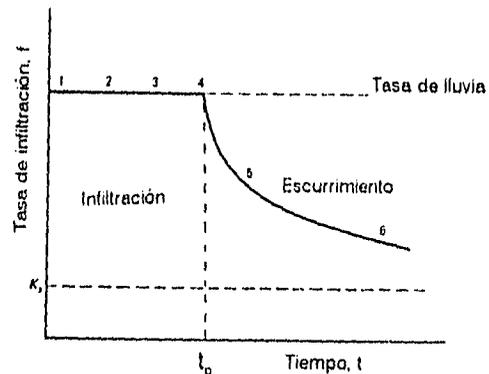


FIGURA 4.3 Tasa de infiltración contra tiempo, para una intensidad de lluvia dada.

El **tiempo de encharcamiento**,  $t_p$ , se define como el lapso durante el cual la superficie del suelo se satura y una capa de agua empieza a formarse, es decir, se empiezan a llenar las depresiones del terreno formándose charcos de agua.

Antes del tiempo de encharcamiento ( $t < t_p$ ), curvas 1, 2 y 3 de la Figura 4.2 y puntos 1, 2 y 3 de la Figura 4.3, la intensidad de lluvia es menor que la capacidad de infiltración y la superficie del suelo permanece no saturada, es decir

$$\text{si } i < f_p, f = i$$

Bajo esta condición, el escurrimiento nunca ocurre, ya que toda la lluvia se infiltra en la superficie del suelo.

En el punto 4, de la Figura 4.3, el suelo de la superficie se satura y es cuando comienza el encharcamiento ( $t = t_p$ ). En este punto la intensidad de lluvia excede la capacidad de infiltración; también es el punto en el cual la tasa de infiltración real  $f$  es igual a la capacidad de infiltración  $f_p$ , es decir

$$\text{si } i \geq f_p, f = f_p$$

A partir de este punto la capacidad de infiltración será menor que la intensidad de lluvia (puntos 5 y 6 de la Figura 4.3).

El tiempo de ocurrencia del punto 4 depende, para un tipo de suelo dado, del contenido de humedad inicial y de la tasa de lluvia. La forma de la curva de infiltración después de este punto en el tiempo está también influenciada por estos factores.

A medida que la lluvia continúa ( $t > t_p$ ), la zona saturada se extiende profundamente en el suelo y empieza el escurrimiento superficial del agua encharcada.

La ilustración del proceso de infiltración presentado estuvo basado en un suelo ideal. Desafortunadamente, tales condiciones no están reproducidas en los sistemas naturales. Los suelos naturales son altamente variables en composición en las regiones y las condiciones de cobertura del suelo son también variables. A causa de esto, ningún modelo de infiltración simple puede exactamente reflejar todas las condiciones encontradas en el campo.

#### 4.2.2.- METODOS PARA CALCULAR LA INFILTRACION

Existe una multitud de modelos de infiltración usados en hidrología aplicada y ciencias del suelo. Algunos de estos modelos son teóricos, como el de Philip sugerido en 1957 y el de Green y Ampt en 1911; mientras otros son empíricos, como el de Kostikov sugerido en 1932, el de Horton en 1938, el de Holtan en 1961 y el de Overton en 1964 (Singh y Yu, 1990).

Aunque las diversas ecuaciones empíricas son populares a causa de su simplicidad y capacidad de mejor ajuste de los datos de infiltración, ellas contienen parámetros que son difíciles de predecir porque no tienen significado físico (Mein and Larson, 1973) (Van Mullem, 1991).

En este estudio se utilizará la ecuación de Green-Ampt, ya que esta ecuación es simple y tiene parámetros basados en las características físicas del suelo que pueden relacionarse a otras propiedades del mismo. El modelo de Green-Ampt ha sido exitosamente usado para predecir la infiltración y los volúmenes de escurrimiento (Van Mullem, 1991).

#### 4.2.3.- METODO DE GREEN-AMPT

La ventaja que tiene la ecuación de Green-Ampt sobre las ecuaciones empíricas consiste en que los parámetros que intervienen pueden estimarse de las propiedades medibles del suelo (Van Mullem, 1991).

A partir de este punto la capacidad de infiltración será menor que la intensidad de lluvia (puntos 5 y 6 de la Figura 4.3).

El tiempo de ocurrencia del punto 4 depende, para un tipo de suelo dado, del contenido de humedad inicial y de la tasa de lluvia. La forma de la curva de infiltración después de este punto en el tiempo está también influenciada por estos factores.

A medida que la lluvia continúa ( $t > t_p$ ), la zona saturada se extiende profundamente en el suelo y empieza el escurrimiento superficial del agua encharcada.

La ilustración del proceso de infiltración presentado estuvo basado en un suelo ideal. Desafortunadamente, tales condiciones no están reproducidas en los sistemas naturales. Los suelos naturales son altamente variables en composición en las regiones y las condiciones de cobertura del suelo son también variables. A causa de esto, ningún modelo de infiltración simple puede exactamente reflejar todas las condiciones encontradas en el campo.

#### 4.2.2.- METODOS PARA CALCULAR LA INFILTRACION

Existe una multitud de modelos de infiltración usados en hidrología aplicada y ciencias del suelo. Algunos de estos modelos son teóricos, como el de Philip sugerido en 1957 y el de Green y Ampt en 1911; mientras otros son empíricos, como el de Kostiakov sugerido en 1932, el de Horton en 1938, el de Holtan en 1961 y el de Overton en 1964 (Singh y Yu, 1990).

Aunque las diversas ecuaciones empíricas son populares a causa de su simplicidad y capacidad de mejor ajuste de los datos de infiltración, ellas contienen parámetros que son difíciles de predecir porque no tienen significado físico (Mein and Larson, 1973) (Van Mullem, 1991).

En este estudio se utilizará la ecuación de Green-Ampt, ya que esta ecuación es simple y tiene parámetros basados en las características físicas del suelo que pueden relacionarse a otras propiedades del mismo. El modelo de Green-Ampt ha sido exitosamente usado para predecir la infiltración y los volúmenes de escurrimiento (Van Mullem, 1991).

#### 4.2.3.- METODO DE GREEN-AMPT

La ventaja que tiene la ecuación de Green-Ampt sobre las ecuaciones empíricas consiste en que los parámetros que intervienen pueden estimarse de las propiedades medibles del suelo (Van Mullem, 1991).

Green y Ampt (1911) propusieron el esquema simplificado para infiltración que se muestra en la Figura 4.4 (Chow et al., 1994). El frente de mojado es una frontera brusca que divide el suelo con contenido de humedad  $\theta_i$  debajo del suelo saturado con contenido de humedad  $\eta$  arriba. El frente de mojado ha penetrado hasta una profundidad  $L$  desde el momento  $t$  en que empieza la infiltración. El agua se encharca en la superficie hasta una profundidad pequeña  $h_0$ .

Considérese una columna vertical de suelo de sección transversal horizontal de área unitaria (Figura 4.5) y un volumen de control definido alrededor del suelo mojado entre la superficie y la profundidad  $L$ . Si el suelo tenía un contenido de humedad inicial  $\theta_i$  a través de toda su longitud, el contenido de humedad se incrementará desde  $\theta_i$  hasta  $\eta$  a medida que el frente de mojado pasa. El contenido de humedad  $\theta$  es la relación entre el volumen de agua y el volumen total dentro de la superficie de control, después el incremento de agua almacenada dentro del volumen de control como resultado de la infiltración es  $L(\eta - \theta_i)$  para una sección transversal unitaria.

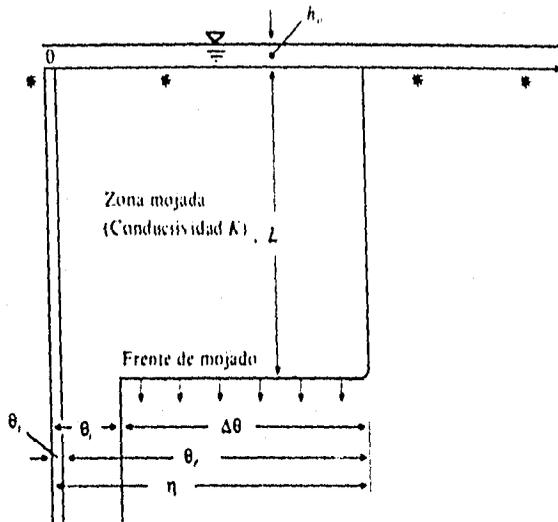


FIGURA 4.4  
Variables en el modelo de infiltración de Green-Ampt.  
El eje vertical es la distancia desde la superficie del suelo,  
el eje horizontal es el contenido de humedad del suelo.

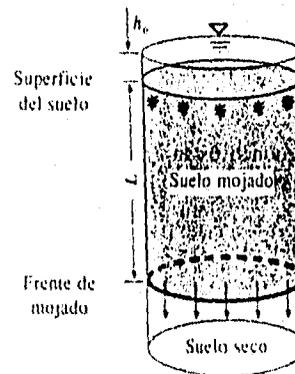


FIGURA 4.5  
Infiltración en una columna de suelo de área  
transversal unitaria para el modelo de Green-Ampt.

Por definición, la infiltración acumulada,  $F$ , es:

$$F = L(\eta - \theta_i) = L M_d \quad (4.5)$$

$$M_d = \eta - \theta_i \quad (4.6)$$

donde

$L$  distancia desde la superficie al frente de mojado, en mm

$\eta$  porosidad del suelo, en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$\theta_i$  contenido inicial de humedad, en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$M_d$  deficiencia de humedad del suelo

El contenido inicial de humedad del suelo es un parámetro que no puede determinarse directamente (James et al., 1992).

La aplicación de la ley de Darcy lleva a la ecuación siguiente

$$f = K \left( \frac{h_0 + \psi + L}{L} \right) \quad (4.7)$$

$f$  tasa de infiltración, en mm/h

$K$  conductividad hidráulica, en mm/h

$h_0$  profundidad de encharcamiento en la superficie del suelo, en mm

$\psi$  succión capilar en el frente de mojado, en mm

$L$  distancia desde la superficie del suelo hasta el frente de mojado, en mm

De la ecuación (4.5) la profundidad del frente mojado es  $L = F/M_d$ , y suponiendo que  $h_0 \approx 0$ , la sustitución en (4.7) da

$$f = K \left[ \frac{\psi M_d + F}{F} \right] \quad (4.8)$$

que es la **ecuación de Green-Ampt para la tasa de infiltración**.

La infiltración acumulada  $F$  es la profundidad acumulada de agua infiltrada dentro de un período dado y es igual a la integral de la tasa de infiltración en ese período. A la inversa, la tasa de infiltración es la derivada de la infiltración acumulada con respecto al tiempo:

$$f = dF/dt \quad (4.9)$$

Sustituyendo (4.9) en (4.8) y separando variables, podemos integrar para obtener

$$F(t) - \psi M_d \ln \left[ 1 + \frac{F(t)}{\psi M_d} \right] = Kt \quad (4.10)$$

que es la **ecuación de Green-Ampt para infiltración acumulada**.

Una vez que  $F(t)$  ha sido calculada en la ecuación (4.10), la tasa de infiltración  $f(t)$  puede obtenerse de la ecuación (4.8), o bien

$$f(t) = K \left[ \frac{\psi M_d + F(t)}{F(t)} \right] \quad (4.11)$$

En el caso cuando la profundidad de encharcamiento  $h_0$  no es despreciable, el valor de  $\psi - h_0$  se sustituye por  $\psi$  en las ecuaciones (4.10) y (4.11).

La ecuación (4.10) es no lineal para  $F(t)$  y puede resolverse mediante el método numérico de Newton-Rhapson u otro.

#### 4.2.3.1.- ESTIMACION DE PARAMETROS DE LA ECUACION DE GREEN-AMPT

La ecuación (4.8) de Green-Ampt para la tasa de infiltración tiene cuatro incógnitas  $K$ ,  $F$ ,  $M_d$  y  $\psi$ . La infiltración acumulada  $F$  es igual a cero al inicio de la tormenta ya que toda lluvia previa es considerada mezclada y explicada con el parámetro  $M_d$  (Van Mullem, 1991).

Los otros parámetros son inherentes al suelo, la cobertura del suelo, y la humedad inicial del suelo.

Brooks y Corey (Chow et al., 1994) demostraron que  $\psi$  puede expresarse como una función logarítmica de una saturación efectiva  $S_e$ . La saturación efectiva se calcula con la fórmula

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\eta - \theta_r} \quad (4.12)$$

donde

$\theta$  contenido de humedad del suelo, en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$\theta_r$  saturación residual, en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$\eta$  porosidad total, en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

La porosidad efectiva  $\theta_e$  se calcula como

$$\theta_e = \eta - \theta_r \quad (4.13)$$

La saturación efectiva está contenida en el rango  $0 \leq S_e \leq 1.0$  siempre que  $\theta_r \leq \theta \leq \eta$ . Para la condición inicial, cuando  $\theta = \theta_i$ , de la ecuación (4.12) resulta

$$\theta_i = S_e \theta_e + \theta_r \quad (4.14)$$

y el cambio en el contenido de humedad cuando pasa el frente de mojado es

$$M_d = \eta - \theta_i = (1 - S_e) \theta_e \quad (4.15)$$

Rawls et al. (1983) analizaron aproximadamente 5,000 horizontes de suelo en los Estados Unidos y determinaron valores promedio de los parámetros de Green-Ampt  $\eta$ ,  $\theta_r$ ,  $\psi$  y  $K$  para diferentes clases de suelo; estos valores se muestran en la Tabla 4.2. A medida que el suelo se vuelve más fino cuando pasa de arena a arcilla, la succión capilar del frente de mojado se incrementa mientras que la conductividad hidráulica decrece. La Tabla 4.2 también muestra los rangos típicos para  $\eta$ ,  $\theta_r$ , y  $\psi$ . Estos rangos no son muy grandes para  $\eta$  y  $\theta_r$ , pero  $\psi$  puede variar en un amplio rango para un suelo dado (Chow et al., 1994).

Por otro lado, Morel-Seytoux y Verdin (1983) presentan las expresiones siguientes

$$\begin{aligned} K &= (100-N)/124.18504 && \text{para } N > 75 \\ K &= 3.13944 - 0.03912 N && \text{para } 36 < N \leq 75 \\ K &= 4.70662 - 0.0823 N && \text{para } N \leq 36 \\ S_r &= [(100 - N)/16.63465]^2 / (2K) && \text{para } N > 65 \\ S_r &= (3.02514 - 0.01461 N)^2 / (2K) && \text{para } N \leq 65 \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde  $K$  está dado en  $\text{cm}/\text{h}$  y  $S_r$  en  $\text{cm}$ ;  $N$  es el número de la curva de escurrimiento del Soil Conservation Service (SCS, 1972) y  $S_r$  se denomina factor de succión-almacenamiento, siendo igual a

$$S_t = \psi M_d \quad (4.17)$$

donde  $M_d$  y  $\psi$  fueron definidos previamente.

Cuando se dispone de datos de lluvia y escurrimiento en la cuenca, mediante calibración se obtienen los valores apropiados de los parámetros  $K$  y  $S_t$ .

Tabla 4.2 Parámetros de infiltración de Green-Ampt para varias clases de suelos. Rawls et al. (1983).

CLASE DE SUELO	POROSIDAD TOTAL, $\eta$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	POROSIDAD EFECTIVA, $\theta_e$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	SUCCION CAPILAR DEL FRENTE DE MOJADO, $\psi$ (cm)	CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA, $K$ (cm/h)
Arena	0.437 (0.374-0.500)	0.417 (0.354-0.480)	4.95 (0.97-25.36)	11.78
Arena margosa	0.437 (0.363-0.506)	0.401 (0.329-0.473)	6.13 (1.35-27.94)	2.99
Marga arenosa	0.453 (0.351-0.555)	0.412 (0.283-0.541)	11.01 (2.67-45.47)	1.09
Marga	0.463 (0.375-0.551)	0.434 (0.334-0.534)	8.89 (1.33-59.38)	0.34
Marga limosa	0.501 (0.420-0.582)	0.486 (0.394-0.578)	16.68 (2.92-95.39)	0.45
Marga arenarcillosa	0.398 (0.332-0.464)	0.330 (0.235-0.425)	21.85 (4.42-108.0)	0.15
Marga arcillosa	0.464 (0.409-0.519)	0.309 (0.279-0.501)	20.88 (4.79-91.10)	0.10
Marga limo-arcillosa	0.471 (0.418-0.524)	0.432 (0.347-0.517)	27.30 (5.67-131.50)	0.10
Arcilla arenosa	0.430 (0.370-0.490)	0.321 (0.207-0.435)	23.90 (4.08-140.20)	0.06
Arcilla limosa	0.479 (0.425-0.533)	0.423 (0.334-0.512)	29.22 (6.13-139.40)	0.05
Arcilla	0.475 (0.427-0.523)	0.385 (0.269-0.501)	31.63 (6.39-156.50)	0.03

Los números entre paréntesis del lado derecho de cada parámetro son una desviación estandar alrededor del valor del parámetro dado.

Los valores de los parámetros dados en la Tabla 4.2 pueden ser usados cuando los datos disponibles por el usuario son limitados. Buenos resultados pueden obtenerse con el uso concienzudo de las aproximaciones, y correlaciones altas han sido observadas entre valores calculados y observados de porosidad efectiva y succión capilar del frente de mojado. Los valores de conductividad hidráulica, debido a su alto grado de variabilidad y especificidad del sitio, no correlacionan tan bien y deben ser usados con precaución (James et al., 1992).

Las siguientes ecuaciones han sido generadas para estimar los parámetros de Green-Ampt de características físicas conocidas del suelo (James et al., 1992). Las variables dependientes de las ecuaciones de regresión son por ciento de arena, por ciento de arcilla y porosidad total del suelo.

$$\theta_r = -0.01825 + 0.000873 \text{ PS} + 0.005135 \text{ PC} + 0.029393 \eta - 0.000154 \text{ PC}^2 - 0.001083 \text{ PS} \eta - 0.000182 \text{ PC}^2 \eta^2 + 0.000307 \text{ PC}^2 \eta - 0.002358 \eta^2 \text{ PC} \quad (4.18)$$

$$\theta_e = \eta - \theta_r \quad (4.13)$$

$$\psi = 0.3994 \text{ EXP}( 6.5309 - 7.3256 \eta + 0.001583 \text{ PC}^2 + 3.809479 \eta^2 + 0.000344 \text{ PS} \text{ PC} - 0.049837 \text{ PS} \eta + 0.001608 \text{ PS}^2 \eta^2 + 0.001602 \text{ PC}^2 \eta^2 - 0.000014 \text{ PS}^2 \text{ PC} - 0.00348 \text{ PC}^2 \eta - 0.0008 \text{ PC}^2 \eta ) \quad (4.19)$$

$$K = 0.3934 \text{ EXP}( 19.52348 \eta - 8.96847 - 0.028212 \text{ PC} + 0.000181 \text{ PS}^2 - 0.0094125 \text{ PC}^2 - 8.395215 \eta^2 + 0.077718 \text{ PS} \eta - 0.00298 \text{ PS}^2 \eta^2 - 0.01949 \text{ PC}^2 \eta^2 + 0.0000173 \text{ PS}^2 \text{ PC} + 0.02733 \text{ PC}^2 \eta + 0.001434 \text{ PS}^2 \eta - 0.0000035 \text{ PC}^2 \text{ PS} ) \quad (4.20)$$

donde

- $\theta_r$  saturación residual del suelo
- $\theta_e$  porosidad efectiva
- PS porcentaje de arena (%)
- PC porcentaje de arcilla (%)
- $\eta$  porosidad total del suelo
- $\psi$  succión capilar del frente de mojado (plg)
- K conductividad hidráulica saturada (plg/h)

Este último procedimiento para estimar los parámetros de infiltración, permite usarse en cuencas no aforadas.

#### 4.2.4.- CALCULO DE LA PRECIPITACION EN EXCESO

El hietograma de precipitación en exceso se obtiene restando las pérdidas o abstracciones del hietograma de precipitación total.

El método que se propone para calcular la precipitación en exceso, consiste en determinar el tiempo de encharcamiento y la infiltración bajo una lluvia de intensidad variable con base en la ecuación de infiltración de Green-Ampt (Chow et al., 1994).

Dados un hietograma de precipitación total y unos parámetros para la ecuación de infiltración, se trata de determinar el tiempo de encharcamiento, la infiltración después de que ocurre el encharcamiento y el hietograma de precipitación en exceso.

Los principios que se utilizan son los siguientes: cuando no hay encharcamiento, la infiltración que se acumula se calcula utilizando la precipitación acumulada; la tasa

de infiltración potencial en un momento dado se calcula con la infiltración acumulada hasta ese momento, y el encharcamiento ocurre cuando la tasa de infiltración potencial es menor o igual a la intensidad de precipitación.

Considérese un intervalo de tiempo desde  $t$  hasta  $t+\Delta t$ . La intensidad de lluvia durante este intervalo se denota como  $i_t$  y es constante a través del intervalo. La tasa de infiltración potencial y la infiltración acumulada al inicio del intervalo son  $f_t$  y  $F_t$ , respectivamente, y los valores correspondientes al final del intervalo son  $f_{t+\Delta t}$  y  $F_{t+\Delta t}$ . Se supone que  $F_t$  se conoce a partir de las condiciones iniciales dadas o de un cálculo anterior.

En la Figura 4.6 se muestra un diagrama de flujo para determinar el tiempo de encharcamiento. Deben considerarse tres casos:

- 1) el encharcamiento ocurre dentro del intervalo
- 2) no existe encharcamiento dentro del intervalo
- 3) el encharcamiento empieza en algún momento del intervalo

La tasa de infiltración siempre está descendiendo o permanece constante en el tiempo, luego una vez que el encharcamiento se establece bajo una intensidad de lluvia dada, éste continuará. Por consiguiente, el encharcamiento no puede cesar en la mitad de un intervalo sino solamente al final, cuando el valor de la intensidad de lluvia cambia.

Siguiendo el diagrama de flujo, el primer paso es calcular la tasa de infiltración potencial actual  $f_t$  a partir del valor conocido de infiltración acumulada  $F_t$ , es decir

$$f_t = K \left[ \frac{\psi M_d + F_t}{F_t} \right] \quad (4.21)$$

El resultado  $f_t$  se compara con la intensidad de lluvia  $i_t$ . Si  $f_t$  es menor o igual a  $i_t$ , ocurre el caso 1) y existe encharcamiento dentro del intervalo. En este caso, la infiltración acumulada al final del intervalo  $F_{t+\Delta t}$  se calcula utilizando

$$F_{t+\Delta t} - F_t - \psi M_d \ln \left[ \frac{F_{t+\Delta t} + \psi M_d}{F_t + \psi M_d} \right] = K \Delta t \quad (4.22)$$

Los casos 2) y 3) tienen  $f_t > i_t$  y no ocurre encharcamiento al principio del intervalo. Si se asume que esto permanece en el intervalo, entonces la tasa de infiltración es  $i_t$  y un valor tentativo para la infiltración acumulada al final del intervalo

es

$$F'_{t+\Delta t} = F_t + i_t \Delta t \quad (4.23)$$

Después, se calcula una tasa de infiltración correspondiente  $f'_{t+\Delta t}$  de  $F'_{t+\Delta t}$ . Si  $f'_{t+\Delta t}$  es mayor que  $i_t$  ocurre el caso 2) y no existe encharcamiento dentro del intervalo. Luego  $F_{t+\Delta t} = F'_{t+\Delta t}$  y el problema está resuelto para este intervalo.

Si  $f'_{t+\Delta t}$  es menor o igual a  $i_t$ , ocurre encharcamiento durante el intervalo (caso 3). La infiltración acumulada  $F_p$  en el momento del encharcamiento se encuentra al establecer  $f_t = i_t$  y  $F_t = F_p$  en (4.21) y resolver  $F_p$  para dar

$$F_p = \frac{K \psi M_d}{i_t - K} \quad (4.24)$$

El tiempo de encharcamiento es entonces

$$t_p = t + \Delta t' \quad (4.25)$$

donde

$$\Delta t' = \frac{F_p - F_t}{i_t} \quad (4.26)$$

y la infiltración acumulada  $F_{t+\Delta t}$  se encuentra sustituyendo  $F_t = F_p$  y  $\Delta t = \Delta t$  (anterior) -  $\Delta t'$  en la ecuación (4.22).

Los valores de precipitación en exceso se calculan restando la infiltración acumulada de la precipitación acumulada y luego tomando diferencias sucesivas de los valores resultantes.

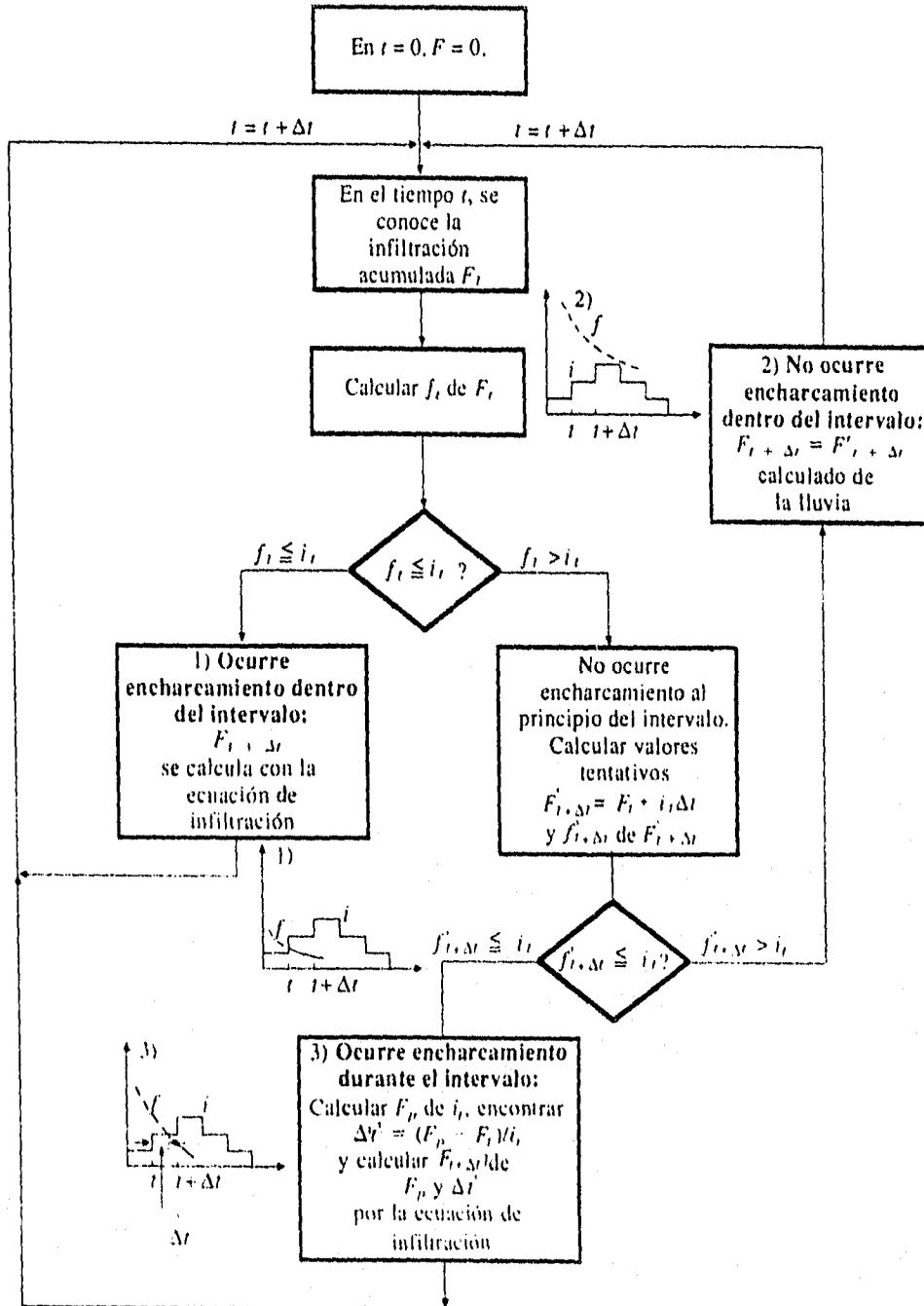


FIGURA 4.6 Diagrama de flujo para calcular el tiempo de infiltración y encharcamiento bajo una lluvia de intensidad variable.

## 5 TRANSFORMACION PRECIPITACION EFECTIVA-GASTO

### 5.1.- CONCEPTOS GENERALES

El Hidrograma Unitario (propuesto por Sherman en 1932) de una cuenca, se define como el hidrograma de escurrimiento directo resultante de una altura unitaria de lluvia en exceso generada uniformemente sobre el área de la cuenca a una tasa constante a lo largo de una duración efectiva (Chow et al., 1994).

El hidrograma de salida de una cuenca es la suma de los hidrogramas elementales de todas las subcuencas, modificados por el efecto del tiempo de viaje a través de la cuenca y el almacenamiento en los cauces de las corrientes. Puesto que las características físicas de la cuenca (forma, tamaño, pendiente, etc.) son constantes, podría esperarse una similitud considerable en la forma de los hidrogramas resultantes de tormentas con características similares. Esta es la esencia del **hidrograma unitario** tal como lo propuso Sherman en 1932 (Linsley et al., 1988).

El hidrograma unitario es un hidrograma típico de la cuenca. Por conveniencia, el volumen de escurrimiento bajo el hidrograma unitario se ajusta generalmente a 1.00 cm ó 1.00 mm.

Sería erróneo inferir que un hidrograma típico bastaría para una cuenca. Aunque las características físicas de la cuenca permanezcan relativamente constantes, las características variables de las tormentas producen cambios en la forma de los hidrogramas resultantes. Las características de una tormenta son la duración de la lluvia, el patrón de intensidad-tiempo, la distribución espacial de la lluvia y la cantidad de escurrimiento (Linsley et al., 1988).

El hidrograma unitario puede considerarse como un impulso unitario en un sistema lineal (Linsley et al., 1988).

Un sistema lineal es aquel que puede expresarse como una ecuación lineal con parámetros constantes, los cuales convierten al sistema en invariante en el tiempo, de tal manera que la forma en que el sistema procesa la información de entrada y salida no cambia con el tiempo (Chow et al., 1994).

Existen dos principios básicos para las operaciones de sistemas lineales (Chow et al., 1994):

1.- Principio de proporcionalidad u homogéneo

Si una función  $f(Q)$  se multiplica por una constante  $c$ , la función resultante  $cf(Q)$  es también una solución.

2.- Principio de aditividad o superposición

Si dos soluciones  $f_1(Q)$  y  $f_2(Q)$  de una ecuación se suman, la función resultante  $f_1(Q) + f_2(Q)$  es también una solución de la ecuación.

El hidrograma unitario es un modelo lineal simple que puede usarse para deducir el hidrograma resultante de cualquier cantidad de lluvia en exceso. Las siguientes suposiciones básicas son inherentes en este modelo (Chow et al., 1994):

- 1.- La precipitación en exceso tiene una intensidad constante dentro de la duración efectiva.
- 2.- La precipitación en exceso está uniformemente distribuida a través de toda el área de la cuenca.
- 3.- El tiempo base del hidrograma de escurrimiento directo (la duración total del escurrimiento directo) resultante de una lluvia en exceso de una duración dada es constante.
- 4.- Las ordenadas de todos los hidrogramas de escurrimiento directo con un tiempo base común son directamente proporcionales al volumen total de escurrimiento directo representado por cada hidrograma.
- 5.- Para una cuenca dada, el hidrograma resultante de una lluvia en exceso dada refleja las características no cambiantes de la cuenca.

En condiciones naturales, dichas suposiciones no se satisfacen en forma perfecta. Sin embargo, cuando la información hidrológica que va a utilizarse se selecciona cuidadosamente de tal manera que llegue a cumplir en forma aproximada dichas suposiciones, los resultados obtenidos por el modelo de hidrograma unitario, generalmente, son aceptables para propósitos prácticos (Chow et al., 1994). En algunos casos no puede usarse el modelo debido a que una o más de las suposiciones no son satisfechas ni siquiera en forma aproximada. Por ejemplo, se considera que el modelo no es aplicable al escurrimiento originado por la nieve o el hielo.

Con relación a la suposición 1), las tormentas seleccionadas para el análisis deben ser de corta duración, debido a que es más probable que éstas produzcan una tasa de lluvia en exceso intensa y aproximadamente constante, arrojando un hidrograma bien definido, con pico único y de tiempo base corto. Viessman et al. (1989) consideran que la duración de la lluvia debe ser del 10 al 30% del tiempo de retraso

de la cuenca, mientras que Linsley et al. (1988) recomiendan que dicha duración sea de aproximadamente un cuarto del tiempo de retraso de la cuenca, definiendo el tiempo de retraso como el tiempo entre el centroide del hietograma de lluvia en exceso y el centroide del hidrograma de escurrimiento.

Con relación a la suposición 2), como la tormenta se supone uniforme sobre toda la cuenca el tamaño de la misma deberá limitarse para poder aplicar el método del hidrograma unitario. Viessman et al. (1989) sugieren usar un límite superior de 5000 km<sup>2</sup>. El método se vuelve inaplicable cuando el área de la cuenca es más grande para ser cubierta por una lluvia distribuida aproximadamente en forma uniforme. En tales casos, la cuenca debe subdividirse en subcuencas y los hidrogramas se combinan con un tránsito de avenidas.

Con relación a la suposición 3), el tiempo base del hidrograma de escurrimiento directo es generalmente incierto, pero depende del método de separación del gasto base. Usualmente el tiempo base es corto si se considera que el escurrimiento directo solamente incluye el escurrimiento superficial, pero es largo si el escurrimiento directo también incluye el escurrimiento subsuperficial.

Con relación a la suposición 4), los principios de superposición y proporcionalidad se suponen válidos, de tal manera que las ordenadas  $Q_n$  del hidrograma de escurrimiento directo pueden calcularse utilizando la ecuación de convolución discreta (ecuación 5.3). La información hidrológica real no es verdaderamente lineal; cuando se aplica la ecuación de convolución discreta a ésta, el hidrograma resultante es solamente una aproximación, que es satisfactoria en muchos casos prácticos.

Con relación a la suposición 5), el hidrograma unitario se considera único para una cuenca dada e invariable con respecto al tiempo. Este es el principio de invariancia temporal, el cual, junto con los principios de superposición y proporcionalidad es fundamental para el modelo del hidrograma unitario. Los hidrogramas unitarios se aplican solamente cuando las condiciones del canal permanecen sin cambio y las cuencas no tienen almacenamiento apreciables. Esta condición se viola cuando el área de la cuenca tiene muchos embalses, o cuando las crecientes fluyen por las planicies de inundación, produciendo así un almacenamiento considerable.

El hidrograma unitario para una cuenca dada puede calcularse:

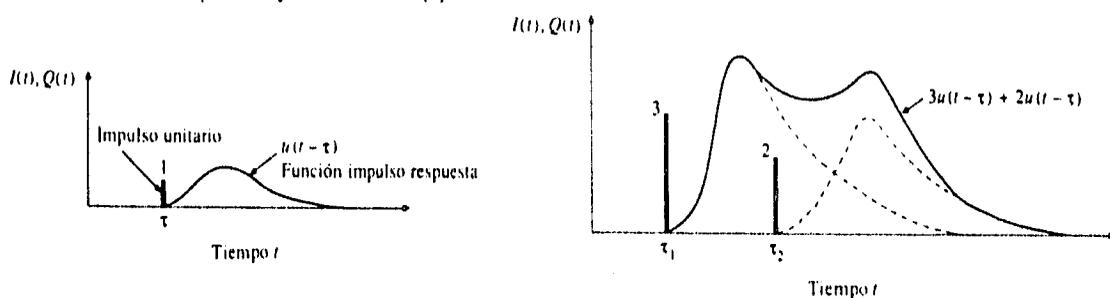
- 1) directamente, usando datos de lluvia y escurrimiento para eventos seleccionados
- 2) indirectamente, usando una fórmula para hidrograma unitario sintético.

Ambos métodos pueden usarse para cuencas aforadas, sólo el segundo es apropiado para cuencas no aforadas (Ponce, 1989).

## 5.2.- HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO

La respuesta de un sistema lineal se caracteriza únicamente por su **función impulso respuesta**. Si un sistema recibe una entrada unitaria aplicada instantáneamente (un impulso unitario) en el tiempo  $\tau$ , la respuesta del sistema en un tiempo posterior  $t$  está descrita por la función de respuesta de impulso unitario  $u(t-\tau)$ , siendo  $t-\tau$  el tiempo de retraso desde que se aplicó el impulso (Fig. 5.1a).

Si siguiendo los dos principios de operación de sistemas lineales ya citados, si se aplican dos impulsos, uno de 3 unidades en el tiempo  $\tau_1$ , y otro de 2 unidades en el tiempo  $\tau_2$ , la respuesta del sistema será  $3u(t-\tau_1) + 2u(t-\tau_2)$ , tal como se muestra en la Figura 5.1b. En forma análoga, una entrada continua puede tratarse como la suma de los impulsos infinitesimales. La cantidad de entrada que llega al sistema entre los tiempos  $\tau$  y  $\tau+d\tau$  es  $i(\tau)d\tau$ .



a) Función respuesta-impulso unitario.

b) La respuesta a dos impulsos se encuentra sumando las funciones respuesta individuales.

FIGURA 5.1 Respuestas de un sistema lineal a entradas de impulsos.

Si la entrada unitaria  $i(\tau)$  es la intensidad de precipitación en exceso, en mm/hora, y  $d\tau$  es un intervalo de tiempo infinitesimal medido en horas, entonces  $i(\tau)d\tau$  es la altura de precipitación en exceso, en milímetros, que entra al sistema durante este intervalo. El escurrimiento directo que ocurre en el tiempo posterior  $t-\tau$  como resultado de esta entrada es

$$\Delta Q(t,\tau) = i(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (5.1)$$

Debido al principio de superposición, la respuesta para la función completa de entrada  $i(\tau)$  puede obtenerse integrando (sumando) la respuesta a sus impulsos constituyentes  $\Delta Q(t,\tau)$ :

$$Q(t) = \sum_{\tau=0}^t \Delta Q(t,\tau) = \int_0^t i(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (5.2)$$

donde

$Q(t)$  hidrograma de respuesta de la cuenca  
 $i(\tau)$  hidrograma de entrada  
 $h(t-\tau)$  hidrograma unitario instantáneo (HUI) o función impulso respuesta, llamado también función núcleo

De lo anterior, el hidrograma unitario instantáneo o función impulso respuesta, se define como el hidrograma resultante de una altura unitaria de precipitación en exceso aplicada uniformemente e instantáneamente sobre el área de una cuenca (Georgakakos and Kabouris, 1989).

La expresión (5.2) es la **ecuación de convolución continua** para una cuenca analizada como sistema global, lineal e invariante en el tiempo. La figura 5.2 ilustra el proceso de suma de respuesta para la integral de convolución.

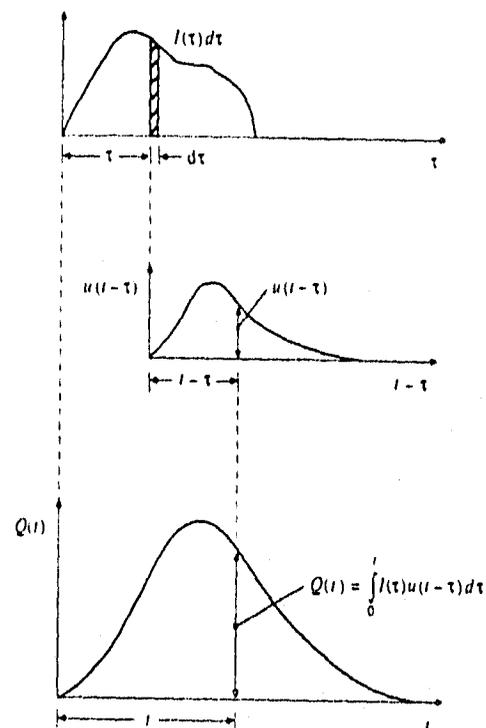


Figura 5.2 Funciones de tiempo continuo.

En la práctica se necesitan soluciones de intervalos discretos de tiempo debido a que la entrada, o hidrograma de lluvia en exceso, se especifica como una función discreta del tiempo.

La **ecuación de convolución discreta** puede expresarse como:

$$Q_n = \sum_{m=1}^n P_m H_{n-m+1} \quad (5.3)$$

donde

$Q_n$  enésima ordenada del hidrograma de escurrimiento directo

$H_{n-m+1}$  ordenada del hidrograma unitario instantáneo

$P_m$  intensidad de lluvia en exceso

$n = 1, 2, \dots, N$  ;  $m = 1, 2, \dots, M$

$n$  se refiere al número de ordenada del hidrograma de escurrimiento directo;  $N$  es el número total de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo;  $m$  se refiere al período de precipitación en exceso, y  $M$  es el número total de períodos de precipitación en exceso.

La relación entre el número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo  $N$ , el número de ordenadas del hidrograma unitario instantáneo  $K$ , y el número de períodos de precipitación en exceso  $M$ , es idealmente (Dooge and Bruen, 1989) igual a

$$N = K + M - 1 \quad (5.4)$$

pero en la práctica esta relación puede no ser reflejada en los datos.

La ecuación de convolución discreta (ecuación 5.3) permite el cálculo del escurrimiento directo  $Q_n$  dada una lluvia en exceso  $P_m$  y el hidrograma unitario instantáneo  $H_{n-m+1}$ .

Es necesario el proceso inverso, llamado **deconvolución** para deducir un hidrograma unitario instantáneo dada una información  $P_m$  y  $Q_n$ .

Una vez que se ha determinado el hidrograma unitario instantáneo, puede utilizarse para encontrar el hidrograma de escurrimiento directo, conocido el hidrograma de lluvia en exceso.

El intervalo de tiempo utilizado para definir las ordenadas del hidrograma de lluvia en exceso debe ser el mismo que el especificado para el hidrograma unitario instantáneo.

### 5.3.- IDENTIFICACION DE ORDENADAS DEL HIDROGRAMA UNITARIO

La **deconvolución** puede utilizarse para deducir el hidrograma unitario instantáneo a partir de un hidrograma multiplico complejo, pero la posibilidad de errores o la no

linealidad en la información es mayor que aquella para un hidrograma de pico único. Pueden utilizarse ajustes de mínimos cuadrados o algún método de optimización para minimizar el error en el ajuste del hidrograma de escurrimiento directo.

La ecuación (5.3) da N ecuaciones lineales simultáneas para  $Q_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , en términos de  $K = N - M + 1$  valores desconocidos del hidrograma unitario instantáneo, tal como se muestra en la tabla 5.1; el sistema de ecuaciones lineales formado está sobredeterminado, debido a que existen más ecuaciones (N) que incógnitas (K).

TABLA 5.1 Conjunto de ecuaciones para la ecuación de convolución (5.3)

$Q_1 = P_1 H_1$
$Q_2 = P_2 H_1 + P_1 H_2$
$Q_3 = P_3 H_1 + P_2 H_2 + P_1 H_3$
.....
$Q_M = P_M H_1 + P_{M-1} H_2 + \dots + P_1 H_M$
$Q_{M+1} = 0 + P_M H_2 + \dots + P_2 H_M + P_1 H_{M+1}$
.....
$Q_{N-1} = 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + \dots + P_M H_{N-M} + P_{M-1} H_{N-M+1}$
$Q_N = 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + \dots + 0 + P_M H_{N-M+1}$

La aplicación de las técnicas mencionadas arriba, se facilita expresando el sistema sobredeterminado de ecuaciones lineales que representa la ecuación (5.3), por medio de matrices (Dooge and Bruen, 1989):

$\begin{matrix} P_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ P_M & P_{M-1} & P_{M-2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & P_M & P_{M-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & P_M & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & P_2 & P_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & P_3 & P_2 & P_1 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & P_M & P_{M-1} & P_{M-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & P_M & P_{M-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & P_M \end{matrix}$	=	$\begin{matrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \dots \\ H_M \\ H_{M+1} \\ H_{M+2} \\ \dots \\ H_{K-2} \\ H_{K-1} \\ H_K \end{matrix}$	$\begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \dots \\ Q_M \\ Q_{M+1} \\ Q_{M+2} \\ \dots \\ Q_{K-2} \\ Q_{K-1} \\ Q_K \\ \dots \\ Q_{N-2} \\ Q_{N-1} \\ Q_N \end{matrix}$	(5.5)
---	---	---	---	-------

o bien,

$$PH = Q \quad (5.6)$$

donde  $Q$  es un vector de longitud  $N$  que contiene los valores de las salidas;  $H$  es un vector de longitud  $K$ , que representa las incógnitas (ordenadas del HUI); y  $P$  es una matriz de  $N \times K$  elementos, formada de los  $M$  valores de precipitación en exceso.

El problema es determinar los valores de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo resolviendo el sistema de ecuaciones (5.5), por medio de la ecuación (5.6), dados los valores del vector  $Q$  y de las precipitaciones en exceso.

### 5.3.1.- METODO DE MINIMOS CUADRADOS

El método de mínimos cuadrados consiste en encontrar los valores de un estimado de  $H$  que minimice la suma de los cuadrados de los errores, siendo éstos la diferencia entre los valores observados y los estimados. Esto es, la función objetivo a minimizar es (Liang, 1988)

$$F(H) = e^T e = (Q - PH)^T (Q - PH) \quad (5.7)$$

donde el superíndice  $T$  representa la transpuesta de las matrices correspondientes.

Obteniendo la primera derivada de  $F$  con respecto a  $H$  e igualando a cero, se encuentran los estimados de  $H$ :

$$\frac{\partial F}{\partial H} = 2P^T PH - 2P^T Q = 0 \quad (5.8)$$

$$P^T PH = P^T Q \quad (5.9)$$

Esta expresión genera las ecuaciones normales simultáneas para la solución de mínimos cuadrados y su solución proporciona los estimados del HUI. Dicha ecuación puede ser escrita como:

$$H = [P^T P]^{-1} P^T Q \quad (5.10)$$

y puede resolverse usando el método de Gauss de solución de ecuaciones simultáneas.

A fin de asegurar la derivación de un hidrograma unitario, es decir, que el volumen represente 1 mm o 1 cm de precipitación en exceso, las ordenadas del hidrograma unitario están sujetas a la siguiente restricción:

$$c \sum_{j=1}^K H_j = 1 \quad (5.11)$$

donde H y K ya fueron definidas, y c es una constante.

Cuando los gastos directos están expresados en m<sup>3</sup>/s, la constante c puede expresarse como

$$c = 3.6 \frac{\Delta t}{A}$$

con lo cual el área bajo el hidrograma unitario se ajusta a 1 mm, donde  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo, en horas, del hidrograma de escurrimiento directo (también del hidrograma unitario) y A es el área de la cuenca en km<sup>2</sup>.

Las ordenadas del hidrograma unitario también tienen restricciones de no negatividad:

$$H_j \geq 0 ; j = 1, 2, \dots, K \quad (5.12)$$

La restricción de volumen dada por la ecuación (5.11) puede satisfacerse mediante el uso de multiplicadores de Lagrange.

Empleando el método Lagrangiano la función objetivo se convierte en (Wang et al., 1987):

$$L(\mathbf{H}, \lambda) = F(\mathbf{H}) + \lambda \left( \sum_{j=1}^K H_j - 1 \right) \quad (5.13)$$

donde  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange. Derivando parcialmente respecto a  $\mathbf{H}$  y a  $\lambda$ , se obtiene:

$$\frac{\partial L(\mathbf{H}, \lambda)}{\partial \mathbf{H}} = 2\mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{H} - 2\mathbf{P}^T \mathbf{Q} + \lambda = 0 \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{H}, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^K H_j - 1 = 0 \quad (5.15)$$

El sistema de ecuaciones (5.14) y (5.15) caracteriza la solución por mínimos

cuadrados empleando el método Lagrangiano, de la ecuación (5.7) sujeta a la restricción (5.11).

### 5.3.2.- METODO DE MINIMOS CUADRADOS SUAVIZADOS

Existen dos dificultades asociadas para resolver la ecuación (5.7) por medio de la solución de mínimos cuadrados restringida (5.14) y (5.15), esto es, las ordenadas pueden resultar negativas y/o desplegar un comportamiento oscilatorio, debido a la presencia de errores en los datos y/o en el modelo.

Un remedio para la primera dificultad, es imponer la restricción de positividad dada por la ecuación (5.12).

El comportamiento oscilatorio es debido al hecho de que la deconvolución para estimar el hidrograma unitario es un problema inverso mal planteado, y está caracterizado por una amplificación de errores en los datos y en el modelo. A fin de depurar los efectos de tal amplificación, el procedimiento de estimación tiene que estabilizarse.

La inestabilidad de la solución de mínimos cuadrados se expresa por medio del número de condición (Liang, 1988)

$$NC = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$$

donde  $\lambda_{\max}$  y  $\lambda_{\min}$  son el máximo y el mínimo valor de los eigenvalores de la matriz  $P^T P$  de la ecuación (5.10), conocida como matriz Toeplitz

A fin de remediar la segunda dificultad, un enfoque estándar de estabilización de la deconvolución es considerar en lugar de la ecuación (5.7) la minimización de

$$F(H) = (Q - PH)^T (Q - PH) + \kappa H^T H \quad (5.16)$$

sujeta a las restricciones de igualdad y positividad

$$c \sum_{j=1}^K H_j = 1 \quad ; \quad H_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (5.17)$$

donde  $c$  ya fue definida y  $\kappa$  es un escalar positivo que proporciona una ponderación entre la componente de error de mínimos cuadrados  $(Q - PH)^T (Q - PH)$  y el término de regularización  $H^T H$ .

Siguiendo el mismo procedimiento con el que se llegó a la ecuación (5.10), para la

función objetivo ec. (5.16) se llega a

$$2\kappa H + (2P^T P H - 2P^T Q) = 0$$

$$H = [P^T P + \kappa I]^{-1} P^T Q \quad (5.18)$$

donde  $I$  es la matriz identidad de orden  $m$ .

Este enfoque es conocido como **mínimos cuadrados suavizados** (Dooge and Bruen, 1989), y ha sido reportado en la literatura hidrológica como un medio muy eficiente para reducir oscilaciones en las ordenadas del hidrograma unitario (Dooge and Bruen, 1989; Liang, 1988)

Una interpretación del término de regularización  $\kappa H^T H$  en la ecuación (5.16) es que limita el tamaño de  $H$ , con lo cual se previene la emergencia de comportamientos altamente oscilatorios.

### 5.3.3.- ESTABILIZACION POR DIFERENCIAS FINITAS DE HUI

Esta técnica (Dietrich and Chapman, 1993) extiende la idea de mínimos cuadrados suavizados para estabilización de normas, envolviendo diferencias finitas de las ordenadas del hidrograma unitario.

Para esto, se considera en lugar de la norma  $H^T H$  en la ecuación (5.16), la norma  $(DH)^T DH$ , donde  $D$  es una matriz diferencia.

Puede elegirse una matriz  $D$  de orden  $(K+1) \times K$ , llamada **matriz diferencia de primer orden**, donde, como ya se dijo,  $K$  es el número total de ordenadas del HUI:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.19)$$

O bien, una matriz de orden  $K \times K$ , llamada **matriz diferencia de segundo orden**:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Una vez seleccionado una matriz  $D$  en particular, los estimados del hidrograma unitario  $H$ , se obtienen mediante la minimización de

$$F(H) = (Q - PH)^T (Q - PH) + \rho(DH)^T DH \quad (5.21)$$

sujeta a las restricciones de igualdad y positividad (5.17).

En la expresión (5.21) el factor de estabilización es el nuevo símbolo  $\rho$ , el cual puede ser diferente al factor de regularización  $\kappa$ .

#### 5.3.4.- METODO DE OPTIMIZACION PARA VARIABLES MULTIPLES RESTRINGIDAS

Este método consiste en minimizar el error medio cuadrático entre el gasto del hidrograma observado y el estimado (Raynal Villaseñor y Campos Aranda, 1988). Es decir, la función objetivo a minimizar es:

$$z = \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{[Q_{obs}(i) - Q(i)]^2}{N} \right\}^{1/2} \quad (5.22)$$

El gasto  $Q(i)$  es estimado por convolución entre las precipitaciones efectivas y las ordenadas del HUI, las cuales son las variables a optimizar y están sujetas a las siguientes restricciones:

$$a) \text{ restricciones de no negatividad: } h_j \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (5.23)$$

$$b) \text{ restricciones de ordenamiento: } \begin{aligned} h_1 &\leq h_2 \leq \dots \leq h_p \\ h_p &\geq h_{p+1} \geq \dots \geq h_K \end{aligned} \quad (5.24)$$

donde  $h_p$  es la ordenada máxima del HUI.

Para encontrar el valor óptimo (mínimo) de la función objetivo, se utiliza el algoritmo de Rosenbrock, para variables múltiples restringidas, que es un algoritmo de búsqueda directa (Jain, 1993).

#### 5.4.- TRANSFORMACION LLUVIA EFECTIVA-ESCURRIMIENTO MEDIANTE EL PROCESO ARMA(p,q)

A continuación se presenta un método alternativo para la transformación lluvia efectiva-escorrimento.

El modelo que aquí se presenta para la transformación lluvia-escorrimento es lineal conocido como modelo hidrológico de entrada-salida, que intenta establecer un enlace causal entre dos o más fenómenos observados sin descripción detallada del proceso físico bajo investigación.

Para un sistema lineal continuo, la relación entre la entrada dependiente del tiempo  $I(t)$  y la salida  $Q(t)$  es descrita por la siguiente ecuación diferencial (Wang and Yu, 1986):

$$(1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i D^i) Q(t) = (\sum_{j=0}^q \beta_j D^j) I(t) \quad (5.25)$$

Donde  $D^i$  es el operador diferencial de  $i$ -ésimo orden con respecto al tiempo  $t$  y las  $\alpha$ 's y  $\beta$ 's son incógnitas de los parámetros de tiempo invariante a ser estimados.

Para aplicaciones hidrológicas, los valores de  $p$  y  $q$  deben seleccionarse a través de la identificación del modelo y son generalmente menor de cuatro (Chow, 1972), ya que valores más altos no tienen efecto significativo en los resultados del modelo.

La forma discreta de la ecuación (5.25) dada por Box and Jenkins (1976) es:

$$(1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_p B^p) Q(t) = (b_0 + b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q) I(t) \quad (5.26)$$

donde  $B$  es un operador de cambio hacia atrás, por ejemplo  $B[Q(t)] = Q(t-1)$ , y  $B^2[Q(t)] = Q(t-2)$ .

La ecuación (5.26) representa un proceso autorregresivo de promedios móviles de órdenes  $p$  y  $q$  o ARMA(p,q).

Si la lluvia efectiva durante el período  $t$  es  $I(t)$  y la salida es  $Q(t)$ , y ninguna cantidad de agua es almacenada en el sistema después de  $m$  períodos, entonces la entrada total es igual a la salida total, esto es:

$$\sum_{t=1}^m Q(t) = \sum_{t=1}^m I(t) \quad (5.27)$$

Además, si las salidas y entradas previas a  $t=0$  son cero, entonces el grupo de la ecuación (5.26) con  $t = 1, 2, 3, \dots, m$  se convierte en:

$$\begin{aligned} Q(1) &= b_0 I(1) \\ Q(2) &= a_1 Q(1) + b_0 I(2) + b_1 I(1) \\ &\vdots \\ Q(m) &= a_1 Q(m-1) + a_2 Q(m-2) + \dots + a_p Q(m-p) + b_0 I(m) + \dots + b_q I(m-q) \end{aligned} \quad (5.28)$$

donde

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p + b_0 + b_1 + \dots + b_q = 1$$

En problemas prácticos, el número de intervalos de tiempo  $m$  es generalmente mucho más grande que  $p$  y  $q$ .

El método usado para estimación de parámetros es el de programación cuadrática, el cual busca estimadores que minimicen la suma de los residuales o errores al cuadrado entre los gastos observados y los calculados  $Q(t)$ .

Es decir, la función objetivo a minimizar es

$$F(\beta) = e^T e = (Q - A\beta)^T (Q - A\beta) \quad (5.29)$$

sujeta a

$$\sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j = 1 \quad (5.30)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= [Q(1), Q(2), \dots, Q(m)]^T \\ \boldsymbol{\beta} &= [a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q] \end{aligned}$$

y

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & I(1) & 0 & \dots \\ Q(1) & 0 & \dots & \dots & \dots & I(2) & I(1) & \dots \\ Q(2) & Q(1) & \dots & \dots & \dots & I(3) & I(2) & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ Q(m-1) & Q(m-2) & \dots & \dots & \dots & I(m) & I(m-1) & \dots & I(m-q) \end{pmatrix}$$

Empleando el método Lagrangiano la función objetivo se convierte en (Wang et al., 1987):

$$L(\beta, \lambda) = F(\beta) + \lambda \left( \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j - 1 \right) \quad (5.31)$$

donde  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange. Derivando parcialmente respecto a  $\beta$  y a  $\lambda$ , se obtiene:

$$\frac{\partial L(\beta, \lambda)}{\partial \beta} = 2A^T A \beta - 2A^T Q + \lambda = 0 \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial L(\beta, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j - 1 = 0 \quad (5.33)$$

Como la función Lagrangiana es cuadrática, sus primeras derivadas forman un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con incógnitas  $a$ 's,  $b$ 's y  $\lambda$ .

El número de incógnitas y el número de ecuaciones son exactamente las mismas e igual a  $(p + q + 2)$ . La solución simultánea de las ecuaciones (5.32) y (5.33) dan directamente  $\beta$ .

## 5.5.- HIDROGRAMA UNITARIO SINTETICO

En virtud de que no siempre es posible contar con datos simultáneos de lluvia y escurrimiento para construir un hidrograma unitario, se han desarrollado técnicas que permiten la generación de hidrogramas unitarios sintéticos en cuencas no aforadas.

Un hidrograma unitario sintético es un hidrograma unitario derivado siguiendo una fórmula establecida (Ponce, 1989), sin la necesidad del análisis de los datos de lluvia y escurrimiento.

Diversos métodos están disponibles para el cálculo de hidrogramas unitarios sintéticos (Viessman et al., 1989). Aquí serán descritos dos métodos:

- método del Soil Conservation Service (Viessman et al., 1989)
- método de Wilson y Brown (Wilson and Brown, 1992)

### 5.5.1.- HIDROGRAMA UNITARIO SINTETICO DEL SCS

El hidrograma unitario sintético del SCS (Soil Conservation Service) es un hidrograma unitario adimensional, desarrollado en base al análisis de un gran número de hidrogramas unitarios de un amplio rango de tamaño de cuencas y localizaciones geográficas y ha sido ampliamente usado.

En la figura 5.3 se muestra la gráfica del hidrograma unitario adimensional del SCS, y en la tabla 5.2 se dan los valores de las ordenadas (Viessman et al., 1989).

Tabla 5.2  
Ordenadas del hidrograma unitario adimensional del SCS.

$t/t_p$	$Q/Q_p$	$t/t_p$	$Q/Q_p$
0.0	0.000	1.4	0.750
0.1	0.015	1.5	0.660
0.2	0.075	1.6	0.560
0.3	0.160	1.8	0.420
0.4	0.280	2.0	0.320
0.5	0.430	2.2	0.240
0.6	0.600	2.4	0.180
0.7	0.770	2.6	0.130
0.8	0.890	2.8	0.090
0.9	0.970	3.0	0.075
1.0	1.000	3.5	0.036
1.1	0.980	4.0	0.016
1.2	0.920	4.5	0.009
1.3	0.840	5.0	0.004

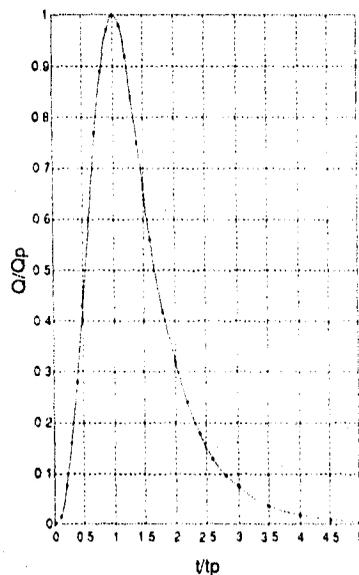


FIGURA 5.3 Hidrograma unitario adimensional del SCS

El método requiere la determinación del tiempo de retraso, el tiempo de pico y el gasto pico, mediante las siguientes fórmulas:

$$t_i = (6/10)t_c \quad (5.34)$$

$$t_p = \Delta t/2 + t_i \quad (5.35)$$

$$Q_p = \frac{0.208 A}{t_p} \quad (5.36)$$

donde:

- $t_i$  tiempo de retraso, en horas, ya definido.  
 $t_c$  tiempo de concentración, en horas, que ya fue definido en la sección 3.2 y puede calcularse con la ecuación (3.2).  
 $Q_p$  gasto pico del hidrograma unitario para 1 mm de lluvia efectiva, en m<sup>3</sup>/s  
 $A$  área de la cuenca, en km<sup>2</sup>  
 $t_p$  tiempo de pico, en horas

Una vez que han sido determinados  $t_p$  y  $Q_p$ , es usado el hidrograma unitario adimensional del SCS (Figura 5.3) para calcular las ordenadas del hidrograma unitario, multiplicando las ordenadas de la figura 5.3 por  $Q_p$  y las abscisas por  $t_p$ .

El número de ordenadas del hidrograma unitario que se obtiene con este criterio está definido por la siguiente expresión, como puede deducirse de la figura 5.3:

$$K = \frac{5 t_p}{\Delta t} \quad (5.37)$$

Ya encontradas las ordenadas del hidrograma unitario, se calcula el hidrograma de escurrimiento convolucionando dichas ordenadas con el patrón de precipitación en exceso, mediante la expresión 5.3.

El intervalo de tiempo de convolución debe ser:

$$\Delta t = (2/9)t_i \quad (5.38)$$

o bien

$$\Delta t = (2/15)t_c \quad (5.39)$$

Sin embargo, se permite modificar este valor pero, para obtener un hidrograma de respuesta bien formado, se recomienda que el intervalo de tiempo de convolución,  $\Delta t$ , sea menor que  $0.25 t_p$  o menor que  $0.17 t_c$  (Viessman et al., 1989), es decir:

$$\Delta t < 0.25 t_p \quad (5.40)$$

o bien

$$\Delta t < 0.17 t_c \quad (5.41)$$

### 5.5.2.- HIDROGRAMA UNITARIO SINTETICO DE WILSON-BROWN

Wilson y Brown (1992) desarrollaron un método de hidrograma unitario adimensional, usando una solución analítica del método de Clark (1943).

En este método toma importancia un coeficiente de almacenaje adimensional, el cual fue evaluado usando 142 eventos lluvia-escorrentamiento obtenidos de diferentes cuencas localizadas principalmente en el Este de los EE.UU. Wilson y Brown evaluaron la exactitud del método usando 37 eventos lluvia-escorrentamiento adicionales.

El hidrograma unitario adimensional propuesto por estos autores es obtenido como

$$O.(t.) = \frac{256}{(1 - 8K.)} \exp(-8t.) \left[ t.^2 - \frac{2t.K.}{(1 - 8K.)} + \frac{2(K.)^2}{(1 - 8K.)^2} \right] - \frac{512(K.)^2 \exp(-t./K.)}{(1 - 8K.)^3} \quad (5.42)$$

en la cual

$$t. = t/t_c \quad (5.43)$$

donde

- K. coeficiente de almacenaje adimensional
- t. tiempo adimensional
- $t_c$  tiempo de concentración, ya definido, en hr
- t tiempo, en hr

El HUI para una cuenca particular se determina con la ecuación

$$HUI(t.) = O.(t.) \frac{(1)A_T}{t_c} \quad (5.44)$$

donde  $A_T$  es el área de la cuenca y los demás términos fueron definidos previamente.

El área de la cuenca y el tiempo de concentración pueden estimarse de datos de planos de las cuencas.

Wilson y Brown (1992) compararon el método del hidrograma unitario adimensional del SCS (1972) con otros cuatro métodos de hidrograma unitario, los cuales usan la ecuación (5.44), pero difieren en el procedimiento usado para determinar K.

Los diferentes métodos para determinar el coeficiente de almacenaje adimensional,  $K$ ., son los siguientes:

a) METODO GEO

Este método se basa sólo en parámetros geomórficos, y usa las siguientes ecuaciones:

$$K. = 1/\eta. \quad (5.45)$$

$$\bar{\eta}. = 0.2 + \exp(u) \quad (5.46)$$

donde  $\bar{\eta}$ . es el valor promedio de  $\eta$ ., y

$$u = -4.2 + 5.6 A_T^{-0.1} + 1.7 \frac{(RF)^{1/2}}{(ELONG)^{4.5}} \quad (5.47)$$

donde

- $K$ . coeficiente de almacenaje adimensional, cuyo valor varía entre cero y cinco
- $\eta$ . variable de transformación
- $A_T$  área de la cuenca, en hectáreas
- $RF$  cociente de relieve, definido como la relación de la diferencia de elevación máxima a la longitud máxima de la cuenca
- $ELONG$  cociente de elongación, definido como el cociente entre el diámetro de un círculo con la misma área de la cuenca y la longitud máxima de la cuenca

b) METODO STORM

El método STORM se basa en parámetros geomórficos y de tormenta. Para determinar  $K$ ., en la ecuación (5.45) el valor de  $\eta$ . viene dado por

$$\eta. = (1 - \exp(-(\bar{\eta}. - 0.2))) \left[ \frac{i_p^* - 9.5}{9.5} \right] \quad (5.48)$$

donde el valor de  $\bar{\eta}$ . se obtiene de la ecuación (5.46), y

$$i_p^* = \frac{i_p}{(P/D)} \quad (5.49)$$

donde

- $i_p^*$  intensidad de lluvia pico normalizada, adimensional
- $i_p$  intensidad de lluvia pico observada, en mm/hr
- $P$  altura de lluvia total, en mm
- $D$  duración de la tormenta, en hr

### c) METODO DE BROWN Y WILSON

Brown y Wilson sugieren la siguiente relación predictiva para  $K$ .

$$K = 5 \left\{ 1 - \exp(-\exp(-216 S_c)) + 0.092 \ln \left[ \frac{0.447 D}{t_c} \right] \right\} \quad (5.50a)$$

para  $K > 0.1$

$$\text{y } K = 0.1 \text{ para } K < 0.1 \quad (5.50b)$$

donde

- $S_c$  pendiente del cauce
- $D$  duración de la tormenta, en hr
- $t_c$  tiempo de concentración, en hr

Las técnicas basadas en la ecuación (5.44) se ejecutaron mejor que el método SCS. Ya que los procedimientos para determinar  $K$ , GEO, STORM y de Brown y Wilson parecen tener casi el mismo nivel de exactitud, se recomienda el método GEO porque no requiere parámetros de tormenta y es por lo tanto más simple de usar.

Para aplicar esta técnica los autores recomiendan emplear el siguiente intervalo de tiempo de convolución

$$\Delta t = 0.05 t_c \quad (5.1)$$

## **6 TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES Y EN EMBALSES**

---

### **6.1.- GENERALIDADES**

El tránsito de avenidas es un procedimiento para determinar el hidrograma en un punto de un curso de agua utilizando hidrogramas conocidos o supuestos en uno o más puntos aguas arriba. Generalmente, es usado en pronóstico de avenidas, diseño de embalses, diseño de estructuras de control de avenidas, simulación de cuencas y planeamiento de recursos hidráulicos.

El tránsito se usa para predecir las variaciones en el espacio y en el tiempo de una onda de avenida cuando atraviesa un tramo de río o embalse, o puede ser empleado para predecir el hidrograma de salida de una cuenca sujeta a una cantidad conocida de precipitación.

En un sentido más amplio puede considerarse como un análisis para seguir el caudal a través de un sistema hidrológico, dada una entrada (Viessman et al., 1989).

Un modelo hidrológico consiste de un sistema, una entrada y una salida. En hidrología superficial, el sistema es una cuenca, un embalse o un cauce de río. En el caso de una cuenca, la entrada es un hidrograma de tormenta. Para embalses y cauces de río, la entrada es un hidrograma de entrada. Para los tres casos, cuencas, embalses y cauces, la salida es un hidrograma de salida (Ponce, 1989).

Las técnicas de tránsito pueden clasificarse en:

- 1) tránsito hidrológico
- 2) tránsito hidráulico

El tránsito hidrológico también es conocido como tránsito de sistemas concentrados, en cambio el tránsito hidráulico es también llamado tránsito de sistemas distribuidos.

El tránsito hidrológico emplea la ecuación de continuidad con una relación analítica o asumida entre almacenamiento y descarga dentro del sistema. El tránsito hidráulico usa la ecuación de continuidad y la ecuación del movimiento.

En el tránsito hidrológico, el flujo se calcula como una función del tiempo únicamente en un lugar particular, mientras que en el tránsito hidráulico, el flujo se calcula como una función del espacio y del tiempo a través del sistema (Chow et al., 1994).

Las técnicas de tránsito hidráulico son de tres tipos: (1) modelo de la onda cinemática, (2) modelo de la onda de difusión, y (3) modelo de la onda dinámica (Chow et al., 1994).

El tránsito de una avenida en un cauce se requiere cuando la cuenca es grande, ya que la hipótesis de lluvia uniforme en la estimación de avenidas rara vez es razonable en estas cuencas (mayores de 5000 km<sup>2</sup>), por lo que la cuenca deberá subdividirse en subcuencas y las avenidas estimadas en éstas se integran por medio del tránsito en los cauces.

## 6.2.- TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

El tránsito de avenidas en cauces es la simulación de la variación de un hidrograma al recorrer el cauce de un río.

La mayoría de las aplicaciones del tránsito de avenidas en cauces son en análisis de avenidas de flujo, diseño de control de avenidas, o pronóstico de avenidas.

El tránsito de avenidas en cauces usa relaciones matemáticas para calcular la salida de un cauce de río, una vez que son conocidas la entrada, las aportaciones laterales y las características del cauce. El tránsito de avenidas en canales generalmente implica condiciones de flujo en canal abierto, aunque hay excepciones.

Tramo de cauce se refiere a una longitud específica del cauce de río que posee cierta traslación y propiedades de almacenamiento. El hidrograma al final del tramo aguas arriba es el hidrograma de entrada, el hidrograma al final de aguas abajo es el hidrograma de salida. Las aportaciones laterales consisten de entradas tributarias puntuales y/o distribuidas (es decir, interflujo y agua subterránea).

En este capítulo se desarrollarán 3 métodos de tránsito hidrológico.

### 6.2.1.- METODO DE MUSKINGUM

En el método básico de Muskingum, las condiciones que relacionan las entradas y salidas de un tramo de río al agua almacenada dentro de ese tramo (Fig. 6.1) son descritas por la ecuación de continuidad:

$$I - Q = dS/dt \quad (6.1)$$

y por una ecuación empírica de almacenamiento lineal:

$$S = K[xI + (1 - x)Q] \quad (6.2)$$

donde

- I gasto de entrada al tramo
- O gasto de salida del tramo
- S almacenamiento
- $dS/dt$  tasa de cambio del almacenamiento dentro del tramo
- K coeficiente de almacenamiento (dimensiones de tiempo)
- x factor de peso que especifica la importancia relativa de las entradas y las salidas en determinado almacenamiento en el tramo

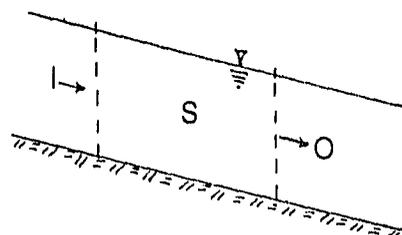


Fig. 6.1 Entrada, almacenamiento y salida de un tramo de río.

Expresando las ecuaciones (6.1) y (6.2) en forma de diferencias finitas para un intervalo de tiempo,  $\Delta t$ , la relación entre la salida al final del intervalo de tiempo a la entrada y salida al inicio del intervalo y a la entrada al final del intervalo viene dada por

$$Q_{j+1} = C_1 I_j + C_2 I_{j+1} + C_3 Q_j \quad (6.3)$$

Los coeficientes de tránsito  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  están definidos en términos de  $\Delta t$ ,  $K$  y  $x$ , como sigue:

$$C_1 = \frac{\Delta t + 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} \quad (6.4a)$$

$$C_2 = \frac{\Delta t - 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} \quad (6.4b)$$

$$C_3 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{\Delta t + 2K(1-x)} = 1 - C_1 - C_2 \quad (6.4c)$$

de donde

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (6.5)$$

Los parámetros de tránsito  $K$  y  $x$  están relacionados con las características del flujo y del cauce; el parámetro  $K$  es interpretado como el tiempo de viaje de la onda de avenida desde el final de aguas arriba hasta el final de aguas abajo de un tramo de cauce. El valor de  $x$  fluctúa entre 0.0 y 0.5.

Los parámetros  $K$  y  $x$  son determinados por calibración usando registros de escurrimiento de entrada y salida para un tramo de cauce.

Si una serie de valores concurrentes de hidrogramas de entrada y salida en el intervalo  $\Delta t$  son dados, los parámetros  $K$  y  $x$  pueden determinarse por la técnica convencional de prueba y error a través de una gráfica de  $S$  contra  $[xI + (1-x)Q]$  basada en datos conocidos de entrada y salida. (Linsley et al., 1988).

Bajo este criterio, es escogida aquella gráfica que se asemeje a una línea recta, su valor de  $x$  es adoptado y su pendiente da el valor de  $K$ .

Una vez conocidos  $x$  y  $K$ , los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  pueden obtenerse por medio de las ecuaciones (6.4). Los valores obtenidos de esta forma son válidos sólo para el tramo dado. Posteriormente el modelo puede usarse para estimar la salida al final de algún intervalo  $\Delta t$  usando la ecuación (6.3), dados un hidrograma de entrada y una condición inicial de flujo,  $Q_1$ .

#### 6.2.2.- METODO DE MUSKINGUM EXTENDIDO

El método tradicional de Muskingum usa dos parámetros de tránsito ( $K$  y  $x$ ), y es aplicable en una forma de entrada sencilla-salida sencilla sin tener en cuenta **aportaciones laterales**, y usa un procedimiento gráfico tedioso, aproximado y subjetivo para la estimación de parámetros.

O'Donnell (1985) propuso un método directo para estimar los coeficientes  $C_i$  ( $i = 1,2,3$ ) usando regresión de mínimos cuadrados. Con datos discretos, si hay  $n$  intervalos de tiempo,  $\Delta t$ , entonces pueden escribirse  $n$  ecuaciones de la forma de la ecuación (6.3)

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= C_1 I_1 + C_2 I_2 + C_3 Q_1 \\
 Q_3 &= C_1 I_2 + C_2 I_3 + C_3 Q_2 \\
 Q_4 &= C_1 I_3 + C_2 I_4 + C_3 Q_3 \\
 &\vdots \\
 Q_{j+1} &= C_1 I_j + C_2 I_{j+1} + C_3 Q_j \\
 &\vdots \\
 Q_{n+1} &= C_1 I_n + C_2 I_{n+1} + C_3 Q_n
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

Con un grupo de datos conocidos de entrada y salida, se observa que existen  $n$  ecuaciones con 3 incógnitas, tal que se forma un sistema de ecuaciones sobredeterminado, que debe ser resuelto directa y eficientemente por un procedimiento matricial.

El sistema de ecuaciones (6.6) puede expresarse en forma matricial como

$$|Q_{j+1}| = |I_j \ I_{j+1} \ Q_j| |C_i| \tag{6.7}$$

donde  $|Q_{j+1}|$  es un vector de  $(n \times 1)$  que contiene la serie de salida empezando desde el segundo valor,  $|I_j \ I_{j+1} \ Q_j|$  es una matriz rectangular  $(n \times 3)$  formada por la serie de entrada y salida, y  $|C_i|$  es un vector que contiene los tres coeficientes de tránsito. Representando  $|Q_{j+1}|$  por  $Q$ ,  $|I_j \ I_{j+1} \ Q_j|$  por  $P$  y  $|C_i|$  por  $C$ , la ecuación (6.7) se convierte en

$$Q = PC \tag{6.8}$$

La solución de mínimos cuadrados de  $C$  está dada por

$$C = (P^T P)^{-1} P^T Q \tag{6.9}$$

La solución de la ecuación (6.9) no solamente proporciona estimados de los valores de los tres coeficientes  $C_i$  directamente, sino que los estimados así encontrados son mejores en el sentido de mínimos cuadrados.

Los coeficientes  $C_i$  así obtenidos tendrán en cuenta algún efecto de **aportación lateral** en el procedimiento de tránsito y, debido a esto, los valores estimados no garantizan que los coeficientes sumen la unidad, por lo que será conveniente distinguir los coeficientes en este modelo extendido usando  $D_i$  en lugar de  $C_i$ .

Haciendo esto, la ecuación (6.3) toma la forma

$$Q_{j+1} = D_1 I_j + D_2 I_{j+1} + D_3 Q_j \quad (6.10)$$

O'Donnell (1985) ha mostrado que, el efecto de aportación lateral, el cual es directamente proporcional a la entrada  $I$  en el tramo con un factor de proporcionalidad,  $\alpha$  (como se indica en la Fig. 6.2), será reflejado en los valores de los coeficientes  $C_1$  y  $C_2$ .

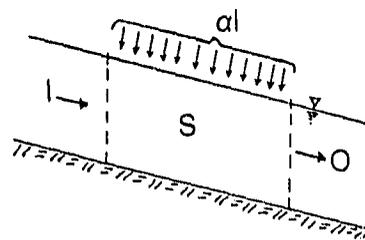


Fig. 6.2 Entrada, almacenamiento, salida y aportación lateral de un tramo de río.

Usando  $D$  en lugar de  $C$  en la ecuación (6.9), se obtienen directamente los valores de los tres coeficientes  $D_i$ , los cuales convierten al modelo de Muskingum en un modelo de tres parámetros ( $K$ ,  $x$ ,  $\alpha$ ). Básicamente, los coeficientes  $D_i$  son suficientes para propósitos de reconstrucción o diseño por medio de la ecuación (6.10). Sin embargo, es de interés relacionar los tres parámetros  $K$ ,  $x$  y  $\alpha$  con los  $D_i$  (y viceversa):

$$K = \Delta t \frac{D_1 + D_2 D_3}{(1 - D_3)(D_1 + D_2)} \quad (6.11a)$$

$$x = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{D_2 + D_1 D_3}{D_1 + D_2 D_3} \right\} \quad (6.11b)$$

$$\alpha = \frac{D_1 + D_2 + D_3 - 1}{1 - D_3} \quad (6.11c)$$

$$D_1 = (1 + \alpha) \frac{\Delta t + 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} = (1 + \alpha) C_1 \quad (6.12a)$$

$$D_2 = (1 + \alpha) \frac{\Delta t - 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} = (1 + \alpha) C_2 \quad (6.12b)$$

$$D_3 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{\Delta t + 2K(1-x)} = C_3 \quad (6.12c)$$

Si no hay aportación lateral, entonces  $\alpha = 0$  y los  $D_i$  de las ecuaciones (6.12), se reducen a los  $C_i$  de las ecuaciones (6.4), debiéndose cumplir que  $\Sigma C_i = 1$ .

Es conveniente señalar que, es posible que ocurra salida lateral en algunos tramos de río, es decir,  $\alpha$  puede tomar un valor negativo.

### 6.2.3.- MODELO DE MUSKINGUM EXTENDIDO PARA TRIBUTARIOS MULTIPLES

En el caso de tributarios múltiples juntándose a la corriente principal en diferentes puntos arriba de la estación aguas abajo, y los tributarios siendo aforados en varias distancias aguas arriba de sus puntos respectivos de confluencia (Figura 6.3), el tránsito del tramo no simplemente consiste en un canal sencillo, sino de una red de tramos de cauce con varias capacidades de descarga y longitudes.

Khan (1993), extendió la aplicación del modelo de Muskingum a un sistema de ríos de tributarios múltiples. La ecuación de tránsito es derivada en términos de entradas múltiples y una salida sencilla. En la estimación de los coeficientes de tránsito se considera algún efecto de aportación lateral al tramo de tránsito y flujos tributarios no aforados.

El modelo de Muskingum puede aplicarse a este problema sumando los flujos tributarios concurrentes para representar una entrada total sencilla  $I$  y de allí en adelante suponer válidas las ecuaciones (6.1), (6.2) y (6.3) para el tránsito del tramo. Tales suposiciones pueden ser razonables si los tributarios son igualmente importantes en la determinación del almacenamiento en el tramo de tránsito. Sin embargo, estas suposiciones serán dudosas si el efecto de los tributarios individuales en el almacenamiento varía significativamente debido a sus puntos variables de confluencia y/o debido a variaciones de las distancias relativas de sus

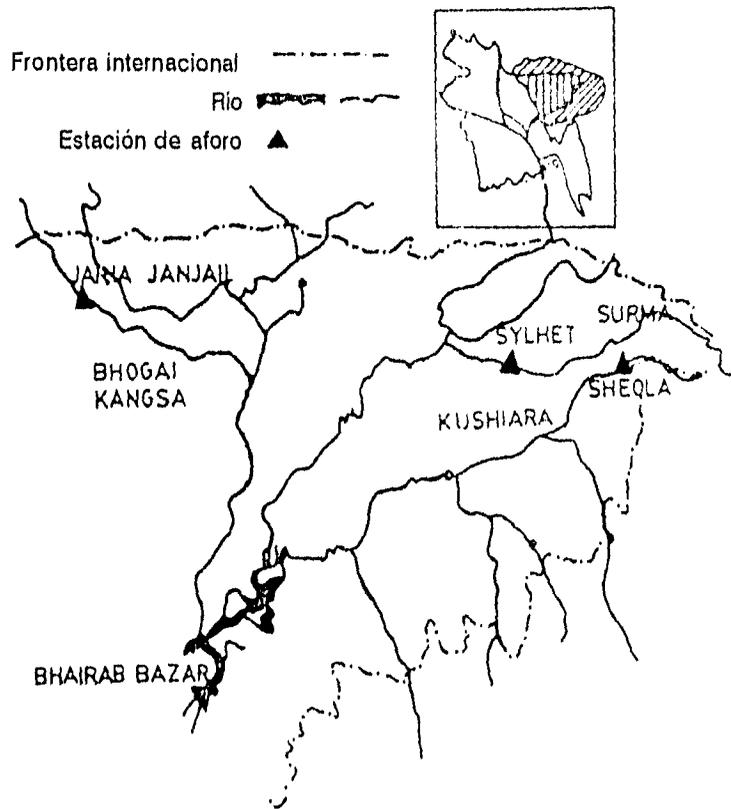


Fig. 6.3 Red de tramos de río con diversas capacidades de descarga y longitudes.

puntos de aforo desde la estación aguas arriba.

En el siguiente desarrollo, presentado por Khan (1993), se hacen intentos para superar esta dificultad, incorporando todos los tributarios aforados en la ecuación de tránsito como entradas independientes.

Para  $m$  tributarios, cuyas tasas de flujo están representadas por  $i^{(1)}$ ,  $i^{(2)}$ , .....  $i^{(m)}$ , la ecuación de continuidad puede escribirse como

$$[ i^{(1)} + i^{(2)} + \dots + i^{(m)} ] - Q = dS/dt \quad (6.13)$$

y la ecuación de almacenamiento como

$$S = K[ x_1 i^{(1)} + x_2 i^{(2)} + \dots + x_m i^{(m)} + (1 - x)Q ] \quad (6.14)$$

donde  $x_1$ ,  $x_2$ , .....  $x_m$  representan importancias relativas de los tributarios con entradas  $i^{(1)}$ ,  $i^{(2)}$ , .....  $i^{(m)}$ , respectivamente, en la determinación del almacenamiento, y  $x$  es su peso medio definido como

$$x = \frac{x_1 i^{(1)} + x_2 i^{(2)} + \dots + x_m i^{(m)}}{i^{(1)} + i^{(2)} + \dots + i^{(m)}} \quad (6.15)$$

Si  $x_1 = x_2 = \dots = x_m = x$ , la ecuación (6.14) se reduce a la ecuación básica de almacenamiento de Muskingum (6.2). En forma de diferencias finitas, la ecuación de tránsito puede obtenerse de las ecuaciones (6.13) y (6.14), como

$$Q_{j+1} = C_1^{(1)} i_j^{(1)} + C_1^{(2)} i_j^{(2)} + \dots + C_1^{(m)} i_j^{(m)} + C_2^{(1)} i_{j+1}^{(1)} + C_2^{(2)} i_{j+1}^{(2)} + \dots + C_2^{(m)} i_{j+1}^{(m)} + C_3 Q_j \quad (6.16)$$

o bien

$$Q_{j+1} = C_1^{(p)} i_j^{(p)} + C_2^{(p)} i_{j+1}^{(p)} + C_3 Q_j \quad (6.17)$$

donde  $C_1^{(1)}, C_1^{(2)}, \dots, C_1^{(m)}$  son los diversos coeficientes  $C_1$  asociados con las entradas de los tributarios 1, 2, ..., m, respectivamente, al inicio del intervalo de tránsito, y similarmente,  $C_2^{(1)}, C_2^{(2)}, \dots, C_2^{(m)}$  son los diversos coeficientes  $C_2$  asociados con las entradas correspondientes al final del intervalo.

La relación entre los coeficientes  $C_1^{(p)}, C_2^{(p)}$  y  $C_3$  y los parámetros  $x_1, x_2, \dots, x_m$  y  $K$  se convierte en

$$C_1^{(p)} = \frac{\Delta t + 2Kx_p}{\Delta t + 2K(1-x)} \quad (6.18a)$$

$$C_2^{(p)} = \frac{\Delta t - 2Kx_p}{\Delta t + 2K(1-x)} \quad (6.18b)$$

$$C_3 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{\Delta t + 2K(1-x)} \quad (6.18c)$$

con  $p = 1, 2, \dots, m$ .

Aquí también los coeficientes de tránsito pueden estimarse directamente por

regresión de mínimos cuadrados. Para datos de  $n$  intervalos de tiempo  $\Delta t$ , la forma de la matriz equivalente a (6.7) se convertirá en

$$|Q_{j+1}| = | \begin{matrix} I_j^{(1)} & I_j^{(2)} & \dots & I_j^{(m)} \\ I_{j+1}^{(1)} & I_{j+1}^{(2)} & \dots & I_{j+1}^{(m)} \end{matrix} Q_j | |C_j| \quad (6.19)$$

En forma similar como se obtuvo la ecuación (6.8), si la matriz de salida se representa por  $Q$ , la matriz rectangular por  $P$  y la matriz para los coeficientes por  $C$ , entonces la ecuación (6.9) proporcionará la solución para los coeficientes.

A fin de considerar alguna aportación lateral, no es necesaria ninguna modificación adicional de la ecuación (6.16), excepto que los coeficientes van a ser estimados por regresión de mínimos cuadrados. Una vez estimados los coeficientes, la ecuación (6.16) puede usarse recursivamente para reconstruir un hidrograma de salida o ser usado para pronóstico de flujo en la estación aguas abajo.

Khan (1993), aplicó el modelo de Muskingum extendido a un sistema del río Meghna, en Bangladesh, cuyos resultados revelan que en el caso de tributarios múltiples, la forma extendida del modelo de Muskingum, relacionando entradas múltiples a salida sencilla, se desempeña mejor que su forma entrada sencilla-salida sencilla.

#### 6.2.4.- MODELO ARMA(p,q) PARA TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

El modelo ARMA (p,q) o autorregresivo de promedios móviles de órdenes  $p$  y  $q$ , para el tránsito hidrológico de avenidas, es el mismo que aquel presentado en la sección 5.4 (Wang et al., 1987) para la transformación lluvia efectiva-escurrimiento.

El modelo ARMA expresa la descarga presente en una estación aguas abajo como una combinación lineal de entradas presentes y pasadas en la estación aguas arriba y salidas pasadas observadas en la estación aguas abajo.

El proceso autorregresivo de promedios móviles de órdenes  $p$  y  $q$  o ARMA(p,q) se representa por (Box and Jenkins, 1976):

$$(1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_p B^p) Q(t) = (b_0 + b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q) I(t) \quad (6.20)$$

donde  $B$  es un operador de cambio hacia atrás, por ejemplo  $B[Q(t)] = Q(t-1)$ .

La ecuación de tránsito de Muskingum es un caso especial del modelo general ARMA representado por la ecuación (6.20). La ecuación de tránsito de Muskingum resulta cuando  $p = 1$  y  $q = 1$ , es decir, es un modelo ARMA(1,1), esto es:

$$Q(t) = a_1 Q(t-1) + b_0 I(t) + b_1 I(t-1) \quad (6.21)$$

donde  $I(t)$  y  $I(t-1)$  son las entradas a un tramo de río durante el tiempo  $t$  y  $t-1$ , respectivamente, y  $Q(t)$  y  $Q(t-1)$  son las salidas correspondientes.

Las unidades de tiempo usadas en tránsito de avenidas es generalmente de un día o menos. El tiempo de viaje en el tramo puede ser de varias unidades de tiempo.

Similarmente, un modelo ARMA (3,2) se representa de la forma:

$$Q(t) = a_1Q(t-1) + a_2Q(t-2) + a_3Q(t-3) + b_0I(t) + b_1I(t-1) + b_2I(t-2) \quad (6.22)$$

donde las  $a$ 's y las  $b$ 's son parámetros de tiempo invariante a estimarse.

El método usado para estimación de parámetros es el de programación cuadrática, ya citado en la sección 5.4. La función objetivo a minimizar es

$$F(\beta) = e^T e = (Q - D\beta)^T (Q - D\beta) \quad (6.23)$$

sujeta a

$$\sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j = 1 \quad (6.24)$$

donde

$$Q = [Q(1), Q(2), \dots, Q(m)]^T$$

$$\beta = [a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q]$$

y

$$D = \begin{bmatrix} Q(t-1) & Q(t-2) & \dots & I(t) & I(t-1) & \dots \\ Q(t) & Q(t-1) & & I(t+1) & I(t) & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\ Q(m-1) & Q(m-2) & \dots & Q(m-p) & I(m) & I(m-1) & \dots & I(m-q) \end{bmatrix}$$

Empleando el método Lagrangiano la función objetivo se convierte en (Wang et al., 1987):

$$L(\beta, \lambda) = F(\beta) + \lambda \left( \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j - 1 \right) \quad (6.25)$$

donde  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange. Derivando parcialmente respecto a  $\beta$  y a  $\lambda$ , se obtiene:

$$\frac{\partial L(\beta, \lambda)}{\partial \beta} = 2D^T D \beta - 2D^T Q + \lambda = 0 \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial L(\beta, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j - 1 = 0 \quad (6.27)$$

Como la función Lagrangiana es cuadrática, sus primeras derivadas forman un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con incógnitas a's, b's y  $\lambda$ .

El número de incógnitas y el número de ecuaciones son exactamente las mismas e igual a  $(p + q + 2)$ . La solución simultánea de las ecuaciones (6.26) y (6.27) dan directamente  $\beta$ .

### 6.3.- TRANSITO DE AVENIDAS EN EMBALSES

El tránsito de avenidas en embalses es un procedimiento que sirve para determinar el hidrograma de salida de una presa dado un hidrograma de entrada.

Un embalse es un carácter distintivo natural o artificial diseñado para almacenar agua entrante y liberarla en tasas reguladas. Los depósitos de agua superficial deben distinguirse de los depósitos naturales de agua subterránea. Los depósitos de agua superficial almacenan agua para diversos usos, incluyendo, generación hidroeléctrica, suministro de agua municipal e industrial, control de avenidas, riego, navegación, calidad del agua, y recreación.

El tránsito en embalses usa relaciones matemáticas para calcular la salida de un depósito una vez que son conocidas la entrada, condiciones iniciales, características del depósito, y reglas operacionales.

Como en el caso del tránsito de avenidas en cauces, las técnicas de tránsito de avenidas en embalses también utilizan la ecuación de continuidad

$$I - O = dS/dt \quad (6.28)$$

donde

I      gasto de entrada al vaso

O gasto de salida del vaso  
 S almacenamiento del vaso  
 t tiempo  
 $dS/dt$  variación del volumen almacenado en el tiempo

El gasto de salida del vaso dependerá de si el flujo es descargado por la obra de toma, por un vertedor de derrame, o una combinación de los dos (Figura 6.4).

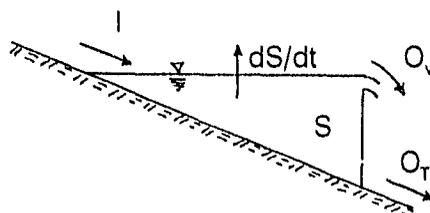


Fig. 6.4 Entrada, salida, y cambio en el almacenamiento de un embalse.

El gasto sobre un vertedor no controlado (o libre) puede escribirse de consideraciones de energía, momentum y continuidad de la forma (Viessman et al., 1989):

$$O_v = CL(h-h_c)^{3/2} \quad (6.29)$$

donde

$O_v$  gasto de salida del vertedor,  $m^3/s$   
 C coeficiente de descarga, igual a 2.0  
 L longitud de cresta del vertedor, m  
 h elevación de la superficie libre del vaso, m  
 $h_c$  elevación de la cresta del vertedor, m

Es obvio que, si  $h \leq h_c$ ,  $O = 0$ , por lo que la ecuación (6.29) sólo es válida si  $h > h_c$ .

El gasto a través de la obra de toma (salida libre de un conducto cerrado) es (Viessman et al., 1989):

$$O_T = C_d A (2gh_T)^{1/2} \quad (6.30)$$

donde

- $O_T$  gasto de salida de la obra de toma,  $m^3/s$   
 $A$  área total del tubo de descarga,  $m^2$   
 $g$  aceleración de la gravedad e igual a  $9.81 m/s^2$   
 $C_d$  coeficiente de descarga del tubo  
 $h_T$  carga hidráulica medida desde la línea central de la salida del tubo, hasta la superficie libre del agua del embalse, m.

La ecuación (6.30) es aplicable sólo cuando el tubo sale lleno.

La salida total de la presa será

$$O = O_v + O_T \quad (6.31)$$

Para llevar a cabo el tránsito de la avenida por el vaso se requiere de las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos de salida, así como de las condiciones iniciales del agua en el vaso y de los gastos de entrada  $I$ .

Si se acepta que la curva elevaciones-capacidades se representa como

$$S = a h^b \quad (6.32)$$

donde  $S$  es el volumen de almacenamiento en el embalse en ( $m^3$ ) y  $h$  es la elevación de la superficie libre del vaso (en m), mientras que  $a$  y  $b$  son constantes obtenidas mediante análisis de regresión para cada vaso en particular, se tiene que

$$dS = a b h^{b-1} dh \quad (6.33)$$

Entonces la ecuación de continuidad (6.28) puede escribirse como

$$I - O = a b h^{b-1} \frac{dh}{dt} \quad (6.34)$$

y

$$\frac{dh}{dt} = \frac{I - O}{a b h^{b-1}} \quad (6.35)$$

Para resolver la ecuación diferencial (6.35) se propone el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden (Chapra et al., 1987).

Si

$$f(t, h) = \frac{I(t) - O(t, h)}{a b h^{b-1}} \quad (6.36)$$

el gasto de salida al final de cada intervalo será

$$Q_{n+1} = O(h_{n+1}) \quad (6.37)$$

donde:

$$h_{n+1} = h_n + \Delta t/6 [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \quad (6.38)$$

en la que:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, h_n) \\ k_2 &= f(t_n + \Delta t/2, h_n + \Delta t/2 k_1) \\ k_3 &= f(t_n + \Delta t/2, h_n + \Delta t/2 k_2) \\ k_4 &= f(t_n + \Delta t, h_n + \Delta t k_3) \end{aligned} \quad (6.39)$$

## **7 PROGRAMAS DE COMPUTO Y APLICACIONES**

---

### **7.1.- DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS DE COMPUTO**

Para la aplicación del modelo desarrollado se ha elaborado un conjunto de programas de cómputo, los cuales están escritos en lenguaje de programación BASIC. Los programas pueden ejecutarse en Microsoft Qbasic, o bien, en QuickBasic (QB).

Qbasic es un intérprete desarrollado por microsoft para los ordenadores personales. Esta versión de BASIC forma parte del paquete MS-DOS versión 5 a la 6.22.

El programa de cómputo tiene dos opciones:

- a) Análisis en cuencas totales, aforadas y no aforadas
- b) Análisis en cuencas discretizadas, aforadas y no aforadas

Las cuencas totales son aquellas que, para su análisis, por su tamaño no requieren dividirse en subcuencas; por el contrario, las cuencas discretizadas son aquellas que sí requieren esta subdivisión.

#### **7.1.1.- DESCRIPCION DE PROGRAMAS PARA ANALISIS DE CUENCAS TOTALES**

El análisis en cuencas totales tiene a su vez las siguientes opciones:

- 1.- Calibración de parámetros
- 2.- Pronóstico de avenidas con hidrograma unitario instantáneo
- 3.- Pronóstico de avenidas con modelación ARMA(p,q)
- 4.- Pronóstico de avenidas con hidrograma unitario adimensional o sintético
- 5.- Predicción de avenidas con hidrograma unitario adimensional, asociadas a diferentes períodos de retorno

Las primeras tres subopciones se utilizan en cuencas aforadas y las dos restantes en cuencas no aforadas.

##### **7.1.1.1.- CALIBRACION DE PARAMETROS**

La calibración se lleva a cabo cuando se dispone de datos de lluvia y de

escurrimiento en la cuenca en estudio (cuencas aforadas). Los parámetros de infiltración y los parámetros para la transformación lluvia-escurrimiento son determinados en esta subopción.

La calibración de parámetros incluye las siguientes opciones:

- 1.- Captura de datos
- 2.- Cálculo de la infiltración y lluvia en exceso
- 3.- Cálculo del HUI por el método de mínimos cuadrados
- 4.- Cálculo del HUI por el método de mínimos cuadrados suavizados
- 5.- Cálculo del HUI por diferencias finitas
- 6.- Cálculo del HUI por optimización de Rosenbrock
- 7.- Transformación lluvia-escurrimiento mediante proceso ARMA(p,q)

En la captura de datos se piden los datos básicos, como son nombre de la cuenca, su área, hietograma de lluvia, hidrograma de escurrimiento directo, así como el incremento de tiempo de éstos.

En el cálculo de la infiltración y lluvia en exceso (opción 2), con los datos anteriores se calcula la precipitación total, la lámina de escurrimiento directo y la infiltración total durante el evento analizado. La infiltración total se obtiene restando la lámina de escurrimiento directo a la altura de precipitación total.

La calibración en el algoritmo de infiltración consiste en encontrar los parámetros de infiltración a través del número N de la curva de escurrimiento. El procedimiento se refiere a igualar la infiltración total obtenida de los datos (hidrograma y hietograma) con la lámina infiltrada hasta el último intervalo del hietograma utilizando los parámetros de infiltración, evaluada por medio de la ecuación (4.22) y (4.24). Este proceso se realiza utilizando el método numérico de bisección. El algoritmo de infiltración que corresponde a las ecuaciones (4.21) a (4.26), permite la calibración de los parámetros de infiltración K y S<sub>i</sub> a través del número N de la curva de escurrimiento por medio de las ecuaciones (4.16). La fórmula de Green-Ampt (4.22) se resuelve mediante el método numérico de Newton-Raphson.

El hietograma de lluvia en exceso se obtiene restando la infiltración acumulada de la precipitación acumulada y luego tomando diferencias sucesivas de los valores resultantes.

Una vez determinado el hietograma de lluvia en exceso, se procede a estimar, también por calibración, los parámetros para realizar la transformación de lluvia efectiva a escurrimiento, para lo cual se proponen dos metodologías.

La primera metodología es usar el enfoque del Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI). Para estimar las ordenadas del HUI se presentan cuatro opciones (3, 4, 5, 6).

La secuencia más adecuada para estimar el HUI sería utilizar primero el método de mínimos cuadrados, y si presenta oscilaciones y/o valores negativos mejorar su forma con el método de mínimos cuadrados suavizados, o bien mediante el método de estabilización por diferencias finitas, proponiendo valores del factor de suavizado y/o estabilización. Estas técnicas resuelven las ecuaciones (5.13), (5.16) y (5.21), las cuales llegan a formar un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución se realiza por medio del método de eliminación de Gauss. En estos métodos se utilizan multiplicadores de Lagrange con la finalidad de hacer cumplir la restricción de volumen dada por la ecuación (5.11).

La forma del HUI también es posible mejorarla mediante el método de optimización de Rosenbrock (opción 6), donde se minimiza la función objetivo dada por la ecuación (5.22), sujeta a las restricciones dadas por las ecuaciones (5.23) y (5.24).

La segunda metodología propuesta (opción 7), es un método alternativo para la transformación lluvia-escorrentía, denominado ARMA(p,q) que es un modelo autorregresivo de promedios móviles de órdenes p y q, cuyos parámetros se obtienen resolviendo las ecuaciones (5.29) y (5.30).

#### 7.1.1.2.- PRONOSTICO DE AVENIDAS CON HUI ASIGNADO

El pronóstico de avenidas con hidrograma unitario instantáneo (HUI) se lleva a cabo utilizando el HUI obtenido previamente en el proceso de calibración, por lo que se realiza en cuencas aforadas.

Esta opción incluye las siguientes subopciones:

- 1.- Captura de datos
- 2.- Cálculo de la infiltración y lluvia efectiva
- 3.- Transformación lluvia-gasto por convolución

En la captura de datos se accesan el área de la cuenca, el número N de la curva de escurrimiento, el hietograma de lluvia de diseño, las ordenadas del HUI obtenidas previamente por calibración para la cuenca analizada, así como el incremento de tiempo.

En la subopción 2, con el número N de la curva de escurrimiento y el hietograma de lluvia se obtiene el correspondiente hietograma de lluvia en exceso. En la subopción 3, por convolución entre este último y el HUI se pronostica el hidrograma de la avenida.

#### 7.1.1.3.- PRONOSTICO DE AVENIDAS CON MODELACION ARMA(p,q)

El pronóstico de avenidas con modelación ARMA(p,q), incluye las mismas opciones que el pronóstico con HUI, la única diferencia es que en la captura de datos se accésan los parámetros del modelo ARMA(p,q) obtenidos en la calibración, los cuales son usados en la transformación lluvia-gasto mediante las ecuaciones adecuadas.

#### 7.1.1.4.- PRONOSTICO DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL (O SINTETICO)

El pronóstico de avenidas con hidrograma unitario adimensional (HUA) se utiliza en cuencas no aforadas, mediante el uso de un hidrograma unitario sintético.

Esta opción incluye las siguientes subopciones:

- 1.- Captura de datos
- 2.- Cálculo de la infiltración y lluvia efectiva
- 3.- Cálculo del hidrograma unitario adimensional método SCS
- 4.- Cálculo del hidrograma unitario adimensional método Wilson-Brown
- 5.- Transformación lluvia efectiva-gasto por convolución

La captura de datos incluye el área de la cuenca y algunas características de la misma, como son longitud máxima de la cuenca y diferencia de elevación máxima, cuando se cuenta con estos datos. También se pide el tiempo de concentración y el valor del número N de la curva de escurrimiento. También se requiere del hietograma de lluvia de diseño, su incremento de tiempo y la duración de la tormenta.

A partir del número N de la curva de escurrimiento, y del hietograma de lluvia, en la opción 2 se obtiene el hietograma de lluvia en exceso. Para evaluar el hidrograma unitario sintético se proponen dos técnicas: método del Soil Conservation Soil (SCS) (opción 3) y el método de Wilson y Brown (opción 4). En este último se resuelven las ecuaciones (5.42) a la (5.47). La opción 5 realiza la convolución para estimar el hidrograma de la avenida en una cuenca no aforada.

#### 7.1.1.5.- PREDICCION DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL, ASOCIADAS A DIFERENTES PERIODOS DE RETORNO

La predicción de avenidas asociadas a diferentes periodos de retorno se lleva a cabo en cuencas no aforadas, utilizando tormentas sintéticas o hietogramas sintéticos con diversos periodos de retorno y un hidrograma unitario sintético, obtenido previamente en la opción pronóstico de avenidas con hidrograma unitario adimensional.

Esta subopción incluye lo siguiente:

- 1.- Captura de datos
- 2.- Construcción de tormentas sintéticas
- 3.- Cálculo de la infiltración y lluvia efectiva
- 4.- Transformación lluvia-gasto por convolución

En la captura de datos se accesan el área de la cuenca, el valor del número N de la curva de escurrimiento, así como la duración seleccionada de la tormenta de diseño, su incremento de tiempo y los datos del HUS, el cual se obtiene previamente como ya se mencionó. El incremento del tiempo de la tormenta debe corresponder al del HUS.

La construcción de tormentas sintéticas se lleva a cabo usando curvas intensidad-duración-período de retorno, las cuales se obtienen mediante el criterio de Kothyari y Garde que corresponde a la ecuación (3.1) o (3.2). Se obtienen tormentas sintéticas para períodos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50, 100, 250 y 500 años.

En el cálculo de la infiltración y lluvia efectiva, se obtiene el hietograma de lluvia en exceso para los diferentes períodos de retorno. Posteriormente, el hidrograma de la avenida que se predice se obtiene por convolución entre la lluvia en exceso y el hidrograma unitario sintético proporcionado.

#### 7.1.2.- DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS DE COMPUTO PARA ANALISIS DE CUENCAS DISCRETIZADAS

En esta subopción se integran los eventos (avenidas) de cada subcuenca de la cuenca general en la salida de esta última.

El análisis en cuencas discretizadas tiene dos opciones de uso:

- 1.- Calibración
- 2.- Pronóstico

En los dos casos la integración de eventos a la salida de la cuenca general se realiza llevando a cabo el tránsito de las avenidas de las subcuencas mediante el método de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples.

En el caso de la **calibración** al aplicar el método de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples, se requieren los hidrogramas de las avenidas de cada subcuenca (hidrogramas de entrada), así como el de la salida de la cuenca general. El método arroja como resultado 2 parámetros de tránsito para cada entrada (subcuenca) y un parámetro de tránsito para la salida (cuenca general).

Con los parámetros de tránsito obtenidos, para cualquier avenida que se presente en las subcuencas, es posible **pronosticar** a la salida de la cuenca general el hidrograma correspondiente.

Con el objeto de simplificar la aplicación del método de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples, se propone lo siguiente:

Cuando en la cuenca en estudio existen subcuencas con datos de lluvia y de escurrimiento, primero se obtienen las ordenadas del HUI, o bien los parámetros de la modelación ARMA (p,q), a través de la opción **calibración de parámetros en cuencas totales**, obteniéndose también el hidrograma calibrado correspondiente a cada subcuenca.

Cuando en las subcuencas no existe información hidrológica, la estimación de avenidas en cada una de ellas se lleva a cabo por medio de la opción **pronóstico de avenidas con hidrograma unitario adimensional en cuencas totales**.

Una vez obtenidos los hidrogramas de las avenidas de cada subcuenca en forma separada, éstos se accesan en la Captura de Datos correspondiente para la aplicación del modelo de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples. En la calibración también se requiere del hidrograma de salida de la cuenca general, mientras que en el pronóstico se requieren los valores de los coeficientes de tránsito obtenidos en la calibración.

### 7.1.3.- USO DE LOS PROGRAMAS DE COMPUTO

Los programas de cómputo que están incluidos en las diferentes opciones descritas, trabajan de la siguiente manera: cuando se elige una opción, ésta se procesa y los resultados finales se envían a un archivo de datos; al elegir la siguiente opción el archivo es abierto para "jalar" los datos que serán usados en la misma. La secuencia de cálculo más lógica generalmente es elegir las opciones en orden ascendente (1, 2, 3, .....).

### 7.2.- APLICACIONES

A continuación se presentan las aplicaciones realizadas en algunas cuencas, tanto totales como discretizadas.

## 7.2.1.- APLICACION A CUENCAS TOTALES, AFORADAS Y NO AFORADAS

### EJEMPLO DE APLICACION 1

Esta primera aplicación se realizó para una cuenca con superficie de 7510 km<sup>2</sup>. Se procesó la avenida del 28 de octubre al 3 de noviembre de 1971, en la estación hidrométrica San Bernardo sobre el Río Mayo en Sonora, originada por la tormenta del 28 y 29 de octubre de 1971, registrada en la estación pluviográfica Isleta de la Presa Adolfo Ruiz Cortines, analizada con intervalos de 8 horas. Los datos y resultados se presentan en las páginas 79 y 80, pudiéndose observar una buena reproducción del hidrograma registrado, identificando las ordenadas del HUI por el método de mínimos cuadrados.

### EJEMPLO DE APLICACION 2

Se procesó la tormenta ocurrida el 11 de septiembre de 1986, en la cuenca de la estación hidrométrica Sardinias, Durango, analizada con intervalos de 4 horas. La cuenca tiene un área de 4911 km<sup>2</sup>. En esta ocasión se aplicó modelación ARMA(p,q) para la transformación lluvia-escorrentía, cuyos resultados se reportan en las páginas 81 y 82, observándose también una buena reproducción del hidrograma observado.

### EJEMPLO DE APLICACION 3

En la página 83 y 84 se muestran los datos y resultados para la tormenta ocurrida el día 10 de octubre de 1978 en la estación hidrométrica Río Mixcoac, D.F. La cuenca tiene un área de 31.5 km<sup>2</sup>. Se observa una buena reproducción del hidrograma registrado. La información hidrológica fue obtenida de Franco y Padilla (1980).

### EJEMPLO DE APLICACION 4

En la página 85 y 86 se presentan los datos y resultados del pronóstico de la avenida para la tormenta del 11 de julio de 1993, en el Río Guanajuato, Gto., usando el hidrograma unitario adimensional del Soil Conservation Service. Los datos fueron obtenidos de OMG (1995).

### EJEMPLO DE APLICACION 5

Se realizó la predicción de avenidas en el Río Guanajuato, usando tormentas

sintéticas asociadas a diferentes períodos de retorno y el hidrograma unitario adimensional del Soil Conservation Service, obtenido previamente en el ejemplo de aplicación 4, mediante las características de la cuenca. Los datos y resultados se muestran en las páginas 87 a 89. Los datos fueron obtenidos de OMG(1995).

## 7.2.2.- APLICACION A CUENCAS DISCRETIZADAS

### EJEMPLO DE APLICACION 6

Se llevó a cabo la calibración de parámetros de la cuenca del Río Red para la avenida del 12 de Junio de 1968, cuya información fue tomada de Campos (1994). Los hidrogramas de las avenidas en cada subcuenca fueron obtenidos por separado mediante la aplicación de la opción Pronóstico de Avenidas con Hidrograma Unitario Adimensional en cuencas totales, los cuales, junto con el hidrograma de salida de la cuenca general, fueron accesados, para la aplicación del método de Muskingum Extendido para Múltiples tributarios. Los datos y resultados se reportan en las páginas 90-93.

## EJEMPLO DE APLICACION 1

ESTACION: San Bernardo, Río Mayo, Sonora  
 AREA DE LA CUENCA: 7510.00 km<sup>2</sup>  
 NUMERO DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO: 93.36  
 TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO: 5.763 horas  
 PRECIPITACION TOTAL: 71.00 mm  
 INFILTRACION TOTAL: 28.2 mm  
 PRECIPITACION EN EXCESO: 43.8 mm  
 INCREMENTO DE TIEMPO: 8 horas

## CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 28 DE OCTUBRE AL 3 DE NOVIEMBRE DE 1971

NUMERO DE INCREMENTO	PRECIPITACION (mm)		ORDENADAS DEL H U	HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO (m <sup>3</sup> /s)	
	TOTAL	EXCESO		REGISTRADO	CALCULADO
1	18.5	5.2	0.0246	0.0	33.4
2	41.5	33.5	0.2099	508.7	499.6
3	0.0	0.0	0.3485	308.7	2305.9
4	12.0	5.1	0.2076	3380.0	3358.2
5			0.0683	2188.7	2185.1
6			0.0329	1108.7	1105.1
7			0.0318	808.0	808.4
8			0.0234	400.0	398.3
9			0.018	298.7	295.0
10			0.0095	168.0	168.3
11			0.0080	128.0	126.4
12			0.0073	160.7	105.1
13			0.0055	85.3	83.0
14			0.0037	68.7	64.8
15			0.0034	48.0	46.5
16			0.0022	40.0	40.2
17				28.7	24.1
18				18.7	4.8
19				0.0	2.9
SUMA	72.0	43.8	1.0000		

ERROR ESTANDAR = 8.6 m<sup>3</sup>/s

METODO: Mínimos cuadrados

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

EJEMPLO DE APLICACION 1  
 CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 28 OCT AL 3 NOV 1971  
 ESTACION HIDROMETRICA SAN BERNARDO, RIO MAYO, SONORA

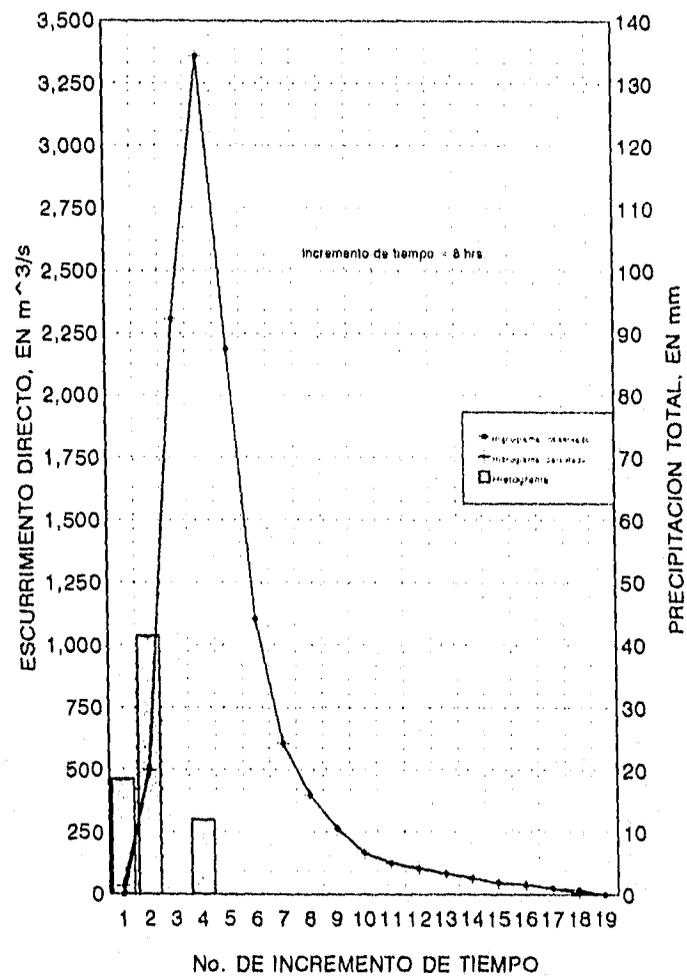


Figura 7.1

## EJEMPLO DE APLICACION 2

ESTACION: Sardinas, Durango  
 AREA DE LA CUENCA: 4911.00 km<sup>2</sup>  
 NUMERO DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO: 93.69  
 TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO: 4.521 horas  
 PRECIPITACION TOTAL: 24.20 mm  
 INFILTRACION TOTAL: 17.1 mm  
 PRECIPITACION EN EXCESO: 7.1 mm  
 INCREMENTO DE TIEMPO: 4 horas

## CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 11 SEPTIEMBRE DE 1986

NUMERO DE INCREMENTO	PRECIPITACION (mm)		HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO (m <sup>3</sup> /s)	
	TOTAL	EXCESO	REGISTRADO	CALCULADO
1	6.6	0.0	0.0	8.4
2	7.1	1.9	20.0	17.0
3	9.3	5.2	60.0	66.6
4	1.2	0.0	422.0	421.1
5			492.0	490.1
6			489.0	487.4
7			428.0	424.3
8			269.0	267.2
9			111.0	109.1
10			69.0	68.3
11			36.0	34.0
12			18.0	12.0
13			0.0	7.0

ERROR ESTANDAR = 3.9 m<sup>3</sup>/s

METODO: Proceso ARMA(4,6)

LOS PARAMETROS DEL MODELO ARMA(4,6) SON:

$a_1 = 0.2001$

$a_2 = 0.0443$

$a_3 = 0.1164$

$a_4 = -0.0358$

$b_0 = 0.0130$

$b_1 = -0.0118$

$b_2 = 0.1636$

$b_3 = 0.1720$

$b_4 = 0.1470$

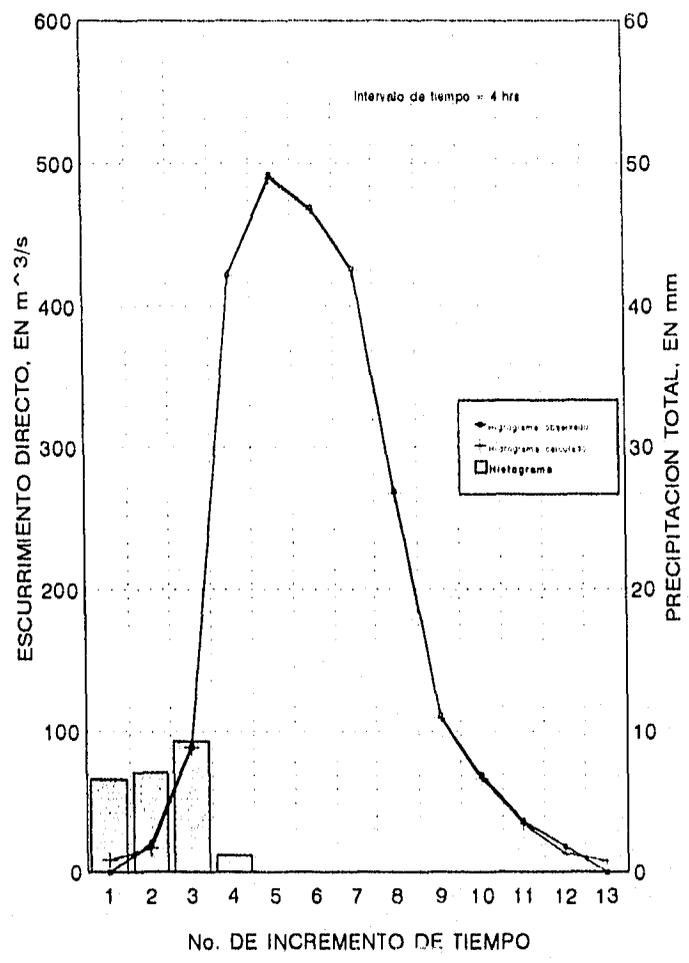
$b_5 = 0.1238$

$b_6 = 0.0674$

$\phi = 0.0016$  (multiplicador de Lagrange)

SUMA DE PARAMETROS = 1.0000

EJEMPLO DE APLICACION 2  
 CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 11 SEPTIEMBRE 1986  
 ESTACION HIDROMETRICA SARDINAS, DURANGO



METODO ARMA (4,6)

Figura 7.2

## EJEMPLO DE APLICACION 3

ESTACION: Río Mixcoac, D.F.  
 AREA DE LA CUENCA: 31.5 km<sup>2</sup>  
 NUMERO DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO: 80.69  
 TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO: 0.534 horas  
 PRECIPITACION TOTAL: 14.1 mm  
 INFILTRACION TOTAL: 12.2 mm  
 PRECIPITACION EN EXCESO: 1.9 mm  
 INCREMENTO DE TIEMPO: 0.167 horas

CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 1° DE OCTUBRE DE 1978

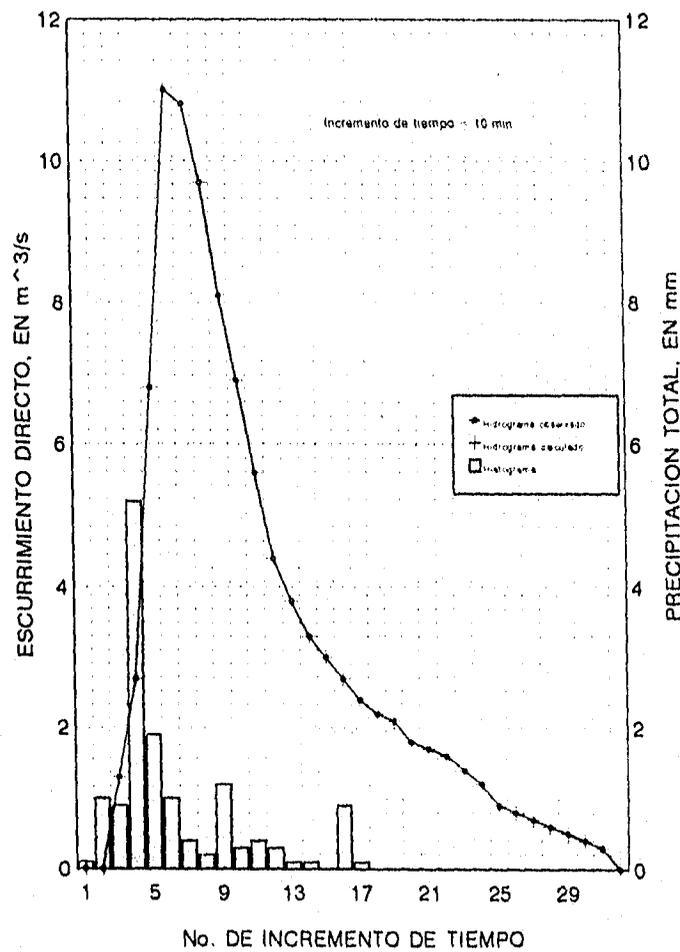
NUMERO DE INCREMENTO	PRECIPITACION (mm)		ORDENADAS DEL H.U.	HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO (m <sup>3</sup> /s)	
	TOTAL	EXCESO		REGISTRADO	CALCULADO
1	0.1	0.0	0.0003	0.0	0.0
2	1.0	0.0	0.0003	0.0	0.0
3	0.9	0.0	0.0134	1.3	1.3
4	5.2	1.9	0.0274	2.7	2.7
5	1.9	0.0	0.0665	6.6	6.6
6	1.0	0.0	0.1106	11.0	11.0
7	0.4	0.0	0.1066	10.6	10.6
8	0.2	0.0	0.0976	9.7	9.7
9	1.2	0.0	0.0815	8.1	8.1
10	0.3	0.0	0.0695	6.9	6.9
11	0.4	0.0	0.0565	5.6	5.6
12	0.3	0.0	0.0445	4.4	4.4
13	0.1	0.0	0.0364	3.6	3.6
14	0.1	0.0	0.0334	3.3	3.3
15	0.0	0.0	0.0304	3.0	3.0
16	0.9	0.0	0.0274	2.7	2.7
17	0.1	0.0	0.0244	2.4	2.4
18			0.0224	2.2	2.2
19			0.0214	2.1	2.1
20			0.0184	1.8	1.8
21			0.0174	1.7	1.7
22			0.0164	1.6	1.6
23			0.0144	1.4	1.4
24			0.0124	1.2	1.2
25			0.0094	0.9	0.9
26			0.0084	0.8	0.8
27			0.0074	0.7	0.7

28			0.0054	0.6	0.6
29			0.0054	0.5	0.5
30			0.0043	0.4	0.4
31			0.0033	0.3	0.3
SUMA	72.0	43.8	1.0000		

ERROR ESTANDAR = 0.0 m<sup>3</sup>/s

METODO: Mínimos cuadrados

EJEMPLO DE APLICACION 3  
 CALIBRACION PARA LA TORMENTA DEL DIA 1o. OCTUBRE 1978  
 ESTACION HIDROMETRICA RIO MIXCOAC, D.F.



METODO: MINIMOS CUADRADOS

Figura 7.3

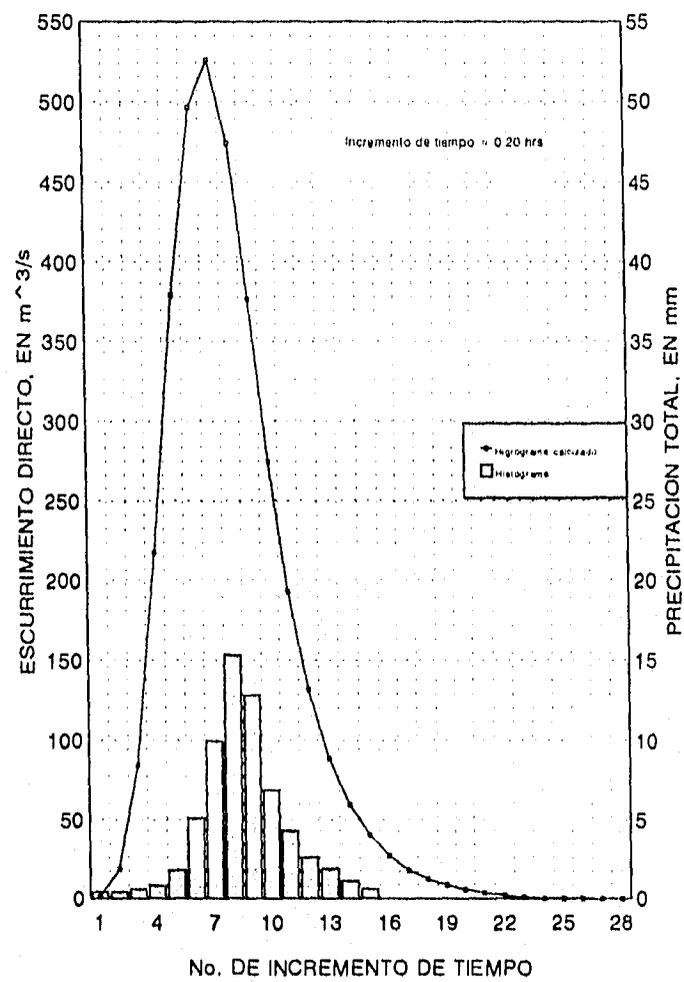
## EJEMPLO DE APLICACION 4

ESTACION:	RIO GUANAJUATO		
AREA DE LA CUENCA:	63.00 km <sup>2</sup>		
LONGITUD DEL CAUCE PRINCIPAL:	11.00 km	PRECIPITACION EN EXCESO:	39.33 mm
DESNIVEL DEL CAUCE PRINCIPAL:	0.75 km	INFILTRACION TOTAL:	24.37 mm
TIEMPO DE CONCENTRACION:	1.20 horas	PRECIPITACION TOTAL:	63.70 mm
TIEMPO DE RETRASO:	0.72 horas	TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO:	1.305 horas
TIEMPO DE PICO:	0.82 horas	DURACION DE LA TORMENTA:	3 horas
NUMERO DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO:	74.00	INCREMENTO DE TIEMPO:	0.20 horas

PRONOSTICO DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL.  
METODO DEL SOIL CONSERVATION SERVICE

NUMERO DE INCREMENTO	PRECIPITACION (mm)		ORDENADAS DEL HU	GASTO CALCULADO (m <sup>3</sup> /s)
	TOTAL	EXCESO		
1	0.4	0.0	0.0265	1.12
2	0.4	0.0	0.0825	18.8
3	0.8	0.0	0.1505	84.51
4	0.8	0.0	0.1820	217.12
5	1.0	0.0	0.1877	378.65
6	5.1	0.5	0.1312	408.10
7	9.9	6.6	0.0833	529.02
8	15.3	12.8	0.0557	474.11
9	12.8	10.6	0.0382	376.06
10	8.9	4.9	0.0255	274.88
11	4.3	2.5	0.0173	102.76
12	2.6	0.9	0.0115	131.61
13	1.9	0.3	0.0077	88.79
14	1.1	0.0	0.0052	59.86
15	0.6	0.0	0.0035	40.07
16			0.0024	26.93
17			0.0017	18.12
18			0.0012	12.26
19			0.0007	8.37
20			0.0002	5.87
21			0.0000	3.81
22				2.02
23				0.94
24				0.38
25				0.13
26				0.04
27				0.01
28				0.00
SUMA	63.7	39.3	1.0000	

EJEMPLO DE APLICACION 4  
 PRONOSTICO DE LA AVENIDA PARA LA TORMENTA DEL DIA 11 DE  
 JULIO DE 1993 EN EL RIO GUANAJUATO  
 CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL DEL SCS



## EJEMPLO DE APLICACION 5

PREDICCIÓN DE AVENIDAS ASOCIADAS A PERIODOS DE RETORNO DE 2, 5, 10, 25, 50, 100, 250 Y 500 AÑOS, USANDO TORMENTAS SINTÉTICAS Y EL HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DEL SOIL CONSERVATION SERVICE.

ESTACION:	RIO GUANAJUATO
AREA DE LA CUENCA:	63 km <sup>2</sup>
DURACION SELECCIONADA DE LA TORMENTA:	1.2 horas
INCREMENTO DE TIEMPO:	0.20 horas
PRECIPITACION EN 24 hrs. CON PERIODO DE RETORNO DE 2 AÑOS:	52.70 mm
NUMERO DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO:	74.00
TIEMPO DE CONCENTRACION:	1.20 horas
TIEMPO DE RETRASO:	0.72 horas
TIEMPO DE PICO:	0.82 horas

TORMENTA SINTETICA (Precipitación en mm)

TIEMPO (horas)	PERIODO DE RETORNO (en años)							
	Tr=2	Tr=5	Tr=10	Tr=25	Tr=50	Tr=100	Tr=250	Tr=500
0.20	1.0	2.3	2.7	3.2	3.7	4.2	5.1	5.8
0.40	2.7	3.2	3.7	4.5	5.1	5.9	7.1	8.1
0.60	5.1	6.2	7.1	8.5	9.8	11.2	13.5	15.5
0.80	16.8	20.2	23.2	27.0	32.0	36.8	44.2	50.7
1.00	3.5	4.2	4.8	5.7	6.6	7.6	9.1	10.4
1.20	2.2	2.7	3.1	3.7	4.3	4.9	5.9	6.7
SUMA	32.3	38.3	44.5	53.5	61.4	70.8	84.7	97.3

PRECIPITACION EN EXCESO (en mm) DE LA TORMENTA SINTETICA

TIEMPO (horas)	PERIODO DE RETORNO (en años)							
	Tr=2	Tr=5	Tr=10	Tr=25	Tr=50	Tr=100	Tr=250	Tr=500
0.20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1
0.40	0.0	0.0	0.0	0.2	0.7	1.6	3.1	4.4
0.60	1.0	2.4	3.6	5.3	6.6	8.3	10.7	12.7
0.80	13.9	17.4	20.5	25.4	29.5	34.4	41.8	48.4
1.00	1.1	1.9	2.5	3.5	4.4	5.5	7.0	8.3
1.20	0.0	0.6	1.1	1.7	2.4	3.0	4.0	4.8
SUMA	16.0	22.3	27.7	38.1	43.8	52.7	66.7	78.7

ESTACION: RIO GUANAJUATO  
 AREA DE LA CUENCA: 63.00 km<sup>2</sup>  
 INCREMENTO DE TIEMPO: 0.20 horas  
 NUMERO ORDENADAS DEL HUS (K): 21

HIDROGRAMA CALCULADO (en m<sup>3</sup>/s) PARA LA TORMENTA SINTETICA

TIEMPO (horas)	PERIODO DE RETORNO (en años)							
	Tr=2	Tr=5	Tr=10	Tr=25	Tr=50	Tr=100	Tr=250	Tr=500
0.20	2.2	5.4	8.0	0.4	1.6	3.6	8.9	0.2
0.40	38.2	58.1	71.7	13.3	20.2	30.1	48.3	10.5
0.60	118.5	182.7	202.9	97.7	124.5	158.8	213.0	81.5
0.80	214.3	291.7	358.7	288.9	327.1	399.8	513.4	281.5
1.00	251.8	343.6	422.5	484.5	580.0	673.8	848.3	813.8
1.20	233.0	321.4	397.1	548.1	658.7	788.8	985.2	1002.0
1.40	183.0	254.7	315.8	514.2	619.2	740.7	925.4	1159.2
1.60	118.8	189.1	211.8	409.7	494.5	591.8	739.8	1088.9
1.80	79.1	113.6	142.8	278.8	338.2	403.7	508.2	888.5
2.00	54.1	77.1	98.8	187.0	227.7	273.5	343.3	505.3
2.20	38.2	51.7	64.9	128.5	153.8	184.6	231.6	403.9
2.40	24.5	35.0	43.9	84.9	103.2	123.9	155.5	272.3
2.60	18.3	23.3	29.3	57.4	69.8	83.8	105.1	182.8
2.80	10.9	15.6	19.6	38.3	46.6	58.0	70.2	120.6
3.00	7.4	10.5	13.2	25.7	31.2	37.5	47.1	82.6
3.20	5.0	7.1	8.9	17.3	21.0	25.3	31.7	55.4
3.40	3.4	4.9	6.1	11.7	14.2	17.0	21.4	37.3
3.60	2.4	3.4	4.3	8.0	9.7	11.7	14.7	25.2
3.80	1.7	2.4	3.0	5.6	6.8	8.2	10.2	17.2
4.00	1.0	1.4	1.7	3.9	4.7	5.6	7.0	12.0
4.20	0.3	0.5	0.6	2.3	2.7	3.3	4.1	6.2
4.40	0.0	0.1	0.1	0.8	1.0	1.3	1.6	4.8
4.60	0.0	0.0	0.0	0.2	0.2	0.3	0.4	1.9
4.80		0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.4
5.00				0.0	0.0	0.0	0.0	0.1
5.20								0.0
NP =	3	4	4	5	5	5	5	8
NQ =	20	24	24	25	25	25	25	26

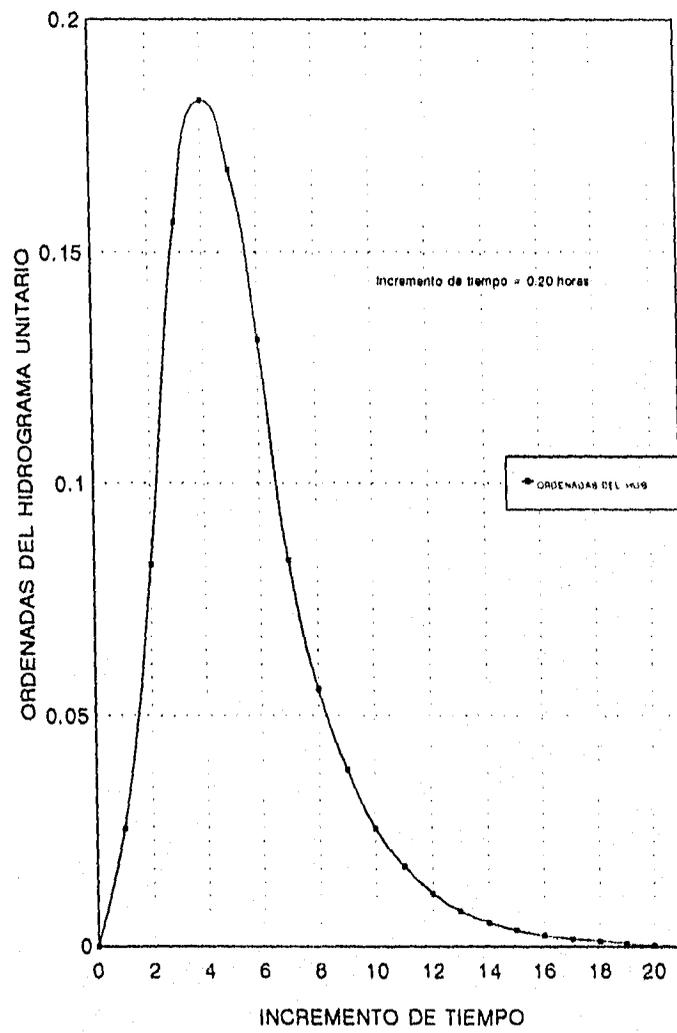
$$NQ = K + NP - 1$$

NP número de intervalos de lluvias en exceso

NQ número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento

K número de ordenadas del hidrograma unitario sintético

EJEMPLO DE APLICACION 5  
HIDROGRAMA UNITARIO SINTETICO



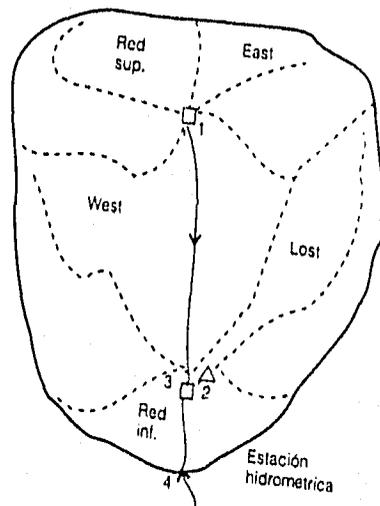
## EJEMPLO DE APLICACION 6

CALIBRACION DE PARAMETROS DE LA CUENCA DEL RIO RED, U.S.A.  
 PARA LA AVENIDA DEL 12 DE JUNIO DE 1968

## RESUMEN DE DATOS Y RESULTADOS DE LAS SUBCUENCAS

## D A T O S R E S U L T A D O S

SUBCUENCA	AREA (km <sup>2</sup> )	tc (hrs)	PRECIP TOTAL (mm)	PRECIP EXCESO (mm)	NUMERO N CURVA ESC.	te (hrs)	tp HUS SCS (hrs)	No ordenadas HUS	NP	NQ
RED SUP	2.123	1.62	118.75	111.42	96.0	0.42	1.097	22	35	56
EAST	1.709	2.17	120.31	94.13	84.0	1.06	1.427	29	32	60
WEST	2.071	1.57	126.60	77.68	69.0	1.10	1.067	21	20	40
LOST	0.932	0.80	123.90	82.73	73.0	1.40	0.605	12	20	31
RED INF	0.492	1.73	127.90	58.99	53.5	1.26	1.163	23	19	41



Configuración de la cuenca del Río Red U.S.A.

CALIBRACION DE PARAMETROS DE LA CUENCA DEL RIO RED, U.S.A.  
PARA LA AVENIDA DEL 12 DE JUNIO DE 1968

TIEMPO (horas)	HIDROGRAMAS A LA SALIDA DE CADA SUBCUENCA					HIDROGRAMA REGISTRADO A LA SALIDA DE LA CUENCA (m <sup>3</sup> /s)	HIDROGRAMA CALCULADO A LA SALIDA DE LA CUENCA (m <sup>3</sup> /s)
	RED SUPERIOR	EAST	WEST	LOST	RED INF.		
0.0	0.01	0.10	0.08	0.22	0.01	0.30	0.30
0.25	0.05	0.42	0.39	1.09	0.07	0.40	0.22
0.50	0.15	1.11	1.24	2.42	0.20	0.50	0.27
0.75	0.63	2.25	2.68	3.83	0.39	0.60	0.38
1.00	1.69	3.53	4.18	3.91	0.55	0.70	0.77
1.25	4.22	4.86	5.11	2.78	0.61	0.80	0.81
1.50	7.07	5.29	4.98	1.50	0.56	1.40	1.21
1.75	9.46	5.28	4.13	0.78	0.45	2.60	2.37
2.00	10.58	4.77	3.04	0.39	0.33	4.50	4.15
2.25	9.67	3.66	2.05	0.20	0.22	6.80	6.82
2.50	8.04	3.10	1.39	0.10	0.16	9.40	9.81
2.75	5.98	2.31	0.98	0.05	0.23	11.30	11.92
3.00	4.23	2.01	1.38	1.49	0.57	11.70	12.20
3.25	3.12	2.48	3.43	5.67	1.33	11.10	11.85
3.50	2.50	4.01	7.78	9.70	2.34	9.90	10.40
3.75	2.88	6.70	13.15	12.01	3.28	8.20	8.51
4.00	4.92	9.77	17.72	12.00	3.88	7.20	7.72
4.25	9.34	12.50	20.05	9.18	3.85	6.50	6.82
4.50	14.93	14.24	19.14	6.19	3.36	6.70	7.13
4.75	19.87	14.71	16.48	4.53	2.69	9.10	9.44
5.00	22.71	14.02	13.34	3.42	2.04	13.40	13.93
5.25	22.45	12.57	10.31	2.17	1.48	20.00	20.14
5.50	20.24	10.74	7.76	1.15	1.09	26.10	26.61
5.75	17.29	6.77	5.69	0.58	0.78	31.70	32.41
6.00	14.15	6.98	3.99	0.29	0.55	35.50	35.98
6.25	11.10	5.46	2.71	0.14	0.39	38.10	37.30
6.50	9.38	4.19	1.84	0.06	0.27	38.90	37.00
6.75	8.10	3.13	1.26	0.03	0.19	37.20	36.10
7.00	4.34	2.33	0.86	0.01	0.14	34.80	34.43
7.25	3.10	1.75	0.59	0.00	0.10	31.80	32.07
7.50	2.22	1.32	0.41	0.00	0.07	28.20	28.56
7.75	1.61	1.01	0.28		0.05	25.50	27.01
8.00	1.24	0.78	0.18		0.03	23.10	24.45
8.25	1.12	0.82	0.11		0.02	21.00	21.93

CALIBRACION DE PARAMETROS DE LA CUENCA DEL RIO RED, U.S.A.  
PARA LA AVENIDA DEL 12 DE JUNIO DE 1968

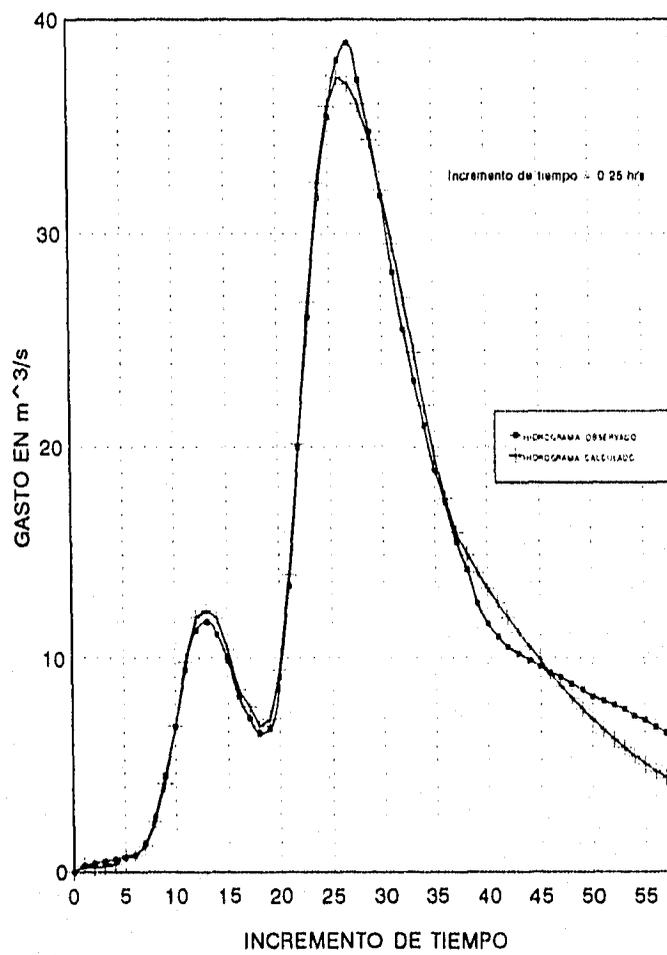
TIEMPO (horas)	0.13HIDROGRAMAS A LA SALIDA DE CADA SUBCUENCA					HIDROGRAMA REGISTRADO A LA SALIDA DE LA CUENCA (m <sup>3</sup> /s)	HIDROGRAMA CALCULADO A LA SALIDA DE LA CUENCA (m <sup>3</sup> /s)
	RED.00 SUPERIOR	EAST	WEST	LOST	RED INF.		
8.50	1.17	0.49	0.08		0.01	18.90	19.57
8.75	1.24	0.39	0.03		0.01	17.40	17.58
9.00	1.23	0.31	0.02		0.00	15.50	15.97
9.25	1.08	0.24	0.01		0.00	14.20	14.91
9.50	0.85	0.18	0.00		0.00	12.80	14.05
9.75	0.61	0.13	0.00		0.00	11.60	13.30
10.00	1.42	0.09			0.00	11.00	12.59
10.25	0.28	0.08				10.50	11.89
10.50	0.19	0.04				10.20	11.18
10.75	0.13	0.02				9.90	10.54
11.00	0.09	0.01				9.60	9.91
11.25	0.06	0.01				9.30	9.27
11.50	0.04	0.01				9.10	8.68
11.75	0.03	0.01				8.80	8.13
12.00	0.02	0.00				8.50	7.61
12.25	0.01	0.00				8.20	7.12
12.50	0.01	0.00				8.00	6.65
12.75	0.01	0.00				7.80	6.21
13.00	0.00	0.00				7.60	5.81
13.25	0.00	0.00				7.30	4.42
13.50	0.00	0.00				7.10	5.08
13.75	0.00	0.00				6.80	4.72
14.00		0.00				6.50	4.41
14.25		0.00				6.30	4.11
14.50		0.00					
14.75		0.00					

ERROR ESTANDAR O RMS = 1.0 m<sup>3</sup>/s

COEFICIENTES DE TRANSITO DEL METODO DE MUSKINGUM EXTENDIDO PARA  
TRIBUTARIOS MULTIPLES

SUBCUENCA	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
RED SUP.	1.2640	-0.8862	0.9333
EAST	2.2576	-5.8845	0.9333
WEST	2.9100	4.0161	0.9333
LOST	-0.6365	0.8895	0.9333
RED INF.	-16.8831	-3.5584	0.9333

EJEMPLO DE APLICACION 6  
CALIBRACION DE PARAMETROS DE LA CUENCA DEL RIO RED  
U.S.A. PARA LA AVENIDA DEL 12 DE JUNIO DE 1968  
METODO DE MUSKINGUM EXTENDIDO PARA TRIBUTARIOS  
MÚLTIPLES



## CONCLUSIONES

---

Se ha presentado un modelo matemático para pronóstico de avenidas en cuencas aforadas y no aforadas, cuyas principales componentes son estimación de la lluvia en exceso, la conversión de lluvia en exceso a escurrimiento y el tránsito de hidrogramas. La primera componente es llevada a cabo mediante un algoritmo de infiltración usando la ecuación de Green-Ampt, mientras que la segunda a través de la técnica del hidrograma unitario instantáneo o por medio de un proceso ARMA(p,q). La tercera componente está basada en el método de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples, el cual para su aplicación requiere los hidrogramas de entrada de cada subcuenca, obtenidos previamente en forma separada.

El modelo puede aplicarse a cuencas totales (pequeñas o medianas) cuando se dispone de datos pluviográficos e hidrométricos, con los que pueden identificarse los parámetros del algoritmo de infiltración, así como los de la transformación lluvia-escurrimiento (HUI o ARMA(p,q)) para posteriormente poder realizar pronósticos de avenidas.

El modelo también es aplicable a cuencas aforadas grandes, las cuales deben subdividirse en subcuencas, obteniendo sus parámetros por calibración, para posteriormente también realizar pronósticos de avenidas.

En cuencas totales no aforadas, así como en las discretizadas, es posible realizar pronósticos de avenidas, o predicciones con fines de diseño, empleando la técnica del hidrograma unitario sintético.

De las pocas aplicaciones que pudieron llevarse a cabo con la información obtenida por diferentes medios, pudo notarse lo siguiente.

En cuanto a la infiltración y lluvia en exceso, el parámetro clave es el número N de la curva de escurrimiento, para obtener los parámetros más adecuados de la ecuación de infiltración de Green-Ampt, por calibración.

En la calibración de parámetros, cuando la información pluviográfica e hidrométrica utilizada no presenta irregularidades, el método de mínimos cuadrados en la identificación de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo da muy buenos resultados, siendo innecesario aplicar otros métodos para obtener las ordenadas más adecuadas.

El método de mínimos cuadrados da el mejor HUI que produce el menor error

medio cuadrático. Es el óptimo desde el punto de vista matemático, pero puede no serlo desde el punto de vista hidrológico, al presentar ordenadas oscilantes y/o negativas, cuando la información utilizada presenta irregularidades. Cuando se requiere mejorar el HUI debe recurrirse enseguida al método de mínimos cuadrados suavizados o al de estabilización por diferencias finitas; sin embargo, debe hacerse notar que al aumentar el factor de suavizado o de estabilización, aumentará también el error medio cuadrático. Cuando los resultados de este último método no son satisfactorios, es necesario recurrir al método de Rosenbrok, que es la última opción y la que requiere de más tiempo para su aplicación.

En cuanto al tránsito de avenidas en cuencas discretizadas, se vió que el método de Muskingum Extendido para Tributarios Múltiples da muy buenos resultados, usando los hidrogramas de cada subcuenca de la cuenca general.

En cuanto a las limitaciones que pudieran presentarse al aplicar los programas de cómputo desarrollados, sin duda alguna éstas serían debidas a la falta de información hidrológica.

A fin de mejorar en el futuro los programas de cómputo desarrollados, éstos deberán aplicarse a muchas otras cuencas del país y corregir los errores que pudieran observarse.

Por lo anterior, se espera que el modelo pueda cumplir con los objetivos planteados al inicio del presente trabajo, ya que puede ser de mucha utilidad en las etapas de planeación, diseño, construcción y operación de las obras hidráulicas.

**BIBLIOGRAFIA**

---

Box, G.E., and Jenkins, G.M., 1976. Time Series Analysis - Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, Calif.

Campos A., D.F., 1994. Modelo matemático determinístico para pronóstico de crecientes en cuencas rurales. Revista Ingeniería Hidráulica en México, Vol. IX, No. 1, pp. 43-62.

Chapra, S.C., y Canale, R.P., 1987. Métodos Numéricos para Ingenieros. McGraw-Hill, México.

Chow V.T., 1972. Hydrologic modeling. The seventh John R. Freeman memorial lecture. Proc., Boston Soc. Civ. Eng., 60(5):1-27.

Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W., 1994. Hidrología Aplicada. McGraw-Hill, Santafé de Bogotá, Colombia.

Clark, C.O., 1943. Storage and the Unit Hydrograph. Proceedings of American Society of Civil Engineers 69:1419-1447.

Dietrich, C.R., and Chapman, T.G., 1993. Unit Graph Estimation and Stabilization Using Quadratic Programming and Difference Norms. Water Resources Research, 29(8): 2629-2635.

Dooge, J.C.I., and Bruen, M., 1989. Unit hydrograph stability and linear algebra. Journal of Hydrology, 111: 377-390.

El-Jabi, N., and Sarraf, S., 1991. Effect of Maximun Rainfall Position on Rainfall-Runoff Relationship. Journal of Hydraulic Engineering, 115(5):681-685.

Georgakakos, A.P., and Kabouris, J.C., 1989. A streamflow model using physical-based instantaneous unit hydrographs. Journal of Hydrology, 111:107-131

Green, W.H. and G.A., Ampt, 1911. Studies on Soil Physics - Part I. The Flow of Air and Water Through Soils. Jornal of Agricultural Science, 4:1-24.

Jain, S.K., 1993. Calibration of conceptual models for rainfall-runoff simulation. Hydrological Sciences Journal, 38(5), 431-441.

- James W.P., Warinner J., and Reedy M., 1992. Application of the Green-Ampt Infiltration Equation to Watershed Modeling. *Water Resources Bulletin* 28(3):623-635.
- Kessler, A., and Diskin, M.H., 1991. The efficiency function of detention reservoirs in urban drainage systems. *Water Resources Research*, 27: 253-258.
- Khan, M.H., 1993. Muskingum Flood Routing Model for Multiple Tributaries. *Water Resources Research*, 29(4): 1057-1062.
- Kothyari, U.C., and Garde, R.J., 1992. Rainfall Intensity-Duration-Frequency Formula for India. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(2), 323-336.
- Liang, G.C., 1988. Identification of a multiple input, single output, linear, time invariant model for hydrological forecasting. *Journal of Hydrology*, 10: 251-262.
- Linsley Jr., R.K., Kohler, M.A. and Paulhus, J.L.H., 1988. *Hydrology for Engineers*. McGraw-Hill, New York, N.Y.
- Morel-Seytoux, H.J. and Verdin, J.P., 1983. Correspondence Between the SCS CN and Infiltration Parameters (K,S). *Proc. of ASCE Speciality Conference on: Advances in Irrigation and Drainage: Surviving External Pressures*. J. Borelli, V..R. Hasfurther and R.D. Burman, Co-editors. Jackson, Wyoming, U.S.A.
- Observatorio Meteorológico de Guanajuato (OMG), 1995. Datos pluviométricos. Institución a cargo de la Universidad de Guanajuato y Comisión Nacional del Agua.
- O'Donnell, T., 1985. A direct three-parameter Muskingum procedure incorporating lateral inflow. *Hydrological Sciences Journal* 30(4), 479-496.
- Ponce V.M., 1989. *Engineering Hydrology*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Porter, J.W., and McMahon, T.A., 1971. A model for the simulation of streamflow data from climatic records. *Journal of Hydrology*, 13:297-324.
- Raynal Villaseñor, J.A., and Campos Aranda, D.F., 1988. Identification of IUH ordinates through non-linear optimisation. In: M.A. Celia, L.A. Ferrand, C.A. Brebbia, W.G. Gray and G.F. Pinder (Editors) *Computational Methods in Water Resources*. Vol. 2, Numerical Methods for Transport and Hydrologic Process. Elsevier, Amsterdam.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L., and Miller, N., 1983. Green-Ampt Infiltration Parameters from Soils Data. *Journal of Hydraulic Engineering* 109(1):62-70.

Singh, V.P., 1988. Hydrologic Systems; Volume I. Rainfall-Runoff Modelling. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Singh, V.P., 1989. Hydrologic Systems; Volume II. Watershed Modeling. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Singh, V.P., and Yu, F.X., 1990. Derivation of Infiltration Equation Using Systems Approach. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 116(6):837-858.

SCS, 1972, National Engineering Handbook, Section 4, Hydrology. Soil Conservation Service. USDA, US Government Printing Office, Washington, DC, USA.

Tipacamú M., G., Gómez B., F. y Domínguez M., R. 1992. Determinación de Factores de Reducción por Area para el Cálculo de la Precipitación Media de una Tormenta de Diseño. XII Congreso Nacional de Hidráulica, Tema V. Puerto Vallarta, Jalisco, México.

Todini, E., 1988. Rainfall-runoff modeling-past, present and future. *Journal of Hydrology*, 100:341-352.

U.S. Army Corps of Engineers, 1982. Hydrologic Analysis of Ungaged Watersheds Using HEC-1. Appendix A: Procedures for Developing Synthetic Precipitation Data. Training Document No. 15. The Hydrologic Engineering Center, Davis, Ca., U.S.A.

Van Mullem, J.A., 1991. Runoff and Peak Discharges Using Green-Ampt Infiltration Model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(3): 354-370.

Viessman, Jr., W., Lewis, G.L., and Knapp, J.W., 1989. Introduction to Hydrology. Harper and Row, New York, N.Y.

Wang, G.-T. and Yu, Y.-S., 1986. Estimation of parameters of the discrete, linear, input-output model. *Journal of Hydrology*, 85:15-30.

Wang G.-T., Yu, Y.-S., and Wu, K., 1987. Improved flood routing by ARMA modelling and the Kalman filter technique. *Journal of Hydrology*, 93:175-190.

Weiss, L.L., 1964. Ratio of True Fixed-Internal Maximum Rainfall. *Proceedings of the ASCE, Journal of Hydraulics Division*, 90(HY1):77-82

Wilson, B.N., and Brown, J.W., 1992. Development and Evaluation of a Dimensionless Unit Hydrograph. *Water Resources Bulletin*, 28(2): 397-408.

## A P E N D I C E

---

### LISTADO DE PROGRAMAS

#### 1.- ANALISIS DE CUENCAS TOTALES

##### 1.1.- CALIBRACION DE PARAMETROS

##### 1.1.1.- CALCULO DE LA INFILTRACION Y LLUVIA EN EXCESO

METODO DEL TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO USANDO LA ECUACION DE GREEN-AMPT

```

LECTURA DE DATOS
LOCATE 12, 15: INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS (ESTACION)": ES
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(ES, 1, 8) + ".PRE"
OPEN "1", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, ES$
LINE INPUT #1, ESTACION$
LINE INPUT #1, FECHA$
INPUT #1, AC, NP, NQ, INC

```

```

DIM Q(NQ), P(NP), I(NP), PACUM(NP), TF(NP), F(NP), FTEN(NP)
DIM TTFEN(NP), PEX(NP), PEXAC(NP)

```

```

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, P(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO NQ
INPUT #1, Q(J)
NEXT J
CLOSE #1

```

\*\*\*\*\* CALCULO DE LA ALTURA TOTAL DE LLUVIA \*\*\*\*\*

```

S1 = 0
FOR J = 1 TO NP
S1 = S1 + P(J)
NEXT J
PT = S1

```

\*\*\*\*\* CALCULO DE LA ALTURA DE LLUVIA EFECTIVA (He=Ve/A) \*\*\*\*\*

```

S2 = 0
FOR J = 1 TO NQ
S2 = S2 + Q(J)
NEXT J
VE = INC * (3600) * S2
HE = (VE / (AC * 1000000)) * 1000
INFTOT = PT - HE

```

\*\*\*\*\*CALCULO DE LA PRECIPITACION ACUMULADA \*\*\*\*\*

```

S3 = 0
FOR J = 0 TO NP
S3 = S3 + P(J)
PACUM(J) = S3
NEXT J

```

\*\*\*\*\* CALCULO DE LA INTENSIDAD DE LLUVIA \*\*\*\*\*

```

FOR J = 0 TO (NP - 1)
I(J) = P(J + 1) / INC

```

NEXT J

\*\*\*\*\* CALCULO DE LOS PARAMETROS DE GREEN AMPT POR MEDIO DEL NUMERO \*\*\*  
 \*\*\*\*\* DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO, N \*\*\*\*\*

```

N1 = 30: N2 = 100
145 N = (N1 + N2) / 2
    GOTO 155
150 IF ABS(F(NP) - INFTOT) < .0001 THEN 230
    IF F(NP) > INFTOT THEN N1 = N: GOTO 145
    IF F(NP) < INFTOT THEN N2 = N: GOTO 145

```

MÉTODO DE BISECCION

```

155 IF N > 75 THEN GOTO 160
    IF N > 36 AND N <= 75 THEN GOTO 180
    IF N <= 36 THEN GOTO 200
160 K = (100 - N) / 124.1850394#
    SF = ((100 - N) / 16.63464567#) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
180 K = 3.13944 - .039116 * N
    IF N <= 65 THEN SF = (3.02514 - .014605 * N) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
    IF N > 65 THEN SF = ((100 - N) / 16.63464567#) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
200 K = 4.70662 - .082296 * N
    SF = (3.02514 - .014605 * N) ^ 2 / (2 * K)

220 K = K * 10
    SF = SF * 10

```

\*\*\*\*\* CALCULO DE LA INFILTRACION \*\*\*\*\*

```

CLAVE = 0
FOR J = 0 TO (NP - 1)
    IF J = 0 THEN F(J) = 0: TF(J) = 1000: GOTO 10
    TF(J) = K * (SF + F(J)) / F(J)
10 IF TF(J) <= I(J) THEN CLAVE = CLAVE + 1: GOTO CASO1
    FTEN(J + 1) = F(J) + I(J) * INC
    TFTEN(J + 1) = K * (SF + FTEN(J + 1)) / FTEN(J + 1)
    IF J = (NP - 1) THEN GOTO SALIR
    IF TFTEN(J + 1) > I(J) THEN GOTO CASO2
CASO3:
    FP = (K * SF) / (I(J) - K)
    DTT = (FP - F(J)) / I(J)
    TP = J * INC - DTT
    FT = FP: DT = INC - DTT
    GOSUB GREEN
    GOTO 20
CASO2:
    F(J + 1) = FTEN(J + 1)
    GOTO 20
CASO1:
    IF CLAVE = 1 THEN FP = (K * SF) / (I(J) - K): DTT = (FP - F(J)) / I(J): TP = J * INC - DTT 'TP=J*INC
    DT = INC
    FT = F(J)
    GOSUB GREEN
    GOTO 20
SALIR:
    F(J + 1) = FTEN(J + 1): TF(J + 1) = TFTEN(J + 1)

```

20 NEXT J

```

FOR J = 1 TO NP
    PEXAC(J) = PACUM(J) - F(J)
    PEX(J) = ABS(PEXAC(J) - PEXAC(J - 1))
NEXT J

```

```

GOTO 150

230 '
ARCHIVOS$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(ES, 1, 8) + ".PEX"
OPEN "O", #1, ARCHIVOS$
PRINT #1, ES$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, FECHA$
PRINT #1, AC, NP, NQ, INC, HE, PT

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#"; P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#"; PEX(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO NQ
PRINT #1, Q(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

GREEN:
' CALCULO DE LA INFILTRACION ACUMULADA CON LA ECUACION DE GREEN-AMPT
' UTILIZANDO EL METODO NUMERICO DE NEWTON-RAPHSON
F = 1
DEF FNG (F) = K * DT + SF * LOG((F + SF) / (FT + SF)) + FT - F
DEF FND (F) = (SF / (SF + F)) - 1
250 FUN = FNG(F)
DER = FND(F)
H = FUN / DER
F1 = F - H
IF ABS(H) < .0001 THEN 290
F = F1: GOTO 250
290 F(J + 1) = F1
RETURN

```

#### 1.1.2.- CALCULO DEL HUI POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

\*\*\*\*\* LECTURA DE DATOS \*\*\*\*\*

```
ARCHIVOS$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(ES, 1, 8) + ".PEX"
```

```
OPEN "I", #1, ARCHIVOS$
```

```
INPUT #1, ES$
```

```
LINE INPUT #1, ESTACION$
```

```
LINE INPUT #1, FECHA$
```

```
INPUT #1, AC, NPN, NQ, INC, SPE, PT
```

```
DIM Q(NQ), P(NPN), PBI(NPN), PB(NPN)
```

```
FOR J = 1 TO NPN
```

```
INPUT #1, P(J)
```

```
NEXT J
```

```
FOR J = 1 TO NPN
```

```
INPUT #1, PBI(J)
```

```
NEXT J
```

```
FOR J = 1 TO NQ
```

```
INPUT #1, Q(J)
```

```

NEXT J
CLOSE #1

```

```

CF = NPN
300 IF PBI(CF) = 0 GOTO 301
NPFIN = CF: GOTO 302
301 CF = CF - 1: GOTO 300
302 CI = 0
303 CI = CI + 1
IF PBI(CI) > 0 GOTO 304
GOTO 303
304 NPIN = CI
NP = NPFIN - NPIN + 1

```

```

K = NQ - NP + 1
DIM PE(NQ, K), PT(K, NQ), QCAL(NQ)
DIM PROD1(K, K), PROD2(K, K), TIEMPO(K)

```

```

FOR J = 1 TO K
TT(I) = TT(I) + INC
NEXT J

```

```

***** CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE Y GASTO DE mm Y m3/s, RESPECTIVAMENTE

```

```

***** A mm/h Y mm/h *****
FOR J = 0 TO NP - 1
PB(J + 1) = PBI(NPIN + J)
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NP
PB(J) = PB(J) / INC
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NQ
Q(J) = Q(J) * (3,6 / AC)
NEXT J

```

```

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ PE=====

```

```

SUMA = 0
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
A = I - J + 1
IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NP THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 NEXT J
NEXT I

```

```

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE PE=====

```

```

FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
PT(J, I) = PE(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

```

'=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*PE=PROD1=====

```

```

FOR I = 1 TO K
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * PE(L, I)
NEXT L
NEXT I

```

```

PROD1(I, J) = SUM
NEXT J
NEXT I

```

```
'=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*Q=PROD2=====
```

```

FOR I = 1 TO 1
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * Q(L)
NEXT L
PROD2(J, I) = SUM
NEXT J
NEXT I

```

```
'MANDA LA MATRIZ AMPLIADA DEL SIST. DE EC. A UN ARCHIVO
```

```

LAMDA = 1
FORM$ = "#####.### "
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "O", #1, ARCHIVO2$
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: PROD1(I, J);
NEXT J
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA; PROD2(I, 1)
NEXT I
FOR I = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA;
NEXT I
PRINT #1, USING FORM$: 0; LAMDA
CLOSE #1

```

```
' SOLUCION DEL SISTEMA DE N ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE ELIMINACION DE GAUSS
```

```

ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "I", #1, ARCHIVO2$
N = K + 1
DIM A(N, N + 1), X(N), C(1, N + 1), m(N + 1)
FOR KK = 1 TO N
FOR JJ = 1 TO N + 1
INPUT #1, A(KK, JJ)
NEXT JJ
NEXT KK
CLOSE #1

```

```

I = 1
140 IF A(I, I) <> 0 THEN GOTO 260
P = I + 1
160 IF A(I, P) <> 0 THEN GOTO 190
IF P >= N THEN GOTO 410
P = P + 1: GOTO 160
190 FOR J = 1 TO (N + 1)
C(I, J) = A(I, J)
NEXT J
FOR J = 1 TO N + 1
A(I, J) = A(P, J)
A(P, J) = C(I, J)
NEXT J
260 FOR J = I + 1 TO N
m(J) = A(J, I) / A(I, I)
NEXT J

```

```

FOR J = I + 1 TO N
FOR P = 1 TO N + 1
A(J, P) = A(J, P) * m(J) * A(I, P)
NEXT P
NEXT J
I = I + 1
IF I < N THEN GOTO 140
IF A(I, I) = 0 THEN GOTO 410
X(N) = A(N, N + 1) / A(N, N)
FOR I = N - 1 TO 1 STEP -1
S = 0
FOR J = I + 1 TO N
S = S + A(I, J) * X(J)
NEXT J
X(I) = (A(I, N + 1) - S) / A(I, I)
NEXT I
GOTO 420
410 PRINT "EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA***": GOSUB PULSE: GOTO FIN
420 CLS : PRINT "LAS ORDENADAS POR MINIMOS CUADRADOS SON:": PRINT
480 SUM = 0
FOR I = 1 TO K
SUM = SUM + X(I)
NEXT I
SHU = SUM 'SUMA DE ORDENADAS
LOCATE 21, 5: PRINT " multiplicador de Lagrange SUMA DE Hs = ": USING "###.#"; SHU

XMAX = X(1): NPIC = 1
FOR I = 2 TO K
IF X(I) <= XMAX GOTO 481
XMAX = X(I): NPIC = I - NPIC
481 NEXT I

CONVOL:

FOR I = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = SUM + PE(I, J) * X(J)
NEXT J
QCAL(I) = SUM
NEXT I

FOR I = 1 TO NQ
Q(I) = Q(I) * (AC / 3.6)
QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
NEXT I

FOR I = 1 TO NP
PB(I) = PB(I) * INC
NEXT I

SUM2 = 0
FOR II = 1 TO NQ
SUM2 = SUM2 + ((Q(II) - QCAL(II))) ^ 2
NEXT II

EE = SQR(SUM2 / NQ)

FIN:
END

```

## 1.1.3.- CALCULO DEL HUI POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS SUAVIZADOS

\*\*\*\*\* LECTURA DE DATOS \*\*\*\*\*

ARCHIVO\$ = "C:\QB45\DATOS" + MID\$(E\$, 1, 8) + ".PEX"

OPEN "I", #1, ARCHIVO\$

INPUT #1, E\$

LINE INPUT #1, ESTACION\$

LINE INPUT #1, FECHA\$

INPUT #1, AC, NPN, NQ, INC, SPE, PT

DIM Q(NQ), P(NPN), PBI(NPN), PB(NPN)

FOR J = 1 TO NPN

INPUT #1, P(J)

NEXT J

FOR J = 1 TO NPN

INPUT #1, PBI(J)

NEXT J

FOR J = 1 TO NQ

INPUT #1, Q(J)

NEXT J

CLOSE #1

CF = NPN

300 IF PBI(CF) = 0 GOTO 301

NPFIN = CF: GOTO 302

301 CF = CF - 1: GOTO 300

302 CI = 0

303 CI = CI + 1

IF PBI(CI) > 0 GOTO 304

GOTO 303

304 NPIN = CI

NP = NPFIN - NPIN + 1

K = NQ - NP + 1

DIM PE(NQ, K), PT(K, NQ), QCAL(NQ)

DIM PROD1(K, K), PROD2(K, K), TIEMPO(K), DIAG(K, K), D(K, K), SUMA(K, K)

FOR J = 1 TO K

TT(I) = TT(I) + INC

NEXT J

\*\*\*\*\* CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE Y GASTO DE mm Y m<sup>3</sup>/s, RESPECTIVAMENTE

\*\*\*\*\* A mm/h Y mm/h \*\*\*\*\*

FOR J = 0 TO NP - 1

PB(J + 1) = PBI(NPIN + J)

NEXT J

FOR J = 1 TO NP

PB(J) = PB(J) / INC

NEXT J

FOR J = 1 TO NQ

Q(J) = Q(J) \* (3.6 / AC)

NEXT J

\*\*\*\*\*OBTENCION DE LA MATRIZ PE\*\*\*\*\*

SUMA = 0

FOR I = 1 TO NQ

FOR J = 1 TO K

A = I - J + 1

```

IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NP THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE PE=====
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
PT(J, I) = PE(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*PE=PROD1=====
FOR I = 1 TO K
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * PE(L, I)
NEXT L
PROD1(I, J) = SUM
NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DE LA MATRIZ IDENTIDAD DIAG(PT*PE)====
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
IF I = J THEN 40
DIAG(I, J) = 0: GOTO 50
40 DIAG(I, J) = 1
50 NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DE LA MATRIZ TAU*DIAG=D=====
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
D(I, J) = TAU * DIAG(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DE LA SUMA PT*PE + TAU*DIAG(PT*PE)=====
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
SUMA(I, J) = PROD1(I, J) + D(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

```

'====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*Q=PROD2=====
FOR I = 1 TO 1
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * Q(L)
NEXT L
PROD2(J, I) = SUM
NEXT J
NEXT I

```

```

'==== MANDA LA MATRIZ AMPLIADA DEL SIST. DE EC. A UN ARCHIVO====
LAMDA = 1

```

```

FORM$ = "#####.###"
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "O", #1, ARCHIVO2$
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: SUMA(I, J);
NEXT J
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA; PROD2(I, 1)
NEXT I
FOR I = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA;
NEXT I
PRINT #1, USING FORM$: 0; LAMDA
CLOSE #1

```

\* SOLUCION DEL SISTEMA DE N ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE GAUSS

```

ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "I", #1, ARCHIVO2$
n = K + 1
DIM A(n, n + 1), X(n), C(1, n + 1), M(n + 1)
FOR KK = 1 TO n
FOR JJ = 1 TO n + 1
INPUT #1, A(KK, JJ)
NEXT JJ
NEXT KK
CLOSE #1

```

```

'GAUSS:
I = 1
140 IF A(I, I) <> 0 THEN GOTO 260
P = I + 1
160 IF A(I, P) <> 0 THEN GOTO 190
IF P >= n THEN GOTO 410
P = P + 1; GOTO 160
190 FOR J = 1 TO (n + 1)
C(I, J) = A(I, J)
NEXT J
FOR J = 1 TO n + 1
A(I, J) = A(P, J)
A(P, J) = C(I, J)
NEXT J
260 FOR J = I + 1 TO n
M(J) = A(J, I) / A(I, I)
NEXT J
FOR J = I + 1 TO n
FOR P = 1 TO n + 1
A(J, P) = A(J, P) - M(J) * A(I, P)
NEXT P
NEXT J
I = I + 1
IF I < n THEN GOTO 140
IF A(I, I) = 0 THEN GOTO 410
X(n) = A(n, n + 1) / A(n, n)
FOR I = n - 1 TO 1 STEP -1
S = 0
FOR J = I + 1 TO n
S = S + A(I, J) * X(J)
NEXT J
X(I) = (A(I, n + 1) - S) / A(I, I)
NEXT I
GOTO 420

```

```

410 PRINT "EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA***": GOSUB PULSE: GOTO FIN
420 CLS : PRINT "LAS ORDENADAS POR MINIMOS CUADRADOS SON:": PRINT
480 SUM = 0
   FOR I = 1 TO K
     SUM = SUM + X(I)
   NEXT I
SHU = SUM      'SUMA DE ORDENADAS
LOCATE 21, 5: PRINT " multiplicador de Lagrange      SUMA DE Hs = ": USING "#####": SHU

```

CONVOL:

```

FOR I = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = SUM + PE(I, J) * X(J)
NEXT J
QCAL(I) = SUM
NEXT I

FOR I = 1 TO NQ
Q(I) = Q(I) * (AC / 3.6)
QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
NEXT I

FOR I = 1 TO NP
PB(I) = PB(I) * INC
NEXT I

COLOR 7, 1: CLS
COLOR 15, 9

SUM2 = 0
FOR II = 1 TO NQ
SUM2 = SUM2 + ((Q(II) - QCAL(II))) ^ 2
NEXT II
EE = SQR(SUM2 / NQ)

```

```

FIN:
  END

```

1.1.4.- CALCULO DEL HUI POR DIFERENCIAS FINITAS  
 ' METODO DE MIN CUADRADOS ESTABILIZACION POR DIF FINITAS

\*\*\*\*\* LECTURA DE DATOS \*\*\*\*\*

ARCHIVO\$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID\$(E\$, 1, 8) + ".PEX"

OPEN "#1, ARCHIVO\$

INPUT #1, E\$

LINE INPUT #1, ESTACION\$

LINE INPUT #1, FECHA\$

INPUT #1, AC, NPN, NQ, INC, SPE, PT

DIM Q(NQ), P(NPN), PBI(NPN), PB(NPN)

FOR J = 1 TO NPN

INPUT #1, P(J)

NEXT J

FOR J = 1 TO NPN

INPUT #1, PBI(J)

NEXT J

FOR J = 1 TO NQ

```

INPUT #1, Q(J)
NEXT J
CLOSE #1

```

```

CF = NPN
300 IF PBI(CF) = 0 GOTO 301
NPFIN = CF: GOTO 302
301 CF = CF - 1: GOTO 300
302 CI = 0
303 CI = CI + 1
IF PBI(CI) > 0 GOTO 304
GOTO 303
304 NPIN = CI
NP = NPFIN - NPIN + 1

```

```

K = NQ - NP + 1
DIM PE(NQ, K), PT(K, NQ), QCAL(NQ), PROD1(K, K), PROD2(K, K)
DIM TIEMPO(K), D(K + 1, K), DT(K, K + 1), NORMA(K, K), SUMA(K, K)

```

```

FOR J = 1 TO K
TT(I) = TT(I) + INC
NEXT J

```

```

***** CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE Y GASTO DE mm Y m3/s. RESPECTIVAMENTE
***** A mm/h Y mm/h *****

```

```

FOR J = 0 TO NP - 1
PB(J + 1) = PBI(NPIN + J)
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NP
PB(J) = PB(J) / INC
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NQ
Q(J) = Q(J) * (3.6 / AC)
NEXT J

```

```

=====OBTENCION DE LA MATRIZ PE=====

```

```

SUMA = 0
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
A = I - J + 1
IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NP THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 NEXT J
NEXT I

```

```

=====OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE PE=====

```

```

FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
PT(J, I) = PE(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

```

=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*PE=PROD1=====

```

```

FOR I = 1 TO K
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * PE(L, I)

```

```

NEXT L
PROD1(I, J) = SUM
NEXT J
NEXT I

IF ORDEN = 2 THEN GOTO SEGUNDO

PRIMER:
'==== OBTENCION DE LA MATRIZ D DE DIFERENCIAS FINITAS DE 1ER ORDEN ====
  FOR I = 1 TO K + 1
  FOR J = 1 TO K
  IF I = K + 1 AND J = K THEN 40
  IF J = I THEN 40
  IF J = I - 1 THEN 50
  D(I, J) = 0: GOTO 60
40 D(I, J) = 1: GOTO 60
50 D(I, J) = -1
60 NEXT J
  NEXT I

'===== OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE D DE 1ER ORDEN =====
  FOR I = 1 TO K + 1
  FOR J = 1 TO K
  DT(J, I) = D(I, J)
  NEXT J
  NEXT I

  GOTO NORMA:

SEGUNDO:
'==== OBTENCION DE LA MATRIZ D DE DIFERENCIAS FINITAS DE 2DO ORDEN ====
  FOR I = 1 TO K
  FOR J = 1 TO K
  IF J = I THEN 70
  IF J = I + 1 THEN 80
  IF J = I - 1 THEN 80
  D(I, J) = 0: GOTO 90
70 D(I, J) = 2: GOTO 90
80 D(I, J) = -1
90 NEXT J
  NEXT I

'===== OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE D DE 2DO ORDEN =====
  FOR I = 1 TO K
  FOR J = 1 TO K
  DT(J, I) = D(I, J)
  NEXT J
  NEXT I

NORMA:
'===== OBTENCION DE LA MATRIZ RO*(DT*D) =====
  FOR I = 1 TO K
  FOR J = 1 TO K
  NORMA(I, J) = RO * DT(I, J) * D(I, J)
  NEXT J
  NEXT I

'===== OBTENCION DE LA SUMA PT*PE + RO*(DT*D) =====
  FOR I = 1 TO K
  FOR J = 1 TO K
  SUMA(I, J) = PROD1(I, J) + NORMA(I, J)
  NEXT J

```

```

NEXT I
'=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*Q=PROD2=====
FOR I = 1 TO 1
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * Q(L)
NEXT L
PROD2(J, I) = SUM
NEXT J
NEXT I

'==== MANDA LA MATRIZ AMPLIADA DEL SIST. DE EC. A UN ARCHIVO =====
LAMDA = 1
FORM$ = "#####.###"
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "O", #1, ARCHIVO2$
FOR I = 1 TO K
FOR J = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: SUMA(I, J);
NEXT J
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA; PROD2(I, 1)
NEXT I
FOR I = 1 TO K
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA;
NEXT I
PRINT #1, USING FORM$: 0; LAMDA
CLOSE #1

' SOLUCION DEL SISTEMA DE N ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE GAUSS
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"
OPEN "I", #1, ARCHIVO2$
n = K + 1
DIM A(n, n + 1), X(n), C(1, n + 1), M(n + 1)
FOR KK = 1 TO n
FOR JJ = 1 TO n + 1
INPUT #1, A(KK, JJ)
NEXT JJ
NEXT KK
CLOSE #1

I = 1
140 IF A(I, I) <> 0 THEN GOTO 260
P = I + 1
160 IF A(I, P) <> 0 THEN GOTO 190
IF P >= n THEN GOTO 410
P = P + 1: GOTO 160
190 FOR J = 1 TO (n + 1)
C(I, J) = A(I, J)
NEXT J
FOR J = 1 TO n + 1
A(I, J) = A(P, J)
A(P, J) = C(I, J)
NEXT J
260 FOR J = I + 1 TO n
M(J) = A(J, I) / A(I, I)
NEXT J
FOR J = I + 1 TO n
FOR P = 1 TO n + 1
A(J, P) = A(J, P) - M(J) * A(I, P)
NEXT P

```

```

NEXT J
I = I + 1
IF I < n THEN GOTO 140
IF A(I, I) = 0 THEN GOTO 410
X(n) = A(n, n + 1) / A(n, n)
FOR I = n - 1 TO 1 STEP -1
S = 0
FOR J = I + 1 TO n
S = S + A(I, J) * X(J)
NEXT J
X(I) = (A(I, n + 1) - S) / A(I, I)
NEXT I
GOTO 420
410 PRINT "EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA****": GOTO FIN
420 CLS : PRINT "LA SOLUCION POR DIFERENCIAS FINITAS CON MINIMOS CUADRADOS ES:": PRINT
I4 = 5
FOR I = 1 TO n
I3 = 1
IF I3 > 17 AND I3 < 35 THEN I3 = I - 17: I4 = 25
IF I3 >= 35 THEN I3 = I - 34: I4 = 45
IF I = n THEN LOCATE 2 + I3, I4: PRINT ": "; PRINT USING "###.###": X(I): GOTO 450
LOCATE 2 + I3, I4: PRINT "H("; I; ")="; USING "###.###": X(I)
450 NEXT I

480 SUM = 0
FOR I = 1 TO K
SUM = SUM + X(I)
NEXT I
SHU = SUM
LOCATE 21, 5: PRINT " multiplicador de Lagrange      SUMA DE Hs = "; USING "#.###": SHU

CONVOL:

FOR I = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = SUM + PE(I, J) * X(J)
NEXT J
QCAL(I) = SUM
NEXT I

FOR I = 1 TO NQ
Q(I) = Q(I) * (AC / 3.6)
QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
NEXT I

FOR I = 1 TO NP
PB(I) = PB(I) * INC
NEXT I

SUM2 = 0
FOR II = 1 TO NQ
SUM2 = SUM2 + ((Q(II) - QCAL(II))) ^ 2
NEXT II
EE = SQR(SUM2 / NQ)

FIN:
END

```

## 1.1.5.- CALCULO DEL HUI POR OPTIMIZACION DE ROSENBROCK

```

DEFDBL A-H, O-Z
***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PEX"
OPEN "#1", ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
LINE INPUT #1, FECHA$
INPUT #1, AC, NPE, NQ, INC, SPE, PT
KP = NQ - NPE + 1

DIM Q(NQ), P(NPE), PB(NPE), PE(NQ, KP), BETA(KP, 1), PROD(NQ)
DIM RES(NQ, 1), TRES(1, NQ), QCAL(NQ), VH(KP), TIEMPO(KP)

FOR J = 1 TO NPE
INPUT #1, PB(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO NQ
INPUT #1, Q(J)
NEXT J
CLOSE #1

***** CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE Y GASTO DE mm Y m3/s. RESPECTIVAMENTE
***** A mm/h Y mm/h *****
FOR J = 1 TO NPE
PB(J) = PB(J) / INC
NEXT J

FOR J = 1 TO NQ
Q(J) = Q(J) * (3.6 / AC)
NEXT J

'====DIMENSIONAMIENTO PARA EL ALGORITMO DE ROSENBROCK====
DIM X(KP), E(KP), V(KP, KP), SA(KP), D(KP), G(KP), H(KP), AL(KP)
DIM PH(KP), A(KP, KP), B(KP, KP), BX(KP), DA(1), W(KP, KP), ET(KP)
DIM VM(KP), CH(KP), CX(KP), CG(KP)

***** OBTENCION DE LA MATRIZ PE *****
SUMA = 0
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO KP
A = I - J + 1
IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NPE THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 NEXT J
NEXT I
FOR I = 1 TO NQ
NEXT I

'===== PROGRAMA PARA CALCULO DE ORDENADAS =====

CLS 'ALGORITMO DE OPTIMIZACION NO LINEAL MULTIVARIADO RESTRINGIDO
'PROCEDIMIENTO DE ROSENBROCK

FOR II = 1 TO KP
X(II) = 1 / KP
E(II) = .1
NEXT II

CICLO = 0

```

```

INICIO:
CICLO = CICLO + 1
PRINT TAB(20); "CUENCA: "; E$; TAB(50); " CICLO No.": CICLO
PRINT TAB(1); STRING$(80, "

    LY = 100; ACC = .0000000001#
    L = KP: P = KP: M = -1: PR = 1
    ND = 0: NA = 0: NP = 0
    LP = PR - 1: IT = 0: DY = .0000000001#: N = L
    LO = 0: KT = 0: F1 = 0!
    IW = 0: TM = 0: NR = NA
    'RESTRICCIONES
    GOSUB 1900
    FOR K1 = 1 TO L
    AL(K1) = (CH(K1) - CG(K1)) * .0001

    NEXT K1
    FOR I = 1 TO P
    FOR J = 1 TO P
    V(I, J) = 0
    IF ((I - J) <> 0) THEN 600
    V(I, J) = 1
600  NEXT J
    NEXT I
    FOR KK = 1 TO P: ET(KK) = E(KK): NEXT KK
630  FOR J = 1 TO P
    IF (NP = 0) THEN E(J) = ET(J)
    SA(J) = 2: D(J) = 0
    NEXT J
    FT = F1
680  I = 1
    IF (IT = 0) THEN 730
700  FOR K = 1 TO P: X(K) = X(K) + E(I) * V(I, K): NEXT K
    FOR K = 1 TO L: H(K) = F0: NEXT K
    'FUNCION OBJETIVO
730  '
    GOSUB 1790
    F1 = F
    F1 = M * F1
    IF (IW = 0) THEN F0 = F1
    IW = 1
    IF ((ABS(FT - F1) - DY) > 0) THEN 820
    TM = 1!
    GOTO 1610
820  J = 1
830  'RESTRICCIONES
    GOSUB 1900
    XC = CX(J)
    OL = CG(J)
    UC = CH(J)
    IF (XC <= OL) GOTO 1540
    IF (XC >= UC) GOTO 1540
    IF (F1 < F0) GOTO 1540
    IF (XC < OL + AL(J)) GOTO 950
    IF (XC > UC - AL(J)) GOTO 950
    H(J) = F0
    GOTO 1060
950  BW = AL(J)
    IF (XC <= OL OR UC <= XC) GOTO 1010
    IF (OL < XC AND XC < OL + BW) GOTO 1020
    IF (UC - BW < XC AND XC < UC) THEN 1030
    PH(J) = 1!

```

```

GOTO 1060
1010 PH(J) = 0: GOTO 1050
1020 PW = (OL + BW - XC) / BW: GOTO 1040
1030 PW = (XC - UC + BW) / BW
1040 PH(J) = 1! - 3! * PW + 4! * PW * PW - 2! * PW * PW * PW
1050 F1 = H(J) + (F1 - H(J)) * PH(J)
1060 IF (J = L) GOTO 1090
      J = J + 1
      GOTO 830
1090 IT = 1!
      IF (F1 < F0) THEN 1540
      D(I) = D(I) + E(I)
      E(I) = 3! * E(I)
      F0 = F1
      IF (SA(I) >= 1.5) THEN SA(I) = 1!
1150 FOR JJ = 1 TO P
      IF (SA(JJ) >= .5) GOTO 1590
      NEXT JJ
      'ROTACION DE EJES
      FOR R = 1 TO P
      FOR C = 1 TO P: VV(C, R) = 0!: NEXT C
      NEXT R
      FOR R = 1 TO P
      KR = R
      FOR C = 1 TO P
      FOR K = KR TO P: W(R, C) = D(K) * V(K, C) + W(R, C): NEXT K
      B(R, C) = VV(R, C)
      NEXT C
      NEXT R
      BG = 0!
      FOR C = 1 TO P: BG = BG + B(1, C) * B(1, C): NEXT C
      BG = SQR(BG)
      BX(1) = BG
      FOR C = 1 TO P: V(I, C) = B(1, C) / BG: NEXT C
      FOR R = 2 TO P
      IR = R - 1
      FOR C = 1 TO P
      SM = 0!
      FOR KK = 1 TO IR
      SV = 0!
      FOR KJ = 1 TO P: SV = SV + W(R, KJ) * V(KK, KJ): NEXT KJ
      SM = SV * V(KK, C) + SM: NEXT KK
      B(R, C) = VV(R, C) - SM
      NEXT C
      NEXT R
      FOR R = 2 TO P
      GG = 0
      FOR K = 1 TO P: GG = GG + B(R, K) * B(R, K): NEXT K
      GG = SQR(GG)
      FOR C = 1 TO P: V(R, C) = B(R, C) / GG: NEXT C
      NEXT R
      LO = LO + 1
      LP = LP + 1
      IF (LP = PR) THEN 1610
      GOTO 630
1540 IF (IT = 0) GOTO 1610
      FOR IX = 1 TO P: X(I, IX) = X(I, IX) - E(I) * V(I, IX): NEXT IX
      E(I) = -.5 * E(I)
      IF (SA(I) < 1.5) THEN SA(I) = 0
      GOTO 1150
1590 IF (I = P) GOTO 680
      I = I + 1

```

```

GOTO 700
1610 LP = 0
IF (IT = 0) GOTO 1710
IF (TM = 1) GOTO 1720
IF (LO >= LY) THEN 1720
GOTO 630
1710 CLS : PRINT "EL PUNTO INICIAL VIOLA LAS RESTRICCIONES"
1720 CLS : LOCATE 23, 50: PRINT SPACE$(30)

FOR JJ = 1 TO KP
PRINT "H( "; JJ; ") = "; : PRINT USING "##.###"; X(JJ)
NEXT JJ
PRINT "SUMA = "; : PRINT USING "##.###"; SUM1

'=====OBTENCION DEL VECTOR DE LAS ORDENADAS H=====
FOR JJ = 1 TO KP
VH(JJ) = X(JJ)
NEXT JJ

'===== CONVERSION DEL GASTO A m^3/s =====
FOR II = 1 TO NQ
Q(II) = Q(II) * (AC / 3.6)
QCAL(II) = QCAL(II) * (AC / 3.6)
NEXT II

FOR II = 1 TO NPE
PB(II) = PB(II) * INC
NEXT II

FIN:
END

*****
1790 ***** FUNCION OBJETIVO PARA LAS ORDENADAS DEL HU *****

FOR JJ = 1 TO KP
BETA(JJ, 1) = X(JJ)
NEXT JJ

'===== CALCULO DE LA FUNCION OBJETIVO F=SQR((Q OBS - QCAL)^2/NQ) =====

'===== MATRIZ PE* ECUACION DE CONVOLUCION)=====
FOR JJJ = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR LLL = 1 TO KP
SUM = SUM + PE(JJJ, LLL) * BETA(LLL, 1)
NEXT LLL
QCAL(JJJ) = SUM
NEXT JJJ

SUM = 0
FOR JJJ = 1 TO NQ
SUM = SUM + (Q(JJJ) - QCAL(JJJ)) ^ 2
NEXT JJJ

F = EE

KT = KT + 1
RETURN

1900 ***** SUBROUTINA DE RESTRICCIONES *****

```

```

FOR JJ = 1 TO KP
CH(JJ) = 1
CX(JJ) = X(JJ)
CG(JJ) = 0
NEXT JJ

```

```

RETURN

```

#### 1.1.6.- TRANSFORMACION LLUVIA ESCURRIMIENTO MEDIANTE EL PROCESO ARMA(p,q)

```

***** LECTURA DE DATOS *****

```

```

ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PEX"

```

```

OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
LINE INPUT #1, FECHA$
INPUT #1, AC, NPN, NQ, INC, SPE, PT

```

```

DIM Q(NQ), P(NPN), PBI(NPN), PE(NPN)
DIM PROD1(PP + Q + 1, PP + Q + 1), TIEMPO(NQ), QCAL(NQ)
DIM PROD2(PP + Q + 1, PP + Q + 1), AA(NQ, PP + Q + 1), AAT(PP + Q + 1, NQ)

```

```

FOR J = 1 TO NPN
INPUT #1, P(J)
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NPN
INPUT #1, PBI(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO NQ
INPUT #1, Q(J)
NEXT J

```

```

CLOSE #1

```

```

CF=NPN
300 IF PBI(CF) = 0 GOTO 301
NPFIN = CF: GOTO 302
301 CF = CF - 1: GOTO 300
302 CI = 0
303 CI = CI + 1
IF PBI(CI) > 0 GOTO 304
GOTO 303
304 NPIN = CI
NP = NPFIN * NPIN + 1

```

```

**CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE Y DEL GASTO, DE mm Y m3/s A mm/hr Y mm/hr,
**RESPECTIVAMENTE, PARA UTILIZAR UNIDADES HOMOGENEAS

```

```

FOR J = 0 TO NP - 1
PE(J + 1) = PBI(NPIN + J)
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NP
PE(J) = PE(J) / INC
NEXT J

```

```

FOR J = 1 TO NQ
Q(J) = Q(J) * (3.6 / AC)

```

```

NEXT J

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ AA=====
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO PP
A1 = I - J
IF A1 <= 0 THEN AA(I, J) = 0: GOTO 20
AA(I, J) = Q(I - J)
20 NEXT J
NEXT I

FOR I = 1 TO NQ
FOR J = PP + 1 TO PP + Q + 1
A2 = I - J + PP + 1
IF A2 <= 0 THEN AA(I, J) = 0: GOTO 30
IF A2 > NP THEN AA(I, J) = 0: GOTO 30
AA(I, J) = PE(I - J + PP + 1)
30 NEXT J
NEXT I

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE AA=====
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO PP + Q + 1
AAT(J, I) = AA(I, J)
NEXT J
NEXT I

'=====OBTENCION DEL PRODUCTO AAT*AA=PROD1=====
FOR I = 1 TO (PP + Q + 1)
SUM = 0
FOR J = 1 TO (PP + Q + 1)
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + AAT(J, L) * AA(L, I)
NEXT L
PROD1(I, J) = SUM
NEXT J
NEXT I

'=====OBTENCION DEL PRODUCTO AAT*Q=PROD2=====
FOR I = 1 TO 1
SUM = 0
FOR J = 1 TO PP + Q + 1
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + AAT(J, L) * Q(L)
NEXT L
PROD2(J, I) = SUM
NEXT J
NEXT I

*****MANDA LA MATRIZ AMPLIADA DEL SIST. DE EC. A UN ARCHIVO*****
LAMDA = 1
FORMS$ = "#####.###"
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.OAT"
OPEN "O", #1, ARCHIVO2$
FOR I = 1 TO PP + Q + 1
FOR J = 1 TO PP + Q + 1
PRINT #1, USING FORMS$: PROD1(I, J);
NEXT J
PRINT #1, USING FORMS$: LAMDA; PROD2(I, 1)
NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO PP + Q + 1
PRINT #1, USING FORM$: LAMDA;
NEXT I
PRINT #1, USING FORM$: 0; LAMDA
CLOSE #1

```

```

' SOLUCION DEL SISTEMA DE N ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE GAUSS
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMA.DAT"

```

```

OPEN "I", #1, ARCHIVO2$
N = (PP + Q + 1) + 1
DIM A(N, N + 1), X(N), C(1, N + 1), m(N + 1)
FOR KK = 1 TO N
FOR JJ = 1 TO N + 1
INPUT #1, A(KK, JJ)
NEXT JJ
NEXT KK
CLOSE #1

```

```

I = 1
140 IF A(I, I) <> 0 THEN GOTO 260
P = I + 1
160 IF A(I, P) <> 0 THEN GOTO 190
IF P >= N THEN GOTO 410
P = P + 1; GOTO 160
190 FOR J = 1 TO (N + 1)
C(I, J) = A(I, J)
NEXT J
FOR J = 1 TO N + 1
A(I, J) = A(P, J)
A(P, J) = C(I, J)
NEXT J
260 FOR J = I + 1 TO N
m(J) = A(J, I) / A(I, I)
NEXT J
FOR J = I + 1 TO N
FOR P = 1 TO N + 1
A(J, P) = A(J, P) - m(J) * A(I, P)
NEXT P
NEXT J
I = I + 1
IF I < N THEN GOTO 140
IF A(I, I) = 0 THEN GOTO 410
X(N) = A(N, N + 1) / A(N, N)
FOR I = N - 1 TO 1 STEP -1
S = 0
FOR J = I + 1 TO N
S = S + A(I, J) * X(J)
NEXT J
X(I) = (A(I, N + 1) - S) / A(I, I)
NEXT I
GOTO 420
410 PRINT "EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA***"; :GOTO FIN
420 CLS : PRINT "LOS PARAMETROS DEL MODELO ARMA("; PP; "; "; Q; ") SON:"; PRINT

```

```

FOR I = 1 TO N
PRINT "; USING "###.####"; X(I)
450 NEXT I

```

```

460 SUM = 0
FOR I = 1 TO (PP + Q + 1)
SUM = SUM + X(I)

```

```

NEXT I
SHU = SUM
LOCATE 22, 5: PRINT "SUMA DE PARAMETROS = "; USING "###.###"; SHU

REPRODUC:
'***CALCULO DEL HIDROGRAMA DE SALIDA CONOCIDA LA ENTRADA (LLUVIA EFECTIVA)***
  FOR T = 1 TO NQ
    SUM1 = 0
    FOR I = 1 TO PP
      TI = T - I
      IF TI <= 0 THEN SUM1 = SUM1: GOTO 61
      SUM1 = SUM1 + X(I) * QCAL(T - I)
61 NEXT I

    SUM2 = 0
    FOR J = 0 TO Q
      TJ = T - J
      IF TJ <= 0 THEN SUM2 = SUM2: GOTO 62
      IF TJ > NP THEN SUM2 = SUM2: GOTO 62
      SUM2 = SUM2 + X(J + PP + 1) * PE(T - J)
62 NEXT J
    QCAL(T) = SUM1 + SUM2
    NEXT T

    FOR I = 1 TO NQ
      Q(I) = Q(I) * (AC / 3.6)
      QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
    NEXT I

    FOR I = 1 TO NP
      PE(I) = PE(I) * INC
    NEXT I

    SUM3 = 0
    FOR I = 1 TO NQ
      SUM3 = SUM3 + ((Q(I) - QCAL(I))) ^ 2
    NEXT I
    EE = SQR(SUM3 / NQ)

OPEN "O", #1, ARCHIVO$
FOR J = 0 TO NQ
PRINT #1, USING "###.###"; Q(J); QCAL(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

```

## 1.2.- PRONOSTICO DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO

### 1.2.1.- CALCULO DE LA INFILTRACION Y LLUVIA EFECTIVA

METODO DEL TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO USANDO LA ECUACION DE GREEN-AMPT (CHOW ET AL., 1994)

```

DEFDBL A-Z
' ***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PRO"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
INPUT #1, AC, N, NP, KP, INC

```

```

DIM P(NP), H(KP), I(NP), PACUM(NP), TF(NP), F(NP), FTEN(NP)
DIM TFTEN(NP), PEX(NP), PEXAC(NP)

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, P(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO KP
INPUT #1, H(J)
NEXT J
CLOSE #1

***** CALCULO DE LA ALTURA TOTAL DE LLUVIA *****
S1 = 0
FOR J = 1 TO NP
S1 = S1 + P(J)
NEXT J
PT = S1

*****CALCULO DE LA PRECIPITACION ACUMULADA ****
S3 = 0
FOR J = 0 TO NP
S3 = S3 + P(J)
PACUM(J) = S3
NEXT J

***** CALCULO DE LA INTENSIDAD DE LLUVIA *****
FOR J = 0 TO (NP - 1)
I(J) = P(J + 1) / INC
NEXT J

***** CALCULO DE LOS PARAMETROS DE GREEN AMPT POR MEDIO DEL NUMERO ***
***** DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO, N *****

155 IF N > 75 THEN GOTO 160
IF N > 36 AND N <= 75 THEN GOTO 180
IF N <= 36 THEN GOTO 200
160 K = (100 - N) / 124.185
SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
180 K = 3.139 - .0391 * N
IF N <= 65 THEN SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
IF N > 65 THEN SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K): GOTO 220
200 K = 4.707 - .0823 * N
SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K)

220 K = K * 10
SF = SF * 10

***** CALCULO DE LA INFILTRACION *****
CLAVE = 0
FOR J = 0 TO (NP - 1)
IF J = 0 THEN F(J) = 0: TF(J) = 1000: GOTO 10
TF(J) = K * (SF + F(J)) / F(J)
10 IF TF(J) <= I(J) THEN CLAVE = CLAVE + 1: GOTO CASO1
FTEN(J + 1) = F(J) + I(J) * INC
TFTEN(J + 1) = K * (SF + FTEN(J + 1)) / FTEN(J + 1)
IF J = (NP - 1) THEN GOTO SALIR
IF TFTEN(J + 1) > I(J) THEN GOTO CASO2
CASO3:
FP = (K * SF) / (I(J) - K)
DTT = (FP - F(J)) / I(J)
TP = J * INC + DTT
FT = FP: DT = INC - DTT

```

```

GOSUB GREEN
GOTO 20
CASO2:
  F(J + 1) = FTEN(J + 1)
  GOTO 20
CASO1: '(OCURRE ENCHARCAMIENTO DENTRO DEL INTERVALO)
  IF CLAVE = 1 THEN TP = INC * J
  DT = INC
  FT = F(J)
  GOSUB GREEN
  GOTO 20
SALIR:
  F(J + 1) = FTEN(J + 1); TF(J + 1) = TFTEN(J + 1)
20 NEXT J

FOR J = 1 TO NP
  PEXAC(J) = PACUM(J) - F(J)
  PEX(J) = ABS(PEXAC(J) - PEXAC(J - 1))
NEXT J

230 ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PEP"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, AC, N, NP, KP, INC, TP

FOR J = 1 TO NP
  PRINT #1, USING "###.#": PEX(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO KP
  PRINT #1, H(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

GREEN:
' CALCULO DE LA INFILTRACION ACUMULADA CON LA ECUACION DE GREEN-AMPT
' UTILIZANDO EL METODO NUMERICO DE NEWTON-RAPHSON
F = 1
DEF FNG (F) = K * DT + SF * LOG((F + SF) / (FT + SF)) + FT - F
DEF FND (F) = (SF / (SF + F)) - 1
250 FUN = FNG (F)
  DER = FND (F)
  H = FUN / DER
  F1 = F - H
  IF ABS(H) < .0001 THEN 290
  F = F1: GOTO 250
290 F(J + 1) = F1
  RETURN

```

#### 1.2.2.- TRANSFORMACION LLUVIA GASTO POR CONVOLUCION

```

***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PEP"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
INPUT #1, AC, N, NP, K, INC, TE
NQ = K + NP - 1

DIM Q(NQ), P(NP), PB(NP), PE(NQ, K), PT(K, NQ), QCAL(NQ)

```

```

DIM PROD1(K, K), PROD2(K, K), H(K)

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, PB(J)
NEXT J
FOR J = 1 TO K
INPUT #1, H(J)
NEXT J
CLOSE #1

***** CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE DE mm A mm/h *****
FOR J = 1 TO NP
PB(J) = PB(J) / INC
NEXT J

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ PE=====
SUMA = 0
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
A = I - J + 1
IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NP THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 NEXT J
NEXT I

CONVOL:

FOR I = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = SUM + PE(I, J) * H(J)
NEXT J
QCAL(I) = SUM
NEXT I

FOR I = 1 TO NQ
QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
NEXT I

FOR I = 1 TO NP
PB(I) = PB(I) * INC
NEXT I

FIN:
END

```

#### 1.4.- PRONOSTICO DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL O SINTETICO

##### 1.4.1.- CALCULO DE LA INFILTRACION Y LLUVIA EFECTIVA

METODO DEL TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO USANDO LA ECUACION DE GREEN-AMPT (CHOW ET AL., 1994)

```

DEFDBL A-Z
LECTURA DE DATOS
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".HUA"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC

```

```
DIM P(NP), I(NP), PACUM(NP), TF(NP), F(NP), FTEN(NP)
DIM TFTEN(NP), PEX(NP), PEXAC(NP)
```

```
FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, P(J)
NEXT J
CLOSE #1
```

```
***** CALCULO DE LA ALTURA TOTAL DE LLUVIA *****
```

```
S1 = 0
FOR J = 1 TO NP
S1 = S1 + P(J)
NEXT J
PT = S1
```

```
***** CALCULO DE LA PRECIPITACION ACUMULADA ****
```

```
S3 = 0
FOR J = 0 TO NP
S3 = S3 + P(J)
PACUM(J) = S3
NEXT J
```

```
***** CALCULO DE LA INTENSIDAD DE LLUVIA *****
```

```
FOR J = 0 TO (NP - 1)
I(J) = P(J + 1) / INC
NEXT J
```

```
***** CALCULO DE LOS PARAMETROS DE GREEN AMPT POR MEDIO DEL NUMERO ***
***** DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO, N *****
```

```
155 IF N > 75 THEN GOTO 160
    IF N > 36 AND N <= 75 THEN GOTO 180
    IF N <= 36 THEN GOTO 200
160 K = (100 - N) / 124.185
    SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
180 K = 3.139 - .0391 * N
    IF N <= 65 THEN SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
    IF N > 65 THEN SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
200 K = 4.707 - .0823 * N
    SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K)

220 K = K * 10
    SF = SF * 10
```

```
***** CALCULO DE LA INFILTRACION *****
```

```
CLAVE = 0
FOR J = 0 TO (NP - 1)
    IF J = 0 THEN F(J) = 0; TF(J) = 1000; GOTO 10
    TF(J) = K * (SF + F(J)) / F(J)
10 IF TF(J) <= I(J) THEN CLAVE = CLAVE + 1; GOTO CASO1
    FTEN(J + 1) = F(J) + I(J) * INC
    TFTEN(J + 1) = K * (SF + FTEN(J + 1)) / FTEN(J + 1)
    IF J = (NP - 1) THEN GOTO SALIR
    IF TFTEN(J + 1) > I(J) THEN GOTO CASO2
CASO1:
    FP = (K * SF) / (I(J) - K)
    DTT = (FP - F(J)) / I(J)
    TP = J * INC - DTT
    FT = FP; DT = INC - DTT
    GOSUB GREEN
    GOTO 20
CASO2:
```

```

F(J + 1) = FTEN(J + 1)
GOTO 20
CASO1:
IF CLAVE = 1 THEN FP = (K * SF) / ((J) - K); DTT = (FP - F(J)) / (J); TP = J * INC - DTT
' TP = INC * J
DT = INC
FT = F(J)
GOSUB GREEN
GOTO 20
SALIR:
F(J + 1) = FTEN(J + 1); TF(J + 1) = TFTEN(J + 1)

20 NEXT J

FOR J = 1 TO NP
PEXAC(J) = PACUM(J) - F(J)
PEX(J) = ABS(PEXAC(J) - PEXAC(J - 1))
NEXT J

230 ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PPA"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, USING "#####.###"; AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC, PT, PEXAC(NP)

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#"; P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#"; PEX(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

GREEN:
' CALCULO DE LA INFILTRACION ACUMULADA CON LA ECUACION DE GREEN-AMPT
' UTILIZANDO EL METODO NUMERICO DE NEWTON-RAPHSON
F = 1
DEF FNG (F) = K * DT + SF * LOG((F + SF) / (FT + SF)) + FT - F
DEF FND (F) = (SF / (SF + F)) - 1
250 FUN = FNG(F)
DER = FND(F)
H = FUN / DER
F1 = F - H
IF ABS(H) < .0001 THEN 290
F = F1: GOTO 250
290 F(J + 1) = F1
RETURN

1.4.2.- CALCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL METODO SCS
' OBTENCION DE ORDENADAS METODO DEL SOIL CONSERVATION SERVICE (SCS, 1972)

***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PPA"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC, PT, SPE

```

```

DIM P(NP), PEX(NP)

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, PEX(J)
NEXT J

CLOSE #1

***** CALCULOS *****
TR = (6 / 10) * TC
DT1 = (2 / 9) * TR
DT2 = (2 / 15) * TC
TP = TR + INC / 2

DIM COTTP(20), COQQP(20), QQP(100), QQT(100), T(100), HUS(100), X(100)
DMAX = .25 * TP
IF INC <= DMAX GOTO 39
PRINT "EL INTERVALO DE TIEMPO UTILIZADO = "; INC; " HORAS, ES MAYOR DEL 25% DEL TIEMPO DE PICO"
PRINT "EL CUAL ES DE "; DMAX; " HORAS, PUDIENDO RESULTAR UN HIDROGRAMA UNITARIO CON PICOS"

39 'INICIAN CALCULOS
FOR I = 1 TO 20
IF I = 1 GOTO 41
COQQP(I) = COQQP(I - 1) + .05
GOTO 69
41 COQQP(I) = .05
69 NEXT I
COTTP(1) = .47: COTTP(2) = .6: COTTP(3) = .69: COTTP(4) = .78
COTTP(5) = .85: COTTP(6) = .92: COTTP(7) = .97: COTTP(8) = 1.02
COTTP(9) = 1.08: COTTP(10) = 1.16: COTTP(11) = 1.24: COTTP(12) = 1.32
COTTP(13) = 1.41: COTTP(14) = 1.51: COTTP(15) = 1.62: COTTP(16) = 1.75
COTTP(17) = 1.91: COTTP(18) = 2.15: COTTP(19) = 2.6: COTTP(20) = 5!

KP = CINT(5 * TP / INC)

FOR I = 1 TO KP
T(I) = I * INC 'TIEMPOS
NEXT I

FOR I = 1 TO KP
TTP = T(I) / TP
IF TTP >= 5 GOTO 43
INDIC = 1
FOR J = 1 TO 20
IF TTP <= COTTP(J) GOTO 83
INDIC = INDIC + 1
83 NEXT J
IF INDIC > 1 GOTO 44
QQT(I) = (TTP / COTTP(1)) * COQQP(1)
GOTO 82
44 QQT(I) = ((TTP - COTTP(INDIC - 1)) / (COTTP(INDIC) - COTTP(INDIC - 1))) * (COQQP(INDIC) - COQQP(INDIC - 1)) +
COQQP(INDIC - 1)
GOTO 82
43 QQT(I) = 1
82 NEXT I

FOR I = 1 TO KP
IF I = 1 GOTO 45

```

```

HUS(I) = (QQT(I) - QQT(I - 1))
GOTO 84
45 HUS(I) = QQT(I)
84 NEXT I

SUMA = 0
FOR I = 1 TO KP
NEXT I

SUMA2 = 0
FOR I = 1 TO KP
SUMA2 = SUMA2 + X(I)    'MI SUMA
NEXT I

ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS" + MID$(E$, 1, 8) + ".PHA"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC, PT, SPE, KP

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, PEX(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO KP
PRINT #1, X(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

1.4.3- CALCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL METODO WILSON-BROWN

***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS" + MID$(E$, 1, 8) + ".PPA" 'HUA"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC, PT, SPE

DIM P(NP), PEX(NP), TIEMPO(100), TA(100), O(100), HUI(100), H(100)

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
INPUT #1, PEX(J)
NEXT J

CLOSE #1

***** CALCULO DE PARAMETROS GEOMORFICOS DE LA CUENCA *****
'INC='INTERVALO DE TIEMPO DE CONVOLUCION
RF = DE / L
D = SQR(4 * AC / 3.1416)

```

```

ELONG = D / L
AT = AC * 100
U = -4.2 + 5.6 * AT ^ (-.1) + 1.7 * SQR(RF) / ELONG ^ (4.5)
ETA = .2 + EXP(U)
KA = 1 / ETA

NINC = DTORM / INC

FOR J = 1 TO NINC
TIEMPO(J) = INC + TIEMPO(J - 1)
TA(J) = TIEMPO(J) / TC
NEXT J

FOR J = 1 TO NINC
O(J) = (256 / (1 - 8 * KA)) * EXP(-8 * TA(J)) * (TA(J) ^ 2 - 2 * TA(J) * KA / (1 - 8 * KA) + (2 * KA ^ 2) / (1 - 8 * KA) ^ 2) - (512 * KA ^ 2) * EXP(-TA(J) / KA) / (1 - 8 * KA) ^ 3
HUI(J) = O(J) * (INC / TC)
NEXT J

SUM = 0
FOR J = 1 TO NINC
SUM = SUM + HUI(J)
NEXT J
SH = SUM

KP = NINC

ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PHA"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, AC, L, DE, TC, N, NP, DTORM, INC, PT, SPE, KP

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, P(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, PEX(J)
NEXT J

FOR J = 1 TO KP
PRINT #1, HUI(J)
NEXT J
CLOSE #1

FIN:
END

```

#### 1.4.4.- TRANSFORMACION LLUVIA EFECTIVA-GASTO POR CONVOLUCION

```

***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PHA"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, L, DE, TC, N, NPN, DTORM, INC, PT, SPE, K

DIM P(NPN), PBI(NPN), H(K)

```

```
FOR J = 1 TO NPN
INPUT #1, P(J)
NEXT J
```

```
FOR J = 1 TO NPN
INPUT #1, PBI(J)
NEXT J
```

```
FOR J = 1 TO K
INPUT #1, H(J)
NEXT J
CLOSE #1
```

```
CF = NPN
300 IF PBI(CF) = 0 GOTO 301
NPFIN = CF: GOTO 302
301 CF = CF - 1: GOTO 300
302 CI = 0
303 CI = CI + 1
IF PBI(CI) > 0 GOTO 304
GOTO 303
304 NPIN = CI
NP = NPFIN - NPIN + 1
```

```
NQ = K + NP - 1
```

```
DIM PB(NP), PE(NQ, K), PT(K, NQ), QCAL(NQ)
DIM PROD1(K, K), PROD2(K, K)
```

```
***** CAMBIO DE UNIDADES DE LA PE DE mm A mm/h *****
```

```
FOR J = 0 TO NP - 1
PB(J + 1) = PBI(NPIN + J)
NEXT J
```

```
FOR J = 1 TO NP
PB(J) = PB(J) / INC
NEXT J
```

```
'=====OBTENCION DE LA MATRIZ PE=====
```

```
SUMA = 0
FOR I = 1 TO NQ
FOR J = 1 TO K
A = I - J + 1
IF A <= 0 THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
IF A > NP THEN PE(I, J) = 0: GOTO 20
PE(I, J) = PB(I - J + 1)
20 PRINT "PE("; I; "; "; J; ")="; PE(I, J)
NEXT J
NEXT I
```

```
***** CONVOLUCION *****
```

```
FOR I = 1 TO NQ
SUM = 0
FOR J = 1 TO K
SUM = SUM + PE(I, J) * H(J)
NEXT J
QCAL(I) = SUM
NEXT I
```

```
FOR I = 1 TO NQ
QCAL(I) = QCAL(I) * (AC / 3.6)
NEXT I
```

```

FOR I = 1 TO NP
PB(I) = PB(I) * INC
NEXT I

```

```

FIN:
END

```

### 1.5.- PREDICCION DE AVENIDAS CON HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL, ASOCIADAS A DIFERENTES PERIODOS DE RETORNO

#### 1.5.1.- CONSTRUCCION DE TORMENTAS SINTETICAS

```

***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".PRD"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, NE, KP, P1, DT, INC

DIM H(KP)

FOR J = 1 TO KP
INPUT #1, H(J)
NEXT J

CLOSE #1

NP = DT / INC

DIM P(8, NP + 1), PI(8, NP + 1), PE(8, NP + 1)
DIM TR(N), PR(N), TD(8), PD(8), XT(8), C(8)

FOR I = 1 TO 8
READ TD(I)
NEXT I

OBTENCION DE LA TORMENTA SINTETICA METODO DEL BLOQUE ALTERNO

P1 = LLUVIA EN 24 HORAS CON PERIODO DE RETORNO DE 2 AOS
C = CONSTANTE DE KOTHYARI-GARDE

```

```

***** APLICACION DE LA FORMULA DE KOTHYARI-GARDE (1992) *****
FOR I = 1 TO 8
FOR J = 1 TO NP
T = J * INC
IF AC < 25 THEN FR = 1: GOTO 200
FR = 1 - ((.352647 * (T ^ (-.41782)) * (1 - EXP(-.005794 * AC))))
200 P(I, J) = FR * (C * (TD(I) ^ .2) / (T ^ .71)) * (P1 ^ .33) * T
NEXT J: NEXT I
***** OBTENCION DE LAS LLUVIAS TOTALES ASOCIADAS A LA DURACION *****
***** TOTAL Y AL PERIODO DE RETORNO RESPECTIVO*****
DIM PH(8)
FOR K = 1 TO 8
PH(K) = P(K, NP)
NEXT K
** OBTENCION DE LOS INCREMENTOS DE LLUVIA PARA LA TORMENTA SINTETICA**
FOR I = 1 TO 8
FOR J = 1 TO NP
PI(I, J) = P(I, J) - P(I, J - 1)

```

```

NEXT J: NEXT I
'*** ARREGLO DE LOS INCREMENTOS DE LLUVIA POR METODO DEL BLOQUE ALTERNO ***
D1 = NP / 2 + 1
FOR I = 1 TO 8
  K = 0
  P(I, D1) = PI(I, 1)
  FOR J = 2 TO NP STEP 2
    K = K + 1
    P(I, D1 - K) = PI(I, J)
    P(I, D1 + K) = PI(I, J + 1)
  NEXT J: NEXT I

GRABAR:
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".TRM"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, AC, NE, NP, KP, DT, INC

FOR I = 1 TO 8
  FOR J = 1 TO NP
    PRINT #1, USING "###.#"; P(I, J)
  NEXT J
NEXT I

FOR J = 1 TO KP
  PRINT #1, H(J)
NEXT J

CLOSE #1

FIN:
END
DATA 2,5,10,25,50,100,250,500

```

1.5.2.- CALCULO DE LA INFILTRACION Y LLUVIA EFECTIVA  
 METODO DEL TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO USANDO LA ECUACION DE GREEN-AMPT

```

'***** LECTURA DE DATOS *****
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".TRM"
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
INPUT #1, E$
LINE INPUT #1, ESTACION$
INPUT #1, AC, N, NP, KP, DTOR, INC
DIM H(KP), P(8, NP), I(8, NP), PACUM(8, NP), TF(8, NP), F(8, NP), FTEN(8, NP)
DIM TFTEN(8, NP), PEX(8, NP), PEXAC(8, NP), TP(8)

FOR I = 1 TO 8
  FOR J = 1 TO NP
    INPUT #1, P(I, J)
  NEXT J
NEXT I

FOR J = 1 TO KP
  INPUT #1, H(J)
NEXT J

CLOSE #1

***** CALCULO DE LA ALTURA TOTAL DE LLUVIA PARA CADA PERIODO DE RETORNO ***
FOR I = 1 TO 8

```

```

S1 = 0
FOR J = 1 TO NP
S1 = S1 + P(I, J)
NEXT J
PT(I) = S1
NEXT I

*****CALCULO DE LA PRECIPITACION ACUMULADA ****
FOR I = 1 TO 8
S3 = 0
FOR J = 0 TO NP
S3 = S3 + P(I, J)
PACUM(I, J) = S3
NEXT J
NEXT I

***** CALCULO DE LA INTENSIDAD DE LLUVIA *****
FOR I = 1 TO 8
FOR J = 0 TO (NP - 1)
I(I, J) = P(I, J + 1) / INC
NEXT J
NEXT I

***** CALCULO DE LOS PARAMETROS DE GREEN AMPT POR MEDIO DEL NUMERO ***
***** DE LA CURVA DE ESCURRIMIENTO, N *****

155 IF N > 75 THEN GOTO 160
IF N > 36 AND N <= 75 THEN GOTO 180
IF N <= 36 THEN GOTO 200
160 K = (100 - N) / 124.185
SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
180 K = 3.139 - .0391 * N
IF N <= 65 THEN SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
IF N > 65 THEN SF = ((100 - N) / 16.635) ^ 2 / (2 * K); GOTO 220
200 K = 4.707 - .0823 * N
SF = (3.025 - .0146 * N) ^ 2 / (2 * K)

220 K = K * 10
SF = SF * 10

***** CALCULO DE LA INFILTRACION *****
CLAVE = 0
FOR I = 1 TO 8
FOR J = 0 TO (NP - 1)
IF J = 0 THEN F(I, J) = 0: TF(I, J) = 1000: GOTO 310
TF(I, J) = K * (SF + F(I, J)) / F(I, J)
310 IF TF(I, J) <= I(I, J) THEN CLAVE = CLAVE + 1: GOTO CASO1
FTEN(I, J + 1) = F(I, J) + I(I, J) * INC
TFTEN(I, J + 1) = K * (SF + FTEN(I, J + 1)) / FTEN(I, J + 1)
IF J = (NP - 1) THEN GOTO SALIR
IF TFTEN(I, J + 1) > I(I, J) THEN GOTO CASO2
CASO3:
FP = (K * SF) / (I(I, J) - K)
DTT = (FP - F(I, J)) / I(I, J)
TP(I) = J * INC + DTT
FT = FP: DT = INC * DTT
GOSUB GREEN
GOTO 320
CASO2:
F(I, J + 1) = FTEN(I, J + 1)
GOTO 320
CASO1:

```

```

IF CLAVE = 1 THEN TP(I) = INC * J
'IF CLAVE = 1 THEN FP = (K * SF) / (I(I, J) - K): DTT = (FP - F(I, J)) / I(I, J): TP(I) = INC * J + DTT
DT = INC
FT = F(I, J)
GOSUB GREEN
GOTO 320
SALIR:
  F(I, J + 1) = FTEN(I, J + 1): TF(I, J + 1) = TFTEN(I, J + 1)

320 NEXT J
NEXT I

FOR I = 1 TO 8
FOR J = 1 TO NP
PEXAC(I, J) = PACUM(I, J) - F(I, J)
PEX(I, J) = ABS(PEXAC(I, J) - PEXAC(I, J - 1))
NEXT J
NEXT I

FOR I = 1 TO 8
PH(I) = PEXAC(I, NP)
NEXT I

GRABAR:
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS\" + MID$(E$, 1, 8) + ".INP"
OPEN "O", #1, ARCHIVO$
PRINT #1, E$
PRINT #1, ESTACION$
PRINT #1, USING "#####.###"; AC; N; NP; KP; INC

FOR I = 1 TO 8
FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#": P(I, J)
NEXT J
NEXT I

FOR I = 1 TO 8
FOR J = 1 TO NP
PRINT #1, USING "###.#"; PEX(I, J)
NEXT J
NEXT I

FOR J = 1 TO KP
PRINT #1, USING "#####"; H(J)
NEXT J

CLOSE #1

FIN:
  END

GREEN:
'*** CALCULO DE LA INFILTRACION ACUMULADA CON LA ECUACION DE GREEN-AMPT ***
'***** UTILIZANDO EL METODO NUMERICO DE NEWTON-RAPHSON *****
F = 1
DEF FNG (F) = K * DT + SF * LOG((F + SF) / (FT + SF)) + FT - F
DEF FND (F) = (SF / (SF + F)) - 1
450 FUN = FNG(F)
DER = FND(F)
H = FUN / DER
F1 = F - H
IF ABS(H) < .0001 THEN 490

```

```

F = F1: GOTO 450
490 F(I, J + 1) = F1
RETURN

```

## 2.- ANALISIS EN CUENCAS DISCRETIZADAS

### 2.1.- CALIBRACION

```

* CALIBRACION DE PARAMETROS DEL MODELO DE TRANSITO DE MUSKINGUM
* EXTENDIDO PARA TRIBUTARIOS MULTIPLES, KHAN(1993)
* METODO DE MIN CUADRADOS (SOLUCION DE GAUSS)

```

```

***** LECTURA DE DATOS *****

```

```

ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS" + MID$(E$, 1, 8) + ".TRB"

```

```

OPEN "I", #1, ARCHIVO$

```

```

INPUT #1, E$

```

```

LINE INPUT #1, CUENCA$

```

```

LINE INPUT #1, FECHA$

```

```

INPUT #1, NQ

```

```

INPUT #1, INC

```

```

INPUT #1, NT

```

```

NCOEF = NT * 2 + 1

```

```

DIM TIEMPO(NQ), I(NQ, NT), O(NQ)

```

```

DIM P(NQ, NCOEF), PT(NCOEF, NQ), OCAL(NQ)

```

```

DIM PROD1(NCOEF, NCOEF), PROD2(NCOEF, 1), CC(2, NT)

```

```

CLS

```

```

FOR J = 0 TO NQ - 1

```

```

INPUT #1, TIEMPO(J)

```

```

FOR I = 1 TO NT

```

```

INPUT #1, I(J, I)

```

```

NEXT I

```

```

INPUT #1, O(J)

```

```

NEXT J

```

```

CLOSE #1

```

```

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ P=====

```

```

FOR I = 1 TO NQ - 1

```

```

FOR J = 1 TO NT

```

```

P(I, J) = I(I - 1, J)

```

```

NEXT J

```

```

NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO NQ - 1

```

```

FOR J = NT + 1 TO NCOEF - 1

```

```

P(I, J) = I(I, J - NT)

```

```

NEXT J

```

```

NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO NQ - 1

```

```

P(I, NCOEF) = O(I - 1)

```

```

NEXT I

```

```

'=====OBTENCION DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE P=====

```

```

FOR I = 1 TO NQ - 1

```

```

FOR J = 1 TO NCOEF

```

```

PT(J, I) = P(I, J)

```

```

NEXT J

```

```

NEXT I

```

```

'=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*P=PROD1=====

```

```

FOR I = 1 TO NCOEF
SUM = 0
FOR J = 1 TO NCOEF
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ
SUM = SUM + PT(J, L) * P(L, I)
NEXT L
PROD1(I, J) = SUM
NEXT J
NEXT I

'***** OBTENCION DEL VECTOR Q DE SALIDA OBSERVADO *****

'=====OBTENCION DEL PRODUCTO PT*Q=PROD2=====
FOR I = 1 TO 1
SUM = 0
FOR J = 1 TO NCOEF
SUM = 0
FOR L = 1 TO NQ - 1
SUM = SUM + PT(J, L) * O(L)
NEXT L
PROD2(J, I) = SUM
NEXT J
NEXT I

'==== MANDA LA MATRIZ AMPLIADA DEL SIST. DE EC. A UN ARCHIVO =====
FORM$ = "#####.###"
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMUS.DAT"
OPEN "O", #1, ARCHIVO2$
FOR I = 1 TO NCOEF
FOR J = 1 TO NCOEF
PRINT #1, USING FORM$: PROD1(I, J);
NEXT J
PRINT #1, USING FORM$: PROD2(I, 1)
NEXT I
CLOSE #1

' SOLUCION DEL SISTEMA DE N ECUACIONES MEDIANTE EL METODO DE GAUSS
ARCHIVO2$ = "C:\QB45\DATOS\SISTEMUS.DAT"
OPEN "I", #1, ARCHIVO2$
N = NCOEF
DIM A(N, N + 1), X(N), C(1, N + 1), m(N + 1)
FOR KK = 1 TO N
FOR JJ = 1 TO N + 1
INPUT #1, A(KK, JJ)
NEXT JJ
NEXT KK
CLOSE #1

I = 1
140 IF A(I, 1) <> 0 THEN GOTO 260
P = I + 1
160 IF A(I, P) <> 0 THEN GOTO 190
IF P >= N THEN GOTO 410
P = P + 1: GOTO 160
190 FOR J = 1 TO (N + 1)
C(I, J) = A(I, J)
NEXT J
FOR J = 1 TO N + 1
A(I, J) = A(P, J)
A(P, J) = C(I, J)
NEXT J

```

```

260 FOR J = I + 1 TO N
  m(J) = A(J, I) / A(I, I)
  NEXT J
  FOR J = I + 1 TO N
    FOR P = 1 TO N + 1
      A(J, P) = A(J, P) - m(J) * A(I, P)
    NEXT P
  NEXT J
  I = I + 1
  IF I < N THEN GOTO 140
  IF A(I, I) = 0 THEN GOTO 410
  X(N) = A(N, N + 1) / A(N, N)
  FOR I = N - 1 TO 1 STEP -1
    s = 0
    FOR J = I + 1 TO N
      s = s + A(I, J) * X(J)
    NEXT J
    X(I) = (A(I, N + 1) - s) / A(I, I)
  NEXT I
  GOTO 420
410 PRINT "EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION UNICA***": GOSUB PULSE: GOTO FIN
420 CLS : PRINT "LOS COEFICIENTES DE TRANSITO POR MINIMOS CUADRADOS SON:": PRINT

  FOR I = 1 TO NT
    CC(1, I) = X(I)
  NEXT I

  FOR I = 1 TO NT
    CC(2, I) = X(NT + I)
  NEXT I

  CC3 = X(N)

  FOR I = 1 TO NT
    PRINT "C("; 1; "; I; ")="; USING "###.###"; CC(1, I); : PRINT " C1 DE LA SUBCUENCA"; I
    PRINT "C("; 2; "; I; ")="; USING "###.###"; CC(2, I); : PRINT " C2 DE LA SUBCUENCA"; I
450 NEXT I
  PRINT "C(3)="; USING "###.###"; CC3; : PRINT " C3 PARA TODAS LAS SUBCUENCAS"
460 PRINT ""

REPRODUC:
  OCAL(0) = O(0)
  FOR I = 1 TO NQ - 1
    SUM1 = 0
    FOR J = 1 TO NT
      SUM1 = SUM1 + CC(1, J) * I(I - 1, J)
    NEXT J

    SUM2 = 0
    FOR J = 1 TO NT
      SUM2 = SUM2 + CC(2, J) * I(I, J)
    NEXT J

    OCAL(I) = SUM1 + SUM2 + CC3 * OCAL(I - 1)
  NEXT I
  SUM4 = 0
  FOR II = 0 TO NQ - 1
    SUM4 = SUM4 + ((O(II) - OCAL(II)) ^ 2)
  NEXT II
  EE = SQR(SUM4 / NQ)
FIN: END

```

## 2.2.- PRONOSTICO

```
' PRONOSTICO MEDIANTE EL MODELO DE TRANSITO DE MUSKINGUM
' EXTENDIDO PARA TRIBUTARIOS MULTIPLES, KHAN(1993)
' METODO DE MIN CUADRADOS (SOLUCION DE GAUSS)
```

```
***** LECTURA DE DATOS *****
```

```
ARCHIVO$ = "C:\QB45\DATOS" + MID$(E$, 1, 8) + ".TRB"
```

```
OPEN "I", #1, ARCHIVO$
```

```
INPUT #1, E$
```

```
LINE INPUT #1, CUENCA$
```

```
LINE INPUT #1, FECHA$
```

```
INPUT #1, NQ
```

```
INPUT #1, INC
```

```
INPUT #1, NT
```

```
NCOEF = NT * 2 + 1
```

```
DIM TIEMPO(NQ), I(NQ, NT), O(NQ)
```

```
DIM P(NQ, NCOEF), PT(NCOEF, NQ), OCAL(NQ)
```

```
DIM PROD1(NCOEF, NCOEF), PROD2(NCOEF, 1), CC(2, NT)
```

```
CLS
```

```
FOR J = 0 TO NQ - 1
```

```
INPUT #1, TIEMPO(J)
```

```
FOR I = 1 TO NT
```

```
INPUT #1, I(J, I)
```

```
NEXT I
```

```
INPUT #1, O(J)
```

```
NEXT J
```

```
CLOSE #1
```

```
'PRONOSTICO
```

```
OCAL(0) = O(0)
```

```
FOR I = 1 TO NQ - 1
```

```
SUM1 = 0
```

```
FOR J = 1 TO NT
```

```
SUM1 = SUM1 + CC(1, J) * I(I - 1, J)
```

```
NEXT J
```

```
SUM2 = 0
```

```
FOR J = 1 TO NT
```

```
SUM2 = SUM2 + CC(2, J) * I(I, J)
```

```
NEXT J
```

```
OCAL(I) = SUM1 + SUM2 + CC3 * OCAL(I - 1)
```

```
NEXT I
```