

01174

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

10
Lej

**ANALISIS DE DATOS DE PRESION CON EFECTOS NO-LAMINARES
EN YACIMIENTOS HOMOGENEOS**

**Por:
José Luis Roldán Cortés**

**Director de Tesis
Dr. Rodolfo Carnacho Velázquez**

**Un Trabajo Propuesto y Realizado de Acuerdo a los Requerimientos Para
Obtener el Grado de Maestro en la Disciplina de Ingeniería Petrolera**

**Ciudad Universitaria
México, D.F., 1996**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS

COMPLETA

R E S U M E N

El objetivo de este trabajo está enfocado al análisis del comportamiento de presión en yacimientos bajo condiciones de flujo No-laminar, examinándose el período de flujo transitorio, tanto para yacimientos de líquido ligeramente compresible como para yacimientos con empuje de gas en solución.

Para yacimientos de líquido ligeramente compresible se presenta una expresión analítica para el comportamiento de presión, así como de su pendiente semilogarítmica. Estas expresiones contienen como caso particular el comportamiento de flujo laminar.

Se desarrolla una expresión para calcular el daño total, daño mecánico más daño por efectos inerciales en función de parámetros físicos del yacimiento, observándose que su valor es aproximadamente igual a la ordenada al origen de una línea recta semilogarítmica cuando se grafica presión contra el logaritmo del tiempo.

Haciendo uso de la solución analítica, se propone una gráfica cartesiana de diagnóstico para identificar la presencia de efectos inerciales en el yacimiento, la que consiste en graficar la derivada de la presión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo. De la ordenada al origen de una recta ajustada en esta gráfica, se determina la capacidad de flujo del yacimiento, en forma más precisa que con la pendiente semilogarítmica, como tradicionalmente se hace. Este tipo de análisis fue probado en yacimientos de gas y en yacimientos naturalmente fracturados con resultados excelentes.

Para el caso de flujo multifásico se analiza la función de pseudopresión, en yacimientos homogéneos, tanto en el pozo como a lo largo del yacimiento, observándose que los efectos de resaturación resultan de la presencia de flujo multifásico no-laminar e influyen en el incipiente desarrollo de una línea recta semilogarítmica durante el período de

flujo transitorio cuando los efectos no-laminares son considerables.

También se analiza el comportamiento de incremento de presión para pozos cerrados, tanto para líquido, como para flujo multifásico.

Para el caso de flujo de líquido durante las pruebas de incremento, se puede analizar la presión de cierre en una forma similar al decremento, siempre y cuando no existan efectos de tiempo de producción.

En incremento de presión con flujo multifásico no-laminar se generan aparentes rectas semilogarítmicas más evidentes que durante el decremento, tanto en términos de presión y pseudopresión, desarrollándose un procedimiento práctico que determina las condiciones de daño existentes en la vecindad del pozo al combinar expresiones definidas para líquido no-laminar.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Rodolfo Camacho Velázquez su dirección y la oportunidad de compartir parte de sus conocimientos en la realización de este trabajo, asimismo al Dr. Fernando Samaniego Verduzco por sus valiosos comentarios y recomendaciones, al Instituto Mexicano del Petróleo por las facilidades y apoyo brindado, y en forma especial a la Universidad Nacional Autónoma de México.

Deseo agradecer a los Drs. Fernando Rodríguez de la Garza, Heber Cinco Ley y Luis Macías Chapa sus observaciones y recomendaciones durante la revisión de este trabajo, así como al Ing. Manuel Villamar Vigueras su confianza y amistad.

A los M.I. Roberto Padilla Sixto y Mario Vásquez Cruz, por sus observaciones, sugerencias y ayuda.

Este trabajo está dedicado a mi esposa *Ramos* y a mis hijos, *Cristina*, *Luis Miguel* y *Marco Antonio*, apoyo invaluable en mi vida.



CONTENIDO

	Pag
RESUMEN	i
Agradecimientos	iii
Contenido	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tablas	viii
Capítulo 1 INTRODUCCION	1
Capítulo 2 MODELO NUMERICO	3
Capítulo 3 RESULTADOS EN YACIMIENTOS DE LIQUIDO LIGERAMENTE COMPRESIBLE	5
3.1 Definición de Pseudopresión Para Líquido No-laminar.	5
3.2 Expresión del Daño Total en Presencia de Flujo No-laminar.	21
Capítulo 4 SOLUCION ANALITICA FLUJO MONOFASICO	25
4.1 Expresión de la Solución Analítica de Presión y Pendiente Semilogarítmica, Período Transitorio.	25
4.2 Expresión del Daño Total y Pendiente Semilogarítmica en Términos de Variables Reales y su Aplicación a Pruebas de Decremento.	32
4.3 Análisis de Datos de Incremento de Presión, Líquido No-laminar.	43
4.4 Resultados en Yacimientos Naturalmente Fracturados.	57
4.5 Ejemplo de Gas.	69
Capítulo 5 FLUJO MULTIFASICO NO-LAMINAR	73
5.1 Flujo Multifásico No-laminar, Decremento.	73
5.2 Flujo Multifásico No-laminar, Incremento.	103
Capítulo 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	131
NOMENCLATURA	135
REFERENCIAS	137
APENDICE A Ecuación de Flujo. Líquido No-laminar.	141
APENDICE B Comportamiento Estacionario de los Perfiles de Velocidad.	144
APENDICE C Derivación del Daño Total.	147
APENDICE D Solución Analítica para Flujo de Líquido No-laminar	151
APENDICE E Solución Analítica para Flujo Multifásico No-laminar Estacionario	158

Lista de Figuras

		Pag.
Fig.- 3.1	Comportamiento de Presión Adimensional para Diferentes Daños Mecánicos, Período Transitorio	7
Fig.- 3.2	Presión vs Tiempo Adimensional para Diferentes Daños y Gastos Período Transitorio	8
Fig.- 3.3	Comportamiento de Pseudopresión, Flujo Transitorio y Dominado Por Frontera	10
Fig.- 3.4	Perfil de Velocidad a Diferentes Tiempos Adimensionales $s = 0$	11
Fig.- 3.5	Perfil de Velocidad a Diferentes Tiempos Adimensionales $s = 20$	12
Fig.- 3.6	Perfil de Velocidad a Diferentes Tiempos Adimensionales $s = -2$	13
Fig.- 3.7	Perfil de Velocidad Por Distancia Para Varios Tiempos Adimensionales, $s = 0$	15
Fig.- 3.8	Perfil de Velocidad Por Distancia Para Varios Tiempos Adimensionales, $s \cong -2$	16
Fig.- 3.9	Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos Adimensionales $s = 0$	17
Fig.- 3.10	Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos Adimensionales $s = 20$	18
Fig.- 3.11	Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos adimensionales $s = -2$	19
Fig.- 3.12	Comportamiento de la Derivada de Presión	28
Fig.- 3.13	Comportamiento de la Derivada de Presión Para Diferentes Radio Considerados	29
Fig.- 3.14	Deirvada de la Presión Vs Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo	30
Fig.- 4.1	Comparación de la Respuesta de Presión, Solución Analitica Ec.(4.3) Con Datos de Simulación	33
Fig.- 4.2	Caída de Presión Contra Tiempo, Período Transitorio $s = 0$	38
Fig.- 4.3	Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del tiempo, $s = 0$	39
Fig.- 4.4	Caída de presión Contra Tiempo, Período Transitorio $s = 20$	40
Fig.- 4.5	Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del tiempo, $s = 20$	41
Fig.- 4.6	Comportamiento de Presión en Incremento, $s = 0$	47
Fig.- 4.7	Comportamiento de Presión Para un Tiempo de Producción, $s = 0$	48
Fig.- 4.8	Comportamiento de Presión en Incremento, $s = 20$	49
Fig.- 4.9	Comportamiento de Presión en Incremento, $s = -2$	50
Fig.- 4.10	Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo de Cierre, $s = 0$	52
Fig.- 4.11	Comportamiento de la Caída de Presión en Incremento, $s = 0$	53

	Pag.
Fig.- 4.12 Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo de Cierre, $s = 20$	54
Fig.- 4.13 Comportamiento de la Caída de Presión en Incremento, $s = 20$	56
Fig.- 4.14 Derivada de Presión Vs Tiempo Adimensional, $s = 0$	58
Fig.- 4.15 Presión Vs Tiempo Adimensional, Yacimiento Fracturado, $s = 0$	59
Fig.- 4.16 Caída de Presión Vs Tiempo en Términos Reales, $s = 0$	61
Fig.- 4.17 Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo.	62
Fig.- 4.18 Derivada de Presión Vs Tiempo Adimensional, $s = 0$	63
Fig.- 4.19 Presión Vs Tiempo Adimensional, Yacimiento Fracturado, $s = 0$	6
Fig.- 4.20 Caída de presión Vs Tiempo, Yacimiento Fracturado, $s = 0$	6
Fig.- 4.21 Derivada de la Caída de Presión Vs Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo	6
Fig.- 4.22 Caída de Pseudopresión Vs Tiempo de Cierre, Yacimiento de Gas	7
Fig.- 4.23 Derivada de Pseudopresión Vs Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo, Yacimiento de Gas	71
Fig.- 5.1 Curvas de Permeabilidad Relativas.	74
Fig.- 5.2 Propiedades PVT de los Fluidos, Conjunto 1.	75
Fig.- 5.3 Propiedades PVT de los Fluidos, Conjunto 2.	75
Fig.- 5.4 Comportamiento de Presión Adimensional en Líquido Laminar y Flujo Multifásico.	76
Fig.- 5.5 Comparación de las Respuestas de Presión y Pseudopresión Flujo Laminar.	78
Fig.- 5.6 Comportamiento de Pseudopresión en el Pozo, Flujo Multifásico No-Laminar Estacionario.	80
Fig.- 5.7 Verificación del Modelo Numérico, Flujo Multifásico No-Laminar Estacionario.	81
Fig.- 5.8 Comparación de las Respuestas de Pseudopresión en Flujo Multifásico	82
Fig.- 5.9 Comportamiento de Pseudopresión de Yacimiento, Conjunto 1.	85
Fig.- 5.10 Comportamiento de Pseudopresión de Yacimiento, Conjunto 2	86
Fig.- 5.11 Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos de Producción, Conjunto 1	87
Fig.- 5.12 Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos de Producción, Conjunto 2	88
Fig.- 5.13 Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos de Producción, Conjunto 1	90
Fig.- 5.14 Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos de Producción, Conjunto 2	91
Fig.- 5.15 Perfiles de Saturación de Gas a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 1.	92
Fig.- 5.16 Perfiles de Saturación de Gas a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 2.	93
Fig.- 5.17 Perfiles de Velocidad de Gas a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 1.	94
Fig.- 5.18 Perfiles de Velocidad de Gas a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 2.	95

	Pag.
Fig.- 5.19 Comportamiento de la Pseudopresión de Yacimiento, $s = 0$	98
Fig.- 5.20 Perfiles de Presión a Diferentes Tiempos de Producción, $s = 0$	99
Fig.- 5.21 Perfiles de Velocidad de Aceite a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 2 y $s = 0$	100
Fig.- 5.22 Perfiles de Saturación de Gas a Diferentes Tiempos de Producción Conjunto 2 y $s = 0$	101
Fig.- 5.23 Presión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1. $s = 0$	104
Fig.- 5.24 Comportamiento de la Derivada de Incremento de Presión, $s = 0$	105
Fig.- 5.25 Presión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1. $s = 5$	106
Fig.- 5.26 Presión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1 $s = -2$	107
Fig.- 5.27 Pseudopresión Vs Tiempo Adimensional, Incremento.	109
Fig.- 5.28 Pseudopresión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1 $s = 0$	110
Fig.- 5.29 Pseudopresión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1 $s = 5$	112
Fig.- 5.30 Pseudopresión Vs Tiempo de Cierre Adimensional, Conjunto 1 $s = -2$	113
Fig.- 5.31 Comportamiento de Presión Adimensional Incremento, Conjunto 2.	114
Fig.- 5.32 Comportamiento de Pseudopresión en Incremento, Conjunto 2.	115
Fig.- 5.33 Perfiles de Saturación de Gas Para Varios Tiempos de Producción $s = 5$	116
Fig.- 5.34 Comportamiento de la Caída de Presión, Incremento, $s = 0$.	119
Fig.- 5.35 Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo de Cierre, $s = 0$	120
Fig.- 5.36 Comportamiento de la Caída de Presión, Incremento, $s = 5$	121
Fig.- 5.37 Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo, $s = 5$.	122
Fig.- 5.38 Comportamiento de la Caída de Presión, Incremento $s = -2$	123
Fig.- 5.39 Derivada de la Caída de Presión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo de Cierre, $s = -2$.	124
Fig.- 5.40 Gráfica Semilogarítmica de Pseudopresión, Datos de Campo, Incremento.	126
Fig.- 5.41 Derivada de la Caída de Pseudopresión Vs Tiempo de Cierre.	127
Fig.- 5.42 Gráfica Cartesiana de la Derivada de Pseudopresión Contra el Inverso de la Raíz Cuadrada del Tiempo.	129

Lista de Tablas

		Pag.
Tabla I	Datos Utilizados en la Simulación, Líquido.	4
Tabla II	Comparación de los Valores Numéricos de la Ec. 3.15 y Pseudopresión Durante el Período Pseudoestacionario.	23
Tabla III	Comparación del Factor de Daño Total y Pendiente Semilogarítmica Con Ordenada al Origen y Pendiente Ajustada.	24
Tabla IV	Factor de Daño Total y Permeabilidad de la Formación Líquido No-Laminar.	42
Tabla V	Resultados en Incremento de Presión, Líquido No-Laminar.	55
Tabla VI	Resultados en Yacimientos Fracturados, Líquido No-Laminar.	68
Tabla VII	Datos Utilizados en Ejemplo de Gas.	72
Tabla VIII	Flujo Multifásico, Propiedades del Yacimiento Utilizadas en la Simulación.	102
Tabla IX	Flujo Multifásico Incremento, Cálculo de Parámetros del Yacimiento y Condiciones de Daño.	128
Tabla X	Datos Comparativos de Permeabilidad y Daño Total, Prueba de Incremento, Pozo Sand Box 6-19.	130

1. INTRODUCCION

Un procedimiento ampliamente utilizado en ingeniería petrolera para determinar características tanto del yacimiento como del pozo donde se realiza la prueba, es el análisis de datos de variación de presión.

Los procedimientos existentes en la literatura sobre el análisis de estos datos, tienen como base, soluciones del problema de flujo de fluidos en medios porosos, las cuales resultan en la mayoría de los casos, en ecuaciones diferenciales no lineales, por lo que se hace necesario suponer ciertas hipótesis encaminadas a linealizar el problema. Una de las hipótesis principales es la de suponer flujo de líquido laminar en el yacimiento, la cual no siempre se justifica.

El estudio de efectos de flujo no-laminar en el yacimiento se ha encaminado principalmente a yacimientos de gas¹⁻⁸, donde varios investigadores han dedicado esfuerzos en el estudio de su influencia en la respuesta de presión, existiendo un número considerable de publicaciones al respecto. Aunque recientemente han aparecido en la literatura trabajos que consideran este efecto en yacimientos productores de líquido ligeramente compresible^{9,10} y de gas en solución¹¹.

En el presente trabajo se analiza el comportamiento de presión durante el período transitorio cuando se considera flujo no-laminar en el yacimiento y gasto de producción de aceite constante en el pozo, llegándose a obtener una solución analítica del problema no-laminar en yacimientos homogéneos al combinar la solución propuesta por Oliver¹² y visualizar el problema de flujo no-laminar como un problema de permeabilidad variable en espacio y a la vez como una perturbación de la respuesta laminar.

Considerando que este tipo de efectos son más importantes en yacimientos de gas seco y en yacimientos naturalmente fracturados, se presentan ejemplos que muestran la aplicabilidad de la tecnología desarrollada a este tipo de yacimientos.

Para el caso de yacimientos con flujo multifásico, trabajos de varios investigadores¹³⁻²³ han sido enfocados a estudiar la respuesta de presión en diferentes tipos de pruebas considerando flujo laminar en el medio poroso, observándose que cuando existe flujo multifásico en el yacimiento, no es posible utilizar en forma directa los métodos de análisis desarrollados para cuando se tiene una sola fase fluyendo en el yacimiento. En condiciones laminares, de estos estudios se concluye que mediante el uso de funciones apropiadas de presión y saturación (pseudopresiones), es posible correlacionar la respuesta multifásica con la de yacimientos que contienen líquido ligeramente compresible y que por medio de éstas es posible obtener parámetros más realistas de las condiciones del sistema pozo-yacimiento. Sin embargo, para condiciones no-laminares no se ha explicado en la literatura si este resultado sigue siendo válido.

2. MODELO NUMERICO

Los resultados presentados en este trabajo fueron generados con un simulador numérico^{24,26} de pozo, que contempla en su formulación punto de burbuja variable²⁷, lo cual es fundamental cuando se analiza el comportamiento de yacimientos donde los efectos inerciales son importantes, los datos de simulación se presentan en la tabla I. Las simulaciones consideran un pozo en el centro de un yacimiento circular, homogéneo e isotrópico. El pozo penetra totalmente la formación y produce a gasto constante de aceite tanto para yacimientos de líquido ligeramente compresible como para yacimientos bajo condiciones de flujo multifásico.

La región de daño es modelada al considerar una zona concéntrica al pozo de permeabilidad diferente a la de la formación²⁸. En las simulaciones se incluyen condiciones de pozo sin daño mecánico $s=0$, con daño $s=20$ y pozo estimulado $s=-2$, para poder observar su influencia en la respuesta de presión o pseudopresión.

La ecuación de Forchheimer²⁹ que considera tanto efectos laminares como no-laminares fue utilizada como ecuación de flujo para simular efectos no-laminares. En unidades de campo es la siguiente:

$$\frac{dp}{dr} = 887.2 \frac{\mu}{k} v + 9.115 \times 10^{-13} \beta \rho |v|v \quad (2.1)$$

donde:

$$\beta = \frac{48511}{\phi^{3.5} k^{0.5}} \quad (2.2)$$

Para flujo multifásico se consideran extensiones de la definición de β , es decir :

$$\beta_o = \frac{48511}{(\phi S_o)^{5.5} (k k_{ro})^{0.5}} \quad (2.3)$$

$$\beta_g = \frac{48511}{(\phi S_g)^{5.5} (k k_{rg})^{0.5}} \quad (2.4)$$

Para propósitos de referencia se utiliza el coeficiente inercial de flujo de aceite a condiciones iniciales, y es utilizado en el cálculo de pseudopresiones en flujo multifásico.

$$\beta_{oi} = \frac{48511}{(\phi S_{oi})^{5.5} (k k_{roi})^{0.5}} \quad (2.5)$$

TABLA I
DATOS UTILIZADOS EN LA SIMULACION PARA ACEITE

Radio de Drene, r_e , pies	1000, 4000, 8000
Radio de Pozo, r_w , pies	0.5
Espesor de Formacion, h , pies	50
Presion Inicial, $p_i = p_{bi}$, psi	5704.8
Densidad del Aceite, ρ_o , lb_m/pie^3	58
Permeabilidad, k , md	100
Porosidad, ϕ , fraccion	0.05
Factor de Daño, Adimensional	0, 20, -2
Viscosidad del Aceite, μ , cp	0.3
Compresibilidad, c_t , psi^{-1}	1.0×10^{-8}
Permeabilidad por fracturas k_e , md	2.5, 250
Porosidad de Fracturas, ϕ_f , fraccion	0.01
Permeabilidad de matriz, k_m , md	0.1
λ , adimensional	1.0×10^{-3} , 1.0×10^{-5}
ω , adimensional	0.1
Gasto de Flujo, q_o , BPD,	100, 1000, 3000,

3. RESULTADOS EN YACIMIENTOS DE LIQUIDO LIGERAMENTE COMPRESIBLE.

El objetivo de esta sección es el de presentar los resultados obtenidos en yacimientos que contienen líquido ligeramente compresible en presencia de flujo no-laminar al considerar gasto de producción constante, definiéndose una expresión de pseudopresión que correlaciona con la respuesta de líquido laminar, analizándose el efecto del daño sobre su respuesta. Así también, se desarrolla una expresión para el cálculo del daño total que contempla al daño mecánico y el daño por efectos no-laminares, esta expresión se define en términos prácticos en función de parámetros físicos del yacimiento.

3.1 Definición de Pseudopresión para Líquido No-Laminar

Cuando se considera un pozo produciendo a gasto constante en un yacimiento homogéneo e isotrópico con una fase ligeramente compresible en el medio poroso, el comportamiento de la presión durante el período transitorio en términos de variables adimensionales es la siguiente.

$$p_D(t_D, r_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (3.1)$$

Para valores del argumento de la integral exponencial E_i menores a 0.01, la ecuación (3.1), es representada por la aproximación logarítmica, que al considerar la respuesta de presión en el pozo y daño a la formación es la siguiente:

$$p_{wD}(t_D, 1) = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0.80907] + s \quad (3.2)$$

donde:

$$p_{wD} = \frac{kh\Delta p}{141.2qB\mu} \quad (3.3)$$

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \quad (3.4)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (3.5)$$

La ecuación (3.2) representa una recta con pendiente de 1.151 cuando se grafica p_{wD} contra el logaritmo de t_D . En la figura 3.1 se presentan las respuestas de p_{wD} contra el logaritmo de t_D durante el período transitorio para diferentes daños considerados. En esta figura se observa que en todos los casos la pendiente de la recta semilogarítmica resulta en un valor de 1.151, notándose también que la respuesta de presión con el tiempo en términos de variables adimensionales es independiente del gasto, lo cual es una consecuencia del uso de variables adimensionales y el de considerar flujo laminar en el yacimiento.

Cuando existen condiciones de flujo no-laminar en el yacimiento, se observa que el comportamiento de presión durante el período transitorio se le puede ajustar en forma aproximada una línea recta en la gráfica de p_{wD} contra el logaritmo del tiempo. La figura 3.2 muestra el valor de las pendientes de las rectas ajustadas, y en todos los casos las pendientes son mayores a la respuesta laminar de 1.151, para los diferentes daños considerados y que tanto la pendiente como la ordenada al origen, están en función del gasto de producción. Aún cuando se utilicen variables adimensionales no es suficiente para obtener una respuesta única como en el caso laminar.

A partir de la ecuación diferencial de flujo de fluidos en medios porosos y suponiendo efectos inerciales, se encontró que si se define una pseudopresión para flujo no-laminar como la siguiente:

$$m_D = \frac{kh}{141.2q\mu B_o} \int_r^{r_e} \left[\frac{\partial p}{\partial r} \right]_t dr \quad (3.6)$$

donde r_e es el radio de drene, y

$$c = \frac{9.115 \times 10^{-13} k}{887.2 \mu} \beta \rho \quad (3.7)$$

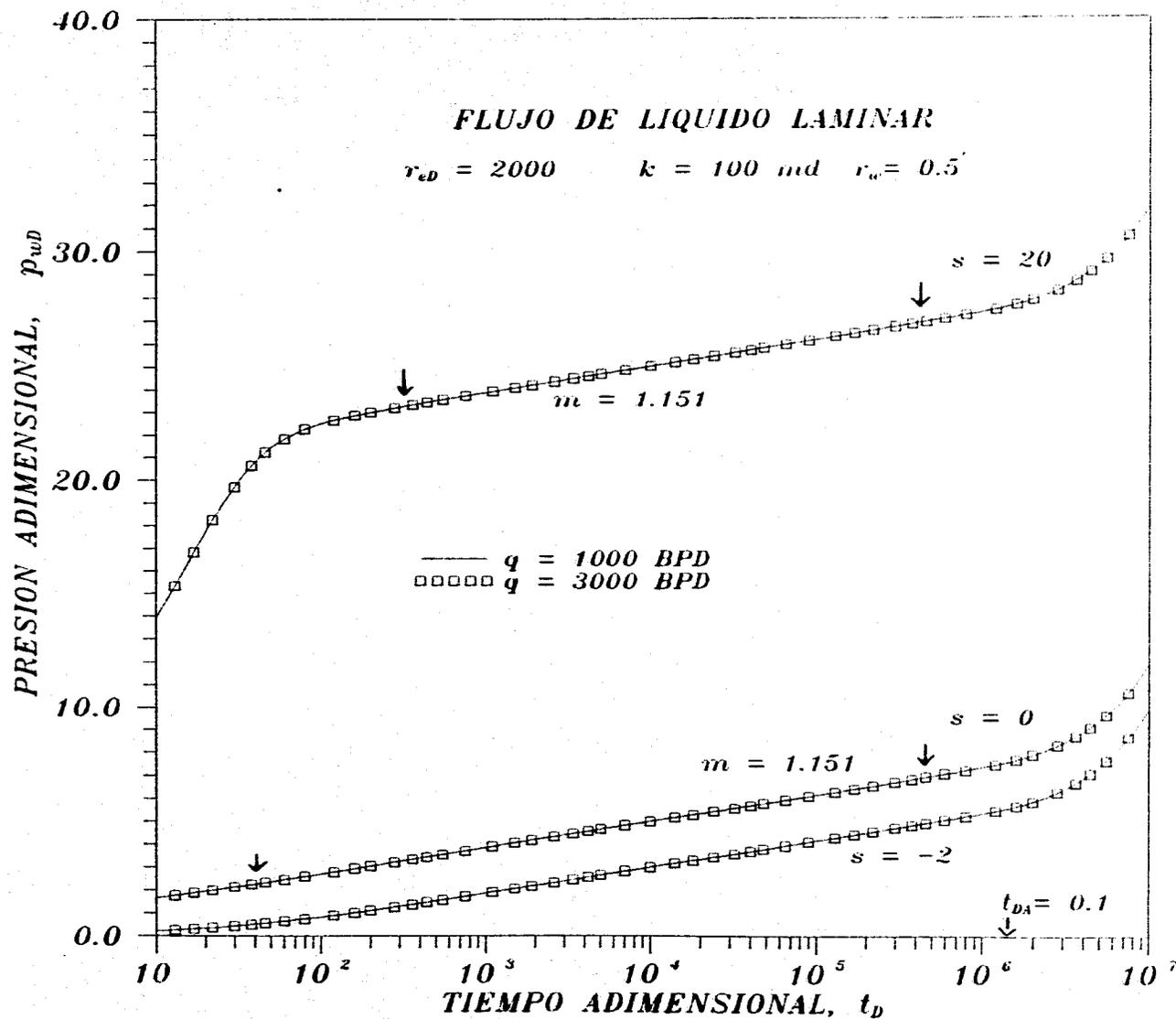


Fig.- 3.1 COMPORTAMIENTO DE PRESION ADIMENSIONAL PARA DIFERENTES DANOS MECANICOS, PERIODO TRANSITORIO.

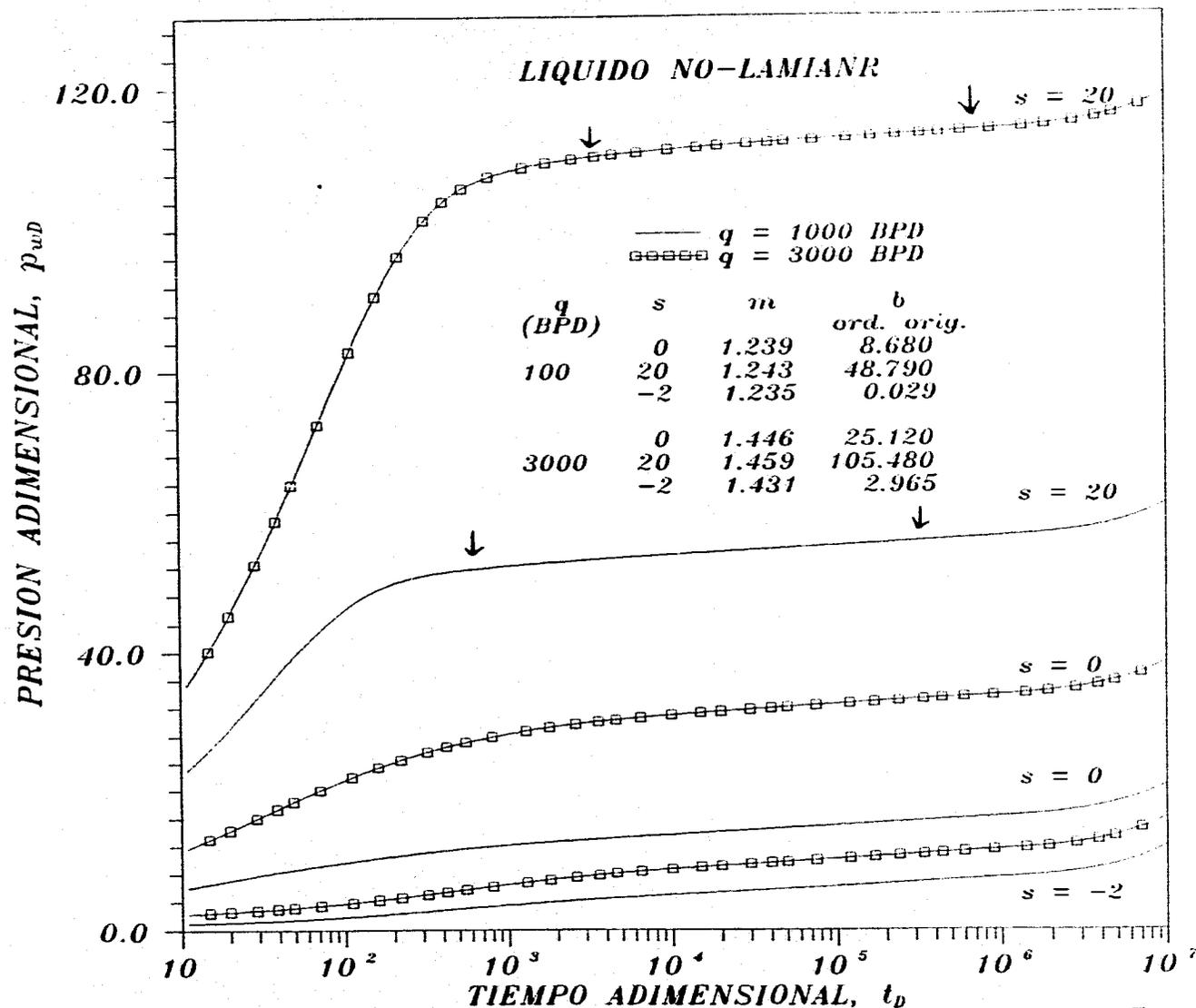


Fig. 3.2 PRESION VS. TIEMPO ADIMENSIONAL PARA DIFERENTES DANOS Y GASTOS, PERIODO TRANSITORIO.

Se obtiene una ecuación diferencial que tiene la misma forma que para líquido laminar, es decir :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (3.8)$$

La deducción de la ecuación diferencial (3.8) se presenta en el Apéndice A.

El parámetro β en la ecuación(3.7) está dado por la relación de Geertma³⁰ calculado con la ecuación (2.2).

Para establecer la correlación de la pseudopresión definida por la ecuación (3.6), y la respuesta de líquido laminar, en la figura 3.3, se muestra el comportamiento de la pseudopresión para diferentes gastos de producción y valores del factor de daño mecánico de: 0, 20 y -2, observándose que la pendiente de la recta semilogarítmica que se genera durante el período de flujo transitorio es de 1.151 para todos los casos considerados, hecho que corrobora la correlación de las ecuaciones (3.6) y (3.8) con la respuesta de líquido laminar.

En la figura 3.3, también se observa que durante el período dominado por frontera ($t_{DA} > 0.1$) la pseudopresión se conserva en un valor constante en todos los casos. Esto se debe a que durante el período pseudoestacionario el termino $\partial p / \partial r$ de la ec.(3.6) es independiente del tiempo, además la velocidad y el gradiente de presión están relacionados por la ecuación de Forchheimer, por lo que el argumento de la pseudopresión resulta ser independiente del tiempo.

En las figuras 3.4 a 3.6, se muestran los perfiles de la velocidad para diferentes tiempos y daños mecánicos considerados, observándose que a tiempos adimensionales mayores a 10^4 los perfiles de velocidad se mantienen constantes, por lo que la velocidad

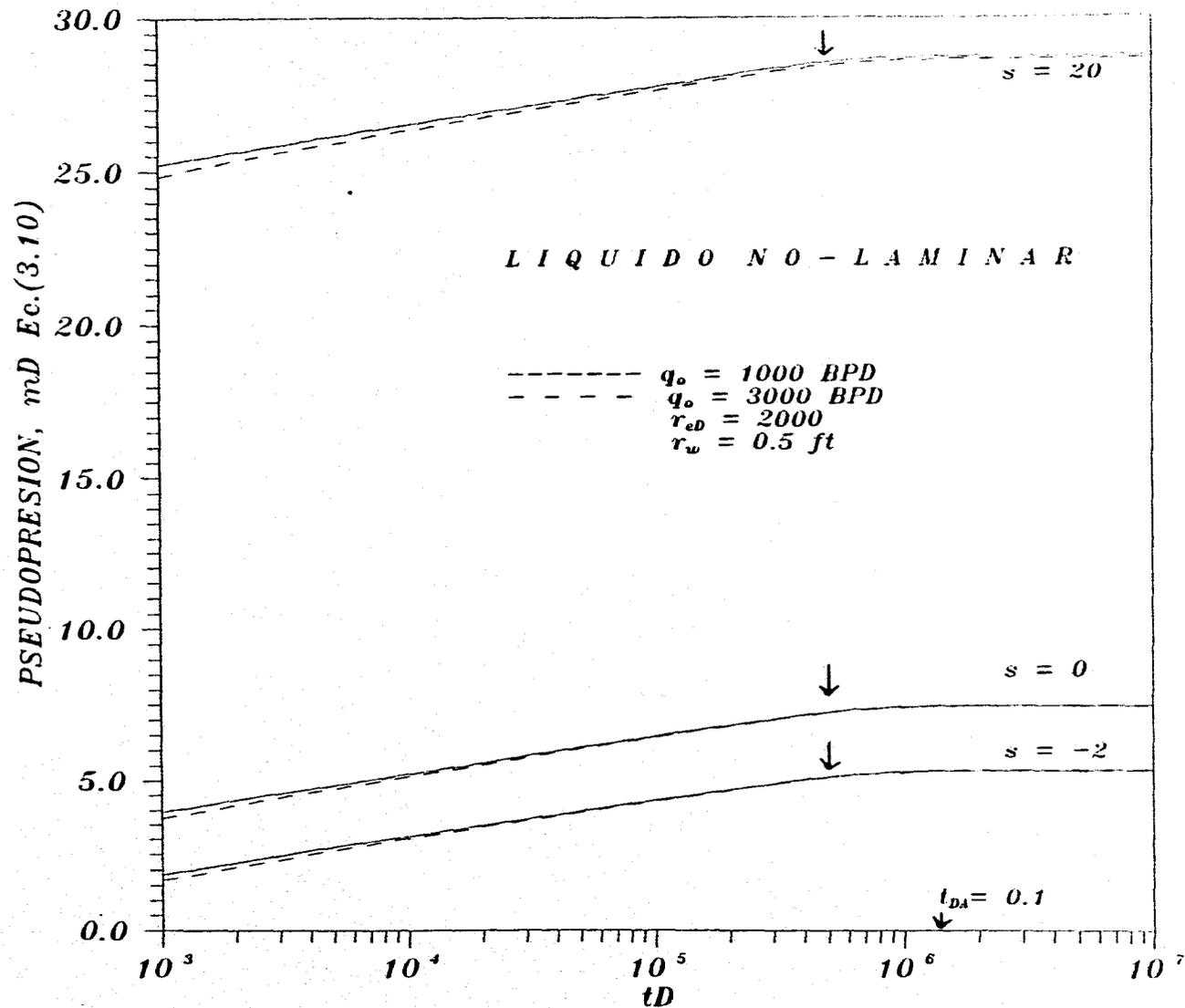


Fig.- 3.3 COMPORTAMIENTO DE PSEUDOPRESION, FLUJO TRANSITORIO Y DOMINADO POR FRONTERA.

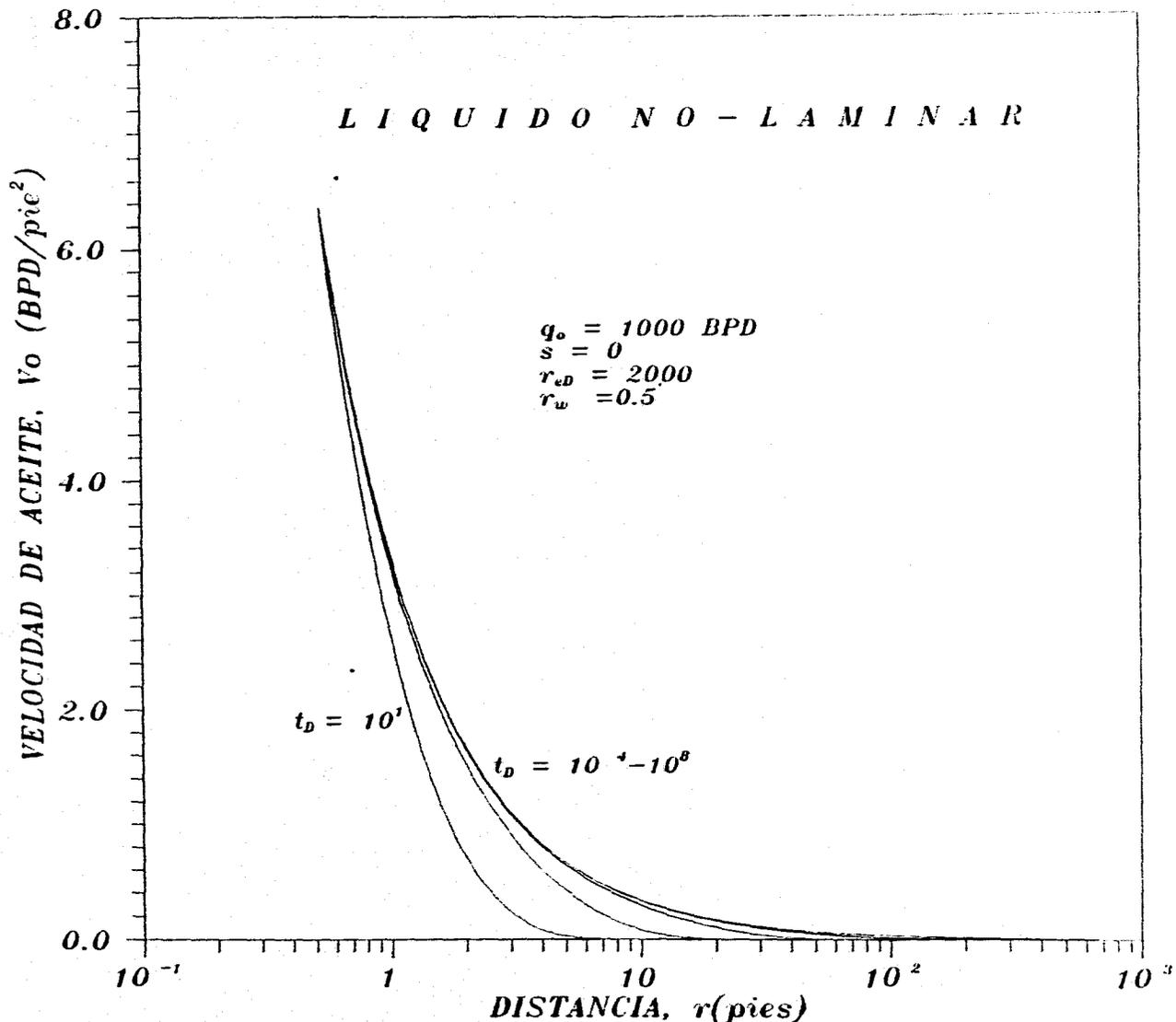


Fig.- 3.4 PERFIL DE VELOCIDAD A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES

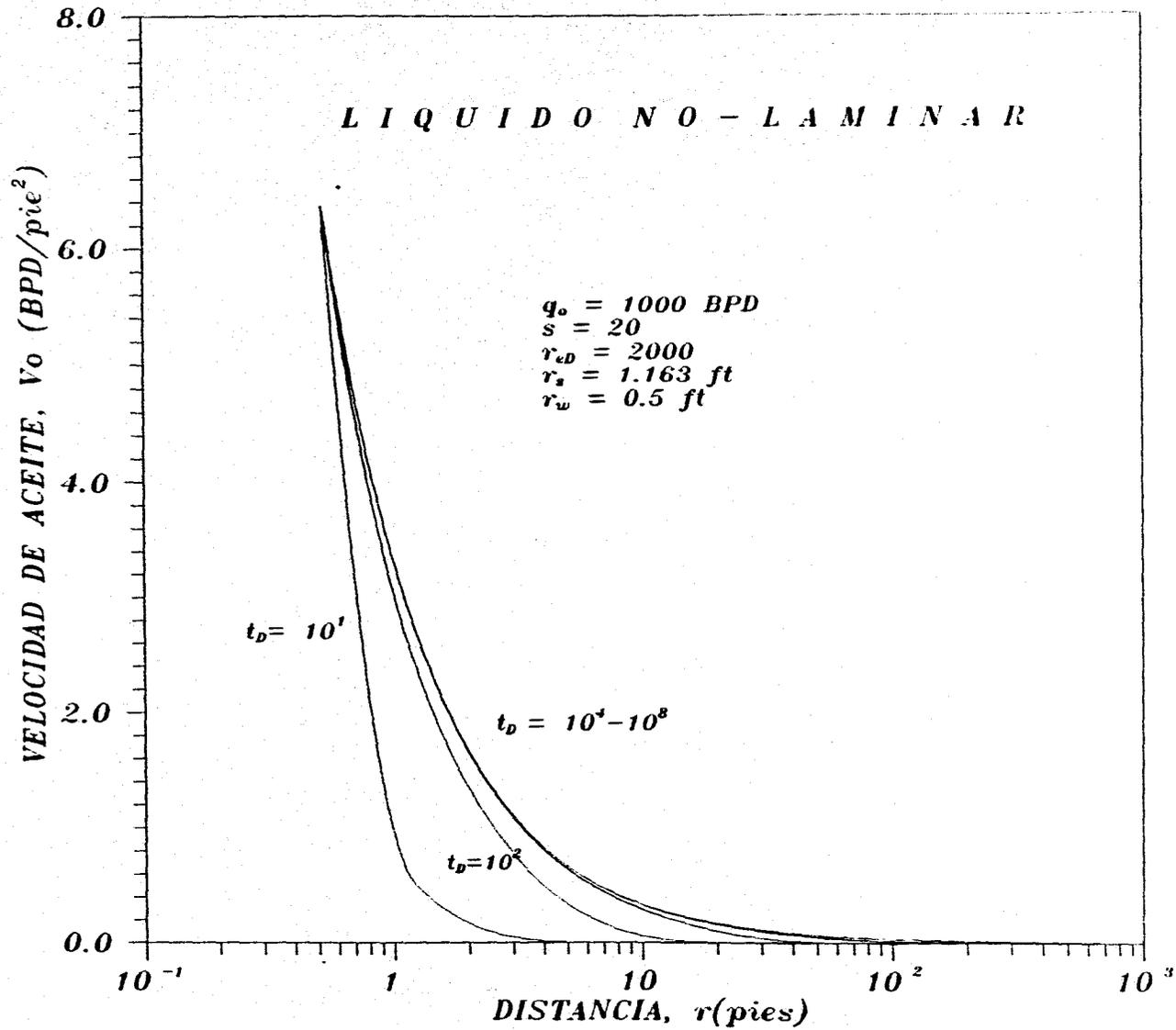


Fig.- 3.5 PERFIL DE VELOCIDAD A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES

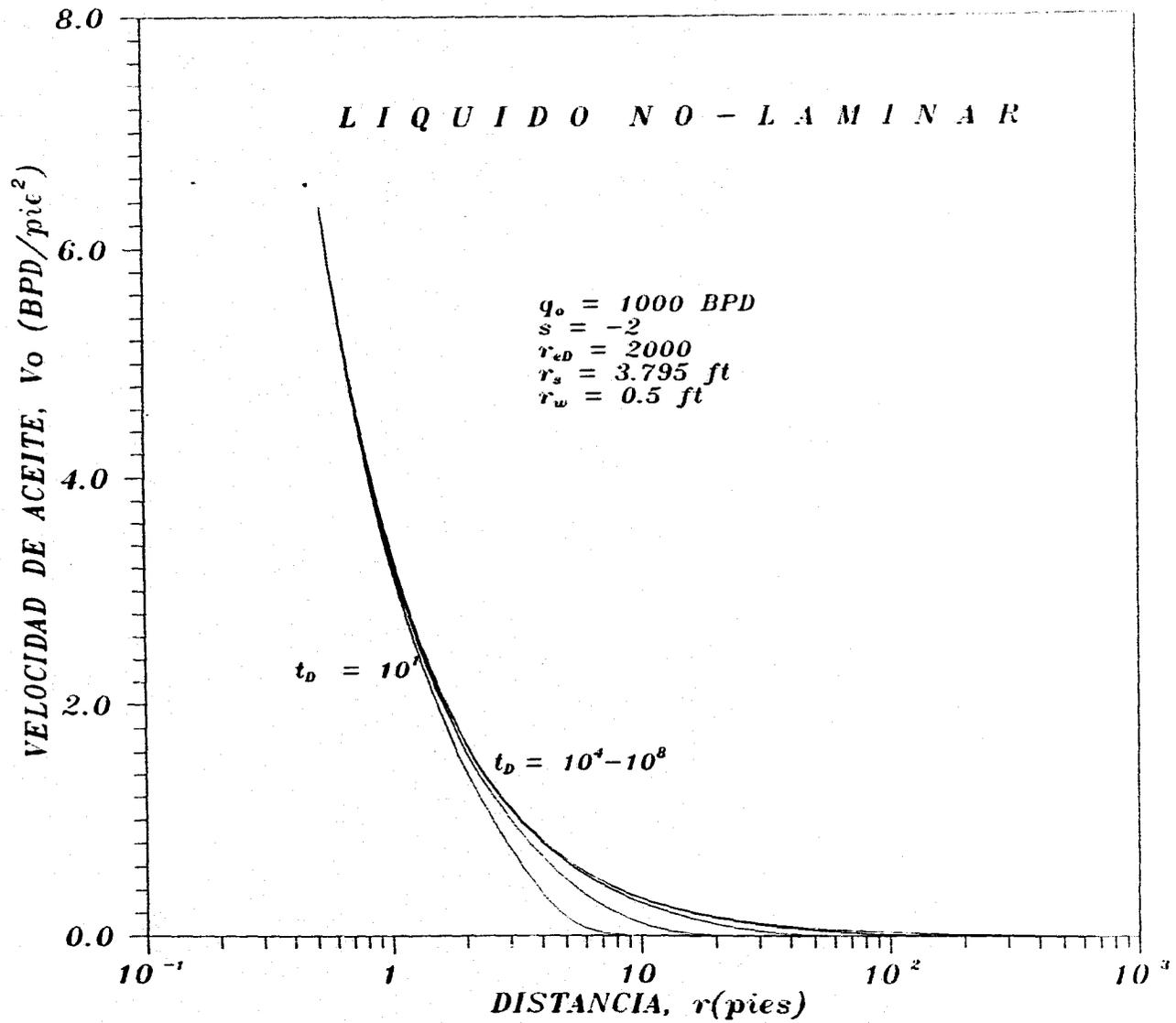


Fig. - 3.6 PERFIL DE VELOCIDAD A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES.

en el pozo se define como:

$$v(r_D = 1) = \frac{q_o B_o}{2\pi h r_w} \quad (3.9)$$

En el Apéndice B se presenta una justificación analítica del comportamiento estacionario de los perfiles de velocidad. En las figuras 3.7 y 3.8 se presenta el comportamiento de los perfiles de la velocidad por el radio ($v * r$), lo que se cumple en el pozo obviamente, ecuación(3.9).

En las figuras 3.9 a 3.11 se muestran los perfiles de presión para las mismas condiciones de las figuras 3.4 a 3.6, haciéndose notar que los gradientes de presión son independientes del tiempo para tiempos adimensionales mayores a 10^6 (período dominado por frontera). Esta última observación y el comportamiento de los perfiles de velocidad, figuras 3.4 a 3.6, para diferentes daños mecánicos, justifican el comportamiento constante de la pseudopresión definida por la ec.(3.6).

En los perfiles de presión de las figuras 3.9 a 3.11, también se observa el efecto del daño sobre la respuesta de presión, en la figura 3.10 que considera un daño $s = 20$, se aprecian caídas de presión mas intensas en la vecindad del pozo de las que presentan las figuras 3.9 y 3.11 con daño $s = 0$ y -2 , respectivamente, esto debido a la presencia de efectos inerciales en el yacimiento y daño a la formación.

A continuación se presenta el desarrollo de la ecuación que define el valor de la pseudopresión(constante) durante el período pseudoestacionario.

Al considerar una zona de daño alrededor del pozo con permeabilidad k_s diferente a la del yacimiento, la ecuación (3.9), e integrando la ecuación (3.6), en dos partes una de r_w a r_s y otra de r_s a r_e , se tiene:

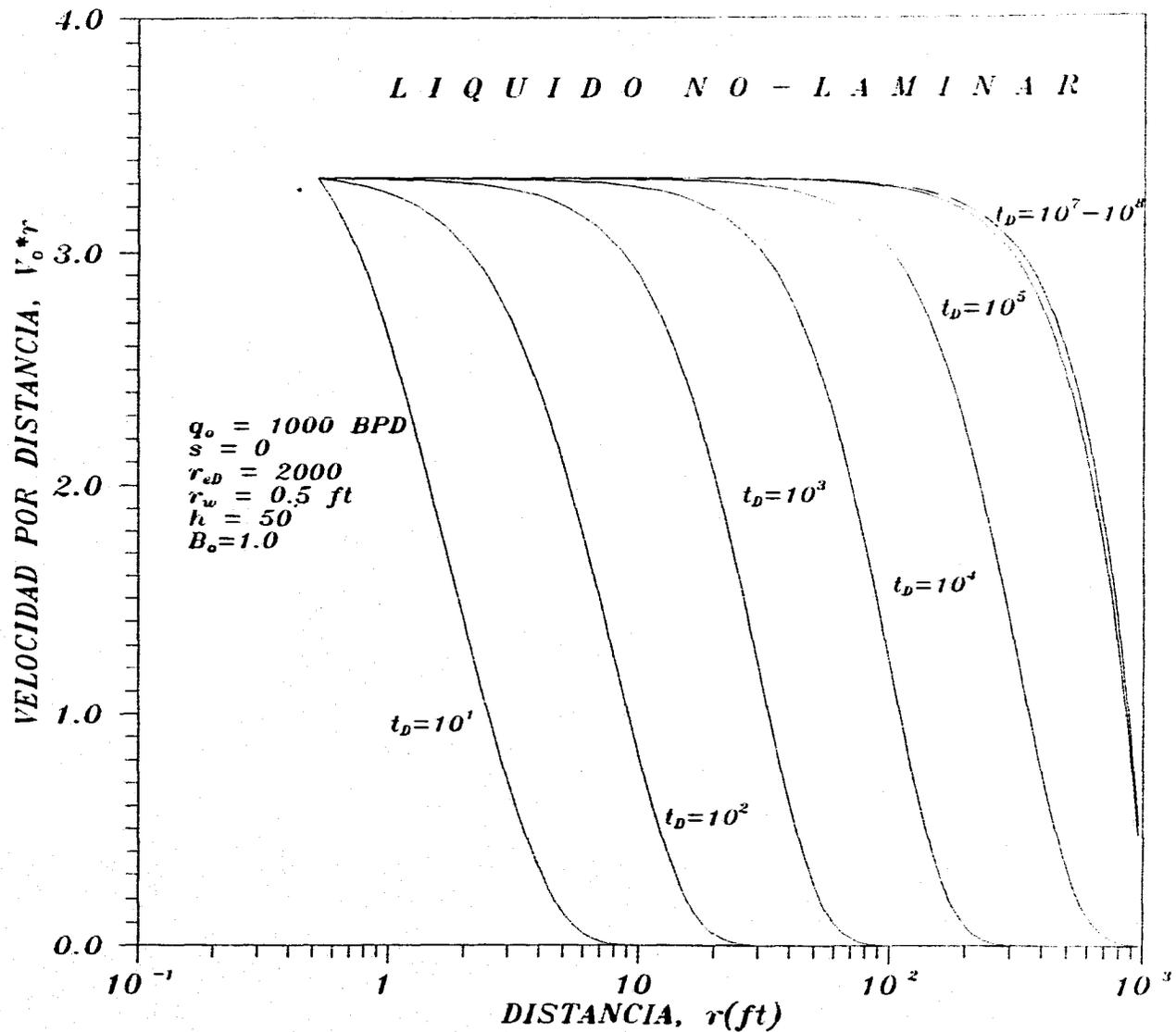


Fig.- 3.7 PERFIL DE VELOCIDAD POR DISTANCIA PARA VARIOS TIEMPOS ADIMENSIONALES

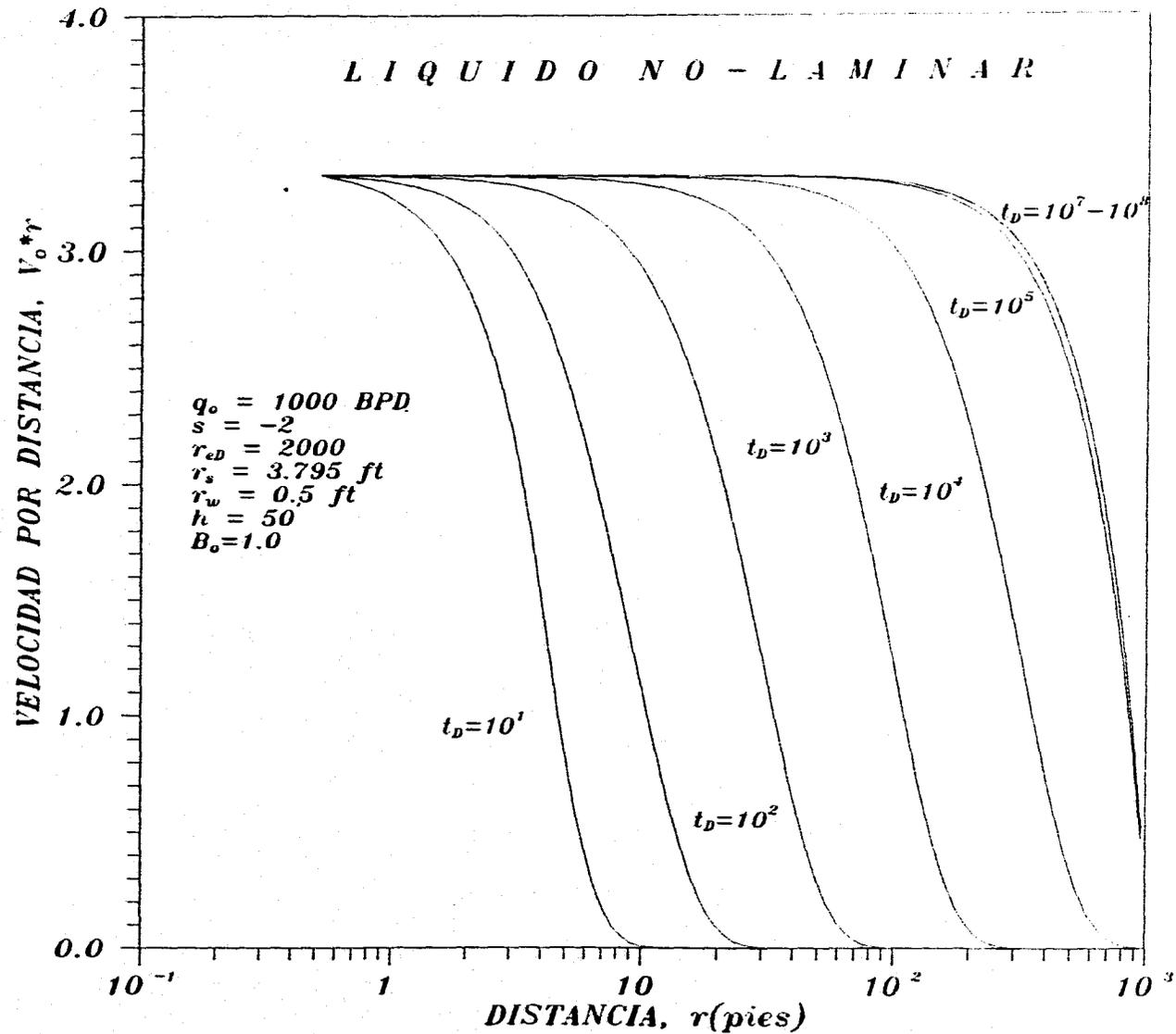


Fig. - 3.8 PERFIL DE VELOCIDAD POR DISTANCIA A VARIOS TIEMPOS ADIMENSIONALES

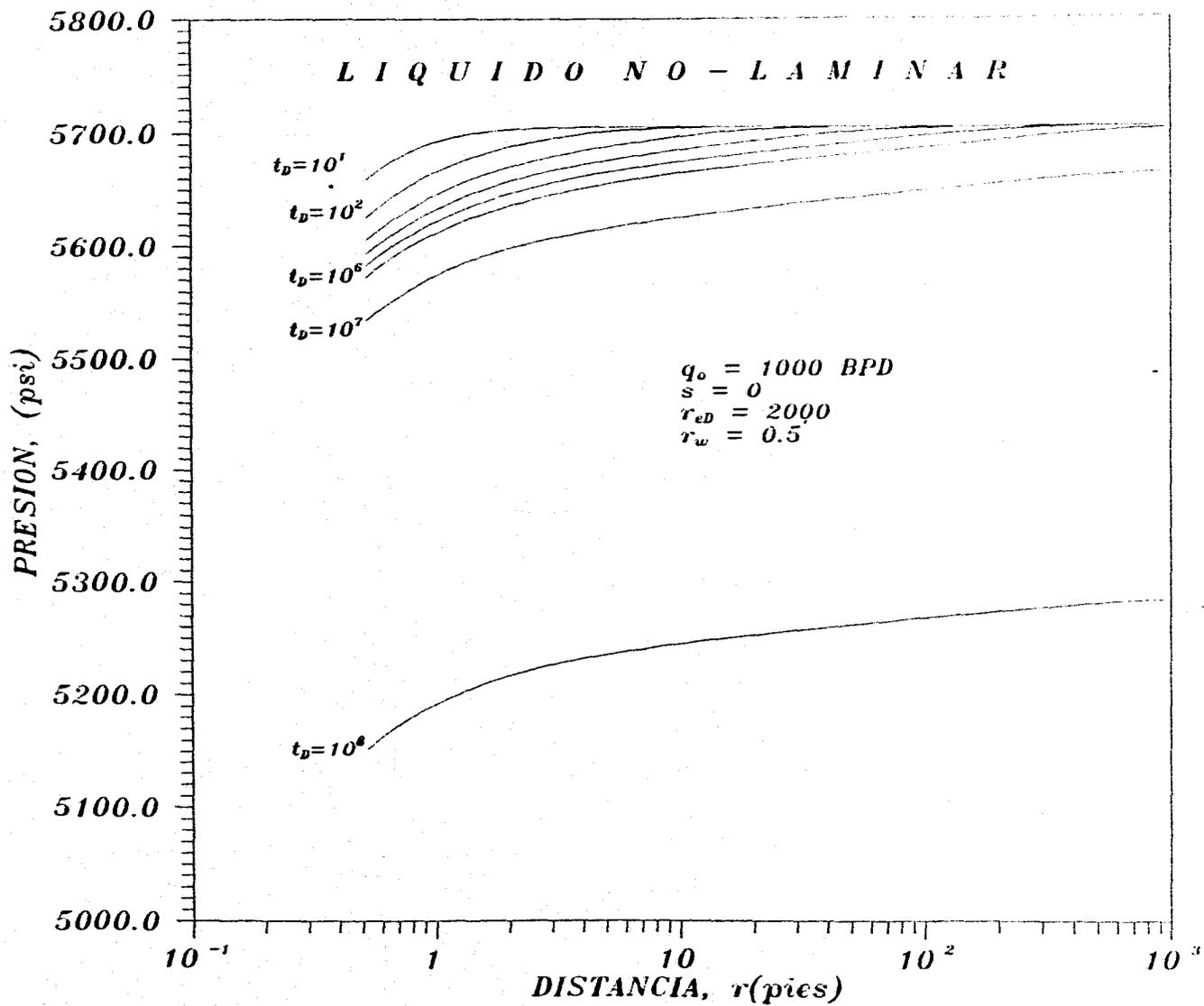


Fig.- 3.9 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES.

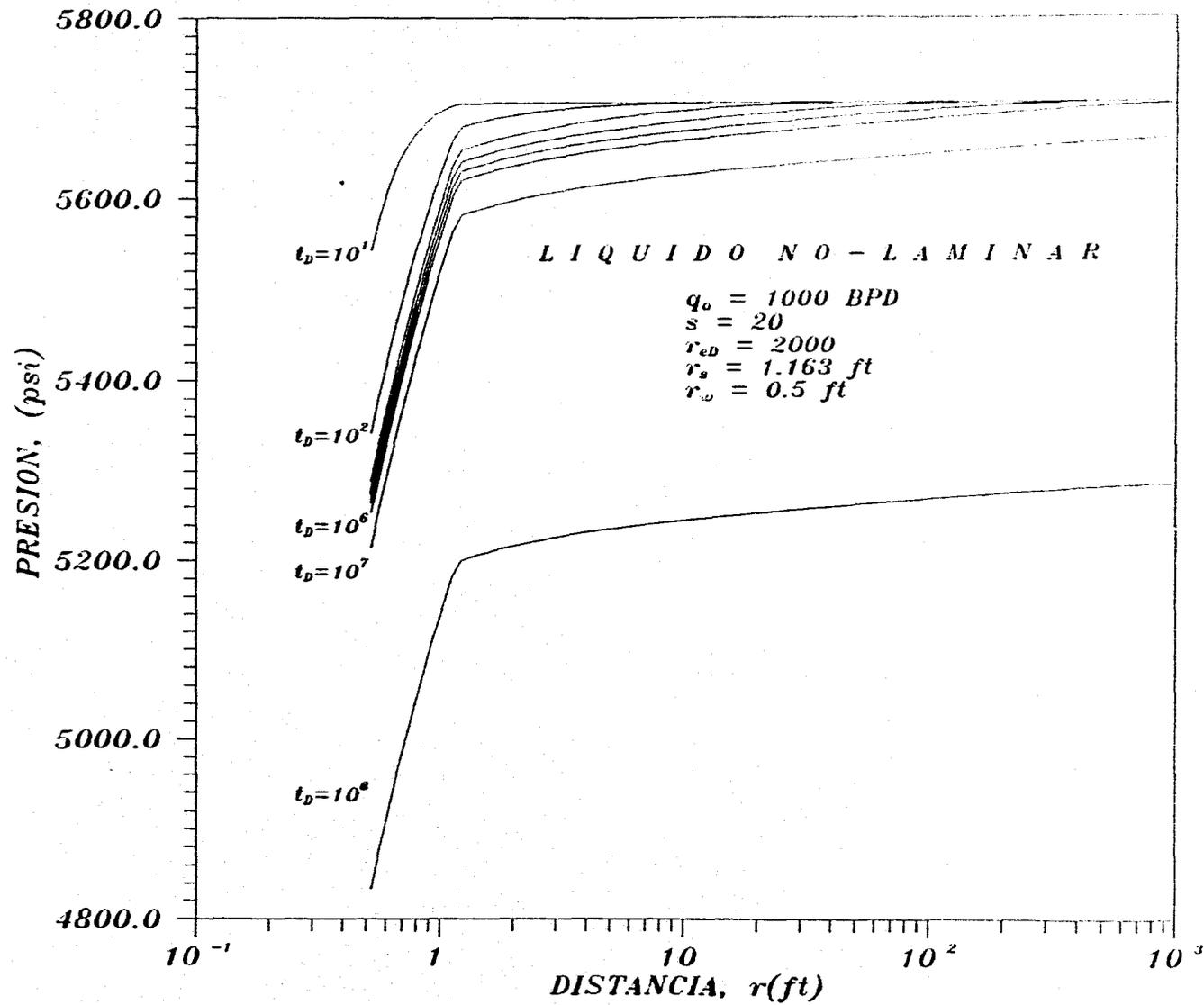


Fig.- 3.10 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES.

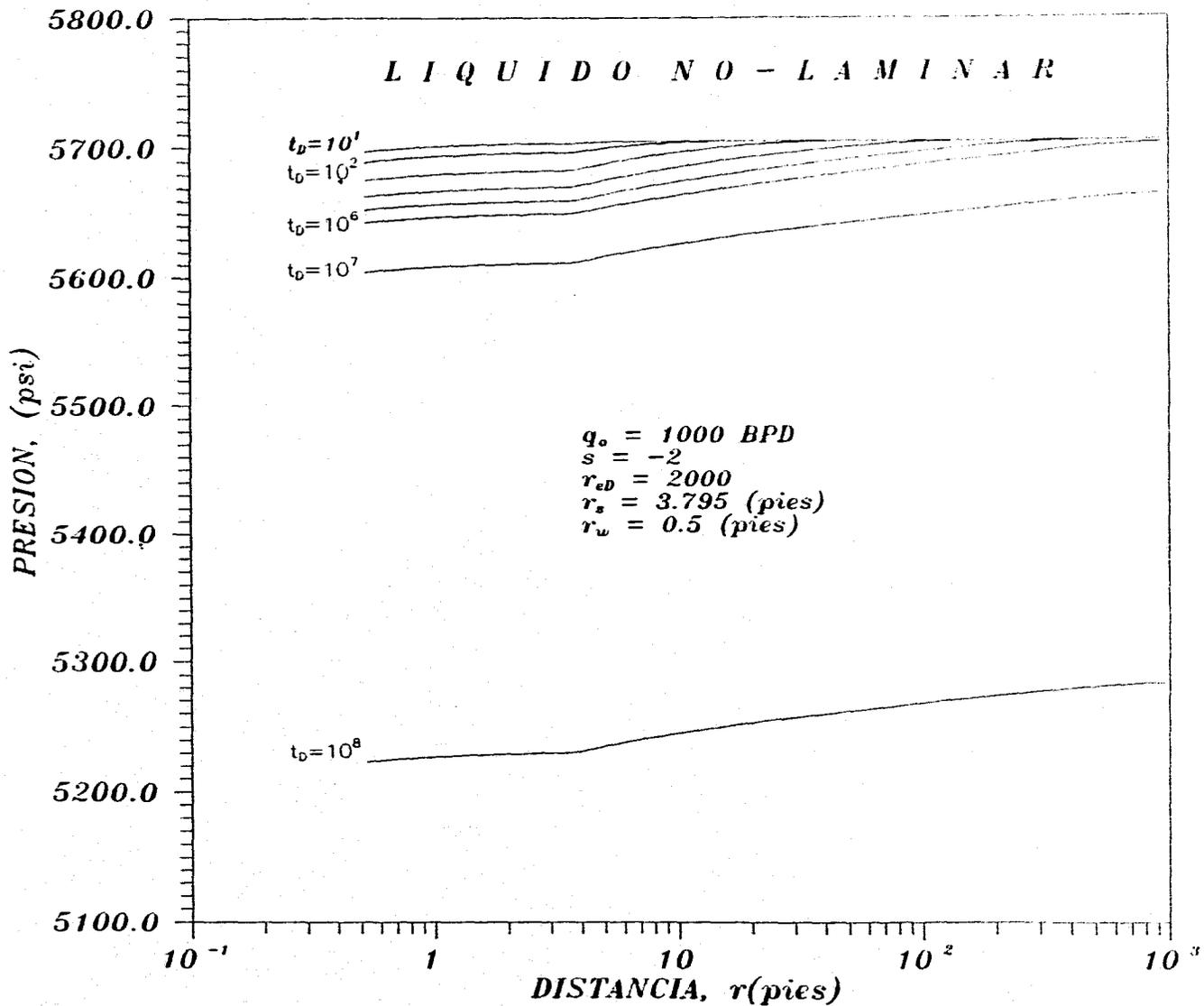


Fig.- 3.11 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS ADIMENSIONALES.

$$m_D = \frac{kh}{141.2q\mu B_o} \int_{r_w}^{r_s} \left[\frac{\partial p / \partial r}{1 + c_s v} \right]_t dr + \int_{r_s}^{r_e} \left[\frac{\partial p / \partial r}{1 + cv} \right]_t dr \quad (3.10)$$

donde :

$$c_s = \frac{9.115 \times 10^{-13} k_s}{887.2} \beta_s \rho \quad (3.11)$$

y

$$c = \frac{9.115 \times 10^{-13} k}{887.2} \beta \rho \quad (3.12)$$

$$\frac{dp}{dr} = 887.2 \frac{\mu_o}{k_j} \left(\frac{q_o B_o}{2\pi hr_w} \right) + 9.115 \times 10^{-13} \beta_j \rho \left(\frac{q_o B_o}{2\pi hr_w} \right) \quad (3.13)$$

Sustituyendo la ec.(3.13) en (3.10) e integrando:

$$m_D^* = \frac{k}{k_s} \left[\ln \left(\frac{2\pi hr + c_s q_o B_o}{r_w} \right) - \ln \left(\frac{2\pi hr + c_s q_o B_o}{r_s} \right) \right] + \ln \frac{r_e}{r_s} \quad (3.14)$$

ó

$$m_D^* = \frac{k}{k_s} \left[\ln \frac{r_s}{r_w} \right] + \ln \frac{r_e}{r_s} \quad (3.15)$$

La ecuación (3.15), establece el valor numérico de la pseudopresión definida por la ecuación (3.6) durante el período pseudoestacionario, y muestra que para daño mecánico $s = 0$,

$$m_D^* = \ln \frac{r_e}{r_w} \quad (3.16)$$

En la tabla II se presentan los valores de la pseudopresión obtenidos en el período dominado por frontera con datos de simulación, mostrados en la figura 3.3 y los calculados con la ecuación (3.15), observándose una excelente correspondencia en valor numérico.

Aún cuando la pseudopresión definida por la ec.(3.6), correlaciona con la respuesta de presión cuando se considera flujo laminar en el yacimiento, en su definición involucra términos como $\partial p/\partial r$ y velocidad, difíciles de conocer de una prueba de variación de presión por lo que la definición de esta pseudopresión es solamente de interés teórico, pero que en combinación con las observaciones del comportamiento de los perfiles de velocidad dieron pauta para desarrollar un método de análisis para pruebas de presión en presencia de flujo no-laminar en el yacimiento descrito más adelante.

3.2 Expresión del Daño Total en Presencia de Flujo No-Laminar

Con base en las observaciones anteriores y el concepto de que al período transitorio se le puede visualizar como una sucesión de períodos estacionarios, se derivó una expresión para el cálculo del daño total en términos de parámetros físicos del yacimiento, este daño total involucra el daño mecánico y daño por efectos no-laminares y su expresión es la siguiente:

$$s_{tot} = \frac{9.115 \times 10^{-13} \beta_s \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h r_w} = N_{RE} \quad (3.17)$$

donde el parámetro inercial β_s , se calcula en la zona de daño mediante la relación de Geertsma³⁰.

$$\beta_s = \frac{48511}{\phi^{5.5} k^{0.5}} \quad (3.18)$$

N_{RE} representa el número de Reynolds, el cual es una razón de fuerzas viscosas e inerciales.

Como puede observarse en la ecuación (3.17), aparece el término inercial β_s y no β en el caso de daños mecánicos diferentes a cero, por otro lado, la permeabilidad que aparece en el denominador es la permeabilidad del yacimiento, es decir la existente fuera de la zona dañada. esto es debido a que los efectos inerciales son importantes en la cercanía del pozo y que fuera de esta región las fuerzas viscosas son las que dominan.

De las observaciones del comportamiento de presión contra el logaritmo de tiempo en la figura 3.2, generadas con datos de simulación, se establece que el valor del daño total, s_{tnt} , ecuación (3.17), es aproximadamente igual a la ordenada al origen de la recta ajustada en la gráfica semilogarítmica. Cabe mencionar que la ecuación (3.17) es una aproximación del daño total y que estrictamente este valor se calcula con la siguiente expresión :

$$s_t = s + \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \quad (3.19)$$

Si consideramos un daño $s = 0$ y que $1/r_e \ll 1$, la expresión de la ecuación (3.19) es igual a la ecuación (3.17), ecuación propuesta para el cálculo de daño total.

Como puede observarse la ecuación (3.19) representa una forma más general del cálculo del daño total y tiene la misma forma que la propuesta por Wattenbarger y Ramey² es decir:

$$s_t = s + Dq_o \quad (3.20)$$

La ecuación(3.19) contiene términos un tanto difíciles de conocer, por lo que la ecuación(3.17) se propone para propósitos prácticos en el cálculo del daño total. Sin embargo, en el desarrollo del trabajo se ilustra el uso de la ec.(3.19) dentro del análisis de datos de presión.

La definición de este parámetro, es uno de los resultados importantes de este trabajo, para el análisis de datos de presión en presencia de flujo no-laminar, dada la importancia de su conocimiento para la productividad de los pozos.

En el Apéndice C se presenta el desarrollo y consideraciones hechas para establecer las ecuaciones (3.17) y (3.19), y en la tabla III se presentan los valores calculados con estas expresiones y el valor de la ordenada al origen de la recta ajustada de los ejemplos presentados en la figura 3.2, mostrándose una buena correlación.

Cabe mencionar que con la ecuación (3.17), es posible conocer en forma preliminar los efectos de daño total, que incluyen efectos no laminares, aún antes de la realización de una prueba de presión, si se conocen en forma aproximada los parámetros que intervienen en su cálculo.

TABLA II

Comparación de los Valores Numéricos de la Ec.(3.15) y Pseudopresión Durante el Período Pseudoestacionario.

q_0 (BPD)	s Adim.	r_s (pies)	β_s (pie ⁻¹)	k/k_s Adim.	Valor Ec.(3.15)	Grafica m_{DustD}
1000	0	0.5	6.924×10^{10}	1	7.6	7.46
	20	1.163	3.449×10^{11}	17.884	27.2	28.78
	-2	3.785	7.999×10^9	1.3275×10^{-2}	5.6	5.34
3000	0	0.5	6.924×10^{10}	1	7.6	7.46
	20	1.163	3.449×10^{11}	17.884	27.2	28.78
	-2	3.785	7.999×10^9	1.3275×10^{-2}	5.6	5.34

TABLA III

Comparación del Factor de Daño Total y Pendiente Semilogarítmica con Ordenada al Origen y Pendiente Ajustada.

($r_{eD} = 2000, k = 100 \text{ md}, \phi = 0.05$)								
q_o (BPD)	s Adim.	k/k_s	β_s (pie ⁻¹)	s_{int} (Ec.3.17)	s_t Ec.(3.19)	Ord. orig. Ajuste recta	m Semilog	m^* (Ec. 4.2)
1000	0	1.0	6.942×10^{10}	8.78	8.78	8.68	1.239	1.232
	20	24.69	3.449×10^{11}	43.61	46.67	46.67	1.277	1.243
	-2	0.014	7.999×10^9	1.01	0.03	0.029	1.235	1.180
3000	0	1.0	6.942×10^{10}	26.34	26.34	25.12	1.446	1.359
	20	24.69	3.449×10^{11}	130.83	105.9	105.48	1.459	1.526
	-2	0.014	7.999×10^9	3.03	4.09	2.97	1.431	1.190

4. SOLUCION ANALITICA, FLUJO DE LIQUIDO NO-LAMINAR

En este capítulo se presenta el desarrollo de una expresión analítica de la respuesta de presión en el pozo y de la pendiente semilogarítmica generada durante el período de flujo transitorio, considerando gasto de producción constante. La expresión de la pendiente se presenta en términos de variables reales, extendiendo su aplicación a yacimientos de gas y naturalmente fracturados.

4.1 Expresión de la Solución Analítica de la Presión y Pendiente Semilogarítmica, Período Transitorio

Como se puede observar en la figura 3.2, cuando existe flujo no-laminar en el yacimiento-, éste tiene influencia en la respuesta de presión, generándose líneas rectas semilogarítmicas aparentes durante el período transitorio, cuyas pendientes resultan ser mayores al valor de 1.151 (característico de la pendiente de la recta semilogarítmica adimensional, cuando se considera flujo laminar en el yacimiento).

En la misma figura se observa que aún en términos adimensionales, para un daño mecánico considerado, la respuesta de presión no es única, dependiendo del gasto de producción. Además, de los perfiles de velocidad y gráficas de $v * r$ contra r mostradas en las figuras 3.4-3.8, se observa que durante la parte final del período transitorio, la velocidad es independiente del tiempo.

De acuerdo con estas observaciones, la respuesta de presión en presencia de flujo no-laminar se puede visualizar como un problema de perturbación del flujo laminar, dando pauta para el desarrollo de una expresión analítica de la respuesta de presión y de la pendiente semilogarítmica, partiendo de los trabajos de Oliver¹² y desarrollada para el período

de flujo transitorio. Este autor considera una distribución arbitraria de permeabilidad a lo largo del yacimiento y establece una expresión analítica para el comportamiento de presión en el pozo localizado en un yacimiento infinito, que produce a gasto de producción constante. Bajo estas consideraciones se visualiza este problema como un problema de perturbación de la solución de presión cuando se considera una permeabilidad constante.

Con base en las consideraciones anteriores se define una expresión de la pendiente semilogarítmica, para flujo de líquido no-laminar, dando respuesta al comportamiento de presión observada en la figura 3.2. La expresión desarrollada en el Apéndice D para la pendiente semilogarítmica es la siguiente:

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln t_D} \approx \frac{1}{2} + \frac{N_{RE} \sqrt{\pi/2}}{2\sqrt{t_D}} \quad (4.1)$$

Uno de los resultados más sobresalientes en este trabajo, es la ecuación (4.1) ya que ésta abre un camino amplio para el análisis de datos de presión en presencia de flujo no-laminar en el yacimiento. En primer término la ecuación (4.1) representa la expresión analítica de la pendiente de la línea recta semilogarítmica, cuando se considera un pozo produciendo a gasto de aceite constante en un yacimiento infinito en presencia de flujo no-laminar.

De la ecuación (4.1) salta a la vista, el hecho de que la pendiente es función de tiempo, y mayor a la correspondiente para el caso de flujo laminar, por lo que estrictamente hablando, no se genera una recta semilogarítmica en la gráfica de p_{wD} vs $\log t_D$, hecho que corrobora las observaciones realizadas en la gráfica de la figura 3.2. También de la ecuación (4.1) se puede observar que a tiempos suficientemente largos o áreas de drene grandes, los efectos no-laminares en la pendiente desaparecen, es decir, el valor de la pendiente tiende al valor laminar de 1.151, cuando se consideran variables adimensionales de presión y tiempo.

Por otro lado la ecuación (4.1) sugiere que una gráfica cartesiana de $dp_wD/d\log t_D$ contra el inverso de raíz cuadrada del tiempo ($1/\sqrt{t_D}$), proporcionara una línea recta de pendiente igual a $1.151 N_{RE}\sqrt{\pi/2}$, con ordenada al origen de 1.151. Así, de la ordenada al origen de la recta se podra conocer la permeabilidad como se verá más adelante.

En la figura 3.12 se muestra el comportamiento de $dp_wD/d\log t_D$ en función del tiempo para los casos presentados en la figura 3.2, observándose que efectivamente la pendiente de la aparente línea recta semilogarítmica, es función del tiempo, y que a tiempos suficientemente largos tiende al valor laminar de 1.151, para los casos presentados en la figura 3.12 se observa que el valor de la pendiente nunca alcanza el valor de 1.151, debido a la extensión del yacimiento, dado que antes de alcanzar este valor, se sienten los efectos de frontera. En la gráfica de la figura 3.13, se presenta este tipo de gráfica con radios del yacimiento mayores a los presentados en la figura 3.12, en la que se observa que efectivamente a tiempos largos o áreas de drene grandes el valor de la pendiente alcanza el valor de 1.151.

Así también, la gráfica cartesiana de $dp_wD/d\log t_D$ vs ($1/\sqrt{t_D}$), se puede considerar como una gráfica de diagnóstico de la presencia de efectos no-laminares en el yacimiento, ya que la pendiente de la línea recta ajustada en este tipo de gráfica, se aleja de la respuesta laminar (pendiente cero). La gráfica de la figura 3.14 muestra este tipo de gráfica y comportamiento para dos gastos considerados.

Si a la ecuación (4.1) se le ajusta una constante por mínimos cuadrados, entonces la pendiente de la aparente línea recta semilogarítmica se expresa de la forma siguiente:

$$m \approx \frac{1}{2} + \frac{N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{t_{D,max}} + \sqrt{t_{D,min}}} \quad (4.2)$$

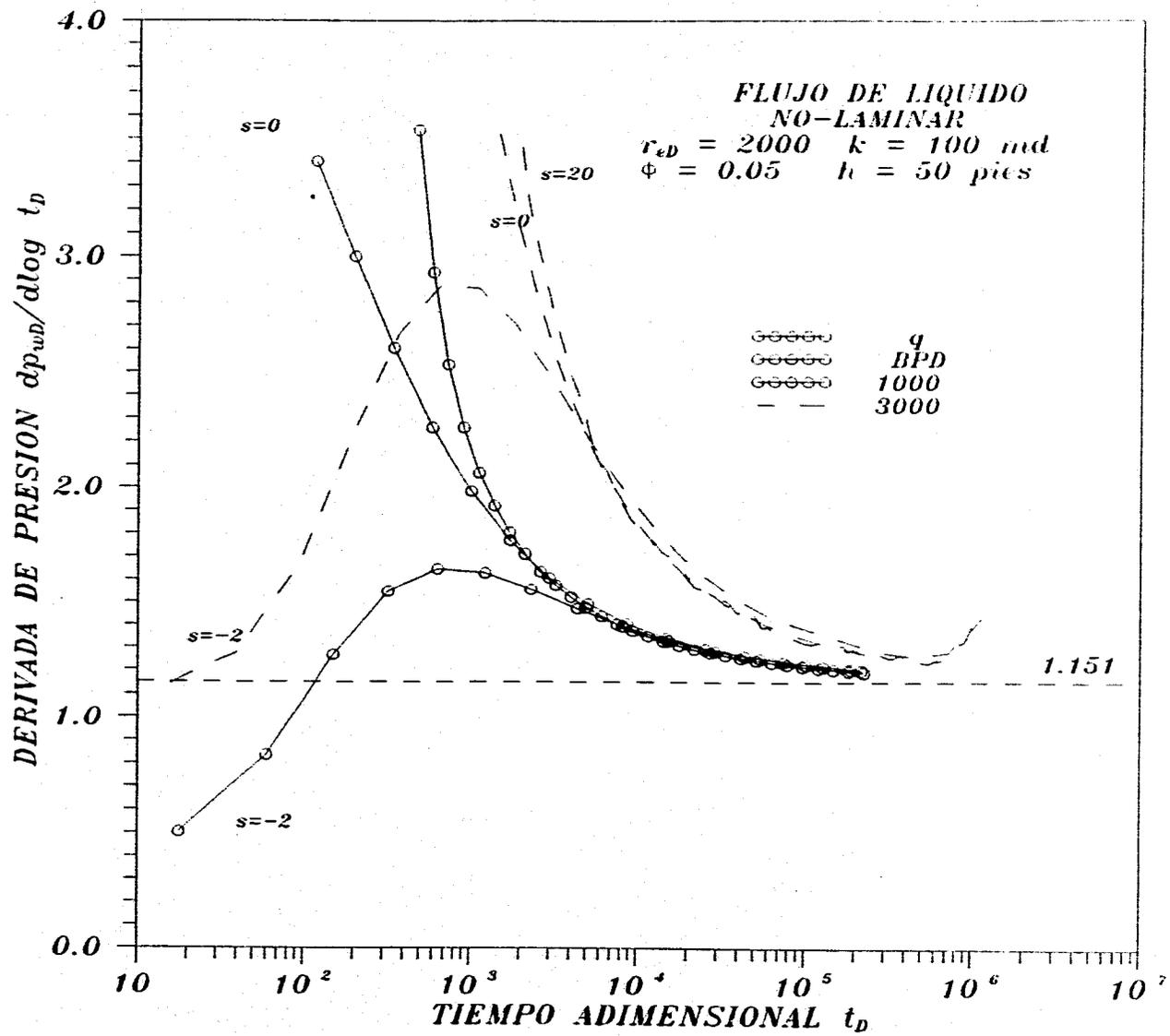


Fig. 3.12 COMPORTAMIENTO DE LA DERIVADA DE PRESION

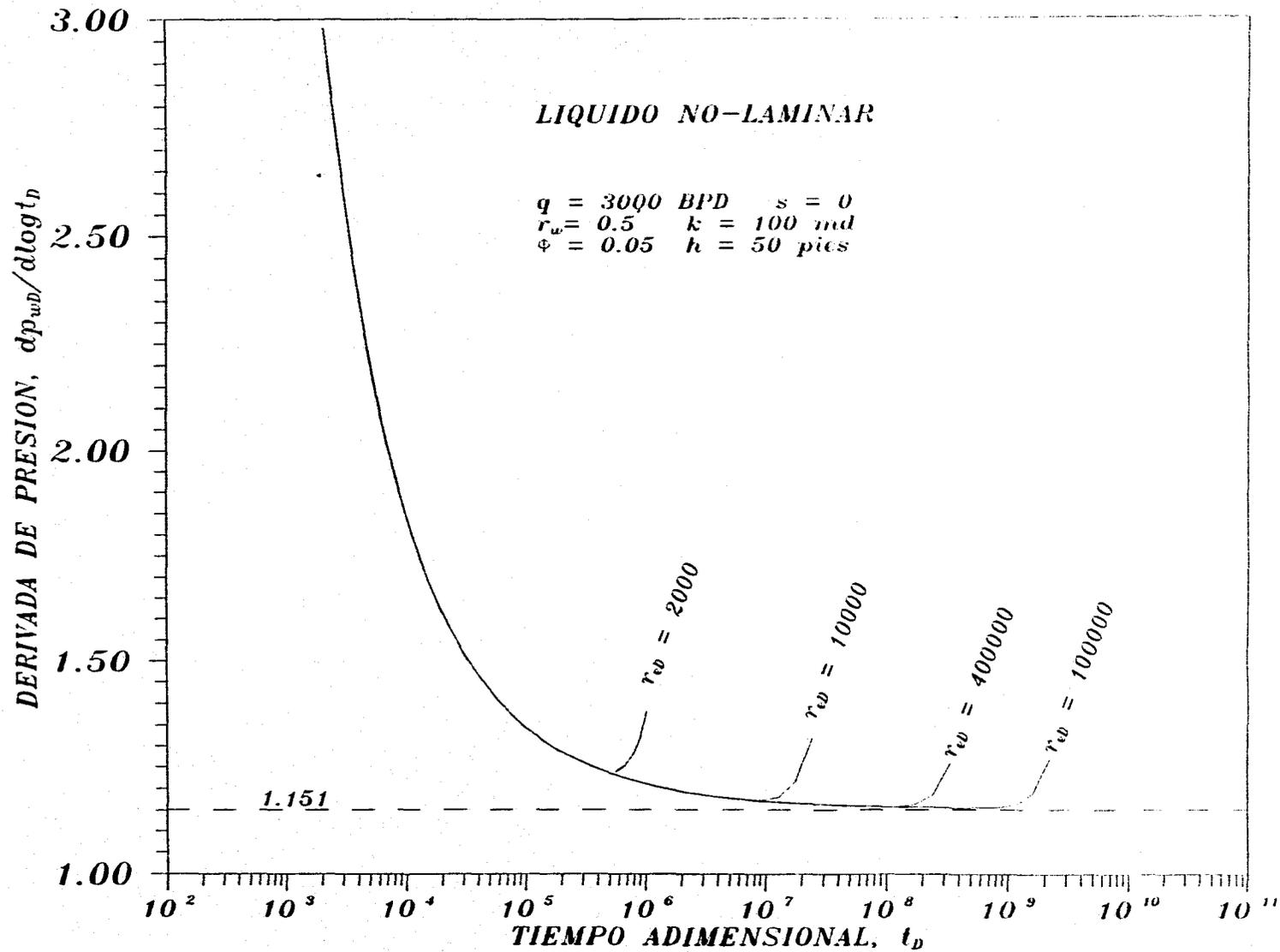


Fig.- 3.13 COMPORTAMIENTO DE LA DERIVADA DE PRESION PARA DIFERENTES RADIOS CONSIDERADOS.

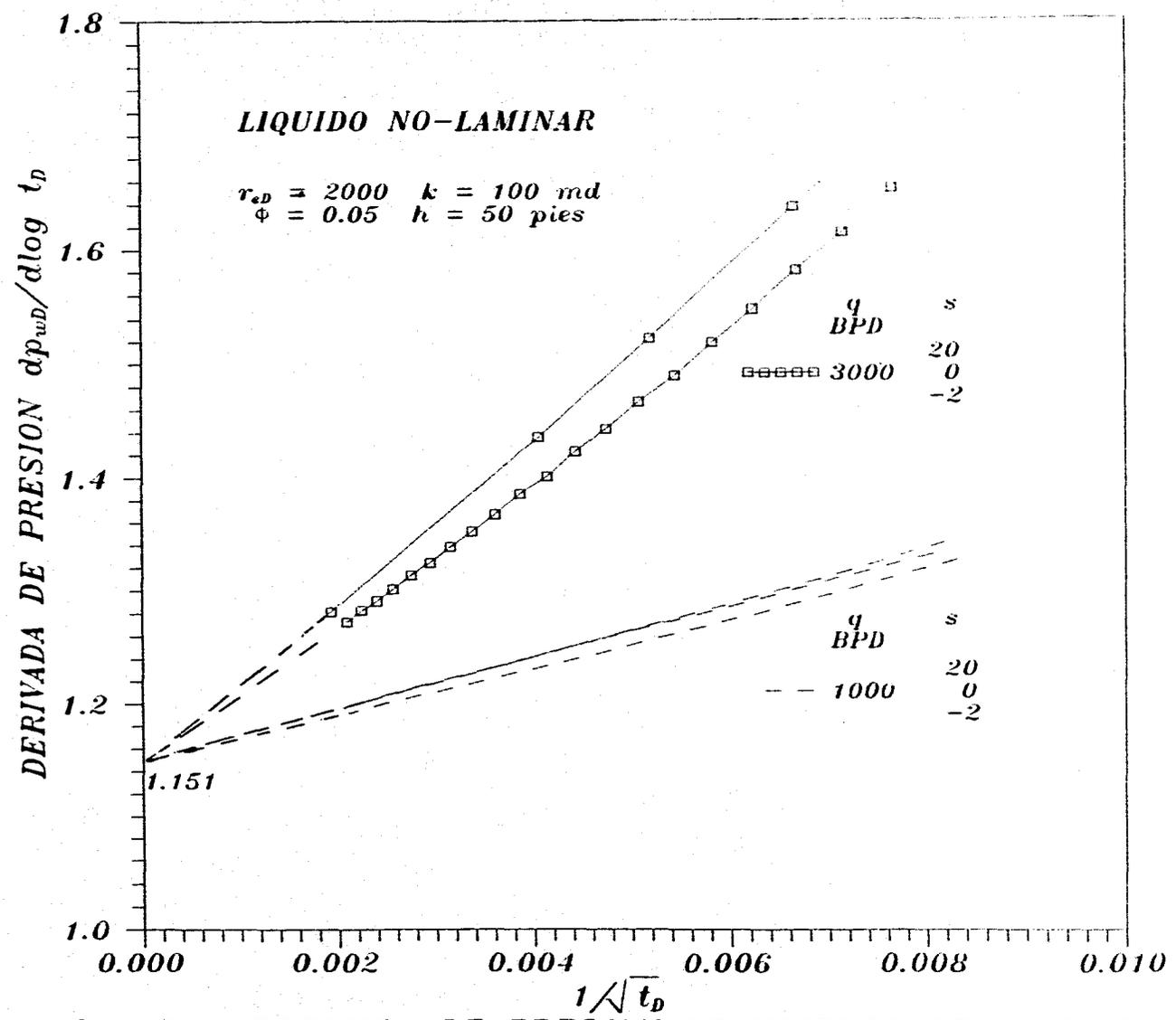


Fig. 3.14 DERIVADA DE PRESION VS INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO

donde:

t_{Dmin} Es el tiempo mínimo o inicial de ajuste de la aparente línea recta en la gráfica de p_{wD} vs $\log t_D$.

t_{Dmax} Es el tiempo máximo o final de ajuste de la aparente línea recta en la gráfica de p_{wD} vs $\log t_D$.

Para mostrar la validez de la ecuación (4.2) en la tabla III se presentan los valores calculados con esta ecuación y los obtenidos del ajuste por mínimos cuadrados de los datos de presión y tiempo en los intervalos de ajuste mostrados en la figura 3.2.

Al considerar las ecuaciones (4.2) y (3.17), la expresión que representa el comportamiento de presión en el pozo durante el período de flujo transitorio queda expresada como :

$$p_{wD} \approx N_{RE} + \left[1.151 + \frac{2.303 N_{RE} \sqrt{\pi/2}}{\sqrt{t_{D,max}} + \sqrt{t_{D,min}}} \right] \log t_D. \quad (4.3)$$

El desarrollo de las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3) se presenta con detalle en el Apéndice D.

Las ecuaciones (4.1) a (4.3) conforman la base del análisis de datos de presión con efectos de flujo no-laminar, para yacimientos homogéneos, pudiéndose extender a yacimientos naturalmente fracturados, como más adelante se tratará.

En la figura 4.1 se presenta una comparación de los resultados del comportamiento de presión p_{wD} , calculada con la ecuación (4.3) y datos de simulación, con el propósito de observar el ajuste entre las dos respuestas y validar la ecuación (4.3). En esta figura se observa que para daño $s = 0$, el ajuste entre las dos respuestas es total, en tanto que cuando se considera un daño $s = 20$, existe cierto desplazamiento vertical de ambas respuestas de p_{wD} . El desplazamiento que existe (para $s = 20$) se debe a que el valor de N_{RE} , fué calculado con la ecuación (3.17), y como se mencionó anteriormente esta expresión resulta ser aproximada cuando el daño es diferente de cero, pero que, sin embargo, para propósitos prácticos esta expresión es válida.

También, en la misma figura se observa que cuando el cálculo del daño total N_{RE} , se realiza con la expresión (3.19), para el daño mecánico de $s = 20$, el ajuste de p_{wD} y datos de simulación es más cercana, dado que esta expresión es más exacta, pero involucra términos de r , y k , difíciles de determinar con datos reales.

4.2 Expresión de la Presión y Pendiente Semilogarítmica en Términos de Variables Reales y su Aplicación en Pruebas de Decremento.

En esta sección se desarrollan las expresiones definidas por las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3), en términos de variables reales, así como su aplicación en el análisis de datos de presión en presencia de flujo no-laminar, así, al sustituir las variables adimensionales de presión y tiempo por sus respectivas definiciones, ecuaciones (3.3) y (3.4), en la ecuación (4.1), que representa el comportamiento de la pendiente semilogarítmica en presencia de flujo no-laminar, esta expresión en términos de variables reales es la siguiente :

$$\frac{kh}{141.2q\mu B} \frac{d\Delta p}{d \log t} = 1.151 \left[1 + \frac{N_{RE} \sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\frac{0.002837k}{\phi \mu c_i r_w^2} \sqrt{t}}} \right] \quad (4.4)$$

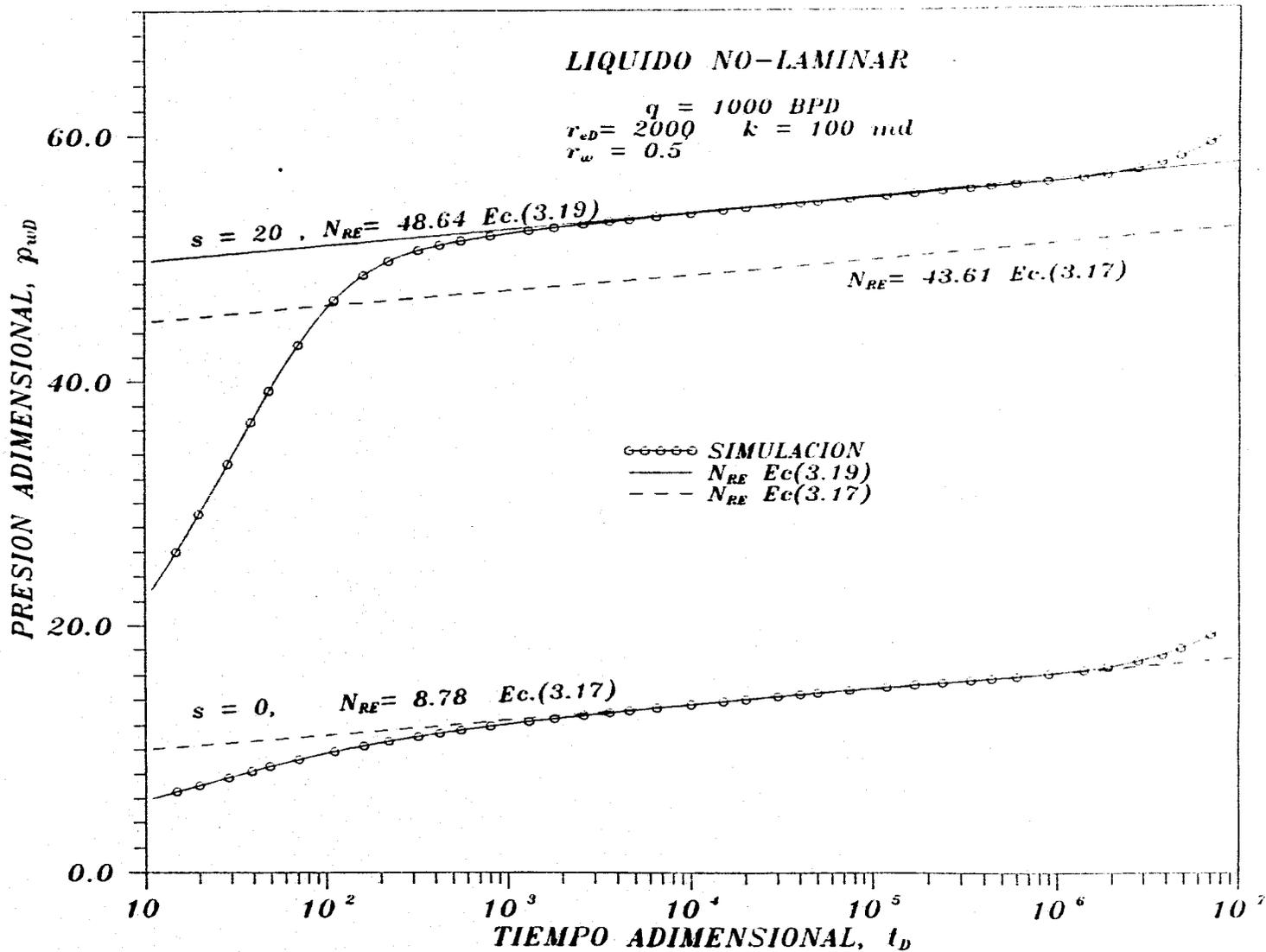


Fig.- 4.1 COMPARACION DE LA RESPUESTA DE PRESION, SOLUCION ANALITICA Ec.(4.3), CON DATOS DE SIMULACION.

de donde :

$$\frac{d\Delta p}{d\log t} = \frac{162.6q\mu B}{kh} \left[1 + \frac{N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2}}\sqrt{t}} \right] \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) sugiere que una gráfica cartesiana de $d\Delta p/d\log t$ contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo $1/\sqrt{t}$, proporcionará una línea recta de cuya ordenada al origen (b) y pendiente (m_1), se podrán determinar parámetros del sistema pozo-yacimiento. Así:

$$b = \frac{162.6q\mu B}{kh} \quad (4.6)$$

$$m_1 = \frac{162.6q\mu B}{kh} \frac{N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2}}\sqrt{t}} \quad (4.7)$$

De la ordenada al origen, ec.(4.6), se obtiene la capacidad de flujo de la formación kh o bien la permeabilidad k de la formación si se conoce el espesor h , de una forma más precisa, que cuando se aplican métodos tradicionales que contemplan únicamente flujo laminar.

De la pendiente, ec.(4.7), de la gráfica cartesiana de $d\Delta p/d\log t$ contra $1/\sqrt{t}$ se podrá conocer el parámetro N_{RE} o daño total, si se conocen los demás parámetros que intervienen en su cálculo.

$$N_{RE} \approx m_1 \frac{kh}{162.6q\mu B} \sqrt{\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2}} \frac{1}{\sqrt{\pi/2}} \quad (4.8)$$

Sin embargo, se recomienda determinar el valor del parámetro N_{RE} a través de una gráfica semilogarítmica de Δp contra el $\log t$, por ser este procedimiento más preciso y cuya expresión se establece a continuación .

Sustituyendo la definición de variables adimensionales de presión y tiempo en la ecuación (4.3) se tiene:

$$\frac{kh\Delta p}{141.2q\mu B} \approx N_{RE} + 1.151 \left[1 + \frac{N_{RE}\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2}} (\sqrt{t_{max}} + \sqrt{t_{min}})} \right] \log \left(\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2} \right) t \quad (4.9)$$

Si consideramos el cálculo de Δp a una hora, la expresión (4.9) es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta p|_{1hora} \approx \frac{141.2q\mu B}{kh} N_{RE} + \frac{162.6q\mu B}{kh} \left[1 + \frac{N_{RE}\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2}} (\sqrt{t_{max}} + \sqrt{t_{min}})} \right] \\ \times \log \left(\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2} \right) t \end{aligned} \quad (4.10)$$

de donde:

$$\begin{aligned} N_{RE} \approx \left\{ \frac{kh\Delta p|_{1hora}}{141.2q\mu B} - 1.151 \log \left(\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2} \right) \right\} / \\ \left\{ 1 + \frac{1.151\sqrt{2\pi} \log [0.0002637k / (\phi\mu c_i r_w^2)]}{\sqrt{0.0002637k / (\phi\mu c_i r_w^2)} [\sqrt{t_{max}} + \sqrt{t_{min}}]} \right\}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

t_{min} , es el tiempo mínimo o inicial de la recta ajustada en la gráfica de Δp vs $\log t$; (hrs).

t_{max} , es el tiempo máximo o final de la recta ajustada en la gráfica de Δp vs $\log t$; (hrs).

$\Delta p|_{1\text{hora}}$, es el Δp , determinado de la recta ajustada de Δp vs $\log t$, a un tiempo de una hora. La capacidad de flujo de la formación kh en las ecuaciones (4.8) y (4.11) son obtenidas primeramente a través de la ecuación (4.6).

Para el análisis en sistemas de gas, los parámetros del sistema pozo-yacimiento también se podrán conocer aplicando los procedimientos mencionados anteriormente al hacer uso de la pseudopresión definida por Al-Hussainy¹ y colaboradores.

El cálculo de la capacidad de flujo kh o permeabilidad k en sistemas de gas, se calcula de la ordenada al origen (b), de la línea recta generada en la gráfica cartesiana de $d\Delta p_p(p) / d\log t$ contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo $1/\sqrt{t}$ es decir:

$$kh = \frac{1637q_g T}{b} \quad (4.12)$$

donde, T es la temperatura absoluta del yacimiento en $^{\circ}R$.

El valor del daño total N_{RE} se determina a través de la ecuación (4.11), en términos de pseudopresión, la cual es.

$$N_{RE} \approx \left\{ \frac{kh\Delta p_p(p)|_{1\text{hora}}}{141.2q\mu B} - 1.151 \log \left(\frac{0.0002637k}{\phi\mu c_i r_w^2} \right) \right\} / \left\{ 1 + \frac{1.151\sqrt{2\pi} \log [0.0002637k / (\phi\mu c_i r_w^2)]}{\sqrt{0.0002637k / (\phi\mu c_i r_w^2)} [\sqrt{t_{max}} + \sqrt{t_{min}}]} \right\}, \quad (4.13)$$

Para el cálculo del daño total N_{RE} , en términos de parámetros físicos del yacimiento, se recomienda utilizar las expresiones (4.11) y (4.13), para los respectivos yacimientos de que se traten.

Para mostrar el procedimiento y cálculo de la capacidad de flujo de la formación kh , permeabilidad k y daño total N_{RE} , se presentan dos ejemplos utilizando datos de simulación.

En las figuras 4.2 y 4.4, se presentan las gráficas de $\Delta p/d\log t$ vs $1/\sqrt{t}$, para los ejemplos utilizados, de donde se obtienen los valores de la ordenada al origen, que intervienen en el cálculo de la capacidad de flujo y permeabilidad calculados con la expresión (4.6).

En las figuras 4.3 y 4.5 se presentan las gráficas de Δp vs $\log t$ para los ejemplos seleccionados, de donde se obtiene su ordenada al origen y el $\Delta p|_{thor}$, los que intervienen en el cálculo de N_{RE} con la expresión (4.11), la permeabilidad en esta expresión es la calculada con anterioridad con la ecuación (4.6).

En la tabla IV se presentan los resultados obtenidos en el cálculo de k , y daño total N_{RE} , y los obtenidos de datos de simulación para los ejemplos anteriores, también en esta tabla se presentan resultados complementarios para diferentes daños y gastos considerados en la figura 3.2.

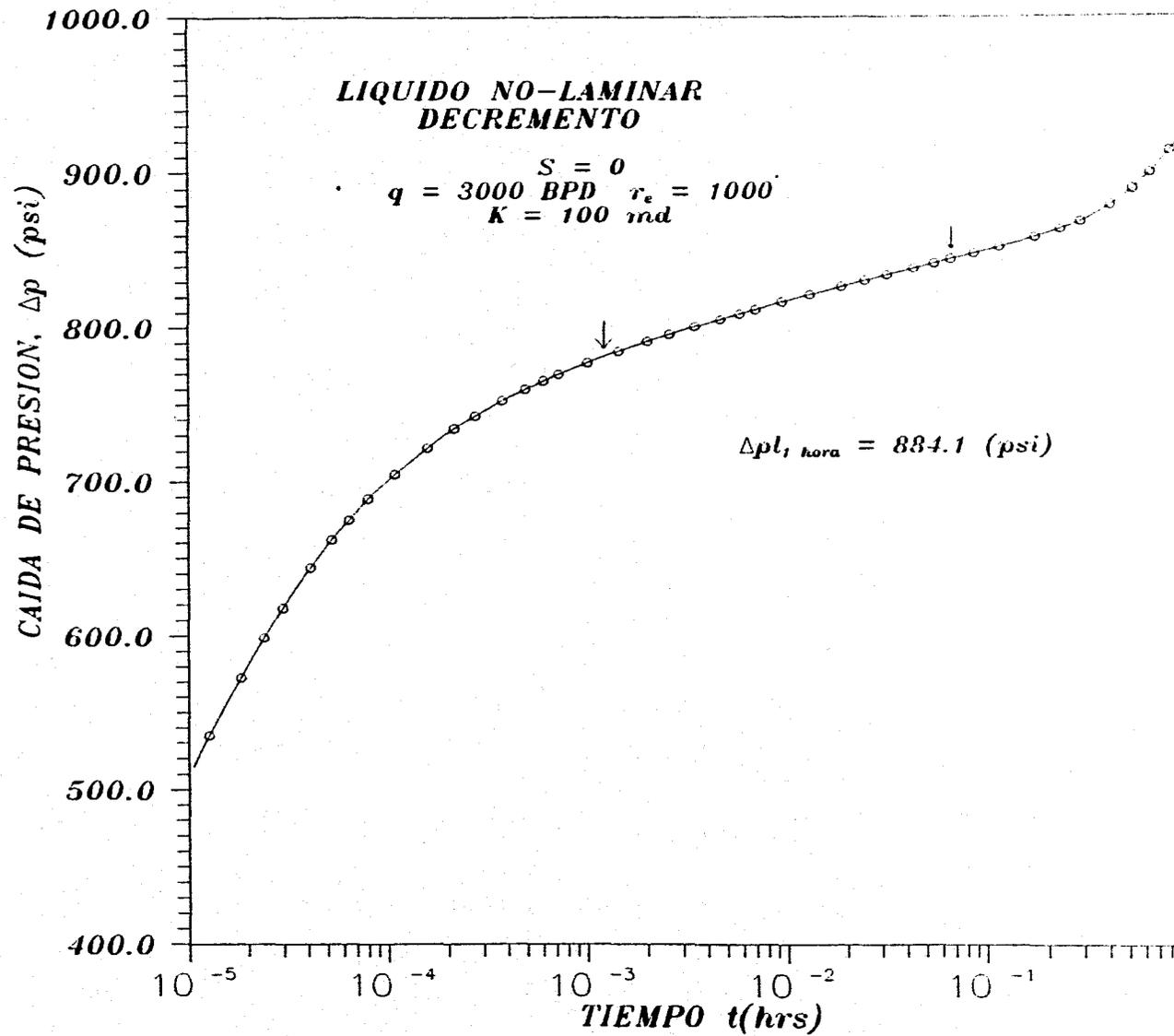


Fig. 4.2 CAIDA DE PRESION CONTRA TIEMPO PERIODO TRANSITORIO

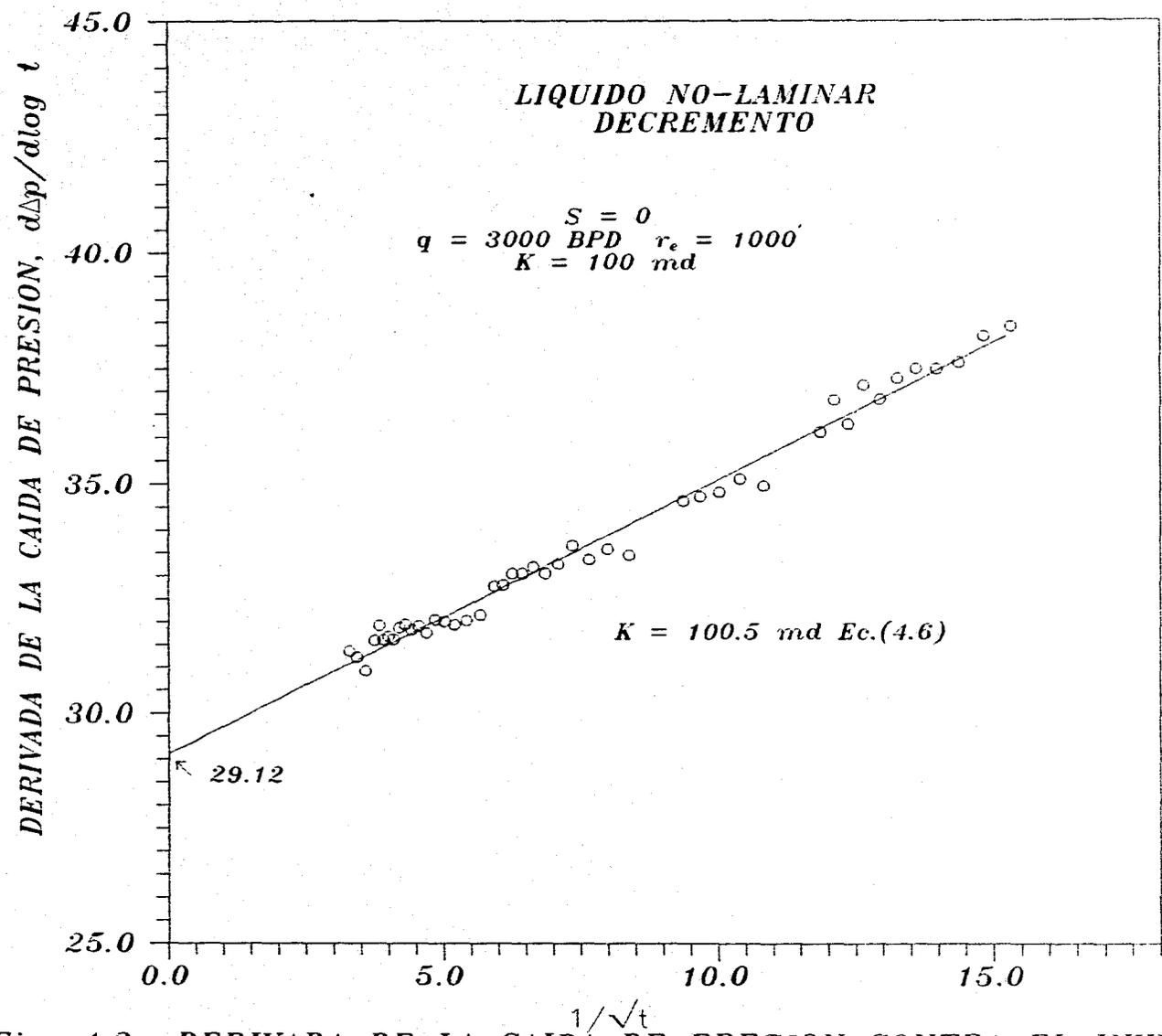


Fig. 4.3 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO

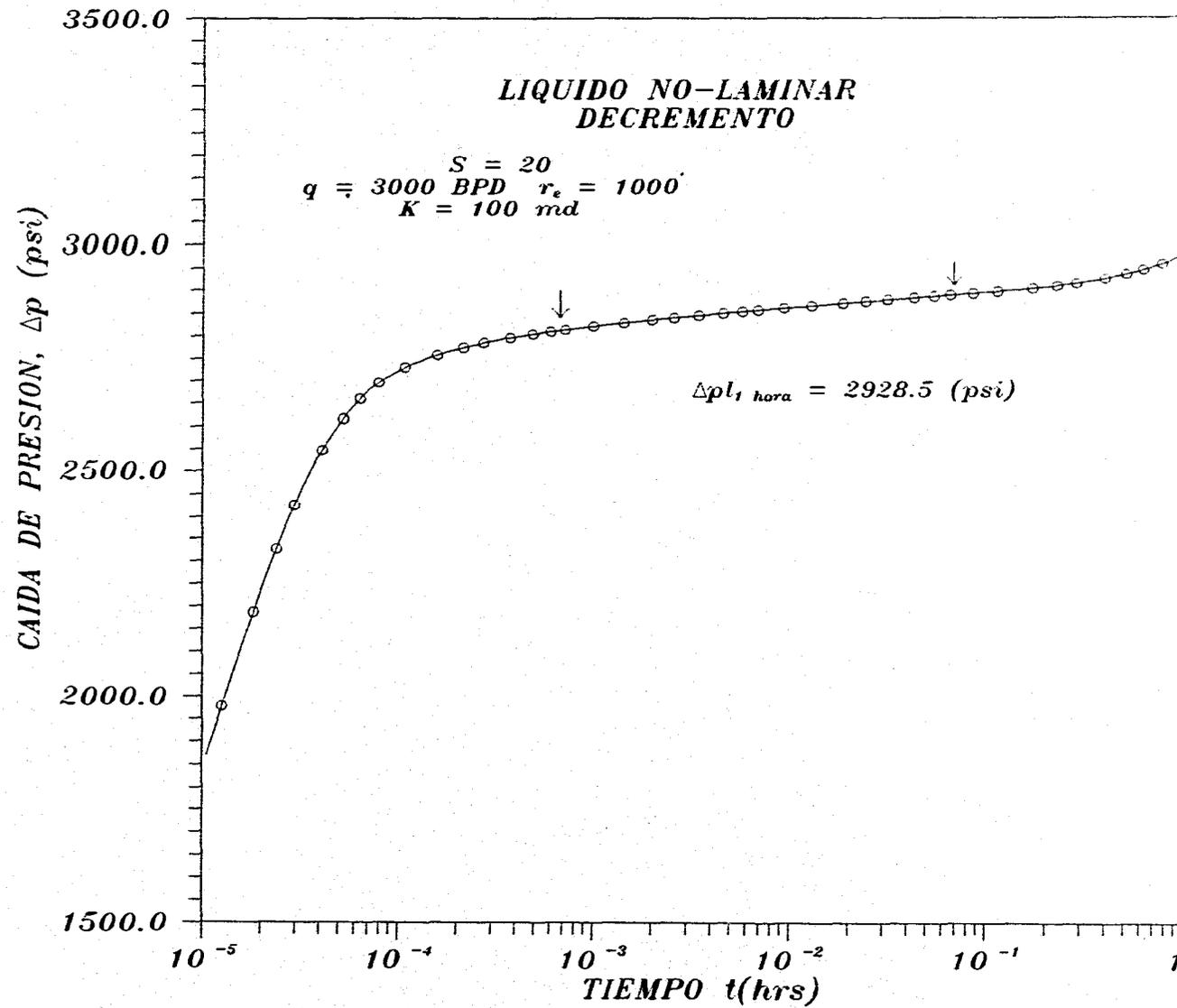


Fig. 4.4 CAIDA DE PRESION CONTRA TIEMPO PERIODO TRANSITORIO

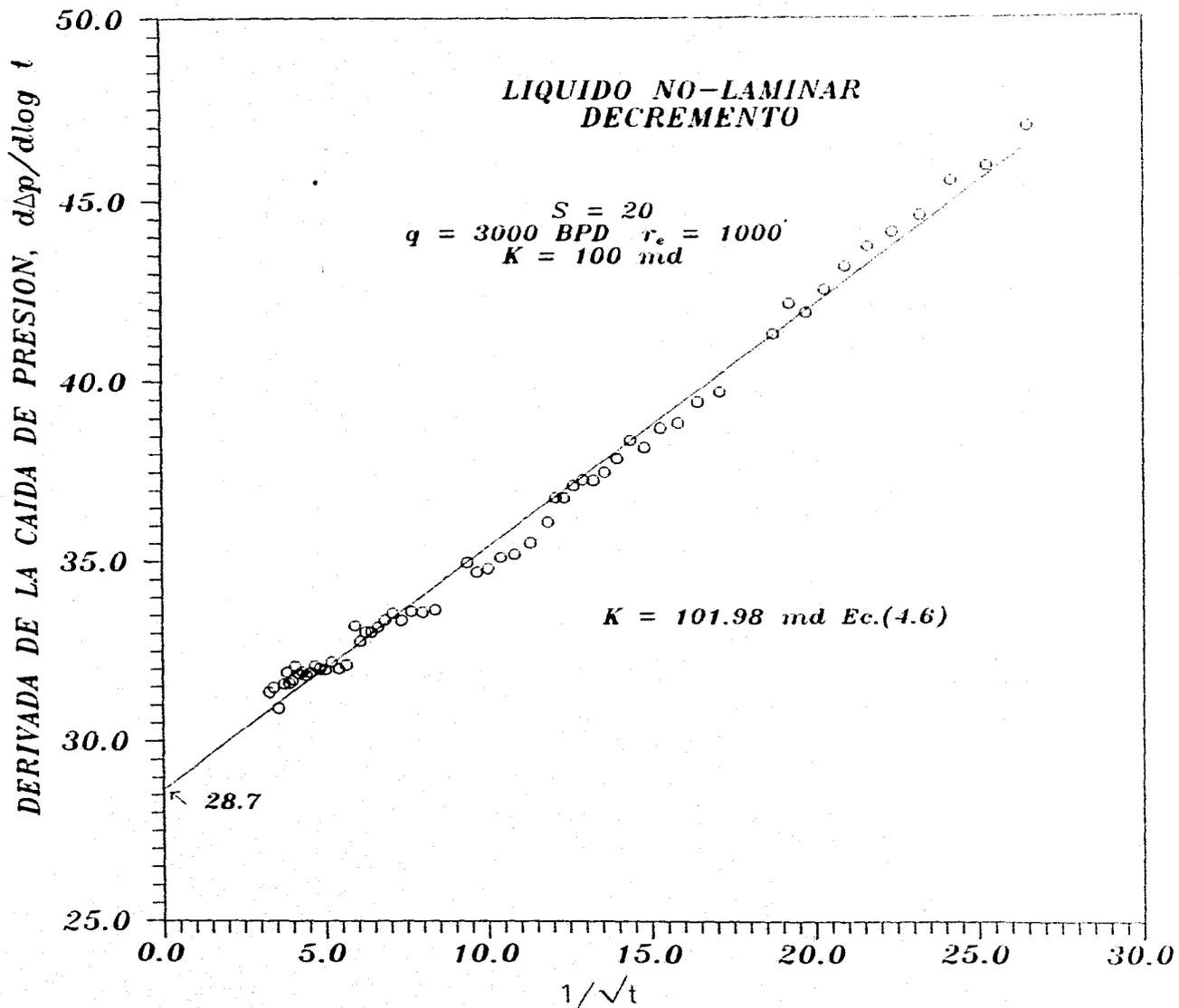


Fig. 4.5 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO

TABLA IV
Factor de Daño Total y Permeabilidad de la Formación
Líquido No-laminar

($r_{eD} = 2000, \phi = 0.05, h = 50$ pies)							
q_o (BPD)	s Adim.	<i>Ord.Origen</i> p_{wD} vs t_D	N_{RE} (Ec.3.17)	N_{RE} Ec.(3.19)	N_{RE} Ec.(4.11)	k(md) Simulación	k(md) Ec. (4.7)
1000	0	8.68	8.78	8.78	8.98	100	99.46
	20	48.79	43.61	48.63	48.11	100	99.61
	-2		1.01		0.430	100	99.37
3000	0	25.12	26.34	26.34	26.86	100	101.50
	20	105.48	130.83	105.9	107.82	100	102.1
	-2	3.66	3.03	4.09	4.53	100	99.63

4.3 Análisis de Datos de Incremento de Presión, Líquido No-Laminar

En la sección anterior se derivó la ecuación (4.3), que representa una expresión aproximada del comportamiento de presión en el pozo, cuando se supone flujo de líquido no-laminar en el yacimiento y un pozo produciendo a gasto constante. Partiendo de ésta ecuación y aplicando el principio de superposición, se define una expresión para la presión, análoga a la ecuación (4.3), en términos de Δt .

A continuación se presenta la derivación del comportamiento de presión en el pozo, durante el cierre, al suponer que el principio de superposición es válido para las condiciones de flujo de líquido no-laminar.

Aplicando el principio de superposición, la caída de presión en el pozo será igual

a:

$$p_{ws} - p_{pwf,s} = [p_i - p_{pwf,s}] - [p_i - p_{pwf}(t_p + \Delta t)] - [p_i - p_{pwf}(\Delta t)] \quad (4.14)$$

donde:

p_i = presión inicial del yacimiento

p_{ws} = presión de fondo cerrado

$p_{pwf,s}$ = presión de fondo fluyendo al momento del cierre

t_p = tiempo de producción antes del cierre

Al considerar la expresión de la pendiente semilogarítmica ec.(4.2), en la ecuación (4.3), ésta se expresa en la forma siguiente:

$$p_{wD} \approx N_{RE} + m \log t_D$$

y sustituirla en la ecuación (4.14), tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{kh(p_{ws} - p_{wf,s})}{141.2qB\mu} &\approx N_{RE} + m_1 \log t_{pD} - N_{RE} - m_2 \log(t_p + \Delta t)_D \\ &+ N_{RE} + m_3 \log \Delta t_D \end{aligned} \quad (4.15)$$

En la sección anterior también se derivó una expresión para la pendiente semilogarítmica, ecuación(4.2), y como consecuencia, las pendientes m_1 , m_2 y m_3 , quedan representadas como sigue:

$$m_1 \approx 1.151 \left(1 + \frac{2N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{t_{pD}}} \right) \quad (4.16)$$

$$m_2 \approx 1.151 \left(1 + \frac{2N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{(t_p + \Delta t_{max})_D}} \right) \quad (4.17)$$

$$m_3 \approx 1.151 \left(1 + \frac{2N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\Delta t_{Dmax} + \Delta t_{Dmin}}} \right) \quad (4.18)$$

Sustituyendo (4.16), (4.17) y (4.18) en la ecuacion (4.15)

$$\frac{kh(p_{ws} - p_{wf,s})}{141.2qB\mu} \approx N_{RE} + 1.151 \log \frac{t_{pD} \Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D} + 2.303 N_{RE} \sqrt{\pi/2} \\ \times \left[\frac{\log t_{pD}}{\sqrt{t_{pD}}} - \frac{\log(t_p + \Delta t)_D}{\sqrt{(t_p + \Delta t_{max})_D}} + \frac{\log \Delta t_D}{\sqrt{\Delta t_{Dmax}} + \sqrt{\Delta t_{Dmin}}} \right] \quad (4.19)$$

Al suponer que el tiempo de producción $t_p \gg \Delta t$, la ecuación (4.19) finalmente tiene la forma siguiente:

$$\frac{kh(p_{ws} - p_{wf,s})}{141.2qB\mu} \approx N_{RE} + \left[1.151 + \frac{2.303 N_{RE} \sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\Delta t_{Dmax}} + \sqrt{\Delta t_{Dmin}}} \right] \log \Delta t_D \quad (4.20)$$

o bien:

$$p_{wD,s} \approx N_{RE} + \left[1.151 + \frac{2.303 N_{RE} \sqrt{\pi/2}}{\sqrt{\Delta t_{Dmax}} + \sqrt{\Delta t_{Dmin}}} \right] \log \Delta t_D \quad (4.21)$$

Cabe mencionar que la ecuación (4.21), es válida solamente si se cumplen las siguientes hipótesis.

- 1.- Principio de superposición aproximadamente válido durante el incremento de presión en presencia de flujo no-laminar (durante el incremento los efectos inerciales son menores que durante el decremento).
- 2.- La ecuación (4.3), es aproximadamente válida durante el decremento con tiempos máximos.
- 3.- Las aproximaciones (4.16) y (4.17) son válidas. Lo que requiere que se defina un intervalo de tiempo suficientemente grande, donde se pueda ajustar una recta.

Las hipótesis (2) y (3), no se cumplen para tiempos de producción cortos.

4.- El tiempo de producción debe ser considerablemente grande respecto al tiempo de cierre. $t_{pD} \gg \Delta t > 100$

La forma de la ecuación (4.21), y su correspondencia con la ecuación (4.3), que se derivó para condiciones de gasto de producción constante, sugiere que los resultados obtenidos en el análisis de datos de presión en decremento, son aplicables a datos de incremento de presión con flujo no-laminar, para tiempos de producción suficientemente grandes antes del cierre.

A continuación se presentan resultados de ejemplos de datos de incremento de presión con flujo no-laminar, los datos sintéticos son resultado de simulaciones numéricas encaminados a validar las ecuaciones y procedimientos desarrollados para el análisis de datos en incremento.

En la figura 4.6, se presenta la gráfica semilogarítmica del comportamiento de incremento de presión en función del tiempo de cierre Δt , en términos adimensionales, con diferentes tiempos de producción considerados, para un daño $s = 0$, se observa que a medida que el tiempo de producción es mayor, se presenta una línea recta bien definida. De esta figura se determina, que la ordenada al origen de la recta semilogarítmica ajustada con tiempo de producción $t_{pD} = 10^7$, donde se define mejor la recta (ver figura 4.7), es aproximadamente igual al daño total N_{RE} , calculado con la ecuación (3.17) o (3.19), definido para gasto constante de producción, por otro lado la pendiente de la recta ajustada es aproximadamente igual a la calculada con la ecuación (4.2), los resultados del ajuste y calculados con las expresiones mencionadas, se presentan en la tabla V.

Para considerar el efecto de daño en la respuesta de incremento de presión, se presentan las figuras (4.8) y (4.9), con daños de $s = 20$, y $s = -2$, respectivamente, las

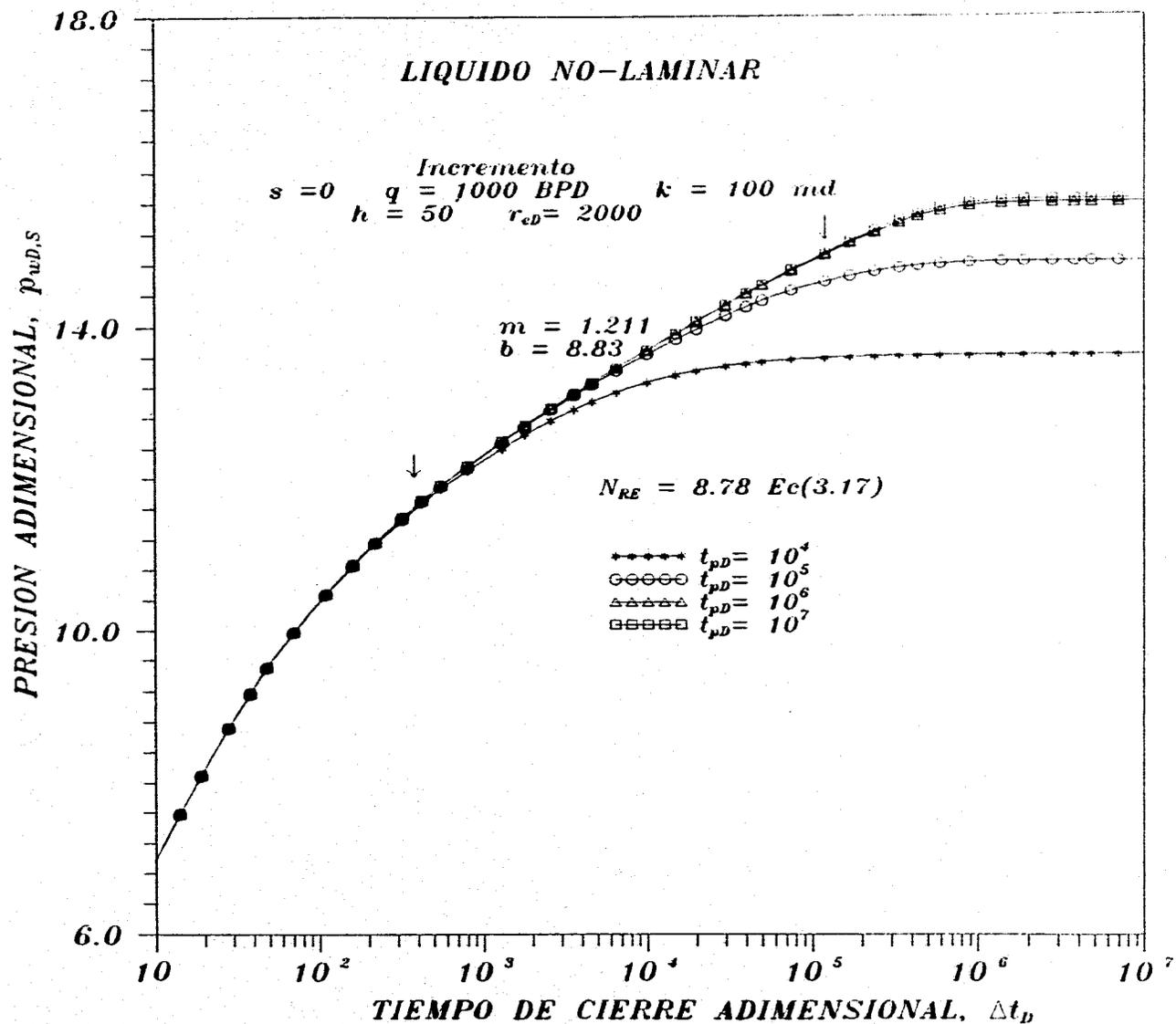


Fig. 4.6 COMPORTAMIENTO DE PRESION EN INCREMENTO.

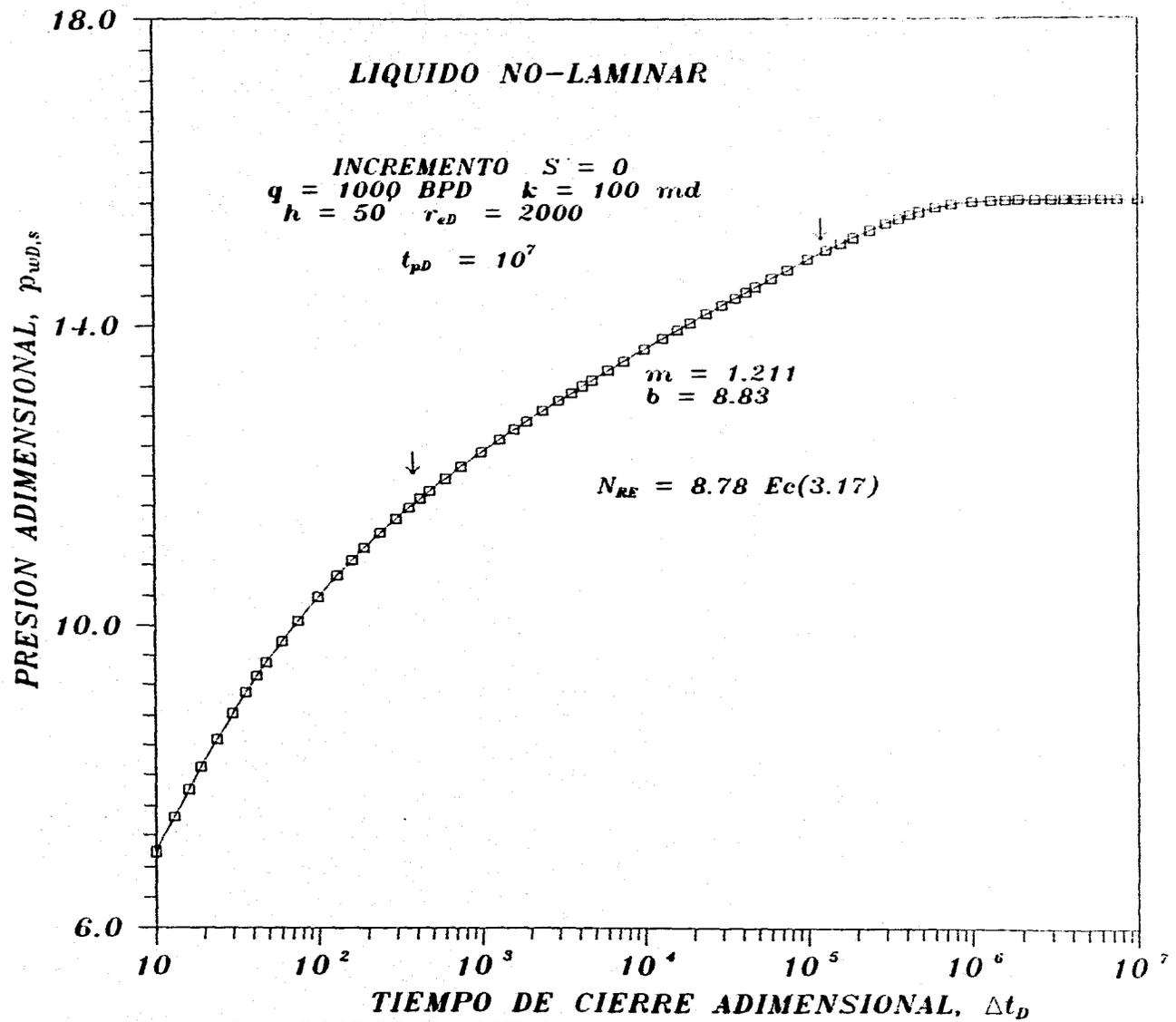


Fig. 4.7 COMPORTAMIENTO DE PRESION PARA UN TIEMPO DE PRODUCCION

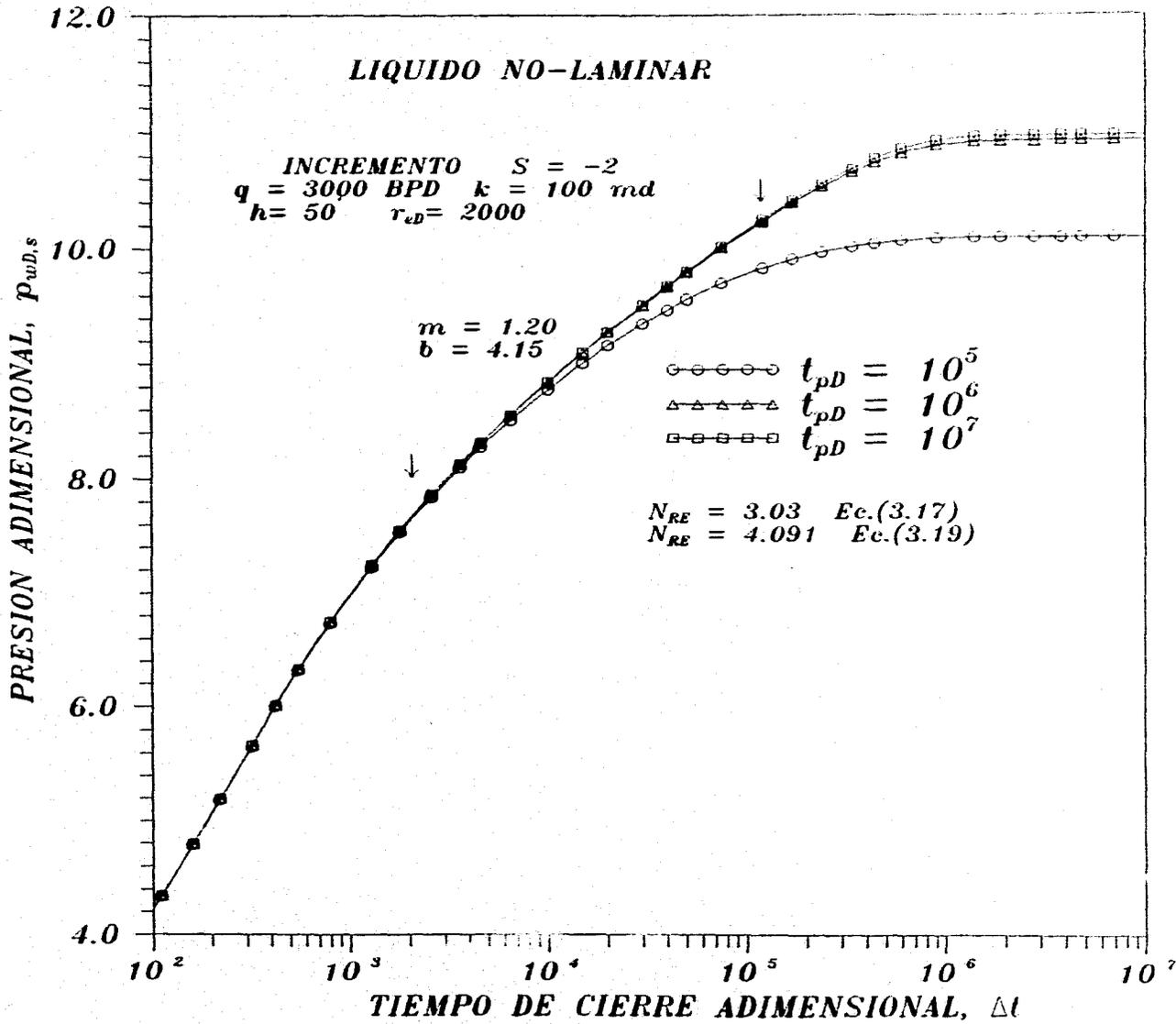


Fig. 4.9 COMPORTAMIENTO DE PRESION EN INCREMENTO

gráficas semilogarítmicas de presión y tiempo de cierre en términos adimensionales, para diferentes tiempos de producción, confirmando las observaciones del párrafo anterior, es decir, en ambas figuras y sobre todo en la figura (4.8) (para daño $s = 20$), a medida que el tiempo de producción aumenta, la recta semilogarítmica se define mejor. La ordenada al origen, para estos casos, es aproximadamente igual al daño total N_{RE} , calculado con las expresiones (3.17) ó (3.19). Para estos ejemplos diferentes de daño igual a cero, existe mayor correspondencia con la expresión del daño definida por la ecuación (3.19), ésta como se mencionó anteriormente, es la expresión real del daño total N_{RE} , y la expresión (3.17), es una aproximación. Los resultados se presentan en la tabla V.

En la figura 4.10, se presenta la gráfica cartesiana de la derivada de presión versus el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, para un daño $s = 0$, correspondiente al caso presentado en la figura 4.7. De la ordenada al origen de esta gráfica y en combinación con la expresión (4.6), es posible el cálculo de la capacidad de flujo (kh), y permeabilidad del yacimiento, los resultados obtenidos se presentan en la tabla V, observándose buena correlación con los datos de simulación.

En la figura 4.11, se presenta la gráfica semilogarítmica de la caída de presión contra el logaritmo del tiempo, en la cual se obtiene el valor de Δp a una hora, así como el valor de tiempo inicial y final de ajuste de la recta semilogarítmica que intervienen en la ecuación (4.11), para el cálculo del daño total N_{RE} , la permeabilidad (k), en esta ecuación es la calculada en el paso anterior definida por la ecuación (4.6), el valor de este parámetro y el de N_{RE} , se presentan en la tabla V.

La figura 4.12, presenta la gráfica cartesiana de la derivada de la caída de presión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, para un caso con daño mecánico $s = 20$. De la ordenada al origen de la recta ajustada en el mismo intervalo de tiempo de la recta semilogarítmica, se determina la capacidad de flujo (kh) y permeabilidad a través de la expresión (4.6). Los parámetros calculados se presentan en la tabla V, así como el valor

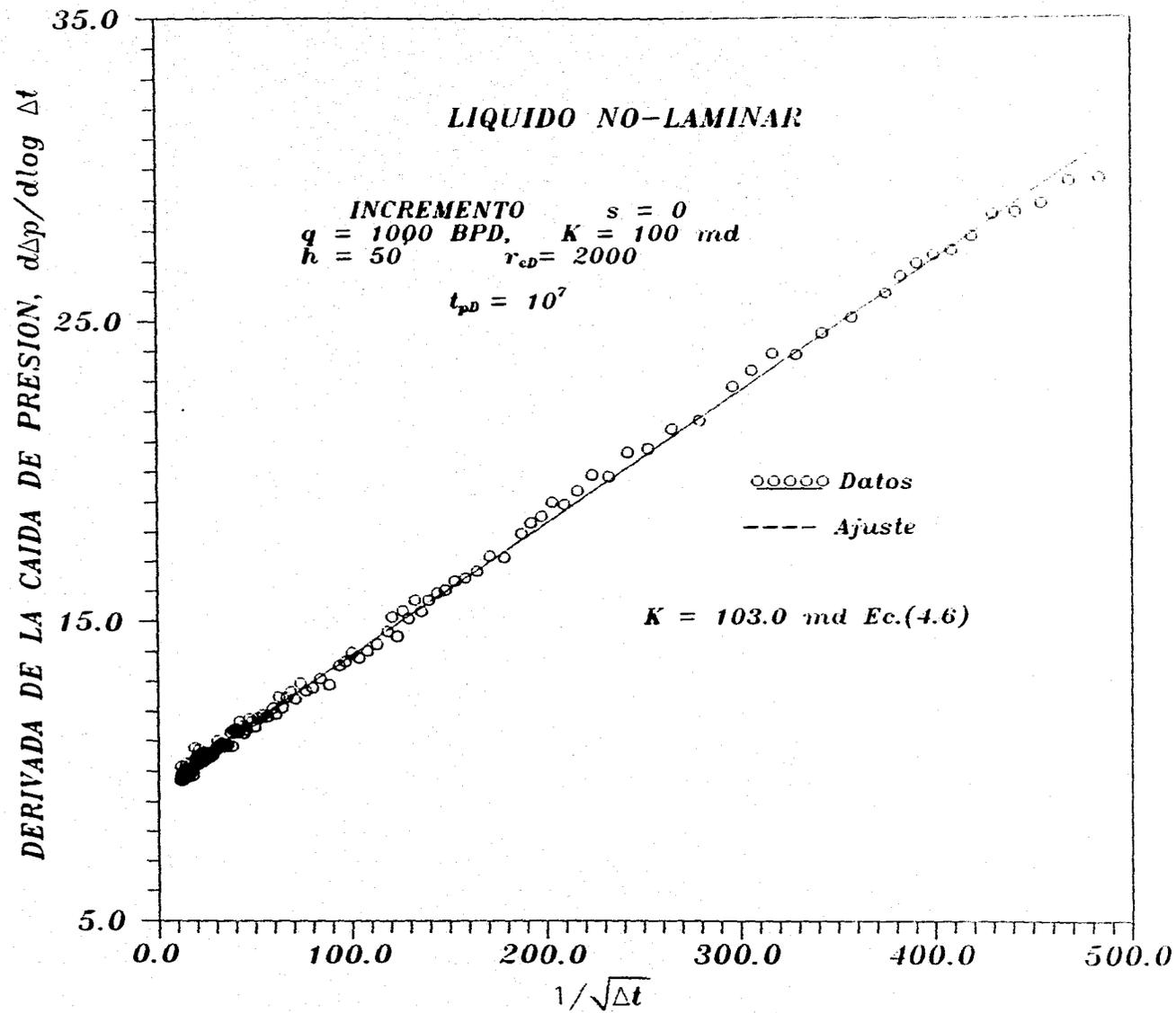


Fig. 4.10 DERIVADA DE Δp CONTRA EL INVERSO DE RAIZ CUADRADA DE Δt

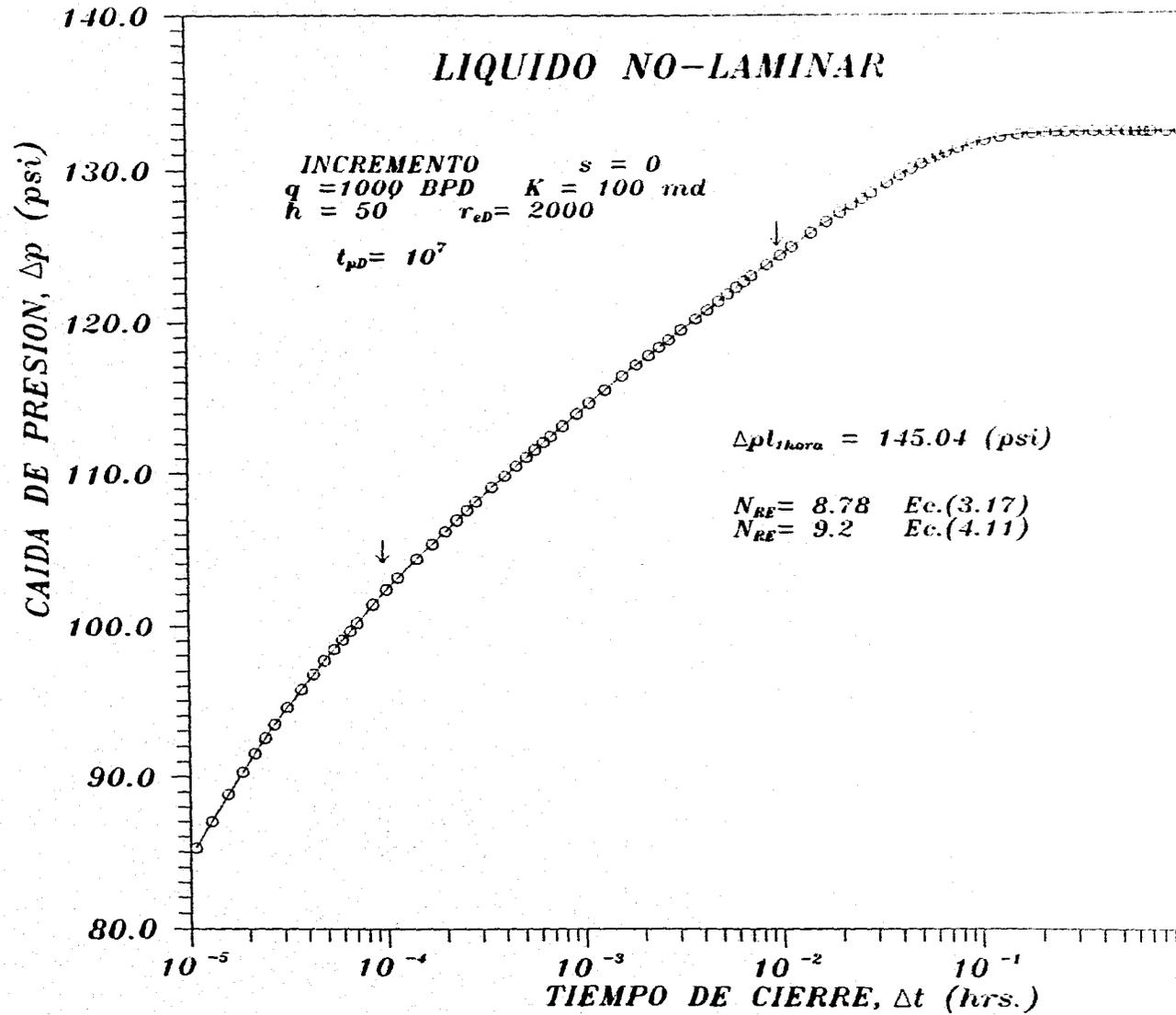


Fig. 4.11 COMPORTAMIENTO DE LA CAIDA DE PRESION, INCREMENTO

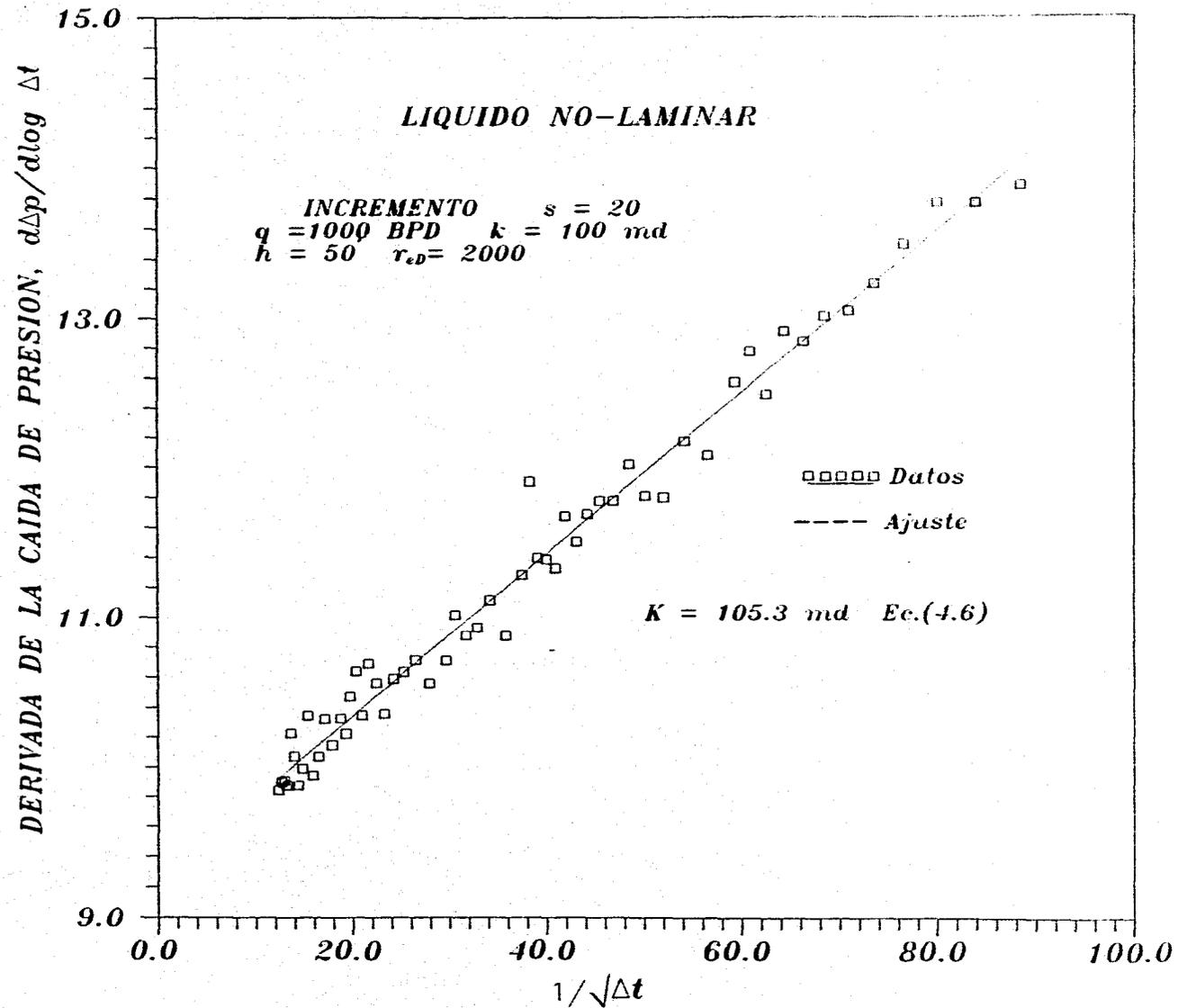


Fig. 4.12 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO DE CIERRE

de N_{RE} , calculado con los parámetros de Δp a una hora y tiempo inicial y final determinados de la figura 4.13, y la ecuación (4.11).

TABLA V
Resultados en Incremento de Presión
líquido No-Laminar

($r_{eD} = 2000$, $h = 50$ pies, $\phi = 0.05$)								
q_o (BPD)	s Adim.	Ord. orig. Ajuste	orig. Recta	m Semilog	m Ec.(4.2)	N_{RE} (Ec.3.17)	N_{RE} Ec.(3.19)	N_{RE} Ec.(4.11)
1000	0	8.83		1.211	1.224	8.78	8.78	9.2
1000	20	48.95		1.212	1.440	43.61	48.64	47.12
3000	-2	4.15		1.200	1.241	3.031	4.091	4.02
q_o BPD	s Adim.	$k(md)$ Simulación			$k(md)$ Ajuste Ec.(4.6)			
1000	0	100			103.0			
1000	20	100			105.3			

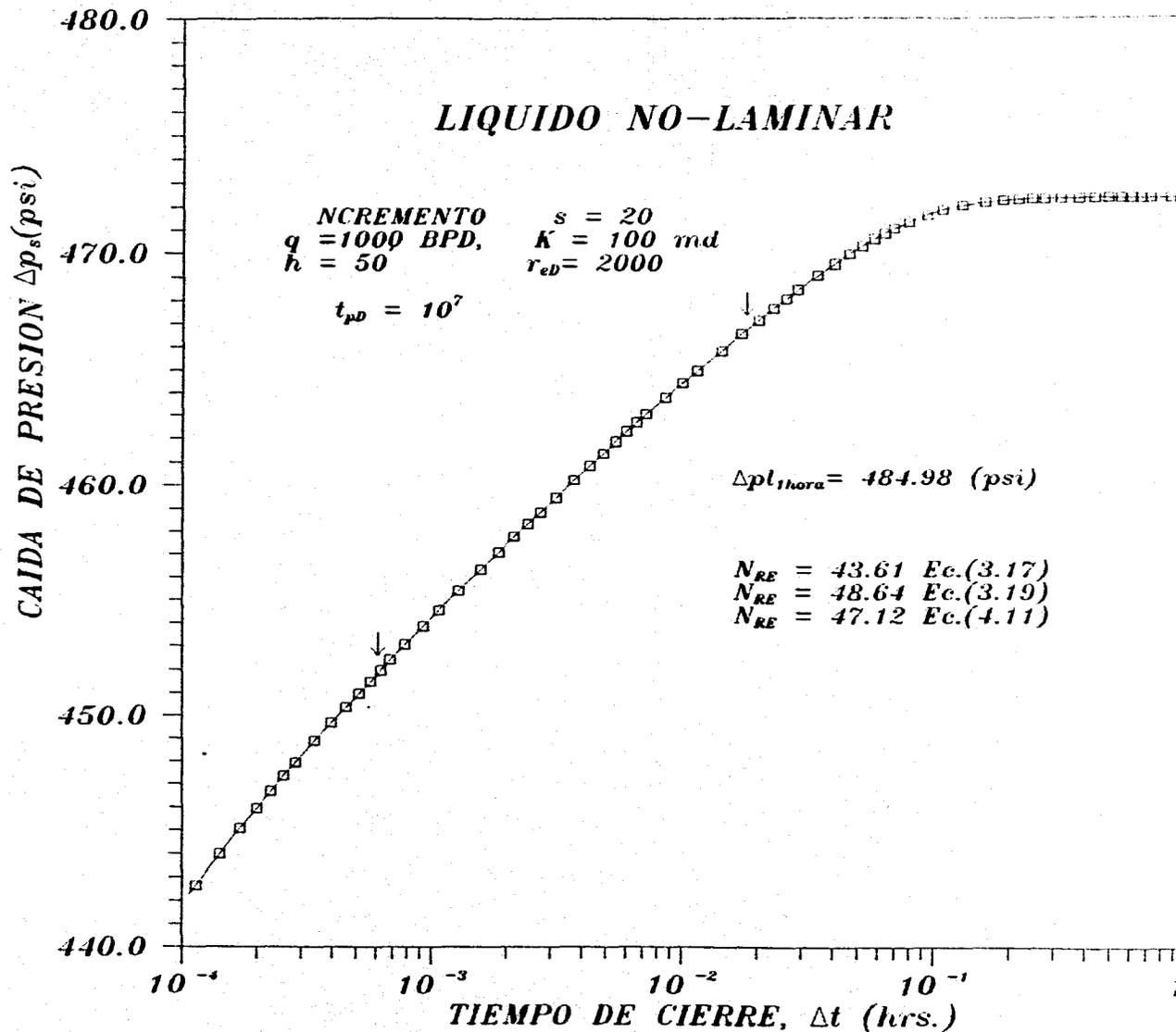


Fig. 4.13 COMPORTAMIENTO DE LA CAIDA DE PRESION, INCREMENTO

4.4 Resultados en Yacimientos Naturalmente Fracturados Líquido No-Laminar

La metodología desarrollada para yacimientos homogéneos, presentada en capítulos anteriores, sobre el comportamiento de presión en presencia de flujo no-laminar, se aplicó en yacimientos naturalmente fracturados por considerar que estos efectos son más importantes en este tipo de yacimientos, y por su importancia en la caracterización de los mismos.

Para validar la metodología desarrollada, se presentan algunos ejemplos con resultados obtenidos de datos de simulaciones numéricas, los datos utilizados se presentan en la tabla I.

En la figura 4.14, se presenta el comportamiento de la pendiente semilogarítmica en función del tiempo durante el período transitorio, observándose, al igual que en yacimientos homogéneos, que ésta varía con el tiempo y que a tiempos suficientemente largos, ésta, tiende al valor laminar de 1.151. Para el ejemplo en cuestión, debido a los efectos no-laminares presentes y a la extensión del yacimiento, la pendiente no alcanza el valor laminar en el período transitorio, debido a que antes se sienten los efectos de frontera.

En la figura 4.15, se presenta la gráfica semilogarítmica de la respuesta de presión en términos adimensionales del caso de la figura anterior, en la que se observa, que durante el tiempo de la respuesta matriz-fractura, se genera una aparente línea recta con pendiente mayor a 1.151. En esta misma gráfica, la ordenada al origen de la recta ajustada, es aproximadamente igual al daño total N_{RE} , calculado con la ecuación (3.17), definida para yacimientos homogéneos con presencia de flujo de líquido no-laminar.

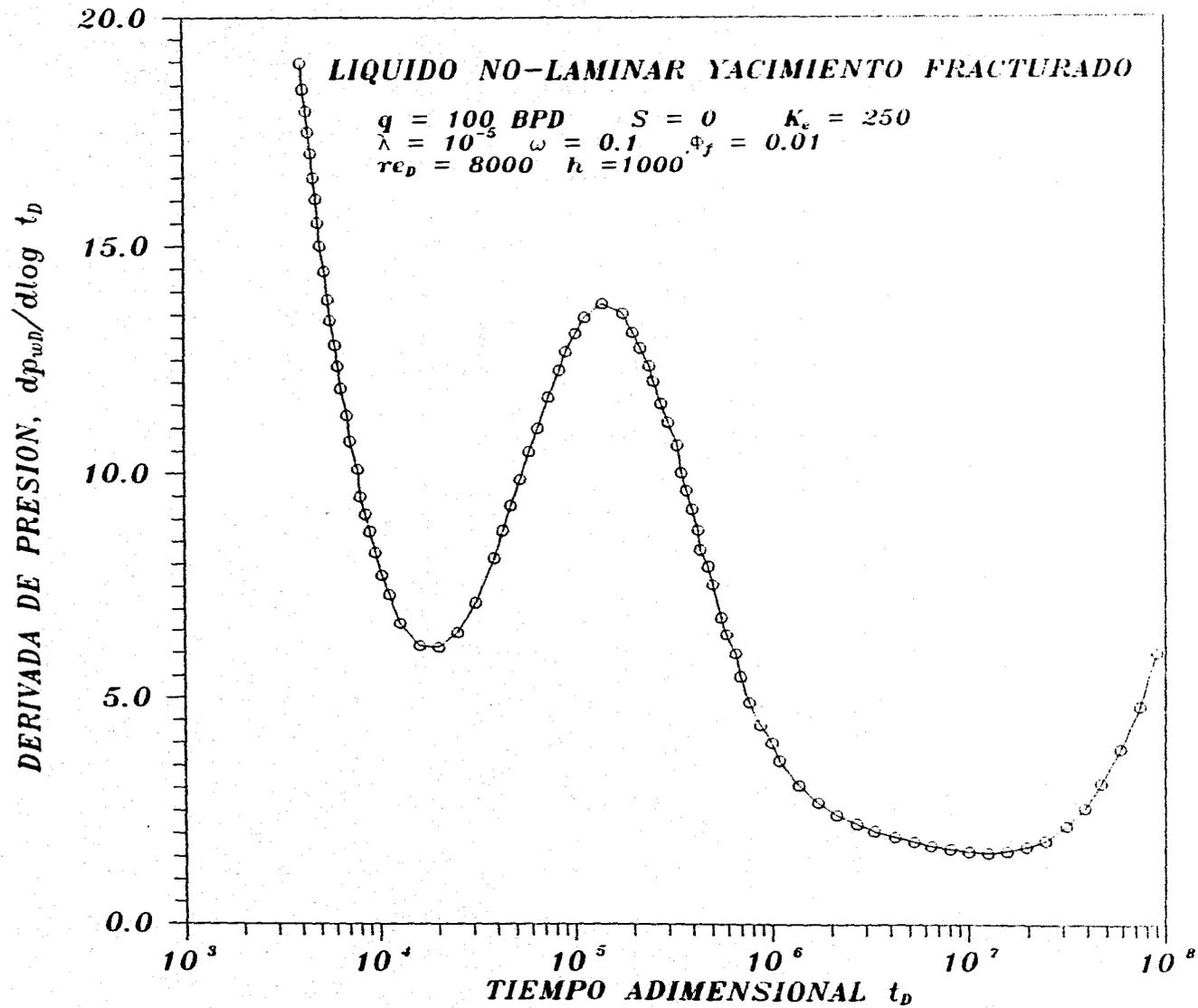
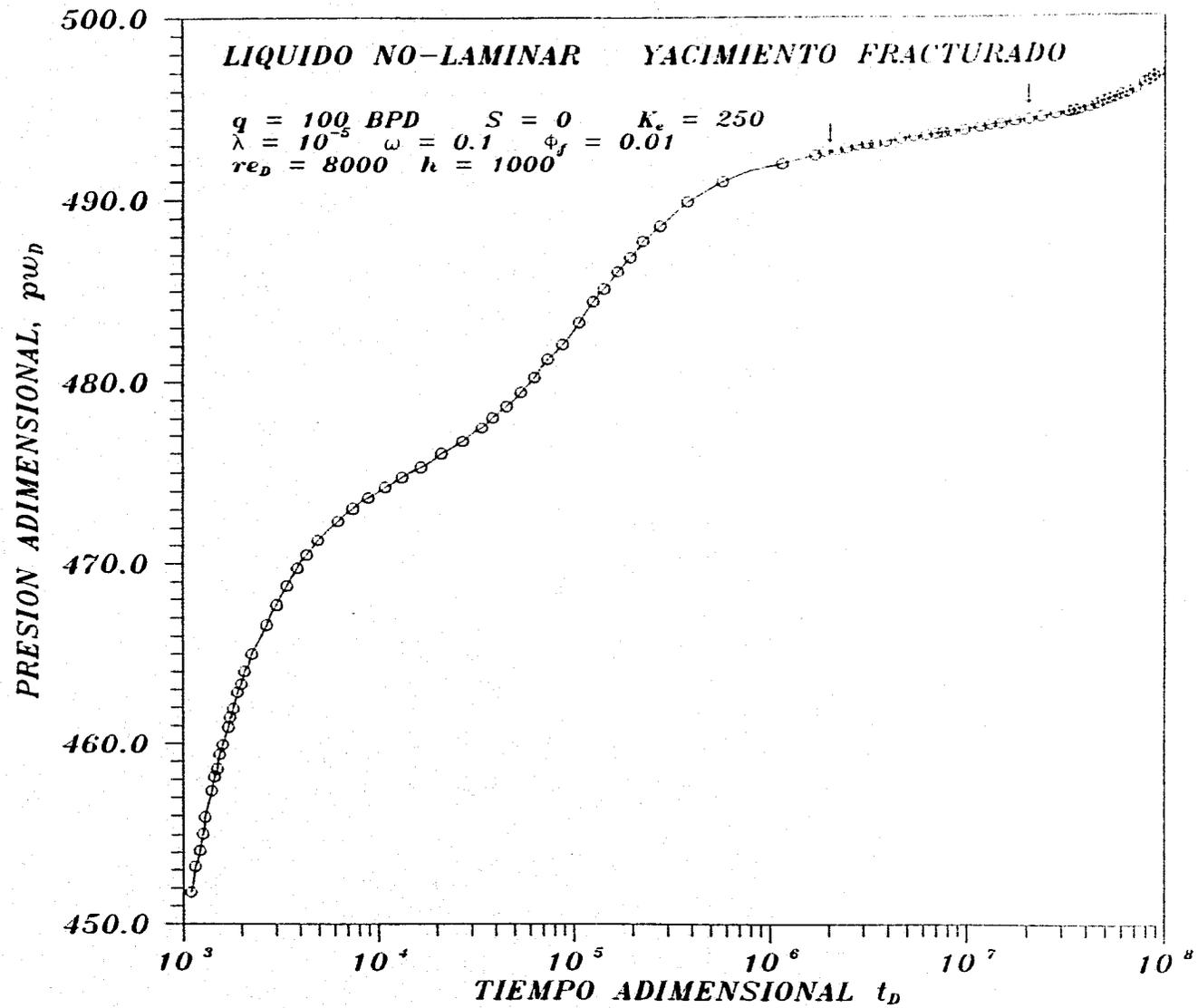


Fig. 4.14 DERIVADA DE PRESION VS TIEMPO ADIMENSIONAL



Los resultados obtenidos del ajuste y calculados, de la pendiente y ordenada al origen, se presentan en la tabla VI, observándose una excelente concordancia entre ambas.

Para yacimientos homogéneos con líquido no-laminar, se determinó un procedimiento en términos de variable reales para el cálculo del daño total N_{RE} y permeabilidad efectiva, mediante las ecuaciones (4.6) y (4.11) . Este procedimiento se aplicó para el ejemplo presentado en las figuras 4.14 y 4.15, correspondiente a yacimientos naturalmente fracturados.

En la figura 4.16, se presenta la gráfica semilogarítmica de la presión y tiempo, en términos reales del ejemplo tratado hasta el momento, de donde se determinan parámetros de la recta ajustada que intervienen, en el cálculo de la permeabilidad efectiva y el daño total N_{RE} .

En la figura 4.17, se presenta la gráfica cartesiana, de la derivada de presión versus el inverso de la raíz cuadrada del tiempo adimensional, correspondiente al ejemplo de figura 4.15 . De la ordenada al origen se determina la permeabilidad efectiva mediante la ecuación (4.6) , estos resultados se presentan en la tabla VI observándose también una excelente concordancia entre los valores calculados y los datos de entrada al simulador.

Para dar mayor validez a la aplicación de la metodología desarrollada en la caracterización de datos de presión con influencia de flujo no-laminar en yacimientos naturalmente fracturados, se presenta a continuación un ejemplo más en la aplicación de este procedimiento, a datos de simulación.

En la figura 4.18, se presenta la gráfica semilogarítmica de la pendiente en función del tiempo, y al igual que en la figura 4.14, la pendiente varía con el tiempo y el valor de 1.151 no es alcanzado antes de que los efectos de frontera se hagan presentes.

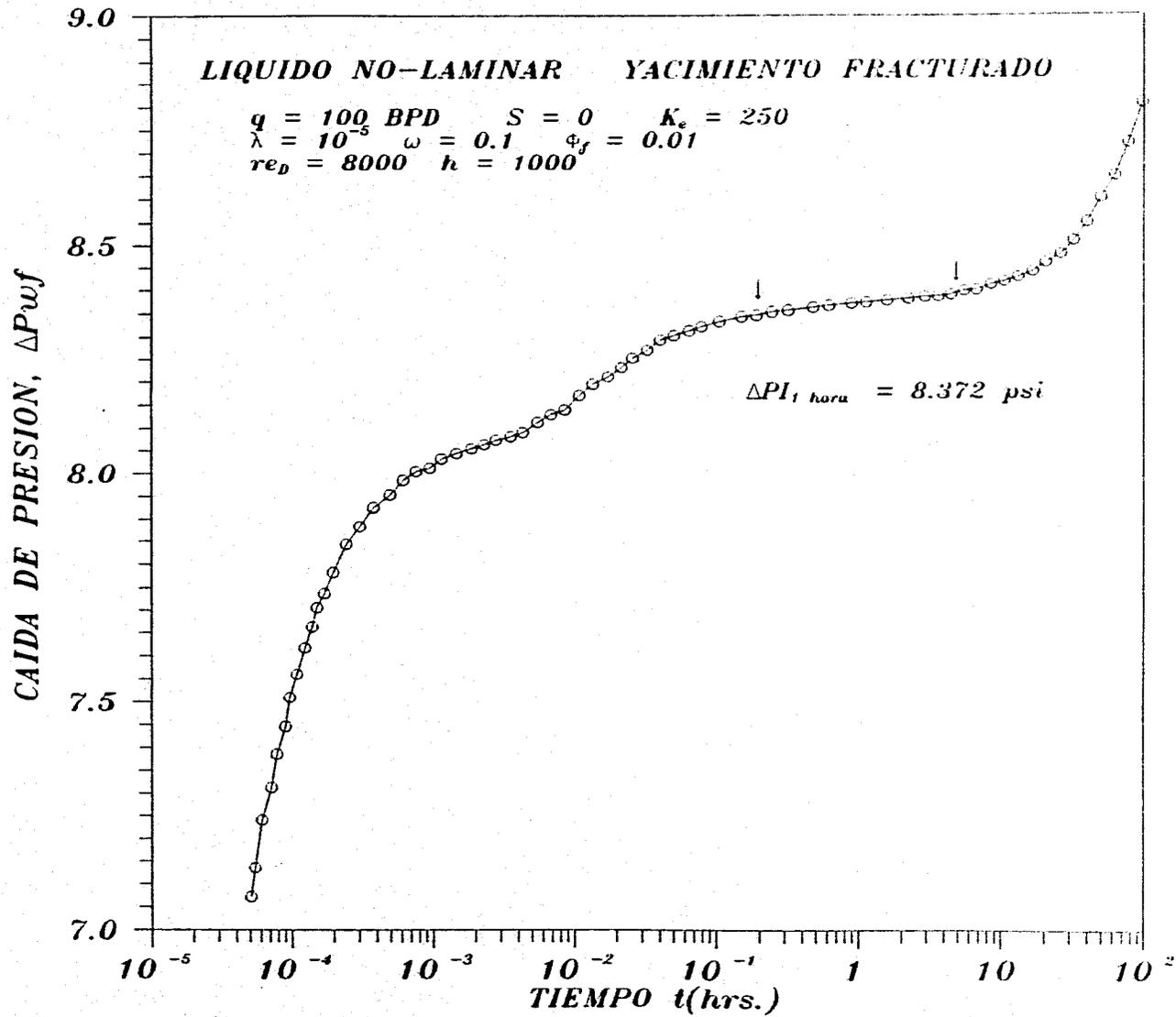


Fig. 4.16 CAIDA DE PRESION VS TIEMPO EN TERMINOS REALES

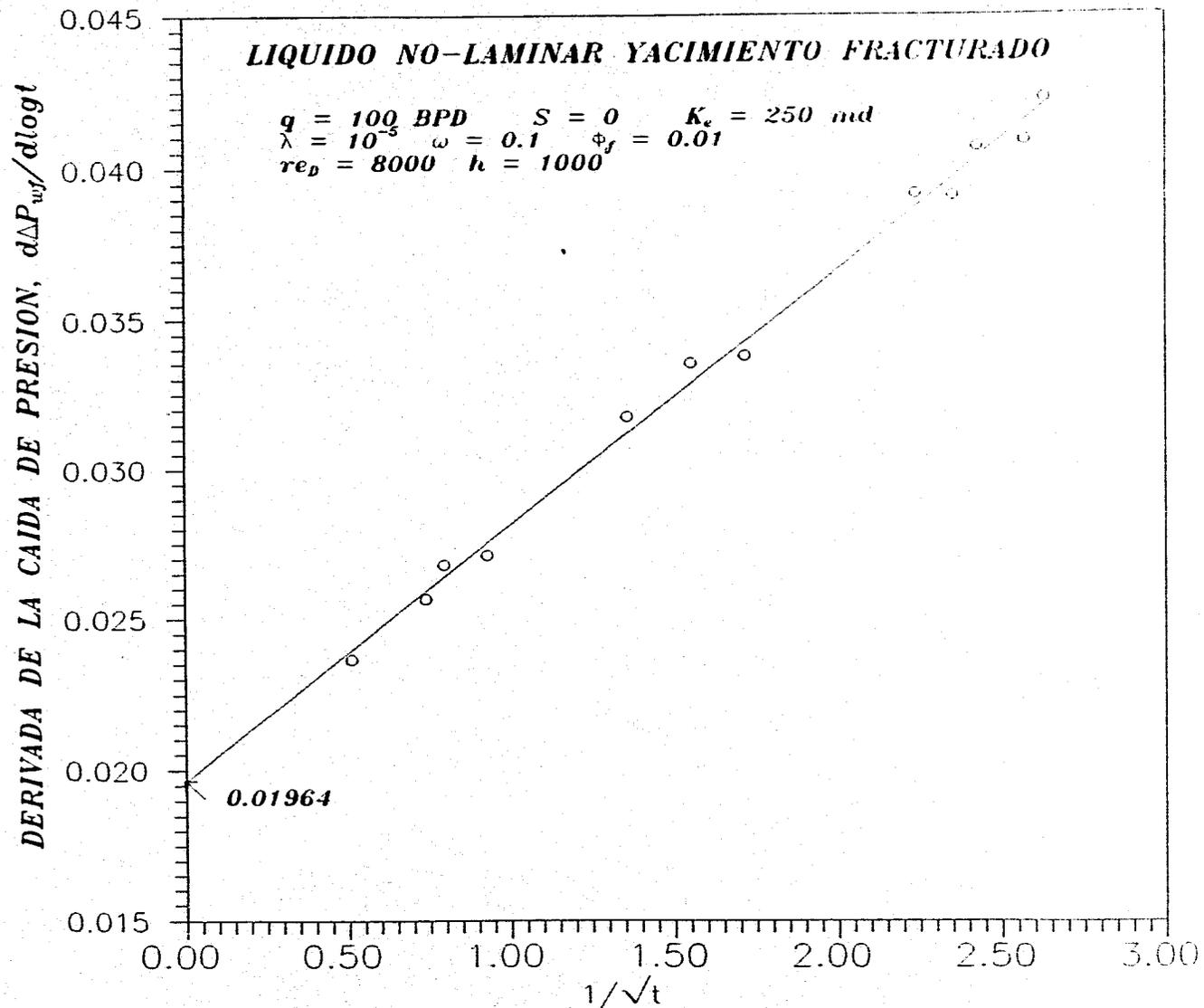


Fig. 4.17 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION VS INVERSO DE LA RAIZ CUADRA DEL TIEMPO.

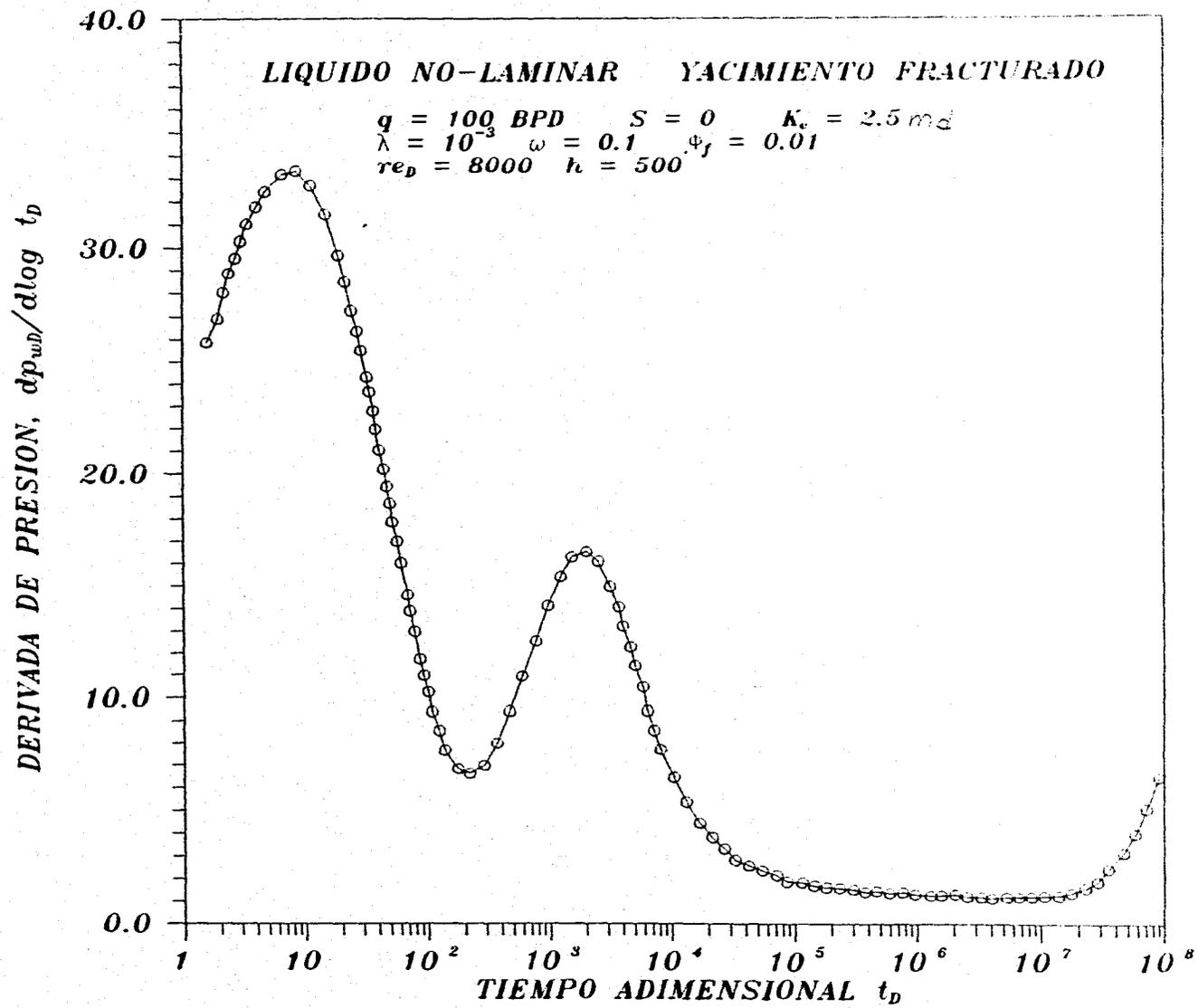


Fig. 4.18 DERIVADA DE PRESION VS TIEMPO ADIMENSIONAL

En la figura 4.19, la gráfica semilogarítmica de presión y tiempo en términos adimensionales para el caso de la figura 4.18, es presentada. En esta figura se define una aparente línea recta en el período de flujo transitorio, cuando la respuesta del sistema matriz-fractura esta presente, la pendiente de la recta ajustada es mayor a la respuesta laminar de 1.151.

El valor de la ordenada al origen correlaciona con el valor del daño total N_{RE} , calculado con la expresión (3.17). Los valores de la pendiente y daño total, ajustados y calculados se presentan en la tabla VI.

El cálculo de la permeabilidad efectiva y daño total N_{RE} , calculados con las ecuaciones (4.6) y (4.11), respectivamente, en términos de variables reales se realizó para este ejemplo. En las figura 4.20, se presenta la gráfica semilogarítmica de la respuesta de ΔP y tiempo que determinan parámetros para el cálculo del daño total, como el valor de $\Delta p|_{1hora}$. En la figura 4.21, se muestra la gráfica cartesiana de la derivada de la caída de presión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, de la ordenada al origen de esta gráfica se determina la permeabilidad efectiva del yacimiento calculada con la expresión (4.6). Los valores de permeabilidad efectiva y de daño total N_{RE} se presentan en la tabla VI, observándose al igual que para el ejemplo anterior buena concordancia con los datos de entrada al simulador, lo que valida el empleo de la metodología desarrollada en yacimientos homogéneos con presencia de flujo no-laminar.

Un resultado adicional se obtiene de las gráficas semilogarítmicas de las figuras 4.15 y 4.19, en estas figuras se observa que la primera línea recta, paralela a la respuesta del sistema matriz-fractura desarrollada cuando se considera flujo laminar en el yacimiento, sufre desviaciones en la medida que los efectos no-laminares son mas intensos, llegando a enmascarar esta primera línea recta, como lo muestran las gráficas de las figuras 4.15 y 4.19.

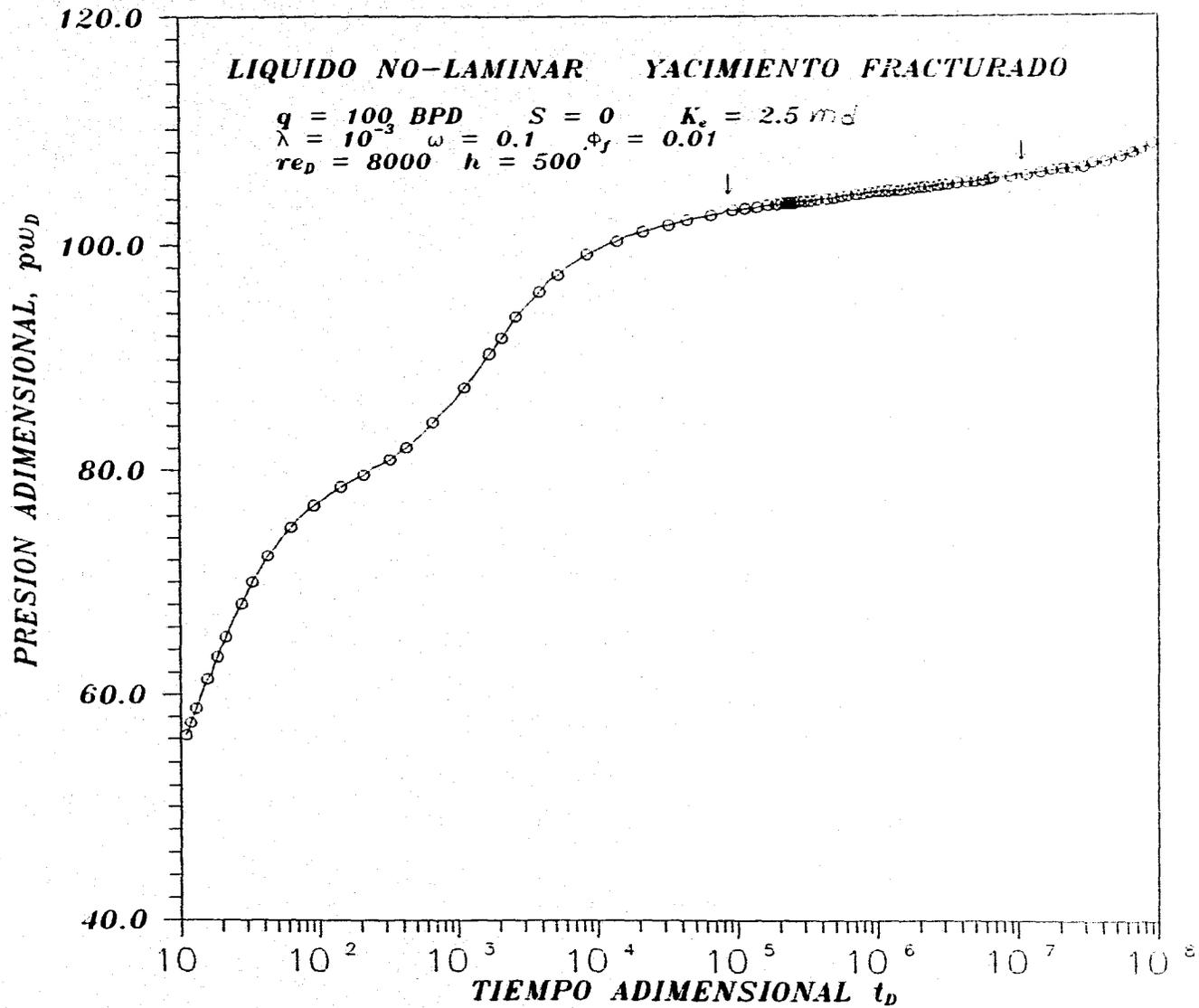


Fig. 4.19 PRESION VS TIEMPO ADIMENSIONAL YACIMIENTO FRACTURADO.

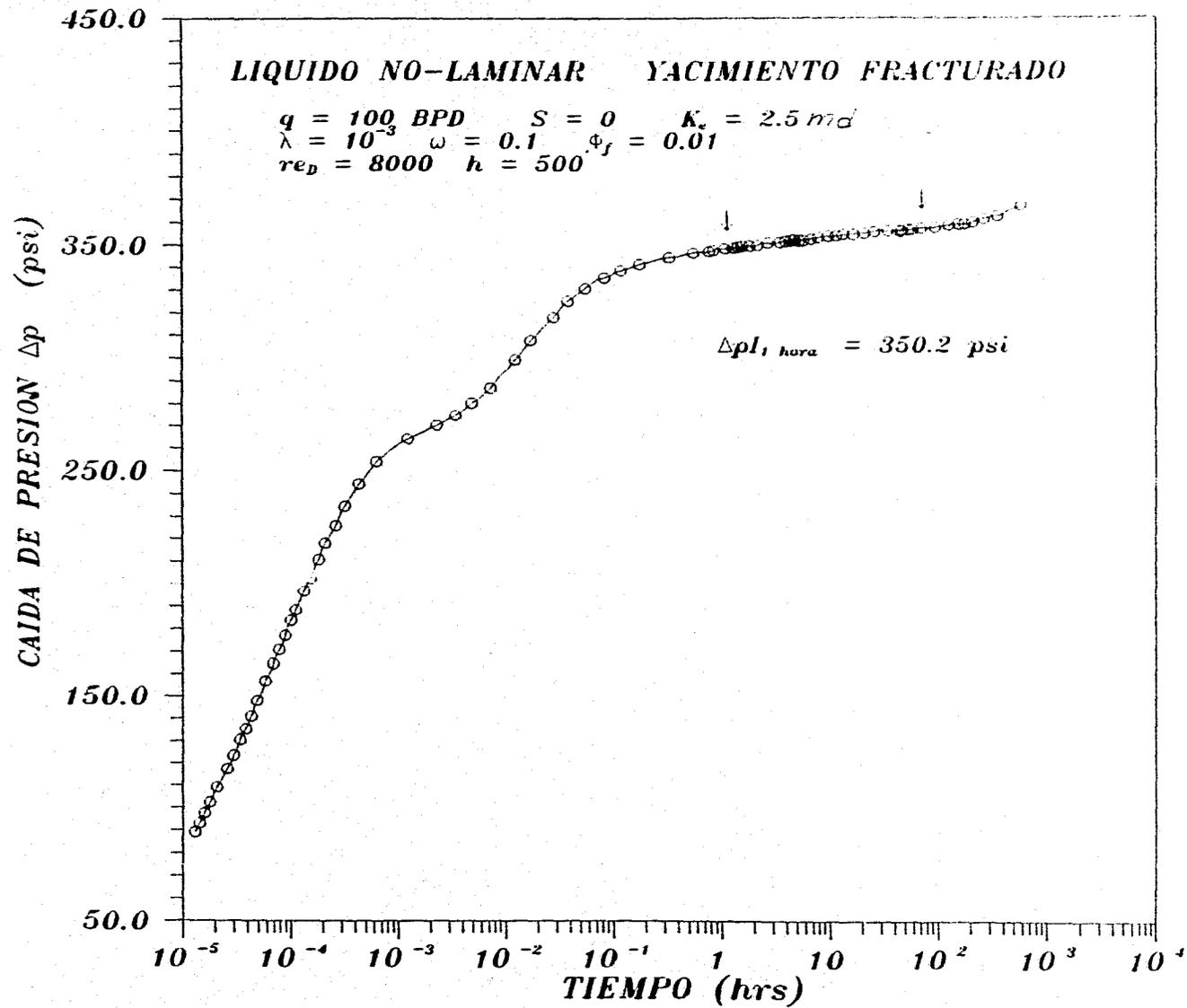


Fig. 4.20 CAIDA DE PRESION VS TIEMPO, YACIMIENTO FRACTURADO

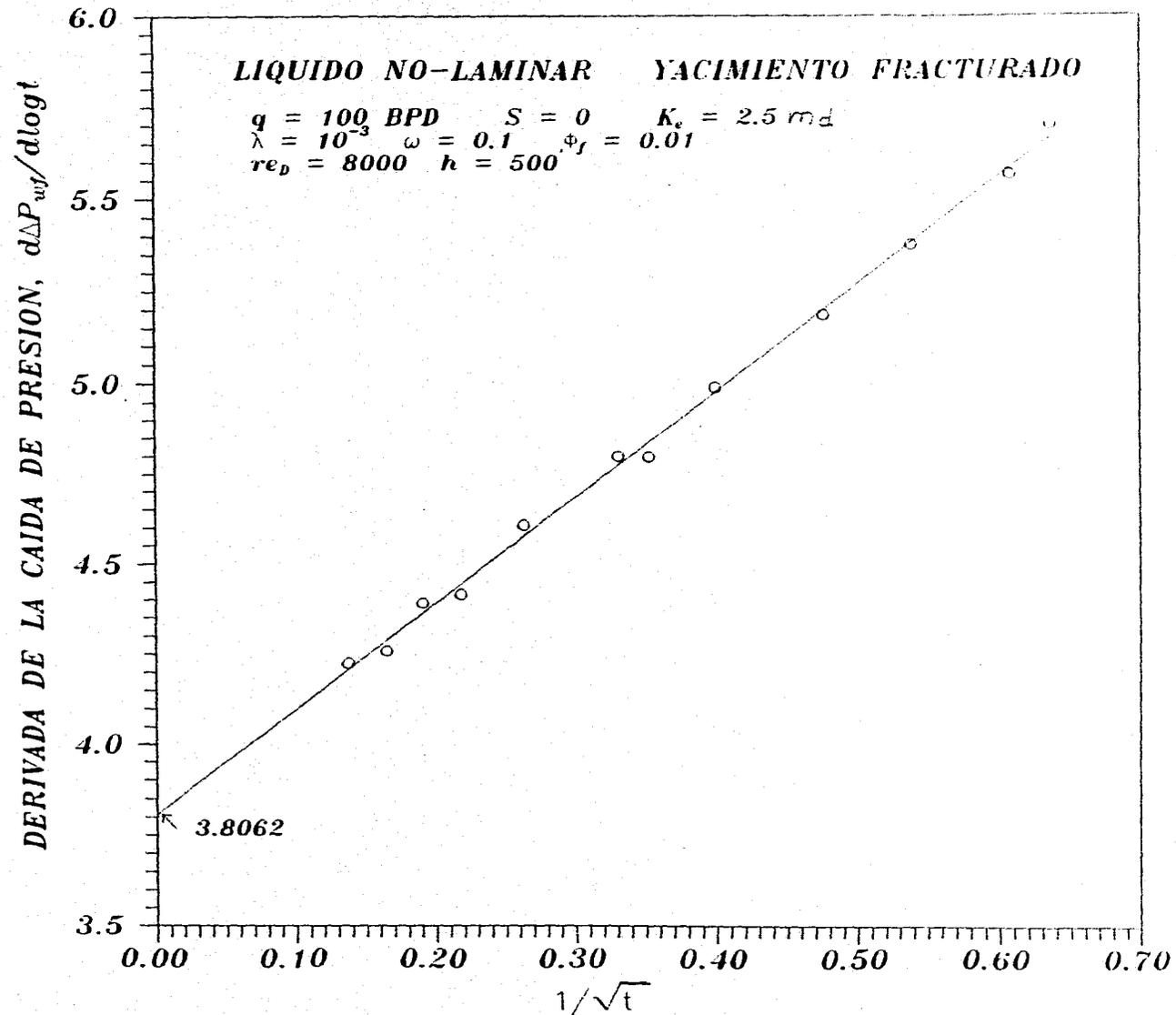


Fig. 4.21 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION VS INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO.

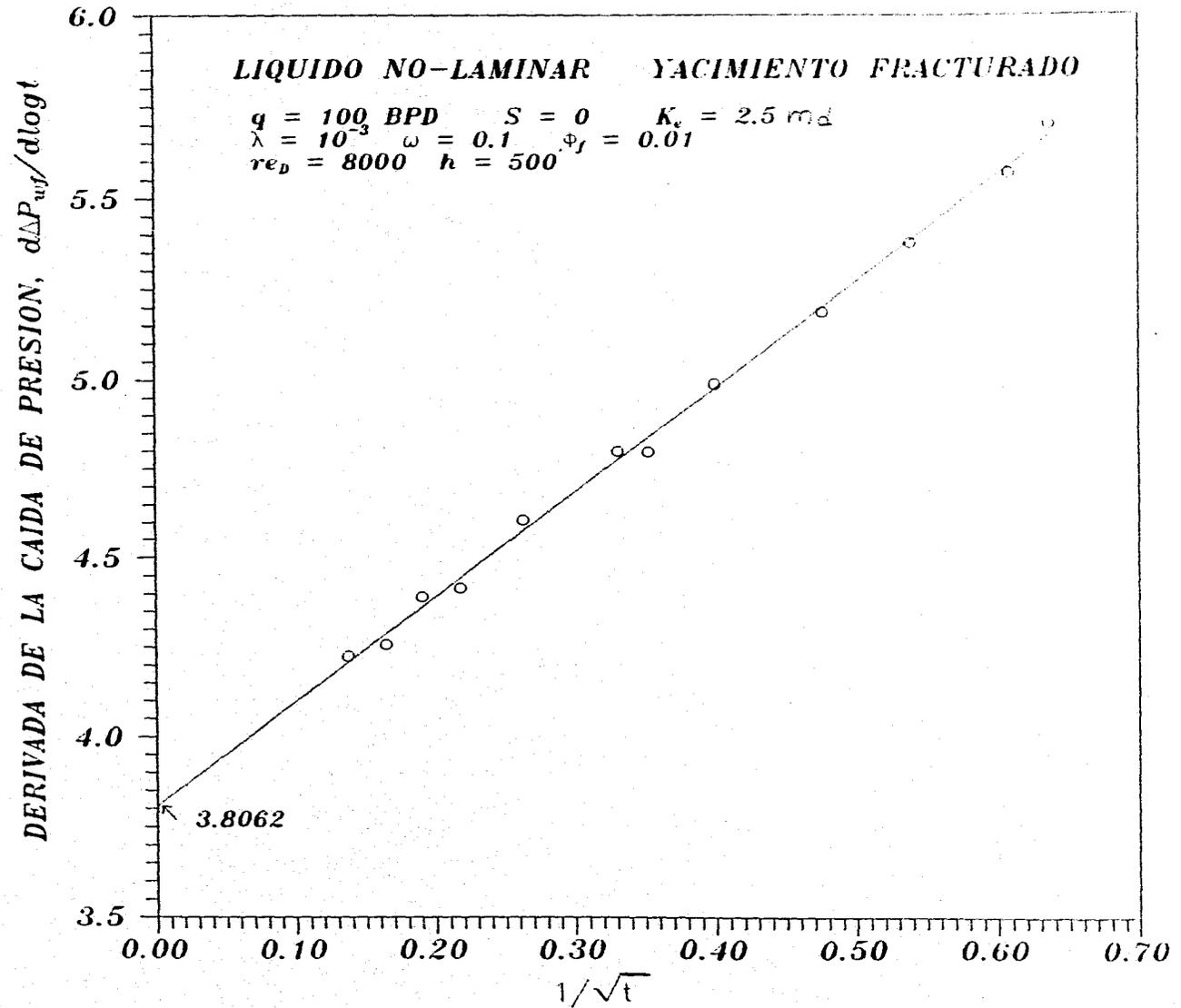


Fig. 4.21 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION VS INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO.

El parámetro N_{RE} , definido como el valor del daño total en presencia de efectos no-laminares, calculado en yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados concuerda con la ordenada al origen de la gráfica semilogarítmica de presión y tiempo en términos de variables adimensionales.

Otro aspecto importante en los resultados en yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados es el hecho de que el valor del daño total N_{RE} , al tender al valor de uno, los efectos no laminares van desapareciendo, y el comportamiento de presión tiende a laminar.

TABLA VI
Resultados en Yacimientos Fracturados
líquido No-Laminar

($r_{eD} = 8000$, $\phi = 0.05$)							
q_o (BPD)	s Adim.	Ord. orig. Ajuste Recta	m Semilog	m Ec.(4.2)	N_{RE} (Ec.3.17)	N_{RE} Ec.(3.19)	N_{RE} Ec.(4.11)
100	0	482.65	1.608	1.389	484.95	484.95	485.32
100	0	96.06	1.369	1.232	96.99	96.99	97.0
q_o BPD	s Adim.	h pies		$k_o(md)$ Simulación		$k(md)$ Ajuste Ec.(4.6)	
100	0	1000		250		248.40	
100	0	500		2.50		2.56	

4.5 Ejemplo de Gas

En la literatura sobre el análisis de datos de presión, un número considerable de investigadores han desarrollado técnicas de análisis considerando flujo no-laminar y presencia de una fase de gas en el yacimiento, que por las características del fluido es en donde se presenta esta situación con más frecuencia.

En este trabajo el resultado de las investigaciones obtenidas en el análisis de datos de presión para una fase líquida ligeramente compresible en el medio poroso, es extendido para el análisis de datos de presión obtenidos con efectos no-laminares en yacimientos de gas aplicando las soluciones desarrolladas para este tipo de condiciones.

Datos de gas sintéticos de presión con efectos no-laminare obtenidos en condiciones de gasto de producción constante reportados en la referencia tres, son analizados en términos de la pseudopresión propuesta por Al-Hussainy y colaboradores, en la tabla VII se presentan los datos utilizados en la simulación numérica de los datos. En la figura 4.22 se presenta la gráfica semilogarítmica de la caída de pseudopresión y logaritmo del tiempo, de la recta ajustada, la pendiente y el valor de la caída de pseudopresión a una hora son obtenidos.

En la figura 4.23 se presenta la gráfica cartesiana de la derivada de la caída de pseudopresión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, de donde la pendiente de la recta ajustada con valor mayor a cero indica la presencia de efectos no-laminares en el yacimiento, de la ordenada al origen y a través de la ecuación (4.12), se determina un valor de permeabilidad de 9.96 md muy cercano al valor de 10 md utilizado en la simulación numérica de los datos. El daño total N_{RE} , calculado con la ecuación (4.13), resultó ser de 8.3. Este valor es obtenido utilizando la permeabilidad de 9.96 y los datos presentados en la tabla VII, el valor reportado en la Ref. 3 es de 8.70.

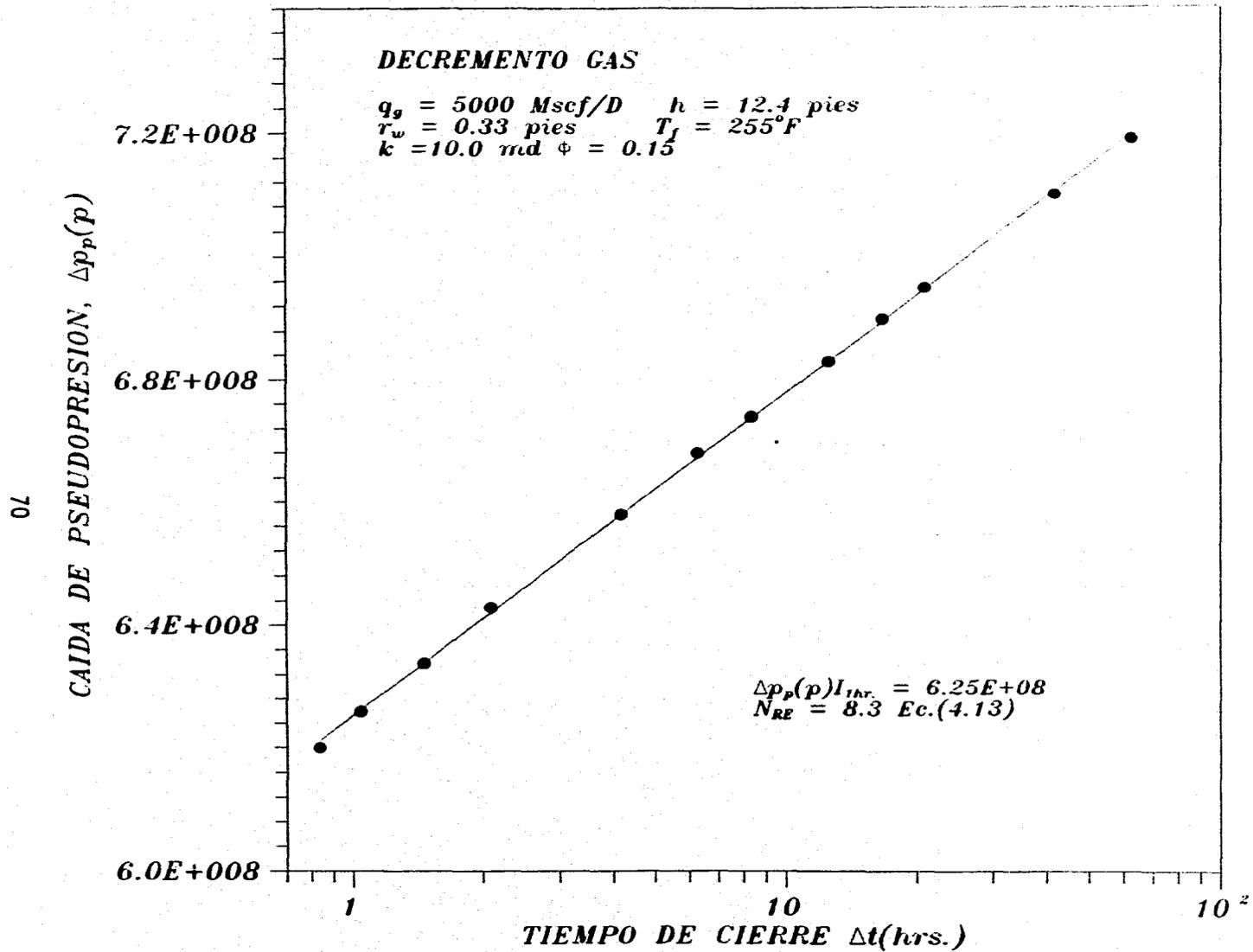


Fig. 4.22 CAIDA DE PSEUDOPRESION Vs TIEMPO DE CIERRE YACIMIENTO DE GAS.

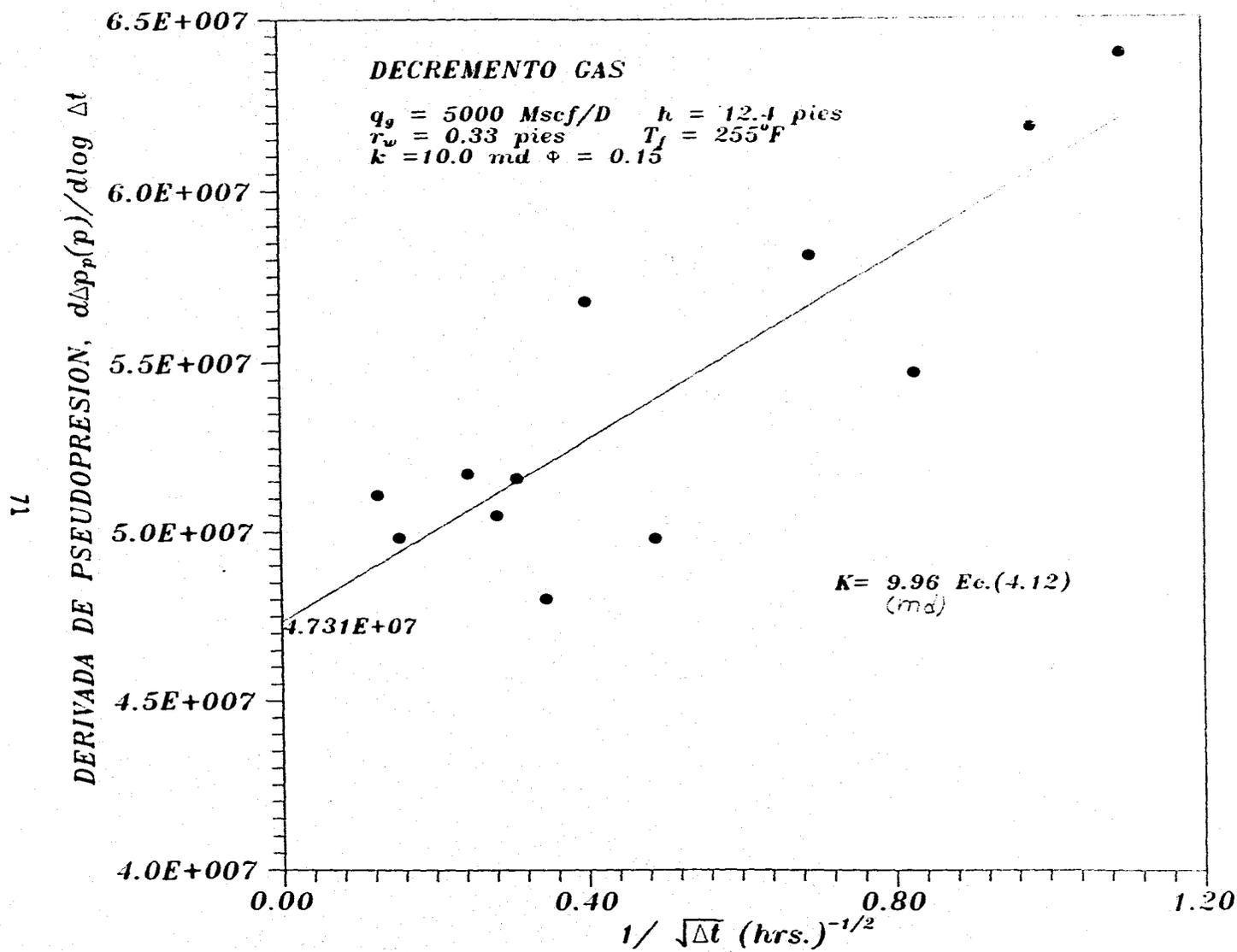


Fig. 4.23 DERIVADA DE PSEUDOPRESION VS INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO, YACIMIENTO DE GAS.

Los resultados de permeabilidad y daño total en el ejemplo presentado y los datos de simulación, tienen gran similitud en sus valores, lo que demuestra el uso de las soluciones desarrolladas para este tipo de yacimientos.

TABLA VII
Datos Utilizados en Ejemplo de Gas

Presion Inicial, p_i , psi	5000
Temperatura de Yacimiento, T , °F	255
Espesor de Formacion, h , pies	12.4
Permeabilidad, k , md	10
Porosidad, ϕ , fraccion	0.15
Gasto de Gas, q_g , Mscf/D	5000
Factor de Daño, Adimensional	5
Densidad Relativa del Gas, γ_g	0.7
Radio del Pozo, r_w , pies	0.33

5. FLUJO MULTIFASICO NO-LAMINAR

En esta parte del trabajo se presentan resultados comparativos de las respuestas de presión y pseudopresión al suponer flujo multifásico no-laminar en el medio poroso, considerando flujo transitorio. En las figuras 5.1-5.3 se presentan las curvas de permeabilidades relativas y PVT utilizadas en las simulaciones. En la tabla VIII se presentan datos adicionales.

5.1 Resultados Para Flujo Multifásico No-Laminar, Decremento de Presión.

Como se mencionó anteriormente, cuando existe flujo multifásico en el yacimiento, la formulación de la ecuación diferencial que representa el flujo de fluidos a través del medio poroso es complicada y no lineal, por lo que se hace necesario analizar la respuesta de presión mediante funciones de presión y saturación que traten de correlacionar con las soluciones existentes para líquido bajo condiciones laminares. Para mostrar las diferencias en la respuesta de presión multifásica y la respuesta de líquido laminar, en la figura 5.4, se presenta su comportamiento semilogarítmico en términos adimensionales. En esta gráfica, el comportamiento de presión para líquido laminar, se caracteriza por definir una línea recta de pendiente igual a 1.151, durante el período de flujo transitorio, observándose que para flujo multifásico laminar también define una línea recta pero con pendiente mayor a la de líquido, mientras que para flujo multifásico no-laminar no se generan líneas rectas durante el período transitorio debido a los efectos no-laminares presentes en el yacimiento, que más adelante se tratarán.

De las observaciones anteriores en la respuesta de presión bajo condiciones laminares y no-laminares, se justifica que diferentes investigadores^{14,17-23} encaminen sus esfuerzos para establecer expresiones de pseudopresión que correlacionen con las respuestas existentes para líquido laminar.

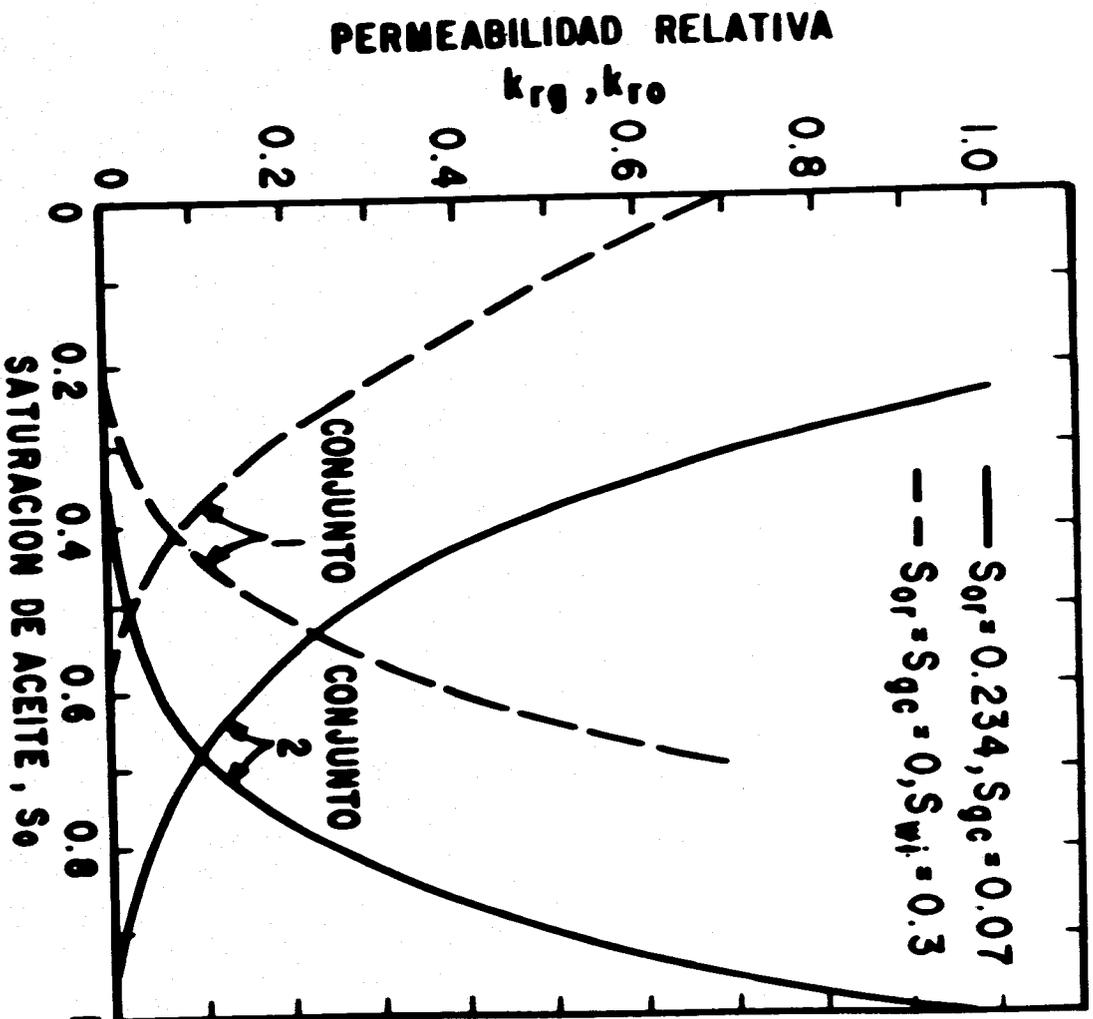


FIG. 5.1.- CURVAS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS.

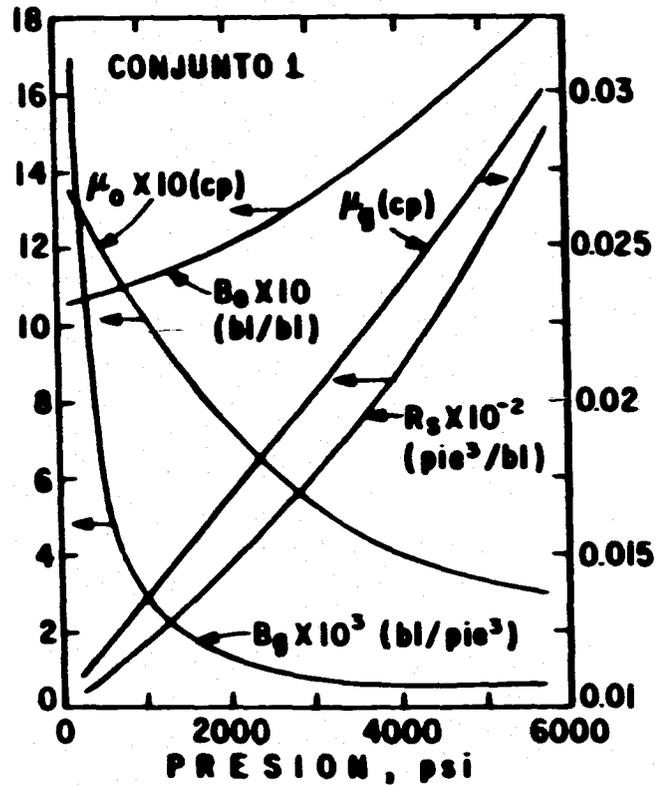


FIG. 5.2.- PROPIEDADES PVT DE LOS FLUIDOS CONJUNTO 1.

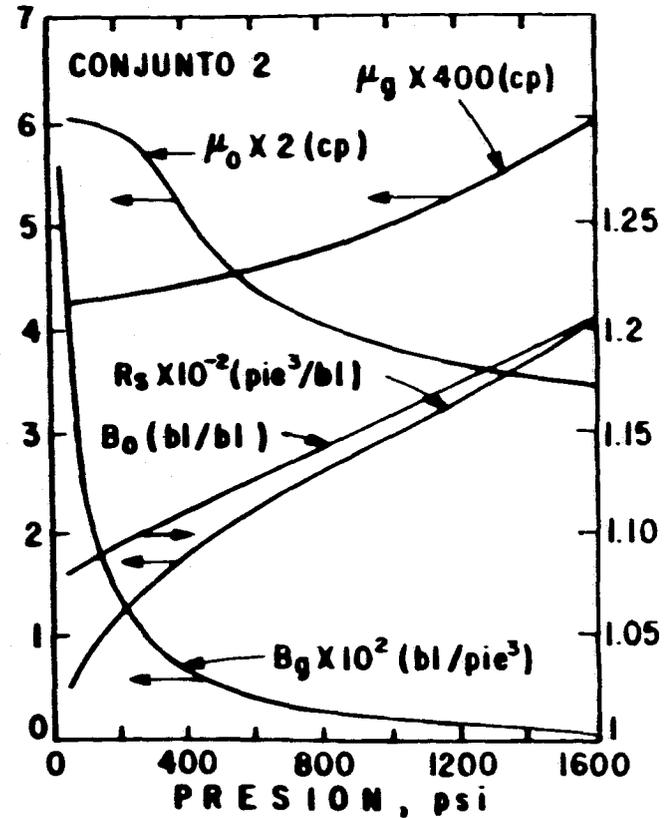


FIG. 5.3.- PROPIEDADES PVT DE LOS FLUIDOS CONJUNTO 2.

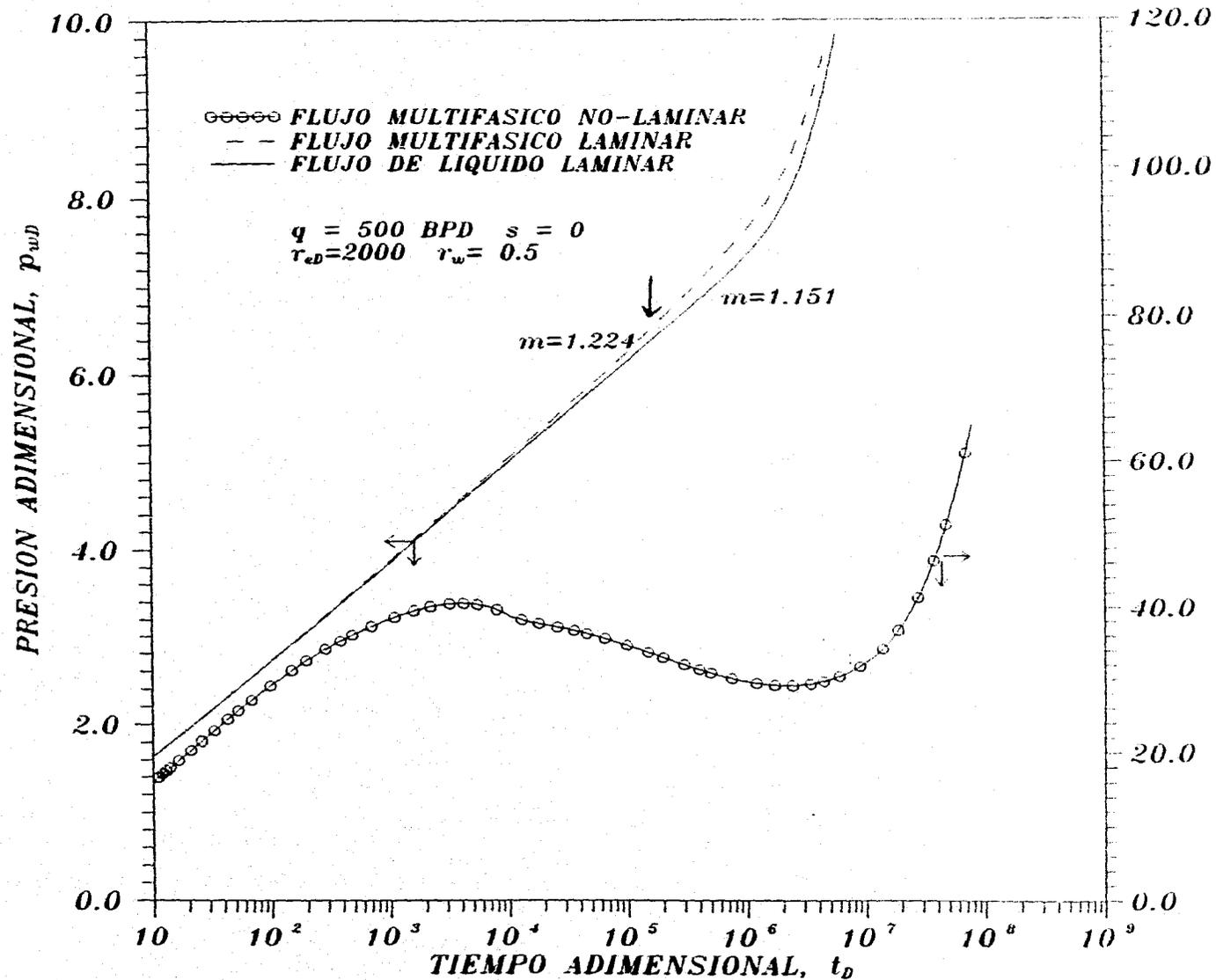


Fig.- 5.4 COMPORTAMIENTO DE P_{wD} EN LIQUIDO LAMINAR Y FLUJO MULTIFASICO

Así, Fetkovich³² y posteriormente Raghavan³³, proponen la siguiente expresión de pseudopresión para el análisis de datos de presión en condiciones de flujo multifásico laminar, para incremento y decremento de presión.

$$m_{wD} = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{p_{wf}}^{p_i} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (5.1)$$

Con el tiempo adimensional calculado a condiciones iniciales.

$$t_{Di} = \frac{0.0002637kk_{roi}t}{\phi\mu_i c_{ti} r_w^2} \quad (5.2)$$

En la gráfica semilogarítmica de la figura 5.5, se presenta el comportamiento de la pseudopresión para flujo multifásico y la respuesta de presión de líquido, ambas considerando flujo laminar, observándose que la pseudopresión calculada con la ecuación (5.1) y en términos de t_{Di} , genera una línea recta de pendiente de 1.151 en el período transitorio, que correlaciona con la respuesta de líquido laminar. En esta figura también se observa que la respuesta multifásica en términos de pseudopresión es independiente del gasto de producción al igual que para líquido laminar en términos de variables adimensionales.

Lo anterior es un ejemplo de que al definir expresiones de pseudopresión o funciones de presión y saturación de acuerdo al problema en cuestión, es posible correlacionar la respuesta de flujo multifásico con líquido laminar, para el cual un gran número de soluciones se pueden aplicar en términos de pseudopresión.

Al considerar flujo multifásico no-laminar en el medio poroso, se determinó una solución analítica en términos de pseudopresión para las condiciones de flujo estacionario,

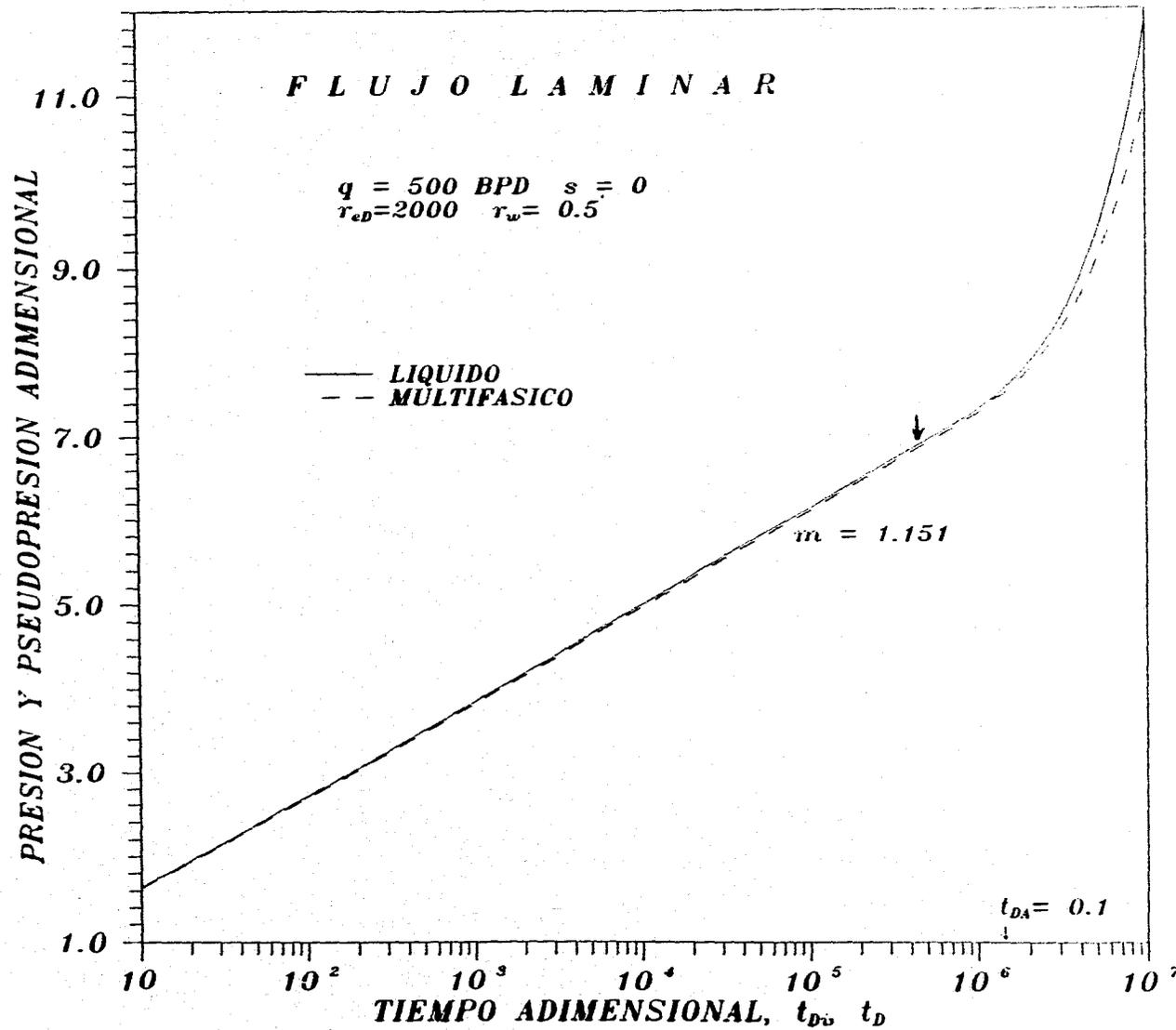


Fig.- 5.5 COMPARACION DE LAS RESPUESTAS DE PRESION Y PSEUDOPRESION FLUJO LAMINAR.

y que correlaciona con la respuesta de líquido laminar para las condiciones correspondientes, la expresión de pseudopresión es la siguiente.

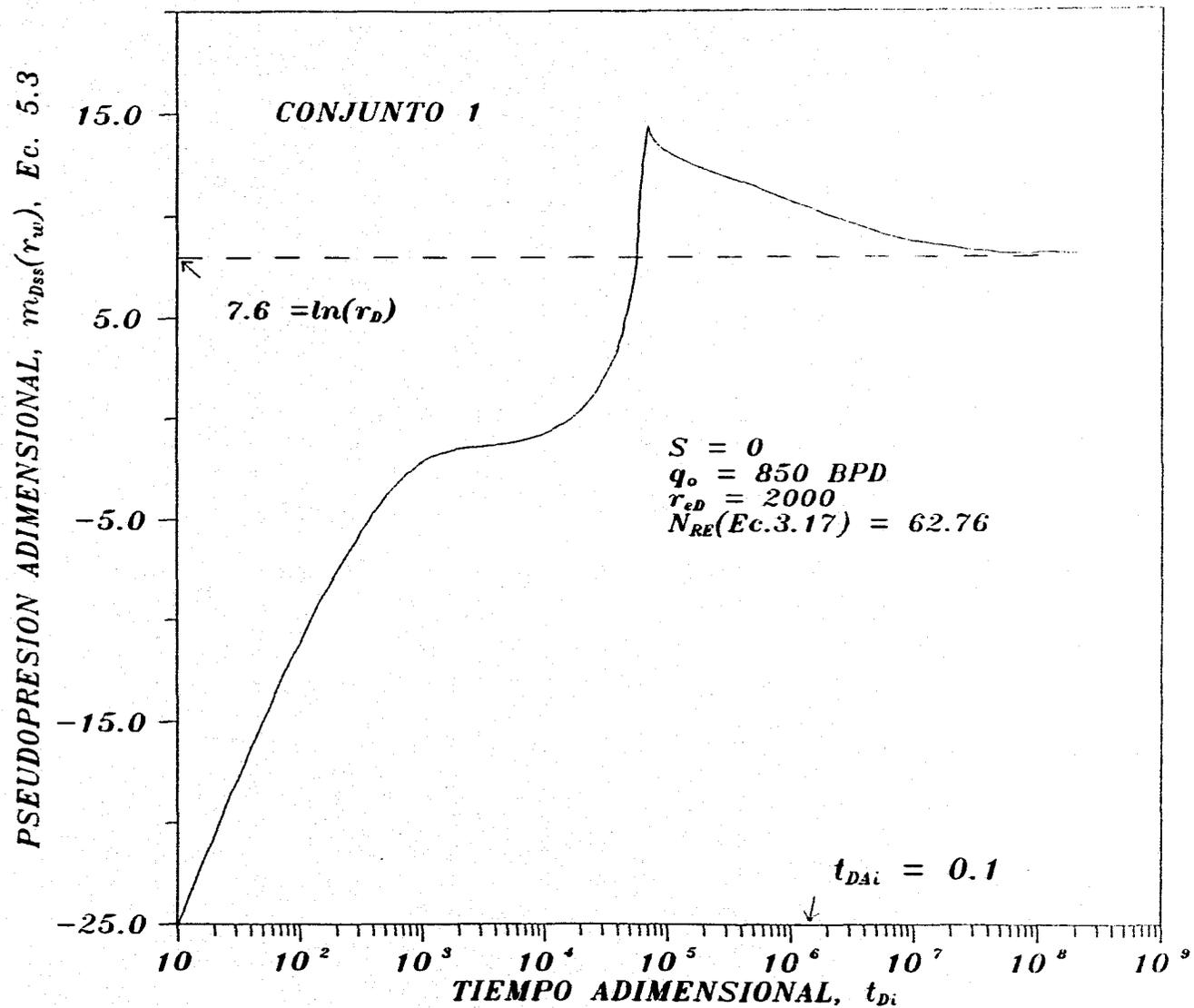
$$m_{Dss}(r) = \frac{kh}{141.2q_o} \int_p^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp - 1.635 \times 10^{-16} \frac{q_o k}{h} \int_p^{p_e} \frac{\beta_o \rho_{osc} k_{ro}}{\mu_o r^2} \frac{dr}{dp} dp = \ln \frac{r_e}{r} \quad (5.3)$$

El desarrollo de la ecuación (5.3), se presenta en el Apéndice E, en la figura 5.6, se muestra su comportamiento calculada en el pozo, en esta figura se observa que el período estacionario bajo condiciones no-laminares se presenta aproximadamente dos ciclos -después del tiempo correspondiente a condiciones laminares ($t_{DAi} = 0.01$), así, cuando el período estacionario se presenta, el valor de la pseudopresión es igual a: $\ln(r_e/D)$. Por otro lado si se evalúa la diferencia de la ecuación (5.3), calculada en el pozo (r_w) y en cualquier punto del yacimiento (r), su valor es igual a: $\ln(r_D)$ cuando las condiciones de flujo estacionario están presentes ($t_{Di} \geq 10^8$), lo anterior se muestra en la figura 5.7.

La expresión analítica de la ecuación (5.3), determinó la exactitud de los resultados generados con el simulador numérico para el estudio de flujo multifásico no-laminar que se presentan en este trabajo.

Para el período de flujo transitorio y como se mencionó anteriormente, la ecuación (5.1), fue definida para condiciones de flujo multifásico laminar. En la figura 5.8 se presenta la comparación de la respuesta de pseudopresión laminar y no-laminar calculada con la ecuación (5.1), en esta figura se hace notar que para flujo multifásico no-laminar, no se generan líneas rectas durante el período transitorio, y su comportamiento es similar al comportamiento de la presión presentada en la figura 5.4.

La comparación de la respuesta multifásica laminar y no-laminar presentadas en la figura 5.8, calculadas con la ecuación (5.1), demuestra que para flujo multifásico no-



**g. 5.6 COMPORTAMIENTO DE PSEUDOPRESION EN EL POZO
 FLUJO MULTIFASICO NO-LAMINAR ESTACIONARIO**

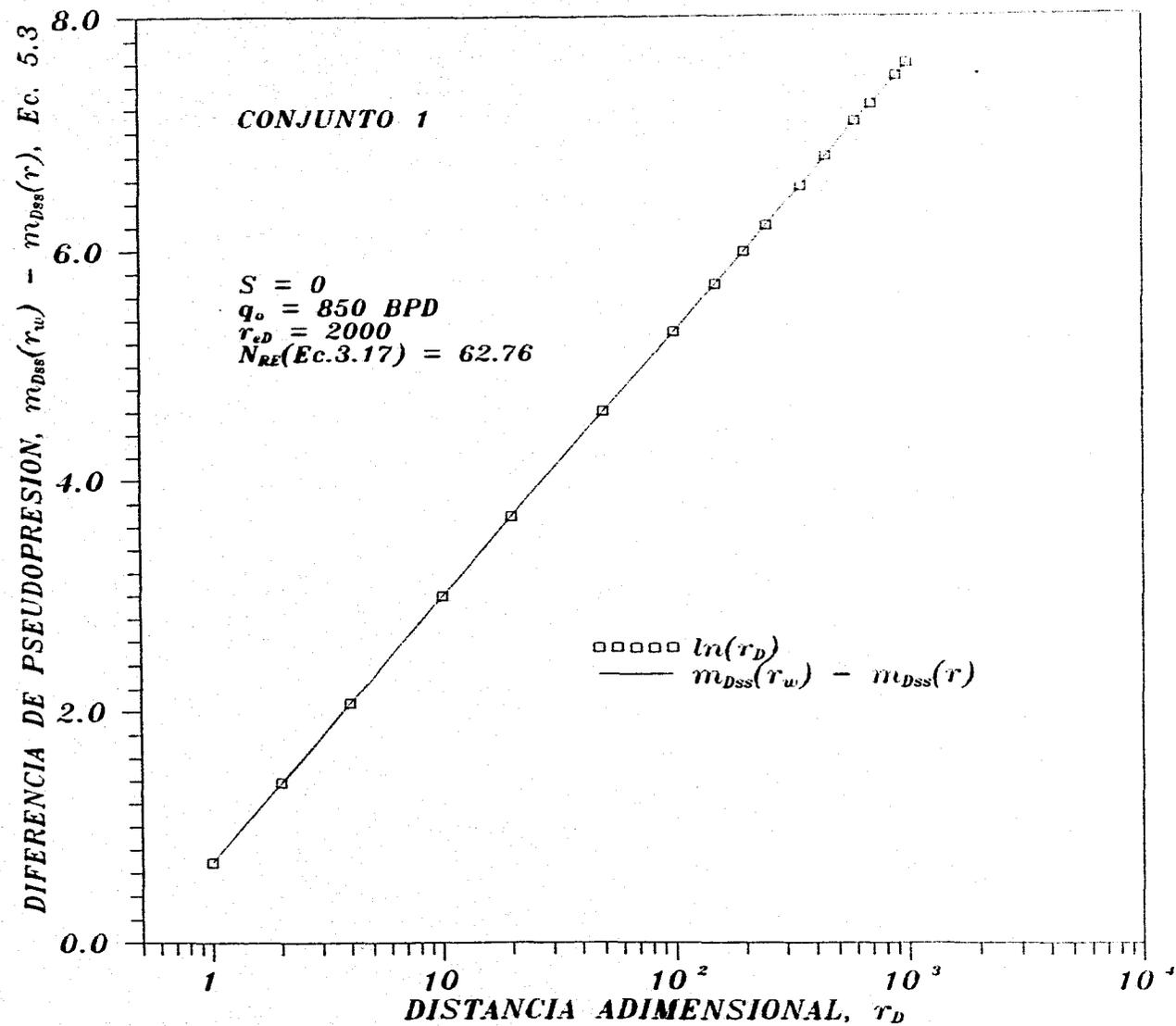


Fig. 5.7 VERIFICACION DEL MODELO NUMERICO FLUJO MULTIFASICO NO-LAMINAR ESTACIONARIO

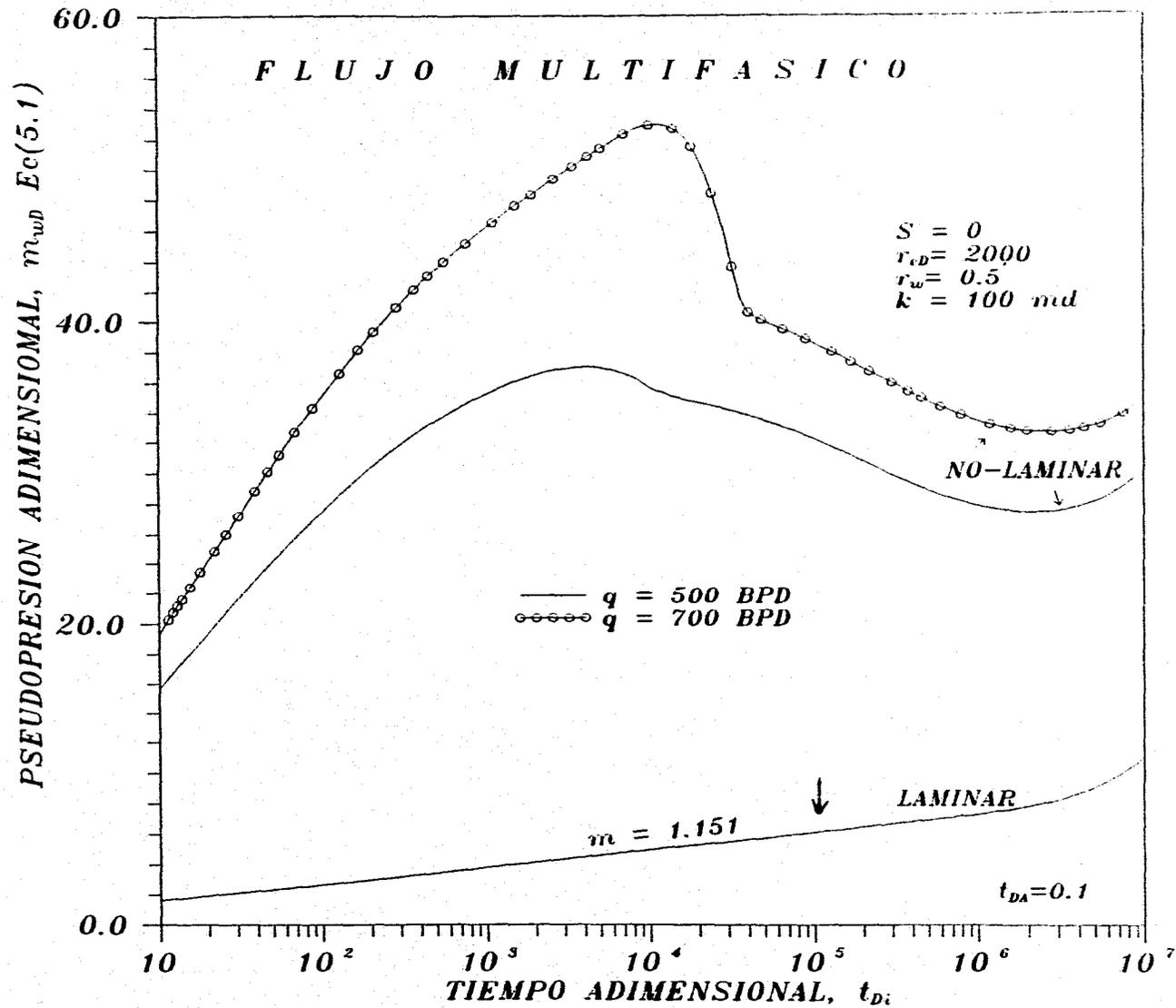


Fig.- 5.8 COMPARACION DE LAS RESPUESTAS DE PSEUDOPRESION EN FLUJO MULTIFASICO.

laminar, la expresión de pseudopresión no es la apropiada para este problema, debido a que la presencia de efectos no-laminares, no considerados en la ecuación (5.1), ocasionan que durante el período transitorio no se desarrolle una línea recta.

De lo anterior y dado el éxito que se obtuvo para líquido no-laminar, al lograr correlacionar la respuesta no-laminar en términos de pseudopresión (ecuación 3.6), con la respuesta laminar, se define una expresión de pseudopresión que en su desarrollo contempla efectos no-laminares. La expresión propuesta de pseudopresión para flujo multifásico no-laminar, es la siguiente:

$$m_D = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{r_w}^{r_e} \frac{k_{ro}/(\mu_o B_o) \partial p/\partial r}{1 + c_1 \beta_o \rho_{o,sc} k (k_{ro} v_o / (\mu_o B_o))} dr \quad (5.4)$$

donde

$$c_1 = \frac{9.115 \times 10^{-13}}{887.2} \quad (5.5)$$

y

$$\beta_o = \frac{48511}{(\phi S_o)^{5.5} (k k_{ro})^{0.5}} \quad (5.6)$$

Si la movilidad $k_{ro}/\mu_o B_o$ y β_o en el denominador de la ecuación (5.4), se calculan a condiciones iniciales de presión y saturación, esta ecuación tiene la forma de la pseudopresión para líquido no-laminar definida por la ecuación (3.6), así también, si se consideran condiciones de flujo multifásico laminar, el término $\beta_o = 0$ y la pseudopresión se reduce a la expresión para flujo laminar, ecuación (5.1). Cabe mencionar que la ecuación (5.4) está definida a lo largo del yacimiento y no en el pozo como la ecuación (5.1).

En las figuras 5.9 y 5.10, se presenta el comportamiento de la pseudopresión definida por la ecuación (5.4), para diferentes gastos de producción de aceite. En esta figura se observa a diferencia de lo que sucede en líquido no laminar, que aún en términos de pseudopresión la definición de una línea recta no es clara, además la pendiente es mayor al valor de líquido laminar de 1.151 durante el período transitorio.

Los resultados de los ejemplos mostrados en la figura 5.9, fueron obtenidos utilizando los datos de permeabilidades relativas y PVT del juego uno mostradas en las figuras 5.1 y 5.2.

En la figura 5.10, se presenta el comportamiento de la pseudopresión definida por la ecuación (5.4) para diferentes gastos de producción de aceite, en estas figuras se observa una mejor definición de líneas rectas en el período transitorio que tratan de correlacionar con la respuesta de líquido laminar con pendientes cercanas a 1.151. Estos resultados fueron obtenidos con datos del juego dos de permeabilidades relativas y PVT, presentados en las figuras 5.1 y 5.3, respectivamente.

En estas figuras también se observa que la respuesta de pseudopresión definida por la ecuación (5.4), durante el período de flujo dominado por frontera, tiende a una constante, aproximadamente igual a: $\ln(re/r_w)$ para daño cero y $\ln(re/r_s)$ para daños diferentes de cero. Para el caso de la figura 5.10, el $\ln(re/r_w) = 7.6, 5.57$, para daño de, 0 y -2 respectivamente, este resultado también se observa en líquido no-laminar. La razón de las diferentes respuestas de pseudopresión de las figuras 5.9 y 5.10, utilizando ambos juegos de datos se debe principalmente a lo siguiente.

En las figuras 5.11 y 5.12, se muestra el comportamiento en los perfiles de presión de los casos presentados en las figuras 5.9 y 5.10 ($q_o = 500$ BPD) a diferentes tiempos adimensionales de producción. En la figura 5.11, en donde los resultados fueron obtenidos empleando el juego uno en las corridas de simulación. Se observa que para $t_D > 10^3$ se

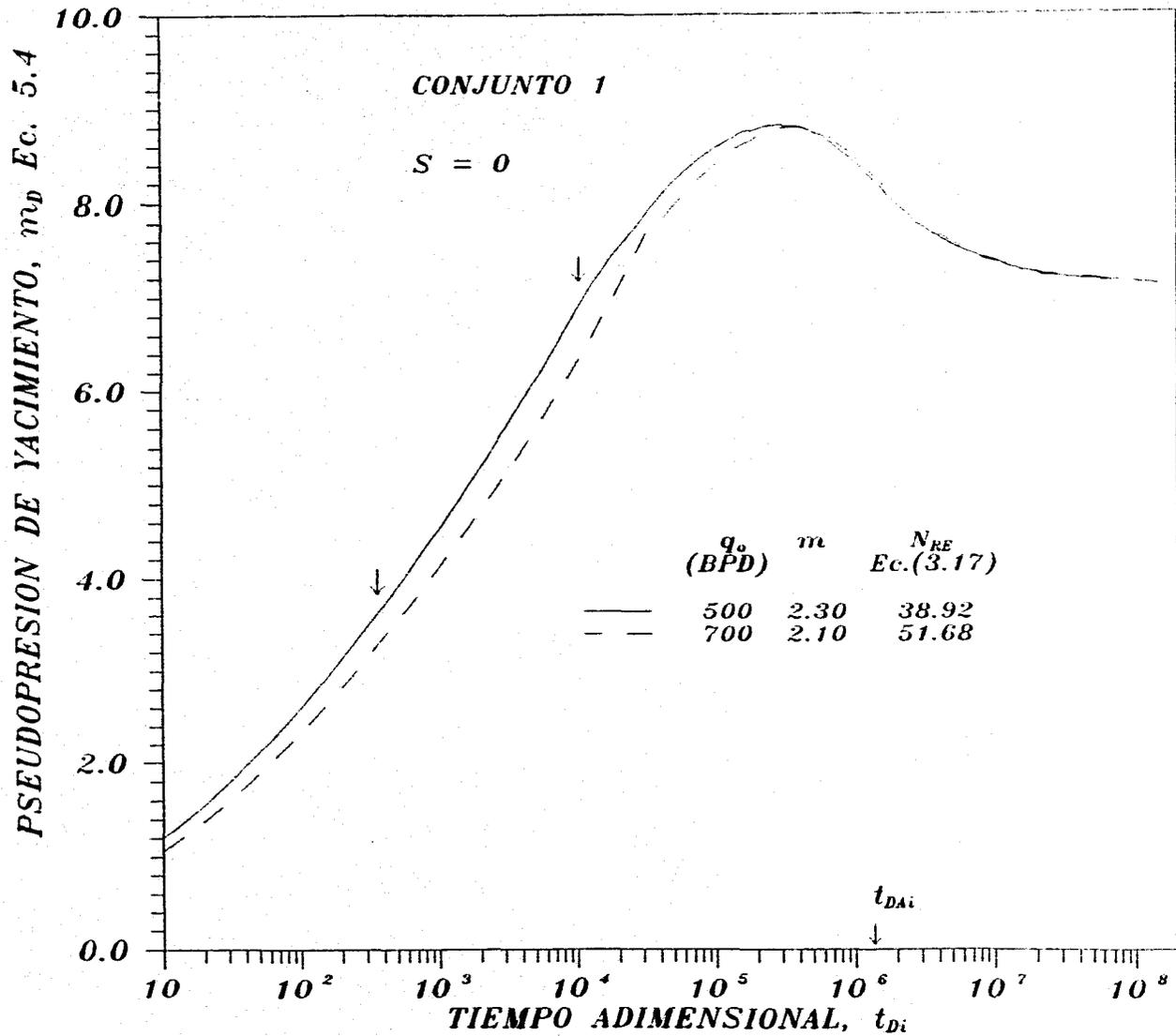


Fig. 5.9 COMPORTAMIENTO DE PSEUDOPRESION DE YACIMIENTO

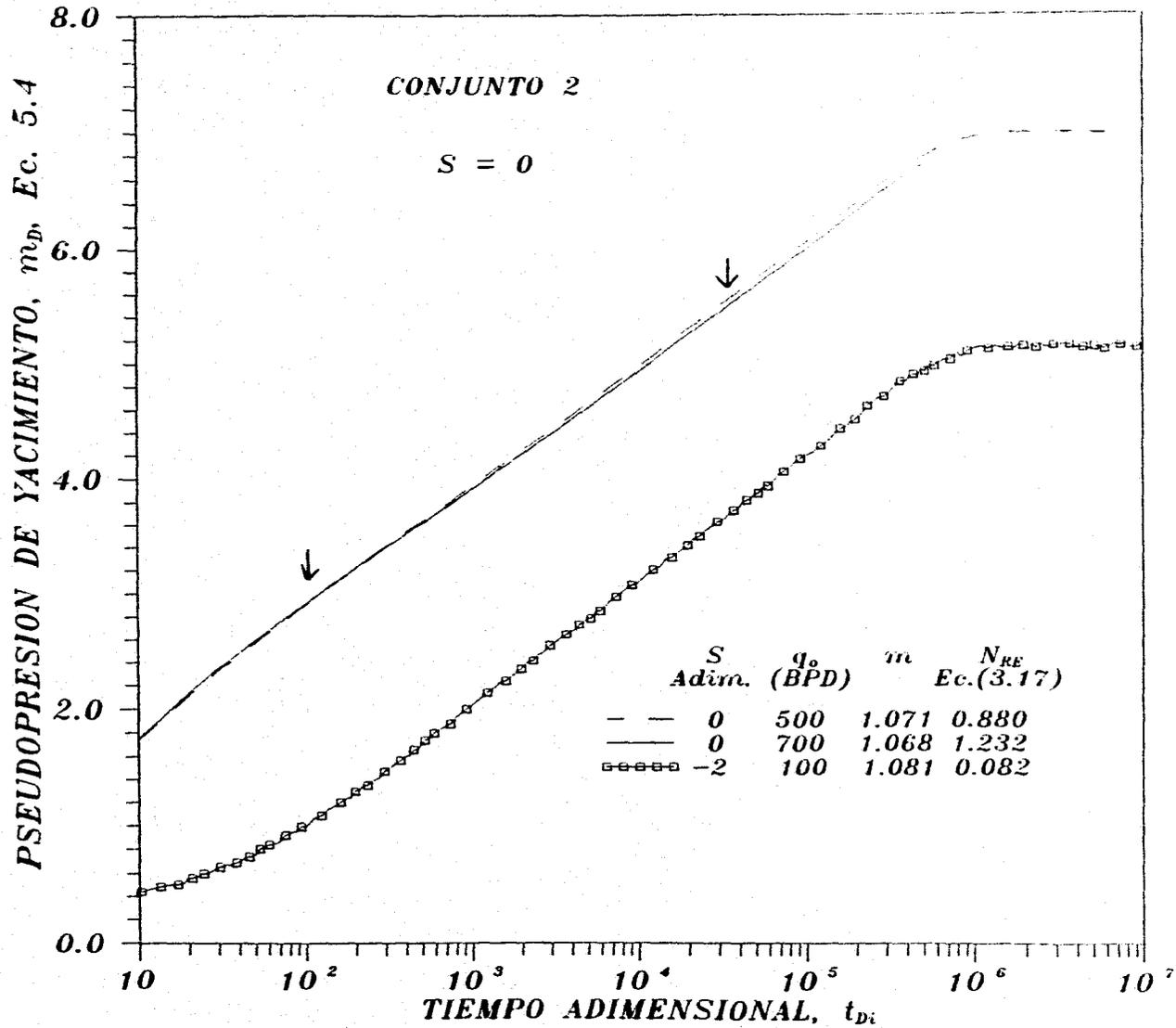


Fig. 5.10 COMPORTAMIENTO DE PSEUDOPRESION DE YACIMIENTO

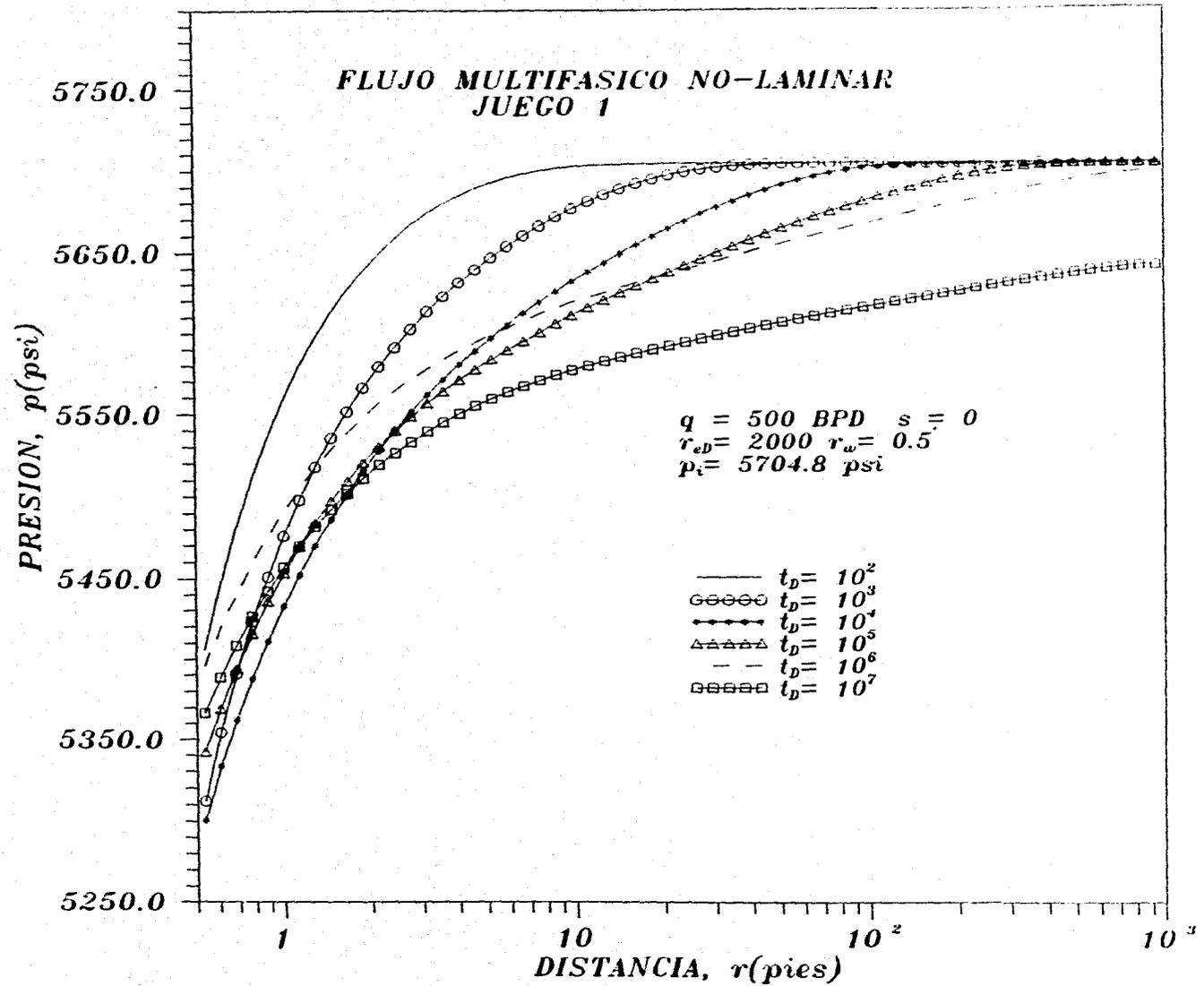


Fig.- 5.11 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

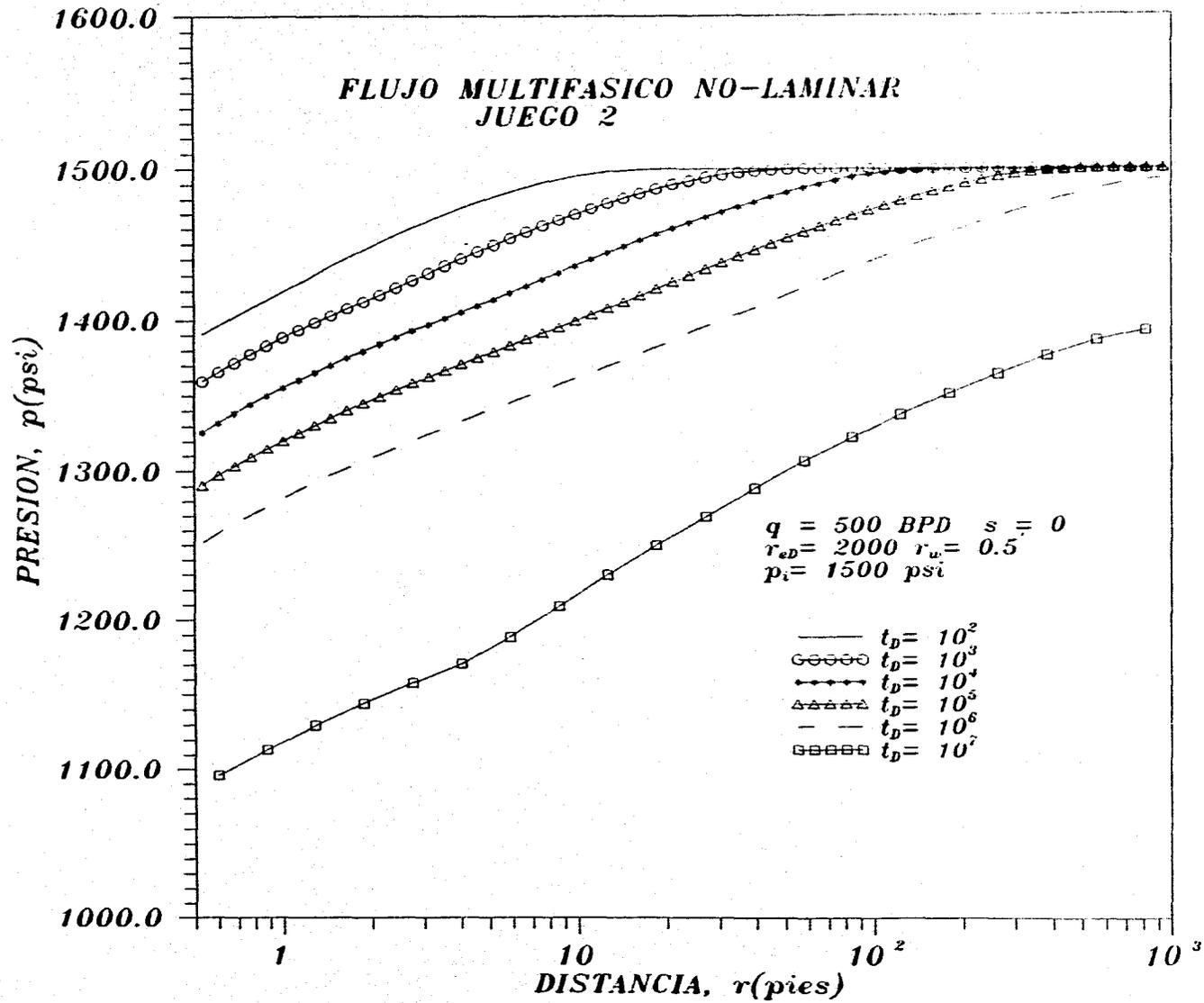


Fig.- 5.12 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

presenta un efecto de represurización en los perfiles, hasta tiempos en los cuales se sienten los efectos de frontera $t_D > 10^6$.

En la figura 5.12, se muestran perfiles correspondientes al caso presentado en la figura 5.10 ($q_o = 500$ BPD), estos fueron generados con datos de simulación empleando el juego dos de curvas de permeabilidad relativa y datos PVT, en estos se observa un mínimo de efectos de represurización en los perfiles, así como menos caídas de presión sobre todo en la cercanía del pozo donde se presentan los mayores efectos de alta velocidad existente en el yacimiento, como se muestra en la figura 5.11.

En las figuras 5.13 y 5.14 se presentan perfiles de presión generados con el juego uno y dos respectivamente, para $q_o = 700$ BPD. Observándose el mismo comportamiento descrito arriba.

El comportamiento de los perfiles de saturación de gas mostrados en las figuras 5.15 y 5.16, correspondientes a los casos presentados en las figuras 5.11 y 5.12, respectivamente, sugiere que para el juego uno, figura 5.15, con una saturación crítica de gas igual a cero, el gas fluye desde el inicio de la producción hacia el pozo, generando efectos de alta velocidad en la vecindad del pozo y como consecuencia, caídas de presión mayores y efectos de represurización mostrados en los perfiles de presión. Para el caso del juego dos, figura 5.16, que considera una saturación crítica de gas igual a 0.07, se observa que aún cuando existe gas en la vecindad del pozo, éste permanece inmóvil, dado que no alcanza la saturación crítica en todo el período de flujo transitorio ($t_D < 10^6$).

El comportamiento de los perfiles de velocidad se presentan en las figuras 5.17 y 5.18, para los mismos casos tratados hasta ahora. Se hace notar en la figura 5.17 que los efectos de saturación de gas en la vecindad del pozo mostrada en la figura 5.15, se refleja en una disminución en la velocidad del aceite sobre todo en zonas cercanas al pozo durante el período transitorio ($t_D < 10^6$) debido a la movilidad del gas.

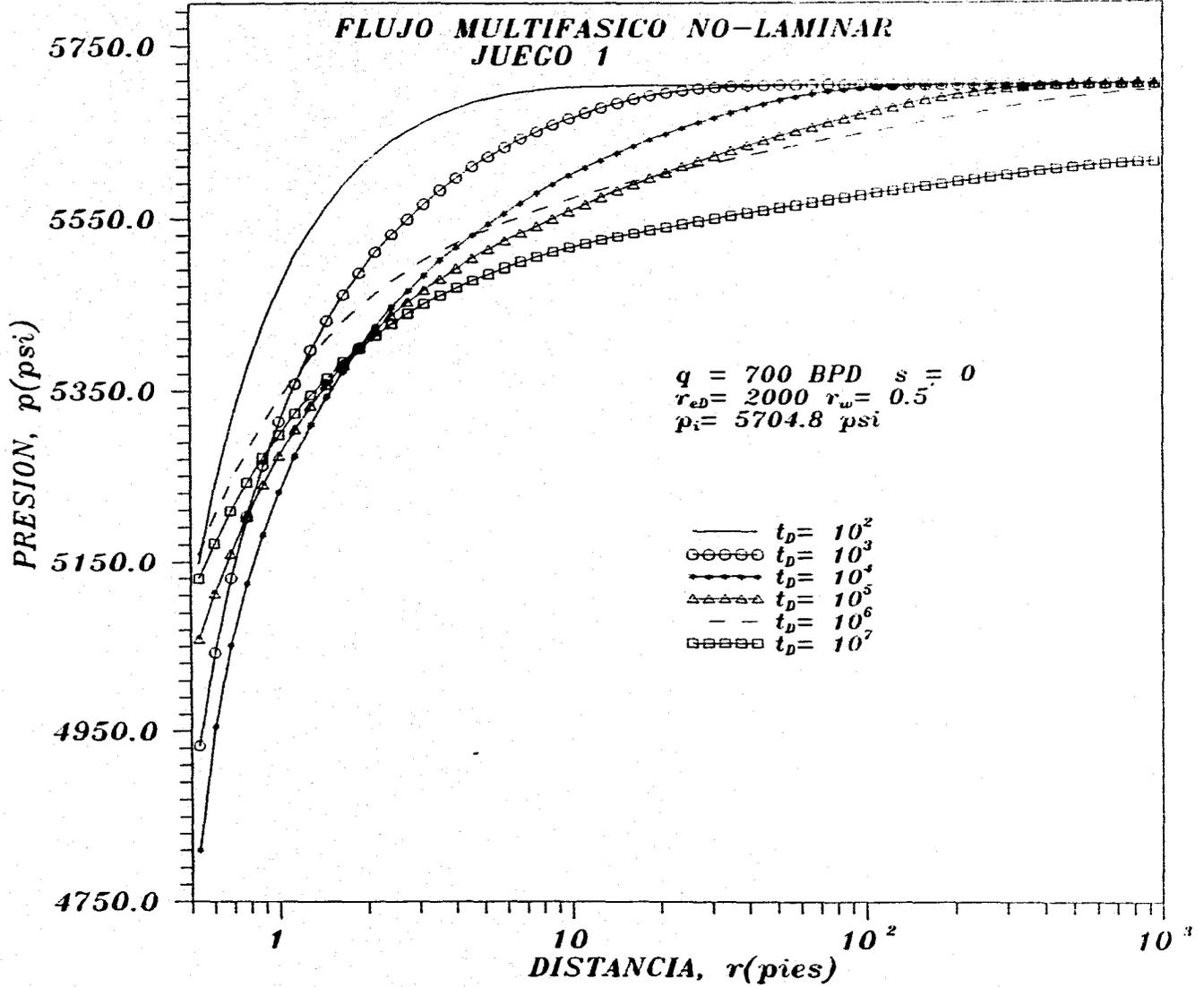


Fig.- 5.13 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

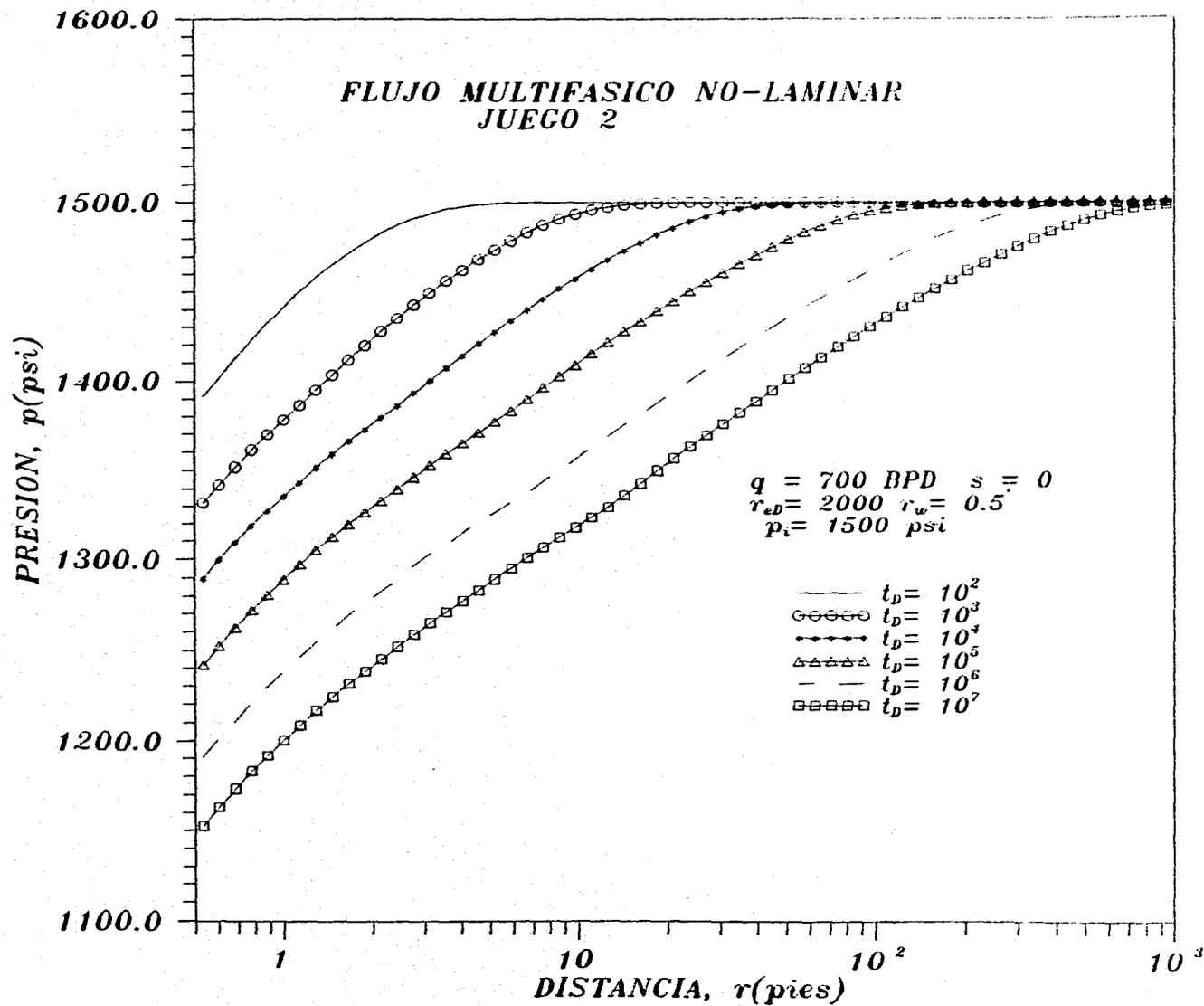


Fig.- 5.14 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

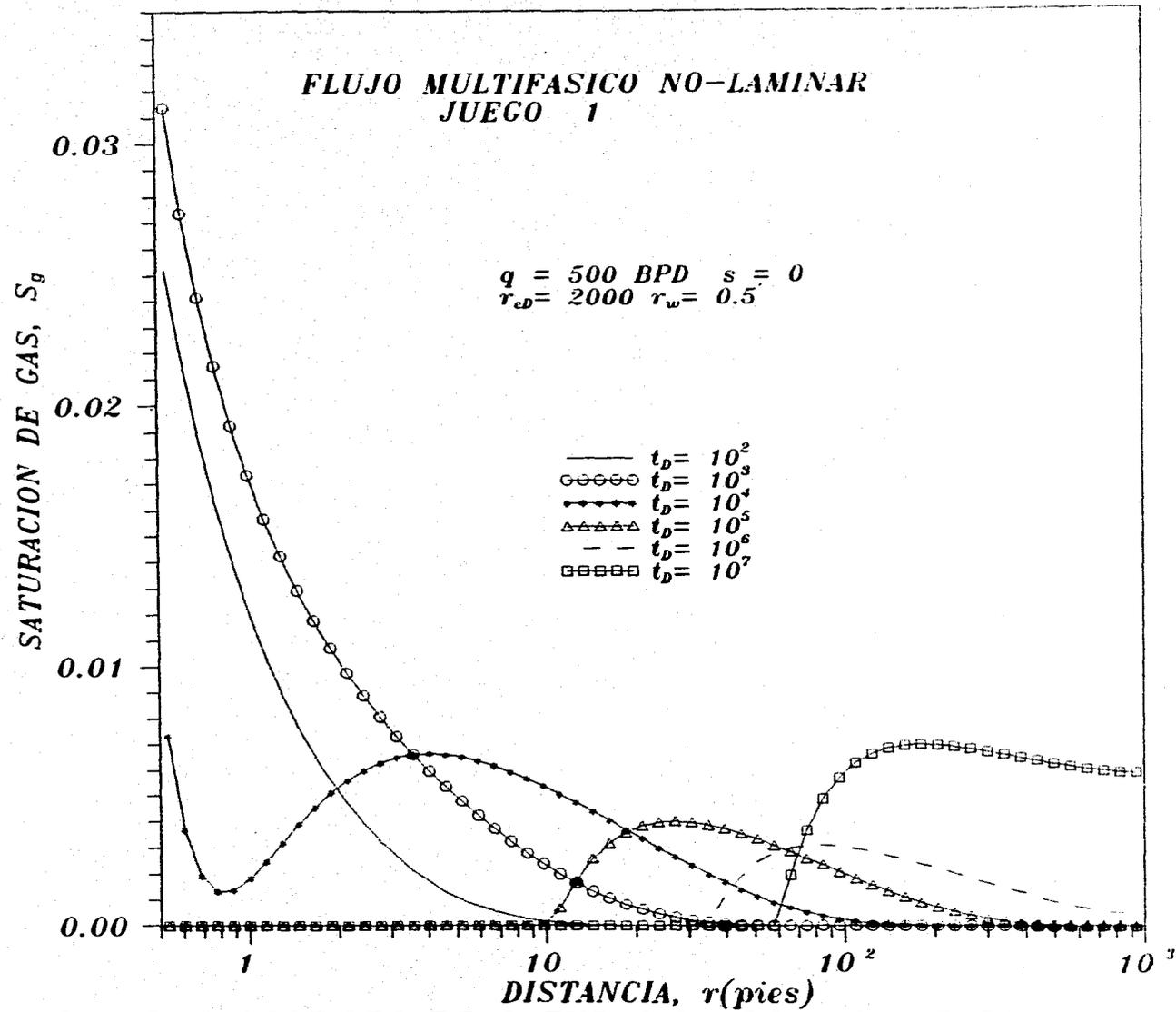


Fig. 5.15 PERFILES DE SATURACION DE GAS A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION.

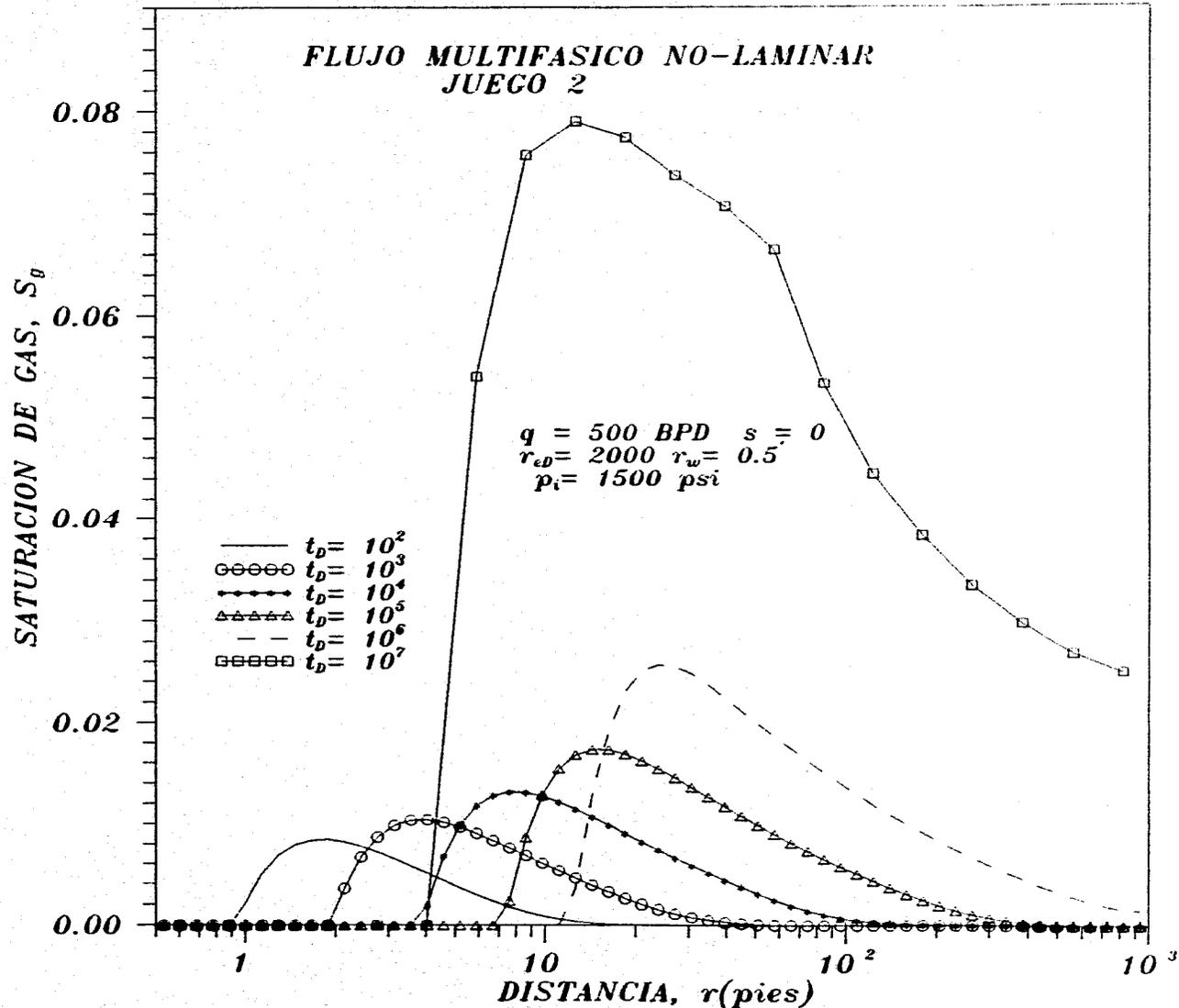


Fig. - 5.16 PERFILES DE SATURACION DE GAS A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION.

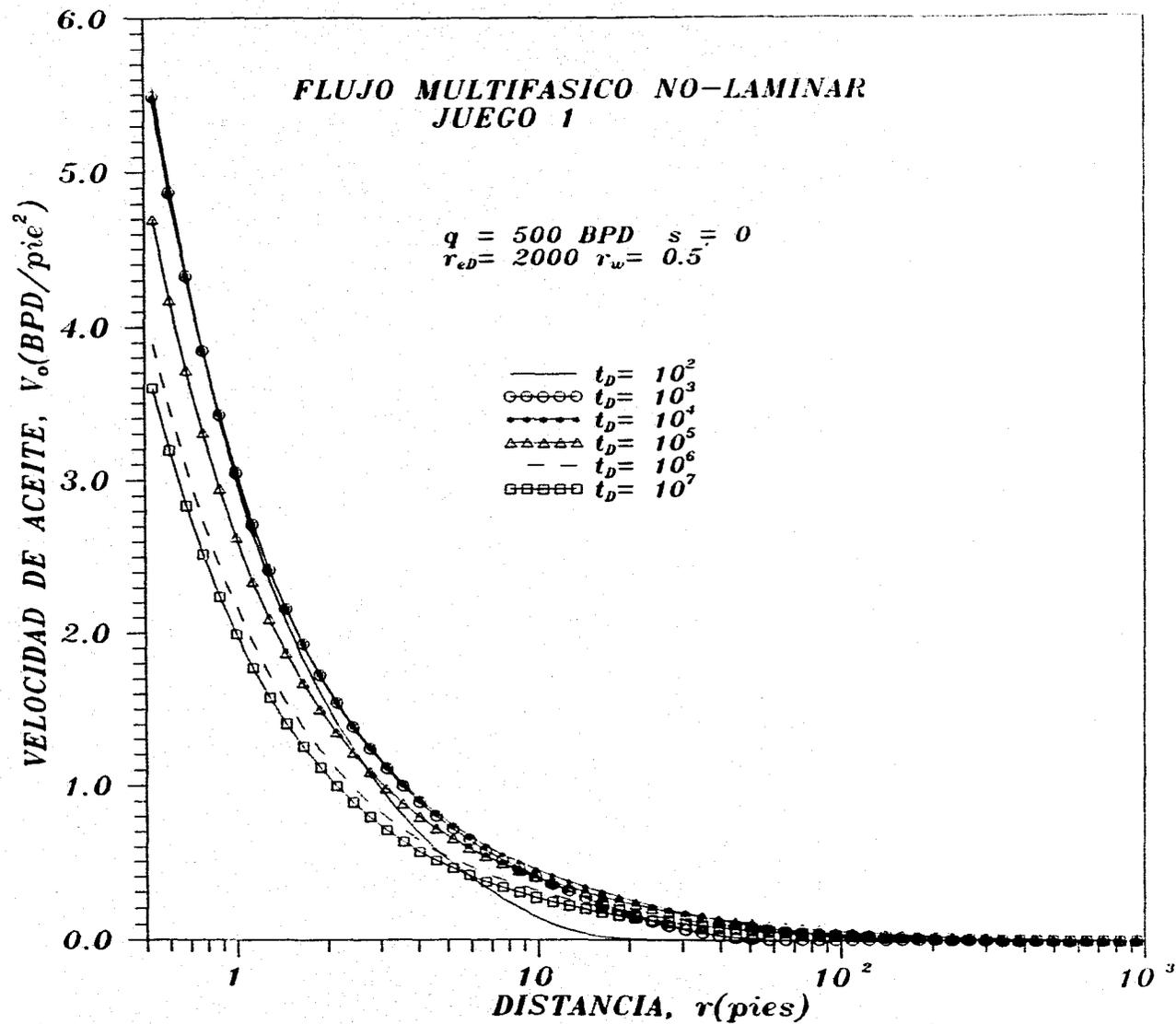


Fig.- 5.17 PERFILES DE VELOCIDAD DE ACEITE A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION.

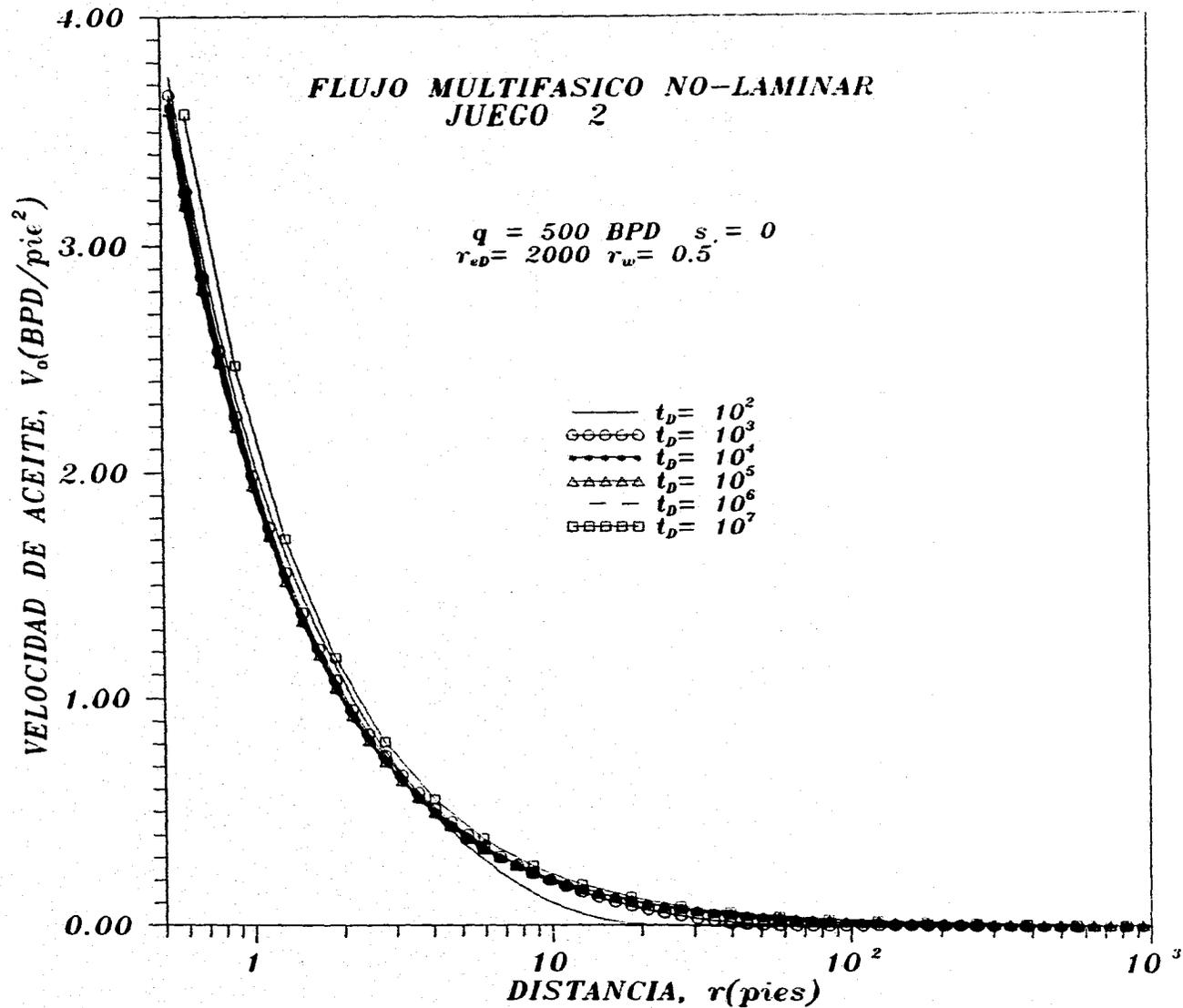


Fig.- 5.18 PERFILES DE VELOCIDAD DE ACEITE A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION.

En la figura 5.18, se presentan los perfiles de velocidad del aceite para el caso presentado en la figura 5.12, que utiliza el juego dos, observándose que a un tiempo adimensional de 10^4 dentro del período transitorio, los perfiles de velocidad de aceite no cambian con el tiempo, este comportamiento se observa en los perfiles de velocidad en líquido no-laminar presentados en las figuras 3.4-3.6.

Como resultado del comportamiento de pseudopresión y de los perfiles de presión, saturación de gas y velocidad del aceite, descritos anteriormente para los juegos de datos uno y dos, se concluye que la pseudopresión definida para flujo multifásico no-laminar ecuación (5.4), aproximadamente correlaciona con la respuesta de líquido laminar, solo en los casos en los cuales los efectos de alta velocidad cercanos al pozo no son considerables, así mostrados para el juego dos, figura 5.10. En caso de existir efectos de represurización por el gas presente en las zonas cercanas al pozo, como es el caso del juego uno, se inhibe la presencia de rectas semilogarítmicas bien definidas en el período transitorio.

Además del análisis cualitativo de los diferentes perfiles descritos anteriormente se puede prever la presencia de rectas semilogarítmicas definidas en términos de pseudopresión, si tenemos en cuenta el número de Reynolds.

Los efectos no-laminares en la vecindad del pozo con flujo multifásico, pueden estimarse cuantitativamente, al calcular el daño total (N_{RE}), con la expresión (3.17) definida para líquido no laminar, que incluye daño por efectos de alta velocidad y daño mecánico. En esta expresión y para flujo multifásico el término inercial β , se determina con la relación de Geerstma³⁰ considerando condiciones iniciales, es decir:

$$\beta_o = \frac{48511}{(\phi S_o)_i^{5.5} (kk_{ro})_i^{0.5}}$$

Para los casos presentados en las figuras 5.9 y 5.10 ($q_o = 500$ BPD), los valores de daño

total, N_{RE} , son los siguientes.

Juego	N_{RE}
1	36.36
2	0.86

De los valores de N_{RE} , calculados para los juegos uno y dos bajo las mismas condiciones de gasto de producción, se hace notar que los efectos no-laminares en el yacimiento dependen también de la combinación de parámetros físicos del yacimiento, así como de las propiedades PVT de los fluidos presentes. Para los ejemplos de las figuras 5.9 y 5.10 si se disminuye la porosidad y/o el espesor del yacimiento, manteniendo los demás parámetros, con el juego dos, es posible que se acerque a la respuesta observada para el conjunto uno.

En las figuras 5.19 - 5.22, se presenta el comportamiento de pseudopresión calculada con la expresión (5.4), así como el de los perfiles de presión, saturación de gas y velocidad de aceite, obtenidos de simulaciones numéricas utilizando el juego dos, con $\phi = 0.03$. El objetivo de presentar este ejemplo, es mostrar que aun utilizando los datos PVT, y curvas de permeabilidad relativas de un juego en particular, al existir variaciones en algunos de los parámetros del yacimiento o producción del pozo, los efectos no-laminares podran ser mayores o menores.

Comparando las respuestas de pseudopresión de las figuras 5.10 y 5.19, ($q_o = 500$ BPD), en esta última la porosidad y espesor del yacimiento son menores que los valores del caso de la figura 5.10, observándose mayores efectos no laminares en la respuesta de pseudopresión, tendiendo a inhibir la presencia de rectas semilogarítmicas, el valor del daño total N_{RE} , de 14.6, resultó ser mayor al del caso de la figura 5.10, N_{RE} , de 0.88, y por consecuencia con mayores efectos no-laminares.

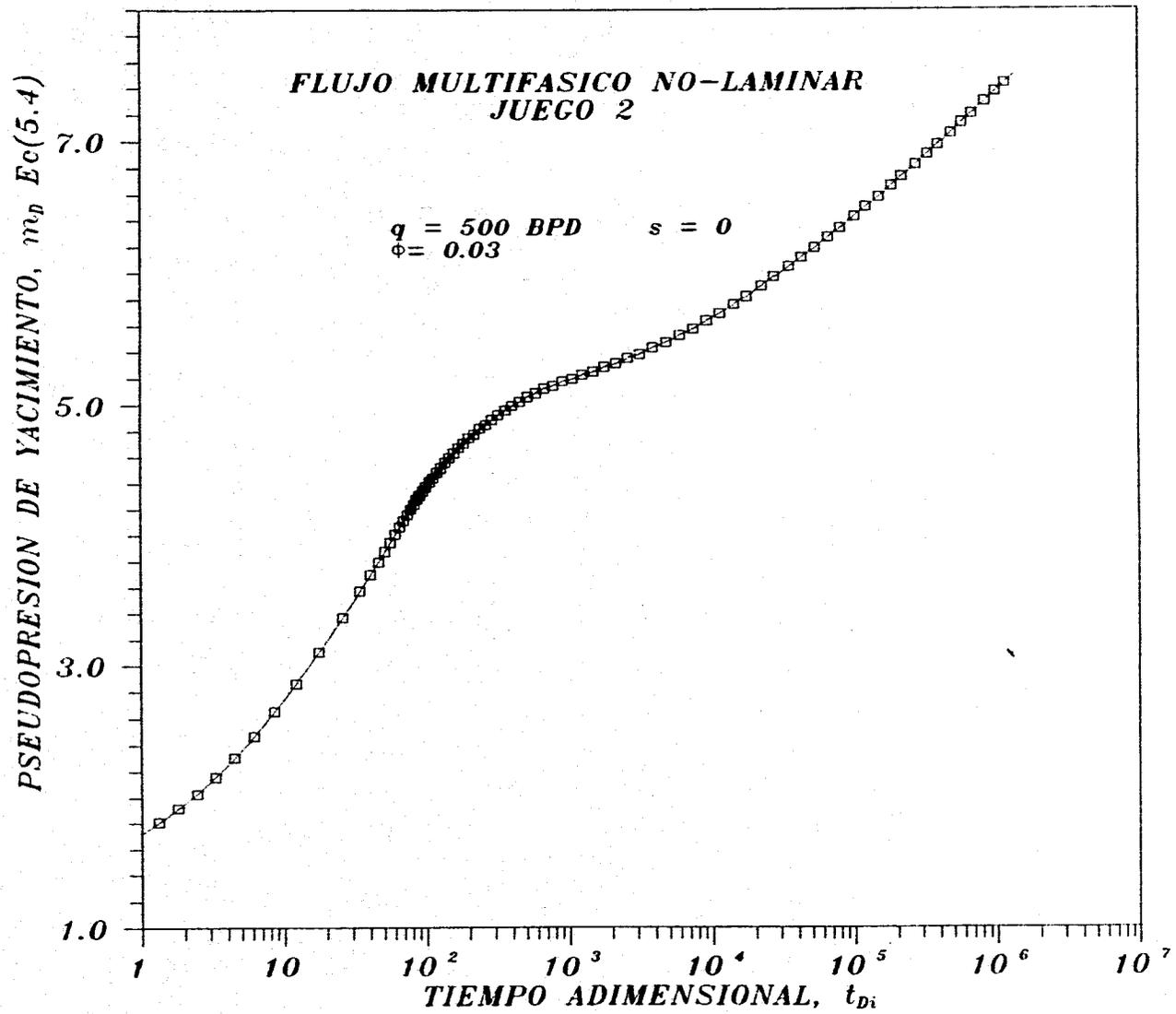


Fig. - 5.19 COMPORTAMIENTO DE LA PSEUDOPRESION DE YACIMIENTO

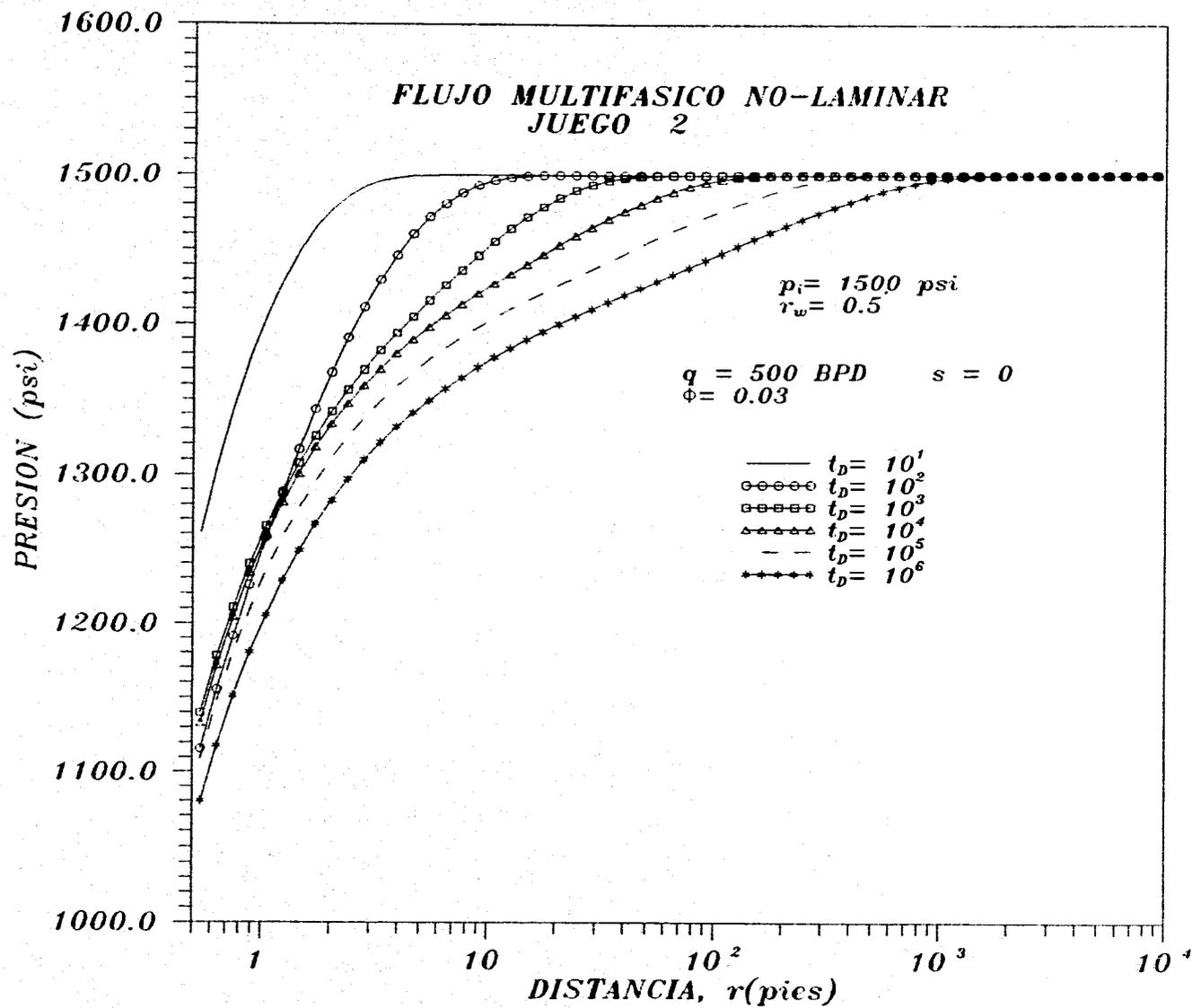


Fig.- 5.20 PERFILES DE PRESION A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

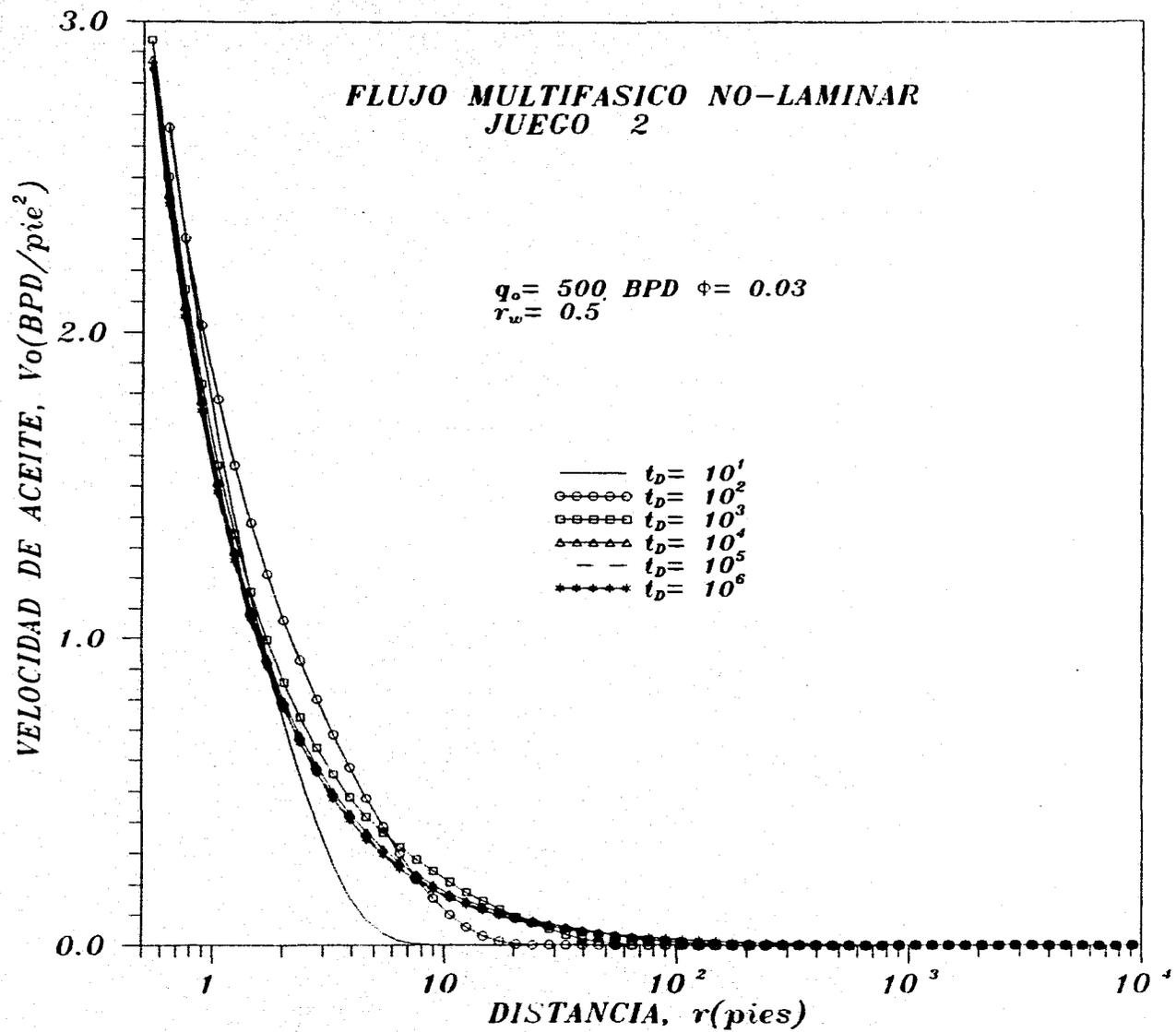


Fig.- 5.21 PERFILES DE VELOCIDAD DE ACEITE A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

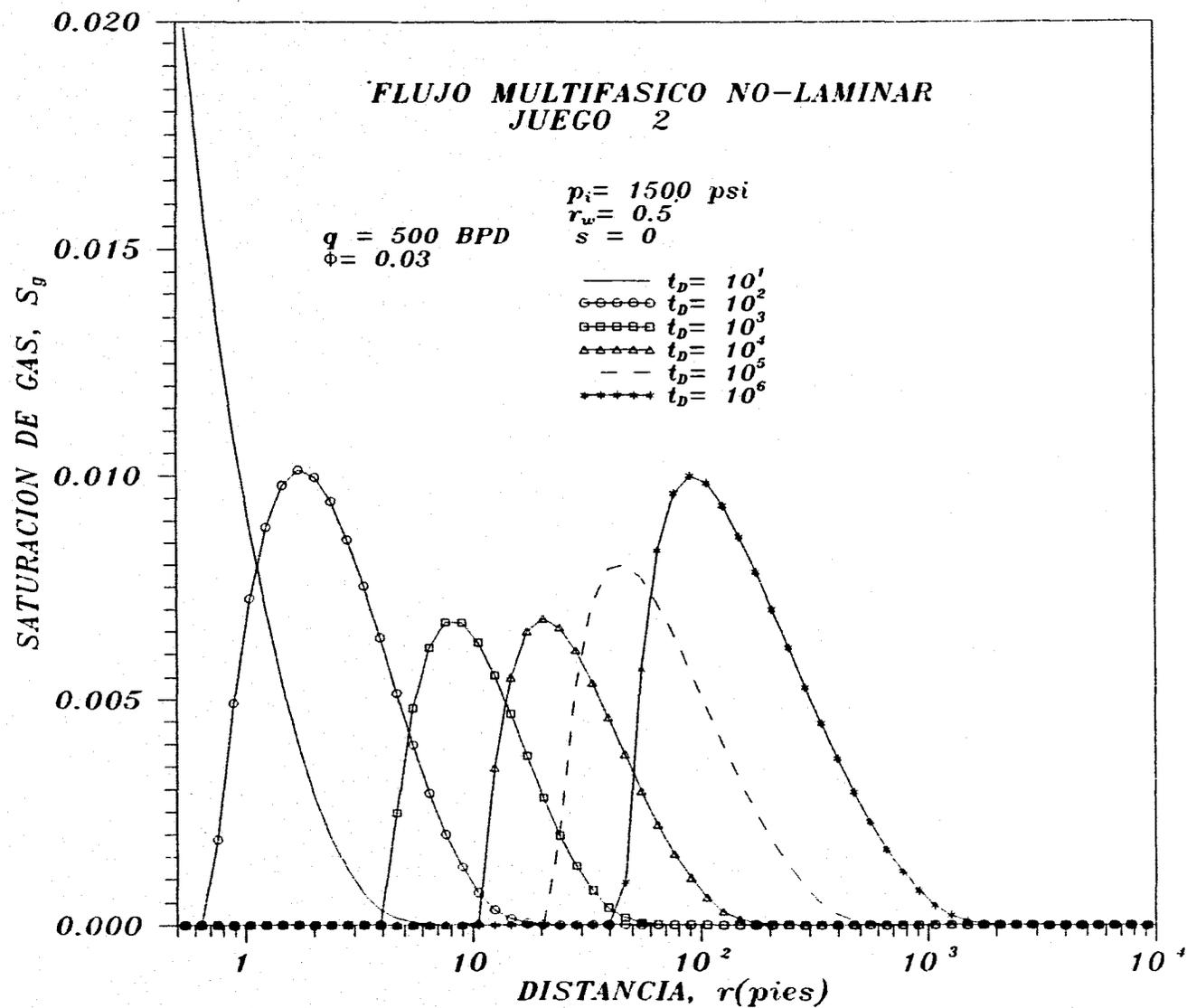


Fig. 5.22 PERFILES DE SATURACION DE GAS A DIFERENTES TIEMPOS DE PRODUCCION

TABLA VIII

FLUJO MULTIFASICO

Propiedades del Yacimiento Utilizadas en la Simulación

	conjunto 1	conjunto2
Presion Inicial, p_i , psi	5704.78	1500.0
Espesor de Formación, h , pies	50.0	50.0
Permeabilidad, k , md	100	100
Porosidad, ϕ , fracción	0.05	0.05, 0.03
Compresibilidad Inicial c_{ti} , psi^{-1}	1.085×10^{-5}	1.334×10^{-4}
Viscosidad Inicial, μ_{oi} , cp	0.298	1.7645
Saturacion inicial de Agua, S_{wi}	0.3	0.0
Radio de Drene, r_{eD} , pies	1000	1000
Radio del Pozo, r_w , pies	0.5	0.5

5.2 Resultados en Flujo Multifásico No-Laminar Incremento de Presión

En esta sección se analiza la respuesta de incremento de presión y pseudopresión de flujo multifásico no-laminar, calculada en el pozo. La pseudopresión propuesta por Raghavan³³ es analizada considerando diferentes daños mecánicos.

La presencia de flujo multifásico en combinación con efectos no-laminares considerables en el yacimiento, inhiben el desarrollo de líneas rectas semilogarítmicas durante el decremento de presión en el período transitorio, aún en términos de pseudopresión definidas para estas condiciones Ec. (5.4).

Durante el incremento de presión, donde los efectos no-laminares disminuyen, es posible observar el desarrollo de líneas rectas semilogarítmicas en la respuesta de presión y de pseudopresión, como más adelante se presentará.

La figura 5.23, presenta el comportamiento de presión en función del tiempo de cierre Δt , para un daño $s = 0$ y diferentes tiempos de producción. En esta figura se observa que a tiempos de producción mayores es posible observar líneas rectas semilogarítmicas mejor definidas. Aunque, analizando el comportamiento de la derivada de presión, se observa que no existen estas rectas, como se muestra en la figura 5.24 para dos tiempos de producción. Esta figura muestra que antes de que se hagan presentes los efectos de tiempo de producción, derivada igual a cero, ésta tiende a ser constante y es en este intervalo donde se ajusta la aparente línea recta semilogarítmica.

Para observar el efecto del daño en la respuesta multifásica de incremento de presión, en las figuras 5.25 y 5.26 se presenta su comportamiento para daños mecánicos de 5 y -2, respectivamente, y diferentes tiempos de producción. En ambas figuras se hace

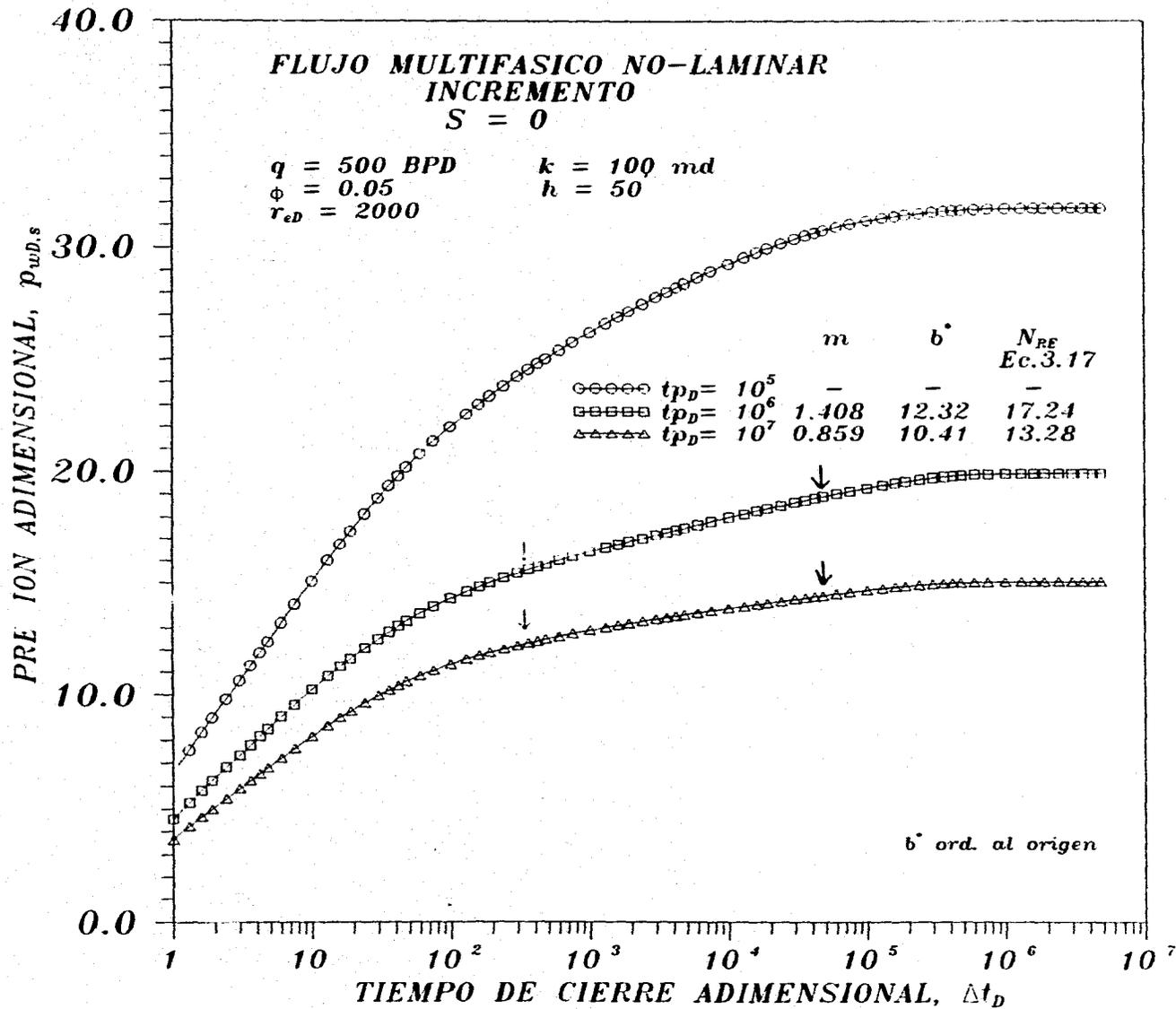


Fig. 5.23 PRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL, Δt_D CONJUNTO UNO.

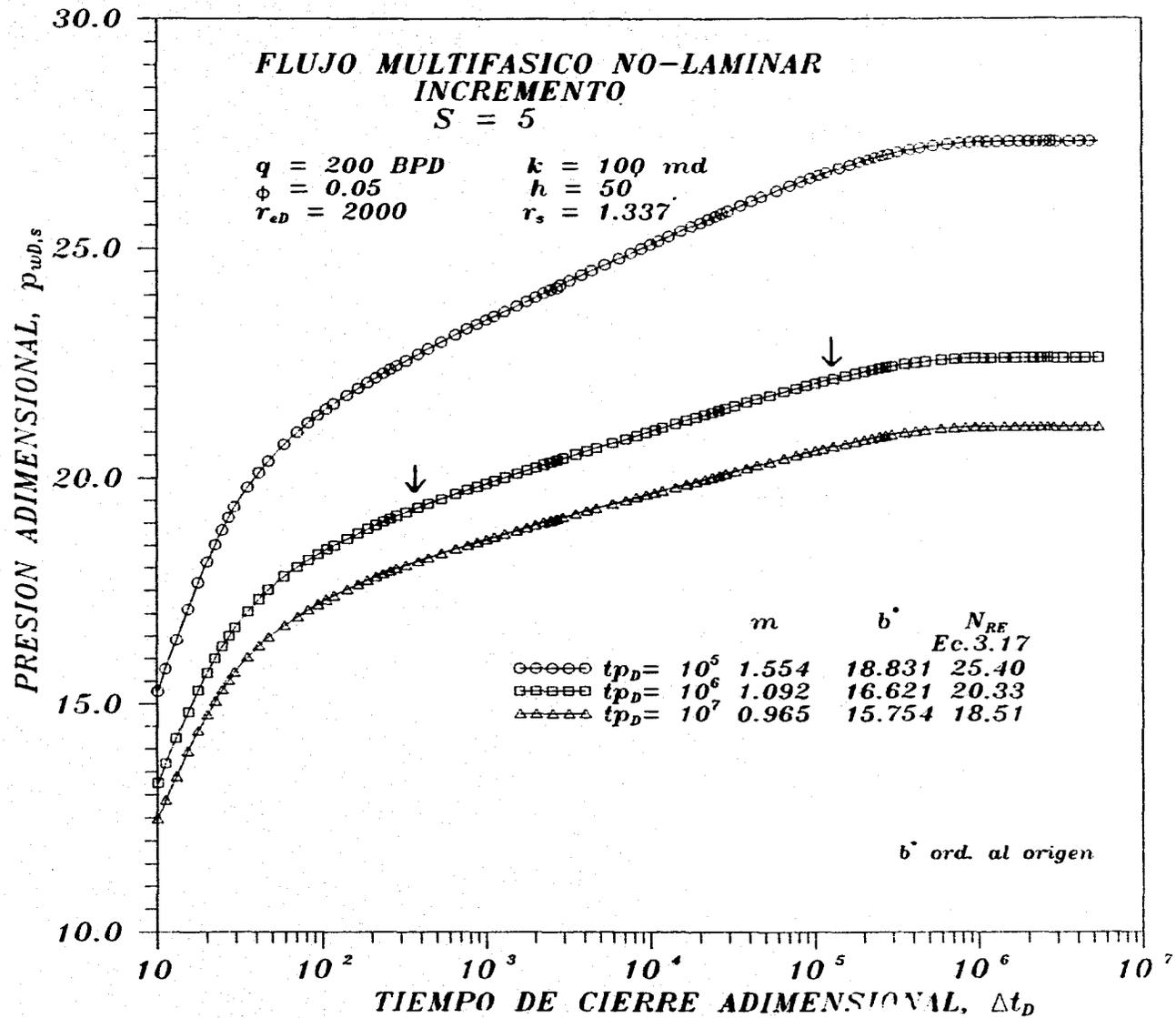
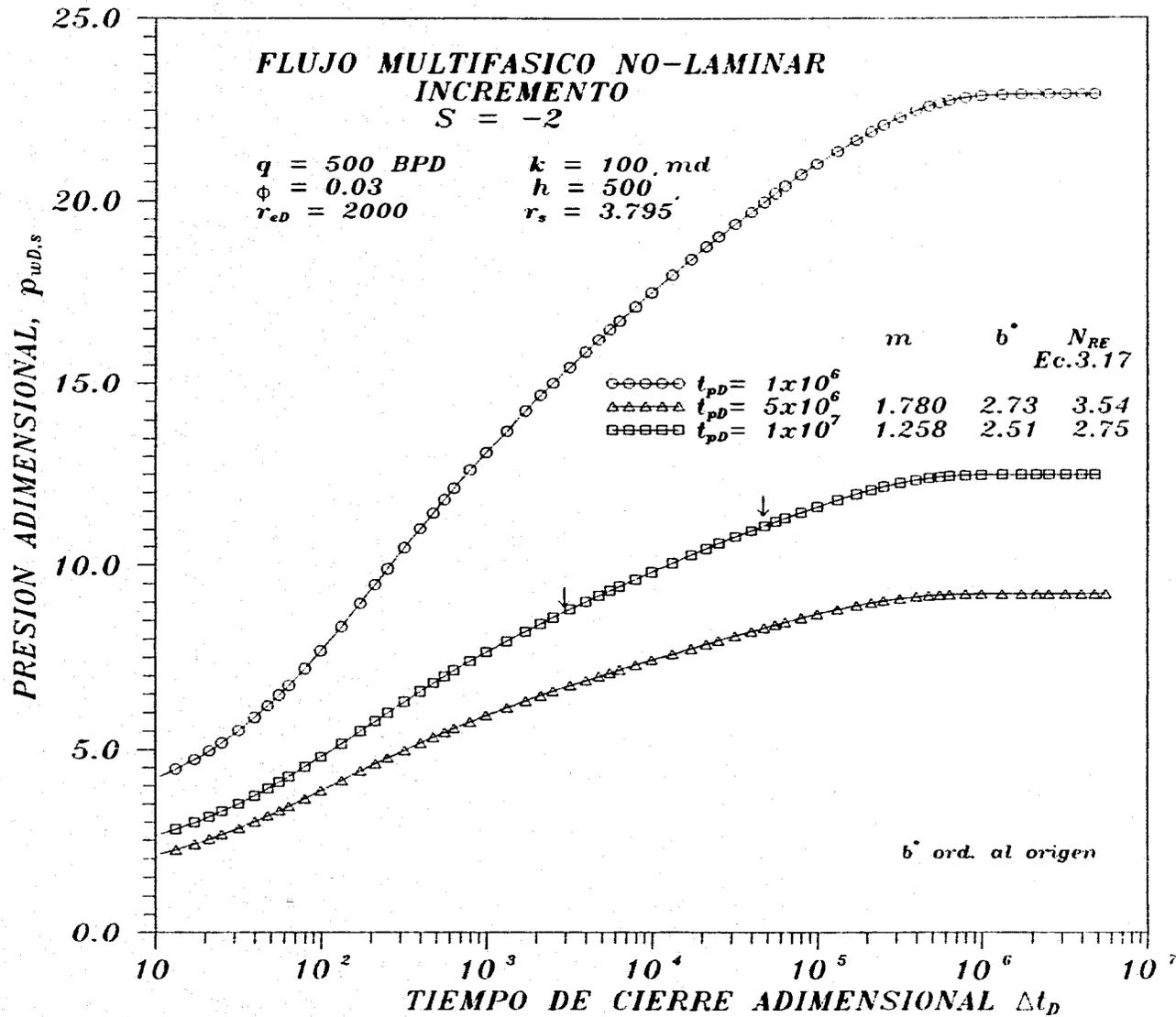


Fig. 5.25 PRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL, Δt_D CONJUNTO UNO.



**Fig. 5.26 PRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL
CONJUNTO UNO**

notar, que al igual que para daño igual a cero, para tiempos más largos de producción se definen mejores líneas rectas semilogarítmicas.

Por otro lado, una característica que se observa en el comportamiento de presión durante el período de incremento mostrado en las figuras mencionadas, es el valor de la pendiente de la recta ajustada, siendo su valor función del tiempo de producción y diferente en todos los casos al valor de líquido laminar de 1.151. Estas observaciones también fueron establecidas para flujo de líquido no-laminar tratado en capítulos anteriores.

Con base en simulaciones numéricas, Raghavan³³ sugiere que la relación gas aceite al momento de cierre del pozo, puede ser utilizada para relacionar saturación y presión, y por lo tanto calcular pseudopresiones para el análisis de datos de incremento de presión. Así, Raghavan propone el cálculo de pseudopresión para incremento con la siguiente expresión.

$$m_{wD,s} = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (5.7)$$

Al analizar datos de incremento de presión multifásica con la definición de pseudopresión anterior, la respuesta correlaciona con la de líquido ligeramente compresible cuando se supone flujo laminar en el yacimiento para ambos casos, la figura 5.27 presenta este comportamiento, para diferentes daños mecánicos, donde la pendiente de las líneas rectas ajustadas son igual a 1.151, valor característico de flujo de líquido laminar.

En la figura 5.28 se muestra la influencia del tiempo de producción en la respuesta de pseudopresión propuesta por Raghavan, ecuación (5.7), bajo condiciones de flujo no-laminar y considerando la relación gas aceite al momento de cierre, para un daño igual a cero, los datos en esta figura corresponden a los presentados en la figura 5.23 en términos

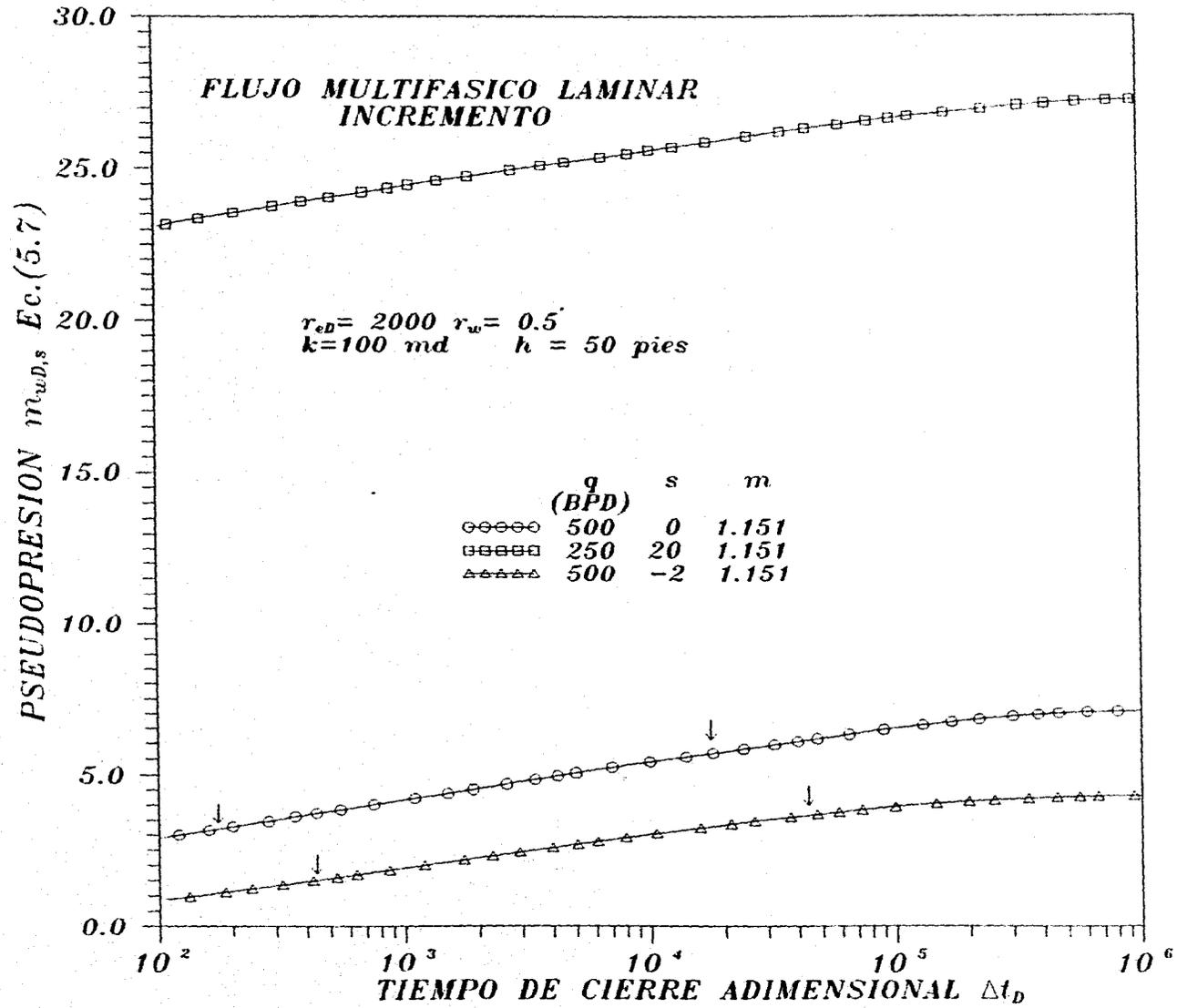
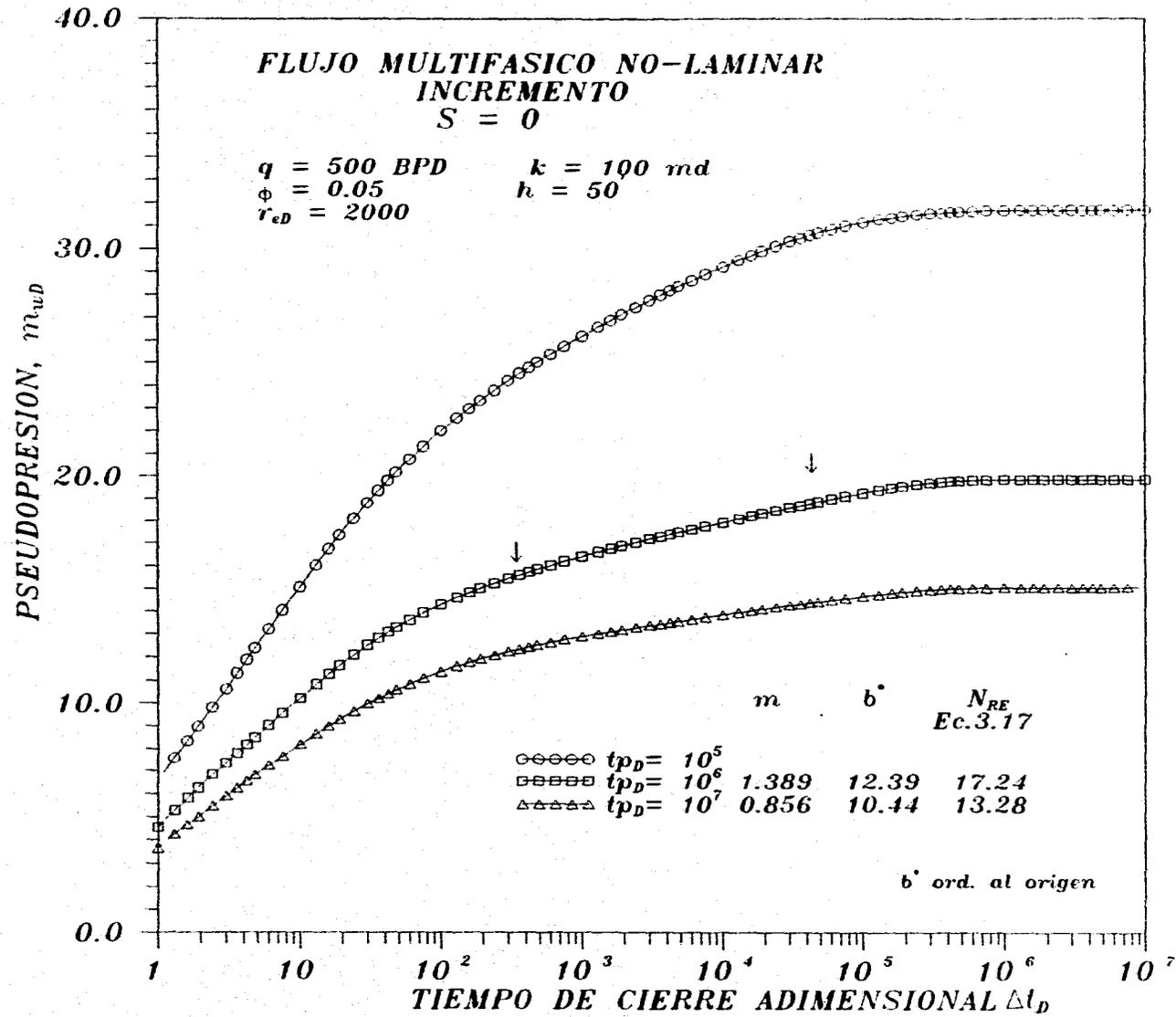


Fig. 5.27 PSEUDOPRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL



**Fig. 5.28 PSEUDOPRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL
CONJUNTO UNO.**

de presión, observándose que la respuesta de pseudopresión también genera en condiciones no-laminares, líneas rectas semilogarítmicas con pendientes en función del tiempo de producción y similares a las calculadas en términos de presión, pero diferentes a la pendiente laminar de 1.151.

Las figuras 5.29 y 5.30, presentan el comportamiento de pseudopresión calculada con la ecuación 5.7 para daños mecánicos de 5 y -2, respectivamente, generándose aparentes líneas rectas, al igual que para daño cero, haciéndose notar que sus pendientes son función del tiempo de producción y similares a las calculadas en términos de presión. Los comportamientos de presión y pseudopresión considerando el conjunto dos de datos PVT, se muestran en las figuras 5.31 y 5.32 respectivamente. En estas figuras al igual que para el conjunto uno se definen rectas semilogarítmicas.

De las respuestas de incremento de presión y pseudopresión multifásica con efectos no-laminares presentadas en gráficas anteriores, se determina que ambas son similares en su tendencia y valor numérico, esto debido a que en la vecindad del pozo se presenta una fase líquida, así mostrada por los perfiles de saturación de gas presentados en la figura 5.33, para el caso de daño $s = 5$, y varios tiempos de producción, por lo que:

$$p_{wD,s} = \frac{kk_{r_o}h\Delta p_s}{141.2q_oB_o\mu_o} = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} dp$$

Dados los resultados anteriores y aprovechando los obtenidos para líquido no-laminar, se establece en este trabajo, un procedimiento práctico en términos de presión, que define las condiciones de daño en la vecindad del pozo, cuando se tiene presencia de flujo multifásico y efectos no-laminares.

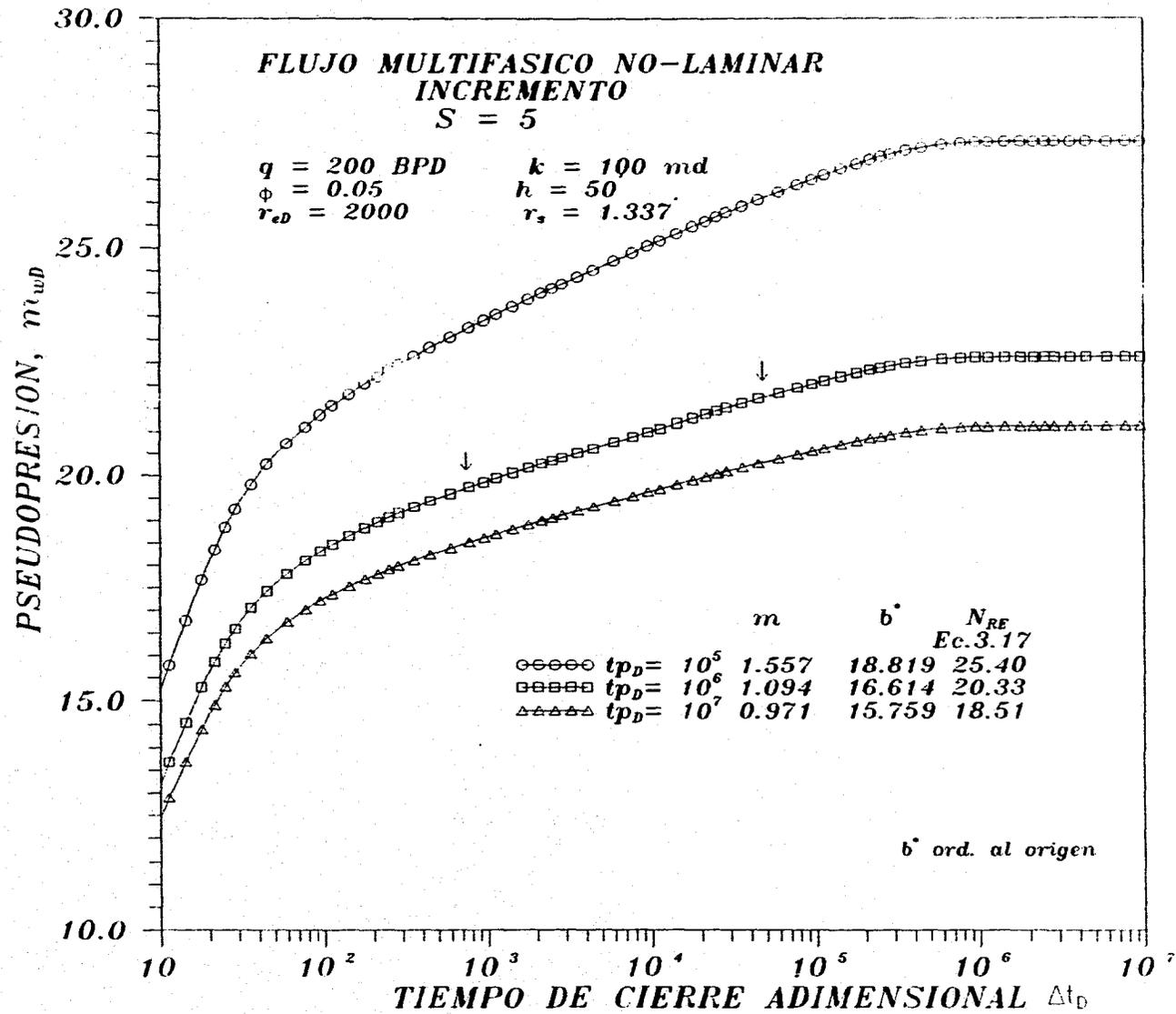
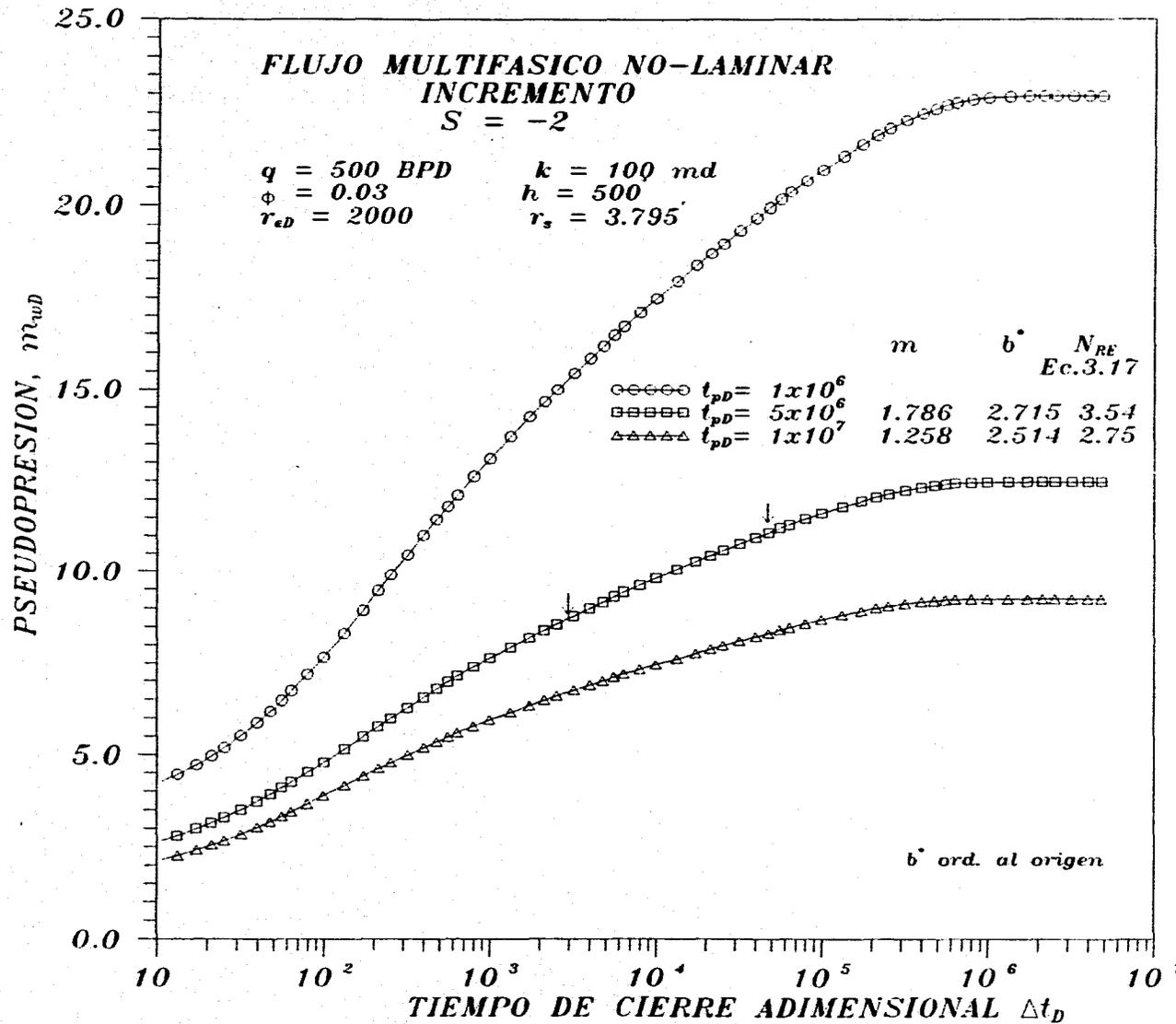


Fig. 5.29 PSEUDOPRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL CONJUNTO UNO.



**Fig. 5.30 PSEUDOPRESION VS TIEMPO DE CIERRE ADIMENSIONAL
CONJUNTO UNO**

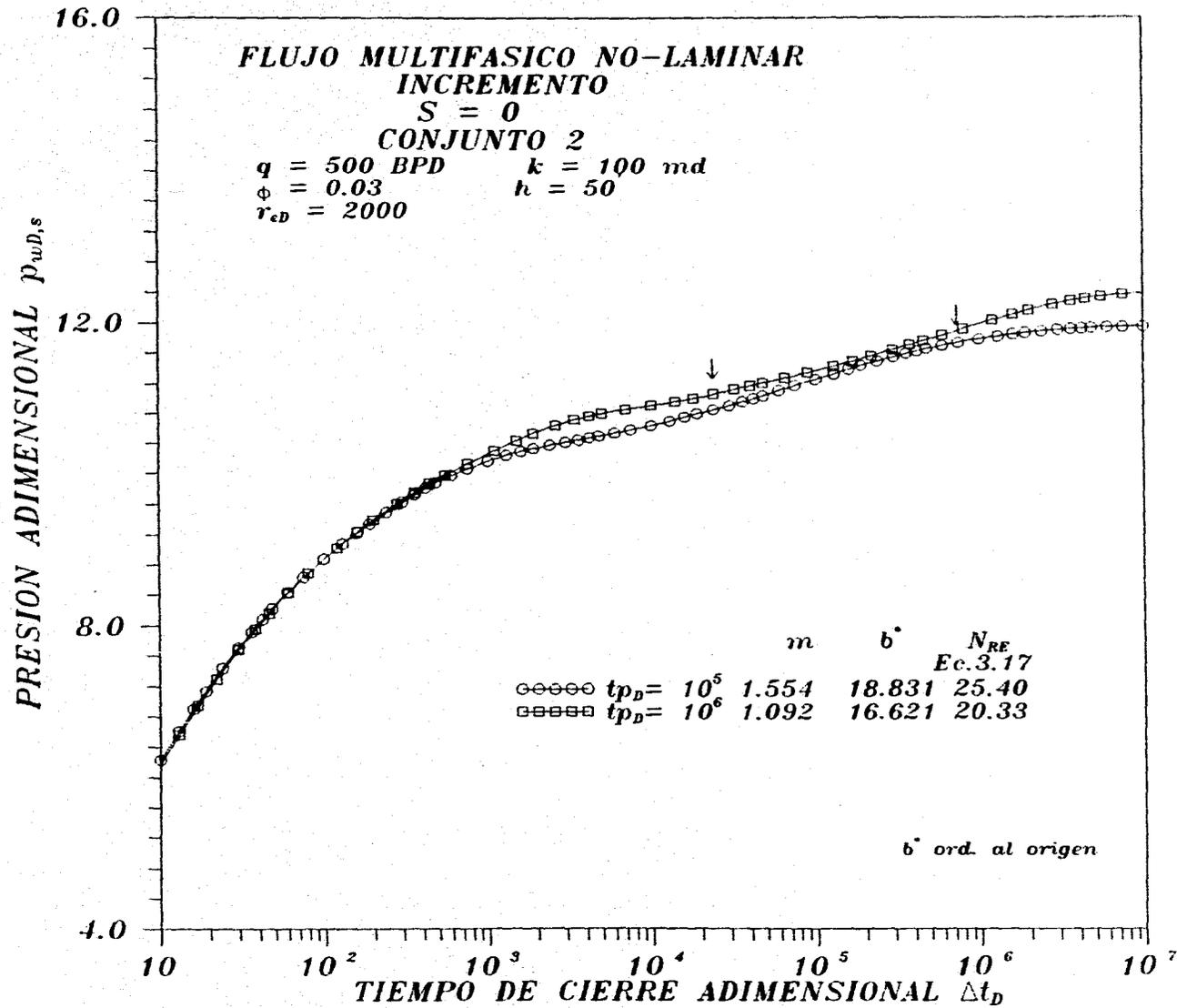
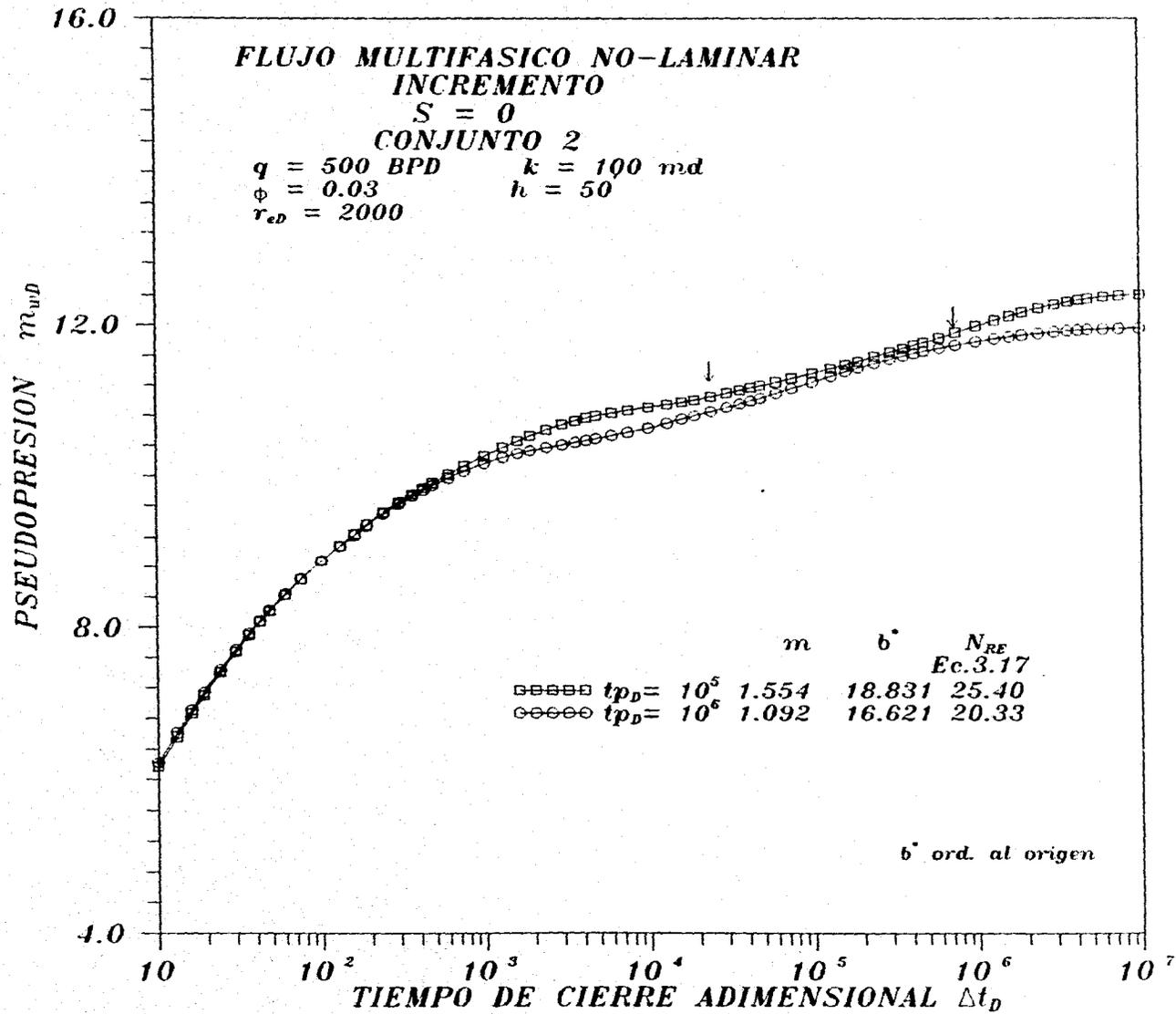


Fig. 5.31 COMPORTAMIENTO DE PRESION ADIMENSIONAL INCREMENTO CONJUNTO DOS



**Fig. 5.32 COMPORTAMIENTO DE PSEUDOPRESION EN INCREMENTO
CONJUNTO DOS**

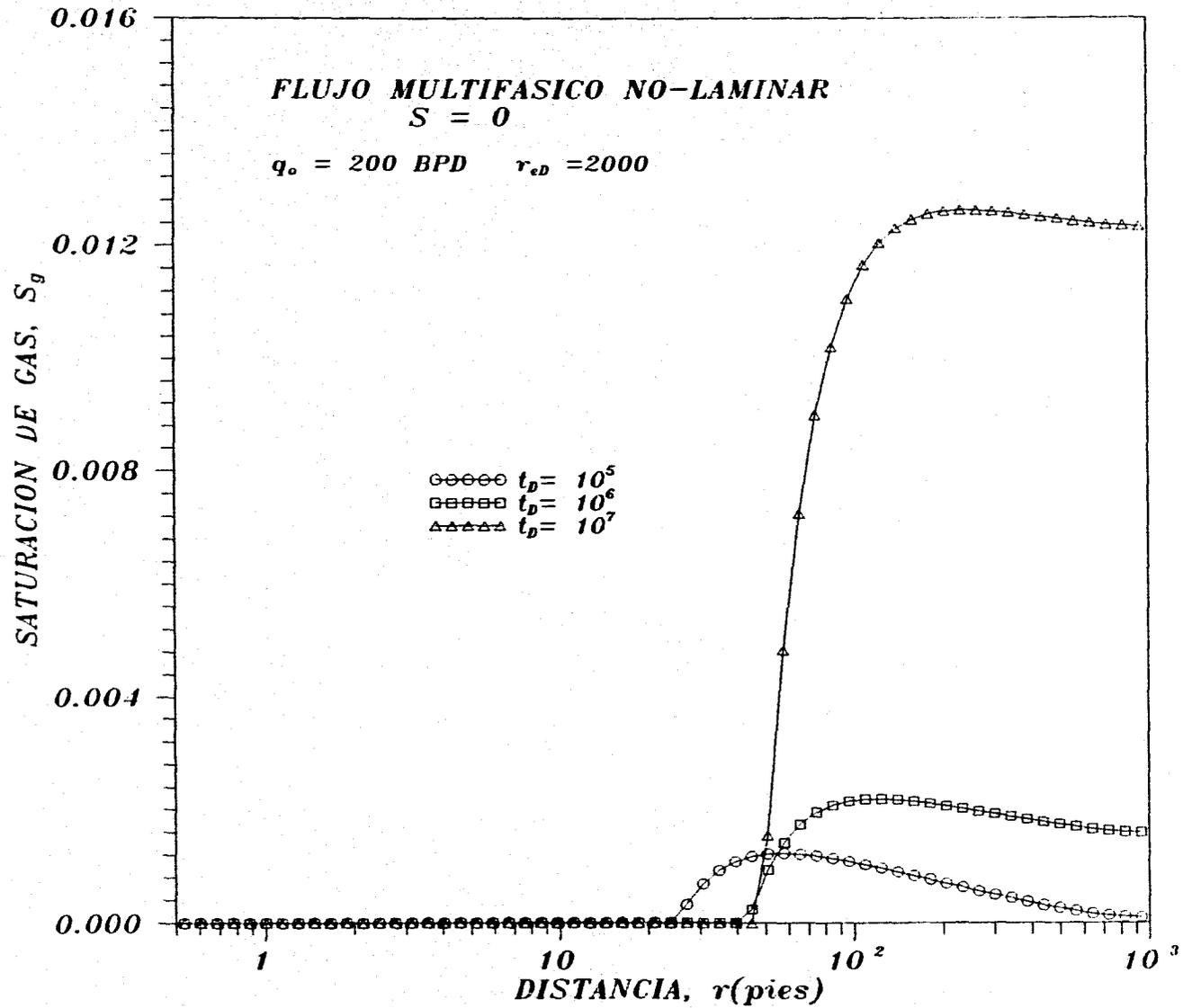


Fig. 5.33 PERFILES DE SATURACION DE GAS PARA VARIOS TIEMPOS DE PRODUCCION

El procedimiento consiste básicamente, en determinar la existencia de efectos no-laminares en el yacimiento a través de la pendiente (> 0), de la recta ajustada en la gráfica cartesiana de diagnóstico, de la derivada logarítmica de la caída de presión, contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo. De la ordenada al origen de ésta recta se obtiene en forma aproximada el valor de la permeabilidad efectiva al aceite con la siguiente expresión, definida para flujo de líquido no-laminar, y extendida para flujo multifásico.

$$kk_{ro} = \frac{162.2q_o B_o \mu_o}{bh} \quad (5.8)$$

Donde b , es igual a la ordenada al origen y los parámetros de factor de volumen, (B_o), y viscosidad (μ_o), son calculados a las condiciones de cierre.

Por otro lado, con la permeabilidad efectiva al aceite, es posible calcular el daño total N_{RE} , con la expresión (4.11), definida para líquido no-laminar.

Dado que las expresiones 3.17 y 4.11 son aproximadamente iguales en líquido no-laminar, esto es:

$$s_{int} = \frac{9.115 \times 10^{-13} \beta_s \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi hr_w} = N_{RE} \quad (5.9)$$

De la expresión anterior se obtiene un valor del coeficiente inercial β_s .

$$\beta_s = N_{RE} \frac{887.2 (\mu/kk_{ro}) 2\pi hr_w}{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o} \quad (5.10)$$

Por otro lado, de la relación propuesta por Geertsma³⁰, el valor de β_s , es igual:

$$\beta_s = \frac{48511}{(\phi S_{oi})^{5.5} (k_s k_{ro})^{0.5}} \quad (5.11)$$

Igualando las ecuaciones 5.10 y 5.11, es posible obtener el valor de la permeabilidad efectiva al aceite en la zona de daño ($k_s k_{ro}$).

Comparando este último valor de permeabilidad efectiva al aceite en la zona de daño y el valor calculado de este mismo, con la ecuación 5.8, se determina las condiciones de daño existente en la zona cercana al pozo, por medio del siguiente criterio.

Al obtener el cociente de permeabilidades efectivas al aceite calculadas con la ecuación 5.8 y el calculado con la combinación de las ecuaciones 5.10 y 5.11 se determina, que si:

$k k_{ro} / k_s k_{ro} \approx 1$, No existe daño mecánico en la vecindad del pozo y el valor calculado de daño total N_{RE} , es debido a efectos no-laminares unicamente.

$k k_{ro} / k_s k_{ro} > 1$, Existe daño a la formación y además efectos no laminares en la vecindad del pozo.

$k k_{ro} / k_s k_{ro} \ll 1$, El pozo presenta condiciones de estimulación en las cercanias del pozo, además de efectos no-laminares.

Para mostrar este procedimiento en las figuras 5.34 y 5.35, se presentan la respuesta de la caída de presión en una gráfica semilogarítmica y la respuesta de su derivada logarítmica contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo de cierre, en una gráfica cartesiana respectivamente, para un daño mecánico de cero, de donde se determinan parámetros que intervienen en el cálculo de la permeabilidad efectiva al aceite y la presencia de efectos no-laminares.

En las figuras 5.36 a 5.39 se presentan gráficas similares para daños mecánicos de 5 y -2.

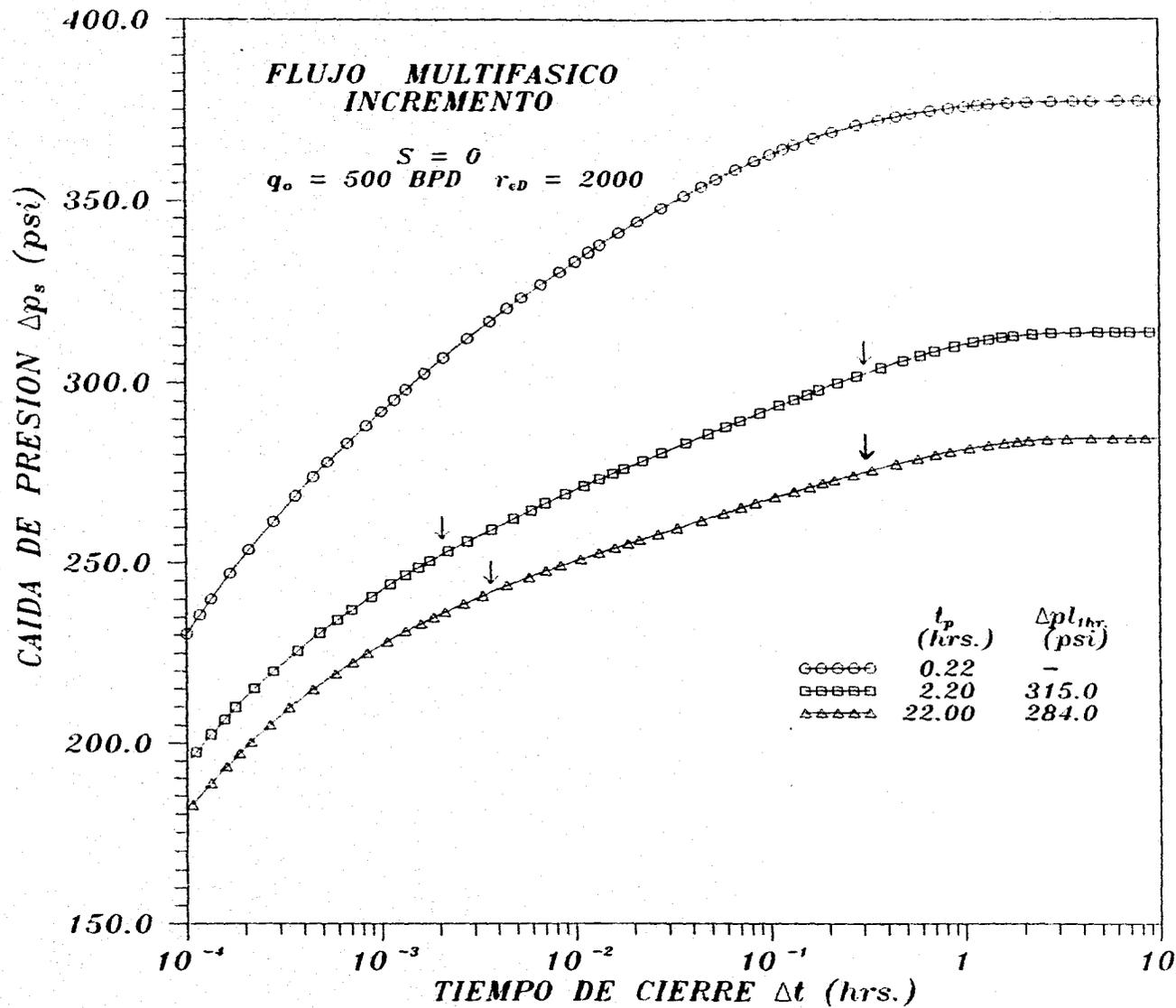


Fig. 5.34 COMPORTAMIENTO DE LA CAIDA DE PRESION, INCREMENTO

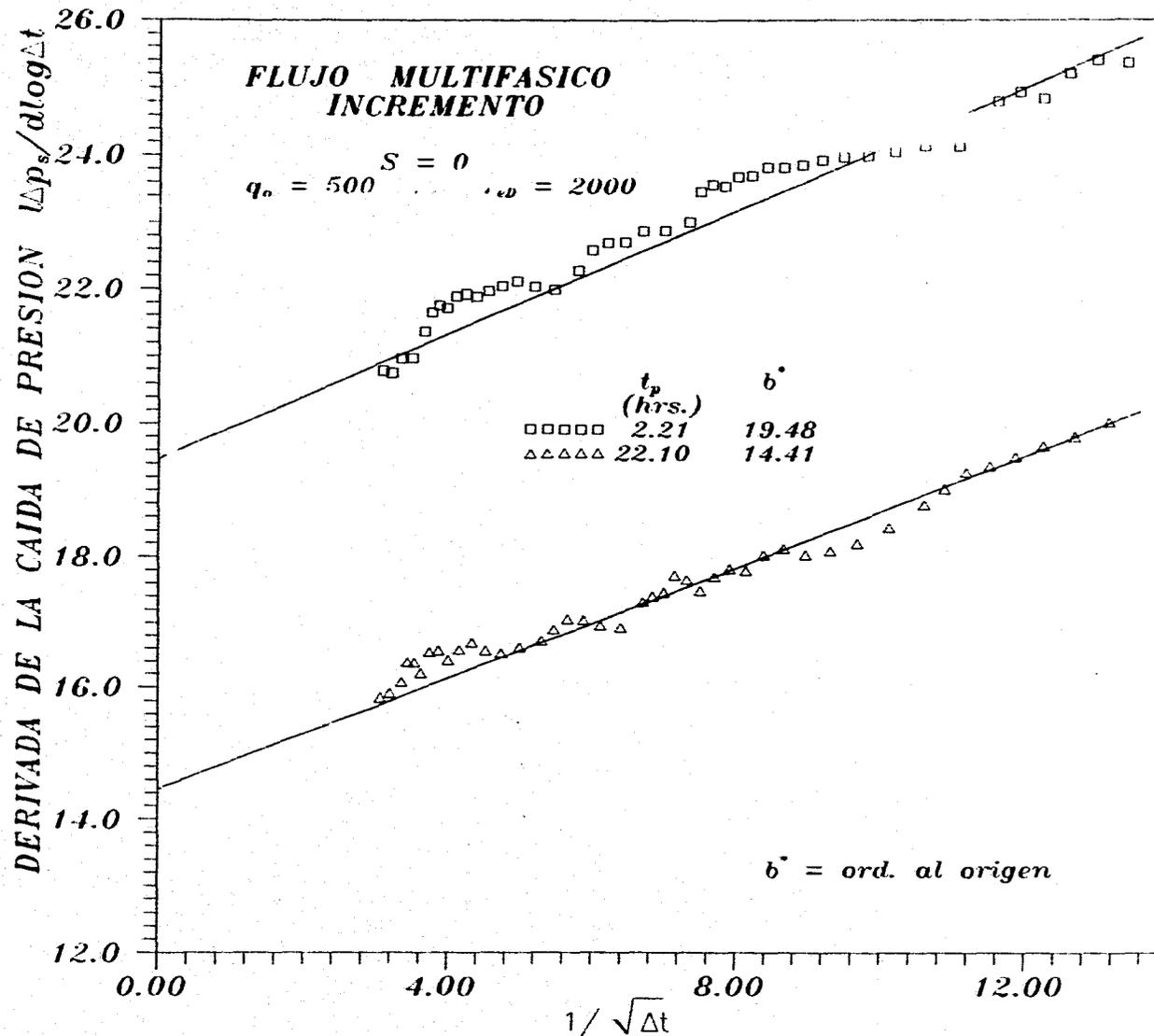


Fig. 5.35 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAZ CUADRADA DEL TIEMPO DE CIERRE

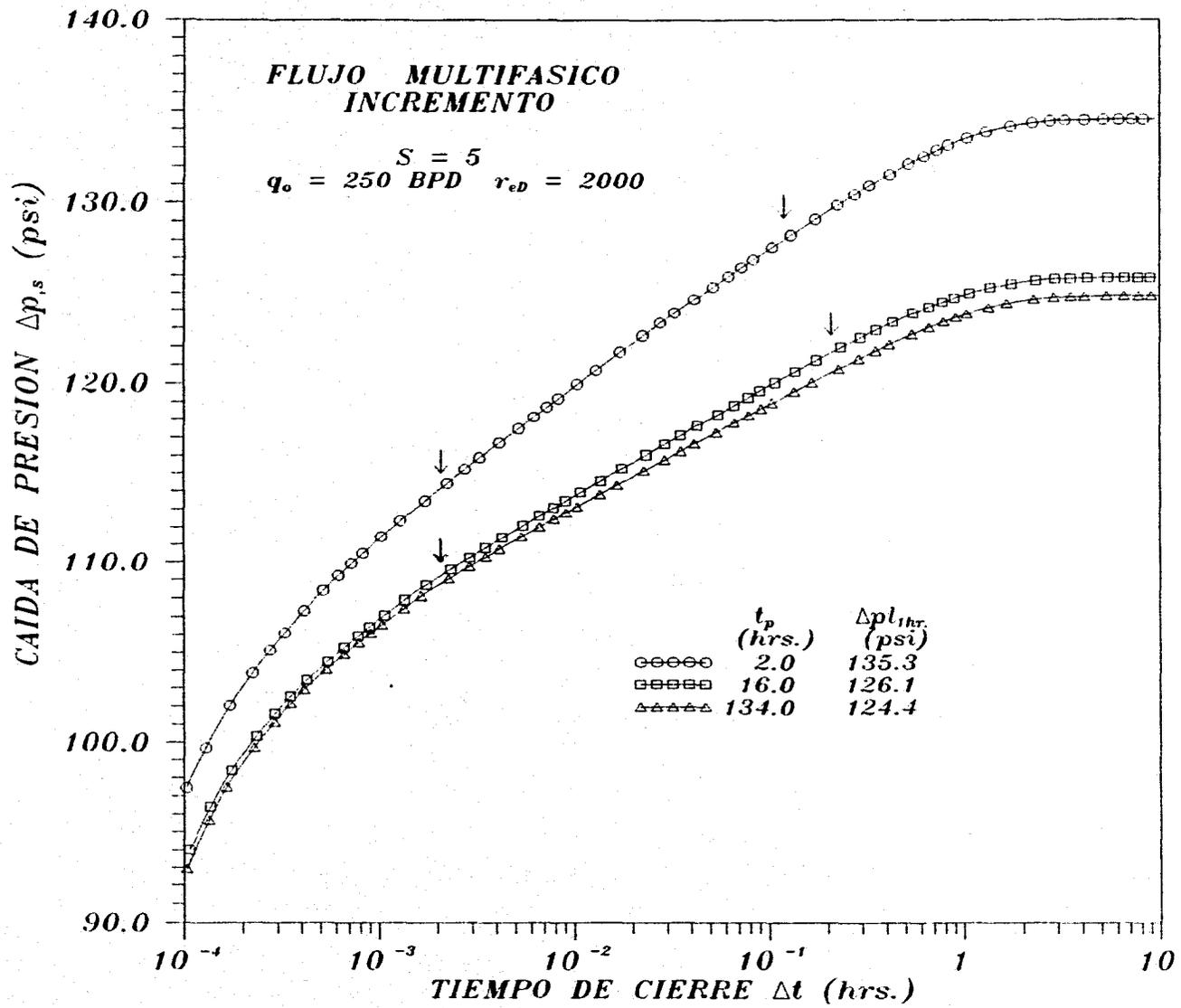


Fig. 5.36 COMPORTAMIENTO DE LA CAIDA DE PRESION, INCREMENTO

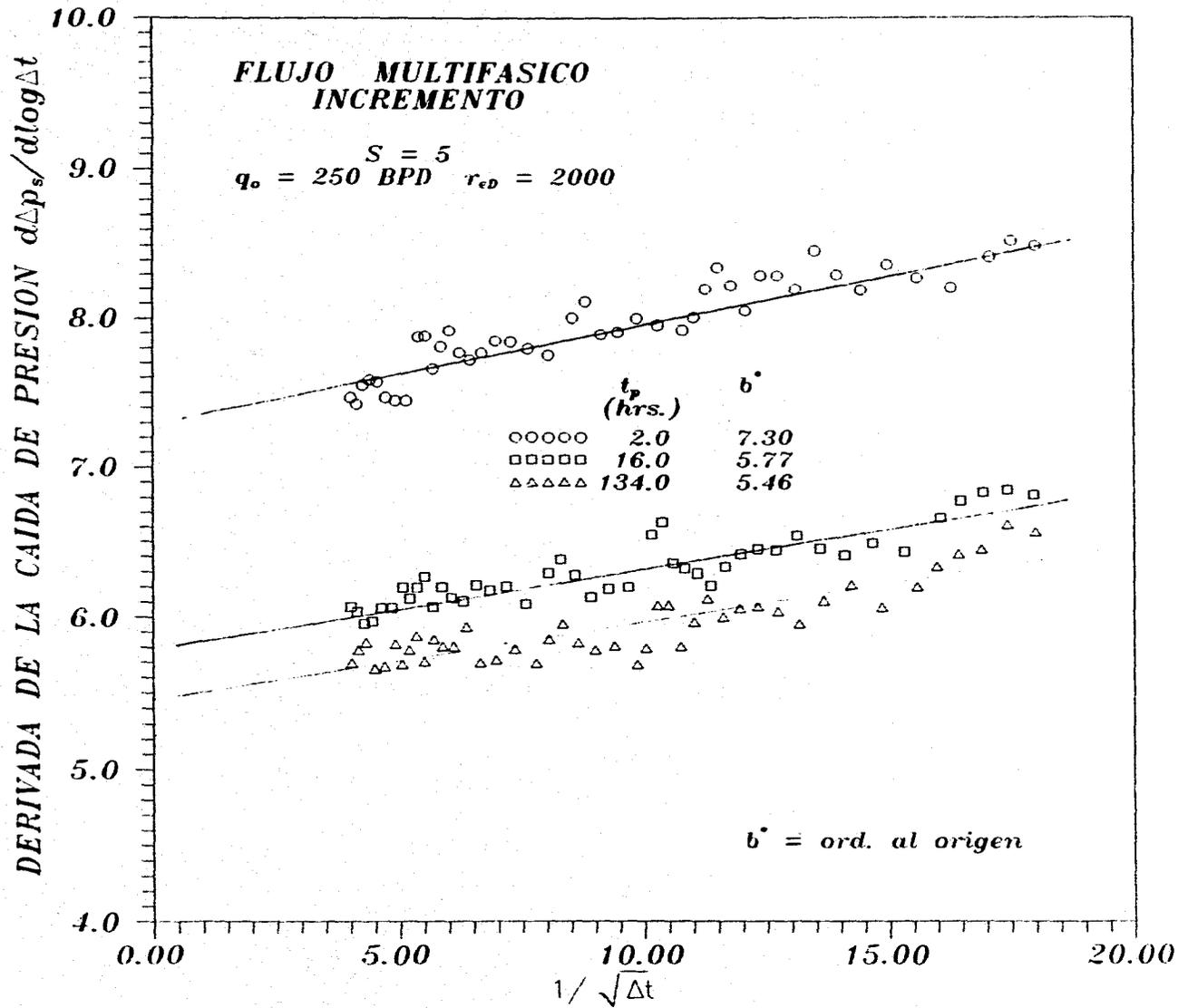


Fig. 5.37 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO DE CIERRE

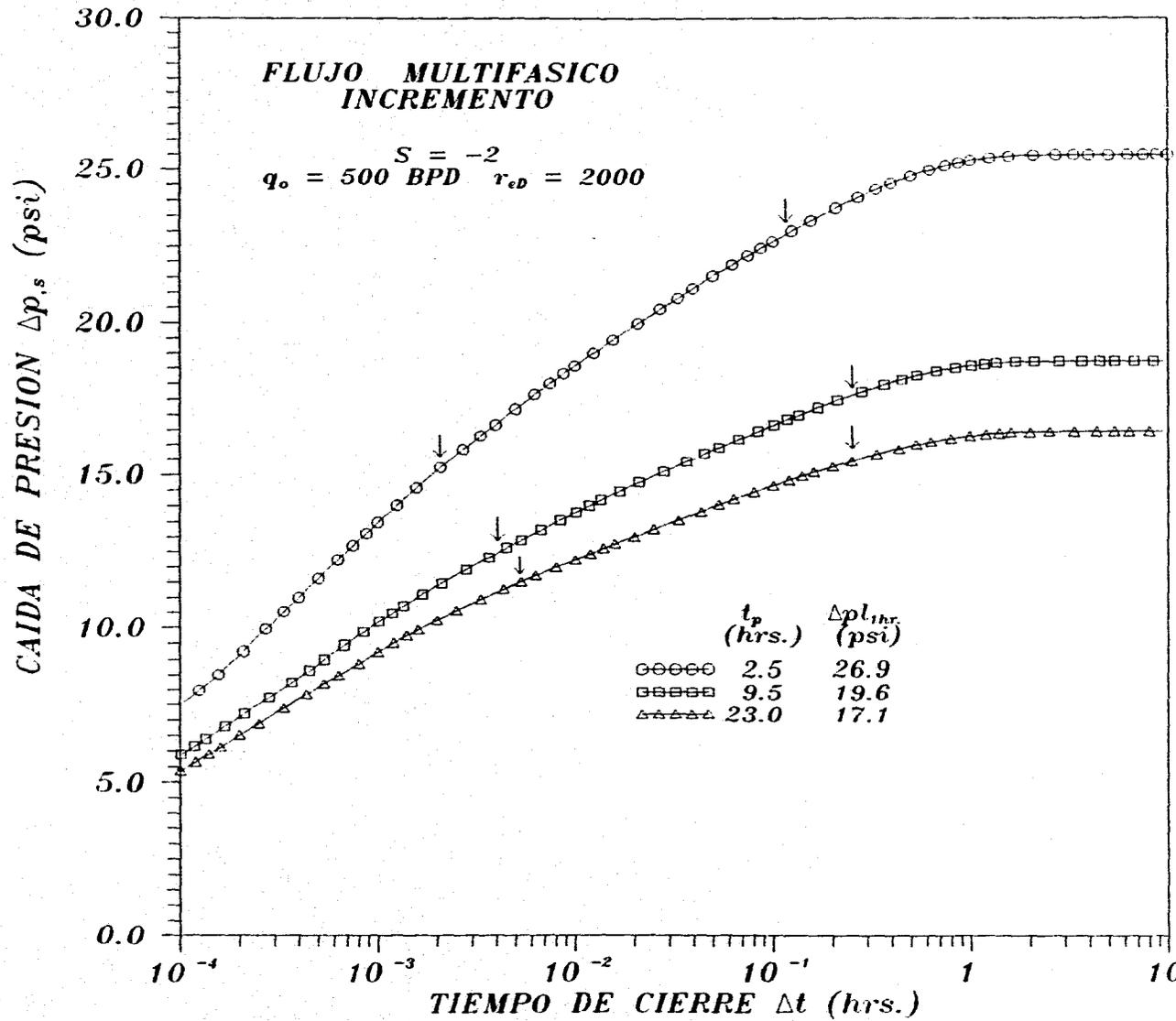


Fig. 5.38 COMPORTAMIENTO DE LA CAIDA DE PRESION, INCREMENTO

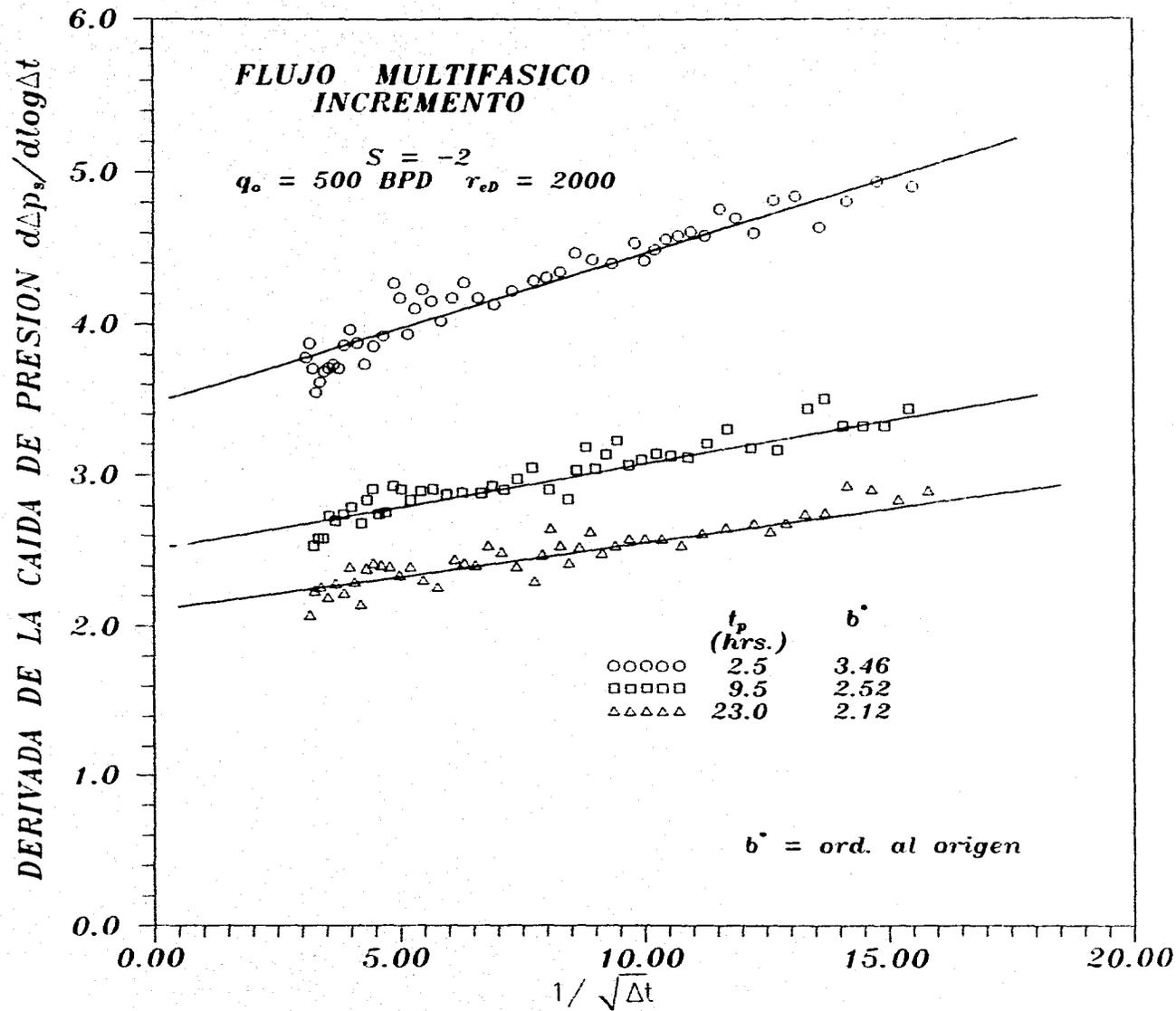


Fig. 5.39 DERIVADA DE LA CAIDA DE PRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO DE CIERRE

En la tabla IX , se presentan los resultados obtenidos del análisis que definen las condiciones de dañ en las cercanias del pozo, establecidas con el procedimiento descrito anteriormente, para daños mecánicos de 0,5 y -2 utilizados en las simulaciones.

Como puede observarse, para el cálculo del coeficiente inercial β_s , es utilizada la relación de Geertsma³⁰. Esto puede ser una limitante del procedimiento, dado que en la realidad se desconoce el tipo de correlación para el cálculo de β_s . Por lo que, otra opción para conocer en forma aproximada las condiciones de daño, es a través de dos pruebas de incremento de presión con diferentes gastos de producción antes del cierre, así, atendiendo a las ecuaciones (3.19) y (3.20), establecidas para líquido no-laminar en capítulos anteriores, se podrá conocer en forma aproximada el valor del daño mecánico, s , y el valor de la constante de flujo no-laminar, D , que son independientes del tipo de correlación existente.

Con los resultados anteriores y considerando que la respuesta de presión y pseudopresión establecida por Raghavan³³, son similares para flujo multifasico no-laminar, se presenta el análisis de una prueba de campo de incremento de presión, con presencia de flujo multifásico del pozo Sand Box 6-19 reportada en la referencia 40, la prueba corresponde a datos de presión obtenidos después de la estimulación del pozo.

La figura 5.40 presenta una gráfica semilogarítmica del comportamiento de pseudopresión calculada con la ecuación (5.7), de donde es posible ajustar una recta, de la que se obtienen, parámetros característicos del sistema pozo-yacimiento al considerar flujo no-laminar en el yacimiento, los datos obtenidos se presentan en la tabla X. Por otro lado el comportamiento de la derivada de pseudopresión mostrada en la figura 5.41 no presenta un valor constante y de pendiente igual a cero en el intervalo de ajuste de la recta semilogarítmica, lo que propone la presencia de flujo no-laminar, por lo anterior, un análisis considerando este efecto y a través de una gráfica cartesiana de la derivada logarítmica de pseudopresión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, -proporcionará características más reales de las condiciones existentes.

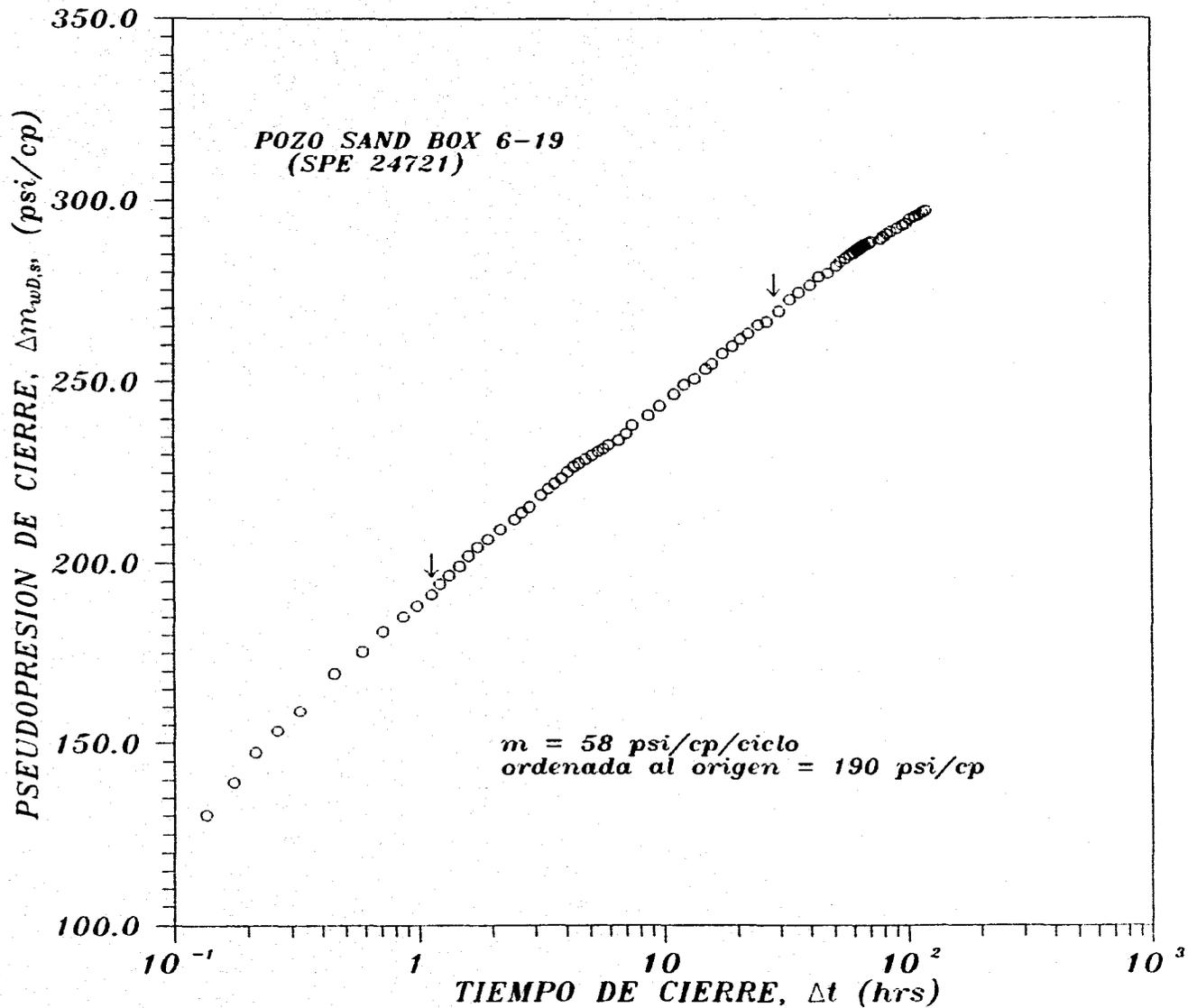


Fig. 5.40 GRAFICA SEMILOGARITMICA DE PSEUDOPRESION DATOS DE CAMPO INCREMENTO

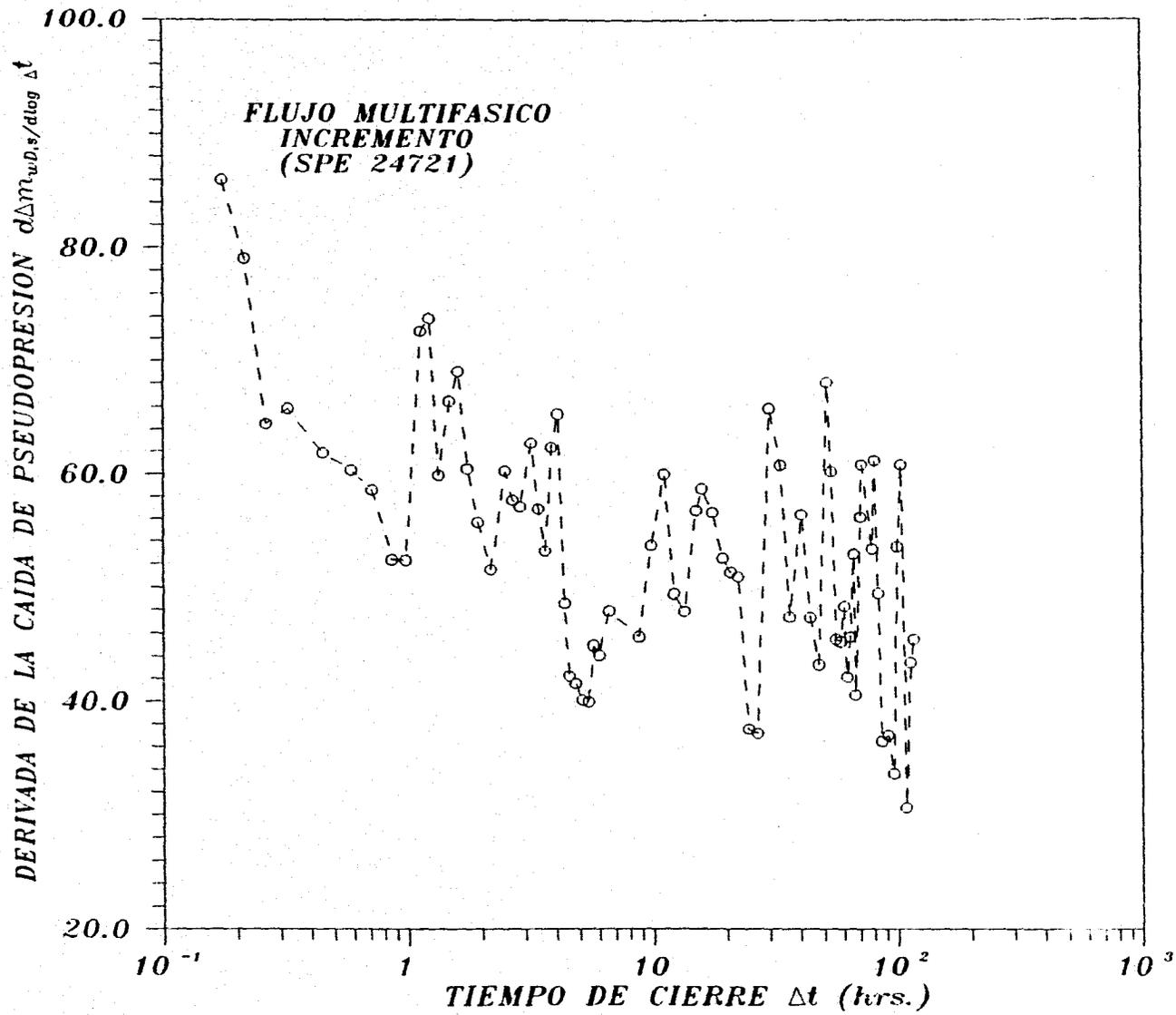


Fig. 5.41 DERIVADA DE LA CAIDA DE PSEUDOPRESION VS TIEMPO DE CIERRE.

La figura 5.42 muestra la gráfica cartesiana de la derivada de pseudopresión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, donde por mínimos cuadrados el ajuste de la recta, presenta un valor de la pendiente mayor a cero, lo que confirma la existencia de efectos no-laminares presentes, los valores obtenidos del análisis de la prueba se presentan en la tabla X.

En conclusión, podemos decir que si existen efectos no-laminares y flujo multifásico en el medio poroso, los datos de incremento en términos de presión o pseudopresión, proporcionan características del sistema pozo-yacimiento y las condiciones de daño en las cercanías del pozo, aprovechando los resultados obtenidos en el estudio de líquido no-laminar.

TABLA IX
FLUJO MULTIFASICO, INCREMENTO
Cálculo de Parámetros del yacimiento y Condiciones de Daño

t_{pD}	s Adim.	N_{RE} Ec.(4.11)	b^*	$k_s k_{ro}$ Ecs.(5.10 y 5.11)	kk_{ro} Ec.(5.8)	$kk_{ro}/k_s k_{ro}$
10^6	0	13.89	19.48	83.38	73.35	$0.88 \approx 1$
10^7	0	15.05	14.41	83.38	103.45	$1.24 \approx 1$
10^5	5	14.25	7.30	15.51	53.90	$3.47 > 1$
10^6	5	17.85	5.77	13.22	77.80	$5.88 > 1$
10^7	5	2.50	5.46	13.60	81.28	$5.98 > 1$
5×10^6	-2	2.72	2.52	3445.5	47.85	$0.013 \ll 1$
10^7	-2	13.89	2.12	3525.3	67.64	$0.019 \ll 1$

b^* = ordenada al origen de $d\Delta p/d\log\Delta t$ vs $1/\sqrt{\Delta t}$

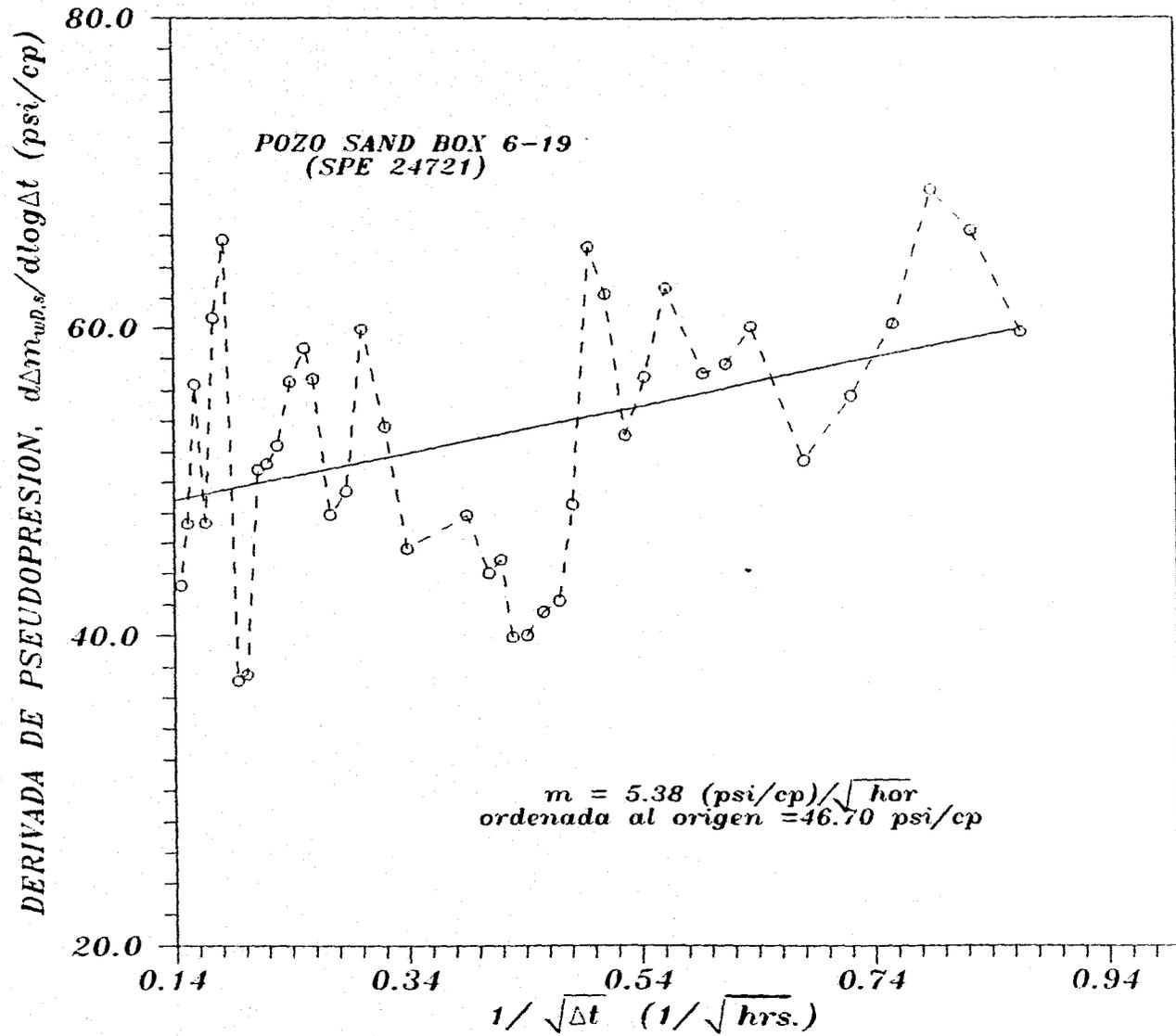


Fig. 5.42 GRAFICA CARTESIANA DE LA DERIVADA DE PSEUDOPRESION CONTRA EL INVERSO DE LA RAIZ CUADRADA DEL TIEMPO

TABLA X
FLUJO MULTIFASICO

Datos Comparativos de Permeabilidad y Daño Total
Prueba de Incremento, Pozo Sand Box 6-19.

k Ref. 40	k Ec. (3.6)	Daño Total Ref. 40	Daño Total Ec. (4.11)
140	179	-3.1	-2.81

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo, se estudia el comportamiento de presión, principalmente durante el período transitorio en yacimientos con flujo de líquido ligeramente compresible y multifásico. Se considera flujo no-laminar en el yacimiento y gasto de producción de aceite constante en el pozo, definiéndose soluciones analíticas del problema de flujo no-laminar en yacimientos homogéneos extendiéndose a yacimientos de doble porosidad y gas. Las Conclusiones, resultado de las investigaciones en este trabajo, se presentan a continuación.

A).- Flujo de Líquido Ligeramente Compresible

1.- A partir de la ecuación diferencial de flujo de fluidos en medios porosos y suponiendo efectos inerciales en el yacimiento, se desarrolló una función de pseudopresión que permite correlacionar la respuesta no-laminar con la laminar. Aunque esta función es de interés teórico, ya que su cálculo requiere de perfiles de presión y velocidad un tanto difíciles de conocer de datos de presión, ésta es una de las bases de desarrollos prácticos presentados en este trabajo además de poder evaluar la exactitud de las respuestas del simulador numérico.

2.- Se presenta una expresión para estimar el daño total, que involucra daño mecánico más daño por efectos no laminares en el yacimiento. Esta expresión está en función de parámetros físicos del yacimiento y condiciones de producción del pozo. Una estimación de este parámetro previa a la realización de una prueba de presión, es factible, si se conocen en forma aproximada los parámetros que intervienen en su cálculo.

3.- La ordenada al origen de una recta ajustada por mínimos cuadrados en una gráfica semilogarítmica de presión contra logaritmo del tiempo en términos adimensionales, es

aproximadamente igual al daño total, el cual es el número de Reynolds N_{RE} , establecido en este trabajo.

4.- Al considerar efectos no-laminares en el yacimiento, se establece una solución analítica para la respuesta de presión en el pozo. Esta solución es general y contiene como caso particular la respuesta de líquido laminar.

5.- Se obtiene una expresión de la pendiente semilogarítmica en presencia de efectos inerciales, y se establece que ésta es función del tiempo, y que a tiempos suficientemente grandes, su valor tiende a la respuesta laminar, por lo que esta expresión de la pendiente contiene como caso particular la respuesta laminar.

6.- De la expresión analítica de la pendiente semilogarítmica, se establece una gráfica cartesiana de diagnóstico, la que consiste en graficar la derivada de presión contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo. La pendiente de la línea recta que se genera en esta gráfica es diferente de la respuesta laminar (pendiente = 0), aumentando en la medida que los efectos no laminares son de mayor intensidad.

7.- De la ordenada al origen de la recta ajustada en la gráfica cartesiana de la derivada de la caída de presión Δp , contra el inverso de la raíz cuadrada del tiempo, es posible determinar la capacidad de flujo (kh), o permeabilidad del yacimiento en forma más exacta que con el análisis semilogarítmico tradicional, ya que la existencia de líneas rectas semologarítmicas en presencia de efectos inerciales es solo aparente, en realidad no son verdaderas rectas (conclusión 5).

8.- Se establece en términos de variables reales una expresión para estimar el valor del daño total N_{RE} , el cual involucra daño mecánico más daño por efectos no-laminares.

9.- Al considerar que el principio de superposición es aproximadamente válido en flujo de

líquido no-laminar, se establece que la metodología de análisis desarrollada para decrementos con gasto de producción constante, es aplicable al análisis de datos de incremento de presión en presencia de flujo no-laminar.

10.- La metodología de análisis desarrollada para decremento de presión es aplicable a yacimientos de gas y naturalmente fracturados. Para el caso de yacimientos de gas el análisis se realiza en términos de pseudopresión o potencial del gas.

11.- En yacimientos naturalmente fracturados la presencia de efectos no laminares inhibe el desarrollo de la primera línea recta semilogarítmica, (respuesta del sistema de fracturas) típica de estos yacimientos cuando existe flujo laminar en el yacimiento. También el período de transición se ve afectado. El análisis de la segunda recta semilogarítmica es similar al mencionado (conclusión 5-8).

B.- Flujo Multifásico

1.- Para el caso de flujo estacionario, una solución analítica en términos de pseudopresión fue definida al suponer condiciones de flujo multifásico no-laminar en el yacimiento. Esta solución definió la exactitud del simulador numérico y de los resultados generados para flujo multifásico no-laminar.

2.- La combinación de flujo multifásico y efectos no-laminares presentes en el yacimiento durante el decremento de presión, inhiben el desarrollo de líneas rectas semilogarítmicas en el período de flujo transitorio. Aún expresando la respuesta en términos de pseudopresión, se observa la ausencia de rectas bien definidas.

3.- La definición de pseudopresión de pozo para flujo laminar, no es apropiada para el problema de flujo multifásico no-laminar. Es decir con el uso de esta función no se generan rectas semilogarítmicas para el decremento durante el período transitorio.

- 4.- Con base en el resultado anterior, se desarrollo una expresión de pseudopresión definida a lo largo del yacimiento para el análisis de datos de decremento, la cual contempla efectos no-laminares. Esta función de pseudopresión correlaciona aproximadamente con la solución de líquido laminar durante el periodo semilogarítmico, cuando los efectos de alta velocidad cercanos al pozo no son considerables ($N_{RE} \approx 1$). Durante el período dominado por frontera, esta función de pseudopresión genera una constante relacionada con el radio de drene adimensional y con propiedades de la zona de daño.
- 5.- Para datos de incremento de presión con flujo multifásico no-laminar donde los efectos no-laminares disminuyen se desarrollan aparentes líneas rectas semilogarítmicas, donde su pendiente es función del tiempo de producción, tanto en términos de presión como de pseudopresión.
- 6.- El cálculo del daño total, N_{RE} , es posible obtenerlo en forma aproximada por la ecuación (4.11), desarrollada para líquido no-laminar. Los parámetros involucrados en la ecuación (4.11), son calculados a condiciones de presión y saturación de cierre.
- 7.- De una gráfica cartesiana de la derivada de presión contra inverso de la raíz cuadrada del tiempo de cierre, es posible obtener en forma aproximada la permeabilidad del yacimiento de de la ordenada al origen de la recta ajustada en esta gráfica. En esta gráfica es posible determinar la presencia de flujo no-laminar en el yacimiento a través de la pendiente de la recta ajustada, ya que a medida que la pendiente auenta, los efectos no-laminares son de mayor intensidad.
- 8.- Combinando los resultados del punto 6 y 7, definidos para el análisis de flujo de líquido no-laminar, y la ecuación de Geertsma para el cálculo del coeficiente inercial (β), se establece un procedimiento práctico que determina las condiciones de daño en las cercanías del pozo.

NOMENCLATURA

B_o = factor de volumen del aceite, B_{cy}/B_{ce} [m^3/m^3]

c = parámetro para flujo monofásico, Ec. (3.6)

c_t = compresibilidad total del sistema, $lb/(pg^2)^{-1}$ [kPa^{-1}]

h = espesor de la formación, p [m]

k = permeabilidad absoluta, md

k_{ro} = permeabilidad relativa al aceite, fracción

l = distancia, p [m]

m_{wD} = pseudopresión con RGA al momento de cierre

m_D = pseudopresión de yacimiento

N_{RE} = Número de Reynolds, adimensional

p = presión, lb/pg^2 [kPa]

p_i = presión inicial, lb/pg^2 [kPa]

p_{wf} = presión de fondo fluyendo, lb/pg^2 [kPa]

$p_{wf,s}$ = presión de fondo cerrado, lb/pg^2 [kPa]

$p_{wD,s}$ = presión de fondo cerrado, adimensional

q_o = gasto de aceite, B_{ce}/D [m^3/d]

q_g = gasto de gas, Mpc/D [m^3/d]

r_e = radio de drene, p [m]

r_s = radio de la zona de permeabilidad alterada, p [m]

r_w = radio del pozo, p [m]

s = factor de daño mecánico, adimensional

s_t = factor de daño total

S_o = saturación de aceite, fracción

T = temperatura de formación
 t = tiempo , horas o días
 t_D = tiempo adimensional
 Δt_D = tiempo de cierre adimensional
 v = velocidad
 β = coeficiente inercial, $[1/p]$
 ϕ = porosidad, fracción
 μ_o = viscosidad del aceite, cp [mPa s]
 ρ = densidad, lb_m/p^3 [gr_m/cm^3]

Subíndices

D = adimensional
 i = condiciones iniciales
 l = condición laminar
 nl = condición no-laminar
 o = propiedad del aceite

REFERENCIAS

- 1.- Al-Hussainy, R., Ramey, H. J. Jr., and Crawford, P. B.: "The Flow of Real Gases Through Porous Media", JPT, (May, 1966), 624-636.
- 2.- Wattenbarger, R. A., Ramey, H. Jr.: "Gas Well Testing With Turbulence, Damage and Wellbore Storage", JPT, (Oct, 1967), 99-109.
- 3.- Fligelman, H., Cinco-L., H., Ramey, H. J., Jr. and Braester, C.: "Pressure-Drawdown Test Analysis of a Gas Well-Application of New Correlations", SPEFE, (Sept. 1989), 406-12.
- 4.- Firoozabadi, A. and Katz, D. L.: "An Analysis of High-Velocity Gas Flow Through Porous Media", SPE 6827, 1976.
- 5.- Swift, G.W. and Kiel, O.G.: "The Prediction of Gas-Well Performance Including the Effect of Non-Darcy Flow", JPT, July 1962, 791-798.
- 6.- Oren, P.E., Lee, R.L., and Tek, M.R.: "The Effects of Wellbore Storage. Skin and Turbulence and Intensity on Early-Time Transient Flow of Real Gas Through Porous Media", SPEFE, (Sept. 1988) 547-54.
- 7.- Ramey, H.J. Jr.: "Non Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Drawdown of Gas Wells", JPT, (Feb. 1965) 223-233, Trans. AIME, 234
- 8.- Tek, M.R., Coatz, K.H., and Katz, D.L.: "The Effect of Turbulence on Flow of Natural Gas Through Porous Reservoirs", JPT, (July 1962) 799-896.
- 9.- Villalobos-L. H., Rodríguez, F., and Samaniego-V., F.: "An Investigation of the Influence of High-Velocity on the Transient Pressure Behavior of Liquid-Dominated Wells", Proceedings 14th Workshop on Geothermal Reservoirs Engineering, Stanford U., January 14-26, 1989.
- 10.- Villalobos-L. H., Rodríguez, F., and Samaniego-V., F.: "Pressure Transient Behavior of Naturally Fractured Reservoir Considering the Effect of High-Velocity Flow", Paper SPE 19789, Presented at the SPE AIME 64th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, San Antonio, Tx. Oct., 8-11, 1989.
- 11.- Kadi, K. S.: "Non-Darcy Flow in Dissolved Gas-Drive Reservoirs", Paper SPE 9301, Presented at the SPE AIME 55th Annual Fall Meeting, Dallas Tx., Sept., 21-24, 1980.

- 12.- Oliver, D.S.: "The Averaging Process in Permeability Estimation From Well-Test Data," SPEFE (September 1990), 319-324.
- 13.- Raghavan, R.: "Well Test Analysis for Multiphase Flow", SPE 14098, Presented at the International Meeting on Petroleum Engineering, March 17-20, 1986, Beijing, China.
- 14.- Bøe, A., Skjaveland, S.M., and Whitson, C.H.: "Two-Phase Pressure Test Analysis", SPEFE, (Dec. 1989).
- 15.- Camacho-V., R. G.: Well Performance Under Solution Gas Drive, Ph. D. Dissertation, University of Tulsa, 1987.
- 16.- Jones, R., and Raghavan, R.: " Interpretation of Flowing Well Responses in Gas Condensate Wells ", SPEFE, (Sept. 1988).
- 17.- Aanonsen, S.I.: Nonlinear Effects During Transient Fluid Flow in Reservoirs as Encountered in Well-Test Analysis, Dissertation - Dr. Scient., University of Bergen, Norway, 1985.
- 18.- Camacho-V., R. G.: " Constant Pressure Production in Solution Gas-Drive Reservoirs: Transient Flow, " SPEFE (June 1991) .
- 19.- Camacho-V., R., and Raghavan, R.: " Some Theoretical Results Useful in Analyzing the Well Performance Under Solution Gas Drive ", SPEFE, (June, 1991), 190-198.
- 20.- Camacho-V., R., and Raghavan, R.: "Performance of Wells in Solution Gas Drive Reservoirs ", SPEFE, (Dec. 1989).
- 21.- Camacho-V., R., and Raghavan, R.: "Boundary Dominated Flow in Solution Gas Drive Reservoirs ", SPEFE, (Nov. 1989).
- 22.- Serra, K., Peres, A., and Reynolds, A.C.: " Well Test Analysis for Solution-Gas-Drive Reservoirs: Part I; Determination of Relative and Absolute Permeabilities," Paper SPE 17020 submitted to SPE of AIME.
- 23.- Camacho-V., R., and Raghavan, R.: " Well Test Analysis in Solution Gas Drive Systems for Naturally Fractured Reservoirs ", Paper SPE 20564, Presented at the 65th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans (Sept. 23-26) 1990.
- 24.- Camacho V., R. G., Padilla, S., R. y Vásquez, C. M. A.: "Proyecto CB05069.- Caracterización de Yacimientos con Flujo Multifásico No-Darciano a Través de Análisis de Presiones (Primero y Segundo Reporte) División de Evaluación de Formaciones, Subdirección de Tecnología de Explotación, IMP, 1990.

- 25.- Camacho V., R. G., Roldán C., J. L. y Vásquez C., M. A.:" Proyecto CB0-5069.- Caracterización de Yacimientos con Flujo Multifásico No-Darciano a Través de Análisis de Presiones (Tercer Reporte), División de Evaluación de Formaciones, Subdirección de Tecnología de Explotación, IMP, 1990.
- 26.- Camacho-V.,R.G., Vásquez-C.,M.A., and Padilla-S.,R.: " New Results on Decline Curves Considering non-Darcy Flow Effects," Paper SPE 24058, to be presented at the 1992 SPE Western Regional Meeting, Bakersfield, California, March 30 - April 1, 1992.
- 27.- Huan, G.R.:"A Flash Black Oil Model," Paper SPE 13521 presented at the SPE 1985 Middle East Oil Technical Conference and Exhibition held in Bahrain, March 11-14.
- 28.- Hawkins, M.F. Jr.:" A Note on the Skin Effect," Trans., AIME (1956). 207, 356-57.
- 29.- Forchheimer, P. H.: "Wasserbewegung Durch Boden", Zeitz ver deutsch ing., 45 (1901), 1782.
- 30.- Geertsma, J.:" Estimating the Coefficient of Inertial Resistance in Fluid Flow Through Porous Media, " SPEJ., (Oct., 1974).
- 31.- Warren, J.E.and Root, P.J.:"Behavior of Naturally Fractured Reservoir ," Soc. Pet. Eng. J. (Sept. 1963) 245-255.
- 32.- Fetkovich, M.J.:" The Isochronal Testing of Oil Wells, " Paper SPE 4529, Presented at the SPE-AIME 48th Annual Fall Meeting, Las Vegas, Nev., Sep. 30 - Oct. 3 (1973)
- 33.- Raghavan, R.:" Well Test Analysis: Wells Producing by Solution Gas Drive," Soc.Pet.Eng.J. (Aug. 1976) 196-208, Trans. AIME 261.
- 34.- Dake,L.P.:"Fundamentals of Reservoir Engineering," Elsevier Science Publishers, New York City (1985).
- 35.- Abramowitz, M. and Stegun,I.A.:"Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables," U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55.
- 36.- Aziz, K. and Settari, A.:"Petroleum Reservoir Simulation", Applied Science Publisher LTD, 1979. London England.
- 37.- Şen, Z.: " Analytical Solution Incorporating Nonlinear Radial Flow in Confined Aquifers ", Water Resources Research, Vol. 24, No 4, pages 601-606, April 1988.

- 38.- Yildiz, T.: "Analytical Treatment of Transient Non-Darcy Flow," Paper SPE 22678 presented at the 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Dallas, Texas, October 6-9, 1991.
- 39.- Camacho-V.,R.G. and Vásquez-C,M.A.: "Comment on Analytical Solution Incorporating Nonlinear Radial Flow in Confined Aquifers by Z. Şen (Paper 6W4755)," Paper submitted to Water Resources Research for publication.
- 40.- Wei-Chun, T.M Little, and J.C Robinson, Marathon Oil Co. "Transient Test Analysis: Solution Gas-Drive Reservoir Examples," Paper SPE 24721 presented at the SPE 1992, Washington, DC, October 4-7.

APENDICE A

Deducción de la ecuación de flujo (2.4), para líquido no laminar en términos de variables adimensionales.

Considerando un fluido ligeramente compresible en el medio poroso y la ecuación de Forchheimer como ecuación de movimiento, la ecuación de continuidad se expresa de la manera siguiente.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \frac{k}{\mu (1 + cv)} \right) = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A-1})$$

donde:

$$c = \frac{9.115 \times 10^{-13} k}{887.2} \frac{\beta \rho}{\mu}$$

Si se define una expresión de pseudopresión para líquido no-laminar como:

$$m(p) = \frac{k}{\mu} \int_{p_i}^p \left[\frac{\partial p / \partial r}{1 + cv} \right] dr = \frac{k}{\mu} \int_{\infty}^r \left[\frac{\partial p / \partial r}{1 + cv} \right] dr \quad (\text{A-2})$$

Al derivar la ecuación (A-2) con respecto a "r"

$$\frac{\partial m(p)}{\partial r} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p / \partial r}{(1 + cv)} \quad (\text{A-3})$$

Sustituyendo (A-3) en (A-1)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A-4})$$

Derivando la ecuación (A-2) con respecto al tiempo y aplicando la regla de Leibnitz y despejando $\partial p / \partial t$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left[\frac{\mu}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} - \int_{\infty}^r \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial p / \partial r}{1 + cv} \right]_t \partial r \right] (1 + cv) \quad (\text{A-5})$$

De la ecuación de Forchheimer la velocidad se expresa:

$$v = \frac{k \partial p / \partial r}{\mu (1 + cv)}$$

Tomando en cuenta la expresión de velocidad anterior en la ecuación (A-5), esta queda expresada como sigue.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left[\frac{\mu}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} - \frac{\mu}{k} \int_{\infty}^r \frac{\partial v}{\partial t} \partial r \right] (1 + cv) \quad (\text{A-6})$$

De los perfiles de velocidad figuras 3.4 a 3.6 se observa que para tiempos adimensionales iguales o mayores a 10^4 los perfiles se comportan de igual manera siendo

independientes del tiempo, por lo que, $\partial v/\partial t = 0$ y la ecuación (A-6) se simplifica de la manera siguiente.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu}{k}(1 + cv) \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (\text{A-7})$$

Sustituyendo la ecuación (A-7) en la ecuación (A-4) se obtiene.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\mu}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} (1 + cv) \phi c_i \quad (\text{A-8})$$

Partiendo de la definición de variables adimensionales la ecuación (A-2) se podrá expresar como:

$$m_D = \frac{kh}{141.2q\mu B_o} \int_r^{r_e} \left[\frac{\partial p/\partial r}{1 + cv} \right]_t dr \quad (\text{A-9})$$

y

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i r_w^2 (1 + cv)}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

Finalmente y considerando las definiciones de variables adimensionales anteriores, la ecuación (A-8) es expresada en términos adimensionales como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) \approx \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (\text{A-10})$$

La ecuación anterior tiene la misma forma de la ecuación diferencial para flujo de líquido laminar y corresponde a la ecuación (2.4) presentada en este trabajo.

Apendice B

JUSTIFICACION DEL COMPORTAMIENTO ESTACIONARIO DE LOS PERFILES DE VELOCIDAD

Considerando la ecuación de continuidad

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{B-1})$$

Diferenciando la ecuación (B-1) con respecto a r , la ecuación de Forchheimer con respecto al tiempo y sustituyendo esta ecuación en (B-1) se obtiene en términos adimensionales.

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial v}{\partial r_D} \right) = (1 + \alpha) \frac{\partial v}{\partial t_D} + \frac{v}{r_D^2} \quad (\text{B-2})$$

donde $r_D = r/r_w$ y

$$\alpha = \frac{2 \times 9.115 \times 10^{-13} \beta \rho k v}{887.2 \mu} \quad (\text{B-3})$$

Si $\alpha \ll 1$, la ecuación (B-2) se simplifica, y en el plano de Laplace tiene la forma siguiente:

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{v}}{dr_D^2} + r_D \frac{d\bar{v}}{dr_D} - (r_D^2 s + 1) \bar{v} = 0 \quad (\text{B-4})$$

con s como variable de Laplace. Esta ecuación (B-4) tiene la forma de la ecuación modificada de Bessel de primer orden, y su solución es la siguiente

$$\bar{v} = AI_1(r_D \sqrt{s}) + BK_1(r_D \sqrt{s}) \quad (\text{B-5})$$

En la ecuación anterior las constantes A y B son evaluadas considerando condiciones de frontera apropiadas, es decir, si $v \rightarrow 0$ y $r_D \rightarrow \infty$, se tiene que $A = 0$ y a través de la condición de frontera interna, es decir

$$v(r_D = 1) = \frac{q}{2\pi r_w h} \quad (\text{B-6})$$

podemos evaluar B , quedando finalmente

$$\bar{v}(r_D) = \frac{v(r_D = 1)}{sK_1(\sqrt{s})} K_1(r_D \sqrt{s}) \quad (\text{B-7})$$

Invirtiendo y usando la aproximación de K_1

$$v(t_D, r_D) \approx \frac{v(r_D = 1)}{r_D} \quad (\text{B-8})$$

lo cual justifica el comportamiento estacionario en los perfiles de velocidad.

APENDICE C

DERIVACION DEL FACTOR DE DAÑO TOTAL

A continuación se presenta la derivación del factor de daño total, ecuaciones (3.17) y (3.19).

Integrando la ecuación de Forchheimer²⁹ de r_w a r

$$\frac{dp}{dr} = 887.2 \frac{\mu}{k} v + 9.115 \times 10^{-13} \beta \rho |v|v \quad (\text{C-1})$$

se obtiene:

$$p - p_{wf} = \frac{\mu}{k} \int_{r_w}^r v dr + \beta \rho \int_{r_w}^r v^2 dr \quad (\text{C-2})$$

Considerando el Apéndice B, y visualizando al período de flujo transitorio como una sucesión de estados estacionarios, es decir:

$$q_{sc} \rho_{sc} = q \rho \quad (\text{C-3})$$

Esta última expresión ha sido dada por Dake³⁴, y como previamente se define en el Apéndice B, la expresión de velocidad es:

$$v = B_o \frac{q_{sc}}{2\pi r h} \quad (C-4)$$

Sustituyendo la ecuación (C-4) en (C-2), e integrando se tiene :

$$p - p_{wf} \approx \frac{q_{sc} B_o}{2\pi h} \left[\frac{\mu}{k} \ln \frac{r}{r_w} + \frac{q_{sc} B_o}{2\pi h} \beta \rho \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r} \right) \right] \quad (C-5)$$

Evaluando la ecuación (C-5) en $r = r_e$, se obtiene la siguiente expresión en términos de variables adimensionales.

$$p_{wD} \approx \ln r_{eD} + N_{RE} \quad (C-6)$$

La expresión anterior contiene en su primer término del lado derecho el comportamiento de presión durante el período de flujo estacionario cuando se considera flujo laminar en el medio poroso, más un segundo término N_{RE} que representa el daño total, es decir, daño por efectos inerciales más daño mecánico.

$$N_{RE} = \frac{9.115 \times 10^{-13} \beta \rho k q B_o}{887.2 \mu 2\pi h r_w} \quad (C-7)$$

Por lo que:

$$s_{tnl} = N_{RE} \quad (C-8)$$

La ecuación (C-7), es válida para $s = 0$. Cuando se considera una zona de daño el término inercial β en esta ecuación será igual a β_s , con la aclaración de que esta es una aproximación. Estrictamente, cuando existe un daño diferente de cero, la ecuación de Forchheimer se requiere integrar de r_w a r_s , y de r_s a r_e es decir.

$$p_e - p_{wf} = \mu \left[\int_{r_w}^{r_s} \frac{v}{k_s} dr + \int_{r_s}^{r_e} \frac{v}{k} dr \right] + \rho \left[\int_{r_w}^{r_s} \beta_s v^2 dr + \int_{r_s}^{r_e} \beta v^2 dr \right] \quad (C-9)$$

Además considerando la ecuación (C-4)

$$p_e - p_{wf} = \frac{q_{cs} B_o}{2\pi h} \left[\mu \left[\frac{1}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_w} + \frac{1}{k} \ln \frac{r_e}{r_s} \right] + \rho \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \right] \frac{q_{cs} B_o}{2\pi h} \quad (C-10)$$

o en términos adimensionales

$$p_{wD} = \frac{k}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_w} + \ln \frac{r_e}{r_s} + \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \quad (C-11)$$

La ecuación (C-11) muestra en los dos primeros términos del lado derecho el comportamiento de la presión en el período estacionario cuando se considera flujo laminar en el yacimiento, por lo que se concluye que el daño adicional debido a efectos no laminares es:

$$s_{nl} = \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \quad (C-12)$$

Además la ecuación (C-11), se puede presentar como:

$$p_{wD} = \ln \frac{r_e}{r_w} + s + \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \quad (C-13)$$

De la ecuación (C-13)

$$s_t = s + \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \quad (C-14)$$

Así, considerando C-7, C-8 y C-14, se tiene que:

$$s + \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o}{887.2 (\mu/k) 2\pi h} \left[\beta_s \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_s} \right) + \beta \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_e} \right) \right] \approx \frac{9.115 \times 10^{-13} \rho q_o B_o \beta_s}{887.2 (\mu/k) 2\pi h r_w} \quad (C-15)$$

Apéndice D

Desarrollo de la Solución Analítica para Flujo de Líquido No-Laminar, Período Transitorio

La expresión analítica propuesta por Oliver¹² para el comportamiento de presión con una distribución arbitraria de permeabilidad, es la siguiente:

$$p_{wD} = p_{D0} + \frac{1}{2} \int_1^{\infty} G(r, t_D) \int_{-\pi}^{+\pi} \left[1 - \frac{1}{k_D(r, \theta)} \right] d\theta dr \quad (D-1)$$

Donde

p_{D0} Es la respuesta de presión en el pozo para un yacimiento homogéneo

$G(r, t_D)$ Es una función de peso para la permeabilidad variable

$k_D(r, \theta)$ Es una función de la distribución arbitraria de la permeabilidad

$$k_D(r, \theta) = [1 - \epsilon f(r_D, \theta)]^{-1}, \quad (D-2)$$

con: $0 < f(r_D, \theta) < 1$, y ϵ pequeña

Si la variación de la permeabilidad a partir de un valor promedio es pequeña, entonces la solución para la presión en el pozo puede ser escrita como una serie infinita de términos que decrecen en magnitud, es decir:

$$p_D = p_{D0} - \epsilon p_{D1} - \epsilon^2 p_{D2} + O(\epsilon^3) \quad (D-3)$$

donde:

P_{D_0} Es la respuesta de presión cuando se considera una permeabilidad constante en el yacimiento y que a tiempos largos se puede representar por la aproximación logarítmica, es decir:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} (\ln t_D) + 0.4045 + \frac{\epsilon}{2\pi} \int_1^\infty G(\psi, t_D) \int_{-\pi}^{+\pi} f(\psi, \theta) d\theta d\psi \quad (D-4)$$

y

$$G(r_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^{t_D} \frac{r_D}{t^2} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t}\right) W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{r_D^2}{t}\right) dt, \quad (D-5)$$

Así, la pendiente de la línea recta semilogarítmica al considerar una distribución de permeabilidad en el yacimiento queda expresada por:

$$t_D \frac{dp_D}{dt_D} = \frac{1}{2} + \epsilon \int_1^\infty K(\psi, t_D) \int_{-\pi}^{+\pi} f(\psi, \theta) d\theta d\psi, \quad (D-6)$$

De la ecuación (D-6) se nota que para valores pequeños del producto $\epsilon f(r_D, \theta)$, la derivada de la presión es $\approx 1/2$ y para tiempos adimensionales > 100 la función de peso $K(r_D, t_D)$, en la ecuación (D-6), puede expresarse como:

$$\sqrt{t_D} K(r_D, t_D) = 0.5 \sqrt{\frac{\pi r_D^2}{t_D}} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t_D}\right) W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{r_D^2}{t_D}\right). \quad (D-7)$$

Donde: $W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(z)$ es la función de Whittaker.

Hasta aquí se han mostrado los resultados obtenidos por Oliver¹² para el comportamiento de presión en el pozo al considerar una distribución arbitraria de permeabilidad

en el yacimiento, visualizando este problema como un problema de perturbación de la solución de presión en el pozo al considerar una permeabilidad constante.

Al visualizar el flujo no-laminar como una perturbación del flujo laminar, los resultados anteriores presentados por Oliver¹², fueron base para el desarrollo de la expresión analítica de la pendiente semilogarítmica y de la presión cuando se toma en cuenta la presencia de flujo no-laminar en el yacimiento. El desarrollo se presenta a continuación.

La ecuación diferencial que representa el flujo de un fluido ligeramente compresible en presencia de flujo no-laminar considerando la ecuación de Forchheimer como ecuación de movimiento, es la siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p / \partial r}{1 + cv} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (\text{D-8})$$

donde

$$c = \frac{9.115 \times 10^{-13} \beta \rho}{887.2 (\mu/k)},$$

y

$$v = \frac{q_o}{2\pi r h},$$

El comportamiento de los perfiles de velocidad se presenta en las figuras 3.4-3.6 y de $v \cdot r$ vs r en las figuras 3.7 y 3.8. La expresión anterior también puede expresarse de la manera siguiente si se considera un radio adimensional,

$$v = \frac{q_o}{2\pi r_D h r_w} \quad (\text{D-9})$$

con

$$r_D = \frac{r}{r_w},$$

Tomando en cuenta la expresión anterior, la ecuación (D-8) puede expresarse en términos adimensionales como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{k}{\bar{k}} \frac{\partial p_D / \partial r_D}{1 + N_R / r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{D-10})$$

donde:

N_{RE} = Número de Reynolds definido por la ecuación (3.17). \bar{k} permeabilidad promedio del yacimiento, las variables p_D y t_D están definidas en términos de \bar{k} .

Si se define una función de distribución de permeabilidad en la dirección radial en términos adimensionales equivalente a la ecuación (D-2) presentada por Oliver y cuya expresión es la siguiente:

$$k_D(r_D) = \frac{k}{\bar{k}(1 + N_R/r_D)} = \left[\frac{\bar{k}(1 + N_R/r_D)}{k} \right]^{-1},$$

O bien

$$\left[\frac{\bar{k}(1 + N_R/r_D)}{k} \right]^{-1} = \frac{1}{1 - \epsilon f(r_D)} \quad (\text{D-11})$$

De la ecuación (D-11) se tiene:

$$\epsilon f(r_D) = 1 - \frac{\bar{k}}{k} (1 + N_R/r_D) \quad (\text{D-12})$$

Así, si se considera la dirección radial y se toma en cuenta la solución propuesta por Oliver para el comportamiento de presión en el pozo, ec. (D-4) se tiene para nuestro caso :

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \ln t_D + \epsilon \int_1^{\infty} G(\psi, t_D) f(\psi) d\psi \quad (D-13)$$

con

$$G(r_D, t_D) = \frac{\pi}{2} \int_0^{t_D} \frac{r_D}{t^2} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t}\right) W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{r_D^2}{t}\right) d\theta, \quad (D-14)$$

y la pendiente de la línea recta semilogarítmica queda expresada como :

$$t_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} = \frac{1}{2} - \epsilon \int_1^{\infty} K(\psi, t_D) f(\psi) d\psi \quad (D-15)$$

y

$$\sqrt{t_D} K(r_D, t_D) = 0.5 \sqrt{\frac{\pi r_D^2}{t_D}} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t_D}\right) W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{r_D^2}{t_D}\right).$$

Esta última ecuación es equivalente a la ecuación (D-7) propuesta por Oliver presentada anteriormente.

Ahora, si se supone que la permeabilidad promedio es la permeabilidad del yacimiento, es decir, $\bar{k} = k$, entonces:

$$\epsilon f(r_D) = -\frac{N_{RE}}{r_D} \quad (D-16)$$

La ecuación (D-7) quedará como:

$$-\epsilon K(r_D, t_D) f(r_D) = \frac{N_{RE} \sqrt{\pi}}{r_D t_D} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t_D}\right) W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{r_D^2}{t_D}\right). \quad (D-17)$$

Del comportamiento de la función de Wittaker¹² presentada en la figura C-1 de la referencia (12), se tiene que :

$$\lim_{z \rightarrow 0} W_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(z) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi}},$$

Por lo que para $r_D = 1$ y considerando que $z < 10^{-2}$, lo que implica que $t_D > 100$, la ecuación (D-17) queda representada como:

$$\epsilon K(r_D, t_D) f(r_D) = \frac{N_{RE}}{2t_D} \exp\left(-\frac{r_D^2}{2t_D}\right). \quad (D-18)$$

Sustituyendo la ecuación (D-18) en (D-15)

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln t_D} = 0.5 + \frac{N_{RE}}{2t_D} \int_1^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{z}} \exp\left(-\frac{z}{2t_D}\right) dz \quad (D-19)$$

donde: $z=r_D^2$ y $dz = 2r_D dr_D$

La ecuación (D-19) puede reorganizarse de la siguiente manera, al considerar diferentes límites de integración.

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln t_D} = 0.5 + \frac{N_{RE}}{2t_D} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{z}} \exp\left(-\frac{z}{2t_D}\right) dz - \int_0^1 \exp\left(-\frac{r_D}{2t_D}\right) dr_D \right\} \quad (D-20)$$

Integrando el segundo y tercer término de la ecuación anterior

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln t_D} = 0.5 + \frac{N_{RE}}{2t_D} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \sqrt{2t_D} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{2t_D} \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2t_D}}\right) \right\} \quad (D-21)$$

donde: Φ integral de Fresnel³⁵, la que se puede aproximar para valores pequeños del argumento $x < 0.1$ por:

$$\Phi(x) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}}x,$$

Por lo que la derivada de la presión con respecto al logaritmo del tiempo resulta ser:

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln t_D} \approx \frac{1}{2} + \frac{N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{2\sqrt{t_D}} \quad (D-22)$$

Si a la ecuación (D-22) se le ajusta una constante por mínimos cuadrados, entonces la pendiente de la aparente línea recta semilogarítmica puede expresarse de la forma siguiente:

$$m \approx \frac{1}{2} + \frac{N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{t_{D,max}} + \sqrt{t_{D,min}}} \quad (D-23)$$

donde:

t_{Dmin} Es el tiempo mínimo o inicial de ajuste de la aparente línea recta en la gráfica de p_{wD} vs $\log t_D$.

t_{Dmax} Es el tiempo máximo o final de ajuste de la aparente línea recta en la gráfica de p_{wD} vs $\log t_D$.

Al considerar las ecuaciones (D-23) y (2-17), la expresión que representa el comportamiento de presión durante el período de flujo semilogarítmico queda expresada como:

$$p_{wD} \approx N_{RE} + \left[1.151 + \frac{2.303N_{RE}\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{t_{D,max}} + \sqrt{t_{D,min}}} \right] \log t_D \quad (D-24)$$

APENDICE E

DERIVACION DE LA SOLUCION ANALITICA PARA FLUJO NO-LAMINAR ESTACIONARIO

A continuación se presenta la derivación de la solución analítica para flujo multifásico no-laminar, ecuación (5.3).

La ecuación de difusión para el componente de aceite esta dada por:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{v_o}{B_o} \right] + \frac{1}{r} \left[\frac{v_o}{B_o} \right] = 0 \quad (\text{E-1})$$

La ecuación de Forchheimer dada por:

$$\frac{dp}{dr} = 887.2 \frac{\mu_o}{k k_{r_o}} v_o + 9.115 \times 10^{-13} \beta_o \rho_o |v_o| v_o \quad (\text{E-2})$$

Como condición interna tenemos:

$$[r v_o / B_o]_{r=r_w} = q_o / 2\pi h \quad (\text{E-3})$$

Integrando la ecuación E-1 se tiene:

$$v_o r / B_o = c \quad (\text{E-4})$$

Al considerar las ecuaciones E-3 y E-4

$$c = \frac{q_o}{2\pi h} \rightarrow \frac{v_o}{B_o} = \frac{q_o}{2\pi r h} \quad (\text{E-5})$$

Sustituyendo la ecuación E-5 en E-2:

$$\frac{dp}{dr} = 887.2 \frac{\mu_o}{k k_{ro}} \frac{q_o}{2\pi r h} + 9.115 \times 10^{-13} \beta_o \rho_o \frac{q_o^2 B_o^2}{4\pi^2 h^2 r^2} \quad (\text{E-6})$$

Integrando la ecuación E-6 con respecto a r , se obtiene la solución para flujo multifásico no-laminar en el período estacionario.

$$m_{Dss}(r) = \frac{kh}{141.2q_o} \int_p^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp - 1.635 \times 10^{-16} \frac{q_o k}{h} \int_p^{p_e} \frac{\beta_o \rho_{osc} k_{ro}}{\mu_o r^2} \frac{dr}{dp} dp = \ln \frac{r_e}{r} \quad (\text{E-7})$$