



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA



01162

12
24

MODELACIÓN INVERSA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA RECARGA EN ACUÍFEROS

TESIS

QUE PRESENTA

ÁNGEL ALFONSO VILLALOBOS DE ALBA

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA HIDRÁULICA

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Campus Morelos

Octubre de 1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Con todo cariño a mis padres y hermanos

Arturo Villalobos Lozano¹

Ma. del Carmen de Alba Peña

**Arturo
Ma. del Carmen
Ma. Dolores
Carolina
Rosa María
Francisco Alberto
Ma. de San Juan**

Agradecimientos

Al **Dr. Jaime Collado** por su paciencia y valiosos comentarios.

A los doctores:

Fco. Javier Aparicio

Poliopro Martínez

Carlos Fuentes y

Nahun Hamed García, por sus sugerencias y comentarios.

Al **INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA**, por su apoyo.

A la **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO** por mi formación académica.

Reconocimiento

Al Ing. **Ana I. Wagner** por sus recomendaciones y comentarios durante el desarrollo de este trabajo.

A los Ingenieros: **Juan Alvarez y Pedro Cruz** de la Comisión Nacional del Agua, Gerencia Estatal en Querétaro por proporcionar la información necesaria para este trabajo.

RESUMEN

En muchas regiones de México y del mundo, el agua subterránea es a veces la única fuente aprovechable de agua dulce para usos múltiples; sin embargo, la explotación irracional de esos recursos, que se manifiesta en el ritmo acelerado de abatimiento de los niveles piezométricos, plantea la necesidad de crear políticas de explotación que permitan restablecer el equilibrio hidrológico en los sistemas de aguas subterráneas. Para definir dichas políticas es necesario cuantificar de una manera adecuada la disponibilidad del recurso por asignar. El objetivo de este trabajo es definir una metodología que permita calibrar los flujos netos y estimar la recarga anual, o para cualquier período de interés, en un acuífero, como una función de las variaciones históricas de los niveles piezométricos y de los volúmenes de extracción.

Considerando los acuíferos como sistemas físicos cuyo funcionamiento es regulado por la recarga y las extracciones, y dada la complejidad del proceso de la recarga, no es posible hacer mediciones directas de los volúmenes de agua que anualmente recargan la zona saturada de las formaciones acuíferas; por tal motivo, es necesario estimar dichos volúmenes con mediciones indirectas. En este trabajo se propone una metodología que permite la calibración automática de los flujos netos de un acuífero, y como consecuencia la estimación de la recarga. Para lograrla se utiliza una técnica conocida como *modelación inversa*, que consiste en encontrar, con la ayuda de un modelo de simulación de flujo subterráneo y de mediciones de los niveles piezométricos, el flujo neto (considerado como un parámetro) de la ecuación diferencial que gobierna el flujo en el acuífero. Se plantea un proceso iterativo mediante el cual se encuentran los valores de la recarga que permiten reproducir, con una tolerancia preestablecida, los niveles medidos en el tiempo $t+\Delta t$. En dicho proceso se logró agilizar la convergencia mediante la relación lineal que existe entre los flujos netos y los errores lineales asociados en el nivel piezométrico, la cual se obtuvo calculando pares ordenados de flujos netos supuestos y errores con respecto a los niveles medidos.

Como resultado se tiene una metodología de uso sencillo, rápido y confiable, que permite calibrar flujos netos y estimar la recarga de cualquier acuífero. Esta metodología tiene la ventaja, sobre los métodos de calibración por zonas que se usan habitualmente, de ser un proceso en el cual siempre se logra obtener el valor de los flujos netos que reproducen los niveles piezométricos medidos con una aproximación predefinida, y adicionalmente de ser una técnica que permite estudiar las variaciones espaciales y temporales de la recarga. Las técnicas de modelación por zonas no permiten hacer el estudio de dichas variaciones y en ocasiones no permiten reproducir las condiciones que se presentaron. Por tanto, no se logra una calibración completamente satisfactoria, lo cual introduce

grandes errores en las predicciones repercutiendo directamente en la toma de decisiones para la operación del acuífero.

La metodología se aplicó al acuífero San Juan del Río, para esta zona se tienen registros de niveles piezométricos y volúmenes de extracción de dieciséis años (1970 - 1985), los cuales se utilizaron en la estimación de la recarga anual del acuífero. La principal aportación de este trabajo, es proporcionar un método confiable para la estimación de la recarga, con lo cual se está dando el primer paso hacia el manejo eficiente de los recursos hidráulicos subterráneos. Para evaluar diferentes opciones de manejo y control del agua subterránea se requieren predicciones de los niveles del agua subterránea y para que sean realistas a largo plazo, es necesario una buena estimación de la recarga (Chiew y McMahon, 1990). Adicionalmente, esta técnica utiliza datos que pueden ser fácilmente obtenidos o estimados, lo que la constituye como una metodología que de una manera relativamente rápida y sencilla se puede implementar para cualquier acuífero. Otro aspecto importante es el hecho de que con esta metodología se pueden estudiar las variaciones espaciales y temporales de la recarga, lo cual no se puede realizar con los métodos tradicionales aplicados en México, ya que en éstos se utiliza un balance volumétrico.

ÍNDICE

Nomenclatura	vi
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 <i>Importancia del agua subterránea</i>	2
1.2 <i>Concepción del problema</i>	4
2 CONCEPTOS BÁSICOS	5
2.1 <i>Acuíferos o embalses subterráneos</i>	5
2.2 <i>Formaciones geológicas como acuíferos</i>	6
2.3 <i>Parámetros hidráulicos fundamentales</i>	7
2.3.1 Porosidad	7
2.3.2 Porosidad eficaz y retención específica	7
2.3.3 Conductividad hidráulica	8
2.3.4 Transmisividad	10
2.3.5 Coeficiente de almacenamiento	11
2.4 <i>Tipos de acuíferos</i>	11
2.5 <i>Búsqueda bibliográfica</i>	13
3 METODOLOGÍA	21
3.1 <i>Metodología tradicional</i>	22
3.1.1 Información necesaria para un modelo	22
3.1.2 Recopilación de los datos	23
3.1.3 Ajuste y utilización de un modelo matemático	24
3.2 <i>Metodología propuesta</i>	25
3.2.1 Información necesaria para un modelo	25
3.2.2 Recopilación de los datos	25
3.2.3 Ajuste automático de un modelo matemático	26
3.2.3.1 Dcretización del modelo	26
3.2.3.2 Relacionar extracciones y mediciones con los nudos de la malla	26
3.2.3.3 Generación de superficies piezométricas	27
3.2.3.4 Creación de archivos base para la simulación	27
3.3 <i>Modelación inversa por zonas</i>	28
3.4 <i>Modelación inversa nudo a nudo</i>	29

4 APLICACIÓN AL ACUÍFERO SAN JUAN DEL RÍO	31
4.1 <i>Justificación de la selección del acuífero</i>	31
4.2 <i>Descripción de la zona de San Juan del Río</i>	31
4.3 <i>Información necesaria para el modelo</i>	33
4.3.1 Geometría del acuífero	33
4.3.2 Características físicas	33
4.3.3 Historia piezométrica	35
4.3.4 Acciones sobre el acuífero	36
4.4 <i>Discretización</i>	36
4.5 <i>Relacionar extracciones y mediciones con los nudos de la malla</i>	38
4.6 <i>Generación de superficies piezométricas</i>	42
4.7 <i>Creación de archivos base para la simulación</i>	45
4.8 <i>Estimación de la recarga</i>	46
4.8.1 Modelación inversa por zonas	46
4.8.2 Modelación inversa nudo a nudo	52
4.8.2.1 Ejemplos de evaluación de diferentes opciones de explotación	68
Conclusiones	75
Referencias	77
Bibliografía	79
Anexo A Modelo de simulación	82
A.1 <i>Modelo de simulación de flujo en acuíferos</i>	83
A.2 <i>Método iterativo implícito en dirección alternante</i>	90
A.3 <i>Cálculo de niveles piezométricos con los vectores G y B</i>	92
A.4 <i>Criterio de error</i>	98
Anexo B Estructura de los archivos para el modelo de simulación	99
Anexo C Volúmenes de bombeo para cada zona	103

ÍNDICE DE LÁMINAS

3.1	Procedimiento de cálculo para la modelación inversa	30
4.1	Localización de la zona de estudio	32
4.2	Valores y distribución de la transmisividad	34
4.3	Valores y distribución del coeficiente de almacenamiento	34
4.4	Localización de los pozos dentro de la zona del modelo	37
4.5	Espaciamiento entre nudos para el modelo matemático	37
4.6	Localización de los pozos de medición considerados para el período 1970 - 1978	39
4.7	Localización de los pozos de medición considerados para el período 1978 - 1986	39
4.8	Volúmenes de bombeo durante 1970	40
4.9	Volúmenes de bombeo durante 1975	40
4.10	Volúmenes de bombeo durante 1980	41
4.11	Volúmenes de bombeo durante 1985	41
4.12	Configuración de niveles medidos en 1970	43
4.13	Configuración de niveles medidos en 1975	44
4.14	Configuración de niveles medidos en 1980	44
4.15	Configuración de niveles medidos en 1985	45
4.16	Error lineal medio por nudo y su aproximación lineal para la zona de recarga número uno	48
4.17	Comportamiento de los errores lineal y cuadrático en la zona de recarga número uno	48
4.18	Error lineal medio por nudo y su aproximación lineal para la zona de recarga número tres	49
4.19	Comportamiento de los errores lineal y cuadrático en la zona de recarga número tres	49
4.20	Zonas de recarga identificadas en la zona del modelo	51
4.21	Resultados de la modelación inversa por zonas para 1970	51
4.22	Errores en la modelación inversa por zonas para 1970	52
4.23	Flujos netos considerados como primera aproximación 1970	54
4.24	Flujos netos considerados como primera aproximación 1975	54
4.25	Flujos netos considerados como primera aproximación 1980	55
4.26	Flujos netos considerados como primera aproximación 1985	55
4.27	Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1970	56
4.28	Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1975	56
4.29	Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1980	57
4.30	Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1985	57

4.31	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1970	59
4.32	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1975	59
4.33	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1980	60
4.34	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1985	60
4.35	Errores modelación inversa nudo a nudo 1970	61
4.36	Errores modelación inversa nudo a nudo 1975	61
4.37	Errores modelación inversa nudo a nudo 1980	62
4.38	Errores modelación inversa nudo a nudo 1985	62
4.39	Recargas anuales estimadas, bombeo y nivel medio en el acuífero año a año	63
4.40	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo para una tolerancia de 10 cm 1980	65
4.41	Resultados de la modelación inversa nudo a nudo para una tolerancia de 20 cm 1980	65
4.42	Subdivisión de la zona de estudio con el fin de hacer un análisis localizado	67
4.43	Ejemplo 1, régimen de extracción variable	70
4.44	Ejemplo 2, régimen de extracción constante	70
4.45	Ejemplo 3, régimen de extracción constante con un incremento de un 10 por ciento	71
4.46	Ejemplo 4, régimen de extracción constante con una disminución de un 10 por ciento	71
4.47	Ejemplo 5, régimen de extracción constante con una disminución en la primera mitad de la malla de un 10 por ciento	72
4.48	Ejemplo 6, régimen de explotación constante con un incremento en la segunda mitad de la malla de un 10 por ciento	72
4.49	Ejemplo 7, régimen constante con una disminución del 10 por ciento en la zona 14	73
4.50	Ejemplo 8, régimen constante con un incremento de un 10 por ciento en la zona 14	73
A.1	Malla empleada en el planeamiento de las ecuaciones en diferencias	85
A.2	Volúmenes orientados que intervienen en el planeamiento en diferencias finitas	89
A.3	Volumen orientado para los términos Q_5 , Q_6 y Q_n	89
A.4	Ejemplo de renglón con cuatro nudos	93

ÍNDICE DE TABLAS

4.1 Comparación entre los resultados de utilizar diferentes tolerancias

66

Nomenclatura

- A Área de la sección de flujo
- AA_r Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por renglones en el modelo de simulación
- AA_c Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por columnas en el modelo de simulación
- b Altura de la sección de flujo
- BB_r Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por renglones en el modelo de simulación
- BB_c Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por columnas en el modelo de simulación
- C Concentración en el agua subterránea
- ^{14}C Carbono catorce
- CC_r Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por renglones en el modelo de simulación
- CC_c Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por columnas en el modelo de simulación
- D Deposición húmeda y seca de cloruro
- DD_r Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por renglones en el modelo de simulación
- DD_c Constante utilizada para la solución de la ecuación de flujo subterráneo por columnas en el modelo de simulación
- E_a Evapotranspiración actual
- G_r Recarga de aguas subterráneas
- g Gradiente hidráulico
- $h_{\phi,ij}$ Altura piezométrica calculada en el nudo i,j al final del intervalo de tiempo anterior
- Δh Diferencia de cargas entre la entrada y la salida en un flujo
- ^3H Hidrógeno tres
- ^2H Hidrógeno dos
- l Entrada lateral media durante el intervalo de tiempo Δt
- i_1^l Gradiente del agua subterránea en la frontera de entrada en el tiempo t_1
- i_2^l Gradiente del agua subterránea en la frontera de entrada en el tiempo t_2

i_1^1	Gradiente del agua subterránea en la frontera de salida en el tiempo t_1
i_1^2	Gradiente del agua subterránea en la frontera de salida en el tiempo t_2
i	Columna
j	Renglón
K	Coefficiente de conductividad hidráulica
K_s	Coefficiente de conductividad hidráulica saturada
$K(\theta)$	Conductividad hidráulica en la zona no saturada
L_1	Ancho en la frontera de entrada
L_0	Ancho en la frontera de salida
L	Longitud de la sección
l	Recorrido que debe realizar el agua
λ	Constante característica del suelo
m	Constante característica del suelo
N	Constante característica del suelo
n	Porosidad del terreno
n_e	Porosidad efectiva
n_s	Capacidad de retención específica del suelo
n_t	Porosidad total
O	Salida lateral media durante el intervalo de tiempo Δt
^{18}O	Oxígeno dieciocho
P	Precipitación
Ψ	Potencial mátrico del suelo
ϕ	Contenido de agua en el suelo
Q_d	Descarga de agua subterránea durante Δt
q	Caudal a través de una área unitaria a cualquier profundidad
Q	Caudal que atraviesa una sección del acuífero
Q_1	Transferencia de agua entre el nudo $i-1, j$ y el nudo i, j
Q_2	Transferencia de agua entre el nudo i, j y el nudo $i+1, j$
Q_3	Transferencia de agua entre el nudo $i, j+1$ y el nudo i, j
Q_4	Transferencia de agua entre el nudo i, j y el nudo $i, j-1$
Q_5	Cantidad de agua incorporada o liberada del acuífero por unidad de área
Q_6	Caudal constante de bombeo
Q_n	Término que representa las acciones especiales como: recarga inducida, efectos de evapotranspiración, aportaciones de otros acuíferos inferiores o superiores, etcétera.
ΔQ	Diferencia entre los caudales extraídos y recargados por unidad de área (flujo neto)

R_o	Escorrentamiento
S	Coefficiente de almacenamiento del acuífero
ΔS	Cambio en el almacenamiento
t	Tiempo
T	Transmisividad del acuífero
T_i	Transmisividad media en la frontera de entrada
T_o	Transmisividad media en la frontera de salida
$T_{i,j,1}$	Transmisividad del acuífero en el volumen orientado comprendido entre los nudos i,j e $i,j+1$
$T_{i,j,2}$	Transmisividad del acuífero en el volumen orientado comprendido entre los nudos i,j e $i+1,j$
Δt	Intervalo de tiempo transcurrido desde el último cálculo de alturas piezométricas
Θ	Curva de retención de humedad
θ	Potencial total del agua
θ_r	Contenido de agua residual
θ_s	Contenido de agua saturado
θ_v	Contenido volumétrico de agua
v	Velocidad media del flujo
V_e	Volumen de agua contenido por un suelo o roca y liberado por efecto de la gravedad
V_r	Volumen de agua retenido
V_s	Volumen de la parte sólida del suelo
V_t	Volumen total del suelo
V_v	Volumen de vacíos del suelo
ΔV	Cambio en el volumen saturado del acuífero
ΔW	Cambio en el volumen de agua subterránea
x,y	Coordenadas rectangulares
X_o	Valor del flujo neto para el cual el error medio por nudo es igual a cero, se obtiene a partir de dos estimaciones consecutivas de flujo neto y error asociado a dicho flujo neto
X_1	Flujo neto considerado en la primera estimación
X_2	Flujo neto considerado en la segunda estimación
Δx	Espaciamiento entre nudos del modelo en la dirección x
Y_1	Error lineal medio por nudo asociado al flujo neto considerado en la primera estimación
Y_2	Error lineal medio por nudo asociado al flujo neto considerado en la segunda estimación
Δy	Espaciamiento entre nudos del modelo en la dirección y
z	Profundidad debajo de la superficie

1 INTRODUCCIÓN

El avance que en los últimos años se ha logrado en el desarrollo de computadoras, ha hecho posible que el uso de estos equipos en la evaluación de los recursos hidráulicos subterráneos haya tenido un rápido crecimiento. Las computadoras en la actualidad, son utilizadas para resolver los grandes sistemas de ecuaciones que resultan al estudiar las relaciones entre causas y efectos en acuíferos con una amplia gama de condiciones.

En muchas regiones de México y del mundo, el agua subterránea es a veces la única fuente aprovechable de agua dulce para usos múltiples; sin embargo, la explotación irracional de los recursos acuíferos que se manifiesta en el ritmo acelerado de abatimiento de los niveles piezométricos, plantea la necesidad de establecer políticas de explotación que permitan restablecer el equilibrio hidrológico en los sistemas de aguas subterráneas. Para definir dichas políticas es necesario cuantificar de una manera adecuada la disponibilidad del recurso por asignar o explotar.

El objetivo de este trabajo es definir una metodología que permita calibrar los flujos netos y estimar la recarga anual, o para cualquier período de interés, en un acuífero, como una función de las variaciones históricas de los niveles piezométricos y de los volúmenes de extracción. Para lograrlo se utiliza una técnica conocida como *modelación inversa*. Esta técnica consiste en encontrar un parámetro de la ecuación diferencial que gobierna el flujo en el acuífero, dejando fijos los demás parámetros. En el presente caso se utiliza un modelo matemático de simulación de flujo subterráneo en combinación con mediciones de las profundidades del nivel estático, y por medio de un proceso iterativo se encuentran los valores de la recarga que permiten reproducir los niveles medidos en el tiempo $t+\Delta t$.

El contenido del trabajo es el siguiente: en el capítulo uno se presentan algunos aspectos relacionados con la importancia del agua subterránea en el mundo, en el capítulo dos se definen los conceptos básicos, en el capítulo tres se describe la metodología propuesta, en el capítulo cuatro se muestra el procedimiento general para la utilización de esta metodología con un ejemplo de aplicación y en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones.

1.1 Importancia del agua subterránea

Más del 97 por ciento del agua potable de nuestro planeta (excluyendo la de las capas de hielo polar y los glaciares) se encuentra en el subsuelo (Gibson y Singer, 1976). Ésta es generalmente agua almacenada a través de mucho tiempo y que por efecto de las lluvias, en forma natural aumenta gradualmente su volumen. En cambio, el agua superficial se encuentra sujeta a mayores variaciones y en general es agua en tránsito. La parte de la precipitación que se infiltra en el suelo se llama agua subsuperficial, pero no toda se convierte en agua subterránea, ya que la capilaridad, evaporación, absorción y transpiración son, entre otros, fenómenos que contribuyen a que el agua que llega a los depósitos subterráneos o *agua de recarga*, sea a veces muy poca o escasa.

La importancia que se ha dado últimamente al estudio de los recursos subterráneos existentes en nuestro país reside en la necesidad cada vez mayor de satisfacer las demandas que el aumento de la población exige, tanto para la dotación de agua potable como para las demás actividades que desarrolla el hombre como son: la agricultura, la industria, la ganadería, etcétera. Ahora bien, los acuíferos se pueden considerar como recursos naturales renovables, siempre y cuando su explotación se haga en forma racional. Esto implica que se conjugue tanto el aspecto técnico como el teórico, a fin de hacer el mejor uso posible del agua existente en el subsuelo.

En México, durante las últimas tres décadas, la extracción de agua subterránea ha progresado a ritmo acelerado, hasta alcanzar la cifra de 30,000 millones de metros cúbicos por año ($\text{Mm}^3/\text{año}$), la cual se realiza mediante el aprovechamiento de 400 zonas hidrogeológicas. Es importante señalar que cerca de las dos terceras partes del volumen anterior se extraen en las regiones áridas del país, donde el subsuelo es la principal o única fuente de abastecimiento.

En las regiones semiáridas y tropicales, por sus características naturales como permanencia, amplia distribución espacial y bajo costo, el agua subterránea es preferentemente utilizada para abastecimiento público e industrial. La recarga natural de los acuíferos nacionales se estima en 40,000 $\text{Mm}^3/\text{año}$, como promedio anual a largo plazo, y tiene distribución geográfica similar a la de la precipitación, siendo la renovación muy pobre en la porción árida del país y en contraste muy abundante en las regiones lluviosas.

A la recarga natural se debe sumar la recarga inducida por las actividades humanas, especialmente en las zonas irrigadas con agua superficial, cuyo valor a escala nacional se estima en 15,000 Mm³/año, resultando de esta manera una recarga total de 55,000 Mm³/año en las condiciones actuales de renovación (Escolero, 1993). Las cifras mencionadas anteriormente dan la impresión de que existe una gran disponibilidad de agua subterránea; sin embargo, no se debe olvidar que su distribución no es uniforme en todo el país, teniéndose zonas de gran demanda con poca disponibilidad y viceversa, lo que ha llevado a fuertes problemas de sobreexplotación.

Del volumen total extraído, 19,000 Mm³/año (equivalente al 63%) se destinan al riego de dos millones de hectáreas que representan poco más de la tercera parte de la superficie total bajo riego; 5,600 Mm³/año (19%), se utilizan para satisfacer las necesidades de agua de unos 55 millones de habitantes, es decir el 68% de la población; 4,000 Mm³/año (13%), se utilizan para abastecer al 85% de la industria en el país y el 5% restante (1,500 Mm³/año), es aprovechado por la población rural para uso doméstico y de abrevadero (Escolero, 1993).

La demanda creciente de agua en zonas de baja disponibilidad ha dado lugar a numerosos casos de sobreexplotación, cuya gravedad aumenta día a día hasta amenazar el desarrollo económico de esas regiones. Se tiene una pérdida de almacenamiento de 10,000 Mm³/año nacionalmente de las reservas no renovables, definidas éstas como la cantidad de agua que se extrae por arriba del volumen renovable cada año, y que lógicamente procede del minado del almacenamiento subterráneo.

Dado que el agua subterránea se considera un recurso natural renovable, no debe pensarse que su renovación después de una explotación es inmediata, sino que es necesario esperar un cierto intervalo de tiempo para que las condiciones iniciales se restablezcan. De no ser así, se empiezan a explotar los acuíferos a costa de su almacenamiento, el cual, si no es manejado en forma adecuada, propicia la sobreexplotación, provocando efectos perjudiciales tales como: abatimiento de los niveles de agua subterránea, intrusión salina en acuíferos costeros, asentamiento del terreno, grietas, etcétera.

Nacionalmente, de los 400 acuíferos en producción, 80 tienen fuertes problemas de sobreexplotación, entre los cuales 17 padecen de intrusión salina y nueve presentan agotamiento, asentamientos del terreno o una combinación de ambos. Esta situación ha dado origen a un control estricto de la explotación de los acuíferos, apoyados tanto en técnicas hidrogeológicas y aspectos legales (Escolero, 1993). Para dicho control, es indispensable conocer la renovación y disponibilidad del agua subterránea, lo cual motivó el presente trabajo.

1.2 Concepción del problema

Mundialmente, una tercera parte de la superficie del suelo ha sido clasificada como árida o semi-árida y aproximadamente la mitad de los países son afectados de alguna manera por problemas de aridez (Simmers, 1990). En estas regiones los recursos suelo y agua son limitados, las fuentes de abastecimiento superficiales son normalmente inciertas, pobremente distribuidas y sujetas a grandes pérdidas debidas a la evaporación. La rápida expansión urbana, industrial y agrícola en estas áreas, ha provocado que el uso de las aguas subterráneas sea de fundamental importancia.

La estimación de la recarga es un requisito básico para el manejo eficiente de las aguas subterráneas (Simmers, 1990; Sophocleous, 1991). Es particularmente importante en regiones con grandes demandas, donde el agua subterránea es la base para el desarrollo económico. Sin embargo, es probablemente uno de los factores más difíciles de estimar en la evaluación de los recursos hidráulicos subterráneos, ya que dicha estimación está normalmente y casi inevitablemente sujeta a grandes errores. Simmers reportó que no existe una técnica para la estimación de la recarga que dé resultados confiables (Simmers, 1990).

La metodología que aquí se presenta, tiene como finalidad establecer un procedimiento para la estimación y calibración de la recarga anual, o para cualquier período de interés. Con este fin, se propone como punto de partida la hipótesis de que cualquiera que sea el origen de recarga o descarga en un acuífero, ya sea infiltración de la precipitación, retornos de riego, infiltración a lo largo de corrientes, evaporación, bombeos o descarga natural, estas acciones se ven reflejadas en los niveles piezométricos del acuífero y por lo tanto es posible estimar la recarga como una función de la evolución histórica de los niveles piezométricos y de las extracciones.

2 CONCEPTOS BÁSICOS

El Comité Coordinador del Decenio Hidrológico Internacional, iniciado en 1965 bajo el patrocinio de la UNESCO (Custodio, 1975), adoptó la definición de Hidrología como la ciencia que trata de las aguas terrestres, de sus maneras de aparecer, de su circulación y distribución en el globo, de sus propiedades físicas y químicas, sus interacciones con el medio físico y biológico y sus reacciones a la acción del hombre.

De la misma forma puede adoptarse para la Hidrología Subterránea la siguiente definición: Hidrología Subterránea es aquella parte de la Hidrología que corresponde al almacenamiento, circulación y distribución de las aguas terrestres en la zona saturada de las formaciones geológicas, teniendo en cuenta sus propiedades físicas y químicas, sus interacciones con el medio físico y biológico y sus reacciones a la acción del hombre.

2.1 Acuíferos o embalses subterráneos

En la Hidrología Subterránea, se denomina acuífero a aquel estrato o formación geológica que permitiendo la circulación del agua por sus poros o grietas, hace que el hombre pueda aprovecharla en cantidades económicamente apreciables para satisfacer sus necesidades.

La idea de un aprovechamiento económico del agua encerrada en un acuífero es relativa en sí misma, ya que puede ser tan importante la obtención de 100 l/s o más para una industria, como la obtención de 1 l/s para los habitantes de una pequeña comunidad situada en una zona especialmente árida. En realidad no existen formaciones geológicas que puedan considerarse como totalmente impermeables, puesto que aun pizarras arcillosas pueden poseer un nivel de alteración superficial que permita una pequeña circulación de aguas subterráneas, y por lo tanto constituyan un acuífero, quizá muy pobre, pero acuífero al fin y al cabo.

2.2 Formaciones geológicas como acuíferos

No todas las formaciones geológicas, o rocas en general, poseen la misma facilidad para transmitir y proporcionar agua en cantidades apreciables económicamente. Los acuíferos que se presentan con mayor frecuencia están formados por depósitos no consolidados de materiales sueltos, tales como arenas, gravas y mezclas de ambos, pudiendo ser de origen geológico muy distinto: fluvial, como los que forman los materiales aluviales de los ríos o las terrazas de los mismos; deltaico, si se trata de depósitos acumulados en la desembocadura de los ríos; depósitos sedimentarios ocasionados por la acumulación de partículas transportadas por la gravedad, viento, etc. Debido a sus buenas condiciones de recarga (buena porosidad, existencia de masas o corrientes de agua que las recargan), a su conductividad hidráulica y poca profundidad de su nivel piezométrico, suelen dar notables caudales de agua.

De entre las rocas sedimentarias consolidadas, que encierran el 95% de las aguas subterráneas, la más importante es la caliza, roca formada casi exclusivamente por carbonato de calcio, que varía enormemente en densidad, porosidad y conductividad hidráulica de acuerdo con el ambiente sedimentario existente en su formación y del desarrollo posterior de zonas permeables por disolución del carbonato, que pueden llegar a formar verdaderos ríos subterráneos.

En las rocas volcánicas es difícil establecer una clasificación respecto a si constituyen o no buenos acuíferos, puesto que depende de las características físicas y químicas de las propias rocas, de la erupción que las originó, del grado de alteración, edad, etc. Con grandes intersticios, pueden constituir excelentes acuíferos.

Finalmente en las rocas ígneas y metamórficas las únicas posibilidades de formar buenos acuíferos residen en la zona alterada superficial, o en las regiones muy fracturadas que permitan una apreciable circulación del agua, pero de todos modos, constituyen los peores acuíferos en cuanto a rendimiento en caudal.

2.3 Parámetros hidráulicos fundamentales

Considerando los acuíferos como sistemas físicos que poseen un cierto funcionamiento, regulado por la recarga, extracciones, etc, se comprende que deben poseer ciertas características fundamentales de las cuales depende su funcionamiento. Estas características o parámetros permiten definir y en algunos casos predecir, el funcionamiento o respuesta del acuífero frente a unas determinadas acciones exteriores. Estos parámetros son, concretamente, la porosidad, la conductividad hidráulica y el coeficiente de almacenamiento.

2.3.1 Porosidad

La porosidad de un material viene expresada por la relación entre el volumen de su parte vacía u ocupada por aire o agua y su volumen total. Si se considera un cierto volumen de una muestra de roca o suelo cualquiera la porosidad, n , es

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad (2.1)$$

donde:

- a) Volumen de la parte sólida (V_s)
- b) Volumen de huecos (V_v)
- c) Volumen total ($V_t = V_s + V_v$)

2.3.2 Porosidad efectiva y retención específica

El agua de retención está expresada por la capacidad de retención específica del terreno, n_s , definida por la relación

$$n_s = \frac{V_r}{V_t} 100 \quad (2.2)$$

siendo V_r el volumen del agua retenido por la roca inicialmente saturada una vez evacuada el agua gravífica.

El volumen de agua contenido en una roca, liberada por la acción de la gravedad y que se denomina V_e (volumen de agua libre) está determinado por la porosidad efectiva, n_e , es decir

$$n_e = \frac{V_e}{V_t} 100 \quad (2.3)$$

Por lo tanto, la capacidad de retención específica, es igual a la diferencia entre la porosidad total, n_t , y la porosidad efectiva, n_e , es decir

$$n_t = n_e + n_s \quad (2.4)$$

La porosidad efectiva no representa más que una proporción, a menudo pequeña, de la porosidad total. Esta observación es importante puesto que las reservas útiles de un acuífero están condicionadas por la porosidad efectiva.

2.3.3 Conductividad hidráulica

En 1856, Henry Darcy (Citado por Davis y De Wiest, 1971), estableció la ley que rige el movimiento del agua subterránea midiendo el caudal Q en función de la conductividad hidráulica de los materiales, y observó que éste equivalla a

$$Q = KA \frac{\Delta h}{l} \quad (2.5)$$

siendo K el coeficiente de conductividad hidráulica; A el área de la sección a través de la cual se produce el flujo del agua, Δh la diferencia de carga entre la entrada y la salida, y l el recorrido que debe realizar el agua.

Si se tiene en cuenta que

$$\frac{Q}{A} = v \quad (2.6)$$

siendo v la velocidad media, resulta

$$\frac{Q}{A} = v = K \frac{\Delta h}{l} \quad (2.7)$$

llamando el gradiente hidráulico $g \equiv \Delta h/l$, resulta

$$v = Kg \quad ; \quad K = \frac{v}{g} \quad (2.8)$$

Este parámetro K o coeficiente de conductividad hidráulica, tiene dimensiones de velocidad, ya que la ecuación dimensional es:

$$(K) = \frac{L^3/T}{(L/L)L^2} = L/T \quad (2.9)$$

y se define como el caudal que pasa por una sección unitaria del acuífero bajo un gradiente unitario a una temperatura fija.

Los factores que determinan la conductividad hidráulica pueden ser intrínsecos o extrínsecos. Los intrínsecos son los propios del acuífero y dependen del tamaño de los poros. Los factores extrínsecos son los que dependen del fluido y son fundamentalmente su viscosidad y su peso específico. La viscosidad de un fluido es la medida de la fuerza resistente, por unidad de área y por unidad de gradiente de velocidad transversal a la dirección del movimiento del fluido. Tanto la viscosidad como el peso específico dependen de la temperatura, por lo que en casos especiales ésta debe tenerse en cuenta, sobre todo por la notable influencia de la viscosidad en la conductividad hidráulica.

2.3.4 Transmisividad

El concepto de transmisividad, introducido por Theis en 1935 (Castany, 1971), se define como el caudal que se filtra a través de una franja vertical de terreno, de ancho unitario y de altura igual a la del manto permeable saturado bajo un gradiente unitario a una temperatura fija. Ahora bien si la sección A, igual a la del acuífero tiene una longitud L y una altura b, se tiene

$$A = bL \quad (2.10)$$

y la ley de Darcy expresada como $Q = KAg$ puede escribirse como

$$Q = KbLg \quad (2.11)$$

Al producto Kb se le llama transmisividad y se designa con la letra T, quedando la ley de Darcy en la forma

$$Q = TLg \quad (2.12)$$

Las dimensiones de T son las de una velocidad por una longitud, es decir

$$(T) = [L]^2 [T]^{-1} \quad (2.13)$$

2.3.5 Coeficiente de almacenamiento

Cuando el agua se bombea de un pozo, el agua procede del acuífero mediante uno de estos dos sistemas: drenaje o vaciado de los poros del mismo (acuíferos libres) o de los pequeños efectos elásticos del armazón físico del acuífero y de la propia elasticidad del agua, siendo ésta la única forma de obtener agua en un acuífero confinado.

En el primer caso el agua procede del vaciado físico del agua gravífica contenida en el acuífero. El volumen del agua obtenido coincidirá con la porosidad efectiva de la zona saturada.

En el segundo caso el mecanismo es diferente al de los acuíferos libres y más complejo, puesto que intervienen otro tipo de acciones. El agua extraída de los poros se dilata por descompresión proporcionando una cantidad de agua; por otra parte, la presión intersticial (del agua) en el terreno disminuye, lo cual trae como consecuencia la expulsión de un poco de agua, para hacer frente a la presión constante del terreno sobre el acuífero, con lo que éste disminuye un poco su espesor debido a los efectos elásticos del acuífero considerado en conjunto.

De esta forma el coeficiente de almacenamiento se define como el volumen de agua que puede ser liberado por un prisma vertical del acuífero de sección unitaria y altura igual al espesor saturado cuando se produce un descenso unitario del nivel piezométrico o de la carga hidráulica. El coeficiente de almacenamiento es representado por la letra *S* y es adimensional.

2.4 Tipos de acuíferos

De acuerdo con la presión hidrostática del agua encerrada en los mismos, los acuíferos son clasificados de la siguiente manera:

Se denominan acuíferos libres, no confinados o freáticos aquellos en los cuales existe una superficie libre del agua encerrada en ellos, que está en contacto directo con el aire y por tanto a presión atmosférica. Al perforar pozos que los atraviesan total o parcialmente la superficie obtenida con los niveles del agua de cada pozo forma una superficie freática.

En los acuíferos confinados, el agua está sometida a una cierta presión, superior a la atmosférica, y ocupa la totalidad de los poros o huecos de la formación geológica que lo contiene, saturándola totalmente. Una variedad de estos acuíferos la constituye los acuíferos semiconfinados, en los que el muro (parte inferior) o el techo (parte superior que los encierra no son totalmente impermeables, sino de un material que permite una filtración vertical del agua muy lenta, que alimenta al acuífero, a partir de un acuífero o masa de agua situada encima o debajo del mismo. Este paso vertical de agua es posible sólo cuando existe una diferencia de potencial entre ambos acuíferos, el que recarga y el recargado, y puede hacerse en uno u otro sentido, e incluso variar con el tiempo según sea la posición relativa de los niveles piezométricos de los mismos (Custodio, 1975).

2.5 Revisión bibliográfica

Se realizó una búsqueda bibliográfica en trece bases de datos internacionales con el fin de conocer las diferentes técnicas que actualmente se utilizan para la estimación de la recarga. Las bases de datos revisadas y los períodos correspondientes a cada una son:

BIOSIS PREVIEWS(R) 1969-1995/Mar W3
Ei Compendex*Plus(TM) 1970-1995/Apr W2
Oceanic Abst. 1964-1995/Feb
Aquatic Sci & Fisheries Abs 1979-1995/Jan
CAB ABSTRACTS 1972-1995/Jan
GeoArchive 1974-1995/Feb
GeoRef 1785-1995/Mar B2
FLUIDEX 1973-1995/Feb
Water Resour.Abs. 1968-1994/May
WATERNET(TM) 1971-1994/Dec
GEOBASE(TM) 1980-1995/Feb
CA Search(R) 1967-1995/UD=12208
PTS Newsletter DB(TM) 1987-1995/Mar 02

De esta búsqueda se obtuvieron 108 citas de documentos relacionados con la estimación de la recarga en acuíferos, entre ellos tesis doctorales, informes técnicos, memorias de congresos y artículos técnicos de diversas revistas internacionales. De la revisión de dichos trabajos se desprende que no existe una técnica entre todas las existentes que se pueda adoptar como la "solución" al problema de estimación de la recarga, ya que en general se presentan soluciones *ad hoc* para el sitio y datos disponibles, sin que exista un método que se pueda considerar general y el cual se pueda utilizar con certidumbre y confianza bajo diferentes condiciones.

La estimación de la recarga es probablemente la más difícil de todas las estimaciones involucradas en la evaluación de los recursos hidráulicos subterráneos. Dichas estimaciones están generalmente y casi inevitablemente sujetas a grandes errores. Simmers reportó que no existe una técnica entre todas las disponibles que no dé resultados sospechosos (Simmers, 1990). La estimación de la recarga puede basarse en una amplia variedad de modelos los cuales son diseñados para representar los procesos físicos. Los métodos que actualmente se utilizan para la estimación de la recarga son:

- 1) El método de balance de agua en el suelo
- 2) El método del plano de flujo cero
- 3) Modelo unidimensional de flujo del agua en el suelo
- 4) El método de fluctuación del volumen saturado
- 5) Modelo bidimensional de flujo (modelación inversa)
- 6) Técnicas isotópicas y de perfil de solutos

El método de fluctuación del volumen saturado y el modelo bidimensional de flujo se consideran métodos indirectos por utilizar los niveles de agua subterránea para estimar la recarga. Con el fin de establecer una comparación entre los diferentes métodos que actualmente son utilizados para la estimación de la recarga, enseguida se presenta una descripción general de cada uno de los métodos.

1) El método de balance de agua en el suelo

Este método es esencialmente un procedimiento en el cual se estima el balance entre las entradas y salidas de agua. En el cálculo del balance de agua en el suelo, el volumen de agua requerido para saturar el suelo es expresado como una lámina equivalente de agua y es llamado el déficit de agua en el suelo. El balance de agua en el suelo se representa por:

$$G_r = P - E_a + \Delta S - R_o \quad (2.14)$$

donde:

G_r = Recarga

P = Precipitación

E_a = Evapotranspiración actual

ΔS = Cambio en el almacenamiento de agua subterránea

R_o = Escurrimiento

Los requerimientos de datos del método del balance de agua en el suelo son grandes. Cuando se aplica este método para estimar la recarga para una área de captación, el cálculo debe ser repetido para las áreas con diferente precipitación, evapotranspiración, tipo de cultivo y de suelo. Van Tonder y Kirchner (1990) mencionan que Khan (1980) encontró que la estimación de la recarga puede diferir significativamente entre dos años que tienen precipitación anual similar.

2) El método del plano de flujo cero

Este método consiste en la localización de un plano de gradiente hidráulico cero en el perfil del suelo. La recarga para un intervalo de tiempo es obtenida mediante la suma de los cambios en el contenido de agua abajo de este plano. La posición del plano de flujo cero es determinada generalmente mediante la instalación de tensiómetros.

El flujo q , definido como el volumen de agua por unidad de tiempo que pasa a través de una área unitaria a cualquier profundidad, está dado por la ley de Darcy:

$$q = -K(\theta) \frac{d\phi}{dz} \quad (2.15)$$

donde:

$K(\theta)$ = Conductividad hidráulica en la zona no saturada

θ = Potencial total del agua = $z + \Psi(\theta)$

z = Profundidad debajo de la superficie

Ψ = Potencial mátrico (negativo)

ϕ = Contenido de agua

De este modo, conociendo la conductividad hidráulica no saturada y el gradiente del potencial, el flujo puede ser determinado. Los potenciales del agua son medidos usando tensiómetros o la técnica de dispersión de neutrones. (Van Tonder y Kirchner, 1990)

3) Modelo unidimensional de flujo del agua en el suelo

Para que ocurra la recarga, el agua tiene que moverse a través de la zona no saturada del suelo hasta alcanzar la zona saturada. Las condiciones de flujo en esta zona son más complejas que los mecanismos de flujo en la zona saturada de un acuífero.

La ecuación de una curva de retención de humedad es una relación no lineal con el contenido de agua. Puesto que la curva de retención solamente puede ser determinada experimentalmente, su comportamiento verdadero en la práctica es conocido sólo en un número finito de puntos. Para obtener valores en puntos no experimentales pueden utilizarse dos métodos. El primero y más obvio es usar interpolación, pero este método sólo prosperará en aquellos casos en que los puntos experimentales sean cercanos. El segundo enfoque es ajustar una ecuación empírica a los puntos experimentales. Las ecuaciones principalmente utilizadas son la función de Brooks y Corey y la de Van Genuchten (Van Tonder y Kirchner, 1990). La ecuación de Van Genuchten merece especial atención. En esta ecuación, la curva de retención de humedad se expresa como:

$$\Theta = (1 + (\lambda \Psi)^N)^{-m} \quad (2.16)$$

Donde λ , N y m son características constantes, las cuales tienen que ser determinadas para cada tipo de suelo. Van Genuchten sugirió que debería usarse el valor $m = 1 - 1/N$. La ecuación de Van Genuchten no expresa la curva de retención de humedad en términos del contenido de agua, sino en términos del contenido de humedad reducido, definido por la ecuación:

$$\Theta = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (2.17)$$

donde:

θ_s = Contenido de agua saturado

θ_r = Contenido de agua residual

Los parámetros contenido de agua, potencial mátrico (presión del fluido) y conductividad hidráulica, están interrelacionados. Estas relaciones son muy sensibles. Por ejemplo, un cambio en el contenido de agua de pocos puntos porcentuales, a menudo corresponde a un cambio en la conductividad

hidráulica de dos o más ordenes de magnitud. La ecuación unidimensional para flujo vertical en la zona no saturada puede ser expresada como (Van Tonder y Kirchner, 1990):

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (K(\Psi)) \quad (2.18)$$

donde:

θ_v = Contenido volumétrico de agua

K = Conductividad hidráulica [= $K(\theta_v)$ o $K(\Psi)$]

Ψ = Potencial mátrico

Ambos θ_v y K son función del potencial Ψ . Van Tonder y Kirchner (1990) reportan que estudios hechos por Jayawardena y Kaluarachchi (1986) indican que las soluciones de la ecuación (1.5) son más sensibles a variaciones de $\Psi(\theta_v)$ que a variaciones de $K(\theta_v)$. No existen evidencias en la literatura de que $K(\theta_v)$ muestre una histéresis significativa, por consiguiente, se supone que K es una función única de θ_v .

Van Tonder y Kirchner (1990), indican que la ley de Darcy para flujo no saturado puede expresarse de la siguiente forma

$$q = -K(\theta_v) \frac{d\phi}{dz} \quad (2.19)$$

Donde $\phi = z + \Psi(\theta)$ y $\Psi(\theta)$ están relacionados con la conductividad hidráulica relativa dada por:

$$k_r = \Theta^{1/2} \left[1 - (1 - \Theta^{1/m})^m \right] \quad (2.20)$$

Aquí $K(\Theta) = K_s k_r(\Theta)$; K_s = conductividad hidráulica saturada. La ecuación (1.5) puede resolverse ya sea con un modelo en diferencias finitas, o bien mediante elementos finitos.

4) El método de fluctuación del volumen saturado

Las entradas y salidas para un modelo hidrológico convencional son generalmente volúmenes de agua por unidad de tiempo, tales como la recarga, descarga y entradas y salidas superficiales. La idea fundamental común a una variedad de situaciones es que la ecuación del balance hidrológico, o alguna otra ecuación derivada empíricamente, es generalmente utilizada. Por ejemplo:

$$I - O = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (2.21)$$

En la misma forma, la ecuación del balance geohidrológico para un almacenamiento subterráneo está dada por:

$$I - O + G_r - Q_d = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (2.22)$$

donde:

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (2.23)$$

I = Entrada lateral media ($m^3/día$) durante el tiempo $t_2 - t_1 = \Delta t$

$$O = \frac{O_1 + O_2}{2} \quad (2.24)$$

O = Salida lateral media ($m^3/día$) durante Δt

G_r = Recarga dentro de un almacenamiento de agua subterránea ($m^3/día$) (también conocida como percolación o infiltración profunda)

Q_d = Descarga dentro o fuera del almacenamiento ($m^3/día$) durante Δt

ΔW = Cambio en el volumen de agua subterránea (m^3) = $n_e \Delta V$

n_e = Rendimiento específico (o porosidad efectiva)

ΔV = Cambio en el volumen saturado del acuífero (= $V_2 - V_1$)

Δt = $t_2 - t_1$ = incremento de tiempo

El término I en la ecuación (1.9) se expresa, con la ayuda de la ley de Darcy, como:

$$I = T_1 L_1 \frac{i_1^1 + i_1^2}{2} = A_1 T_1 \quad (2.25)$$

donde:

T_1 = Transmisividad media en la frontera de entrada

L_1 = Ancho de la frontera de entrada

i_1^1 = Gradiente del agua subterránea en la frontera de entrada en el tiempo t_1

i_1^2 = Gradiente del agua subterránea en la frontera de entrada en el tiempo t_2

El mismo razonamiento se aplica en la frontera de salida para obtener:

$$O = T_o L_o \frac{i_o^1 + i_o^2}{2} = A_2 T_o \quad (2.26)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.12 y 1.13 en la ecuación 1.9 resulta:

$$G_r + A_1 T_1 - A_2 T_o - A_3 S = Q \quad (2.27)$$

donde $A_3 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

La ecuación 1.14 es la ecuación general de balance para un acuífero libre.

5) Modelo bidimensional de flujo (modelación inversa)

La técnica de modelación inversa es un modelo de flujo bidimensional en la zona saturada. Los métodos actuales de calibración de modelos de flujo de aguas subterráneas son directos o indirectos. Los indirectos son esencialmente un procedimiento de prueba y error que busca mejorar la aproximación actual de los parámetros mediante un proceso iterativo, hasta que la respuesta del modelo sea suficientemente aproximada a la del sistema real. El enfoque directo es diferente ya que en él se tratan

los parámetros del modelo como variables dependientes en un problema inverso con valores en la frontera (Van Tonder y Kirchner, 1990).

6) Técnicas isotópicas y de perfil de solutos

^3H , ^2H , ^{18}O y ^{14}C son usados comúnmente en estudios de recarga, de los cuales los tres primeros reproducen mejor el movimiento del agua, porque forman parte de la molécula del agua.

Un trazador ambientalmente adecuado para determinar el movimiento del agua debe ser altamente soluble, conservativo y no sustancialmente absorbido por la vegetación. El ion cloruro satisface la mayoría de estos criterios y es por consiguiente considerado un trazador adecuado, particularmente en áreas costeras donde grandes cantidades de cloruro son precipitadas.

Si se acepta la suposición de que el ion cloruro es conservativo, la recarga está dada por:

$$G_r = \frac{D}{C} \text{ (mm/año)} \quad (2.28)$$

Donde D = deposición de cloruro húmeda y seca ((mg año)/ m^2) y C = concentración en el agua subterránea. El método es conveniente en tiempo y economía. La desventaja de la técnica es la incertidumbre en la determinación de la deposición húmeda y seca del ion cloruro.

Con respecto a publicaciones en México de estudios sobre técnicas para la estimación de la recarga no se encontró ninguna referencia. La mayoría de los trabajos relacionados con las aguas subterráneas están encaminados hacia la aplicación de modelos de simulación con fines de predicción, y en ellos se toma la recarga como un dato conocido, el cual se estima por medio de balances volumétricos.

3 METODOLOGÍA

En este capítulo se expone la información y procedimientos necesarios para lograr un modelo que permita hacer la calibración de flujos netos de la manera tradicional, así como, la metodología propuesta para la calibración automática de flujos netos y la estimación de la recarga en un acuífero.

La correcta utilización de las aguas subterráneas requiere que se llegue a poseer un adecuado conocimiento del flujo y niveles del agua subterránea ante diversas acciones exteriores, entre las que cabe destacar la recarga natural, las extracciones, el drenaje natural, etcétera. Los modelos son una potente herramienta de trabajo que permite manejar eficazmente situaciones complejas.

En la mayoría de los casos únicamente se considera el *problema directo*, es decir, conociendo las características del acuífero simular sus respuestas ante ciertas solicitudes. El *problema inverso*, es decir, encontrar las características del acuífero conociendo las acciones y las respuestas, es mucho más difícil y en muchos casos no se encuentra una solución única, no tiene solución, o no se dispone de herramientas para alcanzarla. En este trabajo se presenta una solución al problema inverso para estimar los flujos netos con base en la evolución histórica de los niveles estáticos y de los volúmenes de extracción.

Para la estimación de la recarga, como ya se mencionó al principio, se utiliza una técnica conocida como *modelación inversa*, en la cual se trata de resolver el *problema inverso*. Consiste en calibrar algún parámetro del acuífero, con apoyo en un modelo de simulación y en mediciones, conservando los demás parámetros sin cambio a lo largo del proceso.

En este trabajo se utilizó el modelo de simulación de flujo subterráneo desarrollado por T. A. Prickett, ya que en la mayoría de los acuíferos que se están modelando en México se está utilizando con muy buenos resultados (Chávez y Martínez, 1990) y además por ser del dominio público y por disponer del código fuente del mismo, lo cual permitió hacer las modificaciones necesarias. De ninguna manera se debe pensar que la metodología propuesta sólo puede ser aplicable utilizando el modelo de Prickett, ya que como se comentó, con dicha metodología se calibra un parámetro del acuífero con apoyo en un modelo de simulación y en mediciones. Dicho modelo de simulación puede ser cualquiera.

La ecuación diferencial que describe el flujo bidimensional en régimen transitorio en un acuífero confinado, heterogéneo e isótropo es (Prickett, 1971; Bittinger, *et. al.*, 1967):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + \Delta Q \quad (3.1)$$

donde:

T = transmisividad del acuífero

h = altura piezométrica

t = tiempo

S = coeficiente de almacenamiento del acuífero

ΔQ = diferencia entre los caudales extraídos y recargados por unidad de área

x,y = coordenadas rectangulares.

La ecuación (3.1) se escribe en su forma discreta equivalente, de tal manera que al plantearla para cada uno de los nudos del modelo se obtiene un sistema de ecuaciones, el cual es resuelto con la ayuda de una computadora. Los fundamentos matemáticos del modelo de simulación empleado y la deducción de las ecuaciones en diferencias finitas utilizadas en esta simulación, así como el método empleado para la solución del sistema de ecuaciones resultante se presentan en el anexo A.

3.1 Metodología tradicional

3.1.1 Información necesaria para un modelo

La construcción, ajuste y utilización de un modelo de simulación de un acuífero precisa de la elaboración previa de un conjunto de datos tales que permitan definir:

- a) Geometría del acuífero (extensión, fronteras, etcétera)
- b) Características físicas (transmisividad, coeficiente de almacenamiento, etcétera)
- c) Historia piezométrica
- d) Acciones sobre el acuífero (entradas y salidas de agua)

La geometría puede conocerse mediante estudios geológicos, perforaciones de exploración, registros eléctricos, etc. Las características físicas pueden obtenerse con pruebas de bombeo; sin embargo el costo para obtener las pruebas necesarias con el detalle requerido en un modelo, es demasiado alto. Por esta razón sus valores se suponen basándose en capacidades específicas, pruebas de bombeo aisladas, tipo de acuífero, etc., (Cruickshank y Chávez, 1969).

3.1.2 Recopilación de los datos

Ningún trabajo de preparación de datos para un modelo puede iniciarse correctamente sin recurrir a un cuidadoso inventario actualizado de los datos de interés existentes. El inventario no sólo proporciona datos que pueden ahorrar mucho tiempo, trabajo y dinero, sino que es la única forma de conseguir datos históricos que ayuden a comprender el funcionamiento y comportamiento del sistema que se va a modelar.

El inventario comprende una fase de preparación en gabinete, una fase de búsqueda de información en archivos, bibliotecas, centros oficiales, empresas, etc., una fase de obtención de la información en el campo y por último una fase de elaboración y síntesis. El inventario incluye no sólo fuentes, manantiales, pozos, y galerías, sino también datos geológicos, topográficos, topométricos, pluviométricos, de escurrimiento, aforos, utilización de canales, observaciones de niveles, evolución de la explotación, composición química del agua, planes y ordenación económica de la zona, etcétera.

El modelo requiere que los datos de inventario se completen hasta conseguir un grado de conocimiento suficiente. Por ello no es raro que se tengan que programar sondeos de reconocimiento, ensayos de aforo en pozos y pruebas de bombeo, ensayos en perforaciones, nivelaciones topográficas, etcétera.

Es necesario obtener un período histórico en el que se conozcan las acciones sobre los acuíferos y las respuestas de los mismos. Si no es posible definir tal período con base en el inventario o el período definido es insuficiente, es preciso programar un plan de medidas sistemáticas de caudales y niveles y posiblemente de instalación de piezómetros, limnógrafos, aforadores, estaciones de aforo y estaciones para ciertos datos meteorológicos.

3.1.3 Ajuste y utilización de un modelo matemático

Una vez recopilados los datos geométricos, hidrogeológicos e históricos, hay que realizar la discretización espacial del acuífero, es decir, la representación del medio continuo por una serie de elementos rectangulares o poligonales. La elección del tipo de malla está estrechamente ligada a la elección del método de cálculo y a la disponibilidad de computadoras.

Cuando se dispone de los datos, se ha dibujado la malla y se ha elegido el método de cálculo, teóricamente se podría utilizar el modelo. Sin embargo, hay que tener en cuenta que lo que en sentido matemático se ha llamado un conjunto de datos, es en sentido hidrogeológico un conjunto de incógnitas cuyo valor es conocido en forma aproximada.

Es preciso, por tanto, comprobar la validez de esos datos. Para ello hay que realizar la fase llamada ajuste, verificación, validación o calibración del modelo. Ese estudio consiste en simular un período histórico y comprobar si los niveles obtenidos con el modelo para ese conjunto de datos se ajustan de forma aceptable a los niveles observados.

En general, no ocurrirá así, por lo cual será necesario modificar los valores supuestos (ver apartado 3.1.1) por un procedimiento de prueba y error hasta encontrar un grupo de ellos que permitan reproducir, con aproximación razonable, la historia piezométrica del acuífero partiendo de condiciones piezométricas iniciales y del régimen de extracción conocido en el período elegido para la calibración del modelo.

No existen normas fijas para la realización de estas modificaciones; sin embargo, es necesario considerar que los resultados del modelo no pueden ser mejores que los de partida. Esto implica que si los datos son malos, aunque el ajuste sea bueno, los resultados no serán de garantía, ya que hay infinitas combinaciones de los datos geométricos, hidrogeológicos e históricos que producen los mismos niveles.

Lo expuesto anteriormente engloba el proceso que tradicionalmente se sigue para la calibración de un modelo de simulación, y se presenta por ser la base para la metodología que se propone. A continuación se exponen los pasos a seguir para la calibración automática de los flujos netos de un modelo matemático de simulación.

3.2 Metodología propuesta

La parte correspondiente a la construcción del modelo es la misma a la empleada tradicionalmente; sin embargo, la calibración es la que se realiza de una manera diferente: tradicionalmente se establecen los flujos netos del acuífero por medio de alguna de las técnicas conocidas, por ejemplo balance de masas, y se calibran los parámetros físicos, la transmisividad y/o coeficiente de almacenamiento generalmente.

En esta metodología se calibran los flujos netos del acuífero como una función de los cambios en las elevaciones de los niveles estáticos, y de los volúmenes de extracción, ya que se considera que esta es una forma directa de estimar los flujos netos. La calibración de los flujos netos se realiza mediante una técnica iterativa que minimiza los errores entre los niveles medidos y los simulados. A continuación se describen las tareas necesarias para la aplicación de dicha técnica.

3.2.1 Información necesaria para un modelo

La información necesaria para la construcción de un modelo es similar en ambos casos (ver 3.1.1), con la única diferencia de que para la metodología que se utiliza tradicionalmente, en el inciso referente a las acciones sobre el acuífero se requieren las entradas y salidas de agua; mientras que para la metodología que se propone en este trabajo sólo es necesario conocer las salidas de agua (volúmenes de extracción), ya que las entradas de agua, como se ha comentado, se estimarán con base en los volúmenes de extracción y la evolución de las elevaciones de los niveles estáticos.

3.2.2 Recopilación de los datos

Como se mencionó en el apartado 3.1.2, ningún trabajo de preparación de datos para un modelo de simulación puede iniciarse correctamente sin recurrir a un cuidadoso inventario actualizado de los datos de interés existentes. La información que es necesario recopilar para la metodología propuesta es similar a la de la metodología tradicional (ver 3.1.2); sin embargo, es conveniente hacer notar que para la metodología propuesta es indispensable la información referente a elevación de niveles estáticos y volúmenes de extracción anuales, ya que estos son la base para la calibración y estimación de la recarga o flujos netos de un acuífero.

3.2.3 Ajuste automático de un modelo matemático

Una vez recopilados los datos geométricos, hidrogeológicos e históricos, hay que realizar diferentes acciones necesarias para preparar los datos que servirán para el ajuste automático de los flujos netos. La discretización espacial del modelo, es decir, la representación del medio continuo por una serie de elementos rectangulares o poligonales es una de las actividades por realizar; enseguida se describen todas las acciones necesarias para la calibración automática de los flujos netos de un acuífero.

3.2.3.1 Discretización del modelo

La discretización espacial del modelo consiste en la representación del continuo físico por una serie de elementos rectangulares; para lograrlo es necesario presentar conjuntamente la información referente a la geometría del acuífero y la localización de los pozos de extracción. Con base en ésta se determinará qué tipo de malla es la más adecuada utilizar (constante o variable). Para el caso en que existan núcleos con alta densidad de pozos de extracción, se recomienda una malla variable, cuyo espaciado o incrementos tengan un múltiplo común denominador; por ejemplo, se puede utilizar una malla con incrementos de 200, 400 y 600 m; más adelante se justificará este hecho. Se debe buscar un espaciado entre nudos acorde con la densidad de los bombeos: a mayor densidad menor espaciado. Una vez realizada esta tarea se habrá hecho la discretización del modelo.

3.2.3.2 Relacionar extracciones y mediciones con los nudos de la malla

Concluida la discretización, el siguiente paso es relacionar las extracciones y mediciones con los nudos del modelo, ya que es imposible que los pozos de extracción o medición coincidan con el centro de los nudos discretizados. Para el caso en que dentro del área de influencia (ver anexo A) de un nudo se localicen varios pozos de extracción, se suman las extracciones y se aplican en el nudo correspondiente. Las mediciones son relacionadas con el nudo más cercano.

3.2.3.3 Generación de superficies piezométricas

Las superficies piezométricas se generan con la ayuda del programa de computadora *Surfer*, utilizando el método *Kriging* (Keckler, 1994), con una interpolación que considera los diez puntos más cercanos.

Para generar estas superficies, dado que el origen para el modelo de simulación es la esquina superior derecha de la discretización espacial, es necesario hacer un cambio de origen, y relacionar los niveles medidos con las distancias relativas a la esquina inferior izquierda (origen para el interpolador); esto es, acumular tantos incrementos como sea necesario hasta llegar a la coordenada i, j del nudo en cuestión, y restar dicha suma de la longitud total en la dirección correspondiente, esta operación sólo es necesaria en la dirección y .

Por ejemplo, supóngase un nivel estático de 1815.2 m snmm en el nudo 4,5 en una malla variable cuyos 4 primeros incrementos espaciales (deltas) en la dirección "x" son de 400 m y los primeros 5 deltas en la dirección "y" son de 600 m, con una longitud total en la dirección "y" de 20000 m, la representación necesaria para que este punto sea correctamente ubicado por el interpolador es la siguiente: 1600, 17000, 1815.2 en donde 1600 y 17000 representan las coordenadas en distancia al origen y 1815.2 la elevación del nivel estático referida al nivel medio del mar.

Adicionalmente, se debe tener presente que el programa *Surfer* sólo es capaz de manejar deltas constantes, por tanto, en caso de que se esté trabajando con una malla variable, es necesario realizar la interpolación para una malla constante con incrementos iguales al menor delta presente en la discretización. Esta es la razón por la que se recomienda usar deltas múltiplos, ya que después de realizar la interpolación para malla constante se requiere extraer la información de las elevaciones del nivel estático para los puntos de la malla variable.

3.2.3.4 Creación de archivos base para la simulación

La información de la geometría y características físicas, definen el sistema acuífero y sirven para la construcción del modelo. La estructura de los archivos para simulación de acuíferos, el cual es una variante del modelo desarrollado por T. A. Prickett (1971), se presenta en el anexo B.

3.3 Modelación inversa por zonas

Si se analiza la respuesta de un acuífero a la recarga o descarga, ya sea natural o artificial, se puede aceptar que cualquiera que sea el origen de las aportaciones o extracciones, retornos de riego, infiltración de la precipitación, bombeos, evaporación, etc., éstas se reflejan en los niveles piezométricos. Por tanto, se puede plantear la calibración y por tanto la estimación de la recarga en función de registros históricos de niveles piezométricos y volúmenes de extracción.

Dado que las mediciones de nivel por lo general son realizadas una o dos veces por año, se pueden tomar las mediciones de niveles piezométricos en el tiempo t , para generar la superficie piezométrica que servirá como condiciones iniciales para la simulación, y las correspondientes en el tiempo $t+\Delta t$ como condiciones finales. La diferencia de tiempo entre t y $t+\Delta t$ corresponde al tiempo entre las mediciones o al intervalo en el cual se desea calibrar la recarga (6 meses, un año, cinco años, etcétera).

Con base en la geología de la zona y su distribución de uso de suelo, es posible identificar zonas con diferentes características de recarga. A cada nudo se le asigna un identificador de zona de acuerdo con lo anterior, de esta manera se tienen ubicados en el modelo todos los nudos con características de recarga similares, los cuales definen las zonas de recarga.

Si además se conocen las características físicas, elevación de los niveles estáticos y las extracciones relacionadas a cada nudo, puede estimarse el flujo neto que, dadas las demás variables, satisface la ecuación que describe el flujo subterráneo (3.1). En estas condiciones se plantea un método iterativo para la calibración automática de los flujos netos de un acuífero (ver lámina 3.1).

3.4 Modelación inversa nudo a nudo

La modelación inversa nudo a nudo en esencia es lo mismo que la modelación inversa por zonas, sólo que aquí se considera cada nudo como una zona con características de recarga diferentes. Al igual que en la modelación inversa por zonas se requiere dar un valor inicial de flujo neto para cada una de ellas; y el proceso de cálculo es similar al seguido en la modelación inversa por zonas (ver lámina 3.1). Se hicieron pruebas con diferentes vectores iniciales y los resultados son prácticamente los mismos. Sin embargo, no puede decirse lo mismo de los tiempos de cálculo.

Se encontró que los tiempos de cálculo dependen del vector inicial considerado; por tal motivo, si se conocen las características físicas del acuífero y elevación de los niveles estáticos para diferentes tiempos, se puede obtener una primera aproximación del flujo neto que satisface la ecuación (3.1) en su forma discreta para cada uno de los nudos del modelo.

Enseguida se presenta la forma de la ecuación (3.1) utilizada y la manera en que se resuelve ésta con el fin de obtener el vector inicial de flujos netos para el proceso de cálculo de la modelación inversa nudo a nudo

$$T_{i-1,j,2} \frac{(h_{i-1,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,2} \frac{(h_{i,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,1} \frac{(h_{i,j+1} - h_{i,j})}{\Delta y^2} + T_{i,j-1,1} \frac{(h_{i,j-1} - h_{i,j})}{\Delta y^2} = S_{i,j} \frac{(h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}})}{\Delta t} + \frac{\Delta Q_{i,j}}{\Delta x \Delta y} - \frac{Q_n}{\Delta x \Delta y} \quad (3.3)$$

Con $Q_n = 0$, la ecuación (3.3) es el planteamiento en diferencias finitas de la ecuación (3.1) (ver anexo A) para seguir la deducción de esta ecuación, la cual es resuelta para $\Delta Q_{i,j}$ en la ecuación (3.4) y se obtiene la primera aproximación de los flujos netos para la modelación inversa nudo a nudo

$$\Delta Q_{i,j} = T_{i-1,j,2} (h_{i-1,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j,2} (h_{i,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j,1} (h_{i,j+1} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} + T_{i,j-1,1} (h_{i,j-1} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} - S_{i,j} (h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}}) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.4)$$

Con la ecuación 3.4 se estima el flujo neto en m³/día el cual se divide entre el área de influencia del nudo correspondiente y se obtiene el flujo neto en m/día para el nudo en cuestión.

Dando el vector inicial con este procedimiento se lograron reducir los tiempos promedios de cálculo en un 33% aproximadamente con respecto a los tiempos de cálculo cuando se propone un vector inicial de ceros, aceptando como error máximo ± 0.05 m por nudo.

Se encontró que los tiempos de cálculo dependen del vector inicial considerado; por tal motivo, si se conocen las características físicas del acuífero y elevación de los niveles estáticos para diferentes tiempos, se puede obtener una primera aproximación del flujo neto que satisface la ecuación (3.1) en su forma discreta para cada uno de los nudos del modelo.

Enseguida se presenta la forma de la ecuación (3.1) utilizada y la manera en que se resuelve ésta con el fin de obtener el vector inicial de flujos netos para el proceso de cálculo de la modelación inversa nudo a nudo

$$T_{i-1,j,2} \frac{(h_{i-1,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,2} \frac{(h_{i,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,1} \frac{(h_{i,j} - h_{i,j})}{\Delta y^2} + T_{i-1,j,1} \frac{(h_{i-1,j} - h_{i,j})}{\Delta y^2} = S_{i,j} \frac{(h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}})}{\Delta t} + \frac{\Delta Q_{i,j}}{\Delta x \Delta y} - \frac{Q_n}{\Delta x \Delta y} \quad (3.3)$$

Con $Q_n = 0$, la ecuación (3.3) es el planteamiento en diferencias finitas de la ecuación (3.1) (ver anexo A) para seguir la deducción de esta ecuación, la cual es resuelta para $\Delta Q_{i,j}$ en la ecuación (3.4) y se obtiene la primera aproximación de los flujos netos para la modelación inversa nudo a nudo

$$\Delta Q_{i,j} = T_{i-1,j,2} (h_{i-1,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j,2} (h_{i,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j,1} (h_{i,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} + T_{i-1,j,1} (h_{i-1,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} - S_{i,j} (h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}}) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.4)$$

Con la ecuación 3.4 se estima el flujo neto en $m^3/día$ el cual se divide entre el área de influencia del nudo correspondiente y se obtiene el flujo neto en $m/día$ para el nudo en cuestión.

Dando el vector inicial con este procedimiento se lograron reducir los tiempos promedios de cálculo en un 33% aproximadamente con respecto a los tiempos de cálculo cuando se propone un vector inicial de ceros, aceptando como error máximo ± 0.05 m por nudo.

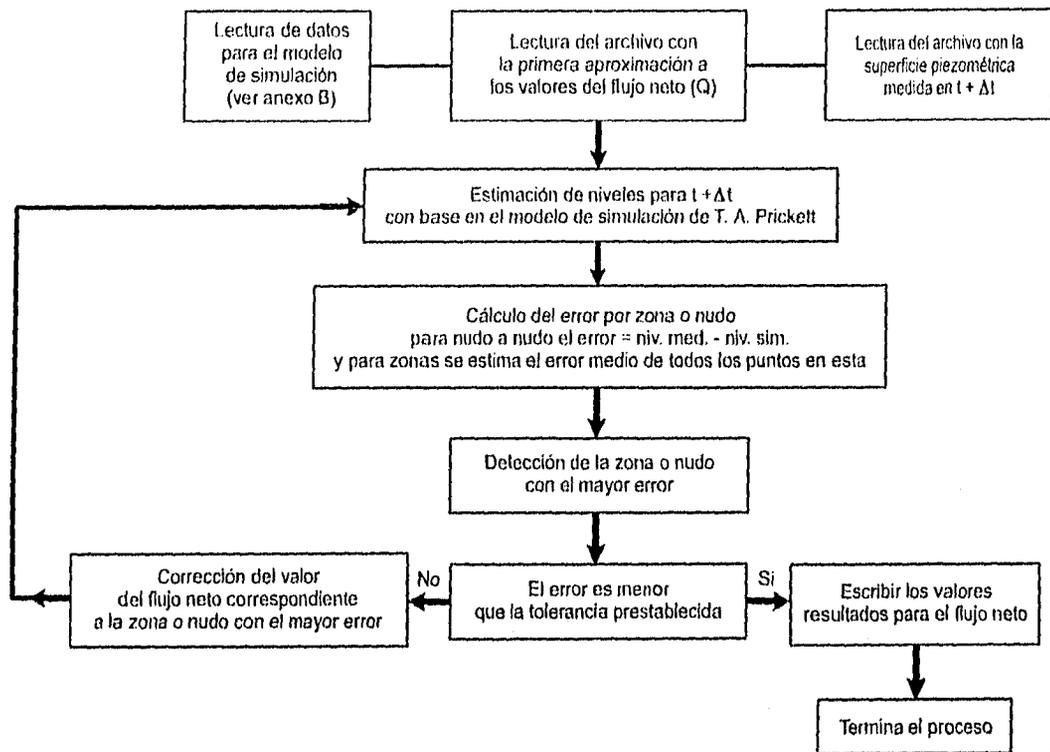


Lámina 3.1 Procedimiento de cálculo para la modelación inversa

4 APLICACIÓN AL ACUÍFERO SAN JUAN DEL RÍO

4.1 *Justificación de la selección del acuífero*

En la cuenca Lerma-Chapala existen 29 acuíferos (CNA, 1993), de los cuales el 70% se encuentran sobrexplotados, razón por la cual en casi todos ellos existe algún tipo de veda, incluida la calificada como veda rígida. Aun cuando se trata de un problema generalizado, la sobrexplotación es más evidente en el estado de Guanajuato y en los valles de Toluca y Querétaro.

Con la finalidad de probar la metodología desarrollada, fue necesario buscar y seleccionar un acuífero que contara con un volumen suficiente de información para los objetivos del estudio, motivo por el cual, se seleccionó el acuífero San Juan del Río.

4.2 *Descripción de la zona de San Juan del Río*

La zona de San Juan del Río se sitúa en la porción sur central del estado de Querétaro (SARH, 1988). Geográficamente, queda comprendida entre los paralelos 20° 23' y 20° 43' de latitud norte y los meridianos 99° 54' y 100° 18' de longitud oeste; comprende una área aproximada de 975 km², de los cuales 139 km² son sierras. Geográficamente, se encuentra limitado por: la zona de Querétaro al noroeste; la de Tequisquiapan al oeste; la de Amascala al norte, y la de Amealco al sur, lámina 4.1.

En esta zona se encuentran grandes variedades de rocas ígneas, como derrames andesíticos, tobas líticas y, en algunas áreas, depósitos granulares del Terciario Medio. Las sierras que limitan al Valle de San Juan del Río están conformadas de la siguiente manera: al norte y al este, predominan las ignimbritas riolíticas de edad Oligoceno (Toi), asociadas con tobas pumíticas con fracturamiento regular, ocasionalmente al norte afloran las tobas líticas con sedimentos lacustres (Ti) originadas en el Oligoceno, presentan conductividad hidráulica alta -en estos está contenida la presa Constitución 1917- y se abre paso, entre ellos el río San Juan al poniente de la localidad de San Juan del Río; las andesitas y las Intercalaciones de basaltos (Tva) del Plioceno localizadas en las porciones occidental, oriental y central de esta región, son muy pobres en cuanto a su conductividad hidráulica a excepción de las zonas fracturadas donde puede existir cierta aportación al acuífero; representantes del Pleistoceno son los basaltos (Qvb) de buena conductividad hidráulica localizados al sur y noreste del

valle y, en menor proporción, las tobas riolíticas e ignimbritas riolíticas (Qri) permeables, también, ubicadas al sureste en las cercanías de la presa antes mencionada; al acuífero lo constituyen los depósitos aluviales, fluviales (Qal) y de piámonte (Qp) del Holoceno, los que observan una conductividad hidráulica muy alta.

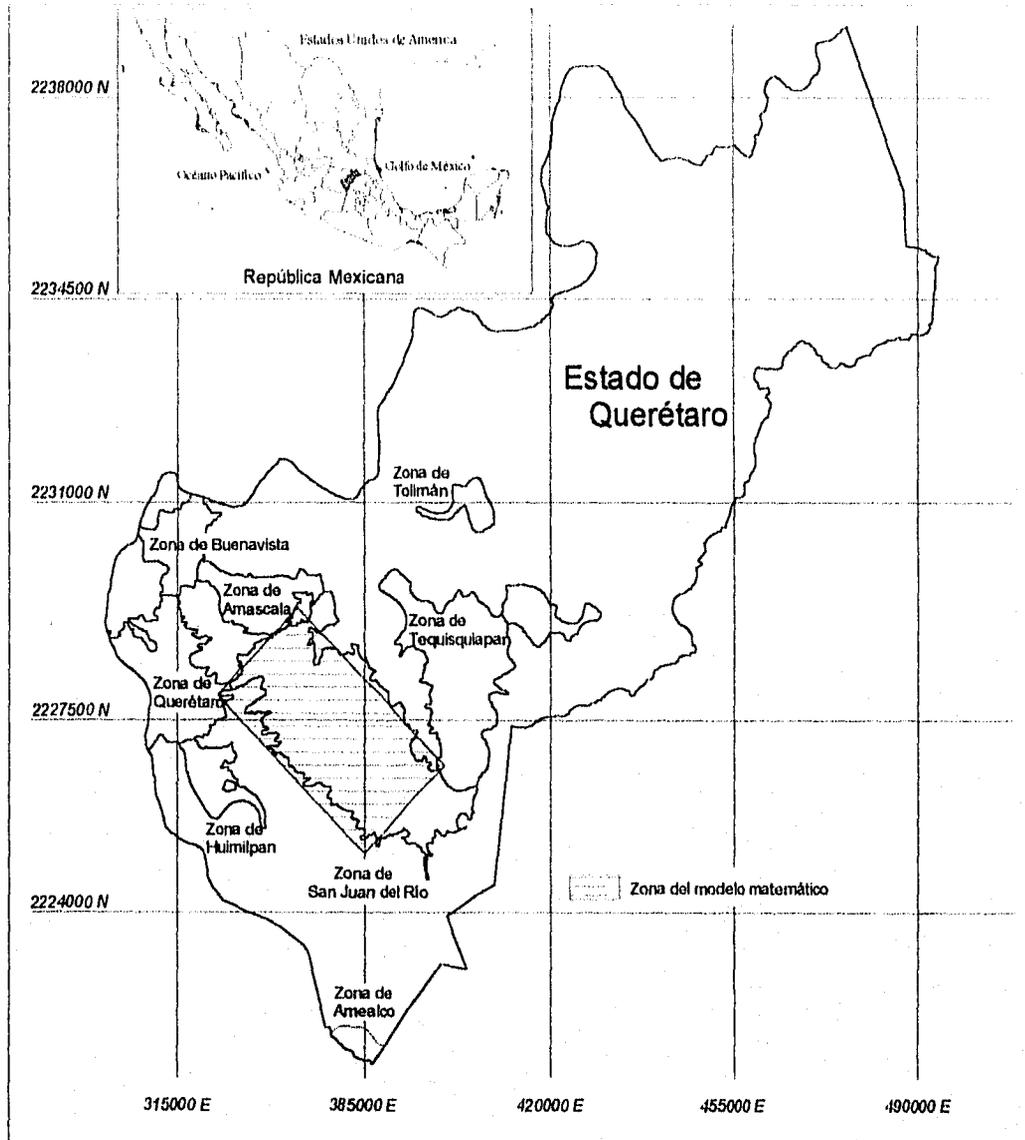


Lámina 4.1 Localización de la zona de estudio, coordenadas UTM

Se observa un sistema de fallamiento normal con dirección NE-SW. El acuífero de San Juan del Río es del tipo "libre" (ver 2.4). Existen en la zona 825 pozos; 622 activos y 203 inactivos. De éstos, 459 son utilizados para la agricultura, 124 para uso público-urbano, 15 para uso doméstico-abrevadero y 24 para uso industrial. Los aprovechamientos presentan profundidades de 152 m y un caudal específico de 22 lps/m en promedio (SARH, 1988). Según los especialistas de la Gerencia Estatal Querétaro, el acuífero San Juan del Río fue dividido en tres porciones para su estudio. En este trabajo sólo se presentan resultados para una de ellas.

4.3 Información necesaria para el modelo

De acuerdo con la metodología, una vez seleccionado el acuífero, el siguiente paso es obtener la información necesaria para el modelo, para lo cual, se solicitó a la Comisión Nacional del Agua, Gerencia Estatal Querétaro, la información básica del acuífero San Juan del Río, piezometría, volúmenes de extracción, censo de pozos, así como, la información de las características físicas o parámetros hidráulicos fundamentales, conductividad hidráulica, coeficiente de almacenamiento y transmisividad, asociados a la zona del modelo.

4.3.1 Geometría del acuífero

La zona de estudio abarca una área total de 834 km², que corresponde a un rectángulo de 39.25 km de largo por 21.25 km de ancho con una orientación NW 45° en su eje x, como puede verse en la lámina 4.1.

4.3.2 Características físicas

Los parámetros hidráulicos fundamentales, transmisividad y coeficiente de almacenamiento, se encuentran dentro de la zona del modelo de acuerdo con la distribución presentada en las láminas 4.2 y 4.3. El valor y distribución de dichos parámetros son los reportados por Guysa (1992).

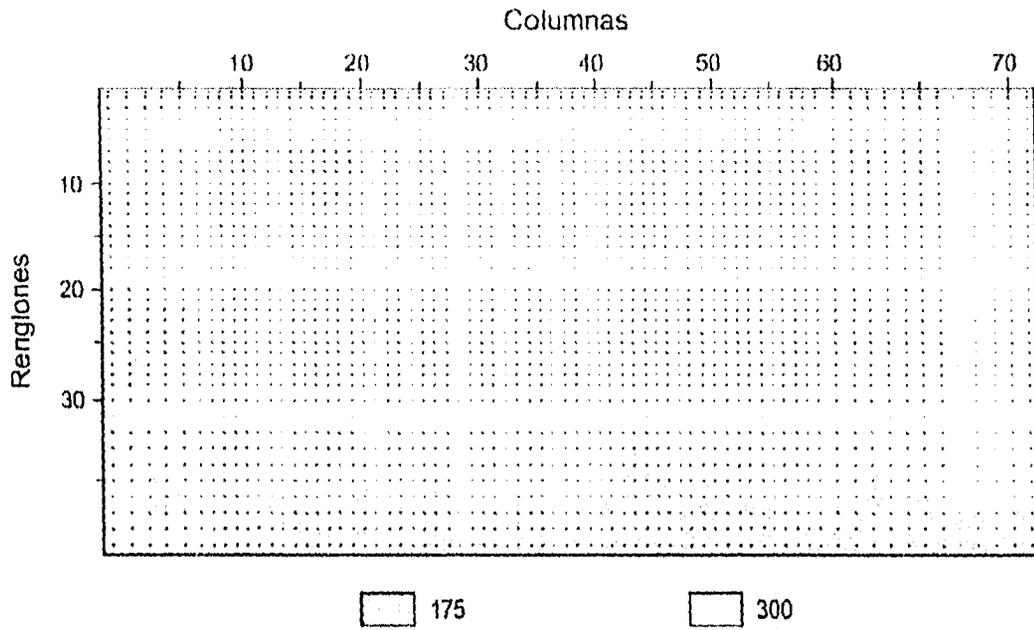


Lámina 4.2 Valores y distribución de la Transmisividad ($m^2/día$)

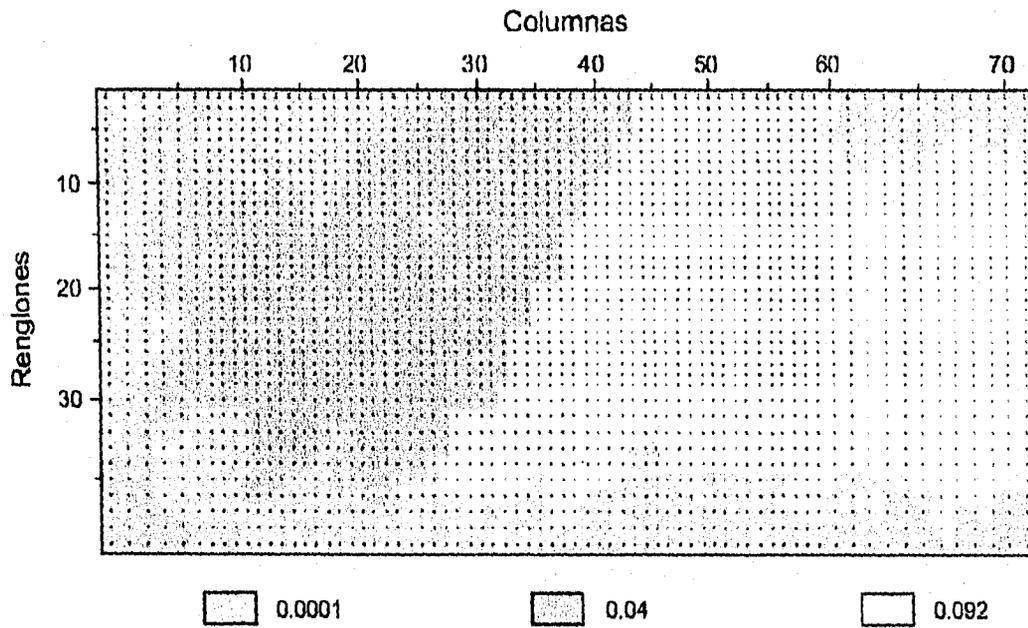


Lámina 4.3 Valores y distribución del coeficiente de almacenamiento (adim)

4.3.3 Historia piezométrica

La información piezométrica proporcionada es para el período 1970 - 1986. En total se tiene la información de 217 pozos, distribuidos en toda la región, sin embargo, dentro de la zona del modelo sólo se encuentran 79, de los cuales se desecharon 9 por no contar con la información de la elevación de brocal, lo que hace un total de 70 pozos con mediciones de piezometría para algún período comprendido entre 1970 y 1986. La información presenta inconsistencia, falta de información, lo cual limitó su utilización y al final del proceso de revisión y selección sólo quedaron 31 pozos con suficiente información para el período 1970-1978, y 43 para el período 1979-1986.

Esta fué la información utilizada para estimar las superficies piezométricas que sirvieron como base para calibrar los flujos netos; en este punto es importante señalar que lo recomendable es utilizar los mismos puntos de medición para todas las superficies piezométricas que se generen, esto debido a que al introducir o eliminar un punto de medición de un año a otro puede causar diferencias importantes cuando se compararan las superficies piezométricas inicial y final.

Supóngase que en el proceso de cálculo la superficie piezométrica considerada como condiciones iniciales es generada con un número de puntos de medición diferente al número de puntos con los que se generó la superficie de condiciones finales, entonces puede presentarse sobrestimación o subestimación de la recarga. Ya que ésta se calcula en función de los niveles piezométricos y si en un momento dado en un lugar donde no habla información de mediciones y los niveles en esa zona se generaban a partir de la interpolación de los niveles medidos en las zonas cercanas, se introducen mediciones de un año a otro, esto puede modificar considerablemente la superficie piezométrica de condiciones finales

Si la diferencia entre los niveles iniciales y los finales es muy grande la solución considerará que en ese punto o puntos se presentó una descarga o recarga considerable según sea el signo de la diferencia entre los niveles; lo cual no muestra la evolución que presentarían los niveles si se consideran siempre los mismos puntos de medición. Sin embargo, si se hubieran utilizado los mismos puntos de medición para todas las superficies generadas, sólo se hubieran utilizado un 55% de los puntos considerados, ya que únicamente 24 puntos de medición presentan consistencia en cuanto a los registros de las profundidades del nivel estático a lo largo del período 1970 - 1986.

4.3.4 Acciones sobre el acuífero (salidas de agua)

Se cuenta con la información hidrométrica desde 1930 hasta 1985, sin embargo, dado que la historia piezométrica disponible es de 1970 a 1986 sólo se consideraran los volúmenes de extracción de 1970 a 1985. En este periodo el incremento en los volúmenes de bombeo fue considerable pues alcanzó un incremento del 155 por ciento, ya que de $108.55 \text{ Mm}^3/\text{año}$ para 1970 pasó a $276.89 \text{ Mm}^3/\text{año}$ para 1985.

4.4 Discretización

Con base en la localización de los pozos de extracción, lámina 4.4, se trazó una malla rectangular de paso variable de 71 columnas por 39 renglones con un total de 2769 nudos. La distancia entre nudos varía de 250, 500 y 750 m. Este arreglo proporciona una mayor cantidad de nudos donde se presenta la mayor densidad de pozos, hecho que permite definir con mayor exactitud la localización de las extracciones, parámetro que controla de manera fundamental el funcionamiento hidráulico del acuífero en régimen transitorio. En la lámina 4.5 se presenta la discretización espacial del modelo.

El arreglo en columnas y renglones determina la geometría en el plano XY, la tercera dimensión del acuífero está dada por la elevación de la base del acuífero con respecto al nivel del mar. Dado que las profundidades máximas de los pozos no rebasan los 250 m y que los sondeos eléctricos no detectan una capa que por sus características pudiera definirse como base del acuífero, se fijó la base del acuífero en 1600 msnm, elevación dada por un espesor de acuífero de 300 m. Es importante recalcar que el espesor tomado no necesariamente es el real y en la medida de que se obtenga mayor información de nuevas perforaciones y estudios a detalle se podrá ir adecuando (Guysa, 1992).

Con base en el análisis de la información de los estudios realizados se distinguieron dos zonas con comportamiento hidráulico diferente, una denominada en este documento barreras semipermeables (ver lámina 4.4), que corresponden a las partes altas montañosas que rodean al valle y que cubren una área de 178.5 Km^2 , se denominan así por corresponder a macizos rocosos con valores de conductividad (K) y coeficiente de almacenamiento (S) muy bajos, no forman parte integrante del acuífero pero participan en su funcionamiento al ser zonas en donde se lleva a cabo un aporte lateral; otra denominada como valle que involucra a toda la planicie, así como a pequeños lomeríos que cubren una área de 655.5 Km^2 en la cual está inmerso el acuífero en estudio, esta es la zona donde se concentra casi la totalidad de las captaciones de agua subterránea y en la cual se ha identificado el flujo subterráneo. Para los detalles de la información ver (Guysa, 1992).

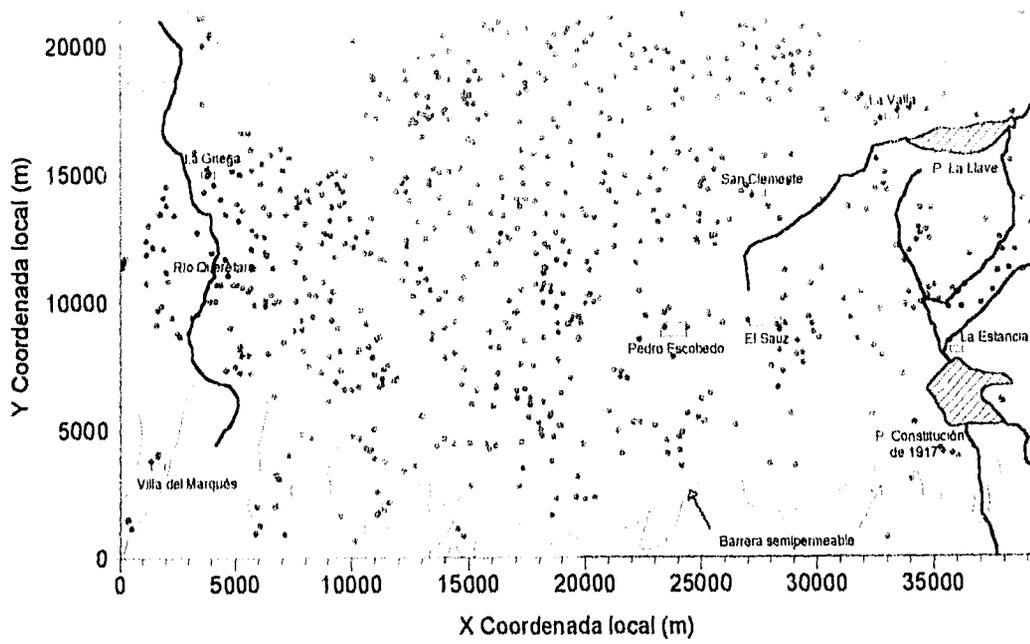


Lámina 4.4 Localización de los pozos dentro de la zona del modelo

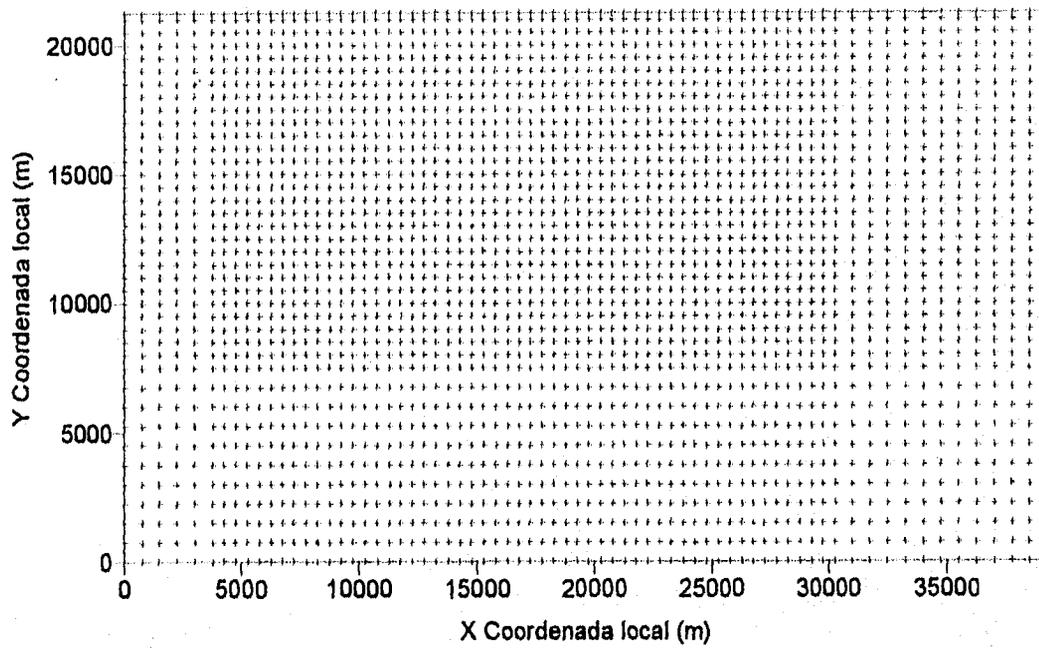


Lámina 4.5 Espaciamiento entre nudos para el modelo matemático

4.5 Relacionar extracciones y mediciones con los nudos de la malla

Las mediciones fueron relacionadas con el nudo más cercano a su ubicación, las láminas 4.6 y 4.7 muestran cómo fueron ubicadas las mediciones, el número que aparece a la derecha corresponde al número del pozo de medición. Para las extracciones, todos los volúmenes de bombeo localizados dentro del área de influencia de un nudo se sumaron y se aplicaron en el nudo correspondiente, en las láminas 4.8 a 4.11 se presenta la localización y magnitud (por rangos) de los bombeos para 1970, 1975, 1980 y 1985 y en el anexo c se presenta información de volúmenes de bombeo por zonas.

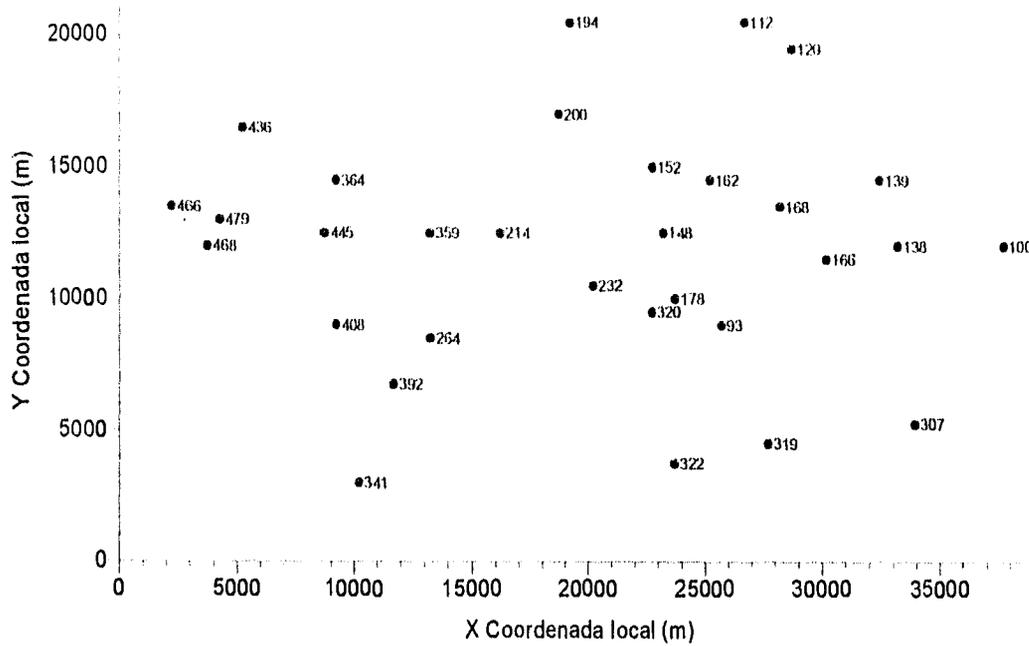


Lámina 4.6 Localización de los pozos de medición considerados para el período 1970-1978

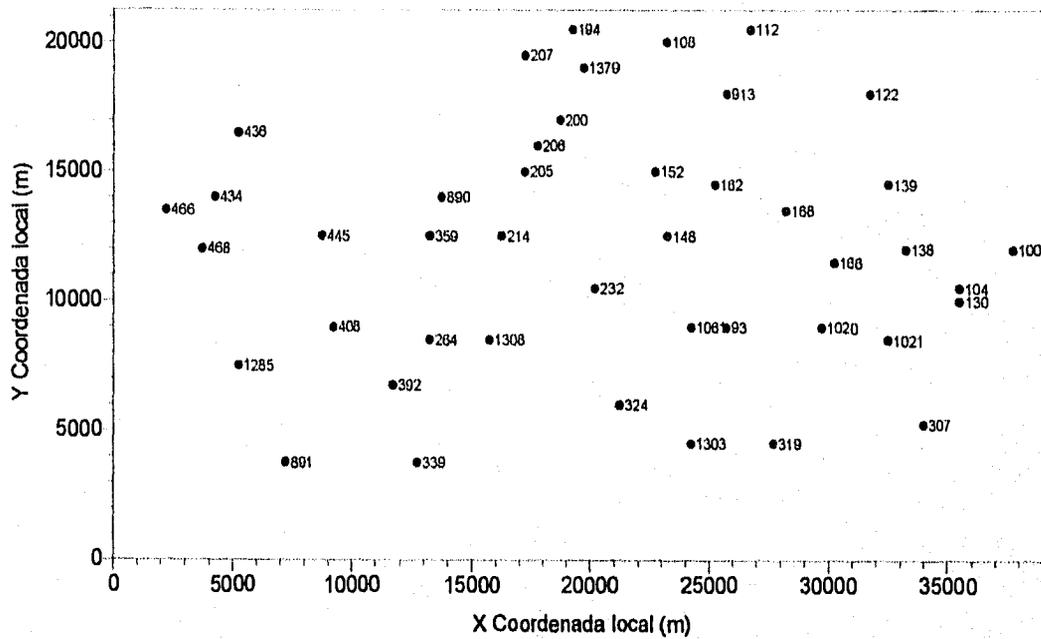


Lámina 4.7 Localización de los pozos con medición considerados para el período 1979-1986

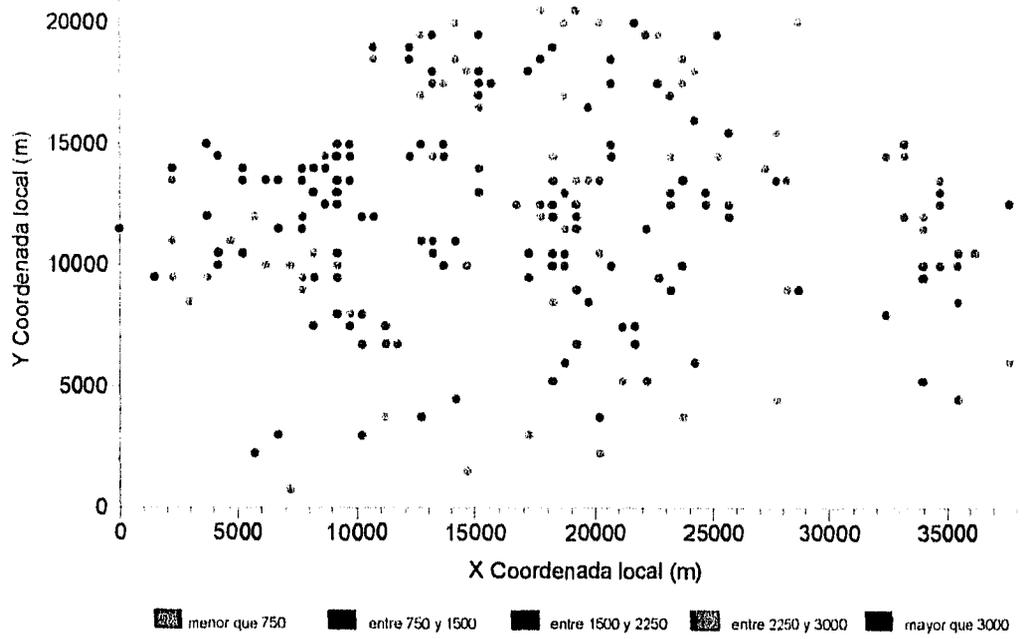


Lámina 4.8 Volúmenes de bombeo durante 1970 (m³/día)

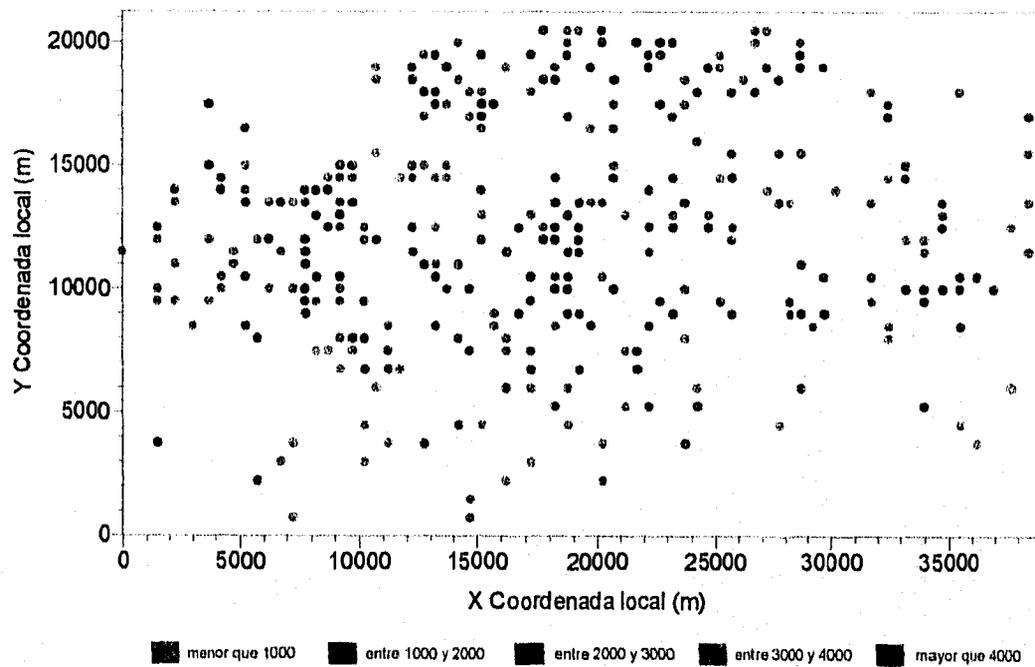


Lámina 4.9 Volúmenes de bombeo durante 1975 (m³/día)

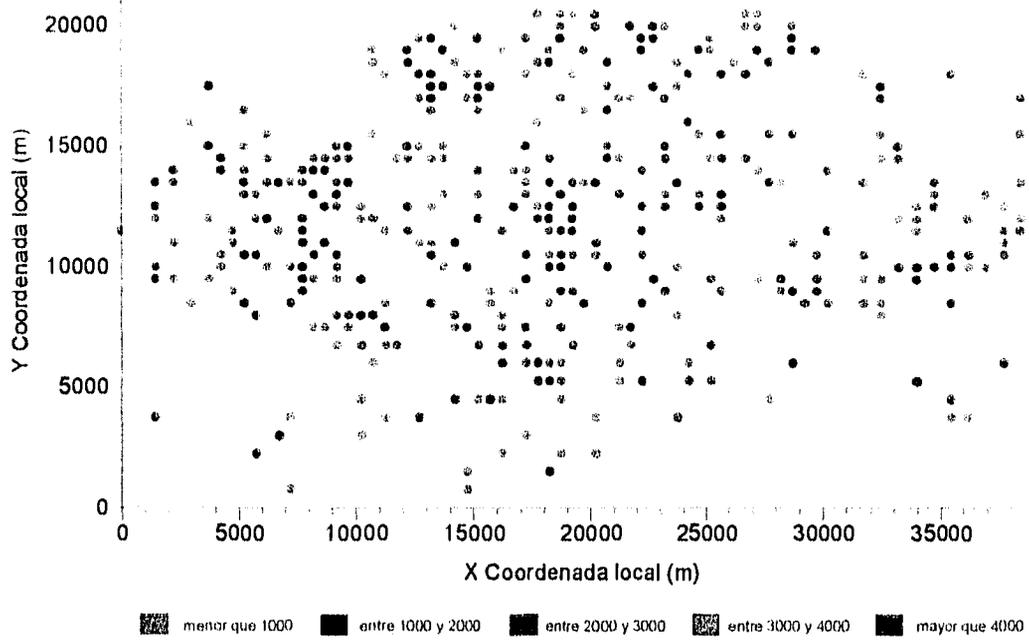


Lámina 4.10 Volúmenes de bombeo durante 1980 (m³/día)

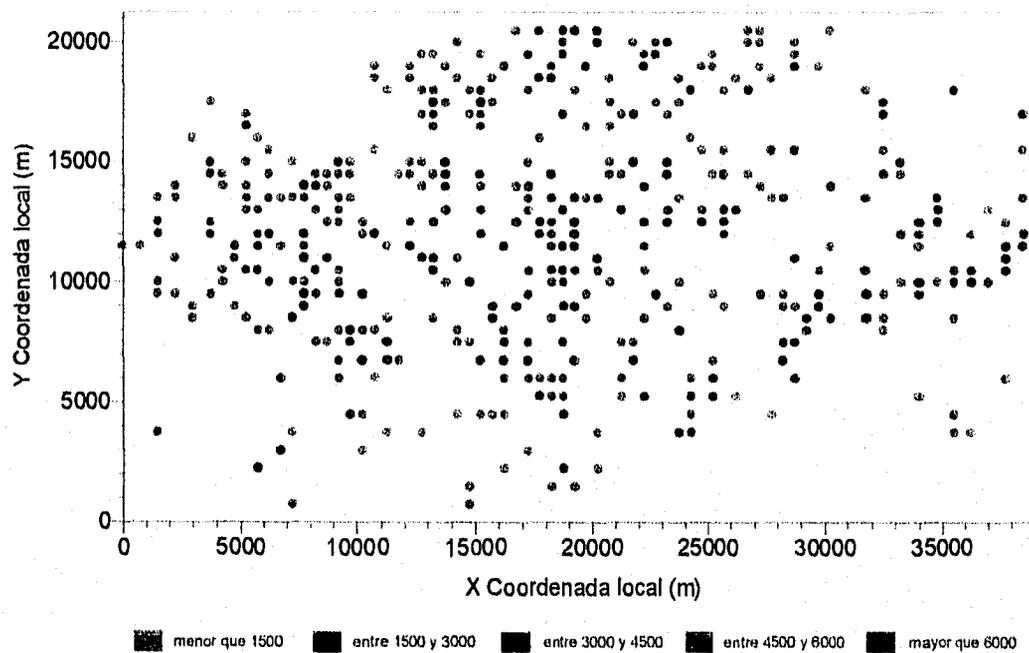


Lámina 4.11 Volúmenes de bombeo durante 1985 (m³/día)

4.6 Generación de superficies piezométricas

Como se comentó en el apartado 3.2.3.3 se hizo el cambio de origen, después, con la información de las profundidades al nivel estático y con la ayuda del programa de computadora *Surfer*, utilizando el método *Kriging* (Keckler, 1994), se realizó una interpolación para una malla constante con incrementos de 250 m, en la cual se consideraron los diez puntos más cercanos, y luego mediante un programa de computadora se filtró la información para los puntos correspondientes a la malla variable.

Lo que se hace con el programa es lo siguiente: en el apartado 3.2.3.1 se recomendó usar en la discretización espaciamientos o incrementos que tuvieran un múltiplo común denominador, es ahora cuando se aprovechan las ventajas de hacer la discretización de esta manera, necesaria además, ya que para volver a la malla variable lo único que se tiene que hacer es revisar el espaciamiento entre el nudo actual y el siguiente y tomar la elevación del nivel estático que se encuentre ubicado en el archivo de resultados de la interpolación a malla constante a una, dos o tres posiciones, según sea el resultado de dividir el Incremento entre el nudo actual y el siguiente entre el múltiplo común denominador, es decir, si el incremento es de 750 m se tomará la elevación del nivel estático ubicada a tres posiciones del nudo actual (se saltan dos nudos de la malla constante). Esta fue la forma en que se generaron las superficies piezométricas año a año desde 1970 hasta 1986, en las láminas 4.12 a 4.15 se presentan las superficies generadas con las mediciones realizadas en 1970, 1975, 1980 y 1985.

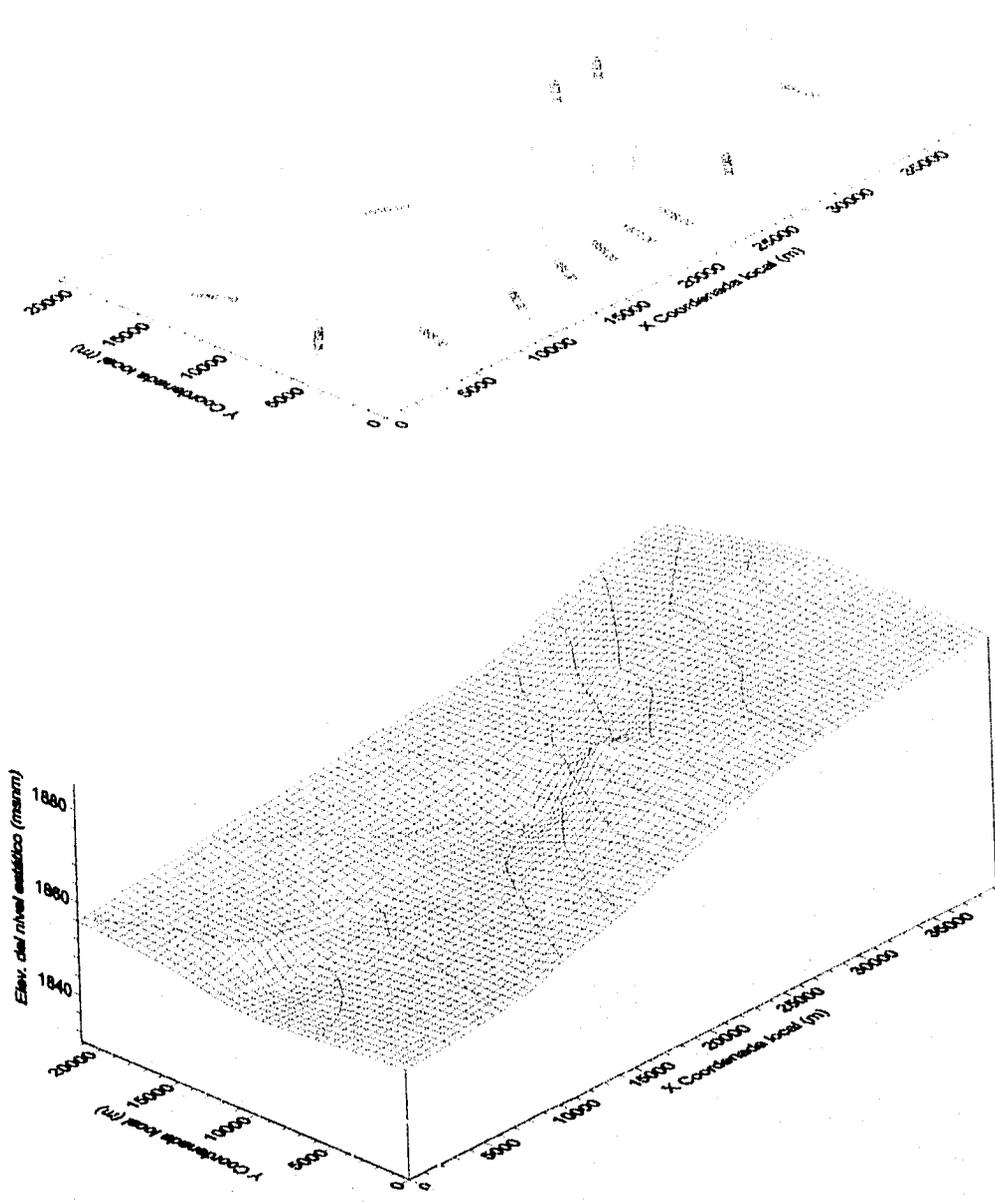


Lámina 4.12 Configuración de niveles medidos en 1970, msnm

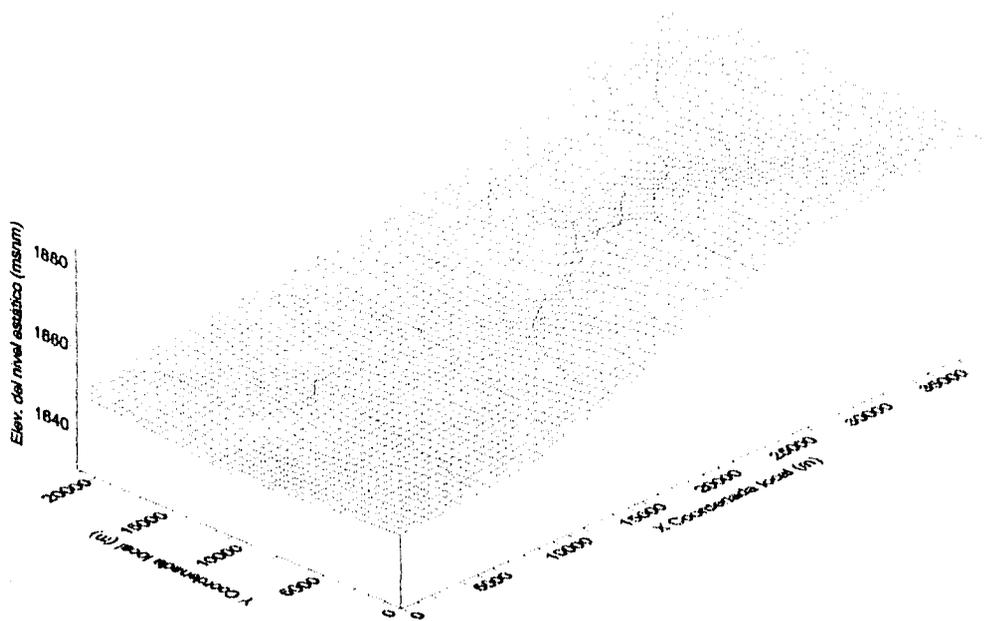


Lámina 4.13 Configuración de niveles medidos en 1975, msnm

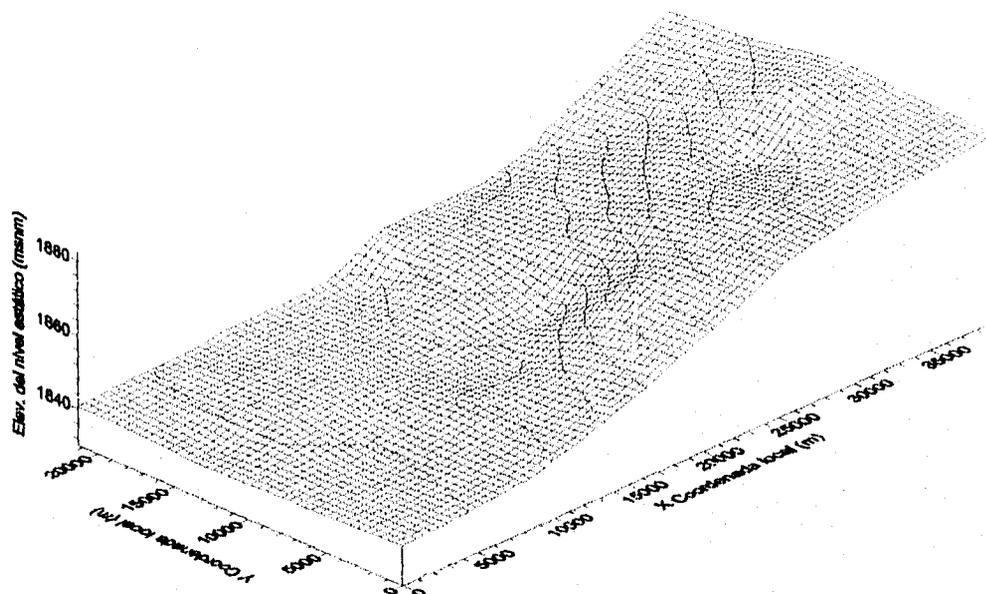


Lámina 4.14 Configuración de niveles medidos en 1980, msnm

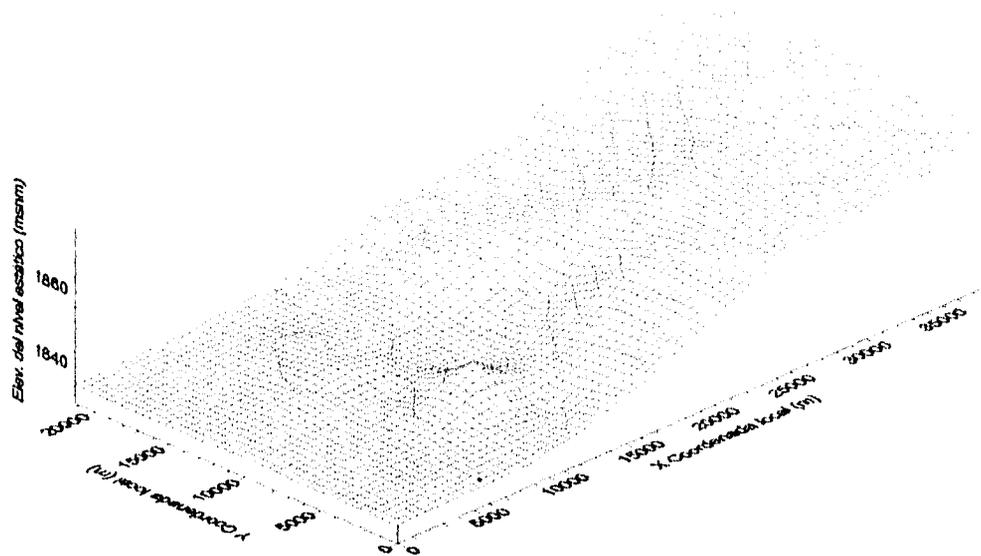


Lámina 4.15 Configuración de niveles medidos en 1985, msnm

4.7 Creación de archivos base para la simulación

Con las características físicas que no cambian con el tiempo: transmisividad, coeficiente de almacenamiento, conductividad hidráulica, etcétera; y con aquellas que sí lo hacen: elevación del nivel estático, se crearon los archivos que sirven de base para la simulación. Los parámetros físicos considerados son los mismos que manejó Guysa (1992).

Mientras que las elevaciones del nivel estático consideradas fueron las obtenidas de las superficies piezométricas generadas como se explicó en el apartado anterior para cada año presente en el registro de mediciones.

En el anexo B se presenta la estructura de los archivos que se utilizaron en la simulación.

4.8 Estimación de la recarga

Una vez que se han creado los archivos base para el modelo de simulación el siguiente paso es calibrar los flujos netos, en este apartado se presentan los resultados obtenidos con la modelación inversa nudo a nudo para 1970, 1975, 1980 y 1985; pero antes se presentan los resultados que se lograron con la modelación inversa por zonas para 1970, ya que fue la primera forma en la que se trató el problema, y del estudio de ésta se desprende la modelación inversa nudo a nudo.

4.8.1 Modelación inversa por zonas

Con base en el uso y en las características físicas del suelo se identificaron 4 zonas de recarga y se asoció a cada nudo un identificador de zona de acuerdo con su ubicación dentro de la zona del modelo, lámina 4.20. Dado que las mediciones de las elevaciones de los niveles estáticos con las que se contó fueron para un período anual, se crearon los archivos que sirvieron de base para la calibración de los flujos netos, dichos archivos tienen la estructura mostrada en el anexo B, con la diferencia de que en ellos se escribió el identificador correspondiente a cada nudo en la posición de los flujos netos, para que en el proceso de cálculo al dar el vector inicial de flujos netos, a todos los nudos con el mismo identificador de zona se les asigne el flujo neto que se haya propuesto para esa zona, el cual, posteriormente al avanzar en el proceso se irá corrigiendo hasta encontrar la solución.

Con el fin de establecer un criterio de búsqueda que permitiera llegar más rápidamente al valor o valores de los flujos netos que minimizan los errores entre los niveles medidos y los simulados, se realizaron varias corridas de prueba, observándose que el error medio por nudo en las diferentes zonas y el flujo neto tienen entre sí una relación prácticamente lineal. Dicha relación representa una ventaja, ya que con los valores de dos estimaciones consecutivas para una zona, y mediante la ecuación (4.1), la cual es la expresión resultante de resolver la ecuación de la recta para $y=0$, asumiendo que en el eje de las ordenadas se grafica el error y en el de las abscisas el flujo neto, a partir de dos puntos cualquiera (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) , es posible de una manera rápida y sencilla encontrar el valor de flujo neto que hace cero o prácticamente cero el error medio por nudo para la zona en cuestión. En las láminas 4.16 a 4.9 se presenta el comportamiento del error lineal medio por nudo y del error cuadrático para dos zonas de recarga.

$$X_0 = -\frac{Y_1(X_2 - X_1) - X_1(Y_2 - Y_1)}{(Y_2 - Y_1)} \quad (4.1)$$

donde:

X_0 - Valor del flujo neto correspondiente a error lineal medio por nudo igual a cero para la zona en cuestión

X_1 - Flujo neto considerado en la primera estimación

X_2 - Flujo neto considerado en la segunda estimación

Y_1 - Error lineal medio por nudo asociado al flujo neto considerado en la primera estimación

Y_2 - Error lineal medio por nudo asociado al flujo neto considerado en la segunda estimación

El proceso termina cuando el error medio por nudo es menor que una tolerancia (0.001) para todas y cada una de las zonas; en caso contrario es necesario continuar con el proceso siguiendo los pasos descritos anteriormente. Se utiliza como criterio de terminación el error lineal debido a que proporciona información acerca de hacia donde se encuentra la solución, y no el error cuadrático, ya que como puede verse en las láminas 4.16 y 4.19, el error cuadrático es mínimo para valores cercanos a cero del error lineal medio por nudo, por tanto, con este criterio se asegura que el error cuadrático es mínimo para el valor del flujo neto que hace cero el error lineal medio por nudo. Adicionalmente, en el proceso de calibración el error cuadrático presenta un comportamiento oscilante, lo cual es una limitante para ser tomado como criterio de terminación.

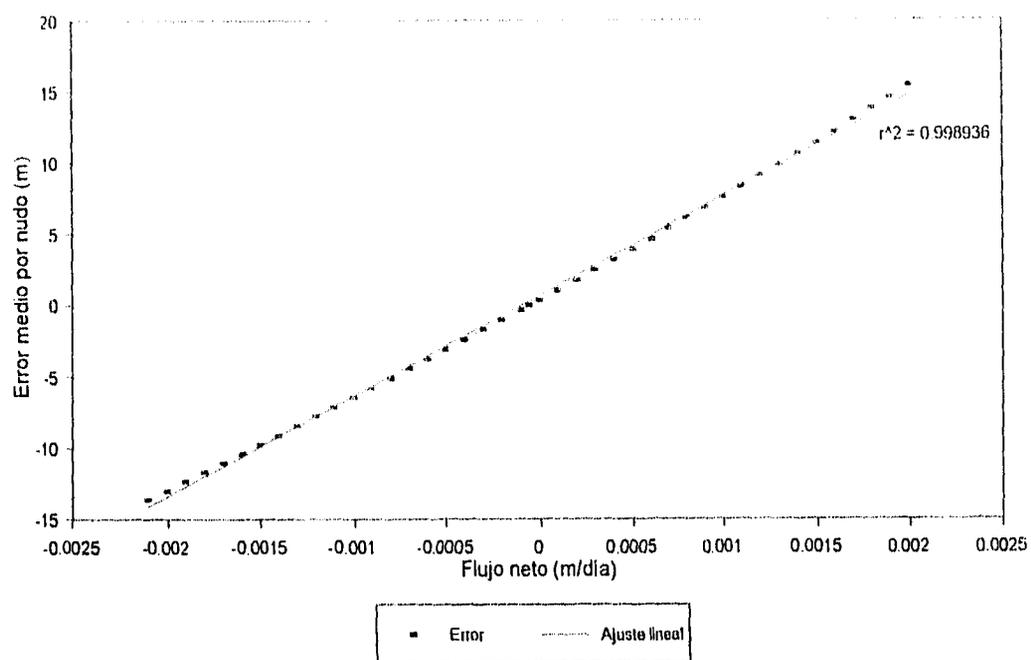


Lámina 4.16 Error lineal medio por nudo y su aproximación lineal para la zona de recarga número 1

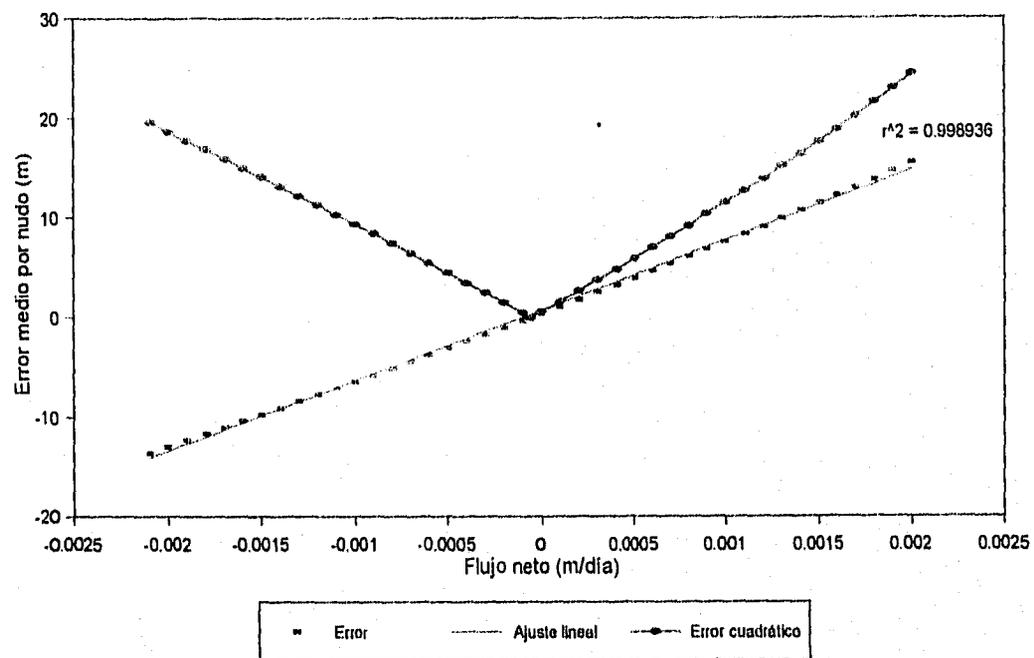


Lámina 4.17 Comportamiento de los errores lineal y cuadrático en la zona de recarga número 1

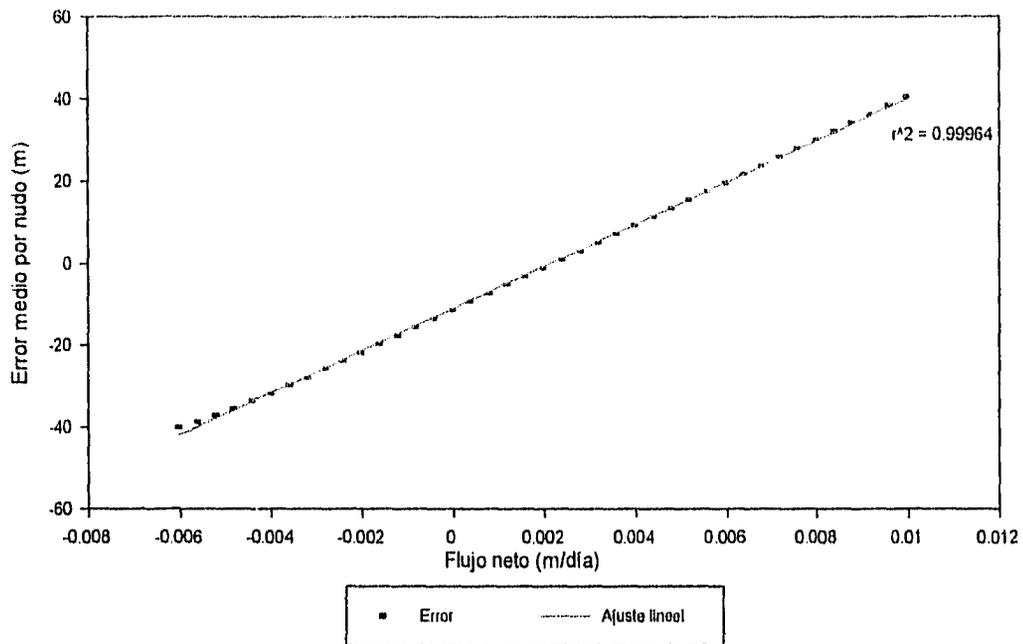


Lámina 4.18 Error lineal medio por nudo y su aproximación lineal para la zona de recarga número 3

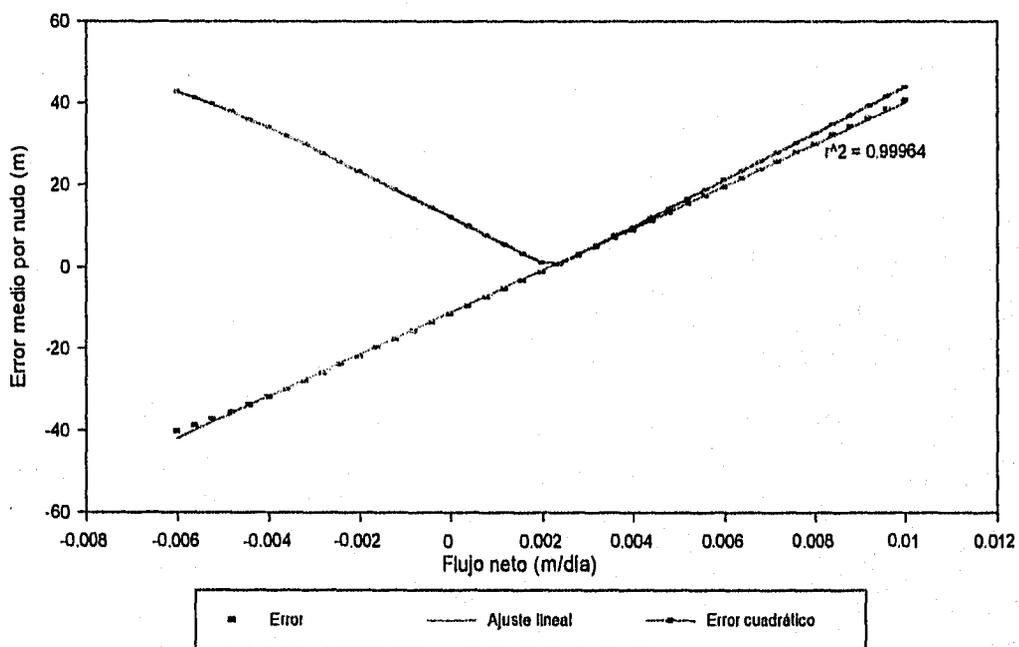


Lámina 4.19 Comportamiento de los errores lineal y cuadrático en la zona de recarga número 3

El utilizar la modelación inversa por zonas como un medio para resolver el problema de la calibración y estimación de flujos netos, tiene su principal ventaja en el tiempo de cálculo requerido. Se realizaron las corridas para los 16 años de registros de piezometría y se encontró que en promedio en 75 segundos se obtienen los resultados para una calibración anual, en una tarjeta aceleradora MicroWay Number Smasher 860/32 Mb/40 Mhz/ISA.

Los resultados obtenidos de simular el comportamiento del acuífero con los valores de flujo neto estimados mediante modelación inversa por zonas para 1970 se presentan en las láminas 4.21 y 4.22, en la número 4.21 se presentan los planos de las superficies medida y estimada con los resultados de la modelación, y en la 4.22 se muestra el comportamiento de los errores entre los niveles estimados a partir de los flujos netos calibrados y los niveles medidos.

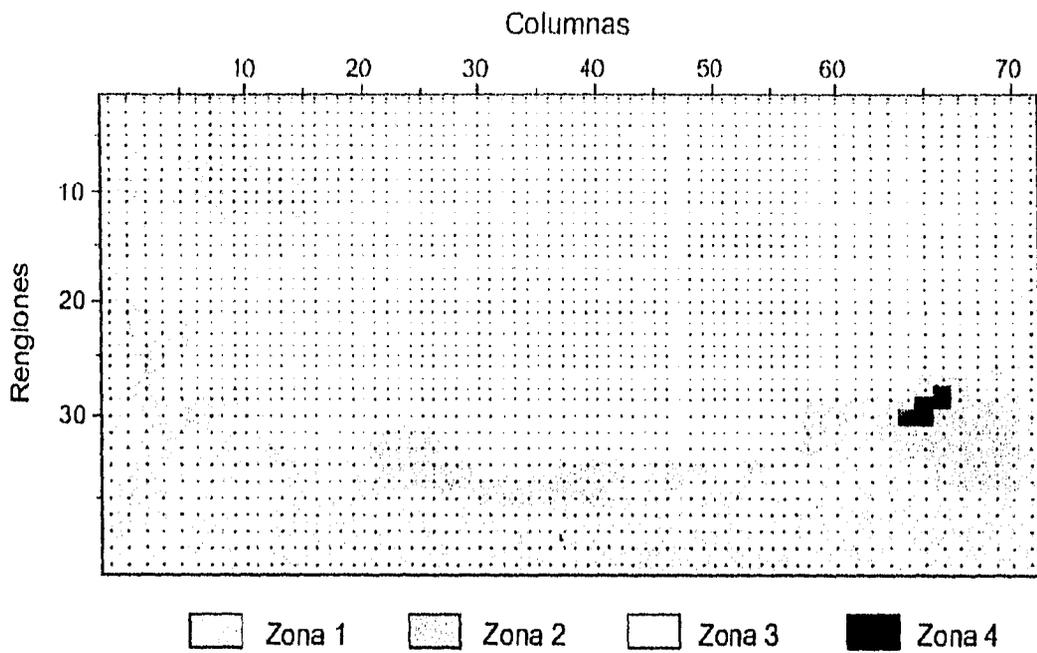


Lámina 4.20 Zonas de recarga identificadas en la zona del modelo

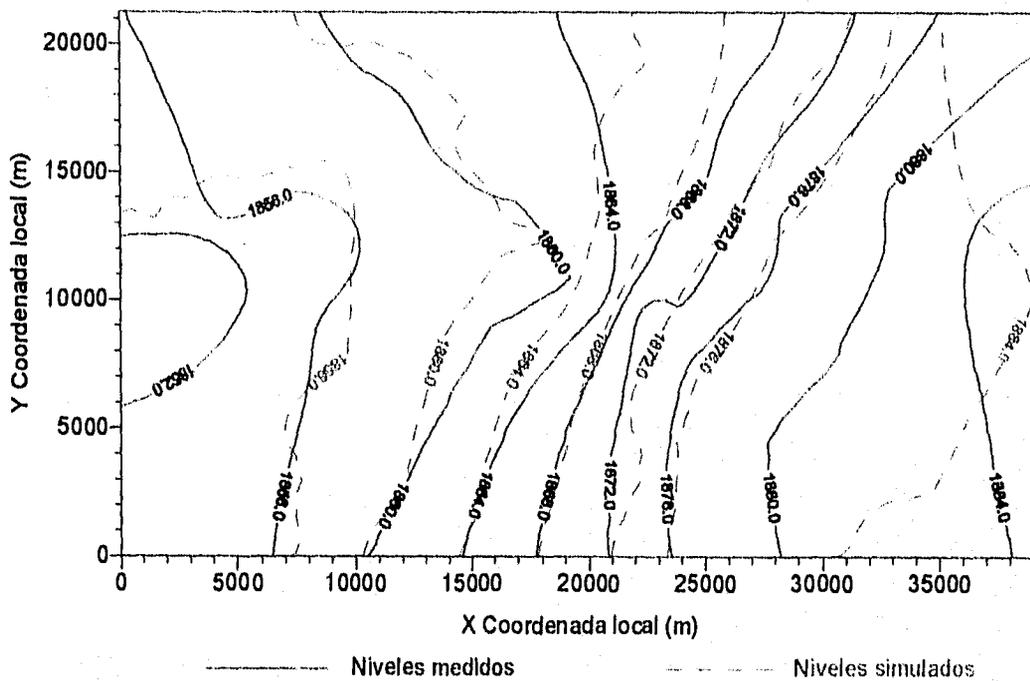


Lámina 4.21 Resultados de la modelación inversa por zonas para 1970, msnm

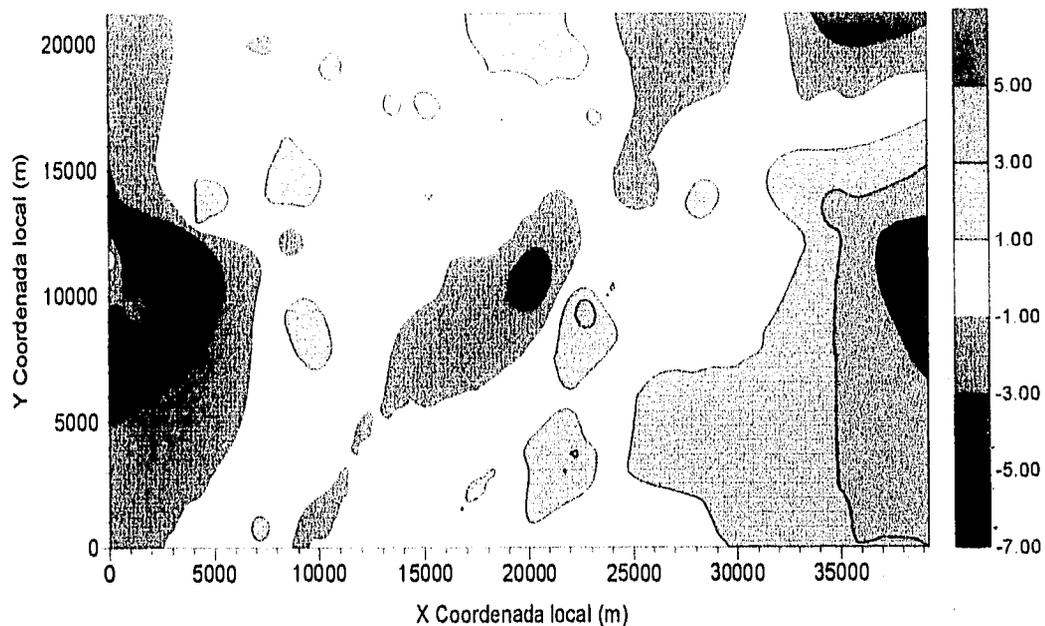


Lámina 4.22 Errores en la modelación inversa por zonas para 1970, (m)

Como puede verse en las láminas 4.21 y 4.22 los resultados muestran desviaciones importantes entre los niveles medidos y los simulados, por lo tanto, no se pueden considerar satisfactorios, en consecuencia no se presentaran más resultados de la modelación inversa por zonas en este documento.

4.8.2 Modelación inversa nudo a nudo

Al igual que en la modelación inversa por zonas, en la modelación inversa nudo a nudo se requiere dar un valor inicial de flujo neto para cada una de ellas; como se mencionó en el apartado 3.4 se hicieron pruebas con diferentes vectores iniciales y los resultados son prácticamente los mismos.

Si se escribe la ecuación que describe el flujo subterráneo en su forma discreta se puede obtener un valor aproximado del flujo neto para cada nudo en función de los niveles medidos, la transmisividad y el tiempo para el que se desea estimar o calibrar los flujos netos, dicho planteamiento se presenta en el apartado 3.4, en las láminas 4.23 a 4.26 se presentan los valores iniciales de flujo neto considerados, en estas láminas, como se menciona en el anexo A se conviene considerar positivo el flujo neto cuando se libera agua del almacenamiento y negativo cuando se incorpora, tomando en cuenta lo anterior en las láminas 4.23 a 4.26 los tonos en azul indican zonas de descarga y los tonos en verde zonas de recarga.

Dando el vector inicial con este procedimiento se lograron reducir los tiempos promedios de cálculo en un 33% aproximadamente con respecto a los tiempos de cálculo cuando se propone un vector inicial de ceros, aceptando como error máximo ± 0.05 m por nudo. Es conveniente mencionar nuevamente que cualquiera que sea el valor inicial propuesto para cada uno de los nudos el resultado es prácticamente el mismo.

Considerar cada nudo como una zona con características de recarga diferentes permite estudiar las variaciones espaciales y temporales del flujo neto o recarga; además, el error estimado es directamente el error en el nudo y en cada iteración se va corrigiendo el nudo que tiene el mayor error, hasta corregir todos los nudos y cumplir con la tolerancia especificada, momento en que se termina el proceso.

Con esta forma de resolver el problema se garantiza que el máximo error por nudo en los resultados será del orden de magnitud de la tolerancia considerada. En las láminas 4.27 a 4.30 se presentan los flujos netos calibrados para 1970, 1975, 1980 y 1985, donde nuevamente los tonos en azul indican zonas de descarga y los tonos en verde zonas de recarga.

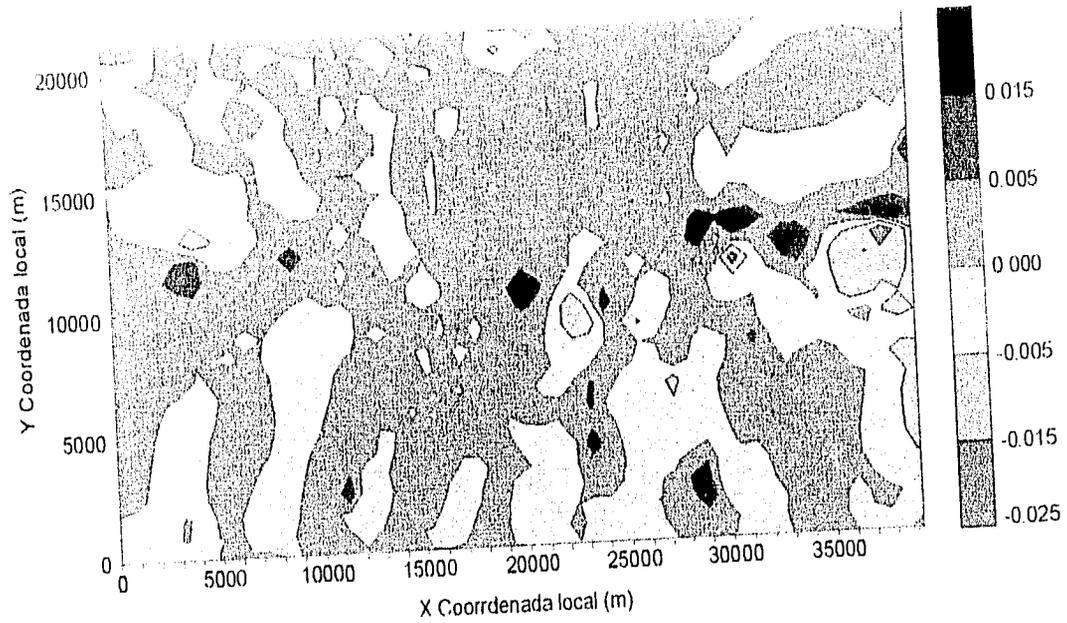


Lámina 4.23 Flujos netos considerados como primera aproximación 1970 (m/día)

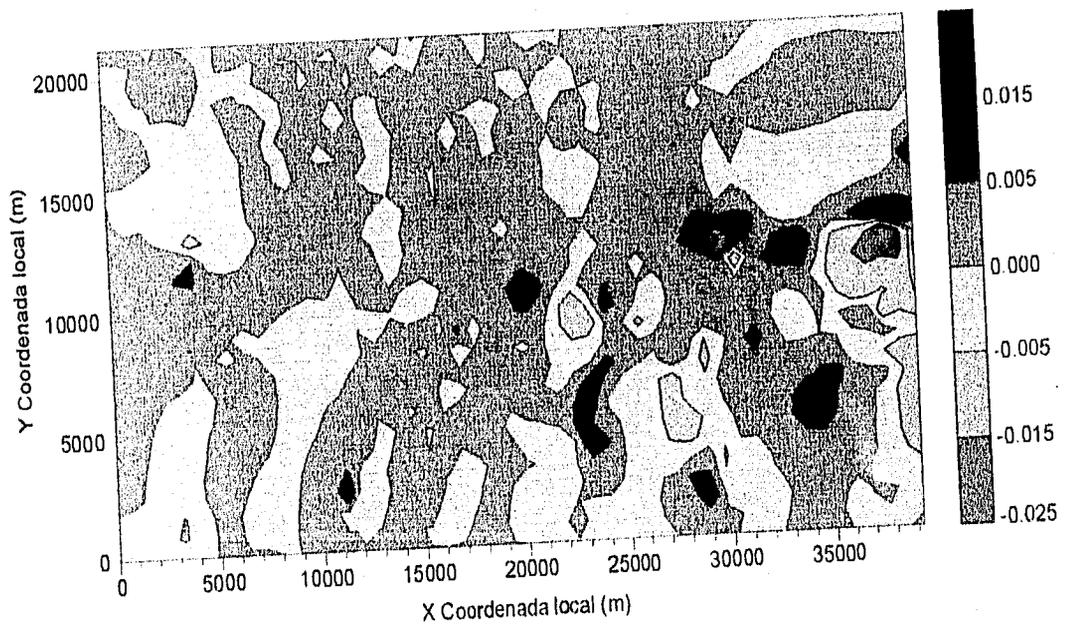


Lámina 4.24 Flujos netos considerados como primera aproximación 1975 (m/día)

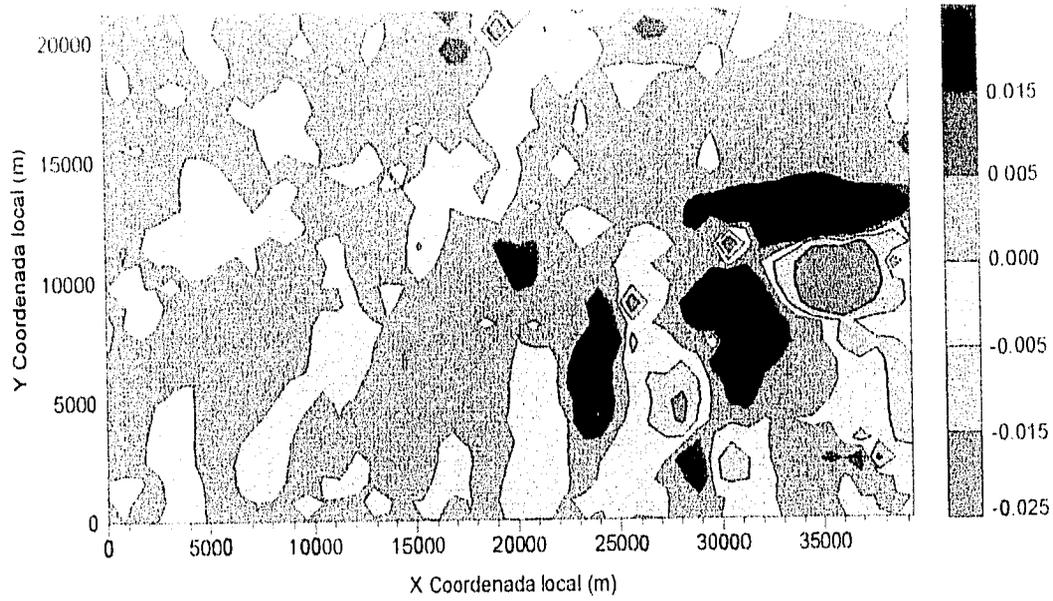


Lámina 4.25 Flujos netos considerados como primera aproximación 1980 (m/día)

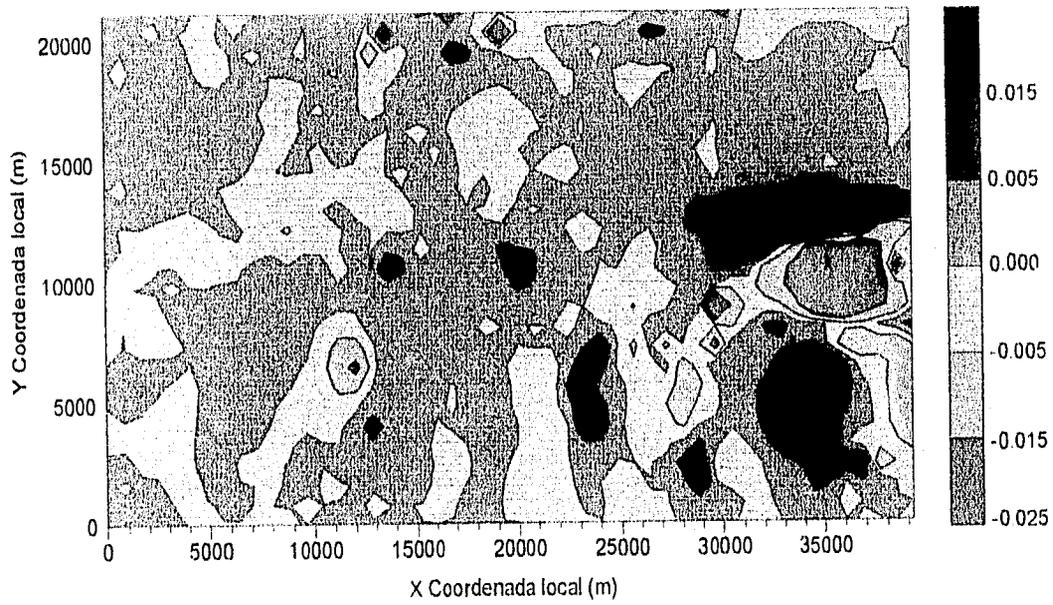


Lámina 4.26 Flujos netos considerados como primera aproximación 1985 (m/día)

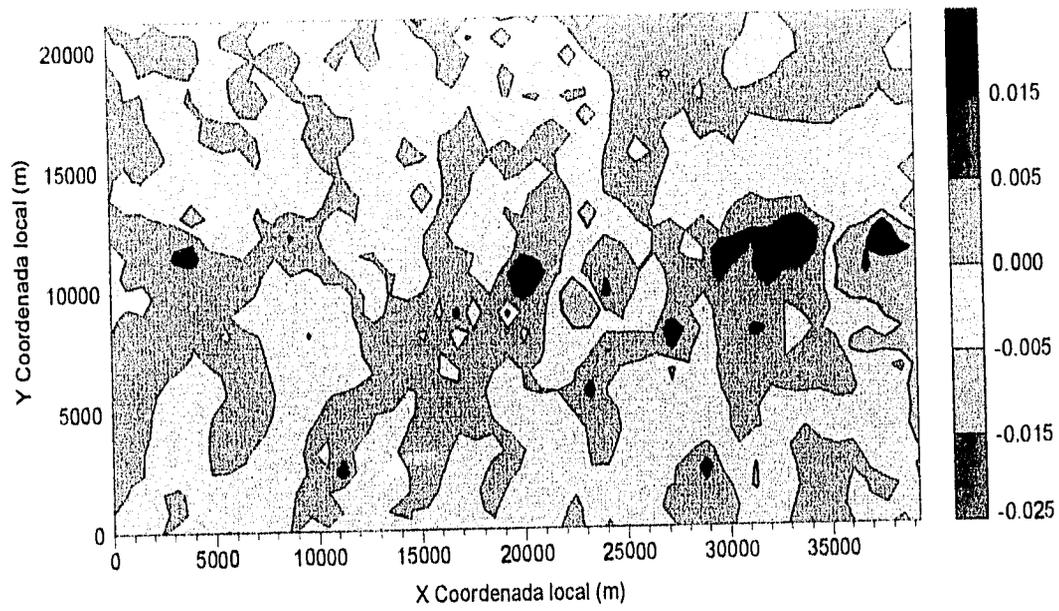


Lámina 4.27 Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1970 (m/día)

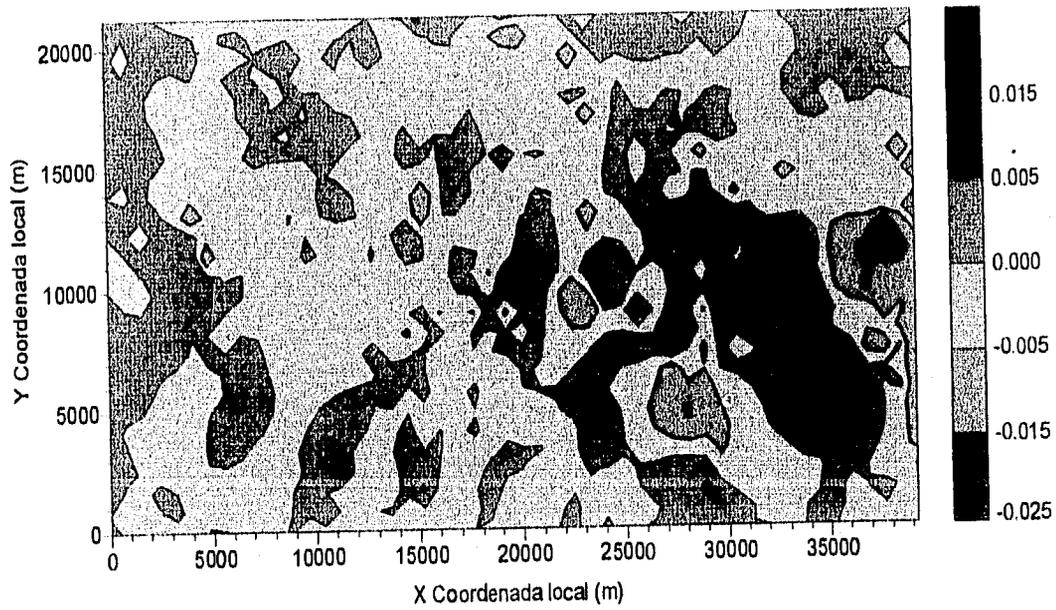


Lámina 4.28 Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1975 (m/día)

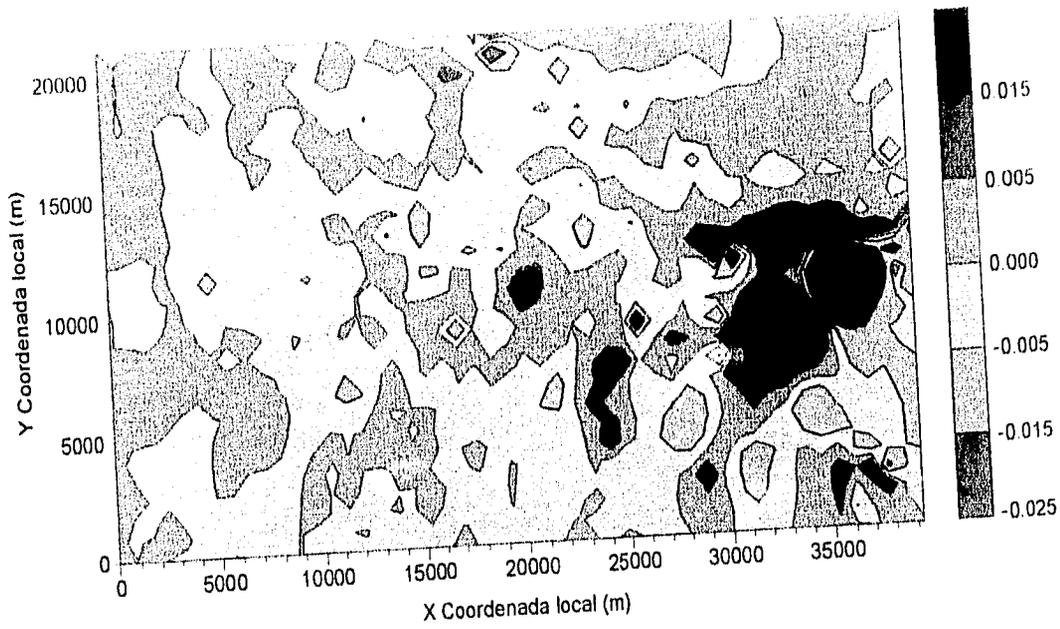


Lámina 4.29 Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1980 (m/día)

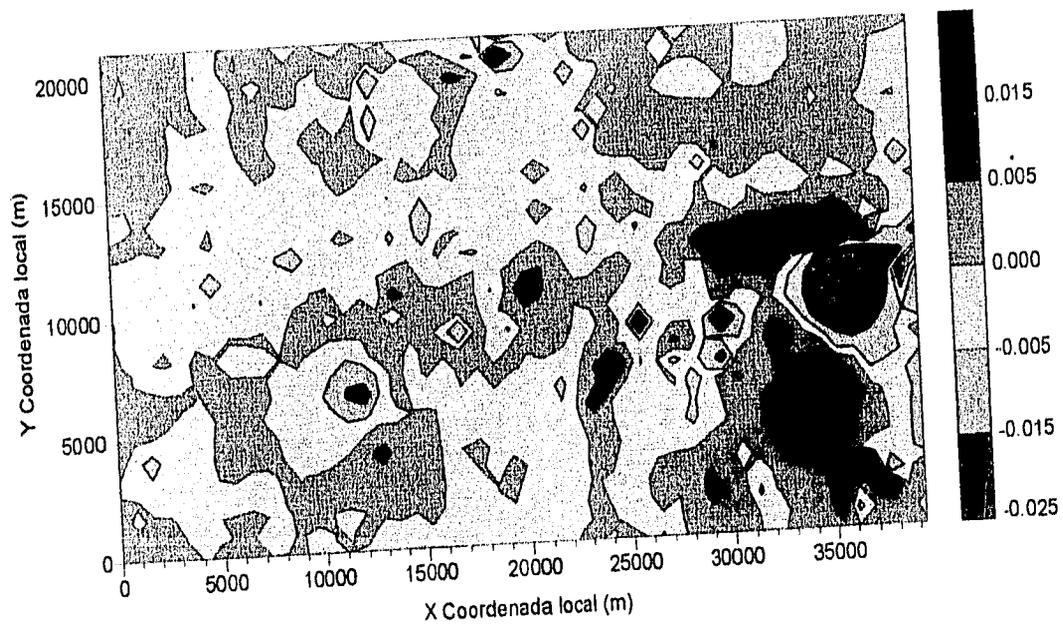


Lámina 4.30 Flujos netos resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1985 (m/día)

Se observa en las láminas 4.23 a 4.30, que el valor inicial propuesto para los flujos netos resultó ser una buena aproximación, ya que los valores que se obtienen como resultados finales conservan la tendencia de aquellos propuestos como valores iniciales.

Si se simulan los flujos netos obtenidos láminas 4.27 a 4.30, se pueden reproducir con muy buena aproximación las superficies piezométricas generadas a partir de las mediciones de las profundidades al nivel estático en el tiempo $t + \Delta t$. Como se muestra en las láminas 4.31 a 4.34 en éstas, los niveles que se grafican son los que se midieron en el año siguiente al que se está reportando, ya que estos fueron con los que se compararon los niveles simulados para cumplir con el criterio de terminación, por ejemplo para los resultados de 1970, los niveles que se grafican son los medidos en 1971 y de igual forma para los demás años que se presentan.

Los resultados son para una tolerancia de 0.05 m, con lo cual se garantiza que los errores puntuales en la estimación de la elevación de los niveles estáticos son del orden de ± 0.05 m como máximo. En las láminas 4.35 a 4.38 se presentan los errores que resultan de simular los flujos netos estimados.

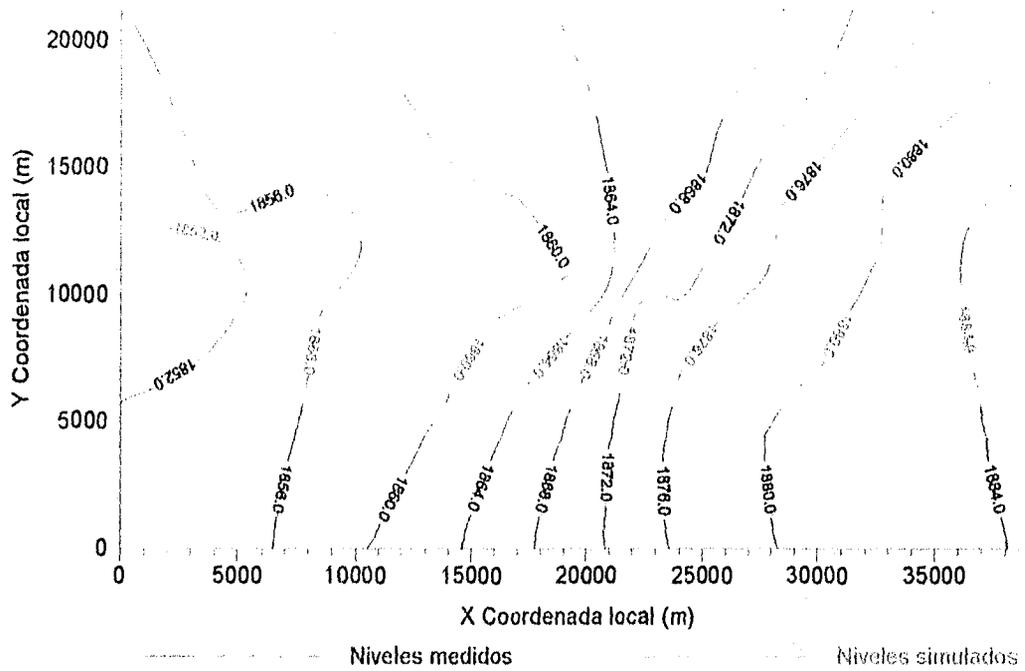


Lámina 4.31 Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1970, msnm

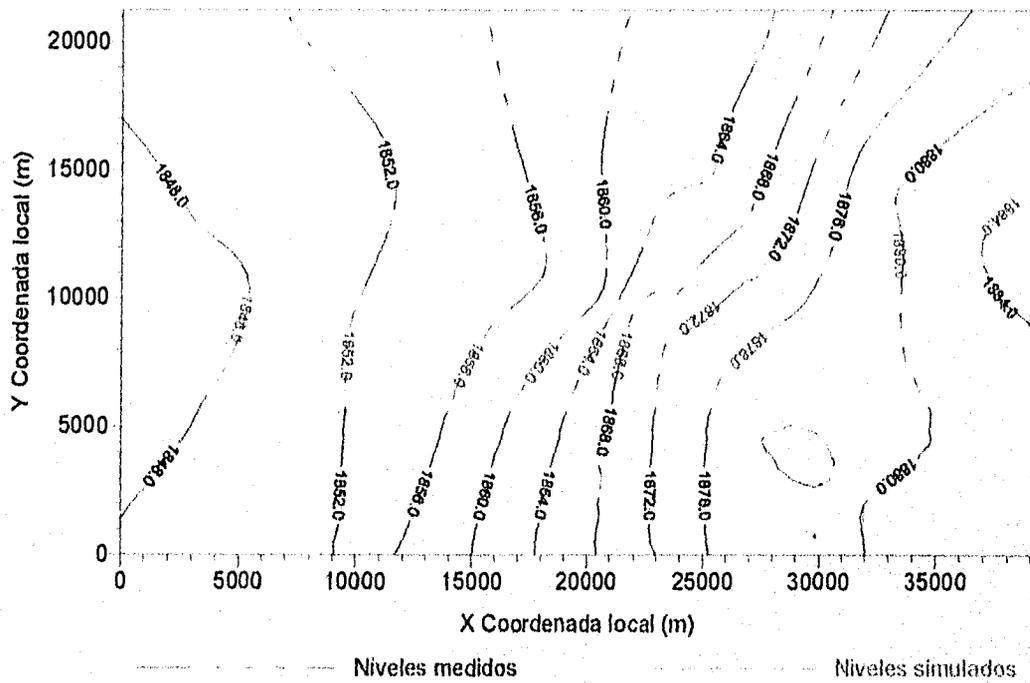


Lámina 4.32 Resultados de la modelación inversa nudo a nudo 1975 msnm

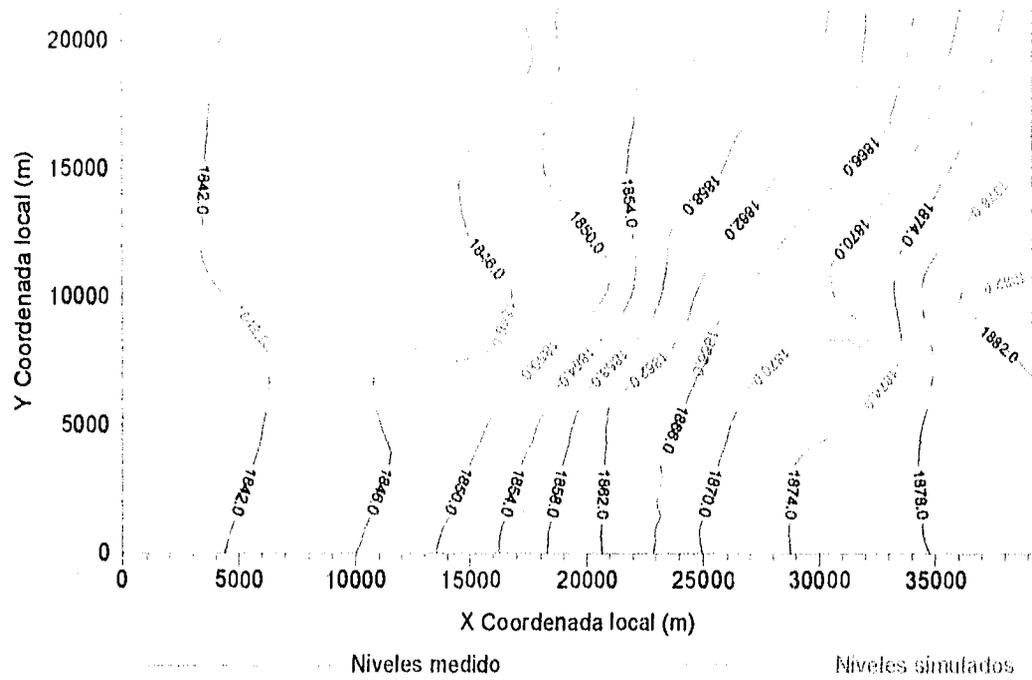


Lámina 4.33 Resultados modelación inversa nudo a nudo 1980 msnm

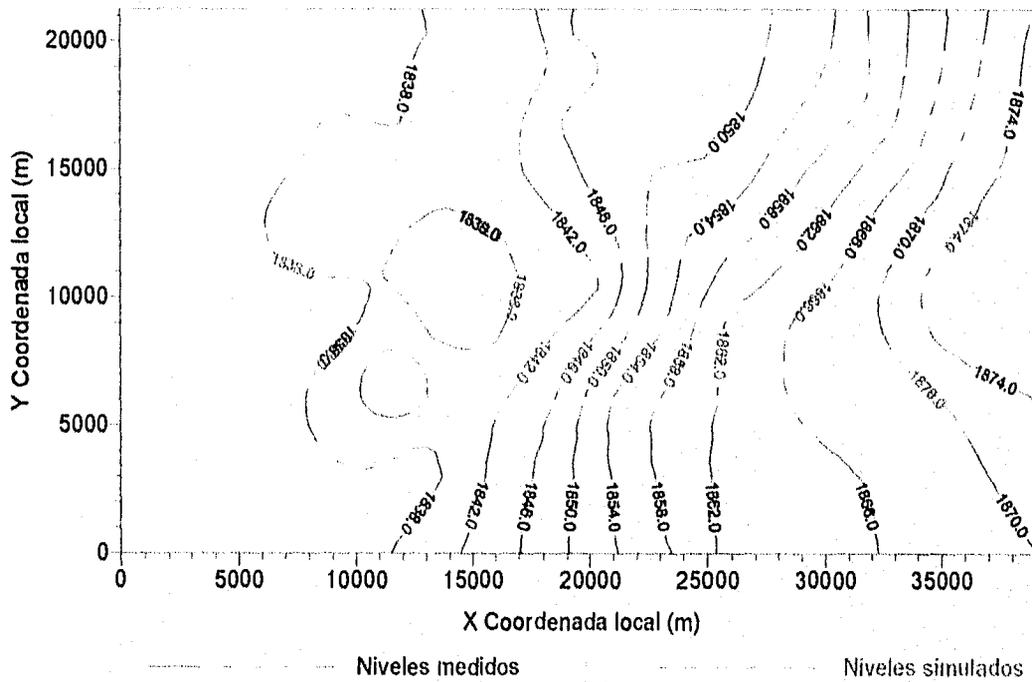


Lámina 4.34 Resultados modelación inversa nudo a nudo 1985 msnm

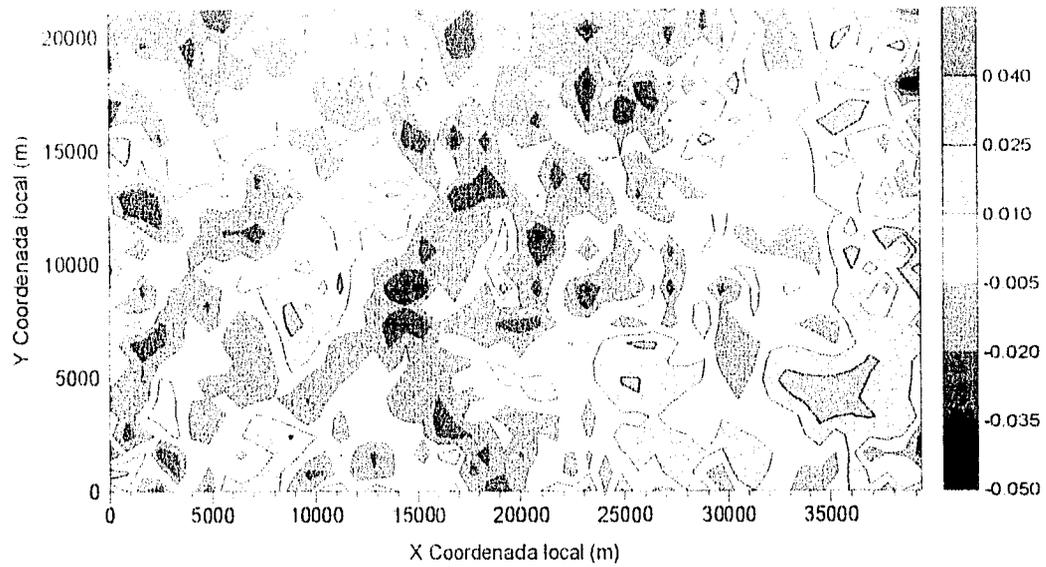


Lámina 4.35 Errores modelación inversa nudo a nudo 1970 (m)

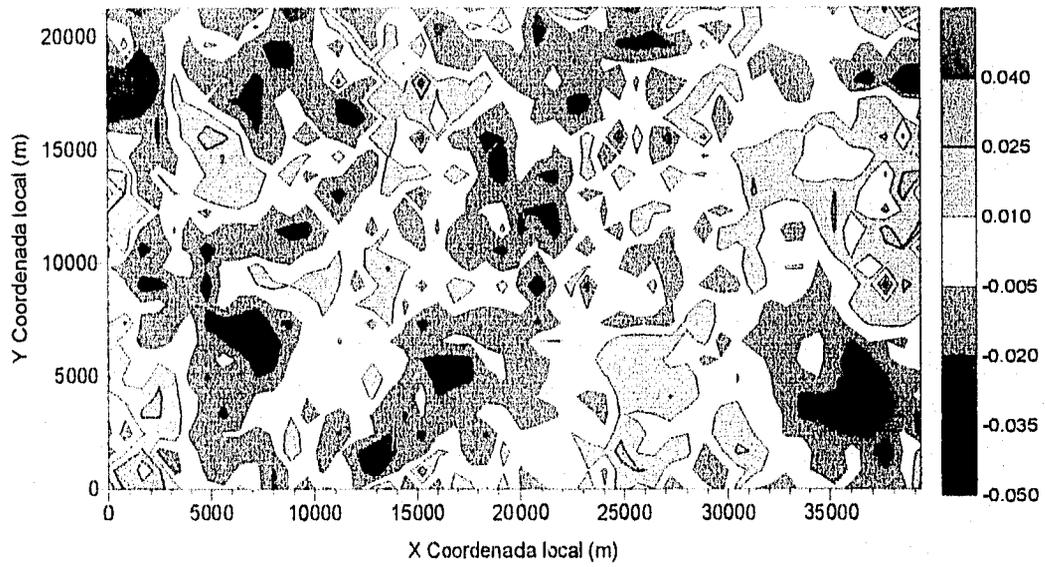


Lámina 4.36 Errores modelación inversa nudo a nudo 1975 (m)

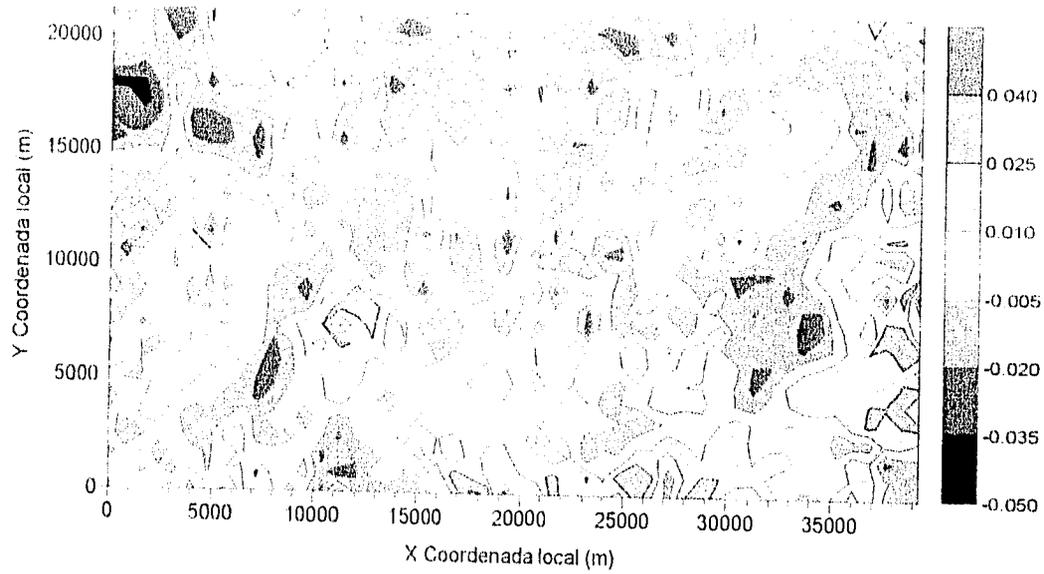


Lámina 4.37 Errores modelación inversa nudo a nudo 1980 (m)

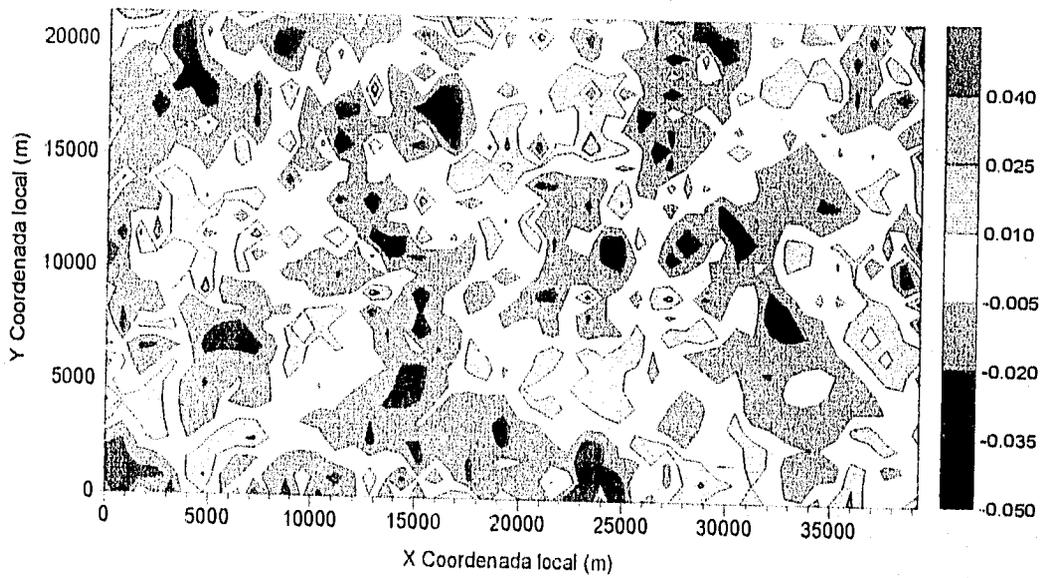


Lámina 4.38 Errores modelación inversa nudo a nudo 1985 (m)

Existen aspectos que limitan la aplicación de esta metodología, como son: la demanda de recursos computacionales, puesto que se requiere memoria RAM en proporción al tamaño del acuífero por estudiar, aproximadamente 170 bytes por nudo; otro aspecto es el tiempo de cálculo, ya que utilizando como primera aproximación a los flujos netos un planteamiento como el que se expuso en el apartado 3.4 y ejecutando el programa en un equipo como el descrito antes, para una tolerancia de 0.05 m se requiere en promedio de 13 horas con 40 minutos para resolver el problema para una estimación anual.

Se realizaron las corridas para los 16 años de registros piezométricos con lo cual se obtuvieron 15 valores de recarga o flujo neto, ya que el último año se toma para comparar, en la lámina 4.39 se presentan los resultados obtenidos, así como, bombeos y nivel medio en el acuífero para cada año. Puede observarse en la lámina 4.39, que el nivel medio de la superficie libre del agua en el acuífero presenta descenso sostenido a lo largo del tiempo porque a pesar de que la recarga se incrementa, el bombeo siempre la supera.

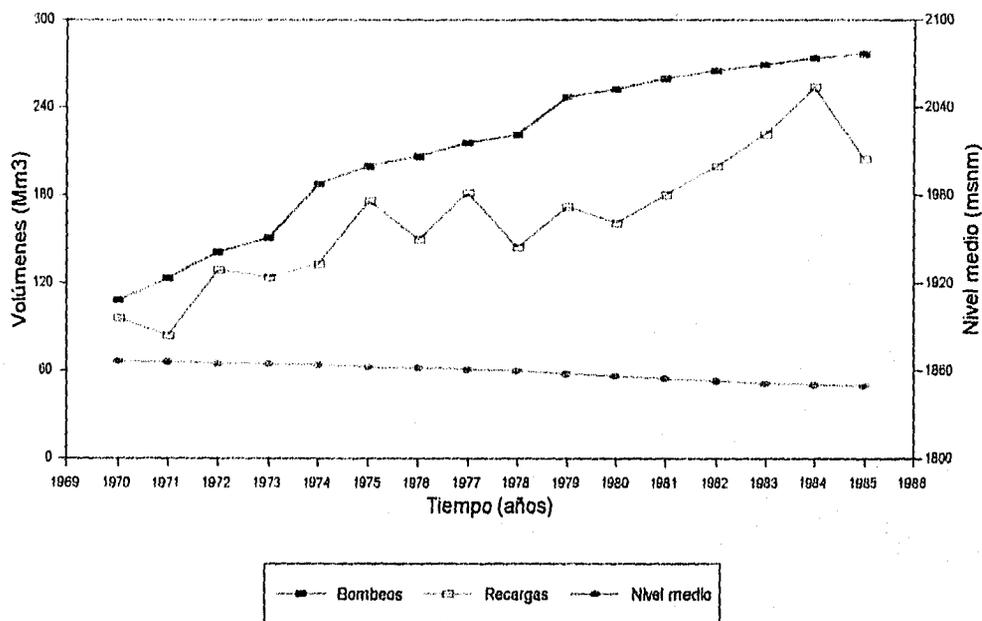


Lámina 4.39 Recargas estimadas, bombeo y nivel medio en el acuífero año a año

Adicionalmente, se realizaron pruebas para otras dos tolerancias con los siguientes resultados: ambas corridas fueron para el período 1980-1981, para una tolerancia de 0.10 m se requirió de un tiempo de 5 horas 30 minutos, y para 0.20 m el tiempo necesario fue de 2 horas 45 minutos, en las lámina 4.40 y 4.41 se presentan los resultados.

Los resultados presentados en la lámina 4.39 fueron obtenidos a partir de los flujos netos en (m/día) que resultaron de la modelación inversa para cada año, multiplicando su valor nudo a nudo por su área de influencia para obtener el flujo neto en (m³/día) y por 365 para conocer su valor en (m³/año).

Dado que resulta difícil observar desviaciones importantes entre los niveles medidos y los simulados que se presentan en las láminas 4.40 y 4.41 debido a la escala que se está manejando, en la tabla 4.1 se presenta una comparación cuantitativa de los flujos netos resultantes para las diferentes tolerancias.

Tabla 4.1 Comparación entre los resultados de utilizar diferentes tolerancias

Período de calibración	Tolerancia considerada (m)	Recarga estimada (Mm ³)
1980 - 1981	0.05	161.034
1980 - 1981	0.10	161.171
1980 - 1981	0.20	161.577

Como se observa en la tabla 4.1 las diferencias que se presentan en las recargas estimadas al utilizar diferentes tolerancias dan la posibilidad de utilizar una tolerancia mayor a 0.05 m, que fue la que se utilizó en el ejemplo de aplicación, pues se considera que dichas diferencias no son de trascendencia práctica y además una tolerancia mayor tiene la ventaja de reducir el tiempo de cálculo.

Los resultados que se muestran en la lámina 4.39 representan las recargas totales que se presentaron de acuerdo con la evolución de los niveles piezométricos en el acuífero, obteniéndose para los quince años considerados un valor promedio de la recarga de 163.4 Mm³. Con el fin de hacer un análisis que considere la distribución espacial y temporal tanto de las variables que sirvieron como base para la estimación de la recarga como de los resultados mismos, la zona del modelo fue subdividida en 20 zonas como sigue: se tomaron 12 zonas de 10 renglones por 15 columnas, 3 de 10 renglones por 11 columnas, 4 zonas de 9 renglones por 15 columnas y 1 zona de 9 renglones por 11 columnas. Como se muestra en la lámina 4.42, en el anexo C se presentan los volúmenes de bombeo considerados para cada año en cada zona, así como, la evolución de los niveles piezométricos para el nudo central de cada zona. Esta división también guarda relación con la densidad de los pozos de extracción, ya que se considera la discretización espacial del modelo.

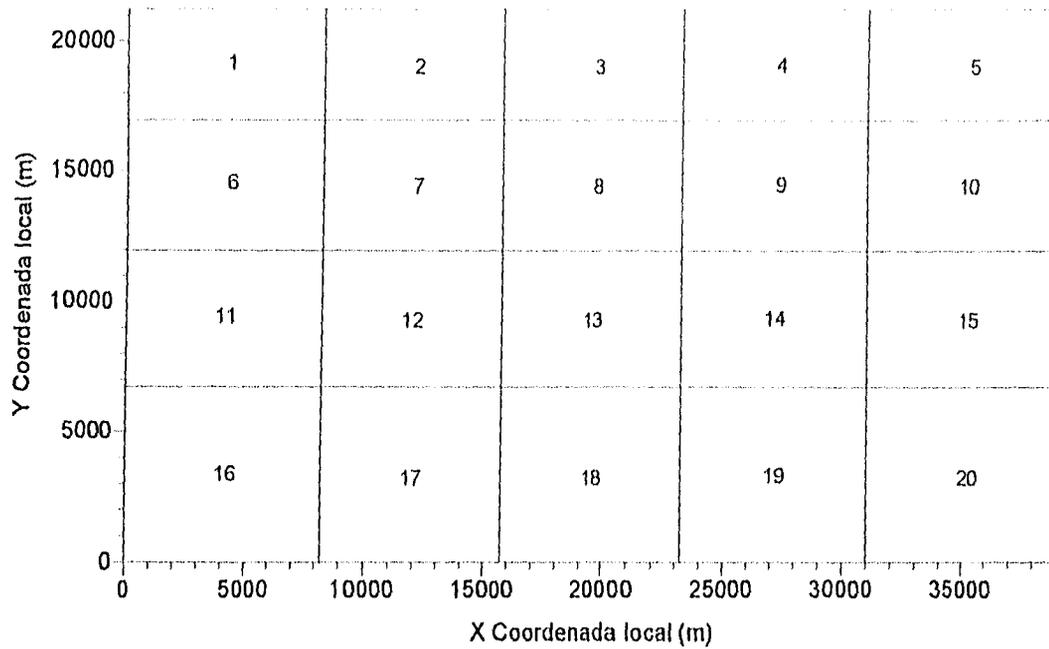


Lámina 4.42 Subdivisión de la zona de estudio con el fin de hacer un análisis localizado

Como puede observarse en las láminas 4.27 a 4.30 y con apoyo en la lámina 4.42, la zona número 15 es la que presenta la mayor recarga, lo cual resulta razonable ya que en ésta zona los suelos son altamente permeables y allí se encuentra la presa Constitución de 1917, de la cual se estiman pérdidas por infiltración de $30 \text{ Mm}^3/\text{año}$, y adicionalmente está presente una corriente superficial permanente. Por otra parte la zona que presenta mayor descarga es la zona 9.

4.8.2.1 Ejemplos de evaluación de diferentes opciones de explotación

Con el fin de ilustrar la manera en que esta metodología puede ser utilizada para evaluar diferentes opciones de explotación se presentan algunos casos hipotéticos, en los cuales se considera la calibración realizada entre los años 1979 - 1980, y con ésta se evalúan 8 diferentes opciones de explotación, cabe aclarar que en los casos que se presentan no se persigue ningún otro objetivo particular que no sea el de mostrar como, en un momento dado se puede encontrar la política de explotación que a futuro cumpla con un objetivo particular, como puede ser, propiciar la recuperación de los niveles piezométricos en ciertas áreas de un acuífero mediante la aplicación de vedas.

Ejemplo 1.- Como se indica en el párrafo anterior se tomó la calibración hecha para 1979 - 1980, esto es, el modelo fue calibrado con los bombeos registrados durante 1979 (247.5 Mm³) y con la evolución de los niveles medidos entre 1979 y 1980. En el primer ejemplo se aplica un régimen de extracción variable en el cual se consideran los volúmenes de bombeo registrados durante los siguientes seis años a partir de 1979, año de calibración, dichos bombeos muestran los siguientes incrementos con respecto al bombeo de 1979: 2.13%, 5.0%, 7.2%, 8.9% 10.8% y 11.9 por ciento respectivamente para los años de 1980 a 1985. Los resultados se presentan en la lámina 4.43.

Los resultados del primer ejemplo servirán como punto de comparación para los demás, por lo tanto, en las láminas siguientes a la 4.43 siempre aparecerán los niveles de dicha lámina en color verde y los resultados del ejemplo en turno aparecerán en color azul, se decidió tomar los resultados del primer ejemplo por ser ésta la forma en que se explotó el acuífero en esos años, y resulta interesante observar lo que habría ocurrido si el acuífero se hubiera explotado con un régimen de extracción diferente.

Los ejemplos se presentan como ilustración únicamente En un momento dado, la autoridad encargada del manejo del acuífero será la que decida que opciones de explotación se deben evaluar de acuerdo con las condiciones del acuífero.

Los ejemplos que se presentan a partir del número dos en adelante consisten en lo siguiente:

Ejemplo 2.- En este caso se supone que en el acuífero se aplicó una veda rígida, por lo cual ya no se permitió incrementar los volúmenes de extracción a partir de 1979, es decir se evalúa un régimen de explotación constante durante siete años lámina 4.44.

Ejemplo 3.- En este caso se evalúa un régimen de explotación en el cual se supone que los volúmenes de extracción en 1979 son los registrados y que para 1980 dichos volúmenes se incrementaron en un 10% y además de 1980 en adelante se aplicó una veda rígida, por tanto el régimen evaluado es variable en un año y constante en seis años lámina 4.45.

Ejemplo 4.- En este caso se evalúa un régimen de explotación en el cual se supone que los volúmenes de extracción en 1979 son los registrados y que para 1980 dichos volúmenes se disminuyeron en un 10% debido a la puesta en marcha de un programa de uso eficiente del agua, y que además de 1980 en adelante se aplicó una veda rígida, por tanto el régimen evaluado es variable en un año y constante en seis años lámina 4.46.

Ejemplo 5.- Dado que las zonas con los mayores abatimientos se encuentran en el área que corresponde a la primera mitad del acuífero, se parte del hecho de considerar un régimen constante de extracción para los siete años y se evalúa cual sería el efecto de reducir en la primera mitad de la zona del modelo los volúmenes de extracción, en un 10% con respecto al bombeo de 1979, durante todo el período de simulación lámina 4.47.

Ejemplo 6.- En este caso se presenta el caso contrario, dado que las zonas con los menores abatimientos corresponde a la segunda mitad del acuífero, se parte del hecho de considerar un régimen constante de extracción para los siete años y se evalúa cual sería el efecto de aumentar los volúmenes de extracción, en un 10% con respecto al bombeo de 1979, durante los siete años en la segunda mitad de la zona del modelo lámina 4.48.

Ejemplo 7.- La zona 14 de acuerdo con la figura 4.38, resultó ser una de las zonas de descarga más importantes, por lo tanto en este ejemplo se evalúa el efecto de reducir en un 10% los volúmenes de extracción de toda esta zona, con respecto al régimen de explotación constante supuesto en el ejemplo 2, lámina 4.49.

Ejemplo 8.- En este caso se evalúa el efecto de incrementar en un 10% los volúmenes de extracción de la zona 14, con respecto al régimen de explotación constante supuesto en el ejemplo 2, lámina 4.50.

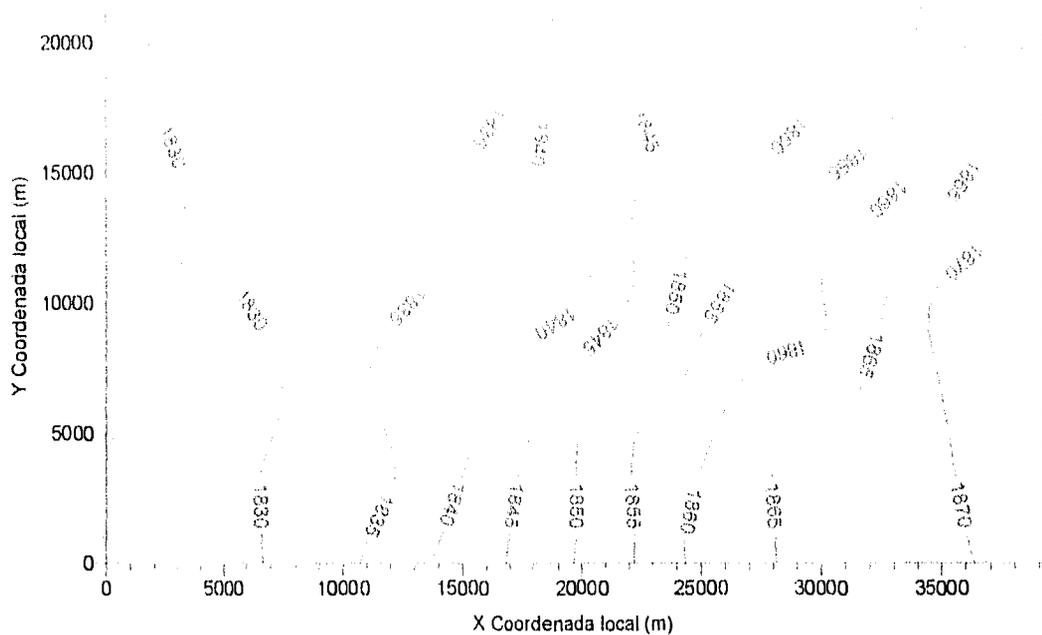


Lámina 4.43 Ejemplo 1, régimen de extracción variable

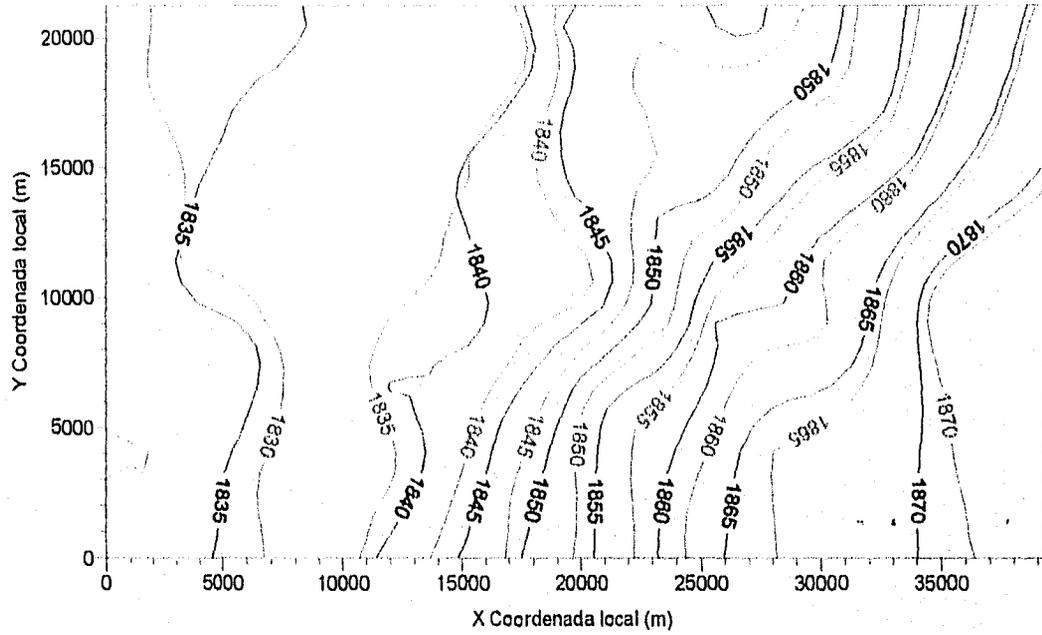


Lámina 4.44 Ejemplo 2, régimen de extracción constante

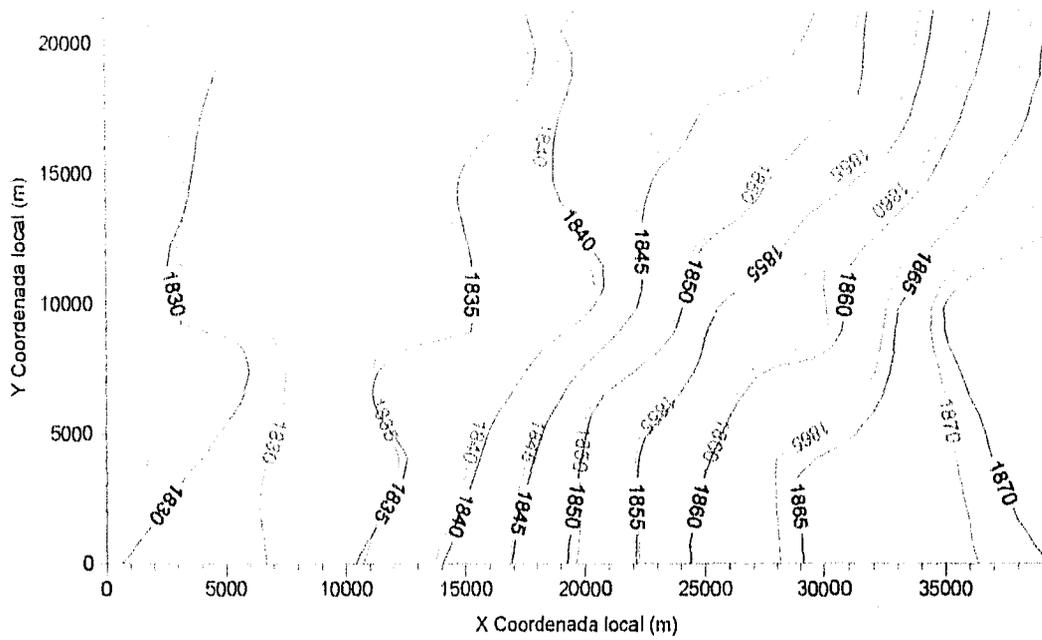


Lámina 4.45 Ejemplo 3, régimen de extracción constante con incremento de un 10 por ciento

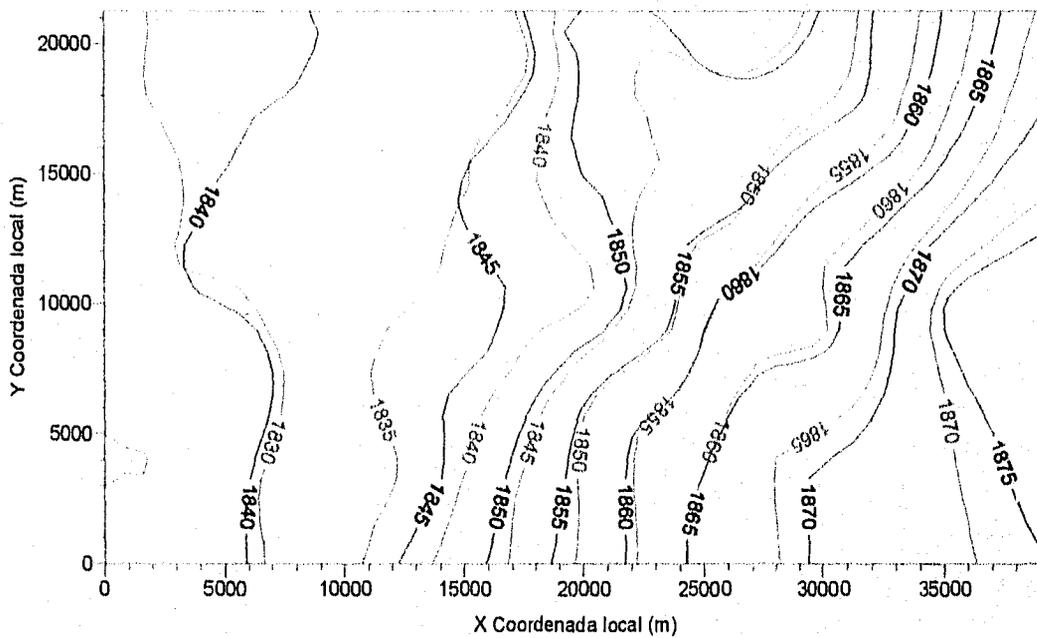


Lámina 4.46 Ejemplo 4, régimen de extracción constante con disminución de un 10 por ciento

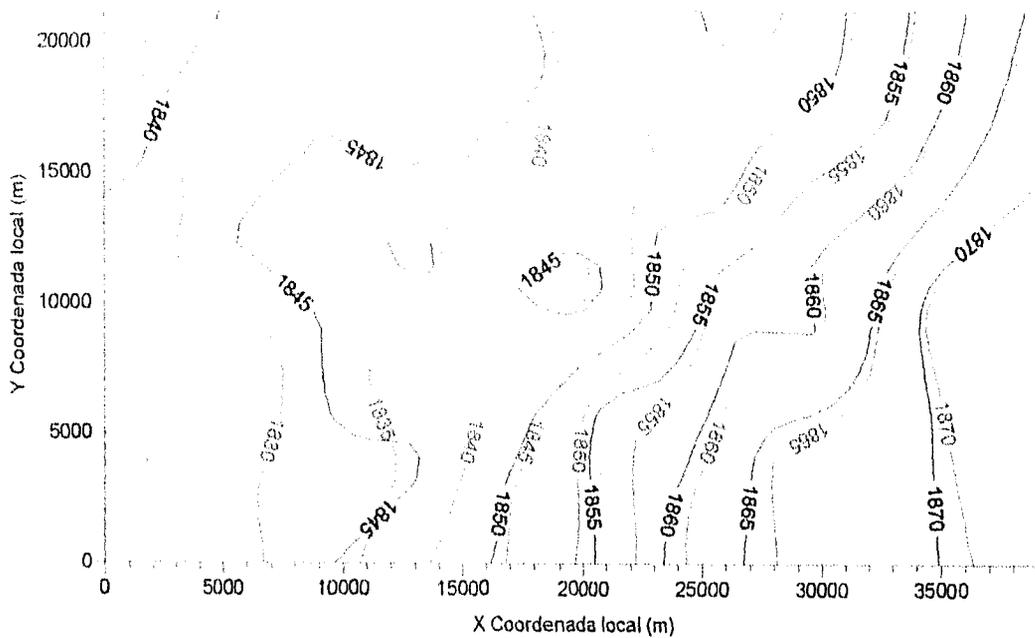


Lámina 4.47 Ejemplo 5, régimen de explotación constante con una disminución en la mitad de la de un 10 por ciento

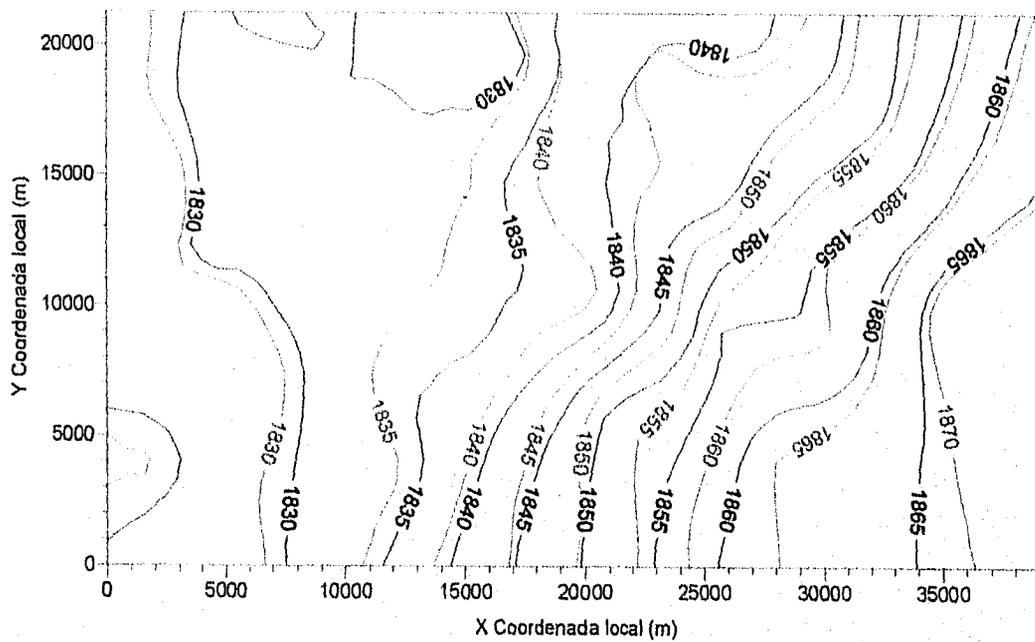


Lámina 4.48 Ejemplo 6, régimen de explotación constante con un incremento en la mitad de la malla de un 10 por ciento

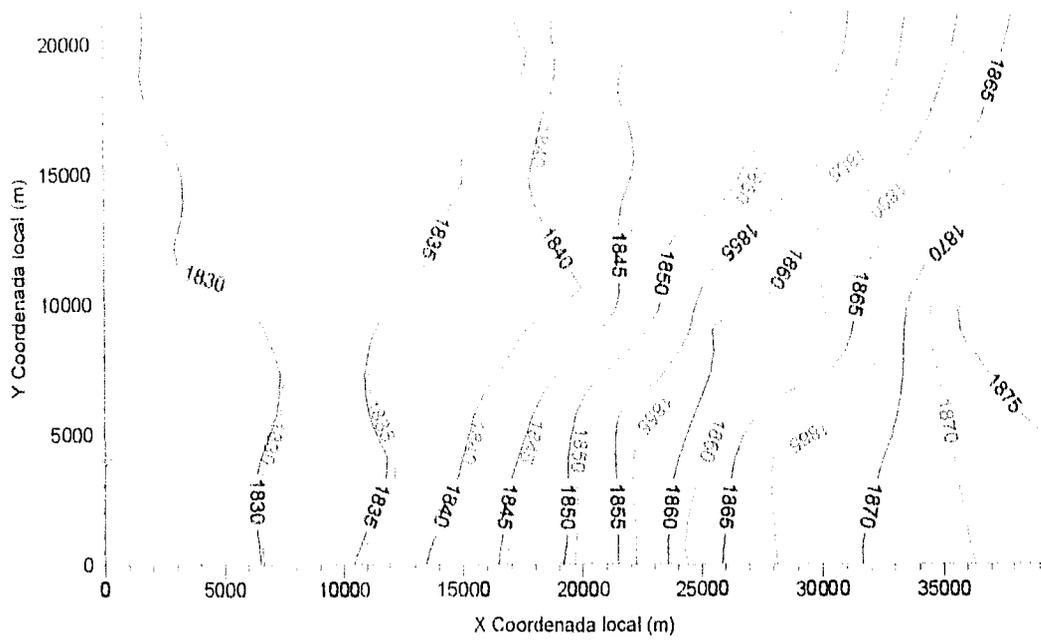


Lámina 4.49 Ejemplo 7, régimen constante con una disminución en la zona 14 de un 10 por ciento

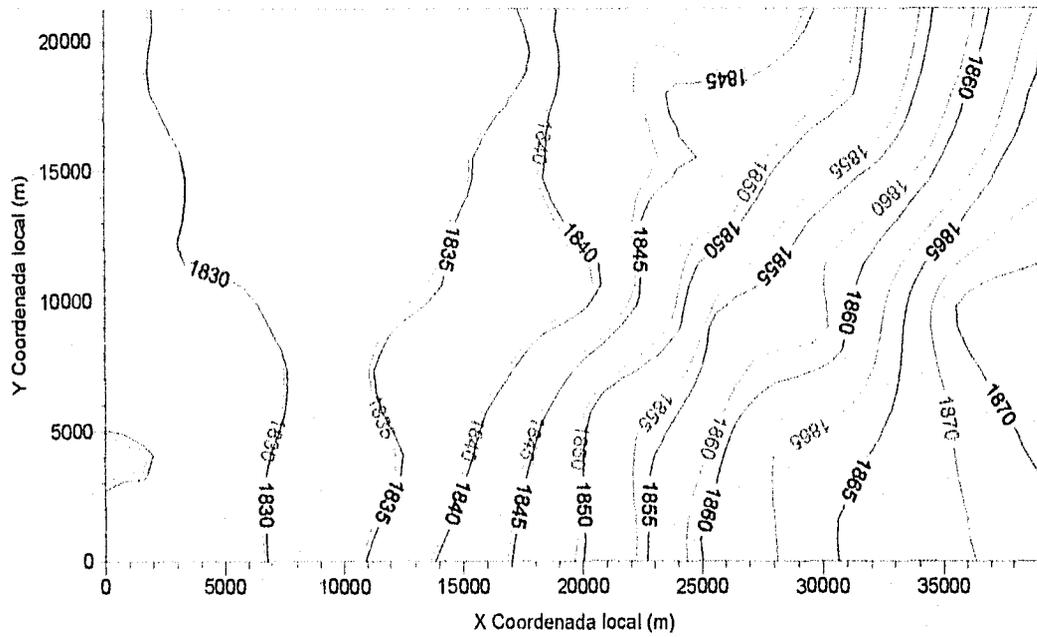


Lámina 4.50 Ejemplo 8, régimen constante con un incremento en la zona 14 de un 10 por ciento

Resultados del ejemplo 2, en la lámina 4.44 se observa que en algunas zonas los niveles presentan recuperación de 5 metros o más, principalmente en aquellas localizadas en la primera mitad del modelo.

Resultados del ejemplo 3, en la lámina 4.45 se observan abatimientos de 2.5 y 3 metros aproximadamente, principalmente en las zonas 3 y 16.

Resultados del ejemplo 4, en la lámina 4.46 se observa recuperación en los niveles de hasta 10 metros en las zonas 7 y 11.

Resultados del ejemplo 5, en la lámina 4.47 se observa recuperación en los niveles de 10 metros aproximadamente en los primeros 15000 metros de acuífero. En la parte central se presenta recuperación de aproximadamente 5 m en algunas zonas y gradualmente disminuyen hasta no presentar mayores cambios en la segunda mitad del mismo.

Resultados del ejemplo 6, en la lámina 4.48 se observan abatimientos de 5 metros aproximadamente en las zonas 2 y 3, lo mismo que en las zonas 5, 10 y 15, siendo mínimos en las zonas 17 y 18.

Resultados del ejemplo 7, en la lámina 4.49 los niveles presentan recuperación de 2 a 2.5 metros principalmente en las zonas adyacentes a la zona 14, sin presentar mayores cambios en las zonas alejadas como: 1, 2, 6, 7, 16 y 17.

Resultados del ejemplo 8, en la lámina 4.50 se observa un comportamiento similar pero en sentido opuesto al mostrado en la lámina 4.49, es decir en lugar de mostrar recuperación los niveles presentan abatimientos en las mismas magnitudes, como se esperaba.

En resumen puede decirse que se cumplió el objetivo de dichos ejemplos, ya que con ellos se puso de manifiesto el potencial que esta herramienta tiene en la evaluación de diferentes opciones de explotación, lo cual permitirá implementar el régimen de extracción que mejor convenga a los objetivos perseguidos de acuerdo a las condiciones del acuífero.

5 CONCLUSIONES

Se presenta una metodología de uso sencillo, rápido y confiable que permite calibrar flujos netos y estimar la recarga de cualquier acuífero a partir de los datos hidráulicos fundamentales del mismo: transmisividad, coeficiente de almacenamiento, conductividad hidráulica y evolución de los niveles piezométricos.

La principal aportación de este trabajo, es proporcionar una herramienta confiable para la estimación de la recarga, con lo cual se da un paso importante hacia el manejo eficiente de los recursos hidráulicos subterráneos. Ya que para evaluar diferentes opciones de manejo y control del agua subterránea se requieren predicciones de los niveles del agua subterránea. Para obtener predicciones realistas a largo plazo, es necesario una buena estimación de la recarga (Chiew & McMahon, 1990).

Los procedimientos que actualmente se utilizan para la estimación de la recarga en general presentan desventajas debido a que en todos la recarga se estima como función de variables que difícilmente pueden estimarse de forma precisa dada su gran variabilidad espacial o temporal. Por ejemplo, los resultados del balance de agua tienen valor limitado debido a la gran incertidumbre en los datos de entrada (precipitación, evapotranspiración potencial, etcétera). El método del plano de flujo cero, presenta el problema de que la conductividad hidráulica tiene grandes variaciones de un lugar a otro aun en suelos aparentemente homogéneos y a unos cuantos metros de distancia.

Así se puede encontrar desventajas a todos y cada uno de los métodos que se utilizan para la estimación de la recarga, ya que cuando no es la incertidumbre en los valores de las variables de entrada, resultan otros problemas como la necesidad de equipo y personal especializado, altos costos, etcétera. Por tanto, no existe en la actualidad un método para la estimación de la recarga que sea el método "ideal"; todos presentan aspectos que en un momento dado limitan su aplicación.

Las principales desventajas de la modelación inversa nudo a nudo, pueden resumirse en los errores de construcción del modelo, como son los errores o imprecisiones en la estimación de los parámetros hidráulicos fundamentales, transmisividad, coeficiente de almacenamiento, conductividad hidráulica etc. Éstos pueden ser absorbidos por el parámetro calibrado (el flujo neto) lo cual daría como resultado un panorama distorsionado. Adicionalmente, se debe tener cuidado que los niveles medidos como estáticos no sean confundidos con aquellos resultantes del bombeo.

Por otra parte, existe otro aspecto que puede considerarse como desventaja, la demanda de recursos computacionales, ya que esta técnica requiere de memoria RAM en proporción al tamaño del acuífero en estudio, aproximadamente 170 bytes por nudo.

Neuman y Fogg (1980) reportaron que la calibración de un modelo que cubre aproximadamente 120 Km² con 222 nudos requirió un total de 80 corridas en régimen permanente a razón de 45 segundos de tiempo de computadora en un equipo CDC 6400, adicionalmente en el proceso se necesitaron aproximadamente 400 horas/hombre de trabajo. Si bien, parte del tiempo se utilizó en la manipulación de los datos, la mayoría se gastó en el análisis de los resultados de cada corrida y en decidir como modificar los datos de entrada para la siguiente.

Las ventajas de la modelación inversa nudo a nudo son: requiere menos horas/hombre, sin demandar un tiempo de cómputo realmente significativo; se tiene un algoritmo de búsqueda sistemática de la solución; esta metodología considera, implícitamente todos los mecanismos de recarga presentes en el proceso de la misma, ya que sin importar cual sea el origen de la recarga ésta se ve reflejada en los niveles piezométricos del acuífero. Esta técnica permite, una vez calibrados los flujos netos, simular la respuesta del acuífero a las variaciones en el régimen de extracción; lo cual permite adoptar las medidas tendientes a conseguir los objetivos que se persiguen de acuerdo con las condiciones presentes en el acuífero.

Referencias

- Bittinger, M. W., Duke, H. R., & Longenbach, R. A., "Mathematical Simulations for Better Aquifer management", International Association of scientific Hydrology, Symposium of Haifa, publication 72, 1967.
- Castany, G., "Tratado Práctico de las aguas Subterráneas", Ediciones Omega, Barcelona, 1971.
- CNA, Gerencia Regional Lerma Balsas., "Plan maestro de la cuenca Lerma-Chapala", México, 1993.
- Custodio, E., "Hidrología Subterránea", Ediciones Omega, Barcelona, 1975.
- Cruickshank, V., y Chávez, R., "Modelo Matemático "DAS" para el Estudio de Comportamiento de Acuíferos", Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXII, Num. 1, 1969.
- Chávez, R. y Martínez, R., "Talleres regionales de acuíferos", 11º Congreso Nacional de Hidráulica, Tomo II, 206 - 217 p., Méxco, 1990
- Chiew, F. H. S., & McMahon, T. A., "Estimating Groundwater Recharge Using a Surface Watershed Modelling Approach", Journal of Hydrology, 114, 285 - 304, 1990.
- Davis, S. N., & De Wiest, R. J. M., "Hidrogeología", Ediciones Ariel, Barcelona, 1971.
- Escolero, O. A., "Manejo Óptimo de un acuífero", Universidad Nacional Autónoma de México, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Tesina, México; 1993.
- Geofísica de Exploraciones Guysa S. A. de C. V., "Integración de los Estudios Geohidrológicos de San Juan del Río y Querétaro", Informe Final, México, 1992.
- Gibson, V. P., y Singer, R. D., "Manual de los Pozos Pequeños", Editorial Limusa, México, 1976.
- Jayawardena, A., & Kaluarachchi, J., "Infiltration into decomposed granite soils: Numerical modelling, application and some laboratory observations", J. Hydrol., 84: 231 - 260 p., 1986.

- Keckler, D., "Surfer for Windows, User's Guide", Golden Software, Inc., Colorado, U.S.A., 1994.
- Khan, I., "A lumped approach to the inverse problem in Groundwater Hydrology", *Water Resources Res.*, 16: 866 - 873 p., 1980.
- Peaceman, D. W., & H. H. Rachford, "The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations", *Journal Society of Industrial and Applied Mathematics*, 1955.
- Prickett, T. A. & Lonquist, C. G., "Selected Digital Computer Techniques for Groundwater Resource Evaluation", *Illinois State Water Survey, Urbana, Bulletin 55*, 1971.
- Richards, L., "Capillary conduction of liquids through porous mediums", *Physics*, 1: 318 - 333 p. 1931.
- SARH., "Sinopsis Geohidrológica del estado de Querétaro", México 1988.
- Simmers, I., "Natural Groundwater Recharge Estimation in (semi-) Arid Zones: Some State-of-art Observations", *International Water Resources Association, Urbana, Illinois*, 373 - 386, 1990.
- Sophocleous, M. A., "Combining the Soliwater Balance and Water Level Fluctuation Methods to Estimate Natural Groundwater Recharge: Practical Aspects", *Journal of Hydrology*, 124, 229 - 241, 1991.
- Van Tonder, G. J., & Kirchner, J., "Estimation of Natural Recharge in the Karoo Aquifers of South Africa", *Journal of Hydrology*, 121, 395 - 419, 1990.

Bibliografía

- Allison, H., "The Principles of the Inverse Modelling for Estimation of Recharge From Hydraulic Head", NATO Advanced Study Institutes Series. Series C; Mathematical and Physical Sciences, Vol. 222, p. 271-282, 1987.
- Castany, G., "Prospección y Explotación de las Aguas Subterráneas", Ediciones Omega, Barcelona, 1975.
- Davis, S. N., "Hydrogeology", John Wiley & Sons Inc., New York, 1966
- De Wiest, Roger J. M., "Geohydrology", John Wiley & Sons, Inc., E.U.A 1965.
- Freeze, R. A., & Cherry, J. A., "Groundwater", Englewood Cliffs., Prentice-Hall, 1979.
- Graham, W. D. & Neff, C. R., "Optimal Estimation of Spatially Variable Recharge and Transmissivity Fields Under Steady-state Groundwater flow: Case Study", Journal of Hydrology, 157, 267 - 285, 1994.
- Graham, W. D. & Tankersly, C. D., "Optimal Estimation of Spatially Variable Recharge and Transmissivity Fields Under Steady-state Groundwater flow: Part 1 Theory", Journal of Hydrology, 157, 247 - 266, 1987.
- Gee, G. W., & Hillel, D., "Groundwater Recharge in Arid Regions; Review and Critique of Estimation Methods", Hydrological Processes, Vol. 2, No. 3, p. 255 - 266, 1988.
- Hefez, E., Shamir, V., & Bear, J., "Identifying The Parameters of an Aquifer Cell Model", Water Resources Research, Vol. 11 No. 6, 993 - 1004, 1975.
- Hendrickx, J. M. H., Khan, A. S., Bannink, M. H., Birch, D. & Kidd, C., "Numerical Analysis of Groundwater Recharge Through Stony Soils Using Limited Data", Journal of Hydrology, 127, 173 - 192, 1991.

- Johansson, P., "Estimation of Groundwater Recharge in Sandy till with two Different Methods Using Groundwater level fluctuations", *Journal of Hydrology*, 90, 183 - 198, 1987.
- Korkmaz, N., "The Estimation of Groundwater Recharge From Spring Hydrographs", *Journal Hydrological Sciences*, 209 - 217, 1990.
- Navarro, A., "A Modified Optimization Method of Estimating Aquifer Parameters", *Water Resources Reserch*, Vol. 13, No. 6, 935 - 939, 1977.
- Neuman, S. P., Fogg, G. E., & Jacobson E., "A Statistical Approach to the inverse problem of Aquifer Hydrology: Case Study", *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 1, 33 - 58, 1980.
- Neuman, S. P., "A Statistical Approach to the inverse problem of Aquifer Hydrology: Improved Solution Method and Added Perspective", *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 2, 331 - 346, 1980.
- SARH, IMTA, "Estado del Arte de la Aplicación de las Microcomputadoras a la Geohidrología. Modelación Numérica de un Acuífero Confinado", Informe Final, 1987.
- Singh, R. N., Rai, S. N., & Ramana, D. V., "Water Table Fluctuation in a Sloping Aquifer with Transient Recharge", *Journal of Hydrology*, 126, 315 - 326, 1991.
- Sophocleous, M., "Groundwater Recharge estimation and Regionalization: The Great Bend Prairie of Central Kansas and its Recharge Statistics", *Journal of Hydrology*, 137, 113 - 140, 1992.
- Tang, D. H., & Pinder, G. F., "A Direct Solution of the Inverse Problem in Groundwater Flow", *Advances in Water Resources*, Vol. 2, 97 - 99, 1979.
- Tinajero, J. A., "Geohidrología", Universidad Nacional Autónoma de México, División de Ingeniería Civil, Departamento de Ingeniería Hidráulica, 1985.
- Tinajero, J. A., "Geohidrología", Instituto Politécnico Nacional, México, 1979.
- Tood, D. K., "Hidrología (Agua Subterránea)", Editorial Paraninfo, Madrid, 1973.

Weir, G. J., "The Direct Inverse Problem in Aquifers", Water Resources Research, Vol. 25, No. 4, 749 - 753, 1989.

Willis, R., & Yeh, W., "Groundwater Systems Planning & Management", Printice-Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.

Anexo A

Modelo de simulación utilizado

Anexo A

A.1 Modelo de simulación de flujo en acuíferos

La información que se presenta en este anexo sigue en gran medida Prickett (1971). La ecuación diferencial en derivadas parciales (Bittinger, *et al.*, 1967) que describe el flujo bidimensional en régimen transitorio en un acuífero confinado, heterogéneo e isótropo es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + \Delta Q \quad (\text{A.1})$$

donde:

T = transmisibilidad del acuífero

h = altura piezométrica

t = tiempo

S = coeficiente de almacenamiento del acuífero

ΔQ = diferencia entre los caudales extraídos y recargados por unidad de área

x,y = coordenadas rectangulares.

No existe solución analítica para la ecuación (A.1); sin embargo, puede obtenerse una solución numérica de ésta, por medio de un planteamiento en diferencias finitas. Éste requiere en primer lugar de la representación del continuo físico del acuífero por un conjunto equivalente de elementos discretos, trabajando las variables de tiempo y espacio como parámetros discretos.

En segundo lugar, se escriben en diferencias finitas las ecuaciones del flujo de agua subterránea en el modelo discretizado. Finalmente se resuelve numéricamente el sistema algebraico resultante con la ayuda de una computadora.

Las ecuaciones en diferencias finitas pueden obtenerse por dos caminos: desde el punto de vista físico, a partir de la ley de Darcy y del principio de conservación de masa, o sustituyendo las derivadas de la ecuación (A.1) por diferencias finitas aproximadas. Los dos métodos conducen al mismo resultado.

A continuación se presenta la deducción partiendo del punto de vista físico.

Se superpone una malla rectangular a un mapa del acuífero, como puede verse en la lámina A.1. De esta forma, el acuífero queda dividido en volúmenes prismáticos de base rectangular (de lados Δx y Δy) y alturas iguales al espesor del acuífero. Las derivadas ∂x y ∂y se aproximan mediante las longitudes Δx y Δy , respectivamente. El área $\Delta x \Delta y$ debe ser pequeña en comparación con el área total del acuífero, para que el modelo descrito sea una representación aceptable del sistema continuo. Se denomina nudos a las intersecciones de las líneas de la malla, y se denotan con los subíndices i para la columna y j para el renglón en un sistema rectangular x, y .

Para los caudales (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) se ha elegido convencionalmente una dirección de flujo, como se muestra en la lámina A.1. Los términos Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4 representan las transferencias de agua de un nudo a otro; Q_5 indica la cantidad de agua incorporada o liberada del almacenamiento del acuífero por unidad de tiempo. Se conviene en considerar positivo Q_5 cuando se libera agua como se ilustra en la lámina A.1. Se define Q_6 como un caudal constante de bombeo, y un séptimo término Q_n para tener en cuenta otras acciones especiales como infiltración inducida, efectos de evapotranspiración, aportaciones de otros acuíferos superiores o inferiores, etcétera. Estas acciones serán expresadas en forma de caudal.

La condición de continuidad o de conservación de masa relaciona los caudales que entran y salen del nudo i, j (lámina A.1), obligando a que se cumpla la igualdad:

$$Q_n + Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_5 + Q_6 \quad (A.2)$$

La determinación de los términos de la ecuación (A.2) requiere tres consideraciones. En primer lugar, es necesario definir la parte del acuífero que interviene en cada término. En segundo lugar, no debe olvidarse que aunque los caudales circulan en cualquier dirección dentro del acuífero, en el planteamiento en diferencias finitas, están restringidos a las direcciones x, y .

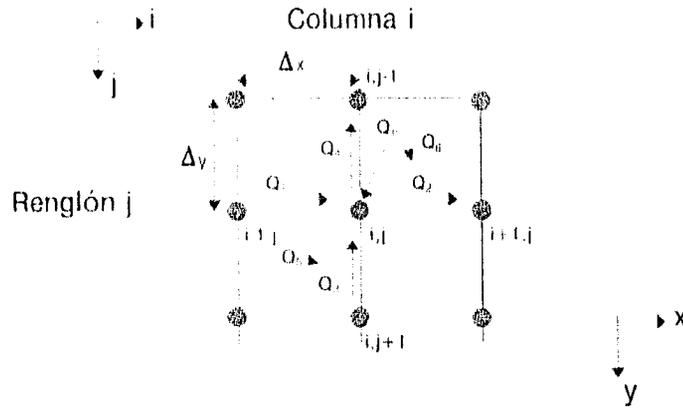


Lámina A.1 Malla empleada en el planteamiento de las ecuaciones en diferencias finitas

Puede darse el nombre de *volumen orientado* a la parte del acuífero considerada en cada caso, para subrayar que no sólo se está considerando un volumen sino también una dirección de flujo. Finalmente, y al estar discretizado el tiempo, la ecuación (A.2) representa el balance instantáneo de agua al final de un incremento de tiempo.

Las proyecciones horizontales de los volúmenes orientados definen la parte del acuífero que interviene en cada término de la ecuación de conservación de masa. Para los caudales Q_1 , Q_2 , Q_3 y Q_4 las proyecciones horizontales de los volúmenes orientados definen el área del acuífero relacionada con el nudo i,j para las transferencias de agua de un nudo al siguiente en una dirección determinada (x,y) .

Como se mencionó antes, la circulación de los caudales en el planteamiento en diferencias finitas está restringido a las direcciones x , y . Según la dirección que se considere la línea que definen los nudos, se constituye como el eje de la proyección horizontal de los volúmenes orientados. Para el caso de los caudales Q_1 y Q_2 que representan las transferencias de agua de un nudo al siguiente en la dirección x , dicha proyección es la subárea del acuífero definida por la suma de la mitad del Δy comprendido entre los nudos $i,j-1$ e i,j más la mitad del Δy entre los nudos i,j e $i,j+1$ multiplicada por el Δx entre los nudos $i-1,j$ e i,j para el caso de Q_1 y por el Δx entre los nudos i,j e $i+1,j$ para Q_2 . Los Δx respectivos para los nudos consecutivos representan la distancia que tiene que recorrer el agua para llegar de un nudo al siguiente en la dirección x . (ver lámina A.2).

Los caudales Q_3 y Q_4 representan las transferencias de agua de un nudo a otro en la dirección y, la proyección horizontal de los volúmenes orientados en este caso, corresponden al área del acuífero definida por la suma de la mitad del Δx entre los nudos $i-1,j$ e i,j más la mitad del Δx comprendido entre los nudos i,j e $i+1,j$ multiplicada por el Δy entre los nudos $i,j+1$ e i,j para el caso de Q_3 y por el Δy entre los nudos i,j e $i,j-1$ para Q_4 . En este caso los Δy representan de acuerdo a la ley de Darcy la distancia que tiene que recorrer el agua para pasar de un nudo al siguiente en la dirección y.

Las proyecciones horizontales de los volúmenes orientados para los términos Q_5 , Q_6 y Q_n son idénticas y representan el área del acuífero relacionada con el nudo i,j . Dicha área es definida por la suma de la mitad del Δx entre los nudos $i-1,j$ e i,j más la mitad del Δx comprendido entre los nudos i,j e $i+1,j$ multiplicada por la suma de la mitad del Δy entre los nudos $i,j-1$ e i,j más la mitad del Δy entre i,j e $i,j+1$. La superficie así definida puede considerarse como el área de influencia para el nudo i,j , ya que cualquier acción que incorpore o extraiga un cierto caudal dentro del área representada por la proyección horizontal del volumen orientado será representada como una acción concentrada en el nudo.

Las proyecciones horizontales de los volúmenes orientados que intervienen en los términos de la ecuación (A.2) (Q_1 , Q_2 , Q_3 y Q_4) se definen como se muestra en la lámina A.2. Todos los volúmenes orientados tienen una dimensión vertical igual al espesor del acuífero (m). Además, la parte del acuífero relacionada con cada uno de dichos términos tiene una anchura igual a la mitad de la malla a cada lado de la línea que pasa por el nudo considerado, y una longitud igual a la de la malla. Por último, aplicando la ley de Darcy se obtienen las ecuaciones

$$Q_1 = T_{i-1,j,2} (h_{i-1,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (A.3)$$

$$Q_2 = T_{i,j,2} (h_{i,j} - h_{i+1,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (A.4)$$

$$Q_3 = T_{i,j,1} (h_{i,j+1} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (A.5)$$

$$Q_4 = T_{i,j-1,1} (h_{i,j} - h_{i,j-1}) \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (A.6)$$

donde:

$T_{i,j,1}$ = transmisibilidad del acuífero en el volumen orientado comprendido entre los nudos i,j e $i,j+1$ (lámina A.2c-d).

$T_{i,j,2}$ = transmisibilidad del acuífero en el volumen orientado comprendido entre los nudos i,j e $i+1,j$ (lámina A.2a-b).

$h_{i,j}$ = altura piezométrica calculada al final del incremento de tiempo, medida a partir de un nivel de referencia arbitrario, en el nudo i,j .

Las proyecciones horizontales de los volúmenes orientados de los términos Q_5 , Q_6 y Q_n son idénticas (lámina A.3). Estos volúmenes excepto el relacionado con Q_n , se extienden a todo el espesor del acuífero, tienen una dimensión horizontal igual a $\Delta x \Delta y$, y están centrados alrededor del nudo i,j . Cuando no se incluyen fuentes o sumideros de agua especiales, el término Q_n es igual a cero. El término Q_5 representa el caudal con el que el agua es incorporada o extraída del almacenamiento del acuífero; viene dado por

$$Q_5 = S_{i,j} \Delta y \Delta x \frac{(h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}})}{\Delta t} \quad (A.7)$$

donde:

$h_{\phi_{i,j}}$ = Altura piezométrica calculada en el nudo al final del intervalo de tiempo anterior.

Δt = Intervalo de tiempo transcurrido desde el último cálculo de alturas piezométricas.

El término Q_6 es el caudal constante de bombeo en el volumen orientado asociado al nudo i,j lámina A.3.

$$Q_6 = Q_{i,j} \quad (A.8)$$

Con el fin de llevar la ecuación de conservación de masa (A.2) a su forma equivalente en diferencias finitas se sustituyen las ecuaciones (A.3 - A.8) en la ecuación (A.2) de donde resulta

$$\begin{aligned}
Q_n + T_{i-1,j,2}(h_{i-1,j} - h_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j,1}(h_{i,j+1} - h_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} = T_{i,j,2}(h_{i,j} - h_{i+1,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + T_{i,j-1,1}(h_{i,j} - h_{i,j-1}) \frac{\Delta x}{\Delta y} + \\
+ S_{i,j} \Delta x \Delta y \frac{(h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}})}{\Delta t} + Q_{i,j}
\end{aligned}
\tag{A.9}$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación entre $\Delta x \Delta y$ y agrupando términos se llega a

$$\begin{aligned}
T_{i-1,j,2} \frac{(h_{i-1,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,2} \frac{(h_{i+1,j} - h_{i,j})}{\Delta x^2} + T_{i,j,1} \frac{(h_{i,j+1} - h_{i,j})}{\Delta y^2} + T_{i,j-1,1} \frac{(h_{i,j-1} - h_{i,j})}{\Delta y^2} = S_{i,j} \frac{(h_{i,j} - h_{\phi_{i,j}})}{\Delta t} + \\
+ \frac{Q_{i,j}}{\Delta x \Delta y} - \frac{Q_n}{\Delta x \Delta y}
\end{aligned}
\tag{A.10}$$

Con Q_n igual a cero, la ecuación (A.10) es el planteamiento en diferencias finitas de la ecuación diferencial en derivadas parciales (ecuación (A.1)) que describe el flujo bidimensional en régimen transitorio del agua subterránea en un acuífero confinado y heterogéneo.

Cuando se plantea una ecuación similar a la (A.10) para cada nudo en el modelo, resulta un gran sistema de ecuaciones, con $h_{i,j}$ como incógnitas. Prickett indica que para resolver este sistema se utiliza una variante del método iterativo implícito en dirección alternante de (Peaceman y Rachford, 1955)

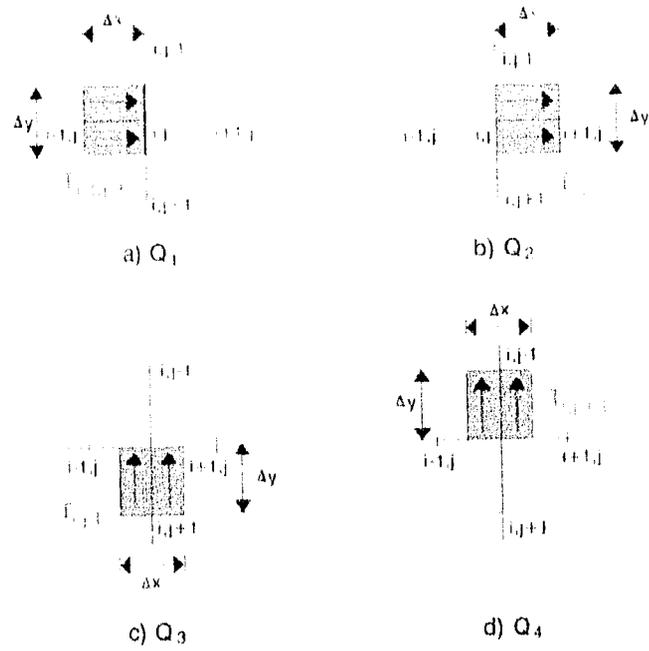


Lámina A.2 Volúmenes orientados que intervienen en el planteamiento de las ecuaciones en diferencias finitas

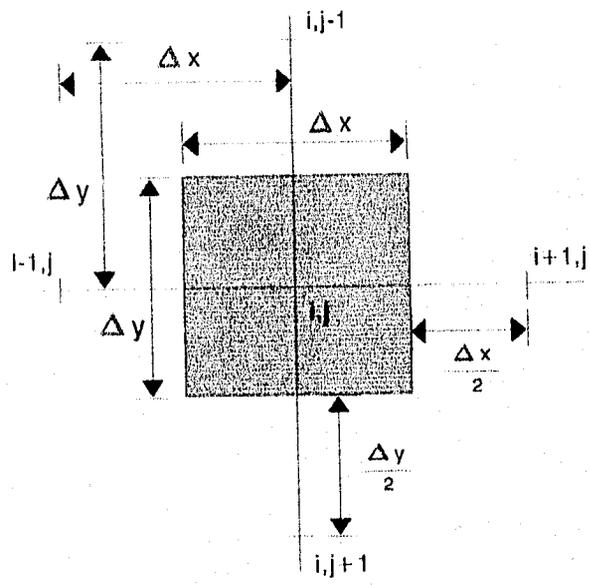


Lámina A.3 Volumen orientado para los términos Q_5 , Q_6 y Q_n

A.2 Método iterativo implícito en dirección alternante

A grandes rasgos, el método de solución empleado consiste en reducir el gran sistema de ecuaciones a varios sistemas más pequeños para cada intervalo de tiempo. Para ello se procede en primer lugar, por columnas, considerando cada una de ellas separadamente. En una columna se considera el sistema de ecuaciones correspondientes a sus nudos; en este sistema se consideran variables a las alturas piezométricas correspondientes a los nudos de la columna que se está procesando, mientras se mantienen constantes los correspondientes a las columnas adyacentes. El sistema de ecuaciones resultante para cada columna se resuelve por el método de eliminación de Gauss. Prickett citando a (Peaceman y Rachford, 1955), indica que el conjunto de ecuaciones a lo largo de una columna así obtenido, es un sistema implícito en la dirección de las columnas y explícito en la dirección ortogonal.

Una vez que todos los subsistemas de las columnas han sido resueltos ordenadamente, se pasa a aplicar otra vez el mismo procedimiento a los renglones, escribiendo un subsistema para cada renglón, considerando -como antes- constantes los niveles piezométricos en los renglones adyacentes a la que está siendo procesada. Cuando se concluye con todos los renglones se ha completado una iteración. El proceso se repite el número de veces necesario para conseguir la convergencia de los resultados. Una vez alcanzada dicha convergencia se han completado los cálculos para un incremento de tiempo. Las alturas piezométricas así calculadas se utilizan como niveles iniciales para el siguiente incremento de tiempo, comenzando de nuevo el mismo proceso. Prickett menciona que Peaceman y Rachford (1955) indican que esta técnica es estable incondicionalmente del valor asignado al incremento de tiempo.

Modificando y reordenando la ecuación (A.10) se facilita la solución de las ecuaciones por renglones y por columnas. En primer lugar, se supone que la malla está formada por cuadrados, de modo que, $\Delta x = \Delta y$. Se puede volver a escribir la ecuación (A.10) multiplicando ambos miembros por Δx^2 .

$$T_{1-1,j,2}(h_{1-1,j} - h_{ij}) + T_{1,j,2}(h_{1,j} - h_{ij}) + T_{1,j,1}(h_{1,j+1} - h_{ij}) + T_{1,j-1,1}(h_{1,j-1} - h_{ij}) = \left(\frac{S_{ij} \Delta x^2}{\Delta t} \right) (h_{ij} - h_{\phi_{ij}}) + Q_{ij} - Q_n \quad (A.11)$$

Desarrollando la ecuación anterior, cambiando los signos y agrupando los términos en h_{ij} se obtiene

$$h_{ij} \left(T_{i-1,j,2} + T_{ij,2} + T_{ij,1} + T_{ij-1,1} + S \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) - T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} - T_{ij,2} h_{i,j} - T_{ij,1} h_{i,j+1} - T_{ij-1,1} h_{i-1,j} = \left(S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) h_{ij} - Q_{ij} + Q_n \quad (A.12)$$

Se puede escribir la ecuación (A.12) de dos maneras: una para resolver las ecuaciones por columnas y otra, para la resolución por renglones.

Para el cálculo por columnas la ecuación (A.12) se puede escribir como

$$-T_{ij-1,1} h_{i,j-1} + h_{ij} \left(T_{i-1,j,2} + T_{ij,2} + T_{ij,1} + T_{ij-1,1} + S \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) - T_{ij,1} h_{i,j+1} = \left(S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) h_{ij} - Q_{ij} + T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} + T_{ij,2} h_{i,j} + Q_n \quad (A.13)$$

La ecuación (A.13) es de la forma

$$A A_j h_{i,j-1} + B B_j h_{ij} + C C_j h_{i,j+1} = D D_j \quad (A.14)$$

Donde las constantes son

$$A A_j = -T_{ij-1,1} \quad (A.15)$$

$$B B_j = T_{i-1,j,2} + T_{ij,2} + T_{ij,1} + S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (A.16)$$

$$C C_j = -T_{ij,1} \quad (A.17)$$

$$D D_j = \left(S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) h_{ij} - Q_{ij} + T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} + T_{ij,2} h_{i,j} + Q_n \quad (A.18)$$

Para los cálculos por renglones, se reordena la ecuación (A.12) de la siguiente forma

$$-T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} + h_{ij} \left(T_{i-1,j,2} + T_{ij,2} + T_{ij,1} + T_{ij-1,1} + S \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) - T_{ij,2} h_{i,j} = \left(S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) h_{ij} - Q_{ij} + T_{ij-1,1} h_{i,j-1} + T_{ij,1} h_{i,j+1} + Q_n \quad (A.19)$$

La ecuación (A.19) es de la forma

$$A A_i h_{i-1,j} + B B_i h_{i,j} + C C_i h_{i+1,j} = D D_i \quad (A.20)$$

donde las constantes son

$$A A_i = -T_{i-1,j,2} \quad (A.21)$$

$$B B_i = T_{i-1,j,2} + T_{i,j,2} + T_{i,j,1} + T_{i,j-1,1} + S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (A.22)$$

$$C C_i = -T_{i,j,2} \quad (A.23)$$

$$D D_i = \left(S_{ij} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) h_{i,j} - Q_{i,j} + T_{i,j-1,1} h_{i,j-1} + T_{i,j,1} h_{i,j+1} + Q_n \quad (A.24)$$

Hay 3 niveles piezométricos como incógnitas en cada una de las ecuaciones escritas por nudo, ya sean de columna (ecuación (A.14)) o renglón (ecuación (A.20)). En notación matricial un sistema de ecuaciones de la forma (A.14) o (A.20) es lo que se llama una matriz tridiagonal. Prickett menciona que la solución del sistema de ecuaciones para los renglones o columnas se obtiene por el método de eliminación de Gauss, incorporando lo que Peaceman y Rachford (1955) llaman vectores G y B, aplicados a matrices tridimensionales, como se explica a continuación.

A.3 Cálculo de niveles piezométricos con los vectores G y B

Aunque el método se puede aplicar a cualquier número de nudos de un renglón o columna, consideremos por razones de sencillez, un renglón de cuatro nudos como se representa en la lámina A.4. Para ello se escriben las ecuaciones de flujo en la forma dada por la ecuación (A.20) para cada nudo, avanzando de izquierda a derecha. Después se reordenan las ecuaciones resultantes de manera que el nivel en el nudo $h_{i,j}$ sea función de valores conocidos y del nivel en el nudo $h_{i+1,j}$ únicamente. Siguiendo este proceso, el nivel piezométrico en el último nudo del renglón $h_{4,j}$ será función de valores

conocidos. A partir de esta determinación, se pueden calcular los demás niveles del renglón procediendo en sentido contrario.

Las ecuaciones para los cuatro nudos de la lámina A.4 se pueden escribir como sigue:

En el primer nudo del renglón $j, i=1$ la ecuación de flujo a partir de la ecuación (A.20) es

$$AA_1 h_{0,1} + BB_1 h_{1,1} + CC_1 h_{2,1} = DD_1 \quad (A.25)$$

Como no existe ningún nudo de coordenadas $0, j$ hacemos $AA_1 = 0$, con lo que se obtiene

$$BB_1 h_{1,1} + CC_1 h_{2,1} = DD_1 \quad (A.26)$$

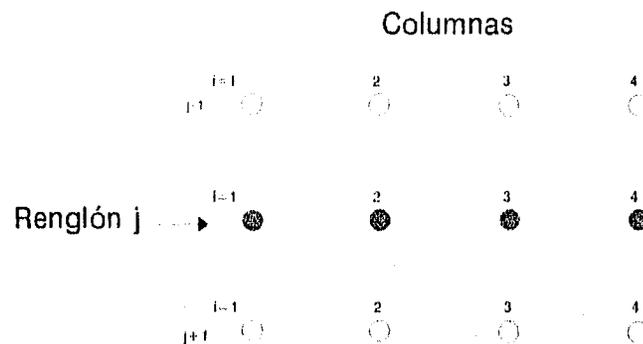


Lámina A.4 Ejemplo de renglón con cuatro nudos

de donde

$$h_{1,j} = \frac{DD_1}{BB_1} - \left(\frac{CC_1}{BB_1} \right) h_{2,j} \quad (A.27)$$

Se define

$$G_1 = \frac{DD_1}{BB_1} \quad (A.28)$$

$$B_1 = \frac{C C_1}{B B_1} \quad (A.29)$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.28) y (A.29) en la ecuación (A.27)

$$h_{1,j} = G_1 - B_1 h_{2,j} \quad (A.30)$$

Quedando el nivel 1,j como función de los parámetros G_1 y B_1 , que son conocidos, y del nivel en el nudo $i+1,j$ o $h_{2,j}$ únicamente.

Procediendo de la misma forma en el siguiente nudo del renglón j de la lámina A.4, para el cual $i=2$, se escribe la ecuación de flujo

$$A A_2 h_{1,j} + B B_2 h_{2,j} + C C_2 h_{3,j} = D D_2 \quad (A.31)$$

Despejando $B B_2 h_{2,j}$ de la ecuación (A.31) se obtiene

$$B B_2 h_{2,j} = D D_2 - C C_2 h_{3,j} - A A_2 h_{1,j} \quad (A.32)$$

Sustituyendo la ecuación (A.30) en la ecuación (A.32)

$$B B_2 h_{2,j} = D D_2 - C C_2 h_{3,j} - A A_2 (G_1 - B_1 h_{2,j}) \quad (A.33)$$

Reagrupando los términos y despejando $h_{2,j}$ queda

$$h_{2,j} = \frac{(D D_2 - A A_2 G_1)}{(B B_2 - A A_2 B_1)} - \left[\frac{C C_2}{(B B_2 - A A_2 B_1)} \right] h_{3,j} \quad (A.34)$$

Los factores conocidos de esta ecuación se definen como

$$G_2 = \frac{(D D_2 - A A_2 G_1)}{(B B_2 - A A_2 B_1)} \quad (A.35)$$

$$B_2 = \frac{C C_2}{(B B_2 - A A_2 B_1)} \quad (A.36)$$

El término que interesa, $h_{2,j}$, es de nuevo función exclusivamente de los parámetros conocidos G_2 y B_2 y del nivel piezométrico en el nudo $i+1,j$ o $h_{3,j}$.

Sustituyendo las ecuaciones (A.35) y (A.36) en la (A.34)

$$h_{2,j} = G_2 - B_2 h_{3,j} \quad (A.37)$$

Procediendo idénticamente con el siguiente nudo del renglón j , en el cual $i=3$, puede escribirse

$$A A_3 h_{2,j} + B B_3 h_{3,j} + C C_3 h_{4,j} = D D_3 \quad (A.38)$$

Despejando $B B_3 h_{3,j}$ de la ecuación (A.38)

$$B B_3 h_{3,j} = D D_3 - C C_3 h_{4,j} - A A_3 h_{2,j} \quad (A.39)$$

Sustituyendo la ecuación (A.37) en la Ecuación (A.39)

$$B B_3 h_{3,j} = D D_3 - C C_3 h_{4,j} - A A_3 (G_2 - B_2 h_{3,j}) \quad (A.40)$$

Reagrupando los términos y despejando $h_{3,j}$ resulta

$$h_{3,j} = \frac{(D D_3 - A A_3 G_2)}{(B B_3 - A A_3 B_2)} - \left[\frac{C C_3}{(B B_3 - A A_3 B_2)} \right] h_{4,j} \quad (A.41)$$

Los factores conocidos de esta ecuación se definen como

$$G_3 = \frac{(D D_3 - A A_3 G_2)}{(B B_3 - A A_3 B_2)} \quad (A.42)$$

$$B_3 = \frac{C C_3}{(B B_3 - A A_3 B_2)} \quad (A.43)$$

Sustituyendo la ecuación (A.42) y (A.43) en la (A.41) se tiene

$$h_{3j} = G_3 - B_3 h_{4j} \quad (A.44)$$

Finalmente se escribe la ecuación de flujo para el último nudo del renglón j

$$A A_4 h_{3j} + B B_4 h_{4j} + C C_4 h_{5j} = D D_4 \quad (A.45)$$

Como no existe un nudo de coordenadas 5,j el término $C C_4$ se hace igual a cero, y la ecuación (A.45) se convierte en

$$A A_4 h_{3j} + B B_4 h_{4j} = D D_4 \quad (A.46)$$

reordenando los términos de la ecuación (A.46) y despejando $B B_4 h_{4j}$ se tiene

$$B B_4 h_{4j} = D D_4 - A A_4 h_{3j} \quad (A.47)$$

Sustituyendo la ecuación (A.44) en la Ecuación (A.47) se llega a

$$B B_4 h_{4j} = D D_4 - A A_4 (G_3 - B_3 h_{4j}) \quad (A.48)$$

Reagrupando los términos y despejando h_{4j} resulta

$$h_{4j} = \frac{(D D_4 - A A_4 G_3)}{(B B_4 - A A_4 B_3)} \quad (A.49)$$

El nivel piezométrico h_{4j} es función únicamente de valores conocidos pudiendo definir

$$G_4 = \frac{(D D_4 - A A_4 G_3)}{(B B_4 - A A_4 B_3)} \quad (A.50)$$

Sustituyendo en la ecuación (A.49) la ecuación (A.50) se tiene

$$h_{4j} = G_4 \quad (A.51)$$

Una vez conocido el nivel piezométrico h_{4j} la sustitución de su valor en la ecuación (A.44) permite conocer el nivel h_{3j} . Después se sustituye el nivel h_{3j} en la ecuación (A.37) para el cálculo del nivel h_{2j} y finalmente, sustituyendo h_{2j} en la ecuación (A.30) se puede hallar h_{1j} . De este modo se han determinado los niveles en todos los nudos del renglón j .

Un examen de los términos G y B dados para las ecuaciones (A.28, A.29, A.35, A.36, A.42, A.43 y A.50), revela que su forma general es

$$G_N = \frac{(D D_N - A A_N G_{N-1})}{(B B_N - A A_N B_{N-1})} \quad (A.52)$$

$$B_N = \frac{C C_N}{(B B_N - A A_N B_{N-1})} \quad (A.53)$$

en las cuales $N=i$ para cálculos por renglones y, por similitud $N=j$ para cálculos por columnas. Además se hace AA_N igual a cero para el primer nudo de un renglón o columna y del mismo modo CC_N para el último nudo del renglón o columna.

Prickett menciona que el conjunto de ecuaciones de las expresiones (A.52) y (A.53), para los nudos a lo largo de un renglón o columna, son los que Peaceman y Rachford (1955) denominan vectores G y B . El uso de estos vectores reduce considerablemente las necesidades de almacenamiento en una computadora y el tiempo de cálculo.

Un examen de las ecuaciones (A.30, A.37, A.44 y A.51) muestra que la forma general para el cálculo por renglones es

$$h_{i,j} = G_i - B_i h_{i+1,j} \quad (A.54)$$

Análogamente la ecuación para el cálculo por columnas es

$$h_{i,j} = G_j - B_j h_{i,j+1} \quad (A.55)$$

En resumen, el proceso de cálculo de los niveles piezométricos por renglones o por columnas en un modelo de diferencias finitas, comienza por el cálculo de los vectores G y B, ecuaciones (A.52) y (A.53), para los nudos de una columna o un renglón, procediendo según el sentido creciente de i o j. Durante este cálculo se halla el nivel en el último nudo de la columna o renglón. Posteriormente utilizando las ecuaciones (A.54) y (A.55), se calculan los demás niveles piezométricos de la columna o renglón siguiendo un orden decreciente de i o j respectivamente. Al terminar el cálculo de niveles en una columna o renglón determinada se avanza a la siguiente columna o renglón hasta procesar la totalidad de ellas.

A.4 Criterio de error

Todos los modelos utilizados para la evaluación de acuíferos necesitan un control interno para conocer los errores cometidos al resolver ecuaciones en diferencias finitas. Existen muchos tipos de control de errores, que se pueden clasificar en cuatro grupos.

El primer tipo se basa en mantener un control en el balance hidráulico durante la ejecución del programa y asegurar que el balance se conserve. El segundo tipo consiste en establecer un límite superior para la máxima variación de nivel del agua entre dos iteraciones sucesivas en cualquier nudo. El tercero está basado en sustituir los descensos, o los niveles, en las ecuaciones en diferencias finitas y calcular el error que existe. El cuarto tipo de control de errores, que es utilizado en el modelo desarrollado por Prickett, tiene en cuenta la totalidad del sistema, controlando la suma de las diferencias de niveles piezométricos entre dos iteraciones sucesivas en todos los nudos de la malla. Este tipo de control funciona bien en análisis regional (Prickett, 1971).

El control de error del programa asegura que las alturas piezométricas o los descensos de nivel calculados convergen hacia soluciones aceptables dentro de una tolerancia especificada en función del número total de nudos en la malla. Un valor para la tolerancia que se utiliza comúnmente es 0.001 m por nudo (Prickett, 1971).

Anexo B

Estructura de los archivos para el modelo de simulación

Anexo B

Estructura de los archivos para el modelo de simulación desarrollado por T. A. Prickett, en este anexo se presenta la manera en que la información debe ser escrita en los archivos con los que se alimenta al modelo de simulación.

Línea 1

Encabezado con el nombre del archivo

Línea 2

Tipo de acuífero a simular, L-libre C-confinado

Línea 3

Utilizar el predictor de niveles, N-no S-si

Línea 4

Utilizar balance de agua, N-no S-si

Línea 5

Porcentaje de error aceptable para el balance

Línea 6

Unidad de disco para grabar los resultados, Por ejemplo 4

Línea 7

Tipo de programa de bombeo, C-constante V-variable

Línea 8

En esta línea se escriben 4 datos separados cuando menos por un espacio en blanco: número de pasos en el tiempo (se recomienda un mínimo de seis), incremento de tiempo (delta t), error en la convergencia de las cargas (un valor recomendado para este tipo de análisis es de 0.001 m por nudo (Prickett, 1971)) y sistema de unidades (el número uno corresponde al sistema métrico)

Línea 9

En esta línea se escriben 5 datos: número de columnas, número de renglones, número nudos con extracciones, número de incrementos de tiempo para cada caudal de bombeo y número de caudales incluidos en el programa de bombeo

Línea 10

A partir de la línea 10 se escribirá la siguiente información, número de renglón y de columna correspondiente a cada nudo, transmisibilidad en la dirección "x", transmisibilidad en la dirección "y", coeficiente de almacenamiento, carga hidráulica al inicio del paso del tiempo, obtenida de la superficie piezométrica generada, flujo neto o recarga, factor de infiltración, la carga en la capa de alimentación, la elevación de la base de la capa confinante, la elevación de la base del acuífero, la permeabilidad en la dirección "x" y la permeabilidad en la dirección "y". Con esta información habrá tantas líneas como nudos en el modelo.

Los renglones siguientes deben contener la información de los incrementos espaciales en la dirección "x", en un número igual al número de columnas más uno, seguidos de los incrementos en la dirección "y", tantos valores como el número de renglones más uno, los incrementos en ambas direcciones se escriben en el archivo utilizando una línea para cada valor.

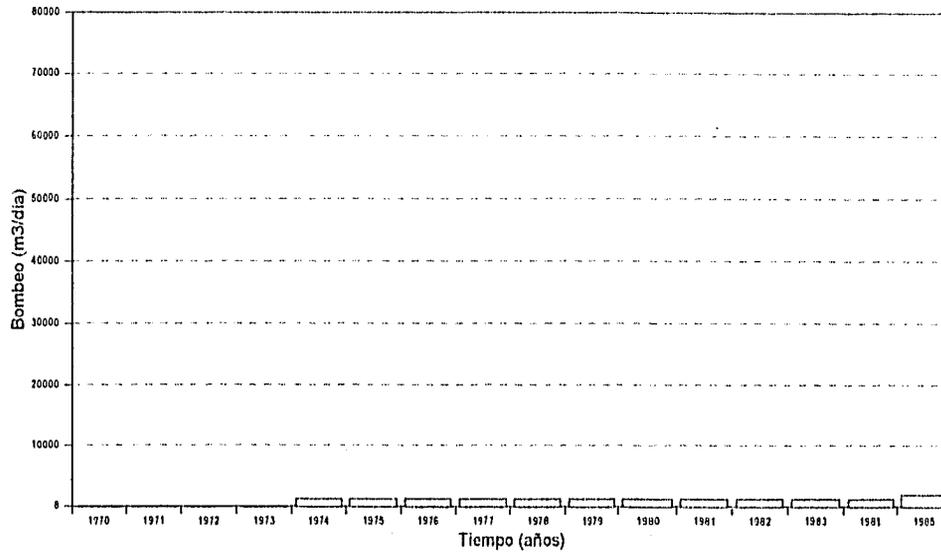
Enseguida se escribirán los caudales de extracción por nudo en la siguiente forma: número de columna, número de renglón y saltando a la línea siguiente en ella se escribe el o los caudales de bombeo (uno por línea) tantos como los que hayan sido incluidos en el programa de bombeo. Con esto se tienen los archivos para simulación.

Para dar una idea más clara de la estructura de los archivos se presenta un ejemplo hipotético de una malla con espaciamiento entre nudos constante (500 m) de 5 columnas por 5 renglones y 5 nudos con bombeo.

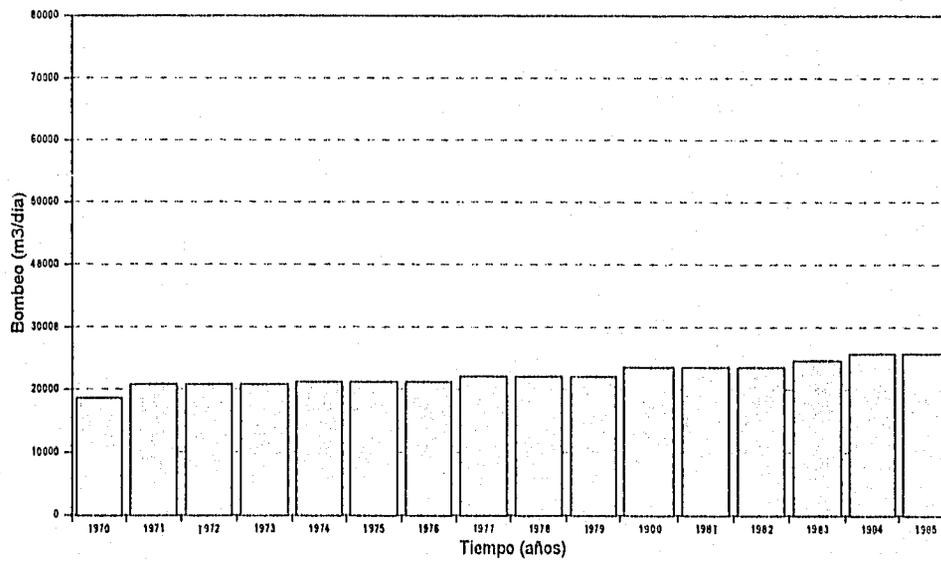
Anexo C

Volúmenes de Bombeo aplicados al modelo por zona

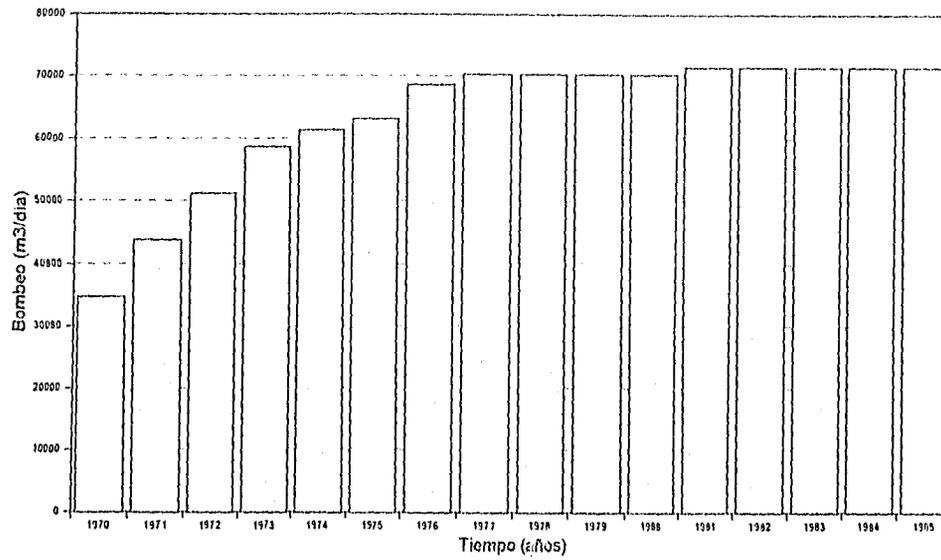
Volumen de bombeo zona 1



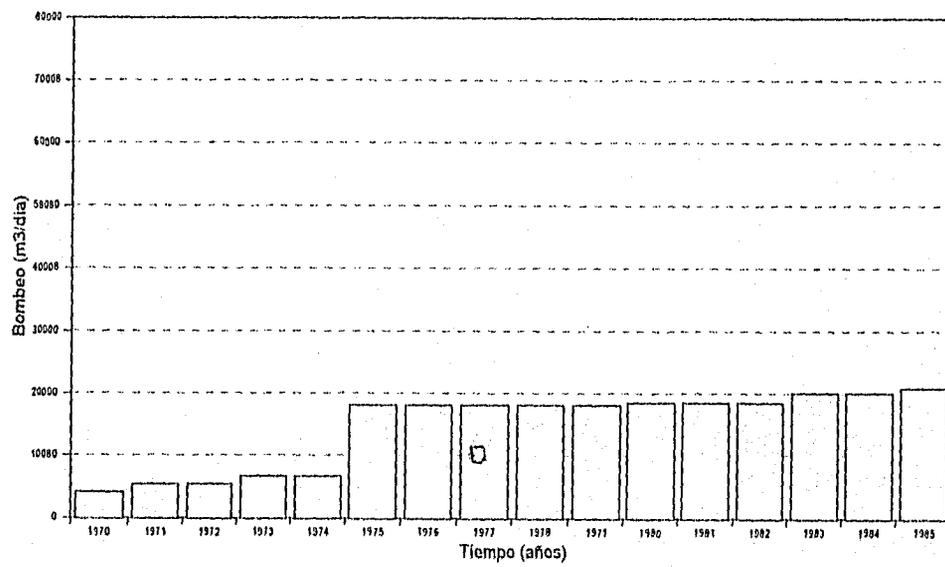
Volumen de bombeo zona 2



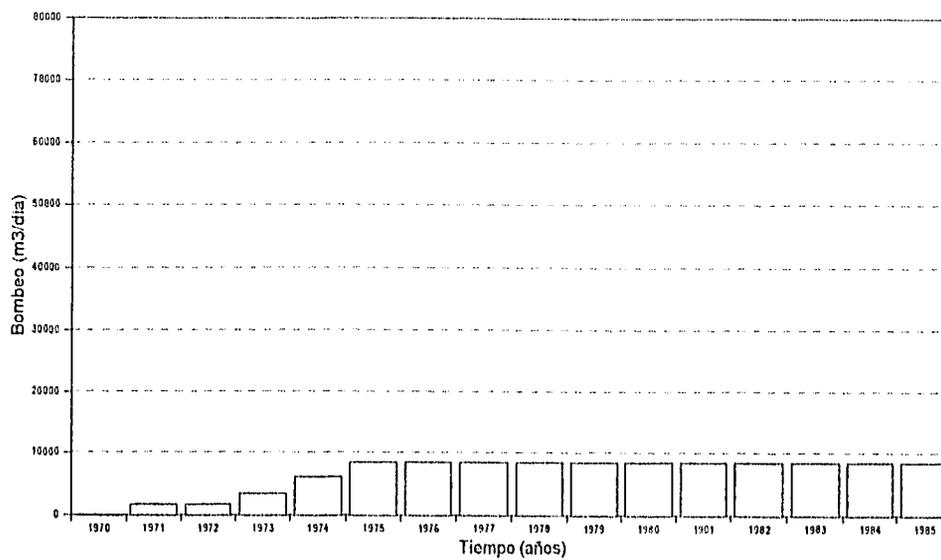
Volumen de bombeo zona 3



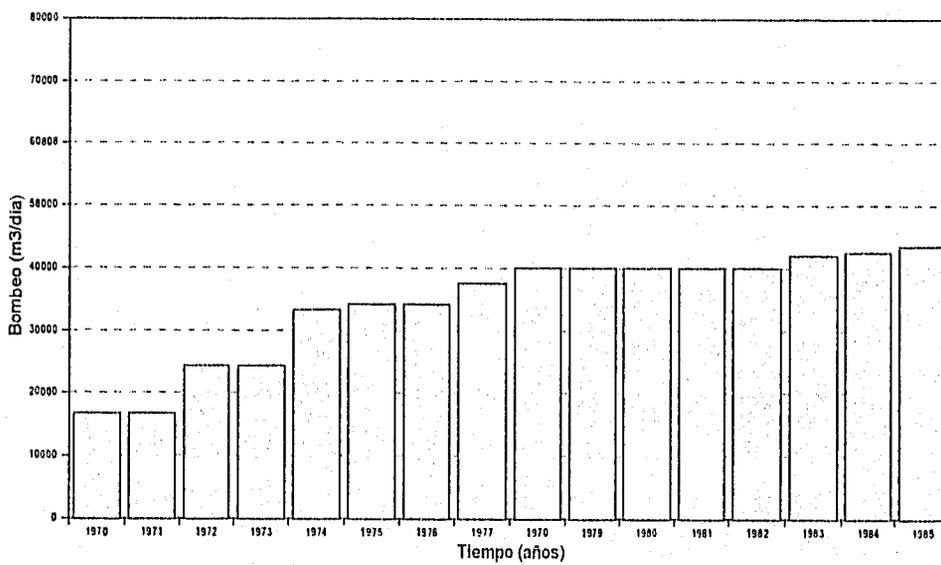
Volumen de bombeo zona 4



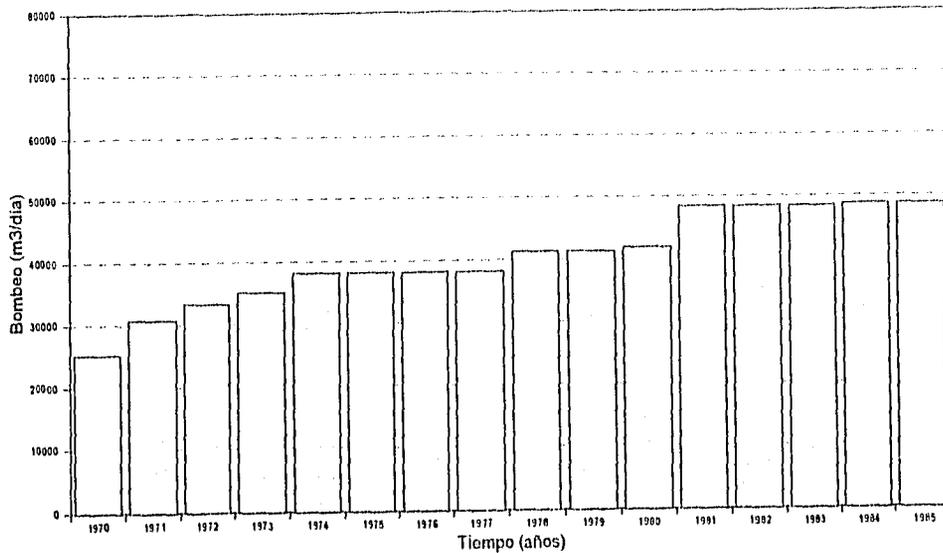
Volumen de bombeo zona 5



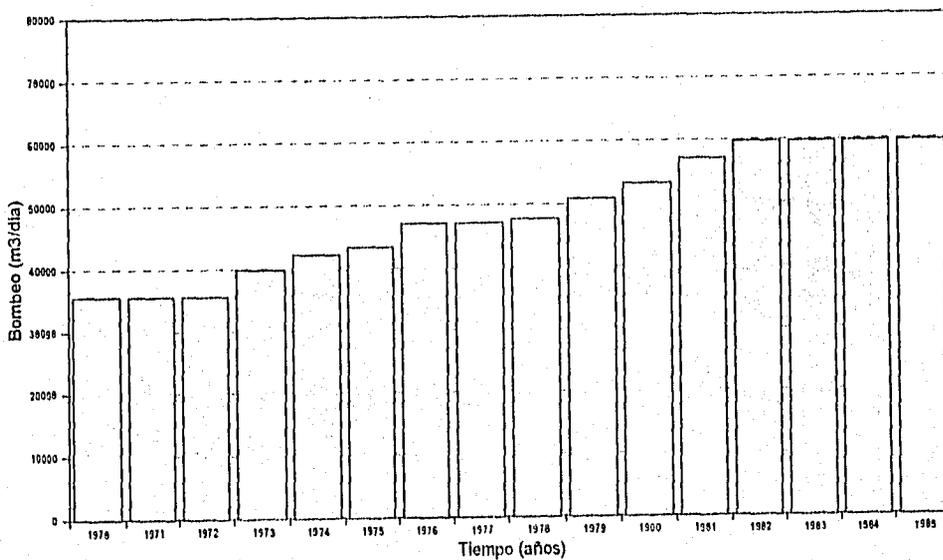
Volumen de bombeo zona 6



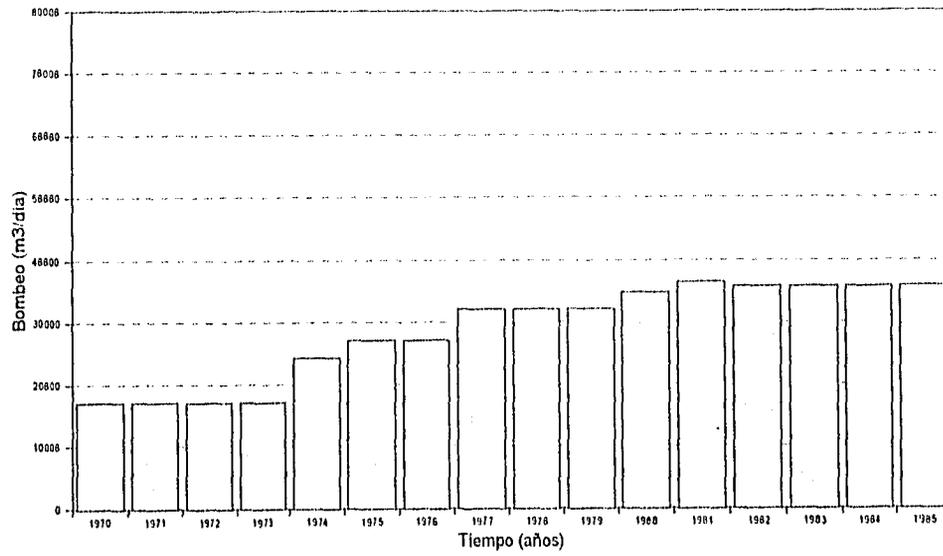
Volumen de bombeo zona 7



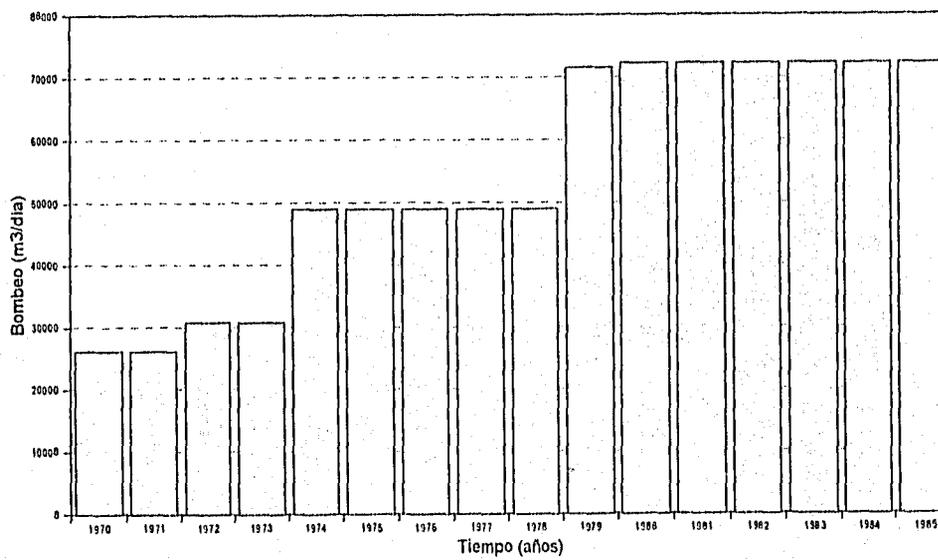
Volumen de bombeo zona 8



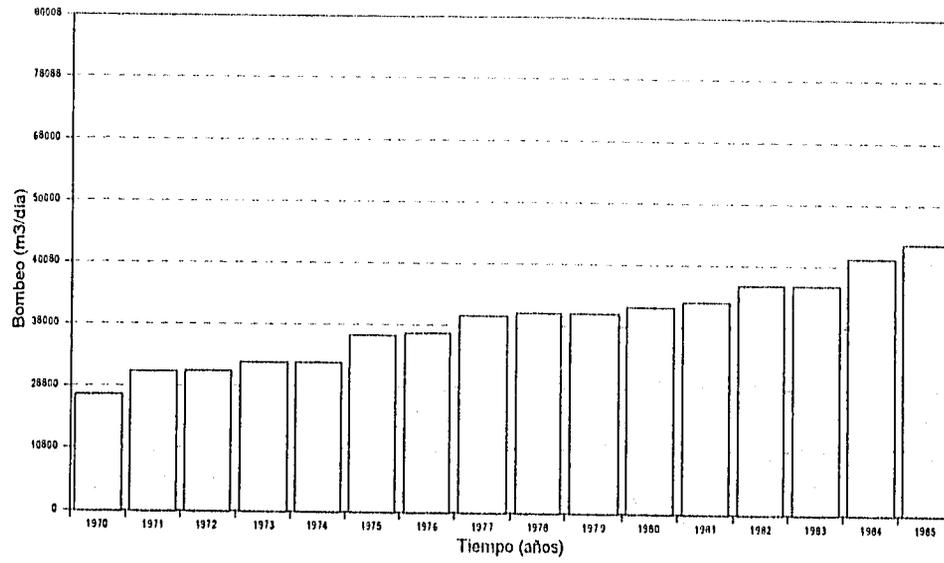
Volumen de bombeo zona 9



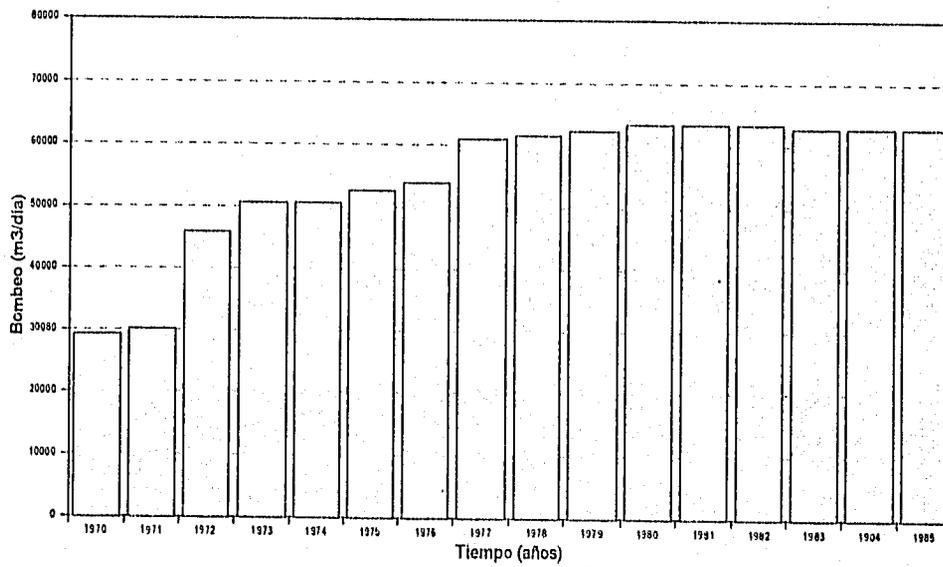
Volumen de bombeo zona 10



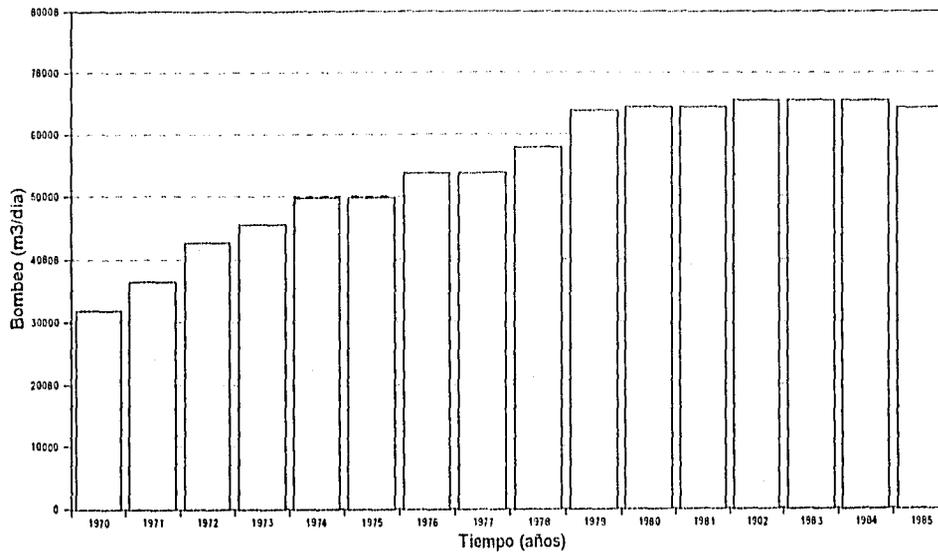
Volumen de bombeo zona 11



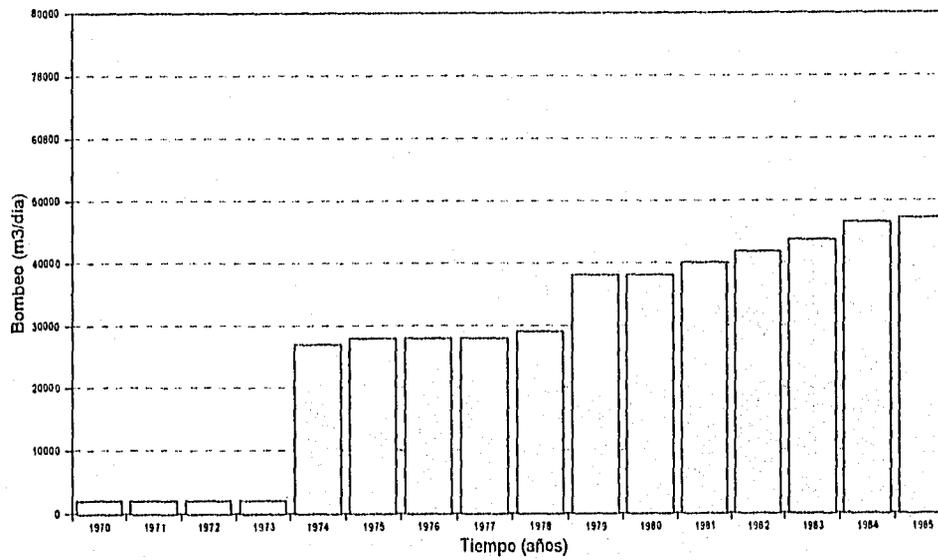
Volumen de bombeo zona 12



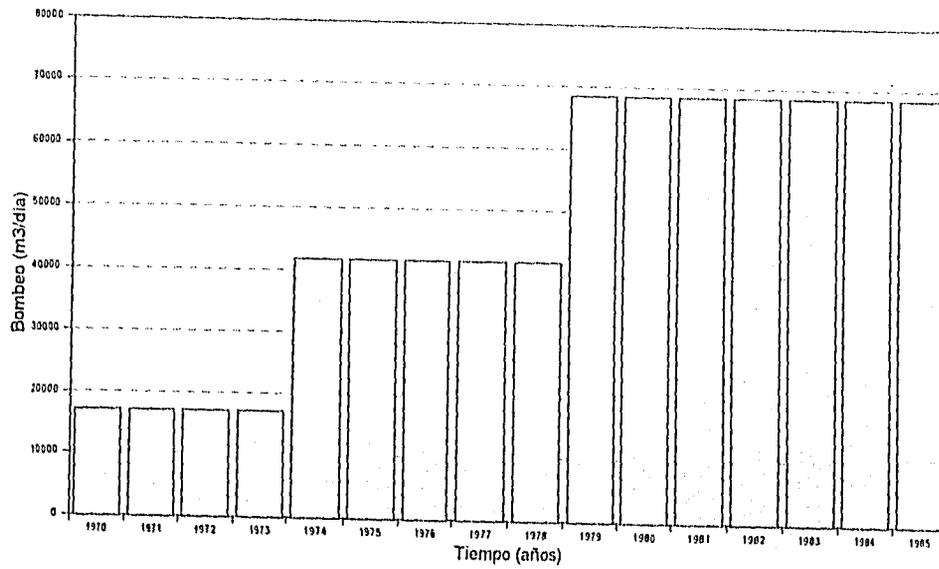
Volumen de bombeo zona 13



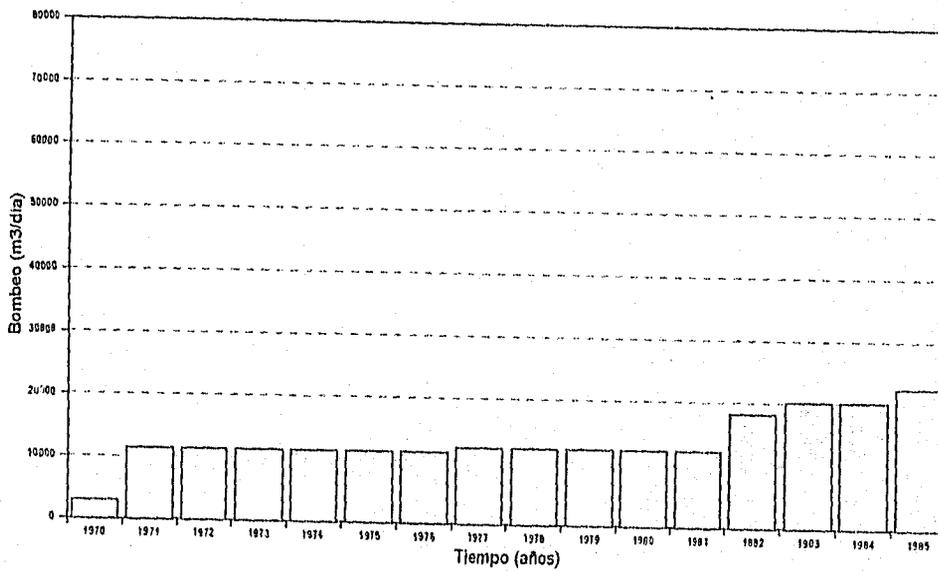
Volumen de bombeo zona 14



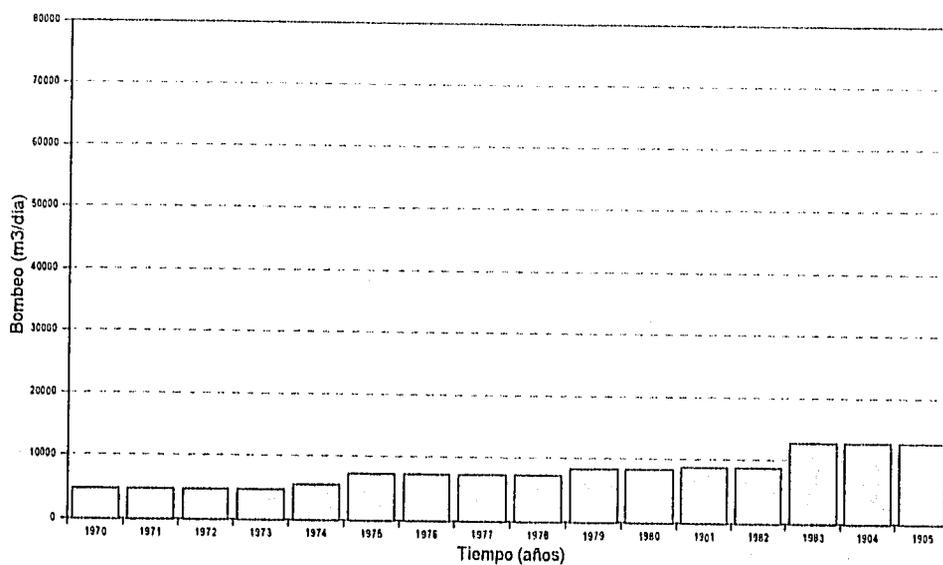
Volumen de bombeo zona 15



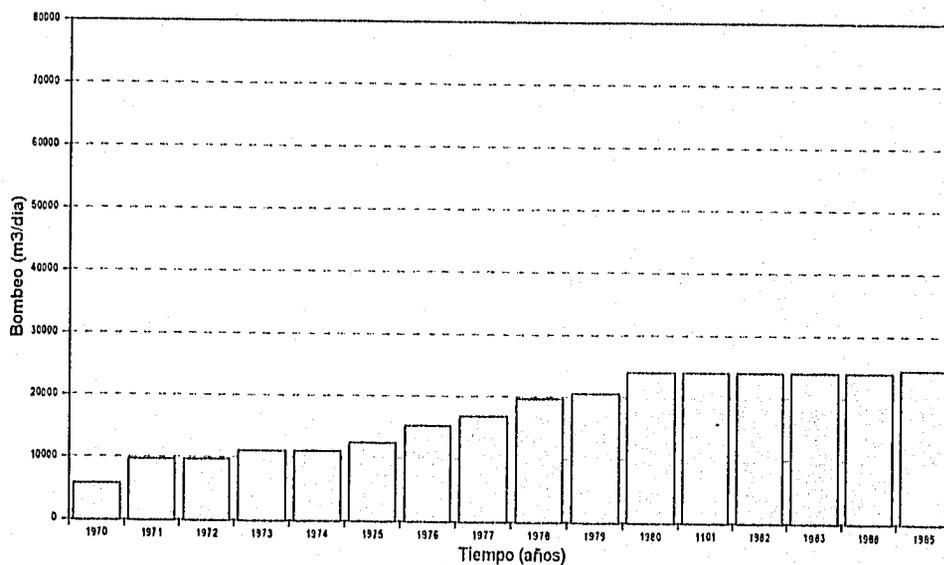
Volumen de bombeo zona 16



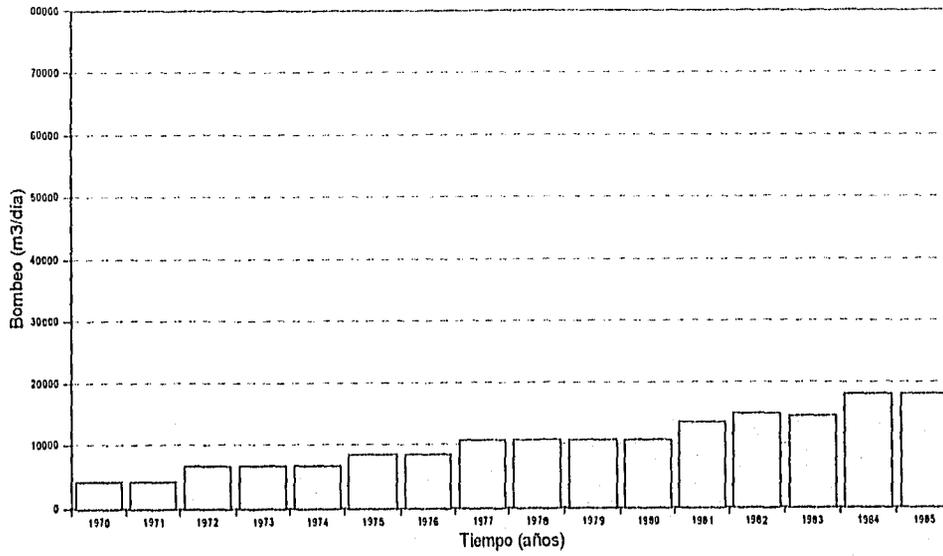
Volumen de bombeo zona 17



Volumen de bombeo zona 18



Volumen de bombeo zona 19



Volumen de bombeo zona 20

