

01175

1
2y

Universidad Nacional Autónoma
de México

División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería

Realce y restauración de imágenes con
degradación estadística en el dominio de
la transformada polinomial hermitiana

Tesis

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Eléctrica
(Electrónica)

Presenta:

Juan Román López Miranda

Director de tesis:

Dr. Boris Escalante Ramírez.

CIUDAD UNIVERSITARIA
-1996-

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIAS.

A **DIOS**, el ser omnipresente,
inmaterial y omnipotente
creador y guarda de la armonía del universo
que conocemos, descubrimos e imaginamos.

Cada día me asombra más la previsión
que reina sobre el universo,
aún por encima de la humana imperfección.
¡Oh! Dios cuan infinitos y sutiles son tus consejos.
¡Quién quiera oír, que oiga!
¡Quién quiera ver, que vea!

Al ente abstracto donde habitamos
y que, al mencionarlo,
siempre provocará encontrados sentimientos
en todos aquéllos que han sido parte de él, ...
a nuestra *PATRIA*: ¡**MÉXICO!**

Con todo cariño para Alicia
y Ulises, a quienes Dios,
con sabiduría sin par,
designó como íntimos compañeros
en mi viaje por esta vida.

Para áquel cuya existencia
no fue posible en esta dimensión.
Quizás algún día, el Eterno,
nos de la oportunidad de conocer
la verdadera razón de su decisión
y al imposible Ser.

A Santiago Venegas
por las discusiones exquisitas,
que nos permitieron avanzar
por el camino desconocido
y nuestras conquistas afianzar.

Para Ma. Socorro Noguez y Oscar Viveros
con quienes hice los ensayos primeros
sobre la fortaleza de mis juicios.

Agradezco su apoyo a todas
las personas que, directa e indirectamente,
contribuyeron al éxito del proyecto que aquí se relata
y cuya influencia abarca los ámbitos material e intangible del Ser.

CONTENIDO

| | |
|---|-----------|
| 1 INTRODUCCIÓN. | 9 |
| 1.1 Sistema típico para procesamiento digital de imágenes. | 10 |
| 1.2 Conceptos relacionados con el realce y la restauración de imágenes. . | 10 |
| 1.2.1 Aspectos generales de la restauración de imágenes | 11 |
| 1.2.2 Modelos matemáticos necesarios para la implantación de un sistema de restauración de imágenes. | 14 |
| 1.3 Antecedentes y presentación del problema. | 16 |
| 1.3.1 Planteamiento del problema. | 17 |
| 1.3.2 Justificación e hipótesis. | 17 |
| 1.3.3 Objetivos. | 18 |
| 2 EXAMEN SOBRE EL REALCE Y RESTAURACIÓN DE IMÁGENES CON DEGRADACIÓN ESTADÍSTICA. | 20 |
| 2.1 Descripción de algunas técnicas representativas del realce y restau- ración de imágenes con degradación estadística. | 22 |
| 2.1.1 Filtro de Wiener. | 22 |
| 2.1.2 Filtro adaptivo de Wiener. | 23 |
| 2.1.3 Filtros adaptivos-direccionales unidimensionales ó 1-D. | 24 |
| 2.1.4 Filtros anisotrópicos relacionados con el sistema visual humano. | 25 |
| 2.1.5 Difusión anisotrópica. | 28 |
| 2.1.6 Filtros en el dominio de la transformada <i>wavelet</i> | 30 |
| 2.1.7 Teoría clásica (Bayesiana) de la estimación. | 33 |
| 2.1.8 Filtros morfológicos. | 36 |
| 2.1.9 Filtros en el dominio de la transformada polinomial. | 37 |
| 2.2 Evaluación de las técnicas de realce y restauración de imágenes ruidosas. | 39 |
| 2.3 Clasificación de las técnicas de realce y restauración de imágenes rui- dosas | 42 |
| 2.4 Reflexiones. | 43 |
| 3 REALCE Y RESTAURACIÓN DE IMÁGENES EN EL DOMINIO DE LA TRANSFORMADA POLINOMIAL HERMITIANA. | 47 |
| 3.1 Teoría de la transformada polinomial hermitiana. | 48 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2 | Algoritmos precedentes para realce y restauración de imágenes contaminadas. | 53 |
| 3.2.1 | Algoritmo adaptivo uniescala. | 55 |
| 3.2.2 | Algoritmo adaptivo multiescala. | 57 |
| 3.3 | Algoritmos existentes para realce y restauración de imágenes difuminadas. | 58 |
| 3.4 | Aclaraciones. | 63 |
| 4 | ALGORITMOS PROPUESTOS PARA LA RESTAURACIÓN DE IMÁGENES CON DEGRADACIÓN ESTADÍSTICA. | 64 |
| 4.1 | Algoritmo anisotrópico parcial uniescala. | 67 |
| 4.2 | Algoritmo anisotrópico total uniescala. | 70 |
| 4.3 | Algoritmos anisotrópicos multiescala. | 73 |
| 4.4 | Algoritmo anisotrópico en cascada. | 74 |
| 4.5 | Discusión. | 75 |
| 5 | RESULTADOS EXPERIMENTALES. | 76 |
| 5.1 | <i>Software</i> y herramientas de simulación. | 78 |
| 5.2 | Parámetros que regulan las prestaciones de los algoritmos anisotrópicos de restauración y consideraciones experimentales. | 78 |
| 5.2.1 | Parámetros ajustables e hiperparámetros. | 78 |
| 5.2.2 | Consideraciones experimentales. | 80 |
| 5.3 | Estudio de impacto paramétrico. | 82 |
| 5.3.1 | Reseña de los ensayos. | 84 |
| 5.3.2 | Demostración e inspección de resultados. | 95 |
| 5.4 | Comparación de los diversos esquemas de restauración. | 96 |
| 5.4.1 | Descripción de los experimentos. | 97 |
| 5.4.2 | Presentación y análisis de resultados. | 107 |
| 5.5 | Principales lineamientos para aplicar los algoritmos de restauración. | 108 |
| 5.6 | Una metodología formal para la evaluación perceptual de los sistemas de restauración. | 111 |
| 5.7 | Aplicación de los filtros anisotrópicos para restaurar imágenes reales. | 112 |
| 5.7.1 | Imágenes de tomografía computarizada. | 115 |
| 5.7.2 | Imágenes de microscopía. | 115 |
| 5.7.3 | Imágenes sintéticas. | 115 |
| 5.8 | Recapitulación. | 119 |

Indice de figuras

| | | |
|------|--|-----|
| 1.1 | Sistema típico de procesamiento digital de imágenes | 10 |
| 1.2 | Esquema de restauración a priori | 12 |
| 1.3 | Esquema de identificación y restauración a posteriori | 13 |
| 2.1 | Sistema general de procesamiento adaptivo | 21 |
| 2.2 | Modelo esquemático del SVH en el contexto del procesamiento digital de imágenes | 40 |
| 3.1 | Algoritmo adaptivo uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 57 |
| 3.2 | Algoritmo adaptivo multiescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 59 |
| 4.1 | Filtro anisotrópico parcial uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 69 |
| 4.2 | Filtro anisotrópico total uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 72 |
| 4.3 | Filtro anisotrópico (parcial o total) multiescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 73 |
| 4.4 | Filtro anisotrópico en cascada uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística | 74 |
| 5.1 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 1. | 86 |
| 5.2 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 2. | 87 |
| 5.3 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 3. | 90 |
| 5.4 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 4. | 91 |
| 5.5 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 5. | 93 |
| 5.6 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 6. | 94 |
| 5.7 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 7. | 101 |
| 5.8 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 8. | 102 |
| 5.9 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 9. | 103 |
| 5.10 | mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 10. | 105 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.11 | mosaico de imágenes restauradas correspondientes a los filtros adaptivos uniescala (imagen superior izquierda) y multiescala (imagen superior derecha); también se muestran las obtenidas con los filtros anisotrópicos uniescala parcial (imagen inferior izquierda) y total. . . | 106 |
| 5.12 | mosaico de imágenes obtenidas con radar de apertura sintética y restauradas con los filtros adaptivos uniescala (imagen superior derecha) y multiescala (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original. | 113 |
| 5.13 | mosaico de imágenes restauradas correspondientes a la difusión anisotrópica (imagen superior derecha), filtro geométrico (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original. | 114 |
| 5.14 | mosaico de imágenes de tomografía, se restauraron con los filtros adaptivos uniescala (imagen superior derecha) y multiescala (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original. . | 116 |
| 5.15 | mosaico de imágenes de microscopía, se restauraron con los filtros adaptivos multiescala con $M_{0,1,2} = 4$ (imagen superior derecha) y multiescala con $M_{0,1,2} = 2$ (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial multiescala $M_{0,1,2} = 4$ (imagen inferior derecha) y la original. | 117 |
| 5.16 | mosaico de imágenes sintéticas, se restauraron con los filtros adaptivos multiescala con $M_{0,1} = 4$ (imagen superior derecha) y multiescala con $M_{0,1,2} = 2$ (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial multiescala con $M_{0,1} = 4$ (imagen inferior derecha) y la original. | 118 |

Indice de Tablas

| | | |
|-----|--|-----|
| 5.1 | Incidencia paramétrica en la visibilidad de las cualidades del filtro anisotrópico parcial | 95 |
| 5.2 | Cualidades de los algoritmos para restauración de imágenes ruidosas . | 107 |
| 5.3 | Valores de los parámetros ajustables obtenidos en los estudios de las Secciones 5.3 y 5.4 | 110 |

PRÓLOGO.

En la actualidad se ha hecho patente que para estudiar los fenómenos de la naturaleza, es necesario trabajar con imágenes que registran las particularidades de aquéllos. Sin embargo, los sistemas de adquisición de imágenes que existen son imperfectos en su operación pues añaden diversos tipos de degradaciones en las imágenes; tal es el caso de los estudios de Percepción Remota en donde se emplean Radars de Apertura Sintética para medir y registrar las peculiaridades que caracterizan la superficie terrestre en forma de señales bidimensionales o de las imágenes médicas, como las de Tomografía Computarizada, que permiten detectar estructuras internas (normales y anormales) del cuerpo humano con el mínimo de molestias para el paciente.

En ambos casos, los especialistas consideran de vital importancia resaltar las estructuras contenidas en una imagen que les permitan estudiar las propiedades de las mismas; pero con las imágenes adquiridas, con sistemas imperfectos, se tiene bastante incertidumbre en la apreciación de estas características debido a la presencia del ruido o contaminación. Por otro lado, las imágenes requieren de gran capacidad de almacenamiento y en consecuencia altos anchos de banda para su transmisión. Además, si la señal bidimensional ha de utilizarse en la etapa de análisis, de un Sistema de Procesamiento Digital de Imágenes, v.gr., para su segmentación, se obtienen mejores resultados, típicamente, cuando dicha señal se restaura previamente.

Simultáneamente, se ha investigado el funcionamiento del Sistema Visual Humano con el objetivo (parcial) de aplicar el conocimiento recabado al desarrollo e implantación de sistemas de procesamiento de imágenes con mejores prestaciones, ésto se hace partiendo del hecho que aquél supera por mucho a los que actualmente se han implantado. Obviamente, los sistemas de restauración se han beneficiado con estas indagaciones.

Las principales evidencias experimentales muestran que nuestro sistema de visión es capaz de diferenciar las regiones homogéneas y los contornos de las imágenes observadas; también puede detectar las propiedades de los mismos (i.e, su ubicación, su intensidad y su orientación) y, a la vez, realizar un procesamiento multiescala de los mismos. Incluso es capaz de distinguir diferentes tipos de discontinuidades como son las líneas, los bordes y las esquinas de los objetos contenidos en dichas imágenes [17-23, 88]. Otro aspecto relevante esta relacionado con la visibilidad del ruido a la Distancia Normal de Visualización, se ha encontrado que tal contaminación es más perceptible en las regiones homogéneas que en los contornos, este fenómeno se

denomina *enmascaramiento por contraste* [44].

Una representación que modela a nuestro sistema de visión en sus etapas primarias (las cuales extraen la ubicación, la orientación, el valor medio y la intensidad de los patrones típicos de las imágenes) es la Transformada Polinomial Hermitiana. Esta técnica nos permite analizar localmente una imagen por medio de sumas ponderadas de polinomios (hermitianos) ortonormales respecto a una ventana de inspección local; incluso, se hace extensiva al análisis multiresolución de aquélla [22, 23].

Ya en el campo de la restauración, se ha observado que al evaluar las prestaciones de los sistemas respectivos el criterio preponderante es la calidad perceptual de las imágenes restauradas; por otra parte, existen estudios [24, 74-77, 86] tendientes a mostrar (mediante experimentos psicofísicos) que las preferencias perceptuales del observador humano compaginan con el planteamiento general de dicho problema propuesto en [16].

Con la transformada polinomial hermitiana es posible desarrollar e implantar soluciones rentables al problema de restauración y, además, existe la posibilidad de integrar tales sistemas con esquemas de compresión fundamentados en el mismo marco teórico [24, 29, 30, 96]. En este orden de ideas se construyeron los algoritmos adaptivos de restauración de imágenes con degradación estadística (ruido) y se aplicaron con buenos resultados al procesamiento de imágenes médicas [24, 74].

Estos algoritmos generan una Banda de No Reducción de Ruido en las inmediaciones de los contornos (de la imagen) detectados y basan sus prestaciones perceptuales en el efecto de enmascaramiento por contraste característico de nuestro sistema visual; sin embargo, para fines prácticos es conveniente eliminar (o al menos reducir) dicha banda.

Como los sistemas mencionados previamente sólo emplean la información concerniente a la ubicación, intensidad y valor medio de los patrones típicos de las imágenes degradadas y considerando que en sus contornos también se distingue una orientación, se desarrollaron e implantaron diversos esquemas que contemplaran el conjunto completo de parámetros característicos de aquéllos, tal como se ha reportado en trabajos previos [31-33, 39, 48, 56, 61]. Esta labor se hace con el objeto de perfeccionar los sistemas de restauración implicados.

En nuestro caso, aprovechamos las bondades matemáticas de la transformada polinomial hermitiana para lograr este objetivo y comparar las prestaciones de los algoritmos anisotrópicos resultantes contra sus predecesores y otras técnicas similares. Los resultados experimentales muestran que los filtros anisotrópicos tienen una mejor calidad perceptual que sus predecesores adaptivos, tal como se supuso debía ocurrir.

Inicialmente, ésta fue la justificación de nuestra investigación; sin embargo, como en todo trabajo de esta naturaleza, la comprensión de los fenómenos estudiados siempre genera nuevas perspectivas y una de las conclusiones que considero más sobresalientes es que los sistemas de restauración y los de compresión de imágenes tienen un común denominador: *la correcta estimación de los parámetros caracterís-*

ticos de los patrones típicos de las imágenes.

Así, es muy conveniente atacar los problemas de restauración y compresión de imágenes de manera integral debido al gran impacto que tienen en los sistemas de adquisición de imágenes; quizás algún día estos estudios permitan alcanzar la perfección de tales sistemas.

También se vislumbro el impacto del modelado en las prestaciones de los algoritmos de restauración y en la confiabilidad de sus estimadores; la Relación Señal a Ruido Global de la imagen contaminada sólo afecta a los últimos. El procesamiento multirresolución se emplea para mejorar la calidad de los estimadores de referencia; la filosofía que usamos en esta dirección debe modificarse con buenas perspectivas de éxito para los esquemas anisotrópicos multiescala resultantes.

Es importante recalcar que los algoritmos anisotrópicos y adaptivos, basados en la transformada polinomial hermitiana, se han empleado con éxito en varias clases de imágenes contaminadas (con ruido aditivo y multiplicativo) dando buenos dividendos; ésto sugiere una independencia -parcial- de la aplicación.

Por último, cabe mencionar que la distinción entre filtros anisotrópicos y filtros adaptivos sólo se hace para diferenciar unos de otros pues en el caso general los primeros pueden considerarse adaptivos en grado superlativo.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN.

El *Sistema Visual Humano* (SVH o HVS por siglas en inglés) juega un papel importante en el desarrollo físico, intelectual y espiritual del hombre pues nos permite percibir la rica variedad de entes y fenómenos propios de la naturaleza mediante estructuras que conocemos como representaciones pictóricas o imágenes. Además se utiliza profusamente en la mayoría de las actividades que realizamos para interactuar con el entorno que nos rodea. Las imágenes se observan y registran con dispositivos acordes al tipo de fenómenos involucrados; éstos incluyen a nuestro sistema visual, cámaras fotográficas y de video, aparatos de rayos X, sonares, radares de apertura sintética, telescopios, microscopios..., y nos permiten ampliar nuestra perspectiva del universo.

Para una aplicación particular, deben considerarse las deficiencias inherentes a los instrumentos utilizados para captar, registrar y desplegar las imágenes, lo que redundaría en la necesidad de manipular las mismas para lograr el objetivo deseado. Si esas operaciones se efectúan sobre imágenes digitalizadas el esquema resultante recibe el nombre de *Sistema para Procesamiento Digital de Imágenes* (SPDI), el cual está compuesto por los dispositivos que permiten realizar las tareas anteriores y, eventualmente, la programación (de computadora) indispensable para integrar el sistema.

Las imágenes digitales se representan como un arreglo de números (reales o complejos). Cada elemento del arreglo recibe el nombre de *pixel*, *pel* o *Elemento de Imagen* (EI) y su valor dependerá de la cantidad de energía proveniente de la escena observada [1, 2]; en otras palabras, cada EI se relaciona con la variable física empleada para representar dicha escena y matemáticamente se asocian con una función bidimensional. Las dimensiones del arreglo y la gama de valores de sus elementos están restringidas por el fenómeno observado y el *proceso de digitalización* (*cuantización*) involucrado en su *adquisición* (*captación, digitalización y registro*). Esas variables pueden ser: la intensidad luminosa como en imágenes de TV, de fotografías, de telescopio y de microscopios ópticos; la energía acústica como en imágenes de sonar y de ultrasonido; la intensidad de los campos electromagnéticos como en imágenes de radar y de rayos X; entre otras.

1.1 Sistema típico para procesamiento digital de imágenes.

La estructura general de un SPDI se muestra en la Fig. 1.1. El sistema realiza la *captación* de las imágenes mediante un *sensor* capaz de convertir la cantidad de energía procedente de la escena observada en alguna variable eléctrica, misma que es discretizada por el *digitalizador*; posteriormente la imagen se registra, procesa y visualiza con los dispositivos o programas (o ambos) de *almacenamiento*, *procesamiento* (*computadora digital*) y *despliegue gráfico* respectivamente. Los principios de operación de los componentes de cualquier SPDI están en función de su aplicación específica.

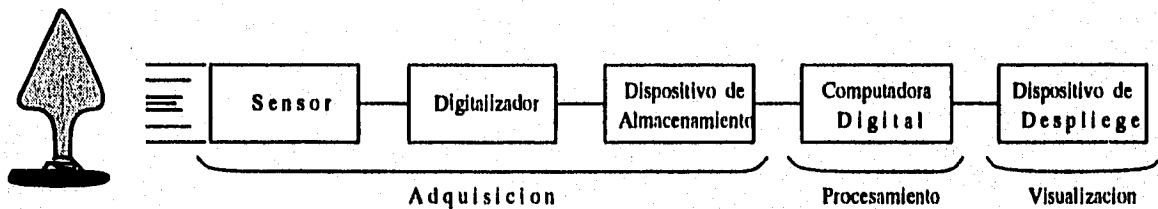


Figura 1.1: Sistema típico de procesamiento digital de imágenes

Los problemas relacionados con cada etapa de un SPDI son múltiples y es importante optimizar las soluciones inherentes; sin embargo, por convenir a nuestros propósitos sólo nos concentraremos en la etapa de *procesamiento*. En términos genéricos dicha etapa se compone de la siguiente secuencia de operaciones: *modelado y representación, realce, restauración, análisis y codificación (compresión)* de las imágenes. Esta clasificación y las descripciones asociadas varían según el autor en virtud de la dinámica actual de las investigaciones sobre el tema. Mas aún, los alcances del proyecto que originaron este documento restringen nuestro ámbito de trabajo al *realce* y la *restauración* de imágenes, lo cual justifica el énfasis que haremos en el estudio de estas tareas. Antes de continuar conviene aclarar que ambas operaciones también se conocen como *preprocesamiento de imágenes* por algunos autores [2, 3] o *perfeccionamiento de imágenes* por otros [5]

1.2 Conceptos relacionados con el realce y la restauración de imágenes.

El consenso sobre los conceptos de *realce* y *restauración* de imágenes se puede resumir en las definiciones siguientes: se dice que se *realza* una imagen cuando la operación utilizada en el procesamiento da como resultado una imagen con "mejor aspecto" considerando las "preferencias del observador (sea humano o no)" y la aplicación que se dará a la imagen procesada. Por otra parte, la *restauración* puede considerarse como un proceso cuyo objetivo es determinar una *imagen ideal u original* mediante la

manipulación de la *imagen observada* que contiene diversos tipos de *degradación* con montos variables. Siempre que se restaura una imagen degradada automáticamente se logra su realce, aunque la proposición inversa sea falsa [2-12].

En general, existen dos tipos de degradación en las imágenes observadas que se presentan aislada o simultáneamente [2-12], éstas son:

1. La *degradación sistemática o espacial* asociada con efectos regionales en el dominio espacial de la imagen (*plano de la imagen*) tales como la *difuminación* debida a las aberraciones de los sistemas ópticos inherentes a cada SPDI, turbulencias atmosféricas, movimiento y difracción.

2. La *degradación estadística, puntual, contaminación o ruido* la cual sólo afecta las características del nivel de gris o valor numérico asociado con cada *pixel*, por ejemplo: ruido aleatorio, errores de medición y ruido de cuantización.

La naturaleza de estas degradaciones redundan en dos *criterios conflictivos* que afectan la construcción del filtro de restauración, a saber: es difícil recuperar las regiones de alta frecuencia espacial en la imagen (bordes, líneas, esquinas, ...) y al mismo tiempo cancelar los efectos del ruido (también de alta frecuencia espacial). Sin embargo, el problema de restauración se tiene que resolver; existen muchas soluciones al mismo, todas ellas tienen diferentes prestaciones y están sustentadas en consideraciones específicas sobre la imagen original y el(los) tipo(s) de degradación observados. En los Capítulos 2 y 3 se citan diversos enfoques para la solución del problema de restauración.

Respecto al realce es necesario aclarar que normalmente el observador es un humano, así el criterio de *mejorar el aspecto de la imagen* es relativo pues no existe un conocimiento exacto de sus preferencias y del funcionamiento de su sistema de visión, entonces es justificable la carencia de una teoría general sobre el tema; además, si consideremos las imperfecciones de los dispositivos utilizados en cualquier SPDI, son evidentes las posibilidades que existen para realzar imágenes, con las ventajas y desventajas propias de todos los métodos propuestos para efectuar esta tarea; las técnicas que reditúan buenos dividendos en algunas aplicaciones resultarán inapropiadas en otras. Al hacer una revisión bibliográfica se patentiza lo anterior y se encuentra cierta divergencia respecto a los criterios de clasificación de los métodos de realce [2-9, 13, 14]; estos aspectos aunados a los objetivos perseguidos en este proyecto me persuadieron para evitar una nueva clasificación de aquéllos ¡que sólo aumentaría la confusión del asunto!

1.2.1 Aspectos generales de la restauración de imágenes

El concepto que requiere mayor énfasis es la restauración, pues el realce es un producto secundario de los algoritmos propuestos en este documento. Desde el punto de vista matemático, la *restauración de imágenes* es un *problema mal planteado*, esto significa que la solución no es única, puede no existir o será extremadamente sensible al ruido propio de la imagen observada (degradada). La principal estrategia para evitar esos defectos consiste en: definir la mejor *solución (imagen) estimada* en base

a cierto(s) *criterio(s) cuantitativo(s)* -v.gr., errores permitidos en la restauración- e incorporar *información a priori* sobre la solución estimada (o imagen original) y la degradación involucrada; el método resultante se conoce como *regularización* en la jerga matemática.

La Fig. 1.2 ilustra esquemáticamente tal proceso: el bloque de *modelado* (o *representación*) de la imagen esta relacionado con las peculiaridades que debe reunir la imagen original, la etapas de *degradación sistemática y estadística* incluyen el modelado y la realización; todas interactúan con el *conocimiento a priori* del fenómeno para fijar los parámetros de los modelos involucrados con el fin de materializar el proceso de *restauración* requerido.

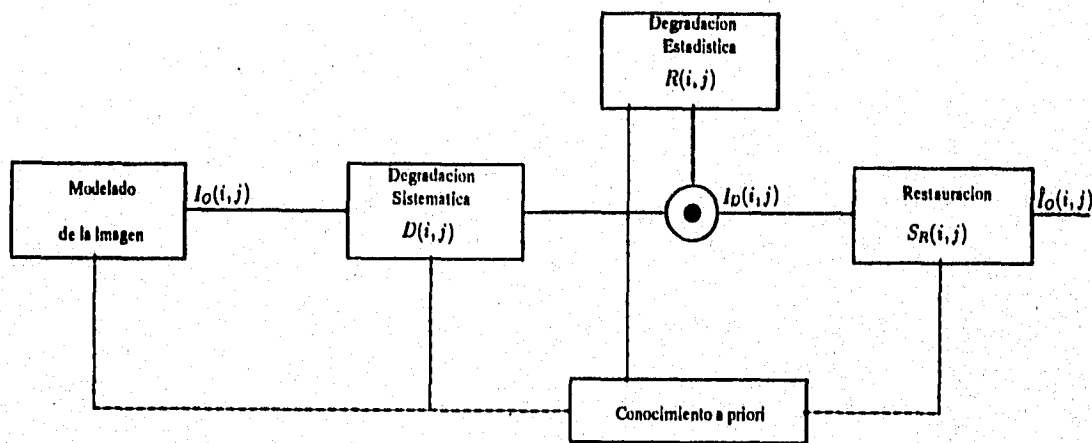


Figura 1.2: Esquema de restauración a priori

Quando la información a priori no se conoce de antemano es necesario estimar los parámetros característicos de los modelos asociados al sistema de restauración para obtener mejores resultados. Aquí, el proceso de restauración se puede dividir en dos fases: el *modelado e identificación* y la *restauración* de las imágenes, como se representa gráficamente en la Fig. 1.3. Se pueden apreciar todos los bloques funcionales de la Fig. 1.2 y además el correspondiente al paso previo de *identificación*; sin embargo, a diferencia del primer esquema, en este caso la información obtenida en el bloque de identificación afectará tanto las implantaciones de los bloques de modelado de la imagen y de las degradaciones como la construcción del bloque de restauración.

Resulta obvio que la *estructura de los modelos* y el *conocimiento a priori* del fenómeno se debe tener con antelación. Los métodos descritos se denotan como *esquema de restauración a priori* y *esquema de identificación y restauración a posteriori* respectivamente [11] y constituyen ejemplos típicos de la implantación de un *Sistema de Restauración de Imágenes (SRI)*.

Por otra parte, a la luz de las investigaciones recientes sobre las soluciones al problema de restauración de imágenes conviene plantearse los siguientes cuestiona-

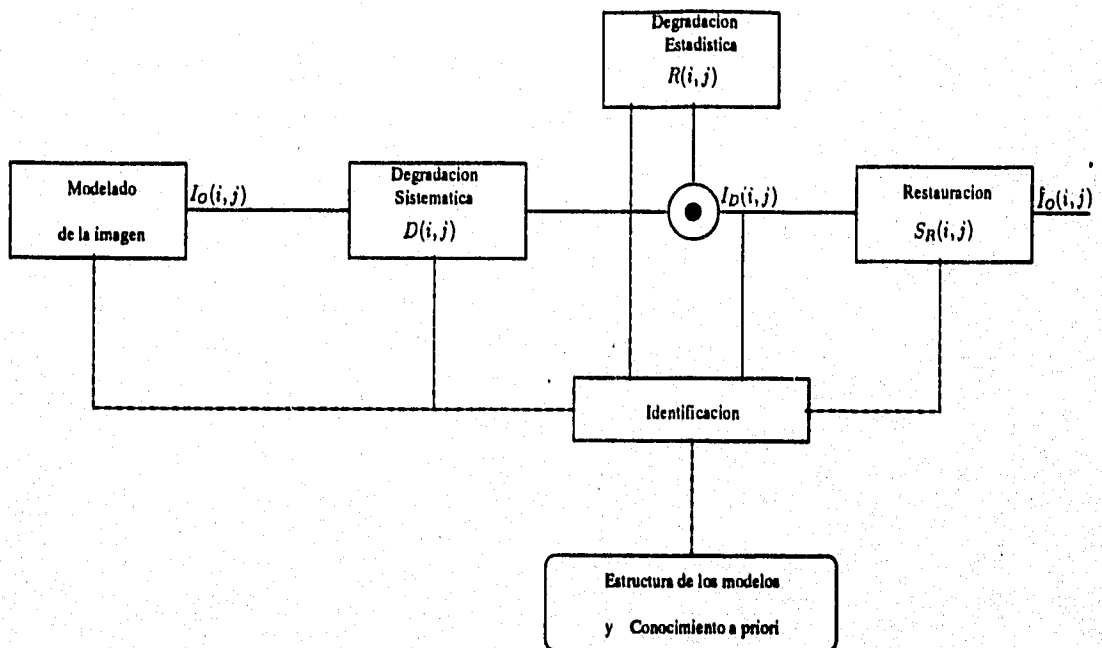


Figura 1.3: Esquema de identificación y restauración a posteriori

mientos:

1. ¿Pueden mejorarse los algoritmos de restauración de imágenes [10, 12, 15, 16]?
2. ¿Han alcanzado su madurez las técnicas actuales de restauración [10, 11]?
3. De ser posible, ¿cuál dirección debe seguirse para superar el rendimiento de los esquemas actuales?
4. ¿Qué supuestos previos deberán considerarse para lograr tal superación?
5. ¿Es posible disminuir la cantidad de estos supuestos?
6. ¿Qué tan impactantes resultarán los perfeccionamientos en las soluciones al problema de restauración [8-10, 15]?
7. Mas aún, ¿cómo medir tal perfeccionamiento [8-10, 15]?
8. ¿Qué aspectos del problema recibirán más atención por parte de los investigadores [15, 16]?
9. ¿Cómo afectará el progreso científico-tecnológico a los enfoques del problema y sus soluciones [10, 12, 15]?

10. ¿Estará muy lejano el día que será imposible adquirir una imagen degradada [10]?
11. ¿Conviene clasificar los algoritmos de restauración existentes en este momento?
12. ¿En caso afirmativo bajo que criterios?

En el contexto de estas reflexiones se puede predecir [8, 9] que las prestaciones de los algoritmos de restauración aumentarán si se consideran:

1. Modelos más apropiados para representar los diversos tipos de degradación.
2. Modelos o representaciones más exactos para las imágenes originales.
3. Mejores modelos sobre las propiedades del SVH y los criterios de calidad de los observadores.
4. Las interrelaciones existentes entre los aspectos anteriores y sus implicaciones en la implantación de estos algoritmos.

Por último, debemos señalar que existen diversas tendencias relativas a la clasificación de los esquemas de restauración y, al igual que en caso del realce, hay discrepancia; sobre el tema y su importancia se hará una discusión posterior.

1.2.2 Modelos matemáticos necesarios para la implantación de un sistema de restauración de imágenes.

Si denotamos por $I_O(i, j)$ e $I_D(i, j)$ la imagen original y la imagen degradada (observada) respectivamente, se puede construir el siguiente modelo matemático general para el proceso de degradación:

$$I_D(i, j) = S \left\{ \sum_{m, n \in S_d} D(i, j, m, n) \cdot I_O(m, n) \right\} \odot R(i, j), \quad (1.1)$$

en esta expresión $S\{\cdot\}$ es el operador local y no-lineal que caracteriza la respuesta del sensor usualmente, $D(i, j, m, n)$ es la *Función de Difuminación Puntual* (FDP o PSF por siglas en inglés) y representa, generalmente, la degradación sistemática que añade el SPDI sobre el elemento de imagen con coordenadas (i, j) considerando su vecindad S_d , $R(i, j)$ denota la degradación estadística en la localidad citada y \odot es un operador puntual invertible (e.g., suma o multiplicación). El modelo anterior considera que las funciones implicadas son discretas; una representación similar en el dominio continuo de esas variables se puede obtener a partir de la expresión (1.1).

Algunos autores reportan que no se perjudican sustancialmente los resultados de la restauración de imágenes al omitir la no-linealidad en la respuesta del sensor, aunque existen opiniones contrarias a tal afirmación [10]. Por otra parte, la mayoría

de las técnicas de restauración publicadas hasta la fecha consideran que el ruido involucrado al modelar la degradación es independiente de la imagen al definirlo como *Ruido Aditivo Blanco Gaussiano* (RABG o AWG por siglas en inglés) con media cero y varianza σ_R ; por supuesto que también hay posturas encontradas [2-12]. Al suprimir la respuesta del sensor y suponer que se tiene un RABG, resulta la siguiente simplificación de la ecuación (1.1):

$$I_D(i, j) = \sum_{m, n \in S_d} D(i, j, m, n) \cdot I_O(m, n) + R(i, j). \quad (1.2)$$

La expresión previa tiene uso limitado por dos razones principales: (1) la dificultad para estimar $D(i, j, m, n)$ en la mayoría de las aplicaciones, y (2) el costo computacional de las técnicas de restauración resultantes [10]; en la mayoría de las aplicaciones resulta más práctico asumir que la función de difuminación puntual $D(i, j, m, n)$ es invariable regionalmente en el espacio, esto disminuye más la complejidad del modelo inicial:

$$\begin{aligned} I_D(i, j) &= \sum_{m, n \in S_d} D(i - m, j - n) \cdot I_O(m, n) + R(i, j) \\ I_D(i, j) &= \sum_{m, n \in S_d} D(m, n) \cdot I_O(i - m, j - n) + R(i, j) \\ I_D(i, j) &= D(i, j) * I_O(i, j) + R(i, j). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Una simplificación adicional aparece cuando nos enfocamos únicamente a la restauración de imágenes con degradación estadística¹ tipo RABG, entonces la ecuación (1.3) se convierte en:

$$I_D(i, j) = I_O(i, j) + R(i, j), \quad (1.4)$$

con $D(i, j) = 1$, para cualquier $i, j \in Z^+$.

Con base a las consideraciones relativas al proceso de degradación y a las estrategias utilizadas para resolver el problema de restauración se puede plantear éste en términos cuantitativos como sigue:

Determinar la imagen restaurada (estimada o estimador) $\hat{I}_O(i, j)$ a partir de la imagen degradada $I_D(i, j)$ utilizando un operador $S_R\{\cdot\}$ -que identifica al bloque de restauración en las Figs. 1.2 y 1.3- tal que minimize (u optimize) algún(os) criterio(s) de error predefinido(s), o sea:

$$\hat{I}_O(i, j) = S_R\{I_D(i, j)\}, \quad (1.5)$$

si se cumple que:

$$\{e(i, j) = f[I_O(i, j), \hat{I}_O(i, j)]\} \rightarrow 0, \quad (1.6)$$

donde $e(i, j)$ es alguna función de error (local o global) entre la imagen original y la imagen estimada; su estructura se define ad hoc.

¹En adelante usaremos los vocablos *imagen contaminada o ruidosa* y *contaminación o ruido* como sinónimos de *imagen con degradación estadística* y *degradación puntual o estadística* respectivamente, para abreviar y mantener el contacto con la jerga actual.

Por ahora, no existen modelos para las imágenes originales y los criterios de error con aceptación universal, lo cual constituye la causa principal de la controversia actual sobre las prestaciones de los diversos esquemas de restauración.

1.3 Antecedentes y presentación del problema.

Actualmente se realizan esfuerzos para mejorar los modelos de las imágenes (originales, degradadas y restauradas), de los criterios de calidad del observador humano y de nuestro sistema visual [17-24, 31-33, 58-62, 73-75, 77, 86-89] en concordancia con las predicciones citadas en la Sección 1.2.1, aunque la motivación principal no provenga en exclusiva del problema de restauración de imágenes. Con el fin de aprovechar el conocimiento actual sobre el SVH, se han desarrollado nuevos paradigmas para aplicarlos en las diversas etapas de cualquier SPDI; por supuesto que tales adelantos inciden favorablemente en la etapa de procesamiento (véase la Fig. 1.1) dada la importancia de la misma en aquéllos.

Una técnica que utiliza el SVH como referencia para mejorar la representación de las imágenes y los aspectos relacionados con su procesamiento es la *Transformada Polinomial Hermitiana* (TPH) [22, 23], la cual se ha utilizado con éxito en el modelado y codificación de imágenes [22, 23], realce y restauración [24-30], algoritmos integrales de codificación, restauración, realce e interpolación [29, 30], estimación de los montos de *impureza* y *difuminación* de las imágenes degradadas [75] y sus aplicaciones pueden extenderse al análisis (completo) de imágenes y a la visión por computadora [22, 23].

Relativo al problema de realce y restauración de imágenes, utilizando la transformada polinomial hermitiana como herramienta, podemos citar que para la restauración de imágenes con degradación sistemática se han propuesto dos esquemas cuya efectividad se ha reportado previamente; sus enfoques caen dentro de la restauración a priori [25, 26] o la identificación y restauración a posteriori [27].

Respecto a la restauración de imágenes con degradación estadística exclusivamente, ya sea ruido aditivo blanco gaussiano [24] o ruido multiplicativo (entiendase *speckle*) [28], se han utilizado esquemas idénticos en ambos casos con resultados que alientan la investigación en tal dirección.

Es en los últimos sistemas de restauración donde se han detectado algunos inconvenientes que limitan su efectividad, tal como lo citamos a continuación: "[...] el algoritmo [adaptivo] uniescala para reducir el ruido en imágenes de *Tomografía Computarizada* (TC o CT por siglas en inglés) [y por consecuencia en imágenes con *speckle* o de *Radar de Apertura Sintética* (RAS o SAR por siglas en inglés)] tiene la desventaja de dejar intacta una *Banda de No Reducción de Ruido* (BNRR), a lo largo de los bordes, cuyo ancho dependerá de la dimensión de la ventana [de inspección] local utilizada en la definición de la transformada polinomial y del contraste de los bordes que conforman la imagen original, [...] el efecto anterior es reducido [¡pero nunca eliminado!] si se emplea un algoritmo [adaptivo] multiescala para realizar

la tarea [...]” [24]. Las descripciones detalladas de esos algoritmos se darán en el Capítulo 3, por el momento basta señalar el antecedente directo del problema cuya solución se desea perfeccionar.

1.3.1 Planteamiento del problema.

¿Es factible perfeccionar los algoritmos adaptivos uniescala y multiescala de restauración de imágenes ruidosas desarrollados en el dominio de la transformada polinomial hermitiana y reportados en [24, 28] empleando la misma herramienta que éstos?, en caso afirmativo: ¿cuáles opciones están disponibles y bajo que supuestos son asequibles? ¿cómo deben implantarse tales algoritmos? y ¿con qué criterios se debe evaluar su comportamiento respecto a sus antecesores u otros sistemas de restauración?

1.3.2 Justificación e hipótesis.

La transformada polinomial hermitiana está basada en algunas de las propiedades de las etapas primarias (fases de *preprocesamiento*) del sistema visual humano [22, 23]. El principal objetivo del preprocesamiento es la extracción de la información relevante indispensable para el análisis que se realiza en las etapas superiores del SVH. Existe la evidencia que el preprocesamiento realizado es de tipo *anisotrópico y multirresolución*; la cualidad de anisotropía [17] implica que se determina la *ubicación, intensidad y orientación de los gradientes*² de la imagen captada con nuestros campos receptivos; además, éstos están traslapados y son de dimensión variable, i.e. trabajan con diferentes *resoluciones espaciales o escalas* [18-21, 73, 88].

Por otra parte, los algoritmos citados en el planteamiento del problema fueron desarrollados e implantados bajo este paradigma y por lo tanto gozan de sus ventajas y desventajas; asimismo, según se infiere de los resultados reportados en [24, 28], esos sistemas de restauración sólo utilizan las características del SVH relacionadas con la *detección de gradientes (ubicación e intensidad)* y el procesamiento *multi-resolución* de la información relevante inherente a las imágenes por restaurar. En tales circunstancias, podemos considerar la modificación de las técnicas adaptivas de restauración basadas en la TPH para incorporar el efecto de los detectores direccionales del SVH y, entonces, evaluar los resultados obtenidos.

Al respecto, podemos predecir consecuencias similares a las evidencias presentadas en [4, 31-33, 38, 39, 42, 48, 53, 54, 61], pues todos ellos incorporaron el filtrado direccional a los filtros adaptivos que conforman la estructura básica de sus esquemas con resultados favorables; si bien, sólo en [31-33, 53, 54] se hace más explícita una motivación basada en el conocimiento de la época sobre la estructura del SVH y los demás autores esgrimen argumentos heurísticos o computacionales.

²También utilizaremos los términos de: *contornos, singularidades, discontinuidades o transiciones de contraste* indistintamente para referirnos a esta información significativa de las imágenes.

Por otra parte, analizando la evolución de las técnicas de compresión de imágenes [2-8, 87-89] son evidentes los logros alcanzados en las más recientes, que fueron formuladas con base al modelo del SVH conocido.

Por último, y no por eso menos importante, los aspectos teórico-matemáticos relacionados con la incorporación de las características anisotrópicas y multirresolución del SVH son parte integral del modelado en base a la teoría de la transformada polinomial hermitiana. Con tales antecedentes se multiplican las esperanzas de éxito.

Estas reflexiones nos motivan a plantear la siguiente hipótesis:

Es posible aumentar las prestaciones del algoritmo [adaptivo] uniescala para restauración de imágenes con degradación estadística fundamentado en la transformada polinomial hermitiana según [24, 28], y eventualmente también del algoritmo [adaptivo] multiescala, alterando su estructura con la finalidad de incorporar la característica de selectividad direccional propia del Sistema Visual Humano y a la vez convertirlo en un filtro anisotrópico³, limitandose el ámbito de las modificaciones a los aspectos de interpretación, desarrollo e implantación de los algoritmos implicados.

1.3.3 Objetivos.

Objetivo general.

Desarrollar, implantar y evaluar los algoritmos para restauración de imágenes con degradación estadística que incorporen el procesamiento anisotrópico y multiescala para perfeccionar los sistemas adaptivos existentes [24, 28], utilizando los fundamentos teórico-matemáticos de la Transformada Polinomial Hermitiana y con miras a considerar un esquema más afín al Sistema Visual Humano.

Objetivos particulares.

1. Construir un *Sistema de Procesamiento de Imágenes usando la Transformada Polinomial (SPITP)* que permita simular las etapas de *realce y restauración* con los algoritmos que se describen en [24, 28] y las relacionadas con la implantación de los sistemas anisotrópicos sugeridos.
2. Determinar cuales son los *parámetros ajustables e hiperparámetros* de los filtros anisotrópicos implantados y vislumbrar sus prestaciones en función de los mismos.

³Usaremos como sinónimos los términos: *adaptivo-orientado* o *adaptivo-direccional* indistintamente.

Por otra parte, se hará la distinción entre los sistemas de restauración precedentes y los propuestos mediante la siguiente convención: aquellos esquemas que únicamente contemplan la detección de gradientes, i.e., su ubicación e intensidad, se denotarán como *filtros (sistemas) adaptivos* y cuando también incorporen la selectividad direccional los llamaremos *filtros (sistemas) anisotrópicos*; en ambos casos el adjetivo *multiescala* se añadirá si incluyen el procesamiento multirresolución y *uniescala* si lo omiten.

3. Realizar los experimentos de simulación y evaluación imprescindibles para comparar el desempeño de los sistemas anisotrópicos propuestos, de los algoritmos adaptivos descritos en [24, 28] y, eventualmente, con otras técnicas similares.
4. Proporcionar directivas para el empleo posterior de tales sistemas.
5. Proponer las modificaciones adicionales que permitan construir sistemas de restauración con mejor desempeño que los originales [24, 28] y los que resulten de las reformas contempladas inicialmente.
6. Establecer nuevas perspectivas para el perfeccionamiento y aplicación de los esquemas de restauración citados.
7. Determinar la estructura del SPITP para, incidentalmente, integrar los algoritmos relacionados con las demás etapas del procesamiento digital de imágenes (i.e., análisis y codificación) y los otros procedimientos que se han desarrollado previamente [29, 30, 74, 75], todas con el mismo sustento teórico de la transformada polinomial hermitiana.
8. Desarrollar e implantar los algoritmos (utilerias) que se consideren pertinentes para coadyuvar a los objetivos anteriores.

Capítulo 2

EXAMEN SOBRE EL REALCE Y RESTAURACIÓN DE IMÁGENES CON DEGRADACIÓN ESTADÍSTICA.

La literatura muestra dos tendencias para afrontar la restauración de imágenes ruidosas y también al problema general de la restauración como se define en la Sección 1.2.2. En una de ellas se agrupan las técnicas que consideran la imagen con características que se manifiestan en el ámbito global, esto implica que el sistema de restauración se desarrolla e implanta considerando propiedades homogéneas en toda la imagen y en consecuencia el filtro construido permanece invariable durante el procesamiento de la misma, este tipo de sistemas se conoce como *filtros invariantes en el espacio*.

La alternativa consiste en utilizar el conocimiento preliminar de que la mayoría de las imágenes examinadas hasta la fecha, incluso sus degradaciones, presentan rasgos heterogéneos en el plano de la imagen; aspecto que indujo a desarrollar algoritmos cuyo comportamiento se adecua a las peculiaridades de las imágenes, así nacieron los *filtros variantes en el espacio* o *filtros adaptivos*. Asimismo, las ideas precedentes son útiles en las demás etapas de un SPDI, como se puede apreciar en las investigaciones reportadas [1-91].

Hasta ahora el enfoque adaptivo ha redituado los mejores frutos, observandose un incremento constante en los procedimientos fundamentados en este paradigma; por lo tanto, daremos una descripción sumaria de los conceptos involucrados en él. El esquema básico de un *Sistema ADaptivo para Restauración de Imágenes* (SADRI) ruidosas o en general -igualmente válido para cualquier tipo de procesamiento adaptivo- se presenta en la Fig. 2.1. El filtro variante en el espacio se desarrolla e implanta considerando imprescindible algún *estimador de la variable o*

parámetro local que proporcione información sobre la actividad espacial de la imagen a restaurar, de tal manera que su comportamiento dependa de las particularidades regionales de la imagen; este funcionamiento está representado por el *dispositivo de procesamiento adaptivo* y sus consecuencias se reflejan en la materialización de un filtrado *paso-bajas* severo en las regiones homogéneas de aquella y un filtrado *paso-altas* en las de alto contraste.

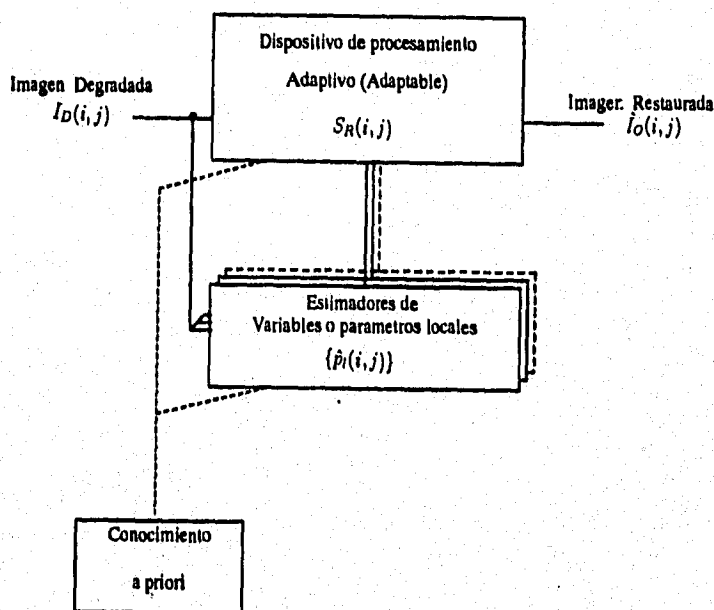


Figura 2.1: Sistema general de procesamiento adaptivo

Existen dos técnicas básicas para realizar el procesamiento adaptivo [4]: (1) el *procesamiento orientado a elementos de imagen* en el cual el filtrado se ajusta en cada pixel de la imagen, y (2) el *procesamiento orientado a subimagen* donde la imagen se divide en varios bloques que se procesan independientemente y al final se combinan para obtener la imagen filtrada.

Los casos citados presentan sus bemoles, pues aunque el procesamiento orientado a elementos de imagen tiene un alto grado de adaptividad y evita la presencia de *contornos (estructuras) artificiales o espurios*¹ su implantación resulta en cargas computacionales elevadas, entendiéndose tiempo de cálculo. Por otro lado, el procesamiento orientado a subimagen es más flexible al momento de implantarse y menos costoso desde el punto de vista computacional; a cambio genera contornos espurios cuando el tipo de procesamiento varía abruptamente entre subimágenes.

¹Aunque muchos especialistas en el área se refieren a ellos con el término de *artefactos*.

Los artefactos son más visibles -¡al observador humano, por supuesto!- cuando la *Relación Señal a Ruido* (RSR) de la imagen disminuye y se pueden eliminar o reducir si las subimágenes se solapan usando *ventanas de inspección local* traslapadas y caracterizadas por una *función suave*; dichas ventanas deben *normalizarse* para garantizar que la simple adición de las subimágenes no procesadas reconstruyen la imagen original.

A continuación se resumen varias técnicas empleadas en la restauración de imágenes ruidosas, también se bosquejan las consideraciones necesarias para realizar una clasificación y evaluación de las mismas; se finaliza con una recapitulación.

2.1 Descripción de algunas técnicas representativas del realce y restauración de imágenes con degradación estadística.

En la restauración de imágenes ruidosas existe una plétora de métodos que con mayor o menor éxito permiten obtener aproximaciones aceptables a la imagen original, pero en todos ellos se mantienen latentes las características deseables e indeseables de los problemas mal planteados. Así, conviene citar algunos procedimientos que se han utilizado para resolver el problema y los conceptos generales que les sirven de fundamentación. Esto nos permite apreciar su evolución; sólo pretendemos abarcar las tendencias que nos sirven para enmarcar los algoritmos anisotrópicos que proponemos más adelante, y ¡nunca! ser exhaustivos al respecto.

Los filtros reseñados son: el filtro de Wiener y una versión adaptativa -conocida como filtro de Lee-, filtros adaptivos-orientados, los filtros anisotrópicos relacionados con el SVH, la difusión anisotrópica, los filtros fundamentados en la teoría clásica de la estimación y los campos aleatorios markovianos, los filtros en el dominio de la transformada *wavelet* o de la transformada polinomial y los filtros morfológicos. En estos ejemplos conviene efectuar una revisión de las referencias originales para apreciar mejor su estructura y sus prestaciones.

2.1.1 Filtro de Wiener.

Uno de los primeros métodos desarrollados para restaurar imágenes ruidosas fue el *Filtro de Wiener* [2-12] y cae en la categoría de los filtros lineales e invariantes en el espacio, para su desarrollo se asume que la imagen original $I_O(i, j)$ y la degradación estadística $R(i, j)$ corresponden a la realización de procesos estocásticos independientes entre sí, estacionarios y con media cero, y que las funciones de densidad de potencia espectral de la imagen original $P_{I_O}(\omega_x, \omega_y)$ y del ruido $P_R(\omega_x, \omega_y)$ se suponen conocidas (o estimables de alguna manera), con lo cual es posible obtener un estimador óptimo de la imagen original $\hat{I}_O(i, j)$ usando el criterio del *Error Cuadrático Medio Lineal Mínimo* (ECMLM o LMMSE por siglas en inglés), resul-

tando el siguiente sistema de restauración $S_R(\omega_x, \omega_y)$:

$$S_R(\omega_x, \omega_y) = \frac{P_{I_0}(\omega_x, \omega_y)}{P_{I_0}(\omega_x, \omega_y) + P_R(\omega_x, \omega_y)}. \quad (2.1)$$

Las propiedades más interesantes del sistema de restauración son: (1) requiere de buenos estimadores para las funciones de densidad espectral de la imagen original y del ruido, ya que se desarrolla e implanta en el dominio de la frecuencia espacial, y (2) se comporta como un filtro paso-bajas en toda la imagen.

Los reportes experimentales [2-12] muestran que este sistema de restauración afecta significativamente las singularidades de la imagen restaurada, estableciéndose un compromiso entre el ruido eliminado y el grado de difuminación de sus contornos; a este efecto debe añadirse que un observador humano es demasiado sensible a tal degradación. La causa de la difuminación de contornos radica en la consideración de estacionariedad del proceso estocástico con que se modela la imagen original, esto obliga al filtro a procesar las discontinuidades propias de la imagen sin distinguir las del ruido contaminante (también con alto contenido frecuencial). Analizando las particularidades de las imágenes que conocemos, es obvio que tal supuesto es inadecuado la mayoría de las veces.

2.1.2 Filtro adaptivo de Wiener.

Al considerar que la imagen original se puede modelar como un proceso estocástico cuya media y varianza son no-estacionarios² y que la degradación puntual $R(i, j)$ es un RABG con media cero y σ_R^2 conocida o estimable [4, 34, 35], se induce automáticamente al desarrollo de un tipo de Filtro Adaptivo de Wiener, más conocido como Filtro de Lee, cuyo modelo matemático es:

$$S_R(\omega_x, \omega_y) = \frac{\sigma_{I_0}^2(i, j)}{\sigma_{I_0}^2(i, j) + \sigma_R^2(i, j)}, \text{ donde: } \sigma_{I_0}^2(i, j) = \sigma_{I_D}^2(i, j) - \sigma_R^2(i, j). \quad (2.2)$$

Las varianzas del ruido³ y de la imagen original o degradada se estiman localmente, mediante una ventana de inspección local con dimensiones $M \times M$, pues el modelo considera que la imagen original es estacionaria localmente.

La principal característica del filtro descrito es que su comportamiento se adecua a las particularidades locales de la imagen, esto significa que trabaja como un filtro paso-bajas en las regiones homogéneas de ésta y como filtro paso-altas en sus

²En [35] se propone el término de *modelos con media y varianza no-estacionarias* (NMNV por siglas en inglés).

³La varianza del ruido $\sigma_R^2(i, j)$ se puede estimar de dos maneras: (1) al igualar tal parámetro a la varianza mínima obtenida en un región de la imagen degradada considerada como homogénea o de poca actividad frecuencial, y (2) para una región homogénea de dimensiones 7×7 de la imagen degradada se obtiene el promedio de las cinco menores varianzas locales estimadas, la varianza del ruido estimada corresponderá a tal promedio [38]

contornos, si bien la conmutación entre ambos modos de operación es paulatina, como se deduce de la Ec. (2.2).

La cualidad anterior esta estrechamente relacionada con el *enmascaramiento por contraste* propio del SVH, este fenómeno garantiza que las variaciones espurias provocadas por el ruido son menos perceptibles en las discontinuidades de una imagen y que ahí sea válido dejar intacta la información degradada sin afectar en gran medida las preferencias del observador humano.

Otra propiedad sobresaliente es que el desarrollo e implantación del algoritmo es en el dominio espacial con las ventajas consecuentes. Generalizaciones posteriores del esquema adaptivo de Wiener se reportan en [34, 36, 54] y algunos aspectos sobre la implantación se sugieren en [37].

2.1.3 Filtros adaptivos-direccionales unidimensionales ó 1-D.

Un defecto del filtro adaptivo de Wiener es que la condición de estacionaridad local (del proceso estocástico que modela la imagen original) no se ajusta a los atributos reales de los contornos de una imagen. Cualquier sistema de restauración basado implícita o explícitamente en esta suposición preservará tanto las discontinuidades como el ruido de su vecindad.

Si bien el ruido en los contornos tiende a ser enmascarado por el SVH a la *Distancia Normal de Visualización (DNV)*, es conveniente removerlo con la perspectiva del procesamiento futuro de la imagen restaurada conforme la aplicación particular del SPDI. Además, considerese que tal enmascaramiento es más aceptable para el SVH si la RSR global es alta y que resultan desagradables para el observador humano las imágenes restauradas, con el filtro adaptivo de Wiener, cuya RSR sea baja.

Los posibles opciones para franquear este problema son:

1. Mejorar el modelado de la imagen considerando los contornos como componentes determinísticos de aquella y desarrollar e implantar los algoritmos de restauración apoyados en ese modelo, aunque esta tarea podría resultar demasiado complejo! [4, 39].
2. Detectar contornos de la imagen usando los algoritmos conocidos al respecto y con ellos implantar el filtro adaptivo de restauración; esto implica que se deba ajustar este filtro en base a una *región de soporte* tal que sólo se considere alguna de las zonas limítrofes del contorno, como se hizo en [38, 40 y 41]. Esta variante tiene el inconveniente que la detección de contornos en presencia de ruido ¡no es tarea sencilla! y siempre existirá la posibilidad de *eliminar contornos, detectar contornos falsos o perder su ubicación correcta* [2-7, 68].
3. Otra solución consiste en servirse de filtros unidimensionales (1-D) orientados dispuestos en cascada y contruidos bajo los auspicios de algún filtro adap-

tivo bidimensional (2-D), e.g., el filtro adaptivo de Wiener; esta selección implica dejar intacto el principio de operación del sistema de restauración bidimensional al que se agrega la característica de selectividad direccional -en la orientación de las singularidades que se detecten- con el fin de eliminar el ruido existente en las discontinuidades y sus alrededores, ¡sin afectar [mucho] el contraste original de la imagen! [4, 39, 42].

4. Otras posibilidades y las combinaciones asequibles de las anteriores.

Algunos esquemas cuyo principio de operación corresponde al mencionado en el punto tres fueron propuestos en las referencias ahí citadas. La idea esencial es la siguiente: sea el *filtro adaptivo-direccional 1-D* $T_{\theta_i}[\cdot]$ para cualquier $\theta_i \in [0, \pi]$ obtenido bajo los auspicios de algún filtro adaptivo 2-D y con la diferencia de estar orientado en la dirección θ_i ; ¡local y globalmente! La imagen restaurada se obtiene después de procesarse con el sistema de restauración representado con la ecuación:

$$\hat{I}_O(i, j) = T_{\theta_N} [T_{\theta_{N-1}} [\dots T_{\theta_0} [I_D(i, j)]]], \quad (2.3)$$

y las direcciones recomendadas se restringen al conjunto de orientaciones $\Theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ por razones prácticas [4, 39]. Como la imagen degradada se procesa iterativamente, las características de la señal y el ruido se modifican a la salida de cada filtro y, por ende, su repercusión debe considerarse para la subsecuente iteración ajustando los parámetros de los filtros respectivos.

La aplicación de la idea anterior al filtro adaptivo de Wiener, citado previamente, se hizo en [4, 39], reportándose los siguientes resultados:

1. La detección de la posición y orientación de los contornos permiten disminuir el ruido a lo largo de los mismos y en sus inmediaciones sin agregar una difuminación apreciable de la imagen restaurada a la DNV, además existe el *suavizamiento* -muy deseable- de las regiones homogéneas de la imagen.
2. La carga computacional disminuye respecto al filtro adaptivo de restauración 2-D original [39, 42, 47] y, al igual que este, se implanta en el dominio espacial.

Ambas cualidades redundan en mayores prestaciones del filtro adaptivo-direccional de Wiener respecto al filtro adaptivo de Wiener, según los reportes de las referencias originales [4, 39]. Existen variantes al filtro descrito en esta sección, las cuales están relacionadas con el esquema adaptivo 2-D tomado como base [4, 39] y consideraciones de índole computacional [39], con resultados análogos.

2.1.4 Filtros anisotrópicos relacionados con el sistema visual humano.

Los filtros descritos previamente utilizan de manera implícita algún conocimiento sobre las preferencias del observador humano; sin embargo, en ninguno de ellos se

intentó aplicar sistemáticamente el conocimiento que se tenía, en su momento, sobre la estructura del SVH. En esos esquemas se modela heurísticamente la naturaleza heterogénea de la imagen original y con esta información se desarrolla e implanta el sistema de restauración.

Un área de investigación con auge creciente se relaciona con la incorporación del conocimiento adquirido sobre el SVH, adquirido vía experimentación psicológica-psicofísica, a las diversas etapas de un sistema de procesamiento digital de imágenes y, por ende, la restauración de imágenes también ha recibido su "porción del pastel".

Los primeros intentos fueron los métodos de restauración basados en una *función de la visibilidad del ruido* -en una imagen contaminada- tal como la aprecia el observador humano. Esta función depende de la potencia del ruido contaminante y de una *función de enmascaramiento* que caracteriza la respuesta del sistema visual humano a la actividad espacial en aquélla.

La función de la visibilidad del ruido se determinó mediante experimentos perceptuales (de apreciación subjetiva) con observadores humanos; se encontró que la sensibilidad del SVH a los cambios de contraste espurios es una función decreciente de la nitidez del contorno afectado y que se incrementa exponencialmente con la distancia espacial entre la región de observación y la localización del contorno más próximo. Mayor información sobre la idea original y el procedimiento experimental empleado se dan en [44]; diversas aplicaciones a la restauración de imágenes están disponibles en [44-47].

La característica común de esas técnicas radica en que la función de la visibilidad del ruido gobierna el comportamiento del filtro adaptivo de restauración propuesto en el esquema general de la Fig. 2.1. El fenómeno visual relacionado con dicha función se denomina *efecto de enmascaramiento* o *enmascaramiento por contraste* [2-6, 44].

La culminación de los esfuerzos realizados para integrar para integrar el conocimiento sobre el SVH, de la época, en los sistemas de restauración de imágenes ruidosas es la técnica propuesta en [31] bajo el nombre de *estimación no-estacionaria y anisotrópica⁴ de imágenes*.

En esa referencia se menciona que las evidencias experimentales sostienen la hipótesis que la detección de gradientes tiene un rol importante en las etapas primarias de nuestro sistema de visión; estudios psicofísicos complementarios reportan una correspondencia entre las características paso-banda del SVH (detección de contornos) y la diferenciación espacial (o *inhibición lateral*) que tiene lugar en sus etapas

⁴Conviene aclarar que el vocablo *anisotrópico* se utilizó también al rotular esta sección como referencia a la capacidad del SVH para detectar la *intensidad, ubicación y orientación de los contornos* de una imagen y como sinónimo de los términos: *adaptivo-orientado* o *adaptivo-direccional*, esto se hizo para mantener la concordancia con el concepto general vertido en [17] y con la terminología empleada en el Capítulo 1.

La referencia original [31] lo usa para denotar exclusivamente la cualidad de procesamiento orientado en la dirección de los contornos, reservando el término de *no-estacionario* para denotar el comportamiento adaptivo -i.e., basado en la detección de gradientes (ubicación e intensidad)- del sistema de restauración implicado.

primarias. Al mismo tiempo, el SVH posee células que son excitadas selectivamente por estructuras (líneas y bordes) con orientaciones específicas.

La primera observación ¡justifica! los resultados desfavorables obtenidos con el filtro de Wiener y los resultados positivos que se tienen al aplicar el filtro adaptivo de Wiener o los filtros adaptivos regulados por la función de visibilidad del ruido.

Por otra parte, también se concluye que la *selectividad direccional* a lo largo de las singularidades, repercute en la visibilidad del ruido en las vecindades de los contornos de la imagen degradada: “[...] aquel ruido con la misma orientación que la estructura subyacente resalta su detectabilidad, pero si esta orientado perpendicularmente reducirá las posibilidades de detección del contorno por parte del SVH [...]”.

Antes de finalizar, citaremos sus principales características:

1. Se desarrolla e implanta en el dominio de la frecuencia espacial, aspecto que incrementa el tiempo de computación consumido por el sistema de restauración.
2. Remueve las componentes de ruido más visibles y, bajo ciertas circunstancias, enfatiza (realza) los contornos de la imagen restaurada, con el aumento consecuente de la relación señal a ruido (RSR) de la misma, en los ámbitos global y local.
3. El procedimiento tiene prestaciones aceptables cuando la RSR (global) de la imagen degradada es alta, la calidad de la restauración depende de tal parámetro. Cuando tiene valores bajos influye directamente en la determinación de las variables que controlan el comportamiento anisotrópico y, por ende, las prestaciones del filtro anisotrópico.
4. La disminución en la calidad de la estimación de las variables de control y el ruido contaminante, provocan la pérdida de las características originales y la aparición de estructuras espurias en la imagen restaurada; a despecho de estos defectos se tiene una mejoría sustancial respecto a su predecesor [47] y, quizás, también que los propuestos en [44-46].
5. Una peculiaridad (¡importantísima!) de las variables de control es su bajo ancho de banda que impide la representación adecuada de las estructuras finas de una imagen (i.e., *textura*), esto implica que la imagen procesada difícilmente contendrá esa información, aunque no este contaminada y sólo se busque el realze de la misma. Este efecto es visible a la DNV, pero no es tan objeccionable como la difuminación en la imagen restaurada; ésto sugiere la importancia secundaria de la textura para el observador humano.
6. Las características del filtro: de *suavizar* la regiones homogéneas, *realzar* los contornos y *eliminar* la textura en la imagen restaurada redundan en un resultado más aceptable respecto a los que proporcionan otras técnicas (v.gr., filtro de Wiener).

7. Las variables de control empleadas, asociadas con la ubicación, intensidad y orientación de los contornos, sugieren nuevas medidas para cuantificar la distorsión en la imagen restaurada relativa a la imagen original en función de esos parámetros y el *ruido residual* en las regiones homogéneas de la misma.

Por último, conviene citar que en [47] se desarrolló un sistema compuesto con *filtros no-isotrópicos* orientados en las direcciones $\{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ durante la implantación, con el propósito específico de disminuir su carga computacional, aún cuando se consideren modelos de mayor complejidad para la imagen original; pero, ninguna sugerencia se menciona respecto al empleo del sistema propuesto con miras a materializar un filtro adaptivo-direccional.

Sin embargo, se señala que mediante la separación apropiada de las componentes espectrales (bandas) de una imagen ruidosa a color y suponiendo que el enmascaramiento por contraste es independiente en cada banda es posible emplear el método citado a la restauración de imágenes ruidosas a color, en virtud que aquél se desarrolló inicialmente para las imágenes blanco y negro. Esta reflexión es válida para cualquier procedimiento de restauración de imágenes ruidosas [47].

2.1.5 Difusión anisotrópica.

La primera de las técnicas modernas de restauración de imágenes ruidosas que reseñaremos recibe el nombre *difusión anisotrópica*⁵, se relaciona con las cualidades del SVH para detectar la ubicación e intensidad de los contornos de una imagen a diferentes niveles de resolución. Se concibió [48] con el objeto de proporcionar un nuevo paradigma relacionado con el concepto de representación (y, en consecuencia, procesamiento) multiescala, **aunque puede emplearse sin modificación al realce y restauración de imágenes**, como se sugiere en [28, 43, 48-52, 56, 76]

La característica *multirresolución* del SVH significa que a diferentes distancias (*escalas*) del objeto sobre el cual se fija la atención se aprecian diversos grados de detalle (*resoluciones*) acordes con la situación particular que se analiza: a mayor escala menor resolución y viceversa. En el ámbito del procesamiento digital de señales existe el concepto de *representación de señales (o imágenes) en el espacio de escalas* que esta relacionado estrechamente con aquella cualidad de la visión humana, y quizás de una gran parte del mundo animal [18].

En la referencia [48] se establecen los criterios que regulan la candidatura de los esquemas contendientes para constituirse en la mejor representación multiresolución

⁵La palabra *anisotrópico* se aplica tal como se conceptua el comportamiento general de los fenómenos físicos de: *difusión de gases, conducción térmica y radiación de energía*; se refiere a que éstos se manifiestan heterogéneamente en las diferentes coordenadas y direcciones del espacio tridimensional euclidiano. De acuerdo con la descripción proporcionada en esta sección y en relación con las observaciones hechas en las anteriores podemos concluir que se discute un sistema de restauración "adaptivo-direccional o anisotrópico parcial" dado que sólo se considera el procesamiento en las direcciones 0° y 90° , despreciándose las demás, v.gr., 45° y 135° en aras de la simplicidad [48-52].

de imágenes, a saber:

1. *Causalidad* pues cualquier representación multiescala rentable debe tener la propiedad de no generar contornos espurios cuando la descripción se desplaza de las *resoluciones finas (altas)* a las *resoluciones gruesas (bajas)*.
2. *Localización Inmediata* puesto que las singularidades en cada escala deben acentuarse y coincidir con los contornos semánticos significativos de esa resolución.
3. *Suavizamiento selectivo de regiones elementales* ya que, en cada escala, el suavizamiento local debe ocurrir de preferencia al interior de las regiones a despecho del suavizamiento interregional, ésto significa que la difuminación ¡no esta permitida en los contornos de la imagen!

La *difusión anisotrópica*⁶ cumple todos los requisitos anteriores [48] y constituye a la vez un perfeccionamiento de la representación propuesta en [18]. Se infiere que

En fechas recientes se han propuesto algoritmos alternos a la idea anterior. Uno de ellos propone una esquema de *suavizamiento adaptivo* [49] en el cual se realiza la difuminación adaptiva utilizando una cascada de *filtros de promediación local ponderada* cuya máscara de ponderación es idéntica a la descrita en [48]; al mismo tiempo, se definen las alternativas para la descripción multiresolución de imágenes, se usan como parámetros de escala el contraste de los bordes K o el número de iteraciones del proceso de difusión N_i .

Se concluye que la representación multiescala obtenida con el parámetro N_i (con K fija) es similar a la descripción propuesta en [18] (i.e., la representación multiresolución gaussiana cuando $K \rightarrow 0$), y, por lo tanto, padece de defectos análogos; si K es el parámetro de escala (N_i permanece constante): (a) se elimina automáticamente la migración en la ubicación de los contornos de la imagen a través de las escalas, (b) se explota la cualidad de realce de contornos propia de la difusión anisotrópica, y (c) resulta una *representación adaptiva en el espacio de escalas* más confiable que la representación multiresolución gaussiana. Por otra parte se citan variantes para mejorar el tiempo de ejecución del algoritmo de difusión anisotrópica en máquinas uniprocador y multiprocador (SISD y SIMD respectivamente y con siglas en inglés).

La referencia [50] reformula el problema de difusión anisotrópica para evitar la dependencia del algoritmo relativa al sistema de vecindario definido en su implantación. La fundamentación del método de difusión anisotrópica en el contexto general del problema de restauración de imágenes, como una técnica de regularización variacional, se registra en [51]. Este esquema tiene las ventajas siguientes: (1)

⁶Que bien podría llamarse *representación multiresolución anisotrópica* en analogía con la *representación multiresolución gaussiana o isotrópica* que se estudia en [18], la última proviene de un modelo semejante a la *difusión isotrópica*.

converge a la solución de interés (imagen restaurada si se aplica a la restauración de imágenes ruidosas), evitándose el problema de decidir en que momento debe detenerse la difusión y (2) requiere la solución de un problema con valores en la frontera en el plano de la imagen -generalmente una región simple tipo rectangular-, ésto permite abatir el tiempo de computación en un orden de magnitud.

La formulación del esquema de difusión anisotrópica para aplicarlo en la restauración de imágenes contaminadas con ruido dependiente de la señal se realiza en [51]; al mismo tiempo que se presenta una aplicación específica en la restauración de imágenes ultrasónicas. También se citan ejemplos de imágenes donde el requisito de causalidad no se cumple y se enuncia una variante que debe cumplir cualquier método de representación multiescala competitivo, este requerimiento es nominado *criterio modificado de causalidad* y se enuncia como sigue: "...el valor de un máximo local en la imagen de intensidades [o de niveles de gris] no debe incrementarse al pasar de una escala fina a una escala gruesa, similarmente el valor de un mínimo local no debe incrementarse al pasar de las resoluciones detalladas a las resoluciones burdas [y dichos valores críticos pueden mantener su valor o decrecerse ya que ninguna restricción impide este comportamiento]...".

Finalmente, la aplicación de los algoritmos descritos en [48, 49] a la restauración de imágenes de radar de apertura sintética se reporta en [28, 76], donde se les compara con otros esquemas en base a ciertos criterios de calidad (subjetivos y objetivos) y con resultados dignos de considerarse.

2.1.6 Filtros en el dominio de la transformada *wavelet*.

Otra técnica novedosa para el modelado de imágenes es la *transformada wavelet*⁷. Básicamente, consiste en la descomposición de la imagen en un conjunto de coeficientes (*coeficientes wavelet*) que determinan las contribuciones, locales y parciales, de un grupo de *funciones de soporte compacto*⁸ a la descripción regional y multiescala de la imagen sin transformar (imagen inicial). El método se asemeja a la transformada de Fourier cuyos coeficientes proporcionan una descripción global de la señal, en oposición a la descripción local implícita en los coeficientes de la transformada *wavelet*.

En el caso general, las funciones de soporte compacto pueden tomar cualquier forma y solo deben cubrir las restricciones impuestas por la teoría respectiva. Sin embargo, el SVH tiene preferencia por los contornos de las imágenes y como hay una gran cantidad de detectores de gradientes, desarrollados en el campo de la visión por computadora, se justifica la utilización de funciones de soporte compacto cuya estructura se asemeje a tales detectores. Un detector óptimo de discontinuidades se

⁷Algunos autores la traducen como *transformada por ondeletas*, otros como *transformada por ondículas* y el autor de este documento prefiere *transformada ad hoc*, pues ¡parece que de gustos se trata!

⁸El dominio de definición de estas funciones es finito en los ámbitos: espacial del plano de la imagen y en plano de la frecuencia espacial o dominio de Fourier.

relaciona con la primera derivada de la función gaussiana y una variante de la transformada *wavelet* que lo utiliza, para construir sus funciones de soporte compacto, se describe en [61, 62, 64].

Se conocen diversos esquemas de restauración de imágenes ruidosas en el dominio de la transformada *wavelet* [61, 63, 64, 66], pero enfatizaremos las propiedades del esquema citado en [64] pues tiene las siguientes ventajas: (1) se utilizó para restaurar el mismo tipo de imágenes (de TC) que se procesaron con los algoritmos descritos en [24] y cuyo perfeccionamiento es el objeto de esta tesis, y (2) proporciona una opción, bastante comprensible y fácil de implantar, para determinar y emplear la correlación que existe entre las diferentes resoluciones de una representación multiescala, diferente a la propuesta en [61].

La representación multiresolución empleada en [61, 64] es una *descripción redundante o no-ortogonal* pues sus coeficientes requieren más espacio en memoria que la señal (imagen) original. Las transformadas ortogonales (*wavelet* u otras) se caracterizan por optimizar la cantidad de coeficientes de la representación multiescala para efectos de codificación; pero dificultan la correlación, en el espacio de escalas, de las descripciones involucradas; este problema no existe en las transformadas redundantes. Las reflexiones previas son válidas en general y, en consecuencia, también lo son para la transformada *wavelet* citada.

Por otro lado, se sabe que la potencia del ruido de una señal ruidosa se concentra en las resoluciones finas de su representación multiescala, por esta razón es posible implantar algoritmos competitivos de restauración de señales e imágenes ruidosas [61, 64, 67] si se efectúa una correlación entre sus diferentes resoluciones. En el dominio de la transformada *wavelet*, esa correlación ayuda a la detección de las singularidades propias de la señal original y permite desprestigiar aquellas estructuras espurias introducidas por el ruido.

El algoritmo de restauración propuesto en [64] tiene las siguientes características:

1. El filtro es adaptivo y la información sobre la ubicación de contornos regula su comportamiento; en la referencia original lo catalogan como *anisotrópico*⁹, en el dominio espacial y de la frecuencia espacial.
2. La eliminación del ruido es bastante aceptable en las regiones homogéneas de la imagen, si bien las discontinuidades con baja frecuencia (de la imagen original) provocan que el ruido residual sea más notable en estas zonas que en aquellas con mayor frecuencia espacial, además introduce artefactos locales de poca monta y nunca aparece el fenómeno de Gibbs en los contornos nítidos recuperados. Se establece un trueque entre la reducción de ruido y la retención de la textura original.

⁹Aunque en relación con la concepción propuesta [17] y su contraparte [31] sería preferible utilizar el vocablo *no-estacionario* o dejarlo sólo como *adaptivo*, pues ¡nunca se menciona que el procesamiento sea también direccional!

3. Los mejores resultados se obtienen cuando la *correlación espacial directa* (empleada en la detección de contornos significativos en la imagen) se calcula para 2 ó 3 escalas adyacentes; si $\ell \geq 4$ empeora el proceso de restauración ya que no se resaltan más los contornos para su detección y el ruido en las vecindades de los más nítidos se hace bastante apreciable. Se estima que las causas de esta anomalía son la migración de las singularidades de la imagen a través de las escalas y la interferencia entre discontinuidades contiguas.
4. El algoritmo tiene baja sensibilidad a la selección inadecuada del umbral de potencia de ruido que requiere; utiliza un factor de ajuste para controlar iterativamente esta dependencia y para compensar la diferencia en el grado de cuantización existente entre el ruido localizado en las vecindades de los contornos nítidos y aquél ubicado al centro de la imagen.
5. El tiempo de computación inherente al filtrado es mínimo en comparación con el cálculo de la transformada *wavelet* directa e inversa, la proporción es 1 : 9 sin considerar que el algoritmo es distribuible.
6. La naturaleza selectiva espacial del filtro conlleva la posibilidad de usufructuar este sistema en el filtrado de *ruido espacio-dependiente*.
7. Se establece en [64] que el método de correlación espacial directa es más directo, fácil de implantar y significativamente más robusto que el algoritmo propuesto en [61, 62], aunque omiten explicar su *criterio de robustez*.

Una posibilidad de explotar la correlación espacial directa para $\ell \geq 4$ radica en definir y utilizar transformadas *wavelets* con resoluciones más próximas dado que en [60, 61, 64] el parámetro de escala acarrea resoluciones más gruesas pues $s \in [1, 2, 4, 8, 16, \dots]$. Otras representaciones multiresolución proveen escalas más contiguas, e.g., la transformada polinomial hermitiana, o no padecen la migración de contornos como la difusión anisotrópica. La otra opción consiste, de plano, en adecuar la correlación espacial directa a cualquiera de las descripciones mencionadas.

Un método que caracteriza de manera distinta el comportamiento de las discontinuidades en el ámbito de la representación multiescala fue propuesto en [60, 61], ahí se establece la *regularidad de las singularidades* a través del espacio de escalas mediante la determinación de los *exponentes de Lipschitz* de los máximos locales del módulo de los coeficientes *wavelet*. Citan que las estructuras reales de una imagen se caracterizan por poseer un exponente de Lipschitz positivo a diferencia de un valor negativo propio de las singularidades espurias inducidas por el ruido.

La correlación mencionada se emplea conjuntamente con un criterio de *coherencia espacial* (continuidad) de los contornos de una imagen para realizar un *eslabonamiento* de los máximos locales de referencia, así se evalúan sus propiedades

geométricas con el objeto de *regularizar*¹⁰ la forma geométrica de las cadenas, de máximos locales, resultantes del eslabonamiento. En base a las consideraciones previas y utilizando un algoritmo por demás complejo para reconstruir las imágenes, a partir de los máximos locales del módulo de los coeficientes *wavelet*, se describe en [61] un sistema de restauración de imágenes ruidosas.

Aprovechando que la potencia del ruido se concentra en las escalas finas de las representaciones multiresolución, es factible aplicar el filtro de Wiener a los coeficientes *wavelet* de esas escalas y estimar la imagen restaurada a partir de los coeficientes filtrados. En [66] se propone un algoritmo con estas peculiaridades y se usa para restaurar imágenes de radar de apertura sintética con resultados aceptables; la transformada *wavelet* que utiliza es idéntica a la descrita en [61, 64].

Existen aplicaciones de la transformada *wavelet* para resolver el problema completo de restauración de imágenes, tal como se plantea en la ecuación 1.3. Un método que establece y utiliza explícitamente la correlación existente en la *descomposición sub-bandas* de la imagen degradada en el dominio de aquella para implantar un sistema de restauración se describe en [65].

2.1.7 Teoría clásica (Bayesiana) de la estimación.

Otra opción para materializar el proceso de regularización a que conduce la restauración de imágenes ruidosas¹¹, se sustenta en la teoría clásica de la estimación; se emplean los *Campos Aleatorios* (CA o RF siglas en inglés) para modelar estocásticamente el conocimiento a priori sobre la imagen original y el tipo de degradación involucrada.

Para utilizar la estimación bayesiana en la solución del problema que nos atañe se sigue el procedimiento subsecuente:

- i Establecer un modelo probabilístico a priori de la función a recuperar, i.e, imagen original $I_O(i, j)$.
- ii Desarrollar modelos estocásticos para el proceso de observación o imagen degradada $I_D(i, j)$.
- iii Utilizar criterios de error apropiados para regular la calidad de la imagen restaurada $\hat{I}_O(i, j)$.
- iv Proponer los estimadores óptimos para la imagen restaurada $\hat{I}_O(i, j)$ respecto a los puntos previos.

¹⁰ Este proceso corresponde al concepto matemático relacionado con la frase *ajuste de curvas*, que en la jerga del procesamiento de imágenes podría ser *ajuste de contornos*; usar este término evitaría cualquier confusión con el significado que se da al vocablo *regularización*, en el campo de la restauración de imágenes y que se asocia con la solución de problemas mal planteados [2-12]. ¡Sobre todo para los que somos principiantes!

¹¹ *Piecewise smooth fields* es el término empleado en la jerga respectiva [53-57].

v Desarrollar e implantar algoritmos (estocásticos o determinísticos) eficientes para computación de esos estimadores.

De lo anterior, se infiere que su aplicación exitosa dependerá en gran medida de la calidad de los modelos estocásticos mencionados, mismos que deben satisfacer los siguientes requisitos [53, 57]:

1. La dependencia probabilística entre los elementos del campo estará localizada espacialmente. Esta condición es necesaria si el modelo ha de corresponder a una imagen compuesta de conjuntos de *regiones elementales homogéneas*¹², además garantiza el desarrollo e implantación de algoritmos de restauración distribuidos en sistemas de multiprocesamiento.
2. La clase de modelos estocásticos seleccionados tendrá gran variedad de opciones para caracterizar diferentes comportamientos en las imágenes restauradas.
3. Transparencia de la relación que existe entre las características de los campos aleatorios y los parámetros de los modelos propuestos para facilitar su especificación.
4. Posibilidad de representar la probabilidad a priori, del campo aleatorio, de una manera explícita que permita la aplicación directa de la teoría de Bayes.
5. Contar con procedimientos eficientes, tipo Monte Carlo u otros de naturaleza determinística, para generar *campos aleatorios muestra* (imágenes) a partir de la función de distribución (o densidad) probabilística del modelo con la finalidad de verificar la viabilidad del sistema de restauración resultante.

Existe una clase de modelos estocásticos que posee las propiedades anteriores: los *Campos Aleatorios de Markov* (CAM o MRF por siglas en inglés) discretos. Un campo aleatorio markoviano discreto es una colección de variables aleatorias asociadas con cada *nodo* (pixel) de una *retícula regular finita* (plano de la imagen) y cuya distribución probabilística es tal que la probabilidad condicional de que alguna variable aleatoria tome un valor determinado, dados los valores del resto de las variables del campo, es idéntica a su probabilidad condicional dados los valores del campo aleatorio en el *vecindario* de aquella variable.

La especificación del CAM en términos de sus probabilidades condicionales presenta algunas dificultades matemático-conceptuales y prácticas; sin embargo, existe una manera de franquearlas mediante la utilización de la equivalencia Markov-Gibbs. Al usar esta correspondencia se simplifican la interpretación de los modelos asociados con el proceso de degradación y los aspectos inherentes a la implantación del sistema de restauración respectivo.

¹²En la jerga de la restauración vía CAM se usa la frase: *continuous patches*.

Además de los modelos citados es necesario reducir la complejidad computacional de los esquemas de restauración resultantes pues de otra manera todo se reduciría a meras especulaciones teóricas sin impacto práctico real. El *Filtro Dinámico Newtoniano* (FDN o NDF por siglas en inglés) [56] es un algoritmo determinístico, basado en el empleo de modelos -también determinísticos- para sistemas dinámicos de partículas interactuantes, que permite aplicar la estimación bayesiana y los campos markovianos en la regularización; sus peculiaridades más relevantes son:

1. La *unificación del marco teórico* que respalda algunos enfoques determinísticos para la solución del problema de restauración, v.gr., la difusión anisotrópica.
2. La utilización de razonamientos intuitivos para seleccionar los modelos y sus parámetros cuando se deseen ampliar las aplicaciones de la teoría respectiva [56, 57].
3. Es un algoritmo distribuido y por tanto implantable en sistemas multiprocesamiento, también presenta una carga computacional -entiéndase rapidez de convergencia o tiempo de computación- menor respecto a otros métodos relacionados como la difusión anisotrópica.
4. Emplea un *error empírico de reconstrucción* para obtener la imagen restaurada, esta opción es más práctica en términos computacionales y también compensa en forma automática los errores inducidos en la fase de modelado.
5. Las características anteriores están íntimamente ligadas a las ventajas de los algoritmos propuestos en [57] con relación a los métodos bayesianos de restauración, éstas son: (a) la *flexibilidad* para representar diversas clases de imágenes y desarrollar los filtros de restauración inherentes, (b) la *generalidad* o versatilidad para aplicarse a la solución de diversos problemas relacionados con el procesamiento digital de imágenes, la *interpretación precisa* de los modelos y parámetros asociados con los sistemas a implantar y (d) la *eficiencia computacional* del algoritmo en los aspectos de tiempo de ejecución, requerimiento de memoria y posibilidades de distribución.

La investigación que se realiza para la aplicación de la estimación bayesiana en la regularización ha redituado técnicas con diferentes prestaciones, algunas de ellas se describen brevemente para completar nuestra revisión.

Un esquema considera que las imágenes están compuestas por una gran cantidad de regiones elementales homogéneas e incorpora el conocimiento a priori sobre la geometría de sus fronteras (contornos de la imagen), emplea dos *campos aleatorios markovianos acoplados* denominados *campo de intensidades* y *campo de líneas*. El campo de líneas indica la presencia y la orientación del contorno y su función es desacoplar o discriminar elementos de imagen con diferentes propiedades (i.e., intensidad y orientación). En [53] se establece un algoritmo estocástico para la simulación del filtro propuesto; siguiendo la misma línea de acción en [57] se proponen algunos filtros determinísticos y estocásticos con las ventajas citadas previamente.

Una generalización del paradigma que sustenta los esquemas previos se propone en [54], ahí se incluyen los campos aleatorios gaussianos, ampliamente usados en la restauración y estimación de imágenes¹³, en el modelado de las imágenes involucradas con el sistema de restauración; así resultan los *Campos Aleatorios Compuestos de Gauss-Markov* (CACGM o CGM por siglas en inglés).

El campo aleatorio CGM contiene dos niveles (*o campos*): uno *superior o visible* y otro *inferior u oculto*. El campo visible corresponde a la imagen observada que se supone compuesta de diferentes submodelos *Lineales Invariantes en el Espacio* (LIE o LSI por siglas en inglés), éstos son representativos de las características locales de la misma y están asociados con los diferentes tipos de regiones elementales homogéneas que la componen; además, las variables aleatorias definidas en cada nodo de la retícula regular finita se asocian con un espacio paramétrico gaussiano, i.e., los niveles de gris de cada pixel se definen en un intervalo continuo.

El campo oculto tiene un *soporte discreto finito*, su propósito es gobernar la conmutación entre los diversos tipos de submodelos LSI observados; este objetivo es idéntico al campo de líneas citado en [53, 57]. El campo aleatorio CGM es de tipo no-causal y su versión causal se denomina *Campo Aleatorio Gaussiano Doblemente Estocástico* (CAGDE o DSG por siglas en inglés).

En la referencia [54] se citan como principales desventajas: (a) la complejidad de los modelos, (b) la carga computacional de los algoritmos propuestos y (c) la dificultad en la identificación de los parámetros apropiados para el sistema de restauración. Ahí mismo mencionan que: "...Los modelos anteriores proporcionan un marco matemático-conceptual (tipo estocástico) para justificar [más] teóricamente el comportamiento adaptivo de los sistemas de restauración propuestos, aspecto que se omite en [31, 34, 36, 46, 47] pues esos filtros integran 'ad hoc' las propiedades del SVH [y de los cuales dimos una reseña en las secciones previas]...".

Finalmente, una panorámica de las aplicaciones recientes de los Campos Aleatorios de Markov en el contexto del procesamiento digital de imágenes se proporciona en [55].

2.1.8 Filtros morfológicos.

Una herramienta que día con día tiene mayor impacto en el procesamiento digital de imágenes es la *Morfología Matemática*, la cual intenta representar las características de las señales multidimensionales considerando principalmente sus propiedades geométricas, a diferencia de otras técnicas que enfatizan las propiedades algebraicas (e.g., la transformada *wavelet*) o estadísticas (v.gr., campos aleatorios markovianos) de las imágenes.

En el campo de la restauración de imágenes ruidosas se observan los mejores

¹³Los autores hacen una distinción entre las frases de *estimación de imágenes* y *restauración de imágenes*, la primera se destina para la restauración de imágenes ruidosas y la segunda se asocia con la restauración de imágenes con degradación sistemática y ruido, según se establece en los modelos representados por las ecuaciones (1.4) y (1.3) respectivamente.

resultados cuando los sistemas de restauración tienen un funcionamiento adaptivo que depende de la frecuencia espacial de la imagen degradada. En este contexto se construyó ad hoc el *Filtro de Mediana*, caracterizado por ser completamente no-lineal, muy empleado en la remoción del ruido impulsivo característico de imágenes transmitidas a través de canales de comunicación ruidosos.

Posteriormente se generalizó este sistema al aparecer los *Filtros de Ordenamiento Estadístico*¹⁴ (FOE o ROF por siglas en inglés) y, en épocas más recientes, los *Filtros Morfológicos* fundamentados totalmente en la teoría de la morfología matemática. La conexión que existe entre los filtros morfológicos, los filtros lineales invariantes en el espacio (por ejemplo, el filtro de Wiener) y los filtros de ordenamiento estadístico se estableció en [70, 71].

Los primeros sistemas de restauración morfológicos presentan, además del comportamiento descrito en los párrafos anteriores, dos propiedades adicionales que los hacen inadecuados cuando compiten contra los esquemas reseñados en las secciones anteriores, a saber: (1) degradan sustancialmente las estructuras pequeñas de la imagen (textura), y (2) cuando se aplican a imágenes contaminadas con otros tipos de ruido, e.g., ruido aditivo blanco gaussiano o ruido multiplicativo (*speckle*), tienen un rendimiento deficiente en comparación con otras técnicas de mejores prestaciones.

Un procedimiento morfológico de restauración que intenta superar esas dificultades fue propuesto en [68]; se citan resultados aceptables en base a la evaluación (subjetiva y objetiva) de los mismos según el criterio del autor. El sistema se aplicó a la restauración de imágenes capturadas con un *digitalizador de imágenes* para aumentar la eficiencia del estándar de compresión JPEG.

Por otra parte, la aplicación de un esquema combinado de morfología matemática con filtros lineales a la codificación de imágenes se describe en [72], el cual, con algunas modificaciones, puede extenderse a la restauración de imágenes ruidosas.

Recientemente apareció la *Transformada Polinomial Morfológica* [91] como una representación que compagina la transformada polinomial y la morfología matemática; la importancia de tal aportación salta a la vista, aunque se haya propuesto inicialmente como una herramienta para la codificación de imágenes.

2.1.9 Filtros en el dominio de la transformada polinomial.

Por tratarse del tipo de filtros cuya *descripción, desarrollo e implantación* constituyen el objetivo primordial de este tesis y considerando que la teoría que los avala esta estrechamente relacionada con la *estructura biológica del sistema visual humano*; es preferible proporcionar algunas de las propiedades y el modelo (asociado a las mismas) de este sistema, dada su trascendencia en el contexto del procesamiento digital de imágenes, y reseñar los principales resultados que se han obtenido con los filtros de restauración existentes en el dominio de la transformada polinomial.

Con esta decisión se "matan dos pájaros de un tiro" pues a la vez que se proporcionan las evidencias experimentales registradas sobre el funcionamiento SVH

¹⁴Estos filtros también se conocen como *filtros de ordenamiento de clases* o *rank-order filter*.

-que permiten una mejor comprensión de la teoría de la transformada polinomial- se pospone la descripción (detallada) de los filtros que se construyeron a los capítulos destinados para tal efecto.

Cabe mencionar, a manera de resumen, que esos filtros representan una opción más en la solución del problema de regularización; además, permiten comprobar parte de las predicciones citadas en el capítulo previo -respecto al perfeccionamiento de los sistemas de restauración [8, 9]- y que también padecen imperfecciones análogas¹⁵ a los filtros adaptivos reseñados en las secciones precedentes [24, 28, 30, 74].

Incluso, se han hecho esfuerzos encaminados a determinar las preferencias perceptuales de los observadores humanos [74-77, 86], usando el mismo sustento teórico-matemático en la mayoría de los casos, para complementar el estudio de las prestaciones de aquellos filtros. Los avances logrados en esta línea de investigación se reflejan en las conclusiones siguientes: (1) la nitidez, el contraste global y ruido residual son los *atributos perceptuales* que más afectan la calidad de las imágenes restauradas¹⁶, y (2) tales atributos permiten representar en un espacio multidimensional, según la teoría de la *Evaluación MultiDimensional* (EMD o MDS por siglas en inglés), las preferencias perceptuales del observador humano. De esta manera se puede estimar el desempeño de los sistemas de restauración susodichos y de cualquiera [74, 76, 86]!

Un avance adicional se propone en [75] al recomendar diversos índices para los atributos citados: *de contraste, impureza y de difuminación*, el último de los cuales esta en relación inversa con la *nitidez* de la imagen.

Las principales características del sistema visual humano son:

1. Aberración esférica debida a la construcción física del lente (y la pupila), y por el número finito de fotorreceptores presentes en la retina.
2. Fotorreceptores distribuidos sobre la retina con densidad espacial heterogénea (concentrados alrededor de la fóvea) y en un arreglo tipo hexagonal; su respuesta característica es tipo logarítmica.
3. Campos receptivos con procesamiento local.
4. Los campos receptivos locales se traslapan mediante ventanas suaves (v.gr., gaussianas).
5. Los patrones típicos detectados (v.gr., bordes, líneas, esquinas y regiones homogéneas) se relacionan estrechamente con funciones gaussianas y sus derivadas

¹⁵Como: la *Banda de No Reducción de Ruido* en las inmediaciones de los contornos detectados y la influencia de sus *hiperparámetros* (y la calidad de los estimadores de éstos) en el desempeño de tales esquemas.

¹⁶También se considero la *visibilidad de estructuras [de bajo contraste]* en tales estudios [74, 86] pues en ciertas aplicaciones pueden ser relevantes, v.gr., restauración de imágenes obtenidas con Radars de Apertura Sintética.

(en su forma y método de detección); así, el SVH trabaja en base a los gradientes de las imágenes o regiones de alta frecuencia espacial y puede caracterizarse por medio de un grupo de filtros paso-banda.

6. Existe sensibilidad a la orientación de los patrones típicos a detectar, i.e., se realiza un filtrado direccional sobre aquéllos que poseen tal atributo; algunos autores denominan como la *selectividad direccional* del SVH a esta propiedad.
7. Hay indicios de que se realiza un procesamiento multirresolución o multiescala.
8. Coexisten dos subsistemas: uno sensitivo a las frecuencias espaciales altas y bajas frecuencias temporales y otro sensible a las bajas frecuencias espaciales y altas frecuencias temporales.

En la Fig. 2.2 observamos un modelo a bloques del sistema visual humano que abarca las primeras siete características. El *filtro espacial isotrópico paso-bajas* se relaciona con la característica de aberración esférica; el arreglo de *fotorreceptores* (con su curva de respuesta predefinida) constituye la siguiente etapa. Los *filtros isotrópicos paso-altas* y los *filtros paso-banda* (en las altas frecuencias espaciales) se ubican en la parte anterior y posterior de los *filtros direccionales* respectivamente; los primeros detectan todos los patrones típicos de la imagen, los segundos se ajustan a los diferentes tipos de *excitación efectiva* que se pueden presentar en el *campo receptivo* de la neurona que simbolizan, por ejemplo: bordes, líneas, esquinas o fin de líneas, y, en conjunto, los tres tipos filtros poseen sensibilidad a la ubicación de la singularidad.

El procesamiento local se sobreentiende en los diversos arreglos de cada etapa. Los traslapes de los campos receptivos se esquematizan con las múltiples entradas a cada filtro; al mismo tiempo indican la combinación de la información proveniente de los diferentes fotorreceptores y campos receptivos capaz de materializar la propiedad de multirresolución citada. Toda la simbología es idéntica a la usada en ingeniería eléctrica para representar los *canales multilínea* o *unilínea* y los diversos subsistemas que componen el diagrama a bloques.

2.2 Evaluación de las técnicas de realce y restauración de imágenes ruidosas.

El principal objetivo en todas las áreas de la ingeniería radica no en resolver alguna situación más o menos complicada, sino en encontrar una *solución óptima* para tal dificultad! Sin embargo, el *proceso de optimización* es complejo por derecho propio ya que los *criterios* que lo regulan distan mucho de ser universales y varían con la clase de problemas que se intenta resolver; inclusive en ocasiones resulta infructuoso fijar criterios globales para resolver aquéllos del mismo tipo pues las restricciones inherentes a su naturaleza limitan el alcance de cualquier criterio.

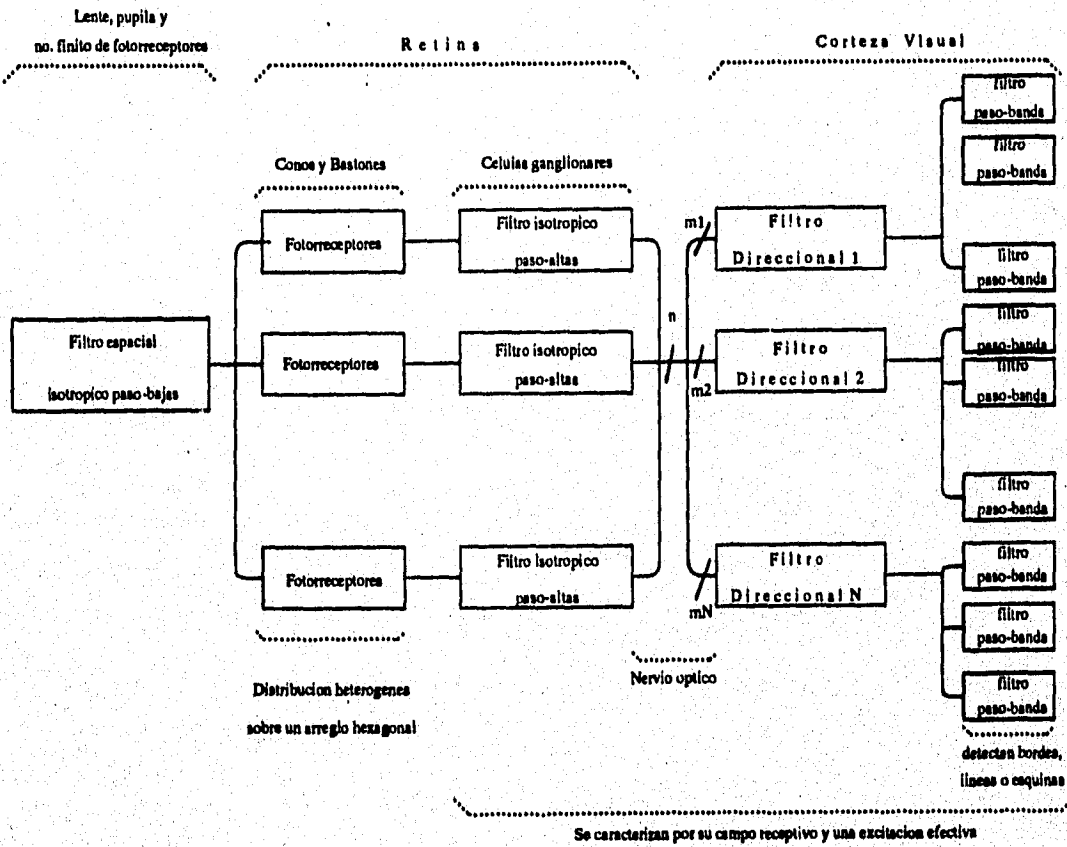


Figura 2.2: Modelo esquemático del SVH en el contexto del procesamiento digital de imágenes

En el ámbito del procesamiento digital de imágenes, la restauración de imágenes ruidosas es distinguida generosamente con esta insidiosa cualidad; aunque ¡para los expertos en el tema fuese preferible rechazar tan honorable deferencia! Así, existen cantidad de criterios para comparar los diferentes procedimientos de restauración conocidos y basta una simple ojeada a la literatura para vislumbrar la falta de consenso sobre el asunto.

En consecuencia, nos limitamos a esbozar aquéllos que a juicio propio -¡muy arbitrario por cierto!- pudiesen gobernar las decisiones sobre esta cuestión.

1. *Criterios de Calidad Perceptual de la Imagen*¹⁷ asociados con las preferencias subjetivas del observador humano inexperto o necesidades del observador experto. Existe una corriente de investigación cuyo objetivo primario consiste en determinar las relaciones existentes entre los parámetros de las imágenes físicas y la experiencia cualitativa del *perceptor* para cuantificar los adjetivos -de calidad- usados en el lenguaje humano, i.e., excelente, bueno, regular, malo y pésimo [77]. Los aspectos a evaluar pueden ser: nitidez, contraste, ruido residual y preservación de detalles significativos (e.g., contornos y textura); más no se ha dicho la última palabra en esta materia [74-78, 86].
2. *Criterios de Calidad Cuantitativa de la Imagen* [79-85] propuestos para cuantificar las diferencias existentes entre las versiones original y restaurada de las imágenes procesadas (bajo condiciones controladas), y hacerlos extensivos, con las adecuaciones pertinentes, a situaciones físicas reales. La mayoría de los criterios aconsejados son ad hoc y todos tienen la peculiaridad que se definen en apego más o menos estricto a las preferencias del sistema visual humano, ¡algo que resulta muy relevante! Las medidas propuestas se relacionan con la preservación de contornos y textura, ruido residual en regiones homogéneas, análisis de perfiles de la imagen restaurada, aumento de la nitidez, entre otras. Al igual que en (1) el consentimiento general "brilla por su ausencia".
3. *Complejidad Teórica* [78-84] del marco matemático-conceptual necesario para desarrollar e implantar cualquier sistema de restauración.

¹⁷Existe una controversia relativa a la validez de la evaluación *subjetiva* que realiza un observador humano y alguna(s) técnica(s) *objetiva(s)* que se pueden proponer para tal efecto.

Considero que tal discrepancia se deriva del desconocimiento del SVH como instrumento de observación que es. En tal caso, los experimentos de calidad perceptual permitirán definir curvas de calibración para el SVH y de esta manera proponer medidas cuantitativas de calidad [75]. Las tendencias que muestran los esquemas cuantitativos para evaluar los resultados de los métodos de restauración corroboran esta aserción [79-85].

Las observaciones anteriores son válidas sólo cuando se utilizan dichos criterios para evaluar las imágenes desde un punto de vista estético. Si se trata de imágenes técnicas, a partir de las cuales se mide algún parámetro físico, quizás sean convenientes ambos enfoques dependiendo de la aplicación.

Además, la historia permite comprobar que la principal causa de los conflictos científicos ¡es precisamente la ignorancia!

4. *Criterios de Eficiencia (Carga) Computacional* respecto a los recursos de cómputo indispensables para implantar la técnica de restauración: complejidad numérica (tiempo de ejecución), requerimiento de memoria, tipo de arquitectura y distribución (paralelismo) del algoritmo [2-12, 15, 16, 24-57, 61-68, 74-85].
5. *Integrabilidad* de la técnica de restauración dentro de un sistema que involucre todas las etapas del procesamiento digital de imágenes con el mínimo incremento en la carga computacional efectiva del SPDI completo.
6. *Interpretabilidad y Robustez Paramétrica* [43, 56], se relaciona con la conceptualización de todos aquellos factores que gobiernan el comportamiento del filtro de restauración y su posible estimación a partir de la imagen degradada.
7. *Estabilidad, Consistencia o Confiabilidad* de los resultados obtenidos con distintos tipos de fuentes (imágenes de escenas originales) y sometidas a diferentes intensidades y tipos de ruido; en condiciones óptimas, la calidad de las imágenes restauradas debería ser invariable respecto a las situaciones citadas [79, 80].
8. *Ergonomía* o facilidades que el algoritmo proporciona al usuario humano; es deseable minimizar el número de parámetros de control del sistema y, a la vez, realizar un procesamiento interactivo; quizás, sería más conveniente proporcionar al sistema una imagen degradada y obtener del mismo la imagen restaurada óptima! Además, la versatilidad de las técnicas para ajustar sus prestaciones a las necesidades del usuario es una cualidad nada despreciable.

Por cuestión de tiempo, es imposible proponer y aplicar un método de evaluación que contemple todos los criterios anteriores; aunque, a la vista del vigoroso impulso que recibe diariamente el procesamiento digital de imágenes, resulta previsible la aparición de propuestas encaminadas en tal dirección.

2.3 Clasificación de las técnicas de realce y restauración de imágenes ruidosas

En vista del progreso actual de los sistemas de restauración de imágenes con degradación puntual, resulta harto ocioso cualquier intento prematuro para la catalogación de las mismas. Más, sin poder sustraernos al encanto del tema, se proponen dos formas de organización: el primero equivale a parangonar a las categorías utilizadas al describir el desarrollo histórico de la electrónica, la computación y, más recientemente, la codificación de imágenes [88], i.e., decir que se trata de técnicas de 1/a., 2/a., ..., n-ésima generación; de esta manera se manifiesta automáticamente el marco científico-tecnológico que las propicio y las cualidades que posiblemente las distinguen.

La alternativa consiste en establecer una clasificación con base al marco teórico que los sustenta, a saber: sistemas de restauración fundamentados en (1) modelos algebraicos, (2) modelos geométricos, (3) modelos probabilístico-estadísticos, y (4) modelos combinados. El inconveniente de esta clasificación sería que alguien demostrara la convergencia de los enfoques referidos, igual que se hizo en [91] con la morfología matemática y la transformada polinomial.

Es importante enfatizar que la mayoría de los métodos de restauración de imágenes ruidosas son concebidos con la finalidad de ajustarse (implícita o explícitamente) a las preferencias del observador humano y sería posible una catalogación en este sentido. ¡Ir más allá de los comentarios anteriores sería una osadía, de mi parte, en vista de los motivos expuestos!

2.4 Reflexiones.

La revisión de los conceptos implicados en el desarrollo de las técnicas de restauración de imágenes con degradación estadística y de los diversos enfoques utilizados en su implantación nos permiten sacar conclusiones interesantes sobre la evolución, atributos, desempeño, evaluación e puntos de convergencia de las mismas. Algunas de estas deducciones pueden aplicarse, con las adecuaciones pertinentes, a los filtros de restauración descritos en los capítulos subsecuentes. A continuación se compendian nuestras principales observaciones en este sentido:

1. El desarrollo de los sistemas de restauración se realiza en el dominio espacial (plano de la imagen) y en el dominio de la frecuencia espacial. Generalmente, la implantación de ambos enfoques se hace, generalmente, en el dominio espacial pues se tienen mayores ventajas de índole computacional y se adecuan mejor las características de esos filtros a la naturaleza misma de las señales que procesan, i.e., imágenes, en concordancia con el funcionamiento de nuestro sistema de visión. Así, creo que los principales avances se darán en esta dirección.
2. Los filtros adaptivos siempre sobrepasan el desempeño de los no-adaptivos, pero los esquemas adaptivos-direccionales son mejores que ambos. Los últimos, también podrían considerarse adaptivos en grado superlativo si queremos mantener incólume la estructura general de los filtros adaptivos de la Fig. 2.1. Sin embargo, conviene hacer explícita tal distinción para mantener la concomitancia con las propiedades del SVH y con las aplicaciones que se derivan al considerar éstas en el ámbito del procesamiento digital de imágenes, v.gr., en compresión, en realce y restauración o en esquemas combinados de ambas técnicas.
3. Todos los filtros adaptivos citados basan su comportamiento en la propiedad de enmascaramiento por contraste del sistema visual humano y tienen un funcionamiento análogo en los contornos detectados. Las diferencias en las prestaciones de los mismos se deben básicamente a: (1) la calidad del modelo que

emplean para las imágenes -de las escenas originales-, y (2) la confiabilidad de los estimadores de sus hiperparámetros, e.g., variables o parámetros locales, influidos a su vez por el modelo mencionado.

4. La potencia del ruido afecta, primordialmente, al comportamiento de los estimadores citados, independientemente de la técnica que se trate; así, determina la *calidad perceptual máxima* de la imagen restaurada que puede obtenerse en determinadas condiciones. Sin embargo, el modelo de la imagen regula el *desempeño máximo permisible* de aquéllos y del algoritmo de restauración en sí.
5. Otro aspecto notable es que el procesamiento multirresolución también repercute en el desempeño general de los sistemas de restauración, sobre todo en la confiabilidad de los estimadores de hiperparámetros. Esto nos induce a concluir que los esquemas sustentados en los modelos multiescala serán mejores y, dentro de esta clase, darán mayores prestaciones aquellos que aprovechen al máximo tal posibilidad. Otra ventaja inherente es la factibilidad de traslapar esquemas de compresión de imágenes -desarrollados con fundamento en el *espacio de escalas*, v.gr. *pirámide laplaciana*- con miras a implantar esquemas conjuntos de *realce-restauración-compresión* cuyas bondades son evidentes.
6. Es muy revelador que al evaluar las prestaciones de un sistema de restauración siempre se proporcionan sus resultados típicos para dar una idea de aquéllas, independientemente de otros criterios de calificación empleados. De aquí podemos inferir la importancia que tiene la calidad perceptual de las imágenes restauradas, en el proceso de evaluación.
7. En todos los esquemas revisados se establece un compromiso entre los *detalles* preservados y el *ruido residual* en las regiones homogéneas. Antes de efectuar cualquier procesamiento ya se supone perdida una parte de esa información; sólo deberá equilibrarse el monto de ambas cualidades en virtud de la aplicación vislumbrada, v.gr., restauración de imágenes de radar de apertura sintética o de tomografía computarizada. A la luz del conocimiento actual parece difícil recuperar la información completa de la escena original, más cuando la relación señal a ruido global de la imagen es muy baja.
8. Si consideramos únicamente las preferencias perceptuales del observador humano (estéticamente hablando), resultan muy a propósito los esquemas que también realzan los contornos principales de la imagen pues aumentan aún más el contraste y la nitidez de los mismos. No importa que se pierdan ciertos detalles dado que nuestro sistema visual tiende a menospreciar esta información.
9. La siguiente especulación es sobre cuáles podrían considerarse, a la larga, los mejores métodos de restauración. A mi juicio, resultan bastante convenientes aquellos sistemas de restauración que se construyen en base a un modelo

teórico-matemático cuya aplicación sea global en el entorno de un SPDI. La justificación de tal aserción es simple: aunque actualmente existe tecnología para implantar cualquier SPDI (con la complejidad deseada), es preferible optimizarlos respecto a un criterio *costo/beneficio* cuya especificación detallada dependerá -¡por completo!- de la aplicación contemplada. También deberán equipararse favorablemente si aquéllos contemplan las cualidades básicas de los sistemas de visión que existen en el mundo biológico que nos rodea. Así, los filtros morfológicos, filtros basados en los Campos de Markov y los filtros en el dominio de la transformada *wavelet* o de la transformada polinomial hermitiana constituyen las opciones más rentables.

10. En cuanto a la clasificación y evaluación de los filtros de restauración de imágenes ruidosas debe enfatizarse lo siguiente: (1) ¡es prematuro catalogar estos sistemas! pues aún no existe un criterio universal para hacerlo, y (2) en base a las evidencias recogidas hasta ahora sobre las preferencias del observador humano y a los requerimientos de las aplicaciones de un SPDI, se concluye que permanece abierta la cuestión sobre cuál será el mejor método de evaluación y, por lo tanto, es difícil dar un veredicto tajante sobre las prestaciones de aquéllos.
11. Las últimas deducciones invitan a continuar la investigación en esa dirección, ya que permanecen indeterminadas las prestaciones completas de los esquemas de restauración. Quedan pendientes los criterios para realizar esta tarea y la metodología que proporcione las directrices para utilizarlos. De esta manera, será plausible una selección apropiada para cada aplicación.

Para finalizar, también son importantes algunas observaciones sobre los términos empleados en el realce y restauración de imágenes ruidosas y las predicciones que se han hecho en este campo. La primera, esta en relación con la fraseología utilizada en la jerga respectiva pues su policromía invita a ello. La razón primordial para usar las locuciones de *realce y restauración de imágenes con degradación estadística*¹⁸, a lo largo de este documento, es su concomitancia con los modelos matemáticos asociados a estos procesos y, a la vez, una conclusión que deduje después de revisar la bibliografía [2-12, 15, 16].

Otra voz, con aceptación parcial, es la de *estimación de imágenes* [54, 55] y se propuso en relación con la teoría clásica de la estimación; al mismo tiempo se reservó el término *restauración de imágenes* cuando se hacía referencia al preprocesamiento de imágenes con ambas degradaciones (ruido y difuminación).

Una opción mas es la palabra *denoising*¹⁹ [61] (¿cómo traducirla?), tal término equivale a las frases: *noise-reduction, noise-cleaning, noise-filtering, noise-smoothing*

¹⁸ *Degradación puntual o en conjunto imágenes ruidosas.*

¹⁹ Considero importante indicar que en [61] emplean el término *denoising* en el sentido que corresponde a la *restauración de imágenes ruidosas* o *estimación de imágenes*; su única novedad es ¡la simplificación en el verbo! y ¡ninguna conceptual! Aún cuando en [63] se intenta agregar significado a tal expresión, sin lograrlo; esto ¡a juicio muy personal! y luego de vislumbrar el

y *noise-filtration* tan ampliamente usadas en la bibliografía [2-12, 15, 16, 24-57, 61-68, 74-86]; aunque, creo que se introdujeron ¡sólo para variar el título de los artículos! o quizás, ¡para evitar el plagio! En fin, ¡cada quién se expresa como puede y quiere! y, por lo tanto, ¡me quedo con las primeras dos!

La segunda se refiere a los avances profetizados para perfeccionar las técnicas susodichas. A mi gusto, cualquier intento razonable para modelar el SVH y aplicar este modelo en la construcción de cualquier SPDI redundará, ¡siempre!, en excelentes resultados; pues, hasta donde conocemos, ¡Dios nunca se ha equivocado y todo lo tiene contemplado!, ¡creamos en él o no!

Esta afirmación nada tiene de novedosa y se viene corroborando diariamente: en el área, con los avances científicos y con la aplicación del conocimiento actual sobre la naturaleza en las diversas facetas de la ingeniería, v.gr., las comunicaciones, el procesamiento de voz, la computación, la robótica, la mecánica, entre otras.

Por otro lado, es interesante notar que todas las técnicas presentadas en este capítulo coinciden en considerar parte de las cualidades de nuestro sistema visual y que sus resultados mejoran en proporción a la calidad del modelo y a la cantidad de características incorporadas en él.

consenso logrado después de tantos años de investigación en el área [2-12, 15, 16, 24-57, 61-68, 74-86].

Capítulo 3

REALCE Y RESTAURACIÓN DE IMÁGENES EN EL DOMINIO DE LA TRANSFORMADA POLINOMIAL HERMITIANA.

En los Capítulos 1 y 2 hemos resaltado la importancia de utilizar buenos modelos matemáticos para las imágenes que se procesan digitalmente, sobre todo en la fase de realce y restauración; si hicieramos una revisión bibliográfica más extensa llegaríamos a la misma conclusión. Por otro parte, resulta evidente que la mayoría de los modelos estudiados incluyen las preferencias perceptuales del observador humano en alguna medida y, al mismo tiempo, se ha comprobado que los mejores resultados estan estrechamente ligados con tal decisión; esta conclusión es válida para el realce, la restauración e incluso la compresión de imágenes [88].

Un modelo que aglomera buena parte del conocimiento actual sobre el sistema visual humano es la *Transformada Polinomial Hermitiana* (TPH) propuesta en [22, 23]. Esta representación describe matemáticamente las características del SVH delineadas en la Sección 2.1.9 y permite unificar bajo un mismo paradigma los problemas relacionados con la compresión de imágenes, la visión computacional y la percepción visual humana.

A continuación se reseñan los aspectos teóricos relevantes de la TPH que sirven como sustento a las técnicas de realce y restauración de imágenes ruidosas precedentes [24, 28], de imágenes difuminadas [25, 27] y las propuestas en esta tesis. Posteriormente se detallan las técnicas de restauración citadas y en el capítulo siguiente se trata el perfeccionamiento de las mismas y los algoritmos involucrados.

3.1 Teoría de la transformada polinomial hermitiana.

La transformada polinomial es una técnica que permite aproximar una imagen mediante patrones o componentes locales significativos, de diferente tamaño en su modalidad multirresolución. Los patrones utilizados en la descomposición local son funciones polinomiales de orden variable y el resultado de la misma es un conjunto de imágenes de coeficientes que determinan el peso o contribución de cada componente en la representación regional de la imagen. La reconstrucción de la imagen original se hace utilizando los coeficientes de la expansión y los filtros de síntesis apropiados; aunque, es válido efectuar cualquier procesamiento intermedio sobre aquéllos con algún propósito particular.

En el caso especial de utilizar ventanas gaussianas -traslapadas o no- para realizar el análisis local de las imágenes, resultan como patrones característicos de la representación los *Polinomios Hermitianos* y, más importante aún, el modelo describe matemáticamente algunas propiedades del SVH. Por las razones expuestas es claro porque utilizamos la nominación de *Transformada Polinomial Hermitiana* para la representación de imágenes que explicaremos a continuación.

Para efectuar la *descomposición (expansión o análisis)* por medio de la transformada polinomial se siguen dos pasos: el primero consiste en localizar la imagen original $L(x, y)$ multiplicandola por la *ventana de inspección local* $V(x, y)$ y en repetir este proceso de localización en tantas posiciones de la imagen como se requiera para lograr una aproximación rentable. Al conjunto de posiciones (p, q) de la ventana de inspección local resultante se denomina *retícula de muestreo* S ; al realizar la localización sobre esta retícula se obtiene una *función de ponderación* $W(x, y)$ periódica definida como:

$$W(x, y) = \sum_{(p,q) \in S} V(x - p, y - q), \quad (3.1)$$

si aseguramos que $W(x, y) \neq 0$ para toda posición (x, y) se tendrá:

$$L(x, y) = \frac{1}{W(x, y)} \cdot \sum_{(p,q) \in S} L(x, y) \cdot V(x - p, y - q), \quad (3.2)$$

esto garantiza la existencia de la transformada polinomial y que las imágenes localizadas -subimágenes- $L(x, y) \cdot V(x - p, y - q)$ en la retícula de muestreo contienen la información suficiente acerca de la imagen original.

El segundo paso estriba en aproximar cada subimagen con funciones polinomiales bidimensionales $G_{m,n-m}(x, y)$ cuyo *orden o grado* es m en x y $n - m$ en y , estos *polinomios básicos* cumplen la condición de ortonormalidad respecto a la ventana de inspección local, i.e.:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V^2(x, y) G_{m,n-m}(x, y) G_{l,k-l}(x, y) dx dy = \delta_{nk} \delta_{ml}, \quad (3.3)$$

para $n, k = 0, 1, \dots, \infty, m = 0, 1, \dots, n, l = 0, 1, \dots, k; \delta_{nk}$ y δ_{ml} denotan funciones delta de Kronecker. El error de la aproximación local tiende a cero si $n, m \rightarrow \infty$, lo que equivale a considerar un número infinito de *componentes* $L_{m,n-m}(p, q)$ de la expansión polinomial, que en adelante llamaremos *coeficientes polinomiales originales (bidimensionales ó 2-D)*, o sea:

$$V(x-p, y-q) \cdot \left[L(x, y) - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n L_{m,n-m}(p, q) \cdot G_{m,n-m}(x-p, y-q) \right] = 0. \quad (3.4)$$

Las imágenes de coeficientes polinomiales 2-D (asociados a la vez con cada subimagen) se calculan mediante la convolución de la imagen original $L(x, y)$ con los *filtros (funciones) de análisis*:

$$D_{m,n-m}(x, y) = G_{m,n-m}(-x, -y) V^2(x, y), \quad (3.5)$$

para cada nodo de la retícula de muestreo tal que:

$$L_{m,n-m}(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(x, y) \cdot D_{m,n-m}(x-p, y-q) dx dy \quad (3.6)$$

ó

$$L_{m,n-m}(p, q) = [L(x, y) * D_{m,n-m}(x, y)]_{|(x,y)=(p,q) \in S}. \quad (3.7)$$

El procedimiento anterior es conocido también como *Transformada Polinomial Directa* [22]. Además, los coeficientes polinomiales originales cumplen con una modalidad del teorema de Parseval, adecuada a su naturaleza, a saber:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^2(x, y) \cdot V^2(x-pT_x, y-qT_y) dx dy = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n L_{m,n-m}^2(pT_x, qT_y). \quad (3.8)$$

La *Transformada Polinomial Inversa* [22] se utiliza para reconstruir la imagen original a partir de los coeficientes polinomiales 2-D de la expansión, la expresión involucrada se puede obtener a partir de las ecuaciones (3.2) y (3.4):

$$\hat{L}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{(p,q) \in S} L_{m,n-m}(p, q) \cdot P_{m,n-m}(x-p, y-q), \quad (3.9)$$

en el proceso de interpolación anterior los *filtros de síntesis (o funciones patrón)* se calculan con:

$$P_{m,n-m}(x, y) = \frac{G_{m,n-m}(x, y) V(x, y)}{W(x, y)}, \quad (3.10)$$

para $n = 0, 1, \dots, \infty$ y $m = 0, 1, \dots, n$; el proceso definido por las expresiones (3.9) y (3.10) también es conocido como *síntesis o reconstrucción*. En la práctica, el

orden máximo de la transformada polinomial se restringe al número finito N para disminuir la carga computacional de la representación [22] y se tolera un cierto error de la aproximación.

En la definición de la transformada polinomial existen varios *parámetros ajustables* sujetos a las preferencias del usuario. Primero esta el tipo de la ventana de inspección local a utilizar, correspondiendo a las ventanas gaussianas ser la mejor opción hasta el momento. La razón de esta afirmación radica en las evidencias recogidas con los experimentos psicofísicos efectuados en fechas recientes, éstos reportan que la función gaussiana y sus derivadas proporcionan modelos apropiados para los campos receptivos del SVH. Dichas funciones constituyen los operadores básicos de la *transformada polinomial hermitiana directa* resultante de aquella elección; su versión discreta se logra al usar ventanas binomiales, i.e.,

$$V^2(k) = \frac{1}{2^M} \cdot C_M^k, \quad (3.11)$$

donde $k = 0, 1, \dots, M$.

M es el orden de la ventana binomial y de paso representa: (1) el *tamaño de la ventana de inspección local* (estrictamente hablando este parámetro vale $M + 1$), (2) el orden de la transformada polinomial, y (3) el segundo parámetro a elegir. Para el caso de imágenes y ventanas discretas se demostró que la reconstrucción es perfecta si se toma una expansión de orden máximo $N = M$ [22].

La última selección es la retícula de muestreo y sus parámetros, como son: (a) el *período (densidad) de muestreo* en cada eje (T_x y T_y) que esta regulado por la restricción impuesta a la función de ponderación $W(x, y)$; esta restricción puede reformularse en base al *parámetro de muestreo* $\tau = T/\sigma$ (donde σ es la desviación estándar de la ventana gaussiana [o binomial en el caso discreto, aquí se cumple que $\sigma = \sqrt{M/2}$] y T es el período de muestreo correspondiente), este parámetro se relaciona con la evidencia fisiológica de que las ventanas gaussianas separadas entre si por una distancia igual a 2σ son un buen modelo para los campos receptivos traslapados del SVH, así en forma cuantitativa la restricción será $\tau \leq 2$ según [22]; y (b) la *estructura de la retícula de muestreo* que por simplicidad práctica se restringe a las de tipo cuadrado con espaciamento igual a la distancia entre los elementos de imagen; aunque, las hexagonales esten más acordes con las propiedades de nuestro sistema visual [22].

El empleo de ventanas binomiales induce a que consideremos los *Polinomios de Krawtchouk* en lugar de los polinomios hermitianos, i.e.,

$$G_n(x) = \frac{1}{\sqrt{C_M^n}} \cdot \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C_{M-x}^{n-k} \cdot C_x^k, \quad (3.12)$$

sólo damos la versión unidimensional para la ventana binomial y sus polinomios ya que ambos tipos de funciones son separables en las condiciones citadas y basta sustituir y por x para obtener las relaciones correspondientes en el otro eje coordenado [22]. Para la transformada polinomial hermitiana discreta también son válidas las

ecuaciones (3.1), (3.5), (3.6), (3.9) y (3.10) que estipulan las operaciones numéricas necesarias para realizar la expansión y reconstrucción concernientes.

Las consecuencias de considerar ventanas espacialmente separables y rotacionalmente simétricas (e.g., gaussianas o binomiales) y una retícula de muestreo cuadrada se manifiestan en que los filtros de análisis y síntesis también son separables (en el dominio espacial y frecuencial [polar]), permitiendo una implantación computacional eficiente pues requiere una menor cantidad de operaciones. Inclusive, los filtros de análisis tienen la propiedad de asociar *curvas de sintonización direccional* idénticas para las diversas estructuras unidimensionales de una imagen, v.gr., líneas y bordes; ésto implica que tales filtros detectan la orientación de aquéllas independientemente de su tipo [17, 22].

Asimismo, es plausible desarrollar e implantar *filtros orientados* en el dominio de la transformada polinomial hermitiana (continua y discreta) agregando una carga computacional moderada. Los *coeficientes polinomiales direccionales (unidimensionales ó 1-D)* de orden n , asociados a cada filtro orientado $T_\theta[\cdot]$ en la dirección θ y para cada nodo (p, q) de la retícula de muestreo S , se pueden calcular según:

$$K_{n,\theta}(p, q) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^k L_{l,k-l}(p, q) \cdot h_{n,\theta}(l, k-l), \quad (3.13)$$

donde la *función angular* $h_{n,\theta}(l, k-l)$ representa a su vez el filtro orientado para los coeficientes polinomiales $L_{l,k-l}(p, q)$, de la expansión bidimensional original, obtenidos con la ecuación (3.6); esa relación esta determinada completamente por la ventana de inspección local $V^2(x, y)$ y en el caso de ventanas gaussianas se rige por las expresiones:

$$h_{n,\theta}(l, k-l) = \delta_{nk} \cdot g_{l,k-l}(\theta), \quad (3.14)$$

con

$$g_{l,k-l}(\theta) = \sqrt{\frac{k!}{l!(k-l)!}} \cos^l(\theta) \cdot \text{sen}^{k-l}(\theta), \quad (3.15)$$

aquí, $g_{l,k-l}(\theta)$ es la *función de selectividad direccional* del filtro orientado que varia con el orden de los coeficientes polinomiales originales.

Para completar la especificación del filtro orientado $T_\theta[\cdot]$ es necesario calcular los *coeficientes polinomiales bidimensionales orientados* $L_{l,k-l}^\theta(p, q)$ antes de realizar la síntesis, implícita en la expresión (3.9), con estos coeficientes, esta operación se realiza para cada nodo de la retícula de muestreo como:

$$L_{l,k-l}^\theta(p, q) = \sum_{n=k}^{\infty} K_{n,\theta}(p, q) \cdot h_{n,\theta}(l, k-l). \quad (3.16)$$

Resumiendo, la imagen original procesada selectivamente en la dirección θ y denotada como $L^\theta(x, y)$ se calcula con la ecuación:

$$L^\theta(x, y) = T_\theta[L(x, y)], \quad (3.17)$$

el filtro orientado $T_\theta[\cdot]$ se materializa empleando las expresiones (3.6), (3.13), (3.16) y (3.9) en el orden de enumeración, suponiendo que las funciones angulares, los filtros de análisis y los de síntesis se calculan cuando es necesario y según las expresiones respectivas.

Conviene aclarar que es posible generar una representación alternativa de la imagen original cimentada en los coeficientes polinomiales direccionales con miras a su codificación [22, 23]. Para construir esta representación es necesario emplear un banco de filtros orientados y estimar la *orientación local óptima* $\theta_{opt}(p, q)$ de cada estructura en la imagen -suponiendo que éstas son unidimensionales localmente-, así el *error de la aproximación 1-D* en cada nodo de la retícula de muestreo S :

$$E^2(p, q) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^k L_{i, k-l}^2(p, q) - \sum_{n=0}^{\infty} K_{n, \theta}^2(p, q) \quad (3.18)$$

deberá minimizarse para el conjunto de orientaciones $\Theta = \{\theta_i; i \in Z_0^+\}$ del banco de filtros orientados¹, esto equivale a maximizar, en el mismo conjunto, los *coeficientes de energía direccional*:

$$E_\theta^2(p, q) = \sum_{n=0}^N K_{n, \theta}^2(p, q) \quad (3.19)$$

o los *coeficientes de contraste direccional*:

$$C_\theta(p, q) = \log_{10} \left[1 + \sum_{n=1}^N K_{n, \theta}^2(p, q) \right]. \quad (3.20)$$

Las dos expresiones previas presumen la existencia de una expansión finita de orden N válida en la transformada polinomial hermitiana discreta o continua. Una vez que se obtienen las orientaciones locales óptimas -que corresponden a las direcciones donde los coeficientes de contraste direccional son máximos- deben seleccionarse los *coeficientes polinomiales direccionales óptimos* $K_{n, \theta_{opt}}(p, q)$ que correspondan a la orientación local óptima. Cabe señalar que debemos asociar una imagen a todos los coeficientes implicados en el cálculo de la transformada polinomial, inclusive a las orientaciones locales óptimas.

Por último, es importante resaltar que la ecuación (3.14) se define para la TPH continua. Su contraparte discreta se puede calcular con el método citado en [22] y hasta se dan las expresiones correspondientes a la función angular $h_{n, \theta}(l, k-l)$ para $n = 0, 1$ y 2 ! Sin embargo, se comprobó, en nuestros experimentos de simulación, que la susodicha expresión puede emplearse con toda confianza para la TPH discreta sin errores perceptuales apreciables; al menos este es el caso para la implantación de la

¹Con el fin de simplificar la notación se utiliza Z_0^+ para representar al conjunto de los números enteros positivos incluyendo el cero, o sea que: $Z_0^+ = \{0, 1, 2, \dots, \infty\}$.

TPH que se tiene actualmente en la Sección de Eléctrica de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería (DEPFI-UNAM), ¡en contradicción² con las recomendaciones hechas en [22]!

3.2 Algoritmos precedentes para realce y restauración de imágenes contaminadas.

En trabajos previos, se han reportado aplicaciones útiles de la transformada polinomial hermitiana en la restauración de las imágenes ruidosas obtenidas en Medicina (con la Tomografía Computarizada [24, 74]), en Astronomía (con Dispositivos de Carga Acoplada [29, 30]) y en Percepción Remota (con el Radar de Apertura Sintética [28, 76]); en todos los casos se emplearon los mismos algoritmos. Aunque detallamos su descripción en esta sección, fueron propuestos inicialmente en [24, 74].

Los sistemas de restauración citados utilizan la información contenida en los coeficientes polinomiales 2-D para realizar una discriminación sistemática entre los contornos y las regiones homogéneas de la imagen; básicamente constituyen un filtro adaptivo cuyo comportamiento es paso-todo en los primeros y paso-bajas en las segundas.

Para efectuar dicha diferenciación se puede medir la *energía local de orden n* de los coeficientes polinomiales originales:

$$E_n(p, q) = \sum_{m=0}^n L_{m, n-m}^2(p, q), \quad (3.21)$$

con $n = 0, 1, \dots, N$ y N es el orden de la expansión polinomial 2-D, también usaremos la frase *coeficientes de energía local original de orden n* al referirnos a $E_n(p, q)$; además, para el conjunto de éstos se definen los *coeficientes de energía local original total* como:

$$E_T(p, q) = \sum_{n=1}^N E_n(p, q), \quad (3.22)$$

las relaciones anteriores son válidas para cada nodo de la retícula de muestreo S .

Cuando una imagen sufre una degradación estadística (aditiva o multiplicativa) la energía local E_n contiene las contribuciones de la señal y del ruido simultáneamente. Ya que se desea implantar un esquema adaptivo (SADRI) que clasifique (y procese) sistemáticamente la imagen como regiones de alta y de baja frecuencia espacial, es necesario contar con un operador que ejecute tal detección. La

²Es posible que el autor de [22] hiciera esta recomendación con miras a las aplicaciones de la TPH en la compresión de imágenes que detalla en [23], especialmente cuando analiza la rentabilidad del *codificador por caracterización paramétrica* de los patrones típicos de una imagen; en este caso existe una diferencia notable entre las variantes continua y discreta de dicha función para $M = 2$. Esta afirmación se hace en virtud de las conclusiones reportadas en [23] y a los experimentos de simulación preliminares registrados en [90].

bibliografía reporta un detector óptimo de bordes³ similar a la primera derivada de la función gaussiana y, por ende, a los filtros de análisis de la TPH $\{D_{m,n-m}(x,y) \text{ con } n = 1\}$; así, es factible utilizar los coeficientes de energía de primer orden $E_1(p,q)$ para decidir si en cada nodo (p,q) de la retícula de muestreo S hay o no algún contorno relevante de la escena original.

Dado que la energía E_1 es una fuente ruidosa de información, a partir de la cual se debe decidir entre la existencia o no de estructuras significativas en la imagen, se plantea automáticamente un problema de detección binaria (según la teoría clásica de la estimación) siempre y cuando se conozca el comportamiento estadístico de la degradación puntual y nada sepamos sobre la señal (i.e., contornos).

Las funciones de densidad probabilística de la energía local de primer orden en ausencia y presencia de bordes están determinadas por:

$$p(E_1|\text{ruido}) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \exp\left[-\frac{E_1}{2\sigma^2}\right], \quad (3.23)$$

ó

$$p(E_1|\text{borde}) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \exp\left[-\frac{E_1 + L_b^2}{2\sigma^2}\right] \cdot I_0\left(\frac{L_b}{\sigma^2}\sqrt{E_1}\right), \quad (3.24)$$

donde:

$$L_b = \frac{A_b}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x_b}{\omega}\right)^2\right]; \quad (3.25)$$

en las expresiones anteriores $I_0(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de orden cero, σ^2 es la varianza de la degradación estadística tipo RABG, la posición y amplitud del borde dentro de la ventana de inspección local son x_b y L_b respectivamente, la amplitud del borde en la escena original es A_b y ω es la desviación estándar de la ventana de inspección local, para ventanas binomiales de orden M se tiene que $\omega = \sqrt{M/2}$.

Como en todo problema de detección binaria, es necesario fijar un *umbral de detección* U_D para poder determinar si la energía local E_1 está influida por la presencia de alguna singularidad o sólo representa ruido. El procedimiento conlleva implícitamente las dificultades propias de los métodos de estimación de bordes, a saber: detección de contornos falsos, eliminación de contornos reales y migración de contornos. Aunque, en el algoritmo descrito, el último problema no se presenta por la influencia que ejerce cualquier discontinuidad sobre su vecindad; este efecto obliga a que el filtro adaptivo de restauración ejecute un filtrado paso-todo sólo en

³Para mantener la concordancia con la terminología que hemos empleado a lo largo de este documento y la utilizada en la referencia original [24] usaremos indistintamente los vocablos: *contorno*, *singularidad* y *discontinuidad* como sinónimos de *borde*. Haciendo la aclaración que, en un sentido más estricto, los primeras locuciones se refieren al conjunto de los siguientes patrones típicos de una imagen: *líneas*, *esquinas* y *bordes*.

las inmediaciones de los contornos detectables pues ¡la detectabilidad de un borde dependerá de su RSR!

La dificultad práctica para fijar el *umbral de detección para la energía de orden 1* $U_D^{E_1}$ esta relacionada con la amplitud variable de los diversos contornos que conforman una escena original; esta decisión esta influida por la *relación señal a ruido del borde* $D_b^2 = [L_b/\sigma]^2$, la cantidad D_b se denomina *intensidad del borde* [24]. En los algoritmos descritos en esa referencia se propuso que el umbral de detección fuese un múltiplo de la varianza del ruido -i.e., $U_D^{E_1} = U \cdot \sigma^2$, con U convirtiéndose en el *parámetro de umbral*-, en virtud que las funciones de densidad probabilística respectivas estan escaladas respecto a σ^2 y que existe su estimador confiable $\hat{\sigma}^2$. Otra opción consiste en resolver el problema de detección de bordes con un *método iterativo de apreciación visual*, esto significa que el usuario establece un compromiso entre los contornos detectados, los eliminados y el monto de difuminación tolerado, ¡la versión actual usada en la DEPFI-UNAM utiliza esta solución con un desempeño experimental adecuado![29, 30].

3.2.1 Algoritmo adaptivo uniescala.

Con todos los aspectos indicados, incluso aquéllos de la Sección 3.1, es factible el siguiente algoritmo adaptivo uniescala para restauración de imágenes ruidosas⁴ [24, 30]:

1. Efectuar la trasformada polinomial hermitiana directa (tipo discreta) usando las expresiones: (3.11), (3.12), (3.5) y (3.6) en el orden de enumeración, esta secuencia de operaciones esta simbolizada por el bloque de análisis $A(V)$ en la Fig. 3.1. Los coeficientes polinomiales 2-D del mismo orden se agrupan en los vectores:

$$\mathbf{L}_n = [L_{n,0} \ L_{n-1,1} \ \dots \ L_{1,n-1} \ L_{0,n}]; \quad (3.26)$$

deberán seleccionarse a priori el orden de la expansión polinomial o el tamaño de la ventana de inspección local binomial M y los períodos de muestreo en cada eje coordenado T_x y T_y . Hasta ahora sólo se ha experimentado con $T_x = T_y = T$.

2. Calcular la energía local de primer orden E_1 con la ecuación (3.21); asociar el bloque homónimo de la Fig. 3.1.
3. Utilizar el método iterativo de apreciación visual para determinar el umbral de detección $U_D^{E_1}$, puede emplearse la imagen de coeficientes de energía local de primer orden o la imagen restaurada dependiendo de la habilidad que se tenga para operar el filtro adaptivo uniescala. Al fijar $U_D^{E_1}$ se determina la

⁴El algoritmo proporciona la secuencia de operaciones que deben efectuarse en cada nodo (p, q) de la retícula de muestreo S . Es evidente que el procesamiento puede hacerse en paralelo utilizando las consideraciones y la máquina apropiadas.

máxima RSR que deben tener los contornos para evitar ser difuminados o considerados simplemente ruido. Si $U_D^{E_1}$ es alto la imagen restaurada tendrá el mínimo de ruido residual; pero, únicamente sobrevivirán aquellos bordes de alto contraste! Al contrario, si $U_D^{E_1}$ es bajo se rescatarán la mayoría de los contornos auténticos de la imagen y ¡también el ruido original!

4. Aplicar el criterio siguiente para estimar el *parámetro de discriminación local de orden n* (t_n):

$$\text{Si } E_1(p, q) > U_D^{E_1} \text{ entonces } t_n(p, q) = 1 \text{ para todo } n \geq 1, \quad (3.27)$$

ó

$$\text{Si } E_1(p, q) \leq U_D^{E_1} \text{ entonces } t_n(p, q) = 0 \text{ para todo } n \geq 1, \quad (3.28)$$

Aquí $n = 0, 1, \dots, M$, $t_0(p, q) = 1$ y el parámetro es válido en toda la retícula de muestreo S .

5. Obtener el vector de *coeficientes polinomiales 2-D restaurados* L_n^R usando la expresión:

$$L_n^R(p, q) = t_n(p, q) \cdot L_n(p, q) \quad (3.29)$$

para cada orden $n = 0, 1, \dots, M$ de la expansión polinomial hermitiana discreta. La conjunción de este paso con los dos previos se representan en la Fig. 3.1 mediante el bloque de decisión y los interruptores que aquél controla.

6. Construir los filtros de síntesis con las relaciones (3.11), (3.12), (3.1) y (3.10).
7. Efectuar la reconstrucción de la imagen restaurada con estos coeficientes y los filtros de síntesis mediante la relación (3.9). El bloque $S(V)$ en la Fig. 3.1 simboliza estos dos últimos pasos.

Usando el procedimiento precedente se materializa el comportamiento adaptivo del sistema de restauración, a saber: si $t_n = 0$ se realizará un filtrado paso-bajas de la imagen ruidosa y cuando $t_n = 1$ el funcionamiento del sistema será paso-altas (para todo $n \geq 1$) o mejor dicho paso-todo, ¡fenómeno que ocurrirá en las inmediaciones de cualquier contorno detectable!

Por desgracia, el algoritmo adaptivo uniescala adolece del defecto vislumbrado cuando se describió el filtro adaptivo de Wiener (Sección 2.1.2) y que es característico de la mayoría de los filtros adaptivos que se citaron en el Capítulo 2. Existe una *Banda de No Reducción de Ruido* (BNRR) en la imagen restaurada cuyo ancho es proporcional al tamaño de la ventana de inspección local ω y a la amplitud del contorno L_b (asociada con el umbral de detección $U_D^{E_1}$ empleado); es evidente que si reducimos el tamaño de la ventana de inspección local también adelgazariamos la BNRR, situación bastante deseable en particular para bordes con alta RSR que pueden detectarse de manera confiable con tal variante.

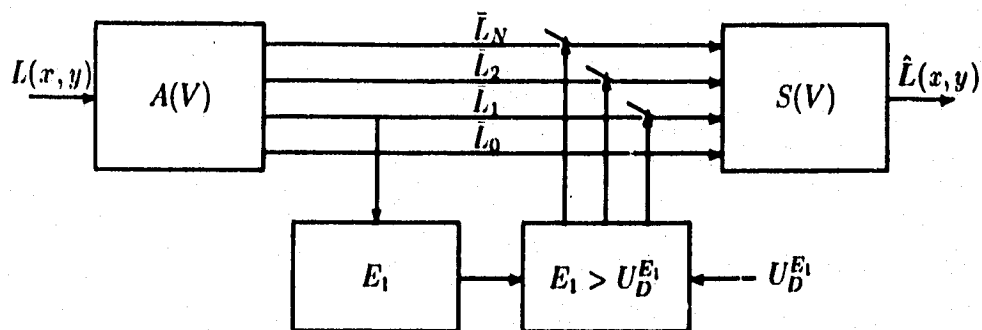


Figura 3.1: Algoritmo adaptivo uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística

Por otra parte, existen ciertos criterios conflictivos que nos obligan a pensar en un esquema multiresolución, estos son [24]: (1) si el tamaño de la ventana de inspección local ω es menor que la *distancia de correlación del ruido* en la imagen, entonces el funcionamiento paso-bajas del filtro adaptivo queda sin efecto visible, (2) incrementar ω más allá del punto donde la eliminación de ruido alcanza el *umbral de visibilidad* no tiene sentido, (3) si ω es grande, resulta el problema práctico asociado con la mayor cantidad de coeficientes polinomiales 2-D que deben computarse para lograr reconstrucciones justas, aumentando el costo computacional del algoritmo -en tiempo de cálculo y demanda de memoria-, y (4) las ventajas teóricas esgrimidas a favor del incremento del tamaño de la ventana de inspección local son que la RSR de la imagen restaurada aumenta -éste es el principal objetivo de la restauración!- y también la confiabilidad del parámetro de discriminación local estimado pues depende de la RSR de los contornos, ¡ambos aspectos utilísimos para detectar bordes de bajo contraste!, ¿el precio? una BNRR más ancha y una disminución de la nitidez de las discontinuidades de alto contraste.

3.2.2 Algoritmo adaptivo multiescala.

De la discusión anterior se concluyó [24] que: “[...] la restauración óptima de imágenes ruidosas no es posible usando una sola ventana de inspección local. Es preferible que el tamaño de la ventana de inspección local pueda disminuir cuando se procesan contornos de gran amplitud y se desea acotar la difuminación tan cerca de la singularidad como sea posible. [...] Una técnica reconocida para implantar el procesamiento con ventanas de inspección local de tamaño variable son las estructuras piramidales. En [23] se demostró la construcción de estas estructuras en el ámbito de la transformada polinomial.

[...] La diferencia entre los algoritmos adaptivos uniescala y multiescala puede apreciarse principalmente en los bordes de alto-contraste. El esquema uniescala

presenta un ligero *sobretiro* en la reconstrucción de esas discontinuidades y una banda de no reducción de ruido [BNRR] angosta en la vecindad de éstos. El problema [de la BNRR] no aparece [¡pasa inadvertido a la DNV, pero existe!] en la técnica multiescala debido a la reconstrucción progresiva de las singularidades de alto-contraste a través de todos los niveles de la pirámide [...]"

La extensión del esquema de la Sección 3.2.1 como algoritmo adaptivo multiescala para la restauración de imágenes ruidosas, en base a una *Pirámide con la Transformada Polinomial Hermitiana* (PTPH), se muestra en la Fig. 3.2. Los pasos 1-7 del procedimiento citado se aplican a cada nivel de la PTPH, previendo que la entrada al primer nivel de la pirámide ($p = 0$) sea la imagen degradada $L(x, y)$ (u original en otras aplicaciones, e.g., codificación) y que las entradas a los niveles subsiguientes de la estructura piramidal correspondan a la imagen de coeficientes polinomiales 2-D de orden cero del nivel inmediato anterior, i.e., $L_{0,0}$ del nivel $p - 1$ para cualquier nivel $p \geq 1$.

En condiciones generales pueden utilizarse ventanas de inspección local de tamaño variable para cada nivel p de la pirámide, esto se simboliza con los bloques $A(V_p)$ para el banco de filtros de análisis y $S(V_p)$ para el banco de filtros de síntesis. Normalmente los períodos de muestreo en cada eje coordenado son iguales ($T_x = T_y = T$); si seleccionamos $T = 1$ y $M = 2$ para cada nivel de la PTPH, entonces el tamaño real de la ventana de inspección local en dichos niveles será: $\{3, 5, 7, 9, \dots\}$ ó cuando $T = 2$: $\{3, 7, 11, 15, \dots\}$, ambos conjuntos en correspondencia biunívoca con el conjunto de niveles p : $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

La operación del sistema sistema anterior consiste en aplicar un filtrado pasa-bajas severo en las regiones homogéneas y en aquellos contornos (de la imagen ruidosa) con RSR baja, en una cantidad de niveles de la pirámide inversamente proporcional a este parámetro, comenzando por el nivel inferior $p = 0$. En el caso contrario, la energía local E_l excederá los umbrales de detección $U_{D_p}^{E_l}$ de todos los niveles y un filtrado pasa-todo se concretará en las inmediaciones de las singularidades de alto contraste. Es obvio que deberá fijarse un umbral de detección por cada nivel p de la estructura piramidal utilizando cualquiera de los métodos descritos previamente.

3.3 Algoritmos existentes para realce y restauración de imágenes difuminadas.

A la fecha existe una gran variedad de opciones para restaurar imágenes difuminadas [2-12, 15, 16]; se diferencian entre sí por los modelos matemáticos empleados: (1) para representar la imagen de la escena original, (2) en el tipo de degradación espacial, y (3) en el criterio para decidir que tan buenos son los resultados obtenidos.

En el contexto de la restauración de imágenes afectadas por la degradación sistemática, que genera alguna función de difuminación puntual (FDP) tipo gaussiano, utilizando como herramienta la TPH se conocen hasta el momento dos técnicas [25,

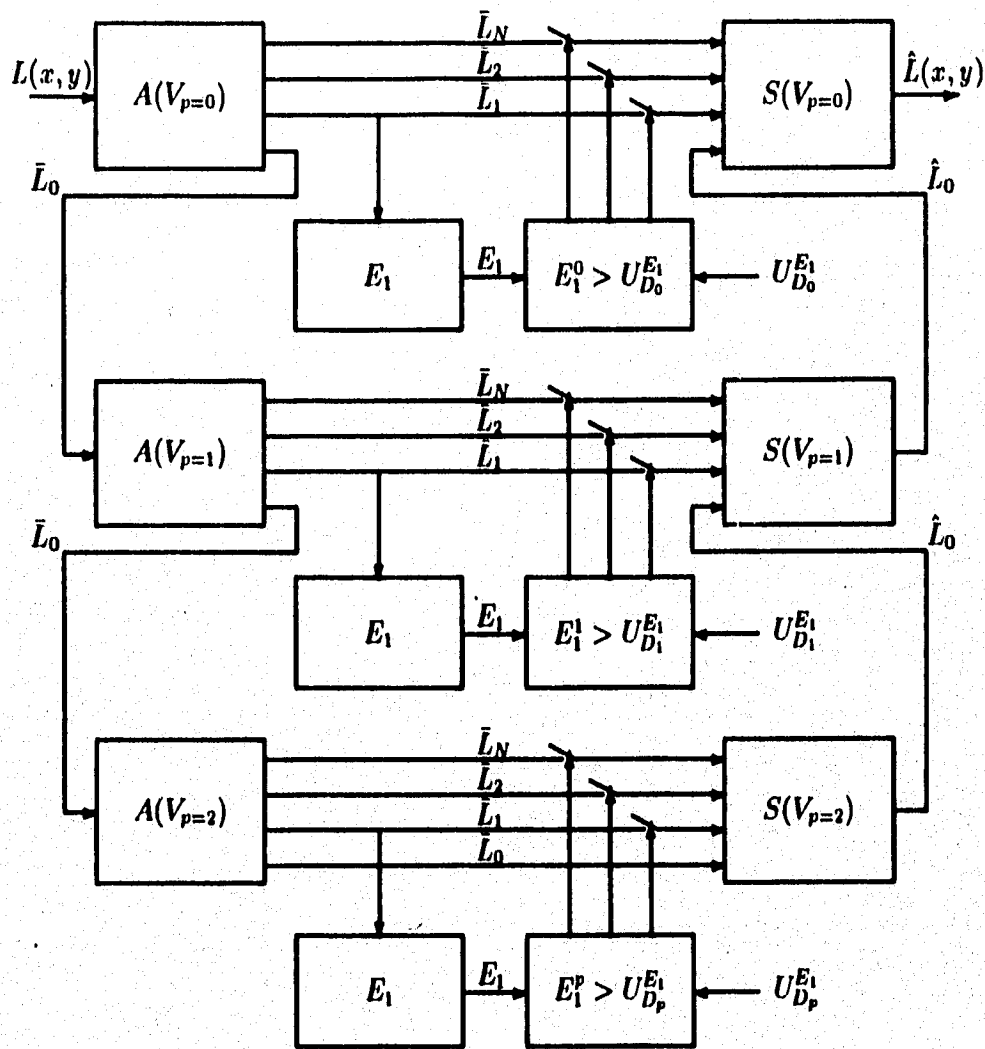


Figura 3.2: Algoritmo adaptivo multiscala para la restauración de imágenes con degradación estadística

27]. En ambos algoritmos, el problema se reduce a la estimación de la cantidad suficiente de coeficientes polinomiales necesarios para la restauración; para tal efecto, se emplean los coeficientes polinomiales de la imagen degradada obtenidos con una TPH cuyos parámetros se fijan a priori. Aquí se describirá el algoritmo propuesto en [27] pues éste se implantó en la DEPMI-UNAM y ha proporcionado resultados experimentales aceptables, desde el punto de vista perceptual.

Sea $L^B(x, y)$ la versión difuminada de la imagen original $L(x, y)$ por la FDP $B(x, y)$ según la expresión:

$$L^B(x, y) = L(x, y) * B(x, y), \quad (3.30)$$

entonces, los *coeficientes polinomiales difuminados gobernables* se pueden calcular con:

$$L_{m,n-m}^B(p, q; \sigma) = [L(x, y) * B(x, y) * D_{m,n-m}(x, y; \sigma)]_{\{(x,y)=(p,q) \in S\}}, \quad (3.31)$$

ó

$$L_{m,n-m}^B(p, q; \sigma) = [L(x, y) * D_{m,n-m}^B(x, y)]_{\{(x,y)=(p,q) \in S\}}, \quad (3.32)$$

o también:

$$D_{m,n-m}^B(x, y; \sigma) = B(x, y) * D_{m,n-m}(x, y; \sigma), \quad (3.33)$$

aquí las funciones $D_{m,n-m}^B(x, y; \sigma)$ se llaman *filtros (funciones) de análisis difuminados gobernables*

Para el caso de una FDP gaussiana: $B(x, y) = (1/\pi\sigma_B^2) \exp[-(x^2 + y^2)/\sigma_B^2]$, se obtiene la siguiente expresión para las funciones de análisis difuminadas gobernables:

$$D_{m,n-m}^B(x, y; \sigma) = \left(1/\sqrt{1 + (\sigma_B/\sigma)^2}\right)^n \cdot D_{m,n-m}(x, y; \sigma_E), \quad (3.34)$$

donde

$$\sigma_E = \sigma\sqrt{1 + (\sigma_B/\sigma)^2}, \quad (3.35)$$

con esta expresión y de 3.6 resultan los coeficientes polinomiales difuminados gobernables:

$$L_{m,n-m}^B(p, q; \sigma) = \left(1/\sqrt{1 + (\sigma_B/\sigma)^2}\right)^n \cdot L_{m,n-m}(p, q; \sigma_E). \quad (3.36)$$

En pocas palabras, los coeficientes polinomiales difuminados gobernables⁵ permiten estimar los coeficientes polinomiales que se obtendrían de una transformación

⁵Obtenidos con una *ventana gaussiana de inspección local gobernable* de varianza también gobernable σ^2 ; el valor de ésta se escoge *ex profeso* y por esta razón aplicamos el adjetivo de *gobernabilidad*.

La afirmación es válida para cada nodo (p, q) de la retícula de muestreo S .

polinomial directa (de la imagen de la escena original) cuya ventana de inspección local corresponde a una función gaussiana de *varianza estimada* σ_E^2 -tal como se define en (3.35)-, previa ponderación de los primeros con el factor $\left(\sqrt{1 + (\sigma_B/\sigma)^2}\right)^n$. Se vislumbra, en la expresión (3.36), que la magnitud de la difuminación σ_B^2 determinará la cantidad de coeficientes polinomiales (difuminados gobernables y originales) a estimar y el monto de la ponderación que son indispensables para realizar una restauración aceptable.

Los *coeficientes polinomiales direccionales óptimos estimados* $K_{n,\theta_{opt}}^E(p, q; \sigma_E)$ se calculan con:

$$K_{n,\theta_{opt}}^E(p, q; \sigma_E) = K_{n,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma_E), \text{ para todo } n \in [0, M_E] \quad (3.37)$$

donde:

$$K_{n,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma_E) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^k L_{l,k-l}^B(p, q; \sigma) \cdot h_{n,\theta}(l, k-l) \text{ para } n \leq M \quad (3.38)$$

ó

$$K_{n,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma_E) = \Delta L \cdot E_n(x_b) \text{ para } M < n \leq M_E, \quad (3.39)$$

en la última expresión se cumple que:

$$E_n(x_b) = \int_{x_b}^{+\infty} G_n(x) V^2(x) dx - \int_{-\infty}^{x_b} G_n(x) V^2(x) dx. \quad (3.40)$$

Para las ventanas de inspección local tipo gaussianas se cumple que:

$$\frac{x_b(p, q)}{\sigma} = \frac{K_{2,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma)}{K_{1,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma)}, \quad (3.41)$$

y cuando son tipo binomiales se tiene:

$$\frac{x_b(p, q)}{\sqrt{\frac{M}{2}}} = \sqrt{1 - \frac{1}{M}} \cdot \frac{K_{2,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma)}{K_{1,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma)}, \quad (3.42)$$

en las expresiones previas es válida la igualdad: $K_{n,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma_E) = K_{n,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma)$ cuando $n \leq M$. Además, $\Delta L(p, q) = K_{1,\theta_{opt}}^B(p, q; \sigma) / E_1[x_b(p, q)]$ representa la magnitud del contorno y $x_b(p, q)$ es la posición del mismo respecto al centro de la ventana de inspección local gobernable; el resto de las funciones involucradas se definieron en las secciones precedentes. Todas las cantidades anteriores se determinan en cada nodo de la retícula de muestreo S .

Una vez que se determinan los coeficientes polinomiales direccionales óptimos estimados necesarios, para la restauración de la imagen difuminada, es factible calcular los *coeficientes polinomiales bidimensionales difuminados estimados* como:

$$L_{l,k-l}^{BE}(p, q; \sigma_E) = \sum_{n=k}^{\infty} K_{n, \theta_{opt}}^E(p, q; \sigma_E) \cdot h_{n, \theta_{opt}}(l, k-l), \quad (3.43)$$

donde $k = 0, 1, \dots, M_E$ y $l = 0, 1, \dots, k$.

Con la TPH discreta se usará, como orden máximo, el orden estimado $M_E = M_B + M$, donde M es el tamaño de la ventana binomial de inspección local gobernable. El caso general consiste en: (1) *estimar o seleccionar a priori* el monto de la difuminación σ_B o M_B según corresponda-, (2) calcular el resto de los parámetros de los bordes (i.e., la distancia al nodo de la retícula de muestreo x_i y la magnitud ΔL) con las expresiones (3.42) y (3.40) [23, 27], y (3) estimar los coeficientes polinomiales necesarios para la restauración.

Más detalladamente, el algoritmo de restauración de imágenes difuminadas⁶ consiste de los siguientes pasos:

1. Computar los coeficientes polinomiales difuminados gobernables $L_{m,n-m}^B(p, q; \sigma)$ mediante la transformada polinomial hermitiana directa (tipo discreta) de la imagen difuminada $L^B(x, y)$, usar las expresiones: (3.11), (3.12), (3.5) y (3.6) en el orden de enumeración. Deberán escogerse a priori los períodos de muestreo en cada eje coordenado T_x y T_y , el orden de la expansión polinomial o tamaño de la ventana (binomial) de inspección local gobernable $M = 2\sigma^2$ y algún monto estimado en la difuminación de la imagen degradada M_B .
2. Calcular los coeficientes polinomiales direccionales óptimos estimados $K_{n, \theta_{opt}}^E(p, q; \sigma_E)$ que sean necesarios (i.e., tantos como correspondan al orden estimado $M_E = 2\sigma_E^2 = M + M_B$), usando la siguiente secuencia de operaciones: (3.38), (3.42), (3.40) y (3.37).
3. Obtener los coeficientes polinomiales bidimensionales difuminados estimados $L_{l,k-l}^{BE}(p, q; \sigma_E)$ cuyo orden pertenezca al intervalo $0 \leq k \leq M_E$, usar la ecuación (3.43).
4. Determinar los *coeficientes polinomiales bidimensionales para restauración de la difuminación* $L_{m,n-m}^{RB}(p, q; \sigma_E)$ con la expresión:

$$L_{m,n-m}^{RB}(p, q; \sigma_E) = \left(\sqrt{1 + (\sigma_B/\sigma)^2} \right)^n \cdot L_{m,n-m}^{RE}(p, q; \sigma_E), \quad (3.44)$$

válida para los intervalos:

$$0 \leq n \leq M_E \text{ (ó } n_{\sigma_E} \text{) y } 0 \leq m \leq n. \quad (3.45)$$

⁶También usaremos la denominación de *Algoritmo de Perfilación*.

5. Construir los filtros de síntesis con las relaciones (3.11), (3.12), (3.1) y (3.10), empleando los parámetros seleccionados en el paso 1, considerar que se realizará una síntesis con el conjunto de coeficientes polinomiales bidimensionales para la restauración de la difuminación cuyo orden máximo es igual a M_E ó n_{σ_E} según corresponda.
6. Efectuar la reconstrucción de la imagen restaurada con los coeficientes polinomiales obtenidos en el paso 4 y los filtros de síntesis citados, emplear la relación (3.9).

Actualmente, se tiene una implantación parcial del algoritmo de perfilación anterior; esto significa que se efectúa la restauración con los coeficientes polinomiales 2-D difuminados estimados cuyo orden se regula según: $0 \leq n \leq M$ y $0 \leq m \leq n$. También se emplea una versión que contempla el procesamiento multiescala de la Fig. 7 y la variante parcial citada. Los ensayos muestran resultados perceptuales aceptables y se trabaja para tener una implantación completa del procedimiento descrito.

3.4 Aclaraciones.

Antes de adentrarnos en los esquemas propuestos de restauración se debe recalcar que las ecuaciones y conceptos vertidos en la Sección 3.1 serán empleados en la misma forma que lo fueron al describir los algoritmos de las Secciones 3.2 y 3.3. Esta decisión permite enfatizar los aspectos relacionados con la implantación y la interpretación respectivas.

Por otra parte, la inclusión de los filtros adaptivos nos ayuda a englobar, bajo la misma perspectiva, todos los esfuerzos realizados (en el dominio de la TPH) para la restauración de imágenes con degradación estadística y al mismo tiempo correlacionar éstos con los efectuados utilizando otras herramientas, v.gr., transformada *wavelet* y filtros basados en la teoría clásica de la estimación. Además, dicha descripción es obligada en consideración al objetivo general de esta tesis.

Se añadió el algoritmo de perfilación porque durante la experimentación ayudó a corregir la pérdida de nitidez y contraste que caracteriza a los filtros anisotrópicos, con resultados perceptuales bastante agradables; sin embargo, como se notará más adelante se omitió emplearlo en los resultados que mostramos para mantener una competencia justa entre los procedimientos que describimos. Cabe señalar, que es muy útil cuando se trata de implantar técnicas conjuntas de restauración-compresión para algunas aplicaciones específicas [29].

En el capítulo siguiente se comprenderá mejor la relación que guardan los sistemas precedentes con los que conforman la parte medular del presente trabajo y se distinguirán las características comunes de todos ellos.

Capítulo 4

ALGORITMOS PROPUESTOS PARA LA RESTAURACIÓN DE IMÁGENES CON DEGRADACIÓN ESTADÍSTICA.

En el Capítulo 2 se describieron distintas técnicas para restauración de imágenes ruidosas que incorporan, en cierta medida, el conocimiento de la época sobre el funcionamiento del sistema visual humano; todas tienen un desempeño variable en función de la calidad de la aproximación. Se concluyó que tales sistemas de restauración aumentaban sus prestaciones en la medida que incorporaban una mayor parte del conocimiento sobre funcionamiento del SVH; aunque, existe un *desempeño máximo permisible* que depende de la calidad del modelo utilizado para representar las imágenes de las escenas originales.

Las principales evidencias experimentales muestran que nuestro sistema de visión es capaz de diferenciar las regiones homogéneas y los contornos de las imágenes observadas; también puede detectar las propiedades de las singularidades (i.e, la ubicación, la intensidad y la orientación de éstos) y, a la vez, realizar un procesamiento multiescala de los mismos. Incluso es capaz de distinguir diferentes tipos de discontinuidades como son las líneas, los bordes y las esquinas de dichas imágenes [17-23, 88]. Otro aspecto relevante está relacionado con la visibilidad del ruido a la DNV, se ha encontrado que tal contaminación es más perceptible en las regiones homogéneas que en los contornos, este fenómeno se denomina *enmascaramiento por contraste* [44].

En ese orden de ideas, se construyeron ad hoc: el filtro adaptivo de Wiener [2-12, 34-36] que procesa por separado las regiones uniformes y los contornos de la imagen degradada y una refinación de éste, que añade el procesamiento orientado a lo largo de las discontinuidades detectadas, al que se denominó filtro adaptivo-

direccional 1-D de Wiener [4, 39, 42]; los resultados reportados para ambos sistemas son aceptables, si bien el mejor desempeño (en cuanto a calidad perceptual y eficiencia computacional se refiere) corresponde al segundo.

Otra vertiente para solucionar el problema considera explícita y heurísticamente las preferencias perceptuales del observador humano, como son la detección de la ubicación y la intensidad de los contornos. Las prestaciones de estos filtros dependen del efecto de enmascaramiento por contraste [44] y al emplear las herramientas matemáticas involucradas en la derivación del filtro de Wiener fue factible la implantación de esquemas rentables [46, 47].

El momento cúspide en estos esfuerzos se alcanzó al añadir el procesamiento orientado de los contornos de una imagen cuando se propuso en [31] el sistema para la estimación no-estacionaria y anisotrópica de imágenes. En años más recientes se publicó una técnica que contempla las propiedades del SVH citadas, el procesamiento multirresolución y detectores de gradientes acordes a los de nuestro sistema visual; el modelo matemático asociado se modifica congruentemente [32, 33]. Los resultados mostrados son aceptables y se comparan, injustamente, contra filtro de Wiener, convendría determinar su competitividad contra esquemas más afines.

Algunos autores han atacado el problema desde el punto de vista probabilístico e intentan justificar teóricamente la incorporación de las propiedades del SVH, sugieren los campos aleatorios markovianos para modelar las imágenes originales y la teoría clásica de la estimación durante la implantación de los sistemas de restauración asociados [54]; además de la existencia de regiones homogéneas en aquéllas, el modelo estocástico susodicho contempla la presencia y cualidades de los contornos como son: su ubicación, su intensidad y su orientación. Reportan restauraciones de buena calidad perceptual; pero, con algunos problemas en la carga computacional y al determinar los hiperparámetros de estos esquemas.

En otros enfoques, se modela la imagen original en analogía con ciertos fenómenos físicos y se aconsejan algoritmos determinísticos que simulan el comportamiento de sistemas de partículas interactuantes. En primer lugar apareció la difusión anisotrópica que esta estrechamente ligada con los fenómenos de difusión gaseosa y conducción térmica [48, 49]; su formalización como un método de regularización en el ámbito de la restauración de imágenes se hizo en [52].

Posteriormente aparece el filtro dinámico newtoniano (FDN) [56] el cual esta desarrollado bajo un marco teórico que permite unificar la difusión anisotrópica con la aplicación de los campos markovianos en la solución de dicho problema; al compararlos se distinguen mejores resultados perceptuales en el FDN e incluso se abate la carga computacional inherente.

Algo curioso en las últimas técnicas es que su comportamiento es similar al filtro anisotrópico parcial que describiremos en la Sección 4.1 pues adolecen del mismo defecto al restaurar los contornos de una imagen contaminada, que hemos llamado *distorsión*. En este capítulo y los subsecuentes se podrá constatar esta aseveración.

También se han implantado sistemas de restauración en el dominio de la trans-

formada *wavelet*, en los cuales se hace una distinción sistemática entre los contornos de la imagen y sus regiones homogéneas y se procesan en alguna modalidad multi-escala [61, 63, 64]; en la primera referencia se adiciona, además del funcionamiento adaptivo citado, el procesamiento orientado de las singularidades mediante consideraciones meramente heurísticas. En todos los casos se emplean detectores de bordes similares a los del SVH, i.e., $1/a$. derivada de la función gaussiana; los esquemas adaptivos citados adolecen de los mismos defectos que sus antecesores y basan su funcionamiento en el efecto de enmascaramiento para disimular aquéllos a la DNV, cuando se trata de evaluar la calidad perceptual de la imagen restaurada.

La principal conclusión obtenida de la revisión precedente es que: **los esquemas adaptivos pueden perfeccionarse si añadimos el procesamiento selectivo en la dirección de los contornos detectados para convertirlos en sistemas adaptivos-orientados (o anisotrópicos) de restauración.**

En virtud de estos antecedentes y que los aspectos teóricos de la transformada polinomial hermitiana concernientes al desarrollo y construcción de los filtros adaptivos-orientados son relativamente sencillos -pues, ¡ya están contemplados [22, 23]!-, resulta conveniente transformar los sistemas adaptivos descritos en la Sección 3.2 hasta convertirlos en filtros anisotrópicos.

A la luz de nuestro conocimiento sobre la TPH [22, 23] y de las consideraciones implícitas en la regularización [8-12, 15, 16,] el problema principal radicará en: *determinar el(los) algoritmo(s) anisotrópico(s), para restauración de imágenes con degradación estadística, que reditúe(n) las mejores prestaciones al evaluar la calidad de la restauración en base a un criterio netamente perceptual o subjetivo [24, 74-76, 86].*

Se presentan dos variantes con buen desempeño y una con pésimos resultados. A las primeras las denominamos simplemente *filtros anisotrópicos* y a la segunda *filtro anisotrópico en cascada*. Los filtros anisotrópicos se diferencian entre sí por la cantidad de orientaciones que se examinan para cada contorno detectado; la modalidad que sólo evalúa un conjunto finito de aquéllas le hemos añadido el adjetivo de *parcial*¹ y cuando se revisa el número máximo permitido (¡por la implantación y la imagen!) agregamos el calificativo de *total*. Ambos esquemas pueden trabajar en el modo *uniescala*; en la versión *multiescala* pueden construirse de manera similar que su predecesor adaptivo y aprovechar la eficiencia computacional (requerimientos de memoria y tiempo de cálculo) de las estructuras piramidales.

Puesto que hemos efectuado una revisión completa de los aspectos teóricos relevantes en el capítulo precedente, las siguientes secciones se destinarán sólo a describir los algoritmos mencionados. Cabe destacar que, al construir los filtros anisotrópicos, se siguen contemplando todas las consideraciones hechas al implantar los esquemas adaptivos y que se añade algún método, basado en la TPH, para

¹También puede emplearse adjetivo *con decisión dura* para indicar que la orientación local se ajusta de manera forzada a un cierto conjunto de orientaciones Θ_m y el calificativo *con decisión suave* si se permite a dicho parámetro tomar un valor más acorde a la imagen en cuestión; este caso ocurre en el filtro anisotrópico total.

materializar la selectividad direccional característica del SVH.

En las dos primeras secciones se explican las versiones uniescala de los algoritmos anisotrópicos (parcial y total); a continuación se presenta la variante multiescala de ambos, condensada en un solo sistema dada la analogía existente entre dichos esquemas. Por último, detallamos el filtro anisotrópico en cascada que se construyó de acuerdo con las ecuaciones 2.3 -sugerida en [4, 39]- y 3.17, resumiéndose las causas de su incompetencia.

4.1 Algoritmo anisotrópico parcial uniescala.

En esta sección se describe un sistema de restauración que resulta de perfeccionar el algoritmo adaptivo citado en la Sección 3.2.1, al incorporar el procesamiento orientado propio de nuestro sistema visual; el procedimiento para la estimación de las direcciones óptimas de los contornos de una imagen (degradada o restaurada) se toma del método de codificación propuesto en [23]. La implantación completa se muestra en la Fig. 4.1, el algoritmo respectivo se aplica en cada nodo (p, q) de la retícula de muestreo S y se sumariza a continuación:

1. Efectuar la trasformada polinomial hermitiana directa (tipo discreta) usando las expresiones: (3.11), (3.12), (3.5) y (3.6) en el orden de enumeración, esta secuencia de operaciones esta simbolizada por el bloque de análisis $A(V)$ en la Fig. 4.1. Los coeficientes polinomiales 2-D $L_{m,n-m}(p, q)$ del mismo orden se agrupan en los vectores $L_n = [L_{n,0} L_{n-1,1} \dots L_{1,n-1} L_{0,n}]$; deberán seleccionarse a priori el orden de la expansión polinomial, el tamaño de la ventana de inspección local binomial M y los períodos de muestreo en cada eje coordenado T_x y T_y , hasta ahora sólo se ha experimentado con $T_x = T_y = T$.
2. Calcular la energía local de primer orden E_1 con la ecuación (3.21). Notar que esta operación se representa por el bloque homónimo en la Fig. 4.1.
3. Utilizar el método iterativo de apreciación visual para determinar el umbral de detección $U_D^{E_1}$, ya sea sobre la imagen de coeficientes de energía local de primer orden o sobre la imagen restaurada, dependiendo de la habilidad que se tenga para operar el sistema de restauración.

Al fijar $U_D^{E_1}$ se determina la máxima RSR que deben tener los contornos para evitar ser difuminados o considerados simplemente ruido. Si $U_D^{E_1}$ es alto la imagen restaurada tendrá el mínimo de ruido residual; pero, únicamente sobrevivirán aquellas singularidades de alto contraste! Al contrario, si $U_D^{E_1}$ es bajo se rescatarán la mayoría de los contornos originales de la imagen y, ¡por desgracia!, también ¡aprecerán contornos espurios o artefactos!

4. Aplicar el criterio siguiente para estimar el *parámetro de discriminación local de orden n* (t_n):

Si $E_1(p, q) > U_D^{E_1}$ entonces $t_n(p, q) = 1$ para todo $n \geq 1$

Si $E_1(p, q) \leq U_D^{E_1}$ entonces $t_n(p, q) = 0$ para todo $n \geq 1$,

válido en toda la retícula de muestreo S . Aquí $n = 0, 1, \dots, M$ y $t_0(p, q) = 1$. Asociar este paso con el bloque de detección $E_1(p, q) > U_D^{E_1}$ en la Fig. 4.1.

5. Obtener los coeficientes polinomiales 1-D $K_{n,\theta}$ para cada elemento del conjunto de orientaciones $\Theta_m = \{\theta_i; i \in Z_0^+; i < m\}$ usando las expresiones (3.14) y (3.13). Los coeficientes resultantes se agrupan en los vectores $\mathbf{K}_{N,\theta_i} = [K_{0,\theta_i}, K_{1,\theta_i}, \dots, K_{N,\theta_i}]$ y es necesario fijar a priori los valores de cada orientación θ_i y la cardinalidad del conjunto de orientaciones m , debe cumplirse que $N = M$. La Fig. 4.1 contiene los bloques $T_{\theta_i}^{1D}[\cdot]$ para denotar esta tarea.
6. Computar los coeficientes de contraste direccional C_{θ_i} (bloques cuyos rótulos son idénticos en la Fig. 4.1) para cada dirección del conjunto de orientaciones $\Theta_m = \{\theta_i; i \in Z_0^+\}$ con la expresión (3.20).
7. Determinar la orientación local óptima θ_{opt} , ésta corresponde a la dirección del elemento máximo del vector de contrastes $\mathbf{C}_{N,\Theta_m} = [C_{\theta_0}, C_{\theta_1}, \dots, C_{\theta_{m-1}}]$; los contrastes máximos constituyen al mismo tiempo los *coeficientes de contrastes direccionales óptimos* $C_{\theta_{opt}}(p, q)$. El bloque C_{MAX}/Θ_{OPT} en la Fig. 4.1 ejecuta esta labor.
8. Seleccionar el vector de coeficientes polinomiales direccionales óptimos como $\mathbf{K}_{N,\theta_{opt}} = \mathbf{K}_{N,\theta_i}$ con tal que se cumpla la condición $\theta_i = \theta_{opt}$; el conmutador de la figura de referencia realiza esta función.
9. Calcular los *coeficientes polinomiales bidimensionales orientados óptimamente* $L_{m,n-m}^{\theta_{opt}}$ usando la orientación local óptima θ_{opt} , el vector de coeficientes polinomiales direccionales óptimos $\mathbf{K}_{N,\theta_{opt}}$ y las expresiones (3.14) y (3.16) para cualquier orden $n \leq M$; agrupar aquéllos en los vectores $\mathbf{L}_n^{\theta_{opt}} = [L_{n,0}^{\theta_{opt}}, L_{n-1,1}^{\theta_{opt}}, \dots, L_{1,n-1}^{\theta_{opt}}, L_{0,n}^{\theta_{opt}}]$. Esta operación está representada en la Fig. 4.1 por el bloque $T_{\theta_{opt}}^{2D}[\cdot]$.
10. Obtener los *coeficientes polinomiales 2-D restaurados anisotrópicamente* $\mathbf{L}_n^{RA}(p, q)$ usando la expresión:

$$\mathbf{L}_n^{RA}(p, q) = t_n(p, q) \cdot \mathbf{L}_n^{\theta_{opt}}(p, q) \quad (4.1)$$

para cada orden $n = 0, 1, \dots, M$ de la expansión polinomial hermitiana discreta. Ésto se logra manipulando los interruptores aledaños al bloque $T_{\theta_{opt}}^{2D}[\cdot]$ de la Fig. 4.1 en función del parámetro t_n .

11. Construir los filtros de síntesis con las relaciones (3.11), (3.12), (3.1) y (3.10).

12. Efectuar la reconstrucción de la imagen restaurada con los coeficientes anteriores y dichos filtros mediante la relación (3.9). La síntesis se representa por el bloque $S(V)$ en la Fig. 4.1.

El procesamiento orientado de los coeficientes polinomiales originales se simboliza, en la figura correspondiente, con el bloque $T_{L_{\theta OPT}}^{N,m} [\cdot]$ (línea punteada) que agrupa aquellos asociados con los pasos 5 a 9 del procedimiento previo; la restauración anisotrópica de aquellos coeficientes se representa con el bloque $L_{RA_{\theta OPT}}^{N,m} [\cdot]$ trazado en línea discontinua y que comprende los puntos 2 al 10. Al examinar la variante multiescala de los algoritmos anisotrópicos se distinguirá la importancia de la notación precedente.

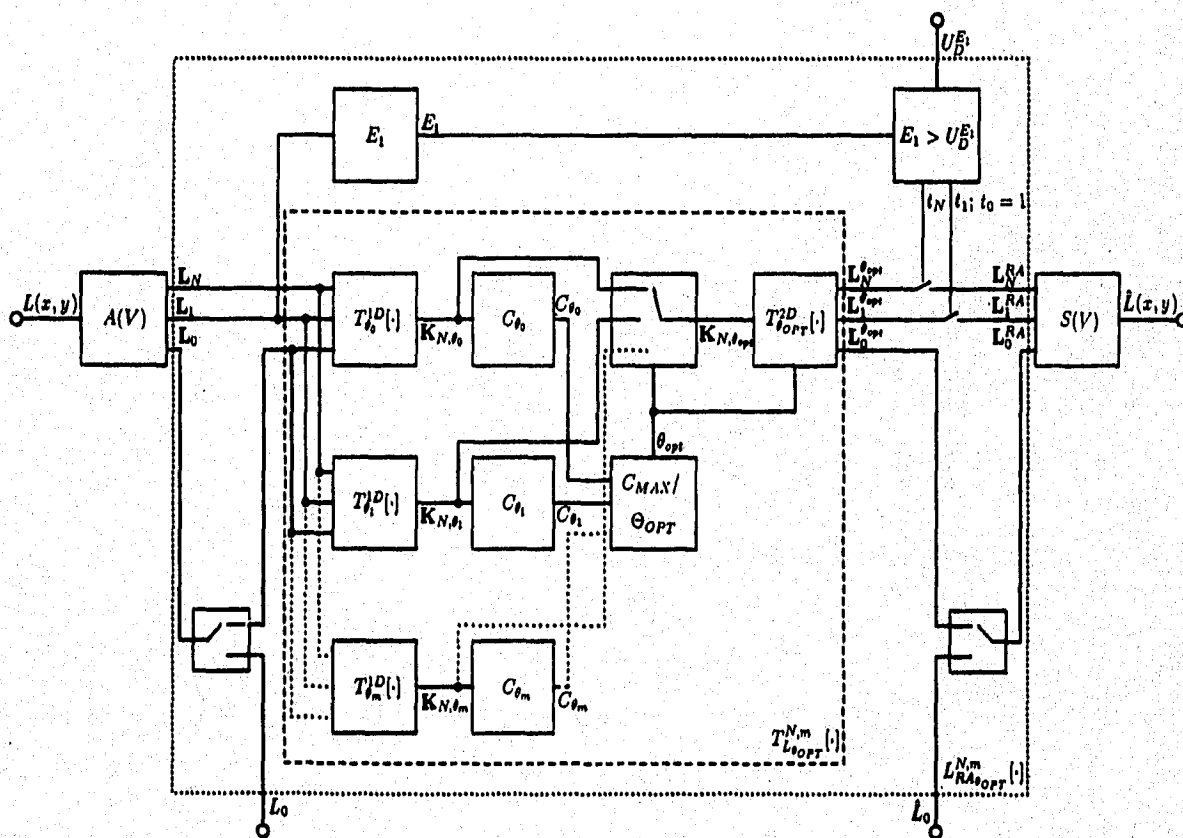


Figura 4.1: Filtro anisotrópico parcial uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística

4.2 Algoritmo anisotrópico total uniescala.

Una variante del esquema anterior consiste en estimar la orientación local óptima de un contorno a partir de los coeficientes polinomiales originales² de orden 1 [24, 27], i.e. $\theta = \arctan[L_{01}/L_{10}]$. Así se simplifica el algoritmo de la Fig. 4.1; las ventajas iniciales son meramente computacionales pues disminuye la complejidad del cálculo y la cantidad de imágenes intermedias de coeficientes.

La Fig. 4.2 muestra el esquema resultante y en seguida resumimos la secuencia de operaciones que lo componen; al igual que en los algoritmos precedentes, el procedimiento debe efectuarse en cada nodo (p, q) de la retícula de muestreo S :

1. Efectuar la transformada polinomial hermitiana directa (tipo discreta) usando las expresiones: (3.11), (3.12), (3.5) y (3.6) en el orden de enumeración, esta secuencia de operaciones esta simbolizada por el bloque de análisis $A(V)$ en la Fig. 4.2. Los coeficientes polinomiales 2-D $L_{m,n-m}(p, q)$ del mismo orden se agrupan en los vectores $\mathbf{L}_n = [L_{n,0} \ L_{n-1,1} \ \dots \ L_{1,n-1} \ L_{0,n}]$; deberán seleccionarse a priori el orden de la expansión polinomial, el tamaño de la ventana de inspección (binomial) M y los periodos de muestreo en cada eje coordinado T_x y T_y , hasta ahora únicamente se ha experimentado con $T_x = T_y = T$.
2. Calcular la energía local de primer orden E_1 con la ecuación (3.21). Esta tarea esta representada por el bloque homónimo en la Fig. 4.2.
3. Utilizar el método iterativo de apreciación visual para determinar el umbral de detección $U_D^{E_1}$, ya sea sobre la imagen de coeficientes de energía local de primer orden o sobre la imagen restaurada, dependiendo de la habilidad que se tenga para operar este filtro de restauración. Al fijar $U_D^{E_1}$ se tienen los mismos efectos descritos en la sección precedente.
4. Aplicar el criterio siguiente para estimar el parámetro de discriminación local de orden n (t_n):

$$\text{Si } E_1(p, q) > U_D^{E_1} \text{ entonces } t_n(p, q) = 1 \text{ para todo } n \geq 1$$

ó

$$\text{Si } E_1(p, q) \leq U_D^{E_1} \text{ entonces } t_n(p, q) = 0 \text{ para todo } n \geq 1,$$

válido en toda la retícula de muestreo S . Aquí $n = 0, 1, \dots, M$ y $t_0(p, q) = 1$. En la Fig. 4.2 esta operación se simboliza por el bloque de detección $E_1(p, q) > U_D^{E_1}$.

²En este caso, como en todas las situaciones donde se trabaja con imágenes degradadas, es obvio que se trabaja con los coeficientes polinomiales degradados de la escena original y jamás con los auténticos! La nomenclatura se utiliza en concomitancia con aquella que empleamos en la Sección 3.1.

5. Estimar la orientación local óptima usando la expresión:

$$\theta_{opt}(p, q) = \arctan \left[\frac{L_{01}(p, q)}{L_{10}(p, q)} \right]; \quad (4.2)$$

el bloque Θ_{OPT} en la Fig. 4.2 simboliza esta operación.

6. Obtener los coeficientes polinomiales direccionales óptimos $K_{N, \theta_{opt}}$ usando la orientación local óptima estimada con (4.2) y también las expresiones (3.14) y (3.13). Los coeficientes resultantes se agrupan en el vector de coeficientes polinomiales direccionales óptimos $\mathbf{K}_{N, \theta_{opt}} = [K_{0, \theta_{opt}} \ K_{1, \theta_{opt}} \ \dots \ K_{N, \theta_{opt}}]$ y aquí también $N = M$; la Fig. 4.2 contiene el bloque $T_{\theta_{OPT}}^{1D} [\cdot]$ para denotar este paso.
7. Calcular los coeficientes polinomiales bidimensionales orientados óptimamente $L_{m, n-m}^{\theta_{opt}}$ usando la orientación local óptima θ_{opt} , el vector de coeficientes polinomiales direccionales óptimos $\mathbf{K}_{N, \theta_{opt}}$ y las expresiones (3.14) y (3.16) para cualquier orden $n \leq M$; agrupar aquéllos en los vectores $\mathbf{L}_n^{\theta_{opt}} = [L_{n,0}^{\theta_{opt}} \ L_{n-1,1}^{\theta_{opt}} \ \dots \ L_{1,n-1}^{\theta_{opt}} \ L_{0,n}^{\theta_{opt}}]$. Esta tarea recae en el bloque $T_{\theta_{OPT}}^{2D} [\cdot]$ de la Fig. 4.2.
8. Obtener los coeficientes polinomiales 2-D restaurados anisotrópicamente $L_n^{RA}(p, q)$ usando la expresión $L_n^{RA}(p, q) = t_n(p, q) \cdot L_n^{\theta_{opt}}(p, q)$ para cada orden $n = 0, 1, \dots, M$ de la expansión polinomial hermitiana discreta. Ésto se logra manipulando los interruptores aledaños al bloque $T_{\theta_{OPT}}^{2D} [\cdot]$ de dicha figura en función del parámetro t_n .
9. Construir los filtros de síntesis con las relaciones (3.11), (3.12), (3.1) y (3.10).
10. Efectuar la reconstrucción de la imagen restaurada con los coeficientes previos y los filtros de síntesis mediante la relación (3.9). El bloque $S(V)$ en la Fig. 4.2 realiza esta faena.

En esta versión de los filtros anisotrópicos, el procesamiento orientado de los coeficientes polinomiales originales se simboliza, en la figura correspondiente, con el bloque $T_{L_{\theta_{OPT}}}^{N, \infty} [\cdot]$ (línea punteada) que agrupa aquellos asociados con los pasos 5 a 7 del procedimiento previo; la restauración anisotrópica de aquellos coeficientes se representa con el bloque $L_{RA_{\theta_{OPT}}}^{N, \infty} [\cdot]$ trazado en línea discontinua y que comprende los puntos 2 al 8. Observese que la diferencia con su predecesor inmediato radica en los superíndices utilizados para denotar su dependencia de la cardinalidad del conjunto de orientaciones. Al igual que en el filtro anisotrópico parcial, cuando se analice su variante multiescala se distinguirá la importancia de dicha notación.

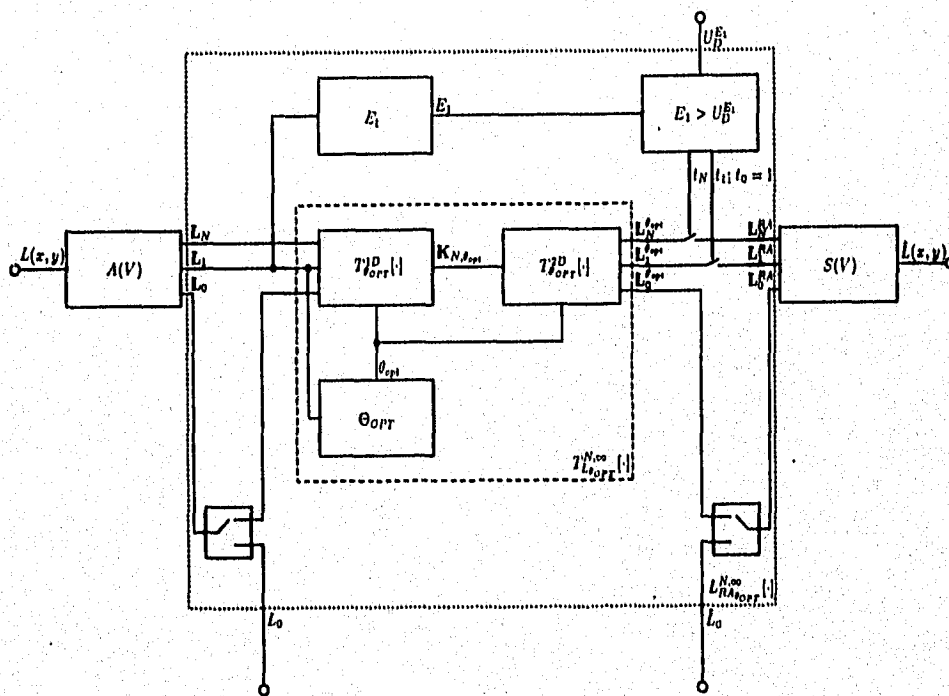


Figura 4.2: Filtro anisotrópico total uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística

4.3 Algoritmos anisotrópicos multiescala.

Las versiones multiresolución de los esquemas mencionados en las primeras secciones pueden obtenerse directamente a partir de las modalidades uniescala de los mismos (véase Figs. 4.1 y 4.2) y del filtro adaptivo multiescala (ver la Fig. 3.2); por esta razón omitimos una descripción detallada de aquéllas y nos limitamos a proporcionar el dispositivo que resulta para tales variantes en la Fig. 4.3. En esta figura puede notarse la utilidad de la simbología empleada al describir los algoritmos uniescala y al trazar los diagramas a bloques asociados.

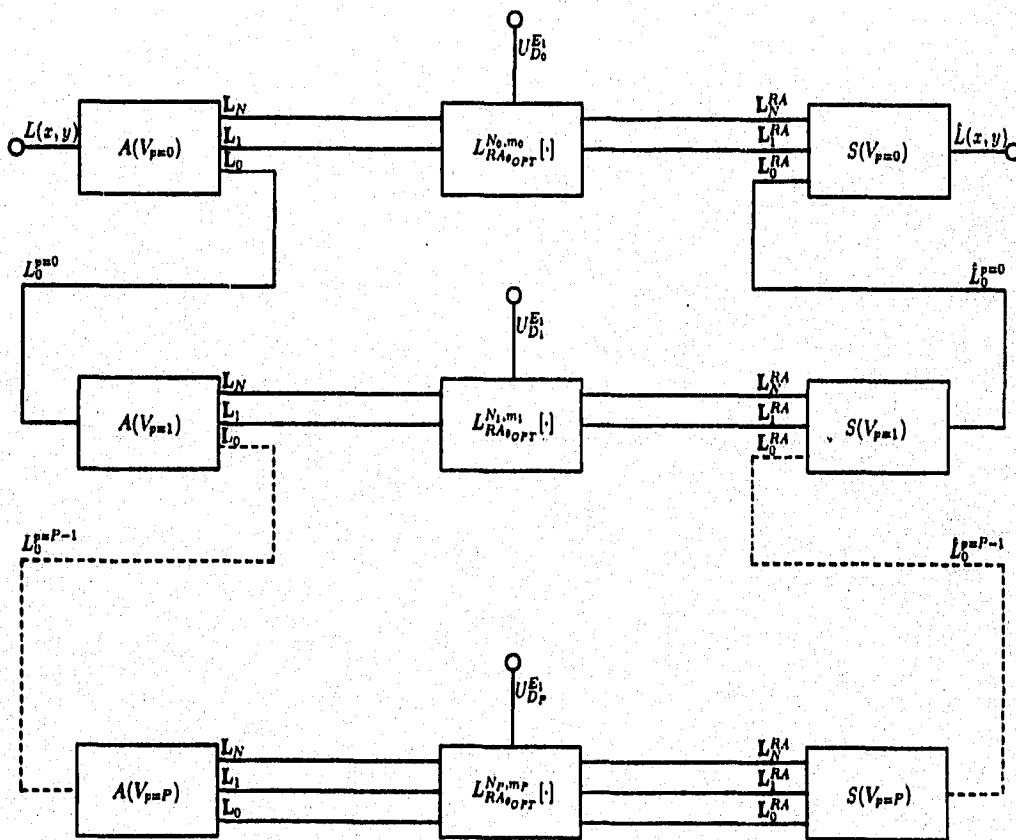


Figura 4.3: Filtro anisotrópico (parcial o total) multiescala para la restauración de imágenes con degradación estadística

En general se cumplen las mismas consideraciones que priven en su predecesor adaptivo pues hasta el momento ninguna evidencia indica lo contrario y únicamente deberán añadirse aquéllas relativas al conjunto de orientaciones. En los experimentos hemos utilizado el mismo conjunto para todos los niveles de la pirámide respectiva y

sólo el valor del parámetro de muestreo y las dimensiones de la imagen (degradada o no) limitan la cantidad de niveles citados.

4.4 Algoritmo anisotrópico en cascada.

Otro esquema consiste en conectar en cascada diversos filtros orientados, en una dirección particular θ_i , de acuerdo con la ecuación (2.3) sugerida en [4, 39], al implantarlo se emplea la expresión (3.17) y sus asociadas (véase la Sección 3.1); sin embargo, las pruebas que se hicieron muestran resultados de bajísima calidad perceptual pues los contornos preservados presentaban un alto grado de distorsión y de difuminación que aumentaba conforme se incrementaba el número de filtros conectados.

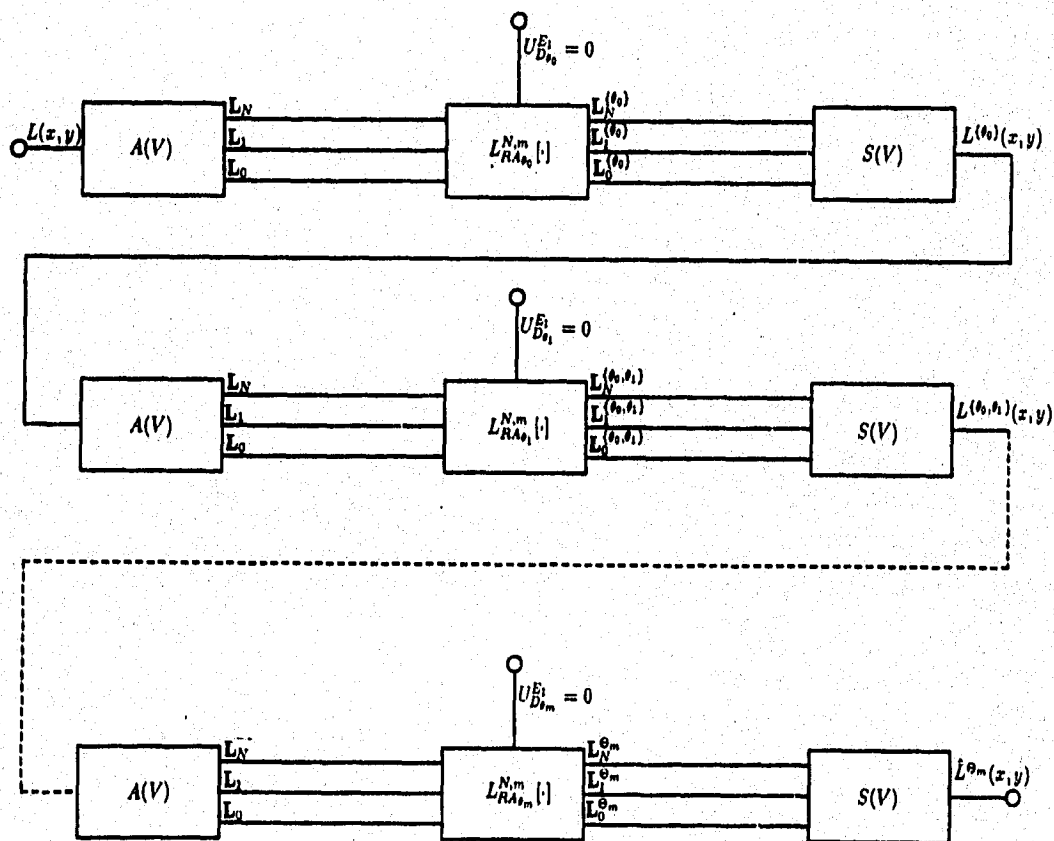


Figura 4.4: Filtro anisotrópico en cascada uniescala para la restauración de imágenes con degradación estadística

Basta comparar la imagen [lenaRN256E60M4TT1[45]p0.256] de la Fig. 5.4 con las otras que componen dicho mosaico para hacernos una idea de los mismos, sobre todo si se considera que para $\Theta_m = \{45^\circ, 90^\circ\}$ las imágenes empeoraban respecto al caso señalado, en el cual $\Theta_m = \{\theta_i = 45^\circ\}$. Por esta razón y considerando que hemos proporcionado los elementos teóricos necesarios sobre la TPH nos restringimos a proporcionar, en la Fig. 4.4, el diagrama a bloques del dispositivo que se empleó en dichos experimentos; nótese la analogía con la simbología empleada al esquematizar los filtros anisotrópicos que le anteceden. Una descripción más detallada de aquél y de los ensayos efectuados puede encontrarse en el *Reporte Técnico de Investigación* [92].

4.5 Discusión.

Desde el punto de vista de la calidad perceptual de las imágenes restauradas se encontró que las mejores prestaciones las proporciona el algoritmo anisotrópico total, esta observación era más notable al comparar las modalidades multiescala de ambos. La ventaja del algoritmo anisotrópico parcial consiste en que puede combinarse con los métodos de codificación propuestos en [23]; así es posible "matar dos pajaros de un tiro" pues a la vez que se restaura la imagen también se le comprime.

Por otra parte, el algoritmo de restauración anisotrópica total, además de disminuir la carga computacional, puede modificarse para establecer un esquema de restauración-compresión similar al que se obtendría con su predecesor; aunque, ambos proporcionarían una calidad perceptual similar en sus restauraciones.

Deseo recalcar que estas reflexiones se realizan a priori y sólo un estudio formal permitirá determinar las prestaciones completas de dichos esquemas.

Por último, en las variantes multirresolución de los algoritmos anisotrópicos es palpable que el procesamiento en cada escala es independiente y se omite cualquier intento de relacionar la información rescatada en ellas. Creo que al efectuar una correlación similar a las sugeridas en [61, 64] es factible perfeccionar aún más los procedimientos que se han descrito.

Así, se plantean nuevas interrogantes: ¿cual información deberá correlacionarse? ¿cual método debe elegirse? ¿cómo debe implantarse? ¿es rentable tal mejora? y ¿porqué? "La moneda esta en el aire", ¿quién la toma?

Capítulo 5

RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En la Sección 2.2 enumeramos algunos criterios que podrían servir para determinar las prestaciones de las diversas técnicas de restauración, incluso citamos las dificultades inherentes al proceso de evaluación. Dada la premura implícita en una tesis de esta naturaleza y por razones de índole personal, me es imposible dedicar mayor esfuerzo para proponer un esquema de evaluación que abarque todos los aspectos señalados en la sección de referencia. Tampoco puedo optar por los métodos propuestos en [74-76, 86] para evaluar la calidad perceptual de las imágenes restauradas, éstos representan una opción viable para la solución del problema de restauración que se planteó en la Sección 1.2.2 o más generalmente en [15]; pero, implican una ardua labor.

Sin embargo, es imposible prescindir de tan higiénico mecanismo sin el cual es difícil catalogar los sistemas de restauración de imágenes. Por lo tanto, y como alternativa, decidimos experimentar con los algoritmos de restauración anisotrópica en base a los parámetros con mayor influencia en su comportamiento; nuestro principal objetivo fue bosquejar las prestaciones de los aquéllos con la mayor imparcialidad posible¹. Esto proporcionará a los lectores una perspectiva global sobre los algoritmos propuestos y, al mismo tiempo, los lineamientos indispensables para su aplicación a diversos tipos de imágenes reales².

¹Aquí, deseo enfatizar mi preferencia por una actitud rigorista al establecer las prestaciones de los métodos propuestos, en lugar de asumir (negligentemente) una postura triunfalista pues si bien es cierto que dichas técnicas son buenas, están lejos de lograr la excelencia deseada.

²Utilizo el adjetivo *real* para distinguir a las imágenes degradadas que se obtienen con los actuales sistemas de adquisición y que pueden tener aplicación en el campo científico, v.gr., imágenes de radar de apertura sintética, de tomografía computarizada, de ultrasonido, de resonancia magnética, entre otras.

El adjetivo *natural* lo reservo para aquellas imágenes que se obtienen utilizando una cámara de video.

El calificativo *sintética* se aplica cuando hacemos referencia a las imágenes construidas por el hombre, v.gr. las obtenidas con la graficación por computadora.

Es en este orden de ideas que la experimentación efectuada para avalar nuestros algoritmos se limitó a:

1. Determinar y describir el comportamiento de los filtros anisotrópicos basados en la TPH como una función de sus *parámetros ajustables e hiperparámetros* [11, 15] ya que estos gobiernan aquél.
2. Mostrar algunos mosaicos con imágenes restauradas que permitan apreciar perceptualmente el desempeño de los algoritmos citados en diversas circunstancias.
3. Comparar perceptualmente las prestaciones de los algoritmos propuestos entre sí y con sus antecesores directos.
4. Proporcionar lineamientos generales para aplicar los algoritmos de restauración en imágenes reales.
5. Discutir los resultados que se obtuvieron en la evaluación perceptual y cuantitativa reportada en [76], en la cual se cotejaron los filtros de restauración construidos en el dominio de la TPH, el filtro adaptivo de Wiener (filtro de Lee) [4, 35], el filtro de mediana [4-7], un filtro geométrico (basado en la morfología matemática y del cual carecemos de mayores referencias) [76], el filtro basado en la difusión anisotrópica [48] y su variante conocida como suavizado adaptivo [49].
6. Demostrar la aplicación de los sistemas de restauración anisotrópicos en imágenes reales, naturales y sintéticas.

Por convenir a nuestros propósitos sólo se proporciona un resumen de cada uno de los aspectos enumerados. El *Reporte Técnico de Investigación* [92] contiene la descripción detallada de los ensayos y resultados que reseñamos; además, provee una propuesta metodológica para el trabajo experimental en los aspectos relativos a su descripción y registro de observaciones, consideraciones de índole práctica involucradas con la implantación de *software* para la simulación (en general y para los algoritmos descritos) y las características de las imágenes empleadas en aquella faena. También, se describen algunas técnicas cuya implantación sugerimos con miras a cotejar sus resultados con los reportados en este documento, algunas de ellas contienen nuevas ideas para perfeccionar los algoritmos anisotrópicos citados [62, 64].

Los dos últimos tipos se emplean cotidianamente en los experimentos controlados que se efectúan en cualquier laboratorio dedicado al procesamiento digital de imágenes, e.g., *lena* ó *Lady*.

5.1 *Software y herramientas de simulación.*

Utilizamos el sistema *KHOROS*, desarrollado por la Universidad de Nuevo México, EE.UU., con el fin de facilitar el despliegue y visualización de las imágenes, así como para realizar algunas labores de utilería como son: la conversión de datos, la generación de imágenes degradadas o de calibración, la equalización, el cálculo de histogramas, la aplicación del método interactivo de apreciación visual para fijar los umbrales de detección en las imágenes de energía de orden 1, al corroborar cálculos, entre otras.

Por otra parte, los experimentos para valorar las prestaciones de los diversos filtros de restauración se efectuaron en una *Estación de Trabajo* (ET o WS por siglas en inglés) marca SUN modelo SPARC 2/5/10, dotada con monitores marca SUN modelos GDM-1662B ó GDM-17E10, en todos los ensayos se ajustaron los controles de brillo y contraste a los valores máximos permitidos. Las imágenes se imprimieron en una impresora HP LASERJET 4 SI-MX de 600 dpi.

Las rutinas que desarrollamos para simular los filtros de restauración en el dominio de la transformada polinomial hermitiana descritos en esta documento sólo trabajan en la plataforma UNIX y se agruparon en el *Sistema de Procesamiento de Imágenes basado en la Transformada Polinomial* (SPITP). Para mayor información sobre dicha implantación deberá consultarse el *Manual Técnico, Manual de Usuario y Programas Fuente* de dicho sistema [92] que pueden conseguirse llamando a las direcciones e-mail: juanl@verona.fi-p.unam.mx y boris@verona.fi-p.unam.mx.

5.2 *Parámetros que regulan las prestaciones de los algoritmos anisotrópicos de restauración y consideraciones experimentales.*

Las prestaciones de todos los esquemas de restauración conocidos hasta la fecha [2-12, 15, 16, 24-57, 61-68, 74-85] dependen de cierta información que debe proporcionarse a priori (*parámetros ajustables*) por parte del usuario [11] u otra que se determina a partir de la imagen degradada (*hiperparámetros*) [15] y en ocasiones de ambas. En nuestro caso no estamos exentos de este problema y creemos que es excesivo. A continuación se describen los parámetros ajustables característicos de los filtros anisotrópicos y las consideraciones experimentales efectuadas durante los ensayos.

5.2.1 *Parámetros ajustables e hiperparámetros.*

Por la naturaleza de la herramienta matemático-conceptual que los sustenta (i.e., la TPH) estos algoritmos requieren que se fijen *a priori* los siguientes parámetros:

1. El tipo de ventana de inspección local; en el caso de la TPH se usan las ventanas gaussianas en la versión continua y las binomiales en la implantación discreta.
2. La estructura de la retícula de muestreo S ; el marco teórico de la TPH se construyó para una retícula cuadrada en atención a las ventajas concomitantes.
3. El tamaño la ventana de inspección local M y el orden de la transformada polinomial bidimensional. Cuando se emplean ventanas binomiales, el orden máximo de la expansión 2-D regulará el tamaño de esta ventana, i.e., si M_{2D} es el orden de la expansión 2-D entonces el tamaño de la ventana de inspección local será $M = M_{2D} + 1$.
4. El orden de la expansión polinomial unidimensional M_{1D} ; en principio, y según se deduce de la expresión (3.13), el orden de la expansión 2-D también gobierna al orden máximo de la expansión 1-D; aunque, en [23] se propone la alternativa para evitar esta restricción.
5. El umbral de detección para la energía de orden 1 (U_D^{E1}) y los umbrales de detección que correspondan a otras posibilidades³.
6. La cardinalidad m y los elementos del conjunto de orientaciones $\Theta_m^{[d]} = \{\theta_i; i \in Z_0^+\}$, d es un distintivo opcional para diferenciar los conjuntos con la misma cardinalidad pero con otros elementos.
7. El parámetro de muestreo τ o los períodos de decimación en cada eje del plano de la imagen: T_x y T_y .
8. La cantidad de niveles de la PTPH para las variantes multiescala de los filtros anisotrópicos. En cada nivel se definen los parámetros descritos en los puntos 3-7.

Un parámetro independiente del marco teórico-conceptual de la TPH; pero, con gran influencia en las prestaciones de los algoritmos anisotrópicos descritos (y en cualquier esquema similar) es:
9. La *Relación Señal a Ruido Global* (RSR_g) de la imagen degradada o su contraparte estadística: la varianza del ruido aditivo blanco gaussiano (RABG) σ_R^2 .

³Se realizaron experimentos para determinar que opciones estaban disponibles en este sentido. Encontramos que podían emplearse: (1) el umbral de detección para la energía de orden 1 de los coeficientes polinomiales 2-D orientados óptimamente, $L_{m,n-m}^{o_{opt}}$, que denotaremos como $U_D^{E1_{opt}}$, y (2) el umbral de detección para los coeficientes de contraste direccional óptimos, $C_{\theta_{opt}}$, que simbolizaremos con $U_D^{C_{opt}}$.

Como se propone en [75], es posible convertir los parámetros anteriores en hiperparámetros siempre y cuando se puedan desarrollar los algoritmos pertinentes.

En los esquemas de restauración descritos en los Capítulos 3 y 4 pueden distinguirse los siguientes hiperparámetros: los coeficientes polinomiales originales, los coeficientes de energía local de orden 1, los umbrales de detección, el parámetro de discriminación local de orden n , los coeficientes de contraste direccional óptimos, las orientaciones locales óptimas, los coeficientes polinomiales direccionales óptimos, los coeficientes polinomiales bidimensionales orientados óptimamente y los coeficientes polinomiales 2-D restaurados anisotrópicamente o no.

5.2.2 Consideraciones experimentales.

Para lograr una mejor interpretación de los resultados que presentaremos a continuación, conviene establecer todas las suposiciones y decisiones tomadas durante los ensayos, esto permitirá una mayor perspectiva sobre las prestaciones y operación de los algoritmos involucrados.

En primera instancia, se aclara que todas las restauraciones -de imágenes ruidosas, por supuesto- se hicieron con bancos de filtros de análisis y síntesis de ordenes idénticos, incluso cuando se utilizó el algoritmo de perfilación citado en la Sección 3.3.

Dado que el SPITP es una implantación de la TPH discreta, siempre se ajustó el tamaño de la ventana de inspección local en la forma que lo previene la teoría respectiva, i.e. si $M_{2D} = 2$ entonces aquél parámetro se fijó a $M = M_{2D} + 1 = 3$. En todos los experimentos que efectuamos se utiliza el mismo orden para ambas expansiones polinomiales, i.e., $M_{2D} = M_{1D}$ y $M_{2D} \in \{2, 4, 6, 8\}$.

Al ensayar con el conjunto de orientaciones $\Theta_m^{[d]}$ se emplearon algunas variantes para obtener una panorámica más amplia sobre el comportamiento del filtro anisotrópico parcial. Esta aclaración es importante si consideramos que tales experimentos permitieron la concepción del filtro anisotrópico total. En este contexto, es necesario especificar los conjuntos de orientaciones empleados⁴:

$$\Theta_8 = [0^\circ \ 26.565^\circ \ 45^\circ \ 63.435^\circ \ 90^\circ \ 116.565^\circ \ 135^\circ \ 153.435^\circ].$$

$$\Theta_4 = [0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ \ 135^\circ].$$

$$\Theta_3 = [26.565^\circ \ 63.435^\circ \ 116.565^\circ \ 153.435^\circ].$$

$$\Theta_2 = [0^\circ \ 26.565^\circ \ 45^\circ \ 63.435^\circ].$$

$$\Theta_N = \{ \theta_i(p, q); \theta_i(p, q) \in [0^\circ, 180^\circ] \}.$$

El último conjunto sólo se emplea con el algoritmo anisotrópico total (uniescala y multiescala) y se cumple $\theta_i(p, q) = \arctan[L_{01}(p, q) / L_{10}(p, q)]$ para todo $(p, q) \in$

⁴Los valores exactos que se utilizaron en los ensayos corresponden a los propuestos en la Fig. 6 de la referencia [22] y al principio se emplearon por las razones que ahí se citan. Incluso, al trabajar con Θ_4 , se tenía en mente la posibilidad de combinar el esquema de restauración que resultase con los algoritmos de codificación propuestos en [23]. Desgraciadamente, y quizás por desorganización propia, no pude lograr este objetivo; sin embargo, me consuela saber que ya se trabaja en esa dirección [90].

S.

Los casos especiales obtenidos al implantar los filtros orientados en una sola dirección o al emplear los filtros adaptivos se denotan como: $\Theta_1^{(\theta)}$ (para todo $\theta_i \in [0^\circ, 180^\circ]$) el primero y $\Theta_0 = \{\emptyset\}$ el segundo.

Respecto al parámetro de muestro τ o, mejor dicho sus asociados, siempre cumplieron la igualdad $T_x = T_y = T = 2$ y sólo cuando le tocó su turno⁵ se utilizaron valores diferentes, i.e. $T = \{1, 2\}$.

En todos los experimentos que se hicieron con los esquemas multiescala, use los mismos valores de los parámetros anteriores a lo largo de la PTPH; aunque, existe ninguna restricción al respecto. Para la cantidad de niveles siempre se cumplió que $0 \leq p \leq 2$, aún en los experimentos más drásticos, es obvio que en todos los algoritmos uniescala $p = 0$ y que en las versiones multirresolución $1 \leq p \leq 2$.

Los umbrales de detección para la energía de orden 1 $U_{D_p}^{E_1}$ (u otras opciones), en cada nivel de la pirámide cuando fue necesario, se obtuvieron mediante ensayos de prueba y error hasta lograr los mejores resultados posibles (utilizando el método interactivo de apreciación visual); como una sola persona evaluaba aquéllos esta latente la posibilidad de una predilección sesgada, i.e., "un corrimiento en la calibración" del sistema visual respectivo.

La relación señal a ruido global SNR_g fue calculada con la expresión:

$$SNR_g = 10 \log \left[\frac{\sigma_f^2}{\sigma_h^2} \right] [dB], \quad (5.1)$$

donde σ_f^2 es la varianza de la imagen original y σ_h^2 la varianza del RABG usado para degradarla. Como se empleó la imagen [lena.256] para graduar el desempeño de los filtros anisotrópicos, en función de aquel parámetro, entonces $\sigma_f^2 = 1662$.

En este punto, es importante citar que: "[...] en muchas aplicaciones, las imágenes adquiridas tienen una SNR_g que varía entre 40 y 50 dB; en este caso el ruido es invisible. Por otra parte, para relaciones señal a ruido globales muy bajas, el efecto preponderante se debe al ruido, a despecho de la difuminación inherente al sistema de adquisición; así, las técnicas regulares de restauración son aplicables cuando se cumple que $10 \text{ dB} \leq SNR_g \leq 20 \text{ dB}$. Para valores menores de este parámetro a duras penas realizan un suavizamiento del ruido, y ¡ni siquiera se debe pensar en la restauración! [quizás, se debería considerar seriamente en cambiar la tecnología del subsistema de adquisición, ¡si es posible, por supuesto!]. Se obtienen resultados más convenientes al emplear métodos de realce para efectuar la restauración [...]" [11].

Por esta razón, al examinar el funcionamiento de los filtros anisotrópicos en función de la relación señal a ruido global se decidió que:

$$SNR_g \in \{0.165, 6.186, 8.124, 12.206, 18.227, 20.165, 26.186, 32.206, 40\} [dB]$$

ó

⁵En el estudio de impacto paramétrico y el estudio comparativo de los diversos esquemas de restauración.

$$\sigma_R^2 \in \{1600, 400, 256, 100, 25, 16, 4, 1, 0.1662\},$$

este conjunto de potencias del ruido se determinaron después que decidimos cual sería nuestra imagen de calibración.

Dicha imagen tiene las características necesarias para juzgar, sin apasionamientos, las prestaciones de cualquier filtro de restauración; esta aserción se refiere a la calidad perceptual de las imágenes restauradas, como se mostrará más adelante, y con miras a delimitar su competitividad al efectuar dicha labor. Además, se está convirtiendo en un estándar para comparar los sistemas de restauración de imágenes cuando se reporta su comportamiento bajo condiciones controladas.

Para facilitar la descripción de nuestros resultados, fraccionaremos la región de operación de los esquemas de restauración de acuerdo con las conclusiones que citamos previamente [11], así tendremos:

1. La *región de rendimiento imperceptible* cuando la $SNR_g > 20 \text{ dB}$.
2. La *región de rendimiento máximo* si se cumple que $10 \text{ dB} \leq SNR_g \leq 20 \text{ dB}$.
3. La *región de rendimiento mínimo* en el caso que la $SNR_g < 10 \text{ dB}$.

Esta nomenclatura se propone arbitrariamente y no pretendemos que se generalice su empleo pues la escogimos ad hoc y sin mayores preámbulos.

Por último, es importante recalcar que los valores de los umbrales de detección $-U_{D_p}^{E_1}$ u otros cualesquiera- deberán aumentarse cuando la SNR_g disminuya y que se prefieran las variantes multiescala, de todos los algoritmos, en tales condiciones.

5.3 Estudio de impacto paramétrico.

Este examen sólo se hizo para los **algoritmos anisotrópicos parciales (uniescala y multiescala)** pues al principio fueron los únicos esquemas que se vislumbraron y también existían limitaciones de tiempo. Durante la aplicación de tales procedimientos, a la restauración de imágenes reales, algunas veces se trabaja en la región de rendimiento mínimo y por lo tanto seleccionamos un monto de degradación que permitiera observar las prestaciones de aquéllos en dicha zona. Así, la imagen degradada se denominó [lenaRN256.256] y tiene una $RSR_g = 8.124 \text{ dB}$ pues $\sigma_R^2 = 256$ y $\sigma_I^2 = 1662$.

En el análisis hecho, se omitió evaluar el impacto que tiene el tipo de ventana de inspección local utilizado ya que se trabajó exclusivamente con la transformada polinomial hermitiana discreta. Tampoco se revisa la influencia del tipo de retícula de muestreo pues esto involucra "modificar todo el marco teórico descrito en la Sección 3.1", ¡una ardua y difícil labor! Por otro lado, dada la relación existente entre el tamaño de las ventanas binomiales M y el orden de la expansión bidimensional M_{2D} , es improcedente cualquier intento para determinar la influencia de éstos por

separado. El resto de los parámetros ajustables enumerados en la Sección 5.2 si fueron evaluados. Esta revisión se complementa con el estudio comparativo descrito en la Sección 5.4.

Al efectuar dichos exámenes, detectamos que la evaluación perceptual de las imágenes restauradas debería considerar las siguientes cualidades sobresalientes:

1. La *calidad general*⁶ de la imagen.
2. La *nítidez y contraste*⁷ generales de la imagen.
3. El *ruido impulsivo* en las regiones homogéneas la imagen.
4. La *Banda de No Reducción de Ruido (BNRR)* en los contornos detectados.
5. Los *contornos espurios o artefactos*⁸ presentes en las regiones homogéneas de la imagen.
6. La *distorsión o deformación*⁹ de los contornos encontrados.
7. El *ruido residual* en las regiones homogéneas de la imagen.
8. Los *detalles rescatados*¹⁰.

Las cualidades anteriores fueron importantes durante ambos estudios (de impacto paramétrico y comparativo) e incluso debemos tenerlas muy en cuenta al efectuar cualquier aplicación de los filtros descritos en este documento.

El estudio comprende una descripción sumaria de los experimentos efectuados y la presentación de los resultados obtenidos (mosaicos de imágenes) con la discusión pertinente. La información detallada de aquéllos se registro en el *Reporte Técnico de Investigación* [92].

⁶Para calificar esta cualidad establecimos un compromiso entre los montos tolerables de las demás peculiaridades, según nuestras preferencias y tomando como referencia la imagen original [lena.256].

⁷El efecto contrario es la *difuminación* de la imagen.

⁸Esta peculiaridad corresponde a la *transmutación* del ruido impulsivo presente en los esquemas adaptivos en correspondencia con su transformación en filtros anisotrópicos. La segunda cualidad es exclusiva de las técnicas adaptivas y sólo los procedimientos perfeccionados generan los artefactos citados.

⁹Por *distorsión o deformación* de un contorno nos referimos a la modificación que sufren sus principales cualidades: *intensidad, orientación y posición*.

En este caso la BNRR propia de los esquemas adaptivos se convierte en deformación al emplear los algoritmos anisotrópicos. Cuando la relación señal a ruido local es alta se presenta el fenómeno contrario, i.e., *perfeccionamiento o refinación* de las singularidades restauradas.

¹⁰Algunos autores utilizan los vocablos de *textura* o *estructuras finas* para referirse a dicha información.

5.3.1 Reseña de los ensayos.

Los experimentos se agruparon en bloques de cuatro y cada conjunto permite verificar el desempeño de los filtros anisotrópicos en función de un sólo parámetro ajustable. En cada grupo de ensayos se define el objetivo que se persigue, las imágenes obtenidas (y la figura donde se concentran) y las observaciones relevantes; en los *BLOQUES No. 1-5* la imagen degradada es [lenaRN256.256] y únicamente se modificó el parámetro cuyo efecto examinamos, en el *BLOQUE No. 6* se utilizaron imágenes con diversos montos de degradación ($\sigma_R^2 = 16, 25, 400, 1600$) y el nombre de aquéllas permite su distinción.

En primera instancia se determina la influencia del tamaño de la ventana de inspección local. A continuación describimos los efectos del valor para los umbrales de detección de la energía de orden 1 y las posibles opciones para dichos umbrales. Después toca el turno al conjunto de orientaciones $\Theta_m^{[d]}$ y el parámetro de cardinalidad m asociado; en penúltimo lugar evaluamos el influjo del número de niveles de la PTPH los filtros anisotrópicos y concluimos con el examen relativo a la relación señal a ruido global RSR_g .

Para analizar las consecuencias de variar el parámetro de muestreo T , es suficiente revisar el estudio comparativo subsecuente en la porción asignada al *BLOQUE No. 8* de experimentos. De las observaciones que ahí se reportan se sacaron las conclusiones respectivas.

Un objetivo común, en todos los ensayos, es estimar el valor óptimo del parámetro que se califica para el monto de degradación citado; éste puede utilizarse como referencia en futuros experimentos.

BLOQUE No. 1.

Objetivo:

1. Determinar los principales efectos que produce la variación del tamaño de la ventana de inspección local¹¹, los valores utilizados son $M = 2, 4, 6$ u 8 . Otros parámetros relevantes son: $\Theta_8, T = 2$ y $U_D^{E1} = 68, 60, 55$ y 55 , estos últimos valores en correspondencia biunívoca con los de M .

Nombre de imagen mosaico: [lena_T05.mos]. Véase la Fig. 5.1.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN256E68M2TT8p0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN256E60M4TT8p0.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN256E55M6TT8p0.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN256E55M8TT8p0.256].

¹¹Para ventanas binomiales es posible utilizar el mismo valor numérico para su tamaño y el orden de la expansión polinomial 2-D, ya que es posible incluir el cero como parte de la aquél; sobre todo para efectos de implantación y en concordancia con la nomenclatura corriente del procesamiento digital de señales. Esta convención se utilizará en las descripciones subsecuentes.

Observaciones:

1. A la distancia normal de visualización, se distingue que las mejores imágenes restauradas provienen del filtro anisotrópico parcial uniescala con $M = 4$ ó $M = 6$, que en el mosaico respectivo corresponden a las imágenes [lenaRN256E60M4TT8p0.256] y [lenaRN256E55M6TT8p0.256] respectivamente.

BLOQUE No. 2.

Objetivo:

1. Determinar los efectos de variar el umbral de detección de energía de orden 1 en el desempeño del filtro anisotrópico parcial uniescala. También, son parámetros notables: $M = 4$, Θ_8 , $T = 2$ y $U_D^{E_1} = 0, 40, 60$ y 75 .

Nombre de imagen mosaico: [lena-T06.mos]. Véase la Fig. 5.2.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN256E0M4TT8p0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN256E40M4TT8p0.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN256E60M4TT8p0.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN256E75M4TT8p0.256].

Observaciones:

1. Si establecemos un compromiso entre los montos de las diversas cualidades que se perciben y su influencia en la calidad subjetiva de las imágenes restauradas podemos proponer, con buena aproximación, que $U_D^{E_1} = 60$ es el valor óptimo para la cantidad de degradación citada ($\sigma_R^2 = 256$) o sea la imagen [lenaRN256E60M4TT8p0.256].

BLOQUE No. 3.

Objetivo:

1. Determinar la trascendencia de modificar el tipo de umbral de detección en el desempeño del filtro anisotrópico parcial uniescala. Los parámetros importantes son: $M = 4$, Θ_8 y $T = 2$. Los tipos de umbrales de detección se proponen para la energía de orden 1 de los coeficientes polinomiales originales (y también degradados), la magnitud de los coeficientes de contrastes direccionales óptimos y la energía de orden 1 para los coeficientes polinomiales 2-D orientados óptimamente; creo que la simbología $U_D^{E_1}$, $U_D^{C_{opt}}$ y $U_D^{E_1^{opt}}$ (en general U_D^E) es bastante ilustrativa en los casos respectivos.

Nombre de imagen mosaico: [lena-T07.mos]. Véase la Fig. 5.3.



Figura 5.1: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 1.



Figura 5.2: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 2.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN256E60M4TT8p0.256].
Imagen Superior Derecha: [lenaRN256C60M4TT8p0.256].
Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN256EO60M4TT8p0.256].
Imagen Inferior Derecha: [lenaRN256.256].

Observaciones perceptuales.

1. Es indiferente utilizar $U_D^{E_1}$ ó $U_D^{E_1^{opt}}$ para la detección de los contornos y más importante aún, es la verificación que ambos valores son idénticos y sólo cuando se emplee $U_D^{C_{opt}}$ deberá aumentarse su valor para disminuir la cantidad de *contornos espurios* en las regiones homogéneas de la imagen restaurada. El efecto decrece cuando se incrementa M . Se recomienda utilizar es $U_D^{E_1}$ ó $U_D^{E_1^{opt}}$ (imágenes [lenaRN256E60M4TT8p0.256] o [lenaRN256EO60M4TT8p0.256] respectivamente) pues $U_D^{C_{opt}}$ (imagen [lenaRN256C60M4TT8p0.256]) aumenta el costo computacional del algoritmo; aunque, $U_D^{C_{opt}}$ se calcula como parte del mismo.

BLOQUE No. 4.

Objetivo:

1. Precisar el comportamiento del filtro anisotrópico parcial uniescala ($p = 0$) en función de la cardinalidad y de los elementos del conjunto de orientaciones, en los ensayos $\Theta_m^{[d]} \in \{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_4, \Theta_8\}$. Hay otros parámetros significativos como: $M = 4$, $T = 2$, $U_D^{E_1} = 60$ y $\Theta_1^{[45^\circ]}$.

Nombre de imagen mosaico: [lena.T08.mos]. Véase la Fig. 5.4.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN256E60M4TT1[45]p0.256].
Imagen Superior Derecha: [lenaRN256E60M4TT2p0.256].
Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN256E60M4TT8p0.256].
Imagen Inferior Derecha: [lenaRN256E60M4TT4p0.256].

Observaciones:

1. Se detectó que a menor cardinalidad mayor *deformación* de los contornos de contraste intermedio. Este efecto se remarca en los *contornos curvos* (que se convierten en *contornos poligonales*) y si los elementos de $\Theta_m^{[d]}$ son direcciones que no corresponden a las orientaciones de los contornos originales.

Esta observación me indujo a pensar sobre la importancia del estimador de la orientación local y a plantearme las siguientes cuestiones: ¿qué pasará cuando el sistema de restauración desconoce orientación local alguna? y ¿cuando sabe los valores exactos de aquéllas? La respuesta a la primera cuestión es deducible

directamente de los filtros adaptivos, i.e., aparecerá la banda de no reducción de ruido.

En consideración a los experimentos suplementarios que hice, supuse que se obtendrían mejores restauraciones si pudiese dotar al sistema anisotrópico con un mejor estimador para las orientaciones locales óptimas o bien al aumentar la cardinalidad del conjunto de orientaciones. El resultado de implantar la segunda alternativa es el *filtro anisotrópico total (uniescala y multiescala)* descrito en la Sección 4.2.

2. Se considera más conveniente utilizar Θ_3 ; aunque, Θ_2 y Θ_4 no deben descartarse con la perspectiva de la integración de **sistemas de restauración-codificación**. Comparar la imagen [lenaRN256E60M4TT8p0.256] en la Fig. 5.4 con el resto del mosaico.

BLOQUE No. 5.

Objetivo:

1. Estudiar el influjo del número de niveles de la PTPH p en el comportamiento del filtro anisotrópico parcial para examinar la conveniencia de emplear su variante multiescala. En los ensayos se cumple que $0 \leq p \leq 2$; los demás parámetros trascendentes son: $M = 4$, $T = 2$, $U_{D_0}^{E_1} = 60$, $U_{D_1}^{E_1} = 0$ ó 40 , $U_{D_1}^{E_1} = 0$ y Θ_8 .

Nombre de imagen mosaico: [lena_T09.mos]. Véase la Fig. 5.5.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN256E60M4TT8p0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN256E60E0M4TT8p1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN256E60E0E0M4TT8p2.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN256E60E40E0M4TT8p2.256].

Observaciones perceptuales:

1. El aumento del valor de p incrementa la visibilidad de la *deformación* de los contornos de contraste medio; pero, el *ruido residual* disminuye, aun si no se utiliza ningún umbral de detección en los niveles superiores de la pirámide. Si consideramos que la primera cualidad es más importante, entonces la imagen [lenaRN256E60M4TT8p0.256] es la mejor y, por lo tanto, $p = 0$ sería el valor óptimo.
2. Resulta conveniente asentar que el *filtro anisotrópico total* es más rentable en su variante *multiescala* que su antecesor, como se podrá comprobar al revisar la sección subsecuente; sin embargo, esta no es la última palabra.



Figura 5.3: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 3.



Figura 5.4: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 4.

BLOQUE No. 6.

Objetivos:

1. Revisar la influencia de la relación señal a ruido global RSR_g (o la varianza del RABG σ_R^2) en las prestaciones del filtro anisotrópico parcial uniescala. Empleamos:

$$RSR_g \in \{0.165, 6.186, 18.227, 20.165, 32.206, 40.0\} \text{ dB}$$

ó el conjunto asociado $\sigma_R^2 \in \{1600, 400, 25, 16, 1, 0.1662\}$ y sólo $T = 2$ y Θ_s son invariables en todos los experimentos.

2. Estimar cuales son los umbrales de detección de energía de orden 1 óptimos para cada monto de degradación y el mejor valor para el tamaño de la ventana de inspección local acorde a cada RSR_g .

Nombre de imagen mosaico: [lena_T10.mos]. Véase la Fig. 5.6.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN16.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN25E55M2TT8p0.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN400E60M8TT8p0.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN1600E60M8TT8p0.256].

Observaciones perceptuales:

1. La RSR_g es un factor determinante en la calidad perceptual de las imágenes, como puede apreciarse en [lenaRN16.256] donde casi pasa desapercibida la degradación. En los experimentos adicionales que efectue con $\sigma_R^2 = 4, 2, 1$ ó 0.1662 confirme tal aseveración.
2. Al disminuir la RSR_g aumenta el tamaño de la ventana de inspección local y el valor de los umbrales de detección óptimos, en cada caso sus cuantías están asentadas en el registro correspondiente [92]. Cabe señalar que los experimentos de los **BLOQUES No. 1-5** de nuestro estudio de impacto paramétrico y de los **BLOQUES No. 7-10** del estudio comparativo confirman las observaciones previas para los montos respectivos de la RSR_g .
3. Al examinar las imágenes [lenaRN400E60M8TT8p0.256] y [lenaRN1600E60M8TT8p0.256] salta a la vista la siguiente cuestión: ¿es recomendable emplear la versión multiescala del filtro anisotrópico parcial cuando la imagen a restaurar tenga una RSR_g muy baja? En este caso, sólo después de una evaluación formal de los diversos grados de restauración factibles con dicho algoritmo- y en función de la aplicación se podrá responder con mayor acierto.



Figura 5.5: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 5.



Figura 5.6: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 6.

5.3.2 Demostración e inspección de resultados.

En las Fig. 5.1 a Fig. 5.6 se muestran los mosaicos de imágenes correspondientes a los archivos [lena_T05.mos] a [lena_T10.mos] respectivamente.

Al examinar las observaciones previas se obtienen algunas conclusiones interesantes; éstas repercuten en las medidas que deben tomarse al aplicar, en un futuro mediato, los filtros anisotrópicos parciales para restaurar imágenes reales. Además, se vislumbran algunos mecanismos para perfeccionarlos con el objeto de aumentar sus prestaciones.

La calidad perceptual dependerá, principalmente, de la relación señal a ruido global de la imagen degradada y en segundo término estará la *sintonización* apropiada de los parámetros ajustables del sistema de restauración; esta conclusión concuerda con las reflexiones que se hicieron al finalizar el Capítulo 2. El costo computacional (tiempo de ejecución y requerimiento de memoria) es afectado, en alguna medida, por todos los parámetros ajustables examinados y también en este aspecto la RSR_p juega un papel preponderante. Para terminar de convencernos sobre el impacto que tiene, en las prestaciones de los filtros anisotrópicos, debemos observar que repercute en los valores óptimos de todos los parámetros ajustables.

Tabla 5.1: Incidencia paramétrica en la visibilidad de las cualidades del filtro anisotrópico parcial

| CUALIDAD/PARÁMETRO | SNR_p | M | T | Θ_m | U_D^E | p |
|-------------------------|---------|-----|-----|------------|---------|-----|
| calidad general | +++ | --- | --- | +++ | --- | - |
| nítidez/contraste | +++ | --- | + | ++ | --- | + |
| contornos espurios | --- | --- | ++ | * | --- | + |
| distorsión de contornos | --- | --- | ++ | --- | --- | +++ |
| ruido residual | --- | --- | --- | * | --- | --- |
| detalles preservados | +++ | --- | * | * | --- | * |

NOMENCLATURA:

+: incidencia ascendente, -: incidencia descendente, *: sin incidencia

GRADO DE INCIDENCIA:

+++ ó --- : fuerte, ++ ó -- : moderado, + ó - débil

La Tabla 5.1 resume la influencia que tiene cada parámetro ajustable en las cualidades¹² de las imágenes restauradas, citadas al principio de esta sección. El grado de incidencia (ascendente o descendente) que tiene cada uno deberá interpretarse considerando valores crecientes del parámetro en cuestión; por ejemplo, la visibilidad del ruido residual disminuye, moderadamente, al aumentar la cantidad

¹²Utilizamos el criterio de visibilidad pues a la DNV es difícil establecer la existencia de dichas peculiaridades y resulta más sencillo decidir sobre aquel atributo de éstas; quizás, este fenómeno se deba a que el SVH tiene una resolución finita para las intensidades luminosas.

de niveles en la PTPH de la versión multiescala del filtro anisotrópico parcial y, al mismo tiempo, hay un fuerte incremento en la visibilidad de la distorsión de los contornos (de bajo contraste) rescatados. Adicionalmente, deberá contemplarse que examinamos cada parámetro individualmente mientras el resto se mantenía en un valor constante.

Los valores óptimos que encontramos (de los parámetros ajustables) se resumen en la Tabla 5.3 de la Sección 5.5 pues ahí resulta más conveniente su inclusión y pueden utilizarse como referencia en futuras aplicaciones.

Una vez que conocemos las prestaciones de los sistemas de restauración anisotrópicos parciales podrían plantearse las siguientes preguntas: ¿fue conveniente el estudio de impacto paramétrico? ¿es recomendable para el filtro anisotrópico total? ¿pueden hacerse extrapolaciones notables para este filtro a partir de tal examen? ¿será más apropiado aplicar los métodos de evaluación, de la calidad perceptual, citados en [74-76, 86] para las nuevas variantes de los filtros anisotrópicos? y tan importante como éstas son: ¿cómo deben emplearse tales filtros en una aplicación real? ¿cuál debe seleccionarse y cómo hacer la *sintonización* óptima de sus parámetros ajustables?

Hay varias justificantes para el estudio de impacto paramétrico: (1) ayudó en la familiarización con la operación del filtro anisotrópico parcial, (2) se determinaron sus alcances y limitaciones, (3) es un procedimiento implícito cuando se desarrolla, implanta y evalúa cualquier sistema de restauración, (4) coadyuvó en la concepción de nuevos miembros en la familia inspeccionada (el filtro anisotrópico total), (5) nos permitió vislumbrar la importancia que tiene la calidad de los estimadores de los hiperparámetros, v.gr., para la orientación local óptima, y (6) con los resultados obtenidos se pueden hacer extrapolaciones a otros esquemas de restauración, e.g., el efecto observado al disminuir la cardinalidad del conjunto de orientaciones quizás sea el mismo que se aprecia en las imágenes restauradas mediante la difusión anisotrópica [28, 76].

La relevancia perceptual de los defectos enlistados en la Tabla 5.1 deberá inspeccionarse posteriormente ya que esta faena corresponde al esfuerzo de efectuar otra tesis de maestría! y en conjunción con este documento se conformaría una tesis doctoral! [24]. Así, se lograría la correcta sintonización de los parámetros ajustables del filtro anisotrópico parcial. Quizás, fuese más conveniente intentar el perfeccionamiento de dichos sistemas y luego realizar esa tarea (con la familia completa) para optimizar el esfuerzo dedicado; en el Capítulo 6 se proponen algunas recomendaciones para efectuar la refinación citada.

5.4 Comparación de los diversos esquemas de restauración.

A continuación se proporciona una reseña de los mejores resultados que se obtuvieron con los distintos esquemas de restauración descritos en el Capítulo 3. A lo largo de

los ensayos efectuados, se pudieron constatar las principales observaciones hechas durante el estudio de impacto paramétrico y, a la vez, cotejar las prestaciones que proporcionan los diversos filtros de restauración, tanto adaptivos como anisotrópicos y en sus dos modalidades: uniescala y multiescala. También, fue posible aplicar los lineamientos vislumbrados en la sección precedente para delimitarlos correctamente y complementar dicho estudio; así, aseguramos una mayor plenitud y confiabilidad de las directivas que se expondrán en la sección subsecuente.

Con el objeto de mostrar el comportamiento de los sistemas de restauración en su dominio de mayor desempeño (región de rendimiento máximo), se utilizó la imagen degradada [lenaRN100.256] que posee una $RSR_p = 12.206$ [dB] pues se añadió un RABG con $\sigma_R^2 = 100$ a la imagen [lena.256] la cual posee una $\sigma_f^2 = 1662$. El monto de la degradación es suficiente para percibirse a la DNV, permite establecer comparaciones válidas, se pueden apreciar las cualidades descollantes de los algoritmos citados y el impacto paramétrico sobre éstos.

Se reseñan los resultados que se consiguieron al aplicar los filtros adaptivos (uniescala y multiescala) y los filtros anisotrópicos parcial y total. Reporto los valores óptimos de los parámetros ajustables -para la cantidad de contaminación referida- que obtuve y selecciono aquéllos que mejor apariencia muestran, ambas tareas las ejecuté en base a mi criterio de calidad perceptual; aunque, es posible que un estudio formal al respecto [74-76, 86] modifique tales valores. Sin embargo, existe la suficiente evidencia [76] para creer a priori en dicho juicio, a reserva que los interesados lo comprueben por sí o realicen la investigación de referencia.

El examen se compone de una reseña de los ensayos pertinentes, las imágenes restauradas generadas con cada esquema y se finaliza con la evaluación respectiva. En el *Reporte Técnico de Investigación* [92] se encontrará mayor información sobre el tópico.

5.4.1 Descripción de los experimentos.

Los ensayos que se efectuaron para comparar los distintos algoritmos de restauración permiten un seguimiento de la evolución en su rendimiento; para facilitar ambas labores se agrupan en bloques de cuatro y con sus resultados se construyó el mosaico de imágenes representativo. La mejor restauración de cada conjunto se considera para el siguiente agrupamiento y así se continua hasta concluir con aquéllas que mejor apariencia muestran.

Cada bloque se distingue por su(s) objetivo(s), los experimentos que se efectuaron para su consecución y las observaciones perceptuales que se hicieron sobre el mosaico de imágenes respectivo. Además, el fin común, en todos los experimentos que describimos, radica en estimar los valores óptimos para los parámetros ajustables correspondientes -al monto de contaminación citado y al esquema de restauración asociado.

En primera instancia se comparan los filtros adaptivos con el anisotrópico parcial en sus modalidades uniescala y multiescala. A continuación, se analizan las

repercusiones de variar el parámetro de muestreo (τ ó T) en las prestaciones de la variante multirresolución del algoritmo anisotrópico parcial, en concordancia con las observaciones vertidas en [24], y se compara el desempeño de éste para diferentes conjuntos de orientaciones y tamaños de la ventana de inspección local.

La mejor restauración obtenida, en los ensayos precedentes, se coteja con las que se obtienen al emplear las versiones uniescala y multiescala del filtro anisotrópico total para dos tamaños diferentes de las ventanas de inspección local; el penúltimo mosaico comprende las imágenes original, degradada y aquéllas que se consideran, a mi gusto, los resultados de mayor calidad perceptual. Al final, se presentan aquéllos que permiten una mejor comparación cualitativa de las restauraciones que pueden obtenerse con las diversas variantes de los esquemas adaptivos y anisotrópicos.

BLOQUE No. 7.

Objetivos:

1. Comparar el desempeño de los filtros adaptivo y anisotrópico en sus modalidades uniescala y multiescala.

Nombre de imagen mosaico: [lena_T01.mos]. Véase la Fig. 5.7.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN100E55M4TT0op0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN100E60E44M2TT0op1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN100E55M4TT8p0.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN100E60E44M2TT8p1.256].

Observaciones perceptuales:

1. Se distingue que la mejor imagen restaurada se obtuvo con el filtro anisotrópico parcial uniescala con $M = 4$ y $T = 2$ [lenaRN100E55M4TT8p0.256] y que la peor imagen restaurada proviene de su versión multirresolución con $M = 2$, $T = 2$ y $p = 1$ (dos niveles), i.e., la imagen [lenaRN100E60E44M2TT8p1.256].
2. Los filtros adaptivos generan un *ruido impulsivo*, distribuido aleatoriamente en el plano de la imagen, que repercute en su calidad subjetiva. Este fenómeno es más notorio en la modalidad multiescala pues su monto y visibilidad disminuyen en la versión uniescala; pero, ¡nunca desaparece! Aparecen ciertos *contornos espurios* en los esquemas anisotrópicos y se estima que se correlacionan con el *ruido impulsivo* citado.
3. El desempeño de los filtros anisotrópicos parciales dependerá de la *Relación Señal a Ruido Local* RSR_l -o sea, de la intensidad del contorno restaurado- y del tamaño de la ventana de inspección local M empleada en aquéllos. Cuando el contraste tiene un valor bajo se presenta una *distorsión* de la singularidad, la cual actúa en detrimento de las prestaciones de los sistemas de restauración.

Además, puede apreciarse que cuanto menor sea M más perceptible (de mayor cuantía) es la distorsión. Puede concluirse que la *BNRR*, alrededor de las discontinuidades rescatadas, en los esquemas adaptivos se convierte en *distorsión* de los contornos en los filtros anisotrópicos, esta observación es válida cuando no se perfeccionan dichos contornos pues esta es ¡la principal función de los filtros anisotrópicos!

4. El *ruido residual* en las regiones homogéneas puede regularse en función de los parámetros de los filtros (M y p) y no se consideró al seleccionar el mejor resultado. Cuando ambos parámetros se incrementan disminuye el monto de aquél.

BLOQUE No. 8.

Objetivos:

1. Utilizar la observación hecha en [24] sobre el efecto del parámetro de muestreo T^{13} en el rendimiento del filtro adaptivo multiescala para aumentar el desempeño del filtro anisotrópico parcial multiresolución (para $M = 2$ ó 4) y cotejar las imágenes restauradas resultantes con el mejor resultado del **BLOQUE No. 1**, o sea [lenaRN100E55M4TT8p0.256].
2. Inspeccionar las repercusiones de variar la cardinalidad y elementos del conjunto de orientaciones para el filtro anisotrópico parcial multiresolución con mejor desempeño -respecto al tamaño de la ventana de inspección local.

Nombre de imagen mosaico: [lena.T02.mos]. Véase la Fig. 5.8.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN100E55M4TT8p0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN100E55E40T1M4TT4p1.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN100E60E44T1M2TT8p1.256].

Observaciones perceptuales:

¹³La observación consiste en que se tiene una mejor calidad perceptual de la restauración cuando $T = 1$ que si $T = 2$. Hize experimentos para corroborarla y, además de concordar con ella, encuentre que las diferencias primordiales son: menor visibilidad del *ruido impulsivo* a la DNV y mayor *ruido residual* en las regiones homogéneas para el filtro adaptivo multiescala con menor parámetro de muestreo; la causa de éstos efectos es la menor difuminación en las regiones homogéneas para $T = 1$.

Cuando se trabaja con las variantes multiresolución de los filtros anisotrópicos parciales -que cumplen con $M \geq M_{opt}$ y cuya M_{opt} corresponde a una *RSR*, particular- aumenta la visibilidad de la distorsión cuando $T \geq 2$, este fenómeno disminuye (a mi gusto) las prestaciones del filtro anisotrópico parcial multiescala.

1. Se distingue que los extremos en la calidad de las imágenes restauradas se obtienen con el filtro anisotrópico parcial multiescala, i.e., la mejor corresponde a $M = 4, T = 1$ y $p = 1$ (dos niveles) o [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256] y la peor corresponde al caso $M = 2, T = 1$ y $p = 1$ o sea [lenaRN100E60E44T1M2TT8]
2. La menor *distorsión* se obtiene con los filtros anisotrópicos parcial uniescala (con $T = 1$) y multiescala ambos con $M = 4$ y Θ_8 (cuyos montos son equiparables), les sigue aquél cuyo conjunto de orientaciones es Θ_4 (i.e., la imagen [lenaRN100E55E40T1M4TT4p1.256] en la Fig. 5.8).y por último esta el filtro homónimo, pero con parámetros $M = 2$ y Θ_8 .
3. Menos *ruido residual* en la imagen [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256] que en las demás y esto influyó decisivamente para escogerla como la mejor imagen restaurada. En las otras imágenes podría reducirse tal defecto, usando más niveles en la PTPH o aumentando M , sin embargo, se acentuarían otros defectos, v.gr., la difuminación o la visibilidad de la distorsión y de los contornos espurios.

BLOQUE No. 9.

Objetivos:

1. Comparar las diversas restauraciones conseguidas con el filtro anisotrópico total multiescala entre sí y cotejarlas con el mejor resultado del bloque previo, o sea la imagen obtenida con la versión parcial multiescala de aquéllos [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256]. Al mismo tiempo, determinar si las prestaciones del filtro anisotrópico total multirresolución con $M = 2$ (para $T = 1$ ó 2) son mayores que cuando $M = 4, T = 2$ y $p = 1$.

Nombre de imagen mosaico: [lena_T03.mos]. Véase la Fig. 5.9.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN100E60E44T1M2TTNp1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN100E60E44T1M2TT8p1.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN100E55E40M4TTNp1.256].

Observaciones perceptuales:

1. Se observa que hay menor visibilidad de la *distorsión* en las restauraciones con los filtros anisotrópicos totales multiescala, aunque el filtro anisotrópico parcial multiescala con $M = 4, \Theta_8$ y $T = 1$ tiene mejor desempeño que aquél cuyos parámetros son $M = 2, \Theta_N$ y $T = 1$, i.e., la imagen [lenaRN100E60E44T1M2TTNp1.256].

Hay menos *ruido residual* en la imagen [lenaRN100E55E40M4TTNp1.256] que en las demás; esta cualidad y la menor distorsión que se distingue permiten establecer su superioridad.



Figura 5.7: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 7.



Figura 5.8: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 8.



Figura 5.9: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 9.

BLOQUE No. 10.

Objetivos:

1. Comparar las restauraciones óptimas, según mis preferencias, conseguidas con los filtros anisotrópicos y las imágenes original [lena.256] y degradada [lenaRN100.256].
2. Cotejar la calidad perceptual de las imágenes restauradas con los esquemas adaptivos y anisotrópicos.

Nombre de imagen mosaico: [lena_T04.mos]. Véase las Fig. 5.10.

Imagen Superior Izquierda: [lena.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN100E55E40T1M4TT8p1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN100.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN100E55E40M4TTNp1.256].

Nombre de imagen mosaico: [lena_T00.mos]. Véase las Fig. 5.11.

Imagen Superior Izquierda: [lenaRN100E55M4TT0op0.256].

Imagen Superior Derecha: [lenaRN100E60E44M2TT0op1.256].

Imagen Inferior Izquierda: [lenaRN100E55M4TT8p0.256].

Imagen Inferior Derecha: [lenaRN100E55E40M4TTNp1.256].

Observaciones perceptuales:

1. Puede observarse que la calidad perceptual de las restauraciones resultantes al aplicar los filtros anisotrópicos es equiparable y mayor que en sus predecesores adaptivos, [lenaRN100E55M4TT0op0.256] y [lenaRN100E60E44M2TT0op1.256]; sin embargo, se impone una evaluación formal de ambos tipos de algoritmos y de las diversas cualidades que poseen, v.gr., distorsión contra BNRR y contornos espurios contra ruido impulsivo.
2. Si consideramos la carga computacional de ambos esquemas podría elegirse el sistema anisotrópico total; pero, con miras a conjuntarlos con los algoritmos de codificación propuestos en [23] debería seleccionarse la variante parcial o bien, adecuar el otro esquema para la nueva función.



Figura 5.10: mosaico de imágenes correspondientes al BLOQUE No. 10.



Figura 5.11: mosaico de imágenes restauradas correspondientes a los filtros adaptivos uniescala (imagen superior izquierda) y multiescala (imagen superior derecha); también se muestran las obtenidas con los filtros anisotrópicos uniescala parcial (imagen inferior izquierda) y total.

5.4.2 Presentación y análisis de resultados.

Los mosaicos de imágenes asociados a los bloques anteriores, [lena_T01.mos] a [lena_T04.mos] y [lena_T00.mos], corresponden a las Fig. 5.7 - 5.11 respectivamente.

Salvo mejor opinión del lector, se considera que el filtro anisotrópico total multiescala es el más rentable -desde los puntos de vista cualitativo y computacional. Cuando se ataquen simultáneamente los problemas de restauración y codificación, conviene utilizar el filtro anisotrópico parcial o adecuar aquél a sus nuevas funciones para aprovechar su eficiencia computacional; si bien, cualquiera que sea la decisión, deberá establecerse un compromiso entre la *tasa de compresión* deseada y la *calidad perceptual* requerida pues creemos que éstos son dos *criterios conflictivos*.

No debemos olvidar que cuando se desee aplicar el filtro anisotrópico parcial se obtienen buenos resultados al tomar $T = 1$ y tampoco que bajo esta condición es incosteable pensar en esquemas conjuntos de restauración-codificación [23].

En los experimentos que efectuamos, observamos que la nitidez y el contraste de las imágenes restauradas disminuye al emplear los sistemas anisotrópicos de restauración, el fenómeno es más notorio cuando M se incrementa; se piensa que quizás se deba a los métodos de cuantización -empleados en el SPITP para materializar aquéllos- o que sea una consecuencia directa de la teoría del espacio de escalas; aunque, lo último estaría en contradicción con la tesis de reconstrucción perfecta citada en [22]. Es deseable efectuar una averiguación minuciosa al respecto.

Antes de concluir, mostramos una tabla donde se resumen las principales cualidades de los sistemas de restauración referidos a lo largo de esta sección. Dicha información servirá como referencia al momento de evaluar las imágenes restauradas que resulten de aplicar alguno de los esquemas mencionados en imágenes reales.

Tabla 5.2: Cualidades de los algoritmos para restauración de imágenes ruidosas

| CUALIDAD/ALGORITMOS | adaptivos | anisotrópicos |
|-------------------------|-----------|---------------|
| calidad general | SI | SI |
| nitidez/contraste | SI | SI |
| ruido impulsivo | SI | NO |
| BNRR | SI | NO |
| contornos espurios | NO | SI |
| distorsión de contornos | NO | SI |
| ruido residual | SI | SI |
| detalles preservados | SI | SI |

5.5 Principales lineamientos para aplicar los algoritmos de restauración.

En esta sección esbozamos las directivas que pueden seguirse para aplicar los filtros (anisotrópicos o no) en la restauración de imágenes reales y se relacionan con la selección a priori los valores apropiados para los parámetros ajustables de dichos sistemas; así, es factible obtener buenos resultados con el menor esfuerzo. Nuestras sugerencias compendian los principales resultados de los estudios detallados en las secciones precedentes; por tal motivo, es útil tener en cuenta la información de las Tablas 5.1 y 5.2 que resumen la incidencia paramétrica en la visibilidad de las características distintivas de los filtros descritos.

Sin embargo, conviene realizar una investigación formal con el objeto de esclarecer el impacto perceptual de los defectos propios de los sistemas (adaptivos y anisotrópicos) de restauración descritos en los capítulos precedentes, de esta manera se corroborarán las sugerencias que se plasman en este apartado o definitivamente se deshecharán.

Debe enfatizarse que: al seguir todas las reglas consecuentes, para la sintonización de los algoritmos anisotrópicos de restauración, resultará nefasto olvidar que sólo se trata de valores tentativos y, por lo tanto, que la responsabilidad final sobre la fiabilidad de los resultados recaerá directamente sobre el usuario.

En primer término debe estimarse la relación señal a ruido global RSR_g de la imagen contaminada; con ella es posible determinar la región donde se operará, puede decidirse, subjetivamente, sobre la aplicación de los filtros adaptivos o los anisotrópicos y vislumbrar la factibilidad de usar los esquemas uniescala o multiescala. También, es posible inferir si es rentable o no realizar la restauración con cualquiera de los métodos citados, dada la influencia que tiene aquélla en el proceso de sintonización de los parámetros ajustables y en el costo computacional de dichas técnicas.

Cuando el costo computacional sea el criterio predominante quizás resulte apropiado pensar en la aplicación de los esquemas adaptivos y, de estos, la variante multiescala aparece como favorita. Si son necesarias restauraciones con buena calidad perceptual, sin importar el costo computacional, puede elegirse entre los filtros adaptivos o anisotrópicos parciales uniescala (dependiendo de la aplicación), o bien trabajar con las versiones multiescala de ambos usando para el parámetro de muestreo el valor de $\tau = T = 1$.

Los filtros anisotrópicos totales pueden reservarse para aplicaciones con restricciones en la carga computacional y en la calidad perceptual mínima de los resultados; aunque, no deben despreciarse sus prestaciones en los otros casos -bajo los mismos supuestos. Si la RSR_g de la imagen contaminada es muy baja siempre reeditarán mejores frutos las variantes multiescala de los filtros citados, en los rubros de costo computacional y calidad subjetiva de las imágenes restauradas.

Si la decisión favorece al empleo de los sistemas anisotrópicos, es beneficioso

prefijar el tamaño de la ventana de inspección local M con base en los valores sugeridos en la Tabla 5.3; simultáneamente queda determinado el orden de las expansiones bidimensional y unidimensional como: $M_{2D} = M_{1D} = M - 1$. Además, es importante recordar la estrecha relación que existe entre estos parámetros y la cantidad de niveles que se emplean en las modalidades multiescala de los sistemas de restauración, como se aprecia en la Tabla 5.3; en la siguiente sección se distinguirá la relevancia de aquella asociación.

A continuación, deberán determinarse los umbrales de detección óptimos; esta es una ardua tarea! pues hasta el momento no existe ningún procedimiento totalmente confiable para hacerla. A la luz de la experiencia que se adquirió durante la experimentación y tomando las recomendaciones hechas en trabajos previos existen varias opciones:

- a. sea que se use el método interactivo de apreciación visual [29, 30] o el basado en la estimación de la variancia del ruido [24, 74], debe seleccionarse un umbral de detección para la energía de primer orden que produzca una imagen acorde con las preferencias y experiencia del observador,
- b. utilizar la *Evaluación MultiDimensional* (EMD o MDS por siglas en inglés) para obtener el mejor valor del umbral de detección [74, 86],
- c. emplear, como información a priori, los umbrales de detección que se hayan considerado como aceptables en experimentos previos (es obvio que los montos de la RSR_p deben ser similares) y a partir de éstos aplicar la primera opción,
- d. e implantar y ensayar con los algoritmos propuestos en [75] para verificar su confiabilidad y, si son recomendables, usarlos! Así, se agilizará la experimentación futura; pero será necesario adecuar el SPITP para la nueva prestación.

En todos los casos anteriores puede sustituirse la imagen de coeficientes que controla el funcionamiento adaptivo de los esquemas de restauración y en consecuencia el tipo de umbral de detección usado; mediante las consideraciones apropiadas pueden emplearse indistintamente $U_D^{E_1}$, $U_D^{E_1^{opt}}$ ó $U_D^{C_{opt}}$ en cualquiera de las opciones enumeradas.

Sólo cuando se desee acoplar la restauración con los métodos de codificación propuestos en [23], u otros que se conciban, se recomienda pensar en un conjunto de orientaciones diferente a Θ_8 ; también, deberán evaluarse a conciencia los valores del parámetro de muestreo y del número de niveles de la pirámide. Si el costo computacional del esquema de restauración-compresión debe abatirse conviene usar Θ_4 , $T \geq 2$ y $p \geq 1$ -dos o más niveles; quizás, sea apropiado considerar la aplicación del algoritmo anisotrópico total multiescala o una variante del mismo que aproveche sus ventajas en este rubro y que al mismo tiempo permita aquella implantación.

Cualquiera que sea la decisión, es indispensable justificar la selección con base al compromiso que existirá entre la tasa de comprensión y la calidad de la restauración factible de alcanzar; aunque sea necesario realizar una evaluación formal de la última en los términos que se proponen en [89].

En fin, todas las aplicaciones de los filtros anisotrópicos (o adaptivos), a la restauración o en esquemas conjuntos de restauración-compresión de imágenes contaminadas, se reducen a definir nuestras prioridades y a partir del grado de contaminación decidir si conviene o no intentar la restauración con aquél sistema. Si "arriesgamos el pellejo" debemos estudiar cuidadosamente el problema y establecer un compromiso aceptable entre las diversas prestaciones de dichos esquemas en base a las directrices que asentamos previamente; así, reduciremos el riesgo de tener desajustados. Sólo entonces, la información que se vierte a lo largo de esta sección adquiere su relevancia.

La Tabla 5.3 compendia algunos valores que sirven de referencia para el trabajo experimental.

Tabla 5.3: Valores de los parámetros ajustables obtenidos en los estudios de las Secciones 5.3 y 5.4

| σ_R^2 | SNR_g | M | T | Θ_m | $U_D^{E_1}$ | p |
|--------------|---------|-------|------|----------------------|-------------|----------|
| 0.16 | 40.00 | * | * | * | * | * |
| 1.00 | 32.20 | * | * | * | * | * |
| 2.00 | 29.19 | * | * | * | * | * |
| 4.00 | 26.18 | * | * | * | * | * |
| 16.0 | 20.16 | * | * | * | * | * |
| 25.0 | 18.22 | 2, 4 | 2 | Θ_4, Θ_8 | 40 - 60 | 0 |
| 100 | 12.20 | 4 | 1, 2 | Θ_4, Θ_8 | 45 - 60 | ≥ 0 |
| 256 | 08.12 | 4, 6 | 1, 2 | Θ_4, Θ_8 | 50 - 65 | ≥ 0 |
| 400 | 06.18 | 4 - 8 | 2 | Θ_4, Θ_8 | 60 - 70 | ≥ 1 |
| 1600 | 00.17 | 4 - 8 | 2 | Θ_4, Θ_8 | > 60 | ≥ 1 |

NOMENCLATURA:

$$RSR_g \text{ en [dB]}, U_D^{E_1} = U_D^{E_1^{opt}} \simeq U_D^{C_{opt}}, \sigma_f^2 = 1662.$$

*: operación en la región de rendimiento imperceptible

En las secciones subsecuentes se presentan algunos resultados tentativos del empleo de dichas directivas a la restauración de imágenes reales, como las obtenidas en Percepción Remota, en Medicina y en Microscopía.

5.6 Una metodología formal para la evaluación perceptual de los sistemas de restauración.

Se ha enfatizado que es indispensable complementar los estudios de impacto paramétrico y comparativo de las Secciones 5.4 y 5.4 respectivamente; pero al evaluar las prestaciones de las imágenes restauradas [el problema radica en determinar cuál método resulta más adecuado! Aún no existe una solución universalmente aceptada e incluso hay una gran variedad de criterios que regulan cualquier decisión al respecto, ésto se remarco en la Sección 2.2.

Sin embargo, existen procedimientos, correlacionados con los estudios realizados, que permiten cuantificar la calidad perceptual de las restauraciones obtenidas, al mismo tiempo que representan algunas de las opciones disponibles para estimar los valores óptimos de los parámetros ajustables (e hiperparámetros) de los algoritmos propuestos en esta tesis.

El método basado en experimentos psicofísicos [24] para evaluar subjetivamente las imágenes restauradas, con valores distintos del parámetro ajustable en cuestión, requiere bastante esfuerzo, pero, se distingue por ser bastante confiables; algo similar acontece con la técnica utilizado en [76, 86]. Un intento para correlacionar la información recabada en los ensayos citados con algunos *parámetros de calidad objetivos* se reporta en [75].

Por limitaciones de tiempo, fue imposible efectuar los experimentos conducentes para aplicar cualquiera de las metodologías mencionadas; por esta razón, sólo discutiremos brevemente los resultados registrados en [76] pues ahí se compara el desempeño de los filtros anisotrópicos y adaptivos cuando se aplican a la restauración de imágenes obtenidas con un radar de apertura sintética.

También se cotejan aquéllos con otros esquemas similares, v.gr., filtro adaptivo de Wiener (filtro de Lee) [35], difusión anisotrópica [48], suavizamiento adaptivo [49], un filtro geométrico (morfológico) y el filtro de mediana [4]. El estudio comprende las evaluaciones subjetivas propuestas en [24, 86] y una evaluación objetiva con algunos criterios seleccionados ad hoc.

La evaluación subjetiva efectuada en [76] concluye que el mejor algoritmo de restauración corresponde al *filtro anisotrópico uniescala parcial* cuyos parámetros estan sintonizados a los siguientes valores: $M = 6$, $T = 2$, $p = 0$, Θ_0 y $U_{D_1}^{E_1} = 40$, después se colocó el filtro adaptivo uniescala con valores idénticos -excepto que $\Theta_m = \Theta_0$ - y el tercer lugar fue ocupado por el filtro adaptivo multiescala con $M_{0,1,2} = 2$, $T = 2$, $p = 2$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 50$, $U_{D_1}^{E_1} = 30$ y $U_{D_2}^{E_1} = 15$. De las otras técnicas contendientes se observó que el filtro geométrico y la difusión anisotrópica (para $K = 5$ con 2 iteraciones) resultaron las más competitivas.

Se incluye la Fig. 5.12 que permite catalogar el desempeño de los filtros adaptivos con el filtro anisotrópico citado y con la imagen original. En la Fig. 5.13 es factible comparar la calidad perceptual del mejor resultado contra sus principales contrincantes.

Cabe señalar que en trabajos previos [24, 74] se reportó que el filtro adaptivo

multiescala -aplicado en la restauración de imágenes médicas- era más rentable, desde el punto de vista de la calidad perceptual de sus resultados y por su eficiencia computacional, que el filtro adaptivo uniescala. Considero que la causa principal de tal divergencia es que se omitió la búsqueda de los valores óptimos para los parámetros en cuestión, tal como recomiendan en [24, 74]. Esto implica que la evaluación subjetiva de [76] se hizo en las regiones de sintonización subóptima de aquellos algoritmos.

Es importante recalcar que los lineamientos de la Sección 5.5 sólo se siguieron parcialmente pues en esa época se efectuaba el estudio de impacto paramétrico; aún así, puede constatar su eficacia en vista de tales resultados.

En cuanto a la técnica para la evaluación objetiva tengo algunas objeciones. Primero, la catalogación de las imágenes con dicho método debería homologarse con su calidad perceptual -la que se obtuvo en la evaluación subjetiva- ya que es incongruente decir que la calidad subjetiva de la misma imagen es mayor que su calidad objetiva o viceversa; en tal caso ¡las propuestas son incompatibles!

Segundo, cualquier parámetro de calidad objetivo debe considerar que una imagen *jamás es uniforme* pues entonces dejaría de ser imagen -para fines prácticos; por tanto, es indispensable que dichas medidas *nunca* desprecien tal premisa. Durante nuestros experimentos se constató que un algoritmo puede trabajar mejor en ciertas regiones que en otras, en función de las características (e.g., ubicación, intensidad y orientación) de las estructuras que conforman la imagen.

Tercero, como aclararnos previamente, los valores de cada hiperparámetro quizás ubiquen la operación de todos los filtros examinados en la región de sintonización subóptimo -al menos es así para los esquemas de restauración en el dominio de la transformada polinomial; por lo tanto, es muy probable que las conclusiones obtenidas sean parciales. Serían más confiables si previamente se hubieran ajustado óptimamente aquéllos; aunque, me sigue intrigando la disparidad entre ambas propuestas de evaluación.

Para mayor información recomiendo revisar las referencias originales pues ahí se describen detalladamente los procedimientos de evaluación aludidos y con los cuales debe mejorarse la fiabilidad de la categorización. Tales labores están fuera de los alcances de este trabajo.

5.7 Aplicación de los filtros anisotrópicos para restaurar imágenes reales.

Para justificar el esfuerzo y recursos dedicados en el desarrollo e implantación de cualquier sistema de restauración es indispensable comprobar sus prestaciones cuando trabaja con imágenes reales; de esta manera, se rectifican o se alientan las investigaciones concernientes.

En esta sección se muestran algunos resultados obtenidos en relación con dicha tarea y que complementan aquéllos que se han proporcionado en las precedentes;

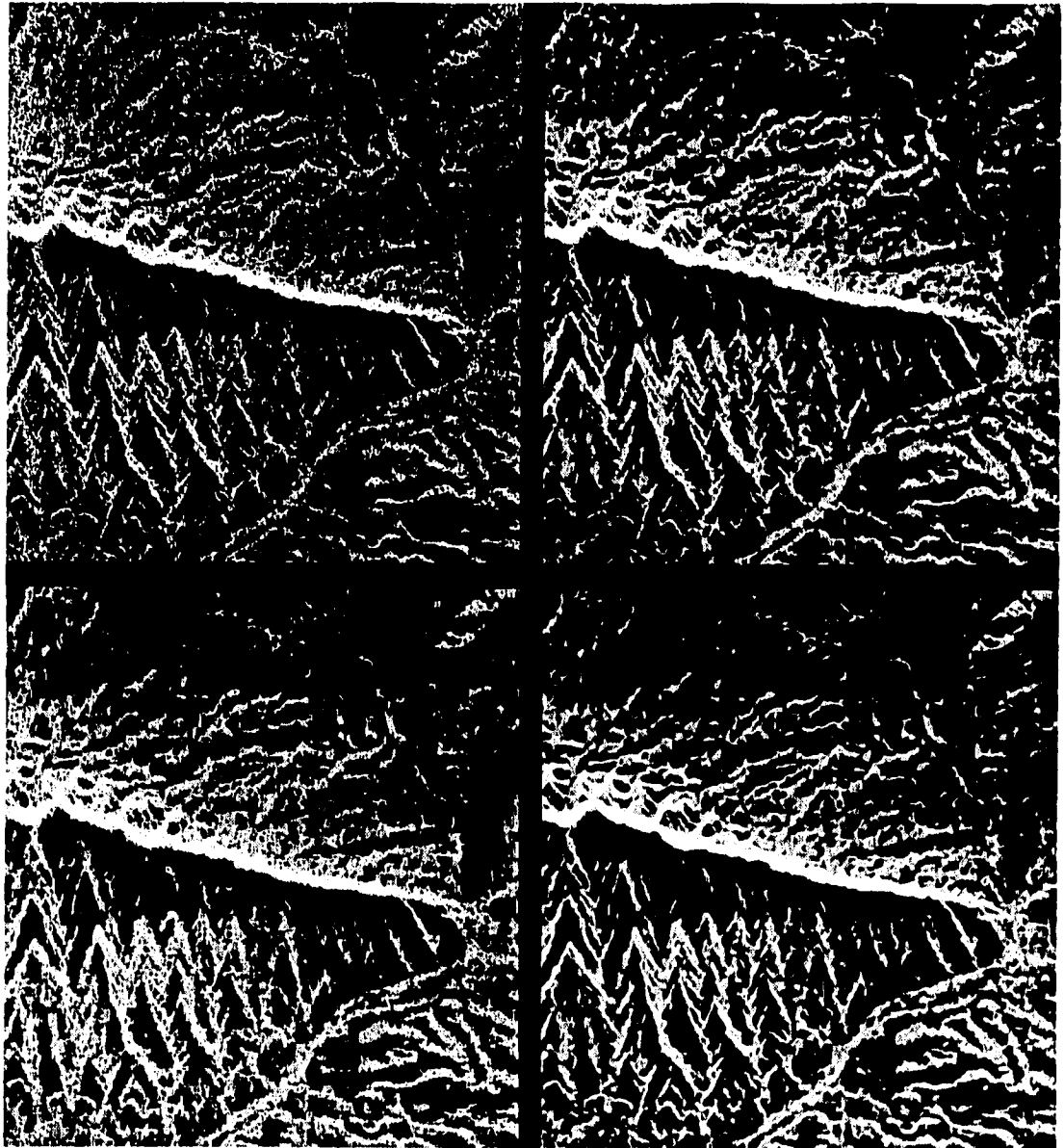


Figura 5.12: mosaico de imágenes obtenidas con radar de apertura sintética y restauradas con los filtros adaptivos uniescala (imagen superior derecha) y multiscala (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original.

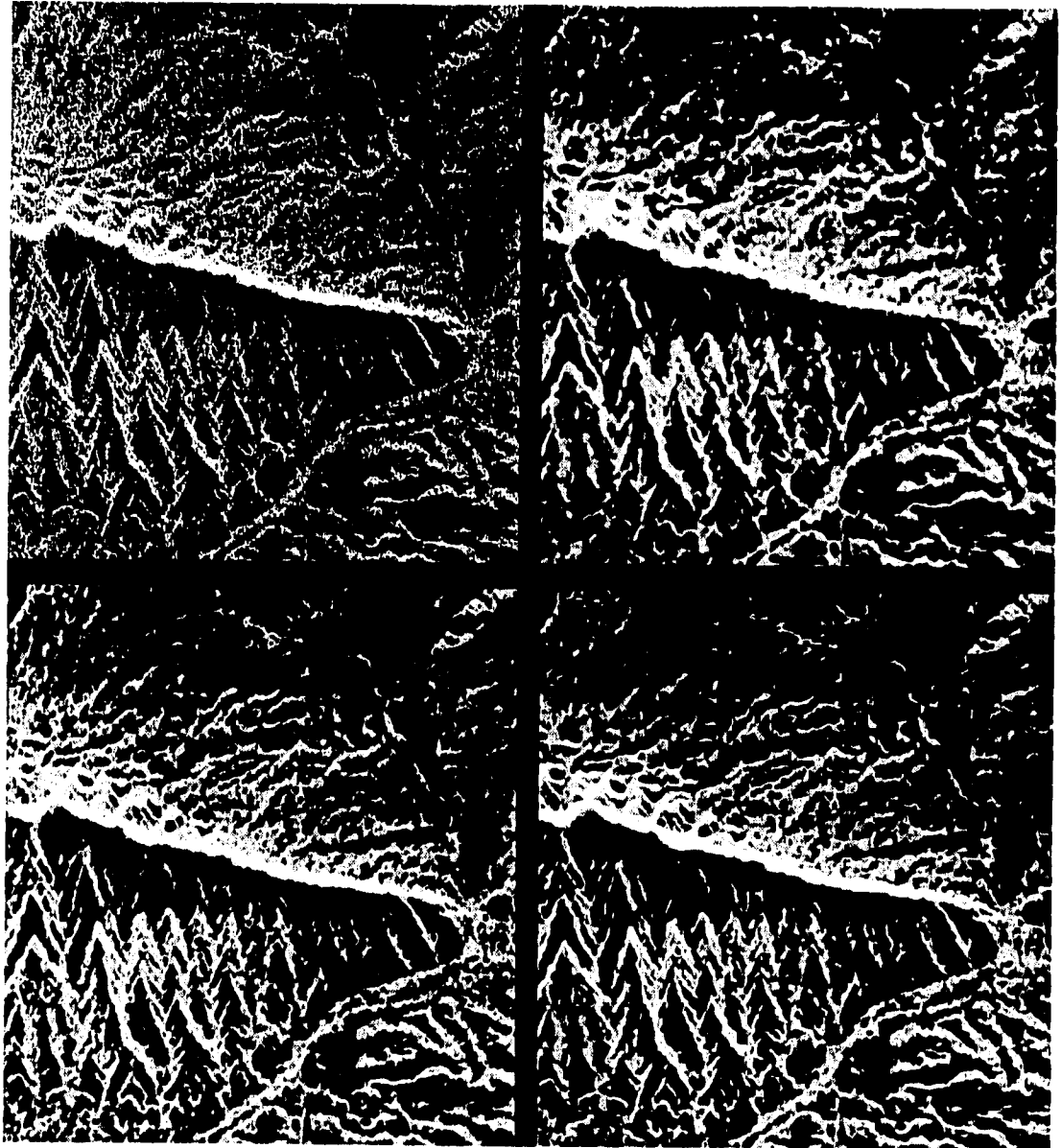


Figura 5.13: mosaico de imágenes restauradas correspondientes a la difusión anisotrópica (imagen superior derecha), filtro geométrico (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original.

se procesaron imágenes de Tomografía Computarizada, de Microscopía y Sintéticas. En las Figs. 5.14 a 5.16 pueden apreciarse las imágenes restauradas con los filtros adaptivos y con el anisotrópico parcial; todos los mosaicos se organizaron de tal suerte que en la parte superior izquierda se localiza la imagen original y en la inferior derecha la correspondiente al filtro anisotrópico parcial. Ubicadas en la esquina superior derecha están aquellas restauraciones obtenidas con el filtro adaptivo uniescala cuyo tamaño de la ventana de inspección local es igual a la del filtro anisotrópico parcial; en contra esquina presentamos las imágenes restauradas por los filtros adaptivos multiescala empeñados en reducir la BNRR.

5.7.1 Imágenes de tomografía computarizada.

El resultado de aplicar los sistemas adaptivos y anisotrópicos en la restauración de este tipo de imágenes se muestra en la Fig. 5.14. Para interpretar ese mosaico deberá considerarse que los parámetros ajustables del filtro anisotrópico parcial están sintonizados a los siguientes valores: $M = 4$, $T = 2$, $p = 0$, Θ_8 y $U_{D_1}^{E_1} = 65$. El filtro adaptivo uniescala usa valores idénticos -excepto que $\Theta_m = \Theta_0$ - y el filtro adaptivo multiescala usa $M_{0,1,2} = 2$, $T = 2$, $p = 2$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 70$, $U_{D_1}^{E_1} = 40$ y $U_{D_2}^{E_1} = 10$. El lector debe juzgar por sí mismo la calidad perceptual de esas imágenes pues nuestra opinión puede inferirse de las discusiones previas.

5.7.2 Imágenes de microscopía.

La Fig. 5.15 contiene el mosaico que se construyó para catalogar la calidad de las imágenes de microscopía restauradas con los sistemas mencionados; en este caso, se trabajó con dos variantes del filtro adaptivo multiescala. Una de ellas utiliza los valores de $M_{0,1,2} = 2$, $T = 2$, $p = 2$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 80$, $U_{D_1}^{E_1} = 65$ y $U_{D_2}^{E_1} = 45$ con el fin tener una BNRR angosta, tal como corresponde al funcionamiento de ese esquema; la otra versión utiliza $M_{0,1,2} = 4$, $T = 2$, $p = 2$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 75$, $U_{D_1}^{E_1} = 50$ y $U_{D_2}^{E_1} = 25$. A partir éstos parámetros se sintonizan los del algoritmo anisotrópico parcial multiescala para que la evaluación sea congruente con los experimentos previos, la única diferencia estriba en que $\Theta_m = \Theta_8$.

El ejemplo es bastante ilustrativo pues permite comprobar que en aplicaciones donde la RSR_p de la imagen contaminada sea baja es posible aplicar la versión multiescala del filtro anisotrópico parcial con ¡buenos dividendos!, tanto en la calidad perceptual como en la carga computacional implicada. Al igual que en el caso anterior, el usuario tiene la última palabra al respecto.

5.7.3 Imágenes sintéticas.

Por último, el mosaico construido para presentar el desempeño de aquellos filtros con imágenes sintéticas degradadas, a propósito, se localiza en la Fig. 5.16. En este

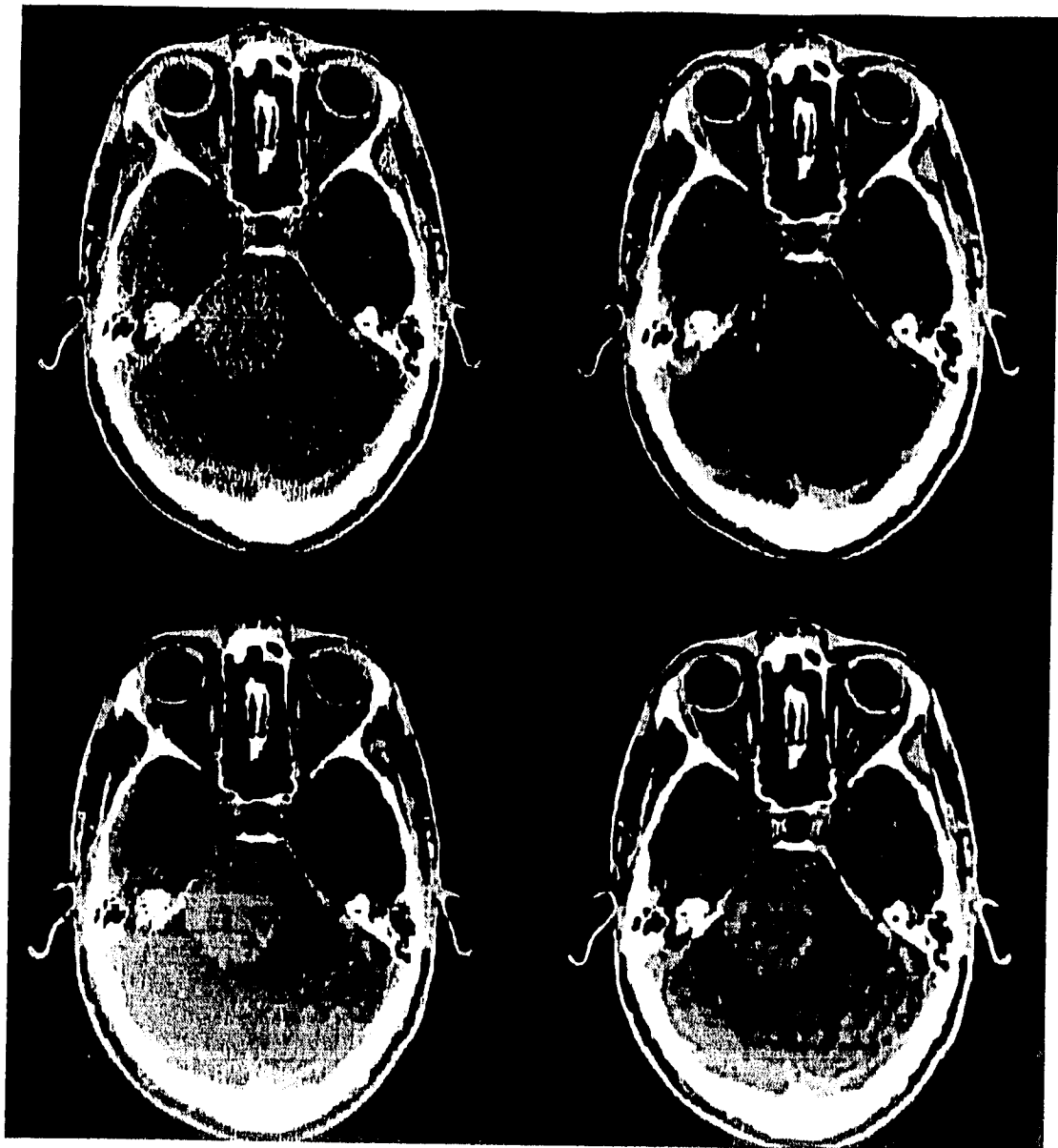


Figura 5.14: mosaico de imágenes de tomografía, se restauraron con los filtros adaptativos uniescala (imagen superior derecha) y multiscala (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial uniescala (imagen inferior derecha) y la original.

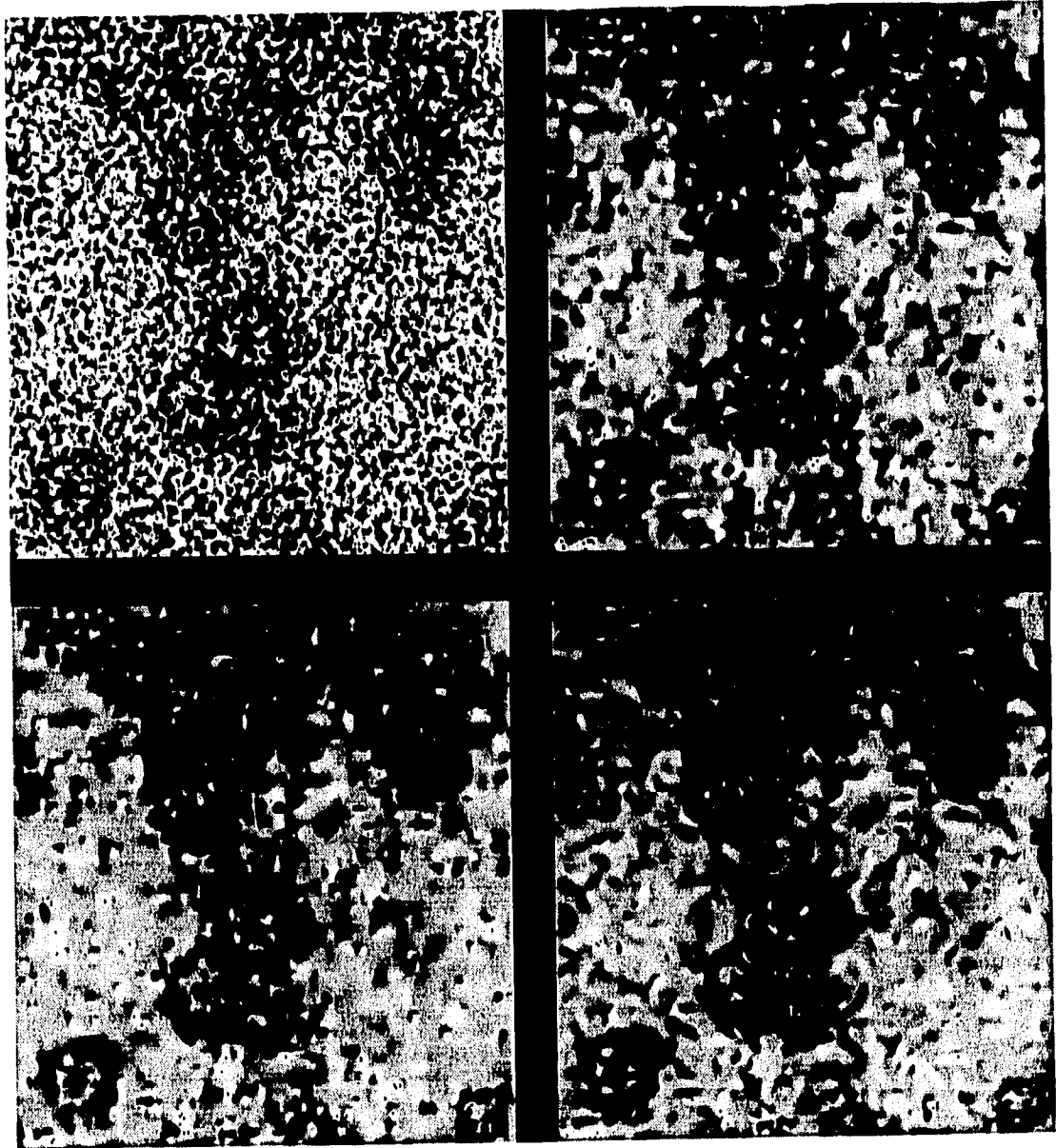


Figura 5.15: mosaico de imágenes de microscopía, se restauraron con los filtros adaptivos multiscala con $M_{0,1,2} = 4$ (imagen superior derecha) y multiscala con $M_{0,1,2} = 2$ (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial multiscala $M_{0,1,2} = 4$ (imagen inferior derecha) y la original.

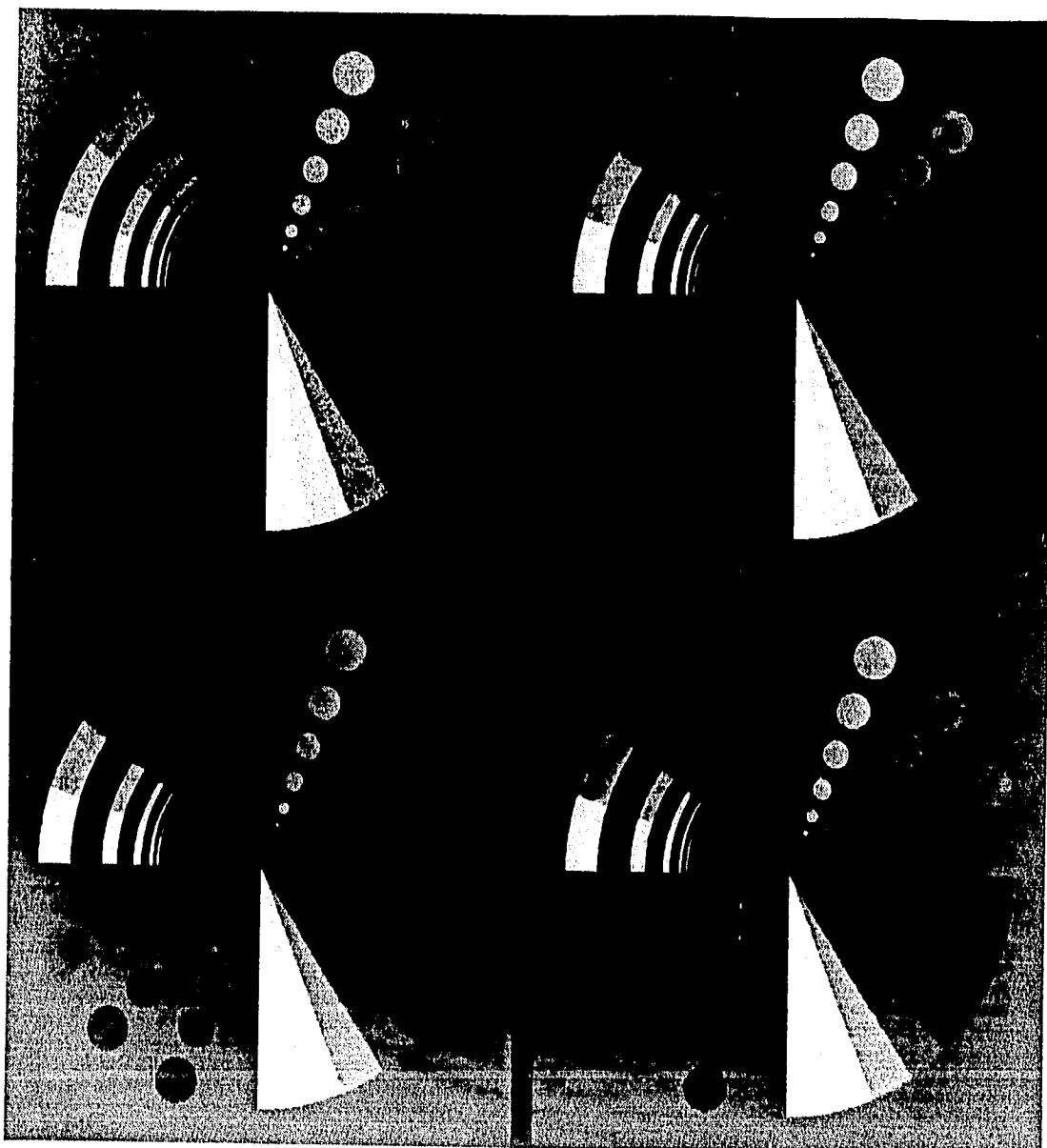


Figura 5.16: mosaico de imágenes sintéticas, se restauraron con los filtros adaptivos multiscala con $M_{0,1} = 4$ (imagen superior derecha) y multiscala con $M_{0,1,2} = 2$ (imagen inferior izquierda); también se muestra la obtenida con el filtro anisotrópico parcial multiscala con $M_{0,1} = 4$ (imagen inferior derecha) y la original.

caso, es difícil establecer la diferencia entre las prestaciones de los mismos, incluso si hubiesemos empleado ampliaciones de alguna zona típica para esa labor.

El *phantom* se contaminó con un RABG de varianza igual a 100 y empleamos los valores de $M_{0,1} = 4$, $T = 2$, $p = 1$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 60$ y $U_{D_1}^{E_1} = 40$ para el filtro anisotrópico parcial multiescala. La versión adaptiva asociada usa los mismos parámetros; pero, con $\Theta_m = \Theta_0$. También, aquí se emplea una variante empeñada en mantener la BNRR lo más delgada posible que se materializó con $M_{0,1,2} = 2$, $T = 2$, $p = 2$, Θ_0 , $U_{D_0}^{E_1} = 60$, $U_{D_1}^{E_1} = 40$ y $U_{D_2}^{E_1} = 20$.

Con los ejemplos anteriores se completan los ensayos experimentales que se efectuaron para estimar las prestaciones de los filtros anisotrópicos. Salvo mejores opiniones, creo que el filtro anisotrópico parcial resulta bastante apropiado para las aplicaciones que hemos presentado, aún en las imágenes sintéticas ya que cuando la contaminación aumenta serán más perceptibles las diferencias.

5.8 Recapitulación.

Los ensayos que hemos descrito muestran la trascendencia del proceso de sintonización, de los parámetros ajustables, en las prestaciones de los filtros de restauración estudiados y en ¡cualquier esquema similar! También, se constató la importancia de sus hiperparámetros y de contar con buenos estimadores para éstos. Se comprobó el impacto que tiene la RSR_g de la imagen contaminada en las prestaciones de las técnicas examinadas, tal como se vislumbró al final del Capítulo 2.

Todas las observaciones precedentes repercuten en la calidad perceptual de las imágenes restauradas y en la eficiencia computacional de los algoritmos.

Otro aspecto relevante se relaciona con el conocimiento de las prestaciones de los sistemas de restauración pues permiten inferir el desempeño máximo permisible de los mismos y las condiciones necesarias para obtenerlo. Es vital contar con una metodología confiable para evaluar dichas prestaciones, sobre todo en vísperas de su aplicación a la restauración de imágenes reales.

Nunca debemos descuidar las consideraciones involucradas con la optimización del esfuerzo requerido para emplear cualquier esquema de restauración, de ahí la importancia de las directrices que se proporcionaron en la Sección 5.5 y de contar con un *software* ergonómico para efectuar los experimentos de simulación concernientes.

La principal justificación para desarrollar e implantar estos sistemas radica en la factibilidad de aplicarlos para la restauración de imágenes reales; sino, sólo servirían como meros ejercicios académicos. Nuestro interés recae en ¡ambos rubros!

Finalmente, jamás deberá soslayarse la posibilidad de construir algoritmos integrales de restauración-compresión en vista de su utilidad potencial.

EPÍLOGO.

Para concluir nuestro estudio es conveniente resaltar las principales observaciones que se hicieron a lo largo del mismo; simultáneamente se muestran algunos aspectos cuya investigación es incipiente y en los cuales debería profundizarse para aumentar la comprensión de los fenómenos involucrados.

En el transcurso de nuestras indagaciones comprobamos la hipótesis inicial de que los *filtros anisotrópicos* son mejores que los *filtros adaptivos* y con esta conclusión reforzamos las que se han reportado en trabajos previos [31-33, 39, 48, 56, 61]. Básicamente, se utilizó un *criterio perceptual* en la evaluación inherente; esta decisión se hizo en consideración a la preponderancia de tal criterio en los diversos estudios de las prestaciones de los sistemas de restauración- que registra la bibliografía [74-76, 78, 80-86] y a su concordancia con el planteamiento general del problema de restauración propuesto en [25] que se resume en la Sección 1.2. Es deseable un estudio más concienzudo en esta dirección para fundamentar más formalmente nuestra elección.

De los argumentos esgrimidos durante esta narración, se infiere que los *filtros adaptivos* son un subconjunto de los *filtros anisotrópicos*, o bien, en relación con el modelo de la Fig. 2.1, los últimos pueden considerarse adaptivos en grado superlativo; aunque, por el momento, se consideró más conveniente hacer explícita dicha distinción.

Otra observación importante se relaciona con las ventajas computacionales de la filosofía que usamos para emplear el *procesamiento multiresolución* en la implantación de las variantes multiescala de los filtros adaptivos y anisotrópicos. Con aquélla, es factible obtener mejores resultados perceptuales minimizando la *carga computacional* requerida por el sistema de restauración resultante. Así, podemos afirmar que en las aplicaciones caracterizadas por una RSR_r baja (v.gr., imágenes de microscopía) las versiones multiescala de esos filtros son más rentables que las variantes uniescala de los mismos, en cuanto a carga computacional, calidad perceptual y autenticidad de las estructuras detectadas se refiere.

Una cualidad interesante de los esquemas multiescala es que pueden acoplarse con algoritmos de *compresión* de imágenes basados en el procesamiento multiresolución, i.e., similares a la pirámide laplaciana. En este orden de ideas es factible construir sistemas integrales de *restauración-compresión* usando los filtros propuestos (e incluso los existentes) y los codificadores sugeridos en [23, 29, 30] u otros que puedan idearse.

Una justificación para realizar tal esfuerzo radica en que la mayor aportación

a la entropía de una imagen contaminada corresponde a la *impureza* (degradación estadística) y no a la imagen de la escena original en sí.

Antes de emplear cualquier sistema de restauración de imágenes, es importante conocer sus prestaciones para estar en condiciones de lograr el *máximo desempeño permisible* para una RSR_g determinada. Si añadimos ésto al conocimiento que se tenga de la aplicación será posible aumentar la rentabilidad del esfuerzo empeñado en esa labor.

En otras ocasiones, el problema requiere un algoritmo de restauración cuya *flexibilidad* (ergonomía) sea tal que pueda adecuarse a los requerimientos de la aplicación que se trate; o bien, las dificultades inherentes a la *sintonización* de aquéllos que resultan bastante molestas y sería más conveniente prescindir de aquélla cualidad.

Los filtros anisotrópicos desarrollados poseen una cantidad apreciable de *parámetros ajustables e hiperparámetros* y, por lo tanto, gozan de los problemas implícitos en su proceso de sintonización; pero las conclusiones obtenidas después de los estudios de impacto paramétrico y comparativo pueden disminuir el esfuerzo requerido, ¡sin perder de vista las limitaciones de los filtros propuestos! También, pueden adecuarse a diferentes aplicaciones de manera natural y directa aprovechando su flexibilidad al sintonizarlos.

Esta propiedad contradictoria será útil en tanto se carezca de *sistemas de adquisición de imágenes perfectos* ¡pues cuando éstos aparezcan serán innecesarios (o estarán integrados en aquéllos) los algoritmos de restauración!

Por otro lado, apreciamos que el proceso de sintonización repercute en la carga computacional y en la calidad perceptual asociada con las técnicas propuestas. Cuando se emplea el filtro anisotrópico total se mejoran las prestaciones en esos aspectos.

Nunca deberá olvidarse que la aplicación regula el proceso de selección del sistema de restauración más adecuado e incluso su sintonización u operación pues el grado de contaminación (relacionado con el valor de la RSR_g de la imagen degradada) determina el desempeño máximo permisible de la técnica escogida. De esta manera, aquélla define que parámetros deben ajustarse con mayor cuidado y la posibilidad y condiciones para integrarlos con algún esquema de compresión.

Al emplear la transformada polinomial hermitiana a la compresión de imágenes [23] se resaltó la importancia de los *parámetros característicos* de los *patrones típicos* (bordes, esquinas, líneas y regiones homogéneas) de aquéllas: posición (x, y), intensidad (ΔL), valor promedio (L_b), orientación (θ_{opt}), distancia al centro de la ventana de inspección local (d) y grado de difuminación (σ_p). Los esquemas de codificación propuestos dependen de la *calidad de los estimadores* construidos para esos parámetros¹⁴.

Más recientemente, se utilizaron los estimadores de dichos parámetros para medir la calidad perceptual de una imagen (restaurada o no) [75], se propusieron

¹⁴El *estimador ideal* permitiría reconstruir una imagen a partir de un simple *pixel* (valor) en el caso extremo!

índices cuantitativos de los principales atributos de éstas, como son: *su nitidez, su contraste, su impureza y su calidad generales.*

La investigación que originó este documento y algunos experimentos complementarios nos permiten hacer extensivo el enfoque anterior en el ámbito de la restauración y poder afirmar que el meollo de ambos problemas radica en la construcción de estimadores confiables para los parámetros característicos.

En estas observaciones se basa nuestra insistencia sobre la conveniencia de atacar el problema de restauración-compresión usando un enfoque integral; a esta consideración, agregase el hecho que cualquier sistema de adquisición de imágenes resultaría sumamente beneficiado con cualquier solución rentable del mismo. En apego a estas afirmaciones, debemos enfatizar las ventajas inherentes del filtro anisotrópico parcial o de alguna versión acondicionada del filtro anisotrópico total.

La discusión precedente pone en evidencia la importancia que cobra el desarrollo e implantación de *estimadores competitivos* para dichos parámetros y su influencia en las prestaciones de los sistemas de restauración (y compresión) de los cuales son parte medular. Llegados a este punto, debemos destacar la trascendencia de la *calidad del modelo de las imágenes* en esas tareas y el impacto de la RSR_p en el desempeño de los estimadores citados.

Aunque, la filosofía propuesta y usada para aplicar el procesamiento multirresolución conlleva ventajas computacionales deseables, tiene un "pequeño defecto" pues considera que la información rescatada en cada resolución es "casi independiente" de las otras. Es obvio que esto actúa en detrimento de las prestaciones de los filtros de restauración construidos; entre mejor se aproveche dicha información mayor será la calidad perceptual de las imágenes restauradas.

Un empleo apropiado del procesamiento multirresolución permitirá construir estimadores más confiables, ¡que en sí es el problema fundamental de la restauración y de la compresión!

Las principales diferencias entre los esquemas de restauración existentes radican en: el tipo y calidad del modelo de las imágenes y en la confiabilidad de los estimadores de sus hiperparámetros, i.e., parámetros característicos de sus patrones típicos. El modelo repercute tanto en las prestaciones de dichas técnicas como en las bondades de los estimadores mencionados.

Es importante recalcar que los algoritmos propuestos (y existentes) se han empleado con éxito en varias clases de imágenes con diferentes tipos de contaminación (aditiva y multiplicativa) dando buenos dividendos; ésto sugiere una independencia parcial de la aplicación.

Los estudios sobre el problema de restauración (y también sobre la compresión) tienen gran impacto en los sistemas de adquisición de imágenes pues quizás algún día permitan alcanzar su perfección.

Para finalizar, quiero aclarar que gran parte de la terminología se escogió arbitrariamente; aunque, intente utilizar los vocablos más concomitantes con la jerga sajona respectiva. Muchos de ellos se eligieron después de ilustrativas charlas con algunos profesores de la DEPMI-UNAM [95] y al consultar los diccionarios respec-

tivos.

Bibliografía

- [1] LIRA-CHAVEZ, J., *LA PERCEPCIÓN REMOTA: nuestros ojos desde el espacio*, México, Fondo de Cultura Económica, S.A. de C.V., 1987, pp. 150.
- [2] JAIN, A.K., *FUNDAMENTALS OF DIGITAL IMAGE PROCESSING*, U.S.A., Prentice Hall, 1989, pp. 694.
- [3] SCHALKOFF, R.J., *DIGITAL IMAGE PROCESSING AND COMPUTER VISION*, Singapore, John Wiley & Sons, 1989, pp. 489.
- [4] LIM, J.S., *TWO DIMENSIONAL SIGNAL AND IMAGE PROCESSING*, U.S.A., Prentice Hall, 1990, pp. 694.
- [5] PRATT, W.K., *DIGITAL IMAGE PROCESSING*, 2/a. Ed., U.S.A., John Wiley & Sons, 1991, pp. 698.
- [6] GONZALEZ, R.C. y WINTZ, P., *DIGITAL IMAGE PROCESSING*, 2/a. Ed., U.S.A., Addison Wesley Publishing Co., 1987, pp. 503.
- [7] ROSENFELD, A. y KAK, A.C., *DIGITAL PICTURE PROCESSING*, 2/a. Ed., U.S.A., Academic Press Inc., 1982, vol. 1 y 2.
- [8] CHELLAPA, R. y SAWCHUCK, A.A., *DIGITAL IMAGE PROCESSING AND ANALYSIS, Vol. 1: digital image processing*, U.S.A., IEEE Computer Society Press, 1985, pp. 721.
- [9] CHELLAPA, R., *DIGITAL IMAGE PROCESSING*, U.S.A., IEEE Computer Society Press, 1992, pp. 801.
- [10] KATSAGGELOS, A.K., *DIGITAL IMAGE RESTORATION*, U.S.A., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991, pp. 243.
- [11] LAGENDIJK, R.L. y BIEMOND, J., *ITERATIVE IDENTIFICATION AND RESTORATION OF IMAGES*, U.S.A., Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 208.
- [12] SEZAN, M.I. y THOMPSON, B.J., *SELECTED PAPERS ON DIGITAL IMAGE RESTORATION*, U.S.A., SPIE The International Society for Optical Engineering, 1992, pp. 532.

- [13] ADREWS, H.C., *MONOCHROME DIGITAL IMAGE ENHANCEMENT*, Applied Optics, vol. 15, febrero, 1976, pp. 495-503.
- [14] WANG, D.C.C., VAGNUCCI, A.H. y LI, C.C., *DIGITAL IMAGE ENHANCEMENT: a survey*, Computer Vision Graphics and Image Processing, vol. 24, 1983, pp. 363-381.
- [15] DEMOMENT, G., *IMAGE RECONSTRUCTION AND RESTORATION: overview of common estimation structures and problems*, IEEE Trans. Acous., Speech and Signal Processing., vol. 37, No. 12, diciembre, 1989, pp. 2024-2036.
- [16] SEZAN, M.I. y TELKALP, A.M., *SURVEY OF RECENT DEVELOPMENTS IN DIGITAL IMAGE RESTORATION*, Optical Engineering, vol. 19, No. 5, mayo, 1990, pp. 393-404.
- [17] DAUGMAN, J., *SIX FORMAL PROPERTIES OF TWO DIMENSIONAL ANISOTROPIC VISUAL FILTERS: structural principles and frequency/orientation selectivity*, IEEE Trans. Syst. Man. Cibern., vol. 13, No. 5, septiembre-octubre, 1987, pp. 882-887.
- [18] KOENDERINK, J.J., *THE STRUCTURE OF IMAGES*, Biolog. Cibern., vol. 50, 1984, pp. 363-370.
- [19] YOUNG, R., *THE GAUSSIAN DERIVATIVE MODEL FOR SPATIAL VISION: I retina mechanisms*, Spatial Vision, vol. 2, 1987, pp. 273-293.
- [20] MARR, D. y HILDRETH, E., *THEORY OF EDGE DETECTION*, Proc. Roy. Soc. London, vol. B-207, 1998, pp. 187-217.
- [21] MARR, D., *VISION*, U.S.A., W.H. Freeman and Co. N.Y., 1982, pp. 397.
- [22] MARTENS, J.B., *THE HERMITE TRANSFORM: theory*, IEEE Trans. Acous., Speech and Signal Processing, vol. 38, No. 9, septiembre, 1990, pp. 1595-1606.
- [23] MARTENS, J.B., *THE HERMITE TRANSFORM: applications*, IEEE Trans. Acous., Speech and Signal Processing, vol. 38, No. 9, septiembre, 1990, pp. 1607-1617.
- [24] ESCALANTE-RAMÍREZ, B. y MARTENS, J.B., *NOISE REDUCTION IN COMPUTERIZED TOMOGRAPHY IMAGES BY MEANS OF POLYNOMIAL TRANSFORMS*, Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 3, No. 3, septiembre, 1992, pp. 272-285.
- [25] MARTENS, J.B., *DEBLURRING DIGITAL IMAGES BY MEANS OF POLYNOMIAL TRANSFORMS*, Comput. Vision Graphics Image Processing, vol. 50, 1990, pp. 157-176.

- [26] MARTENS, J.B., *ADAPTIVE IMAGE PROCESSING BY MEANS OF POLYNOMIAL TRANSFORMS*, in Human Vision, Visual Processing and Digital Display III, SPIE Proceedings, vol. 1666, febrero, 1992, pp.276-287.
- [27] KAYARGADDE, V., MARTENS, J.B., *ESTIMATION OF EDGE PARAMETERS AND IMAGE BLUR USING POLYNOMIAL TRANSFORMS*, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 56, No. 6, noviembre 1994, pp. 442-461.
- [28] LIRA-CHÁVEZ, J., ESCALANTE-RAMÍREZ, B. y GARCIA-UGALDE, F., *TEXTURE PROCESSING, ANALYSIS AND CODING IN SYNTHETIC APERTURE RADAR IMAGES*, Applications of Digital Image Processing XVIII, SPIE Proceedings, vol. 2564, julio, 1995, pp. 98-110.
- [29] VENEGAS-MARTÍNEZ, S., ESCALANTE-RAMÍREZ, B. y GARCIA-BARRETO, J.A., *IMAGE RESTORATION, DEBLURRING AND CODING BY MEANS OF POLYNOMIAL TRANSFORMS*, Applications of Digital Image Processing XVIII, SPIE Proceedings, vol. 2564, julio, 1995, pp.136-144.
- [30] VENEGAS-MARTÍNEZ, S., *PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES POR MEDIO DE TRANSFORMACIONES POLINOMIALES*, México, D.F., Tesis de Maestría, DEPI-UNAM, 1995, pp. 66.
- [31] KNUTSSON, H., WILSON, R y GRANLUND, G.H., *ANISOTROPIC NON-STATIONARY IMAGE ESTIMATION AND ITS APPLICATIONS PART 1: Restoration of noise images*, IEEE Trans. Commun., vol. 31, No. 3, marzo, 1983, pp. 388-397.
- [32] FREEMAN, W.T. y ADELSON, E.H., *THE DESIGN AND USE OF STEERABLE FILTERS*, IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. 13, No. 9, septiembre, 1991, pp. 891-906.
- [33] SIMONCELLI, E.P., FREEMAN, W.T. y ADELSON, E.H., *SHIFTABLE MULTISCALE TRANSFORMS*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, No. 2, marzo, 1992, pp. 587-607.
- [34] KUAN, D. T., SAWCHUCK, A.A., STRAND, T.C. y CHAVEL, P., *ADAPTIVE NOISE SMOOTHING FILTER FOR IMAGES WITH SIGNAL-DEPENDENT NOISE*, IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. PAMI-7, No. 2, marzo, 1985, pp. 165-177.
- [35] LEE, J.S., *DIGITAL IMAGE ENHANCEMENT AND NOISE FILTERING BY USE OF LOCAL STATISTICS*, IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. PAMI-2, No. 2, marzo, 1980, pp. 165-168.

- [36] JENG, F.C. y WOODS, J.W., *INHOMOGENEOUS GAUSSIAN IMAGE MODELS FOR IMAGE ESTIMATION AND RESTORATION*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-36, agosto, 1988, pp. 1305-1312.
- [37] SARI-SARRAF, H. y BRZAKOVIC, D., *AUTOMATED ITERATIVE NOISE FILTERING*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 39, No. 1, enero, 1991, pp. 238-242.
- [38] LEE, J.S., *REFINED FILTERING OF IMAGE NOISE USING LOCAL STATISTICS*, Comput. Graph. Image Processing, vol. 15, 1981, pp. 380-389.
- [39] CHAN, P. y LIM, J.S., *ONE DIMENSIONAL PROCESSING FOR ADAPTIVE IMAGE RESTORATION*, IEEE Trans. Acoust., Speech and Singnal Processing, vol. ASSP-33, No. 1, febrero, 1985, pp. 117-126.
- [40] LEE, J.S., *SMOOTHING AND THE SIGMA FILTER*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 24, 1983, pp. 245-269.
- [41] LEE, J.S., *A SIMPLE SPECKLE SMOOTHING ALGORITHM FOR SYNTHETIC APERTURE RADAR IMAGES*, IEEE Trans. Sys., Man and Cybern., vol. SMC-13, No. 1, enero-febrero, 1983, pp. 85-89.
- [42] FANG, M., KAO, C.M. y SINGH, A., *ADAPTIVE EDGE PRESERVING REGULARIZATION FOR PET IMAGE RECONSTRUCTION*, SPIE Proceedings Image Processing, vol. 2167, 1994, pp. 246-257.
- [43] MEER, P., PARK, R.H. y CHO, K., *MULTIRESOLUTION ADAPTIVE IMAGE SMOOTHING*, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 56, No. 2, marzo, 1994, pp. 140-148.
- [44] ANDERSON, G.L., NETRAVALI, A.N., *IMAGE RESTORATION BASED ON A SUBJECTIVE CRITERION*, IEEE Sys. Man and Cybern., vol. SMC-6, No. 12, diciembre, 1976, pp. 845-853.
- [45] TRUSELL, H.J., *A FAST ALGORITHM FOR IMAGE SMOOTHING BASED ON A SUBJECTIVE CRITERION*, IEEE Sys. Man and Cybern. vol. SMC-7, No. 9, septiembre, 1977, pp. 677-678.
- [46] KAJALA, S.A. y FIGUEREIDO, R.J.P., *ADAPTIVE NONLINEAR IMAGE RESTORATION BY MODIFIED KALMAN FILTERING APPROACH*, IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing, vol. ASSP-29, No. 5, octubre, 1981, pp. 1033-1042.
- [47] ABRAMATIC, J.F. and SILVERMAN, L.M., *NONLINEAR RESTORATION OF NOISY IMAGES*, IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. PAMI-4, No. 2, marzo, 1982, pp. 626-634.

- [48] PERONA, P. y MALIK, J., *SCALE-SPACE AND EDGE DETECTION USING ANISOTROPIC DIFFUSION*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-12, No. 7, julio, 1990, pp. 629-639.
- [49] SAINT-MARC, P., CHEN, J.S. y MEDIONI, G., *ADAPTIVE SMOOTHING: a general tool for early vision*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-13, No. 6, junio, 1991, pp. 514-529.
- [50] NITZBERG, M. y SHIOTA, T., *NON-LINEAR IMAGE FILTERING WITH EDGE AND CORNER ENHANCEMENT*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-14, No. 8, agosto, 1992, pp. 826-833.
- [51] STEEN, E. y OLSTAD, B., *SCALE-SPACE AND BOUNDARY DETECTION IN ULTRASONIC IMAGING USING NONLINEAR SIGNAL ADAPTIVE ANISOTROPIC DIFFUSION*, Image Processing, SPIE Proceedings, vol. 2167, 1994, pp. 116-127.
- [52] NORDSTROÖM, K.N., *BIASED ANISOTROPIC DIFFUSION: a unified regularization and diffusion approach to edge detection*, Image and Vision Computing, vol. 8, No. 4, noviembre, 1990, pp. 318-327.
- [53] GEMAN, S. y GEMAN, D., *STOCHASTIC RELAXATION, GIBBS DISTRIBUTIONS, AND THE BAYESIAN RESTORATION OF IMAGES*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell, vol PAMI-6, No. 6, noviembre, 1984, pp. 721-741.
- [54] JENG, F.C. y WOODS, J.W., *COMPOUND GAUSS-MARKOV RANDOM FIELDS FOR IMAGE ESTIMATION*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 39, No. 3, marzo, 1991, pp. 683-697.
- [55] CHELLAPPA, R. y JAIN, A., *MARKOV RANDOM FIELDS: theory and application*, U.S.A., Academic Press, 1993, pp. 581.
- [56] MARROQUIN, J.L., *DETERMINISTIC INTERACTIVE PARTICLE MODELS FOR IMAGE PROCESSING AND COMPUTER GRAPHICS*, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 55, No. 5, septiembre, 1993, pp. 408-417.
- [57] MARROQUIN, J.L., *PROBABILISTIC SOLUTION OF INVERSE PROBLEMS*, TR-860, Artificial Intelligence Lab., MIT, 1985, pp. 200.
- [58] MALLAT, S.G., *A THEORY FOR MULTIREOLUTION SIGNAL DECOMPOSITION: the wavelet representation*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. vol. PAMI-11, No. 7, julio, 1989, pp. 674-693.

- [59] MALLAT, S.G., *MULTIFREQUENCY CHANNEL DECOMPOSITIONS OF IMAGES AND WAVELET MODELS*, IEEE Trans. Acous. Speech Signal Processing, vol. 37, No. 12, diciembre, 1989, pp. 2091-2110.
- [60] MALLAT, S.G., *ZERO CROSSINGS OF A WAVELET TRANSFORM*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 37, No. 4, julio, 1991, pp. 1019-1033.
- [61] MALLAT, S.G. y HWANG, W.L., *SINGULARITY DETECTION AND PROCESSING WITH WAVELETS*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, No. 2, marzo, 1992, pp. 617-643.
- [62] MALLAT, S.G., *CHARACTERIZATION OF SIGNALS FROM MULTISCALE EDGES*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-14, No. 7, julio, 1992, pp. 710-732
- [63] DONOHO, D.L., *DE-NOISING BY SOFT-THRESHOLDING*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, No. 3, mayo, 1995, pp. 613-627.
- [64] XU, Y, WEAVER, J.B., HEALY, D.M. Jr. y LU, J. *WAVELET TRANSFORM DOMAIN FILTERS: spatially selective noise filtration technique*, IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, No. 6, noviembre, 1994, pp. 747-758.
- [65] BANHAM, M.R., GALATSANOS, N.P., GONZÁLEZ, H.L. y KATSAGGELLOS, A.K., *MULTICHANNEL RESTORATION OF SINGLE CHANNEL IMAGES USING A WAVELET BASED SUBBAND DECOMPOSITION*, IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, No. 6, noviembre 1994, pp. 821-833.
- [66] RANCHIN, T. y CAUNNEAU, F., *SPECKLE REDUCTION IN SYNTHETIC APERTURE RADAR IMAGERY USING WAVELETS*, Mathematical Imaging, SPIE Proceedings, vol. 2034, pp. 432-441.
- [67] SOLTANIAN-ZADEH, H., WINDHAM, J.P. y YAGLE, E., *A MULTIDIMENSIONAL NON LINEAR EDGE PRESERVING FILTER FOR MAGNETIC RESONANCE IMAGE RESTORATION*, IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, No. 2, febrero, 1995, pp. 147-161.
- [68] PETERS, R.A., *A NEW ALGORITHM FOR IMAGE NOISE REDUCTION USING MATHEMATICAL MORPHOLOGY*, IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, No. 5, mayo, 1995, pp. 554-568.
- [69] MARAGOS, P.A. y SCHAFER, R.W., *MORPHOLOGICAL SKELETON REPRESENTATION AND CODING OF BINARY IMAGES*, IEEE Trans. Acous. Speech Signal Processing, vol ASSP-34, No. 5, octubre, 1986, pp. 1228-1244.

- [70] MARAGOS, P.A. y SCHAFER, R.W., *MORPHOLOGICAL FILTERS -PART I: their set-theoretic analysis and relations to linear shift-invariant filters*, IEEE Trans. Acous. Speech Signal Processing, vol. ASSP-35, No. 8, agosto, 1987, pp. 1153-1169.
- [71] MARAGOS, P.A. y SCHAFER, R.W., *MORPHOLOGICAL FILTERS -PART II: their relations to median order-statistics, and stack filters*, IEEE Trans. Acous. Speech Signal Processing, vol. ASSP-35, No. 8, agosto, 1987, pp. 1170-1184.
- [72] EGGER, O., LI, W. y KUNT, M., *HIGH COMPRESSION IMAGE CODING USING AN ADAPTIVE MORPHOLOGICAL SUBBAND DECOMPOSITION*, IEEE Proceedings, vol. 83, No. 2, febrero, 1995, pp. 272-287.
- [73] HENDEE, W.R. y WELLS, P.N.T., *THE PERCEPTION OF VISUAL INFORMATION*, U.S.A., Springer-Verlag N.Y., 1993, pp. 343.
- [74] ESCALANTE-RAMÍREZ, B., *PERCEPTUALLY-ASSESSED DIGITAL PROCESSING OF MEDICAL IMAGES*, Eindhoven, The Netherlands, Ph. D. Thesis, Institute for Perception Research (IPO) of Eindhoven University of Technology, 1992, pp. 116.
- [75] KAYARGADDE, V., *FEATURE EXTRACTION FOR IMAGE QUALITY PREDICTION*, Eindhoven, The Netherlands, Ph. D. Thesis, Institute for Perception Research (IPO) of Eindhoven University of Technology, 1995, pp. 182.
- [76] ESCALANTE-RAMÍREZ, B. y LIRA-CHÁVEZ, J., *PERFORMANCE-ORIENTED ANALYSIS AND EVALUATION OF MODERN ADAPTIVE SPECKLE REDUCTION TECHNIQUES IN SAR IMAGES*, Visual Information Processing V, SPIE Proceedings, vol. 2753, abril, 1996, pp. 18-27.
- [77] ROUFS, J.A.J., *PERCEPTUAL IMAGE QUALITY: concept and measurement*, Philips Journal Research, vol. 47, 1992, pp. 35-62.
- [78] REEVES, S.J. y HIGDON, A.C., *PERCEPTUAL EVALUATION OF THE MEAN SQUARE ERROR CHOICE OF REGULARIZATION PARAMETER*, IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, No. 1, enero, 1995, pp. 107-110.
- [79] OLSEN, S.I., *ESTIMATION OF NOISE IN IMAGES: an evaluation*, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 55, No. 4, julio, 1993, pp. 319-323.
- [80] WU, W.Y., WANG, M.J.J. y LIU, M., *PERFORMANCE EVALUATION OF SOME NOISE REDUCTION METHODS*, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 54, No. 2, marzo, 1992, pp. 134-146.

- [81] LOPES, A., TOUZI, R. y NEZRY, E., *ADAPTIVE SPECKLE FILTERS AND SCENE HETEROGENEITY*, IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing, vol. 28, No. 6, noviembre, 1990, pp. 992-1000.
- [82] DU BUF, J.M.H. y CAMPBELL, T.G., *A QUANTITATIVE COMPARATION OF EDGE PRECERVING SMOOTHING TECHNIQUES*, Signal Processing, vol. 21, 1990, pp. 289-301.
- [83] MASTIN, G.A., *ADAPTIVE FILTERS FOR DIGITAL IMAGE NOISE SMOOTHING: an evaluation*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 31, 1985, pp. 103-121.
- [84] CHIN, R.T.y YEH, C.L., *QUANTITATIVE EVALUATION OF SOME EDGE-PRESERVING NOISE-SMOOTHING TECHNIQUES*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 23, 1983, pp. 67-91.
- [85] RANGANATH, S., *IMAGE FILTERING USING MULTIREOLUTION REPRESENTATIONS*, IEEE Trans Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-13, No. 5, mayo, 1991, pp. 426-440.
- [86] ESCALANTE-RAMÍREZ, B., MARTENS, J.B. y RIDDER, H., *MULTIDIMENSIONAL CHARACTERIZATION OF THE PERCEPTUAL QUALITY OF NOISE-REDUCED COMPUTED TOMOGRAPHY IMAGES*, Journal Visual Communication and Image Representation, vol. 6, No. 4, diciembre, 1995, pp. 317-334.
- [87] JAIN, A., *IMAGE DATA COMPRESSION: a review*, IEEE Proceedings, vol. 69, No. 3, marzo, 1981, pp. 249-389.
- [88] KUNT, M., IKONOMOPOULOS, A. y KOCHER, M., *SECOND-GENERATION IMAGE CODING TECHNIQUES*, IEEE Proceedings, vol. 73, No. 4, abril, 1985, pp. 545-574.
- [89] MARTENS, J.B., *APPLICATION OF SCALE SPACE TO IMAGE CODING*, IEEE Trans. Commun., vol. 38, No. 9, septiembre, 1990, pp. 1585-1591.
- [90] VIVEROS-CANCINO, O., *CODIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE IMÁGENES POR MEDIO DE CARACTERIZACIÓN PARAMÉTRICA USANDO LA TRANSFORMADA POLINOMIAL*, México, D.F., Tesis de Maestría, DEPI-UNAM, 1996, pp. 100.
- [91] CHA, H, y CHAPARRO, L.F., *MORPHOLOGICAL POLYNOMIAL TRANSFORM*, IEEE Proceedings Image and Multidimensional Signal Processing, vol. V, ICASSP-1993, 173-176.

- [92] LÓPEZ-MIRANDA, J.R., *ALGORITMOS PARA REALCE Y RESTAURACIÓN DE IMÁGENES CON DEGRADACIÓN ESTADÍSTICA EN EL DOMINIO DE LA TRANSFORMADA POLINOMIAL HERMITIANA*, Reporte Técnico de Investigación, DEPFI-UNAM, mayo, 1996, pp. 300.
- [93] LÓPEZ-MIRANDA, J.R. y ESCALANTE-RAMÍREZ, B., *EDGE-ORIENTATION BASED NOISE-REDUCTION WITH POLYNOMIAL TRANSFORMS*, Applications of Digital Image Processing XIX, SPIE Proceedings, vol. 2847, agosto, 1996, en impresión.
- [94] CRISTOBAL, G., CHAGOYEN, M., ESCALANTE-RAMÍREZ, B. y LÓPEZ-MIRANDA, J.R., *WAVELET-BASED DENOISING METHODS. A COMPARATIVE STUDY WITH APPLICATIONS IN MICROSCOPY*, Wavelet Applications in Signal and Image Processing IV, vol. 2849, agosto, 1996, en impresión.
- [95] LEPE-CASILLAS, F., *CONVERSACIONES PRIVADAS*, DEPFI-UNAM, 1996.
- [96] LÓPEZ-MIRANDA, J.R. y VENEGAS-MARTÍNEZ, S., *RESTAURACIÓN ANISOTRÓPICA Y COMPRESIÓN DE IMÁGENES EN EL DOMINIO DE LAS TRANSFORMACIONES POLINOMIALES*, CIE/96, septiembre, 1996, en impresión.