



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales  
"ARAGON"

"BASES PARA EL DISEÑO  
DE MUROS DE RETENCION"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

TEODORO RODRIGUEZ FLORES

DIRECTOR DE TESIS  
ING. AMILCAR GALINDO SOLORZANO

**ENEP**  
ARAGON

SAN JUAN DE ARAGON, EDO. DE MEX. 1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

35  
24



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



35  
24

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales  
"ARAGON"

"BASES PARA EL DISEÑO  
DE MUROS DE RETENCION"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

TEODORO RODRIGUEZ FLORES



**ENEP**  
ARAGON

DIRECTOR DE TESIS  
ING. AMILCAR GALINDO SOLORIZANO

SAN JUAN DE ARAGON, EDO. DE MEX. 1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN  
DIRECCION

TEODORO RODRIGUEZ FLORES  
PRESENTE.

En contestación a su solicitud de fecha 26 de junio del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Ing. AMILCAR GALINDO SOLÓRZANO pueda dirigirse el trabajo de Tesis denominado "BASES PARA EL DISEÑO DE MUROS DE RETENCIÓN", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"  
San Juan de Aragón, México, 29 de junio de 1995

M en I CLAUDIO C. MENDOZA CASTRO



c c p Jefe de la Unidad Académica.  
c c p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil.  
c c p Asesor de Tesis.

CCMC'AIR'la.

**A DIOS:**

Te agradezco infinitamente por darme la oportunidad de vivir,  
por su compañía, por ayudarme a realizar este trabajo.  
Señor gracias por todo lo que me has regalado.

**A MIS PADRES:**

Francisco Rodríguez Marino y Estefanía Flores Muñoz.  
Con cariño y admiración por todo el apoyo que siempre  
me han brindado; gracias a esto he podido culminar una  
de mis metas, la cual constituye la herencia más valiosa  
que unos padres pueden dejar a sus hijos.

**A MIS HERMANOS:**

Catalina, Ma. Fidelidad, Delfina, Juan Luis, Guernardo  
y Ma. Dolores, con quienes he compartido momentos buenos  
y malos en diferentes etapas de mi vida. Gracias hoy a ustedes  
por ser como son, por su manera de pensar y por el apoyo  
que siempre me dieron.

**A LOS INGENIEROS:**

Agustín Berninighi Colina, Luis González Sánchez  
y Jesús Manuel Martínez U., por su valiosa ayuda  
y atenciones, que siempre mostraron en todo momento.

**AL INGENIERO:**

Enrique Galindo Solerzano, mi agradecimiento por su  
dirección en la realización de este trabajo.

**EN GENERAL:**

A todas las personas que de una u otra manera contribuyeron en alcanzar esta meta.

## INDICE

	Página
Introducción.....	1
<b>I. Clasificación .....</b>	<b>3</b>
<b>I.a. Estructuras rígidas.....</b>	<b>5</b>
<b>I.b. Estructuras flexibles .....</b>	<b>11</b>
<b>II. Empuje de tierras en estructuras rígidas.....</b>	<b>19</b>
<b>II.a. Teoría de Rankine .....</b>	<b>21</b>
<b>II.b. Teoría de Coulomb .....</b>	<b>40</b>
<b>II.c. Método semiempírico de Terzaghi.....</b>	<b>47</b>
<b>II.d. Método de Culmann modificado para análisis por sismo en muros de retención.....</b>	<b>55</b>
<b>III. Diseño de estructuras rígidas.....</b>	<b>61</b>
<b>III.a. Dimensionamiento de muros.....</b>	<b>70</b>
<b>III.b. Sistema de drenaje.....</b>	<b>77</b>
<b>III.c. Diseño de un muro de gravedad.....</b>	<b>79</b>
<b>III.d. Diseño de un muro en voladizo .....</b>	<b>96</b>
<b>III.e. Diseño de un muro con contrafuertes .....</b>	<b>117</b>
<b>IV. Empuje de tierras en estructuras flexibles.....</b>	<b>141</b>
<b>IV.a. Empuje de tierras contra una tablestaca apuntalada.....</b>	<b>143</b>
<b>IV.b. Empuje de tierras contra una tablestaca anclada.....</b>	<b>147</b>

<b>V. Diseño de estructuras flexibles.....</b>	<b>152</b>
<b>V.a. Diseño de una tablestaca apuntalada de concreto armado.....</b>	<b>160</b>
<b>V.b. Diseño de una tablestaca anclada.....</b>	<b>181</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>198</b>
<b>Anexo.....</b>	<b>199</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>204</b>



## I N T R O D U C C I O N

En numerosas obras de ingeniería civil se requieren estructuras de contención, cuyo principal objetivo es impedir que un material invada determinada zona al derramar adoptando su talud natural de reposo.

Los materiales que se contienen son terracerías formadas por excavaciones, desmontes o por terraplenes artificiales; o bien otros materiales como granos minerales y líquidos.

En esta tesis nos referiremos únicamente a las estructuras de contención de tierras, que son las de uso más frecuente.

Estas estructuras se clasifican tradicionalmente en rígidas y flexibles. Se entiende por estructuras rígidas de contención aquéllas en las que los empujes del suelo sobre la estructura dependen de las características propias del suelo y son independientes de las características de la propia estructura.

En cambio, las estructuras flexibles se caracterizan porque existe una interacción entre suelo y estructura, de tal modo que los empujes de tierra dependen de las rigideces del suelo y de la estructura.

Esta tesis consta de cinco capítulos. En el primero de ellos se abundará sobre la clasificación en estructuras de contención rígidas y flexibles, describiendo los tipos más usuales en cada una de ellas.

Tomando en cuenta que el principal problema para el diseño de una estructura de contención es la determinación del empuje de tierras, en el capítulo segundo y cuarto de esta tesis se presentan las teorías más difundidas de la Mecánica de Suelos para la evaluación de este empuje - en diferentes casos prácticos.

Como complemento a lo anterior, en los capítulos tercero y quinto se presentan los procedimientos de diseño de estructuras rígidas y flexibles respectivamente, desarrollando para mayor claridad ejemplos numéricos en cada caso. En estos ejemplos se han aplicado las disposiciones del nuevo Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, - promulgadas en julio de 1987, así como las Normas Técnicas Complementarias de dicho Reglamento.

# C A P I T U L O I

## **CLASIFICACION**

Las estructuras de retención suelen clasificarse de acuerdo con dos normas de criterio, las que, a su vez, tienen mucho que ver con su comportamiento mecánico y con los campos de aplicabilidad de las teorías de empuje de tierras disponibles. Según el primer criterio, las estructuras pueden ser "rígidas" o "flexibles", según su deformabilidad ante las presiones ejercidas por el relleno. Si la forma de la estructura no cambia como resultado del empuje lateral, y la estructura sólo experimenta rotación o traslación en un todo, se dice que es rígida. En cambio, si la estructura sufre distorsión como consecuencia del empuje lateral de tierra, las deformaciones estructurales influyen en la magnitud y distribución del empuje, a estructuras de este tipo se les denomina flexibles.

Las estructuras rígidas serán denominadas aquí genéricamente como muros y las estructuras flexibles como tablestacas.

Según un segundo criterio las estructuras de retención se clasifican de acuerdo con el término de vida que se les señala, y pueden ser "permanentes" o "provisionales". Las estructuras de retención permanentes como su nombre lo indica retienen permanentemente el terreno circundante, mientras que las estructuras de retención provisionales son usadas únicamente durante el tiempo que tarda en construirse la obra principal.

Los muros son estructuras permanentes utilizados cuando la excavación a proteger también lo es. Se construyen principalmente con mampostería, concreto simple o concreto reforzado. Constituyen verdaderas unidades estructurales, que fallan como un conjunto, por lo que las irregularidades locales en la magnitud del empuje unitario no son de mayor importancia, pues sus consecuencias son pequeñas.

Las tablestacas son secciones verticales que se hincan en el terreno hasta el fondo para formar una pared o un enclaustramiento arriba del nivel de excavación, estas pueden ser estructuras permanentes o provisionales según la función a que se destinen, los primeros como ya se dijo retienen permanentemente el terreno, ejemplos de este tipo son las excavaciones para edificios o ferrocarriles subterráneos. Las tablestacas provisionales conocidas generalmente como ademes tiene una previsión de vida corta, o sea el tiempo que tarda en construirse la obra principal, se usan principalmente para detener las paredes inestables de las excavaciones, para cimientos de puentes, para detener paredes de excavaciones que se hacen para alojar obras de drenaje de grandes dimensiones, en túneles etc. Las tablestacas suelen construirse de madera, acero o concreto reforzado.

En este tipo de estructuras, contrariamente a las estructuras rígidas pueden fácilmente fallar en forma local, rompiéndose un puntal en alguna zona en que la concentración de presiones sea importante, lo cual pone en peores condiciones a los restantes puntales y puede conducir al desarrollo de un mecanismo de falla progresiva de todo el sistema.

### **I.a. ESTRUCTURAS RIGIDAS**

Se conoce como muro de contención Fig. (1.a-1) a toda estructura que sirve para mantener una diferencia en la elevación del terreno de un lado a otro de la misma. El material cuya superficie se encuentra a una mayor elevación y cuya presión contra el muro tiende a voltearlo se llama "relleno".

El lado del muro adyacente al relleno se designará como "cara interior" y al otro lado, "cara exterior".

La superficie inferior del apoyo se llama "base". Las partes prominentes de la parte inferior del muro se llaman, en el frente "pie" y en el lado opuesto "talón", y el material que se halla bajo la base, se le denominará "terreno de cimentación".

La inclinación de las caras (interior y exterior) de un muro se definirá por la relación entre la proyección horizontal y la vertical.

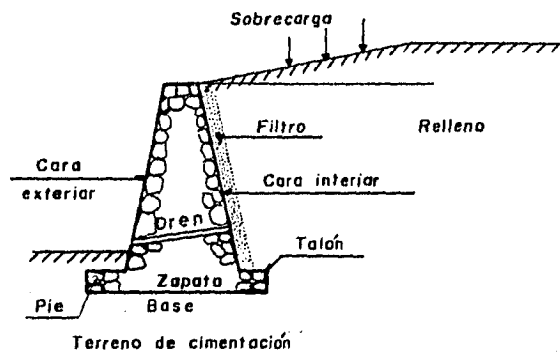
La pendiente de la superficie del relleno se expresará como la relación entre la proyección vertical y la horizontal.

El material que se encuentra sobre un plano horizontal que pase por el extremo superior del muro, así como cualquier carga adicional aplicada sobre el relleno, se llama "sobrecarga".

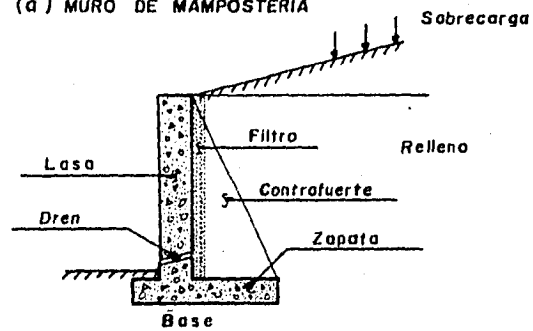
El filtro es un elemento de mayor permeabilidad que el relleno, colocado sobre la cara interior y comunica con la atmósfera por medio de drenes.

Los drenes son tubos que se ahogan en la pared del muro para desalojar, el agua introducida en el relleno.

Un contrafuerte es un elemento vertical de gran peralte que actúa como voladizo empotrado en la zapata de muros de concreto reforzado.



(a) MURO DE MAMPOSTERIA



(b) MURO DE CONCRETO

FIG. (1a-1) COMPONENTES DE UN MURO DE CONTENCION

En la Fig. (1.a-2) se muestran algunos usos comunes de las estructuras rígidas.

Las estructuras rígidas, conocidos como muros de contención suelen clasificarse en tres tipos principales: Muros de gravedad, muros en voladizo y muros con contrafuertes.

### **1) MUROS DE GRAVEDAD**

Este tipo de estructuras se caracterizan por que su peso propio es utilizado para equilibrar los efectos de las fuerzas horizontales producidas por el empuje de tierras. Se construyen principalmente de piedra o de concreto simple, ya que son materiales que pueden resistir esfuerzos de compresión, pero muy poca tensión, de manera que el proyecto debe atender principalmente a evitar tensiones. Para asegurarse que en cualquier punto, los esfuerzos sean de compresión, la resultante de las fuerzas en una sección del muro, debe pasar por el tercio medio de la misma.

Si el muro tiene la cara interior inclinada, el peso propio aumenta, debido al peso del material que descansa directamente sobre el talud, lo cual ayuda a disminuir los efectos provocados por el empuje y en consecuencia evitar el volteo.

En general los muros de gravedad resultan económicos para alturas máximas de 5.0 m.

### **2) MUROS EN VOLADIZO**

Son aquéllos que trabajan como vigas en voladizo, empotrados en su parte inferior a una zapata.

Estos muros son de concreto reforzado, y son utilizados cuando no se desea tener grandes volúmenes de muro y evitar con ello, la transmisión de mayores esfuerzos a la cimentación.

Su condición de equilibrio depende fundamentalmente de la base de sustentación del muro, ya que la zapata debe tener las dimensiones necesarias para evitar los efectos de volteo y deslizamiento.

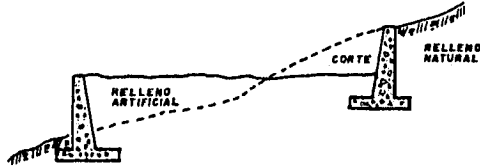
Estos muros son funcionales y económicos para alturas comprendidas entre los 3 y 10 m.



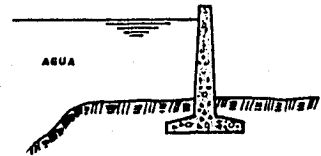
a) MURO TIPICO PARA TERRAPLEN PARA UN CAMINO O FERROCARRIL



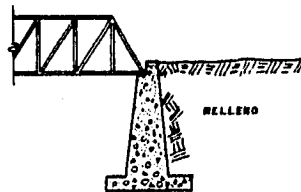
b) LECHO DE UN CANAL EN CORTE



c) SECCION EN BALCON PARA UN CAMINO O FERROCARRIL



d) MURO DE CONTENCIÓN PARA PROTECCIÓN DE AVENIDAS E INUNDACIONES



e) MURO COMO ESTRIBO PARA PUENTE

FIG. (1.a-2) USOS DE LOS MUROS DE CONTENCIÓN



### 3) MUROS CON CONTRAFUERTE

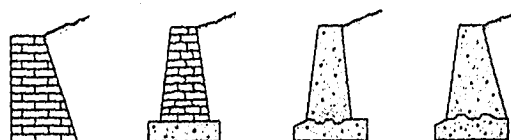
Los muros con contrafuertes consisten en una losa plana vertical soportada en los lados por medio de contrafuertes y en la base por la cimentación del muro. La losa pantalla así formada se analiza con tres apoyos continuos y uno libre. Los contrafuertes se colocan con el objeto de rigidizar al muro y reducir los elementos mecánicos que actúan sobre los tableros.

Este tipo de muros se construyen de concreto reforzado y son utilizados cuando la longitud del material por contener es grande, o bien cuando las presiones son altas. Se recomiendan para alturas mayores a 6 m.

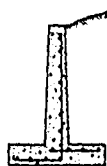
En cada caso particular, la conveniencia de adoptar uno u otro de los tres tipos de soluciones indicadas, vendrá condicionada por diversos factores tales como la extensión del espacio libre requerido, los precios de los materiales de construcción, la posibilidad de utilizar el terreno colindante, la altura y la longitud de la masa de material por contener, etc.

En la Fig. (1.a-3) se presentan esquemáticamente los tipos más comunes de los muros de retención.

Se supone que todos los muros deben soportar la presión de la tierra que contienen, pero usualmente no están proyectados para resistir la presión hidrostática, además de la presión de la tierra, por lo que deben estar provistos de buenos y adecuados sistemas de drenaje.



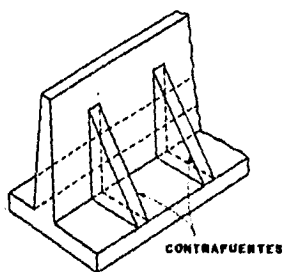
(a)



(b)



(c)



(d)

**FIG. (I.a-3) TIPOS DE MUROS DE RETENCION a) MUROS DE GRAVEDAD DE MAMPOSTERIA O CONCRETO SIMPLE. b) MURO EN CANTILIVER. c) MURO DE SEMIGRAVEDAD (CON PEQUEÑA CANTIDAD DE ACERO DE REFUERZO). d) MURO CON CONTRAFUERTES.**

## **L.b. ESTRUCTURAS FLEXIBLES**

Los ademes, las tablestacas apuntaladas y las tablestacas ancladas, son estructuras de contención de tierras que se consideran flexibles. Normalmente estas estructuras tienen una rigidez a la flexión relativamente pequeña, pero que están apoyadas a varias alturas por medio de anclas o puntales y también por el empotramiento que se les da hincándolos en el suelo abajo del nivel inferior de la excavación. En estas estructuras según veremos más adelante, los empujes, siguen una distribución de esfuerzos diferente a la que se utilizan para analizar las estructuras rígidas.

## **EXCAVACIONES APUNTALADAS**

El proyecto de muchas obras, principalmente en áreas urbanas congestionadas, se hacen de tal forma de abarcar la totalidad del espacio disponible o adyacente a estructuras ya existentes lo cual implica que al efectuar la excavación, esta deba hacerse verticalmente, bajo estas circunstancias será necesario emplear un sistema de entibación para soportar las paredes inestables de la excavación.

La profundidad de una excavación que se vaya a efectuar y la naturaleza del terreno en que se excave definen la magnitud del problema e incluso la necesidad del ademado y sus características.

En las excavaciones poco profundas (menor de 5 m), generalmente no suele requerirse precauciones especiales para el diseño y colocación del ademado. En cambio en las excavaciones profundas se requiere estudios particulares de gran extensión y una cuidadosa estimación de las presiones de tierra.

En excavaciones poco profundas, comúnmente se acostumbra hincar tabloncillos verticales alrededor del límite de la excavación propuesta, a los que se llama forro. La profundidad a la que

se hincan el forro se mantiene cerca del fondo al avanzar la excavación. El forro se mantiene en su lugar por medio de vigas horizontales llamados largueros, que a su vez están soportados por puntales horizontales que se extienden de costado a costado de la excavación. Si la excavación es demasiado ancha, los largueros pueden apoyarse en puntales inclinados. Para su uso se requiere que el suelo en la base de la excavación sea lo suficientemente firme para que de el soporte adecuado a los miembros inclinados.

En la Fig.(I.b-1), se muestran dos formas para el apuntalamiento en excavaciones poco profundas.

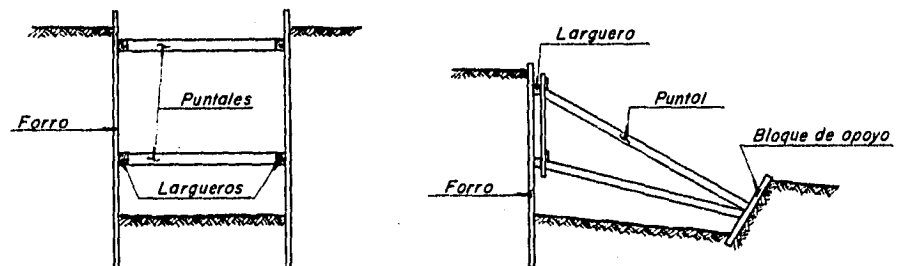


FIGURA (I.b-1)

Cuando la excavación es profunda, se requiere un sistema de entibación más completa, por lo que se pueden emplear los siguientes métodos:

- 1- Tablestacas verticales
- 2- Tableros horizontales
- 3- Muros construidos "in situ"

Cuando el suelo es muy blando y fluido, generalmente se emplea el tablestacado vertical como se muestra en la Fig. (I.b-2a). Se hincan tablestacas verticales de acero alrededor del límite de la excavación. A medida que se ejecuta la excavación de un nivel a otro, se colocan contra la tablestaca elementos horizontales, denominados largueros apoyados contra ellos en sentido transversal otros elementos denominados puntales. Este proceso continúa hasta que termina la excavación.

Cuando el suelo no es fluido se puede emplear el sistema de tabloneros horizontales Fig.(I.b-2b). El método consiste en hincar verticalmente a ciertos intervalos una serie de postes de acero de sección H, siguiendo el contorno de la excavación a efectuar a una profundidad mayor que el límite máximo de excavación. En seguida, el espacio entre esos elementos se reviste con tabloneros horizontales contra el terreno, que se van añadiendo conforme la excavación progresa, también, según la profundidad aumenta, deben asegurarse los elementos verticales con puntales de madera o acero, colocados transversalmente a la excavación y apoyados en largueros longitudinales.

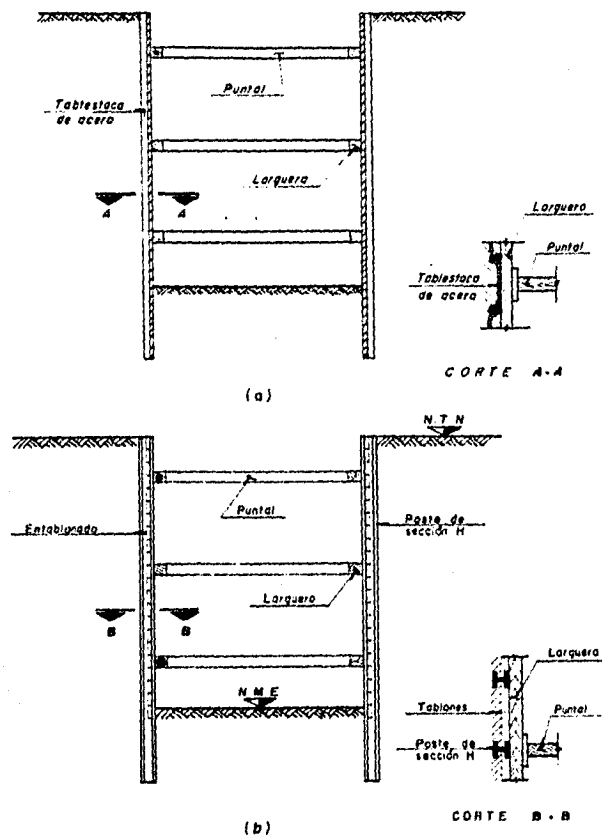


FIG. (I.b-2) METODOS DE ENTIBACIONES EN EXCAVACIONES PROFUNDAS

Si el ancho de la excavación profunda es demasiado grande para que permita el uso de puntales a través de toda la excavación, pueden usarse puntales inclinados, siempre que exista el apoyo adecuado para ellos.

Cuando existen obstrucciones que impiden la hinca de tablestacas o donde el choque y vibraciones producidas por dicha hinca sea objetable, se construyen tablestacas de concreto armado, colados "in situ".

El procedimiento constructivo de tablestacas colados in situ, consiste en excavar una zanja, con un cucharón de almeja provisto de una barra guía, la zanja así formada se mantiene rellena con lodo bentonítico, que tiene la propiedad de estabilizar las paredes de la zanja durante la excavación. Esta zanja rellena de pasta de arcilla, se excava en tramos generalmente de 5 a 6 metros de longitud y de 60 centímetros de espesor. Una vez terminada la excavación, el refuerzo del muro, previamente armado, se coloca a través de la pasta fluida. El concreto se coloca en la excavación de abajo hacia arriba por medio de una trompa de colado, con lo cual se va desplazando a el lodo bentonítico.

Una vez que los muros así formados adquieren la resistencia de proyecto, se excava el prisma de tierra comprendido entre las tablestacas, previo abatimiento del nivel de aguas freáticas (N.A.F.) mediante pozos profundos. Conforme la excavación progresa deben asegurarse las tablestacas con puntales colocados transversalmente a la excavación y apoyados contra la pared opuesta según lo muestra la Fig. (1.b-3). Cuando la excavación es demasiado ancha, las tablestacas pueden apoyarse con puntales inclinados.

Este tipo de muros, también conocidos con el nombre de muros milán se ha construido en excavaciones hasta de 20 m de profundidad. El muro así formado es lo bastante uniforme para que sirva como estructura principal permanente, colocándole un delgado revestimiento.

En la Fig. (1.b-3), se ilustra una excavación con tablestacas apuntaladas de concreto reforzado coladas "in situ". Las tablestacas construidas con el método anteriormente expuesto

generalmente están soportados por tres niveles de puntales, aunque pueden agregarse más niveles si así lo requiere el proyecto. Los puntales, comúnmente son de sección tubular laminados o armados, y son colocados dándoles una precarga con el objeto de reducir los movimientos del terreno adyacente.

Este tipo de excavaciones apuntaladas son típicas para la construcción de estaciones del metropolitano de la Ciudad de México.

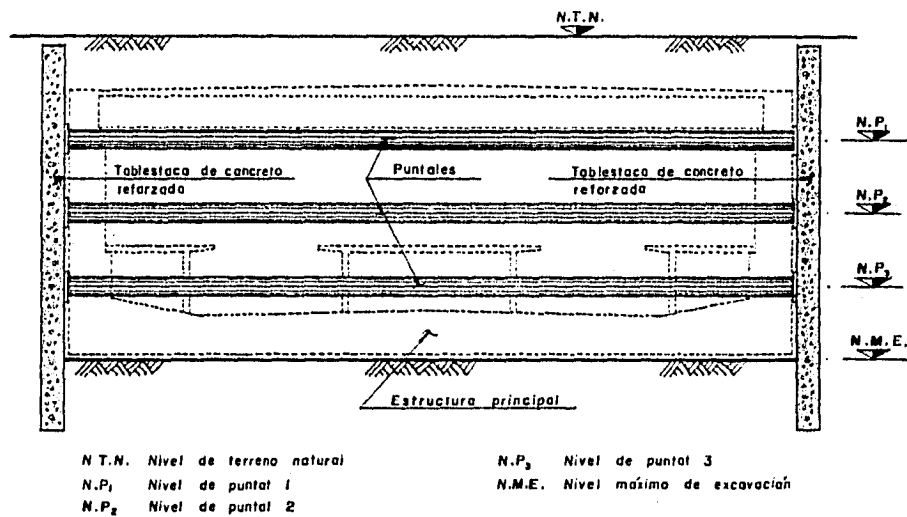


FIG.(I.b-3) SECCION TRANSVERSAL DE UNA EXCAVACION  
CON TABLESTACAS APUNTALADAS

## **TABLESTACAS ANCLADAS**

Un tipo habitual de estructuras de contención es el tablestacado anclado, el cual se construye generalmente en frontera con agua. Las tablestacas ancladas suelen utilizarse para formar diques ó muelles.

Este tipo de estructuras, normalmente se construyen de acero ya que resultan más fáciles de manipular e hincar aunque algunas veces se usan tablestacas de concreto precolado, reforzado ó presforzado.

Las tablestacas ancladas resisten lateralmente por su penetración en el terreno de cimentación y por un sistema de anclaje en la parte superior del mismo.

Dependiendo de la profundidad de hincado para un tipo de suelo dado, se agrupan en tablestacas de apoyo libre y de apoyo fijo. En el segundo caso la tablestaca se hinca lo suficiente como para que sólo pueda fallar por flexión o por deficiencia en el anclaje; las tablestacas de apoyo libre son las que no cumplen con estas condiciones.

De acuerdo con las características de su construcción, las tablestacas ancladas pueden ser de relleno o de dragado. Cuando la tablestaca anclada se construye en aguas abiertas y después se coloquen las anclas y el relleno detrás, se les llama de relleno; en el caso que se hincen las tablestacas, se instalen las anclas y después se drague la tierra situada en el frente, se les llama de dragado.

La elección de la longitud, sección de la tablestaca y del proyecto del sistema de anclaje es únicamente una parte del problema. También se ha de tener en cuenta la estabilidad de todo el conjunto frente a una falla general, en la que la superficie de deslizamiento podría pasar a través del relleno de tierras y bajo el extremo inferior del tablestacado.



Una tablestaca anclada tiene tres modos principales de falla:

1).- Falla general

Si la tablestaca se hince en un material cohesivo débil, el suelo subyacente puede experimentar una falla por capacidad de carga bajo el peso desequilibrado del material que está detrás. Los desplazamientos del terreno pueden tomar la forma de una falla general de tipo rotacional, abarcando la tablestaca y aún el anclaje, según se muestra en la Fig. (I.b-4). Las Fuerzas que tienden a causar la falla por capacidad de carga son el peso completo del suelo y el agua detrás de la tablestaca. El peso  $W_w$  y la presión lateral deben incluirse en las fuerzas resistentes.

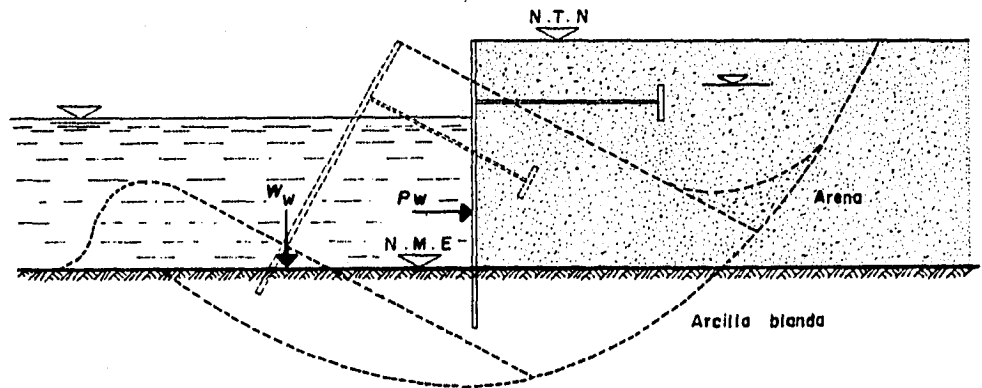


FIG. (I.b-4) FALLA DE UNA TABLESTACA POR FALTA DE CAPACIDAD DE CARGA EN EL SUELO SUBYACENTE

## 2) Falla en el anclaje

El sistema de anclaje puede fallar por las siguientes razones:

I) Por considerar en el diseño, fuerzas de tensión en las anclas menores que las reales.

II) Por sobrestimar la resistencia del anclaje.

III) Por colocar el sistema de anclaje muy cerca de la tablestaca, provocando que ésta se desplace junto con él sin garantizar la estabilidad.

## 3) Falla en el empotramiento

El empotramiento puede ser inadecuado, y por lo tanto, el suelo frente a la porción hincada puede fallar o experimentar movimientos laterales excesivos. Si el nivel freático detrás de la tablestaca está más alto que en el frente, el agua tiende a fluir hacia abajo detrás de la tablestaca y hacia arriba enfrente de la porción hincada, por lo tanto, las fuerzas de filtración ascendentes reducen apreciablemente la resistencia del suelo en el frente de la tablestaca, provocando el desplazamiento lateral de ella hasta llegar a la falla.

Estos tres tipos de falla que acabamos de mencionar, representan la gran mayoría de las que se producen en las tablestacas, en contraste, la falla de las tablestacas por flexión bajo la influencia de la presión de tierras, es muy rara.

## C APITULO II

### **EMPUJE DE TIERRAS EN ESTRUCTURAS RIGIDAS**

Los métodos teóricos para calcular el empuje de tierras sobre muros de contención, solamente se justifican en el caso en que se satisfagan las hipótesis siguientes:

- 1) El muro puede desplazarse por giro o deslizamiento en una distancia suficiente como para que se alcance a desarrollar toda la resistencia al corte del relleno o terraplén.
- 2) La presión de poro, dada por el agua, en un suelo no sumergido es despreciable.
- 3) Las constantes del suelo que aparecen en las fórmulas del empuje tienen valores definidos y pueden determinarse con exactitud.

Para satisfacer la primera condición es necesario que el muro no esté rígidamente soportado en su parte superior para que pueda ceder lo suficiente. Sin embargo, para que se satisfaga la segunda condición, el sistema de drenaje del relleno debe ser proyectado y construido con el mismo cuidado con que se construye el muro, de la misma manera para satisfacer la tercera condición, el material del relleno debe ser seleccionado y estudiado antes de ser proyectado el muro, así como también dicho material debe ser colocado con cuidado y no simplemente colocado ya que en este último caso no puede ser determinada, con la precisión requerida, la resistencia al esfuerzo cortante del suelo.

Si el relleno se coloca en estado suelto, o no es drenado en forma adecuada, sus propiedades cambian en cada estación y, durante el curso de cada año, pasa por estados de saturación parcial o total, alternados con estados de drenaje o desecación parcial. Todos estos procesos causan cambios cíclicos en el valor del empuje, cambios que no reciben atención alguna en las teorías clásicas del empuje de tierras.

En muros de contención para ferrocarriles o caminos sería antieconómico e impracticable ajustar el proyecto y la construcción de los mismos a las condiciones que requiere la teoría, por tal motivo dichos muros se proyectan en base a simples reglas semi-empíricas para estimar el empuje.

Si por el contrario, un muro de contención constituye la parte más importante de una obra grande, o si el muro es alto, suele ser más económico determinar las propiedades del relleno, utilizando procedimientos adecuados de construcción que aseguren los requerimientos teóricos necesarios para determinar el empuje.

Para proyectar muros de contención es necesario determinar la magnitud, dirección y punto de aplicación de las presiones que el suelo ejercerá sobre el muro.

### II. a. TEORIA DE RANKINE

W.J.M. RANKINE (Ingeniero escocés) fue el primero que hizo un -- planteamiento analítico para determinar el empuje de tierras.

Su teoría considera el caso particular de suelos no cohesivos, - para los cuales se puede considerar como exacta. Sin embargo, para -- otro tipo de suelos, la teoría es aproximada.

Según esta teoría, el empuje sigue una ley lineal que es directa -- mente proporcional a la profundidad, es decir, la línea de presiones - forma un triángulo, cuya resultante pasa a un tercio de la altura y es igual al área total del triángulo.

Como primera instancia para calcular los empujes activo y pasivo -- respectivamente, analicemos las condiciones de equilibrio límite de -- los suelos.

Supongamos una masa de suelo con peso propio, limitada por una - superficie horizontal y de extensión infinita hacia abajo. Considérese un elemento de suelo de altura "dz" situado en el interior de dicho se -- mi-espacio de suelo en reposo, Fig. (II.a-1). En tal condición, la pre -- sión vertical efectiva actuante sobre la estructura del elemento es:

$$pv = \gamma z$$

donde  $\gamma$  representa el peso específico correspondiente al estado en que se encuentre el medio. Bajo la presión vertical el elemento de suelo - se presiona lateralmente y se origina así un esfuerzo horizontal,  $ph$ , que, con base a la experiencia, se ha aceptado como directamente pro -- porcional al esfuerzo vertical, así:

$$Ph = K_0 \gamma z$$

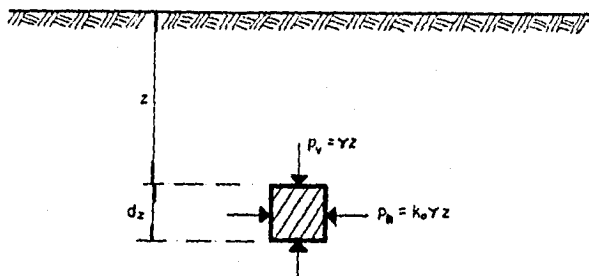


FIG. (II.a-1) ESFUERZOS HORIZONTAL Y VERTICAL EN UNA MASA DE SUELO A LA PROFUNDIDAD "Z"

El factor de proporcionalidad  $K_0$ , llamado "coeficiente de presión de tierras en reposo", ha sido determinado experimentalmente en el laboratorio y en el campo, observándose, que para arenas sueltas  $K_0$  tiene un valor de 0.4 y de 0.8 para arenas apisonadas, una arena natural compacta suele tener un  $K_0$  igual a 0.5.

A partir de estas condiciones de esfuerzos en reposo círculo I - de la Fig. (II.a-2), se puede llegar a la falla por dos caminos de interés práctico. Primeramente imaginemos que el depósito de suelo se expande en dirección horizontal. Cualquier elemento de suelo se comportará como una muestra en una prueba triaxial en la que la presión lateral se reduce mientras que el esfuerzo axial permanece constante, aquí el esfuerzo principal menor es  $\sigma_3 = P_h = K_0 \gamma z$ , que es la presión hori

zontal, mientras que el esfuerzo principal mayor es  $\sigma_1 = P_v = \gamma z$ . Cuando la presión horizontal disminuye hasta un cierto valor, se movilizará toda la resistencia al corte del suelo. No será posible una mayor disminución a la presión horizontal. La presión horizontal correspondiente a este estado se denomina presión activa y la relación entre la presión horizontal y la vertical se designa como "coeficiente de presión activa" y está representado por el símbolo  $K_a$ .

La Fig. (II.a-2) muestra el círculo 2 de falla correspondiente al estado de presión activa en el suelo. A partir del cálculo de los esfuerzos en la falla durante una prueba triaxial se puede llegar a establecer que el cociente entre los esfuerzos horizontal y vertical valen en este caso:

$$K_a = \frac{P_h}{P_v} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \phi/2)$$

Supongamos ahora que el suelo es comprimido en dirección horizontal. Cualquier elemento de suelo se encontrará ahora en el estado de una muestra triaxial fallada aumentando la presión lateral mientras se mantiene constante el esfuerzo vertical, en este caso el esfuerzo vertical  $\sigma_3 = P_v = \gamma z$  es el principal menor, y el esfuerzo principal mayor es  $\sigma_1 = P_h = K_p \gamma z$ , que es la presión horizontal. La presión horizontal no puede aumentarse más allá de un cierto valor denominado presión pasiva.

La relación entre la presión horizontal y la vertical se denomina "coeficiente de presión pasiva"  $K_p$ .

La Fig. (II.a-2) muestra también el círculo 3 de falla correspondiente al estado de presión pasiva en el suelo, siendo en este caso la magnitud:

$$K_p = \frac{P_h}{P_v} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \phi/2)$$

Así pues, podemos decir que de acuerdo con Rankine, un suelo está en estado plástico, cuando se encuentra en estado de falla incipiente generalizado, así, de acuerdo con lo anterior, caben dos estados plásticos. El que se tiene cuando el esfuerzo horizontal alcanza el valor mínimo  $K_a \gamma z$  y el que ocurre cuando dicha presión llega al valor máximo  $K_p \gamma z$ . Estos estados denominados respectivamente activo y pasivo de Rankine constituyen los estados límite del equilibrio en los suelos.

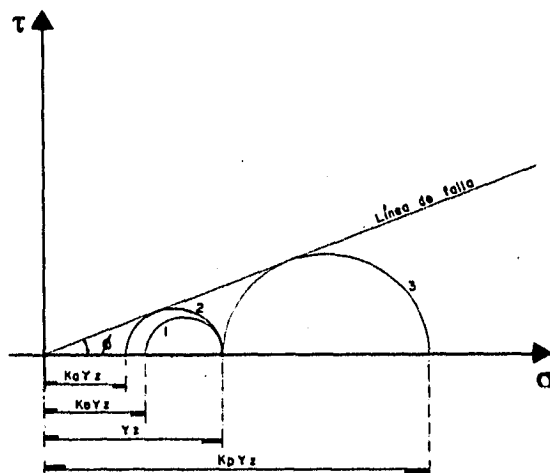


FIG.(II.a-2) ESTADOS DE RANKINE EN SUELOS FRICCIONANTES

Los dos casos de estados plásticos expuestos anteriormente parecen tener una correspondencia con la realidad ingenieril que los hace de interés práctico.

Considérese un muro cuyo relleno se supone originalmente en reposo, el relleno es de superficie horizontal, la pared del muro en contacto con el suelo es vertical, y no existen esfuerzos tangenciales entre el paramento vertical del muro y el suelo. Dicho muro podrá ser



llevado a la falla de dos maneras. Una por el empuje del relleno, cediendo la estructura hacia su frente; otra, por algún empuje exterior, incrustándose el muro en el relleno.

Rankine pensó que, bajo el empuje del relleno, el muro cede y se desplaza, disminuyendo la presión del relleno a valores abajo del correspondiente al reposo; esto haría que la masa de suelo desarrolle su capacidad de autosustentación, por medio de los esfuerzos cortantes generados. Si el muro cede lo suficiente, la presión horizontal puede llegar a ser la activa, valor mínimo que no puede disminuirse aun cuando el muro ceda más a partir del instante de su aparición.

Así, se podría razonar que, con que se proyectase un muro para resistir la presión activa, se garantizaría su estabilidad, siempre y cuando el muro pudiese ceder lo suficiente como para que, en última instancia, se desarrolle dicha presión activa.

De manera análoga se podría razonar para el caso en que el muro se desplace contra el suelo, por medio de una fuerza exterior suficiente como para que llegue a desarrollarse la presión pasiva, en cuyo caso se podrá diseñar la estructura contando con la máxima resistencia del suelo.

Tanto en el estado activo como en el pasivo las zonas de suelos - adyacentes a un muro sin fricción, que están en estado de falla por cor tante o en equilibrio plástico, forman cuñas planas Fig. (II.a-3).

Como el ángulo entre el plano de falla y el plano principal mayor es  $\theta = (45^\circ + \phi/2)$ , la falla está limitada en el estado activo por un - plano que forma el ángulo  $\theta$  con el plano horizontal, y en el estado pasivo por un plano que forma el ángulo  $\theta$  con el plano vertical. En ambos - casos existe dentro de las cuñas un número infinito de planos de falla que forman ángulos  $\theta$  con el plano principal mayor.

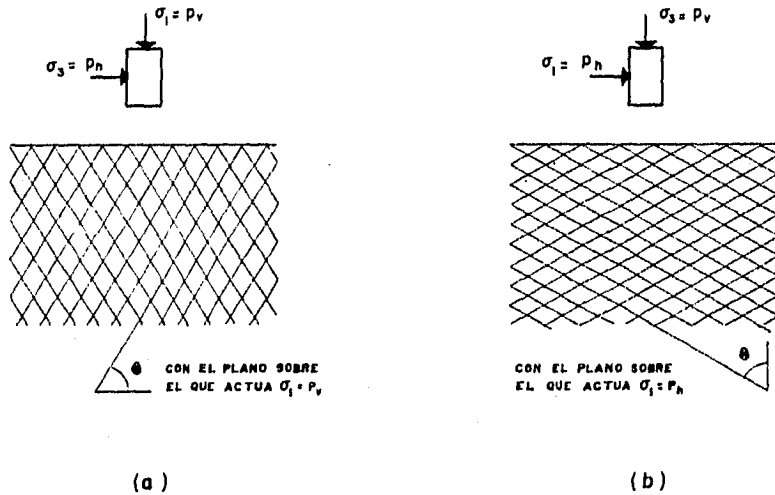
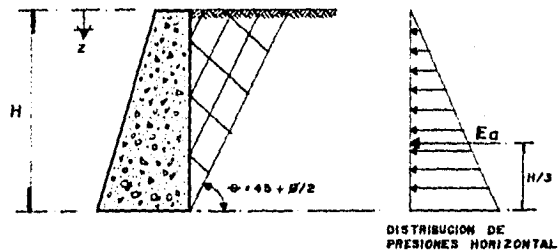


FIG. (II.a-3) ORIENTACION DE LOS PLANOS DE FALLA EN LOS ESTADOS DE RANKINE. a) ESTADO ACTIVO, b) ESTADO PASIVO.

### FORMULAS PARA LOS EMPUJES EN SUELOS FRICCIONANTES

Para el cálculo de los empujes sobre los muros de contención, se consideran en seguida los siguientes casos:

- 1) La superficie del relleno es horizontal



Para el estado plástico activo, la presión horizontal a una determinada profundidad "z", medida desde la superficie del relleno horizontal, puede determinarse mediante la siguiente expresión:

$$P_a = K_a \gamma z$$

El empuje total por unidad de longitud que actúa sobre el muro será:

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

Para el estado plástico pasivo se tiene:

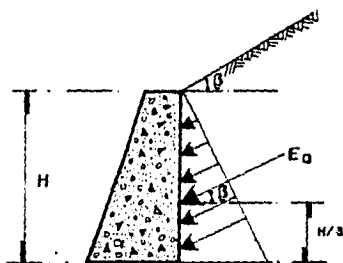
$$P_p = K_p \gamma z$$

$$E_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Los empujes totales  $E_a$  y  $E_p$ , actúan en un punto situado a  $1/3$  de  $H$ , medido a partir de la base.

2) La superficie del relleno es inclinada.

Para el caso de que la superficie del relleno sea un plano inclinado a un ángulo  $\beta$  con la horizontal, los empujes activo y pasivo se calculan por medio de las fórmulas:



$$P_a = \gamma z \left[ \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right]$$

$$P_p = \gamma z \left[ \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right]$$

para los empujes totales tenemos:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right]$$

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right]$$

En vista de que las distribuciones de presiones son lineales y su dirección es paralela a la superficie del relleno, la resultante será - también paralela a la superficie del relleno y estará aplicada a  $1/3$  de  $H$  del muro, a partir de su base.

- 3) La superficie del relleno es horizontal con sobrecarga uniformemente distribuida.

Con una sobrecarga uniforme  $q_s$ , el esfuerzo vertical a una profundidad cualquiera es simplemente:

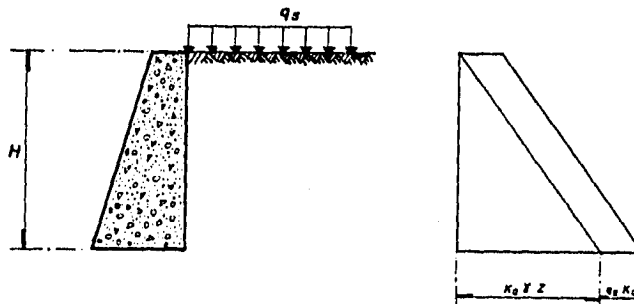
$$P_v = q_s + \gamma z$$

y el esfuerzo horizontal:

$$P_h = K_a P_v$$

de aquí que el esfuerzo o la presión horizontal a cualquier profundidad vale:

$$P_a = (q_s + \gamma z) K_a$$



el empuje total activo que actúa sobre el muro viene dado por

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 + K_a q_s H$$

en forma análoga para el estado pasivo tenemos las siguientes expresiones:

$$P_p = (q_s + \gamma z) K_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2 + K_p q_s H$$

Para el caso del estado activo y pasivo, el efecto de la sobrecarga uniformemente distribuida, es simplemente aumentar uniformemente la presión actuante contra el muro.

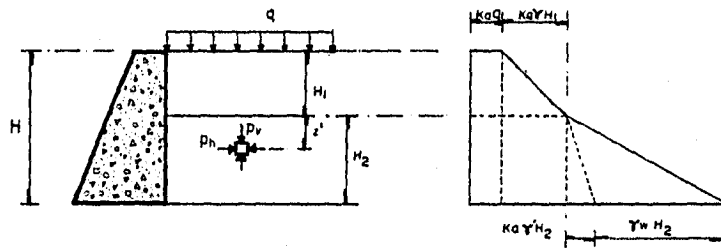
- 4) Relleno horizontal parcialmente sumergido con sobrecarga uniformemente distribuida.

Un caso de interés práctico es aquél que se tiene cuando parte -- del relleno horizontal arenoso tras el muro está sumergida.

Si  $H$  es la altura total del muro y  $H_1$ , es la altura de la arena no sumergida, medida a partir de la corona.

La presión vertical del relleno en un punto bajo el nivel del agua será:

$$P_v = \gamma H_1 + \gamma' z' + q$$



En tanto que la presión horizontal bajo el nivel freático será:

$$P_a = K_a P_v$$

$$P_a = K_a (\gamma H_1 + \gamma' z' + q) + \gamma_w z'$$

Donde:

$\gamma_w$  - es el peso específico del agua.

El empuje total activo estará dado por la siguiente ecuación:

$$E_a = (K_a)(q)(H) + \frac{(K_a)(\gamma)(H_1)(H_1)}{2} + (K_a)(\gamma)(H_1)(H_2) + \frac{((K_a)(\gamma')(H_2) + (\gamma_w)(H_2))H_2}{2}$$

Simplificando, finalmente nos queda:

$$E_a = \frac{K_a \gamma H_1^2}{2} + K_a \gamma H_1 H_2 + \frac{K_a \gamma' H_2^2}{2} + \frac{\gamma_w H_2^2}{2} + K_a qH$$

Fórmulas análogas a las arriba expuestas pueden obtenerse para el caso pasivo.



Para calcular las condiciones de equilibrio de Rankine en suelos puramente cohesivos, se procederá de una manera similar a lo expuesto para suelos friccionantes.

Considérese un elemento de suelo puramente cohesivo a la profundidad "z", situada en un estrato en condiciones de reposo. La presión horizontal sobre el elemento, sujeto a la presión vertical  $\gamma z$ , será  $K_0 \gamma z$ .

Si se permiten deformaciones laterales, el material puede llegar a fallar de dos maneras.

En el primero se permite que el elemento se deforme horizontalmente, por disminución de la presión horizontal, hasta un valor mínimo compatible con el equilibrio, este estado de esfuerzos se representa con el círculo 2 y corresponde al "estado plástico activo", Fig. --- (II.a-4), en el cual las presiones a una profundidad "z" cualquiera va len:

La horizontal:  $P_a = \gamma z - 2c$

La vertical:  $P_v = \gamma z$

Donde  $P_v$  es el esfuerzo principal mayor y  $P_a$  es el menor.

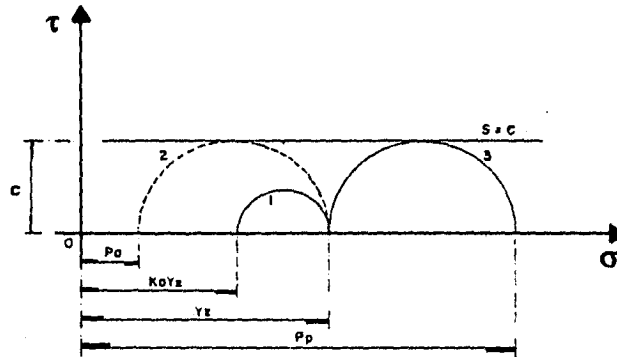


FIG. (II.a-4) ESTADOS PLASTICOS EN EL DIAGRAMA DE MOHR  
(SUELOS COHESIVOS)

Otra manera de alcanzar la falla en el elemento, sería aumentando la presión horizontal hasta que después de sobrepasar el esfuerzo  $\gamma z$ , alcance un valor tal que el nuevo círculo de esfuerzos (círculo 3) resulte también tangente a la envolvente de falla  $s=c$ . En este momento se tiene el estado plástico "pasivo" y las presiones alcanzan los valores:

$$\text{La horizontal } p_p = \gamma z + 2c$$

$$\text{La vertical } p_v = \gamma z$$

en donde:  $p_p$  es el esfuerzo principal mayor.

En este caso también se puede establecer la misma interpretación práctica para la generación de los estados plásticos de equilibrio en el diseño de muros de contención. Las fórmulas para las presiones activas pueden relacionarse con el empuje de suelos sobre el muro, mientras que las presiones pasivas pueden relacionarse, en los casos en que el relleno es presionado por el muro de contención.

De esta manera pueden obtenerse, las fórmulas para los empujes totales activo y pasivo:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 - 2cH$$

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 + 2cH$$

Estos empujes son horizontales y pasan por el centroide del área de presiones, y son aplicables únicamente si la superficie del relleno tras el muro es horizontal y si los estados plásticos correspondientes se desarrollan por completo en el relleno.

La fórmula que nos permite calcular la altura máxima a que puede llegar un corte vertical sin soporte y sin derrumbe, puede obtenerse a partir de la ecuación siguiente:

$$\frac{1}{2} \gamma H^2 - 2cH = 0$$

$$H_c = \frac{4c}{\gamma}$$

Donde  $H_c$ , suele denominarse altura crítica del material cohesivo. Esta expresión da valores un poco altos de la altura estable real, y - en caso de ser usada en la realidad, debe ser afectada por un factor - de seguridad de 2 como mínimo.

En la Fig. (II.a-5) se muestra la distribución de presiones activa y pasiva. En el diagrama de presiones que corresponde a la parte (a), se puede observar que en la parte superior, las arcillas están sometidas a tensión, hasta la profundidad  $2c/\gamma$ , y en la parte inferior está a compresión. Las tensiones provocan la aparición de grietas verticales, que se forman en la superficie de contacto entre el muro y el suelo.

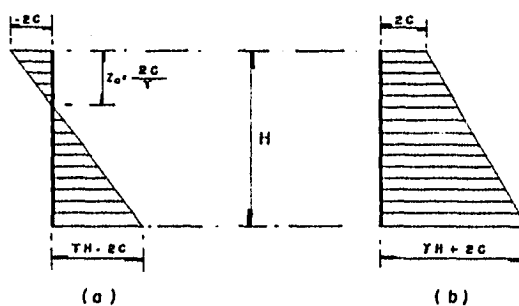


FIG. (II.a-5) DISTRIBUCION TEORICA DE PRESIONES ACTIVA Y PASIVA EN SUELOS COHESIVOS

De acuerdo al diagrama de presión activa, se podría pensar que el empuje activo provocado por un suelo arcilloso sobre un muro es menor que un suelo arenoso. Sin embargo, la experiencia ha demostrado -- que no es así ya que cuando el relleno cohesivo aumenta su contenido de agua, pierde cohesión ocasionando que las presiones sobre el muro aumenten fuertemente.

Las fórmulas dadas anteriormente no son aconsejables para uso -- práctico, salvo en casos muy especiales, ya que la cohesión de las arcillas, no existe como propiedad intrínseca, sino como una propiedad circunstancial, expuesta a cambiar con el tiempo, ya sea porque la arcilla se consolida o porque se expanda con la absorción de agua. Por lo cual, un muro proyectado en base a la resistencia del suelo por la cohesión, queda en condiciones inseguras con el paso del tiempo.

### TEORIA DE RANKINE EN SUELOS CON "COHESION Y FRICCION"

Los suelos de este tipo, son aquéllos que generalmente poseen -- cohesión y fricción al mismo tiempo, y son los que más frecuentemente encontramos en la realidad.

La resistencia al corte de estos suelos, está dada por la llamada ecuación de Coulomb:

$$S = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

Si el relleno es horizontal, puede razonarse también de manera -- análoga a como se realizó en suelos puramente friccionantes.

Sea un elemento de suelo situado a una profundidad "z", en condiciones de reposo sujeto a un estado de esfuerzos círculo 1, Fig. (II.a-6). De nuevo puede llegar a la falla por la disminución de la presión lateral o por aumento de la misma a partir del valor  $K_0 \gamma z$ . Se llega -- así a dos círculos representativos de los estados plásticos activo, -- círculo 2 y pasivo, círculo 3.

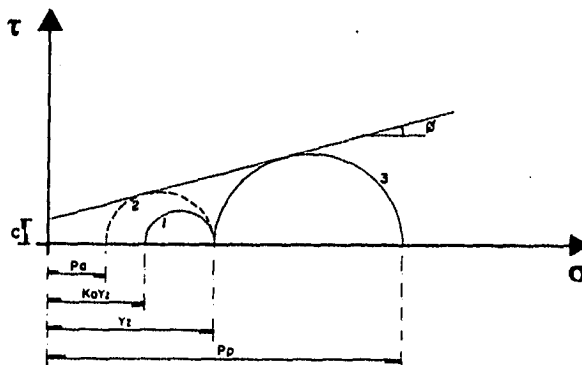


FIG. (II.a-6) ESTADOS PLASTICOS EN EL DIAGRAMA DE MOHR.  
(SUELOS CON COHESION Y FRICCION)

Si relacionamos el esfuerzo principal máximo y el mínimo, encontramos que :

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi}$$

Despejando  $\sigma_3$  tenemos:

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_1}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}}$$

En el caso del estado activo,  $P_a = \sigma_3$  y  $\sigma_1 = \gamma z$ , por lo que finalmente queda:

$$P_a = \frac{\gamma z}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}} = K_a \gamma z - 2c \sqrt{K_a}$$

En tanto que en el pasivo,  $\sigma_1 = P_p$  y  $\sigma_3 = \gamma z$ , por ello:

$$P_p = \gamma z N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} = K_p \gamma z + 2c \sqrt{K_p}$$

Las expresiones ( $P_a$ ) y ( $P_p$ ) dan las presiones horizontales en los estados plásticos.

Para obtener los empujes totales activo y pasivo que ejercen los suelos intermedios sobre un muro de contención, se utilizan las siguientes expresiones:

$$E_a = \frac{1}{2N_\phi} \gamma H^2 - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}} H = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 - 2c \sqrt{K_a} H$$

$$E_p = \frac{1}{2} N_\phi \gamma H^2 + 2c \sqrt{N_\phi} H = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2 + 2c \sqrt{K_p} H$$

Las líneas de acción de estos empujes son teóricamente también - paralelas a la superficie del relleno, y pasan a través del centroide del diagrama de presiones.

Al igual que los suelos cohesivos, en el estado activo se desarrolla una zona de tensión en el diagrama de presiones. La profundidad a que llega esta zona, contando a partir de la corona del muro, se puede obtener haciendo  $P_a = 0$ .

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} \sqrt{N\phi}$$

También es de importancia, conocer la altura crítica con que puede mantenerse sin soporte un suelo cohesivo-friccionante en un corte vertical, y es la siguiente:

$$H_c = \frac{4c}{\gamma} \sqrt{N\phi}$$

### II.b. TEORIA DE COULOMB

En 1776 el científico francés CH.A. COULOMB publicó una teoría de empuje de tierras que incluía el efecto de la fricción del suelo con el muro y que podía aplicarse para cualquiera que fuera la inclinación del muro o del relleno.

La teoría de Coulomb considera que el empuje sobre un muro de -- contención es producido por una cuña de suelo limitada por la cara interior del muro, la superficie del relleno y una superficie de falla -- desarrollada dentro del relleno, ligeramente curva, a la que Coulomb -- simplificó como plana, Fig. (II.b-1).

La cuña OAB tiende a deslizar bajo el efecto de su peso y por -- esa tendencia se producen esfuerzos de fricción tanto en el respaldo -- del muro como a lo largo del plano OB. Supuesto que las resistencias -- friccionantes se desarrollan por completo, las fuerzas E y F resultan -- inclinadas respecto a las normales correspondientes los ángulos  $\delta$  y  $\phi$ ; de fricción entre muro y relleno y entre suelo y suelo respectivamente.

Siguiendo indicaciones de Terzaghi, el valor del ángulo de fricción del suelo con el muro,  $\delta$ , puede tomar los siguientes valores en -- la práctica, para superficies lisas de concreto su valor está frecuen-- temente entre  $1/2 \phi$  y  $2/3 \phi$ , y para piedra rugosa es igual a  $\phi$ .

Las teorías de Coulomb y de Rankine coinciden para muros vertica-- les sin fricción y con rellenos horizontales. Cuando el valor de  $\delta$  ex-- cede de  $0^\circ$ , el empuje resultante calculado por el método de Coulomb es como de 10 por ciento más bajo.

Considerando el equilibrio de la cuña, las fuerzas W, F y E for-- man un triángulo de fuerzas, en la que se puede obtener gráficamente -- la magnitud de E ya que en primera instancia son conocidas la dirección y magnitud de W, así como también las direcciones de E y F, ver Fig. -- (II.b-1b).



Sin embargo no se sabe anticipadamente si B O es la cuña que produce el empuje máximo. Por tanto, para encontrar la presión activa de tierras correcta, es necesario suponer varias superficies de deslizamiento y construir un triángulo de fuerzas para cada una de ellas, y tomar aquella que proporcione el mayor valor, es así como se llega a una aproximación razonable para calcular el valor máximo, producido por la cuña crítica.

Se ve, así que el método de Coulomb requiere de una serie de tanteos con diversos planos de falla hasta lograr el empuje máximo, de ahí que resulte bastante complicado por laboriosidad y al tiempo poco práctico. Un método que posee la suficiente generalidad para ser considerado es el método de Culmann.

Cabe hacer mención que, para el empuje pasivo la curvatura de la superficie de falla aumenta grandemente conforme aumenta el ángulo  $\delta$ , por lo que la superficie de deslizamiento real se aparta mucho del plano supuesto en la teoría de Coulomb, lo cual puede producir un grave error al calcular el empuje pasivo. Para considerar ese error deben usarse soluciones más rigurosas, soluciones que no serán abordadas en esta tesis, en las que se supone que las superficies de falla son curvas.

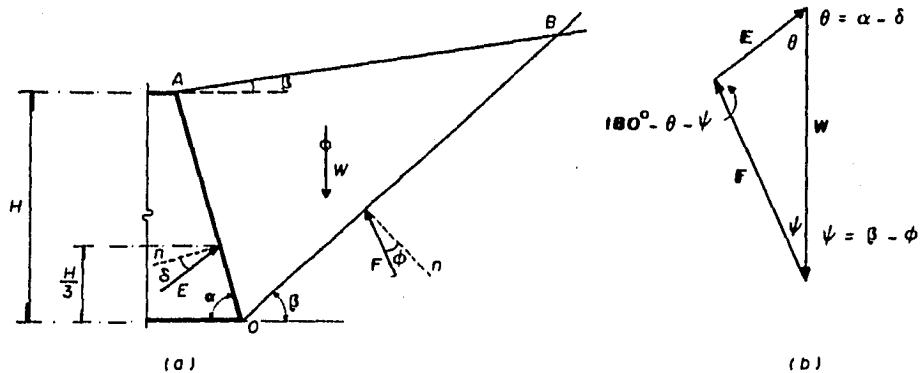


FIG. (II.b-1) DIAGRAMAS QUE ILUSTRAN LAS HIPOTESIS EN QUE SE BASA LA TEORIA DE COULOMB

## METODO GRAFICO DE CULMANN

El método gráfico de Culmann sigue el siguiente proceso:

Por el punto "A", de la base del muro, se trazan dos líneas, la " $\phi$ " y la "e"; la primera a un ángulo  $\phi$  con la horizontal y la segunda a un ángulo e con la anterior (Línea  $\phi$ ).

El ángulo "e" es el que forma el empuje con la vertical, tal y como se muestra en la Fig. (II.b-2a) y depende del ángulo  $\delta$  de fricción entre muro y suelo y de la inclinación  $\alpha$  de la cara interior -- del muro.

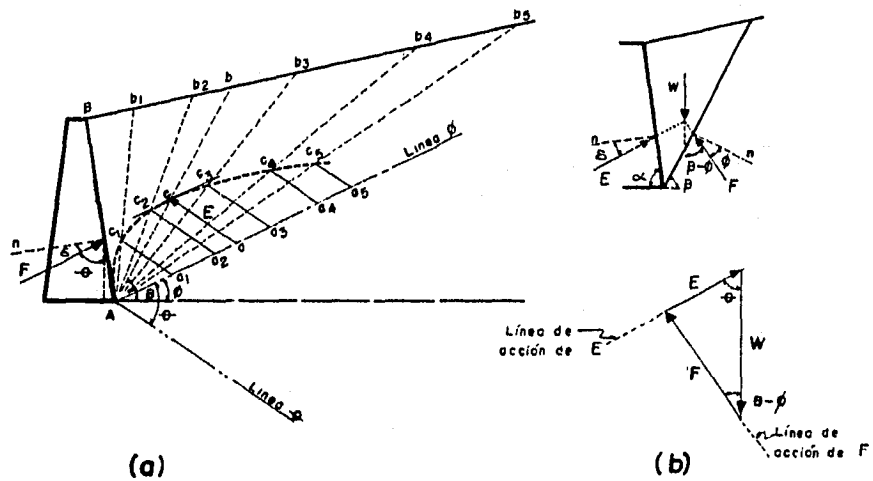


FIG. (II.b-2) METODO GRAFICO DE CULMANN

Para obtener el empuje  $E$ , se escogen diferentes planos de deslizamiento,  $Ab_1, Ab_2, \dots$ , etc, y los pesos respectivos de las cuñas formadas (peso específico,  $\gamma$ , del relleno por el volumen de la cuña, dimensión unitaria normal al plano del papel), se alojan a una escala conveniente sobre la línea  $\phi$  a partir de  $A$ , obteniéndose así los puntos  $a_1, a_2, \dots$  etc.

Por estos últimos puntos se pasa una línea paralela a  $\theta$ , hasta cortar en los puntos  $c_1, c_2, \dots$  etc, a los respectivos planos de falla de las cuñas.

Los segmentos  $a_1c_1, a_2c_2, \dots$  etc, obtenidos con la paralela a la línea  $\theta$ , desde la línea  $\phi$  al plano de deslizamiento respectivo representan, a la escala utilizada para los pesos, los empujes que producen las cuñas escogidas. Si trazamos desde  $A$ , una línea que contenga a todos los puntos "C", tendremos una envolvente conocida con el nombre de curva de Culmann.

Una paralela a la línea  $\phi$  y tangente a la curva de Culmann, permite obtener el empuje máximo, trazando una paralela a la línea  $\theta$  al punto de tangencia "C", segmento "ac" de la Fig.(II.b-2a).

La línea desde  $A$  que pasa por el punto de tangencia  $c$ , y prolongada hasta el nivel del terreno proporciona el plano crítico de deslizamiento, ligado al máximo empuje.

El método de Culmann permite determinar el empuje máximo producido por una combinación de relleno friccionante y una sobrecarga lineal  $q'$  por unidad de longitud, Fig. (II.b-3).

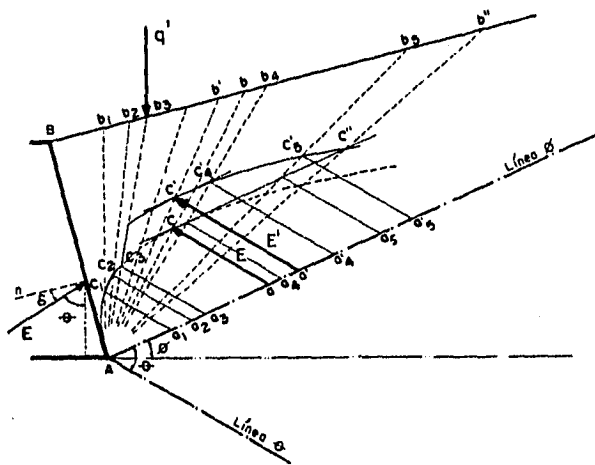


FIG. (II.b-3) METODO GRAFICO DE CULMANN CUANDO EXISTE UNA SOBRECARGA LINEAL

El procedimiento para determinar el empuje activo es totalmente análogo al arriba descrito, con la única diferencia de que a la derecha del plano  $Ab_3$ , definido por la posición de  $q'$ , debe llevar sobre la línea  $\phi$  no sólo el peso de la cuña, sino, sumado, el valor de  $q'$  a la misma escala de fuerzas usada. Precisamente en la línea  $Ab_3$  la curva de Culmann presenta una discontinuidad por efecto de la sobrecarga.

El empuje  $E'$ , dado por el segmento  $a'c'$  es el máximo considerando la sobrecarga, mientras que el segmento  $ac$  sería el empuje máximo, si no hubiera sobrecarga. Finalmente si la línea de acción de  $q'$  se encuentra a la derecha de  $b''$  ya no ejerce efecto alguno sobre el empuje activo y en tal caso el empuje sería el máximo obtenido con la de Culmann punteada; desde luego la línea  $cc''$  se traza paralela a la línea  $\phi$ .

Para obtener el punto de aplicación del empuje máximo, puede obtenerse también mediante un método gráfico.

Si no existe sobrecarga lineal, el punto de aplicación " $o_1$ " se sitúa aproximadamente en el punto de intersección de la recta  $oo_1$ , paralela a la superficie de deslizamiento  $Ab$  y que pasa por el centro de gravedad ( $o$ ) de la cuña  $aAb$  de deslizamiento, con el paramento interno del muro. Fig. (II.b-4a).

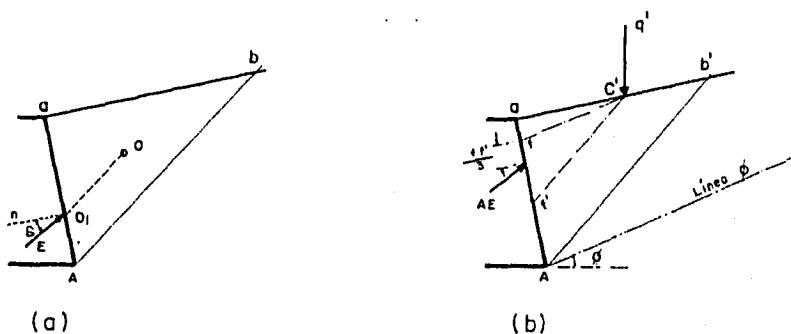


FIG. (II.b-4) DIAGRAMAS QUE REPRESENTAN EL PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL PUNTO DE APLICACION DEL EMPUJE ACTIVO

Si hay sobrecarga, a la fuerza anterior se añadirá, para fines de diseño, otra,  $\Delta E$ , calculada restando  $E' - E$ , obtenidos como se indica en la Fig. (II.b-3), y aplicada en el tercio superior del segmento  $ff'$ , en el que  $f$  es la intersección de una paralela a la línea  $\phi$ , trazada por  $q'$  con el respaldo del muro y  $f'$  es la intersección con el mismo plano de una paralela a la superficie crítica de deslizamiento, trazada también por  $q'$ , ver Fig. (II.b-4b).

## II.c. METODO SEMIEMPIRICO DE TERZAGHI

La mayoría de los muros de contención se calculan desde hace muchos años siguiendo métodos empíricos o semiempíricos. El más antiguo, quizás de estos métodos consiste en el uso de gráficas o tablas que proporcionan valores adecuados para la relación entre el ancho de la base y la altura para diversos tipos de muros y distintas clases de rellenos. Otro de los procedimientos es conocido como método del fluido equivalente, en el cual el muro es calculado para resistir el empuje de un líquido que se supone ejerce una presión igual a la del suelo.

Terzaghi propuso un método específico que reúne una buena parte de la experiencia anterior con la suya propia para determinar los empujes.

Al aplicar este procedimiento debe tenerse presente que todo método aproximado para calcular empuje de tierras encierra dos condiciones primordiales: está basado en hipótesis más o menos arbitrarias y no puede aplicarse a todos los casos encontrados en la práctica. Por lo tanto, las sugerencias que se hacen a continuación, con respecto a la forma de proyectar muros de contención de escasa altura, deben servir simplemente como fundamento para poder extrapolar, desde hipótesis simples estipuladas, a las condiciones reales presentes en los problemas concretos de una obra.

El primer paso para la aplicación del método estriba en clasificar el material de relleno con que ha de trabajarse dentro de uno de los cinco tipos:

1. Suelo granular grueso, sin finos.
2. Suelo granular grueso, con finos limosos.

3. Suelo residual, con cantos, bloques de piedra, gravas, arenas finas y finos arcillosos en cantidad apreciable.
4. Arcillas plásticas blandas, limos orgánicos o arcillas limosas.
5. Fragmentos de arcilla dura o medianamente dura, protegidos de modo que el agua proveniente de cualquier fuente no penetre entre los fragmentos.

En general, los tipos de suelo 4 y 5 no son deseables como material de relleno, debiendo ser evitados siempre que sea posible; en particular, el tipo 5 debe considerarse absolutamente rechazable cuando haya riesgo de que pueda entrar agua a los huecos entre los fragmentos de arcilla, provocando su expansión y el correspondiente aumento de la presión sobre el muro.

En cuanto a la superficie del relleno y al tipo de sobrecarga que el mismo soporta, los casos que se presentan generalmente en la práctica pueden dividirse en cuatro casos:

- a) La superficie del relleno es plana, inclinada o no y sin sobrecarga alguna.
- b) La superficie del relleno es inclinada, a partir de la corona del muro, hasta un cierto nivel, en que se torna horizontal.
- c) La superficie del relleno es horizontal y sobre ella actúa una sobrecarga uniformemente distribuida.
- d) La superficie del relleno es horizontal y lleva una sobrecarga lineal, paralela a la corona del muro y uniformemente distribuida.



Si la superficie del relleno es plana (caso a), el empuje puede calcularse utilizando las gráficas de la Fig. (II.c-1). En el uso de las gráficas, el primer paso a tomar consiste en determinar la altura "H" de la sección vertical que pasa por el extremo interior de la base del muro y se extiende desde el mismo hasta que intersecta la superficie del relleno. La componente horizontal del empuje total sobre dicha sección es igual a:

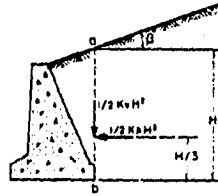
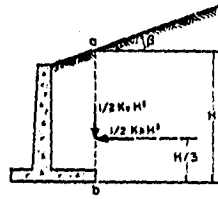
$$E_h = \frac{1}{2} K_h H^2$$

y la componente vertical es igual a:

$$E_v = \frac{1}{2} K_v H^2$$

los valores de  $K_h$  y  $K_v$  se hallan de las gráficas de la Fig. (II.c-1) para cada tipo de suelo en función del ángulo  $\beta$  de inclinación de la superficie del relleno. Se supone que el empuje unitario aumenta linealmente con la profundidad a partir del punto "a", de modo que el punto de aplicación del empuje total se halla en el tercio inferior de H. Si el material de relleno es del tipo 5, el valor de H a utilizar en el cálculo debe reducirse en 1.20 m y el empuje resultante se considera actuando a una altura  $(1/3)(H-1.2)$  por encima de la base del muro.

Cuando la superficie del relleno es inclinada con un ángulo  $\beta$  hasta llegar a cierta altura y luego se transforma horizontal (caso b), los valores de  $K_h$  y  $K_v$  pueden obtenerse de las gráficas de la Fig. (II.c-2). Como antes, las gráficas dan valores del empuje sobre una sección vertical ab. Se considera que el punto de aplicación de la resultante se halla en el tercio inferior de H.



Los números en las curvas indican el tipo de material.  
 Para materiales del tipo 5 los cálculos se realizan con una altura, H, menor que la real en 1.20 m

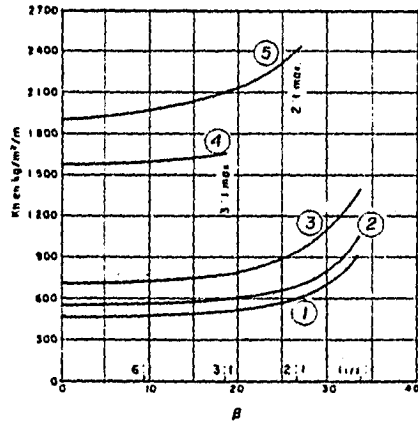
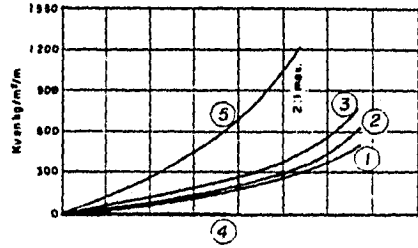


FIGURA (II.c-1) PRESIONES DE RELLENOS CON SUPERFICIE LIBRE PLANA

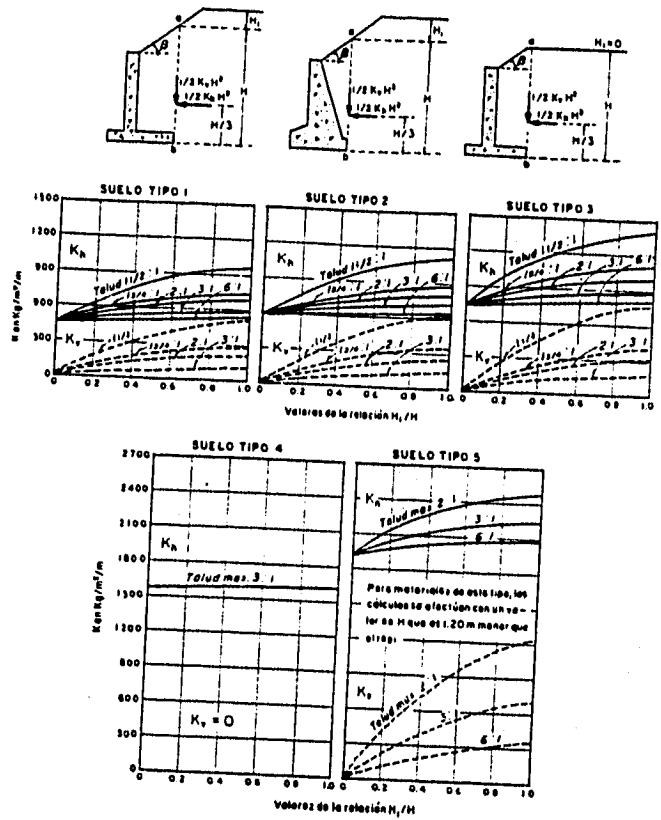


FIGURA (II.c-2) PRESIONES DE RELLENOS CON SUPERFICIE LIBRE PLANA

Con materiales del tipo 5, el valor de H puede reducirse en 1.20 m y la presión resultante deberá considerarse actuando a una distancia a partir de la base igual a  $(1/3)(H - 1.20)$ .

Cuando la superficie del relleno es horizontal y soporta una sobrecarga uniformemente distribuida "q" (caso c), la presión horizontal sobre la sección vertical "ab" se incrementa en forma uniforme en la cantidad:

$$Pq = Cq$$

donde "q" es el valor de la sobrecarga uniformemente repartida, en las unidades apropiadas. El valor de C de la fórmula anterior se escogerá de la tabla 1.

TABLA 1  
Valores de C

Tipo de relleno	C
1	0.27
2	0.30
3	0.39
4	1.00
5	1.00

Si la superficie del relleno soporta una carga lineal  $q'$  por unidad de longitud y paralela a la corona del muro (caso d), se considera que la carga ejerce sobre la sección vertical "ab" una fuerza horizontal:

$$Pq' = Cq'$$

por unidad de longitud del muro. El punto de aplicación "d" de la fuerza  $Pq'$  Fig. (II.c-3a), se obtiene trazando desde c de aplicación de la fuerza  $q'$  una recta que forma con la horizontal un ángulo de  $40^\circ$ , el punto  $d_1$  de intersección de dicha recta con la cara interior del muro es el punto de aplicación de  $Pq'$ . Si el punto  $d_1$  está situado por debajo de la base del muro, la influencia de la carga lineal sobre el empuje puede despreciarse; en cambio, si el punto c está situado a la izquierda del plano vertical "ab", la regla continúa siendo válida.

La carga lineal  $q'$  produce también una presión vertical sobre la zapata Fig. (II.c-3b). Se puede suponer que esta presión  $p''$  se halla uniformemente distribuida sobre la base "ef" de un triángulo equilátero de vértice c, de modo que tiene por valor :

$$P'' = q'/ef$$

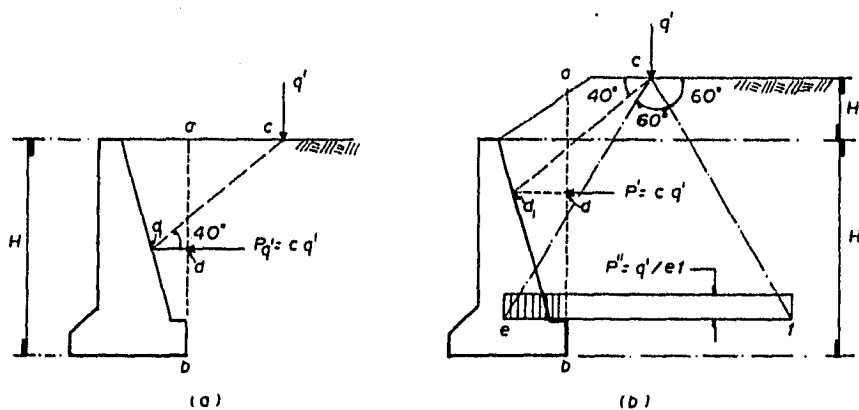


FIG. (II. c-3) DIAGRAMAS QUE ILUSTRAN EL METODO PARA CALCULAR LA MAGNITUD Y LINEA DE ACCION DE LA FUERZA DEL EMPUJE PRODUCIDA POR UNA SOBRECARGA LINEAL  $q'$ , POR UNIDAD DE LONGITUD, PARALELA A LA CORONA DEL MURO.

En el cálculo de la estabilidad del muro se considera solamente aquella parte de  $P''$  que actúa directamente sobre el talón del muro.

Los procedimientos descritos se refieren a muros con cimentaciones firmes, en cuyo caso la fricción y la adherencia entre suelo y muro está dirigida hacia abajo, ejerciendo un efecto estabilizante que tiende a reducir el empuje. Cuando el muro descansa sobre una cimentación muy compresible, el asentamiento con respecto al terraplén tiende a invertir el sentido de las fuerzas, hecho que aumenta el empuje en forma considerable. Por ello, si el muro descansa en una cimentación muy compresible, como la arcilla blanda, los valores del empuje calculados para los materiales del tipo 1, 2, 3, 4, y 5 deben aumentarse en un 50%.

Los empujes calculados con el procedimiento descrito incluyen el efecto de las presiones de filtración y de las variaciones que, con el tiempo, puedan originarse en las condiciones del relleno. No obstante, y apesar de estas circunstancias, deben tomarse las precauciones necesarias para evitar la acumulación de agua en la cara interior del muro.

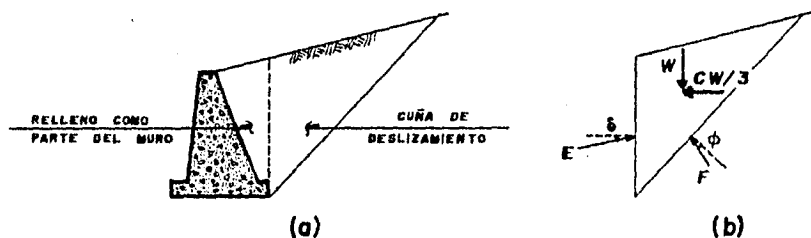
## II.d. METODO DE CULMANN MODIFICADO PARA ANALISIS POR SISMO EN MUROS DE RETENCION.

En todo lo visto hasta aquí referente a empuje de tierras sobre estructuras rígidas, observamos que los análisis y estudios se basan únicamente en aspectos estáticos, y no se consideran las acciones dinámicas que provocan los sismos.

Dado que en nuestro país si es justificable un análisis sísmico, por encontrarse en una zona de alta sismicidad, a continuación proponemos un criterio para valuar el empuje máximo provocado por un sismo sobre un muro de contención.

En el diseño sísmico de muros de contención es usual evaluar los empujes inducidos mediante la aplicación de métodos que son, básicamente, una extensión al caso de sismo del método de Coulomb empleado para calcular empujes de tierras bajo condiciones estáticas.

El análisis sísmico empleando el polígono de fuerzas de Coulomb se ilustra a continuación. Se propone una cuña de deslizamiento como se muestra en la Fig.(II.d-1a), y se dibuja el diagrama de cuerpo libre de la cuña propuesta Fig.(II.d-1b).



Donde :

$\phi$  Angulo de fricción interna del suelo.  
 $\delta$  Angulo de fricción entre muro y suelo.  
 $W$  Pesa de la cuña de deslizamiento.

$F$  Reacción normal del suelo.  
 $E$  Empuje activo.  
 $CW/3$  Fuerza sísmica.  
 ( $C$  es el coeficiente sísmico)

FIGURA (II.d-1)

Por el polígono de Coulomb Fig.(II.d-2), se traza  $W$  en una vertical, y la fuerza  $cW/3$ , normal a la primera. Se trazan paralelas a la acción de  $F$  y de  $E$  y en el punto de intersección se tiene el valor del empuje para la cuña propuesta.

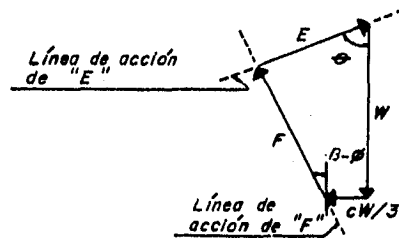


FIGURA (II.d-2)

Se analiza así para diferentes cuñas, hasta encontrar el valor mayor que represente el empuje máximo.

También este procedimiento resulta sumamente laborioso, por lo que se requiere un método más eficiente y práctico. Un método que resulta muy práctico y sencillo para ser utilizado es el método de Culmann, modificándolo para los requerimientos sísmicos.

#### MODIFICACIONES AL METODO DE CULMANN, PARA ANALISIS SISMICO

El procedimiento en el concepto es totalmente análogo, es decir, representar el diagrama de Coulomb de tal forma que podamos obtener una envolvente de empujes, lo cual permitirá obtener un valor muy aproximado del máximo empuje y su cuña crítica de deslizamiento, cuando el muro esté sometido a efectos sísmicos



Como primera modificación al método de Culmann y después de haber trazado las líneas  $\phi$  y  $\theta$  de igual forma trazamos una línea normal (N) a la línea  $\phi$  donde se alojan los valores de las fuerzas sísmicas  $cW/3$  que provoca cada cuña, después pasamos una línea paralela a cada plano de deslizamiento por el punto que representa la fuerza sísmica según se muestra en la Fig. (II.d-3).

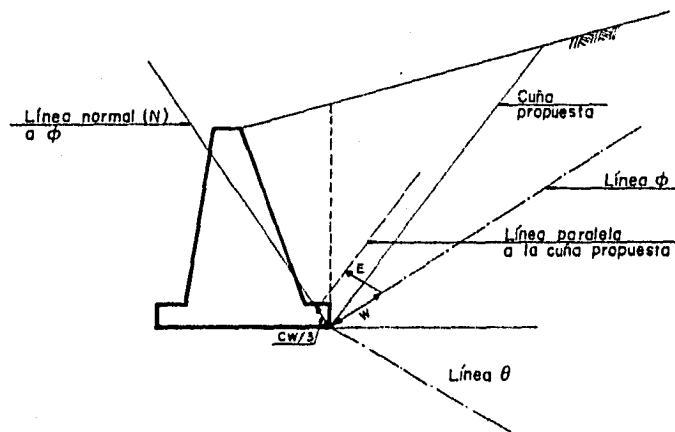


FIG. (II.d-3)

Se procede de igual forma para los diferentes planos de deslizamiento escogidos y los segmentos obtenidos ( $c_1a_1$ ,  $c_2a_2$ , etc.), con la paralela a  $\theta$  que va desde la línea de pesos  $\phi$ , hasta cortar a las respectivas paralelas de cada plano de deslizamiento, representan los empujes que producen las cuñas escogidas ante la acción de un sismo. En la Fig. (II.d-4) se representa el método completo eliminando el muro por sencillez.

De igual forma, si trazamos desde A una línea que contenga a todos --

los puntos "c", tendremos una envolvente de empujes sísmicos. La paralela a la línea  $\phi$  y tangente a la envolvente, permite obtener el empuje sísmico máximo, trazando con una paralela a la línea  $\theta$  al punto de tangencia "c", segmento "ac" de la Fig.(II.d-5).

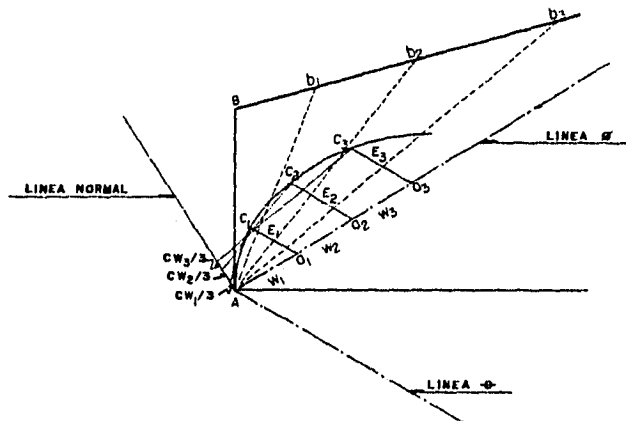


FIGURA (II.d-4)

Para encontrar la cuña crítica ligada al empuje máximo, se mide el peso  $W$  para dicho empuje y se afecta por  $c/3$ , se traza por el punto de tangencia una paralela a la línea  $N$  y se mide, a la misma escala utilizada, el valor  $cW/3$ , enseguida se une ese punto con "A" y se prolonga hasta el nivel del terreno, de esta manera obtenemos el plano crítico de deslizamiento ligado al máximo empuje sísmico, este proceso se muestra en la Fig.(II.d-5).

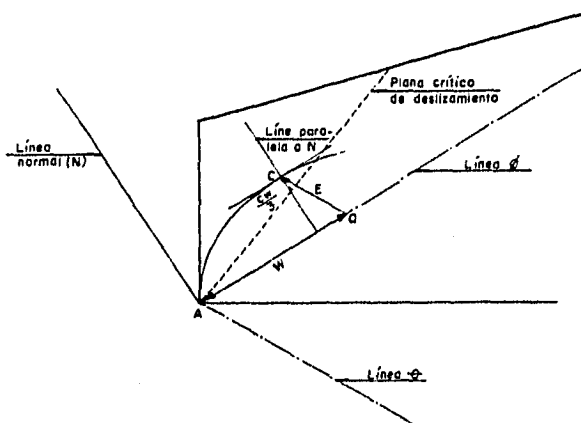


FIG. (II.d-5)

## PUNTO DE APLICACION

El punto de aplicación del empuje máximo se puede obtener aproximadamente como se muestra en la Fig. (II.d-6), se toma la cuña crítica y se obtiene su centro de gravedad, se traza una paralela a la superficie de deslizamiento, (como propone Culmann sin efectos sísmicos) se traza otra línea (A) un ángulo  $\alpha$  con la primera y se obtiene gráficamente el punto de aplicación del empuje sísmico máximo en forma aproximada.

También como aproximación, puede aplicarse la siguiente relación:

$$H_R = \frac{1 + 2c}{1 + c} \left( \frac{H}{3} \right)$$

donde:

$H_R$  - Punto de aplicación del empuje sísmico.

$c$  - Coeficiente sísmico.

$H$  - Altura del muro.

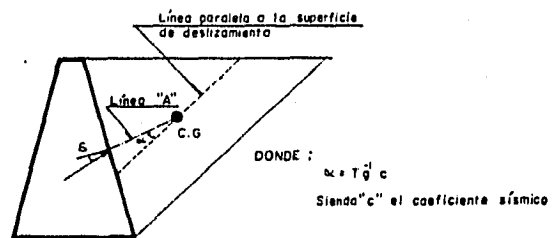


FIG. (II.d-6)

## C APITULO III

### **DISEÑO DE ESTRUCTURAS RIGIDAS**

El procedimiento a seguir en el proyecto de muros de contención consiste, esencialmente en la repetición sucesiva de dos pasos:

- a) La selección tentativa de las dimensiones de la estructura.
- b) La revisión de la estabilidad de la estructura bajo las fuerzas que la solicitan.

Si el análisis indica que la estructura no es satisfactoria, se alteran las dimensiones y se efectúa nuevos tanteos hasta lograr que la estructura sea capaz de resistir los esfuerzos a que se encuentra sometida.

Para efectuar el análisis, es necesario determinar las magnitudes de las fuerzas que actúan por encima de la base de cimentación tales como: El peso propio del muro, el empuje de tierras, el peso propio del relleno, las sobrecargas en la superficie del relleno y las fuerzas sísmicas, y luego se investiga la estabilidad del muro con respecto a :

- 1- Volteo
- 2- Deslizamiento
- 3- Falla de la cimentación del mismo
- 4- Rotura estructural

#### **CALCULO DEL FACTOR DE SEGURIDAD CONTRA VOLTEO**

En la Fig. (III-1), la fuerza "E" tiende a hacer girar el muro produciendo un momento alrededor del punto "A". Dicho momento se le conoce como **MOMENTO DE VOLTEO**, y vale:

$$M_v = (E) (Y)$$

Por otro lado, el peso del muro, el peso de la zapata y el peso del relleno, forman un momento que tiende a equilibrar el giro del muro, a este momento le llamaremos, **MOMENTO RESISTENTE**, el cual se determina como sigue:

$$M_R = W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3$$

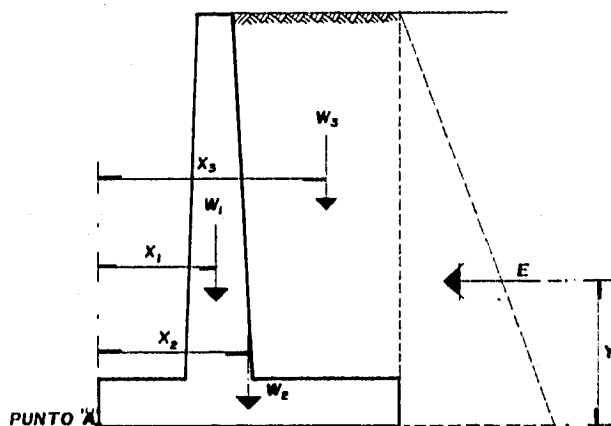


FIG.(III-1) MOMENTO DE VOLTEO

El factor de seguridad contra volteo, se obtiene dividiendo el momento resistente entre el momento de volteo. El valor del factor de seguridad así calculado no debe ser menor de 1.5 para materiales granulares, ni de 2.0 para materiales cohesivos.

$$F_{SV} = \frac{M_R}{M_V} > 1.5 \text{ a } 2.0$$

### CALCULO DEL FACTOR DE SEGURIDAD CONTRA DESLIZAMIENTO

El factor de seguridad contra deslizamiento resulta de dividir la fuerza que resiste al deslizamiento entre la fuerza horizontal que tiende a causarlo.

$$F_{sd} = \frac{F_R}{E}$$

El valor así calculado del factor de seguridad no debe ser menor de 1.5 en condiciones estáticas, ni de 1.25 en condiciones dinámicas. Cuando la fuerza tangencial que puede desarrollarse entre el terreno de cimentación y la base del muro es insuficiente para garantizar el factor de seguridad adecuado, se recomiendan las siguientes alternativas: emplear dentellones o dientes de sierra en la zapata; pilotear el muro; profundizar o ampliar la base del mismo; mejorar las condiciones en la base del muro a través de una cama de material graduado; etc.

La estabilidad contra deslizamiento deberá ser garantizada sin tomar en cuenta el empuje pasivo actuando sobre el pie del muro.

La resistencia tangencial entre la base del muro y el terreno de la cimentación, puede calcularse como el producto de la presión normal ( $\Sigma W$ ) por el coeficiente de fricción ( $\mu$ ).

$$F_R = (\mu)(\Sigma W)$$

En ausencia de pruebas, se puede usar los siguientes valores de los coeficientes de fricción para el concreto o mampostería en contacto con estos materiales:

Material	Coficiente
Roca sana rugosa	0.7
Material granular (boleos, gravas, arenas)	0.6
Suelos blandos	0.5

#### **CALCULO DE LAS PRESIONES QUE EL MURO TRANSMITE AL SUELO**

La experiencia ha demostrado que la mayoría de las fallas relacionadas con muros de contención se origina como consecuencia de cimentaciones inadecuadas. Por lo cual es necesario comprobar que la presión que se ejerce en el terreno existente debajo de la zapata del muro, no sobrepase la carga admisible considerada para el terreno.

Para evitar que el muro se incline excesivamente, se considera buena práctica exigir que la resultante de todas las fuerzas que actúan por encima de su base pase por el núcleo central de la cimentación.

Al aplicar la fórmula de la escuadría, la posición de la resultante de las cargas, nos determina los estados de esfuerzos del suelo, por lo cual se pueden presentar tres casos.



## a) LA RESULTANTE PASA DENTRO DEL TERCIO MEDIO

Considerando el plano de la base de sustentación "ab" Fig. (III-2) y un metro de ancho en el sentido longitudinal, actuará una componente normal  $P_v$ , y un momento con relación al centro de gravedad de la cimentación, cuyo valor es:  $M = P_v(L/2 - a)$ .

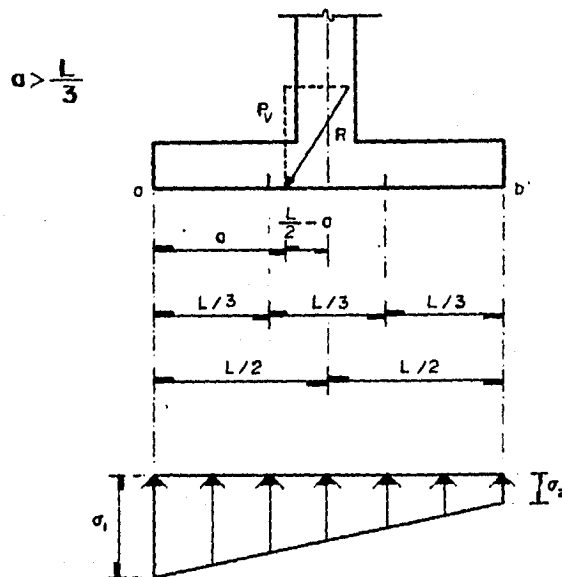


FIG. (III-2) RESULTANTE DENTRO DEL TERCIO MEDIO

Para obtener las expresiones que nos permitan calcular los esfuerzos máximo y mínimo respectivamente, aplicamos la fórmula de la escuadría.

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S} \text{ -----(3.1)}$$

sabiendo que:  $A = (1)(L)$ ;  $M = P_v(L/2 - a)$ ;  $S = (1)(L)^2/6$  que sustituidos en la ecuación (3.1), tenemos:

$$\sigma_1 = \frac{P_v}{(1)(L)} + \frac{P_v(L/2 - a)}{\frac{(1)(L)^2}{6}} = \frac{P_v}{L} + \frac{6P_v}{L^2}(L/2 - a)$$

$$\sigma_1 = \frac{P_v}{L} + \frac{3P_v}{L} - \frac{6aP_v}{L^2} = \frac{4P_v}{L} - \frac{6aP_v}{L^2}$$

$$\therefore \sigma_1 = \frac{P_v}{L^2}(4L - 6a) \text{ ----- (3.2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{P_v}{(1)(L)} - \frac{P_v(L/2 - a)}{\frac{(1)(L)^2}{6}} = \frac{P_v}{L} - \frac{P_v}{L}(3 + 6a/L)$$

$$\sigma_2 = \frac{P_v}{L^2}(6a - 2L) \text{ ----- (3.3)}$$

**b) LA RESULTANTE PASA POR EL BORDE DEL TERCIO CENTRAL**

Tomando como referencia la Fig. (III - 3), notamos que  $a = L/3$ .

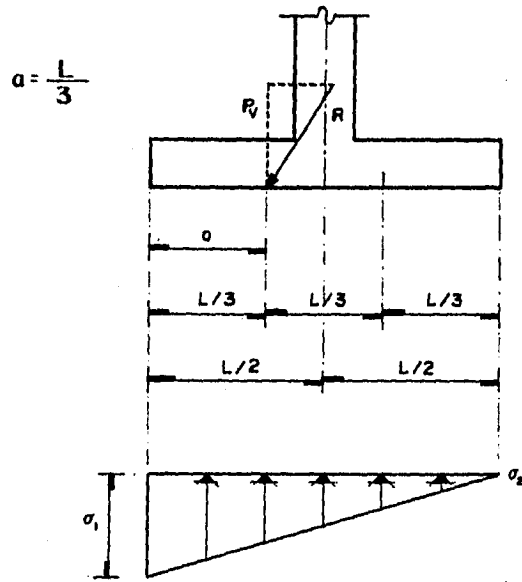


FIG. (III - 3) RESULTANTE EN EL BORDE DEL TERCIO CENTRAL

Sustituyendo el valor de "a" en las ecuaciones (3.2) y (3.3) obtenemos:

$$\sigma_1 = \frac{P_v}{L^2} (4L - 6a) = \frac{P_v}{L^2} (4L - 6L/3)$$

$$\sigma_1 = \frac{2 P_v}{L} \quad \text{----- (3.4)}$$

$$\sigma_2 = \frac{P_v}{2} (6a - 2L) = \frac{P_v}{2} (6L/3 - 2L)$$

$$\sigma_2 = 0$$

## c) LA RESULTANTE ESTA SITUADA FUERA DEL TERCIO MEDIO

Cuando la resultante sale del núcleo central, la determinación de esfuerzos en la cara de contacto entre zapata y suelo con el método anteriormente expuesto conduciría a la aparición de esfuerzos de tracción en el lado opuesto al de aplicación de la carga. Estos esfuerzos de tracción no pueden desarrollarse ya que la zapata simplemente se desprende del suelo.

En general cuando se presente este caso en el diseño de un muro de contención conviene rechazarlo y ampliar la base de la zapata para lograr que la resultante de cargas se aloje en el tercio medio.

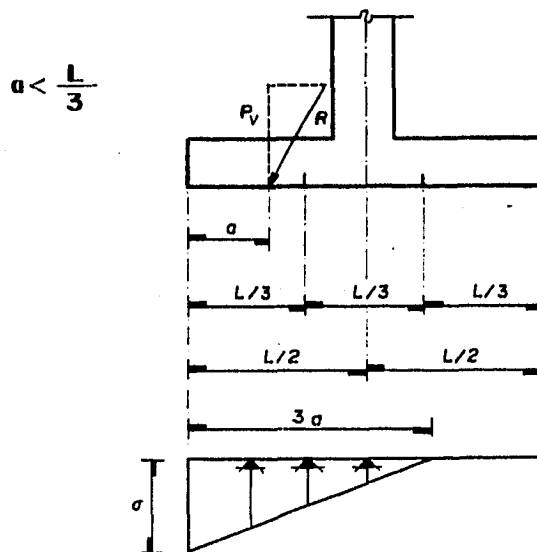


FIG. (III - 4) RESULTANTE FUERA DEL TERCIO MEDIO

Sin embargo, esto no siempre es posible por lo que en casos especiales se podrá proceder de la siguiente manera Fig.(III-4), llamando "a" a la distancia del punto de aplicación de la carga al borde comprimido de la zapata, se supone que la reacción del terreno varía como un triángulo de base 3a de modo que su centroide coincide con el de la aplicación de la carga.

En estas condiciones el esfuerzo máximo de compresión sobre el terreno toma el siguiente valor:

$$\sigma = \frac{2P_v}{3a} \quad \text{-----} \quad (3.5)$$

Esta hipótesis sólo se acepta cuando la zapata se apoya en un manto firme por ejemplo roca o grava compacta, si por el contrario, el muro descansa sobre un suelo muy compresible, se presenta un asentamiento en el borde frontal de la base de la cimentación, muy superior al correspondiente del borde posterior, ocasionando por consiguiente la inclinación excesiva del muro. Por ello, si el muro descansa sobre un terreno compresible, la cimentación debe ser proyectada de modo que la resultante de todas las fuerzas caiga cerca del centro de gravedad de la base.

### **III.a. DIMENSIONAMIENTO DE MUROS**

A continuación se establecen criterios para el dimensionamiento de muros, con base en el análisis estructural de sus diferentes partes. Por razones prácticas hay que tomar en cuenta las siguientes recomendaciones sobre dimensiones generales:

1) La corona debe ser suficientemente ancha, tanto para facilitar la colocación del concreto o mampostería como para tener resistencia para soportar la acción de fuerzas de impacto. En muros con alturas hasta de 6 m., el espesor mínimo de la corona será de 30 cm.

2) La cara expuesta de los muros deberá tener una inclinación mínima de 1/50, para evitar la sensación de estar desplomados. Cuando las condiciones lo permitan, es preferible diseñar los muros con inclinaciones mayores.

3) En muros de grandes longitudes, se deberán colocar juntas para que no puedan producirse grietas o fallas por causa de las dilataciones o contracciones, ocasionadas por las variaciones térmicas y a las retracciones del fraguado del concreto. La AASHTO recomienda que en los muros de contención se coloquen juntas de dilatación a distancias que no excedan de 25 m., y juntas de contracción a distancias que no sea mayores a los 9m.

En la Fig. (III.a-1) se muestran las dimensiones preliminares de muros de gravedad que pueden servir de guía para facilitar el diseño.

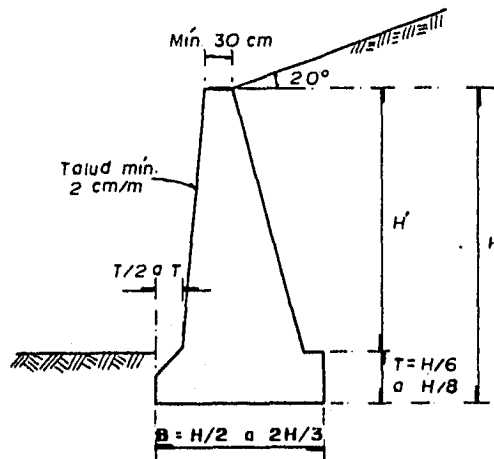


FIG. (III.a-1) DIMENSIONES TENTATIVAS DE MUROS DE GRAVEDAD

Para facilitar el diseño de los muros en voladizo, en la Fig. --- (III.a-2) se muestran también las dimensiones preliminares.

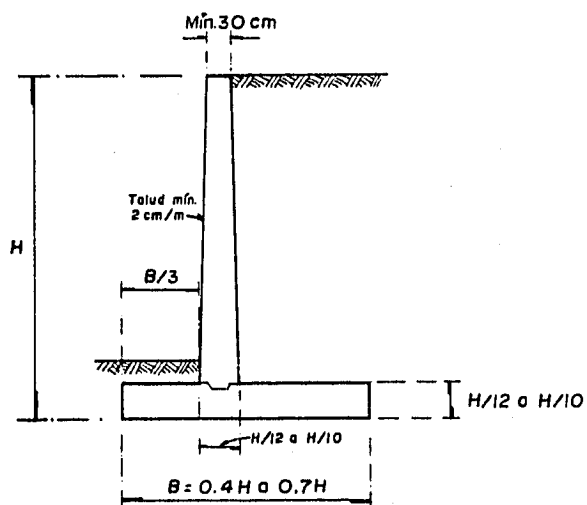


FIG. (III.a-2) DIMENSIONES TENTATIVAS DE MUROS EN VOLADIZO

Diseño del Muro

Una vez que se han establecido las dimensiones preliminares y se ha revisado la estabilidad, se analiza el muro como una viga en voladizo de un metro de ancho empotrada en la cimentación.

Se consideran como cargas muertas, la presión del suelo, la presión hidrostática y las sobrecargas producidas por cargas permanentes, mientras que las sobrecargas intermitentes aplicadas como cargas rodantes o cargas de almacenamiento, se consideran como cargas vivas. Las cargas accidentales son únicamente las debidas a sismo.



Durante la construcción es necesario utilizar una junta de colado o junta fría entre la losa de cimentación y el alma del muro, con el fin de poder colocar los elementos separadamente. A esta junta muchas veces se le da la forma de un canal, aunque puede ser simplemente una superficie rugosa que sea capaz de transmitir la fuerza cortante del alma del muro a la zapata, por esta razón la fuerza cortante para el diseño del muro se debe calcular en el apoyo y no a una distancia "d" del apoyo como en el diseño típico de vigas, Fig. (III.a-3).

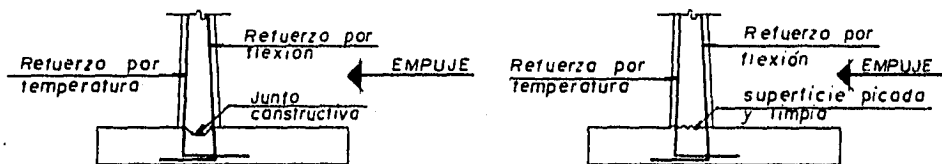


FIG. (III.a-3) JUNTAS DE COLADO

#### Diseño del Talón

El talón se considera también como una viga en voladizo que continúa más allá del alma del muro Fig. (III.a-4), pero que se considera empotrada en él. El talón se analiza teniendo las siguientes condiciones de carga:

1) La viga se analiza con la carga vertical debida al peso del relleno, más el peso de la zapata actuando hacia abajo.

2) La viga se analiza con la carga efectiva hacia abajo menos la carga de presión neta, obtenida ésta al restarle a la presión total el peso del talón.

### Diseño del Pie

El pie también es considerado como un voladizo empotrado en la cara exterior del alma del muro Fig. (III.a-4). Las cargas que se consideran son el peso de la losa actuando hacia abajo y la presión del suelo actuando hacia arriba. El peso del relleno sobre el pie, normalmente se desprecia debido a que puede actuar la erosión en él y desbalancear las cargas. En el caso de que el relleno sea confinado bajo una losa, entonces estas cargas sí deben de ser tomadas en cuenta para el análisis.

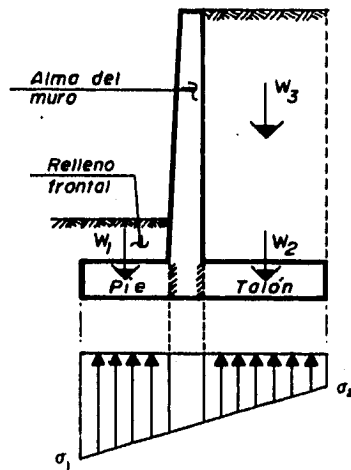


Fig. (III.a-4)

## MUROS CON CONTRAFUERTE

En los muros con contrafuertes el empuje del terreno es recibido por una pantalla y transmitida al suelo de cimentación por medio de una zapata. La unión entre pantalla y zapata se lleva a cabo por medio de contrafuertes que pueden ser exteriores cuando son colocados en la cara exterior e interiores cuando están situados en la cara interior.

Como características de estos muros se tienen las siguientes:

1.- El contrafuerte es un elemento de unión entre la pared vertical y la zapata que evita el giro y colapso que puede tener la pantalla debido al empuje del terreno. Estos contrafuertes se analizan como vigas en voladizo ya que están sujetos a tensiones y requerirá por lo tanto acero de refuerzo en toda su longitud. Este acero debe anclarse perfectamente a la pantalla como a la zapata para poder desarrollar su esfuerzo de fluencia.

2.- La estabilidad de la estructura se revisa para una sección entre contrafuertes, de la misma manera que para los muros en voladizo.

3.- La losa pantalla y la losa de cimentación pueden ser analizadas como vigas continuas de un metro de ancho, cuyos apoyos son los contrafuertes.

4.- La losa pantalla también puede ser analizada como una losa empotrada en tres apoyos (los dos contrafuertes y la losa de cimentación) y con un borde libre.

5.- La separación entre contrafuertes puede obtenerse mediante la ecuación:

$$S = 0.75 + 0.30 H$$

siendo  $S$  la separación entre ejes de contrafuertes, en metros, y  $H$  la altura del contrafuerte en metros, o bien se puede emplear una separación máxima de 3.0 metros.

6- El ancho de la zapata puede quedar entre 0.4 a 0.7 de la altura del muro y un 30 % de estos valores puede formar el pie de la zapata y el resto el talón, ver Fig. (III.a-5).

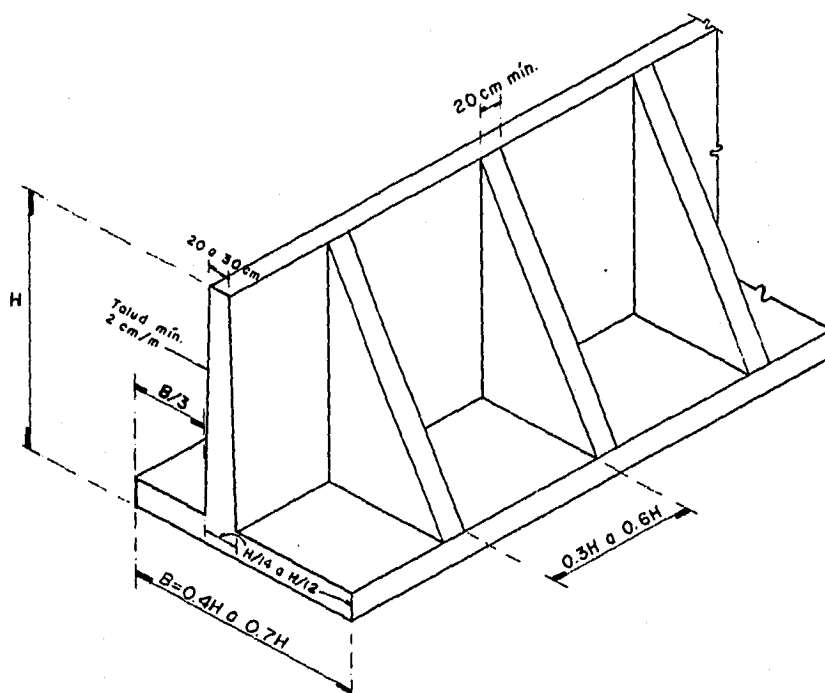


FIG. (III.a-5) DIMENSIONES TENTATIVAS DE MUROS CON CONTRAFUERTE

Uno de los elementos con los que se debe de contar para mantener la estabilidad de los muros de contención es el sistema de drenaje, -- compuesto principalmente por un filtro y por los drenes. Su importancia destaca de inmediato al considerar que si una estructura de contención carece de un sistema para eliminar cualquier acumulación del agua dentro del relleno, en realidad tendrá que soportar el empuje del relleno más el empuje hidrostático no tomado en consideración durante el diseño, y cuyo valor sobrepasa al del empuje del suelo.

El filtro debe colocarse sobre la cara interior del muro, en un espesor que no sea mayor de 40 cm., y estar compuesto por un material cuya permeabilidad sea cuando menos 100 veces mayor que la del material de relleno; estará comunicado dicho filtro, cerca de la base del muro, por medio de drenes formados por tubos de 10 cm. de diámetro como mínimo, o bien por simples huecos de 5 x 10 cm., espaciados como máximo a cada 3 m. En los muros de contrafuertes debe haber un dren por lo menos en cada tablero. La pendiente de los drenes debe ser como mínimo del 2%.

Además; como elementos para prevenir la filtración del agua dentro del relleno, puede considerarse parte del sistema de drenaje cualquier dispositivo superficial que impida la filtración del agua (pendientes superficiales, cunetas, capas superficiales impermeables, etc.) Fig. -- (III.b-1).

Cuando el material de relleno es muy fino, y no cohesivo (arenas finas, arenas finas limosas, limos inorgánicos), debe cuidarse especialmente el diseño del filtro, para evitar fugas del material de relleno.

El filtro debe cumplir los siguientes requisitos con respecto a la granulometría del material protegido:

$$\frac{D_{15} \text{ filtro}}{D_{85} \text{ suelo}} \leq 5 \leq \frac{D_{15} \text{ filtro}}{D_{15} \text{ suelo}}$$

Donde D15 y D85 son los tamaños de las partículas correspondientes al 15 y 85 por ciento que pasan en la curva de granulometría.

Los drenes mostrados en la Fig. (III.b-1) tiene la desventaja de descargar el agua e infiltrarse en el terreno al pie del muro, donde - el suelo debiera conservarse lo más seco posible, debido a que las presiones de la cimentación son mayores, esta consecuencia indeseable puede evitarse colocando drenes longitudinales en el paramento interno -- del muro protegidos con piedras trituradas o grava de tal manera que - tenga salida en los extremos del muro.

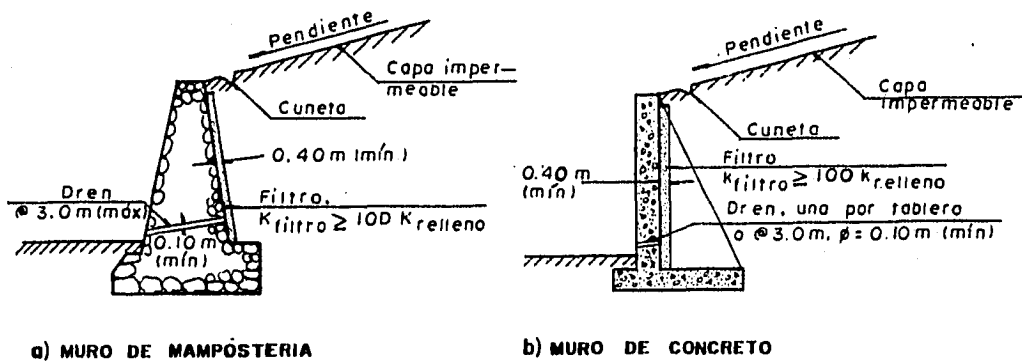


FIG. (III.b-1) COMPONENTES DEL SISTEMA DE DRENAJE

### III.c. DISEÑO DE UN MURO DE GRAVEDAD

Realizar el análisis de estabilidad del muro de contención mostrado en la Fig.(III.c-1), donde se indican los datos necesarios para el análisis.

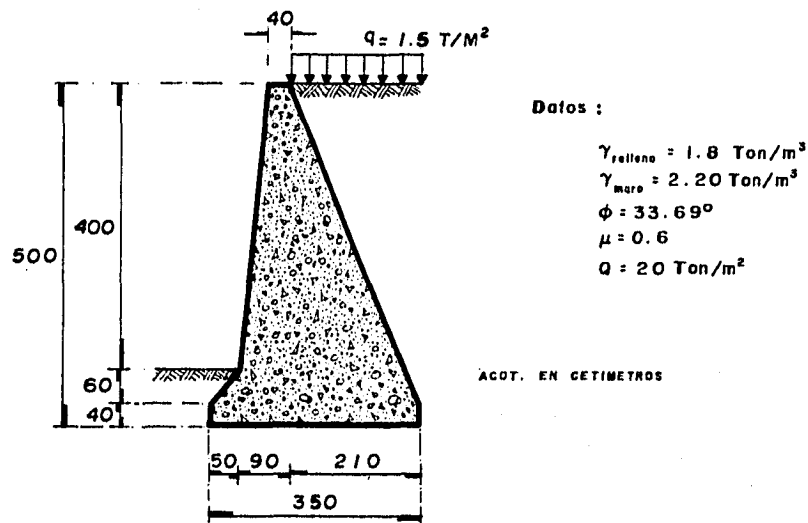


FIGURA (III. c - 1)

#### SOLUCION

Como primer paso, se establecen las dimensiones de la sección transversal del muro, con las cuales se revisa la estabilidad.

Para este ejemplo, se hicieron algunos cálculos antes de llegar a las dimensiones definitivas. Por comodidad y espacio aquí se presentan los últimos.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

**PRIMERA COMBINACION: ACCIONES PERMANENTES Y VARIABLES****Cálculo de los empujes del terreno.**

Según el Art. 6.1 de las normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de cimentaciones, para muros de menos de 6m de altura será aceptable estimar los empujes actuantes en forma simplificada con base en el método semiempírico de Terzaghi, siempre que se satisfagan los requisitos de drenaje.

Los empujes horizontal y vertical se calculan con las expresiones:

$$E_h = \frac{1}{2} K_h H^2$$

$$E_v = \frac{1}{2} K_v H^2$$

Los valores de  $K_h$  y  $K_v$  se hallan de las gráficas de la Fig. (II.c-1), dependiendo del tipo de relleno y del ángulo de inclinación  $\beta$  de la superficie del relleno.

Como  $\beta = 0$ ,  $\therefore K_v = 0$  (no hay componente vertical) y  $K_h = 460 \text{ Kg/m}^2 / \text{m}$ .

Como el relleno es de superficie horizontal y soporta una sobrecarga uniformemente distribuida, la presión horizontal sobre el plano vertical en que se supone actuante el empuje deberá incrementarse uniformemente en:

$$p = C q$$



donde  $q$ , es la sobrecarga en la superficie del relleno, y  $C$  es un coeficiente que se obtiene de la tabla 1.

$$\text{Caso 1} \quad C = 0.27$$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores obtenemos:

$$E_h = \frac{1}{2} (460)(5)^2 = 5750 \text{ Kg/m} = 5.750 \text{ Ton/m}$$

$$E_v = 0$$

Considerando el efecto de la sobrecarga

$$E_q = (0.27)(1.5)(5) = 2.025 \text{ Ton/m}$$

En la Fig. (III.c-2) se presenta la distribución de estos empujes. Con estas acciones se puede revisar ya los estados límite de falla para la primera combinación.

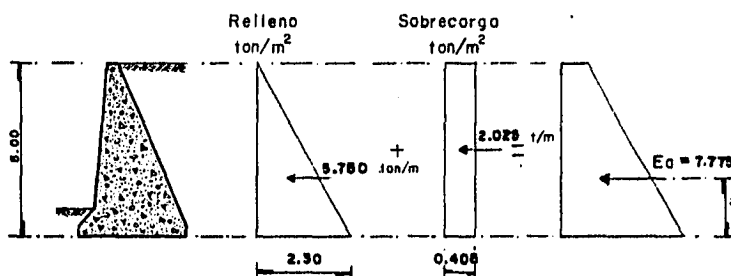


FIGURA (III.c-2)

### VOLTEO

De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la Fig. (III.c-3), el análisis por volteo se realiza considerando que el muro gira alrededor del punto A.

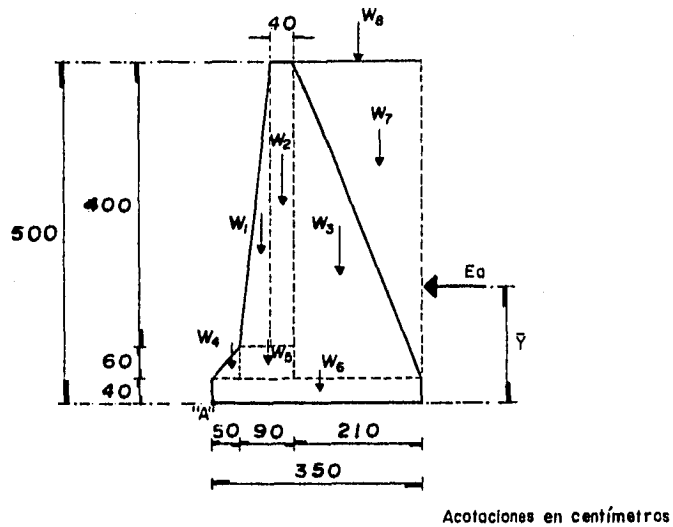


FIGURA (III.c-3)

El momento de volteo respecto al punto A es:

$$M_V = (5.750)(1.667) + (2.025)(2.5) = 14.648 \text{ Ton-m/m}$$

Cálculo del momento resistente.

Tomando como referencia la Fig. (III.c-3), se hace la siguiente tabla, donde se dan los pesos, brazos de palanca y momentos con respecto al punto A.

TIPO DE CARGA	W (Ton/m)	BRAZO (m)	$M_R$ (Ton-m/m)
$W_1$	2.200	0.833	1.833
$W_2$	3.520	1.200	4.224
$W_3$	10.626	2.100	22.315
$W_4$	0.330	0.333	0.110
$W_5$	1.188	0.950	1.129
$W_6$	3.080	1.750	5.390
$W_7$	8.694	2.800	24.343
$W_8$	3.150	2.450	7.718
	$\Sigma W=32.788$	$X_1=2.045$	$\Sigma M_R=67.062$

El valor del factor de seguridad por volteo vale:

$$FS_v = \frac{M_R}{M_p} = \frac{67.062}{14.648} = 4.6 > 2 \quad \therefore \text{cumple}$$

### DESLIZAMIENTO DEL MURO

El factor de seguridad por deslizamiento se valorará considerando la relación.

$$FS_d = \frac{F_R}{E_a}$$

La fuerza resistente  $F_R$  se calcula considerando un comportamiento friccionante en el contacto muro-terreno de cimentación, con un coeficiente de fricción de 0.6.

$$F_R = (\mu)(\Sigma W) = (0.6)(32.788) = 19.673 \text{ Ton/m}$$

$$E_a = 5.750 + 2.025 = 7.775 \text{ Ton/m}$$

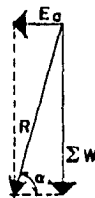
$$FS_d = \frac{19.673}{7.775} = 2.5 > 1.5 \quad \therefore \text{cumple}$$

### FALLA DE CIMENTACION

Punto de aplicación de la resultante

Componiendo el empuje activo ( $E_a$ ) con la suma de los pesos verticales ( $\Sigma W$ ) se obtiene una resultante ( $R$ ) cuyo punto de aplicación ( $\alpha$ ) es necesario encontrar, con el objeto de ver si cae o no dentro del tercio medio de la base.

Cálculo de la resultante de las fuerzas.



$$R = \sqrt{(7.775)^2 + (32.788)^2}$$

$$R = 33.697 \text{ Ton/m}$$

$$\alpha = \text{ang. tan.} \frac{32.788}{7.775} = 76.660^\circ$$

Posición de la resultante a partir del punto A.

$$(\Sigma W)(X_1) - (Ea)(\bar{y}) = (Z)(R)$$

$$Z = \frac{(32.788)(2.045) - (7.775)(1.884)}{33.697} = 1.555 \text{ m}$$

$$a = Z/\text{sen } \alpha = 1.55/\text{sen } 76.660 = 1.599 \text{ m}$$

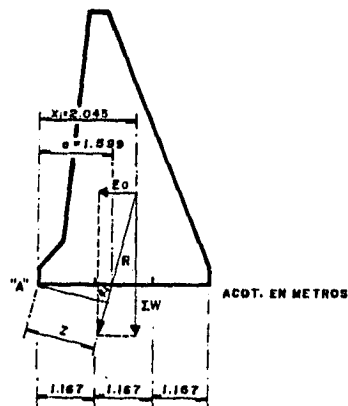


FIGURA (III.c-4)

En la Fig. (III.c-4) se observa que la resultante cae dentro del tercio central de la cimentación, por lo tanto los esfuerzos en la cimentación se determinan con las ecuaciones (3.2) y (3.3).

$$\sigma_1 = \frac{Pv}{L^2} (4L - 6a) = \frac{\Sigma W}{L^2} (4L - 6a)$$

$$\sigma_1 = \frac{32.788}{(3.5)^2} (4 \times 3.5 - 6 \times 1.599) = 11.793 \text{ Ton/m}^2 < Q_{adm} = 20 \text{ T/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Pv}{L^2} (6a - 2L) = \frac{\Sigma W}{L^2} (6a - 2L)$$

$$\sigma_2 = \frac{32.788}{(3.5)^2} (6 \times 1.599 - 2 \times 3.5) = 6.943 \text{ T/m}^2 < Q_{adm} = 20 \text{ T/m}^2$$

#### ROTURA ESTRUCTURAL

En un muro de gravedad de concreto simple, para que no se presente rotura estructural se debe revisar que los esfuerzos internos en el muro sean siempre de compresión, ya que se considera que el concreto es un material sumamente débil a esfuerzos de tensión.

La determinación de los esfuerzos internos se puede hacer de una manera aproximada utilizando la fórmula de la escuadría en diferentes secciones del muro. A continuación se ilustra este procedimiento para la sección horizontal a la mitad de la altura del muro Fig. (III.c-5).

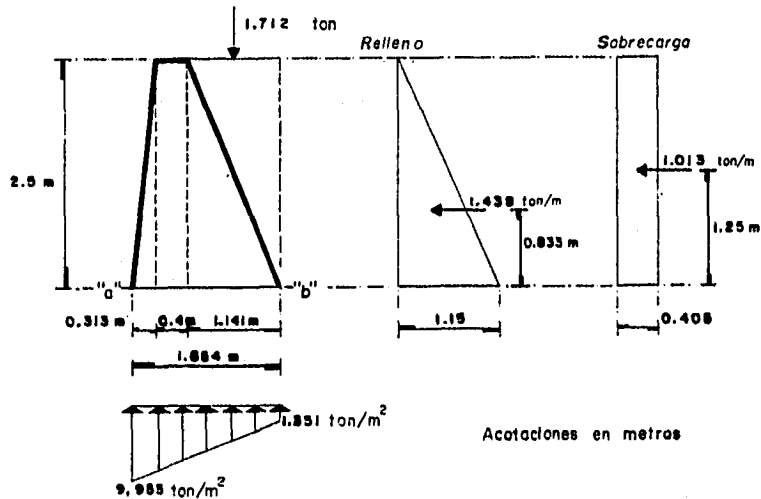


FIGURA (III.c-5)

Aplicando la fórmula de la esquadria.

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I} y$$

$$M = 1.438 \times 0.833 + 1.013 \times 1.25 = 2.464 \text{ Ton-m/m}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{10.478}{1 \times 1.854} \pm \frac{2.464}{\frac{(1)(1.854)^3}{12}} \times \frac{1.854}{2}$$

$$\sigma_{1,2} = 5.652 \pm 4.301$$

$$\sigma_1 = 5.652 + 4.301 = 9.953 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_2 = 5.652 - 4.301 = 1.351 \text{ Ton/m}^2$$

Se observa que no se presentan esfuerzos de tensión en la sección analizada. Esta condición se debe cumplir en otras secciones del muro.

**SEGUNDA COMBINACION: ACCIONES PERMANENTES, VARIABLES Y ACCIDENTALES**

En el inciso 10.2 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (N.T.C.D.S.) establece que "los empujes que ejercen los rellenos sobre los muros de retención, debidos a la acción de los sismos, se valuarán suponiendo que el muro y la zona de relleno por encima de la superficie crítica de deslizamiento se encuentran en equilibrio límite bajo la acción de las fuerzas debidas a carga vertical y a una aceleración horizontal igual a  $c/3$  veces la gravedad".

Para este caso se supuso que el muro se encuentra cimentado en la zona I, por lo que según el Art. 206 del reglamento de construcciones para el Distrito Federal le corresponde un coeficiente sísmico de  $c = 0.16$ .

Para determinar el empuje máximo y la correspondiente cuña crítica en la que debe cumplirse el estado de equilibrio límite bajo la acción de fuerzas debidas a cargas verticales y a la fuerza originada por la aceleración horizontal, utilizaremos el método de Culmann modificado.

El diagrama de fuerzas correspondiente a la cuña crítica está dado en la Fig. (III.c-6).

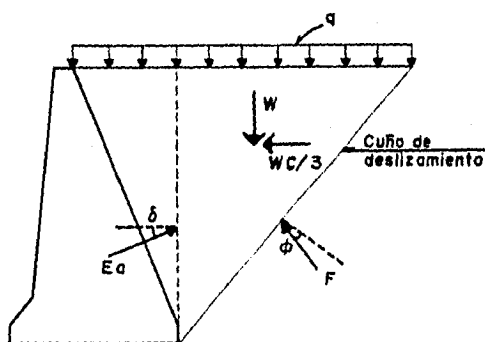


FIGURA (III.c-6)

donde:

88

q - sobrecarga uniformemente distribuida.

W - peso de la cuña de deslizamiento.

c - coeficiente sísmico.

Ea- Empuje activo máximo valuado considerando efectos sísmicos.

Con los datos de la Fig. (III.c-7) se hace la siguiente tabla.

CUÑA	AREA (m <sup>2</sup> )	$\gamma$ (T/m <sup>3</sup> )	W (T/m)	q (T/m)	Wc (T/m)	Wcc/3 (T/m)
ABC <sub>1</sub>	1.25	1.8	2.25	0.75	3.00	0.16
ABC <sub>2</sub>	2.50	1.8	4.50	1.50	6.00	0.32
ABC <sub>3</sub>	3.75	1.8	6.75	2.25	9.00	0.48
ABC <sub>4</sub>	5.00	1.8	9.00	3.00	12.00	0.64
ABC <sub>5</sub>	6.25	1.8	11.25	3.75	15.00	0.80
ABC <sub>6</sub>	7.50	1.8	13.50	4.50	18.00	0.96
ABC <sub>7</sub>	8.75	1.8	15.75	5.25	21.00	1.12
ABC <sub>8</sub>	10.00	1.8	18.00	6.00	24.00	1.28
ABC <sub>9</sub>	11.25	1.8	20.25	6.75	27.00	1.44
ABC <sub>10</sub>	12.50	1.8	22.50	7.50	30.00	1.60



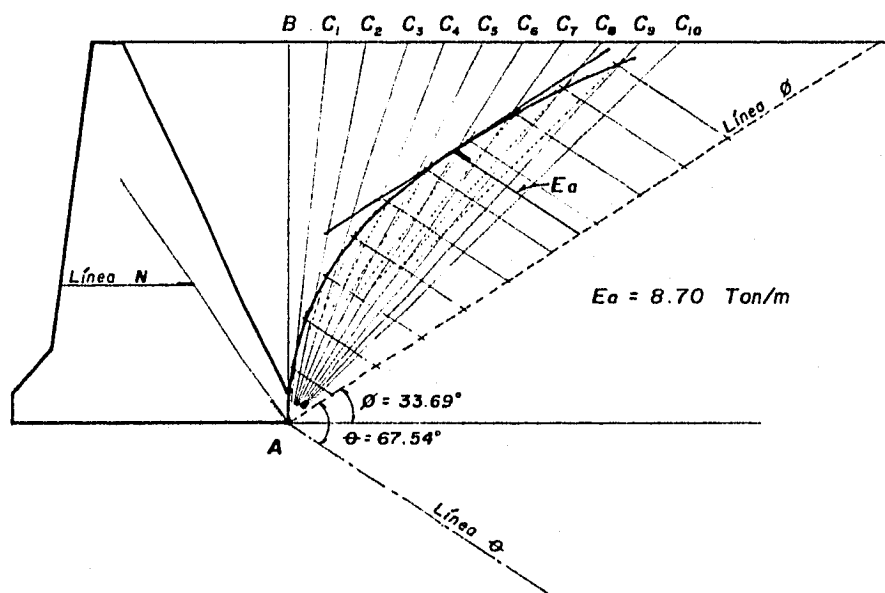


FIGURA (III.c - 7)

De la Figura (III.c-7) se obtiene:

$$E_a = 8.70 \text{ Ton/m}$$

El punto de aplicación del empuje máximo se obtiene como sigue:

$$H_R = \left( \frac{1 + 2 \times 0.16}{1 + 0.16} \right) \left( \frac{5}{3} \right) = 1.897 \text{ m}$$

### VOLTEO

Para el análisis por volteo se consideran las fuerzas indicadas - en la Fig. (III.c-8).

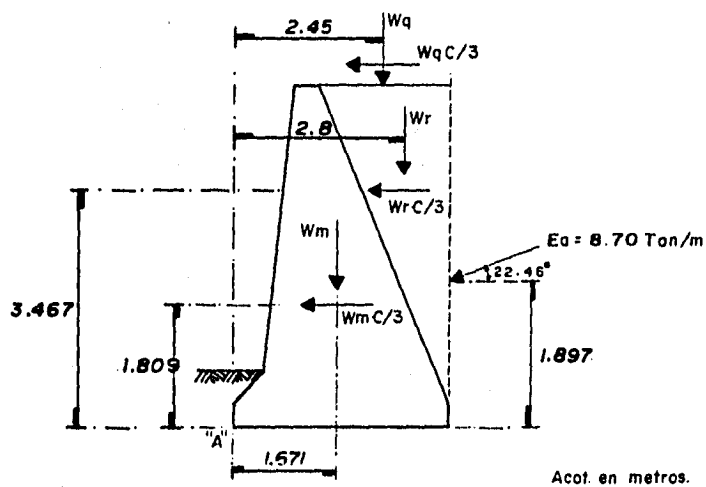


FIGURA (III.c-8)

El momento de volteo vale:

$$M_v = \frac{(20.944)(0.16)}{3} (1.809) + (8.70) (\cos 22.46^\circ) (1.897) +$$

$$\frac{(8.694)(0.16)}{3} (3.467) + \frac{(3.15)(0.16)}{3} (5) = 19.720 \text{ Ton-m/m}$$

El momento resistente es el mismo que para la primera combinación.

$$M_R = 67.062 \text{ Ton-m/m}$$

El factor de seguridad correspondiente es:

$$FS_v = \frac{M_R}{M_v} = \frac{67.062}{19.720} = 3.40 > 2 \quad \therefore \text{ cumple}$$

#### DESLIZAMIENTO DEL MURO

De la Fig. (III.c-8), la fuerza horizontal de deslizamiento:

$$F_d = (8.7)(\cos 22.46) + \frac{(20.944)(0.16)}{3} + \frac{(8.694)(0.16)}{3} + \frac{(3.15)(0.16)}{3}$$

$$F_d = 9.789 \text{ Ton/m}$$

La fuerza resistente es el mismo que para la primera combinación.

$$F_R = (0.6)(32.788) = 19.673 \text{ Ton/m}$$

El factor de seguridad correspondiente:

$$FS_d = \frac{F_R}{F_d} = \frac{19.673}{9.789} = 2.00 > 1.25 \quad \therefore \text{ cumple}$$

#### FALLA DE CIMENTACION

Punto de aplicación de la resultante.

Tomando momentos con respecto al punto A, según la Fig. (III.c-8) tenemos:

$$M_R = -1.117 \times 1.809 - 0.464 \times 3.467 - 0.168 \times 5 - 8.04 \times 1.897 + 20.944 \times$$

$$1.671 + 8.694 \times 2.8 + 3.15 \times 2.45 + 3.324 \times 3.5 = 58.971 \text{ Ton-m/m}$$

Por lo tanto, el punto donde la resultante intersecta a la base a partir del punto "a" es:

$$a = \frac{M_A}{\Sigma W} = \frac{58.971}{36.112} = 1.633 \text{ m.}$$

Como  $a = 1.633 \text{ m.} > \frac{L}{3} = \frac{3.5}{3} = 1.167 \text{ m}$ ; la resultante cae dentro del núcleo central, por tanto los esfuerzos en la base de la zapata se calculan con las expresiones (3.2) y (3.2).

$$\sigma_1 = \frac{\Sigma W}{L^2} (4L - 6a)$$

$$\sigma_1 = \frac{36.112}{(3.5)^2} (4 \times 3.5 - 6 \times 1.633) = 12.387 \text{ Ton/m}^2 < 20 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\Sigma W}{L^2} (6a - 2L)$$

$$\sigma_2 = \frac{36.112}{(3.5)^2} (6 \times 1.633 - 2 \times 3.5) = 8.248 \text{ Ton/m}^2 < 20 \text{ Ton/m}^2$$

Como  $12.387 \text{ Ton/m}^2$  y  $8.248 \text{ Ton/m}^2$  son menores que  $20 \text{ Ton/m}^2$ . se tiene que no hay tensiones en la base y que el suelo resiste las presiones del muro.

### ROTURA ESTRUCTURAL

El análisis por rotura estructural se realiza de manera análoga al como se realiza para la primera combinación. Se consideran, arriba de una sección horizontal a la mitad de la altura del muro, además de las fuerzas verticales, las fuerzas de inercia mostradas en la Fig. (III.c-9).

Utilizando la fórmula de escuadría para determinar de manera aproximada los esfuerzos internos en el muro, se obtienen los siguientes resultados.

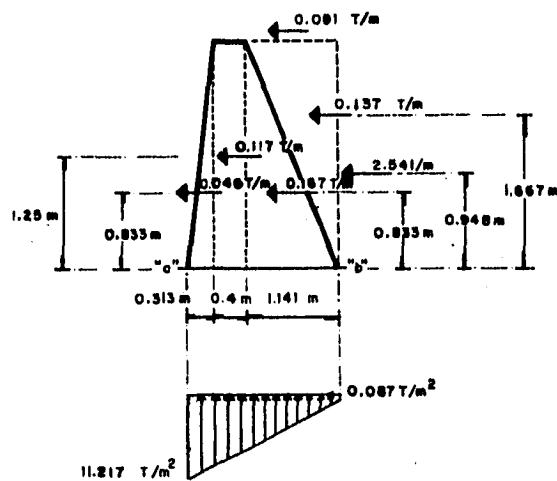


FIGURA (III.c-9)

$$M = (0.046)(0.833) + (0.117)(1.25) + (0.167)(0.833) + \\ (0.137)(1.667) + (0.091)(2.50) + (2.541)(0.948)$$

$$M = 3.188 \text{ Ton-m/m}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{10.478}{1 \times 1.854} \pm \frac{3.188}{\frac{(1)(1.854)^3}{12}} \times \frac{1.854}{2}$$

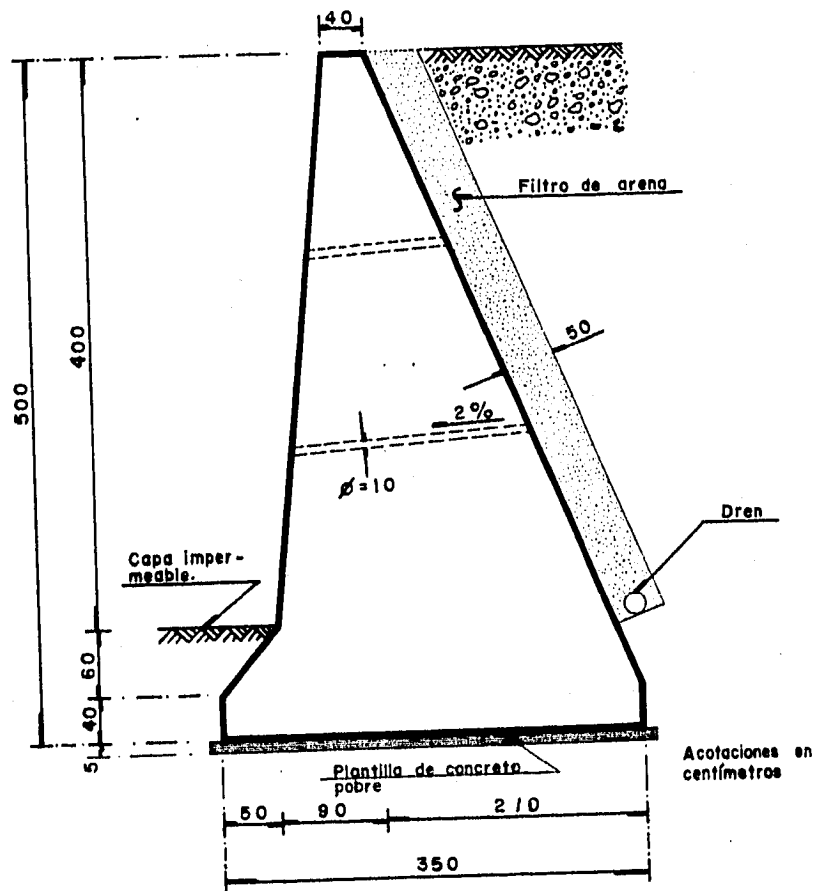
$$\sigma_{1,2} = 5.652 \pm 5.565$$

$$\sigma_1 = 5.652 + 5.565 = 11.217 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_2 = 5.652 - 5.565 = 0.087 \text{ Ton/m}^2$$

No se presentan esfuerzos de tensión en esta sección. Esta revisión debe aplicarse en otras secciones del muro.

### DIMENSIONES DEFINITIVAS DEL MURO DE GRAVEDAD



### III.d. DISEÑO DE UN MURO EN VOLADIZO

En seguida realizaremos el análisis y el diseño de un muro de concreto reforzado en voladizo. Se presenta, al igual que en los ejemplos del muro de gravedad y del muro con contrafuertes en dos etapas, una se refiere al diseño estático y la otra al sísmico.

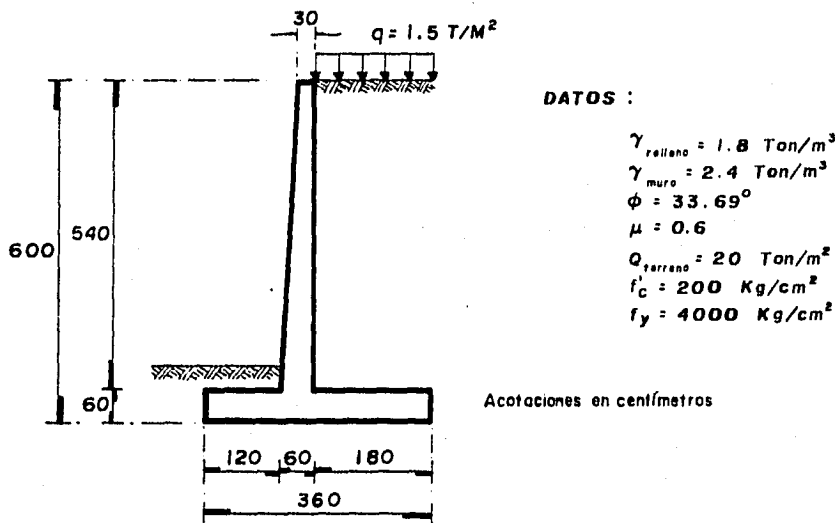


FIGURA (III.d-1)

La Fig. (III.d-1) muestra las características del muro de contención que se pretende diseñar.



## PRIMERA COMBINACION: ACCIONES PERMANENTES Y VARIABLES

### Cálculo del empuje del terreno.

El empuje del relleno sobre el muro se puede determinar utilizando la teoría de Rankine.

Cuando la superficie del relleno es horizontal y sobre ella actúa una sobrecarga uniformemente distribuida el empuje activo se calcula con la siguiente ecuación:

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 + K_a q_s H$$

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 (45^\circ - \phi/2) = 0.2864$$

$$E_a = \frac{1}{2} (0.2864)(1.8)(6.0)^2 + (0.2864)(1.5)(6.0) = 11.857 \text{ Ton/m}$$

El punto de aplicación del empuje activo estará actuando en el centroide del diagrama de presiones.

$$\bar{y} = 2.217 \text{ m}$$

Con estos valores se puede realizar el análisis de estabilidad del muro.

### VOLTEO

De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la Fig. (III.d-2), el análisis por volteo se realiza considerando que el muro gira alrededor del punto A.

Cálculo del momento de volteo:

$$M_v = (E_a)(\bar{y})$$

$$M_v = (11.857)(2.217) = 26.292 \text{ Ton-m/m}$$

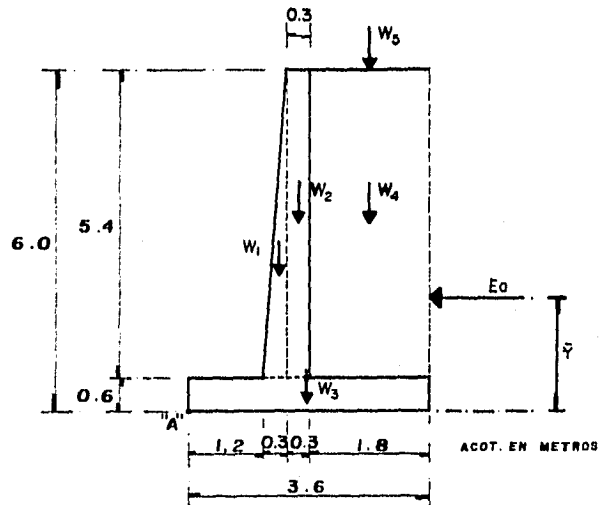


FIGURA (III.d-2)

Cálculo del momento resistente:

TIPO DE CARGA	W (Ton/m)	BRAZO (m)	$M_R$ (Ton-m/m)
$W_1$	1.944	1.400	2.722
$W_2$	3.888	1.650	6.415
$W_3$	5.184	1.800	9.331
$W_4$	17.496	2.700	47.239
$W_5$	2.700	2.700	7.290
	$\Sigma W=31.212$	$X_1=2.339$	$\Sigma M_R=72.997$

El factor de seguridad por volteo vale:

$$FS_v = \frac{M_R}{M_v} = \frac{72.997}{26.292} = 2.80 > 2.0 \quad \therefore \text{cumple}$$

DESLIZAMIENTO DEL MURO

El factor de seguridad por deslizamiento vale:

$$FSd = \frac{F_R}{Ea}$$

99

La fuerza resistente  $F_R$  se calcula considerando un comportamiento friccionante en el contacto muro-terreno de cimentación, con un coeficiente de fricción igual a 0.6.

$$F_R = (\mu)(\Sigma W) = (0.6)(31.212) = 18.727 \text{ Ton/m}$$

$$Ea = 11.857 \text{ Ton/m}$$

$$FSd = \frac{18.727}{11.857} = 1.6 > 1.5 \therefore \text{ cumple}$$

#### FALLA DE CIMENTACION

Punto de aplicación de la resultante.

$$a = \frac{M_R - M_V}{\Sigma W} = \frac{72.997 - 26.292}{31.212} = 1.496 \text{ m}$$

Lo que indica que la resultante cae dentro del núcleo central ya que:

$$\frac{L}{3} = \frac{3.6}{3} = 1.2 < a = 1.496 \text{ m}$$

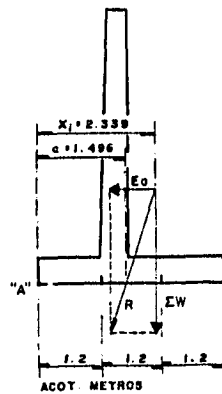


FIGURA (III.d-3)

Cálculo de las presiones que el muro transmite al suelo.

Como la resultante cae dentro del núcleo central, los esfuerzos en la base de la zapata se calculan con las ecuaciones (3.2) y (3.3).

$$\sigma_1 = \frac{P_V}{L^2} (4L - 6a) = \frac{\Sigma W}{L^2} (4L - 6a)$$

$$\sigma_1 = \frac{31.212}{(3.6)^2} (4 \times 3.6 - 6 \times 1.496) = 13.063 \text{ Ton / m}^2 < Q_{adm} = 20 \text{ Ton / m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{P_v}{L^2} (6a - 2L) = \frac{\sum W}{L^2} (6a - 2L)$$

$$\sigma_2 = \frac{31.212}{(3.6)^2} (6 \times 1.496 - 2 \times 3.6) = 4.277 \text{ Ton / m}^2 < Q_{adm} = 20 \text{ Ton / m}^2$$

Como  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son ambos menores que  $Q_{adm}$  se tiene que no hay tensiones en la base, por tanto el suelo resiste satisfactoriamente las presiones del muro.

### ROTURA ESTRUCTURAL

La revisión por rotura estructural se lleva a cabo cumpliendo con los requisitos que establecen el Reglamento de Construcciones Para el Distrito Federal y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.

Para verificar si las dimensiones propuestas previamente, con las que se reviso la estabilidad del muro son adecuadas para resistir la flexión y el cortante en seguida calcularemos las resistencias máximas en las secciones críticas del muro de contención.

La losa vertical, el pie y el talón del muro en voladizo se dimensionarán, para los momentos flexionantes y fuerzas cortantes que resulten más desfavorables de los análisis de la primera y segunda combinación.

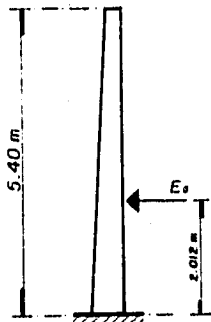
Según el artículo 194 del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, el factor de carga se tomará igual a 1.4 para combinaciones que incluyan acciones permanentes y acciones variables, y 1.1 para combinaciones que incluyan acciones permanentes, variables y accidentales.

### Elementos mecánicos en el muro pantalla.

Como ya quedo establecido antes, el muro pantalla se calcula como un cantiliver empotrado en la zapata, por lo que es necesario calcular el empuje de tierras para la altura del muro.

$$E_s = \frac{1}{2} K_a \gamma H + K_a q_s H$$

$$E_s = \frac{1}{2} (0.2864)(1.8)(5.4)^2 + (0.2864)(1.5)(5.4) = 9.836 \text{ Ton/m}$$



El momento de empotramiento vale:

$$M_u = (9.8361)(2.0123) = 19.793 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_u = (19.793)(1.4) = 27.710 \text{ Ton-m/m}$$

La fuerza \$V\_u\$ que provocará corte en la unión del muro pantalla con la zapata vale:

$$V_u = 9.836 \text{ Ton/m.}$$

$$V_u = (9.836)(1.4) = 13.770 \text{ Ton/m.}$$

### Elementos mecánicos en el talón y el pie.

La zapata se calcula como un doble cantiliver empotrados a el muro pantalla.

El diagrama de presiones que se había obtenido es:

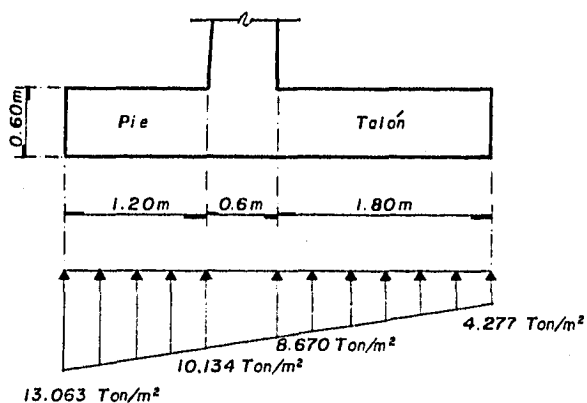
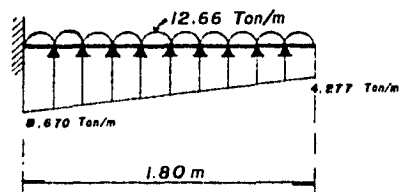


FIGURA (III. d - 4)

Cálculo del momento de empotramiento en el talón.

Cargas actuantes:

sobrecarga =	1.50 Ton/m
relleno =	$(5.4)(1.8) = 9.72$ Ton/m
losa =	$(0.6)(2.4) = 1.44$ Ton/m
	12.66 Ton/m



El momento de empotramiento vale:

$$M = \frac{WL^2}{2} - \left( \frac{WL^2}{2} + \frac{WL^2}{6} \right)$$

$$M_a = \frac{(12.66)(1.80)^2}{2} - \left( \frac{(4.277)(1.80)^2}{2} + \frac{(4.393)(1.80)^2}{6} \right)$$

$$M_a = 11.208 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_u = 11.208 \times 1.4 = 15.691 \text{ Ton-m/m}$$

La fuerza cortante vale:

$$V = WL - \left( WL + \frac{Wl}{2} \right)$$

$$V_a = (12.66 \times 1.8) - \left( 4.277 \times 1.8 + \frac{4.393 \times 1.8}{2} \right)$$

$$V_a = 11.136 \text{ Ton/m}$$

$$V_u = 11.136 \times 1.4 = 15.590 \text{ Ton/m}$$

Cálculo del momento de empotramiento en el pie.

$$M_a = \left( \frac{(10.134)(1.2)^2}{2} + \frac{(2.929)(1.2)^2}{3} \right) - \frac{(2.16)(1.2)^2}{2}$$

$$M_a = 7.147 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_u = 7.147 \times 1.4 = 10.00 \text{ Ton-m/m}$$

La fuerza cortante vale:

$$V_a = \left( (10.134 \times 1.2) + \frac{2.929 \times 1.2}{2} \right) - (2.16 \times 1.2)$$

$$V_a = 11.326 \text{ Ton/m}$$

$$V_u = 11.326 \times 1.4 = 15.856 \text{ Ton/m}$$

**SEGUNDA COMBINACION: ACCIONES PERMANENTES, VARIABLES Y ACCIDENTALES.**

Para esta combinación de acciones, el empuje también debe ser valuado de acuerdo a lo que establece el inciso 10.2 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Por facilidad consideramos que el muro en voladizo estuviera ubicado en la zona I ( $c = 0.16$ ).

Cálculo del empuje activo.

El empuje debido a sismo será calculado con el método de Culmann modificado.

Con los datos de la Fig. (III.d-5) se hace la siguiente tabla:

CUÑA	AREA (m <sup>2</sup> )	$\gamma$ (Ton/m <sup>3</sup> )	W (Ton/m)	q (Ton/m)	Wt (Ton/m)	Wtc/3 (ton/m)
ABC <sub>1</sub>	1.65	1.8	2.97	0.825	3.795	0.202
ABC <sub>2</sub>	3.30	1.8	5.94	1.650	7.590	0.405
ABC <sub>3</sub>	4.95	1.8	8.91	2.475	11.385	0.607
ABC <sub>4</sub>	6.60	1.8	11.88	3.300	15.180	0.810
ABC <sub>5</sub>	8.25	1.8	14.85	4.125	18.975	1.012
ABC <sub>6</sub>	9.90	1.8	17.82	4.950	22.770	1.214
ABC <sub>7</sub>	11.55	1.8	20.79	5.775	26.565	1.417
ABC <sub>8</sub>	13.20	1.8	23.76	6.600	30.360	1.619
ABC <sub>9</sub>	14.85	1.8	26.73	7.425	34.155	1.822
ABC <sub>10</sub>	16.50	1.8	29.70	8.250	37.950	2.024
ABC <sub>11</sub>	18.15	1.8	32.67	9.075	41.745	2.226
ABC <sub>12</sub>	19.80	1.8	35.64	9.900	45.540	2.429



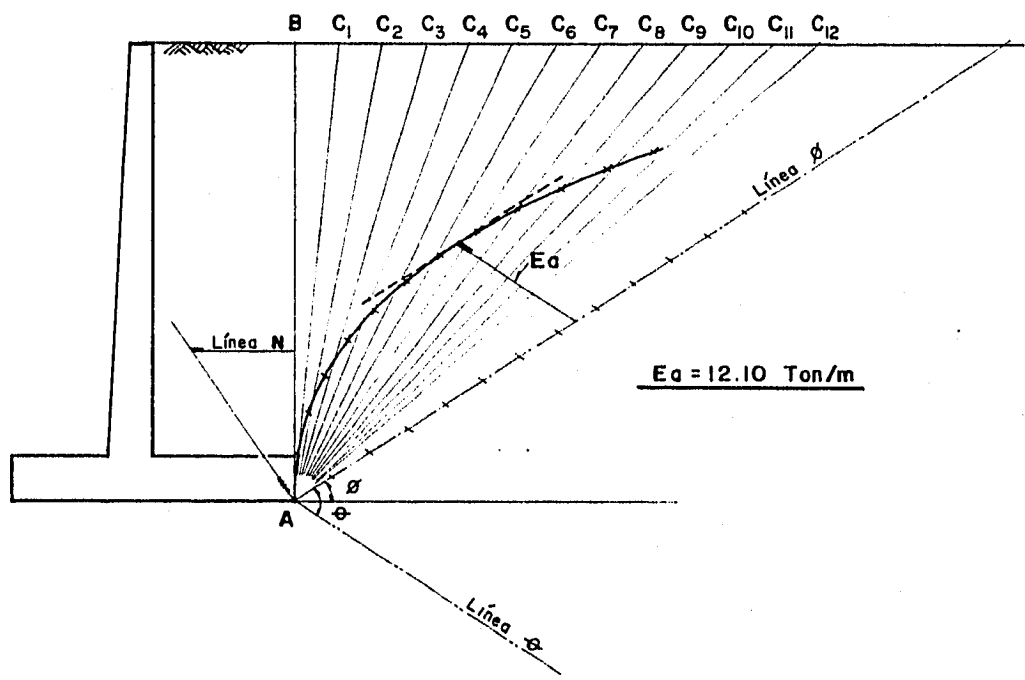


FIGURA (III.d-5)

De la Fig.(III.d-5) se obtiene:

$$E_o = 12.10 \text{ Ton/m}$$

El punto de aplicación del empuje a partir de la base del muro es el siguiente:

$$H_R = \left( \frac{1 + 2 \times 0.16}{1 + 0.16} \right) \left( \frac{6}{3} \right) = 2.276 \text{ m}$$

### VOLTEO

Para el análisis por volteo se consideran, además de las fuerzas verticales, las fuerzas de inercia mostradas en la Fig. (III.d-6).

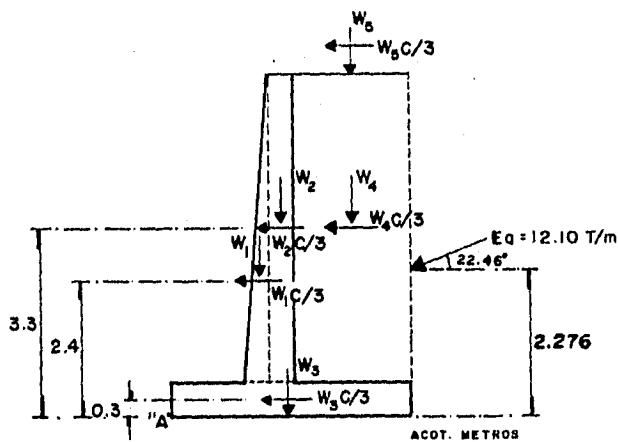


FIGURA (III.d-6)

$$W_1c/3 = 1.944 \times 0.16/3$$

$$= 0.104 \text{ T/m}$$

$$W_2c/3 = 3.888 \times 0.16/3$$

$$= 0.207 \text{ T/m}$$

$$W_3c/3 = 5.184 \times 0.16/3$$

$$= 0.2760 \text{ T/m}$$

$$W_4c/3 = 17.496 \times 0.16/3$$

$$= 0.933 \text{ T/m}$$

$$W_5c/3 = 2.700 \times 0.16/3$$

$$= 0.144 \text{ T/m}$$

El momento de volteo vale.

$$M_V = (0.1040)(2.4) + (0.2070)(3.3) + (0.2760)(0.3) + (0.933)(3.3) + (0.144)(6) \\ + (12.10)(\cos 22.46^\circ)(2.2760) = 30.4090 \text{ Ton-m/m}$$

El momento resistente es el mismo que para la primera combinación de acciones.

$$M_R = 72.997 \text{ Ton-m/m}$$

El factor de seguridad correspondiente es:

$$FS_V = \frac{M_R}{M_V} = \frac{72.997}{30.409} = 2.4 > 2.0 \quad \therefore \text{ cumple}$$

#### DESLIZAMIENTO DEL MURO

De la Fig. (III.d-6) la fuerza horizontal deslizante vale:

$$F_d = (12.10)(\cos 22.46^\circ) + 0.104 + 0.207 + 0.276 + 0.933 + 0.144$$

$$F_d = 12.846 \text{ Ton/m}$$

La fuerza horizontal resistente por fricción en el contacto entre muro y terreno de cimentación vale:

$$F_R = (\mu)(\Sigma W) = (0.6)(31.212) = 18.727 \text{ Ton/m}$$

El factor de seguridad correspondiente es:

$$FS_d = \frac{F_R}{F_d} = \frac{18.727}{12.846} = 1.45 > 1.25 \quad \therefore \text{ cumple}$$

#### FALLA DE CIMENTACION

Punto de aplicación de la resultante.

Tomando momentos con respecto al punto A, de la Fig.(III.d-6), tenemos que:

$$M_A = 1.944 \times 1.4 + 3.888 \times 1.65 + 5.184 \times 1.8 + 17.496 \times 2.7 + 2.7 \times 2.7 + 4.623 \times 3.6 - 0.104 \times 2.4 - 0.207 \times 3.3 - 0.2760 \times 0.3 - 0.933 \times 3.3 - 0.144 \times 6 - 11.182 \times 2.2760$$

$$M_A = 59.231 \text{ Ton-m/m}$$

La posición de la resultante a partir del punto "A" vale:

$$a = \frac{M_A}{\Sigma W} = \frac{59.231}{35.835} = 1.653 \text{ m}$$

Como  $a = 1.653 \text{ m} > \frac{L}{3} = \frac{3.6}{3} = 1.2 \text{ m}$ , la resultante cae dentro del núcleo central.

Cálculo de las presiones que el muro transmite al suelo.

$$\sigma_1 = \frac{31.212 + 4.623}{(3.6)^2} (4 \times 3.6 - 6 \times 1.653) = 12.393 \text{ Ton/m}^2 < Q_{adm}$$

$$\sigma_2 = \frac{31.212 + 4.623}{(3.6)^2} (6 \times 1.653 - 2 \times 3.6) = 7.515 \text{ Ton/m}^2 < Q_{adm}$$

Como  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son ambos menores que  $Q_{adm}$ , se tiene que no se presentan tensiones en la base y que el suelo resiste las presiones del muro.

### ROTURA ESTRUCTURAL

La revisión por rotura estructural se realiza de acuerdo con lo indicado para la primera combinación de acciones.

Cálculo del empuje de tierras para el muro pantalla.

El empuje se obtuvo con el método gráfico de Culmann modificado, el cual resultó:

$$E_a = 10.0 \text{ Ton/m.}$$

### Elementos mecánicos en el muro pantalla.

Tomando en cuenta las fuerzas de inercia que actúan en el muro pantalla, el momento de empotramiento vale:

$$M_a = (0.1040)(1.8) + (0.207)(2.7) + (0.933)(2.7) + (0.144)(5.4) + (10.0)(\cos 22.46^\circ)(2.048) \\ = 22.969 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_u = 22.969 \times 1.1 = 25.266 \text{ Ton-m/m}$$

**Cálculo de la fuerza cortante:**

$$V_u = 0.104 + 0.207 + 0.933 + 0.144 + 9.241 = 10.629 \text{ Ton/m}$$

$$V_o = 10.629 \times 1.1 = 11.692 \text{ Ton/m}$$

Comparando los elementos mecánicos que resultaron de los análisis de la primera combinación con los de la segunda, observamos que los primeros son mayores, por lo tanto con estos diseñaremos el muro pantalla.

Según establece el inciso 1.6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, los factores de resistencia que utilizaremos para flexión 0.9 y para cortante 0.8.

**Materiales:**

$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4000 \text{ Kg/cm}^2$$

**Constantes de Diseño:**

$$f^*_c = 0.8f'_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85f^*_c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (por ser } f^*_c \leq 250 \text{ Kg/cm}^2 \text{)}$$

$$P_b = \frac{f''_c}{f_y} \cdot \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000} \cdot \frac{4800}{10000} = 0.016320$$

$$P_{\text{máx}} = 0.75 P_b = 0.012240$$

$$P_{\text{mín}} = \frac{0.7\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.7\sqrt{200}}{4000} = 0.002475$$

### DISEÑO POR FLEXION

Considerando  $h = 60$  cm;  $d = 55$  cm; y  $b = 100$  cm, y analizando el muro como viga.

El porcentaje de acero por flexión, se puede estimar con la siguiente expresión:

$$p = \frac{f_c''}{f_y} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{F_R b d^2 f_c''}} \right\}$$

$$p = \frac{136}{4000} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(19.7930)(1.4)(10)^3}{(0.9)(100)(55)^2(136)}} \right\} = 0.002648$$

La cuantía de acero requerida es:

$$A_s = pbd = 0.002648 \times 100 \times 55 = 14.56 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si usamos varillas #6 ( $a_s = 2.85 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación:

$$s = \frac{100a_s}{A_s} = \frac{(100)(2.85)}{14.56} = 19.6 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

∴ Colocamos varillas #6 a 20 cm por flexión

En la cara exterior del muro pondremos acero vertical mínimo.

$$A_{\min} = 0.0025 \times 100 \times 45 = 11.25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si usamos varillas del #6 ( $a_s = 2.85 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación.

$$s = \frac{100a_s}{A_s} = \frac{(100)(2.85)}{11.25} = 25.3 \text{ cm}$$

∴ Colocamos varillas #6 a 25 cm, como refuerzo vertical

Para el refuerzo horizontal usaremos el acero por cambios volumétricos.

$$a_s = \frac{660 X_1}{f_y (X_1 + 100)} = \frac{(660)(60)}{4000(60 + 100)} (100) = 6.19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Pero según el inciso 3.10 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, menciona que en elementos estructurales expuestos directamente a la intemperie o en contacto con el terreno, el refuerzo no será menor de:

$$A_s = 1.5 a_s = 1.5 \times 6.19 = 9.285 / 2 = 4.64 \text{ cm}^2/\text{m}$$

usando varillas del #4 ( $a_s = 1.27 \text{ cm}^2$ ), tendremos:

$$s = \frac{100 X 1.27}{4.64} = 27.37 \text{ cm}$$

∴ Colocamos varillas #4 a 25 cm por temperatura.

#### DISEÑO POR CORTANTE

Considerando el cortante a paño de la losa

$$V_u = 13.770 \text{ Ton/m}$$

El cortante que resiste el concreto:

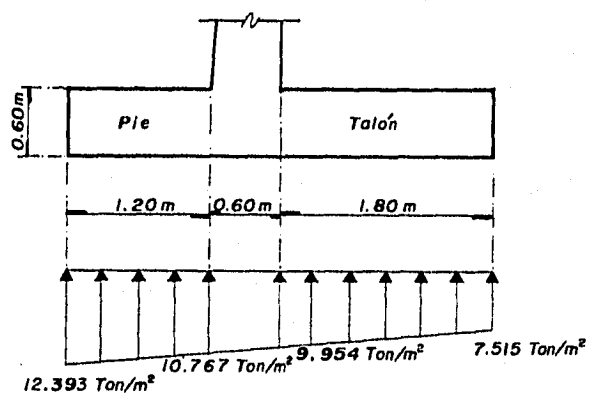
$$V_{CR} = F_R b d (0.2 + 30P) \sqrt{f_c} *$$

$$V_{CR} = 0.8 \times 100 \times 55 (0.2 + 30 \times 0.002475) \sqrt{160} = 15263.682 \text{ Kg/m}$$

$$V_{CR} = 15.264 \text{ Ton/m}$$

Luego, como  $V_{CR} > V_u$   $\therefore$  no se requiere refuerzo por cortante.

### Diseño del Talón y del Pie del Muro.



### Diseño del Talón

Cargas actuantes:

$$\begin{aligned}
 \text{sobrecarga} &= &= 1.500 \text{ Ton/m} \\
 \text{relleno} &= (5.4)(1.8) = 9.720 \text{ " } \\
 \text{losa} &= (0.6)(2.4) = 1.440 \text{ " } \\
 \text{empuje} &= &= \underline{2.568 \text{ "}} \\
 &&= 15.228 \text{ Ton/m}
 \end{aligned}$$



El momento de empotramiento vale:

$$M = \frac{WL^2}{2} - \left( \frac{WL^2}{2} + \frac{WL^2}{6} \right)$$

$$M_a = \frac{(15.228)(1.8)^2}{2} - \left( \frac{(7.515)(1.8)^2}{2} + \frac{(2.439)(1.8)^2}{6} \right)$$

$$M_a = 11.178 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_0 = 11.178 \times 1.1 = 12.296 \text{ Ton-m/m}$$

La fuerza cortante vale:

$$V = WL - \left( WL + \frac{WL}{2} \right)$$

$$V_a = (15.228 \times 1.8) - \left( 7.515 \times 1.8 + \frac{2.439 \times 1.8}{2} \right) = 11.688 \text{ Ton/m}$$

$$V_0 = 11.688 \times 1.1 = 12.857 \text{ Ton/m}$$

Observamos que rige la primera combinación para momento y cortante.

#### DISEÑO POR FLEXION

Considerando  $h = 60 \text{ cm}$ ;  $d = 57 \text{ cm}$  y  $b = 100 \text{ cm}$

El porcentaje de acero por flexión vale:

$$p = \frac{136}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(11.208)(14)(10)^3}{(0.9)(100)(57)^2(136)}} \right] = 0.001369 < p_{\min}$$

$\therefore$  Rige  $p_{\min}$ , de donde  $A_s = 0.002475 \times 100 \times 57 = 14.11 \text{ cm}^2/\text{m}$

Si usamos varillas #6 ( $a_s = 2.85 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación:

$$s = \frac{100 \times 2.85}{14.11} = 20.20 \text{ cm}$$

Colocamos varillas #6 a 20 cm. en el lecho superior

**Refuerzo por Temperatura**

$$a_s = \frac{660 \times 60}{4000(60 + 100)} \times 100 = 6.19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = 1.5 a_s = 1.5 \times 6.19 = 9.28 / 2 = 4.64 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s = \frac{100 \times 1.27}{4.640} = 27.37 \text{ cm}$$

Colocamos varillas #4 a 25 cm. refuerzo en la otra dirección

#### DISEÑO POR CORTANTE

$$V_u = 15.590 \text{ Ton/m}$$

La fuerza cortante que toma el concreto vale:

$$V_{CR} = 0.8 \times 100 \times 57 (0.2 + 30 \times 0.0025) \sqrt{160} = 15861.98 \text{ Kg} = 15.862 \text{ Ton/m}$$

como  $V_{CR} > V_u$   $\therefore$  no necesita refuerzo por cortante.

#### Diseño del pie

El momento de empotramiento vale:

$$M_u = \left( \frac{(10.767)(1.2)^2}{2} + \frac{(1.626)(1.2)^2}{3} \right) - \frac{(2.16)(1.2)^2}{2}$$

$$M_u = 6.978 \text{ Ton-m/m}$$

$$M_u = 6.978 \times 1.1 = 7.676 \text{ Ton-m/m}$$

La fuerza cortante vale:

$$V = (10.767 \times 1.2) + \frac{(1.626 \times 1.2)}{2} - (2.16 \times 1.2) = 11.304 \text{ Ton/m}$$

$$V_u = 11.304 \times 1.1 = 12.434 \text{ Ton/m}$$

Rige la primera combinación para momento flexionante y fuerza cortante.

#### DISEÑO POR FLEXION

Considerando  $h = 60 \text{ cm}$ ;  $d = 57 \text{ cm}$  y  $b = 100 \text{ cm}$

El porcentaje de acero por flexión vale:

$$p = \frac{136}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(7.147)(1.4)(10)^5}{(0.9)(100)(57)^2(136)}} \right] = 0.000866 < p_{\min}$$

$\therefore$  Rige  $p_{\min}$ , de donde  $A_s = 0.002475 \times 100 \times 57 = 14.108 \text{ cm}^2/\text{m}$

Colocamos varillas #6 @ 20 cm, refuerzo en el lecho inferior

#### DISEÑO POR CORTANTE

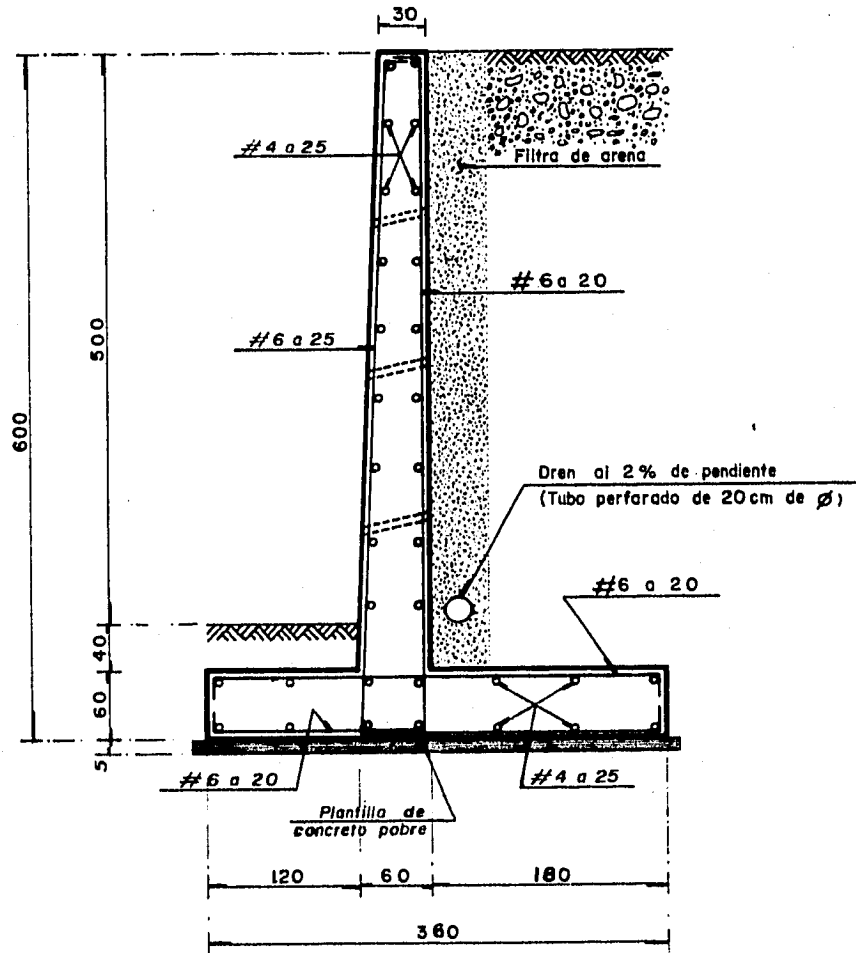
$$V_u = 15.856 \text{ Ton/m}$$

$$V_{CR} = 15.862 \text{ Ton/m}$$

Como  $V_{CR} > V_u$   $\therefore$  no necesita refuerzo por cortante.

Observamos que la sección de la zapata esta sobrada por flexión, sin embargo no lo es así para cortante.

# DETALLE DEL ARMADO DEL MURO



Anotaciones en centímetros

### III.e. DISEÑO DE UN MURO CON CONTRAFUERTE

#### DATOS:

$$\gamma_{\text{relleno}} = 1.8 \text{ Ton/m}^3$$

$$\text{Angulo de fricción interna } \phi = 33.69^\circ$$

$$\text{Coeficiente de fricción } \mu = 0.60$$

$$\gamma_{\text{muro}} = 2.4 \text{ Ton/m}^3$$

$$Q_{\text{terreno}} = 25 \text{ Ton/m}^2$$

$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4000 \text{ Kg/cm}^2$$

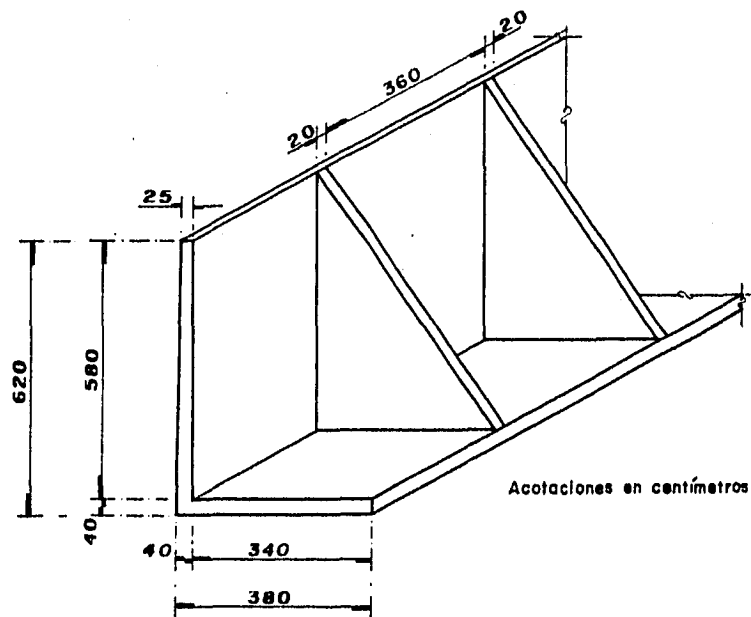


FIGURA (III.e-1)

Al igual que en el ejemplo anterior, como premisa se proponen las dimensiones del muro, con las cuales se revisa la estabilidad del muro, si estas resultan satisfactorias se procede a realizar el análisis y el diseño de los elementos del muro de retención.

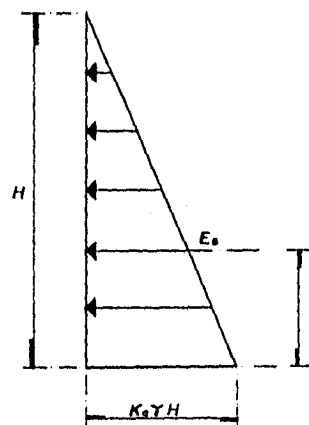
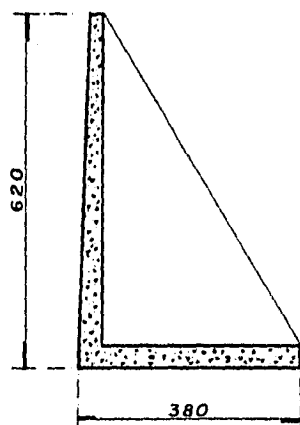
### CALCULO DEL EMPUJE DEL TERRENO

El empuje sobre el muro se puede determinar utilizando la teoría de RANKINE.

$$K_a = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 - \operatorname{sen} 33.69^\circ}{1 + \operatorname{sen} 33.69^\circ} = 0.286$$

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 = \frac{1}{2} (0.286)(18)(6.2)^2 = 9.910 \text{ Ton/m}$$

$$\bar{Y} = \frac{H}{3} = \frac{6.2}{3} = 2.067 \text{ m}$$



Distribución de presiones horizontales.

Con estos valores se puede realizar el análisis de estabilidad del muro.

## VOLTEO

De acuerdo a las fuerzas que intervienen en la Fig.(III.e-2) el análisis por volteo se realiza considerando que el muro gira alrededor del punto "A".

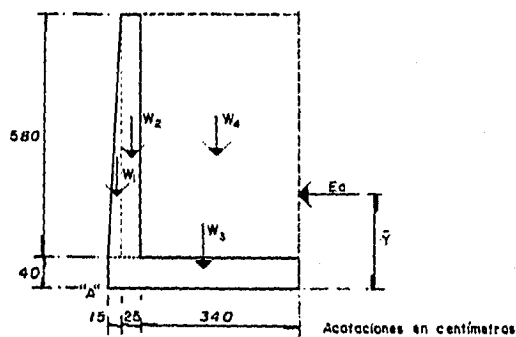


FIGURA (III. e - 2)

El momento de volteo respecto al punto "A" es:

$$M_v = (9.910)(2.067) = 20.484 \text{ Ton-m/m}$$

### Cálculo del momento resistente

El momento resistente se calcula tomando como referencia la Fig.(III.e-2).

TIPO DE CARGA	W (Ton/m)	BRAZO (m)	M <sub>R</sub> (Ton-m/m)
W <sub>1</sub>	1.044	0.100	0.104
W <sub>2</sub>	3.480	0.275	0.957
W <sub>3</sub>	3.648	1.900	6.931
W <sub>4</sub>	35.496	2.100	74.542
	ΣW = 43.668	X <sub>i</sub> = 1.890	M <sub>R</sub> = 82.534

El factor de seguridad por volteo vale:

$$F_{Sv} = \frac{M_R}{M_v} = \frac{82.534}{20.484} = 4.03 > 2 \quad \therefore \text{cumple}$$

#### DESLIZAMIENTO DEL MURO.

$$F_R = (\mu) (\Sigma W) = (0.6)(43.668) = 26.201 \text{ Ton/m}$$

El factor de seguridad contra deslizamiento vale:

$$F_{sd} = \frac{F_R}{E_a} = \frac{26.201}{9.91} = 2.6 > 1.5 \quad \therefore \text{cumple}$$

#### FALLA DE CIMENTACION.

Punto de aplicación de la resultante.

$$a = \frac{M_R - M_v}{\Sigma W} = \frac{82.534 - 20.484}{43.668} = 1.421 \text{ m}$$

Como  $a > L/3$ , la resultante cae dentro del núcleo central.

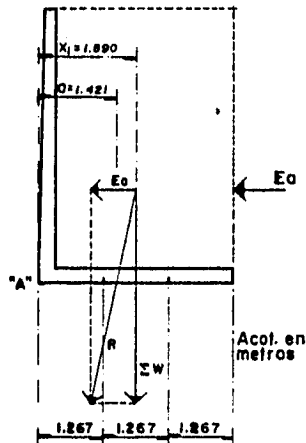


FIGURA (III.e-3)



### CALCULO DE LAS PRESIONES QUE EL MURO TRASMITE AL SUELO.

Como la resultante cae dentro del núcleo central, los esfuerzos en la base de la zapata se calculan con las ecuaciones (3.2) y (3.3)

$$\sigma_1 = \frac{P_v}{L^2} (4L - 6a) = \frac{\sum W}{L^2} (4L - 6a)$$

$$\sigma_1 = \frac{43.668}{(3.8)^2} ((4)(3.8) - (6)(1.421)) = 20.183 \text{ Ton/m}^2 < Q_{adm} = 25 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{P_v}{L^2} (6a - 2L) = \frac{\sum W}{L^2} (6a - 2L)$$

$$\sigma_2 = \frac{43.668}{(3.8)^2} ((6)(1.421) - (2)(3.8)) = 2.80 \text{ Ton/m}^2 < Q_{adm} = 25 \text{ Ton/m}^2$$

Como  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son ambas menores que  $Q_{adm}$  se tiene que no hay tensiones en la base y que el suelo resiste satisfactoriamente las presiones del muro.

**SEGUNDA COMBINACION: ACCIONES PERMANENTES Y ACCIONES ACCIDENTALES**

Para esta combinación de acciones, el empuje debe ser valuado de acuerdo a lo que establece el inciso 10.2 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.

Por facilidad, en el desarrollo de este ejemplo consideramos que el muro en cuestión estuviera ubicado en la zona I.

Según el Art. 174 del R.C.D.F., la estructura se clasifica en el grupo B, y además según el Art. 206 de dicho reglamento el coeficiente sísmico se tomará igual a  $C = 0.16$ .

**Cálculo del empuje activo.**

El empuje debido a sismo será calculado con el método de Culmann modificado.

CUÑA	AREA (m <sup>2</sup> )	Y (Ton/m <sup>3</sup> )	W (Ton/m)	Wc / 3 (Ton/m)
ABC <sub>1</sub>	1.705	1.80	3.069	0.164
ABC <sub>2</sub>	3.410	1.80	6.138	0.327
ABC <sub>3</sub>	5.115	1.80	9.207	0.491
ABC <sub>4</sub>	6.820	1.80	12.276	0.655
ABC <sub>5</sub>	8.525	1.80	15.345	0.818
ABC <sub>6</sub>	10.230	1.80	18.414	0.982
ABC <sub>7</sub>	11.935	1.80	21.483	1.146
ABC <sub>8</sub>	13.640	1.80	24.552	1.309
ABC <sub>9</sub>	15.345	1.80	27.621	1.473
ABC <sub>10</sub>	17.050	1.80	30.690	1.637
ABC <sub>11</sub>	18.755	1.80	33.759	1.800
ABC <sub>12</sub>	20.460	1.80	36.828	1.964

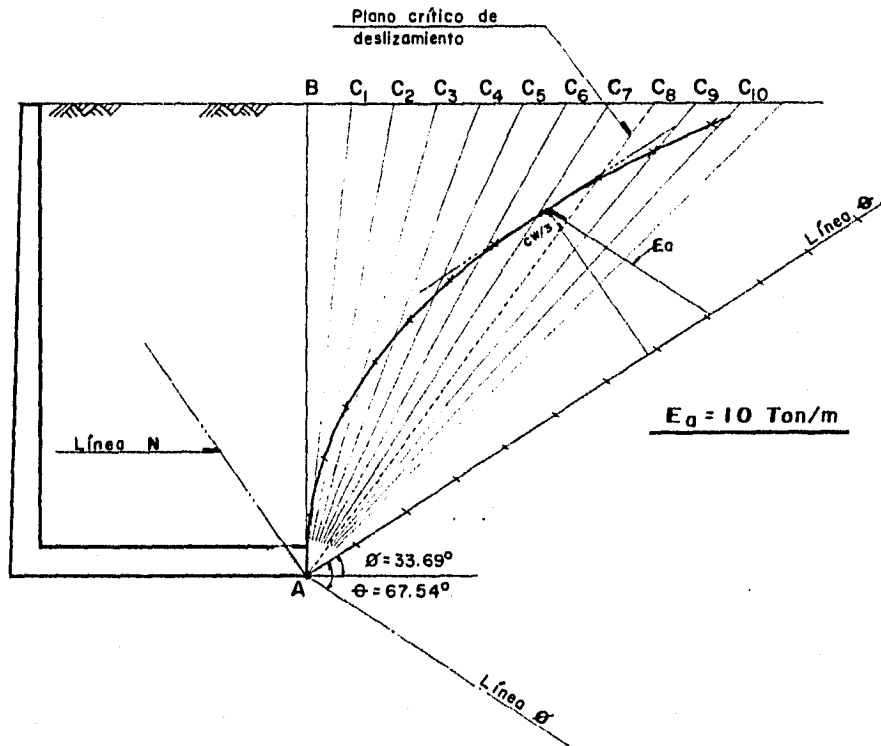


FIGURA (III. e - 4)

De la Fig. (III.e-4) obtenemos:

$$E_a = 10.00 \text{ Ton/m}$$

El punto de aplicación del empuje a partir de la base del muro vale:

$$H_R = \frac{(1 + 2 \times 0.16) \left( \frac{6.2}{3} \right)}{(1 + 0.16)} = 2.352 \text{ m}$$

### REVISION DE LA ESTABILIDAD DEL MURO.

#### VOLTEO.

Para el análisis por volteo se consideran, además de las fuerzas verticales, las fuerzas de inercia indicadas en la Fig. (III.e-5).

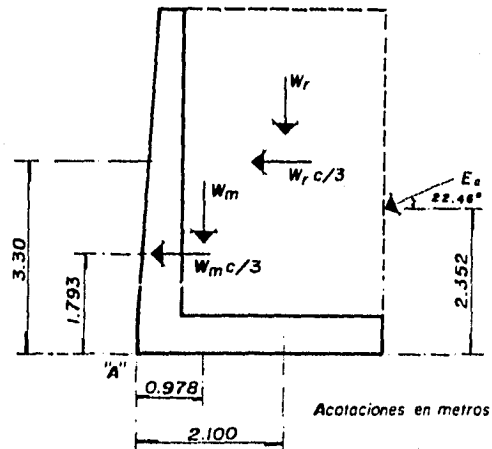


FIGURA (III.e-5)

Cálculo del momento de volteo.

$$M_v = \left( \frac{8.172 \times 0.16}{3} \right) (1.793) + \left( \frac{35.496 \times 0.16}{3} \right) (3.3) + (10)(\cos 22.46^\circ)(2.352)$$

$$= 28.764 \text{ Ton-m/m}$$

Cálculo del momento resistente.

$$M_R = (8.172)(0.978) + (35.496)(2.1) = 82.534 \text{ Ton-m/m}$$

El factor de seguridad contra volteo vale:

$$FS_v = \frac{M_R}{M_v} = \frac{82.534}{28.764} = 2.8 > 2 \therefore \text{cumple}$$

### DESLIZAMIENTO DEL MURO

De la Fig.(III.e-5) la fuerza horizontal deslizando vale:

$$F_d = 0.436 + 1.893 + 10.00 = 12.329 \text{ Ton/m}$$

La fuerza horizontal resistente vale:

$$F_R = (\mu)(\Sigma W) = (0.6)(43.658) = 26.201 \text{ Ton/m}$$

El factor de seguridad contra deslizamiento vale:

$$F_{sd} = \frac{F_R}{F_d} = \frac{26.201}{12.329} = 2.13 > 1.25 \therefore \text{cumple}$$

**FALLA DE CIMENTACION**

Punto de aplicación de la resultante.

Tomando momentos respecto al punto "A", según las fuerzas indicadas en la Fig.(III.e- 5).

$$M_A = (8.172)(0.978) + (35.496)(2.1) + (3.82)(3.8) - (0.436)(1.793) - (1.893)(3.3) - (9.241)(2.352)$$

$$M_A = 68.286 \text{ Ton-m/m}$$

$$a = \frac{68.286}{43.668} = 1.564 \text{ m}$$

Como  $a = 1.564 \text{ m} > L/3 = 1.267 \text{ m}$ , la resultante cae dentro del núcleo central, por tanto los esfuerzos en la base de la zapata valen:

$$\sigma_1 = \frac{\sum W}{L^2} (4L - 6a)$$

$$\sigma_1 = \frac{47.488}{(3.8)^2} ((4)(3.8) - (6)(1.564)) = 19.127 \text{ Ton/m}^2 < 25 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sum W}{L^2} (6a - 2L)$$

$$\sigma_2 = \frac{47.488}{(3.8)^2} ((6)(1.564) - (2)(3.8)) = 5.867 \text{ Ton/m}^2 < 25 \text{ Ton/m}^2$$

## **ROTURA ESTRUCTURAL**

### **DISEÑO DE LOS ELEMENTOS (MURO, TALON, CONTRAFUERTE)**

La revisión por rotura estructural se lleva a cabo de tal manera que cumpla con los requisitos que establecen el R.C.D.F. y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.

El factor de carga se tomará igual a 1.1, para combinaciones de acciones que incluyan una acción accidental, y además de las acciones permanentes y variables, y 1.4 para combinaciones que incluyan exclusivamente acciones permanentes y variables ( Art. 194 del R.C.D.F.).

Los factores de resistencia que usaremos son de 0.9 para flexión y 0.8 para cortante, según el inciso 1.6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.

### **DISEÑO DEL MURO.**

Este será diseñado como una losa continua apoyada en tres de sus bordes y libre en el otro, para esto usaremos los coeficientes de momentos para análisis de losas propuestas por CZERNY (referencia 12).

El cálculo de los momentos flexionantes se lleva a cabo con la siguiente relación.

$$M_i = \frac{K}{M_i}$$

donde  $K = q \cdot L_x \cdot L_y$  es la carga uniformemente repartida sobre la placa.

El coeficiente de momentos  $M$  se calcula en función del tipo de apoyo y de la relación siguiente:

$$\varepsilon = \frac{L_y}{L_x}$$

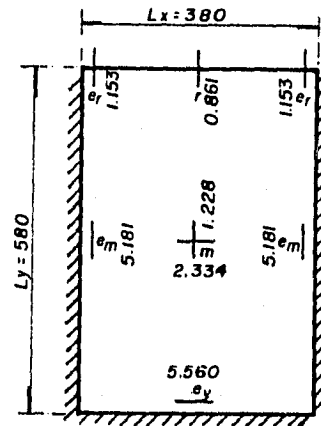
en nuestro ejemplo:

$$\varepsilon = \frac{580}{380} \approx 1.5$$

$$K = 3.197 \times 3.8 \times 5.8 = 70.462 \text{ Ton-m}$$

$$K = 4.490 \times 3.8 \times 5.8 = 98.960 \text{ Ton-m}$$

$M_i$	MOMENTOS
$M_{xr} = 115.00$	0.861
$M_{xm} = 42.40$	2.334
$M_{ym} = 80.60$	1.228
$-M_{er} = 85.80$	-1.153
$-M_{em} = 19.10$	-5.181
$-M_{ey} = 17.80$	-5.560



#### Refuerzo horizontal en las zonas de apoyos.

Constantes de diseño:

$$f_c^* = 0.8 f'_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c^{**} = 0.85 f_c^* = 0.85 \times 160 = 136 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{por ser } f_c^* \leq 250 \text{ Kg/cm}^2)$$

$$P_{\text{máx}} = 0.012240$$

$$P_{\text{mín}} = 0.002475$$



**DISEÑO POR FLEXIÓN**

Considerando:

$$h = (25 + 40)/2 = 32 \text{ cm}$$

$$d = 27 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

El porcentaje de acero por flexión.

$$p = \frac{f_c'}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{F_R b d^2 f_c'}} \right]$$

$$p = \frac{136}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(5.181)(1.1)(10)^3}{(0.9)(100)(27)^2 (136)}} \right] = 0.002246$$

$$A_{s_{\min}} = p b d = 0.002475 \times 100 \times 27 = 6.68 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si usamos varillas del #5 ( $a_s = 1.98 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación:

$$S = \frac{100 a_s}{A_s} = \frac{(100)(1.98)}{6.68} = 29.6 \text{ cm} \approx 30 \text{ cm}$$

 $\therefore$  colocamos varillas del #5 a 30 cm**Refuerzo vertical en el paramento interno del muro.**Sea:  $h = 40 \text{ cm}$ ;  $d = 35 \text{ cm}$ ;  $b = 100 \text{ cm}$ 

$$M_o = 5.560 \text{ Ton-m}$$

$$M_u = 6.116 \text{ Ton-m}$$

$$p = 0.001416 < p_{\min} = 0.002475$$

$$A_{s_{\min}} = 8.66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

∴ colocamos varillas #5 a 20 cm

**Refuerzo positivo en el centro del claro.**

Sea :  $h = 32 \text{ cm}$ ;  $d = 27 \text{ cm}$ ;  $b = 100 \text{ cm}$ .

$$M_d = 2.334 \text{ Ton-m}$$

$$M_u = 2.567 \text{ Ton-m}$$

$$p = 0.000993 < p_{\min} = 0.002475$$

$$A_{s_{\min}} = 6.68 \text{ cm}^2/\text{m}$$

∴ colocamos varillas # 5 a 30 cm. ó # 4 a 20 cm (en las dos direcciones)

#### DISEÑO DEL TALON.

El talón también será analizado como una losa apoyada en tres de sus lados y libre en el otro, por lo que nuevamente usaremos los coeficientes de momentos propuestos por CZERNY.

Cargas que actúan por gravedad.

$$\text{relleno} = 5.80 \times 1.80 = 10.44 \text{ Ton/m}^2$$

$$\text{losa} = 0.40 \times 2.40 = \underline{0.96 \text{ Ton/m}^2}$$

$$11.40 \text{ Ton/m}^2$$

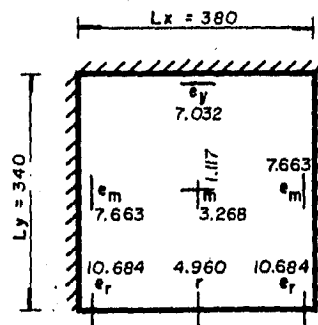
$$q = 11.40 - 2.80 = 8.60 \text{ Ton/m}$$

$$K = q \cdot L_x \cdot L_y = (8.60)(3.8)(3.40) = 111.112 \text{ Ton-m}$$

$$\epsilon = L_y / L_x = 340 / 380 = 0.895 \approx 0.90$$

$$M = K / M_i$$

$M_i$	MOMENTOS
$M_{xt} = 22.40$	4.960
$M_{xm} = 34.00$	3.268
$M_{ym} = 99.50$	1.117
$-M_{xt} = 10.40$	-10.684
$-M_{xm} = 14.50$	-7.663
$-M_{yt} = 15.80$	-7.032



Cargas producidas por la reacción del terreno.

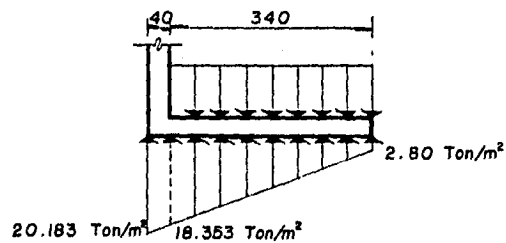


FIGURA (III.e-6)

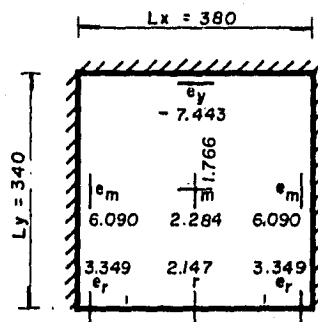
$$\varepsilon = L_y/L_x = 0.90$$

$$q = q / 2 = 15.553 / 2 = 7.777$$

$$K = (7.777)(3.80)(3.40) = 100.479 \text{ Ton-m}$$

$$M = K / M_i$$

$M_i$	MOMENTOS
$-M_{xz} = 46.80$	-2.147
$-M_{xm} = 44.00$	-2.284
$-M_{ym} = 56.90$	-1.766
$M_{er} = 30.00$	3.349
$M_{em} = 16.50$	6.090
$M_{ey} = 13.50$	7.443



### MOMENTOS FINALES

$$M_{xz} = 4.960 - 2.147 = 2.813$$

$$M_{xm} = 3.268 - 2.284 = 0.984$$

$$M_{ym} = 1.117 - 1.766 = -0.649$$

$$-M_{er} = -10.684 + 3.349 = -7.335$$

$$-M_{em} = -7.663 + 6.090 = -1.573$$

$$-M_{ey} = -7.032 + 7.443 = 0.411$$

**Refuerzo negativo en la zona de apoyos continuos.**

Considerando:

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$d = 35 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

Cuantía de acero requerido:

$$p = \frac{f_c'}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{F_R b d^2 f_c'}} \right]$$

$$p = \frac{136}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(7.335)(1.4)(10)^3}{(0.9)(100)(35)^2(136)}} \right] = 0.002414$$

de donde:  $A_{s_{\min}} = 0.002475 \times 100 \times 35 = 8.66 \text{ cm}^2 / \text{m}$ .Si usamos varillas #5 ( $a_s = 1.98 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación.

$$S = \frac{100a_s}{A_s} = \frac{(100)(1.98)}{8.66} = 22 \text{ cm}$$

 $\therefore$  colocamos varillas #5 a 20 cm. (lecho superior).**Refuerzo positivo en ambas direcciones.**Considerando:  $h = 40 \text{ cm}$ ;  $d = 35 \text{ cm}$ ;  $b = 100 \text{ cm}$

$$M_o = 2.813 \text{ Ton}\cdot\text{m}$$

$$p = 0.000905 < p_{\min} = 0.002475$$

$$A_{s_{\min}} = 8.66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

∴ colocamos varillas #5 a 20 cm (lecho inferior)

### DISEÑO DE CONTRAFUERTES.

El cálculo de los contrafuertes se lleva a cabo de la siguiente manera: Sobre cada contrafuerte actúa el empuje correspondiente a un recuadro de  $(h)(S)$ , donde  $h$ , es la altura del contrafuerte y  $S$  es la separación entre contrafuertes.

La presión se repartirá en el contrafuerte de  $h$  metros de alto como carga uniformemente variada con intensidad desde 0.00 Ton/m, en la parte alta del contrafuerte hasta  $(4.490)(S)$  en la base del mismo.

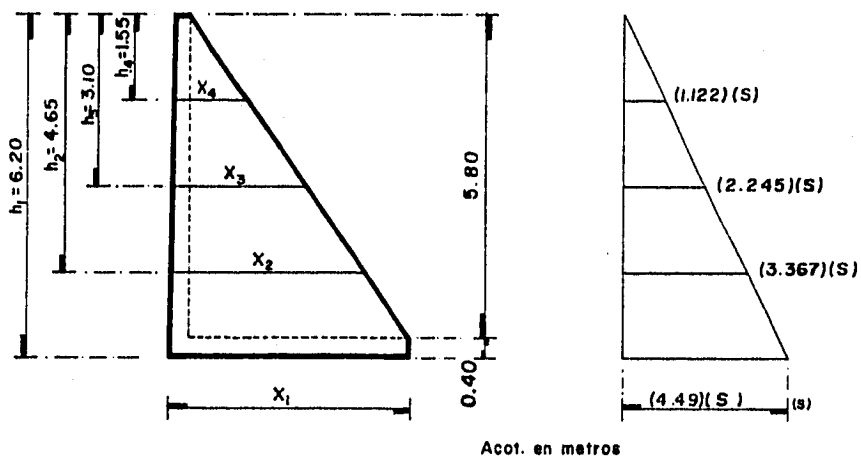


FIGURA (III.e-7)

$$X_1 = 380.00 \text{ cm}$$

$$X_2 = 309.60 \text{ cm}$$

$$X_3 = 214.70 \text{ cm}$$

$$X_4 = 119.90 \text{ cm}$$

Los momentos flexionantes en las diferentes secciones serán:

$$M_1 = \left( \frac{(4.490)(6.2)(3.8)}{2} \right) \left( \frac{6.2}{3} \right) = 109.311 \text{ Ton - m}$$

$$M_2 = \left( \frac{(3.367)(4.65)(3.8)}{2} \right) \left( \frac{4.65}{3} \right) = 46.109 \text{ Ton - m}$$

$$M_3 = \left( \frac{(2.245)(3.1)(3.8)}{2} \right) \left( \frac{3.10}{3} \right) = 13.664 \text{ Ton - m}$$

$$M_4 = \left( \frac{(1.122)(1.55)(3.8)}{2} \right) \left( \frac{1.55}{3} \right) = 1.707 \text{ Ton - m}$$

#### DISEÑO POR FLEXION.

MOMENTO (Ton-m)	SECCION	d (cm)	P	As (cm <sup>2</sup> )	ARMADO
M <sub>1</sub> = 109.311	20 X 380	370	Min	18.32	4 # 8
M <sub>2</sub> = 46.109	20 X 309	299	Min	14.80	3 # 8
M <sub>3</sub> = 13.664	20 X 214	204	Min	10.10	2 # 8
M <sub>4</sub> = 1.707	20 X 120	110	Min	5.45	2 # 8

$$p = \frac{f_c''}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{F_y b d^2 f_c''}} \right]$$

$$A_s = pbd$$

### DISEÑO POR CORTANTE

Las fuerzas cortantes en cada una de las secciones serán:

$$V_1 = \frac{(4.490)(6.20)(3.80)}{2} = 52.892 \text{ Ton}$$

$$V_2 = \frac{(3.367)(4.65)(3.80)}{2} = 29.747 \text{ Ton}$$

$$V_3 = \frac{(2.245)(3.10)(3.80)}{2} = 13.223 \text{ Ton}$$

$$V_4 = \frac{(1.122)(1.55)(3.80)}{2} = 3.304 \text{ Ton}$$

CORTANTE (Ton)	$V_u$ (Ton)	$V_{CR}$ (Ton)	$V_{up}$ (Ton)	S (#3) (cm)
$V_1 = 52.892$	58.181	8.454	149.765	@ 30
$V_2 = 29.747$	32.722	6.688	121.027	@ 30
$V_3 = 13.223$	14.545	4.534	82.573	@ 30
$V_4 = 3.304$	3.634	3.012	44.525	@ 30



Para las secciones 1, 2 y 3 del contrafuerte, el  $V_{CR}$  se reducirá en 60% mientras que la sección 4 será reducida en 30%, según el inciso 2.1.5a de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.

$$V_{CR} = F_R b d (0.2 + 30 P) \sqrt{f'_c}$$

Para la sección 1.

$$V_{CR} = 0.8 \times 20 \times 370 \left( 0.2 + 30 \times \frac{20.28}{20 \times 370} \right) \sqrt{160} = 21134.154 \text{ Kg.}$$

$$\therefore V_{CR} = 21134.154 - 12680.492 = 8453.662 \text{ Kg}$$

Separación de estribos (Inciso 2.1.5b de las mismas Normas)

$$S = \frac{F_s A_s f_y d}{V_u - V_{cr}} \leq \frac{F_s A_s f_y}{3.5b}$$

Con varillas del #3 ( $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$ ) tendremos la siguiente separación de estribos.

$$S = \frac{(0.8)(2)(0.71)(4000)(370)}{58181 - 8454} = 33 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(0.8)(2)(0.71)(4000)}{(3.5)(20)} = 64 \text{ cm}$$

dejamos E #3 a 30 cm

El inciso 2.1.5b del citado reglamento menciona que en ningún caso se permitirá que  $V_u$  sea superior a:

$$V_{up} = 2F_R b d \sqrt{f^* c}$$

$$V_{up} = 2 \times 0.8 \times 20 \times 370 \sqrt{160} = 149765.47 \text{ Kg} = 149.765 \text{ Ton}$$

Para revisar las restantes secciones se sigue la misma secuencia.

Refuerzo por cambios volumétricos en las caras laterales.

$$a_s = \frac{660X_1}{f_y(X_1 + 100)}$$

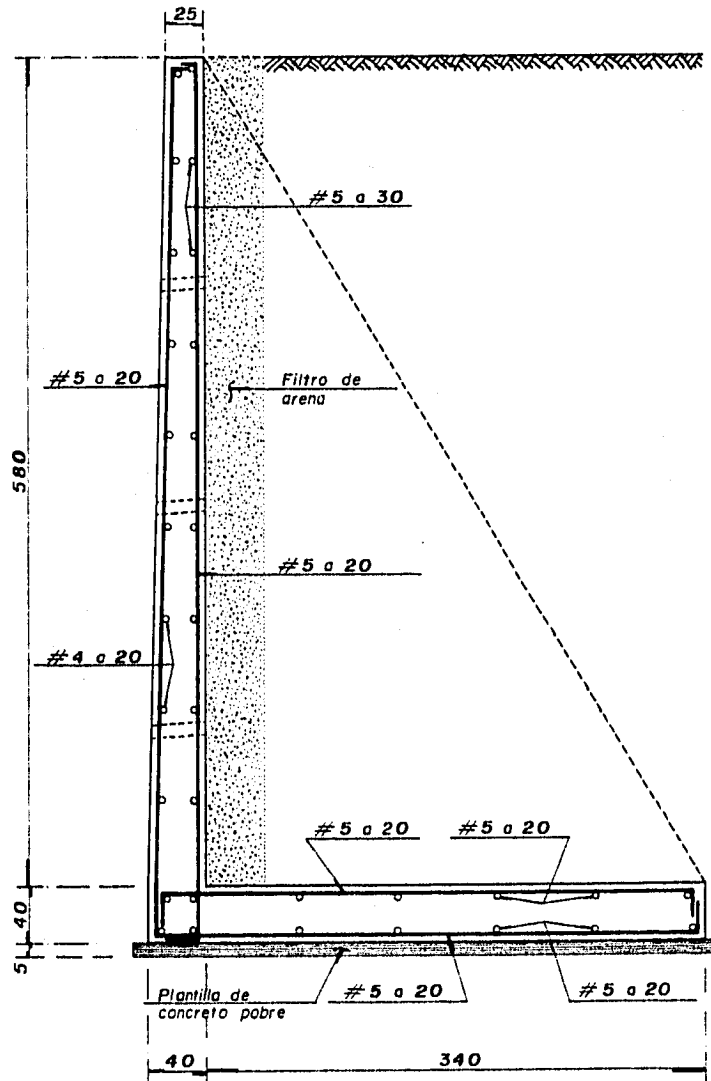
$$a_s = \frac{(660)(20)}{4000(20 + 100)} = 0.027 \times 100 = 2.75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

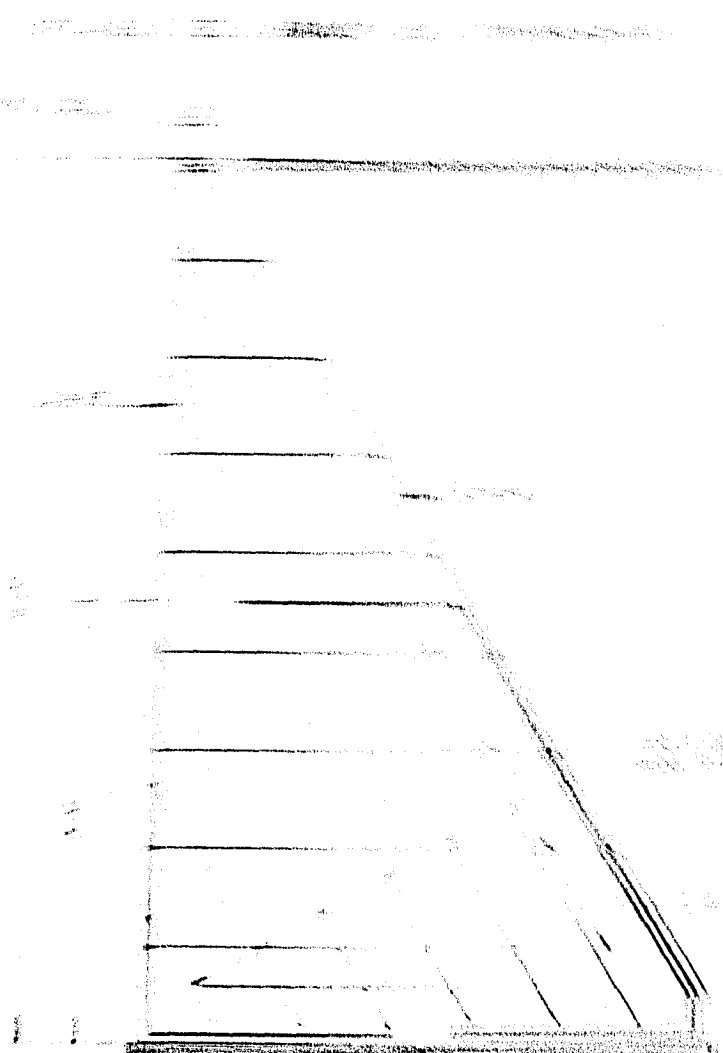
Usando varillas del #3 ( $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$ ), tendremos la siguiente separación:

$$S = \frac{100a_s}{A_s} = \frac{100 \times 0.71}{2.75} = 25.82 \text{ cm}$$

∴ colocamos varillas del #3 a 25 cm.

DETALLE DEL ARMADO DEL MURO Y TALON

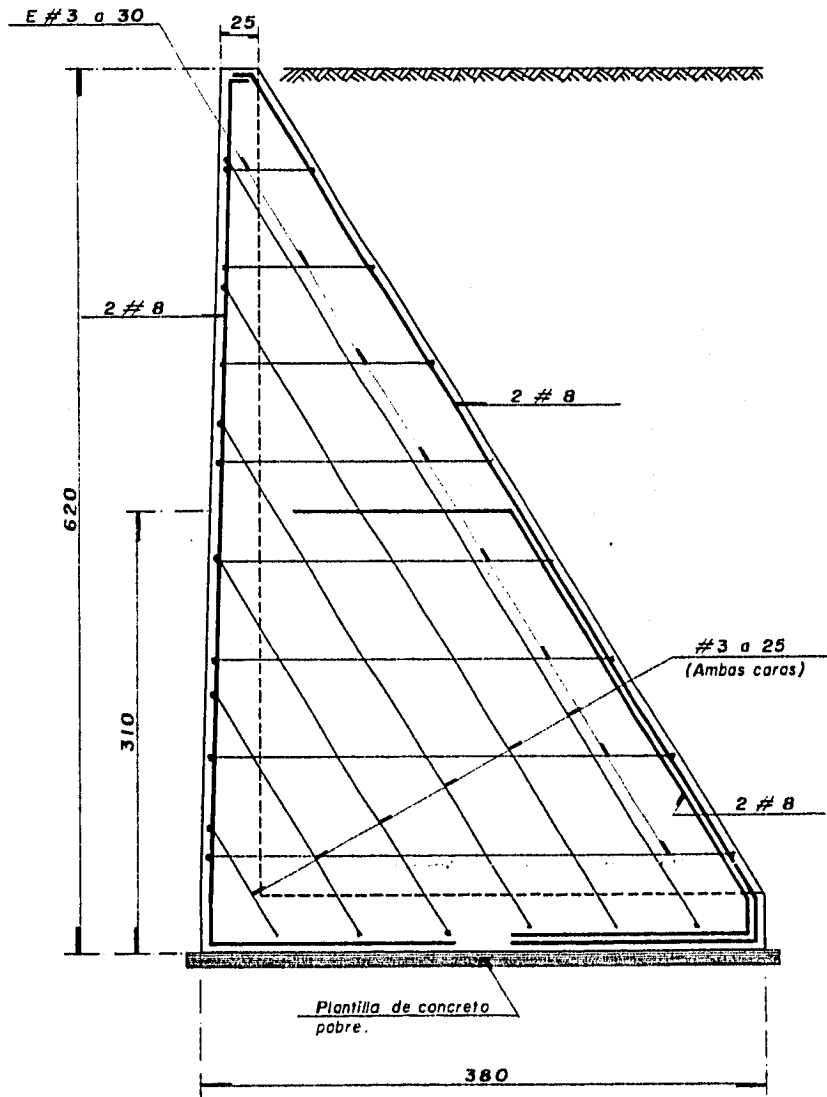




PLANS DE L'AXE  
1000

100

DETALLE DEL ARMADO DEL CONTRAFUERTE



## C A P I T U L O   I V

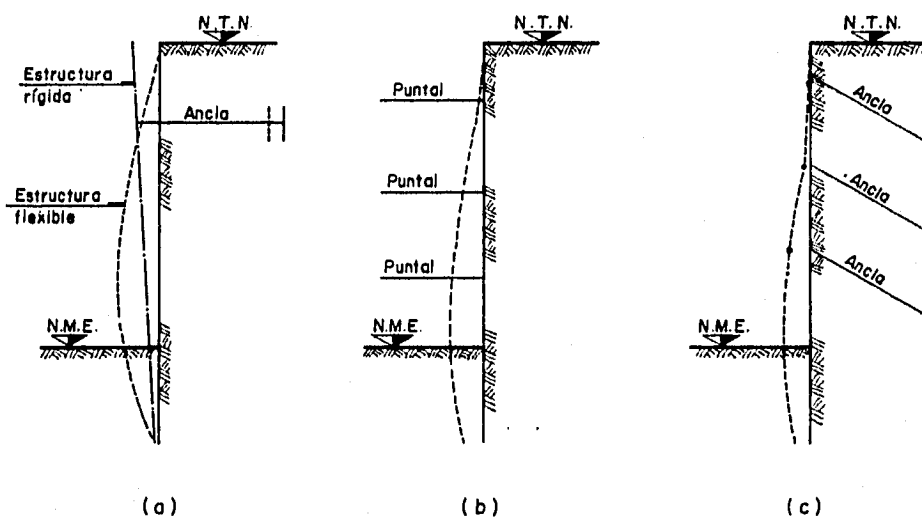
### **EMPUJE DE TIERRAS EN ESTRUCTURAS FLEXIBLES**

En todo lo dicho sobre presión de tierras en muros de contención rígidos, se supuso que el muro puede desplazarse, sin ninguna limitación, lo suficiente como para que se desarrollen en el relleno los estados críticos de Rankine o para que tenga lugar los desplazamientos necesarios para llegar al estado crítico en la cuña deslizando, considerada por Coulomb.

Sin embargo, aún y cuando en muchas estructuras de contención pudiera considerarse que este es el caso, por lo menos desde el punto de vista práctico, en algunos claramente no lo es. En otros problemas estructurales, tales como las tablestacas, en los que el empuje de tierras juega un papel relevante, las condiciones anteriores no se cumplen, ni aún adoptando un criterio simplista. En efecto, en estas estructuras existen puntos cuya deformación está restringida en alto grado, en los cuales se producen concentraciones de presiones que disminuye, por el contrario, en zonas donde está menos restringida la deformación.

En la Fig. (IV-1) se muestran las deformaciones y desplazamientos que adoptan las estructuras flexibles al profundizar en una excavación. En esta figura se puede observar que las deformaciones en el extremo superior de una estructura flexible, son considerablemente menores que las deformaciones en una estructura rígida, mientras que en el nivel máximo de excavación ocurre lo contrario. En consecuencia, la magnitud de la presión de tierras contra los muros es diferente a la presión activa calculada con las teorías clásicas, ya que la distribución de presiones con la profundidad no es lineal y depende básicamente no sólo de las propiedades del suelo, sino también de la secuencia de operación de construcción. Influye en ellas particularmente la relación entre la profundidad a la que se instalan los apoyos y la profundidad de la excavación en ese momento, así como también depende de la flexibilidad de la estructura de contención en general. Por tanto, las presiones usadas para el proyecto no pueden determinarse exclusivamente por medio de la teoría, si no que, puesto que influyen en ellas la manera en que se ejecute el

trabajo, deben modificarse por la experiencia y por los resultados de las observaciones durante la construcción.



**FIG.(IV-1) PATRONES TÍPICOS DE DEFORMACION DE ESTRUCTURAS FLEXIBLES. (a) TABLESTACA ANCLADA, (b) TABLESTACA APUNTALADA, (c) ADEME ANCLADO**

#### **IV.a. EMPUJE DE TIERRAS CONTRA UNA TABLESTACA APUNTALADA.**

El empuje que la tierra ejerce sobre las entibaciones depende del tipo de suelo y de la magnitud de la deformación o cedencia de la tablestaca. Contrariamente a lo que sucede con los muros de retención de tierras, en los cuales se coloca la tierra después que han sido construidos, el sistema de entibación es algo más flexible y tiene que soportar el suelo a medida que se le construye. El resultado es una deformación irregular y una variación errática del empuje de la tierra con la profundidad, que no puede calcularse sólo teóricamente.

Debido a que el sistema de entibación está construido por puntales horizontales distribuidos en cierta forma en un plano vertical, las deformaciones de las paredes de la excavación estarán sujetas al proceso constructivo.

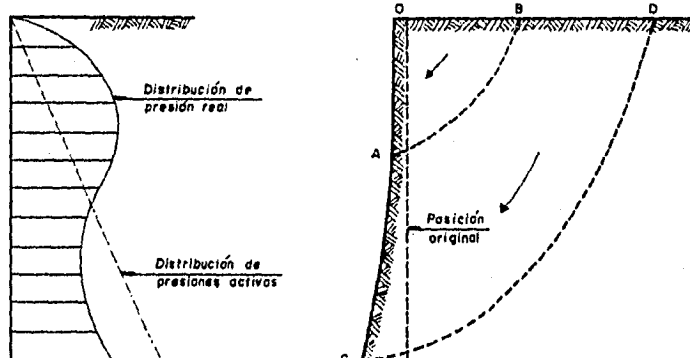
Al colocar la primera fila de puntales, la profundidad de la excavación es aún reducida y por lo tanto el estado de esfuerzos en el suelo no se altera grandemente. Posteriormente al aumentar la profundidad de la excavación para colocar el segundo nivel de puntales, la expansión que sufre el terreno hace que la pared vertical se mueva hacia dentro de la excavación. Dicho movimiento será mayor, en general, cuanto mayor sea la profundidad de la excavación para la inserción de los siguientes puntales. Así pues, el esquema general de desplazamientos del suelo es una rotación en torno a un cierto punto próximo al extremo superior del tablestacado Fig. (IV.a-1b). De esta manera no se satisface la condición de deformación de la teoría.

No hay actualmente ningún modo para saber si el proceso de excavación y la construcción del tablestacado producirá la suficiente cedencia en el suelo como para reducir la presión lateral del terreno a un valor del empuje activo. Además, para un empuje total dado, las cargas que debe soportar cada puntal pueden resultar muy distintas debido a que ellas dependen de factores accidentales, tales como las variaciones locales en las características propias del suelo, el orden y la rapidez con que se ejecute la excavación, el tiempo que pasa, para un punto dado, entre el momento que se excava y aquel en que es colocado el correspondiente puntal, más



la magnitud y uniformidad de la eventual precompresión a que son sometidos los diferentes puntales.

Por todo lo anterior las teorías clásicas de empuje de tierras no ofrecen la suficiente confiabilidad en este tipo de estructuras, por lo que, o bien es preciso recurrir a otros procedimientos de cálculo o a mediciones efectuadas sobre modelos a escala natural o en obras reales. A este respecto, se han efectuado numerosas mediciones durante la construcción de importantes obras, tales como las mediciones que se hicieron en las excavaciones de suelos granulares para los metros de Brooklyn, Berlin, Munich y New York, así como también las que se realizaron en las excavaciones de suelos cohesivos para el metro de Chicago, las mediciones reportadas por el Instituto Geotécnico Noruego, observaciones reportadas de excavaciones en Inglaterra y Japón. Existen además unos pocos conjuntos adicionales de observaciones realizadas en una variedad de suelos.



a) DISTRIBUCION TIPICA DE PRESIONES

b) DESPLAZAMIENTOS Y ESFUERZOS EN EL INTERIOR DEL TERRENO

FIG. (IV.a-1) DISTRIBUCION DE PRESIONES Y DESPLAZAMIENTOS EN UNA TABLESTACA APUNTALADA

Así el procedimiento de diseño habitual, de muros apuntalados, es utilizando métodos semiempíricos, basados en las observaciones consistentes en las mediciones efectivas de las

cargas en los puntales, en una sección vertical dada o en varias secciones transversales de una excavación.

Como es esencial que no se produzca la rotura de un puntal individual, la distribución de presiones supuesta al diseñar, es tomada como la envolvente que cubre todas las distribuciones aleatorias obtenidas de las mediciones en el terreno. Tal envolvente no debe ser considerada como una representación de las verdaderas distribuciones de la presión de tierra con la profundidad, sino como un diagrama hipotético de presiones, para el cual las cargas de los puntales pueden obtenerse con cierto grado de confianza.

Para fines de proyecto, en la Fig.(IV.a-2) se muestran las envolventes de presiones de forma trapezoidal, en los cuales se considera que tienen un área equivalente al diagrama de presiones activo de Rankine, a dichas envolventes les llamaremos empuje de presiones redistribuido.

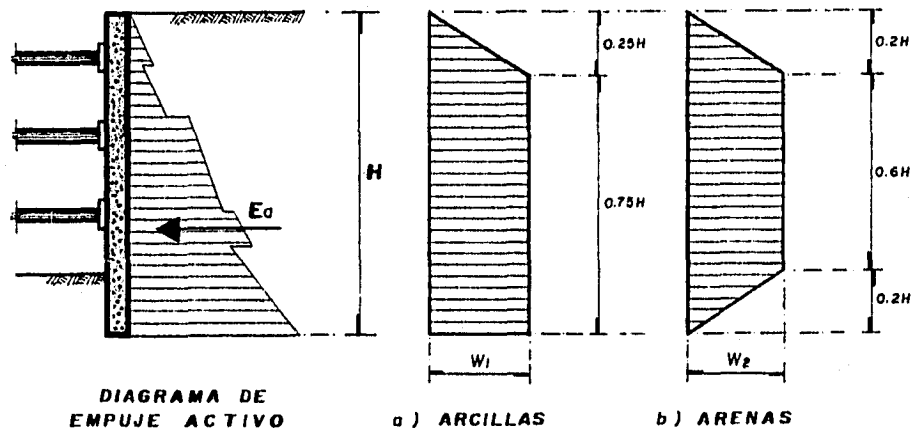


FIG. (IV.a-2) DIAGRAMAS DE EMPUJE REDISTRIBUIDO

Para calcular la altura de las respectivas envolventes ( $W$ ), se iguala el valor del empuje activo ( $E_a$ ), con el área de los correspondientes trapecios:

$$E_a = \frac{(0.75H + H)}{2} W_1$$

$$W_1 = \frac{2Ea}{1.75H} = 1.14 \frac{Ea}{H}$$

$$E_a = \frac{(0.6H + H)}{2} W_2$$

$$W_2 = \frac{2Ea}{1.6H} = 1.25 \frac{Ea}{H}$$

#### IV.b. EMPUJE DE TIERRAS CONTRA UNA TABLESTACA ANCLADA.

En épocas pasadas las tablestacas ancladas se usaron sobre una base puramente empírica, sin intentar ningún criterio de análisis, pero a comienzos del presente siglo, se empezó a dar una atención especial al problema elaborándose una serie de teorías entre las que la del "método de la línea elástica" y el "método de la viga equivalente" alcanzaron la mayor popularidad entre los proyectistas.

Observaciones efectuadas en modelos de laboratorio y en estructuras reales han demostrado que los métodos clásicos no pueden sostenerse si se desea un razonable acercamiento a la realidad. Dichas observaciones también permitieron afirmar que la distribución de estas presiones a lo largo del muro dependen, en gran parte, de los desplazamientos laterales que se producen en el terreno situado junto al mismo, y, a su vez, estas deformaciones de la rigidez del tablestacado: Un problema interacción suelo-estructura.

En la Fig.(IV.b-1) se presentan esquemáticamente los resultados de las observaciones hechas por distintos investigadores sobre modelos para el caso de tres tipos de desplazamiento de la estructura de soporte.

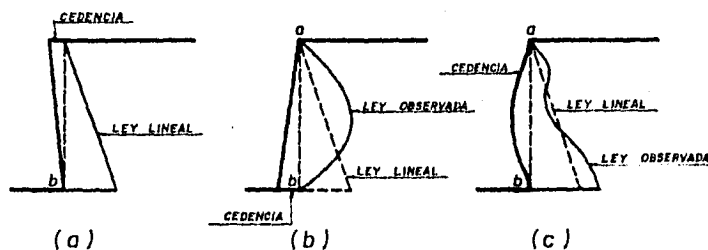


FIG. (IV.b-1) DISTRIBUCION DE PRESION OBSERVADAS PARA DIFERENTES MODOS DE DEFORMARSE EL SOPORTE

En el caso a) ocurre un giro en torno al pie de la estructura y como consecuencia la magnitud y distribución de las presiones corresponde a la ley de Coulomb. En el caso b) la estructura se hizo girar en torno a su corona y la distribución de presiones se apartó ya de la lineal, transformándose a la forma seudoparabólica. En la parte c) se muestra la distribución de presiones obtenidas en una estructura con el desplazamiento impedido en su pie y corona, pero con posibilidad de flexión en su parte central; tampoco ahora la distribución sigue la ley lineal.

El caso c) representa también resultados obtenidos para la distribución de presiones en tablestacas dragadas. En estas estructuras Rowe encontró que si el anclaje cedía 0.1% de H la distribución c) se modifica bastante, acercándose a la ley lineal de la presión activa según Coulomb, sin que, por otra parte, se modifique sensiblemente el empuje total. Este hecho justifica que, en este tipo de estructuras, se considere en la práctica a la ley de Coulomb como buena para representar las presiones realmente actuantes.

Tschebotarioff ha indicado que la distribución de las presiones ejercidas por el relleno dependerá en gran parte por la forma en como se construya la pared anclada, por lo cual distingue tres casos que aparecen en la Fig. (IV.b-2).

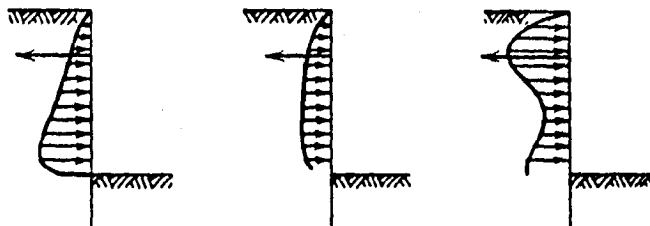


FIGURA (IV.b-2) RELACION ENTRE EL METODO DE CONSTRUCCION Y LA DISTRIBUCION DE PRESIONES SOBRE UNA TABLESTACA ANCLADA

1- Si el relleno se coloca después de construir el tablestacado, las presiones sobre el mismo aumentarán linealmente con la profundidad hasta el punto de empotramiento, de acuerdo con las teorías clásicas de empuje activo.

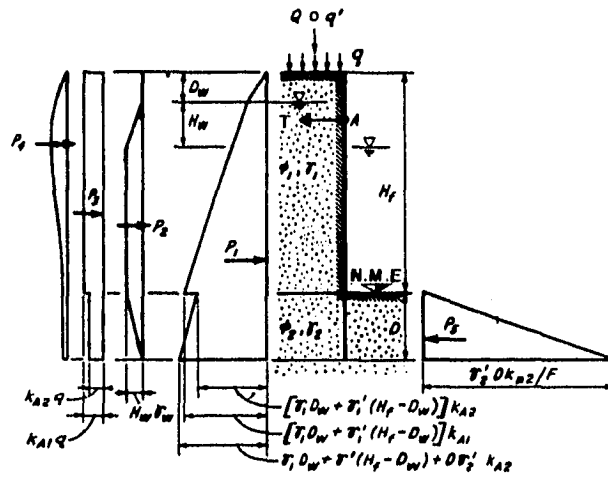
2- Si el tablestacado se hince en un terreno horizontal, y a continuación se excava a un lado del mismo, las presiones serán más o menos uniformes con la profundidad, a no ser que el anclaje sea extraordinariamente rígido.

3- Si el anclaje es muy rígido, la distribución de presiones será semejante a la que existe sobre una pared apuntalada. Este caso puede producirse si se emplea un tirante de anclaje muy rígido o si un cable corto se une a un bloque de anclaje muy pesado.

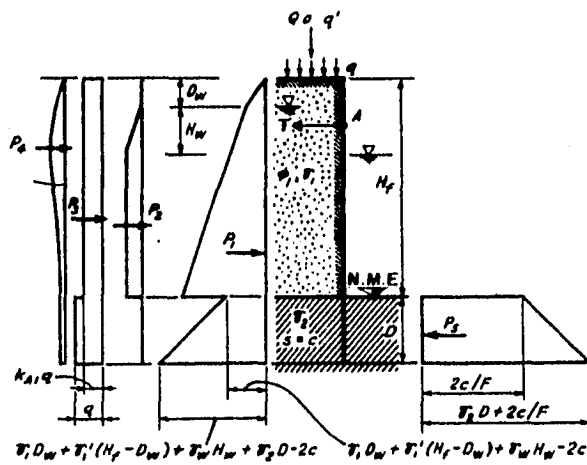
Por otro lado, la magnitud del momento flector máximo del tablestacado está muy influenciado por la distribución de presiones sobre la parte empotrada, siendo la distribución de presiones en esta zona bastante compleja. Este efecto no puede calcularse a partir de una teoría sencilla, en general se requiere de datos de prueba y de la experiencia para un dimensionamiento correcto. En la práctica lo que se hace para el diseño de las tablestacas ancladas es emplear métodos semiempíricos, dichos métodos están basados en las teorías clásicas.

#### **FUERZAS ACTUANTES SOBRE UNA TABLESTACA ANCLADA**

Para exponer el método general de valuación de las fuerzas que actúan sobre una tablestaca anclada se recurrirá a dos casos, uno en el que la tablestaca está hincada completamente en arena y otro, cuando el material donde se hince la tablestaca es arcilla, en ambos casos, el relleno está formado por arena. En la Fig.(IV.b-3) se muestran los dos casos.



(a)



(b)

FIGURA (IV. b - 3)

En donde:

$P_1$  es la presión activa de tierra debida al peso del suelo atrás de la tablestaca.

$P_2$  es la presión del agua desequilibrada causada por la diferencia de niveles adelante y atrás de la tablestaca.

$P_3$  es la presión lateral resultante debido a la sobrecarga uniformemente distribuida  $q$ , por unidad de área.

$P_4$  es la fuerza resultante producida por la carga concentrada  $Q$ , o a la carga lineal  $q'$  que puedan actuar en la superficie del suelo atrás de la tablestaca.

$P_5$  es la presión pasiva del suelo que se encuentra enfrente de la parte hincada de la tablestaca.

$T$  es la fuerza que representa la tensión que las anclas ejercen sobre los tableros.



## C A P I T U L O V

### **DISEÑO DE ESTRUCTURAS FLEXIBLES**

#### **V.a. DISEÑO DE UNA TABLESTACA APUNTALADA DE CONCRETO ARMADO**

Los puntos principales a considerar en el proyecto de una tablestaca apuntalada son los siguientes:

a) Los puntales a compresión constituyen un sistema en equilibrio inestable que puede fallar en cuanto comienza a ceder elásticamente, de manera que para evitar esta falla, muchas veces se aplica una precarga inicial.

b) Las elevaciones de los diferentes puntales en una excavación se eligen, cuando menos tentativamente, cuidando evitar interferencias con la estructura que se va a construir dentro del recinto, y evitar deformaciones excesivas durante la excavación.

c) Una vez que se han elegido las elevaciones, la carga con la que deben diseñarse los puntales se determina con el diagrama de presiones redistribuido. Si no se colocan puntales en el fondo de la excavación, la parte tributaria de la carga que le corresponde es tomada como la reacción del suelo dentro de la porción embebida de la tablestaca.

d) La profundidad máxima de hincado de la tablestaca depende fundamentalmente de la revisión por pateo de ésta, ya que el valor del empuje pasivo nos va a determinar la profundidad del apoyo, como veremos en seguida en las diferentes etapas de análisis.

ETAPAS PARA ANALISIS ESTRUCTURAL DE UNA TABLESTACA  
 APUNTALADA DE CONCRETO REFORZADO

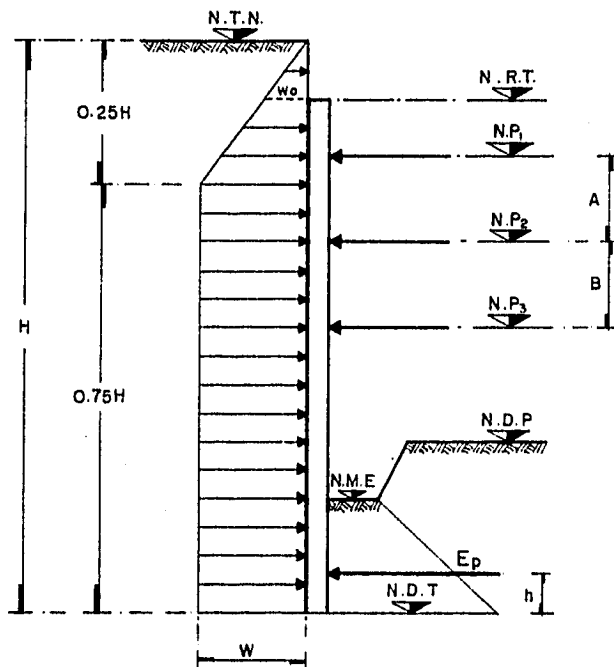


FIGURA (V.a-1)

S I M B O L O G I A :

- N.T.N. = NIVEL DE TERRENO NATURAL
- N.R.T. = NIVEL DE REMATE DE TABLESTACA
- N.D.P. = NIVEL DE DESPLANTE DE PLANTILLA
- N.M.E. = NIVEL MAXIMO DE EXCAVACION
- N.D.T. = NIVEL DE DESPLANTE DE TABLESTACA
- Ep = EMPUJE PASIVO
- W = EMPUJE REDISTRIBUIDO
- Wo = EMPUJE REDISTRIBUIDO EN EL N.R.T.
- N.P.<sub>1</sub> = NIVEL DE PUNTAL 1
- N.P.<sub>2</sub> = NIVEL DE PUNTAL 2
- N.P.<sub>3</sub> = NIVEL DE PUNTAL 3

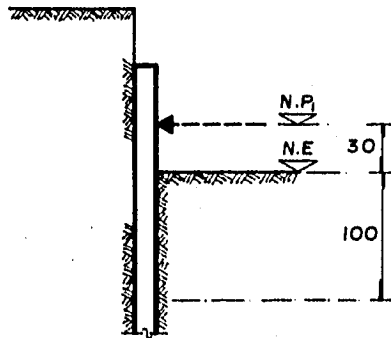
## ETAPAS DE ANALISIS

De acuerdo al procedimiento constructivo, para analizar una tablestaca apuntalada se consideran las siguientes etapas:

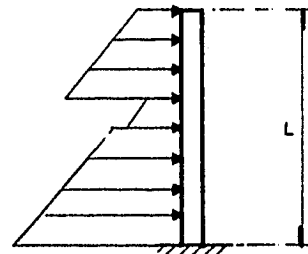
**Primera Etapa.** - Tiene lugar al iniciar la excavación del núcleo central y antes de colocar el primer nivel de puntales.

Observaciones:

- a) Se excava hasta 30 cm, abajo del N.P.<sub>1</sub>.
- b) El puntal 1 no trabaja.
- c) El empotramiento de la tablestaca se considera a un metro abajo del nivel de excavación.
- d) El empuje que se considera es el activo.



a) ESTRUCTURA



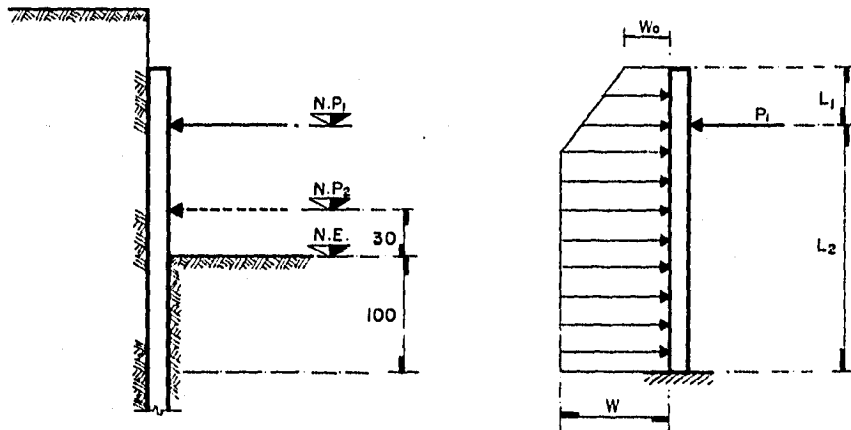
b) IDEALIZACION

FIGURA (V.a-2)

**Segunda Etapa.-** Ocurre cuando ya está colocado el primer nivel de puntales y se continúa con la excavación hasta 30 cm, abajo del N.P.<sub>2</sub>.

Observaciones:

- a) El puntal 1 se considera como apoyo.
- b) El puntal 2 no trabaja.
- c) El empotramiento de la tablestaca se considera a un metro abajo del nivel de excavación.
- d) El empuje que se considera es el redistribuido.



a) ESTRUCTURA

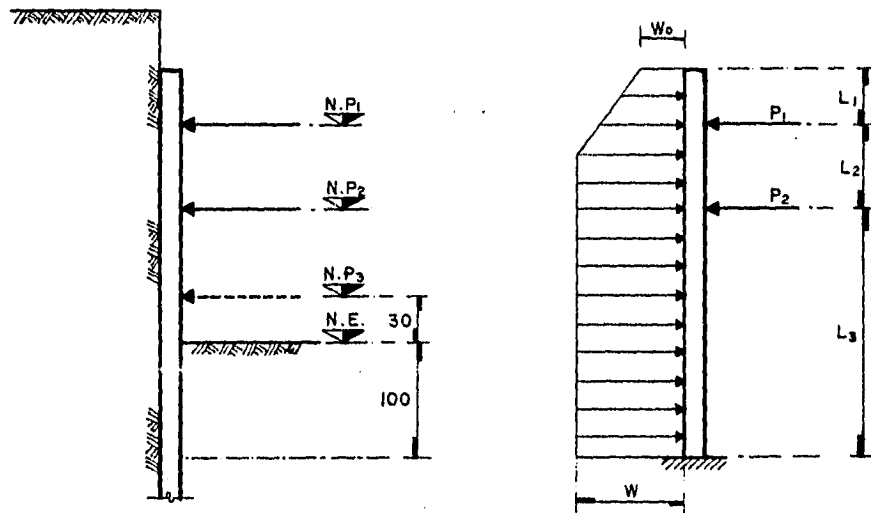
b) IDEALIZACION

FIGURA (V. a-3)

**Tercera Etapa.-** Ocurre cuando ya están colocados el primero y segundo nivel de puntales y se continúa con la excavación hasta 30 cm, abajo del N.P<sub>3</sub>.

Observaciones:

- a) Los puntales 1 y 2 se consideran como apoyos.
- b) El puntal 3 no trabaja.
- c) El empotramiento de la tablestaca se considera a un metro abajo del nivel de excavación.
- d) El empuje que se considera es el redistribuido.



a) ESTRUCTURA

b) IDEALIZACION

FIGURA (V.a-4)

**Cuarta Etapa.** - Ocurre cuando ya están colocados el 1º, 2º y 3º nivel de puntales y se continúa con la excavación hasta el nivel máximo. Si existen más niveles de puntales, se procederá de la misma manera que en la 1ª, 2ª, 3ª y 4ª etapas.

Observaciones:

a) Trabajan los tres puntales como apoyos.

b) Se considera como apoyo donde se localiza la resultante del empuje pasivo.

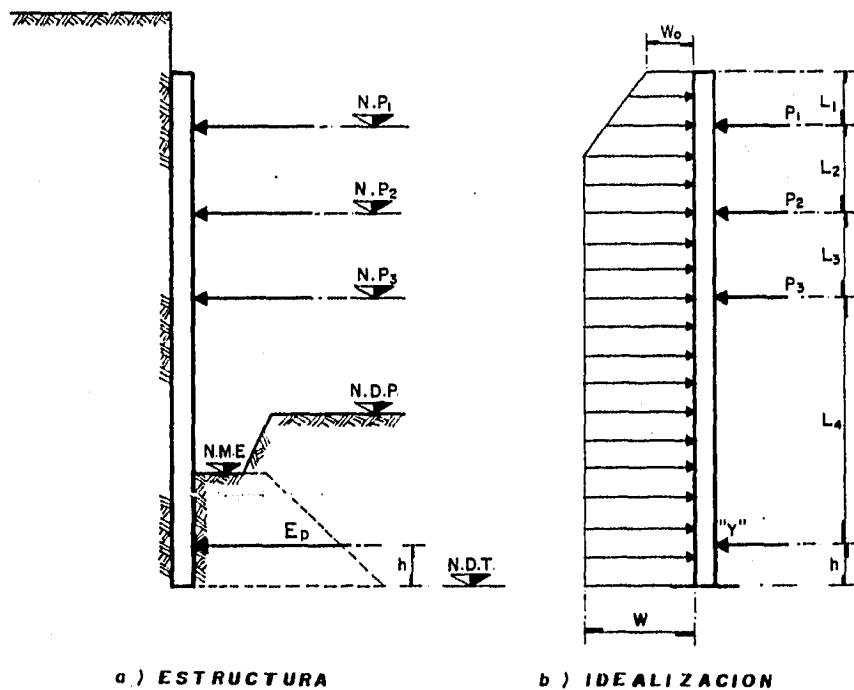


FIGURA (V. a-5)

c) Se revisa el pateo de la tablestaca considerando un factor de seguridad de 1.15.

$$\frac{E_p}{R_p} \geq 1.15$$

donde:

$E_p$  - Empuje pasivo.

$R_p$  - Valor de la reacción en el punto "Y" obtenido al considerar la tablestaca como viga continua.

d) El empuje que se considera es el redistribuido.

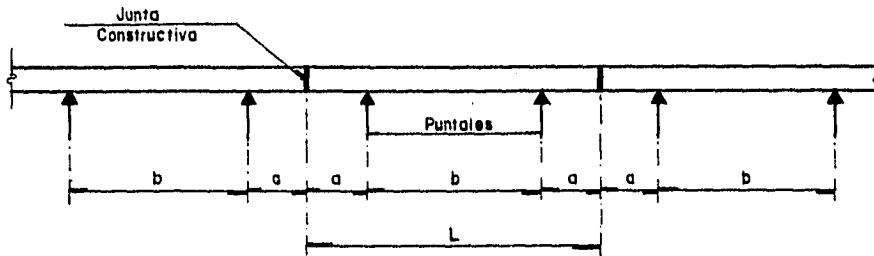
#### **Refuerzo vertical**

Para especificar el armado vertical, se utiliza el valor máximo del momento positivo o el momento máximo negativo, obtenido de los análisis realizados en las cuatro primeras etapas.

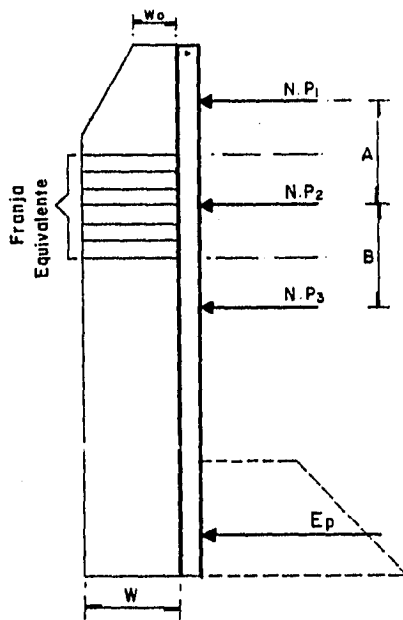
#### **Refuerzo horizontal**

El análisis de la tablestaca en la otra dirección, se realiza como una losa plana apoyada en dos puntales y con dos voladizos en sus extremos, actuando sobre ellas una carga equivalente producida por el empuje redistribuido correspondiente al área tributaria del análisis.

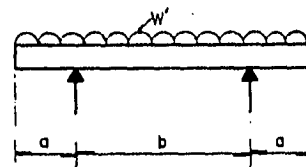
Cabe hacer notar que los valores de "A" y "B" que se muestra en la Fig. (V.a-6), no necesariamente son las distancias de N.P<sub>1</sub> a N.P<sub>2</sub> y de N.P<sub>2</sub> a N.P<sub>3</sub> respectivamente, sino que "A" puede ser de N.P<sub>2</sub> a N.P<sub>3</sub> y "B" de N.P<sub>3</sub> al punto de aplicación del empuje pasivo de la pata de la tablestaca, en otras palabras, se debe buscar el área tributaria mayor a que puede estar cargado el puntal.



a) ESTRUCTURA (PLANTA)



b) ESTRUCTURA (ELEVACION)



$$W' = \frac{A+B}{2} W$$

c) IDEALIZACION

FIGURA (V.a - 6)



### DISEÑO DE UNA TABLESTACA APUNTALADA DE CONCRETO ARMADO

Como complemento a lo dicho sobre tablestacas apuntaladas de concreto reforzado, enseguida presentamos un ejemplo numérico, donde pretendemos mostrar uno de los métodos de análisis y diseño que se sigue en este tipo de estructuras.

Supongamos que el tablestacado servirá para asegurar las paredes de una excavación, para la construcción de una estación subterránea del metropolitano de la Ciudad de México. La longitud de los puntales son de 18.50 m. y los niveles de proyecto de los puntales así como la estratigrafía se muestran en la Fig. (V.a-7). Por facilidad solamente mostramos una de las paredes apuntaladas.

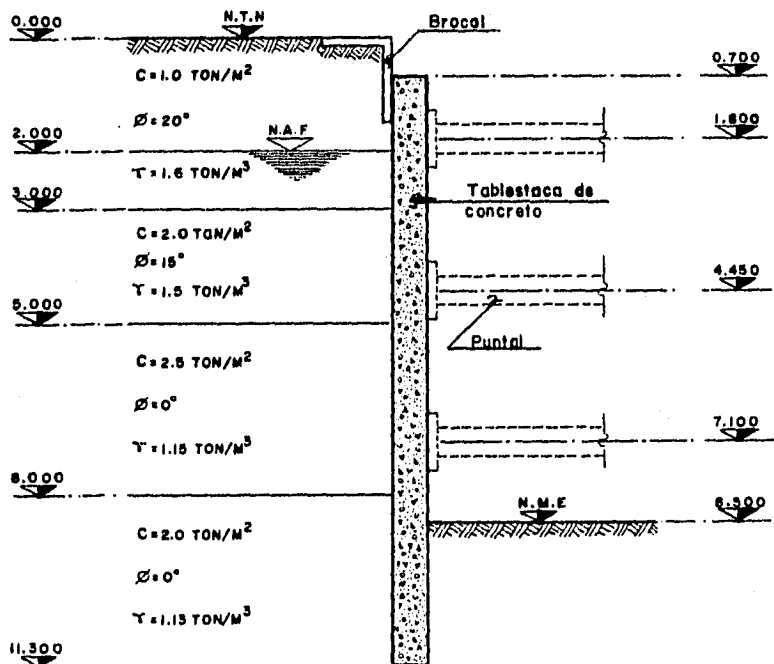


FIGURA (V. a-7)

**-Obtención del valor "W" del empuje redistribuido.**

Para obtener dicho valor, será necesario calcular en primer lugar, la distribución de presiones con la profundidad.

**-Cálculo de las presiones horizontales.**

Estas las podemos calcular con la teoría de Rankine, suponiendo un estado activo.

Para cuando el suelo presenta cohesión y fricción, las presiones horizontales las podemos calcular con la siguiente ecuación:

$$\sigma_h = \gamma z / N\phi - 2c / \sqrt{N\phi} = K_a \gamma z - 2c \sqrt{K_a}$$

Presiones activas :

**Estrato 1**

$$h = 0.0 \text{ m } \sigma_h = (0.4903)(1.6)(0.0) - (2)(1.0)(\sqrt{0.4903})$$

$$\sigma_h = -1.4004 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 2.0 \text{ m } \sigma_h = (0.4903)(1.6)(2.0) - (2)(1.0)(\sqrt{0.4903})$$

$$\sigma_h = 0.1686 \text{ Ton/m}^2$$

**Estrato 1'**

$$h = 2.0 \text{ m } \sigma_h = (0.4903)(1.6)(2.0) - (2)(1.0)(\sqrt{0.4903})$$

$$\sigma_h = 0.1686 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 3.0 \text{ m } \sigma_h = ((1.6)(2.0) + (0.6)(1.0))(0.4903) - (2)(1.0)(\sqrt{0.4903})$$

$$\sigma_h = 0.4627 \text{ Ton/m}^2$$

**Estrato 2**

$$h = 3.0 \text{ m } \sigma_h = ((1.6)(2.0) + (0.6)(1.0))(0.5888) - (2)(2.0)(\sqrt{0.5888})$$

$$\sigma_h = -0.8318 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 5.0 \text{ m } \sigma_h = ((1.6)(2.0) + (0.6)(1.0) + (0.5)(2.0))(0.5888) - (2)(2.0)(\sqrt{0.5888})$$

$$\sigma_h = -0.2430 \text{ Ton/m}^2$$

**Estrato 3**

$$h = 5.0 \text{ m} \quad \sigma_h = ((1.6)(2.0) + (0.6)(1.0) + (0.5)(2.0))(1.0) - (2)(2.5)(\sqrt{1.0})$$

$$\sigma_h = -0.200 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 8.0 \text{ m} \quad \sigma_h = ((1.6)(2.0) + (0.6)(1.0) + (0.5)(2.0) + (0.15)(3.0))(1.0) - (2)(2.5)(\sqrt{1})$$

$$\sigma_h = 0.25 \text{ Ton/m}^2$$

**Estrato 4**

$$h = 8.0 \text{ m} \quad \sigma_h = (5.25)(1.0) - (2)(2.0)(\sqrt{1}) = 1.250 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 11.5 \text{ m} \quad \sigma_h = ((5.25) + (0.13)(3.5))(1.0) - (2)(2.0)(\sqrt{1})$$

$$\sigma_h = 1.705 \text{ Ton/m}^2$$

Cabe hacer notar que las presiones horizontales arriba calculadas, son debidas únicamente al terreno, en la Fig. (V.a-8) se muestran las presiones incluyendo el empuje que el agua ejerce sobre la tablestaca.

**Cálculo del empuje activo total.**

Para calcular dicho empuje, será necesario conocer el área de la variación de presiones horizontales, para esto descomponemos el diagrama de la Fig. (V.a-8) en una serie de rectángulos y triángulos.

$$a_1 = 0.1686 \times 2 / 2 = 0.1686 \text{ Ton/m}$$

$$a_2 = 0.1686 \times 1 = 0.1686 \text{ "}$$

$$a_3 = 1.2941 \times 1 / 2 = 0.6471 \text{ "}$$

$$a_4 = 1.0000 \times 2 = 2.0000 \text{ "}$$

$$a_5 = 2.0000 \times 2 / 2 = 2.0000 \text{ "}$$

$$a_6 = 3.0000 \times 3 = 9.0000 \text{ "}$$

$$a_7 = 3.2500 \times 3 / 2 = 4.8750 \text{ "}$$

$$a_8 = 7.2500 \times 3.5 = 25.3750 \text{ "}$$

$$a_9 = 3.4600 \times 3.5 / 2 = \underline{6.0463 \text{ "}}$$

$$50.2806 \text{ Ton/m}$$

$$\therefore E_a = 50.2806 \text{ Ton/m}$$

DIAGRAMA DE PRESIONES ACTIVO

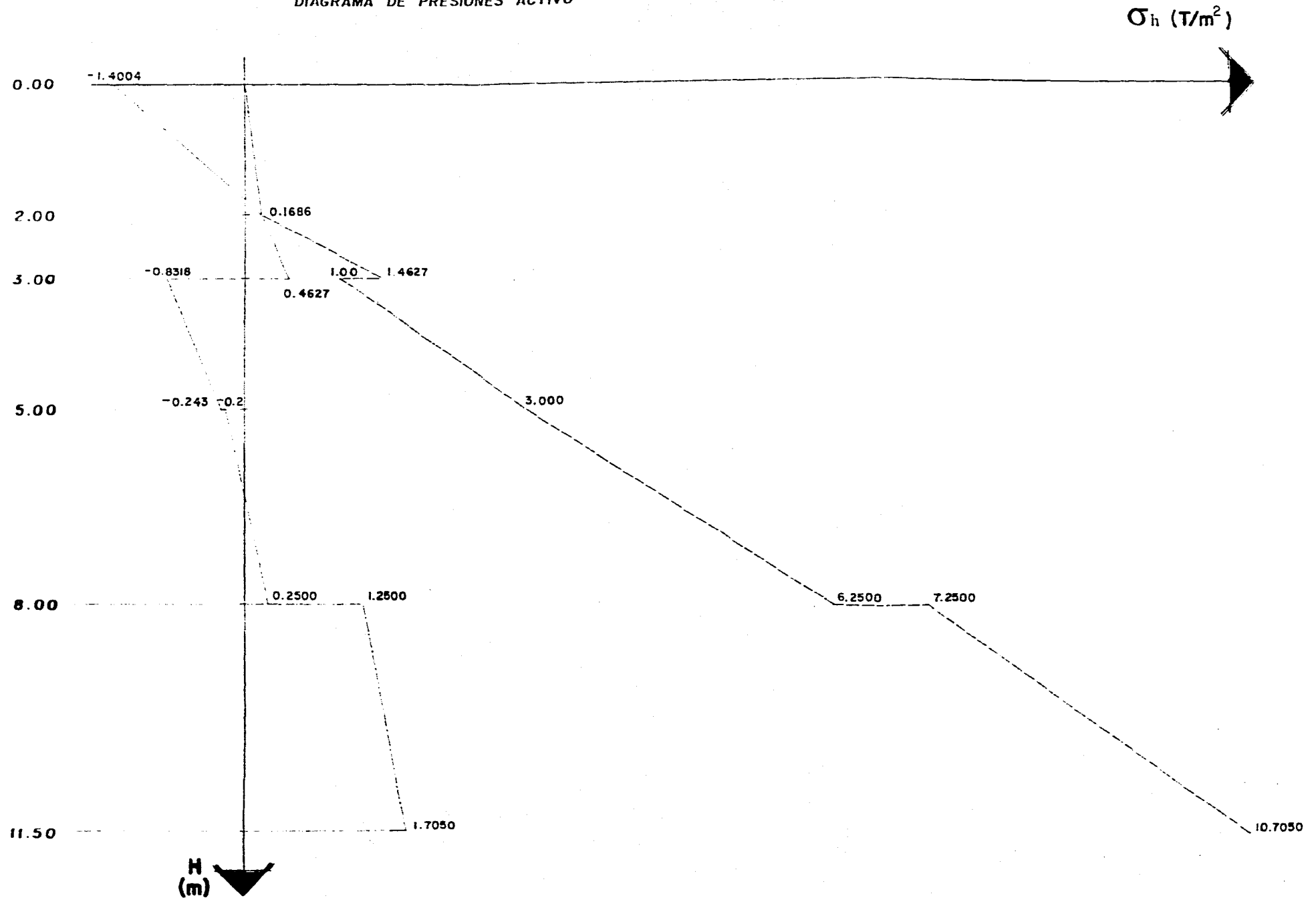
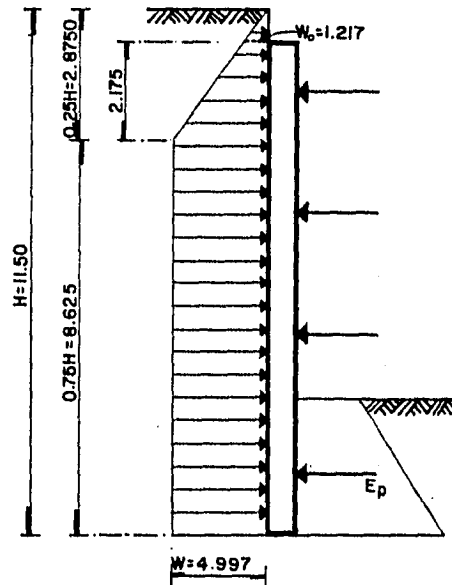


FIGURA (V.a-8)

Como el terreno es predominantemente arcilloso, para obtener el valor de W, utilizamos la envolvente de la Fig. (IV. a-2a).



$$E_a = \left( \frac{0.75H + H}{2} \right) W$$

$$W = \frac{2E_a}{(0.75H + H)}$$

$$W = \frac{2E_a}{H(0.75 + 1)} = \frac{2E_a}{1.75H}$$

$$W = \frac{2 \times 502806}{1.75 \times 11.5}$$

$$\therefore W = 4.997 \text{ Ton/m}$$

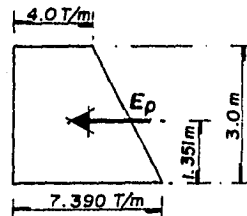
Presiones pasivas en:

$$\sigma_h = K_p \gamma z + 2c \sqrt{K_p}$$

$$h = 0.0 \text{ m} \quad \sigma_h = (1.0)(0.13)(0.0) + (2)(2.0)(\sqrt{1.0}) = 4.0 \text{ Ton/m}^2$$

$$h = 3.0 \text{ m} \quad \sigma_h = (1.0)(0.13)(3.0) + (2)(2.0)(\sqrt{1.0}) + (1.0)(3.0)$$

$$\sigma_h = 7.390 \text{ Ton/m}^2$$



$$E_p = \frac{(4.0 + 7.390)(3.0)}{2} = 17.085 \text{ Ton/m}^2$$

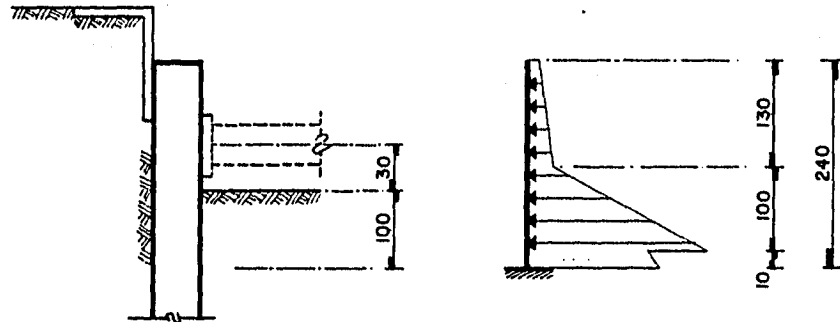
$$Y = \frac{(12)(1.5) + (5085)(1)}{17.085} = 1.351 \text{ m}$$

Después de haber obtenido el empuje redistribuido, a continuación realizaremos el análisis vertical de la tablestaca de concreto reforzado.

### ETAPAS DE ANALISIS.

1- Excavación hasta 30 cm, debajo del primer nivel de puntales, utilizando para el análisis el empuje activo.

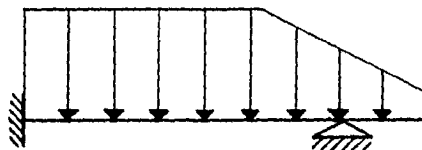
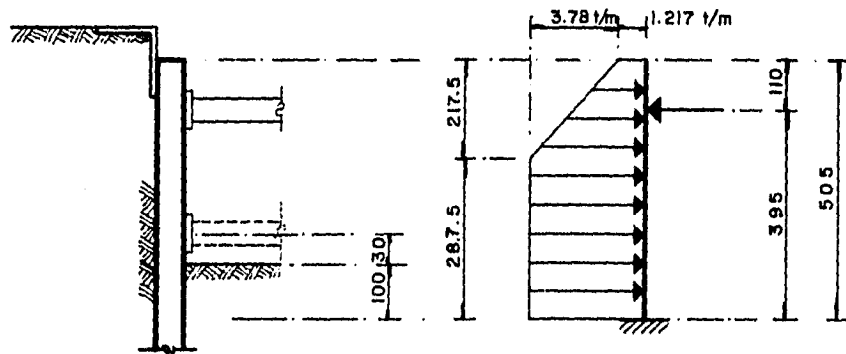
El valor de los elementos mecánicos se lleva a cabo considerando que la tablestaca trabaja como una viga en cantiliver, tal y como lo muestra la figura que sigue.



$$V = (0.059 + 0.1686)(1.3) / 2 + (0.1686 + 1.4627)(1.0) / 2 + (1.0 + 1.1) (0.1) / 2 = 1.069 \text{ Ton}$$

$$M = (0.077)(1.75) + (0.071)(1.533) + (0.1686)(0.6) + (0.647)(0.433) + (0.1)(0.05) + (0.005)(0.033) = 0.630 \text{ Ton-m.}$$

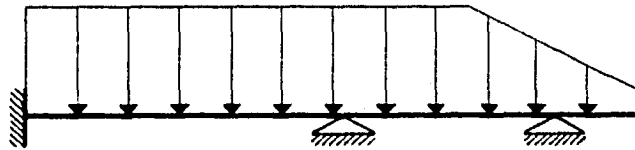
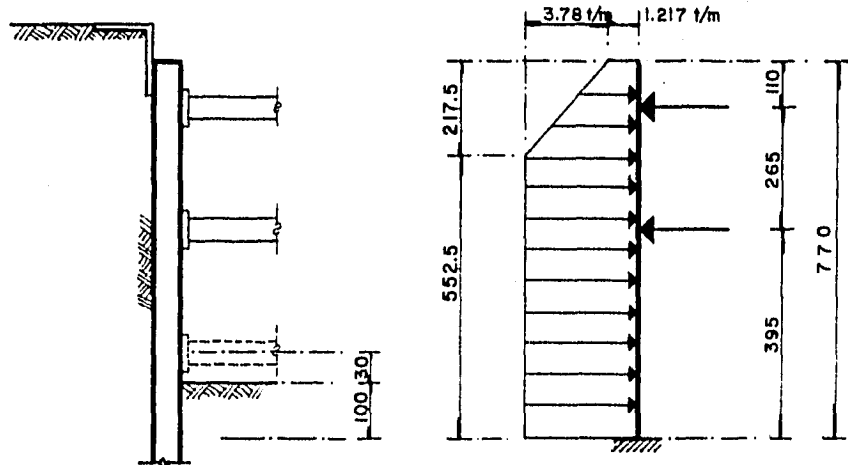
2- Excavación hasta 30 cm, abajo del segundo nivel de puntales.



F. D.			10
M. E.	6.458	-6.225	1.122
E		5.103	
T	2.552		
M. F.	9.010	-1.122	1.122
		+4.862	
V <sub>i</sub>	9.781	8.954	2.391
V <sub>h</sub>	1.997	-1.997	
V <sub>T</sub>	11.778	6.957	2.391
R <sub>f</sub>	11.778	9.348	

3- Excavación hasta 30 cm, abajo del tercer nivel de puntales.

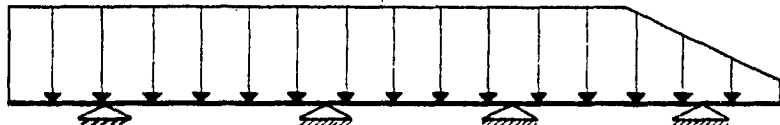
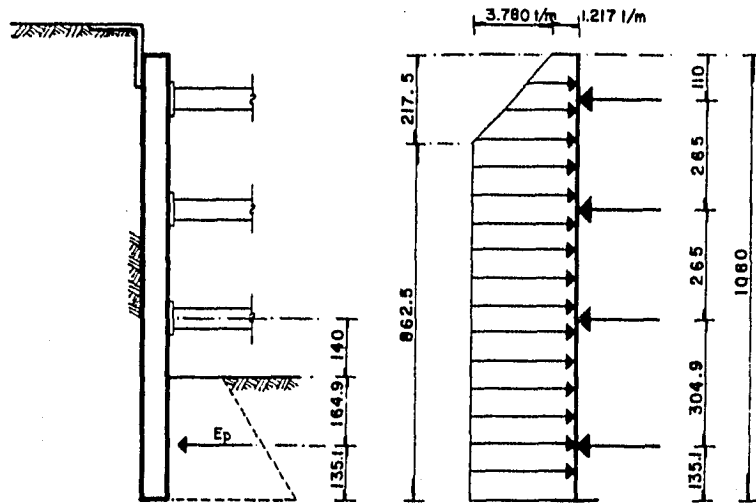
167



F.D.		0.402	0.598		1	0
M.E.	6.497	-6.497	2.867	-2.697	1.122	
E		1.459	2.171	1.575		
T	0.730		0.788	1.086		
E		-0.317	-0.417	-1.086		
T	-0.159		-0.543	-0.236		
E		0.218	0.325	0.236		
T	0.109		0.118	0.163		
E		-0.047	-0.071	-0.163		
M.F.	7.177	-5.184	5.184	-1.122	1.122	
		+ 3.591				
VI	9.869	9.869	6.487	5.750	2.391	
Vh	0.606	-0.606	1.533	-1.533		
VT	10.374	9.364	8.020	4.217	2.391	
Rf	10.374		17.384		6.608	



4- Excavación hasta el nivel máximo.



F.D.	1	0.465	0.535	0.5	0.5	1	0	
M.E.	-4.560	3.871	-3.871	2.924	-2.924	2.067	-2.697	1.122
E		0.689	0.440	0.507	0.029	0.029		1.575
T		0.220	0.345	0.015	0.254	0.788		0.015
E		-0.220	-0.167	-0.193	-0.521	-0.521		-0.015
T		-0.084	-0.110	-0.261	-0.097	-0.008		-0.261
E		0.084	0.173	0.198	0.053	0.053		0.261
T		0.087	0.042	0.027	0.099	0.131		0.027
E		-0.087	-0.032	-0.037	-0.116	-0.115		-0.027
M.F.	-4.560	4.560	-3.180	3.180	-3.224	3.224	-1.122	1.122
		+1.958		+1.183				
VI	6.751	7.618	7.618	6.621	6.621	6.487	5.750	2.391
Vh		0.453	-0.453	-0.017	0.017	0.793	-0.793	
VT	6.751	8.071	7.165	6.804	6.638	7.280	4.957	2.391
Rf		14.822		13.769		13.918		7.348

**Revisión por pateo.**

La revisión por pateo se lleva a cabo dividiendo el empuje pasivo entre el valor de la reacción que resultó, al suponer como apoyo a el empuje pasivo. De esta relación obtenemos el factor de seguridad.

$$FS = \frac{Ep}{Rp} = \frac{17.085}{14.822} = 1.153 > 1.150 \quad \therefore \text{se acepta}$$

**DISEÑO POR FLEXION EN LA DIRECCION VERTICAL**

Para el diseño, se consideran aquellos elementos mecánicos que resulten más desfavorables.

Los materiales que se consideran para el diseño son:

$$\text{Concreto } f'_c = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Acero de refuerzo } f_y = 4000 \text{ Kg/cm}^2$$

Constantes de diseño:

$$f^*_c = 0.8 f'_c = 0.8 \times 150 = 120 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f^{**}_c = 0.85 f^*_c = 0.85 \times 120 = 102 \text{ Kg/cm}^2$$

(por ser  $f^*_c \leq 250 \text{ Kg/cm}^2$ .)

$$P_{\text{máx}} = P_b = \frac{f^{**}_c}{f_r} \cdot \frac{4800}{f_r + 6000}$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{102}{4000} \cdot \frac{4800}{4000 + 6000} = 0.012240$$

$$P_{\text{mín}} = \frac{0.7\sqrt{f'_c}}{f_r} = \frac{0.7\sqrt{150}}{4000} = 0.002143$$

Considerando:

$$H = 60 \text{ cm}$$

$$d = 54 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$M_a = -9.01 \text{ Ton-m (2}^{\text{a}} \text{ etapa)}$$

$$F.C. = 1.4$$

Cálculo del porcentaje de acero por flexión.

$$p = \frac{f'_c}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{F_R b d^2 f'_c}} \right]$$

$$p = \frac{102}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(9.01)(1.4)(10)^3}{(0.9)(100)(54)^2(102)}} \right] = 0.001231 < p_{\min}$$

como rige  $p_{\min}$ , por lo tanto  $A_{s_{\min}} = 0.002143 \times 100 \times 54 = 11.57 \text{ cm}^2 / \text{m}$

Usando varillas # 6 ( $a_s = 2.85 \text{ cm}^2$ )

$$s = \frac{100 \times 2.85}{11.57} = 24.6 \text{ cm}$$

$\therefore$  colocamos varillas # 6 a 20 cm

Para el momento positivo máximo

$M_a = 4.862 \text{ Ton-m}$  (obtenido también de la segunda etapa)

$$p = 0.000657 < p_{\min}$$

Por lo tanto, el área de acero, así como la separación de varillas será la misma que se obtuvo para el momento negativo.

$\therefore$  colocamos varillas # 6 a 20 cm

### DISEÑO POR FLEXIÓN EN LA DIRECCION HORIZONTAL

Los valores más grandes de A y B, se presentan en la tercera etapa. Por lo tanto la carga equivalente producida por el empuje redistribuido es:

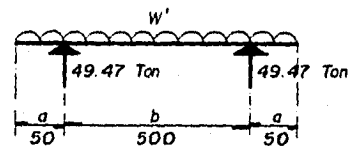
$$A = 2.65 \text{ m}$$

$$B = 3.95 \text{ m}$$

$$w = 4.997 \text{ Ton / m}$$

$$w' = \left( \frac{2.65 + 3.95}{2} \right) (4.997)$$

$$w' = 16.49 \text{ Ton / m}$$



El momento de diseño lo podemos calcular con la siguiente ecuación:

$$M_{(r)} = \frac{\left( \frac{w'b^2}{8} - \frac{w'a^2}{2} \right) (0.60)}{\frac{A}{4} + \frac{B}{4}}$$

$$M_{(r)} = \frac{\left( \frac{(16.49)(5)^2}{8} - \frac{(16.49)(0.5)^2}{2} \right) (0.6)}{\frac{2.65}{4} + \frac{3.95}{4}} = 17.989 \text{ Ton-m}$$

Considerando \$h = 60 \text{ cm}\$, \$d = 52 \text{ cm}\$ y \$b = 100 \text{ cm}\$, calculamos el siguiente porcentaje de acero:

$$p = \frac{102}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{(2)(17.989)(1.4)(10)^3}{(0.9)(100)(52)^2(102)}} \right] = 0.002734$$

Cálculo de \$A\_s\$

$$A_s = p b d = 0.002734 \times 100 \times 52 = 14.22 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Con barras # 6, corresponde una separación de:

$$S = \frac{100 \times 2.85}{14.22} = 20.04 \text{ cm}$$

∴ colocamos varillas # 6 a 20 cm.

Refuerzo por cambios volumétricos

$$a_s = \frac{660 \times 60}{4000(60 + 100)} \times 100 = 6.19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$a_s = \frac{6.19}{2} = 3.095 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = 1.5 a_s = 1.5 \times 3.095 = 4.643 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Con barras # 4, corresponde una separación de:

$$S = \frac{100 \times 1.27}{4.643} = 27.36 \text{ cm}$$

∴ colocamos varillas # 4 a 25 cm

### DETERMINACION DE LA SECCION DE LOS PUNTALES

Los puntales son miembros muy esbeltos que aparentemente trabajan a compresión, pero debido a su peso propio y algún otro tipo de carga que se pudiera presentar, lo hacen también a flexión, por lo que estos elementos estarán sujetos a una combinación de esfuerzos de flexión y carga axial, bajo estas circunstancias deben ser diseñados como vigas columna.

El manual de construcción en acero del Instituto Mexicano de la Construcción en Acero (IMCA), señala que los miembros sujetos a una combinación de esfuerzos por carga axial de compresión y por flexión, deben satisfacerse para cumplir las exigencias de las dos expresiones siguientes:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}\right) F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right) F_{by}} \leq 1.0 \quad (1.6-1a)$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (1.6-1b)$$

Cuando  $\frac{f_a}{F_a} < 0.15$ , podrá usarse la fórmula (1.6-2) en lugar de las fórmulas (1.6-1a) y (1.6-1b).

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (1.6-2)$$

Cuando la flexión ocurre alrededor de un sólo eje, deberá eliminarse de la fórmula el correspondiente término inexistente.

En las expresiones anteriores:

$F_a$  = esfuerzo de compresión axial permisible si sólo existiera fuerza axial.

$F_b$  = esfuerzo de compresión por flexión permisible si sólo existiera momento flexionante.

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23 \left( \frac{K l_b}{r_b} \right)^2}$$

= esfuerzo de Euler dividido entre un factor de seguridad. En la fórmula para  $F'_e$ ,  $l_b$  es la longitud real sin arriostramiento en el plano de flexión y  $r_b$  es el radio de giro correspondiente.  $K$  es el factor de longitud efectiva en el plano de flexión.

$f_s$  = esfuerzo axial calculado.

$f_b$  = esfuerzo de compresión por flexión calculado en el punto considerado.

$C_m$  = coeficiente cuyo valor será:

1. Para miembros en compresión en marcos sujetos a desplazamiento lateral,  $C_m = 0.85$

2. Para miembros en compresión con extremos restringidos, en marcos arriostrados contra desplazamiento lateral y no sujeto a carga transversal entre sus apoyos en el plano de flexión,

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}, \text{ pero no menor de } 0.4$$

en donde  $M_1 / M_2$  es la relación del momento menor al mayor, en los extremos de la parte del miembro no arriestrada, en el plano de flexión.  $M_1 / M_2$  es positiva cuando el miembro está flexionado en curvatura doble y negativa cuando está flexionado en curvatura simple.

3. Para miembros en compresión en marcos arriostrados contra desplazamiento lateral en el plano de la carga y sujetos a carga transversal entre sus apoyos, el valor de  $C_m$  puede determinarse por un análisis racional, sin embargo, en lugar de dicho análisis, pueden emplearse los siguientes valores:

$C_m = 0.85$  para miembros cuyos extremos están restringidos.

$C_m = 1.00$  para miembros cuyos extremos no están restringidos.

Siguiendo con nuestro ejemplo, la mayor reacción sobre los puntales, se presenta en el análisis horizontal, por lo que el puntal será diseñado bajo esa carga.

$$V_a = 49.47 \text{ Ton.}$$

Los perfiles utilizados como puntales generalmente son secciones laminadas tubulares redondos, ya que estos tienen las ventajas de ser igualmente rígidos en todas direcciones, tienen una elevada resistencia a la flexión lateral y son muy económicos.

A continuación revisaremos un perfil tubular de  $\phi$  20" cédula 30.

Datos:

$$P_a = 49.47 \text{ Ton}$$

$$L = 18.50 \text{ m}$$

Del manual IMCA, las propiedades geométricas de la sección a revisar son :

$$A = 199.6 \text{ cm}^2$$

$$S = 2388 \text{ cm}^3$$

$$r = 17.5 \text{ cm}$$

$$De = 50.8 \text{ cm}$$



$$D_i = 48.7 \text{ cm}$$

$$t = 1.27 \text{ cm}$$

$$\text{peso} = 156.3 \text{ Kg/m}$$

### 1) Revisión por compresión.

#### 1.1 - Cálculo del esfuerzo actuante a compresión.

$$f_s = \frac{P}{A} = \frac{49470}{199.6} = 247.846 \text{ Kg/cm}^2$$

#### 1.2 - Cálculo del esfuerzo permisible a compresión.

$$\left(\frac{KL}{r}\right) = \frac{(1)(1850)}{17.5} = 105.714 < C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = 126.13$$

Cuando  $\left(\frac{KL}{r}\right) < C_c$ , el manual IMCA nos indica usar la siguiente ecuación:

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right] F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(105.714)^2}{(2)(126.13)^2}\right] 2530}{\frac{5}{3} + \frac{(3)(105.714)}{(8)(126.13)} - \frac{(105.714)^3}{(8)(126.13)^3}} = 860.543 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{247.846}{860.543} = 0.288 > 0.15 \quad \therefore \text{ usaremos la ecuación (1.6-1a) y (1.6-1b)}$$

### 2) Revisión por flexión.

#### 2.1- Cálculo del esfuerzo actuante a flexión.

Considerando el peso propio del puntal y una carga viva de  $50 \text{ Kg/m}^2$ , y además suponemos que el puntal trabaja como una viga simplemente apoyada.

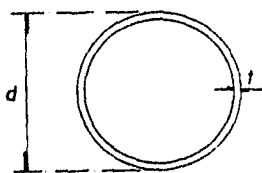
$$W = 156.30 + (50)(0.508) = 181.70 \text{ Kg/m}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{(181.70)(18.50)^2}{8} = 7773.353 \text{ Kg-m}$$

$$f_b = \frac{M}{S} = \frac{777335.30}{2388} = 325.517 \text{ Kg/cm}^2$$

## 2.2 - Cálculo del esfuerzo permisible a flexión.

Revisión de la sección compacta.



$$\frac{d}{t} > \frac{232000}{F_y}$$

$$\frac{508}{1.27} = 40.0 < \frac{232000}{2530} = 91.7$$

Por lo tanto no cumple, luego la sección no es compacta.

$$\therefore F_b = 0.6 F_y = 0.6 \times 2530 = 1518 \text{ Kg/cm}^2$$

## 3) Revisión por flexocompresión.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_b}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_a}\right) F_b} \leq 1.0$$

$$\frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

$$F'_c = \frac{12\pi^2 E}{23 \left( \frac{Kl_b}{r_b} \right)^2} = \frac{10480000}{\left( \frac{1 \times 1850}{17.5} \right)^2} = 937.765 \text{ Kg/cm}^2$$

$$0.288 + \frac{(1)(325.517)}{\left( 1 - \frac{247.846}{937.765} \right) 1518} = 0.288 + 0.291 = 0.579 < 1.0$$

$$\frac{247.846}{0.6 \times 2530} + \frac{325.517}{1518} = 0.163 + 0.214 = 0.377 < 1.0$$

Como podemos observar la sección que se propuso como puntal, está un poco sobrada, sin embargo, dada la magnitud e importancia de la excavación, así como los peligros para las vidas o propiedades colindantes que pudieran existir, es conveniente dejar así la sección.

Alternativamente la sección de los puntales pueden ser determinados de una manera más rápida, con la ayuda de gráficas, donde se relacionan la longitud de los puntales con sus correspondientes capacidades de carga. Ver gráficas en anexo.

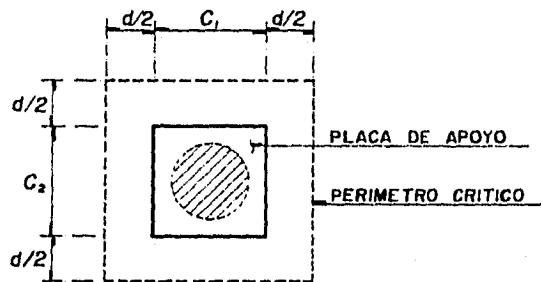
#### Revisión de la penetración del puntal en la tablestaca

La carga máxima sobre los puntales como ya quedo establecido antes vale:

$$R_{\text{puntal}} = V_a = 49.47 \text{ Ton}$$

$$V_u = (1.4)(49.47) = 69.258 \text{ Ton}$$

Según el inciso 2.1.5 h de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, la sección crítica por cortante se supondrá perpendicular al plano de la losa.



### AREA CRITICA DE CORTANTE

El área de la sección crítica vale:

$$A_c = b_o d = 2 (C_1 + C_2 + 2d) d$$

$$A_c = (2)(65 + 65 + (2)(54))(54) =$$

$$A_c = 25704 \text{ cm}^2$$

El esfuerzo cortante de diseño vale:

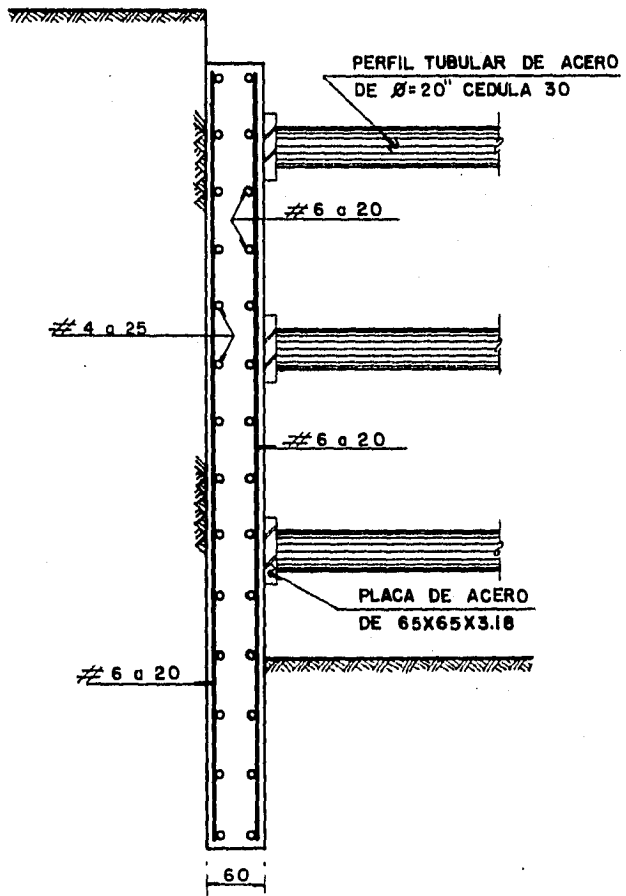
$$V_u = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{69.258 \times 10^3}{25704} = 2.694 \text{ Kg/cm}^2$$

La contribución del concreto a fuerza cortante vale:

$$V_{CR} = F_R \sqrt{f'_c} = 0.8 \sqrt{120} = 8.764 \text{ Kg/cm}^2$$

Como  $V_{CR} > V_u \therefore$  No hay penetración.

### ARMADO DE TABLESTACA APUNTALADA



### **V.b. DISEÑO DE UNA TABLESTACA ANCLADA**

Para llevar a cabo el análisis de este tipo de tablestacas, se requiere determinar la profundidad de empotramiento "D" necesaria para evitar una falla en el pie y de la magnitud de la tensión del ancla (T).

La profundidad necesaria de empotramiento se calcula tomando momentos de todas las fuerzas horizontales que obran en la tablestaca, respecto al punto de aplicación de la tensión del ancla.

Después que se ha determinado la profundidad de empotramiento, la tensión del ancla puede calcularse igualando a cero la suma de los momentos de todas las fuerzas horizontales en la tablestaca con relación al punto de aplicación de la resistencia pasiva. Como alternativa, la tensión en el ancla puede calcularse igualando a cero la suma de todas las fuerzas horizontales en la tablestaca.

Con objeto de tomar en cuenta las variaciones en la resistencia y compresibilidad de los materiales, los posibles excesos en la profundidad de la excavación, la socavación o la existencia, no revelada por los sondeos, de material débil en la zona hincada de la tablestaca, el valor obtenido de la profundidad de hincado "D" se debe incrementar en un 20% para tener un factor de seguridad. Además, para tomar en cuenta la diferencia entre la distribución real de la presión contra el tablero y la calculada ignorando la influencia de la flexibilidad del mismo, el valor calculado de la tensión del ancla se aumenta en 20%.

Numerosas observaciones hechas en campo así como pruebas en laboratorio han demostrado que los momentos flexionantes que actúan en los tableros de las tablestacas ancladas son mucho más pequeños que los que resultan al aplicar las fuerzas mostradas en la Fig. (IV.b-3), debido a que las tablestacas son muy flexibles y su deformación, es relativamente mayor que la que se obtendría si las tablestacas fueran rígidas. Además, la presión de tierra contra las tablestacas se reduce en aquellos lugares en los que los tableros se flexionan más y se

redistribuye a los puntos que se flexionan menos, como son los puntos de conexión con el sistema de anclaje o la porción empotrada de las tablestacas. Finalmente, la tendencia de la parte de la tablestaca situada arriba del punto de anclaje "A" Fig.(IV.b-3), tiende a empujar contra el suelo, aumentando en esta forma la presión de tierra arriba del punto "A", lo cual reduce el momento flexionante en la tablestaca por abajo del mismo punto.

En la práctica, las observaciones de campo han demostrado que si la profundidad de empotramiento de la tablestaca se ha determinado de acuerdo con los procedimientos descritos anteriormente presenta la posibilidad de que aparezca un punto de inflexión en la curvatura elástica de la tablestaca muy cerca del nivel máximo de excavación (N.M.E.). Si el material en el N.M.E. es firme o compacto y se supone un punto de inflexión cerca del N.M.E. y se calculan momentos en la tablestaca debidos a las fuerzas mostradas en la Fig.(IV.b-3) arriba de este nivel, se ha encontrado una correspondencia satisfactoria entre los momentos calculados y los observados. Pero si el material que esta en la línea del N.M.E. e inmediatamente abajo es suelto o débil, el punto de inflexión deberá tomarse conservadoramente a 30 o 60 cm, abajo de la línea del N.M.E..

## **TIPOS DE ANCLAJES**

En la Fig.(V.b-1a) se muestra un sistema de anclaje típico a base de un muerto y en la Fig.(V.b-1b) otro con un muro de anclaje empleados cuando el suelo es suficientemente fuerte y hay amplio espacio. Los anclajes de este tipo dependen para su estabilidad de la presión pasiva del suelo. El suelo que proporciona la resistencia no debe quedar dentro de la zona en la que las condiciones de deformación correspondan al estado activo detrás de la tablestaca; ya que si así lo fuera, todo el material comprendido entre el anclaje y la tablestaca se movería como un sólo cuerpo, por lo cual es conveniente colocar el anclaje a una distancia cuando menos la que indica la distribución geométrica de las Figs.(V.b-1). La resistencia neta del muro de anclaje es la diferencia entre la presión activa en el respaldo y la presión pasiva en el frente. Para asegurar un anclaje suficientemente fuerte, el factor de seguridad no debe ser menor que 2.5.

Otro tipo de sistema de anclaje, puede ser a base de pilotes inclinados en forma de "A", utilizados cuando el espacio es limitado o cuando el suelo es débil Fig.(V.b-1c). Estos pueden colocarse más cerca del paramento interno de la tablestaca.



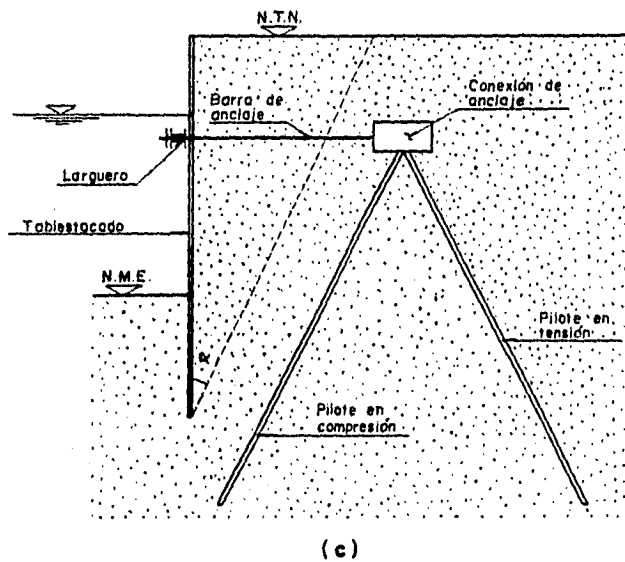
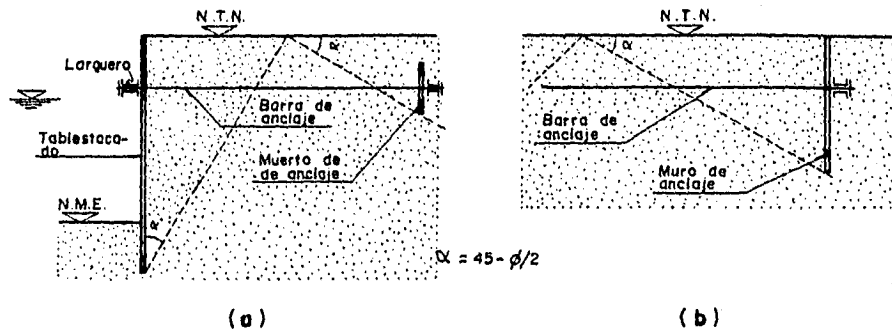
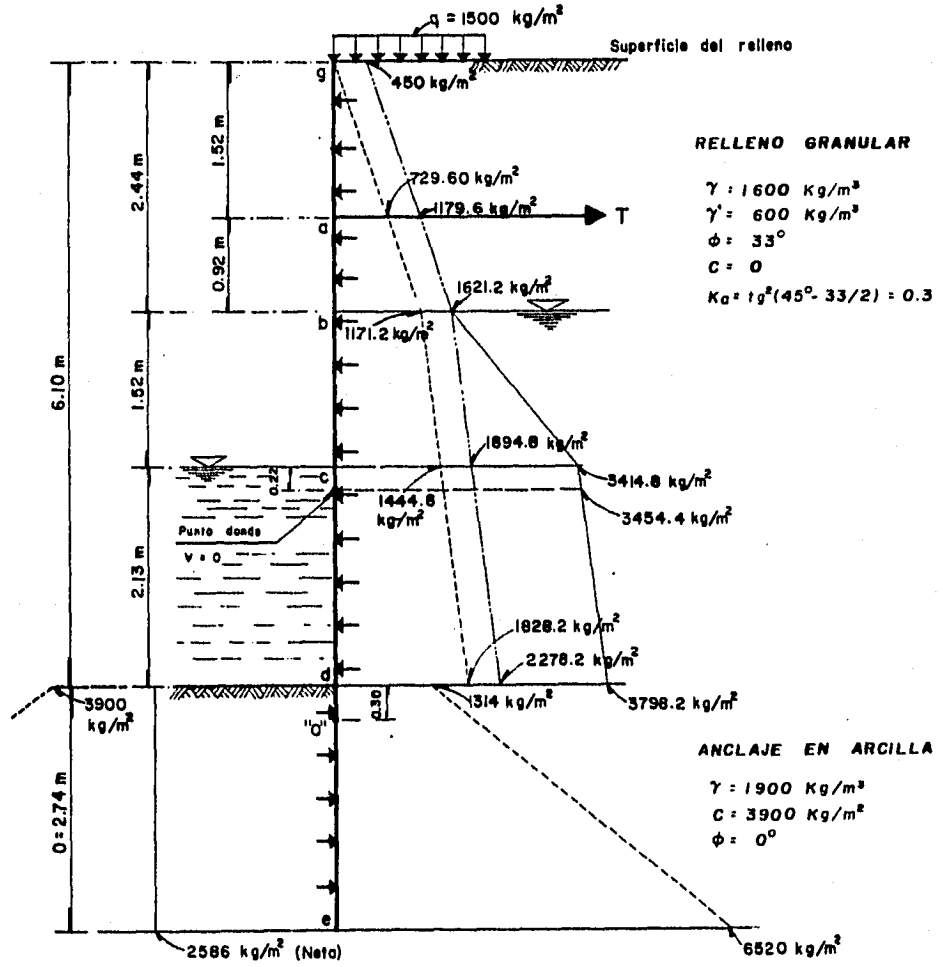


FIG. (V.b-1) TIPOS DE ANCLAJE PARA TABLESTACAS. (a) ANCLAJE CON MUERTO DE CONCRETO O PLACAS DE ACERO, (b) MURO DE ANCLAJE, (c) ANCLAJE CON PILOTES INCLINADOS

DIMENSIONES Y DATOS



1) Obtención del diagrama de presiones.

186

Cálculo de las presiones horizontales.

Presiones activas en:

$$\begin{aligned}
 g. & \quad (1500)(0.3) = 450 \text{ Kg/m}^2 \\
 a. & \quad (1600)(1.52)(0.3) = 729.6 + 450 = 1179.6 \text{ Kg /m}^2 \\
 b. & \quad (1600)(2.44)(0.3) = 1171.2 + 450 = 1621.2 \text{ Kg/m}^2 \\
 c. & \quad (1600)(2.44)(0.3) = 1171.2 \\
 & \quad (600)(1.52)(0.3) = \underline{273.6} \\
 & \quad \quad \quad 1444.8 + 450 = 1894.8 \text{ Kg /m}^2 \\
 & \quad (1000)(1.52) = \underline{1520.0} \text{ Kg /m}^2 \\
 & \quad \quad \quad 3414.8 \text{ Kg /m}^2 \\
 d. & \quad (1600)(2.440)(0.3) = 1171.2 \\
 & \quad (600)(3.6500)(0.3) = \underline{657.0} \\
 & \quad \quad \quad 1828.2 + 450 = 2278.2 \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad (1000)(1.52) = \underline{1520.0} \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad \quad \quad 3798.2 \text{ Kg/m}^2 \\
 d. & \quad (1500)(1) = \quad \quad \quad = 1500 \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad ((1600)(2.44) + (600)(3.65))(1) = 6094 \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad (1000)(1.52) = \quad \quad \quad = \underline{1520} \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad \quad \quad 9114 \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad - (2)(3900) = \quad \quad \quad = \underline{-7800} \text{ Kg/m}^2 \\
 & \quad \quad \quad 1314 \text{ Kg/m}^2 \\
 e. & \quad (1600)(2.44)(1) + (600)(3.65)(1) + (1000)(1.52) \\
 & \quad (1900)(D) + (1500)(1) - (2)(3900)(\sqrt{T}) = (1314 + 1900 D)
 \end{aligned}$$

Presiones pasivas en:

$$\begin{aligned}
 d. & \quad \frac{2C}{F} = \frac{2 \times 3900}{2} = 3900 \text{ Kg/m}^2 \\
 e. & \quad (1900)(D) + (2)(3900)/2 = (3900 + 1900 D)
 \end{aligned}$$

La presión neta de d a e:

$$\begin{aligned}
 & \quad (3900 + 1900 D) \\
 & \quad - (1314 + 1900 D) \\
 & \quad \hline
 & \quad 2586 \text{ Kg/m}^2
 \end{aligned}$$

2) Revisión del factor de seguridad contra la falla por capacidad de carga del terreno donde se hinca la tablestaca.

$$F_s = \frac{5c}{\gamma H} = \frac{5c}{q(\text{sobrecarga}) + \gamma H(\text{terreno}) - \gamma_w H_w(\text{agua})}$$

$$F_s = \frac{5 \times 3900}{1500 + (1600)(6.1) - (1000)(2.13)} = 2.14 > 2 \text{ cumple}$$

3) Equilibrio de la tablestaca.

Cálculo de las fuerzas y momentos con relación al punto "a".

SECCION	FUERZA (F) (Kg/m)	BRAZO (m)	MOMENTO (Kg-m/m)
g a b	(450)(2.44) = 1098.000	2.44/2 - 0.920 = 0.300	- 329.400
	(1171.2)(2.44)/2 = 1428.864	(2)(2.44)/3 - 1.520 = 0.107	152.888
bc	(1621.2)(1.52) = 2464.224	1.52/2 + 0.920 = 1.680	4139.896
	(1793.6)(1.52)/2 = 1363.136	(2)(1.52)/3 + 0.920 = 1.933	2634.942
cd	(3414.8)(2.13) = 7273.524	2.13/2 + 1.52 + 0.92 = 3.505	25493.702
	(383.4)(2.13)/2 = 408.321	(2)(2.13)/3 + 1.52 + 0.92 = 3.860	1576.119
$\Sigma$	14036.069		33668.147
de	(2586)(D)	(4.570 + D/2)	-(11818.02 D + 1293.00 D <sup>2</sup> )

Cálculo de la profundidad de empotramiento, "D"

$$33668.147 - 11818.02D - 1293.00D^2 = 0$$

$$D = \frac{- (11818.02) \pm \sqrt{(11818.02)^2 - (4)(1293)(-33668.147)}}{(2)(1293)}$$

$$D = \frac{- 11818.02 + \sqrt{313797253.0}}{2586} = 2.28 \text{ m}$$

El valor D calculado se incrementará en 20%, quedando finalmente:

$$D = 2.28 \times 1.2 = 2.736 \text{ m.}$$

4) Diseño del anclaje.

a) Cálculo de la tensión en el anclaje T

$$\sum F_x = 0$$

$$(14036.069) - (2586 D) - T = 0$$

$$(14036.069) - (2586 \times 2.28) - T = 0$$

$$T = 8139.989 \text{ Kg/m}$$

El valor de la tensión también se incrementará en 20%.

$$T = 8139.989 \times 1.2 = 9767.987 \text{ Kg/m} = 9.768 \text{ Ton/m}$$

b) Obtención del diámetro de las varillas de anclaje.

Proponiendo una tablestaca metálica sección MP-116 U.S.S. STEEL - SHEET PILING y una separación de varillas de anclaje a cada 6 módulos de tablestaca ( $L = 2.44 \text{ m}$ ).

Usando acero A-36, con un  $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$

El esfuerzo permisible a tensión es:  $F_t = 0.6 F_y$

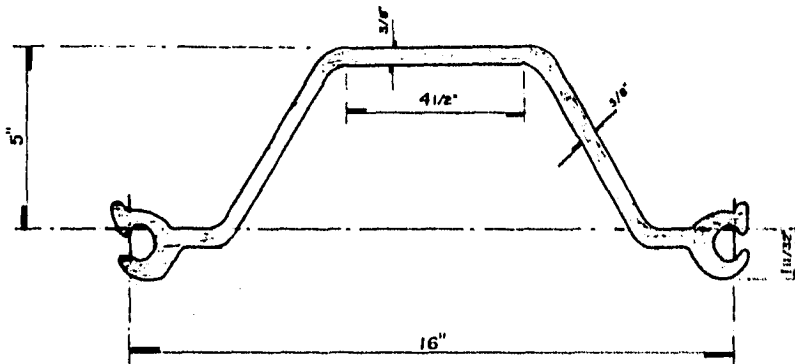
$$F_t = 0.6 \times 2530 = 1518 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_t = T/A ; A = T/F_t$$

$$A = \frac{9767.987 \times 2.44}{1518} = 15.70 \text{ cm}^2$$

Del manual de construcción en acero IMCA, proponemos una sección - OS 47.7 ( $A = 17.813 \text{ cm}^2$ ) a cada 2.44 m.

5) Revisión por flexión de la tablestaca propuesta.



SECCION MP-116

Propiedades geométricas

$$S = 575.27 \text{ cm}^3/\text{m}$$

$$A = 224.15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$I = 7237.6 \text{ cm}^4/\text{m}$$

Suponiendo un punto de inflexión a 30 cm abajo del nivel del punto "d", calculamos las fuerzas y momentos flexionantes respecto a dicho punto.

SECCION	FUERZA (F) (kg/m)	BRAZO ( $\bar{y}$ ) (m)	MOMENTO (kg-m/m)
gd	14,036.069		33,668.147
30 cm ABAJO DE "d"	$-(2586)(0.3) = -775.80$	$0.3/2 + 4.57 = 4.72$	$- 3661.776$
$\Sigma$	13,260.269		30,006.371

La reacción en el punto "o"

$$R_o = \Sigma M/d = 30006.371/4.87 = 6161.472 \text{ Kg/m} = 6.161 \text{ T/m}$$

Por lo tanto la tensión modificada vale:

$$T_m = 13260.269 - 6161.472 = 7098.797 \text{ Kg/m} = 7.1 \text{ T/m}$$

Determinación del punto en el que el cortante vale cero, esto lo realizamos por medio de tanteos.

Cortante en el punto "c":

$$-\left(\frac{450 + 1621.2}{2}\right)(2.44)(10)^{-3} = -2.527 \text{ Ton/m}$$

$$-\left(\frac{1621.2 + 3414.8}{2}\right)(1.52)(10)^{-3} = -3.827 \text{ Ton/m}$$

$$-6.354 \text{ Ton/m}$$

$$V_c = 7.1 - 6.354 = 0.75 \text{ Ton/m}$$

Distancia abajo del punto "c" donde  $V = 0$

Suponiendo 22 cm.

$$V_c' = \left(\frac{3414.8 + 3454.4}{2}\right)(0.22)(10)^{-3} = 0.75 \text{ Ton/m}$$

Por lo tanto, el punto donde el cortante vale cero, se localiza a 22 cm abajo del punto "c".

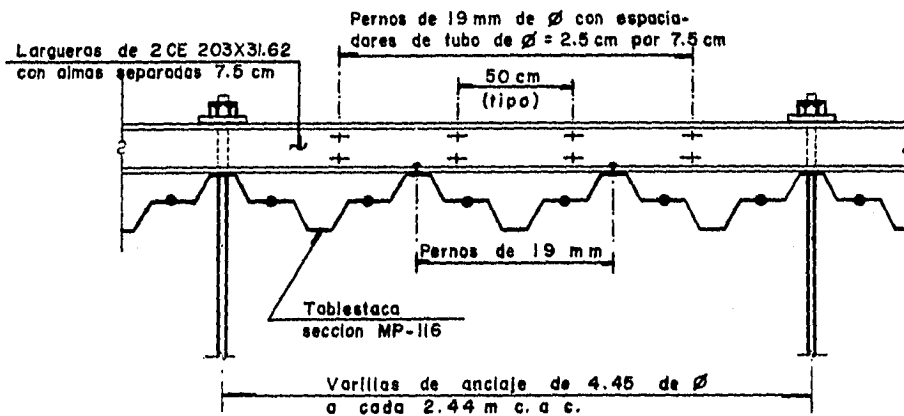
Cálculo del momento máximo (donde  $V = 0$ )

F	d	M
$R_o = 6161.472$	$(2.13+0.3-0.22) = 2.210$	13.617
$(2586)(0.3) = 775.800$	$(2.13+(0.3/2)-0.22)=2.060$	1.598
$-(3454.40)(1.91) = 6597.904$	$(2.13-0.22)/2 = 0.955$	-6.301
$-(3798.2-3454.40)(1.91)/2 = 328.329$	$(2.13-0.22)(2)/3 = 1.273$	-0.418
MOMENTO MAX.=		8.496 Ton/m

El módulo de sección necesario es:

$$S_{nec} = \frac{M}{F_b} = \frac{8.496 \times 10^5}{1518} = 559.684 \text{ cm}^3/\text{m} < 575.27 \text{ cm}^3/\text{m} \text{ de la tablestaca propuesta.}$$

6) Determinación de la sección de los largueros.



Tensión en las anclas

$$T_c = 9.768 \times 2.44 = 23.834 \text{ Ton}$$

El momento en el larguero vale:

$$M = (9.768)(2.44)^2/10 = 5.815 \text{ Ton-m}$$

Por lo tanto la sección necesaria será:

$$S = 5.815 \times 10^5/1518 = 383.10 \text{ cm}^3$$

Usando 2 CE (203 x 31.62), separados 7.5 cm espalda con espalda:

$$S = 195.7 \times 2 = 391.40 \text{ cm}^3 > S_{nec} = 383.10 \text{ cm}^3$$



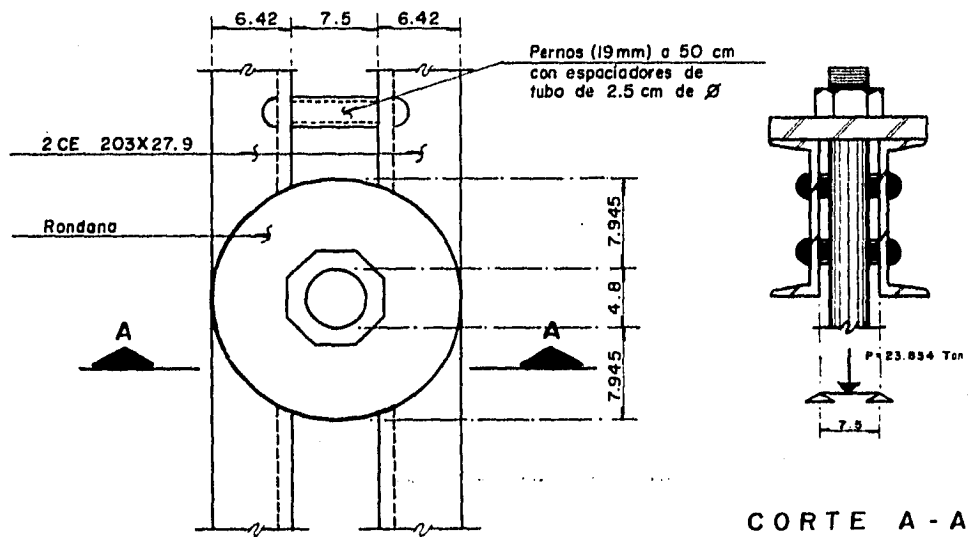
7) Determinación del tamaño de las placas para apoyar las varillas de anclaje a los largueros.

$$M = \frac{P L}{4} = \frac{23834 \times 7.5}{4} = 44688.75 \text{ Kg - cm}$$

$$S = \frac{(20.34 - 4.8) h^2}{6} = 2.59 h^2$$

Sabemos que:

$$f_b = \frac{M}{S} ; \quad 1518 = \frac{44688.75}{2.59 h^2}$$



$$h = \sqrt{\frac{44688.75}{3931.62}} = 3.37 \text{ cm}$$

Por lo tanto proponemos rondanas de 20.34 cm x 3.81 cm (1½").

Revisión por cortante.

$$V = \frac{P}{2} = \frac{23834}{2} = 11917.0 \text{ Kg}$$

Sabemos que el esfuerzo cortante permisible vale:

$$F_v = 0.40 F_y = 0.40 \times 2530 = 1012 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto, el espesor de la placa para el cortante actuante vale:

$$F_v = \frac{V}{ht_w}$$

$$t_w = \frac{V}{F_v h} = \frac{11917.00}{(1012)(3.81)} = 3.09 \text{ cm} < 3.81 \text{ cm}$$

Revisión por cortante del apoyo en las almas de los largueros.

$$\text{Area de apoyo } A = (20.3)(1.48)(2) = 60.088 \text{ cm}^2$$

$$f_v = 23834/60.088 = 396.652 \text{ Kg/cm}^2 < F_v = 1012 \text{ Kg/cm}^2$$

8) Diseño del sistema de anclaje en el terreno.

Usando un muro de tablestacas continuas, a continuación calcularemos la profundidad de penetración,  $d_a$ .

Para que se encuentren en equilibrio las fuerzas horizontales que actúan en el muro, la fuerza del anclaje debe ser igual a la presión neta del terreno sobre el muro de tablestacas.

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 33^\circ/2) = 0.3$$

$$K_p = \tan^2(45^\circ + 33^\circ/2) = 3.4$$

$$K_{\text{neto}} = K_p - K_a = 3.4 - 0.3 = 3.1$$

La presión neta vale:

$$P_{\text{neto}} = \frac{1}{2} (3.1)(1600)(d_a)^2 \dots\dots\dots (1)$$

La tensión en el ancla que se había calculado es:

$$T = 8139.989 \text{ Kg}$$

Usando un factor de seguridad de 2.5 tendremos:

$$T = (2.5)(1.2)(8139.989) = 24420 \text{ Kg} \dots\dots\dots (2)$$

Igualando (1) y (2), obtendremos  $d_a$ .

$$\left(\frac{1}{2}\right)(3.1)(1600)(d_a)^2 = 24420$$

$$d_a = \sqrt{\frac{24420 \times 2.0}{(3.1)(1600)}} = 3.14 \text{ m}$$

Como la profundidad se prolonga abajo del nivel freático, la presión neta se reduce algo.

Probando una  $d_a = 3.20 \text{ m}$  (0.76 m abajo del nivel freático).

$$P_{\text{neto}} = \left(\frac{1}{2}\right)(3.1)(1600)(3.2)^2 - \left(\left(\frac{1}{2}\right)(3.1)(1000)(0.76)^2\right)$$

$$P_{\text{neto}} = 25395.2 - 825.28 = 24499.92 \text{ Kg/m}$$

$$FS = \frac{24499.92}{8139.989} = 3.01 > 2.5 \therefore \text{ se acepta.}$$

Por lo tanto el muro de anclaje se hincará a  $d_a = 3.20 \text{ m}$  de profundidad, a partir del nivel de terreno natural.

Cálculo de la sección del muro de anclaje.

Es recomendable conectar las varillas de anclaje a una distancia en que se localiza el centro de gravedad del empuje neto, por lo que el momento en ese punto valdrá:

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)(K_n)(\gamma)(h)^2; \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$M = \left(\frac{1}{2}\right)(K_n)(\gamma)(h)^2\left(\frac{h}{3}\right)$$

$$M = \left(\frac{1}{6}\right)(K_n)(\gamma)(h)^3$$

$$M = \frac{(3.1)(1600)(2.133)^3}{6}$$

$$M = 8022.376 \text{ Kg-m}$$

El módulo de sección requerido es:

$$S_n = \frac{(8022.376)(100)}{1518} = 528.483 \text{ cm}^3/\text{m}$$

$$S_n = 528.483 \text{ cm}^3/\text{m} < S = 575.27 \text{ cm}^3/\text{m}$$

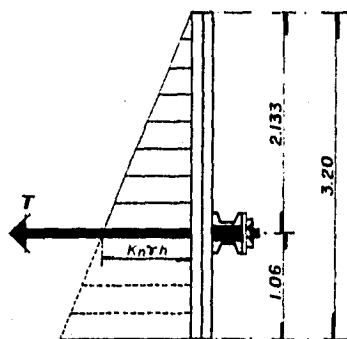
Por lo tanto podemos usar una tablestaca metálica sección MP-116 --  
U.S.S STEEL SHEET PILING.

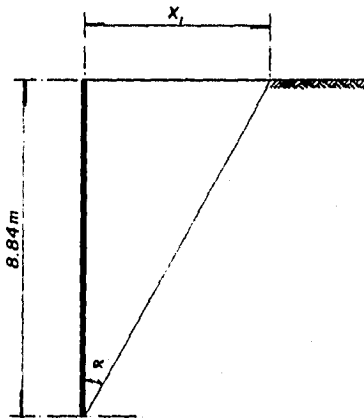
Los largueros y detalles de conexión serán los mismos que se utilizan para la tablestaca principal.

Localización del anclaje

$$\alpha = 45^\circ - \phi/2 = 45^\circ - 33/2$$

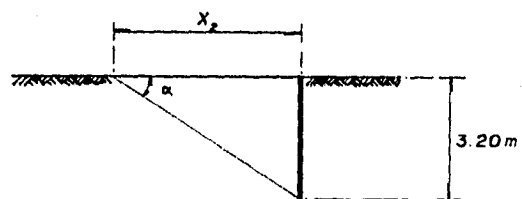
$$\alpha = 28.5^\circ$$





$$\text{Tg } \alpha = X_1 / 8.84$$

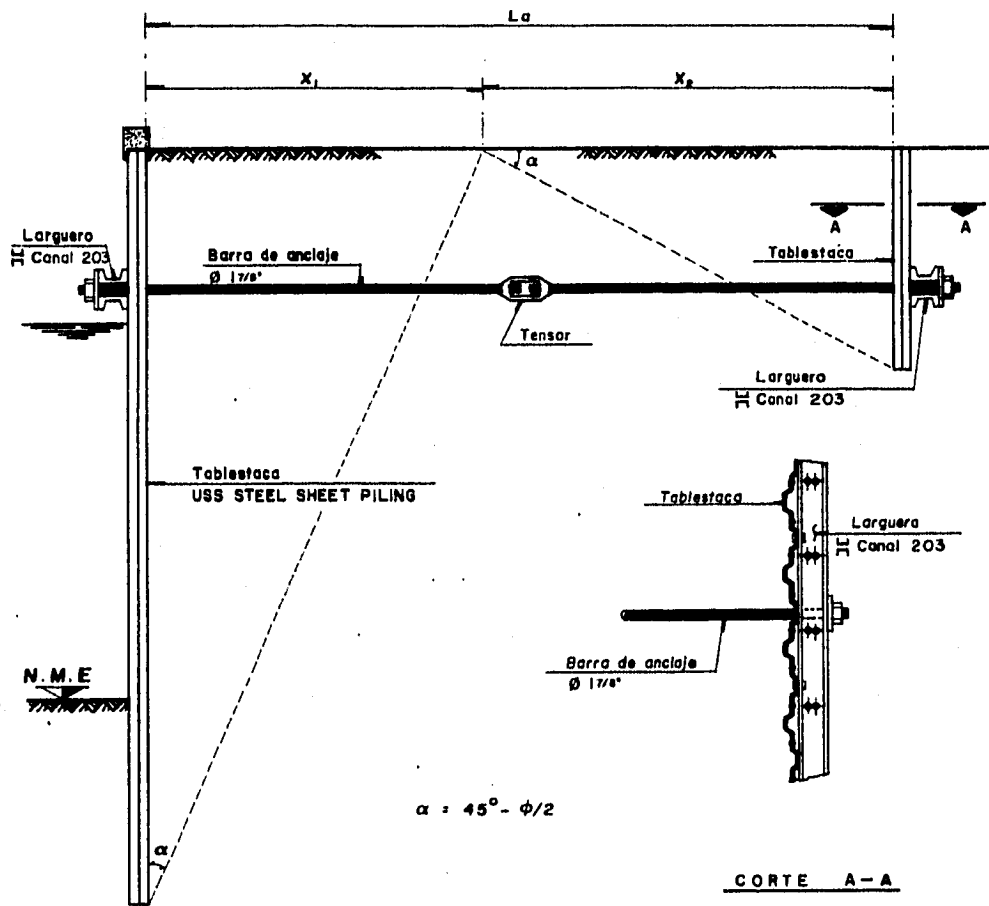
$$X_1 = (8.84)(\text{Tg } 28.5^\circ) = 4.80 \text{ m}$$



$$\text{Tg } \alpha = 3.20 / X_2$$

$$X_2 = 3.20 / \text{Tg } 28.5^\circ = 5.894 \text{ m}$$

$$\therefore L\alpha = 4.80 + 5.894 = 10.70 \text{ m}$$



## CONCLUSIONES

1. El cálculo cuidadoso de las estructuras de contención de tierras es importante por lo que la falla de una de ellas conlleva generalmente la pérdida de vidas y de bienes. Para ese cálculo se cuenta con el auxilio de tablas y gráficas que permiten dimensionar la estructura con rapidez. Sin embargo, el Ingeniero debe conocer a fondo - las bases teóricas en que se fundamentan esas ayudas de diseño para emplearlas correctamente. En esta tesis se ha hecho una presentación de los fundamentos teóricos y se han desarrollado ejemplos numéricos que se estimen pueden resultar útiles para el proyecto de ese tipo - de estructuras.
2. La selección del tipo más adecuado de estructuras de contención de - tierras dependerá en cada caso del tipo de terreno, de las dimensiones de la obra, de su clasificación en permanente o temporal y del - aspecto económico; por lo que para cada caso habrá que hacer un estudio específico que defina el tipo más conveniente.

**A N E X O**

**T A B L A S**

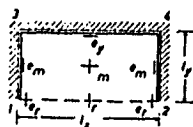


## DIAMETROS, PESOS Y AREAS DE BARRAS

Número de designación	Diámetro nominal		Peso kg/m	NUMERO DE BARRAS										Áreas de acero en cm <sup>2</sup>
	pulg	mm		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	1/4	6.4	0.248	0.32	0.64	0.96	1.28	1.60	1.92	2.24	2.56	2.88	3.20	
2.5	5/16	7.9	0.388	0.49	0.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.43	3.92	4.41	4.90	
3	3/8	9.5	0.559	0.71	1.42	2.13	2.84	3.55	4.26	4.97	5.68	6.39	7.20	
4	1/2	12.7	0.993	1.27	2.54	3.81	5.08	6.35	7.62	8.89	10.16	11.43	12.70	
5	5/8	15.9	1.552	1.98	3.96	5.94	7.92	9.90	11.88	13.86	15.84	17.82	19.80	
6	3/4	19.0	2.235	2.85	5.70	8.55	11.40	14.25	17.10	19.95	22.80	25.65	28.50	
7	7/8	22.2	3.042	3.88	7.76	11.64	15.52	19.40	23.28	27.16	31.04	34.92	38.80	
8	1	25.4	3.973	5.07	10.14	15.21	20.28	25.35	30.42	35.49	40.56	45.63	50.70	
9	1 1/8	28.6	5.028	6.41	12.82	19.23	25.64	32.05	38.46	44.87	51.28	57.69	64.10	
10	1 1/4	31.8	6.207	7.92	15.84	23.76	31.68	39.60	47.52	55.44	63.36	71.28	79.20	
11	1 3/8	34.9	7.511	9.58	19.16	28.74	38.32	47.90	57.48	67.06	76.64	86.22	95.80	
12	1 1/2	38.1	8.938	11.40	22.80	34.20	45.60	57.00	68.40	79.80	91.20	102.60	114.00	

FACTORES DE MOMENTO SEGUN CZERNY

— Placas con tres bordes perfectamente empotrados



$$M = K/m$$

Tipo de carga: Carga uniforme  $K = q \cdot l_x \cdot l_y$

$$\epsilon = l_y/l_x$$

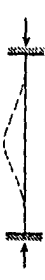
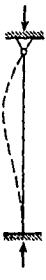


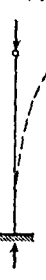





$\epsilon$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
$m_{12}$	35,8	33,4	31,0	28,6	26,4	24,3	22,5	20,9	19,9	19,0	18,3	17,8	17,4	17,0
$m_{23}$	19,8	20,3	21,0	21,8	22,5	23,3	24,0	24,7	25,5	26,3	27,1	27,9	28,7	29,5
$m_{34}$	182	133	141	130	119	109	99,3	91,9	84,4	80,0	73,4	100	208	417
$-m_{14}$	17,8	16,6	15,3	14,1	12,8	11,6	10,4	9,3	8,2	7,4	6,8	6,4	6,1	5,8
$-m_{24}$	19,7	17,8	17,0	16,3	15,6	15,0	14,3	14,3	14,2	14,2	13,8	13,3	12,8	12,2
$-m_{32}$	24,9	24,6	22,8	21,1	19,3	17,8	16,3	14,2	12,8	11,1	9,8	8,6	7,6	6,8

Tipo de carga: Carga triangular  $K = q_m \cdot l_x \cdot l_y$

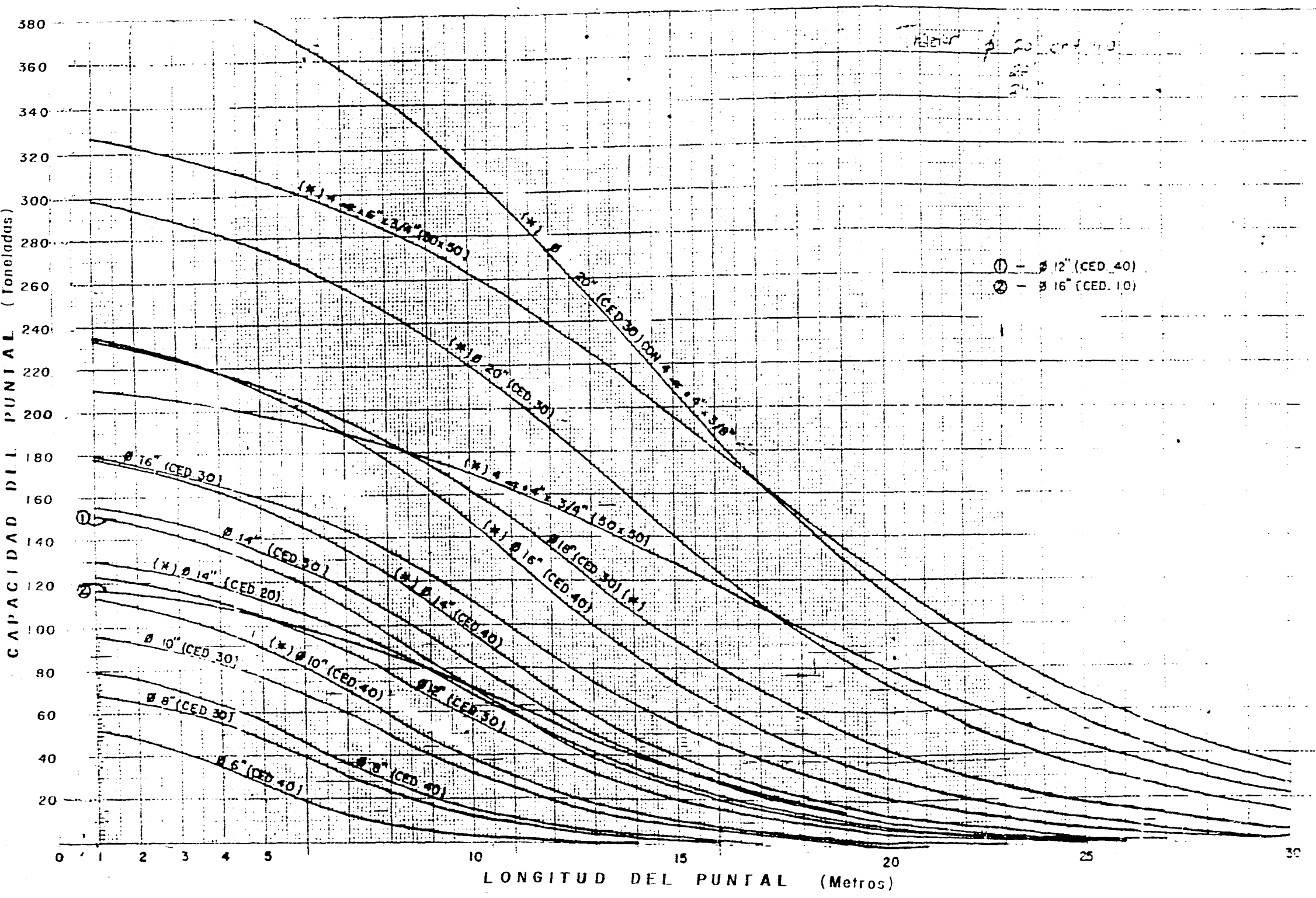
En el borde libre se tiene  $q = 0$

En el borde 3-4 se tiene  $q = 2 q_m$

$\epsilon$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25
$m_{12}$	112	100	86,3	72,7	62,0	54,1	48,8	44,4	40,9	38,9	37,9	37,9	37,9	37,9
$m_{23}$	92,4	91,3	91,1	91,0	91,3	92,2	94,0	96,8	100,4	104,3	108,3	112,3	116,3	120,3
$m_{34}$	80,9	76,2	71,3	66,7	62,3	58,8	56,9	54,0	51,9	49,1	46,0	42,9	39,8	36,7
$-m_{14}$	82,8	74,6	64,0	54,1	45,1	37,1	30,4	24,9	20,7	17,0	13,0	10,3	7,7	5,1
$-m_{24}$	19,1	18,4	17,8	17,3	16,9	16,6	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3
$-m_{32}$	17,8	17,0	16,3	15,6	14,9	14,2	13,5	12,8	12,0	11,1	10,3	9,6	8,9	8,2

<p>La configuración de la columna pandeada se muestra con línea punteada</p>						
<p>Valor teórico de <math>K</math></p>	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
<p>Valor de diseño recomendado para <math>K</math>, cuando las condiciones reales de apoyo se aproximan a las ideales</p>	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0
<p>Representación esquemática de las condiciones de apoyo</p>	   	<p>Rotación impedida</p> <p>Rotación libre</p> <p>Rotación impedida</p> <p>Rotación libre</p>	<p>Traslación impedida</p> <p>Traslación impedida</p> <p>Traslación libre</p> <p>Traslación libre</p>			

VALORES DE  $K$ , TEORICO Y DE DISEÑO PARA DETERMINAR LA LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNAS.



## **BIBLIOGRAFIA**

- 1- Karl Terzaghi, Ralph B. Peck, "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica", Edit. El Ateneo, 2a. Edición, 1988.
- 2- Ralph B. Peck, Walter E. Hanson, Thomas H. Thornburn, "Ingeniería de Cimentaciones", Limusa, 1980.
- 3- Juárez Badillo, Rico Rodríguez, "Mecánica de Suelos", Tomos I, II y III, Limusa, 1981.
- 4- George B. Sowers, George F. Sowers, "Introducción a la Mecánica de Suelos y Cimentaciones", Limusa, 1986.
- 5- T. William Lambe, Robert V. Whitman, "Mecánica de Suelos", Limusa, 1984.
- 6- Joseph Bowles, "Foundation Analysis And Design", Edit. Mc Graw-Hill, 1984.
- 7- Jesús Alberro, Abraham Ellstein, "Normas para Diseño de Pequeños Muros de Retención", Revista Ingeniería, Julio 1969.
- 8- Carlos Crespo Villalaz, "Mecánica de Suelos y Cimentaciones", Limusa, 1981.
- 9- S. Corral Valenzuela, L. F. Leon Vizcaino, "Método de Culmann modificado para Análisis por Sismo en Muros de Retención", Revista Ingeniería, 1983.
- 10- A. Rico y H. del Castillo, "La Ingeniería de Suelos en las Vías Terrestres", Tomo I, Limusa 1978.
- 11- A. Guyot Ayala, F.R. Carcamo Velázquez, "Estructuras de Contención", ISTME.

- 12- Hahn J. , " Vigas continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre lecho elástico " ,  
Edit. Gustavo Gili.
- 13- Oscar M. González Cuevas, Francisco Robles F. V. , " Aspectos fundamentales del  
concreto reforzado " , Limusa, 2a. Edición.
- 14- Roberto Meli Piralla, "Diseño Estructural" , Limusa, 1991.
- 15- Manual de diseño geotécnico, Volumen I, Comisión de Vialidad y Transporte Urbano.
- 16- Manual de construcción en acero, Tomo I, Instituto Mexicano de la Construcción en Acero,  
A.C., Limusa.
- 17- Jack C. Mc Cormac, " Diseño de estructuras metálicas " , Representaciones y Servicios  
de Ingeniería, S.A., 1983.
- 18- Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, Edit. Agenda del abogado.
- 19- Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones, gaceta  
oficial del Departamento del Distrito Federal, Agosto 1989.
- 20- Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería  
gaceta oficial del Departamento del Distrito Federal, Noviembre 1987.
- 21- Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto,  
gaceta oficial del Departamento del Distrito Federal, Marzo 1989.
- 22- Normas técnicas complementarias para diseño por sismo, gaceta oficial del  
Departamento del Distrito Federal, Agosto 1989.

**23- Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas,  
gaceta oficial del Departamento del Distrito Federal, Diciembre 1987.**