



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ACATLAN

16
20

*"EL FILTRO DE KALMAN EN EL CRECIMIENTO
DEMOGRAFICO DE MEXICO"*

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
ACTUARIO

PRESENTA

DIANA ERISBE LOPEZ CABRERA

ASESOR DE TESIS: DR. MANUEL ORDORICA MELLADO



ACATLAN, EDO. DE MEX.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A DIOS: Por permitirme vivir al lado de gente tan linda y que tanto me han ayudado.

A MI MADRE: Porque como la mejor de las madres, siempre que te necesito ahí estas, dispuesta a todo.

A MI PADRE: Por enseñarme a luchar y a ser cada vez mejor.

A MI HERMANO: Aún con tu silencio me demuestras tu apoyo, sé que cuento contigo.

A MI PEQUEÑA: Porque cada sonrisa y cada lágrima tuya me impulsa a luchar cada día más, te quiero muñequita.

A CARMEN: Hay acciones que sólo Dios las puede recompensar, por mi parte te agradezco tu apoyo de todo corazón, sin tí no lo hubiera logrado.

A EL: Por comprender mis pensamientos, apoyar mis ideas, impulsar mis anhelos y darme su amor.

A MIS AMIGOS: Porque juntos compartimos sueños e ilusiones, gracias por regalarme su amistad, confianza y apoyo.

A MIS PROFESORES: Por cosechar las semillas en cada uno de sus estudiantes, gracias por creer en nosotros.

AL DR. MANUEL ORDORICA: Gracias por confiar en mí, por darme todo su apoyo, y por compartir conmigo algunos de sus conocimientos.

INDICE

INTRODUCCION.....	1
CAPITULO I.....	3
El Filtro de Kalman en la historia de la teoría de la estimación.	
I.1 El método de los Mínimos Cuadrados.	
I.2 La Teoría del Filtro de Kalman.	
I.3 Idea intuitiva del Filtro de Kalman.	
CAPITULO II.....	13
Metodología: El Filtro de Kalman según la minimización del error cuadrático medio.	
II.1 El Filtro de Kalman según la minimización del error cuadrático medio.	
II.2 Metodología del Filtro de Kalman en tiempo discreto.	
CAPITULO III.....	25
Hipótesis.	
ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	97
BIBLIOGRAFIA.....	100
ANEXO.....	102

INTRODUCCION

El Filtro de Kalman ha sido utilizado por ingenieros y físicos en temas relacionados con la determinación de órbitas, la navegación, exploración geofísica, aplicaciones oceanográficas, entre otros. Recientemente se han realizado aplicaciones en el campo de la economía, a fin de realizar pronósticos de corto plazo y evaluación de políticas macroeconómicas.

El Filtro de Kalman es un estimador recursivo^{*} e insesgado^{*} que generaliza el método clásico de mínimos cuadrados cuando los parámetros cambian con el tiempo. Existen dos ecuaciones que contienen un error estocástico^{*}: una *ecuación de transición* y una *ecuación de observación*, las cuales a su vez contienen variables observables y no observables.

El objetivo del presente trabajo es evaluar la información de los censos de población de México de 1950 a 1990 a partir del Filtro de Kalman, tomando en cuenta información de nacimientos evitados, tasas de crecimiento demográfico anual y totales de población¹.

El propósito es elaborar estimaciones de población que nos permita disponer de información anual, ya que como sabemos, en nuestro país sólo se levantan censos cada diez años; así, el Filtro de Kalman resulta una herramienta útil para obtener información anual utilizando pocos datos demográficos.

Las estimaciones anuales de población son importantes en la planeación social y económica ya que nos ayudan a calcular los requerimientos en materia de educación, vivienda, alimentación, salud, empleo, entre otros campos. En el campo demográfico, podemos estudiar las variaciones de las tasas de natalidad, mortalidad y migración, por mencionar algunos fenómenos de este tipo. Hasta ahora, las estimaciones de población que se han realizado en nuestro país proporcionan resultados puntuales y no se dan estimaciones en

^{*} Ver definición en anexo

¹ CELADE, *Boletín Demográfico*, Santiago de Chile, 1991.

rangos de variabilidad. El Filtro de Kalman permite dar estimaciones de población con intervalos de confianza y disponer de pronósticos con menor esfuerzo.

Este trabajo se desarrolla de la siguiente manera:

En el capítulo I, se presentan los antecedentes históricos del Filtro de Kalman, partiendo de un breve recuento del desarrollo de la teoría de la estimación, haciendo énfasis en el método de los Mínimos Cuadrados hasta llegar a la teoría del Filtro de Kalman en donde encontramos una descripción histórica de este. En el capítulo II, se analizan los principales resultados teóricos del Filtro de Kalman a través de el enfoque de minimización del error cuadrático medio. En el capítulo III, se establecen un conjunto de hipótesis las cuales nos permiten evaluar el modelo planteado a partir del Filtro de Kalman. Finalmente, los resultados obtenidos a partir de las hipótesis planteadas, el análisis para cada una de éstas y el efecto que tienen sus variaciones sobre el modelo que llevan a establecer las conclusiones sobre este trabajo, se encuentran en el apartado de Análisis de resultados y Conclusiones. Asimismo, en la parte última se encuentra un anexo que contiene un glosario de términos estadísticos y demográficos utilizados en el desarrollo del presente trabajo.

Quiero agradecer el apoyo y la valiosa ayuda que me brindó el Dr. Manuel Ordorica ya que gracias a él pude desarrollar y concluir este trabajo de tesis.

I. EL FILTRO DE KALMAN EN LA HISTORIA DE LA TEORIA DE LA ESTIMACION

— El concepto Gaussiano de estimación por mínimos cuadrados fue simultáneo con los estudios astronómicos, este proporcionó las bases para un buen número de teorías y técnicas de estimación durante 170 años² —

Las más antiguas influencias que contribuyeron al desarrollo de la teoría de la estimación, provienen aparentemente de estudios astronómicos en los cuales los movimientos del planeta y los cometas fueron estudiados utilizando datos obtenidos a partir de telescopios. Los movimientos de estos cuerpos pueden ser completamente caracterizados por seis parámetros, y el problema de estimación que fue considerado fue el de inferir los valores de estos parámetros a partir de los datos observados. Para resolver este problema el método de los mínimos cuadrados fue inventado por un 'joven revolucionario' de esos días Karl Friedrich Gauss. Gauss tenía 18 años de edad al momento en que por primera vez se utilizó el método de los mínimos cuadrados en 1795.

En el siglo XIX hubo una gran controversia respecto a el autor del método de los mínimos cuadrados. El conflicto apareció porque Gauss no publicó su descubrimiento en 1795. En cambio, Legendre, independientemente inventó el método y publicó el resultado en 1806 en su libro *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*³. No fue hasta 1809 en su libro *Theory Motus Corporum Coelestium*⁴, que Gauss publicó una descripción detallada del método de los mínimos cuadrados. Sin embargo, en este escrito Gauss menciona el manejo de Legendre de los mínimos cuadrados y señala como es que el lo utilizaba tiempo atrás "Nuestro principio, el cual utilizamos desde el año 1795 fue publicado recientemente por Legendre en el trabajo *Nouvelles méthodes pour la détermination des*

² H. W. Sorenson Universidad de San Diego, California, 1970.

³ Legendre Paris, 1806.

⁴ Gauss K. G. New York, Dover, 1809.

orbites des comètes. Paris, 1806”⁵. Esta referencia encolerizó a Legendre, quien con gran indignación escribió a Gauss quejándose: “Gauss ya rico en descubrimientos, se apropió no decentemente del método de los mínimos cuadrados”. Es interesante notar que Gauss, quien es considerado como uno de los 'gigantes' de las matemáticas fue eclipsado por Legendre y escribió diciendo: “Parece ser mi condena concurrir en casi todos mis trabajos teóricos con Legendre; estos son en la aritmética, . . . , con el método de los mínimos cuadrados, el cual fue usado en el trabajo de Legendre”. Históricamente, fueron encontradas suficientes evidencias que comprueban el trabajo de Gauss y, demandan la prioridad del método de los mínimos cuadrados luego de Legendre.

1.1 EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS

— Los estudios astronómicos que llevaron a la invención de los mínimos cuadrados fueron descritos por Gauss en *Theoria Motus*⁶ —

En resumen, se exponen algunas de las ideas contenidas en el trabajo de Gauss.

1. Gauss se refiere al número de observaciones que se requieren absolutamente para la determinación de las cantidades desconocidas. El problema de establecer el número mínimo de observaciones es generalmente discutido en términos de la *observabilidad del sistema* y es el motivo de muchos escritos.
2. En las notas de Gauss se necesitaron más observaciones, ya que necesitó datos redundantes para eliminar la influencia de errores de medición.
3. Gauss requiere que la ecuación de movimiento sea de una descripción exacta, y por lo tanto el problema de el modelo dinámico del sistema aumenta.

⁵ Gauss K. G. (p. 270, *Teoria Motus*).

⁶ Gauss K. G. New York, Dover 1809.

4. Gauss indica que de ser posible se conozca el cálculo aproximado de la órbita. Esto implica todas las aplicaciones prácticas de la teoría del Filtro de Kalman, por ejemplo, una requiere el uso de algunos procedimientos de linealización.

5. Para las condiciones de Gauss, los parámetros estimados deberían de satisfacer las observaciones de la manera más exacta posible. Así, el requiere que los residuales (esto es, la diferencia entre los valores observados y los valores predecidos para los estimados) sean lo más pequeños posibles.

6. Gauss se refiere a las inexactitudes de las observaciones e indica que los errores son desconocidos o no se pueden conocer.

7. Finalmente, Gauss se refiere a la *combinación adecuada* de las observaciones que dan las estimaciones más exactas. Esto se relaciona con la definición de la estructura de un procedimiento de estimación y la definición de el criterio de ejecución.

Así pues, Gauss inventó y usó el método de los mínimos cuadrados como su técnica de estimación.

Gauss explicaba la técnica de la siguiente manera: si las observaciones astronómicas sobre las que se basan los cálculos de las órbitas fueran absolutamente correctas, entonces los elementos que se deducirían a partir de 3 o 4 observaciones serían exactos. Sin embargo, la realidad no opera de esa manera, ya que las observaciones y medidas que se realizan no son más que aproximaciones a la verdad, lo mismo puede decirse acerca de los cálculos que se derivan de ellos, y la idea es acercarse lo más que se pueda a la verdad.

Permitiéndonos considerar la definición del método de Gauss. El sugirió que los valores más apropiados para los desconocidos pero deseados parámetros son los valores más probables, los cuales define de la siguiente manera: "... el valor más probable de las cantidades desconocidas debería ser aquel en el que la suma de los cuadrados de las diferencias entre la observación actual y los múltiples valores calculados midan el grado mínimo de precisión". A la diferencia entre los valores calculados y los observados generalmente se le llama 'el residual'.

1.2 LA TEORIA DEL FILTRO DE KALMAN

Remontémonos al siglo XIX y entrado el siglo XX. Consideremos brevemente algunos de los desarrollos de la teoría de la estimación que preceden la introducción a el Filtro de Kalman. R. A. Fisher introdujo la idea de la máxima probabilidad de estimación en 1912 y este fue el sustento para los siguientes años. Kolmogorov en 1941 y Wiener en 1942 desarrollaron independientemente una técnica de estimación lineal minimizando los cuadrados medios que recibió una considerable atención y proporcionó los elementos para los subsecuentes desarrollos de la teoría de el Filtro de Kalman.

En la teoría de el Filtro de Wiener-Kolmogorov, Gauss deduce de la ecuación lineal que, debería ser utilizada para la solución del problema de estimación. Estas son, sin embargo, muchas diferencias conceptuales entre el problema de Gauss y el problema tratado por Wiener y Kolmogorov. Fue el hecho de que más tarde consideraran el problema de estimación cuando las medidas se obtuvieron continuamente, y también el problema del tiempo-discreto.

Una nueva versión de los mínimos cuadrados es el Filtro de Kalman. En términos intuitivos es posible señalar que esta técnica es una forma moderna de analizar el método de los mínimos cuadrados, y que este último es un caso particular del Filtro de Kalman. La diferencia esencial entre el Filtro de Kalman y el modelo lineal convencional es que el estado natural (o parámetros) no es constante sino que puede cambiar con el tiempo.

En noviembre de 1958 Kalman regresaba en tren a Baltimore después de haber estado en Princeton, cuando se le ocurrió aplicar la noción de variables de estado al Filtro de Wiener. Su teoría fue vista con escepticismo, y para la publicación de su artículo escogió una revista de ingeniería eléctrica. Su segundo artículo donde trata el caso continuo, fue rechazado la primera vez.

Kalman publicó su primer escrito en tiempo-discreto, recurriendo al filtro del cuadrado-medio en 1960. Es interesante notar que esto fue análogo a la riña Gauss-Legendre sobre el método de los mínimos cuadrados, esta fue una diferencia de opiniones respecto al creador de el Filtro de Kalman. Peter Swerling publicó un memorándum en Corporación RAND en 1958 describiendo un procedimiento para la determinación de la órbita. Es de interés el factor que determina los problemas que provienen de la órbita, los incentivos para los trabajos de Gauss y los desarrollos modernos de hoy en día. El método de Swerling es esencialmente el mismo que el de Kalman excepto que en la ecuación usada para actualizar la matriz del error de covarianza usó una forma más complicada. Después Kalman publicó su escrito y se hizo de una fama considerable, Swerling escribió una carta a el diario AIAA demandando la prioridad de las ecuaciones del Filtro de Kalman. Mientras que la controversia de quién inventó la técnica entre Gauss-Legendre fue analizada y discutida en el ámbito académico, la controversia Kalman-Swerling no ha trascendido.

En el año de 1960 en ocasión de la visita de Kalman a Stanley F. Schmidt a la NASA (National Aeronautic and Space Administration) se analizó el potencial de aplicación del Filtro de Kalman a la estimación de la trayectoria del proyecto Apolo, el cual tenía como propósito ir a la luna y regresar.

Desde que el Filtro de Kalman representa esencialmente una solución recursiva de el problema original de Gauss de los mínimos cuadrados, es razonable considerar la contribución substancial de Kalman e intentar colocarla en otra perspectiva. Se sugiere que la contribución es importante por dos razones básicas:

1. Las ecuaciones de el Filtro de Kalman proporcionan un procedimiento adecuado para la implementación de cálculos hechos en computadora. Puede uno desarrollar un programa usando el Filtro de Kalman de una manera directa. Estos son procedimientos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales. En contraste la solución de la ecuación Wiener-Hopf y la implementación de el Filtro Wiener-Kolmogorov son considerados como las de mayor dificultad y no tendrían que ser necesarias para el Filtro de Kalman. Desde que Gauss estuvo

infiltrado en los cálculos para la aplicación de los mínimos cuadrados, puede uno imaginar que el apreciaría los beneficios computacionales de el Filtro de Kalman, dado que en su era las técnicas que se desarrollaron solo se apoyaban en lápiz, papel y su inteligencia.

2. Kalman planteó el problema en un sistema general, además, puede uno analizar el comportamiento de los estimadores dentro de el sistema general y con eso se puede ahondar significativamente en los resultados obtenidos de los estudios computacionales.

¿Qué es el Filtro de Kalman⁷?

El Filtro de Kalman es un estimador insesgado^{*}, recursivo^{*} y de mínimos cuadrados con una señal aleatoria Gaussiana. Es posible señalar que esta técnica es uno de los mayores descubrimientos en la historia de la Teoría de la Estimación. Tiene importantes aplicaciones en el control de sistemas dinámicos tal es el caso de procesos de producción, aviación, navegación marítima, aviación espacial entre otras. El Filtro de Kalman se usa en la predicción del curso futuro probable de sistemas dinámicos que las personas no están en posibilidad de controlar, como por ejemplo, el flujo de agua en los ríos, las trayectorias de cuerpos celestes, el precio de comercialización de ciertos bienes o la población que puede tener una región o un país.

El Filtro de Kalman es una forma moderna de discutir la Teoría de estimación de mínimos cuadrados. La diferencia esencial entre el Filtro de Kalman y el modelo lineal convencional es que el parámetro de estado en el Filtro de Kalman no es constante, sino que puede cambiar con el tiempo.

⁷ Rudolf Emil Kalman nació el 19 de mayo de 1930 en Budapest. Hijo de Otto y Ursula Kalman. La familia emigró de Hungría a los Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial. En 1944 residieron en Youngstown, Ohio. Terminó sus estudios de licenciatura y maestría en Ingeniería Eléctrica en el MIT, en 1953 y 1954 respectivamente. En 1956 Kalman trabajó en un laboratorio de investigación de la International Business Machines Corporation en Poughkeepsy y posteriormente en el Research Institute of Advance Studies. En 1985 recibió el premio Kyoto, considerado para algunos como el premio Nobel.

^{*} Ver definición en anexo

¿Por qué se llama Filtro de Kalman?

Comúnmente se dice que un filtro es un artefacto físico para remover fracciones no deseadas de ciertas mezclas. La palabra filtro tiene sus raíces latinas en la Edad Media, y tenía que ver con el material que era usado para filtrar líquidos. En sus orígenes, un filtro solucionaba el problema de separación de componentes no deseados de mezclas de gas, líquidos y sólidos.

Posteriormente el término fue aplicado en el filtrado de señales electrónicas. Estas señales son mezclas de diferentes componentes de frecuencia. El concepto se extendió en el decenio de los 30's y de los 40's al analizar la separación de *señales* de las de *ruido*. Kolmogorov y Wiener usaron la caracterización estadística de su distribución de probabilidad para formar estimaciones óptimas de la *señal*, dada una suma de señales y de ruido. Con el Filtro de Kalman el término fue más allá de la idea original de separación de componentes de una mezcla. También incluye la solución al problema inverso, en el cual uno conoce como representar la medición de las variables como función de las variables de interés principal, es decir, se invierte esta relación funcional y se estima a las variables independientes como una función inversa de las variables dependientes.

Uno se enfrenta a problemas de filtrado en la vida cotidiana. Cuando uno prende un radio en AM y le sube el volumen, ocurren dos cosas; o hay señal buena o hay ruido. El filtro apropiado para escuchar nuestra melodía favorita es aquel que la frecuencia pase por un pequeño rango de Kilohertz.

El Filtro de Kalman es la generalización de otras disciplinas de la teoría estadística, sobre todo del campo de la Teoría de la Estimación. Se basa en los conceptos del análisis de los mínimos cuadrados, en los de procesos estocásticos, en los de sistemas dinámicos y en la Teoría de la probabilidad.

Con el propósito de describir el Filtro de Kalman de manera sencilla, a continuación se presenta una idea intuitiva del mismo.

1.3 IDEA INTUITIVA DEL FILTRO DE KALMAN

A fin de presentar una explicación sencilla del Filtro de Kalman, consideremos un problema de estimación de la media de alguna constante aleatoria basada en la secuencia de mediciones de ruido*. Supongamos que se quiere estimar la media muestral y que deseamos refinar nuestra estimación después de cada nueva medición. La sucesión de mediciones se denota por x_1, x_2, \dots, x_n donde el subíndice representa el tiempo en que fue tomada la medición. Un método es el siguiente

1. Primera medición x_1 ; de x_1 se estima la medición

$$\mu_1 = x_1$$

2. Segunda medición x_2 ; teniendo x_2 y x_1 se estima la medición

$$\mu_2 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

3. Tomo la tercera medición x_3 ; teniendo x_3 y además x_1 y x_2 estimo la medición como sigue

$$\mu_3 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

4. N-ésima medición x_n ; teniendo x_n, x_{n-1}, \dots, x_1 se estima la medición

$$\mu_n = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

* Ver definición en anexo

El proceso anterior es correcto. Conforme pasa el tiempo se incrementa la memoria y por lo tanto, el número de operaciones aritméticas se incrementan con el tiempo. Consideremos una simple variación al procedimiento anterior, que incorpora la metodología del Filtro de Kalman en donde cada nueva estimación se obtenga a partir de la vieja estimación y de la medición actual.

El algoritmo es el siguiente:

1. Primera medición x_1 ; cálculo de la estimación

$$\mu_1 = x_1$$

Se deja μ_1 y se elimina x_1 .

2. Segunda medición x_2 ; calcular la estimación como un promedio ponderado* de la suma de la estimación anterior de μ_1 y de la estimación actual x_2

$$\mu_2 = \frac{1}{2}\mu_1 + \frac{1}{2}x_2$$

Guardar μ_2 y desechar x_2 y μ_1

3. Tercera medición x_3 ; calcular la estimación como un promedio ponderado de la suma de μ_2 y x_3

$$\mu_3 = \frac{2}{3}\mu_2 + \frac{1}{3}x_3$$

* Ver definición en anexo

Guardar μ_3 y desechar x_3 y μ_2

4. En la etapa n ésima la suma ponderada es

$$\mu_n = \frac{n-1}{n} \mu_{n-1} + \frac{1}{n} x_n$$

Este algoritmo es un procedimiento de tipo recursivo. En este tipo de procedimiento se utilizan los resultados de la etapa previa. Esta es una característica del Filtro de Kalman.

En los modelos de espacio de estado, el objetivo central es estimar la señal en presencia del ruido. Deseamos estimar un vector x_k . El Filtro de Kalman proporciona un conjunto de ecuaciones que permiten estimar x_k y actualizar dicha estimación, cuando se cuenta con una nueva información.

II. METODOLOGIA: EL FILTRO DE KALMAN SEGUN LA MINIMIZACION DEL ERROR CUADRATICO MEDIO

En este capítulo se presentan los principales resultados teóricos del Filtro de Kalman a través de el enfoque de minimización del error cuadrático medio.

II.1 EL FILTRO DE KALMAN SEGUN LA MINIMIZACION DEL ERROR CUADRATICO MEDIO

En los ensayos de R. E. Kalman se describe una solución a el problema del filtro para tiempo discreto, con datos lineales, estos fueron publicados en 1960. Asimismo, los avances en la tecnología hicieron posible el implemento de una solución a un buen número de aplicaciones.

Considere la siguiente ecuación que describe el sistema dinámico en diferencias de una cantidad no observable, x_k , la cual se conoce como ecuación del sistema

$$x_{k+1} = \phi_k x_k + w_k \quad (II.1)$$

La observación (o medición) del proceso se supone que ocurre en tiempos discretos de acuerdo a la siguiente relación lineal

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (II.2)$$

donde

x_k : es un vector de dimensión $(n \times 1)$ del proceso de estado en el tiempo t_k .

ϕ_k : matriz de $(n \times n)$ que relaciona x_k con x_{k+1} .

w_k : es un vector de $(n \times 1)$, se supone una secuencia de ruido blanco* con estructura de covarianza conocida.

z_k : es un vector de $(m \times 1)$, de observaciones en el tiempo t_k .

H_k : es una matriz de $(m \times n)$ que establece la conexión entre la medición (observación) y el vector de estado en el tiempo t_k .

v_k : es un error de medición $(m \times 1)$, se supone una secuencia de ruido blanco con estructura de covarianza conocida y tiene correlación cero con la secuencia w_k .

El estado del sistema en t_k está dado por el vector x_k de dimensión n , con $t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, las t 's no se encuentran necesariamente equidistantes*.

Se tienen los siguientes supuestos:

Las matrices de covarianza* para los vectores w_k y v_k están dadas por

$$E [w_k w_i^T] = \begin{cases} Q_k, & \text{para } i = k \\ 0, & \text{para } i \neq k \end{cases} \quad (11.3)$$

y

$$E [v_k v_i^T] = \begin{cases} R_k, & \text{para } i = k \\ 0, & \text{para } i \neq k \end{cases} \quad (11.4)$$

Las matrices Q_k y R_k son no negativas definidas. Además, se supone que los procesos v_k y w_k son no correlacionados*, es decir,

$$E [w_k v_i^T] = 0, \quad \text{para toda } k \text{ e } i \quad (11.5)$$

* Ver definición en anexo

Sea x_0 un estado inicial el cual es considerado un vector aleatorio*. Se supone que se tiene una estimación inicial del proceso en algún punto del tiempo, digamos t_k , y esta estimación se basa en nuestro conocimiento acerca del proceso a priori a t_k . Esta estimación a priori se denota por \hat{x}_k^- , donde el 'sombbrero' denota que es un estimador, y el 'signo menos' indica que es nuestra mejor estimación a priori a la medición en t_k . También se supone que la matriz del error de covarianza* asociado con \hat{x}_k^- se conoce. Así, el error de estimación se define como

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^- \quad (11.6)$$

y la matriz del error de covarianza asociada es

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] = E[(x_k - \hat{x}_k^-)(x_k - \hat{x}_k^-)^T] \quad (11.7)$$

Con base en la estimación a priori \hat{x}_k^- , se busca ahora utilizar la observación z_k para mejorar la estimación previa. Seleccionamos una combinación lineal tal que sea posible escribir \hat{x}_k en función de \hat{x}_k^- y del error de medición* de acuerdo a la siguiente relación

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (11.8)$$

donde

\hat{x}_k : estimación actualizada

K_k : matriz de ganancia (a ser determinada).

El problema ahora es encontrar la combinación de K_k que produzca un estimador actualizado que sea el óptimo. Así, se usa el error mínimo del cuadrado medio. Ahora

* Ver definición en anexo

formamos la matriz de covarianza asociada a la estimación a posteriori (o estimación actualizada)

$$P_k = E[e_k e_k^T] = E[(x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)^T] \quad (II.9)$$

Posteriormente, se sustituye la ecuación (II.2) en la ecuación (II.8), esto es $z_k = H_k x_k + v_k$ en $\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k-1})$ así resulta

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k (H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k-1})$$

y luego, se sustituye esta última expresión para \hat{x}_k en la ecuación (II.9)

$$P_k = E \left\{ \left[(x_k - \hat{x}_{k-1}) - K_k (H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k-1}) \right] \left[(x_k - \hat{x}_{k-1}) - K_k (H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k-1}) \right]^T \right\} \quad (II.10)$$

Calculando la esperanza y observando que el error de estimación* a priori $[x_k - \hat{x}_{k-1}]$ no está correlacionado con el error de medición (v_k), esto es $E[(x_k - \hat{x}_{k-1}) v_k] = 0$, y tomando en cuenta (II.4), se tiene

$$P_k = E \left\{ (x_k - \hat{x}_{k-1}) (x_k - \hat{x}_{k-1})^T - (x_k - \hat{x}_{k-1}) [K_k H_k (x_k - \hat{x}_{k-1}) v_k]^T - (x_k - \hat{x}_{k-1})^T [K_k H_k (x_k - \hat{x}_{k-1}) v_k] + [K_k H_k (x_k - \hat{x}_{k-1}) v_k] [K_k H_k (x_k - \hat{x}_{k-1}) v_k]^T \right\}$$

* Ver definición en anexo

$$P_k = E \left\{ (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T - (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T K_k H_k \right. \\ \left. - (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T H_k^T K_k^T \right. \\ \left. + K_k [(x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T H_k H_k^T + v_k v_k^T] K_k^T \right\}$$

$$P_k = E \left\{ (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T - (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T H_k^T K_k^T \right. \\ \left. - (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T K_k H_k \right. \\ \left. + (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T K_k H_k H_k^T K_k^T + K_k v_k v_k^T K_k^T \right\}$$

$$P_k = E \left\{ (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T - (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T K_k H_k \right. \\ \left. [(1 - K_k H_k)^T + K_k v_k v_k^T K_k^T] \right\}$$

$$P_k = E \left\{ (1 - K_k H_k) (x_k - \hat{x}_k^-) (x_k - \hat{x}_k^-)^T (1 - K_k H_k)^T \right. \\ \left. + K_k v_k v_k^T K_k^T \right\}$$

$$P_k = (1 - K_k H_k) P_k^- (1 - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (II.11)$$

Esta ecuación (II.11) es una expresión general para la matriz del error de covarianza actualizada, y se aplica para cualquier matriz de ganancia K_k .

Regresando al problema de optimización, queremos encontrar la K_k que minimiza los términos de la diagonal de P_k , puesto que estos representan las estimaciones de las varianzas de los errores de los elementos del vector de estado. Expandiendo la ecuación (II.11) y eliminando subíndices tenemos

$$\begin{aligned}
 P &= (I - KH) P^- (I - KH)^T + K R K^T \\
 P &= (P^- - P^- KH) (I - KH)^T + K R K^T \\
 P &= P^- - P^- H^T K^T - P^- KH + P^- K H K^T H^T + K R K^T \\
 P &= P^- - P^- KH - P^- H^T K^T + K (P^- H H^T + R) K^T \quad (11.12)
 \end{aligned}$$

Deseamos minimizar la traza de P porque es la suma del error cuadrático medio*. Podemos usar una aproximación de cálculo diferencial, y para esto necesitamos dos fórmulas de matrices de diferenciación, estas son

$$\frac{d[\text{traza}(AB)]}{dA} = B^T, \quad (AB \text{ puede ser cuadrada})$$

$$\frac{d[\text{traza}(ACA)^T]}{dA} = 2AC, \quad (C \text{ puede ser simétrica})$$

donde la derivada de un escalar con respecto a una matriz se define como

$$\frac{ds}{dA} = \begin{bmatrix} \frac{ds}{da_{11}} & \frac{ds}{da_{12}} & \dots \\ \frac{ds}{da_{21}} & \frac{ds}{da_{22}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

* Ver definición en anexo

Las fórmulas de diferenciación anteriores se aplican en (II.12) y se utiliza el argumento de que el error cuadrático medio es minimizado cuando el total es minimizado. Por lo tanto, procedemos ahora a diferenciar la traza de P con respecto a K , y es importante hacer notar que la traza de $P^- H^T K^T$ es igual a la traza de su transpuesta $K H P^-$, así que

$$\frac{d(\text{traza } P)}{dK} = \frac{d[\text{traza } (P^- - K H P^- - P^- H^T K^T + K (H P^- H^T + R) K^T)]}{dK}$$
$$\frac{d(\text{traza } P)}{dK} = -2(H P^-)^T + 2K(H P^- H^T + R) \quad (\text{II.13})$$

Después de derivar igualamos a cero la expresión y resolvemos para la matriz de ganancia óptima (K) y el resultado es

$$-2(H P^-)^T + 2K(H P^- H^T + R) = 0$$

$$2K(H P^- H^T + R) = 2(H P^-)^T$$

$$K = (H P^-)^T (H P^- H^T + R)^{-1}$$

así

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (\text{II.14})$$

Esta particular K_k , que minimiza el error cuadrático medio es llamada "la matriz de ganancia" (Kalman gain).

La matriz de covarianza P_k asociada con la estimación óptima puede ahora calcularse. Refiriéndose a la ecuación (II.11), se tiene

$$P_k = (1 - K_k H_k) P_{k-} (1 - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (II.15)$$

o equivalentemente

$$P_k = P_{k-} - K_k H_k P_{k-} - P_{k-} H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_{k-} H_k^T + R_k) K_k^T \quad (II.16)$$

Sustituyendo la expresión de la ganancia óptima, ecuación (II.14), en la ecuación (II.16), se tienen tres formas diferentes de P_k

$$P_k = P_{k-} - P_{k-} H_k^T (H_k P_{k-} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k-} \quad (II.17)$$

o

$$P_k = P_{k-} - K_k (H_k P_{k-} H_k^T + R_k) K_k^T \quad (II.18)$$

o

$$P_k = (1 - K_k H_k) P_{k-} \quad (II.19)$$

De las tres expresiones para P_k , la ecuación (II.19) es la más sencilla, así esta se usa con mayor frecuencia. La ecuación (II.15) es válida para cualquier matriz de ganancia, mientras que las ecuaciones (II.17), (II.18) y (II.19) son válidas únicamente para la matriz de ganancia óptima.

Ahora consideramos la extrapolación* de la estimación de la variable de estado

$$\hat{x}_{k+1} = \phi_k \hat{x}_k \quad (II.20)$$

* Ver definición en anexo

El error de la matriz de covarianza asociado a \hat{x}_{k+1} se obtiene de la siguiente forma

$$e_{k+1}^- = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}^- \quad (II.21)$$

$$e_{k+1}^- = (\phi_k x_k + w_k) - \phi_k \hat{x}_k \quad (II.22)$$

$$e_{k+1}^- = \phi_k e_k + w_k \quad (II.23)$$

Es importante hacer notar que w_k y e_k tienen correlaciones cruzadas* iguales a cero y tomando en cuenta (II.3), podemos escribir la expresión para P_{k+1}^- como

$$P_{k+1}^- = E[e_{k+1}^- e_{k+1}^{-T}] \quad (II.24)$$

$$P_{k+1}^- = E[(\phi_k e_k + w_k) (\phi_k e_k + w_k)^T] \quad (II.25)$$

$$P_{k+1}^- = \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k \quad (II.26)$$

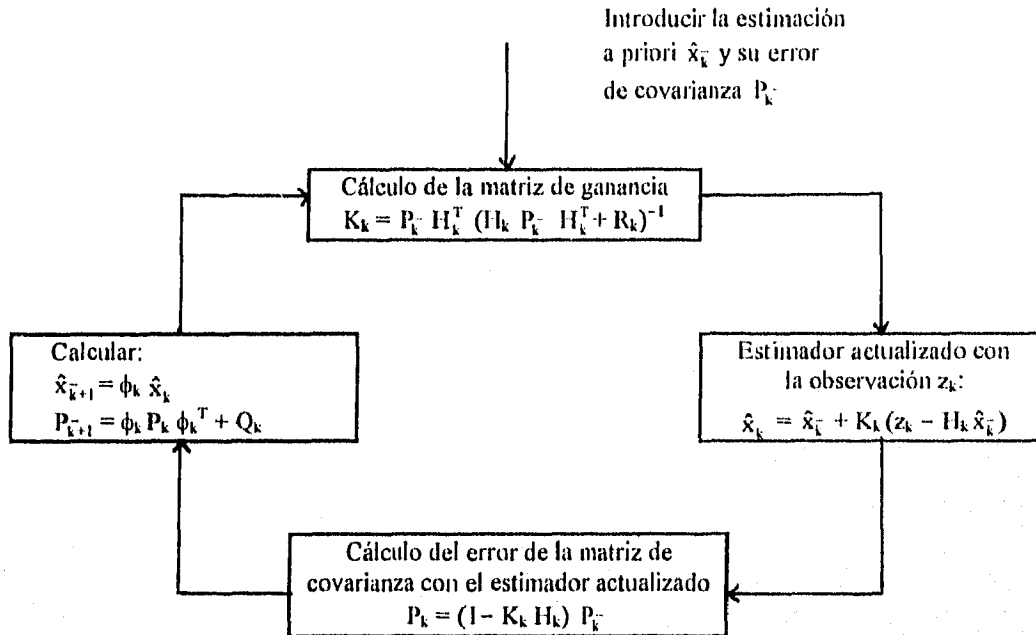
Las ecuaciones (II.8), (II.14), (II.19), (II.20) y (II.26) comprenden las ecuaciones recursivas del Filtro de Kalman.

Las etapas básicas del procedimiento del cálculo del Filtro de Kalman en tiempo discreto son:

1. Calcular P_k usando P_{k-1} , ϕ_{k-1} y Q_{k-1}
2. Calcular K_k usando P_k^- (calculado en la etapa 1), H_k y R_k
3. Calcular P_k usando K_k (calculado en la etapa 2) y P_k^- (de la etapa 1)
4. Calcular los valores sucesivos de x_k recursivamente, usando los valores calculados de K_k (de etapa 3), el estimador inicial dado \hat{x}_0 , y el insumo de datos z_k .

* Ver definición en anexo

Las ecuaciones pertinentes y la secuencia de los cálculos se muestran en la siguiente figura



Las ecuaciones que se presentan a continuación resumen la metodología.

11.2 METODOLOGIA DE EL FILTRO DE KALMAN EN TIEMPO DISCRETO

Ecuación de Transición:

$$x_{k+1} = \phi_k x_k + w_k$$

$$w_k \sim N(0, Q_k)$$

Ecuación de Medición u observación:

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

$$v_k \sim N(0, R_k)$$

Condiciones iniciales:

$$E(x_0) = \hat{x}_0$$

Supuesto de no correlación:

$$E[w_k v_i^T] = 0, \text{ para toda } k \text{ e } i$$

Extrapolación de la estimación de estado:

$$\hat{x}_{k+1} = \phi_k \hat{x}_k$$

Extrapolación de la covarianza del error:

$$P_{k+1} = \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k$$

Estimación de estado actual:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-)$$

Covarianza del error actual:

$$P_k = (1 - K_k H_k) P_{k-}$$

Matriz de ganancia de Kalman:

$$K_k = P_{k-} H_k^T (H_k P_{k-} H_k^T + R_k)^{-1}$$

Las últimas cuatro ecuaciones es lo que se conoce comúnmente como el Filtro de Kalman, y generalizan las ecuaciones normales del método clásico de los mínimos cuadrados cuando los parámetros son funciones del tiempo.

El Filtro de Kalman es justamente un algoritmo de cálculo para la elaboración de observaciones discretas en estimaciones óptimas.

III. HIPOTESIS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las hipótesis planteadas para las proyecciones de población utilizando el Filtro de Kalman. Se simularon diversas situaciones suponiendo diferentes valores para la varianza del error de la ecuación de transición σ_Q^2 , la varianza del error de la ecuación de observación σ_R^2 , la tasa de crecimiento demográfico anual ϕ_K , la tasa de nacimientos evitados H_K , y los nacimientos evitados z_K . El hecho de establecer las diversas hipótesis sobre las varianzas de los errores tanto de observación como de transición, la tasa tanto de crecimiento demográfico anual como de nacimientos evitados, y los nacimientos evitados, permite analizar el efecto que tienen sobre las proyecciones de población, con lo cual podemos apreciar la robustez del modelo.

Antes de establecer los supuestos del modelo, es necesario conocer el escenario a partir del cual empezamos a formular las diversas hipótesis⁸. Primero, se toma una población total inicial para 1950 de 25.8 millones de habitantes, esta es siempre la misma para los diversos escenarios planteados. Para el caso de σ_Q^2 (varianza del error de la ecuación de transición) se supuso de 258 000 para 1950, 350 000 para 1960, 480 000 para 1970, 670 000 para 1980 y 810 000 para 1990, a partir de estos datos se hizo una interpolación para obtener los datos anuales. Para σ_R^2 (varianza del error de la ecuación de observación), H_K (tasa de nacimientos evitados) y z_K (nacimientos evitados) se presentan cifras hipotéticas, las cuales permiten la congruencia del escenario planteado. En el caso de ϕ_K (tasa de crecimiento demográfico anual) se obtuvieron las tasas quinquenales⁹ y se realizó una interpolación para obtener estas de manera anual.

Los principios en los que se basan las hipótesis son:

⁸ Ver el cuadro III

⁹ ONU, *World Population Prospects: The 1992 Revision*, Nueva York, 1992.

- En primer lugar se analizan los casos en donde la varianza del error de la ecuación de transición toma diferentes valores; uno por ciento¹⁰, dos por ciento¹¹, cinco por ciento¹² y diez por ciento¹³ de la población total inicial de 1950, que es de 25.8 millones de habitantes. La varianza de la ecuación de observación, la tasa de crecimiento demográfico anual, la tasa de nacimientos evitados y los nacimientos evitados se mantienen fijos en el tiempo. Las diversas simulaciones para la varianza del error de la ecuación de transición muestran la robustez de ésta.
- En segundo lugar se analizan los casos en donde la varianza del error de la ecuación de observación toma diferentes valores; uno por ciento¹⁴, dos por ciento¹⁵, cinco por ciento¹⁶ y diez por ciento¹⁷ de los nacimientos evitados calculados en el momento inicial. Las cifras obtenidas se mantienen constantes a lo largo de los 40 años. Al principio del periodo de análisis se estiman 97 mil nacimientos evitados. La varianza del error de la ecuación de transición, la tasa de crecimiento demográfico anual, la tasa de nacimientos evitados y los nacimientos evitados se mantienen fijos en el tiempo. Esta combinación de supuestos permite analizar la robustez de la varianza de la ecuación de observación.
- En tercer lugar se analizan los casos en donde la tasa de crecimiento demográfico anual toma diferentes valores; uno¹⁸, dos¹⁹, cinco²⁰ y diez²¹ por ciento. La varianza tanto de la ecuación de transición como de observación se mantienen fijas en el tiempo, asimismo, la tasa de nacimientos evitados y los nacimientos evitados.

¹⁰ Ver el cuadro III.1

¹¹ Ver el cuadro III.2

¹² Ver el cuadro III.3

¹³ Ver el cuadro III.4

¹⁴ Ver el cuadro III.5

¹⁵ Ver el cuadro III.6

¹⁶ Ver el cuadro III.7

¹⁷ Ver el cuadro III.8

¹⁸ Ver el cuadro III.9

¹⁹ Ver el cuadro III.10

²⁰ Ver el cuadro III.11

²¹ Ver el cuadro III.12

• En cuarto lugar se analizan los casos en donde la tasa de nacimientos evitados toma los valores de uno por ciento²², dos por ciento²³, cinco por ciento²⁴ y diez por ciento²⁵. La varianza tanto de la ecuación de transición como de observación se mantienen fijas en el tiempo, asimismo, la tasa de crecimiento demográfico anual y los nacimientos evitados.

• Por último, se analizan los casos en donde los nacimientos evitados toman diferentes valores de uno por ciento²⁶, dos por ciento²⁷, cinco por ciento²⁸ y diez por ciento²⁹. La varianza tanto de la ecuación de transición como de observación se mantienen fijas en el tiempo, asimismo, la tasa de crecimiento demográfico anual y la tasa de nacimientos evitados.

Las ecuaciones que resumen la metodología del Filtro de Kalman en el caso univariado³⁰ son las siguientes:

$$P_{k-1} = \phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2$$

$$K_k = P_{k-1} H_k / (H_k^2 P_{k-1} + \sigma_R^2)$$

$$\sigma_k^2 = P_k = (1 - K_k H_k) P_{k-1}$$

$$\rho_k = (1 / (1 + (\sigma_R^2 / H_k^2 (\phi_{k-1}^2 \sigma_{k-1}^2 + \sigma_Q^2))))$$

$$\hat{x}_k = (1 - \rho_k) \phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} + \rho_k (z_k / H_k)$$

Los resultados de cada una de las hipótesis se ilustran en las gráficas.

²² Ver el cuadro III.13

²³ Ver el cuadro III.14

²⁴ Ver el cuadro III.15

²⁵ Ver el cuadro III.16

²⁶ Ver el cuadro III.17

²⁷ Ver el cuadro III.18

²⁸ Ver el cuadro III.19

²⁹ Ver el cuadro III.20

³⁰ Ordorica M. Manuel, Tesis de doctorado, México, 1995.

Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO RESUMEN (Primera Parte)

Año	Cuadro III	Cuadro III.1	Cuadro III.2	Cuadro III.3	Cuadro III.4	Cuadro III.5	Cuadro III.6
1950	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000
1951	26,538,400	26,538,539	26,538,678	26,539,095	26,539,790	26,538,262	26,538,127
1952	27,312,844	27,313,137	27,313,430	27,314,309	27,315,773	27,312,554	27,312,269
1953	28,123,773	28,124,218	28,124,663	28,125,998	28,128,219	28,123,333	28,122,900
1954	28,973,350	28,973,949	28,974,548	28,976,342	28,979,328	28,972,757	28,972,175
1955	29,864,767	29,865,531	29,866,296	29,868,585	29,872,390	29,864,009	29,863,265
1956	30,798,479	30,799,401	30,800,321	30,803,078	30,807,654	30,797,565	30,796,669
1957	31,780,816	31,781,925	31,783,032	31,786,346	31,791,840	31,779,716	31,778,636
1958	32,797,210	32,798,374	32,799,535	32,803,007	32,808,751	32,796,056	32,794,923
1959	33,849,816	33,851,022	33,852,225	33,855,818	33,861,751	33,848,619	33,847,442
1960	34,938,457	34,939,680	34,940,898	34,944,534	34,950,522	34,937,243	34,936,050
1961	36,074,992	36,076,292	36,077,587	36,081,446	36,087,787	36,073,701	36,072,431
1962	37,247,102	37,248,420	37,249,732	37,253,635	37,260,033	37,245,792	37,244,503
1963	38,468,381	38,469,756	38,471,123	38,475,187	38,481,829	38,467,014	38,465,667
1964	39,720,100	39,721,428	39,722,749	39,726,666	39,733,048	39,718,778	39,717,474
1965	41,017,196	41,018,487	41,019,770	41,023,569	41,029,738	41,015,909	41,014,639
1966	42,358,969	42,360,215	42,361,452	42,365,109	42,371,026	42,357,726	42,356,498
1967	43,749,234	43,750,451	43,751,659	43,755,221	43,760,969	43,748,019	43,746,818
1968	45,177,258	45,178,368	45,179,468	45,182,707	45,187,910	45,176,149	45,175,051
1969	46,644,636	46,645,649	46,646,652	46,649,600	46,654,314	46,643,622	46,642,618
1970	48,149,739	48,150,652	48,151,554	48,154,199	48,158,408	48,148,825	48,147,918

Continuación CUADRO RESUMEN (Primera Parte)							
Año	Cuadro III	Cuadro III.1	Cuadro III.2	Cuadro III.3	Cuadro III.4	Cuadro III.5	Cuadro III.6
1971	49,690,567	49,691,361	49,692,144	49,694,432	49,698,053	49,689,772	49,688,981
1972	51,282,635	51,283,381	51,284,116	51,286,260	51,289,639	51,281,886	51,281,142
1973	52,850,401	52,850,732	52,851,055	52,851,978	52,853,373	52,850,066	52,849,730
1974	54,414,907	54,414,923	54,414,935	54,414,937	54,414,843	54,414,885	54,414,858
1975	55,954,619	55,954,321	55,954,020	55,953,103	55,951,525	55,954,911	55,955,195
1976	57,477,019	57,476,471	57,475,924	57,474,280	57,471,539	57,477,560	57,478,091
1977	59,003,925	59,003,338	59,002,752	59,001,001	58,998,107	59,004,508	59,005,081
1978	60,542,504	60,542,075	60,541,647	60,540,368	60,538,255	60,542,929	60,543,347
1979	62,100,721	62,100,431	62,100,140	62,099,272	62,097,833	62,101,009	62,101,291
1980	63,675,317	63,675,145	63,674,973	63,674,456	63,673,591	63,675,486	63,675,653
1981	65,272,531	65,272,488	65,272,445	65,272,309	65,272,066	65,272,572	65,272,611
1982	66,885,807	66,885,877	66,885,946	66,886,143	66,886,441	66,885,736	66,885,664
1983	68,512,741	68,512,904	68,513,065	68,513,534	68,514,274	68,512,577	68,512,414
1984	70,153,675	70,153,933	70,154,187	70,154,934	70,156,124	70,153,416	70,153,160
1985	71,807,414	71,807,762	71,808,107	71,809,119	71,810,739	71,807,065	71,806,719
1986	73,471,675	73,472,106	73,472,533	73,473,788	73,475,799	73,471,243	73,470,815
1987	75,144,370	75,144,874	75,145,372	75,146,838	75,149,187	75,143,867	75,143,367
1988	76,826,753	76,827,318	76,827,878	76,829,522	76,832,159	76,826,188	76,825,628
1989	78,517,709	78,518,332	78,518,948	78,520,760	78,523,664	78,517,086	78,516,469
1990	80,228,313	80,229,031	80,229,741	80,231,832	80,235,184	80,227,595	80,226,883

Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO RESUMEN (Segunda Parte)

Año	Cuadro III.7	Cuadro III.8	Cuadro III.9	Cuadro III.10	Cuadro III.11	Cuadro III.12	Cuadro III.13
1950	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000
1951	26,537,738	26,537,136	26,803,008	27,067,616	27,861,441	29,184,483	26,537,896
1952	27,311,447	27,310,177	27,858,107	28,408,731	30,092,757	33,006,536	27,311,099
1953	28,121,652	28,119,721	28,965,180	29,823,033	32,496,711	37,295,109	28,119,921
1954	28,970,494	28,967,892	30,125,457	31,310,986	35,073,846	42,067,147	28,966,409
1955	29,861,117	29,857,789	31,340,859	32,873,152	37,820,977	47,319,037	29,853,648
1956	30,794,077	30,790,057	32,610,067	34,506,028	40,725,506	53,010,760	30,781,958
1957	31,775,513	31,770,662	33,937,516	36,211,397	43,775,235	59,068,973	31,757,595
1958	32,791,641	32,786,535	35,305,048	37,966,259	46,921,730	65,329,391	32,765,738
1959	33,844,033	33,838,720	36,711,611	39,764,792	50,130,212	71,604,066	33,808,591
1960	34,932,587	34,927,179	38,153,536	41,597,925	53,356,902	77,660,142	34,885,913
1961	36,068,740	36,062,964	39,640,119	43,470,373	56,572,737	83,278,196	36,009,598
1962	37,240,752	37,234,867	41,154,284	45,357,953	59,710,022	88,197,820	37,167,205
1963	38,461,744	38,455,573	42,707,546	47,268,102	62,745,723	92,283,121	38,372,419
1964	39,713,671	39,707,670	44,275,952	49,169,471	65,609,606	95,395,212	39,606,442
1965	41,010,928	41,005,056	45,873,388	51,073,584	68,298,989	97,588,221	40,884,363
1966	42,352,904	42,347,199	47,496,946	52,974,286	70,796,620	98,955,415	42,205,547
1967	43,743,297	43,737,690	49,190,810	54,969,520	73,473,018	100,840,933	43,575,686
1968	45,171,827	45,166,674	50,901,396	56,948,268	75,932,728	101,963,996	44,982,234
1969	46,639,662	46,634,918	52,629,613	58,910,937	78,187,737	102,516,936	46,426,993
1970	48,145,243	48,140,932	54,373,287	60,855,385	80,252,883	102,680,948	47,908,446

Continuación CUADRO RESUMEN (Segunda Parte)							
Año	Cuadro III.7	Cuadro III.8	Cuadro III.9	Cuadro III.10	Cuadro III.11	Cuadro III.12	Cuadro III.13
1971	49,686,643	49,682,855	56,130,152	62,780,134	82,149,035	102,620,312	49,424,701
1972	51,278,936	51,275,348	57,918,555	64,708,120	83,935,542	102,526,008	50,991,416
1973	52,848,715	52,847,014	59,653,007	66,544,252	85,501,425	102,282,136	52,533,048
1974	54,414,749	54,414,488	61,361,392	68,326,971	86,947,350	102,129,689	54,071,298
1975	55,955,999	55,957,193	63,022,259	70,036,891	88,275,034	102,082,216	55,584,801
1976	57,479,622	57,481,982	64,647,626	71,692,889	89,536,761	102,212,752	57,081,235
1977	59,006,739	59,009,322	65,916,875	72,553,916	88,427,634	97,917,412	58,575,610
1978	60,544,558	60,546,441	67,261,855	73,598,595	88,163,935	96,200,217	60,083,855
1979	62,102,108	62,103,373	68,792,039	75,042,595	89,177,618	97,179,441	61,615,225
1980	63,676,130	63,676,862	70,353,101	76,542,552	90,381,661	98,523,917	63,163,672
1981	65,272,719	65,272,865	71,884,682	77,960,582	91,372,217	99,464,057	64,734,396
1982	66,885,447	66,885,078	73,457,895	79,458,157	92,612,547	100,890,039	66,322,025
1983	68,511,930	68,511,137	75,066,089	81,021,404	94,046,460	102,653,345	67,924,052
1984	70,152,402	70,151,175	76,706,592	82,642,511	95,637,501	104,663,672	69,540,758
1985	71,805,698	71,804,052	78,375,435	84,313,052	97,354,594	106,852,475	71,170,868
1986	73,469,555	73,467,524	80,067,925	86,024,655	99,172,130	109,169,612	72,812,042
1987	75,141,897	75,139,532	81,779,955	87,770,224	101,069,857	111,578,795	74,462,146
1988	76,823,978	76,821,324	83,388,665	89,291,442	102,364,954	112,772,763	76,121,439
1989	78,514,651	78,511,725	85,042,434	90,903,337	103,920,336	114,526,440	77,789,991
1990	80,224,789	80,221,421	86,745,731	92,600,755	105,684,849	116,670,203	79,478,730

Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO RESUMEN (Tercera Parte)

Año	Cuadro III.14	Cuadro III.15	Cuadro III.16	Cuadro III.17	Cuadro III.18	Cuadro III.19	Cuadro III.20
1950	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000	25,800,000
1951	26,537,379	26,535,753	26,532,789	26,539,175	26,539,951	26,542,278	26,546,157
1952	27,309,315	27,303,723	27,293,608	27,315,155	27,317,465	27,324,398	27,335,952
1953	28,115,985	28,103,682	28,081,524	28,128,475	28,133,176	28,147,280	28,170,786
1954	28,959,325	28,937,217	28,897,538	28,981,418	28,989,486	29,013,689	29,054,027
1955	29,842,310	29,806,982	29,743,766	29,877,305	29,889,843	29,927,458	29,990,150
1956	30,765,125	30,712,760	30,619,357	30,816,687	30,834,895	30,889,518	30,980,558
1957	31,733,955	31,660,538	31,530,016	31,806,045	31,831,274	31,906,962	32,033,108
1958	32,733,729	32,634,517	32,458,824	32,830,741	32,864,272	32,964,865	33,132,520
1959	33,766,705	33,637,153	33,408,673	33,893,123	33,936,430	34,066,353	34,282,889
1960	34,832,586	34,668,011	34,379,032	34,993,054	35,047,652	35,211,443	35,484,429
1961	35,943,305	35,739,185	35,382,403	36,142,536	36,210,081	36,412,713	36,750,433
1962	37,086,311	36,837,841	36,405,650	37,329,134	37,411,165	37,657,259	38,067,416
1963	38,275,382	37,978,092	37,463,589	38,566,553	38,664,724	38,959,238	39,450,094
1964	39,491,666	39,140,970	38,537,239	39,835,851	39,951,603	40,298,856	40,877,612
1965	40,750,409	40,342,234	39,643,333	41,152,045	41,286,895	41,691,442	42,365,689
1966	42,051,048	41,581,584	40,782,118	42,514,336	42,669,704	43,135,806	43,912,643
1967	43,401,141	42,872,090	41,975,553	43,924,708	44,100,182	44,626,604	45,503,973
1968	44,786,341	44,194,091	43,195,405	45,374,056	45,570,855	46,161,250	47,145,242
1969	46,208,662	45,550,250	44,445,452	46,863,948	47,083,261	47,741,199	48,837,761
1970	47,666,700	46,939,516	45,725,255	48,392,616	48,635,494	49,364,126	50,578,512

Continuación CUADRO RESUMEN (Tercera Parte)							
Año	Cuadro III.14	Cuadro III.15	Cuadro III.16	Cuadro III.17	Cuadro III.18	Cuadro III.19	Cuadro III.20
1971	49,158,675	48,360,441	47,033,919	49,957,923	50,225,279	51,027,348	52,364,128
1972	50,700,385	49,829,243	48,388,303	51,575,420	51,868,205	52,746,560	54,210,485
1973	52,216,290	51,270,407	49,712,996	53,168,691	53,486,980	54,441,849	56,033,298
1974	53,728,737	52,708,161	51,035,135	54,759,051	55,103,194	56,135,626	57,856,345
1975	55,216,530	54,121,775	52,334,667	56,324,590	56,696,561	57,804,474	59,654,330
1976	56,687,533	55,519,633	53,620,690	57,872,724	58,268,429	59,455,544	61,434,069
1977	58,150,193	56,891,897	54,857,261	59,432,493	59,861,060	61,146,762	63,289,599
1978	59,628,917	58,286,761	56,127,003	61,002,134	61,461,765	62,840,656	65,138,809
1979	61,134,158	59,717,751	57,447,040	62,587,841	63,074,961	64,536,320	66,971,919
1980	62,657,173	61,168,586	58,790,232	64,189,188	64,703,060	66,244,675	68,814,033
1981	64,202,166	62,640,723	60,154,178	65,813,538	66,354,545	67,977,565	70,682,599
1982	65,764,890	64,132,970	61,541,836	67,453,067	68,020,328	69,722,109	72,558,410
1983	67,342,737	65,642,408	62,949,762	69,105,466	69,698,190	71,476,363	74,439,985
1984	68,935,925	67,169,062	64,377,656	70,771,179	71,388,684	73,241,198	76,328,721
1985	70,543,097	68,711,334	65,823,533	72,449,083	73,090,752	75,015,760	78,224,107
1986	72,161,857	70,266,660	67,284,557	74,136,942	74,802,209	76,798,012	80,124,349
1987	73,790,024	71,832,719	68,758,189	75,832,710	76,521,051	78,586,071	82,027,772
1988	75,426,923	73,406,350	70,238,045	77,538,663	78,250,574	80,386,304	83,945,855
1989	77,073,735	74,991,689	71,732,072	79,252,481	79,987,253	82,191,568	85,865,426
1990	78,741,248	76,599,118	73,250,046	80,985,468	81,742,624	84,014,090	87,799,868

Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

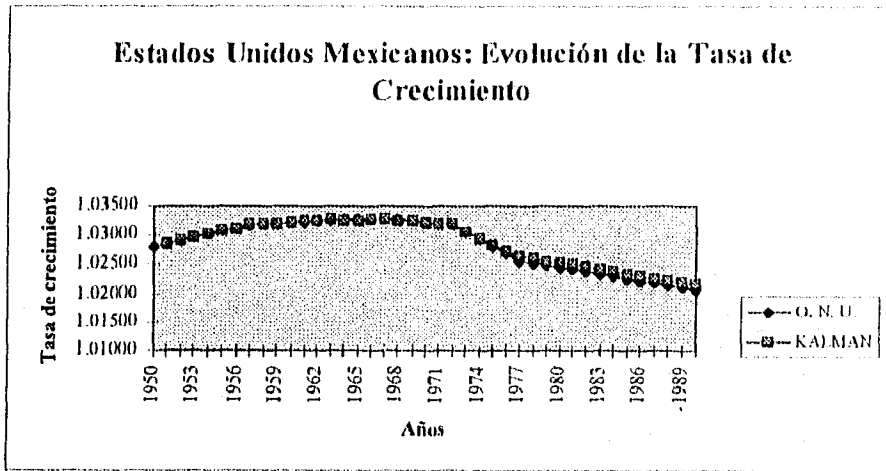
CUADRO III

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.003	97,000	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,538,400
1952	276,400	1000	1.02915	0.003	91,000	555,637	558,430	1.666911	0.005001	27,312,844
1953	285,600	1000	1.02968	0.003	90,000	867,280	874,103	2.601840	0.007806	28,123,773
1954	294,800	1000	1.03021	0.003	91,000	1,201,198	1,214,326	3.603594	0.010811	28,973,350
1955	304,000	1000	1.03075	0.003	93,000	1,556,749	1,578,871	4.670248	0.014011	29,864,767
1956	313,200	1000	1.03128	0.003	95,000	1,932,940	1,967,162	5.798820	0.017396	30,798,479
1957	322,400	1000	1.03182	0.003	98,000	2,328,322	2,378,156	6.984966	0.020955	31,780,816
1958	331,600	1000	1.03196	0.003	99,000	2,741,120	2,810,454	8.223359	0.024670	32,797,210
1959	340,800	1000	1.03210	0.003	102,000	3,167,014	3,259,932	9.501041	0.028503	33,849,816
1960	350,000	1000	1.03225	0.003	105,000	3,602,859	3,723,599	10.808577	0.032426	34,938,457
1961	363,000	1000	1.03239	0.003	109,000	4,048,871	4,201,990	12.146612	0.036440	36,074,992
1962	376,000	1000	1.03254	0.003	112,000	4,501,345	4,691,404	13.504036	0.040512	37,247,102
1963	389,000	1000	1.03261	0.003	116,000	4,956,622	5,188,059	14.869866	0.044610	38,468,381
1964	402,000	1000	1.03268	0.003	119,000	5,410,243	5,687,164	16.230730	0.048692	39,720,100
1965	415,000	1000	1.03275	0.003	123,000	5,858,539	6,184,635	17.575616	0.052727	41,017,196
1966	428,000	1000	1.03282	0.003	127,000	6,298,109	6,676,557	18.894328	0.056683	42,358,969
1967	441,000	2000	1.03289	0.004	175,000	6,771,469	7,159,301	13.542939	0.054172	43,749,234
1968	454,000	2000	1.03269	0.004	180,000	7,233,875	7,678,222	14.467751	0.057871	45,177,258
1969	467,000	2000	1.03249	0.004	186,000	7,678,950	8,181,557	15.357901	0.061432	46,644,636
1970	480,000	2000	1.03229	0.004	192,000	8,104,185	8,666,034	16.208371	0.064833	48,149,739

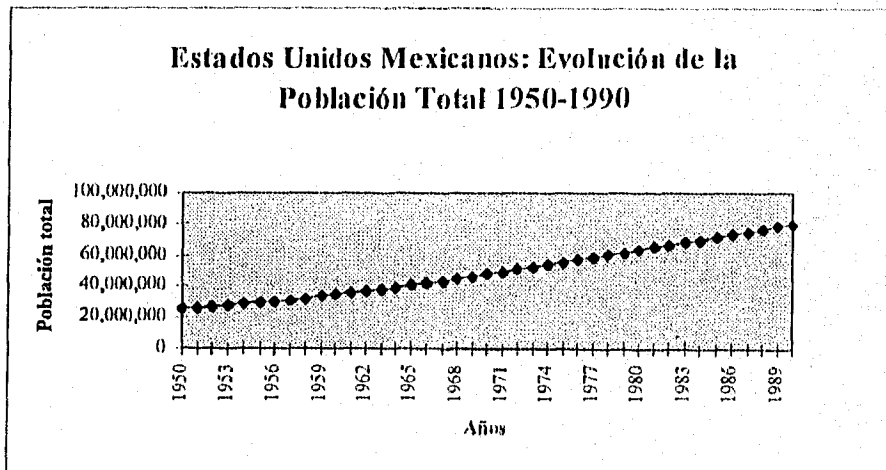
Continuación CUADRO III

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.03209	0.004	198,000	8,512,882	9,135,003	17.025763	0.068103	49,690,567
1972	518,000	2000	1.03190	0.004	205,000	8,903,233	9,586,005	17.806467	0.071226	51,282,635
1973	537,000	2000	1.03065	0.004	208,000	9,274,106	10,017,320	18.548212	0.074193	52,850,401
1974	556,000	2000	1.02941	0.004	215,000	9,607,421	10,407,321	19.214842	0.076859	54,414,907
1975	575,000	2000	1.02816	0.004	221,000	9,903,662	10,755,839	19.807324	0.079229	55,954,619
1976	594,000	2000	1.02692	0.004	227,500	10,163,735	11,063,290	20.327470	0.081310	57,477,019
1977	613,000	4000	1.02568	0.007	412,000	9,950,149	11,331,316	17.412761	0.121889	59,003,925
1978	632,000	4000	1.02533	0.007	425,000	9,771,149	11,099,751	17.099510	0.119697	60,542,504
1979	651,000	6000	1.02498	0.008	498,500	9,783,486	10,923,424	13.044649	0.104357	62,100,721
1980	670,000	6000	1.02463	0.008	511,000	9,803,496	10,948,374	13.071328	0.104571	63,675,317
1981	684,000	7000	1.02428	0.009	589,500	9,739,347	10,976,363	12.522018	0.112698	65,272,531
1982	698,000	7000	1.02393	0.009	604,000	9,691,818	10,916,032	12.460909	0.112148	66,885,807
1983	712,000	7000	1.02352	0.009	618,500	9,658,055	10,873,219	12.417500	0.111757	68,512,741
1984	726,000	7000	1.02313	0.009	633,500	9,634,769	10,843,713	12.387560	0.111488	70,153,675
1985	740,000	7000	1.02274	0.009	648,500	9,620,488	10,825,628	12.369199	0.111323	71,807,414
1986	754,000	7000	1.02235	0.009	663,500	9,613,677	10,817,003	12.360441	0.111244	73,471,675
1987	768,000	7000	1.02196	0.009	678,500	9,613,050	10,816,210	12.359636	0.111237	75,144,370
1988	782,000	7500	1.02158	0.010	770,500	9,457,282	10,821,891	12.609710	0.126097	76,826,753
1989	796,000	7500	1.02121	0.010	787,500	9,337,905	10,665,863	12.450540	0.124505	78,517,709
1990	810,000	7500	1.02083	0.010	805,500	9,247,609	10,548,220	12.330146	0.123301	80,228,313

GRAFICA III.A



GRAFICA III.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

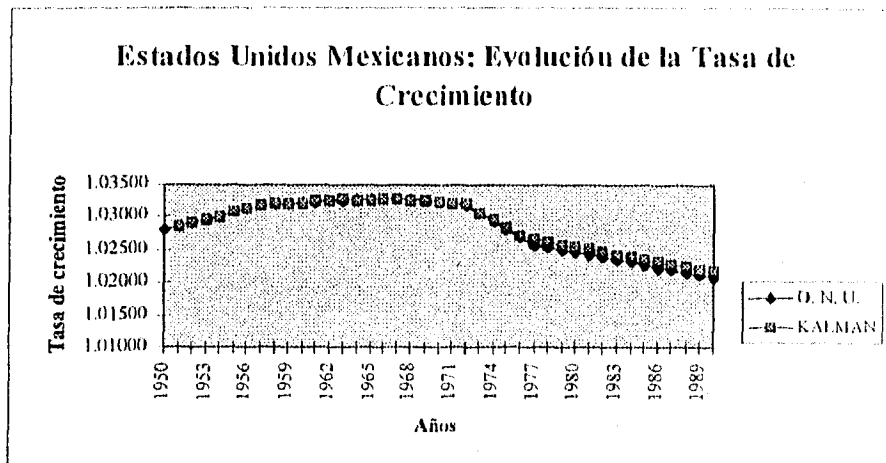
CUADRO III.1

Año	σ_Q^2	σ_R^2	Q_k	H_k	Z_k	$\alpha_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	260,580	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	269,872	1000	1.02861	0.003	97,000	269,218	269,872	0.807654	0.002423	26,538,539
1952	279,164	1000	1.02915	0.003	91,000	561,159	564,007	1.683476	0.005050	27,313,137
1953	288,456	1000	1.02968	0.003	90,000	875,848	882,807	2.627545	0.007883	28,124,218
1954	297,748	1000	1.03021	0.003	91,000	1,212,970	1,226,358	3.638911	0.010917	28,973,949
1955	307,040	1000	1.03075	0.003	93,000	1,571,849	1,594,405	4.715548	0.014147	29,865,531
1956	316,332	1000	1.03128	0.003	95,000	1,951,450	1,986,336	5.854351	0.017563	30,799,401
1957	325,624	1000	1.03182	0.003	98,000	2,350,278	2,401,066	7.050834	0.021153	31,781,925
1958	334,916	1000	1.03196	0.003	99,000	2,766,504	2,837,145	8.299513	0.024899	32,798,374
1959	344,208	1000	1.03210	0.003	102,000	3,195,737	3,290,373	9.587210	0.028762	33,851,022
1960	353,500	1000	1.03225	0.003	105,000	3,634,771	3,757,696	10.904312	0.032713	34,939,680
1961	366,630	1000	1.03239	0.003	109,000	4,083,800	4,239,624	12.251400	0.036754	36,076,292
1962	379,760	1000	1.03254	0.003	112,000	4,539,067	4,732,393	13.617201	0.040852	37,248,420
1963	392,890	1000	1.03261	0.003	116,000	4,996,866	5,232,166	14.990597	0.044972	38,469,756
1964	406,020	1000	1.03268	0.003	119,000	5,452,698	5,734,095	16.358095	0.049074	39,721,428
1965	419,150	1000	1.03275	0.003	123,000	5,902,871	6,234,060	17.708612	0.053126	41,018,487
1966	432,280	1000	1.03282	0.003	127,000	6,343,973	6,728,120	19.031918	0.057096	42,360,215
1967	445,410	2000	1.03289	0.004	175,000	6,819,162	7,212,634	13.638323	0.054553	43,750,451
1968	458,540	2000	1.03269	0.004	180,000	7,283,047	7,733,643	14.566094	0.058264	45,178,368
1969	471,670	2000	1.03249	0.004	186,000	7,729,237	8,238,665	15.458473	0.061834	46,645,649
1970	484,800	2000	1.03229	0.004	192,000	8,155,242	8,724,441	16.310484	0.065242	48,150,652

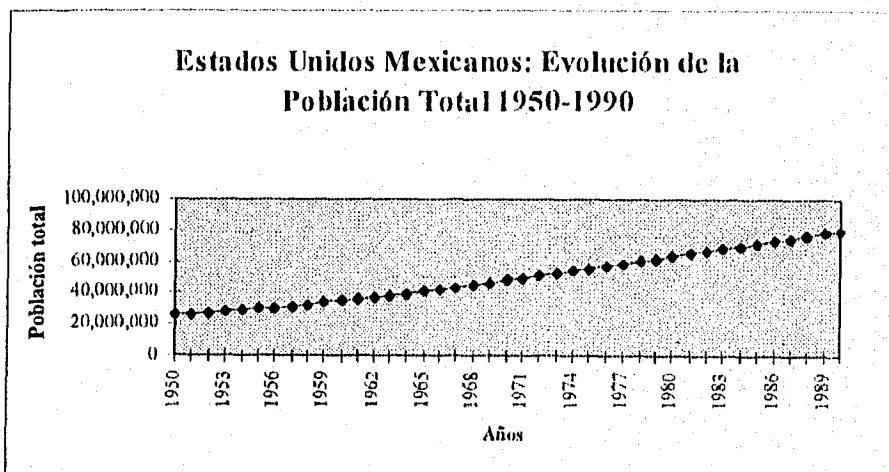
EContinuación CUADRO ... 1

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	503,990	2000	1.03209	0.004	198,000	8,564,441	9,194,400	17.128882	0.068516	49,691,361
1972	523,180	2000	1.03190	0.004	205,000	8,955,055	9,646,106	17.910110	0.071640	51,283,381
1973	542,370	2000	1.03065	0.004	208,000	9,325,982	10,077,870	18.651964	0.074608	52,850,732
1974	561,560	2000	1.02941	0.004	215,000	9,659,096	10,467,986	19.318191	0.077273	54,414,923
1975	580,750	2000	1.02816	0.004	221,000	9,954,939	10,816,348	19.909879	0.079640	55,954,321
1976	599,940	2000	1.02692	0.004	227,500	10,214,475	11,123,436	20.428951	0.081716	57,476,471
1977	619,130	4000	1.02568	0.007	412,000	9,996,106	11,390,955	17.493186	0.122452	59,003,338
1978	638,320	4000	1.02533	0.007	425,000	9,813,487	11,154,418	17.173603	0.120215	60,542,075
1979	657,510	6000	1.02498	0.008	498,500	9,824,394	10,974,445	13.099192	0.104794	62,100,431
1980	676,700	6000	1.02463	0.008	511,000	9,843,308	10,998,051	13.124411	0.104995	63,675,145
1981	690,840	7000	1.02428	0.009	589,500	9,777,621	11,025,001	12.571226	0.113141	65,272,488
1982	704,980	7000	1.02393	0.009	604,000	9,728,956	10,963,166	12.508657	0.112578	66,885,877
1983	719,120	7000	1.02352	0.009	618,500	9,694,375	10,919,275	12.464196	0.112178	68,512,904
1984	733,260	7000	1.02313	0.009	633,500	9,670,521	10,889,021	12.433526	0.111902	70,153,933
1985	747,400	7000	1.02274	0.009	648,500	9,655,873	10,870,453	12.414693	0.111732	71,807,762
1986	761,540	7000	1.02235	0.009	663,500	9,648,851	10,861,555	12.405666	0.111651	73,472,106
1987	775,680	7000	1.02196	0.009	678,500	9,648,141	10,860,655	12.404753	0.111643	75,144,874
1988	789,820	7500	1.02158	0.010	770,500	9,491,226	10,866,360	12.654968	0.126550	76,827,318
1989	803,960	7500	1.02121	0.010	787,500	9,371,142	10,709,247	12.494856	0.124949	78,518,332
1990	818,100	7500	1.02083	0.010	805,500	9,280,459	10,590,982	12.373946	0.123739	80,229,031

GRAFICA III.1.A



GRAFICA III.1.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

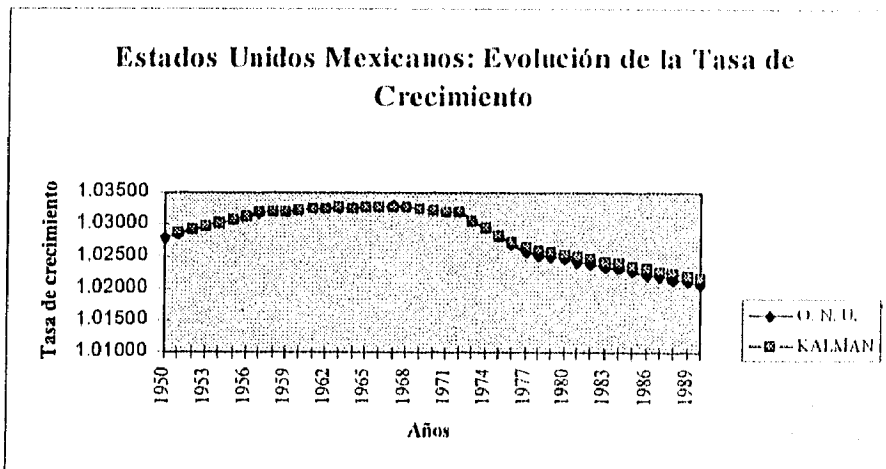
CUADRO III.2

Año	σ_q^2	σ_r^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\alpha_k = P_k$	P_k	K_k	A_k	\hat{x}_k
1950	263,160	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	272,544	1000	1.02861	0.003	97,000	271,877	272,544	0.815631	0.002447	26,538,678
1952	281,928	1000	1.02915	0.003	91,000	566,680	569,584	1.700039	0.005100	27,313,430
1953	291,312	1000	1.02968	0.003	90,000	884,414	891,510	2.653243	0.007960	28,124,663
1954	300,696	1000	1.03021	0.003	91,000	1,224,738	1,238,388	3.674214	0.011023	28,974,548
1955	310,080	1000	1.03075	0.003	93,000	1,586,940	1,609,934	4.760821	0.014282	29,866,296
1956	319,464	1000	1.03128	0.003	95,000	1,969,945	2,005,502	5.909836	0.017730	30,800,321
1957	328,848	1000	1.03182	0.003	98,000	2,372,209	2,423,961	7.116628	0.021350	31,783,032
1958	338,232	1000	1.03196	0.003	99,000	2,791,853	2,863,811	8.375558	0.025127	32,799,535
1959	347,616	1000	1.03210	0.003	102,000	3,224,408	3,320,775	9.673223	0.029020	33,852,225
1960	357,000	1000	1.03225	0.003	105,000	3,666,612	3,791,737	10.999835	0.033000	34,940,898
1961	370,260	1000	1.03239	0.003	109,000	4,118,636	4,277,182	12.355909	0.037068	36,077,587
1962	383,520	1000	1.03254	0.003	112,000	4,576,671	4,773,282	13.730012	0.041190	37,249,732
1963	396,780	1000	1.03261	0.003	116,000	5,036,965	5,276,146	15.110894	0.045333	38,471,123
1964	410,040	1000	1.03268	0.003	119,000	5,494,980	5,780,872	16.484939	0.049455	39,722,749
1965	423,300	1000	1.03275	0.003	123,000	5,946,999	6,283,300	17.840998	0.053523	41,019,770
1966	436,560	1000	1.03282	0.003	127,000	6,389,603	6,779,466	19.168810	0.057506	42,361,452
1967	449,820	2000	1.03289	0.004	175,000	6,866,593	7,265,719	13.733187	0.054933	43,751,659
1968	463,080	2000	1.03269	0.004	180,000	7,331,931	7,788,786	14.663862	0.058655	45,179,468
1969	476,340	2000	1.03249	0.004	186,000	7,779,210	8,295,468	15.558421	0.062234	46,646,652
1970	489,600	2000	1.03229	0.004	192,000	8,205,963	8,782,515	16.411927	0.065648	48,151,554

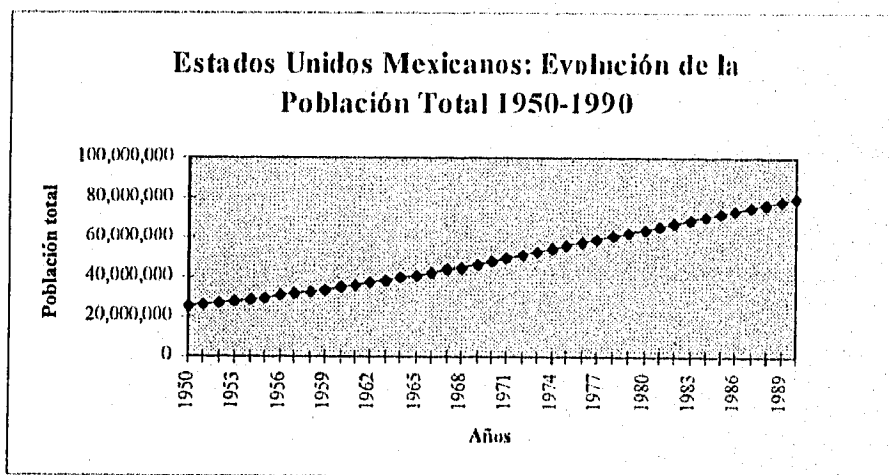
Continuación CUADRO III.2

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\alpha_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	508,980	2000	1.03209	0.004	198,000	8,615,645	9,253,440	17.231291	0.068925	49,692,144
1972	528,360	2000	1.03190	0.004	205,000	9,006,505	9,705,830	18.013010	0.072052	51,284,116
1973	547,740	2000	1.03065	0.004	208,000	9,377,473	10,138,025	18.754945	0.075020	52,851,055
1974	567,120	2000	1.02941	0.004	215,000	9,710,376	10,528,241	19.420751	0.077683	54,414,935
1975	586,500	2000	1.02816	0.004	221,000	10,005,818	10,876,439	20.011635	0.080047	55,954,020
1976	605,880	2000	1.02692	0.004	227,500	10,264,815	11,183,160	20.529630	0.082119	57,475,924
1977	625,260	4000	1.02568	0.007	412,000	10,041,679	11,450,172	17.572939	0.123011	59,002,752
1978	644,640	4000	1.02533	0.007	425,000	9,855,464	11,208,682	17.247063	0.120729	60,541,647
1979	664,020	6000	1.02498	0.008	498,500	9,864,957	11,025,085	13.153277	0.105226	62,100,140
1980	683,400	6000	1.02463	0.008	511,000	9,882,792	11,047,366	13.177056	0.105416	63,674,973
1981	697,680	7000	1.02428	0.009	589,500	9,815,585	11,073,294	12.620038	0.113580	65,272,445
1982	711,960	7000	1.02393	0.009	604,000	9,765,802	11,009,977	12.556031	0.113004	66,885,946
1983	726,240	7000	1.02352	0.009	618,500	9,730,420	10,965,026	12.510540	0.112595	68,513,065
1984	740,520	7000	1.02313	0.009	633,500	9,706,013	10,934,042	12.479160	0.112312	70,154,187
1985	754,800	7000	1.02274	0.009	648,500	9,691,010	10,915,006	12.459870	0.112139	71,808,107
1986	769,080	7000	1.02235	0.009	663,500	9,683,790	10,905,848	12.450588	0.112055	73,472,533
1987	783,360	7000	1.02196	0.009	678,500	9,683,006	10,904,853	12.449579	0.112046	75,145,372
1988	797,640	7500	1.02158	0.010	770,500	9,524,954	10,910,593	12.699939	0.126999	76,827,878
1989	811,920	7500	1.02121	0.010	787,500	9,404,174	10,752,407	12.538898	0.125389	78,518,948
1990	826,200	7500	1.02083	0.010	805,500	9,313,113	10,633,529	12.417483	0.124175	80,229,741

GRAFICA III.2.A



GRAFICA III.2.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

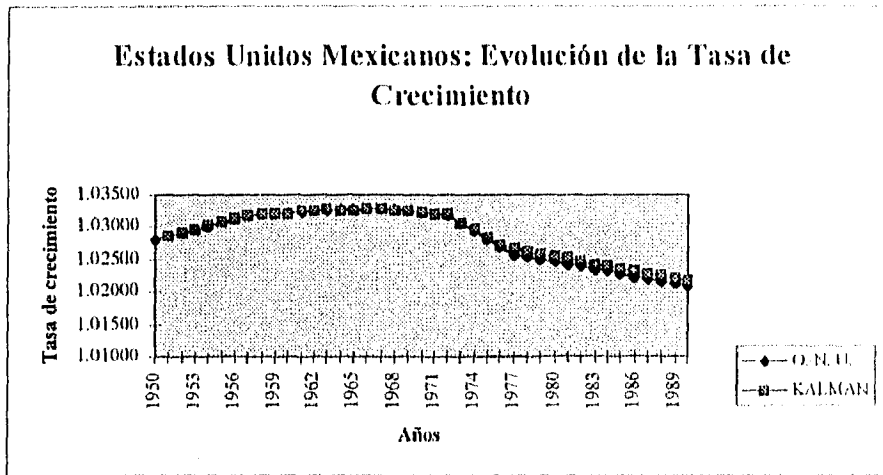
CUADRO III.3

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	270,900	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	280,560	1000	1.02861	0.003	97,000	279,853	280,560	0.839560	0.002519	26,539,095
1952	290,220	1000	1.02915	0.003	91,000	583,238	586,316	1.749714	0.005249	27,314,309
1953	299,880	1000	1.02968	0.003	90,000	910,100	917,616	2.730301	0.008191	28,125,998
1954	309,540	1000	1.03021	0.003	91,000	1,260,013	1,274,466	3.780039	0.011340	28,976,342
1955	319,200	1000	1.03075	0.003	93,000	1,632,160	1,656,493	4.896480	0.014689	29,868,585
1956	328,860	1000	1.03128	0.003	95,000	2,025,338	2,062,941	6.076013	0.018228	30,803,078
1957	338,520	1000	1.03182	0.003	98,000	2,437,856	2,492,544	7.313569	0.021941	31,786,346
1958	348,180	1000	1.03196	0.003	99,000	2,867,677	2,943,650	8.603031	0.025809	32,803,007
1959	357,840	1000	1.03210	0.003	102,000	3,310,109	3,411,748	9.930326	0.029791	33,855,818
1960	367,500	1000	1.03225	0.003	105,000	3,761,711	3,893,528	11.285134	0.033855	34,944,534
1961	381,150	1000	1.03239	0.003	109,000	4,222,592	4,389,404	12.667777	0.038003	36,081,446
1962	394,800	1000	1.03254	0.003	112,000	4,688,782	4,895,362	14.066346	0.042199	37,253,635
1963	408,450	1000	1.03261	0.003	116,000	5,156,401	5,407,343	15.469203	0.046408	38,475,187
1964	422,100	1000	1.03268	0.003	119,000	5,620,794	5,920,285	16.862383	0.050587	39,726,666
1965	435,750	1000	1.03275	0.003	123,000	6,078,182	6,429,923	18.234547	0.054704	41,023,569
1966	449,400	1000	1.03282	0.003	127,000	6,525,120	6,932,223	19.575361	0.058726	42,365,109
1967	463,050	2000	1.03289	0.004	175,000	7,007,355	7,423,508	14.014709	0.056059	43,755,221
1968	476,700	2000	1.03269	0.004	180,000	7,476,894	7,952,579	14.953788	0.059815	45,182,707
1969	490,350	2000	1.03249	0.004	186,000	7,927,296	8,464,073	15.854591	0.063418	46,649,600
1970	504,000	2000	1.03229	0.004	192,000	8,356,159	8,954,779	16.712318	0.066849	48,154,199

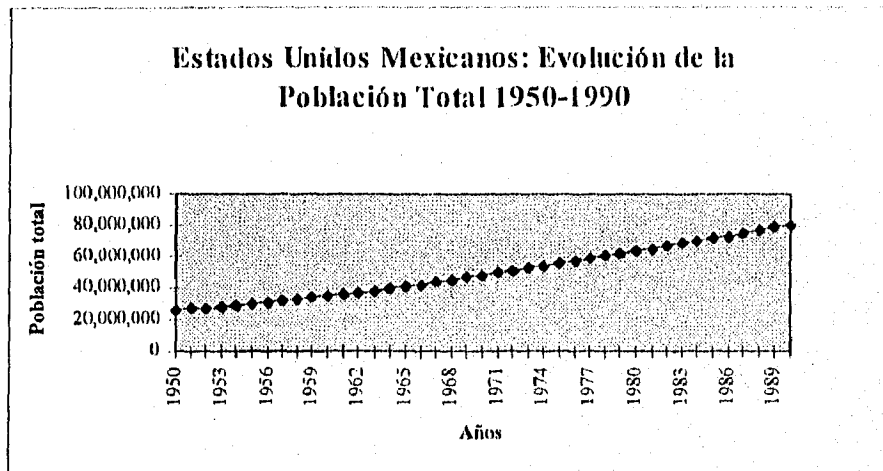
Continuación CUADRO III.3

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\alpha_k^2 = \rho_k^2$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	523,950	2000	1.03209	0.004	198,000	8,767,174	9,428,462	17.534349	0.070137	49,694,432
1972	543,900	2000	1.03190	0.004	205,000	9,158,674	9,882,780	18.317349	0.073269	51,286,260
1973	563,850	2000	1.03065	0.004	208,000	9,529,689	10,316,168	19.059378	0.076238	52,851,978
1974	583,800	2000	1.02941	0.004	215,000	9,861,910	10,706,611	19.723820	0.078895	54,414,937
1975	603,750	2000	1.02816	0.004	221,000	10,156,120	11,054,268	20.312240	0.081249	55,953,103
1976	623,700	2000	1.02692	0.004	227,500	10,413,499	11,359,866	20.826997	0.083308	57,474,280
1977	643,650	4000	1.02568	0.007	412,000	10,176,164	11,625,358	17.808287	0.124658	59,001,001
1978	663,600	4000	1.02533	0.007	425,000	9,979,289	11,369,123	17.463756	0.122246	60,540,368
1979	683,550	6000	1.02498	0.008	498,500	9,984,645	11,174,793	13.312860	0.106503	62,099,272
1980	703,500	6000	1.02463	0.008	511,000	9,999,345	11,193,209	13.332460	0.106660	63,674,456
1981	718,200	7000	1.02428	0.009	589,500	9,927,691	11,216,178	12.764174	0.114878	65,272,309
1982	732,900	7000	1.02393	0.009	604,000	9,874,658	11,148,532	12.695988	0.114264	66,886,143
1983	747,600	7000	1.02352	0.009	618,500	9,836,967	11,100,513	12.647529	0.113828	68,513,534
1984	762,300	7000	1.02313	0.009	633,500	9,810,985	11,067,439	12.614124	0.113527	70,154,934
1985	777,000	7000	1.02274	0.009	648,500	9,794,990	11,047,090	12.593559	0.113342	71,809,119
1986	791,700	7000	1.02235	0.009	663,500	9,787,239	11,037,232	12.583593	0.113252	73,473,788
1987	806,400	7000	1.02196	0.009	678,500	9,786,285	11,036,018	12.582366	0.113241	75,146,838
1988	821,100	7500	1.02158	0.010	770,500	9,624,888	11,041,918	12.833184	0.128332	76,829,522
1989	835,800	7500	1.02121	0.010	787,500	9,502,073	10,880,581	12.669431	0.126694	78,520,760
1990	850,500	7500	1.02083	0.010	805,500	9,409,924	10,759,926	12.546566	0.125466	80,231,832

GRAFICA III.3.A



GRAFICA III.3.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

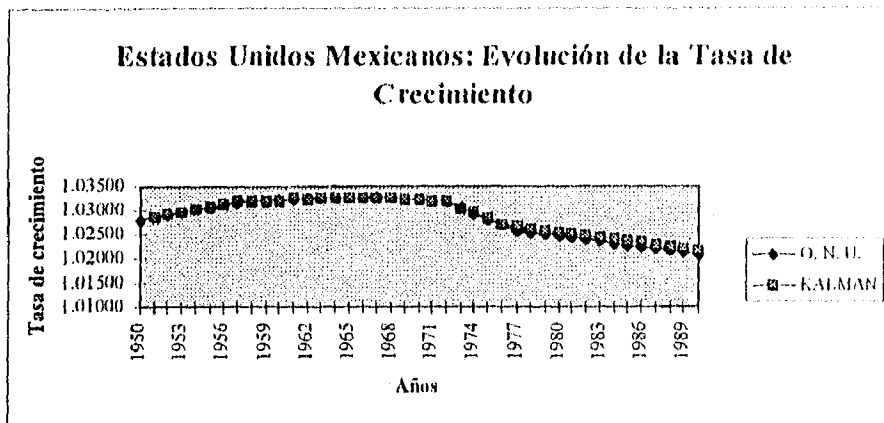
CUADRO III.4

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\alpha}_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	283,800	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	293,920	1000	1.02861	0.003	97,000	293,145	293,920	0.879434	0.002638	26,539,790
1952	304,040	1000	1.02915	0.003	91,000	610,822	614,198	1.832465	0.005497	27,315,773
1953	314,160	1000	1.02968	0.003	90,000	952,869	961,112	2.858608	0.008576	28,128,219
1954	324,280	1000	1.03021	0.003	91,000	1,318,712	1,334,551	3.956136	0.011868	28,979,328
1955	334,400	1000	1.03075	0.003	93,000	1,707,347	1,733,992	5.122042	0.015366	29,872,390
1956	344,520	1000	1.03128	0.003	95,000	2,117,351	2,158,484	6.352054	0.019056	30,807,654
1957	354,640	1000	1.03182	0.003	98,000	2,546,780	2,606,524	7.640341	0.022921	31,791,840
1958	364,760	1000	1.03196	0.003	99,000	2,993,324	3,076,196	8.979971	0.026940	32,808,751
1959	374,880	1000	1.03210	0.003	102,000	3,451,914	3,562,594	10.355743	0.031067	33,861,751
1960	385,000	1000	1.03225	0.003	105,000	3,918,817	4,062,084	11.756451	0.035269	34,950,522
1961	399,300	1000	1.03239	0.003	109,000	4,394,034	4,574,957	13.182102	0.039546	36,087,787
1962	413,600	1000	1.03254	0.003	112,000	4,873,339	5,096,889	14.620018	0.043860	37,260,033
1963	427,900	1000	1.03261	0.003	116,000	5,352,648	5,623,557	16.057945	0.048174	38,481,829
1964	442,200	1000	1.03268	0.003	119,000	5,827,127	6,149,640	17.481382	0.052444	39,733,048
1965	456,500	1000	1.03275	0.003	123,000	6,292,908	6,670,712	18.878724	0.056636	41,029,738
1966	470,800	1000	1.03282	0.003	127,000	6,746,522	7,182,643	20.239567	0.060719	42,371,026
1967	485,100	2000	1.03289	0.004	175,000	7,236,990	7,681,731	14.473981	0.057896	43,760,969
1968	499,400	2000	1.03269	0.004	180,000	7,713,042	8,220,268	15.426084	0.061704	45,187,910
1969	513,700	2000	1.03249	0.004	186,000	8,168,191	8,739,263	16.336383	0.065346	46,654,314
1970	528,000	2000	1.03229	0.004	192,000	8,600,163	9,235,583	17.200325	0.068801	48,158,408

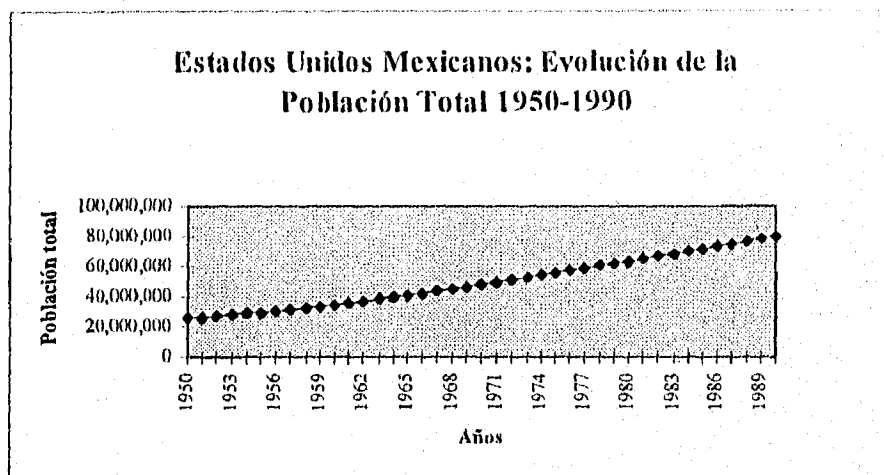
Continuación CUADRO III.4

Año	σ_0^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\hat{\alpha}_K = P_K$	P_K	K_K	A_K	\hat{x}_K
1971	548,900	2000	1.03209	0.004	198,000	9,013,047	9,713,428	18.026095	0.072104	49,698,053
1972	569,800	2000	1.03190	0.004	205,000	9,405,325	10,170,586	18.810649	0.075243	51,289,639
1973	590,700	2000	1.03065	0.004	208,000	9,776,192	10,605,655	19.552384	0.078210	52,853,373
1974	611,600	2000	1.02941	0.004	215,000	10,107,132	10,996,257	20.214263	0.080857	54,414,843
1975	632,500	2000	1.02816	0.004	221,000	10,399,219	11,342,875	20.798438	0.083194	55,951,525
1976	653,400	2000	1.02692	0.004	227,500	10,653,900	11,646,549	21.307800	0.085231	57,471,539
1977	674,300	4000	1.02568	0.007	412,000	10,393,239	11,909,527	18.188169	0.127317	58,998,107
1978	695,200	4000	1.02533	0.007	425,000	10,179,023	11,629,090	17.813291	0.124693	60,538,255
1979	716,100	6000	1.02498	0.008	498,500	10,177,820	11,417,324	13.570427	0.108563	62,097,833
1980	737,000	6000	1.02463	0.008	511,000	10,187,618	11,429,655	13.583491	0.108668	63,673,591
1981	752,400	7000	1.02428	0.009	589,500	10,108,911	11,448,040	12.997171	0.116975	65,272,066
1982	767,800	7000	1.02393	0.009	604,000	10,050,791	11,373,559	12.922446	0.116302	66,886,441
1983	783,200	7000	1.02352	0.009	618,500	10,009,551	11,320,778	12.869423	0.115825	68,514,274
1984	798,600	7000	1.02313	0.009	633,500	9,981,209	11,284,537	12.832983	0.115497	70,156,124
1985	814,000	7000	1.02274	0.009	648,500	9,963,792	11,262,280	12.810589	0.115295	71,810,739
1986	829,400	7000	1.02235	0.009	663,500	9,955,351	11,251,497	12.799737	0.115198	73,475,799
1987	844,800	7000	1.02196	0.009	678,500	9,954,280	11,250,128	12.798360	0.115185	75,149,187
1988	860,200	7500	1.02158	0.010	770,500	9,787,502	11,256,472	13.050003	0.130500	76,832,159
1989	875,600	7500	1.02121	0.010	787,500	9,661,468	11,090,089	12.881958	0.128820	78,523,664
1990	891,000	7500	1.02083	0.010	805,500	9,567,652	10,966,654	12.756870	0.127569	80,235,184

GRAFICA III.4.A



GRAFICA III.4.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

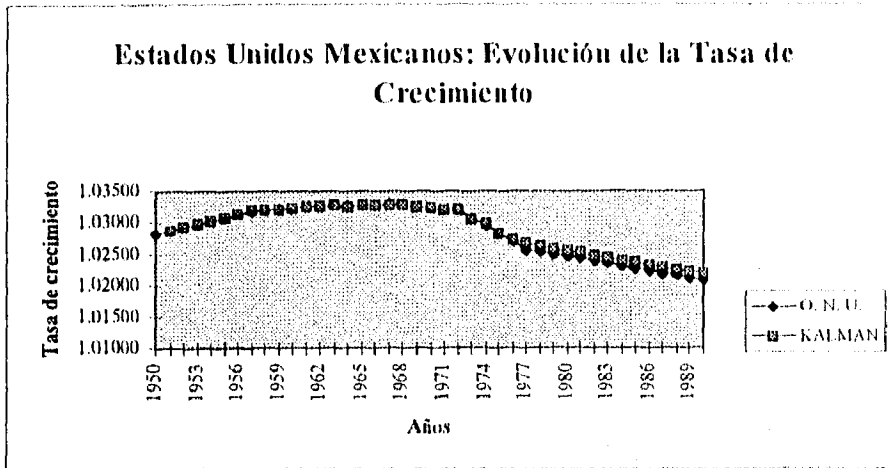
CUADRO III.5

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\alpha}_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1010	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1010	1.02861	0.003	97,000	266,565	267,200	0.791778	0.002375	26,538,262
1952	276,400	1010	1.02915	0.003	91,000	555,671	558,436	1.650509	0.004952	27,312,554
1953	285,600	1010	1.02968	0.003	90,000	867,383	874,139	2.576384	0.007729	28,123,333
1954	294,800	1010	1.03021	0.003	91,000	1,201,433	1,214,435	3.568613	0.010706	28,972,757
1955	304,000	1010	1.03075	0.003	93,000	1,557,208	1,579,120	4.625371	0.013876	29,864,009
1956	313,200	1010	1.03128	0.003	95,000	1,933,744	1,967,649	5.743793	0.017231	30,797,565
1957	322,400	1010	1.03182	0.003	98,000	2,329,625	2,379,011	6.919677	0.020759	31,779,716
1958	331,600	1010	1.03196	0.003	99,000	2,743,109	2,811,841	8.147850	0.024444	32,796,056
1959	340,800	1010	1.03210	0.003	102,000	3,169,909	3,262,051	9.415570	0.028247	33,848,619
1960	350,000	1010	1.03225	0.003	105,000	3,606,905	3,726,683	10.713578	0.032141	34,937,243
1961	363,000	1010	1.03239	0.003	109,000	4,054,337	4,206,301	12.042586	0.036128	36,073,701
1962	376,000	1010	1.03254	0.003	112,000	4,508,520	4,697,231	13.391643	0.040175	37,245,792
1963	389,000	1010	1.03261	0.003	116,000	4,965,800	5,195,708	14.749900	0.044250	38,467,014
1964	402,000	1010	1.03268	0.003	119,000	5,421,717	5,696,950	16.104109	0.048312	39,718,778
1965	415,000	1010	1.03275	0.003	123,000	5,872,588	6,196,870	17.443332	0.052330	41,015,909
1966	428,000	1010	1.03282	0.003	127,000	6,314,994	6,691,542	18.757407	0.056272	42,357,726
1967	441,000	2020	1.03289	0.004	175,000	6,791,231	7,177,312	13.447981	0.053792	43,748,019
1968	454,000	2020	1.03269	0.004	180,000	7,256,754	7,699,304	14.369810	0.057479	45,176,149
1969	467,000	2020	1.03249	0.004	186,000	7,705,139	8,205,955	15.257702	0.061031	46,643,622
1970	480,000	2020	1.03229	0.004	192,000	8,133,833	8,693,953	16.106600	0.064426	48,148,825

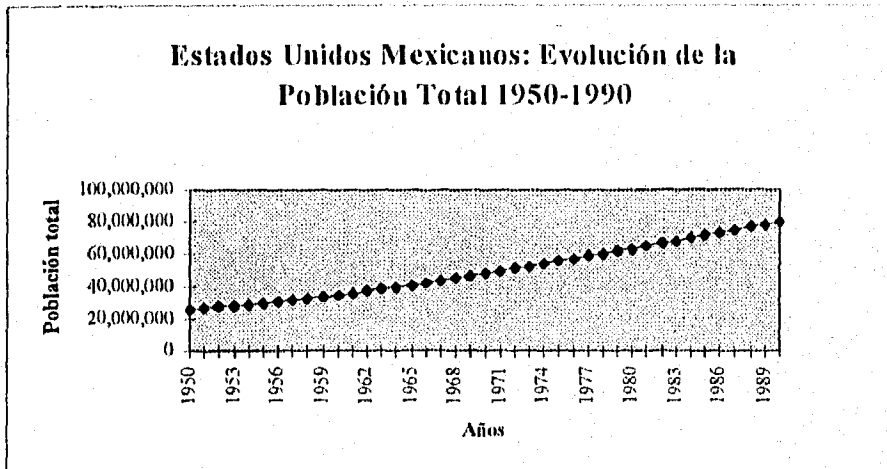
Continuación CUADRO III.5

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ	H_K	Z_K	$\hat{Q}_K = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2020	1.03209	0.004	198,000	8,546,093	9,166,596	16.922956	0.067692	49,689,772
1972	518,000	2020	1.03190	0.004	205,000	8,940,068	9,621,382	17.703105	0.070812	51,281,886
1973	537,000	2020	1.03065	0.004	208,000	9,314,582	10,056,542	18.444716	0.073779	52,850,066
1974	556,000	2020	1.02941	0.004	215,000	9,651,422	10,450,316	19.111726	0.076447	54,414,885
1975	575,000	2020	1.02816	0.004	221,000	9,951,017	10,802,466	19.704983	0.078820	55,954,911
1976	594,000	2020	1.02692	0.004	227,500	10,214,226	11,113,349	20.226190	0.080905	57,477,560
1977	613,000	4040	1.02568	0.007	412,000	10,003,305	11,384,562	17.332459	0.121327	59,004,508
1978	632,000	4040	1.02533	0.007	425,000	9,826,154	11,155,671	17.025515	0.119179	60,542,929
1979	651,000	6060	1.02498	0.008	498,500	9,840,064	10,981,252	12.990183	0.103921	62,101,009
1980	670,000	6060	1.02463	0.008	511,000	9,861,387	11,007,814	13.018332	0.104147	63,675,486
1981	684,000	7070	1.02428	0.009	589,500	9,798,155	11,037,141	12.472898	0.112256	65,272,572
1982	698,000	7070	1.02393	0.009	604,000	9,751,305	10,977,729	12.413259	0.111719	66,885,736
1983	712,000	7070	1.02352	0.009	618,500	9,718,038	10,935,586	12.370911	0.111338	68,512,577
1984	726,000	7070	1.02313	0.009	633,500	9,695,101	10,906,550	12.341712	0.111075	70,153,416
1985	740,000	7070	1.02274	0.009	648,500	9,681,059	10,888,783	12.323837	0.110915	71,807,065
1986	754,000	7070	1.02235	0.009	663,500	9,674,399	10,880,359	12.315360	0.110838	73,471,243
1987	768,000	7070	1.02196	0.009	678,500	9,673,860	10,879,678	12.314674	0.110832	75,143,867
1988	782,000	7575	1.02158	0.010	770,500	9,517,693	10,885,402	12.564611	0.125646	76,826,188
1989	796,000	7575	1.02121	0.010	787,500	9,397,839	10,728,909	12.406388	0.124064	78,517,086
1990	810,000	7575	1.02083	0.010	805,500	9,307,035	10,610,723	12.286515	0.122865	80,227,595

GRAFICA III.5.A



GRAFICA III.5.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

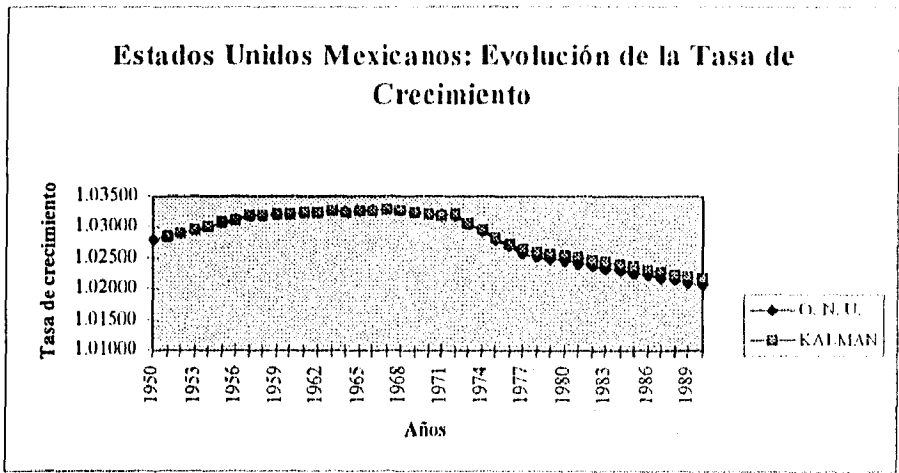
CUADRO III.6

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1020	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1020	1.02861	0.003	97,000	266,572	267,200	0.784034	0.002352	26,538,127
1952	276,400	1020	1.02915	0.003	91,000	555,705	558,443	1.634426	0.004903	27,312,269
1953	285,600	1020	1.02968	0.003	90,000	867,483	874,175	2.551422	0.007654	28,122,900
1954	294,800	1020	1.03021	0.003	91,000	1,201,664	1,214,541	3.534305	0.010603	28,972,175
1955	304,000	1020	1.03075	0.003	93,000	1,557,658	1,579,365	4.581347	0.013744	29,863,265
1956	313,200	1020	1.03128	0.003	95,000	1,934,532	1,968,127	5.689800	0.017069	30,796,669
1957	322,400	1020	1.03182	0.003	98,000	2,330,903	2,379,849	6.855598	0.020567	31,778,636
1958	331,600	1020	1.03196	0.003	99,000	2,745,063	2,813,202	8.073715	0.024221	32,794,923
1959	340,800	1020	1.03210	0.003	102,000	3,172,753	3,264,132	9.331625	0.027995	33,847,442
1960	350,000	1020	1.03225	0.003	105,000	3,610,881	3,729,713	10.620239	0.031861	34,936,050
1961	363,000	1020	1.03239	0.003	109,000	4,059,713	4,210,539	11.940332	0.035821	36,072,431
1962	376,000	1020	1.03254	0.003	112,000	4,515,579	4,702,960	13.281113	0.039843	37,244,503
1963	389,000	1020	1.03261	0.003	116,000	4,974,835	5,203,234	14.631867	0.043896	38,465,667
1964	402,000	1020	1.03268	0.003	119,000	5,433,019	5,706,584	15.979468	0.047938	39,717,474
1965	415,000	1020	1.03275	0.003	123,000	5,886,437	6,208,924	17.313051	0.051939	41,014,639
1966	428,000	1020	1.03282	0.003	127,000	6,331,648	6,706,313	18.622494	0.055867	42,356,498
1967	441,000	2040	1.03289	0.004	175,000	6,810,734	7,195,077	13.354381	0.053418	43,746,818
1968	454,000	2040	1.03269	0.004	180,000	7,279,348	7,720,112	14.273231	0.057093	45,175,051
1969	467,000	2040	1.03249	0.004	186,000	7,731,018	8,230,051	15.158859	0.060635	46,642,618
1970	480,000	2040	1.03229	0.004	192,000	8,163,147	8,721,540	16.006170	0.064025	48,147,918

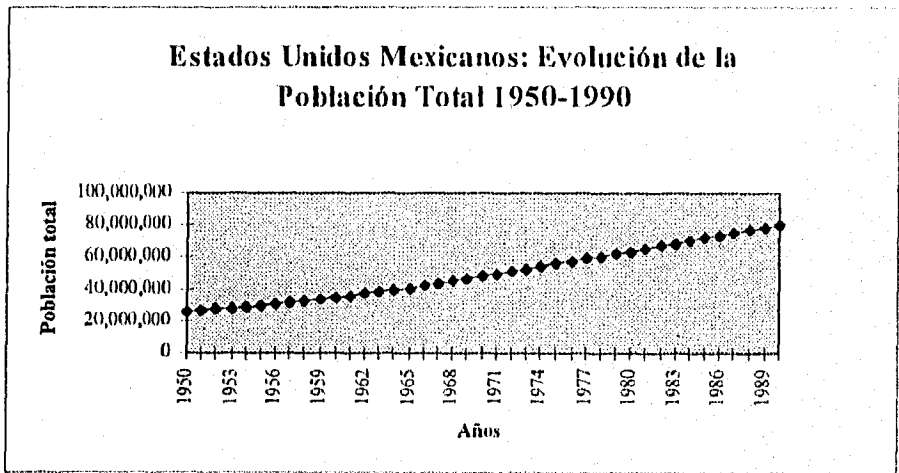
Continuación CUADRO III.6

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2040	1.03209	0.004	198,000	8,578,950	9,197,834	16.821470	0.067286	49,688,981
1972	518,000	2040	1.03190	0.004	205,000	8,976,531	9,656,381	17.601042	0.070404	51,281,142
1973	537,000	2040	1.03065	0.004	208,000	9,354,672	10,095,369	18.342494	0.073370	52,849,730
1974	556,000	2040	1.02941	0.004	215,000	9,695,027	10,492,901	19.009857	0.076039	54,414,858
1975	575,000	2040	1.02816	0.004	221,000	9,997,970	10,848,674	19.603864	0.078415	55,955,195
1976	594,000	2040	1.02692	0.004	227,500	10,264,315	11,162,984	20.126107	0.080504	57,478,091
1977	613,000	4080	1.02568	0.007	412,000	10,056,074	11,437,384	17.253068	0.120771	59,005,081
1978	632,000	4080	1.02533	0.007	425,000	9,880,795	11,211,186	16.952344	0.118666	60,543,347
1979	651,000	6120	1.02498	0.008	498,500	9,896,293	11,038,695	12.936331	0.103491	62,101,291
1980	670,000	6120	1.02463	0.008	511,000	9,918,946	11,066,888	12.965943	0.103728	63,675,653
1981	684,000	7140	1.02428	0.009	589,500	9,856,650	11,097,571	12.424349	0.111819	65,272,611
1982	698,000	7140	1.02393	0.009	604,000	9,810,497	11,039,100	12.366173	0.111296	66,885,664
1983	712,000	7140	1.02352	0.009	618,500	9,777,743	10,997,645	12.324886	0.110924	68,512,414
1984	726,000	7140	1.02313	0.009	633,500	9,755,170	10,969,097	12.296433	0.110668	70,153,160
1985	740,000	7140	1.02274	0.009	648,500	9,741,379	10,951,663	12.279049	0.110511	71,806,719
1986	754,000	7140	1.02235	0.009	663,500	9,734,884	10,943,454	12.270862	0.110438	73,470,815
1987	768,000	7140	1.02196	0.009	678,500	9,734,442	10,942,896	12.270305	0.110433	75,143,367
1988	782,000	7650	1.02158	0.010	770,500	9,577,887	10,948,673	12.520113	0.125201	76,825,628
1989	796,000	7650	1.02121	0.010	787,500	9,457,565	10,791,729	12.362831	0.123628	78,516,469
1990	810,000	7650	1.02083	0.010	805,500	9,366,262	10,673,010	12.243480	0.122435	80,226,883

GRAFICA III.6.A



GRAFICA III.6.B



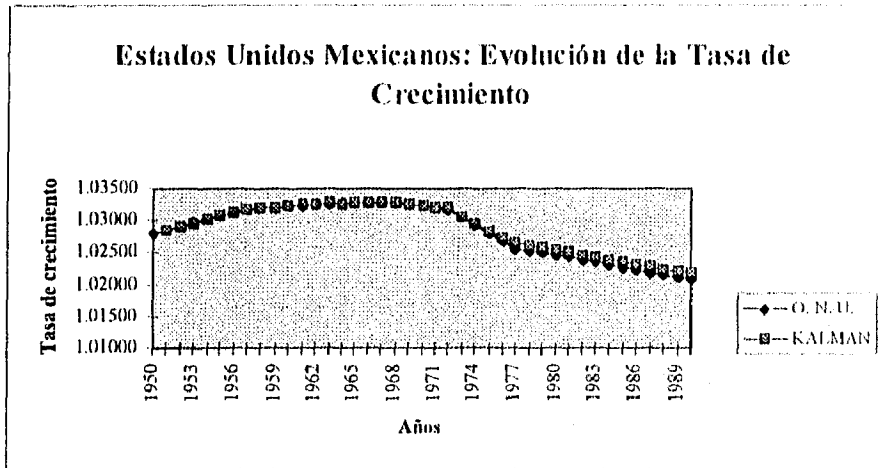
Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO III.7

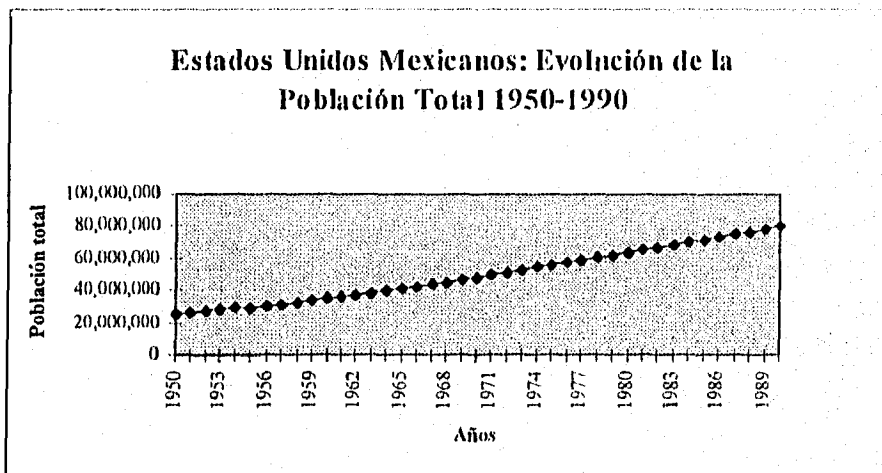
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\alpha}_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1050	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1050	1.02861	0.003	97,000	266,589	267,200	0.761684	0.002285	26,537,738
1952	276,400	1050	1.02915	0.003	91,000	555,801	558,462	1.588004	0.004764	27,311,447
1953	285,600	1050	1.02968	0.003	90,000	867,774	874,277	2.479354	0.007438	28,121,652
1954	294,800	1050	1.03021	0.003	91,000	1,202,330	1,214,849	3.435227	0.010306	28,970,494
1955	304,000	1050	1.03075	0.003	93,000	1,558,958	1,580,072	4.454166	0.013362	29,861,117
1956	313,200	1050	1.03128	0.003	95,000	1,936,812	1,969,508	5.533748	0.016601	30,794,077
1957	322,400	1050	1.03182	0.003	98,000	2,334,602	2,382,274	6.670292	0.020011	31,775,513
1958	331,600	1050	1.03196	0.003	99,000	2,750,719	2,817,140	7.859197	0.023578	32,791,641
1959	340,800	1050	1.03210	0.003	102,000	3,180,992	3,270,154	9.088547	0.027266	33,844,033
1960	350,000	1050	1.03225	0.003	105,000	3,622,412	3,738,489	10.349748	0.031049	34,932,587
1961	363,000	1050	1.03239	0.003	109,000	4,075,316	4,222,825	11.643760	0.034931	36,068,740
1962	376,000	1050	1.03254	0.003	112,000	4,536,089	4,719,591	12.960255	0.038881	37,240,752
1963	389,000	1050	1.03261	0.003	116,000	5,001,118	5,225,101	14.288909	0.042867	38,461,744
1964	402,000	1050	1.03268	0.003	119,000	5,465,938	5,734,609	15.616965	0.046851	39,713,671
1965	415,000	1050	1.03275	0.003	123,000	5,926,824	6,244,029	16.933782	0.050801	41,010,928
1966	428,000	1050	1.03282	0.003	127,000	6,380,277	6,749,388	18.229361	0.054688	42,352,904
1967	441,000	2100	1.03289	0.004	175,000	6,867,749	7,246,950	13.081426	0.052326	43,743,297
1968	454,000	2100	1.03269	0.004	180,000	7,345,474	7,780,938	13.991379	0.055966	45,171,827
1969	467,000	2100	1.03249	0.004	186,000	7,806,847	8,300,571	14.870184	0.059481	46,639,662
1970	480,000	2100	1.03229	0.004	192,000	8,249,142	8,802,377	15.712651	0.062851	48,145,243

Continuación CUADRO III.7										
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	P_K	K_K	A_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2100	1.03209	0.004	198,000	8,675,451	9,289,472	16.524668	0.066099	49,686,643
1972	518,000	2100	1.03190	0.004	205,000	9,083,747	9,759,175	17.302375	0.069210	51,278,936
1973	537,000	2100	1.03065	0.004	208,000	9,472,683	10,209,534	18.043206	0.072173	52,848,715
1974	556,000	2100	1.02941	0.004	215,000	9,823,524	10,618,257	18.711475	0.074846	54,414,749
1975	575,000	2100	1.02816	0.004	221,000	10,136,478	10,984,841	19.307577	0.077230	55,955,999
1976	594,000	2100	1.02692	0.004	227,500	10,412,215	11,309,403	19.832790	0.079331	57,479,622
1977	613,000	4200	1.02568	0.007	412,000	10,212,107	11,593,354	17.020179	0.119141	59,006,739
1978	632,000	4200	1.02533	0.007	425,000	10,042,564	11,375,336	16.737607	0.117163	60,544,558
1979	651,000	6300	1.02498	0.008	498,500	10,062,930	11,208,764	12.778324	0.102227	62,102,108
1980	670,000	6300	1.02463	0.008	511,000	10,089,673	11,241,953	12.812283	0.102498	63,676,130
1981	684,000	7350	1.02428	0.009	589,500	10,030,295	11,276,811	12.281994	0.110538	65,272,719
1982	698,000	7350	1.02393	0.009	604,000	9,986,338	11,221,279	12.228169	0.110054	66,885,447
1983	712,000	7350	1.02352	0.009	618,500	9,955,219	11,182,003	12.190064	0.109711	68,511,930
1984	726,000	7350	1.02313	0.009	633,500	9,933,826	11,155,020	12.163868	0.109475	70,152,402
1985	740,000	7350	1.02274	0.009	648,500	9,920,865	11,138,679	12.147998	0.109332	71,805,698
1986	754,000	7350	1.02235	0.009	663,500	9,914,929	11,131,196	12.140729	0.109267	73,469,555
1987	768,000	7350	1.02196	0.009	678,500	9,914,836	11,131,079	12.140615	0.109266	75,141,897
1988	782,000	7875	1.02158	0.010	770,500	9,757,184	11,137,077	12.390075	0.123901	76,823,978
1989	796,000	7875	1.02121	0.010	787,500	9,635,522	10,978,848	12.235584	0.122356	78,514,651
1990	810,000	7875	1.02083	0.010	805,500	9,542,772	10,858,596	12.117806	0.121178	80,224,789

GRAFICA III.7.A



GRAFICA III.7.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

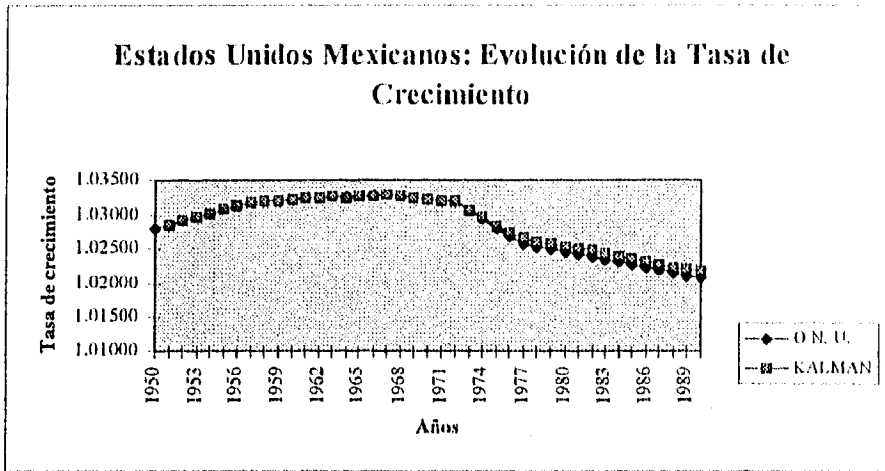
CUADRO III.8

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ	H_K	Z_K	$\alpha_K = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1950	258,000	1100	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1100	1.02861	0.003	97,000	266,617	267,200	0.727138	0.002181	26,537,136
1952	276,400	1100	1.02915	0.003	91,000	555,951	558,491	1.516229	0.004549	27,310,177
1953	285,600	1100	1.02968	0.003	90,000	868,223	874,435	2.367882	0.007104	28,119,721
1954	294,800	1100	1.03021	0.003	91,000	1,203,360	1,215,326	3.281892	0.009846	28,967,892
1955	304,000	1100	1.03075	0.003	93,000	1,560,972	1,581,166	4.257195	0.012772	29,857,789
1956	313,200	1100	1.03128	0.003	95,000	1,940,346	1,971,647	5.291854	0.015876	30,790,057
1957	322,400	1100	1.03182	0.003	98,000	2,340,344	2,386,033	6.382758	0.019148	31,770,662
1958	331,600	1100	1.03196	0.003	99,000	2,759,511	2,823,254	7.525938	0.022578	32,786,535
1959	340,800	1100	1.03210	0.003	102,000	3,193,819	3,279,517	8.710417	0.026131	33,838,720
1960	350,000	1100	1.03225	0.003	105,000	3,640,396	3,752,154	9.928351	0.029785	34,927,179
1961	363,000	1100	1.03239	0.003	109,000	4,099,698	4,241,987	11.180995	0.033543	36,062,964
1962	376,000	1100	1.03254	0.003	112,000	4,568,206	4,745,578	12.458744	0.037376	37,234,867
1963	389,000	1100	1.03261	0.003	116,000	5,042,364	5,259,342	13.751902	0.041256	38,455,573
1964	402,000	1100	1.03268	0.003	119,000	5,517,715	5,778,589	15.048314	0.045145	39,707,670
1965	415,000	1100	1.03275	0.003	123,000	5,990,500	6,299,246	16.337726	0.049013	41,005,056
1966	428,000	1100	1.03282	0.003	127,000	6,457,137	6,817,303	17.610373	0.052831	42,347,199
1967	441,000	2200	1.03289	0.004	175,000	6,958,064	7,328,939	12.651026	0.050604	43,737,690
1968	454,000	2200	1.03269	0.004	180,000	7,450,460	7,877,293	13.546291	0.054185	45,166,674
1969	467,000	2200	1.03249	0.004	186,000	7,927,512	8,412,533	14.413658	0.057655	46,634,918
1970	480,000	2200	1.03229	0.004	192,000	8,386,296	8,931,010	15.247811	0.060991	48,140,932

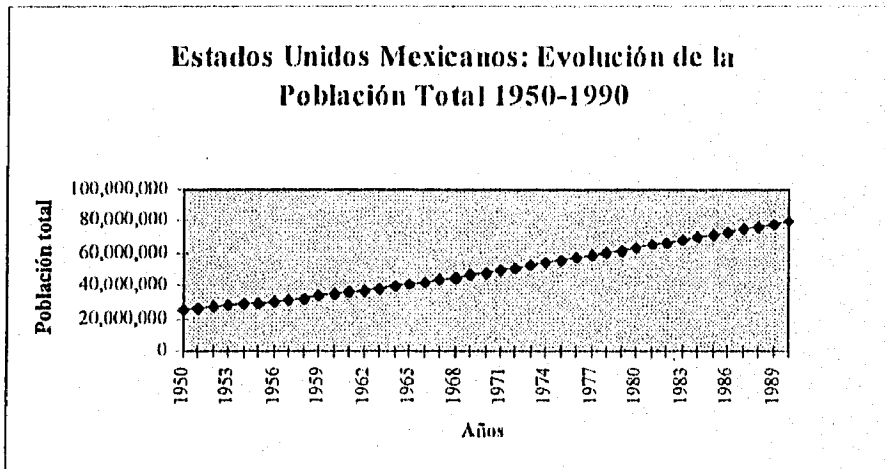
Continuación CUADRO III.8

Año	σ_0^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	$P_{\bar{K}}$	K_K	ρ_K	\hat{X}_K
1971	499,000	2200	1.03209	0.004	198,000	8,829,708	9,435,627	16.054015	0.064216	49,682,855
1972	518,000	2200	1.03190	0.004	205,000	9,255,513	9,923,492	16.828206	0.067313	51,275,348
1973	537,000	2200	1.03065	0.004	208,000	9,662,155	10,392,434	17.567555	0.070270	52,847,014
1974	556,000	2200	1.02941	0.004	215,000	10,030,266	10,819,522	18.236847	0.072947	54,414,488
1975	575,000	2200	1.02816	0.004	221,000	10,359,776	11,203,922	18.835956	0.075344	55,957,193
1976	594,000	2200	1.02692	0.004	227,500	10,651,112	11,545,453	19.365659	0.077463	57,481,982
1977	613,000	4400	1.02568	0.007	412,000	10,464,835	11,845,287	16.648601	0.116540	59,009,322
1978	632,000	4400	1.02533	0.007	425,000	10,305,232	11,641,210	16.394687	0.114763	60,546,441
1979	651,000	6600	1.02498	0.008	498,500	10,334,019	11,484,907	12.526084	0.100209	62,103,373
1980	670,000	6600	1.02463	0.008	511,000	10,367,889	11,526,756	12.567138	0.100537	63,676,862
1981	684,000	7700	1.02428	0.009	589,500	10,313,732	11,568,901	12.055011	0.108495	65,272,865
1982	698,000	7700	1.02393	0.009	604,000	10,273,772	11,518,647	12.008305	0.108075	66,885,078
1983	712,000	7700	1.02352	0.009	618,500	10,245,689	11,483,358	11.975481	0.107779	68,511,137
1984	726,000	7700	1.02313	0.009	633,500	10,226,545	11,459,314	11.953104	0.107578	70,151,175
1985	740,000	7700	1.02274	0.009	648,500	10,215,220	11,445,096	11.939867	0.107459	71,804,052
1986	754,000	7700	1.02235	0.009	663,500	10,210,435	11,439,090	11.934275	0.107408	73,467,524
1987	768,000	7700	1.02196	0.009	678,500	10,211,113	11,439,942	11.935068	0.107416	75,139,532
1988	782,000	8250	1.02158	0.010	770,500	10,051,859	11,446,510	12.184071	0.121841	76,821,324
1989	796,000	8250	1.02121	0.010	787,500	9,928,160	11,286,378	12.034134	0.120341	78,511,725
1990	810,000	8250	1.02083	0.010	805,500	9,833,169	11,163,779	11.918993	0.119190	80,221,421

GRAFICA III.8.A



GRAFICA III.8.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

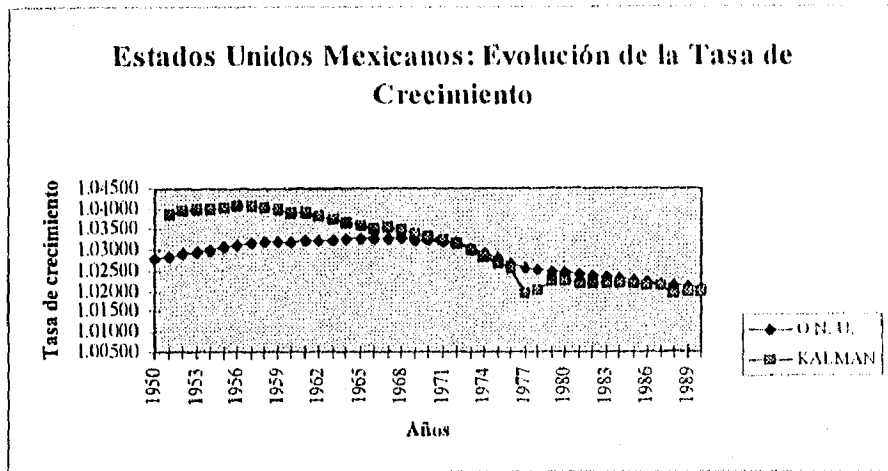
CUADRO III.9

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.03836	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.03890	0.003	97,000	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,803,008
1952	276,400	1000	1.03944	0.003	91,000	561,249	564,098	1.683747	0.005051	27,858,107
1953	285,600	1000	1.03998	0.003	90,000	884,891	891,995	2.654674	0.007964	28,965,180
1954	294,800	1000	1.04051	0.003	91,000	1,237,909	1,251,856	3.713726	0.011141	30,125,457
1955	304,000	1000	1.04106	0.003	93,000	1,620,264	1,644,241	4.860792	0.014582	31,340,859
1956	313,200	1000	1.04159	0.003	95,000	2,031,412	2,069,243	6.094235	0.018283	32,610,067
1957	322,400	1000	1.04214	0.003	98,000	2,470,147	2,526,310	7.410441	0.022231	33,937,516
1958	331,600	1000	1.04228	0.003	99,000	2,934,694	3,014,308	8.804081	0.026412	35,305,048
1959	340,800	1000	1.04242	0.003	102,000	3,420,267	3,528,895	10.260801	0.030782	36,711,611
1960	350,000	1000	1.04257	0.003	105,000	3,923,024	4,066,604	11.769071	0.035307	38,153,536
1961	363,000	1000	1.04271	0.003	109,000	4,442,168	4,627,160	13.326505	0.039980	39,640,119
1962	376,000	1000	1.04287	0.003	112,000	4,972,774	5,205,757	14.918322	0.044755	41,154,284
1963	389,000	1000	1.04294	0.003	116,000	5,509,759	5,797,231	16.529277	0.049588	42,707,546
1964	402,000	1000	1.04301	0.003	119,000	6,047,013	6,395,051	18.141038	0.054423	44,275,952
1965	415,000	1000	1.04308	0.003	123,000	6,579,227	6,993,323	19.737680	0.059213	45,873,388
1966	428,000	1000	1.04315	0.003	127,000	7,101,410	7,586,269	21.304230	0.063913	47,496,946
1967	441,000	2000	1.04322	0.004	175,000	7,667,410	8,168,457	15.334820	0.061339	49,190,810
1968	454,000	2000	1.04302	0.004	180,000	8,219,904	8,798,486	16.439808	0.065759	50,901,396
1969	467,000	2000	1.04281	0.004	186,000	8,750,607	9,409,304	17.501214	0.070005	52,629,613
1970	480,000	2000	1.04261	0.004	192,000	9,255,796	9,995,961	18.511592	0.074046	54,373,287

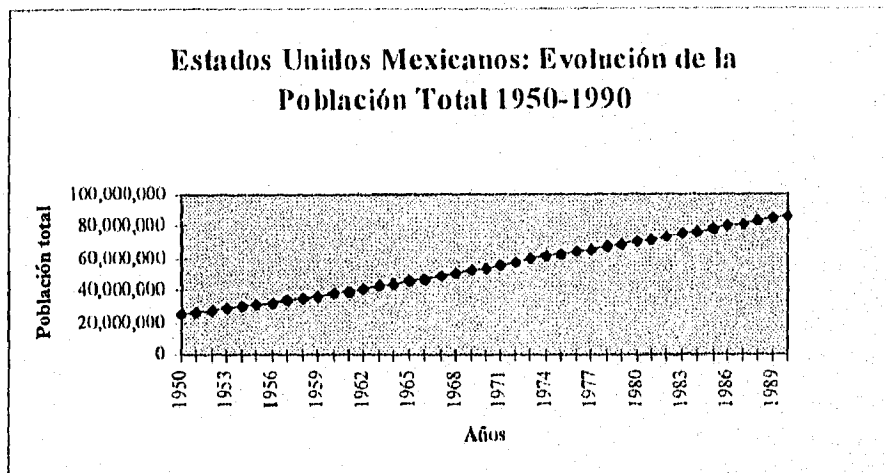
Continuación CUADRO III.9

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\alpha_K = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.04241	0.004	198,000	9,737,756	10,560,436	19.475513	0.077902	56,130,152
1972	518,000	2000	1.04222	0.004	205,000	10,194,073	11,099,246	20.388147	0.081553	57,918,555
1973	537,000	2000	1.04096	0.004	208,000	10,623,316	11,610,011	21.246633	0.084987	59,653,007
1974	556,000	2000	1.03970	0.004	215,000	11,004,924	12,067,324	22.009848	0.088039	61,361,392
1975	575,000	2000	1.03844	0.004	221,000	11,339,791	12,471,154	22.679583	0.090718	63,022,259
1976	594,000	2000	1.03719	0.004	227,500	11,629,450	12,822,388	23.258900	0.093036	64,647,626
1977	613,000	4000	1.03594	0.007	412,000	11,305,937	13,123,514	19.785389	0.138498	65,916,875
1978	632,000	4000	1.03558	0.007	425,000	11,038,944	12,765,136	19.318153	0.135227	67,261,855
1979	651,000	6000	1.03523	0.008	498,500	11,021,256	12,489,526	14.695008	0.117560	68,792,039
1980	670,000	6000	1.03488	0.008	511,000	11,014,997	12,481,488	14.686663	0.117493	70,353,101
1981	684,000	7000	1.03452	0.009	589,500	10,905,719	12,480,720	14.021638	0.126195	71,884,682
1982	698,000	7000	1.03417	0.009	604,000	10,820,862	12,369,708	13.912537	0.125213	73,457,895
1983	712,000	7000	1.03376	0.009	618,500	10,755,967	12,284,978	13.829100	0.124462	75,066,089
1984	726,000	7000	1.03336	0.009	633,500	10,706,401	12,220,362	13.765373	0.123888	76,706,592
1985	740,000	7000	1.03297	0.009	648,500	10,669,781	12,172,676	13.718290	0.123465	78,375,435
1986	754,000	7000	1.03257	0.009	663,500	10,643,812	12,138,888	13.684902	0.123164	80,067,925
1987	768,000	7000	1.03218	0.009	678,500	10,626,610	12,116,518	13.662784	0.122965	81,779,955
1988	782,000	7500	1.03180	0.010	770,500	10,421,679	12,103,534	13.895572	0.138956	83,388,665
1989	796,000	7500	1.03142	0.010	787,500	10,263,681	11,890,946	13.684908	0.136849	85,042,434
1990	810,000	7500	1.03104	0.010	805,500	10,142,672	11,728,828	13.523563	0.135236	86,745,731

GRAFICA III.9.A



GRAFICA III.9.B



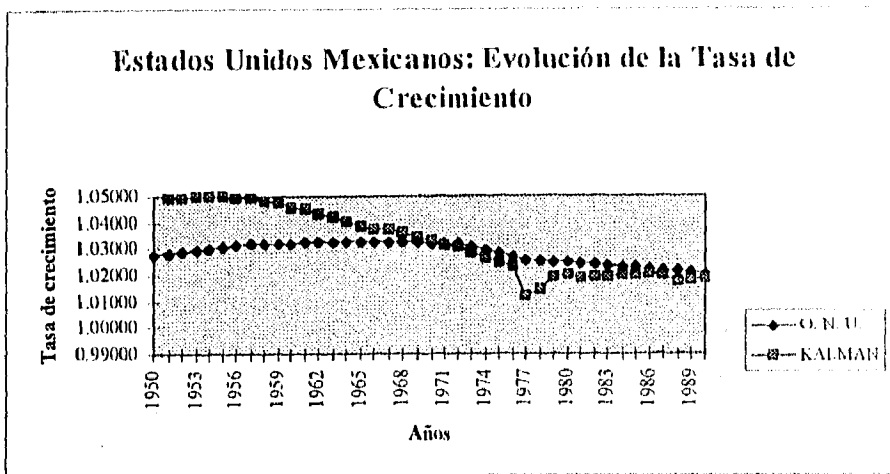
Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO III.10

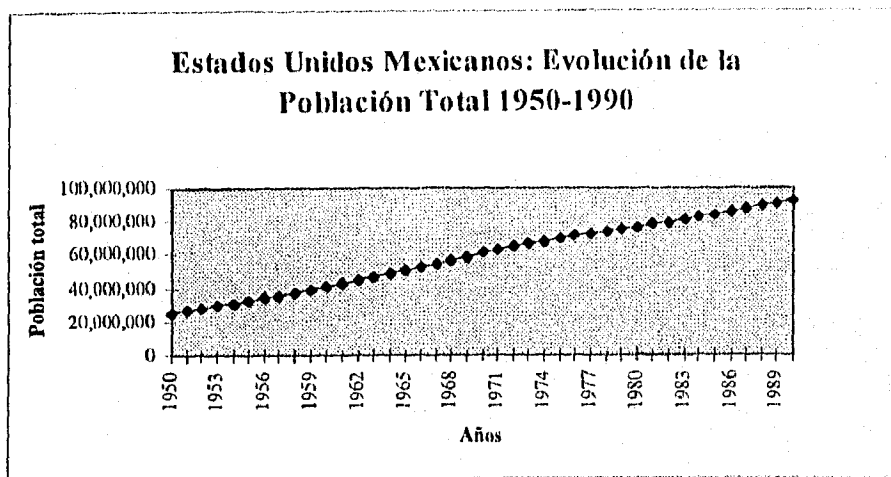
Año	σ_Q^2	σ_R^2	Q_k	H_k	Z_k	$\alpha_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.04864	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.04918	0.003	97,000	266,559	267,200	0.799677	0.002399	27,067,616
1952	276,400	1000	1.04973	0.003	91,000	566,916	569,824	1.700749	0.005102	28,408,731
1953	285,600	1000	1.05027	0.003	90,000	902,910	910,307	2.708730	0.008126	29,823,033
1954	294,800	1000	1.05081	0.003	91,000	1,275,954	1,290,777	3.827863	0.011484	31,310,986
1955	304,000	1000	1.05137	0.003	93,000	1,686,916	1,712,922	5.060749	0.015182	32,873,152
1956	313,200	1000	1.05191	0.003	95,000	2,135,997	2,177,864	6.407990	0.019224	34,506,028
1957	322,400	1000	1.05246	0.003	98,000	2,622,498	2,685,892	7.867494	0.023602	36,211,397
1958	331,600	1000	1.05260	0.003	99,000	3,144,845	3,236,448	9.434534	0.028304	37,966,259
1959	340,800	1000	1.05274	0.003	102,000	3,697,873	3,825,178	11.093619	0.033281	39,764,792
1960	350,000	1000	1.05290	0.003	105,000	4,277,000	4,448,226	12.831001	0.038493	41,597,925
1961	363,000	1000	1.05304	0.003	109,000	4,880,233	5,104,431	14.640700	0.043922	43,470,373
1962	376,000	1000	1.05319	0.003	112,000	5,501,090	5,787,635	16.503271	0.049510	45,357,953
1963	389,000	1000	1.05326	0.003	116,000	6,132,615	6,490,869	18.397846	0.055194	47,268,102
1964	402,000	1000	1.05333	0.003	119,000	6,766,495	7,205,286	20.299485	0.060898	49,169,471
1965	415,000	1000	1.05341	0.003	123,000	7,395,208	7,922,505	22.185624	0.066557	51,073,584
1966	428,000	1000	1.05348	0.003	127,000	8,011,618	8,634,182	24.034854	0.072105	52,974,286
1967	441,000	2000	1.05355	0.004	175,000	8,684,050	9,332,394	17.368101	0.069472	54,969,520
1968	454,000	2000	1.05334	0.004	180,000	9,338,915	10,092,974	18.677830	0.074711	56,948,268
1969	467,000	2000	1.05314	0.004	186,000	9,965,516	10,828,836	19.931032	0.079724	58,910,937
1970	480,000	2000	1.05294	0.004	192,000	10,558,625	11,532,788	21.117250	0.084469	60,855,385

Continuación CUADRO III.10										
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.05273	0.004	198,000	11,119,370	12,205,071	22.238739	0.088955	62,780,134
1972	518,000	2000	1.05254	0.004	205,000	11,644,739	12,840,977	23.289477	0.093158	64,708,120
1973	537,000	2000	1.05126	0.004	208,000	12,133,153	13,437,464	24.266306	0.097065	66,544,252
1974	556,000	2000	1.05000	0.004	215,000	12,561,617	13,965,001	25.123235	0.100493	68,326,971
1975	575,000	2000	1.04872	0.004	221,000	12,931,886	14,424,136	25.863771	0.103455	70,036,891
1976	594,000	2000	1.04746	0.004	227,500	13,246,581	14,816,751	26.493161	0.105973	71,692,889
1977	613,000	4000	1.04619	0.007	412,000	12,776,155	15,146,739	22.358271	0.156508	72,553,916
1978	632,000	4000	1.04584	0.007	425,000	12,396,298	14,615,770	21.693521	0.151855	73,598,595
1979	651,000	6000	1.04548	0.008	498,500	12,339,451	14,209,750	16.452602	0.131621	75,042,595
1980	670,000	6000	1.04512	0.008	511,000	12,299,926	14,157,361	16.399902	0.131199	76,542,552
1981	684,000	7000	1.04477	0.009	589,500	12,136,205	14,118,979	15.603692	0.140433	77,960,582
1982	698,000	7000	1.04441	0.009	604,000	12,007,507	13,945,095	15.438223	0.138944	79,458,157
1983	712,000	7000	1.04399	0.009	618,500	11,906,958	13,809,661	15.308947	0.137781	81,021,404
1984	726,000	7000	1.04359	0.009	633,500	11,828,015	13,703,584	15.207448	0.136867	82,642,511
1985	740,000	7000	1.04319	0.009	648,500	11,766,977	13,621,720	15.128970	0.136161	84,313,052
1986	754,000	7000	1.04280	0.009	663,500	11,720,500	13,559,476	15.069214	0.135623	86,024,655
1987	768,000	7000	1.04240	0.009	678,500	11,685,888	13,513,171	15.024713	0.135222	87,770,224
1988	782,000	7500	1.04201	0.010	770,500	11,426,196	13,479,840	15.234928	0.152349	89,291,442
1989	796,000	7500	1.04163	0.010	787,500	11,226,246	13,202,429	14.968328	0.149683	90,903,337
1990	810,000	7500	1.04125	0.010	805,500	11,072,642	12,990,497	14.763523	0.147635	92,600,755

GRAFICA III.10.A



GRAFICA III.10.B



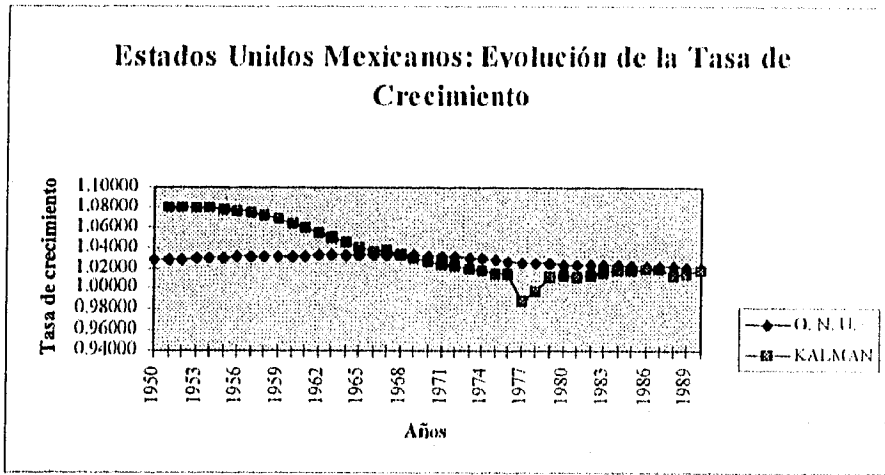
Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO III.11

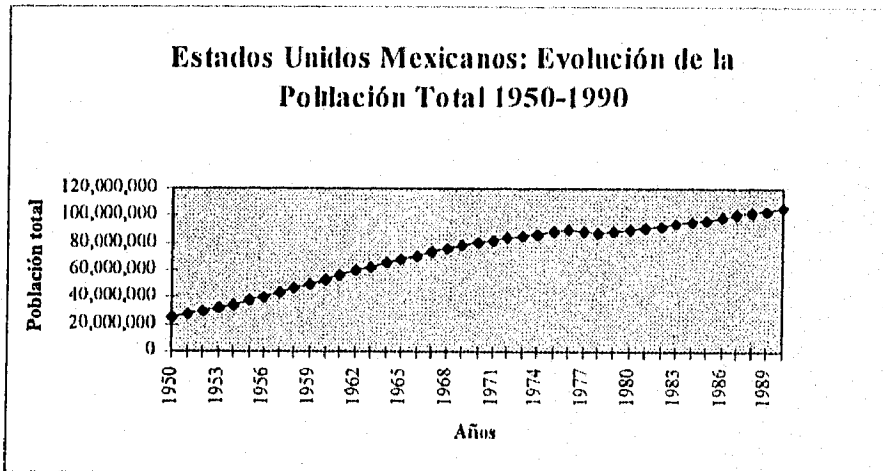
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.07948	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.08004	0.003	97,000	266,559	267,200	0.799677	0.002399	27,861,441
1952	276,400	1000	1.08061	0.003	91,000	584,249	587,338	1.752748	0.005258	30,092,757
1953	285,600	1000	1.08116	0.003	90,000	959,478	967,835	2.878433	0.008635	32,496,711
1954	294,800	1000	1.08172	0.003	91,000	1,398,521	1,416,349	4.195564	0.012587	35,073,846
1955	304,000	1000	1.08229	0.003	93,000	1,907,131	1,940,437	5.721392	0.017164	37,820,977
1956	313,200	1000	1.08284	0.003	95,000	2,490,029	2,547,110	7.470087	0.022410	40,725,506
1957	322,400	1000	1.08341	0.003	98,000	3,150,168	3,242,086	9.450505	0.028352	43,775,235
1958	331,600	1000	1.08356	0.003	99,000	3,888,205	4,029,205	11.664616	0.034994	46,921,730
1959	340,800	1000	1.08371	0.003	102,000	4,698,480	4,905,934	14.095440	0.042286	50,130,212
1960	350,000	1000	1.08386	0.003	105,000	5,573,620	5,867,973	16.720860	0.050163	53,356,902
1961	363,000	1000	1.08401	0.003	109,000	6,506,007	6,910,654	19.518022	0.058554	56,572,737
1962	376,000	1000	1.08417	0.003	112,000	7,481,007	8,021,057	22.443020	0.067329	59,710,022
1963	389,000	1000	1.08424	0.003	116,000	8,481,401	9,182,310	25.444202	0.076333	62,745,723
1964	402,000	1000	1.08431	0.003	119,000	9,486,913	10,372,544	28.460738	0.085382	65,609,606
1965	415,000	1000	1.08439	0.003	123,000	10,478,111	11,569,113	31.434333	0.094303	68,298,989
1966	428,000	1000	1.08446	0.003	127,000	11,436,875	12,749,171	34.310626	0.102932	70,796,620
1967	441,000	2000	1.08453	0.004	175,000	12,502,035	13,891,402	25.004071	0.100016	73,473,018
1968	454,000	2000	1.08432	0.004	180,000	13,519,533	15,159,083	27.039066	0.108156	75,932,728
1969	467,000	2000	1.08411	0.004	186,000	14,468,738	16,362,721	28.937475	0.115750	78,187,737
1970	480,000	2000	1.08390	0.004	192,000	15,339,464	17,485,169	30.678928	0.122716	80,252,883

Continuación CUADRO III.11										
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\alpha_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.08369	0.004	198,000	16,130,576	18,520,553	32.261151	0.129045	82,149,035
1972	518,000	2000	1.08350	0.004	205,000	16,839,805	19,461,648	33.679610	0.134718	83,935,542
1973	537,000	2000	1.08218	0.004	208,000	17,468,516	20,306,281	34.937033	0.139748	85,501,425
1974	556,000	2000	1.08088	0.004	215,000	17,989,501	21,013,711	35.979003	0.143916	86,947,350
1975	575,000	2000	1.07957	0.004	221,000	18,411,778	21,592,182	36.823557	0.147294	88,275,034
1976	594,000	2000	1.07827	0.004	227,500	18,745,302	22,052,321	37.490604	0.149962	89,536,761
1977	613,000	4000	1.07696	0.007	412,000	17,581,435	22,407,367	30.767511	0.215373	88,427,634
1978	632,000	4000	1.07660	0.007	425,000	16,718,209	21,023,853	29.256865	0.204798	88,163,935
1979	651,000	6000	1.07623	0.008	498,500	16,502,808	20,028,407	22.003744	0.176030	89,177,618
1980	670,000	6000	1.07586	0.008	511,000	16,336,985	19,784,688	21.782647	0.174261	90,381,661
1981	684,000	7000	1.07549	0.009	589,500	15,972,338	19,593,700	20.535864	0.184823	91,372,217
1982	698,000	7000	1.07513	0.009	604,000	15,691,664	19,173,002	20.174997	0.181575	92,612,547
1983	712,000	7000	1.07470	0.009	618,500	15,474,612	18,849,948	19.895930	0.179063	94,046,460
1984	726,000	7000	1.07429	0.009	633,500	15,304,907	18,598,736	19.677737	0.177100	95,637,501
1985	740,000	7000	1.07388	0.009	648,500	15,172,292	18,403,263	19.507233	0.175565	97,354,594
1986	754,000	7000	1.07347	0.009	663,500	15,068,559	18,250,866	19.373861	0.174365	99,172,130
1987	768,000	7000	1.07306	0.009	678,500	14,987,431	18,131,989	19.269554	0.173426	101,069,857
1988	782,000	7500	1.07266	0.010	770,500	14,541,697	18,039,330	19.388929	0.193889	102,364,954
1989	796,000	7500	1.07227	0.010	787,500	14,207,353	17,527,638	18.943137	0.189431	103,920,336
1990	810,000	7500	1.07187	0.010	805,500	13,954,977	17,145,104	18.606635	0.186066	105,684,849

GRAFICA III.11.A



GRAFICA III.11.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

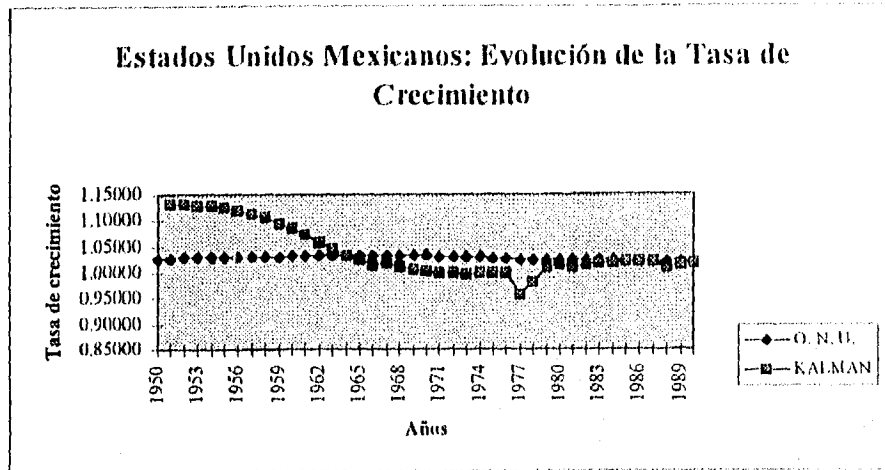
CUADRO III.12

Año	σ_Q^2	σ_R^2	Q_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	A_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.13089	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.13147	0.003	97,000	266,559	267,200	0.799677	0.002399	29,184,483
1952	276,400	1000	1.13207	0.003	91,000	614,241	617,656	1.842724	0.005528	33,006,536
1953	285,600	1000	1.13265	0.003	90,000	1,062,535	1,072,794	3.187605	0.009563	37,295,109
1954	294,800	1000	1.13323	0.003	91,000	1,633,543	1,657,917	4.900628	0.014702	42,067,147
1955	304,000	1000	1.13383	0.003	93,000	2,350,996	2,401,816	7.052988	0.021159	47,319,037
1956	313,200	1000	1.13441	0.003	95,000	3,238,330	3,335,544	9.714990	0.029145	53,010,760
1957	322,400	1000	1.13500	0.003	98,000	4,315,373	4,489,747	12.946118	0.038838	59,068,973
1958	331,600	1000	1.13516	0.003	99,000	5,594,202	5,890,791	16.782607	0.050348	65,329,391
1959	340,800	1000	1.13531	0.003	102,000	7,069,069	7,549,372	21.207207	0.063622	71,604,066
1960	350,000	1000	1.13548	0.003	105,000	8,719,066	9,461,527	26.157197	0.078472	77,660,142
1961	363,000	1000	1.13563	0.003	109,000	10,507,148	11,604,522	31.521443	0.094564	83,278,196
1962	376,000	1000	1.13579	0.003	112,000	12,375,448	13,926,577	37.126345	0.111379	88,197,820
1963	389,000	1000	1.13587	0.003	116,000	14,255,506	16,353,675	42.766517	0.128300	92,283,121
1964	402,000	1000	1.13595	0.003	119,000	16,075,344	18,794,495	48.226031	0.144678	95,395,212
1965	415,000	1000	1.13603	0.003	123,000	17,773,718	21,158,267	53.321153	0.159963	97,588,221
1966	428,000	1000	1.13610	0.003	127,000	19,305,999	23,365,921	57.917997	0.173754	98,955,415
1967	441,000	2000	1.13618	0.004	175,000	21,082,589	25,359,789	42.165178	0.168661	100,840,933
1968	454,000	2000	1.13596	0.004	180,000	22,654,786	27,669,571	45.309571	0.181238	101,963,996
1969	467,000	2000	1.13574	0.004	186,000	23,998,583	29,700,800	47.997166	0.191989	102,516,936
1970	480,000	2000	1.13552	0.004	192,000	25,118,800	31,435,846	50.237600	0.200950	102,680,948

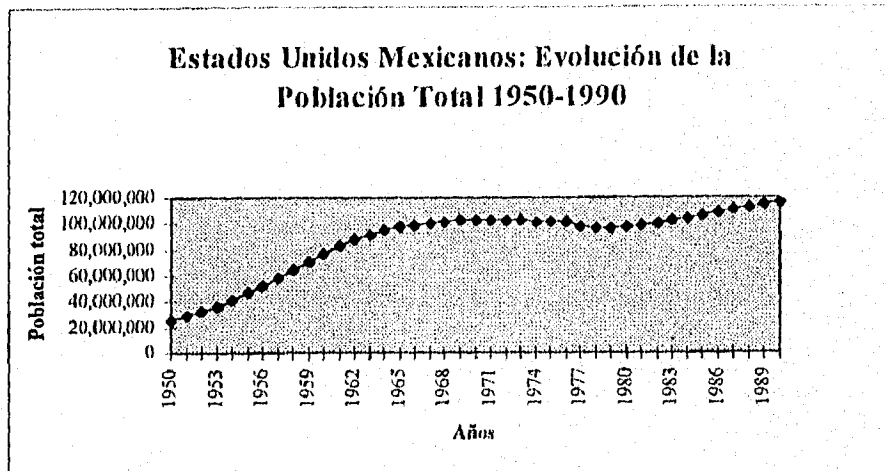
Continuación CUADRO III.12

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.13530	0.004	198,000	26,036,984	32,887,266	52.073969	0.208296	102,620,312
1972	518,000	2000	1.13509	0.004	205,000	26,777,231	34,077,169	53.554462	0.214218	102,526,008
1973	537,000	2000	1.13372	0.004	208,000	27,366,675	35,037,569	54.733350	0.218933	102,282,136
1974	556,000	2000	1.13235	0.004	215,000	27,787,678	35,730,653	55.575356	0.222301	102,129,689
1975	575,000	2000	1.13098	0.004	221,000	28,073,655	36,204,883	56.147311	0.224589	102,082,216
1976	594,000	2000	1.12961	0.004	227,500	28,252,692	36,503,201	56.505383	0.226022	102,212,752
1977	613,000	4000	1.12825	0.007	412,000	25,300,672	36,664,092	44.276175	0.309933	97,917,412
1978	632,000	4000	1.12786	0.007	425,000	23,417,985	32,838,327	40.981474	0.286870	96,200,217
1979	651,000	6000	1.12748	0.008	498,500	22,979,150	30,440,433	30.638866	0.245111	97,179,441
1980	670,000	6000	1.12709	0.008	511,000	22,659,053	29,881,248	30.212070	0.241697	98,523,917
1981	684,000	7000	1.12671	0.009	589,500	21,975,234	29,468,670	28.253872	0.254285	99,464,057
1982	698,000	7000	1.12632	0.009	604,000	21,485,658	28,594,920	27.624418	0.248620	100,890,039
1983	712,000	7000	1.12587	0.009	618,500	21,130,222	27,968,781	27.167429	0.244507	102,653,345
1984	726,000	7000	1.12544	0.009	633,500	20,867,546	27,510,411	26.829702	0.241467	104,663,672
1985	740,000	7000	1.12501	0.009	648,500	20,671,844	27,171,292	26.578085	0.239203	106,852,475
1986	754,000	7000	1.12459	0.009	663,500	20,524,590	26,917,453	26.388758	0.237499	109,169,612
1987	768,000	7000	1.12416	0.009	678,500	20,412,665	26,725,273	26.244855	0.236204	111,578,795
1988	782,000	7500	1.12374	0.010	770,500	19,623,852	26,578,030	26.165136	0.261651	112,772,763
1989	796,000	7500	1.12333	0.010	787,500	19,072,560	25,576,747	25.430080	0.254301	114,526,440
1990	810,000	7500	1.12291	0.010	805,500	18,680,806	24,877,139	24.907741	0.249077	116,670,203

GRAFICA III.12.A



GRAFICA III.12.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

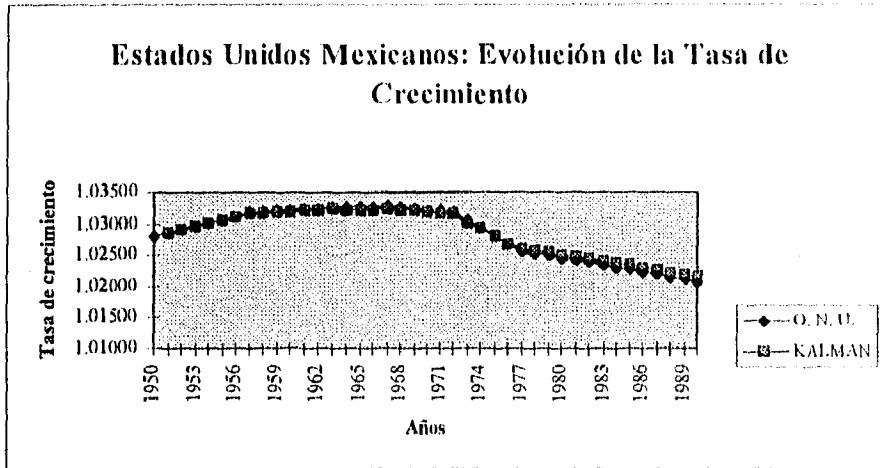
CUADRO III.13

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\alpha_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.00303	97,000	266,546	267,200	0.807635	0.002447	26,537,896
1952	276,400	1000	1.02915	0.00303	91,000	555,568	558,416	1.683370	0.005101	27,311,099
1953	285,600	1000	1.02968	0.00303	90,000	867,072	874,029	2.627227	0.007960	28,119,921
1954	294,800	1000	1.03021	0.00303	91,000	1,200,721	1,214,105	3.638185	0.011024	28,966,409
1955	304,000	1000	1.03075	0.00303	93,000	1,555,819	1,578,364	4.714133	0.014284	29,853,648
1956	313,200	1000	1.03128	0.00303	95,000	1,931,311	1,966,173	5.851872	0.017731	30,781,958
1957	322,400	1000	1.03182	0.00303	98,000	2,325,682	2,376,423	7.046817	0.021352	31,757,595
1958	331,600	1000	1.03196	0.00303	99,000	2,737,090	2,807,643	8.293384	0.025129	32,765,738
1959	340,800	1000	1.03210	0.00303	102,000	3,161,155	3,255,641	9.578299	0.029022	33,808,591
1960	350,000	1000	1.03225	0.00303	105,000	3,594,677	3,717,358	10.891870	0.033002	34,885,913
1961	363,000	1000	1.03239	0.00303	109,000	4,037,824	4,193,272	12.234606	0.037071	36,009,598
1962	376,000	1000	1.03254	0.00303	112,000	4,486,860	4,679,630	13.595187	0.041193	37,167,205
1963	389,000	1000	1.03261	0.00303	116,000	4,938,109	5,172,616	14.962470	0.045336	38,372,419
1964	402,000	1000	1.03268	0.00303	119,000	5,387,121	5,667,424	16.322975	0.049459	39,606,442
1965	415,000	1000	1.03275	0.00303	123,000	5,830,251	6,159,976	17.665662	0.053527	40,884,363
1966	428,000	1000	1.03282	0.00303	127,000	6,264,149	6,646,386	18.980372	0.057511	42,205,547
1967	441,000	2000	1.03289	0.00404	175,000	6,731,758	7,123,075	13.598151	0.054937	43,575,686
1968	454,000	2000	1.03269	0.00404	180,000	7,187,941	7,635,855	14.519641	0.058659	44,982,234
1969	467,000	2000	1.03249	0.00404	186,000	7,626,418	8,132,570	15.405364	0.062238	46,426,993
1970	480,000	2000	1.03229	0.00404	192,000	8,044,769	8,610,033	16.250433	0.065652	47,908,446

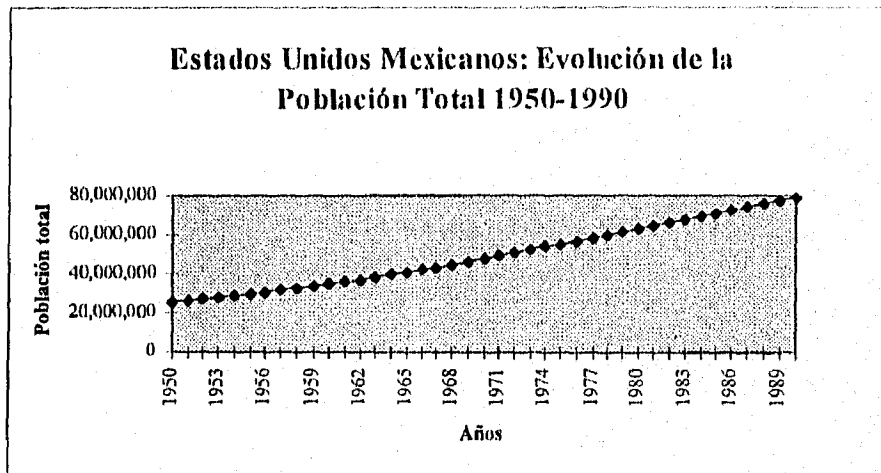
Continuación CUADRO III.13

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.03209	0.00404	198,000	8,446,383	9,071,688	17.061695	0.068929	49,424,701
1972	518,000	2000	1.03190	0.00404	205,000	8,829,544	9,515,170	17.835678	0.072056	50,991,416
1973	537,000	2000	1.03065	0.00404	208,000	9,193,202	9,938,854	18.570268	0.075024	52,533,048
1974	556,000	2000	1.02941	0.00404	215,000	9,519,544	10,321,382	19.229478	0.077687	54,071,298
1975	575,000	2000	1.02816	0.00404	221,000	9,809,160	10,662,717	19.814504	0.080051	55,584,801
1976	594,000	2000	1.02692	0.00404	227,500	10,063,049	10,963,391	20.327360	0.082123	57,081,235
1977	613,000	4000	1.02568	0.00707	412,000	9,844,264	11,225,136	17.399736	0.123016	58,575,610
1978	632,000	4000	1.02533	0.00707	425,000	9,661,682	10,988,357	17.077024	0.120735	60,083,855
1979	651,000	6000	1.02498	0.00808	498,500	9,670,975	10,808,342	13.023579	0.105231	61,615,225
1980	670,000	6000	1.02463	0.00808	511,000	9,688,448	10,830,171	13.047110	0.105421	63,163,672
1981	684,000	7000	1.02428	0.00909	589,500	9,622,550	10,855,578	12.495569	0.113585	64,734,396
1982	698,000	7000	1.02393	0.00909	604,000	9,573,737	10,793,494	12.432181	0.113009	66,322,025
1983	712,000	7000	1.02352	0.00909	618,500	9,539,045	10,749,418	12.387131	0.112599	67,924,052
1984	726,000	7000	1.02313	0.00909	633,500	9,515,113	10,719,038	12.356054	0.112317	69,540,758
1985	740,000	7000	1.02274	0.00909	648,500	9,500,402	10,700,373	12.336951	0.112143	71,170,868
1986	754,000	7000	1.02235	0.00909	663,500	9,493,323	10,691,393	12.327758	0.112059	72,812,042
1987	768,000	7000	1.02196	0.00909	678,500	9,492,553	10,690,416	12.326758	0.112050	74,462,146
1988	782,000	7500	1.02158	0.0101	770,500	9,337,605	10,696,043	12.574641	0.127004	76,121,439
1989	796,000	7500	1.02121	0.0101	787,500	9,219,197	10,540,964	12.415185	0.125393	77,789,991
1990	810,000	7500	1.02083	0.0101	805,500	9,129,927	10,424,423	12.294968	0.124179	79,478,730

GRAFICA III.13.A



GRAFICA III.13.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

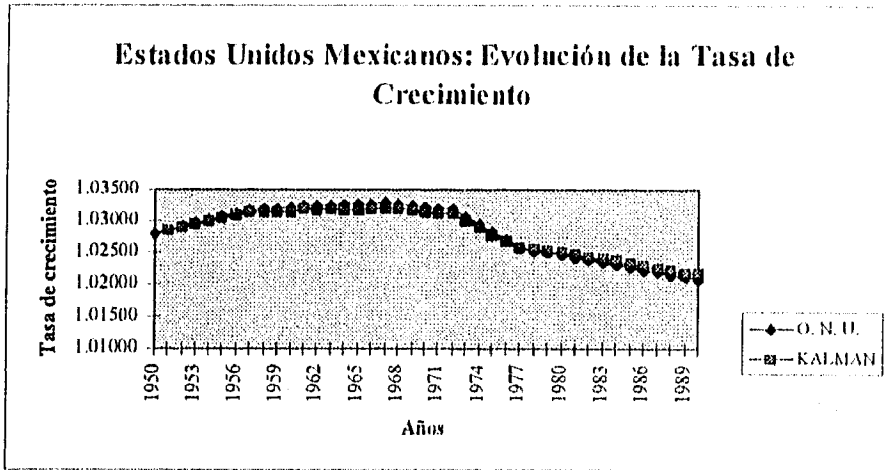
CUADRO III.14

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\alpha}_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.00306	97,000	266,533	267,200	0.815591	0.002496	26,537,379
1952	276,400	1000	1.02915	0.00306	91,000	555,498	558,402	1.699823	0.005201	27,309,315
1953	285,600	1000	1.02968	0.00306	90,000	866,862	873,955	2.652596	0.008117	28,115,985
1954	294,800	1000	1.03021	0.00306	91,000	1,200,240	1,213,882	3.672734	0.011239	28,959,325
1955	304,000	1000	1.03075	0.00306	93,000	1,554,881	1,577,854	4.757937	0.014559	29,842,310
1956	313,200	1000	1.03128	0.00306	95,000	1,929,669	1,965,177	5.904786	0.018069	30,765,125
1957	322,400	1000	1.03182	0.00306	98,000	2,323,023	2,374,677	7.108451	0.021752	31,733,955
1958	331,600	1000	1.03196	0.00306	99,000	2,733,034	2,804,812	8.363085	0.025591	32,733,729
1959	340,800	1000	1.03210	0.00306	102,000	3,155,262	3,251,321	9.655103	0.029545	33,766,705
1960	350,000	1000	1.03225	0.00306	105,000	3,586,455	3,711,081	10.974554	0.033582	34,832,586
1961	363,000	1000	1.03239	0.00306	109,000	4,026,736	4,184,512	12.321812	0.037705	35,943,305
1962	376,000	1000	1.03254	0.00306	112,000	4,472,338	4,667,812	13.685353	0.041877	37,086,311
1963	389,000	1000	1.03261	0.00306	116,000	4,919,570	5,157,133	15.053885	0.046065	38,275,382
1964	402,000	1000	1.03268	0.00306	119,000	5,363,995	5,647,656	16.413825	0.050226	39,491,666
1965	415,000	1000	1.03275	0.00306	123,000	5,801,998	6,135,315	17.754113	0.054328	40,750,409
1966	428,000	1000	1.03282	0.00306	127,000	6,230,274	6,616,252	19.064639	0.058338	42,051,048
1967	441,000	2000	1.03289	0.00408	175,000	6,692,194	7,086,940	13.652076	0.055700	43,401,141
1968	454,000	2000	1.03269	0.00408	180,000	7,142,232	7,593,646	14.570154	0.059446	44,786,341
1969	467,000	2000	1.03249	0.00408	186,000	7,574,207	8,083,824	15.451381	0.063042	46,208,662
1970	480,000	2000	1.03229	0.00408	192,000	7,985,788	8,554,374	16.291007	0.066467	47,666,700

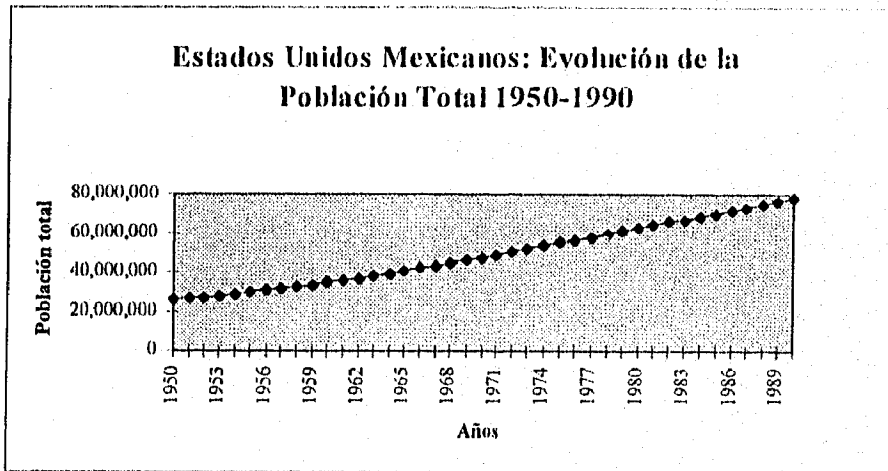
Continuación CUADRO III.14

Año	σ_Q^2	σ_K^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.03209	0.00408	198,000	8,380,450	9,008,836	17.096119	0.069752	49,158,675
1972	518,000	2000	1.03190	0.00408	205,000	8,756,566	9,444,938	17.863394	0.072883	50,700,385
1973	537,000	2000	1.03065	0.00408	208,000	9,113,170	9,861,145	18.590867	0.075851	52,216,290
1974	556,000	2000	1.02941	0.00408	215,000	9,432,708	10,236,368	19.242724	0.078510	53,728,737
1975	575,000	2000	1.02816	0.00408	221,000	9,715,876	10,570,699	19.820387	0.080867	55,216,530
1976	594,000	2000	1.02692	0.00408	227,500	9,963,759	10,864,779	20.326068	0.082930	56,687,533
1977	613,000	4000	1.02568	0.00714	412,000	9,739,991	11,120,428	17.385885	0.124135	58,150,193
1978	632,000	4000	1.02533	0.00714	425,000	9,554,020	10,878,661	17.053926	0.121765	59,628,917
1979	651,000	6000	1.02498	0.00816	498,500	9,560,424	10,695,157	13.002177	0.106098	61,134,158
1980	670,000	6000	1.02463	0.00816	511,000	9,575,502	10,714,029	13.022682	0.106265	62,657,173
1981	684,000	7000	1.02428	0.00918	589,500	9,507,981	10,737,000	12.469038	0.114466	64,202,166
1982	698,000	7000	1.02393	0.00918	604,000	9,457,990	10,673,294	12.403479	0.113864	65,764,890
1983	712,000	7000	1.02352	0.00918	618,500	9,422,459	10,628,066	12.356882	0.113436	67,342,737
1984	726,000	7000	1.02313	0.00918	633,500	9,397,957	10,596,904	12.324750	0.113141	68,935,925
1985	740,000	7000	1.02274	0.00918	648,500	9,382,877	10,577,735	12.304973	0.112960	70,543,097
1986	754,000	7000	1.02235	0.00918	663,500	9,375,581	10,568,463	12.295405	0.112872	72,161,857
1987	768,000	7000	1.02196	0.00918	678,500	9,374,708	10,567,353	12.294259	0.112861	73,790,024
1988	782,000	7500	1.02158	0.01020	770,500	9,220,597	10,572,966	12.540012	0.127908	75,426,923
1989	796,000	7500	1.02121	0.01020	787,500	9,103,169	10,418,852	12.380309	0.126279	77,073,735
1990	810,000	7500	1.02083	0.01020	805,500	9,014,925	10,303,420	12.260299	0.125055	78,741,248

GRAFICA III.14.A



GRAFICA III.14.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO III.15

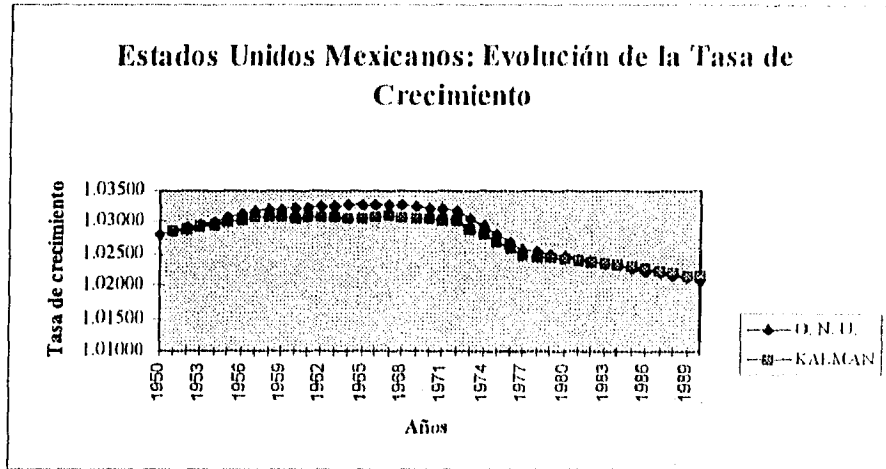
Año	σ_Q^2	σ_R^2	Q_k	H_k	z_k	$\alpha_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.00315	97,000	266,493	267,200	0.839454	0.002644	26,535,753
1952	276,400	1000	1.02915	0.00315	91,000	555,284	558,360	1.749144	0.005510	27,303,723
1953	285,600	1000	1.02968	0.00315	90,000	866,219	873,729	2.728590	0.008595	28,103,682
1954	294,800	1000	1.03021	0.00315	91,000	1,198,770	1,213,201	3.776126	0.011895	28,937,217
1955	304,000	1000	1.03075	0.00315	93,000	1,552,019	1,576,294	4.888860	0.015400	29,806,982
1956	313,200	1000	1.03128	0.00315	95,000	1,924,664	1,962,136	6.062691	0.019097	30,712,760
1957	322,400	1000	1.03182	0.00315	98,000	2,314,930	2,369,354	7.292030	0.022970	31,660,538
1958	331,600	1000	1.03196	0.00315	99,000	2,720,709	2,796,196	8.570235	0.026996	32,634,517
1959	340,800	1000	1.03210	0.00315	102,000	3,137,389	3,238,196	9.882775	0.031131	33,637,153
1960	350,000	1000	1.03225	0.00315	105,000	3,561,567	3,692,042	11.218935	0.035340	34,668,011
1961	363,000	1000	1.03239	0.00315	109,000	3,993,240	4,157,992	12.578706	0.039623	35,739,185
1962	376,000	1000	1.03254	0.00315	112,000	4,428,565	4,632,111	13.949980	0.043942	36,837,841
1963	389,000	1000	1.03261	0.00315	116,000	4,863,828	5,110,465	15.321057	0.048261	37,978,092
1964	402,000	1000	1.03268	0.00315	119,000	5,294,636	5,588,219	16.678103	0.052536	39,140,970
1965	415,000	1000	1.03275	0.00315	123,000	5,717,477	6,061,348	18.010054	0.056732	40,342,234
1966	428,000	1000	1.03282	0.00315	127,000	6,129,206	6,526,105	19.306999	0.060817	41,581,584
1967	441,000	2000	1.03289	0.00420	175,000	6,574,434	6,979,129	13.806311	0.057987	42,872,090
1968	454,000	2000	1.03269	0.00420	180,000	7,006,508	7,468,012	14.713668	0.061797	44,194,091
1969	467,000	2000	1.03249	0.00420	186,000	7,419,545	7,939,081	15.581044	0.065440	45,550,250
1970	480,000	2000	1.03229	0.00420	192,000	7,811,485	8,389,499	16.404119	0.068897	46,939,516

WORLD BANK
 DATA ON STATE WISE

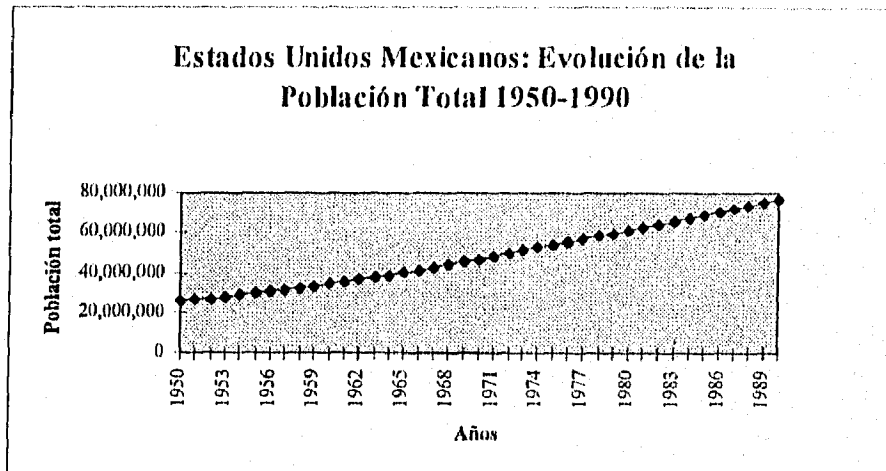
Continuación CUADRO III.15

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.03209	0.00420	198,000	8,186,059	8,823,095	17.190723	0.072201	48,360,441
1972	518,000	2000	1.03190	0.00420	205,000	8,541,893	9,237,870	17.937976	0.075339	49,829,243
1973	537,000	2000	1.03065	0.00420	208,000	8,878,268	9,632,558	18.644363	0.078306	51,270,407
1974	556,000	2000	1.02941	0.00420	215,000	9,178,378	9,986,846	19.274594	0.080953	52,708,161
1975	575,000	2000	1.02816	0.00420	221,000	9,443,212	10,301,189	19.830746	0.083289	54,121,775
1976	594,000	2000	1.02692	0.00420	227,500	9,674,093	10,576,542	20.315596	0.085326	55,519,633
1977	613,000	4000	1.02568	0.00735	412,000	9,436,619	10,814,957	17.339787	0.127447	56,891,897
1978	632,000	4000	1.02533	0.00735	425,000	9,241,545	10,559,507	16.981338	0.124813	58,286,761
1979	651,000	6000	1.02498	0.00840	498,500	9,240,165	10,366,651	12.936232	0.108664	59,717,751
1980	670,000	6000	1.02463	0.00840	511,000	9,248,840	10,377,570	12.948375	0.108766	61,168,586
1981	684,000	7000	1.02428	0.00945	589,500	9,177,140	10,394,048	12.389139	0.117077	62,640,723
1982	698,000	7000	1.02393	0.00945	604,000	9,124,203	10,326,192	12.317674	0.116402	64,132,970
1983	712,000	7000	1.02352	0.00945	618,500	9,086,644	10,278,112	12.266969	0.115923	65,642,408
1984	726,000	7000	1.02313	0.00945	633,500	9,060,837	10,245,106	12.232130	0.115594	67,169,062
1985	740,000	7000	1.02274	0.00945	648,500	9,044,981	10,224,839	12.210724	0.115391	68,711,334
1986	754,000	7000	1.02235	0.00945	663,500	9,037,300	10,215,024	12.200355	0.115293	70,266,660
1987	768,000	7000	1.02196	0.00945	678,500	9,036,327	10,213,781	12.199041	0.115281	71,832,719
1988	782,000	7500	1.02158	0.01050	770,500	8,884,816	10,219,560	12.438743	0.130607	73,406,350
1989	796,000	7500	1.02121	0.01050	787,500	8,770,358	10,068,422	12.278502	0.128924	74,991,689
1990	810,000	7500	1.02083	0.01050	805,500	8,685,193	9,956,343	12.159270	0.127672	76,599,118

GRAFICA III.15.A



GRAFICA III.15.B



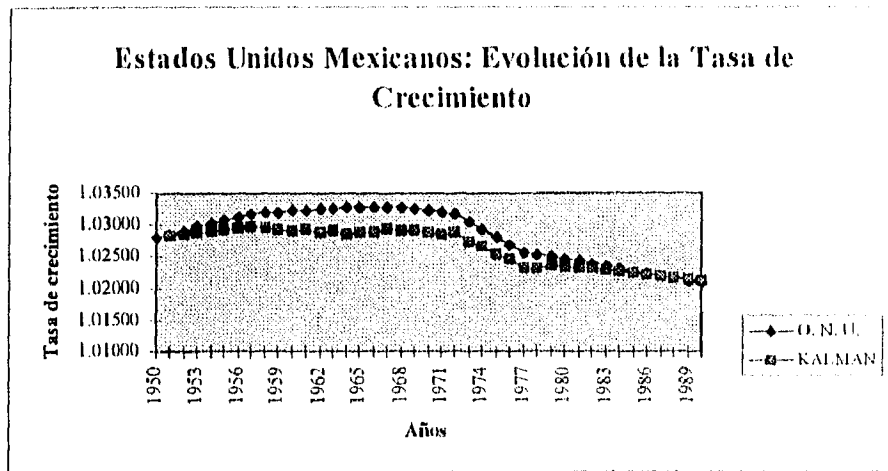
Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

CUADRO III.16

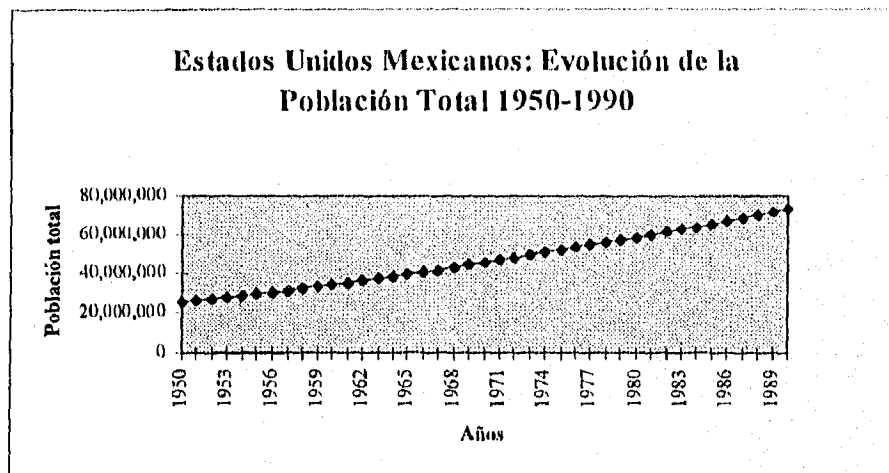
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\hat{\sigma}_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.0033	97,000	266,425	267,200	0.879202	0.002901	26,532,789
1952	276,400	1000	1.02915	0.0033	91,000	554,914	558,288	1.831216	0.006043	27,293,608
1953	285,600	1000	1.02968	0.0033	90,000	865,109	873,337	2.854860	0.009421	28,081,524
1954	294,800	1000	1.03021	0.0033	91,000	1,196,235	1,212,024	3.947576	0.013027	28,897,538
1955	304,000	1000	1.03075	0.0033	93,000	1,547,092	1,573,603	5.105402	0.016848	29,743,766
1956	313,200	1000	1.03128	0.0033	95,000	1,916,068	1,956,901	6.323024	0.020866	30,619,357
1957	322,400	1000	1.03182	0.0033	98,000	2,301,068	2,360,212	7.593525	0.025059	31,530,016
1958	331,600	1000	1.03196	0.0033	99,000	2,699,666	2,781,438	8.908896	0.029399	32,458,824
1959	340,800	1000	1.03210	0.0033	102,000	3,106,980	3,215,786	10.253033	0.033835	33,408,673
1960	350,000	1000	1.03225	0.0033	105,000	3,519,389	3,659,649	11.613983	0.038326	34,379,032
1961	363,000	1000	1.03239	0.0033	109,000	3,936,720	4,113,050	12.991175	0.042871	35,382,403
1962	376,000	1000	1.03254	0.0033	112,000	4,355,043	4,571,871	14.371642	0.047426	36,405,650
1963	389,000	1000	1.03261	0.0033	116,000	4,770,652	5,032,081	15.743152	0.051952	37,463,589
1964	402,000	1000	1.03268	0.0033	119,000	5,179,282	5,488,867	17.091630	0.056402	38,537,239
1965	415,000	1000	1.03275	0.0033	123,000	5,577,634	5,938,331	18.406193	0.060740	39,643,333
1966	428,000	1000	1.03282	0.0033	127,000	5,962,861	6,376,952	19.677441	0.064936	40,782,118
1967	441,000	2000	1.03289	0.0044	175,000	6,381,524	6,801,686	14.039354	0.061773	41,975,553
1968	454,000	2000	1.03269	0.0044	180,000	6,785,216	7,262,204	14.927476	0.065681	43,195,405
1969	467,000	2000	1.03249	0.0044	186,000	7,168,555	7,703,085	15.770821	0.069392	44,445,452
1970	480,000	2000	1.03229	0.0044	192,000	7,529,929	8,121,935	16.565845	0.072890	45,725,255

Continuación CUADRO III.16										
Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$c_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.03209	0.0044	198,000	7,873,476	8,523,063	17.321647	0.076215	47,033,919
1972	518,000	2000	1.03190	0.0044	205,000	8,198,221	8,904,903	18.036087	0.079359	48,388,303
1973	537,000	2000	1.03065	0.0044	208,000	8,503,812	9,266,610	18.708386	0.082317	49,712,996
1974	556,000	2000	1.02941	0.0044	215,000	8,774,605	9,589,084	19.304130	0.084938	51,035,135
1975	575,000	2000	1.02816	0.0044	221,000	9,012,006	9,873,317	19.826413	0.087236	52,334,667
1976	594,000	2000	1.02692	0.0044	227,500	9,217,668	10,120,708	20.278869	0.089227	53,620,690
1977	613,000	4000	1.02568	0.0077	412,000	8,961,060	10,333,627	17.250040	0.132825	54,857,261
1978	632,000	4000	1.02533	0.0077	425,000	8,753,969	10,059,209	16.851391	0.129756	56,127,003
1979	651,000	6000	1.02498	0.0088	498,500	8,742,202	9,854,062	12.821896	0.112833	57,447,040
1980	670,000	6000	1.02463	0.0088	511,000	8,742,481	9,854,417	12.822306	0.112836	58,790,232
1981	684,000	7000	1.02428	0.0099	589,500	8,665,795	9,862,440	12.255910	0.121334	60,154,178
1982	698,000	7000	1.02393	0.0099	604,000	8,609,597	9,789,715	12.176431	0.120547	61,541,836
1983	712,000	7000	1.02352	0.0099	618,500	8,570,025	9,738,583	12.120464	0.119993	62,949,762
1984	726,000	7000	1.02313	0.0099	633,500	8,543,155	9,703,900	12.082462	0.119616	64,377,656
1985	740,000	7000	1.02274	0.0099	648,500	8,526,898	9,682,932	12.059471	0.119389	65,823,533
1986	754,000	7000	1.02235	0.0099	663,500	8,519,282	9,673,111	12.048699	0.119282	67,284,557
1987	768,000	7000	1.02196	0.0099	678,500	8,518,691	9,672,349	12.047863	0.119274	68,758,189
1988	782,000	7500	1.02158	0.0110	770,500	8,371,673	9,678,940	12.278454	0.135063	70,238,045
1989	796,000	7500	1.02121	0.0110	787,500	8,262,190	9,532,893	12.117879	0.133297	71,732,072
1990	810,000	7500	1.02083	0.0110	805,500	8,182,068	9,426,389	12.000366	0.132004	73,250,046

GRAFICA III.16.A



GRAFICA III.16.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

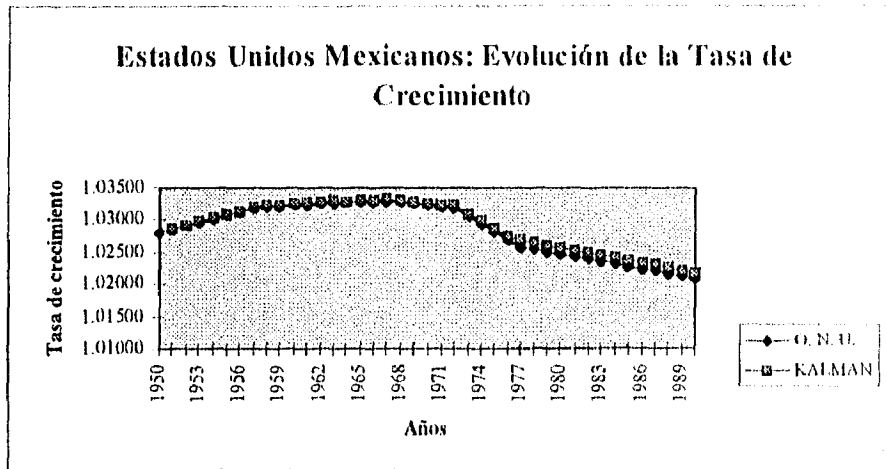
CUADRO III.17

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\sigma_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.003	97,970	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,539,175
1952	276,400	1000	1.02915	0.003	91,910	555,637	558,430	1.666911	0.005001	27,315,155
1953	285,600	1000	1.02968	0.003	90,900	867,280	874,103	2.601840	0.007806	28,128,475
1954	294,800	1000	1.03021	0.003	91,910	1,201,198	1,214,326	3.603594	0.010811	28,981,418
1955	304,000	1000	1.03075	0.003	93,930	1,556,749	1,578,871	4.670248	0.014011	29,877,305
1956	313,200	1000	1.03128	0.003	95,950	1,932,940	1,967,162	5.798820	0.017396	30,816,687
1957	322,400	1000	1.03182	0.003	98,980	2,328,322	2,378,156	6.984966	0.020955	31,806,045
1958	331,600	1000	1.03196	0.003	99,990	2,741,120	2,810,454	8.223359	0.024670	32,830,741
1959	340,800	1000	1.03210	0.003	103,020	3,167,014	3,259,932	9.501041	0.028503	33,893,123
1960	350,000	1000	1.03225	0.003	106,050	3,602,859	3,723,599	10.808577	0.032426	34,993,054
1961	363,000	1000	1.03239	0.003	110,090	4,048,871	4,201,990	12.146612	0.036440	36,142,536
1962	376,000	1000	1.03254	0.003	113,120	4,501,345	4,691,404	13.504036	0.040512	37,329,134
1963	389,000	1000	1.03261	0.003	117,160	4,956,622	5,188,059	14.869866	0.044610	38,566,553
1964	402,000	1000	1.03268	0.003	120,190	5,410,243	5,687,164	16.230730	0.048692	39,835,851
1965	415,000	1000	1.03275	0.003	124,230	5,858,539	6,184,635	17.575616	0.052727	41,152,045
1966	428,000	1000	1.03282	0.003	128,270	6,298,109	6,676,557	18.894328	0.056683	42,514,336
1967	441,000	2000	1.03289	0.004	176,750	6,771,469	7,159,301	13.542939	0.054172	43,924,708
1968	454,000	2000	1.03269	0.004	181,800	7,233,875	7,678,222	14.467751	0.057871	45,374,056
1969	467,000	2000	1.03249	0.004	187,860	7,678,950	8,181,557	15.357901	0.061432	46,863,948
1970	480,000	2000	1.03229	0.004	193,920	8,104,185	8,666,034	16.208371	0.064833	48,392,616

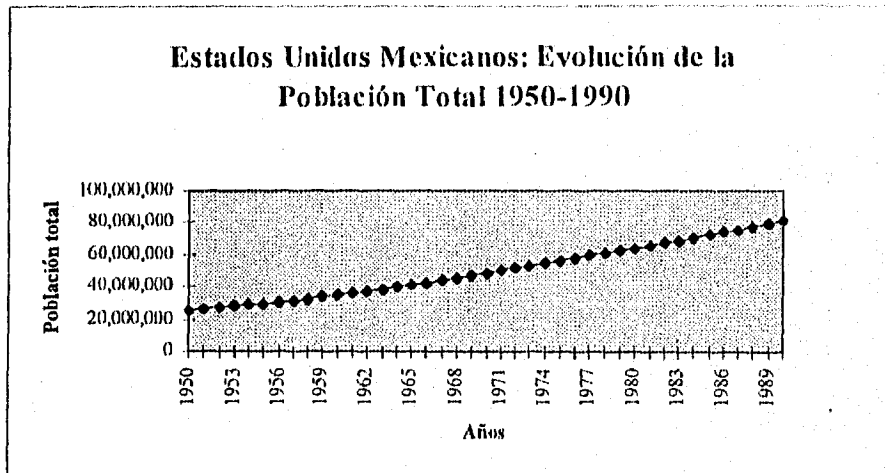
Continuación CUADRO III.17

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	z_K	$\hat{\sigma}_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.03209	0.004	199,980	8,512,882	9,135,003	17.025763	0.068103	49,957,923
1972	518,000	2000	1.03190	0.004	207,050	8,903,233	9,586,005	17.806467	0.071226	51,575,420
1973	537,000	2000	1.03065	0.004	210,080	9,274,106	10,017,320	18.548212	0.074193	53,168,691
1974	556,000	2000	1.02941	0.004	217,150	9,607,421	10,407,321	19.214842	0.076859	54,759,051
1975	575,000	2000	1.02816	0.004	223,210	9,903,662	10,755,839	19.807324	0.079229	56,324,590
1976	594,000	2000	1.02692	0.004	229,775	10,163,735	11,063,290	20.327470	0.081310	57,872,724
1977	613,000	4000	1.02568	0.007	416,120	9,950,149	11,331,316	17.412761	0.121889	59,432,493
1978	632,000	4000	1.02533	0.007	429,250	9,771,149	11,099,751	17.099510	0.119697	61,002,134
1979	651,000	6000	1.02498	0.008	503,485	9,783,486	10,923,424	13.044649	0.104357	62,587,841
1980	670,000	6000	1.02463	0.008	516,110	9,803,496	10,948,374	13.071328	0.104571	64,189,188
1981	684,000	7000	1.02428	0.009	595,395	9,739,347	10,976,363	12.522018	0.112698	65,813,538
1982	698,000	7000	1.02393	0.009	610,040	9,691,818	10,916,032	12.460909	0.112148	67,453,067
1983	712,000	7000	1.02352	0.009	624,685	9,658,055	10,873,219	12.417500	0.111757	69,105,466
1984	726,000	7000	1.02313	0.009	639,835	9,634,769	10,843,713	12.387560	0.111488	70,771,179
1985	740,000	7000	1.02274	0.009	654,985	9,620,488	10,825,628	12.369199	0.111323	72,449,083
1986	754,000	7000	1.02235	0.009	670,135	9,613,677	10,817,003	12.360441	0.111244	74,136,942
1987	768,000	7000	1.02196	0.009	685,285	9,613,050	10,816,210	12.359636	0.111237	75,832,710
1988	782,000	7500	1.02158	0.010	778,205	9,457,282	10,821,891	12.609710	0.126097	77,538,663
1989	796,000	7500	1.02121	0.010	795,375	9,337,905	10,665,863	12.450540	0.124505	79,252,481
1990	810,000	7500	1.02083	0.010	813,555	9,247,609	10,548,220	12.330146	0.123301	80,985,468

GRAFICA III.17.A



GRAFICA III.17.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

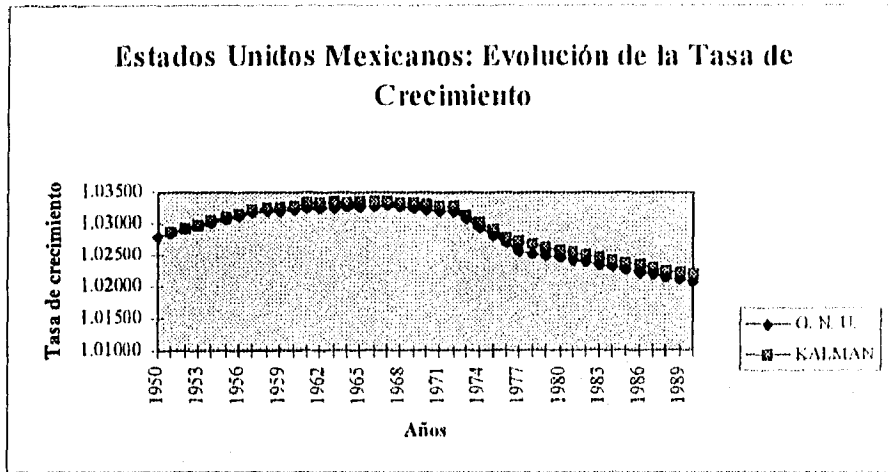
CUADRO III.18

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	Z_k	$\alpha_k = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.003	98,940	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,539,951
1952	276,400	1000	1.02915	0.003	92,820	555,637	558,430	1.666911	0.005001	27,317,465
1953	285,600	1000	1.02968	0.003	91,800	867,280	874,103	2.601840	0.007806	28,133,176
1954	294,800	1000	1.03021	0.003	92,820	1,201,198	1,214,326	3.603594	0.010811	28,989,486
1955	304,000	1000	1.03075	0.003	94,860	1,556,749	1,578,871	4.670248	0.014011	29,889,843
1956	313,200	1000	1.03128	0.003	96,900	1,932,940	1,967,162	5.798820	0.017396	30,834,895
1957	322,400	1000	1.03182	0.003	99,960	2,328,322	2,378,156	6.984966	0.020955	31,831,274
1958	331,600	1000	1.03196	0.003	100,980	2,741,120	2,810,454	8.223359	0.024670	32,864,272
1959	340,800	1000	1.03210	0.003	104,040	3,167,014	3,259,932	9.501041	0.028503	33,936,430
1960	350,000	1000	1.03225	0.003	107,100	3,602,859	3,723,599	10.808577	0.032426	35,047,652
1961	363,000	1000	1.03239	0.003	111,180	4,048,871	4,201,990	12.146612	0.036440	36,210,081
1962	376,000	1000	1.03254	0.003	114,240	4,501,345	4,691,404	13.504036	0.040512	37,411,165
1963	389,000	1000	1.03261	0.003	118,320	4,956,622	5,188,059	14.869866	0.044610	38,664,724
1964	402,000	1000	1.03268	0.003	121,380	5,410,243	5,687,164	16.230730	0.048692	39,951,603
1965	415,000	1000	1.03275	0.003	125,460	5,858,539	6,184,635	17.575616	0.052727	41,286,895
1966	428,000	1000	1.03282	0.003	129,540	6,298,109	6,676,557	18.894328	0.056683	42,669,704
1967	441,000	2000	1.03289	0.004	178,500	6,771,469	7,159,301	13.542939	0.054172	44,100,182
1968	454,000	2000	1.03269	0.004	183,600	7,233,875	7,678,222	14.467751	0.057871	45,570,855
1969	467,000	2000	1.03249	0.004	189,720	7,678,950	8,181,557	15.357901	0.061432	47,083,261
1970	480,000	2000	1.03229	0.004	195,840	8,104,185	8,666,034	16.208371	0.064833	48,635,494

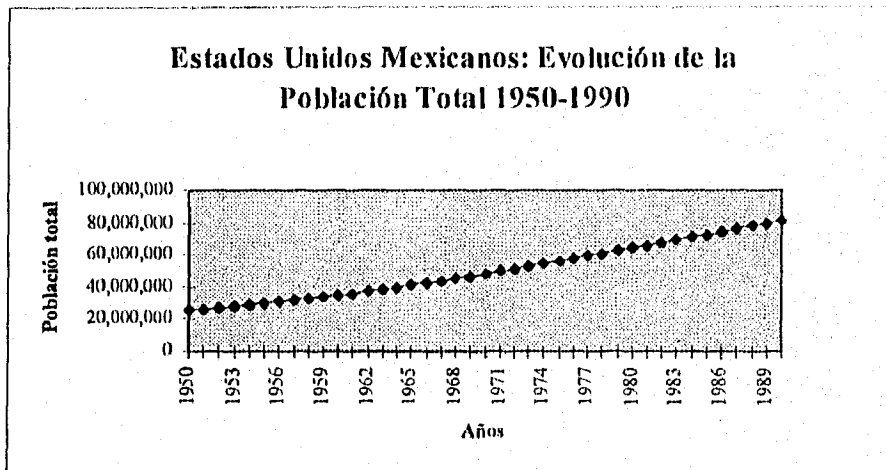
Continuación CUADRO III.18

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\alpha_K = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.03209	0.004	201,960	8,512,882	9,135,003	17.025763	0.068103	50,225,279
1972	518,000	2000	1.03190	0.004	209,100	8,903,233	9,586,005	17.806467	0.071226	51,868,205
1973	537,000	2000	1.03065	0.004	212,160	9,274,106	10,017,320	18.548212	0.074193	53,486,980
1974	556,000	2000	1.02941	0.004	219,300	9,607,421	10,407,321	19.214842	0.076859	55,103,194
1975	575,000	2000	1.02816	0.004	225,420	9,903,662	10,755,839	19.807324	0.079229	56,694,561
1976	594,000	2000	1.02692	0.004	232,050	10,163,735	11,063,290	20.327470	0.081310	58,268,429
1977	613,000	4000	1.02568	0.007	420,240	9,950,149	11,331,316	17.412761	0.121889	59,861,060
1978	632,000	4000	1.02533	0.007	433,500	9,771,149	11,099,751	17.099510	0.119697	61,461,765
1979	651,000	6000	1.02498	0.008	508,470	9,783,486	10,923,424	13.044649	0.104357	63,074,961
1980	670,000	6000	1.02463	0.008	521,220	9,803,496	10,948,374	13.071328	0.104571	64,703,060
1981	684,000	7000	1.02428	0.009	601,290	9,739,347	10,976,363	12.522018	0.112698	66,354,545
1982	698,000	7000	1.02393	0.009	616,080	9,691,818	10,916,032	12.460909	0.112148	68,020,328
1983	712,000	7000	1.02352	0.009	630,870	9,658,055	10,873,219	12.417500	0.111757	69,698,190
1984	726,000	7000	1.02313	0.009	646,170	9,634,769	10,843,713	12.387560	0.111488	71,388,684
1985	740,000	7000	1.02274	0.009	661,470	9,620,488	10,825,628	12.369199	0.111323	73,090,752
1986	754,000	7000	1.02235	0.009	676,770	9,613,677	10,817,003	12.360441	0.111244	74,802,209
1987	768,000	7000	1.02196	0.009	692,070	9,613,050	10,816,210	12.359636	0.111237	76,521,051
1988	782,000	7500	1.02158	0.010	785,910	9,457,282	10,821,891	12.609710	0.126097	78,250,574
1989	796,000	7500	1.02121	0.010	803,250	9,337,905	10,665,863	12.450540	0.124505	79,987,253
1990	810,000	7500	1.02083	0.010	821,610	9,247,609	10,548,220	12.330146	0.123301	81,742,624

GRAFICA III.18.A



GRAFICA III.18.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

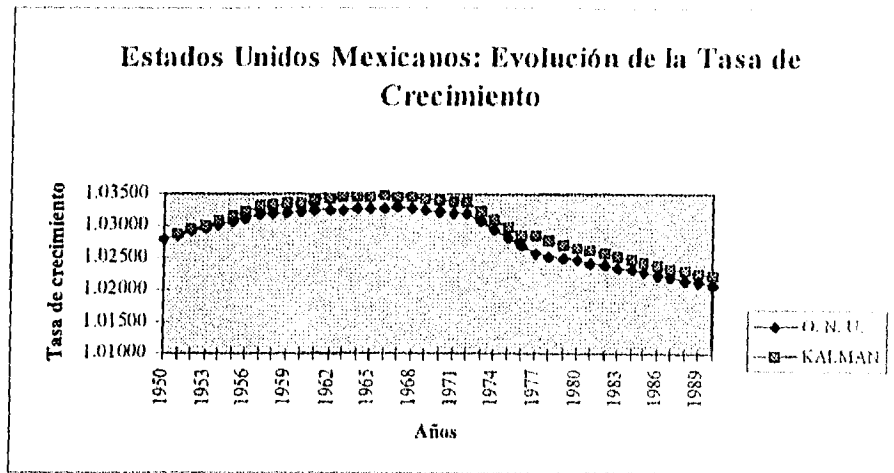
CUADRO III.19

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\sigma}_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.003	101,850	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,542,278
1952	276,400	1000	1.02915	0.003	95,550	555,637	558,430	1.666911	0.005001	27,324,398
1953	285,600	1000	1.02968	0.003	94,500	867,280	874,103	2.601840	0.007806	28,147,280
1954	294,800	1000	1.03021	0.003	95,550	1,201,198	1,214,326	3.603594	0.010811	29,013,689
1955	304,000	1000	1.03075	0.003	97,650	1,556,749	1,578,871	4.670248	0.014011	29,927,458
1956	313,200	1000	1.03128	0.003	99,750	1,932,940	1,967,162	5.798820	0.017396	30,889,518
1957	322,400	1000	1.03182	0.003	102,900	2,328,322	2,378,156	6.984966	0.020955	31,906,962
1958	331,600	1000	1.03196	0.003	103,950	2,741,120	2,810,454	8.223359	0.024670	32,964,865
1959	340,800	1000	1.03210	0.003	107,100	3,167,014	3,259,932	9.501041	0.028503	34,066,353
1960	350,000	1000	1.03225	0.003	110,250	3,602,859	3,723,599	10.808577	0.032426	35,211,443
1961	363,000	1000	1.03239	0.003	114,450	4,048,871	4,201,990	12.146612	0.036440	36,412,713
1962	376,000	1000	1.03254	0.003	117,600	4,501,345	4,691,404	13.504036	0.040512	37,657,259
1963	389,000	1000	1.03261	0.003	121,800	4,956,622	5,188,059	14.869866	0.044610	38,959,238
1964	402,000	1000	1.03268	0.003	124,950	5,410,243	5,687,164	16.230730	0.048692	40,298,856
1965	415,000	1000	1.03275	0.003	129,150	5,858,539	6,184,635	17.575616	0.052727	41,691,442
1966	428,000	1000	1.03282	0.003	133,350	6,298,109	6,676,557	18.894328	0.056683	43,135,806
1967	441,000	2000	1.03289	0.004	183,750	6,771,469	7,159,301	13.542939	0.054172	44,626,604
1968	454,000	2000	1.03269	0.004	189,000	7,233,875	7,673,222	14.467751	0.057871	46,161,250
1969	467,000	2000	1.03249	0.004	195,300	7,678,950	8,181,557	15.357901	0.061432	47,741,199
1970	480,000	2000	1.03229	0.004	201,600	8,104,185	8,666,034	16.208371	0.064833	49,364,126

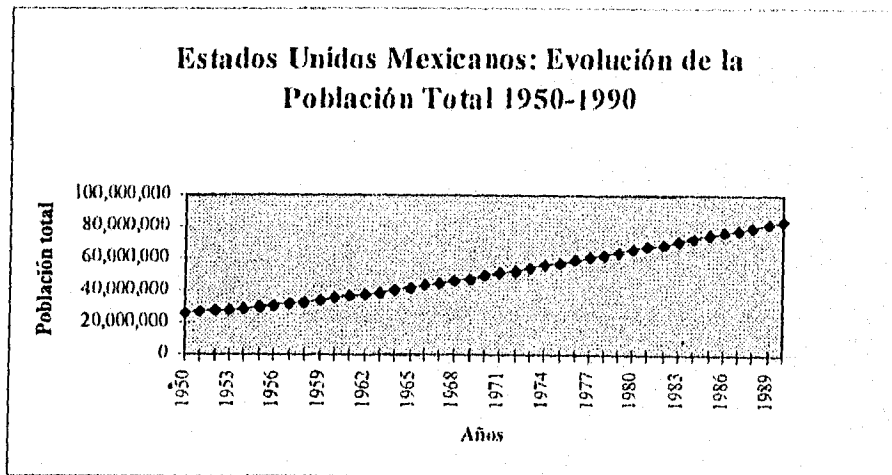
Continuación CUADRO III.19

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_K	H_K	Z_K	$\sigma_K^2 = P_K$	P_K	K_K	ρ_K	\hat{x}_K
1971	499,000	2000	1.03209	0.004	207,900	8,512,882	9,135,003	17.025763	0.068103	51,027,348
1972	518,000	2000	1.03190	0.004	215,250	8,903,233	9,586,005	17.806467	0.071226	52,746,560
1973	537,000	2000	1.03065	0.004	218,400	9,274,106	10,017,320	18.548212	0.074193	54,441,849
1974	556,000	2000	1.02941	0.004	225,750	9,607,421	10,407,321	19.214842	0.076859	56,135,626
1975	575,000	2000	1.02816	0.004	232,050	9,903,662	10,755,839	19.807324	0.079229	57,804,474
1976	594,000	2000	1.02692	0.004	238,875	10,163,735	11,063,290	20.327470	0.081310	59,455,544
1977	613,000	4000	1.02568	0.007	432,600	9,950,149	11,331,316	17.412761	0.121889	61,146,762
1978	632,000	4000	1.02533	0.007	446,250	9,771,149	11,099,751	17.099510	0.119697	62,840,656
1979	651,000	6000	1.02498	0.008	523,425	9,783,486	10,923,424	13.044649	0.104357	64,536,320
1980	670,000	6000	1.02463	0.008	536,550	9,803,496	10,948,374	13.071328	0.104571	66,244,675
1981	684,000	7000	1.02428	0.009	618,975	9,739,347	10,976,363	12.522018	0.112698	67,977,565
1982	698,000	7000	1.02393	0.009	634,200	9,691,818	10,916,032	12.460909	0.112148	69,722,109
1983	712,000	7000	1.02352	0.009	649,425	9,658,055	10,873,219	12.417500	0.111757	71,476,363
1984	726,000	7000	1.02313	0.009	665,175	9,634,769	10,843,713	12.387560	0.111488	73,241,198
1985	740,000	7000	1.02274	0.009	680,925	9,620,488	10,825,628	12.369199	0.111323	75,015,760
1986	754,000	7000	1.02235	0.009	696,675	9,613,677	10,817,003	12.360441	0.111244	76,798,012
1987	768,000	7000	1.02196	0.009	712,425	9,613,050	10,816,210	12.359636	0.111237	78,586,071
1988	782,000	7500	1.02158	0.010	809,025	9,457,282	10,821,891	12.609710	0.126097	80,386,304
1989	796,000	7500	1.02121	0.010	826,875	9,337,905	10,665,863	12.450540	0.124505	82,191,568
1990	810,000	7500	1.02083	0.010	845,775	9,247,609	10,548,220	12.330146	0.123301	84,014,090

GRAFICA III.19.A



GRAFICA III.19.B



Estados Unidos Mexicanos: Principales indicadores demográficos a partir del Filtro de Kalman

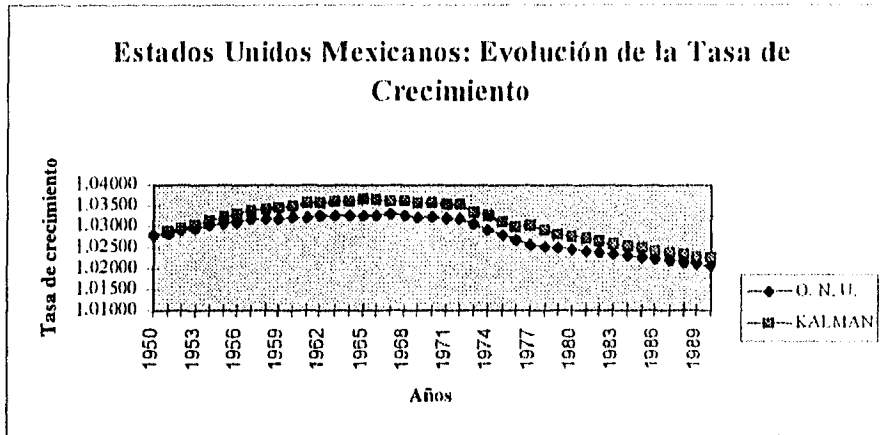
CUADRO III.20

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\sigma}_k^2 = P_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1950	258,000	1000	1.02808	0	0	0	0	0		25,800,000
1951	267,200	1000	1.02861	0.003	106,700	266,559	267,200	0.799677	0.002399	26,546,157
1952	276,400	1000	1.02915	0.003	100,100	555,637	558,430	1.666911	0.005001	27,335,952
1953	285,600	1000	1.02968	0.003	99,000	867,280	874,103	2.601840	0.007806	28,170,786
1954	294,800	1000	1.03021	0.003	100,100	1,201,198	1,214,326	3.603594	0.010811	29,054,027
1955	304,000	1000	1.03075	0.003	102,300	1,556,749	1,578,871	4.670248	0.014011	29,990,150
1956	313,200	1000	1.03128	0.003	104,500	1,932,940	1,967,162	5.798820	0.017396	30,980,558
1957	322,400	1000	1.03182	0.003	107,800	2,328,322	2,378,156	6.984966	0.020955	32,033,108
1958	331,600	1000	1.03196	0.003	108,900	2,741,120	2,810,454	8.223359	0.024670	33,132,520
1959	340,800	1000	1.03210	0.003	112,200	3,167,014	3,259,932	9.501041	0.028503	34,282,889
1960	350,000	1000	1.03225	0.003	115,500	3,602,859	3,723,599	10.808577	0.032426	35,484,429
1961	363,000	1000	1.03239	0.003	119,900	4,048,871	4,201,990	12.146612	0.036440	36,750,433
1962	376,000	1000	1.03254	0.003	123,200	4,501,345	4,691,404	13.504036	0.040512	38,067,416
1963	389,000	1000	1.03261	0.003	127,600	4,956,622	5,188,059	14.869866	0.044610	39,450,094
1964	402,000	1000	1.03268	0.003	130,900	5,410,243	5,687,164	16.230730	0.048692	40,877,612
1965	415,000	1000	1.03275	0.003	135,300	5,858,539	6,184,635	17.575616	0.052727	42,365,689
1966	428,000	1000	1.03282	0.003	139,700	6,298,109	6,676,557	18.894328	0.056683	43,912,643
1967	441,000	2000	1.03289	0.004	192,500	6,771,469	7,159,301	13.542939	0.054172	45,503,973
1968	454,000	2000	1.03269	0.004	198,000	7,233,875	7,678,222	14.467751	0.057871	47,145,242
1969	467,000	2000	1.03249	0.004	204,600	7,678,950	8,181,557	15.357901	0.061432	48,837,761
1970	480,000	2000	1.03229	0.004	211,200	8,104,185	8,666,034	16.208371	0.064833	50,578,512

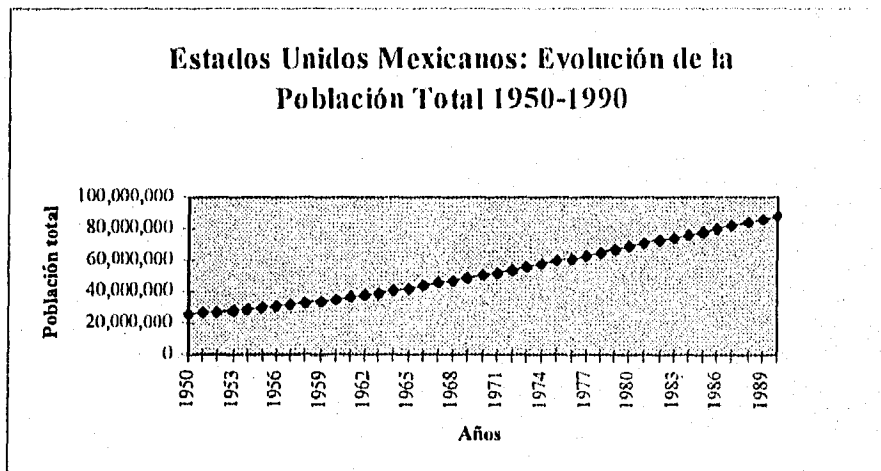
Continuación CUADRO III.20

Año	σ_Q^2	σ_R^2	ϕ_k	H_k	z_k	$\hat{\alpha}_k = \hat{\rho}_k$	P_k	K_k	ρ_k	\hat{x}_k
1971	499,000	2000	1.03209	0.004	217,800	8,512,882	9,135,003	17.025763	0.068103	52,364,128
1972	518,000	2000	1.03190	0.004	225,500	8,903,233	9,586,005	17.806467	0.071226	54,210,485
1973	537,000	2000	1.03065	0.004	228,800	9,274,106	10,017,320	18.548212	0.074193	56,033,298
1974	556,000	2000	1.02941	0.004	236,500	9,607,421	10,407,321	19.214842	0.076859	57,856,345
1975	575,000	2000	1.02816	0.004	243,100	9,903,662	10,755,839	19.807324	0.079229	59,654,330
1976	594,000	2000	1.02692	0.004	250,250	10,163,735	11,063,290	20.327470	0.081310	61,434,069
1977	613,000	4000	1.02568	0.007	453,200	9,950,149	11,331,316	17.412761	0.121889	63,289,599
1978	632,000	4000	1.02533	0.007	467,500	9,771,149	11,099,751	17.099510	0.119697	65,138,809
1979	651,000	6000	1.02498	0.008	548,350	9,783,486	10,923,424	13.044649	0.104357	66,971,919
1980	670,000	6000	1.02463	0.008	562,100	9,803,496	10,948,374	13.071328	0.104571	68,814,033
1981	684,000	7000	1.02428	0.009	648,450	9,739,347	10,976,363	12.522018	0.112698	70,682,599
1982	698,000	7000	1.02393	0.009	664,400	9,691,818	10,916,032	12.460909	0.112148	72,558,410
1983	712,000	7000	1.02352	0.009	680,350	9,658,055	10,873,219	12.417500	0.111757	74,439,985
1984	726,000	7000	1.02313	0.009	696,850	9,634,769	10,843,713	12.387560	0.111488	76,328,721
1985	740,000	7000	1.02274	0.009	713,350	9,620,488	10,825,628	12.369199	0.111323	78,224,107
1986	754,000	7000	1.02235	0.009	729,850	9,613,677	10,817,003	12.360441	0.111244	80,124,349
1987	768,000	7000	1.02196	0.009	746,350	9,613,050	10,816,210	12.359636	0.111237	82,027,772
1988	782,000	7500	1.02158	0.010	847,550	9,457,282	10,821,891	12.609710	0.126097	83,945,855
1989	796,000	7500	1.02121	0.010	866,250	9,337,905	10,665,863	12.450540	0.124505	85,865,426
1990	810,000	7500	1.02083	0.010	886,050	9,247,609	10,548,220	12.330146	0.123301	87,799,868

GRAFICA III.20.A



GRAFICA III.20.B



ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con el fin de poder evaluar los resultados obtenidos de las diferentes hipótesis expuestas anteriormente, se elaboró un cuadro resumen³¹ en el cual encontramos los resultados de las proyecciones de población para cada una de los diversos escenarios del cual podemos concluir lo siguiente:

- La población proyectada para el año 1990 según los casos en donde la varianza del error de la ecuación de transición σ_0^2 toma diferentes valores (uno, dos, cinco y diez por ciento) varía entre 80,229,031 habitantes para la más baja (uno por ciento) y 80,235,184 habitantes para la más alta (diez por ciento), esto es 6,153 habitantes de diferencia, como puede observarse para este caso las diferencias entre los resultados no son tan grandes y por lo tanto el efecto de la variación de valores para la varianza del error de la ecuación de transición muestra la robustez de esta ante el modelo.

- La población proyectada para el año 1990 según los casos en donde la varianza del error de la ecuación de observación σ_R^2 toma los valores de uno, dos, cinco y diez por ciento varía entre 80,221,421 habitantes para la más baja (diez por ciento) y 80,227,595 habitantes para la más alta (uno por ciento), esto es 6,174 habitantes de diferencia, para este caso al igual que el anterior, las diferencias entre los resultados no son tan grandes y por lo tanto el efecto de la variación de valores para la varianza del error de la ecuación de observación también muestra su robustez ante el modelo.

- La población proyectada para el año 1990 según los casos en donde la tasa de crecimiento demográfico anual ϕ_k toma los valores de uno, dos, cinco y diez por ciento varía entre 86,745,731 habitantes para la más baja (uno por ciento) y 116,670,203 habitantes para la más alta (diez por ciento), esto es 29,924,472 habitantes de diferencia, para este caso las diferencias entre los resultados son muy grandes y por lo tanto podemos ver que el efecto de

³¹ Ver cuadro resumen (1a., 2a. y 3a. parte)

variar los valores para la tasa de crecimiento demográfico anual muestra la sensibilidad de esta ante el modelo.

- Para los casos en donde la tasa de nacimientos evitados H_k toma los valores de uno, dos, cinco y diez por ciento, la población proyectada para el año 1990 varía entre 73,250,046 habitantes para la más baja (diez por ciento) y 79,478,730 para la más alta (uno por ciento), esto es 6,228,684 habitantes de diferencia, para este caso aunque las diferencias no son tan altas como el anterior, podemos apreciar cierta sensibilidad al variar los valores de la tasa de nacimientos evitados en el modelo.

- Por último, para los casos en donde los nacimientos evitados z_k toma los valores de uno, dos, cinco y diez por ciento, la población proyectada para el año 1990 varía entre 80,985,468 habitantes para la más baja (uno por ciento) y 87,799,868 habitantes para la más alta (diez por ciento), esto es 6,814,400 habitantes de diferencia, para este caso como en el anterior se puede apreciar la sensibilidad que existe al variar los valores de los nacimientos evitados en el modelo.

Como puede observarse, el hecho de que tanto la varianza del error de la ecuación de transición como la varianza del error de la ecuación de observación tomen diferentes valores no afecta en gran medida a los resultados obtenidos para las proyecciones de población, así pues, se puede apreciar que el modelo no se muestra sensible ante las variaciones de valores para estos casos. Para los supuestos en donde la tasa de nacimientos evitados y los nacimientos evitados toman diferentes valores se observa que la población proyectada para 1990 muestra una gran variación (al haber una diferencia de 6.22 y 6.81 millones de habitantes respectivamente), así pues existe una gran sensibilidad en el modelo al darle diferentes valores a la tasa de nacimientos evitados y a los nacimientos evitados, por lo tanto las variaciones de éstas deben de tratarse con mucho cuidado para que las poblaciones proyectadas sean las más correctas posibles. Por último, para el caso de la tasa de crecimiento demográfico anual podemos observar que no sería de gran utilidad el variar sus

valores ya que muestra su sensibilidad al modelo al afectar por completo los resultados de las proyecciones poblacionales.

En síntesis, las diferencias entre los diversos resultados de las proyecciones demográficas son grandes, y es aquí donde podemos apreciar la ventaja del uso del Filtro de Kalman ya que este nos permite establecer intervalos de confianza de las poblaciones, además, una vez que se conoce nueva información, se actualiza el sistema para proyectar la población. Asimismo, los pronósticos que se han realizado, principalmente se centran en técnicas de orden demográfico, pero no se ha hecho nada usando técnicas dinámicas como es el caso del Filtro de Kalman, que además de proporcionar intervalos de confianza en las estimaciones de población, nos permite aprovechar su potencial matemático de tipo teórico. También el Filtro de Kalman puede ser utilizado en la evaluación permanente de los objetivos planteados en materia poblacional, debido a que los componentes del crecimiento demográfico no son fijos y cambian con el tiempo, ya que dependen de la condiciones sociales y económicas.

Se sugiere que la contribución del Filtro de Kalman es importante por las siguientes razones básicas:

- Las ecuaciones del Filtro de Kalman proporcionan un procedimiento adecuado para poder hacer los cálculos de manera sencilla mediante un programa de computación, ya que su forma es sencilla y el número de datos requeridos es mínimo.
- Kalman planteó el problema en un sistema general, así puede uno analizar el comportamiento de los estimadores dentro de este sistema y con eso se puede ahondar en los resultados obtenidos.
- Ya que el Filtro de Kalman es un método recursivo, podemos ir actualizando nuestras estimaciones según se vaya contando con nueva información.

BIBLIOGRAFIA

- ♦ Benítez, R. y Cabrera, G. (1966), *Proyecciones de la población de México: 1960-1980*, Banco de México, México.
- ♦ Brown, R. G. (1983), *Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering*, Wiley, New York.
- ♦ CELADE (1991), *Boletín Demográfico*, Santiago de Chile.
- ♦ Harris, B. (1966), *Theory of probability*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
- ♦ INEGI (1994), *Estadísticas Históricas de México, Tomo I*, Aguascalientes, Ags.
- ♦ INEGI y Conapo (1985), *Proyecciones de la población de México y de las entidades federativas: 1980-2010*, S.P.P., México.
- ♦ Kendall, M. y Buckland, W. (1980), *Diccionario de Estadística*, Pirámide, Madrid.
- ♦ Macció, G. (1985), *Diccionario Demográfico Multilingüe*, CELADE.
- ♦ Morice, E. y Bertrand, M. (1991), *Diccionario de Estadística*, París, Francia.
- ♦ ONU (1992), *World Population Prospects: The 1992 Revision*, Nueva York.
- ♦ Ordorica Mellado, Manuel (1995), *El Filtro de Kalman en la Planeación Demográfica*, Ciudad Universitaria, Tesis de Doctorado, México.

- ♦ Parzen, E. (1962), *Stochastic Processes*, Holden-Day, San Francisco.

- ♦ Petersen, W. y Petersen, R. (1986), *Dictionary of Demography*, Greenwood Press, New York.

- ♦ Sorenson, H. W. (1985), *Kalman Filtering: Theory and Application*, IEEE Press, Piscataway, N. J.

ANEXO.

Glosario de Términos Estadísticos y Demográficos.

Análisis demográfico. Es la parte de la demografía que tiene por objeto controlar el volumen y la estructura de los fenómenos demográficos, identificar los efectos de cada fenómeno demográfico de los efectos de otros fenómenos demográficos llamados fenómenos perturbadores.

Censo. Estudio de una zona determinada que da como resultado la enumeración de toda la población y la recopilación de la información demográfica, social y económica concerniente a dicha población en un momento dado.

Correlación. Término general utilizado para definir la interdependencia aparente entre observaciones cualitativas o cuantitativas y comprendiendo en este sentido la asociación y la contingencia. La manera como dos o más variables fluctúan mutuamente se llama correlación.

Covarianza. Medida de la variabilidad conjunta de dos variables X y Y alrededor de sus medias.

Crecimiento de la Población. Es la variación de los efectivos de una población durante un período; la palabra crecimiento puede designar tanto un aumento como una disminución.

Demografía. Del griego *demos* (pueblo) + *graphie* (estudio). El estudio científico de las poblaciones humanas y de su dimensión, composición, distribución, densidad, crecimiento y otras características demográficas y socioeconómicas y de las causas y consecuencias de los cambios experimentados por esos factores.

Error cuadrático medio. Es un error típico, cuyo cuadrado es igual a la media de los cuadrados de los errores.

Error de estimación. Son los ocasionados por la utilización de estimadores sesgados.

Error de medición. El error de medición se debe al instrumento o procedimiento de medición, o bien, al observador.

Estimador. Fórmula o método de cálculo utilizado para efectuar una estimación puntual.

Estimador insesgado. Es aquel que tiene varianza mínima.

Matriz de covarianza. Para n variables, x_1, x_2, \dots, x_n , para las cuales la covarianza de x_i y x_j es c_{ij} , a la matriz cuadrada (c_{ij}) se le llama matriz de covarianza.

El Método de los Mínimos Cuadrados. Consiste en considerar un valor tal que la suma de los cuadrados de las desviaciones con respecto a el de los valores observados, es decir, los cuadrados de los residuales sea mínima, esto es, un ajuste por mínimos cuadrados de una línea recta es la recta para la cual la suma de los cuadrados de las desviaciones es un mínimo.

Nacimiento. Se define como nacimiento el resultado del alumbramiento o parto, entendiéndose que los nacimientos que resulten de un parto múltiple son contados como dos o más nacimientos según sea el caso.

Nacimientos evitados. Son aquellos nacimientos que hubieran ocurrido en el caso de que no hubiera habido prácticas de control natal, bajo la hipótesis de tasa de mortalidad constante o invariable. La tasa de nacimientos evitados se calcula con la tasa de crecimiento natural menos la tasa de crecimiento total.

Natalidad. Se emplea la palabra natalidad para designar la frecuencia de los nacimientos que ocurren en el seno de las poblaciones propiamente dichas tomadas como un conjunto.

Proceso estocástico. En el que intervienen factores o variables aleatorias, y en el que, por lo tanto, no se puede predecir con certeza el estado o situación final.

Ruido. En la teoría de la comunicación, y por extensión en otros procesos y en la investigación, se emplea este término para designar una serie de factores aleatorios, extraños al proceso, que lo interfieren y pueden perturbarlo. En general, todo factor que modifica un fenómeno y puede alterar sus efectos.

Ruido blanco. Esta definido como un proceso estocástico estacionario el cual tiene una función de densidad espectral constante. El término *blanco* proviene de la óptica donde la luz blanca contiene todas las frecuencias visibles, con estructura de covarianza conocida.

Tasa. El término tasa se empleaba originalmente para designar la frecuencia relativa con que un hecho o suceso se presenta dentro de una población o subpoblación en un determinado período de tiempo, generalmente un año.

Tasa de crecimiento. La tasa a la que una población aumenta (o disminuye) en un determinado año debido al incremento natural o a la migración, expresada como porcentaje de la población.

Varianza. Es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los valores observados o datos respecto a su media.