UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
''ACATLAN''

LOS PROCESOS DE POISSON EN LAS PROYECCIONES DE POBLACION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I A

P R E S E N T A

MARINA RODRIGUEZ SANCHEZ

ACATLAN, EDO. DE MEX. 1996

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"

DIVISION DE MATEMATICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE ACTUARIA Y M.A.C.

UNIVERSIDAD NACIONAL AVENIDA DE MEXICO

SRITA. MARINA RODRIGUEZ SANCHEZ
Alumna de la carrera de Actuaría
P r e s e n t e .

Por acuerdo a su solicitud presentada con fecha 4 de marzo de 1993, me complace notificarle que esta Jefatura tuvo a bien - asignarle el siguiente tema de tesis: "LOS PROCESOS DE POISSON EN LAS PROYECCIONES DE POBLACION", el cual se desarrollará como sigue:

INTRODUCCION
CAP. I Las Proyecciones de población por componentes.
CAP. II Los procesos de Poisson.
CAP. III Aplicación del proceso de Poisson en la estimación de la población.
CONCLUSIONES.
BIBLIOGRAFIA.

Asimismo, fué designado como Asesor de Tesis: PROFR. JAVIER GONZALEZ ROSAS, Profesor de esta Escuela.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento de lo especificado - en la Ley de Profesiones, deberá presentar servicio social durante un tiempo mínimo de sies meses como requisito básico para sustentar examen profesional así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis el título del - trabajo realizado. Esta comunicación deberá imprimirse en el interior de la tesis.

E.N.E.P. ACATLAN

A T E N T A M E N T E
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Acatlán, Edo. Méx. Julio 4 de 1996.

JEFATURA ... APLICADAS Y ...

ACT. LAURA MA. RIVERA BECERRA
Jefe del Programa de Actuaría
y M.A.C.

cg'

Gracias a Dios por haberme permitido terminar este trabajo.

Con todo mi amor a mis padres:

Porque me han enseñado que en esta vida triunfa el que trasciende, fracase o no.

A mis hermanas Ana María, Avelina, Hortencia, Rosalba y a mi hermano Alfredo: por los sueños que hemos compartido desde niños y que poco a poco se nos han hecho realidad.

Agradezco de una manera especial al maestro Mat. Javier González Rosas, por toda su ayuda y paciencia para la elaboración de este trabajo.

A todos los maestros que contribuyeron a mi formación profesional.

A todas las personas que han estado cerca de mi, y que de alguna forma me han apoyado para lograr una de mis metas.

Gracias a ti D.T.B.P. por este pensamiento: "Todo se le puede quitar a un hombre menos una cosa: la última de las libertades humanas, la de escoger nuestra actitud ante cualquier circunstancia, la de escoger nuestro propio camino ..."

OBJETIVO GENERAL:

Obtener proyecciones de la población total de México en el año 2020.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- **Mostrar como los conceptos del proceso estocástico de Poisson se pueden utilizar en la proyección de poblaciones humanas.**
- **Proyección de los nacimientos.**
- **Proyección de las defunciones.**
- **Proyección de las migraciones.**

INDICE

Pág.

INTRODUCCION

Desde el siglo pasado ha habido un marcado cambio en el enfoque de los requerimientos científicos. Desde entonces se ha venido aceptando que en muchas situaciones los modelos probabilísticos describen mejor la realidad que los determinísticos. También las observaciones tomadas en diferentes puntos del tiempo más que las tomadas en un período de tiempo fijo empezaron a llamar la atención de los probabilistas.

Muchos de los fenómenos que ocurren en la actualidad son estudiados no solamente como un fenómeno aleatorio, sino además como un fenómeno aleatorio que cambia en el tiempo, en el espacio o en ambos. La teoría probabilística surgida por las necesidades anteriores dio origen al concepto de Proceso Estocástico, el cual, definido desde el punto de vista probabilístico, es simplemente una familia de variables aleatorias que son funciones del tiempo.

Es importante resaltar que, la teoría de los procesos estocásticos ha sido ampliamente desarrollada por diversos estudiosos de la probabilidad. Sin embargo, en México existen pocas investigaciones donde se hayan hecho aplicaciones de algún tipo de proceso estocástico.

Es por esto que, el objetivo principal de este trabajo es mostrar cómo algunos resultados de la teoría de los Procesos Estocásticos de Poisson, se pueden aplicar en la estimación del total de la población mexicana en el período comprendido entre los años de 1995 a 2020. Cabe resaltar también que, no obstante que la aplicación en este caso se hizo en poblaciones humanas, los resultados se pueden aplicar en diversos tipos de poblaciones.

Las finalidades de los cálculos sobre la evolución futura de la población pueden ser diversas. Actualmente con la generalización de la planificación económica, dichos cálculos con frecuencia tratan de constituir previsiones, pero también pueden ejemplificar en un sentido dinámico, las consecuencias de tal o cual evolución de los fenómenos demográficos que determinan el tamaño de las poblaciones humanas.

El desarrollo del trabajo se divide de la siguiente manera: En el primer capítulo se abordan los principales componentes que afectan el cambio de la población y que son: la fecundidad, la mortalidad y la migración.

En el segundo capítulo se describen algunos aspectos de los procesos estocásticos, y en particular se describen con más detalle algunos resultados de los procesos de Poisson. Finalmente se hace una identificación de los conceptos básicos de los procesos de Poisson con los componentes demográficos que inciden en el cambio de la población.

En el tercer capítulo se presenta un diagnóstico del país lo más actualizado posible con respecto a la fecundidad, a la mortalidad y a la migración y, finalmente se hace la estimación de los nacimientos, de las defunciones y de las migraciones desde el punto de vista de los procesos de Poisson, para obtener con estos componentes el volumen de la población mexicana en el período mencionado anteriormente.

CAPITULO I
LAS PROYECCIONES DE POBLACION POR COMPONENTES

1.1 LA FECUNDIDAD

La tasa bruta de natalidad.

En el curso de la vida, el nacer precede necesariamente al morir y por ello parecería lógico que el estudio de la fecundidad precediera al de la mortalidad. Sin embargo, esta secuencia parece no presentarse en la demografía, campo en donde existe la convención de estudiar la mortalidad antes que la fecundidad. Una explicación de este hecho es que el estudio de la fecundidad es más complejo que el de la mortalidad. Por otra parte, desde el punto de vista histórico se inició primero la investigación de la mortalidad, ya que aun careciendo de registros y de censos fue posible desarrollar los conceptos de la tabla de mortalidad y estimar el valor de la esperanza de vida al nacer, usando únicamente los datos referentes a la edad de fallecimiento de las personas enterradas en los cementerios.

Paralelamente al hecho anterior, podría pensarse en el uso de los registros de bautismos, los que según la costumbre eran llevados por casi todos lo países de Europa y que podrían considerarse aproximadamente como equivalentes a un registro parroquial de los nacimientos. En la fecundidad, los datos principales requeridos no corresponden al recién nacido, sino a la madre o al padre, referidos al momento del nacimiento. Estos datos generalmente no se incluían en los registros de los bautismos.

Las primeras medidas de la fecundidad se iniciaron a imitación de las ya desarrolladas para estudiar la mortalidad. Así, la tasa bruta de natalidad corresponde a la tasa bruta de mortalidad y la tasa bruta de reproducción es el equivalente a la esperanza de vida al nacer. Sin embargo, esos índices no son enteramente satisfactorios como medidas del nivel de fecundidad, debido a la complejidad del fenómeno, por cuya causa fue necesario experimentar con otros índices.

Como paso previo a las medidas que involucran poblaciones más específicas, al estudiar la fecundidad se calcula el índice más global, la tasa bruta de natalidad la cual se define como; **la relación por cociente entre el número de nacimientos ocurridos durante cierto período de tiempo y la población media en cuyo seno ocurren dichos nacimientos**, es decir, la población media durante el período considerado, que por lo general es un año. La tasa bruta de natalidad se expresa en nacimientos por mil habitantes, de aquí que la relación se multiplique siempre por mil.

En realidad, sólo una fracción considerablemente limitada de la población femenina está en posibilidad de tener hijos. Por lo que la tasa bruta de natalidad es la única medida de la fecundidad que utiliza en su denominador personas que no están en edad reproductiva y que, por consiguiente, por mucho que se esfuerce la imaginación no pueden considerarse expuestas a la capacidad de procrear. Es por esto que la exactitud de la tasa bruta de natalidad, como medida de la fecundidad, adolece de serias limitaciones. Aunque todas las medidas de la fecundidad presentan fallas, la tasa bruta de natalidad es la única que se ve afectada por los cambios en la proporción de edades no reproductivas.

En igualdad de otros factores (variables), el valor de la tasa bruta de natalidad dependerá fundamentalmente de la importancia relativa de los lapsos de edad fértiles. Sin embargo, la diversidad de las estructuras de población se expresa mediante diferencias menos considerables en importancia relativa de las edades adultas avanzadas, de suerte que la heterogeneidad de las estructuras de la población no constituye un factor de variabilidad tan importante para la tasa bruta de natalidad como para la tasa bruta de mortalidad.

El uso de la población total en el denominador en el caso de la tasa bruta de natalidad, parecería constituir una limitación mayor que en el caso de la tasa bruta de mortalidad, debido a que en el primero no está expuesta toda la población al riesgo de concebir. Sin embargo, existe un tipo de situación en la cual la tasa bruta de natalidad se ve mucho menos afectada que la tasa bruta de mortalidad.

Al igual que las demás medidas de la fecundidad aquí presentadas, la tasa bruta de natalidad adolece de ser generalmente usada como medida transversal de la fecundidad y no longitudinal. En tanto que tres medidas: **la tasa global de fecundidad, la tasa bruta de reproducción y la tasa neta de reproducción** pueden usarse transversalmente o longitudinalmente, la tasa bruta de natalidad no se presta tan fácilmente al uso longitudinal; y de hecho no se utiliza.

La tasa bruta de natalidad es una de las medidas de la fecundidad que se emplea con mayor frecuencia. Esto se debe en parte a su importancia práctica como medida de la fecundidad y en parte a la simplicidad de los datos requeridos. No se necesita conocer la estructura por edad de una población; sólo se requiere de una cifra del total de nacimientos correspondientes a un período de doce meses y una enumeración de personas.

La tasa bruta de natalidad puede emplearse en casi todas las situaciones en que se requiere una medida de la fecundidad. En los casos en que es conveniente y existe una medición más refinada, frecuentemente la tasa bruta de natalidad se usa al mismo tiempo con el objeto de lograr mayor claridad y comprensión. La tasa bruta de natalidad se conoce tan bien y su significado se capta tan rápidamente, que cuando se usa una medida más refinada ésta se acompaña con la tasa bruta para facilitar la comprensión.

Un caso en que no se recomienda el uso de la tasa bruta de natalidad se presenta en el planteamiento de las hipótesis de fecundidad en las proyecciones de población. Es preferible en este caso usar una medida de la fecundidad que no se vea afectada por los cambios en la estructura por sexo y edad. Por ejemplo, la proyección de una tendencia de la fecundidad decreciente, de acuerdo con la tasa bruta de natalidad, puede significar una fecundidad creciente si existe una proporción decreciente de la población femenina en edad reproductiva en la población proyectada.

Fecundidad general.

La tasa de fecundidad general se define simbólicamente como

$$TFG = \frac{B}{N_{F(15-49)}}$$

donde:

- TFG representa la tasa de fecundidad general
- B representa el número de nacimientos ocurridos y
- $N_{F(15-49)}$ representa el número medio de mujeres en edad reproductiva.

Si se divide el numerador y el denominador de la tasa de fecundidad general por N (donde N es la población total), se puede ver fácilmente que es equivalente a la tasa bruta de natalidad dividida por la proporción que representa a las mujeres en edad reproductiva dentro de la población total.

Debido a que la tasa de fecundidad general relaciona los nacimientos directamente con las mujeres en edad de reproducción y no con la población total, como medida de la fecundidad está mucho menos sujeta a deformaciones por la composición de la población por sexo y edad. Pueden distinguirse dos formas en que la composición de una población según el sexo y la edad, intervienen en una medida de la fecundidad: a) la proporción de mujeres en edad de reproducción dentro de la población total, y b) la medida en que las mujeres en edad reproductiva se concentran en mayor o menor grado en aquellas edades en que la fecundidad es más alta.

decreciente, de acuerdo con la tasa bruta de natalidad, puede significar una fecundidad creciente si existe una proporción decreciente de la población femenina en edad reproductiva en la población proyectada.

Fecundidad general.

La tasa de fecundidad general se define simbólicamente como

$$TFG = \frac{B}{N_{F(15-49)}}$$

donde:

- TFG representa la tasa de fecundidad general
- B representa el número de nacimientos ocurridos y
- $N_{F(15-49)}$ representa el número medio de mujeres en edad reproductiva.

Si se divide el numerador y el denominador de la tasa de fecundidad general por N (donde N es la población total), se puede ver fácilmente que es equivalente a la tasa bruta de natalidad dividida por la proporción que representa a las mujeres en edad reproductiva dentro de la población total.

Debido a que la tasa de fecundidad general relaciona los nacimientos únicamente con las mujeres en edad de reproducción y no con la población total, como medida de la fecundidad está mucho menos sujeta a deformaciones por la composición de la población por sexo y edad. Pueden distinguirse dos formas en que la composición de una población, según el sexo y la edad, intervien en una medida de la fecundidad: a) la proporción de mujeres en edad de reproducción dentro de la población total, y b) la medida en que las mujeres de edad reproductiva se concentran en mayor o menor grado en aquellas edades en que la fecundidad es más alta.

La tasa de fecundidad general queda sujeta únicamente al segundo tipo de deformación, en tanto que la tasa bruta de natalidad queda sujeta a ambos. Por ejemplo, en dos países con el mismo nivel de fecundidad, el que tenga una mayor proporción de mujeres en edad de reproducción, a igualdad de los demás factores, tendrá proporcionalmente más nacimientos, por consiguiente, una tasa bruta de natalidad más alta y, en consecuencia, aparecerá (aquí está la deformación) con una fecundidad más alta. La tasa de fecundidad general no queda sujeta a este efecto extrínseco porque su denominador es el número de mujeres en edad de procreación. La existencia de una mayor proporción de mujeres en edad reproductiva dentro de la población total se traducirá en aumentos proporcionalmente iguales en el numerador y en el denominador, sin que cambie la tasa.

Sin embargo, tanto la tasa bruta de natalidad como la tasa de fecundidad general se ven afectadas por la distribución relativa de la población femenina en edad de reproducción; estas dos tasas, manteniéndose iguales otros factores, serán mayores en una población que tiene una mayor proporción de sus mujeres en edad reproductiva en las edades de más alta fecundidad. Como consecuencia de la mayor concentración de mujeres en estas edades, el numerador (el número de nacimientos) es proporcionalmente mayor que el denominador. En una comparación entre dos poblaciones a través de la tasa bruta de natalidad o la tasa de fecundidad general, el nivel de la fecundidad de la población con la mayor concentración quedará sobrestimado en relación con la otra población.

Al igual que la tasa bruta de natalidad, la tasa de fecundidad general también se ve afectada por la distribución relativa de la fecundidad. En la medida en que la fecundidad de una población se concentra en mayor grado en las mujeres más jóvenes de las edades reproductivas (edad en que la población casi invariablemente es más numerosa comparada con otra población) los nacimientos serán más numerosos y tanto el numerador como la medida de la fecundidad misma serán mayores.

Por su posición intermedia desde el punto de vista de su exposición a la influencia de los factores externos, por carecer de las ventajas prácticas de la tasa bruta de natalidad y por no estar completamente libre de la influencia de los valores extrínsecos, ni tampoco tiene la precisión de las medidas más refinadas de la fecundidad, tales como la tasa global de fecundidad o la tasa bruta de reproducción, la tasa de fecundidad general no se usa mucho para medir la fecundidad, dicha tasa parece ideal para medir la fecundidad en aquellos países que, no disponiendo de datos sobre los nacimientos según la edad de la madre, cuentan en cambio con la composición por sexo y edad de la población. En tales países, aunque la inexistencia de una clasificación de los nacimientos según la edad de la madre impide el cálculo de tasas por edad y, por consiguiente, el cómputo directo de medidas de la fecundidad, como la tasa global de fecundidad o la tasa bruta de reproducción, que elimina el efecto de la distribución de las mujeres dentro del período reproductivo, por lo menos se logra un mejoramiento sustancial en su precisión en relación con la tasa bruta de natalidad, eliminando el efecto de la proporción de mujeres en edad reproductiva dentro de la población total.

Tasa de fecundidad por edad

Las tasas de fecundidad por edad, se definen como la razón entre el número de hijos nacidos de madres de cierta edad o grupos de edades durante un período de doce meses y, la población femenina media de la misma edad o del mismo grupo de edades. Las tasas de fecundidad por edades individuales se expresan simbólicamente mediante la fórmula:

$$nf_x = \frac{B_{(x,x+n-1)}}{N_{F(x,x+n-1)}}$$

Donde:

nf_x representa la tasa de fecundidad de las mujeres de la edad x y x+n-1

$B_{(x,x+n-1)}$ representa el número de nacimientos ocurridos entre las mujeres de edad x y x+n-1 inclusive.

$N_{F(x,x+n-1)}$ representa el número de mujeres entre las edades x y x+n-1 inclusive.

Cuando n=5, las tasas se refieren a grupos quinquenales de edades, que es la forma más comúnmente usada.

A una edad determinada, se pueden calcular tres clases de tasas de fecundidad por edad; 1) de fecundidad general, 2) de fecundidad legítima y 3) de fecundidad ilegítima. La fecundidad general, se refiere a la fecundidad de las mujeres sin distinción de estado matrimonial. La fecundidad legítima a la de las mujeres casadas y la fecundidad ilegítima se refiere a la fecundidad de las mujeres no casadas.

La disminución continua y brusca de la tasa de fecundidad legítima, no podría explicarse por el sólo debilitamiento de las posibilidades fisiológicas; lo que explica ese descenso considerable desde edades tempranas, es esencialmente la modificación continua con el aumento de edad, de la población casada. Al principio, los efectivos son escasos y están compuestos por un porcentaje importante de mujeres cuyo matrimonio reciente ha sido provocado por una concepción prenupcial, factor de elevada fecundidad.

A medida que avanza la edad, los grupos de mujeres entre los que se calcula la tasa, están integrados por una creciente proporción de antiguas casadas que tienen una fecundidad menor a igual edad, con respecto a casadas recientes, esto se debe, a que generalmente ha quedado constituida, en lo esencial, la descendencia deseada o aceptada por las primeras.

En conclusión, en las poblaciones que no practican la limitación voluntaria de los nacimientos, se puede estudiar adecuadamente la fecundidad legítima a partir de tasas de fecundidad por edad; naturalmente será conveniente asegurarse de que la edad al contraer matrimonio no tenga influencia sobre la fecundidad de las mujeres a una edad determinada.

Por otra parte, en las poblaciones que practican la limitación voluntaria de los nacimientos, un estudio de fecundidad legítima, según la edad de la mujer, solo tiene sentido si se realiza haciendo intervenir la edad en el momento del matrimonio.

Las tasas de fecundidad por edad tienen la ventaja de que eliminan totalmente -o casi totalmente- el efecto de las diferencias de estructura por sexo y edad. La eliminación es completa cuando las tasas se calculan por edades individuales.

Cuando se emplean grupos quinquenales de edad, que es el caso más común, las diferencias en la distribución por edad dentro de un grupo de edad en que la fecundidad es muy distinta en las dos edades extremas del intervalo, pueden afectar a la comparación de la fecundidad respecto de ese grupo de edad. Por ejemplo en muchos países la fecundidad será considerablemente mayor a los 19 años que a los 15. Por lo tanto, la tasa de fecundidad para este grupo dependerá en parte de la distribución por edades de las mujeres de 15 a 19 años, según sean mayores o menores las proporciones correspondientes a las edades del extremo inferior o superior de este grupo de edad con respecto al total del grupo.

Las razones que justifican el empleo más frecuente de tasas por grupos quinquenales de edad son varias. Una de las más importantes consiste en el hecho de que generalmente no se dispone de los datos necesarios para calcular las tasas por años simples de edad. Los nacimientos registrados por edad de la madre raras veces se tabulan por años individuales de edad. Otra razón es la incomodidad de tener que trabajar con 35 tasas anuales diferentes en vez de una serie relativamente compacta de siete grupos entre los 15 y los 49 años de edad. Otro hecho que se toma en consideración, es el de que una mayor precisión de las tasas calculadas por años individuales puede verse anulada por las inexactitudes causadas por los errores en la declaración de la edad. Si bien en la práctica es más conveniente trabajar con grupos quinquenales de edad, sería útil, debido al supuesto de la fecundidad uniforme dentro de cada grupo de edad, disponer de información fidedigna sobre la distribución verdadera de la fecundidad dentro de los grupos quinquenales en que la fecundidad es probablemente menos uniforme.

Por sí mismas, las tasas de fecundidad por edad no son muy útiles para medir o comparar el nivel de la fecundidad. Por consiguiente, para los efectos de establecer o de comparar niveles de la fecundidad, las tasas por edad se usan principalmente como información necesaria para calcular medidas resumen de la fecundidad, que son más refinadas y más precisas que las que hemos considerado hasta ahora. Para calcular tasas tipificadas o medidas como la tasa global de fecundidad o la tasa bruta de reproducción, se necesitan ciertos datos o deben suponerse ciertos datos sobre la distribución de la fecundidad por edad.

Medidas resumen de la fecundidad

Aunque las tasas de fecundidad por edad no están expuestas a los efectos de las diferencias en la estructura por edad ni de las diferencias en la distribución relativa de la fecundidad, tienen la limitación de la ambivalencia en la interpretación. Aun en el caso de tasas quinquenales, comprenden siete tasas diferentes, cada una de las cuales generalmente conduce a una interpretación distinta al comparar el nivel de fecundidad entre dos poblaciones.

Una solución a esta dificultad consiste en usar formas tipificadas de una u otra de las medidas de fecundidad que están expuestas a estos efectos extrínsecos. El conocimiento de las tasas por edad permite la formulación de una tasa bruta de natalidad o una tasa de fecundidad general tipificada, en la cual las tasas de cada población se aplican a la estructura por edad y por sexo de una población tipo más o menos arbitrariamente seleccionada. Aunque estas tasas tipificadas eliminan realmente el efecto extrínseco de las diferencias de estructura por edad y por sexo, en general no eliminan todo, ni mantienen constante el efecto de las diferencias en la distribución relativa de la fecundidad. El efecto de este factor será parcialmente eliminado o acentuado según la naturaleza de la población tipo elegida.

Los demógrafos han ideado otras medidas para aprovechar la fecundidad por edad, cada una de ellas en forma tal que proporcione un índice único de resumen eliminando totalmente, al mismo tiempo, tanto el efecto de las diferencias en la composición por edad y por sexo como las diferencias en la distribución relativa de la fecundidad. Ellas son: **la tasa global de fecundidad y la tasa bruta de reproducción**. Por otra parte, tienen ciertas desventajas: 1) a causa de su naturaleza más técnica no son fácilmente comprendidas por los no demógrafos y 2) debido a que no pueden relacionarse directamente con las tasas anuales de crecimiento de la población, sus implicaciones prácticas no se reconocen tan fácilmente como sucede con las tasas brutas de natalidad.

La tasa global de fecundidad, es el número medio de hijos nacidos vivos por mujer, de una cohorte no expuesta a la mortalidad antes del término del período reproductivo y, sujeta a las tasas de fecundidad por edad mencionadas, se define simbólicamente como:

$$T.G.F. = \sum_{x=15}^{49} f_x$$

la tasa bruta de reproducción, que es el número medio de hijas nacidas vivas por mujer, de una cohorte de mujeres no expuestas a la mortalidad antes del término del período reproductivo y, sujetas a la tasa de fecundidad por edad, se define como:

$$T.B.R. = \sum_{x=15}^{49} f_x^F$$

donde f_x^F se refiere a la tasa por edad en relación con los nacimientos de hijas solamente.

En la práctica, estas definiciones son expresiones que no se utilizan al realizar los cálculos. En primer lugar se usan generalmente tasas quinquenales en vez de tasas anuales. En este caso, la tasa global de fecundidad y la tasa bruta de reproducción se transforman respectivamente en:

$$T.G.F.=5\sum_x f_x$$

y,

$$T.B.R.=5\sum_x f_x^F$$

Cuando se usan tasas quinquenales, la suma de las tasas debe multiplicarse por cinco, debido a la magnitud del grupo de edad, siendo que el promedio aproximado de cinco tasas por edades individuales, es alrededor de 1/5 de la suma de las tasas por edades individuales.

Otras divergencias con la definición teórica es que las tasas de fecundidad por edad en función de los nacimientos femeninos se usan rara vez en la práctica. Es más conveniente, sin pérdida seria de exactitud, calcular la tasa bruta de reproducción con tasas de fecundidad referentes a nacimientos de ambos sexos y luego ajustar la medida de fecundidad, calculada en esta forma, por medio de un factor que represente la proporción de nacimientos femeninos respecto del total de nacimientos. Este factor de ajuste puede basarse en la experiencia del país de que se trate y para el cual se está calculando la tasa, o puede representar la experiencia media de muchos países.

Las tasas de fecundidad por edad, se refieren a los nacimientos por edad de la madre durante un año determinado, en relación con la población femenina media en cada grupo para el cual se clasifican las edades de la madre. En este sentido, las tasas son transversales, para describir el número medio de hijos nacidos de una cohorte de mujeres, debe observarse que la cohorte así descrita es una cohorte sintética. Las tasas transversales por edad se refieren a la experiencia de siete cohortes quinquenales distintas, cada una en una etapa diferente de su edad fértil.

Una particularidad de estas medidas de fecundidad anuales radica en la noción de la cohorte sintética. Aun cuando se base en los nacimientos ocurridos durante el período de un año, las tasas ya no son tasas anuales en el mismo sentido que las otras tasas que se han estudiado en este curso. Estas tasas se refieren a hijos nacidos por mujer por cohorte (es decir, a través de todo el período reproductivo de la cohorte sintética), en tanto que la tasa bruta de natalidad describe a los hijos nacidos por 1000 personas por año y la fecundidad general, los hijos nacidos por 1000 mujeres por año.

La interpretación convencional de la tasa global de fecundidad y la tasa bruta de reproducción como la experiencia de fecundidad de una cohorte de mujeres no sujeta a mortalidad, causa la impresión de que estas medidas son tal vez irreales. En el uso corriente, la tasa bruta de reproducción está más bien considerada como la experiencia en fecundidad de una cohorte (sintética o real) de mujeres que sobreviven a través de la edad fértil, es decir, sin tomar en consideración las mujeres de la cohorte original que no sobreviven a través del período reproductivo.

Es posible, sin embargo, que las diferencias en la edad en que se tienen los hijos afecte al número de nacimientos y a la tasa de crecimiento de la población, aun cuando no afecten el nivel de fecundidad medido por el número medio de niños nacidos a través de toda la edad fértil. Si las mujeres de un país de alta fecundidad difieren su casamiento (pero sin disminuir el número de hijos que tienen en total), desplazarán la distribución relativa de la fecundidad hacia las edades más avanzadas donde reciben menos peso debido a la estructura piramidal de edad. Sin embargo, un tal cambio en la distribución relativa de la fecundidad, también afecta a la tasa bruta de natalidad y la tasa de crecimiento de la población, y no significa un cambio en el nivel de fecundidad.

1.2 LA MORTALIDAD

La mortalidad es uno de los componentes fundamentales y determinantes del tamaño y de la composición por sexo y edad de la población. La explicación del proceso de extinción de una generación a través de la edad concierne a la demografía, la medicina y la salud pública. Las dos últimas disciplinas encaran dicho problema desde el punto de vista de la etiología y causas de muerte, los medios para prevenirlas y los métodos terapéuticos para dominarlas. El demógrafo por su parte quiere conocer la forma en que las características físicas o biológicas, la organización social y el medio ambiente se relacionan con la mortalidad.

En los estudios de la mortalidad humana, en general se distinguen las influencias o factores ambientales de los biológicos. Estos últimos determinan la constitución de los individuos, entendiéndose por tal el conjunto de sus caraterísticas anatómicas, fisiológicas y psicológicas. El medio ambiente incluye, además del medio físico que rodea al hombre, aquellas influencias que resultan de su manera de vida, tales como la ocupación, los ingresos, los hábitos alimenticios y el tipo de comunidad en que vive.

Sin embargo, en los estudios demográficos es difícil aislar las influencias relativas de estos dos órdenes de factores, debido, por una parte, a la naturaleza de los procesos mórbidos que terminan con la muerte de los individuos y, por otra parte, a la clase de información estadística disponible para tales estudios. Desde el primer punto de vista, es un hecho que los individuos nacen con diversa aptitud para sobrevivir, desde aquellos productos de la concepción que mueren en estado embrionario hasta aquellas personas que alcanzan singular longevidad; pero mientras en muchos procesos mórbidos la disposición para la muerte está claramente ligada a factores congénitos (prematuridad, vicios congénitos de conformación, etc.) o a caracteres heredados, en muchos otros no se ha podido establecer que parte debe atribuirse a la constitución del individuo y cual a las influencias ambientales (alimentación, intensidad del trabajo, hábitos higiénicos, recreación, consumo de bebidas alcohólicas, etc. y tensiones de la vida moderna, causantes éstas en múltiples casos de enfermedades cardio-vasculares).

Desde el punto de vista arriba mencionado, es evidente que la demografía no dispone de información acerca de las características constitucionales de los individuos, de modo que el conocimiento del aspecto biológico corrientemente se reduce al sexo y la edad y, por supuesto, a lo que pudieran informar en ese sentido las causas de muerte. Podría decirse, entonces, que en los estudios demográficos, y para propósitos prácticos, los factores biológicos son considerados como influencias que se manifiestan invariables en el tiempo y el espacio. El riesgo de muerte en función de la edad y la mortalidad diferecial por sexo constituyen, los aspectos más importantes en que se manifiestan las influencias biológicas.

Los factores ambientales están más directamente relacionados con las tendencias de la mortalidad y, por consiguiente, con los problemas demográficos. En los últimos cincuenta años, el notable aumento de la longevidad debe atribuirse, principalmente, a los avances de la medicina, al mejoramiento y extensión de la asistencia médica, al saneamiento del medio y, en general, a la elevación del nivel de vida de las poblaciones.

En la investigación de la influencia de los diversos factores ambientales sobre los niveles y las tendencias de la mortalidad de distintas poblaciones, o de una misma población en el curso del tiempo, el conocimiento estadístico de las causas de muerte reviste la mayor importancia. Los antecedentes que se tienen de la historia natural de las enfermedades y de su etiología ambiental y social, permiten realizar provechosos estudios basados en esa información. Se ha podido establecer, por ejemplo, que los progresos más significativos en la reducción del nivel de la mortalidad se obtuvieron en los últimos 80 años debido al control de las enfermedades infecciosas y parasitarias, y puede esperarse que los mayores progresos que se alcancen en un futuro cercano en aquellas regiones del mundo que hoy día registran una mortalidad relativamente elevada, se logren también mediante la reducción de esas causas de muerte. Por otra parte, las posibilidades de disminuir sustancialmente la mortalidad en las poblaciones que en el presente registran bajos niveles, dependen de nuevas e importantes conquistas médicas sobre el cáncer y las enfermedades cardiovasculares.

La tasa bruta de mortalidad.

La tasa bruta es la medida más general y simple de la mortalidad de una población. La tasa de mortalidad mide la frecuencia relativa de las muertes de una población dada en un intervalo de tiempo específico, en particular durante un año civil. Por lo tanto, la tasa bruta de mortalidad anual es la razón entre el número de muertes ocurridas durante un año civil dado y la población media de dicho período, expresada, con fines comparativos por 1000 habitantes, o sea:

$$\text{TBM} = \frac{\text{Número de muertes ocurridas durante un año civil}}{\text{Población media del año}} \times 1000$$

Siguiendo análogo principio, se mide la mortalidad de cualquier segmento de la población, como la mortalidad por sexo, edad, estado civil, etc. La tasa de mortalidad de una edad x cualquiera es la razón entre el número de muertes de personas de dicha edad ocurridas durante un período determinado de tiempo -generalmente un año civil-, y la población media de igual edad en dicho período, expresada, por lo común, por cada 1000 habitantes.

Cabe aclarar que, el problema fundamental en toda tasa consiste en definir y enumerar apropiadamente el numerador y denominador de la razón respectiva. El denominador debe expresar, con la mayor aproximación posible, la población expuesta al riesgo de muerte, y el numerador, a su vez, las muertes ocurridas de esa población durante el tiempo de exposición al riesgo.

Definiendo las muertes y la población sobre la base del lugar de residencia, se consigue una comparación estricta entre ambos términos de la tasa. Desde este punto de vista, cabe distinguir las muertes de la población residente y las muertes ocurridas registradas en relación a una zona determinada. Nacionalmente, las diferencias que puedan existir entre ambas cifras, en condiciones normales, carecen de importancia; pero tienen un gran peso en zonas pequeñas, en especial en las grandes ciudades y su zona de influencia. Por dificultades para la asistencia médica, numerosas personas fallecen en los centros urbanos donde están situados los servicios médicos. Si las muertes se enumeran según el lugar de ocurrencia, la mortalidad de tales zonas se sobrestimaría.

El principio de la enumeración de las muertes según el lugar de residencia, está implícito en las normas redactadas por la Comisión de Estadística de las Naciones Unidas, cuando aconseja tabular los datos de estadísticas vitales según el lugar de residencia, con preferencia a la tabulación por lugar de ocurrencia. Adicionalmente, esas normas recomiendan tomar el lugar de residencia de la madre en los casos de muertes fetales y de niños menores de un año de edad. Concordando con estos principios de tabulación, se sugiere incluir en el formulario estadístico, entre los datos de primera prioridad, el lugar de residencia usual del fallecido o de la madre, según sea el caso; práctica seguida, generalmente, en los países que llevan buenas estadísticas vitales.

Respecto del denominador, de lo expuesto surge que hay que tomar la población residente. Este criterio plantea una situación especial para la mayoría de los países de América Latina, cuyos últimos censos consideraron la población de facto. La diferencia entre la población presente y población residente se espera sea de poca importancia en las divisiones administrativas mayores, o por regiones; pero puede ser importante en los centros urbanos relativamente grandes. Por esta circunstancia, hay que manejar con cautela las tasas de mortalidad calculadas con esa clase de estadísticas.

Como los censos sólo se realizan periódicamente, es necesario hacer estimaciones de población para los años intercensales. Como quiera que sea, el dato debe estar retenido a la mitad del año civil. En efecto, se puede pensar razonablemente que la población estimada a la mitad del año expresa con suficiente aproximación la población media del período anual y ésta, a su vez, la cantidad total de exposición al riesgo.

Otro elemento que interviene en la definición de los términos de la tasa de mortalidad resulta de la distinción entre fecha de ocurrencia y fecha de registro de las muertes. En la práctica, la diferencia entre ambas es mínima ya que los plazos legales o reglamentarios establecidos para registrar las defunciones son muy breves (dentro de las 24 horas en la mayoría de los países), teniendo en cuenta que para las inhumaciones se exige certificado de registro.

Por lo tanto, las estadísticas anuales basadas en la fecha de registro no intruducen un error significativo si el sistema de registro funciona con eficiencia. No obstante, como principio, recomiéndase que las tabulaciones finales se presenten respetando la fecha de ocurrencia.

Interpretación de las tasas de mortalidad.

El número de muertes que interviene en el cálculo de una tasa está sujeto a un error de muestreo mensurable. La importancia relativa del error aumenta, a medida que la cifra de muertes disminuye. Por lo tanto, la tasa anual de mortalidad de un pequeño núcleo de población con sólo unos pocos miles de habitantes, estará sujeta a un margen de variación relativamente grande.

El cálculo de tasas para grupos específicos de población o para subintervalos de un año (meses, trimestres, etc.), también plantea el problema práctico del error de muestreo en poblaciones numerosas. Por ejemplo, la clasificación de las muertes por sexo y edad, conduce a frecuencias relativamente pequeñas, incluso a nivel nacional, sobre todo en las edades avanzadas.

Las variaciones aleatorias de año en año, incluyendo las debidas a factores que afectan temporalmente el nivel de la mortalidad (epidemias, por ejemplo) se reflejan en las oscilaciones de las tasas. Para analizar el nivel y las tendencias de la mortalidad, el demógrafo necesita eliminar, en la medida de lo posible, el efecto de tales variaciones aleatorias, siendo útil con tal objeto calcular valores medios de varios años, es decir,

ampliar el período de observación. En general, se considera adecuado tomar datos de tres años civiles consecutivos. En todo caso, no es conveniente exceder ese tiempo a menos que la tendencia de la mortalidad cambie lentamente. Expresando con D^{-1}, D^{o} y D^{+1} las defunciones de tres años consecutivos y con N^{o} la población media de todo el intervalo de tiempo, la tasa media de mortalidad es

$$m(1000)=\frac{D^{-1}+D^{o}+D^{+1}}{3N^{o}}x1000$$

Esta definición es aplicable a la tasa de mortalidad de un grupo específico de población (sexo, edad, etc.) y a la tasa de cualquier subintervalo de año (meses, etc.)

La tasa bruta expresa en forma burda el nivel de la mortalidad, el cual depende principalmente de factores biológicos (sexo, edad) y del medio ambiente, los cuales no actúan siempre en la misma dirección y con igual intensidad, ni tienen análogo significado. Dos poblaciones pueden tener una tasa bruta muy semejante y, no obstante ser los factores ambientales (salubridad del medio, nivel de vida, etc.) sensiblemente más adversos en una de ellas. La verdadera explicación de la analogía existente en las tasas brutas es el efecto que sobre éstas tiene la estructura por edad de una y otra población.

El procedimiento por el cual se elimina el efecto de diferentes estructuras por edad se llama tipificación. Las tasas tipificadas por edad suponen que hay homogeneidad respecto de este factor y, en consecuencia, permiten una mejor comparación del nivel de la mortalidad. La diferencia entre dos tasas tipificadas por edad reflejarían el efecto de los restantes factores, en particular aquellos que constituyen el medio económico y social.

No obstante la reserva anterior, no se podría negar la utilidad práctica de la tasa bruta, sobre todo si se considera la facilidad de su cálculo y que muchas veces es la única información obtenible. Permite seguir la evolución de la mortalidad de un país o región en

períodos de tiempo relativamente cortos; es decir mientras haya motivos para pensar que no ocurren cambios importantes en la estructura por edad de la población. Este problema tiene poca importancia práctica en los países de America Latina, ya que en ellos la estructura por edad varió poco en las últimas décadas. De significancia mucho mayor son los cambios en las cifras de muertes que quedan ocultos, por ejemplo debido al mejoramiento de la integridad de los registros.

Para muchos fines particulares son útiles las tasas específicas. En estos casos no se obtiene un índice sintético del nivel de la mortalidad, sino un conjunto de índices que sirven para descubrir y analizar una serie de condiciones vinculadas con el nivel general de la mortalidad. Los investigadores de salud, por ejemplo, para evaluar los problemas médico-sociales y los progresos alcanzados en esta materia, asignan gran importancia a las tasas de ciertas edades y por causas de muerte. En general, el estudio de la influencia de los factores sociales en la mortalidad exige un conocimiento de tasas por clases sociales, nivel de instrucción, etc. Finalmente, los índices de mortalidad más refinados, como las tasas tipificadas y la esperanza de vida, implican una elaboración basada en tasas específicas por sexo y edad como mínimo.

Mortalidad por sexo y edad.

La mortalidad varía con la edad de los individuos, lo cual es en primer término, y principalmente, una característica biológica. Pero al margen de la acción del proceso natural de deterioro de las funciones vitales por envejecimiento, varias otras consideraciones confieren especial interés al estudio de la mortalidad según la edad, ya que casi no hay análisis de este fenómeno donde no se requiera controlar esta variable.

Ello se explica dada la elevada correlación existente entre la edad y el riesgo de morir o probabilidad de muerte. En la comparación del nivel general de la mortalidad de dos poblaciones y, por lo común, en los estudios de mortalidad diferencial entre varios segmentos de población con distintas características sociales o ambientales, remover la

influencia de la composición por edad es una regla metodológica elemental.

Numerosas causas de muerte son propias de ciertos períodos de la vida, o durante ellos ocurren con mayor frecuencia, como son las enfermedades contagiosas, que por producir inmunidad en los individuos que las han padecido, sólo pueden presentarse en la primera infancia; las lesiones graves provocadas por accidentes del trabajo y del tránsito, cuyo riesgo es más alto en adultos jóvenes y de mediana edad, o los procesos degenerativos que se manifiestan generalmente en edades avanzadas.

Por último, también se requiere información por edad para construir tablas de vida, preparar proyecciones de población y para introducir la variable mortalidad en diversos cálculos demográficos, tales como la tasa neta de reproducción y una tabla de nupcialidad.

Otro tanto corresponde decir respecto del sexo, ya que se ha observado, en general, la existencia de una mortalidad diferencial de hombres y mujeres y, en particular, el diferente riesgo de muerte asociado a ciertas causas.

Para medir la mortalidad por sexo y edad se calculan tasas específicas, por edades individuales o por grupos de edades, según sea el uso que se les vaya a dar. En las aplicaciones más comunes, las tasas se expresan por grupos quinquenales de edades.

La tasa anual media del intervalo de edad x a x+4 vale:

$$5m_x = \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \ldots + D_{x+4}}{N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \ldots + N_{x+4}} = \frac{5D_x}{5N_x}$$

Donde $D_x + \ldots + D_{x+4}$ **son las muertes ocurridas en un año civil dado y,**
$N_x + \ldots + N_{x+4}$, **la población media correspondiente.**

Si con el fin de eliminar variaciones aleatorias se amplía el intervalo de observación -por ejemplo, a tres años civiles-, bastará promediar las muertes y comparar el resultado con la población media del intervalo.

Por razones metodológicas, conviene comenzar por el cálculo de tasas por grupo de edades, aunque se termine por edades individuales. Tal como acontece con los datos de población, las cifras estadísticas de muertes clasificadas por edad adolecen de importantes errores accidentales y de declaración. Errores que se compensan en buena medida, cuando las cifras se agrupan tomando intervalos de edad.

Generalizando, se puede decir que la mortalidad es elevada en los dos extremos de la existencia. Superada la primera semana de vida, desciende en forma rápida, siendo durante la niñez relativamente baja. En esta última etapa, la mayoría de las muertes se deben a enfermedades infecciosas y parasitarias y a accidentes graves; las primeras se están reduciendo cada vez más gracias al tratamiento con antibióticos y sulfamidas. En la juventud, la tensión de la vida urbana e industrial acarrea un aumento de la mortalidad, y los factores inherentes al medio económico y social y los modos de vida individuales provocan un continuo incremento del riesgo de muerte al aumentar la edad. En las edades más avanzadas, el rápido desgaste del organismo, más que las condiciones adversas del ambiente, se convierte en la causa dominante de mortalidad.

Como regla general y con base en datos observados en distintos países, se puede decir que, la mortalidad masculina excede a la femenina a lo largo de todas las edades. Cuando la mortalidad desciende, la sobremortalidad masculina aumenta en cifras relativas. Esta comprobación indica que los progresos en el dominio de las causas de muerte han sido mayores respecto de la población femenina.

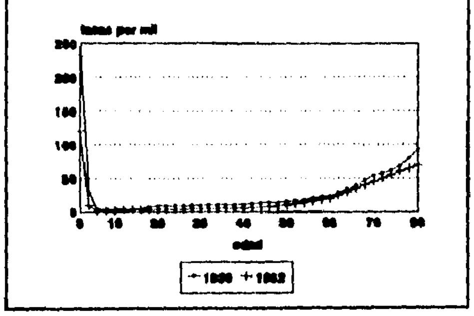
Tendencias de la mortalidad por edad.

Las tendencias de la tasa bruta de mortalidad expresan un resultado medio de la evolución del fenómeno en las distintas edades. Con la probable excepción del primer año de vida, los progresos en la reducción de la mortalidad disminuyen en cifras relativas cuando aumenta la edad, a consecuencia del progresivo predominio de las muertes por enfermedades degenerativas características de las edades avanzadas (cáncer, enfermedades cardiovasculares, etc.), respecto de las cuales la ciencia médica ha tenido hasta ahora menos éxito que con las causas exógenas (por ejemplo, las enfermedades infecciones y parasitarias), o sea, las causas que han provocado y siguen provocando en todas las poblaciones la mayor parte de las muertes jóvenes.

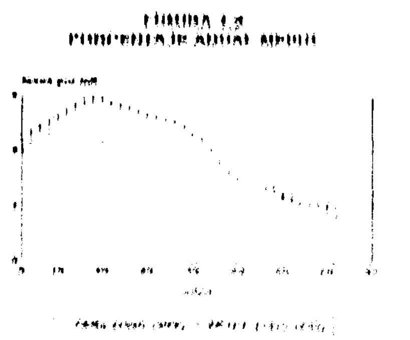
La variación de las tasas por edad no sigue una tendencia uniforme en el tiempo. En los países que cuentan con estadísticas retrospectivas de mortalidad se observa el mismo modelo general de cambio. Por lo tanto, según sea el nivel de la mortalidad en un momento determinado las tasas por edad presentan una estructura particular.

En la figura 1.1 se presentan las tasas de la población de Chile calculadas para los años 1930 y 1952; en la figura 1.2 se registra el porcentaje anual medio de tales tasas y se hace una comparación con el cambio experimentado en los Estados Unidos durante el período 1910-1950.

FIGURA 1.1
TASAS DE MORTALIDAD FEMENINA EN CHILE, 1930-1952



Los cambios fueron más importantes en Chile que en los Estados Unidos después del primer año de vida hasta los 50 años de edad; pero más bajos en la mortalidad infantil y en las edades más altas. No obstante, respecto de esas edades es probable que las comparaciones estén afectadas por errores de las estadísticas, en particular las correspondientes a Chile. El promedio simple del cambio anual medio de las tasas de los distintos grupos de edades (excluyendo el de 85 años y más) es de 1.75 y 1.55 por ciento en Chile y los Estados Unidos, respectivamente.



Con respecto a la edad, la mayor parte de las veces se calculan las siguientes tasas: una a los 0 años cumplidos (tasa de mortalidad infantil); otra para el grupo de 1-4 años, y otras para la sucesión de grupos quinquenales de 5-9, 10-14, ... años.

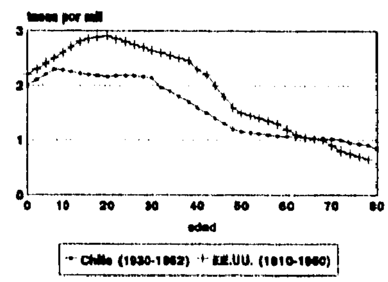
Las tasas por grupo de edades son índices que prestan servicio en diferentes aspectos: 1) un estudio de la mortalidad según la edad; 2) la elaboración de tasas [illegible]; y 3) la construcción de tablas de mortalidad del momento.

Tradicionalmente, la tasa de mortalidad infantil se define como el cociente, en un año dado, entre el número de defunciones de niños de menos de un año, y el número de nacimientos vivos. Este concepto se aparta así de la definición de las otras tasas, en las que se usa como denominador la población media o [illegible].

[illegible]

Los cambios fueron más importantes en Chile que en los Estados Unidos después del primer año de vida hasta los 50 años de edad; pero más bajos en la mortalidad infantil y en las edades más altas. No obstante, respecto de esas edades es probable que las comparaciones estén afectadas por errores de las estadísticas, en particular las correspondientes a Chile. El promedio simple del cambio anual medio de las tasas de los distintos grupos de edades (excluyendo el de 85 años y más) es de 1.75 y 1.55 por ciento en Chile y los Estados Unidos, respectivamente.

FIGURA 1.2
PORCENTAJE ANUAL MEDIO



Con respecto a la edad, la mayor parte de las veces se calculan las siguientes tasas; una a los 0 años cumplidos (tasa de mortalidad infantil); otra para el grupo de 1-4 años , y tasas para la sucesión de grupos quinquenales de 5-9, 10-14,..... años.

Las tasas por grupo de edades son índices que pueden permitir los siguientes aspectos : 1) un estudio de la mortalidad según la edad; 2) la fabricación de ciertos índices resumidos, y 3) la construcción de tablas de mortalidad del momento.

Tradicionalmente, la tasa de mortalidad infantil se define como la relación, en un año dado, entre el número de defunciones de niños de menos de un año y el efectivo de los nacimientos vivos. Este concepto se aparta así de la definición de la tasa clásica, que exige que como denominador se tome la población media a la edad cumplida considerada.

Aquí podemos hacer una primera observación a causa de las modalidades del registro de nacimientos de los niños, en algunos países existen falsos nacidos muertos. Se trata de niños que, nacidos vivos, mueren antes del momento de ser inscritos en el registro civil; a esos niños se les llama falsos nacidos muertos porque figuran en las estadísticas de los nacidos muertos. Para rectificar la tasa de mortalidad, conviene entonces agregar esos nacidos muertos tanto a la cifra de los nacimientos vivos como a la de defunciones de niños menores de un año.

Tablas de mortalidad

La tabla de mortalidad es un esquema que permite expresar los hechos relativos a la mortalidad en términos probabilísticos. Es también un modelo poblacional que cubre el caso más simple entre los que merecen discutirse: una cohorte o grupo de personas nacidas en el mismo momento, cerrado a la migración y seguido a través de las edades sucesivas hasta que mueren.

Si durante un año ya transcurrido, en una población cerrada (aquella que no pierde ninguno de sus miembros por emigración ni recibe nuevos miembros por inmigración), había en promedio K miembros presentes o expuestos, y ocurrieron D defunciones, entonces, la proporción de defunciones, es decir $M = D/K$, se define como la tasa de mortalidad.

Cabe resaltar que los promedios estadísticos tienen más sentido cuando se refieren a grupos homogéneos. Un gran paso hacia la homogeneidad consiste en reducir el alcance de la relación de toda la población a un grupo de edad para un sexo dado.

Si suponemos que los hombres que tenían entre x y x+1 años de edad eran K_x a la mitad del año calendario y que las muertes entre ellos durante dicho año ascendieron a D_x, entonces la tasa específica de mortalidad para hombres de edad x es $M = D_x/K_x$.

La tabla de vida es un medio que permite presentar información sobre el volumen de población y muertes en algún período de tiempo pasado, edad por edad, de manera que se puedan obtener en forma conveniente las probabilidades futuras de mortalidad y supervivencia. El problema consiste en pasar de tasas específicas de mortalidad por edades observadas, hasta enunciados probabilísticos que consideren el futuro de los individuos.

Si las muertes D_x se distribuyeran uniformemente a través del año, del tiempo y la edad, de modo que la mitad de ellas hubiera ocurrido en la primera mitad del año, entonces el número de personas al comienzo del año debe haber sido $K_x + \frac{1}{2}D_x$. La probabilidad de que un individuo de edad x muera durante los doce meses siguientes a contar desde el primero de enero es por tanto:

$$q_x = \frac{D_x}{K_x + 1/2D_x} = \frac{M_x}{1 + 1/2M_x}$$

La probabilidad de sobrevivir por un año para un recién nacido se denota en la tabla de mortalidad como p_0, la probabilidad de sobrevivir los dos primeros años de vida para un niño recién nacido es p_0p_1, de sobrevivir los primeros x años de vida es ${}_xp_0 = p_0p_1 \ldots\ldots p_{x-1}$, se acostumbra escribir el producto acumulativo de las probabilidades en la forma $l_x = l_0p_0p_1 \ldots\ldots p_{x-1}$.

A este conjunto de l_x se le conoce como la población estacionaria, en esta "población" así construida hay l_0 muertes cada año. En vista de que el modelo estacionario se define como cerrado a la migración y puesto que hay tantos nacimientos como muertes, los nacimientos son también l_0. La misma columna de las l_x se puede interpretar como sobrevivientes de un conjunto inicial de recién nacidos. Un grupo o cohorte de l_0 niños recién nacidos, si está sujeto a la mortalidad de la población observada en las diversas edades, tendrá un número esperado de sobrevivientes a la edad 1 igual a $l_0p_0 = l_1$; a la edad 2 igual a $l_0p_0p_1 = l_2$, etc. A su debido tiempo, el último de la cohorte de l_0 morirá, lo cual queda asegurado diciendo que $q_{w-1} = 1$ o $p_{w-1} = 0$, siendo w alguna edad tal como 90 0 100 años.

Su utilización supone que la experiencia que sirvió de base para su realización se repetirá en el futuro, sin embargo, debido al aumento progresivo en la duración promedio de la vida en el ser humano, la mortalidad tiende a disminuir con el tiempo.

1.3 LA MIGRACION.

El movimiento de la población en el espacio es un fenómeno polifacético en el que la magnitud de los desplazamientos varía de unos pocos metros a muchos kilómetros y en el que la estadía en el lugar de destino varía de unas pocas horas a muchos años. Una parte considerable de este movimiento es propia de las actividades de la vida cotidiana: ir al lugar de trabajo y volver al lugar de residencia etc., Sin embargo debemos distinguir el tipo de movilidad que implica una estadía continua y permanente en el lugar de destino. Este es el tipo de movilidad a que se refiere el concepto de migración. La característica esencial de la migración es, pues, el hecho de que **implica un cambio de lugar de residencia, o de lugar de residencia habitual**, es decir, ir a vivir a un lugar nuevo o distinto.

Esta restricción del concepto de migración elimina otros tipos de movilidad espacial que suelen denominarse "migración" pero que, en obsequio a la precisión científica, deben incluirse en otras categorías. Entre estos tipos de movilidad están el nomadismo, el movimiento de grupos de población que no tienen lugar fijo de residencia, y los movimientos estacionales de personas que viven en dos o más lugares en el curso de un año. Sólo deben considerarse migraciones los traslados a localidades que se encuentran a una distancia mínima razonable.

Teniendo información exacta sobre los puntos de origen y los puntos de destino, sería posible tabular los traslados según la distancia recorrida. Pero incluso en las condiciones más favorables, como las que ofrece un registro demográfico continuo, la producción de este tipo de detalle es un proceso difícil y laborioso. En las condiciones tradicionales en materia de estadísticas - el censo o encuesta - los resultados se tabulan necesariamente según las unidades administrativas o políticas en que está dividido el país, y los puntos de origen y de destino no se especifican por debajo de este nivel. Por consiguiente, la migración se define operacionalmente **como cambio de residencia de una división civil a otra**, y el volumen de migración es en grado considerable función del tamaño de las zonas elegidas para la compilación de los datos.

Intervalo de migración

La migración se produce más o menos continuamente en el tiempo. Para estudiar su incidencia, hay que reunir datos relativos a períodos determinados. El intervalo puede ser definido (por ejemplo, un año, cinco años, diez, el período intercensal) o indefinido (por ejemplo, la duración de la vida de la población viviente en una fecha determinada). Cuando los datos se refieren a un intervalo definido, podemos decir que miden la migración de plazo fijo o de período, y es necesario distinguirlos así de los datos sobre la migración que se produce durante todo el período de la vida de una población o de los datos basados en el último lugar de residencia y carentes de referencia temporal determinada.

La migración se entiende como un traslado de una zona definitoria de la migración a otra (o un traslado a una distancia mínima especificada) que se ha hecho durante un intervalo de migración determinado y que ha implicado un cambio de residencia. Un migrante es una persona que ha trasladado su lugar de residencia habitual de una zona definitoria de la migración a otra (o que se ha trasladado a una distancia mínima especificada) por lo menos una vez durante el intervalo de migración. Las personas que se trasladaron durante el intervalo y murieron antes del fin de éste deben contarse, en rigor, como migrantes, y sus traslados como migraciones. No obstante, como la información sobre migrantes se obtiene generalmente después del fin de intervalo y con respecto a otras personas que todavía viven en ese momento, tanto el número como los traslados de los migrantes que murieron entre tanto suelen excluirse.

En un intervalo de migración determinado, el número de migrantes rara vez o nunca es tan grande como el número de migraciones. A menos que el intervalo sea muy corto, es seguro que algunas personas se desplazarán más de una vez.

Zona de origen (salida)

Desde el punto de vista de la migración, la zona (o lugar) desde la cual se hace el traslado es la zona de origen. Desde el punto de vista de los migrantes, la zona de origen puede ser: a) la zona de residencia al comienzo del intervalo de migración, o b) la zona de residencia a partir de la cual se hizo el último traslado. La forma en que se defina la zona de origen dependerá del carácter de la información de que disponga el investigador.

Zona de destino (entrada)

Desde el punto de vista de la migración, la zona en que un traslado termina es la zona de destino. Desde el punto de vista de los migrantes, la zona de destino es la zona de residencia al fin del intervalo de migración.

Corrientes migratorias

Rigurosamente definida, una corriente migratoria es el número total de traslados hechos durante determinado intervalo de migración, procedentes de una misma zona de origen y encaminados a una misma zona de destino. En la práctica, generalmente es un conjunto de migrantes que tienen una zona de origen común y una zona de destino común.

Los datos sobre migraciones o sobre migrantes pueden clasificarse por zona de origen y por zona de destino para formar una matriz de n(n-1) corrientes, o un conjunto de n(n-1)/2 pares de corrientes, donde cada par representa movimientos en direcciones opuestas. Así, si la corriente de migración de la zona i a la zona j se representa por el símbolo M_{ij}, la corriente opuesta se representa por M_{ji}. La mayor de las corrientes en cualquiera de estos pares se denomina corriente o corriente dominante y la menor contracorriente o corriente inversa. La suma de los dos miembros de un par de corrientes se denomina intercambio bruto.

Migración bruta y migración neta

Los datos relativos a todos los traslados o todos los migrantes, dentro de la definición de migración que se emplee, se refieren a la migración bruta. Con respecto a una zona determinada, la suma de inmigración y la emigración internas, o de los inmigrantes y los emigrantes internos, es el movimiento migratorio.

La expresión migración neta se refiere al saldo de los traslados en direcciones opuestas. Con respecto a una zona determinada, es la diferencia entre la inmigración y la emigración internas. Si la inmigración interna es mayor que la emigración interna, la ganancia neta de la población de la zona puede clasificarse como inmigración neta y tiene signo positivo. En el caso contrario, ha habido emigración interna neta, que tiene signo negativo.

1.4 PROYECCION DE LA POBLACION

Una proyección de población, es el cálculo del número esperado de personas, edad por edad para cada sexo y en puntos del tiempo posteriores a un censo u otro momento de partida. El conjunto de tasas específicas de fecundidad, de mortalidad y de migración usadas pueden ser el de algún período pasado, o una extrapolación desde el pasado; la extrapolación puede seguir un método especificado matemáticamente, o puede ser intuitiva.

Por ejemplo un censo de los Estados Unidos levantado a mediados de 1964 mostró que había alrededor de 5,614,000 mujeres que tenían de 25 a 29 años en su último aniversario; la tabla de vida construida basándose en las muertes y la población para 1964 da la probabilidad de que una mujer de 25 a 29 años viva 5 años más :

$$\frac{{}_5L_{30}}{{}_5L_{25}} = \frac{479,486}{482,030} = 0.99472$$

El producto de la probabilidad de sobrevivencia por el número de personas vivas en 1964, da el número esperado de mujeres de 30 a 34 años en 1969.

$$\frac{{}_5L_{30}}{{}_5L_{25}}\ {}_5K_{25}^{(0)} = (0.99472)(5{,}614{,}000)$$
$$= 5{,}584{,}000$$
$$= {}_5K_{30}^{(1)},$$

suponiendo que el territorio permanece igual, que está cerrado a la migración y que la mortalidad no ha cambiado desde 1964.

${}_nK_x^{(t)}$ es la población en el momento t cuyas edades están entre x y x+n. Entre los que están vivos en t=0, los sobrevivientes en t=1 se calculan por medio de

$$\frac{L_5}{L_0}\ K_0^{(0)} = K_5^{(1)},$$

$$\frac{L_{10}}{L_5}\ K_5^{(0)} = K_{10}^{(1)}, \qquad (1.1)$$

$$\vdots$$

$$\frac{L_{85}}{L_{80}}\ K_{80}^{(0)} = K_{85}^{(1)},$$

usando un calendario cuyo punto de partida es el momento 0 (en lugar de 1964) y la unidad de tiempo es 5 años.

El intervalo típico de edad del conjunto (1.1) es desde x en el último cumpleaños hasta x+4, donde x es un múltiplo de 5; la ecuación (1.1) se puede escribir

$$(L_{x+5}/L_x)K_x^{(0)} = K_{x+5}^{(1)}, \qquad x= 0,5,\ldots,w\text{-}5,$$

siendo w la máxima edad posible tomada como multiplo de 5. Evidentemente la misma operación consistente en multiplicar por una proporción esperada de sobrevivientes dará, basada en las mismas suposiciones, el número esperado de sobrevivientes 10 años después de la fecha de partida:

$$\frac{L_{x+10}}{L_{x+5}} \; K_{x+5}^{(1)} = \frac{L_{x+10}}{L_{x+5}} \; K_x^{(0)} = K_{x+10}^{(2)},$$

y de manera similar para fechas posteriores.

Esto proyecta la población ya viva en el tiempo cero, a la que se debe agregar una porción referida a los nacimientos subsiguientes a dicha fecha. Supondremos que las tasas específicas de fecundidad por edades F_x se obtienen obervando el número de nacimientos en las madres que tenían de x a x+4 años de edad en su último cumpleaños, y dividiendo éstos por el número promedio de mujeres en el mismo grupo de edad durante el período de observación.

Para seguir la población femenina se requiere el número de niñas recién nacidas, y para ello supondremos que la fracción de nacimientos femeninos es la misma para todas las edades de la madre, lo cual es una suposición incorrecta pero que no afecta grandemente los cálculos. La proporción de nacimientos femeninos respecto al total de nacimientos fue, en 1964,

$$\frac{1{,}967{,}328}{4{,}027{,}490} = 0.488475,$$

y por tanto, los nacimientos femeninos a que dieron lugar las mujeres de 25-29 años se estiman en

$$1{,}007{,}362 \times 0.488475 = 492{,}071.$$

Tomando el número de mujeres de 25-29 años a la mitad de 1964 como 5,614,000, resultó una tasa específica de fecundidad femenina por edad de:

$$F = \frac{492{,}071}{5{,}614{,}000} = 0.08765,$$

La razón F_x debe multiplicarse por la media aritmética de la población inicial y final x a x+4 tomada de (1.1),

$$\frac{[K_x^{(0)}+K_x^{(1)}]}{2} = 1/2[K_x^{(0)} + \frac{L_x}{L_{x-5}} K_{x-5}^{(0)}] \qquad 1.3$$

y ya que este número está expuesto durante 5 años, multiplicamos también por 5.

Las mujeres que tienen de x a x+4 años, junto con las de x+5 a x+9 años en su último cumpleaños, harán una contribución al número de nacimientos durante el período de tiempo de 5 años de 0 a 1 de

$$5/2[K_x^{(0)}+K_x^{(1)}]F_x + 5/2[K_{x+5}^{(0)}+K_{x+5}^{(1)}]F_{x+5} \qquad 1.4$$

Sumando a través de todas las edades y ordenando convenientemente da

$$5/2\sum_{\alpha-5}^{\beta-5} (F_x + \frac{L_{x+5}}{L_x} F_{x+5}) K_x^{(0)}, \qquad 1.5$$

donde α es la edad más temprana del período reproductivo y β la más tardía, suponiéndose que ambas son múltiplos de 5. Esto servirá para calcular los nacimientos en el intervalo de edad de tiempo de 5 años, sobre la suposición de tasas fijas.

El término en la ecuación 1.5 se puede interpretar como una imperfecta pero razonable aproximación al número esperado de nacimientos en un período de 5 años, por una mujer que tenía inicialmente de x a x+4 años en su último cumpleaños, se le asigna una exposición a la tasa F_x de su grupo de edad inicial para la primera mitad del período y si sobrevive cinco años se le toma como si hubiera estado expuesta durante la otra mitad del período a la tasa F_{x+5} correspondiente al grupo de edad inmediata superior.

Sin embargo los nacimientos no es todo lo que queremos; la proyección requiere la población sobreviviente esperada al final del intervalo, para lo cual hay que multiplicar (1.5) por un factor de supervivencia. Si una niña nace en el momento $t(0 \leq t \leq 1)$, entonces, la probabilidad de que ella esté viva al final del intervalo, o sea, a la edad $x = 5(1-t)$, es $l(x)/l_0 = l(5-5t)/l_0$. Sumando esto a través del intervalo quinquenal de tiempo y de edad como si los nacimientos se distribuyeran uniformemente dentro de los cinco años, se obtiene la proporción de sobrevivientes al final del período entre los niños nacidos a lo largo del intervalo:

$$\frac{\int_0^1 l(5-5t)dt}{l_0} = \frac{\int_0^5 l(x)dx}{5l_{(0)}} = \frac{5L_0}{5l_0} \qquad 1.6$$

Multiplicando 1.5 por 1.6 da $K_0^{(1)}$ que era el término que se necesitaba para completar la proyección de la población (1.1).

CAPITULO II

LOS PROCESOS DE POISSON.

2.1 PROCESOS ESTOCASTICOS.

Un proceso estocástico se puede definir como una familia de variables aleatorias, en las que de alguna manera importa el orden entre ellas. Clarke (1985) destaca lo anterior al decir que en un proceso estocástico "...queremos ordenar las variables aleatorias de manera que podamos hablar de la primera variable aleatoria o de la n-ésima variable aleatoria..." . La definición formal es:

Definición 1.1. : Sea T un subconjunto de números reales y $(\Omega, \mathcal{F}, P)_t \quad t \in T$ **un espacio probabilístico. A las variables aleatorias indexadas con elementos de T.**

$$X_t(\omega) \ : \ \Omega_t \rightarrow E \quad con \quad \omega \in \Omega_t \quad , t \in T \ \ y \ \ E \subseteq R$$

se les conoce como un proceso estocástico.

Al variar, t ∈ T, la definición puede interpretarse como una familia de variables aleatorias que son funciones del tiempo, o que se desarrollan en el tiempo mientras pasan por fluctuaciones al azar, en general un proceso estocástico es aplicable a cualquier sistema que presente variabilidad al azar en el transcurso del tiempo.

Los modelos estocásticos se han aplicado en la Proyección y Control de Siniestros del Seguro de Enfermedad (Solís-Moya, 1994), en el cálculo de Tasas de Continuidad de Métodos Anticonceptivos (Herrera-García, 1996).

Si T es un subconjunto continuo, al proceso se le denota como $\{X(t) \; ; \; t \in T\}$, si T es discreto con elementos mayores o iguales que cero, se denota como: $\{X_t \; ; \; t \geq 0\}$.

Obsérvese que si $t_0 \in T$ es fija, entonces se tiene solamente una variable aleatoria que es función de $\omega \in \Omega_{t_0}$ el cual es parte del espacio probabilístico $(\Omega_{t_0}, \mathscr{F}_{t_0}, P_{t_0})$. con la σ - *álgebra* $(\mathscr{F}_0)$ y la medida de probabilidad (P_{t_0}) también fija.

Clasificación y ejemplos de un Proceso Estocástico.

Sea $\{X_n \, , \, n \geq 1\}$ ó $\{X(t) \; , \; t \in T\}$ un proceso estocástico, al conjunto en el que se encuentran los valores posibles de cada X_n o X(t) se le conoce como el **Espacio de Estados** del proceso y se denota como EE, y al conjunto T se le conoce como el **Espacio Parametral** (denotado como EP). Ambos conjuntos pueden ser continuos o discretos y la clasificación de un proceso estócastico depende de ellos.

Con base en el espacio parametral y en el espacio de estados, Medhi (1981) establece la siguiente clasificación de un proceso estocástico:

- Espacio Parametral discreto y espacio de estados discreto
- Espacio Parametral discreto y Espacio de Estados continuo
- Espacio Parametral continuo y Espacio de Estados discreto
- Espacio Parametral continuo y Espacio de Estados continuo

La teoría de los procesos estocásticos está dirigida al estudio de la clasificación mencionada anteriormente. Esta clasificación cubre una amplia gama de fenómenos que ocurren en la vida real y cuya teoría nos permite dar respuesta a un gran número de interrogantes relacionadas con estos fenómenos.

Ejemplo 1: EP continuo y EE discreto. X_t es el número de personas que hay en una cola en el instante t y los valores que puede tomar son 0,1,2,.... Las fluctuaciones se presentan mientras transcurre el tiempo, unas llegan y otras salen haciendo que cambie el valor de X_t en cualquier instante t, el cual puede ser cualquier valor en un subconjunto de los reales, los incrementos de X_t son unitarios y los decrementos también.

Ejemplo 2: EP continuo y EE continuo. La profundidad del mar se mide desde la cresta de una ola, hasta el lecho del océano, como las olas se propagan en todas direcciones, la posición t variará en el tiempo y por lo tanto la medida cambiará. Cabe resaltar que aquí t no es solamente el tiempo, sino una combinación de las coordenadas de tiempo y espacio, el espacio de estados EE es el conjunto de todos los valores que puede tomar la profundidad del mar $(0, \infty)$, siendo que su valor es cero cuando queda expuesto el lecho del océano y no existe límite para la altura que pueden alcanzar las olas, aunque esta no puede ser infinita.

Ejemplo 3: EP discreto y EE discreto. Considérese a X_t como la variable aleatoria que toma dos posibles valores en función de los atributos de uso y no uso de métodos antinceptivos de las mujeres de una población determinada. Si asignamos el valor 1 cuando la mujer usa y 2 cuando no usa, entonces el espacio de estados de este proceso es discreto y está constituido por el conjunto (1,2). Si observamos la variable aleatoria X_t en varios meses, digamos un año, entonces el espacio parametral es discreto y está formado por el conjunto (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12).

Ejemplo 4: EP discreto y EE continuo. Consideremos a $X_n = Z_1, + \ldots\ldots + Z_n$ donde Z_i es una variable aleatoria continua que toma valores en el intervalo $[0, \infty)$. En este caso el conjunto de valores posibles de X_n es también el intervalo $[0, \infty)$, por lo que el Espacio de Estados es continuo y, como n el número de variables aleatorias que se suman está restringido a los enteros no negativos, entonces el Espacio Parametral es discreto.

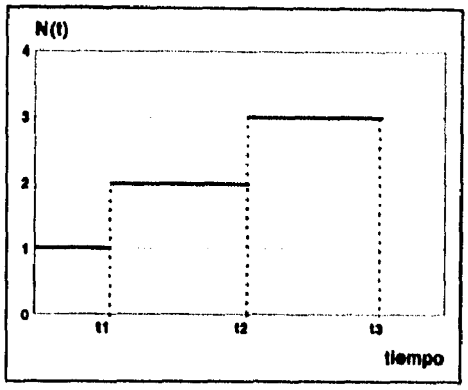
Ejemplo 5: EP continuo y EE discreto. Si X_t representa el número de pacientes que ingresan en un hospital en el intervalo de tiempo (0,t), entonces su espacio de estados es discreto ya que no es posible que medio paciente o un cuarto de paciente ingrese en el hospital. El espacio parametral es continuo porque el tiempo t del ingreso puede ser a las 12 horas con 35 minutos o en general referirse a una determinada hora con cierto número de minutos .

Ejemplo 6: EP continuo y EE continuo. Sea X(t) la temperatura máxima que se observa en una ciudad en el intervalo (0,t), entonces es obvio que el espacio de estados es continuo y el espacio parametral también.

Ejemplo 7: EP discreto y EE discreto. La trayectoria de una partícula, que se mueve a lo largo de un eje, con pasos de intervalo de una unidad y tiempo también de una unidad es un proceso estocástico con EP discreto y EE discreto. Si suponemos que la probabilidad de que cualquier paso que tome hacia la derecha es P y de que tome hacia la izquierda es q = 1-P, entonces podría ser de interés en este tipo de proceso, determinar la probabilidad de que la partícula se mueva hacia la izquierda dado que en la unidad de tiempo anterior se movió a la derecha.

2.2 PROCESOS DE POISSON

Los procesos de Poisson se producen en aquellas situaciones donde el investigador está interesado en analizar el número de ocurrencias de un evento de interés hasta el tiempo $(t>0)$. Para fijar ideas consideremos un evento E, tal como el ingreso de pacientes a un hospital, la llegada de clientes a algún servicio o bien las ocurrencias de accidentes en un determinado lugar. Si denotamos a N(t) como el número de ocurrencias del evento E en un cierto intervalo de tiempo de duración y si el evento E ocurre en los tiempos t_1, t_2, t_3,...., entonces N(t) salta de 0 a 1 en t_1, de 1 a 2 en t_2 y de 2 a 3 en t_3 etc. Es decir, $N(t_1)=1$, $N(t_2)=2$ y $N(t_3)=3$. Esto se puede representar gráficamente de la siguiente manera:



Obsérvese que la función es escalonada, con saltos de longitud 1.

Denotemos ahora a P{N(t) = n} como la probabilidad de que el número de ocurrencias del evento E hasta el tiempo t, sea exactamente igual a n. Si t cambia y n es fijo, entonces la probabilidad de que N(t) sea igual a n también cambia, ya que si t crece se da más tiempo para que ocurran más eventos, es decir, ciertos números (n's) son más probables de observar que otros. Ahora bien, como los posibles valores de n son {0,1,2,....} para cualquier t, entonces:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P[N(t)=n]=1$$

es decir, P{N(t) = n} representa la distribución de probabilidad de la variable N(t) para cada valor de t. La familia {N(t), t > 0} de variables aleatorias es un proceso estocástico en tiempo continuo y espacio de estados discreto. Algunos autores llaman también al proceso N(t), como un proceso de conteo. En seguida, se establecen algunas características importantes que caracterizan a los procesos de Poisson.

2.3 POSTULADOS DE LOS PROCESOS DE POISSON.

I. Independencia: N(t) es independiente del número de ocurrencias (del evento E) en un intervalo anterior al intervalo (0,t), i.e. cambios en el futuro de N(t) son independientes de los cambios en el pasado.

II. Homogeneidad en el tiempo: $P_n(t)$ depende solamente de la longitud del intervalo t y es independiente de donde el intervalo esté situado, i.e. $P_n(t)$ da la probabilidad del número de ocurrencias de E en el intervalo $(t_1, t+t_1)$ el cual es de longitud t para cada t_1.

III. Regularidad. En un intervalo infinitesimal de longitud L, la probabilidad de exactamente una ocurrencia es h + o(h) y de más de una ocurrencia es de o(h).

o(h) denota una función de h la cual tiende a 0 más rápidamente que h, es decir:

si $h \to 0$ entonces $$\frac{o(h)}{h} = 0$$

En otras palabras, si el intervalo entre t y t+h es de corta duración, entonces:

$$P_1(h) = h + o(h)$$
$$P_k(h) = o(h), \quad k \geq 2$$

donde

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(h) = 1$$

Definición 2.1: Un proceso estocástico $\{x(t), t \geq 0,\}$ se dice que es un proceso de Poisson con media $\lambda > 0$ si cumple los postulados de Poisson y además:

1) $x(0)=0$

2) El número de eventos en cualquier intervalo de longitud t, se distribuye Poisson con media λt, esto es, para toda $s,t \geq 0$

$$P[N(t+s)-N(s)] = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad ; \qquad k=0,1,2,... \qquad (2.2.1)$$

2.4 PRINCIPALES RESULTADOS TEORICOS.

Obsérvese que en la ecuación (2.2.1) el único parámetro desconocido es λ, de tal manera que si λ es conocido, entonces la ley de distribución del proceso también se conoce. En la práctica los parámetros no se conocen y entonces se tienen que estimar. El siguiente teorema establece un criterio básico para estimar el parámetro λ.

Teorema: Para un proceso de Poisson N(t), si $t \to \infty$, entonces

$$P|\frac{N(t)}{t}-\lambda| > \epsilon \to 0$$

donde $\in > 0$ es un número arbitrario preasignado.

Demostración: Recordemos que si X es una variable aleatoria, por el teorema de Tchebychev, se cumple que:

$$P[|x-E(x)|>a]\leq \frac{Var(x)}{a^2} \qquad ,a>0$$

sustituyendo x = N(t) en la desigualdad anterior se tiene que:

$$P[|N(t)-\lambda t|\geq a]\leq \frac{\lambda t}{a^2}$$

$$P[|\frac{N(t)}{t}-\lambda|\geq \frac{a}{t}]\leq \frac{\lambda t}{a^2}$$

si $E = a/t \Rightarrow a = Et$ y $a^2 = E^2t^2$

$$P[|\frac{N(t)}{t}-\lambda|\geq E]\leq \frac{\lambda t}{E^2t^2}$$

$$= \frac{\lambda}{E^2t}$$

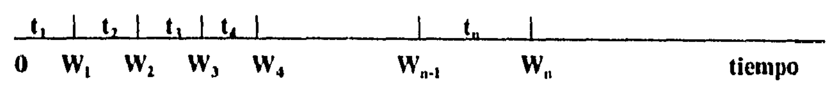
por lo que:

$$\lim_{t\to\infty} P\{ \mid \frac{N(t)}{t} - \lambda \mid \geq E \} = 0$$

El teorema indica, que si t es "grande", entonces un estimador del parámetro λ sería el número de eventos que han ocurrido hasta el tiempo t, dividido entre el intervalo de longitud t.

Propiedades básicas de los procesos de Poisson

En esta sección se analizan las distribuciones de algunas características del tiempo t asociado con un proceso de Poisson. Considérese el siguiente diagrama:



Aquí W_1, W_2,...W_n representan los tiempos en que ocurrió por primera, segunda, ..., n-ésima vez el evento de interés E respectivamente, y las t_n, $n > 1$ denotan el tiempo transcurrido entre la (n-1) y n-ésima ocurrencia del evento E. En general a W_n se le conoce como el n-ésimo tiempo de ocurrencia o el tiempo de espera de la n-ésima ocurrencia del evento E. Mientras que a t_n se le conoce como el n-ésimo tiempo de inter-arribo. En seguida se presentan algunos resultados relacionados con los tiempos de inter-arribo t_n y los tiempos de ocurrencia de W_n, $n \geq 1$.

Teorema: Sea $\{N(t),\ t \geq 0\}$ un proceso de Poisson, con parámetro λ y sea $\{t_n,\ n \geq 1\}$ la correspondiente sucesión de tiempos de inter-arribo sucesivos. Entonces las variables aleatorias t_n son independientes e idénticamente distribuidas obedeciendo a una densidad exponencial con media $1/\lambda$.

Demostración:

Considérese el siguiente diagrama:

primero encontraremos la ley de probabilidades de t_i.

El evento $\{t_1 > r\}$ ocurre si y sólo si ningún evento de Poisson ha ocurrido en el intervalo $\{0,r\}$. Por lo que, para $r \geq 0$.

$$
\begin{aligned}
P\{t_1 > r\} &= P\{N(r)=0\} \\
&= e^{-\lambda r}
\end{aligned}
$$

es decir, t_1 tiene una distribución exponencial con media $1/\lambda$.

Ahora consideremos a:

$$
\begin{aligned}
P\{t_2 > r \mid t_1 = S_1\} &= P\{\text{no eventos en } (S_1, S_1 + r) \mid t_1 = S_1\} \\
&= P\{N(S_1 + r) - N(S_1) = 0 \mid N(t_1) - N(0)\}
\end{aligned}
$$

como un proceso de Poisson tiene incrementos independientes, entonces:

$$
\begin{aligned}
P\{t_2 > r \mid t_1 = S_1\} &= P\{N(S_1 + r) - N(S_1) = 0\} \\
&= P\{N(r) - N(S)\}
\end{aligned}
$$

porque también tiene incrementos independientes. Por lo tanto:

$$P\{t_2 > r \mid t_1 = S_1\} = e^{-\lambda r}$$

En general, para $n > 1$ y $S_1, S_2, \ldots, S_{n-1}$, $r \geq 0$

$$
\begin{aligned}
&P\{t_n > r \mid t_1 = S_1 \ldots t_{n-1} = S_{n-1}\} \\
&= P\{\text{no eventos entre } (S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} + r) \mid t_1 = S_1, t_2 = S_2, \ldots, t_{n-1} = S_{n-1}\} \\
&= P\{N(S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} + r) - N(S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1}) = 0\} \\
&= P\{N(r) = 0\} \\
&= e^{-\lambda r}
\end{aligned}
$$

Teorema: Sea $\{W_n, n \geq 1\}$ una sucesión de tiempos de ocurrencia sucesivos asociados con un proceso de Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$. Entonces la función $f_{wn}(t)$ de densidad de probabilidad del n-ésimo tiempo de ocurrencia W_n, $n \geq 1$ es la densidad Γ (gama). Es decir:

$$f_{wn}(t) = \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \qquad t \geq 0$$

Se necesita encontrar la probabilidad del evento $\{W_n \leq t\}$ para obtener la función de distribución F_{wn} de la variable aleatoria W_n. Pero el evento $\{W_n \leq t\}$ ocurre si y sólo si

$$F_{wn}(t) = P[W_n \leq t]$$

$$= P[N(t) \geq n]$$

$$= \sum_{m \geq n}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^m}{m!}$$

diferenciando con respecto a t se llega a:

$$f_{wn}(t) = \sum_{m \geq n}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{m-1}}{(m-1)!} - \sum_{m \geq n}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^m}{m!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}$$

La importancia de ambos teoremas radica en que una vez que se ha observado la última ocurrencia del evento E de interés permiten predecir en términos probabilísticos en que momento ocurrirá el siguiente evento.

Procesos de Poisson Generalizados.

Existen varias direcciones en las cuales los procesos de Poisson se pueden generalizar. Algunos de los más importantes son los siguientes:

Procesos de Poisson en dimensiones mayores.

Consideremos el caso en dos dimensiones, y sea $N(\Delta a)$ el número de ocurrencias del evento de interés en un elemento de área Δa, de manera que si Δa es pequeña y

$$P\{N(\Delta a)=1\}=\lambda\Delta a+o(\Delta a)$$
$$P\{N(\Delta a)=k\}=o(\Delta a), \qquad k\geq 2$$

Así, si el número de ocurrencias en áreas que no se traslapan son mutuamente independientes, el número de ocurrencias en una área de tamaño "a" será un proceso de Poisson con media λa. Aquí en lugar de una t uni-dimensional, consideramos una "a" bidimensional. De manera similar se puede describir un proceso de Poisson en dimensiones de orden $k\geq 3$.

Procesos de Poisson Agrupados.

Hasta aquí se ha considerado que solamente puede ocurrir un evento de interés en un instante. Ahora supongamos la posibilidad de que más de un evento puede ocurrir simultáneamente en un instante t_0 determinado, es decir, en este caso se tiene un grupo de ocurrencias del evento de interés en un punto dado. Para esto se supone que:

i) El número $N(t)$ de grupos en los puntos en los cuales ocurren, constituyen un proceso de Poisson con media λ.

ii) Cada grupo tiene un número aleatorio de ocurrencias, esto es, si x_i denota el número de ocurrencias en el i-ésimo grupo, entonces x_i es una variable aleatoria. Los números de ocurrencia en los diferentes grupos son mutuamente independientes y siguen la misma distribución de probabilidad. Es decir:

$$P\{x_i=k\}=P_k \quad , k=1,2,3,.... \; i=1,2,3,.....$$

Teorema: Si M(t) representa el número de ocurrencias en un intervalo de longitud t bajo las condiciones (i) y (ii) anteriores, entonces la función generatriz de probabilidades (f.g.p.) de M(t) esta dada por:

$$G_{M(t)}(s) = e^{\lambda t(p(s)-1)}$$

donde p(s) es la f.g.p. de la variable x_i.

Este tipo de procesos se producen por ejemplo, en la llegada de grupos de gentes a servicios como bancos, hoteles, hospitales etc. En realidad una gran variedad de problemas prácticos se pueden reducir a procesos de Poisson agrupados. También son conocidos como Procesos de Poisson Compuestos.

Otra importante aplicación se produce en la Teoría del Riesgo Relativo. Supóngase que las reclamaciones contra una compañía de seguros ocurre de acuerdo a un proceso de Poisson con media λt, y que las reclamaciones individuales x_i son variables aleatorias independientes e identicamente distribuidas con ley de distribución $\{P_k\}$, entonces M(t) representa el total de reclamaciones hasta el tiempo t. Si A representa la reserva inicial y c la tasa de crecimiento de la reserva en ausencia de reclamaciones, entonces el total de la reserva en el tiempo t es A+ct-M(t), de tal manera que reservas negativas implican ruina de la compañía.

Corolario. Se tiene que si M(t) es un proceso de Poisson compuesto.

$$E(M(t)) = \lambda t E(x_i)$$
$$VAR(M(t)) = \lambda t E(x_i^2)$$

Ejemplo: Los clientes llegan a una tienda en grupos consistentes de 1 o 2 individuos con igual probabilidad. La llegada de los grupos es de acuerdo a un proceso de Poisson con media λ. Entonces:

$$P_k = \{X_i = k\} = 1/2 \quad , k = 1,2.$$
$$= 0 \quad \text{en otro caso}$$

$$P(s) = \sum_k P_k S^k$$

$$= \tfrac{1}{2}S + \tfrac{1}{2}S^2$$

Si M(t) es el total de clientes que llegan al tiempo t, entonces la función generatriz de probabilidades de M(t) es:

$$G(s) = e^{\lambda t(1/2(s+s^2)-1)}$$

Procesos de Poisson dependientes del tiempo.

En este caso se supone que λ no es constante y que depende determinísticamente del tiempo y se denota como $\lambda(t)$. En este caso se tiene que:

$$P\{N(h)=k \mid N(t)=n\} = \lambda(t)n + o(h) \quad ,k=1$$
$$= o(h) \quad k \geq 2$$

y que no es otra cosa que la generalización de las probabilidades del proceso de Poisson, en el caso de λ constante. Estos procesos también son conocidos como procesos de Poisson no homogéneos. Un teorema importante con respecto a estos procesos es:

Teorema. La función generatriz de probabilidades de un proceso no homogéneo N(t), está dada por:

$$Q(s,t) = e^{m(t)(s-1)}$$

donde:

$$m(t) = \int_0^t \lambda(x)dx$$

Otra generalización importante se obtiene al considerar λ como una función de n y t, es decir, si $\lambda = \lambda_n(t)$ se tienen los siguientes resultados.

Corolario. En un proceso no homogéneo, la probabilidad de ocurrencia en un intervalo (0,t) es:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= Q(s,t)\,|_{s=0} \\ &= e^{-m(t)} \\ &= e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} \end{aligned}$$

y la probabilidad de exactamente k ocurrencias en un intervalo (0,t) está dada por:

$$P_k(t) = \frac{1}{k!}\frac{\partial^k}{\partial s^k}Q(s,t)|_{s=0}$$

$$= \frac{1}{k!}[m(t)^k e^{-m(t)}]$$

Variación aleatoria de λ.

Si además de no ser homogénea, se piensa que existe la influencia de factores aleatorios en el desarrollo del proceso, entonces alguna variación aleatoria se introduce en el parámetro λ del proceso N(t).

Si λ es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f(\lambda)$, $0 \leq \lambda < \infty$, entonces la probabilidad de n ocurrencias en un intervalo de longitud t, está dada por:

$$P_n(t) = P\{N(t)=n\}$$

$$= \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} f(\lambda)\, d\lambda$$

si λ varía de manera aleatoria con respecto al tiempo, entonces $\lambda = \lambda(t)$ es un proceso estocástico también. Estos tipos de procesos se conocen como **Procesos Doblemente Estocásticos**.

Procesos de Renovación

En los procesos de Poisson clásicos, los intervalos entre ocurrencias sucesivas son independientes e idénticamente distribuido a una ley exponencial. Si existe una sucesión de eventos E tal que los intervalos entre sucesivas ocurrencias de E son independientes e idénticamente distribuido pero no exponenciales, entonces a estos procesos se les conoce como **Procesos de Renovación**.

1.3 EL PROCESO DE POISSON Y EL CAMBIO DE LAS POBLACIONES

Sea N_t el tamaño de la población en un tiempo t dado. El cambio en el tamaño de la población en un tiempo $t+h$ mayor que t, está dado por la ocurrencia de eventos que incrementan o decrementan la población. Es decir:

$$N_{t+h} = N_t + I_h - D_h \qquad (1)$$

Donde:

N_{t+h} es el tamaño de la población en el tiempo $t+h$.

N_t es el tamaño de la población en el tiempo t.

I_h representa el número de eventos ocurridos en el intervalo de tiempo h que contribuyen a incrementar la población. y

D_h representa el número de eventos ocurridos en el intervalo de tiempo h que contribuyen a disminuir la población.

En la población de un país los eventos que incrementan a la población son los nacimientos y las personas que entran al país, mientras que los que la decrementan son las defunciones y las personas que salen del país. Esto es:

$$I_h = N_h + IN_h \qquad (2)$$
$$D_h = DEF_h + EMI_h$$

Donde:

I_h son los eventos que al ocurrir incrementan a la población.

N_h son los nacimientos ocurridos en el intervalo de tiempo h.

IN_h son las inmigraciones ocurridas en el intervalo de tiempo h.

D_h son los eventos que al ocurrir decrementan a la población.

DEF_h son las defunciones ocurridas en el intervalo de tiempo h, y
EMI_h son las emigraciones ocurridas en el intervalo de tiempo h.

Ley de distribución de probabilidad de los nacimientos.

Considérese la población de estudio constituida por el total de mujeres en edad fértil de la República Mexicana al momento t_0.

Si a partir del momento t_0, se empieza a observar la ocurrencia de los nacimientos de las mujeres de la población de estudio entonces para cualquier t mayor que t_0, se tendrá un total de nacimientos igual a k.

Esos nacimientos serán la suma de los nacimientos que cada mujer de la población de estudio tuvo en el intervalo comprendido entre t_0 y t, es decir:

$$K = N_1+N_2+..........+N_m$$

Donde:

K representa el total de nacimientos ocurridos en el intervalo comprendido entre t_0 y t.
m representa el total de mujeres de la población de estudio.
N_1 es el total de nacimientos de la primer mujer.
N_2 es el total de nacimientos de la segunda mujer.
N_m representa el total de nacimientos de la m-ésima mujer.

El valor de cada N_i es mayor o igual que cero y es la suma de los nacimientos que la mujer i (i = 1,2,..., m) tuvo en el intervalo comprendido entre t_0 y t.

Obsérvese que la ocurrencia de los nacimientos en el intervalo comprendido entre t_0 y t de la mujer i-ésima se puede modelar mediante un proceso estocástico de Poisson. Es decir: La probabilidad de que el número de nacimientos entre t_0 y t sea igual a r, para cada mujer i (i = 1,2,...,m) tiene una ley de distribución Poisson con parámetro $\lambda_i t$. Matemáticamente lo anterior se expresa como:

$$P(N_i(t+t_0)-N_i(t_0)=r)=e^{-\lambda_i t}\frac{(\lambda_i t)^r}{r!} \qquad r=0,1,2,...$$

De esta manera cada N_i con i=1,2,.....,m se puede modelar como un proceso de Poisson con parámetro $\lambda_i t$, donde i representa al número de mujer.

Un resultado[1] conocido de la teoría de la probabilidad muestra que la suma de variables aleatorias con distribución Poisson tiene también una ley de distribución Poisson con parámetro igual a la suma de los parámetros $\lambda_i t$ de las variables aleatorias de Poisson individuales, es decir:

$$P(N(t+t_0)-N(t_0)=r)=e^{-\sum_{i=1}^{m}\lambda_i t}\frac{\left(\sum_{i=1}^{m}\lambda_i t\right)^k}{k!} \qquad k=0,1,2,...$$

De tal manera que los nacimientos de las mujeres de la República Mexicana ocurridos entre el intervalo t_0 y t es nuevamente un proceso de Poisson con parámetro λ donde $\lambda = \Sigma\lambda_i$.

Ley de distribución de probabilidad de las defunciones.

Considérese la población de estudio constituida por el total de entidades federativas de la República Mexicana al momento t_0.

Si a partir del momento t_0, se empieza a observar la ocurrencia de las defunciones de individuos que fisicamente estaban en la entidad i-ésima, entonces para cualquier t mayor

[1] El resultado se puede consultar en Gnedenko (1968), p-276

que t_0 se tendrá un total de defunciones igual a k. Esas k defunciones serán igual a la suma de las defunciones de cada entidad federativa ocurridas en el intervalo de t_0 a t, es decir:

$$K = D_1 + D_2 + \dots\dots\dots + D_m$$

Donde:

K representa el total de defunciones ocurridas en el intervalo de tiempo comprendido entre t_0 y t.

m el total de entidades federativas en la República Mexicana.

D_1 las defuncioens ocurridas en la entidad 1.

D_2 las defunciones ocurridas en la entidad 2, etc.

Obsérvese nuevamente que la ocurrencia de las defunciones es un proceso de conteo y que se puede modelar con un proceso de Poisson con parámetro $\lambda_i t$. De esta manera cada D_i con $i=1,2,\dots m$ tiene una distribución de Poisson con parámetro $\lambda_i t$, con i representando la i-ésima entidad federativa de la República Mexicana.

Finalmente y utilizando el mismo argumento anterior, se deduce que las defunciones ocurridas en la República Mexicana en el intervalo definido entre t_0 y t es nuevamente un proceso de Poisson con parámetro λt, con $\lambda = \Sigma\lambda_i$.

Ley de distribución de probabilidad de las migraciones.

Si consideramos otra vez como población de estudio a las entidades federativas de la República Mexicana, entonces el total de emigraciones[2] o inmigraciones[3] ocurridas hasta el tiempo t será k_1 y k_2 respectivamente y tendrán por los argumentos anteriores también una ley de distribución de probabilidades de Poisson con ciertos parámetros $\lambda_1 t$ y $\lambda_2 t$.

[2] En este caso se define como emigración del estado i, a un elemento que sale del país y que su último lugar de residencia es el estado i.

[3] También se define como inmigración del estado i, a un elemento que entra al país y que reside en el estado i.

CAPITULO III

APLICACION DEL PROCESO DE POISSON EN LA ESTIMACION DE LA POBLACION.

3.1 DIAGNOSTICO DE LA POBLACION DE ESTUDIO.

La tasa de crecimiento.

En el siglo XX la tasa de crecimiento ha presentado para México una época de cambios demográficos trascendentales. A principios de siglo se observaron tasas de crecimiento reducidas; ocurriendo incluso un crecimiento negativo entre 1910 y 1921, debido al movimiento revolucionario. El proceso de industrialización iniciado en los años cuarentas, facilitó avances en materia de salud pública y su primera evidencia fue la disminución de las tasas de mortalidad. Este factor aunado a altas tasas de fecundidad, condujo a las tasas de crecimiento de población más elevadas de nuestra historia, aproximadamente de 3.3% hacia 1970 (Cuadro 3.1) lo cual implicaba que la población de México tendería a duplicarse en 20 años. Ante esta situación, a principios de los setentas el Gobierno de la República y diversos organismos sociales y académicos se abocaron al análisis del problema poblacional y a la búsqueda de soluciones.

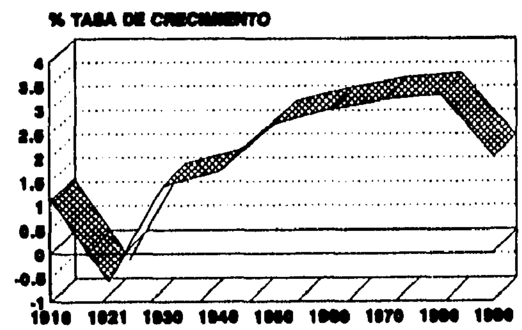
Como consecuencia de las diversas acciones tomadas por diferentes instituciones, después de 59 años la tasa de crecimiento poblacional ha empezado a disminuir considerablemente (figura 3.1). Según los datos del censo de 1990 se estima que el valor de la tasa de crecimiento es del 2% y, al compararla con la estimada en 1980, se observa un descenso de 1.3 puntos porcentuales.

CUADRO 3.1
MEXICO: NUMERO DE HABITANTES Y TASA DE CRECIMIENTO, 1900-1990.

Año	Población	Tasa de crec.
1900	13,607.3	
1910	15,160.4	1.1
1921	14,331.2	-0.6
1930	16,552.7	1.4
1940	19,653.6	1.7
1950	25,791.0	2.7
1960	34,923.1	3.0
1970	48,225.2	3.2
1980	66,846.8	3.3
1990	81,249.6	2.0

FUENTES: 1900-70 Estadísticas históricas de México, INEGI.
1980-90: X y XI Censos Generales de Población.

FIGURA 3.1
MEXICO: TASAS DE CRECIMIENTO, 1910-1990



FUENTE: CUADRO 3.1

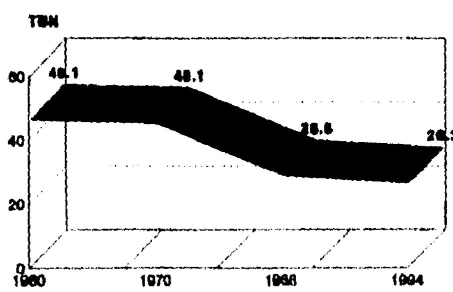
La Fecundidad.

Uno de los factores importantes en el descenso de la tasa de crecimiento es la fecundidad. La cual en sus diversos indicadores ha observado un descenso continuo en los últimos 30 años.

Como se mencionó anteriormente, el descenso de la fecundidad ha tenido un efecto en la disminución de la tasa de crecimiento, de tal manera que se prevee que el ritmo de crecimiento de la población llegará a fin de siglo a una tasa semejante a la observada en el primer decenio del mismo. La diferencia fundamental entre estas dos situaciones está dada por los niveles de natalidad y mortalidad, elevados en 1900 y bajos en el año 2000, en ambos casos el valor de la tasa de crecimiento fue y será aproximadamente del 1% anual.

Por ejemplo en 1970 la tasa bruta de natalidad (TBN) era de 45.1 nacimientos por mil habitantes, pero disminuyó a 28.6 en 1988 y a 26.3 en 1994 (figura 3.2)

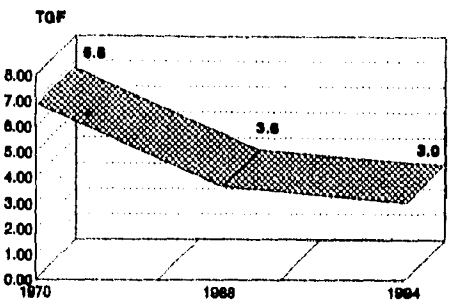
FIGURA 3.2
MEXICO: TASAS BRUTAS DE NATALIDAD, 1960-1994



FUENTES: 1960, Estadísticas Históricas de México, INEGI.
1970-1994. Estimaciones del Consejo Nacional de Población.

Por su parte, la tasa global de fecundidad (TGF) mostró también variaciones significativas ya que de 6.8 hijos por mujer en 1970, se redujo a 3.6 en 1988 y a 3.0 en 1994 (figura 3.3).

FIGURA 3.3
MEXICO: TASAS GLOBAL DE FECUNDIDAD, 1970-1994



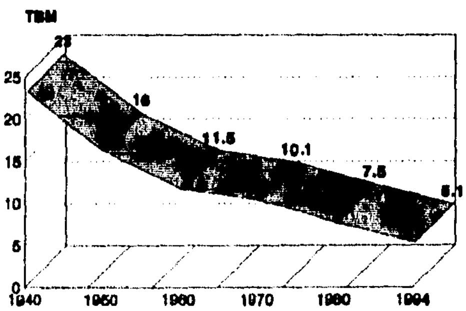
FUENTES: Estimaciones del Consejo Nacional de Población.

La Mortalidad.

Otro de los factores importantes en el descenso de la tasa de crecimiento es la mortalidad, la cual en nuestro país ha continuado con su descenso ininterrumpido observado desde los años treinta.

Sin embargo es entre 1940 y 1950 que la tasa bruta de mortalidad (TBM) manifiesta su descenso más notable, al bajar de 23 a 16 defunciones por cada mil habitantes, el descenso se puede atribuir básicamente a la inversión en infraestructura sanitaria y a los avances en la salud pública. En 1970 se alcanza una tasa bruta de mortalidad de 10.2 por mil y

FIGURA 3.4
MEXICO: TASAS BRUTAS DE MORTALIDAD, 1940-1994

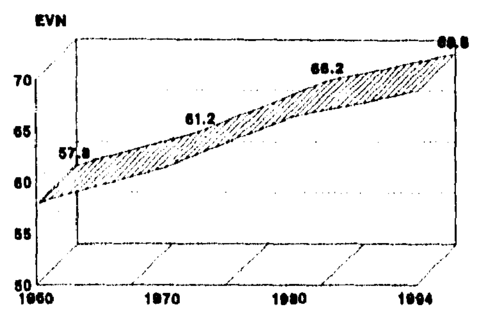


FUENTES: 1930-1970 Estadísticas Históricas de México, INEGI 1980-1990.

para 1994 se estima que el nivel de este indicador es de 5.1 defunciones por cada mil habitantes. (Figura 3.4)

El descenso de la mortalidad ha permitido que la población tenga una vida más prolongada, ya que, el promedio de años de vida por persona, es decir la esperanza de vida al nacimiento (EVN), pasó de 57.8 años en 1960, a 61.2 en 1970 y a 66.2 en 1980. Para 1994 se estima en 68.8 años en promedio. (Figura 3.5)

FIGURA 3.5
MEXICO: ESPERANZA DE VIDA AL NACER, 1960-1994



FUENTES: 1960-1980 Estadísticas Históricas de México, INEGI 1980-1990.

Todo lo anterior significa que en un siglo, México habrá completado el proceso, conocido como transición demográfica[4], la cual históricamente ha ocurrido en los países desarrollados y que ahora se está observando en gran parte de los países en desarrollo.

La migración.

En México se observan dos corrientes migratorias internacionales pricipales: una tradicional, que se refiere a la emigración de mexicanos hacia Estados Unidos de América, y otra, que ha crecido en importancia en los últimos años, constituida por la inmigración de centroamericanos.

[4] La transición demográfica implica un descenso de los niveles altos de mortalidad y fecundidad a niveles moderados.

La emigración de mexicanos hacia Estado Unidos tiene una historia que se remonta al siglo pasado, pero es en el presente cuando cobra gran importancia, por su volumen y sus impactos económicos y sociales así como en la política nacional e internacional.

Dentro del flujo migratorio de mexicanos que se dirigen hacia Estados Unidos, se distinguen dos tipos de migrantes: los que se trasladan a ese país para residir permanentemente y los trabajadores temporales, quienes conservan su lugar de residencia habitual en México. Ambos tipos comparten algunas características y difieren en otras pero, en ambos casos, la proporción de indocumentados es muy importante.

Estimaciones basadas en los censos de población de Estados Unidos indican que, en 1970, había cerca de 800 mil mexicanos por nacimiento, que residían en ese país, para 1990, su número aumentó a los 4.4 millones.

Cabe mencionar que 2.2 millones de estos migrantes llegaron a ese país entre 1980 y 1990, y que 1.4 millones lo hicieron entre 1970 y 1980. Esto es, durante esas dos décadas llegó el 82 por ciento. Más del 75 por ciento residen en los estados de California (57%) y Texas (21%). En cuanto a su composición por sexo, el 45% son mujeres y el restante 55% hombres.

Tres de cada cuatro de estos migrantes procede de sólo diez estados de la república por su antigua tradición migratoria destacan: Jalisco, Michoacán, Guanajuato, Zacatecas y Durango, por su importante aportación al flujo, Chihuahua, Baja California y Sonora y, por su reciente incorporación a este grupo, Guerrero y Oaxaca.

La evolución del flujo, en su magnitud y características, está directamente relacionada con cambios en las economías de ambos países, así como con disposiciones de tipo legal. En 1986, en Estados Unidos de América se aprobó una enmienda a la ley de inmigración, conocida como IRCA (Acta de Reforma y Control de la Inmigración), cuyo objetivo

principal era reducir el flujo de inmigrantes indocumentados.

Por otra parte, en años más recientes se han observado algunos indicios de cambio en las características de migrantes. Por ejemplo, que hay una mayor proporción de emigrantes de origen urbano, una participación creciente de mujeres y una diversificación mayor de las actividades económicas que realizan tanto en México como en Estados Unidos.

Por lo que respecta a la inmigración proveniente de Centroamérica, durante el período 1970-1990, se observaron cambios notables en las corrientes que la conforman, entre ellos, destacan el aumento de su volumen y la incorporación de los refugiados guatemaltecos.

En este proceso han participado cuatro grupos de inmigrantes que integran las corrientes migratorias provenientes de Centro y Sudamérica: los trabajadores temporales, los transmigrantes, los residentes indocumentados y los refugiados guatemaltecos.

El grupo de trabajadores temporales, el de mayor tradición migratoria, está constituido por campesinos, provenientes en su mayoría de los departamentos guatemaltecos de Huehuetenango, San Marcos y Retalhuleu, que se dirigen a las zonas productoras de café en la región del Soconusco, en el estado de Chiapas.

Por su parte, en el grupo de los transmigrantes integrado principalmente por individuos que ingresan al país sin autorización y, con el propósito de llegar a Estados Unidos predominan guatemaltecos, salvadoreños, nicaraguenses y hondureños, aunque la presencia de personas provenientes de Sudamérica, y aun de origen asiático es cada vez mayor.

El grupo de residentes indocumentados está conformado por personas que ingresan al país, de manera indocumentada o con documentos, pero que permanecen en el mismo después del vencimiento del permiso otorgado.

El último grupo es el de los refugiados guatemaltecos, protagonistas del fenómeno de inmigración de mayor importancia en la frontera sur en los últimos años.

Estructura de la población por edad y sexo.

La población constituye nuestro más preciado patrimonio y éste se ha incrementado vertiginosamente en los últimos decenios. Por lo que respecta a la composición por edad, ésta ha cambiado de manera importante en los últimos años. El cambio es notable en tres grandes grupos muy importantes de la población

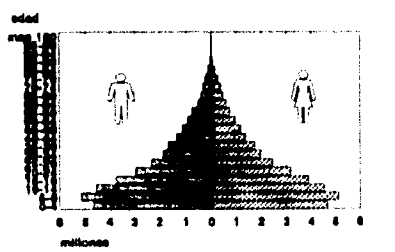
En las tres últimas décadas, el grupo de los niños y jóvenes de nuestro país, al igual que en otros países en desarrollo, aumentaron en forma tan acelerada que se ha requerido de programas especiales para responder a sus necesidades y aspiraciones, como es el caso de la educación, la salud y el empleo. Por ejemplo, en 1970 los menores de 15 años representaban el 46.5% de la población, en 1980 el 43%, para 1990 disminuyó en casi 5 puntos porcentuales y se estima que para 1994 el porcentaje haya disminuido hasta el 36%.

Por su parte, el grupo de 15 a 64 años, que en 1970 representaba menos del 50% de la población, para 1980 y 1990 representaba el 52.91% y 56.90% respectivamente. Para 1994 según estimaciones del Consejo Nacional de Población (CONAPO) el porcentaje de este grupo es del 60%, es decir un incremento de 10 puntos porcentuales con respecto a 1970. Cabe resaltar que este grupo incluye a la mayoría de la población económicamente activa, así como aquellos que tienen mayor capacidad de consumo y gasto. También incluye a las mujeres entre 15 y 49 años (mujeres de edad fértil), que representaban en 1980 el 23.7% de la población total y el 46.8% de la población femenina, cifras que aumentaron para 1990 a 25.7% y 50.4% respectivamente.

La mayor longevidad de la población, resultado de una mortalidad en descenso y de la ampliación de los programas de salud, se manifiesta en las personas de más de 65 años de edad. Para 1994, el CONAPO estimó que este grupo representa el 4.2% de la población. Esta proporción ha crecido lentamente desde los años 70 y, aunque su valor es relativamente reducido, tiende a aumentar su importancia. En este sentido es importante tener en cuenta que, el envejecimiento demográfico conlleva, oportunidades pero también retos ya que, si bien es cierto que se contará por unos años con una gran población en edades productivas, a medida que la misma envejezca, las personas de la tercera edad serán cada vez más numerosas y necesitarán cuidados especializados diferentes a los que demandan otros grupos, por lo tanto es necesario preveer sus necesidades y preparar la infraestructura de salud y de retiro que demandarán.

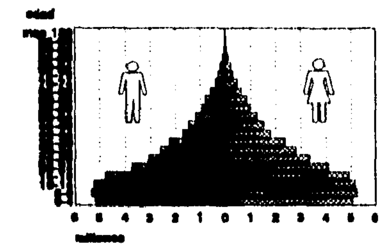
La representación gráfica que proporcionan las pirámides de población, muestra en forma explicita como ha cambiado el peso relativo de los diferentes grupos de edad. En 1970, los grupos de jóvenes de la base de la pirámide eran bastante más numerosos que los de adultos y ancianos, representados en la parte media superior de la pirámide respectivamente. Para 1994 la forma de la pirámide ha cambiado drásticamente, muestra un angostamiento de su base, al mismo tiempo que se ha ampliado la parte media y la superior, correspondiente a los adultos y ancianos respectivamente de la población mexicana. Las figuras 3.6, 3.7 Y 3.8 muestran pirámides poblacionales de 1980, 1990 y 1994 respectivamente.

FIGURA 3.6
MEXICO: PIRAMIDE POBLACIONAL NACIONAL, 1980



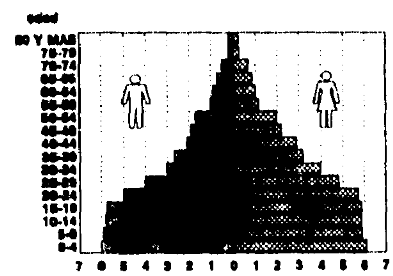
FUENTE: X Censo General de Población y Vivienda de 1980, INEGI.

FIGURA 3.7
MEXICO: PIRAMIDE POBLACIONAL NACIONAL, 1990



FUENTE: XI Censo General de Población y Vivienda de 1990, INEGI

FIGURA 3.8
MEXICO: PIRAMIDE POBLACIONAL NACIONAL, 1994



3.2 PROYECCION DE LOS NACIMIENTOS.

Como se mencionó anteriormente los eventos que modifican a una población humana son los nacimientos, las defunciones, las emigraciones y las inmigraciones. Cada componente tiene su dinámica propia a través del tiempo. Determinar esta dinámica resulta fundamental para poder estimar en cualquier momento el volumen poblacional.

La estimación se hizo bajo el supuesto de que los nacimientos se comportan según un proceso estocástico de Poisson. En el cuadro 3.2 se presentan los nacimientos observados en el período de 1981 a 1990. Para aplicar el modelo de Poisson, es necesario dejar claro que:

- Existe un instante en el tiempo denotado como t_0, a partir del cual se empieza a observar la ocurrencia de los nacimientos. En este caso dicho instante está referido al primero de enero de 1981.

- La unidad de medida del tiempo es en días.

- Se supone que el número de eventos ocurridos (nacimientos) en t_0, es cero.

- En el cuadro 3.2 los nacimientos observados, se refieren al total de nacimientos ocurridos en cada año.

- Dado que N(t), en el modelo de Poisson representa el número de nacimientos ocurridos entre t_0 y t, es necesario entonces acumular el tiempo y los nacimientos desde el inicio t_0, hasta el tiempo t de interés (ver cuadro 3.2).

CUADRO 3.2
MEXICO: NACIMIENTOS OCURRIDOS DE 1981-1990.

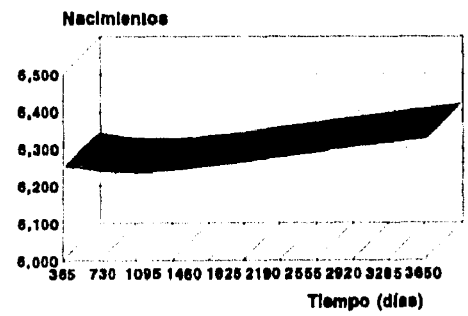
AÑO	NACIMIENTOS OBSERVADOS[1]	TIEMPO DIAS	NACIMIENTOS ACUMULADOS[2]	PARAMETRO λ OBSERVADO[3]
1981	2,280,087	365	2,280,087	6,247
1982	2,269,379	730	4,549,466	6,232
1983	2,273,780	1,095	6,823,246	6,231
1984	2,288,040	1,460	9,111,286	6,241
1985	2,301,036	1,825	11,412,322	6,253
1986	2,314,583	2,190	13,726,905	6,268
1987	2,326,919	2,555	16,053,824	6,283
1988	2,335,915	2,920	18,389,739	6,298
1989	2,342,422	3,285	20,732,161	6,311
1990	2,349,461	3,650	23,081,622	6,324

Fuente: 1) Consejo Nacional de Población (CONAPO), ejercicio de conciliación censal inédito,1994.
2) Datos calculados con base en los nacimientos observados.
3) Resultado de NACIMIENTOS ACUMULADOS entre el TIEMPO.

Para especificar completamente el proceso de Poisson, es necesario estimar el parámetro λ, el cual representa el número de nacimientos ocurridos por unidad de tiempo y se estima dividiendo el total de nacimientos acumulados hasta el tiempo t, entre el número de días transcurridos desde t_0 a t.

En la figura 3.9 se puede observar la tendencia del parámetro λ. En general se puede decir que la tendencia es creciente, y por lo tanto que la λ es una función del tiempo.
Esto quiere decir que los nacimientos en México se comportan según un proceso estocástico de Poisson cuyo parámetro depende del tiempo.

FIGURA 3.9
MEXICO: NACIMIENTOS POR DIA EN EL PERIODO 1981-1990



FUENTE: CUADRO 3.2

Ahora bien, en un proceso de Poisson, cuyo parámetro depende del tiempo, una manera de estimar el número de nacimientos ocurridos hasta el tiempo t es:

$$N(t) = \lambda(t)\, t$$

Donde:

$N(t)$ denota los nacimientos ocurridos hasta el tiempo t.
$\lambda(t)$ es el valor del parámetro de Poisson en el tiempo t.
t es el valor del tiempo (medido en días).

Para estimar la $\lambda(t)$ en cualquier instante t, se consideró que su comportamiento en el futuro debe ser de tipo asintótico, porque de otra manera los nacimientos crecerían arbitrariamente lo cual no puede ser del todo real. Con esta consideración en mente se ajustó a las λ's observadas una función que se estabiliza a partir de cierto momento y cuya ecuación es:

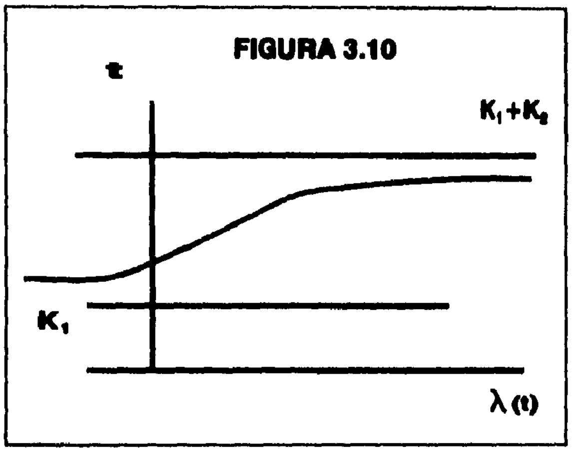
$$\lambda(t) = K_1 + \frac{K_2}{1 + e^{(a+bt)}} \qquad (3.1)$$

Donde:

$k_1 + k_2$ representa la cota superior de la función.
k_1 representa la cota inferior.

La función (3.1) anterior es asintótica por arriba y por abajo, es decir; si el tiempo t crece tanto como se desee, los nacimientos tienden al valor $k_1 + k_2$ pero nunca lo rebasan. Por el contrario, si t es tan pequeño como se desee, entonces los nacimientos tienden al valor k_1

y también nunca lo rebasan. En la figura 3.10 se puede observar la gráfica de la función.



La función (3.1) tiene cuatro parámetros desconocidos k_1,k_2, a y b. Si k_1 y k_2 son conocidos, entonces la función anterior se puede linealizar de la siguiente manera:

$$\ln(\frac{k_2}{\lambda(t)-k_1}-1)=a+bt$$

y entonces $$z = a + bt$$

Donde:

$$z=\ln(\frac{k2}{\lambda(t)-k_1}-1)$$

De tal forma que a y b se pueden estimar por el método de mínimos cuadrados, considerando a z y t como variables dependiente e independiente respectivamente. Sin embargo, lo anterior solo se puede hacer si k_1 y k_2 son conocidas.

Una manera de estimar (conocer) k_1 y k_2, es estableciendo valores que en la realidad del fenómeno estudiado no puedan ocurrir dadas las condiciones actuales de la población de estudio. En este caso se estableció $k_1=0$ ya que es imposible que exista en la actualidad una población humana cuyos nacimientos sean cero. El parámetro k_2 se estimó por un proceso mínimo cuadrático. Es decir con $k_1=0$ se propusieron diferentes valores de k_2 y se eligió la que produjera el menor error. El error se definió de la siguiente manera:

$$ERR(K_2)=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_{O_i}-\lambda_{E_i})^2}{1000}$$

Donde:

$ERR(K_2)$ es una función que depende de k_2

λ_{Oi} representa la λ observada i-ésima y

λ_{Ei} representa la λ i-ésima estimada mediante la función logística.

Con los parámetros de la función (3.1) estimados, se calcularon los valores de λ en el período 1981-2020. El cuadro 3.3 muestra los resultados obtenidos en el período observado de 1981 a 1990 y en el período de proyección de 1995 a 2020 y en la figura 3.11 se puede observar el comportamiento de las lambdas observadas y estimadas.

Con los valores de $\lambda(t)$ y t se estimaron los nacimientos acumulados en cada año y con éstos se estimaron los nacimientos quinquenales. Los resultados se muestran en los cuadros 3.3 y 3.4 respectivamente.

Según las estimaciones, se espera que en México para el año 2000, hayan ocurrido un total de 46,858,233 nacimientos y para el año 2020 se estima que la cifra será de 96,672,286. Los nacimientos acumulados en el quinquenio 1996-2000 serán de 11,996,240 y para el quinquenio 2016-2020 serán de 12,723,982.

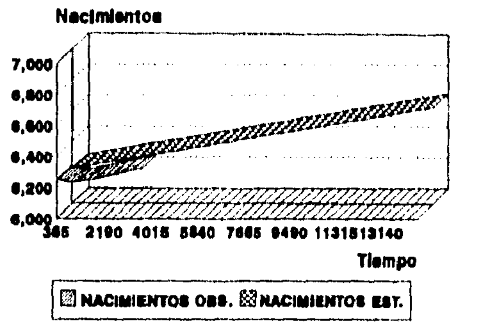
CUADRO 3.3
MEXICO: PARAMETRO DEL PROCESO DE POISSON DE NACIMIENTOS DE 1981-2020.

AÑO	TIEMPO DIAS	PARAMETRO $\lambda(t)$ OBSERVADO	PARAMETRO $\lambda(t)$ ESTIMADO[1]	NACIMIENTOS AL AÑO[2]
1981	365	6,247	6,222	2,270,953
1982	730	6,232	6,232	4,549,559
1983	1,095	6,231	6,243	6,835,806
1984	1,460	6,241	6,253	9,129,681
1985	1,825	6,253	6,264	11,431,171
1986	2,190	6,268	6,274	13,740,264
1987	2,555	6,283	6,285	16,056,946
1988	2,920	6,298	6,295	18,381,203
1989	3,285	6,311	6,305	20,713,203
1990	3,650	6,324	6,316	23,052,392
1995	5,475		6,367	34,861,994
2000	7,300		6,419	46,858,233
2005	9,125		6,470	59,039,297
2010	10,950		6,521	71,403,303
2015	12,775		6,571	83,948,303
2020	14,600		6,621	96,672,286

FUENTE: 1) Datos estimados con base en una función logística cuyos parámetros son k1=0, k2=10000, a=-.496575, b= -.000001222

2) Datos estimados multiplicando λ por el tiempo.

FIGURA 3.11
MEXICO: NACIMIENTOS POR DIA EN EL PERIODO 1981-2020



FUENTE: CUADRO 3.3

CUADRO 3.4
MEXICO: NACIMIENTOS ESTIMADOS EN EL PERIODO 1985-2020.

AÑO	NACIMIENTOS QUINQUENALES OBSERVADOS[1]	NACIMIENTOS QUINQUENALES ESTIMADOS[2]
1981-1985	11,412,322	11,431,171
1986-1990	11,669,300	11,621,221
1991-1995		11,809,601
1996-2000		11,996,240
2001-2005		12,181,064
2006-2010		12,364,006
2011-2015		12,545,000
2016-2020		12,723,982

FUENTE: 1) Datos calculados con base en el cuadro 3.2
2) Datos estimados con base en el cuadro 3.3.

3.3 PROYECCION DE LAS DEFUNCIONES.

La estimación de las defunciones se hizo también bajo el supuesto de que el fenómeno se comporta según un proceso estocástico de Poisson. En el cuadro 3.5 se presentan las defunciones observadas en el período de 1971 a 1992. Para aplicar el modelo de Poisson, en el caso de las defunciones se estableció que:

- El período de inicio de observación que se denota como t_0 es el primero de enero de 1971.

- La unidad de medida del tiempo es en días.

- Se supone que el número de defunciones ocurridas en t_0, es cero.

- En el cuadro 3.5 las defunciones observadas, se refieren a las defunciones ocurridas en cada año.

- Dado que N(t), es el número de defunciones ocurridas entre t_0 y t, es necesario acumular otra vez, el tiempo y las defunciones desde el inicio t_0, hasta el tiempo t de interés (ver cuadro 3.5).

AÑO	DEFUNCIONES REGISTRADAS[1]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1971	458,323	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1972	476,206	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1973	458,915	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1974	433,104	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1975	435,888	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1976	455,660	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1977	450,454	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1978	418,381	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1979	428,217	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

CUADRO 3.5
MEXICO:DEFUNCIONES OCURRIDAS DE 1971-1992

AÑO	DEFUNCIONES REGISTRADAS[1]	TIEMPO DIAS	DEFUNCIONES ACUMULADAS[2]	λ(t) OBSERVADA[3]
1971	458,323	365	458,323	1,256
1972	476,206	730	934,529	1,280
1973	458,915	1,095	1,393,444	1,273
1974	433,104	1,460	1,826,548	1,251
1975	435,888	1,825	2,262,436	1,240
1976	455,660	2,190	2,718,096	1,241
1977	450,454	2,555	3,168,550	1,240
1978	418,381	2,920	3,586,931	1,228
1979	428,217	3,285	4,015,148	1,222
1980	434,465	3,650	4,449,613	1,219
1981	424,274	4,015	4,873,887	1,214
1982	412,345	4,380	5,286,232	1,207
1983	413,403	4,745	5,699,635	1,201
1984	410,550	5,110	6,110,185	1,196
1985	414,003	5,475	6,524,188	1,192
1986	400,079	5,840	6,924,267	1,186
1987	406,913	6,205	7,331,180	1,181
1988	412,987	6,570	7,744,167	1,179
1989	423,304	6,935	8,167,471	1,178
1990	422,803	7,300	8,590,274	1,177
1991	411,131	7,665	9,001,405	1,174
1992	421,011	8,030	9,422,416	1,173

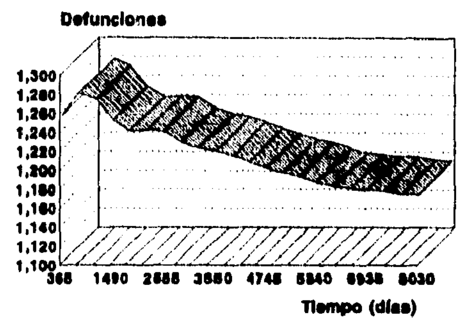
Fuente: 1) Consejo Nacional de Población (CONAPO), ejercicio de conciliación censal inédito,1994.
2) Datos calculados con base en las defunciones registradas.
3) Resultado de DEFUNCIONES ACUMULADAS entre el TIEMPO.

El parámetro λ, también se estimó dividiendo el total de defunciones acumuladas hasta el tiempo t entre el número de días transcurridos desde t_0 hasta t.

En la figura 3.12 se puede observar que la tendencia del parámetro λ es decreciente y por lo tanto se puede concluir que λ es una función del tiempo.

Esto quiere decir que también las defunciones en nuestro país se comportan según un proceso estocástico de Poisson cuyo parámetro depende del tiempo.

FIGURA 3.12
MEXICO: DEFUNCIONES POR DIA ESTIMADAS EN EL PERIODO 1971-1992



FUENTE: CUADRO 3.5

En el caso de las defunciones se consideró también en el período de proyección un comportamiento asintótico, y se modeló con una función logística. Sin embargo, debido a que en este caso la tendencia fué decreciente el tratamiento de las cotas fue diferente. Se fijó la cota superior (k_1+k_2) en base a los datos observados no debiendo ser menor al máximo de ellos y por un proceso mínimo cuadrático se encontró la cota inferior (k_1) que produjera el menor error posible, comparando lo observado y lo estimado. Los resultados se muestran en los cuadros 3.6 y 3.7 y en la figura 3.13.

CUADRO 3.6
MEXICO: PARAMETRO DEL PROCESO DE POISSON DE DEFUNCIONES DE 1971-2020

AÑO	TIEMPO DIAS	PARAMETRO λ OBSERVADO	PARAMETRO λ ESTIMADO[1]	DEFUNCIONES AL AÑO[2]
1971	365	1,256	1,272	464,319
1972	730	1,280	1,266	924,242
1973	1,095	1,273	1,260	1,379,636
1974	1,460	1,251	1,254	1,830,432
1975	1,825	1,240	1,247	2,276,634
1976	2,190	1,241	1,241	2,718,317
1977	2,555	1,240	1,235	3,155,626
1978	2,920	1,228	1,229	3,588,768
1979	3,285	1,222	1,223	4,018,008
1980	3,650	1,219	1,217	4,443,657
1981	4,015	1,214	1,212	4,909,626
1982	4,380	1,207	1,207	5,372,416
1983	4,745	1,201	1,202	5,832,441
1984	5,110	1,196	1,197	6,290,113
1985	5,475	1,192	1,193	6,745,833
1986	5,840	1,186	1,189	7,199,980
1987	6,205	1,181	1,185	7,652,906
1988	6,570	1,179	1,182	8,104,932
1989	6,935	1,178	1,178	8,556,341
1990	7,300	1,177	1,175	9,007,382
1991	7,665	1,174	1,173	9,458,270
1992	8,030	1,173	1,170	9,909,183
1995	9,125		1,164	11,263,406
2000	10,950		1,158	13,526,777
2005	12,775		1,154	15,809,794
2010	14,600		1,152	18,101,492
2015	16,425		1,151	20,401,703
2020	18,250		1,151	22,707,632

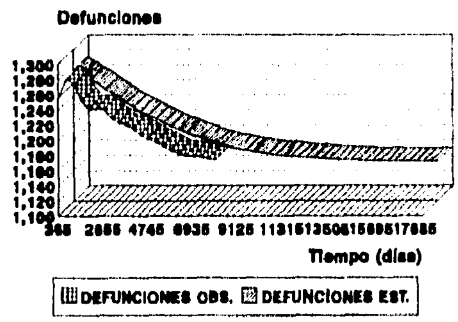
FUENTE: 1) Datos estimados con base en una función logística cuyos parámetros son $k_1 = 1150$, $k_2 = 200$, $a = -.5120791$, $b = .000343$

2) Datos estimados multiplicando λ por el tiempo.

Con el parámetro λ(t) estimado y los valores de t, se estimaron las defunciones acumuladas en cada año. Los resultados se muestran en los cuadros 3.6 y 3.7 respectivamente.

Según las estimaciones, se espera que ocurran para el año 2000 un total de 13,526,777 defunciones y para el año 2020 se estima que serán 22,707,632. Las defunciones en los quinquenios de 1996-2000 y 2016-2020 serán de 2,266,371 y 2,305,928 respectivamente.

FIGURA 3.13
MEXICO: DEFUNCIONES POR DIA EN EL PERIODO 1971-2020



FUENTE: CUADRO 3.6

CUADRO 3.7
MEXICO: DEFUNCIONES OBSERVADAS Y ESTIMADAS EN 1971-2020

AÑO	Defunciones quinquenales Observadas[1]	Defunciones quinquenales Estimadas[2]
1971-1975	2,262,436	2,276,634
1976-1980	2,187,177	2,167,023
1981-1985	2,074,575	2,302,176
1986-1990	2,066,086	2,261,550
1991-1995		2,256,024
1996-2000		2,266,371
2001-2005		2,280,017
2006-2010		2,291,698
2011-2015		2,300,211
2016-2020		2,305,928

FUENTE: 1) Datos calculados con base en el cuadro 3.5
2) Datos estimados con base en $\lambda(t)$ y la t respectiva

Cabe aclarar que para la proyección de las defunciones se hizo un ajuste, ya que en el registro de las mismas existe un subregistro, es decir hay un cierto número de defunciones que por diversas causas no se registran, por lo que se aplicó un factor de corrección a las defunciones registradas. Según los datos de la Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica de 1992, este factor se estimó en un 9.7% y, se supuso constante en todo el período de proyección a partir de 1980.

3.4 PROYECCION DE LAS EMIGRACIONES.

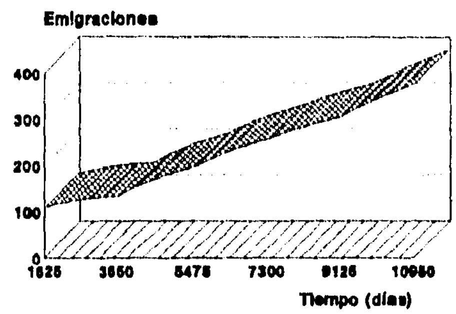
Los datos para modelar la ocurrencia de las emigraciones a través del tiempo, se presentan en el cuadro 3.8.

CUADRO 3.8
MEXICO: EMIGRACIONES OCURRIDAS DE 1961-1990

AÑO	EMIGRACIONES OBSERVADAS[1]	TIEMPO DIAS	EMIGRACIONES ACUMULADAS[2]	PARAMETRO λ OBSERVADO[3]
1961-1965	194,659	1,825	194,659	107
1966-1970	281,546	3,650	476,205	130
1971-1975	587,499	5,475	1,063,704	194
1976-1980	795,903	7,300	1,859,607	255
1981-1985	906,797	9,125	2,766,404	303
1986-1990	1,341,163	10,950	4,107,567	375

Fuente: 1) 1960-1980 Estadísticas Históricas de México, INEGI, 1980-1990.
2) Datos calculados con base en las emigraciones observadas.
3) Resultado de EMIGRACIONES ACUMULADAS entre el TIEMPO.

FIGURA 3.14
MEXICO: EMIGRACIONES POR DIA EN EL PERIODO 1965-1990



FUENTE: CUADRO 3.8

Con base en los datos se encontró que, la ocurrencia de las emigraciones se puede modelar mediante un proceso estocástico de Poisson cuyo parámetro depende del tiempo (figura 3.14).

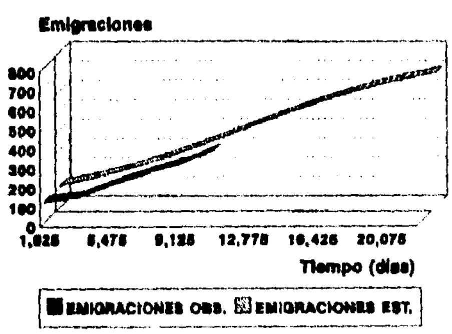
La estimación de las emigraciones, por día (parámetro de Poisson) se calculó de manera completamente análoga al caso de los nacimientos. Los resultados se presentan en el cuadro 3.9 y en la figura 3.15 se puede observar la evolución de las emigraciones estimadas y observadas.

CUADRO 3.9
MEXICO: PARAMETRO DEL PROCESO DE POISSON DE EMIGRACIONES DE 1961-1990

AÑO	TIEMPO DIAS	PARAMETRO λ OBSERVADO	PARAMETRO λ ESTIMADO
1965	1,825	107	113
1970	3,650	130	150
1975	5,475	194	195
1980	7,300	255	248
1985	9,125	303	309
1990	10,950	375	374
1995	12,775		441
2000	14,600		506
2005	16,425		565
2010	18,250		616
2015	20,075		660
2020	21,900		694

FUENTE: Datos estimados con base en una función logística cuyos parámetros son $k_1 = 0$, $k_2 = 800$, $a = 2.106053$, $b = -.0001836$

FIGURA 3.15
MEXICO: EMIGRACIONES POR DIA EN EL PERIODO 1965-2020



FUENTE: CUADRO 3.9

Con la $\lambda(t)$ (parámetro de Poisson) estimada y el tiempo transcurrido entre t_0 y t se estimaron las emigraciones. Los resultados se muestran en el cuadro 3.10.

CUADRO 3.10
MEXICO: EMIGRACIONES OBSERVADAS Y ESTIMADAS 1961-2020

AÑO	Emigraciones quinquenales Observadas[1]	Emigraciones quinquenales Estimadas[2]
1961-1965	194,659	206,307
1966-1970	281,546	339,830
1971-1975	587,499	519,796
1976-1980	795,903	745,557
1981-1985	906,797	1,006,292
1986-1990	1,341,163	1,279,904
1991-1995		1,536,763
1996-2000		1,748,021
2001-2005		1,894,673
2006-2010		1,972,385
2011-2015		1,990,002
2016-2020		1,963,767

FUENTE: 1) Datos calculados con base en el cuadro 3.8
2) Datos estimados con base en $\lambda(t)$ y la t respectiva.

Según las estimaciones, se espera que en el quinquenio de 1996 a 2000 salgan aproximadamente un millón setecientos cuarenta y ocho mil personas del país y que para el quinquenio de 2006 a 2010 serán casi un millón novecientos noventa mil mientras que en el último quinquenio de la proyección serán aproximadamente un millón novecientos sesenta y cuatro mil.

3.5 PROYECCION DE LAS INMIGRACIONES.

Los datos utilizados para la proyección de las inmigraciones se presentan en el siguiente cuadro.

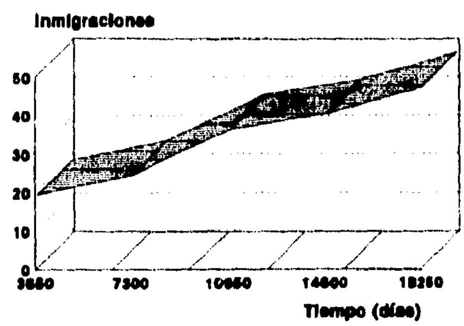
CUADRO 3.11
MEXICO: INMIGRACIONES OCURRIDAS DE 1940-2020

AÑO	INMIGRACIONES OBSERVADAS[1]	TIEMPO DIAS	INMIGRACIONES ACUMULADAS[2]	PARAMETRO λ OBSERVADO[3]
1940	67,548	3,650	67,548	19
1950	106,315	7,300	173,863	24
1960	223,468	10,950	397,331	36
1970	191,184	14,600	588,515	40
1980	268,900	18,250	857,415	47

Fuente: 1) Consejo Nacional de Población (CONAPO), ejercicio de conciliación censal inédito, 1994.
2) Datos calculados con base en las emigraciones observadas.
3) Resultado de EMIGRACIONES ACUMULADAS entre el TIEMPO.

También en este caso se encontró que la λ es función del tiempo. En la figura 3.16 se puede observar que el promedio de inmigrantes por día, ha aumentado de manera importante en los últimos 50 años.

FIGURA 3.16
MEXICO: INMIGRACIONES POR DIA ESTIMADAS EN EL PERIODO 1940-1980



FUENTE: CUADRO 3.11

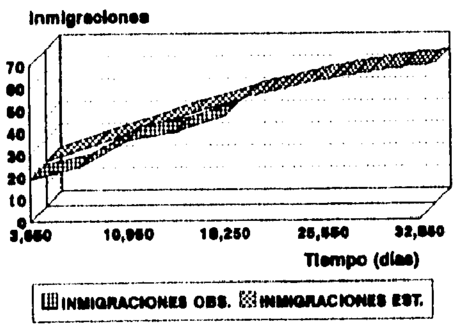
De manera completamente análoga a los nacimientos, las defunciones y a las emigraciones, se calcularon las inmigraciones. Los resultados se pueden observar en los siguientes cuadros.

CUADRO 3.12
MEXICO: PARAMETRO DEL PROCESO DE POISSON DE INMIGRACIONES EN 1940-2020

AÑO	TIEMPO DIAS	λ OBSERVADA	λ ESTIMADA
1940	3,650	19	20
1950	7,300	24	27
1960	10,950	36	34
1970	14,600	40	41
1980	18,250	47	47
1985	20,075		50
1990	21,900		53
1995	23,725		55
2000	25,550		57
2005	27,375		59
2010	29,200		61
2015	31,025		62
2020	32,850		63

FUENTE: Datos estimados con base en una función logística cuyos parámetros son $k_i = 0$, $k_f = 68$, $a = 1.242223$, $b = -.000115$

FIGURA 3.17
MEXICO: INMIGRACIONES POR DIA EN EL PERIODO 1940-2020



FUENTE: CUADRO 3.12

CUADRO 3.13
MEXICO: INMIGRACIONES OBSERVADAS Y ESTIMADAS EN 1930-2020

AÑO	Inmigraciones por decada observadas[1]	Inmigraciones estimadas[2]
1931-1940	67,548	74,640
1941-1950	106,316	121,656
1951-1960	223,468	175,044
1961-1970	191,184	226,417
1971-1980	268,900	267,347
1981-1990		293,194
1991-2000		304,373
2001-2010		304,676
2011-2020		298,704

FUENTE: 1) Datos calculados con base en el cuadro 3.11
2) Datos estimados con base en $\lambda(t)$ y la t respectiva.

Según los datos del cuadro 3.13 se esperan aproximadamente trescientos cuatro mil inmigraciones para el decenio de 1991 a 2000. Para el período de 2001 a 2010 se espera que sean alrededor de trescientos cuatro mil y que en el último decenio del período de proyección hayan entrado al país un total aproximado de trescientas mil personas.

3.6 PROYECCION DE LA POBLACION TOTAL.

Con base en los diferentes modelos de Poisson, se estimaron por quinquenio los nacimientos, defunciones, inmigraciones y emigraciones ocurridas a partir de 1981. El cuadro 3.14 presenta los resultados integrados.

CUADRO 3.14
MEXICO: INDICADORES DEMOGRAFICOS QUE AFECTAN EL VOLUMEN POBLACIONAL DE 1981-2020

AÑO	NACIMIENTOS[1]	DEFUNCIONES[2]	EMIGRACIONES[3]	INMIGRACIONES[4]
1981-1985	11431171	2302176	1006292	144345
1986-1990	11621221	2261550	1279904	148849
1991-1995	11809601	2256024	1536763	151579
1996-2000	11996240	2266371	1748021	152794
2001-2005	12181064	2280017	1894673	152795
2006-2010	12364006	2291698	1972385	151882
2011-2015	12545000	2300211	1990002	150330
2016-2020	12723982	2305928	1963797	148374

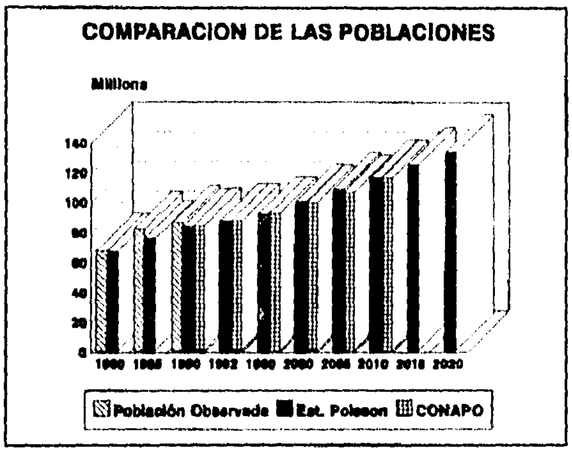
FUENTES: 1) Calculos basados en el cuadro 3.4
2) Cálculos basados en el cuadro 3.7
3) Cálculos basados en el cuadro 3.10
4) Cálculos basados en el cuadro 3.13

CUADRO 3.15
MEXICO: POBLACION TOTAL ESTIMADA EN EL PERIODO 1981-2020

AÑO	POBLACION OBSERVADA	INCREMENTO NETO A LA POBLACION INICIAL	POBLACION TOTAL ESTIMADA	POBLACION TOTAL ESTIMADA POR EL CONAPO	POBLACION TOTAL ESTIMADA POR EL INEGI
1980	66,846,833[1]	0	66,846,833		
1985		8,267,048	75,113,881		
1990	81,249,645[2]	16,495,664	83,342,497	83,488,312	82,589,082
1992	85,627,971[3]	19,769,731	86,616,564	86,774,112	
1995		24,664,057	91,510,890	91,606,142	90,591,023
2000		32,798,699	99,645,532	99,198,613	98,848,101
2005		40,957,868	107,804,701	105,900,036	107,145,029
2010		49,209,673	116,056,506	111,683,885	115,429,956
2015		57,614,790	124,461,623		
2020		66,217,421	133,064,254		

FUENTES: 1) X Censo General de Población y Vivienda.
2) XI Censo General de Población y Vivienda.
3) Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica.

Según las estimaciones que se presentan en le cuadro 3.15 se espera que para el año 2000 existan en la República Mexicana un poco más de 99 millones de habitantes, mientras que para el año 2020 se espera que la población total sea de aproximadamente 133 millones de mexicanos. En el mismo cuadro se pueden observar las estimaciones realizadas por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) y por el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI). Cabe resaltar que, las diferencias en las estimaciones en los años de 1990, 1992, 1995 y 2000 son del orden de cien a trescientos mil. En los años 2005 y 2010 la diferencia con respecto al CONAPO es del orden de millones, estas diferencias tan grandes se deben seguramente a los diferentes supuestos utilizados en las proyecciones de los diversos componentes que afectan a la población.



Por ejemplo, normalmente en las proyecciones que elaboran estas instituciones se consideran tres hipótesis en la proyección de la fecundidad; hipótesis baja, la media y la alta. La proyección de la población según estas hipótesis produce tres estimaciones diferentes de la población mexicana. Es importante resaltar entonces que las estimaciones del modelo y las elaboradas por el INEGI con hipótesis de fecundidad alta para el 2005 y 2010, no producen diferencias tan grandes. Sin embargo las diferencias grandes se dan en

los años de 1990, 1995 y 2000. Otra vez es evidente que las estimaciones dependen de los supuestos establecidos por cada uno de los modelos que usa cada institución en los diferentes componentes que afectan el tamaño de la población.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES GENERALES

Es importante dejar claro que, no se pretende sustituir la metodología que hasta el momento han utilizado los demografos en la proyección de la población, ni tampoco entrar en un debate comparativo de quién produce mejores resultados. El objetivo de este trabajo fue mostrar al lector que existe una forma alternativa para proyectar la población de México que puede arrojar resultados confiables. El lector decidirá en su momento cual de las metodologías utilizar.

Dado que la estimación de la población mexicana en los años de 1990 a 2000 obtenida con el modelo de Poisson es muy parecida con la estimada por el Consejo Nacional de Población, institución responsable de la política demográfica en México, se puede concluir que al menos en este período las estimaciones del modelo son confiables y se pueden utilizar en la toma de decisiones relacionadas con el volumen poblacional.

Otra conclusión que hay que resaltar es que el modelo de Poisson se puede aplicar en cualquier tipo de población no necesariamente humana, basta con que sean conteos y que cumplan con las condiciones o características de dichos procesos estocásticos, así con el modelo se pueden proyectar, por ejemplo el número de accidentes ocurridos en una carretera, el número de robos de vehiculos en una ciudad, el número de atenciones ginecostétricas, etc.

También es importante mencionar que el grado de confiabilidad de las proyecciones de cualquier modelo (CONAPO, INEGI y Poisson) dependerá de la veracidad de la información utilizada para ello.

CONCLUSIONES ESPECIFICAS

Como hemos podido observar debido a los grandes esfuerzos hechos por las diferentes instituciones se han logrado bajas importantes en la tasa de crecimiento ya que para 1990 era aproximadamente del 2% mientras que en decadas anteriores se alcanzaron las tasas de crecimiento más altas de la historia. Según las autoridades responsables esto ha sido principalmente debido al éxito de las campañas publicitarias de los diferentes medios de comunicación, así como la concientización de la población.

En lo que se refiere a la tasa de mortalidad esta se ha visto reducida principalmente por el mejoramiento de los sistemas de salud, servicio médico etc., ya que se ha logrado tener el control de las principales causas de muerte como eran las enfermedades parasitarias y las infecciosas y de esta manera se aumentó la esperanza de vida al nacer que para 1994 era de 68.8 años.

Por otro lado la emigración no se ha visto mejorada como los otros componentes, debido a los problemas económicos por los que atraviesa el país, de tal manera que esta se ha visto incrementada principalmente al país vecino del norte. Sin embargo, se pretende con los nuevos planes estratégicos por un lado aminorar este problema, y por el otro lograr la inversión extranjera, para de esta forma disminuir la tasa de desempleo y evitar la emigración.

El incremento en los nacimientos para los años del 2001 al 2020 será de aproximadamente el 6.3% con respecto a los nacimientos de 1981 al 2000, las defunciones e inmigraciones no se verán muy incrementadas ya que el crecimiento será del 1% para ambos para los mismos años, pero lo más preocupante es el caso de las emigraciones ya que según la proyección se verán incrementadas en un 40% para los años del 2001 al 2020 con respecto a 1981-2000, esto quizás por lo que mencionabamos anteriormente debido a las condiciones de inestabilidad del país.

De esta manera la población total para el año 2000 tendrá un crecimiento del 50% con respecto a la población de 1980, pero para el año 2020 la población se verá practicamente duplicada, es decir que aproximadamente en cuatro decadas la población se duplicará.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carleton, R. O. Aspectos Metodológicos y Sociológicos de la Fecundidad Humana, (1970), Santiago de Chile, Ed. CELADE, 211 PP.

- C. Chatfield, The Analysis of Time Series Theory and Practice, (1975), U. S. A., Edit. Chapman and Hall, 262 PP.

- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, Tabla de Mortalidad Experiencia 82 - 89, del Seguro de Vida Individual, (1991), México, 32 PP.

- Consejo Nacional de Población, CONAPO, Ejercicio de Conciliación CENSAL INEDITO 1994, (1994), Edit. CONAPO, México.

- Consejo Nacional de Población, Informe de Avances del Programa Nacional de Población 1989 - 1994, (1994), México, Edit. CONAPO, 229 PP.

- Consejo Nacional de Población, México Demográfico, (1988), México, 161 PP.

- Chackiel, Juan y Martínez, Jorge, Transición Demográfica en América Latina y el Caribe desde 1950, (1970)Santiago de Chile, Ed. CELADE, Pág. 113-132.

- Elizaga, J. C. Métodos Demográficos para el Estudio de la Mortalidad, Santiago de Chile, (1969), Ed. CELADE, 133 PP.

- González, R. Javier, Modelo Matemático para Proyectar la Fecundidad en México, (1988), México, U. N. A. M., Tesis de Matemático

- Gnedenko, B. V. The Theory of Probability, (1968), 4ta. edición, United States of America, Chelsea Publising Company, 529 PP.

- Herrera-García, Margarita, Los Procesos Estocásticos y las Tasas de Continuidad en Métodos Anticonceptivos, (1996), U.N.A.M.-E.N.E.P. Acatlán, Tesis de Licenciatura en Actuaría, México, 70 PP.

- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informatica, Censo Nacional de Población X, (1980), México, INEGI,

- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informatica, Censo Nacional de Población XI, (1990), México, INEGI,

- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informatica, Estados Unidos Mexicanos: Proyecciones de la Población Nacional 1990-2010, (1994), México, INEGI,

- Indicadores Seleccionados, Indicadores Demográficos (1980 - 1990) y Estado Actual del Programa de Planificación Familiar a Nivel Nacional y Estatal, México, Pág. 25 - 30.

- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica, 1992: Metodología y Tabulados, (1992), México, 418 PP.

- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Estádisticas Históricas de México, 1900 - 1970, (1990),México, 383 PP.

- Instituto Mexicano del Seguro Social, La Revolución Demográfica en México 1970 - 1980 , (1982), Editor Jorge Martínez Manautou, México, 502 PP.

- Karlin, S. A. First Course in Stochastic Processes, (1966), New York and London, Edit. Academic Press, 502 PP.

- Keyfitz, Nathan, Introducción a las Matemáticas de Población, (1979) Santiago de Chile, Ed. CELADE, 456 PP.

- Medhi, J. Stochastic Processes, (1981), New York, Edit. Jhon Wiley & Sons, 387 PP.

- Pressat, Roland, El Análisis Demográfico, (1983), México, Edit. Fondo de Cultura Económica, 360 PP.

- Pressat, Roland, Diccionario de Demografía, (1987), España, Oikos - Tau, S. A. Ediciones, 248 PP.

- Revista del Comercio Exterior, Vol. 43 No. 7 año (1993).

- Solis-Moya, Pedro, Los Procesos Estocásticos de Poisson Aplicados a la Proyección y Control de Siniestros del Seguro de Enfermedad, (1994) U.N.A.M.-E.N.E.P. Acatlán, Tesis de Licenciatura en Actuaría, México