

59  
2 ep



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERIA

"RESPUESTA SISMICA DE SISTEMAS  
SUELO - PILOTE.  
UN NUEVO METODO DE ANALISIS"

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:  
JUAN MANUEL MAYORAL VILLA



MEXICO, D.F.

1996

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-023/95

Señor  
**JUAN MANUEL MAYORAL VILLA**  
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **ING. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

**" RESPUESTA SISMICA DE SISTEMAS SUELO-PILOTE. UN NUEVO METODO DE ANALISIS "**

- I. INTRODUCCION**
- II. PROCEDIMIENTOS EXISTENTES**
- III. PLANTEAMIENTO DEL METODO PROPUESTO**
- IV. ANALISIS PARAMETRICO DE CASOS**
- V. CONCLUSIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
**"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"**  
Cd. Universitaria, a 14 de marzo de 1995.  
EL DIRECTOR

ING. JOSÉ MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/RCR\*nl

11.

A mis padres, por su apoyo y cariño

A mis hermanas y hermanos, por su comprensión

A mis compañeros y amigos

Contenido	Pág
I INTRODUCCION	1
II PROCEDIMIENTOS EXISTENTES	4
II.1 Definición del problema	4
II.2 Alcances	6
II.3 Métodos tradicionales de análisis dinámico de sistemas suelo-estructura	7
II.3.1 Análisis de respuesta estructural	7
II.3.2 Análisis de la respuesta del suelo	8
II.3.3 Interacción dinámica suelo-cimentación-estructura	17
II.3.4 Funciones de impedancia	17
II.3.5 Procedimientos matemáticos	25
II.3.6 Procedimientos existentes para el análisis de interacción dinámica suelo-pilote	28
III PLANTEAMIENTO DEL METODO PROPUESTO	37
III.1 Desarrollo del modelo	37
III.2 Análisis del modelo	38
III.2.1 Matriz de rigidez del sistema	43
III.2.2 Matriz de amortiguamiento del sistema	48
III.2.3 Propiedades inerciales del sistema	49
III.2.4 Efectos de interacción suelo-pilote	54
III.3 Efectos de campo cercano	56
III.3.1 Funciones de impedancia	56
III.3.2 Ciclo de histéresis	60

III.4 Efectos de campo lejano	63
III.5 Análisis dinámico del sistema suelo-pilote	63
III.6 Resolución de la ecuación de equilibrio dinámico	64
IV ANALISIS PARAMETRICO DE CASOS	66
IV.1 Aplicación del método	66
IV.2 Análisis	66
IV.3 Resultados	75
IV.3 Discusión de resultados	115
V CONCLUSIONES	118
Anexo	121
Referencias	126

# I INTRODUCCION

Es práctica común que para analizar la respuesta sísmica de edificios se utilicen como excitación los movimientos de campo libre, considerando que la presencia de la estructura no les produce modificaciones importantes. Sin embargo, se ha comprobado mediante casos historia, que para cimentaciones resueltas a base de cajones profundos (Ref 1), o losas de gran extensión y rigidez (Newmark, 1977) se tiene una interacción significativa con el suelo durante el sismo. Aunque ya se han reportado casos que plantean el problema para cimentaciones resueltas a base de pilotes, Kawamura et al. (1977), en donde se demostraba que el efecto de la cimentación había alterado los movimientos del edificio con relación a los del campo libre, el problema de la interacción suelo-pilote no está aún perfectamente dilucidado.

La respuesta de cimentaciones piloteadas sujetas a carga dinámica es uno de los problemas más complejos de la dinámica de suelos. Existen cuatro factores que dificultan su estimación exacta:

- 1) La dependencia de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de una cimentación a la frecuencia.
- 2) La no-linealidad del comportamiento del suelo cuando es sometido a movimientos de magnitud apreciable, como pueden ser los generados por un sismo severo.
- 3) El efecto de degradación o pérdida de la rigidez y resistencia del suelo por la carga dinámica.
- 4) La dificultad de modelar adecuadamente el comportamiento de la interfaz

En este trabajo se presenta un procedimiento de análisis para evaluar la respuesta sísmica de sistemas suelo-pilote que toma en cuenta los aspectos fundamentales del fenómeno y, posteriormente, mediante su aplicación al estudio de varios casos, se obtienen algunas conclusiones sobre su utilidad.

Cuando se trata de hacer una nueva propuesta de metodología de análisis para resolver un problema, en este caso de ingeniería civil, es necesario asimilar la experiencia que ha sido previamente recaudada por los ingenieros investigadores que se han interesado en el tema. Por este motivo, en el capítulo II de esta tesis se presentan aquellas propuestas de solución para el análisis de respuesta sísmica de cimentaciones piloteadas, y algo acerca de la teoría en que se basan, que de alguna forma se han considerado antecedentes a esta nueva. Se reflexiona sobre los trabajos de Gazetas y sus colaboradores (Ref 2), quienes analizan la respuesta sísmica tanto para un pilote aislado como para un grupo de pilotes. Sus propuestas están basadas en el modelo de Winkler. Para la respuesta sísmica de un grupo de pilotes usan el método propuesto por Makris y Gazetas. Para los dos casos comentados y suponiendo un estrato homogéneo presentan la solución exacta. Se presenta igualmente la metodología teórica propuesta por W. D. Liam Finn y sus colegas (Ref 3). El análisis de respuesta lo efectúan incorporando las impedancias dinámicas al modelo de la superestructura por medio de resortes y amortiguadores. La rigidez de los resortes  $K$ , para un nivel de deflexión particular del pilote la definen a partir de la pendiente de la tangente geométrica a las curvas p-y no lineales. Los coeficientes del amortiguamiento por radiación los calcularon a partir de la distribución de velocidades de onda de corte mediante las ecuaciones de Gazetas y Dobry (1984) y Lysmer y Richart (1966). Igualmente, calcularon las historias de los momentos flexionantes, fuerza cortante y los desplazamientos en la cabeza del pilote relativos al movimiento de su base. Se comentan también los puntos de vista de Toyoaki Nogami y sus colaboradores (Ref 4), en cuanto al rango de frecuencias de aplicabilidad para las soluciones basadas en el modelo de Winkler, y a la sugerencia del uso de "métodos de segundo orden", basados en una modificación del modelo citado al cual se adhieren algunos dispositivos en la parte superior. El modelo desarrollado por Nogami consiste de un número de estratos horizontales. Cada estrato está hecho de vigas unidimensionales verticales, distribuidas uniformemente que están interconectadas por resortes horizontales. Asimismo, se presentan los puntos de vista de solución de Flores-Berrones (Ref 5). Finalmente, se presenta el criterio propuesto por Romo y Ovando (Ref 6) para realizar el análisis dinámico del sistema suelo-pilote, éste se detalla en el capítulo III.

En el capítulo III se hace la exposición de la nueva metodología que se propone para el análisis de respuesta sísmica de sistemas suelo-pilote. Inicialmente se procede a la obtención de los movimientos sísmicos del campo libre mediante un análisis de respuesta del depósito de suelo en cuestión. El movimiento resultante se obtiene en términos de acelerogramas. A través de integración numérica se obtienen las historias del desplazamiento y velocidad del suelo de campo lejano. Los efectos de la excitación se transmiten al pilote directamente a través de su punta utilizando la aceleración del estrato en el cual está embebido e indirectamente a través de impedancias dinámicas que simulan el suelo de campo cercano utilizando las historias de velocidades y desplazamientos ya obtenidas. A continuación se analiza el sistema suelo-pilote paso a paso en el dominio del tiempo, lo que para fines de esta tesis se efectuó a través del método de Newmark. Para cada incremento de tiempo se calcula el desplazamiento  $Y$  restándole del desplazamiento calculado considerando el sistema suelo-pilote, el definido para el campo libre. Los valores del módulo  $G$  y el amortiguamiento  $\lambda$ , son corregidos para cada incremento. Una vez resueltas las funciones desplazamiento, velocidad y aceleración para cada tiempo se procede a la obtención de la variación temporal y espacial de los elementos mecánicos en el pilote a través de la teoría de vigas.

En el capítulo IV se efectúan los análisis de varios casos hipotéticos con el fin de producir información de la cual se obtengan conclusiones sobre la importancia relativa de diferentes variables que intervienen en el comportamiento dinámico de sistemas suelo-pilote. Para una estratigrafía, características de pilote y forma de la excitación fijas, se efectuaron los análisis variando la frecuencia de la excitación, las condiciones de frontera (pilote considerado como empotrado en el estrato resistente y pilote considerado con apoyo articulado en el estrato resistente) y el tipo de comportamiento del suelo de campo cercano (lineal y no lineal). Para llevar a cabo lo anterior se desarrolló el software compuesto por los programas RSSSPNLA y NEWMAS, ambos codificados en lenguaje de programación FORTRAN.

En el capítulo V se hace una serie de conclusiones de acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo precedente.

En el anexo se presentan las verificaciones de lógica efectuadas a las subrutinas que constituyen el software mencionado.

Finalmente se presentan las referencias bibliográficas consultadas para desarrollar este trabajo.

## II PROCEDIMIENTOS EXISTENTES

### II.1 Definición del Problema

Muchas obras de ingeniería civil que están ubicadas en sitios con depósitos superficiales blandos o potencialmente licuables se desplantan sobre pilas o pilotes, para evitar los materiales superficiales problemáticos, apoyándose en suelos más estables o en lechos de roca subyacentes.

Inicialmente, como en otras áreas de la ingeniería, el proceso de diseño fue de tipo empírico, posteriormente con los avances que tuvieron lugar tanto en el conocimiento del comportamiento estructural como en el comportamiento de los suelos, el diseño se tornó algo más racional, entrando en juego algunas teorías que la mayoría de las veces se sustentaban en hipótesis que las alejaba por completo de la realidad, sin embargo este era el inicio de una manera analítica de diseño. Posteriormente, en una segunda etapa de desarrollo, los diseños, aunque se preocupan ya de la optimización de los recursos tanto materiales como financieros, se consideran completos tomando en cuenta para el análisis, sólo un caso particular del comportamiento de la estructura en su vida útil, el de reposo. Sin embargo, en varias ocasiones las estructuras piloteadas, diseñadas considerando exclusivamente esta condición, han presentado un comportamiento inadecuado cuando la acción de un evento sísmico modifica su estado de reposo aparente. Este hecho ha impulsado el diseño sísmico de este tipo de cimentación.

A raíz de lo anterior, los ingenieros dedicados a la investigación han tratado de comprender más a fondo el fenómeno de respuesta sísmica de estructuras cimentadas a base de pilotes, y han propuesto modelos cada vez más elaborados, para simular el comportamiento del llamado "sistema suelo-pilote", que tomen en cuenta la mutua dependencia entre las partes, "interacción", no solamente para el caso particular de eventos sísmicos, sino para estructuras ubicadas en ambientes primordialmente dinámicos, como las plataformas marinas, en donde los efectos de oleaje, vientos, empujes o cargas laterales impuestas por maquinarias en general, etc., modifican temporalmente las condiciones iniciales del sistema estructural y subestructural.

Sin embargo, la respuesta de cimentaciones piloteadas sujetas a carga sísmica es uno de los problemas más complejos de la dinámica de suelos, básicamente existen cuatro factores que dificultan la estimación exacta de la respuesta sísmica a movimientos de magnitud apreciable usando los procedimientos existentes. Dichos factores, que se listaron en el capítulo I, afectan la respuesta del sistema pilote-suelo en sentidos opuestos y con magnitudes diferentes, dependientes de las características frecuenciales de la sollicitación dinámica.

Más adelante se verá que es común calcular la respuesta dinámica de cimentaciones piloteadas incorporando las impedancias dinámicas al modelo de la superestructura (que generalmente se hace a través de resortes y amortiguadores) y aplicando a ésta los movimientos del terreno al nivel de la superficie como un espectro de respuesta. En este planteamiento, se asume que los movimientos no son afectados por la cimentación, o que cuando menos sus efectos en dichos movimientos son despreciables. Sin embargo, esta no es una hipótesis sostenible para cimentaciones resueltas mediante grandes losas o cajones profundos (más de 8m). Como ejemplo del primer caso tenemos la respuesta del Hollywood Storage Building en los Angeles durante el sismo de San Fernando de 1971 (Newmark, 1977), en donde el marco efectivo de la cimentación atenuó a las frecuencias altas del movimiento sísmico en el campo cercano. Como ejemplo del segundo caso, podemos citar el estudio analítico y observaciones de campo de interacción dinámica suelo-estructura efectuadas en el edificio PCC del metro (Romo, Ref 1) donde por un proceso de superposición de ondas se modificaron apreciablemente los movimientos del terreno cercano al edificio. Por otro lado, Kawamura et al. (1977), presentó datos de un edificio cuya cimentación estaba resuelta a base de pilotes que demostraban que el efecto de la cimentación había alterado los movimientos del edificio en relación a los del campo libre.

Naturalmente, si queremos efectuar un análisis formal del problema desde el punto de vista matemático, es claro que nos tendríamos que apoyar en los desarrollos proporcionados por las teorías elásticas, las cuales sabemos, toman como verdadera la suposición de contacto completo entre el pilote de cimentación y el suelo. Análisis de este tipo, podrían dar resultados confiables y útiles para muchas condiciones de cargas de trabajo y de apoyo. No obstante, esto no se verifica para ciertos casos, pudiendo citar los trabajos de Novak y El Sharnouby (1984), donde aplicaron la teoría de la elasticidad para efectuar un análisis de respuesta horizontal de un grupo de 102 pilotes sometidos a una excitación dinámica en sus cabezas, no pudiendo comprobar los resultados experimentales hasta después de varias correcciones en los coeficientes de amortiguamiento usados.

Aquí cabe recordar, la diferencia existente entre excitación sísmica del terreno de cimentación, y la excitación cíclica en la cabeza del pilote. Se sabe que la excitación del pilote en la cabeza crea disturbios sólo en el suelo adyacente al pilote (Ref 3), por lo que es más fácil para las presiones de poro generadas por la carga cíclica el disiparse, y la degradación en la rigidez es de extensión limitada. En cambio, durante la carga sísmica los movimientos del campo libre pueden generar presiones de poro y degradación en la rigidez y la resistencia independientemente de la acción del pilote en sí.

Así, bajo movimientos del terreno, fuertes y violentos, el concepto de los efectos de campo cercano y campo lejano llega a ser oscuro y la acción del pilote puede ser entendida sólo tomando en cuenta los efectos del campo libre.

De acuerdo con lo anterior, el objetivo de esta tesis consiste básicamente en proponer un nuevo método de análisis para el estudio del problema de la respuesta sísmica de sistemas suelo-pilote que permita tomar en cuenta aspectos del fenómeno de interacción que los métodos tradicionales no consideran como son el comportamiento no lineal del suelo aledaño al pilote, el decrecimiento de este efecto al alejarnos de su fuste y el efecto de degradación o pérdida de la rigidez y resistencia del suelo durante el ciclo de carga, pudiendo de esta forma estar en condiciones de desarrollar una herramienta de análisis que nos permita evaluar la influencia que tiene la existencia del pilote en los movimientos del campo libre y al mismo tiempo el análisis de la historia de deformaciones y elementos mecánicos en el tiempo, durante la presencia de un sismo.

## **II.2 Alcances**

Cuando se pretende hacer el estudio de un problema complejo, conviene discretizarlo en partes, analizando inicialmente el caso particular para posteriormente pasar a lo general. Esta tesis abarca exclusivamente el caso consistente en el estudio de un pilote aislado. Dentro de las hipótesis del modelo, se considera que el pilote transmite las cargas a las que está sometido mediante su punta y su fuste, pudiendo estar ligado al estrato de apoyo trabajando como empotramiento o articulación. Los efectos de segundo orden en cuanto a pandeo del pilote por carga axial se desprecian, ya que se considera que el confinamiento impuesto por el suelo circundante al pilote impide que este efecto se produzca de manera significativa; sin embargo, debe verificarse la influencia de éste para casos especiales en donde el incremento súbito de carga pueda propiciar la aparición de presiones de poro elevadas, que por el tipo de suelo (p.e. arenas finas sueltas) sean imposibles de disiparse durante la acción de la carga y se presente el fenómeno de licuación, o aquellos suelos formados de arcillas sensibles cuya estructura se rompiese abruptamente por cargas instantáneas como las generadas por un sismo. En ambos ejemplos la correspondiente pérdida de resistencia y rigidez del estrato puede dejar al pilote en una condición desfavorable de confinamiento limitado. También, se deben mencionar como excepción a los pilotes de obras civiles marinas como plataformas, o muelles, en donde los pilotes de cimentación carezcan completamente de confinamiento lateral.

## II.3 Métodos tradicionales de análisis dinámico de sistemas suelo-estructura

### II.3.1 Análisis de la respuesta estructural

Las técnicas principales (Ref 7) que se usan habitualmente para efectuar un análisis de la respuesta dinámica de una estructura son:

- a) Integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo
- b) Análisis modal normal
- c) Técnicas del espectro de respuesta
- d) Cálculo de la respuesta en el dominio de la frecuencia

#### a) Integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo.

El método de integración directa consiste en aplicar la función excitadora dependiente del tiempo (generalmente en términos de un acelerograma) al sistema en análisis, para posteriormente calcular mediante algún proceso matemático, que generalmente consisten en métodos de integración numérica paso a paso, la correspondiente historia de respuesta de la estructura. Definida la configuración de desplazamientos se procede a obtener para cada intervalo de tiempo, los diagramas de momentos y fuerzas. Este método ha sido extensamente codificado en lenguajes de programación, incorporando tanto comportamiento lineal, como no-lineal los cuales incluso pueden tomar en cuenta simultáneamente los tres componentes ortogonales del acelerograma de un sismo dado. Cabe comentar que no es usual realizar un análisis lineal por integración directa, ya que las técnicas modales se imponen por su sencillez y por la buena aproximación que logran, sin embargo, si se está implicando un acoplamiento entre modos, entonces si se justifica este tipo de análisis.

#### b) Análisis modal normal

El análisis modal consiste básicamente en analizar aisladamente todos los modos de vibración del sistema obteniéndose las fuerzas y desplazamientos respectivos, para posteriormente combinar un número elegido de estos efectos mediante el principio de superposición. Debido a que se supone válida la superposición, este método está restringido al caso lineal. Así, de la misma forma que en el método anterior, se aplican a la estructura los acelerogramas de sismos y con ello se determina la historia de esfuerzos. El grado de precisión en los resultados obtenidos mediante un análisis modal, estará supeditado al número de respuestas modales superpuestas, habitualmente se emplean solamente los primeros modos, con objeto de ahorrar tiempo de cálculo. Naturalmente se tendrán problemas cuando se

analicen sistemas en que los que exista acoplamiento entre los modos que no puedan separarse en forma válida.

### c) Técnicas del espectro de respuesta

Las técnicas de espectro de respuesta se pueden entender como un caso especial simplificado del análisis modal. Así, los modos de vibración, en período y forma, del sistema son determinados de la manera acostumbrada y las magnitudes de respuesta máximas correspondientes a cada modo son obtenidas mediante un espectro de respuesta. Posteriormente aplicando una regla se superponen las respuestas de los distintos modos, por lo que esta técnica estará limitada a análisis de tipo lineal. De esta forma, los momentos y fuerzas resultantes corresponden a las envolventes de valores máximos más que a un conjunto de valores existentes simultáneamente.

### d) Cálculo de la respuesta en el dominio de la frecuencia

En el análisis en el dominio de la frecuencia se utiliza el método de la respuesta compleja que consiste en representar a la función en términos de series de Fourier, para lo cual se requiere el uso de expresiones integrales que se conocen con el nombre de transformadas de Fourier. La función obtenida estará compuesta por senos y cosenos de frecuencias sucesivas múltiplos de la frecuencia fundamental. La respuesta del sistema dinámico se obtiene como la superposición de las respuestas para cada término de las componentes de la excitación expresadas por la serie de Fourier.

## ***II.3.2 Análisis de la respuesta del suelo***

### Comportamiento dinámico de los suelos

El comportamiento de los suelos sometidos a carga dinámica depende básicamente de los siguientes factores:

- 1) Magnitud de la deformación unitaria
- 2) Velocidad de aplicación de la deformación unitaria
- 3) Duración de la carga sísmica

Algunos suelos incrementan su resistencia bajo carga cíclica rápida, mientras que las arenas saturadas pueden perder resistencia con la vibración. El efecto de fatiga se presenta a medida que la acción de las fuerzas dinámicas tiene mayor duración.

### Comportamiento de las arenas secas bajo carga dinámica

La susceptibilidad de compactación de las arenas secas mediante vibración, se manifiesta durante el evento sísmico como asentamientos que pueden tener serios efectos sobre las estructuras desplantadas en un suelo de esta naturaleza. Debido a lo anterior, se ha tratado de poder establecer el grado de vulnerabilidad a la compactación de un depósito de arena dado. Un método simple para el cálculo del hundimiento máximo por vibración en arenas (Ref 7), se basa en considerar que existe una relación de vacíos crítica  $e_{cr}$  por sobre la cual un depósito granular se compactará cuando se someta a una vibración. De manera que si la relación de vacíos del estrato es  $e > e_{cr}$ , puede demostrarse que la cantidad máxima posible de asentamiento es:

$$\Delta H = \frac{e_{cr} - e}{1 - e} H \quad (1)$$

Donde:

H es la profundidad del estrato

Para obtener la relación de vacíos crítica se propone el uso de la siguiente expresión:

$$e_{cr} = e_{min} + (e_{max} - e_{min}) \exp\left(-0.75 \frac{a}{g}\right) \quad (2)$$

Donde:

- $e_{min}$ , es la mínima relación de vacíos posible
- $e_{max}$ , es la máxima relación de vacíos posible
- a, es la amplitud de la aceleración aplicada
- g, es la aceleración debida a la gravedad

Desafortunadamente este método desprecia el efecto de la presión de confinamiento y el número de ciclos.

### Licuación de suelos no cohesivos saturados

Cuando se produce el asentamiento de un suelo bajo carga sísmica, algunas veces, debido a su naturaleza (p.e. arenas finas sueltas), el exceso de la presión de poro se incrementa, ya que no es capaz de disiparse adecuadamente, lo que se puede traducir en una pérdida total de resistencia al esfuerzo cortante, en cuyo caso se genera el fenómeno de licuación o movilidad cíclica dependiendo de si la arena tiene un comportamiento contractivo o dilatante. Un caso interesante se presenta cuando la licuación ocurre a cierta profundidad, ya que puede generarse un flujo ascendente de agua. Aunque este flujo no cause licuación en los estratos superiores es

posible que la presión hidrodinámica reduzca las presiones de contacto admisibles de cimentaciones más superficiales.

A raíz de la gran licuación ocurrida en Nigata (Japón), durante el sismo de 1964, se han hecho intentos por cuantificar el potencial de licuación, tratando de correlacionarlo con parámetros como la compacidad relativa, la resistencia a la penetración estándar y a la penetración de cono, velocidades de onda de cortante y a la distribución del tamaño de las partículas, etc., sin embargo, debido a lo burdo del análisis, se pueden obtener resultados contradictorios cuando se utilizan aisladamente cualquiera de los criterios antes mencionados. Como regla general, si existe algún riesgo de licuación, se aconseja el uso de cimentaciones profundas o pilotes, con el objeto de eliminar asentamientos inaceptables, o fallas de la cimentación durante un sismo.

### Parámetros de diseño dinámico de suelos

Los parámetros de diseño más importantes para el análisis de respuesta dinámica de suelos o sistemas suelo-estructura son el módulo de cortante y el amortiguamiento, por lo que su estimación debe de estar basada en el entendimiento claro del problema a resolver. Cualidades de menor importancia pero indispensables son la densidad del suelo, módulos de elasticidad y relaciones de Poisson. La obtención de valores aceptables de estos parámetros para un sitio dado, debe de estar fundamentada en las pruebas de laboratorio y de campo convenientes.

#### *a) Módulo de cortante*

El módulo de rigidez al cortante dinámico de un suelo es rigurosamente una función de la magnitud de las deformaciones angulares, aunque en algunos casos en que éstas son pequeñas, puede considerarse como la pendiente promedio de la curva esfuerzo-deformación unitaria.

El valor de este parámetro se puede determinar básicamente de dos formas:

Puede optarse por obtenerlo en términos de la velocidad de onda de cortante  $V_s$ , previamente determinada en pruebas de campo, mediante la expresión :

$$G = \rho V_s^2 \quad (3)$$

donde:

$\rho$  es la densidad de masa de suelo

También se pueden usar métodos de laboratorio que generalmente determinan  $G$  a partir del análisis de la curva esfuerzo-deformación unitaria. En este caso, deberá establecerse el nivel de deformaciones unitarias para el cual se requiere conocer  $G$ .

El efecto de la variación del módulo de rigidez con el nivel de deformaciones es importante ya que como se sabe, las deformaciones unitarias por cortante desarrolladas durante los sismos pueden incrementarse de 0.001 % en sismos pequeños a 2.0% para sismos mayores, siendo además, la deformación unitaria máxima diferente en cada ciclo.

Es de uso muy común la siguiente ecuación de la teoría de la elasticidad para el cálculo de G:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4)$$

Donde E es el modulo de Young y  $\nu$  es la relación de Poisson.

### *b) Amortiguamiento*

El amortiguamiento de un sistema físico representa la capacidad de disipar energía durante un proceso mecánico dado, atendiendo al tipo de energía que se disipe se habla de dos clases de amortiguamiento, el histerético y el geométrico.

El amortiguamiento histerético se refiere a la disipación de energía que un cierto tipo de material puede desarrollar por la fricción interna entre las partículas que lo forman. Ocurre cuando pasa a través del suelo una onda de vibración. Convencionalmente se expresa como una fracción del amortiguamiento crítico, a lo cual se le denomina relación de amortiguamiento.

El amortiguamiento geométrico es el que se presenta por la disipación de las ondas por radiación en el medio supuesto seminfinito, por lo que se le llama también amortiguamiento por radiación.

Cuando una cimentación vibra, se presentan ambos tipos de amortiguamiento. Para este caso, el amortiguamiento por radiación es la cantidad de energía de la estructura que se pierde a través de la radiación de ondas que se alejan de la cimentación, es decir, un efecto puramente geométrico. Igual que el caso del amortiguamiento del material es muy difícil determinarlo en el campo. Aunque se ha usado la teoría del semiespacio elástico para determinar la magnitud del amortiguamiento por radiación, esto presenta la limitación de no tomar en cuenta las fronteras reflejantes debidas a estratos de suelo más duros, o al lecho de roca a cierta distancia vertical y horizontal de la estructura. Naturalmente, cualquiera de estas condiciones de frontera reducirán el efecto benéfico del amortiguamiento por radiación. De hecho, cuando se tiene un depósito de suelo subyacente por una formación rígida (p.e. roca sana), si el período de las ondas sísmicas es mayor que el período natural del estrato de suelo, el amortiguamiento por radiación es cero.

### Determinación de la respuesta de campo libre

La determinación de la respuesta de campo libre (que es la que ocurriría en el suelo en ausencia de estructuras o excavaciones) se lleva normalmente a cabo aplicando en la base rocosa subyacente del depósito de suelo una excitación, comúnmente expresada en términos de un acelerograma obtenido a partir de los datos de sismos pasados y procedimientos probabilísticos (ver fig. II.1).

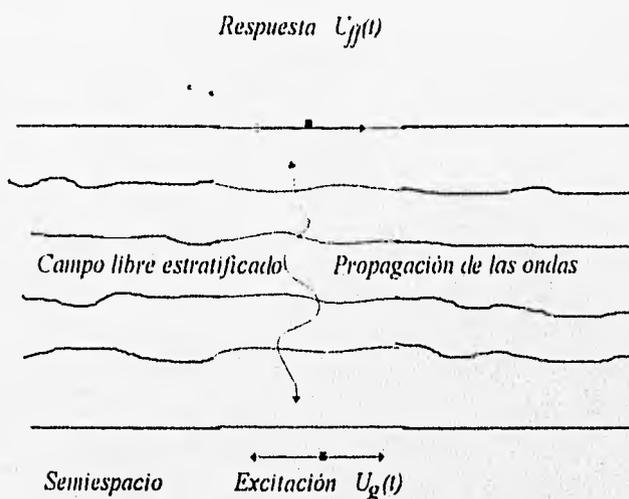


Figura II.1 Respuesta dinámica de un depósito de suelo

A continuación se elige un modelo de comportamiento mecánico del suelo, de acuerdo a sus condiciones geomorfológicas para determinar el movimiento final en cada estrato y obviamente en la superficie libre.

El modelo usado debe cuando menos tomar en cuenta los siguientes factores:

- La rigidez del suelo
- El amortiguamiento del material (histerético) y el amortiguamiento por radiación (geométrico).
- La pérdida de rigidez y aumento del amortiguamiento con la deformación (no-linealidad)
- La variación de las propiedades del suelo en tres dimensiones

Los métodos comúnmente usados para el modelaje mecánico del suelo parten en general de las siguientes vertientes:

- a) Resortes estáticos equivalentes y amortiguamiento viscoso en el nivel de la base
- b) Analogía de la viga de cortante
- c) Semiespacio elástico o viscoelástico
- d) Elementos finitos

#### a) Resortes en el nivel de la base

Este método consiste en representar las rigideces horizontales, verticales, de cabeceo y torsión del suelo mediante resortes colocados en el nivel de la base (ver fig. II.2). Sus rigideces se pueden determinar usando las rigideces (estáticas) para una frecuencia de cero, deducidas de la teoría elástica del semiespacio, que aunque comúnmente utilizan la hipótesis de homogeneidad, para depósitos de suelo estratificados puede aplicarse independientemente. Debe hacerse notar que las rigideces de resorte son dependientes del módulo de rigidez al cortante,  $G$ , el cual a su vez es función del nivel de deformación unitaria por cortante. Para cálculos elásticos lo que se aconseja es calcular las rigideces de resorte para un valor de deformación unitaria por cortante menor que la máxima esperada. Sin embargo, debe tenerse en cuenta el contenido de frecuencias del sismo de diseño, debido a que por la flexibilidad del suelo el período efectivo de la estructura se incrementa con respecto a su período sobre la base rígida. Este incremento del período puede llevar a que los coeficientes sísmicos a considerar sean mayores ( o menores ) dependiendo de las características de la excitación.

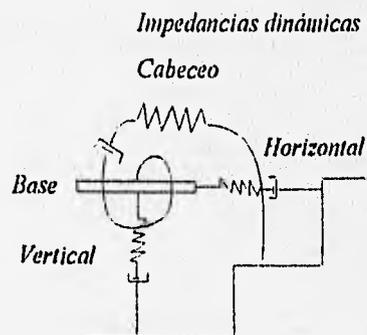


Figura II.2 Resortes en el nivel de la base

El amortiguamiento del suelo en diferentes modos de vibración varía considerablemente. Por lo que si durante el análisis dinámico el amortiguamiento se supone igual en todos los modos, debe escogerse un valor intermedio; sin embargo, este no debe variar demasiado del correspondiente al modo en cual se lleva a cabo la mayoría del trabajo vibracional. Por lo que debe hacerse un análisis modal de prueba para determinar que modos predominan .

### b) Analogía de la viga de cortante

En nuestros días, la técnica más usada para modelar el comportamiento dinámico del suelo sobre el lecho de roca, es el modelo de la viga de cortante vertical, que debe su nombre a que se basa en la teoría de onda de cortante.

Básicamente existen dos modalidades en el uso de esta teoría, aquella que utiliza la hipótesis de que el suelo se puede representar por concentraciones discretas de masa, y el que lo considera como un medio continuo para el cual son válidas las soluciones continuas en el campo de la frecuencia.

#### i) Modalidad de las concentraciones de masa discretas

En esta variación del modelo de viga de cortante, el suelo se supone como una serie de concentraciones de masa discreta interconectadas por elementos rígidos, los cuales servirán para incorporar sus propiedades estructurales de rigidez y amortiguamiento. De esta forma, se puede usar un análisis del tipo modal, paso a paso, en el dominio del tiempo. El amortiguamiento usado es viscoso, no obstante cabe recordar que el del suelo es más bien histerético. Para disminuir los efectos de este error de concepto en el análisis, se emplea un amortiguamiento viscoso equivalente, que presupone un amortiguamiento viscoso en todos los modos, más un amortiguamiento viscoso real, en el cual la relación de amortiguamiento crítico estaría en función de la frecuencia natural de cada modo.

Mediante procesos iterativos se puede tomar en cuenta el comportamiento no lineal del suelo y el amortiguamiento histerético, mediante ajustes sucesivos de las propiedades del suelo de acuerdo al nivel de deformación unitaria.

#### ii) Modalidad de la solución continua en el campo de la frecuencia

En este caso, el modelo de la viga de cortante se utiliza considerando el depósito de suelo como un medio continuo, de tal forma que su respuesta, se puede obtener resolviendo la ecuación de movimiento de propagación de onda bidimensional en un medio continuo :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} \quad (5)$$

donde:

$\rho$  es la densidad de un estrato semi-infinito de suelo

$G$  es el módulo de cortante

$\eta$  es la constante de viscosidad

y  $u(x,t)$  es el desplazamiento de un punto en un estrato de suelo de suelo dado

Básicamente consiste en obtener, en función de las propiedades elásticas de los estratos y el lecho de roca subyacente, mediante los procesos matemáticos adecuados, las funciones de transferencia para transformar los movimientos armónicos de inducción en el lecho de roca en los movimientos correspondientes en la superficie. Esto se efectúa multiplicando el espectro de Fourier correspondiente al movimiento en la base rocosa dependiente de la frecuencia por la función de transferencia compleja, encontrándose el espectro de Fourier de la respuesta en la superficie, en el dominio de la frecuencia.

### Limitaciones principales del método de la viga de cortante

-El modelo es unidimensional, ya que considera que la transmisión de ondas se lleva a cabo exclusivamente a través del suelo en la dirección vertical, esto aunque es cierto para sismos de foco profundo, o casos especiales de configuración geológica como la del valle de México, no se verifica para aquellos casos en los que el foco se encuentra ubicado superficialmente, ya que en este caso las ondas sísmicas significativas pueden aproximarse en sentido horizontal a los suelos locales. Esto ha generado que se recomiende la aplicación de este método sólo si la semi-longitud de onda  $\frac{\lambda}{2}$  de las ondas incidentes es grande comparada con la extensión horizontal de los estratos de suelo.

-Prácticamente todos los modelos de viga de cortante suponen comportamiento lineal del material, sin embargo, en el comportamiento de suelos rara vez se justifica considerar un comportamiento elástico, y, durante el desarrollo del fenómeno en análisis, el rango de deformación elástica es francamente excedido, por lo cual los resultados obtenidos no serán reflejo fiel de la situación real.

-Errores generados por el uso del amortiguamiento viscoso en lugar de histerético

-Las soluciones matemáticas son aproximadas, en cuanto a esto, generalmente el tipo de modelación supone que la estratigrafía es sensiblemente horizontal, ya que se representa el perfil del suelo como una serie de estratos semi-infinitos.

### c) *Semiespacio elástico o viscoelástico*

Otro método de simulación tradicional consiste en suponer a la cimentación como un semiespacio elástico lineal o viscoelástico homogéneo, en el que las rigideces y el amortiguamiento se consideran como dependientes de la frecuencia. Algunos autores como Luco y Westmann (Ref 8) y Veletsos y Wei (Ref 9) han determinado la rigidez dinámica (impedancia)  $k^*$ , mediante el uso de la teoría de variable compleja, expresándolo de la siguiente forma.

$$k^*(\omega) = k(\omega) + i\omega c(\omega) \quad (6)$$

Donde la parte real de la expresión puede ser considerada como una rigidez mientras que la parte imaginaria representa el amortiguamiento geométrico. El enfoque viscoelástico de impedancias de la cimentación tiene la ventaja de que su amortiguamiento puede ser incluido mediante un término, constante en la parte imaginaria de la expresión (6), esto es  $c(\omega)$  se reemplaza por un término de la forma  $c_1 + c(\omega)$ . Sin embargo, este enfoque tiene la desventaja de que el comportamiento no lineal del suelo no puede ser tomado en cuenta explícitamente en las soluciones en el dominio de la frecuencia utilizadas en las formulaciones anteriores, aunque podría considerarse que el modelo viscoelástico histerético constituye un grado limitado de no-linealidad.

Cuando el comportamiento dinámico se expresa en términos dependientes de la frecuencia, el problema debe analizarse en el dominio de la frecuencia y no en el dominio del tiempo. Con este objetivo, los registros de aceleración-tiempo deben ser transformados en términos de aceleración-frecuencia, aplicando los métodos ya comentados de transformación de Fourier antes de su aplicación al sistema, requiriéndose posteriormente una transformación inversa para obtener el registro de respuesta en el tiempo.

#### *d) Elementos finitos*

Para aquellos casos en las que las irregularidades geométricas y las estratificaciones erráticas impidan que la aplicación de los métodos tradicionales sea válida, el modelaje de una cimentación de un sistema suelo-estructura, puede hacerse a través del uso de elementos finitos, que permite al igual que el modelo de semiespacio considerar el amortiguamiento por radiación y el carácter tridimensional de la estructura, y tiene la ventaja adicional de que se pueden controlar las rigideces en la dirección horizontal y en la vertical. Además, se pueden involucrar directamente las condiciones de empotramiento de la cimentación.

La no linealidad puede tomarse en cuenta ya sea por medio de elementos finitos no lineales haciendo un análisis en el dominio del tiempo o mediante análisis repetitivos con modelos lineales, ajustando el módulo y el amortiguamiento en cada ciclo como una función del nivel de deformación unitaria.

#### *e) Elementos de frontera (ecuaciones integrales)*

Consiste en expresar a la ecuación diferencial con condiciones iniciales y de frontera prescritos que se obtiene de plantear el equilibrio dinámico, en una forma integral que es función de los valores de frontera de las cantidades relevantes. En el caso de un problema unidimensional la frontera es representada por los dos puntos finales y la integral es reducida a una suma. Los problemas bidimensionales y tridimensionales son más complejos. Para un problema de valores de frontera manejados en forma de integral sólo la mitad de los valores de frontera son prescritos. Las condiciones desconocidas tienen que ser calculadas, por consiguiente a partir de la solución de las ecuaciones integrales de frontera.

### II.3.3 Interacción dinámica suelo-cimentación-estructura

De acuerdo con el nivel de entendimiento que tenemos actualmente sobre la interacción dinámica suelo-cimentación-estructura, podemos dividir el análisis en tres etapas (Ref 2). Inicialmente se obtiene el movimiento de la cimentación en ausencia de la superestructura (movimiento del campo libre). Esto es llamado por algunos autores como "el movimiento de entrada a la cimentación", el cual incluirá componentes tanto traslacionales como rotacionales. A continuación se procede a determinar las llamadas impedancias dinámicas (resortes y amortiguadores), asociadas con las oscilaciones traslacionales ( $k_x$  o  $k_y$ ), de cabeceo ( $k_{ry}$  o  $k_{rx}$ ) y compuestas ( $k_{x-ry}$  o  $k_{y-rx}$ ) de la cimentación. Finalmente se calcula la respuesta sísmica de la superestructura soportada por dichos resortes y amortiguadores y sujeta en su base al "movimiento de entrada a la cimentación". Existen diferentes formas de llevar a cabo las etapas anteriores encontrándose en la literatura métodos basados en soluciones analíticas y semianalíticas, elemento finito, métodos simplificados, entre otros.

### II.3.4 Funciones de impedancia.

Se encuentran disponibles varios métodos para la definición de la llamada "rigidez dinámica de la cimentación" (ref 10), los cuales se basan en el sistema dinámico de un grado de libertad mostrado en la figura II.3, consistente de un resorte  $k$ , una masa  $M$  y un amortiguador  $c$ . La rigidez estática se representa normalmente por la constante del resorte, definida como la fuerza necesaria para producir una deformación unitaria.

Los efectos de inercia se derivan a partir de la masa  $M$ , y el amortiguador toma en cuenta el efecto de disipación de energía mediante una fuerza proporcional a la velocidad de deformación. Sin embargo, los sistemas físicos por lo común no se expresan en términos del amortiguamiento viscoso sino más bien lo que se utiliza es el llamado porcentaje o fracción de amortiguamiento crítico que se define como:

$$\beta = \frac{c}{\sqrt{2kM}} = \frac{c}{2M\omega} = \frac{1}{2} \frac{c}{k} \omega \quad (7)$$

donde:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \text{ es la frecuencia natural del sistema no amortiguado.}$$

Así, la capacidad del sistema para disipar energía puede ser medida tanto por la constante de amortiguamiento como por la fracción del amortiguamiento crítico  $\beta$ .

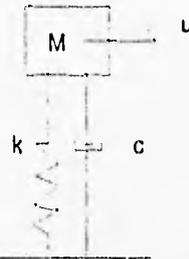


Figura II.3 Sistema dinámico de un grado de libertad

Si se aplica a la masa un desplazamiento inicial  $U_0$  y el sistema es dejado en vibración libre, la variación del desplazamiento con el tiempo está dada por la siguiente ecuación :

$$U = U_0 e^{-\beta \omega t} \left( \cos \omega_D t + \frac{\beta \omega}{\omega_D} \operatorname{sen} \omega_D t \right) \quad (8)$$

Donde:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{es la frecuencia natural amortiguada del sistema.}$$

El sistema vibrará a la frecuencia  $\omega_D$ , decreciendo en cada ciclo un factor constante:

$$\frac{U(t)}{U\left(t + \frac{2\pi}{\omega_D}\right)} = e^{\frac{2\pi\beta\omega}{\omega_D}} = \Delta \quad (9)$$

$$y \quad \log_e \Delta = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

La expresión anterior es a menudo usada para determinar experimentalmente el amortiguamiento de un sistema a partir de pruebas de vibración libre (columna resonante por ejemplo).

Recordemos por otro lado que en un sistema de un grado de libertad sujeto a una carga armónica de la forma  $P \operatorname{sen} \Omega t$  el movimiento de la masa está dado por:

$$U = \frac{P}{k \left\{ \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right)^2 + 4\beta^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right\}} \left\{ e^{\left[ -\beta \omega t \left( 2\beta \frac{\Omega}{\omega} \cos \omega_D t + \left( 2\frac{\beta^2 \Omega}{\omega_D} - \frac{\Omega}{\omega_D} \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right) \right) \operatorname{sen} \omega_D t \right) \right]} \right. \\ \left. + \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right) \operatorname{sen} \Omega t - 2\beta \frac{\Omega}{\omega} \operatorname{Cos} \Omega t \right. \quad (10)$$

Si el movimiento continuara por largo tiempo el término multiplicado por el decaimiento exponencial llega necesariamente a un estado de vibración estacionaria, dado por la siguiente ecuación.

$$U = \frac{P}{k \left\{ \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right)^2 + 4\beta^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right\}} \left\{ \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right) \text{sen } \Omega t - 2\beta \frac{\Omega}{\omega} \text{cos } \Omega t \right\}$$

$$\text{o } U = A \text{sen}(\Omega t + \phi)$$
(11)

Con:

$$A = \frac{P}{k \sqrt{\left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right)^2 + 4\beta^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2}}} = \frac{P}{\sqrt{(k - M\Omega^2)^2 + c^2\Omega^2}}$$

$$\text{y } \tan \phi = -\frac{2\beta \frac{\Omega}{\omega}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}} = -\frac{c\Omega}{k - M\Omega^2}$$
(12)

Cuando se estudia la respuesta de un estado estacionario de vibración, debido a una excitación armónica, resulta conveniente el uso de notación compleja. De esta forma la fuerza quedaría expresada como:

$$F = P e^{i\Omega t}$$
(13)

y el desplazamiento:

$$U = U e^{i\Omega t} = A e^{i(\Omega t + \phi)}$$
(14)

La parte real de  $U$ ,  $A \cos(\Omega t + \phi)$ , representa la respuesta al estado estacionario  $P \cos \Omega t$ , y la parte imaginaria,  $A \text{sen}(\Omega t + \phi)$ , el desplazamiento causado por una fuerza  $P \text{sen} \Omega t$ .

Es posible en esta forma definir a la rigidez dinámica como:

$$P = k * u$$

$$\text{o } F = k * u$$
(15)

donde:

$$k^* = (k - M\Omega^2) + ic\Omega = k_r + ik_i \tag{16}$$

Como se puede observar, estamos expresando ahora a la rigidez dinámica como una función compleja de la frecuencia. La parte real incluye el efecto de la rigidez estática  $k$  y efectos de inercia. La parte imaginaria representa la disipación de energía.

Alternativamente se puede escribir:

$$k^* = k \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} + i2\beta \frac{\Omega}{\omega} \right) = k_r (k_1 + i\Omega c_1) \tag{17}$$

En esta forma para el sistema de un grado de libertad considerado aquí,  $k_r = k$  es la rigidez estática y  $k_1, k_2$  o  $k_1, c_1$  son los coeficientes de rigidez dinámica. Como se muestra en la figura II.4,  $k_1$  varía con la frecuencia como una parábola de segundo grado,  $k_2$  se incrementa linealmente con la frecuencia y  $c_1$  es constante.

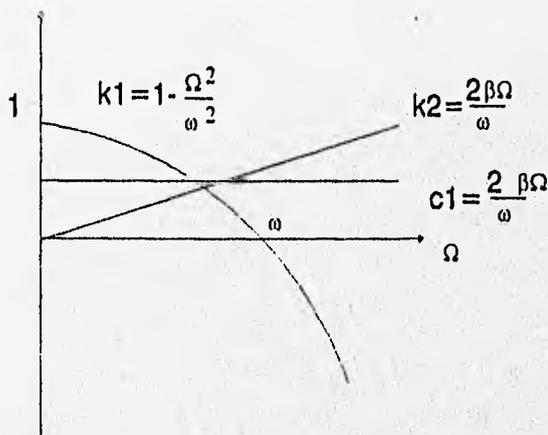


Figura II.4 Variación de los coeficientes de rigidez dinámica con la frecuencia

Por otro lado, la máxima energía de deformación del sistema en un ciclo de estado de vibración estacionaria es:

$$U_{max} = \frac{1}{2} kA^2 \tag{18}$$

Y la energía disipada en cada ciclo de vibración por el amortiguamiento viscoso es:

$$E_d = 2\pi\beta \frac{\Omega}{\omega} kA^2 = \pi c \Omega A^2 \tag{19}$$

Es posible entonces definir la relación de energía disipada por ciclo para la energía de deformación máxima como:

$$ER = 4\pi\beta\frac{\Omega}{\omega} = 2\pi\nu\frac{\Omega}{k} \quad (20)$$

Como ya se mencionó, muchos sistemas no se expresan actualmente en términos del amortiguamiento físico. La razón de que el amortiguamiento viscoso ha sido extensamente usado es principalmente la simplicidad matemática (se obtiene una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes la cual puede ser resuelta analíticamente). Cuando la disipación de energía es causada por pérdidas debidas al rozamiento o comportamiento inelástico, la amplitud del movimiento bajo vibración libre no decrece mucho tiempo de forma constante en cada ciclo. El valor de  $\beta$  obtenido de la aplicación de la ecuación 9, puede cambiar de un ciclo a otro, un hecho que debe ser tomado en consideración.

La determinación de la respuesta dinámica de un sistema inelástico requiere la solución de una ecuación diferencial no lineal. Por lo que ha llegado a ser costumbre el resolver el problema mediante un proceso de linealización equivalente. Para un estado de movimiento estacionario con una amplitud dada la rigidez equivalente es normalmente definida como una rigidez secante (una definición matemática más sofisticada proporciona casi un valor idéntico). La energía disipada por ciclo es el área debajo de la curva de histéresis  $\Delta W$  (Figura II.5) y la relación de energía llega a ser :

$$ER = \frac{\Delta W}{W} = 4\pi D \quad (21)$$

Donde

$W$  es igual a  $\frac{1}{2}k_{eq}A^2$

$D$  es definida como la relación de amortiguamiento

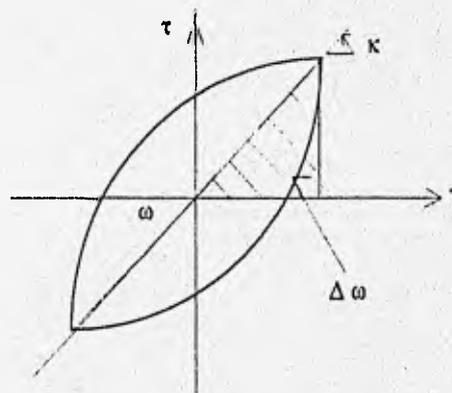


Figura II.5 Curva de histéresis

El sistema equivalente es entonces caracterizado por una rigidez estática compleja,  $k_{eq}(1 + 2iD)$  y la correspondiente rigidez dinámica es:

$$k^* = k_{eq} - M\Omega^2 + 2ik_{eq}D = k_{eq}\left(1 - \frac{\Omega}{\omega_{eq}^2} + 2iD\right) \quad (22)$$

Donde:

$k_{eq}$ ,  $D$  y  $\omega_{eq}$  son funciones de la amplitud del movimiento aunque algunas veces se consideran constantes por simplicidad (sistema histerético lineal).

Para sistemas histeréticos el coeficiente de rigidez real es aún una parábola de segundo grado cuando se gráfica contra la frecuencia, pero el término imaginario es constante. Usando la notación de la ecuación 22 el término  $c_1$  varía inversamente proporcional a la frecuencia  $\Omega$  (Figura II.6).

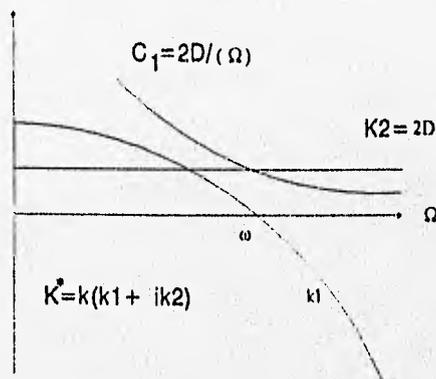


Figura II.6 Variación de los coeficientes de rigidez con la frecuencia.

Debe notarse que la relación de amortiguamiento  $D$ , definida por la ecuación 15, es conceptualmente diferente de la fracción del amortiguamiento crítico  $\beta$  definido por la ecuación 7. La rigidez dinámica llegaría a ser :

$$k^* = k \left\{ 1 - \frac{\Omega}{\omega^2} + 2i \left( D + \beta \frac{\Omega}{\omega} \right) \right\} \quad (23)$$

Que indicaría una relación de amortiguamiento efectiva para la frecuencia  $\Omega$  igual a:

$$D = \beta \frac{\Omega}{\omega} \quad (24)$$

Esta simple regla de adición no se aplica, sin embargo, si la constante de amortiguamiento está también afectada por el comportamiento no lineal, lo cual es más común cuando tratamos con la respuesta dinámica de cimentaciones.

De las consideraciones anteriores se puede concluir que la rigidez dinámica del sistema, vibrando de manera estacionaria tendrá la forma  $k^* = k_1 (k_1 + ik_2)$ ; la variación de  $k_1$  con la frecuencia es indicador de los efectos de inercia, de manera que una constante  $k_1 = 1$  representaría un resorte simple sin masa, una variación de segundo grado representa un resorte y una masa. El término  $k_2$  puede ser considerado como la relación de amortiguamiento efectivo para una frecuencia dada,  $k_2$  indica un tipo de amortiguamiento histerético. Si  $k_2$  se incrementa linealmente con la frecuencia como un amortiguamiento viscoso típico, la constante del amortiguamiento sería  $k_2 \frac{k_2}{\Omega}$ .

### Rigidez dinámica de una cimentación

Cuando tratamos con cimentaciones que pueden considerarse como rígidas, es usual el definir la rigidez dinámica encontrando la relación entre fuerzas armónicas en estado estacionario y desplazamientos en la base de una cimentación sin masa. Si en una cimentación rígida y simétrica con igual profundidad de empotramiento a lo largo de todos los lados, se aplicase una fuerza vertical en su centro de simetría, ésta sólo producirá desplazamientos verticales y si se aplicase un momento torsionante en dicho punto se incrementarían las rotaciones torsionales. Un sistema de fuerzas horizontales y momentos a lo largo de los ejes principales producirán tanto desplazamientos horizontales como rotaciones. En este caso la matriz de rigideces de la cimentación, la cual es una matriz de  $6 \times 6$ , tendrá solo 10 términos diferentes de cero (solo 8 deben calcularse, ya que la matriz es simétrica). En suma, una cimentación cuadrada o circular sólo requiere de la definición de cinco términos, ya que las rigideces de las direcciones principales son iguales. Cada una es una rigidez compleja de la frecuencia como se describió anteriormente.

Cuando la cimentación es flexible, por ejemplo losas y trabes, pilotes, etc., las alternativas son:

i) Derivar la rigidez dinámica relacionando fuerzas armónicas y desplazamientos a un cierto número de puntos de contacto entre la cimentación y el suelo circundante. Dependiendo de la discretización el modelo puede tener 2, 3 y 6 grados de libertad para cada nodo. Si existen  $N$  puntos de contacto, la matriz de rigideces de la cimentación se representará por una matriz de orden  $2N \times 2N$ ,  $3N \times 3N$  o  $6N \times 6N$ . La matriz estará completa y cada uno de los términos será una función compleja de la frecuencia. Esto a menudo es llamado como una matriz dinámica de frontera.

Una alternativa interesante se presenta cuando la matriz de frontera dinámica es diagonalizada, reemplazando el suelo que rodea a la cimentación por los clásicos resortes Winkler (excepto que en este caso los resortes tienen rigidez dinámica). Las características de

esos resortes dinámicos en cada punto de contacto pueden ser obtenidas directamente mediante formulaciones aproximadas con varios grados de sofisticación o de la matriz de frontera completa asumiendo un patrón de deformaciones. Así, si  $k^*$  es la matriz completa,  $k^*_D$  es su diagonal y  $U$  es el vector de desplazamientos supuestos en los puntos de contacto,  $k^*_D$  puede ser obtenida haciendo:

$$k^*_D U = k^* U \quad (25)$$

La suposición de Winkler es una aproximación tanto para los problemas estáticos como los dinámicos. La ecuación (19) muestra claramente que los resortes de suelo equivalente (términos de  $k^*_D$ ) dependerá de la forma supuesta  $U$ . Para una cimentación rígida el vector  $U$  es fácilmente inferido, pero será diferente para el caso de una rotación o translación de la cimentación, deduciéndose que diferentes rigideces de resorte pueden haber sido obtenidas para esos casos particulares. Para una cimentación flexible el problema es más complicado, porque la forma correcta de  $U$  dependerá del tipo de excitación y de la frecuencia.

ii) Derivar las rigideces dinámicas relacionando los desplazamientos con las fuerzas armónicas para un número de puntos de contacto entre la cimentación y la superestructura. Dependiendo del modelo cada punto tendrá nuevamente 2, 3 o 6 grados de libertad y el tamaño de la matriz total será igual al número de nodos por el número de grados de libertad por punto. En este caso los coeficientes de rigidez incluyen los efectos de flexibilidad y la masa de la cimentación. La aproximación es, sin embargo, particularmente conveniente cuando el número de puntos de conexión entre la superestructura y la estructura es más pequeño que el número de nodos necesarios para la discretización adecuada del área de contacto entre la cimentación y el suelo. Otro caso práctico es la definición de la rigidez dinámica de un pilote mediante la relación de fuerzas y desplazamientos en su cabeza, normalmente se asume que es al mismo nivel de la superficie libre del suelo. Una variación es introducida cuando el pilote se extiende una cierta longitud sobre la superficie libre del suelo, se concentra una masa en su parte más alta y se aplican fuerzas midiendo o calculando los desplazamientos de la masa.

Para determinar las rigideces de una cimentación de geometría arbitraria pueden usarse formulaciones de modelos continuos semi-analíticos o discretos.

Sin embargo, la base en la mayoría de las soluciones de tipo analítico es la determinación de los desplazamientos y esfuerzos en la masa de suelo debidos a una fuerza unitaria aplicada en otro punto. Seleccionando esos puntos a lo largo del área de contacto entre la cimentación y el suelo, convenientemente discretizada, la matriz de flexibilidades (y de rigideces) se pueden obtener como se comentó.

### Aplicación de las rigideces dinámicas a pilotes

Para modelar el comportamiento del suelo en los sistemas suelo-pilote, se ha usado comúnmente la simplificación de Winkler.

Usando la ecuación de Mindlin, Penzien et al (1964) basándose en el concepto de la rigideces de resorte de una cimentación tipo Winkler equivalente, propuso un modelo para simular el comportamiento del suelo que rodea a la pila. Este se basaba en una solución estática a la cual los autores recomendaban sumar algunas masas concentradas y amortiguadores viscosos ( las constantes de esas masas y amortiguadores tendrían que ser determinadas por otros medios) para simular los efectos de inercia y radiación. La ventaja de esta aproximación es que permite considerar comportamiento no lineal del suelo mediante la incorporación de características no lineales para los resortes. Los autores usaron para este propósito una ley bidimensional fuerza-deformación.

Posteriormente otros autores propusieron mejores modelos para definir estas características de los resortes no lineales, algunos incluso basados en los resultados de pruebas a escala e incluyendo efectos cíclicos, como los que han sido sugeridos por Matlock (1970), Reese Cox y Koop (1975), Matlock y Foo (1979), y Sullivan , Reese y Fenske (1979), entre otros. Los resultados de esos estudios son la base para la obtención de las curvas P-y y T-z extensamente usadas en el diseño de pilas y pilotes para estructuras de plataformas.

Una verdadera solución dinámica , basada en la suposición de Winkler, fue obtenida por Novak (1974) usando los mismos coeficientes de rigidez dinámica discutidos ya, que fue extendida para el caso de medios estratificados por Novak y Aboul-Ella (1978).

### ***II.3.5 Procedimientos matemáticos***

La dependencia de la carga dinámica con el tiempo, se refleja en la respuesta haciendo que también ésta sea dependiente del tiempo, de manera que un análisis de un sistema dinámico implica la determinación tanto de sus características cinemática, desplazamientos, velocidades y aceleraciones como de los elementos mecánicos finales. Generalmente para realizar esto se tiene que plantear y resolver, la ecuación de equilibrio dinámico del sistema idealizado con el cual se está considerando que puede simularse el sistema real.

#### ***Solución de la ecuación de equilibrio dinámico***

Las soluciones matemáticas rigurosas de las ecuaciones de equilibrio dinámico algunas veces son tan complejas que no resulta práctico solucionarlas mediante métodos algebraicos. Debido a lo anterior, y considerando el desarrollo técnico que se ha dado tanto en los métodos computacionales, como en la tecnología de estas máquinas en sí, han cobrado mucho auge los métodos numéricos para la resolución de este tipo de problemas, los cuales la mayoría de las veces proporcionan aproximaciones bastante buenas de la función solución . Entre éstos se encuentran los llamados métodos de integración directa, que a continuación se comentan.

### Métodos de integración directa (paso a paso)

Se llama método de integración directa, a aquél que realiza la integración sin transformar previamente las ecuaciones de movimiento a otra forma (p.e. del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia), estos métodos parten de dos ideas básicas (Ref 11):

i) En lugar de tratar de satisfacer para cada tiempo la ecuación de equilibrio dinámico del sistema en análisis, se propone satisfacer esta ecuación sólo en intervalos discretos  $\Delta t$ . Esto equivale a resolver el equilibrio estático (el cual incluirá los efectos de inercia y amortiguamiento), para ciertos tiempos dentro del intervalo de solución en los cuales se tuviera conocido el vector de fuerzas externas. Por lo cual se denominan también métodos paso a paso.

ii) Se supone una variación de velocidades, desplazamientos y aceleraciones (características cinemáticas) para cada intervalo de tiempo, de lo cual dependerá la exactitud alcanzada en los resultados, la estabilidad del método durante el proceso de cálculo, etc.

De esta forma, la diferencia básica en los métodos de solución por integración directa actualmente disponibles, estriba en la distribución de las características cinemáticas supuestas entre cada intervalo.

Ejemplos de este tipo de métodos son, el método de la diferencia central, las diferencias finitas, el método de Houbolt, el método de Newmark, el método de Wilson, etc. Para esta tesis se empleó el método de Newmark por presentar la ventaja de mayor estabilidad durante el proceso de solución.

### El método de Newmark

Este método puede entenderse como una extensión del método de aceleración lineal, llamado así porque asume una variación lineal de la aceleración, del tiempo  $t$  al tiempo  $t + \Delta t$ , como se muestra en la figura II.7 :

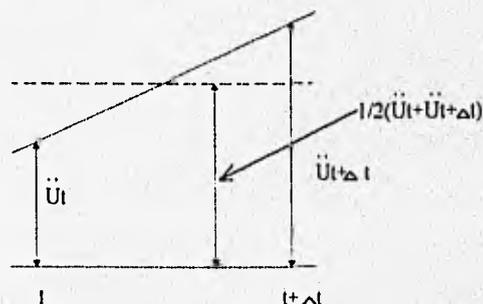


Figura II.7 Variación de la aceleración en el método de Newmark

En cuanto a la distribución de las características cinemáticas se hacen las siguientes suposiciones.

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + \left[ (1-\delta)\ddot{U}_t + \delta\ddot{U}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \quad (26)$$

$$U_{t+\Delta t} = U_t + \dot{U}_t \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{U}_t + \alpha \ddot{U}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (27)$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros que pueden ser variados para obtener la exactitud y estabilidad deseada. Cuando  $\alpha = \frac{1}{2}$  y  $\beta = \frac{1}{6}$  las relaciones (26) y (27) corresponden al método de aceleración lineal, ( el cual es también obtenido usando  $\theta = 1$  en el método  $\theta$  de Wilson). Originalmente, Newmark propuso un procedimiento incondicionalmente estable basado en un promedio constante de aceleraciones, en cuyo caso  $\alpha = \frac{1}{2}$  y  $\beta = \frac{1}{4}$ .

Para encontrar los valores de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones para el tiempo  $t + \Delta t$ , se debe considerar la ecuación de equilibrio dinámico para el mismo tiempo  $t + \Delta t$ :

$$M\ddot{U}_{t+\Delta t} + C\dot{U}_{t+\Delta t} + KU_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} \quad (28)$$

Resolviendo la ecuación (28) para  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  en términos de  $U_{t+\Delta t}$ , y después sustituyendo el valor de  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  encontrado en las ecuaciones (26) y (27), obtendremos ecuaciones  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  y  $\dot{U}_{t+\Delta t}$ , cada una en términos de los desplazamientos desconocidos  $U_{t+\Delta t}$ . Esas dos relaciones para  $\dot{U}_{t+\Delta t}$  y  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  son nuevamente sustituidas en la ecuación (28) resolviendo para  $U_{t+\Delta t}$ . Finalmente  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  y  $\dot{U}_{t+\Delta t}$  pueden ser calculados, usando (26) y (27) .

Los desplazamientos obtenidos definirán la deformada de la respuesta que, desde el punto de vista estructural, comúnmente se hace a través del criterio de masa concentrada o del criterio de coordenada generalizada. En los dos enfoques, el número de componentes de desplazamiento requeridos para especificar la posición de todas las partículas de masa significativas, es conocido como el número de grados de libertad de la estructura. El primer enfoque se considera el más sencillo, ya que se supone que la masa de la estructura se puede considerar concentrada en un número determinado de masas discretas.

### II.3.6 Procedimientos existentes para el análisis de interacción dinámica suelo-pilote

Como el problema en análisis se relaciona directamente con ambientes dinámicos cuyos ejemplos típicos son las plataformas marinas, es importante tener en cuenta que el problema básico conlleva la necesidad de distribuir un conjunto de las cargas de la superestructura o reacciones en la masa de suelo circundante a través de los miembros de los pilotes (Ref 12). En el caso general se involucran tres desplazamientos y 6 grados de libertad compatibles con las conexiones del pilote y la estructura. Los factores que afectan el comportamiento del pilote son básicamente gobernados por las características de la carga inelástica transferida por el suelo de campo cercano y por las usualmente elásticas características de los pilotes.

A continuación expondremos aquellas propuestas de solución para el análisis de respuesta sísmica de cimentaciones piloteadas que se han considerado antecedentes a esta nueva, destacando sus características, confiabilidad y su rango de aplicabilidad desde el punto de vista práctico en cuanto a su conceptualización simple y a su conveniencia computacional.

#### Propuesta de Gazetas (Ref 2)

Gazetas y sus colaboradores proponen la siguiente metodología

#### *Determinación de la cinemática de la respuesta sísmica*

##### i) Pilote aislado

Para determinar la excitación de la cimentación se utiliza el modelo propuesto por Winkler (BDWF), consistente en considerar a la cimentación como una viga sujeta a condiciones dinámicas de carga, pero aplicado a un pilote aislado. De esta forma el comportamiento del suelo cercano al pilote se modela por resortes ( $k_x$ ) y amortiguadores ( $c_x$ ) distribuidos uniformemente a lo largo del fuste de éste y cuyas características varían en función de la frecuencia. Como paso inicial se deberán determinar los movimientos del campo libre,  $U_{\text{sa}}$ , para posteriormente aplicar estos a los extremos de los resortes y amortiguadores como desplazamientos laterales ( $U_{\text{sp}}$ ), de manera que se transmitan los efectos de la excitación al pilote aislado. De esta forma, la respuesta del pilote aislado  $U_{\text{11}}$  puede ser obtenida por la solución de la siguiente ecuación de equilibrio dinámico con la correspondiente definición de condiciones de frontera imperantes en sus extremos.

$$\frac{d^4 U_{11}(z)}{dz^4} + \lambda^4 U_{11}(z) = \alpha U_{\text{sp}}(z) \quad (29)$$

Donde:

$$\lambda = \left( \frac{k_x + i\omega c_x - m_p \omega^2}{E_p I_p} \right)^{1/4} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p} \quad (30)$$

La ecuación (29) se resuelve numéricamente para un perfil estratigráfico de suelo dado, discretizando el pilote en elementos finitos. La solución exacta se tiene para el problema hipotético de un estrato homogéneo y elástico. Si éste es el caso, para  $z = 0$ , la deflexión de la cabeza del pilote  $U_{11} = U_{11}(0)$  está relacionada con el desplazamiento del campo libre del suelo superficial  $U_{ff} = U_{ff}(0)$  como sigue:

$$U_{11} = \Gamma U_{ff} \quad (31)$$

donde:

$$\Gamma = \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p \delta^4 + k_x + i\omega c_x} \quad (32)$$

donde:

$$\delta = \frac{\omega}{V_s}, \quad \text{y} \quad m_p = \rho_p A_p \quad (33)$$

$U_{ff}$  se determina usando la teoría elástica unidimensional para propagación de ondas.

Los resortes y amortiguadores son aproximados, y puedan evaluarse mediante las siguientes expresiones.

$$k_x \approx 1.2 E_s \quad (34)$$

y también

$$c_x \approx 1.6 \rho_s V_s d \left( \frac{\omega d}{V_s} \right)^{-1/4} + 2\beta_s \frac{k_x}{\omega} \quad (35)$$

## ii) Grupo de pilotes

Cuando se trata de analizar la respuesta sísmica de un grupo de pilotes, Gazetas propone el método que desarrolló con Makris, que es un procedimiento simplificado de interferencia de ondas que toma en cuenta la interacción sísmica de pilote a pilote.

Teniendo determinada la deflexión lateral  $U_{11}(z)$  de un pilote aislado, como ya se expuso, el desplazamiento del campo refractado ( $\Delta U_1$ ) generado por el desplazamiento diferencial:

$$\Delta U_{11}(z) = U_{11}(z) - U_{11}(z) \quad (36)$$

que se presenta entre el pilote aislado y el suelo de campo libre, se obtiene usando una función de atenuación de onda  $\Psi(r, \theta)$ . Para determinar el desplazamiento adicional,  $U_{21}(z)$  que experimenta el pilote vecino, que al igual que el pilote inicial se modela mediante un sistema BDWF, se impone un movimiento a la base de sus soportes (resortes y amortiguadores) igual a los desplazamientos difractados que arriban del suelo,  $\Delta U_1(z)$ . La ecuación de equilibrio dinámico para la deflexión de este pilote toma la forma :

$$\frac{d^4 U_{21}}{dz^4} + \lambda^4 U_{21} = \alpha \Psi(r, 0) (\Gamma - 1) U_{11} \quad (37)$$

Para el cual  $U_{21}(z)$  es en general obtenido numéricamente para un perfil estratigráfico de suelo dado. Nuevamente como en el caso anterior, para un estrato homogéneo se cuenta con la solución exacta.

$$U_{21}(z) = \Psi(r, \theta) \Gamma (\Gamma - 1) U_{11} \quad (38)$$

Para la cual las siguientes funciones de atenuación aproximadas han sido propuestas en la referencia citada

$$\Psi(r, 0) = \sqrt{\frac{d}{2r}} \exp\left(-(\beta + i) \frac{\omega r}{V_{ts}}\right)$$

$$\Psi\left(r, \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{\frac{d}{2r}} \exp\left(-(\beta + i) \frac{\omega r}{V_s}\right)$$

$$\Psi(r, \theta) = \Psi(r, 0) \cos^2 \theta + \Psi\left(r, \frac{\pi}{2}\right) \sin^2 \theta$$

$$\Psi = \text{función de atenuación} \quad (39)$$

Donde:

$r$  es la distancia radial de pilote a pilote

$V_{Lw} = 3.4V_s / [\pi(1 - \nu)]$  es la velocidad de la analogía de Lysmer

El factor de interacción para carga sísmica está definido como:

$$\overline{\alpha}_{21} = \frac{U_{21}}{U_{11}} \quad (40)$$

Para el caso particular de estrato homogéneo tenemos:

$$\overline{\alpha}_{21} = \Psi(r, \theta)(\Gamma - 1) \quad (41)$$

Así, el factor de interacción para carga dinámica en la cabeza, puede ser fácilmente usado para la determinación de la respuesta sísmica de un grupo de pilotes, en los cuales se ha definido previamente su número y su disposición física.

### *Impedancias dinámicas en la cabeza del pilote*

#### i) Pilote aislado

El comportamiento dinámico de pilotes aislados con carga en la cabeza ha sido investigado mucho más extensamente que la respuesta a una excitación sísmica, de modo que actualmente existen numerosos procedimientos para la determinación de las impedancias dinámicas de pilotes. Basados en los resultados de análisis numéricos, diferentes investigadores han encontrado expresiones simples para estimar las impedancias dinámicas de pilotes aislados. Actualmente, se dispone de un conjunto completo de estas expresiones para al menos los tres diferentes casos de depósitos de suelo de comportamiento histerético lineal: (a) Estrato homogéneo, (b) estrato no homogéneo con módulos incrementándose linealmente con la profundidad y (c) estrato no homogéneo con módulos incrementándose parabólicamente con la profundidad. Como ya se vió, las impedancias dinámicas se expresan como:

$$K = \overline{K} + i\omega C_x \quad (42)$$

donde:

$\overline{K}$  denota la rigidez dinámica  
y  $C_x$  el parámetro del amortiguador.

#### ii) Grupo de pilotes

Para determinar la impedancia de un grupo de pilotes, se puede usar la superposición de Poulos, validada para cargas dinámicas por Kaynia y Kausel (Ref 13) y Sanchez-Salineró (Ref

14). Estas pueden ser usadas con confianza, al menos para grupos pequeños de pilotes (a saber, menos de 20). Los factores de interacción dinámica para varias condiciones de carga están disponibles ahora tanto en la forma de gráficas adimensionales, como de expresiones exactas derivadas de la teoría simplificada de interferencia de ondas y calibradas con soluciones numéricas. Como un ejemplo, el factor para interacción dinámica horizontal para dos pilotes fijos en la cabeza en un estrato homogéneo toma la forma:

$$\bar{\alpha}_{21} = \frac{3}{4} \Psi(r, \theta) \frac{k_x + i\omega C_x}{k_x + i\omega C_x - m_p \omega^2} \quad (43)$$

### Respuesta sísmica de la superestructura

Habiendo evaluado el movimiento de excitación,  $U_o$ , y las funciones de impedancia,  $K_y$ , en el los dos primeros pasos del análisis, el desplazamiento total de la cimentación (movimiento),  $U_o$ , y la distorsión (desplazamientos relativos) de la superestructura  $U_1$ , pueden ser derivados como ya se explicó en el apartado II.3.3.

De esta forma tendremos:

$$U_o = \begin{Bmatrix} U_o \\ \theta_o \end{Bmatrix} = K - \omega^2 (M_o + M_b)^{-1} K U_o^* \quad (44)$$

y también:

$$U_1 = A(U_o + h_1 \theta_o) \quad (45)$$

En las cuales:

$$K = \begin{bmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{yx} & K_y \end{bmatrix}, \quad M_o = \begin{bmatrix} m_o & 0 \\ 0 & I_o \end{bmatrix}$$

$$M_b = M + m_1 \begin{bmatrix} 1 & h_1 \\ h_1 & h_1^2 \end{bmatrix} A, \quad M = \begin{bmatrix} m_1 & m_1 h_1 \\ m_1 h_1 & m_1 h_1^2 + I_1 \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{(\omega/\omega_1)^2}{1 - (\omega/\omega_1)^2 + 2i\beta_{st}(\omega/\omega_1)^2}$$

Donde:

$\omega_1$  es la frecuencia natural

$\beta_{st}$  es la relación de amortiguamiento de la estructura

### Propuesta de Finn (Ref 3)

En seguida se presenta la metodología propuesta por W. D. Liam Finn y sus colegas, los cuales en la referencia citada, comparan los resultados del modelado matemático con los del modelado físico de pilotes a escala. Aquí exclusivamente se presentará el matemático por ser el relacionado con este trabajo.

Inicialmente se calcularon los desplazamientos del campo libre con la ayuda del programa SHAKE (Ref 15). Igualmente mediante el análisis del SHAKE se calculó, el modulo de cortante elástico equivalente,  $G_{ff}$ , y a partir de éste las velocidades de la onda de cortante.

A continuación se procedió a un análisis no lineal con el programa SPASM8 (Matlock et al., 1978 a,b), donde el pilote es modelado como un viga-columna elástica lineal a la que se incorporan la rigidez a flexión del pilote,  $EI$ , y los efectos de la variación espacial de la carga axial,  $P(z)$ , en las flexiones del pilote (efectos p-y) durante la carga sísmica lateral. En este programa, la interacción entre el suelo de campo cercano y el pilote durante el movimiento es representada usando resortes laterales no lineales  $k_p$ , colocados a lo largo de la longitud del pilote, de manera similar a como lo efectuó Gazetas. La rigidez de los resortes  $k_p$  para un nivel de deflexión particular del pilote está definido a partir de la pendiente de la tangente de las curvas p-y no lineales. El esqueleto de la curva p-y,  $f(y)$  lo define el usuario del programa en los cuadrantes (+p,+y) y (-p,-y). Para la respuesta en descarga de las curvas p-y en los puntos máximos de carga ( $P_{max}, y_{max}$ ) durante el sacudimiento, se realiza la simulación siguiendo la ruta en el espacio p-y que crea la forma del esqueleto inicial especificado, usando una función  $f(y - y_{max})$ . Esto difiere de la respuesta pura de Masing donde se maneja una función de descarga de la forma  $f(y - y_{max/2})$  (Finn et al., 1979).

El criterio de descarga usado en SPASM8 provoca una estimación más pequeña del amortiguamiento histerético del campo cercano que usando el criterio de Masing. Por otro lado, este modelo también tiene colocados amortiguadores viscosos equivalentes  $c_r$ , en paralelo con los resortes de campo cercano para simular la radiación de las ondas P y S a partir del fuste del pilote.

Así, como en el caso de Gazetas, la variación en el tiempo de los desplazamientos del campo libre, que también varían a lo largo de la longitud del pilote, se aplicaron a las terminaciones del sistema resorte-amortiguador y representan la excitación sísmica de entrada aplicada al pilote, con la diferencia de que, en el caso de Gazetas, el análisis es lineal, lo que se refleja en la caracterización de las impedancias dinámicas. Los coeficientes del amortiguamiento por radiación son calculados a partir de la distribución de velocidades de onda de corte usando las ecuaciones que para tal efecto propone Gazetas y Dobry (1984) y Lysmer y Richart (1966). El análisis dinámico de la pila asume que los coeficientes de amortiguamiento por radiación permanecen constantes durante el sacudimiento.

Para cada análisis del SPASM8, se calcula la historia en el tiempo de momentos flexionantes y fuerza cortante en la superficie del suelo, y los desplazamientos en la masa superior de la cabeza del pilote relativos al movimiento de la base del pilote.

### Propuesta de Nogami (Ref 4)

Toyoaki Nogami y sus colaboradores en su afán de mejorar la aproximación que ofrecen los métodos basados en el modelo de Winkler, en cuanto a reproducir mejor las características del medio continuo (p.e. Nogami 1987, Nogami y Leung 1990), han propuesto un modelo de segundo orden. A los métodos basados en el modelo de Winkler algunos autores les llaman de primer orden, cuando el modelo se forma a partir de la adición de algunos dispositivos en la parte superior del modelo de Winkler, como pueden ser una membrana elástica horizontal (Filonenko-Borodich 1940), una placa horizontal elástica y una viga de cortante horizontal (Pasternak 1954), etc., para lograr el acoplamiento entre los resortes distribuidos que lo integran, se les llama modelos de segundo orden. Los modelos de segundo orden están definidos por la rigidez de los resortes y un parámetro adicional asociado con el dispositivo adherido. Se han desarrollado modelos más complejos (Kerr y Rheines 1967, Levinson 1979, Bharata y Levinson 1980) mediante la combinación de estratos de resortes y esos dispositivos en varias maneras. El número de parámetros de esos modelos es igual al número de estratos de resortes y estratos de dispositivos.

El modelo de Nogami se forma a partir de un número de estratos horizontales (definidos por la estratigrafía), construidos con vigas unidimensionales verticales, distribuidas uniformemente e interconectadas por resortes horizontales distribuidos a lo largo de la cara vertical, como un modelo de primer orden.

A continuación, para solucionar el problema de la falta de aproximación del modelo de primer orden, para bajas frecuencias, en comparación con la frecuencia natural del terreno, (que se debe en mucho al desacoplamiento entre los resortes), optaron por la introducción de elementos de acoplamiento de cortante para formar un modelo de segundo orden, así tendremos un modelo simple en seguida a un modelo de primer orden. Este comportamiento es gobernado por (Pasternak 1954, Kerr 1964):

$$p = -N \frac{d^2 u}{dz^2} + Ku \quad (46)$$

donde:

K y N son los parámetros que definen los resortes y los elementos de cortante, respectivamente.

La fuerza cortante inducida en los elementos de cortante,  $T$  es:

$$T = N \frac{du}{dz} \quad (47)$$

La respuesta dinámica del pilote cuando se usa el modelo propuesto, es calculada en el dominio de frecuencias.

#### Propuesta de Flores-Berrones y Whitman (Ref 5)

Flores-Berrones y Whitman sugieren resolver el problema de la respuesta sísmica de sistemas suelo-pilote, planteando las ecuaciones básicas de equilibrio para un modelo de resortes Winkler, obteniendo la respuesta para una carga armónica, dada en términos de la frecuencia de la excitación. Se toma también en cuenta el efecto de una masa concentrada en la cabeza del pilote.

Las ecuaciones de equilibrio del sistema suelo-pilote dependen tanto de las idealizaciones del suelo, (puede considerarse al suelo como un medio homogéneo y elástico, o puede ser considerado como un material estratificado con características no lineales), como de las condiciones de frontera entre el pilote, la masa concentrada y el suelo mismo. El suelo rodeando al pilote se modela mediante modelos de resorte tipo Winkler, tomando en cuenta la suposición básica de un modelo Winkler, que especifica que para cualquier fuerza aplicada en una barra (o pilote), existe un desplazamiento proporcional a la fuerza en su punto de aplicación. Se considera en esta propuesta el caso particular de un pilote empotrado en el estrato resistente.

El análisis de la respuesta dinámica se lleva a cabo analizando primero el comportamiento del suelo que rodea al pilote, sin tomar en cuenta a la masa concentrada, para después superponer este efecto. De esta manera se encuentra la solución exacta para un sistema suelo-pilote exclusivamente (sin considerar el efecto de la masa) a una excitación del tipo  $u_g = u_0 e^{i\omega t}$ . El movimiento del estrato de suelo se calcula de manera exacta para el primer modo de vibrar del suelo y del pilote.

#### Propuesta de Romo y Ovando (Ref 6)

Romo y Ovando proponen que el análisis de respuesta dinámica del sistema suelo-pilote se efectúe mediante el uso de las curvas P-Y dinámicas, las cuales basan su construcción en el uso de un modelo reológico viscoelástico tipo Voight para representar la interacción dinámica pilote suelo (ver figura III.2), éstas tienen la ventaja de poder incorporar efectos tales como el envejecimiento, fatiga, etc.

Las funciones de impedancia manejan un componente elástico no lineal que permite incorporar los aspectos de comportamiento rigidez-deformación del suelo, incluyendo efectos de esfuerzos y características del material.

Los valores del módulo de rigidez al cortante dinámico del suelo  $G$  y el valor del amortiguamiento histerético  $\lambda$  se corregirán de acuerdo al nivel de deformación alcanzado en cada incremento de tiempo. La disipación de energía por radiación de ondas sísmicas se toma en cuenta por el parámetro  $C_r$ , que como se verá en el siguiente capítulo es exclusivamente función de las propiedades del suelo de campo-libre.

Así, la componente viscosa incluye los efectos de amortiguamiento interno o histerético y el de radiación o geométrico.

Tanto las características dinámicas como las de amortiguamiento se obtienen haciendo ensayos dinámicos de laboratorio.

Para definir el movimiento  $Y$  del pilote es necesario conocer los movimientos dinámicos relativos entre el sistema suelo pilote y el campo libre.

Para lograr lo anterior, el análisis debe efectuarse en dos etapas, inicialmente se calcularán los movimientos sísmicos de campo libre para obtener las historias de velocidades y desplazamientos.

A continuación se realiza el análisis del sistema suelo-pilote paso a paso en el dominio del tiempo, así para cada incremento de tiempo se calcula el desplazamiento  $Y$  restándole al desplazamiento calculado considerando el sistema suelo-pilote el calculado para el campo libre, de manera que:

$$Y = y_{sp} - y_s \quad (48)$$

Donde:  $Y$  es el desplazamiento del pilote  
 $y_{sp}$  es el desplazamiento del sistema pilote-suelo  
 $y_s$  es el desplazamiento de la porción de suelo de campo libre

Este método se detallará en el siguiente capítulo.

### III PLANTEAMIENTO DEL METODO PROPUESTO

#### III.1 Desarrollo del modelo

En la figura III.1 se presenta el modelo propuesto para simular el comportamiento mecánico del sistema suelo-pilote.

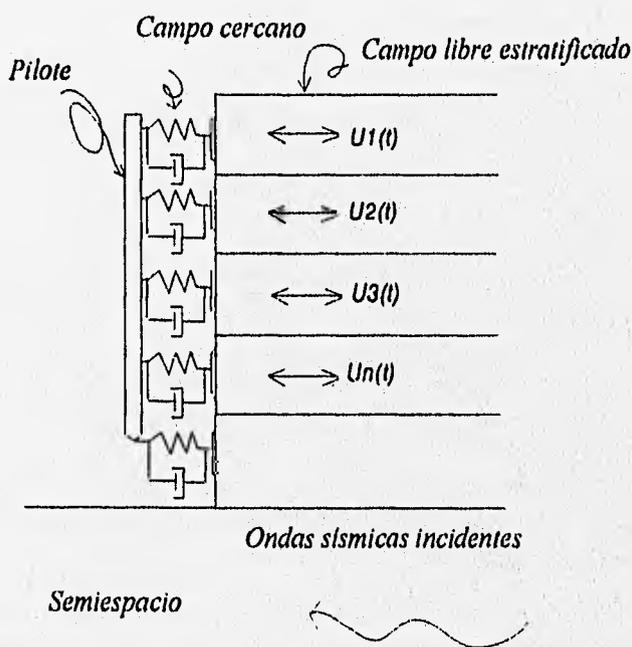


Figura III.1 Representación esquemática del modelo propuesto

Los efectos de campo cercano son tomados en cuenta mediante una serie de subsistemas simples resorte-amortiguador tipo Voight (ver figura III.2) trabajando en paralelo. La reacción en el pilote por unidad de longitud es la suma de  $p_1$ , componente elástica (resorte) y  $p_2$ , componente viscosa (amortiguador). El pilote está discretizado con elementos viga, y transmite la carga externa impuesta por el edificio al estrato resistente a través de su punta y su fuste. El

semiespacio está representado por la capa dura. El suelo de campo lejano (libre) está discretizado atendiendo a la estratigrafía del sitio subdividida según los requerimientos del análisis.

Las ondas sísmicas incidentes se aplican en el semiespacio en forma de un acelerograma y sus efectos se transmiten tanto al suelo de campo cercano como directamente a la punta del pilote.

Mediante un análisis de la respuesta sísmica del depósito de suelo se obtienen las características cinemáticas (desplazamientos, velocidades y aceleraciones) necesarias para excitar el modelo, en el que se considera al pilote sometido a movimientos dinámicos laterales diferentes a lo largo de su fuste.

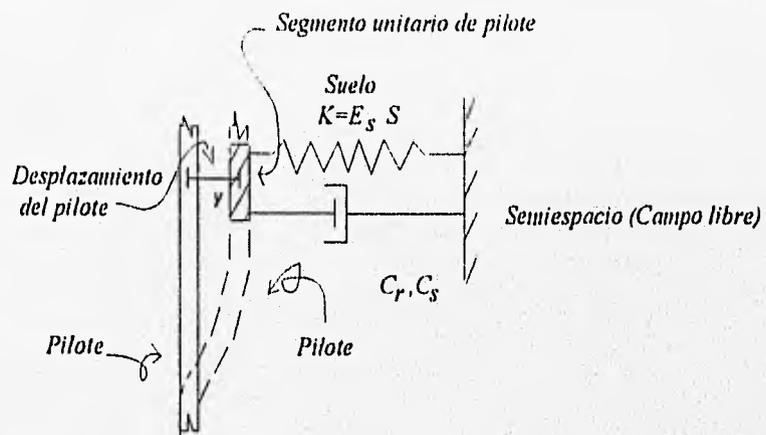


Figura III.2 Modelación del campo cercano

### III.2 Análisis del modelo

Para hacer el análisis del comportamiento dinámico del pilote, supongamos de momento que podemos representar a la porción del sistema mostrada en la figura III.3 por masas concentradas, resortes y amortiguadores como se muestra en la figura III.4.

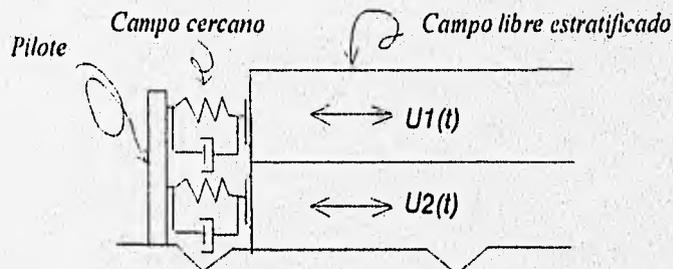


Figura III.3 Porción del sistema suelo-pilote

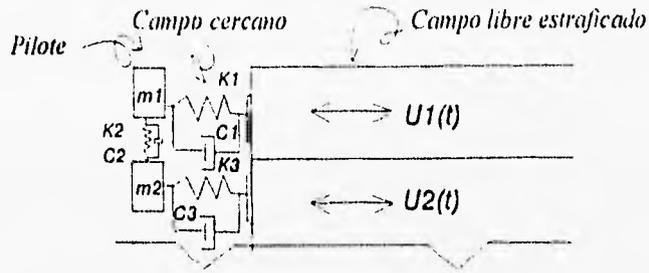


Figura III.4 Modelación del comportamiento dinámico del sistema pilote-suelo

Como se puede observar se trata de un sistema dinámico de dos grados de libertad.

Si excitamos el sistema con los movimientos del campo libre como se muestra en la figura III.5, tenemos:

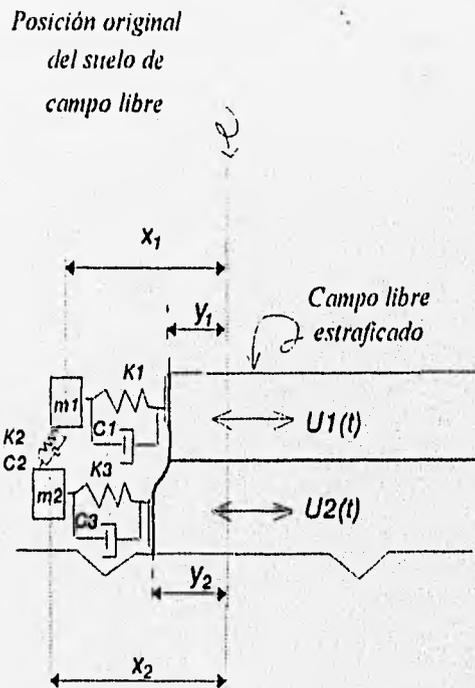


Figura III.5 Excitación del sistema con los movimientos del campo-libre

Donde "x" y "y" son los movimientos absolutos de las masas y del campo libre respectivamente.

Aislando las masas concentradas:

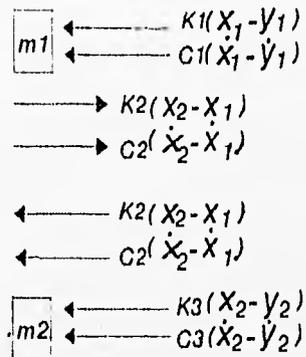


Figura III.6 Diagramas de cuerpo libre para las masas concentradas

De la figura III.6, planteando el equilibrio dinámico en ambas masas tenemos:

De la masa 1:

$$-k_1(x_1 - y_1) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{y}_1) + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = m_1 \ddot{x}_1 \quad (49)$$

De la masa 2:

$$-k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_3(x_2 - y_2) - c_3(\dot{x}_2 - \dot{y}_2) = m_2 \ddot{x}_2 \quad (50)$$

Desarrollando y simplificando, obtenemos:

De (1):

$$m_1 \ddot{x}_1 + \dot{x}_1(c_1 + c_2) - \dot{x}_2 c_2 + x_1(k_1 + k_2) - k_2 x_2 = k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 \quad (51)$$

De (2):

$$m_2 \ddot{x}_2 + \dot{x}_2(c_2 + c_3) - x_1 k_2 + x_2(k_3 + k_2) = k_3 y_2 + c_3 \dot{y}_2 \quad (52)$$

Lo que puede escribirse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 \\ k_3 y_2 + c_3 \dot{y}_2 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

Si procedemos de manera semejante, con el sistema de tres grados de libertad mostrado en la figura III.7,

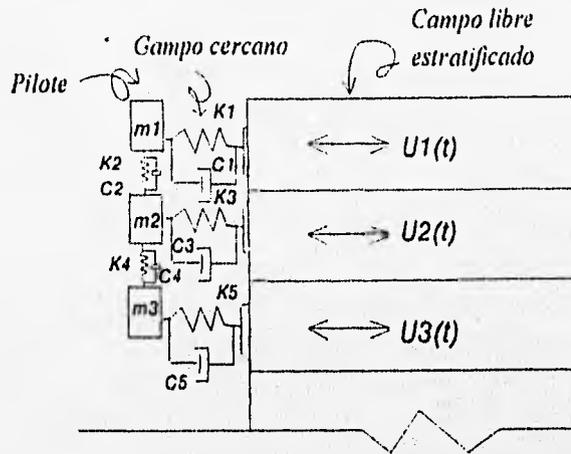


Figura III.7 Sistema de tres grados de libertad

obtendríamos lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & -c_4 & c_4 + c_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & -k_4 & k_4 + k_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 \\ k_3 y_2 + c_3 \dot{y}_2 \\ k_5 y_3 + c_5 \dot{y}_3 \end{Bmatrix} \quad (52)$$

Si efectuamos un análisis similar para sistemas de n grados de libertad, podemos obtener la generalización para un sistema, como se muestra en la figura III.8.

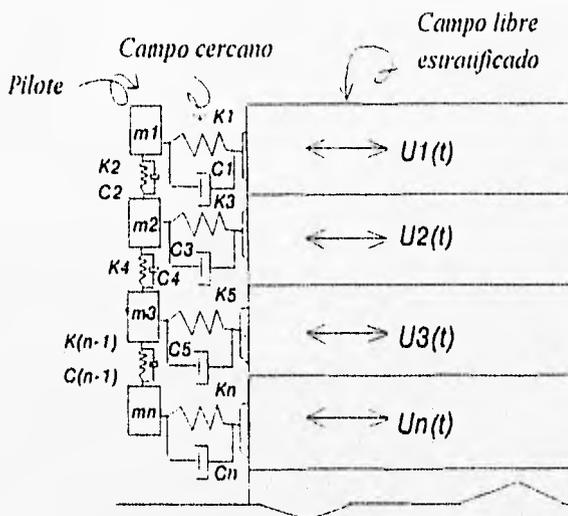


Figura III.8 Sistema de n grados de libertad

Dicha generalización será:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & \dots & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 + c_4 & -c_4 & \dots & 0 \\ 0 & -c_4 & c_4 + c_5 + c_6 & -c_6 & 0 \\ \dots & \dots & -c_6 & c_6 + c_7 + c_{n+1} & -c_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & -c_{n+1} & c_{n+1} + c_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 & -k_4 & \dots & 0 \\ 0 & -k_4 & k_4 + k_5 + k_6 & -k_6 & 0 \\ \dots & \dots & -k_6 & k_6 + k_7 + k_{n+1} & -k_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{n+1} & k_{n+1} + k_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 \\ k_3 y_2 + c_3 \dot{y}_2 \\ k_5 y_3 + c_5 \dot{y}_3 \\ \vdots \\ k_{n+2} y_n + c_{n+2} \dot{y}_n \end{bmatrix} \quad (53)$$

Que puede escribirse de manera condensada como:

$$[M_f] \{ \ddot{u}_f \} + [C] \{ \dot{u}_f \} + [K_f] \{ u_f \} = \{ Q_f \} \quad (54)$$

donde  $[M_f], [C_f], [K_f]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez para el sistema de  $n$  grados de libertad analizado,  $\{u_f\}$  son los desplazamientos nodales, y  $\{Q_f\}$  es el vector de cargas debidas a la respuesta dinámica del campo libre.

### III.2.1 Matriz de rigidez del sistema

Las ecuaciones anteriormente obtenidas en nuestra idealización deben de validarse para ser usadas en el modelo del sistema pilote-suelo, de manera que tomen en cuenta la continuidad del pilote, esto puede lograrse haciendo intervenir en la matriz de rigideces las correspondientes a un elemento viga como el usado en el modelo propuesto por Winkler (BDWF).

Como una primera aproximación al comportamiento real del sistema pilote-suelo en este trabajo no se consideró el efecto antes mencionado de la dependencia de las rigideces del pilote a la frecuencia ya que se dificulta apreciablemente el modelado.

De la teoría de vigas (Ref 16), la matriz de rigidez para la condición estática de un segmento de viga como el mostrado en la figura III.9,

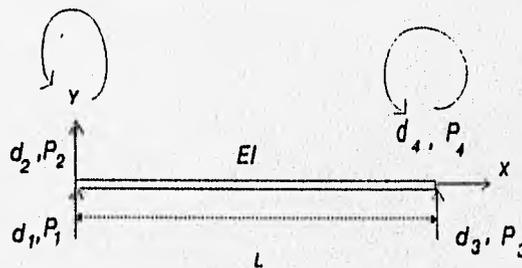


Figura III.9 Segmento de viga

en donde se está considerando el caso particular de análisis en dos direcciones, es la siguiente :

$$[K] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12L & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12L & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

La que cabe mencionar, relaciona fuerzas externas y desplazamientos de la siguiente manera.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12L & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12L & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (55)$$

O en notación condensada:

$$\{P\} = [K]\{\delta\} \quad (56)$$

Procedamos ahora a ensamblar la matriz de rigidez del sistema, la cual deberá tomar en cuenta tanto al pilote, como al suelo cercano al pilote simulado, como ya se vió, a través de subsistemas resorte-amortiguador trabajando en paralelo con las características ya discutidas. Para lograr lo anterior, aplicaremos el llamado método directo, el cual consiste básicamente en formar cada uno de los términos de la matriz de rigidez del sistema global sumando los correspondientes al mismo grado de libertad que aparezcan en la matrices de rigideces de los elementos vigas en los que se discretiza la estructura, en este caso se deberá adicionar además las rigideces de los resortes que simulan en suelo como a continuación se explica.

Conviene, por motivos de sencillez de análisis, pasar de lo particular a lo general, por lo cual volvamos a la porción del sistema suelo-pilote mostrado en la figura III.3, en donde como se puede apreciar existen solo dos estratos. Si numeramos los grados de libertad como se indica en la figura III.10,

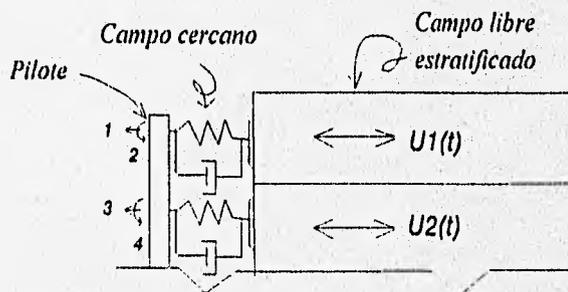


Figura III.10 Numeración de los grados de libertad

y aplicamos el método directo, se obtiene la siguiente matriz de rigidez del sistema.

$$[K_s] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 + \frac{k_1 L^3}{EI} & 6L & -12L & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12L + \frac{k_2 L^3}{EI} & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

Pasemos ahora al sistema suelo pilote de la figura III.11.

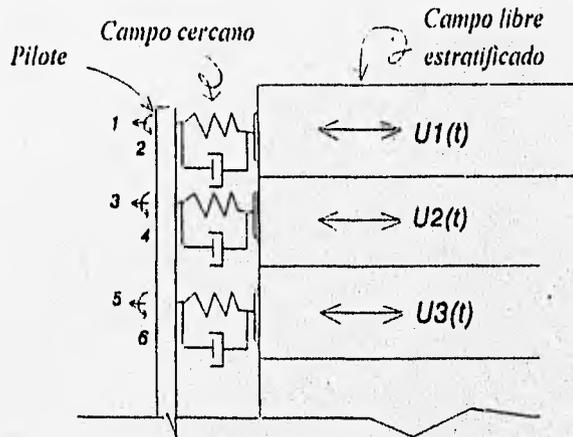


Figura III.11 Sistema suelo-pilote

En donde, como se puede observar, se tienen ahora tres estratos blandos. Procediendo de manera análoga, de acuerdo a la numeración de los grados de libertad mostrada, y aplicando el método directo, tenemos que la ecuación de rigidez del sistema es la que a continuación se muestra.

$$[K_s] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L_1^3} + k_1 & \frac{6EI}{L_1^2} & -\frac{12EI}{L_1^3} & \frac{6EI}{L_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L_1^2} & \frac{4EI}{L_1} & -\frac{6EI}{L_1^2} & \frac{2EI}{L_1} & 0 & 0 \\ -\frac{12EI}{L_1^3} & -\frac{6EI}{L_1^2} & \frac{12EI}{L_1^3} + k_2 + \frac{12EI}{L_2^3} & -\frac{6EI}{L_1^2} + \frac{6EI}{L_2^2} & \frac{12EI}{L_2^3} & \frac{6EI}{L_2^2} \\ \frac{6EI}{L_1^2} & \frac{2EI}{L_1} & -\frac{6EI}{L_1^2} + \frac{6EI}{L_2^2} & \frac{4EI}{L_1} + \frac{4EI}{L_2} & \frac{6EI}{L_2^2} & \frac{2EI}{L_2} \\ \frac{12EI}{L_1^3} & \frac{6EI}{L_1^2} & -\frac{12EI}{L_1^3} + \frac{12EI}{L_2^3} & -\frac{6EI}{L_1^2} + \frac{6EI}{L_2^2} & \frac{12EI}{L_2^3} + k_3 & -\frac{6EI}{L_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L_2^3} & -\frac{6EI}{L_2^2} & -\frac{6EI}{L_2^2} + k_3 & -\frac{6EI}{L_2} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L_2^2} & \frac{2EI}{L_2} & \frac{6EI}{L_2} & \frac{4EI}{L_2} \end{bmatrix}$$

Repitiendo el proceso para sistemas de mayor número de estratos se puede encontrar mediante una generalización la ley de formación que siguen cada uno de los términos de la matriz de rigidez del sistema.

Así, tenemos que para el supuesto caso de una estratigrafía con n estratos diferentes, y de acuerdo a la numeración de grados de libertad mostrada en la figura III.12,

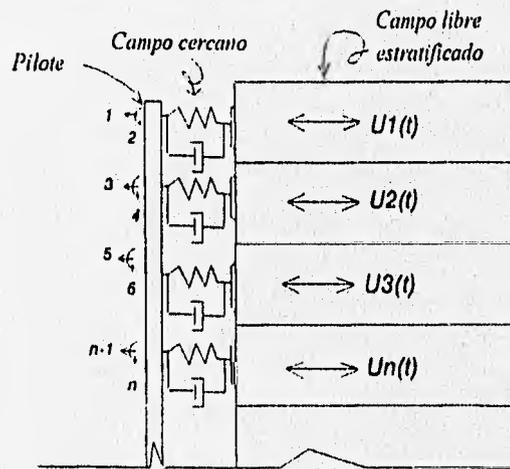


Figura III.12 Numeración de los grados de libertad

la matriz general del sistema es la que a continuación se muestra:

	1	2	3	4	5	6	7	8	m-1	m		
$[K_{37}] =$	$\frac{12EI}{L_1^3} + k_1$	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$-\frac{12EI}{L_1^3}$	$\frac{6EI}{L_1^2}$	0	0	0	0	0	0	0	1
	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{4EI}{L_1}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	0	0	0	0	0	0	0	2
	$-\frac{12EI}{L_1^3}$	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3} + k_1 + \frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2} + \frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3}$	$\frac{6EI}{L_1^2}$	0	0	0	0	0	3
	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	$-\frac{6EI}{L_1^2} + \frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{4EI}{L_1} + \frac{4EI}{L_1}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	0	0	0	0	0	4
	0	0	$-\frac{12EI}{L_1^3}$	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3} + k_1 + \frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	0	5
	0	0	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{4EI}{L_1} + \frac{4EI}{L_1}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	0	6
	0	0	0	0	$-\frac{12EI}{L_1^3}$	$-\frac{6EI}{L_1^2}$	A	B	D	G	0	7
		0	0	0	$\frac{6EI}{L_1^2}$	$\frac{2EI}{L_1}$	B	C	E	H	0	8
	0	0	0	0	0	0	D	E	F	I	0	m-1
	0	0	0	0	0	0	G	H	I	J	0	m

Donde:

$$A = \frac{12EI}{L_3^3} + k_4 + \frac{12EI}{L_{n/2-1}^3}$$

$$B = -\frac{6EI}{L_3^2}$$

$$C = \frac{4EI}{L_3}$$

$$D = -\frac{12EI}{L_{n/2-1}^2}$$

$$E = -\frac{6EI}{L_{m/2-1}^2}$$

$$F = \frac{12EI}{L_{m/2-1}^3} + k_{m/2}$$

$$G = \frac{6EI}{L_{n/2-1}^2}$$

$$H = \frac{2EI}{L_{m/2-1}^2}$$

$$I = -\frac{6EI}{L_{m/2-1}^2}$$

$$J = \frac{4EI}{L_{m/2-1}^2}$$

y  $m$  es el número de grados de libertad, que presenta el sistema (obviamente como se puede observar se verifica que  $m=2N$ ).

Como se puede observar, el efecto del suelo sólo influye en los términos de la diagonal principal, esta rigidez del suelo es la que se caracterizará a partir de las curvas  $p-y$ , y tiene ya implícito el amortiguamiento histerético del suelo como ya se comentó. Cuando se realiza el análisis paso a paso en el dominio del tiempo deberán de corregirse los valores de las rigideces mediante el empleo de las respectivas curvas  $p-y$  para el material específico (tipo de suelo) que se presente en el estrato en cuestión, de esta forma tendremos una matriz de rigidez diferente para cada tiempo.

El efecto de restricciones en algún grado de libertad (por ejemplo en la punta del pilote) se tomará en cuenta simplemente haciendo cero los términos asociados a éste en la matriz de rigidez.

### III.2.2 Matriz de amortiguamiento del sistema

Respecto a la matriz de amortiguamiento, ésta no sufre en realidad ninguna modificación cuando tomamos en cuenta la continuidad del pilote, debido a que las pérdidas de energía que se están tomando en cuenta aquí son las correspondientes a la disipación de ondas sísmicas  $P$  y  $S$  a partir del fuste del pilote, pero no a un efecto histerético, ya que estas últimas se tomaron directamente en cuenta cuando se definió la rigidez de los resortes con las curvas  $p-y$ . Sin embargo se deben reordenar los términos para tener congruencia con los grados de libertad que se manejan en las matrices de rigideces de los elementos barra, de esta forma, para el caso particular de dos estratos tenemos:

$$[c] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & 0 & c_2 + c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \end{matrix}$$

Empleando un proceso semejante al que se utilizó para encontrar la matriz de rigidez del sistema se encuentra que, para el caso general de  $n$  estratos en el perfil de suelo, cada uno de los términos de la matriz de amortiguamientos del sistema se construyen como sigue:

$$[c_s] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & 0 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ -c_2 & 0 & c_2 + c_3 + c_4 & 0 & -c_3 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & 0 & c_4 + c_5 + c_{m-2} & 0 & -c_{m-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & -c_{m-2} & c_{m-2} + c_{m-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ m-1 \\ m \end{matrix}$$

### III.2.3 Propiedades inerciales del sistema

El utilizar masas concentradas en la idealización que fue punto de partida para la obtención de las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico del problema en estudio, permitió que el planteamiento fuese lo bastante simple para facilitar dicha labor, aunque de esta manera nos alejábamos del comportamiento inercial real de las partes integrantes del sistema. Ahora, con el fin de mejorar la aproximación del modelo, tenemos que ser más cuidadosos en la influencia tanto de la distribución de la masa en el ya citado sistema, como de la posición y el movimiento relativo de las partes que lo componen.

#### Propiedades inerciales del pilote. Masa consistente

Para simular las propiedades inerciales del pilote, se consideró adecuado utilizar la matriz de masas consistentes, ya que debido a la gran rigidez del pilote en comparación con la rigidez del suelo, sus movimientos no son a base de translaciones definidas, sino más bien la combinación de éstas con rotaciones, que finalmente se traducen en deflexiones del mismo.

La construcción de la matriz de masas consistentes se efectúa mediante un procedimiento similar al usado en la determinación de los coeficientes de la matriz de rigideces, valuando los coeficientes de masa  $m_i$  correspondiente a las coordenadas nodales de un elemento viga, mediante la aplicación de una aceleración unitaria a la coordenada nodal  $i$  mientras que todas las coordenadas restantes se mantienen con una aceleración cero.

Para la formulación de la matriz de masas consistentes, se supuso al tramo del pilote en análisis como un elemento viga con masa uniformemente distribuida, hipótesis que para fines prácticos se cumple en la realidad ya que normalmente la sección transversal del pilote no varía y su peso volumétrico se mantiene constante.

De acuerdo a lo anterior, sabemos que, los elementos de la matriz de masas consistentes para este caso particular se forman como se indica en la siguiente matriz:

$$[m_{co}] = \frac{\bar{m}}{420} \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 156L & 22L^2 & 54L & -13L^2 \\ 22L^2 & 4L^3 & 13L^2 & -3L^3 \\ 54L & 13L^2 & 156L & -22L^2 \\ -13L^2 & -3L^3 & -22L^2 & 4L^3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

donde:

$\bar{m}$  es la masa por unidad de longitud a lo largo del pilote equivalente de suelo, que se obtuvo simplemente multiplicando su área transversal por la densidad correspondiente del tramo.

Cuando la matriz de masas, obtenida con la ecuación anterior, ha sido evaluada para cada tramo del pilote, la matriz de masa para el pilote completo, se ensambla de la misma manera (método directo) que se describió en la obtención de la matriz de rigidez para el pilote real. La matriz de masa obtenida de esta forma tiene la misma posición para los términos diferentes de cero que la matriz de rigidez.

Así, de manera semejante a las matrices anteriores, la matriz de masas consistentes para el sistema general es la siguiente:

$$[m_{coG}] = \frac{\bar{m}}{420} \begin{bmatrix} 156L_1 & 22L_1^2 & 54L_1 & -13L_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 22L_1^2 & 4L_1^3 & 13L_1^2 & -3L_1^3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 54L_1 & 13L_1^2 & 156L_1 + 156L_2 & -22L_1^2 - 22L_2^2 & 54L_2 & -13L_2^2 & \dots & 0 \\ -13L_1^2 & -3L_1^3 & -22L_1^2 - 22L_2^2 & 4L_1^3 + 4L_2^3 & 13L_2^2 & -22L_2^2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 54L_2 & 13L_2^2 & 156L_2 + 156L_{n/3-1} & -22L_2^2 + 22L_{n/2-1}^2 & 54L_{n/2-1} & -13L_{n/2-1}^2 \\ 0 & 0 & -13L_2^2 & -3L_2^3 & -22L_2^2 & 4L_2^3 + 4L_{n/2-1}^3 & 13L_{n/2-1}^2 & -3L_{n/2-1}^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 54L_{n/2-1} & 13L_{n/2-1}^2 & 156L_{n/2-1} & -22L_{n/2-1}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13L_{n/2-1}^2 & -3L_{n/2-1}^3 & -22L_{n/2-1}^2 & 4L_{n/2-1}^3 \end{bmatrix}$$

### Propiedades inerciales del campo cercano. Masa concentrada

Las propiedades inerciales del campo cercano se tomaron en cuenta mediante el empleo de una matriz de masas concentradas, debido a que los efectos asociados con algún grado de libertad rotacional pueden ser despreciados debido a la baja inercia rotacional del pilote, lo que provoca que sus movimientos sean a través de francos desplazamientos horizontales. Para llevar a cabo lo anterior se procedió a definir una cierta zona de influencia mediante la utilización de un pilote equivalente de suelo, concéntrico al pilote real, figura III.13. Al radio de este pilote se denominó radio de influencia. De esta forma la masa de cada tramo de pilote equivalente comprendido entre cada cambio de características del suelo en el perfil estratigráfico, se concentra en las coordenadas nodales a la mitad de cada estrato como se indica en la figura III.14, en donde están definidos los desplazamientos traslacionales mediante el análisis de la respuesta sísmica del campo libre, como ya se indicó.

El radio equivalente se considera igual al doble del radio de pilote con base en que se ha visto (Ref 17) que la porción de suelo en que los efectos de contacto son importantes (campo cercano), en cuanto a que en dicha zona se genera la mayoría del trabajo vibracional en el rango inelástico y que está en función básicamente de las propiedades inherentes del suelo, homogeneidad, dirección del movimiento en que se quiere cuantificar la rigidez y el amortiguamiento y del tipo de excitación, se define por relaciones del radio del pilote equivalente de suelo al radio del pilote, que varían de 1.25 a 2. Así, en este trabajo, para tomar en cuenta los efectos de inercia del sistema suelo pilote se consideró el valor máximo.

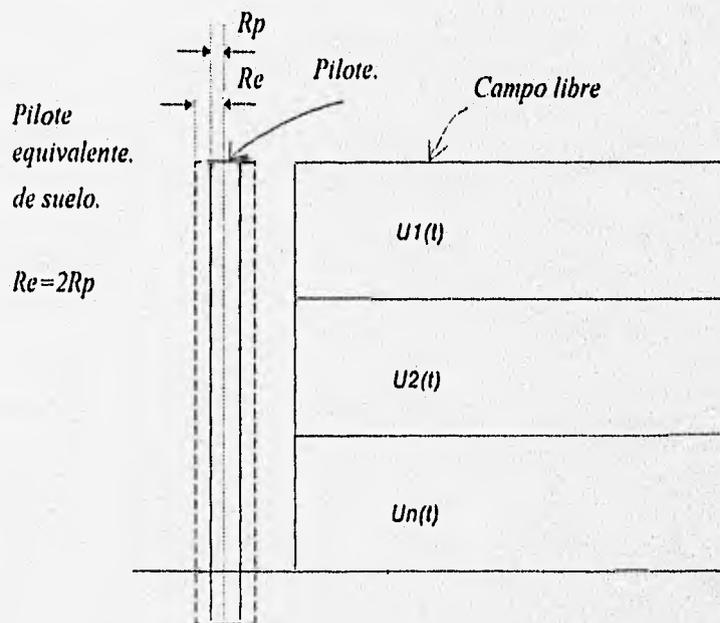


Figura III.13 Pilote equivalente de suelo

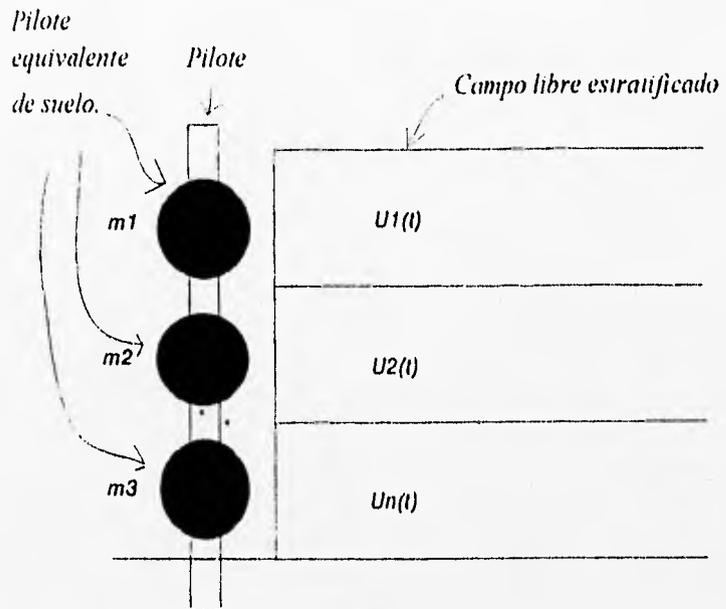


Figura III. 14 Propiedades inerciales del suelo de campo cercano

La distribución de la masa concentrada se determina por estática (Ref 16), de manera que para el caso particular de dos estratos de suelo la matriz de masas concentrada quedaría como:

$$m_c = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En la cual:

$$m_1 = m_2 = \frac{\bar{m}L}{2} \quad (57)$$

donde:

$\bar{m}$  es la masa por unidad de longitud a lo largo del pilote equivalente de suelo, que se obtuvo simplemente multiplicando su área transversal por la densidad correspondiente del tramo.

Para el caso general de  $m$  grados de libertad, la matriz de masas concentradas quedaría de la siguiente manera.

$$[m_{CG}] = \begin{array}{cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & m \\ \begin{array}{c} m_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ m_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_{m,2} \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ m \end{array} \end{array}$$

donde:

$m$ , es el número de grados de libertad del sistema suelo-pilote

### Propiedades inerciales del sistema suelo-pilote

La matriz de masas que se utilizó para simular el comportamiento dinámico del sistema suelo-pilote se obtuvo superponiendo ambos efectos, los del campo cercano al pilote y los del pilote en sí, de la siguiente forma:

$$[m_{SO}] = \alpha [m_{CG}] + (1 - \alpha) [m_{CHG}] + [m_L] \quad (58)$$

La matriz  $[m_L]$  es una matriz de masas concentradas que representa, por ejemplo a un edificio o a otras obras conectadas al pilote. Como se está analizando más bien el problema de un pilote aislado, este efecto no se incluyó en los análisis efectuados.

Como la matriz de masas del modelo tiene que ser representativa de las propiedades inerciales del sistema suelo-pilote, se procede a la adición de cada término de la matriz de masas consistentes asociado a un cierto grado de libertad, al correspondiente en la matriz de masas concentradas. Sin embargo, habrá que afectar ambas matrices por un coeficiente que pondere los efectos de manera que la suma de los porcentajes de los efectos inerciales de los subsistemas defina el efecto inercial total del sistema. Este coeficiente es  $\alpha$ , y su correspondiente complemento  $1 - \alpha$ . El valor de  $\alpha$  varía de 0 a 1. La superposición de los dos tipos de masa se debe a una conveniencia numérica. Si sólo consideramos masa concentrada la

discretización del pilote debe ser más fina que en el caso de usar una combinación de ambas, el óptimo se encuentra aproximadamente para  $\alpha = 0.5$ .

### III.2.4 Efectos de interacción suelo-pilote

Para tener el modelo matemático completo del fenómeno, aún falta incluir otros aspectos de la interacción suelo-pilote, los relativos a las fuerzas generadas por el contacto directo entre ambos. (No se incluyen los efectos de adherencia ni fricción).

Si aislamos la sección del pilote mostrada en la figura III.15, encontraremos que a lo largo del fuste del pilote se generan las presiones de contacto  $q$ . Estas son debidas tanto a un efecto de flexión en el pilote como a un efecto de segundo orden (pandeo) por las cargas axiales  $P$ , impuestas al pilote por la estructura.

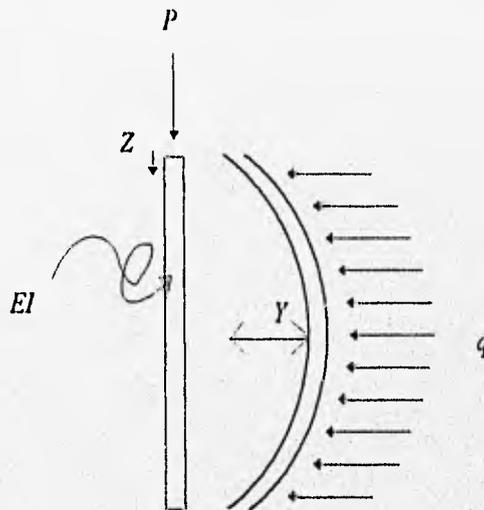


Figura III.15. Sección del pilote

de donde de la teoría de vigas sabemos que:

$$q = EI \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (\text{Presión de contacto})$$

$$Q = EI \frac{d^3 y}{dz^3} \quad (\text{Fuerza cortante})$$

$$M = EI \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (\text{Momento flexionante})$$

$$\theta = EI \frac{dy}{dz} \quad (\text{Pendiente de la elástica})$$

(59)

Por otro, lado las aceleraciones que experimenta el pilote no sólo se generan por los movimientos del campo libre, sino también por el movimiento del estrato resistente en donde se desplanta la punta del pilote, como se muestra en la figura III.16.

Las fuerzas producidas por este hecho se obtendrán simplemente como:

$$F_p = [m] \frac{d^2 u_b}{dt^2} \quad (60)$$

donde  $[m]$  es la matriz de masas del sistema, definida de manera similar a la del pilote equivalente de suelo y  $\frac{d^2 u_b}{dt^2}$  es la aceleración del estrato de apoyo del pilote definida para el tiempo de análisis en particular .

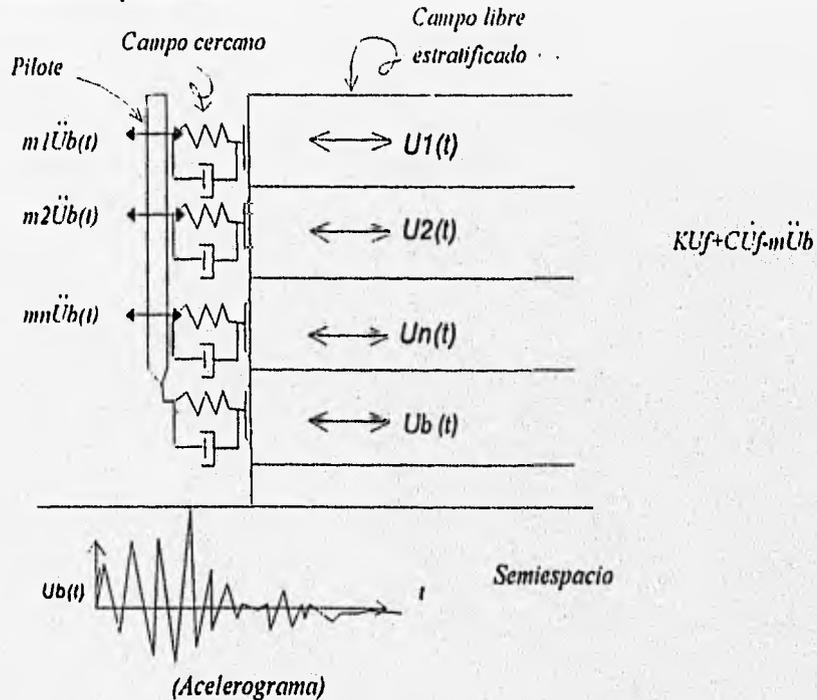


Figura III.16 Excitación del campo libre y de la punta del pilote

El histograma de aceleraciones aplicado en el estrato resistente es el correspondiente al utilizado en el análisis de respuesta sísmica del depósito.

Tomando estos efectos en cuenta en el planteamiento del equilibrio dinámico del sistema, se obtiene la siguiente ecuación:

$$[m]\left\{\frac{d^2 y}{dt^2}\right\} + [c]\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + [k]\{y\} + EI\left\{\frac{d^4 y}{dz^4}\right\} + P\left\{\frac{d^2 y}{dz^2}\right\} = \left\{ku_f + c\frac{du_f}{dt}\right\} - [m]\left\{\frac{d^2 u_b}{dt^2}\right\} \quad (61)$$

Como se comentó en los alcances de esta tesis, no se contempla por los motivos ya expuestos, los efectos de flexión por pandeo debido a cargas axiales, de esta forma el modelo matemático se reduce al planteado en la ecuación siguiente:

$$[m]\left\{\frac{d^2 y}{dt^2}\right\} + [c]\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + [k]\{y\} + EI\left\{\frac{d^4 y}{dz^4}\right\} = \left\{ku_f + c\frac{du_f}{dt}\right\} - [m]\left\{\frac{d^2 u_b}{dt^2}\right\} \quad (62)$$

### III.3 Efectos de campo cercano

#### III.3.1 Funciones de impedancia

Como se ha venido comentando, la interacción entre el suelo de campo cercano (porción de suelo rodeando al pilote en donde se considera que los efectos de interacción suelo-pilote no son despreciables) y el pilote durante el sacudimiento, se simuló usando un conjunto de subsistemas simples resorte-amortiguador tipo Winkler. Los resortes involucrados en la modelación tienen la particularidad de ser no lineales, de manera que su rigidez  $k$ , está definida para un nivel particular de deflexión del pilote a partir de curvas p-y dinámicas. Los amortiguadores viscosos equivalentes  $c$ , se colocaron en paralelo con los resortes, con el fin de simular la radiación de las ondas P y S a partir del fuste del pilote.

Para definir la forma de la curva p-y dinámica para el análisis de interacción sísmica pilote-suelo, se utilizó el criterio propuesto por Romo y Ovando (Ref 6), de esta manera se considera al suelo representado por un elemento mecánico de tipo Voight como el mostrado en la figura III.2, donde la reacción en el pilote por unidad de longitud se obtiene como la suma de una componente elástica (resorte),  $p_1$ , y una componente viscosa (amortiguador) representada por  $p_2$ . Así, tenemos que:

$$P = p_1 + p_2 \quad (63)$$

Componente elástica

La componente elástica se obtendrá partir de la siguiente ecuación:

$$P_1 = \left( \frac{2.6}{1 - \nu_s} \right) (G_{max} [1 - H(\gamma)]) \left[ \frac{2(1 + \nu_s)(G_{max} [1 - H(\gamma)]) B^4}{EI} \right]^{\frac{1}{2}} Y \quad (64)$$

donde  $\nu_s$  es modulo de Poisson del suelo,  $EI$  es la flexibilidad del pilote de diámetro  $B$  ( o su ancho en la dirección del movimiento),  $G_{max}$  es el módulo máximo de cortante dinámico de suelo.

El desplazamiento horizontal,  $Y$ , del pilote de diámetro  $B$  (ancho) está dado por :

$$Y = 2.5B\varepsilon \quad (65)$$

Donde:

$\varepsilon$  es deformación axial.

Por otro lado, sabemos que la máxima distorsión angular,  $\gamma$ , inducida por la deformación axial,  $\varepsilon$ , y su componente ortogonal,  $-\nu$ , es igual a:

$$\gamma = (1 + \nu)\varepsilon \quad (66)$$

Despejando la deformación axial y sustituyendo en (65), tenemos:

$$Y = 2.5B \frac{\gamma}{1 + \nu_s} \quad (67)$$

La función de atenuación  $H(\gamma)$  está dada por :

$$H(\gamma) = \left[ \frac{\left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{2B}}{1 + \left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{2B}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

A, B y  $\gamma_r$  son parámetros que se determinan experimentalmente con ensayos dinámicos.  $\gamma_r$  es la deformación angular de referencia y varía con la consistencia relativa,  $C_r$ :

$$C_r = \frac{w_L - w_n}{w_L - w_p} = \frac{w_L - w_m}{I_p} \quad (69)$$

en donde  $I_p$ , es el índice de plasticidad y  $w_n$ ,  $w_l$ ,  $w_p$  son las humedades natural y en los límites líquido y plástico respectivamente.

Las características del suelo se reflejan a través de su comportamiento esfuerzo-deformación o rigidez-deformación. Los parámetros A, B y  $\gamma_r$  que definen a la función de atenuación  $H(\gamma)$ , dependen de las características y tipo de material. En el caso del parámetro  $\gamma_r$ , esta dependencia es claramente explícita pues depende de la consistencia relativa.

Esta relación  $p_1 - \gamma$  es no lineal y puede incluir los aspectos importantes del comportamiento dinámico de las arcillas como el efecto de envejecimiento, la degradación por efectos de fatiga, el estado de esfuerzos en la masa de suelo y las características del material, como se explica a continuación:

### *Envejecimiento*

Cuando un suelo envejece se produce entre otras cosas, incrementos en su rigidez aproximadamente proporcionales al logaritmo del tiempo transcurrido después de la consolidación primaria. La tasa de rigidización es función del índice plástico y para arcillas normalmente consolidadas está dada por (Kokusho et al, 1982):

$$\frac{\Delta G}{G_{1000}} = 0.027 I_p^{0.5} \quad (70)$$

en donde  $G_{1000}$  es el valor medido a los 1000 min.

### Degradación por fatiga

La degradación por fatiga depende del número de ciclos de carga y del nivel de deformación alcanzado, independientemente de la amplitud del esfuerzo cíclico. La reducción de  $G$  con el número de ciclos está dada por:

$$\frac{G_N}{G_5} = N^{-t} \quad (71)$$

en donde  $G_N$  y  $G_5$  son los valores de  $G$  en el ciclo  $N$  y en el quinto ciclo;  $t$  es el parámetro de degradación.

### Componente Viscosa

Sabemos que el amortiguamiento de un sistema mecánico es debido a las pérdidas de energía durante el movimiento y que, para el caso particular del sistema pilote-suelo que estamos analizando, de acuerdo a los resultados experimentales (Ref 6), se puede concluir que dicha pérdida de energía, obedece a dos orígenes distintos, por una parte existe disipación de la energía por la radiación de ondas sísmicas  $P$  y  $S$  a partir del pilote, y por la otra existe disipación de energía en el ciclo histerético del material particular. De acuerdo a la referencia mencionada, es de esperarse que para cargas dinámicas pequeñas domine la componente de amortiguamiento debida a radiación de energía, mientras que por otro lado, para cargas dinámicas grandes (deformaciones angulares altas) se esperaría que la componente dominante sea la de amortiguamiento histerético.

Considerando que en el método utilizado en este trabajo se emplea un método paso a paso en el dominio del tiempo y suponiendo que la excitación es armónica la fuerza  $P_2$  en la ecuación se calcula como:

$$P_2 = (C_r + C_s) \frac{dY}{dt} \quad (72)$$

El coeficiente del amortiguador que toma en cuenta la disipación de energía por radiación de las ondas sísmicas  $C_r$ , se obtendrá como:

$$C_r = 2B\rho_s V_s \left\{ 1 + \left[ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} \right]^{\frac{5}{4}} \right\} \left\{ \frac{4}{\pi} \right\}^{\frac{3}{4}} \left\{ \frac{V_s}{\pi f B} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (73)$$

donde  $\rho_s$  es la densidad de masa del suelo,  $V_s$  es la velocidad de onda de corte del suelo, y  $f$  es la frecuencia (rango de frecuencias) de la excitación (ciclos/s) y puede considerarse como la frecuencia natural del depósito del suelo (campo libre).

El cuanto al coeficiente de amortiguador por el efecto histerético del suelo,  $C_s$ , se calculará con la siguiente expresión:

$$C_s = 2 \delta E_s \frac{\lambda_s}{\omega}; \quad \omega = 2 \pi f \quad (74)$$

Donde:

$E_s$  es el módulo de Young del suelo a la profundidad deseada

$\lambda_s$  es el amortiguamiento histerético del suelo a la misma profundidad

$\delta$  es un coeficiente independiente de la profundidad

Para pilotes largos y flexibles,  $\delta$  es función de las características estratigráficas del depósito de suelo, de la condición de fijación de la cabeza del pilote y de la rigidez relativa del pilote con respecto a la del suelo. Existen graficas (Ref 6) donde se relacionan los valores de  $\delta$  para con el módulo de Young del pilote normalizado por el del suelo, multiplicados por un factor de forma del pilote.

### III.3.2 Ciclo de histéresis

La respuesta esfuerzo cortante-deformación de un suelo, se caracteriza por la aparición de ciclos de histéresis, que como sabemos es una manifestación de su capacidad para disipar energía. La rigidez del suelo permite el almacenaje de energía potencial en cada ciclo de carga. A la relación entre la energía disipada y la almacenada se le llama amortiguamiento histerético.

En esta tesis la modelación de las relaciones no lineales esfuerzo-deformación básicamente se rigen por las siguientes hipótesis:

1) El amortiguamiento es de índole exclusivamente histerético, esto implica que es independiente de la tasa de deformación.

2) La rigidez del suelo adopta su valor máximo (el cual corresponde al inicial), cada vez que se presenta un cambio en el sentido de las cargas.

De esta forma la curva esfuerzo-deformación angular del suelo puede expresarse como  $\tau = G\gamma$ , donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G$  es el módulo de rigidez al cortante dinámico del suelo y  $\gamma$  es la deformación angular.

Por otro lado, las ecuaciones de carga y descarga son las siguientes (Ref 18):

Carga:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = G_o [1 - F(\gamma - \gamma_{min})] \quad (75)$$

Descarga:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = G_o [1 - F(\gamma_{max} - \gamma)] \quad (76)$$

Donde la función  $F$ , está definida en el intervalo positivo incluyendo el cero;  $G_o$  es el módulo de rigidez al cortante para deformaciones pequeñas que como ya se comentó será también el correspondiente a cada cambio en el sentido de la carga.

Obtengamos ahora las relaciones esfuerzo-deformación a partir de la integración de las ecuaciones anteriores:

$$\tau - \tau_{min} = \int_{\gamma_{min}}^{\gamma} G_o [1 - F(\varepsilon - \gamma_{min})]$$

Desarrollando

$$\tau - \tau_{min} = G_o [\gamma - \gamma_{min}] - G_o \int_{\gamma_{min}}^{\gamma} F(\varepsilon - \gamma_{min}) d\varepsilon$$

Si se propone el siguiente cambio de variable:

$$2\eta = \varepsilon - \gamma_{min}$$

y

$$2d\eta = d\varepsilon$$

Donde:

$$\eta \in \left[ 0, \frac{\gamma - \gamma_{min}}{2} \right]$$

Podemos describir la ecuación como:

$$\tau - \tau_{min} = G_o [\gamma - \gamma_{min}] \left[ 1 - \frac{2}{\gamma - \gamma_{min}} \int_{\gamma - \gamma_{min}}^{\gamma} F(2\eta) d\eta \right]$$

Haciendo:

$$H(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \int_{\gamma}^{\gamma} F(2\eta) d\eta$$

Finalmente obtenemos las expresiones que regulan el comportamiento esfuerzo-deformación para carga:

$$\begin{aligned} \tau - \tau_{min} &= G_o [\gamma - \gamma_{min}] \left[ 1 - H\left(\frac{\gamma - \gamma_{min}}{2}\right) \right] \\ G &= G_o \left( 1 - H\left(\frac{\gamma - \gamma_{min}}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (77)$$

donde:

$$H\left(\frac{\gamma - \gamma_{min}}{2}\right) = \frac{\left[ \frac{\left(\frac{\gamma - \gamma_{min}}{2}\right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^{A'}}{1 + \left[ \frac{\left(\frac{\gamma - \gamma_{min}}{2}\right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^{A'}} \quad (78)$$

por un procedimiento análogo, podemos obtener las expresiones para descarga:

$$\begin{aligned} \tau - \tau_{max} &= -G_o [\gamma_{max} - \gamma] \left[ 1 - H\left(\frac{\gamma_{max} - \gamma}{2}\right) \right] \\ G &= G_o \left( 1 - H\left(\frac{\gamma_{max} - \gamma}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (79)$$

donde:

$$H\left(\frac{\gamma_{max} - \gamma}{2}\right) = \frac{\left[ \frac{\left(\frac{\gamma_{max} - \gamma}{2}\right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^{A'}}{1 + \left[ \frac{\left(\frac{\gamma_{max} - \gamma}{2}\right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^{A'}} \quad (80)$$

Aquí  $A' = A + C_r$ , donde  $C_r$ , como ya se dijo es el índice de rigidez. Los otros parámetros ya fueron comentados.

### III.4 Efectos del campo lejano

El análisis de la respuesta sísmica del depósito de suelo (campo libre), se efectúa considerando propagación de ondas de corte, con incidencia vertical, en este caso se usa el programa SHAKE (Ref 15), con el cual se obtuvo a partir de los datos de una excitación supuesta aplicada en el semiespacio, el movimiento generado en las fronteras superiores de cada estrato incluyendo el lecho de roca subyacente.

El análisis de la respuesta sísmica se efectúa mediante la resolución de la ecuación de onda en el dominio de la frecuencia, para lo cual se requiere el empleo de la Transformada Rápida de Fourier con el objeto de poder pasar la historia de aceleraciones del movimiento incidente, del dominio del tiempo al de la frecuencia. Posteriormente a partir de un proceso inverso se regresa el movimiento de respuesta obtenido en términos de acelerogramas en el dominio de la frecuencia, al dominio del tiempo.

Ya que, tanto el movimiento incidente como el resultante se manejaron en términos de acelerogramas, se requirió realizar la integración numérica, mediante el Método de Newmark, de la respuesta para tenerla expresada como historia de desplazamientos y velocidades y de esta forma tener completamente definida la cinemática de movimiento resultante.

### III.5 Análisis dinámico del sistema suelo-pilote

Para llevar a cabo el análisis dinámico del sistema suelo-pilote se aplicaron los desplazamientos del campo libre obtenidos mediante el análisis de respuesta, a los resortes y amortiguadores que simulan el suelo de campo cercano, como desplazamientos laterales  $u_f$ , a los extremos de los resortes y como velocidades de deformación  $\dot{u}_f$  a los extremos de los amortiguadores de manera que se transmitieran los efectos de la excitación al pilote aislado. Por otro lado, el efecto del movimiento del estrato de base también se transmitió por la punta del pilote considerándolo como cuerpo rígido.

De esta forma, la respuesta sísmica del sistema suelo-pilote puede ser obtenida por la resolución de la ecuación de equilibrio dinámico (62) como en seguida se plantea.

### III.6 Resolución de la ecuación de equilibrio dinámico

La ecuación (62) antes encontrada es una ecuación diferencial en derivadas parciales de cuarto orden y primer grado, la cual debido a la complejidad que presentaría para resolverse algebraicamente por la dependencia tanto espacial como temporal que presenta la función desplazamiento, se procedió a resolver utilizando las herramientas de que nos proveen los métodos numéricos.

Inicialmente fueron calculados los movimientos sísmicos del campo libre de acuerdo a la definición del ambiente sísmico en cuestión, de donde se obtuvieron los histogramas de desplazamientos y velocidades en los puntos nodales. En seguida, como se conocían las masas concentradas del pilote y la aceleración del estrato de apoyo fue posible la caracterización completa del vector de cargas, que como se puede observar es dependiente del tiempo. Así, los términos que aparecen en el lado derecho de la ecuación están totalmente definidos.

El método de resolución que se aplicó, consiste básicamente en analizar el sistema suelo-pilote paso a paso en el dominio del tiempo. Para cada incremento de tiempo, se resolvió para la función de desplazamiento  $\{y\}$ , y sus derivadas con respecto al tiempo,  $\left\{\frac{d^2 y}{dt^2}\right\}, \left\{\frac{dy}{dt}\right\}$  mediante la aplicación del método de Newmark. Previamente ya se había resuelto la ecuación para la variación de la función desplazamiento  $\{y\}$  con la profundidad  $\left\{\frac{d^4 y}{dz^4}\right\}, \left\{\frac{d^2 y}{dz^2}\right\}$ , estos desplazamientos fueron incorporados como iniciales durante la aplicación del método de Newmark.

Puede observarse aquí que en el proceso anterior las características de rigidez deben corregirse mediante el uso de las curvas p-y durante el análisis paso a paso en el dominio del tiempo como a continuación se explica.

Para cada incremento de tiempo, se calcula el desplazamiento  $Y$  de las curvas p-y restándole al desplazamiento calculado considerando el sistema suelo-pilote  $y_{sp}$ , el calculado para el campo libre  $y_s$ :

$$Y = y_{sp} - y_s \quad (81)$$

Puesto que las propiedades del suelo son función de la deformación, rigurosamente es preciso seguir un proceso iterativo en cada incremento de tiempo para evaluar correctamente los valores del módulo,  $G$ , y el amortiguamiento  $\lambda$ , sin embargo con el fin de hacer menos laborioso el proceso de solución puede optarse por hacer la corrección de los módulos antes citados para ser usados en el siguiente incremento de tiempo, de esta forma, en teoría, para el tiempo final tendríamos los módulos corregidos con buena precisión. En la propuesta de solución aquí presentada se eligió este segundo camino de solución. Puesto que el valor de  $C$ , depende de las propiedades del suelo del campo libre, las magnitudes de  $dy/dt$  que se utilizan

son las calculadas en el análisis de la respuesta del depósito de suelo y no son afectadas por la interacción pilote-suelo.

Una vez obtenida la función desplazamiento y sus derivadas, se utilizaron los conceptos de teoría de vigas antes comentados para la obtención de los elementos mecánicos temporales a lo largo del fuste del pilote en los puntos nodales definidos para el análisis de elemento finito.

## IV ANALISIS PARAMETRICO DE CASOS

### IV.1 Aplicación del método

Para estar en condiciones de elaborar conclusiones sobre el comportamiento de sistemas suelo-pilote sujetos a una sollicitación dinámica a través del método propuesto, se procedió a llevar a cabo una serie de análisis de diferentes casos, variando el valor de los parámetros básicos que rigen el problema.

Para realizar lo anterior se procedió a la elaboración de un software consistente básicamente de dos programas, el principal llamado RSSSPNLA (Respuesta sísmica de sistemas suelo pilote. Análisis lineal y no-lineal) y el secundario llamado NEWMASM (Integración por Newmark) ambos codificados en lenguaje de programación FORTRAN, cuyo uso en el proceso de solución se describe a continuación.

El análisis de los movimientos del campo libre fue efectuado con el programa SHAKE, aplicando la excitación correspondiente en la capa dura (semiespacio) en términos de un acelerograma, obteniéndose la respuesta dinámica del depósito a las profundidades deseadas también en términos de acelerogramas.

A continuación utilizando el programa NEWMASM, se procedió a la obtención de las historias de velocidades y desplazamientos a partir de la integración de los acelerogramas previamente obtenidos.

En seguida, mediante la utilización del programa RSSSPNLA se ejecutó el análisis del sistema suelo-pilote, obteniendo historias de desplazamientos, velocidades, momentos flexionantes y fuerza cortante en el pilote, y esfuerzos cortantes y deformaciones angulares presentados en el suelo de campo cercano. Adelante se detalla este proceso.

### IV.2 Análisis

#### 1) Características físicas del sistema suelo-pilote

Para analizar la influencia de la cimentación en los movimientos del terreno a través del modelo propuesto, se propuso el análisis de un pilote de sección circular de 40cm de diámetro

una longitud efectiva de 25m (profundidad del estrato resistente), cuyas propiedades se presentan en la tabla IV.1.

Tabla IV.1 Propiedades del pilote

Pilote de concreto					
Radio (m)	Area (m <sup>2</sup> )	Momento de inercia (m <sup>4</sup> )	Densidad $\left(\frac{t \cdot s^2}{m^3}\right)$	Módulo de elasticidad $\left(\frac{t}{m^2}\right)$	% de amortiguamiento
0.2	0.12566	En "x" y "y" 1.25664x10 <sup>-3</sup> En "z" 2.51327x10 <sup>-3</sup>	0.24465	1.585x10 <sup>6</sup>	3.0

Dicho pilote se consideró desplantado en el depósito de suelo caracterizado por las propiedades que se presentan en la tabla IV.2 y se complementan en la tabla IV.3, las cuales se escogieron cualitativamente por considerarlas dentro del grupo de las típicamente desfavorables durante un evento dinámico. Como en este nivel de la programación, el comportamiento no lineal del suelo es simulado mediante curvas p-y dinámicas definidas específicamente para arcillas, el estrato en cuestión se compondrá exclusivamente de estratos francamente arcillosos.

Tabla IV.2 Propiedades del depósito de suelo analizado.

Profundidad (m)	$V_s \left(\frac{m}{s}\right)$	$\gamma \left(\frac{t}{m^3}\right)$	$\nu$
0-2	90	1.2	0.35
2-4	90	1.2	0.35
4-6	90	1.2	0.35
6-8	69	1.12	0.4
8-10	69	1.12	0.4
10-12	69	1.12	0.4
12-14	69	1.12	0.4
14-16	69	1.12	0.4
16-18	69	1.12	0.4
18-20	69	1.12	0.4
20-22	80	1.17	0.35
22-24	80	1.17	0.35
24-25	80	1.17	0.35
			-----
Semiespacio. $\lambda = 2\%$	800	2.0	

## 2) Definición de cargas actuantes en el sistema

Para simular los efectos impuestos por la edificación en el pilote, se supusieron las siguientes cargas aplicadas en su cabeza.

<i>Fuerzas</i>	<i>Momentos:</i>
$F_x = -30\text{ton}$	$M_x = M_y = 35\text{t.m}$
$F_y = 30\text{ton}$	$M_z = 0\text{t.m}$
$F_z = 40\text{ton}$	

Aunque durante un sismo dichas cargas sufren incrementos en función del tiempo y el programa RSSSPNLA es capaz de tomarlo en cuenta, para los casos analizados en ésta tesis no se incorporaron, ya que su objetivo es el de evaluar, con el procedimiento desarrollado, el fenómeno de interacción pilote-suelo más que el efecto de la estructura en tal fenómeno.

## 3) Condiciones de frontera

Se analizaron dos variantes en las condiciones de frontera:

*Variante 1.* Pilote firmemente apoyado por punta en un estrato de muy baja compresibilidad y de gran espesor en el que puede considerarse que el apoyo trabaja como empotramiento.

*Variante 2.* Pilote firmemente apoyado en un estrato resistente de espesor limitado y de baja compresibilidad en el que puede considerarse que el apoyo trabaja como articulación.

#### 4) Excitación dinámica

El sistema se excitó con cargas definidas por medio de 3 armónicas con diferentes frecuencias pero la misma envolvente, como se muestra en las figuras IV.1 a la IV.3.

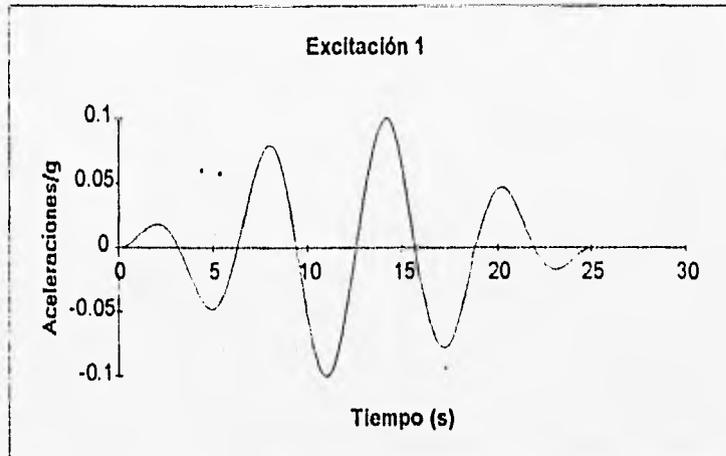


Figura IV.1 Excitación propuesta para el primer caso

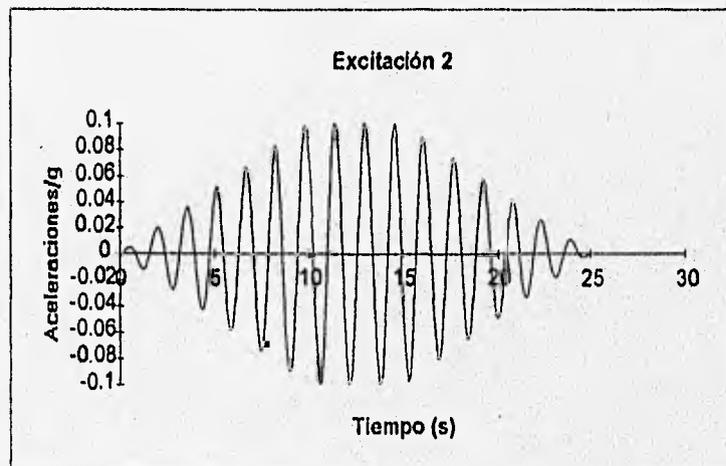


Figura IV.2 Excitación propuesta para el segundo caso

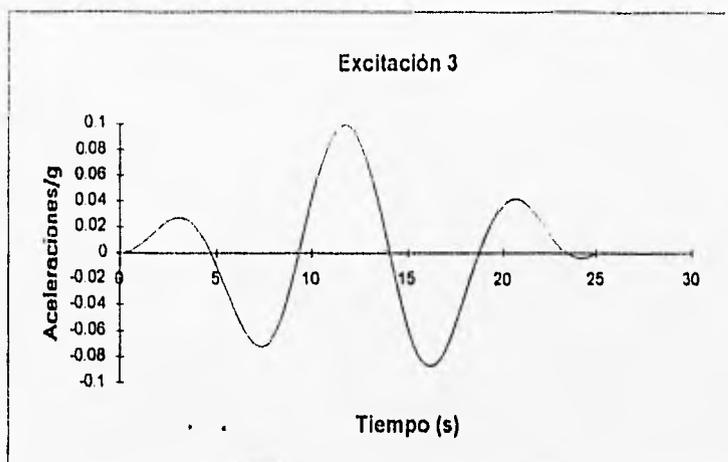


Figura IV.3 Excitación propuesta para el tercer caso

La forma general de las curvas está dada por la siguiente función

$$\dot{Y}(t) = \begin{cases} \frac{t}{1000} \operatorname{sen}(\omega t) & 0 \leq t \leq 10s \\ \frac{1}{100} \operatorname{sen}(\omega t) & 10 \leq t \leq 15s \\ \frac{t}{1000} \operatorname{sen}(\omega t) & 0 \leq t \leq 10s \end{cases}$$

$$\omega = 4,1 \text{ y } 0,67 \text{ s}^{-1}$$

Donde los periodos utilizados fueron 0.25, 1.0 y 1,5s ya que se consideró que con estos se cubría un rango conveniente.

Como ya se apuntó, para el análisis la excitación se aplicó en el semiespacio (estrato de apoyo).

De acuerdo a lo dicho en el capítulo precedente los efectos de la excitación arriban al pilote por dos conductos:

- a) Por la punta del pilote
- b) Por los efectos del campo lejano sobre el campo cercano

El primer efecto sólo afecta al componente inercial del sistema, por lo que puede ser aplicado directamente a la matriz de masas del sistema.

El segundo efecto está en función tanto del comportamiento del campo libre como del campo cercano, por lo que para realizar el análisis se procedió primero a hacer el análisis de la respuesta del campo libre obtenida en términos de acelerogramas a las profundidades deseadas.

A continuación con el programa NEWMASM se procedió a la obtención de la historia de velocidades y desplazamientos para cada excitación propuesta, las correspondientes a la respuesta en la superficie se presentan en las figuras IV.4 y IV.5

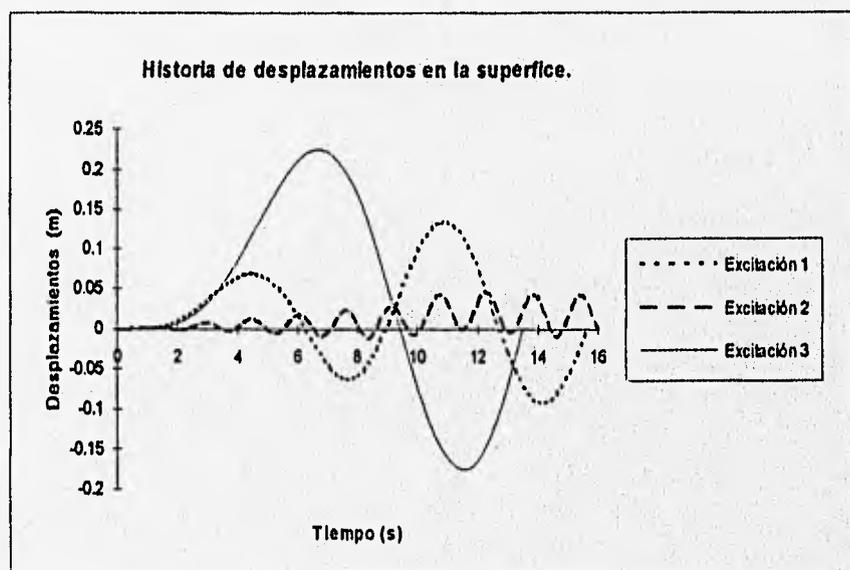


Figura IV.4 Respuesta del depósito en términos de desplazamientos

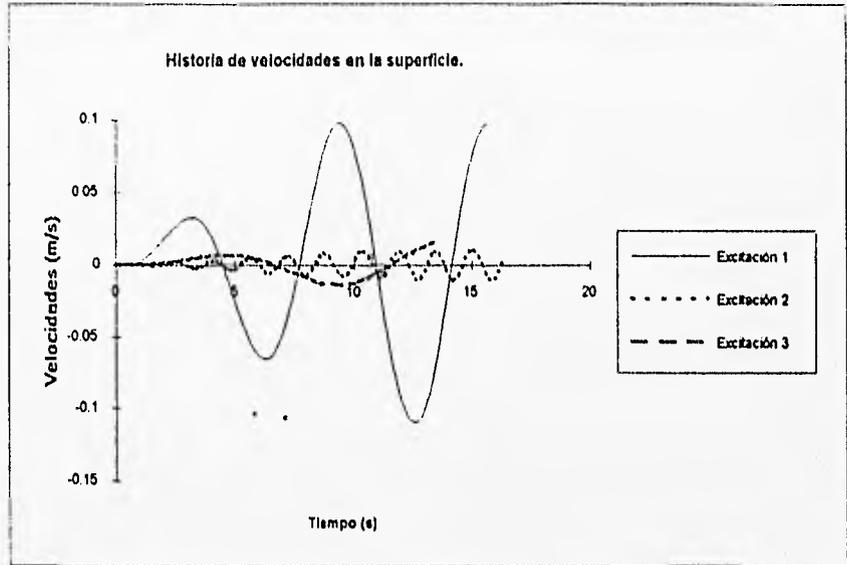


Figura IV.5 Respuesta del depósito en términos de velocidades

Debido a que las excitaciones usadas son armónicas, se pudo realizar la integración exacta. Las funciones de desplazamiento y de velocidades para una frecuencia  $\omega = 1s^{-1}$  se presentan enseguida:

Función de desplazamientos

$$Y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{1000}(-t \operatorname{sen} t - 2 \operatorname{cos} t) + \frac{2}{1000} & 0 \leq t \leq 10s \\ -\frac{1}{100} \operatorname{sen} t - 0.0005437t + 0.009115 & 10 \leq t \leq 15s \\ -\frac{25-t}{1000} \operatorname{sen} t + \frac{2}{1000} \operatorname{cos} t + 0.00010640087t + 0.00088325 & 15 \leq t \leq 25s \end{cases}$$

Función de velocidades

$$\dot{Y}(t) = \begin{cases} -\frac{1}{1000}(-t \operatorname{cos} t - \operatorname{sen} t) & 0 \leq t \leq 10s \\ -\frac{1}{100} \operatorname{cos} t - 0.0005437 & 10 \leq t \leq 15s \\ -\frac{25-t}{1000} \operatorname{cos} t - \frac{1}{1000} \operatorname{sen} t + 0.00010640087 & 15 \leq t \leq 25s \end{cases}$$

De manera que fue posible hacer la comparación entre las curvas obtenidas mediante métodos numéricos y las obtenidas a partir de la solución exacta, como se muestra en las gráficas de las figuras IV.6. y IV.7.

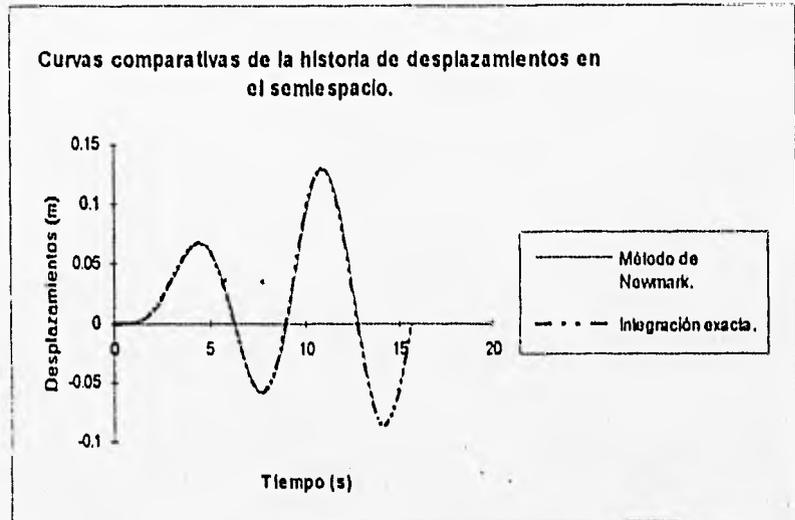


Figura IV.6 Curvas comparativas de la historia de desplazamientos en el campo libre

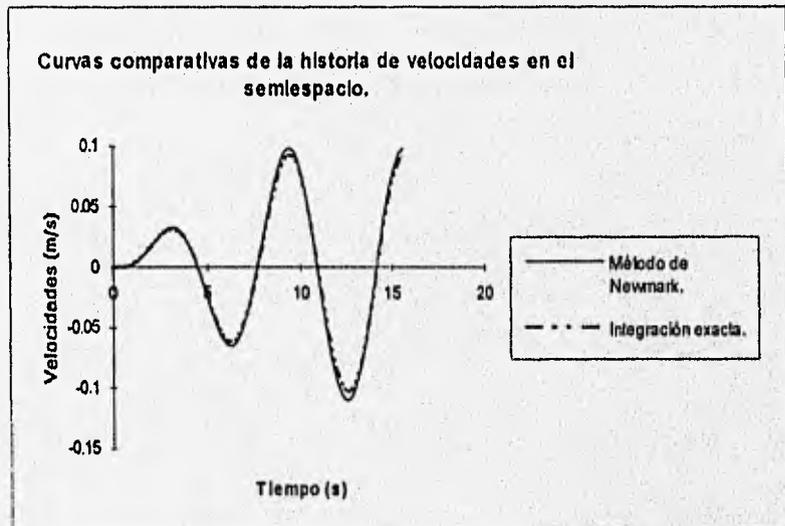


Figura IV.7 Curvas comparativas de la historia de velocidades en el campo libre

Como se puede observar en las gráficas la aproximación alcanzada con el método numérico es hasta del 99%, teniéndose un error porcentual máximo de 7% en las crestas de las armónicas.

Finalmente mediante el programa RSSSPNLA se procedió al análisis del sistema suelo-

pilote para cada excitación propuesta, con sus variantes en las condiciones de frontera, y considerando tanto análisis lineal como no-lineal.

Los valores de los parámetros necesarios para modelar el comportamiento no-lineal del suelo mediante el criterio de Romo y Ovando (Ref 18), se presentan en la tabla IV.3

Tabla IV.3 Parámetros para definir el comportamiento no-lineal del suelo

Profundidad (m)	Delta	wl (%)	wp (%)	wn (%)
0-2	2.5	293	73	266
2-4	2.5	293	73	266
4-6	2.5	293	73	266
6-8	2.5	245	98	222
8-10	2.5	245	98	222
10-12	2.5	245	98	222
12-14	2.5	245	98	222
14-16	2.5	245	98	222
16-18	2.5	245	98	222
18-20	2.5	245	98	222
20-22	2.5	281	94	272
22-24	2.5	281	94	272
24-25	2.5	281	94	272

En cuanto a los valores de los parámetros del modelo dado por la ecuación 68, son los siguientes.

$$A=0.80 \quad B=0.3 \quad \gamma_r = 2.0\%$$

### IV.3 Resultados

Con el fin de analizar cualitativamente la influencia que en los movimientos del depósito de suelo tiene la existencia del pilote para los casos supuestos, se realizaron las gráficas que se presentan en las figuras siguientes, en las que se muestran las historias de desplazamiento del campo libre y del sistema suelo-pilote, para ambas condiciones de apoyo y ambos tipos de comportamiento del suelo en aquellas profundidades en los que el efecto de interacción dinámica suelo-pilote era más notorio.

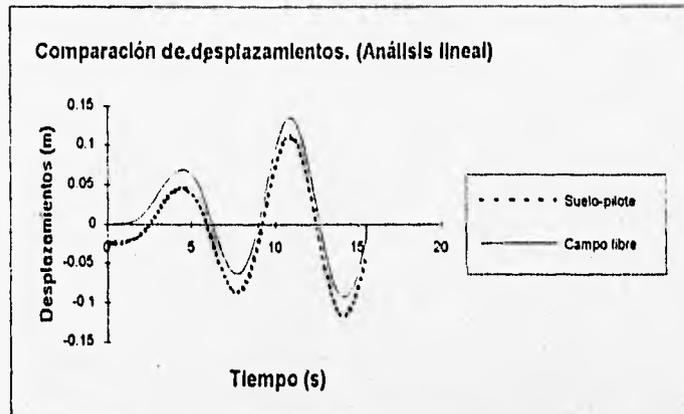


Figura IV.8 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 1 con suposición de empotramiento en el estrato resistente

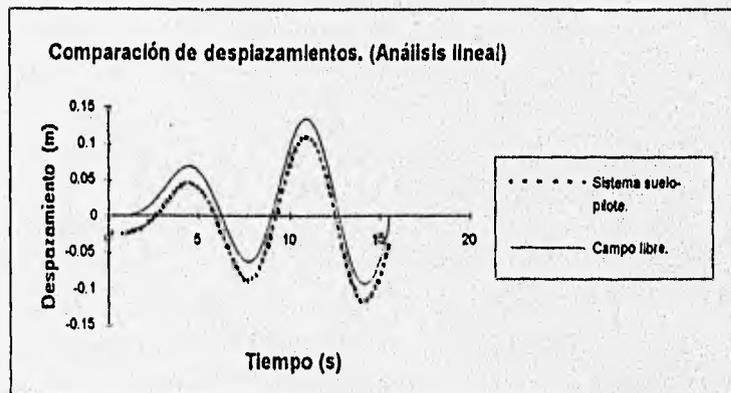


Figura IV.9 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 1 con suposición de apoyo articulado en el estrato resistente

Lo que más resalta en las gráficas de las figuras IV.8 y IV.9 es que la respuesta del sistema suelo-pilote está acoplada con la del campo libre, lo que era de esperarse debido a la suposición de comportamiento lineal en el campo cercano que se consideró para este análisis. También se puede observar que las condiciones de apoyo del pilote no alteran apreciablemente

la respuesta para el nivel de la superficie en cuanto a desplazamientos, lo que puede atribuirse a la alta flexibilidad relativa que tiene el pilote al ser largo (25m de longitud) y esbelto (diámetro de 40 cm). Sin embargo, puede esperarse que la influencia de las condiciones de frontera aumenten al acercarnos a la zona de apoyo.

Por otro lado, las curvas de respuesta para el sistema suelo-pilote y campo libre están separadas básicamente por el desplazamiento estático, que se impuso como condición inicial en el sistema, el cual es de magnitud apreciable en la superficie ya que ahí se están considerando aplicadas cargas concentradas.

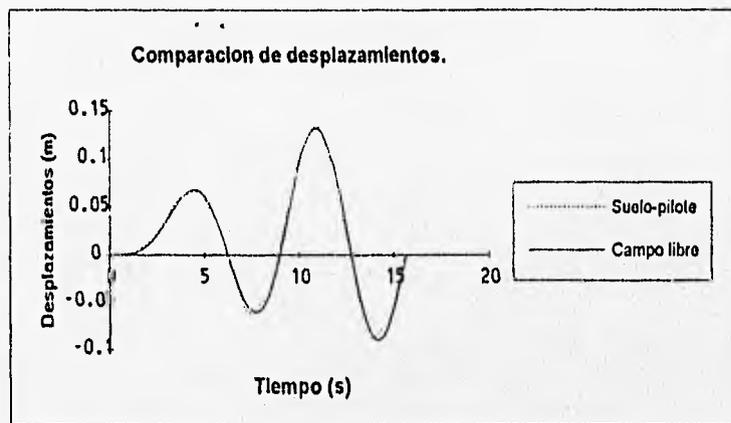


Figura IV.10. Comparación de desplazamientos a los 15m de profundidad para la excitación 2 con análisis lineal y suposición de empotramiento en el estrato resistente

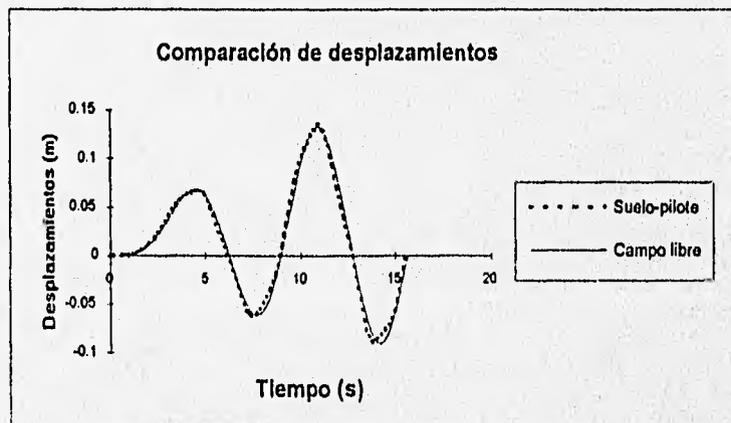


Figura IV.11 Comparación de desplazamientos a los 15m de profundidad, para la excitación 2 con análisis lineal y suposición de apoyo articulado en el estrato resistente

La respuesta máxima del depósito de suelo se presentó a los 15m de profundidad, lo que seguramente se debe a que la frecuencia de la excitación es muy similar a la frecuencia correspondiente a un modo de vibrar del depósito de suelo cuya configuración tiene un máximo para esa profundidad.

Como se observa en las Figuras IV.10 y IV.11, los desplazamientos del sistema suelo-pilote nuevamente están acoplados con los del campo libre ya que el análisis continua siendo lineal y tampoco en esta profundidad se aprecia en los resultados gran influencia de las condiciones de frontera del pilote ya que aún no se está lo bastante cerca del apoyo.

Las gráficas de la respuesta del campo libre y las del sistema suelo-pilote no se encuentran tan separadas como para la primera excitación, esto es debido a que a la profundidad de 15m el desplazamiento estático es mucho menor que el que se presenta en la cabeza del pilote, lo que es congruente con el hecho de que las cargas están aplicadas en su cabeza.

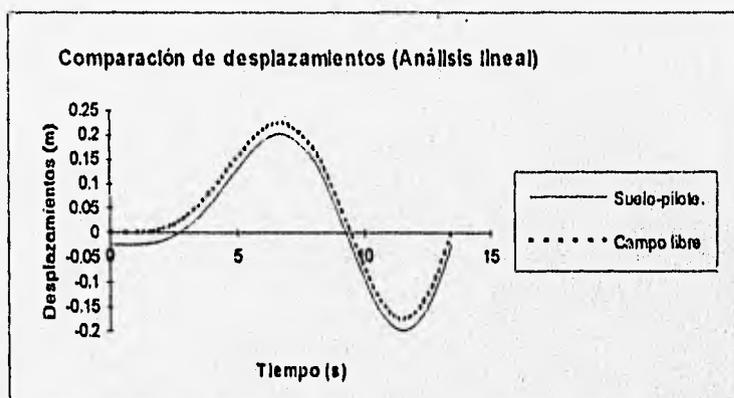


Figura IV.12 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 3 con suposición de empotramiento

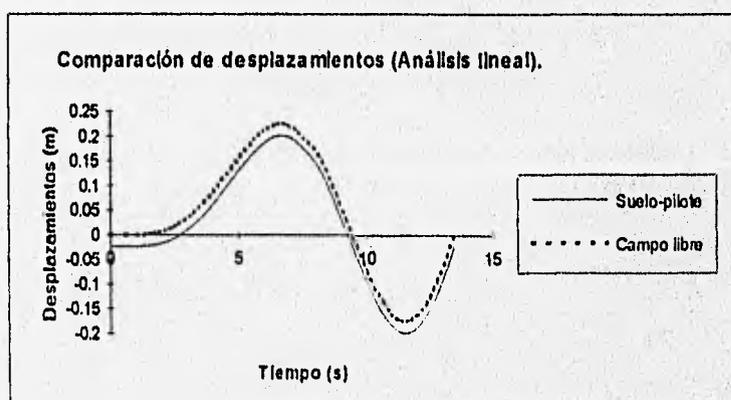


Figura IV.13 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 3 con suposición de articulación

En las gráficas de las figuras IV.12 y IV.13 se observa que, para la excitación 3, nuevamente la respuesta máxima del depósito de suelo se presenta en la superficie, lo que se traduce en que para esa profundidad los desplazamientos del pilote sean máximos.

En cuanto a esto cabe aclarar que, cuando la frecuencia dominante de la excitación es similar a la frecuencia del primer modo de vibrar de un estrato de suelo blando, la aceleración en la superficie de este puede ser varias veces mayor a la aceleración del semiespacio. En el caso del depósito de suelo definido con el fin de hacer los análisis para esta tesis, es de esperar que se tenga una frecuencia natural baja por sus características de rigidez y amortiguamiento para su primer modo de vibrar (más adelante se revisa ésto para la excitación 3), por lo que cuando la excitación que se aplica en el semiespacio presenta una frecuencia baja como es el caso de la 1 y la 3, se excita dicho modo y la respuesta máxima se presenta en la superficie. Cuando se aplica la excitación 2, que tiene una frecuencia relativamente mayor, se excitan modos de vibrar diferentes del primero y la respuesta máxima se presenta a la profundidad para la cual la configuración modal asociada presenta sus valores mayores.

Las historias de desplazamientos continúan acopladas ya que seguimos suponiendo comportamiento lineal en el suelo de campo cercano.

La deformación estática vuelve a ser notoria para la respuesta por la profundidad a la que se obtuvo.

Enseguida se presentan en las gráficas de las Figuras IV.14 a la IV.22 los resultados del análisis de desplazamientos considerando que el suelo del campo cercano presenta un comportamiento no-lineal.

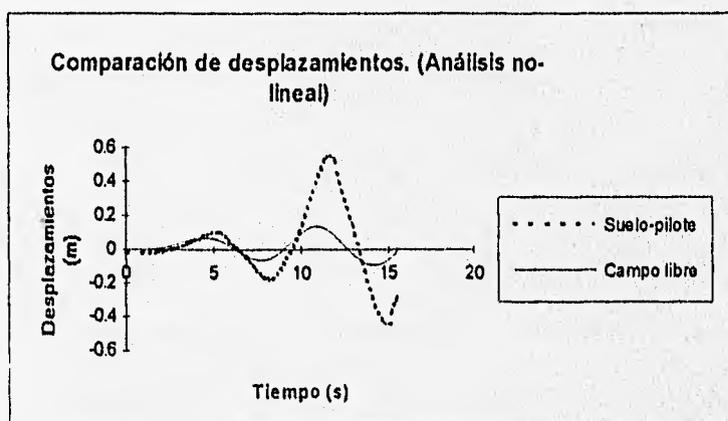


Figura IV.14 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 1 con suposición de empotramiento en el estrato de apoyo

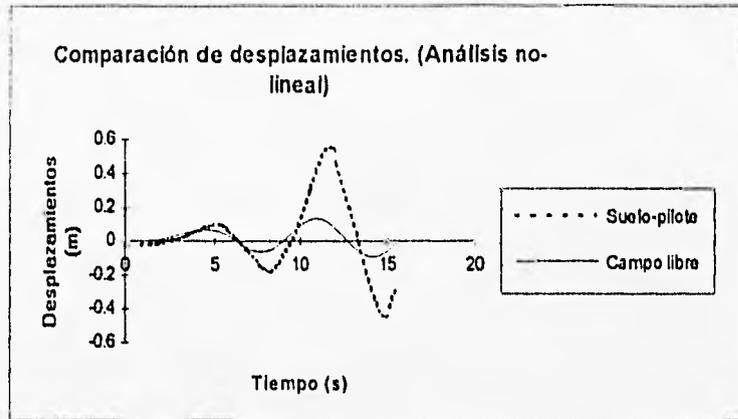


Figura IV.15 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 1 con suposición de articulación en el estrato de apoyo

En las gráficas de las Figuras IV.14 y IV.15 vemos que las historias de desplazamientos del campo libre y del sistema suelo-pilote están desacopladas, existiendo un retardo en su respuesta, esto es debido a la pérdida de rigidez durante el evento dinámico.

Las condiciones de apoyo del pilote no son preponderantes por las mismas razones ya discutidas cuando se analizaron los resultados de los análisis lineales.

Como puede verse la importancia relativa de los desplazamientos estáticos decrece debido a que el orden de magnitud de los desplazamientos dinámicos presentados es mucho mayor que para el análisis lineal, habiendo maximizaciones de la respuesta importantes en las crestas de la historia de desplazamientos del campo libre.

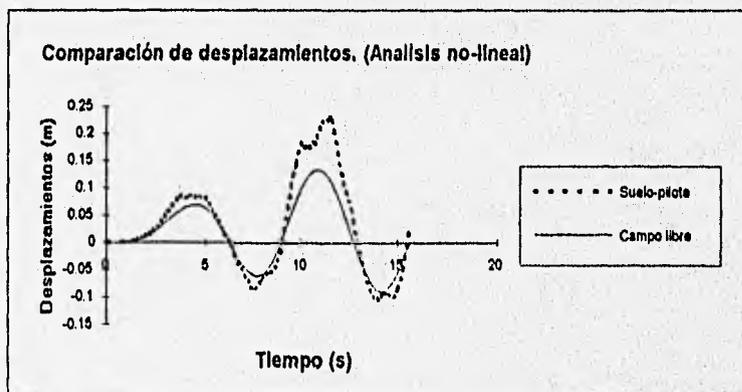


Figura IV.16 Comparación de desplazamientos a los 15m de profundidad, para la excitación 2 con suposición de empotramiento en el estrato de apoyo

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

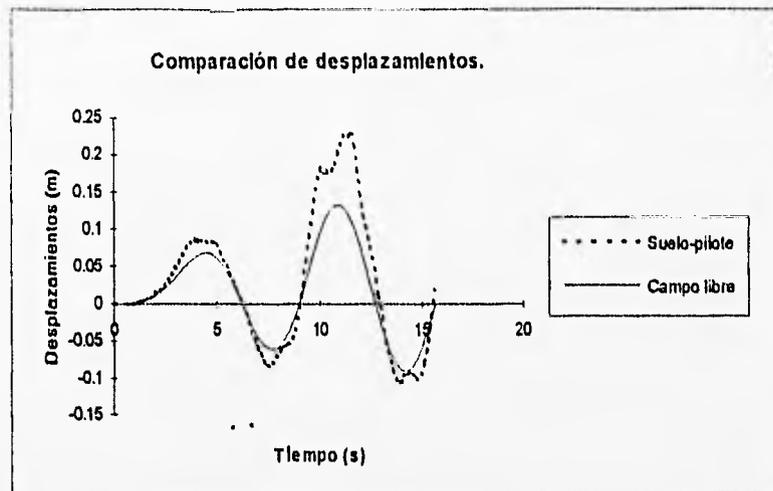


Figura IV.17 Comparación de desplazamientos a los 15m de profundidad, para la excitación 2 con suposición de articulación en el estrato de apoyo

En las gráficas de las figuras IV.16 a IV.17 se observa también el fenómeno de desacoplamiento y maximización de la respuesta del sistema suelo-pilote debida a la suposición de comportamiento no lineal del suelo de campo cercano.

En las crestas de la respuesta del sistema suelo pilote se observan dos puntos máximos, lo que se explica por la interdependencia en los movimientos de los nodos que se utilizaron en la discretización del pilote a los cuales se les excita de diferente forma como ya se comentó en la presentación del método propuesto.

Ni las condiciones de apoyo del pilote ni el desplazamiento estático aparecen como factores de importancia en las gráficas anteriormente citadas.

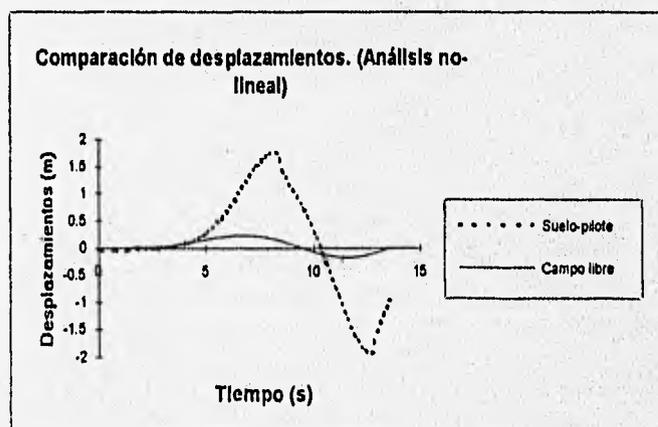


Figura IV.18 Comparación de los movimientos del campo libre y los del sistema suelo pilote en la superficie para la excitación 3 con suposición de empotramiento

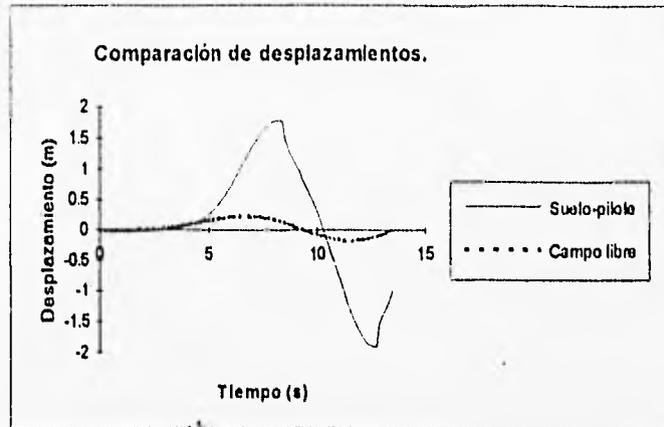


Figura IV.19 Comparación de los movimientos del sistema suelo pilote y el campo libre para comportamiento no lineal del suelo de campo cercano excitación 3 y articulado

En las gráficas de las figuras IV.18 y IV.19 puede observarse que el efecto del comportamiento no lineal ha aumentado considerablemente la respuesta del sistema suelo-pilote, observándose grandes amplificaciones e importante defasamiento, esto es debido a que el suelo está trabajando en un rango no lineal que se acerca a la plastificación durante el ciclo de carga y descarga, lo que puede comprobarse observando las gráficas de los ciclos de histéresis que se muestran adelante en donde para este caso en nivel de deformaciones angulares máximas es tal, que el módulo de rigidez al cortante dinámico del suelo es muy reducido.

Las deformaciones estáticas carecen de importancia para este caso, y las condiciones de apoyo del pilote también por lo ya comentado para el caso de análisis lineal.

Comparación de resultados de acuerdo al tipo de comportamiento supuesto para el suelo de campo cercano

En las siguientes gráficas mostradas en las figuras IV.20 a IV.22 se presentan comparaciones entre el comportamiento en cuanto a desplazamientos del sistema suelo-pilote, cuando se considera comportamiento lineal y no-lineal del suelo, para la suposición de empotramiento en el apoyo ya que como se observó en los resultados anteriores, para la suposición de articulación son básicamente los mismos. Las gráficas de las figuras IV.23 a IV.25 son similares, salvo que se considera comportamiento no lineal en el suelo de campo cercano.

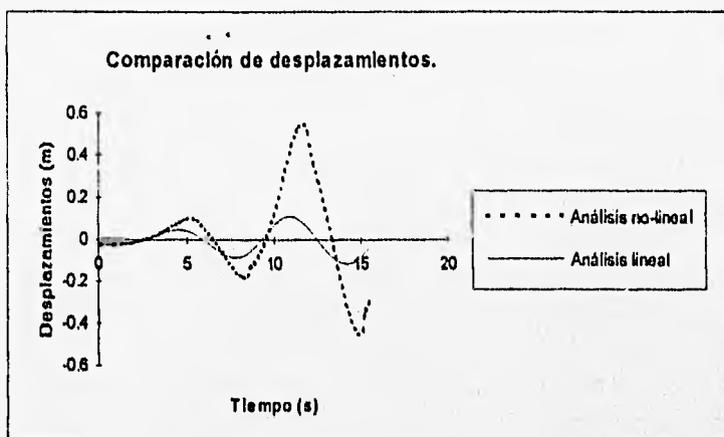


Figura IV.20 Comparación de desplazamientos en la superficie, para la excitación 1 con suposición de articulación en el estrato de apoyo

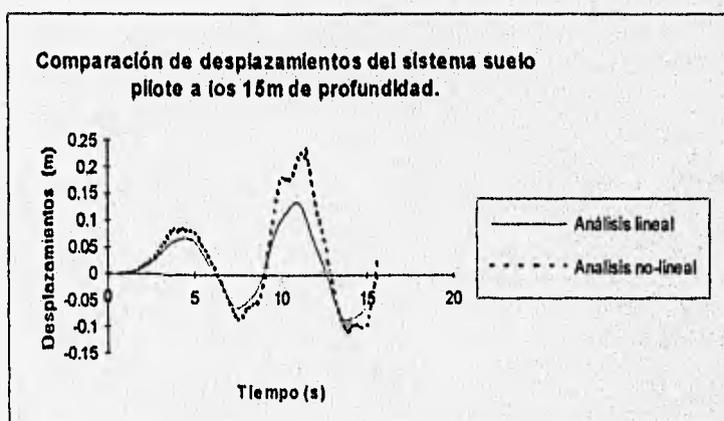


Figura IV.21 Comparación de desplazamientos del sistema suelo-pilote para la excitación 2, con suposición de empotramiento

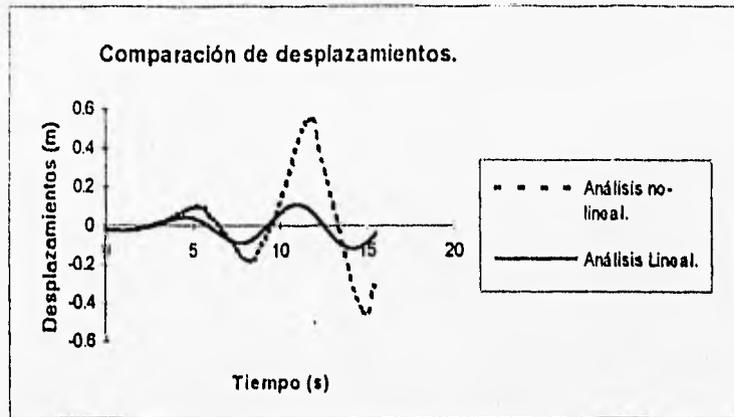


Figura IV.22 Comparación de desplazamientos en la superficie, para la excitación 3 y con suposición de empotramiento

En las gráficas de las figuras IV.20 a IV.22 se observan básicamente dos efectos importantes cuando se considera que el comportamiento del suelo de campo cercano es no lineal durante el evento dinámico, la maximización y retardo de la respuesta del sistema suelo-pilote, ambos debidos a la pérdida de rigidez del suelo de campo cercano durante el evento dinámico y a su asociado incremento en el amortiguamiento.

Comparación de resultados de acuerdo al tipo de apoyo supuesto para el pilote

A continuación en las gráficas de las figuras IV.23 a IV.25 se muestra el comportamiento del sistema suelo-pilote en cuanto a desplazamientos para las dos condiciones de frontera en análisis, para ambos comportamientos supuestos en el suelo de campo cercano, lineal y no lineal.

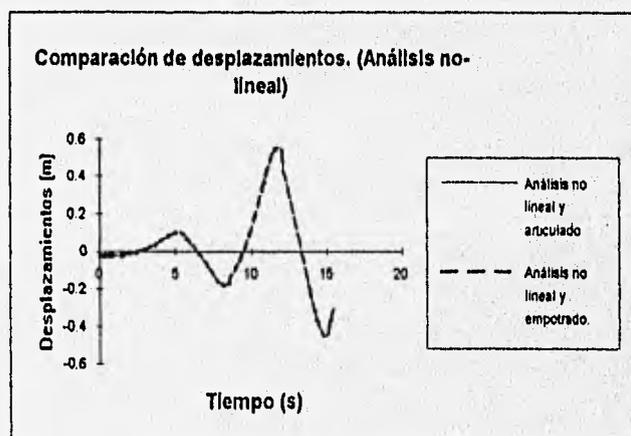


Figura IV.23 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 1

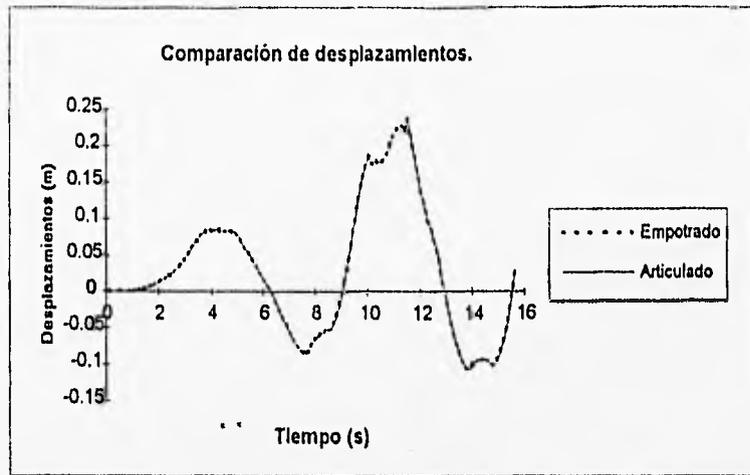


Figura IV.24 Comparación de los comportamientos empleando análisis no lineal para la excitación 2 a los 15m de profundidad

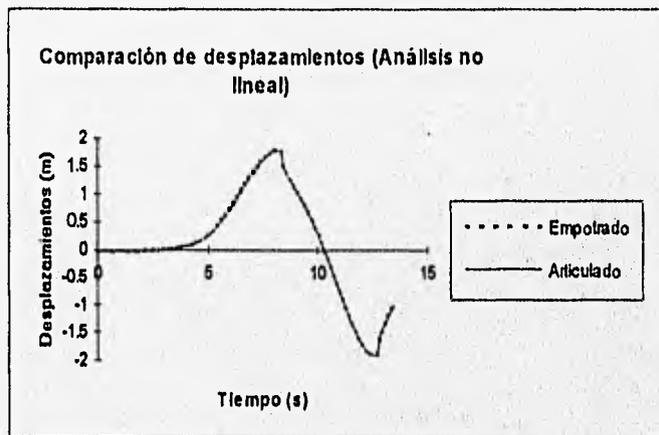


Figura IV.25 Comparación de desplazamientos en la superficie para la excitación 3

Como se puede observar no existe variación apreciable en la respuesta del sistema suelo-pilote estudiado cuando se varían las condiciones de frontera, esto debido a lo que se ha venido comentando en cuanto a que los nodos que se están analizando, están lo suficientemente alejados del estrato de apoyo como para que se aprecien los efectos por condiciones de frontera.

Con el fin de sustentar lo comentado con respecto a la excitación 2 en el sentido de que la respuesta máxima del depósito de suelo se encontró a una profundidad diferente de la superficial, en las figuras IV.26 a IV.27 se presentan las curvas que comparan la respuesta del sistema suelo-pilote en la superficie y a 15m de profundidad, para ambos tipos de comportamiento del suelo de campo libre, lineal y no lineal, y exclusivamente para el caso en el cual el pilote se considera empotrado, ya que como se ha visto, para la condición de articulación los resultados son prácticamente los mismos. La gráfica correspondiente a la respuesta en la cabeza del pilote parte para  $t=0s$  del valor de la deformación estática, efecto poco significativo en la obtenida a los 15m de profundidad.

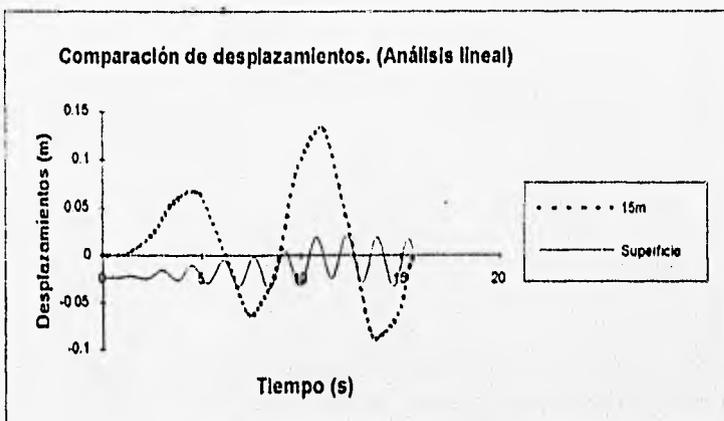


Figura IV.26 Comparación de los movimientos del sistema suelo-pilote para la excitación 2 en la superficie y a 15m de profundidad, con suposición de empotramiento en la capa dura

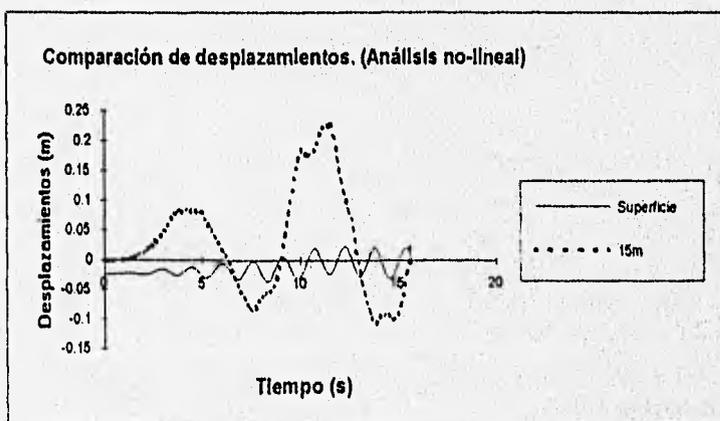


Figura IV.27 Comparación de los movimientos del sistema suelo-pilote para la excitación 2 en la superficie y a 15m de profundidad, con suposición de empotramiento en la capa dura

### Elementos mecánicos

Para cada excitación propuesta se procedió a encontrar las historias de cortante y momentos flexionantes en aquellas profundidades en las que se alcanzaban los valores máximos. Finalmente, para los análisis no-lineales se obtienen los valores del esfuerzo cortante y la deformación angular del suelo de campo cercano durante el ciclo de carga. Las gráficas de estos resultados se presentan en las figuras IV.28 a la IV.37.

### Elementos mecánicos obtenidos con la suposición de análisis lineal

En las gráficas de la figuras IV.28 y IV.29 se presentan respectivamente la historia de cortantes y de momentos flexionantes que se generan en el pilote cuando se aplica en el semiespacio la excitación 1, y se considera que en suelo de campo cercano se tiene un comportamiento lineal, así como también que el pilote trabaja como empotrado en su apoyo.

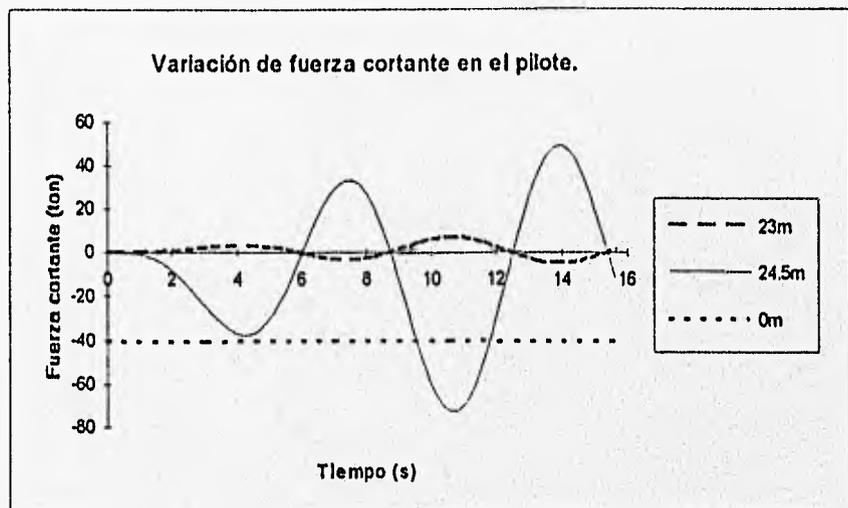


Figura IV.28 Historia de fuerza cortante en el pilote para la excitación 1 para las profundidades donde se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis lineal

Puede observarse que la historia de cortantes máximas, como era de esperarse, se presenta en el nodo más cercano al estrato de apoyo, y que inclusive llega a superar al cortante que se presenta en la superficie que le sigue en magnitud y que es debido a la carga concentrada que se encuentra aplicada ahí, de manera que los valores máximos para este caso se encuentran en las fronteras. Las distribuciones siguen el patrón definido de respuesta armónica como la excitación.

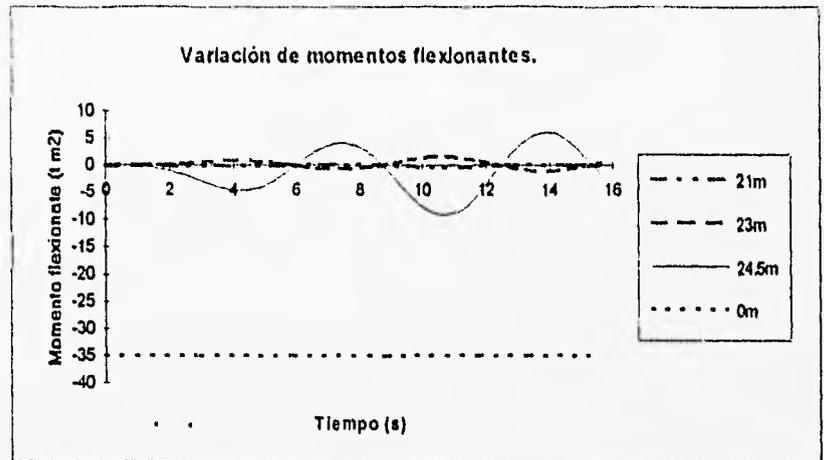


Figura IV.29 Historia de momentos flexionantes para la excitación 1 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis lineal

En cuanto a momento flexionante, se puede apreciar que de manera similar los valores máximos se encuentran en aquellos nodos más cercanos a las fronteras del pilote, punta y cabeza, debido fundamentalmente a que en la punta se tiene el efecto del empotramiento que hace que exista un momento relativamente grande para lograr la condición de giro nulo que se impone al considerar empotramiento en el estrato resistente, y a que en la cabeza se tiene el efecto del momento concentrado que se está aplicando y que esta representando las fuerzas que son transmitidas al pilote por la edificación. Para este caso el momento en la cabeza del pilote supera inclusive al que se genera en la punta debido a que la carga se distribuye a lo largo del fuste del pilote sobre el suelo de campo cercano, lo que matemáticamente se representó con resortes y amortiguadores.

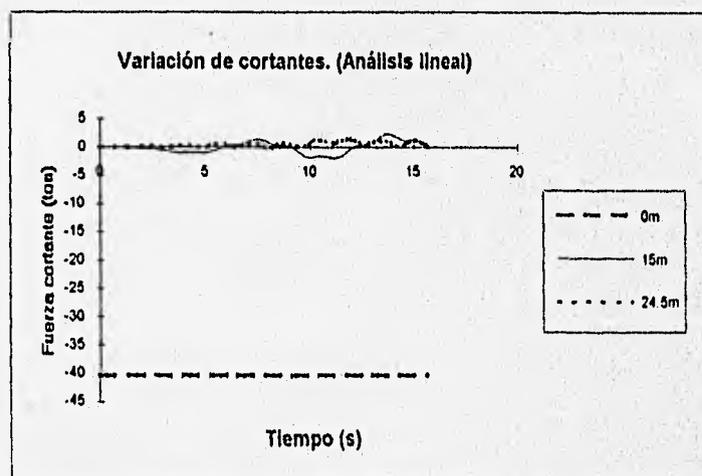


Figura IV.30 Historia de fuerza cortante para la excitación 2 a las profundidades donde se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis lineal

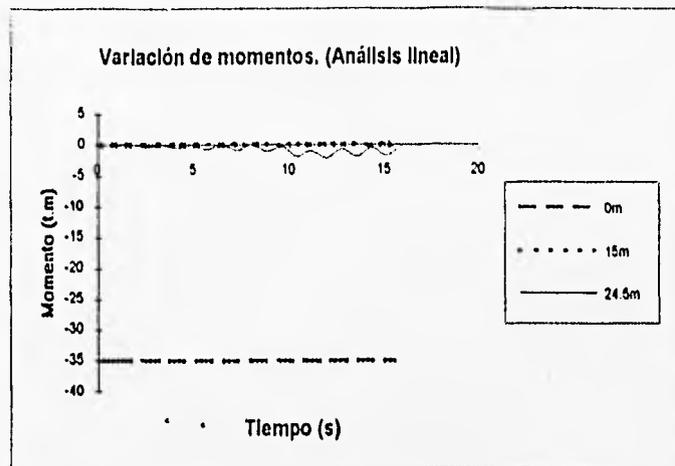


Figura IV.31 Historia de momentos flexionantes para la excitación 2 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis lineal

De manera similar a lo encontrado para la excitación 1, en las Figuras IV.30 y IV.31 se observa claramente que los valores máximos tanto de fuerza cortante como de momento flexionante se encuentran en los nodos más cercanos a las fronteras del pilote, cabeza y punta, sin embargo debe de resaltarse que la magnitud de los elementos mecánicos generados por la carga dinámica en el sistema por la excitación 2, es menor a los que se generan para la excitación 1, de manera que los mayores máximos se encuentran en la cabeza donde se encuentran concentradas las cargas estáticas. Este fenómeno se debe que para la excitación 2 tenemos una frecuencia relativamente alta, lo que hace que la configuración deformada del pilote para cada tiempo responda con una una amplitud de desplazamiento baja ya que su frecuencia natural, al ser largo y flexible, es más bien baja.

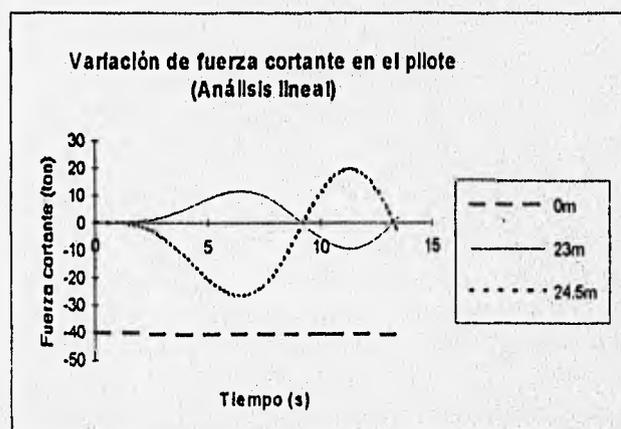


Figura IV.32 Historia de fuerza cortante para la excitación 3 para las profundidades donde se presentan los valores máximos, considerando empotramiento

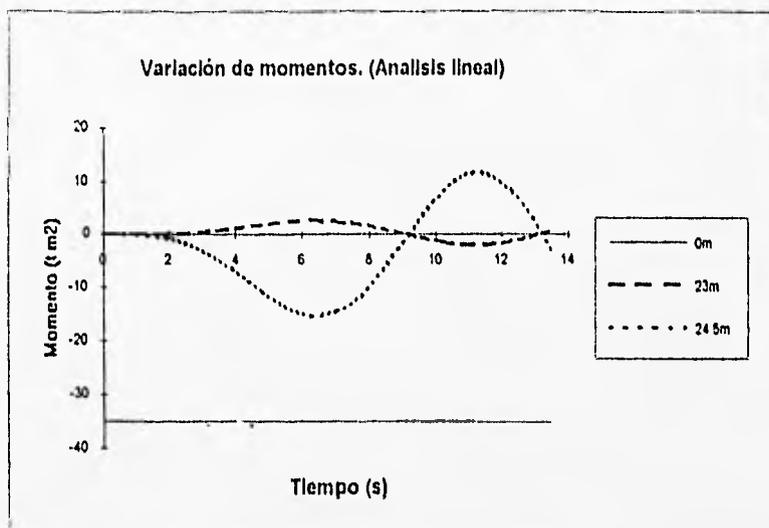


Figura IV.33 Historia de momentos flexionantes para la excitación 3 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento

Como se observa en las gráficas de las figuras IV.32 y IV.33, para la excitación 3 otra vez se comprueba que los valores máximos de los elementos mecánicos se presentan en los puntos más cercanos a las fronteras del pilote, pudiéndose hacer los mismos comentarios que para la excitación 1, más adelante se utiliza la excitación 3 para ejemplificar los resultados de la variación espacial de los elementos mecánicos.

#### Elementos mecánicos obtenidos con la suposición de análisis no lineal

En las gráficas de las Figuras IV.34 y IV.35, se presentan los elementos mecánicos obtenidos para la excitación 1, cuando se considera que en el suelo de campo cercano prevalece un comportamiento no lineal durante el evento dinámico. Puede observarse que se sigue conservando la particularidad de que los cortantes y momentos máximos se presentan en los nodos más cercanos a las fronteras del pilote, pudiéndose dar la misma explicación que se da en el caso de análisis lineal. Cabe destacar que ahora las distribuciones en el tiempo no se presentan como curvas suaves, sino que tienen algunos cambios bruscos, esto se debe a que las propiedades de los resortes y amortiguadores (módulo de rigidez al cortante y amortiguamiento) cambian aisladamente y continuamente de nodo a nodo durante todo el evento dinámico mientras que también se está variando la excitación, de manera que si no se hace una discretización fina por elemento finito, se imprimirán irregularidades en la respuesta.

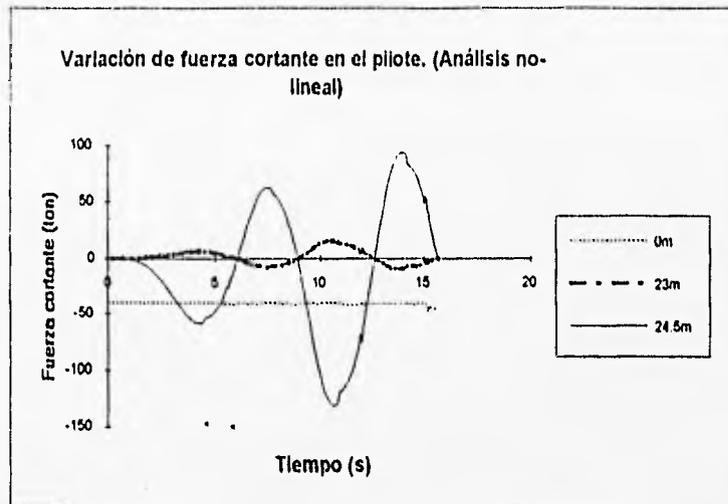


Figura IV.34 Historia de fuerza cortante para la excitación 1 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

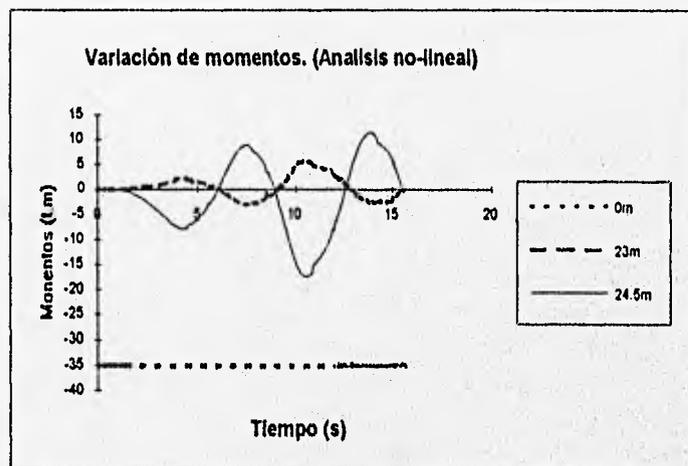


Figura IV.35 Historia de momentos para la excitación 1 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

En las gráficas de las figuras IV.36 y IV.37 se muestran las historias de momento flexionante y fuerza cortante para las mismas condiciones anteriores pero suponiendo ahora que el pilote está articulado. Como puede apreciarse la falta del empotramiento se suma a los factores que imprimen erraticidad a la respuesta.

Se verifica nuevamente que los valores máximos encontrados se presentan en los nodos cercanos a las fronteras, sin embargo para este caso rigen completamente las condiciones estáticas de cargas presentando los mayores máximos en la cabeza del pilote, ya que el efecto de

articulación en el apoyo del pilote alivia esa zona de concentración de esfuerzos.

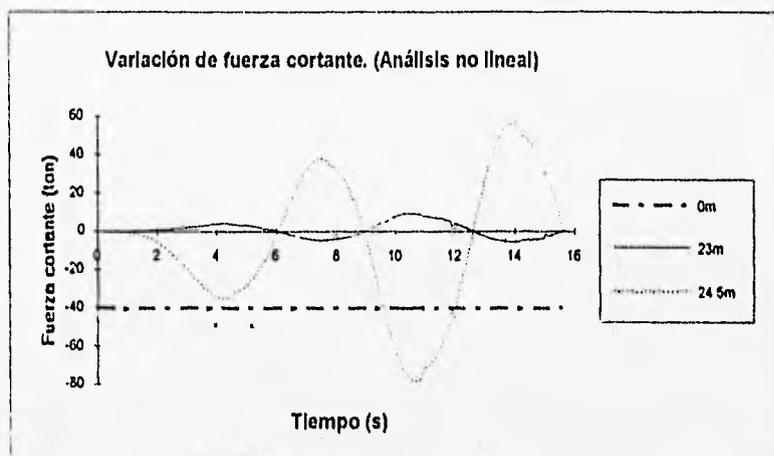


Figura IV.36 Historia de cortantes para la excitación 1 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

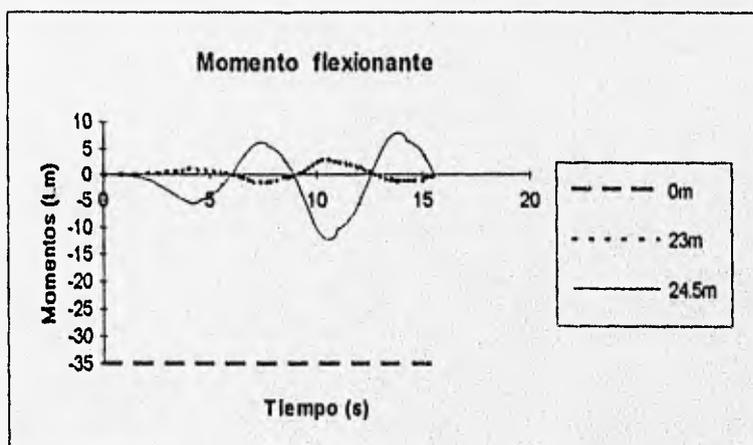


Figura IV.37 Historia de momento flexionante para la excitación 1 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

Se observa que las gráficas de cortante y momento flexionante obtenidas son simétricamente opuestas en forma, lo que era de esperarse por tratarse de nodos contiguos en los que se debe cumplir el equilibrio.

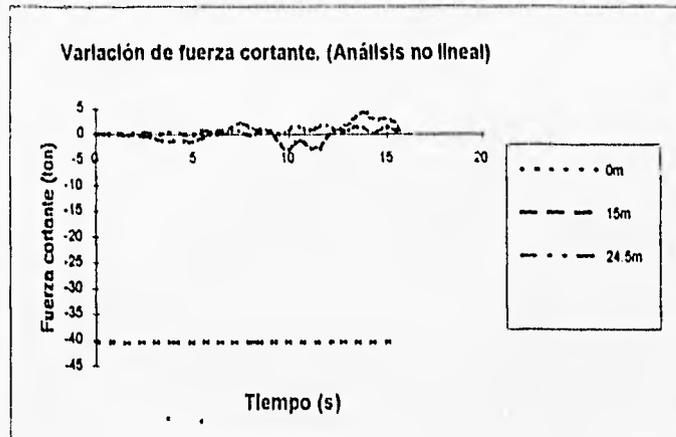


Figura IV.38 Historia de fuerza cortante para la excitación 2 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

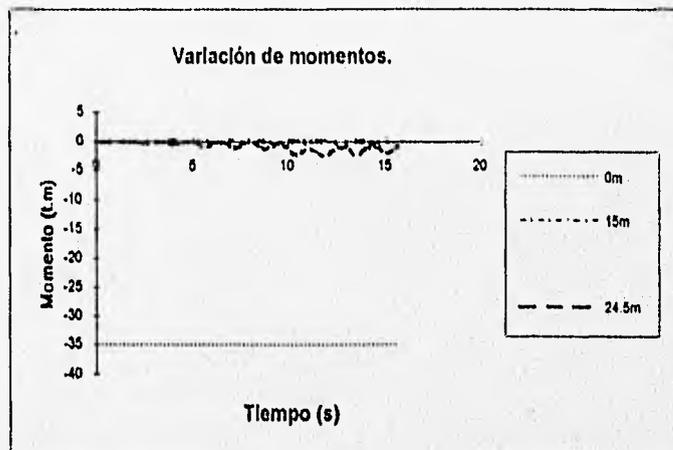


Figura IV.39 Historia de momentos para la excitación 2 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

En las gráficas mostradas en las Figuras IV.38 y IV.39 se presentan los resultados para la excitación 2, con suposición de empotramiento en el estrato resistente. Como puede comprobarse, los valores máximos se encuentran en los nodos más cercanos a las fronteras del pilote rigiendo nuevamente las cargas concentradas. Esto es debido a que, como ya se comentó, la frecuencia de la excitación está relativamente alejada de la frecuencia natural de vibración del pilote, por lo que no lo excita de manera apreciable, prevaleciendo los efectos estáticos sobre los dinámicos.

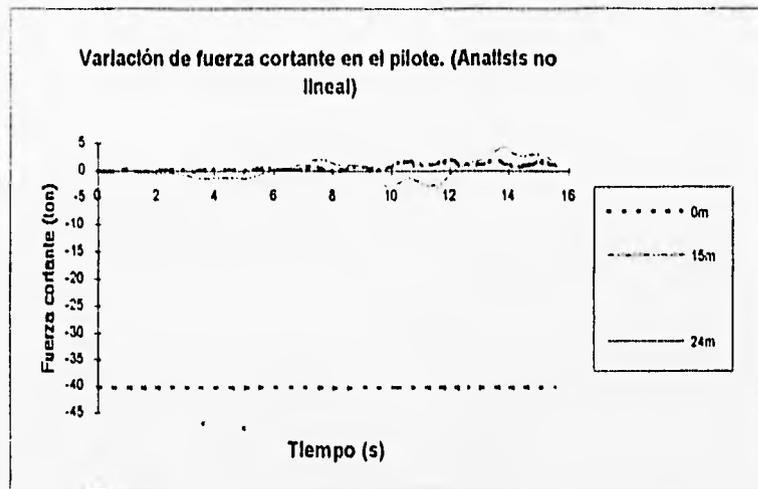


Figura IV.40 Historia de fuerza cortante en el pilote para la excitación 2 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

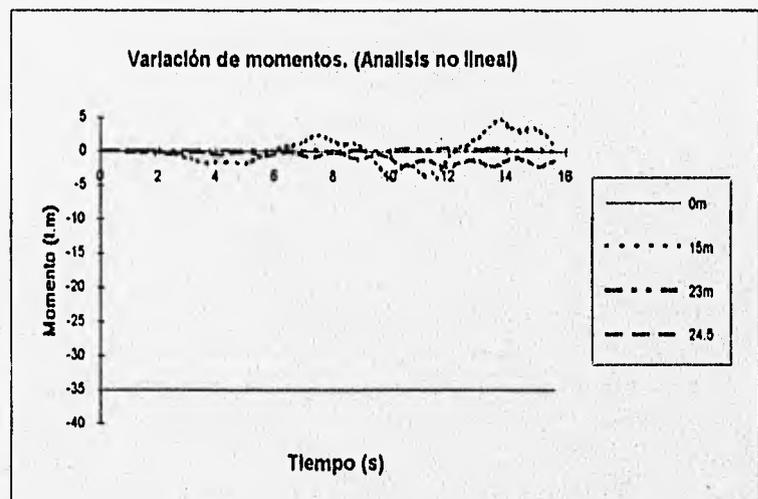


Figura IV.41 Historia de momentos en el pilote para la excitación 2 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

En las figuras IV.40 y IV.41 se presentan las historias de elementos mecánicos para la excitación 2 pero con suposición de articulación en el apoyo del pilote, los comentarios son los mismos que para el caso empotrado. Los valores máximos se presentan en los extremos del pilote, rigiendo las condiciones estáticas.

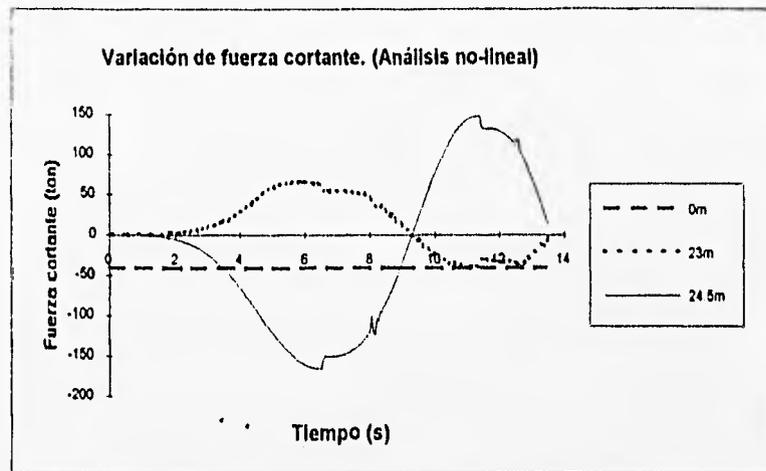


Figura IV.42 Historia de fuerza cortante para la excitación 3 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

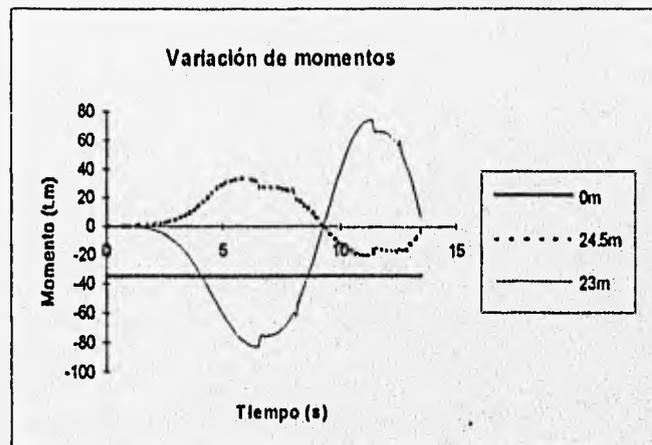


Figura IV.43 Historia de fuerza cortante para la excitación 3 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando empotramiento y empleando análisis no-lineal

En las gráficas de las figuras IV.42 a IV.43 se presentan las historias de fuerza cortante y momento flexionante para la excitación 3, considerando que en el apoyo se tiene condición de empotramiento. Aunque se verifica que los valores mayores se presentan en los extremos del pilote, se observa que los del cortante estático son francamente excedidos por los dinámicos, lo que es debido a que la frecuencia de la excitación es similar a la frecuencia natural del pilote.

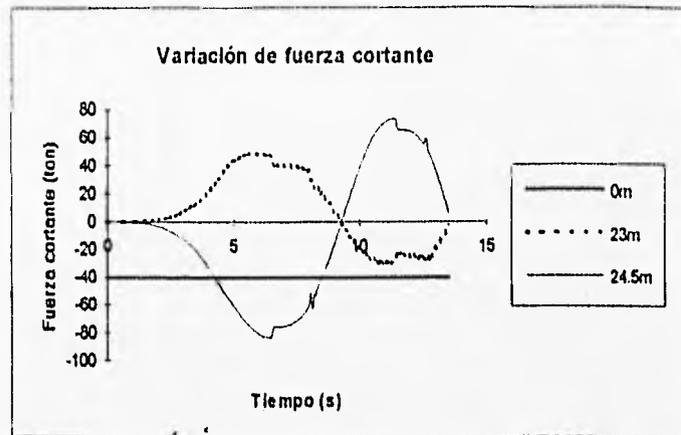


Figura IV.44 Historia de fuerza cortante para la excitación 3 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

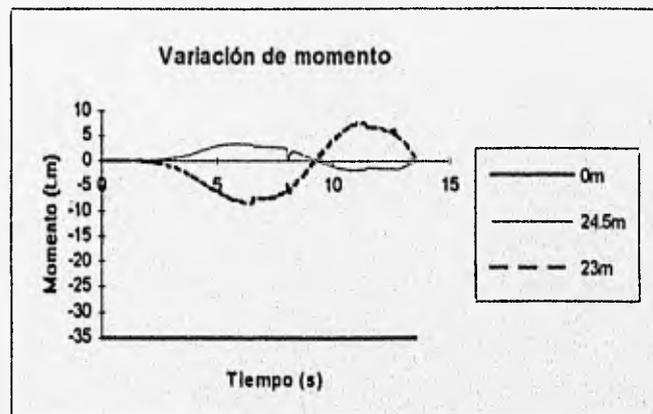


Figura IV.45 Historia de momento flexionante para la excitación 3 a las profundidades en que se presentan los valores máximos, considerando articulación y empleando análisis no-lineal

En las gráficas de las Figuras IV.44 y IV.45 se presentan los elementos mecánicos para la consideración de articulación en el apoyo del pilote, cuando el sistema se encuentra sometido a la excitación 3. Igualmente se pueden observar repentinos cambios en las distribuciones que se pueden atribuir a que la discretización utilizada para modelar el problema por elemento finito no fue lo suficientemente fina para lograr una continuidad completa y al efecto de cambio en el sentido de la carga que se comentará más adelante.

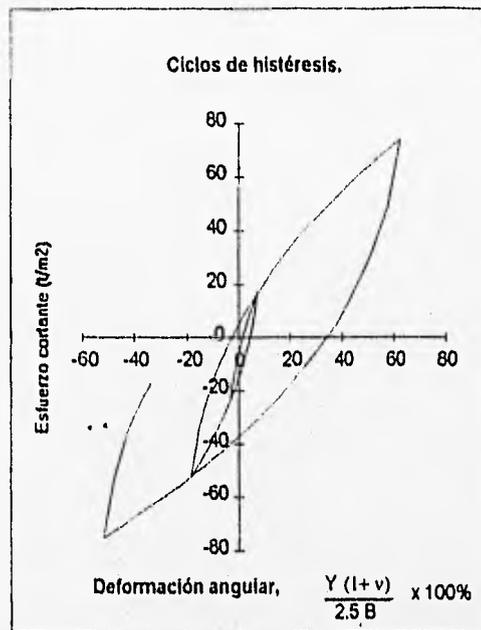


Figura IV.46 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación I y el pilote con condición de empotramiento

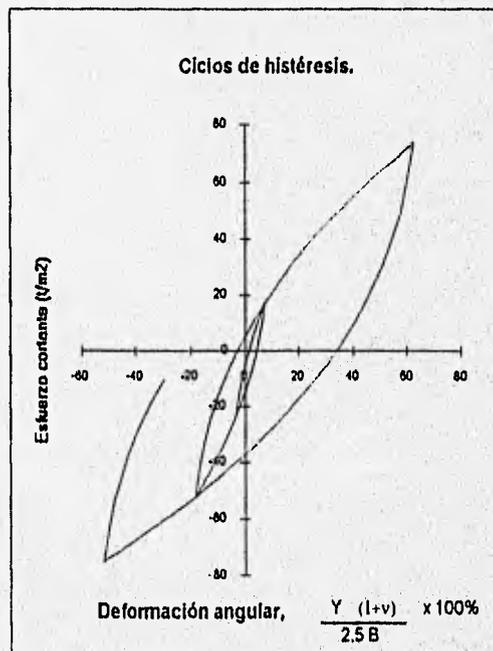


Figura IV.47 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación I y el pilote con condición de articulación

En las gráficas de las figuras IV.46 y IV.47 se muestran los ciclos de histéresis en la superficie para la excitación I. Las deformaciones angulares se obtuvieron sustituyendo los valores

del desplazamiento  $Y$  dado por la ecuación (81), en la ecuación (67). Como se puede observar se parte del punto definido por las deformaciones y esfuerzos estáticos hasta alcanzar niveles importantes en la deformación, lo que implica que la degradación del módulo de rigidez al cortante dinámico por consiguiente es muy alta, por lo que podemos concluir que es incorrecto considerar el suelo de campo cercano con comportamiento lineal. Si se quiere garantizar que la disipación de energía representada por el área debajo de la curva de histéresis se logre en realidad, se debe dar la ductilidad adecuada en el pilote.

El ciclo de carga final no se logra terminar en el rango de tiempo en el que se efectuó la gráfica.

No se observa ningún cambio notable en las curvas por el efecto de las consideraciones que se hagan en cuanto a como trabaja el apoyo del pilote.

A continuación, en las gráficas de las figuras IV.48 a IV.49 se presentan los ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 2, a los 15m de profundidad para ambas condiciones de apoyo.

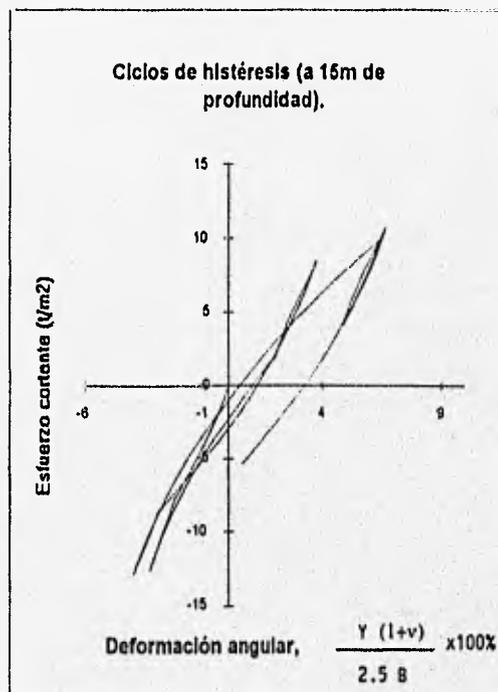


Figura IV.48 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 2 y el pilote con condición de empotramiento

Como se puede observar en las citadas figuras, la curva de los ciclos de histéresis es un tanto irregular debido al efecto de rigidización del suelo cuando se presenta un cambio en el sentido de la carga. Para aclarar este punto, tenemos que recordar que la función de atenuación del módulo de rigidez al cortante del suelo dada por la ecuación (68), está en función de la diferencia de

deformaciones angulares entre la máxima alcanzada en el ciclo anterior y la actual. De manera que si se presenta un cambio en el sentido de la carga y para el siguiente paso en la integración numérica se presenta otro cambio repentino, la diferencia anterior será muy pequeña y el módulo de rigidez será casi el inicial, provocándose un cambio brusco de pendiente en la curva de histéresis. Esto se presenta tanto para la condición de articulación como para la condición de empotramiento.

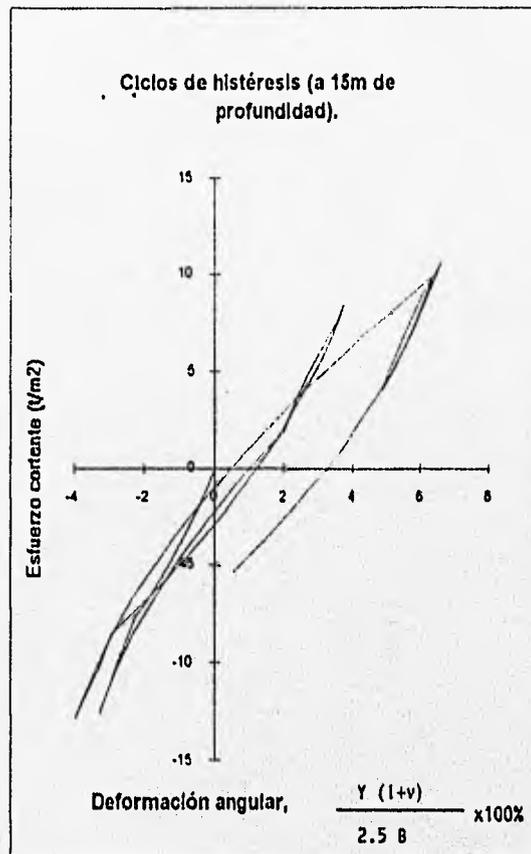


Figura IV.49 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 2 y el pilote con condición de articulación

Sin embargo, la carga en la superficie es más estable en el sentido de que los cambios que presenta son graduales, por lo que, como se puede observar en las gráficas de las Figuras IV.50 y IV.51, no se presentan cambios bruscos en las curvas de histéresis. Nuevamente se comienza con las deformaciones estáticas como condición inicial. El nivel de deformaciones angulares es mucho menor que el que se presenta para las excitaciones 1 y 3. No existen diferencias apreciables por el efecto de las condiciones de apoyo del pilote.

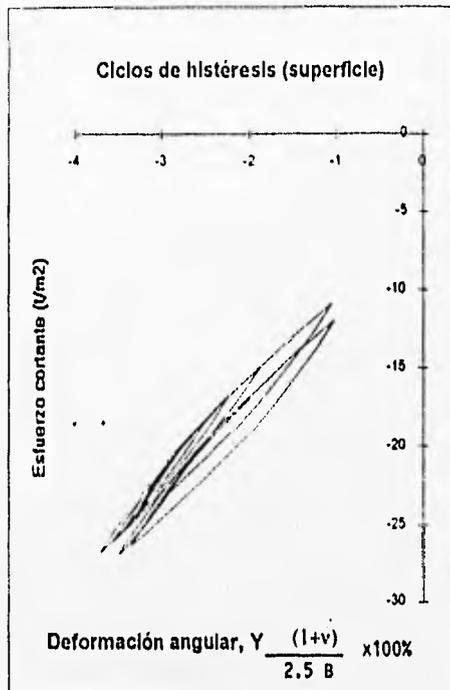


Figura IV.50 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 2 y el pilote con condición de empotramiento

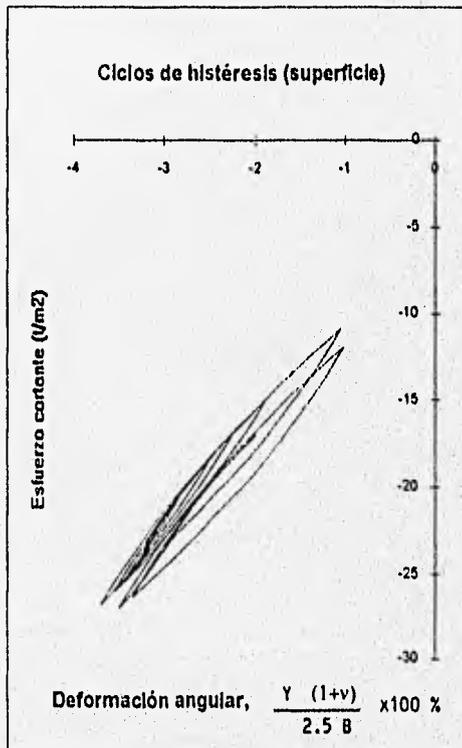


Figura IV.51 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 2 y el pilote con condición de articulación

Finalmente, en las gráficas de las figuras IV.52 y IV.53 se presentan los ciclos de histéresis correspondientes a la excitación 3, los comentarios son básicamente los mismos que los que se efectuaron para la excitación 1, salvo que los valores de deformaciones alcanzados son mayores, por consiguiente la disipación de energía que teóricamente se podría lograr sería también mayor, si el pilote tiene la ductilidad suficiente para deformarse de esa forma.

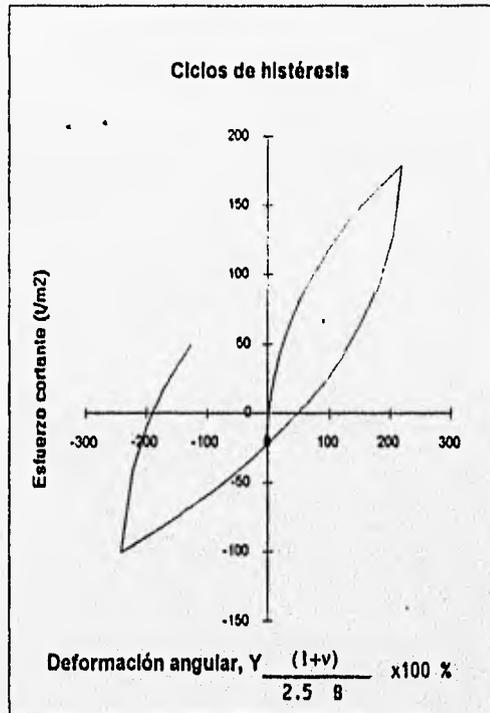


Figura IV.52 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 3 con empotramiento

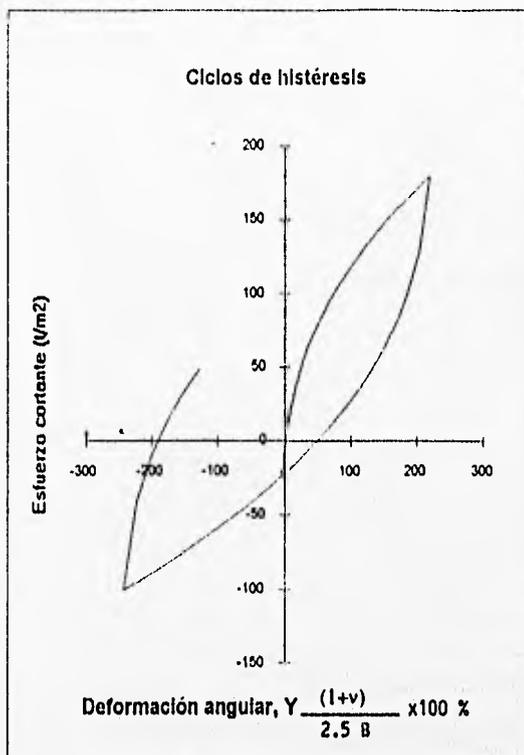


Figura IV.53 Ciclos de histéresis en la superficie para la excitación 3 con articulación

### Variación espacial de los elementos mecánicos

#### *Empotramiento*

A continuación se procedió a hacer un análisis de los efectos de interacción, utilizando la excitación 3. Para estudiar el efecto de la excitación en la respuesta del depósito de suelo se obtuvo la distribución de aceleraciones máximas y la función de amplificación, que se presentan en las gráficas de la figura IV.54. Se observa que la frecuencia fundamental del depósito de suelo es 0.72 c/s para la cual se tiene un factor de amplificación de 6.23. Por otro lado, la aceleración máxima del terreno sólo se amplifica un 8 % al pasar las ondas sísmicas del semiespacio a la superficie del depósito.

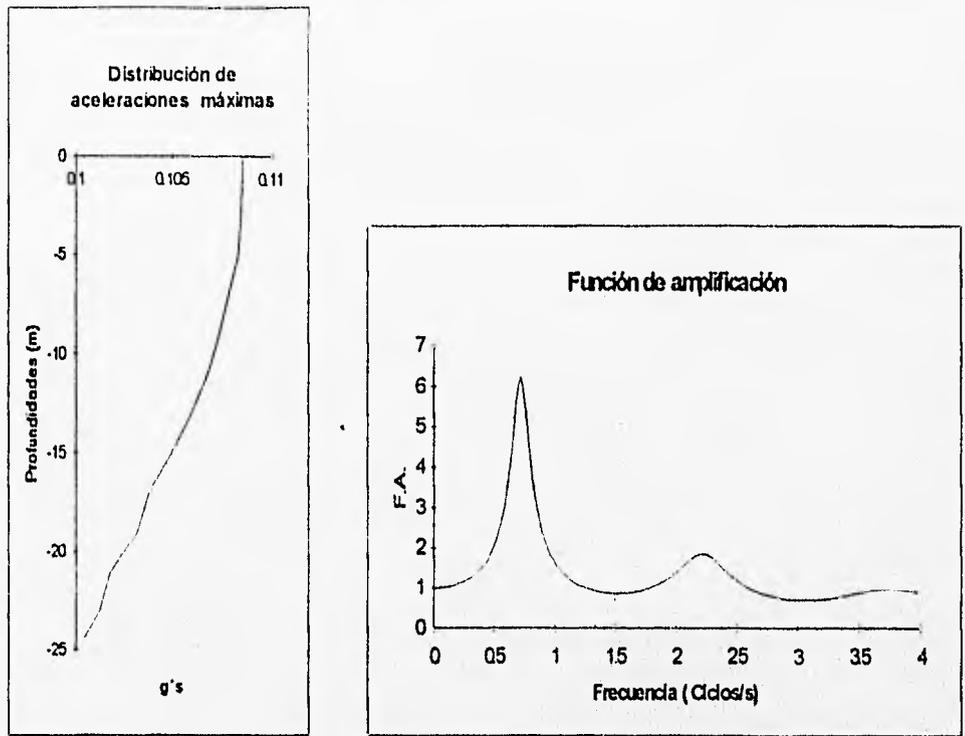


Figura IV.54 Distribución de aceleraciones máximas y función de amplificación

Como se puede observar, la amplificación del movimiento no es muy importante, lo que se refleja en la configuración que adopta el campo libre durante el proceso dinámico que se observa en las gráficas de las figuras IV.56 y IV.57 en donde se muestran los movimientos relativos entre el pilote y el suelo de campo libre para los tiempos en donde se presenta el desplazamiento máximo y el mínimo de la cabeza del pilote, respectivamente.

En la gráfica de la figura IV.55 se presenta la configuración de la deformada del pilote para el tiempo inicial ( condición estática ), se observa cómo los efectos de las cargas concentradas aplicadas en la cabeza del pilote generan en éste hasta desplazamientos de 2 cm.

Por otro lado, en las gráficas de las figuras IV.56 y IV.57, se pueden apreciar los efectos de interacción suelo-pilote. La interacción más importante se verifica en los extremos del pilote, donde la configuración de la deformada se ve fuertemente influenciada por los efectos de las cargas concentradas, y de frontera (empotramiento).

Deformada del pilote

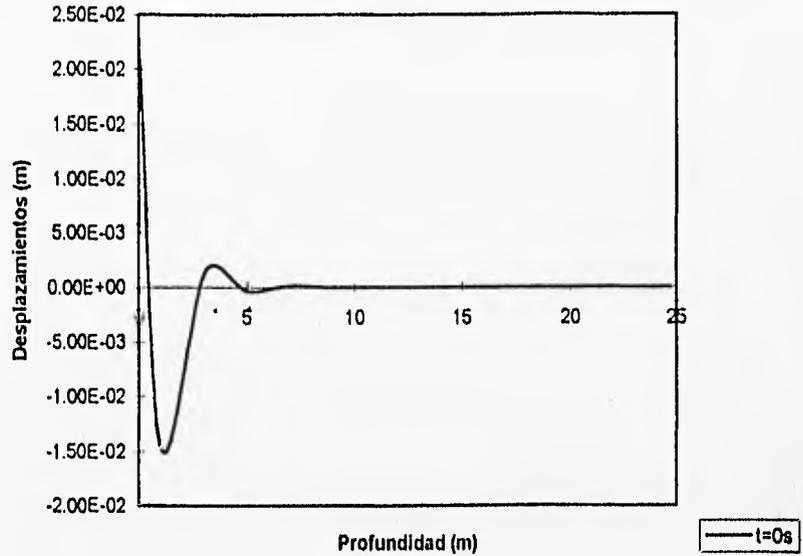


Figura IV.55 Deformada del pilote para el tiempo inicial ( Condición estática )

Efectos de interacción ( t = 6.7 s )

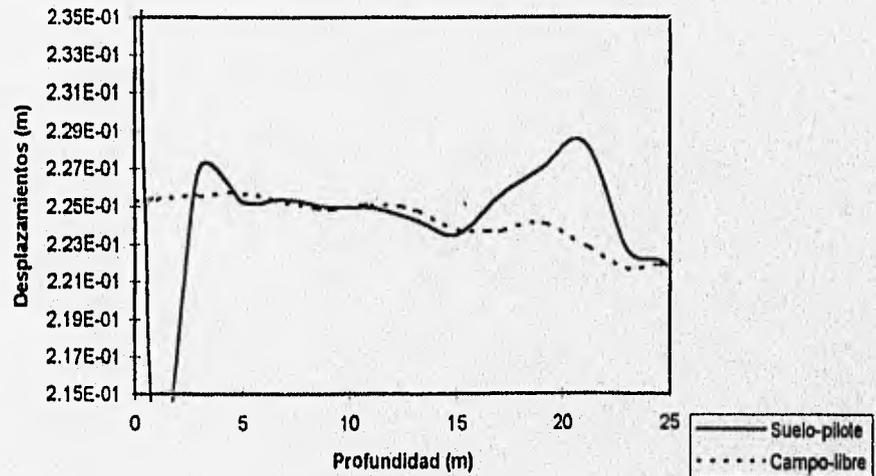


Figura IV.56 Deformada del pilote para el tiempo donde el desplazamiento del pilote es máximo en la superficie

En la figura IV.57, se puede apreciar cómo los efectos del campo libre sobre el pilote son mayores en los extremos, esto es debido a que se tiene un estrato de rigidez relativamente menor en su tramo medio .

Efectos de Interacción (  $t = 9.25$  m )

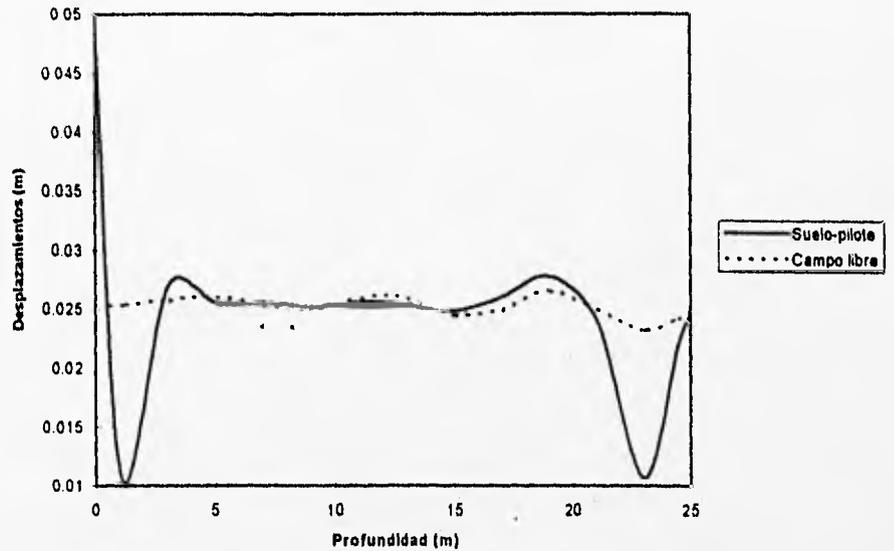


Figura IV.57 Deformada del pilote para el tiempo donde el desplazamiento del pilote es mínimo en la superficie

En las gráficas de las figuras IV.58 a la IV.60, se presentan los diagramas de momento flexionante para los mismos tiempos en donde se obtuvieron las deformadas.

Diagrama de momentos (  $t = 0$  s )

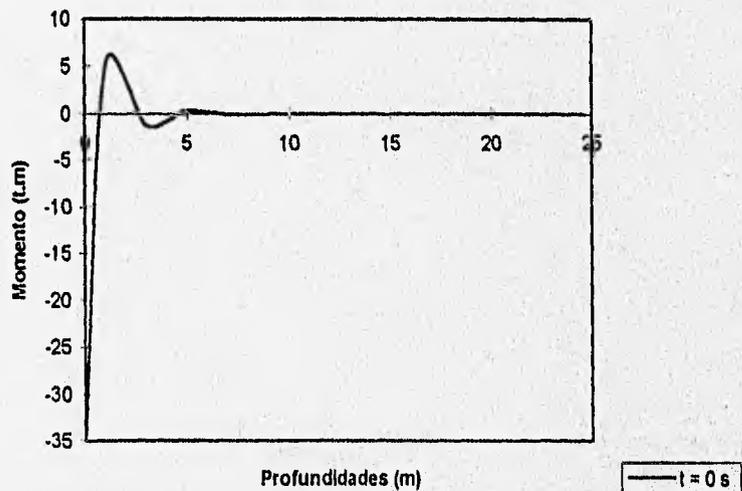


Figura IV.58 Diagrama de momentos para el tiempo inicial ( Condición estática )

Como era de esperarse de la deformada, los puntos de momento flexionante máximo se encuentran en los extremos del pilote esto es congruente con el hecho de que en la cabeza del

pilote se tienen los efectos de las fuerzas concentradas , y en el apoyo se tienen los de la condición de empotramiento.

Diagrama de momentos (  $t = 6.7 \text{ s}$  )

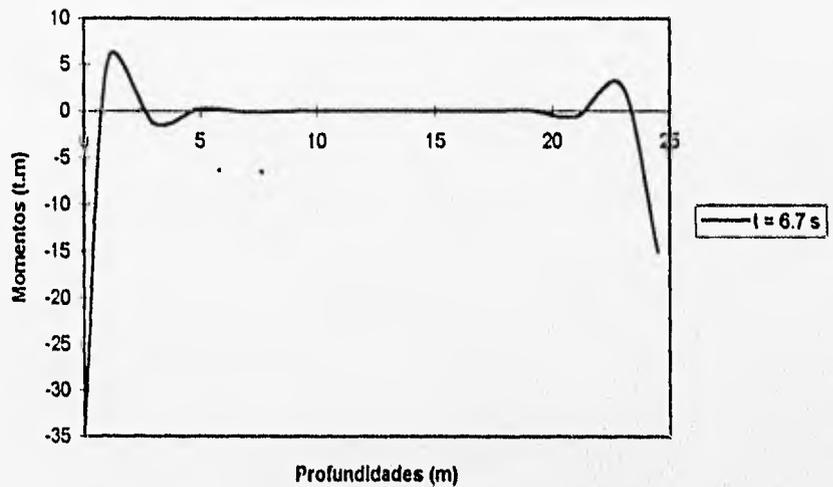


Figura IV.59 Diagrama de momentos en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es máximo en la superficie

Diagrama de momentos (  $t = 9.25 \text{ s}$  )

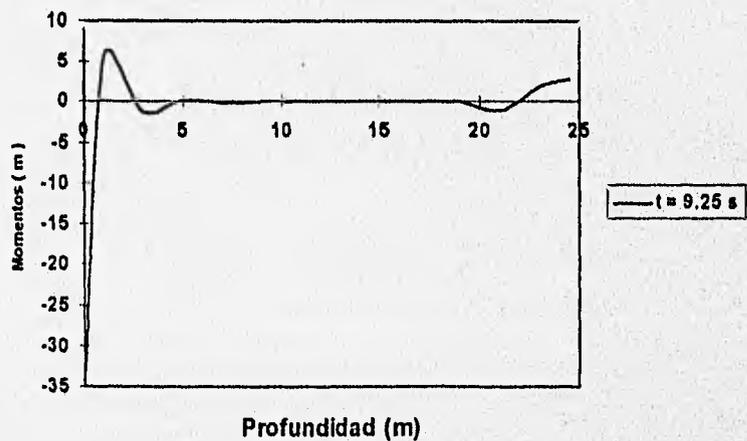


Figura IV.60 Diagrama de momentos en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en la superficie

En las gráficas de las figuras IV.61 a la IV.63, se presentan los diagramas de fuerza cortante para los mismos tiempos en análisis.

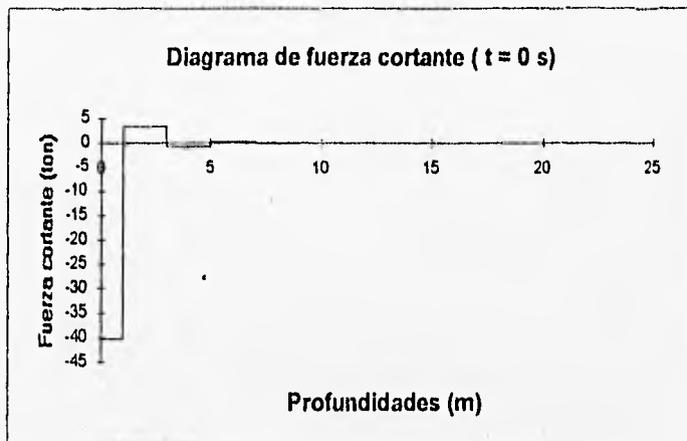


Figura IV.61 Diagrama de cortante para el tiempo inicial ( Condición estática )

En el diagrama de la figura IV.61 se puede apreciar como los valores máximos de fuerza cortante se registran en la cabeza del pilote. Estos, son debidos a las cargas concentradas que simulan el efecto de las cargas transmitidas por la edificación.

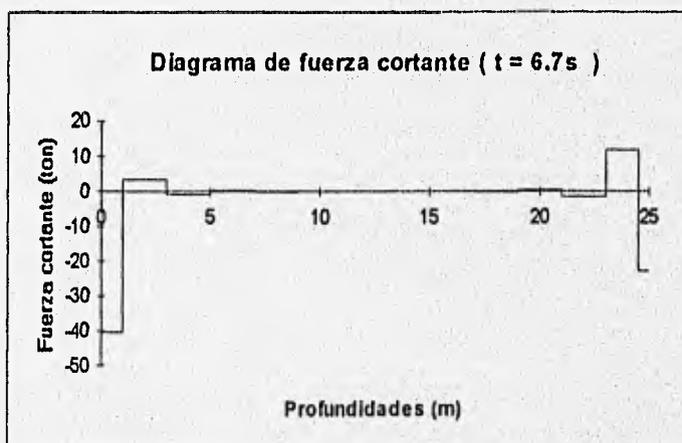


Figura IV.62 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es máximo en la superficie

Puede comentarse que, aunque tenemos una carga horizontal concentrada de 30 ton, su efecto no influye apreciablemente en la generación de cortantes en el pilote debido a la gran rigidez que se tiene en el suelo del primer estrato. El cortante de 40 ton que se manifiesta tanto en los diagramas de fuerza cortante como en las historias de elementos mecánicos, tienen su origen en el momento concentrado, que deflexiona al pilote causando una reacción en el suelo de campo cercano.

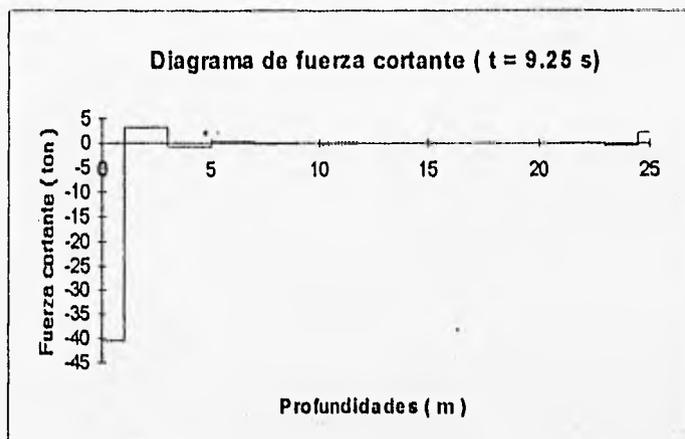


Figura IV.63 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en la superficie

En los diagramas de las figuras IV.62 y IV.63, se puede observar cómo se presentan cortantes importantes en la zona del pilote cercana al apoyo, esto es debido a que la rigidez del estrato de suelo de campo cercano próximo al apoyo es relativamente alta, por lo que la transmisión de efectos dinámicos (mediante las impedancias dinámicas tipo Winkler), son más significativas.

### Articulación

A continuación se efectúa un análisis similar para la condición de articulación en el apoyo del pilote, en las figuras IV.64, IV.65 y la IV.66 se muestran las deformadas para las condiciones estáticas, de máximo y mínimo desplazamiento de la cabeza del pilote respectivamente.

Como se puede observar en el diagrama de la figura IV.64, la condición estática es muy similar a la obtenida para la condición de empotramiento. Esto es debido a que los efectos de la deformación a lo largo del pilote por las cargas concentradas se pierden antes de llegar a la zona de apoyo por lo que no interactúan con los efectos de frontera.

Deformada del pilote (  $t = 0$  s )

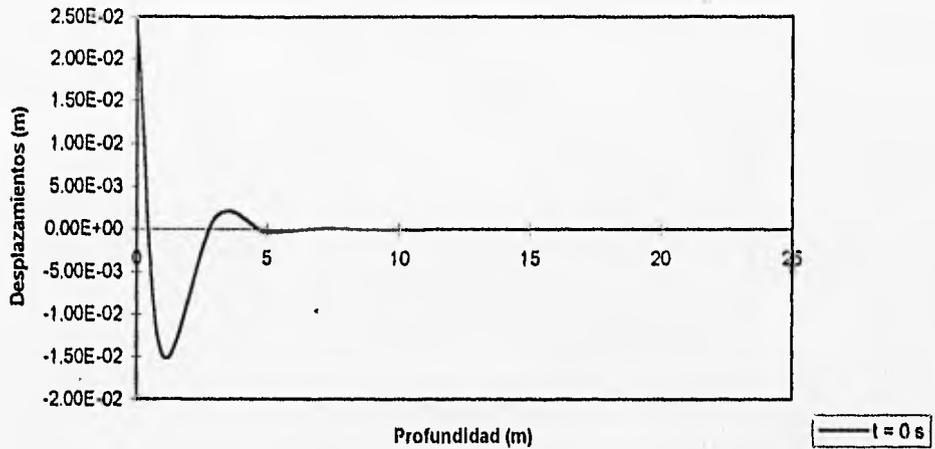


Figura IV.64 Deformada del pilote para el tiempo inicial (Condiciones estáticas)

En la gráfica de la figura IV.65 se puede observar cómo el efecto de la articulación en el apoyo del pilote hace que éste responda con mayor amplitud a los movimientos del terreno, manifestándose cambios bruscos en sus curvaturas.

Efectos de interacción (  $t = 6.65$  s )

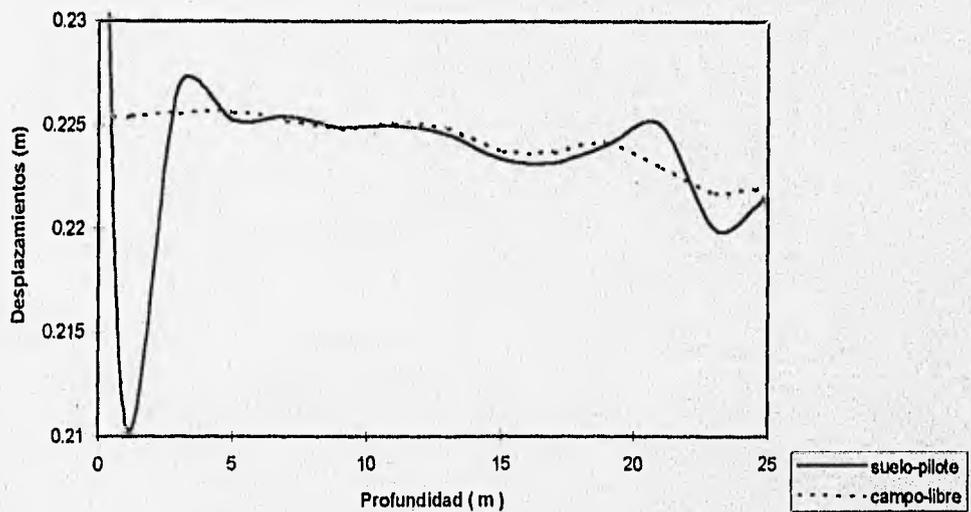


Figura IV.65 Deformada del pilote para el tiempo donde su desplazamiento es máximo en su cabeza

Efectos de interacción ( t = 9.25 s )

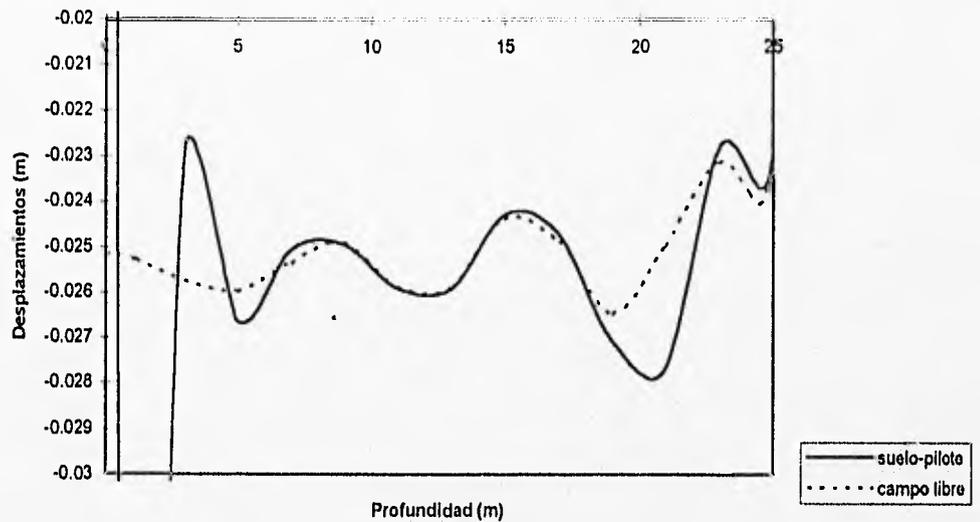


Figura IV.66 Deformada del pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en su cabeza

Nuevamente, en la gráfica de la figura IV.66 se puede apreciar cómo el efecto de la articulación permite que los movimientos del pilote sigan más a los del campo libre, esto es debido a que al permitir giro en el apoyo la flexibilidad del pilote se incrementa. En los estratos más rígidos se observa una mayor reacción del suelo.

Diagrama de momentos ( t = 0 s )

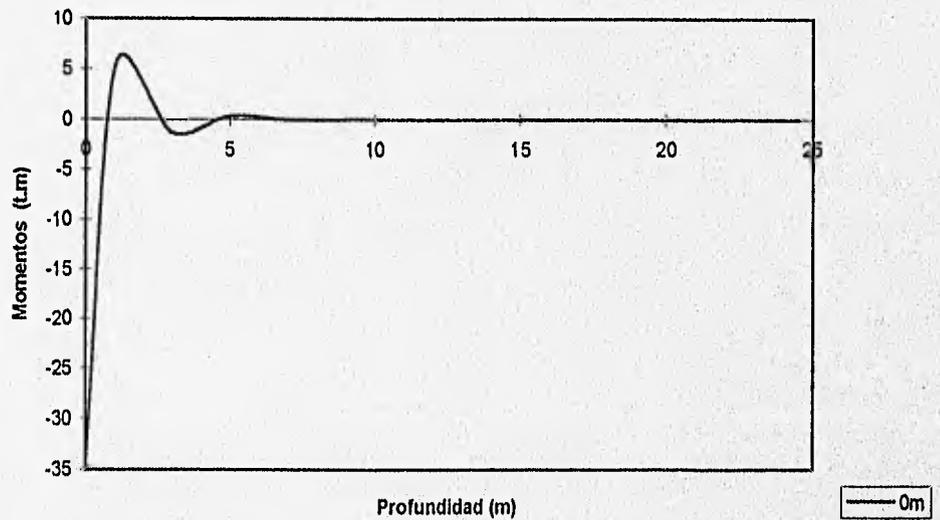


Figura IV.67 Diagrama de momentos para el tiempo inicial ( Condición estática )

En las figuras IV.67 a IV.69 se muestran los diagramas de momentos respectivos, como se puede apreciar nuevamente el momento concentrado en la cabeza del pilote tienen una basta influencia sobre la distribución de momentos para el caso estático.

Diagrama de momentos ( t = 6.65 s )

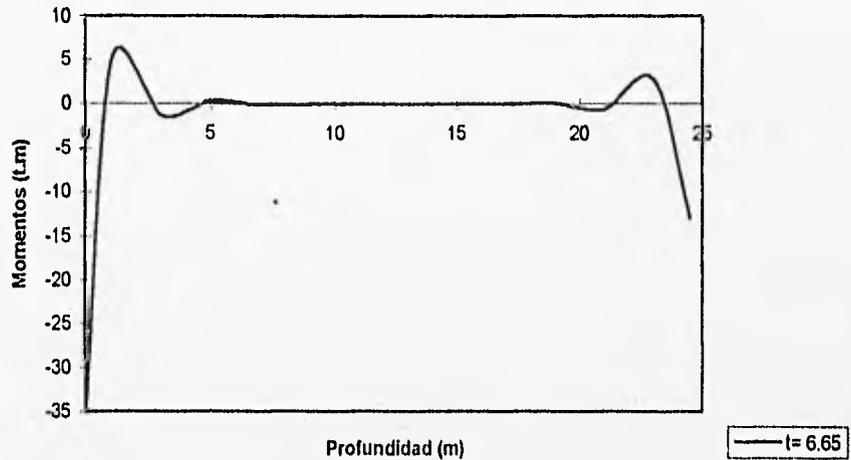


Figura IV.68 Diagrama de momentos en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es máximo en la superficie

Para el caso dinámico se pueden observar incrementos de momento en el extremo inferior del pilote, más apreciablemente en el diagrama de la figura IV.69. Esto es debido a que la rigidez relativa del estrato cercano al de apoyo es mayor que su sobreyacente.

Diagrama de momentos ( t = 9.25 s )

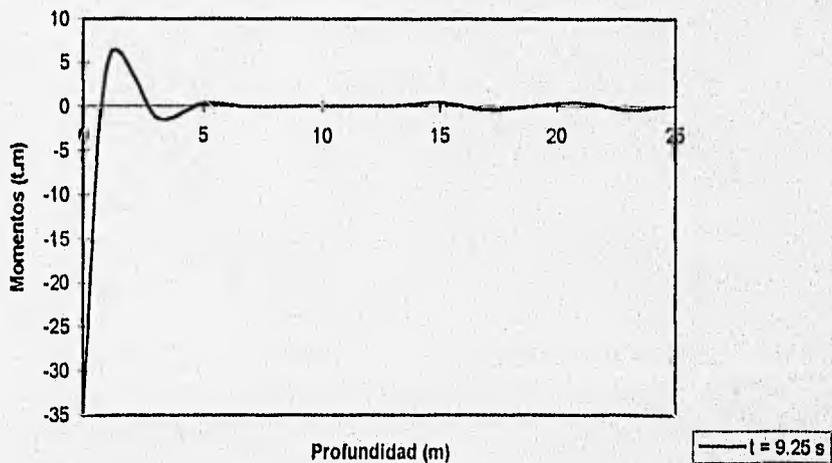


Figura IV.69 Diagrama de momentos en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en la superficie

En las figuras IV.70 a la IV.72 se muestran los diagramas de fuerza cortante correspondientes, se observa que para el caso estático es en la cabeza donde se tienen la zona más castigada.

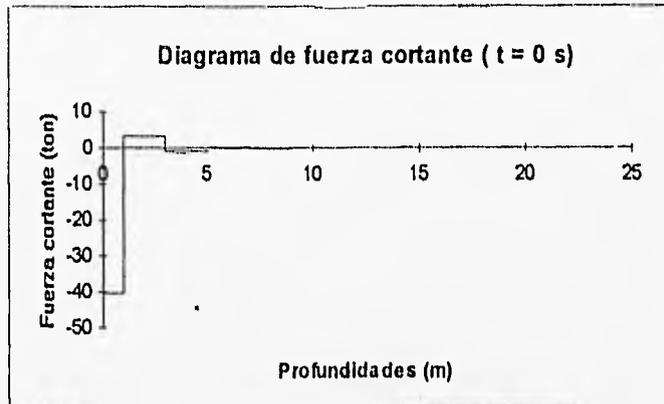


Figura IV.70 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en la superficie

El diagrama de cortantes que se tiene cuando el desplazamiento de la cabeza del pilote es máximo, presenta también incrementos en los extremos, de manera similar al de momentos, esto como ya se comentó se debe a que en esa zona la rigidez del suelo es mayor, por lo que los efectos de los movimientos del campo libre se transmiten de una manera más eficiente.

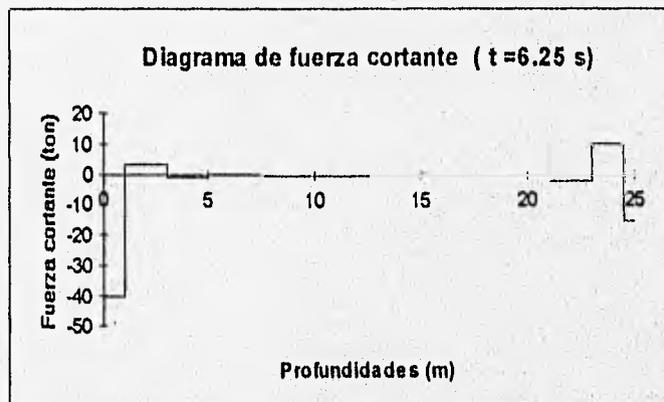


Figura IV.71 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es máximo en la superficie

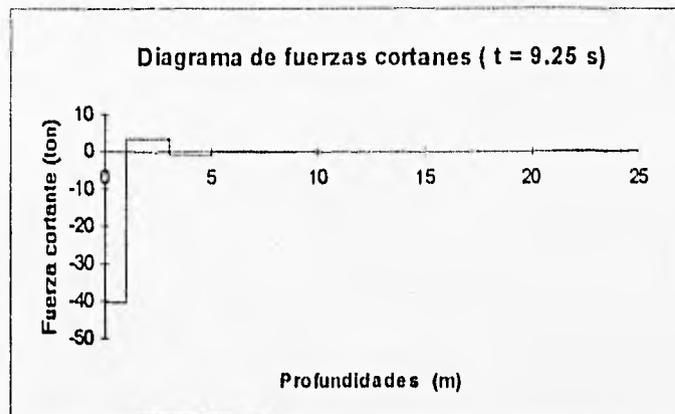


Figura IV.72 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde su desplazamiento es mínimo en la superficie

Estrato intermedio blando:

En seguida, para simular el efecto de un estrato de suelo blando entre dos de mayor rigidez, y evaluar sus implicaciones en la respuesta dinámica del sistema suelo-pilote, se procedió a proponer una estratigrafía que se consideró representaba el fenómeno. Básicamente está caracterizada por un perfil de suelo en el cual un estrato tiene una rigidez relativamente baja en comparación con los otros. La estratigrafía propuesta fue la siguiente:

Tabla IV.3 Propiedades del depósito de suelo analizado.

Profundidad (m)	$V_s \left( \frac{m}{s} \right)$	$\gamma \left( \frac{t}{m^3} \right)$	$\nu$
0-2	140	1.2	0.35
2-4	140	1.2	0.35
4-6	140	1.2	0.35
6-8	140	1.12	0.4
8-10	50	1.12	0.4
10-12	50	1.12	0.4
12-14	50	1.12	0.4
14-16	50	1.12	0.4
16-18	140	1.12	0.4
18-20	140	1.12	0.4
20-22	140	1.17	0.35
22-24	140	1.17	0.35
24-25	140	1.17	0.35
Semiespacio.			-----
$\lambda = 2\%$	800	2.0	

Las características del pilote son las mismas que se presentan en la tabla IV.1. Las condiciones que se supusieron fueron, cargas estaticas nulas, apoyo articulado y comportamiento lineal del suelo de campo cercano. En las gráficas de las figuras IV.73 a la IV.75, se muestra la respuesta del sistema en términos de deformadas, tanto del pilote como del campo libre, así como de sus diagramas de momentos y fuerza cortante respectivos.

Efectos de Interacción ( t = 6.7 s )

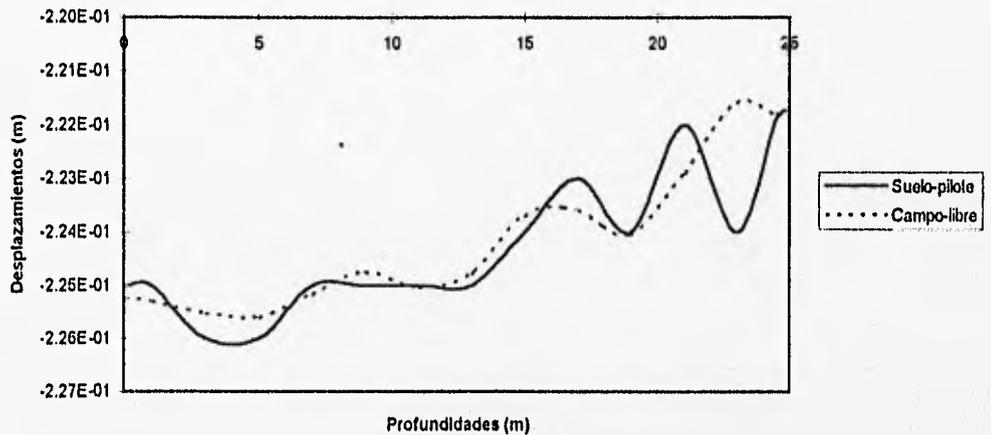


Figura IV.73 Deformada del pilote al tiempo donde el desplazamiento en su cabeza es máximo

Diagrama de momentos ( t = 6.7 s )

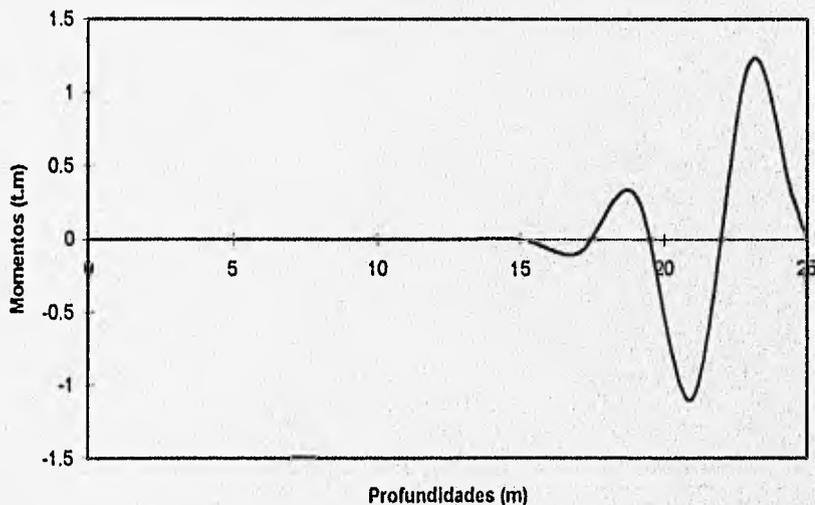


Figura IV.74 Diagrama de momentos en el pilote para el tiempo donde el desplazamiento en su cabeza es máximo

Como se puede observar, la deformada del pilote manifiesta que en la zona de baja rigidez los efectos del campo lejano sobre el campo cercano son menores, pero como en la zona

subyacente se tiene un estrato más rígido, la respuesta es mayor, de manera que se forma una zona de cortantes y momentos flexionantes intensos, como se observa en las gráficas de la figuras IV.74 y IV.75, que deben de ser tomados en cuenta en el análisis. Ahora bien, el efecto de desconfinamiento del pilote por la baja rigidez del estrato debe de considerarse en el análisis estático, en donde los efectos de segundo orden en cuanto a pandeo deben ser revisados. Esto es más crítico en casos en que se tienen estratos de arena potencialmente licuable.

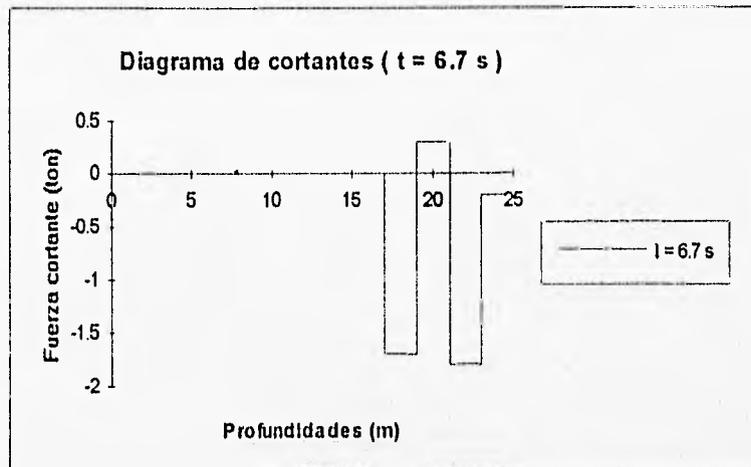


Figura IV.75 Diagrama de cortantes en el pilote para el tiempo donde el desplazamiento en su cabeza es máximo

### Verificaciones del proceso anterior

Para verificar los resultados obtenidos se procedió a un análisis paralelo para puntos arbitrarios en los incrementos de carga dinámica actuantes sobre el pilote mediante el programa SSTIN-IDFE (Ref 19). Esta comparación de resultados se muestra en las figura IV.76 y IV.77, para diferentes tiempos durante el evento dinámico.

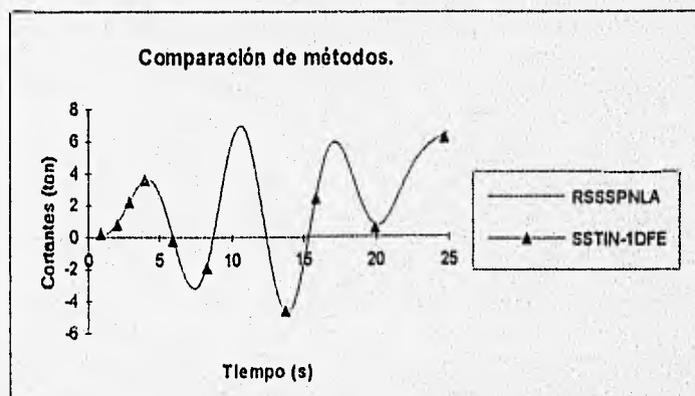


Figura IV.76 Comparación de los valores de fuerza cortante obtenidos usando el programa SSTIN-IDFE y el RSSSPNLA

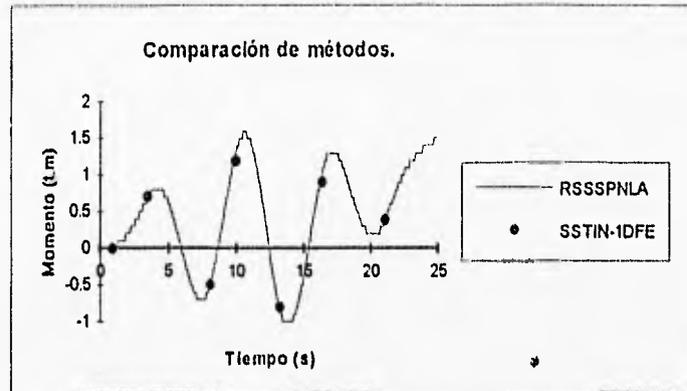


Figura IV.77 Comparación de los valores de momento flexionante obtenidos usando el programa SSTIN-1DFE y el RSSSPNLA

Como puede observarse los resultados obtenidos utilizando por separado el software mencionado prácticamente convergen en el mismo valor.

### IV.3 Discusión de resultados

De la reflexión sobre los resultados obtenidos anteriormente podemos comentar los siguiente.

Para análisis lineal se percibe un acoplamiento en los movimientos vibratorios del sistema suelo-pilote y del campo libre, por lo menos para las armónicas usadas en el análisis, lo que puede no cumplirse para una excitación sísmica debido a la aleatoriedad de su forma.

En general se puede observar de los movimientos de respuesta del campo libre y del sistema suelo-pilote que la interacción suelo-pilote no cambia cuando varían las condiciones de frontera (empotrado o articulado) estudiadas en este trabajo para los nodos cercanos a la superficie del terreno, lo que era de esperarse porque la longitud de pilote analizado le confiere una flexibilidad relativamente grande, que no permite que se manifieste apreciablemente el trabajo del empotramiento como un elemento rigidizante. Por supuesto que puede preverse que para un pilote corto, si será importante este efecto.

En general se observan dos efectos cuando se utiliza análisis no lineal en vez de lineal, por un lado se aprecia un retardo en la respuesta del sistema suelo pilote y por el otro se observa una amplificación de los desplazamientos del campo libre, ambos efectos pueden ser atribuidos a la degradación del módulo de cortante que afecta directamente a la rigidez del suelo del campo cercano.

Para la excitación 2 se observa una amplificación en la respuesta del depósito de suelo a los 15m inclusive mayor que la que se presenta en la superficie, esto como ya se explicó se

debe a que la frecuencia de la excitación se acerca más a la de un modo de vibrar cuya configuración presenta un máximo para esa profundidad, que al primero.

A medida que la frecuencia de la excitación se acerca a la frecuencia natural del depósito de suelo, los efectos de interacción suelo pilote son más significativos, y el comportamiento no-lineal es mucho más acentuado en las curvas de histéresis. Las curvas obtenidas considerando la condición de frontera de empotramiento son prácticamente iguales a las obtenidas considerando la condición de frontera de articulación por tratarse de un pilote flexible.

De lo anterior, puede concluirse que los efectos de interacción suelo-estructura aumentan cuando se considera comportamiento no-lineal en el suelo de campo cercano. Aunque es común emplear análisis lineales de elemento finito para resolver el diseño de pilas o pilotes sujetos a carga lateral, del trabajo realizado en esta tesis se desprende que si se pretende modelar el fenómeno dinámico por este método se pueden incurrir en errores de magnitud apreciable. Así pues, si se quiere hacer un diseño más racional se deberá efectuar una análisis que por lo menos tome en cuenta la variación del módulo de cortante  $G$  y el amortiguamiento durante el proceso de carga dinámica.

Para frecuencias altas los lazos de histéresis se manifiestan más cerrados y se presentan más ciclos de carga en el intervalo de tiempo estudiado. Para ciertas profundidades los lazos de histéresis aparecen con incremento de su pendiente aparentemente durante el ciclo de carga o descarga, este hecho se debe a que se presentan pequeños cambios de sentido en la carga que no se perciben en las curvas, pero que se pueden predecir de la errática de las variaciones de cortante. Estos cambios en el sentido de la carga provocan un efecto de rigidización en el suelo.

En la excitación 1 y 3, se definen claramente los lazos de histéresis abiertos de un material no lineal, lo que es índice de la gran pérdida de energía por disipación en cada ciclo de carga, lo que era de esperarse por la baja frecuencia de la excitación.

Es de esperarse que, para una discretización más fina de los elementos finitos empleados se tendrá un mejor ajuste a la solución real y los resultados serán más precisos.

Los valores de los elementos mecánicos fueron máximos en la cabeza del pilote y en la zona de apoyo debido principalmente a las condiciones externas (cargas actuantes) y a las condiciones de frontera (tipo de apoyo), respectivamente.

En la zona de contacto entre dos estratos de rigidez diferente se pueden apreciar también incrementos en los elementos mecánicos, provocadas porque el efecto de la excitación del suelo de campo lejano se transmite en forma diferente al suelo de campo cercano.

En cuanto a los resultados arrojados por la integración numérica podemos observar que al

menos para las excitaciones armónicas empleadas en el análisis el error entre los valores exactos y los aproximados es despreciable, ahora que, por supuesto se podría argumentar que la variabilidad de un sismo puede hacer que el método de integración numérica pierda precisión, sin embargo siempre queda la opción de variar las constantes de integración numérica  $\alpha$  y  $\beta$  que aparecen en el método de Newmark.

Las comparaciones entre los datos obtenidos usando el programa RSSPNL y el SSTIN-IDFE muestran una clara concordancia de resultados.

## V CONCLUSIONES

Es bien conocido que los movimientos que sufre el terreno con la presencia de un sismo son en algunos casos afectados apreciablemente por la cimentación. Se han estudiado estos efectos cuando se trata de cimentaciones resueltas a base de grandes losas rígidas o cajones; sin embargo, para el caso de cimentaciones resueltas mediante pilotes, existe menos entendimiento del problema.

Se han propuesto diversos métodos y concepciones teóricas para resolver el problema; no obstante, la mayoría de estos no hace la distinción entre efectos de campo cercano y de campo lejano, en cuanto al comportamiento no lineal del suelo.

Las ventajas del método propuesto en esta tesis es que además de tomar en cuenta aspectos fundamentales como son la dependencia de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema suelo-pilote con la frecuencia, la no-linealidad del comportamiento del suelo cercano al pilote y el decrecimiento de este efecto al alejarnos de su fuste, el efecto de degradación o pérdida de la rigidez y resistencia del suelo durante el ciclo de carga, permite diferenciar entre los efectos de campo cercano y campo lejano, en la evaluación de la influencia que tiene la presencia del pilote en los movimientos del campo libre y al mismo tiempo el análisis de la historia de deformaciones y elementos mecánicos en el tiempo, durante la acción de un sismo.

Así, los resultados de esta tesis muestran que se puede analizar a los pilotes aislados por medio de modelos suelo-pilote que tomen en cuenta la diferencia entre los efectos del campo cercano y del campo lejano, efectuando un análisis independiente de la respuesta sísmica del depósito de suelo para posteriormente aplicar sus efectos al pilote a través del suelo de campo cercano, representado por impedancias dinámicas no-lineales, en términos de historias de desplazamientos y de velocidades, y simultáneamente a través de la punta del pilote, en términos de las aceleraciones del estrato de apoyo, resolviéndose el problema dinámico en el dominio del tiempo.

La ventaja de realizar la solución del problema en el dominio del tiempo está en que podemos corregir los parámetros dinámicos del suelo ( $G$  y amortiguamiento  $\lambda$ ) paso a paso, para tomar en cuenta su variación durante el evento dinámico.

Si se quieren incluir estos efectos u otros como licuación de estratos, simplemente se definirán las ecuaciones constitutivas adecuadas en el programa y este podrá tomarlo en cuenta.

Se discutieron algunas variables que influyen en la interacción dinámica de los sistemas suelo-pilote, como son la frecuencia de la excitación, condiciones de frontera (empotramiento

y articulación), comportamiento lineal o no-lineal, para una geometría de pilote y estratigrafía definidas, encontrándose que:

Para la suposición de que el suelo de campo cercano presenta un comportamiento lineal:

1. El efecto de la suposición de comportamiento lineal en el suelo de campo cercano hace que la respuesta del sistema suelo-pilote esté acoplada con los movimientos del campo libre, de manera que los movimientos del pilote sigan a los del suelo.

2. El efecto de la suposición de comportamiento lineal en el suelo de campo cercano se traduce en que se presenten incrementos poco significativos en el orden de magnitud de las deformaciones por la carga dinámica. Así, las curvas de respuesta de desplazamientos del sistema suelo-pilote y del campo libre están separadas fundamentalmente por los valores estáticos de acuerdo a la magnitud y ubicación donde se consideraron aplicadas las cargas estáticas, como se puso de manifiesto en las gráficas de las figuras IV.8 a IV.9.

Para la suposición de que el suelo de campo cercano presenta un comportamiento no lineal:

3. El efecto de la suposición de comportamiento no lineal en el suelo de campo cercano genera un desacoplamiento y amplificación en la respuesta en términos de desplazamientos, provocado básicamente por la degradación del módulo de rigidez al cortante dinámico ( $G$ ) que repercute directamente en la rigidez ( $k$ ) de dicho suelo como se puso de manifiesto en las gráficas mostradas en las figuras IV.14 a IV.19.

De carácter general:

4. En las curvas de respuesta del sistema suelo pilote para ambos tipos de comportamiento supuesto en el suelo de campo cercano (lineal y no-lineal), para pilotes largos y flexibles como el estudiado, no influyen de manera significativa los efectos de las condiciones de frontera (empotrado y articulado), como se pone de manifiesto en las gráficas de las figuras IV.23 a IV.25, porque los nodos analizados están lo suficientemente alejados de apoyo para que esto así ocurra.

5. Si la frecuencia de la excitación es diferente de la frecuencia natural para el primer modo de vibración del depósito de suelo la respuesta máxima se presentará a la profundidad donde la configuración modal asociada tenga sus valores máximos, esta condición es favorable para el caso analizado en esta tesis, como se observa en las figuras IV.30 y IV.31, ya que los efectos de la carga dinámica son menos relevantes que para aquellas frecuencias que se acercan a la frecuencia natural para el primer modo de vibración del depósito de suelo.

6. En cuanto a los elementos mecánicos, se puede observar que para las condiciones de carga analizadas, las zonas críticas se presentan en los extremos del pilote, cabeza y punta, como se pone de manifiesto en las gráficas de las figuras IV.28 a IV.33.

7. En la zona cercana al contacto de dos estratos donde se presentan drásticos cambios de rigidez, se presenta incremento en los elementos mecánicos debido a los movimientos relativos entre los tramos del pilote comprendidos de un estrato al otro, como se observa en las gráficas de las figuras IV.73 a IV.75.

8. Se debe garantizar la ductilidad adecuada al pilote para que pueda seguir a los movimientos del terreno durante el evento dinámico y se logre la disipación de energía esperada.

## ANEXO

Para verificar los resultados arrojados por el programa, se procedió a efectuar el análisis de un pilote empotrado en un estrato a 10m de profundidad, cuyo comportamiento dinámico se simuló mediante un sistema de un grado de libertad, para estar en posibilidad de verificarlo con la solución exacta. Las propiedades del pilote se complementan en la tabla IV.1.

Se consideró ubicado en un suelo con las siguientes propiedades:

Densidad=0.1223 (t.s<sup>2</sup>)/m<sup>4</sup>

Relación de Poisson=0.35

Velocidad de onda de cortante=90 m/s

Se consideró que el sistema suelo-pilote era excitado por los movimientos del campo libre cuya distribución se presenta la figura 1.



Figura 1. Historia de desplazamientos

Los parámetros del modelo para la definir el comportamiento no lineal del suelo (ecuación 68) son,  $A=0.8$ ,  $B=0.3$  y  $\gamma_r = 2\%$ , límite líquido=293%, límite plástico=73%, contenido natural de agua=266%.

El valor del factor delta descrito en el capítulo III fue de 2.5 . Se obtuvo en función del módulo de rigidez del pilote normalizado por el del suelo a partir de la gráfica que se presenta en la referencia 6.

El suelo de campo cercano se consideró con comportamiento lineal.

Resultados obtenidos con el programa RSSSPNLA

Se procedió a resolver el problema con el programa RSSSPNLA suponiendo que en el suelo de campo cercano se presenta un comportamiento lineal, en cual como ya se comentó utiliza el método explicado en el capítulo III.

En la gráfica de las figuras 2 y 3, se presentan las respuestas del sistema suelo-pilote a la profundidad de 5m, ya que es donde se tiene definido el nodo libre (sólo uno por simularse como un sistema de un grado de libertad, el otro nodo está en el empotramiento).

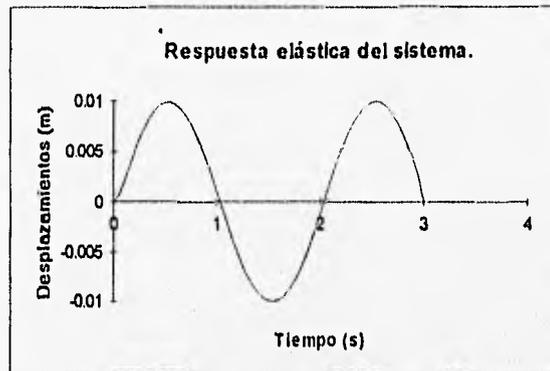


Figura 2. Respuesta elástica del sistema suelo-pilote

Resultados obtenidos con la solución exacta

La teoría de la dinámica estructural nos proporciona la solución exacta de la respuesta de un sistema de un grado de libertad sujeto a un excitación armónica, (Ref 16):

$$y = e^{-\xi\omega t} (A \cos \omega_D t + B \sen \omega_D t) + \frac{F_0 / k \sen(\omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\xi)^2}}$$

Donde:

$r = \frac{\omega}{\omega}$  es la razón de frecuencias

$\omega_D = \omega \sqrt{1-r^2}$  es la frecuencia con amortiguamiento

$\theta = \tan^{-1} \frac{2r\xi}{1-r^2}$  es el ángulo de fase

$\xi =$  es el porcentaje de amortiguamiento

Aplicando dicha solución al problema en análisis obtenemos la siguiente función de desplazamientos:

$$Y = 0.0094(-.03781 \sen 83.1t + \sen \pi t)$$

### Comparación de resultados

En la gráfica de la figura 3 se muestran las comparaciones de la respuesta calculada con el método propuesto y la solución exacta que nos proporciona la teoría de la dinámica estructural.

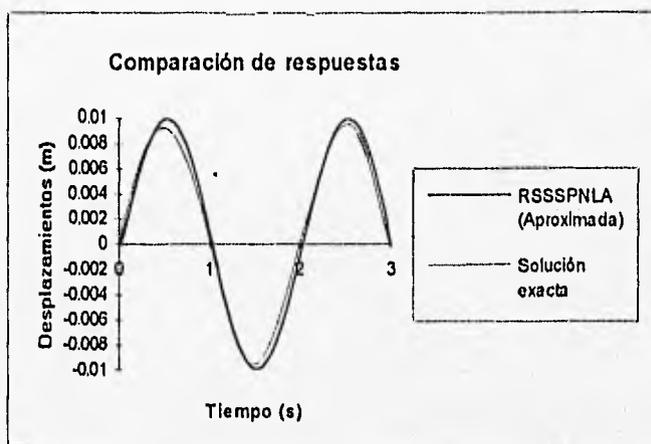


Figura 3 Comparación de respuestas

Los errores máximos que se alcanzan cuando se utiliza el método propuesto son del orden del 10 % por lo cual se considera que es válido desde un punto de vista práctico su utilización.

A continuación se presentan los resultados del análisis del mismo problema utilizando el programa RSSSPNLA pero considerando análisis no lineales.

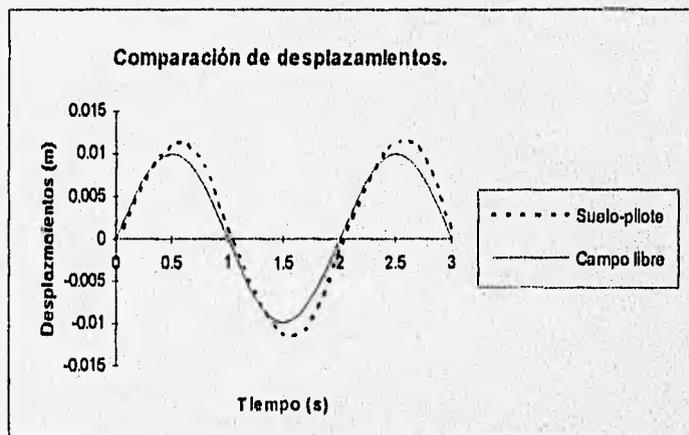


Figura 4. Comparación de los movimientos del sistema suelo-pilote y del campo libre

Como se observa en la figura 4, los movimientos del campo libre y del pilote resultan ligeramente defasados y con algunas amplificaciones en los máximos, lo que se esperaba por el efecto del comportamiento no lineal supuesto en el suelo de campo cercano.

En la gráfica de la figura 5 se presentan los ciclos de histéresis correspondientes.

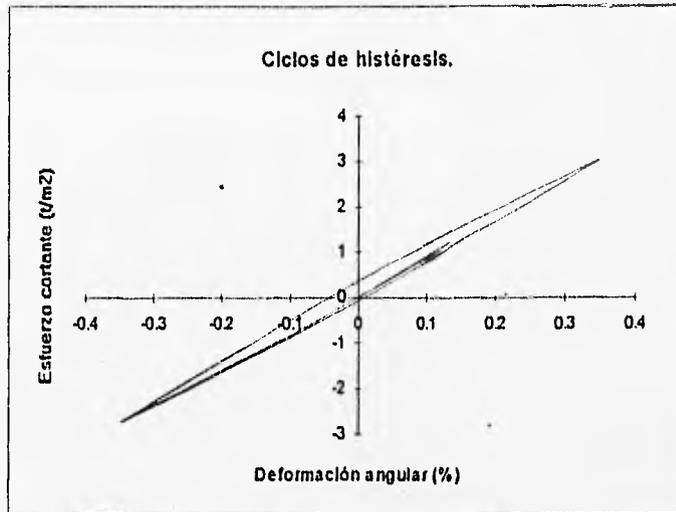


Figura 5. Ciclos de histéresis

Como se puede observar, los ciclos de histéresis están de acuerdo con la carga armónica que se aplicó al sistema, presentando cierta simetría en los lazos de histéresis finales.

A continuación se presenta un análisis similar pero asignando al parámetro B de la ecuación (68) el valor de cero, esto equivale a trabajar con un suelo que durante la excitación se comporta de manera lineal (sin cambio en el módulo de rigidez al cortante) pero de menor rigidez que la estática, obteniéndose los siguientes resultados:

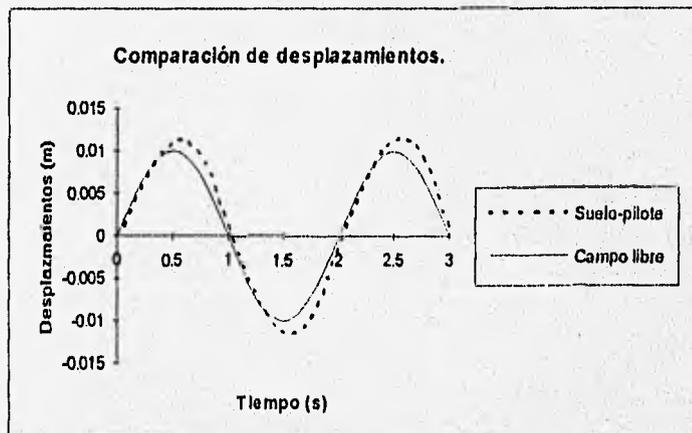


Figura 6. Comparación de los movimientos del sistema suelo-pilote y del campo libre

Se pueden observar ciertas ampliaciones inclusive mayores que en el caso anterior, esto es de esperarse debido a que el suelo durante el evento dinámico es relativamente menos rígido.

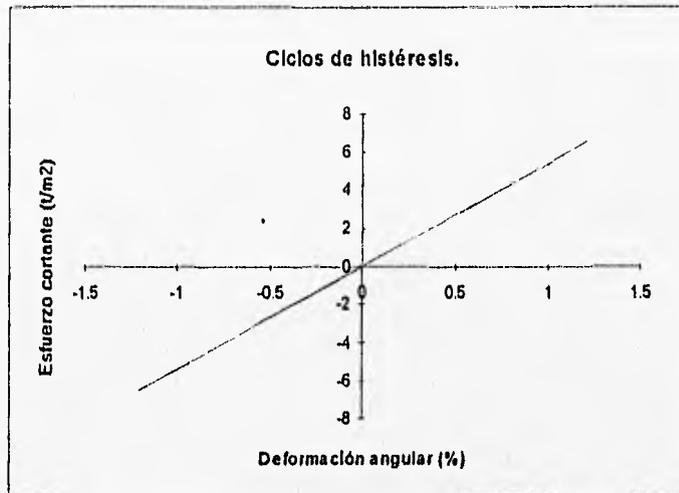


Figura 7. Ciclos de histéresis

En cuanto a los ciclos de histéresis, se muestran como una línea recta, esto es lo esperado debido a que, como ya se ha venido comentando, el valor de la función de atenuación es constante durante el evento dinámico lo que se traduce en un valor constante para el módulo de rigidez al cortante dinámico del suelo, lo que a su vez se traduce en un valor constante de rigidez, teniéndose una relación esfuerzo-deformación del tipo lineal. Además, un material elástico no tiene capacidad para disipar energía ( amortiguamiento), lo que, se traduce en que la relación esfuerzo cortante-deformación, siga una misma trayectoria en carga y descarga, sin mostrar histéresis.

## Referencias bibliográficas

1. Miguel P. Romo O., (1992). "Efecto de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura en el Edificio PCC del Metro", XVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Zacatecas 92, Vol. 1, "Casos Historia en Mecánica de Suelos", SMMS.
2. G. Gazetas, K. Fan and Makris. (1992). "Seismic Pile-Group-Structure Interaction", Geotechnical Special Publication No.34, "Piles Under Dynamic Loads", ASCE.
3. W.D.Liam Finn, MASCE and W.Blair Gohl (1992) . "Response of Model Pile Groups to Strong Shaking", Geotechnical Special Publication No.34, "Piles Under Dynamic Loads", ASCE.
4. Toyooki Nogami, Jian-Xiong Zhu and Takayoshi Ito (1992). "First and Second Order Dynamic Subgrade Models For Soil-Pile Interaction Analysis", Geotechnical Special Publication No.34, "Piles Under Dynamic Loads", ASCE.
5. Flores-Berrones, R. and Whitman, R.V. (1982). "Seismic Responses of End-Bearing Piles", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108 (GT4), 554.
6. Miguel P. Romo y Efrain Ovando, (1994) . " Curvas p-y Dinámicas para el Analisis de Interacción Sísmica Pilote-Suelo ", Informe de trabajo de publicación interna del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.
7. D.J. Dowrick, (1979). "Diseño de Estructuras Resistentes a Sismos", Editorial LIMUSA.
8. Luco, J. E., y Westmann, R. A., (Oct 1971). "Dynamic Response of Circular Footings; Journal Engineering Mechanics Division, ASCE, 97 No, EM, 1381-1395.
9. Veletsos, A.S., y Wei, Y.T., (Sep.1971). "Lateral and Rocking Vibrations of Footings", Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97, No. SM9, sept. 1971, 1227-1248.
10. J.M. Rosset, (1980). "Stiffness and Damping Coefficients of Foundations", Proceedings of a session sponsored by the Geotechnical Engineering Division at the ASCE National Convention October 30, " Dynamic Response of Pile Foundations: Analytical Aspects".
11. Klaus-Jorgen Bathe and Edward L. Wilson, (1973). " Numerical Methods in Finite Element Analysis", Part III.8, Prentice-Hall, INC., Englewood Cliffs, New Jersey.
12. Matlock H. and Lam I., (1980). "Desing of Pile Foundations", International Symposium on Marine Soil Mechanics, Sociedad Mexicana de mecánica de suelos, a.c., Volumen 2, Mexico.

- 13 Kaynia, A.M. and Kausel, E. (1982). "Dynamics Stiffness and Seismic Response of Pile Groups", Res. Rep. R82-03, MIT, Cambridge, M A.
- 14 Sanchez-Salinero, I., (1983). "Dynamic Stiffness of Pile Groups; approximate solutions", Geotechnical Engineering Report. GR83-5, Univ. Texas, Austin.
15. Per B. Schabel, Lysmer and Bolton, (1972). " SHAKE , A Computer Program For Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites ", Earthquake Engineering Research Center, December. College of Engineering University of California Berkeley, California.
16. Mario Paz., (1977). " Structural Dynamics. Theory and Computation ", Part III. Chapter 14. Van Nostrand Reinhold. New York.
17. Milos Novak, M.ASCE and Mohammend Sheta., (1980). " Approximate Approach to Contact Effects of Piles", Proceedings of a session sponsored by the Geotechnical Engineering Division at the ASCE National Convention October 30,1980, " Dynamic Response of Pile Foundations: Analytical Aspects".
18. Miguel P. Romo (1995), "Clay Behavior, Ground Response and Soil-Structure Interaction: Studies in Mexico City", Third International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis Missouri, (USA).
19. C.S. Desai and T. Kuppusamy, (1968). " User's Manual and Background for a Computer Code for Axially and Laterally Loaded Piles and Retaining Walls , (SSTIN-1DFE)", Department of Civil Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, Virginia 24061.
20. J.S. Przemieniecki., (1968). " Theory of Matrix Structural Analysis ". Chapter 5. McGraw-Hill Book Company .
21. Ray W. Clough. and Joseph Penzien, (1969). " Dynamics of Structures ", Second Edition .Part II, Chapter 9,10 and 11. McGraw-Hill, Inc.,
22. E. Rosenblueth y N.M. Newmark, (1968). "Fundamentos de Ingeniería Sismica",Capitulo 5. Editorial Diana. México.
23. Alan J. Davies, (1980). " The Finite Element Method, A First Approach ", Chapter 3 and 4. Clarendon Press. Oxford.
- 24.- Leonard Meirovitch, (1975). " Elements of Vibration Analysis ", Chapter 2, 3 and 4. Mc. Graw Hill. Book Company.