

128
27



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**CÁLCULOS DE LOS ESFUERZOS EN UN
MECANISMO DE DIRECCIÓN PARA
UN VEHÍCULO CON INTERVALO
DE VIRAJE DE 180°**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA
ÁREA MECÁNICA
P R E S E N T A :
LUIS ANTONIO MORALES HERNÁNDEZ



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

México, D. F.

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres: Alfonso y Demetria,
por darme todo lo que tengo.*

*A Adriana, por estar todo este tiempo apoyándome
y sobre todo, por el tiempo que me gustaría estar a su lado...*

Agradezco a todos mis compañeros que en alguna etapa de mi formación me brindaron su amistad: Gabriel, Sergio, Oscar; pero muy especialmente a Carlos, por ser parte de este proyecto y a Luis Enrique, por la ayuda que siempre estaba dispuesto a ofrecer. De igual manera agradezco al Dr. Enrique Chicurel Uziel por sus valiosas enseñanzas, sugerencias y comentarios sin los cuales no hubiera sido posible este trabajo.

**CÁLCULOS DE LOS ESFUERZOS EN UN MECANISMO DE
DIRECCIÓN PARA UN VEHÍCULO CON INTERVALO
DE VIRAJE DE 180°**

ÍNDICE.

	Pág.
ÍNDICE	1.
OBJETIVO	3.
1. INTRODUCCIÓN	4.
2. ANTECEDENTES	7.
2.1. OMNIVIRAMÓVIL	7.
2.2. EL VIRA 180	8.
3. MECANISMO DE DIRECCIÓN PROPUESTO	15.
3.1. CONSIDERACIONES	15.
3.2. PARTES PRINCIPALES	18.
3.3. FUNCIONAMIENTO	19.
3.4. GEOMETRÍA	20.
4. ANÁLISIS ESTÁTICO	22.
5. ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN LOS ESLABONES	30.
6. SIMULACIÓN	35.
6.1. FINALIDAD	35.
6.2. OBTENCIÓN DE DATOS	35.
6.2.1. DIMENSIONES DEL MECANISMO	35.
6.2.2. ÁNGULOS EN CADA POSICIÓN	37.
6.2.3. MOMENTOS EN LAS RUEDAS	37.
7. RESULTADOS	39.
7.1. FUERZAS EN EL MECANISMO	39.
7.2. ESFUERZOS EN EL MECANISMO	42.
7.3. CONSIDERACIONES FINALES	45.
8. CONCLUSIONES	47.
REFERENCIAS	48.
APÉNDICE A.	
CINEMÁTICA DEL MECANISMO DE LA DIRECCIÓN.	49.
A.1. MARCHA HACIA ADELANTE	49.
A.2. VUELTA, LADO INTERIOR	50.
A.3. VUELTA, LADO EXTERIOR	52.

APÉNDICE B. PROGRAMA	54.
B.1. NOMENCLATURA	54.
B.2. LISTADO	55.
B.3. ARCHIVO DE RESULTADOS	59.

OBJETIVO

Obtener los esfuerzos máximos en un mecanismo de dirección para un vehículo de tracción delantera con 180° de intervalo de viraje por medio del análisis de las fuerzas y los esfuerzos presentes en su funcionamiento.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo, en una primera parte, hace una revisión de las necesidades de un buen diseño de los sistemas de dirección en los vehículos haciendo algunas definiciones, algunos otros términos se definirán según se presenten, además se exponen los antecedentes directos del motivo del análisis para pasar de inmediato a la formulación del modelo estático. Una vez obtenido dicho modelo se plantea el análisis de esfuerzos que se resuelve por medio de un programa computacional. Posteriormente se presentan los resultados y por último se hacen algunas consideraciones finales y se concluye.

En primer término se debe entender que es la dirección en un vehículo. La dirección se puede definir como el conjunto de mecanismos que obligan al vehículo a seguir la trayectoria elegida por el conductor [1].

La importancia de un análisis como el propuesto se sustenta en las exigencias que se requieren en la dirección de un vehículo para un óptimo funcionamiento. Algunas de esas exigencias son las siguientes: la dirección debe garantizar con facilidad y seguridad la orientación del vehículo. Si la fuerza de accionamiento que hay que aplicar al volante es superior a 250 N, es necesaria una fuerza auxiliar o de asistencia. El vehículo debe poder marchar hacia adelante en línea recta sin tener que hacer correcciones incómodas. El juego se debe reducir al mínimo en las partes mecánicas. Los dispositivos de transmisión en conjunto deben poder soportar los esfuerzos que se presentan en servicio. Las fuerzas que están presentes en la dirección dependen de la amplificación de movimiento que existe en la caja de engranes así como también de la proporción de la carga en el eje delantero, del ángulo de viraje, del tipo de suspensión y de las condiciones de las llantas. De manera conjunta, se tienen que establecer condiciones de comportamiento para la dirección, se pueden enumerar las siguientes: [2]

1. Los golpes de las irregularidades del camino deben llegar al volante lo más amortiguados posible. Con este amortiguamiento el conductor no debe perder la sensación de contacto con el suelo.
2. El dimensionamiento fundamental de la cinemática de la dirección debe cumplir con las condiciones de Ackerman (o Ley de Viraje): la prolongación de los ejes de cada una de las ruedas delanteras se deben intersectar sobre la prolongación del eje de las ruedas traseras, figura 1.1.
3. Mediante la rigidez correspondiente del sistema de dirección (especialmente en el uso de uniones elásticas de goma), el vehículo debe obedecer a la menor corrección de las ruedas.
4. Las ruedas, al soltar el volante, deben volver por sí solas a su posición central y mantenerse así (marcha en línea recta).
5. La dirección debe tener la desmultiplicación mínima posible (número de vueltas del volante de tope a tope) a fin de tener una buena maniobrabilidad.

La reducción y los pares de resistencia en las ruedas delanteras deben ser tales que la magnitud del par que se aplica en el volante no sea demasiado grande durante maniobras ni tan pequeño que a alta velocidad se pierda la "sensación del camino".

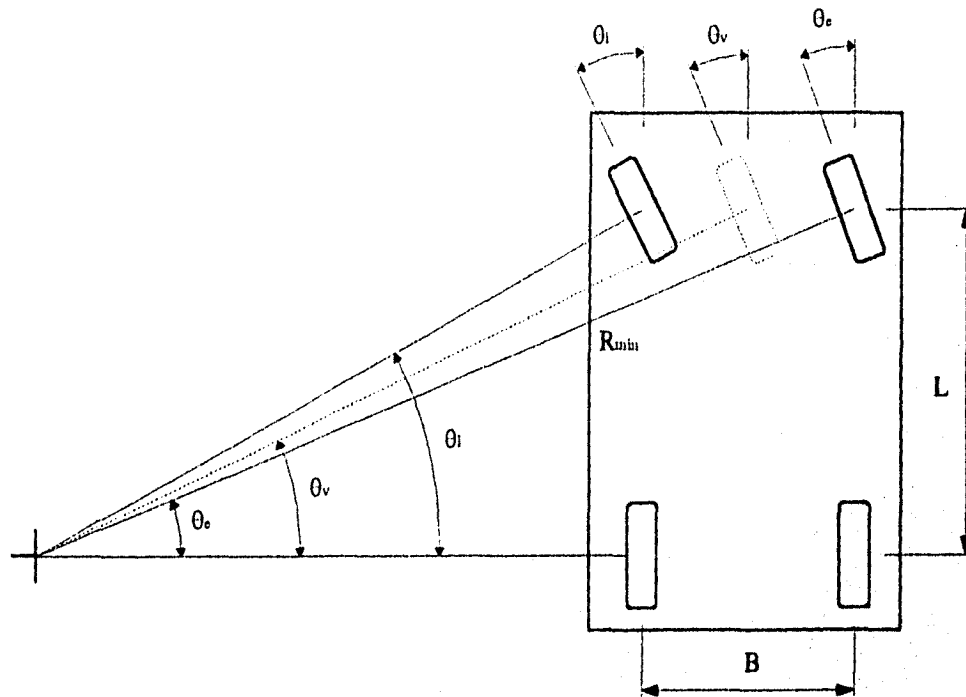


Figura 1.1. Ley de Viraje. θ_v es el ángulo de viraje del vehículo.

Es importante hacer algunas definiciones que serán de utilidad más adelante. En esta tesis se utilizará la siguiente definición dada en la ref. [6]. El ángulo de viraje del vehículo es el ángulo entre el plano de una rueda central delantera ficticia y el eje longitudinal del vehículo, se supone que esta rueda también cumple con la Ley de Viraje, figura 1.1.

De la figura 1.1 se deduce que:

$$\theta_i = \arctan \frac{2 \left(\frac{L}{B} \right)}{\frac{2 \left(\frac{L}{B} \right)}{\tan \theta_v} - 1} \quad (1.1)$$

$$\theta_e = \arctan \frac{2 \left(\frac{L}{B} \right)}{\frac{2 \left(\frac{L}{B} \right)}{\tan \theta_v} + 1} \quad (1.2)$$

Donde:

- θ_i : Ángulo de viraje de la rueda interna.
- θ_e : Ángulo de viraje de la rueda externa.
- θ_v : Ángulo de viraje del vehículo.
- L: Distancia entre ejes (Entreje).
- B: Rodada.
- R_{\min} : Radio mínimo de viraje de la rueda externa.

Un mecanismo que pueda virar 90° para cada lado tiene un intervalo total de viraje de 180° .

2. ANTECEDENTES

2.1 OMNIVIRAMÓVIL

El "Omniviramóvil" es un vehículo triciclo de máxima maniobrabilidad. En su momento, se pretendió cubrir la necesidad existente de un vehículo repartidor de tamaño más bien chico. También podría emplearse para maniobras internas en grandes almacenes industriales con espacio reducido.

El vehículo es un triciclo con rueda única delantera, dotado de un motor de 20 HP a nivel del mar, que alcanza una velocidad máxima de 43 km/hr.

La rueda delantera tiene la doble función de tracción y viraje, logrando con esto un ángulo de viraje ilimitado. El vehículo puede virar a 90° alrededor de un punto cualquiera, con un radio igual a la distancia entre ejes; inclusive la reversa se obtiene mediante el viraje. Las ruedas traseras funcionan exclusivamente como soportes rodantes y por lo tanto no requieren diferencial.

El compartimiento abierto para carga es de 1 m³ y la capacidad de carga es de 300 kg. La cabina aloja al conductor y un pasajero. La longitud total es de 4.15 m, ancho máximo 1.53 m, altura de 1.66 m, distancia entre ejes de 2.70 m, y distancia entre ruedas traseras de 1.37 m.

El motor Kohler, Modelo K 5325 es de 20 HP, 880 cc, dos cilindros, cuatro tiempos, enfriado por aire, y está colocado atrás de la cabina y en la parte más baja del chasis, para máxima estabilidad.

La transmisión consiste en poleas variables que responden automáticamente a la demanda de par y velocidad por lo tanto no requiere palanca de velocidades, además, puesto que las mitades de las poleas se separan una distancia mayor que el ancho de la banda, no se requiere pedal de embrague. La transmisión requiere que la flecha sea segmentada y con dos cambios de dirección. La reducción en la transmisión se obtiene mediante cadenas. La suspensión es individual para cada rueda y consta de resortes y amortiguador. Los frenos son de tambor y solamente se tienen en las ruedas traseras [5].

2.2 EL VIRA 180

En octubre de 1993 se solicitan fondos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, para desarrollar un vehículo triciclo que supere los problemas técnicos del vehículo de alta maniobrabilidad, "Omniviramóvil", del Instituto de Ingeniería. En marzo de 1994 se inicia el proyecto con fondos del Instituto de Ingeniería y en ese mismo mes se solicitan fondos a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico, DGAPA, para desarrollar un prototipo del sistema de dirección para vehículos de cuatro ruedas.

En agosto de 1994 se propone a ambos organismos convertir los dos proyectos en uno solo: "Vehículo repartidor urbano de cuatro ruedas y gran maniobrabilidad" [6].

Así, en el informe del proyecto 3116 de Instituto de Ingeniería titulado: "Estudio para determinar la factibilidad de sintetizar un mecanismo de dirección con intervalo de viraje de 180 grados para vehículos de cuatro ruedas", se presenta un estudio analítico de dos mecanismos de dirección, a saber: el de Ackerman y el de paralelogramo al que se le llamó de doble RRRP con amplificadores. En este estudio se determinó su modelo matemático, se sintetizó mediante una optimación que requiere de una simulación en cada iteración. Finalmente se hizo una simulación específica del mecanismo optimado. Las simulaciones se efectuaron para todo el intervalo con incrementos de un grado.

La optimación se refiere a la determinación de las dimensiones que caracterizan al mecanismo de tal manera que hagan mínimo el error respecto a la ley de viraje en el intervalo total.

El concepto fundamental para lograr un intervalo de viraje de 180° es, sencillamente, la inclusión de una transmisión de engranes (o de cadenas o de bandas dentadas) para amplificar el desplazamiento angular de viraje de cada una de la ruedas delanteras. Las ruedas motrices deben ser las delanteras porque si fueran las traseras el vehículo se frenaría al tratar de virar a 90° [6]. De este estudio se concluye que sí es factible desarrollar un mecanismo de dirección con intervalo de viraje de 180 grados.

Posteriormente, en el informe del proyecto 4136 del Instituto de Ingeniería titulado "Anteproyecto de un vehículo repartidor eléctrico de gran maniobrabilidad", se establecen las principales características del vehículo, así como la selección de algunos componentes mecánicos, obteniéndose de esta manera una configuración general. Se ha denominado a este vehículo "El Vira 180" ó, de manera más sencilla: "Elvira".

Se propone un mecanismo de dirección dotado de amplificadores de ángulo. Sin embargo, dichos amplificadores darán lugar a pares y fuerzas mayores de las que normalmente se presentan en vehículos pequeños por lo que conviene utilizar una dirección hidráulica de vehículo pesado. A diferencia del mecanismo optimado antes mencionado, los vehículos pesados utilizan, por lo general, un sinfín y sector que actúa sobre un brazo Pitman que, a su vez, acciona un mecanismo de paralelogramo. Se opta por dicho arreglo para el vehículo "Elvira" para poder utilizar los componentes comerciales de un vehículo pesado. Unido a esto, se optó por un medio de impulsión eléctrico dados los problemas de contaminación de la Ciudad de México y teniendo en cuenta que el vehículo se pretende que sea de reparto.

Con el propósito de obviar el diferencial se especifica el uso de dos motores eléctricos, para impulsar cada una de las ruedas motrices con un controlador para cada motor y un mando único para ambos controladores. De esta manera se obliga a los motores a funcionar con corrientes de igual magnitud y, por lo tanto, a producir pares siempre iguales, como cuando se utiliza un diferencial. Se decidió montar los motores en los bastidores de viraje para simplificar la transmisión mecánica [7].

El concepto se muestra en las figuras 2.1 a 2.5 [7].

SISTEMA IMPULSOR (figura 2.1).

1d	y	1i	Motores devanados en serie
2d	y	2i	Primera etapa de reducción, catarinas y cadena silenciosa de alta velocidad
3d	y	3i	Segunda etapa de reducción, catarinas y cadena de rodillos
4d	y	4i	Ruedas motrices
13d	y	13i	Brazos basculantes

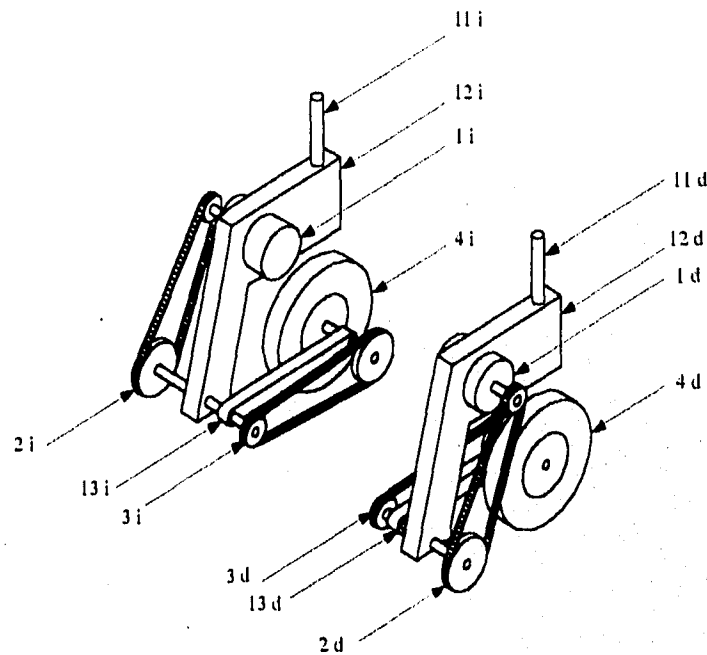


Figura 2.1. Diagrama conceptual de los bastidores de viraje y sistemas de impulsión.

SISTEMA DE VIRAJE (figura 2.2).

- 5 Volante
- 6 Junta de Hooke
- 7 Sinfín y sector
- 8 Brazo Pitman
- 9 Mecanismo de dirección de paralelogramo
- 10d y 10i Amplificadores de engranes
- 11d y 11i Flechas de viraje

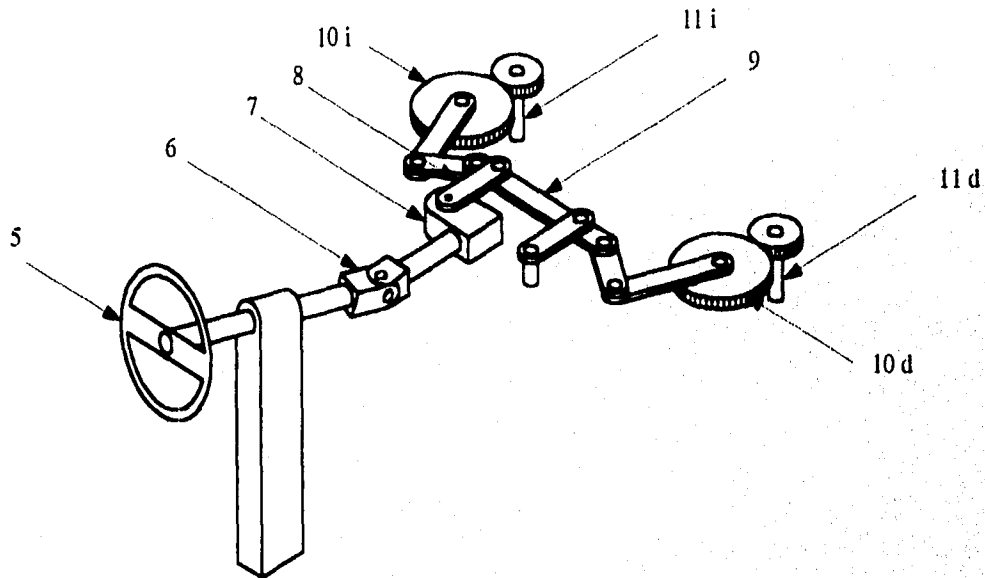


Figura 2.2. Diagrama conceptual, mecanismo de la dirección.

SISTEMA DE SOPORTE (figura 2.3).

14 Chasis
15d y 15i Ruedas traseras locas

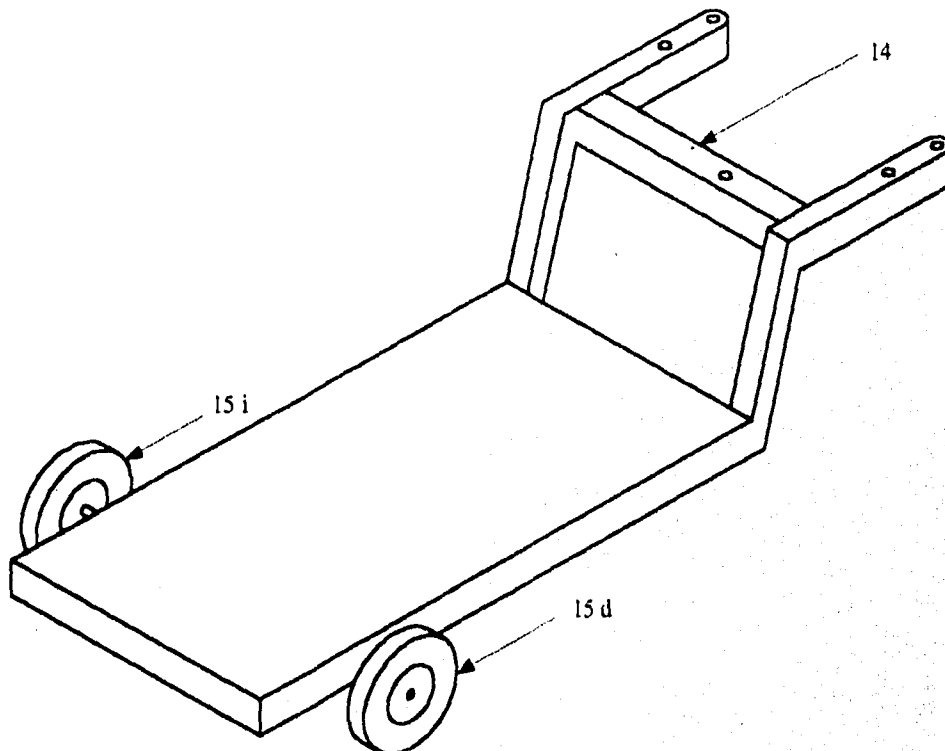


Figura 2.3. Diagrama conceptual del chasis.

Para no complicar los esquemas no se muestra la suspensión pero los resortes y amortiguadores delanteros actúan entre los brazos basculantes y los bastidores de viraje, los traseros entre las ruedas y el chasis.

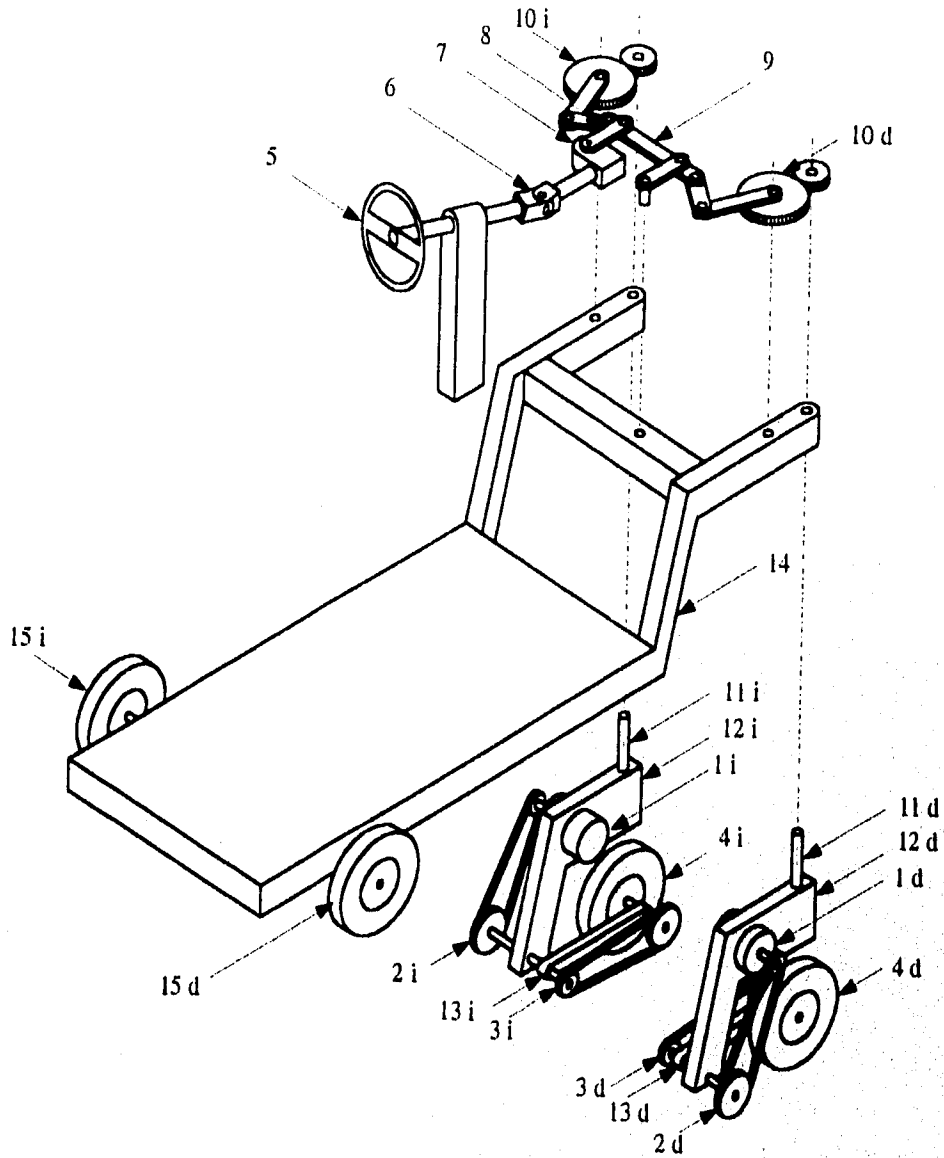


Figura 2.4. Concepto, vista explotada.

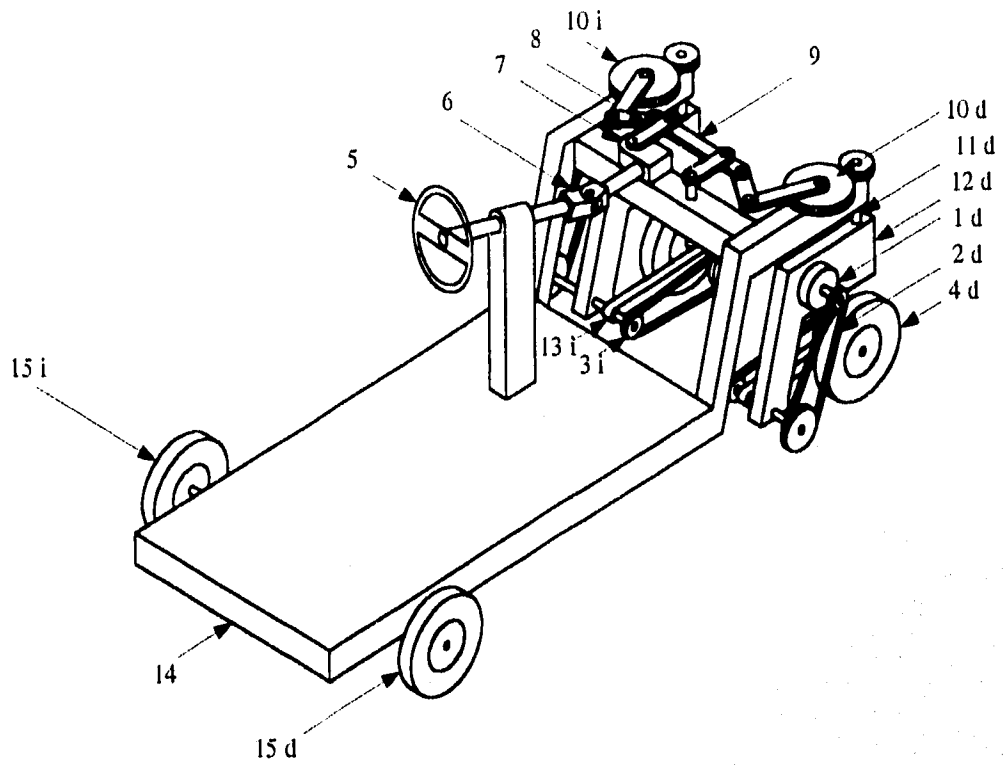


Figura 2.5. Concepto, arreglo general.

3. MECANISMO DE DIRECCIÓN PROPUESTO

3.1 CONSIDERACIONES.

Si bien en la figura 2.2 se presenta el mecanismo básico, bajo algunas consideraciones se llega a su disposición final.

Tales consideraciones tienen que ver con lo que es la geometría de la dirección. La geometría de la dirección es una serie de medidas que deben tener un sistema de dirección para que sea estable, progresivo y semireversible.

Los conceptos de estable, progresivo y semireversible ya se mencionaron de alguna manera en la introducción, no obstante es recomendable definirlos de manera formal [1].

Una dirección es *estable* cuando, esta tiende a mantener la marcha hacia adelante sin desviarse de un lado a otro, y después de un giro tiende a tomar otra vez la línea recta.

La dirección es *progresiva* cuando una vez iniciado el giro, la reducción disminuye con el ángulo de viraje.

La dirección es *semireversible* cuando las desigualdades del terreno no ocasionan incomodidad al conductor, pero este tampoco debe dejar de percibir el estado o calidad del camino.

Gracias a las fuerzas que se originan en las ruedas y articulaciones del mecanismo de dirección es como se consiguen estas características en el sistema. Las medidas de la geometría de la dirección, que están constituidas por ángulos, son las siguientes:

El ángulo de caída (Camber), es la inclinación de la rueda cuando esta es vista desde la parte frontal del vehículo, figura 3.1. El Camber es positivo cuando la parte superior de la línea central de la rueda esta inclinada hacia afuera del vehículo [4].

El ángulo de salida (Kingpin Inclination), es la inclinación hacia adentro del eje de viraje, cuando el vehículo se ve de frente, figura 3.1. El propósito del ángulo de salida es acercar la intersección del eje de viraje con el plano del suelo al centro de la huella de la llanta.

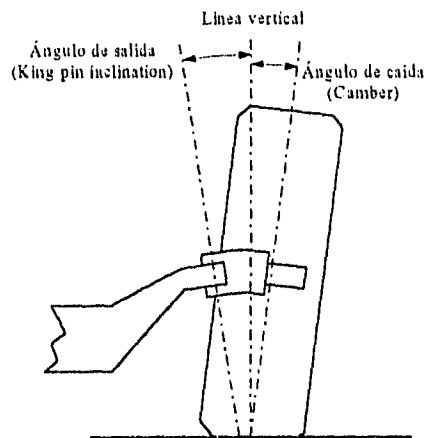


Figura 3.1. Ángulo de caída (Camber) y ángulo de salida (kingpin inclination).

El ángulo de avance (Caster), es el ángulo formado entre la línea del eje de viraje y la vertical, cuando el vehículo es visto lateralmente, figura 3.2. El Caster es positivo cuando la parte superior del eje de viraje es inclinado hacia atrás y es negativo cuando es inclinado hacia adelante. El Caster da estabilidad direccional, el momento de la fuerza lateral sobre la llanta alrededor del eje de viraje durante un giro hacen retornar las ruedas a la posición de marcha en línea recta [4].

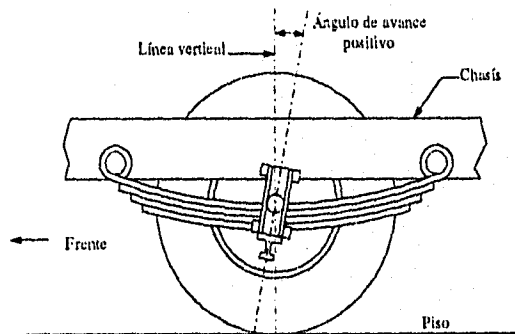


Figura 3.2. Ángulo de avance (Caster).

Así, pues se propone un mecanismo modificado tomando algunos conceptos de la geometría de la dirección, para tener las características que ya se mencionaron de estabilidad.

Si tomamos en consideración el amplio intervalo de viraje de "Elvira", se piensa que con el Caster se obtendrán buenos resultados de maniobrabilidad para un viraje extremo, por ejemplo a 90° hacia cualquier lado; este ángulo asegura que las ruedas retornen a la posición en línea recta sin mucha dificultad.

La pregunta de qué ángulo Caster es finalmente preferido depende del tipo y uso del auto, de las características de las llantas, del uso o asistencia de la dirección y la naturaleza de esta asistencia [3].

Sin embargo existen valores comunes con diversos autores: 0.5° a 3° [1], 0° a 5° [12], 1° a 2° [3] y aproximadamente de 2° [13]. Se decide finalmente un ángulo Caster positivo de 2° .

El ángulo Caster, se obtiene al inclinar todo el mecanismo como se muestra en la figura 3.4, produciéndose así únicamente un ángulo distinto del plano donde actúa el mecanismo con respecto a un plano horizontal. Es por esto que el sistema de dirección propuesto se presentará horizontal, no obstante estará realmente inclinado el ángulo que corresponde al Caster.

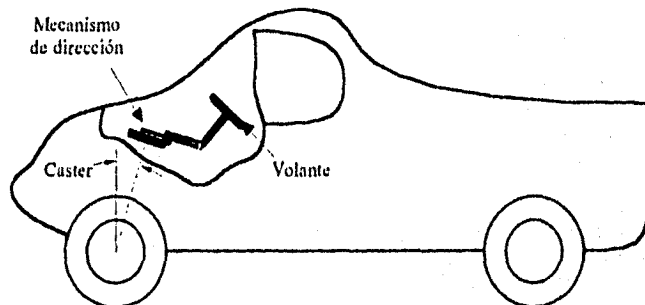


Figura 3.4. Inclinación del ángulo de caída (Caster) en el mecanismo.

3.2 PARTES PRINCIPALES.

La figura 3.5 muestra el mecanismo de dirección que, siendo simétrico, tiene eslabones idénticos en la rama derecha y la rama izquierda.

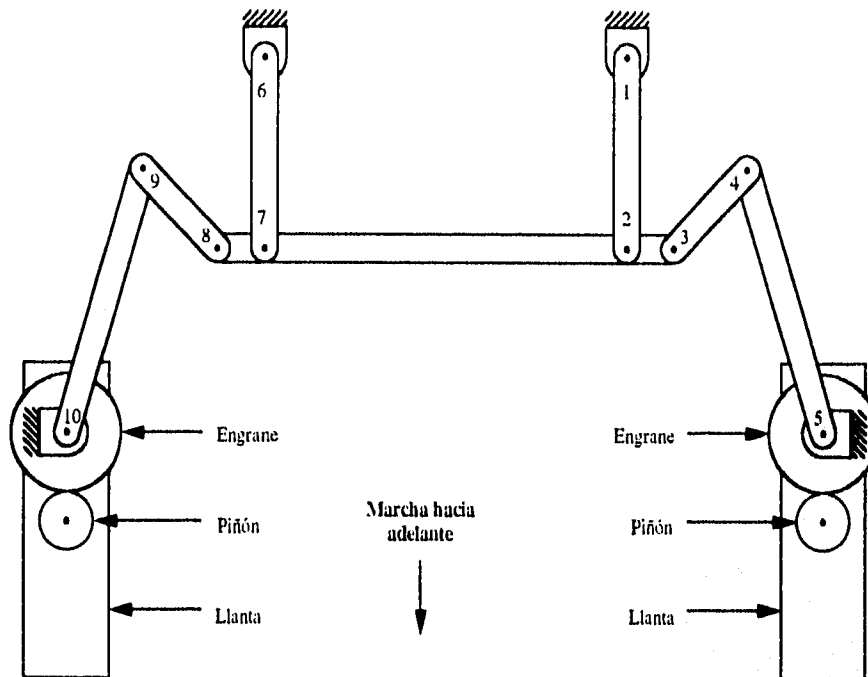


Figura 3.5. Mecanismo de dirección propuesto.

En la literatura existen nombres para los eslabones en los diferentes arreglos que existen de los mecanismos de dirección, así entonces se pueden identificar en este mecanismo varios de ellos: los eslabones 1-2 y 6-7 se les conoce como brazo Pitman y brazo de apoyo respectivamente. El eslabón 3-8 es el eslabón de arrastre, 3-4 y 8-9 son las varillas de tensión y por último 4-5 y 9-10 son los eslabones de la dirección.

Las articulaciones 5, 6 y 10 van fijas al chasis y la articulación 1 es la flecha de salida del sector. En las articulaciones 5 y 10 los engranes giran con los eslabones de la dirección que conjuntamente con sus respectivos piñones servirán para amplificar el ángulo de viraje de las ruedas limitando los desplazamientos angulares de los eslabones. Los piñones están conectados a las flechas de viraje lo que dará a las ruedas el giro adecuado.

3.3 FUNCIONAMIENTO.

El volante conectado por medio de flechas y juntas provee de movimiento al sinfín que hace girar el sector, en la caja de engranes, que al estar directamente acoplado con el brazo Pitman también lo hace girar alrededor del punto 1, figura 3.6.

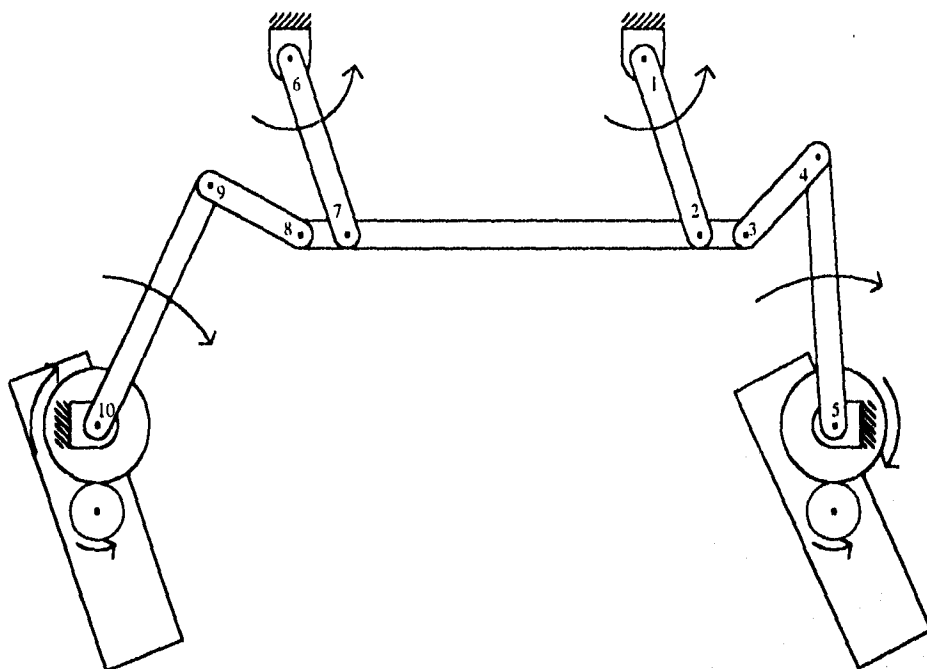


Figura 3.6. Funcionamiento del mecanismo de dirección.

Este movimiento provoca que el eslabón de arrastre se desplace hacia un lado y otro dándole movimiento a las varillas de tensión obteniendo así un giro de los eslabones de la dirección alrededor de los puntos 5 y 10. Dichos eslabones están conectados directamente a unos engranes que al tener una relación adecuada con los piñones se obtiene el movimiento en la flecha de viraje la cual hace girar a cada una de las ruedas delanteras.

Es importante señalar que el brazo de apoyo junto con el brazo Pitman y el eslabón de arrastre forman un mecanismo de paralelogramo que tiene como objeto el hacer simétrico al mecanismo con respecto a sus movimientos hacia la derecha y hacia la izquierda.

3.4 GEOMETRÍA.

La figura 3.7 muestra la nomenclatura utilizada así como el dimensionamiento básico del mecanismo en posición de marcha hacia adelante. Nótese que en ambos lados, derecho e izquierdo, las dimensiones son las mismas. Los ángulos correspondientes son iguales pero únicamente para esta posición.

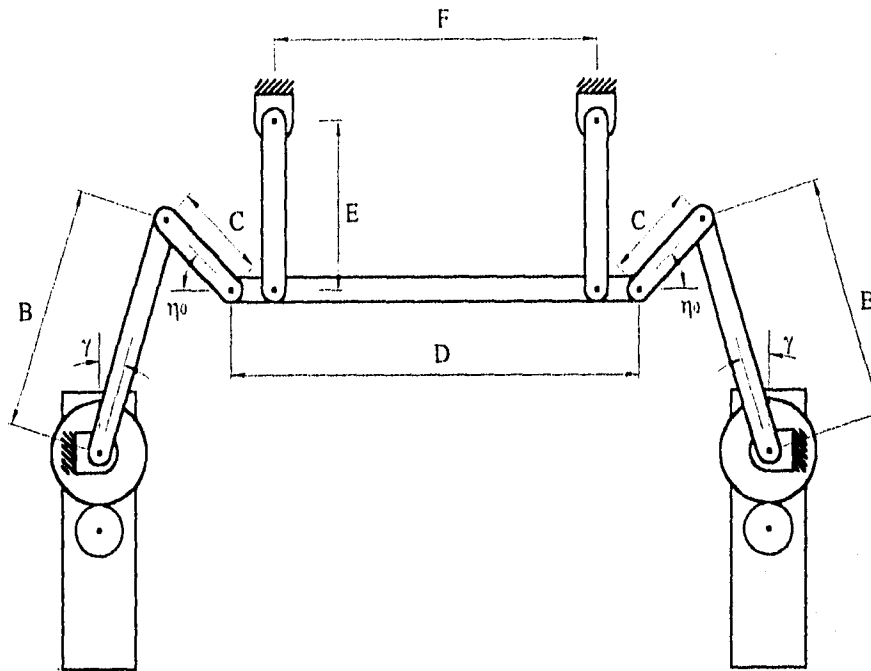


Figura 3.7. Dimensiones del mecanismo. Posición inicial marcha hacia adelante.

Una vez iniciado el giro los ángulos toman valores distintos, ya que las ruedas delanteras deben girar ángulos diferentes para cumplir con la Ley de Viraje. La figura 3.8 muestra la nomenclatura utilizada para cualquier posición del mecanismo en giro.

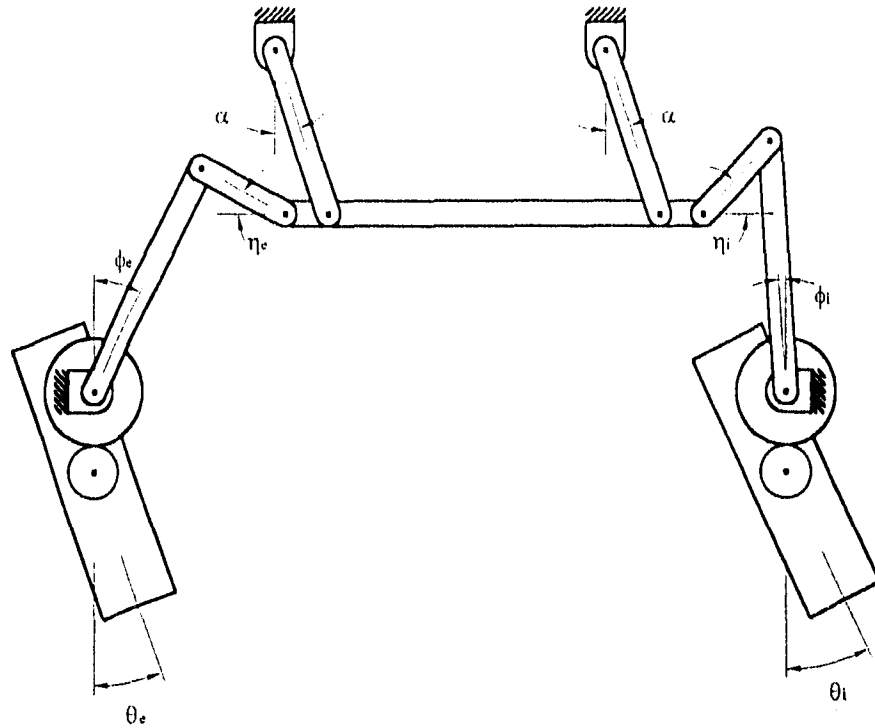


Figura 3.8. Ángulos del mecanismo. Posición vuelta a la izquierda.

4. ANÁLISIS ESTÁTICO.

El diagrama de cuerpo libre (D.C.L.) del mecanismo en su conjunto se presenta en la figura 4.1, en una posición de giro a la izquierda, en la figura 4.2 se muestra el mecanismo de manera explotada.

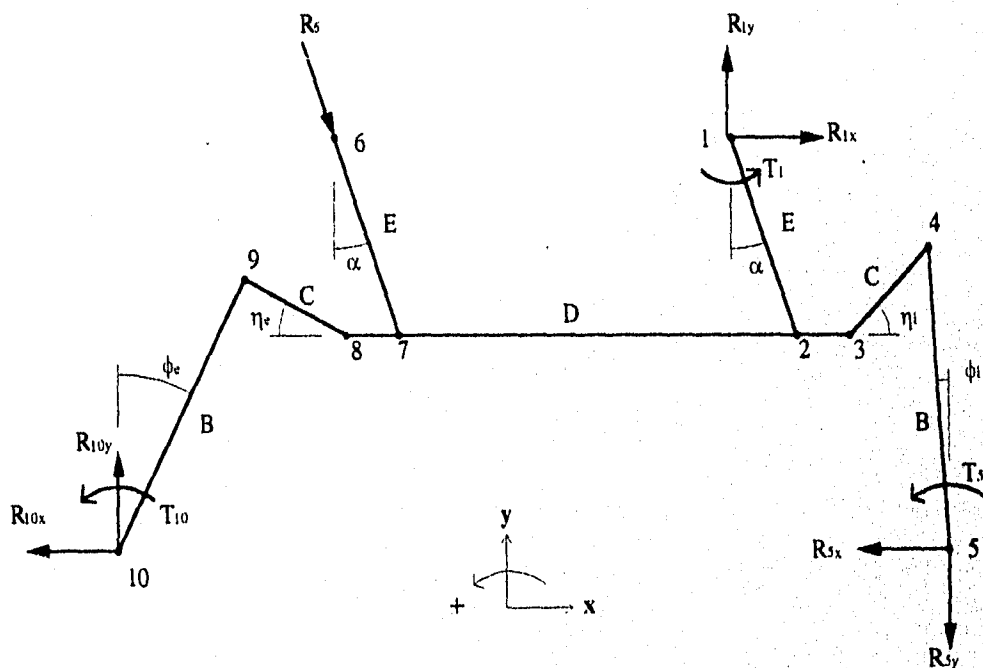


Figura 4.1. D.C.L. Mecanismo completo.

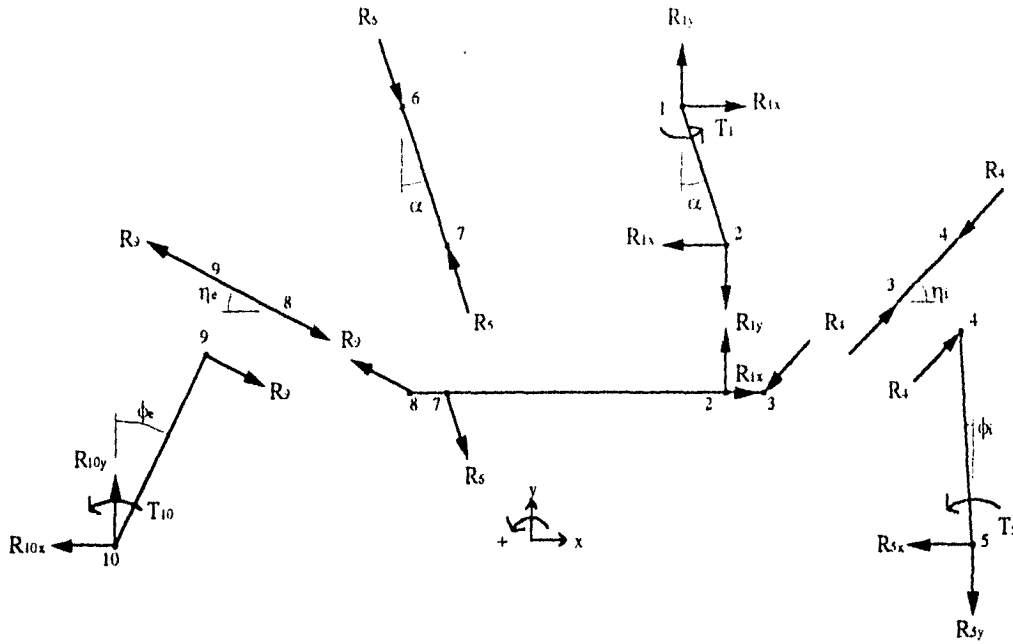


Figura 4.2. D.C.L. Mecanismo explotado.

El sentido de las fuerzas resulta del análisis, en primer lugar, de los eslabones de dos fuerzas; 3-4 y 8-9, por ejemplo: al girar el brazo Pitman en sentido antihorario se observa que la varilla de tensión interior está en compresión, figura 4.3.

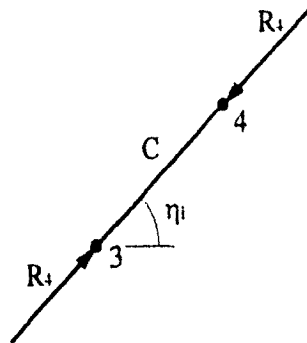


Figura 4.3. D.C.L. Varilla de tensión interior.

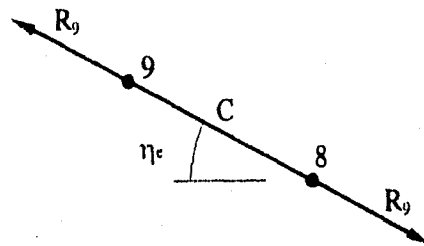


Figura 4.4. D.C.L. Varilla de tensión exterior.

De igual manera se nota que la varilla de tensión exterior está en tensión, figura 4.4.

Con lo anterior se obtiene el diagrama de cuerpo libre del eslabón de la dirección de lado interno, figura 4.5, y del eslabón de la dirección lado externo, figura 4.6.

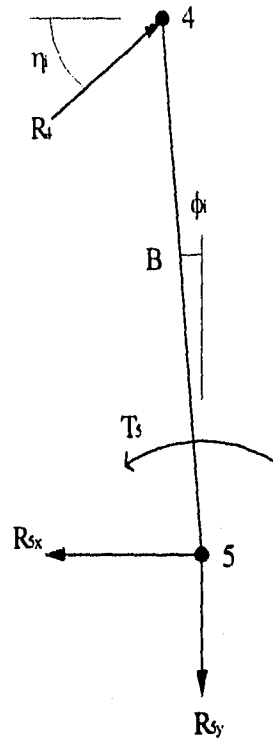


Figura 4.5. D.C.L. Eslabón de la dirección, lado interno.

Obteniéndose la suma de fuerzas y la suma de momentos:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ R_4 \cos \eta_1 - R_{sx} &= 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \\ R_4 \operatorname{sen} \eta_1 - R_{sy} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_5 &= 0 \\ T_5 - R_4 B (\cos \eta_1 \cos \phi_1 + \operatorname{sen} \eta_1 \operatorname{sen} \phi_1) &= 0 \\ T_5 - R_4 B \cos(\eta_1 - \phi_1) &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Del diagrama de cuerpo libre del eslabón de la dirección, lado externo (figura 4.6) se obtiene suma de fuerzas y suma de momentos

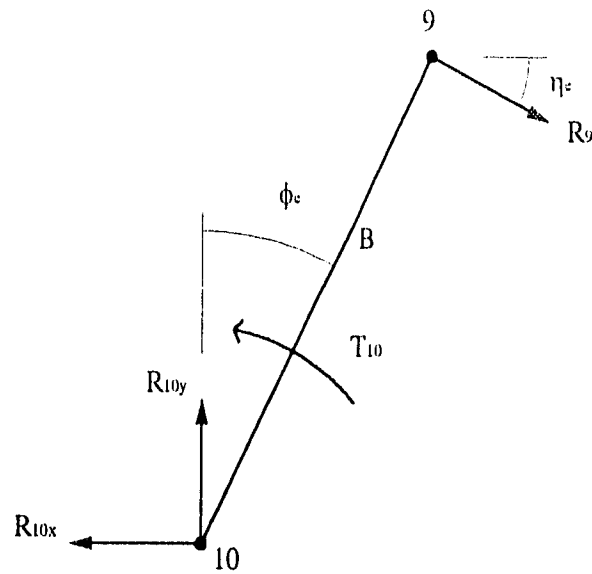


Figura 4.6. D.C.L. Eslabón de la dirección, lado externo.

$$\begin{aligned} \Sigma F_X &= 0 \\ R_9 \cos \eta_e - R_{10x} &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_Y &= 0 \\ R_{10y} - R_9 \sen \eta_e &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\Sigma M_{10} = 0$$

$$T_{10} - R_9 B (\cos \eta_e \cos \phi_e + \sen \eta_e \sen \phi_e) = 0$$

$$T_{10} - R_9 B \cos(\eta_e - \phi_e) = 0 \quad (4.6)$$

Del diagrama de cuerpo libre del eslabón de arrastre que se muestra en la figura 4.7.

$$\begin{aligned} \Sigma F_X &= 0 \\ R_{1x} + R_6 \sen \alpha - R_9 \cos \eta_e - R_4 \cos \eta_i &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_Y &= 0 \\ R_{1y} - R_6 \cos \alpha + R_9 \sen \eta_e - R_4 \sen \eta_i &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\Sigma M_2 = 0$$

$$R_6 F \cos \alpha - R_9 \left(\frac{F+D}{2} \right) \sen \eta_e - R_4 \left(\frac{D-F}{2} \right) \sen \eta_i = 0 \quad (4.9)$$

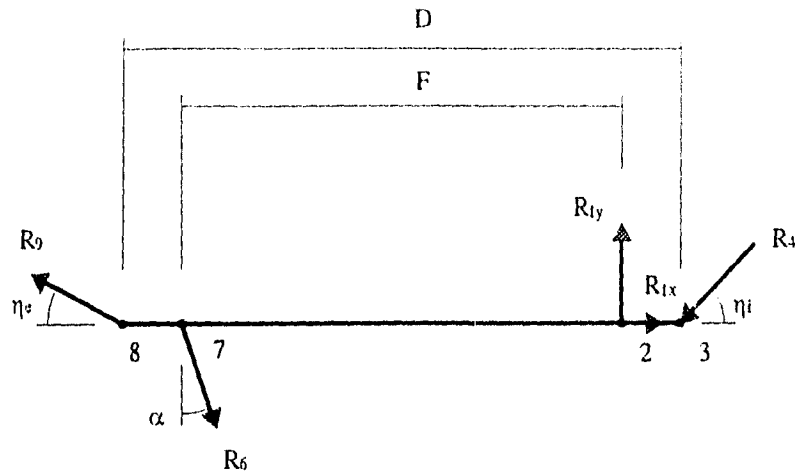


Figura 4.7. D.C.L. Eslabón de arrastre.

Ahora se tiene definido el brazo de apoyo, figura 4.8. Es de importancia señalar que, al tener definidos los sentidos de las fuerzas R_0 y R_4 , el sentido de las fuerza R_6 y R_{1y} es obtenido mediante la suma de momentos alrededor de los puntos 2 y 7 respectivamente.

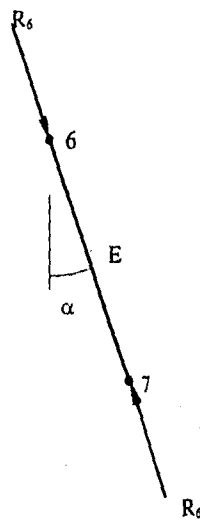


Figura 4.8. D.C.L. Brazo de apoyo.

Por último se tiene el diagrama de cuerpo libre del brazo Pitman, figura 4.9. De este solamente se obtiene la suma de momentos.

$$\sum M_i = 0$$

$$T_1 - R_{1x} E \cos \alpha - R_{1y} E \sin \alpha = 0$$

$$T_1 - E(R_{1x} \cos \alpha + R_{1y} \sin \alpha) = 0 \quad (4.10)$$

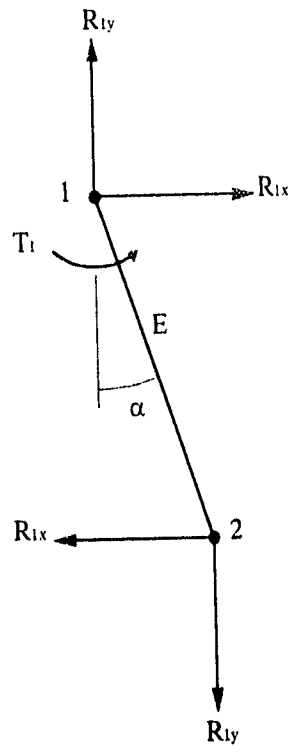


Figura 4.9 D.C.L. Brazo Pitman.

Haciendo un recuento de ecuaciones, incógnitas y datos, se tiene lo siguiente:

ECUACIONES.

$$R_4 \cos \eta_i - R_{5x} = 0 \quad (4.1)$$

$$R_4 \sin \eta_i - R_{5y} = 0 \quad (4.2)$$

$$T_5 - R_4 B \cos(\eta_i - \phi_i) = 0 \quad (4.3)$$

$$R_9 \cos \eta_e - R_{10x} = 0 \quad (4.4)$$

$$R_{10y} - R_9 \sin \eta_e = 0 \quad (4.5)$$

$$T_{10} - R_9 B \cos(\eta_e - \phi_e) = 0 \quad (4.6)$$

$$R_{1x} - R_6 \sin \alpha - R_9 \cos \eta_e - R_4 \cos \eta_i = 0 \quad (4.7)$$

$$-R_{1y} + R_6 \cos \alpha + R_9 \sin \eta_e - R_4 \sin \eta_i = 0 \quad (4.8)$$

$$-R_6 F \cos \alpha - R_9 \left(\frac{F+D}{2} \right) \sin \eta_e - R_4 \left(\frac{D-F}{2} \right) \sin \eta_i = 0 \quad (4.9)$$

$$T_1 - E(R_{1x} \cos \alpha + R_{1y} \sin \alpha) = 0 \quad (4.10)$$

INCÓGNITAS	DATOS
R_{1x}	T_5
R_{1y}	T_{10}
R_4	B
R_{5x}	D
R_{5y}	E
R_6	F
R_9	η_i
R_{10x}	η_e
R_{10y}	ϕ_i
T_1	ϕ_e
	α

SOLUCIÓN

Procediendo a manera de sustitución

De (4.3)

$$R_4 = \frac{T_5}{B \cos(\eta_i - \phi_i)} \quad (4.11)$$

De (4.6)

$$R_9 = \frac{T_{10}}{B \cos(\eta_e - \phi_e)} \quad (4.12)$$

(4.11) en (4.1) y (4.2)

$$R_{5x} = R_4 \cos \eta_i \quad (4.13)$$

$$R_{5y} = R_4 \operatorname{sen} \eta_i \quad (4.14)$$

(4.12) en (4.4) y (4.5)

$$R_{10x} = R_9 \cos \eta_e \quad (4.15)$$

$$R_{10y} = R_9 \operatorname{sen} \eta_e \quad (4.16)$$

(4.11) y (4.12) en (4.9)

$$R_6 = R_9 \left(\frac{F+D}{2} \right) \frac{\text{sen } \eta_e}{F \cos \alpha} + R_4 \left(\frac{D-F}{2} \right) \frac{\text{sen } \eta_i}{F \cos \alpha}$$

Agrupando

$$R_6 = \frac{-1}{2F \cos \alpha} (R_9 \text{sen } \eta_e (F+D) + R_4 \text{sen } \eta_i (D-F))$$

Sustituyendo (4.14) y (4.16)

$$R_6 = \frac{1}{2F \cos \alpha} (R_{10y} (F+D) + R_{5y} (D-F)) \quad (4.17)$$

De (4.7)

$$R_{1x} = R_9 \cos \eta_e + R_4 \cos \eta_i - R_6 \text{sen } \alpha$$

Sustituyendo (4.13) y (4.15)

$$R_{1x} = R_{10x} + R_{5x} - R_6 \text{sen } \alpha \quad (4.18)$$

De (4.8)

$$R_{1y} = R_4 \text{sen } \eta_i - R_9 \text{sen } \eta_e + R_6 \cos \alpha$$

Sustituyendo (4.14) y (4.16)

$$R_{1y} = R_{5y} - R_{10y} + R_6 \cos \alpha \quad (4.19)$$

De (4.10)

$$T_1 = E(R_{1x} \cos \alpha + R_{1y} \text{sen } \alpha) \quad (4.20)$$

Nótese que si $D=F$, en (4.17):

$$R_6 = \frac{R_{10y}}{\cos \alpha} \quad (4.17')$$

y en (4.19)

$$R_{1y} = R_{5y} \quad (4.19')$$

Lo que indica que el eslabón 3-8 es un miembro de dos fuerzas bajo la condición de $D=F$.

5. ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN LOS ESLABONES.

En los miembros de dos fuerzas solamente habrá esfuerzos normales y por tener área transversal uniforme, estarán dados por:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Donde: F : fuerza que se aplica sobre el eje.
A : área transversal del elemento [8].

Para el caso tenemos que el área transversal, que es de forma circular, es igual a:

$$A = \pi r^2$$

Donde: r : radio de la barra.

Así, entonces para dichos elementos se tiene lo siguiente. Para la varilla de tensión interior, figura 5.1.

$$\sigma_{34} = \frac{R_3}{A} \quad (5.1)$$

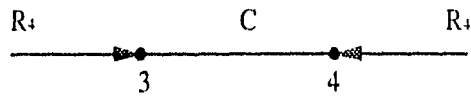


Figura 5.1. Fuerzas normales en la varilla de tensión interior.

En la varilla de tensión exterior, figura 5.2.

$$\sigma_{39} = \frac{R_9}{A} \quad (5.2)$$

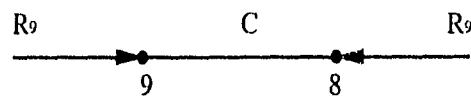


Figura 5.2. Fuerzas normales en la varilla de tensión exterior.

Y en el brazo de apoyo, figura 5.3.

$$\sigma_{67} = \frac{R_6}{A} \quad (5.3)$$

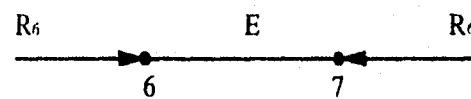


Figura 5.3. Fuerzas normales en el brazo de apoyo.

Para los demás miembros tenemos una combinación de esfuerzos, normal y flexionante, que en su forma general están dados por:

$$\sigma = \frac{F_n}{A} + \frac{F_l Lc}{I}$$

Donde:

$$I = \frac{1}{4} \pi r^4$$

- A: área transversal del elemento.
- c: distancia al eje neutro.
- F_n : fuerza normal al elemento.
- F_t : fuerza transversal al elemento.
- I: momento de inercia de la sección de la barra.
- r: radio del elemento.
- L: longitud del eslabón [9].

Para el caso en estudio $c=r$, entonces para el eslabón de la dirección lado interior, figura 5.4.

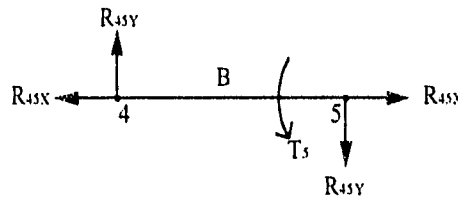


Figura 5.4. Fuerzas normales y transversales en el eslabón de la dirección lado interior.

Donde

$$R_{45x} = R_{5y} \cos \phi_i - R_{5x} \sin \phi_i$$

$$R_{45y} = R_{5y} \sin \phi_i + R_{5x} \cos \phi_i$$

Por lo tanto:

$$\sigma_{45} = \frac{R_{45x}}{A} + \frac{R_{45y} B}{I} r \quad (5.4)$$

En el eslabón de la dirección lado exterior, figura 5.5.

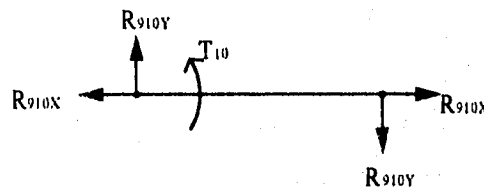


Figura 5.5. Fuerzas normales y transversales en el eslabón de la dirección lado exterior.

Donde:

$$R_{910x} = R_{10x} \operatorname{sen} \phi_e - R_{10y} \operatorname{cos} \phi_e$$

$$R_{910y} = R_{10x} \operatorname{cos} \phi_e + R_{10y} \operatorname{sen} \phi_e$$

Por lo tanto:

$$\sigma_{910} = \frac{R_{910x}}{A} + \frac{R_{910y} B r}{I} \quad (5.5)$$

En el brazo Pitman tenemos (figura 5.6).

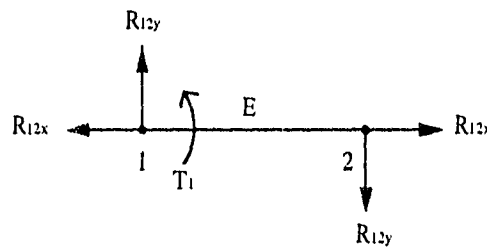


Figura 5.6. Fuerzas normales y transversales en el brazo Pitman.

Donde:

$$R_{12x} = R_{1y} \operatorname{cos} \alpha - R_{1x} \operatorname{sen} \alpha$$

$$R_{12y} = R_{1y} \operatorname{sen} \alpha + R_{1x} \operatorname{cos} \alpha$$

Con esto:

$$\sigma_{12} = \frac{R_{12x}}{A} + \frac{R_{12y} E r}{I} \quad (5.6)$$

Para el eslabón de arrastre, figura 5.7.

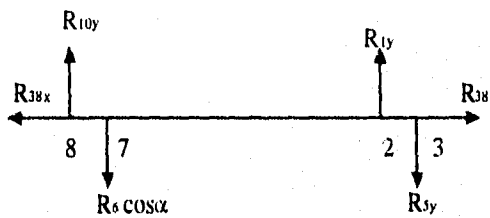


Figura 5.7. Fuerzas normales y transversales en el eslabón de arrastre.

Donde:

$$R_{38x} = R_9 \operatorname{cos} \eta_e - R_6 \operatorname{sen} \alpha$$

El momento flexionante máximo, M_{FM} , se presentará en el punto 2 o en el punto 7. Para el punto 2 se tiene la suma de momentos siguiente:

$$M_2 = FR_6 \cos \alpha - R_{10y} \left(\frac{D+F}{2} \right) - R_{5y} \left(\frac{D-F}{2} \right)$$

Y en el punto 7:

$$M_7 = R_{1y}F - R_{10y} \left(\frac{D-F}{2} \right) - R_{5y} \left(\frac{D+F}{2} \right)$$

El mayor de éstos se sustituye en la siguiente expresión:

$$\sigma_{38} = \frac{R_{38x}}{A} + M_{FM} \frac{r}{I} \quad (5.7)$$

Nótese que si $F=D$, en el punto 2:

$$M_2 = DR_6 \cos \alpha - R_{10y} \left(\frac{D+D}{2} \right) - R_{5y} \left(\frac{D-D}{2} \right)$$

$$M_2 = D(R_6 \cos \alpha - R_{10y})$$

De la ecuación (4.17')

$$M_2 = 0$$

Y en el punto 7, ahora:

$$M_7 = DR_{1y} - R_{10y} \left(\frac{D-D}{2} \right) - R_{5y} \left(\frac{D+D}{2} \right)$$

$$M_7 = D(R_{1y} - R_{5y})$$

De la ecuación 4.19':

$$M_7 = 0$$

Lo que conduce a:

$$\sigma_{38} = \frac{R_{38x}}{A} \quad (5.7')$$

6. SIMULACIÓN.

6.1 FINALIDAD.

Si bien la esencia del trabajo se sustenta en el análisis presentado en los dos capítulos anteriores es de gran importancia obtener de alguna manera una solución a los modelos obtenidos, y en este sentido ofrecer una herramienta para el diseño de "Elvira" en lo que se refiere al mecanismo de dirección. Entonces la simulación tiene como objeto obtener valores de los esfuerzos para cada posición del mecanismo en el intervalo de 0° a 90° de ángulo de viraje del vehículo por medio de un programa realizado en lenguaje FORTRAN, y de esta manera, comparar y obtener los esfuerzos máximos en todo el intervalo de viraje y poder establecer cuando se presentan y cuales son los elementos en donde se presentan bajo un conjunto de características definidas de antemano. Los datos necesarios para esta simulación son las dimensiones del mecanismo, los ángulos que determinan la posición de los eslabones y los momentos T_3 y T_{10} (ver figura 4.1).

6.2 OBTENCIÓN DE DATOS.

6.2.1 DIMENSIONES DEL MECANISMO.

La figura 6.1 muestra el mecanismo que se considera óptimo. Es importante recalcar que de la optimación se pueden obtener diversas proporciones según el planteamiento del problema, por lo que los resultados aquí presentados son sólo una solución de las muchas que pueden existir. Para este mecanismo se tomaron dos condiciones para considerarlo el óptimo. La primera consideración se refiere al error que se tiene con respecto a la ley de viraje, se tiene un máximo de 0.61% que ocurre cuando el ángulo de viraje del vehículo es de 77.4° . La segunda consideración es el ángulo de transmisión que es el que forman la varillas de tensión y el eslabón de la dirección. Para este mecanismo se obtuvo un ángulo de transmisión mínimo de 45.7° que ocurre cuando el ángulo de viraje del

vehículo es de 32.4° . Se considera que un ángulo de transmisión pequeño no es lo mejor para la transmisión del par, porque la componente transversal de la fuerza sobre el eslabón conducido (eslabón de la dirección) del eslabón conductor (varilla de tensión) es pequeña [6].

Nótese que el mecanismo presentado en la figura 6.1 es adimensional, esto es, todas sus dimensiones están referidas a Z_0 , por lo que es necesario fijar las dimensiones y así poder usarse en la simulación deseada. Además, comparando con el mecanismo de la figura 3.7, se observa que: $F=D$. Esta condición no afecta de ninguna manera la cinemática del mecanismo cuando $D \neq F$ porque, como se mencionó en la sección 3.3, se forma un paralelogramo entre el brazo Pitman, el brazo de apoyo y el eslabón de arrastre haciendo simétrico el movimiento hacia ambos lados.

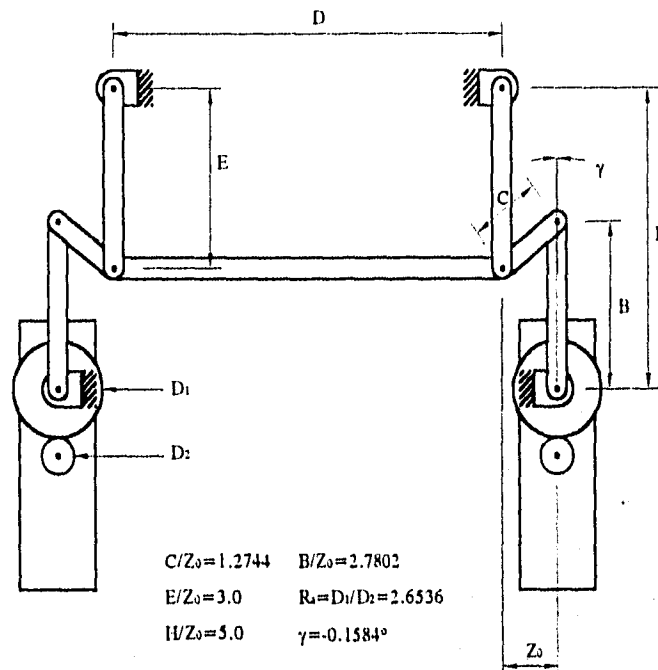


Figura 6.1. Mecanismo de dirección optimado.

Para su dimensionamiento real se toman dos cotas como referencia. La primera de ellas es H , la cual se fija en 1 m y la segunda es la rodada, que se fija en 1.2 m, es decir, de la figura 6.1: $2Z_0+D=1.2$ m. H responde al espacio que se tendrá para el funcionamiento del mecanismo y la rodada a la distancia entre las ruedas delanteras.

Con esto se tienen las dimensiones reales:

$$\begin{aligned} R_a &= 2.6536 \\ \gamma &= -0.1584^\circ \\ B &= 0.55604 \text{ m} \\ C &= 0.25488 \text{ m} \end{aligned}$$

D	=	0.8 m
E	=	0.6 m
H	=	1.0 m
Z ₀	=	0.2 m

Con las especificaciones siguientes:

Razón entreje-rodada: RER	=	1.7
Radio de los eslabones: r	=	0.01905 m (3/4")

La sección de los eslabones se tomó de una camioneta de 3.5 ton.

6.2.2 ÁNGULOS EN CADA POSICIÓN DEL MECANISMO.

De un análisis cinemático se obtienen los ángulos de los eslabones en cada posición del intervalo de viraje, véase Apéndice A.

6.2.3 MOMENTOS EN LAS RUEDAS (T_f Y T₁₀).

El momento que se considera es el del par de fricción entre el piso y la llanta cuando el vehículo está parado, ya que, cuando el vehículo está en movimiento este momento es mucho menor. El momento cuando el vehículo está parado está dado por:

$$T = \frac{\mu N^{3/2}}{3P^{1/2}} \quad (6.1)$$

Donde:

- T : momento (Nm).
- μ : coeficiente de fricción.
- N : fuerza normal en la llanta.
- P : presión de la llanta (N/m²) [3].

Con las especificaciones:

$$\mu = 0.9, P = 65 \text{ lb/in}^2 (448 \text{ kPa}).$$

Considerando el peso de "Elvira" de 2200 kg [7], y con una relación de peso entre el eje delantero y trasero de 60-40% se obtiene para cada una de las ruedas delanteras una fuerza normal de: N=6480 N.

El momento es constante para todo el intervalo de viraje porque la fuerza normal de la llanta es constante, se considerará igual en cada rueda porque en este vehículo en particular, el peso está distribuido simétricamente respecto al eje longitudinal, por lo que se tendrá un momento idéntico en ambas ruedas.

Una vez obtenidos los momentos en cada llanta, estos se relacionan con los momentos en los puntos 5 y 10 (T_5 y T_{10}) por medio de la amplificación entre engranes:

$$T_5 = T_{int} R_a \quad (6.4)$$

$$T_{10} = T_{ext} R_a \quad (6.5)$$

Donde:

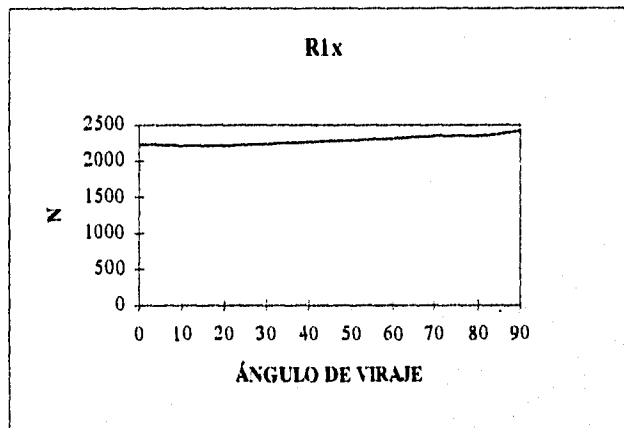
T_{int} : momento en la rueda interior.

T_{ext} : momento en la rueda exterior.

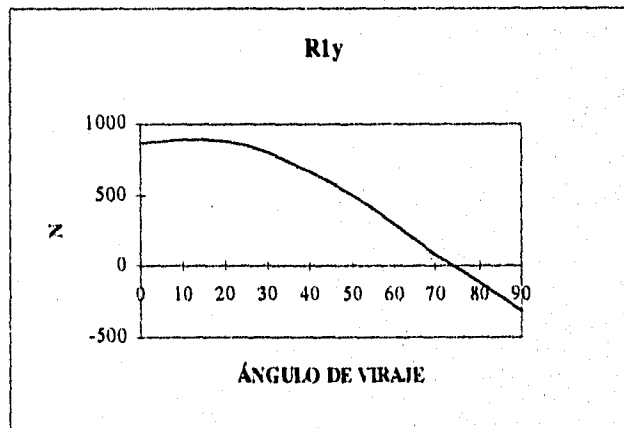
El listado del programa se presenta en el Apéndice B, así como también el archivo de resultados.

7. RESULTADOS.

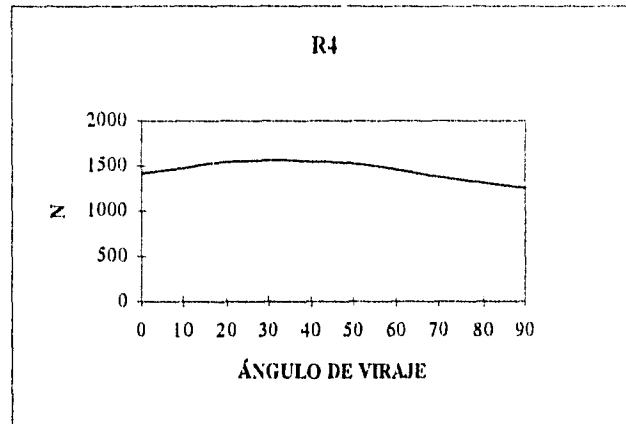
7.1 FUERZAS EN EL MECANISMO.



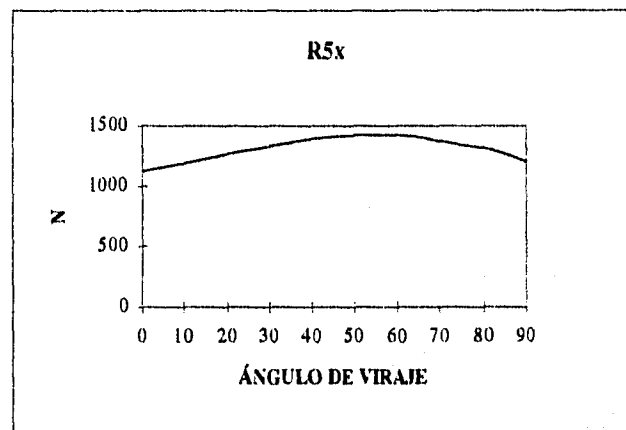
Gráfica 7.1. Fuerza R_{1x} , presente en el brazo Pitman.



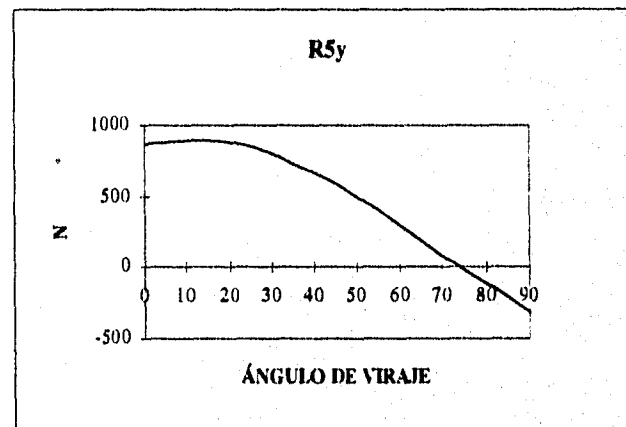
Gráfica 7.2. Fuerza R_{1y} , presente en el brazo Pitman.



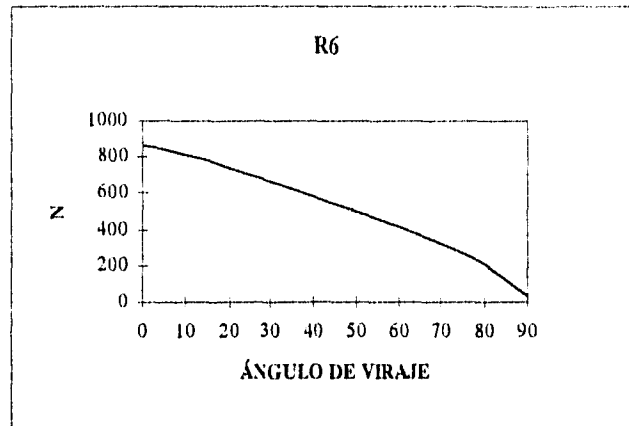
Gráfica 7.3. Fuerza R_4 , presente en la varilla de tensión interna.



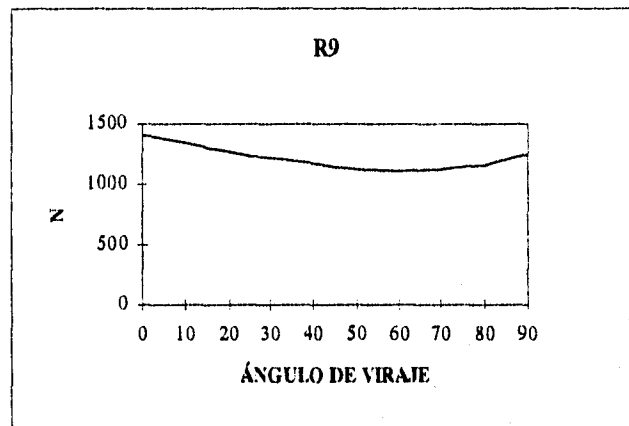
Gráfica 7.4. Fuerza R_{5x} , presente en el eslabón de la dirección lado interno.



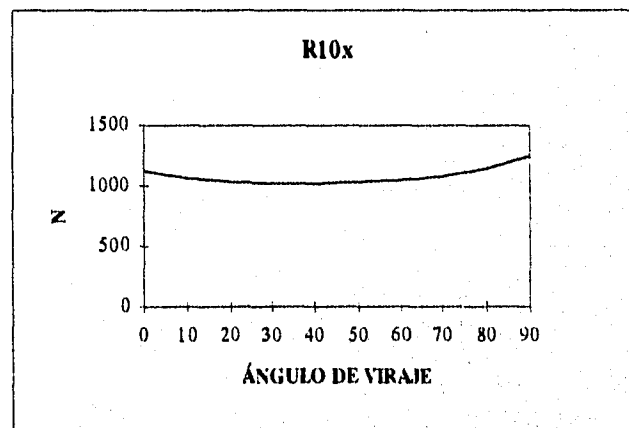
Gráfica 7.5. Fuerza R_{5y} , presente en el eslabón de la dirección lado interno.



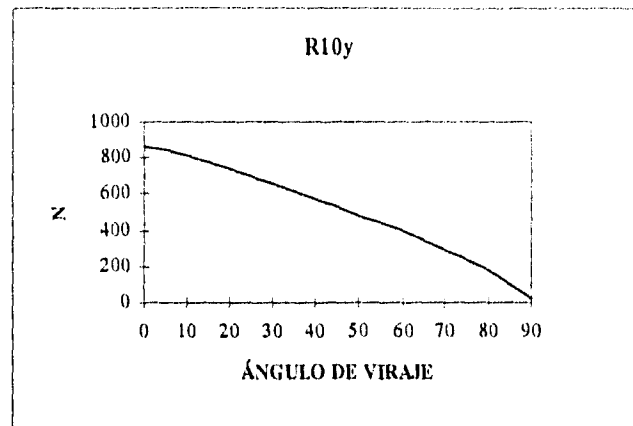
Gráfica 7.6. Fuerza R_6 , presente en el brazo de apoyo.



Gráfica 7.7. Fuerza R_9 , presente en la varilla de tensión externa.



Gráfica 7.8. Fuerza R_{10x} , presente en el eslabón de la dirección lado externo.

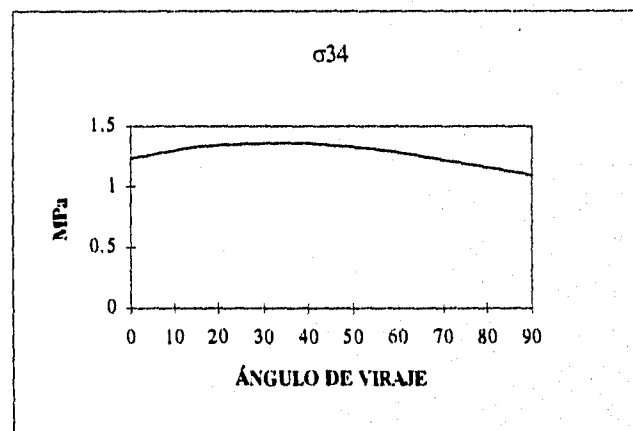


Gráfica 7.9. Fuerza R_{10y} , presente en el eslabón de la dirección lado externo.

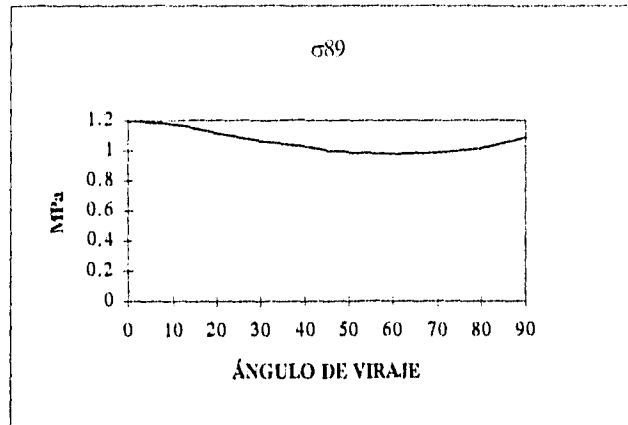
De esta primera serie de gráficas en las cuales se presentan las fuerzas en los eslabones obsérvese que los valores máximos no se presentan en una posición específica del mecanismo de dirección, cada eslabón tiene cierta posición de máximo. Algunos, como R_4 , tienen una cierta tendencia constante y otros, como R_{1y} , terminan con valores negativos.

La reacción R_{1x} es la que presenta los valores más altos entre todas, dando el eslabon donde se presenta las magnitud de fuerza mayor: el brazo Pitman.

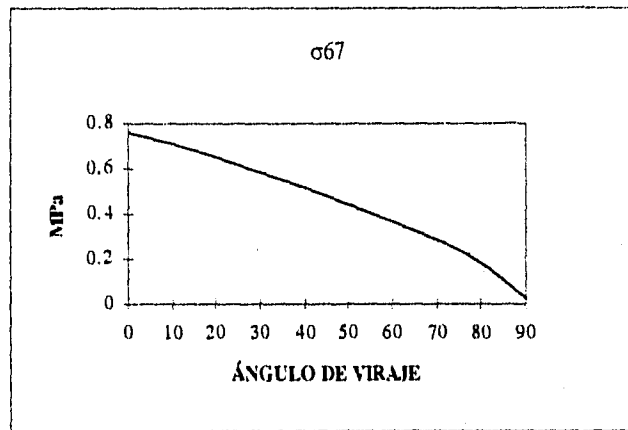
7.2 ESFUERZOS EN EL MECANISMO Y MOMENTO EN EL BRAZO PITMAN.



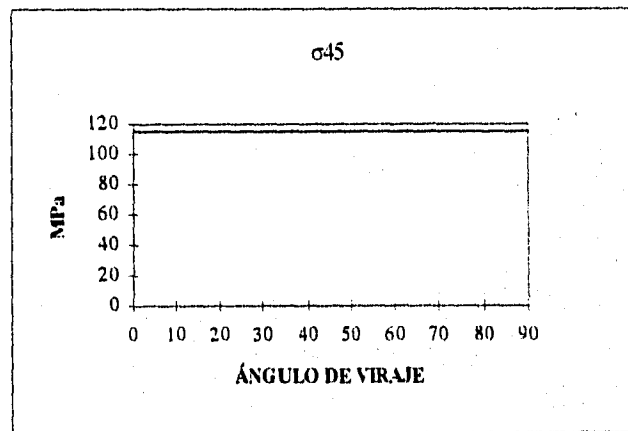
Gráfica 7.10. Esfuerzo σ_{34} , presente en la varilla de tensión interna.



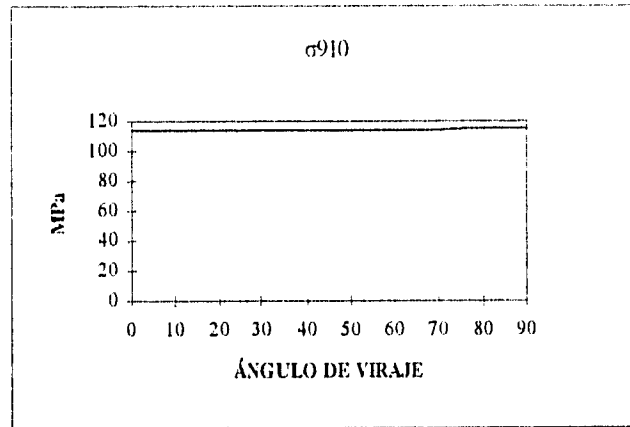
Gráfica 7.11. Esfuerzo σ_{89} , presente en la varilla de tensión externa.



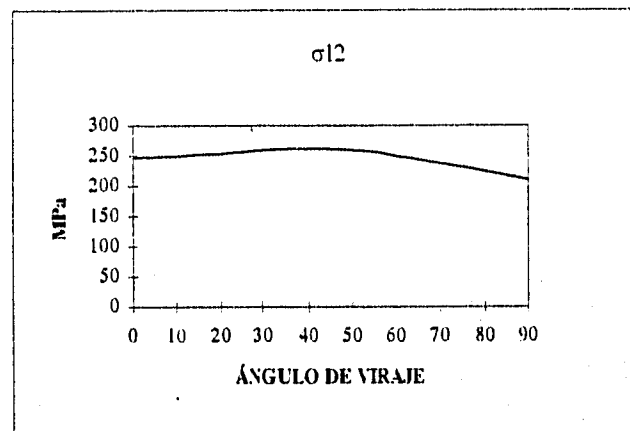
Gráfica 7.12. Esfuerzo σ_{67} , presente en el brazo de apoyo.



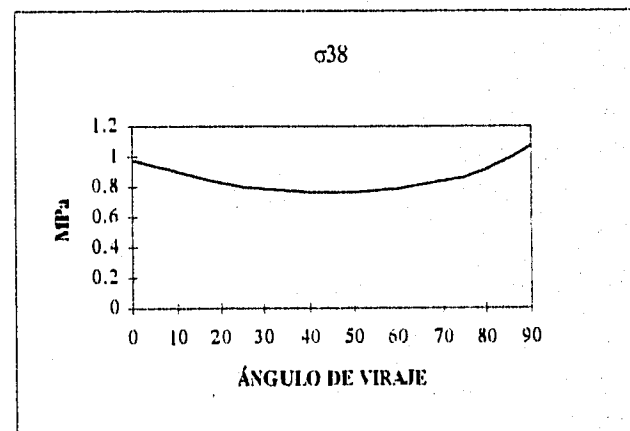
Gráfica 7.13. Esfuerzo σ_{45} , presente en el eslabón de la dirección lado interno.



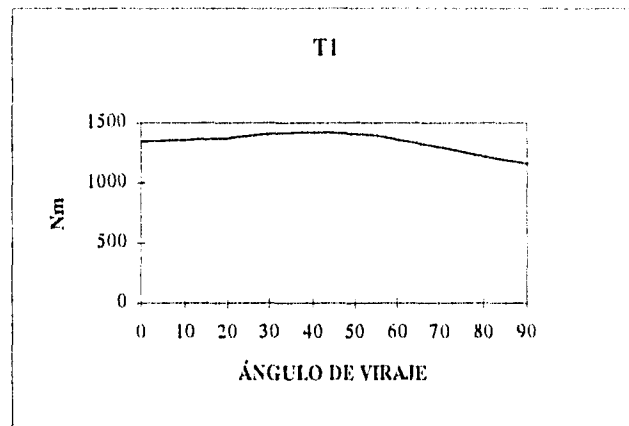
Gráfica 7.14. Esfuerzo σ_{910} , presente en el eslabón de la dirección lado externo.



Gráfica 7.15. Esfuerzo σ_{12} , presente en el brazo Pitman.



Gráfica 7.16. Esfuerzo σ_{38} , presente en el eslabón de arrastre.



Gráfica 7.17. Momento T_1 , presente en el brazo Pitman.

Como resultado de las reacciones en cada elemento los esfuerzos tienen un comportamiento similar, los esfuerzos de mayor magnitud están presentes en el brazo Pitman, el eslabón de la dirección lado interior y en el eslabón de la dirección lado exterior. Todos estos elementos tienen una combinación de esfuerzos normales y flexionantes, los eslabones restantes solamente presentan esfuerzos normales por lo que sus magnitudes son sustancialmente menores.

Es importante notar que en los eslabones que presentan esfuerzos flexionantes la magnitud de éstos permanece prácticamente constante en todo el intervalo de viraje, porque los momentos permanecen constantes y el esfuerzo de tensión directa, si bien presenta variaciones, es despreciable con respecto al esfuerzo flexionante. La peor condición encontrada, para las especificaciones dadas, se presenta en el brazo Pitman siendo de aproximadamente 260 MPa a 40° de ángulo de viraje del vehículo.

7.3 CONSIDERACIONES FINALES.

Retomando la ecuación (6.1) y sustituyendo la relación de amplificación para adecuarla al vehículo "Elvira", se obtiene:

$$T_c = \frac{\mu N_c^{3/2}}{3P^{1/2}} \quad (6.1)$$

$$T_e = R_a \frac{\mu N_e^{3/2}}{3P^{1/2}} \quad (7.1)$$

Donde los subíndices c y e se aplican para un vehículo convencional y para el vehículo "Elvira" respectivamente. Ahora si hacemos:

$$T_c = T_e$$

Obtenemos:

$$N_c = R_a^{1/3} N_e \quad (7.2)$$

Aplicando la relación de amplificación, $R_a=2.6536$, y la fuerza normal de 6480 N que aparece en la sección 6.2.3:

$$N_c = 1.91 N_e \approx 2 N_e \quad (7.3)$$

Con base en esto se tomó la decisión final de comprar un mecanismo de un vehículo dos veces más pesado, ya que, se piensa que los esfuerzos que se presentan en él cuando el vehículo esta parado son muy parecidos a los que se presentan en "Elvira", y considerando que el momento a altas velocidades es mucho menor que cuando el vehículo está parado.

8. CONCLUSIONES.

Con el presente trabajo se obtiene el modelo estático y los esfuerzos máximos en los eslabones de un mecanismo de dirección para el intervalo de viraje de 0 a 90 grados en giro a la izquierda, la posición de giro a la derecha se considera simétrica al igual que los resultados, con lo que se tienen los esfuerzos máximos, cuando el vehículo está parado, en todo el intervalo de viraje.

El presente estudio surge como una necesidad dentro del proyecto "El vira 180" para el sistema de dirección, ya que se pensaba diseñar por completo el mecanismo. Sin embargo, durante el desarrollo mismo se optó por comprar un mecanismo de dirección de un vehículo con dos veces más peso (cargado) y adecuarlo de manera que se puedan aprovechar un número máximo de piezas, las restantes tendrán que ser diseñadas y en este sentido los resultados que se obtienen en el trabajo presente serán de gran utilidad. La decisión principal por la cual se compra un mecanismo de dirección de un vehículo del doble del peso del "Elvira" es porque la amplificación en el "Elvira" tiene el efecto de doblar los esfuerzos. La consideración importante es que los momentos que se presentan en las ruedas cuando el vehículo está en movimiento son de menor magnitud que los que existen cuando está parado.

REFERENCIAS.

- [1] Durán A. J. La dirección, Biblioteca ceac del Automóvil, Barcelona 1989.
- [2] Bosch. Manual de la Técnica del automóvil, 2ª edición. Ed. Reverté, 1994.
- [3] Bastow D., Howard G. Car Suspension and Handling, Third Edition. SAE, 1993.
- [4] Ellinger H., Hathaway R. Automotive Suspension, Steering, and Brakes, Prentice-Hall, 1980.
- [5] Chicurel E. Omniviramóvil, Vehículo repartidor urbano, Proyecto 5131 Instituto de Ingeniería, Septiembre 1985.
- [6] Chicurel E., Calderón V. Estudio para determinar la factibilidad de sintetizar un mecanismo de dirección con intervalo de viraje de 180 grados para vehículos de cuatro ruedas, Proyecto 3116 Instituto de Ingeniería, Oct. 1994.
- [7] Chicurel E., Chicurel R., Cantú C., Morales L. A., Gutiérrez F. Anteproyecto de un vehículo repartidor eléctrico de gran maniobrabilidad, Proyecto 4136 Instituto de Ingeniería, Marzo 1995.
- [8] Beer F., Johnston R. Mecánica de Materiales. McGraw-Hill, 1982.
- [9] Shigley. Diseño en Ingeniería Mecánica, 2a. ed. McGraw-Hill, 1979.
- [10] Marks. Manual del Ingeniero Mecánico, 2a. ed. Volumen 1, McGraw-Hill, 1989.
- [11] Gillespie T. Fundamentals of Vehicle Dynamics, SAE, 1992.
- [12] Sully. Motor Vehicle Mechanics' Textbook.
- [13] Chicurel E., Chicurel R., Cantú C., Morales L. A., Gutiérrez F., Características de un vehículo eléctrico repartidor urbano de gran maniobrabilidad, Primer congreso SOMIM. Sanfandila, Qro., México 1995.
- [14] Jewell T. Computer Applications for Engineers, John Wiley and sons, 1991.

APÉNDICE A. CINEMÁTICA DEL MECANISMO.

A.1 MARCHA HACIA ADELANTE (fig. A.1).

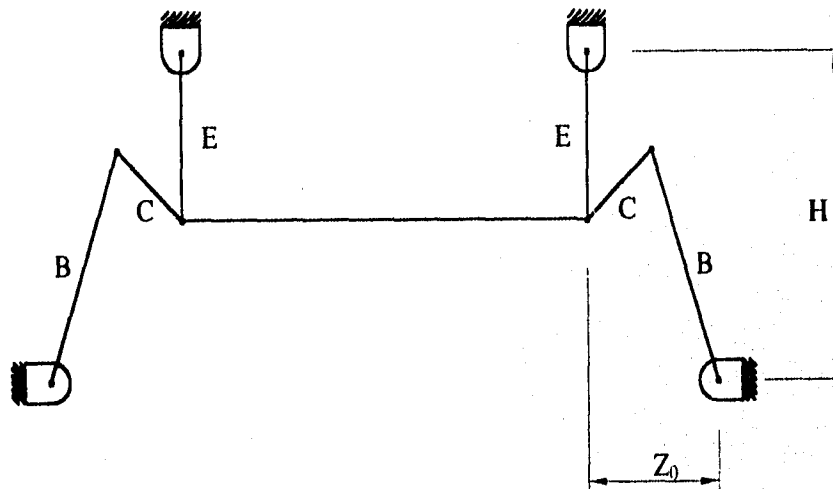


Figura A.1. Mecanismo de dirección en posición de marcha hacia adelante.

Tomando la rama del lado interior, figura A.2:

En sentido del eje x: $C_{x0} + B \operatorname{sen} \gamma = Z_0$; $C_{x0} = Z_0 - B \operatorname{sen} \gamma$

En sentido del eje y: $E + B \operatorname{cos} \gamma - C_{y0} = H$; $C_{y0} = E + B \operatorname{cos} \gamma - H$

Además: $C = \sqrt{C_{x0}^2 + C_{y0}^2}$

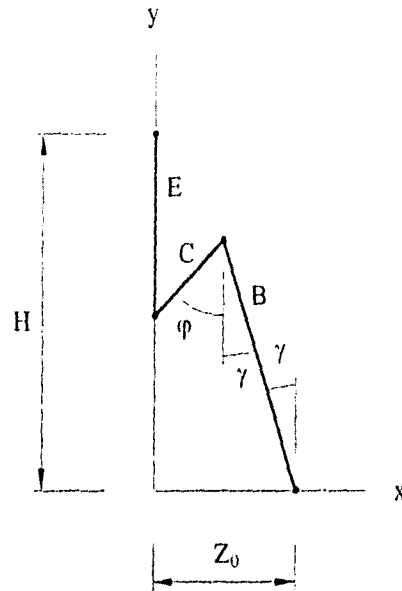


Figura A.2. Rama interior, marcha hacia adelante.

A.2 VUELTA, LADO INTERIOR (fig A.3).

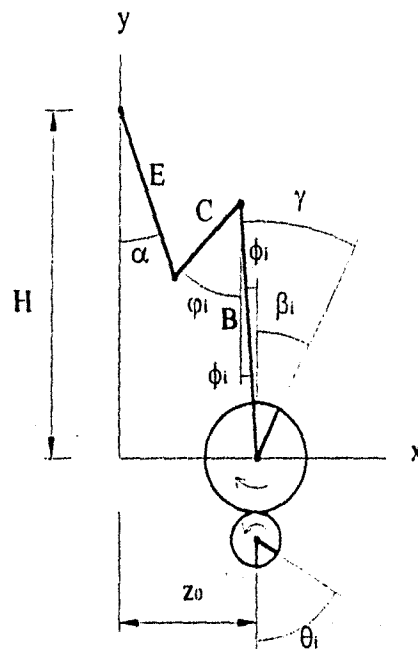


Figura A.3. Rama interior posición de vuelta.

Considerando la relación de amplificación (Ra) que existe entre los engranes

$$\beta_i = \theta_i / R_a ; \quad \text{además} \quad \phi_i = \gamma - \beta_i$$

En sentido del eje x: $E_x + C_{xi} + B_{xi} = Z_0$; $C_{xi} = Z_0 - E_x - B_{xi}$

En sentido del eje y: $E_y - C_{yi} + B_{yi} = H$; $C_{yi} = -H + E_y + B_{yi}$

Si se sabe que: $C^2 = C_{xi}^2 + C_{yi}^2$, entonces:

$$C_{xi}^2 = Z_0^2 - 2Z_0 E_x - 2Z_0 B_{xi} + E_x^2 + 2E_x B_{xi} + B_{xi}^2$$

$$C_{yi}^2 = H^2 - 2H E_y - 2H B_{yi} + E_y^2 + 2E_y B_{yi} + B_{yi}^2$$

Sustituyendo

$$C^2 = (Z_0 - B_{xi})^2 + 2E_x(B_{xi} - Z_0) + 2\sqrt{E^2 - E_x^2}(B_{yi} - H) + (H - B_{yi})^2 + E^2$$

Donde: $E_y = \sqrt{E^2 - E_x^2}$

Despejando este término: $\sqrt{E^2 - E_x^2} = \frac{E^2 - C^2 + I_2^2 + I_1^2}{2I_1} + I_3 E_x$

Donde: $I_1 = B_{yi} - H$; $I_2 = B_{xi} - Z_0$; $I_3 = \frac{I_2}{I_1}$

Lo cual se puede poner de la siguiente forma:

$$E_x^2(I_3^2 + 1) + E_x(2I_3 I_4) + (I_4^2 - E^2) = 0$$

Donde: $I_4 = \frac{E^2 - C^2 + I_2^2 + I_1^2}{2I_1}$

Con lo cual la solución para E_x esta dada por la siguiente fórmula por ser una ecuación de segundo grado.

$$E_x = \frac{-B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C_1}}{2A_1}$$

Donde: $A_1 = I_3^2 + 1$; $B_1 = 2I_3 I_4$; $C_1 = I_4^2 - E^2$

Con lo cual se obtiene $E_y = \sqrt{E^2 - E_x^2}$ $\tan \alpha = \frac{E_x}{E_y}$

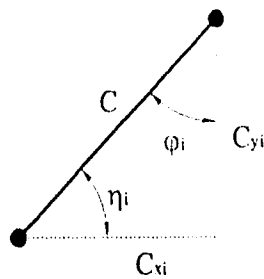


Figura A.4. Ángulos lado interno.

Además de la figura A.4: $\text{sen } \eta_i = \frac{C_{yi}}{C}$; $\text{cos } \varphi_i = \frac{C_{yi}}{C}$

A.3 VUELTA, LADO EXTERIOR (fig. A.5).

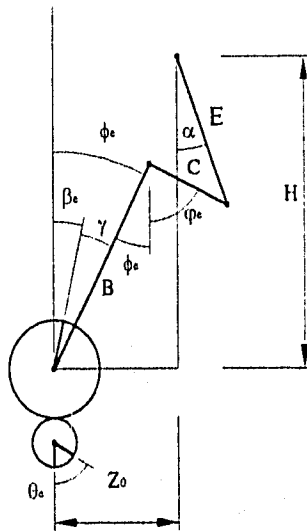


Figura A.5. Ruma exterior, posición de vuelta.

De forma análoga al lado interior se tiene:

$$\begin{aligned} -E_x + C_{xc} + B_{xc} &= Z_0; & C_{xc} &= Z_0 + E_x - B_{xc} \\ E_y - C_{yc} + B_{yc} &= H; & C_{yc} &= -H + E_y + B_{yc} \end{aligned}$$

$$C^2 = C_{xc}^2 + C_{yc}^2$$

$$C_{xc}^2 = Z_0^2 - 2Z_0E_x - 2Z_0B_{xc} + E_x^2 - 2E_xB_{xc} - B_{xc}^2$$

$$C_{yc}^2 = H^2 - 2HE_y - 2HB_{yc} + E_y^2 + 2E_yB_{yc} + B_{yc}^2$$

Sustituyendo y agrupando:

$$C^2 = (Z_0 + E_x)^2 - 2B_{xc}(Z_0 + E_x) + 2\sqrt{B^2 - B_{xc}^2}(E_y - H) + (H - E_y)^2 + B^2$$

Donde: $B_{yc} = \sqrt{B^2 - B_{xc}^2}$

Despejando este término

$$\sqrt{B^2 - B_{xc}^2} = \frac{B^2 - C^2 + E_2^2 + E_1^2}{2E_2} + E_3B_{xc}$$

Donde: $E_1 = E_x + Z_0$; $E_2 = H - E_y$; $E_3 = -\frac{E_1}{E_2}$

Se puede escribir, entonces

$$B_{xc}^2(E_3^2 + 1) + B_{xc}(2E_3E_4) + (E_4^2 - B^2) = 0$$

$$E_4 = \frac{B^2 - C^2 + E_2^2 + E_1^2}{2E_2}$$

Cuya solución esta dada por:

$$B_{xc} = \frac{-B_c - \sqrt{B_c^2 - 4A_cC_c}}{2A_c}$$

Donde: $A_c = E_3^2 + 1$; $B_c = 2E_3E_4$; $C_c = E_4^2 - B^2$

Con lo cual se obtiene: $B_{yc} = \sqrt{B^2 - B_{xc}^2}$ $\cos \phi_c = \frac{B_{yc}}{B}$

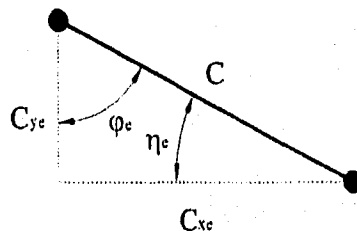


Figura A.6. Ángulos lado externo.

De la figura A.6: $\text{sen } \eta_c = \frac{C_{yc}}{C}$; $\text{cos } \phi_c = \frac{C_{yc}}{C}$

APÉNDICE B. PROGRAMA.

B.1 NOMENCLATURA.

ALR	Ángulo α .
AT	Área transversal de las barras del mecanismo.
B, D, E, F, H	Dimensiones de los eslabones del mecanismo.
BTIR	Ángulo β_i .
ETER	Ángulo η_e .
ETIR	Ángulo η_i .
FER	Ángulo φ_e .
FIR	Ángulo φ_i .
G, GR	Ángulo γ .
I	Momento de inercia centroidal.
MU	Coefficiente de fricción entre las llantas y la superficie de apoyo.
NOR	Fuerza normal de las ruedas delanteras.
P	Presión de inflado de las llantas.
PI	Número π (3.141592...).
PSER	Ángulo ϕ_e .
PSIR	Ángulo ϕ_i .
R1X	Reacción R_{1x} .
R1Y	Reacción R_{1y} .
R4	Reacción R_4 .
R5X	Reacción R_{5x} .
R5Y	Reacción R_{5y} .
R6	Reacción R_6 .
R9	Reacción R_9 .
R10X	Reacción R_{10x} .

R10Y	Reacción R_{10y} .
RA	Razón de amplificación entre los engranes.
RAD	Radio de los eslabones del mecanismo.
RER	Razón entreje-rodada.
SIG12	Esfuerzo σ_{12} .
SIG34	Esfuerzo σ_{34} .
SIG38	Esfuerzo σ_{38} .
SIG45	Esfuerzo σ_{45} .
SIG67	Esfuerzo σ_{67} .
SIG89	Esfuerzo σ_{89} .
SIG910	Esfuerzo σ_{910} .
T1	Momento T_1 .
T5	Momento T_5 .
T10	Momento T_{10} .
TIR	Ángulo θ_i .
TER	Ángulo θ_e .
TEX	Momento en la rueda exterior.
TEV, TEVR	Ángulo θ_v .
TIN	Momento en la rueda interior.

B.2. LISTADO.

```

INTEGER FW
REAL I, I1, I2, I3, I4, L, M7, M2, MU, NOR
PARAMETER (FW=100)
OPEN (UNIT=FW, FILE='FZAS.DAT', STATUS='NEW')

```

```

C
C
C
C

```

ESPECIFICACIONES

```

RER = 1.7
RA = 2.6536
G = -0.1584
H = 1.0
B = 0.55604
E = 0.6
D = 0.8
F = 0.8
RAD = 0.01905
Z0 = 0.2
MU = 0.9
P = 448000.
NOR = 6480.

```

```

C
C

```

```

C          CALCULOS
C
GAR      = 0.0174533
RAG      = 57.29578
GR       = G * GAR
PI       = 3.141592
AT       = PI * RAD**2
I        = 0.25*PI*RAD**4
C1       = RAD / I
DT       = 3.*SQRT(P)
T        = MU*NOR**(1.5)/DT

C
C
C          MARCHA HACIA ADELANTE
C
CXO      = Z0 - B*SIN(GR)
CYO      = E + B*COS(GR) - H
C2       = CXO**2 + CYO**2
C        = SQRT(C2)

C
C
C          CICLO ITERATIVO
C
DO 30 N = 10, 90, 10

C
C
C          VUELTA
C          LADO INTERIOR
C
TEV      = N
TEVR     = TEV * GAR
DTIR     = (2.0*RER) / (TAN(TEVR))-1.0
TIR      = ATAN((2.0*RER) / DTIR)
IF(TEV.GT.73) THEN
TIR      = 180*GAR + TIR
ENDIF
BTIR     = TIR / RA
FIR      = GR - BTIR
BXI      = B * SIN(FIR)
BYI      = B * COS(FIR)
I1       = BYI - H
I2       = BXI - Z0
I3       = I2 / I1
I4       = (E**2-C2+I1**2+I2**2) / (2.0*I1)
AI       = I3**2 + 1.0
BI       = 2.0 * I3 * I4
CI       = I4**2 - E**2
DISI     = BI**2 - 4.0*AI*CI
IF (DISI.LT.0.0) GO TO 40
EX       = (-BI-SQRT(DISI)) / (2.0*AI)
EY       = SQRT( E**2 - EX**2

```

CYI = EY + I1
 CPSI = CYI / C
 TALR = EX / EY
 ALR = ATAN(TALR)
 PSIR = ACOS(CPSI)
 SETI = CYI / C
 ETIR = ASIN(SETI)

C
 C
 C
 C
 C

VUELTA
 LADO EXTERIOR

E1 = EX + Z0
 E2 = H - EY
 E3 = -E1 / E2
 E4 = (B**2 - C2 + E1**2 + E2**2) / (2.0 * E2)
 AE = E3**2 + 1.0
 BE = 2.0 * E3 * E4
 CE = E4**2 - B**2
 DISE = BE**2 - 4.0 * AE * CE
 IF (DISE.LT.0.0) GO TO 40
 BXE = (-BE - SQRT(DISE)) / (2.0 * AE)
 BYE = SQRT(B**2 - BXE**2)
 CFER = BYE / B
 FER = ACOS(CFER)
 BTER = FER - GR
 TER = BTER * RA
 CYE = E2 - BYE
 CPSE = CYE / C
 PSER = ACOS(CPSE)
 SETE = CYE / C
 ETER = -ASIN(SETE)

C
 C
 C
 C

MOMENTOS EN LAS RUEDAS (CONSTANTES)

TEX = T
 TIN = T

C
 C
 C
 C

MOMENTOS EN EL MECANISMO

T5 = TIN * RA
 T10 = TEX * RA

C
 C
 C
 C

FUERZAS EN ESLABONES

DR4 = B * COS(ETIR - FER)
 R4 = T5 / DR4
 DR9 = B * COS(ETER - FER)

```

R9      = T10 / DR9
R5X     = R4 * COS(ETIR)
R5Y     = R4 * SIN(ETIR)
R10X    = R9 * COS(ETER)
R10Y    = R9 * SIN(ETER)
DR6     = 2.0 * F * COS(ALR)
R6      = (R10Y * (F+D) + R10X * (F-D)) / DR6
R1X     = R10X + R5X - R6 * SIN(ALR)
R1Y     = R5Y - R10Y + R6 * COS(ALR)
T1      = E * (R1X * COS(ALR) + R1Y * SIN(ALR))

```

C
C
C
C

ESFUERZOS

```

SIG34   = R4 / AT
SIG89   = R9 / AT
SIG67   = R6 / AT
R45X    = R5Y * COS(FIR) - R5X * SIN(FIR)
R45Y    = R5Y * SIN(FIR) + R5X * COS(FIR)
SIG45   = (R45X / AT) + C1 * R45Y * B
R910X   = R10X * SIN(FER) - R10Y * COS(FER)
R910Y   = R10X * COS(FER) + R10Y * SIN(FER)
SIG910  = (R910X / AT) + C1 * R910Y * B
R12X    = R1Y * COS(ALR) - R1X * SIN(ALR)
R12Y    = R1Y * SIN(ALR) + R1X * COS(ALR)
SIG12   = (R12X / AT) + C1 * R12Y * E
R38X    = R9 * COS(ETER) - R6 * SIN(ALR)
M7      = F * R1Y - R10Y * (D-F) / 2.0 - R5Y * (D+F) / 2.0
M2      = F * R6 * COS(ALR) - R10Y * (D+F) / 2.0 - R5Y * (D-F) / 2.0
IF (ABS(M7) .GE. ABS(M2)) THEN
MFM     = M7
V       = R10Y
ELSE
MFM     = M2
V       = R5Y
ENDIF
SIG38   = (R38X / AT) + C1 * MFM

```

C
C
C
C
C

IMPRESION

```

WRITE (FW, 20) TEV, R1X, R1Y, R4, R5X, R5Y, R6, R9, R10X, R10Y, T1, SIG34,
&          SIG89, SIG67, SIG:5, SIG910, SIG12, SIG38
20 FORMAT (1F5.0, 9F10.1, 8F15.0)

```

C
C
C
C

REGRESO

30 CONTINUE

40 STOP
END

B.3. ARCHIVO DE RESULTADOS.

*Tabla B.1. Valores de las fuerzas en los eslabones.
TEV esta en grados y las fuerzas en N.*

TEV	R1X	R1Y	R4	R5X	R5Y	R6	R9	R10X	R10Y	T1
0	2240	865	1414	1120	865	865	1414	1120	865	1340
10	2202.7	892.3	1481.9	1183.1	892.3	811.5	1341.3	1069.1	810	1352
20	2205.2	875	1533.4	1259.2	875	742.6	1271.7	1036.4	737.1	1377
30	2233.3	801.5	1557.6	1335.6	801.5	666.5	1211.5	1018.9	655.4	1405
40	2270.3	670.3	1549	1396.5	670.3	587	1164.2	1015.3	569.7	1419
50	2301.2	494	1510.6	1427.6	494	504.9	1132	1024.3	481.9	1406
60	2319.6	293.8	1452	1422	293.8	418.6	1116.7	1045.8	391.5	1364
70	2330.9	88.6	1383.4	1380.5	88.6	322.5	1121.4	1082.1	294.4	1298
80	2352.8	-111.8	1311.6	1306.9	-111.8	204.4	1154.8	1140.5	181.2	1220
90	2432	-308.2	1239.9	1201	-308.2	28.9	1246.3	1246.1	24.7	1150

*Tabla B.1. Valores de los esfuerzos en los eslabones.
TEV esta en grados y los esfuerzos en MPa.*

TEV	SIG34	SIG89	SIG67	SIG45	SIG910	SIG12	SIG38
0	1.24	1.2	0.76	115	113.5	248	0.981
10	1.299791	1.176448	0.711776	115.1183	113.6101	249.6264	0.894352
20	1.344988	1.115477	0.651368	115.1856	113.7277	254.1649	0.829726
30	1.366239	1.062656	0.584621	115.2163	113.8489	259.1139	0.787367
40	1.35866	1.021157	0.514871	115.2054	113.9715	261.4217	0.766442
50	1.325011	0.9929	0.442899	115.1562	114.0954	258.8003	0.766237
60	1.27361	0.979466	0.367128	115.078	114.2234	250.7407	0.787338
70	1.213388	0.983618	0.282895	114.9803	114.3616	238.3628	0.833615
80	1.150473	1.012913	0.179294	114.8678	114.5241	223.7285	0.917406
90	1.087547	1.093178	0.025358	114.7373	114.7501	210.3705	1.079761

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA