

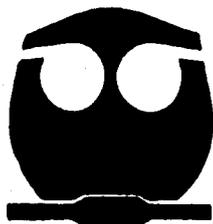


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

"DISEÑO DE PRACTICAS PARA
EL LABORATORIO DE FÍSICA
DE LA FACULTAD DE QUÍMICA"

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO
P R E S E N T A :
FELIPE PONCE ALVAREZ



MEXICO, D. F.

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado asignado:

Presidente Prof. Arturo Madrid Peralta
Vocal Prof. Alejandro Pisanty Baruch
Secretario Prof. María de los Angeles Olvera Treviño
1er. Suplente Prof. Enrique Solis García
2do. Suplente Prof. Jorge Luna Ramos

Sitio donde se desarrolló el tema:

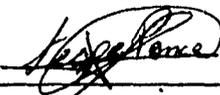
**Universidad Nacional Autónoma de México
Laboratorio de Física
Facultad de Química**

Aesor del tema:



M. en C. María de los Angeles Olvera Treviño.

Sustentante:



Felipe Ponce Alvarez.

DEDICATORIAS

A mis padres: Elisa Alvarez J. y Enrique Ponce M.

Con enorme cariño y gratitud por apoyarme en todo momento, en las diversas etapas de mi vida. Me siento afortunado de que sean mis padres y tenerlos tan cerca. Son para mí, ejemplo de amor, dedicación y fortaleza.

A mis hermanos: Esperanza, Lucio y José C.

Gracias por los gratos momentos que hemos compartido.

A ti hermana, por todo el apoyo y confianza que me has dado para lograr esta meta.

A Balbina Xolalpa Guerra.

Por tu apoyo, confianza y cariño que me has brindado siempre.

Gracias a ti he llenado mi vida de momentos maravillosos.

Por seguir teniendo la suerte de compartir la vida contigo.

A mis amigos de siempre:

Pedro Sánchez L., Roman Pilon V., Guillermo Cruz M., Azael Velasco P., Margarita Molina H. y Sofia González M.

Que me brindaron su amistad y ayuda desinteresada en todo momento.

A la Prof. Na de los Angeles Olvera T.

A quien le estoy muy agradecido por su dirección y apoyo, pero sobretodo por la confianza y paciencia que tubo para conmigo durante el desarrollo de éste trabajo.

Al Laboratorio de Física de la Fac. de Quím.

A todo el personal que en él laboran, por su ayuda y amistad. Especialmente a los Prof. Jorge Luna R. y José Luis R., gracias por el apoyo que siempre me brindaron.

A la Facultad de Química.

Gracias por sus enseñanzas y la formación académica que recibimos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México.

Por todas las oportunidades que nos brinda para formarnos profesionalmente.

A todos aquellos que siempre estarán en nuestra mente y en nuestro corazón.

A las personas que luchan por un mundo en donde exista la justicia y la igualdad.

INDICE

INTRODUCCION

Análisis de estadísticas.....	2
Objetivo de la Tesis.....	9

(MANUAL PARA EL PROFESOR)

CAPITULO 1:

MOVIMIENTO ROTACIONAL.....	13
----------------------------	----

CAPITULO 2:

SOLUCIONES CONDUCTORAS DE LA CORRIENTE ELECTRICA.....	39
---	----

CAPITULO 3:

LEY DE COULOMB.....	66
---------------------	----

CAPITULO 4:

MODELOS DE DIFRACCION DE LAUE.....	87
------------------------------------	----

CAPITULO 5:

ESTUDIO DE CRISTALES DE HIELO USANDO LUZ POLARIZADA.....	108
--	-----

(INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES EXPERIMENTALES)

INTRODUCCION.....	125
-------------------	-----

INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES EXPERIMENTALES

DE LAS PRACTICAS.....	129
-----------------------	-----

(MANUAL PARA EL ALUMNO)

CAPITULO 6:

MOVIMIENTO ROTACIONAL.....	136
----------------------------	-----

CAPITULO 7:

SOLUCIONES CONDUCTORAS DE LA CORRIENTE ELECTRICA.....144

CAPITULO 8:

LEY DE COULOMB.....153

CAPITULO 9:

MODELOS DE DIFRACCION DE LAUE.....162

CAPITULO 10:

ESTUDIO DE CRISTALES DE HIELO USANDO LUZ POLARIZADA.....170

CONCLUSIONES.....178

BIBLIOGRAFIA.....181

INTRODUCCION

La enseñanza de la Física experimental a lo largo de los años se ha deteriorado debido al poco interés que se le ha dedicado. El desarrollo de la física teórica ha crecido más rápidamente que la física experimental, esto ha repercutido en la enseñanza, siendo relegada la sección experimental a un segundo término. La Facultad de Química en su sección de física experimental no ha quedado fuera de este contexto, y aunado a que es una Facultad de Química, se le ha dado preferencia a los laboratorios de cualquier aérea de la Química, quedando el laboratorio de Física relegada a un segundo término. Otro factor importante que ha desfavorecido el crecimiento de la enseñanza es la estructura académica. Existen dos tipos de profesores: el de carrera y el de asignatura, el de carrera dedica su mayor parte del tiempo a la investigación y el profesor de asignatura asiste a la Universidad por horas, siempre frente a grupo y su principal lugar de trabajo es en otra institución dentro de la UNAM, fuera de la UNAM, en la industria o algún centro gubernamental. No existe una estructura que favorezca el desarrollo de la enseñanza experimental, se carece de profesores de tiempo completo al diseño de prácticas, a probar técnicas de aprendizaje y a estudiar lo que más le conviene al estudiante para su preparación. Las prácticas que se diseñan, en su mayoría es por profesores que carecen de tiempo, y desconocen técnicas didácticas y herramientas nuevas para la enseñanza.

Todo esto ha ocasionado que estudiantes y profesores de otras áreas dentro de la Facultad, e incluso los mismos profesores de teoría menosprecien al Laboratorio de Física experimental, y aunque la parte experimental forma parte del aprendizaje, los profesores de teoría la ignoran.

Análisis de Estadísticas

Antes de proponer medidas para mejorar la enseñanza de la Física, es necesario analizar la situación actual y redefinir el papel de la Física en las carreras que en ésta Facultad se imparten. Con el fin de iniciar esta tarea se ha analizado la situación de la enseñanza experimental en los últimos trece años.

En el intervalo de estos años el acontecimiento más importante que ocurrió fue el aplicar un nuevo plan de estudios en el que se disminuyeron horas de teoría y se crearon horas de laboratorio para los primeros semestres.

Antes del nuevo plan las asignaturas en el Laboratorio eran Física III con dos orientaciones para Q.F.B. y para I.Q., Q., I.Q.M., Física IV, Física V, estas últimas materias eran cursadas solamente por los I.Q., los Q., y los I.Q.M. En este plan el laboratorio de Física no tenía un programa exclusivo, formaba parte del de teoría. Cada profesor trabajaba con su propio programa de prácticas a excepción de la de Física III dirigida a los Q.F.B. Se trabajaba con un manual-folleto que comprendía el manejo de algunos equipos de medición como son el multímetro y el osciloscopio entre otras actividades y la elaboración de prácticas de temas que se imparten en Teoría. Se realizaban 10 prácticas durante el semestre, pero debido a que el material era insuficiente, 5 de ellas eran realizadas por el grupo al mismo tiempo y las 5 restantes eran rotativas.

Las características académicas de los profesores contratados profesor-semestre en este período fueron en su mayoría de la carrera de Física y el nivel académico licenciatura.

En las gráficas I y II se muestra esta situación. La suma de profesores contratados es el total de profesores contratados por semestre. La situación de los alumnos en cuanto a evaluación final es crítico, hay un alto índice de reprobados y deserción en teoría, en cambio, en el laboratorio la mayoría aprueba con alta calificación. En las gráficas III y IV se presenta el promedio de calificaciones por materia en teoría y laboratorio respectivamente.

Este período se caracterizó por el poco interés que presentaban alumnos y profesores de la Facultad por la Física, muchas veces los

profesores de teoría no consideraban la calificación para reportar su calificación final. El equipo en el laboratorio nunca fue suficiente ni adecuado para una enseñanza óptima, además de que se carecía de una estructura académica y cada profesor enseñaba lo que a su juicio el alumno requería.

El nuevo plan de estudios incluye las materias Cinemática y Dinámica y Electromagnetismo, impartidas para todas las carreras; Estática exclusivamente para los I.Q. y los I.Q.M. y Ondas y Optica para los I.Q. y los Q. No existe un programa experimental para las nuevas materias, forman parte del programa de teoría. En 1991 se trata de unificar criterios a través de la jefatura de sección, se prepararon manuales de prácticas para cada asignatura cuyos objetivos principales era formar bancos de prácticas con el material existente. Las características académicas de los profesores contratados, profesor- semestre en éste período fue de la carrera de Físicos y el nivel académico licenciatura se muestran en la gráfica V. La gráfica IV visualiza el nivel académico de los profesores contratados durante el período 1988-1993.

La siguiente tabla resume la información estadística comprendida en el período 1988 a 1993. Los valores son el promedio por semestre:

MATERIA	<u>TEORIA</u>		<u>LABORATORIO</u>	
	Alum. Insc.	Grupos	Alum. Insc.	Grupos
Cinem. Y Dinám.	733	14	465	33
Electromagnetismo.	495	14	377	33
Estática	317	5	143	13
Ondas y Optica	54	2	48	4

La disminución del número de alumnos por materia en laboratorio disminuye en relación a los inscritos en teoría, esto debido a que algunos alumnos aprueban el laboratorio pero no la teoría, obligándolos a recursar.

La evaluación de los alumnos no varió con las materias del nuevo plan, se observa nuevamente una discrepancia entre teoría y laboratorios. En la gráfica VII se muestra el promedio de

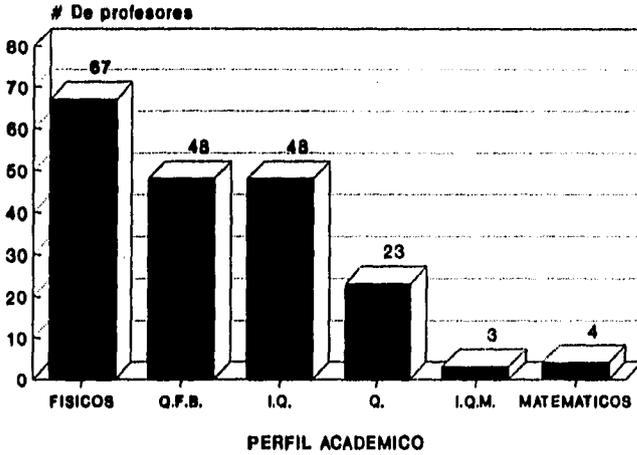
calificaciones por semestre de teoría durante todo el período 1988-1993 y en la gráfica VIII la situación del laboratorio.

El poco interés que se le ha dado a la Física experimental y la estructura académica entre otros factores han ocasionado que durante la aplicación y revisión de los cambios en los planes de estudio no se haya logrado definir un papel claro de la Física en los planes de estudio y una acertada planeación académica. Evidencia de esto son las estadísticas de calificaciones en los últimos 13 años de las diferentes materias que se imparten en la Facultad. Al compararlas, podemos observar el alto índice de reprobados y de deserción en la teoría (gráficas III y VII), así como una alta incidencia de MB en la enseñanza práctica (gráfica IV y VIII) esta discrepancia no tiene justificación alguna en una buena planeación académica, sobretodo si se ha considerado el laboratorio como parte esencial de la enseñanza teórica.

La reducción de horas dedicadas a la Física entre otros factores ocasionó un deterioro en la enseñanza debido a la exclusión de conocimientos básicos y a la poca profundidad con que se trataron los temas que permanecieron.

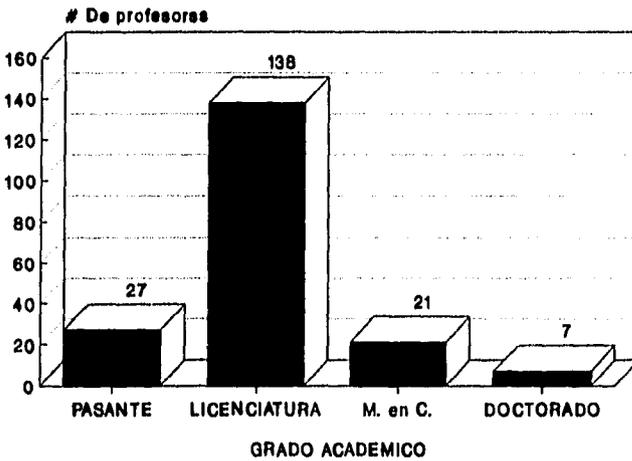
Se ha dicho que la "mala preparación" de los profesores de enseñanza de la Física experimental es uno de los motivos por el cual la enseñanza de la Física en la Facultad ha sido deficiente (Talanquer 1990). Se afirma que la mayoría de las contrataciones para el laboratorio de Física han sido ayudantes de profesor. Sin embargo, en las gráficas II y VI se observa que en la mayoría de los profesores han tenido su licenciatura terminada, entre ellos también se encuentran profesores con maestría y doctorado. La Licenciatura que domina es Física a excepción del semestre 1990, en donde los profesores que impartieron en su mayoría son Químicos, dichas contradicciones por lo menos en ese período no cambió en nada el comportamiento de calificaciones finales en el laboratorio. En los años siguientes '92 y '93, aumentó la contratación de Físicos y con grado académico de doctor, pero vuelve a observarse que el comportamiento de calificaciones es el mismo.

GRAFICA 1
PERFIL ACADEMICO DE LOS PROFESORES
CONTRATADOS EN LABORATORIO



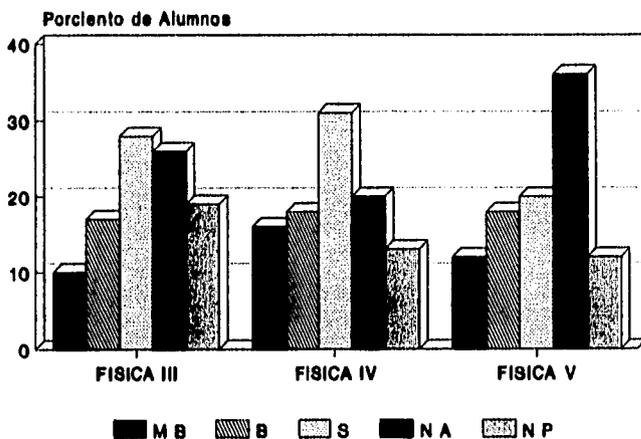
PERIODO 1980-1987

GRAFICA 2
NIVEL ACADEMICO DE LOS PROFESORES
CONTRATADOS EN LABORATORIO



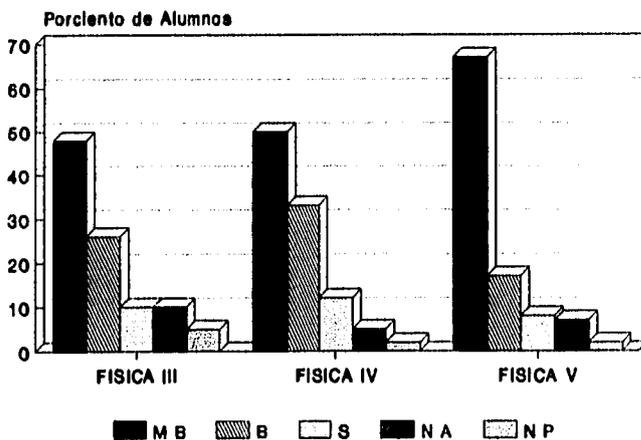
PERIODO 1980-1987

GRAFICA 3
CALIFICACIONES POR SEMESTRE
Y POR MATERIA DE TEORIA



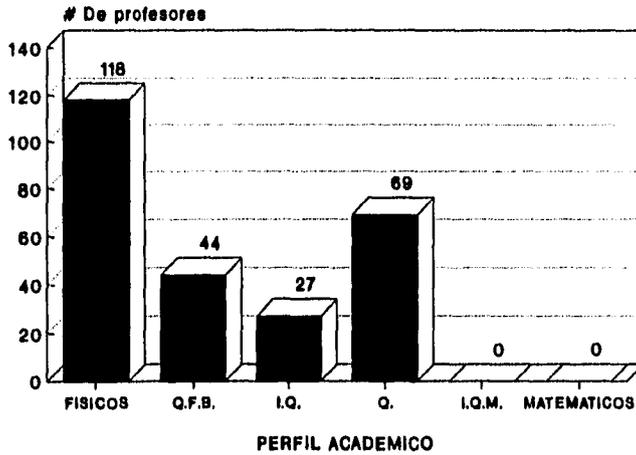
PERIODO 1980-1987

GRAFICA 4
CALIFICACIONES POR SEMESTRE
Y POR MATERIA EN LABORATORIO



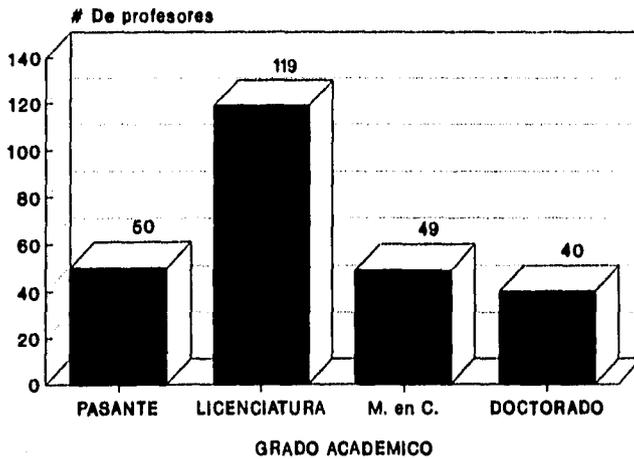
PERIODO 1980-1987

GRAFICA 5
PERFIL ACADEMICO DE LOS PROFESORES
CONTRATADOS EN LABORATORIO



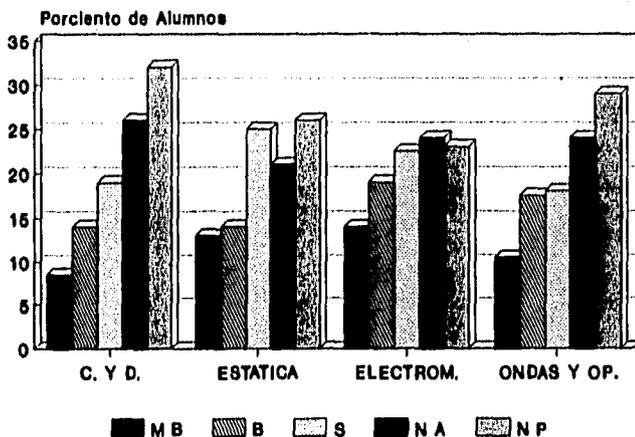
PERIODO 1988-1993

GRAFICA 6
NIVEL ACADEMICO DE LOS PROFESORES
CONTRATADOS EN LABORATORIO



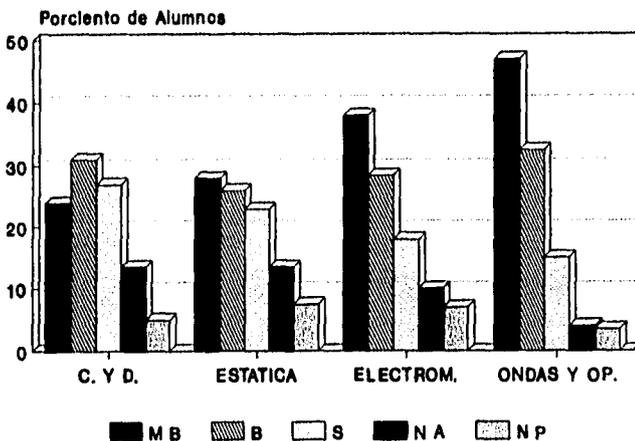
PERIODO 1988-1993

GRAFICA 7
CALIFICACIONES DE TEORIA
POR SEMESTRE



PERIODO 1988-1993

GRAFICA 8
CALIFICACIONES DE
LABORATORIO POR SEMESTRE



PERIODO 1988-1993

De las propuestas y cambios que se han realizado en el laboratorio ninguna ha cambiado la filosofía de la enseñanza de la Física. El problema que se observa es la definición de la enseñanza experimental de la Física, se observa una carencia de planeación académica, no existe en la estructura académica a profesores que se dediquen hacer investigación educativa en el área, que prueben técnicas nuevas de enseñanza o planeen los cursos apropiadamente para cada asignatura.

Objetivo de la Tesis

Para abordar la situación antes mostrada se han considerado varios criterios: el proyecto de superación de la Física experimental en la Facultad de Química, diseñado por la Jefatura del Departamento y la Jefatura de Sección en 1990 (a cargo de la Prof. Ma. de los Angeles Olvera T.), opiniones de profesores interesados en la enseñanza experimental, y las experiencias publicadas de otras instituciones. Dentro de éste proyecto se busca que al alumno de la Facultad de Química se interese más por la Física. Uno de los puntos más importantes del proyecto es el de que el laboratorio de Física de la Facultad de Química debe aportar experimentos que demuestren los principios básicos para comprender de manera clara y precisa las leyes, teorías y principios estudiados en la clase de teoría, así como aportar el manejo de instrumentos auxiliares para el correcto uso del equipo especial en técnicas comunes para las diferentes áreas de la química, como son las analíticas, conocer su principio básico y esclarecer las condiciones del Químico para aplicar las leyes y principios de la Física de acuerdo a sus necesidades.

El objetivo de ésta Tesis es el de diseñar y proponer algunas prácticas para el Laboratorio de Física, las cuales estarán encaminadas a apoyar en parte al proyecto anteriormente mencionado. Estas prácticas estarán estructuradas de tal manera que la enseñanza de la Física experimental en la Facultad de Química cubra tres importantes aspectos: 1) Física básica; 2) Técnicas modernas en el manejo y obtención de datos experimentales; 3) Física aplicada. Las prácticas diseñadas están catalogadas principalmente en los rubros 1 y 3, por ello la diversidad de las mismas para distintas materias.

Es importante mencionar que las prácticas diseñadas se enfocaron en base al equipo que estaba sin usar dentro del laboratorio, para lo cual fue necesario reparar y adaptar algunos equipos para rehabilitarlos.

Las prácticas que se proponen se diseñaron a partir del estudio de algunas fuentes de información tales como textos, revistas científicas, y manuales de prácticas y catálogos de fabricantes de equipo para el laboratorio.

Las prácticas que se proponen en éste trabajo se titulan de la siguiente manera:

- 1.- MOVIMIENTO ROTACIONAL.
- 2.- SOLUCIONES CONDUCTORAS DE LA CORRIENTE ELECTRICA.
- 3.- LEY DE COULOMB.
- 4.- MODELOS DE DIFRACCION DE LAUE.
- 5.- ESTUDIO DE CRISTALES DE HIELO USANDO LUZ POLARIZADA.

La primera práctica corresponde a la materia de Cinemática y Dinámica, y apoya al tema de teoría de movimiento circular o rotacional de un sistema, es una práctica clásica de Física (Física básica). En esta parte se manejan algunos conceptos importantes de Física como el de desplazamiento angular, velocidad angular, aceleración angular, momento de inercia, fuerza, torca, y sus respectivas unidades, además de aprender a armar y manejar el equipo. Para esta práctica fue necesario rehabilitar el equipo correspondiente que estaba sin usar.

La segunda práctica corresponde a la materia de Electromagnetismo, en la que se estudia algunas propiedades eléctricas de diferentes soluciones conductoras, tales como la conductividad eléctrica equivalente y específica, y en general el comportamiento de la ley de Ohm en este tipo de conductores.

Por el tipo de conductores que se estudian y el tipo de técnica empleadas en las mediciones, es también una práctica que apoya a otras materias como la Electroquímica, ya que le proporciona al alumno información básica de conductividad electrolítica,

involucrando algunos aspectos como conducción de la corriente, desplazamiento de iones, influencia del campo eléctrico, tipos de electrólitos, etc. Apoya también al tema de conductimetría en la materia de Análisis Electrométricos. Se hace también una titulación química empleando ésta misma técnica. Esta práctica es un ejemplo de Física aplicada y fue diseñada con la finalidad de crear interés al Químico por la Física.

La tercera práctica también corresponde a la materia de Electromagnetismo, y apoya el tema de Electroestática. Esta es una práctica clásica de Física (también cubre el aspecto de Física básica), en la cual se estudia y se determina experimentalmente la ley de Coulomb. Como instrumento principal se emplea una balanza de torsión electrostática, la cual se basa en los principios de equilibrio dinámico. Este equipo estaba en desuso y se tuvo que rehabilitar, principalmente en la adaptación del alambre de torsión, para lo cual fue necesario emplear diferentes tipos de cables.

La cuarta y quinta práctica corresponden a la materia de Ondas y Óptica. La primera tiene como finalidad el estudio de la difracción de Rayos X, y las correspondientes figuras de difracción de Laue. Se hace una "simulación" de éste fenómeno usando un equipo generador de rayos láser y una serie de transparencias que sirven como rejillas de difracción. Es una práctica cuantitativa en sus mediciones, en la cual se emplea la ley de Bragg.

La segunda práctica es cualitativa, y tiene como finalidad el estudio de algunas propiedades ópticas del hielo tal como: color de interferencia, birrefringencia o anisotropía, rotación de la luz polarizada etc., Se emplean diferentes tipos de muestras congeladas, y se analizan usando un par de filtros polarizados.

Con el objeto de aplicar la nueva normatividad de informar la incertidumbre en mediciones de acuerdo a la *International Organization of Legal Metrology (OIML)*, y como introducción para que el alumno sepa cómo informar incertidumbres de acuerdo a la nueva normatividad se presentan los valores de incertidumbre de las mediciones experimentales más importantes de cada práctica, para ello

se presenta un resumen del procedimiento empleado para valorar dicha incertidumbre en un apartado especial de esta tesis.

Al final se presentan los formatos de las prácticas correspondientes para los manuales. En éstos se da la información necesaria con la cual los alumnos puedan desarrollar éstas mismas prácticas en el mismo Laboratorio de Física.

CAPITULO 1

MOVIMIENTO ROTACIONAL (Manual para el Profesor)

OBJETIVO

Estudiar el movimiento rotacional de un cuerpo rígido y determinar de manera experimental diferentes variables físicas tales como: desplazamiento angular, velocidad angular, aceleración angular, momento de inercia, energía cinética rotacional, torca y momentum angular. Comparar algunas de estas variables a diferentes condiciones de operación de manera gráfica, y determinar una ecuación teórica que describa su comportamiento.

RESUMEN

Se presenta una práctica clásica correspondiente a la materia de Cinemática y Dinámica. La práctica consiste en estudiar el movimiento rotacional de un sistema. El equipo que se emplea es un aparato de Momentum Angular fabricado por Macalaster Scientific Corp. (número de catálogo 3800).

Se hace una descripción general del equipo y se indica el procedimiento experimental a seguir, así como las variables físicas a determinar. Se determina la ecuación teórica que describe a cada gráfica para compararlas con los valores experimentales obtenidos. Se menciona algunas aplicaciones o principios que existen entre el movimiento rotacional con algunos aspectos del estudio de la Química, así como algunos ejemplos particulares aplicados en la industria.

INTRODUCCION

Esta práctica fue diseñada con la finalidad de crear en el laboratorio de Física una práctica relacionada con el tema de movimiento rotacional, que se estudia en la materia de Cinemática y Dinámica. La práctica fue creada también para habilitar el equipo que se menciona, ya que éste no se utilizaba en ninguna forma dentro del laboratorio, el equipo estaba totalmente desmantelado y carecía de

algunas partes, las cuales fueron adaptadas por otras.

En esta práctica se estudia el movimiento de un cuerpo rígido en una trayectoria circular. El fenómeno de movimiento rotacional tiene una gran variedad de aplicaciones y usos en la vida diaria, y en la industria principalmente en la operación de equipos que se usan en los diferentes procesos de separación y de mezclado, así como en laboratorios de investigación.

BASES TEORICAS

CINEMATICA ROTACIONAL

Desplazamiento angular

La figura 1.1 muestra un disco que gira alrededor de un eje fijo que pasa por su centro de gravedad C , perpendicular a la cara del disco. Cada partícula del disco describe un camino circular alrededor del eje de rotación. En particular, como el punto P del borde se mueve a la posición P' , el ángulo θ (que está entre las líneas \overline{CP} y $\overline{CP'}$) es el ángulo el cual el disco ha girado. Cada línea en el plano del disco ha girado el mismo ángulo θ en el mismo intervalo de tiempo.

A éste ángulo θ se le llama desplazamiento angular.

Se puede expresar el ángulo θ en grados o en radianes.

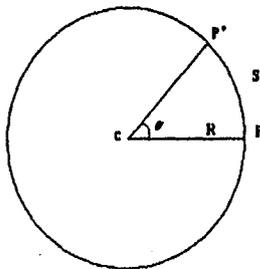


Figura 1.1

La medición del ángulo θ en radianes se define como la longitud del arco $\widehat{PP'}$ dividido entre el radio R de un círculo:

$$\theta = \frac{S}{R} \quad (1.1)$$

donde S es igual a $\widehat{PP'}$.

Por ejemplo, si S es igual a 5 cm. y el radio del disco es también 5 cm., entonces, $\theta = 1$ radian.

Como el radio está contenido 2π veces en la circunferencia, entonces habrá 2π radianes en una vuelta completa o 360° .

Velocidad angular media

La velocidad angular media $\hat{\omega}$, se expresa como el ángulo que gira el cuerpo o desplazamiento angular $\Delta\theta$ dividido entre el intervalo de tiempo correspondiente Δt .

$$\hat{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Velocidad angular instantánea

La velocidad angular instantánea ω se define como el límite al que tiende el cociente $\Delta\theta/\Delta t$, cuando Δt tiende a cero, esto es, la derivada de θ con respecto a t .

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.3)$$

Como el cuerpo es rígido, todas las rectas contenidas en él giran el mismo ángulo en igual tiempo, y la velocidad angular es característica del cuerpo en conjunto. Si el ángulo θ se expresa en radianes, las unidades de velocidad angular es radian/segundo.

Si la velocidad angular ω es una constante, entonces, existe una relación con la velocidad angular media $\hat{\omega}$, que expresa que $\hat{\omega} = \omega$.

Aceleración angular

Si la velocidad angular de un cuerpo varía, se dice que tiene aceleración angular. Si ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares en los instantes t_1 y t_2 , se define la aceleración angular media $\bar{\alpha}$ como:

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.4)$$

y la aceleración angular instantánea α como el límite de éste cociente cuando Δt tiende a cero:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (1.5)$$

Como $\omega = d\theta/dt$, la aceleración angular puede escribirse como:

$$\alpha = \frac{d}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1.6)$$

(Segunda derivada del desplazamiento angular con respecto al tiempo). También, teniendo en cuenta la regla de la derivada de una función de función,

$$\alpha = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} \quad (1.7)$$

La unidad de aceleración angular es rad/s^2 o $1/\text{s}^2$.

Rotación con aceleración angular constante

El movimiento de rotación más sencillo es el de aceleración angular constante. Las expresiones de la velocidad angular se obtiene por integración de la siguiente manera:

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{constante}$$

$$\int d\omega = \int \alpha dt.$$

$$\omega = \alpha t + C_1$$

Si ω_0 es la velocidad angular cuando $t = 0$, la constante de integración C_1 es igual a ω_0 , entonces

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (1.8)$$

$$\text{como } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int d\theta = \int \omega_0 dt + \int \alpha t \cdot dt$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 + C_2 \quad (1.9)$$

La constante de integración C_2 es el valor de θ para $t = 0$, designada por θ_0

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (1.10)$$

Si escribimos la aceleración angular en la forma:

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

$$\int \alpha d\theta = \int \omega d\omega + C_3$$

$$\alpha \cdot \theta = \frac{1}{2} \omega^2 + C_3$$

Si el ángulo θ tiene el valor θ_0 para $t = 0$, y si la velocidad angular

inicial es ω_0 , se tiene $C_3 = \alpha \cdot \theta_0 - \frac{1}{2} \omega_0^2$, y

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \cdot (\theta - \theta_0) \quad (1.11)$$

Escalares y Vectores

Muchas cantidades físicas quedan determinadas por su magnitud, expresada en alguna unidad conveniente, dichas cantidades se llaman **escalares**. Por ejemplo, para especificar el volumen de un cuerpo es necesario solamente indicar cuántos metros o pies cúbicos ocupa. Otras magnitudes físicas requieren para su completa determinación, que se añada una dirección a su magnitud, a dichas cantidades se le conoce como **vectores**. El caso más sencillo es el desplazamiento, el cual se determina por la distancia efectiva que se ha movido y la dirección en la cual se ha movido. (1)

DINAMICA ROTACIONAL

Torca de una fuerza

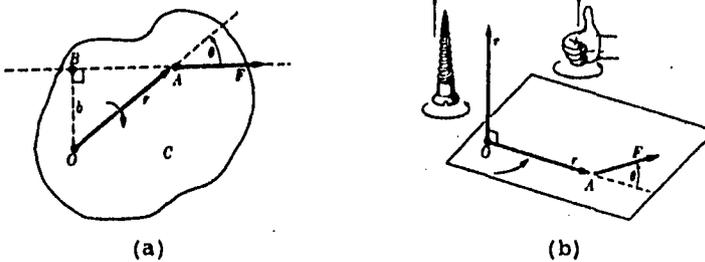


Figura 1.2

Una fuerza F que actúa en un cuerpo C que puede rotar alrededor del punto O , su efectividad en la rotación aumenta con la distancia perpendicular (denominada *brazo de palanca*), entonces, $b = \overline{OB}$ desde O a la línea de acción de fuerza. Se define una cantidad física τ llamada *torca* o *momento de una fuerza* de la manera siguiente:

$$\tau = F \cdot b \quad (1.12)$$

(1) Para la escritura de un vector se utiliza símbolos en tipo grueso. Por ejemplo, el vector \mathbf{v} .

De la figura 1.2a se obtiene que $b = r \cdot \text{sen } \theta$, entonces,

$$\tau = F r \text{ sen } \theta \tag{1.13}$$

De la regla de la magnitud del producto vectorial ($|A \times B| = A \cdot B \text{ sen} \theta$), entonces,

$$\tau = r \times F \tag{1.14}$$

La torca tiene las mismas dimensiones que el producto de la fuerza por la distancia (N·m), que son las mismas dimensiones que las del trabajo, sin embargo, torca y trabajo son cantidades físicas diferentes, la torca es un vector y el trabajo es un escalar, la torca es producida por una fuerza, no solo depende de la magnitud y dirección de la fuerza, sino también del punto de aplicación de la fuerza con respecto al eje de rotación.

Momentum Angular

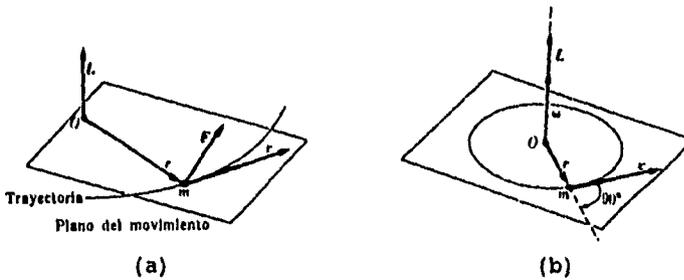


Figura 1.3

El momentum angular L con respecto a O de una partícula de masa m que se mueve con velocidad v (y por consiguiente momentum $p = m v$), está definido por el producto vectorial

$$\begin{aligned} L &= r \times p \\ \text{o} \quad L &= m r \times v \end{aligned} \tag{1.15}$$

L es el vector perpendicular al plano determinado por r y v .

En el caso del movimiento circular, cuando o es el centro del círculo, los vectores r y v son perpendiculares y $v = \omega r$, entonces,

$$L = m r v = m r^2 \omega \quad (1.16)$$

La dirección de L es la misma que la de velocidad angular ω .

Tomemos la derivada con respecto al tiempo de la ecuación 1.15

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dr}{dt} \times p + r \times \frac{dp}{dt} \quad (1.17)$$

Pero $dr/dt = v$, y $p = m v$ es siempre paralelo a v , entonces,

$$\frac{dr}{dt} \times p = v \times p = m v \times v = 0$$

Por definición $dp/dt = F$, entonces la ecuación 1.17 se torna $dL/dt = r \times F$, y de acuerdo a la ecuación 1.14 que establece que $\tau = r \times F$, se obtiene

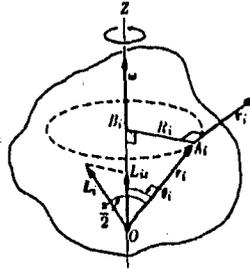
$$\frac{dL}{dt} = \tau \quad (1.18)$$

El cambio con respecto al tiempo del momentum angular de una partícula es igual a la torca de la fuerza aplicada a ella.

Esta ecuación es correcta solo cuando L y τ se evalúan con respecto al mismo punto.

Momentum Angular de un cuerpo rígido.

Figura 1.4



Un cuerpo rígido que rota alrededor de un eje z con velocidad angular ω , cada una de sus partículas describe una órbita circular con centro en el eje z. La partícula A_i describe un círculo de radio $R_i = A_i B_i$ con velocidad $v_i = \omega \times r_i$, siendo r_i el vector de posición con respecto al origen O. La magnitud de la velocidad es: $v_i = \omega r_i \text{ sen } \theta_i = \omega R_i$. El momentum angular de una partícula A_i con respecto al origen O es:

$$L_i = m_i r_i \times v_i$$

Su dirección es perpendicular al plano determinado por los vectores r_i y v_i . Hace un ángulo $\pi/2 - \theta_i$ con el eje de rotación z, y su componente paralelo al eje z es

$$L_{iz} = (m_i r_i v_i) \cos(\pi/2 - \theta_i) = m_i (r_i \text{ sen } \theta_i) (\omega R_i) = m_i R_i^2 \omega$$

resultado que es equivalente a la ecuación 1.16. La componente del momentum angular total del cuerpo rotante a lo largo del eje de rotación z es

$$L_z = L_{1z} + L_{2z} + L_{3z} + \dots = \sum_i L_{iz} = (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots) \omega = (\sum_i m_i R_i^2) \omega$$

La cantidad

$$m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots = \sum_i m_i R_i^2 = I \tag{1.19}$$

se denomina *Momento de Inercia* de un cuerpo con respecto al eje de

rotación, entonces, $L_i = I_i \omega$

Cuando un cuerpo rota alrededor de un eje principal de inercia, el momentum angular total L es paralelo a la velocidad ω , que se encuentra siempre a lo largo del eje de rotación, se escribe la relación vectorial

$$L = I \omega \quad (1.20)$$

I es el momento principal de inercia correspondiente. Esta relación vectorial es válida únicamente para la rotación alrededor de un eje principal de inercia.

La relación entre el momentum angular total de un sistema de partículas y la torca total de las fuerzas aplicadas a las partículas cuando se calculan con respecto a un punto en reposo en un sistema de inercia es:

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \frac{d(I \cdot \omega)}{dt} \quad (1.21)$$

Si el eje permanece fijo con respecto al cuerpo rígido

$$I \frac{d\omega}{dt} = \tau \quad \text{o} \quad I \cdot \alpha = \tau \quad (1.22)$$

donde $\alpha = d\omega / dt$ es la aceleración angular del cuerpo rígido.

Energía Cinética Rotacional

De manera análoga al momentum angular, se establece la energía cinética de un sistema de partículas como

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

en un cuerpo rígido rotando con respecto a un eje con velocidad angular ω , la velocidad de cada partícula es $v_i = \omega R_i$ donde R_i es la distancia de la partícula al eje de rotación, entonces,

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i R_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum_i m_i R_i^2) \omega^2$$

recordando la definición del momento de inercia,

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1.23)$$

Esta expresión es correcta para cualquier eje aún si no fuera principal, ya que la magnitud de la velocidad es siempre $v_i = \omega R_i$. Cuando la rotación es con respecto a un eje principal, usamos la ecuación 1.20, entonces,

$$E_k = \frac{L^2}{2I} \quad (1.24)$$

Analogía entre el movimiento lineal y angular

La tabla 1.1 muestra un resumen de las analogías que hay entre el movimiento rotacional con el movimiento rectilíneo.

TABLA 1.1

Analogías entre el movimiento rectilíneo y el de rotación.

Concepto	Rectilíneo	Rotación
Concepto	x	θ
Velocidad	$v = dx/dt$	$\omega = d\theta/dt$
Aceleración	$a = dv/dt$	$\alpha = d\omega/dt$
Fuerza, momento	F	τ
Equilibrio	$\Sigma F = 0$	$\Sigma \tau = 0$
Aceleración constante	$v = v_0 + a \cdot t$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$
Masa, momento de inercia	m	I
Segunda ley de Newton	$\Sigma F = m \cdot a$	$\Sigma \tau = I \cdot \alpha$
Energía cinética	$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$E_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$
Momentum	$m \cdot v$	$L = I \cdot \omega$

MATERIAL Y EQUIPO

El aparato de momento angular consiste de un disco de madera de aproximadamente 5 pulg. (0.127m) de radio, el cual está montado sobre un eje que sirve como flecha de giro. Sobre el disco se monta también un brazo de aluminio de 15 pulg. (0.381m) de largo el cual tiene tres copas de caucho receptoras igualmente espaciadas (a 5, 10, y 15 pulg). El riel de aluminio de 70 cm. se coloca sobre una muleta de madera, el riel cuando ya está instalado tiene un ángulo de inclinación con respecto a la horizontal, la muleta se coloca sobre alguno de los tornillos salientes sobre la base principal para que el riel pueda dirigirse sobre cualquier ángulo y sobre cualquiera de las copas receptoras. Un balín de acero sirve para producir el movimiento rotacional del disco de madera en el momento en que se incrusta en alguna copa receptora.

Se cuenta también con un dispositivo eléctrico que sirve para hacer un registro en forma de puntos sobre una cinta de papel encerada, la cual es colocada en torno al disco de madera.

Este equipo es ilustrado con más detalle en la figura 1.5.

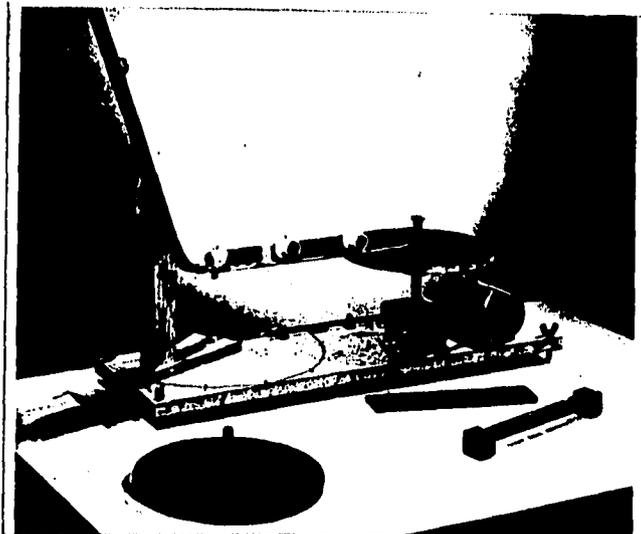


Figura 1.5

Otros materiales que se requieren para ésta práctica son: un cronómetro digital, cinta métrica o flexómetro, una balanza, un transportador de plástico, pegamento y tijeras.

Se anexa también un par de pesas metálicas de diferente masa.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

1.- Pesar con la balanza las diferentes partes que conforman el sistema como lo son: el disco de madera, el balón de acero, el brazo de aluminio con las tres copas receptoras y las dos pesas.

2.- Se arma el equipo de Momentum Angular tal como se muestra en la figura 1.5, el aparato debe quedar debidamente nivelado de manera horizontal.

3.- Se miden los radios de las copas receptoras al centro del disco y el ángulo de inclinación del riel con un transportador o se determina de forma indirecta con relaciones trigonométricas. Con el transportador se mide también los ángulos de disparo para la copa más distante al centro del disco, los ángulos se marcarán sobre la base de madera para valores de 30, 60, 90, 120 y 150° .

4.- Se coloca la cinta encerada en torno al disco de madera y se fija con pegamento, se ajusta al disco de madera el vibrador eléctrico que se usa para hacer las marcas de recorrido, se coloca el riel para que el balón se deslice sobre el mismo.

5.- Se coloca el balón en lo más alto del riel, se activa el vibrador eléctrico, y se deja caer el balón sobre el riel para que se incruste en alguna de las copas, al momento de soltar el balón se empieza a tomar el tiempo de recorrido con la ayuda del cronómetro, se deja girar libremente el disco hasta cierto desplazamiento rotacional (se recomienda que más o menos sea $\frac{1}{4}$ de revolución por cada corrida), entonces, de manera simultanea se detienen el cronómetro y el vibrador eléctrico, se anota el tiempo de recorrido y se marca una señal con un lápiz el último punto hecho por el vibrador eléctrico sobre la cinta encerada.

6.- Se regresa el disco de madera a su posición original y se repite la corrida, pero ahora se deja que el disco gire un poco más del primer recorrido (aproximadamente a $\frac{1}{2}$ revolución), se anota el tiempo

correspondiente y se marca de nuevo con una señal la distancia del nuevo recorrido. El desplazamiento se mide directamente con el flexómetro midiendo la distancia entre el primer punto y la señal del último punto de cada corrida. La corrida se hace de tal manera que se puedan hacer cuatro registros de distancias diferentes y tiempos comprendidos en una revolución para cada rutina de acuerdo a las diferentes condiciones a que se llevan a cabo.

El orden en que se lleva a cabo las corridas de acuerdo a las diferentes condiciones es la siguiente:

a) En las cinco primeras corridas se hace variar el ángulo de orientación de disparo: a 30, 60, 90, 120 y 150°.

El radio es el que corresponde a la tercera copa (radio de 15 pulg). La masa es la suma de las partes que constituyen al sistema (sin las pesas adicionales).

b) Las corridas seis y siete se hacen a los radios de 10 y 5 pulg. respectivamente (segunda y primera copas receptoras).

El ángulo de orientación de disparo para ambos casos es de 90°.

La masa es la misma a la del inciso anterior.

c) Para las corridas ocho, nueve y diez, se adiciona la pesa #1 al sistema. Las corridas se hacen para los tres diferentes radios, y para un ángulo de orientación de disparo de 90°.

d) Para las corridas once, doce y trece, se repiten las condiciones del inciso anterior, pero ahora con la pesa #2.

CALCULOS Y RESULTADOS

La masa y el momento de inercia de cada elemento del sistema son los siguientes:

ELEMENTO	MASA	MOMENTO DE INERCIA
Disco de madera.....	635 g	$\frac{1}{2}m \cdot r^2$
Brazo de aluminio con las 3 copas...	213 g	$\frac{1}{2}m \cdot l^2$
Masa Total sin las pesas = 848 g		
Pesa N°. 1.....	635 g	$\frac{1}{12}(m \cdot l^2)$
Pesa N°. 2.....	755 g	$\frac{1}{12}(m \cdot l^2)$

(El momento de inercia es en relación a su eje de giro. Tabla 12.1 de la Ref. 34).

Un ejemplo de cálculo para obtener algunas de las variables físicas es el siguiente:

Cálculo del desplazamiento angular θ

$$\theta = \frac{S}{R} = \frac{26 \text{ cm}}{5 \text{ pulg.} \cdot \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ pulg.}}} = \frac{26 \text{ cm}}{12.7 \text{ cm}} = 2.05 \text{ rad.}$$

$$\theta = (2.05 \pm 8.95 \cdot 10^{-3}) \text{ rad.}$$

S es la longitud del arco y R es el radio del disco empleado (5 pulg).

(El valor que antecede al signo \pm es la incertidumbre del valor del desplazamiento angular. El procedimiento de evaluación de ésta medida de dispersión se explica brevemente en el apartado de la tesis: "Incertidumbre de las mediciones experimentales").

Cálculo de la velocidad angular media $\dot{\omega}$

$$\dot{\omega} = \frac{\theta}{t} = \frac{2.05 \text{ rad}}{2.16 \text{ s}} = 0.949 \text{ rad/s}$$

$$\dot{\omega} = (0.949 \pm 4.6 \cdot 10^{-3}) \text{ rad/s}$$

(t es el tiempo de recorrido medido con el cronómetro digital.)

Cálculo de la aceleración angular α

De la ecuación 1.5 que establece a $\alpha = d\omega/dt$, la pendiente de la gráfica de ω vs t, será el valor de la aceleración angular.

Los valores que se obtienen de ω en sus tiempos correspondientes son:

t (s)	2.16	3.84	4.69	5.87
ω (rad/s)	0.949	0.900	0.851	0.780

La regresión lineal de estos puntos indica que la pendiente es: - 0.045, entonces $\alpha = - 0.045 \text{ rad/s}^2$. El signo (-) indica que la aceleración es negativa y por tanto hay una desaceleración.

Cálculo del Momento de Inercia del sistema

El momento de inercia del sistema es de acuerdo a la ecuación 1.19

$$\Sigma_i I_i = I_T = I_{\text{disco}} + I_{\text{brazo de Al}} + I_{P1} + I_{P2}.$$

En la primera corrida las pesas 1 y 2 no se emplean, entonces,

$$I_T = I_d + I_{bAl} = \frac{1}{2} m_d r_d^2 + \frac{1}{2} m_{bAl} l_{bAl}^2$$

$$= \frac{1}{2} (0.635 \text{ Kg}) (0.127 \text{ m})^2 + \frac{1}{2} (0.213 \text{ Kg}) (0.381 \text{ m})^2 = 0.015 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I = (0.015 \pm 6.71 \cdot 10^{-3}) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

Cálculo del Momentum Angular L

Se considera a todo el sistema como un cuerpo rígido, entonces, de acuerdo a la ecuación 1.20

$$L = I_T \omega = 0.015 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2 (0.949 \text{ rad/s}) = 0.014 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

$$L = (0.014 \pm 4.35 \cdot 10^{-3}) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}.$$

Cálculo de la torca τ

La torca de una fuerza definidas en las ecuaciones 1.12, 1.13 y 1.14, se puede evaluar con la ecuación 1.22

$$\tau = I_T \alpha = 0.015 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 0.045 \text{ rad/s}^2 = 6.75 \cdot 10^{-4} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\tau = (6.75 \cdot 10^{-4} \pm 1.37 \cdot 10^{-4}) \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2.$$

Y la fuerza F definida en la ec. 1.13 es:

$$F = \tau / (r \text{ sen } \theta). \text{ Para la primera corrida } \theta = 30^\circ, \text{ entonces,}$$

$$F = \tau / (r \text{ sen } 30^\circ) = 6.75 \cdot 10^{-4} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 (0.381 \text{ m} \cdot \text{sen } 30^\circ) = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

Cálculo de la Energía Cinética Rotacional E_k

La energía cinética rotacional del sistema se evalúa de acuerdo a la ecuación 1.23 es:

$$E_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} (0.015 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2) (0.949 \text{ rad/s})^2$$

$$= 7.11 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 \text{ o Joule}$$

$$E_k = (7.11 \cdot 10^{-3} \pm 1.37 \cdot 10^{-3}) \text{ Joule}.$$

Las demás lecturas y datos experimentales se presentan en la tabla de resultados 1.2 de acuerdo a las condiciones en que se realizó cada corrida.

T A B L A 2.1

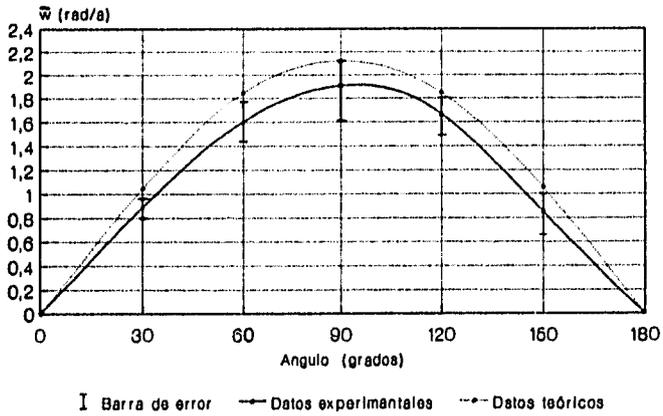
RESULTADOS EXPERIMENTALES.

TIEMPO	LONGITUD DEL ARCO	DESPLAZAMIENTO ANGULAR	VELOCIDAD ANGULAR	ACELERACION ANGULAR	MOMENTO DE INERCIA	MOMENTUM ANGULAR	TORCA	ENERGIA CINETICA ROTACIONAL
t (s)	S (cm.)	θ (Radian)	w (Rad/s)	α (Rad/s ²)	I (Kg-m ²)	L (Kg-m ² /s)	τ (N-m) *10e-4	E (Joule) *10e-3
2.16	26.0	2.05	0.949	-0.045	0.015	0.014	6.75	7.11
3.84	43.9	3.45	0.900	0.015	0.013	6.75	6.04
4.69	50.6	3.98	0.851	0.015	0.013	6.75	5.39
5.87	58.2	4.58	0.780	0.015	0.012	6.75	4.56
$\bar{w} = (0.870 \pm 3.8e-3)$ $\Delta w = 0.169$					C O R R I D A 1			
1.37	31.8	2.50	1.82	-0.185	0.015	0.027	27.7	24.8
2.00	40.3	3.17	1.58	0.015	0.024	27.7	18.8
2.44	48.0	3.78	1.55	0.015	0.023	27.7	18.0
3.12	59.0	4.64	1.49	0.015	0.022	27.7	16.6
$\bar{w} = (1.61 \pm 7.8e-3)$ $\Delta w = 0.33$					C O R R I D A 2			
1.20	33.4	2.63	2.19	-0.289	0.015	0.033	43.3	35.9
1.99	46.7	3.67	1.84	0.015	0.028	43.3	25.4
2.53	55.3	4.35	1.72	0.015	0.026	43.3	22.1
2.95	63.7	5.01	1.69	0.015	0.026	43.3	21.4
$\bar{w} = (1.86 \pm 9.8e-3)$ $\Delta w = 0.50$					C O R R I D A 3			
1.95	45.0	3.54	1.82	-0.187	0.015	0.027	28.0	24.8
2.50	52.4	4.12	1.65	0.015	0.024	28.0	20.4
2.81	58.6	4.61	1.64	0.015	0.024	28.0	20.1
3.58	68.1	5.36	1.50	0.015	0.022	28.0	16.9
$\bar{w} = (1.65 \pm 7.4e-3)$ $\Delta w = 0.22$					C O R R I D A 4			

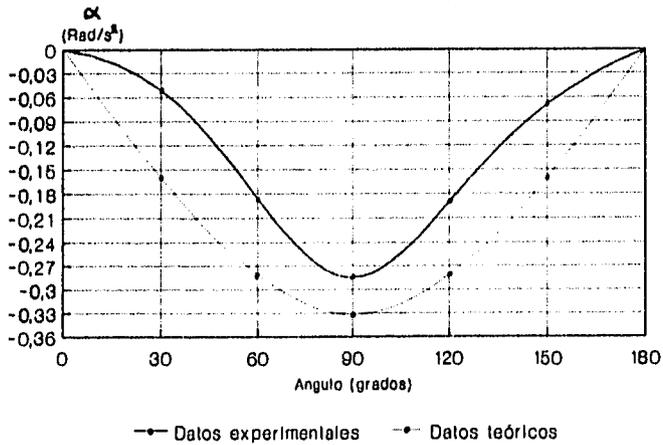
t. (s)	S (cm.)	Ø (Radian)	w (Rad/s)	α (Rad/s ²)	I (Kg·m ²)	L (Kg·m ² /s)	τ (N·m) *10e-4	E (Joule) *10e-3
2.28	28.4	2.23	0.978	-0.076	0.015	0.014	11.4	7.17
4.03	43.8	3.44	0.853	0.015	0.012	11.4	5.45
4.77	49.4	3.88	0.813	0.015	0.012	11.4	4.95
6.62	54.5	4.29	0.648	0.015	0.009	11.4	3.15
$\bar{w} = (0.823 \pm 3.6e-3)$					CORRIDA 5			
$\Delta w = 0.33$								
1.84	33.5	2.64	1.43	-0.111	0.015	0.021	16.6	15.3
3.16	46.7	3.67	1.16	0.015	0.017	16.6	10.1
4.09	60.0	4.72	1.15	0.015	0.017	16.6	9.92
4.79	66.2	5.21	1.09	0.015	0.016	16.6	8.91
$\bar{w} = (1.20 \pm 5.3e-3)$					CORRIDA 6			
$\Delta w = 0.34$								
1.77	17.6	1.38	0.779	-0.108	0.015	0.011	16.2	4.55
3.91	26.4	2.07	0.529	0.015	0.008	16.2	2.10
4.48	28.5	2.24	0.500	0.015	0.007	16.2	1.87
$\bar{w} = (0.605 \pm 1.25e-3)$					CORRIDA 7			
$\Delta w = 0.279$								
1.10	26.4	2.07	1.88	-0.148	0.016	0.030	23.7	28.2
2.00	42.1	3.31	1.65	0.016	0.026	23.7	21.8
2.70	54.7	4.30	1.60	0.016	0.025	23.7	20.5
3.77	70.7	5.57	1.47	0.016	0.024	23.7	17.6
$\bar{w} = (1.65 \pm 8.2e-3)$					CORRIDA 8			
$\Delta w = 0.41$								
1.43	25.0	1.97	1.38	-0.089	0.016	0.022	14.2	15.2
2.65	41.1	3.23	1.22	0.016	0.019	14.2	12.0
3.82	55.4	4.36	1.14	0.016	0.018	14.2	10.5
5.14	67.5	5.31	1.03	0.016	0.016	14.2	8.6
$\bar{w} = (1.19 \pm 4.9e-3)$					CORRIDA 9			
$\Delta w = 0.35$								

t (s)	S (cm.)	θ (Radian)	ω (Rad/s)	α (Rad/s ²)	I (Kg-m ²)	L (Kg-m ² /s)	τ (N-m) *10e-4	E (Joule) *10e-3
2.11	15.7	1.23	0.585	-0.022	0.016	0.009	3.52	2.74
4.39	25.9	2.03	0.464	0.016	0.007	3.52	1.72
6.49	36.9	2.90	0.447	0.016	0.007	3.52	1.60
8.67	47.5	3.74	0.431	0.016	0.007	3.52	1.48
$\bar{\omega} = (0.481 \pm 2.2e-3)$					C O R R I D A 10			
$\Delta\omega = 0.154$								
1.21	21.5	1.69	1.40	-0.086	0.016	0.022	13.7	15.7
2.54	38.9	3.06	1.20	0.016	0.019	13.7	11.5
3.60	51.8	4.07	1.13	0.016	0.018	13.7	10.2
5.19	69.0	5.43	1.04	0.016	0.017	13.7	8.6
$\bar{\omega} = (1.19 \pm 5.7e-3)$					C O R R I D A 11			
$\Delta\omega = 0.36$								
2.10	23.4	1.84	0.877	-0.028	0.016	0.014	4.48	6.15
3.57	38.2	3.00	0.842	0.016	0.013	4.48	5.67
5.01	51.4	4.04	0.807	0.016	0.013	4.48	5.21
6.00	58.2	4.58	0.763	0.016	0.012	4.48	4.65
$\bar{\omega} = (0.822 \pm 3.6e-3)$					C O R R I D A 12			
$\Delta\omega = 0.114$								
2.91	17.0	1.33	0.457	-0.010	0.016	0.007	1.60	1.67
5.47	28.4	2.23	0.407	0.016	0.006	1.60	1.32
7.01	36.7	2.88	0.410	0.016	0.006	1.60	1.34
8.30	42.5	3.34	0.402	0.016	0.006	1.60	1.29
$\bar{\omega} = (0.419 \pm 2.0e-3)$					C O R R I D A 13			
$\Delta\omega = 0.055$								

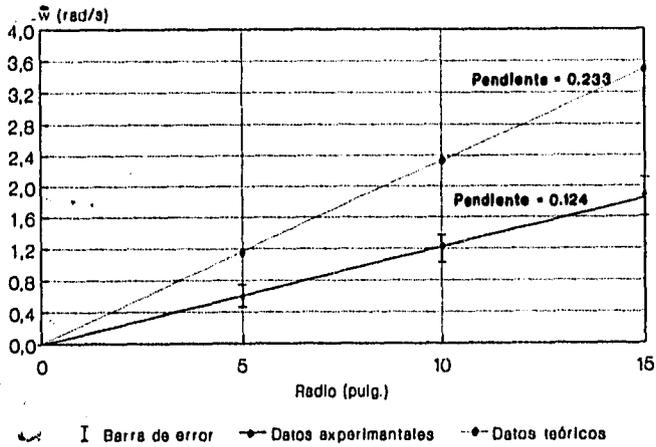
GRAFICA 1.1
Velocidad Angular Promedio
vs Orientación de Disparo



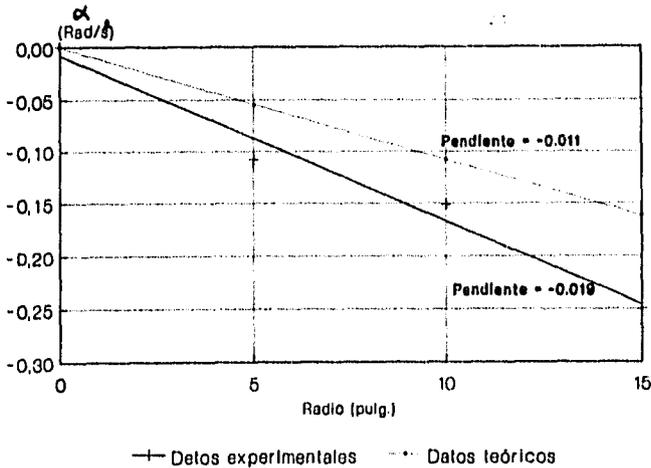
GRAFICA 1.2
Aceleración Angular Media
vs Orientación de Disparo



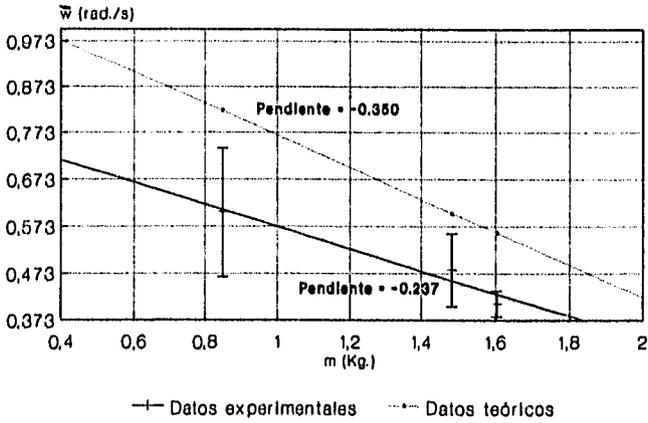
GRAFICA 1.3
Velocidad Angular Promedio vs Radio



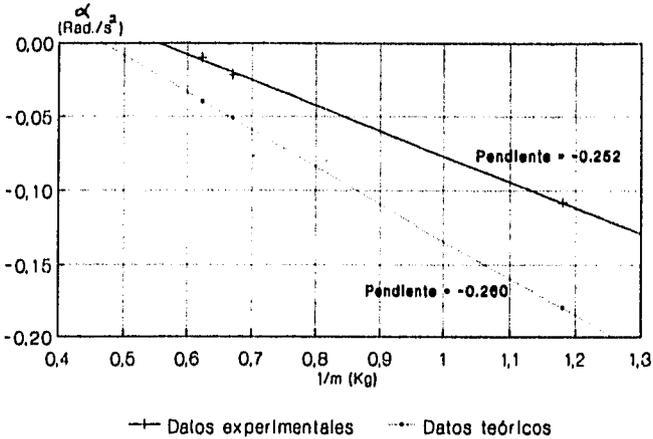
GRAFICA 1.4
Aceleración Angular Media vs Radio



GRAFICA 1.5
Velocidad Angular Promedio
vs Masa Total del Sistema



GRAFICA 1.6
Aceleracion Angular Media
vs Masa Total del Sistema.



Análisis de las gráficas y planteamiento de las ecuaciones que describen el fenómeno

Las gráficas 1.1 y 1.2 describen el cambio de la velocidad angular ω y la aceleración angular α media a diferentes ángulos de orientación de disparo. Las condiciones de operación son: Radio constante de 15 pulg. y una masa del sistema de 848 g.

Ambas gráficas describen funciones senoidales de ω y α con respecto al ángulo.

El planteamiento de la ecuación teórica que describe éste fenómeno es el siguiente: De la ecuación 1.13 y 1.22, $\tau = r \cdot F \text{ sen } \theta = I \cdot \alpha$, entonces, despejando α ,

$$\alpha = \frac{r \cdot F \text{ sen } \theta}{I}$$

I , r , y F son constantes, α varía sólo en función del $\text{sen } \theta$.

Para la velocidad $\int \omega = \int \alpha dt$, al integrar, $\omega = \alpha \cdot t + C_1$, donde C_1 es una constante. Si ω_0 es la velocidad angular cuando $t = 0$, la constante de integración C_1 es igual a ω_0 , entonces $\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$
Sustituyendo α de la ecuación anterior:

$$\omega = \frac{t \cdot r \cdot F \text{ sen } \theta}{I}$$

Para graficar las ecuaciones teóricas anteriores, se dan valores constantes a $r \cdot F / I$ y a $t \cdot r \cdot F / I$ de manera arbitraria pero en orden de magnitud a los valores obtenidos experimentalmente. La gráfica queda únicamente en función de θ . Para éste caso en particular, $r \cdot F / I = 0.33$ y $t \cdot r \cdot F / I = 2.14$. Se calcula ω y α teóricos para valores de θ de 30, 60, 90, 120 y 150°.

Las gráficas 1.3 y 1.4 describen el cambio de la velocidad angular y la aceleración angular en función del radio. Se mantiene constante el ángulo de orientación de disparo a 90° y la masa del sistema a 848 g. Se observa que ω y α varían en forma lineal.

Las ecuaciones teóricas que describen a éste fenómeno son las siguientes: de la ecuación: $\alpha = r \cdot F(\text{sen } \theta) / I$, $\text{sen } 90^\circ = 1$, entonces, $\alpha = r \cdot F / I$, F / I es la pendiente de la recta. La ecuación teórica para la aceleración angular es:

$$\alpha = \frac{r \cdot F}{I}$$

y para la velocidad angular la ecuación es:

$$\omega = \frac{t \cdot r \cdot F}{I}$$

Para obtener los valores teóricos de ω y α , y siguiendo el mismo procedimiento anterior, se dan valores constantes a $F / I = -0.011$ y a $t \cdot F / I = 0.233$, siendo éstos valores las pendientes de las ecuaciones teóricas. Los valores de las pendientes de las gráficas de los valores experimentales (empleando el procedimiento de regresión lineal) fueron: $F / I = -0.019$ y $t \cdot F / I = 0.124$.

Las gráficas 1.5 y 1.6 describen el cambio de ω y α en función de la masa del sistema (o en función del momento de inercia). Las condiciones de operación son: radio de 5 pulg., ángulo de orientación de disparo constante de 90° .

Al variar la masa también varía el momento de inercia I de manera proporcional ($I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$, para un disco). De la ecuación: $\alpha = \tau / I$, $\alpha = r \cdot F(\text{sen } \theta) / I$, $\alpha = r \cdot F / I = r \cdot F / (\frac{1}{2} m \cdot r^2)$. Entonces,

$$\alpha = \frac{2 \cdot F}{m \cdot r}$$

y para la velocidad angular:

$$\omega = \frac{2 \cdot t \cdot F}{m \cdot r}$$

Las gráficas en función de m deben ser de tipo hiperbólicas. Para encontrar una función de tipo lineal se hace el cambio de variable graficando α y ω vs $1/m$. Asignando valores a las pendientes de las rectas teóricas (siguiendo el mismo criterio de las gráficas teóricas anteriores), entonces: $2 \cdot F/r = -0.350$ y $2 \cdot t \cdot F/r = -0.260$. Los valores de las pendientes de las gráficas de los valores experimentales fueron: $2 \cdot F/r = -0.237$ y $2 \cdot t \cdot F/r = -0.252$ para las gráficas de α y ω vs $1/m$ respectivamente.

Los valores de los índices de dispersión (incertidumbre) promedio de los valores de $\bar{\omega}$ se anotan también en la tabla 1.2 de resultados, se indica también la variación de $\Delta\omega$ en cada corrida, éste último valor se grafica y determina la barra de error para $\bar{\omega}$.

CONCLUSIONES

Esta práctica fue expuesta ante un grupo de alumnos de laboratorio de Cinemática y Dinámica, los alumnos consideraron suficiente la información presentada en las bases teóricas, así como en el procedimiento experimental. Se cumplieron con los objetivos que se plantearon para ésta práctica y fue necesario realizarla en 2 sesiones del laboratorio dada la cantidad de conceptos físicos que se manejaron y la cantidad de corridas que se realizaron. Finalmente consideraron oportuna la práctica para reforzar el tema de movimiento rotacional visto en teoría.

ALGUNOS USOS Y APLICACIONES RELACIONADOS AL MOVIMIENTO ROTACIONAL

En el campo de la Química, muchos de los conceptos estudiados en el movimiento rotacional se utilizan por ejemplo en el estudio de la Teoría Cinética Molecular, la cual habla principalmente del movimiento de las moléculas en los tres estados de la materia: sólido, líquido y gaseoso. Los movimientos moleculares (el de translación, rotación y vibración), están en función de su energía cinética, y aumentan al elevar la temperatura.

En la industria, algunas maquinas lavadoras tienen un tanque giratorio para eliminar el agua de la ropa. La ropa mojada se coloca en un cilindro vertical de paredes perforadas. Al girar el cilindro,

el agua que está pegada a la ropa por adherencia gira en trayectorias circulares. Cuando la rapidez aumenta, la fuerza de adherencia hacia el centro no es lo suficientemente intensa para conservar el movimiento circular y el agua sale disparada tangencialmente.

En un separador de crema, usado en la industria lechera, se hace girar la leche natural en un tanque cilíndrico a varios cientos de R.P.M., el constituyente más pesado que es la leche desnatada se acumula a los lados, mientras que la crema, menos densa, queda en el centro. El tanque gira tan rápidamente que las fuerzas que separan la crema de la leche son mucho mayores que el peso del líquido, la crema se saca con un tubo por el centro del cilindro y la leche desnatada por un tubo que da al borde del cilindro.

En una ultracentrífuga de alta velocidad en laboratorios fisiológicos y biofísicos, se usa para separar moléculas de diferentes pesos moleculares que se encuentran en la sangre y en otros materiales biológicos. Algunas ultracentrífugas pueden ejercer fuerzas centrípetas que son millones de veces el peso de los objetos que acelera. La ultracentrífuga permite determinar por ejemplo los pesos moleculares de partículas de virus.

En una centrifugación diferencial, que sirve para separar organelos celulares, se basa en diferencias de velocidades, con las cuales las estructuras se sedimentan en el fondo de un tubo de centrifuga. Empleando una fuerza centrífuga determinada, las estructuras más voluminosas y densas se sedimentan primero. Utilizando fuerzas relativamente bajas, núcleos, grandes fragmentos de membrana plasmática y algunas mitocondrias pueden sedimentarse formando un comprimido mientras que las demás estructuras celulares persisten en suspensión. Al aumentar la velocidad, se separa una segunda fracción que contiene la mayor parte de las mitocondrias, a los lisosomas y perioxosomas.

Las centrifugas modernas son capaces de girar a 50,000 o 100,000 R.P.M. Tales fuerzas de rotación imponen fuerzas 250,000 veces que la gravedad, permitiendo la sedimentación de las estructuras celulares más pequeñas, incluso de macromoléculas.

CAPITULO 2

SOLUCIONES CONDUCTORAS DE LA CORRIENTE ELECTRICA (Manual para el profesor)

OBJETIVO

Estudiar el comportamiento de la conducción eléctrica en diferentes soluciones conductoras de corriente eléctrica, influencia del campo eléctrico, desplazamiento de iones, comportamiento de la ley de Ohm en este tipo de conductores. Hacer una titulación conductimétrica como una aplicación de la técnica de conductividad eléctrica.

RESUMEN

Esta práctica es un ejemplo de Física aplicada, se diseñó con la finalidad de crear interés a los estudiantes de la Química por la Física, y tengan conciencia de los conceptos físicos más importantes que se requieren para comprender un tema tan sencillo como lo es la conductividad eléctrica en soluciones. Se emplea un instrumento digital de medición de conductividad eléctrica en soluciones, permitiendo realizar una técnica moderna en el manejo y obtención de datos experimentales. Las soluciones que se emplean para esta práctica son: NaCl, H₂SO₄, Na₂CO₃, NaOH, KCl y HCl, Se hace también una titulación del ácido clorhídrico con sosa empleando esta misma técnica de conductividad como una utilidad o aplicación de esta técnica.

JUSTIFICACION DE LA PRACTICA

Se plantea esta práctica de conductividad eléctrica a través de soluciones considerando que se pueden manejar muchos de los términos o conceptos físicos relacionados con la conducción eléctrica, tal como la resistencia eléctrica, impedancia, voltaje, intensidad de corriente eléctrica, campo eléctrico, ley de Ohm etc. Esto puede ser de gran utilidad para los alumnos en el sentido de que resultaría una introducción general para el estudio posterior de la química

analítica (en especial todos los relacionados con los métodos electrométricos de análisis) y de Electroquímica, en los temas relacionados con la conductividad electrolítica.

INTRODUCCION

Los primeros investigadores de las propiedades eléctricas de la materia observaron que la capacidad para conducir la corriente eléctrica no se limita únicamente a los metales, ciertos líquidos y soluciones también la conducen. El agua líquida pura es muy mal conductor de la corriente. La adición de ciertos solutos al agua genera soluciones que son excelentes conductores, hay ciertos solutos, en cambio, que no mejoran la conductividad eléctrica del agua, mientras que otros solo la hacen ligeramente conductor. Estos tres grupos de solutos se denominan electrólitos fuertes, no electrólitos y electrólitos débiles.

Hacia la mitad del siglo diecinueve surgió la idea de que la corriente es conducida a través de una solución acuosa por medio de partículas cargadas o iones. Kohlrausch demostró en 1874 que es posible asignar conductancias características a iones individuales, y que la conductividad de una solución se puede expresar por medio de la suma de estas conductancias iónicas.

La conductividad eléctrica, que describe el paso de la corriente eléctrica por la materia al someterla a un campo eléctrico, se puede dividir en cuatro tipos:

- 1.- Conductancia eléctrica en gases, en los que migran electrones e iones gaseosos.
- 2.- Conductancia metálica, que resulta de la movilidad de los electrones en las bandas de conducción de un metal.
- 3.- Semiconductividad, que resulta de la promoción de electrones de una banda de valencia a una conducción en un metaloide.
- 4.- Conductancia electrolítica, en la que migran iones positivos y negativos en un medio líquido.

Es éste último punto el que trata la práctica mencionada.

BASES TEORICAS

Ley de Ohm y Resistencia eléctrica

En el estudio de los conductores en la electrostática se define que el campo eléctrico en el interior de un conductor es cero en el equilibrio electrostático. Si esto no fuese así, las cargas libres en el interior de un conductor se moverían. Si se consideran situaciones de equilibrio no electrostático, en las cuales la carga libre se mueve en un conductor. Cuando un conductor transporta corriente, existe un campo eléctrico en su interior. En muchos conductores, la densidad de corriente J es proporcional al campo eléctrico existente en el interior del conductor que es el que produce la corriente. El cociente del valor de la densidad de corriente y el valor del campo eléctrico se denomina *conductividad* σ del conductor.

$$\sigma = \frac{J}{E} \quad (2.1)$$

La ecuación anterior define la conductividad σ de un material cualquiera. Si la conductividad así definida no depende del campo eléctrico, se dice que el material obedece a la ley de Ohm. La ley de Ohm es el enunciado de un resultado experimental de muchos materiales:

La densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico, es decir, el cociente de los valores de la densidad de corriente y el campo eléctrico es independiente de éste último.

La conductividad puede depender de la temperatura y de la composición del material, pero en el caso de las sustancias que obedecen la ley de Ohm no depende del campo eléctrico. Este resultado es válido en un margen amplio de valores del campo eléctrico en muchas sustancias, entre las que se incluyen la mayor parte de los metales. Estos materiales se denominan *ohmicos*. En el caso de muchas otras sustancias no *ohmicas* la conductividad definida anteriormente depende del campo eléctrico. En el caso de sustancias no *ohmicas* la densidad de corriente no es proporcional al campo eléctrico. La ley de Ohm no

es una ley fundamental de la naturaleza, como la ley de Newton o los principios de la termodinámica, sino que es una descripción empírica de una propiedad que comparten gran cantidad de sustancias.

En el caso de la corriente en el interior de un conductor en forma de alambre, la ley de Ohm se escribe en función de la caída de tensión a través de un segmento del alambre (alambre de longitud L y área de sección transversal A por el cual circula una corriente I). Si se escoge un segmento suficientemente corto para asegurar que el campo eléctrico no varía apreciablemente en toda la distancia L . Si el campo eléctrico está dirigido desde el punto inicial a hasta un punto final b , el potencial es menor en el punto b que en el punto a en la cantidad

$$V = V_a - V_b = E \cdot L \quad (2.2)$$

en donde E es el campo eléctrico. La corriente que circula por el conductor es la densidad de corriente multiplicada por el área de la sección transversal:

$$I = J \cdot A = \sigma \cdot E \cdot A = \sigma \cdot A (V/L)$$

o sea

$$V = I \frac{L}{\sigma \cdot A} \quad (2.3)$$

La cantidad $V/I = L/\sigma A$ se denomina resistencia R del segmento del alambre

$$R = \frac{V}{I} = \frac{L}{\sigma \cdot A} \quad (2.4)$$

La unidad de resistencia es el ohm Ω (SI), y se define como:

$$1\Omega = 1 \text{ V/A}$$

Un enunciado equivalente de la ley de Ohm es:

La resistencia es independiente de la tensión y de la corriente.

En el caso de sustancias ohmicas, la caída de tensión a través de un segmento de conductor es proporcional a la corriente que circula por el mismo:

$$V = I \cdot R \quad (2.5)$$

En el caso de sustancias no ohmicas, la resistencia definida anteriormente depende de V e I y V no varía linealmente con I .

La ecuación $R = V/I = L/(\sigma A)$ nos dice que la resistencia de un conductor es proporcional a la longitud del mismo e inversamente proporcional al área de su sección recta. La constante de proporcionalidad se denomina *resistividad* ρ .

La resistividad es la recíproca de la conductividad,

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (2.6)$$

En función de la resistividad, la resistencia se escribe en la forma

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (2.8)$$

La unidad de resistividad es el ohm-metro ($\Omega \cdot m$).

Campo Eléctrico

El campo eléctrico debido a una serie de cargas se define de manera análoga al campo gravitatorio. En una serie de cargas puntuales q_i en diversos puntos del espacio, se coloca una carga testigo q_0 en un punto determinado P , la fuerza sobre dicha carga será la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las cargas individuales. Cada una de estas fuerzas es proporcional a la carga q_0 , la fuerza resultante es también proporcional a q_0 . El campo eléctrico E en el punto P se define como el valor de esta fuerza dividida por q_0 :

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (2.9)$$

La unidad (SI) del campo eléctrico es newton por coulomb (N/C).

Corriente Eléctrica

La corriente eléctrica es el flujo de carga que pasa por un punto determinado. Aunque el flujo de carga frecuentemente tiene lugar en el interior de un conductor, esto no es totalmente necesario, es decir, en el vacío un haz de iones cargados procedentes de un acelerador constituye también una corriente.

Si se considera nuevamente un alambre conductor de sección transversal A , la corriente que atraviesa esta área se define como la cantidad de carga que fluye a través de esta área por unidad de tiempo. Si ΔQ es la carga que fluye a través del área en el tiempo Δt , la corriente I es:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (2.10)$$

La unidad (SI) de la corriente es el *ampere* (A):

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

Diferencia de Potencial

Considerando una carga testigo q_0 en el interior de un campo eléctrico E producido por algún sistema de carga. La fuerza sobre q_0 es $q_0 E$, el trabajo realizado por esta fuerza es igual a la disminución de energía potencial. Si esta es la única fuerza que realiza trabajo sobre la partícula, la disminución de energía potencial viene acompañada por un aumento de energía cinética del mismo valor. La variación de energía potencial electrostática de una carga testigo q_0 cuando realiza un desplazamiento ds y con la fuerza F igual a $q_0 E$:

$$dU = - q_0 \cdot E \, ds$$

La variación de energía potencial es proporcional a la carga testigo q_0 , se denomina *diferencia de potencial* dV :

$$dV = \frac{dU}{q_0} = - E \, ds$$

La diferencia de potencial entre un punto a y otro punto b es:

$$V_b - V_a = \int dV = - \int E \cdot ds \quad (2.12)$$

De acuerdo a esta definición de diferencia de potencial, el aumento de energía potencial es exactamente q_0 multiplicado por la diferencia de potencial ΔV :

$$\Delta U = q_0 \cdot \Delta V \quad (2.13)$$

Así, se tiene una interpretación física sencilla de la diferencia de potencial $V_b - V_a$.

La diferencia de potencial $V_b - V_a$ es el trabajo por unidad de carga necesario para mover una carga de prueba sin aceleración desde el punto a al punto b .

La unidad (SI) de diferencia de potencial es el joule por coulomb y se denomina volt (V):

$$1V = 1J/C$$

Las dimensiones de la diferencia de potencial son también las mismas que las del campo eléctrico multiplicada por la distancia.

Entonces, el campo eléctrico E , es volt por metro ($1N/C = 1V/m$).

Modelo Clásico de la Conducción Eléctrica

Este modelo predice con éxito la ley de Ohm y relaciona la conductividad al movimiento de electrones libres de conductores.

En el modelo clásico de la conducción eléctrica, un metal u otro conductor se describe como una disposición regular tridimensional de átomos o iones con un gran número de electrones libres para moverse por todo el interior del metal. El número de electrones libres por átomo puede medirse utilizando el efecto Hall.

En ausencia de un campo eléctrico, los electrones libres se mueven por todo el metal de un modo muy parecido a las moléculas de gas encerradas en un recipiente. Los electrones libres realizan choques con los iones de la red y están en equilibrio térmico con ella.

La ley de Ohm implica la existencia de una velocidad de desplazamiento constante del electrón que es proporcional al campo eléctrico. La densidad de corriente ($J = nqv_d$) es proporcional a la velocidad de desplazamiento, de acuerdo a la ley de Ohm, J es proporcional al campo eléctrico E . Es el producto de la velocidad media por el tiempo medio que transcurre entre cada dos choques.

A pesar de su éxito al predecir la ley de Ohm, la teoría clásica de la conducción tiene diversos defectos. Los valores numéricos de la conductividad y de la resistividad calculados utilizando los métodos clásicos para obtener el recorrido libre medio y la velocidad media difieren de los valores medios en un factor de 10, dependiendo de la temperatura a la cual se miden estos valores. Finalmente, el modelo clásico no nos dice nada sobre la razón por la cual algunos materiales son conductores, otros aislantes y otros semiconductores.

Correcciones a la Teoría Clásica de la Conducción

La teoría moderna de la conducción eléctrica sienta sus bases en la mecánica cuántica. Las características de esta teoría son: (a) La velocidad media cuadrática debe calcularse utilizando la naturaleza ondulatoria de la propagación de los electrones del metal. La imagen análoga ondulatoria de los choques de los electrones contra los iones de la red es la dispersión de las ondas electrónicas por los iones. Un cálculo detallado de la dispersión electrón-onda debida a una red periódica perfecta de iones idénticos da el resultado de que no existe dispersión; el recorrido libre medio es infinito. En el caso de un cristal perfecto, la resistencia es cero. Las ondas de

electrones se ven dispersadas únicamente si la red no es perfectamente periódica.

Existe dos causas principales para que la red se desvíe de la periodicidad perfecta. A temperaturas muy bajas la resistencia de un metal se debe principalmente a las impurezas. La otra causa de las desviaciones es el desplazamiento de los iones de la red debido a las vibraciones, este es predominante a temperaturas ordinarias. La teoría moderna explica exactamente la dependencia con la temperatura de la resistencia.

Conductividad eléctrica en soluciones

Las soluciones químicas conductoras de corriente eléctrica son un caso especial de conductores. La conducción de corriente eléctrica a través de una solución de un electrólito supone la migración de especies cargadas negativamente hacia el ánodo, y positivamente hacia el cátodo. La conductancia es la medida de corriente que resulta de la aplicación de una fuerza eléctrica dada. Como un conductor metálico, esto obedece a la ley de Ohm. Las excepciones a esta ley sólo ocurren bajo condiciones anormales (por ejemplo, voltajes muy altos o corrientes de alta frecuencia). Para una fuerza electromotriz E aplicada, mantenida constante pero a un valor que exceda al voltaje de descomposición del electrólito, la corriente i fluyendo entre los electrodos sumergidos en el electrólito variará inversamente con la resistencia. Algunas de las relaciones más importantes de la conductividad eléctrica en soluciones son:

Conductancia G

La conductancia de una solución es una medida de la habilidad o facilidad que presenta una solución para transportar una corriente eléctrica por la migración de iones bajo la influencia de un campo eléctrico, físicamente es el recíproco de la resistencia eléctrica y tiene las unidades de ohm^{-1} (mhos) o siemens.

$$G = \frac{1}{R} \quad (2.14)$$

Conductancia específica k

La conductancia es directamente proporcional al área de la sección transversal A e inversamente proporcional a la longitud l de un conductor uniforme, entendiéndose en este caso a la solución electrolítica como conductor uniforme con una distancia l limitada entre el cátodo y el ánodo, los cuales tienen cada uno un área A :

$$G = k \frac{A}{l} \quad (2.15)$$

y k es una constante de proporcionalidad llamada conductancia específica. Las dimensiones de la conductancia específica se maneja de manera practica como $\text{ohm}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$.

Conductancia equivalente Δ

La conductancia equivalente Δ se define como la conductancia del equivalente de un gramo de soluto contenido entre electrodos separados entre sí un centímetro cuadrado. No se especifica el volumen de la solución ni el área de los electrodos.

Por definición, Δ será igual a G cuando un equivalente gramo de soluto está contenido entre electrodos separados 1 cm. El volumen V de la solución (cm^3) que contendrá un equivalente gramo de soluto está dado por:

$$V = \frac{1000}{C} \quad (2.16)$$

donde C es la concentración en equivalentes por litro. Este volumen puede expresarse en base a las dimensiones de la celda

$$V = l \cdot A \quad (2.17)$$

l se fija por definición en un centímetro,

$$V = A = \frac{1000}{C} \quad (2.18)$$

sustituyendo esta ecuación en la ecuación (2.2), se tiene que:

$$\Delta = \frac{1000 k}{C} \quad (2.19)$$

Esta ecuación permite el cálculo de la conductancia equivalente partiendo del valor experimental de k para una solución de concentración conocida.

Conductancia equivalente a dilución infinita λ

La movilidad de un ion en solución se debe a cuatro fuerzas. Una fuerza eléctrica, igual al producto del potencial de electrodo y la carga del ion, tiende a desplazar la partícula hacia uno de los electrodos. Este efecto es parcialmente contrarrestado por una fuerza de fricción, que es una propiedad característica de cada ion. En soluciones diluidas solo estos dos efectos desempeñan un papel importante en la determinación de la conductividad. En estas circunstancias, la conductancia equivalente de una sal es independiente de su concentración.

A dilución infinita, las atracciones entre los iones se anulan, La conductancia general de la solución consiste en la suma de las conductancias iónicas equivalentes individuales

$$\Delta_0 = \lambda_+^0 + \lambda_-^0 \quad (2.20)$$

donde λ_+^0 y λ_-^0 son las conductancias iónicas equivalentes del anión y el catión de la sal a dilución infinita.

Puede determinarse las conductancias iónicas individuales a partir de otras mediciones de electrólitos reportadas en tablas.

Medición de la conductancia electrolítica

Las mediciones de conductancia electrolítica por lo general involucran la determinación de la resistencia de una columna de solución situada entre dos electrodos paralelos, se requiere también

de una fuente poder y un puente apropiado para medir la resistencia de la solución.

El puente de Wheatstone, mostrado en la figura 2.1, es típico del aparato usado para mediciones de conductancia.

La fuente de energía S proporciona una corriente alterna en la escala de 60 a 1000 Hz. a un potencial de 6 a 10 V. Puede calcularse resistencia R_{AC} Y R_{BC} por la posición de C. La celda, de resistencia desconocida R_x , se coloca en el brazo superior izquierdo del puente y una resistencia variable de precisión R, se coloca del lado derecho. Se usa un detector nulo N.D. para indicar el estado de ausencia de flujo de corriente entre D y C.

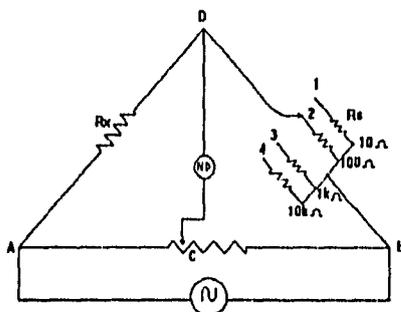


Figura 2.1

INSTRUMENTACION

El instrumento empleado para esta práctica es el que se muestra en la figura 2.2. El instrumento digital está diseñado para medir directamente conductancias electrolíticas, y sus alcances de medición van desde micromhos y milimhos (tal como se muestra en su carátula). Cuenta con escalas de 20, 200 y 2000 en ambas unidades.

Especificaciones de equipo:

Rango	Lectura		Precisión ± (% a plena escala)	
	Máxima	Resolución	Temp. Amb. (15 a 30°C)	(0 a 15 y 30 a 45°C)
0 - 20.00 micromho	19.99	0.01 micromho	0.25	0.6
0 - 200.0 micromho	199.9	0.1 micromho	0.25	0.6
0 - 2000 micromho	1999	1.0 micromho	0.25	0.6
0 - 20.00 milimho	19.99	0.01 milimho	0.25	0.6
0 - 200.0 milimho	199.9	0.1 milimho	0.25	0.6
0 - 2000 milimho	1999	1.0 milimho	1.00	2.0

Poder Requerido: 115 VAC ± 10%, 60 Hz, 0.10 amperes RMS máxima.

Rango de Temperatura Ambiental: de 0 a 45°C.

Rango de Temperatura Acumulada: de -10 a 60°C.

Tamaño: 11 por 20 por 15 cm.

Celdas de Conductividad: Puede usar cualquiera de la serie YSI 3400.

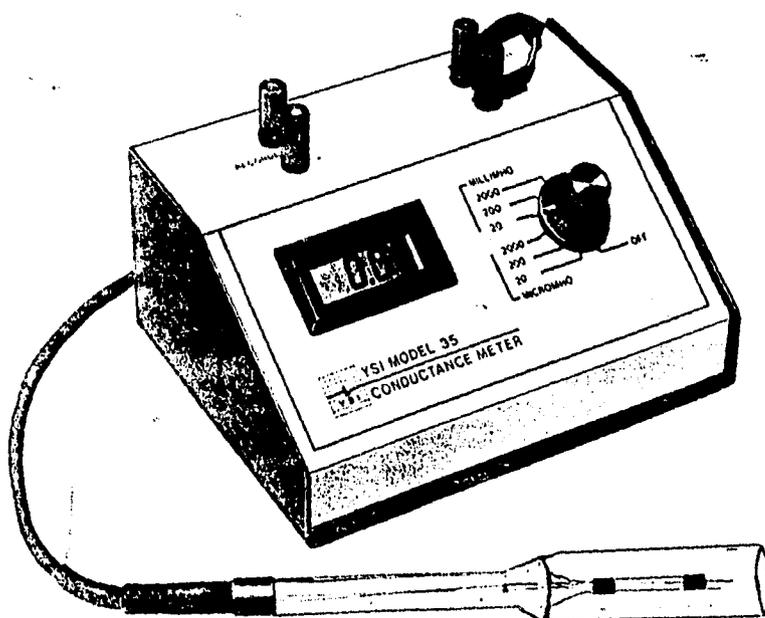


Fig. 2.2. Aparato para medir conductividad. Conductímetro modelo YSI 35 y celda conductimétrica modelo YSI 3401.

Calibración del equipo

Este instrumento fue totalmente calibrado y probado en fabrica después de ser armado (con la ayuda de un detector con sensibilidad de fases y un medidor de equilibrio a cero). Solo si alguno de los componentes es reemplazado, o si el instrumento ha dado servicio por un largo tiempo, la revisión de la calibración debe ser considerada. Debido a que las mediciones hechas en el laboratorio son todas a la misma temperatura ambiente, no se hace alguna corrección en la medición por efecto de temperatura.

Celda de conductividad

Las mediciones de conductancia electrolítica generalmente implican la determinación de la resistencia de una posición de la solución entre dos electrodos paralelos mediante la ley de Ohm. En las mediciones conductimétricas, los electrodos se colocan en contacto íntimo con la solución y se aplica un potencial alterno.

La polarización en la superficie de estos electrodos se evita incrementando el área superficial microscópica mediante la platinización y/u operando a una frecuencia suficientemente alta.

En estas condiciones la contribución de las corrientes no faradaicas, es tan grande que el proceso electrodoico mismo no es el que gobierna, y es constante la caída de potencial a través de las interfases electrodo-solución, considerada para toda la solución.

La celda de inmersión simplemente se introduce en la solución a una profundidad suficiente para cubrir los electrodos y los orificios de escape.

Para una determinada celda con electrodos fijos, la relación l/A es una constante, llamada constante de celda K ($K = l/A$).

En donde l es la distancia entre electrodos y A el área de los electrodos. La constante de celda es un factor el cual es usado para determinar resistividad o conductividad de una solución.

Otras especificaciones de la celda empleada son:

Tipo: electrodos de platino-iridio.

Modelo: YSI 3401.

Constante de celda: $K = 1.0/\text{cm} = 100/\text{m}$

La constante de la celda fue calibrada a una precisión de $\pm 1\%$ frente a una solución de KCl 0.01 décimas de mol por medio de una transferencia estándar YSI.

(Información tomada del manual del equipo correspondiente).

Titulación conductimétrica de un ácido y base fuertes

La finalidad de realizar una titulación conductimétrica en esta práctica de Física, es el estudiar una de las aplicaciones de la conducción eléctrica en soluciones, y mediante este procedimiento analizar su comportamiento de acuerdo a la ley de Ohm en transcurso de una titulación.

En éste método se detectan variaciones de conductividad eléctrica de una solución durante el curso de la titulación. No es necesario conocer la conductancia específica real de la solución, cualquier cantidad proporcional a ella será satisfactoria.

En esta práctica se propone una titulación conductimétrica de ácido clorhídrico con hidróxido de sodio, su comportamiento teórico se ilustra figura 2.3 en la cual se tiene en cuenta que, la conductancia medida es una función lineal de la concentración de los iones presentes.

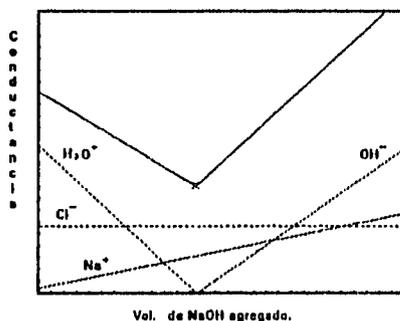


Figura 2.3
Titulación de HCl con NaOH.

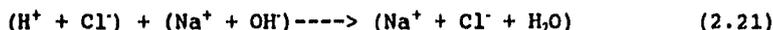
La rama descendente representa la conductancia del ácido clorhídrico aún presente en la solución, junto con la de NaCl ya

formado. La rama ascendente representa la conductancia del exceso de base presente de la neutralización, junto con la de NaCl.

Como la variación de la conductancia es lineal, es suficiente obtener seis u ocho lecturas, cubriendo el intervalo anterior y posterior al punto final, y trazar dos líneas rectas a través de dichas lecturas. El punto de intersección de las dos ramas da el punto final de la titulación o el punto de equivalencia.

Este proceso de titulación se basa en la ley de Ohm, debido al tipo de funciones que muestra dicha gráfica, es decir, que la conductividad eléctrica en función de la resistencia definida como $R = V/I$ es independiente de I en el caso de materiales ohmicos como lo indica la pendiente constante de cada línea.

La agudeza del ángulo en el punto de intersección de las dos ramas, será una función de las conductancias iónicas individuales de los reactivos. La reacción química que origina los diferentes iones en la solución es:



Los iones hidrógeno altamente conductivos, inicialmente presente en la solución son reemplazados por iones sodio, que poseen una conductancia iónica mucho menor, en tanto que la concentración de iones cloruro permanece constante, excepto por la pequeña dilución debida al titulante. La conductancia de la solución, en cualquier punto de la rama descendente de la curva de titulación, está dada por la expresión:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{1000 K} (C_H l_H + C_{Na} l_{Na} + C_{Cl} l_{Cl}) \quad (2.22)$$

En términos de la concentración inicial del ácido clorhídrico C_i y la fracción del ácido titulado f

$$C_H = C_i (1 - f), \quad C_{Na} = C_i f, \quad \text{y} \quad C_{Cl} = C_i$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior

$$\frac{1}{R} = \frac{C_i}{1000 K} (\lambda_H + \lambda_{Cl} + f(\lambda_{Na} - \lambda_H)) \quad (2.23)$$

Según el resultado del término dentro del paréntesis en esta ecuación, la conductancia de la solución disminuye hasta el punto equivalente. Más allá del punto de equivalencia, la conductancia aumenta en proporción directa al exceso de la base agregada. La última ecuación indica que la solución tiene un comportamiento que obedece a la ley de Ohm en todo el trayecto de la titulación, esto se observa en la analogías de esta última ecuación con la ecuación 2.4.

MATERIAL Y EQUIPO

Sustancias

Agua destilada, Cloruro de sodio, Cloruro de potasio, Hidróxido de sodio, Hidróxido de amonio, HCl y H₂SO₄.

Material

- * Vasos de precipitados, agitador magnético
- * Matraz Aforado
- * Pisseta, pipeta, bureta, probeta
- * Conductímetro modelo YSI 35
- * Celda conductimétrica modelo YSI 3401
- * Varilla y soporte universal

PROCEDIMIENTO

Primeramente se preparan las soluciones a concentraciones de 1.0, 0.75, 0.5, 0.25, 0.1, 0.05, 0.005, y 0.0005 N para las siguientes sustancias: NaOH, KCl, NaOH, NH₄OH, HCl y H₂SO₄.

Se prepara el equipo que se va a utilizar (Figura 2.2)

El manejo del instrumento en términos generales es el siguiente:
1.- Se conecta los cables de la celda de conductividad a las terminales marcadas como "CELL", y se conecta el instrumento a la fuente de poder según se especificó.

3.- Sumergir la celda de conductividad dentro de la solución a ser medida. Los electrodos deben estar sumergidos totalmente, y el interior de la celda debe estar libre de burbujas de aire.

4.- Rotar el botón de escala hasta la posición del rango más baja, la cual dará la lectura en la pantalla digital. Dependiendo de la posición del botón se determina las unidades de medición (en milimhos o micromhos).

5.- La conductividad puede ser determinada por la multiplicación del valor de la conductancia desplegada en la pantalla por el valor de la constante de la celda k . Las unidades pueden ser micromhos/cm o milimhos/cm.

Precauciones para la celda

Esta celda tiene una constante k de 1.0 /cm. las precauciones que se deben tomar para que las mediciones sean precisas y repetibles son:

1.- La celda debe ser limpiada después de cada medición, sobretodo cuando se trabaja con sustancias que tienen baja conductividad. La limpieza consiste en enjuagar con agua de la llave y finalmente con agua destilada.

2.- La celda debe estar suspendida en la solución de modo tal que las ranuras de ventilación estén totalmente sumergidas. La cámara del electrodo debe estar libre de aire (esto se logra inclinando la celda ligeramente hasta que el aire salga por la ranura de la celda).

3.- La celda debe estar alejada por lomenos $\frac{1}{4}$ de pulgada de distancia de cualquier otro objeto, incluyendo las paredes o el fondo de del recipiente de solución.

4.- Es necesario agitar bien para una precisión más alta en la medición, especialmente en soluciones de baja conductividad.

5.- Si fuera posible, el recipiente o el sistema en que se van a hacer las mediciones deben estar aislados de potencial de tierra, lo mismo para otros dispositivos de registro.

6.- La presencia de campos eléctricos y corrientes extrañas provocados por motores de agitación, calentadores, etc., pueden provocar dificultades para obtener buenos resultados de medición.

7.- La celda debe ser siempre manipulada cuidadosamente con el objeto de disminuir la posibilidad de rotura o pérdida de precisión de calibración.

8.- La celda nunca debe ser transferida de un tipo de solución a otra sin que sea debidamente limpiada.

9.- La celda nunca debe usarse para medir conductancia en medios altamente corrosivos, como lo es el agua regia u otro medio, debido a que se corre el riesgo de disolver el oro que sirve como soldadura para los electrodos.

Medir la conductividad eléctrica de cada una de las soluciones mencionadas, y con estos resultados calcular la conductividad eléctrica equivalente para concentraciones de 0, 0.0005, 0.005, 0.01, 0.05, 0.10 y 0.25 N. de las mismas sustancias. Hacer tablas de estos resultados y las gráficas correspondientes de estas sustancias en función de su concentración. A partir de estos resultados hacer conclusiones de conductividades eléctricas de soluciones en función con la ley de Ohm y a las teorías de conductividad eléctrica.

Procedimiento para la titulación conductimétrica

En un vaso de precipitados de 250 ml se hace una dilución con 5 ml de ácido clorhídrico 1.0 N, el cual se preparó y utilizó en la primera parte, y agua destilada hasta completar un volumen aproximado de 100 ml. Se agita la solución con el agitador magnético, posteriormente se mide la conductividad eléctrica de esta solución. Se va agregando un mililitro de hidróxido de sodio 1.0 N como titulante, y en cada uno de estos pasos se medirá la conductividad eléctrica, hasta agregar 11 ml. del titulante.

Hacer una tabla de resultados de las mediciones de la conductividad y el volumen del titulante agregado, hacer también la gráfica de estos valores y determinar el punto de equivalencia de la titulación siguiendo el procedimiento gráfico, calcular los milimoles del ácido en la muestra, calcular el error relativo de este procedimiento. De esta última gráfica hacer conclusiones indicando si el comportamiento obedece a la ley de Ohm.

RESULTADOS

La tabla 2.1 corresponde a los resultados de la conductividad o conductancia G de soluciones a diferentes concentraciones, estas mediciones se obtuvieron por la medición directa en el conductímetro de la conductividad específica k multiplicada por la constante de la celda, la cual es de 1.0 /cm.

En la gráfica 2.1 se observa que la conductancia G aumenta proporcionalmente a la concentración de cada solución, esto comprueba que la corriente eléctrica fluye más fácilmente al haber una mayor concentración de iones en la solución.

La tabla 2.2 y la gráfica 2.2 muestran los resultados de la conductividad equivalente Δ de las mismas sustancias, estas mediciones se hicieron a concentraciones desde 0.0 hasta 0.25 N, y es con objeto de expresar la habilidad de los iones individuales para conducir la corriente. Se observa que los valores de conductividad equivalente disminuye al aumentar la concentración debido a que a dilución infinita los iones son teóricamente independientes entre sí y cada uno de ellos contribuye a la conductancia total.

Para la segunda parte, se muestran los resultados de la titulación conductimétrica del ácido clorhídrico con la sosa. La tabla 2.3 muestra los valores de conductividad eléctrica en cada paso de la titulación. La gráfica 2.3 es el resultado de la regresión lineal de los datos experimentales. El punto de equilibrio es aquel donde las dos líneas se intersectan. Se puede leer directamente de la gráfica el punto final, pero la forma más precisa es hacer el cálculo algebraico de las ecuaciones que representan estas dos líneas para obtener el punto de intersección. Las dos ecuaciones lineales que se obtienen son las siguientes:

$y_1 = -2.45X_1 + 16.15$, y para la segunda: $y_2 = 1.43X_2 - 3.06$, igualando estas dos ecuaciones en y , obtenemos un valor de X de 4.98, entonces, el cálculo del ácido clorhídrico presente es:

$$4.98 * (1.0 \text{ miliequiv. de NaOH/ml.}) * (1 \text{ milimol de HCl/miliequiv de HCl}) \\ = 4.98 \text{ milimol de HCl}$$

El error relativo tomando como base los 5.0 milimol (de los 5.0 ml. de HCl 1.0 N) es: $(5.0 - 4.98) * 100 / 5.0 = 0.32\%$

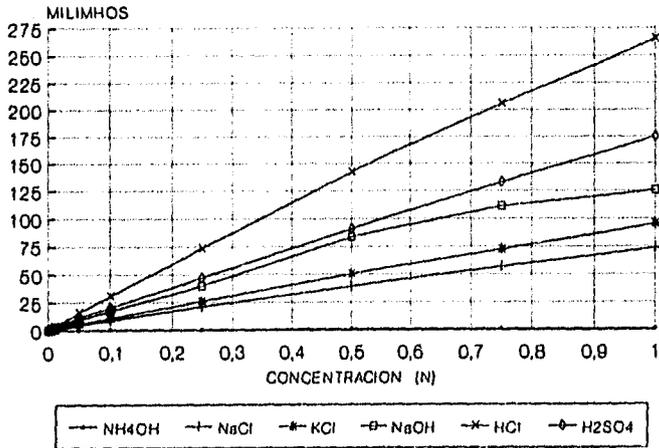
TABLA 2.1
CONDUCTIVIDAD ELECTRICA (G). (Milimhos).

C O N C E N T R A C I O N (N)									
Compuesto	0.0005	0.005	0.01	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75	1.0
NH ₄ OH	0.044	0.852	0.1207	0.260	0.367	0.561	0.754	0.854	0.920
NaCl	0.088	0.548	1.070	4.68	9.15	21.2	39.3	56.7	73.6
KCl	0.146	0.659	1.241	5.68	10.90	25.7	50.1	72.2	95.5
NaOH	0.173	0.964	1.920	8.87	17.02	39.5	84.0	111.2	125.4
HCl	0.273	1.739	3.290	15.38	30.7	73.7	142.3	206.0	265.0
H ₂ SO ₄	0.451	1.475	2.840	11.20	20.4	47.0	91.0	132.9	174.8

TABLA 2.2
CONDUCTIVIDAD ELECTRICA EQUIVALANTE (Δ) (Mhos/cm²).

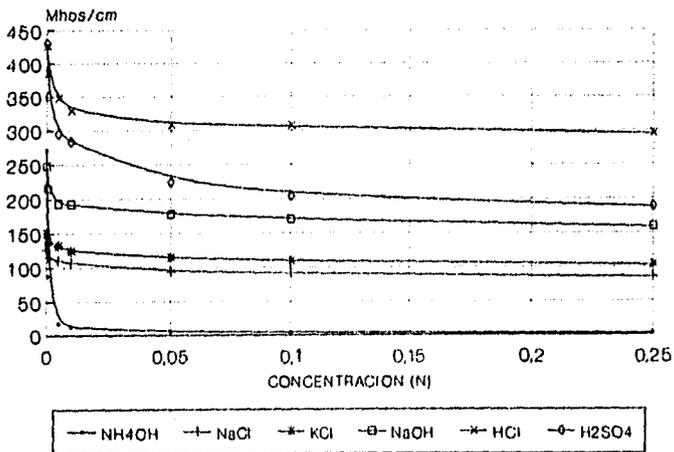
		C O N C E N T R A C I O N (N) -					
COMPUESTO	0.0	0.0005	0.005	0.01	0.05	0.10	0.25
NH ₄ OH	271.0	88	17	12.1	5.2	3.64	2.24
NaCl	126.0	115.0	109.6	107.0	93.6	91.5	84.8
KCl	150.0	138.0	131.8	124.1	113.6	109.0	102.8
NaOH	248.0	215.0	192.8	192.0	177.4	170.2	158.0
HCl	426.0	385.0	347.8	329.0	307.6	307.0	294.8
H ₂ SO ₄	430.0	350.0	295.0	284.0	224.0	204.0	188.0

GRAFICA 2.1
CONDUCTIVIDAD ELECTRICA (G)
PARA DIFERENTES SOLUCIONES



Datos experimentales

GRAFICA 2.2
CONDUCTIVIDAD ELECTRICA EQUIVALENTE (G)
PARA DIFERENTES SOLUCIONES

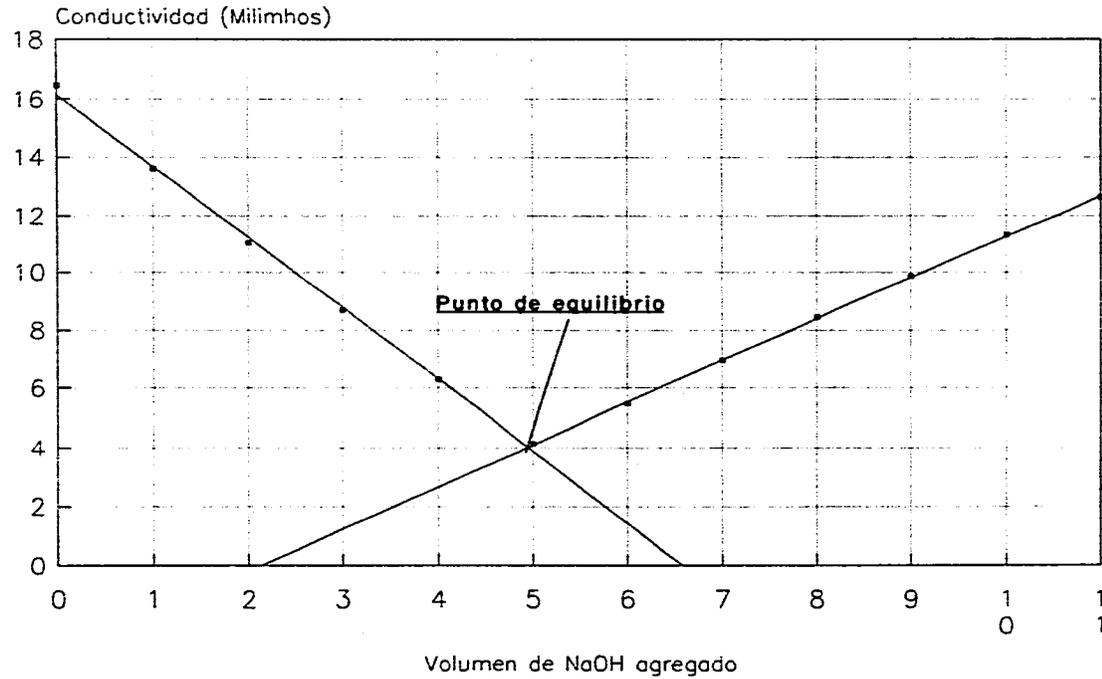


Datos experimentales

TABLA 2.3
DATOS DE LA TITULACION CONDUCTIMETRICA

VOLUMEN DE TITULANTE NaOH 1.0 N	CONDUCTIVIDAD
0.0	16.45
1.0	13.59
2.0	11.01
3.0	8.65
4.0	6.28
5.0	4.13
6.0	5.45
7.0	6.93
8.0	8.43
9.0	9.85
10.0	11.30
11.0	12.62

GRAFICA 2.3
TITULACION CONDUCTOMETRICA
DE HCl CON NaOH



Datos experimentales

El punto de equivalencia obtenido difiere del valor esperado en:
 $5.0 - 4.98 = 0.02$ milimol.

La incertidumbre de las mediciones de la conductividad de acuerdo a las escalas empleadas son:

$$U_{G-200 \text{ micromho}} = \pm 50.0 \mu\text{mho.}$$

$$U_{G-2000 \text{ micromho}} = \pm 5.0 \mu\text{mho.}$$

$$U_{G-20 \text{ milimho}} = \pm 0.05 \text{ milimho.}$$

$$U_{G-200 \text{ milimho}} = \pm 0.5 \text{ milimho.}$$

La incertidumbre en los valores de las concentraciones de las soluciones preparadas es: $u_{(c)} = \pm 0.002$ g/l.

Los valores de conductividad con relación a la concentración tiene un comportamiento lineal principalmente a valores bajos de concentración (gráfica 2.1) lo que indica que las soluciones obedecen la ley de Ohm, debido a que esta conductividad eléctrica valorada en función de la resistencia es independiente de la intensidad de la corriente.

La titulación conductimétrica, resultó ser un método rápido y muy preciso para hacer la valoración de un ácido con una base. En la gráfica 2.3 se observa la linealidad de los puntos en cada paso, y la contribución individual de los iones presentes en toda la trayectoria de la titulación. Se observa también que debido a los valores constantes de las pendientes, todo el trayecto de la titulación obedeció ley de Ohm tal como se explicó en las bases teóricas en la parte de titulación conductimétrica.

CONCLUSIONES

En el desarrollo de la practica se manejaron varios conceptos físicos como la resistencia eléctrica, impedancia, voltaje, intensidad de corriente, campo eléctrico, conductividad eléctrica, etc., que pueden ser aprovechados por los alumnos que actualmente estudian electromagnetismo, debido a que estos conceptos básicos se emplean en otros cursos como el de Química Analítica, en especial en aquellos correspondientes a los métodos electrométricos.

La práctica fue expuesta ante un grupo de alumnos de Laboratorio de Electromagnetismo, ellos desarrollaron los objetivos planteados en la práctica, y consideraron suficiente la información presentada tanto teórica como en el procedimiento. Surgieron también las

siguientes recomendaciones: La práctica debe realizarse en dos sesiones de laboratorio, la primera donde se explique todos los conceptos teóricos y el procedimiento experimental, y la otra para el desarrollo experimental. Se recomienda también hacer grupos de dos o tres personas para que cada grupo trabaje una sustancia. Las sustancias deben estar ya preparadas y rotuladas. El Laboratorio de física debe contar con campanas extractoras como medida de seguridad.

ALGUNAS APLICACIONES DE LA CONDUCTIMETRIA

En la química, gran parte de los conocimientos actuales de las propiedades y comportamiento de las soluciones electrolíticas se han obtenido mediante estudios de la conductancia (como la ionización, la solubilidad de productos, composición iónica de sales y las titulaciones ácido-base). Para medir la salinidad del agua de mar en trabajos oceanográficos. En la industria también se hacen diversos análisis por medio de una medición de conductividad, Por ejemplo, el cáustico libre, remanente de en las soluciones de limpiado de torres, puede estimarse observando la disminución de la conductancia en la solución, aún en presencia de sales.

En Metalurgia, se emplea la conductimetría para determinar el porcentaje de carbono en el acero hasta la cuarta decimal, con alto grado de precisión, comparando la conductancia decreciente de la solución, puede establecerse la cantidad de CO_2 formado y el peso del carbón presente en la muestra de acero, lo mismo se hace para determinar hidrógeno, oxígeno, azufre individualmente, en compuestos orgánicos e inorgánicos. Para determinar el grado de pureza del agua destilada o desionizada, destilados de vapor, enjuagues de agua, aguas de calderas, o en la regeneración de los intercambiadores iónicos, es el contenido total de la sal lo que se busca determinar. Una de las desventajas de este método es la falta de selectividad ya que cualquier especie iónica contribuye a la conductancia total de la solución. La temperatura también es un factor que afecta a las mediciones, un aumento en la temperatura aumentará la conductividad de la solución, para lo cual en este caso se debe calibrar el equipo.

CAPITULO 3

LEY DE COULOMB

(Manual para el Profesor)

OBJETIVOS

Determinar de manera experimental la Ley de Coulomb, usando como instrumento principal una balanza de torsión. Determinar también algunos valores de fuerzas eléctricas entre dos cuerpos cargados.

RESUMEN

Esta práctica es un ejemplo de física básica, y corresponde al tema de electrostática de la materia de Electromagnetismo. En esta práctica se pone en funcionamiento la balanza de torsión que estaba sin usarse en el laboratorio de Física. La balanza de torsión empleada fue calibrada adaptándole cables de tipo Nicromel cedula 35 y se determinó experimentalmente el coeficiente de torsión, finalmente se hacen la comparación de estos valores con los obtenidos con los cables de refacción originales de la balanza. Con esta balanza se miden fuerzas eléctricas entre dos cuerpos cargados, y se determina la ley de Coulomb.

INTRODUCCION

Esta práctica está orientada principalmente para determinar en forma indirecta la fuerza de atracción o de repulsión que existe entre dos esferas metálicas cargadas eléctricamente, conduciendo directamente a los principios básicos de la Ley de Coulomb. Estos principios son importantes dentro del programa de estudio de la materia de electrostática, debido a esto se propone como una práctica dentro del laboratorio de Electrostática.

La balanza de torsión no tiene un principio o un funcionamiento eléctrico, más bien se emplea un método dinámico en la medición de fuerzas, y es de esta manera en que se determina indirectamente la fuerza eléctrica.

La balanza de torsión está conformada por un brazo horizontal con una esfera metálica suspendida de un hilo o alambre fino, de manera tal que pueda girar alrededor del alambre vertical como eje. La esfera es influenciada por la fuerza de dirección tangencial haciendo girar así el brazo alrededor de su eje vertical y torciendo en esta forma el alambre de suspensión. La fuerza directriz del alambre se deduce de su período de oscilación y de su momento de inercia que se puede hallar separadamente. Conociendo la fuerza directriz y el ángulo de giro se puede calcular la fuerza de atracción o repulsión.

La balanza de torsión fue propuesta por **Michell** para determinar la fuerza de gravitación entre cuerpos pequeños y **Cavendish** la utilizó para tal fin. **Coulomb**, quien trabajaba independientemente de los investigadores anteriores, estudió cuidadosamente sus funciones y la utilizó con éxito para encontrar las leyes de las fuerzas eléctricas y magnéticas.

Desde entonces se ha utilizado la balanza de torsión en investigación siempre que es necesario medir fuerzas pequeñas.

BASES TEORICAS

Carga Eléctrica

Los griegos hacia el año 600 a.c., sabían que el ámbar frotado con lana, adquiere la propiedad de atraer cuerpos ligeros. En la actualidad, al interpretar esta propiedad decimos que el ámbar está electrizado, que posee carga eléctrica, o bien que está cargado eléctricamente. Estos términos derivan de la palabra griega **elektron**, que significa ámbar.

Es posible comunicar carga eléctrica a cualquier material sólido frotándolo con otro material. Se puede demostrar que hay dos clases de cargas frotando una varilla de vidrio con seda y colgándola de un hilo largo también de seda. Si se frota una segunda varilla de vidrio con seda y se coloca cerca del extremo de la primera varilla, estas se repelen. Una varilla de ebonita frotada con una piel atrae la varilla de vidrio. Dos varillas de ebonita frotadas con una piel se repelen entre sí. Se explican estos hechos diciendo que al frotar una varilla se le comunica una carga eléctrica y que las cargas en las

dos varillas ejercerán fuerzas entre sí. Es claro que las cargas en el vidrio y en la ebonita deben ser de diferente especie.

Benjamín Franklin (1706-1790), denominó a la electricidad que aparece en el vidrio "positiva" y a la que aparece en la ebonita "negativa", estos nombres han subsistido hasta la fecha. Se resumen estos experimentos diciendo que cargas similares se repelen y cargas diferentes se atraen.

El punto de vista moderno de la materia es que, en su estado normal o estado neutro, contiene cantidades iguales de electricidad positiva y negativa. Si dos cuerpos diferentes como el vidrio y la seda se frotan entre sí, pasa una carga del uno al otro, alternándose la neutralidad eléctrica de ambos. En este caso, el vidrio se carga positivamente y la seda negativamente.

Conductores y aisladores

Una varilla metálica frotada con una piel no manifiesta estar cargada. Sin embargo, es posible cargar esta varilla si se le provee de un mango de vidrio o ebonita y si el metal no se toca con las manos al frotarlo. La explicación es que los metales, el cuerpo humano y la tierra son conductores de la electricidad y que el vidrio, la ebonita, los plásticos, etc., son aisladores (también llamados dieléctricos).

En los conductores eléctricos, las cargas se pueden mover libremente a través del material, mientras que los aisladores no pueden hacerlo. En los metales, un experimento llamado efecto Hall, muestra que solo la carga negativa se puede mover. La carga positiva es tan inmóvil como lo es en el vidrio o en cualquier otro dieléctrico.

Los transportadores de cargas en los metales son los electrones libres. Cuando los átomos aislados se combinan para formar un sólido metálico, los electrones exteriores del átomo ya no quedan unidos a átomos individuales sino que quedan en libertad de moverse en todo el volumen del sólido. En algunos conductores tales como los electrólitos, se pueden mover tanto las cargas positivas como las negativas.

Hay una clase de materiales llamados semiconductores que es intermedia entre los conductores y los aisladores por lo que se refiere a su facultad para conducir la electricidad. El principio del funcionamiento de los semiconductores no se puede describir en forma adecuada sin tener algunos conocimientos de los principios fundamentales de la física cuántica.

Ley de Coulomb

La fuerza eléctrica fue medida de manera cuantitativa por primera vez por **Charles Augustin de Coulomb** (1736-1806), quien en 1785, midió las atracciones y repulsiones eléctricas y dedujo la ley que las rige. El aparato que él empleó, es una balanza de torsión la cual lleva su mismo nombre, este aparato consta básicamente de dos pequeñas esferas, y un hilo fino donde se suspende una de ellas. Si se cargan estas dos esferas eléctricamente, la fuerza eléctrica sobre una de ellas tenderá a torcer el hilo de suspensión. Coulomb contrarrestó este efecto de torsión girando la cabeza de suspensión el ángulo θ necesario para conservar las dos cargas a la distancia dada en el que él estaba interesado. Entonces el ángulo θ es una medida relativa de la fuerza eléctrica que obra sobre la esfera. Los primeros resultados experimentales de Coulomb deducen que la fuerza eléctrica entre los cuerpos cargados varía en proporción inversa al cuadrado de la distancia r que hay entre estos dos cuerpos, y es representada así:

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

Esto se confirmó en forma aproximada, mediante experimentos realizados por Coulomb y, posteriormente por **Henry Cavendish**, que utilizó este mismo tipo de balanza de torsión para medir fuerzas de atracciones gravitacionales entre dos objetos pequeños. Aunque los experimentos con esta balanza pueden establecer que el exponente de r en $F \propto 1/r^2$ es 2, dentro de un pequeño margen de error, otros experimentos (como el que se refiere a la ley de Gauss y los conductores, el cual afirma que la carga neta en el interior de un

conductor es siempre cero, independientemente de los campos eléctricos externos o las cargas en las superficie), muestran por medios indirectos, que el exponente es exactamente 2, dentro de un intervalo de error del orden de 10^9 .

Una propiedad importante de la fuerza eléctrica es que se trata de una fuerza conservativa, es decir, depende solo de la distancia de separación entre dos partículas cargadas y no del tiempo ni de las velocidades de las partículas (siempre que las velocidades sean muy pequeñas en comparación con la de la luz). La fuerza gravitacional y la eléctrica son similares en varios aspectos: las dos son fuerzas centrales conservativas, varían con el inverso al cuadrado. Por consiguiente, muchos de los conceptos desarrollados por la gravitación (el campo gravitacional, la energía potencial gravitacional, la energía de las partículas que interactúan bajo la fuerza de gravitación) se puede aplicar también a la fuerza eléctrica, sin embargo, hay también diferencias evidentes. En primer lugar, hay dos tipos de cargas eléctricas y sólo uno de "carga gravitacional" (o masa gravitacional). Las cargas eléctricas se pueden atraer o repeler, las gravitacionales solo se atraen. Otra diferencia importante radica en las magnitudes relativas de las interacciones eléctricas y gravitacionales, por ejemplo, entre un electrón y un protón la atracción es 10^{39} veces mayor que la gravitacional.

Con solo dos cargas puntuales se puede descubrir como varía la fuerza eléctrica con la distancia, pero con solo dos cargas puntuales no se puede determinar si una de las cargas es grande y la otra pequeña. Para descubrir algo con respecto a las magnitudes de las cargas eléctricas se requieren, cuando menos tres cargas. Si traemos por turnos los cuerpos cargados 1 y 2 a la misma distancia del cuerpo cargado 3, se descubre que la fuerza eléctrica sobre 1 debida a 3 es F_1 y que la de 2 debida a 3 es F_2 . Entonces, por definición, las magnitudes relativas de las cargas q_1 y q_2 son:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{F_1}{F_2} \quad (3.1)$$

La razón de las fuerzas respectivas es igual a la de las magnitudes de las cargas.

La ecuación 3.1 nos da la razón de las cargas q_1/q_2 en función de la razón de las fuerzas F_1/F_2 para las dos cargas que interactúan con una tercera carga. De la misma manera, también se desprende que la fuerza eléctrica en q_1 es proporcional a q_1 . Por la misma razón, la fuerza en q_2 es proporcional a q_2 . Si las fuerzas que se ejercen sobre las dos cargas que interactúan son iguales pero de sentido opuesto según la tercera ley de Newton, la magnitud de la fuerza F que actúa sobre cualquiera de ellas tiene que ser proporcional tanto a q_1 como a q_2 , además de ser inversamente proporcional a r^2 ,

$$F = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (3.2)$$

donde K es una constante cuyo valor depende del sistema de unidades elegido para la carga y la distancia.

Si se utiliza el vector de radio r_{12} para designar la posición de la carga q_2 en relación a q_1 , se podría escribir la ecuación 3.2 en forma vectorial, como sigue:

$$\mathbf{F}_{1 \text{ sobre } 2} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$$

en donde \mathbf{r}_{12}/r_{12} es un vector unitario, cuya dirección va de q_1 a q_2 . La dirección de $\mathbf{F}_{1 \text{ sobre } 2}$ queda definida correctamente si se utiliza los signos algebraicos para q_1 y q_2 : la fuerza es positiva (de repulsión) cuando tanto q_1 como q_2 tienen el mismo signo, y negativo (de atracción) cuando los signos son diferentes.

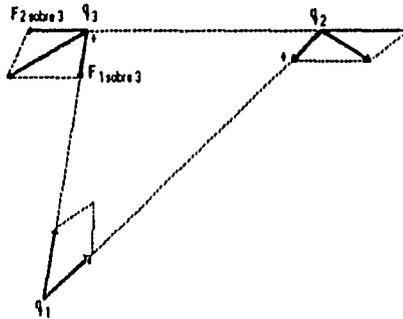


Figura 3.1

(Tres cargas puntuales que interactúan. El principio de superposición es aplicable para las fuerzas de Coulomb.)

Si una carga q_3 se encuentra en presencia de otras dos cargas q_1 y q_2 , como se muestra en la figura 3.1, el experimento demuestra que la fuerza en q_3 es exactamente la suma vectorial de las fuerzas separadas que actúan sobre ella, debido a q_2 y q_1 , o sea, el principio de superposición de fuerzas también es válido para la fuerza de Coulomb. En otras palabras, la fuerza entre dos cargas cualesquiera que sea es independiente de la presencia de otras cargas y para conocer la fuerza resultante se suman simplemente las fuerzas individuales como vectores.

Unidades eléctricas

El valor numérico de la constante K que aparece en la relación de la ley de Coulomb (ecuación 3.2) depende de las unidades que se escojan para F , q y r . En el sistema de unidades *SI* la unidad de carga es el coulomb (**C**). Con F en newtons, r en metros y q en coulombs, la constante K de la ecuación 3.2 tiene el valor:

$$K = 8.98755 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

Entonces, dos cargas puntuales, cada una de ellas de 1 C y separadas

por una distancia de 1 m, se ejercen mutuamente una fuerza eléctrica de aproximadamente $9.0 * 10^9$ N. Un coulomb de carga es una cantidad demasiado grande. La carga neta en un dispositivo de laboratorio de tamaño ordinario podría ser de aproximadamente 10^{-7} C = 0.10 μ C. Dos cargas puntuales de esta magnitud que se encuentren separadas por 1 cm, se repelen una a la otra con una fuerza de aproximadamente 1 N. La definición de coulomb es demasiado compleja. En primer lugar, por definición, una carga neta de 1 C es la que atraviesa en un segundo la sección transversal de un conductor eléctrico, cuando pasa por dicho conductor una corriente eléctrica de 1 A (ampere). A su vez, el ampere queda definido por la fuerza magnética entre dos conductores portadores de corriente.

Para la mayoría de los cálculos, basta redondear el valor de k, tomándolo como $9 * 10^9$ N·m²/C². La misma constante k se puede escribir como:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (3.3)$$

en donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, el cual tiene el valor de

$$\epsilon_0 = 8.85435 * 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

Por lo que se puede escribir la ley de Coulomb en la forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (3.4)$$

Se utiliza tanto la constante k como ϵ_0 , dependiendo de cual de ellas nos lleve a la relación matemática más sencilla.

La carga del electrón cuya magnitud es la de cualquier otra partícula elemental cargada, se designa mediante -e, y su magnitud es:

$$e = 1.60207 * 10^{-19} \text{ C}$$

La medición directa de la carga electrónica e , fue deducida experimentalmente por Millikan.

Conservación de cargas

Según la ley de conservación de cargas, la carga neta, o la suma algebraica de las cargas, en cualquier sistema aislado es constante. Esto se ilustra mediante los procesos en los que se cargan dos objetos neutros: se transfieren electrones de uno al otro y el resultado es un objeto con carga positiva y el segundo con una cantidad igual de carga negativa. Esto no implica que la carga eléctrica no se pueda crear o destruir, sino que la generación de una carga positiva debe ir acompañada necesariamente por la de una cantidad igual de negativa. Por ejemplo, cuando un fotón suficientemente energético, partícula de radiación electromagnética eléctricamente neutra, entra a una recipiente cerrado, se puede aniquilar y en su lugar aparecen dos partículas, un electrón con carga $-e$ y un positrón con $+e$. La carga neta dentro del recipiente no ha cambiado.

MATERIAL Y EQUIPO

- * Balanza de Torsión electrostática. (LEYBOLD 51601).
- * Generador Electrostático de Van de Graaff. (CENCO 78688).
- * Accesorios Para la Ley de Coulomb. (LEYBOLD 51620).
- * Dispositivo para Indicador Luminoso. (Lámpara común con una bombilla como fuente de iluminación y una lente condensadora con diafragma desplazable. Para esta práctica se usa un equipo generador de rayos láser, para usarlo para este propósito.
- * Pantalla, Flexómetro, cronómetro y balanza granataria.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Calibración de la balanza de torsión

Se calcula de manera experimental la constante de torsión (k) del alambre que se utiliza para la balanza de torsión. Esto se hace mediante un procedimiento dinámico, el cual consiste en encontrar el período de oscilación (T) por torsión de un objeto con un momento de

inercia conocido, en este caso es una varilla delgada, su momento de inercia es: $I = (m \cdot l^2)/12$, donde m es la masa y l la longitud de la varilla. La varilla se inserta en la balanza y se determina su período de oscilación con la ayuda de un cronómetro.

Para pequeñas torsiones, el par de restitución o momento de giro está dado por $\tau = k \cdot \theta$, donde k es la constante de proporcionalidad que se debe determinar. El período de oscilación se expresa como:

$$T = 2\pi \sqrt{I/k}$$

La balanza de torsión y sus accesorios se montan tal como se muestra en la figura 3.2.

Precauciones para el manejo del equipo

- 1.- No tocar las esferas o las varillas que la soportan. Si es necesario detener el movimiento de una esfera, use la paleta amortiguadora como manipulador (D).
- 2.- Mantenga el aparato libre de golpes o vibraciones.
- 3.- Asegúrese de que la paleta de amortiguamiento esté libre para moverse en el recipiente de agua.
- 4.- Antes de iniciar el experimento, descargue las esferas (S_1 y S_2) tocándolas con un alambre conectado a tierra.

Procedimiento para la medición de fuerzas

Con las esferas descargadas, colocar la aguja de la escala de la esfera móvil (S_2) en 3.1 cm. Mover todo el sistema hasta que la distancia entre las esferas sea aproximadamente 1 mm. La escala deberá señalar ahora la distancia de centro a centro entre las esferas.

El diámetro de las esferas es de 3 cm. La pequeña distancia a que se mueve la esfera suspendida durante el experimento se puede despreciar al calcular la distancia entre las esferas.

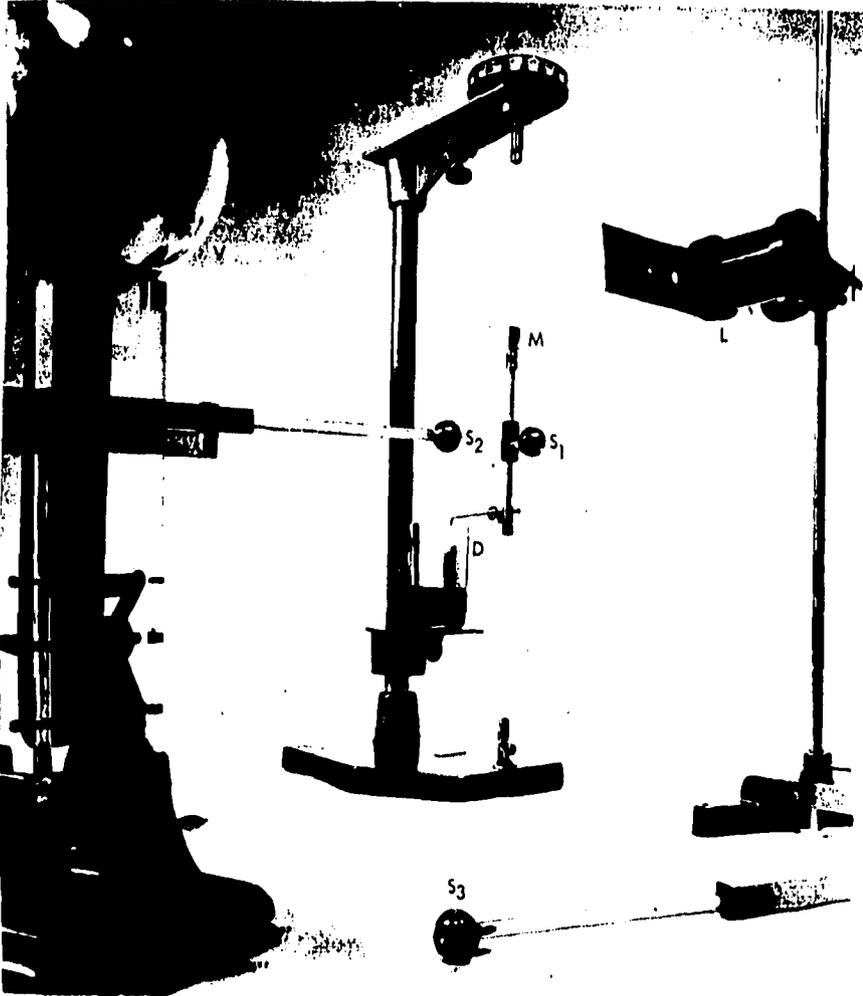


Figura 3.2

Balanza Electrostática con Fuente de luz, Generador de Van de Graff y Accesorios para la ley de Coulomb.

Se enciende la fuente de luz (L) y se dirige hacia el espejo (M) montado arriba de la esfera suspendida (S_1), de tal manera que su reflejo se observe en una escala colocada a unos 3 o 4 metros del espejo. Se enfoca la retícula sobre la escala. Se registra este punto como un punto de referencia para las esferas descargadas. Desarrollar en orden las siguientes partes experimentales.

Parte I

Fijar una distancia de 3.0 cm entre S_1 y S_2 y cargar las esferas inductivamente, es decir, se carga el generador de Van de Graaff (V) y se coloca su esfera cerca de S_1 y S_2 . Se toca momentáneamente la parte posterior de S_1 y S_2 con un alambre conectado a tierra, esto permitirá que los electrones libres de S_1 y S_2 pasen a tierra, dejando S_1 y S_2 con un exceso de carga positiva. Quitar el generador Van de Graaff y descargarlo. Registrar la lectura tomada con un flexómetro. Tomar y registrar las lecturas de la desviación para distancias de radio de 3, 5, 7, 13, 15 y 20 cm.

Parte II

Cargar de nuevo S_1 y S_2 . Registrar la desviación de S_1 cuando $r = 10$ cm. Reducir a la mitad de la carga de S_2 tocándola con la esfera descargada S_1 . Registrar la desviación y explicar los resultados.

Parte III

Tomar los datos necesarios para graficar la fuerza como una función de r^2 . Analizar el significado de los valores de la pendiente y la ordenada en el origen.

Parte IV

Medir la fuerza de repulsión entre las esferas S_1 y S_2 . Para esto es necesario conocer la constante de torsión (k) del alambre (determinada anteriormente), y hacer los cálculos del par de restitución para las mediciones hechas en la Parte I. Tabular los valores de L (distancia de desviación), θ (ángulo de desviación), r

(par de restitución), F (fuerza de repulsión eléctrica), y Log F, en función de r (distancia entre las esferas).

Cambiar el tipo de cable usado por el cable original de la balanza, determinar su constante de torsión y su par de restitución. Comparar los valores obtenidos usando este tipo de cables con los valores que se obtuvieron usando los primeros.

Escribir conclusiones en cada paso y conclusiones finales de acuerdo a lo planteado en las bases teóricas.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Calibración de la balanza

El período de oscilación se determinó midiendo el tiempo que tarda la varilla en completar una o varias oscilaciones completas (Como el período de un péndulo simple es prácticamente independiente de la amplitud, y que además la amplitud siempre permanece constante en todas las oscilaciones, el tiempo de oscilación será el mismo midiendo éste con referencia a varias oscilaciones). Experimentalmente se hicieron mediciones de tiempo con un cronómetro digital a 2, 3, 5, y 10 oscilaciones completas.

Los resultados para el alambre tipo Nicromel cedula 35 son:

t (s)	4.43	4.38	6.59	6.67	11.0	10.89	22.07	22.12
# Osc	2	2	3	3	5	5	10	10
T (s)	2.21	2.19	2.19	2.22	2.20	2.17	2.20	2.21

El promedio del período de oscilación es: $T = (2.19 \pm 0.015) s$

El momento de inercia de la varilla es $I = (m \cdot l^2) / 12$, la masa se determinó pesando la varilla en la balanza analítica, teniendo como resultado $m = 6.458$ gramos, y una longitud de 11.0 cm, entonces:

$$I = (6.458 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.}) (0.110 \text{ m.})^2 / 12 = 6.5 \cdot 10^{-6} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I = (6.5 \cdot 10^{-6} \pm 5.9 \cdot 10^{-8}) \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

La constante de torsión es:

$$K = (2\pi / 2.19s)^2 * 6.5 \cdot 10^{-6} \text{ Kg m}^2 = 5.31 \cdot 10^{-5}$$

$$K = (5.31 \cdot 10^{-5} \pm 2.12 \cdot 10^{-7}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

Los valores obtenidos usando el alambre original de la balanza de torsión fueron:

Período de oscilación promedio: $T = 0.925 \pm 0.015$ s

Constante de torsión: $k = (3.0 \cdot 10^{-4} \pm 2.12 \cdot 10^{-7})$ N·m

Resultados de la Parte I

Los resultados de esta parte se resumen en la tabla 3.1.

El primer ejemplo de cálculo es el siguiente:

Para una distancia r de separación entre el centro de las esferas de 3 cm. (0.03 m), y una lectura de desviación de 1.37 m sobre la pantalla colocada a una distancia de 3.65 m del espejo de la balanza de torsión, el ángulo de giro es:

$$\theta = \text{Tang}^{-1} \frac{1.37 \text{ m}}{3.65 \text{ m}} = 20.5^\circ * \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = 0.359 \text{ rad}$$

$$\theta = (0.359 \pm 2.23 \cdot 10^{-6}) \text{ rad.}$$

El momento de restitución (τ) ejercido sobre el alambre es:

$$\tau = -K_A \cdot \theta = (5.3 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}) (0.359 \text{ rad}) = -1.91 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau = (-1.91 \cdot 10^{-5} \pm 7.6 \cdot 10^{-8}) \text{ N}\cdot\text{m.}$$

El momento rotacional o torca (τ) que actúa sobre la esfera S_1 respecto al eje de rotación (posición del alambre) se define como:

$\tau = R \times F$, donde R es el vector de posición de S_1 al eje de rotación, y F la fuerza electrostática que se ejerce entre las dos esferas cargadas. En este caso por ser los vectores perpendiculares entre sí,

$\tau = R \cdot F$, R tiene un valor de 5.0 cm (distancia del centro de la esfera al alambre), entonces:

$$F = \frac{\tau}{R} = \frac{1.90 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}}{0.05 \text{ m}} = 3.81 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$F = (3.8 \cdot 10^4 \pm 4.1 \cdot 10^4) \text{ N.}$$

y el Log de $F = -3.42$

Los demás resultados se calculan de la misma forma.

Resultados de la Parte II

La primera desviación, al repetir el experimento cuando $r = 10 \text{ cm}$, la desviación de S_1 es de 16 cm , y al tocar la esfera S_2 con la esfera S_3 , la desviación se reduce a 7.5 cm . La explicación de esto, tomando a 7.5 cm como un valor aproximado de la mitad de 16 cm , es de que la fuerza ejercida entre las esferas S_2 y S_3 pierde la mitad de su valor, y entonces el ángulo de torsión también se reduce en forma proporcional, esto se debe a que la carga eléctrica de la esfera S_2 pierde la mitad de su carga, la cual es transferida a la esfera S_3 , dado que S_2 y S_3 son geoméricamente iguales. El hecho de que la medición no fuese exactamente la mitad, se debió posiblemente a la pérdida de carga eléctrica debido a la humedad presente y a la transferencia de cargas también hacia las partículas del aire.

Resultados de la parte III

Al ser planteada la ley de Coulomb por medio de la ecuación:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^n}, \quad n \text{ representa realmente el valor}$$

con que F esta variando con respecto a r . Se puede conocer el valor de n de manera experimental de la siguiente forma:

Usando reglas de logaritmos:

$$\text{Log } F = \text{Log} \left| K \frac{q_1 q_2}{r^n} \right| = \text{Log} (K q_1 q_2) - \text{Log} (r^n)$$

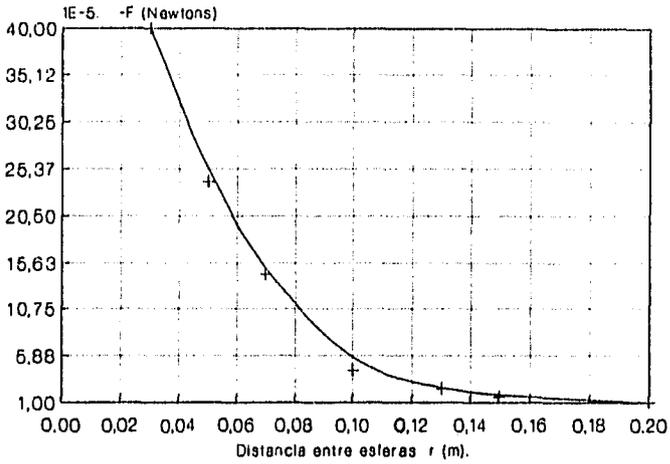
$$\text{Log } F = \text{Log} (K q_1 q_2) - n \text{ Log } r$$

TABLA 3.1

RESULTADOS DEL EXPERIMENTO DE LA LEY DE COULOMB.

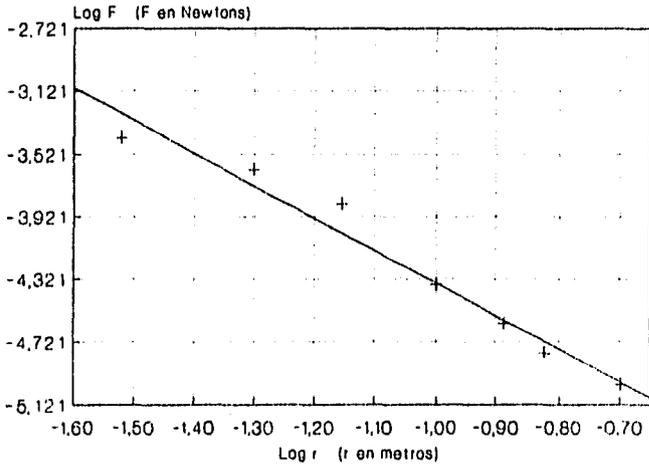
r (m)	0.03	0.05	0.07	0.10	0.13	0.150	0.20
L (m)	1.37	0.84	0.50	0.15	0.085	0.055	0.035
θ (Radian)	0.359	0.226	0.136	0.041	0.023	0.015	0.009
-τ (N·m)	$1.91 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$7.23 \cdot 10^{-6}$	$2.18 \cdot 10^{-6}$	$1.23 \cdot 10^{-6}$	$8.0 \cdot 10^{-7}$	$5.09 \cdot 10^{-7}$
-F (N)	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$4.3 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$
Log F	-3.42	-3.62	-3.85	-4.36	-4.62	-4.79	-5.00
Log r	-1.52	-1.30	-1.15	-1.00	-0.886	-0.823	-0.699
1/r	33.33	20.00	14.28	10.00	7.69	6.66	5.00

GRAFICA 3.1.
RELACION DE LA FUERZA ELECTROSTATICA
EN FUNCION DEL RADIO.



Datos experimentales.

GRAFICA 3.2
RELACION LOGARITMICA DE LA FUERZA
ELECTROSTATICA EN FUNCION DEL RADIO



Datos experimentales

Si se grafica $\log F$ vs $\log r$, n representa la pendiente de la gráfica (y su valor es el exponencial de r), y la ordenada al origen representa el logaritmo de la constante de Coulomb K , multiplicada por el producto de las cargas q_1 y q_2 . Para estos puntos, el resultado de la regresión lineal es:

Pendiente: $-2.078 = -n$, por tanto $n = 2.078$

Ordenada al origen = $-6.427 = \log (K q_1 q_2)$.

$K q_1 q_2 = 3.74 \cdot 10^7$, si q_1 es igual a q_2 , entonces

$q = 6.4 \cdot 10^9 \text{ C} = 6.4 \cdot 10^3 \mu\text{C}$.

% de error relativo de n : $(2.0 - 2.078) / 2 \cdot 100 = 3.9\%$

Resultados de la parte IV

Los valores de la fuerza de repulsión entre las esferas S_1 y S_2 , de la parte I se resumen en la tabla 3.1. La gráfica 3.1 muestra la variación de la fuerza con respecto al radio de manera directa. Y en la gráfica 3.2 al hacer el cambio de variable, muestra cómo varía el logaritmo de la fuerza con respecto al logaritmo del radio, la gráfica se presenta casi lineal.

De estos valores se calcula el exponencial n y el valor de q de acuerdo a la ley de Coulomb. En la parte I, los valores de r y F son negativos debido a que la fuerza ejercida entre las dos esferas es una fuerza de repulsión.

CONCLUSIONES

Esta práctica de electrostática permitió obtener valores de fuerza de repulsión ejercida entre dos cuerpos cargados eléctricamente, y determinar de manera gráfica la ley de Coulomb, Esto se observa en la comparación del valor de la pendiente n y el valor del exponente teórico. El error relativo indica menos del 4%. Al comparar los valores obtenidos para los dos tipos de cables en la calibración de la balanza, el tipo de cable Nicromel cedula 35 resultó ser más sensible, por lo que fue el elegido para desarrollar esta práctica. La práctica fue expuesta frente a un grupo de alumnos de laboratorio

La práctica fue expuesta frente a un grupo de alumnos de laboratorio de Electroestática, los problemas que se presentaron fueron principalmente el cargar eléctricamente las esferas de manera inductiva, y determinar la fuerza de repulsión entre ellas, esto debido a que algunos factores ambientales (humedad ambiental y corrientes de aire principalmente) interfirieron de manera desfavorable, por lo que se tuvo que hacer varios intentos de medición. Se recomienda para este experimento realizarlo en un laboratorio cerrado y en horas en que la humedad es baja. Otro problema que se presentó fue el cálculo de la pendiente y la ordenada al origen a partir de la gráfica y la tabla de resultados. Se recomienda darles una explicación previa de Matemática, en especial a el manejo de logaritmos. Esta práctica cumplió con los objetivos planteados, primeramente por que se logró rehabilitar el equipo empleado, en segundo, por que ilustra de manera cuantitativa algunos conceptos físicos relacionados con la electroestática, apoyando este tema de teoría en el curso Electromagnetismo.

ALGUNOS USOS Y APLICACIONES DE LA ELECTROSTATICA

Los principios que gobiernan las cargas eléctricas en reposo, son el punto de partida del estudio de las corrientes eléctricas. La electrostática es importante por si misma, muchas de las fuerzas que explican la estructura de los átomos y de las moléculas son de origen electrostático, ya que de acuerdo con la teoría atómica, las fuerzas que actúan entre átomos y moléculas para obtenerlas unidas y formar los líquidos y los sólidos son fuerzas de tipo eléctrico. Del mismo modo, la fuerza eléctrica es responsable de los procesos metabólicos que ocurren dentro de nuestro cuerpo. Incluso los tirones y empujones ordinarios son los resultados de la fuerza eléctrica entre las moléculas de nuestra mano y aquellas del objeto del que se tira o empuja.

En algunos equipos

Los principios de la electrostática se puede utilizar de manera práctica en una diversidad de modos para efectuar trabajos que de

otra manera parecerían difíciles e incluso imposibles. Por ejemplo la Xerografía, que es un proceso de reproducción de imágenes, tiene un efecto físico conocido como fotoconductividad eléctrica, en la que la luz que incide sobre un material fuertemente aislante, proporciona a los electrones suficiente energía para liberarlos y permitir que se muevan a través de la sustancia fotoconductor en forma parecida a como lo hacen los electrones libres en los metales altamente conductores.

Los separadores electrostáticos han proporcionado un sistema excelente para separar minerales, y en plantas de procesamiento se utilizan precipitadores electrostáticos para reducir el nivel de contaminación atmosférica.

El generador electrostático de Van de Graaff, es un dispositivo con muchas aplicaciones en la ciencia y la tecnología, en particular como acelerador de partículas elementales.

El principio de blindaje electrostático es muy importante, pues proporciona un método de protección para instrumentos delicados contra fenómenos eléctricos indeseables que pudieran estar ocurriendo en otro sitio.

En el microscopio de iones de campo, también es un instrumento importante para el estudio de la química, en éste, la densidad de carga y el campo eléctrico pueden hacerse muy grandes en la proximidad de puntas conductoras muy agudas. Este efecto, muy cerca del extremo de un cuerpo muy aguzado es posible alcanzar campos cuyas intensidades sean hasta de 50 millones de volts por cm. Con éste microscopio se produce sobre una pantalla fluorescente una imagen detallada de la punta de la muestra, en la que se ve claramente la configuración de los átomos de la superficie de la punta de la muestra. Con el microscopio de iones de campo es posible lograr factores de amplificación aproximadas a 2,000,000. Otros instrumentos de principios electrostáticos pueden ser los altoparlantes electrostáticos y los aceleradores de alta energía.

CAPITULO 4

MODELOS DE DIFRACCION DE LAUE (Manual para el Profesor)

OBJETIVO

Analizar el fenómeno de difracción de rayos-x haciendo una simulación de éste con un equipo láser y transparencias. Aplicar la ley de Bragg para determinar las distancias de los puntos de los arreglos estructurales. Determinar el tipo de estructura cristalina a que pertenece cada modelo de difracción.

RESUMEN

Se presenta una práctica de difracción correspondiente a la materia de Ondas y Optica, esta práctica consiste en analizar el fenómeno de difracción y en particular la difracción de rayos-X. La práctica es una propuesta publicada por la revista *Journal of Chemical Education* (Ref. 27), y se desarrolló de acuerdo a las condiciones propias del Laboratorio de Física, Los resultados de los modelos de difracción se comparan con los publicados en la misma revista. Para esta práctica se hace una simulación de difracción de rayos-x usando un equipo generador de rayos láser de baja potencia y una serie de transparencias, las cuales representan los diferentes arreglos de estructuras moleculares. Se mencionan algunos usos o aplicaciones del fenómeno de difracción, y en particular el de difracción de rayos-x en el estudio de la química.

INTRODUCCION

Al inicio de nuestros estudios sobre Química, una de las preguntas más comunes es la referente a el cómo están constituidos los arreglos atómicos en moléculas y sólidos, y cuáles son las distancias entre ligaduras y ángulos de los átomos. Las bases para los modelos familiares bola-palo de estructura química, es fundamental para el entendimiento de las propiedades químicas y físicas de los materiales.

Estas relaciones han motivado a crear avances tecnológicos, incluyendo por ejemplo, materiales semiconductores, nuevos materiales cerámicos, materiales superconductores, alhajas, y la identificación de sitios activos de enzimas.

En sólidos cristalinos los átomos están ordenados en arreglos repetidos tridimensionales o rejillas, que con frecuencia están ordenados extraordinariamente simétricos. Los ejemplos los podemos encontrar en los arreglos de los elementos como el Cu y el Zn, semiconductores como el Si y GaAs, aislantes como el C en forma de diamante, sales como NaCl, superconductores como $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, y sólidos que van desde moléculas diatómicas hasta proteínas complejas.

La difracción de rayos-x ha sido una técnica que ha proveído más información acerca de las estructuras a nivel atómico de los sólidos. La difracción de electrón y neutrón es también una importante técnica que obedece a algunas de las leyes físicas.

A pesar de su enorme importancia, la técnica de difracción de rayos X ha sido difícil de integrar en alguna ciencia introductoria o cursos a nivel Licenciatura. Parte del problema radica en la instrumentación. El equipo requerido para un experimento de difracción de rayos X es caro y peligroso, que implican voltajes altos usados para crear radiación de los Rayos X, los cuales fisiológicamente son peligrosos.

Una demostración complementaria del efecto de difracción de un arreglo tridimensional puede ser observado por difracción de la luz visible de los rayos láser, que incide sobre algunos arreglos a base de puntos hechos de antemano en transparencias (figura 4.1).

En ésta práctica se emplean las transparencias como un recurso para la simulación del experimento de difracción de rayos X, y que se puede adaptar al programa de prácticas del laboratorio de Ondas y Optica. La luz visible y brillante del láser a través de un arreglo de puntos en transparencias, es un seguro y no caro método para ilustrar muchos de los aspectos esenciales del experimento de difracción de rayos X.

En realidad, estas transparencias fueron usadas antes de las computadoras como un simple método para calcular los modelos de

difracción de un arreglo conocido de átomos, más recientemente las transparencias han sido creadas usando la iluminación de un láser en conjunción con arreglos o máscaras que han sido preparadas por reducción fotográfica de cualquier modelo generado manualmente con la ayuda de una computadora y una impresora láser. Así, en lugar de usar un equipo generador de rayos X, usamos un generador o equipo láser de baja potencia, en lugar de un cristal usamos un arreglo en una transparencia, y en lugar de una placa fotográfica usamos una simple pantalla de proyección. Esta técnica permite la reproducción exacta y rápida de un patrón dado, y observar sobre la pantalla las figuras de difracción conocidas como figuras de Laue.

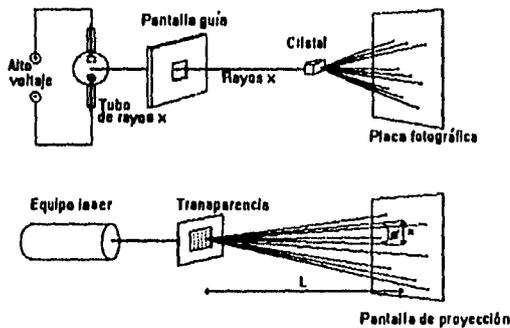


Figura 4.1

Comparación de los aparatos usados para el experimento de difracción de rayos X, con el que se emplea usando transparencias y un equipo generador de rayos láser.

BASES TEORICAS

Difracción de la luz

Cuando la luz atraviesa una pequeña abertura, las ondas que pasan por distintas partes pueden interferir de manera que produzcan un patrón observable de interferencia en una pantalla colocada a cierta distancia. Si la luz la emite una fuente puntual, las leyes de la óptica geométrica hace suponer que el efecto de esta interferencia es sencillamente producir una imagen de la abertura que sea clara, donde

los rayos pasan sin impedimento hacia la pantalla, y obscura en las demás partes. En muchos casos, ésta es una descripción muy aceptable de lo que sucede, pero como las leyes de la óptica geométrica solo son aproximaciones y se aplican únicamente cuando las dimensiones de la abertura son mucho mayores que las longitudes de onda de la luz, hay muchos casos en que no resulta una descripción adecuada. Si la abertura es grande en comparación con la longitud de onda, la imagen en la pantalla corresponde mucho a la sombra geométrica de aquella a través de la cual pasan los rayos de luz. Pero si la abertura es de tamaño comparable a la longitud de onda, la luz que pasa por distintas porciones de la abertura puede interferir de manera que produzca áreas brillantes dentro de la sombra geométrica y regiones oscuras dentro de la imagen geométrica del disco. Si se insiste en ver lo que sucede, en términos del comportamiento de rayos de luz que emite la fuente y que llegan a la pantalla, se debe incluir que los rayos que pasan a través de una pequeña abertura, o muy próximos al borde de cualquier objeto opaco, se desvían o difractan apartándose de sus caminos rectos usuales. Al efecto asociado a esta desviación de los rayos luminosos se le llama difracción.

La difracción de la luz se debe a la interferencia, en especial, la de la luz que pasa por distintas distancias de un obstáculo, también es claro que la difracción de la luz es estrictamente un fenómeno ondulatorio que no puede explicarse por las leyes de la óptica geométrica.

La figura 4.2(a) muestra el caso general de la "difracción de **Fresnel**", en la cual la fuente luminosa y la pantalla sobre la cual el patrón de difracción se encuentran a una distancia final de la abertura que produce la difracción, los frentes de onda que llegan a la abertura de difracción en este caso y que salen de aquella para iluminar un punto cualquiera P de la pantalla difusora no son planos, los rayos correspondientes no son paralelos.

Se tiene una simplificación si la fuente S y la pantalla C se alejan una gran distancia de la abertura de difracción (b). Este caso limite se llama difracción de **Fraunhofer**, los frentes de ondas que llegan a la abertura de difracción desde la fuente lejana S son planos, y los

rayos correspondientes a estos frentes de ondas son paralelo entre sí. En forma semejante, los frentes de onda que llegan a un punto cualquiera P en la pantalla distante C son planos siendo también paralelos los rayos correspondientes. En la figura (c) la primera lente transforma las ondas divergentes de la fuente en ondas planas, la segunda lente hace que las ondas planas que salen de la abertura de difracción converjan al punto P saldrán de la abertura de difracción paralelos a la línea interrumpida Px trazada por P y por el centro de esta segunda lente.

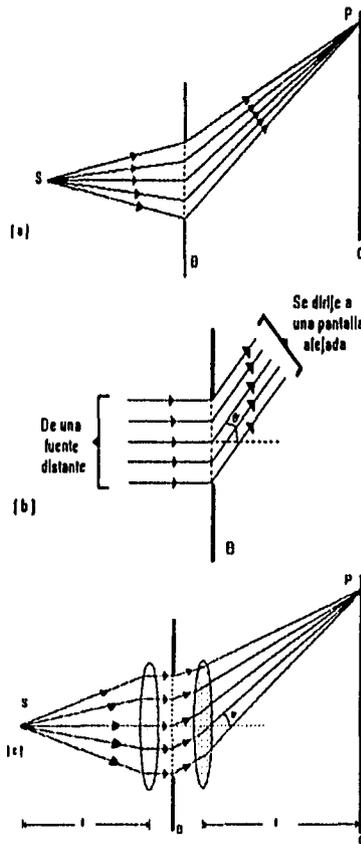


Figura 4.2

La figura 4.3(a) muestra una onda plana que incide normalmente en una abertura larga y angosta de anchura a . Los rayos que van desde la abertura hasta P_0 , tienen todos ellos las mismas longitudes de trayectoria óptica, ya que se encuentran en el plano de la abertura, seguirán en fase en P_0 y el punto central del patrón de difracción que se forma en la pantalla C tendrá una máxima intensidad.

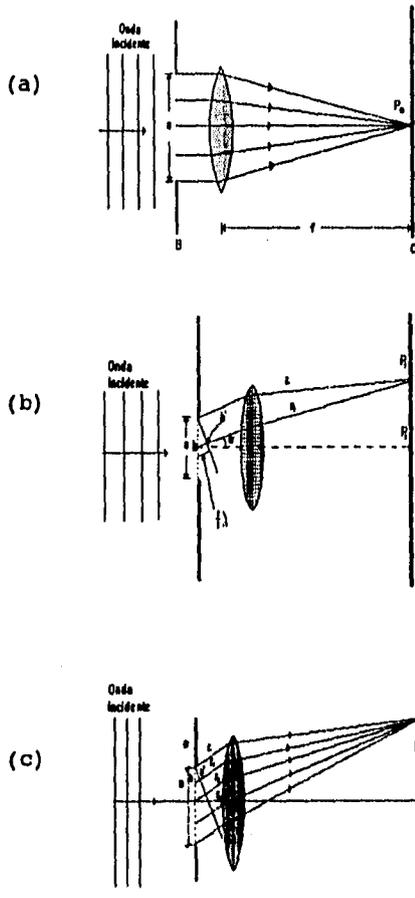


Figura 4.3

Los rayos de luz que llegan a P_1 en la figura 4.3(b), debe salir de la abertura con un ángulo θ . El rayo r_1 sale de la parte superior de la abertura y el rayo r_2 sale de su centro. Si θ se escoge de tal manera que la distancia $\overline{bb'}$ en la figura sea media longitud de onda, r_1 y r_2 estarán desfasados y no producirán efecto en P_1 . Cada rayo de la mitad superior de la abertura se anulará con un rayo de la mitad inferior, que salga de un punto que se encuentre a una distancia $a/2$ bajo el punto donde salió el otro rayo. La condición que se muestra en la figura es $a/2 \text{ sen } \theta = \lambda/2$, o sea

$$a \text{ sen } \theta = \lambda$$

Si la abertura se reduce a una longitud de onda ($a = \lambda$), el primer mínimo ocurre para $\theta = 90^\circ$, lo que implica que el máximo central llena todo el hemisferio que tiene adelante. En la figura (c), la abertura se ha dividido en cuatro zonas iguales, saliendo un rayo de la parte superior de cada zona. Si se escoge θ de modo que la distancia $\overline{bb'}$ sea $\frac{1}{2}$ longitud de onda, los rayos r_1 y r_2 se anularan en P_2 . Los rayos r_3 y r_4 también tendrán una diferencia de fase de $\frac{1}{2}$ longitud de onda y también se anularan. Considerando los otros cuatro rayos que salen de la abertura a una cierta distancia debajo de los cuatro rayos anteriores, los rayos que están debajo de r_1 y r_2 se anularan uno con el otro, lo mismo que los dos rayos que están debajo de r_3 y r_4 . Se puede proseguir a través de toda la abertura y llegar nuevamente a la conclusión de que no llega ninguna luz a P_2 , entonces se ha localizado un segundo punto de intensidad cero. De acuerdo con las condiciones descritas resulta:

$$a/4(\text{sen } \theta) = \lambda/2$$

o sea

$$a \text{ sen } \theta = 2\lambda$$

Por extensión, la formula general para los mínimos del patrón de difracción en la pantalla C es:

$$a \sin \theta = m \cdot \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots (\text{mínimos})$$

Difracción de Rayos X

Cada átomo en un cristal tiene el potencial para dispersar un haz de rayos X incidente en él. La suma de todas las ondas dispersadas en el cristal, da por resultado el haz de rayos-x, siendo el efecto difractado de cada plano de cristal permitido. Toda sustancia cristalina dispersa los rayos X en su propio patrón de difracción único, produciendo una "huella" de su estructura atómica molecular. La misma figura 4.1 muestra cómo se producen los rayos X cuando los electrones provenientes de un filamento son acelerados bajo una diferencia de potencial V y chocan contra un blanco metálico. Los rayos-x son radiaciones electromagnéticas con longitudes de onda del orden de 1 Å. Para longitudes de onda así de pequeñas, no se pueden usar las redes patrón de difracción óptica, tal como se usan ordinariamente. Para este orden de magnitud de longitud de onda, es deseable disponer de una red con $d \cong \lambda$, por lo que únicamente los diámetros atómicos son de este mismo orden.

En 1912 el físico alemán **Max von Laue**, concluyó que un sólido cristalino formado por una estructura regular de átomos podría constituir una "red de difracción" tridimensional natural para rayos X. La primera parte de la figura 4.1 muestra que, si se dirige un haz colimado de rayos-x de longitudes de onda distribuidas continuamente a un cristal como NaCl, aparecen en ciertas direcciones bien definidas rayos intensos correspondientes a interferencias constructivas de los muchos centros de difracción de que está hecho el cristal. Si estos rayos llegan a una película fotográfica, formarán un conjunto de "manchas de Laue". La configuración atómica en un cristal se puede decidir de un estudio cuidadoso de las posiciones e intensidades de las manchas de Laue de una manera muy semejante a como podríamos deducir la estructura de una red óptica (esto es, el perfil detallado de sus aberturas mediante un estudio de las posiciones e intensidades de las líneas en el patrón de interferencia).

Una celda unitaria es la mínima unidad mediante la cual el cristal se puede constituir por repetición en tres dimensiones. La figura 4.4(a) muestra la estructura del cloruro de sodio en un plano, si cada celda unitaria intersectada por ése plano se representa por un pequeño cubo, se obtiene la figura 4.4(b), cada una de estas figuras se pueden extender indefinidamente en tres dimensiones.

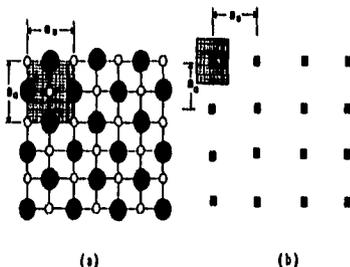


Figura 4.4

Si tomamos cada cubo pequeño de la figura 4.4(b) como si fuera un centro elemental de difracción, correspondiente a una abertura en una red óptica. Las direcciones (pero no las intensidades) de todos los haces de rayos X difractados que pueden emerger de un cristal de NaCl (para una longitud de onda dada de rayos X y para una orientación dada del rayo incidente) queda determinadas por la geometría de esta red tridimensional de centros de difracción. Exactamente de la misma manera, las direcciones (pero no las intensidades) de todos los haces difractados que puedan emerger de una red óptica dada (para una longitud de onda y para una dirección dada de rayo incidente) quedan determinadas sólo por la geometría de la red, esto es, por el espaciamiento d de la red. Representar la celda unitaria por lo que se puede considerar como un punto, como en la figura 4.4(b) corresponde a representar las aberturas en una red de difracción por líneas.

De la misma manera, las intensidades de los haces difractados que salen de un cristal dependen de las características de difracción de la celda unitaria. Fundamentalmente, los rayos X son difractados por los electrones, siendo significativo en la mayoría de los casos la

difracción que producen los núcleos.

Las características de difracción de la celda unitaria depende de cómo están distribuidos los electrones en todo el volumen de la celda.

Estudiando las direcciones de los rayos X difractados, se puede averiguar la clase de simetría del cristal, y de la misma manera, estudiando las intensidades se puede averiguar cómo están distribuidos los electrones en la celda unitaria.

Ley de Bragg

La ley de Bragg predice las condiciones en las cuales es posible la difracción de rayos-x mediante un cristal. Al derivarla no tomamos en cuenta la estructura de la celda unitaria, la cual está relacionada solamente con las intensidades de esos rayos. Las líneas llenas inclinadas de la figura 4.5(a) representan las intersecciones del plano de la figura con una serie arbitraria de planos que pasan por los centros difractores elementales. La distancia perpendicular entre los planos adyacentes se ha designado por d . Se puede definir otras familias de planos como estos, con diferente espaciamento interplanares

La figura 4.5(b) muestra una onda plana que está en el plano de la figura, que llega a un miembro de la familia de planos definidos en la figura 4.5(a) formando los rayos incidentes un ángulo θ con el plano. Si se considera una familia de rayos difractados que están en el plano de la figura 4.5(b) que forma un ángulo β con el plano que contiene los centros difractores elementales. Los rayos difractados se combinan para producir una máxima intensidad si la diferencia de trayectoria entre los rayos adyacentes es un número entero de longitudes de onda, es decir

$$a \cdot e - b \cdot d = h(\cos \beta - \cos \theta) = l \cdot \lambda \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4.7)$$

Para $l = 0$ se obtiene : $\beta = 0$,

y el plano de los átomos obra como si fuera un espejo para la onda

incidente, cualquiera que sea el valor de θ .

La figura 4.5(c) muestra una onda incidente que llega a la familia de planos, de la cual se consideró un solo miembro en la figura 4.5(b). Para un solo plano ocurre "reflexión" tipo espejo para cualquier valor de θ . Para tener una interferencia constructiva en el haz difractado por toda la familia de planos en la dirección θ , los rayos que provienen de los diversos planos deben reforzarse unos a otros. Esto quiere decir que la diferencia de trayectoria entre los rayos que provienen de planos adyacentes (abc en la figura 4.5c) debe ser un número entero de longitudes de onda, o sea,

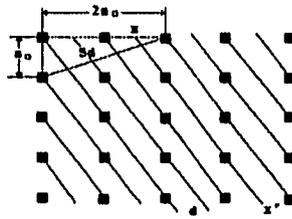
$$2 \cdot d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.8)$$

La relación anterior se llama ley de Bragg, en memoria de W. L. Bragg que fue quien primero la derivó. La cantidad d en esta ecuación (el espaciamiento interplanar) es la distancia perpendicular entre los planos. Para los planos de la figura 4.5(a) el análisis muestra que d está relacionada con las dimensiones de la celda unitaria a_0 , mediante la expresión:

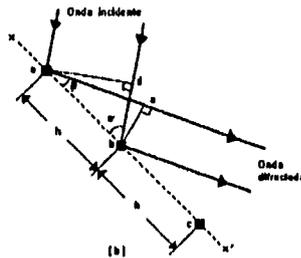
$$d = \frac{a_0}{\sqrt{5}} \quad (4.9)$$

Si llega un rayo monocromático incidente con un ángulo cualquiera θ a un conjunto particular de planos atómicos, en general no se obtendrá un rayo difractado porque, en general, no quedará satisfecha la ecuación 4.8. Si los rayos X incidentes son de longitud de onda continua, se formarán rayos difractados cuando el haz incidente haya longitudes de onda de valores

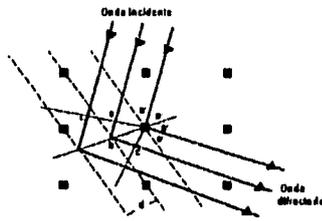
$$\lambda = \frac{2d \cdot \sin \theta}{m} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5

La difracción de rayos-x es un instrumento poderosos para estudiar la disposición de los átomos sobre los cristales. Para hacerlo cuantitativamente se requiere conocer la longitud de onda de los rayos-x. En una de las diversas maneras de atacar este problema, se determina la dimensión de la celda unitaria de NaCl por un método que no tiene que ver con los rayos-x . Entonces las dimensiones de difracción de los rayos-x para el NaCl se puede usar para determinar

la longitud de onda del haz de rayos-x, los cuales entonces se pueden emplear en la determinación de estructuras de sólidos diferentes del NaCl.

MATERIAL Y EQUIPO

- * Equipo generador de rayos láser.
- * transparencias de los diferentes arreglos estructurales, que se usan como rejillas.
- * Pantalla de proyección y porta transparencias.
- * Cámara fotográfica con tripie.

PROCEDIMIENTO

Preparación de las transparencias

Los modelos de las estructuras en dos dimensiones son creadas en una microcomputadora, se puede usar un editor de dibujos como Paintbrush de Windows y hacer cada uno de los cuadros o "pixels", o un paquete de diseño y dibujo como AUTOCAD. El diseño final es el que se presenta en la figura 4.7, en el cual se presenta ocho diferentes modelos de arreglos estructurales en un solo plano. Estos modelos se imprimen en una hoja tamaño carta en una impresora láser, posteriormente se mandan hacer en diapositiva sobre película de blanco y negro de 35 mm. Los ocho modelos pueden quedar en una misma diapositiva, o quedar cada modelo en una sola diapositiva, la reducción fotográfica se hace a un tamaño mínimo posible.

La figura 4.7 presenta los ocho diferentes arreglos estructurales en un solo plano. La figura (a) es una estructura centrada de 2 * 2 pixel cuadrados, la figura (b) es una estructura de 2 * 2 pixel cuadrados, la figura (c) es una estructura de 3 * 3 pixel cuadrados con dos diferentes tamaños de puntos, la figura (d) es una estructura de 3 * 3 pixel cuadrados, la figura (e) es una estructura rectangular de 2 * 4 pixel, la figura (f) es una estructura monoclinica de 2 por 4 pixel con un ángulo de orientación de 63°, la figura (g) es una estructura en forma de rectángulo de 4 por 5 en forma de escuadra, la figura (h) es un arreglo hexagonal con ángulo de orientación de 60°.

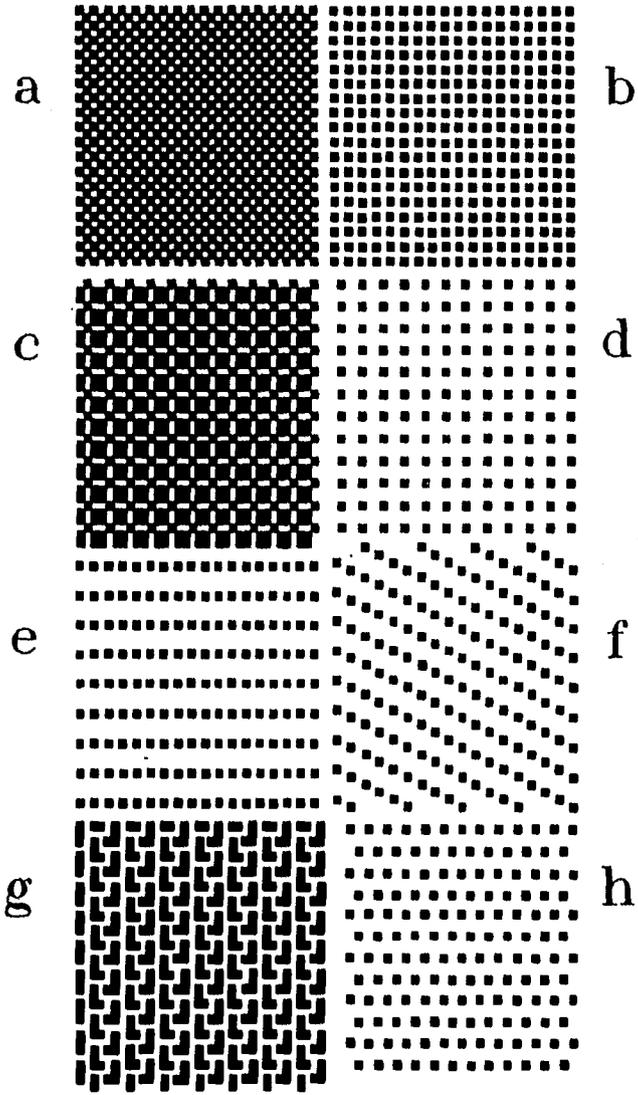


Figura 4.7

Técnica experimental

Armar el equipo de trabajo como lo muestra la segunda parte de la figura 4.1. Colocar el lado o cara de la transparencia en forma perpendicular al rayo láser en un cuarto oscuro, la transparencia se coloca en un porta transparencia o porta lente, la distancia entre el láser y la diapositiva es de 3 cm, la distancia entre la diapositiva y la pantalla de proyección debe ser de 3.5 a 4 m (L). Ya alineado el equipo, se enciende el equipo láser y se hace incidir su luz sobre el arreglo (a) de la figura 4.7, sobre la pantalla se observará su respectivo modelo de difracción conocido como modelo de Laue. Se mide la distancia de la diapositiva a la pantalla de proyección (L), así como la distancia entre los puntos de difracción (x), y por trigonometría se determina el ángulo de difracción (θ). Se hace lo mismo para el resto de los modelos de la figura 4.2. Para las tomas fotográficas de los modelos se usa una cámara profesional la cual se monta sobre un trípode.

Verificar la relación de Bragg con algunos de los modelos ortogonales presentes en las figuras de Laue (modelos a - e y g principalmente). Conociendo λ , la ecuación de difracción puede ser usada para calcular d (distancia entre los puntos de la red de la figura 4.7. Comparar este valor experimental de la figura (a) con el tamaño del "pixel" o de rejilla (distancia d') de la figura correspondiente de la figura 4.7 en la transparencia. Hacer una tabla de los datos experimentales donde se especifique para cada modelo el tipo de estructura, el ángulo de difracción θ , la distancia entre los puntos de difracción x, el valor de la distancia d experimental entre los puntos de los arreglos en las transparencias, para esto se debe aplicar la ley de Bragg, y tomar como dato $\lambda = 632.8$ nm para el rayo láser (valor tomado del manual del láser).

RESULTADOS

En la tabla 4.1 se resumen los resultados de los valores experimentales para cada modelo de difracción, y la figura 4.8 muestra el resultado de los ocho modelos de difracción de Laue, que corresponden a los modelos difractados de la figura 4.7 en forma

respectiva.

Para el primer caso (modelo a), es una estructura cúbica, la medición directa de la distancia entre los puntos de difracción (x) sobre la pantalla de proyección fue de 1.7 cm (17 mm). La distancia de la transparencia a la pantalla de proyección (L) fue de 3.6 m (3600 mm), el ángulo de difracción θ es de:

$$\theta = \tan^{-1} (17 \text{ mm} / 3600 \text{ mm}) = 0.27^\circ$$

$$\theta = (0.27 \pm 4.6 \cdot 10^{-4}) \text{ grados.}$$

De la ley de Bragg,

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \theta} = \frac{632.8 \text{ nm}}{2(\sin 0.27^\circ)}$$

$$d = 67142 \text{ nm} = (0.067142 \pm 6.32 \cdot 10^{-4}) \text{ mm.}$$

El valor de d' , se determina midiendo la distancia de una de los lados de la figura (a) directamente en la transparencia con un lente graduado en 0.1 mm, su valor fue 2.8 mm. Y de la figura 4.7a se observa que hay 35 espacios iguales (blancos y negros) en una hilera, entonces la distancia entre cada espacio en la transparencia es de:

$$d' = \frac{2.8 \text{ mm}}{35} = 0.08 \text{ mm}$$

Se puede determinar un error relativo de d como:

$$\% \text{ error} = 100 \cdot (d' - d) / d' = 100 \cdot (0.08 - 0.067142) / 0.08 = 16\%$$

Discusión de los modelos de difracción

Analizando los ejemplos de las figuras de Laue, presentadas en la figura 4.8 y creadas a partir de los modelos de la figura 4.7, sirven para ilustrar el cómo están distribuidos los espacios, la simetría, la intensidad de los puntos y la ausencia sistemática de un modelo de difracción. Las figuras 4.7b y 4.7d con 4.8b y 4.8d revelan que el uso de distancias repetidas más pequeñas d en algunas de las especies de arreglos dará un modelo de difracción más grande.

Cada uno de estos modelos nos representan una estructura particular, por ejemplo, las figuras 4.7b y 4.7d son arreglos de átomos de una estructura cúbica simple, teniendo átomos únicamente en las esquinas de los cubos. Los arreglos presentados en la figura 4.7a representan la proyección de una estructura cúbica centrada en el cuerpo, un ejemplo de esta estructura es la del cloruro de sodio, la cual tiene átomos en las esquinas y en el centro del cubo. El arreglo de la figura 4.7c representa la proyección de la estructura de ZnS (blenda de zinc), teniendo dos diferentes tamaños de átomos, cada uno circundado por cuatro átomos de otros tipos en un arreglo tetraédrico. Las figuras 4.7f y 4.7h son de simetría común y exentos de ángulos rectos, lo cual conduce a modelos de difracción sin perpendicularidad. Las figuras 4.8f y 4.8h representan estos dos modelos, los cuales ilustran claramente los efectos de orientación de sus enrejados recíprocos, las hileras de puntos de difracción son vistas en una dirección perpendicular e inversamente espaciados a las hileras originales, estos modelos de difracción no ortogonales parecen estar rotados por la orientación de los arreglos de los puntos.

Las estructuras rectangulares de las figuras 4.7e y 4.7g son derivación de las estructuras ortorrómbicas, en donde todos los ángulos son de 90° , excepto en los lados en que hay longitud desigual, donde el ángulo de 90° de la rejilla está en el plano de la ilustración. La figura 4.7h es una estructura de empaquetamiento más compacta, base para una capa de estructura hexagonal compacta.

TABLA 3.1
RESULTADOS DEL EXPERIMENTO DE DIFRACCION

Figura	Tipo de figura	x en (mm)	d en (mm)	θ (grados)
a	Cúbica centrada en el cuerpo	17	0.06714	0.27
b	Cúbica simple	18	0.06474	0.28
c	Tetraédrica	9	0.12948	0.14
d	Cúbica simple	10	0.11330	0.15
e	Ortorrómica	7	0.16480	0.11
f	Monoclínica	7	0.16480	0.11
g	Ortorrómica	10	0.11330	0.15
h	Hexagonal compacta	10	0.11330	0.15

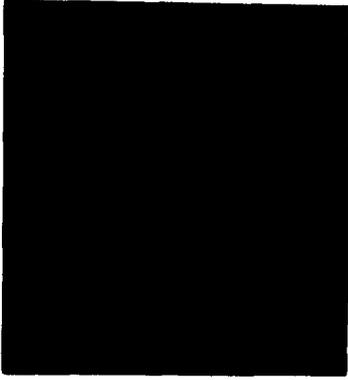
CONCLUSIONES

Esta técnica de difracción usando un láser sobre estructuras o rejillas de difracción sirvió para predecir modelos de difracción para una amplia variedad de estructuras de estado sólido, lo cual puede ser considerado como una parte integral para el curso experimental de Ondas y Óptica.

La práctica fue expuesta ante un grupo de alumnos de laboratorio, lográndose cumplir con los objetivos planteados al inicio de la práctica. La práctica resultó factible para realizarla en el laboratorio de Física, el único problema fue el de crear previamente las diapositivas para las diferentes estructuras. Los principales problemas que se les presentó a los alumnos al hacer su reporte fue el de cuáles puntos del modelo de difracción deberían considerar para determinar el ángulo de difracción, y el cómo relacionar éstos modelos con las figuras de Bravais para determinar el tipo de

estructura cristalina a que pertenece.

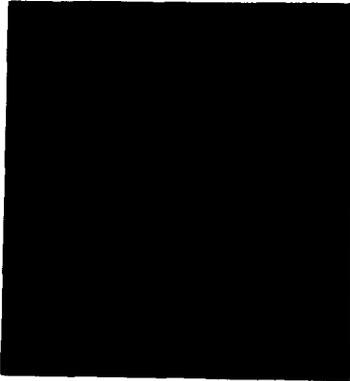
A diferencia del artículo publicado, esta práctica es cuantitativa, ya que aplica la ley de Bragg para determinar los diferentes valores de x , d y θ , el artículo solamente describe la técnica para la demostración del fenómeno, y no determina las distancias en que se debe colocar el equipo. En los esquemas de los modelos de difracción de Laue, los puntos resultaron menos "definidos" en comparación a lo que publica el artículo, esto posiblemente debido a que las rejillas de difracción en sus transparencias fueron más pequeñas en la reducción fotográfica.



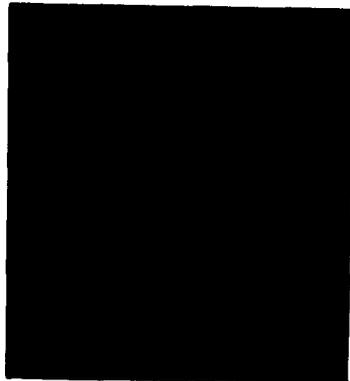
a



b

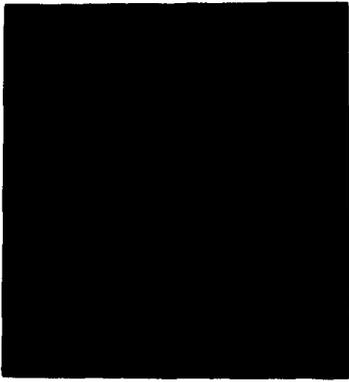


c

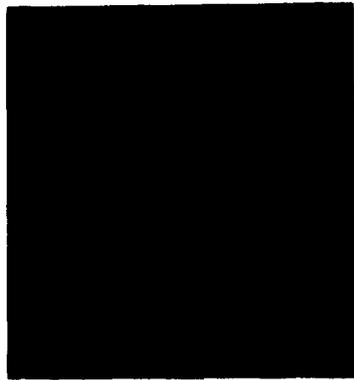


d

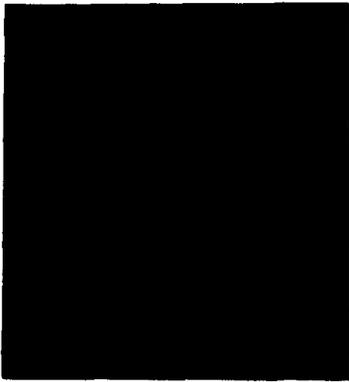
Figura 3.8.
Modelos de difracción de Laue.



e



f



g



h

Modelos de difracción de Laue.

CAPITULO 5

ESTUDIO DE CRISTALES DE HIELO USANDO LUZ POLARIZADA (Manual para el profesor)

OBJETIVO

Estudiar algunas propiedades ópticas de un material anisótropo como el índice de refracción, rotación de luz polarizada y color de interferencia usando luz polarizada.

RESUMEN

Se estudian algunas propiedades ópticas usando luz polarizada, como material anisótropo se usan diferentes muestras de cristales de hielo. La práctica tiene como objetivo estudiar de manera cualitativa fenómenos ópticos como: el índice de refracción, rotación de la luz polarizada y color de interferencia.

Las diferentes muestras de cristales son hechos en base a agua de la llave, agua calentada, agua con sal, agua con azúcar, agua con alcohol, etc. Se describe la técnica para preparar éstas muestras y el procedimiento del experimento. Se presenta una serie de fotografías de cada una de las muestras, se sacan conclusiones a partir de las observaciones y comparaciones de éstas fotografías, y se plantea la influencia que puede tener los contaminantes en cada una de las muestras.

INTRODUCCION

Justificación de la práctica

Esta práctica se diseñó con la finalidad de estudiar de manera cualitativa algunas propiedades ópticas de un material anisótropo, tal como índices de refracción, rotación de la luz polarizada y color de interferencia, y reforzar el programa de Polarización en de laboratorio de Ondas y Optica. La práctica por su sencillez en el manejo de equipo y el tiempo de realización se le considera de muy factible de realizar en el laboratorio de Física.

La práctica fue diseñada a partir del artículo publicado en la

revista *Science Probe* (Ref. 23), y se adaptó en función de los recursos del laboratorio de Física y apegada al programa de Ondas y Óptica. Las modificaciones principales que se hicieron al artículo mencionado fueron principalmente el de preparar diferentes tipos de muestras para estudiar el efecto que tienen diferentes compuestos químicos en la formación de los cristales de hielo.

Todos los materiales llamados anisótropo o refringente, interactúan con la luz polarizada desplegando coloridas propiedades ópticas, y revelando información acerca de su arreglo cristalino de acuerdo a la presencia de sustancias presentes dentro del mismo cristal (por ejemplo, la sal y el azúcar, los cuales afectan el tamaño y forma de los cristales de hielo por un proceso de contaminación).

Estos materiales al ser examinados a través de luz polarizada, se tornarían visibles debido a que cada cristal alineado a lo largo de un eje diferente para los cristales vecinos o cercanos, cada cristal cambia la luz polarizada a un cierto ángulo dependiendo del eje y su grosor. El límite entre cristales se presenta por una combinación radical en los colores.

El hielo puede producir colores maravillosos debido a que los diferentes índices de refracción que se presenta en los cristales (el índice de refracción es la rapidez de la luz en un material, siempre más bajo que la velocidad de la luz en el vacío).

BASES TEORICAS

Polarización

La luz, al igual que todas las radiaciones electromagnéticas, de acuerdo con la teoría electromagnética debe ser una onda transversal, y la dirección de los vectores vibratorios eléctricos y magnéticos deben ser normales a la dirección de propagación y no paralelos a ella como en las ondas longitudinales. Las ondas transversales de la figura 5.1 tienen como característica adicional una polarización plana.

Esto significa que las vibraciones del vector E son paralelos entre sí en todos los puntos de la onda. En un punto cualquiera, el vector

ordinario E y la dirección de propagación forman un plano, que se llama plano de vibración, en una onda polarizada en un plano, todas estas son paralelas.

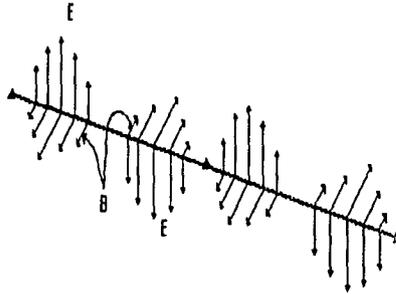


Figura 5.1

En una onda transversal polarizada en un plano es necesario especificar dos direcciones, la de la perturbación ondulatoria (E) y de propagación. En una onda longitudinal estas direcciones son idénticas. En las ondas transversales polarizadas en un plano, pero no en las longitudinales, podemos esperar por consiguiente, una falta de simetría con respecto a la dirección de propagación.

La figura 5.2 en (a) muestra una onda transversal polarizada en un plano que se mueve perpendicular al dibujo, mostrando solo el vector eléctrico. (b) es una onda transversal no polarizada vista como una superposición al azar de muchos trenes de ondas polarizadas planas. (c) es una segunda descripción equivalente a la anterior de una onda transversal no polarizada, en este caso, la onda no polarizada se considera como si estuviera formada por dos ondas polarizadas con una diferencia de fases cualquiera. La orientación de los ejes X y Y con respecto a la dirección de propagación es completamente arbitraria.

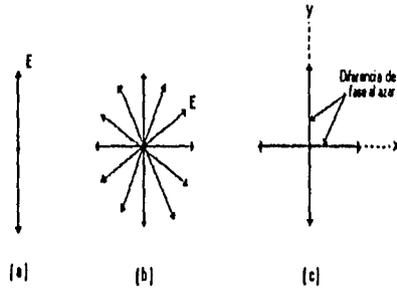


Figura 5.2

La luz que se propaga en una dirección dada, consiste en trenes de onda independientes cuyos planos de vibración están orientados al azar con respecto a la dirección de propagación. Esta luz, si bien sigue siendo transversal, no es polarizada.

La orientación al azar de los planos de vibración origina una simetría con respecto a la dirección de propagación, y por eso al estudiar ésta luz a la ligera, no se nota la verdadera naturaleza transversal de las ondas.

Láminas polarizadas

La figura 5.3 muestra luz no polarizada que llega a una lámina de material comercial llamado polaroid. Existe en la lámina una cierta dirección característica de polarización, que se muestra como líneas paralelas. La lámina permite únicamente de aquellas componentes de onda cuyos vectores eléctricos vibren paralelamente en esa dirección y absorben todas aquellas que vibran perpendicularmente a esa dirección. La luz que sale estará polarizada en un plano. Esta dirección de polarización se produce durante el proceso de elaboración ahogando ciertas moléculas de cadena larga en una lámina flexible de plástico y estirando después la lámina para que las moléculas queden alineadas paralelamente entre sí. La intensidad del rayo de luz es proporcional al cuadrado de la amplitud, la intensidad transmitida I varía con θ según la expresión:

$$I = I_m \cos^2 \theta$$

siendo I_m el máximo valor de la intensidad transmitida. Se presenta cuando las direcciones de polarización de P_1 y de P_2 son paralelas, esto es cuando $\theta = 0^\circ$, o 180° .

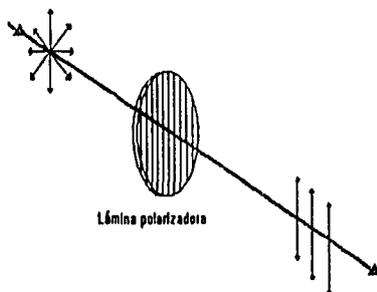


Figura 5.3

Polarización por reflexión

Malus descubrió en 1809 que la luz puede polarizarse parcial o totalmente por reflexión. Este efecto puede observarse por ejemplo viendo la luz del sol reflejada en el agua teniendo puestas gafas para el sol hechas de lámina polarizada, basta con inclinar la cabeza de un lado a otro, girando así las láminas polarizadas, para observar que la intensidad de la luz solar reflejada pasa por un mínimo.

La figura 5.4 representa un haz de luz no polarizada que llega a una superficie de cristal. El vector E para cada tren de ondas en el haz se puede descomponer en dos partes, una perpendicular al plano de incidencia, y otra contenida en ese plano. La primera componente representada por los puntos, se llama componente σ (que significa perpendicular). La segunda componente, representada por las flechas, se llama componente π (de paralelo). En promedio para luz incidente completamente no polarizada estas dos componentes son de igual amplitud.

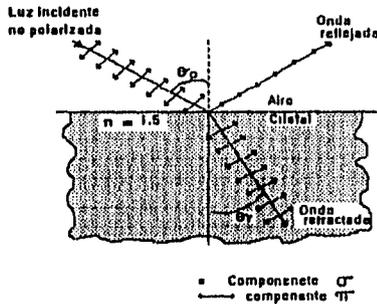


Figura 5.4

Para el cristal y otros materiales dieléctricos, que hay cierto ángulo de incidencia especial, llamado ángulo de polarización θ_p , para el cual, el coeficiente de reflexión para la componente π es cero. Esto quiere decir que el rayo reflejado por el cristal, aún cuando sea de baja intensidad, está polarizado en un plano, y su plano de vibración es normal al plano de incidencia.

Para el ángulo de polarización, la componente π se refracta por completo. La componente σ se refracta parcialmente. Así, el haz transmitido, que es de elevada intensidad, solo está parcialmente polarizado.

Para el ángulo de polarización se encuentra experimentalmente que los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.

$$\theta_p + \theta_t = 90^\circ$$

De la ley de Snell, $\eta_1 \text{ Sen } \theta_p = \eta_2 \text{ Sen } \theta_t$

Combinando estas ecuaciones se obtiene:

$$\eta_1 \text{ Sen } \theta_p = \eta_2 \text{ Sen } (90^\circ - \theta_p) = \eta_2 \text{ Cos } \theta_p,$$

$$\text{o sea, } \tan \theta_p = \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

expresión en que el rayo incidente está en el medio uno y el rayo refractado en el medio dos. Esta expresión se puede escribir así:

$$\tan \theta_p = \eta$$

siendo $\eta = \eta_2/\eta_1$ el índice de refracción del medio dos con respecto al medio uno. La última ecuación se conoce como la ley de Brewster.

Polarimetría

La actividad óptica es una medida de la capacidad de ciertas sustancias para hacer girar luz polarizada en un plano.

Desde mediados del siglo pasado se han formulado muchas leyes relativas a la actividad óptica, éstas a su vez, desempeñaron un papel directo en la formulación de las ideas sobre estereoquímica y estructuras orgánicas al final del mismo siglo. Algunos de los primitivos conceptos de la actividad óptica han resistido la prueba del tiempo y permanecen esencialmente inalterados en la actualidad. Pero es muy interesante observar que, las interacciones de la radiación con la materia que causa la rotación de luz polarizada se comprenden con menos claridad que los procesos de la absorción, emisión o refracción.

El término polarimetría, tal como se ha usado por muchos químicos, puede definirse como el estudio de la rotación de la luz polarizada por sustancias transparentes. La dirección y el grado de rotación (potencia rotatoria óptica) es útil para el análisis cualitativo y cuantitativo, y para la elucidación de estructuras químicas.

Transmisión y refracción de la radiación en medios ópticamente anisótropos.

Las sustancias ópticamente isotrópicas transmiten la radiación en todas direcciones a igual velocidad, independientemente de la polarización de la radiación. Como ejemplo de materiales isotrópicos pueden mencionarse los gases y líquidos homogéneos, los sólidos que cristalizan en forma cúbica y los no cristalinos como vidrios y muchos tipos de polímeros.

Los cristales no cúbicos, por otra parte, son anisotrópicos y pueden transmitir la radiación polarizada a diferentes velocidades según la relación angular entre el plano de polarización y un eje determinado del cristal.

Transmisión de la radiación no polarizada a través de cristales anisótropos

Cuando un haz de radiación monocromática no polarizada pasa a través de un cristal anisótropo formando un ángulo con respecto a su eje óptico, se divide en un haz ordinario y otro extraordinario. Para comprender este fenómeno conviene recordar que los diferentes vectores eléctricos de la radiación monocromática no polarizada pueden descomponerse en dos vectores perpendiculares entre sí, por tanto, un haz de radiación común se puede considerar como constituido por dos haces polarizados cada uno en un plano, de igual amplitud y cuyos planos están dispuestos a 90° entre sí.

Doble refracción de un cristal anisotrópico

A partir de las consideraciones precedentes resulta evidente que la velocidad y por tanto el índice de refracción del rayo extraordinario depende de la dirección, y es idéntico al del rayo ordinario a lo largo del eje óptico, pero cambia de manera continua hacia un máximo o un mínimo, cuando la trayectoria es perpendicular con respecto a dicho eje. Los índices de refracción para el rayo extraordinario se presenta normalmente en base al eje perpendicular. En la tabla 5.1 se comparan los índices de refracción del rayo ordinario n_o con el del rayo extraordinario n_e , en algunos cristales

anisótopos comunes. En la calcita, el rayo extraordinario se propaga a una velocidad mayor que el ordinario, mientras que en el cuarzo sucede lo contrario. Como los cristales anisótopos tienen dos índices de refracción característicos, es posible lograr que refracten los haces ordinarios y extraordinarios con ángulos diferentes.

TABLA 5.1

INDICES PRINCIPALES DE REFRACCION EN CRISTALES ANISOTROPOS

Cristal	Fórmula	η_o	η_e	$\eta_e - \eta_o$
Hielo	H ₂ O	1.309	1.313	+0.004
Cuarzo	SiO ₂	1.544	1.553	+0.009
Calcita	CaCO ₃	1.658	1.486	-0.172
Siderita	FeO·CO ₂	1.875	1.635	-0.240

Rayos ordinarios y extraordinarios

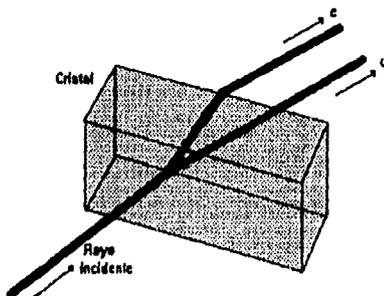


Figura 5.5

Si se analiza con una lámina polarizadora los dos rayos emergentes de la figura 5.5 se encuentra que están polarizados en un plano, con sus planos de vibración perpendiculares entre sí. Huygens, utilizó un cristal de calcita para investigar los estados de polarización de los rayos denominados o y e en la figura. Uno de los rayos de esta figura

(rayo ordinario, o sea el rayo o) obedece la ley de Snell de la refracción en la superficie de un cristal, lo mismo que un rayo que pasa de un medio isótropo a otro. El segundo rayo (representado por el rayo extraordinario, o sea el rayo e) no obedece la ley. Por lo general, el rayo extraordinario ni siquiera está en el plano de incidencia.

Colores de Interferencia

Un cristal anisótropo incoloro entre polarizadores cruzados puede presentar colores brillantes. Esto es motivado por el hecho de que los dos rayos que cruzan en una dirección dada no tiene la misma velocidad y por tanto uno gradualmente se adelanta al otro. La cantidad que uno se adelanta al otro depende de la diferencia de sus velocidades y la distancia que han viajado con esta diferencia de velocidades. Cuando esta cantidad es pequeña, la luz con cierta longitud de onda corta en un rayo estará en fase opuesta con la luz de la misma longitud de onda corta del otro rayo. Cuando vemos estos componentes de luz que están vibrando todos en el mismo plano, encontramos que esta longitud de onda corta ha sido suprimida de la luz blanca, por lo cual da el color complementario, el color que queda cuando uno de los constituyentes de la luz blanca ha sido substraído. Este color, que se debe a la interferencia de un rayo con otro que se queda retrasado respecto a él es llamado color de interferencia, y si el atraso es mayor, la longitud de onda que está en fase opuesta es una longitud de onda mayor. Esto significa que para una placa dada de cristal anisótropo entre polarizadores cruzados, el color variará con el espesor del cristal.

Las longitudes cortas de onda del espectro visible nos dan el color violeta. Cuando se substraen éstas, el color resultante es amarillo. Las longitudes de onda algo más largas dan el azul. Cuando se substraen éstas, tenemos el anaranjado. Después, la sustracción del verde nos da el rojo, y luego amarillo, anaranjado y rojo, substraídos en sucesión nos dan violeta, azul y verde. Entonces empezamos de nuevo con la luz violeta de un rayo que se retrasa del otro exactamente 1 y $\frac{1}{2}$ longitudes de onda

Estas series sucesivas de colores de interferencia son llamados órdenes sucesivos de colores de interferencia, numerados primero, segundo, tercero, etc. Cuando el cristal es más grueso se cancelan dos rayos de un mismo color del haz que llega al observador debido a un atraso de $2 \frac{1}{2}$ longitudes de onda, mientras otros dos colores son cancelados debido a un atraso de $3 \frac{1}{2}$ o $4 \frac{1}{2}$ longitudes de onda, por consiguiente, ya no se tiene el color substractivo simple de los órdenes primero y segundo, y la sucesión de los órdenes mayores es marcada por una repetición alternada de rosa y verde que se hacen más pálidos para los más altos órdenes. Así, un cristal que simplemente se ve blanco entre dos polarizadores cruzados está mostrando un orden muy alto de colores de interferencia como, por ejemplo, los fragmentos de calcita o de cristales de hielo.

Los cristales muy delgados pueden parecer blancos porque el retraso es menos de lo necesario para dar el amarillo de primer orden. Sólo cuando el retraso de un rayo respecto al otro llega a un $\frac{1}{2}$ de la longitud de onda de la luz violeta visible empezamos a ver el color amarillo substractivo. Cuando el retraso es menor que esto, aunque no es cero, todavía estará pasando luz de todas las longitudes de onda visibles, dando finalmente luz blanca. El cristal que es grueso en el centro y delgado en los bordes, es azul en el centro con una secuencia decreciente de colores de interferencia (rojo, amarillo, blanco) hacia la orilla delgada.

MATERIAL Y EQUIPO

Diferentes sustancias: Agua de la llave, agua de lluvia, sal, azúcar, carbonato, almidón comercial y alcohol.

Cámara fotográfica y tripie, cajas petri de vidrio, una fuente de luz, dos filtros polarizados.

Preparación de las muestras

Se preparan tres muestras con diferentes volúmenes de agua (solo unos cuantos mm. de espesor en cada muestra en cada caja petri). Estas cajas petri se meten a un congelador doméstico y se deja un día para que se cristalicen. Una vez cristalizadas la muestras, se

prepara el material y el equipo a utilizar (figura 5.6). Se coloca la primera muestra entre los dos filtros polarizados, el filtro que esta enfrente se hace girar hasta que se encuentre la máxima intensidad de luz que se percibe, esto es con la finalidad de ver cuál es el espesor del hielo adecuado para manejarse en las muestras siguientes. Para las demás muestras se prepara diferentes soluciones en tubos de ensaye. En este caso, las muestras son:

- 1.- Agua simple de la llave
- 2.- Agua previamente calentada
- 3.- Agua con sal
- 4.- Agua con azúcar
- 5.- Agua con carbonato
- 6.- Agua con almidón comercial
- 7.- Agua con alcohol
- 8.- Agua de lluvia

Para las muestras 3,4,5,6 y 7, se preparan muy diluidas.

El equipo que se emplea para esta práctica consiste en una fuente de luz (foco de 60 w), un par de filtros polarizados, cajas petri de vidrio, una gradilla y una cámara fotográfica.

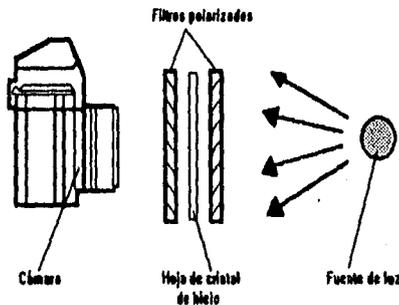


Figura 5.6

PROCEDIMIENTO

Una vez formado los cristales de hielo, y preparado el equipo, se coloca el hielo con la caja petri entre los dos filtros polarizados, el fondo de la caja debe quedar de frente a la fuente de luz. El

filtro que queda al observador se hace rotar hasta que se encuentre la mayor intensidad de luz recibida. La caja petri también se hace girar de tal manera que se observe el mejor contraste de los colores que se generan. Se hace lo mismo para todas las muestras. Se anotan los ángulos a que se giró el segundo filtro polarizado, se anotan los colores predominantes en cada muestra y se da una explicación breve de este fenómeno.

Para tomar las fotografías de las muestras, se coloca la cámara fotográfica sobre un tripie fotográfico, se recomienda usar lentes de acercamiento para la cámara. Y se recomienda también hacer esta práctica en un cuarto oscuro.

RESULTADOS

La mayor intensidad de luz observada cuando se estudiaron los diferentes cristales de hielo ocurrió cuando se tiene ángulos de 90° entre los dos filtros polarizados, esto indica que los cristales de hielo tiene la propiedad de rotar la luz polarizada al ángulo mencionado.

Las ocho diferentes muestras presentaron diferente forma y tamaño de sus cristales, esto lo indica las fotografías de la figura 5.7. Las muestras en que el cristal es muy grueso, no se observa polarización de la luz (muestra 3). Los diferentes colores que se observan es debido a los diferentes ángulos de orientación de los cristales del hielo. También los cristales de hielo generaron diversos colores debido a los diferentes índices de refracción. Estos colores que producen los cristales de hielo es debido también al fenómeno llamado "color de interferencia" (los diferentes colores de luz interfieren con cada otro cristal del mismo hielo).

En la muestra 1 se observaron burbujas formadas en el interior del hielo, esto indica la presencia de gases disueltos.

En la muestra 2 no aparecieron burbujas debido a que se hizo un calentamiento previo del agua, y aparecieron cristales más grandes en forma de agujas.

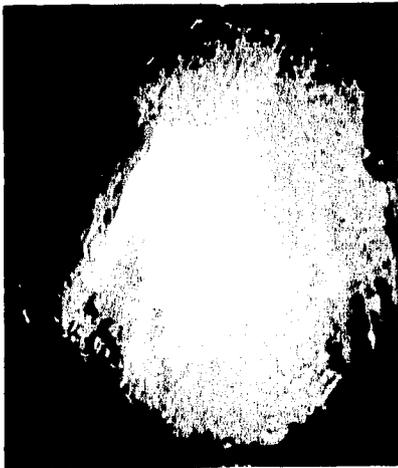
En la muestra 3 la presencia de sal afectó el tamaño del cristal, en este caso generó cristales muy pequeños.



1



2



3



4

Figura 5.7



5



6



7



8

Para las muestras 4, 5, y 6 los contaminantes formaron cristales con superficie planas y alargadas.

En la muestra 7 el alcohol como contaminante del agua, hizo que se formaran cristales demasiado grandes y desordenados, se observó también el fenómeno de color de interferencia, también en éste caso, al ser los cristales muy gruesos, los diferentes colores interfieren con cada otro, dando finalmente una luz blanca, por lo que no se observaron los diferentes colores de luz polarizada.

Finalmente la muestra 8 y comparándola con las muestras uno y dos, se observó que el agua de lluvia está contaminada, al no formar cristales bien definidos, las burbujas también indican que existen gases disueltos.

CONCLUSIONES

Se cumplió con el objetivo de estudiar algunas propiedades ópticas usando luz polarizada. Se usaron diferentes muestras de cristales de hielo como ejemplo de material anisótropo, haciendo comparaciones entre éstas para observar cómo afectan diferentes contaminantes en la formación de los cristales. La práctica fue expuesta ante un grupo de alumnos del laboratorio de Ondas y Óptica, ellos consideraron suficiente la información presentada en el manual de esta práctica. El principal problema que se presentó para desarrollar esta práctica fue el de no contar con un congelador propio dentro del laboratorio de Física. Otro problema fue el poco tiempo que se dispone para estudiar los cristales de hielo entre los filtros polarizados, debido a que estos cristales al ser muy delgados se *derriten* en poco tiempo.

ALGUNAS APLICACIONES GENERALES

En el estudio de la química, las principales aplicaciones de la dispersión rotatoria óptica y del dicroísmo circular se encuentran en el área de la determinación de estructuras de sustancias ópticamente activas tales como aminoácidos, polipéptidos y proteínas, esteroides, antibióticos, terpenos y complejos metal-ligando. Muchas de las aplicaciones modernas son de naturaleza empírica y dependen del conocimiento del comportamiento de compuestos similares a los

investigados.

Cuando se combina un polarímetro con un monocromador, de tal manera que se puedan efectuar mediciones de la rotación óptica a diferentes longitudes de onda conocidas, es posible determinar la dispersión rotatoria óptica o DRO. Por otra parte, si se emplea un polarímetro o algún otro dispositivo para producir luz polarizada circularmente de tipo d y l, es posible utilizar un espectrofotómetro para medir las diferentes observaciones de algunos compuestos a ciertas longitudes de onda, con lo cual se determina el dicroísmo circular, DC. Tanto las características de DRO como las DC, son útiles en las determinaciones estructurales de los compuestos ópticamente activos. Los espectropolarímetros de registro automático, son usados para la determinación de la dispersión rotatoria óptica, se clasifican en forma general en dos tipos: instrumentos que emplean un método de equilibrio a cero, e instrumentos con métodos de proporción.

INCERTIDUMBRES DE LAS MEDICIONES EXPERIMENTALES

INTRODUCCION

La evaluación de la incertidumbre de algunas mediciones se desarrollaron de acuerdo a las normas establecidas por el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), y la Recomendación INC-1 (1980) del Grupo de Trabajo sobre el Planteamiento de Incertidumbre (ref. 48).

Cuando reportamos el resultado de una medición de una cantidad física, es obligatorio que ésta tenga indicada la cantidad de la calidad del resultado, este debe darse en cómo puede usarse para determinar su confiabilidad. A menos que cada indicación, resultado de una medición no pueda ser comparada, cualquiera entre sí mismas o con valores de referencia dados en una especificación. Es por tanto, importante implementar un procedimiento de fácil entendimiento que sea aceptado de manera general para caracterizar la calidad de un resultado de una medición, esto es, para evaluar y expresar su "incertidumbre".

El propósito de expresar incertidumbres en las mediciones son:

- Promover información completa de los resultados obtenidos en las mediciones.
- Promover bases para la comparación internacional de los resultados de mediciones.
- Mantenimiento del control de calidad y seguridad de calidad en producción.
- Cumplimiento con las leyes y regulaciones en vigor.
- Guiar la investigación básica, investigación aplicada y desarrollo en ciencia e ingeniería.
- Calibración estándar en instrumentos y ejecución de pruebas en todos los sistemas de medidas nacionales en disposición de obtener trazabilidad de los estándar nacionales.
- Desarrollo, mantenimiento y comparación internacional y referencias físicas nacionales estándar, incluyendo referencia de materiales.

INCERTIDUMBRE DE UNA MEDICION

La incertidumbre es el parámetro asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que pudieron ser razonablemente atribuidos a la medición.

Notas:

1.- El parámetro puede ser, por ejemplo, la desviación estándar (o un múltiplo de éste) o la mitad del ancho de la mínima escala, teniendo un determinado nivel de confianza.

2.- La incertidumbre de una medición comprende, en general, muchos componentes. Algunos de estos componentes pueden ser evaluados de la distribución estadística de los resultados de las series de mediciones y puede ser caracterizada por la desviación estándar experimental. Los otros componentes, los cuales también pueden ser caracterizados por la desviación estándar, son evaluados de una asumida distribución de probabilidad basada en la experiencia u otra información.

3.- En éste entendimiento, es aquel que resulta de la medición y es el mejor estimado del valor de la medida, y todos estos componentes de incertidumbre, incluyendo aquellos surgidos por efectos sistemáticos, tales como componentes asociados con correcciones y referencias estándar, contribuyen a la dispersión.

Ley de propagaciones múltiples

El mesurado Y , o sea la magnitud sujeta a medición, en algunos casos no se mide en forma directa, sino que se determina en función de otras magnitudes X_1, X_2, \dots, X_N a través de:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

La función f es un modelo del sistema de medición y debe contener todas las magnitudes que puedan contribuir de manera significativa a la incertidumbre del resultado de la medición

Dado que no es posible conocer exactamente los valores verdaderos de las magnitudes X_1, X_2, \dots, X_N , en la practica se emplea:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1)$$

donde y es la estimación de Y en función de las x_i que son la correspondiente estimación de X_i .

En algunos casos la y estimada puede ser obtenida de:

$$\bar{y} = Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2)$$

la desviación estándar estimada asociada con el resultado de la medición obtenida y , llamada incertidumbre estándar combinada y denotada como $u_{(y)}$, es determinada de la desviación estándar estimada asociada con cada estimación de X_i de entrada, llamada incertidumbre estándar y denotada por $u_{(x_i)}$.

Evaluación de Incertidumbre de Tipo A

Sea X_i una magnitud medida, la cual se estima a partir de n observaciones independientes q_i . La mejor estimación \bar{q}_i de X_i es la media aritmética de las n observaciones q_i , definida como:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i \quad (3)$$

la varianza estimada de las n observaciones independientes q_i se define como:

$$s^2 (q_i) = \frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2}{n-1} \quad (4)$$

y la raíz cuadrada de $s^2 (q_i)$ es la desviación estándar estimada, para cualquiera de las n observaciones individuales.

La incertidumbre tipo A, que es la desviación estándar estimada de la media X_i es igual a :

$$U_A = s(\bar{q}) = \frac{s(q_v)}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

$s^2(q)$, cuantificada en función de la mejor q promedio, valoran la expectación μ_q de q , y ambos pueden ser usados como una medida de la incertidumbre de q promedio.

Por conveniencia, $u^2(x_i) = s^2(X_i)$ y $u(x_i) = s(X_i)$ son algunas veces llamadas varianza de tipo A e incertidumbre estándar de tipo A, respectivamente.

Evaluación de Incertidumbre de Tipo B

La evaluación de incertidumbre de Tipo B se basa en el conocimiento que se tenga del proceso de medición y toda la información disponible sobre el mismo y los instrumentos empleados en él. Debe estimarse la desviación estándar de la variable X_i bajo evaluación, utilizando toda la información disponible tal como:

- Datos de medición previos.
- Experiencia con el sistema de medición o conocimiento general del mismo.
- Especificaciones del fabricante.
- Datos disponibles de calibraciones y otros reportes.
- Incertidumbres asignadas a datos de referencia tomados de manuales, entre otros.

Así pues, muchas veces el trabajo consiste en convertir una incertidumbre expresada de diferentes maneras (múltiplos de desviaciones estándar, intervalos de confianza, límites de peor caso, etc.) en incertidumbre estándar, que corresponda a una desviación estándar de la variable bajo evaluación.

Si la incertidumbre se expresa con un cierto nivel de confianza, entonces, a menos que se especifique otra cosa, se supondrá una *distribución normal* de la variable bajo evaluación y la conversión será: $U_B = U_C / k$, donde el valor del factor de cobertura k para diferentes niveles de confianza se da en la tabla de la referencia mencionada (ver ref. 48)

Determinación de Incertidumbre Estándar Combinada

Este tipo de evaluación es apropiado cuando todas las cantidades de entrada son independientes (no correlacionadas).

La incertidumbre estándar combinada de la estimación de y es denotada por $u_{c(y)}$, matemáticamente se escribe como la propagación de incertidumbre en función de serie de Taylor:

$$u_{c(y)}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad (6)$$

Donde f es la función dada en la Ec. 1. Cada $u_{(x_i)}$ es una incertidumbre estándar evaluada por un procedimiento de tipo A o de tipo B. Esta incertidumbre caracteriza la dispersión de los valores que pueden razonablemente ser atribuidos a las medidas de Y .

INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES EXPERIMENTALES DE LAS PRACTICAS

Movimiento Rotacional

Incertidumbre del valor del desplazamiento:

De la ecuación 1.1 de la práctica correspondiente, $\theta = S/R$.

Tipo de medición de las variables S y R : directas, y son independientes entre sí (no correlacionadas). La incertidumbre estándar combinada es:

Usando la ecuación 6:

$$u_{c(\theta)}^2 = \left[\frac{\partial \theta}{\partial S} \right]^2 \cdot u_S^2 + \left[\frac{\partial \theta}{\partial R} \right]^2 \cdot u_R^2$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial S} = \frac{1}{R} = \frac{1}{0.127 \text{ m}} = 7.87; \quad u_R = \mu_{\text{max.}} = 0.5 \text{ mm} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = -\frac{s}{R^2} = -\frac{0.26 \text{ m}}{(0.127 \text{ m})^2} = -16.1; \quad u_S = u_R = \mu_{\text{max.}} = 0.0005 \text{ m}$$

$$u_{c(\theta)}^2 = 0.0005^2 [(7.87)^2 + (-16.1)^2] = 8.02 \cdot 10^{-5}; \quad u_{c(\theta)} = 8.95 \cdot 10^{-3}$$

Entonces, $\theta = (2.05 \pm 8.95 \cdot 10^{-3}) \text{ rad.}$

Incertidumbre del valor de la velocidad angular media ω :

De la ecuación 1.2, $\omega = \frac{\theta}{t}$. Usando el mismo procedimiento anterior con $\theta = 2.05$, $u_{(\theta)} = 8.95 \cdot 10^{-3}$, $t = 2.16$ s, $u_t = \mu_{cronom.} = 0.005$ s
 $u_{\omega} = 4.6 \cdot 10^{-3}$. Entonces, $\omega = (0.949 \pm 4.6 \cdot 10^{-3})$ rad/s

Incertidumbre del valor de la aceleración angular α

La aceleración definida como $\alpha = d\omega/dt$, tomando ésta como un cociente de ω entre t , se sigue el procedimiento anterior con $\omega = 0.949$, $u_{\omega} = 4.6 \cdot 10^{-3}$
 $t = 2.16$ y $u_t = \mu_{cronom.} = 0.005$ s, $u_{\alpha} = 3.06 \cdot 10^{-3}$
 Entonces $\alpha = (-0.045 \pm 3.06 \cdot 10^{-3})$ rad/s².

Incertidumbre del valor del momento de inercia del sistema I_T :

De la ecuación: $I_T = I_{disco} + I_{masa} = \frac{1}{2}m_d r_d^2 + M m_p l^2$, las mediciones de las variables son directas e independientes, entonces,

$$u_{I(T)}^2 = \left[\frac{\partial I_T}{\partial m} \right]^2 u_m^2 + \left[\frac{\partial I_T}{\partial r} \right]^2 u_r^2$$

$$\frac{\partial I_T}{\partial m} = \frac{1}{2} r^2 + M l^2 = \frac{1}{2} (0.127\text{m})^2 + M (0.381\text{m})^2 = 0.056; \quad u_m = \mu_{balanza} = 0.002\text{g}$$

$$\frac{\partial I_T}{\partial r} = m_d r + 2M l = (0.635 \text{ Kg}) (0.127\text{m}) + 2M (0.213 \text{ Kg}) (0.381\text{m}) = 0.135$$

$$u_r = \mu_{filasom.} = 0.5 \text{ mm} = 0.0005 \text{ m, entonces,}$$

$$u_{I(T)}^2 = [(0.056)^2 (2 \cdot 10^{-4})^2 + (0.135)^2 (0.0005)^2] = 4.5 \cdot 10^{-9}$$

$$u_{I(T)} = 6.70 \cdot 10^{-5}; \quad \text{Entonces,}$$

$$I_T = (0.015 \pm 6.71 \cdot 10^{-5}) \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

Incertidumbre del valor de Momentum Angular L:

De la ecuación 1.20, $L = I_T \omega$; La ecuación 6 se resuelve de manera directa,

$$u_{L(T)}^2 = [u_{I_T}^2 \omega^2 + u_{\omega}^2 I_T^2] = [(0.015)^2 (6.71 \cdot 10^{-5})^2 + (0.949)^2 (4.6 \cdot 10^{-3})^2]$$

$$= 1.9 \cdot 10^{-5}; \quad u_{L(T)} = 4.35 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Entonces, } L = (0.014 \pm 4.35 \cdot 10^{-3}) \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Incertidumbre del valor de la torca τ :

De la ecuación: $\tau = I_T \alpha$, también se resuelve de manera directa

$$u_{\tau}^2 = \{u_1^2 \cdot \mu_1^2 + u_2^2 \cdot \mu_2^2\} = \{(0.015)^2 (6.71 \cdot 10^{-3})^2 + (-0.045)^2 (3.06 \cdot 10^{-3})^2\}$$
$$= 1.9 \cdot 10^{-8}; \quad u_{\tau(C)} = 1.3 \cdot 10^{-4}. \text{ Entonces,}$$
$$\tau = (6.75 \cdot 10^{-4} \pm 1.37 \cdot 10^{-4}) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2.$$

Incertidumbre del valor de la Energía Cinética Rotacional E_k :

De la ecuación: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$;

$$u_{E_k}^2 = \left[\frac{\partial E_k}{\partial I_T} \right]^2 \cdot u_1^2 + \left[\frac{\partial E_k}{\partial \omega} \right]^2 \cdot u_2^2$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial I_T} = \frac{1}{2} \omega^2 = \frac{1}{2} (0.949)^2 = 0.45; \quad u_1 = 6.71 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \omega} = 2 I \omega = 2 (0.015) (0.949) = 0.028; \quad u_2 = 4.6 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{E_k}^2 = \{(0.45)^2 (6.7 \cdot 10^{-3})^2 + (0.028)^2 (4.6 \cdot 10^{-3})^2\} = 1.9 \cdot 10^{-8}$$

$$u_{E_k(C)} = 1.37 \cdot 10^{-4} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 = 1.37 \cdot 10^{-4} \text{ Joule. Entonces,}$$

$$E_k = (7.11 \cdot 10^{-3} \pm 1.37 \cdot 10^{-3}) \text{ Joule.}$$

Soluciones Conductoras de la Corriente Eléctrica

Incertidumbre del valor de la concentración C:

Incertidumbre de tipo B. Los parámetros son las especificaciones de los equipos de la balanza y la pipeta.

$$\mu_{\text{balanza}} = \pm 0,002\text{g}; \quad \mu_{\text{pipeta}} = \pm 0,05\text{ml} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ l.}$$

$$u_{C(C)}^2 = \{\mu_{\text{balanza}}\}^2 + \{\mu_{\text{pipeta}}\}^2 = (0,002\text{g})^2 + (5 \cdot 10^{-3}\text{l})^2 = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$u_{C(C)} = 0,002\text{g/l.}$$

Incertidumbre de las mediciones de la conductividad G:

$$\text{Incertidumbre de tipo B; } u_{(G)} = \mu_{\text{certificado}} = u_{\text{escala}} = 0,2\%$$

Se emplearon cuatro escalas: (200 y 2000) mcromho y (20 y 200) milimho.

$$\begin{aligned}
 u_{G-200\text{micromho}} &= (0,25\%)(200 \cdot 10^4) = 50,0 \mu\text{mho} \\
 u_{G-2000\text{micromho}} &= (0,25\%)(2000 \cdot 10^4) = 5,0 \mu\text{mho} \\
 u_{G-2\text{milimho}} &= (0,25\%)(20 \cdot 10^3) = 0,05 \text{milimho} \\
 u_{G-200\text{milimho}} &= (0,25\%)(200 \cdot 10^3) = 0,5 \text{milimho}
 \end{aligned}$$

Ley de Coulomb.

Incertidumbre en la medición del período de oscilación T:

Incertidumbre de tipo A. La evaluación de la incertidumbre de la medición del período de oscilación es por análisis estadístico de series de observaciones.

T	$(T-\bar{T})^2$	
2,21	$1,44 \cdot 10^{-4}$	$s^2(n) = (\sum (T-\bar{T})^2)/(n-1) = 1,692 \cdot 10^{-3}/7$
2,19	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$s^2(n) = 2,417 \cdot 10^{-4}$
2,19	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$s^2(n) = (1,692 \cdot 10^{-3})/8 = 2,115 \cdot 10^{-4}$
2,22	$4,84 \cdot 10^{-4}$	$s(n) = 0,0145 \text{ s}$
2,20	$4,0 \cdot 10^{-4}$	
2,17	$7,84 \cdot 10^{-4}$	$u^2_{\text{rel}} = (\mu_{\text{rel}})^2 + (\mu_T)^2$
2,20	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$\mu_{\text{rel}} = \pm 0,005 \text{ s}$
2,21	$1,44 \cdot 10^{-4}$	$u^2_{\text{rel}} = (0,005)^2 + (0,0145)^2 = 2,35 \cdot 10^{-4}$
n = 8	$\sum = 1,692^{-3}$	$u_{\text{rel}} = 0,015$

Entonces, $T = (2.19 \pm 0.015) \text{s}$.

Incertidumbre de la medición del momento de inercia I:

el procedimiento de evaluación de la incertidumbre es del tipo estándar combinada. El momento de inercia es: $I = m l^2$.

Usando la ecuación 6:

$$u^2_{\text{rel}} = \left(\frac{\partial I}{\partial m}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial l}\right)^2 u_l^2$$

$$\frac{\partial I}{\partial m} = (l)^2/12 = (0.11\text{m})^2/12 = 0.001;$$

$$\frac{\partial I}{\partial l} = (m \cdot l)/6 = (6.458 \cdot 10^{-3} \text{ Kg})(0.11\text{m})/(6) = 1.18 \cdot 10^{-4}$$

$$u_m = \mu_{balance} = \pm 0.002g; \quad u_l = \mu_{ruler} = 0.5mm = 0.0005m$$

$$u_{(I)}^2 = (0.001)^2(2 \cdot 10^4 \text{ Kg})^2 + (1.18 \cdot 10^{-4})^2(0.0005m)^2 = 3.48 \cdot 10^{-15}$$

$$u_{(I)} = 5.9 \cdot 10^{-8}$$

$$\text{Entonces, } I = (6.5 \cdot 10^{-4} \pm 5.9 \cdot 10^{-8}) \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

Incertidumbre del valor de la constante de torsión K:

$$K = (2 \cdot \pi / T) \cdot I; \quad \text{Usando la ecuación 6:}$$

$$u_{(K)}^2 = \left[\frac{\partial K}{\partial T} \right]^2 u_T^2 + \left[\frac{\partial K}{\partial I} \right]^2 u_I^2$$

$$\frac{\partial K}{\partial T} = -(2 \cdot \pi \cdot I) / T^2 = 2 \cdot \pi (6.512 \cdot 10^{-4}) / (2.19)^2 = -8.47 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial K}{\partial I} = (2 \cdot \pi) / T = (2 \cdot \pi) / (2.19) = 2.86$$

$$u_{(K)}^2 = (8.47 \cdot 10^{-6})^2 (0.0153)^2 + (2.86)^2 (5.9 \cdot 10^{-8})^2 = 4.52 \cdot 10^{-14}$$

$$u_{(K)} = 2.12 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{Entonces, } K = (5.31 \cdot 10^{-3} \pm 2.12 \cdot 10^{-7}) \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Incertidumbre del valor del ángulo de giro θ :

$$\text{Tan } \theta = x/L; \quad \theta = \text{arc Tan } x/L; \quad \text{Usando la ecuación 6:}$$

$$u_{(\theta)}^2 = \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]^2 u_x^2 + \left[\frac{\partial \theta}{\partial L} \right]^2 u_L^2$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{L \cdot (1 + (x/L)^2)} = \frac{1}{3.65 (1 + (1.37/3.65)^2)} = 0.241$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial L} = -\frac{x}{L^2 (1 + (x/L)^2)} = -\frac{1.37}{3.63^2 (1 + (1.37/3.65)^2)} = -0.090$$

$$u_L = u_x = \mu_{ruler} = 0.05mm = 0.0005m.$$

$$u_{(\theta)}^2 = (0.0005)^2 [(0.241)^2 + (-0.090)^2] = 1.64 \cdot 10^{-8}$$

$$u_{(\theta)} = 1.28 \cdot 10^{-4} \text{ grados} = 2.23 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

$$\text{Entonces, } \theta = (0.359 \pm 2.23 \cdot 10^{-4}) \text{ rad.}$$

Incertidumbre del valor del momento de restitución τ :

$\tau = -K_A \cdot \theta$; Usando la ecuación 6:

$$u_{\tau(\theta)}^2 = \left(\frac{\partial \tau}{\partial K_A}\right)^2 u_{K_A}^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial \theta}\right)^2 u_{\theta}^2,$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial K_A} = -\theta = -0.359; \quad \frac{\partial \tau}{\partial \theta} = -K_A = -5.31 \cdot 10^{-4}$$

$$u_{\tau(\theta)}^2 = (-0.359)^2 (2.12 \cdot 10^{-7})^2 + (-5.31 \cdot 10^{-4})^2 (2.2 \cdot 10^{-4})^2 = 5.8 \cdot 10^{-15}$$

$$u_{\tau(\theta)} = 7.6 \cdot 10^{-8}. \text{ Entonces, } \tau = (-1.91 \cdot 10^{-5} \pm 7.6 \cdot 10^{-8}) \text{ N}\cdot\text{m.}$$

Incertidumbre del valor de la fuerza de repulsión F :

$F = \tau/R$; Usando la ecuación 6:

$$u_{F(\tau)}^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)^2 u_{\tau}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial R}\right)^2 u_R^2,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = 1/R = 1/0.05 \text{ m} = 20; \quad u_R = \mu_{\text{human}} = 0.05 \text{ mm} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\frac{\partial F}{\partial R} = -\tau/R^2 = -1.91/0.05^2 = -7.5 \cdot 10^3; \quad u_{\tau} = 7.6 \cdot 10^{-8}$$

$$u_{F(\tau)}^2 = (20)^2 (7.6 \cdot 10^{-8})^2 + (7.5 \cdot 10^3)^2 (0.0005)^2 = 1.68 \cdot 10^{-11}$$

$$u_{F(\tau)} = 4.1 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Entonces, } F = (3.81 \cdot 10^{-4} \pm 4.1 \cdot 10^{-6}) \text{ N.}$$

Estudio de la Difracción de Rayos X

Incertidumbre del valor del ángulo de difracción θ :

$\tan \theta = x/L$; $\theta = \arctan x/L$; Se determina la incertidumbre de la misma manera al procedimiento usado en la evaluación de la incertidumbre del ángulo de torsión en la práctica de la Ley de Coulomb., Para $x = 17 \text{ mm}$ y $L = 3.6 \text{ m} = 3600 \text{ mm}$,

$$u_{\theta(\theta)} = 4.6 \cdot 10^{-4} \text{ grados} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ rad.}$$

$$\text{Entonces, } \theta = (0.27 \pm 4.6 \cdot 10^{-4}) \text{ grados.}$$

Incertidumbre del valor de la distancia d (de la ley de Bragg):

$$d = \lambda / (2 \cdot \text{sen } \theta); \quad [\lambda/2]_{\text{del } \text{K}\alpha} = 116.4 \text{ nm}; \quad \theta = 0,27^\circ = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

$$u_{\text{rel}}^2 = \left(\frac{\partial d}{\partial \theta} \right)^2 \cdot u^2$$

$$\frac{\partial d}{\partial \theta} = - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\cos \theta}{\text{sen}^2 \theta} = -116,4 \frac{\cos 4,7 \cdot 10^{-3}}{\text{sen}^2 (4,7 \cdot 10^{-3})} = 7,9 \cdot 10^7$$

$$u_{\text{rel}}^2 = (7,9 \cdot 10^7)^2 (8 \cdot 10^{-4})^2 = 4 \cdot 10^8$$

$$u_{\text{rel}} = 632 \text{ nm} = 6,32 \cdot 10^{-4} \text{ mm.}$$

$$\text{Entonces, } d = (0,067142 \pm 6,32 \cdot 10^{-4}) \text{ mm.}$$

CAPITULO 6

MOVIMIENTO ROTACIONAL (Manual para el alumno)

OBJETIVOS

Analizar el comportamiento de diferentes variables físicas relacionadas con el movimiento rotacional de un sistema tales como: desplazamiento angular, velocidad angular, aceleración angular, momento de inercia, energía cinética rotacional, torca y momentum angular. Comparar el comportamiento de las variables a diferentes condiciones de operación de manera gráfica y determinar una ecuación teórica que describa su comportamiento.

RESUMEN

Es una práctica de física básica correspondiente al tema de movimiento rotacional. La práctica consiste en el estudio de movimiento rotacional en el que se determina diferentes variables como: longitud de un arco, desplazamiento angular, velocidad angular, aceleración angular, momento de inercia, energía cinética rotacional, torca y momentum angular. Se le pide al alumno hacer las tablas de los datos y las gráficas correspondientes, y con ellas determinar las ecuaciones teóricas que describan su comportamiento.

INTRODUCCION

En Cinemática y Dinámica, se estudia el movimiento de traslación en trayectorias rectas o curvas, en esta práctica se estudiará el movimiento de rotación de un cuerpo rígido.

Un cuerpo rígido consiste de muchas partículas ligadas entre sí, de tal manera que la separación de una partícula de cualquiera otra no se altera. Un cuerpo rígido puede tener una traslación en la cual sus partículas se mueven paralelamente entre sí en un intervalo de tiempo dado.

BASES TEORICAS

CINEMATICA ROTACIONAL

El movimiento rotacional estudia el movimiento de una partícula o un cuerpo que describe una trayectoria alrededor de un eje de rotación. Por ejemplo, una partícula que se encuentra en el punto P, como se muestra en la figura 6.1 se mueve a la posición P', el ángulo θ (formado por las líneas \overline{CP} y $\overline{CP'}$), es el ángulo alrededor del cual la partícula ha girado. A este ángulo se le llama desplazamiento angular (θ), S es la distancia que hay entre los puntos P y P', a través de la trayectoria circular o longitud del arco. R es el radio de esa trayectoria o la distancia del punto P al eje de giro C.

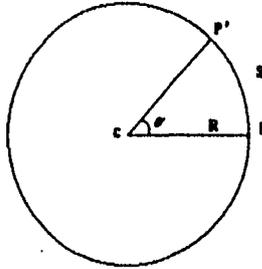


Figura 6.1

La relación que hay entre el desplazamiento angular, longitud del arco y el radio es:

$$\theta = \frac{S}{R} \quad (1)$$

La velocidad angular media (ω), se define como el cociente del desplazamiento angular entre el tiempo correspondiente.

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (2)$$

La aceleración angular media ($\dot{\alpha}$), es la variación de las velocidades angulares a los tiempos correspondientes:

$$\dot{\alpha} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t_1 - t_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (3)$$

y la aceleración angular instantánea como:

$$\alpha = \frac{d\omega \cdot d\theta}{d\theta \cdot dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} \quad (4)$$

Cuando la aceleración angular es constante, se define como el cambio de la velocidad angular con respecto al tiempo:

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{constante}$$

DINAMICA ROTACIONAL

Torca

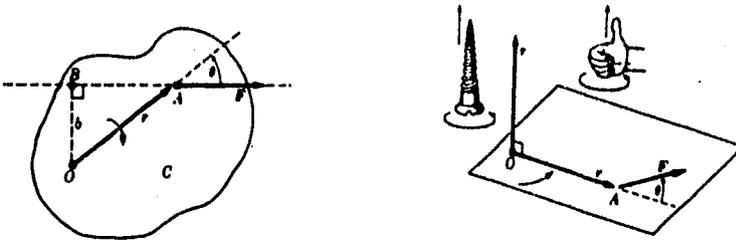


Figura 6.1

Una fuerza F que actúa en un cuerpo C que puede rotar alrededor del punto O , su efectividad en la rotación aumenta con la distancia perpendicular (denominada *brazo de palanca*), entonces, $b = OB$ desde O a la línea de acción de fuerza. Se define una cantidad física τ llamada *torca* o *momento* de una fuerza de la manera siguiente:

$$\tau = F \cdot b \quad (5)$$

De la figura 6.2 se obtiene que $b = r \cdot \text{sen } \theta$, entonces,

$$\tau = F \cdot r \text{ sen } \theta \quad (6)$$

Momentum Angular

El cambio con respecto al tiempo del momentum angular de una partícula es igual a la torca de la fuerza aplicada a ella,

$$\frac{dL}{dt} = \tau$$

Para un cuerpo rígido que rota alrededor de su eje principal de inercia, L es paralelo a la velocidad angular ω , entonces,

$$L = I \cdot \omega \quad (7)$$

Energía cinética rotacional

Para un cuerpo rígido que rota con respecto a un eje de rotación cualquiera, su energía cinética rotacional en función de su momento de inercia y su velocidad angular es

$$E_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \quad (8)$$

MATERIAL Y EQUIPO

- * Aparato de Momento Angular (Malacaster Scient. Corp. 3800)
- * Balanza granataria, Cronómetro digital.
- * Flexómetro, tijeras, pegamento y transportador.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

1.- Antes de armar el aparato de Momento Angular, se determina la masa de las partes que conforman al sistema (disco de madera, el balón de acero, el brazo de aluminio con las tres copas receptoras y las dos pesas).



Figura 6.2

- 2.- Se arma el equipo de Momento Angular tal como se muestra en la fig. 6.2. Se nivela el equipo para que disco gire uniformemente.
- 3.- Se mide las distancias que hay del centro del disco a cada una de las copas receptoras, éstas distancias serán los radios correspondientes, se mide el ángulo de inclinación del riel con un transportador o se determina de forma indirecta con relaciones trigonométricas. Con el transportador se mide los ángulos de disparo para la copa más distante al centro del disco, los ángulos se marcan sobre la base de madera para valores de 30, 60, 90, 120 y 150° .
- 4.- Se coloca la cinta encerada en torno al disco de madera y se fija con diurex, se ajusta la distancia que hay del vibrador eléctrico que se usa para hacer las marcas del recorrido del disco, se coloca el riel sobre el cual el balín se va a deslizar.
- 5.- Las corridas consisten en colocar el balín en lo más alto del riel, se activa el vibrador eléctrico con el botón de encendido, se deja caer el balín libremente sobre el riel y el balín choca con la copa receptora para incrustarse, de manera sincronizada se empieza a tomar el tiempo de recorrido con la ayuda de un cronómetro, se deja

girar libremente el disco hasta cierto desplazamiento rotacional (se recomienda que más o menos sea $\frac{1}{4}$ de revolución por cada corrida), entonces, también de manera simultanea se detienen el cronómetro y el vibrador eléctrico, se anota el tiempo de recorrido (t) y se marca una señal con un lápiz el último punto hecho por el vibrador eléctrico sobre la cinta. Se retira la cinta del disco y se mide directamente con el flexómetro el desplazamiento (S).

Se regresa el disco a su posición original y se repite la corrida, pero ahora se deja girar el disco un poco más su desplazamiento angular (aproximadamente $\frac{1}{4}$ revolución), se anota el tiempo y se marca otra vez con una señal la distancia de éste nuevo recorrido. Esta corrida se hace de tal manera que se puedan hacer cuatro registros de distancias y tiempos en una revolución para cada rutina de acuerdo a las condiciones a que se llevan a cabo. El orden de las corridas de acuerdo a las diferentes condiciones de operación son las siguientes:

a) En las cinco primeras corridas se hace variar el ángulo de orientación de disparo: a 30, 60, 90, 120 y 150° respectivamente. El radio es el que corresponde a la tercera copa receptora. La masa es la suma de las partes que constituyen al sistema (sin las pesas adicionales), y que intervienen en el momento de inercia total.

b) Las corridas seis y siete se hacen a los radios 2 y 1 respectivamente (segunda y primera copas receptoras), el ángulo de orientación de disparo para ambos casos es de 90°. La masa es la misma que se considera en el inciso anterior.

c) Para las corridas ocho nueve y diez, se adiciona la pesa 1 al sistema. Se hacen corridas para los tres diferentes radios, éstas tres corridas se hacen también a un ángulo de orientación de disparo de 90°.

d) Para las corridas once, doce y trece, se repiten las condiciones del inciso anterior, pero ahora con la pesa 2.

MANEJO DE DATOS

1.- Tabular los datos para las trece corridas indicando la incertidumbre en las mediciones del tiempo y la longitud del arco, así como el cálculo del desplazamiento angular, velocidad angular,

momento de inercia, energía cinética rotacional, torca y momentum angular.

2.- Graficar la velocidad angular promedio y la aceleración angular media de cada corrida contra: a) el ángulo de orientación de disparo, b) los tres diferentes radios, c) la masa total del sistema.

Si las gráficas no corresponden a una relación lineal, intentar un cambio de variables para obtener una recta.

3.- con la ayuda de las gráficas indicar la relación que existe entre la velocidad y aceleración angular con respecto a las diferentes variaciones para todas las corridas.

4.- Para los casos en que se relacione las variables mediante una recta, escribir la ecuación correspondiente.

Anotar conclusiones generales de acuerdo a los resultados obtenidos.

CUESTIONARIO

1.- ¿Pueden expresarse las cantidades angulares θ , ω y α en términos de grados el las ecuaciones cinemáticas en lugar de hacerlo en radianes?

2.- ¿Cómo se podría expresar de una manera sencilla la relación entre las velocidades angulares de un par de engranes acoplados?

3.- ¿Cuáles son las dimensiones del movimiento cinético? ¿Podría encontrarse algún significado al hecho de que sean iguales a las de la energía multiplicada por el tiempo?

4.- Se requiere determinar la inercia rotacional de un cuerpo que tiene una forma bastante complicada. La forma hace que el cálculo matemático de $\int r^2 dm$ sea en extremo difícil. Sugerir diversas maneras de medir experimentalmente la inercia rotacional.

5.- Una bola maciza y otra hueca, ambas de la misma masa y radio, ruedan por una pendiente. ¿Cuál de ellas llegará primero abajo?

6.- ¿Cuál es la rapidez angular del segundero de un reloj de 12 pulg. de diámetro? ¿Y la del minuterero?

7.- Un disco de fonógrafo sobre su plataforma gira 33 rev/min. ¿Cuál es la rapidez de un punto del disco en la aguja (a) al comienzo y (b) al final de la grabación? Las distancias de la aguja hasta el eje del

tocadiscos son de 5.9 y 2.9 pulg., respectivamente, en éstas dos posiciones.

8.- El motor de un automóvil proporciona 100 Hp cuando gira a una rapidez de 1800 rev/min. ¿Cuál es la torca que produce?

9.-Calcular (a) la torca, (b) la energía y (c) la potencia promedio requerida para mover un día a la tierra desde el reposo hasta su rapidez angular actual en torno a su eje.

BIBLIOGRAFIA

1.- Física

Robert Resnick, David Hallyday., Vol. I., 1977

2.- Física Universitaria

Francis W. Sears., 6ª edición, 1986.

3.- Física para Ciencias e Ingeniería

John P. Mc Kelvey. Vol. I. 1978.

4.- Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería

Federick J. Beuche. Vol. I., 2ª edición. 1977.

CAPITULO 7

SOLUCIONES CONDUCTORAS DE LA CORRIENTE ELECTRICA

(Manual para el alumno)

OBJETIVO

Estudiar el comportamiento de la conducción eléctrica en diferentes soluciones conductoras de corriente eléctrica, influencia del campo eléctrico, comportamiento de la ley de Ohm en este tipo de conductores. Hacer una titulación conductimétrica como una aplicación de la técnica de conductividad eléctrica.

RESUMEN

Esta práctica es un ejemplo de Física aplicada, y está diseñada con la finalidad de crear interés a los estudiantes de la Química por la Física, y tengan conciencia de los conceptos físicos más importantes que se requieren para comprender un tema tan sencillo como lo es la conductividad eléctrica en soluciones. Las soluciones que se emplean son NaCl, H₂SO₄, Na₂OH, NaOH, KCl y HCl, se determina de manera experimental su conductividad eléctrica a diferentes concentraciones. Se hace una titulación del HCl con NaOH empleando la técnica de conductividad.

INTRODUCCION

La capacidad para conducir la corriente eléctrica no se limita a los metales solamente, ciertos líquidos y soluciones también la conducen. El agua líquida pura es muy mala conductor de la corriente. La adición de ciertos solutos al agua genera soluciones que son excelentes conductores.

La cantidad o concentración de un componente se detecta en términos del efecto de ese componente sobre un voltaje aplicado, el efecto del paso de la corriente a través de la muestra al cambiar el estado químico del componente, o el efecto del componente en el electrodo insertado en la muestra son fundamentos básicos en que se basa la ley de Ohm.

BASES TEORICAS

Ley de Ohm

Una corriente eléctrica es un flujo de carga que pasa por un punto determinado, esto puede relacionarse con el movimiento de partículas cargadas. Aunque el flujo de carga frecuentemente tiene lugar en el interior de un conductor, esto no es totalmente necesario, es decir, en el vacío un haz de iones cargados procedentes de un acelerador constituyen también una corriente.

En muchos conductores, la densidad de corriente J es proporcional al campo eléctrico existente en el interior del conductor que es el que produce la corriente. El cociente del valor de la densidad de corriente y el valor del campo eléctrico se denomina conductividad σ del conductor ($\sigma = J/E$).

Si la conductividad así definida no depende del campo eléctrico, se dice que el material obedece la ley de Ohm: "La densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico, es decir, el cociente de los valores de la densidad de corriente y el campo eléctrico es independiente de este último". En función de la resistencia que presenta un conductor al paso de la corriente, la ley de Ohm indica que la resistencia es independiente de la tensión y de la corriente. En el caso de sustancias ohmicas, la caída de tensión o voltaje (V) a través de un segmento de un conductor es proporcional a la corriente que circula por el mismo:

$$V = I \cdot R \quad (1)$$

Campo Eléctrico

En una serie de cargas puntuales q_i en diversos puntos del espacio, se coloca una carga testigo q_0 en un punto determinado P , la fuerza sobre dicha carga será la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las cargas individuales. Cada una de estas fuerzas es proporcional a la carga q_0 , la fuerza resultante es también proporcional a q_0 . El campo eléctrico E en el punto P se define como el valor de esta fuerza dividida por q_0 :

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (2)$$

La unidad (SI) del campo eléctrico es newton por coulomb (N/C).

Corriente Eléctrica

La corriente eléctrica es el flujo de carga que pasa por un punto determinado. Aunque el flujo de carga frecuentemente tiene lugar en el interior de un conductor, esto no es totalmente necesario. En el vacío un haz de iones cargados procedentes de un acelerador constituye también una corriente.

Si se considera nuevamente un alambre conductor de sección transversal A , la corriente que atraviesa esta área se define como la cantidad de carga que fluye a través de ésta por unidad de tiempo. Si ΔQ es la carga que fluye a través del área en el tiempo Δt , la corriente I es:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3)$$

La unidad (SI) de la corriente es el ampere (A): $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$

Conductividad eléctrica en soluciones

La conducción de la corriente eléctrica a través de una solución de un electrólito supone la migración de especies cargadas negativamente hacia el ánodo y cargadas positivamente hacia el cátodo. La conductancia, que es una medida de la corriente, resulta de la aplicación de una fuerza eléctrica dada.

Como un conductor metálico, ellos obedecen a la ley de Ohm. Las excepciones a ésta ley sólo ocurren bajo condiciones anormales (por ejemplo, voltajes muy altos o corrientes de alta frecuencia). Para una fuerza electromotriz E aplicada, mantenida constante pero a un valor que exceda al voltaje de descomposición del electrólito, la

corriente i fluyendo entre los electrodos sumergidos en el electrólito variará inversamente con la resistencia. Algunas de las relaciones más importantes son:

Conductancia G

Es una medida de la habilidad o facilidad que presenta una solución para transportar una corriente eléctrica por la migración de iones bajo la influencia de un campo eléctrico.

Físicamente es el recíproco de la resistencia eléctrica, y tiene las unidades de ohm^{-1} , mhos o *siemens*.

$$G = \frac{1}{R} \quad (4)$$

Conductancia específica k

La conductancia es directamente proporcional al área de la sección transversal A e inversamente proporcional a la longitud l de un conductor uniforme, entendiéndose en este caso a la solución electrolítica como conductor uniforme con una distancia l limitada entre el cátodo y el ánodo, cada uno tiene un área A :

$$G = k \frac{A}{l} \quad (5)$$

y k es una constante de proporcionalidad llamada conductancia específica. la conductancia específica es entonces $\text{ohm}^{-1} \text{cm}^{-1}$.

Conductancia equivalente Δ

La conductancia equivalente Δ se define como la conductancia del equivalente de un gramo de soluto contenido entre electrodos

separados entre sí un centímetro cuadrado. No se especifica el volumen de la solución ni el área de los electrodos, estos varían para satisfacer las condiciones de la definición. El volumen V de la solución que contendrá un equivalente gramo de soluto está dado por:

$$V = \frac{1000}{C} \quad (6)$$

donde C es la concentración en equivalentes por litro. Este volumen también puede expresarse en base a las dimensiones de la celda. Finalmente se obtiene:

$$\Delta = \frac{1000 k}{C} \quad (7)$$

Esta ecuación permite el cálculo de la conductancia equivalente partiendo del valor experimental de k para una solución de concentración conocida.

Conductividad eléctrica a dilución infinita

La movilidad de un ion en solución se debe a cuatro fuerzas: una fuerza eléctrica, igual al producto del potencial de electrodo y a la carga del ion. Una fuerza de fricción, que es característico de cada ion. En soluciones diluidas, solo estos dos efectos desempeñan un papel importante en la determinación de conductividad. *En estas circunstancias, la conductancia equivalente de una sal es independiente de su concentración.*

A dilución infinita, las atracciones entre los iones se anulan. La conductancia general de la solución consiste en la suma de las conductancias iónicas equivalentes individuales

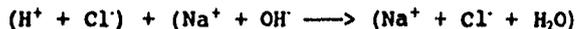
$$\Delta_0 = \lambda_+^0 + \lambda_-^0 \quad (8)$$

donde λ_+^0 y λ_-^0 son las conductancias iónicas equivalentes del anión

y el catión de la sal a dilución infinita.

Titulación conductimétrica ácido-base

En este método se detecta la variación de conductividad eléctrica de una solución durante el curso de una titulación. No es necesario conocer la conductancia específica real de la solución. En una titulación, en el que tanto el ácido como la base se disocian completamente, por ejemplo el HCl y NaOH,



Los iones hidrógeno altamente conductivos, inicialmente presentes en la solución, son reemplazados por iones sodio, que poseen una conductancia iónica menor, en tanto que la concentración de iones cloruro permanece constante, excepto por la pequeña dilución debida al titulante. El punto de equilibrio para esta titulación estará dada por el punto en el que hay un cambio de pendiente significativo.

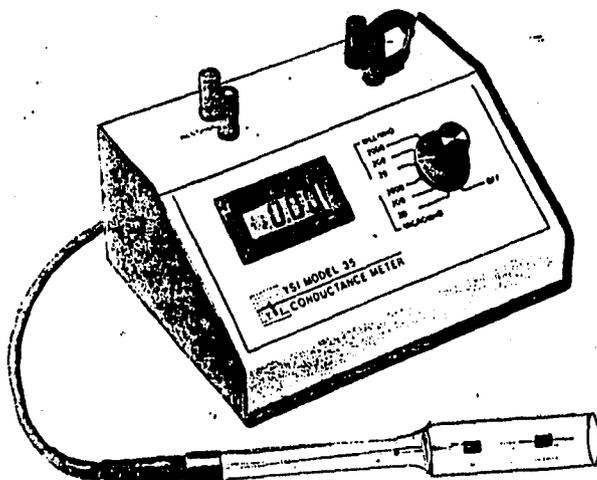


Fig 7.1. Conductímetro YSI 35, con su celda conductimétrica.

MATERIAL Y EQUIPO

Sustancias:

Agua destilada, Cloruro de sodio, Cloruro de potasio, Hidróxido de Sodio, Hidróxido de amonio, Acido clorhídrico y Acido sulfúrico.

Material:

Vasos de PP, agitadores de vidrio y magnético, Matraces aforado, pipeta, bureta, piseta, Conductímetro modelo YSI 35 y Celda conductimétrica modelo YSI 3401.

PROCEDIMIENTO

Preparar soluciones a concentraciones de a 0.0005, 0.005, 0.05, 0.1, 0.25, 0.50, 0.75, y 1.0 Normal de las sustancias mencionadas anteriormente, Preparar el equipo tal como se presenta en la figura 7.1. Determinar la conductividad eléctrica de todas las soluciones, para esto, se colocan 100 ml. de la solución en una probeta de 250 ml, se introduce la celda conductimétrica a la probeta, teniendo cuidado que la solución cubra totalmente los electrodos, y que no exista burbujas de aire en el interior de la celda. Se enciende el conductímetro y se ajusta la escala para obtener lecturas directas de conductividad. Se debe tener cuidado de lavar bien con agua destilada la celda cada vez que se va a medir otra solución.

Al final de las mediciones hacer una tabla donde se presenten los resultados de conductividad eléctrica G , y conductividad equivalente Δ para todas las soluciones. Hacer también las gráficas correspondientes en función de la concentración.

Técnica para la titulación conductimétrica

Colocar en un baso de precipitados de 250 ml, 5 ml de ácido clorhídrico 1.0 N, se agrega agua destilada hasta completar un volumen aproximado de 100 ml. Posteriormente se va agregando con la bureta un mililitro de hidróxido de sodio 1.0 N y en cada uno de estos pasos se mide la conductividad eléctrica, todo esto hasta completar 11 ml. de titulante. Debe usarse el agitador magnético en cada uno de estos pasos para tener siempre una solución homogénea.

MANEJO DE RESULTADOS

Hacer las tablas y las gráficas de los datos experimentales obtenidos de conductividad eléctrica σ , y conductividad equivalente Δ en función de la concentración de todas las sustancias, y dar una explicación de los resultados en base a las bases teóricas.

En la titulación conductimétrica graficar la conductividad eléctrica contra volumen de titulante agregado y determinar por método gráfico el punto de equivalencia y en función al valor teórico. Determinar el error relativo. Del manual del equipo, indicar la incertidumbre de las mediciones de acuerdo a la escala empleada. Escribir conclusiones generales y comentarios de ésta práctica principalmente en función de la ley de Ohm.

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Cómo están relacionados la carga de un ion y su conductancia iónica equivalente?
- 2.- ¿Es la ley de Ohm aplicable a una solución de un electrólito? ¿Por qué?
- 3.- Explique por qué la conductancia equivalente de una solución no aumenta proporcionalmente a la concentración.
- 4.- Calcular la conductancia equivalente del H_2SO_4 , a dilución infinita y a 25°C.
- 5.- La conductancia específica de una solución de $Ba(OH)_2$, a 25°C es de 75 $\mu mhos/cm$, y presenta una resistencia de 20 $K\Omega$, si la distancia entre electrodos es de 3 cm, calcular el área de cada uno de los electrodos.
- 6.- Cuando una celda de conductancia se llena con una solución 0.01 M de KCl tenía una resistencia de 161.8 Ω a 25°C, y cuando se llenó con $NaOH$ 0.005 M tenía una resistencia de 190 Ω . Calcular la constante de la celda, la conductancia específica de la solución de $NaOH$ y su conductancia equivalente.
- 7.- La escala de un puente de conductividad está dado de 0.005 a 2.0% de H_2SO_4 , aproximadamente en forma logarítmica. Para estas soluciones, los intervalos específicos de conductancia son alrededor de 0.00044

a 0.176 mhos/cm. ¿Qué intervalos de resistencia están involucrados y que constante de celda es la compatible? Con los resultados obtenidos, ¿Cuál es el área y la separación de los electrodos?

8.- En la titulación de 100 ml de una solución diluida de ácido acético con amoniaco acuoso 0.5 N, se obtuvieron las siguientes lecturas (en ohms) de resistencia para los valores que se indican: 8.0 ml, 750; 9.0 ml, 680; 10 ml, 620; 11 ml, 570; 12 ml, 530; 13 ml, 508; 15 ml, 515; 17 ml, 521. ¿Cuál es la normalidad de la solución de ácido acético?

BIBLIOGRAFIA

1.- FISICA

Paul A. Tipler., Vol II, 1976.

2.- FISICA

Robert Resnick., Vol. II., 1977.

3.- METODOS INSTRUMENTALES DE ANALISIS

Hobart H. Willard. 1974.

4.- ANALISIS INSTRUMENTAL, Douglas A. Skoog. 2ª Edición. 1989.

CAPITULO 8

LEY DE COULOMB (Manual para el alumno)

OBJETIVOS

Determinar de manera experimental la Ley de Coulomb, usando como principales instrumentos la balanza de torsión y un generador de Van de Graaff. Hacer determinaciones experimentales de fuerzas eléctricas entre dos cuerpos cargados.

RESUMEN

Esta práctica es un ejemplo de física básica correspondiente al tema de Electroestática. Se emplea una balanza de torsión para determinar de manera indirecta fuerzas eléctricas y determinar la ley que las rige (Ley de Coulomb). A la balanza de torsión se le adapta un cable de tipo Nicromel cedula 35, y se determina su coeficiente de torsión de manera experimental. Se escribe el procedimiento a seguir en la calibración de la balanza y el procedimiento para medir fuerzas electrostáticas de manera experimental.

INTRODUCCION

La balanza de torsión no tiene un principio eléctrico, más bien emplea un principio dinámico que permite determinar de manera cuantitativa fuerzas eléctricas, ya sea de atracción o de repulsión. La balanza de torsión consiste de un brazo horizontal con una esfera metálica suspendida de un hilo o alambre fino, de manera que pueda girar alrededor del alambre vertical que sirve como eje. La esfera es influenciada por la fuerza de dirección tangencial haciéndola girar la esfera a través de su eje y retorciendo en esta forma el alambre de suspensión. La fuerza directriz del alambre se deduce de su período de oscilación y de su momento de inercia que se puede hallar separadamente. Conociendo la fuerza directriz y el ángulo de giro, se puede calcular la fuerza de atracción o repulsión eléctrica.

BASES TEORICAS

Carga Eléctrica

Los griegos, hacia el año 600 a.c. sabían que el ámbar, frotado con lana adquiere la propiedad de atraer cuerpos ligeros.

En la actualidad, al interpretar esta propiedad decimos que el ámbar está electrizado, que posee carga eléctrica, o bien que está cargado eléctricamente. Estos términos derivan de la palabra griega elektron, que significa ámbar.

Se puede demostrar que hay dos clases de cargas frotando una varilla de vidrio con seda y colgándola de un hilo largo también de seda. Si se frota también una segunda varilla de vidrio con seda y se coloca cerca del extremo de la primera varilla, las varillas se repelen. Por otra parte, una varilla de ebonita frotada con una piel atraen la varilla de vidrio.

Dos varillas de ebonita frotadas con una piel se repelen entre sí. Explicamos estos hechos diciendo que al frotar una varilla se le comunica una carga eléctrica y que las cargas en las dos varillas ejercerán fuerzas entre sí. Es claro que las cargas en el vidrio y en la ebonita deben ser de diferente especie.

Ley de Coulomb

La fuerza eléctrica fue medida de manera cuantitativa por primera vez por C. A. Coulomb., quien en 1785, midió las atracciones y repulsiones eléctricas y dedujo la ley que las rige. El aparato que él empleó fue una balanza de torsión, la cual lleva su mismo nombre. Este aparato consiste básicamente de dos pequeñas esferas y un alambre fino donde se suspende una de ellas. Si se acercan estas dos esferas cargadas eléctricamente, la fuerza eléctrica sobre una de ellas tenderá a torcer el hilo de suspensión. Coulomb contrarrestó este efecto de torsión girando la cabeza de suspensión el ángulo θ necesario para conservar las dos cargas a la distancia dada en el que él estaba interesado. Entonces el ángulo θ es una medida relativa de la fuerza eléctrica que obra sobre la esfera.

Los primeros resultados experimentales de Coulomb deducen que la fuerza eléctrica entre dos cuerpos cargados varía en proporción

inversa al cuadrado de la distancia r que hay entre estos dos cuerpos, y es representada así.

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

Esto se confirmó en forma aproximada mediante experimentos realizados por Coulomb, y posteriormente por Henry Cavendish, que utilizó este mismo tipo de balanza de torsión para medir fuerzas de atracciones gravitacionales entre dos objetos pequeños. Aunque los experimentos con esta balanza pueden establecer que el exponente de r en $F \propto 1/r^2$ es 2, dentro de un pequeño margen de error, otros experimentos (como el que se refiere a la ley de Gauss y los conductores, el cual afirma que la carga neta en el interior de un conductor es siempre cero, independientemente de los campos eléctricos externos o las cargas en las superficies), muestran por medios indirectos, que el exponente es exactamente 2, dentro de un intervalo de error del orden de 10^{-9} .

Con solo dos cargas puntuales se puede descubrir como varía la fuerza eléctrica con la distancia, o sea que se trata de una fuerza que depende del inverso del cuadrado. Si traemos por turnos los cuerpos cargados 1 y 2 a la misma distancia del cuerpo cargado 3, se descubre que la fuerza eléctrica sobre 1 debida a 3 es F_1 y que la de 2 debida a 3 es F_2 . Entonces, por definición, las magnitudes relativas de las cargas q_1 y q_2 son:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{F_1}{F_2} \quad (2)$$

La razón de las fuerzas respectivas es igual a la de las magnitudes de las cargas.

La ecuación 2 indica la razón de las cargas q_1/q_2 en función de la razón de las fuerzas F_1/F_2 para las dos cargas que interactúan con una tercera carga. Por la misma razón, la fuerza en q_2 es proporcional a q_2 . Si las fuerzas que se ejercen sobre las dos cargas que interactúan

son iguales pero de sentido opuesto según la tercera ley de Newton, la magnitud de la fuerza F que actúa sobre cualquiera de ellas tiene que ser proporcional tanto a q_1 como a q_2 , además de ser inversamente proporcional a r^2 ,

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2} \quad (3)$$

donde K es una constante cuyo valor depende del sistema de unidades elegido para la carga y la distancia.

La definición de coulomb es demasiado compleja. En primer lugar, por definición, una carga neta de 1 C es la que atraviesa en un segundo la sección transversal de un conductor eléctrico, cuando pasa por dicho conductor una corriente eléctrica de 1 A.

Y el ampere queda definido por la fuerza magnética entre dos conductores portadores de corriente.

Para la mayoría de los cálculos, basta redondear el valor de k , tomándolo como $9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

La misma constante k se puede escribir como:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (4)$$

en donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, y su valor es:

$$\epsilon_0 = 8.85435 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

Por lo que se puede escribir la ley de Coulomb en la forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (5)$$

Se utiliza tanto la constante k como ϵ_0 , dependiendo de cual de ellas

nos lleve a la relación matemática más sencilla.

La carga de electrón cuya magnitud es la de cualquier otra partícula elemental cargada, se designa mediante $-e$, su magnitud es:

$$e = 1.60207 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

La medición directa de la carga electrónica e , fue deducida experimentalmente por Millikan.

MATERIAL Y EQUIPO

- * Balanza de torsión electrostática.
- * Generador electrostático de Van de Graaff.
- * Accesorios para la ley de Coulomb.
- * Dispositivo para indicador luminoso (lámpara común con bombilla con lente condensadora y diafragma desplazable), o un equipo generador de rayos láser.
- * Una pantalla, Flexómetro, cronómetro y balanza granataria.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Calibración de la balanza de torsión

Calcular de manera experimental la constante de torsión (k) del alambre que se utiliza para la balanza de torsión (Nicromel cedula 35). Esto se hace mediante un procedimiento dinámico, el cual consiste en encontrar el período de oscilación (T) por torsión de un objeto cuya inercia rotacional es conocida (de tablas de momento de inercia). Usar la varilla delgada, su inercia rotacional es: $I = 1/12 (m \cdot l^2)$, donde m es la masa y l la longitud de la varilla. La varilla se inserta en la balanza y se determina su período de oscilación con la ayuda de un cronómetro.

El par de restitución o momento de giro está dado por $\tau = k \cdot \theta$, donde k es la constante de proporcionalidad que se debe determinar. El período de oscilación se expresa como:

$$T = 2\pi \sqrt{I/k}$$

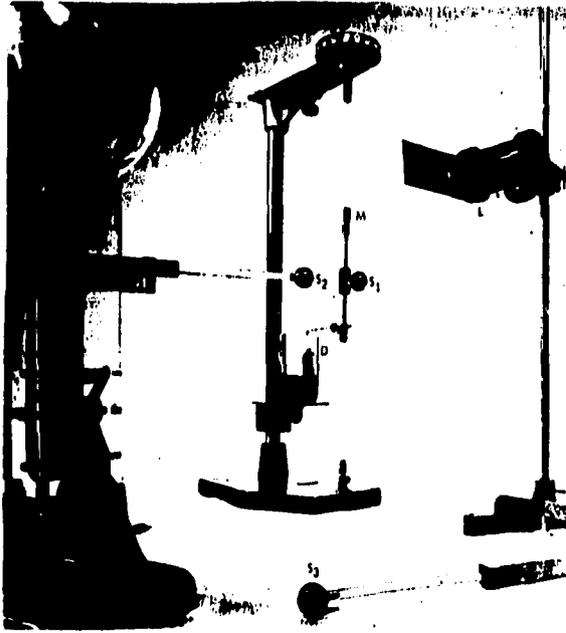


Figura 8.1

Precauciones

- 1.- No toque las esferas o las varillas que la soportan. Si es necesario detener el movimiento de una esfera, use la paleta amortiguadora como manipulador.
- 2.- Mantenga el aparato libre de golpes o vibraciones.
- 3.- Asegúrese de que la paleta de amortiguamiento esté libre para moverse en el recipiente de agua.
- 4.- Antes de iniciar el experimento, descargue las esferas tocándolas con un alambre conectado a tierra.

Procedimiento para la medición de fuerzas

Montar la balanza de torsión y el resto del equipo tal como se muestra en la figura 8.1. S_1 , S_2 y S_3 son las esferas metálicas; D es la paleta amortiguadora; L es el dispositivo para indicador luminoso; V es el generador de Van de Graaff y M es un espejo.

Con las esferas descargadas, colocar la aguja de la escala de la esfera móvil (S_1) a 3.1 cm. Mover todo el sistema hasta que la distancia entre las esferas sea de 1 mm. La escala deberá señalar ahora la distancia de centro a centro entre las esferas.

El diámetro de las esferas es de 3 cm. La pequeña distancia a que se mueve la esfera suspendida durante el experimento se puede despreciar al calcular la distancia entre las esferas.

Se enciende la fuente de luz (L) y se dirige hacia el espejo (M) montado arriba de la esfera suspendida (S_1), de tal manera que su reflejo se observe en una escala colocada a unos 3 o 4 metros del espejo. Enfocar la retícula sobre la escala. Registre este punto como referencia para las esferas descargadas.

Parte I

Se fija una distancia de 3 cm entre S_1 y S_2 y se cargan las esferas de manera inductiva, es decir, se carga el generador de Van de Graaff y se coloca su esfera cerca de S_1 y S_2 . Se toca momentáneamente la parte posterior de S_1 y S_2 con un alambre conectado a tierra. Esto permitirá que los electrones libres de S_1 y S_2 pasen a tierra, dejando S_1 y S_2 con un exceso de carga positiva. Quitar el generador Van de Graaff y descargarlo. Registrar la lectura de desviación. Hacer lo mismo para distancias entre esferas de 5, 7, 13, 15 y 20 cm.

Parte II

Cargar de nuevo S_1 y S_2 . Registre la desviación S_1 cuando $r = 10$ cm. Reduzca a la mitad de la carga de S_2 , tocándola con la esfera descargada S_1 . Registre la desviación y explique los resultados.

Parte III

Tomar los datos necesarios para graficar la fuerza como una función de r^2 . Analizar el significado del valor de la pendiente y el de la ordenada al origen.

Parte IV

Medir la fuerza de repulsión entre las esferas S_1 y S_2 . Para esto es necesario conocer la constante de torsión (k) del alambre, determinada anteriormente mediante procedimiento dinámico, y hacer los cálculos del par de restitución para las mediciones hechas en la Parte I. Tabular los valores de L (distancia de desviación), θ (ángulo de desviación), τ (par de restitución), F (fuerza de repulsión eléctrica), y $\log F$, en función de r (distancia entre las esferas). Graficar $\log F$ en función del radio para determinar la ley de Coulomb.

Cambiar el tipo de cable usado por el cable original de la balanza, determinar su constante de torsión. Comparar los valores obtenidos usando éste tipo de cables con los valores que se obtuvieron usando los primeros cables.

Escribir conclusiones en cada paso y conclusiones finales de acuerdo a lo planteado en las bases teóricas.

CUESTIONARIO.

1. Demuestre que la inercia rotacional de la varilla de calibración es: $\frac{1}{2} m \cdot l^2$.
2. Demuestre que el período de oscilación que se obtiene de la calibración de la balanza de torsión esta dada por: $\tau = 2\pi \cdot I/K$.
3. Cuál es la razón de la fuerza de atracción eléctrica a la gravitacional entre un protón y un electrón?
4. Por que no podrían salir bien los experimentos de electrostática en los días húmedos?
5. Si una persona de pie en un banquillo aislador toca un conductor cargado aislado. Se descarga el conductor completamente?
6. La fuerza coulombiana que una carga ejerce sobre otra, cambia si se le acercan otras cargas?
7. Qué fuerza produce una carga de $10 \mu C$ sobre una carga de $20 \mu C$ a una distancia de: (a) 1 cm, (b) 2 cm, (c) 0.1 cm ?.
8. Qué exceso de electrones ha de colocarse sobre cada una de dos pequeñas esferas separadas 3 cm, si la fuerza de repulsión entre ellas es de 10^{-19} N.

9. Dos cargas punto libres, $+q$ y $+4q$, se encuentran separadas una distancia l . Una tercera carga se halla colocada de tal manera que el sistema completo está en equilibrio. Encuentre la localización, la magnitud y el signo de la tercera carga.

10. Tres cargas punto: $-q_1 = 2 \mu\text{C}$, $q_2 = 5 \mu\text{C}$, y $q_3 = 6.7 \mu\text{C}$, se colocan en el vacío en los vértices de un triángulo rectángulo y separados ambos a 10 cm. Cual es la fuerza resultante que obra sobre q_1 ? Los 10 cm son de q_1 y q_2 sobre q_3 .

BIBLIOGRAFIA

- 1.- LABORATORY PHYSICS, Harry F. Meiners., Vol 2.
- 2.- FISICA PARA CIENCIAS E INGENIERIA, John P. Mc. Kelvey., V. 2.
- 3.- ELEMENTOS DE FISICA CLASICA., Richard T. Weidner., Vol. 2.
- 4.- FISICA, Robert Resnick., Vol. 2 y 1. 1974.

CAPITULO 9

MODELOS DE DIFRACCION DE LAUE

(Manual para el alumno)

OBJETIVO

Analizar el fenómeno de difracción de rayos-x haciendo una simulación de éste fenómeno con un equipo generador de rayos láser y un juego de transparencias. De las figuras de difracción de Laue resultantes, determinar el tipo de estructura cristalina de cada modelo, determinar el ángulo de difracción y la distancia entre los puntos para algunos modelos o rejillas de difracción aplicando la ley de Bragg.

RESUMEN

Se presenta una práctica de física aplicada diseñada para cubrir el tema de difracción. Esta práctica consiste en analizar el fenómeno de difracción de rayos-x. Se hace una simulación de difracción de rayos-x usando un equipo generador de rayos láser de baja potencia y un juego de transparencias. Se describe también los modelos de difracción en las transparencias y su relación con algunas estructuras químicas conocidas, y el procedimiento experimental para la simulación de difracción de rayos X.

Se aplica la ley de Bragg para determinar distancias entre los puntos de los modelos de las estructuras y el ángulo de difracción.

INTRODUCCION

Al inicio de nuestros estudios sobre Química, una de las preguntas más comunes es la referente a cómo están constituidos los arreglos atómicos en moléculas y sólidos, y cuáles son las distancias de ligaduras y ángulos entre átomos. La difracción de rayos-x es un instrumento poderoso para estudiar la disposición de los átomos sobre los cristales. Para hacer esto de manera cuantitativa, se requiere conocer la longitud de onda de los rayos-x, al determinar experimentalmente el ángulo de difracción de los modelos, podemos

aplicar la ley de Bragg para obtener más información acerca de la estructura cristalina que se está estudiando.

En esta práctica se usa un equipo generador de rayos láser de baja potencia y un juego de transparencias para hacer una simulación de la difracción de rayos X, esto es con el objeto de ilustrar claramente éste fenómeno, y que el alumno pueda entenderlo de manera más fácil.

BASES TEORICAS

Difracción de rayos X

Cada átomo en un cristal tiene el potencial para dispersar un haz de rayos-x incidente en él. La suma de todas las ondas dispersadas en el cristal, da por resultado el haz de rayos-x, siendo el efecto difractado de cada plano de cristal permitido. Toda sustancia cristalina dispersa los rayos-x en su propio patrón de difracción único, produciendo una "huella" de su estructura atómica molecular. Los rayos-x son radiaciones electromagnéticas con longitudes de onda del orden de 1 Å. Para longitudes de onda así de pequeñas, no se pueden usar las redes patrón de difracción óptica, tal como se usan ordinariamente. Para éste orden de magnitud de longitud de onda, es deseable disponer de una red con $d \cong \lambda$, por lo que únicamente los diámetros atómicos son de este mismo orden.

Max von Laue, en 1912 descubrió que un sólido cristalino, formado por una estructura regular de átomos podría constituir una "red de difracción" tridimensional natural para rayos-x.

Ley de Bragg

La ley de Bragg predice las condiciones en las cuales es posible la difracción de rayos X mediante un cristal. Al derivarla no tomamos en cuenta la estructura de la celda unitaria, la cual está relacionada solamente con las intensidades de esos rayos. Las líneas llenas inclinadas de la figura 9.1a representan las intersecciones del plano de la figura con una serie arbitraria de planos que pasan por los centros difractores elementales. La distancia perpendicular entre los planos adyacentes se ha designado por d . Se definen otras familias de planos como éstos, con diferentes espacios interplanares.

La figura 9.1b muestra una onda plana que está en el plano de la figura, que llega a un miembro de la familia de planos definidos en la figura 9.1a formando los rayos incidentes un ángulo θ con el plano. Si se considera una familia de rayos difractados que están en el plano de la figura 9.1b que forma un ángulo β con el plano que contiene los centros difractores elementales. Los rayos difractados se combinan para producir una máxima intensidad si la diferencia de trayectoria entre los rayos adyacentes es un número entero de longitudes de onda, es decir

$$a'e - b'd = h(\cos \beta - \cos \theta) = l \cdot \lambda \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Para $l = 0$ se obtiene: $\beta = 0$,

y el plano de los átomos obra como si fuera un espejo para la onda incidente, cualquiera que sea el valor de θ .

La figura 9.1c muestra una onda incidente que llega a la familia de planos, de la cual se consideró un solo miembro en la figura 9.1b. Para un solo plano ocurre "reflexión" tipo espejo para cualquier valor de θ . Para tener una interferencia constructiva en el haz difractado por toda la familia de planos en la dirección θ , los rayos que provienen de los diversos planos deben reforzarse unos a otros. Esto quiere decir que la diferencia de trayectoria entre los rayos que provienen de planos adyacentes (abc en la figura 9.1c) debe ser un número entero de longitudes de onda, es decir,

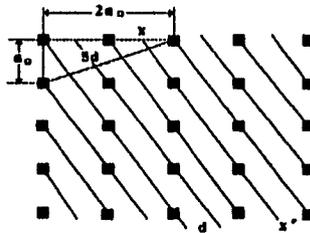
$$2 \cdot d \sin \theta = m \cdot \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

La relación anterior se llama ley de Bragg, en memoria de W. L. Bragg que fue quien primero la derivó. La cantidad d en esta ecuación (el espaciado interplanar) es la distancia perpendicular entre los planos. Si llega un rayo monocromático incidente con un ángulo cualquiera θ a un conjunto particular de planos atómicos, en general no se obtendrá un rayo difractado porque, no quedará satisfecha la ecuación 2. Si los rayos-x incidentes son de longitud de onda continua, se formarán rayos difractados cuando el haz incidente haya

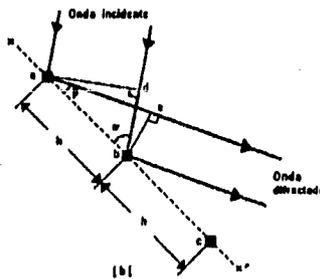
longitudes de onda de valores

$$\lambda = \frac{2d \operatorname{sen} \theta}{m}$$

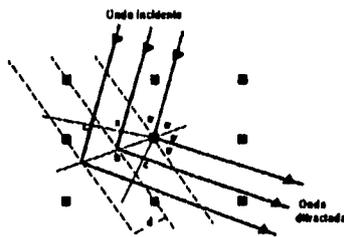
$$m = 1, 2, 3, \dots$$



(a)



(b)



(c)

Figuras 9.1

Descripción de las transparencias

La figura 9.2 presenta los ocho diferentes arreglos estructurales en un solo plano. La figura (a) es una estructura centrada de 2*2

pixel cuadrados; La figura (b) es una estructura de 2*2 pixel cuadrados; La figura (c) es una estructura de 3*3 pixel cuadrados con dos diferentes tamaños de puntos; La figura (d) es una estructura de 3*3 pixel cuadrados; La figura (e) es una estructura rectangular de 2*4 pixel; La figura (f) es una estructura monoclinica de 2*4 pixel con un ángulo de orientación de 63°; La figura (g) es una estructura en forma de rectángulo de 4*5 en forma de escuadra; La figura (h) es un arreglo hexagonal con un ángulo de orientación de 60°.

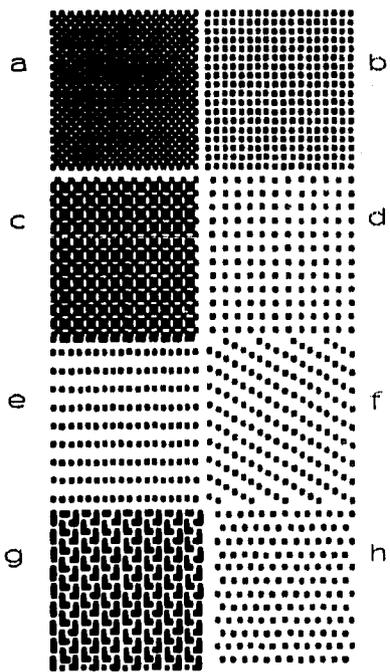


Figura 9.2

MATERIAL Y EQUIPO

- * Equipo generador de rayos láser.
- * Juego de transparencias de los modelos de difracción.
- * Porta transparencias o porta lente.
- * Cámara fotográfica y trípode.
- * Pantalla de proyección. flexómetro.

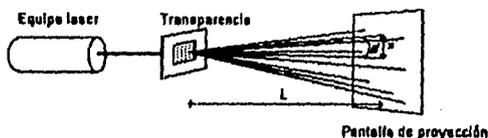


Figura 9.3

PROCEDIMIENTO

1.- Se coloca la transparencia en el porta transparencia o porta lente, el lado o cara de la transparencia debe estar en forma perpendicular al rayo láser en un cuarto oscuro, la distancia entre el láser y la diapositiva debe ser de 3 a 5 cm, la distancia entre la diapositiva y la pantalla de proyección debe ser de 3.5 a 4 m (ver la figura 9.3).

2.- Una vez alineado el equipo, se enciende el equipo láser y se hace incidir su luz sobre el arreglo a de la figura 9.2. Sobre la pantalla se observará su respectivo modelo de difracción, conocido como modelo de Laue. Se mide la distancia de la diapositiva a la pantalla de proyección (L), así como la distancia entre los puntos de difracción (x), y se determina el ángulo de difracción (θ). Se hace lo mismo para el resto de los modelos de la figura 9.2. Para hacer las tomas fotográficas de los modelos se usa una cámara profesional la cual se monta sobre un trípode, ésta se colocada enfrente de la pantalla.

3.- Verificar la relación de Bragg con algunos de los modelos ortogonales presentes en las figuras de Laue. Conociendo λ , la ecuación de difracción puede ser usada para calcular d (distancia entre los puntos de la red de la figura 9.1a).

Comparar el valor experimental de la figura (a) con el tamaño del "pixel" o de rejilla (distancia d') del modelo correspondiente de la figura 9.2 en la transparencia.

Manejo de resultados

Hacer una tabla de los datos experimentales donde se especifique para cada modelo el tipo de estructura, el ángulo de difracción θ , la distancia entre los puntos de difracción x , el valor de la distancia d experimental entre los puntos de los arreglos en las transparencias, para esto se debe aplicar la ley de Bragg, y tomar como dato $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ para el rayo láser.

Determinar el tipo de estructura cristalina para cada modelo de difracción de Laue. Escribir conclusiones generales para ésta práctica.

TABLA DE RESULTADOS

Figura	Tipo de figura	x (mm)	d (mm)	θ (grados)
a				
b				
c				
d				
e				
f				
g				
h				

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Por qué una red de difracción debe tener las rayas muy juntas?, ¿Por qué debe tener un gran número de rayas?
- 2.- Tanto las ondas de radio como las de la luz son ondas electromagnéticas. ¿Por qué podemos escuchar un radio atrás de una colina cuando no podemos ver la antena de transmisión?
- 3.- Para una familia dada de planos en un cristal, decir si la longitud de onda de los rayos-x incidentes puede ser: (a) demasiado grande; (b) demasiado pequeña para formar un haz difractado.
- 4.- Una red tiene 3150 rayas/cm, ¿para qué longitudes de onda en el espectro visible se puede observar difracción de quinto orden.

5.- Una red de difracción tiene 5000 rayas/pulg., y se percibe con ella un haz difractado intenso para $\theta = 30^\circ$. (a) ¿Cuáles son las posibles longitudes de onda de luz incidente?

(b) ¿En un caso dado, cómo se podría saber cuál de ella es?

6.- Una red de difracción de 12 cm de ancho tiene 6000 rayas, ¿Para qué ángulos habrá haces de máxima intensidad si la radiación incidente tiene una longitud de onda de 5890 Å?

7.- Suponer que los límites del espectro visible se escogen arbitrariamente como 4300 Å y 6800 Å. Proyectar una red que despliegue el espectro de primer orden en una abertura angular de 20° .

8.- En el caso del polietileno, la distancia repetitiva obtenida del modelo de difracción de rayos X de un diagrama de la fibra fue de 2.54 Å, ¿Qué tipo de estructura química está implicado?.

BIBLIOGRAFIA

1.- Física

Robert Resnick, David Halliday. Vol. II., 1975.

2.- Física para Ciencias e Ingeniería

John P. Mc Kelvey, Howard Grotch. Vol II., 1981.

3.- Física para Estudiantes de Ciencia e Ingeniería

Frederich J. Bouche. Vol II., 1979.

4.- Journal of Chemical Education

George C. Lesensky., Feb.1991, Vol. 68, Núm. 2.

CAPITULO 10

ESTUDIO DE CRISTALES DE HIELO USANDO LUZ POLARIZADA

(Manual para el alumno)

OBJETIVO

Estudiar algunas propiedades ópticas como: índice de refracción, rotación de la luz polarizada y color de interferencia de un cristal anisotrópico usando luz polarizada.

RESUMEN

En esta práctica se estudia de manera cualitativa algunas propiedades ópticas de un material anisotrópico, se utilizan diferentes muestras de cristales de hielo.

Las muestras de los diferentes cristales se preparan a partir de agua de la llave, agua calentada, agua con sal, agua con azúcar, agua con alcohol, etc., Esta práctica por su sencillez en el manejo del equipo y el tiempo de realización, se le considera de muy factible de realizar en el Laboratorio de Física.

INTRODUCCION

Todos los materiales llamados anisótropos o refringentes, interactúan con la luz polarizada desplegando coloridas propiedades ópticas, y revelando información acerca del arreglo cristalino de cada material de acuerdo a la presencia de sustancias presentes dentro del mismo cristal.

La polarización de un material anisótropo puede ser estudiada por una sección de éste colocado entre dos hojas de plástico polarizado. La hoja de película polarizada y el material forman una especie de "sandwich de polarización", la sección del material al ser examinada debe estar cortada de tal manera que la "rebanada" será más fina que el diámetro de un cristal sencillo.

Los cristales de hielo al ser examinados a través de luz polarizada, se tornarán visibles debido a que cada cristal alineado a lo largo de un eje diferente para los cristales vecinos o cercanos, cada cristal

cambia la luz polarizada a un cierto ángulo dependiendo del eje y su grosor. El límite entre cristales es presentado por una combinación radical en los colores.

BASES TEORICAS

Polarización

La luz, al igual que todas las radiaciones electromagnéticas, de acuerdo con la teoría electromagnética debe ser una onda transversal, y la dirección de los vectores vibratorios eléctricos y magnéticos deben ser normales a la dirección de propagación y no paralelos a ella como en las ondas longitudinales. Las ondas transversales de la figura 10.1 tienen como característica adicional una polarización plana.

Esto significa que las vibraciones del vector E son paralelos entre sí en todos los puntos de la onda. En un punto cualquiera, el vector ordinario E y la dirección de propagación forman un plano, que se llama plano de vibración.

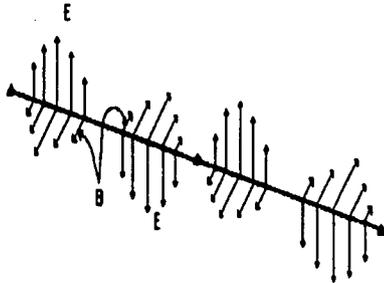


Figura 10.1

En una onda transversal polarizada en un plano es necesario especificar dos direcciones, la de la perturbación ondulatoria (E) y de propagación. En una onda longitudinal estas direcciones son idénticas. En las ondas transversales polarizadas en un plano, pero no en las longitudinales, podemos esperar por consiguiente, una falta de simetría con respecto a la dirección de propagación.

La intensidad de un rayo polarizado que llega a un analizador es proporcional al cuadrado de la amplitud, la intensidad transmitida I varía con θ según la expresión:

$$I = I_m \cos^2 \theta \quad (1)$$

siendo I_m el máximo valor de la intensidad transmitida.

Polarización por reflexión

Malus descubrió en 1809 que la luz puede polarizarse parcial o totalmente por reflexión. Este efecto puede observarse por ejemplo viendo la luz del sol reflejada en el agua teniendo puestas gafas para el sol hechas de lámina polarizada, basta con inclinar la cabeza de un lado a otro, girando así las láminas polarizadas, para observar que la intensidad de la luz solar reflejada pasa por un mínimo.

La figura 10.2 representa un haz de luz no polarizada que llega a una superficie de cristal. El vector E para cada tren de ondas en el haz se puede descomponer en dos partes, una perpendicular al plano de incidencia, y otra contenida en ese plano. La primera componente representada por los puntos, se llama componente σ (que significa perpendicular). La segunda componente, representada por las flechas, se llama componente π (de paralelo). Estas dos componentes son de igual amplitud.

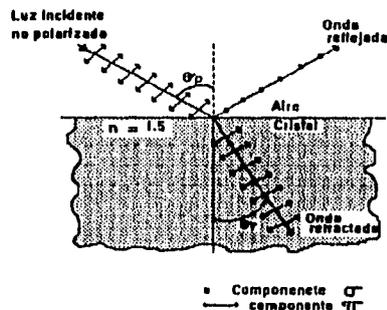


Figura 10.2

Para el ángulo de polarización se encuentra experimentalmente que los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.

$$\theta_p + \theta_r = 90^\circ \quad (2)$$

De la ley de Snell, $\eta_1 \text{ Sen } \theta_p = \eta_2 \text{ Sen } \theta_r$ (3)

Combinando estas ecuaciones se obtiene:

$$\eta_1 \text{ Sen } \theta_p = \eta_2 \text{ Sen } (90^\circ - \theta_p) = \eta_2 \text{ Cos } \theta_p,$$

$$\text{o sea, } \tan \theta_p = \frac{\eta_2}{\eta_1} \quad (4)$$

expresión en que el rayo incidente está en el medio uno y el rayo refractado en el medio dos. Esta expresión se puede escribir así:

$$\tan \theta_p = \eta \quad (5)$$

siendo $\eta = \eta_2/\eta_1$ el índice de refracción del medio dos con respecto al medio uno. La última ecuación se conoce como la ley de Brewster.

Polarimetría

La actividad óptica es una medida de la capacidad de ciertas sustancias para hacer girar luz polarizada en un plano.

El término polarimetría, tal como se ha usado por muchos químicos, puede definirse como el estudio de la rotación de la luz polarizada por sustancias transparentes. La dirección y el grado de rotación (potencia rotatoria óptica) es útil para el análisis cualitativo y cuantitativo, y para la determinación de estructuras químicas.

Color de Interferencia

Un cristal anisótropo incoloro entre polarizadores cruzados puede presentar colores brillantes. Esto es motivado por el hecho de que los dos rayos que cruzan en una dirección dada no tiene la misma velocidad y por tanto uno gradualmente se adelanta al otro. La cantidad que uno se adelanta al otro depende de la diferencia de sus velocidades y la distancia que han viajado con esta diferencia de velocidades. Cuando esta cantidad es pequeña, la luz con cierta longitud de onda corta en un rayo estará en fase opuesta con la luz de la misma longitud de onda corta del otro rayo. Cuando vemos estos componentes de luz que están vibrando todos en el mismo plano, encontramos que esta longitud de onda corta ha sido suprimida de la luz blanca, por lo cual da el color complementario, el color que queda cuando uno de los constituyentes de la luz blanca ha sido sustraído. Este color, que se debe a la interferencia de un rayo con otro que se queda retrasado respecto a él es llamado color de interferencia, y si el atraso es mayor, la longitud de onda que está en fase opuesta es una longitud de onda mayor. Esto significa que para una placa dada de cristal anisótropo entre polarizadores cruzados, el color variará con el espesor del cristal.

Las longitudes cortas de onda del espectro visible nos dan el color violeta. Cuando se substraen éstas, el color resultante es el amarillo. Las longitudes de onda algo más largas dan el azul. Cuando se substraen éstas, tenemos el anaranjado. Después, la sustracción del verde nos da el rojo, y luego amarillo, anaranjado y rojo, substraídos en sucesión nos dan violeta, azul y verde.

MATERIAL Y EQUIPO

- * Diferentes sustancias: Agua de la llave, agua de lluvia, sal, azúcar, carbonato, almidón comercial y alcohol.
- * Dos filtros polarizados, cámara fotográfica y tripie, cajas petri y una fuente de luz.

PROCEDIMIENTO

Se preparan diferentes soluciones en tubos de ensaye. Las muestras pueden ser por ejemplo:

- 1.- Agua simple de la llave
- 2.- Agua previamente calentada
- 3.- Agua con sal
- 4.- Agua con azúcar
- 5.- Agua con carbonato
- 6.- Agua con almidón comercial
- 7.- Agua con alcohol
- 8.- Agua de lluvia

Para las muestras 3,4,5,6 y 7, se deben preparar muy diluidas.

El equipo que se emplea para esta práctica es el que se muestra en el la figura 10.3, y básicamente consiste en una fuente de luz (foco de 60 w), un par de filtros polarizados, cajas petri de vidrio, una gradilla y una cámara fotográfica.

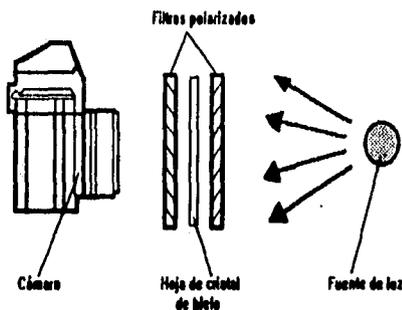


Figura 10.3

Una vez preparadas las muestras, se colocan cada una de ellas en las cajas petri, se debe tener cuidado de que el volumen de las muestras sea pequeña. Las cajas petri con las muestras se meten a un congelador para que se cristalicen. Una vez hechos los cristales de las diferentes muestras, se coloca una de ellas entre los filtros polarizados, se enciende la fuente de luz y se analiza el cristal de

frente, se hace girar el segundo filtro polarizado o analizador hasta que se perciba la máxima intensidad luminosa y la mayor diversidad de colores que se producen a través del cristal. Anotar el ángulo al que se giró el analizador y hacer las anotaciones de las observaciones que se hacen en el análisis de cada una de las muestras, haciendo mención de las principales propiedades ópticas observadas. Dar una explicación y discutir cómo afecta los contaminantes de cada muestra en la forma y tamaño de los cristales. Escribir conclusiones generales.

CUESTIONARIO

- 1.- ¿Cómo puede saberse si las lentes de unos anteojos oscuros para el sol están hechos de un material polarizado?
- 2.- Justamente antes de que se rompa una burbuja de jabón, su superficie se oscurece. Explicar esta observación.
- 3.- Describir de manera breve el significado del término birrefringencia.
- 4.- Una lámina de material polarizado puede utilizarse como polarizador o como analizador. ¿Cuál es la diferencia entre estas dos aplicaciones?
- 5.- Si el hielo es birrefringente, ¿Por qué no vemos dos imágenes de los objetos observados a través de un cubo de hielo?
- 6.- Calcular el ángulo de Brewster para un vidrio de borosilicato con un índice de refracción $n_D = 1.47$. Describese el procedimiento para comprobar éste resultado.
- 7.- La luz se mueve con una velocidad de $2.25 \cdot 10^{10}$ cm/s en el agua, ¿Cuál es el índice de refracción en el agua?
- 8.- Suponer dos filtros polaroid formando un ángulo de 45° entre sí. ¿Qué fracción aproximada de luz se eliminará de un haz que atravesara por este sistema?

BIBLIOGRAFIA

1.- Física.

Robert Resnick, David Halliday., Vol. II.

2.- Introducción a los Métodos de Cristalografía Optica.

F. Donald Bloss. 1970.

3.- Cristales y Luz, una Introducción a la Cristalografía Optica.

Elizabeth A. Wood. 1968.

CONCLUSIONES

Se cumplió con los objetivos fundamentales que se plantearon al principio de la tesis, principalmente el de rehabilitar el equipo que estaba en desuso en el laboratorio debido a que se encontraba descompuesto o estaba incompleto, o simplemente no se usaban, como lo fueron los casos de los equipos para las prácticas de movimiento rotacional y de la balanza electrostática para la determinación de la Ley de Coulomb. También se puso en funcionamiento por primera vez equipo nuevo como el conductímetro digital y su celda electrolítica. Las prácticas en conjunto cumplieron con los tres aspectos planteados inicialmente, los cuales son: 1) Física básica; 2) Técnicas modernas en el manejo y obtención de datos experimentales y 3) Física aplicada, en éste último punto se hizo hincapié en la aplicación de la Física en el estudio de la Química. Finalmente, se espera que, al implementar estas prácticas junto con otras desarrolladas en otros proyectos, ayuden a colaborar en la reestructuración académica presentada por la Coordinación de los Laboratorios de Física en 1990, la cual tiene como principal finalidad el de elevar el nivel académico de la Física experimental.

Cada una de las prácticas fueron presentadas frente a grupos de laboratorio correspondientes, y de acuerdo a la opinión propia de los mismos alumnos y de algunos profesores del laboratorio, los principales problemas que se presentaron en cada una de ellas fueron los siguientes:

En la práctica de movimiento rotacional los problemas que se presentaron fueron el armar adecuadamente el equipo, ya que éste estaba totalmente desmantelado, fue necesario implementar algunas piezas como tornillos, un eje de bicicleta y otras partes de madera. Otro problema a resolver fue el de usar adecuadamente el equipo, ya que no se contaba con algún manual de referencia apropiado que indicara el procedimiento para armarlo y realizar algún experimento. El problema que se presentó al exponerla frente a grupo fue el momento en que los alumnos debían realizar las mediciones directas del tiempo y el desplazamiento de manera simultánea y activar el

vibrador eléctrico, esto se superó con una nueva explicación del procedimiento y una demostración de la primera medición. Se cumplió con todos los objetivos planteados al principio de la práctica.

En la práctica de la determinación de la ley de Coulomb, el principal problema fue el de adaptar los cables de torsión que carecía en un principio la balanza de torsión, fue necesario probar con diferentes tipos de cables hasta encontrar el más apropiado de acuerdo a los valores de su coeficiente de torsión, dando como resultado que el más adecuado fue el cable de Nicromel cedula 35. La calibración de la balanza de torsión se hizo experimentalmente empleando un procedimiento dinámico. Otro problema que se presentó en el momento de hacer el experimento por primera vez y también frente a un grupo de alumnos, fue el de cargar eléctricamente las esferas por inducción, ya que la influencia de factores ambientales como corrientes de aire y la humedad, dificultó la realización de éste fenómeno. Finalmente sí logró cumplir con los objetivos planteados en la práctica.

En la práctica de soluciones conductoras de la corriente eléctrica, los problemas que se presentaron inicialmente fue el diseño mismo de la práctica para física usando sustancias químicas usando un conductímetro digital, en la cual se emplean algunos conceptos relacionados con la conductividad eléctrica.

Los principales problemas que se presentaron cuando fue expuesta ante un grupo de alumnos de laboratorio fue primeramente el tiempo de realización, ya que no fue suficiente dos sesiones de laboratorio para la explicación teórica y el procedimiento experimental, además de preparar las diferentes soluciones y hacer sus mediciones de conductividad eléctrica, y finalmente realizar la titulación química usando la misma técnica. Se recomienda para ésta práctica el contar con las soluciones de trabajo ya preparadas y valoradas, además de contar con una campana de extracción en laboratorio, y contar con por lo menos otro conductímetro digital con su respectiva celda.

En la práctica del estudio de cristales de hielo usando luz polarizada, también fue expuesta frente a un grupo de alumnos, y los principales problemas que se presentaron fueron el de preparar las diferentes muestras de cristales de hielo, debido a que en el laboratorio de física no cuenta con un congelador propio, la práctica se desarrolló en parte en otro departamento, y debido también a que su congelador no alcanzó temperaturas lo suficientemente bajas, algunas de las muestras no lograron su temperatura de cristalización. Otro problema a que se enfrentaron los alumnos fue el del tiempo relativamente corto para estudiar los cristales de hielo, debido a que estos al ser muy delgados se derriten en poco tiempo. Se sugiere también que el laboratorio cuente con un congelador adecuado.

En la práctica de modelos de difracción usando luz polarizada se cumplió con los objetivos planteados al inicio de la misma. Los primeros problemas que surgieron al diseñar esta práctica fue el de crear las rejillas de difracción con los modelos moleculares en dos dimensiones tal como lo indica la referencia bibliográfica, se logró hacer estos diseños con el software adecuado y una impresora láser, y finalmente reducidas en transparencias fotográficas. La práctica fue diseñada de manera cuantitativa y se aplicó la ley de Bragg. Se logró obtener todos y cada uno de los modelos de difracción de Laue reportados en referencia, aunque con una menor nitidez, debido principalmente a que el tamaño de las rejillas de difracción no fueron lo suficientemente pequeñas en la reducción fotográfica en relación al valor de la longitud de onda utilizada. Otro problema que se presentó fue el de relacionar estos modelos de difracción de Laue con las figuras de Bravais. En esta práctica los alumnos observaron un ejemplo claro aplicación de la física en el estudio de la Química.

Todas las prácticas desarrolladas en la presente tesis pueden ser analizadas de manera más profunda, principalmente por los profesores del Laboratorio de Física, y seguir siendo expuestas ante grupos de laboratorio, y en base a los resultados que se obtengan puedan ser mejoradas posteriormente, y ser implementadas de manera definitiva en los diferentes manuales de prácticas del mismo Laboratorio.

BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Aiba S. **Biochemical Engineering.**
1973., pp. 187 a 191.
- 2.- Alonso M. y Finn. **Física.**
1976. V. II. pp. 457 a 480.
- 3.- Bermúdez P. **Teoría y Práctica de la Espectroscopia de Rayos-X.**
1967. pp. 60 a 68.
- 4.- Bertin P. E. **Principles and Practice of X-Ray Spectrometric Analysis.** 1979. pp. 3 a 85.
- 5.- Blackwood O. H. **Física General.**
1971. pp. 133 a 142; 279 a 291.
- 6.- Bloss F. D. **Introducción a los métodos de Cristalografía Óptica.**
1970. pp. 19; 118 a 120, y 164.
- 7.- Branson L. K. **Mecánica para Estudiantes de Ingeniería.**
1970. pp. 158 a 178.
- 8.- Brescia F. **Fundamentos de Química.**
1975. pp. 251 a 271.
- 9.- Brisse F. **Journal of Chemical Education.**
V. 52, Núm 6., Junio de 1975.
- 10.- Bueche F. J. **Física para Estudiantes de Ciencia e Ingeniería.**
1977. V. I y II. pp. 1 a 24; 162 a 208; 291 a 310.
- 11.- Castellan W. G. **Fisicoquímica.**
1983. pp. 718 a 740.
- 12.- Charlot G. **Curso de Química Analítica General.**
1975. V. II. pp. 122 a 132.
- 13.- Doglas C. G. **Física Universitaria.**
1988. V. II. pp. 475 a 495; 793 a 818.
- 14.- Feynman R. P. **Lectures on Physics.**
Capítulos 33 y 35.
- 15.- Flaschka H. A. **Química Analítica Cuantitativa.**
1973. V. II. pp. 427 a 437.
- 16.- Grant I. S. **Electromagnetismo.**
1979. pp. 18 a 57.

- 17.- Gray H. B. **Principios Básicos de Química.**
1976. secc. 2-9 a 2-16.
- 18.- Hecht E. **Física en Perspectiva.**
1987. pp. 333 a 345; 359 a 480.
- 19.- Hewitt P. G. **Conceptos de Física.**
1992. pp. 67 a 100; 346 a 378; 418 a 504.
- 20.- Higgins I. J. **Biotechnology, Principles and Applications.**
1985. pp. 114 a 177.
- 21.- Jaramillo M. G. **Electricidad y Magnetismo.**
1990. pp. 1 a 29; 181 a 195; 221 a 227.
- 22.- Kip. F. A. **Fundamentos de Electricidad y Magnetismo.**
1962. pp. 21 a 81.
- 23.- Kisman E. M. **Science Probe.**
Abril de 1992. pp. 56 a 58.
- 24.- Kittel C. **Introducción a la Física del Estado Sólido.**
1981. pp. 24 a 64.
- 25.- Klug P. H. **X-Ray Diffraction Procedures.**
1987. pp. 1 a 125.
- 26.- Kratochvíl P. **Crystals.**
1967. pp. 22 a 28.
- 27.- Lesensky G. C. **Journal of Chemical Education.**
V. 68. Núm. 2., Febrero de 1991.
- 28.- Mc. Kelvey J. P. **Física para Ciencias e Ingeniería.**
1978. V. I. pp. 249 a 299; 1981. V. II. 607 a 665.
- 29.- Meiners H. F. **Laboratory Physics.**
1969. pp. 243 a 247.
- 30.- Novikoff A. B. **Estructura y Dinámica Celular.**
1986. pp. 32 a 34.
- 31.- Pinzon A. E. **Física I.**
1987. pp. 153 a 156.
- 32.- Preston W. D. **The art of Experimental Physics.**
1991. pp. 105 a 113; 180 a 195.
- 33.- Purcell E. M. **Electricidad y Magnetismo.**
1988. V. II. pp. 2 a 40.

- 34.- Resnick R. **Física.**
1977. V. I y II. pp. 225 a 285; 477 a 483; 517 a 522; 855 a 873;
1383 a 1480; 1578 a 1600.
- 35.- Riley J. P. y Chester R. **Introducción a la Química Marina.**
1989. pp. 28 a 35.
- 36.- Scott T. W. **Física de Electricidad y Magnetismo.**
1975. pp. 25 a 64.
- 37.- Sears F. W. **Física Universitaria.**
1986. pp. 209 a 247; 531 a 541; 933 a 950.
- 38.- Shurcliff W. A. **Luz Polarizada.**
1968. pp. 1 a 12; 23 a 55.
- 39.- Singer F. L. **Nociones de Electricidad.**
1981. pp. 5 a 33.
- 40.- Smith G. F. **Optica.**
1979. pp. 125 a 127; 140 a 142; 358 a 364.
- 41.- Stanley W. **Guía para Mediciones Electrónicas y Prácticas de Laboratorio.** 1980., pp. 50 a 98.
- 42.- Strobel H. A. **Instrumentación Química.**
1982. pp. 341 a 345.
- 43.- Tipler P. A. **Física.**
1976. pp. 343 a 365.
- 44.- Wall N. C. **Physics Laboratory Manual.**
1972. pp. 93 a 102.
- 45.- Weidner R. T. **Elementos de Física Clásica.**
1981. V. II. pp. 1 a 36.
- 46.- Willard H. H. **Métodos Instrumentales de Análisis.**
1974. pp. 267 a 313; 434; 447; 601 a 610; 787 a 817.
- 47.- Wood E. A. **Cristales y Luz, una Introducción a la Cristalografía Óptica.** 1968. pp. 94, 95, 160 y 161.
- 48.- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAD, OIML.
Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement.
1993., 101 p.