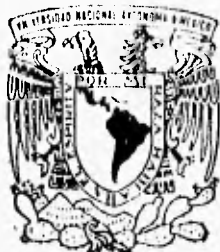


15  
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"IMPLEMENTACION DE UN SISTEMA DE BOMBEO.  
EN PARALELO CONECTADO A UNA RED ABIERTA  
EN EL LABORATORIO DE HIDRAULICA DE LA F.I.,  
UNAM."

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**I N G E N I E R O   C I V I L**

**P R E S E N T A :**

**MANUEL MOISES CABRERA DELGADILLO**



CIUDAD UNIVERSITARIA

MAYO - 1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-123/95

Señor  
**MANUEL MOISES CABRERA DELGADILLO**  
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. ARTURO NAVA MASTACHE, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"IMPLEMENTACION DE UN SISTEMA DE BOMBEO EN PARALELO CONECTADO A UNA RED ABIERTA EN EL LABORATORIO DE HIDRAULICA DE LA F.I., UNAM."**

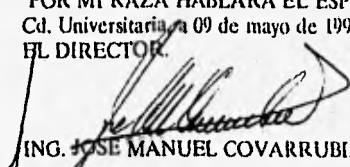
**INTRODUCCION**

- I. ANTECEDENTES
  - II. TEORIA Y FUNCIONAMIENTO DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS
  - III. TEORIA Y FUNCIONAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE BOMBEO
  - IV. INSTALACION DE UN SISTEMA DE BOMBEO EN PARALELO CONECTADO A UNA RED ABIERTA EN EL LABORATORIO DE HIDRAULICA
  - V. PRACTICAS PARA EL LABORATORIO DE HIDRAULICA
  - VI. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS
- BIBLIOGRAFIA**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, a 09 de mayo de 1995.  
EL DIRECTOR.



ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/GMP\*jbr

**DEDICO ESTA TESIS:**

**EN MEMORIA DE MIS ABUELOS:**

**Ing. Manuel M. Cabrera Luna †  
Ma. Luisa Sánchez de Cabrera †  
Ing. Guillermo Delgadillo Cercado †  
Gertrudis Tiburcio Vda. de Delgadillo**

**CON AMOR Y APRECIO A MI MADRE:**

**Ma. de los Angeles Delgadillo Tiburcio**

**CON CARIÑO Y APRECIO A MIS HERMANOS:**

**Guillermo, Angeles y Guadalupe**

**A MI ADORABLE SOBRINO:**

**Victor Manuel**

**A MI FACULTAD, AMIGOS Y MAESTROS**

# ÍNDICE

ÍNDICE	IX - 1
INTRODUCCIÓN	X- 1
<b>1 ANTECEDENTES</b>	
1.1 Definición de fluido	1 - 1
1.1.1 El fluido como medio continuo	1 - 1
1.2 Sistema de unidades	1 - 2
1.2.1 Sistema internacional de unidades SI	1 - 2
1.2.2 Sistema MKS gravitacional y absoluto	1 - 3
1.2.3 Sistema CGS absoluto y gravitacional	1 - 3
1.3 Propiedades de los fluidos	1 - 3
1.3.1 Densidad específica o absoluta	1 - 3
1.3.2 Peso específico	1 - 4
1.3.3 Densidad relativa	1 - 5
1.3.4 Viscosidad dinámica	1 - 5
1.3.5 Viscosidad cinemática	1 - 7
1.4 Presión	1 - 8
1.4.1 Definición	1 - 8
1.4.2 Ley de Pascal	1 - 9
1.4.3 Propiedades	1 - 10
1.4.4 Unidades de presión	1 - 10
1.5 Gasto o caudal	1 - 11
1.5.1 Definición	1 - 11
1.5.2 Ecuación de continuidad	1 - 11
1.5.3 Unidades de gasto	1 - 12
1.6 Energía en el fluido	1 - 12
1.6.1 Clasificación de las energías de un fluido incompresible	1 - 12
1.6.2 Energía potencial geodésico	1 - 13
1.6.3 Energía de presión	1 - 14
1.6.4 Energía cinética	1 - 14
1.7 Ecuación de Bernoulli para el fluido ideal	1 - 15
1.7.1 Deducción energética de la ecuación de Bernoulli para un hilo de corriente en régimen permanente	1 - 15
1.7.2 Ecuación de Bernoulli generalizada para un tubo de corriente	1 - 16
1.8 La ecuación de Bernoulli y el primer principio de la termodinámica	1 - 17
1.9 Energías específicas y la ecuación de Bernoulli expresadas en alturas equivalentes	1 - 18
1.10 Ecuación de Bernoulli para el fluido real	1 - 20
1.11 Ecuación de Bernoulli generalizada o ecuación de la energía	1 - 20
1.12 Teorema de impulso y cantidad de movimiento	1 - 21
<b>2 TEORÍA Y FUNCIONAMIENTO DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS</b>	
2.1 Clasificación de las máquinas de fluido	2 - 1

## ÍNDICE

2.2	Definición de bomba	2 - 2
2.3	Elementos constitutivos de las bombas	2 - 2
2.4	Leyes de similitud	2 - 3
2.4.1	Condiciones de similitud	2 - 3
2.4.2	Seis leyes de semejanza de las bombas hidráulicas	2 - 4
2.5	Velocidad específica (Ns)	2 - 5
2.6	Planos de representación de una turbomaquinaria	2 - 7
2.7	Teoría del funcionamiento de las turbomáquinas	2 - 9
2.8	Concepto de eficiencia	2 - 11
2.9	Clasificación de las bombas rotodinámicas	2 - 13
2.9.1	Bombas de flujo radial	2 - 14
2.9.2	Bombas de flujo mixto	2 - 15
2.9.3	Bombas de flujo axial	2 - 15
2.10	Curvas características y de isoeficiencia	2 - 16
2.11	Ensayo completo de una bomba	2 - 17
2.12	Ensayo completo de las bombas del Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.	2 - 17
2.12.1	Descripción del banco de ensayo	2 - 18
2.12.2	Lecturas de ensayo	2 - 20
2.13	Obtención de las curvas características de las bombas del Laboratorio de Hidromecánica	2 - 21
2.13.1	Cálculo del gasto	2 - 21
2.13.2	Cálculo de la carga de la bomba	2 - 23
2.13.2.1	Presión de succión	2 - 24
2.13.2.2	Presión de descarga	2 - 24
2.13.2.3	Velocidad de succión y descarga	2 - 24
2.13.2.4	Carga de la bomba radial	2 - 25
2.13.2.5	Modificaciones en los instrumentos de medición de la bomba radial	2 - 26
2.13.2.6	Carga de la bomba mixta	2 - 28
2.13.3	Cálculo de la potencia hidráulica	2 - 29
2.13.4	Cálculo de la potencia eléctrica	2 - 29
2.13.5	Cálculo de la potencia al freno	2 - 29
2.13.6	Cálculo de la eficiencia	2 - 30
2.13.7	Resultado de las mediciones y obtención de las curvas características de las bombas del laboratorio	2 - 31
2.13.7.1	Tabla de resultados de la bomba de flujo radial	2 - 31
2.13.7.2	Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto	2 - 35
2.13.8	Curvas características de las bombas del Laboratorio de Hidráulica	
2.13.8.1	Bomba radial	2 - 42
2.13.8.2	Bomba mixta	2 - 43
<b>3</b>	<b>TEORIA Y FUNCIONAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE BOMBEO</b>	
3.1	Sistemas de bombeo	3 - 1
3.1.1	Sistemas de bombeo en serie	3 - 1
3.1.2	Sistema de bombeo en paralelo	3 - 2
3.1.3	Operación de bombas en serie-paralelo	3 - 3
3.2	Pérdidas de energía en una conducción	3 - 4
3.2.1	Pérdidas mayores en la conducción	3 - 5

## ÍNDICE

---

3.2.1.1	Fórmula de Darcy-Weisbach	3 - 5
3.2.1.2	Número de Reynolds	3 - 8
3.2.1.3	Diagrama universal de Moody	3 - 9
3.2.2	Pérdidas locales en la conducción	3 - 12
3.3	Condiciones de succión	3 - 14
3.3.1	Presión de vapor	3 - 14
3.3.2	Presión de bombeo	3 - 14
3.3.3	Carga neta positiva de la succión ( CNPS ) o (NPSII)	3 - 15
3.3.3.1	Carga neta positiva de la succión disponible	3 - 16
3.3.3.2	Carga neta positiva de la succión requerida	3 - 16
3.3.4	Cavitación	3 - 16
3.4	Condiciones de descarga	3 - 17
3.4.1	Carga estática	3 - 17
3.4.2	Carga estática total	3 - 17
3.4.3	Elevación estática de succión o carga estática de succión	3 - 17
3.4.3.1	Elevación de succión	3 - 18
3.4.3.2	Carga de succión	3 - 18
3.4.4	Carga estática de descarga	3 - 19
3.4.5	Carga de fricción o de pérdidas	3 - 19
3.4.6	Carga de velocidad	3 - 19
3.4.7	Carga de descarga	3 - 19
3.4.8	Carga total o de bombeo	3 - 19
3.5	Curvas del sistema hidráulico	3 - 20
3.5.1	Curva de fricción de un sistema	3 - 20
3.5.2	Curva de carga del sistema	3 - 20
3.6	Punto de operación	3 - 24
3.7	Sistema de tubos	3 - 24
3.7.1	Conducto sencillo	3 - 24
3.7.2	Sistemas de tubos en paralelo	3 - 27
4	INSTALACIÓN DE UN SISTEMA DE BOMBEO EN PARALELO CONECTADO A UNA RED ABIERTA EN EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA	
4.1	Ubicación del sistema	4 - 1
4.2	Croquis del sistema	4 - 2
4.3	Descripción del sistema	4 - 3
4.4	Datos del sistema	4 - 3
4.4.1	Secciones del sistema	4 - 3
4.4.2	Características de las secciones	4 - 4
4.4.3	Costo del sistema de bombeo	4 - 5
4.5	Condiciones de operación	4 - 7
4.6	Curvas de resistencia teóricas de las diferentes condiciones de operación del sistema de bombeo	4 - 8
4.6.1	Cálculo de la curva de resistencia	4 - 8
4.6.2	Sustitución numérica de las ecuaciones	4 - 13
4.6.2.1	Pérdidas de energía debidas a accesorios	4 - 13
4.6.2.2	Pérdidas por fricción	4 - 14
4.6.2.3	Ecuación general para cada condición utilizando los coeficientes K de pérdida por accesorios	4 - 15

---

## ÍNDICE

---

4.6.2.5	Obtención de los coeficientes de fricción	4 - 19
4.6.3	Tabla de valores de las curvas de resistencia teórica para las diferentes condiciones de operación del sistema,	4 - 21
4.7	Puntos de operación teórico y experimental de las diferentes condiciones de operación del sistema	4 - 27
5	<b>PRÁCTICAS PARA EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA</b>	
5.1	Práctica de Hidromecánica, Bombas 1, Curvas características	5 - 1
5.2	Práctica de Hidromecánica, Bombas en paralelo (Punto de operación)	5 - 11
6	<b>CONCLUSIONES Y COMENTARIOS</b>	
6.1	Sobre el punto de operación	6 - 1
6.2	Sobre el planteamiento teórico	6 - 2
6.3	Sobre la instalación	6 - 2
6.4	Sobre las prácticas del Laboratorio	6 - 4
6.5	Sobre esta tesis y su elaboración	6 - 4
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>XI - 1</b>



Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

---

# Introducción

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

## INTRODUCCION

Las bases de nuestra moderna civilización se sustentan en solventar sus necesidades, y es la Ingeniería civil la principal responsable de que esos recursos sean apropiados.

Sin duda el recurso más importante para el ser humano, junto con el sol y el aire, es el agua, ya que no hay actividad humana que no tenga una relación directa o indirecta con este elemento; siendo el principal problema para el aprovechamiento de este recurso su transporte.

Para satisfacer esta necesidad, el hombre en el principio de su civilización, se ubicaba en la fuente de este recurso, ya sea en las orillas de los lagos, ríos o en la desembocadura de éstos en el mar; al ir creciendo el número de individuos de una sociedad, el problema se va agravando, teniéndose que resolver, bajo la acción creativa de la ciencia y la técnica, especializándose hasta hoy en la hidráulica.

Esta parte de la Ingeniería, se ha procurado de mecanismos especializados, que permiten el transporte del agua a través de tuberías o canales, esos mecanismos llamados bombas, aun que no son altamente eficientes, son los que principalmente se usan, haciéndose indispensable su estudio y comprensión.

Es bajo esta expectativa que este tema participa como una herramienta para el conocimiento de éstas máquinas, presentando el valor que le da la experimentación al entendimiento e información de éstas, complementando la formación teórica que el estudiante de Ingeniería civil recibe.

Esta tesis presenta la experiencia realizada a dos bombas centrifugas distintas y su comportamiento trabajando conectadas a una red abierta, con el objetivo de establecer un conjunto de prácticas para el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., tendientes a mostrar el comportamiento real de éstas máquinas.

El laboratorio de Hidráulica tenía una carencia muy marcada en la impartición de las prácticas relacionadas con la asignatura de Hidromecánica, al presentarse de manera exclusivamente teórica el comportamiento de éstas máquinas operando en paralelo, cabe señalar que a nivel teórico se cumplían con los aspectos más fundamentales en el aprendizaje del funcionamiento de las bombas, sin embargo éste trabajo lleva al alumno a la aplicación práctica de los conocimientos expuestos de manera teórica, pudiendo comprobar el funcionamiento de éstos equipos, de tal manera que el Laboratorio de Hidráulica introduce al alumno a

comprender y ampliar sus conocimientos de manera más objetiva, despertando el interés de éstos en el desarrollo de éstas prácticas.

Para éste fin, el capítulo 1 "Antecedentes", presenta los conocimientos básicos indispensables de la Hidráulica de fluidos, necesarios para sustentar la "Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas", conocimientos presentados en el capítulo 2, donde, además de la extensa información teórica, se muestra el comportamiento real de dos bombas centrífugas distintas, una de flujo mixto y la segunda de flujo radial, a partir de las pruebas realizadas a su funcionamiento bajo distintas velocidades de giro, se presentan sus curvas características resultantes.

El capítulo 3 "Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo" expresa los conocimientos adquiridos de estudiar tanto teórica como experimentalmente, el funcionamiento de los sistemas de tuberías y el comportamiento de las bombas integradas a éstos, permitiendo conocer las variables afectadas y permitir el paso de su estudio en el siguiente capítulo.

En el capítulo 4 "Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el laboratorio de Hidráulica", se explica el acondicionamiento de un modelo de pruebas que permite el estudio del comportamiento de las bombas y las variables teóricas afectadas, bajo las diferentes condiciones de operación que permite el modelo, tal experiencia permite conocer el alcance de los valores teóricos contra los reales, los resultados presentan la variación de los parámetros en estudio y cuestionan la validez de la teoría.

Conocidos los resultados y la importancia de éstos, se presenta en el capítulo 5 "Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica", el conjunto de prácticas de laboratorio que permitirán compartir tal conocimiento a los alumnos de la carrera de Ingeniero civil de la U.N.A.M..

El capítulo 6 "Conclusiones y comentarios", resalta el resultado de la experimentación, el nuevo conocimiento adquirido, y la experiencia de impartir las prácticas propuestas en el laboratorio de hidráulica, así mismo se menciona el aprovechamiento de los alumnos y de las necesidades académicas que se descubrieron, todo con el fin de mejorar la calidad académica de los egresados y el incremento de la infraestructura del laboratorio.

**Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.**

---

# Capítulo 1

## Antecedentes

## 1. Antecedentes

---

### 1. Antecedentes

#### 1.1 Definición de fluido

De acuerdo con el aspecto físico que tiene la naturaleza, la materia se puede clasificar en tres estados: sólido, líquido y gaseoso, de los cuales los dos últimos se conocen como fluidos.

A diferencia de los sólidos, por su constitución molecular los fluidos pueden cambiar continuamente las posiciones relativas de sus moléculas, sin ofrecer gran resistencia al desplazamiento entre ellas, aún cuando éste sea muy grande.

Considerando que un fluido cualquiera tiene un volumen definido que varía ligeramente con la presión y la temperatura, al colocar cierta cantidad de aquel en un recipiente de mayor volumen, adopta la forma del mismo y deja una superficie libre o de contacto entre el líquido y su propio vapor, la atmósfera u otro gas presente. No sucede lo mismo si una cantidad igual de gas se coloca en el recipiente, pues este fluido se expande hasta ocupar el máximo volumen que se le permita sin presentar una superficie libre. Solo en éstas condiciones el gas logra su equilibrio estático.

Los fluidos más importantes por abundancia y aplicación son el agua y el aire, para el caso que ocupa esta tesis, se estudiará el primero, debido a la importancia que representa como elemento vital para todo ser vivo, y como elemento difusor de energía.

##### 1.1.1 El fluido como medio continuo

El análisis riguroso del comportamiento de un fluido debería considerar la acción individual de cada molécula; sin embargo, en las aplicaciones propias de la ingeniería el centro de interés reside sobre las condiciones medias de velocidad, presión, temperatura, densidad, etc., de ahí que en lugar de estudiar por separado la conglomeración real de las moléculas, se supone que el flujo es un medio continuo, es decir, una distribución continua de la materia sin espacios vacíos. Tal suposición es normalmente justificable debido a que el número de moléculas consideradas en esta situación es muy grande y la distancia entre ellas es muy pequeña.

## 1. Antecedentes

---

### 1.2 Sistema de unidades

Las magnitudes físicas se cuantifican en términos de las dimensiones fundamentales, utilizándose dos sistemas de unidades de medida: absoluto y gravitacional. En el primer sistema las dimensiones fundamentales son masa, longitud y tiempo [M,L,T]; en segundo, fuerza, longitud y tiempo [F,L,T].

El sistema gravitacional [F,L,T], llamado también técnico es el más utilizado en los problemas de ingeniería, a pesar de que el peso de un cuerpo representa una fuerza que varía de un lugar a otro de acuerdo con la aceleración de la gravedad. Por el contrario, la masa del cuerpo es siempre constante y por ésta razón el sistema absoluto [M,L,T] ha sido elegido como el sistema científico internacional (ref. 1).

Las actuales ciencias de la ingeniería se basan en la mecánica newtoniana y con base en la segunda ley de Newton del movimiento

$$F = ma \quad (1.1)$$

se establecen las unidades básicas que satisfacen esta ecuación, es decir las unidades de longitud, tiempo, masa y fuerza (ref. 5).

#### 1.2.1 Sistema internacional de unidades, SI

Entre los sistemas de unidades, se ha generalizado el denominado sistema internacional de unidades SI, adoptado en la XI conferencia general de pesas y medidas, celebrada en París en Octubre de 1960. Este sistema toma como magnitudes fundamentales: la longitud, la masa, el tiempo, la intensidad de corriente eléctrica, la temperatura termodinámica, y la intensidad luminosa, a las cuales asigna respectivamente las unidades llamadas: metro, kilogramo masa, segundo, amperio, grado Kelvin y Candela.

Tabla 1.1 Magnitudes y Unidades Fundamentales en el SI, (ref.2).

Magnitud fundamental	Unidad Fundamental	
	Nombre	Símbolo
Masa	Kilogramo	kg.
Longitud	Metro	m
Tiempo	Segundo	s
Intensidad de Corriente Eléctrica	Amperio	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	cd

## 1. Antecedentes

---

### 1.2.2 Sistema M.K.S. gravitacional y absoluto

En diversos países que originalmente adoptaron a partir de 1960 el sistema S.I., se sigue utilizando en forma general el sistema MKS (metro, kilogramo-fuerza, segundo) gravitacional, tanto para transacciones comerciales como en asuntos ingenieriles y técnicos, debido a que la utilización del Newton como unidad de fuerza, requeriría hacer una recalibración de las básculas usadas en actividades comerciales, evento que por ser de carácter económico-social ha impedido su generalización (ref. 6), el sistema absoluto maneja dimensiones de [M,L,T] cambiando la denominación de kilogramo-fuerza al de kilogramo-masa.

Tabla 1.2 Sistema MKS gravitacional (ref. 6)

Magnitud fundamental	Unidad Fundamental	
	Nombre	Símbolo
Longitud	Metro	m
Fuerza	kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s

EXPRESIÓN DIMENSIONAL [ L, F, T ]

### 1.2.3 Sistema CGS absoluto y gravitacional

Este sistema ha caído en desuso y no es sino el manejo de submúltiplos decimales de las respectivas unidades del sistema M.K.S., siendo centímetros, gramo (masa o fuerza) y segundos sus unidades fundamentales.

## 1.3 Propiedades de los fluidos

### 1.3.1 Densidad específica o absoluta

La densidad es la masa de fluido contenida en la unidad de volumen, y se define como:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.2)$$

donde: m masa en kg, SI  
V volumen en m<sup>3</sup>, SI

## 1. Antecedentes

---

La densidad absoluta es función de la temperatura y de la presión. La variación de la densidad absoluta de los líquidos es muy pequeña, salva a muy altas presiones y para todos los cálculos prácticos esta pequeña variación puede despreciarse.

Dimensiones:

$$[\rho] = [ML^{-3}] \quad \text{S. absoluto}$$

$$[\rho] = [L^{-3}FT^0] \quad \text{MKS gravitacional}$$

Unidades en SI :

$$1\rho = 1\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

### 1.3.2 Peso específico

El peso específico es el peso por unidad de volumen, y se define como:

$$\gamma = \frac{W}{V} \quad (1.3)$$

donde:  $W$  peso en N, SI  
 $V$  volumen en  $\text{m}^3$ , SI

El peso específico es función de la temperatura y de la presión, aunque en los líquidos no varía prácticamente con ésta última.

Dimensiones:

$$[\gamma] = \frac{[W]}{[V]} = [FL^{-3}T^0] = [ML^{-2}T^{-2}] \quad \text{S. absoluto}$$

$$[\gamma] = \frac{[W]}{[V]} = [L^{-3}FT^0] \quad \text{MKS gravitacional}$$

Unidades en el SI:

$$1\gamma = \frac{1\text{N}}{\text{m}^3} = 1\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2\text{s}^2} = 1\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Como  $W=mg$ , de la Ec. ( 1.2 ) y ( 1.3 ) se deduce que:

$$\gamma = \rho g \quad (1.4)$$



## 1. Antecedentes

---

### 1.3.3 Densidad relativa

Es la relación entre la masa del cuerpo a la masa de un mismo volumen de agua destilada a la presión atmosférica y a cuatro grados centígrados. En virtud de la Ec. ( 1.4 ), esta relación es igual a la de los pesos específicos del cuerpo en cuestión y del agua en las mismas condiciones. Es evidente que la densidad relativa es una magnitud adimensional. La densidad relativa es función de la temperatura y de la presión, definiéndose como:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{agua}}}$$

### 1.3.4 Viscosidad dinámica

Un sólido puede soportar esfuerzos normales (llamados así por que la fuerza es normal al área que resiste a la deformación) de dos clases: de compresión y de tensión. Un líquido puede soportar esfuerzos de compresión, pero no de tensión. Los sólidos y los fluidos pueden estar sometidos también a esfuerzos cortantes o esfuerzos tangenciales. En ellos la fuerza es paralela al área sobre la que actúa. En los fluidos la deformación aumenta bajo la acción del esfuerzo cortante, por pequeño que este sea.

Entre las moléculas de un fluido existen fuerzas moleculares que se denominan fuerzas de cohesión. Al desplazarse unas moléculas con relación a las otras se produce a causa de ellas una fricción. El coeficiente de fricción interna del fluido se denomina viscosidad y se designa con la letra  $\mu$ .

El estudio de la viscosidad y de sus unidades se hace conveniente mediante la ley de Newton, que cumplen los fluidos llamados newtonianos.

Supóngase una capa de fluido newtoniano de espesor  $Y_0$  comprendido entre dos placas planas paralelas, la inferior fija y la superior libre. Sobre la placa superior actúa una fuerza tangencial constante  $F$ . La experiencia enseña que la placa se desplaza paralelamente a sí misma con una velocidad  $V_0$ . ( fig. 1.1)

1. Antecedentes

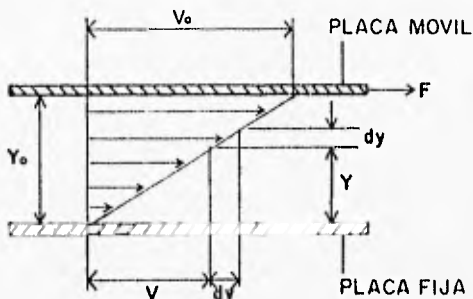


FIG. 1.1

La ley experimental descubierta por Newton, que rige este fenómeno, afirma que la fuerza  $F$  es proporcional a la superficie  $A$  de la placa en movimiento, al gradiente de velocidad y a un coeficiente  $\mu$ , que se denomina viscosidad absoluta o viscosidad dinámica:

$$F = A\mu \frac{dv}{dy} \quad (1.5)$$

o bien por definición,  $F/A$  el esfuerzo unitario cortante, que llamaremos  $\tau$ :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (1.6)$$

Dimensiones:

$$[\tau] = [M L^{-1} T^{-1}] \text{ S. absoluto}$$

$$[\tau] = [L^{-2} F T] \text{ MKS gravitacional}$$

Unidades en SI:

$$1\mu = 1 \frac{\text{dina} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} = 1 \frac{\text{gmasa}}{\text{cm} \cdot \text{s}} = 1\text{P}$$

esta unidad es conocida como Poise en honor a Poiseuille, (ref. 2)

$$1\mu = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = 1\text{Pa} \cdot \text{s} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg s}}{\text{m}^2}$$

1 dina en CGS absoluto,  $\text{dina} = \text{g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$

## 1. Antecedentes

---

En los fluidos en reposo  $V=0$ ,

$$\frac{dv}{dy} = 0 \text{ y } \tau = 0$$

El esfuerzo cortante es nulo y el único esfuerzo existente es el normal o presión. Esto simplifica enormemente el estudio de la hidrostática. El fluido real en reposo se comporta exactamente como un fluido ideal ( $\mu=0$ ). Las únicas fuerzas que actúan sobre un fluido en reposo son la gravedad en dirección vertical y la presión en dirección normal a la superficie considerada.

### 1.3.5 Viscosidad Cinemática

En hidrodinámica intervienen junto con las fuerzas debidas a la viscosidad, las fuerzas de inercia, que dependen de la densidad. Por eso tiene un significado importante la viscosidad dinámica referida a la densidad, o sea la relación de la viscosidad dinámica  $\mu$  y la densidad  $\rho$ , que se denomina viscosidad cinemática, (ref. 2)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.7)$$

Dimensiones:

$$[\nu] = [L^2 T^{-1}] \text{ S. absoluto y MKS gravitacional}$$

Unidades en SI:

$$1\nu = 1 \frac{m^2}{s}$$

En la práctica se ha utilizado mucho más el Stoke :  $(St) = 1cm^2/s$ , en honor a Stokes, sistema CGS.

$$1St = 10^{-4} \frac{m^2}{s}$$

Unidades propuestas por el MKS.

## 1. Antecedentes

---

### 1.4 Presión

#### 1.4.1 Definición

Un cuerpo de peso  $W$ , se encuentra en equilibrio sobre una superficie horizontal, siendo  $A$  el área de contacto. Se llama Presión del cuerpo sobre la superficie horizontal de apoyo, debida a la fuerza vertical  $W$ , a la relación, (ref. 2)

$$P = \frac{W}{A} \quad (1.8)$$

Si se divide imaginariamente el fluido ( fig. 1.2 ), por un plano  $\pi$ , y aislamos la parte superior, el cuerpo seguirá en reposo.

Estas fuerzas elementales, son las fuerzas debidas a la presión  $P$  que la parte inferior ejerce sobre la superior iguales y de sentido contrario al peso  $W$  de la parte superior. El fluido aislado está, pues, sometido a una fuerza proporcional a su masa, que es la fuerza de la gravedad y a una fuerza proporcional a su superficie y normal a ella, que es la fuerza de presión. Si se llama a esta fuerza superficial  $\Delta F_p$  y a la superficie de contacto  $\Delta A$ , se define la presión medida sobre la superficie  $\Delta A$  así:

$$\bar{p} = \frac{\Delta F_p}{\Delta A}$$

y la presión en un punto:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_p}{\Delta A} = \frac{dF_p}{dA}$$

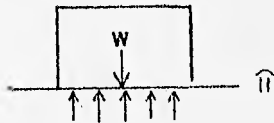


FIG 1.2

## 1. Antecedentes

En general, pues, la presión medida se define como:

$$\bar{P} = \frac{F}{A}$$

donde : F fuerza normal a la superficie A.

Al igual que los objetos sólidos de gran volumen ejercen grandes fuerzas sobre sus soportes, los fluidos también ejercen una presión mayor al aumentar la profundidad. El fluido que se encuentra en el fondo de un recipiente está siempre sometido a una presión mayor que en la superficie. Esto se debe al peso del líquido que hay arriba. Debe señalarse, entonces, una diferencia entre la presión ejercida por los sólidos y la ejercida por los líquidos. Un objeto sólido puede ejercer solamente una fuerza hacia abajo debida a su peso. A cualquier profundidad en un fluido, la presión es la misma en todas las direcciones.

Puesto que el peso que se encuentra por arriba es proporcional a su densidad, la presión a cualquier profundidad también corresponderá a la densidad del fluido. Si se considera una columna rectangular de fluido que se extiende desde la superficie hasta una profundidad h, el peso de toda la columna actúa sobre el área de la superficie A en el fondo de la columna (ref. 7).

En la Ec.(1.3) se puede escribir el peso de la columna como:

$$W = \gamma V = \gamma Ah$$

La presión (peso por unidad de área) a la profundidad h será:

$$P = \frac{W}{A} = \gamma h \quad (1.9)$$

o en términos de la densidad de masa,

$$P = \gamma h = \rho gh \quad (1.10)$$

### 1.4.2 Ley de Pascal

El concepto de presión antes visto se aplica al fluido mismo, pero desafortunadamente no puede aplicarse la expresión (1.10) en la mayoría de los casos. cualquier líquido en un recipiente abierto es afectado por la presión atmosférica además de la presión originada por su propio peso. Ya que el líquido es relativamente incomprensible, la presión externa de la atmósfera se transmite en igual medida a través de todo el volumen del líquido. Este hecho, establecido por primera vez por el matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), se llama ley de Pascal. Generalmente puede ser enunciado como sigue:

*Una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del fluido (ref. 7).*

## 1. Antecedentes

---

La mayor parte de los dispositivos que miden la presión directamente, miden en realidad la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica. el resultado se llama presión manométrica.

La presión absoluta en cualquier punto dentro de un fluido será entonces (ref.1):

$$P = P_a + \gamma Z$$

donde:  $P_a$  representa la presión atmosférica sobre la superficie libre del líquido y  $Z$  la profundidad del punto considerado en el seno del líquido.

### 1.4.3 Propiedades

Primera Propiedad:

La presión en un punto de un fluido en reposo es igual en todas direcciones ( principio de Pascal ).

Segunda Propiedad:

La presión en todos los puntos situados en un mismo plano horizontal en el seno de un fluido en reposo es la misma.

Tercera Propiedad:

En un fluido en reposo la fuerza de contacto que ejerce en el interior de un fluido una parte del fluido sobre la otra contigua al mismo, tiene la dirección normal a la superficie de contacto.

Cuarta Propiedad:

La fuerza de la presión en un fluido en reposo se dirige siempre hacia el interior del fluido, es decir, es una compresión.

Quinta Propiedad:

La superficie libre de un líquido en reposo es siempre horizontal.

### 1.4.4 Unidades de presión

Dimensiones:

$$[P] = [F L^{-2}] = [M L^{-1} T^{-2}] \text{ S. absoluto}$$

$$[P] = [F L^{-2}] \text{ MKS gravitacional}$$

Unidades en el SI:

$$1P = 1 \frac{N}{m^2}$$

## 1. Antecedentes

---

o bien expresada en las unidades del sistema absoluto:

$$1 \frac{N}{m^2} = 1 \frac{Kg}{m \cdot s^2}$$

esta unidad ha recibido el nombre de Pascal ( Pa ):

$$1 \frac{N}{m^2} = 1 Pa$$

En unidades del MKS gravitacional:

$$1 P = 1 \frac{kg}{m^2}$$

## 1.5 Gasto o caudal

### 1.5.1 Definición

El gasto o caudal es el volumen de fluido por unidad de tiempo que pasa a través de una sección transversal a la corriente y se reconoce por el símbolo  $Q$ .

Suponiendo que los fluidos en movimiento exhiben un flujo laminar, es decir, que toda partícula de un fluido sigue la misma trayectoria (al pasar por un punto en particular) que la seguida por las partículas anteriores, así mismo se considera al fluido incompresible y que no representa un rozamiento interno apreciable. En estas condiciones se pueden hacer ciertas predicciones acerca de la velocidad  $v$  de flujo del fluido a lo largo de una tubería o recipiente, durante un intervalo de tiempo  $t$ , cada partícula en la corriente se mueve una distancia  $vt$ . El volumen  $V$  que fluye a través de la sección transversal  $A$  se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$V = Avt$$

De este modo el gasto  $Q$  (volumen por unidad de tiempo) puede calcularse de:

$$Q = \frac{Avt}{t} = Av \quad (1.11)$$

$$\text{GASTO} = \text{AREA}(\text{sección transversal}) \cdot \text{VELOCIDAD}$$

### 1.5.2 Ecuación de continuidad

Si el fluido es incompresible y se ignoran los efectos del rozamiento interno, el gasto  $Q$  permanecerá constante. Esto significa que la variación en la sección transversal del tubo, dará como resultado un cambio en la velocidad del líquido, de modo que el producto  $vA$  permanecerá constante. Esto puede escribirse simbólicamente como:

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (1.12)$$

## 1. Antecedentes

---

Un líquido fluirá con mayor rapidez a través de una sección estrecha del tubo y más lentamente a través de secciones más amplias.

### 1.5.3 Unidades de gasto

Dimensiones:

$$[Q] = [L^3 T^{-1}] \text{ MKS gravitacional y S. absoluto}$$

Unidades en SI y MKS

$$1Q = 1m^3/s$$

## 1.6 Energía en el Fluido

### 1.6.1 Clasificación de las energías de un fluido incompresible

La energía antiguamente se definió así: capacidad de un cuerpo de realizar trabajo mecánico. Posteriormente se demostró la equivalencia del calor y trabajo mecánico. La energía puede revestir formas muy diversas, que según la ley universal de la conservación de la energía o primer principio de la termodinámica, puede transformarse unas en otras.

En hidráulica el tipo de energía que adquiere interés, es la energía de movimiento, que solo existe cuando pasa energía de un cuerpo a otro.

El estudio se simplifica porque la mecánica del fluido incompresible, (ref. 2):

- a) No se ocupa del calor ni de su transformación en otras formas de energía,
- b) No se ocupa de la energía atómica liberada en la fisión o fusión del átomo, de la energía química liberada o absorbida en las reacciones químicas, ni de las formas de energía como la eléctrica, magnética, etc.
- c) Se ocupa solo de las tres formas siguientes de energía del fluido; energía potencial geodésica, energía de presión y energía cinética.
- d) Estudia las transformaciones de éstas tres formas entre sí y de su intercambio con el trabajo mecánico.

Dimensiones:



## 1. Antecedentes

---

$$[E] = [M L^2 T^{-2}] \text{ S. absoluto}$$
$$[E] = [F L T^0] \text{ MKS gravitacional}$$

Unidades en SI:

$$1E = 1N \cdot m = 1 \frac{Kg \cdot m^1}{m \cdot s^1}$$

La unidad de energía y trabajo del SI se denomina Joule ( J ):

$$1(J) = 1N \cdot m = 1 \frac{Kg \cdot m^1}{m \cdot s^1}$$

En MKS gravitacional

$$1E = kg \cdot m$$

En mecánica de fluidos se prefiere utilizar más que la energía total E, la energía específica e, (ref. 2)

En SI :

$$e = \frac{E}{m} = \frac{\text{Energía}}{\text{Masa}}$$

Dimensiones:

$$[e] = \frac{[E]}{[M]} = [L^2 T^{-2}] \text{ en SI}$$

### 1.6.2 Energía potencial geodésica

Energía potencial geodésica o simplemente de posición, es igual al trabajo que la fuerza de gravedad puede ejercer cuando su altura desciende de nivel o cota. Cuando el líquido se remonta, con una bomba, por ejemplo, del nivel inferior  $Z_1$  al nivel superior  $Z_2$ , es preciso ejercer sobre el un trabajo contra la fuerza de gravedad igual y de sentido contrario, que se transforma en la susodicha energía potencial. Las energías se refieren a un plano de referencia  $Z=0$ . Siendo la fuerza de gravedad igual al peso del fluido,  $W = \rho g V_z$ , se tiene:

Energía geodésica total:

## 1. Antecedentes

---

$$E_z = \rho g V z$$

( J, SI )

Energía geodésica específica (ref. 2)

$$e_z = \frac{\rho g V z}{\rho V} = g z \quad (1.13)$$

( m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> , SI )

### 1.6.3 Energía de presión

El trabajo que realiza un fluido atribuido a la presión es:

$$T = P \Delta v = P V$$

donde  $V = \Delta v$  es el volumen del fluido y P la presión.

Luego un volumen V a la presión P posee la energía de presión PV.

Se tiene por tanto:

$$E_r = P V = \frac{P \rho V}{\rho} = P \frac{m}{\rho}$$

la energía de presión total es pues:

$$E_r = \frac{P}{\rho} m$$

( J, SI )

la energía de presión específica será (ref. 2) :

$$e_r = \frac{P}{\rho} \quad (1.14)$$

( m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> , SI )

### 1.6.4 Energía cinética

La energía cinética  $E_v$  de un fluido se define como:

## 1. Antecedentes

---

$$E_v = m \frac{v^2}{2}$$

donde  $m$  es la masa total de fluido y  $v$  es la velocidad. Ya que la masa permanece constante, un cambio en la energía cinética  $\Delta E_v$  es el resultado de la diferencia de la velocidad del fluido, el cambio en energía cinética es:

$$E_{v2} - E_{v1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

La energía cinética específica será (ref. 2):

$$e_v = \frac{v^2}{2} \quad (1.15)$$

(  $m^2/s^2$  , SI )

### 1.7 Ecuación de Bernoulli para el fluido ideal

#### 1.7.1 Deducción energética de la ecuación de Bernoulli para un hilo de corriente en régimen permanente

En un fluido ideal no hay viscosidad, ni rozamiento ni, por tanto transformación de energía hidráulica en energía térmica. Además en régimen permanente la trayectoria de una partícula de fluido coincide con una línea de corriente.

En el tránsito de la partícula de un punto a otro de una línea de corriente, la energía podrá transformarse de una clase a otra, pero según el principio de conservación de la energía, la suma total de la energía que posee la partícula debe permanecer constante. Considerando energías específicas, esta suma en un fluido ideal e incompresible se compone de energía de posición  $Zg$ , energía de presión  $P/\rho$  y energía de velocidad  $v^2/2$ . La suma de éstas tres energías debe pues permanecer constante.

#### ECUACION DE BERNOULLI PARA UN HILO DE CORRIENTE

$$z_1g + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = z_2g + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \quad (1.16)$$

Nótese que aún en un fluido ideal sin pérdidas, y sin adición ni cesión de energía, no se opone al principio de conservación de la energía el

## 1. Antecedentes

que las partículas situadas en líneas de corriente diversas puedan transportar diversa cantidad de energía, ver fig. 1.3.

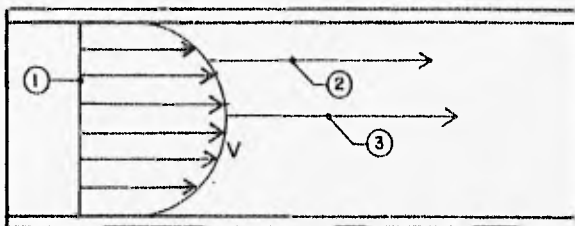


Fig. 1.3 Representación de un fluido ideal en régimen rotacional entre dos placas paralelas.

Por tanto, es posible que en un fluido ideal se cumpla ( 1.16 ) por que 1 y 2 están sobre la misma línea de corriente, no así en:

$$zg + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = zg + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$

por que 1 y 3 están en distinta línea de corriente. En tal caso el filamento de corriente 1-2 transporta, por ejemplo, menos energía que el filamento de corriente 3, pero la energía no se perdería.

### 1.7.2 Ecuación de Bernoulli generalizada para un tubo de corriente

Se demuestra matemáticamente que para la ecuación de Bernoulli se cumpla entre dos puntos cualesquiera, no situados en una misma línea de corriente ( puntos 1 y 3 de la fig. 1.3 ) de un tubo de corriente imaginario o materializado ( tubería o canal ), además de ser el fluido ideal ( viscosidad cero ) es menester que el flujo sea irrotacional ( las partículas se trasladan sin realizar giro alguno alrededor de su centro de gravedad ). Si se cumple la hipótesis de que el flujo es irrotacional además de ser el

## 1. Antecedentes

---

fluido ideal, la ecuación ( 1.16 ) se cumple entre dos puntos cualesquiera de un fluido.

Es decir:

### ECUACION DE BERNOULLI PARA UN TUBO DE CORRIENTE ( 1ª forma )

$$z_1g + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = z_2g + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \quad ( 1.17 )$$

Adviértase que 1 y 2 no están necesariamente en la misma línea de corriente,  $v_1$  y  $v_2$  son velocidades medias, y el fluido es ideal e irrotacional.

## 1.8 La ecuación de Bernoulli y el primer principio de la termodinámica

El primer principio de la termodinámica o principio de la conservación de la energía, en forma diferencial puede enunciarse así:

$$dQ = du + Pdv + v dP + de_v + de_z + dw \quad ( 1.18 )$$

donde

- dQ calor absorbido o cedido por el fluido, en kg.:
- u energía interna específica, en kg.
- P presión, en  $\text{kg}/\text{m}^2$
- v volumen específico
- $e_v$  energía cinética específica,  $v^2/2$
- $e_z$  energía de posición específica,  $Zg$
- W trabajo realizado por el fluido o absorbido, en kg.

En el SI todos los términos están expresados en:

$$\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Aplicando la Ec. ( 1.18 ) al flujo de un fluido ideal en una tubería:

$dW=0$  ( el fluido no realiza ni absorbe trabajo )

$dQ=0$  ( tubería calorífugada )

## 1. Antecedentes

Si no hay rozamiento ( fluido ideal ) y el proceso ( el flujo en la tubería en el caso ) puede considerarse reversible,  $du + Pdv = dQ$  ; pero  $dQ=0$ . Luego  $du + Pdv = 0$ .

$$e_v = \frac{v^2}{2}$$

$$e_z = zg$$

$$v = \frac{1}{\rho} = C \quad (\text{fluido incompresible})$$

Por tanto (1.18) se transforma en:

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + d(zg) = 0$$

e integrando entre dos puntos cualesquiera 1 y 2 se tiene:

$$z_1g + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = z_2g + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$

que es la misma Ec. ( 1.17 ).

### 1.9 Energías específicas y la ecuación de Bernoulli expresadas en alturas equivalentes

Dimensionalmente dividiendo [e] por la aceleración de la gravedad  $[g] = [L T^{-2}]$ , se obtiene:

$$\frac{[e]}{[g]} = \frac{[L^2 T^{-2}]}{[L T^{-2}]} = L$$

llamaremos a:

$$\frac{e}{g} = H \quad (1.19)$$

altura equivalente, que es una medida expresada en metros columna de fluido.

## 1. Antecedentes

---

Aplicando la Ec. ( 1.19 ) sucesivamente a las Ecs. ( 1.13 ), ( 1.14 ) y ( 1.15 ) se obtiene:

$$\text{Carga de posición} \quad \frac{e_r}{g} = z \quad (1.20)$$

$$\text{Carga de presión} \quad \frac{e_r}{g} = \frac{P}{\rho g} \quad (1.21)$$

$$\text{Carga de velocidad} \quad \frac{e_r}{g} = \frac{v^2}{2g} \quad (1.22)$$

Así mismo, dividiendo todos los términos de la Ec. ( 1.17 ) por  $g$ , se obtiene la:

### ECUACION DE BERNOULLI PARA UN TUBO DE CORRIENTE ( 2ª forma )

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (1.23)$$

o bien:

$$Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = C$$

que se denomina energía total  $H$ , a la constante  $C$  de la ecuación de Bernoulli en la forma ( 1.23 ) o sea:

$$H = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

la altura total es la suma de las cargas de presión, posición y cinética, y es constante en el fluido ideal e incompresible.

Carga piezométrica  $h$

$$h = Z + \frac{P}{\gamma}$$

La carga piezométrica en un fluido real pero incompresible en reposo es constante.

## 1. Antecedentes

### 1.10 Ecuación de Bernoulli para el fluido real

En un fluido real, la viscosidad origina un rozamiento, tanto del fluido con el contorno que lo rodea ( tubería, canal, etc. ) cuanto de las partículas del fluido entre sí. Entonces la ecuación de Bernoulli Ec. (1.13) no se cumple. Naturalmente se sigue cumpliendo el principio de la conservación de la energía o primer principio de la termodinámica. Es decir, además de las tres clases de energía enumeradas, aparece la energía de fricción, que según la termodinámica no es una energía distinta de las que figuran en la Ec. ( 1.14 ), la fricción provoca tan solo una variación del estado térmico del fluido. En el fluido real:

$$du \neq 0$$

Esta fricción en la mecánica de fluidos incompresibles no es aprovechable y solo en este sentido se le llama energía perdida, o bien expresada en forma de altura, altura perdida H.

#### ECUACION DE BERNOULLI PARA EL FLUIDO REAL

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + Hr_{1-2} \quad (1.24)$$

donde  $Hr_{1-2}$  altura perdida entre el punto 1 y el punto 2

### 1.11 Ecuación de Bernoulli generalizada o Ecuación de la Energía

Si la corriente atraviesa una o varias máquinas que le suministran energía ( bombas ), experimenta un incremento de energía que, expresada en forma de altura, se le llama  $\Sigma H_b$ . Así mismo si la corriente atraviesa una o varias máquinas a las que cede energía ( turbinas ), experimenta un decremento de energía, que expresada en forma de altura, se le llama  $\Sigma H_t$ . Por tanto:

#### ECUACION DE BERNOULLI GENERALIZADA O ECUACION DE LA ENERGIA

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \Sigma H_b = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma H_t + \Sigma Hr_{1-2}$$

donde:



## 1. Antecedentes

---

$\frac{P_1}{\gamma}, \frac{P_2}{\gamma}$	carga de presión
$\frac{v_1^2}{2g}, \frac{v_2^2}{2g}$	carga de velocidad
$Z_1, Z_2$	carga de posición
$\sum H_{r_{1-2}}$	suma de todas las pérdidas hidráulicas entre 1 y 2
$\sum H_b$	suma de los incrementos de altura proporcionados por las bombas instaladas por 1 y 2
$\sum H_t$	suma de los incrementos de altura absorbida por los motores ( turbinas ) instalados entre 1 y 2

Las adiciones en la ecuación de Bernoulli, conforman una nueva ecuación que en general recibe el nombre de ecuación de la energía y se acostumbra expresar como sigue:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \sum H_b = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum H_t + \sum H_{r_{1-2}} \quad (1.25)$$

o bien:

$$H_1 + \sum H_b = H_2 + \sum H_t + \sum H_{r_{1-2}} \quad (1.26)$$

donde:

$$H_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$H_2 = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

### 1.12 Teorema de impulso y cantidad de movimiento

La ecuación de impulso y cantidad de movimiento en un cuerpo o volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton (Ec. 1.1). Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa M al

## 1. Antecedentes

producto de ésta por su velocidad. Por tanto, la segunda ley de Newton establece lo que sigue (ref. 1):

*La suma vectorial de todas las fuerzas  $F$  que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal, "cantidad de movimiento de la masa de fluido", es decir:*

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

que es equivalente a las tres ecuaciones cartesianas:

$$F_X = m \frac{dv_X}{dt}$$

$$F_Y = m \frac{dv_Y}{dt}$$

$$F_Z = m \frac{dv_Z}{dt}$$

Las fuerzas externas son de dos tipos:

a) Fuerzas de superficie que actúan sobre la masa de fluido, y a su vez, pueden ser: Fuerzas  $F_p$ , normales a la frontera de la masa, que se pueden evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma. Fuerzas  $F_t$ , tangenciales a las fronteras de la masa, que se pueden medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.

b) Fuerzas de cuerpo  $F_c$ , generalmente las de peso propio.

Deduciendo sólo la ecuación según el eje X, para una partícula:

$$dF_X = m \frac{dv_x}{dt} = \rho dQ dt \frac{dv_x}{dt} = \rho dQ dv_x$$

donde:  $dF_X$  es la resultante según el eje X de todas las fuerzas que actúan sobre la partícula.  
 $m$  masa de la partícula que en realidad es infinitesimal, ya que  $m = \rho dV$  (donde  $dV$  - volumen de la partícula)  
 $= \rho dQ dt$ , por que  $dQ = \frac{dv}{dt}$  (donde  $dQ$  - caudal volumétrico).

por tanto:

$$dF_x = \rho dQ dv_x \quad (1.27)$$

integrando la ecuación (1.27) a lo largo de todo el filamento de corriente desde una sección 1 a otra 2, y considerando  $\rho = \text{cte}$  (fluido incompresible) y  $dQ = \text{cte}$  se tendrá:

## 1. Antecedentes

---

$$\int_1^2 dF_x = \rho dQ \int_1^2 dV_x = \rho dQ (v_{x2} - v_{x1})$$

$$F_x = \rho Q (v_{x2} - v_{x1})$$

donde:  $F_x = F_{p_x} + F_{\sigma_x} + F_{C_x}$  (1.28)

Obteniendo finalmente para los tres ejes coordenados:

### EXPRESIÓN PRÁCTICA DEL TEOREMA DE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$F_x = \rho Q (v_{x2} - v_{x1})$$

$$F_y = \rho Q (v_{y2} - v_{y1})$$

$$F_z = \rho Q (v_{z2} - v_{z1}) \quad (1.29)$$

o vectorialmente:

$$\bar{F} = \rho Q \Delta \bar{v} \quad (1.30)$$

igualando las ecuaciones (1.28) y (1.29) se obtiene:

### TEOREMA DE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$F_p + F_{\sigma} + F_C = \rho Q \Delta \bar{v} \quad (1.31)$$

y de la Ec. (1.4)

$$\sum F = \frac{\gamma}{g} Q \Delta \bar{v} \quad (1.32)$$

**Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.**

---

## **Capítulo 2**

# **Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas**

---

**Manuel M. Cabrera Delgadillo**

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

### 2.1 Clasificación de las máquinas de fluido

Debido al enorme desarrollo de la tecnología en la época actual, el ingeniero necesita tener un buen conocimiento de las bombas, pues casi no hay industria o servicio público que no use equipos de bombeo de un tipo u otro.

Una bomba es un impulsor de fluidos, como tal es una máquina de fluido, en donde éste es el receptor de energía, al conceptuarla como máquina, se trata de un transformador de energía.

Etimológicamente por tratarse de agua, se clasifica como una máquina hidráulica, como tal, no varía sensiblemente de densidad en su paso a través de la máquina, por lo cual en el diseño y estudio de la misma se hace la consideración de que la densidad del líquido o del fluido es constante:

$$\rho = \text{cte}$$

Para clasificar las máquinas hidráulicas se atiende al aparato elemental de la máquina que transmite o guía el movimiento, o sea el dispositivo en que se intercambia la energía mecánica en energía hidráulica.

Para el caso particular del ingeniero civil, el tipo de bomba usual es la roto-dinámica, puesto que el órgano transmisor de energía se llama impulsor (ref.2 ), y obedece al giro aplicado en el por medio de una flecha, y por tanto cae en el grupo de las turbomáquinas.

Las turbomáquinas se subdividen en motrices y generatrices. Las primeras absorben energía del fluido y restituyen energía mecánica; mientras que las segundas absorben energía mecánica y restituyen energía al fluido.

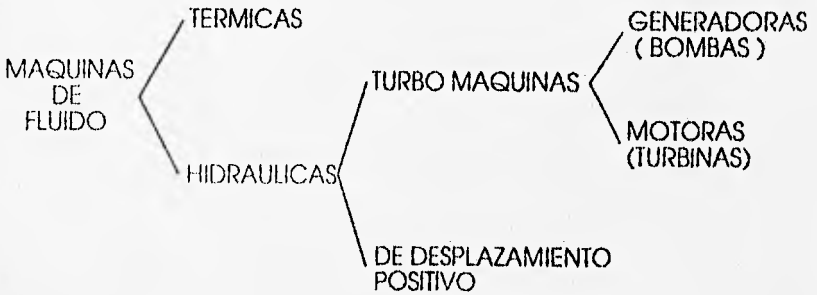


fig. 2.1 Clasificación de las máquinas de fluido.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

### 2.2 Definición de Bomba

Con base en lo estructurado anteriormente se puede concluir que una bomba es: *"una máquina hidráulica generatriz que recibe energía mecánica y la convierte en energía hidráulica, que un fluido adquiere en forma de presión, de posición o de velocidad, sin que éste modifique su densidad"*.

### 2.3 Elementos constitutivos de las bombas

En la figura (2.2) se representa una bomba radial de eje horizontal en la cuál pueden verse los elementos siguientes:

- 1.- Brida de succión.
- 2.- Brida de descarga.
- 3.- Corona directriz.
- 4.- Flecha o eje de giro de la bomba.
- 5.- Impulsor.
- 6.- Alabes del impulsor.
- 7.- Carcaza.

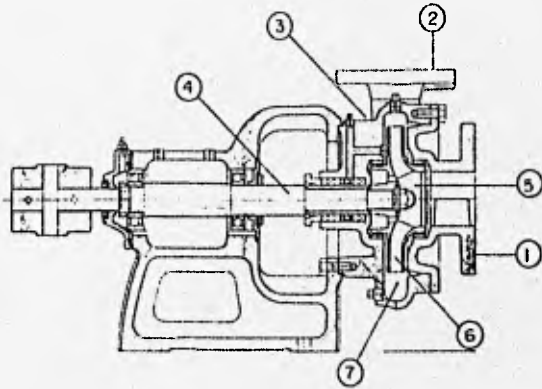


fig. 2.2 Corte longitudinal de una bomba radial de eje horizontal (ref. 3)

## 2.4 Leyes de similitud

En el estudio de las máquinas hidráulicas es necesario poder conocerlos parámetros de funcionamiento de una máquina con base en las mediciones efectuadas en otra semejante o aún en la misma, cuando cambian sus condiciones de operación.

La particularidad que presenta la teoría de la similitud para máquinas hidráulicas consiste en que, en este caso, el modelo no es necesariamente de menor tamaño que el prototipo, sino que puede ser más grande, del mismo tamaño o inclusive modelo y prototipo pueden ser la misma máquina. En efecto, si una máquina funciona adecuadamente con determinados parámetros y, por necesidad de operación, cambian uno o varios de ellos, las leyes de similitud señalan cómo deben alterarse los demás para que el nuevo funcionamiento sea lo más semejante posible al original.

Se designará entonces modelo a la máquina de la cuál se toma la información y prototipo a aquella a la que se desea trasladar dicha información, independientemente del tamaño de cada una de ellas.

Las leyes de similitud sirven:

- a) Para predecir el comportamiento de una máquina de distinto tamaño; pero geoméricamente semejante a otra cuyo comportamiento (caudal, potencia, etc..) se conoce, trabajando bajo las mismas condiciones.
- b) Para predecir el comportamiento de una misma máquina, cuando varía alguna de sus características, por ejemplo en una bomba para predecir cómo varía la carga efectiva cuando varía el número específico de revoluciones.

### 2..4.1 Condiciones de similitud

Las condiciones de similitud en máquinas hidráulicas son las siguientes:

- 1.- Debe existir semejanza geométrica, cinemática y dinámica.
- 2.- La eficiencia del modelo es igual a la del prototipo.

La semejanza geométrica, primera condición de similitud, exige que haya una sola escala de líneas, es decir, no hay modelos distorsionados de máquinas hidráulicas. Además, todos los ángulos correspondientes y la

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

forma de los alabes deben ser iguales en modelo y prototipo. En pocas palabras, el prototipo y el modelo deben ser máquinas de igual tipo y haber sido construidas exactamente bajo las mismas normas de diseño, es decir, también deben proceder de la misma fábrica.

La segunda condición es una hipótesis simplificadora, que no se cumple en la realidad, ya que lógicamente, la eficiencia de las bombas varía al cambiar sus condiciones de operación y es más alta en las máquinas hidráulicas, mientras que éstas sean de mayor tamaño.

### 2.4.2 Seis leyes de semejanza de las bombas hidráulicas

Las tres primeras leyes se refieren a la misma bomba, si se conoce el comportamiento de una bomba *m* de diámetro de salida  $D_m$  y geoméricamente semejante a otra bomba *p* de diámetro  $D_p$ , que puede ser una misma, pero funcionando en condiciones distintas, la relación:

$$\frac{D_p}{D_m} = 1$$

expresa: *la variación de las características de una misma bomba o bombas iguales, cuando varía el número de revoluciones* (ref. 8).

**Primera ley :** La relación de caudales es directamente proporcionales a la velocidad de rotación o velocidades angulares:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m} \quad (2.1)$$

**Segunda ley :** La relación de cargas útiles son directamente proporcionales al cuadrado de la relación de las velocidades de giro:

$$\frac{H_p}{H_m} = \left( \frac{N_p}{N_m} \right)^2 \quad (2.2)$$

**Tercera ley :** La relación de potencias útiles es directamente proporcional al cubo de la relación de las velocidades de giro:

$$\frac{P_p}{P_m} = \left( \frac{N_p}{N_m} \right)^3 \quad (2.3)$$

Las tres siguientes se refieren a dos bombas geoméricamente semejantes pero de diámetro distinto y expresan la: *Variación de las características de dos bombas geoméricamente semejantes con el tamaño, si se mantiene constante el número de revoluciones.*



## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

**Cuarta ley :** La relación de caudales son directamente proporcionales a la relación de diámetros al cubo:

$$\frac{Q_P}{Q_M} = \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^3 \quad (2.4)$$

**Quinta ley :** La relación de cargas útiles es directamente proporcional a la relación de diámetros al cuadrado:

$$\frac{H_P}{H_M} = \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^2 \quad (2.5)$$

**Sexta ley :** La relación entre las potencias útiles es directamente proporcional a la relación de diámetros a la quinta potencia:

$$\frac{P_P}{P_M} = \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^5 \quad (2.6)$$

Estas leyes se pueden relacionar dos a dos, haciendo que varíe primero el diámetro y luego el número de revoluciones, obteniéndose las expresiones siguientes:

$$\frac{Q_P}{Q_M} = \left(\frac{N_P}{N_M}\right) \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^3 \quad (2.7)$$

$$\frac{H_P}{H_M} = \left(\frac{N_P}{N_M}\right)^2 \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^2 \quad (2.8)$$

$$\frac{P_P}{P_M} = \left(\frac{N_P}{N_M}\right)^3 \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^5 \quad (2.9)$$

### 2.5 Velocidad específica (Ns)

Es la velocidad a la que giraría la bomba para aportar un gasto y una carga unitaria.

La velocidad específica se calcula sólo para las condiciones de diseño de la bomba.

Sean dos bombas, modelo (m) y prototipo (p), geoméricamente semejantes: de las leyes de similitud o semejanza se puede demostrar que:

2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

$$\frac{Q_p}{Q_M} = \left( \frac{N_p}{N_M} \right) \left( \frac{D_p}{D_M} \right)^3 \quad (2.7)$$

$$\frac{H_p}{H_M} = \left( \frac{N_p}{N_M} \right)^2 \left( \frac{D_p}{D_M} \right)^2 \quad (2.8)$$

de donde:

$$\frac{D_p}{D_M} = \left( \frac{N_M Q_p}{N_p Q_M} \right)^{1/3} \quad (2.10)$$

$$\frac{D_p}{D_M} = \left( \frac{H_p}{H_M} \right)^{1/2} \frac{N_M}{N_p} \quad (2.11)$$

igualando (2.10) y (2.11):

$$\left( \frac{N_M Q_p}{N_p Q_M} \right)^{1/3} = \left( \frac{H_p}{H_M} \right)^{1/2} \frac{N_M}{N_p}$$

elevando a la 3/2 :

$$\left( \frac{N_M Q_p}{N_p Q_M} \right)^{1/2} = \left( \frac{H_p}{H_M} \right)^{3/4} \left( \frac{N_M}{N_p} \right)^{3/2}$$

$$\frac{Q_p^{1/2} N_p^{3/2}}{N_p^{1/2} H_p^{3/4}} = \frac{Q_M^{1/2} N_M^{3/2}}{N_M^{1/2} H_M^{3/4}}$$

$$\frac{Q_p^{1/2} N_p}{H_p^{3/4}} = \frac{Q_M^{1/2} N_M}{H_p^{3/4}} \quad (2.12)$$

Este producto se llama:

NUMERO ESPECÍFICO DE REVOLUCIONES

$$N_s = \frac{N Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (2.13)$$

donde: N velocidad angular de la bomba, en r.p.m.  
 Q gasto, en  $m^3/s$   
 H carga de la bomba, en m.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

en MKS gravitacional (rpm,  $m^3/s$ , m), por lo tanto se deduce que:

Dos bombas  $p$  y  $m$  son geoméricamente semejantes, si tienen el mismo valor de velocidad específica:

$$N_{sp} = N_{sM}$$

En el caso de impulsores de doble succión  $N_s$  se calcula utilizando  $Q/2$  en lugar de  $Q$ .

$$N_s = \frac{N(Q/2)^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (2.14)$$

En el caso de bombas de varios pasos de impulsión  $N_s$  se calcula utilizando  $H/n_p$  en lugar de  $H$ , siendo  $n_p$  el número de pasos de impulsión.

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{\left(\frac{H}{n_p}\right)^{3/4}} \quad (2.15)$$

Por lo que respecta a la velocidad de giro  $n$  su valor está dado por :

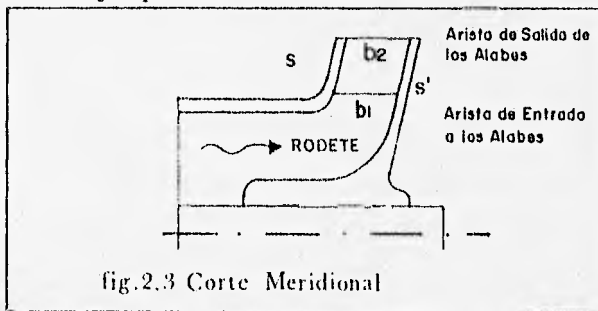
$$N = \frac{60f}{m} \quad (\text{rpm})$$

$f$  es la frecuencia eléctrica ( 60 Hz en México )

$m$  es el número de pares de polo del motor

## 2.6 Planos de representación de una turbo maquinaria

Los dos planos de representación de una turbomáquina son el plano o corte meridional y el plano o corte transversal.



## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

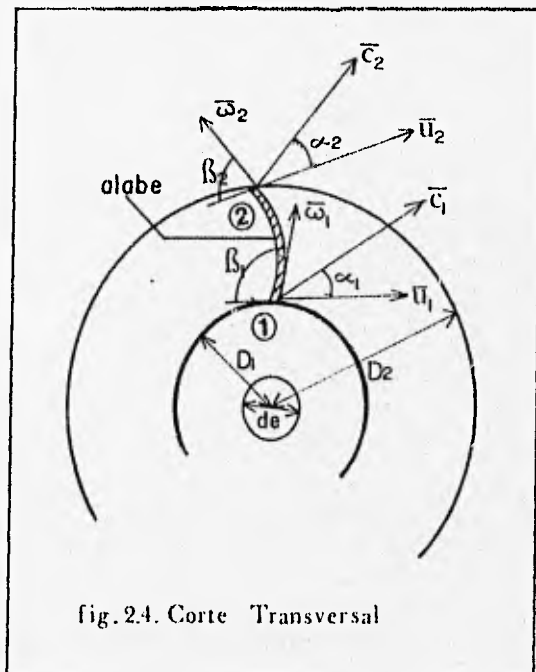
El corte meridional, se llama así porque en él se representa en su verdadera forma las meridianas de las superficies en revolución de la máquina, como son las superficies anterior y posterior del rodete (S y S1 en la figura 2.3).

En este corte se ven también las aristas de entrada y salida de los alabes, los cuales imparten energía al fluido.

Estas aristas (mostradas en la fig. 2.3) son paralelas al eje de la máquina. Los anchos del rodete a la entrada  $b_1$  y a la salida  $b_2$  de los alabes se acotan también en este plano.

El corte transversal (fig. 2.4) es producido por un plano perpendicular al eje, en este se han dibujado los triángulos de velocidad a la entrada y a la salida, se puede observar el álabes del rodete en su verdadera forma, el alabe es una superficie curva con generatrices paralelas al eje de la máquina.

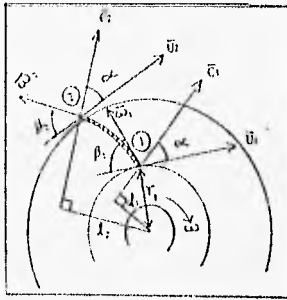
Los diámetros de entrada y salida de los alabes  $D_1$  y  $D_2$  se acotan también en este plano, así como el diámetro del eje  $d_e$  (fig. 2.4).



2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

2.7 Teoría y funcionamiento de las turbomáquinas

Para el análisis de una turbo máquina hidráulica, se acostumbra hacer su representación en el plano transversal. (fig. 2.5)



siendo los puntos 1 y 2 del plano transversal, de entrada y salida respectivamente.

El teorema de impulso y cantidad de movimiento Ec.(1.29) establece:

$$\sum \bar{F} = \frac{\gamma}{g} Q \Delta \bar{v}$$

Si  $\bar{F}$  es la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el fluido,  $Q$  es el gasto en el interior del impulsor y  $\Delta \bar{v}$  es el vector de velocidad del fluido (absoluta) resulta:

$$\sum \bar{F} = \frac{\gamma}{g} Q_{int} (\bar{c}_2 - \bar{c}_1) \quad (2.17)$$

El momento teórico que el impulsor aplica al rodete será:

$$M_t = \frac{\gamma}{g} Q_{int} (c_2 r_2 - c_1 r_1)$$

pero según la figura:

$$M_t = \frac{\gamma}{g} Q_{int} (c_2 r_2 \cos \alpha_2 - c_1 r_1 \cos \alpha_1) \quad (2.18)$$

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

recordando que  $P=M\omega$  (2.19), resulta:

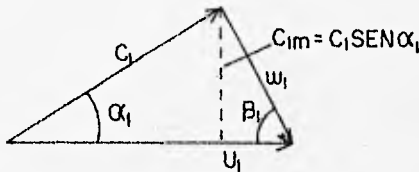
$$P_t = \frac{\gamma}{g} Q_{int} (c_2 r_2 \cos \alpha_2 - c_1 r_1 \cos \alpha_1) \omega \quad (2.20)$$

del triángulo de velocidades fig. 2.6 y 2.7 obtenidas de la fig. 2.5, se observa que:

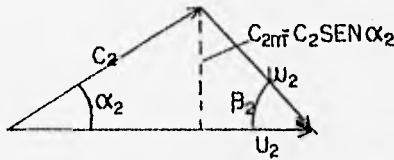
$$Q_{INT} = (cm_1)(2\pi r_1 b_1) \quad \text{entrada}$$

$$Q_{INT} = (cm_2)(2\pi r_2 b_2) \quad \text{salida}$$

Triángulo de velocidades a la entrada:



Triángulo de velocidades a la salida



es importante recordar que :

$$\omega = \frac{2\pi}{60} N \quad (2.21)$$

siendo:  $N$  la velocidad angular, en r.p.m.  
 $\omega$  la velocidad angular, en rad/s

Además se denota que:

$$u = r \omega \quad (2.22)$$

por lo que la ecuación (2.20) se puede escribir:

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

$$P_t = \frac{\gamma}{g} Q_{\text{int}} (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1) \quad (2.23)$$

Si denominamos  $H_t$  la carga teórica que el impulsor transmite al fluido, de la definición de potencia hidráulica se tiene que:

$$P_t = \gamma Q_{\text{int}} H_t \quad (2.24)$$

igualando (2.23) y (2.24)

$$\gamma Q_{\text{int}} H_t = \frac{\gamma}{g} Q_{\text{int}} (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1)$$

obtenemos:

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS BOMBAS  
O ECUACIÓN DE EULER

$$H_t = \frac{1}{g} (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1) \quad (2.25)$$

Del triángulo de velocidades fig. 2.6 y 2.7 se obtiene:

$$\omega^2 = c^2 + u^2 - 2 c u \cos \alpha$$

o bien

$$c u \cos \alpha = \frac{1}{2} (c^2 + u^2 - \omega^2) \quad (2.26)$$

sustituyendo 2.26 en 2.25

$$H_t = \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{2} (c_2^2 + u_2^2 - \omega_2^2) - \frac{1}{2} (c_1^2 + u_1^2 - \omega_1^2) \right]$$

obteniéndose:

SEGUNDA FORMA PARA LA ECUACIÓN DE EULER PARA BOMBAS

$$H_t = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2g} \quad (2.27)$$

## 2.8 Concepto de eficiencia

La carga teórica  $H_t$  que el impulsor da al líquido no es igual a la carga de bombeo  $H_b$ , la diferencia se debe a las pérdidas de carga, no consideradas, en el interior del impulsor.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

La relación entre éstas cargas se denomina eficiencia hidráulica:

$$\eta_H = \frac{H_B}{H_T} \quad (2.28)$$

Por otro lado, el gasto real  $Q$  es menor que el gasto interior del impulsor ( $Q_{INT}$ ). La diferencia se debe a las fugas por la flecha y el flujo de recirculación.

La eficiencia asociada a los gastos se denomina eficiencia volumétrica:

$$\eta_V = \frac{Q}{Q_{INT}} \quad (2.29)$$

Adicionalmente el rozamiento entre el impulsor y la carcasa de la bomba producen pérdidas mecánicas.

La eficiencia mecánica se define como:

$$\eta_M = \frac{P_T}{P_M} \quad (2.30)$$

siendo:  $P_T$  potencia teórica  
 $P_M$  potencia mecánica de la flecha

Finalmente, para fines prácticos solo interesa la relación entre la potencia mecánica de la flecha y la potencia hidráulica que entrega la bomba.

La relación entre ellas se denomina eficiencia de la bomba:

$$\eta_B = \frac{P_H}{P_M} \quad (2.31)$$

Esta eficiencia se puede obtener si se conocen las otras eficiencias:

$$\eta_B = \frac{P_H}{P_M} = \frac{\gamma Q H_B}{P_M}$$
$$\eta_B = \frac{P_H}{P_M} = \frac{\gamma (\eta_V Q_{INT}) (\eta_H H_T)}{\left( \frac{P_T}{\eta_M} \right)}$$



## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

$$\eta_B = \frac{\gamma Q H_T \eta_V \eta_r \eta_M}{P_T}$$

$$\eta_B = \eta_V \eta_r \eta_M \quad (2.32)$$

Por último recordemos que para un conjunto motor bomba se tiene:

$$\eta_{GB} = \frac{P_{Hl}}{P_E} = \frac{\text{Pot. Hid.}}{\text{Pot. Elect.}} \quad (2.33)$$

definiendo la eficiencia del motor como:

$$\eta_M = \frac{P_M}{P_E} \quad (2.34)$$

Bomba global

$$\eta_{GB} = \eta_B \eta_M \quad (2.35)$$

### 2.9 Clasificación de las bombas rotodinámicas

Se puede clasificar las bombas rotodinámicas según las siguientes características:

- Según la dirección del flujo:
  - Bombas de flujo radial
  - Bombas de flujo axial
  - Bombas de flujo radioaxial o mixto
- Según la posición del eje:
  - Bombas de eje horizontal
  - Bombas de eje vertical
  - Bombas de eje inclinado
- Según la presión engendrada:
  - Bombas de baja presión
  - Bombas de media presión
  - Bombas de alta presión
- Según el número de flujos de la bomba:
  - de simple aspiración o de un flujo

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

de doble aspiración o de dos flujos

- Según el número de rodets:  
de un escalonamiento  
de varios escalonamientos
- Según el número específico de revoluciones:  
 $N_s \leq 4600$  [ rpm, gal/min, ft ]  
 $4600 < N_s < 9000$   
 $9000 < N_s < 15000$

### 2.9.1 Bomba de flujo radial

Las bombas de flujo radial tienen **impulsores** generalmente angostos de baja velocidad específica, que desarrollan cargas altas. El flujo es casi totalmente radial y la presión desarrollada es debida principalmente a la fuerza centrífuga.

El flujo al entrar en contacto con los **alabes** sigue una dirección radial y al salir del impulsor también tiene la misma dirección.

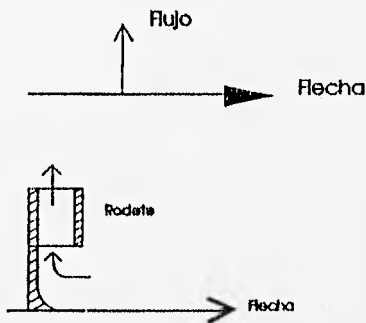


fig. 2.8 Descarga de una bomba de flujo radial

Rango de velocidad específica:

$$N_s \leq 4600 \quad ( \text{rpm, gal/min, ft} )$$

se utiliza para cargas altas y gastos pequeños.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

### 2.9.2 Bomba de flujo mixto

En los alabes de las bombas mixtas el flujo cambia de axial a radial o con ambas componentes entra y sale. Son bombas para gastos y cargas intermedias y la velocidad específica de los impulsores es mayor que las de flujo radial.

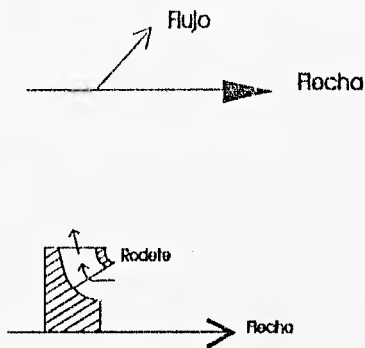


fig. 2.9 Descarga de la bomba de flujo mixto

Rango de velocidad específica:

$$4600 < N_s < 9000 \quad (\text{rpm, gal/min, ft})$$

### 2.9.3 Bomba de flujo axial

En las bombas de flujo axial llamadas de propela, el flujo es completamente axial y sus impulsores son de alta velocidad específica.

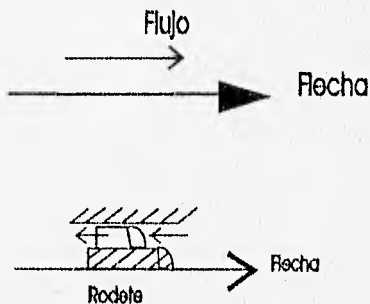


fig. 2.10 Descarga de la bomba de flujo mixto

Rango de velocidad específica:

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

$$\begin{array}{ll} 9000 < N_s < 15000 & (\text{rpm, gal/mfn, ft}) \\ 193.4 < N_s < 290 & (\text{rpm, m}^3/\text{s, m}) \end{array}$$

Su impulsor es como una hélice de barco y el gran gasto que deben de bombear hace que desarrolle una carga muy baja.

### 2.10 Curvas características y de isoeficiencia

La operación de bombas centrífugas queda resumida en sus curvas características, son proporcionadas por los fabricantes y varían según el tipo de bomba. Estas curvas son la representación gráfica de las variables hidráulicas, mecánicas y geométricas relacionadas con la selección, diseño y operación de la bomba.

Proporcionan la razón de cambio de carga (H), Potencia (P) y eficiencia o rendimiento total ( $\eta$ ) cuando varía el caudal (Q) varia, siendo experimentales y obtenidas en un banco de pruebas.

Con las 6 leyes de semejanza Ecs. (2.1 a 2.9) no se puede construir este tipo de curvas, ya que dichas fórmulas se basan en la hipótesis de que el rendimiento o eficiencia es constante.

La curva más común es la de gasto contra carga (Q,H) y su representación es en dos distintas formas (fig. 2.11), cuando la velocidad angular de la bomba es constante, esto debido al mismo principio en que se basan las leyes de semejanza, en el primer caso: dejando constante la velocidad angular, se desea conocer la variación de carga, gasto y eficiencia al modificar el diámetro del impulsor, Ecs. (2.4 a 2.9).

El segundo caso, diámetro del impulsor de la bomba constante: expresa la variación de carga, gasto y eficiencia, al modificar el diámetro del impulsor, Ecs. (2.1 a 2.3). Este tratamiento produce una familia de curvas características sobre un mismo plano o ejes que definen un campo de operación

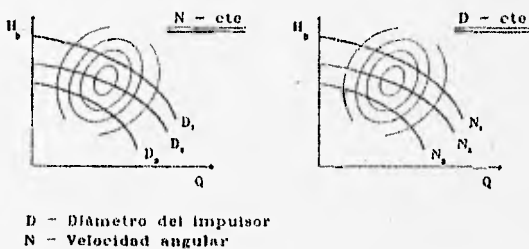


fig. 2.11 Curvas características de las bombas rotodnámicas

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

### 2.11 Ensayo completo de una bomba

El ensayo completo de una bomba (ref. 2) es un conjunto de pruebas elementales, caracterizado cada uno por un número de revoluciones distinto, consta de varias curvas H-Q y de varias curvas  $\eta$ -Q.

Este ensayo revela todas las posibilidades de la bomba funcionando de todas las maneras posibles dentro del campo característico.

El ensayo se obtiene de la siguiente manera:

1. se hace un cierto número de ensayos elementales (cinco a ocho), haciendo girar sucesivamente la bomba a un número de revoluciones distinto.
2. se llevan las curvas H-Q de éstos ensayos a un mismo gráfico.
3. se escoge en cada ensayo elemental los mismos valores exactos de eficiencia  $\eta$ .
4. el valor de rendimiento relacionado con el gasto se anota sobre la curva correspondiente

Los puntos de igual rendimiento son como las curvas de nivel en un plano topográfico.

Este ensayo se realiza en un banco de pruebas, y la variación de caudal se logra abriendo o cerrando una válvula ubicada en la descarga.

### 2.12 Ensayo completo de las bombas del Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

Con el fin de conocer las diferentes variables de operación de las bombas del laboratorio, se establecieron un conjunto de pruebas, utilizando un banco de pruebas existente, éstas se describen a continuación.

Para la ejecución de las pruebas se usaron dos bombas distintas, una de flujo radial y la segunda de flujo mixto, ambas trabajando a diferente rango de velocidades angulares para su operación, manteniendo el diámetro de su impulsor constante.

Las características de cada bomba y el rango de operación sobre los cuales se realizaron las pruebas son los siguientes:

#### **Bomba de flujo radial**

Marca: WORTHINGTON.

Motovariador: REEVES.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

Relación de velocidad angular: 1.5:1.

Diámetro del impulsor: 31 cm.

Manómetros de presión: de carátula y diferenciales abiertos de mercurio.

Velocidades angulares de trabajo en r.p.m. : 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300 y 1400.

### **Bomba de flujo mixto**

Marca: WORTHINGTON.

Motovariador: REEVES.

Relación de velocidad angular: 1.5:1.

Diámetro del impulsor: 7 1/4 in.

Manómetros de presión: de carátula.

Velocidades angulares de trabajo en r.p.m. : 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1700 y 1900.

### 2.12.1 Descripción del banco de ensayo

Los ensayos de las bombas y la obtención de sus curvas características, se realizaron en el banco de pruebas instalado para cada bomba, las partes o aditamentos que componen cada uno de los equipos se describe a continuación (fig. 2.12):

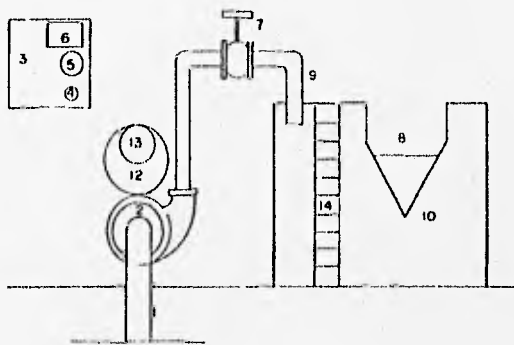
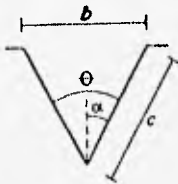


fig. 2.12 Esquema del banco de pruebas instalado para cada bomba del laboratorio de hidráulica de la F.I.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

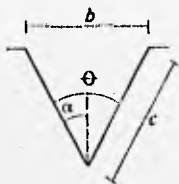
1. Tubería de aspiración o succión, para cada bomba el diámetro de la tubería es de 3", y el material de la tubería es de fierro galvanizado.
2. Bomba de ensayo, éstas bombas se describen en el subcapítulo anterior.
3. Panel con:
  4. Vacuómetro: se ubica la conexión de éste instrumento sobre la tubería de succión (1), justo antes de conectarse a la bomba y proporciona la lectura de las presiones en esa sección (PS).
  5. Manómetro: este dispositivo se ubica después de la bomba sobre la tubería de descarga (9), y proporciona el valor de la presión de la tubería en esa sección (PD).
  6. Watt metro: proporciona el valor de la potencia eléctrica utilizada por la bomba para su operación (PE).
  7. Válvula de compuerta para el caudal (Q) y su diámetro es el mismo para la tubería de descarga.
  8. Vertedor triangular para aforar el caudal (Q), se describe su geometría a continuación:

Cálculo de  $\theta$  del vertedor  
Para la bomba radial



$$\begin{aligned}b &= 0.45 \text{ m} & c &= 0.50 \text{ m} \\ \alpha &= \text{angsen} \frac{b/2}{c} & \alpha &= \text{angsen} \frac{0.225}{0.500} \\ \alpha &= 26.74^\circ \\ \theta &= 2\alpha \\ \theta &= 53.48^\circ \approx 54^\circ\end{aligned}$$

Para la bomba mixta



$$\begin{aligned}b &= 0.30 \text{ m} & c &= 0.33 \text{ m} \\ \alpha &= \text{angsen} \frac{b/2}{c} & \alpha &= \text{angsen} \frac{0.150}{0.330} \\ \alpha &= 27.03^\circ \\ \theta &= 2\alpha \\ \theta &= 54.07^\circ \approx 54^\circ\end{aligned}$$

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrifugas

---

9. Tubería de descarga, para la bomba radial su diámetro es de 2" y en el caso de la mixta este vale 2 ½", ambas tuberías de fierro galvanizado.
10. Depósito volumétrico para medir también el caudal.
11. Tacómetro para medir la velocidad angular, este instrumento auxilia en la medición de la velocidad angular del motovariador (12) y mediante la relación de velocidad angular (1:1.5) establecer la velocidad angular de la bomba (NB) en r.p.m.
12. Motovariador para cambiar la velocidad angular (NM), mediante unos platos y bandas, que funcionan similarmente a las poleas, este equipo permite variar la velocidad angular de la bomba (NB).
13. Motor eléctrico.
14. Tranquilizar, se trata de un muro enhuacalado que reduce la velocidad del flujo en el depósito volumétrico (10) y se ubica entre la descarga (9) y el vertedor triangular (8) para tal fin.
15. Limnómetro, es una escala métrica fija destinada a medir el nivel del agua en un punto de la superficie de ésta.

### 2.12 2 Lecturas de ensayo

Las variables necesarias para construir las curvas características de la bomba se obtienen de los bancos de pruebas anteriormente descritos y éstas se limitan a las siguientes lecturas:

- Velocidad angular de la bomba (NB), este valor se obtiene de la lectura del tacómetro, ubicando este dispositivo sobre la flecha del motovariador(NM).
- Presión de descarga (PD), esta lectura se obtiene de leer el manómetro de carátula o diferencial instalado en cada equipo.
- Presión de succión (Ps), es proporcionada por el vacuómetro de cada bomba.
- Potencia eléctrica (PE), se obtiene de leer el Watt metro instalado en el tablero del banco de pruebas.



2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

- Lectura del limnómetro ( $H_{lim}$ ), este valor determina la altura del nivel del agua a partir del vértice del vertedor triangular ( $H_{TARA}$ ) y proporciona la carga sobre el vertedor triangular.

2.13 Obtención de las curvas características de las bombas del laboratorio de Hidráulica

A partir de las lecturas de ensayo, se describen los cálculos necesarios para obtener las curvas características de cada bomba, haciendo variar la velocidad angular de la bomba, manteniendo constante el diámetro del impulsor, se debe recordar que la velocidad angular de la bomba depende de la lectura en el motovariador y de la relación de ambos equipos, es decir:

$$N_b = 15 N_M \quad (2.36)$$

donde:  $N_b$  velocidad angular de la bomba, en r.p.m.  
 $N_M$  lectura del motovariador, en r.p.m.

2.13.1 Cálculo del gasto

Para el cálculo del gasto se utilizará un vertedor de pared delgada de sección triangular, que se recomienda para el aforo de gastos inferiores a 30 l/s y cargas superiores a 6 cm y hasta de 60 cm.

Cuya fórmula es:

$$Q = C * h_v^{3/2} \quad (2.37)$$

donde:

$Q$  - Gasto vertido por el vertedor,  $m^3 / s$

$C$  - coeficiente de descarga,  $m^{3/2} / s$

$h_v$  - carga sobre el vertedor,  $m^{3/2}$

$h_v$  - es la diferencia de alturas entre la superficie libre del agua y el vértice del vertedor, con ayuda de un limnómetro, se toman ambas lecturas quedando:

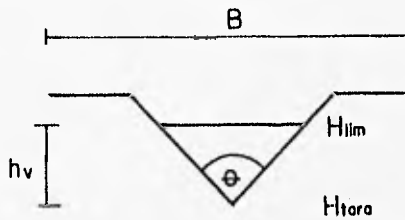
$$h_v = |H_{lim} - H_{Tara}| \quad [ m ] \quad (2.38)$$

donde:

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrifugas

$H_{lara}$  - altura del limnómetro al encontrarse la superficie libre del agua sobre el vértice del vertedor, en m.

$H_{lim}$  - lectura del limnómetro al producirse una carga sobre el vertedor, en m.



$C$  - el coeficiente de descarga a usar será el propuesto por la Universidad Católica de Chile, por la facilidad que representa su cálculo y la gran proximidad de sus resultados al valor real (ref. 1)

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \mu k \quad [m^3/s] \quad (2.39)$$

donde:

$g$  - constante gravitacional, igual a  $9.81, m/s^2$

$\theta$  - ángulo de abertura del vertedor

$\mu$  - coeficiente experimental que depende de  $h_v$  y  $\theta$

$k$  - coeficiente experimental que depende de  $B/h$ .  $B$  es el ancho del canal de llamada del vertedor

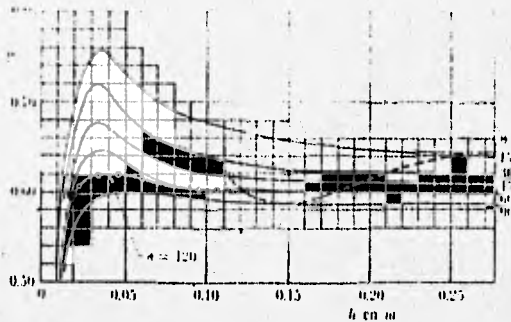


fig. 2.14 Coeficiente de gasto  $\mu$  de vertedores triangulares en la fórmula de la Universidad Católica de Chile (ref. 1)

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

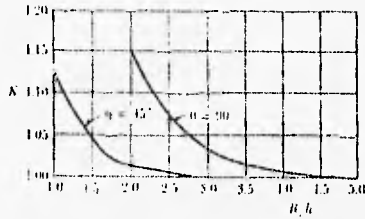


fig. 2.15 Coeficiente de gasto k de vertedores triangulares en la fórmula de la Universidad Católica de Chile (ref. 1)

### 2.13.2 Cálculo de la carga de la Bomba

La carga de la bomba es la energía por unidad de peso que proporciona la bomba desde la succión hasta la descarga, como se mencionó en el punto referente al ensayo de la bomba, se utilizarán las lecturas del manómetro ubicado en la descarga (PD) y la del vacuómetro (PS) de cada bomba.

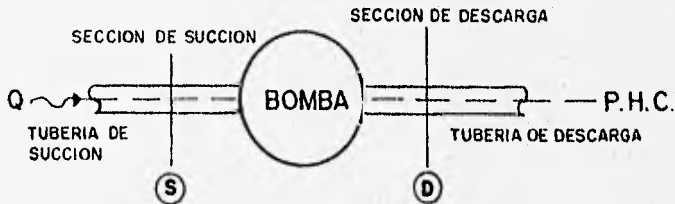


fig. 2.18 Esquema de seccionamiento

Con el gasto conocido y el área hidráulica de las tuberías también conocido se puede establecer la velocidad en la succión y descarga de la bomba.

Así establece la ecuación de la energía entre las secciones de succión y descarga, Ecs.(1.23)

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + Hh = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} \quad (2.40)$$

y así conocer la carga de la bomba.

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

### 2.13.2.1 Presión de succión

Debido a que su lectura con el vacuómetro, esta en unidades in de mercurio, se hará un cambio de unidades a m.c.a., la lectura es en in de Hg, es decir una carga, por lo tanto la presión de succión será:

$$P_s = \gamma h \quad (2.41)$$

donde:

$$\begin{aligned} \gamma & - \text{Peso específico del mercurio, en } \text{kg/m}^3 \\ h & - \text{carga en m de mercurio, en m} \\ P_s & - \text{Presión de succión, en } \text{Kg/m}^2 \end{aligned}$$

Debido a que es una lectura vacuométrica o de presión negativa deberá afectarse con un signo negativo (-), quedando:

$$\begin{aligned} -P_s &= \gamma h & \text{ó} \\ P_s &= -\gamma h & \text{Kg/m}^2 \end{aligned} \quad (2.42)$$

### 2.13.2.2 Presión de descarga

La lectura en el manómetro está en unidades de  $\text{Kg/cm}^2$ , debiéndose afectar para obtener la presión en  $\text{Kg/m}^2$ , así se tendrá:

$$\begin{aligned} 1\text{Kg/cm}^2 &= 10000\text{Kg/m}^2 \\ P_D &= 10000(\text{lectura}), [\text{Kg/m}^2] \end{aligned} \quad (2.43)$$

### 2.13.2.3 Velocidad de succión y descarga

La velocidad será utilizando la ecuación de continuidad, Ec. (1.12)

$$V = \frac{Q}{A} \quad (2.44)$$

donde:

- V - Velocidad en la tubería, en m/s
- Q - Gasto medido en el vertedor, en  $\text{m}^3/\text{s}$
- A - Área hidráulica o interior de la tubería, en  $\text{m}^2$

2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

2.13.2.4 Carga de la Bomba Radial

Haciendo un esquema del arreglo de la bomba tenemos:

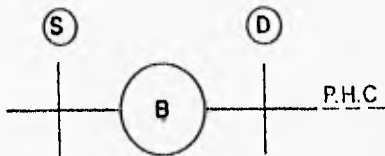


fig. 2.19 Bomba Flujo Radial

Utilizando la Ec. (2.40):

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g}$$

donde  $Z_s = Z_D = 0$  y despejando:

$$H_b = \frac{P_D}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.45)$$

sustituyendo la Ec. (2.42) tenemos:

$$H_b = \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.46)$$

para las velocidades se sabe que:

(diámetro)  $D_s = 3in = 3(0.0254m/in) = 0.0762m$

(área)  $A_s = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.0762)^2}{4} = 0.0046m^2$

(diámetro)  $D_D = 2in = 2(0.0254m/in) = 0.0508m$

(área)  $A_D = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.0508)^2}{4} = 0.0020m^2$

sustituyendo estos valores en (2.44) se obtiene:

$$V_s = \frac{Q}{0.0046} \quad \text{y} \quad V_D = \frac{Q}{0.0020} \quad [m/s]$$

y por último en (2.46) y simplificando:

$$H_b = \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g(0.0020)^2} - \frac{Q^2}{2g(0.0046)^2}$$

$$H_b = \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{Q^2}{0.00008} - \frac{Q^2}{0.00041} \quad (2.47)$$

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

### 2.13.2.5 Modificaciones en los instrumentos de medición de la Bomba Radial

Al comienzo del ensayo de la bomba de flujo Radial, se observó que los valores de la eficiencia no corresponden a un comportamiento real de una bomba, lo cuál motivo a una revisión de los instrumentos de medición ocupados para ésta bomba, como lo son el Wattmetro y los manómetros de succión y descarga. Esta revisión comprobó mediante el uso de manómetros diferenciales abiertos, que el manómetro de carátula conectado a la descarga de la bomba tiene variaciones en su lectura, lo que obligó a utilizar manómetros diferenciales abiertos tanto en la descarga como en la succión, mejorando el resultado de las lecturas, anteriormente se revisó el potenciómetro, comprobándose el buen funcionamiento del mismo.

Debido a la gran presión de descarga de la bomba ( hasta de 47 m ), se debió construir el manómetro diferencial abierto con una altura de 4.00 m de alto, el cuál permite lecturas de hasta 3.6 m de columna de mercurio (  $4.95 \text{ Kg/m}^2$  ), y un rango de seguridad de 40 cm, el cuál dificulta la expulsión del mercurio en el extremo abierto a la atmósfera.

De ésta manera se modifica la toma de lecturas a la forma siguiente:

Ecuación de la Presión de Descarga modificada

Diagrama:

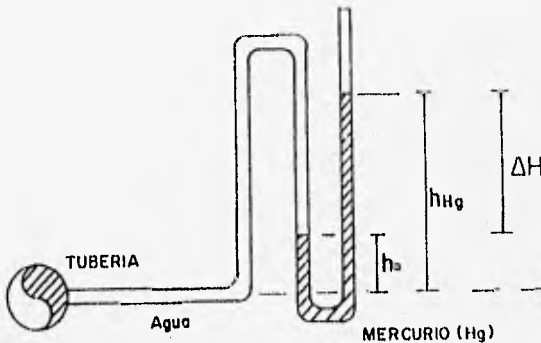


fig. 2.20 Manómetro de descarga

$$P_{atm} + \Delta H_{Hg} + h_0 \gamma_0 = PD$$
$$PD = \Delta H_{Hg} + h_0 \gamma_0 \quad (2.48)$$

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

### Ecuación de la Presión de Succión Modificada Diagrama:

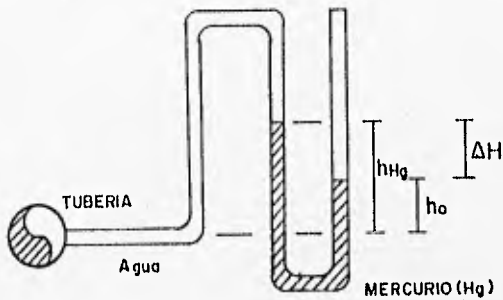


fig. 2.20 Manómetro de succión

$$\begin{aligned} P_{atm} - (h_{Hg} - h_o)\gamma_{Hg} + h_{Hg}\gamma_o &= P_s \\ -(h_{Hg} - h_o)\gamma_{Hg} &= P_s \\ P_s &= -\Delta H\gamma_{Hg} \quad (2.49) \end{aligned}$$

Al iniciar la toma de lecturas se destacó que el vacuómetro y el manómetro diferencial abierto en la succión, reportaban los mismos valores de lectura, decidiéndose leer el primero por la facilidad de uso sobre el segundo, no sucediendo lo mismo en la descarga, donde se obtuvo diferencias de  $0.3 \text{ Kg/m}^2$  a  $0.4 \text{ Kg/m}^2$  entre un dispositivo y otro.

Se decidió entonces seguir utilizando el manómetro diferencial en la descarga, al mejorarse los resultados obtenidos, aún que su uso es incómodo por la altura que tiene.

2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

2.13.2.6 Carga de la Bomba Mixta

Haciendo un esquema del arreglo de la bomba tenemos:

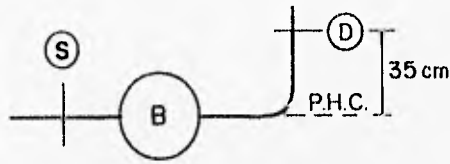


fig. 2.22 Bomba Flujo Mixto

Utilizando la Ec. (2.40):

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g}$$

donde  $Z_s=0$  y  $Z_D=0.35$  m sustituyendo y despejando:

$$H_b = 0.35 + \frac{P_D}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.50)$$

sustituyendo la Ec. (2.42) se tiene:

$$H_b = 0.35 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.51)$$

para las velocidades se tiene:

$$\text{(diámetro)} \quad D_s = 3 \text{ in} = 3(0.0254 \text{ m/in}) = 0.0762 \text{ m}$$

$$\text{(área)} \quad A_s = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.0762)^2}{4} = 0.0046 \text{ m}^2$$

$$\text{(diámetro)} \quad D_D = 2 \frac{1}{2} \text{ in} = 2.5(0.0254 \text{ m/in}) = 0.0635 \text{ m}$$

$$\text{(área)} \quad A_D = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.0635)^2}{4} = 0.0032 \text{ m}^2$$

sustituyendo estos valores en (2.44) obtenemos:



## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

$$V_s = \frac{Q}{0.0046} \quad \text{y} \quad V_D = \frac{Q}{0.0032} \quad | \text{ m/s } |$$

y por último en (2.51) y simplificando:

$$H_a = 0.35 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g(0.0032)^2} - \frac{Q^2}{2g(0.0046)^2}$$
$$H_a = 0.35 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{Q^2}{0.0002} - \frac{Q^2}{0.0004} \quad (2.19)$$

### 2.13.3 Cálculo de la Potencia Hidráulica

La potencia hidráulica es la energía del fluido, esto es, la energía utilizada para impulsar el caudal  $Q$  a la altura  $H$ , y se calcula como sigue:

$$P_{Hl} = \gamma Q H \quad (2.53)$$

donde:

$P$  Potencia hidráulica, en  $\text{kg m/s}$

$\gamma$  Peso específico del fluido (agua), en  $\text{kg/m}^3$

$Q$  Caudal o gasto impulsado, en  $\text{m}^3/\text{s}$

$H$  Altura generada o carga, en  $\text{m}$

y se calcula para todos los puntos generados en la curva característica ( $Q$ - $H$ ) de la bomba.

### 2.13.4 Cálculo de la Potencia Eléctrica

Es la potencia generada o absorbida por una instalación o aparato eléctrico, que se expresa en vatios y es igual al producto de la tensión ( en vatios ) por la intensidad ( en amperes ).

Esta potencia es medida en el potenciómetro ubicado en el tablero de cada bomba, y sus unidades son en Kilowatts ( Kw ).

### 2.13.5 Cálculo de la Potencia al Freno

## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

La potencia al freno o potencia mecánica de un motor es la medida con un freno dinamométrico ( o freno de Prony ), y se refiere a la potencia útil que puede rendir la máquina, aplicada a la flecha de la bomba.

Para obtener la potencia al freno se utiliza la siguiente ecuación, que está en función de la potencia eléctrica tomada del potenciómetro de la bomba:

$$P_F = 0.182 P_E^{1.596} \quad (2.54)$$

donde:

$P_E$  Potencia eléctrica, en Kw  
 $P_F$  Potencia al Freno, en Kw

Esta ecuación es empírica y es exclusiva para las bombas del Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

### 2.13.6 Cálculo de la Eficiencia

Es necesario conocer los puntos (H-Q) de las curvas de igual rendimiento, para lo cual se necesita conocer la eficiencia, la cual está dada por:

$$\eta_B = \frac{P_H}{P_F} \quad (2.31)$$

donde:

$$P_H = \gamma Q H \quad (2.53)$$

$$P_F = 0.182 P_E^{1.596} \quad (2.54)$$

Estos datos son resultado de las mediciones, necesarias para el ensayo de una bomba.

Para establecer la eficiencia en las mismas unidades se tendrá que afectar la  $P_H$  con :

$$1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \cdot \frac{9.81 \text{ m/s}^2}{1000} = 1 \text{ Kw}$$

por lo tanto

$$P_H = 9.81 Q H \quad [\text{Kw}] \quad (2.53a)$$

así:

$$\eta = \frac{P_H}{P_F} = \frac{[\text{Kw}]}{[\text{Kw}]} = [0] \quad (2.31a)$$

adimensional.

2.13.7 Resultado de las mediciones y obtención de las curvas características de las bombas del laboratorio

2.13.7.1 Tabla de resultados de la bomba de flujo radial

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO								CÁLCULO DEL GASTO				
MOTIV	BOMBA	LECTURA	P <sub>s</sub>	P <sub>d</sub>	H <sub>Hg</sub>	H <sub>Hm</sub>	H <sub>v</sub>	B/H <sub>v</sub>		k	μ	C	Q	
rpm	rpm	No.	kw	ho	m	m	vacuómetro	cm	cm			m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /d.	
				m	m	mmHg	mmHg	cm	cm					
700	1050	Va	3.10	1.921	2.047	-10.63	32.27	16.38	7.08	64	1	0.605	0.728	0.0079
		2	3.00	1.852	2.111	-8.78	30.98	15.09	7.69	64	1	0.605	0.728	0.0064
		3	2.60	1.793	2.167	-7.08	29.40	13.61	8.59	64	1	0.606	0.728	0.0049
		4	2.70	1.747	2.211	-6.00	27.88	11.99	9.57	64	1	0.606	0.728	0.0036
		5	2.60	1.720	2.238	-5.20	26.12	10.23	11.34	64	1	0.610	0.734	0.0026
		6	2.30	1.690	2.241	-4.00	15.89	0.00	0.00	64	1	0.615	0.740	0.0000
		Vc												
800	1200	Va	3.60	1.875	2.088	-12.80	33.60	17.61	6.62	64	1	0.605	0.728	0.0086
		2	3.45	1.824	2.134	-11.70	32.80	16.91	6.86	64	1	0.605	0.728	0.0066
		3	3.40	1.770	2.186	-10.24	31.95	16.06	7.22	64	1	0.605	0.728	0.0076
		4	3.30	1.698	2.258	-8.20	30.46	14.57	7.96	64	1	0.606	0.728	0.0059
		5	3.10	1.643	2.311	-6.80	28.94	13.05	8.89	64	1	0.610	0.734	0.0045
		6	2.70	1.582	2.370	-6.00	25.68	9.79	11.85	64	1	0.610	0.734	0.0022
		Vc	2.40	1.572	2.376	-4.40	15.89	0.00	0.00	64	1	0.615	0.740	0.0000
900	1350	Va	4.30	1.823	2.133	-14.70	34.56	18.66	6.22	64	1	0.605	0.728	0.0110
		2	4.20	1.773	2.181	-13.80	34.00	18.11	6.41	64	1	0.605	0.728	0.0102
		3	4.10	1.699	2.264	-12.00	32.97	17.08	6.79	64	1	0.605	0.728	0.0088
		4	3.70	1.627	2.425	-7.70	23.89	14.00	8.29	64	1	0.605	0.728	0.0063
		5	3.40	1.459	2.487	-6.70	27.50	11.61	9.98	64	1	0.610	0.734	0.0034
		6	3.20	1.436	2.510	-6.00	25.72	9.83	11.80	64	1	0.610	0.734	0.0022
		Vc	2.70	1.415	2.544	-4.20	15.89	0.00	0.00	64	1	0.615	0.740	0.0000
1200	1500	Va	5.20	1.788	2.160	-15.40	35.07	19.18	6.05	64	1	0.605	0.728	0.0117
		2	5.10	1.792	2.268	-15.00	34.73	18.84	6.16	64	1	0.605	0.728	0.0112
		3	5.00	1.605	2.344	-13.60	33.87	17.99	6.45	64	1	0.605	0.728	0.0100
		4	4.90	1.529	2.419	-12.00	32.97	17.02	6.82	64	1	0.605	0.728	0.0087
		5	4.40	1.369	2.576	-7.80	30.15	14.26	8.13	64	1	0.610	0.734	0.0056
		6	3.90	1.295	2.699	-6.80	27.51	11.62	9.99	64	1	0.610	0.734	0.0034
		7	3.60	1.270	2.673	-6.00	25.76	9.87	11.75	64	1	0.615	0.740	0.0023
		Vc	3.10	1.267	2.685	-4.00	15.89	0.00	0.00	64	1	0.615	0.740	0.0000

2.13 .7.1 Tabla de resultados de la bomba de flujo radial (continuación)

VELOCIDAD		LECTURA	PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE EFICIENCIA			
MOTIV rpm	BOMBA rpm		Pd kg/cm2	Pa cmHg	Pd γ	Pa m.c.a.	Z m.c.a.	P1 γ	P2 m.c.a.	P3 γ	P4 m.c.a.	Hb m.c.a.	Ph kw	Pi kw
700	1050	Va	0.363	-27.000	3.634	-3.671	0.00	0.156	0.625	7.77	0.60	1.11	54.46	
		2	0.537	-22.301	5.375	-3.032	0.00	0.104	0.415	8.72	0.55	1.05	52.41	
		3	0.588	-17.983	6.578	-2.445	0.00	0.060	0.239	9.50	0.46	0.94	48.38	
		4	0.805	-15.240	6.055	-2.072	0.00	0.033	0.131	10.23	0.36	0.89	40.94	
		5	0.876	-13.208	6.762	-1.796	0.00	0.015	0.060	10.60	0.26	0.84	30.57	
		Vc	0.918	-10.160	9.181	-1.381	0.00	0.000	0.000	10.56	0.00	0.69	0.00	
800	1200	Va	0.477	-32.512	4.771	-4.420	0.00	0.225	0.898	9.86	0.92	1.34	68.23	
		2	0.604	-29.718	6.038	-4.040	0.00	0.183	0.733	10.63	0.89	1.31	67.87	
		3	0.743	-26.010	7.428	-3.536	0.00	0.142	0.567	11.38	0.84	1.28	65.82	
		4	0.945	-20.828	9.447	-2.832	0.00	0.087	0.348	12.64	0.75	1.22	59.33	
		5	1.072	-17.272	10.724	-2.348	0.00	0.061	0.204	13.23	0.59	1.11	52.93	
		Vc	1.229	-12.700	12.295	-1.727	0.00	0.012	0.048	14.05	0.30	0.89	34.15	
900	1350	Va	0.604	-37.338	6.037	-5.076	0.00	0.300	1.200	12.01	1.29	1.87	69.16	
		2	0.732	-35.052	7.320	-4.765	0.00	0.258	1.033	12.86	1.28	1.80	71.32	
		3	0.951	-30.480	9.506	-4.144	0.00	0.193	0.771	14.23	1.23	1.73	70.83	
		4	1.374	-19.568	13.736	-2.659	0.00	0.071	0.285	16.61	0.87	1.47	59.25	
		5	1.543	-14.478	15.435	-1.968	0.00	0.028	0.114	17.49	0.68	1.28	45.08	
		Vc	1.605	-12.700	16.050	-1.727	0.00	0.012	0.049	17.81	0.39	1.16	33.37	
1000	1500	Va	0.685	-39.116	6.845	-5.316	0.00	0.344	1.377	13.20	1.52	2.53	60.07	
		2	0.826	-36.100	8.263	-5.180	0.00	0.315	1.259	14.35	1.58	2.45	64.60	
		3	1.155	-34.544	11.652	-4.695	0.00	0.249	0.997	17.10	1.67	2.37	70.50	
		4	1.363	-30.480	13.629	-4.144	0.00	0.189	0.757	18.34	1.57	2.30	68.10	
		5	1.778	-19.812	17.778	-2.693	0.00	0.079	0.318	20.71	1.15	1.54	59.15	
		Vc	2.037	-14.732	20.370	-2.003	0.00	0.029	0.114	22.46	0.74	1.50	46.61	
		Vc	2.034	-12.700	20.344	-1.727	0.00	0.015	0.051	22.11	0.49	1.41	34.55	
		Vc	2.054	-10.160	20.545	-1.381	0.00	0.000	0.000	21.53	0.00	1.11	0.00	

2.13 7.1 Tabla de resultados de la bomba de flujo radial (continuación)

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO							CALCULO DEL GASTO						
MOTIV	BOMBA	LECTURA	Pe	Pd	Pa	Hlim	Hw	H/Hw		k	ll	C	D		
rpm	rpm	No.	kw	ho	hHg	vacuómetro	cm	cm				mm <sup>3</sup> /s	mm <sup>3</sup> /s		
				m	m	hHg									
1100	1650	Va	5.90	1.788	2.157	-15.40	35.07	19.18	6.05	54	1	0.605	0.728	0.0117	
		2	6.30	1.642	2.306	-15.40	34.97	19.08	6.08	54	1	0.605	0.728	0.0116	
		3	5.70	1.362	2.585	-12.00	32.89	17.00	6.82	64	1	0.605	0.728	0.0087	
		4	5.40	1.266	2.679	-9.70	31.55	16.56	7.41	64	1	0.605	0.728	0.0071	
		5	4.50	1.115	2.625	-6.50	27.31	11.42	10.16	64	1	0.610	0.734	0.0032	
		6	4.00	1.064	2.653	-4.90	24.82	6.93	12.99	64	1	0.610	0.734	0.0017	
		Vc	3.70	1.066	2.954	-4.20	15.89	0.00	0.00	54	1	0.615	0.740	0.0000	
1200	1800	Va	7.30	1.793	2.162	-15.40	35.07	19.18	6.05	54	1	0.605	0.728	0.0117	
		2	7.40	1.612	2.341	-15.20	34.96	19.07	6.08	54	1	0.605	0.728	0.0116	
		3	7.10	1.171	2.774	-12.50	33.17	17.25	6.71	64	1	0.605	0.728	0.0090	
		4	6.50	1.029	2.919	-8.70	30.96	15.07	7.70	64	1	0.606	0.728	0.0064	
		5	5.70	0.939	3.008	-6.40	28.46	12.67	9.23	64	1	0.610	0.734	0.0041	
		6	4.60	0.887	3.056	-4.80	25.10	9.21	12.50	64	1	0.610	0.734	0.0019	
		Vc	4.20	0.794	3.284	-4.50	15.89	0.00	0.00	54	1	0.615	0.740	0.0000	
1300	1950	Va	7.80	1.808	2.142	-15.40	35.07	19.18	6.05	54	1	0.605	0.728	0.0117	
		2	8.60	1.490	2.463	-15.20	34.65	18.77	6.16	54	1	0.605	0.728	0.0111	
		3	6.70	1.059	2.992	-14.20	34.00	16.11	6.41	64	1	0.605	0.728	0.0102	
		4	7.90	0.845	3.108	-9.50	31.43	15.51	7.48	64	1	0.605	0.728	0.0069	
		5	6.70	0.792	3.223	-6.30	26.34	12.45	9.32	64	1	0.610	0.734	0.0040	
		6	5.70	0.680	3.274	-5.00	24.87	6.98	12.92	64	1	0.610	0.734	0.0018	
		Vc	5.00	0.504	3.280	-4.50	15.89	0.00	0.00	54	1	0.615	0.740	0.0000	
1400	2100	Va	9.50	1.803	2.135	-15.20	35.07	19.18	6.05	54	1	0.605	0.728	0.0117	
		2	10.00	1.411	2.532	-15.20	34.69	18.71	6.20	54	1	0.605	0.728	0.0110	
		3	9.60	0.741	3.213	-12.50	33.04	17.15	6.75	64	1	0.605	0.728	0.0089	
		4	8.10	0.545	3.415	-7.20	29.50	13.61	6.62	64	1	0.605	0.728	0.0050	
		5	6.90	0.474	3.492	-5.00	25.48	9.57	12.12	64	1	0.610	0.734	0.0021	
		6	5.70	0.463	3.505	-4.50	16.89	0.00	0.00	64	1	0.610	0.734	0.0000	

2.13.7.1 Tabla de resultados de la bomba de flujo radial (continuación)

VELOCIDAD		LECTURA	PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE EFICIENCIA		
MOTIV	BOMBA		Pd	Ps	Pd	Ps	Z	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Hb	Ph	Pf	77
rpm	rpm		kg/cm <sup>2</sup>	cmHg	v	v	m.c.a.	m.c.a.	m.c.a.	m.c.a.	m.c.a.	kw	
1100	1850	Va	0.680	-39.116	6.805	-6.318	0.00	0.344	1.377	13.15	1.51	3.08	
		2	1.067	-39.116	10.669	-6.318	0.00	0.335	1.341	16.99	1.93	3.43	56.21
		3	1.799	-30.450	17.989	-4.144	0.00	0.188	0.753	22.70	1.93	2.93	66.01
		4	2.046	-24.638	20.476	-3.350	0.00	0.125	0.499	24.20	1.68	2.69	62.48
		5	2.436	-14.224	24.362	-1.934	0.00	0.026	0.105	26.37	0.64	2.01	41.71
		6	2.513	-12.446	25.134	-1.692	0.00	0.008	0.031	26.85	0.46	1.56	27.71
		Vc	2.673	-10.668	26.733	-1.450	0.00	0.000	0.000	29.18	0.00	1.47	0.00
1200	1800	Va	0.681	-39.116	6.610	-6.318	0.00	0.344	1.377	13.16	1.51	4.32	34.86
		2	1.152	-38.608	11.523	-6.249	0.00	0.334	1.357	17.77	2.02	4.44	45.42
		3	2.296	-31.750	22.564	-4.316	0.00	0.204	0.817	27.89	2.47	4.16	59.51
		4	2.672	-22.098	26.724	-3.504	0.00	0.103	0.412	30.04	1.89	3.61	52.41
		5	2.907	-16.256	29.067	-2.210	0.00	0.042	0.169	31.40	1.27	2.93	43.29
		6	3.037	-12.192	30.375	-1.658	0.00	0.009	0.036	32.06	0.55	2.22	26.72
		Vc	3.465	-11.430	34.645	-1.654	0.00	0.000	0.000	36.20	0.00	1.80	0.00
1300	1950	Va	0.635	-39.116	6.349	-6.318	0.00	0.344	1.577	12.70	1.48	4.83	39.27
		2	1.472	-38.608	14.718	-6.249	0.00	0.309	1.236	20.89	2.28	6.64	40.37
		3	2.698	-36.068	25.979	-4.603	0.00	0.258	1.033	31.66	3.16	6.75	64.91
		4	3.160	-24.130	31.598	-3.280	0.00	0.119	0.476	36.24	2.38	4.93	49.39
		5	3.469	-16.002	34.597	-2.176	0.00	0.040	0.161	36.89	1.45	3.75	36.36
		6	3.696	-12.700	36.945	-1.727	0.00	0.008	0.031	37.70	0.66	2.93	22.42
		Vc	3.698	-11.430	36.984	-1.554	0.00	0.000	0.000	38.64	0.00	2.57	0.00
1400	2100	Va	0.633	-38.608	6.330	-6.245	0.00	0.344	1.377	12.61	1.45	6.54	26.21
		2	1.666	-38.608	16.651	-6.249	0.00	0.304	1.216	22.81	2.47	7.18	34.37
		3	3.435	-31.750	34.348	-4.316	0.00	0.197	0.787	39.25	3.42	6.73	50.78
		4	3.957	-18.228	39.566	-2.456	0.00	0.062	0.245	42.24	2.06	5.13	49.20
		5	4.160	-12.700	41.604	-1.727	0.00	0.011	0.043	43.26	0.89	3.87	22.23
		6	4.153	-11.430	41.986	-1.554	0.00	0.000	0.000	43.64	0.00	2.93	0.00

2.13 .7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO DEL GASTO							
MOTIV rpm	BOMBA rpm	LECTURA	Pe kw	Pd kg/cm <sup>2</sup>	Ps cmHg	Hlim cm	Hv cm	B/Hv		k	$\mu$	C $\frac{m^3}{s}$	Q $\frac{m^3}{s}$	
800	1200	Va	2.60	0.00	28.00	42.88	17.60	9.12	54	1	0.606	0.728	0.0096	
		2	2.40	0.20	20.00	40.19	14.99	10.74	54	1	0.606	0.728	0.0063	
		3	2.20	0.30	19.00	38.23	13.03	12.36	54	1	0.606	0.728	0.0045	
		4	2.00	0.30	16.00	32.00	6.80	23.68	54	1	0.606	0.728	0.0009	
		Vc	2.00	0.40	11.00	26.20	0.00		54	1				0.0000
900	1350	Va	2.60	0.00	30.00	43.77	18.67	8.67	54	1	0.606	0.728	0.0108	
		2	2.50	0.20	28.00	42.27	17.07	9.43	54	1	0.606	0.728	0.0088	
		3	2.40	0.30	25.00	41.42	16.22	9.93	54	1	0.606	0.728	0.0077	
		4	2.40	0.40	20.00	39.86	14.65	10.99	54	1	0.606	0.728	0.0060	
		5	2.30	0.50	20.00	37.78	12.66	12.80	54	1	0.608	0.732	0.0041	
		Vc	2.00	0.54	15.00	25.20	0.00		54	1				0.0000
1000	1500	Va	3.10	0.00	34.50	44.84	19.64	8.20	54	1	0.606	0.728	0.0124	
		2	3.00	0.20	30.00	44.07	18.67	8.53	54	1	0.606	0.728	0.0113	
		3	3.00	0.30	30.00	43.25	18.06	8.92	54	1	0.606	0.728	0.0101	
		4	2.90	0.40	28.00	42.70	17.50	9.20	54	1	0.606	0.728	0.0093	
		5	2.80	0.50	25.00	42.00	16.80	9.58	54	1	0.606	0.728	0.0084	
		6	2.60	0.70	20.00	36.79	10.59	15.20	54	1	0.610	0.734	0.0027	
Vc	2.20	0.80	18.00	26.20	0.00		54	1			0.000	0.0000		
1100	1650	Va	3.50	0.00	40.00	45.65	20.45	7.87	54	1	0.606	0.728	0.0138	
		2	3.50	0.20	38.00	45.31	20.11	8.01	64	1	0.606	0.728	0.0132	
		3	3.40	0.40	34.00	44.34	19.14	8.41	54	1	0.606	0.728	0.0117	
		4	3.40	0.50	32.00	43.90	18.70	8.61	54	1	0.606	0.728	0.0110	
		5	3.10	0.80	28.00	41.42	16.22	9.93	54	1	0.606	0.728	0.0077	
		6	2.90	1.00	20.00	36.25	13.06	12.34	54	1	0.608	0.732	0.0045	
Vc	2.50	1.06	17.00	26.20	0.00		54	1			0.000	0.0000		

2.13 7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto (continuación)

VELOCIDAD		LECTURA	PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE LA EFICIENCIA			
MOTIV	BOMBA		Pd	Ps	(Pd)	(Ps)	Z	(Vr <sup>2</sup> )	(Vd <sup>2</sup> )	Hd	Pe	Ph	Pf	
rpm	rpm		kg/cm <sup>2</sup>	cmHg	v	v	mca	mca	mca	mca	kw	Kw	Kw	
800	1200	Va	0.00	28.00	0.00	3.81	0.35	0.23	0.46	4.35	2.50	0.41	0.78	52.26
		2	0.20	20.00	2.00	2.72	0.35	0.10	0.20	5.17	2.40	0.32	0.74	43.66
		3	0.30	19.00	3.00	2.58	0.35	0.05	0.10	5.58	2.20	0.25	0.84	40.89
		4	0.50	15.00	3.00	2.34	0.35	0.00	0.00	5.39	2.00	0.05	0.56	6.44
		Vc	0.40	11.00	4.00	1.50	0.35	0.00	0.00	5.95	2.00	0.00	0.56	0.00
900	1350	Va	0.00	30.00	0.00	4.05	0.35	0.29	0.59	4.72	2.80	0.50	0.84	59.93
		2	0.20	28.00	2.00	3.81	0.35	0.19	0.38	5.35	2.50	0.55	0.79	59.51
		3	0.30	25.00	3.00	3.43	0.35	0.15	0.30	6.90	2.40	0.52	0.74	70.94
		4	0.40	20.00	4.00	2.72	0.35	0.09	0.15	7.15	2.40	0.42	0.74	57.05
		Vc	0.54	15.00	5.40	2.72	0.35	0.04	0.08	6.11	2.30	0.33	0.83	47.53
1000	1500	Va	0.00	34.00	0.00	4.52	0.35	0.29	0.77	5.35	3.10	0.55	1.11	59.11
		2	0.20	30.00	2.00	4.05	0.35	0.12	0.53	6.75	3.00	0.75	1.05	70.93
		3	0.30	30.00	3.00	4.08	0.35	0.25	0.51	7.58	3.00	0.75	1.05	72.29
		4	0.40	28.00	4.00	3.81	0.35	0.22	0.44	8.37	2.90	0.77	1.00	75.99
		Vc	0.80	15.00	8.00	2.72	0.35	0.02	0.04	10.09	2.60	0.27	0.54	31.71
1100	1650	Va	0.00	45.00	0.00	5.44	0.35	0.47	0.95	6.25	3.50	0.85	1.34	62.95
		2	0.20	38.00	2.00	5.17	0.35	0.44	0.87	7.95	3.50	1.03	1.54	76.65
		3	0.40	34.00	4.00	4.62	0.35	0.34	0.68	9.31	3.40	1.07	1.28	83.09
		4	0.50	32.00	5.00	4.35	0.35	0.30	0.51	10.00	3.40	1.08	1.22	84.21
		Vc	1.05	17.00	10.50	2.72	0.35	0.05	0.10	13.12	2.90	0.58	1.00	58.21



2.13 .7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto (continuación)

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO						CÁLCULO DEL GASTO					
MOTIV	BOMBA	LECTURA	Pe	Pd	Ps	Hlim	Hv	B/Hv		k	$\mu$	C	Q
rpm	rpm		kw	kg/cm2	cmHg	cm	cm					m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s
1200	1800	Va	4.30	0.00	41.00	46.54	21.34	7.54	54	1	0.606	0.728	0.0163
		2	4.20	0.30	40.00	46.14	20.84	7.63	54	1	0.606	0.728	0.0148
		3	4.00	0.50	39.00	45.48	20.28	7.96	54	1	0.606	0.728	0.0134
		4	4.00	0.70	36.00	44.80	19.40	8.30	54	1	0.606	0.728	0.0098
		5	3.90	0.90	30.00	43.26	16.06	8.92	54	1	0.606	0.728	0.0101
		6	3.80	1.10	26.00	42.03	15.83	9.57	54	1	0.606	0.728	0.0085
		Vc	3.10	1.40	14.00	26.20	0.00		54	1			0.000
1300	1950	Va	6.00	0.00	44.00	46.76	21.56	7.47	54	1	0.606	0.728	0.0157
		2	5.10	0.60	40.00	45.13	20.93	7.88	54	1	0.606	0.728	0.0146
		3	5.00	0.80	36.00	44.26	19.44	8.43	54	1	0.606	0.728	0.0117
		4	4.60	1.40	26.00	41.46	16.28	9.90	54	1	0.606	0.728	0.0076
		5	4.50	1.60	20.00	39.46	14.28	11.29	54	1	0.606	0.728	0.0066
		6	3.60	1.70	16.00	34.16	8.96	17.97	54	1	0.615	0.740	0.0018
		Vc	3.50	1.60	16.00	26.20	0.00		54	1			0.000
1400	2100	Va	6.00	0.00	43.00	46.80	21.60	7.45	54	1	0.606	0.728	0.0158
		2	6.10	0.50	42.00	46.80	21.40	7.52	54	1	0.606	0.728	0.0154
		3	6.10	1.00	41.00	46.38	21.18	7.60	54	1	0.606	0.728	0.0161
		4	5.70	1.60	33.00	44.26	18.05	8.45	54	1	0.606	0.728	0.0116
		5	6.40	1.70	28.00	42.60	17.40	9.25	54	1	0.606	0.728	0.0082
		6	4.80	2.00	20.00	39.00	13.80	11.67	54	1	0.606	0.728	0.0062
		Vc	4.00	2.10	15.00	26.20	0.00		54	1			0.000
1500	2250	Va	6.40	0.00	43.00	46.75	21.56	7.47	54	1	0.606	0.728	0.0157
		2	6.80	0.50	42.00	46.75	21.56	7.47	54	1	0.606	0.728	0.0157
		3	7.00	1.00	41.00	46.73	21.53	7.48	54	1	0.606	0.728	0.0157
		4	6.70	1.50	40.00	45.30	20.10	8.01	54	1	0.606	0.728	0.0132
		5	6.10	2.10	25.00	42.40	17.20	9.36	54	1	0.606	0.728	0.0089
		6	6.10	2.40	15.00	36.24	11.04	14.58	54	1	0.610	0.734	0.0030
		Vc	4.90	2.40	12.00	26.20	0.00		54	1			0.000

2.13 17.3 Tabla de resultados de la bomba de tipo mixto (cont.)

VELOCIDAD		LECTURA	PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA								CALCULO DE LA EFICIENCIA			
MOTOR	BOMBA		Pd	Pz	Z		Z		Hd		η		P <sub>i</sub>			
rpm	rpm		kg/cm <sup>2</sup>	cmHg	P <sub>d</sub>	P <sub>z</sub>	Z	Z	Hd	Hd	η	η	P <sub>i</sub>	P <sub>i</sub>		
						mca	mca	mca	mca	mca	mca	mca	Kw	Kw		
1200	1800	Va	0.00	41.00	0.00											
		2	0.30	40.00	3.00	6.57	0.35									
		3	0.60	35.00	5.00	6.44	0.35	0.59	1.17	6.51	4.30	1.48	1.80	62.42		
			0.70	34.00	5.00	6.30	0.35			6.32	4.20	0.99	1.80	74.32		
			0.80	30.00	7.00		0.35									
		6	1.10	28.00	9.00	4.06	0.35	0.34	0.26	0.80	11.10	4.10	1.48	1.80	82.42	
	1300	1260	Vc	1.48	14.00	14.00										
			2	0.00	44.00	0.00										
			3	0.60	40.00	8.00		0.35								
				1.07	34.00	10.70	6.44	0.35	0.82	1.23						
					21.00	14.00	4.82	0.35	0.83		12.42	8.00	0.00	1.80	88.81	
			6	1.78	20.00	18.00	3.48	0.35	0.16	0.68	13.80	4.00	1.48	1.73	84.70	
1500	2100	Vc	1.60	18.00	17.00	2.72	0.35	0.05	0.30	15.96	3.80	1.50	1.80	84.70		
				16.00	18.00		0.35			16.25	3.10	0.00	1.80	88.81		
		6	1.78	16.00	18.00	2.72	0.35	0.01	0.02	18.00	5.10	1.78	2.45	33.63		
	2100	2100	Va	0.00	43.00	0.00										
			2	0.60	42.00	5.00										
			3	1.00	41.00	10.00										
				1.50	31.00	15.00	5.57	0.35	0.80	1.25	6.82	4.60	1.06	2.06	65.58	
				1.78	21.00	17.00		0.35	0.57	0.87	11.85	3.80	2.07	2.37	62.53	
			6	2.00	20.00	20.00	2.72	0.35	0.21	0.42	18.49	6.10	2.30	3.38	33.21	
1500	2260	Va	0.00	43.00	0.00											
		2	0.60	42.00	5.00	5.86	0.35	0.82	1.23	20.17	6.70	2.30	2.93	74.66		
		3	1.00	41.00	10.00					21.37	5.70	1.83	2.98	77.97		
				40.00	15.00	2.84	0.35	0.13	0.10	22.14	5.00	1.83	2.98	71.80		
			2.18	25.00	21.00		0.35	0.67	0.42	21.37	5.70	2.30	3.38	33.21		
		6	2.40	15.00	34.00	2.72	0.35	0.00	0.00	23.35	4.00	0.00	2.06	0.00		
	1500	2260	Vc	2.40	12.00	24.00	1.63	0.35	0.00	0.00	25.99	4.60	0.00	2.01	0.00	
			6	2.40	12.00	24.00	1.63	0.35	0.00	0.00	25.99	4.60	0.00	2.01	0.00	

2.13 .7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto (continuación)

VELOCIDAD		PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA								CALCULO DE LA EFICIENCIA						
MOTIV	BOMBA	LECTURA	Pd	Pz	Z		V <sup>2</sup>		Hb	Pe			Ph		Pi			
rpm	rpm		kg/cm <sup>2</sup>	cmHg	[Pd] y	mca	[Pz] y	mca	mca	[V <sup>2</sup> ] 1	mca	[V <sup>2</sup> ] 2	mca	Hb	kw	Kw	Kw	
1200	1800	Va	0.00	41.00	0.00	5.67	0.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	13.68	6.30	0.36	1.87	62.42
		2	0.30	40.00	3.00	5.44	0.35	0.63	1.07	9.32	4.20	1.34	1.80	12.32	6.10	1.76	3.28	64.08
		3	0.50	39.00	6.00	5.20	0.35	0.88	1.33	8.81	4.20	1.34	1.80	12.32	6.10	1.76	3.28	64.08
		4	0.70	36.00	7.00	4.76	0.35	0.98	0.73	12.47	4.65	1.26	1.86	11.88	6.40	1.38	2.06	65.68
		5	0.90	30.00	9.00	4.08	0.35	0.95	0.51	13.68	3.90	1.35	1.80	11.88	6.40	1.38	2.06	65.68
		6	1.10	28.00	11.00	3.53	0.35	0.78	0.38	15.08	3.80	1.25	1.53	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		Vc	1.40	14.00	14.00	1.90	0.35	0.00	0.00	16.25	3.10	0.00	1.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1300	1950	Va	0.00	44.00	0.00	5.98	0.35	0.82	1.23	6.86	6.00	1.06	3.18	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		2	0.50	40.00	6.00	5.44	0.35	0.53	1.07	12.32	6.10	1.76	2.45	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		3	1.07	34.00	10.70	4.82	0.35	0.34	0.68	16.01	5.00	1.84	2.57	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		4	1.40	26.00	14.00	3.40	0.35	0.16	0.30	17.90	4.60	1.38	2.06	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		5	1.80	20.00	16.00	2.72	0.35	0.08	0.16	19.16	4.60	1.06	2.01	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		6	1.70	16.00	17.00	2.04	0.35	0.01	0.02	19.40	3.80	0.34	1.41	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		Vc	1.50	15.00	16.00	2.04	0.35	0.00	0.00	18.39	3.50	0.00	1.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1400	2100	Va	0.00	43.00	0.00	5.95	0.35	0.62	1.25	6.82	6.00	1.06	3.18	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		2	0.50	42.00	5.00	5.71	0.35	0.60	1.19	11.65	6.10	1.76	3.28	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		3	1.00	41.00	10.00	5.57	0.35	0.57	1.13	16.49	6.10	2.43	3.26	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		4	1.50	33.00	15.00	4.49	0.35	0.33	0.67	20.17	6.70	2.28	2.83	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		5	1.70	28.00	17.00	3.81	0.35	0.21	0.42	21.37	6.40	1.83	2.69	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		6	2.00	20.00	20.00	2.72	0.35	0.07	0.13	23.14	4.80	1.17	2.08	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		Vc	2.10	15.00	21.00	2.04	0.35	0.00	0.00	23.39	4.00	0.00	1.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1500	2250	Va	0.00	43.00	0.00	5.85	0.35	0.62	1.23	6.81	6.40	1.06	3.62	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		2	0.50	42.00	5.00	5.71	0.35	0.62	1.23	11.58	6.60	1.80	3.70	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		3	1.00	41.00	10.00	5.57	0.35	0.61	1.23	15.54	7.00	2.54	4.06	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		4	1.50	40.00	15.00	5.44	0.35	0.43	0.67	21.22	6.70	2.76	3.79	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		5	2.10	25.00	21.00	3.40	0.35	0.20	0.40	24.95	6.10	2.19	3.26	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		6	2.40	15.00	24.00	2.04	0.35	0.02	0.04	26.41	5.00	0.77	2.37	11.60	6.70	1.53	1.81	67.04
		Vc	2.40	12.00	24.00	1.63	0.35	0.00	0.00	25.98	4.50	0.00	2.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

2.13 .7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto (continuación)

VELOCIDAD		LECTURA	LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO DEL GABTO					
MOTIV	BOMBA		P <sub>e</sub>	P <sub>d</sub>	P <sub>s</sub>	H <sub>lim</sub>	H <sub>v</sub>	S/H <sub>v</sub>	k	μ	C	Q	
rpm	rpm		kw	kg/cm <sup>2</sup>	cm/Hg	cm	cm						m <sup>3</sup> /s
1700	2550	V <sub>a</sub>	7.50	0.00	42.00	46.70	21.50	7.49	54	1	0.606	0.728	0.0156
		2	8.30	1.00	42.00	46.69	21.49	7.49	54	1	0.606	0.728	0.0156
		3	8.90	1.90	42.00	46.66	21.35	7.54	54	1	0.606	0.728	0.0153
		4	8.40	2.40	37.00	46.15	19.86	8.07	54	1	0.606	0.728	0.0129
		5	8.00	2.72	30.00	43.40	18.20	8.86	54	1	0.606	0.728	0.0103
		6	6.90	3.10	20.00	40.28	16.08	10.68	54	1	0.606	0.728	0.0064
		V <sub>c</sub>	6.50	3.20	16.00	25.20	0.00		54	1		0.000	0.0000
1900	2850	V <sub>a</sub>	9.10	0.00	41.00	46.70	21.50	7.49	54	1	0.606	0.728	0.0156
		2	10.60	1.00	41.00	46.30	21.10	7.63	54	1	0.606	0.728	0.0149
		3	11.50	2.20	41.00	46.60	21.40	7.62	54	1	0.606	0.728	0.0154
		4	11.70	3.00	40.00	46.23	21.03	7.66	54	1	0.606	0.728	0.0148
		5	11.10	3.60	35.00	44.83	18.43	8.29	54	1	0.606	0.728	0.0121
		6	8.50	4.20	18.00	38.13	12.93	12.45	54	1	0.606	0.728	0.0044
		V <sub>c</sub>	6.50	4.20	16.00	25.20	0.00		54	1		0.000	0.0000

2.13 .7.2 Tabla de resultados de la bomba de flujo mixto (continuación)

VELOCIDAD		LECTURA	PRESIONES		CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE LA EFICIENCIA						
MOTOV	BOMBA		Pd	Ps	Pd	Pd	Z	Wp	Vd	Hb	Pe	Ph	Pf				
rpm	rpm		kg/cm2	cmHg	r	mca	r	mca	mca	l/g	mca	l/g	mca	mca	kw	Kw	Kw
1700	2850	Va	0.00	42.00	0.00	5.71	0.35	0.81	1.22	6.67	7.50	1.02	4.54	22.61			
		2	1.00	42.00	10.00	5.71	0.35	0.81	1.22	16.67	6.30	2.55	5.33	47.81			
		3	1.90	42.00	19.00	5.71	0.35	0.59	1.18	25.65	8.90	3.96	6.96	44.74			
		4	2.40	37.00	24.00	5.03	0.35	0.42	0.84	29.80	8.43	3.78	5.44	69.63			
		5	2.72	30.00	27.20	4.08	0.35	0.26	0.53	31.89	8.00	3.22	6.03	64.03			
		6	3.10	20.00	31.00	2.72	0.35	0.10	0.21	34.17	6.90	2.16	3.97	64.29			
		Vc	3.20	15.00	32.00	2.04	0.35	0.00	0.00	34.39	6.50	0.00	2.78	0.00			
1900	2850	Va	0.00	41.00	0.00	5.57	0.35	0.81	1.22	6.53	8.10	1.00	6.18	16.20			
		2	1.00	41.00	10.00	5.57	0.35	0.56	1.11	16.48	10.60	2.41	7.88	30.56			
		3	2.20	41.00	22.00	5.57	0.35	0.60	1.18	28.62	11.60	4.32	8.97	48.10			
		4	3.00	40.00	30.00	5.44	0.35	0.55	1.09	36.33	11.70	5.26	9.22	67.08			
		5	3.50	35.00	35.00	4.78	0.35	0.37	0.73	40.46	11.10	4.81	8.48	56.74			
		6	4.20	18.00	42.00	2.45	0.35	0.06	0.10	44.86	6.50	1.93	6.54	34.77			
		Vc	4.20	15.00	42.00	2.04	0.35	0.00	0.00	44.35	6.50	0.00	3.61	0.00			

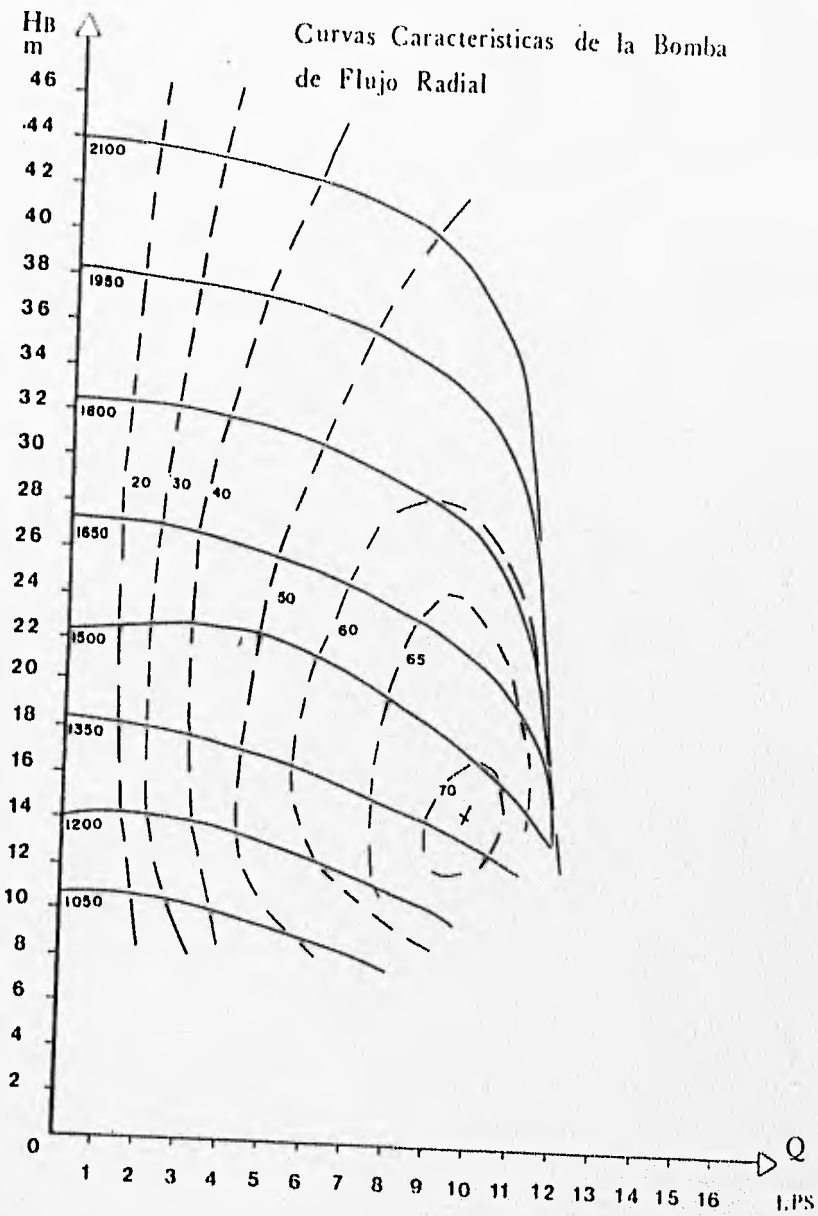
## 2. Teoría y funcionamiento de las bombas centrífugas

---

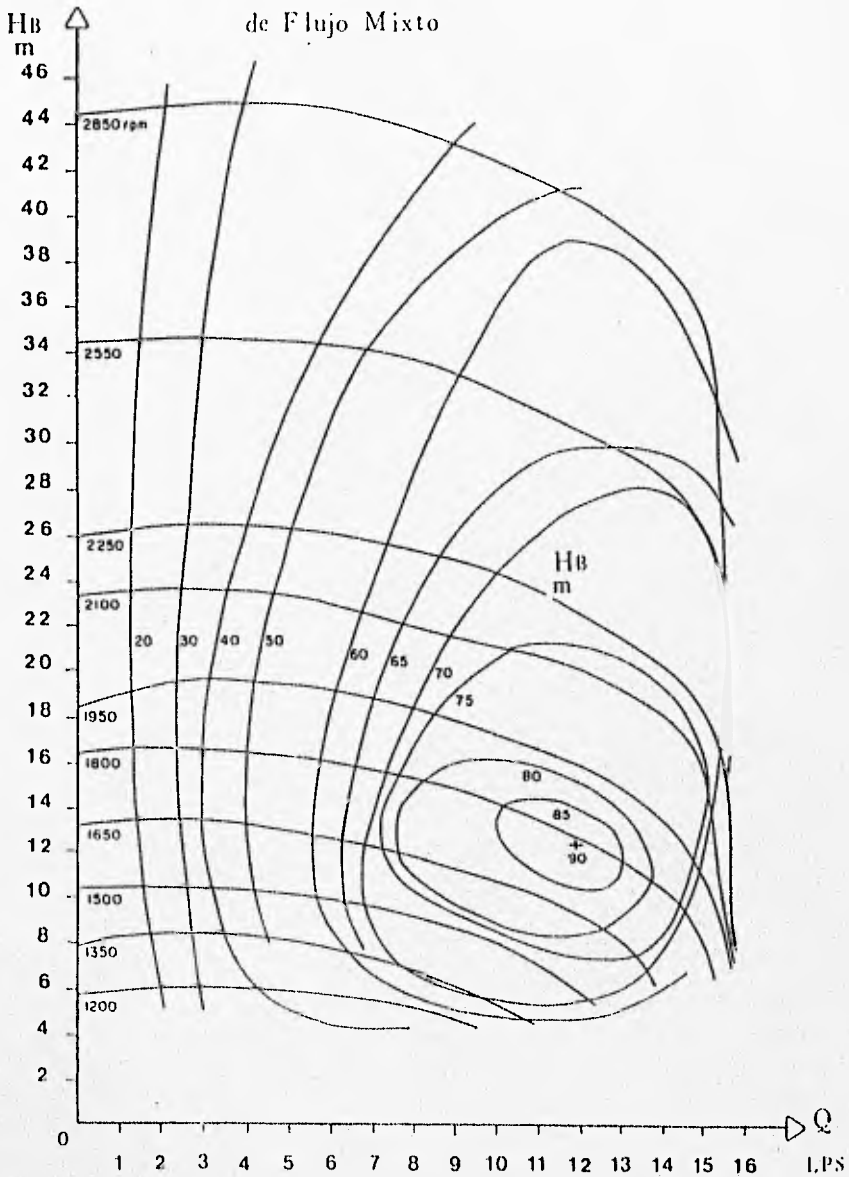
### 2.13.7 Resultado de las mediciones y obtención de las curvas características de las bombas del laboratorio

Se presentan las curvas características de las bombas del laboratorio de la Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M. , representando gráficamente las variables obtenidas en las tablas del subcapítulo anterior, éstas representan el comportamiento de la carga  $H$  de la bomba, respecto a la variación del gasto  $Q$ , dependiendo de una velocidad angular, junto con éstas curvas se presenta el campo de eficiencias con el cuál operan ambos equipos.

# Curvas Características de la Bomba de Flujo Radial



Curvas Características de la Bomba  
de Flujo Mixto





Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

---

# Capítulo 3

## Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

#### 3.1 Sistemas de bombeo

La mayoría de los grandes sistemas de bombeo cuentan con plantas o estaciones donde se localizan más de una bomba, esto es necesario cuando las necesidades de operación de un sistema exigen que varíe la carga o el gasto, en tal caso se usan bombas conectadas en serie, en paralelo o la más usual en serie-paralelo.

Para bombas conectadas en serie, el rendimiento requerido se obtiene agregando las cargas a la misma capacidad de gasto. Si las bombas operan en paralelo, se agregan las capacidades de gasto para la misma carga.

##### 3.1.1 Sistema de bombeo en serie

Es un conjunto de bombas conectadas en sucesión encaminadas a aportar un aumento en la carga de bombeo, en régimen permanente  $Q_1=Q_2=\dots=Q_n$ .

Sin embargo no es conveniente que las  $n$  bombas se conecten en forma directa, lo que se acostumbra es construir tanques llamados de sumergencia en cada bomba, dando flexibilidad y seguridad a la operación del sistema.

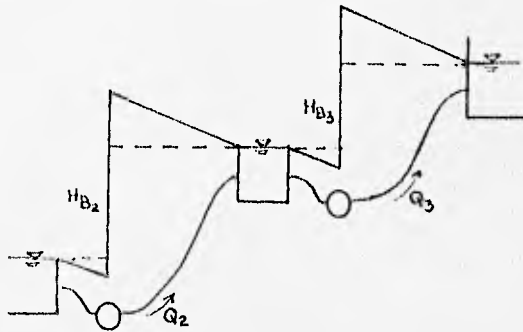


fig. 3.1 Bombeo en serie

El arreglo de bombas en serie no solo es común entre bombas; también es común encontrar este arreglo en el interior de una bomba, donde se localizan más de un impulsor acoplados a la misma flecha.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

El comportamiento de este sistema está directamente relacionado con las curvas características de las bombas que lo conforman, de modo que para la misma relación de gasto se tendrá un aumento en la carga, directamente proporcional al número de bombas, la curva resultante del sistema será como se muestra a continuación:

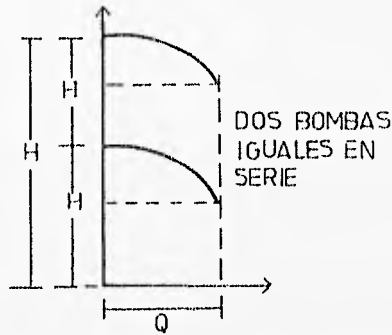


fig. 3.2 Curva característica resultante de un sistema en serie

#### 3.1.2 Sistema de Bombeo en paralelo

Es un conjunto de bombas conectadas una junto a las otras por medio de una misma tubería denominada múltiple, cuyo fin es incrementar el gasto del sistema con un valor de carga de bombeo constante.

Para la representación de las curvas carga-gasto de las bombas en paralelo, debe sumarse, para una carga dada, el gasto de las n bombas.

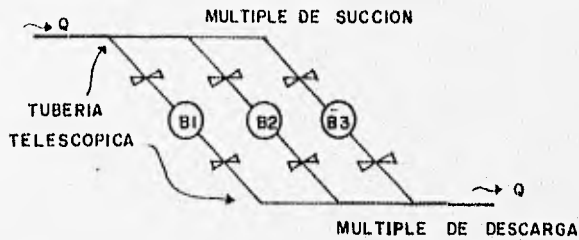


fig. 3.3 Arreglo de las bombas en paralelo

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

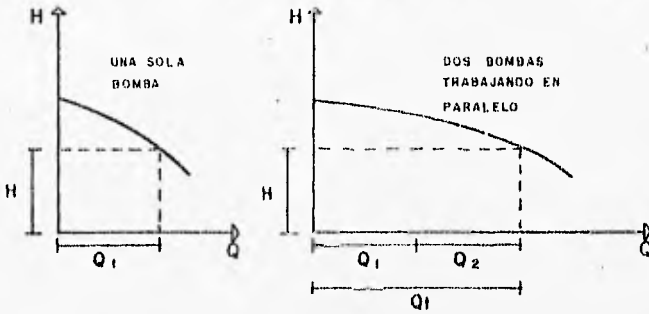


fig. 3.4 Curva característica resultante de una operación en paralelo

#### 3.1.3 Operación de bombas en serie-paralelo

En sistemas de bombeo de gran caudal y diferencias de altura como el caso del sistema Cutzamala o los sistemas para agua potable con esa problemática, es común el arreglo de varias bombas en paralelo destinadas a operar un sistema en serie, se pueden encontrar un sin número de diferencias entre los ejemplos mencionados, pudiéndose resumir en dos tipos de arreglos: el primero que se denominará homogéneo o total, ya que no varía el arreglo y número de bombas entre los tanques de descarga-succión del sistema de bombeo, y que la curva característica resultante depende de agregar gastos y cargas dependiendo del número de bombas, tal y como se muestra en la fig. (3.5).

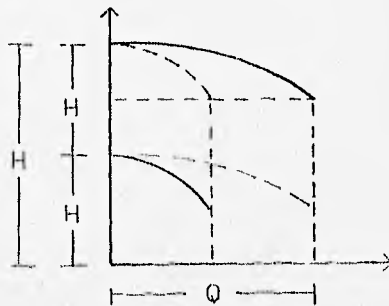


fig. 3.5 Curva característica resultante de un sistema de bombeo serie-paralelo homogéneo o total

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

El segundo caso que se denominará asimétrico no homogéneo, por que depende de las condiciones de las bombas en la succión y descarga, y de un gasto que no utilizan las bombas por tener otro fin, tal situación se ejemplifica a continuación.

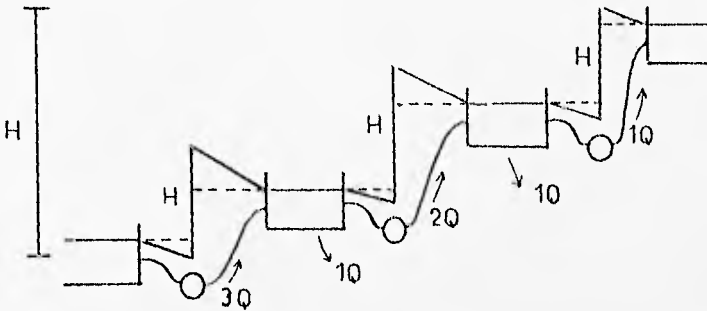


fig. 3.6 Arreglo de un sistema de bombeo serie-paralelo asimétrico no homogéneo

La curva característica resultante será:

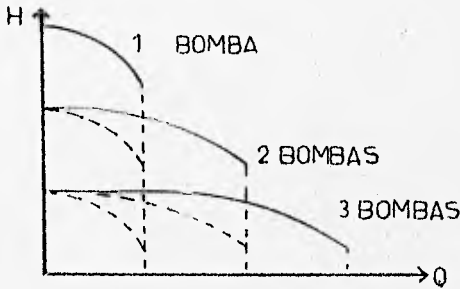


fig. 3.7 Curva característica resultante de un sistema serie-paralelo asimétrico no homogéneo

### 3.2 pérdidas de energía en una conducción

El conjunto de tuberías, válvulas y accesorios que existe entre la bomba y el tanque o entre la bomba y la red, designará en lo sucesivo como conducción. Uno de los principales problemas que se presentan en una condición, es poder evaluar las pérdidas que se originan en ella.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Las pérdidas de energía en una conducción se clasifican en:

1. Pérdidas menores o locales. Son aquellas que ocurren en una zona definida de la conducción y que son originadas por válvulas, cambios de dirección, ampliaciones o reducciones, entradas o salidas, etc.
2. Pérdidas mayores o de fricción. Son las que crecen con el desarrollo de la conducción y se deben al rozamiento de las partículas entre sí o con las paredes de la tubería.

De acuerdo con la importancia de éstas pérdidas, las tuberías se clasifican de la siguiente forma (ref. 3):

- a) Cortas,  $l < 4r$ , donde  $r$  es el radio hidráulico y  $l$  la longitud de la conducción. En las tuberías cortas, las pérdidas por fricción son despreciables comparadas con las pérdidas locales.
- b) Medias,  $4r < l < 400r$ , donde importan por igual las pérdidas locales que las de fricción.
- c) Largas,  $l > 400r$ , las pérdidas locales son despreciables comparadas con las de fricción.

#### 3.2.1 Pérdidas mayores en la conducción

##### 3.2.1.1 Fórmula de Darcy-Weisbach

Para evaluar este tipo de pérdidas se considerará una tubería con dos piezómetros (fig. 3.8):

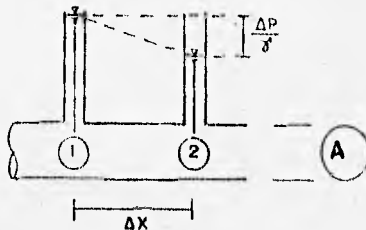


fig. 3.8 ubicación de dos piezómetros en una tubería, para el análisis de las pérdidas mayores en una conducción

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Estableciendo la Ec. de impulso y cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 2, la fuerza que actúa sobre el líquido es:

$$F = \Delta p A$$

por otra parte si se le llama  $\phi$  al perímetro de la sección transversal de la tubería se tendrá que la fuerza resistente al movimiento es:

$$\sigma \phi \Delta x$$

siendo  $\sigma$  el esfuerzo cortante entre las partículas de agua y la pared de la tubería. Ahora, teniendo en cuenta que se trata de un flujo establecido (independiente del tiempo) se tiene:

$$\Delta p A = \sigma \phi \Delta x$$

de donde:

$$\sigma = \frac{\Delta p A}{\Delta x \phi}$$

o bien, multiplicando y dividiendo el segundo miembro de la ecuación por  $\gamma$  (peso específico):

$$\sigma = \frac{\Delta p}{\gamma} \frac{1}{\Delta x} \frac{A}{\phi} \gamma$$

y como:  $\frac{\Delta p}{\gamma} \frac{1}{\Delta x} = S$

(pendiente hidráulica)

y  $\frac{A}{\phi} = R$

(radio hidráulico)

resulta:

$$\sigma = \gamma R S$$

Por otra parte se encontró experimentalmente que:

$$\sigma = \gamma \alpha V^2$$

de donde:

$$KV^2 = \gamma R S$$

$$V = \sqrt{\frac{\gamma}{K}} \sqrt{RS} \quad (3.1)$$

$$C = \sqrt{\frac{\gamma}{K}}$$

$$V = C R^{1/2} S^{1/2} \quad (3.2)$$

que es la fórmula de Chézy.

Sustituyendo:

$$R = \frac{A}{\phi} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}$$

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

en la Ec. (3.1) y dividiendo entre  $2g$  se tiene:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{\gamma}{2gK} \frac{D}{4} S$$

de donde:

$$S = \frac{8gK}{\gamma} \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g}$$

si ahora se hace:

$$\frac{8gK}{\gamma} = f$$

$$S = f \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g}$$

resulta:

$$S = \frac{hf}{l}$$

y como:

entonces:

$$hf = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.3)$$

que es la fórmula de Darcy-Weisbach.

En 1850, Darcy y Weisbach dedujeron experimentalmente esta fórmula para calcular en un tubo la pérdida por fricción, donde:

- $f$  Factor de fricción, adimensional
- $g$  Aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$
- $hf$  Pérdidas por fricción, en m
- $D$  Diámetro, en m
- $l$  Longitud del tubo, en m
- $V$  Velocidad media, en  $m/s$

Manning supone en la Ec. (3.2), (ref. 3) que:

$$K = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

de donde:

$$V = \frac{1}{n} R^{1/6} R^{1/2} S^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (3.4)$$

que es la fórmula que lleva su nombre.



### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Haciendo un análisis dimensional de las fórmulas 3.2, 3.3 y 3.4 se tiene:

$$\begin{aligned} [K] &= [L^{1/2} T^{-1}] \\ \text{en tanto que: } [n] &= [L^{-1/2} T] \quad \text{y} \\ f &\text{ adimensional.} \end{aligned}$$

lo que representa una gran ventaja de la fórmula de Darcy-Weisbach sobre las fórmulas de Chézy y Manning, por ser más sencillo y claro el cálculo del coeficiente de pérdidas.

#### 3.2.1.2 Número de Reynolds

Para estudiar el problema de la resistencia al flujo, resulta necesario volver a la clasificación inicial de los flujos y considerar las grandes diferencias de su comportamiento, se hará la siguiente clasificación del flujo de una tubería:

- a) Flujo laminar
- b) Flujo turbulento

El flujo laminar se caracteriza por un movimiento longitudinal de las partículas de agua dentro del tubo, sin acercarse y sin alejarse unas de las otras.



fig. 3.9 Esquema del flujo laminar

En el flujo turbulento, las partículas de agua siguen trayectorias muy irregulares, fig. 3.10

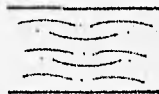


fig. 3.9 Esquema del flujo turbulento

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Osborne Reynolds (1883) en base a sus experimentos fue el primero que propuso el criterio para distinguir ambos tipos de flujo mediante el número que lleva su nombre, el cuál permite evaluar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre la inercia.

En el caso de un conducto cilíndrico a presión, el número de Reynolds se define así:

$$RE = \frac{VD}{\nu} \quad (3.5)$$

donde:                    V    velocidad media, en m/s  
                              D    diámetro del conducto, en m  
                               $\nu$     viscosidad cinemática del fluido, en  $m^2/s$

Reynolds encontró que en un tubo el flujo laminar se vuelve inestable cuando RE, ha rebasado un valor crítico, para después tornarse en turbulento.

Se ha encontrado experimentalmente que para:

RE < 2500 se tiene flujo laminar  
y RE > 2500 se tiene flujo turbulento

#### 3.2.1.3 Diagrama universal de Moody

El factor de fricción es función de la rugosidad  $\epsilon$  y del número de Reynolds RE en el tubo, esto es:

$$f = f(\epsilon, RE)$$

Poiseuille, en 1846, fue el primero en obtener matemáticamente el factor de fricción en flujo laminar y obtuvo una ecuación para determinar dicho factor, que es:

$$f = \frac{64}{RE} = \frac{64}{VD/\nu}$$

la cuál es válida para tubos lisos o rugosos, en los cuáles el número de Reynolds no rebase el valor crítico de 2300.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

A partir de los resultados experimentales, acumulados hasta el año de 1913, Blasius llegó a la importante conclusión de que existen dos tipos de fricción para el flujo turbulento en tubos. El primero está asociado con tubos lisos donde los efectos de viscosidad predominan y el factor de fricción depende únicamente del número de Reynolds. El segundo tipo se refiere a tubos rugosos donde la viscosidad y los efectos de rugosidad influyen en el flujo, además que el factor de fricción depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

Las contribuciones más importantes las realizó Nikuradse, alrededor de 1920. Nikuradse trabajó con tubos de rugosidad artificial, perfectamente verificada en el laboratorio mediante granos uniformes de arena adheridos con diferente distribución sobre la superficie interna del tubo.

Los resultados de los experimentos de Nikuradse se presentan en un diagrama, el cual comprueba la validez de la ecuación siguiente:

$$f = f(\epsilon, RE)$$

Sin embargo el valor práctico directo de los resultados de Nikuradse tuvo algunas limitaciones debido a que era difícil correlacionar la rugosidad artificial uniforme, con el tipo de irregular y ondulado de los tubos comerciales.

Colebrook y White presentaron la siguiente fórmula empírica para la zona de transición de flujo laminar a turbulento en tubos comerciales:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{RE \sqrt{f}} \right)$$

Con base en éstos resultados Moody preparó el diagrama que lleva su nombre, para determinar el coeficiente de fricción  $f$  en tuberías de rugosidad comercial, que transportan cualquier líquido.

En dicho diagrama se comprueban también los mismos aspectos para los tubos de rugosidad comercial, que con el diagrama de Nikuradse.

La precisión en el uso del diagrama universal de Moody depende de la selección de  $\epsilon$ . (fig. 3.10)

3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

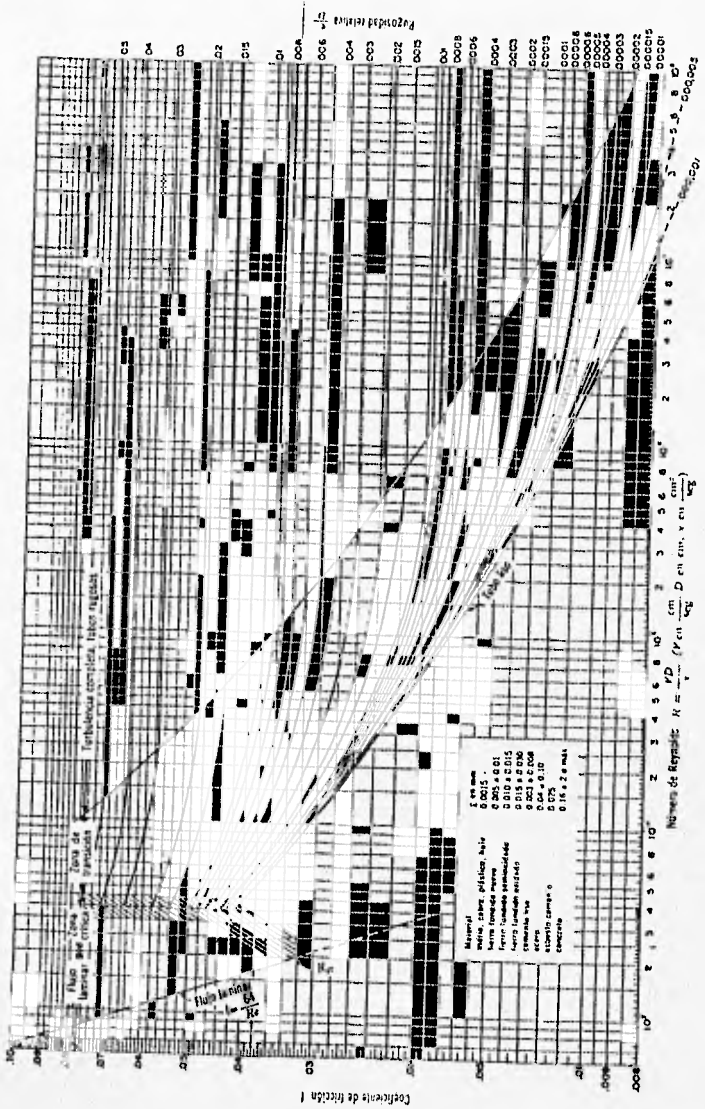


fig. 3.10 Diagrama universal de Moody

### 3.2.2 Pérdidas locales en la conducción

Se considerará ahora una tubería con un ensanchamiento brusco, tal como se indica:

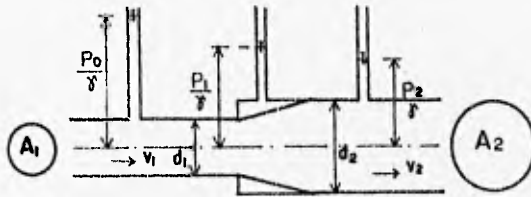


fig. 3.11 Ensanchamiento brusco de una tubería

Despreciando las pérdidas por fricción se tendrá:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + hf \quad (3.6)$$

donde  $hf$  es la pérdida de carga debida a la ampliación brusca. Por otra parte, se obtiene experimentalmente que:

$$\frac{P_0}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} \quad (3.7)$$

Ahora, de acuerdo con la ley de impulso y dado el cambio de velocidades entre las secciones 1 y 2 existirá una fuerza:

$$F = \frac{\gamma}{g} Q (V_2 - V_1) \quad (3.8)$$

Por otra parte, la suma de las fuerzas que actúan entre las secciones 1 y 2 es:

$$F = P_1 A_1 + P_0 (A_2 - A_1) - P_2 A_2$$

y teniendo en cuenta la ecuación 3.7

$$F = P_1 A_1 + P_1 (A_2 - A_1) - P_2 A_2$$

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

$$F = A_2(P_1 - P_2) \quad (3.9)$$

de las ecuaciones 3.8 y 3.9 se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{g} Q(V_2 - V_1) &= A_2(P_1 - P_2) \\ \frac{V_2 A_2 (V_2 - V_1)}{g} &= A_2 \frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} \\ \frac{V_2 (V_2 - V_1)}{g} &= \frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} \end{aligned} \quad (3.10)$$

ahora despejando  $h_f$  en la ecuación 3.6 se tiene:

$$h_f = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad (3.12)$$

llevando 3.10 a 3.11

$$h_f = \frac{V_2(V_2 - V_1)}{g} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}$$

o bien:

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{2V_2^2 - 2V_2V_1 + V_1^2 - V_2^2}{2g} \\ h_f &= \frac{V_2^2 - 2V_2V_1 + V_1^2}{2g} = \frac{(V_2 - V_1)^2}{2g} \end{aligned}$$

Entonces, llamando  $V_2 - V_1 = \Delta V$ , se tiene:

$$h_f = \frac{(\Delta V)^2}{2g}$$

Que es la Ec. de borda para calcular pérdidas locales.

Por otra parte, la diferencia  $V_2 - V_1$  se puede escribir como:

de donde:

$$\begin{aligned} V_2 - V_1 &= KV^2 \\ h_f &= K \frac{V_2^2}{2g} \end{aligned} \quad (3.13)$$

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Es decir que toda pérdida de carga total se puede escribir como un coeficiente, por la carga de velocidad aguas abajo de donde ocurre la pérdida.

### 3.3 Condiciones de succión

#### 3.3.1 Presión de vapor

Si un líquido se encuentra a una temperatura arriba de su punto de congelación, sufre evaporación en su superficie. En el seno del líquido se origina una presión que se llama presión de vapor y que está en función directa con la temperatura del líquido. Es común aceptar valores prácticos de la presión de vaporización (para las temperaturas normales) del orden de  $0.2$  a  $0.3 \text{ kg/cm}^2$  ( $0.2$  a  $0.3 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ ), es decir presiones negativas por debajo de la atmosférica de  $0.7$  a  $0.8 \text{ kg/cm}^2$ , ( $0.7$  a  $0.8 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ ), (ref. 1)

#### 3.3.2 Presión de bombeo

Al funcionar la bomba, tiende a formar un vacío en el seno del líquido, este succionar se conoce como presión de bombeo.

Supóngase que en un momento dado y a una temperatura determinada, la presión de bombeo es más baja que la presión del líquido a bombear. Como la presión de vapor es más alta, este se libera por la acción de la bomba que ya no succionará más líquido sino vapor. La bomba se encuentra en "Fase de Vapor", como se ha dado en llamar a ésta operación.

Si por cambios imprevistos el equipo seleccionado llega a tener una operación de este efecto, en algunos casos la situación puede remediarse, dotando a la bomba de una carga de succión lo suficientemente grande para que siempre haya en la succión una presión de bombeo mayor que la presión de vapor del líquido a determinada temperatura.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

#### 3.3.3 Carga neta positiva de la succión (CNPS) o (NPSH)

Las siglas NPSH provienen del nombre en inglés Net Positive Suction Charge y es el margen de seguridad para adaptarse a la presión de vapor y se define cómo: la energía absoluta a la entrada de la bomba menos la debida a la presión de vapor.

$$CNPS = H_{abs} - \frac{P_v}{\gamma} \quad (3.14)$$

donde:

$$H_{abs} = Z_0 + \frac{P_a}{\gamma}$$

Carga de presión absoluta sobre la superficie libre del agua.

$$\frac{P_v}{\gamma}$$

Carga de presión de vaporización.

$$\frac{P_a}{\gamma}$$

Presión atmosférica en columna de agua, 10.33 mca nivel del mar, 8.0 m en la C.D. de México.

De la fig. 3.10 se deduce la CNPS de entre las secciones 0 - 1.

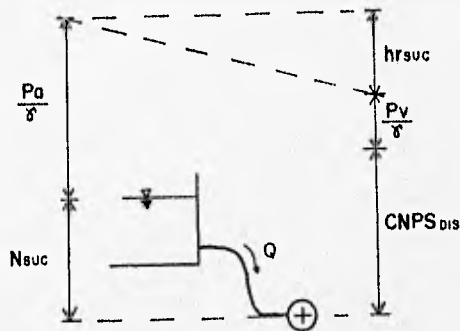


fig. 3.12 Esquema de la CNPS

$$H_{0,abs} = Z_0 + \frac{P_{atm}}{\gamma} \quad (3.15)$$

$$H_{1,abs} = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \quad (3.16)$$

$$H_{0,abs} = H_{1,abs} + h_{p0-1}$$



### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

$$H_{i_{abs}} = H_{0_{abs}} - hp_{0-1} \quad (3.17)$$

y sustituyendo 3.15 en ésta

$$H_{i_{abs}} = Z_0 + \frac{P_{atm}}{\gamma} - hp_{0-1} \quad (3.18)$$

sustituyendo 3.16 y 3.18 en 3.14 se obtiene:

$$\text{de (3.16)} \quad CNPS = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma} \quad (3.19) \quad y$$

$$\text{de (3.18)} \quad CNPS = Z_0 + \frac{P_{atm}}{\gamma} - hp_{0-1} - \frac{P_v}{\gamma} \quad (3.20)$$

#### 3.3.3.1 Carga neta positiva de la succión disponible

Esta depende de la carga de succión o elevación, la carga de fricción, y la presión de vapor del líquido manejado a la temperatura de bombeo.

Si se varía cualquiera de éstos puntos, la CNPS puede alterarse, por tanto está determinada por el nivel de succión y las características del tanque en la succión.

#### 3.3.3.2 Carga neta positiva de la succión requerida

Esta depende sólo del diseño de la bomba y se obtiene del fabricante para cada bomba en particular, según su tipo, modelo, capacidad y velocidad, y se fija por tanto dependiendo del tipo de bomba.

#### 3.3.4 Cavitación

Este fenómeno (exclusivo de los líquidos) producido por el descenso que sufre la presión debida a los efectos dinámicos de un líquido al escurrir, siguiendo fronteras curvas o alrededor de cuerpos sumergidos. Consiste en un cambio -rápido y explosivo- de la fase de líquido a vapor, al ocurrir en algún punto baja de la presión, hasta un valor crítico o por debajo de él. Por lo común, la presión crítica es igual o ligeramente inferior a la de vaporización. Inicialmente, en virtud del citado fenómeno

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

se presentan cavidades de vapor de agua que crecen rápidamente, viajando con el flujo y se colapsan al entrar a regiones de mayor presión. Si este fenómeno ocurre cerca o en contacto de una pared sólida, las fuerzas ejercidas por el líquido al empujar sobre las cavidades crean presiones muy grandes y localizadas, que causan deterioro en la superficie, pues se acompaña al fenómeno un golpeteo y fuertes vibraciones.

La posibilidad de cavitación puede evaluarse en términos del coeficiente  $\sigma$  de cavitación, definido por:

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\rho \frac{V_o^2}{2}} \quad (3.21)$$

donde  $p$  es la presión absoluta en el punto de interés,  $P_v$  es la presión de vaporización del líquido,  $\rho$  su densidad, y  $V_o$  la velocidad de referencia, comúnmente en la zona sin disturbios

### 3.4 Condiciones de carga

#### 3.4.1 Carga estática

Es la altura, expresada en metros de columna del líquido que actúa entre dos niveles fijos de superficie libre del agua, la cuál es siempre horizontal si el líquido está en reposo, y el término es usado a partir del eje de la bomba, hacia los niveles de succión o de descarga, (fig. 3.13 y 3.14).

#### 3.4.2 Carga estática total

Es la diferencia de niveles de succión y descarga (fig. 3.13 y 3.14).

#### 3.4.3 Elevación estática de succión o carga estática de succión

Si la bomba se encuentra arriba del nivel de la superficie libre del agua en la succión, la distancia entre este nivel y el eje de la bomba se llama elevación estática de succión. Si la bomba se encuentra abajo del nivel de la superficie libre del agua, entonces la distancia entre éste nivel y

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

el eje central de la bomba se denomina carga estática de succión. No se consideran las pérdidas por fricción en la tubería y sus accesorios.

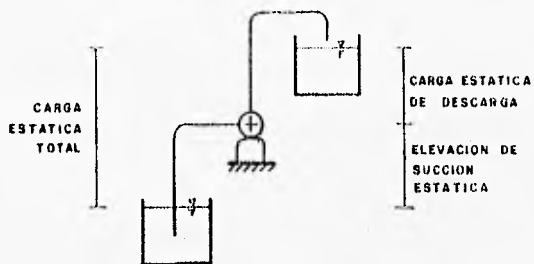


fig. 3.13 Esquema de una bomba en elevación de succión

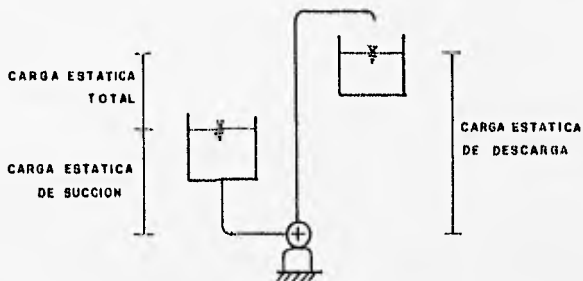


fig. 3.14 Esquema de una bomba en carga de succión

#### 3.4.3.1 Elevación de succión

Es la suma de la elevación estática de succión, y de las pérdidas en la succión (la elevación de succión es una carga de succión negativa).

#### 3.4.3.2 Carga de succión

Es la carga estática de succión menos las pérdidas de admisión, más cualquier presión que se encuentre en la línea de succión.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

#### 3.4.4 Carga estática de descarga

Es la distancia vertical entre el eje central de la bomba y el nivel de la superficie libre del agua en la descarga o el nivel del punto de entrega del líquido.

#### 3.4.5 Carga de Fricción o de pérdidas

Es la columna en metros, del líquido que se maneja, equivalente y necesaria para vencer la resistencia de las tuberías de succión, descarga y los accesorios. Varía de acuerdo con la velocidad del líquido, tamaño, tipo y condiciones interiores de las tuberías y naturaleza del líquido que se maneja.

#### 3.4.6 Carga de velocidad

Al descargar la tubería el líquido sobre el nivel de la superficie libre del agua, el líquido posee energía por su movimiento, no considerándose así al estar la tubería ahogada o por debajo de tal nivel, la carga de velocidad es la energía por unidad de peso debida a la energía cinética que posee el fluido a la descarga y se determina por:

$$h_v = \frac{v^2}{2g} \quad (1.22)$$

#### 3.4.7 Carga de descarga

Es la suma de la carga de descarga estática, de la carga de fricción de descarga y de la carga de velocidad de descarga.

#### 3.4.8 Carga total o de bombeo

Es la suma de las cargas de elevación o carga de succión y descarga.

### 3.5 Curvas del sistema hidráulico

#### 3.5.1 Curva de fricción de un sistema

Una gráfica carga-gastos se denomina curva de resistencia del sistema. La curva pasa siempre por el origen de la gráfica, puesto que si no hay carga desarrollada por la bomba, es lógico que no exista flujo en el sistema de tuberías.

Las pérdidas de carga por fricción en un sistema de bombeo son función del tamaño del tubo, longitud, número y tipo de los accesorios que lo integran, velocidad del flujo del líquido y, desde luego, su naturaleza, Ec. (3.3).

Para un sistema dado, las pérdidas que se tienen en la carga (considerando la succión y descarga) por fricción, varían aproximadamente con el cuadrado de la velocidad del flujo del líquido en el sistema.

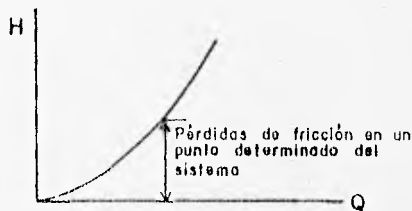


fig. 3.15 Curva de fricción de un sistema típico

#### 3.5.2 Curva de carga del sistema

Esta curva se obtiene al combinar la curva de fricción del sistema con la curva estática y con cualquier diferencia de presión en el sistema.

Si se superpone la curva H-Q de la bomba sobre la curva de carga (resistencia) del sistema, se obtendrá el punto en el cuál trabaja una bomba determinada, en el sistema para el cuál se ha trazado la curva (fig. 3.16).

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

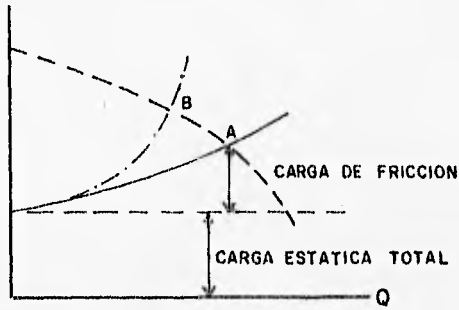


fig. 3.16 Curva de carga del sistema y curva H-Q de la bomba

Esta curva se obtiene de la siguiente manera:

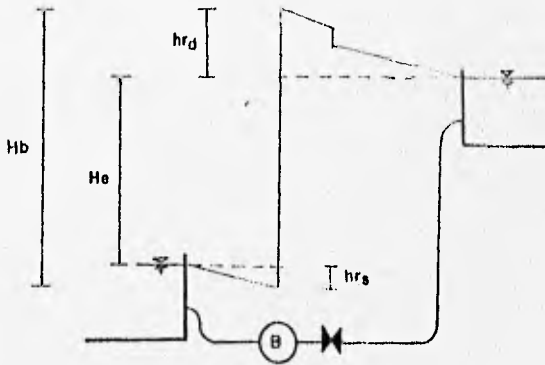


fig. 3.17 Esquema del gradiente hidráulico de un sistema de bombeo

$$H_B = H_E + \sum hr$$

$$\sum hr = \sum hf + \sum hl$$

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

donde:  $\sum hf$  pérdidas por fricción (Ec. 3.3)  
 $\sum hl$  pérdidas locales (Ec. 3.13)

$$\sum hr = \left[ \sum \left( f \frac{l}{D 2gA^2} \right) + \sum \left( K \frac{1}{2gA^2} \right) \right] \cdot Q^2$$

vamos a llamar  $K_s$  al coeficiente global de pérdidas de carga del sistema:

$$K_s = \sum \left( f \frac{l}{D 2gA^2} \right) + \sum \left( K \frac{1}{2gA^2} \right)$$

$$\sum hr = K_s Q^2 \quad (3.22)$$

finalmente:

$$H_B = H_E + K_s Q^2 \quad (3.23)$$

La representación gráfica de ésta ecuación se denomina curva de carga del sistema hidráulico o curva de resistencia del sistema hidráulico.

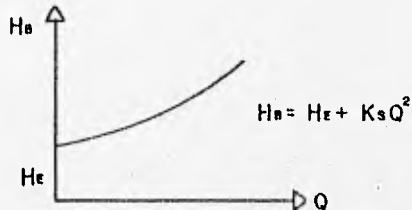


fig. 3.18 Curva de carga del sistema hidráulico

Esta curva es variable con las siguientes cargas:

Debido a la carga estática (fig. 3.19), en teoría los niveles de succión y descarga son fijos, pero al operar un sistema de bombeo las condiciones de puesta en inicio no son como tal suposición y la carga estática es variable dependiendo de la diferencia de los niveles de succión y descarga, es decir, al iniciar el bombeo, es debido a la solicitud del tanque de descarga que está vacío, y suponiendo el tanque de succión lleno la carga estática es mínima  $H_{mín.}$ , de no ser así la carga estática será media  $H_{med.}$ , al

3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

continuar la operación el tanque de descarga incrementará su nivel y el de succión lo disminuirá, produciendo un incremento en la diferencia de niveles hasta que la carga estática sea máxima  $H_{m\acute{a}x}$ .

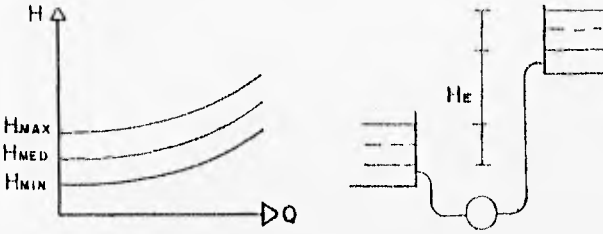


fig. 3.19 Variación de la carga estática

Debido al coeficiente global de pérdidas  $K_s$ , (fig. 3.20) la operación de la bomba puede producir variaciones en la carga estática, y también en la curva de resistencia del sistema, esto se propicia usando una válvula en la tubería de descarga, que al cerrarla produce un aumento en la pendiente de la curva de resistencia conforme aumenta el factor de pérdidas  $K_s$ .

Es decir, al tener un gasto máximo, el coeficiente  $K_s$  es menor por las bajas velocidades en la tubería, produciendo una carga total o de bombeo mínima (condiciones ideales), niveles en los tanques medios o mínimos, al disminuir el gasto cerrando la válvula el coeficiente  $K_s$  aumenta, incrementando la carga total.

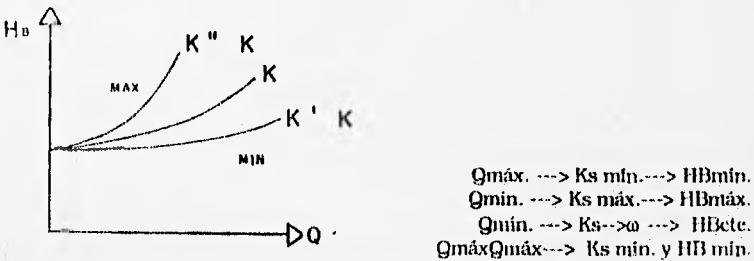


fig. 3.19 Variación de la carga estática



### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

#### 3.6 Punto de operación

Al combinar la curva de carga del sistema o al superponerla con la curva característica (H-Q), de una bomba (véase cap. 2) o un sistema de bombeo cualquiera, se observa que el gasto  $Q$  y la carga  $H$  deben satisfacer simultáneamente ambas curvas en un punto, llamándose a ese lugar de la curva punto de operación del sistema.

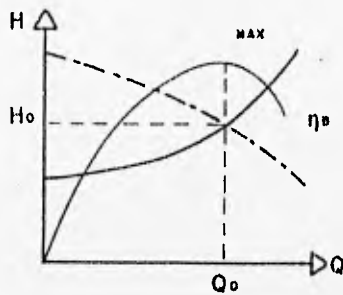


fig. 3.21 Punto de operación del sistema

La correcta selección de una bomba implica que el punto de operación corresponda al de diseño o referencia de la misma, contemplando la máxima eficiencia de la bomba para ese punto.

#### 3.7 Sistema de tubos

##### 3.7.1 Conducto sencillo

El más sencillo de los sistemas consiste en un conducto único alimentado en el extremo aguas arriba, por un recipiente o bomba, y con descarga libre o a otro recipiente, como se muestra en la fig. 3.22.

El conducto puede tener cambios geométricos u obstrucciones que producen pérdidas locales de energía, además de la propia fricción.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

Para el análisis del conducto sencillo se utiliza la ecuación de continuidad y la de energía.

La primera establece la invariabilidad del gasto en cualquier sección  $i$  del conducto:

$$Q = A_i V_i$$

La segunda establece la constancia de la energía entre dos secciones transversales  $i$  y  $j$  del conducto, para lo cual se acepta, usualmente, que el coeficiente  $\alpha$  en dichas secciones valga uno, esto es:

$$Z_i + \frac{P_i}{\gamma} + \alpha \frac{V_i^2}{2g} = Z_j + \frac{P_j}{\gamma} + \alpha \frac{V_j^2}{2g} + \sum_i^j hf + \sum_i^j hl$$

donde:

$\sum_i^j hf$  es la suma de pérdidas de fricción (3.3)

$\sum_i^j hl$  es la suma de pérdidas locales (3.13)

Los dos términos se expresan en razón de la carga de velocidad.

Sea el esquema:

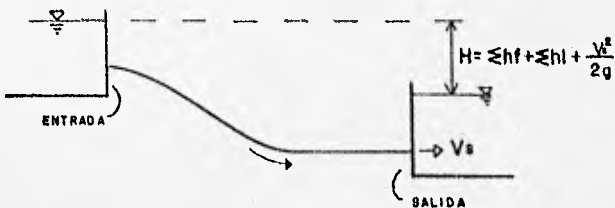


Fig. 3.22 Descarga de un tubo sencillo

Si en el sistema de la fig. 3.22, el recipiente de aguas abajo no existe, es decir, si el conducto descarga libremente a la atmósfera, el desnivel  $H$  se mide como la diferencia de niveles entre la superficie libre en el depósito

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

superior y el centro de gravedad de la sección final del tubo. En cualquier caso, dicho desnivel será:

$$H = \sum hf + \sum hl + \frac{V_s^2}{2g}$$

donde  $V_s^2/2g$  es la carga de velocidad en la sección final del conducto, considerada como energía final en el caso de descarga a otro recipiente.

Se presentan dos tipos de problemas:

a) *Revisión*: Conociendo  $H$ , la geometría y rugosidad del tubo, se desea calcular el gasto.

*Solución*. Supuesto que se desconoce la zona de flujo en la que trabaja el tubo, la velocidad y los coeficientes de pérdida son incógnitas. Si la sección 1 se elige dentro del depósito superior y la dos dentro del inferior, de tal manera que la velocidad de llegada sea despreciable, de la ecuación de la energía se tiene:

$$H = \left( Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( Z_2 + \frac{p_2}{2g} \right) = \frac{V_s^2}{2g} + \sum hf + \sum hl$$

En que  $V_s$  es la velocidad en la sección final de la tubería.

La velocidad en la sección final vale:

$$V_s = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \sum_{i=1}^n \left( f_i \frac{L_i A_s^2}{D_i A_i^2} + K_i \frac{A_s^2}{A_i^2} \right)}} \quad (3.24)$$

y el gasto:  $Q = A_s V_s$

Puesto que se conoce  $\epsilon_i/D_i$  se puede estimar un valor para cada  $f_i$  por inspección del diagrama de Moody, así como los  $K_i$ . Con dichos coeficientes substituidos en la ecuación anterior, se determina el gasto, de éste,  $V_i = 4Q/\pi D_i$  y con los números de Reynolds, se obtienen los nuevos valores  $f_i$ . El proceso se repite.

b) *Diseño*: Conociendo  $H$ , la geometría, rugosidad y el gasto, se desea calcular uno de los diámetros ( con más de un diámetro como incógnita, la solución es imposible ).

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Solución. Igual que le problema anterior, estimando  $f$  y  $D$  desconocidos, que se sustituyen reiterada mente hasta obtener el gasto.

La solución consiste en los siguientes pasos:

1.- Se estima un valor de  $f$  ( por ejemplo 0.02 ).

2.- Se calcula  $D$  con:

$$Q \approx \frac{\pi \sqrt{2gH}}{4f} \frac{1}{D^5} \quad (3.25)$$

$$D \approx \sqrt[5]{\frac{81 Q^2}{g \pi^2 H}} f = \sqrt[5]{\frac{0.08271 Q^2}{H}} f \quad (3.26)$$

3.- Se calcula  $Re$  y  $e/D$ , del diagrama de Moody, se determina un nuevo valor de  $f$ .

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D} = \frac{C_2}{D}$$

en el que se conoce a:

$$C_2 = 4Q/\pi \nu$$

4.- Con el nuevo valor de  $f$ , se repite el procedimiento hasta que éste no cambie en más de dos ciclos sucesivos.

#### 3.7.2 Sistema de tubos en paralelo

En ocasiones resulta necesario derivar varios ramales en un mismo tubo, para lo cuál se pueden presentar dos casos:

- Se conoce la pérdida entre A y B y se desea determinar el gasto en cada ramal.
- Se conoce el gasto total y se desea determinar la pérdida entre A y B, así como la distribución del gasto en cada ramal.

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

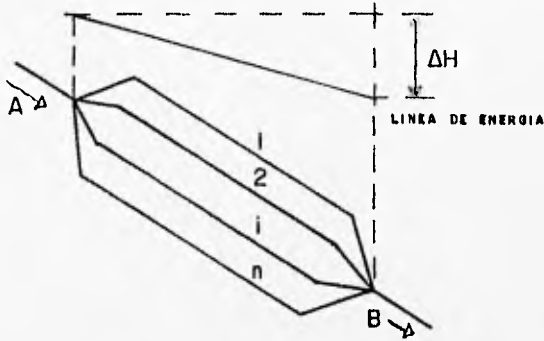


fig. 3.23 Esquema de tubos en paralelo

Ambos casos ocurren independientemente de las energías que existan en A y B. El primero no ofrece dificultad puesto que una vez conocida la pérdida, se puede calcular el gasto en cada ramal en base a que funciona con una carga igual a la pérdida determinada, esto es, que con  $\Delta H_1 = \Delta H_2 = \dots = \Delta H_n$ , la pérdida de energía vale:

$$\Delta H = K_i \frac{V_i}{2g}$$

por lo que:

$$V_i = \sqrt{\frac{2g\Delta H}{K_i}} \quad (3.27)$$

donde:

$$K_i = f_i \frac{L}{D_i} + \sum K_i$$

siendo el gasto:

$$Q = A_i V_i$$

### 3. Teoría y funcionamiento de los sistemas de bombeo

---

Para el segundo caso, se supone la existencia de una tubería (ficticia) que transporta el gasto total equivalente a todos los ramales con una pérdida en la misma de  $\Delta H_e = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \dots = \Delta H_n$ .

Al sustituir las ecuaciones 3.27 en la de continuidad, obtenemos:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

y al simplificar, resulta:

$$\frac{D_e^2}{\sqrt{K_e}} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i^2}{\sqrt{K_i}}$$

o bien:

$$\frac{K_e}{D_e^4} = \left[ \frac{1}{\sum \left( \frac{D_i^2}{\sqrt{K_i}} \right)} \right]^2 \quad (3.29)$$

o sea, la condición de equivalencia entre los conductos, en los que se elige un valor arbitrario para  $D_e$  o  $K_e$  y el otro se calcula con la ecuación 3.29, luego entonces,

$$\Delta H = K_e \frac{V_e^2}{2g} = \frac{8K_e}{\pi^2 D_e^4} \frac{Q^2}{g}$$

sustituyendo la ecuación 3.29, resulta:

$$\Delta H = \frac{8}{\left[ \pi \sum_{i=1}^n \left( \frac{D_i^2}{\sqrt{K_i}} \right) \right]^2} \frac{Q^2}{g}$$

Una vez que la pérdida  $\Delta H$  se conoce, el problema se torna en uno del primer caso.

Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

---

## Capítulo 4

# Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica

#### 4.1 Ubicación del sistema

El sistema se encuentra en la sala de máquinas del Laboratorio de Hidráulica, localizado en la zona de laboratorios, en el extremo Norte del Edificio Principal de la Facultad de Ingeniería en Ciudad Universitaria. Como se muestra en la fig. 4.1.

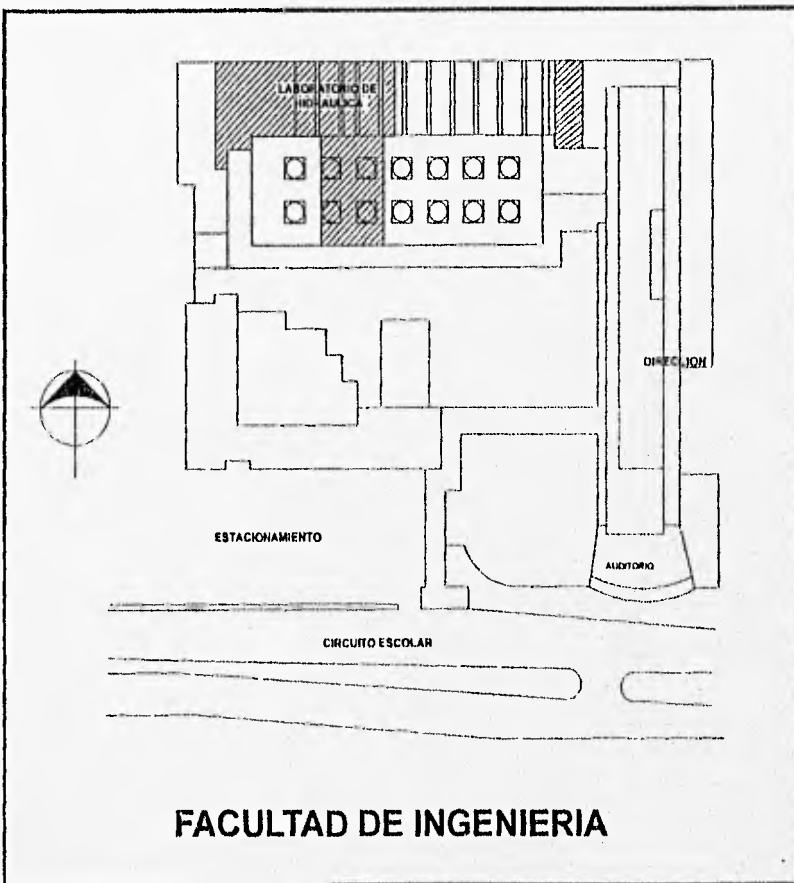
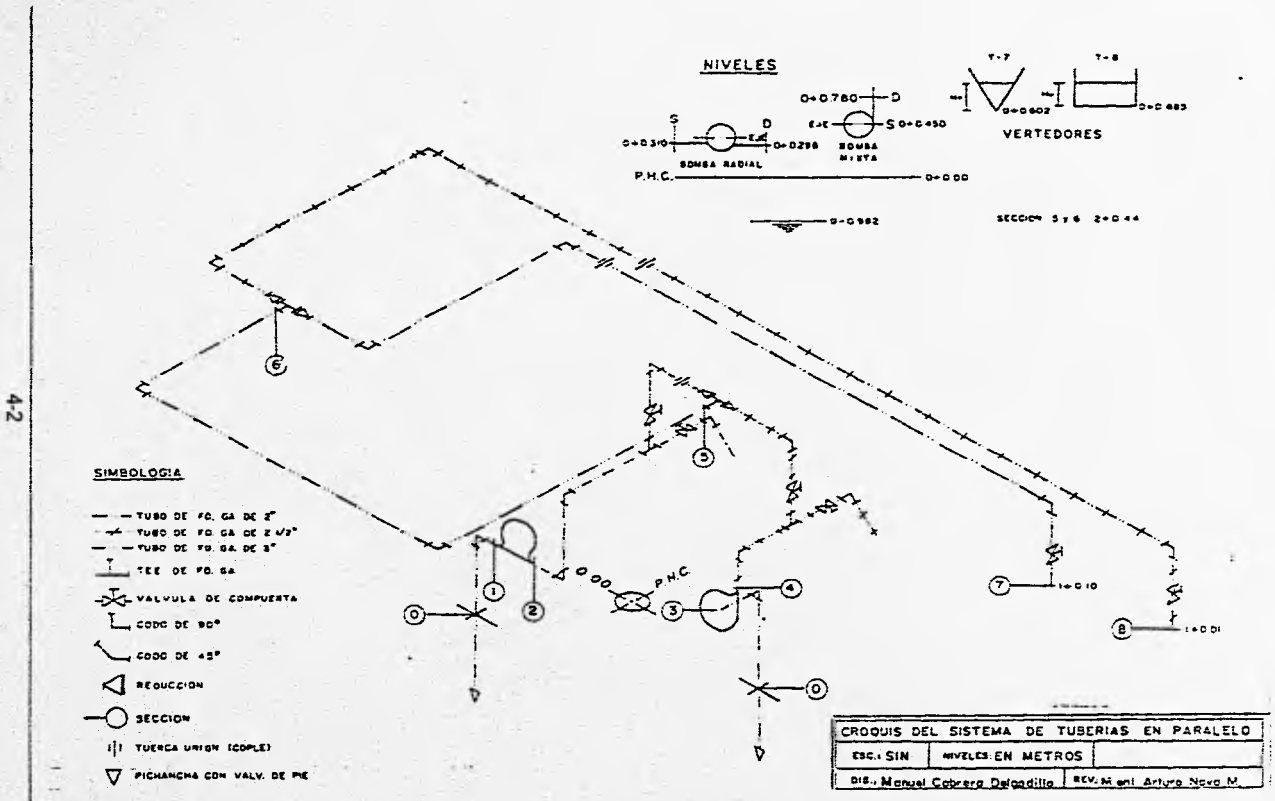


Fig. 4.1 Ubicación del Laboratorio de Hidráulica en la Facultad de Ingeniería.



4. Instalacion de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

4.2 Croquis del sistema



#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

---

### 4.3 Descripción del sistema

La implementación del sistema de bombeo aprovecha la instalación existente de dos bancos de pruebas para dos bombas centrífugas (descritas en el capítulo 2), una de flujo mixto y la otra de flujo radial; este modelo debido a su proximidad, permite conectar ambas bombas a un sistema de tuberías que descarga a dos tanques aforadores independientes, facilitando el estudio de las curvas características para cada máquina.

Se propuso unir las instalaciones anteriores con el objeto de estudiar el comportamiento de éstos equipos operando en paralelo y con base en los resultados obtenidos implantar una o varias prácticas de laboratorio para la asignatura de Hidromecánica.

La construcción del sistema propuesto se inició en el mes de Agosto de 1995, concluyéndose un mes después, al tiempo que se inició el periodo de pruebas de operación del sistema.

La tubería en su totalidad es de fierro galvanizado ( Fo.Ga.), integrándose con piezas especiales ( codos, tees, coples, etc.) del mismo material, con diámetros de 2", 2½" y 3" en los diferentes tramos, se inicia con los diámetros existentes de 2", 2½" de las descargas de cada bomba (secciones 2 y 4 de la fig. 4.2), se unen con un tramo de tubería de 3" (sección 5 de la fig. 4.2), donde al concluir (sección 6, fig. 4.2), se bifurca en dos tramos de diferente diámetro y longitud, hasta la descarga en los tanques aforadores (secciones 7 y 8, fig. 4.2).

### 4.4 Datos del sistema

#### 4.4.1. Secciones del sistema

Para la identificación de los tramos y secciones del sistema, se decidió dividirlo en los lugares donde ocurriera un cambio de diámetro o de dirección, tal como se esquematiza en figura, ( Fig.4.2 ).

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

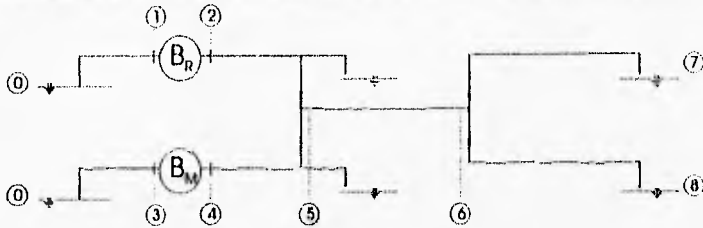


Fig. 4.2 Secciones del sistema de bombeo.

#### 4.4.2 Características de las secciones

En la tabla 4.1 se presentan los tramos en que se divide el sistema, y las características que los identifican, como son : diámetro, longitud, niveles y color, con el que se identifican más fácilmente los tramos a la distancia y se evitan confusiones.

Tabla 4.1 Características de las secciones del sistema de bombeo.

Sección	Niveles		Diámetro		Longitud m	Color
	inicial	final	pulgadas	m		
<b>B. Radial</b>						
<b>0-1</b>	-0.982	0.310	3	0.0762	3	Azul
<b>2_5</b>	0.298	2.440	2	0.0508	3.28	Rojo-Azul
<b>B. Mixta</b>						
<b>0_3</b>	-0.982	0.450	3	0.0762	3.09	Azul
<b>4_5</b>	0.780	2.440	2.5	0.0635	2.28	Cafe-Azul
<b>Red</b>						
<b>5_6</b>	2.440	2.440	3	0.0762	10.13	Amarilla
<b>6_7</b>	2.440	1.100	2	0.0508	12.42	Naranja
<b>6_8</b>	2.440	1.010	2.5	0.0635	16.58	Verde

Tabla 4.1 Características de las secciones del sistema de bombeo.

En la tabla 4.2 se presentan los accesorios que componen cada uno de los tramos en que se divide el sistema:

Sección	Color	Diámetro pulgadas	Accesorios			
			codo 90°	TEE	TEE 3"x3"	válvula
<b>B. Radial</b>						
<b>0-1</b>	Azul	3	1			
<b>2_5</b>	Rojo-Azul	2	3	1	1	1
<b>B. Mixta</b>						

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

0_3	Azul	3	1			
4_5	Cafe-Azul	2.5	2	1	1	1
Red						
5_6	Amarilla	3	2			
6_7	Naranja	2	3		1	1
6_8	Verde	2.5	3		1	1

Sección	Color	Diámetro pulgadas	Accesorios			
			Tuerca unión	Reducción Bushing	Ampliación Bushing	Plechancha c/valv.de ple
<b>B. Radial</b>						
0-1	Azul	3				1
2_5	Rojo-Azul	2	1		1	
<b>B. Mixta</b>						
0_3	Azul	3				1
4_5	Cafe-Azul	2.5	1		1	
Red						
5_6	Amarilla	3				
6_7	Naranja	2	1	1		
6_8	Verde	2.5	1	1		

Tabla 4.2 Accesorios de las secciones del sistema de bombeo.

4.4.3 Costo del sistema de bombeo

Se presenta a continuación el costo de los materiales que se adquirieron para la construcción del sistema de tuberías que conforman la red abierta del modelo de pruebas, debiendo mencionar, que el costo de la mano de obra fue absorbido por la facultad, al aprovechar la experiencia y disposición del personal administrativo de la Institución, de ésta manera los laboratoristas fueron quienes construyeron el sistema de tuberías, auxiliándose con herramientas y equipo del propio Laboratorio y del Instituto de Ingeniería. Al aprovecharse las instalaciones y equipo existente, se ahorró en la adquisición de las bombas y motovariadores, así como también en las instalaciones físicas, como son: los tanques aforadores y en el cárcamo o tanque en la succión. Al momento de construirse este sistema se comparó el costo con un equipo comercial, encontrándose que únicamente los proveedores de un sistema similar son extranjeros y que su costo aproximado es de 85,000 U\$D, además que éste equipo no presenta las ventajas del construido, debido a que las bombas que manejan son de diámetro menor, y que el espacio físico que requiere, no permitiría su ubicación dentro del Laboratorio de Hidráulica.

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Tabla 4.3 Presupuesto de los materiales del sistema de bombeo en paralelo

Concepto	Unidad	Cantidad	Costo Unitario	Importe
<b>1. Tubería de Fierro</b>				
Galvanizado de:				
1.1 2" de diámetro:	m	15.70	\$ 66.72	\$1,047.48
1.2 2 1/2" de diámetro:	m	18.86	\$ 110.94	\$2,092.28
1.3 3" de diámetro:	m	16.22	\$ 144.84	\$2,349.37
1. SUMA	m	50.78		\$5,489.13
<b>2. Accesorios</b>				
2.1 Codo de 90°				
2.1.1 de 2"	Pza	6	\$ 65.33	\$ 392.00
2.1.2 de 2 1/2"	Pza	5	\$ 81.67	\$ 408.33
2.1.3 de 3"	Pza	4	\$ 98.00	\$ 392.00
2.2 TEE :				
2.2.1 de 2"	Pza	1	\$ 75.13	\$ 75.13
2.2.2 de 2 1/2"	Pza	1	\$ 93.92	\$ 93.92
2.2.3 de 3"	Pza	4	\$ 112.70	\$ 450.80
2.3 Válvula compuerta:				
2.3.1 de 2"	Pza	2	\$ 247.00	\$ 494.00
2.3.2 de 2 1/2"	Pza	2	\$ 545.00	\$1,090.00
2.3.3 de 3"	Pza	0	\$ 748.00	\$ -
2.4 Tuerca unión:				
2.4.1 de 2"	Pza	2	\$ 46.00	\$ 92.00
2.4.2 de 2 1/2"	Pza	2	\$ 75.00	\$ 150.00
2.4.3 de 3"	Pza	0	\$ 123.00	\$ -
2.5 Reducción Bushing:				
2.5.1 de 3" a 2 1/2"	Pza	2	\$ 46.00	\$ 92.00
2.5.2 de 3" a 2"	Pza	2	\$ 75.00	\$ 150.00
2. SUMA				\$3,880.18
SUMA TOTAL				\$9,369.31

(Nueve mil trescientos sesenta y nueve pesos 31/100 M.N.)

Estos precios son al mes de Mayo de 1996, e incluyen el I.V.A., los accesorios que no se tomaron en cuenta para éste presupuesto, como es la pichancha con válvula de pie, los vertedores de tipo triangular y los limnómetros, ya existía dentro de la instalación, y no fue necesaria su adquisición.

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

---

#### 4.5 Condiciones de operación

Como se observa del sistema (fig. 4.2), se puede proponer 9 diferentes condiciones de operación, las cuales se mencionan a continuación:

1. Bomba radial descargando a tanque 7, (B. mixta y tubería a 8, no operan).
2. Bomba radial descargando a tanque 8, (B. mixta y tubería a 7, no operan).
3. Bomba mixta descargando a tanque 7, (B. radial y tubería a 8, no operan).
4. Bomba mixta descargando a tanque 8, (B. radial y tubería a 7, no operan).
5. Bomba radial descargando a tanques 7 y 8, (B. mixta no opera).
6. Bomba mixta descargando a tanques 7 y 8, (B. radial no opera).
7. Bomba radial y mixta descargando a tanque 7, (Tubería a 8 no opera).
8. Bomba radial y mixta descargando a tanque 8, (Tubería a 7 no opera).
9. Bomba mixta y radial descargando a tanques 7 y 8, ( Operación total)

Para analizar el comportamiento del sistema de bombeo bajo las diferentes condiciones de operación, fue necesario realizar una revisión de su funcionamiento, ya que se requiere que las bombas trabajen en un rango de velocidad compatible. Lo anterior se logró mediante los motorvariadores con que cuentan los bancos de la instalación, es decir el rango de cargas de la bomba radial quedó similar al de la bomba mixta, ya que de lo contrario se podría correr el riesgo de que la bomba radial superara ampliamente en carga a la mixta, lo que reduciría la participación de ésta última en una operación simultánea del sistema.

De lo anterior se definieron los siguientes rangos de operación:

Bomba de flujo radial a 1500 r.p.m.

Bomba de flujo mixto a 1800 r.p.m.

Los cuales incluyen los puntos de máxima eficiencia que pueden proporcionar ambos equipos.

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

### 4.6 Curvas de resistencia teóricas de las diferentes condiciones de operación del sistema de bombeo

#### 4.6.1 Cálculo de la curva de resistencia

El parámetro de análisis del sistema de bombeo en paralelo implementado en el laboratorio, debe ser el punto de operación, para lo cual se deberá calcular la curva de resistencia de las diferentes condiciones de operación.

Al sobreponer la curva de H-Q de la bomba, con la curva de resistencia de la condición de operación analizada, se ubicará en el lugar donde crucen el **punto de operación**, que se denominará **teórico**, el cual debe ser comparados con los valores de carga y gasto de la bomba resultado de operarlas, éstos valores determinarán el punto de operación real, al cual se le nombrará como **punto de operación experimental**. La comparación de ambos puntos mostrará el comportamiento del sistema de bombeo bajo las condiciones de operación.

Para esto es necesario establecer la ecuación de la energía entre las secciones de succión de cada bomba, hasta las secciones de descarga o de llegada a los tanques, resultando una o varias ecuaciones, que permitirán al resolverlas, trazar la curva de resistencia de cada condición. Para este caso se enlistarán cada una de éstas ecuaciones, dejando para posteriores pasos, la solución de éstas, dependiendo de los parámetros que sean necesarios calcular. Las ecuaciones son las siguientes:

Para la condición de operación:

1. Bomba radial descargando a tanque 7, (B. mixta y tubería a 8, no operan).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 y 7, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

donde:

$H_0$	Energía en la sección 0
$H_{BR}$	Carga de la bomba de flujo radial
$H_7$	Energía en la sección 7
$\sum h_{p0-7}$	Pérdidas de energía entre las secciones 0-7

sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando a la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-1} \left( Q_R^2 \right) + f_{p2-5} \left( Q_R^2 \right) + f_{p5-6} \left( Q_R^2 \right) + f_{p6-7} \left( Q_R^2 \right) \quad (4.1)$$

donde:  $f_{pi-j}$  constante que agrupa las pérdidas de energía

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

entre las secciones de los tramos del sistema, en función de su gasto al cuadrado.

En la ecuación 4.1 se observa que, además de la carga de la bomba radial, se presenta como incógnita el gasto en cada uno de los tramos, quedando la solución de tal ecuación en función del gasto de la bomba.

Análogamente se tendrán para las restantes condiciones, las siguientes ecuaciones:

Para la condición de operación:

2. *Bomba radial descargando a tanque 8, (B. mixta y tubería a 7, no operan).*

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 y 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BR} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_R^2) + f_{p6-8}(Q_R^2) \quad (4.2)$$

En la ecuación 4.2 se observa que, además de la carga de la bomba, se presenta como incógnita el gasto de la bomba radial en cada uno de los tramos, quedando la carga de la bomba de tal ecuación en función del gasto.

Para la condición de operación:

3. *Bomba mixta descargando a tanque 7, (B. radial y tubería a 8, no operan).*

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 y 7, se plantea:

$$H_0 + H_{BM} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BM} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_M^2) + f_{p6-7}(Q_M^2) \quad (4.3)$$

En la ecuación 4.3 se observa que, además de la carga de la bomba, se presenta como incógnita el gasto en cada uno de los tramos, quedando la carga de la bomba en función del gasto de la bomba de flujo mixto.



4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

4. Bomba mixta descargando a tanque 8, (B. radial y tubería a 7, no operan).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 y 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BM} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BM} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_M^2) + f_{p6-8}(Q_M^2) \quad (4.4)$$

En la ecuación 4.4 se observa que, además de la carga de la bomba mixta, se presenta cómo incógnita el gasto en cada uno de los tramos, quedando la solución de tal ecuación en función del gasto.

Para la condición de operación:

5. Bomba radial descargando a tanques 7 y 8, (B. mixta no opera).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 a 7 y 0 a 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$H_0 + H_{BR} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

Se observa que son dos ecuaciones partiendo de la bomba radial, debiéndose cumplir que:  $Q_R = Q_7 + Q_8$

Sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_R^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.5a)$$

$$H_{BR} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_R^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.5b)$$

$$Q_R = Q_7 + Q_8 \quad (4.5c)$$

Las ecuaciones 4.5a y 4.5b, presentan diferente valor de carga estática, aún y cuando inician en una misma sección, quedando como incógnitas el gasto en cada una de las secciones, ecuación 4.5c, y la carga de la bomba para las ecuaciones 4.5a y 4.5b debe resultar la misma.

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

6. Bomba mixta descargando a tanques 7 y 8, (B. radial no opera).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 a 7 y 0 a 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BM} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$H_0 + H_{BM} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

Se observa que son dos ecuaciones partiendo de la bomba mixta, debiéndose cumplir que:  $Q_R = Q_7 + Q_8$

Sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba, se tiene:

$$H_{BM} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_M^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.6a)$$

$$H_{BM} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_M^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.6b)$$

$$Q_M = Q_7 + Q_8 \quad (4.6c)$$

Las ecuaciones 4.6a y 4.6b, presentan diferente valor de carga estática, aún y cuando inicien en una misma sección, quedando como incógnitas el gasto en cada una de las secciones, ecuación 4.6c, y la carga de la bomba para las ecuaciones 4.6a y 4.6b debe resultar la misma.

Para la condición de operación:

7. Bomba radial y mixta descargando a tanque 7, (Tubería a 8 no opera).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 de la bomba mixta y radial a la sección 7, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$H_0 + H_{BM} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

Se observa que son dos ecuaciones, partiendo de las bomba mixta y radial, debiéndose cumplir que:  $Q_R + Q_M = Q_7$  y  $H_{BR} = H_{BM}$

Sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_7^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.7a)$$

$$H_{BM} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_7^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.7b)$$

$$Q_R + Q_M = Q_7 \quad (4.7c)$$

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

$$H_{BR} = H_{BM} \quad (4.7d)$$

Las ecuaciones 4.7a y 4.7b, tienen un mismo valor de carga estática, debiendo resultar la carga de la bomba igual para ambas ecuaciones, Ec. 4.7d, teniendo como incógnita el gasto en cada uno de los tramos, ecuación 4.7c.

Para la condición de operación:

8. Bomba radial y mixta descargando a tanque 8, (Tubería a 7 no opera).

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 de la bomba mixta y radial a la sección 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

$$H_0 + H_{BM} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

Se observa que son dos ecuaciones, partiendo de las bomba mixta y radial, debiéndose cumplir que:  $Q_R + Q_M = Q_8$  y  $H_{BR} = H_{BM}$

Sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba:

$$H_{BR} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_8^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.8a)$$

$$H_{BM} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_8^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.8b)$$

$$Q_R + Q_M = Q_8 \quad (4.8c)$$

$$H_{BR} = H_{BM} \quad (4.8d)$$

Las ecuaciones 4.8a y 4.8b, tienen un mismo valor de carga estática, debiendo resultar la carga de la bomba para ambas ecuaciones igual, Ec. 4.8d, teniendo como incógnita el gasto en cada uno de los tramos, ecuación 4.8c.

Para la condición de operación:

9. Bomba mixta y radial descargando a tanques 7 y 8, (Operación total)

Estableciendo la Ecuación de la energía entre las secciones 0 de la bomba radial y mixta, a las secciones 7 y 8, se plantea:

$$H_0 + H_{BR} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$H_0 + H_{BR} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

$$H_0 + H_{BM} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$H_0 + H_{BM} = H_8 + \sum h_{p0-8}$$

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Se observa que son cuatro ecuaciones, partiendo de ambas bombas, debiéndose cumplir:  $Q_R + Q_M = Q_T = Q_7 + Q_8$  y  $H_{BR} = H_{BM}$

Sustituyendo las componentes de la Energía para cada sección y despejando la carga de la bomba:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_T^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.9a)$$

$$H_{BR} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_T^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.9b)$$

$$H_{BM} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_T^2) + f_{p6-7}(Q_7^2) \quad (4.9c)$$

$$H_{BM} = Z_8 - Z_0 + \frac{v_8^2}{2g} + f_{p0-3}(Q_M^2) + f_{p4-5}(Q_M^2) + f_{p5-6}(Q_T^2) + f_{p6-8}(Q_8^2) \quad (4.9d)$$

$$Q_R + Q_M = Q_T = Q_7 + Q_8 \quad (4.9e)$$

$$H_{BR} = H_{BM} \quad (4.9f)$$

El manejo simultáneo de las cuatro ecuaciones propuestas, presenta mucha dificultad, se observa que manejando ecuaciones en par como son: las ecuaciones 4.9b y 4.9c, y las ecuaciones 4.9a y 4.9d, se manejan el total de incógnitas que se plantean en las ecuaciones 4.9e y 4.9f, determinándose la curva de resistencia para esta condición de operación.

### 4.6.2 Sustitución numérica de las ecuaciones

Para la sustitución de las ecuaciones y su consecuente solución, se deberá de analizar detalladamente cada tramo, debiéndose encontrar los valores de las pérdidas de energía generadas por la fricción de la tubería y por los accesorios; en las secciones siguientes se detallan éstos pasos.

#### 4.6.2.1 Pérdidas de energía debidas a accesorios

Para el cálculo de éstas pérdidas se necesita de la tabla 4.1 y 4.2, referente a los datos del sistema, con base en éstas tablas, se determinó la siguiente relación que contiene los valores de pérdida local debida a accesorios ( K ).

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Accesorios	Diámetro		K
	in	m	
<b>codo 90°</b>	3	0.0762	0.800
	2.5	0.0635	0.950
	2	0.0508	1.100
<b>TEE</b>	3	0.0762	1.200
	2.5	0.0635	1.400
	2	0.0508	1.450
<b>Válvula</b>	3	0.0762	0.135
	2.5	0.0635	0.150
	2	0.0508	0.165
<b>Tuerca</b>	3	0.0762	0.290
<b>Unión</b>	2.5	0.0635	0.300
	2	0.0508	0.305
<b>Pch. c/vlav. de Pie</b>	3	0.0762	8.000
Accesorios	Diámetro		K
	Entrada	Salida	
	in	in	
<b>Reducción</b>	3	2	0.33
<b>Bushing</b>	3	2.5	0.23
<b>Ampliación</b>	2	3	1.55
<b>Bushing</b>	2.5	3	0.192

Tabla 4.4 Valores de pérdida por accesorio. Referencia 1.

4.6.2.2 Pérdidas por fricción

El cálculo de éstas pérdidas son obtenidas por la ecuación de Darcy-Welsbach, la cual establece:

$$hf_{i-j} = f_{i-j} \frac{L_{i-j}}{D_{i-j}}$$

donde:

- $f$  Coeficiente de fricción, obtenido del diagrama universal de Moody.
- $L$  Longitud del tramo, en m.
- $D$  Diámetro de la tubería, en m.
- $i$  Sección de inicio.
- $j$  sección final.
- $hf$  pérdida de energía en la sección, en m.

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

La tabla 4.5 se presenta la relación entre las longitudes y diámetros de cada tramo del sistema de bombeo; ésta es necesaria para simplificar el cálculo de éstas pérdidas, dejando para posteriores pasos la selección del coeficiente de fricción en el diagrama de Moody.

Tabla 4.5 Relación entre la longitud y el diámetro para cada sección.

Tramo	Diámetro		Longitud m	L/D
	in	m		
0 a 1	3	0.0762	3	39.3701
2 a 5	2	0.0508	3.28	64.5669
0 a 3	3	0.0762	3.09	40.5512
4 a 5	2.5	0.0635	2.28	35.9055
5 a 6	3	0.0762	10.13	132.9396
6 a 7	2	0.0508	12.42	244.4882
6 a 8	2.5	0.0635	16.58	261.1024

Con los valores de la tabla 4.5, la expresión de pérdidas por fricción de cada tramo queda como a continuación:

TRAMO	EXPRESION DE PERDIDAS
0 a 1	$hf_{0-1} = f_{0-1} ( 39.3701 )$
2 a 5	$hf_{2-5} = f_{2-5} ( 64.5669 )$
0 a 3	$hf_{0-3} = f_{0-3} ( 40.5512 )$
4 a 5	$hf_{4-5} = f_{4-5} ( 35.9055 )$
5 a 6	$hf_{5-6} = f_{5-6} ( 132.9396 )$
6 a 7	$hf_{6-7} = f_{6-7} ( 244.4882 )$
6 a 8	$hf_{6-8} = f_{6-8} ( 261.1024 )$

#### 4.6.2.3 Ecuación general para cada condición, utilizando los coeficientes K de pérdida por accesorios

Sustituyendo cada uno de los valores de pérdida, en cada ecuación propuesta, se encontrará la expresión que define la curva de resistencia de la tubería; a continuación se presentarán las ecuaciones de la curva de resistencia para cada condición de operación, la cuál estará completamente integrada por sus componentes numéricos.

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

1. Bomba radial descargando a tanque 7, (B. mxta y tubería a 8, no operan).

Se estableció la siguiente ecuación:

$$H_0 + H_{BR} = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

despejando:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{v_7^2}{2g} + f_{p0-1}(Q_R^2) + f_{p2-5}(Q_R^2) + f_{p5-6}(Q_R^2) + f_{p6-7}(Q_R^2) \quad (4.1)$$

resolviendo las componentes de la ecuación se llega a:

$$H_{BR} = Z_7 - Z_0 + \frac{Q_R^2}{A_{6-7}^2 \cdot 2g} + \left( f_{0-1} \frac{L_{0-1}}{D_{0-1}} + \sum K_{0-1} \right) \frac{Q_R^2}{A_{0-1}^2 \cdot 2g} + \left( f_{2-5} \frac{L_{2-5}}{D_{2-5}} + \sum K_{2-5} \right) \frac{Q_R^2}{A_{2-5}^2 \cdot 2g} + \left( f_{5-6} \frac{L_{5-6}}{D_{5-6}} + \sum K_{5-6} \right) \frac{Q_R^2}{A_{5-6}^2 \cdot 2g} + \left( f_{6-7} \frac{L_{6-7}}{D_{6-7}} + \sum K_{6-7} \right) \frac{Q_R^2}{A_{6-7}^2 \cdot 2g} + K_s \frac{Q_R^2}{A_{6-7}^2 \cdot 2g}$$

sustituyendo los valores de la ecuación, dependiendo de las características geométricas de la tubería y de sus pérdidas se obtiene:

$$H_{BR} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_{0-1} 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_{2-5} 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_{5-6} 132.9396 + 1.60) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_{6-7} 724.4882 + 5.30) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_R^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.1\*)

la cual se denomina como corregida para fines prácticos y se le señalará como Ec. 4.1\*; de ésta forma se tiene la ecuación de la curva de resistencia en función del gasto de la bomba, y dependiendo de la velocidad en la sección de estudio, el coeficiente de fricción  $f$ .

Análogamente se tendrá para las restantes condiciones, las siguientes ecuaciones:

Para la condición de operación:

2. Bomba radial descargando a tanque 8, (B. mxta y tubería a 7, no operan).

$$H_{BR} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_R^2}{0.000197} + (f_{0-1} 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_{2-5} 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_{5-6} 132.9396 + 1.60) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_{6-7} 826.11024 + 4.745) \frac{Q_R^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_R^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.2\*)

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

3. Bomba mixta descargando a tanque 7, (B. radial y tubería a 8, no operan).

sustituyendo los valores de la ecuación 4.3 se tiene:

$$H_{BM} = 1100 - (-0.982) + \frac{Q_M^2}{0.000082} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 535.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_M^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_M^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.3\*)

Para la condición de operación:

4. Bomba mixta descargando a tanque 8, (B. radial y tubería a 7, no operan).

sustituyendo los valores de la ecuación 4.4, se tiene:

$$H_{BM} = 1010 - (-0.982) + \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 535.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_M^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.4\*)

Para la condición de operación:

5. Bomba radial descargando a tanques 7 y 8, (B. mixta no opera).

sustituyendo los valores de las ecuaciones 4.5a y 4.5b se tiene:

$$H_{BR} = 1100 - (-0.982) + \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_R^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.5a\*)

$$H_{BR} = 1010 - (-0.982) + \frac{Q_R^2}{0.000197} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_R^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_R^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.5b\*)



4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

6. *Bomba mixta descargando a tanques 7 y 8, (B. radial no opera).*  
sustituyendo los valores de las ecuaciones 4.6a y 4.6b se tiene:

$$H_{BM} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_7^2}{0.000082} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 535.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 160) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_7^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_7^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.6a\*)

$$H_{BM} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_8^2}{0.000197} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 539.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 160) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_8^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_8^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.6b\*)

Para la condición de operación:

7. *Bomba radial y mixta descargando a tanque 7, (Tubería a 8 no opera).*  
sustituyendo las de las ecuaciones 4.7a y 4.7b se tiene:

$$H_{BR} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_7^2}{0.000082} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 160) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_7^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_7^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.7a\*)

$$H_{BM} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_7^2}{0.000082} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 535.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 160) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_7^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_7^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.7b\*)

Para la condición de operación:

8. *Bomba radial y mixta descargando a tanque 8, (Tubería a 7 no opera).*

sustituyendo de las ecuaciones 4.8a y 4.8b

$$H_{BR} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_8^2}{0.000197} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 160) \frac{Q_8^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_8^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_8^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.8a\*)

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

$$H_{BM} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_8^2}{0.000197} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 539.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_8^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_8^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.8b\*)

Para la condición de operación:

9. Bomba mixta y radial descargando a tanques 7 y 8, (Operación total) sustituyendo las ecuaciones 4.9a, 4.9b, 4.9c y 4.9d se tiene:

$$H_{BR} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_7^2}{0.000082} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_7^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_7^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.9a\*)

$$H_{BR} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_8^2}{0.000197} + (f_0 - 139.3701 + 8.80) \frac{Q_R^2}{0.000413} + (f_2 - 564.5669 + 7.97) \frac{Q_R^2}{0.000082} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_8^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_8^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.9b\*)

$$H_{BM} = 1.100 - (-0.982) + \frac{Q_7^2}{0.000082} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 535.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 7244.4882 + 5.30) \frac{Q_7^2}{0.000082} + (1) \frac{Q_7^2}{0.000082}$$

Ecuación (4.9c\*)

$$H_{BM} = 1.010 - (-0.982) + \frac{Q_8^2}{0.000197} + (f_0 - 340.5512 + 8.80) \frac{Q_M^2}{0.000413} + (f_4 - 539.9055 + 5.142) \frac{Q_M^2}{0.000197} + (f_5 - 6132.9396 + 1.60) \frac{Q_7^2}{0.000413} + (f_6 - 8261.1024 + 4.745) \frac{Q_8^2}{0.000197} + (1) \frac{Q_8^2}{0.000197}$$

Ecuación (4.9d\*)

4.6.2.5 Obtención de los coeficientes de fricción  $f$

El factor de fricción  $f$  se obtiene del diagrama universal de Moody, el cuál depende del número de Reynolds  $Re$  y de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  del material de la tubería, los cuáles se calculan a continuación:

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Se trata de una tubería de Fierro Galvanizado por lo que su rugosidad absoluta  $\epsilon=0.15$  (referencia 1).

La densidad relativa  $\epsilon/D$  para cada tramo queda:

TRAMO	DIÁMETRO mm	RUGOSIDAD RELATIVA
0_1	76	0.002
2_5	51	0.003
0_3	76	0.002
4_5	64	0.002
5_6	76	0.002
6_7	51	0.003
6_8	64	0.002

Tabla 4.6. Rugosidad Relativa de cada tramo del sistema.

Proponiendo valores de gasto dentro del campo de operación de cada bomba, se calcula un coeficiente o factor de fricción para cada uno de éstos gastos relacionado con el tramo de la tubería a estudiar, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

TRAMOS	DIAMETRO m	AREA m <sup>2</sup>	Q PROP. m <sup>3</sup> /s	VELOCIDAD m/s	Re	RUGOSIDAD RELATIVA	f
0_1	0.0762	0.00456	0.0020	0.4386	33,418	0.002	0.0279
0_3	0.0762	0.00456	0.0040	0.8771	66,837		0.0260
5_6	0.0762	0.00456	0.0060	1.3157	100,255		0.0250
	0.0762	0.00456	0.0080	1.7542	133,673		0.0490
	0.0762	0.00456	0.0100	2.1928	167,091		0.0245
	0.0762	0.00456	0.0120	2.6314	200,510		0.0243
	0.0762	0.00456	0.0140	3.0699	233,928		0.0240
	0.0762	0.00456	0.0160	3.5085	267,346		0.0240
	0.0762	0.00456	0.0180	3.9470	300,765		0.0239
	0.0762	0.00456	0.0200	4.3856	334,183		0.0238
	0.0762	0.00456	0.0220	4.8242	367,601		0.0237
	0.0762	0.00456	0.0240	5.2627	401,019		0.0236

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

TRAMOS	DIAMETRO	AREA	Q PROP.	VELOCIDAD	Re	RUGOSIDAD	f
	m	m <sup>2</sup>	m <sup>3</sup> /s	m/s		RELATIVA	
2.5	0.0508	0.00203	0.0020	0.9868	50,127	0.003	0.0286
6.7	0.0508	0.00203	0.0040	1.9735	100,255		0.0274
	0.0508	0.00203	0.0060	2.9603	150,382		0.0267
	0.0508	0.00203	0.0080	3.9470	200,510		0.0265
	0.0508	0.00203	0.0100	4.9338	250,637		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0120	5.9206	300,765		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0140	6.9073	350,892		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0160	7.8941	401,019		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0180	8.8808	451,147		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0200	9.8676	501,274		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0220	10.8544	551,402		0.0261
	0.0508	0.00203	0.0240	11.8411	601,529		0.0261
TRAMOS	DIAMETRO	AREA	Q PROP.	VELOCIDAD	Re	RUGOSIDAD	f
	m	m <sup>2</sup>	m <sup>3</sup> /s	m/s		RELATIVA	
4.5	0.0635	0.00317	0.0020	0.6315	40,102	0.002	0.0275
6.8	0.0635	0.00317	0.0040	1.2631	80,204		0.0255
	0.0635	0.00317	0.0060	1.8946	120,306		0.0250
	0.0635	0.00317	0.0080	2.5261	160,408		0.0245
	0.0635	0.00317	0.0100	3.1576	200,510		0.0243
	0.0635	0.00317	0.0120	3.7892	240,612		0.0240
	0.0635	0.00317	0.0140	4.4207	280,714		0.0240
	0.0635	0.00317	0.0160	5.0522	320,816		0.0240
	0.0635	0.00317	0.0180	5.6837	360,917		0.0238
	0.0635	0.00317	0.0200	6.3153	401,019		0.0237
	0.0635	0.00317	0.0220	6.9468	441,121		0.0236
	0.0635	0.00317	0.0240	7.5783	481,223		0.0236

Tabla 4.7 . Coeficientes de fricción del sistema de bombeo. ( referencia 1 ).

4.6.3 Tabla de valores de las curvas de resistencia teórica para las diferentes condiciones de operación del sistema

Se presentan para cada una de las condiciones una tabla mostrando los valores de la curva de resistencia del sistema, utilizando las ecuaciones anteriormente descritas, y presentándose a partir de utilizar para las pérdidas debidas a accesorios, valores de longitud equivalente ( referencia 4) y coeficientes de pérdida K ( referencia 1).

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

1. Bomba radial descargando a tanque 7, (B. mixta y tubería a 8, no operan).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Qprop	H <sub>E</sub>	H <sub>V</sub>	H <sub>p 0-1</sub>	H <sub>p 2-5</sub>	H <sub>p 5-6</sub>	H <sub>p 6-7</sub>	H <sub>B</sub>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.002	2.082	0.049	0.096	0.479	0.051	0.600	3.405
0.004	2.082	0.195	0.381	1.900	0.196	2.341	7.290
0.006	2.082	0.439	0.853	4.256	0.429	5.193	13.691
0.008	2.082	0.700	1.516	7.556	0.761	9.193	22.669
0.010	2.082	1.220	2.364	11.775	1.176	14.245	34.001
0.012	2.082	1.756	3.402	16.955	1.684	20.513	48.149

Tabla 4.8 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 1.

Para la condición de operación:

2. Bomba radial descargando a tanque 8, (B. mixta y tubería a 7, no operan).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Qprop.	H <sub>E</sub>	H <sub>V</sub>	H <sub>p 0-1</sub>	H <sub>p 2-5</sub>	H <sub>p 5-6</sub>	H <sub>p 6-8</sub>	H <sub>B</sub>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.002	1.992	0.020	0.096	0.479	0.051	0.244	2.903
0.004	1.992	0.081	0.381	1.900	0.196	0.937	5.568
0.006	1.992	0.183	0.853	4.256	0.429	2.005	9.981
0.008	1.992	0.325	1.516	7.556	0.761	3.668	16.142
0.010	1.992	0.508	2.364	11.775	1.176	5.706	24.028
0.012	1.992	0.731	3.402	16.955	1.684	8.163	33.659

Tabla 4.9 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 2.

Para la condición de operación:

3. Bomba mixta descargando a tanque 7, (B. radial y tubería a 8, no operan).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Qprop.	H <sub>E</sub>	H <sub>V</sub>	H <sub>p 0-3</sub>	H <sub>p 4-5</sub>	H <sub>p 5-6</sub>	H <sub>p 6-7</sub>	H <sub>B</sub>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.002	2.082	0.049	0.096	0.124	0.051	0.600	3.051

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

0.004	2.082	0.195	0.382	0.492	0.196	2.341	6.883
0.006	2.082	0.439	0.855	1.104	0.429	5.193	10.541
0.008	2.082	0.780	1.520	1.956	0.761	9.193	17.074
0.010	2.082	1.220	2.371	3.053	1.176	14.245	25.367
0.012	2.082	1.756	3.412	4.389	1.684	20.513	35.502
0.014	2.082	2.390	4.638	5.973	2.273	27.921	47.668
0.016	2.082	3.122	6.058	7.802	2.969	36.468	61.623

Tabla 4.10 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 3.

Para la condición de operación:

4. Bomba mixta descargando a tanque 8, (B. radial y tubería a 7, no operan).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Qprop.	H <sub>e</sub>	H <sub>v</sub>	H <sub>p 0-3</sub>	H <sub>p 4-5</sub>	H <sub>p 6-8</sub>	H <sub>p 6-8</sub>	H <sub>n</sub>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.002	1.992	0.020	0.096	0.124	0.051	0.254	2.551
0.004	1.992	0.081	0.382	0.492	0.196	0.972	4.196
0.006	1.992	0.183	0.855	1.104	0.429	2.163	6.909
0.008	1.992	0.325	1.520	1.956	0.761	3.803	10.682
0.010	1.992	0.508	2.371	3.053	1.176	5.916	15.523
0.012	1.992	0.731	3.412	4.389	1.684	8.461	21.400
0.014	1.992	0.995	4.638	5.973	2.273	11.517	28.384
0.016	1.992	1.299	6.058	7.802	2.969	15.043	36.463

Tabla 4.11 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 4.

Para la condición de operación:

5. Bomba radial descargando a tanques 7 y 8, (B. mixta no opera).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios					
Qprop.	H <sub>e 0-7</sub>	H <sub>e 0-8</sub>	H <sub>p 0-1</sub>	H <sub>p 2-5</sub>	H <sub>p 5-6</sub>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m
0.002	2.082	1.992	0.096	0.479	0.051
0.004	2.082	1.992	0.381	1.900	0.196
0.006	2.082	1.992	0.853	4.256	0.429
0.008	2.082	1.992	1.516	7.566	0.761
0.010	2.082	1.992	2.361	11.775	1.176
0.012	2.082	1.992	3.402	16.955	1.684

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Q e-7	Q e-8	Hv e-7	Hv e-8	Hp e-7	Hp e-8	Hs e-7	Hs e-8
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m
0.00057	0.00144	0.001	0.010	0.048	0.125	2.764	2.764
0.00146	0.00255	0.026	0.033	0.317	0.392	4.928	4.927
0.00224	0.00376	0.061	0.072	0.750	0.820	8.492	8.493
0.00304	0.00496	0.113	0.125	1.356	1.422	13.496	13.496
0.00382	0.00618	0.178	0.194	2.132	2.168	19.884	19.883
0.00460	0.00741	0.257	0.278	3.090	3.138	27.728	27.728

Tabla 4.12 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 5.

Para la condición de operación:

6. Bomba mixta descargando a tanques 7 y 8, (B. radial no opera).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios					
Qprop.	He e-7	He e-8	Hp e-3	Hp e-5	Hp e-6
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m
0.002	2.082	1.992	0.096	0.124	0.051
0.004	2.082	1.992	0.382	0.492	0.196
0.006	2.082	1.992	0.855	1.104	0.429
0.008	2.082	1.992	1.520	1.956	0.781
0.010	2.082	1.992	2.371	3.053	1.176
0.012	2.082	1.992	3.412	4.389	1.684
0.014	2.082	1.992	4.639	5.973	2.273
0.016	2.082	1.992	6.058	7.802	2.969

Utilizando factores K de pérdida por accesorios							
Q e-7	Q e-8	Hv e-7	Hv e-8	Hp e-7	Hp e-8	Hs e-7	Hs e-8
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m
0.00058	0.00142	0.004	0.010	0.050	0.128	2.413	2.413
0.00148	0.00253	0.027	0.032	0.326	0.404	3.531	3.531
0.00227	0.00373	0.063	0.071	0.772	0.846	5.367	5.367
0.00306	0.00494	0.115	0.124	1.408	1.480	7.956	7.956
0.00387	0.00613	0.182	0.191	2.188	2.260	11.235	11.235
0.00425	0.00775	0.220	0.305	2.646	3.567	14.653	15.653
0.00545	0.00856	0.362	0.371	4.277	4.348	19.968	19.968
0.00623	0.00977	0.474	0.484	5.602	5.670	25.460	25.460

Tabla 4.13 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 6.

4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

Para la condición de operación:

7. Bomba radial y mixta descargando a tanque 7, (Tubería a 8 no opera).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios								
Qprop.	Q RADIAL	H <sub>E</sub> 0-7	H <sub>V</sub> 0-7	H <sub>p</sub> 0-1	H <sub>p</sub> 2-5	H <sub>p</sub> 5-8	H <sub>p</sub> 6-7	H <sub>B</sub>
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.004	0.00153	2.082	0.195	0.056	0.281	0.206	2.399	5.413
0.006	0.00229	2.082	0.439	0.125	0.625	0.441	5.268	9.419
0.008	0.00306	2.082	0.780	0.222	1.106	0.763	9.231	14.965
0.010	0.00382	2.082	1.220	0.346	1.726	1.189	14.365	22.147
0.012	0.00459	2.082	1.756	0.498	2.480	1.693	20.513	30.779
0.014	0.00535	2.082	2.390	0.677	3.373	2.292	27.921	41.126

Utilizando factores K de pérdida por accesorios								
Q MIXTA	H <sub>E</sub> 0-7	H <sub>V</sub> 0-7	H <sub>p</sub> 0-3	H <sub>p</sub> 4-5	H <sub>p</sub> 5-8	H <sub>p</sub> 6-7	H <sub>B</sub>	
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m	
0.00247	2.082	0.195	0.147	0.190	0.206	2.399	5.413	
0.00371	2.082	0.439	0.328	0.422	0.441	5.268	9.419	
0.00494	2.082	0.780	0.580	0.748	0.763	9.231	14.966	
0.00618	2.082	1.220	0.906	1.166	1.189	14.365	22.147	
0.00741	2.082	1.756	1.302	1.676	1.693	20.513	30.779	
0.00865	2.082	2.390	1.772	2.279	2.292	27.921	41.126	

Tabla 4.14 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 7.

Para la condición de operación:

8. Bomba radial y mixta descargando a tanque 8, (Tubería a 7 no opera).

Utilizando factores K de pérdida por accesorios								
Qprop.	Q RADIAL	H <sub>E</sub> 0-8	H <sub>V</sub> 0-8	H <sub>p</sub> 0-1	H <sub>p</sub> 2-5	H <sub>p</sub> 5-6	H <sub>p</sub> 6-8	H <sub>B</sub>
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.004	0.00153	1.992	0.081	0.056	0.280	0.206	0.947	3.643
0.006	0.00229	1.992	0.183	0.125	0.625	0.441	2.034	5.583
0.008	0.00306	1.992	0.325	0.222	1.107	0.763	3.574	8.307
0.010	0.00382	1.992	0.508	0.346	1.726	1.189	5.519	11.787
0.012	0.00459	1.992	0.731	0.498	2.481	1.693	7.909	16.035
0.014	0.00535	1.992	0.995	0.677	3.374	2.292	10.687	21.012



4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

<i>Utilizando factores K de pérdida por accesorios</i>							
<b>Q MIXTA</b>	<b>He 0-8</b>	<b>Hv 6-8</b>	<b>Hp 0-3</b>	<b>Hp 4-5</b>	<b>Hp 6-6</b>	<b>Hp 6-8</b>	<b>Hh</b>
m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.00247	1.992	0.081	0.147	0.190	0.206	0.947	3.643
0.00371	1.992	0.183	0.328	0.422	0.441	2.034	5.583
0.00494	1.992	0.325	0.580	0.748	0.763	3.574	8.307
0.00618	1.992	0.508	0.906	1.166	1.189	5.519	11.787
0.00741	1.992	0.731	1.302	1.676	1.693	7.909	16.035
0.00865	1.992	0.995	1.772	2.279	2.292	10.687	21.012

Tabla 4.15 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 8.

Para la condición de operación:

9. Bomba mixta y radial descargando a tanques 7 y 8, (Operación total)

<i>Utilizando factores K de pérdida por accesorios</i>									
<b>Qprop.</b>	<b>Q RADIAL</b>	<b>Q 8</b>	<b>He 0-8</b>	<b>Hv 6-8</b>	<b>Hp 0-1</b>	<b>Hp 2-3</b>	<b>Hp 6-6</b>	<b>Hp 6-8</b>	<b>Hh</b>
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.004	0.00160	0.00247	1.992	0.031	0.061	0.306	0.206	0.386	3.014
0.006	0.00238	0.00365	1.992	0.068	0.134	0.671	0.441	0.809	4.182
0.008	0.00317	0.00482	1.992	0.118	0.239	1.191	0.763	1.396	5.816
0.010	0.00396	0.00602	1.992	0.184	0.371	1.847	1.189	2.151	7.918
0.012	0.00475	0.00720	1.992	0.263	0.534	2.662	1.693	3.063	10.470
0.014	0.00553	0.00841	1.992	0.359	0.722	3.599	2.292	4.152	13.476
0.016	0.00634	0.00959	1.992	0.467	0.948	4.727	2.994	5.393	16.993
0.018	0.00713	0.01078	1.992	0.590	1.200	5.982	3.789	6.824	20.969

<i>Utilizando factores K de pérdida por accesorios</i>									
<b>Qprop.</b>	<b>Q MIXTA</b>	<b>Q 7</b>	<b>He 0-7</b>	<b>Hv 6-7</b>	<b>Hp 0-3</b>	<b>Hp 4-5</b>	<b>Hp 6-6</b>	<b>Hp 6-7</b>	<b>Hh</b>
m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	m	m	m	m	m	m	m
0.004	0.00240	0.00153	2.082	0.029	0.139	0.179	0.206	0.351	3.014
0.006	0.00362	0.00235	2.082	0.067	0.313	0.404	0.441	0.803	4.182
0.008	0.00483	0.00318	2.082	0.123	0.553	0.714	0.763	1.457	5.816
0.010	0.00604	0.00398	2.082	0.193	0.868	1.117	1.189	2.276	7.918
0.012	0.00725	0.00480	2.082	0.281	1.245	1.603	1.693	3.285	10.470
0.014	0.00847	0.00559	2.082	0.381	1.700	2.187	2.292	4.452	13.476
0.016	0.00966	0.00641	2.082	0.501	2.213	2.846	2.994	5.856	16.993
0.018	0.01087	0.00722	2.082	0.636	2.801	3.602	3.789	7.424	20.969

Tabla 4.16 Resultados, para la curva de resistencia de la condición de operación 9.

#### 4. Instalación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta

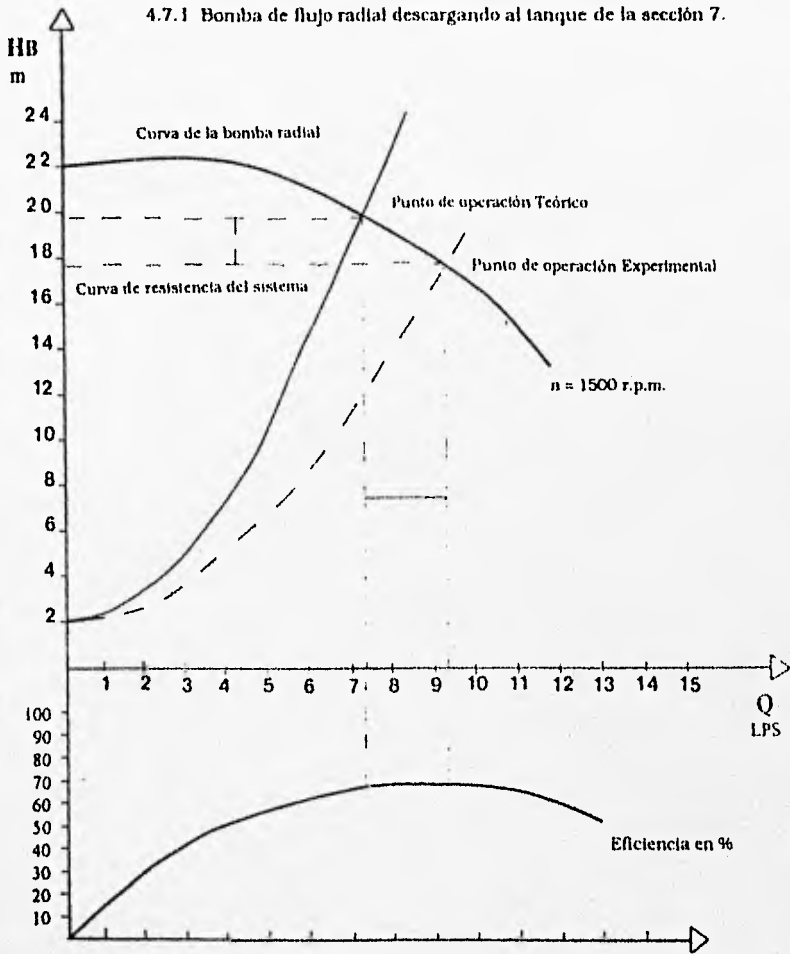
---

##### 4.7 Punto de operación teórico y experimental de las diferentes condiciones de operación del sistema

Se presentan en este subcapítulo las gráficas resultado de trazar la curva de resistencia del sistema de bombeo en sus diferentes condiciones de operación junto con la curva H-Q de la bomba, esta gráfica se acompaña con el punto de operación experimental, resultado de operar la o las bombas en esas condiciones, los resultados de tal operación se presentan en una tabla, la cuál se compara con el punto de operación teórico obtenido gráficamente, pudiendo notarse las diferencias entre tales puntos y el comportamiento de la bomba y el sistema al operarlo bajo cada condición.

4.7 Puntos de operación teórico y experimental de las diferentes condiciones de operación del sistema.

4.7.1 Bomba de flujo radial descargando al tanque de la sección 7.



4.7.1 Bomba de flujo radial descargando al tanque de la sección 7.

4.7.1.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTOV	BOMBA	Pe	Pd		Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	ho	hHg	vacuómetro	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg
			m	m	inHg					
1000	1500	4.80	1.594	2.383	-13.80	33.95	0.169	0.0093	1.232	-35.052

CALCULO DE LA CARGA					CALCULO DE EFICIENCIA				
Pd	Ps	Z	v <sup>2</sup>	v <sup>1</sup>	Hb	Ph	Pf		
γ	m	m	2g	m	2g	m	kw	kw	
12.320	-4.765	0.00	0.209	1.055	17.93	1.64	2.23	73.52	

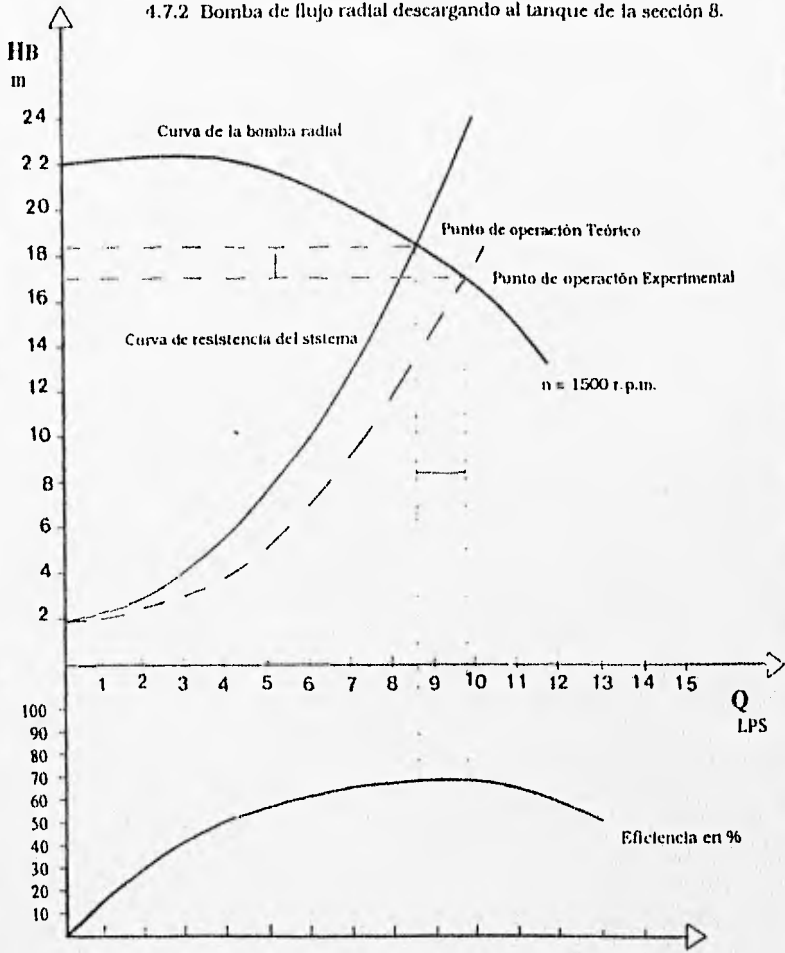
4.7.1.2 Punto de operación Teórico

VELOCIDAD		Q	Hb	
MOTOV	BOMBA			
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m	
1000	1500	0.0074	19.80	59.00

4.7.1.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q	Hb
MOTOV	BOMBA		
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m
1000	1500	0.0019	1.87

#### 4.7.2 Bomba de flujo radial descargando al tanque de la sección 8.



4.7.2 Bomba de flujo radial descargando al tanque de la sección 8.

4.7.2.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd		Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	hc	hHg	vacuómetro	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg
			m	m	inHg					
1000	1500	4.90	1.608	2.319	-14.15	15.30	0.048	0.0098	1.127	-35.941
CALCULO DE LA CARGA							CALCULO DE EFICIENCIA			
Pd	Ps	Z	Ws	Vd	Hb	Ph	Pf			
γ	m	γ	m	m	g	m	g	m	kw	kw
		11.274	-4.866	0.00	0.233	1.171	17.10	1.64	2.30	71.49

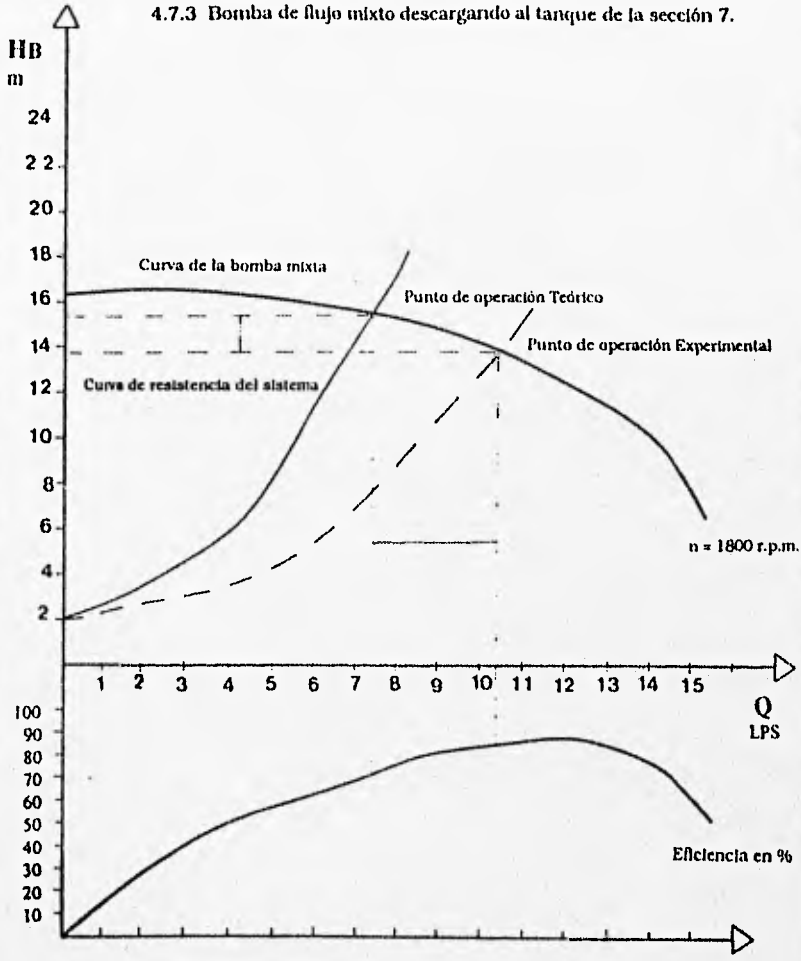
4.7.2.2 Punto de operación Teórico

VELOCIDAD		Q	Hb	
MOTIV	BOMBA			
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m	
1000	1500	0.0086	18.40	71.00

4.7.2.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q	Hb
MOTIV	BOMBA		
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m
1000	1500	0.0012	1.30

4.7.3 Bomba de flujo mixto descargando al tanque de la sección 7.



#### 4.7.3 Bomba de flujo mixto descargando al tanque de la sección 7.

##### 4.7.3.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO				CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd	Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	kg/cm2	vacuómetro inHg	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm2	cmHg
1200	1800	4.20	0.912	-11.81	34.56	0.175	0.0104	0.912	-29.997

CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE EFICIENCIA			
Pd	Ps	Z	Vs <sup>2</sup>	Vd <sup>2</sup>	Hb	Ph	Pf		
γ	γ	m	2g	2g	m	kw	kw		
9.120	4.078	0.35	0.262	0.549	13.84	1.41	1.80	78.51	

##### 4.7.3.2 Punto de operación Teórico

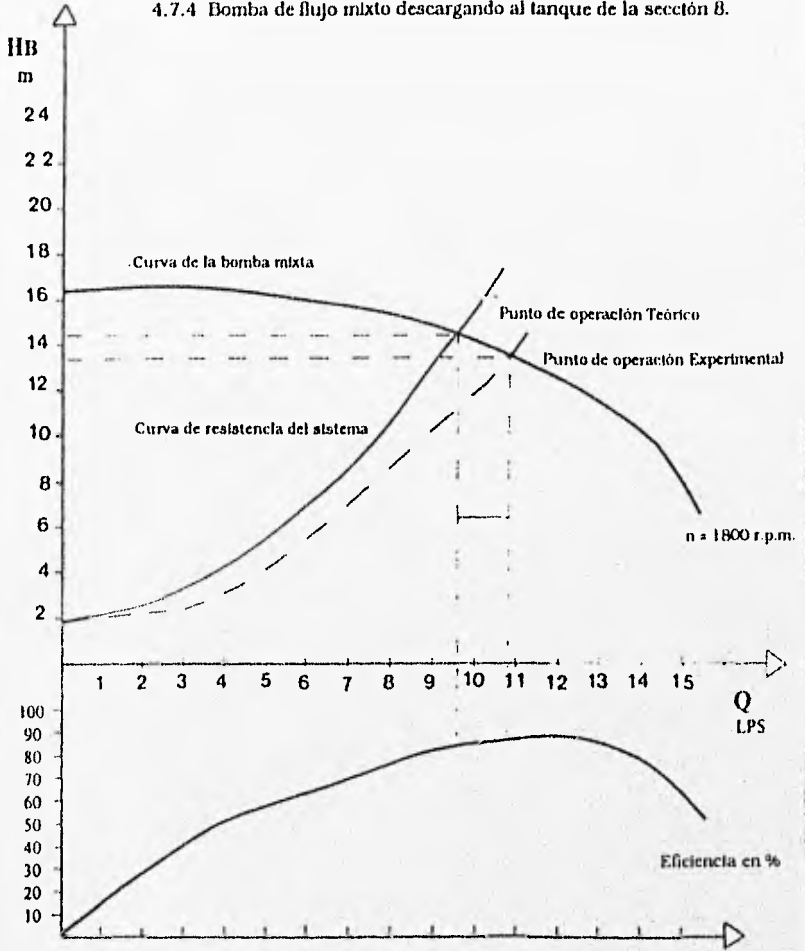
VELOCIDAD		Q	Hb	
MOTIV	BOMBA			
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m	
1000	1500	0.0074	15.40	72.00

##### 4.7.3.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q	Hb
MOTIV	BOMBA		
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m
1000	1500	0.0030	1.56



4.7.4 Bomba de flujo mixto descargando al tanque de la sección B.



#### 4.7.4 Bomba de flujo mixto descargando al tanque de la sección 8.

##### 4.7.4.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO				CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd	Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	kg/cm <sup>2</sup>	vacuómetro inHg	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg
1200	1800	4.10	0.792	-14.00	27.55	0.053	0.0108	0.792	-35.560

CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE EFICIENCIA						
Pd	Ps	Z	Vs <sup>2</sup>	Vd <sup>2</sup>	Hb	Ph	Pf					
γ	m	γ	m	m	2g	m	2g	m	m	kw	kw	
7.920	-4.834	0.35	0.282	0.592	13.41	1.42	1.73	82.14				

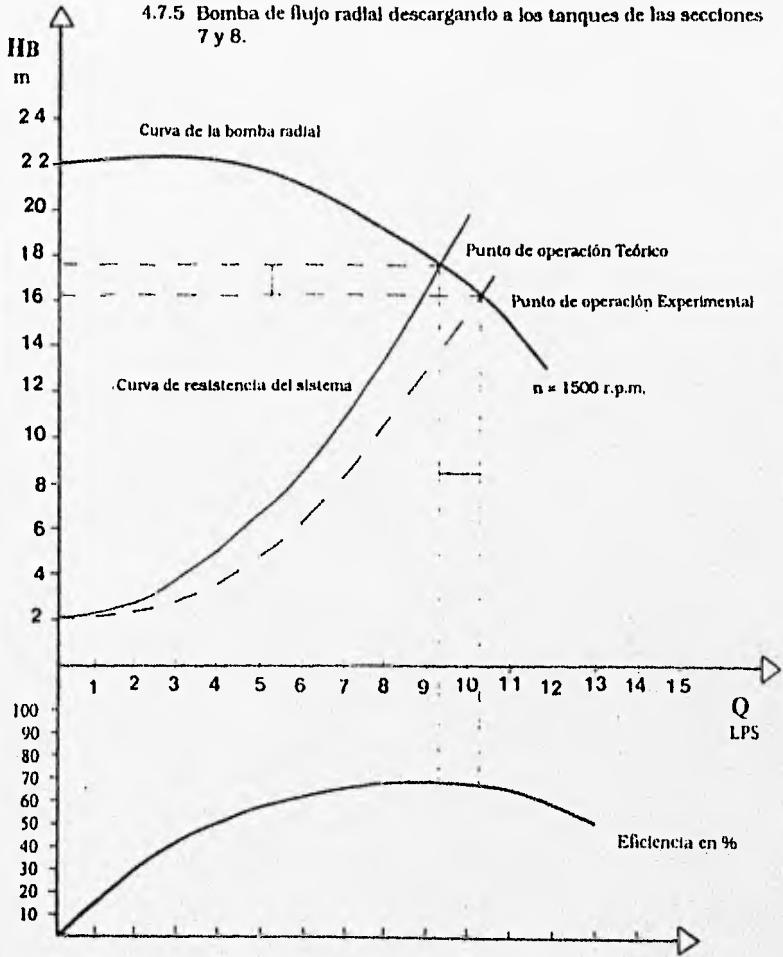
##### 4.7.4.2 Punto de operación Teórico

VELOCIDAD		Q m <sup>3</sup> /s	Hb m	
MOTIV	BOMBA			
rpm	rpm			
1000	1500	0.0096	14.40	82.00

##### 4.7.4.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q m <sup>3</sup> /s	Hb m
MOTIV	BOMBA		
rpm	rpm		
1000	1500	0.0012	0.99

4.7.5 Bomba de flujo radial descargando a los tanques de las secciones 7 y 8.



4.7.5 Bomba de flujo radial descargando a los tanques de las secciones 7 y 8.

4.7.5.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd		Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	ho	bHg	vacuómetro	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg
			m	m	in.Hg					
1000	1500	5.00	1.654	2.282	-14.80	29.51*	12.41	0.00417		
						13.4**	3.700	0.00603	1.019	-37.592
								0.01020		
		CALCULO DE LA CARGA						CALCULO DE EFICIENCIA		
g		Pd	Ps	Z	Vs	Vd	Hb	Ph	Pf	
* TANQUE 7		γ	γ	m	2g	2g	m	kw	kw	
** TANQUE 8										
		10.192	-5.111	0.00	0.252	1.269	16.32	1.63	2.37	68.76

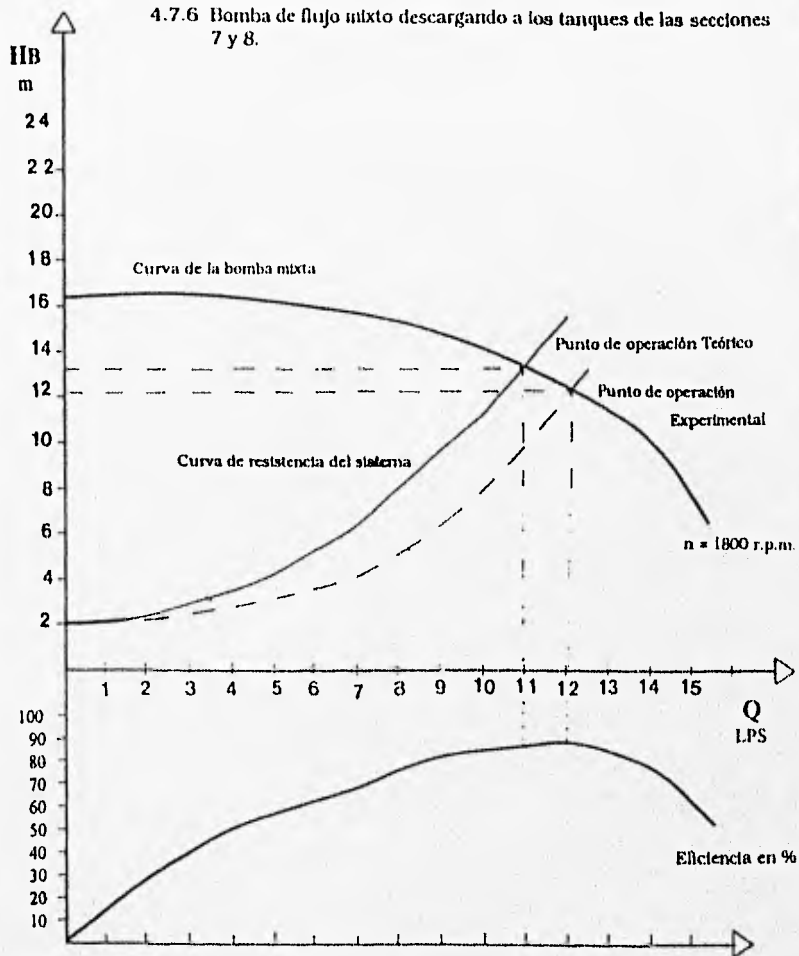
4.7.5.2 Punto de operación Teórico

VELOCIDAD		Q	Hb	
MOTIV	BOMBA			
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m	
1000	1500	0.0093	17.70	71.00

4.7.5.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q	Hb
MOTIV	BOMBA		
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m
1000	1500	0.0009	1.38

4.7.6 Bomba de flujo mixto descargando a los tanques de las secciones 7 y 8.



4.7.6 Bomba de flujo mixto descargando a los tanques de las secciones 7 y 8.

4.7.6.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO				CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTOV	BOMBA	Pe	Pd	Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	kg/cm2	vacuómetro inHg	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm2	cmHg
					30.37*	0.1327	0.0053		
1200	1800	3.95	0.601	-16.40	26.07**	0.0383	0.0068	0.601	-41.656
							0.0121		

		CALCULO DE LA CARGA				CALCULO DE EFICIENCIA				
Q		Pd	Ps	Z	W <sub>s</sub> <sup>1</sup>	W <sub>d</sub> <sup>2</sup>	Hb	Ph	Pf	
* T 7		y	y	m	2g	2g	m	kw	kw	
** T 8										
		6.010	-5.663	0.35	0.355	0.743	12.41	1.47	1.63	90.38

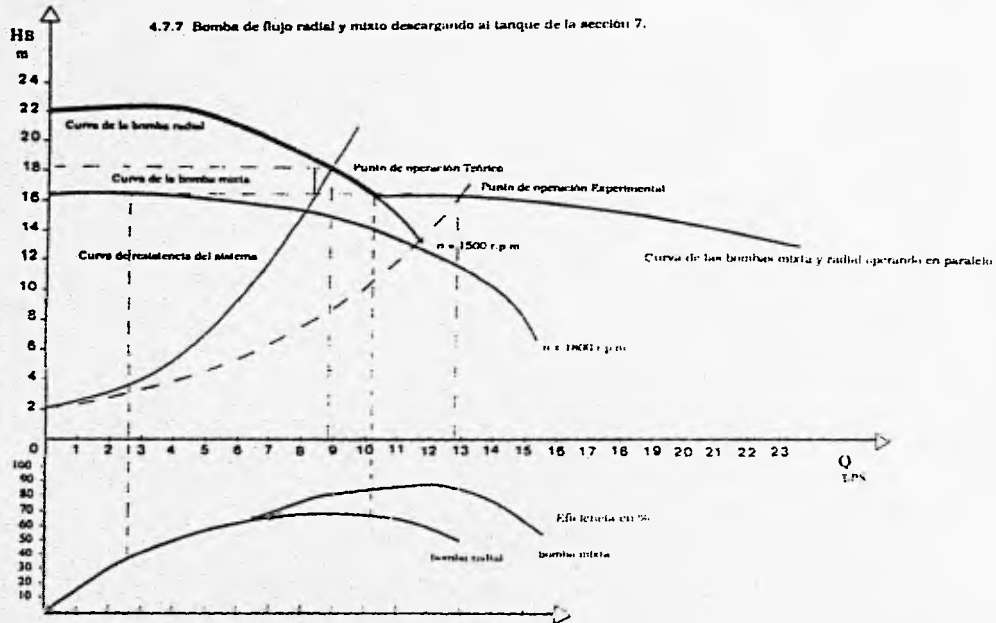
4.7.3.2 Punto de operación Teórico

VELOCIDAD		Q	Hb	
MOTOV	BOMBA			
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m	
1000	1500	0.0110	13.40	88.00

4.7.3.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

VELOCIDAD		Q	Hb
MOTOV	BOMBA		
rpm	rpm	m <sup>3</sup> /s	m
1000	1500	0.0011	0.99

4.7.7 Bomba de flujo radial y mixto descargando al tanque de la sección 7.



#### 4.7.7 Bomba de flujo mixto y radial descargando al tanque de la sección 7.

##### 4.7.7.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTOV	BOMBA	Pe	Pd	Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps	
rpm	rpm	kw	ho	hHg	vacuómetro	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm2	cmHg	
			m	m	inHg					
1000	1500	4.90	1.605	2.344	-10.00		Radiab>>	0.01020	1.165	-25.400
1200	1800	3.10		1.35 kg/cm2	-7.00		Mixta>>	0.00260	1.350	-17.780
						39.95	0.23	0.01280		
CALCULO DE LA CARGA							CALCULO DE EFICIENCIA			
		$\frac{P_d}{\gamma}$ m	$\frac{P_s}{\gamma}$ m	Z m	$\frac{v_s^2}{2g}$ m	$\frac{v_d^2}{2g}$ m	Hb m	Ph kw	Pf kw	
Radiab>>		11.652	-3.453	6.00	0.252	1.269	16.12	1.61	2.30	70.15
Mixta>>		13.500	-2.417	0.35	0.016	0.082	16.33	0.42	1.11	37.62

##### 4.7.7.2 Punto de operación Teórico

Q m <sup>3</sup> /s	Hb m
0.0088	18.40

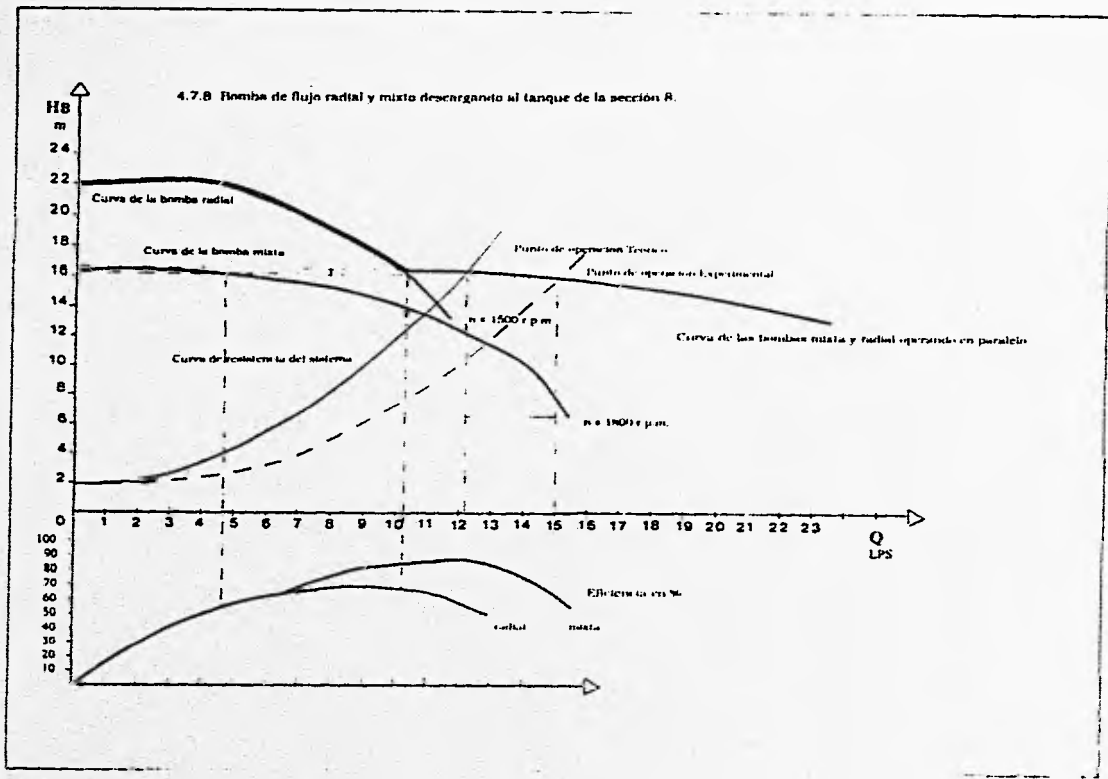
##### Punto de operación Experimental

Q m <sup>3</sup> /s	Hb m
0.0128	16.23

##### 4.7.7.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

Q m <sup>3</sup> /s	Hb m
0.0040	2.17





#### 4.7.8 Bomba de flujo mixto y radial descargando al tanque de la sección 8.

##### 4.7.8.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES	
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd		Ps	Hlim	hv	Q	Pd	Ps
rpm	rpm	kw	ho	hHg	vacuómetro	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg
			m	m	inHg					
1000	1500	5.10	1.466	2.213	-11.00		Radial>>	0.01930	1.162	-27.940
1200	1800	3.50		1.27 kg/cm <sup>2</sup>	-9.50		Mixta>>	0.00470	1.270	-24.130
						17.00	0.067	0.01500		
CALCULO DE LA CARGA							CALCULO DE EFICIENCIA			
		$\frac{P_d}{\gamma}$	$\frac{P_s}{\gamma}$	Z	$\frac{v_s^2}{2g}$	$\frac{v_d^2}{2g}$	Hb	Ph	Pf	
		m	m	m	m	m	m	kw	kw	
Radial>>		11.621	-3.798	0.00	0.257	1.294	16.46	1.66	2.45	67.84
Mixta>>		12.700	-3.280	0.35	0.053	0.112	16.39	0.76	1.34	56.22

##### 4.7.8.2 Punto de operación Teórico

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0122	16.10

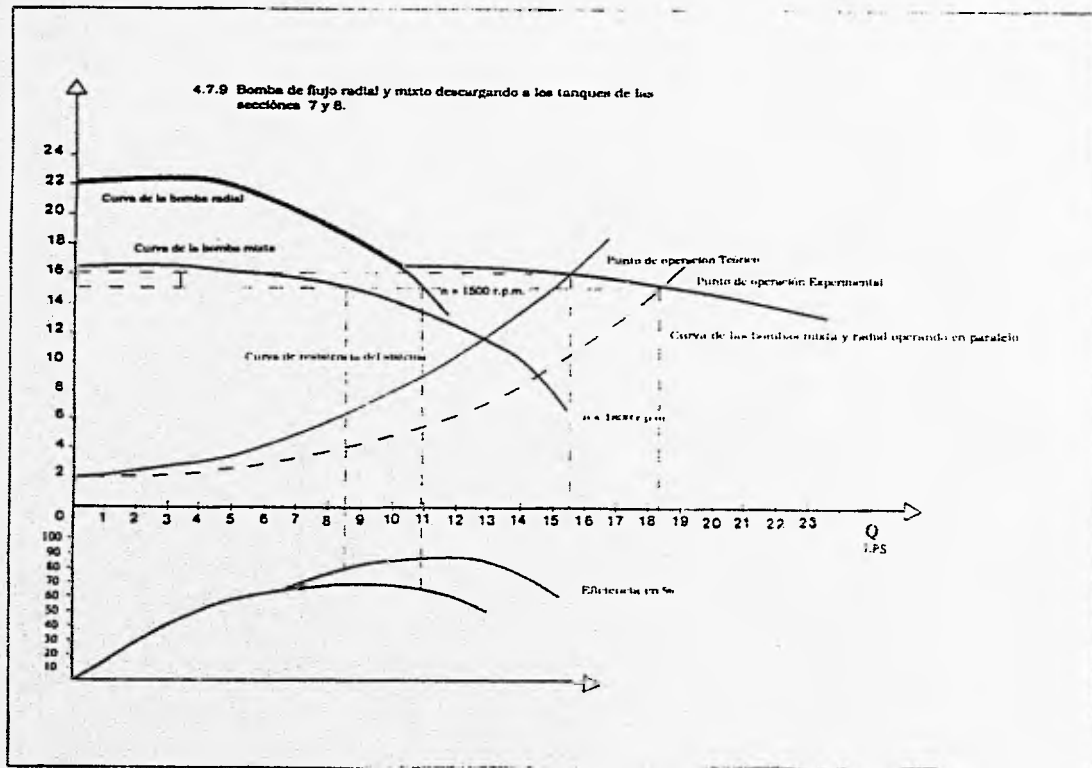
##### Punto de operación Experimental

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0150	16.43

##### 4.7.8.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0029	0.33

4.7.9 Bomba de flujo radial y mixto descargando a los tanques de las secciones 7 y 8.



#### 4.7.9 Bomba de flujo mixto y radial descargando a los tanques de las secciones.7 y 8.

##### 4.7.9.1 Cálculo del punto de operación experimental

VELOCIDAD		LECTURAS DE ENSAYO					CALCULO GASTO		PRESIONES									
MOTIV	BOMBA	Pe	Pd		Ps	Hllm	hv	Q	Pd	Ps								
rpm	rpm	kw	ho	hHg	vacuómetro	cm	m	m <sup>3</sup> /s	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg								
			m	m	inHg													
1000	1500	5.00	1.747	2.343	-12.80	32.73*	15.540	0.00770	0.985	-32.512								
1200	1800	3.75		1.00 kg/cm <sup>2</sup>	-13.00	15.56**	5.250	0.01060	1.000	-33.020								
						17.00	0.067	0.01830										
Q		CALCULO DE LA CARGA					CALCULO DE EFICIENCIA											
• TANGUE 7		$\frac{Pd}{\gamma}$	m	$\frac{Ps}{\gamma}$	m	Z	m	$\frac{v_s^2}{2g}$	m	$\frac{v_d^2}{2g}$	m	Hb	m	Ph	Pf	kw	kw	
•• TANGUE 8																		
Q	m <sup>3</sup> /s																	
0.0108	Radial>>	9.850	-4.420	0.00	0.282	1.422	15.41	1.63	2.37	68.75								
0.0075	Mixta>>	10.000	-4.489	0.35	0.136	0.286	14.99	1.10	1.50	73.50								

##### 4.7.9.2 Punto de operación Teórico

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0155	16.00

##### Punto de operación Experimental

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0183	15.20

##### 4.7.9.3 Diferencias del punto de operación teórico y experimental

Q	Hb
m <sup>3</sup> /s	m
0.0028	0.80

Testis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

---

# Capítulo 5

## Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

# HIDROMECAICA GUIA DEL INSTRUCTOR BOMBAS I ( Curvas Características )

### 1.- OBJETIVO

Determinar el funcionamiento real de una bomba y obtener sus curvas características.

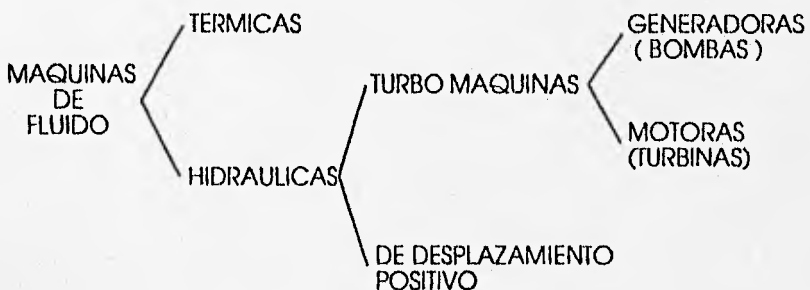
### 2.- ANTECEDENTES

Debido al enorme desarrollo de la tecnología en la época actual, el ingeniero necesita tener un buen conocimiento de las bombas, pues ya casi no hay industria o servicio público que no use equipos de bombeo de un tipo u otro. Es esta la importancia de estudiar este tipo de equipos, y antes de continuar con su estudio debemos partir de su definición.

#### DEFINICION

Partiendo de que una bomba es una máquina y que ésta es un transformador de energía, debemos analizar a que familia o grupo pertenecen, por usar en este caso agua como medio de difusión de energía, establecemos que se ubica en el grupo de máquinas hidráulicas.

Atendiendo el órgano principal de la máquina, es decir el dispositivo en que se cambia la energía mecánica en energía de fluido, en este caso el rodete, ubicamos a la bomba como una turbomáquina, es decir:



## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

De ésta forma podemos definir:

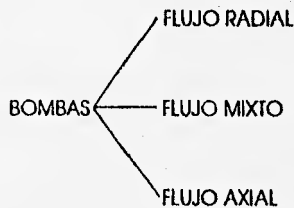
**BOMBA:** Es una turbomáquina hidráulica generatriz que recibe energía mecánica y la convierte en energía, que un fluido adquiere en forma de presión, de posición o de velocidad.

### CLASIFICACION DE BOMBAS

Las bombas centrífugas se clasifican atendiendo las siguientes características:

- 1.- según la dirección del flujo
- 2.- según la posición del eje
- 3.- según la presión generada
- 4.- según el número de flujos en la bomba
- 5.- según el número de rodets
- 6.- según el número específico de revoluciones

Atendiendo como parámetros principales la dirección del flujo y el número específico de revoluciones, se tiene la siguiente clasificación:



### BOMBA DE FLUJO RADIAL

El flujo al entrar en contacto con los álabes sigue una dirección radial y al salir del impulsor también tiene la misma dirección,



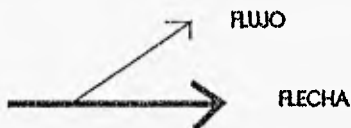
se utiliza para cargas altas y gastos pequeños.

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

### BOMBA DE FLUJO MIXTO

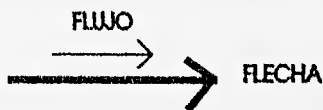
El flujo entra y sale del impulsor con componentes radial y axial



se usa para cargas y gastos medios.

### BOMBA DE FLUJO AXIAL

Su impulsor es como una hélice de barco y el gran gasto que deben bombear hace que desarrolle una carga muy baja.



Clasificando éstas en base a la velocidad específica:

$$N_s = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

[ rpm, gal/mín, ft ]

donde:

$n$  - velocidad angular en r.p.m.

$Q$  - gasto en gal/mín o  $m^3/s$

$H$  - carga en ft o m

cuando:

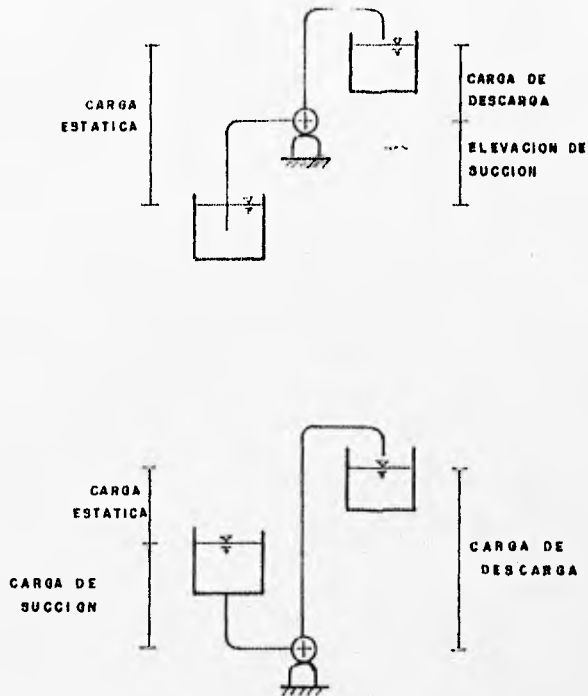
$500 < N_s < 3000$	(rpm, gal/mín, ft)	FLUJO
$9.7 < N_s < 58$	(rpm, $m^3/s$ , m)	RADIAL
$4000 < N_s < 6000$	(rpm, gal/mín, ft)	FLUJO
$77.4 < N_s < 193.4$	(rpm, $m^3/s$ , m)	MIXTO
$10000 < N_s < 15000$	(rpm, gal/mín, ft)	FLUJO
$193.4 < N_s < 290$	(rpm, $m^3/s$ , m)	AXIAL



## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

### ESQUEMA DE INSTALACION DE UNA BOMBA EN SUCCION Y EN CARGA



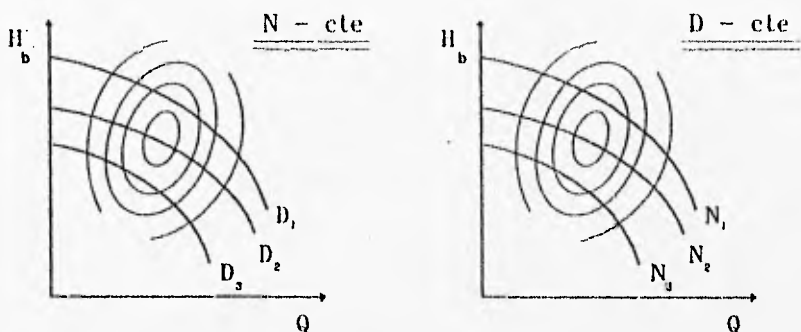
### CURVAS CARACTERISTICAS Y DE ISOEFICIENCIA

Para fines prácticos, la operación de bombas centrífugas que da resumida en sus curvas características. Estas curvas son proporcionadas por los fabricantes y varían según el tipo de bomba.

Estas curvas son la representación gráfica de las variables hidráulicas, mecánicas y geométricas relacionadas con la selección, diseño y operación de la bomba. La curva más común es la de gasto contra carga ( $Q$ ,  $H_b$ ), y su representación es en dos distintas formas,

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

cuando la velocidad angular de la bomba permanece constante o cuando el diámetro del impulsor es constante.



D - Diámetro del impulsor

N - Velocidad angular

## 3. INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

- Tacómetro
- Manómetro en la descarga
- Manómetro en la succión
- Wattímetro
- Limnómetro

## 4. DESARROLLO

- Medir la tara del vertedor con el limnómetro
- Medir el vertedor triangular para establecer el ángulo de abertura
- Verificar que la bomba este purgada, en caso de ser necesario se deberá proceder a purgarla llenando el tubo de succión de la bomba, para lograr esto se debe quitar el tapón que tiene la carcasa de la bomba y con ayuda de la manguera que está conectada a la llave, proceder al llenado de la columna de succión.

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

- Cuando el equipo de bombeo esta en un arreglo de succión, se debe garantizar que la columna de agua esté en la succión de la bomba, con el fin de establecer una continuidad entre el volumen de agua que se está bombeando y el que se está succionando, además que la lubricación del interior de la bomba se efectúa con el líquido por lo que la bomba no debe trabajar en seco.
- Dividir al grupo en dos equipos mínimo de 3 integrantes cada uno, para trabajar en los dos distintos equipos de bombeo a utilizar ( bomba de flujo radial y bomba de flujo mixto ), equipos 1 y 2 respectivamente.
- Establecer con ayuda del tacómetro una velocidad angular en el motovariador, se debe revisar que el tacómetro este en el rango correcto de medición. En la parte superior del tacómetro existe un mecanismo de selección que permite ajustar la escala de lectura al rango de medición con el fin de proteger el mecanismo interno del tacómetro; se debe seleccionar la escala adecuada al rango de velocidad angular que se espera medir, en este caso la escala correcta será de 400 a 5000 r.p.m.
- El equipo No. 1, bomba de flujo radial, establecerá tres parámetros de velocidad angular del motovariador para cada operación y serán de 900, 1000, 1100.
- Homologamente el equipo No. 2 , bomba flujo mixto, tendrá el siguiente rango: 1100, 1200, 1300.
- Abrir completamente la válvula de descarga para establecer el gasto máximo en el modelo.
- Obtener las lecturas correspondientes a:
  - Presión de descarga (pd) con el manómetro de descarga en  $\text{kg/cm}^2$
  - Carga de presión en la succión ( $\text{ps}/\gamma$ ) en pulgadas de mercurio con ayuda del manómetro de succión.
  - Potencia eléctrica con el watímetro ( $P_e$ ), en kw.
  - La lectura de la carga sobre el limnómetro (Hlim), en cm.
- Cerrar por completo la válvula de descarga y obtener las lecturas correspondientes a: pd,  $\text{ps}/\gamma$ ,  $P_e$ , Hlim.

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

- Con el valor de la presión de descarga para la válvula completamente abierta y completamente cerrada, establecer cuatro valores intermedios y fijarlos con ayuda de la válvula de descarga. Para cada una de estas cuatro aberturas obtener nuevamente los datos correspondientes a:  $p_d$ ,  $p_s/\gamma$ ,  $P_e$ ,  $H_{lim}$ .
- Fijar el siguiente valor de velocidad angular indicada para cada equipo y repetir los pasos indicados en los puntos anteriores; una vez concluidas estas mediciones, establecer la siguiente velocidad angular y repetir el procedimiento.
- Apagar el equipo cuando haya finalizado la práctica.

## 5. MEMORIA DE CALCULO

Elaborar una tabla de resultados donde se incluyan todos los parámetros que se requieren para construir las curvas características.

Tabla de lecturas

Equipo No.:

Bomba tipo:

Htara:

Velocidad					
Motovariador	Lectura	$H_{lim}$	$p_d$	$-p_s$	$P_e$
rpm		cm	kg/cm <sup>2</sup>	cmHg	kw
	0			-	
	1			-	
	2			-	
	3			-	
	4			-	
	5			-	
	6			-	

5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

• GASTO

$$Q = Ch_v^{3/2}$$

donde:

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \mu k$$

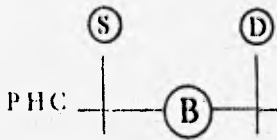
$$h_v = |H_{lim} - Tara|$$

$\mu, k$  - fig. 7.9 y 7.10 Referencia 1.

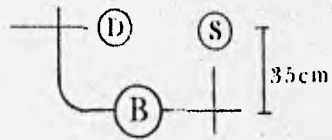
• CARGA DE LA BOMBA

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

Recordar que:



Equipo No. 1  
BOMBA FLUJO  
RADIAL



Equipo No. 2  
BOMBA FLUJO  
MIXTO

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

### • ECUACION DE LA ENERGIA

Equipo No. 1

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g}$$

$$Z_s = Z_d \therefore$$

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

Equipo No.2

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g}$$

$$Z_s = 0$$

$$Z_d = 0.35 \text{ m}$$

$$\therefore H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

Recordar que la lectura de la succión es vacuométrica, por tanto en la ecuación final será con signo positivo.

### • POTENCIA HIDRÁULICA

$$P_h = \gamma Q H_b$$

### • POTENCIA AL FRENO

$$P_f = 0.182 P_e^{1.596}$$

$P_f$  y  $P_e$  en kw.

Nota: Esta ecuación es empírica y exclusiva del equipo usado.

### • EFICIENCIA

$$\eta = \frac{P_h}{P_f}$$

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

### • VELOCIDAD ANGULAR DE LA BOMBA

$$N_H = 1.5 N_m$$

donde:

$N_H$  - Velocidad angular de la bomba.

$N_m$  - Velocidad angular del motorvariador.

Graficar la familia de curvas características ( $Q, H_b$ ) para las tres velocidades angulares seleccionadas. Indicar en cada punto la eficiencia obtenida y trazar a partir de estos valores, como mínimo, tres curvas de isoeficiencia en la rama ascendente de eficiencia y tres en la rama descendente.

## 6. CUESTIONARIO

## 7. CONCLUSIONES

Deberán ser enfocadas a la comparación de las curvas obtenidas para ambos equipos.

## 8. COMENTARIOS

Enfocados al desarrollo e impartición de la práctica.

## 9. REFERENCIAS

HIDRÁULICA GENERAL, Sotelo Ávila G. ed. Limusa, México 1987

MECANICA DE FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS, Claudio Mataix, ed. Harla, México 1982.

BOMBAS, DISEÑO, TEORIA Y APLICACIONES, Manuel Viejo Zubizaray, ed. Noriega, México 1990.

**HIDROMECHANICA**  
Guía del instructor  
**BOMBAS EN PARALELO**  
( Punto de operación )

**1.- Objetivo**

Determinar el punto de operación de un sistema de bombeo en paralelo con dos bombas distintas.

**2.- Antecedentes**

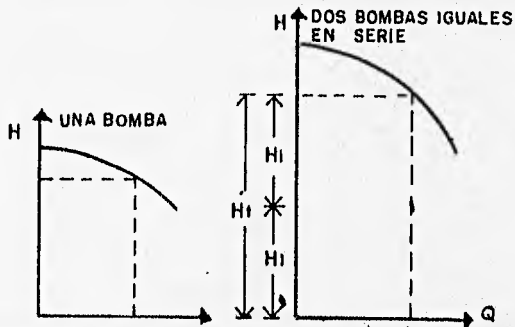
La mayoría de los grandes sistemas de bombeo cuentan con plantas o estaciones donde se localiza más de una bomba; esto es necesario, cuando las necesidades de un sistema exigen que varíe la carga o el gasto. En tal caso se usan bombas en serie o en paralelo.

Para bombas en serie, el rendimiento requerido se obtiene agregando las cargas a la misma capacidad. Si las bombas operan en paralelo, se agregan las capacidades para la misma carga.

**Sistema de bombeo en serie**

Es un conjunto de bombas conectadas en sucesión encaminadas a aportar un aumento en la carga de bombeo, en régimen permanente  $Q_1=Q_2=... = Q_n$ .

Sin embargo no es conveniente que las  $n$  bombas se conecten en forma directa, lo que se acostumbra es construir tanques llamados de sumergencia en cada bomba, dando flexibilidad a la operación del sistema.



El arreglo de bombas en serie no solo es común entre bombas, también es común encontrar este arreglo en el interior de una bomba, donde se localizan más de un impulsor acoplados a la misma flecha.

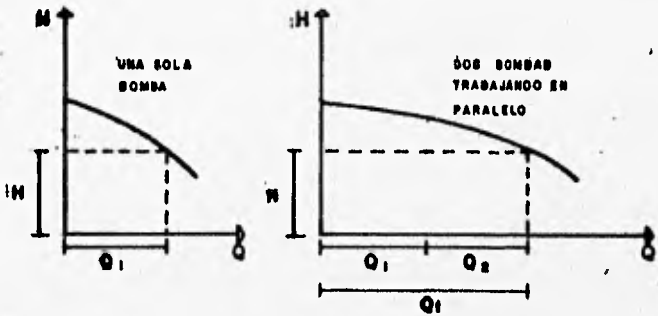


## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

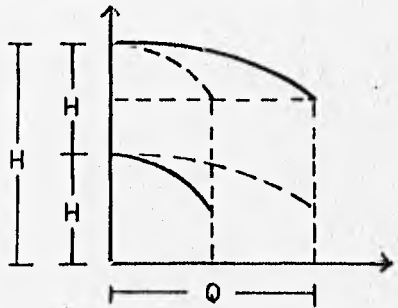
### Sistema de Bombeo en paralelo

Es un conjunto de bombas conectadas una junto a las otras por medio de una misma tubería denominada múltiple, cuyo fin es incrementar el gasto del sistema con un valor de carga de bombeo constante.

Para la representación de las curvas carga-gasto de las bombas en paralelo debe sumarse, para una carga dada, el gasto de las  $n$  bombas.



### Operación de bombas en serie y paralelo



Al superponer la carga del sistema sobre la del funcionamiento de la bomba se aprecian claramente los gastos que se pueden obtener y las cargas a que trabajará cada bomba.

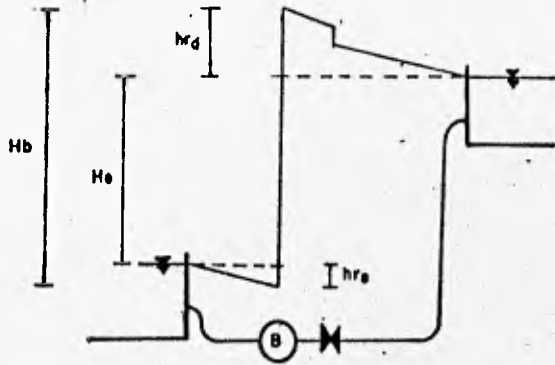
**Curva de carga del sistema**

Esta curva se obtiene al combinar la curva de fricción del sistema con la curva estática y con cualquier diferencia de presión del sistema.

La curva de fricción es la representación gráfica del global de pérdidas de carga del sistema.

Las pérdidas de carga por fricción, en un sistema de bombeo son una función del diámetro del tubo, longitud, número y tipo de los accesorios que lo integran, la velocidad del flujo del líquido y, desde luego, su naturaleza.

Para un sistema dado, las pérdidas de la carga por fricción, varían con el cuadrado de la velocidad del líquido en el sistema, esto es:



$$H_b = H_e + \sum hr$$

$$\sum hr = \sum hf + \sum hl$$

donde:

hf pérdidas por fricción  
hl pérdidas locales

$$hf = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

$$hl = K \frac{V^2}{2g}$$

$$\sum hr = \sum \left( f \frac{L V^2}{D 2g} \right) + \sum \left( K \frac{V^2}{2g} \right)$$

recordando que:

$$V = \frac{Q}{A}$$

se puede escribir:

$$\sum hr = \left( \sum f \frac{L}{D} + \sum K \right) \frac{Q^2}{2gA^5}$$

$$\sum hr = \left[ \sum \left( f \frac{L}{D} \frac{1}{2gA^5} \right) + \sum \left( K \frac{1}{2gA^5} \right) \right] Q^2$$

Denominándose  $K_s$  al coeficiente global de pérdidas de carga del sistema:

$$K_s = \sum \left( f \frac{L}{D} \frac{1}{2gA^5} + K \frac{1}{2gA^5} \right)$$
$$\sum hr = K_s Q^2$$

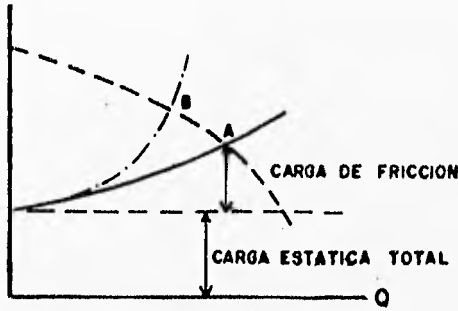
finalmente:

$$H_b = H_e + K_s Q^2$$

La representación gráfica de ésta ecuación se denomina curva de carga o resistencia de un sistema de bombeo.



Al combinarla con la curva de carga estática, se obtiene:



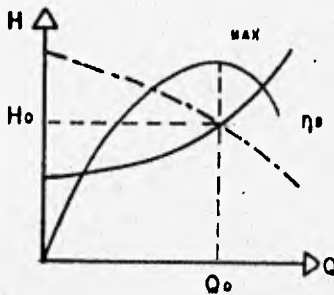
donde:

- curva de carga del sistema.
- curva de carga del sistema artificial, obtenido mediante un aumento de fricción.
- curva  $H-Q$  a velocidad constante de una bomba en particular.

En la figura anterior el punto A corresponde al funcionamiento de una bomba con una condición  $H-Q$  que actúa sobre un sistema con una curva de carga determinada

Si al mismo sistema se agrega fricción, es decir, mediante el cierre parcial de una válvula de compuerta, la curva de carga del sistema variará haciéndose más inclinada. La misma bomba tendrá otras características de trabajo en el punto B; se nota que se aumentó la carga y se sacrificó el gasto.

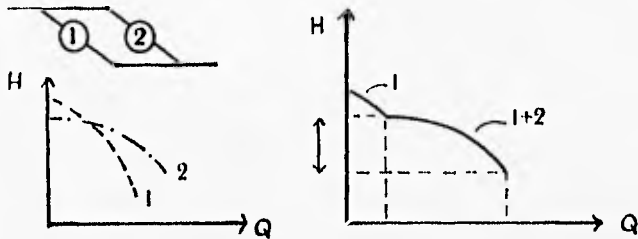
El gasto  $Q$  y la carga  $H_b$  deben satisfacer simultáneamente a la curva del sistema y a la curva de la bomba, por lo que el punto de operación de un sistema de bombeo estará dado por la intersección de las dos curvas.



## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

En el caso de tener una planta de bombeo con dos o más bombas diferentes en paralelo, la curva carga gasto equivalente se construye como se muestra en la figura.



### 3.- Instrumentos de medición

- Tacómetro
- Manómetro en la descarga
- Manómetro en la descarga
- Potenciómetro
- Limnómetro

### 4.- Desarrollo

- Obtener la tara del vertedor con ayuda del limnómetro, en el tanque 7
- Medir el vertedor triangular para establecer el ángulo de apertura de este.
- Verificar que cada bomba este purgada, en caso de ser necesario se deberá a proceder a purgarla, llenando el tubo de succión de la bomba, para lograr esto se deberá quitar el tapón que tiene la carcasa de la bomba y con ayuda de la manguera que está conectada a la llave, proceder al llenado de la columna de succión.
- Describir el modelo, indicando la distribución de los codos, tees, válvulas, longitud y diámetros de tubería, ver croquis y tabla.
- Recordar la velocidad angular en cada uno de los equipos de acuerdo a los valores siguientes:

Equipo No. 1  
Bomba de Flujo Radial  
Velocidad del motorvariador: 900 r.p.m.

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

Equipo No. 2

Bomba de Flujo Mixto

Velocidad del motor: 1200 r.p.m.

- Verificar antes de encender los motores de ambas bombas que las válvulas B1 y B2 estén cerradas y A1 y A2 abiertas, al igual que C1 y C2.
- Poner a funcionar el sistema con las velocidades angulares establecidas.
- Al establecer el flujo abrir las válvulas B1 y B2, cerrar las válvulas A1 y A2, esto gradualmente.
- Obtener las lecturas correspondientes a:
  - Presión de descarga con el manómetro de descarga (pd), en  $kg/cm^2$
  - La carga de presión en la succión (ps), en cm de mercurio con ayuda del manómetro de succión.
  - La potencia eléctrica con el watt metro (Pe), en kw.
  - La lectura de la carga sobre el limnómetro (Hlim), en cm.

para cada equipo.

- Apagar los equipos cuando haya finalizado la práctica.

### 5.- Datos del sistema

**VER ANEXO 1**

### 6.- Croquis del sistema

**VER ANEXO 2**

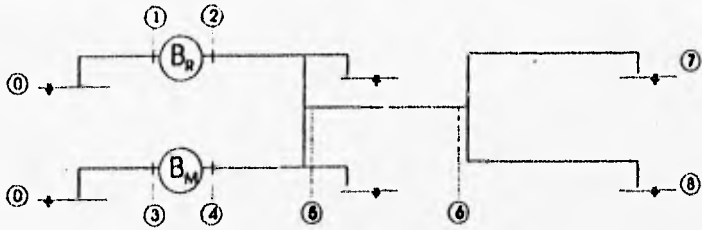
### 7.- Memoria de cálculo

- 1.- Dibujar en papel mil métrico, la curva característica de dos bombas operando en paralelo. Esto utilizando las curvas características de las bombas radial y mixta de la sesión anterior.

5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

2.- Obtener la curva de resistencia del sistema de bombeo y dibujarla en el mismo plano de la curva característica, se recomienda hasta un gasto de  $0.014 \text{ m}^3/\text{s}$

Inicialmente establecemos la ecuación de la energía desde la succión hasta la descarga por las direcciones que tomará el flujo, esto es:



Establecemos las siguientes ecuaciones de la energía:

$$1.- H_0 + Hb_R = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

$$2.- H_0 + Hb_M = H_7 + \sum h_{p0-7}$$

para cualquiera de los dos casos:

$$H_7 - H_0 = \text{carga estática} = H_E$$

$$H_{E_s} = Z_7 - Z_0$$

$$\therefore H_E = cte$$

analizando las energías de las secciones 0 y 7

$$H_0 = Z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g}$$

$$H_7 = Z_7 + \frac{p_7}{\gamma} + \frac{V_7^2}{2g}$$

se puede simplificar a:

5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

$$H_0 = Z_0$$

$$H_7 = Z_7 + \frac{V_7^2}{2g}$$

esto debido a que en la sección 0, se toma como plano horizontal de comparación la superficie libre del agua y en consecuencia se anula la carga de presión y de velocidad; en la sección 7 por descargar libremente al tanque aforador se anula la carga de presión.

Simplificando, las ecuaciones 1 y 2 quedan respectivamente como:

$$4.- \quad Hb_R = H_{E_{0-7}} + \frac{V_7^2}{2g} + \sum h_{p0-7}$$

$$5.- \quad Hb_M = H_{E_{0-7}} + \frac{V_7^2}{2g} + \sum h_{p0-7}$$

resolviendo las pérdidas, por ejemplo de ecuación 4:

$$\sum h_{p0-7} = \left( \sum K_{0-7} + \sum f_{0-7} \frac{L_{0-7}}{D_{0-7}} \right) \frac{Q_7^2}{A_0^2 \cdot 7 \cdot 2g}$$

llegamos a:

$$Hb_R = H_E + \frac{Q_7^2}{A_6^2 \cdot 7 \cdot 2g} + \left( \sum K_{0-1} + f_{0-1} \frac{L_{0-1}}{D_{0-1}} \right) \frac{Q_R^2}{A_0^2 \cdot 1 \cdot 2g} + \left( \sum K_{2-5} + f_{2-5} \frac{L_{2-5}}{D_{2-5}} \right) \frac{Q_R^2}{A_2^2 \cdot 5 \cdot 2g} + \left( \sum K_{5-6} + f_{5-6} \frac{L_{5-6}}{D_{5-6}} \right) \frac{Q_7^2}{A_5^2 \cdot 6 \cdot 2g} + \left( \sum K_{6-7} + f_{6-7} \frac{L_{6-7}}{D_{6-7}} \right) \frac{Q_7^2}{A_6^2 \cdot 7 \cdot 2g} + K_s \frac{Q_7^2}{A_6^2 \cdot 7 \cdot 2g}$$

así manejamos las siguientes incógnitas:

$$Hb_R, Hb_M, Q_R, Q_M, Q_7$$

recordando el concepto del sistema en paralelo:

para las cargas:

$$Hb_R = Hb_M$$



## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

los gastos se hacen:

$$6.- \quad Q_7 = Q_R + Q_M$$

y con tres ecuaciones:

$$7.- \quad Hb_R = H_E + \frac{v_7^2}{2g} + f_{0-1}(Q_R) + f_{2-3}(Q_R) + f_{5-6}(Q_7) + f_{6-7}(Q_7)$$

$$8.- \quad Hb_M = H_E + \frac{v_7^2}{2g} + f_{1-3}(Q_M) + f_{4-5}(Q_M) + f_{5-6}(Q_7) + f_{6-7}(Q_7)$$

$$9.- \quad Q_7 = Q_R + Q_M$$

con estas ecuaciones encontrar mínimo 4 puntos de la curva de carga del sistema.

3.- Determinar de la gráfica el punto de operación para el sistema ( $Q_o, H_o$ ).

4.- Comprobar estos valores teóricos con los obtenidos de la práctica.

### • GASTO

$$Q = Ch_v^{3/2}$$

donde:

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \mu k$$

$$h_v = |H_{lim} - T_{ara}|$$

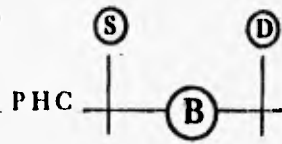
$\mu, k$  - fig. 7.9 y 7.10 Referencia 1.

5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

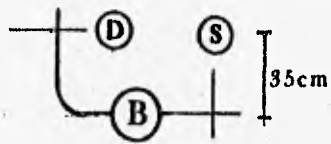
• CARGA DE LA BOMBA

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

debiéndose recordar que:  $H_{br} = H_{bm}$



Equipo No. 1  
BOMBA FLUJO  
RADIAL



Equipo No. 2  
BOMBA FLUJO  
MIXTO

• ECUACION DE LA ENERGIA

Equipo No. 1

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g}$$

$$Z_s = Z_d \therefore$$

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

Equipo No.2

$$Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g}$$

$$Z_s = 0$$

$$Z_d = 0.35 \text{ m}$$

$$\therefore H_b = Z_d + \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g}$$

Recordar que la lectura de la succión es vacuométrica, por tanto en la ecuación final será con signo positivo.

- POTENCIA HIDRÁULICA

$$P_h = \gamma Q H_b$$

- POTENCIA AL FRENO

$$P_f = 0.182 P_e^{1.596}$$

$P_f$  y  $P_e$  en kw.

- EFICIENCIA

$$\eta = \frac{P_h}{P_f}$$

- VELOCIDAD ANGULAR DE LA BOMBA

$$N_b = 1.5 N_m$$

donde:

$N_b$  - Velocidad angular de la bomba.

$N_m$  - Velocidad angular del motorvariador.

La tabla de resultados de la práctica deberá cumplir con los siguientes datos:

## 5. Prácticas para el Laboratorio de Hidráulica

---

Parámetro	Valor Teórico	Valor Experimental
HB RADIAL		
HB MIXTA		
QO OPERACION		
QB RADIAL		
QB MIXTA		
PH RADIAL		
PH MIXTA		
$\eta$ RADIAL		
$\eta$ MIXTA		

## 8.- Cuestionario

## 9.- Conclusiones

Deberán ser enfocadas a la obtención y comparación del punto de operación.

## 10.- Comentarios

Enfocados al desarrollo e impartición de la práctica.

## 11.- Referencias

Hidráulica General, Sotelo Ávila G., Ed. Limusa, México 1987.

Mecánica de fluidos y Máquinas hidráulicas, Claudio Mataix, Ed. Harla, México 1982.

Bombas, Teoría, Diseño y Aplicaciones, Manuel Viejo Zubicaray, Ed. Noriega, México 1990.

## ANEXOS DE LA PRÁCTICA DE BOMBAS EN PARALELO

(Punto de operación)

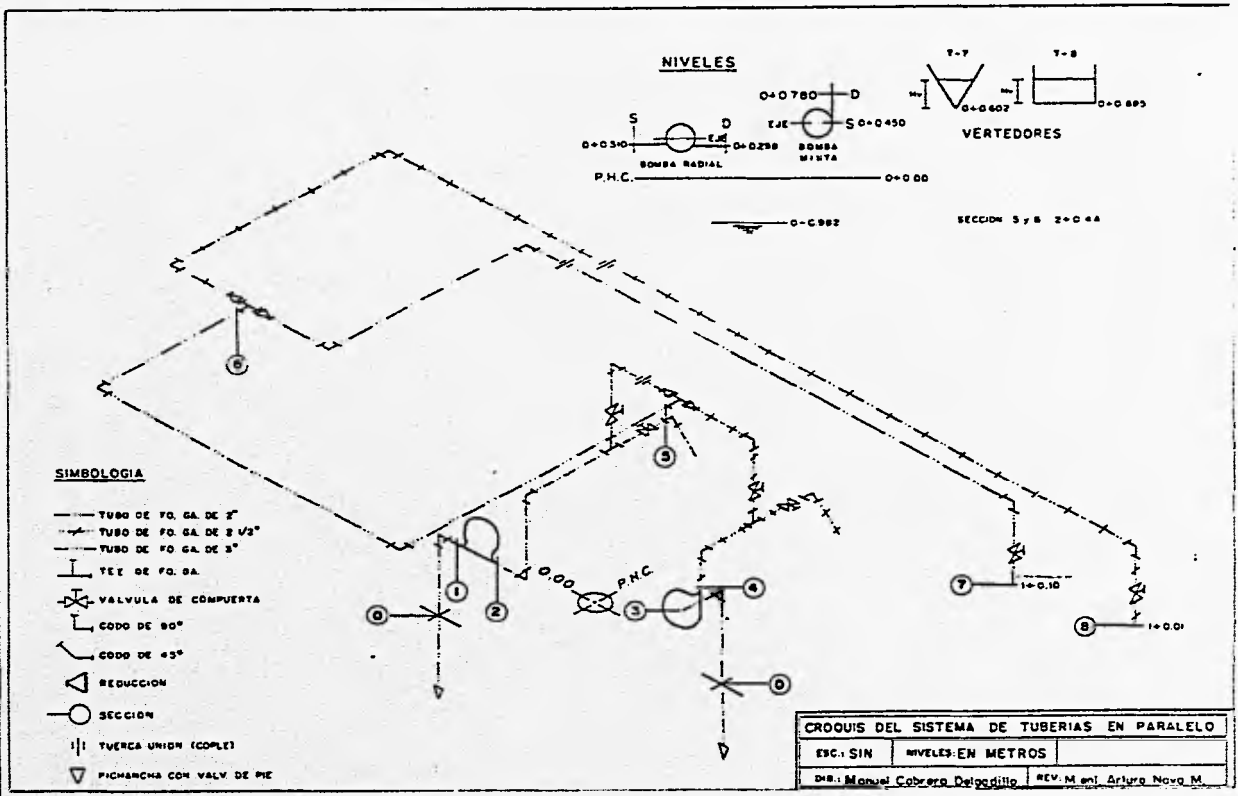
## ANEXO 1 Datos del sistema

Sección	Niveles		Diámetro		Longitud m	Color
	inicial	final	pulgadas	m		
B. Radial						
0_1	-0.982	0.310	3	0.0762	3	Azul
2_5	0.298	2.440	2	0.0508	3.28	Rojo-Azul
B. Mixta						
0_3	-0.982	0.450	3	0.0762	3.09	Azul
4_5	0.780	2.440	2.5	0.0635	2.28	Cafe-Azul
Red						
5_6	2.440	2.440	3	0.0762	10.13	Amarilla
6_7	2.440	1.100	2	0.0508	12.42	Naranja
6_8	2.440	1.010	2.5	0.0635	16.58	Verde

Sección	Color	Diámetro pulgadas	Accesorios			
			codo 90°	TEE	TEE 3"x3"	válvula
B. Radial						
0_1	Azul	3	1			
2_5	Rojo-Azul	2	3	1	1	1
B. Mixta						
0_3	Azul	3	1			
4_5	Cafe-Azul	2.5	2	1	1	1
Red						
5_6	Amarilla	3	2			
6_7	Naranja	2	3		1	1
6_8	Verde	2.5	3		1	1

Sección	Color	Diámetro pulgadas	Accesorios			
			Tuerca unión	Reducción Bushing	Ampliación Bushing	Pichancha c/válv.de pie
B. Radial						
0_1	Azul	3				1
2_5	Rojo-Azul	2	1		1	
B. Mixta						
0_3	Azul	3				1
4_5	Cafe-Azul	2.5	1		1	
Red						
5_6	Amarilla	3				
6_7	Naranja	2	1	1		
6_8	Verde	2.5	1	1		

ANEXO 2 Croquis del sistema



Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.

---

## Capítulo 6

# Conclusiones y comentarios

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

## 6. Conclusiones y comentarios

### 6.1 Sobre el punto de operación

Al comparar los puntos de operación teórico contra el experimental de todas las condiciones analizadas, resalta lo siguiente:

- a) La diferencia entre las cargas de bombeo teórica y experimental promedia un 7.49 %, siendo la carga teórica mayor en todos los casos, resultando un buen valor de aproximación si se toma en cuenta que se tienen cargas máximas experimentales de hasta 18 m (para las 9 condiciones de operación), y que la diferencia entre las cargas puede solventarse cerrando las válvulas, incrementando la pendiente de la curva de resistencia y en consecuencia la carga de la bomba.
- b) Por la forma de las curvas características, en todas las condiciones de operación, la diferencia entre los valores del gasto teórico y experimental es en promedio 17.51 %, siendo para todos los casos analizados mayor el gasto experimental, encontrándose una diferencia extrema de hasta 31 %, diferencia que en la operación puede reducirse cerrando las válvulas del sistema, esto dependiendo de la carga que se desee.
- c) Los puntos experimentales quedan siempre abajo y a la derecha de los teóricos, sobre la curva característica o resultante de las bombas, lo que significa que los puntos experimentales proporcionan mayor gasto con una menor carga de bombeo, promediándose una diferencia del 18 %, entre los puntos de operación teórico y experimental.
- d) En el caso de las operaciones en paralelo (condiciones 7, 8 y 9), los puntos de operación teórico y experimental caen dentro del campo en que las dos bombas empalman su rango de carga.

Los resultados presentados indican:

1. Que el rango de velocidades elegido para las bombas fue compatible, es decir el espacio de valores de cargas de la bomba radial es similar al de la bomba mixta, y no se corre el riesgo de que la bomba radial supere ampliamente en carga a la bomba mixta, lo que reduciría la participación de ésta última en una operación simultánea, caso que no se desea para la aplicación de éstos equipos.



## 6. Conclusiones y comentarios

---

2. Que la ubicación del punto de operación teórico está del lado de la seguridad, ya que se tiene un espacio de respaldo del 18 %, esto quiere decir que si se seleccionan las bombas con los criterios que propone la teoría, se está entregando mayor gasto con menor carga, y que esto puede corregirse cerrando las válvulas que componen el sistema de tuberías, produciendo que el punto de operación real se desplace sobre la curva característica o resultante con dirección al punto de operación propuesto, hasta alcanzarlo, sin tener que sacrificar la eficiencia de los equipos, hecho que sin duda, es más fácil de corregir en caso de haberse diseñado con un criterio contrario (el punto de operación teórico a la derecha del experimental).

### 6.2 Sobre el planteamiento teórico

Analizando los resultados finales, que fueron las gráficas y con base en lo expresado anteriormente se puede considerar que:

- a) El criterio asumido para la selección de los coeficientes de pérdidas, tanto por fricción como locales, fue aceptable, debido a que reflejan una curva teórica confiable al momento de compararla con el punto de operación experimental.
- b) El planteamiento de la ecuación que define la curva de resistencia teórica del sistema, también resulta aceptable, confirmando la validez del análisis a los parámetros de las pérdidas por cada sección.
- c) Se confirma la teoría y los criterios considerados en el estudio de éste sistema, resultando un gran apoyo para la interpretación de los fenómenos asociados a éstos sistemas.

Debe recalcar en la teoría impartida por el profesor de las asignaturas de Hidromecánica y de Hidráulica Básica, el planteamiento de éste tipo de ecuaciones, ya que en algunos casos es en el laboratorio el único lugar donde se desarrollan y presentan este tipo de fórmulas, que son muy detalladas y de difícil comprensión, dejando en desventaja al alumno, al momento de deducirlas.

### 6.3 Sobre la instalación

Al observar las gráficas resultantes y comparar la curva de resistencia, así como también la ubicación de sus puntos de operación, entre cada una de las condiciones de trabajo analizadas del sistema de bombeo, se podrá notar lo siguiente:

## 6. Conclusiones y comentarios

---

- a) Las operaciones con descarga al tanque de la sección 8 producen menos pérdidas que las descargas al tanque 7, propiciando una menor carga de bombeo y mayor gasto en los dos equipos, con eficiencias mayores; esto debido a que el diámetro utilizado en la descarga del tanque 8 es mayor que 7, y por consecuencia las velocidades en el interior de la tubería son menores, tendiendo a reducir el valor de las pérdidas.
  
- b) En general la operación de la bomba mixta produce menos pérdidas que la radial, aportando más gasto, menos carga y mayor eficiencia, debido al tipo de curva característica que posee, es decir, mayores gastos con cargas más pequeñas, y también a que las tuberías en su descarga son de mayor diámetro, propiciando velocidades menores y en consecuencia pérdidas menores.
  
- c) La condición de operación con una eficiencia media, pero que menor pérdida produce en la participación de las dos bombas en paralelo, es la que descarga al tanque de la sección 8.

El modelo debido a la experiencia realizada permite estudiar el comportamiento de los sistemas de bombeo en paralelo y el de tuberías abiertas, de manera muy dinámica y clara, además de demostrar ser muy confiable; convirtiéndose en un medio didáctico indispensable para el conocimiento y entendimiento de éstos sistemas, que no debe ser desaprovechado por futuras generaciones de estudiantes de ingeniería civil, debido a la importancia que éstos sistemas tienen en la actualidad.

Se debe mencionar que, los equipos para la medición de las presiones producidas en el sistema, no son muy confiables en sus lecturas, y representan una desventaja para la medición del fenómeno en el sistema, y que de no corregirse o cambiarse se volverán un problema (como ocurrió en lo descrito en el capítulo 2, a los manómetros de carátula de la bomba de flujo radial), también se hace necesario para un mejor aprovechamiento de la instalación y de visualización del fenómeno, ubicar manómetros de carátula a lo largo de las tuberías, específicamente en los puntos donde se ubican piezas especiales, ya que el manejo de diferentes velocidades del flujo dentro de la tubería, permite el estudio de las pérdidas de energía en éstos accesorios y a través de los diferentes tramos que componen el sistema.

## 6. Conclusiones y comentarios

---

En general es un banco de pruebas muy flexible, por las diferentes condiciones de operación a las que puede trabajar, en el cual se pueden aplicar otras prácticas para el laboratorio.

### 6.4 Sobre las prácticas del laboratorio

La experiencia de aplicar estas prácticas durante los semestres 96-1 y 96-2 a los alumnos de la asignatura de Hidromecánica, trae consigo el apreciar el grado de conocimiento de los alumnos sobre éste tema y de cómo debe impartirse ésta práctica, dejando entre ver, como se mencionó anteriormente, que resulta difícil para algunos alumnos, el planteamiento y deducción de las ecuaciones que definen la curva de resistencia de un sistema de tuberías, resultado de no tener un debido antecedente en sus clases de teoría, propiciando que la explicación de la práctica del laboratorio se alargue, disminuyéndose el tiempo dedicado a la experimentación, aspecto que se debe remediar, y se hace la propuesta de realizar la práctica en dos sesiones, una dedicada a la teoría y la segunda a la experimentación del modelo.

Por otro lado es muy cuestionable el conocimiento adquirido por parte de los alumnos, ya que al sólo analizar una condición de operación debido a la dificultad anteriormente mencionada, no se puede demostrar ampliamente el fenómeno y el tratamiento teórico que éste debe tener, quedándose condicionada la total comprensión que estos sistemas merecen.

También existe la dificultad en identificar los valores correspondientes a los factores de pérdida por accesorios, que dependiendo de la longitud de la tubería deben tomarse en cuenta, y este evento se suma al anterior, por lo tanto debe hacerse énfasis en la importancia que éstos valores adquieren.

### 6.5 Sobre esta tesis y su elaboración

El buen conocimiento de los aspectos fundamentales de los sistemas de bombeo y de las bombas en particular, permite el diseño más económico de un proyecto de Ingeniería hidráulica de ésta índole, esta tesis representa un esfuerzo para corroborar la teoría y desarrollar un medio para conocer éstos sistemas, para tal fin, se expresaron en los diferentes capítulos, los fundamentos necesarios para realizar el análisis teórico de los sistemas de bombeo en paralelo, hasta llegar al punto de presentar una aplicación técnica, capaz de explicar y evaluar su funcionamiento.

## 6. Conclusiones y comentarios

---

Se considera que el objetivo de implantar el sistema de bombeo en paralelo en el Laboratorio de Hidráulica, fue alcanzado e incluso se llegó más lejos, debido a la identificación de las carencias y virtudes del mismo.

El ejercicio realizado a éste sistema y el desarrollo de esta tesis, ha permitido la aplicación de los conocimientos adquiridos en ésta facultad; básicamente las asignaturas del área de Hidráulica, por el tema desarrollado, pero con el apoyo que en general la carrera proven.

**Tesis: Implementación de un sistema de bombeo en paralelo conectado a una red abierta en el Laboratorio de Hidráulica de la F.I., U.N.A.M.**

---

## Bibliografía

---

Manuel M. Cabrera Delgadillo

## BIBLIOGRAFIA

---

### BIBLIOGRAFIA

1. Gilberto Sotelo Ávila, *Hidráulica General, Vol. 1, Fundamentos*, Ed. Limusa & Noriega, 1990.
2. Claudio Mataix, *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, Ed. Harla, 1991.
3. Manuel Viejo Zubicaray, *Bombas, Teoría, diseño y aplicaciones*, Ed. Limusa & Noriega, 1990.
4. Frederick S. Merritt, *Manual del Ingeniero civil, Vol. 3*, Ed. McGraw-Hill, 1989.
5. Beer & Johnston, *Mecánica vectorial para Ingenieros, Estática* Ed. McGraw-Hill, 1990.
6. Ordoñez, Betancourt, Reyes, *Mecánica vectorial para Ingenieros, Estática*, Ed. CECSA, 1986.
7. Tappens, *Física, Conceptos y aplicaciones*, Ed. McGraw-Hill, 1988.
8. Sánchez Huerta A., *Apuntes de Clase de Hidromecánica*
9. Linsley & Franzini, *Ingeniería de los Recursos Hidráulicos*, Ed. CECSA, 1967.
10. CFE-IE, *Manual de diseño de obras civiles, Hidrotécnica, A.2.4, Máquinas Hidráulicas*, 1983.
11. CFE, *Gerencia de Generación y Transmisión, Central escuela Celaya, Bombas*, 1990.
12. Kenneth McNaughton, *BOMBAS, selección, uso y mantenimiento*, Ed. McGraw-Hill, 1993.