



300618
UNIVERSIDAD LA SALLE

ESCUELA DE QUIMICA

Incorporada a la U.N.A.M.

3
20

**ESTUDIO DE LAS DESVIACIONES A LAS
CONDICIONES IDEALES DE FLUJO EN
UN MEZCLADOR ESTATICO**

Tesis profesional
que para obtener el título de
INGENIERO QUIMICO
presenta

EMILIO MADRIGAL HERNANDEZ

Asesor: M.C. José Luis González Díaz

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

México, D.F.

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**A mis padres, Emilio y Leticia
por su cariño y su apoyo en todo momento**

**A Lucy
por su cariño y su impulso constantes**

**A mis hermanos
Gabriel, Lety, Armando, Alfonso, Vero, Oscar y Rocío
por su comprensión y su ayuda**

INDICE GENERAL

Indice de tablas	ii
Indice de figuras	iii
Introducción	1
Capítulo I.- El mezclador estático	2
Capítulo II.- Análisis de la operación en el mezclador estático	
2.1 El proceso de mezclado en el mezclador estático	4
2.2 Aplicaciones del equipo	9
2.3 Nomenclatura del equipo	11
Capítulo III.- Diseño del equipo	
3.1 Bases de diseño	12
3.2 Dimensionamiento del equipo	18
3.3 Descripción y construcción del equipo	24
3.4 Nomenclatura del equipo	26
Capítulo IV.- Desviaciones al comportamiento ideal de flujo	
4.1 Función de distribución de tiempo de residencia	27
4.2 Curvas F(t) para patrones ideales de flujo	31
4.3 Desviaciones a las condiciones ideales	40
4.4 Nomenclatura del equipo	47
Capítulo V.- Desarrollo del experimento y análisis de resultados	
5.1 Materiales y equipo	48
5.2 Desarrollo del experimento	48
5.3 Manejo de datos y análisis de curvas	49
5.4 Grado de mezclado	61
5.5 Eficiencia	69
5.6 Nomenclatura del equipo	70
Conclusiones	73
Bibliografía	75

INDICE DE TABLAS

<u>Tabla</u>	<u>Título</u>	<u>Página</u>
2.1	Rompimientos en la corriente principal según el número de corrientes divisorias	8
3.1	Constantes físicas y variables de diseño para algunos flúidos	24
5.1	Datos experimentales y cálculos para cuatro etapas	52
5.2	Datos experimentales y cálculos para seis etapas	53
5.3	Datos experimentales y cálculos para diez etapas	54
5.4	Cálculo del grado de mezclado para cuatro etapas	63
5.5	Cálculo del grado de mezclado para seis etapas	63
5.6	Cálculo del grado de mezclado para diez etapas	64
5.7	Regresión lineal para cuatro etapas	67
5.8	Regresión lineal para seis etapas	67
5.9	Regresión lineal para diez etapas	68
5.10	Eficiencia en cada fase del experimento	70

INDICE DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Título</u>	<u>Página</u>
2.1	Pasos generales de la operación	7
2.2	Esquematación del proceso de división de la corriente de flujo	9
3.1	Montea e isométrico de la zona de remanso de un módulo	13
3.2	Medidas y ángulos para la zona de remanso	13
3.3	Entrada de tubos para zona de remanso	20
3.4	Columna hidrostática a la entrada del equipo	22
3.5	Esquema del mezclador estático utilizado en este trabajo	25
4.1	Estímulo de escalón	28
4.2	Estímulo de pulso	28
4.3	Estímulo sinusoidal	28
4.4	Respuesta al estímulo de escalón	29
4.5	Respuesta al estímulo de pulso	29
4.6	Respuesta al estímulo sinusoidal	29
4.7	Función de distribución de tiempos de residencia	30
4.8	Comportamiento en el equipo de la concentración a través del tiempo	31
4.9	Balance de materia instantáneo en cualquier lugar del equipo	31
4.10	Comportamiento ideal de $F(t)$ y la cantidad de trazador "m"	32
4.11	Comportamiento real de $F(t)$ y la cantidad de trazador "m"	32
4.12	Comportamiento del flujo másico y la función de distribución de tiempos de residencia en el experimento	35
4.13	Perfil de velocidad en flujo laminar en la zona de tubos	35
4.14	Análisis de fuerzas en el flujo a través de los tubos	36
4.15	Comportamiento de $F(t)$ cuando solamente existe flujo laminar	39

4.16	Comportamiento de $F(t)$ cuando existe flujo turbulento y laminar	----- 39
4.17	Curva adimensional concentración vs tiempo para diferentes números de Péclet	-- 45
5.1	Curvas C vs t y $F(t)$ vs t para cuatro etapas	----- 55
5.2	Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para cuatro etapas	---- 56
5.3	Curvas C vs t y $F(t)$ vs t para seis etapas	----- 57
5.4	Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para seis etapas	---- 58
5.5	Curvas C vs t y $F(t)$ vs t para diez etapas	----- 59
5.6	Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para diez etapas	---- 60
5.7	Grado de mezclado para cuatro, seis y diez etapas	----- 65
5.8	Grado de mezclado "adimensional" para cuatro, seis y diez etapas	----- 66
5.9	Regresión lineal para el grado de mezclado adimensional	---- 66
5.10	Grado de mezclado con los resultados de la regresión	----- 69

INTRODUCCION

El mezclado es una operación unitaria a la que generalmente se le da poca importancia, pero que es de una utilidad muy valiosa en cualquier proceso, para dar homogeneidad a sistemas líquidos, líquido-sólido, líquido-gas, etc.

Cuando se trata de mezclas de líquidos, sólidos fundidos ó algunos de estos con polvos, generalmente se usa el modelo tradicional. un recipiente con volumen fijo, una flecha con aspas o propelas y un motor. Este esquema es bueno, pero presenta algunas limitaciones como son el tiempo de residencia en el recipiente, cambio en las temperaturas de proceso, el consumo de potencia por el motor, etc. Otro aspecto es el diseño de las aspas, el cual es muy importante, aunque pocas veces tomado en cuenta.⁽⁷⁾

Para superar estos problemas se han desarrollado equipos muy específicos para cada operación, pero existe un equipo de gran versatilidad, bajo costo y fácil operación: el mezclador estático.

Este equipo tiene como ventaja el ser pequeño, de fácil construcción (puede construirse en el mismo taller de mantenimiento de la planta), mínimo mantenimiento puesto que no tiene partes móviles, además de que puede emplearse en procesos a régimen permanente o intermitente, y no requiere de un trabajo de flecha para que el fenómeno de mezclado se efectúe.

CAPITULO I

EL MEZCLADOR ESTATICO

Se puede definir al mezclador estático como un dispositivo que no tiene partes móviles y que efectúa el mezclado dividiendo y recombinando corrientes de flujo, de modo que el grado de mezclado en una sección determinada del equipo siempre será el mismo, mientras las condiciones iniciales de la sección anterior no sufran cambios. Este equipo fue comercializado por primera vez en 1968 ⁽⁹⁾.

La alimentación puede ser por gravedad o bombeando el fluido hasta la entrada del equipo. Se recomienda que las densidades de los fluidos no tengan una gran diferencia, aunque las características de flujo pueden ser muy diferentes. En el caso de agregar aditivos a formulaciones de polímeros, es recomendable que la cantidad incorporada sea de hasta un 5% en volumen respecto de la corriente principal para obtener un buen grado de mezclado.

Cuando se van a mezclar sólidos, este equipo es ideal para mezclados delicados, suaves, o cuando es importante que la degradación de partículas sea mínima, pues debido a que no hay partes móviles, queda totalmente desechada la posibilidad de una reducción mecánica del tamaño de partícula. Otra ventaja que presenta es que el grado de mezclado puede ajustarse variando el número de unidades ó los flujos de entrada al equipo.

El mezclador estático apareció como tal en el mercado alrededor de 1968, cobró fama, ocupó un lugar en los 70's, y desde ese entonces su demanda ha crecido aproximadamente un 12% anual⁽⁶⁾. Un estudio efectuado por una firma de ingeniería de la ciudad de Nueva York dejó ver que las ventas de mezcladores estáticos en los Estados Unidos llegaron a 17'000,00 US Dls⁽⁶⁾ en 1990, mientras que para mezcladores mecánicos (incluyendo mezcladores para sólidos) la cantidad ascendió a 495'000,000 US Dls⁽⁶⁾, es decir, que las ventas de mezcladores estáticos representaron el 2.8% de las ventas de equipos de mezclado para ese año en los Estados Unidos.

Una razón por la cual los mezcladores estáticos no han llamado la atención de la manera esperada es en gran parte, la falta de conocimiento que se tiene sobre su uso y su funcionamiento, y gran parte de ese desconocimiento se debe a que el mezclador estático no es un equipo contemplado en los esquemas universitarios, pero peor aún es que se habla muy poco de él en los libros o en manuales de ingeniería.

De ahí que la actitud hacia este equipo sea un poco escéptica, sobre todo cuando se trata de reemplazar un mezclador mecánico por uno estático. La mayoría de los ingenieros de proceso no aprecia completamente sus capacidades, o bien, no lo aceptan. Esta última opinión ha cambiado favorablemente sobre todo en los procesos que requieren un buen mezclado, uniformidad en la temperatura y buena transferencia de calor aún con fluidos viscosos.

Para concluir, una frase que encierra una muy buena razón para aplicar este equipo a un proceso: Si puedes bombearlo, entonces puedes mezclarlo.

CAPITULO II

ANALISIS DE LA OPERACION EN EL MEZCLADOR ESTATICO

2.1 El proceso de mezclado en el mezclador estático

Al hablar de un proceso de mezclado se habla de incorporar uno o más elementos a un "elemento principal", buscando una uniformidad en toda la mezcla. Si lo que se pretende es analizar más de cerca la operación, se debe llegar a encontrar relaciones funcionales entre el proceso de mezclado, la geometría del mezclador, las condiciones de operación, las propiedades fisicoquímicas de los componentes, las condiciones iniciales y las mediciones que se obtengan de la calidad de la mezcla.

En teoría se debe seguir y representar el comportamiento de hasta la menor partícula a través de todo el proceso, para establecer una función de distribución y poder tener resultados referentes a la calidad de mezcla. Esto suena muy complicado, pero es posible hacer una simplificación asumiendo una posición específica de la última partícula y siguiendo solamente el comportamiento de ella.

El primer paso sería poner a dicha partícula en movimiento para empezar a uniformizar la mezcla. Este movimiento puede originar mezclado por tres diferentes métodos:

- Difusión molecular
- Difusión en remolino causada por flujo turbulento
- Convección

Cuando los fluidos son muy viscosos, como en el caso de los polímeros o algunas mieles, la contribución al mezclado por la difusión en remolino es prácticamente nula durante casi toda la operación, siendo importante solo al final del proceso cuando la mezcla ya casi se ha uniformizado; la contribución por difusión molecular es también muy pobre debido a las altas viscosidades y densidades, por tanto, es posible argumentar que la contribución por convección es casi la única cuando se trata de mezclar fluidos de alta viscosidad.

Esta convección puede darse a su vez por dos razones principales:

- a) un patrón de flujo turbulento, el cual puede mejorarse si suceden repentinos cambios en el grado de turbulencia.
- b) flujo laminar combinado con gran esfuerzo cortante.

La convección por flujo laminar se da básicamente cuando se presentan esfuerzos cortantes y elongaciones en los fluidos a mezclar. Estos generalmente son pastosos o se trata de una mezcla de líquidos y sólidos a temperaturas no muy altas.

Cuando la convección se debe a flujo turbulento, puede suceder un 'mezclado aleatorio', es decir, que cualquier partícula puede encontrarse indistintamente en posición a lo largo del tiempo, o bien, un 'mezclado ordenado' en el que una partícula solamente pasará una vez por ese lugar mientras suceda

la operación; esto es lo que sucede en el mezclador estático, lo que hace que el proceso pueda predecirse con más exactitud, sin hacer referencia a distribuciones de probabilidad a lo largo del recorrido del fluido.

Los efectos de difusión molecular son poco importantes en un mezclador estático, debido a que los tiempos de residencia son muy cortos en comparación a un mezclador convencional.

El mezclador estático logra un buen mezclado por convección porque combina ambos patrones de flujo, de manera que suceden continuos cambios: de régimen laminar en donde la distribución de los componentes es uniforme, a régimen turbulento en donde se combinan los diferentes componentes, modificando su distribución, la cual ya modificada se vuelve a uniformizar en la zona de flujo laminar, y se modifica nuevamente en el siguiente cambio de patrón de flujo. Este mecanismo de mezclado puede resultar confuso y poco familiar, y para aclararlo se enlistan a continuación los pasos generales de la operación, representándose después en la figura 2.1:

- 1.- El fluido llega al mezclador por gravedad o por diferencia de presión
- 2.- Entra en el primer módulo, que se compone de dos etapas una de flujo turbulento, en donde se modifica la distribución inicial de componentes, y otra de flujo laminar, en la que se logra uniformidad en la nueva distribución de componentes.
- 3.- Pasa por los demás módulos en donde se tiene el mismo efecto del paso anterior, pero en cada uno de ellos el grado de mezclado va enriqueciéndose.

4.- Llega al último módulo en donde se alcanza el grado de mezclado deseado

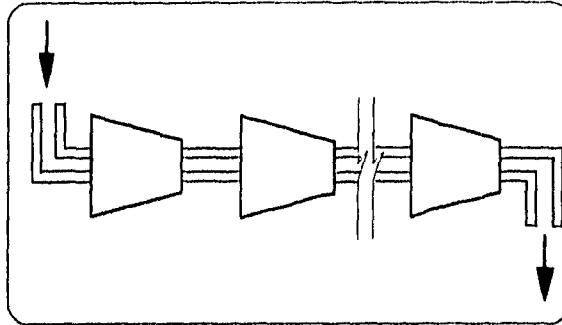


Figura 2.1 Pasos generales de la operación

Es conveniente aclarar el mecanismo de rompimientos o cortes que se dan en las corrientes cuando fluyen en régimen turbulento y como se estabilizan en el régimen laminar. Esto se puede representar como si se tratara de los términos de una progresión geométrica en donde $u = a r^{n-1}$, siendo a el primer término de la serie, r la razón de la progresión, y u el n -ésimo término.

El primer término de la serie será el número de componentes iniciales, la razón se entiende como el número de veces en las que se divide una corriente al cambiar de patrón de flujo y el n -ésimo término indica el número de "rompimientos" que sufre la corriente inicial al dividirse n veces; de esta manera, al tener dos componentes al inicio, que se dividirán dos veces en cada módulo se tendrá una progresión $2 : 4 : 8 \dots$, etc.

Si las corrientes divisorias se incrementan, el número de rompimientos se eleva notablemente, como puede verse a continuación:

Tabla 2.1 Rompimientos en la corriente principal según el número de corrientes divisorias

n	u (r=2)	u (r=3)	u (r=4)
1	2	2	2
2	4	6	8
3	8	18	32
4	16	54	128
5	32	162	512
6	64	486	2,048
7	128	1,458	8,192
8	256	4,374	32,768
9	512	13,122	131,072
10	1,024	39,366	524,288

Lo anterior demuestra claramente que para eficientar el mezclado se puede elevar el número de módulos o el número de corrientes divisorias. Además del efecto causado por la división de corrientes en paralelo, hay que considerar que se presenta un pequeño aporte por mezclado en la dirección radial. En el momento en que ocurre la división de flujos, el fluido gira alrededor de su centro hidráulico, que favorece a la formación de remolinos que aumenten la turbulencia en esta zona.

Este mecanismo de doble efecto provoca un cambio en el momento del fluido y una mejor distribución de los componentes en las capas formadas por la división de flujos. Para dejar más claro el concepto de los rompimientos que suceden en cada división a la corriente de flujo, se esquematiza este proceso:

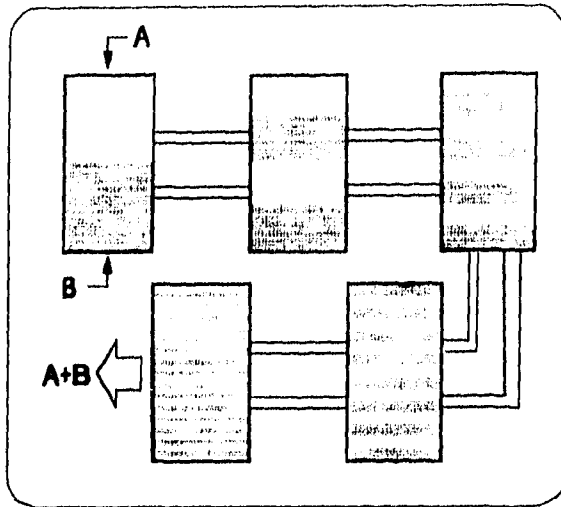


Figura 2.2 Esquematización del proceso de división de la corriente de flujo

2.2 Aplicaciones del equipo

Este equipo puede recomendarse para todo fluido newtoniano y también cuando la transmisión de calor es una variable determinante. En lo tocante a la alta viscosidad este equipo no fue muy bien visto en un inicio, pues había temor de que las altas viscosidades no permitieran buen flujo y disminuyeran los efectos de corte, pero la práctica ha dejado ver que fluidos con estas características presentan buen mezclado sin llegar al régimen de flujo transitorio.

Otro punto es que las altas viscosidades presentan problemas en la transferencia de calor, pero afortunadamente la experiencia con este equipo muestra que es capaz de efectuar buen mezclado en fluidos donde la relación de viscosidades llega a ser alta, y en estos fluidos no se han presentado problemas

por degradación térmica en productos tendientes a ello.

Aparte de las ventajas que proporciona al proceso, es bueno recordar su bajo costo comparado contra otro tipo de mezcladores mecánicos, el ahorro de energía que aporta, su mínimo mantenimiento y su gran uniformidad en la calidad de mezcla.

En el caso de la polimerización, existen mezcladores estáticos que funcionan como reactores también. Uno de ellos, fabricado por Sulzer Bros, Ltd.⁽⁹⁾, funciona como reactor tubular de flujo tapón "PFR", el cual polimeriza materiales altamente viscosos de una manera uniforme, evitando degradaciones térmicas en el producto. Su buena transferencia de calor se debe a que el reactor tiene un arreglo interior tipo intercambiador de coraza y tubos, los cuales están ordenados de acuerdo a la geometría de un mezclador estático. Por el lado de los tubos fluye el polímero, el cual sufre los efectos axiales y radiales de mezclado y genera un producto con perfiles de concentración y temperatura muy uniformes.

Este arreglo puede utilizarse para incrementar la capacidad instalada en una planta en la que se tenga una reacción en varias etapas, pues al agregar este dispositivo a la salida de un reactor tipo tanque agitado "CSTR", puede reducirse el tiempo de residencia en una segunda etapa debido a la uniformidad de la mezcla que se alimentaría en esa etapa, y así lograr la conversión con un ahorro de tiempo.

Existen también estudios y aplicaciones en los que se ocupa un mezclador estático como prepolimerizador. El esquema que se plantea es este arreglo busca lograr una buena homogeneización entre los iniciadores de reacción, monómero y las primeras partículas del polímero, de modo que al ser alimentada la mezcla al reactor, exista un pequeño avance en la conversión y se reduzca el tiempo de

residencia en el reactor.

Este efecto de prepolimerización se aplican principalmente en la polimerización de estirenos y se conocen como "SCEP" ("Seeded Continuous Emulsion Polymerization").

2.3 Nomenclatura del capítulo

Símbolo	Unidad	Descripción
a	---	primer término de la progresión geométrica
n	---	número de términos de la serie
r	---	razón de la progresión geométrica
u	---	n-ésimo término de la serie

CAPITULO III

DISEÑO DEL EQUIPO

3.1 Bases de diseño

El equipo empleado para el experimento se basa en el Ross-Mixer ⁽³⁾, y es un mezclador estático se compone de una serie de elementos que contienen cada uno a dos partes principales:

- a) Una zona de 'remanso' en donde el patrón de flujo corresponde al régimen laminar y en el cual la mezcla se 'estabiliza' al no haber entrecruzamiento de las líneas de flujo.
- b) La otra parte corresponde a la zona de 'movimiento', en donde el patrón de flujo cambia a turbulento, y es aquí en donde se da el entrecruzamiento de las líneas de flujo, creándose un efecto de fuerte mezclado en el que el número de 'cortes' que sufren las corrientes originales se calcula de acuerdo a la relación expresada en el capítulo anterior.

La geometría de la zona de remanso corresponde a la unión de dos pirámides rectangulares truncadas, con un área de flujo rectangular que cambia sus dimensiones de largo y ancho en la dirección en que se mueve el fluido, llegando a un máximo y regresando simétricamente a las dimensiones

anteriores, pero sufriendo una rotación de 90° respecto al inicio. Esto se ilustra en la figura 3.1.

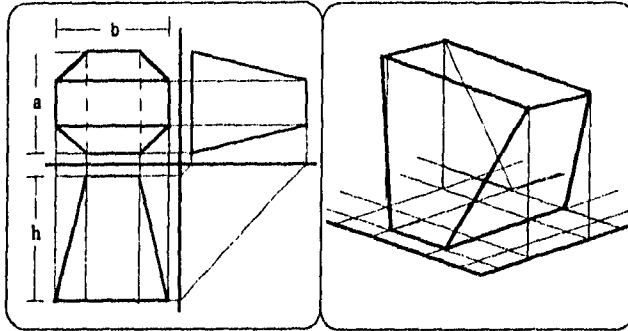
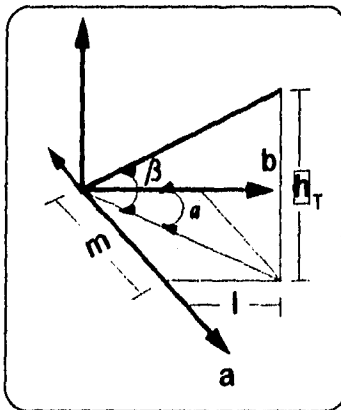


Figura 3.1 Montea e isométrico de la zona de remanso de un módulo

La zona de flujo turbulento está formada por tubos cilíndricos de área de flujo constante. El diámetro de estos tubos es aproximadamente $1/5$ del ancho del rectángulo original.

El área de flujo variará en cada punto de la trayectoria para la zona de remanso, y esa variación se calculó de la siguiente manera:



- h_T = altura total del módulo
- a = ancho inicial
- a' = ancho en cualquier otro punto
- b = largo inicial
- b' = largo en cualquier otro punto
- h = fracción de altura
- α = ángulo opuesto al cateto m
- β = ángulo opuesto al cateto h_T

Figura 3.2 Medidas y ángulos para la zona de remanso

$$\text{Ec. 3.1: } a' = a + 2m$$

$$\text{Ec. 3.2: } \tan \alpha = \frac{m}{l}$$

$$\text{Ec. 3.3: } \tan \beta = \frac{h_T}{\sqrt{m^2 + l^2}}$$

despejando l en Ec. 3.2 se tiene

$$\text{Ec. 3.4: } l = \frac{m}{\tan \alpha}$$

sustituyendo Ec. 3.4 en Ec. 3.3

$$\tan \beta = \frac{h_T}{\sqrt{m^2 + \frac{m^2}{\tan^2 \alpha}}} = \frac{h_T \tan \alpha}{m \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

y despejando m :

$$\text{Ec. 3.5: } m = \frac{h_T \tan \alpha}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

sustituyendo la Ec. 3.5 en la Ec. 3.1:

$$\text{Ec. 3.6: } a' = a + 2 \frac{h_T \tan \alpha}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

Por otro lado:

$$\text{Ec. 3.7: } b' = b - 2l$$

despejando m en Ec. 3.2

$$\text{Ec. 3.8 : } m = l \tan \alpha$$

sustituyendo Ec. 3.8 en Ec 3.3:

$$\tan \beta = \frac{h_T}{\sqrt{l^2 + l^2 \tan^2 \alpha}} = \frac{h_T}{l \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

despejando l:

$$\text{Ec. 3.9 : } l = \frac{h_T}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

sustituyendo Ec. 3.9 en Ec. 3.6:

$$\text{Ec. 3.10 } b' = b - 2 \frac{h_T}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

para obtener el área de flujo en la fracción de altura h_T :

$$a'b' = \left(a + 2 \frac{h_T \tan \alpha}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \right) \left(b - 2 \frac{h_T \tan \alpha}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \right)$$

Ec. 3.11 :

$$a'b' = ab + 2 \left[\frac{b \tan \alpha - a}{\tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \right] h_T - \left[\frac{4 \tan \alpha}{\tan^2 \beta (1 + \tan^2 \alpha)} \right] h_T^2$$

Asignando

$$B = \tan \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$C = \frac{2}{B} (b \tan \alpha - a)$$

$$D = \frac{4 \tan \alpha}{\tan^2 \beta \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

Sustituyendo los nuevos valores en Ec. 3. 11, se obtiene el área de flujo en cualquier punto :

$$\text{Ec. 3.12: } a'b' = ab + Ch - Dh^2$$

Para conocer al área máxima de flujo, se aplica el concepto de máximos y mínimos, derivando Ec. 3.12 con respecto a h

$$\text{Ec. 3.13: } \frac{d}{dh}(a'b') = C - 2 Dh$$

Igualando la Ec. 3.13 a cero para conocer los puntos críticos:

$$C - 2Dh_{\text{CRIT}} = 0$$

$$\text{Ec. 3.14: } h_{\text{CRIT}} = \frac{C}{2D}$$

Sustituyendo Ec. 3.14 en Ec. 3.12:

$$a'b' = ab + C\left(\frac{C}{2D}\right) - D\left(\frac{C^2}{4D^2}\right)$$

$$\text{Ec. 3.15: } a'b' = ab + \frac{C^2}{4D}$$

Debido a que los valores de C y D serán siempre positivos, el punto h_{CRIT} de la Ec. 3.14 representa el máximo en la Ec. 3.12, de modo que

$$h_{CRIT} = \frac{C}{2D} = \frac{2(b \tan \alpha - a)(\tan^2 \beta)(1 + \tan^2 \alpha)}{2(4 \tan \alpha)(\tan \beta)\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

Por lo que la altura del módulo en el área máxima de flujo será:

$$\text{Ec. 3.16: } h_{CRIT} = \frac{\tan \beta (b \tan \alpha - a) \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}{4 \tan \alpha}$$

Ya que Ec. 3.12 es una ecuación cuadrática, es posible inferir que h_{CRIT} representa la altura media, y con esto suponer que el perfil de área de flujo es simétrico, de modo que la altura total será el doble de la altura crítica.

$$h_T = 2 h_{CRIT}$$

Para conocer el valor del área máxima, basta sustituir los valores de B , C y D en Ec. 3.15:

$$a'b'l_{h_T} = ab + \frac{4(b \tan \alpha - a)^2(\tan^2 \beta)(1 + \tan^2 \alpha)}{4(4 \tan \alpha)(\tan^2 \beta)(1 + \tan^2 \alpha)}$$

$$\text{Ec. 3.17: } a'b'_{MAX} = ab + \frac{(b \tan \alpha - a)}{4 \tan \alpha}$$

3.2 Dimensionamiento del equipo.

a) ZONA DE REMANSO.

Para iniciar el dimensionamiento de esta zona, el primer paso es conocer el número de grados de libertad en las variables de diseño.

Número de variables: 7 h_T , a, b, α , β , m, l

Número de ecuaciones independientes: 5

$$h_T = \frac{\tan \beta (b \tan \alpha - a) \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}{2 \tan \alpha}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{m}{l}\right)$$

$$l = \frac{a}{2}$$

$$m = l$$

$$b = 2a$$

Grados de libertad:

$$GL = N_{VAR} - N_{ECS}$$

$$GL = 7 - 5$$

$$GL = 2$$

De modo que para dimensionar esta parte del equipo se deben fijar dos variables, que serán las siguientes:

- a debido a que nunca aparece como una variable independiente, y es además se encuentra en tres de las cinco ecuaciones.
- β tampoco aparece como variable independiente y tiene relación solamente en la Ec.3.16 que define a h_T .

De acuerdo a la escala del experimento y optimizando sus condiciones (flujo másico, columna hidrostática, tiempos de residencia, etc.) estas variables se definen como:

$$a = 2.5 \text{ cm}$$

$$\beta = 71^\circ$$

Con estos datos se calcularon los valores de las siguientes variables:

$$b = (2)(2.5 \text{ cm}) = 5.0 \text{ cm}$$

$$l = \frac{2.5 \text{ cm}}{2} = 1.25 \text{ cm}$$

$$m = 1.25 \text{ cm}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1.25 \text{ cm}}{1.25 \text{ cm}}\right) = 45^\circ$$

$$B = \tan 71^\circ \sqrt{1 + \tan^2 45^\circ} = 4.107$$

$$C = \frac{2 \left[(5 \text{ cm}) (\tan 45^\circ) - 2.5 \text{ cm} \right]}{4.107} = 1.217 \text{ cm}$$

$$D = \frac{4 \tan 45^\circ}{\tan 71^\circ (1 + \tan^2 45^\circ)} = 0.237$$

$$h_T = \frac{\tan 71^\circ \left[(5 \text{ cm}) (\tan 45^\circ) - 2.5 \text{ cm} \right] \sqrt{1 + \tan^2 45^\circ}}{2 \tan 45^\circ} = 5.13 \text{ cm}$$

$$a'b'_{\text{MAX}} = (2.5 \text{ cm})(5 \text{ cm}) + \frac{[(5 \text{ cm})(\tan 45^\circ) - 2.5 \text{ cm}]^2}{4 \tan 45^\circ} = 14.06 \text{ cm}^2$$

$$a'b'_{\text{MIN}} = (2.5 \text{ cm})(5 \text{ cm}) = 12.50 \text{ cm}^2$$

b) ZONA DE TURBULENCIA

Con las dimensiones anteriores y algunas recomendaciones empíricas para este tipo de equipos con dos divisiones de flujo, la zona de turbulencia se dimensionó así: dos tubos con diámetro interior de 0.5 cm de diámetro, lo que representa un área de flujo de 0.196 cm² por tubo, por lo que la reducción de superficie en el caso del área mínima corresponde a:

$$\frac{0.393 \text{ cm}^2}{12.50 \text{ cm}^2} \times 100 = 3.14\%$$

del área de salida de la zona de remanso, lo cual ayudará profundamente al cambio en el patrón de flujo.

La disposición de los tubos al insertarse en la zona de remanso se presenta a continuación:

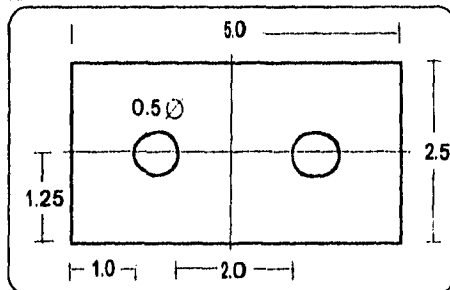


Figura 3.3 Entrada de tubos a la zona de remanso

c) COMPROBACION DE REGIMENES DE FLUJO

Con las dimensiones propuestas se procede a comprobar los patrones de flujo en cada zona. La secuencia de cálculo se define a continuación:

1.- Seleccionar el fluido

2.- Encontrar su viscosidad y densidad

3.- Cálculo de la zona de flujo turbulento:

3.1.- Calcular la velocidad mínima para el flujo turbulento

$$N_{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} \geq 10,000$$

y despejando

$$v = \frac{N_{Re} \mu}{\rho d} = \frac{1 \times 10^4 \mu}{0.5 \rho}$$

debe considerarse que

$$\mu [=] \frac{g}{cm \cdot s}$$

$$\rho [=] \frac{g}{cm^3}$$

por tanto:

$$\text{Ec. 3.18} \quad v = 2 \times 10^4 \frac{\mu}{\rho}$$

3.2.- Calcular el gasto mínimo:

$$\text{Ec. 3.19} \quad \omega = \rho v A$$

sustituyendo el valor de A por $A = \frac{\pi d^2}{4}$, y Ec. 3.18 en Ec. 3.19 :

$$\omega = \rho \left(2 \times 10^4 \frac{\mu}{\rho} \right) \left[\frac{\pi (0.5 \text{ cm})^2}{4} \right]$$

Ec. 3.20 $\omega = \frac{\pi}{8} \times 10^4 \mu$

4.- Balance de energía

Considerando que:

- No hay presión adicional al sistema
- No existen pérdidas por fricción
- El nivel de referencia 1 es la entrada al recipiente contenedor
- El nivel de referencia 2 está en la entrada al primer módulo

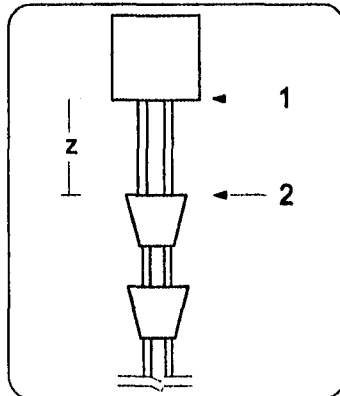


Figura 3.4 Columna hidrostática a la entrada del equipo

El balance de energía se puede simplificar así :

Ec. 3.21 $z = \frac{v^2}{2g}$

Y con esto puede conocerse la columna de líquido necesaria para que al entrar al primer módulo tenga flujo turbulento.

5.- Zona de remanso o de flujo laminar

Aquí debe comprobarse que el número de Reynolds en la zona de remanso indique un patrón de flujo laminar, tanto a la entrada como en la zona de área máxima de flujo.

En este caso el gasto será el doble del gasto que se tiene en la zona de flujo turbulento, puesto que a la entrada de cada módulo desembocan dos tubos, por tanto $\omega_R = 2 \omega$.

$$\text{Ec. 3.22} \quad N_{ReL} = \frac{\omega_R d_H}{A_F \mu} \leq 2,100$$

Donde A_F es el área de flujo, y d_H es el diámetro hidráulico, el cual se calcula como:

$$\text{Ec. 3.23} \quad d_H = \frac{4 A_F}{P_H} = \frac{4 ab}{2(a+b)} = \frac{2 ab}{a+b}$$

Sustituyendo Ec. 3.23 en Ec. 3.22 puede conocerse el valor del número de Reynolds en la zona de remanso:

$$\text{Ec. 3.24} \quad N_{ReL} = \frac{2 \omega (2 ab)}{\mu (ab) (a+b)} = \frac{4 \omega}{\mu (a+b)} = \frac{5\pi \times 10^3}{a+b}$$

En la siguiente tabla se presentan valores para algunos fluidos que pueden adecuarse a las características del experimento.

Tabla 3.1 Constantes físicas y variables de diseño para algunos fluidos

	μ (cp)	ρ (g/cm ³)	v (cm/s)	z (cm)	ω (g/s)	N_{Re} (A_{min})	N_{Re} (A_{max})
agua	1.00	1.00	200.0	20.4	39.3	2,094	2,094
salmuera 10%	1.50	1.08	277.8	39.3	58.9	2,094	2,094
lecha	1.14	1.03	261.4	34.8	53.0	2,094	2,094

Fuente: Crane Co. Flow of fluids through valves, fittings and pipes. Tech. paper No. 410

3.3 Descripción y construcción del equipo .

Una vez comprobado que las dimensiones propuestas anteriormente son adecuadas para cumplir con los objetivos de este equipo (división de corrientes y cambio en el patrón de flujo en cada etapa), se procedió a la selección de materiales para su construcción:

- Lámina de Tetrapack para la zona de remanso, sellada con cinta "masking-tape" en sus aristas, y con dos capas de resina poliéster en toda la superficie para evitar fugas y reblandecimientos.
- Tubo de polietileno para la zona turbulenta.
- La unión de ambas zonas se selló con plastilina epóxica y con dos capas de resina poliéster.

Con estos materiales se construyeron primero los módulos de la zona de remanso, a los que posteriormente se les unió la zona turbulenta, formando dos equipos: uno de cuatro etapas y otro de seis. Todos los soportes son de madera.

Para la entrada y la salida se utilizaron mangueras y dosificadores de equipos de venoclisis.

La corriente principal viene del depósito que se encuentra en la zona superior (ver esquema), y el trazador se agrega del modo más rápido posible a este depósito una vez que la corriente está en movimiento.

A continuación un esquema del equipo.

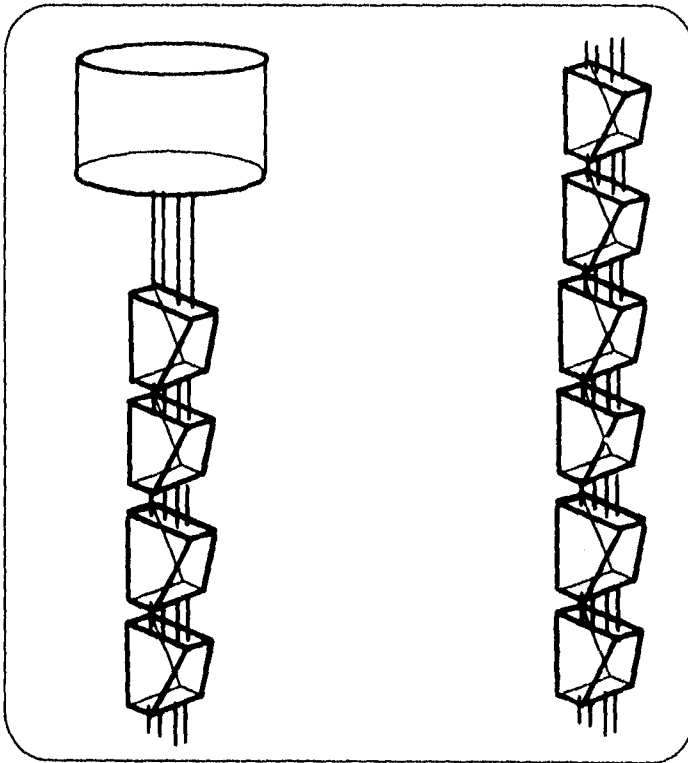


Figura 3.5 Esquema del mezclador estático utilizado en este trabajo.

3.4 Nomenclatura del capítulo.

Símbolo	Unidad	Descripción
a	cm	ancho inicial
a'	cm	ancho en cualquier otro punto a lo largo del eje h_T
A	cm ²	área de flujo en la zona turbulenta
A _F	cm ²	área de flujo en la zona de remanso
b	cm	largo inicial
b'	cm	largo en cualquier otro punto a lo largo del eje h_T
B	---	simplificación de $\tan \beta \sqrt{1+\tan^2 \alpha}$
C	cm	simplificación de $2(b \tan \alpha - a) / B$
d	cm	diámetro interior en la zona turbulenta
d _H	cm	diámetro hidráulico
D	---	simplificación de $4 \tan^2 \alpha / B^2$
g	cm/s ²	aceleración de la gravedad (981 cm ² /s)
h	cm	fracción de altura
h _{CRUT}	cm	altura en la que se tiene el área máxima de flujo
h _T	cm	altura total del módulo
l	cm	cateto adyacente al ángulo α (figura 3.2)
m	cm	cateto opuesto al ángulo α (figura 3.2)
N _{Re}	---	número de Reynolds en la zona turbulenta
N _{Rel}	---	número de Reynolds en la zona de remanso
P _H	cm	perímetro húmedo en la zona de remanso
z	cm	columna hidrostática
α	°	ángulo opuesto al cateto m
β	°	ángulo opuesto al cateto h_T
μ	g/cm s	viscosidad dinámica
π	---	3.141592654...
ρ	g/cm ³	densidad
v	cm/s	velocidad de flujo en la zona turbulenta
ω	g/s	flujo másico o gasto en la zona turbulenta
ω_R	g/s	flujo másico o gasto en la zona de remanso

CAPITULO IV

DESVIACIONES AL COMPORTAMIENTO IDEAL DE FLUJO

Analizar el grado de mezclado implica tratar de conocer el comportamiento ideal y las desviaciones que puedan presentarse en el proceso de la mezcla.

Las variables a las que se les dará seguimiento para conocer estas desviaciones al comportamiento ideal son, la concentración C y el tiempo t , es decir que la metodología se basará en observar el cambio que sufre la concentración de la mezcla a lo largo del tiempo que dure la operación.

El método que se utilizará en este trabajo será el de Estímulo-Respuesta, para lo cual se construirá una gráfica de la respuesta de concentración contra tiempo, y otra que represente la función de distribución del tiempo de residencia, y con ellas se propondrán modelos en los que se pueda comparar el comportamiento real contra el ideal y determinar así el grado de mezclado.

4.1 Función de distribución del tiempo de residencia

Existen tres tipos principales de estímulos: escalón, pulso y sinusoidal, y cada uno de ellos tiene una gráfica concentración contra tiempo muy diferente como se puede ver a continuación.

Escalón.- En este tipo de impulso la concentración es discontinua. Necesita de un flujo considerable y que la diferencia entre C_0^+ y C_0^- sea grande.

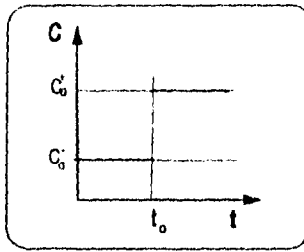


Figura 4.1 Estímulo de escalón.

Pulso.- El pulso se maneja como una "inyección instantánea", del material que se va a incorporar a la mezcla, en un tiempo infinitesimalmente pequeño.

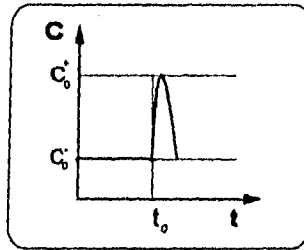


Figura 4.2 Estímulo de pulso

Sinusoidal.- El estímulo es continuo y tiene una serie de máximos y mínimos. Su gráfica semeja ondas sinusoidales, forma de dientes de serrucho, etc. Su manejo es complicado.

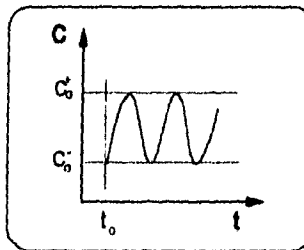


Figura 4.3 Estímulo sinusoidal

Para cada tipo de estímulo hay también una respuesta diferente:

Escalón.- La concentración se incrementa de modo exponencial inverso y su asíntota es la "concentración de equilibrio".

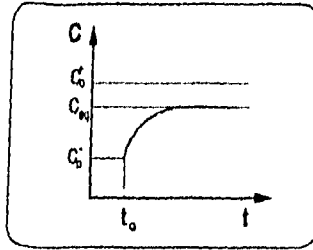


Figura 4.4 Respuesta al estímulo de escalón

Pulso.- La concentración se eleva al máximo, y luego cae hasta la concentración inicial.

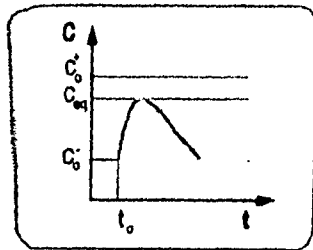


Figura 4.5 Respuesta al estímulo de pulso

Sinusoidal.- Existe un desfase entre estímulo y respuesta.

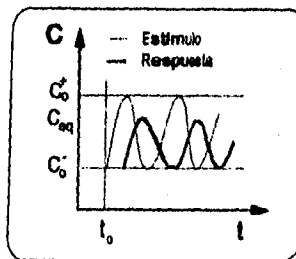


Figura 4.6 Respuesta al estímulo sinusoidal

El caso que se analizará exige una serie de expresiones matemáticas en las que se relacione el tiempo y la cantidad de trazador que permanece en el equipo. Esta relación se expresa con la función de distribución de tiempos de residencia, la cual representa la fracción de volumen de trazador a la salida del equipo que ha permanecido en él durante un tiempo t , o más estrictamente hablando, la probabilidad de que un elemento entre en el sistema en el tiempo $t = 0$ y lo abandone en tiempo $t = t$.

Esta función de probabilidad tiene unos límites claramente definidos:

Si $t = 0$, entonces $F(t) = 0$

Si $t = \infty$, entonces $F(t) = 1$

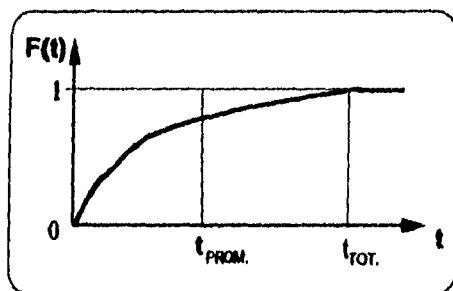


Figura 4.7 Función de distribución de tiempos de residencia $F(t)$
Fuente: Hill D. *An introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design*

El principal objeto de manejar esta distribución es conocer el tiempo promedio de residencia, el cual se calcula de acuerdo a los principios de probabilidad como un momento de primer orden:

$$\text{Ec. 4.1 } t_p = \int_0^{\infty} t \left(\frac{dF(t)}{dt} \right) dt = \int_0^{F(\infty)} t dF(t)$$

Se utilizará el estímulo de pulso, pues el trazador se incorporará al sistema en una pequeñísima fracción de tiempo, de modo que al graficar la concentración del trazador contra el tiempo se tendrá:

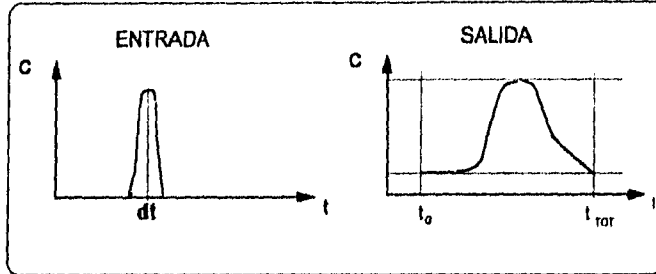


Figura 4.8 Comportamiento en el equipo de la concentración a través del tiempo
Fuente: Hill D. An introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design

Efectuando un balance de materia para cualquier instante, considerando que la densidad ρ y el flujo volumétrico Q_v son constantes se tiene que

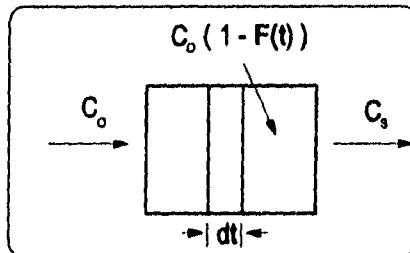


Figura 4.9 Balance de materia instantáneo en cualquier lugar del equipo

$$(\text{Entrada}) = (\text{Salida}) + (\text{Acumulación})$$

$$C_o = C_s + C_o (1 - F(t))$$

$$C_o = C_s + C_o - C_o F(t)$$

Ec 4.2
$$F(t) = \frac{C_s}{C_o}$$

4.2 Curvas $F(t)$ para patrones ideales de flujo

El tiempo de residencia de cada elemento será el mismo a la salida de cada unidad, y este tiempo se representará como t_{PR} .

De acuerdo a lo anterior

$$F(t) = 0 \quad \text{para} \quad 0 < t < t_{PR}$$

$$F(t) = 1 \quad \text{para} \quad t > t_{PR}$$

El comportamiento ideal y real se representa en las siguientes gráficas

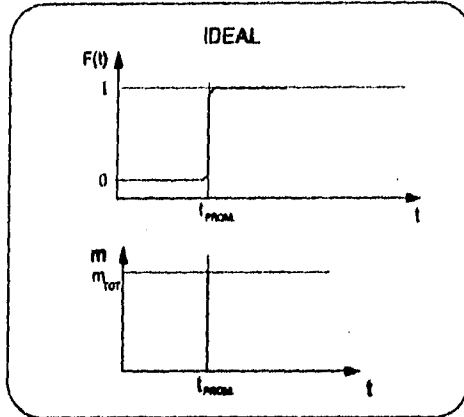


Figura 4.10 Comportamiento ideal de la función $F(t)$ y la cantidad de trazador m
Fuente: Hill D. *An Introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design*

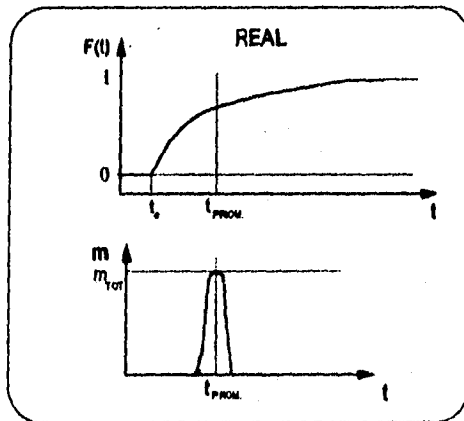


Figura 4.11 Comportamiento real de la función $F(t)$ y la cantidad de trazador m
Fuente: Hill D. *An Introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design*

En la zona turbulenta se presenta el fenómeno de mezclado continuo, el cual se asume como uniforme a la salida de cada etapa, pero independiente totalmente de la posición, debido a lo cual la función de distribución de tiempos de residencia será totalmente probabilística, pues no es posible generarla de acuerdo a un patrón de flujo, ya que no se puede predecir el comportamiento de cada elemento en la mezcla.

Para desarrollar esta función hay que considerar que la posibilidad de encontrar una determinada concentración a la salida de cada etapa depende exclusivamente de un intervalo de tiempo.

Si $F(t + \Delta t)$ es la probabilidad de que un elemento salga en un tiempo Δt del sistema, $1 - F(t + \Delta t)$ indica la probabilidad de encontrar a este elemento dentro del sistema, es decir, según conceptos de probabilidad :

$$\text{Ec. 4.3: } 1 - F(t + \Delta t) = [1 - F(t)][1 - F(\Delta t)]$$

$F(\Delta t)$ es la fracción instantánea de trazador en un tiempo instantáneo Δt , y se expresa como el cociente del flujo másico de trazador ω por el tiempo instantáneo Δt entre la masa total de trazador m_T , esto es:

$$F(\Delta t) = \frac{\omega \Delta t}{m_T}$$

pero $\frac{\omega}{m_T} = \frac{\omega}{\omega t_{PR}} = \frac{1}{t_{PR}}$, quedando entonces

$$\text{Ec. 4.4 } F(\Delta t) = \frac{\Delta t}{t_{PR}}$$

Sustituyendo Ec 4.4 en Ec 4.3 :

$$1 - F(t + \Delta t) = (1 - F(t)) \left(1 - \frac{\Delta t}{t_{PR}}\right)$$

$$F(t + \Delta t) - \left(\frac{\Delta t}{t_{PR}}\right)[F(t)] - F(t) + \frac{\Delta t}{t_{PR}} = 0$$

Todo entre Δt :

$$\frac{F(t+\Delta t)}{\Delta t} - \frac{F(t)}{\Delta t} - \frac{F(t)}{t_{PR}} + \frac{1}{t_{PR}} = 0$$

Y obteniendo su límite cuando Δt tiende a cero.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t} + \frac{1 - F(t)}{t_{PR}} = 0$$

$$\frac{d}{dt}F(t) + \frac{1 - F(t)}{t_{PR}} = 0$$

Resolviendo la ecuación

$$\int_0^{F(t)} \frac{dF(t)}{1 - F(t)} = -\frac{1}{t_{PR}} \int_0^t dt$$

$$\ln(1 - F(t)) = -\frac{t}{t_{PR}}$$

$$1 - F(t) = K e^{-t/t_{PR}}$$

$$F(t) = 1 - K e^{-t/t_{PR}}$$

Para conocer el valor de K , se considera la condición inicial $t=0$. entonces $F(t)=0$, y por lo tanto $K=1$. De esta manera la Ec. 4.5 resulta ser

$$\text{Ec 4.5: } F(t) = 1 - e^{-t/t_{PR}}$$

El valor de $F(t)$ para el tiempo de residencia se calcula haciendo $t = t_{PR}$:

$$\text{Ec 4.6: } F(t_R) = 1 - e^{-t_{PR}/t_{PR}} = 1 - e^{-1} = 0.632$$

Y para comprobar que se trata de una función de probabilidad, se prueba la Ec 4.5 con un tiempo infinito:

$$F(t) = 1 - e^{-\infty/t_{PR}} = 1 - 0 = 1$$

En el caso de que el impulso sea de pulso ideal, y de que la densidad y el

flujo volumétrico sean constantes , $F(t)$ puede expresarse en función del flujo másico como lo presenta la Ec. 4.7

$$\text{Ec 4.7} \quad F(t) = \frac{\omega(t)}{\omega_T}$$

Las curvas $\omega(t)$ y $F(t)$ contra t se verían como se aprecia en la gráfica :

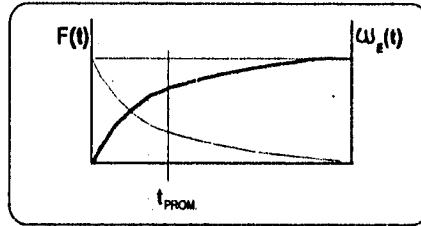


Figura 4.12 Comportamiento del flujo másico y de la función $F(t)$ en el experimento

En esta gráfica puede encontrarse fácilmente el valor de t_{PR} , puesto que corresponde a la abscisa de $F(t) = 0.632$ ó a que $\omega = 0.632 \omega_T$.

Este equipo puede presentar comportamiento de flujo laminar en ambas secciones, con lo cual queda eliminado el efecto de mezclado por remolinos, efectuándose únicamente mezclado por división de corrientes. En el caso que aquí se analiza, la zona de turbulencia se encuentra ubicada en la zona de tubos, en los cuales el perfil de velocidad se vería de esta manera:

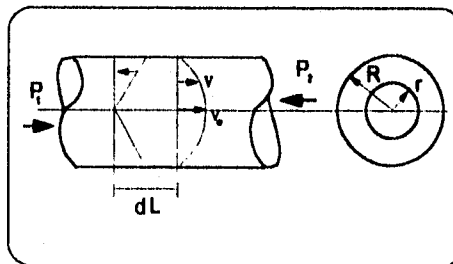


Figura 4.13 Perfil de velocidad con flujo laminar en la zona de tubos

Considerando un diferencial de longitud dL para hacer el análisis de fuerzas, se tiene que

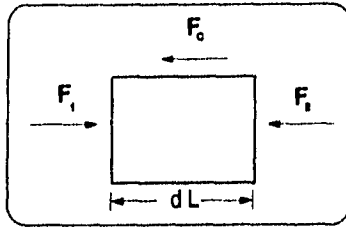


Figura 4.14 Análisis de fuerzas en el flujo a través de los tubos

Si la velocidad es constante, la suma de fuerzas es:

$$F_1 - F_2 - F_c = 0$$

$$P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 - \tau 2\pi r L = 0$$

$$\pi r^2 (P_1 - P_2) - 2 \tau \pi r L = 0$$

Ec. 4.8:
$$\tau = \frac{(P_1 - P_2) r}{2 L}$$

Además, por la ley de Newton:

Ec 4.9:
$$\tau = -\mu \frac{d}{dr} v$$

Igualando Ec 4.8 con Ec 4.9:

$$\frac{(P_1 - P_2) r}{2 L} = -\mu \frac{d}{dr} v$$

Resolviendo la ecuación anterior puede conocerse el valor de v en función de r en cualquier punto

$$-\int_{v_0}^v dv = \frac{P_1 - P_2}{2 \mu L} \int_0^r r dr$$

$$v_0 - v = \left(\frac{P_1 - P_2}{2 \mu L} \right) \left(\frac{r^2}{2} \right)$$

Ec. 4.10:
$$v = v_0 - \frac{P_1 - P_2}{4 \mu L} r^2$$

Para el centro del tubo $r = R$ y $v = 0$, por tanto

Ec. 4.11:
$$v_0 = \left(\frac{P_1 - P_2}{4 \mu L} \right) R^2$$

Sustituyendo Ec 4.11 en Ec 4.10

$$v = \left(\frac{P_1 - P_2}{4 \mu L} \right) (R^2 - r^2)$$

La relación entre la velocidad en cualquier punto y en el centro es:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\left(\frac{P_1 - P_2}{4 \mu L} \right) (R^2 - r^2)}{\left(\frac{P_1 - P_2}{4 \mu L} \right) R^2} = \frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

Con todo esto, puede saberse la velocidad en cualquier punto, como lo muestra la Ec 4.12

Ec. 4.12:
$$v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

El tiempo que se tardaría cada partícula en fluir a lo largo de la dirección L sería:

Ec 4.13:
$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)}$$

Despejando $\frac{r^2}{R^2}$:

$$\frac{r^2}{R^2} = 1 - \frac{L}{v t}$$

y considerando que $t_p = \frac{L}{2u}$

$$\text{Ec 4.14:} \quad \frac{r^2}{R^2} = 1 - \frac{t_p}{2t}$$

Para conocer $F(t)$ se necesita conocer la cantidad de trazador que existe en cualquier punto del tubo y en cualquier momento, por lo que se recurrirá a la Ec 4.7, pero en función al radio:

$$F(t) = \frac{\omega(r)}{\omega(R)}$$

Con la ecuación de continuidad se puede definir al flujo másico como una función del radio:

$$\omega = \rho u A = \rho u \pi r^2$$

$$d\omega = 2\pi \rho u r dr = 2\pi \rho u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr$$

$$\int_0^{\omega} d\omega = 2\pi \rho u_0 \int_0^r \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr$$

De modo que

$$\omega(r) = 2\pi \rho u_0 \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]$$

$$\omega(R) = 2\pi \rho u_0 \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2} \right]$$

Y al sustituir estas dos ecuaciones en la Ec 4.7 modificada se tiene que

$$F(t) = \frac{\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2}}{\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2}}$$

$$\text{Ec. 4.15:} \quad F(t) = \frac{r^2}{R^2} \left(2 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Sustituyendo la Ec. 4.14 en la Ec. 4.15

$$F(t) = \left(1 - \frac{t_p}{2t}\right) \left[2 - \left(1 - \frac{t_p}{2t}\right)\right] = \left(1 - \frac{t_p}{2t}\right) \left(1 + \frac{t_p}{2t}\right)$$

Ec 4.16:
$$F(t) = \left(1 - \frac{t_p}{2t}\right)^2$$

La Ec 4.16 es la ecuación para obtener la curva $F(t)$ con un flujo laminar en las dos secciones.

A continuación se presenta el comportamiento que puede sufrir la función de distribución de tiempo de residencia en su paso por un mezclador estático.

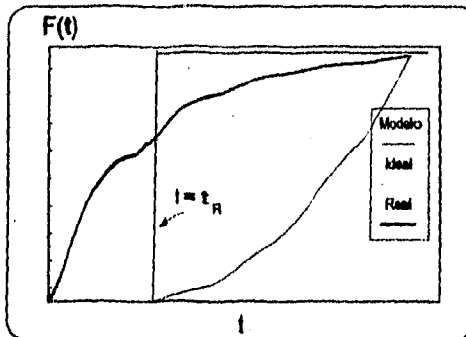


Figura 4.15 Comportamiento de $F(t)$ cuando solamente existe flujo laminar
Fuente: Hill D. An introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design

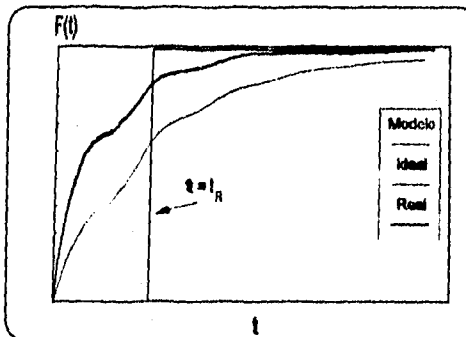


Figura 4.16 Comportamiento de $F(t)$ cuando existe flujo laminar y turbulento
Fuente: Hill D. An introduction to Chemical Engineer's kinetics and reactor design

4.3 Desviaciones a las condiciones ideales

Este equipo parte de la premisa de que en cada zona se tiene un patrón de flujo definido perfectamente y un comportamiento que se apega lo más posible a los modelos propuestos con anterioridad.

Debido a este "más posible", deben representarse matemáticamente el comportamiento, para conocer las desviaciones a las condiciones ideales. Esto se hará considerando dos causas de desviación: la principal, es la dispersión axial de los componentes; y la segunda, que no es tan notoria, es la dispersión radial.

Modelo de dispersión axial

Este modelo ayuda a representar las desviaciones que pudieran presentarse en la zona de turbulencia del equipo, debido a que se supone que en esta sección tubular el fenómeno de transporte de masa ocurre a lo largo de la línea de flujo, por lo que se consideran constantes la velocidad y la concentración a través del diámetro. El indicador de esta idealidad lo dará el coeficiente de difusividad longitudinal D_L , que es el patrón de comparación más sencillo, que puede hablar al mismo tiempo sobre las contribuciones al mezclado por difusión longitudinal, vórtices y remolinos, de acuerdo a la ley de Fick, considerando solo un flujo segregado, pues los elementos no se mezclan entre sí a diferentes velocidades.

El modelo parte del balance de materia en una sección infinitesimal en la dirección longitudinal, considerando una dispersión efectiva en la ley de Fick de la difusión y en la contribución por flujo:

$$(ENTRADAS) = (SALIDAS) + (ACUMULACION)$$

$$(ENTRADAS) = -D_L \left| \frac{\partial C}{\partial z} \pi R^2 \Delta t \right|_z + v |C \pi R^2 \Delta t|_z$$

$$(SALIDAS) = -D_L \left| \frac{\partial C}{\partial z} \pi R^2 \Delta t \right|_{z+\Delta z} + v |C \pi R^2 \Delta t|_{z+\Delta z}$$

$$(ACUMULACION) = \pi R^2 \Delta z \Delta C$$

Uniendo las tres ecuaciones anteriores, se tiene la Ec 4.17

$$\left(-D_L \frac{\partial C}{\partial z} + v C \right)_z \pi R^2 \Delta t = \left(-D_L \frac{\partial C}{\partial z} + v C \right)_{z+\Delta z} \pi R^2 \Delta t + \pi R^2 \Delta z \Delta C$$

Dividiendo la Ec 4.17 entre $(\pi R^2 \Delta z \Delta t)$

$$-\frac{\left(-D_L \frac{\partial C}{\partial z} + v C \right)_{z+\Delta z}}{\Delta z} + \frac{\left(-D_L \frac{\partial C}{\partial z} + v C \right)_z}{\Delta z} - \frac{\Delta C}{\Delta t} = 0$$

Considerando el límite cuando a la Δz y Δt tienden a cero

$$\lim_{\substack{\Delta z \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \cdot D_L \left(\frac{\left| \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z+\Delta z} - \left| \frac{\partial C}{\partial z} \right|_z}{\Delta z} \right) - v \left(\frac{|C|_{z+\Delta z} - |C|_z}{\Delta z} \right) - \frac{\Delta C}{\Delta t} = 0$$

$$\text{Ec. 4.18} \quad D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - v \frac{\partial C}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial t} = 0$$

La ecuación 4.18 es la ecuación que representa a este modelo, y su solución se toma como la respuesta presentada por Levenspiel y Smith ⁽¹⁰⁾ para un estímulo de pulso:

$$\text{Ec. 4.19} \quad C(z,t) = \frac{m_T L}{V_R 2 \sqrt{\pi D_L t}} e^{-\frac{(z-vt)^2}{4 D_L t}}$$

en donde m_T = concentración total de trazador
 L = longitud total
 V_R = volumen total

Cuando el fluido es un líquido, la densidad es constante, por lo que la ecuación de continuidad quedaría así:

$$Q_v = A v = v \frac{V_R}{L}$$

por lo que

$$\text{Ec. 4.20} \quad \frac{L}{v} = \frac{V_R}{Q_v}$$

Un parámetro muy usado en los modelos ideales es el tiempo promedio de residencia promedio, el cual para los modelos "reales" será el tiempo promedio de residencia t_{PR} , el cual se encuentra definido en la siguiente ecuación:

$$t_{PR} = \frac{L}{v}$$

Si se iguala este tiempo real con la Ec. 4.20 resulta:

$$\text{Ec. 4.21} \quad t_{PR} = \frac{L}{v} = \frac{V_R}{Q_v}$$

El siguiente paso es lograr que la ecuación que representa a la concentración del trazador en el tiempo y la longitud del equipo (Ec. 4.19) esté en función del índice $\frac{t}{t_{PR}}$, lo cual se efectuará en tres pasos:

1) Modificación del argumento de la exponencial

$$\text{Si } z = L, \text{ entonces } \frac{-(z - vt)^2}{4 D_L t} = \frac{-(L - vt)^2}{4 D_L t}$$

Multiplicando numerador y denominador por $(L^2 v)$, y con algunos manejos algebraicos:

$$\frac{-(L - vt)^2}{4 D_L t} = \frac{-(1 - \frac{vt}{L})^2}{4 \left(\frac{D_L}{vL}\right) \left(\frac{vt}{L}\right)}$$

y como de acuerdo a la Ec. 4.21 $\frac{v}{L} = \frac{1}{t_{PR}}$, entonces el nuevo argumento es :

$$\frac{-(1 - \frac{t}{t_{PR}})^2}{4 \left(\frac{D_L}{vL}\right) \left(\frac{t}{t_{PR}}\right)}$$

2) Según la Ec. 4.21 $1 = \frac{L}{v t_{PR}}$, por tanto al multiplicar el radical del denominador de la Ec. 4.19 por este valor, no verá afectada la igualdad :

$$\sqrt{\pi D_L t} = \sqrt{\pi D_L t \frac{L}{v t_{PR}}}$$

y como $C_T = \frac{m_T}{V_R}$, puede modificarse la Ec. 4.19 de modo que

$$\frac{C_T L}{2 \sqrt{\pi D_L \frac{L}{v} \frac{t}{t_{PR}}}} = \frac{C_T}{2 \sqrt{\pi \left(\frac{D_L}{vL}\right) \left(\frac{t}{t_{PR}}\right)}}$$

3) Se define $\frac{1}{Pe_L} = \frac{D_L}{vL}$ y se sustituyen en la Ec. 4.19

$$\text{Ec. 4.22: } C(t) = \frac{C_T}{2 \sqrt{\frac{\pi}{Pe_L} \left(\frac{t}{t_{PR}}\right)}} e^{-\left(1 - \frac{t}{t_{PR}}\right) / \left(\frac{4}{Pe_L} \frac{t}{t_{PR}}\right)}$$

La Ec.4.22 representa el comportamiento de la concentración del trazador en el tiempo para toda la longitud del equipo.

El principal problema para aplicar esta ecuación es el conocer el valor del número de Péclet longitudinal (Pe_L), o bien del coeficiente de difusividad longitudinal (D_L).

Estos datos se pueden conocer por tres diferentes métodos:

- a) Experimentalmente
- b) Método de la pendiente (para $\frac{1}{Pe_L} < 0.01$)
- c) Método de la varianza (para $\frac{1}{Pe_L} > 0.01$)

Método experimental.- consiste en medir directamente la difusividad del trazador en la corriente principal, y no se tratará este método en el presente trabajo.

Método de la pendiente .- se genera la curva $F(t)$ contra (t/t_{PR}) , y donde $t=t_{PR}$ se traza una recta con la inclinación que se desee; el valor de esa pendiente se aplica a la ecuación

$$\text{Ec. 4.23 } \left[\frac{dF(t)}{d(t/t_{PR})} \right]_{\frac{1}{t_{PR}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{vL}{\pi D_L}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi} Pe_L}$$

Método de la varianza.- de acuerdo a la siguiente gráfica ⁽⁴⁾ - la cual solamente aplica para estímulos de pulso - , la curva de concentración adimensional contra tiempo adimensional puede considerarse una distribución normal.

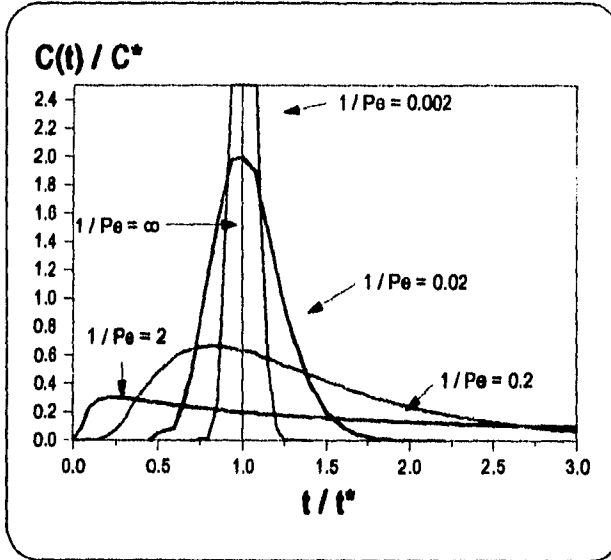


Figura 4.17 Curva adimensional Concentración vs tiempo para diferentes números de Péclet
Fuente: O. Levenspiel. Chemical Reaction Engineering.

Levenspiel y Bischoff proponen que

$$t_P = t_{PR} \left(1 + 2 \frac{D_L}{U L} \right)$$

$$\text{Ec. 4.24} \quad \sigma_t^2 = (t_{PR})^2 \left[2 \frac{D_L}{U L} + 8 \left(\frac{D_L}{U L} \right)^2 \right]$$

Para conocer el valor de σ_x^2 hay que remitirse a la definición de varianza:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{x=0}^{x=\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx}{\int_{x=0}^{x=\infty} f(x) dx}$$

y considerando que $\mu = t_{PR}$, $x = t$ y $f(x) = \frac{dF(t)}{dt}$ se tiene que

$$\sigma_t^2 = \frac{\int_{t=0}^{t=\infty} (t - t_{PR})^2 \frac{dF(t)}{dt} dt}{\int_{t=0}^{t=\infty} \frac{dF(t)}{dt} dt}$$

La cual puede simplificarse y quedar como

$$\sigma_t^2 = \frac{\int_{F(t)=0}^{F(t)=1} (t - t_{PR})^2 dF(t)}{\int_{F(t)=0}^{F(t)=1} dF(t)}$$

El numerador puede reducirse a una ecuación de diferencias, y el denominador puede ser reducido a la unidad puesto que

$$\int_{F(t)=0}^{F(t)=1} dF(t) = 1$$

La varianza puede calcularse según Ec. 4.25

$$\text{Ec. 4.25} \quad \sigma_t^2 = \sum (t - t_{PR})^2 \Delta F(t)$$

Al sustituir este valor en Ec. 4.24 puede conocerse el valor de $\frac{1}{Pe_L}$ resolviendo la ecuación cuadrática, de acuerdo a Ec. 4.26 :

$$\text{Ec. 4.26} \quad \frac{1}{Pe_L} = \frac{1}{8} \left[\frac{1}{t_{PR}} \sqrt{t_{PR}^2 + 8 \sum (t - t_{PR})^2 \Delta F(t)} - 1 \right]$$

4.4 Nomenclatura del capítulo.

Símbolo	Unidad	Descripción
A	cm ²	área de flujo
C _{eq}	g/cm ³	concentración de equilibrio en la respuesta al impulso
C _o	g/cm ³	concentración a la entrada
C _o *	g/cm ³	concentración máxima debida al impulso
C _o '	g/cm ³	concentración anterior al impulso
C _s	g/cm ³	concentración a la salida
C _T	g/cm ³	concentración máxima del trazador
$\left[\frac{dF(t)}{dt} \right] dt$	----	función de distribución de tiempos de residencia
D _L	cm ² /s	coeficiente de difusividad lineal
F	g cm/s ²	fuerza
F(t)	----	fracción en volumen de trazador que a la salida del equipo ha permanecido en él un tiempo "t"
L	cm	longitud total del equipo
m	g	masa del trazador
P	g/(cm s ²)	presión
Pe _L	----	número de Péclet longitudinal
Q _v	cm ³ /s	flujo volumétrico
r	cm	radio en cualquier sección del tubo
R	cm	radio en total del tubo
t _p	s	tiempo promedio ideal de residencia
t _{PR}	s	tiempo promedio real de residencia
V _R	cm ³	volumen total del equipo
z	cm	longitud parcial del equipo
Δx	----	diferencia entre la variable x ₁ y x ₂
μ	g/cm s	viscosidad dinámica
ρ	g/cm ³	densidad
σ _t ²	s ²	varianza
τ	g/(cm s ²)	esfuerzo cortante
v	cm/s	velocidad de flujo
v _o	cm/s	velocidad máxima de flujo
ω	g/s	flujo másico de trazador

CAPITULO V

DESARROLLO DEL EXPERIMENTO Y ANALISIS DE RESULTADOS

5.1 Materiales y Equipo.

Se utilizaron líquidos de baja densidad y viscosidad (p.e. agua, leche), y como trazador se ocupó un colorante vegetal líquido.

El equipo, descrito en el capítulo 3.3, consta de un mezclador estático de cuatro etapas, que se utilizó en la segunda fase del experimento, uno de seis etapas para la tercera fase, y para la cuarta y última fase se conectaron los dos equipos para tener uno de diez etapas.

Se utilizaron tubos de ensaye para coleccionar las muestras, y para medir la concentración se utilizó la técnica de colorimetría.

5.2 Desarrollo del experimento.

El experimento se desarrollo en cuatro fases:

- 1) Se agregó el trazador al fluido que se encontraba en reposo con la finalidad de conocer su miscibilidad.
- 2) Al fluido en movimiento se le adiciona el trazador y pasa a través de un mezclador con cuatro etapas. Se toman muestras cada treinta segundos.

- 3) La misma cantidad de fluido y trazador pasan por el equipo de seis etapas, y se recolectan muestras con el mismo intervalo.
- 4) Sucede lo mismo que en la tercera fase, solo que se conectan los dos equipos para tener diez etapas.

Al término de la primera fase se anotaron las observaciones, y para las siguientes tres fases las muestras son llevadas al colorímetro para medir su concentración. Previamente se ha generado una curva patrón que va desde cero hasta la máxima concentración que puede reportarse.

5.3 Manejo de datos y análisis de curvas.

Para la primera fase se añadió una cantidad de 0.5 g de trazador a mil mililitros del fluido, haciéndose observaciones cada 30 segundos

<u>TIEMPO (s)</u>	<u>OBSERVACION</u>
0	Nada
30	Comienza dispersión en la superficie
60	Se forma una pequeña capa en la superficie
90	La capa abarca toda la superficie
120	Sin cambio
150	Capa igual. Se forma una delgada línea a lo largo del recipiente
180	Otra línea muy fina
210	Sin cambio
240	Se forma otra línea delgada que llega hasta la mitad de la altura del recipiente
300	Sin cambio
500	Sin cambio

Con estas observaciones se puede comprobar que para mezclar estos dos fluidos debe dárseles un efecto mecánico.

Para las siguientes tres fases, montado el equipo correspondiente, se tomaron muestras cada cuatro segundos, a las cuales se les midió su concentración. Estos pares de datos (tiempo y concentración) son las mediciones experimentales sobre las que se trabajó en la construcción de las curvas C vs t y t vs $F(t)$, el cálculo del número de Péclet longitudinal (Pe_L), y las curvas C vs t adimensionales, tanto reales como las reportadas por el modelo de dispersión axial.

Las curvas y sus cálculos correspondientes se obtuvieron de la siguiente manera:

- Curva C vs t .- En base a la tabla de concentración y tiempo, simplemente se graficaron los valores ahí enlistados.
- Curva $F(t)$ vs t .- Según Ec. 4.2 $F(t_i) = \frac{C_i}{C_T}$, por lo que a la tabla anterior se le añade una columna con la concentración acumulada en cada fracción de tiempo ($\sum C_i$), la cual se divide entre la concentración total acumulada, lo que representará $F(t)$.
- Tiempo promedio de residencia ideal.- Puede hacerse analítica ó gráficamente. Analíticamente según Ec. 4.1, la cual puede transformarse en la ecuación de diferencias $t_p = \sum t_i \Delta F(t_i)$, que para este caso se ajusta para mayor exactitud como :

$$t_p = \sum \left[t_i - \frac{t_i - t_{i-1}}{2} \right] [F(t_i) - F(t_{i-1})]$$

Gráficamente, según Ec. 4.6 este valor se encuentra cuando $F(t) = 0.632$.

- Tiempo promedio de residencia real.- Ec. 4.21 muestra este valor en función del volúmen del equipo y del flujo volumétrico. El primero se calcula como $V_M = N V_E$, en donde N es el número de etapas y V_E es el volúmen de cada etapa, compuesta por un par de tubos y el módulo de flujo laminar. Estos volúmenes se calculan de acuerdo a las ecuaciones:

$$V_E = 2 V_{\text{tubo}} + V_{\text{remanso}}$$

$$V_{\text{remanso}} = \int_0^{h_T} A_F dh = \int_0^{h_T} (ab + Ch - Dh^2) dh$$

$$V_{\text{tubo}} = \frac{\pi}{4} d^2 h_{\text{tubo}}$$

Ya que $h_T = 5.13$ cm, $a = 2.5$ cm, $b = 5$ cm, $C = 1.217$ cm y $D = 0.237$ según la tabla 3.1, $d_{\text{tubo}} = 0.5$ cm y $h_{\text{tubo}} = 5$ cm de acuerdo al capítulo anterior, puede saberse que

$$V_{\text{remanso}} = 90.805 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{tubo}} = 0.982 \text{ cm}^3$$

$$V_E = 92.769 \text{ cm}^3$$

- Número de Péclet.- El número de Péclet longitudinal $Pe_L = \frac{vL}{D_L}$ se calcula con el método de la varianza, según Ec. 4.26

$$\frac{1}{Pe_L} = \frac{1}{8} \left[\frac{1}{t_{PR}} \sqrt{t_{PR}^2 + 8 \sum (t - t_{PR})^2 \Delta F(t)} - 1 \right]$$

- Concentración con el modelo axial de dispersión.- Basta con sustituir datos en la Ec. 4.22

$$C(t) = \frac{C_T}{2 \sqrt{\frac{\pi}{4} \left(\frac{t}{t_{PR}} \right)}} e^{-\left(1 - \frac{t}{t_{PR}}\right) / \left(\frac{4}{Pe_L} \frac{t}{t_{PR}}\right)}$$

Con este procedimiento se hicieron los cálculos para un mezclador con cuatro, seis y diez etapas respectivamente. Estos datos aparecen a continuación

Tabla 5.1 Datos experimentales y cálculos con el modelo para cuatro etapas

l	t _i (s)	C _i (g/l)	F(t _i)	t _i ΔF(t _i)	(t _i - t _{PR}) ² ΔF(t _i)	t _i / t _{PR}	C _i / C _T	C _R / C _T
0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	4	0.306	0.432	0.863	3.204	0.850	0.554	0.612
2	8	0.198	0.711	1.676	0.454	1.690	0.315	0.396
3	12	0.111	0.867	1.566	4.357	2.540	0.147	0.222
4	16	0.055	0.945	1.086	6.674	3.390	0.067	0.110
5	20	0.023	0.979	0.584	5.717	4.230	0.031	0.046
6	24	0.011	0.993	0.341	4.630	5.080	0.014	0.022
7	28	0.005	1.000	0.183	3.192	5.930	0.006	0.010
8	32	0.000	1.000	0.000	0.000	6.770	0.000	0.000
Suma				6.299	28.228			

$$Q_v = 78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$s_t^2 = 28.228 \text{ s}^2$$

$$t_p = 6.30 \text{ s}$$

$$t_{PR} = \frac{4 (92.769 \text{ cm}^3)}{78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}} = 4.72 \text{ s}$$

$$\frac{1}{Pe_L} = 0.29715$$

Tabla 5.2 Datos del experimento y cálculos con el modelo para seis etapas

l	t _i (s)	C _i (g/l)	F(t _i)	t _i ΔF(t _i)	(t _i - t _{PR}) ² ΔF(t _i)	t _i / t _{PR}	C _C / C _T	C _R / C _T
0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	4	0.245	0.238	0.476	6.161	0.560	0.551	0.490
2	8	0.347	0.570	2.023	0.398	1.130	0.578	0.694
3	12	0.217	0.786	2.109	1.789	1.690	0.339	0.434
4	16	0.114	0.897	1.551	5.294	2.260	0.118	0.228
5	20	0.054	0.949	0.945	6.250	2.820	0.088	0.108
6	24	0.026	0.975	0.556	5.619	3.390	0.049	0.052
7	28	0.015	0.989	0.379	5.214	3.950	0.021	0.030
8	32	0.007	0.996	0.204	3.571	4.520	0.010	0.014
9	36	0.004	1.000	0.132	2.816	5.080	0.005	0.008
10	40	0.000	1.000	0.000	0.000	5.640	0.002	0.000
Suma				8.375	37.114			

$$Q_v = 78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$s_t^2 = 37.114 \text{ s}^2$$

$$t_p = 8.36 \text{ s}$$

$$t_{PR} = \frac{6 (92.769 \text{ cm}^3)}{78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}} = 7.09 \text{ s}$$

$$\frac{1}{Pe_L} = 0.20362$$

Tabla 5.3 Datos del experimento y cálculos con el modelo para diez etapas:

l	t _i (s)	C _i (g/l)	F(t _i)	t _i ΔF(t _i)	(t _i - t _{PR}) ² ΔF(t _i)	t _i / t _{PR}	C _C / C _T	C _R / C _T
0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	4	0.048	0.031	0.062	2.982	0.340	0.134	0.320
2	8	0.360	0.263	1.394	7.845	0.680	0.692	0.720
3	12	0.398	0.520	2.569	0.842	1.020	0.738	0.796
4	16	0.290	0.708	2.621	0.898	1.350	0.544	0.580
5	20	0.190	0.830	2.208	4.700	1.690	0.349	0.380
6	24	0.117	0.906	1.662	7.843	2.030	0.210	0.234
7	28	0.061	0.945	1.024	7.929	2.370	0.122	0.122
8	32	0.039	0.970	0.755	8.331	2.710	0.069	0.078
9	36	0.023	0.985	0.505	7.311	3.050	0.039	0.046
10	40	0.014	0.994	0.343	6.199	3.390	0.022	0.028
11	44	0.006	0.998	0.163	3.530	3.730	0.012	0.012
12	48	0.003	1.000	0.089	2.264	4.060	0.007	0.006
13	52	0.000	1.000	0.000	0.000	4.400	0.004	0.000
Suma				13.396	60.675			

$$Q_v = 78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$s_t^2 = 60.675 \text{ s}^2$$

$$t_p = 13.396 \text{ s}$$

$$t_{PR} = \frac{10 (92.769 \text{ cm}^3)}{78.54 \text{ cm}^3 / \text{s}} = 11.8 \text{ s}$$

$$\frac{1}{Pe_L} = 0.13958$$

Una vez obtenidas las curvas de concentración y de la función de distribución de tiempos de residencia con los datos experimentales (figuras 5.1, 5.3 y 5.5), se calcularon las concentraciones de acuerdo al modelo propuesto, las cuales (figuras 5.2, 5.4 y 5.6) al ser comparadas muestran tendencias similares entre los datos experimentales y los calculados mediante el modelo de dispersión axial.

En la figura 5.1 aparece la curva C vs t para cuatro etapas, que es una campana muy baja con una moda muy cargada a la izquierda y una cola derecha bastante grande. Además puede apreciarse una amplia distancia entre el tiempo promedio de residencia real y el ideal.

La curva $F(t)$ vs t es una exponencial muy suave.

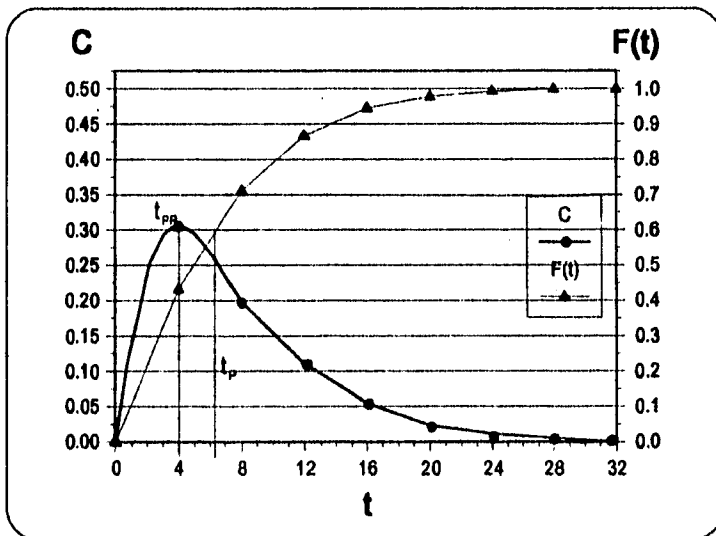


Figura 5.1 Curvas C vs t y $F(t)$ vs t para cuatro etapas

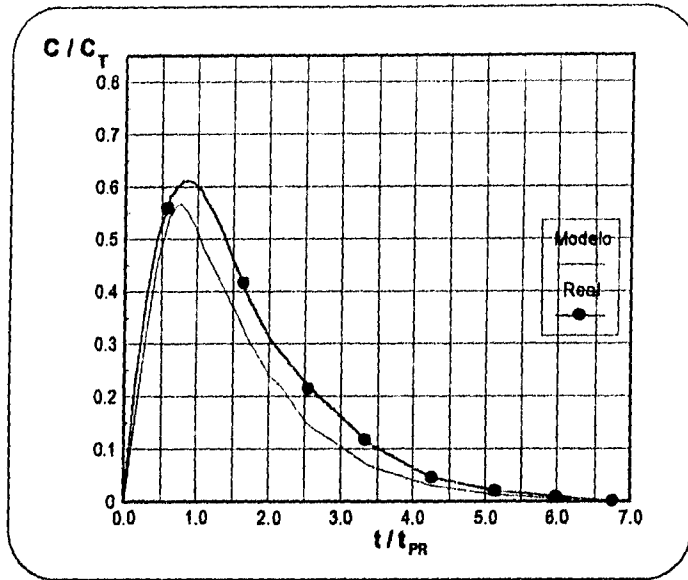


Figura 5.2 Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para cuatro etapas

En la figura 5.2 se encuentran las curvas adimensionales de concentración contra tiempo, tanto para los datos reales como para los obtenidos a través del modelo. El área bajo la curva para los datos reales es mayor en el caso de los datos reales.

Las figuras 5.3 y 5.4, que aparecen en la siguiente página, muestran los resultados para seis etapas. La curva C vs t muestra un incremento en la concentración máxima y en el tiempo total de mezcla. La diferencia entre ambos tiempos promedio de residencia disminuye bastante, igual que el área bajo la cola derecha, mientras que la moda se despegaba del extremo izquierdo.

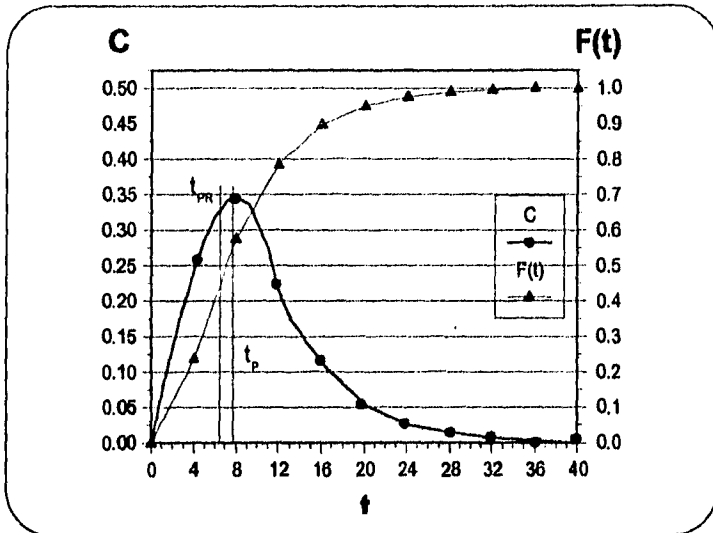


Figura 5.3 Curvas C vs t y F(t) vs t para seis etapas

La siguiente página muestra la figura 5.4, en la cual se observa una notable disminución en el tiempo promedio de residencia adimensional, además de que el máximo de la concentración en ambas curvas tiende más a aproximarse a la unidad, lo que habla de mayor eficiencia en el mezclado.

Es muy importante hacer la aclaración que la escala utilizada en las curvas adimensionales de concentración (C / C_T) contra tiempo (t / t_{PR}) es la misma; y la finalidad de esto es evitar que exista otra fuente de error y la comparación de las tres gráficas sea más objetiva, lo cual será de gran ayuda cuando se hable más adelante acerca del grado de mezclado.

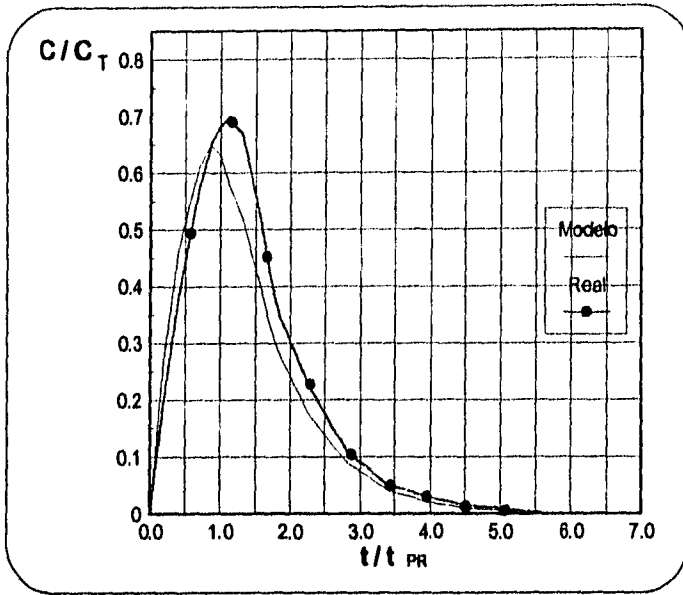


Figura 5.4 Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para seis etapas

La siguiente fase del experimento se efectuó con la unión de los dos mezcladores, de modo que se contaron con diez etapas.

Al analizar los datos los datos al final de las tablas 5.1, 5.2 y 5.3, puede verse claramente que la diferencia en porcentaje del tiempo promedio de residencia real al tiempo promedio ideal decrece significativamente al incrementarse el número de etapas. Esta tendencia indica que el fenómeno de mezclado se está eficientando realmente al incrementar el número de etapas

Al igual que en el caso anterior, la curva de concentración contra tiempo muestra que el máximo en la concentración se mueve un poco más a la derecha.

La diferencia entre los tiempos promedio de residencia se ha reducido casi a la cuarta parte del valor de la fase con con cuatro etapas, y como se observa en la figura 5.5, la curva desciende suavemente después de llegar al máximo, además de que la forma de campana de Gauss es mucho más clara en esta figura, lo que hace pensar que puede hablarse ya de una distribución de concentraciones que casi sigue el modelo de la distribución normal.

Otro dato interesante es que el tiempo promedio ideal de residencia, tiene una ordenada en el eje $F(t)$ que se aproxima mucho al valor de 0.632, y de acuerdo a la Ec. 4.6 esta es una corrida que puede considerarse más cercana a la idealidad.

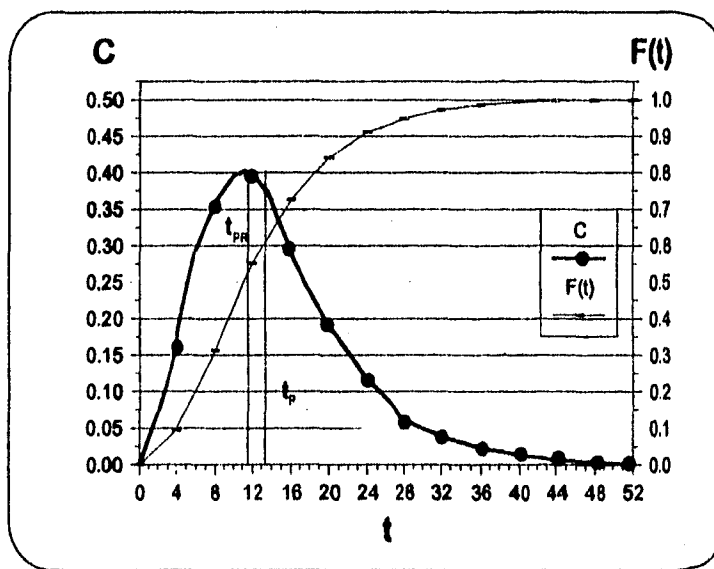


Figura 5.5 Curvas C vs t y $F(t)$ vs t para diez etapas

La figura 5.6 es un apoyo en la afirmación anterior, pues puede verse con mucha facilidad que el área bajo la curva de los datos reales es solo ligeramente mayor que los datos calculados con el modelo, y el máximo de concentración en ambas curvas tiende a acercarse más al tiempo promedio real de residencia, es decir, $t / t_{PR} = 1$. Esta gráfica muestra todavía más el acercamiento a la campana de Gauss, pues al descender la curva por la derecha no se aleja tanto de la media como en los casos anteriores.

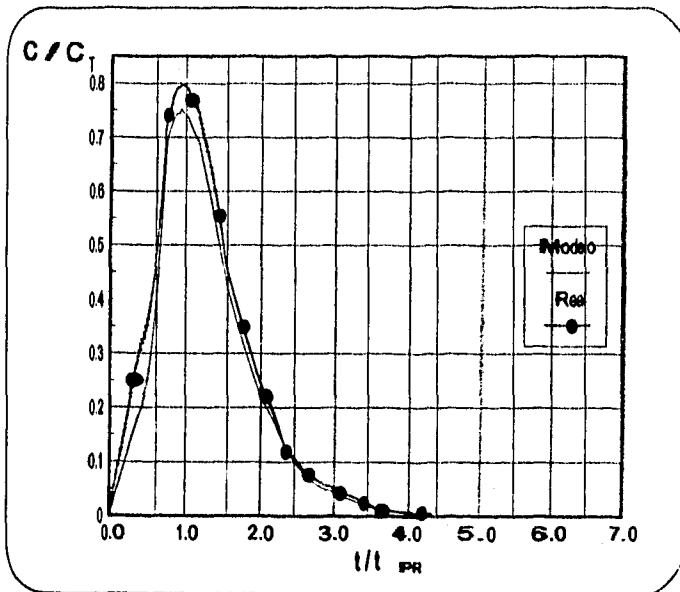


Figura 5.6 Curva concentración contra tiempo (adimensionales) para diez etapas

Lo comentado anteriormente respecto del acercamiento de la distribución de concentraciones a la distribución normal puede reforzarse al comparar el inverso del número de Péclet en las tablas 5.1, 5.2 y 5.3.

Para esto es conveniente recordar la figura 4.17, en donde se muestran curvas adimensionales de concentración contra tiempo, para diferentes números de Péclet, considerando una curva original de distribución contra tiempo de tipo normal.

Si se observa que al incrementar el número de etapas de mezclado :

- + El máximo de concentración aumenta.
- + Ese valor se acerca más al tiempo promedio de residencia.
- + Aumenta el valor del número de Péclet.
- + Los extremos de la curva se alejan menos del tiempo promedio de residencia .
- + La diferencia entre tiempo promedio real e ideal de residencia es menor.

y al comparar estas observaciones con la figura 4.17 se encuentran semejanzas, puede inferirse que el proceso de mezcla logra una mejor eficiencia cada vez que recorre una etapa.

5.4 Grado de mezclado.

El siguiente paso es conocer el grado de mezclado (M), el cual es una relación de las varianzas de la función de distribución de tiempos de residencia , tal como aparece en la Ec 5.1: (⁵)

$$\text{Ec. 5.1:} \quad M = \frac{s_f^2}{s_c^2}$$

El numerador (s_f^2) corresponde a la varianza en la muestra de la función de distribución de tiempos de residencia adimensionales respecto del tiempo promedio real de residencia .

$$\text{Ec. 5.2} \quad s_f^2 = \sum \left(\frac{t}{t_{PR}} - 1 \right)^2 \Delta F_r \left(\frac{t}{t_{PR}} \right)$$

El denominador (s_c^2) se refiere a la varianza "ideal", puesto que se refiere también a la distribución de tiempos de residencia adimensionales respecto del tiempo promedio real de residencia, pero con datos obtenidos del modelo.

$$\text{Ec. 5.3} \quad s_c^2 = \sum \left(\frac{t}{t_{PR}} - 1 \right)^2 \Delta F_c \left(\frac{t}{t_{PR}} \right)$$

La razón M tiene cuatro valores importantes que se describen a continuación:

- 1) $M = 0$ Representa un mezclado perfecto, puesto que indica que no existe varianza en los datos de la muestra; este es el mezclado óptimo.
- 2) $M > 1$ Indica que la variación de la muestra es mayor a la de la mezcla ideal; la curva C vs t real tiene un área mayor que la calculada por el modelo, como es el caso de este trabajo.
- 3) $M = 1$ La variación es la misma en la muestra y en la mezcla ideal; refleja un mezclado eficiente. Este será el mezclado objetivo.
- 4) $M < 1$ Indica una menor variación en la muestra que en la mezcla ideal; es el inverso del caso 2.

Las tablas 5.4, 5.5 y 5.6 muestran el cálculo de M para las diferentes fases del experimento, y en la figura 5.7 se describe esta información.

Tabla 5.4 Cálculo del grado de mezclado (M) para cuatro etapas

i	t/t_{PR}	C_R/C_T	$F_R(t/t_{PR})$	s_f^2	C_C/C_T	$F_C(t/t_{PR})$	s_c^2	M
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	---
1	0.847	0.612	0.432	0.010	0.554	0.487	0.011	0.886
2	1.695	0.396	0.711	0.145	0.315	0.764	0.145	0.998
3	2.542	0.222	0.867	0.517	0.147	0.894	0.453	1.143
4	3.390	0.110	0.945	0.960	0.067	0.953	0.789	1.217
5	4.237	0.046	0.977	1.300	0.031	0.980	1.075	1.210
6	5.085	0.022	0.993	1.599	0.014	0.992	1.280	1.212
7	5.932	0.011	1.000	1.731	0.006	0.997	1.409	1.229
8	6.780	0.000	1.000	1.731	0.003	1.000	1.497	1.215

Tabla 5.5 Cálculo del grado de mezclado (M) para seis etapas

l	t/t_{PR}	C_R/C_T	$F_R(t/t_{PR})$	s_f^2	C_C/C_T	$F_C(t/t_{PR})$	s_c^2	M
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	---
1	0.564	0.490	0.238	0.045	0.520	0.291	0.055	0.818
2	1.128	0.894	0.575	0.051	0.578	0.615	0.061	0.837
3	1.693	0.434	0.786	0.152	0.340	0.805	0.152	1.000
4	2.257	0.228	0.897	0.327	0.176	0.904	0.308	1.063
5	2.821	0.108	0.949	0.501	0.088	0.953	0.471	1.064
8	3.385	0.052	0.975	0.645	0.044	0.978	0.811	1.055
7	3.949	0.030	0.989	0.771	0.022	0.990	0.718	1.074
8	4.513	0.014	0.996	0.855	0.010	0.996	0.767	1.086
9	5.078	0.008	1.000	0.920	0.006	0.999	0.843	1.091
10	5.642	0.000	1.000	0.920	0.002	1.000	0.867	1.081

Tabla 5.6 Cálculo del grado de mezclado (M) para diez etapas

i	t/t_{PR}	C_R/C_T	$F_R(t/t_{PR})$	s_t^2	C_C/C_T	$F_C(t/t_{PR})$	s_c^2	M
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	----
1	0.339	0.096	0.031	0.014	0.150	0.050	0.022	0.623
2	0.677	0.720	0.263	0.038	0.692	0.279	0.046	0.827
3	1.160	0.796	0.520	0.038	0.792	0.542	0.046	0.827
4	1.355	0.580	0.708	0.061	0.544	0.723	0.068	0.897
5	1.693	0.380	0.830	0.120	0.348	0.838	0.124	0.971
6	2.032	0.238	0.906	0.201	0.210	0.908	0.198	1.013
7	2.371	0.122	0.945	0.275	0.122	0.948	0.274	1.002
8	2.710	0.078	0.970	0.348	0.070	0.971	0.342	1.018
9	3.048	0.046	0.985	0.411	0.040	0.985	0.398	1.032
10	3.387	0.028	0.994	0.462	0.022	0.992	0.439	1.052
11	3.726	0.012	0.998	0.491	0.012	0.996	0.469	1.047
12	4.064	0.006	1.000	0.509	0.008	0.999	0.494	1.031
13	4.403	0.000	1.000	0.509	0.004	1.000	0.509	1.000

La información de estas tres tablas se refleja en la figura 5.7, la cual muestra en las abscisas el grado de mezclado, y en las ordenadas, el tiempo adimensional, para que así pueda tenerse un patrón de comparación más exacto. El mezclado ideal ($M = 1$), se presenta para hacer la comparación.

Esta figura presenta una similitud con la ecuación de crecimiento exponencial inverso en el tiempo:

Ec. 5.4 : $y = y_0 - e^{-kt}$

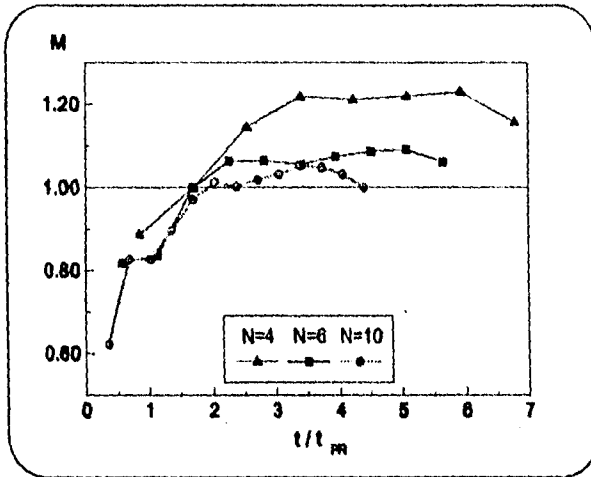


Figura 5.7 Grado de mezclado para cuatro, seis y diez etapas.

Para verificar lo anterior, se decidió manejar ecuaciones adimensionales, las cuales facilitan la comparación, por lo que la Ec. 5.4 se transforma en:

Ec. 5.5:
$$\frac{M}{M_{\text{máx}}} = 1 - e^{-k(t/t_{PR})}$$

En la figura 5.8 aparecen los datos adimensionales de grado de mezclado contra tiempo en cada fase, para esta ecuación.

Comparando las dos gráficas de las figuras anteriores (5.7 y 5.8) puede verse que la última, que se refiere al grado de mezclado adimensional se apega más al modelo de crecimiento exponencial inverso, para lo cual, en la figura 5.9 se encuentra la regresión para la Ec. 5.5 linealizada:

Ec. 5.6
$$-\ln\left(1 - \frac{M}{M_{\text{máx}}}\right) = k\left(\frac{t}{t_{PR}}\right)$$

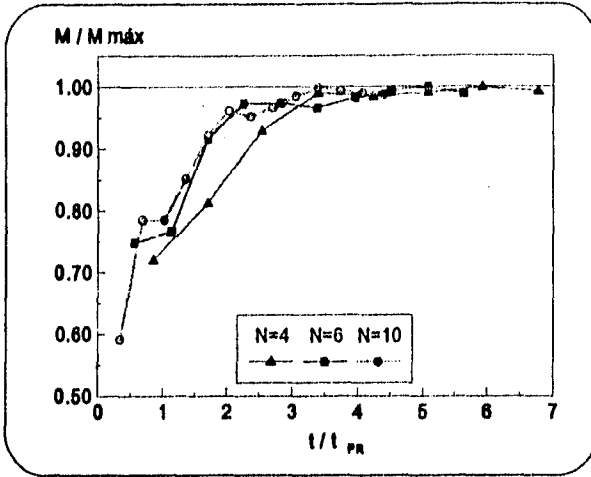


Figura 5.8 Grado de mezclado "adimensional" para cuatro, seis y diez etapas

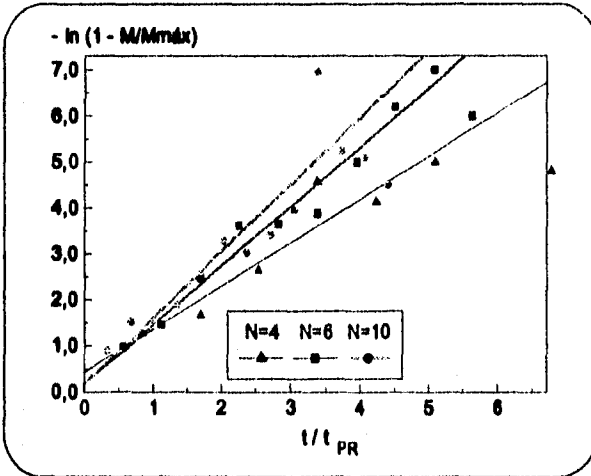


Figura 5.9 Regresión para el grado de mezclado "adimensional"

Tabla 5.7 Regresión lineal para cuatro etapas

i	t/t_{PR}	$M/M_{m\acute{a}x}$	$-\ln(1-M/M_{m\acute{a}x})$	$M_c/M_{m\acute{a}x}$
1	0.847	0.720	1.274	0.588
2	1.695	0.812	1.672	0.830
3	2.542	0.929	2.651	0.930
4	3.390	0.990	4.573	0.971
5	4.237	0.984	4.124	0.988
6	5.085	0.990	4.645	0.995
7	5.932	0.999	7.104	0.998
8	6.780	0.992	4.812	0.999

ordenada al origen : 0.19483

pendiente : 1.04634

coeficiente de correlación : 0.91506

Ec. 5.7
$$\frac{M_c}{M_{m\acute{a}x}} = 1 - e^{-1.04634 (t/t_{PR})}$$

Tabla 5.8 Regresión lineal para seis etapas

i	t/t_{PR}	$M/M_{m\acute{a}x}$	$-\ln(1-M/M_{m\acute{a}x})$	$M_c/M_{m\acute{a}x}$
1	0.564	0.749	1.381	0.516
2	1.128	0.767	1.456	0.766
3	1.693	0.916	2.472	0.887
4	2.257	0.973	3.618	0.945
5	2.821	0.974	3.645	0.974
6	3.385	0.966	3.379	0.987
7	3.949	0.983	4.103	0.994
8	4.513	0.995	5.259	0.997
9	5.078	0.999	6.996	0.998
10	5.642	0.989	4.510	0.999

ordenada al origen : 0.17378

pendiente : 1.28780

coeficiente de correlación : 0.96259

Ec. 5.8

$$\frac{M_c}{M_{\max}} = 1 - e^{-1.2870 (t/t_{PR})}$$

Tabla 5.9 Regresión lineal para diez etapas

l	t/t_{PR}	M/M_{\max}	$-\ln(1-M/M_{\max})$	M_c/M_{\max}
1	0.339	0.591	0.895	0.389
2	0.677	0.785	1.537	0.626
3	1.016	0.785	1.538	0.771
4	1.355	0.852	1.908	0.860
5	1.693	0.922	2.552	0.914
6	2.032	0.962	3.280	0.947
7	2.371	0.952	3.031	0.968
8	2.710	0.967	3.417	0.980
9	3.048	0.981	3.940	0.988
10	3.385	0.999	6.908	0.993
11	3.726	0.994	5.171	0.995
12	4.064	0.992	5.100	0.997
13	4.403	0.989	4.502	0.999

ordenada al origen : 0.16818

pendiente : 1.45105

coeficiente de correlación : 0.98106

Ec. 5.9

$$\frac{M_c}{M_{\max}} = 1 - e^{-1.45106 (t/t_{PR})}$$

Las ecuaciones 5.7, 5.8 y 5.9 se encuentran graficadas en la figura 5.10.

Es importante remarcar que, a medida que se incrementa el número de etapas, el tiempo adimensional en el cual se alcanza la asíntota $\frac{M}{M_{\max}} = 1$ es menor. Esto de una visión directa de una mejor eficiencia cada vez que se aumenta el número de etapas.

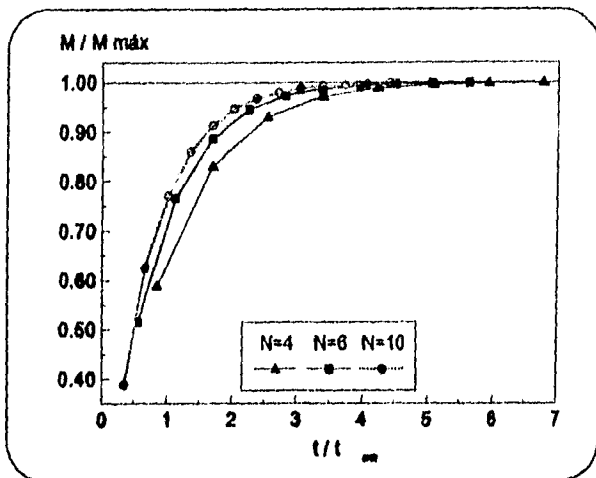


Figura 5.10 Grado de mezclado con los resultados de la regresión

5.5 Eficiencia

El valor de k , que es la pendiente de la recta de regresión, representa la razón de crecimiento en la Ec. 5.5, y es un dato muy importante con el cual puede medirse la desviación respecto del mezclado ideal.

Debido a que se habla de un modelo de crecimiento exponencial negativo, en las rectas de la gráfica 5.9 nunca se tendrá una pendiente negativa, por lo que k puede tomar valores desde cero hasta el infinito.

Analizando dicha ecuación en sus valores extremos ($0 \leq k \leq \infty$), se tiene que:

a) si $k=0$, entonces $\frac{M}{M_{\text{máx}}} = 1 - e^{-0(t/t_{\text{PR}})} = 1 - 1 = 0$

b) si $k \rightarrow \infty$, entonces $\frac{M}{M_{\text{máx}}} = 1 - e^{-\infty(t/t_{\text{PR}})} = 1 - 0 = 1$

Estos dos resultados ayudan a calcular una medida de eficiencia respecto del mezclado ideal, el cual se calcula por la ecuación

Ec. 5.10 $\eta = 1 - e^{-k}$

El rango de esta ecuación es $0 \leq \eta \leq 1$, y presenta las dos condiciones extremas de un mezclado:

- a) $k = 0$: No se ha presentado aún el fenómeno
Si $k = 0$, entonces $\eta = 1 - e^0 = 0$
- b) $k \rightarrow \infty$: Ocorre el mezclado ideal, y el impulso se da como inyección instantánea.
Si $k \rightarrow \infty$, entonces $\eta = 1 - e^{-\infty} = 1$

Por tanto, y de acuerdo a la Ec. 5.10, la desviación con respecto de la idealidad en cada fase del experimento son:

Tabla 5.10 Eficiencia en cada fase del experimento

N	k	η
4	1.048	0.649
6	1.288	0.724
10	1.451	0.766

5.6 Nomenclatura del capítulo.

Símbolo	Unidad	Descripción
a	cm	anchura de la base del módulo
A_f	cm ²	área de flujo en la zona de remanso
b	cm	largo de la base del módulo
C	g/cm ³	concentración del trazador

C_c	g/cm ³	concentración calculada por el modelo
C_T	g/cm ³	concentración total del trazador
C_R	g/cm ³	concentración real (de las mediciones)
d	cm	diámetro interior de un tubo
e	----	2.71828 1828
D_L	cm ² /s	coeficiente de difusividad longitudinal
$F(t)$	----	fracción en volumen de trazador que a la salida del equipo ha permanecido en él un tiempo "t"
$F_r(t)$	----	fracción en volumen de trazador que ha permanecido en él un tiempo "t" (calculada con datos reales)
$F_c(t)$	----	fracción en volumen de trazador que ha permanecido en él un tiempo "t" (calculada con datos del modelo)
h	cm	fracción de altura del módulo
h_T	cm	altura total del módulo
k	----	constante en la ecuación de crecimiento exponencial inverso en el tiempo
L	cm	longitud total del equipo
M	----	grado de mezclado
M_0	----	nuevo valor del grado de mezclado, resultante de la regresión lineal (Ec. 5.6)
$M_{máx}$	----	valor máximo del grado de mezclado
N	----	número de etapas
Pe_L	----	número de Péclet longitudinal
Q_V	cm ³ /s	flujo volumétrico
s_c^2	s ²	varianza de F(t) respecto del tiempo promedio real de residencia
s_t^2	s ²	varianza de F(t) respecto del tiempo promedio de residencia, calculada por el modelo
s_r^2	s ²	varianza del tiempo promedio de residencia
t	s	tiempo
t_p	s	tiempo promedio ideal de residencia
t_{PR}	s	tiempo promedio real de residencia
V_E	cm ³	volumen de cada etapa
V_M	cm ³	volumen total del equipo
$V_{remanso}$	cm ³	volumen de la zona de remanso
V_{tubo}	cm ³	volumen de un tubo de la zona turbulenta

y	----	variable dependiente en la ecuación de crecimiento exponencial inverso en el tiempo
z	cm	longitud parcial del equipo
Δx	----	diferencia entre la variable x_1 y x_2
η	----	eficiencia respecto del mezclado ideal
σ_1^2	s ²	varianza
u	cm/s	velocidad de flujo

CONCLUSIONES

Al analizar los resultados del experimento es muy notable que, a medida que se incrementa el número de etapas, aumenta la concentración máxima, a la vez que la mezcla se vuelve más uniforme, puesto que la varianza respecto al tiempo de residencia se reduce; además de que la relación de tiempos de residencia (esperado contra real) se acerca más a la unidad, lo que indica un mezclado más eficaz.

Por otro lado puede verse que los datos de concentración obtenidos con el modelo de dispersión axial tienen la misma tendencia que los datos reales, por lo que podemos considerar a este modelo como apropiado para la predicción de valores de concentración, para una geometría específica del equipo, contando únicamente con datos de tiempo.

Un dato muy interesante proviene del análisis del grado de mezclado, el cual nos da un dato más certero para confirmar la hipótesis de que al dividir en subcorrientes la corriente original, y en esas divisiones modificar el patrón de flujo, la mezcla tiene tendencia a la uniformidad. Efectivamente, al aumentar las etapas de mezclado, es decir el número de rompimientos de la corriente principal, el grado de mezclado adimensional tiende a la unidad, lo que es un indicador de que la calidad de la mezcla es mejor y más uniforme.

Con estos resultados puede comprobarse que este equipo puede ser muy útil en la actualidad, en donde el ahorro de energía es un requisito indispensable en una planta moderna y eficiente, pues el mezclador estático tiene un buen rendimiento, baja inversión inicial, y puede reducir el costo de la operación, puesto que no debe suministrarse trabajo de flecha adicional a la

operación de mezclado, además de que al no haber partes móviles se reducen también los costos por mantenimiento.

Otra ventaja es que no hay un incremento de temperatura directamente en la corriente de proceso, aunque en algunos diseños se incrementa fuertemente la fricción y el esfuerzo cortante.

En el laboratorio puede dar resultados muy exactos pues por similitud geométrica puede hacerse un buen escalamiento y obtener resultados muy representativos.

Mayor investigación y difusión para este equipo reportarán muchos más beneficios de los que aquí se han mostrado, y quizá pueda este equipo ser un medio para que académicamente se aclaren más conceptos y se despierte mayor interés en la operación más común y a la vez menos estudiada en un proceso: el mezclado.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Crane Co. (1986). Technical Paper No. 410. Crane Co. Publications. Chicago, Illinois
- 2.- Hill Dennis G. (1982). An introduction to Chemical Engineer's Kinetics and Reactor Design. 2nd Ed. John Wiley & Sons. New York.
- 3.- Hold P. (1988). Mixing of Polymers: an overview. Advances in Polymer Chemistry . Vol.2 No.2
- 4.- Levenspiel Octave (1986). Ingeniería de las Reacciones Químicas. 2a Ed. Prentice Hall México. México, D.F.
- 5.- Mathews George. (1981). Polymers Mixing Technology . 1st Ed. Applied Science Publishing. London.
- 6.- Miller Irving, Freund John. (1986). Probabilidad y estadística para ingenieros. 3a Ed. Prentice Hall México. México, D.F.
- 7.- Nauman Bruce. Mixing: The State-of-the-Art. Chem. Eng. Progress. May 1988
- 8.- Pilarski Laura. Motionless mixers stir up sluggish markets. Chemical Engineering. May 1987.
- 9.- Ryan D.C. (1989). Motionless mixers. Modern Plastics Enc.
- 10.- Smith John M. (1981). Chemical Engineering Kinetics. 3rd Ed. Mc. Graw Hill. New York.