

64  
2ej.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**I N G E N I E R O C I V I L**

P R E S E N T A :

**ROBERTO MUNGU IA TELLEZ**

DIRECTOR DE TESIS. ING. AGUSTIN DEMENEGHI COLINA



CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO, D.F. 1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-045

SR. ROBERTO MUNGUIA TELLEZ  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el trabajo escrito que propuso el profesor Ing. Agustín -- Deméneghi Colina, y que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de ingeniero civil.

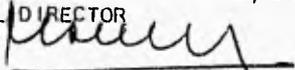
#### INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

- I. INTRODUCCION
- II. ANTECEDENTES
- III. ANALISIS CONJUNTO DE LA ESTRUCTURA Y SUELO
- IV. RESULTADOS
- V. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito el título de éste.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

A t e n t a m e n t o  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Ciudad Universitaria, D.F., a 28 de febrero de 1990.  
EL DIRECTOR

  
DANIEL RESENDIZ NUÑEZ

DRN/RAV/jrs\*



**A mi familia, en especial a mi madre que con su apoyo, motivación y paciencia hizo posible la culminación de mi carrera profesional.**

**A mis maestros, principalmente al Ing. Agustín Deméneghi Colina por su desinteresada ayuda y aporte de sus conocimientos.**

**A mis compañeros, en particular a los Ings. Raúl Rodríguez Chávez, Eduardo Omar Salgado González y Ricardo Alejandro Melgarejo, y al Arq. Fernando Flores Romero por su valiosa colaboración en esta tesis.**

## Índice

Prólogo		1
<b>CAPITULO 1</b>	<b>Introducción</b>	<b>4</b>
1.1.	Clasificación de las cimentaciones	6
1.2.	Importancia de la Interacción Suelo-Estructura	7
1.3.	Interacción Suelo-Estructura	11
<b>CAPITULO 2</b>	<b>Antecedentes</b>	<b>18</b>
2.1.	Estudios del Dr. Karl Von Terzaghi	18
2.2.	Método propuesto por el Dr. Leonardo Zeevaert	25
<b>CAPITULO 3.</b>	<b>Análisis Conjunto de la Estructura y el Suelo</b>	<b>28</b>
3.1.	Análisis Estructural	30
3.1.1.	Barra con apoyos continuos	35
3.1.2.	Barra con apoyo continuo y otro articulado	37
3.1.3.	Desplazamiento vertical en la cimentación a la mitad del entre-eje	39
3.1.4.	Matriz de rigideces de toda la estructura	42
3.2.	Análisis de Asentamientos del Suelo	44
3.3.	Compatibilidad de desplazamientos	46
3.4.	<b>Ejemplo de aplicación</b>	<b>48</b>
3.4.1.	Análisis Estructural	52
3.4.2.	Análisis de Asentamientos del Suelo	62
3.4.3.	Cálculo de los esfuerzos de influencia	65
3.4.4.	Cálculo de los hundimientos del suelo	68
3.4.5.	Compatibilidad de desplazamientos	71
3.5.	Comentario	76

CAPITULO 4.

**Análisis de los resultados obtenidos del ejemplo resuelto** 77

CAPITULO 5. **Conclusiones** 89

APENDICE A.III. **Método de Rigideces** 91

**Bibliografía** 96

**Indice de símbolos** 97

## PROLOGO.

Uno de los objetivos en la determinación de las propiedades de esfuerzo-deformación de los suelos, es el uso de estas propiedades mecánicas para estimar desplazamientos verticales y horizontales en la masa de suelo, cuando este se somete a un incremento de esfuerzo.

En la interfase de la construcción de la estructura de cimentación y el suelo se originan desplazamientos debidos a las cargas que transmite la cimentación, dando lugar a desplazamientos totales y diferenciales.

Los desplazamientos diferenciales de la estructura deberán ser iguales a los originados en la superficie de apoyo de la cimentación. Así pues, la estructura de la cimentación junto con las cargas que obran sobre ella y las reacciones que se provocan en el suelo se sujetará a una determinada configuración, igual a la que el suelo adoptará debido a las reacciones que este aporta a la estructura de cimentación para su equilibrio.

La configuración de esfuerzos y deformaciones en la superficie de contacto dependerá de la rigidez de la estructura de cimentación, de la deformabilidad del subsuelo y de la distribución de las cargas que se apliquen sobre la estructura de cimentación.

La interacción entre la estructura de cimentación y el suelo consistirá en encontrar un sistema de reacciones que aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa del suelo produzcan la misma configuración de desplazamientos diferenciales entre los dos elementos.

El procedimiento de establecer las expresiones de compatibilidad para el cálculo de los esfuerzos de contacto se designará en adelante por ISE esto es, **INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA**. Para lograr lo anterior será necesario basarse, por un lado, en las leyes físicas que rigen el comportamiento de la masa del suelo y por el otro en los procedimientos nominales de cálculo estructural en la determinación de esfuerzos y deformaciones, tomando en cuenta las propiedades mecánicas del material utilizado para la construcción de la estructura de cimentación.

Es obvio que la masa del subsuelo donde se apoya la estructura de cimentación no se puede simplificar poniéndola constituida de elementos aislados; si se requiere tener una buena precisión en los cálculos será necesario tratar a la masa del suelo como un medio continuo en donde la acción en un punto "i" de la masa ejerce su influencia en otro punto "j" de ella. Así pues, para el cálculo de esfuerzos en la masa de suelo hacemos uso de la Teoría de la Elasticidad o alguna de sus modificaciones.

Aún cuando sabemos que el suelo no es elástico sino más bien es elástico-plástico y viscoso, el cambio de esfuerzos dentro de cierto rango, en general no es tan grande que no se pueda operar con la propiedades secantes de esfuerzo-deformación. Lo anterior trae como consecuencia el tener que estimar de antemano el nivel de esfuerzos y el cambio de estos, para asignar las propiedades mecánicas del material que deberán ser utilizadas en el cálculo.

Esto nos conduce a que si se quiere aumentar la precisión, se tiene que efectuar varios ciclos de cálculo hasta tener que lograr la compatibilidad de las fuerzas y las deformaciones utilizando las propiedades mecánicas de esfuerzo-deformación del suelo. Desde el punto de vista de la ingeniería práctica de cimentaciones, en la mayoría de los casos es suficiente estimar el nivel de esfuerzos y los cambios probables de éstos para elegir las propiedades mecánicas a usar en ISE.

La rigidez de la estructura de cimentación y la contribución que a ésta le pueda aportar la superestructura es importante. Lo cual implica tener que conocer de antemano la geometría y propiedades de los elementos que la forman. La incertidumbre que existe cuando las estructuras de cimentación se construyen de concreto armado es conocer su módulo nominal de deformación unitaria, el cual es bien sabido aumenta con el tiempo. Así pues podría aseverarse que la ISE de una estructura recién construida es diferente a medida que pasa el tiempo y no es sino hasta que transcurrido un tiempo suficiente para el cual ya no aumenta las deformaciones plasto-viscosas del concreto cuando la configuración alcanzará una posición estable.

En lo que respecta al suelo y principalmente a suelos finos y saturados donde se presentan propiedades dependientes del tiempo, podrá decirse que los esfuerzos de contacto también varían en función del tiempo, haciendo cambiar los elementos de estabilidad de la estructura de cimentación.

Aún así, se puede decir que para la elección correcta y cálculo racional de una cimentación es también necesario considerar las condiciones y fuerzas ambientales. Por lo tanto es necesario conocer la estratigrafía del lugar, y en particular de la zona en cuestión, las condiciones hidráulicas se rigen en el momento y los cambios probables que podrían suscitarse en el futuro. Conociendo la estratigrafía y las características de los sedimentos que la constituyen en varios lugares, se podrá conocer la variación probable de las propiedades mecánicas de los sedimentos en el área de cimentación.

El ingeniero de cimentaciones se ve en la necesidad de hacer hipótesis de trabajo simples y conservadoras que le permitan el cálculo de ISE con las herramientas de que dispone, como las expuestas en esta tesis. En toda forma deberá conocer como mínimo las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo para cada uno de los estratos que forman el subsuelo y hasta una profundidad a la cual ya no le afectan en sus cálculos de ISE.

En regiones sísmicas o de vientos de alta velocidad deberán establecerse modalidades en el diseño de las cimentaciones que permitan hacerlas menos vulnerables a estas fuerzas, especialmente cuando se trata de cimentaciones con pilas o pilotes.

En caso de sismos en donde el movimiento se transmite del suelo a la cimentación, será necesario conocer las propiedades dinámicas de los sedimentos para estimar el comportamiento del subsuelo y la forma en el movimiento que se transmite a la cimentación y los efectos de interacción que generan.

Para el caso de viento u otras fuerzas transitorias será necesario conocer las propiedades esfuerzo-deformación para cargas aplicadas en períodos cortos y muy cortos y para los cuales no se permite la deformación visco-plástica del material.

# CAPITULO I

## INTRODUCCION.

El problema de la interacción suelo-estructura ha ocupado la atención de los investigadores desde hace muchos años, por lo que el tratar de evaluar cuantitativamente la distribución de esfuerzos y asentamientos al considerar la rigidez de la estructura ha sido motivo de diferentes estudios.

**Consideremos lo siguiente:**

**LA ESTRUCTURA DE CIMENTACION** o subestructura, constituye un elemento de transición entre la estructura propiamente dicha, o superestructura, y el terreno en que se apoya. Su función es lograr que las fuerzas que se presentan en la base de la estructura se transmitan adecuadamente al suelo en que ésta se apoya.

Para que eso se cumpla, deberá haber una seguridad adecuada contra la ocurrencia de fallas en la estructura o en el suelo y contra la ocurrencia de hundimientos excesivos que ocasionen en la construcción misma o en las vecinas, o en las instalaciones enterradas en la proximidad de la cimentación.

El diseño de cimentaciones es una actividad en la que se combinan la Mecánica de Suelos y la Ingeniería Estructural. Una parte esencial del diseño consiste en definir, de manera compatible con el costo, cuales son los estratos de suelo más adecuados para aceptar las cargas transmitidas por la estructura, cual es la forma de la subestructura que mejor se presta a realizar dicha transmisión y cual es el procedimiento de construcción más apropiado.

Varios de los factores importantes en definir el sistema de cimentación son los problemas de excavación, bombeo o compactación que pueden presentarse, especialmente en lo que respecta al efecto que éstas operaciones tienen en las construcciones existentes.

Influye además en forma preponderante la disponibilidad de equipo y la experiencia local en los diferentes tipos de cimentación.

**El diseño de la cimentación incluye:**

a) El análisis del sistema suelo-cimentación-superestructura y la determinación de las fuerzas internas y deformaciones que se generan por esa interacción.

b) La revisión de la capacidad de carga del suelo y de los hundimientos que se producen por las cargas sobre el suelo.

c) El dimensionamiento de la cimentación y la consideración en la superestructura de los elementos mecánicos debidos a los movimientos de los apoyos.

El comportamiento de una cimentación depende de las propiedades mecánicas del suelo subyacente. Por ser éste un material natural, sus propiedades no son controlables y son más difíciles de determinar con precisión que las de los materiales de la estructura. Además la respuesta de la mayoría de los suelos bajo carga es no lineal desde niveles bajos de esfuerzo y se modifica en forma importante con el tiempo.

Finalmente, la distribución de esfuerzo entre el suelo y cimentación depende de la interacción entre ambos sistemas, la cual no se presta generalmente a ser representada por medio de modelos sencillos.

Por éstas características, el análisis riguroso de una cimentación lleva generalmente a procedimientos muy complejos. Sin embargo, para estructuras de importancia no excepcional y en las que no se cuenta con información suficientemente precisa para aplicar métodos muy complejos, se suele recurrir a procedimientos simplistas basados en hipótesis muy burdas del comportamiento de los suelos.

## 1.1 CLASIFICACION DE LAS CIMENTACIONES

Las cimentaciones se clasifican comúnmente en función de la profundidad de los estratos a los que se transmite la mayor parte de las cargas que provienen de la construcción. De acuerdo a esto, se subdividen en someras o profundas.

Las cimentaciones someras son aquellas que se apoyan en estratos poco profundos que tienen suficiente capacidad para resistir las cargas de la estructura. En este grupo se encuentran las zapatas que son ensanchamientos de la sección de las columnas o muros con los que se distribuye la carga de éstos a un área mayor del suelo.

Las zapatas pueden ser aisladas(bajo una sola columna), combinadas(bajo dos o más columnas) o corridas(bajo un muro o una contratrabe). Otro tipo de cimentación en las que el apoyo se realiza en toda el área de la construcción son las losas de cimentación. Estas losas pueden ser planas(sin vigas) o con retículas de vigas (llamadas contratrabes).

En ocasiones la losa de cimentación, la losa de planta baja y las contratrabes y muros de lindero forman cajones de cimentación que pueden llegar a profundidades relevantes y permiten aprovechar el peso del suelo excavado para compensar parcial o totalmente el peso de la construcción y aliviar así la presión neta en la superficie de contacto con el suelo.

Las cimentaciones profundas están constituidas esencialmente por pilotes que transmiten su carga por punta o por fricción y que se denominan pilas cuando su sección transversal es de gran tamaño.

Los pilotes pueden colocarse bajo zapatas o bajo losas de cimentación y pueden combinarse con estas de manera que la carga se resista en parte por apoyo somero y en parte por apoyo profundo.

Existen tipos especiales de cimentación que se requieren para cumplir funciones muy particulares. Por ejemplo, las cimentaciones masivas para absorber las vibraciones de maquinaria y las cimentaciones sumergidas para obras portuarias y marítimas.

## 1.2 IMPORTANCIA DE LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

En la práctica es común analizar la estructura como un sistema independiente de su cimentación y del suelo, y suponer en la base de la estructura unas condiciones de apoyo determinadas, que en general son de apoyo fijo empotrado, como se muestra en la siguiente figura.

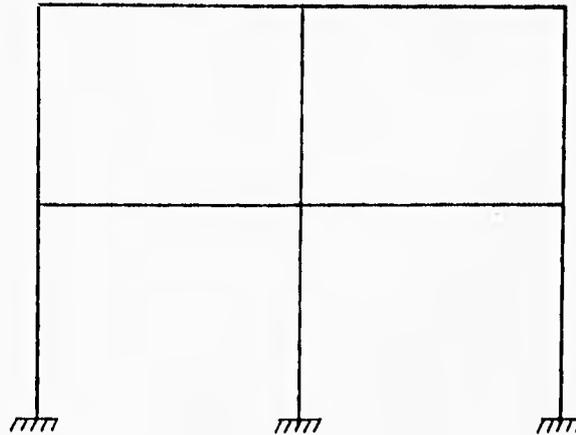


Fig. 1.1 ESQUEMA DE LA ESTRUCTURA

Las reacciones que resultan en estos apoyos se toman como cargas sobre la cimentación para el análisis de ésta y de su interacción con el suelo, con un modelo que no considera la superestructura.

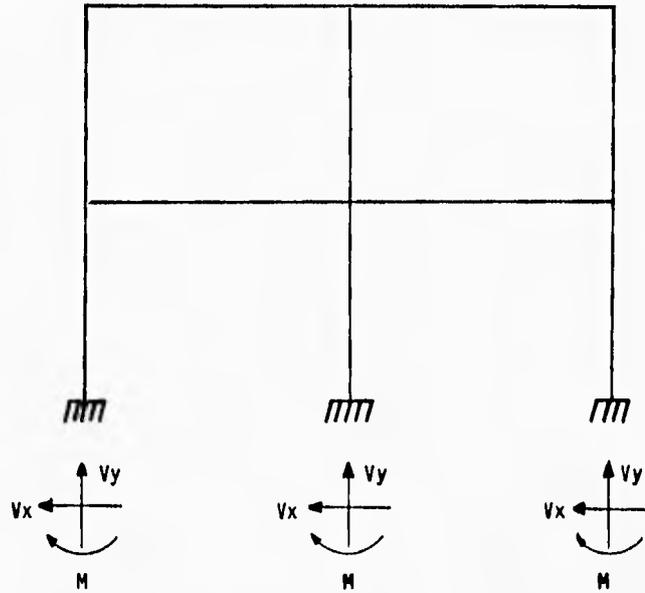


Fig. 2.I. MODELO PARA EL ANALISIS DE LA ESTRUCTURA.

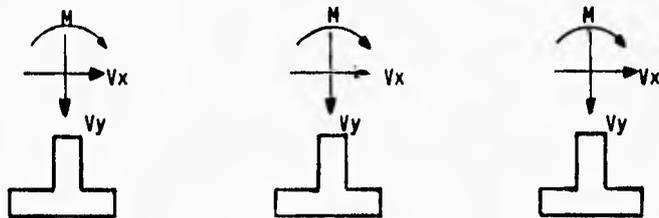


Fig. 3.I. MODELO PARA EL ANALISIS DE LA CIMENTACION.

Rigurosamente, este procedimiento es incorrecto y debería analizarse un modelo que reprodujera en conjunto el sistema superestructura-cimentación-suelo, como el que se muestra en la siguiente figura.

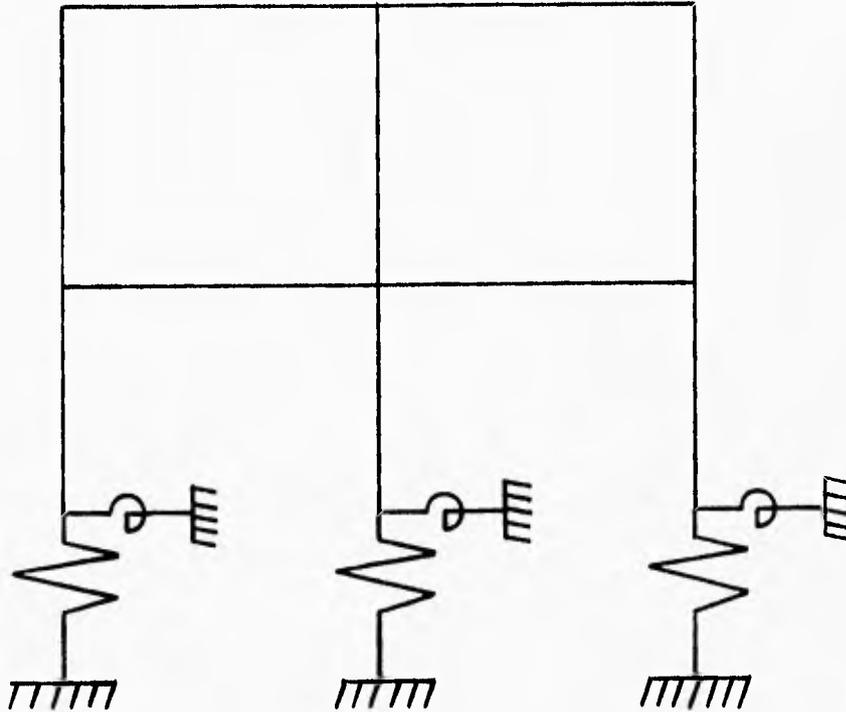


Fig. 4.1. MODELO PARA EL ANALISIS CONJUNTO DEL SISTEMA ESTRUCTURA-CIMENTACION-SUELO.

Esto es debido a que las deformaciones que se tienen en la cimentación y en el suelo modifican no solo la distribución de presiones sobre la cimentación sino también las fuerzas internas en toda la estructura. Por ejemplo, la carga axial en la base de una columna se reduce con respecto a la que se calcula considerando un apoyo fijo, si la zapata de dicha columna sufre un hundimiento mayor que el de las adyacentes; el momento flexionante se reduce si las deformaciones del subsuelo permiten que la zapata tenga una rotación suficiente.

Por esto es importante hacer un **análisis Interacción Suelo-Estructura**, especialmente con construcciones muy importantes y principalmente en suelos de mediana a alta compresibilidad.

### 1.3 INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.

La cimentación de estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad plantea el problema de determinar los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos (momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal), tanto de la subestructura como en la superestructura, ocasionados por los hundimientos de la cimentación.

Estos valores dependen por un lado de la compresibilidad del subsuelo y por otro de la rigidez de la estructura.

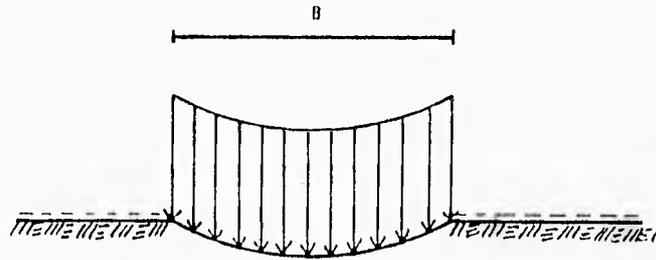
Tomando en cuenta que en los análisis estructurales convencionales se considera en general que la estructura está empotrada o articulada en su cimentación, o se supone una presión de contacto uniforme, y que en general, el cálculo de hundimientos del terreno se realiza considerando la cimentación cien por ciento flexible o totalmente rígida, lo cual en ambos casos (estructural y de mecánica de suelos) dista bastante de la realidad, se ve clara la necesidad de desarrollar métodos de análisis estructural que tomen en cuenta los efectos de los hundimientos y que, al mismo tiempo, permitan calcular los valores de éstos últimos.

Para ilustrar mejor lo anterior, se harán las siguientes consideraciones sobre la distribución de asentamientos y de esfuerzos en algunos casos sencillos:

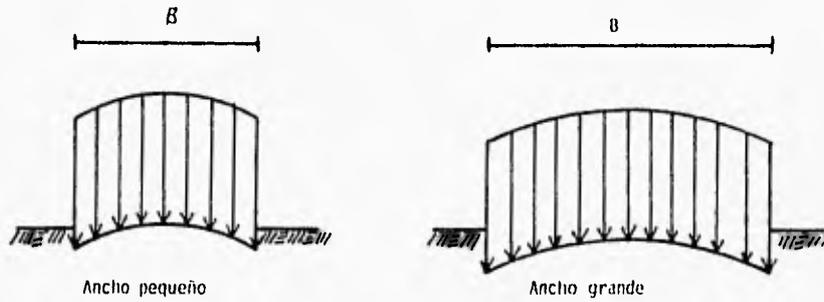
Analizamos en primer lugar el caso de una área uniformemente cargada y totalmente flexible. Debido a su flexibilidad, las presiones que el área cargada transmite al suelo serán idénticas a la presión uniforme sobre el área.

Por otra parte el asentamiento no será uniforme, sino que tendrá un valor máximo al centro del área cargada y menor en la periferia, adoptando una ley similar a la que se muestra en la figura 5.1( si es que el medio cargado se supone linealmente elástico).

Interacción Suelo-Estructura



a) Sobre arcilla saturada



b) Sobre suelos friccionantes

Fig. 5.1. PERFIL DEL ASENTAMIENTO BAJO UNA AREA CARGADA SOBRE LA SUPERFICIE DE UN MEDIO SEMI-INFINITO.

En la práctica el asentamiento inmediato debido exclusivamente a cambio de forma( es decir, excluyendo el asentamiento por consolidación) de áreas flexibles con carga uniforme, apoyadas en arcillas saturadas, adopta un perfil similar al mostrado en el inciso a de la fig. 5.1

En cambio cuando el área flexible se apoya en arenas o gravas, el perfil se parece a los mostrados en la fig. 5.1.b. Ya que los materiales gruesos poseen la propiedad de que su rigidez aumenta con el confinamiento, el cual obviamente será máximo en la zona que está abajo del centro del área cargada.

Considérese ahora en cambio, que la carga se transmite al suelo através de una placa infinitamente rígida. En este caso es obvio que, debido a su rigidez, la placa se asentará uniformemente, por lo que la presión de contacto entre placa y medio en general no podrá ser uniforme.

Comparando éste caso con el de la figura 5.1 es fácil ver que en el medio homogéneo y elástico la presión es mínima al centro y máxima en las orillas, puesto que para llegar al asentamiento uniforme se deberá disminuir la tendencia al asentamiento en la parte central (por medio de una disminución de presión) y aumentar dicha tendencia en las orillas (aumentando la presión).

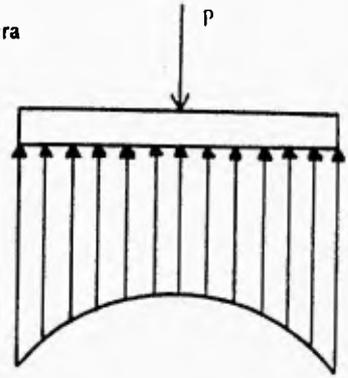
Un razonamiento análogo para el caso del medio cuya rigidez aumenta con el confinamiento, conduce a una distribución en la cual la presión es máxima bajo el centro del área cargada y mucho menor en la periferia. En la fig. 6.1 se muestran ambas distribuciones.

En la práctica, el caso de la fig. 6.1.a. se parece a la distribución de presiones que se presenta en una arcilla saturada en condiciones iniciales. A pesar de que teóricamente la presión es infinita en la periferia de la placa y es igual a la mitad de la presión media bajo el centro de la misma, es evidente que la primera condición no se puede satisfacer, ya que el valor de la presión en la periferia estará limitado a su máximo, que dependerá de la resistencia del material.

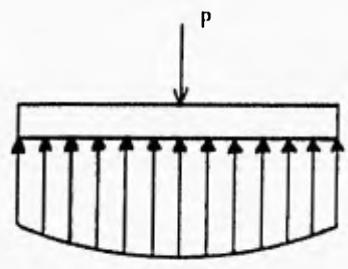
En el caso b de la fig. 6.1. está representada aproximadamente la distribución real de presiones bajo una placa rígida colocada sobre arena o grava.

De los ejemplos anteriores se ve que los diagramas de reacción del terreno y de asentamientos dependen de la rigidez de la placa y de las características de compresibilidad del suelo.

Interacción Suelo-Estructura



a) Medio Homogéneo y elástico



b) Medio cuya rigidez aumenta con el confinamiento

Fig. 6.1. DISTRIBUCIONES DE PRESIONES BAJO UNA PLACA INFINITAMENTE RIGIDA

El análisis de estructuras reales da lugar a resultados similares a los que hemos observado con anterioridad. En la fig. 7.1 se presenta una cimentación semiflexible de tipo cajón con la geometría y cargas indicadas en la misma figura, apoyada sobre una serie de estratos de suelo compresible.

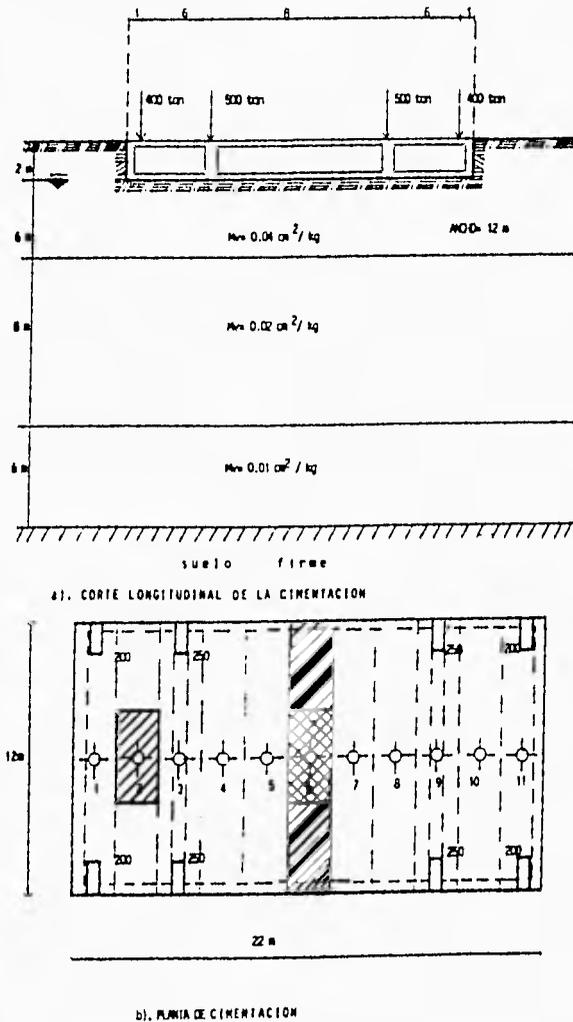


Fig. 7.1. CIMENTACION SEMIFLEXIBLE TIPO CAJON.

En la fig. 8.1. aparecen los resultados de un análisis de interacción suelo-estructura tomando en cuenta las rigideces de la estructura y el suelo (Zeevaert, 1973) , en la cual se observa que la presión de contacto tiende a concentrarse en los extremos de la cimentación. En la b se muestra el diagrama de momento flexionante DMF para éste análisis.

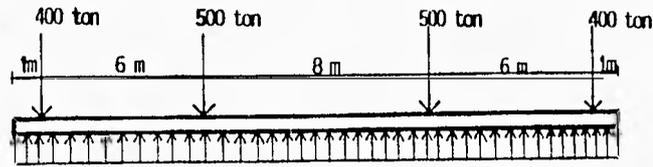
Por otra parte, para efectos comparativos, se presenta el DMF, considerando una presión de contacto uniforme; en la fig. 8.1. puede verse la gran diferencia entre los momentos flexionantes en uno y en otro caso; en el centro del claro el momento flexionante tomando en cuenta la rigidez de la estructura resulta del orden de la mitad del momento para la reacción uniforme; además, en algunos puntos se presenta inclusive cambio de signo de momentos.

De lo anterior es obvia la importancia de tomar en cuenta la rigidez de la estructura al hacer el análisis de su cimentación, sobre todo para determinar de una manera más realista los asentamientos diferenciales y los elementos mecánicos sobre la cimentación.

Cabe aclarar que no en todas las cimentaciones se presenta el problema de determinar la distribución de la presión de contacto y de los asentamientos. Por ejemplo, en zapatas aisladas de dimensiones usuales en ingeniería, la discrepancia entre la reacción uniforme y la reacción real es pequeña y queda cubierta con los factores de seguridad empleados en la práctica al diseñar la pieza estructural; por lo que respecta a toda la estructura, en suelos muy rígidos los asentamientos totales y diferenciales son muy pequeños y no se requiere tomarlos en cuenta en el análisis estructural.

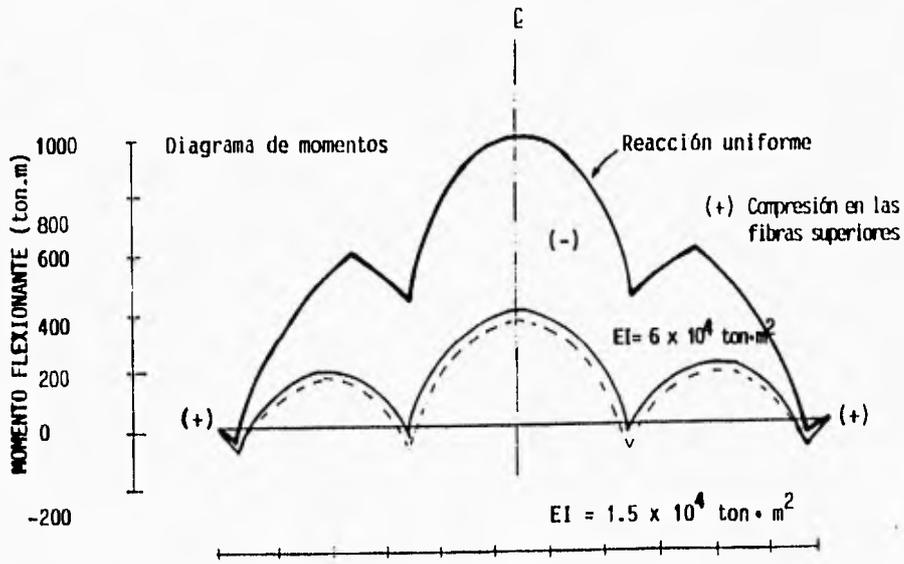
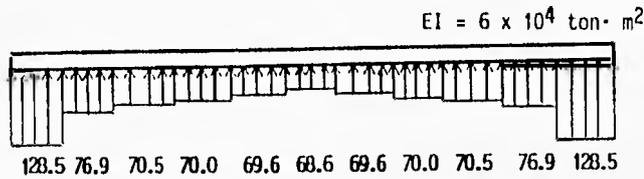
Por lo tanto en este trabajo solo se consideran los casos de estructuras cimentadas sobre suelos de mediana a alta compresibilidad, en las cuales los asentamientos diferenciales tienen importancia en el comportamiento de las estructuras.

Interacción Suelo-Estructura



Reacción Uniforme = 81.82 t / m

a) Reacción del terreno



b) Diagrama de momento flexionante (DMF)

Fig. 8.I. COMPARACION DE RESULTADOS ENTRE CONSIDERAR REACCION UNIFORME Y TOMAR EN CUENTA LA INTERACCION SUELO ESTRUCTURA

# CAPITULO 2

## ANTECEDENTES :

### 2.1. METODO DEL DR. KARL VON TERZAGHI

El profesor Terzaghi fue el primero en la investigación de la Interacción Suelo Estructura y atacó el problema desde un punto de vista práctico. Los resultados a los que llegó se analizan a continuación:

Consideremos un sistema en el cual el suelo que soporta a la cimentación se reemplaza por una cama de resortes igualmente espaciados y con un cierto módulo de elasticidad, cada uno de los cuales es independiente del otro, como se muestra en la fig. 1.II

Veamos la manera de determinar éste parámetro, el cual denominaremos módulo de reacción del suelo, definido como la relación entre  $P/\delta$ , siendo  $P$  una carga por unidad de área de una superficie horizontal en la masa de suelo y  $\delta$  el correspondiente asentamiento de la superficie.

La obtención de los datos necesarios para asignar un valor razonable a este módulo requiere aplicar una presión uniforme sobre la superficie expuesta del suelo, para después medir la deflexión de los diferentes puntos y dividir la presión unitaria entre la deflexión media de los mismos puntos y así poder tomar un promedio de los valores obtenidos, o bien, transmitir una presión total conocida sobre el suelo por medio de un cuerpo rígido (tal como un bloque de concreto), medir el desplazamiento y calcular la relación entre la presión y el desplazamiento (fig. 2.II).

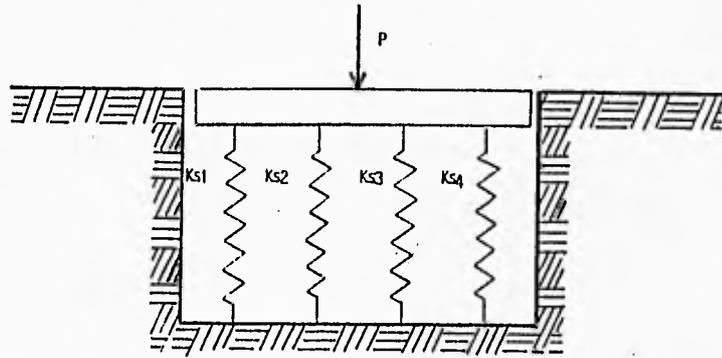
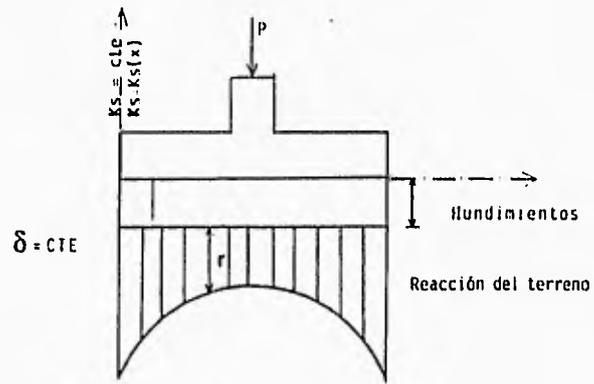


Fig.1.II. CIMENTACION SOBRE RESORTES.



a) PLACA FLEXIBLE



b) PLACA RIGIDA

Fig. 2.II. DETERMINACION DEL MODULO DE REACCION DEL SUBSUELO  $K_s$ .

En ambos casos, los procedimientos involucran un factor arbitrario, ya que se reemplaza un módulo variable por un valor promedio, el módulo de reacción del suelo  $K_s$ . Las dimensiones de  $K_s$  son:

$$K_s = \frac{P}{\delta} \left\{ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \right\} \dots \dots \dots (2.1)$$

El valor del módulo de reacción del suelo  $K_s$  depende no solamente de la naturaleza del suelo, sino también del tamaño y la forma del área que soporta la carga. De aquí que cuando el valor de  $K_s$  es seleccionado deberán ser considerados todos los factores mencionados en el párrafo anterior, ya que influyen en su determinación. Además el valor de  $K_s$  no es una constante para un determinado suelo y la relación expresada por la ec. 2.1 representa únicamente un modelo que se asemeja al comportamiento real del suelo.

Veamos un caso particular de la aplicación de las ideas del Dr. Terzaghi(1943), a una viga de ancho unitario, de longitud  $L$ , de peralte  $H$  y sujeta a una carga  $q$  por unidad de ancho (fig. 3.II), la cual descansa sobre una superficie horizontal de un medio elástico. La viga soporta una carga  $q$  por unidad de ancho, a la mitad de la misma.

El asentamiento estará determinado por la ecuación:

$$\frac{r}{\delta} = K_s = \text{cte}$$

Bajo la influencia de la carga, la cimentación se flexionará y adoptará la posición indicada en la fig. 3.II.

Sean:

$E$  = Módulo de elasticidad de la viga.

$$B H^3$$

$I = \frac{B H^3}{12}$  = momento de inercia de la sección a través de la viga.

$V$  = fuerza cortante vertical a una distancia  $x$  del punto medio de la viga.

$r$  = reacción del terreno a una distancia  $x$  del punto medio de la viga. (presión)

$\delta$  = asentamiento de la base de la viga a una distancia  $x$  del punto medio de la viga

$e$  = base de los logaritmos naturales.

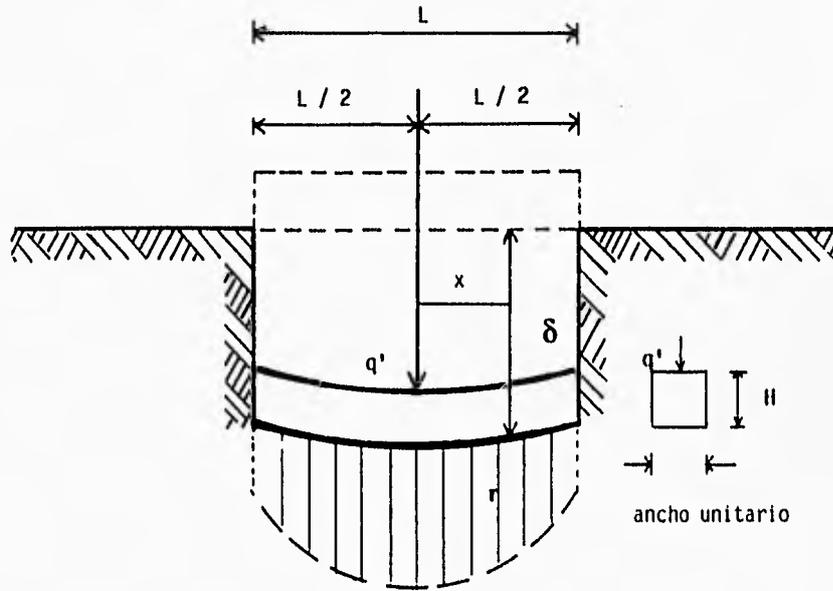


Fig. 3.II. DISTRIBUCION DE LA REACCION DEL SUBSUELO SOBRE LA BASE DE UNA VIGA ELASTICA, LA CUAL ESTA ACCIONADA POR UNA CARGA LINEAL  $q'$  POR UNIDAD DE ANCHO

La variación de la fuerza cortante con la distancia x es:

$$-\frac{d_v}{d_x} = r = \delta Ks \dots\dots\dots(2.2)$$

De acuerdo a la teoría de momentos en vigas, los desplazamientos verticales de la viga, con referencia a su posición original, se determinan por medio de la ecuación:

$$-\frac{d_v}{d_x} = \delta Ks = -EI \frac{d_v^4}{d_x^4} \dots\dots\dots(2.3)$$

cuya solución es:

$$\delta = C_1 \cos \varphi \cos \varphi + C_2 \operatorname{sen} h \varphi - \operatorname{sen} \varphi + C_3 \cos h \varphi \operatorname{sen} \varphi + C_4 \operatorname{sen} h \varphi \cos \varphi \dots\dots\dots(2.4a)$$

$$\varphi = x \sqrt[4]{\frac{Ks B}{4 EI}} \dots\dots\dots(2.4b)$$

el cual es un número adimensional y  $C_1$  a  $C_4$  son constantes de integración.

El momento flexionante por unidad de ancho es:

$$M = \frac{EI}{B} \frac{d^2}{d_x^2}$$

Las constantes de integración  $C_1$  a  $C_4$  deben ser determinadas de modo tal que la continuidad y las condiciones de frontera se satisfagan. Estas condiciones son las siguientes:

A la mitad de la longitud de la viga,  $x = 0$ , la tangente a la línea elástica es horizontal y la fuerza cortante por unidad de ancho es  $q/2$ . En los dos extremos de la viga se observa que el momento flexionante y la fuerza cortante son iguales a cero,  $x = L/2$ .

Al combinar la ec. 2.4a con éstas condiciones, se obtiene la expresión para calcular la reacción del suelo a una distancia  $x$  del punto medio de la longitud de la viga.

$$r = \frac{q_1 \varphi_1}{2L \operatorname{sen} h(\varphi_1 + \operatorname{sen} \varphi_1)} \left\{ \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} h(\varphi_1 - \varphi) - \operatorname{sen} h(\varphi \operatorname{sen}(\varphi_1 - \varphi)) \right. \\ \left. + 2[\operatorname{cosh}(\varphi \cos(\varphi_1/2) \cos(\varphi/2 - \varphi) + \cos(\varphi) \operatorname{cosh}(\varphi_1/2 - \varphi)] \right\}$$

y el momento flexionante  $M$  a la misma distancia por unidad de ancho:

$$M = \frac{q/L}{4\varphi} (\operatorname{cosh}(\varphi) \cos(\varphi) + \operatorname{senh}(\varphi) \operatorname{sen}(\varphi) - \operatorname{senh}(\varphi) \cos(\varphi) - \operatorname{cosh}(\varphi) \operatorname{sen}(\varphi) - D \operatorname{cosh}(\varphi) \cos(\varphi) \\ + A \operatorname{senh}(\varphi) \operatorname{sen}(\varphi)) \dots \dots \dots (2.5)$$

donde:

$$\varphi = X \sqrt{\frac{K_s B}{4EI}} \quad ; \quad \varphi_1 = L \sqrt{\frac{K_s B}{4EI}}$$

$$A = \frac{2 + \cos(\varphi_1) - \operatorname{sen}(\varphi_1) + e^{-\varphi_1}}{\operatorname{senh}(\varphi_1) + \operatorname{sen}(\varphi_1)} \quad ; \quad D = \frac{\cos(\varphi_1) + \operatorname{sen}(\varphi_1) - e^{-\varphi_1}}{\operatorname{senh}(\varphi_1) + \operatorname{sen}(\varphi_1)}$$

Como la reacción del terreno  $r$  y el momento flexionante  $M$  son más grandes bajo la carga a  $x=0$  y  $\varphi=0$ ;

$$r_{\max} = \delta_{\max} K_s = q' \frac{\varphi_1}{2L} (1+A); \quad M_{\max} = \frac{q' L}{4 \varphi_1} (1-D) .$$

Para vigas totalmente rígidas sus valores correspondientes son:

$$r'_{\max} = \frac{q'}{L}; \quad M_{\max} = \frac{q' L}{8}$$

En los dos extremos de la viga elástica la reacción del terreno es igual a:

$$r_1 = \delta_1 K_s = \frac{2}{L} q' \varphi_1 \frac{\cosh \varphi_1 / 2 \cos \varphi_1 / 2}{\sinh \varphi_1 + \sin \varphi_1}$$

La principal dificultad que se opone a la aplicación práctica de las soluciones anteriores es la estimación del valor del módulo de reacción del suelo  $K_s$ , el cual depende de muchos factores que no pueden ser determinados directamente en el laboratorio ni por pruebas de campo. Sin embargo en el caso aquí presentado la influencia que pudiera tener un error importante al estimar el módulo de reacción del suelo en los resultados de los cálculos es relativamente pequeña, debido a que la ecuación 2.5, la cual determina los momentos flexionantes contiene la raíz cuarta de este coeficiente.

Esto es en cuanto a algunos de los resultados a los que llegó el Dr. Terzaghi(1943) en sus estudios sobre interacción suelo estructura.

## 2.2. METODO DEL DR. LEONARDO ZEEVAERT

A continuación analizaremos uno de los varios métodos que propone el Dr. Leonardo Zeevaert.

Considérese una planta de cimentación que se idealiza en un sistema de vigas cortas en un sentido y vigas longitudinales en el otro. Las vigas cortas tienen una rigidez mayor con relación a la compresibilidad del suelo que las vigas longitudinales. Se requiere que las vigas cortas tomen las reacciones y las cargas de las columnas, para lo cual se considera a las vigas longitudinales como un sistema estáticamente determinado, es decir, se trabaja con áreas tributarias. Si los asentamientos diferenciales con esta hipótesis se cumplen, las vigas longitudinales no requieren de ninguna rigidez en especial, excepto la necesaria para transmitir el contacto de presión entre la losa de cimentación y la reacción de las vigas. Las vigas longitudinales sin embargo, pueden ser diseñadas con la rigidez necesaria para reducir los asentamientos diferenciales a valores permisibles o menores. En este caso, las vigas longitudinales, además de transmitir reacciones, son usadas para obtener continuidad en las reacciones del terreno. Por lo tanto, las vigas longitudinales pueden ser llamadas vigas para balancear cargas, para distinguirlas de las vigas de reacción.

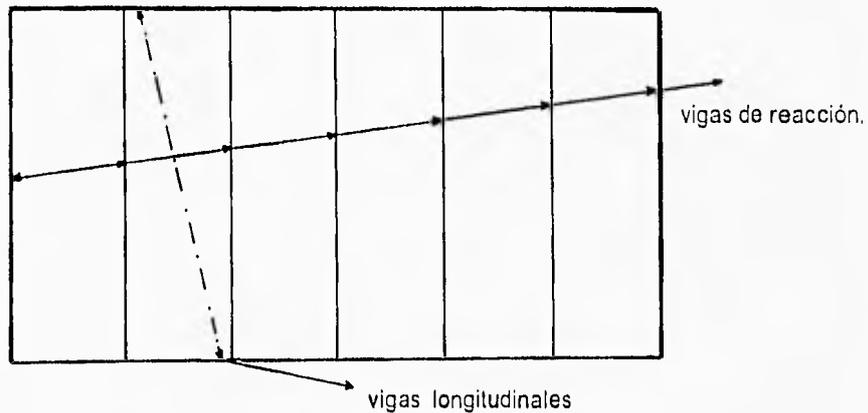


Fig. 3.II.A. PLANTA DE CIMENTACION

La superficie cargada se divide en bandas con área cargada  $A_n$  en la dirección que se encuentran las vigas cortas. El siguiente paso es determinar el asentamiento medio  $\delta'_{an}$  de cada banda del área  $A_n$ :

$$\delta'_{an} = \frac{\sum \delta_n a_n}{A_n}$$

Los valores  $\delta'_{an}$  se consideran la primera aproximación para el desplazamiento vertical promedio de cada banda correspondiendo a la primera suposición de una reacción del terreno  $q'_{an}$ . Una vez que los valores  $\delta'_{an}$  son conocidos, la primera aproximación del módulo de reacción puede ser calculada para cada banda:

$$Ks' = \frac{q'_{an} A_n}{\delta'_{an}}$$

Usando los valores de  $Ks'$  y los de las columnas cargadas, para las bandas correspondiente, calculamos los desplazamientos verticales considerando la rigidez de la estructura de cimentación en la dirección longitudinal, como si se tratará de una viga o una cimentación elástica; así introducimos en el cálculo la rigidez de la viga dada por  $E I$ . El resultado de esta primera aproximación da los cortantes y momentos flexionantes en la estructura de cimentación y los desplazamientos verticales promedio,  $\delta''_{an}$ , con los cuales se pueden obtener los valores correspondientes corregidos de la reacción del terreno:

$$q''_{an} = \frac{\delta''_{an} Ks'}{A_n}$$

Este paso en el cálculo puede ser llevado a cabo por métodos usuales de ingeniería estructural, es decir, ya sea por métodos numéricos o a través del establecimiento de la matriz correspondiente para obtener las reacciones desconocidas de cada banda.

Con el mejoramiento del promedio de las reacciones del terreno unitarias  $q''_{an}$  de cada banda tributaria, se efectúa un segundo análisis de asentamientos. Los parámetros de compresibilidad deben ser corregidos para el mejoramiento de los niveles de esfuerzo inducidos en el subsuelo.

. El cálculo de asentamientos llevado a cabo dará un mejoramiento de los desplazamientos verticales promedio del subsuelo, bajo las bandas transversales; a éstos les llamaremos  $\delta'''_{an}$  y a partir de ellos se calcula el módulo de cimentación para las bandas tributarias, por medio de la siguiente expresión:

$$K_s'' = \frac{q''_{an} A_n}{\delta'''_{an}}$$

Usando el valor de  $K_s''$  mejorado, llevaremos a cabo un segundo ciclo de cálculos para determinar cortantes, momentos flexionantes, deflexiones y reacción del subsuelo, como previamente se describió. El procedimiento se repite hasta que el cambio de momentos flexionantes y fuerzas cortantes se considere despreciable para fines prácticos. (Zeevaert 1973).

Como se habrá observado, la resolución del problema de la interacción Suelo-Estructura presenta dificultades para su aplicación en la práctica. Los resultados de Terzaghi sirven únicamente para una viga semirígida cargada en su centro y apoyada sobre un medio elástico; sin embargo, la mayoría de los edificios distan bastante de cumplir con este caso tan particular. Por otra parte, el método de Zeevaert (1973) es de un alcance mucho mayor pero hay necesidad de hacer iteraciones, tanto para el análisis estructural como para el cálculo de hundimientos, lo cual requiere de un gran número de operaciones, las cuales para fines prácticos se tiene uso de una computadora.

En el capítulo siguiente se tratará de explicar un procedimiento para analizar en forma conjunta la estructura y el suelo, que tiene la ventaja de que es relativamente sencillo de utilizar y que no se necesitan iteraciones para efectuarlo.

# CAPITULO III

## ANALISIS CONJUNTO DE LA ESTRUCTURA Y EL SUELO

En este capítulo se presenta un procedimiento para analizar en forma conjunta la estructura y el suelo. La descripción general del método se hace a continuación:

Consideremos una estructura reticular apoyada sobre un suelo de mediana a alta compresibilidad (fig. 1.III), en la que la cimentación puede ser resuelta a base de zapatas corridas o mediante una losa de contratraves de concreto armado.

Se requiere determinar los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos en la cimentación y en la superestructura.

En vista de que desconocemos el diagrama de reacción, sustituyamos la carga distribuida del suelo sobre la cimentación (presión de contacto) por cargas repartidas bajo las columnas y bajo los puntos medios de las contratraves, tal como se muestra en la figura 1.III.

Para realizar el análisis conjunto de la estructura y el suelo conviene emplear el método de rigideces para el análisis de la estructura. Al utilizar este procedimiento se obtiene la matriz de rigideces y se conoce el vector de cargas, pero se desconoce el vector de desplazamientos (al hablar de desplazamientos nos referimos a los desplazamientos angulares o giros  $\theta_i$  de cada uno de los nudos de la estructura y a los desplazamientos lineales  $\delta_i$ ). Ver apéndice A.III.

Sin embargo, tal como se puede ver en la fig. 1.III., en nuestro caso tampoco conocemos el vector de cargas completo, pues las reacciones del terreno  $r_i$  son también incógnitas. No obstante al realizar el análisis de hundimientos del terreno podremos obtener los desplazamientos del suelo en función de las reacciones  $r_i$  manejando estas como incógnitas. Sustituyendo éstas ecuaciones en las expresiones derivadas de la aplicación inicial del método de rigideces nos queda un sistema de ecuaciones en el que las incógnitas son únicamente los giros en los nudos  $\theta_i$  y las reacciones del terreno  $r_i$ . Resolviendo este sistema, determinamos los giros en los nudos y las reacciones del suelo, como tenemos además, los desplazamientos verticales en función de las reacciones, también podremos calcularlos.

Conociendo los giros y desplazamientos es fácil y a partir de ellos obtener los momentos flexionantes, las fuerzas cortantes y las fuerzas normales en toda la estructura.

Es interesante hacer notar que con este procedimiento para nada se emplea el concepto de módulo de reacción del suelo  $K_s$ , con lo cual nos evitamos hacer muchas iteraciones.

Vemos entonces que para resolver el problema se requiere atacarlo en tres etapas:

- 1. Se efectúa un Análisis Estructural.**
- 2. Se realiza un Análisis de Asentamientos del suelo**
- 3. Establecer compatibilidad de desplazamientos entre Estructura y Suelo.**

En los siguientes incisos tratamos por separado cada una de las etapas.

### 3.1 ANALISIS ESTRUCTURAL.

La determinación de la matriz de rigideces de la estructura se puede llevar a cabo empleando alguno de los varios métodos que se conocen actualmente en ingeniería estructural. En términos generales, conviene que sea un método susceptible de ser programado posteriormente en una computadora. En esta tesis utilizaremos el método de rigideces normal el cual es una ramificación del método de Beaufait (1970) como lo describiremos a continuación.

Consideremos una estructura sometida a un sistema de cargas como la indicada en la fig. 1.III. Como se observa, hemos colocado una reacción  $r$ , bajo cada columna y otra bajo la mitad del entre-eje, resultando tres reacciones bajo cada barra de la cimentación. La razón por la cual hacemos esto, para la geometría mostrada en la fig. 1.III, obedece a motivos exclusivamente de sencillez de cálculo. Si se desea obtener un mayor número de reacciones  $r_i$ , se puede considerar cada barra de la cimentación como dos o más barras para fines de análisis.

Utilizaremos el método de rigideces para el análisis estructural de la estructura de la figura 1.III, el cual consiste en términos generales en lo siguiente:

a) Primeramente se empotra toda la estructura, esto es, restringiendo giros y desplazamientos horizontales y verticales; con esto se generan momentos y cortantes de empotramiento, que llamaremos  $M^e_i$  y  $V^e_i$ .

b) Se permiten giros en los nudos y desplazamientos lineales (fig. 2.III), a los que denominaremos simplemente desplazamientos. Con esto se producen momentos y cortantes en los nudos y en los ejes de las barras.

c) En vista de que se desconocen los desplazamientos, se calculan los elementos mecánicos (cortantes y momentos) debidos a desplazamientos unitarios. Los valores de los elementos mecánicos debidos a los desplazamientos unitarios forman la llamada matriz de rigideces de la estructura, la cual denominaremos  $[K]$ .

d) Los nudos de la estructura, debido a los momentos de empotramiento y a los momentos debidos a los desplazamientos unitarios, deben de estar en equilibrio. Además, los ejes de barras (trabes y columnas) deben de estar en equilibrio por el efecto de los cortantes de empotramiento y de los cortantes ocasionados por los desplazamientos. Estas condiciones de equilibrio se pueden poner en forma matricial de la siguiente forma:

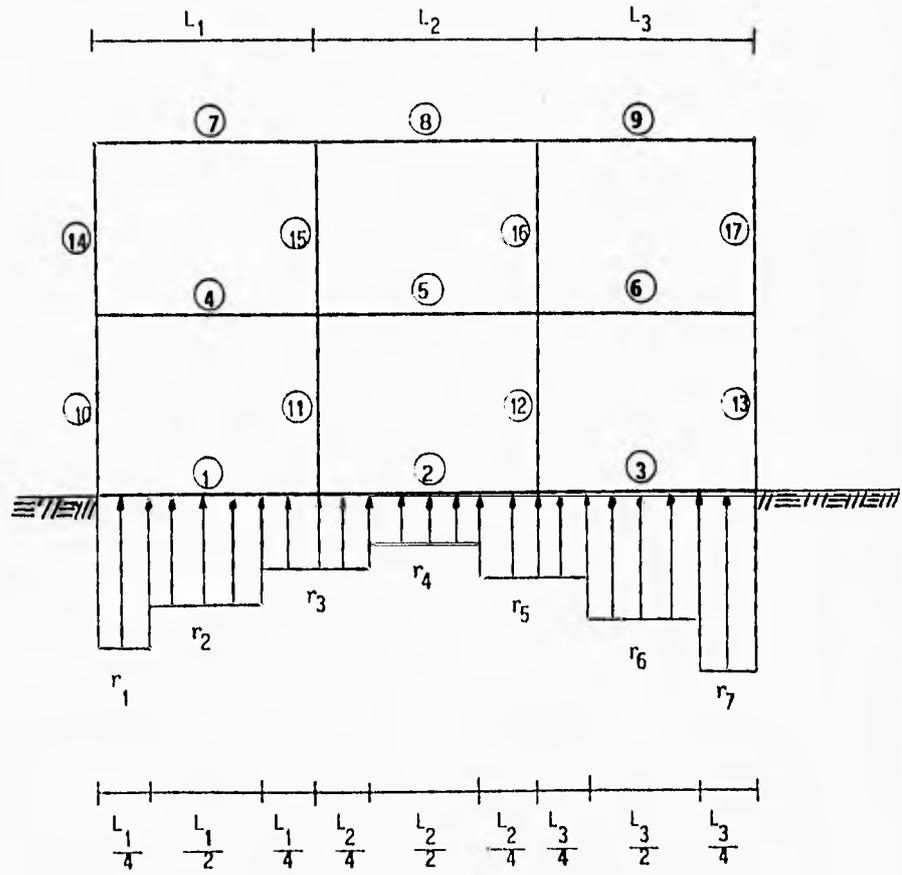


Fig. 1.III. Numeración de barras y reacciones del terreno

$$[K] \begin{bmatrix} \delta_i \\ \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_i^e \\ M_i^e \end{bmatrix} = 0; \text{ es decir } [K] \begin{bmatrix} \delta_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_i^e \\ -M_i^e \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.1)$$

En el sistema de ecuaciones 3.1 tenemos tres tipos de incógnitas: los desplazamientos  $\delta_i$ , los giros  $\theta_i$  y las reacciones  $r_i$  (estas últimas pueden aparecer en  $V_i^e$  o en  $M_i^e$ ).

La formación de la matriz de rigideces  $[K]$  y la obtención de los cortantes  $V_i^e$  y momentos  $M_i^e$  de empotramiento, que aparecen en la ecuación 3.1, se puede hacer de varias formas. En este caso utilizaremos el método propuesto por Beaufait et al (1970).

El planteamiento general consiste en hallar la matriz de rigideces y los cortantes y momentos de empotramiento de cada barra de la estructura, para posteriormente determinar la matriz de rigideces de toda la estructura mediante la suma de las matrices de cada una de las barras. Para fines de simplicidad de exposición consideremos únicamente cargas uniformemente repartidas  $W_i$  en la estructura (fig. 1.III)

Desde el punto de vista práctico, se pueden presentar en el análisis estructural dos casos de interés:

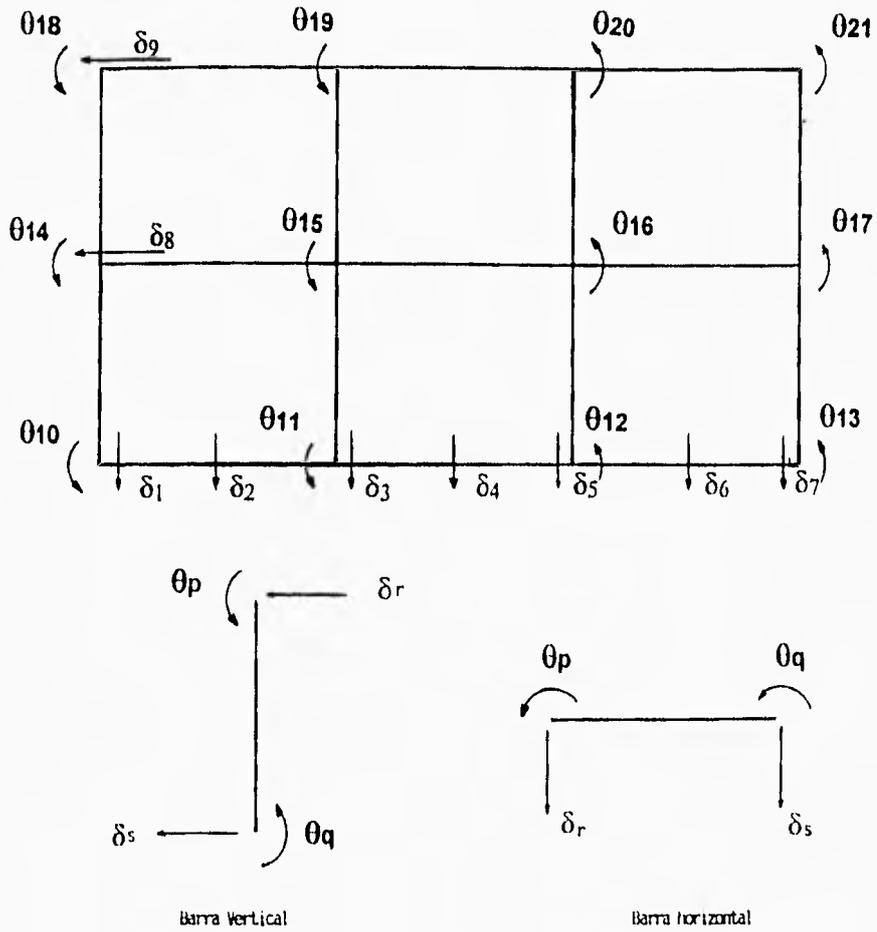
- a) barra con apoyos continuos y,
- b) barra con apoyo continuo y otro apoyo articulado, los cuales se tratan en los incisos 3.1.1. y 3.1.2.

Como se puede apreciar en la fig. 2.III. hemos incluido desplazamientos lineales a la mitad de los entre-ejes en la cimentación ( $\delta_2, \delta_4, \delta_6$ ). En estas condiciones, faltará determinar ecuaciones para relacionar estos desplazamientos con el sistema de cargas general.

Estas ecuaciones auxiliares se pueden hallar utilizando los teoremas de la viga conjugada. En el inciso 3.1.3. se presentan las ecuaciones auxiliares de los desplazamientos a la mitad de los entre-ejes, en la cimentación, para los dos siguientes casos de interés práctico: barra con apoyos continuos y barra con un apoyo continuo y otro articulado.

Finalmente, la obtención de todas las ecuaciones que relacionan los desplazamientos lineales  $\delta_i$  y los giros  $\theta_i$  con las cargas  $w_i$  y  $r_i$  se obtienen utilizando la ecuación matricial 3.1. (equilibrio de momentos en nudos y de cortantes en ejes de barras) y las ecuaciones auxiliares 3.18 o 3.19 (desplazamientos a la mitad de los entre-ejes).

Interacción suelo-estructura



2.III. desplazamientos lineales  $\delta_i$  y giros  $\theta_i$

3.1.1. Barra con apoyos continuos (ver apéndice A.III).

La matriz de rigideces de una barra j con apoyos continuos (fig. 3.III) está dada por:

$$\mathbf{K}_j = \begin{matrix} & \begin{matrix} \theta_p & \theta_q & \delta_r & \delta_s \end{matrix} \\ \begin{matrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-12EI}{L^3} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} \end{matrix} & \dots\dots(3.2) \end{matrix}$$

- Siendo:
- L = longitud de la barra j
  - E = módulo de elasticidad del material que forma la barra j
  - I = momento de inercia de la barra j
  - $\theta_p$  = giro en el nudo p
  - $\theta_q$  = giro en el nudo q
  - $\delta_r$  = desplazamiento en el nudo r
  - $\delta_s$  = desplazamiento en el nudo s

Los giros se consideran positivos si van en sentido contrario a las manecillas del reloj y los desplazamientos son positivos si son hacia abajo. El sentido de los momentos flexionantes de barra sobre nudo es positivo si va en sentido de las manecillas del reloj y el sentido de las fuerzas cortantes de barra sobre nudo es positivo si el cortante va hacia arriba.

Los momentos y cortantes de empotramiento, de barra sobre nudo, para diferentes condiciones de carga son los siguientes:

Para una carga uniforme  $w_j$  (fig. 3.III)

$$M_p^e = \frac{w_j L^2}{12} \quad (3.3)$$

$$M_q^e = \frac{w_j L^2}{12} \quad (3.4)$$

$$V_r^e = \frac{-w_j L_j}{2} \quad (3.5)$$

$$V_s^e = \frac{-w_j L_j}{2} \quad (3.6)$$

Para las cargas repartidas de la cimentación (fig. 5.III)

$$M_p^e = -\frac{67}{3072} L^2 j_r r_r - \frac{11}{192} L^2 j_{r+1} r_{r+1} - \frac{13}{3072} L^2 j_s r_s \dots\dots\dots(3.7)$$

$$M_q^e = \frac{13}{3072} L^2 j_r r_r + \frac{11}{192} L^2 j_{r+1} r_{r+1} + \frac{67}{3072} L^2 j_s r_s \dots\dots\dots(3.8)$$

$$V_r^e = \frac{121}{512} L_j r_r + \frac{1}{4} L_j r_{r+1} + \frac{7}{512} L_j r_s \dots\dots\dots(3.9)$$

$$V_s^e = \frac{7}{512} L_j r_r + \frac{1}{4} L_j r_{r+1} + \frac{121}{512} L_j r_s \dots\dots\dots(3.10)$$

### 3.1.2. Barra con apoyo continuo y otro articulado.

La matriz de rigideces de una barra j con un apoyo continuo a la izquierda y otro articulado a la derecha, (fig. 4.III) vale:

$$K_j = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{L} & -\frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L^2} \\ -\frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^3} \\ \frac{3EI}{L^2} & -\frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^3} \end{bmatrix}$$

Los momentos y los cortantes de empotramiento, de barra sobre nudo para diferentes condiciones de carga se presentan a continuación:

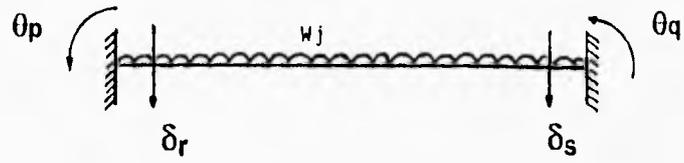
Para una carga uniforme  $W_j$  (fig 4.III)

$$M_p^e = \frac{W_j L^2}{8} \dots\dots\dots(3.12)$$

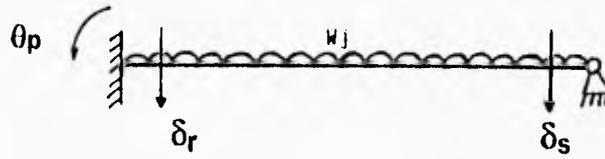
$$V_q^e = \frac{-5 W_j L}{8} \dots\dots\dots(3.13)$$

$$V_s^e = \frac{-3 W_j L}{8} \dots\dots\dots(3.14)$$

Interacción Suelo-Estructura



3.III. Barra con apoyos continuos



4.III. Barra con un apoyo continuo a la izquierda y otro articulado a la derecha

Para las cargas repartidas de la cimentación (fig. 5.III)

$$M_p^e = \frac{-49}{2048} L^2 j r_r - \frac{11}{128} L^2 j r_{r+1} - \frac{31}{2048} L^2 j r_s \dots\dots\dots(3.15)$$

$$V_p^e = \frac{399}{2048} L j r_r + \frac{21}{128} L j r_{r+1} + \frac{33}{2048} L j r_s \dots\dots\dots(3.16)$$

$$V_s^e = \frac{113}{2048} L j r_r + \frac{43}{128} L j r_{r+1} + \frac{479}{2048} L j r_s \dots\dots\dots(3.17)$$

3.1.3. Desplazamiento vertical en la cimentación a la mitad del entre-eje.

La obtención del desplazamiento vertical  $r_{r+1}$  en la cimentación, a la mitad del entre eje (fig. 5.III.), para una barra de apoyos continuos, empleando las teorías de la viga conjugada, conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{EI \theta_p}{L} - \frac{EI \theta_q}{L^2} - \frac{8EI \delta_r}{L^2} + \frac{16EI \delta_{r+1}}{L^2} - \frac{8EI \delta_s}{L^2} + \frac{1}{256} L^2 r$$

$$+ \frac{13}{384} L^2 r_{r+1} + \frac{1}{256} L^2 r_s = \frac{1}{24} W j L^2 \dots\dots\dots(3.18)$$

Para una barra en la cimentación con un apoyo continuo a la izquierda y otro apoyo articulado a la derecha (fig. 6.III) se puede emplear la siguiente expresión:

$$- \frac{3 EI}{L} \theta_p + \frac{11 EI}{L} \delta_r - \frac{16 EI}{L^2} \delta_{r+1} + \frac{5 EI}{L^2} \delta_s - \frac{37}{6144} r_r L^2$$

$$- \frac{3}{48} r_{r+1} L^2 - \frac{91}{6144} r_s L^2 = - \frac{1}{12} W_j L^2$$

Por lo tanto:

$$\frac{3 EI}{L} \theta_p + \frac{11 EI}{L^2} \delta_r + \frac{16 EI}{L^2} \delta_{r+1} - \frac{5 EI}{L^2} \delta_s - \frac{37}{6144} r_r L^2$$

$$+ \frac{1}{16} L^2 r_{r+1} + \frac{91}{6144} L^2 r_s = \frac{1}{12} W_j L^2 \dots \dots \dots (3.19)$$

Fig. 5.III. Barra con cargas repartidas en la cimentación. Apoyos continuos

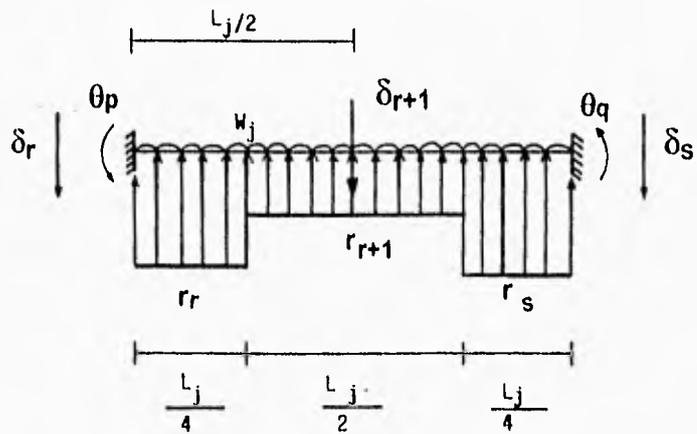
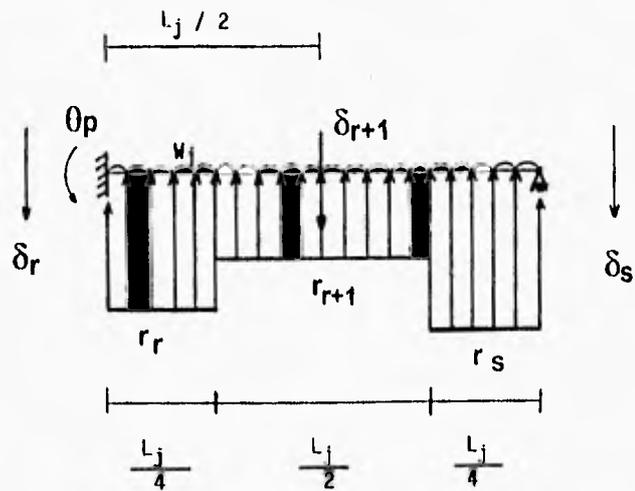


Fig. 6.III. Barra con cargas repartidas en la cimentación. Apoyo continuo a la izquierda y apoyo articulado a la derecha



### 3.1.4. Matriz de rigideces de toda la estructura

La matriz de rigideces de toda la estructura, es la suma de las matrices de cada una de las barras.

Como se vio anteriormente, empleando el método de rigideces, primeramente se restringe la estructura de giros y desplazamientos lineales (verticales u horizontales). Esto ocasiona momentos flexionantes y fuerzas cortantes de empotramiento. Luego se permiten los giros y desplazamientos en los nudos, lo que provoca momentos y cortantes adicionales. La suma de los momentos de empotramiento y los momentos debidos a los giros en los nudos debe ser igual a cero en cada uno de los nudos, para que cada uno de ellos esté en equilibrio. Además la suma de cortantes de empotramiento y de cortantes debidos a los desplazamientos unitarios de los nudos debe ser nula en cada uno de los ejes de las barras (columnas y trabes), para que cada uno de los ejes de las barras este en equilibrio.

Estableciendo las condiciones anteriores y utilizando las ecuaciones 3.18 o 3.19 se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$K_{11}\delta_1 + K_{12}\delta_2 + \dots + K_{1j}\theta_j + K_{1k}\theta_k + \dots + A_{11}r_1 + A_{12}r_2 + \dots = B_{11}W_1 + B_{12}W_2 \dots$$

$$K_{21}\delta_1 + K_{22}\delta_2 + \dots + K_{2j}\theta_j + K_{2k}\theta_k + \dots + A_{21}r_1 + A_{22}r_2 + \dots = B_{21}W_1 + B_{22}W_2 \dots$$

$$K_{31}\delta_1 + K_{32}\delta_2 + \dots + K_{3j}\theta_j + K_{3k}\theta_k + \dots + A_{31}r_1 + A_{32}r_2 + \dots = B_{31}W_1 + B_{32}W_2 \dots$$

$$K_{i1}\delta_1 + K_{i2}\delta_2 + \dots + K_{ij}\theta_j + K_{ik}\theta_k + \dots + A_{i1}r_1 + A_{i2}r_2 + \dots = B_{i1}W_1 + B_{i2}W_2 \dots$$

.....(3.20)

en donde:

$K_{ij}$  = coeficiente de la matriz de rigideces de toda la estructura

$A_{ij}$  = coeficiente que corresponde a la reacción  $r_j$  en la ecuación  $i$

$B_{ij}$  = coeficiente que corresponde a la carga  $W_j$  en la ecuación  $i$

En el sistema de ecuaciones 3.20 tenemos tres tipos de incógnitas:

Los desplazamientos  $\delta_i$ , los giros  $\theta_i$  y las reacciones  $r_i$ . Lo que procede a continuación es obtener los desplazamientos del suelo  $\delta_i$  en función de las reacciones  $r_i$ , mediante de un análisis de hundimientos del terreno, lo cual se realiza en el inciso siguiente.

### 3.2. ANALISIS DE ASENTAMIENTOS DEL TERRENO.

Obtengamos ahora los desplazamientos verticales  $\delta_i$  en función de las reacciones del terreno  $r_i$ , dejando las  $r_i$  como incógnitas, para la estratigrafía y propiedades del subsuelo de la fig. 7.III.

El asentamiento del estrato j bajo el tramo i, es decir, el asentamiento del cuadro ij, debido a una carga  $r_k$  colocada en k valdrá:

$$\alpha_{ijk} = Mv_{ij} H_j (\Delta \sigma)_{ijk}$$

En donde:

$\alpha_{ijk}$  = asentamiento en el cuadro ij, debido a una reacción ubicada en k.

$Mv_{ij}$  = módulo de deformación del cuadro ij

$H_j$  = espesor del estrato j

$(\Delta \sigma)_{ijk}$  = incremento del esfuerzo normal vertical en el cuadro ij ocasionado por una presión  $r_k/b_k$  en el contacto entre suelo y cimentación.

$b_k$  = ancho de la cimentación, correspondiente a la reacción  $r_k$

pero:

$$(\Delta \sigma)_{ijk} = I_{ijk} (r_k / b_k)$$

siendo:

$I_{ijk}$  = valor de influencia en el cuadro ij, debido a una presión unitaria colocada en k

El valor de  $I_{ijk}$  se puede determinar calculando el esfuerzo normal vertical producido por una presión unitaria en k, sobre el cuadro ij.

El asentamiento en el cuadro ij debido a todas las cargas  $r_k$  y a la carga q (fig. 7.III), valdrá:

$$\delta_{ij} = Mv_{ij} H_j ( q_{ij} + \sum_{k=1}^m l_{ijk} r_k / b_k ) \dots\dots\dots(3.21)$$

En la que:

m = número total de reacciones aplicadas en la superficie.  
 $q_{ij}$  = esfuerzo normal vertical debido a una presión aplicada en la periferia de la estructura. (7.III)

El asentamiento en el punto i será :

$$\delta_i = \sum_{j=1}^p \delta_{ij}$$

Por lo tanto:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^p Mv_{ij} H_j q_{ij} + \sum_{j=1}^p Mv_{ij} H_j ( \sum_{k=1}^m l_{ijk} r_k / b_k ) \dots\dots\dots 3.21$$

Donde:

p = número de estratos del subsuelo.

En esta ecuación los desplazamientos verticales del subsuelo quedan en función de las reacciones  $r_k$ .

Es importante en este momento hacer una aclaración: los valores del módulo de deformación del suelo  $Mv_{ij}$  dependen del esfuerzo de confinamiento, el cual no se conoce a priori. Por esta razón los  $Mv_{ij}$  deben determinarse para un nivel de esfuerzos lo más cercano posible a la realidad, dependiendo este nivel de la experiencia del ingeniero que realiza el análisis. Si posteriormente se ve que el nivel de presiones considerado en el primer análisis está muy alejado de la magnitud de los esfuerzos obtenidos después de resolver todo el problema, es probable que haya necesidad de volver a calcular los hundimientos del suelo con los valores corregidos del módulo al tomar un nuevo nivel de esfuerzos.

Con la aclaración anterior, empleando la ecuación 3.21 los valores de  $\delta_i$  son una función lineal de las reacciones  $r_i$

### **3.3. Compatibilidad de desplazamientos.**

Una vez realizado el análisis de la estructura y el de los hundimientos del terreno, se establece la condición de compatibilidad de desplazamientos entre ellos, de la siguiente manera:

Los asentamientos del suelo determinados por la ecuación 3.21 se sustituyen en el sistema de ecuaciones 3.20 de la estructura. De esta manera, desaparecen como incógnitas los desplazamientos y queda únicamente como incógnitas los giros en los nudos  $\theta_i$  y las reacciones  $r_i$  del terreno. Es fácil ver que el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas, con lo que se puede resolver este sistema de ecuaciones y despejar los giros y las reacciones. Utilizando la ecuaciones, ya conocidas las  $r_i$ , se pueden determinar también los hundimientos del terreno.

Interacción suelo-estructura

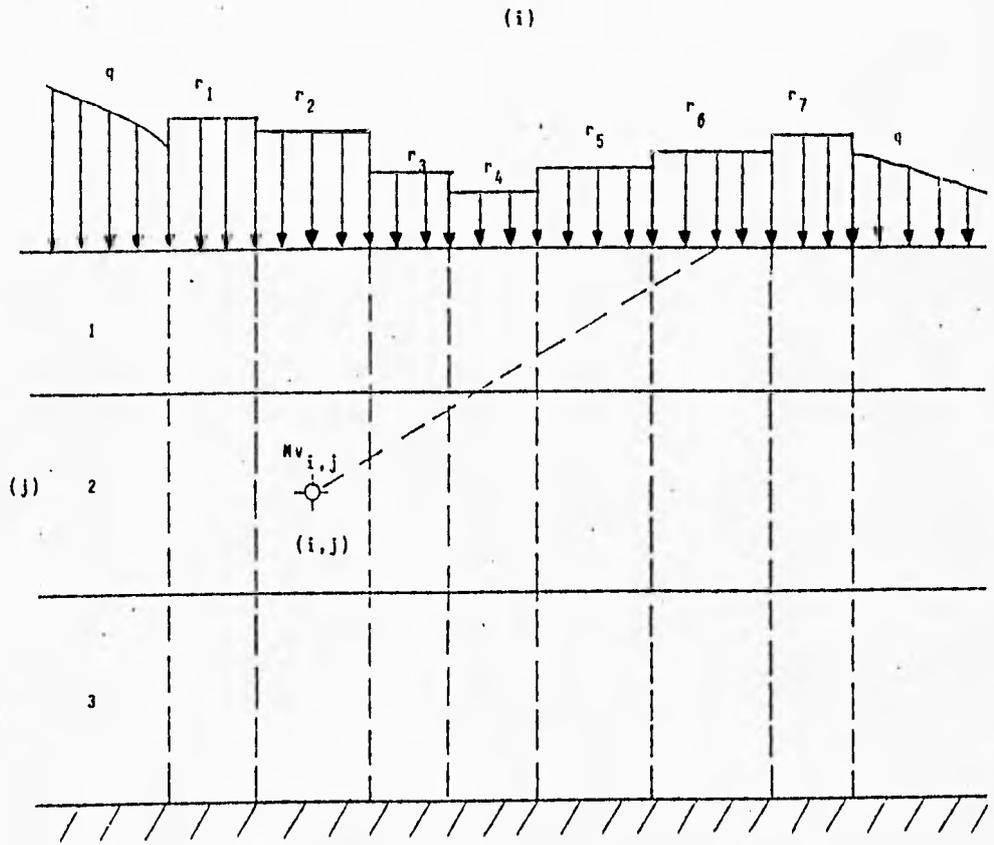


Fig. 7.III Determinación de los asentamientos en el suelo

### 3.4 EJEMPLO DE APLICACION DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.

Para la estructura siguiente (Fig. 8.III) , se pide determinar los diagramas de reacción y de hundimientos, de acuerdo con la estratigrafía y propiedades que se enlistan a continuación:

#### Datos de la estructura:

- ° **Ubicación:** zona III. Ciudad de México (Zona de Lago).
- ° **Uso:** Central telefónica. (TELMEX)
- ° **Cimentación :** combinación de losa y cajón de cimentación
- ° **Superficie total:** 24m de largo x 12 m de ancho = 288 m<sup>2</sup>
- ° **Areas tributarias :**  $A_1, A_5 = 3 \times 12 = 36 \text{ m}^2$   
 $A_2, A_3, A_4 = 6 \times 12 = 72 \text{ m}^2$
- ° El nivel superficial del agua (NAF) se considera debajo de la profundidad de desplante
- °  $E_i = 6 \times 10^5 \text{ T} \cdot \text{m}^2$
- °  $Mv_i$  = módulo de deformación volumétrica del suelo (m<sup>2</sup>/ton)
- ° Para hacer al análisis de Interacción suelo estructura se puede simplificar tomando la mitad de la estructura por ser simétrica.
- ° **CARGAS:**  $W = (2 \times 177 \text{ ton} + 2 \times 622.24) + (22.22 \times 24) = 2133.33 \text{ ton}.$

El análisis de la Interacción Suelo-Estructura se hará, como se vio anteriormente en tres etapas :

1. Análisis Estructural
2. Análisis de Asentamientos del Suelo
3. Compatibilidad de desplazamientos

después se analizarán los resultados finales e interpretarán los resultados.

Interacción Suelo-Estructura

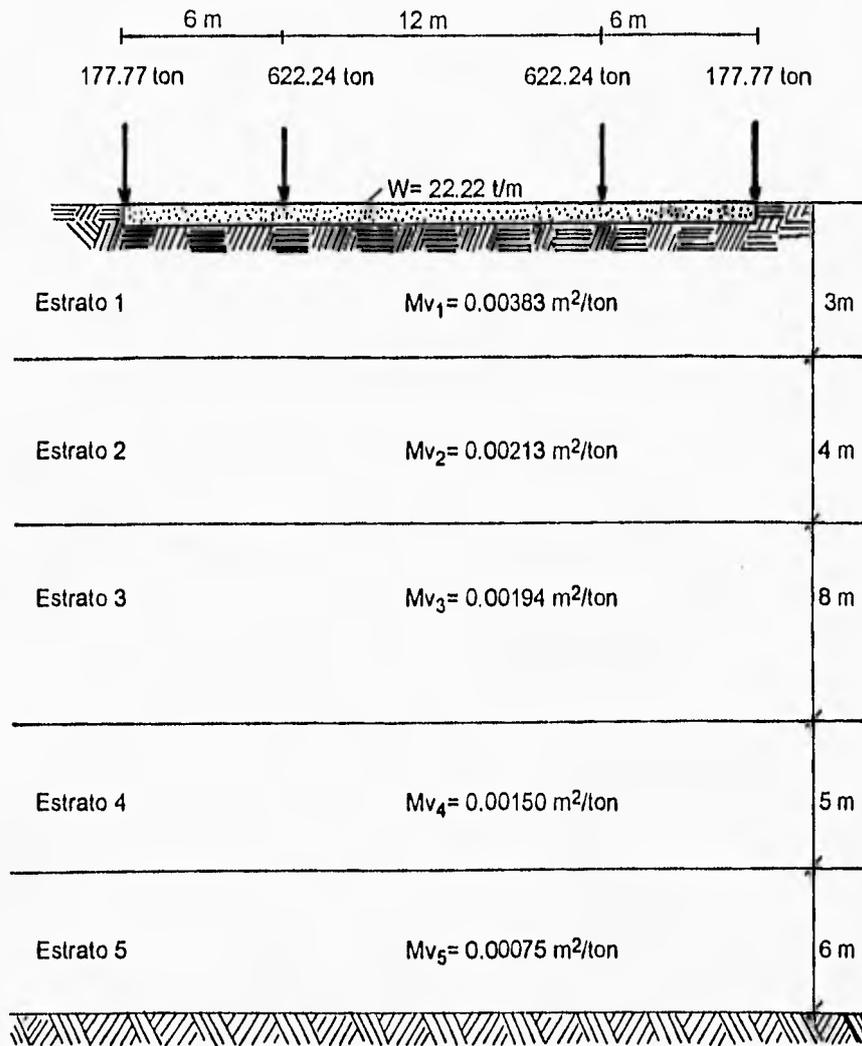


Fig. 8.III Ejemplo de aplicación de Interacción Suelo-Estructura.  
(sistema de cargas y estratigrafía del suelo)

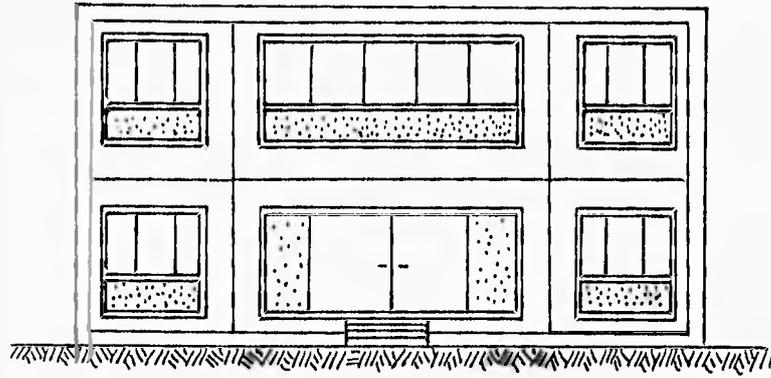


Fig. 8.III.a. Representación arquitectónica de la central telefónica

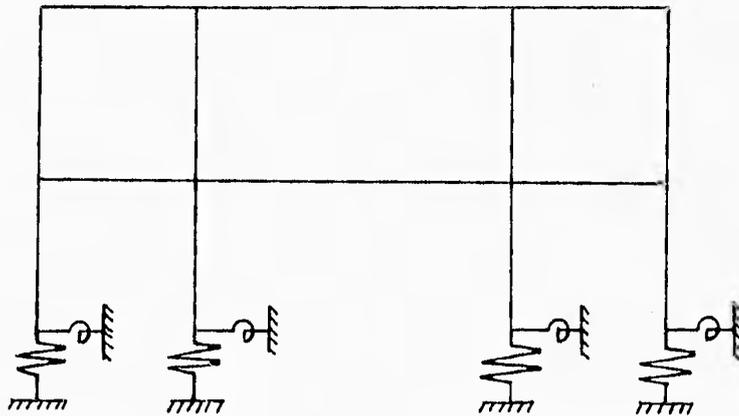
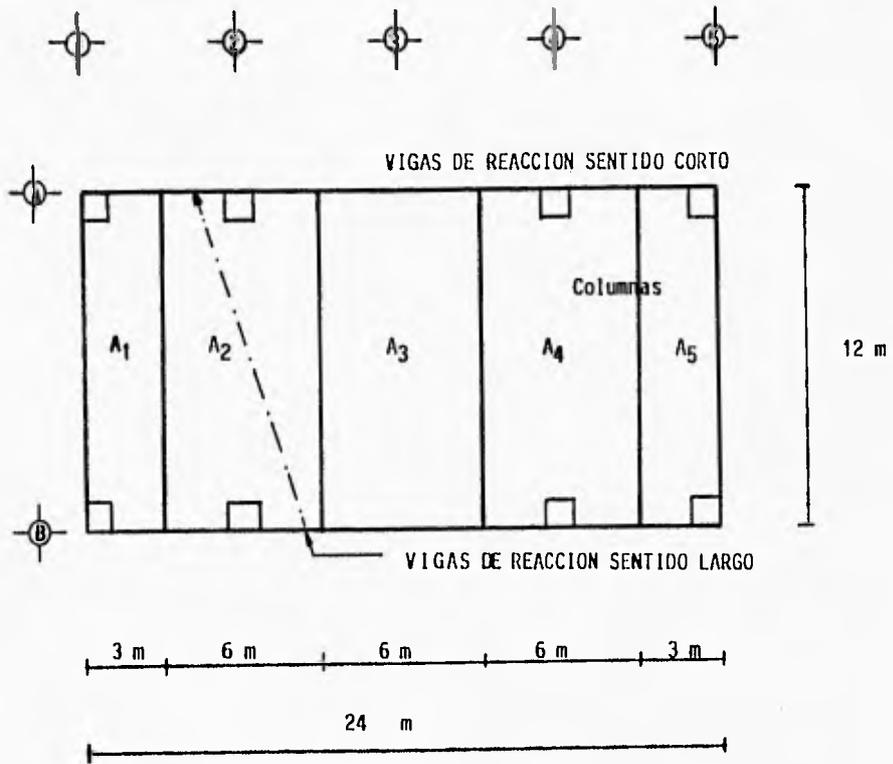


Fig. 8.III.b. Representación Estructural



$A_i$  = áreas tributarias ( $m^2$ )

$$A_1, A_5 = (3 \times 12) = 36 \text{ m}^2$$

$$A_2, A_3, A_4 = (6 \times 12) = 72 \text{ m}^2$$

Fig. 9.III Planta de cimentación de la estructura analizada

### 3.4.1. ANALISIS ESTRUCTURAL

Para hacer el análisis estructural se utilizará el método de rigideces para obtener la matriz de rigideces de la estructura, las incógnitas serán de acuerdo con la fig. 10.III:  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \theta_1, \theta_3$  y  $\theta_5$

Sabemos por simetría de la estructura que:

$$\delta_1 = \delta_5$$

$$\delta_2 = \delta_4$$

$$r_1 = r_5$$

$$r_2 = r_4$$

Por lo tanto para una mayor facilidad en los cálculos, sólo se analizará la mitad de la estructura por ser simétrica como se muestra en la figura 12.III.

#### Aplicación del Método de las Rigideces.

El Método de las Rigideces (ver Apéndice A.III), consiste en restringir giros y desplazamientos, para luego encontrar momentos y cortantes de empotramiento y luego se liberan las restricciones (grados de libertad) aplicando giros y desplazamientos unitarios para encontrar las rigideces de la estructura para así poder formar la matriz de rigideces y desplazamientos; esto es:

$$[K] \cdot [\delta_i] = [P]$$

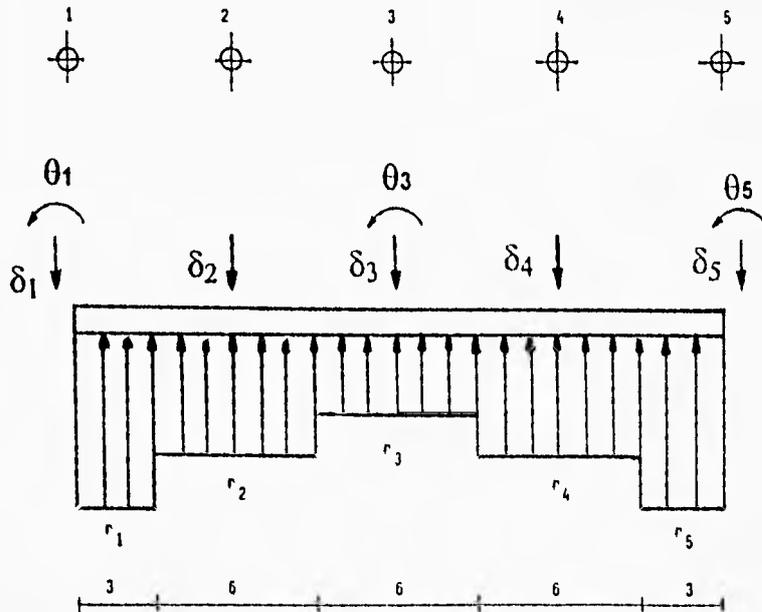
Donde:

$[K]$  = Matriz de rigideces de la estructura

$[\delta_i]$  = Vector de desplazamientos (incógnitas)

$[P]$  = Vector de cargas de acuerdo a su configuración

Interacción Suelo-Estructura



donde:

$\theta_i$  - giro en el punto  $i$

$\delta_i$  - desplazamiento vertical en el punto  $i$

$r_i$  - reacción del terreno en el área tributaria  $A_i$

Fig. 10.III Grados de libertad, desplazamientos y reacciones del suelo.

Para nuestro ejemplo (fig. 11.III), por simetría volvemos a insistir, podemos simplificar la estructura tomando solamente para su análisis estructural la mitad de ésta, aclarando que si la estructura no tiene simetría se hará su análisis normal tomándola toda completa.

Aclarado lo anterior continuamos con el análisis estructural:

Se empotrarán los puntos 1, 3 y 5 para calcular los momentos y los cortantes de empotramiento (fig. 11.III).

Por simetría tenemos que:

$$M^e_{10} = -M^e_{50}$$

$$M^e_{30 \text{ izq}} = -M^e_{30 \text{ der}}$$

y de acuerdo con la fig. 10.III tenemos que:

$$\delta_1 = \delta_5$$

$$\delta_2 = \delta_4$$

$$r_1 = r_5$$

$$r_2 = r_4$$

Por lo tanto nuestra estructura se simplifica como se muestra en la fig. 12.III.

Después se aplicarán giros y desplazamientos unitarios en los puntos 1 y 3 para formar la matriz de rigideces  $[K_i]$ . (ver apéndice A.III)

Con el cálculo de los momentos y los cortantes de empotramiento obtendremos el vector de cargas  $[P]$  lo único que nos va a quedar como incógnitas son los desplazamientos y giros.

Interacción Suelo-Estructura

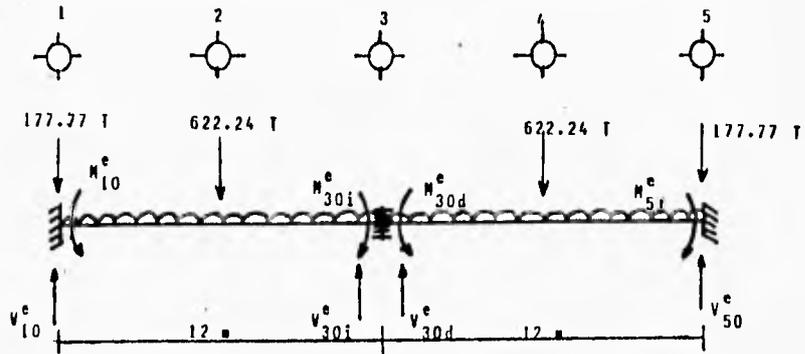


Fig. 11.III Aplicación del Método de Rigideces (momentos y cortantes de empotramiento)

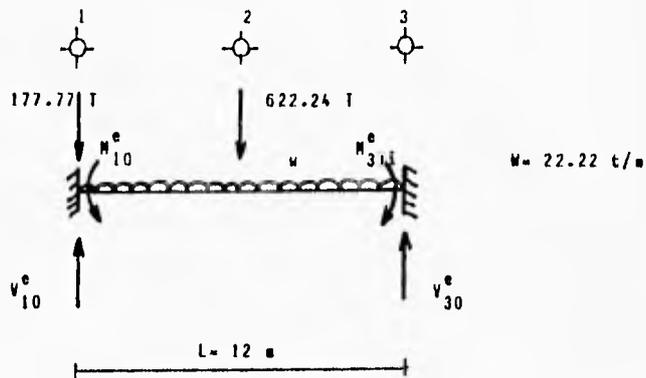


Fig. 12.III. Estructura simplificada por su simetría

Cálculo de los momentos y cortantes de empotramiento.

Momentos de Empotramiento:

$$M_{10}^e = - \frac{W L^2}{12} - \frac{P L}{8} = - \frac{22.22 (12)^2}{12} - \frac{(622.24 \times 12)}{8}$$

$$M_{10}^e = - 266.64 - 933.36 = - 1200 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$M_{30}^e = \frac{W L^2}{12} + P L + \frac{P L}{8} = \frac{22.22 (12)^2}{12} + 177.77 \times 12 + \frac{622.24 \times 12}{8}$$

$$M_{30}^e = 266.64 + 2133.24 + 933.36 = 3,333.24 \text{ T}\cdot\text{m}$$

Haciendo suma de momentos con respecto a los puntos 1 y 3 obtenemos los cortantes de empotramiento:

$$V_{10}^e = 444.44 \text{ Ton.}$$

$$V_{30}^e = 622.21 \text{ Ton.}$$

La configuración de cargas a la que esta sometida la estructura se muestra en la fig. 13.III

Interacción Suelo-Estructura

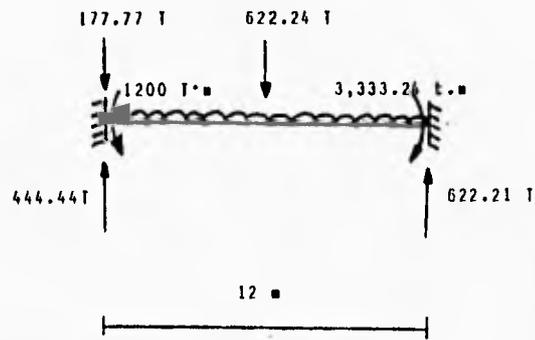


Fig. 13.III. Cortantes y momentos de empotramiento (vector de cargas)

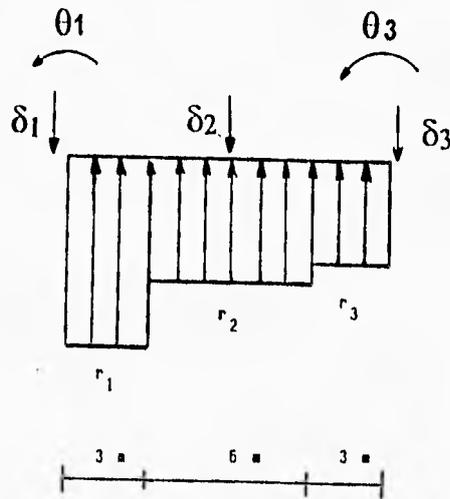


Fig. 14.III. Grados de libertad y reacciones del suelo.

También se deben obtener los momentos y los cortantes de empotramiento debidos a las reacciones del suelo ( $r_i$ ) fig. 10.III. Esto lo hacemos con las ecuaciones 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10.

$$M^e_{10r} = -\frac{67}{3072}(12)^2 r_1 - \frac{11}{192}(12)^2 r_2 - \frac{13}{3072}(12)^2 r_3$$

$$M^e_{10r} = -3.141 r_1 - 8.25 r_2 - 0.61 r_3 \dots\dots\dots(a)$$

$$M^e_{30r} = \frac{13}{3072}(12)^2 r_1 + \frac{11}{192}(12)^2 r_2 + \frac{67}{3072}(12)^2 r_3$$

$$M^e_{30r} = 0.61 r_1 + 8.25 r_2 + 3.141 r_3 \dots\dots\dots(b)$$

$$V^e_{10r} = \frac{121}{512}(12) r_1 + \frac{1}{4}(12) r_2 + \frac{7}{512}(12) r_3$$

$$V^e_{10r} = 2.863 r_1 + 3 r_2 + 0.164 r_3 \dots\dots\dots(c)$$

$$V^e_{30r} = \frac{7}{512}(12) r_1 + \frac{1}{4}(12) r_2 + \frac{121}{512}(12) r_3$$

$$V^e_{30r} = 0.164 r_1 + 3 r_2 + 2.836 r_3 \dots\dots\dots(d)$$

Estos momentos debido a las reacciones se pueden obtener con el método de las flexibilidades, también éstos resultados pueden obtenerse de tablas.

Según el apéndice A.III la matriz de rigideces junto con el vector de desplazamientos y el vector de cargas quedará como sigue:

$$\begin{bmatrix}
 12EI & -12EI & -6EI & -6EI \\
 \hline
 L^3 & L^3 & L^2 & L^2 \\
 -12EI & 12EI & 6EI & 6EI \\
 \hline
 L^3 & L^3 & L^2 & L^2 \\
 -6EI & 6EI & 4EI & 2EI \\
 \hline
 L^2 & L^2 & L & L \\
 -6EI & 6EI & 2EI & 4EI \\
 \hline
 L^2 & L^2 & L & L
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \delta_1 \\
 \delta_3 \\
 \theta_1 \\
 \theta_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 V_{10}^e \\
 V_{30}^e \\
 M_{10}^e \\
 M_{30}^e
 \end{bmatrix}$$

$[K_i] \qquad [ \delta_i ] = [ P ]$

Observa que la matriz de rigideces  $[K_i]$  es simétrica y la diagonal principal es positiva; si no se cumple esto la matriz de rigideces esta mal elaborada.

Sustituyendo los valores de nuestro ejemplo tenemos lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} 4166.67 & -4166.67 & -25000 & -25000 \\ -4166.67 & 4166.67 & 25000 & 25000 \\ -25000 & 25000 & 200000 & 100000 \\ -25000 & 25000 & 100000 & 200000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_3 \\ \theta_1 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -444.44 \\ -622.21 \\ 1200 \\ -3333.24 \end{bmatrix}$$

Ahora necesitamos una ecuación auxiliar (ec. 3.18) para encontrar el desplazamiento vertical a la mitad del entre eje. Sustituyendo datos en dicha ecuación obtenemos:

$$-3333.33\delta_1 + 66666.67\delta_2 - 33333.33\delta_3 + 500000\theta_1 - 500000\theta_3 + 0.5625r_1 + 4.8750r_2 + 0.5625r_3 = 533.325 \dots (5)$$

De la matriz de rigideces tenemos cuatro ecuaciones, más la ecuación auxiliar; estableciendo equilibrio, se obtienen las siguientes expresiones:

- al renglón 1 se le suma la ecuación c

$$4166.67\delta_1 - 4166.67\delta_3 - 25000\theta_1 - 25000\theta_3 + 2.836r_1 + 3r_2 + 0.164r_3 = -444.44 \dots (1)$$

- al renglón 2 se le suma la ecuación d:

$$4166.67\delta_1 - 4166.67\delta_3 + 25000\theta_1 + 25000\theta_3 + 0.164r_1 + 3r_2 + 2.836r_3 = -622.22 \dots (2)$$

-al renglón 3 se le suma la ecuación a:

$$-25000\delta_1 + 25000\delta_3 + 200000\theta_1 + 100000\theta_3 - 3.141r_1 - 8.25r_2 - 0.61r_3 = 1200 \dots (3)$$

-al renglón 4 se le suma la ecuación b:

$$-25000\delta_1 + 25000\delta_3 + 100000\theta_1 + 200000\theta_3 + 0.61r_1 + 8.25r_2 + 3.141r_3 = -3333.24 \dots (4)$$

Ecuación auxiliar No. 5:

$$-3333.33\delta_1 + 66666.67\delta_2 - 33333.33\delta_3 + 500000\theta_1 - 500000\theta_3 + 0.5625r_1 + 4.8750r_2 + 0.5625r_3 = 533.325 \dots (5)$$

Sustituyendo los valores de nuestro ejemplo tenemos lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} 4166.67 & -4166.67 & -25000 & -25000 \\ -4166.67 & 4166.67 & 25000 & 25000 \\ -25000 & 25000 & 200000 & 100000 \\ -25000 & 25000 & 100000 & 200000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -444.44 \\ -622.21 \\ 1200 \\ -3333.24 \end{bmatrix}$$

Ahora necesitamos una ecuación auxiliar (ec. 3.18) para encontrar el desplazamiento vertical a la mitad del entre eje. Sustituyendo datos en dicha ecuación obtenemos:

$$-3333.33\delta_1 + 6666.67\delta_2 - 3333.33\delta_3 + 50000\theta_1 - 50000\theta_3 + 0.5625r_1 + 4.8750r_2 + 0.5625r_3 = 533.325 \dots\dots\dots(5)$$

De la matriz de rigideces tenemos cuatro ecuaciones, más la ecuación auxiliar; estableciendo equilibrio, se obtienen las siguientes expresiones:

- al renglón 1 se le suma la ecuación c

$$4166.67\delta_1 - 4166.67\delta_3 - 25000\theta_1 - 25000\theta_3 + 2.836r_1 + 3r_2 + 0.164r_3 = -444.44 \dots\dots\dots(1)$$

- al renglón 2 se le suma la ecuación d:

$$4166.67\delta_1 - 4166.67\delta_3 + 25000\theta_1 + 25000\theta_3 + 0.164r_1 + 3r_2 + 2.836r_3 = -622.22 \dots\dots\dots(2)$$

-al renglón 3 se le suma la ecuación a:

$$-25000\delta_1 + 25000\delta_3 + 200000\theta_1 + 100000\theta_3 - 3.141r_1 - 8.25r_2 - 0.61r_3 = 1200 \dots\dots\dots(3)$$

-al renglón 4 se le suma la ecuación b:

$$-25000\delta_1 + 25000\delta_3 + 100000\theta_1 + 200000\theta_3 + 0.61r_1 + 8.25r_2 + 3.141r_3 = -3333.24 \dots\dots\dots(4)$$

Ecuación auxiliar No. 5:

$$-3333.33\delta_1 + 6666.67\delta_2 - 3333.33\delta_3 + 50000\theta_1 - 50000\theta_3 + 0.5625r_1 + 4.8750r_2 + 0.5625r_3 = 533.325 \dots\dots\dots(5)$$

Con esto tenemos 5 ecuaciones con las siguientes incógnitas:

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \theta_1, \theta_3, r_1, r_2, r_3$$

Entonces tenemos un sistema indeterminado; lo que se tiene que hacer después de este análisis estructural es encontrar los hundimientos  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , en función de las reacciones del terreno  $r_1, r_2, r_3$  para tener 5 ecuaciones y 5 incógnitas pudiendo ya resolverse el sistema de ecuaciones después de hacer la compatibilidad de desplazamientos como se verá posteriormente.

A continuación se hará el análisis de asentamientos del terreno.

### 3.4.2 ANALISIS DE ASENTAMIENTOS DEL TERRENO.

Con este análisis obtendremos los desplazamientos  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , en función de las cargas del terreno  $r_1, r_2, r_3$ .

Según la ecuación 3.21 los desplazamientos verticales del suelo están dados por:

$$\delta_i = Mv_{ij} H_j q_{ij} + Mv_{ij} H_j \times \left[ l_{ijk} \frac{r_k}{b_k} \right]$$

En nuestro caso  $q_{ij} = 0$  por lo tanto la ecuación se reduce a:

$$\delta_i = Mv_{ij} H_j \times \left[ l_{ijk} \frac{r_k}{b_k} \right]$$

$p$  = número de estratos del terreno  
 $m$  = número de reacciones del suelo.

Primeramente obtendremos los esfuerzos de influencia  $l_{ijk}$  que es el esfuerzo normal vertical en el punto  $ij$  debido a una presión unitaria colocada en  $k$ .

Para hallar los esfuerzos de influencia se coloca una presión unitaria  $q$  sobre el área tributaria  $A_1$  donde se encuentra el punto 1 y se determinan los esfuerzos que ejerce esa presión en los otros puntos del subsuelo (fig. 16.III), luego se coloca la presión unitaria en el punto 2 y se obtienen los esfuerzos de influencia correspondientes; así se hará para los demás puntos.

Para este ejemplo utilizamos la fórmula de Damy (1985) fig. 15.III, que se basó en la Teoría de Boussinesq pero, estos esfuerzos también se pueden obtener con la carta de Newmark, gráficas de Fadum o con las fórmulas de Boussinesq.

Interacción Suelo-Estructura

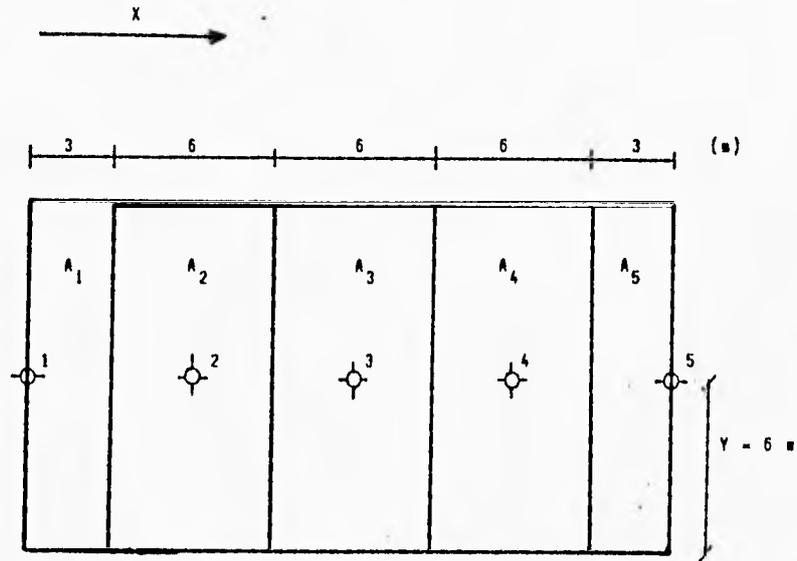


Fig. 15.III. Cálculo de los esfuerzos de influencia por la fórmula de Damy

FORMULA DE DAMY

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{1}{(x^2+y^2)} + \frac{1}{(y^2+z^2)} + x \frac{xyz}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}} + \text{ang tan} \frac{xy}{z\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}} \right]$$

q = 1 t/m

x = distancia en la dirección x

y = distancia en la dirección y

z = profundidad a la que se quiere calcular el esfuerzo,  
generalmente a la mitad del estrato i

\* El ángulo se debe de calcular en radianes.

Interacción suelo-estructura

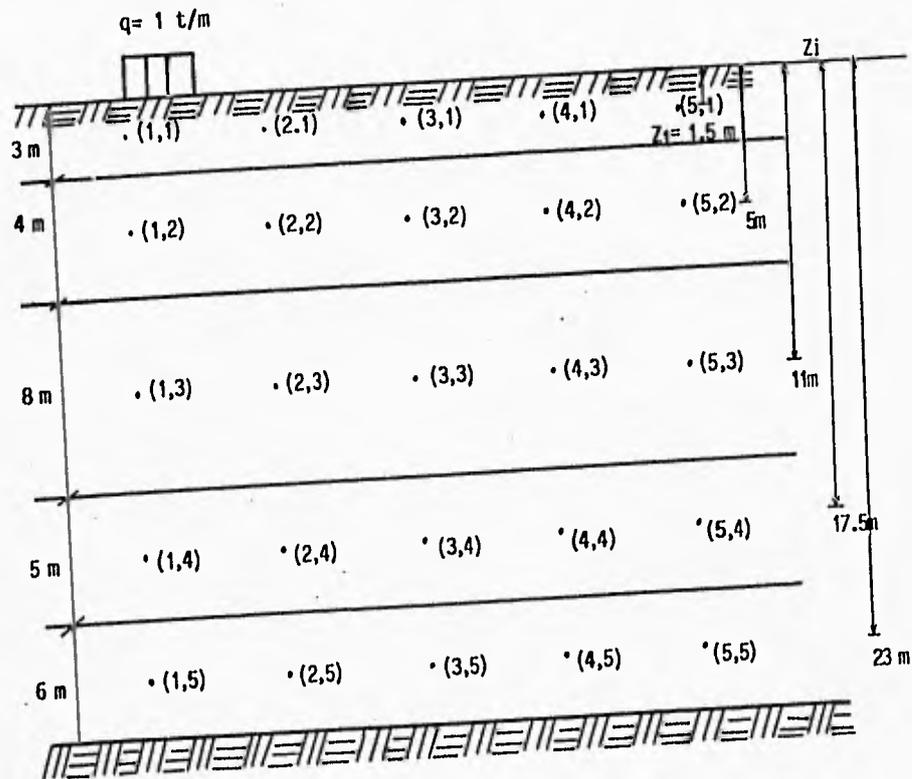


Fig. 16.III. Esfuerzos de influencia (elevación)

### 3.4.3 CALCULO DE LOS ESFUERZOS DE INFLUENCIA

Por la fórmula de Dany (fig. 15.III) se aplica una carga unitaria  $q$  sobre el área tributaria  $A_1$  y se calculan los esfuerzos verticales en los puntos intermedios de cada estrato y de cada área tributaria  $A_i$  (fig. 16.III) después se hace lo mismo para los puntos 2,3,4,5.

A continuación se muestran los resultados:

@ Carga unitaria en el punto 1, área tributaria  $A_1$ ;  $k = 1$

punto i Estrato i	1	2	3	4	5
1	0.4782	0.0163	0.0004	0.00004	0.000009
2	0.2862	0.1055	0.0088	0.0013	0.0003
3	0.1090	0.0802	0.0254	0.0071	0.0022
4	0.0501	0.0437	0.0244	0.0110	0.0048
5	0.0304	0.0280	0.0194	0.0111	0.0059

@ Carga unitaria en el punto 2; área tributaria  $A_2$ ;  $k=2$

punto i Estrato i	1	2	3	4	5
1	0.0181	0.9565	0.0181	0.0005	0.00006
2	0.1345	0.5724	0.1345	0.0120	0.0019
3	0.1278	0.2180	0.1278	0.0387	0.0110
4	0.0778	0.1054	0.0778	0.0410	0.0182
5	0.0520	0.0607	0.0520	0.0342	0.0193

@ Carga unitaria en el punto 3, área tributaria  $A_3$ ;  $k = 3$

punto i \ Estrato i	1	2	3	4	5
1	0.0005	0.0181	0.9565	0.0181	0.0005
2	0.0120	0.1345	0.5724	0.1345	0.0120
3	0.0387	0.1278	0.2180	0.1278	0.0387
4	0.0410	0.0778	0.1054	0.0778	0.0410
5	0.0342	0.0520	0.0607	0.0520	0.0342

@ Carga unitaria en el punto 4, área tributaria  $A_4$ ;  $k = 4$

punto i \ Estrato i	1	2	3	4	5
1	0.00006	0.0005	0.0181	0.9565	0.0181
2	0.0019	0.0120	0.1345	0.5724	0.1345
3	0.0110	0.0387	0.1278	0.2180	0.1278
4	0.0182	0.0410	0.0778	0.1054	0.0778
5	0.0193	0.0342	0.0520	0.0607	0.0520

@ Carga unitaria en el punto 5, área tributaria  $A_5$ ;  $k = 5$

punto i Estrato i	1	2	3	4	5
1	0.000009	0.00004	0.0004	0.0163	0.4782
2	0.0003	0.0013	0.0088	0.1055	0.2862
3	0.0022	0.0071	0.0254	0.0802	0.1090
4	0.0048	0.0110	0.0244	0.0437	0.0501
5	0.0059	0.0111	0.0194	0.0280	0.0304

### 3.4.4. CALCULO DE LOS HUNDIMIENTOS DEL SUELO.

Los hundimientos del suelo están dados por la ecuación 3.21:

$$\delta_i = Mv_{ij} H_j \times \left[ I_{ijk} \frac{r_k}{b_k} \right]$$

Tenemos los siguientes datos:

Estrato i	Mv <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> / ton.)	Hi (m)
1	0.00383	3
2	0.00213	4
3	0.00194	8
4	0.00150	5
5	0.00075	6

Donde:

- i = número de estratos
- Mv<sub>i</sub> = módulo de deformación volumétrica del estrato i
- Hi = espesor del estrato i
- b<sub>k</sub> = ancho de la cimentación (en nuestro caso b<sub>k</sub> = 12m)
- k = número de reacciones del terreno
- I<sub>ijk</sub> = esfuerzo de influencia en el punto ij debido a una presión unitaria en k

Se hará el cálculo de  $\delta_1$  (hundimiento o asentamiento en el punto 1) y análogamente se hará para  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$ ,  $\delta_5$ .

Los hundimientos  $\delta_i$  quedarán en función de las reacciones del suelo  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$ ,  $r_5$  como se vio con anterioridad.

**Cálculo del hundimiento en el punto 1:**

$$\begin{aligned} \delta_1 = & 0.00383 \times 3 [(0.4782 \times r_1 / 12) + (0.0181 \times r_2 / 12) + (0.0005 \times r_3 / 12) + (0.00006 \times r_4 / 12) + (0.000009 \times r_5 / 12)] \\ & + 0.00213 \times 4 [(0.2862 \times r_1 / 12) + (0.1345 \times r_2 / 12) + (0.0120 \times r_3 / 12) + (0.0019 \times r_4 / 12) + (0.0003 \times r_5 / 12)] \\ & + 0.00194 \times 8 [(0.1090 \times r_1 / 12) + (0.1272 \times r_2 / 12) + (0.0387 \times r_3 / 12) + (0.0110 \times r_4 / 12) + (0.0022 \times r_5 / 12)] \\ & + 0.00150 \times 5 [(0.0501 \times r_1 / 12) + (0.0778 \times r_2 / 12) + (0.0410 \times r_3 / 12) + (0.0182 \times r_4 / 12) + (0.0048 \times r_5 / 12)] \\ & + 0.00075 \times 4 [(0.0304 \times r_1 / 12) + (0.0520 \times r_2 / 12) + (0.0342 \times r_3 / 12) + (0.0193 \times r_4 / 12) + (0.0059 \times r_5 / 12)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_1 = & 0.0005 r_1 + 0.000017 r_2 + 0.0000005 r_3 + 0.0000000574 r_4 + 0.0000000086 r_5 \\ & 0.000203 r_1 + 0.0000955 r_2 + 0.0000085 r_3 + 0.00000135 r_4 + 0.000000213 r_5 \\ & 0.0000141 r_1 + 0.0001653 r_2 + 0.00005 r_3 + 0.000014226 r_4 + 0.000002845 r_5 \\ & 0.0000313125 r_1 + 0.000048625 r_2 + 0.000025825 r_3 + 0.000011375 r_4 + 0.000003 r_5 \\ & 0.0000114 r_1 + 0.0000195 r_2 + 0.000012825 r_3 + 0.0000072375 r_4 + 0.0000022125 r_5 \end{aligned}$$

$$\delta_1 = 0.00084476 r_1 + 0.00034624 r_2 + 0.0000975 r_3 + 0.0000342456 r_4 + 0.0000082794 r_5$$

así se calcularán también  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$ ,  $\delta_5$  :

$$\delta_2 = 0.00023205 r_1 + 0.00169284 r_2 + 0.00034624 r_3 + 0.0000975 r_4 + 0.00002118 r_5$$

$$\delta_3 = 0.000062 r_1 + 0.00034624 r_2 + 0.00169284 r_3 + 0.00034624 r_4 + 0.000062 r_5$$

$$\delta_4 = 0.00002118 r_1 + 0.0000975 r_2 + 0.00034624 r_3 + 0.00169284 r_4 + 0.00023205 r_5$$

$$\delta_5 = 0.0000082794 r_1 + 0.000034245 r_2 + 0.0000975 r_3 + 0.00034624 r_4 + 0.00084476 r_5$$

Tomando en cuenta la simetría de la estructura tenemos que:

$r_1 = r_5$ ,  $r_2 = r_4$ ; por lo tanto reduciendo nos queda:

$$\delta_1 = 0.000853 r_1 + 0.00038048 r_2 + 0.0000975 r_3$$

$$\delta_2 = 0.00025323155 r_1 + 0.00179034 r_2 + 0.00034624 r_3$$

$$\delta_3 = 0.000124013 r_1 + 0.00038048 r_2 + 0.0000975 r_3$$

$$\delta_4 = 0.00025323155 r_1 + 0.00179034 r_2 + 0.00034624 r_3$$

$$\delta_5 = 0.000853 r_1 + 0.00038048 r_2 + 0.0000975 r_3$$

Para que no haya problema con tantos números sólo se tomarán 6 cifras decimales pero cuando se hagan cálculos conviene tomar las que se crean prudentes.

$$\delta_1 = 0.000853 r_1 + 0.000380 r_2 + 0.000098 r_3$$

$$\delta_2 = 0.000253 r_1 + 0.001790 r_2 + 0.000346 r_3$$

$$\delta_3 = 0.000124 r_1 + 0.000380 r_2 + 0.000098 r_3$$

$$\delta_4 = 0.000253 r_1 + 0.001790 r_2 + 0.000346 r_3$$

$$\delta_5 = 0.000853 r_1 + 0.000380 r_2 + 0.000098 r_3$$

Obtenidos los hundimientos  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ , en función de  $r_1, r_2, r_3$  se plantea la compatibilidad de desplazamientos y se sustituyen en las ecuaciones 1,2,3,4,5., para que nos queden como incógnitas solamente  $r_1, r_2, r_3$ ,  $\theta_1, \theta_3$ .

### 3.4.5. COMPATIBILIDAD DE DESPLAZAMIENTOS.

Sustituyendo los valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ , en las ecuaciones 1,2,3,4,5, nos da como resultado el siguiente sistema de ecuaciones ordenado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 5.8734 & 1.70 & -6.4833 & -25000 & -25000 \\ -2.8734 & 4.30 & 9.4833 & 25000 & 25000 \\ -21.3657 & -0.4501 & 39.2735 & 200000 & 100000 \\ -17.6147 & 16.0499 & 43.0245 & 100000 & 200000 \\ -15.1225 & 88.4658 & -360328 & 50000 & -50000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \theta_1 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 444.44 \\ -622.21 \\ 1200.00 \\ -3333.24 \\ 533.325 \end{bmatrix}$$

Resolviendo este sistema obtenemos las reacciones del suelo y los giros:

$$r_1 = 152.51 \text{ ton/m} \quad \theta_1 = 0.11386 \text{ rad.}$$

$$r_2 = 64.77 \text{ ton/m} \quad \theta_3 = 0.01478 \text{ rad}$$

$$r_3 = 73.50 \text{ ton/m}$$

Obtenidas las reacciones  $r_1, r_2, r_3$  sustituimos en las ecuaciones de los hundimientos del suelo  $\delta_i$  :

$$\delta_1 = 0.000853(152.51) + 0.000380(64.77) + 0.000098(73.50)$$

$$\delta_2 = 0.000253(152.51) + 0.001790(64.77) + 0.000346(73.50)$$

$$\delta_3 = 0.000124(152.51) + 0.000380(64.77) + 0.000098(73.50)$$

$$\delta_4 = 0.000253(152.51) + 0.001790(64.77) + 0.000346(73.50)$$

$$\delta_5 = 0.000853(152.51) + 0.000380(64.77) + 0.000098(73.50)$$

Obteniendo los hundimientos reales del suelo :

$$\delta_1 = 16.20 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = 18.00 \text{ cm}$$

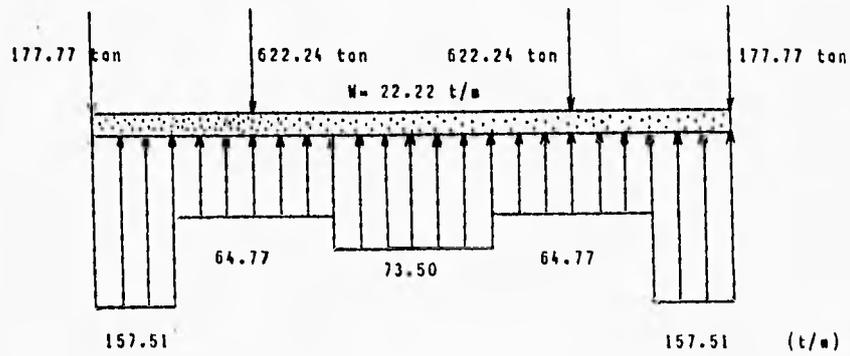
$$\delta_3 = 18.82 \text{ cm}$$

$$\delta_4 = 18.00 \text{ cm}$$

$$\delta_5 = 16.20 \text{ cm}$$

Interacción Suelo-Estructura

a) Reacciones del terreno (ton/m)



b) Hundiientos del terreno (cm)

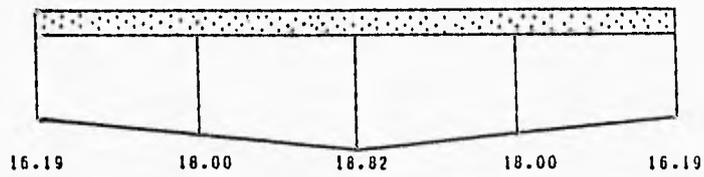
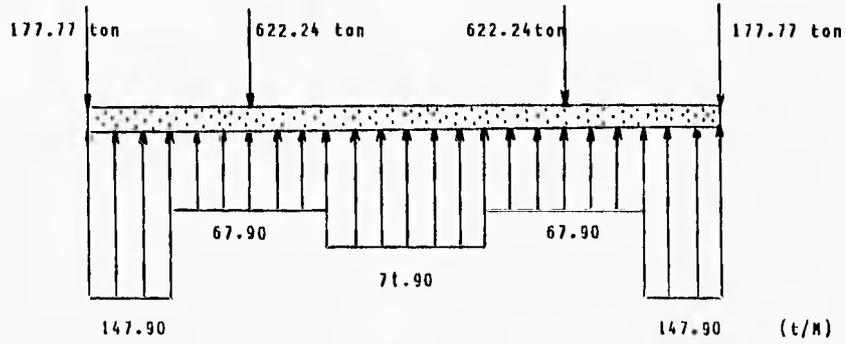
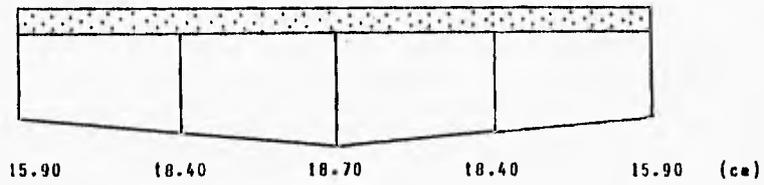


Fig. 17.III. Resultados finales del ejemplo analizado.  
(Representación Gráfica)

Interacción Suelo-Estructura



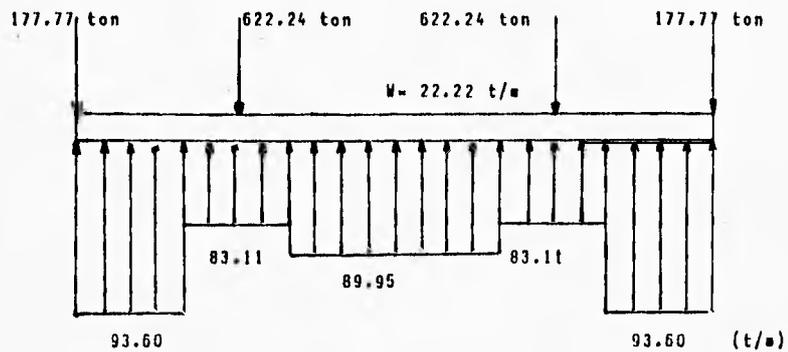
a) Reacciones del terreno (t/m)



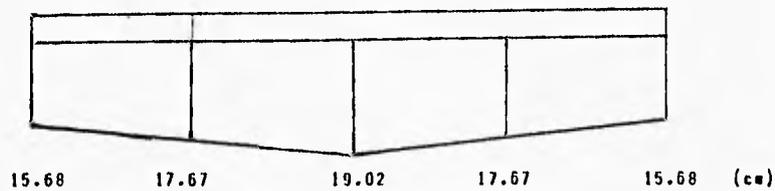
b) Hundimientos del terreno (cm)

Fig. 18.III. Resultados obtenidos con un programa de computadora.

Interacción Suelo-Estructura



a) Reacciones del terreno (t/m)



b) Hundimientos del terreno (cm)

Fig. 19.III. Resultados obtenidos con el método del Dr. Zeevaert.

### 3.5 COMENTARIO

La resolución de un problema de Interacción Suelo-Estructura requiere de un análisis estructural y de un análisis de asentamientos del suelo ; el número de operaciones a efectuar en cada uno de ellos es relativamente grande, por lo que es necesario el empleo de métodos numéricos para la solución práctica de un problema dado; en estas condiciones, el empleo de una computadora resulta más que recomendable y de gran ayuda hoy en día.

Vemos por tanto, que para atacar en forma conjunta la estructura y el suelo desde el punto de vista práctico, es necesario conocer tres campos de la Ingeniería: el Análisis Estructural, la Mecánica de Suelos y los Métodos Numéricos empleando una computadora porque conviene hacer un programa del método de ISE para manejar diferentes condiciones de carga y estudios de mecánica de suelos que es muy importante en caso de que se presenten problemas con el proyecto y en la ejecución de la obra para hacer los cambios que se requieran y se den soluciones rápidamente.

El estudio de Mecánica de Suelos en el lugar donde se va a construir la obra debe de ser lo más preciso y representativo que se pueda ya que conociendo lo mejor posible las propiedades del suelo podemos estimar lo más cercano a la realidad los desplazamientos verticales y horizontales en la masa de suelo y sus diferentes estratos cuando éste se somete a un incremento de esfuerzo .

El análisis de edificios se lleva acabo suponiendo que el movimiento que se aplica en su base, o las fuerzas estáticas equivalentes que obran en sus distintos niveles, son independientes de las características de la cimentación. Sin embargo existen casos en que el movimiento en cualquier punto de la frontera suelo-estructura es sensiblemente diferente del que habría ocurrido en dicho punto si la estructura no estuviese presente; en estos casos se dice que existe interacción suelo estructura.

## CAPITULO 4

### RESULTADOS

Obtenidas las reacciones  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$  que se representan como en la fig. 1.IV; éstas serán las cargas para el diseño y dimensionamiento de la cimentación.

Como podemos observar en los resultados obtenidos con el método analizado en esta tesis (fig. 17.III) comparándolo con los resultados obtenidos con un programa de computadora (fig. 18.III) y con el método del Dr. Leonardo Zeevaert (fig. 19.III) observamos que es mínima la variación en los asentamientos obtenidos, por lo que deducimos que los resultados están correctos. Las diferencias en las magnitudes de las reacciones se deben a que el Dr. Zeevaert considerara, en el análisis estructural que dichas reacciones son cargas concentradas sobre la estructura, mientras que en el método expuesto en esta tesis se consideraron las cargas repartidas. Veamos ahora algunos resultados que se obtienen al aplicar métodos de interacción suelo-estructura descritos en los incisos anteriores.

Como primer ejemplo consideremos una estructura reticular sencilla como la indicada en la fig. 2.IV. Empleando el método propuesto en el capítulo 3 se obtienen los resultados mostrados en la fig. 3.IV. Es interesante comparar estos resultados con los obtenidos suponiendo una reacción uniforme, las cuales se muestran en la fig. 4.IV.

Como se puede observar los momentos flexionantes en todos los nudos de la estructura, difieren comparando ambos casos. En el nudo 2,1, el momento con reacción uniforme es 31% mayor que el que se obtiene tomando en cuenta la interacción suelo-estructura.

En el nudo 1,1 el momento es 320% mayor con el primero que con el segundo. Aún en la superestructura se deja sentir el efecto de la rigidez de la estructura: el momento sobre el nudo 1,2 debido a la columna 1,1 cambia inclusive de sentido (figs. 3.IV. y 4.IV).

El ejemplo presentado en el inciso 1 arroja resultados similares a los del caso presentado en los párrafos precedentes.

Interacción suelo-estructura

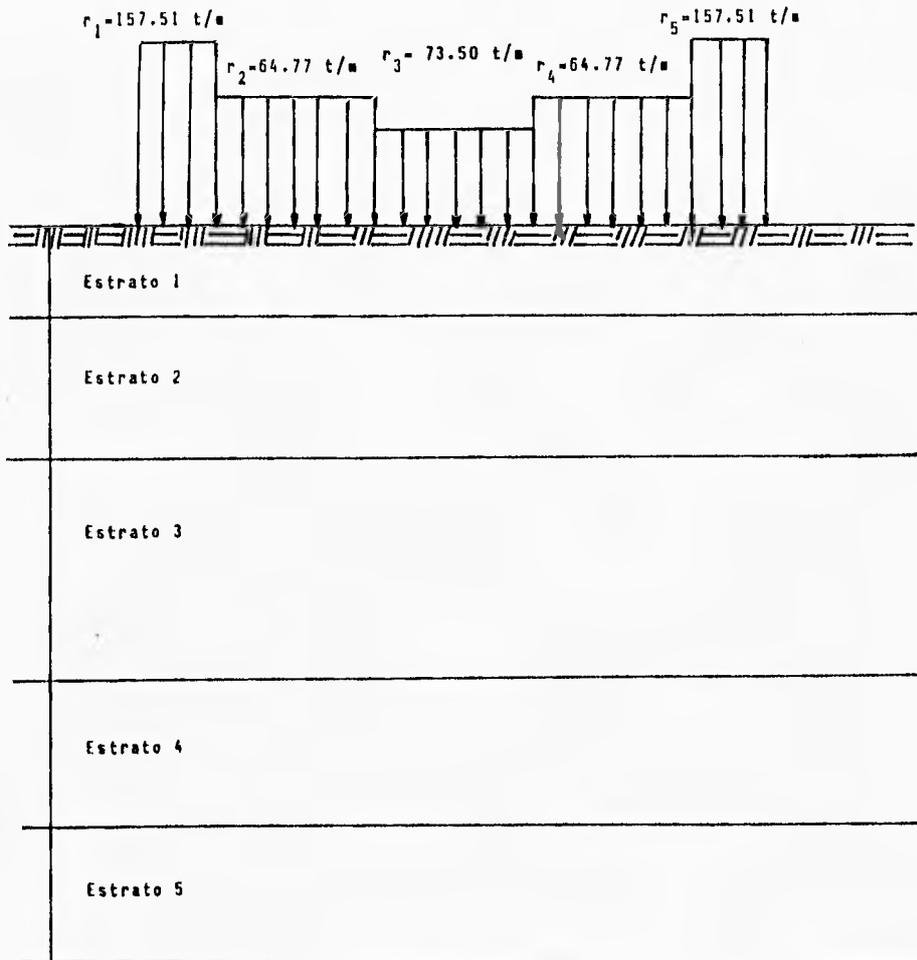


Fig. 1.IV. Reacciones del terreno para diseñar la cimentación

Interacción suelo-estructura

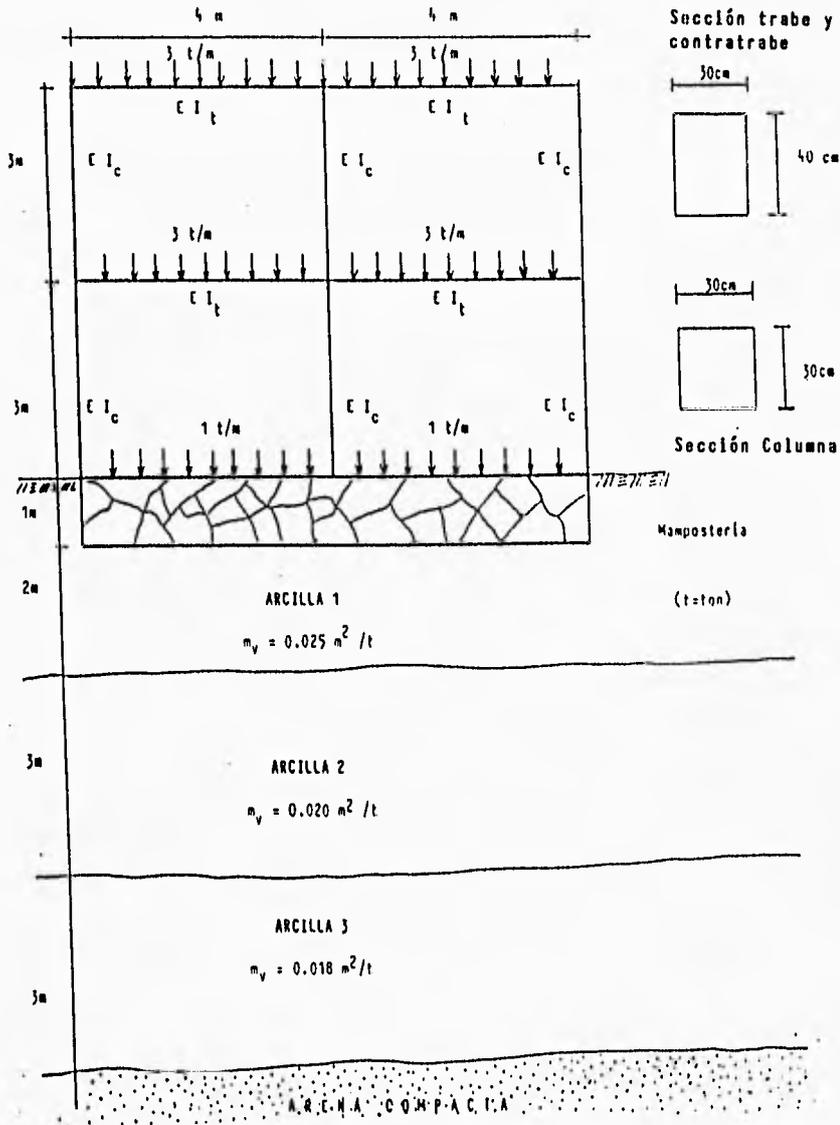
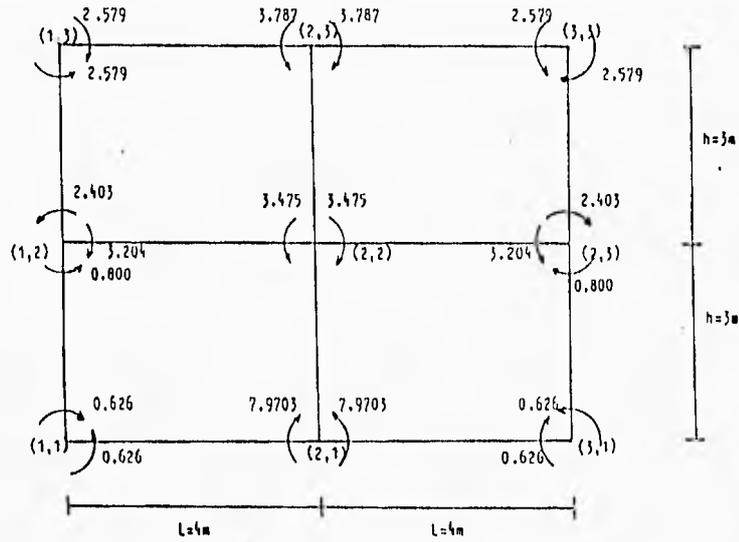
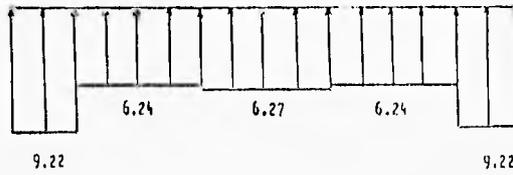


Fig. 2.IV. Estructura reticular.

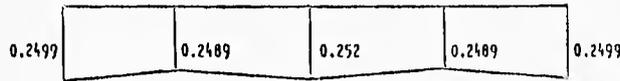
**Interacción suelo-estructura**



Momentos de barra sobre nudo, ton·m



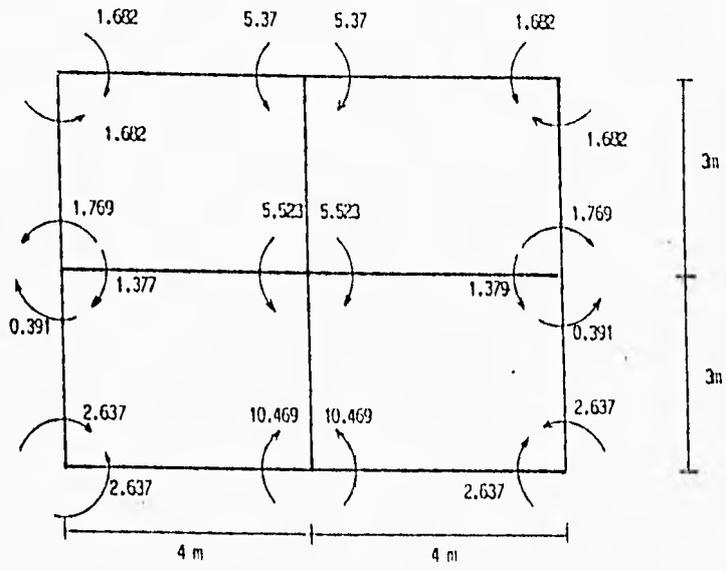
Reacciones del terreno ton/m



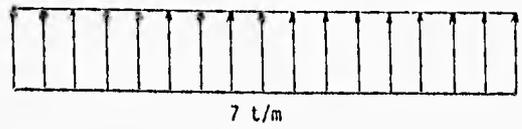
Hundimientos del terreno, m

Fig. 3.IV. Resultados obtenidos con interacción suelo estructura.

interacción suelo-estructura



Momentos de barra sobre nudo, ton·m



Reacción uniforme del suelo

Fig. 4.IV. Resultados obtenidos con otro método de análisis suponiendo reacción uniforme.

En la fig. 5.IV., está ilustrado el ejemplo de una viga flotante con las condiciones geométricas, de carga, estructurales y estratigráficas que se muestran en la misma figura. Los resultados del análisis de interacción suelo-estructura se indican en la fig. 6.IV. Nuevamente podemos comparar este caso y el de suponer una reacción uniforme, cuyos resultados se indican en la fig. 7.IV. Puede observarse que los momentos flexionantes son muy diferentes en ambos casos: considerando la rigidez de la viga se obtiene un momento al centro del claro de 38.7 ton-m positivo, mientras que con reacción uniforme, en el mismo punto el momento es del orden de 0.8 ton-m positivo, la diferencia es notable. En el momento negativo máximo la diferencia es de 4.3 ton-m a 14.3 ton-m, es decir, también se presenta gran diferencia entre las dos soluciones.

Es claro que los ejemplos anteriores permiten apreciar la gran importancia que tiene tomar en cuenta conjuntamente la rigidez de la estructura y la estratigrafía y propiedades del suelo.

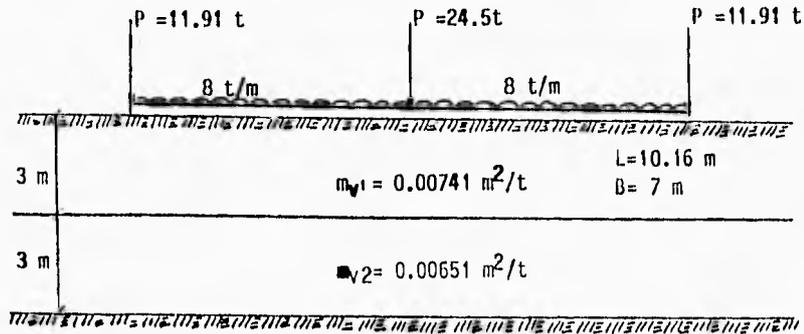
Hasta aquí hemos visto resultados de análisis tomando en cuenta la rigidez de la estructura y considerando reacción uniforme, y los hemos comparado; pero, ¿qué ocurre en el campo, en las cimentaciones reales?. Para responder a esta pregunta Meyerhof (1979) da una serie de resultados en modelos a escala natural y en cimentaciones reales en el campo.

Las observaciones indican que en zapatas rígidas cargadas uniformemente, con la excepción de arena suelta, la presión de contacto es mayor en la esquina y menor en el centro, como era de esperar, de acuerdo a la teoría (fig. 8.IV. Meyerhof, 1979). Las mediciones anteriores también han mostrado que la heterogeneidad local de las propiedades del suelo cerca de la base tiene una influencia considerable en la distribución de la presión de contacto (sobre todo deja sentir el efecto de la falta de confinamiento del suelo cerca de los extremos de la zapata). Por otro lado, las mediciones indican que el máximo momento flexionante puede ser hasta un 30% mayor que el obtenido con el método de análisis convencional.

Interacción suelo-estructura

$E=47434.164 \text{ kg/cm}^2 = \text{cte}$

$I=1792 \times 10^6 \text{ cm}^4 = \text{cte}$



a) Reacciones del terreno

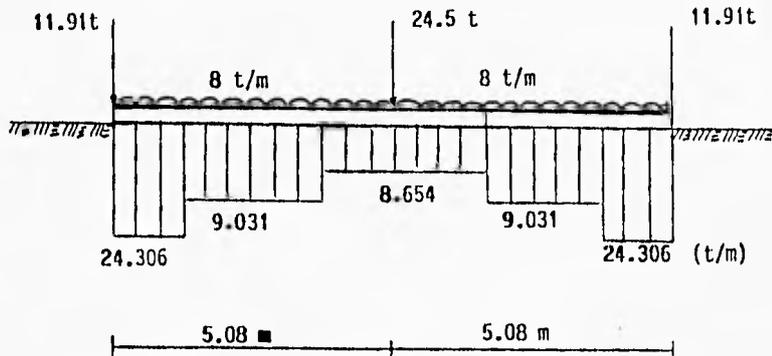
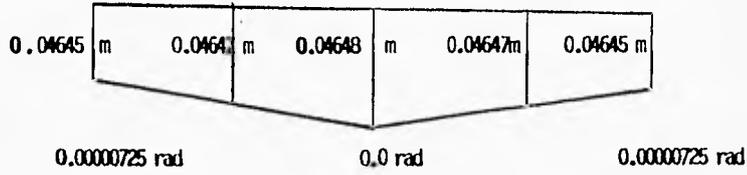
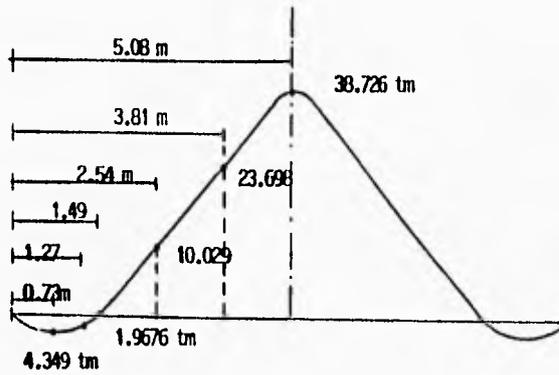


Fig. 5.IV. Viga flotante (ejemplo).

Interacción suelo-estructura



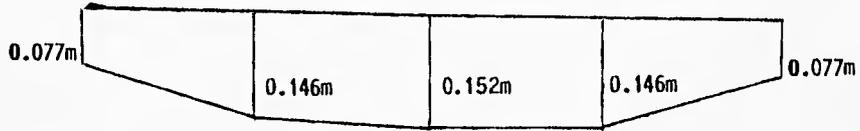
b) hundimientos el terreno y giros en la viga



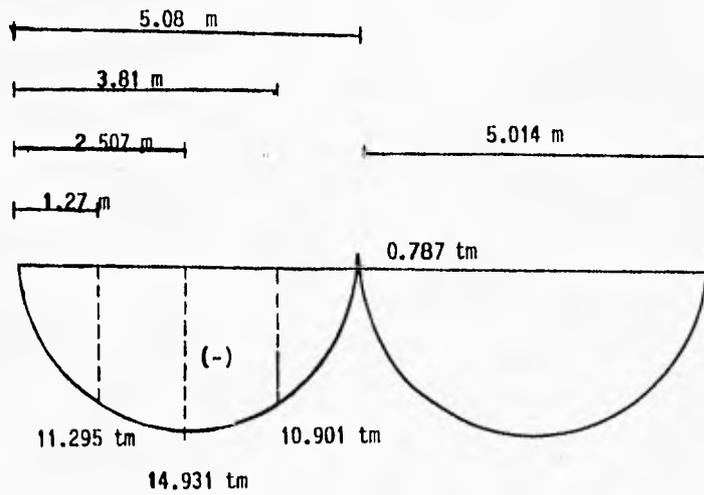
c) Diagrama de momentos flexionantes

Fig. 6.IV. Resultados de problema considerando la Interacción Suelo-Estructura

Interacción suelo-estructura



a) hundimientos del suelo



b) Diagrama de momentos flexionantes

Fig. 7.IV. Resultados del problema empleando métodos convencionales.

REFERENCIAS :

ARENA -----LEUSSINK et al (1966)

ARCILLA ---SUTHERLAND Y LINDSAY (1961)

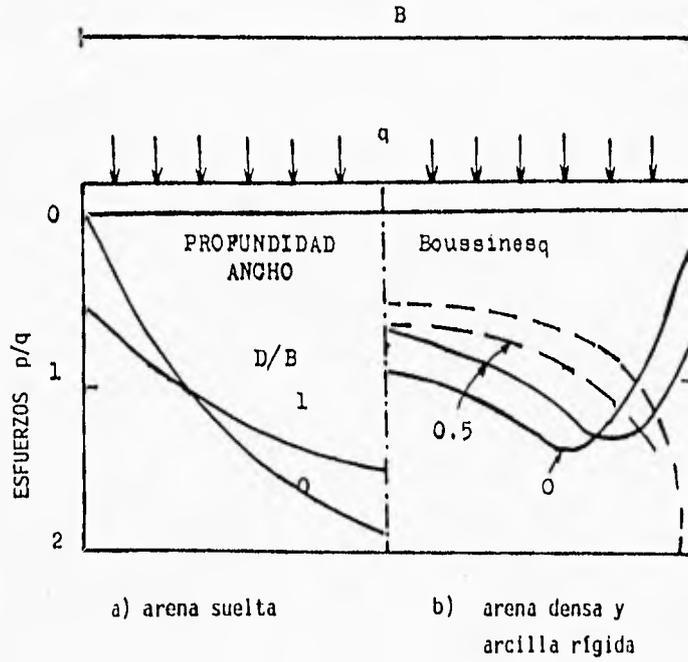


Fig. 8.IV. Presión de contacto sobre zapatas rígidas cargadas uniformemente sobre arena y arcilla.

En las figuras 9.IV y 10.IV., se presentan resultados de mediciones en estructuras reales de gran tamaño ( en el primer caso se trata de un edificio de 52 pisos y en el segundo de otro de 15 pisos). El análisis de las dos figuras permite señalar que los valores teóricos empleando los métodos de interacción suelo-estructura (es decir, considerando la rigidez de la estructura), son muy similares a los valores medidos en el campo (asentamientos, presión de contacto, momento flexionante y fuerza cortante). Cabe agregar que en un edificio también se midió el esfuerzo en el acero de refuerzo de la cimentación y obviamente los valores medidos fueron mayores que los valores teóricos.

REFERENCIA : FOCHT et al (1978)

(52 pisos + sótano)

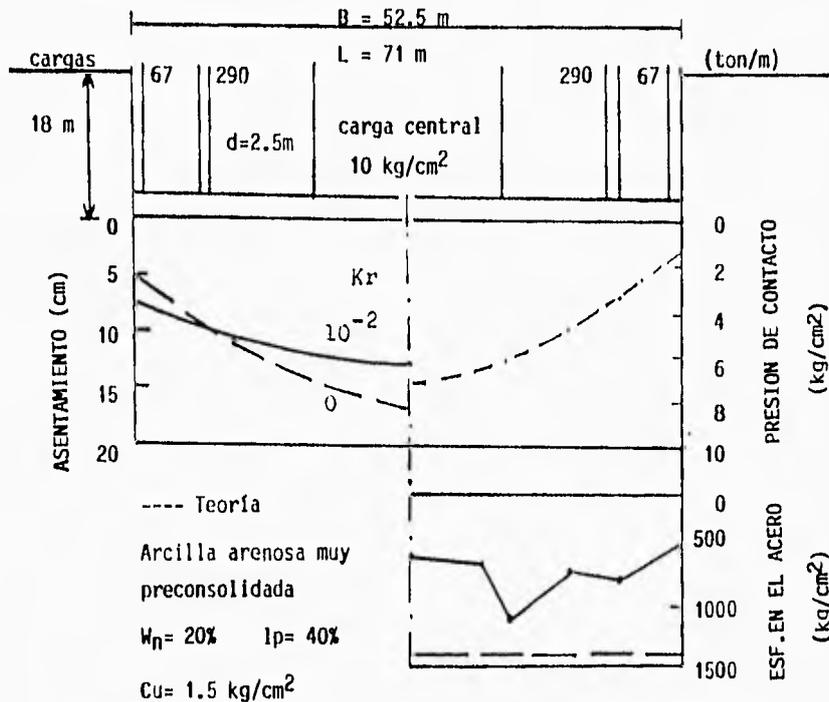


Fig. 9.IV. Asentamiento, presión de contacto y esfuerzos en el acero de refuerzo para losas semi-rígidas sobre arcilla.

interacción suelo-estructura

REFERENCIA: EDEN et al (1973)

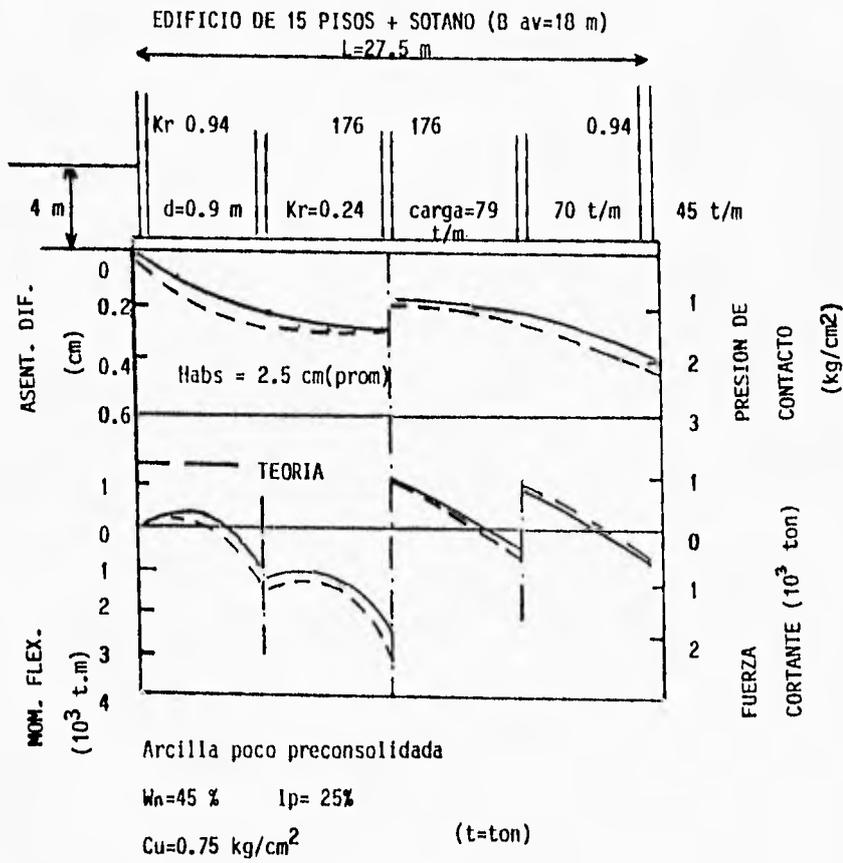


Fig. 10.IV. Asentamiento, presión de contacto, momento flexionante y fuerza cortante para losas rígidas sobre arcilla.

## CAPITULO 5

### CONCLUSIONES

De lo tratado en los incisos anteriores se pueden derivar las siguientes conclusiones, válidas para la cimentación de estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad.

a) El problema de la interacción suelo-estructura es de difícil solución y ha ocupado la atención de los investigadores desde hace mucho tiempo.

b) La solución de un problema de interacción suelo-estructura se puede realizar haciendo un análisis de la estructura y un análisis de asentamiento del suelo, y haciendo una combinación después de ambos análisis en una forma adecuada, tal como se describe en el capítulo 3 de esta tesis. De esta forma no se emplea el módulo de reacción del suelo  $K_s$  ni se necesitan realizar varios ciclos de cálculo para resolverlo como lo propone el Dr. Leonardo Zeevaert.

c) Dada la gran cantidad de operaciones a realizar, el análisis conjunto de la estructura y el suelo tiene que llevarse a cabo en la práctica por medio del empleo de una computadora.

d) Por lo anterior es muy importante que el ingeniero de cimentaciones al dedicarse a la interacción suelo-estructura maneje en la forma más clara posible sus conceptos de análisis estructural, de mecánica de suelos y de análisis numérico por computadora.

e) La comparación de resultados entre considerar una reacción uniforme o tomar en cuenta la interacción suelo-estructura indica diferencias notables en hundimientos diferenciales, reacción del terreno y elementos mecánicos, bajo ciertas condiciones se puede presentar inclusive en algunos casos cambio de sentido en los momentos flexionantes de la cimentación o de la superestructura.

f) En cambio, la comparación entre observaciones de campo en estructuras reales con los métodos que toman en cuenta la rigidez de la cimentación ha dado resultados promisorios, a pesar de que las mediciones son en pequeño número, pues los valores teóricos y los medidos son bastante similares.

g) La solución de un problema de ingeniería comprende, entre otros aspectos importantes, las siguientes tres etapas: un sano desarrollo teórico del método a seguir, una calibración en la práctica del análisis propuesto y, como complemento fundamental, un procedimiento de análisis numérico que permita llegar a la solución de un caso particular en forma expedita.

Podemos considerar por lo que respecta a las dos primeras etapas, en interacción suelo-estructura, en términos generales se han obtenido resultados satisfactorios que han permitido avanzar en cada uno de ellos. Sin embargo, en lo que no se ha logrado un avance todavía satisfactorio en el desarrollo de métodos numéricos accesibles para el ingeniero en la práctica. En este sentido, los programas de computadora para la solución de problemas de interacción suelo-estructura son relativamente escasos y su disponibilidad en la práctica esta muy limitada. Por lo tanto, es muy deseable que la investigación se encauce a la elaboración de programas de computadora a los cuales los ingenieros tengan fácil acceso.

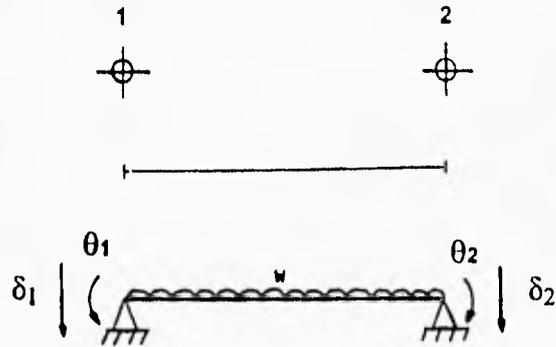
h) En estas condiciones, en la práctica usual se considera una reacción uniforme y con ella determinar los elementos mecánicos, para luego diseñar las piezas estructurales con un amplio factor de seguridad tiene que continuarse hasta que se disponga de programas de computadora. Por ejemplo la receta práctica de aplicar un amplio factor de seguridad al máximo momento con reacción uniforme y diseñar estructuralmente los miembros de la cimentación con este valor, colocando el mismo máximo porcentaje de acero longitudinal en ambos techos para prever posibles cambios de signo en los momentos, puede dar resultados del lado de la seguridad. Cabe aclarar que se ha observado que la discrepancia entre este criterio y la realidad depende en buena medida de la longitud de la estructura continua. Por lo tanto es muy recomendable que cuando sea posible se empleen juntas constructivas de tal manera que no se utilicen estructuras continuas de gran longitud. Desde luego, es necesario continuar con las mediciones de campo para calibrar los métodos de análisis descritos en esta tesis.

j) Las diferencias en las magnitudes de las reacciones se deben a que el Dr. Zeevaert considera, en el Análisis Estructural, que dichas reacciones son cargas concentradas sobre la estructura, mientras en este método se consideraron las cargas repartidas. (Figs. 17.III, 18.III y 19.III.). En ésta tesis se trató de exponer de una manera más sencilla y completa un procedimiento para hacer el análisis de Interacción Suelo-Estructura más comprensible para el estudiante de ingeniería y sirva para que en un futuro cercano se le dé más importancia ya que con el constante hundimiento que se presenta en la Ciudad de México se requieren da nuevos métodos para solucionar los problemas de asentamientos en suelos altamente compresibles. Debido a que éste fue solo un ejemplo didáctico, para fines prácticos se pueden suponer más reacciones del suelo, con la ayuda de un programa de computadora hacer muchas variaciones para llegar a una solución más cercana a la realidad.

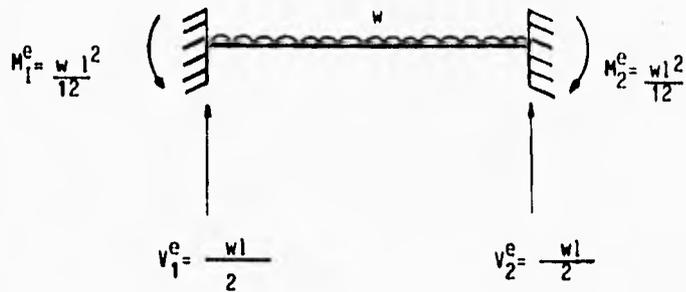
Interacción suelo-estructura

Apéndice A.III. METODO DE RIGIDECES

9 MATRIZ DE RIGIDECES PARA UNA VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA



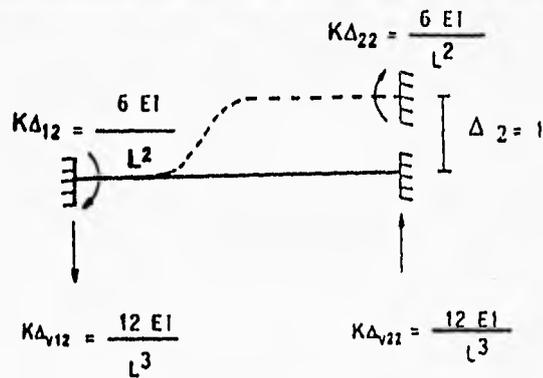
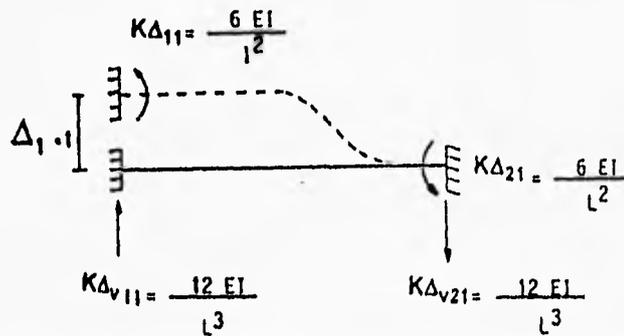
Las incógnitas son :  $\theta_1, \theta_2, \delta_1, \delta_2$ .



a) Momentos y cortantes de empotramiento

Interacción suelo-estructura

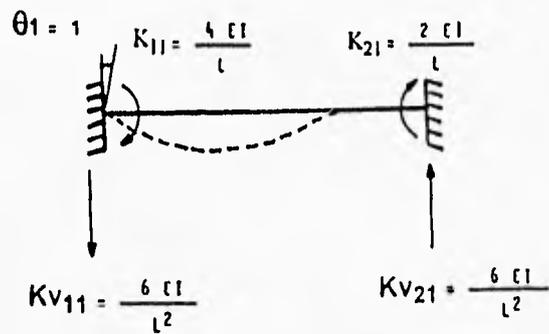
b) Desplazamiento vertical unitario en el apoyo 1.  
Rígideces y cortantes generados.



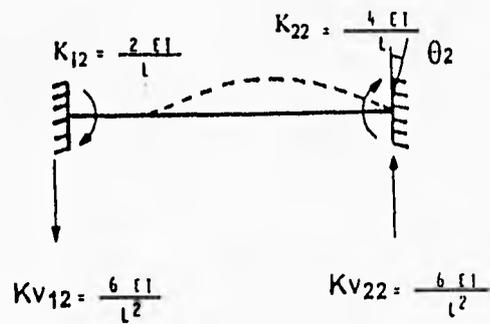
c) Desplazamiento vertical unitario en el apoyo 2

Interacción suelo-estructura

d) GIRO UNITARIO EN EL PUNTO 1



e) GIRO UNITARIO EN EL PUNTO 2



interacción suelo-estructura

$$\mathbf{K}_J = \begin{matrix} & \theta_1 & \theta_2 & \delta_1 & \delta_2 \\ \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{12EI}{L^3} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} & & & & \dots\dots\dots(3.2) \end{matrix}$$

Matriz de Rigideces del apéndice A.III.



### Bibliografía

- Beaufait. Análisis Estructural. Prentice Hall 1973.
- Bazán, Enrique et al. Diseño sísmico de edificios. Noriega Editores
- Camba, Chacón, Pérez Arellano., Apuntes de análisis estructural FI UNAM 1982
- Deméneghi, Agustín., Apuntes de cimentaciones. FI-UNAM 1983
- Deméneghi, Agustín. Notas sobre interacción suelo-estructura. División de Educación Continua FI-UNAM. 1982
- Juárez Badillo, Eulalio. Mecánica de Suelos. Tomos I y II. Limusa 1973
- Meli, Roberto. Diseño Estructural. Limusa 1980
- Normas Técnicas Complementarias de Cimentaciones RCDF 1987
- Manual de Diseño Sísmico de Edificios en la Cd. de México. DGOP 1988
- Peck, Hanson & Thornburn. Ingeniería de Cimentaciones. Limusa 1982
- Pozas M, "Un ejemplo del análisis de la interacción suelo-estructura", Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1980.
- Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 1987
- Zeevaert, Leonardo. Interacción Suelo Estructura de Cimentaciones. Limusa 1980

## LISTA DE SIMBOLOS

### LETRAS LATINAS

A	Area de una superficie
$A_{ij}$	Coefficiente que corresponde a la reacción $r_i$ en la ecuación i
B	Ancho de la cimentación
$B_{ij}$	Coefficiente que corresponde a la carga $W_j$ en la ecuación i
$b_k$	Ancho de la cimentación correspondiente a la reacción $r_k$
EI	Módulo de rigidez
E	Módulo de elasticidad del concreto
$EI_c$	Rigidez de la columna
$EI_t$	Rigidez de la trabe
H	Altura, espesor
$H_j$	Espesor del estrato j
ISE	Interacción Suelo-Estructura
I	Momento de inercia de una sección
$I_{ijk}$	Valor de influencia en el cuadro ij debido a una presión unitaria colocada en k
$K_s$	Módulo de reacción del suelo
[K]	Matriz de rigidez de la estructura
$K_{ij}$	Coefficiente de la matriz de rigidez de toda una estructura
L	Longitud
$M_v$	Módulo de deformación del suelo
M	Momento flexionante
$M_e$	Momento de empotramiento
$M_{vij}$	Módulo de deformación en el cuadro ij
m	Número de reacciones aplicadas en la superficie
p	Carga por unidad de área de una superficie horizontal en una masa de suelo
q	Carga por unidad de ancho
r	Reacción del terreno a una distancia x del punto medio de una viga (presión)
V	Fuerza cortante
$V_e$	Fuerza cortante de empotramiento
W <sub>i</sub>	Carga uniformemente repartida en una estructura.

### LETRAS GRIEGAS

$\alpha_{ijk}$	Asentamiento del estrato j bajo el tramo i debido a una carga $r_k$ colocada en k
$\Delta\sigma$	Incremento del esfuerzo normal vertical en el cuadro, ocasionado por una presión $r_k / b_k$ en el contacto entre el suelo y cimentación
$\delta$	Asentamiento o desplazamiento de la superficie
$\delta_{an}$	Asentamiento medio de cada banda del área $A_n$
$\delta_i$	Asentamiento debajo del punto i
$\delta_r$	Desplazamiento en el nudo r
$\delta_s$	Desplazamiento en el nudo s
$\delta_{ij}$	Asentamiento en el cuadro ij debido a todas las cargas $r_k$ y a la carga q
$\epsilon$	Deformación unitaria
$\theta$	Angulo, giro
$\sigma$	Esfuerzo normal vertical