

01161

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA

2  
7/9

**ANALISIS NO LINEAL  
DE TORRES DE TRANSMISION**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE *MAESTRO EN INGENIERIA EN  
ESTRUCTURAS* PRESENTA:

*ALEJANDRO BAHENA PITA*

MAYO DE 1996

ASESOR: PROFESOR NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1996

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS**

**COMPLETA**

## **AGRADECIMIENTOS**

**Al Profesor Neftalí Rodríguez Cuevas por dirigir este trabajo, por sus valiosos comentarios. Al Ing. Vicente Villaseñor Bianchi, al Dr. Alberto López López, a la Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez, al Dr. José Alberto Escobar Sánchez, por sus revisiones y comentarios al original.**

**A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería;  
Universidad Nacional Autónoma de México.**

## **DEDICATORIA**

**† A la memoria de mi madre †**

**A mi esposa e hijos**

**A mi padre y hermanos**

## **RESUMEN**

La tendencia de la industria de la energía eléctrica, en todo el mundo, es usar líneas de transmisión de alto voltaje, de esta forma la práctica de la ingeniería debe producir estructuras de soporte más altas y flexibles.

En la práctica las torres de transmisión se construyen con perfiles de alma abierta asimétricos de pared delgada, como ángulos, excéntricamente conectados. La práctica actual de análisis y diseño utiliza un modelo elástico lineal tipo armadura tridimensional; los miembros se suponen axialmente cargados y articulados en sus extremos, por lo que los esfuerzos de flexión se consideran nulos; estas condiciones en la práctica no existen.

Las pruebas a escala natural de torres de transmisión muestran que los esfuerzos de flexión en los miembros llegan a ser tan importantes como los esfuerzos axiales. Las pruebas a escala natural es un procedimiento altamente costoso y requiere de tiempo. Por otro lado, no se dispone de métodos de análisis confiables para determinar las acciones internas y predecir el comportamiento de la torre, debido a las complejidades asociadas con este tipo de estructuras; se clasifican dentro de las más difíciles de analizar.

En este trabajo se comentan algunos de los criterios de análisis y diseño más importantes del planeta. Se presenta un procedimiento de análisis no lineal de torres de transmisión bajo carga estática, conforme a la práctica australiana, discutida en [R1-R3]. El procedimiento toma en cuenta los efectos no lineales por geometría, por deformación, por carga axial y por efectos secundarios producidos por grandes desplazamientos de la torre [R1, R2, R4, R6].

Los miembros se consideran elementos viga-columna asimétricos de pared delgada. Se usa una matriz de rigidez por deformaciones en conjunto con las matrices de rigidez por efectos geométricos y por efecto de la carga axial.

Este trabajo está compuesto de siete secciones. En la primera se presenta una introducción general, En la segunda se discuten conceptos generales. En la tercera se presentan algunos de los criterios de análisis y diseño más importantes del mundo. En la sección número cuatro se presenta el criterio de análisis y diseño propuesto, y se resuelve una torre autosoportada a través de un modelo de análisis lineal y otro no lineal. En la quinta sección se comparan los resultados obtenidos en la sección número cuatro. En la sección número seis se presentan conclusiones y en la siguiente algunas referencias; finalmente se presentan cinco apéndices donde se discuten los efectos no lineales en detalle.

## **ABSTRACT**

The power industry, everywhere in the world, is changing to use higher voltage transmission lines; therefore, the engineering practice must move to build taller and more flexible towers.

In practice, transmission towers are constructed using asymmetric and thin walled open sections, such as angles, eccentrically connected. Current practice of analysis and design uses a three dimensional linear and elastic truss model; members are assumed to be axially loaded and pin connected, so bending stresses are neglected. These conditions in practice do not exist.

Full scale testing of transmission towers shows that bending stresses in members are as important as axial stresses. Full scale testing is a high cost procedure and takes time. In the other hand, analysis methods for determining internal actions and predicting the behavior of the tower are not available, due to complexities associated with this kind of structure; they are one of the most difficult to analyze.

The present work has collected some of the most important practices of analysis and design in the world. It presents a nonlinear analytical technique of self-supporting transmission tower under static loading, following the Australian Practice discussed in [R1-R3]. The procedure incorporates the geometric and material nonlinear effects [R1, R2], the nonlinear axial load effect [R6], the secondary effects from large displacement of the tower [R4] and the effect of the shear center.

The members are treated as asymmetric thin-walled beam-column. A deformation stiffness matrix is used together with the axial and geometric stiffness matrices.

The formulation of the general structure stiffness matrix is based on the Australian Procedure. It uses a linear computer program of analysis taken from reference [R9]. This linear program has been modified into a nonlinear procedure, based on the stiffness method.

This work presents seven sections. In the first one it treats a general introduction, the second one discusses general judgments. In the third one presents practices of analysis and design from some places of the world. Section four presents the analytical procedure, solves a self supporting tower, both, linear and nonlinear model. Section five compares the results obtained in section four. Section sixth presents conclusions, and the next section presents references. Finally there are five appendices where the nonlinear effects are discussed in detail, and final comments are made.

# **CONTENIDO**

## **CAPITULO 1. INTRODUCCION**

## **CAPITULO 2. CONCEPTOS GENERALES**

- 2.1. Torres de Transmisión**
- 2.2. Clasificación de las Torres de Transmisión**
- 2.3. Solicitaciones**
- 2.4. Cimentaciones**
- 2.5. Análisis Estructural**

## **CAPITULO 3. CRITERIOS DE ANALISIS Y/O DISEÑO**

- 3.1. Práctica Australiana**
- 3.2. Práctica Británica**
- 3.3. Práctica Norteamericana**
- 3.4. Práctica Mexicana**
- 3.5.- Resumen de prácticas de diseño**

## **CAPITULO 4. CRITERIO PROPUESTO**

- 4.1. Descripción**
- 4.2. Ejemplo de aplicación**
  - 4.2.1. Modelación**
  - 4.2.2. Análisis Lineal**
  - 4.2.3. Análisis no Lineal**

## **CAPITULO 5. COMPARACION DE RESULTADOS**

## **CAPITULO 6. CONCLUSIONES**

## **CAPITULO 7. REFERENCIAS**

- \* APENDICE A. Esfuerzos secundarios por desplazamientos**
- \* APENDICE B. Evaluación del efecto no lineal de la carga axial**
- \* APENDICE C. Evaluación del efecto no lineal de la geometría**
- \* APENDICE D. Evaluación del efecto no lineal por deformación**
- \* APENDICE E. Efecto no lineal de la flexibilidad de los nudos**
- \* APENDICE F. Superposición de efectos no lineales**

## 1.- INTRODUCCIÓN

La energía eléctrica es un factor decisivo para el desarrollo de un país. La Comisión Federal de Electricidad (CFE) es el organismo encargado en la República Mexicana de abastecer el flujo a los centros de consumo.

La disposición de recursos y condiciones para realizar el proceso determinan la localización de los centros de generación del flujo; la transmisión de la energía eléctrica de los centros de generación a los de consumo, generalmente, se realiza en forma aérea debido a que la transportación subterránea es más costosa. Para la transportación aérea se fabrican estructuras de soporte para los conductores; estructuras que se repiten varias veces en una línea, por lo que se acostumbra analizar y diseñar una estructura tipo para las condiciones más críticas y luego repetirla a lo largo de la línea con mínimas variantes para su adaptación, con un manejo adecuado de criterio y experiencia del estructurista; así, los aciertos o deficiencias se reflejan de manera sustancial en el costo total de la línea.

La práctica de diseño actual se realiza a partir de un análisis elástico lineal, con base en un modelo tipo armadura. En la práctica estas condiciones no existen, los esfuerzos de flexión siempre se presentan y pueden ser tan importantes como los axiales [ Roy et al 1984 ]. De todo esto se derivan incertidumbres que sólo se esclarecen parcialmente con pruebas a escala natural; sin embargo, asociado a esta práctica se tiene un costo económico elevado y gran inversión de tiempo para realizar pruebas, por lo que resulta evidente la necesidad de un método de análisis confiable para predecir el comportamiento último de las torres de transmisión.

El objetivo de este trabajo es presentar algunos de los criterios de análisis y diseño de torres de transmisión, más importantes del mundo, y a partir de este estudio aportar un procedimiento de análisis para torres, que tome en cuenta los efectos no lineales, de la geometría, de las deformaciones, de la carga axial y esfuerzos secundarios por desplazamiento.

En el capítulo 2 se describen conceptos generales sobre torres de transmisión, clasificación, sollicitaciones y algunos otros parámetros que participan en su análisis y/o diseño. En el capítulo 3 se estudian algunos criterios de análisis y/o diseño que se practican en otros países. En el capítulo 4 se definen los lineamientos a seguir en este trabajo; se modela como ejemplo ilustrativo el análisis de una torre de transmisión, primero como estructura reticular tridimensional lineal, y luego como estructura reticular tridimensional no lineal. En el capítulo 5 se comparan los resultados obtenidos en el capítulo 4 y en el capítulo 6 se establecen conclusiones. Finalmente en 6 apéndices se presentan los procedimientos utilizados para la obtención de las matrices de rigidez que toman en cuenta los efectos no lineales.

## **2. CONCEPTOS GENERALES**

### **2.1. TORRES DE TRANSMISION**

Una torre de transmisión es una estructura que forma parte integral de una línea de transmisión de energía eléctrica; su función principal es soportar el cableado de conducción e hilos de guarda, de manera que la transmisión del flujo resulte segura y eficiente ante la acción de fenómenos naturales importantes como el viento, la nieve, el sismo, así como respetar las distancias dieléctricas requeridas.

Las partes que componen a una torre de transmisión son básicamente: cuerpo inferior, una o varias crucetas para sostener los conductores e hilos de guarda. Su geometría [fig. 2.1] se define principalmente por requisitos de seguridad, como:

- Longitud de cadena de aisladores
- Altura mínima del conductor sobre el terreno
- Distancia mínima de fase a tierra
- Angulo de protección, entre conductores e hilos de guarda
- Máxima oscilación del conductor

El aislamiento de la línea de transmisión debe conservarse en cualquier condición de operación, incluyendo las sobretensiones provocadas por la influencia del medio ambiente: temperatura, humedad, presión barométrica, y contaminación entre otras [R16].

Además de los puntos anteriores, para determinar la geometría de la torre de transmisión, se deben tomar en cuenta factores particulares como, características del suelo de cimentación, existencia de obstrucciones y condiciones económicas.

#### **2.1.1. TIPOS DE TORRES**

##### **a). DISPOSICION HORIZONTAL DE CONDUCTORES**

La colocación de conductores en un sólo nivel requiere menor altura de la torre y disminuye la posibilidad de contacto entre conductores de diferentes niveles, en caso de presentarse el efecto de galopeo. Otra ventaja es el montaje de la torre; sin embargo, se requiere mayor ancho de vía, y se inducen esfuerzos de tensión-torsión muy elevados sobre la torre, cuando se rompe algún cable extremo.

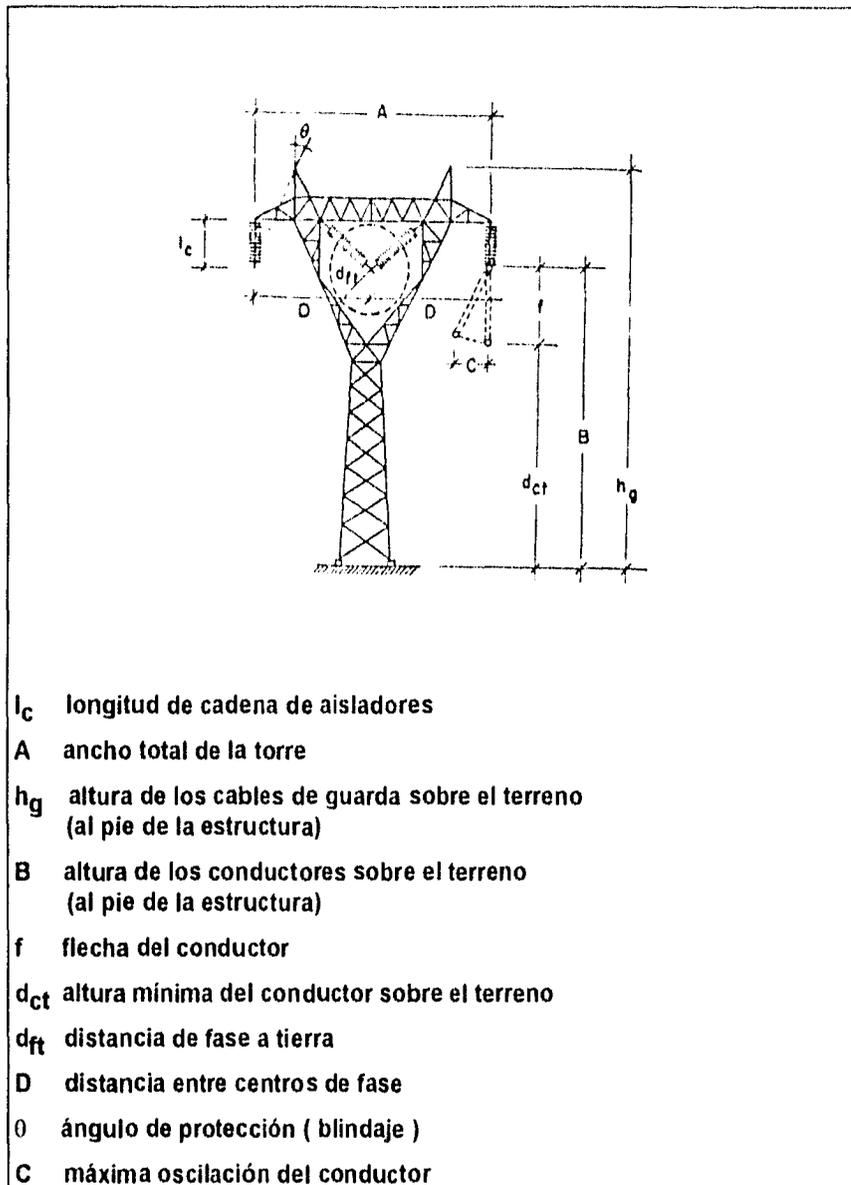


Fig. 2.1 DISTANCIAS DE AISLAMIENTO

#### b). DISPOSICION VERTICAL DE CONDUCTORES

No presenta ninguna de las desventajas que se tienen en la disposición horizontal, por lo que resulta importante evaluar cada torre de manera particular para determinar el tipo más adecuado.

### 2.2. CLASIFICACION DE LAS TORRES DE TRANSMISION

Las torres de transmisión se pueden clasificar según:

2.2.1. Su función

2.2.2. Su soporte y estructuración

### **2.2.1. CLASIFICACION SEGUN SU FUNCION**

#### **a). TORRES DE SUSPENSION**

Son las torres ubicadas en tramos rectos o cuando el ángulo de deflexión es menor de cinco grados.

#### **b). TORRES DE TENSION**

Proporcionan puntos firmes en la línea y limitan la propagación de esfuerzos longitudinales generalmente ocasionados por rotura de cables; se les conoce como torres de amarre y se colocan cada dos o tres kilómetros.

#### **c). TORRES DE DEFLEXION**

Se colocan donde la línea de transmisión cambia de dirección, y pueden permitir de 15 a 90 grados de deflexión.

#### **d). TORRES DE REMATE**

Son las torres ubicadas en los extremos de la línea. Se diseñan para resistir solicitaciones longitudinales, tal como la rotura de cables.

#### **e). TORRES DE TRANSPORTACION**

Se usan para permitir el cruce de líneas de transmisión u otro tipo de líneas.

#### **f). TORRES ESPECIALES**

Son estructuras para bifurcar una línea de transmisión o cumplir con una condición fuera de lo común.

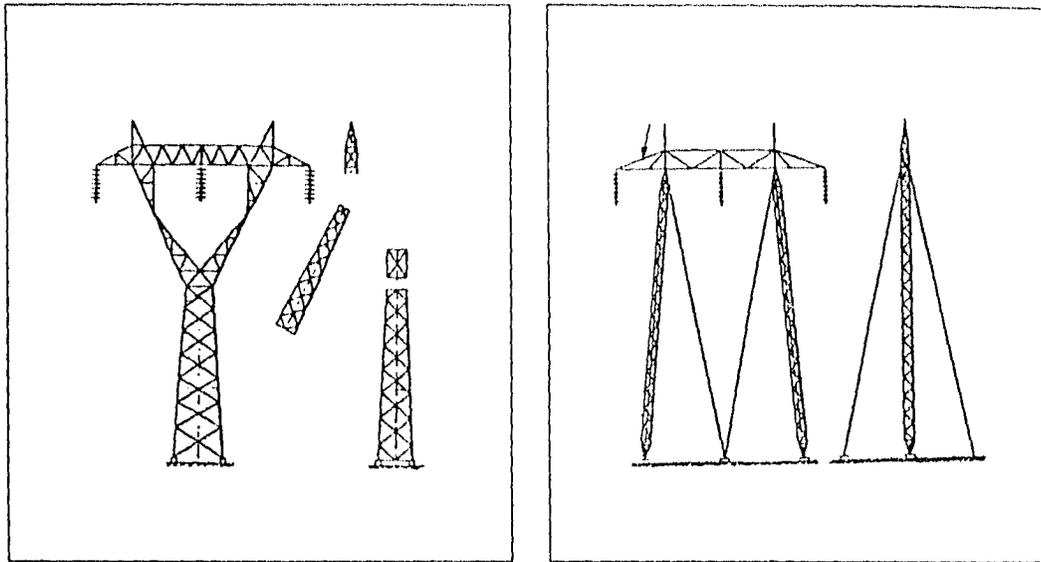
Las torres más ligeras y sencillas son las de suspensión. Bajo condiciones normales de diseño están sujetas solamente a cargas verticales. Las fuerzas horizontales por acción de los cables se compensan entre sí. Por el contrario, las torres de remate requieren de un diseño más elaborado, son más pesadas y en condiciones normales están sujetas a cargas más severas.

### **2.2.2. CLASIFICACION DE LAS TORRES DE TRANSMISION**

#### **SEGUN SU SOPORTE Y ESTRUCTURACION**

En función de sus condiciones de soporte sólo existen dos tipos; las torres con retenidas y las autosoportadas.

En la figura 2.2, se ilustra esta clasificación.

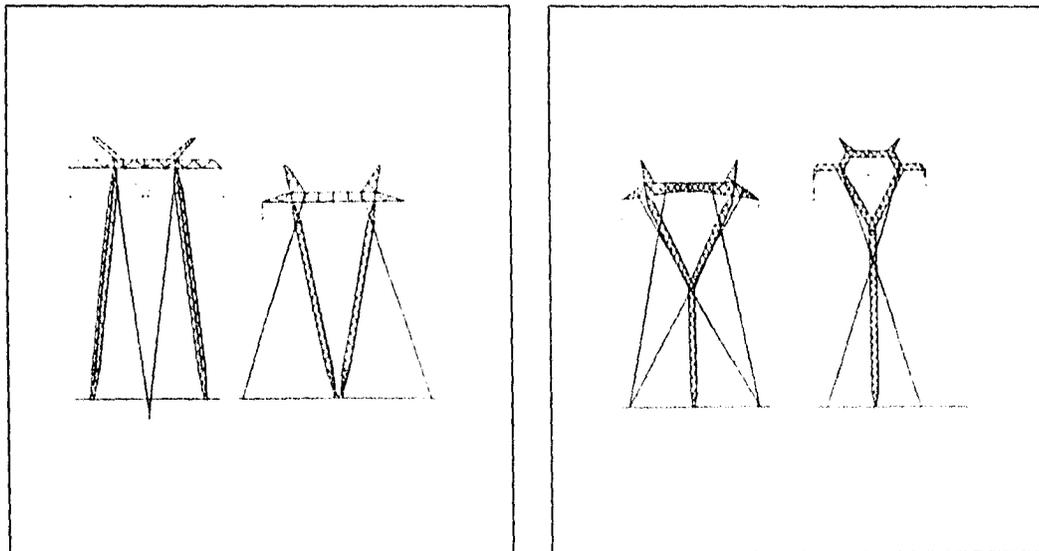


a). TORRE AUTOSOPORTADA

b). TORRE CON RETENIDAS

Fig. 2.2. ESTRUCTURACIONES DE TORRES DE TRANSMISION

La estabilidad de las torres con retenidas depende, casi en su totalidad, de la acción de los cables de soporte. Tienen un cuerpo básico formado por uno o varios mástiles en forma de 'V', 'Y', 'Y-Delta' o portal [fig. 2.3]. Todas las fuerzas actuantes transversales, longitudinales o de torsión producen sólo tensión en los cables de retén y compresión en el cuerpo de la torre.



a).- Tipo Portal    b).- Tipo 'V'

c).- Tipo 'Y'    d).- Tipo 'Y-Delta'

Fig. 2.3 TIPOS DE TORRES CON RETENIDAS

Una torre autoportada es, en general, una estructura metálica con elementos de alma abierta; no necesita de elementos adicionales para definir su estabilidad ante las solicitaciones a que se somete [R15]; están apoyadas por un cuerpo piramidal a base de celosía.

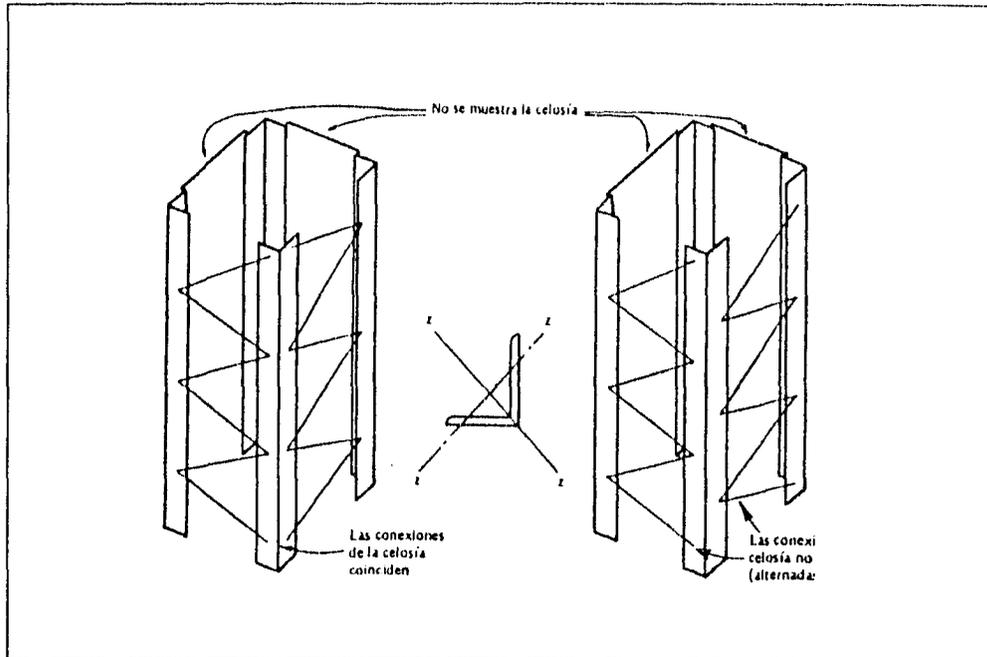


Fig. 2.4 POSIBLES DISTRIBUCIONES DE LA CELOSÍA

El tipo y distribución de la celosía depende de requisitos de resistencia, fabricación, mantenimiento y costo. La distribución se hace alternada en caras adyacentes; así, se obtiene mayor capacidad de compresión en elementos principales para una misma separación de la celosía.

### 2.3. SOLICITACIONES

En forma general, las estructuras de soporte se encuentran sometidas a las siguientes cargas:

- 2.3.1).- Cargas permanentes
- 2.3.2).- Cargas variables
- 2.3.3).- Cargas accidentales
- 2.3.4).- Cargas de instalación y mantenimiento

#### 2.3.1).- CARGA PERMANENTE

Se considera como carga permanente, el peso de los cables conductores y de guarda, aisladores, herrajes, desequilibrio de tensiones en los cables y el peso propio de la estructura.

#### **\*PESO DE CABLES**

Para obtener el peso de cables se toma en cuenta lo que se conoce como "claro de peso" [R16], definido como la longitud del tramo del cable limitada por los puntos más bajos de las catenarias adyacentes a la torre en estudio; cabe mencionar que este claro es variable. Según sea la ubicación de la estructura, las torres localizadas en promontorios soportan más carga que las torres contiguas en niveles más bajos [fig. 2.5].

#### **\*PESO PROPIO DE LA ESTRUCTURA**

Debido a las características físicas de los elementos que forman la torre, es relativamente sencillo evaluar el peso total de la estructura con suficiente precisión (peso de elementos estructurales, placas, tornillos y accesorios).

#### **2.3.2).- CARGAS VARIABLES**

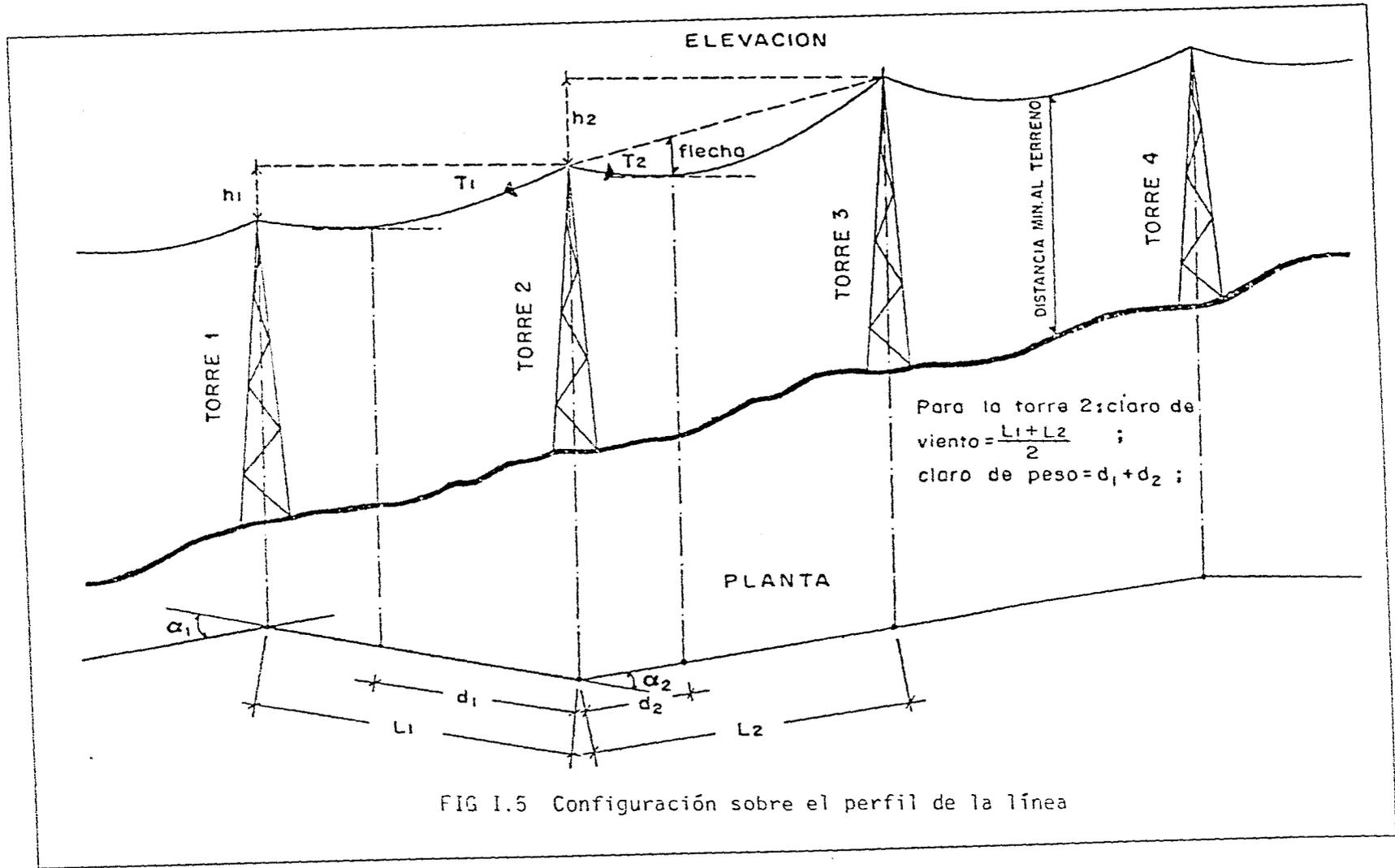
Se consideran, como cargas variables, la acción del viento y nieve, tanto en conductores como en la estructura misma. La evaluación de la acción del viento se puede realizar con alguno de los criterios del capítulo tres.

#### **2.3.3).- CARGAS ACCIDENTALES**

Se considera, como cargas accidentales a la rotura de conductores o algún hilo de guarda. Dentro de este grupo se podrían tomar en consideración los efectos del sismo y el fenómeno de galopeo; sin embargo, respecto al sismo la acción del viento, en la mayoría de los casos, es más crítica y rige el diseño. La acción de galopeo es un fenómeno dinámico local, que se presenta en algunos sitios, por lo que requiere de estudio especial.

#### **2.3.4).- CARGAS DE INSTALACION O MANTENIMIENTO**

Esta acción se debe al tensado de conductores durante su instalación, o al peso de trabajadores durante servicio a la estructura. Para montaje, se considera principalmente, la posición de dos personas con sus herramientas, situadas en la posición más crítica de la estructura, la cual se localiza en un extremo de las crucetas o los copetes.



## 2.4.- CIMENTACIONES

Los efectos principales en una torre de transmisión son provocados por la acción dinámica del viento sobre sus herrajes y sobre la torre misma. Esta acción produce en la torre cortantes considerables, fuerzas de compresión y además fuerzas de tensión de gran importancia. Existen algunas otras sollicitaciones como las producidas por peso propio, sismo o empujes hidrostáticos donde el nivel de aguas freáticas se localiza a poca profundidad. Las condiciones anteriores generan un problema de interacción suelo-cimentación-estructura muy delicado de tratar. Al seleccionar un tipo particular de cimentación intervienen factores que son función de seguridad, funcionalidad y economía.

Para propósitos de análisis y diseño las cimentaciones se pueden dividir en superficiales y profundas. Una cimentación es superficial cuando la profundidad de desplante no excede dos veces su ancho [R15]. Las cimentaciones profundas se utilizan cuando las propiedades del suelo de desplante, en lo que a resistencia y compresibilidad se refiere, son muy desfavorables, o se deben cruzar ríos o lagos. Una vez definido el tipo de cimentación y las sollicitaciones, el análisis de la cimentación puede ser por estabilidad [R15]; se determinan las dimensiones de tal forma que no se produzca falla por capacidad de carga, deslizamiento o arrancamiento.

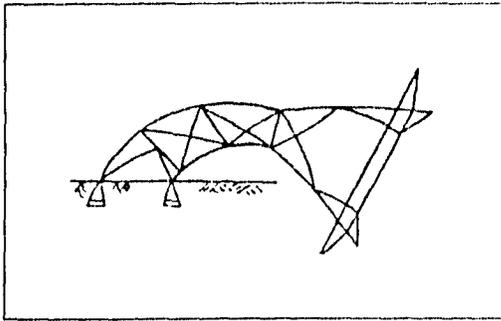
### FALLAS EN TORRES DE TRANSMISION

Los fenómenos naturales de grandes magnitudes como huracanes, ciclones y tornados, generan acciones sobre las torres de transmisión que llegan a afectar su estabilidad. Las fallas estructurales, generalmente, se presentan en la base de la estructura [R15]; en la unión, entre la cimentación y el cuerpo principal de la torre. La falla en esta zona es función del tipo de suelo de desplante, compactación del relleno y profundidad de empotramiento. De la buena atención que se tenga a estos puntos depende la rigidez del nudo que forma la cimentación con cada una de las patas de la torre.

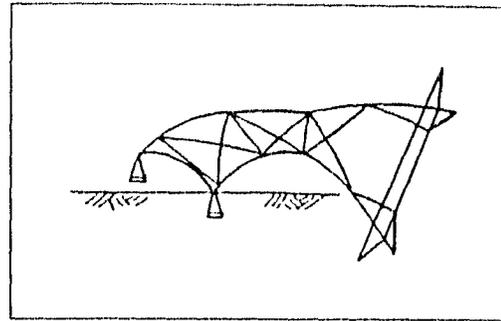
En [R15] se resumen las fallas estructurales en dos grupos:

- A).- Falla de elementos sin desplome de la estructura
- B).- Falla de elementos con desplome total de la estructura

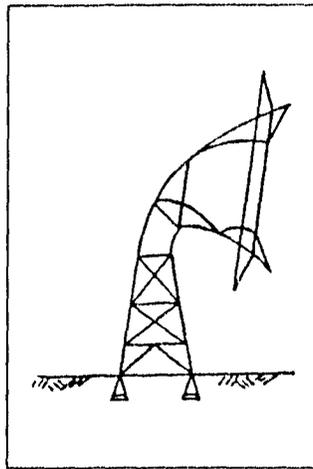
El efecto dinámico del viento, genera deformaciones y esfuerzos combinados de flexocompresión en los elementos de la estructura, estos se transmiten a la cimentación y se origina la falla.



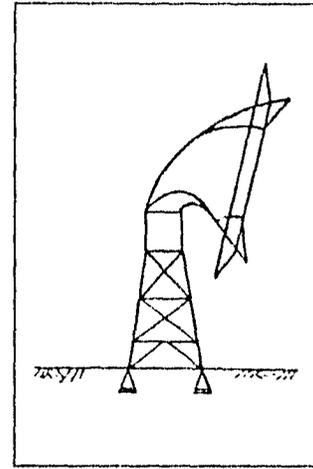
**Falla Tipo 1**  
Flexión, Flexo-compresión



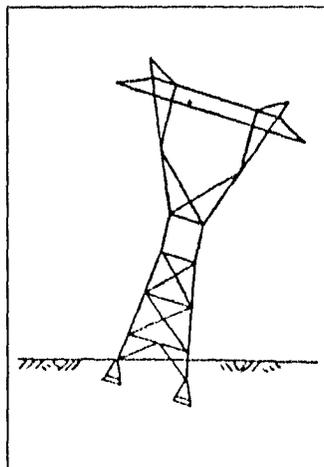
**Falla Tipo 2**  
Por tensión, Tensión-compresión



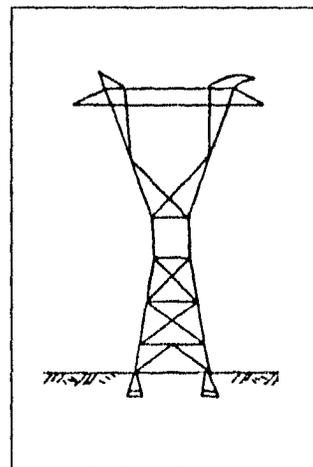
**Falla Tipo 3**  
Falla el cuerpo piramidal sin  
afectar la cimentación.



**Falla Tipo 4**  
Falla la superestructura sin  
afectar el cuerpo piramidal.



**Falla Tipo 5**  
Falla estructural en la pata de  
gallo, por carga horizontal de  
grandes proporciones.



**Falla Tipo 6**  
Falla en las crucetas de  
sujeción de los cables de  
guarda.

Algunas conclusiones del informe de [R15] son:

- 1).- Las fallas generalmente se presentan en los nudos donde concurren los elementos principales que transmiten los esfuerzos a la cimentación.
- 2).- El lugar más frecuente de falla está delimitado en la conexión del montante principal de la estructura y sus diagonales, al nivel del piso natural.
- 3).- Las fallas en la cimentación se presentan por compresión y flexo-compresión de los elementos verticales de la pata de gallo. Otro tipo de falla, que se presenta con frecuencia, es por tensión debido a la escasa profundidad de empotramiento y compactación deficiente del relleno sobre el cimiento.

Algunas recomendaciones para disminuir las fallas estructurales son:

- 1).- Elegir las trayectorias de las líneas de transmisión lo más retirado posible de las costas que es donde generalmente se registran los eventos naturales más adversos, con el propósito de buscar protección natural y mejores características del terreno de desplante de las cimentaciones.
- 2).- Cuando se posible prolongar el montante principal hasta la parrilla de cimentación, mediante dos elementos de igual sección, que sujetos con tornillos transmitan los esfuerzos hasta una placa de la zapata.
- 3).- Diseñar y colocar los elementos para torsión en la base de la estructura y cerramientos.

Con base en las fallas experimentadas [R15] se han propuesto las recomendaciones anteriores; aunque esto no resuelve el problema de fallas en las torres, se disminuye el daño.

## 2.5.- ANALISIS ESTRUCTURAL

Las torres de transmisión están definidas por diferentes configuraciones, sometidas a diversas solicitaciones y sus combinaciones, donde la acción predominante es el efecto del viento sobre la estructura y sus herrajes. Los esfuerzos en la torre se obtienen, generalmente, a partir de un análisis elástico

lineal al suponer miembros cargados axialmente. El análisis se desarrolla a través de algún programa de computadora, con rutinas basadas en métodos convencionales, o se sigue el método de las rigideces; por ejemplo, "BPA TOWER" ( Boneville Power Administration 1987 ), [Lo et al. 1975], es un programa de análisis elástico lineal para diseño de miembros por tensión. El análisis requiere un cierto número de iteraciones para determinar qué miembros trabajan en compresión y removerlos del modelo, para forzar a que los miembros restantes desarrollen tensión.

El programa "TRANTOWER" [Roy et al. 1984] supone sus miembros activos en tensión y capaces de soportar cierta compresión. Los miembros en compresión se caracterizan por tener relaciones fuerza-desplazamiento bilineal, donde la carga de pandeo del miembro se obtiene a través de fórmulas de diseño recomendadas por códigos como ASCE 1988 [R14].

#### 2.5.1. ESPECIFICACIONES DE DISEÑO

Las especificaciones más conocidas para el diseño son dos

- 1).- Manual ASCE No. 52, "Guide for Design of Steel Transmission Towers" ASCE 1971, 1988, [R14])
- 2).- "ECCS Recommendations for Angle in Lattice Transmission Towers" (ECCS 1985)

Estos manuales permiten modelar las torres como armaduras tridimensionales. Sin embargo, toman en cuenta las restricciones parciales de los extremos y la flexibilidad de los nudos al limitar las relaciones de esbeltez de los miembros.

#### 2.5.2.- PRUEBAS A ESCALA NATURAL

Juegan un papel importante en el diseño; existen normas que rigen los procedimientos de prueba, ASCE 1988, IEC 1979 [R14]. Esta simula las condiciones más críticas y durante su desarrollo las cargas se incrementan al 50, 90, 95 y 100% de las acciones máximas. Cada incremento de carga se sostiene, generalmente, por dos minutos. Cuando se registra una falla prematura se toman medidas correctivas y los miembros que fallaron se remplazan. La carga que causó la falla se repite hasta que la torre es capaz de soportar la carga última de diseño.

A pesar de que la torre se prueba para la carga última, no se puede predecir con exactitud su comportamiento real bajo diferentes condiciones de carga.

### 3.- CRITERIOS DE ANALISIS Y/O DISEÑO

#### 3.1 PRACTICA AUSTRALIANA

##### 1.- INTRODUCCION

En Australia se han diseñado torres de transmisión, por más de 30 años, con el método de esfuerzos permisibles [R12]; en la actualidad la tendencia es adoptar las normas de los nuevos Estándares Australianos AS 3995 [R12], los cuales siguen el método de Estados Límite. La División CSIRO (Comunidad Científica y Organización de Investigación Industrial) de Construcción e Ingeniería realizó un estudio de confiabilidad estructural para calibrar ambos métodos de diseño de torres de transmisión. Se desarrollaron modelos probabilistas para: (a) cargas de viento sobre las torres, y (b) para la resistencia de los componentes principales. Existen muchas diferencias entre la práctica de diseño, australiana tradicional, y los nuevos estándares (AS 3995). En [R12] se describen los modelos probabilistas usados para (a) las cargas de viento sobre las torres con o sin herrajes y accesorios y (b) para los esfuerzos de elementos principales. Se calculó el índice de confiabilidad (probabilidad de falla) para varios tipos de torres en diferentes condiciones de exposición.

##### 2.- MODELOS DE CARGAS DE VIENTO

###### 2.1- MODELOS PARA CARGAS DE DISEÑO POR VIENTO

El modelo para una carga de diseño por viento es una expresión matemática general, adaptable a fines estadísticos.

$$W_n = C_{dn} K_{sn} K_{in} A_{zn} q_{zn} \quad (1)$$

$W_n$  efecto de la carga de viento especificada en el código

$C_{dn}$  coeficiente de arrastre para el miembro en dirección del flujo

$K_{sn}$  factor de protección de miembros en sotavento por miembros en barlovento

$K_{in}$  factor de interferencia para miembros en el mismo plano

$A_{zn}$  proyección del área del miembro en el plano normal a la dirección del viento

$q_{zn}$  presión dinámica de ráfaga libre a una altura Z

$$q_{zn} = \frac{1}{2} \rho V_{zn}^2 \quad (2)$$

$\rho$  densidad del aire

$V_{zn}$  velocidad de diseño, del viento, a una altura Z

$$V_{zn} = V_n M_{zn} M_{tn} M_{dn} \quad (3)$$

$V_n$  velocidad básica del viento a una altura Z (depende del código)

$M_{zn}$  coeficiente de terreno y altura

$M_{tn}$  coeficiente de topografía

$M_{dn}$  coeficiente de dirección del viento

Los subíndices n en todos los parámetros de las ecuaciones ( 1 ) a ( 3 ) indican valores nominales especificados en ambos códigos.

Las diferencias principales entre los nuevos estándares (AS 3995) y los anteriores para la determinación de cargas de viento son las siguientes:

- a).- Se cambió la velocidad de diseño por viento, de un periodo de retorno de 50 años a otro de 1000 años para diseño por resistencia última.
- b).- En los estándares anteriores no se consideran los efectos topográficos en la dirección del flujo. Este punto se incorpora en los nuevos estándares.
- c).- Los estándares anteriores evalúan la fuerza para cada elemento individual de la cara de barlovento, mientras que los estándares propuestos (AS 3995) calculan la fuerza para un panel completo de la torre. El efecto de protección, interferencia y coeficiente de arrastre se combinan en un solo número, para una sección de la torre, como factor de solidez.

Las diferencias entre las especificaciones anteriores y las propuestas se resumen en la tabla 1. En la tabla 2 se muestra una comparación cuantitativa de los cocientes medios de los parámetros. La velocidad básica de diseño es la misma; sin embargo el proceso para evaluar los efectos de las cargas por viento es diferente.

- a).- Para todos los sitios, el valor de 1.35 para  $k_{n1}/k_{n2}$  se debe a la variación de la interferencia de los miembros en la cara frontal de la torre, el cual no se toma en cuenta en los estándares anteriores. Otro punto que tampoco se toma en cuenta es que al incrementarse el factor de solidez en la cara frontal los coeficientes de arrastre debieran reducirse como ocurre para las partes más altas de la torre.
- b).- Otra diferencia que el reglamento anterior no contempla es el incremento de la velocidad del viento por variaciones topográficas.

Parámetro	Estándares anteriores	Estándares actuales
$M_{zn}$	Ley de potencia	Método logarítmico
$M_{tn}$	1.00	1.0 - 1.54
$M_{dn}$	1.00	0.8 - 0.95
$V_n$	2% de excedencia en un año	5% de excedencia en 50 años
( Para estabilidad y resistencia )		
Componentes de la torre		Combinación en un solo factor, para una sección de la torre como un factor de solidez.
$K_{zn}$	1.75	
$K_{tn}$	1.0	
$C_{dn}$ (ángulo)	1.6	
( tubo )	1.2 - 1.35	

Tabla 1. Comparación de especificaciones para diferentes parámetros de cargas de viento

(Parámetro) <sup>d</sup>	Sito plano	Sito montañoso
$M_{101}/M_{102}$	1.0	1.0
$M_{201}/M_{202}$	1.0	0.80
$M_{301}/M_{302}$	1.05	1.05
$K_{101}/K_{102}$	1.0	1.0
$K_{201}/K_{202}$	1.35	1.35
$C_{101}/C_{102}$	1.0	1.0
$W_{101}/W_{102}$ <sup>D</sup>	1.49	0.95

Tabla 2. Cocientes promedio de parámetros que intervienen en la evaluación de cargas de viento

<sup>a</sup> El superíndice 1 indica especificaciones anteriores y el 2 las especificaciones actuales (AS 3996)  
<sup>b</sup> La relación de carga  $W_{101}/W_{102}$  se obtiene con la misma velocidad básica del viento

De la tabla 2 se deduce que el código anterior es 49% conservador en relación a los nuevos estándares para estimar las cargas por viento para terreno plano, en otro tipo de terreno las subestima el 5%.

2.2.- MODELOS PROBABILISTAS DE CARGAS DE VIENTO

Los modelos probabilistas de las cargas por viento en los miembros expuestos se plantearon en forma similar a los modelos para las cargas de diseño.

$$W = C_d K_s K_1 A_2 q_z \tag{4}$$

$$q_z = \frac{1}{2} \rho V_z^2 \tag{5}$$

$$V_z = V M_z M_t M_d \tag{6}$$

Todos los términos tienen el mismo significado que en los modelos de diseño con la diferencia de que ahora son variables aleatorias.

Parámetro	Código anterior		Código actual	
	Media	CDV	Media	CDV
$M_1/M_{1n}$	1.0	0.08	1.0	0.08
$M_2/M_{2n}$	1.3	0.20	1.0	0.10
$M_3/M_{3n}$	0.9	0.03	0.95	0.02
$V/V_n$ <sup>a</sup>				
ultimo, (A,B)	1.05	0.12	0.88	0.12
(C,D)	1.12	0.28	0.91	0.28
$K_1/K_{1n}$	0.95	0.15	0.95	0.10
$K_2/K_{2n}$	0.70	0.15	0.95	0.10
$C_1/C_{1n}$	1.0	0.05	1.0	0.05

Tabla 3. Propiedades estadísticas de parámetros que intervienen en la evaluación de cargas de viento

<sup>a</sup> Indica velocidades del viento, basadas en un periodo de vida de 50 años. A, B indican regiones no ciclónicas y C, D regiones ciclónicas de Australia.

Se estimaron los valores promedio y coeficientes de variación de los cocientes de los valores medios a los nominales ( $C_d/C_{dn}$ ), ( $K_s/K_{sn}$ ) como se muestra en la tabla 3. De las ecuaciones (1) y (4)

$$\left( \frac{W}{W_n} \right) = \left( \frac{C_d}{C_{dn}} \right) \left( \frac{K_s}{K_{sn}} \right) \left( \frac{K_1}{K_{1n}} \right) \left( \frac{A_2}{A_{2n}} \right) \left( \frac{q_z}{q_{zn}} \right) \tag{7}$$

de ( 2 ) y ( 5 ):

$$\left( \frac{q_z}{q_{zn}} \right) = \left( \frac{r}{r_n} \right) \left( \frac{V_z}{V_{zn}} \right)^2 \tag{ 8 }$$

de ( 3 ) y ( 6 ):

$$\left( \frac{V_z}{V_{zn}} \right) = \left( \frac{M_z}{M_{zn}} \right) \left( \frac{M_t}{M_{tn}} \right) \left( \frac{M_d}{M_{dn}} \right) \left( \frac{V}{V_n} \right) \tag{ 9 }$$

Las propiedades estadísticas de  $V_z/V_{zn}$ ,  $q_z/q_{zn}$  y  $w/w_n$  se pueden estimar a través de la siguiente aproximación.

Para una variable aleatoria X producto de variables aleatorias  $X_1, X_2, X_3$ :

$$X = X_1 X_2 X_3 \tag{ 10 }$$

la media y el coeficiente de variación son:

$$\bar{X} = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 \tag{ 11 }$$

$$CV_x^2 = CV_{x1}^2 + CV_{x2}^2 + CV_{x3}^2 \tag{ 12 }$$

donde:  $\bar{X}_i$  es el valor medio de  $X_i$ , y  $CV_{xi}$  es el coeficiente de variación de  $X_i$

De las propiedades estadísticas,  $V_z/V_{zn}$ ,  $q_z/q_{zn}$  y  $w/w_n$ , de la tabla 3 se obtiene la tabla 4.

Parámetro	Código anterior		Código actual	
	Media	CDV	Media	CDV
Regiones A, B (no ciclónicas)				
$(V_z/V_{zn})$	1.30	0.25	0.77	0.18
$(q_z/q_{zn})$	1.69	0.50	0.59	0.36
$(w/w_n)$	1.12	0.54	0.53	0.39
Regiones C,D (ciclónicas)				
$(V_z/V_{zn})$	1.38	0.35	0.82	0.31
$(q_z/q_{zn})$	1.90	0.70	0.67	0.61
$(w/w_n)$	1.26	0.73	0.60	0.63

Tabla 4. Estudio estadístico de las especificaciones de cargas de viento del código anterior y del propuesto

Los valores (medios/nominales) de los nuevos estándares son menores que los del código anterior, debido a que éste último sigue el criterio de diseño por esfuerzos de trabajo con una velocidad correspondiente a un periodo de retorno de 50 años y en el reglamento propuesto se sigue el criterio de Estado Límite con una carga de viento especificada para un periodo de retorno de 1000 años (carga de viento mayor).

### 3.- MODELOS DE RESISTENCIA PARA TORRES

#### 3.1.- MODELOS DE RESISTENCIA DE DISEÑO

Ambos reglamentos (estándares anteriores australianos y AS 3995) modelan una estructura reticular tridimensional con miembros sujetos a carga axial, desprecian los momentos flexionantes inducidos por cargas laterales y por la rigidez que puedan presentar los nudos. Únicamente se toman en cuenta los momentos flexionantes debidos a la excentricidad de las conexiones de los elementos degradando empíricamente la capacidad de la carga axial del perfil.

Con fines comparativos se aplicaron ambos procedimientos de diseño [R12] en los siguientes tipos de miembros:

- a).- Elementos de alma abierta (ángulos) cargados axialmente y
- b).- ángulos doblemente atornillados cargados sobre una ala

Las curvas de resistencia obtenidas por ambos métodos de diseño se normalizaron y presentaron en términos de un factor de reducción de esbeltez. Para ángulos doblemente atornillados tipo puntal, los estándares anteriores usaron un factor de longitud efectiva de 0.8, mientras que los nuevos estándares adoptaron el criterio del manual ASCE 52, en el que la relación de esbeltez se modifica empíricamente para tomar en cuenta la excentricidad de las conexiones. En la figura 1 y la tabla (5a) se muestra el estudio comparativo para miembros axialmente cargados.

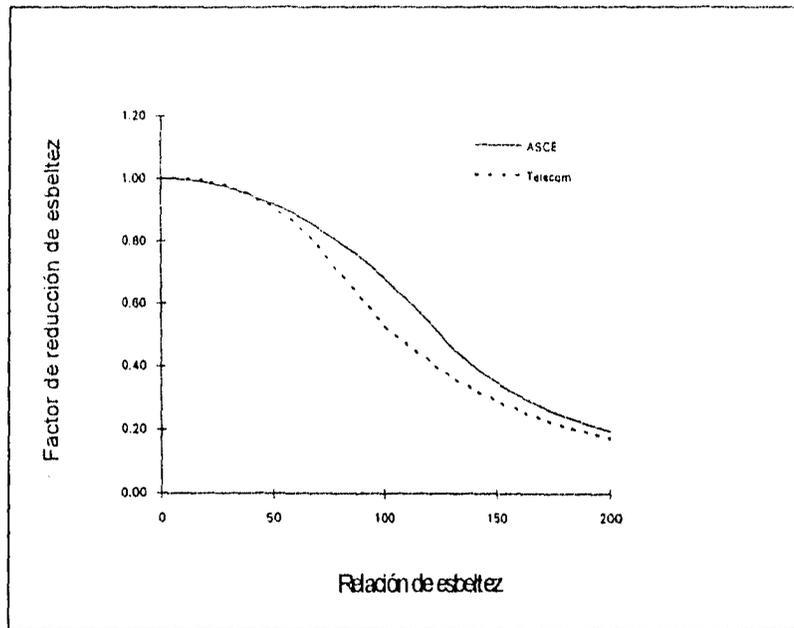


Fig. 1. Factores de reducción de esbeltez para ángulos axialmente cargados.

Relación de esbeltez	Relación de AS 3996 a capacidades de carga especificadas en los estándares anteriores	
	Media	CDV
	( a )Ángulos axialmente cargados	
0 - 50	0.998	0.007
50 - 100	1.146	0.079
100 - 150	1.260	0.033
150 - 200	1.146	0.019
	( b )Ángulos doblemente atornillados	
0 - 40	1.20	0.039
50 - 80	1.14	0.021
90 - 120	1.24	0.013
130 - 160	1.22	0.004
170 - 200	1.20	0.004

Tabla 5a - 5b Comparación de procedimientos para ángulos axialmente cargados y doblemente atornillados

El procedimiento de diseño de los estándares sobrestima las resistencias un 18% en relación a los nuevos estándares, en el rango de esbeltez de 50 a 200. En la figura 2

y tabla (5b) se comparan los procedimientos para ángulos doblemente atornillados cargados sobre una ala. Nuevamente el procedimiento de los estándares anteriores sobrestima las resistencias aproximadamente un 20%.

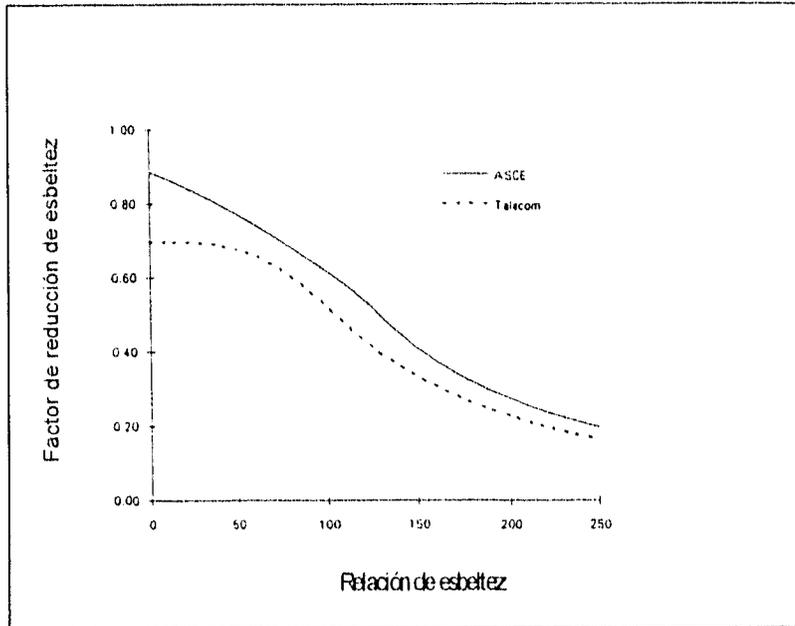


Fig. 2. Factor de reducción de esbeltez para ángulos doblemente atornillados, cargados sobre una ala

### 3.2.- MODELOS PROBABILISTAS DE RESISTENCIAS

#### 3.2.1.- PLANTEAMIENTO GENERAL

Estimar la resistencia 'real' de una torre es un problema complejo, la falla de un miembro no necesariamente significa la falla de la estructura. Para propósitos de calibración, la falla de ciertos miembros, como las patas es un evento crítico para la integridad de la estructura y se tomará como falla total. La resistencia de un miembro,  $R$ , es una variable aleatoria [R12] y se define por:

$$R = K_s K_t K_m K_f R_n \quad (13)$$

donde:

$K_s$  factor que toma en cuenta la precisión del método de análisis estructural usado para evaluar los efectos de las cargas en el componente

$K_t$  factor que toma en cuenta la precisión del procedimiento usado para evaluar la resistencia del componente

$K_m$  factor que toma en cuenta las variaciones de las propiedades del material

$K_f$  factor que toma en cuenta las variaciones del procedimiento de fabricación y erección

$R_n$  resistencia del miembro, calculada con el procedimiento de diseño del miembro con geometría y propiedades nominales

Como primera aproximación, las propiedades estadísticas de R se obtienen de los valores medios,  $\bar{R}$ , y del coeficiente de variación,  $CV_R$ :

$$\bar{R} = \bar{K}_s \bar{K}_l \bar{K}_m \bar{K}_f R_n \quad (14)$$

$$CV_R^2 = CV_{Kl}^2 + CV_{K_m}^2 + CV_{Kf}^2 \quad (15)$$

3.2.2.- EVALUACION DE COEFICIENTES DE VARIACION

3.2.2.1.- EFECTOS DEL ANALISIS ESTRUCTURAL (  $K_s$  )

La precisión del método de análisis del modelo tipo armadura se obtuvo del estudio de las torres de una línea de transmisión realizada por el instituto de investigaciones eléctricas en California (EPRI). Los valores siguientes se obtuvieron de una muestra de 416 miembros [R12].

$$\bar{K}_s = 1.01; \quad CV_{K_s} = 0.074 \quad (16)$$

Existen variaciones considerables entre las cargas calculadas, para un miembro, y las medidas durante una prueba. Por ejemplo, para los miembros de las patas, que se someten a cargas más fuertes, se obtienen mejores resultados con:

$$\bar{K}_s = 1.05; \quad CV_{K_s} = 0.074 \quad (17)$$

3.2.2.2.- EFECTOS DEL ANALISIS DE RESISTENCIA DEL MIEMBRO (  $K_l$  )

$K_l$  se puede estimar a partir de pruebas de ángulos individuales bajo diferentes condiciones de los extremos.

a).- ANGULOS CARGADOS AXIALMENTE. Para esta condición de carga el valor de  $K_l$  se obtuvo de investigaciones bibliográficas [R12]. Los resultados se resumen en la tabla (6a). Las curvas de resistencia de los nuevos estándares se subestiman en un 7% para relaciones de esbeltez entre 50 y 100, en relación a datos experimentales. Para relaciones de esbeltez entre 100 y 150, tanto el procedimiento de los estándares anteriores como el de los propuestos subestiman las resistencias el 12 y 30% respectivamente.

Relación de esbeltez	Evaluación de $K_l$			
	Código anterior <sup>d</sup>		Código actual	
	$K_l$	$V_l$	$K_l$	$V_l$
	(a) ángulos axialmente cargados			
0 - 50	1.02	0.065	1.02	0.064
50 - 100	1.01	0.101	0.93	0.086
100 - 150	0.88	0.069	0.70	0.062
	(b) ángulos doblemente atornillados			
0 - 100	1.17	0.058	1.03	0.058
100 - 150	1.33	0.128	1.06	0.125
150 - 200	1.47	0.062	1.21	0.063
200 - 260	1.43	0.077	1.12	0.077

Tabla 6a - 6b Valores de  $K_l$  para ángulos cargados axialmente y doblemente atornillados

b).- ANGULOS DOBLEMENTE ATORNILLADOS. Los resultados se presentan en la tabla (6b). Las curvas de resistencia de los nuevos estándares para este tipo de miembros son menos conservadoras que las de los estándares anteriores.

### 3.2.2.3.- EFECTOS DEL MATERIAL Y DE LA GEOMETRIA ( $K_m$ )

El esfuerzo de fluencia es la componente principal de variación debido a las propiedades geométricas y del material de los ángulos. Se revisaron propiedades de ángulos proporcionadas por los investigadores Kitipornchai y Lee [R12] de donde

$$\bar{K}_m = 1.14 \quad V_{K_m} = 0.06 \quad (18)$$

Los efectos combinados de (  $K_s, K_t, K_m$  ) se pueden obtener de pruebas de torres a escala natural que se hayan probado hasta la falla. Del reporte mencionado en [R12] (57 casos de carga con 12 torres falladas) al ajustar los resultados con una distribución log-normal se obtuvo:

$$\bar{K}_s \bar{K}_t \bar{K}_m = 1.09 \quad \text{y} \quad CV_{K_{s,t,m}} = 0.10 \quad (19)$$

Valores (ec. 19) únicamente para el procedimiento de evaluación de resistencias de los nuevos estándares; las hipótesis fueron hechas con base en este reglamento.

Si las relaciones de esbeltez de los miembros de una torre están en el rango de 50 a 100, entonces la combinación de resultados de las secciones anteriores producen:

$$\bar{K}_s \bar{K}_t \bar{K}_m = (1.05)(0.93)(1.14) = 1.11$$

$$CV_{K_{s,t,m}} = \sqrt{(0.07)^2 + (0.09)^2 + (0.06)^2} = 0.13 \quad (20)$$

Existe amplia convergencia al evaluar  $K_s, K_t, K_m$  de manera analítica o experimental.

### 3.2.2.4.- EFECTOS DE FABRICACION ( $K_f$ )

Existen datos experimentales de los efectos de fabricación relacionados con la resistencia de las torres. En [R12] se aceptan los siguientes valores para (  $K_f$  ).

$$\bar{K}_f = 1.0 \quad CV_{K_f} = 0.10 \quad (21)$$

### 3.2.2.5.- EFECTOS GLOBALES

Al combinar las ecuaciones 17, 18 y 21 con los datos de la tabla 6 y las expresiones 14 y 15 se puede estimar  $\bar{R}$  y  $CV_R$ . Para los miembros de las patas de una torre, con relación de esbeltez en el rango 50 a 100, se tiene:

a).- Para el procedimiento de estándares anteriores

$$\bar{R}/R_n = 1.81 \quad CV_R = 0.17 \quad (22)$$

b).- Para el procedimiento de los estándares propuestos

$$\bar{R}/R_n = 1.11 \quad CV_R = 0.16 \quad (23)$$

Para la práctica norteamericana Mozer et al. [R30] proponen los siguientes valores para ángulos cortos en compresión.

$$\bar{R}/R_n = 1.16 \quad CV_R = 0.22 \quad (24)$$

#### 4.- CALIBRACION DEL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

4.1.- En la mayoría de los casos el viento es el efecto dominante en las torres de transmisión, de manera que sólo es necesario calibrar el procedimiento de diseño por viento. En los estándares australianos anteriores, el procedimiento, en términos de resistencias es:

$$1.5W_{n1} \leq (FS)R_{n1} \quad (25)$$

$W_{n1}$  efecto de la carga del viento basado en un periodo de retorno de 50 años, de acuerdo con el procedimiento del código anterior

$R_{n1}$  esfuerzo de diseño del miembro, según el criterio de esfuerzos de trabajo.

1.5 factor para convertir un viento de retorno de 50 años a una resistencia última del viento según el código anterior

FS factor de seguridad para las torres diseñadas con los estándares anteriores

Para el procedimiento de diseño AS 3995 es:

$$\gamma_w W_{n2} \leq \phi R_{n2} \quad (26)$$

$W_{n2}$  efecto de la carga de viento basado en un periodo de retorno de 1000 años.

$R_{n2}$  resistencia de diseño del miembro según el criterio de Estados Límite

$\phi$  factor de capacidad, ajustado a 0.9

$\gamma_w$  factor de importancia que se determinará por calibración

De las ecuaciones ( 25 ) y ( 26 )

$$\gamma_w = \phi \frac{R_{n2}(1.5*W_{n1})}{W_{n2}(FS*R_{n1})} \quad (27)$$

#### 4.2.- CRITERIO DE CALIBRACION

a).-TIPOS DE TORRES. Los estándares australianos anteriores distinguen 3 tipos de torres en función de su localización e importancia. Los tipos 1, 2 y 3 tienen factores de seguridad 1.7, 1.5 y 1.2, respectivamente. El factor de importancia,  $\gamma_w$ , se determinará para cada torre por separado.

b).- FACTOR DE SITIO. Debido a que las cargas de viento son diferentes en terreno plano y en montañoso se debe calibrar un factor de sitio para cada caso.

c).- TIPOS DE MIEMBROS. Las patas de la torre son los elementos más cargados, por lo que la calibración se debe de hacer para estos miembros, con relación de esbeltez entre 50 y 150

4.3.- CALIBRACION DE RESULTADOS

Debido a la variación de los sitios montañosos, el factor  $W_{n2}/W_{n1}$  se puede considerar como una variable aleatoria con valor medio de 1.05 y coeficiente de variación del 20% [R12]. Para cubrir el 90% de los sitios montañosos se acepta una distribución log-normal; el cociente  $W_{n2}/W_{n1}$  es:  $W_{n2}/1.5W_{n1} = 1.327$

Para los miembros de las patas en torres tipo 2 el factor de seguridad es FS=1.5, con una relación de esbeltez de 50 a 100:

$$R_{n2}/1.5R_{n1} = 1.28 \quad \text{Así; } \gamma_w = (1.09)(1.28) / (1.327) = 0.87$$

Tipo de torre	Factor de seguridad	Valores de $\gamma_w$ para los % de montañas		
		50	90	95
1	1.7	1.04	0.83	0.75
2	1.5	0.92	0.73	0.69
3	1.2	0.74	0.58	0.55

Tabla 7. Valores de  $\gamma_w$  para el porcentaje de sitios montañosos

En la tabla 7 se tabulan los valores promedio de la calibración. Los valores para  $\gamma_w$  son: 1.0 (tipo 1), 0.85 (tipo 2) y 0.70 (tipo 3).

5.- ANALISIS DE CONFIABILIDAD

5.1.- Debido a que el viento es (en la mayoría de los casos) la carga dominante en las torres de transmisión, el análisis de confiabilidad desarrollado es para cargas de viento. La ecuación básica de resistencia [R12] de diseño es:

$$\gamma W_n \leq \phi R_n \tag{28}$$

y el índice de seguridad

$$\beta = \ln \left( \frac{\bar{R}}{\bar{W}} \right) / \sqrt{V_R^2 + V_W^2} \tag{29}$$

$$\frac{\bar{R}}{\bar{W}} = \frac{\bar{R} W_n}{R_n W} \left( \frac{\gamma}{\phi} \right) \tag{30}$$

5.2.- RESULTADOS NUMERICOS

Para un miembro de las base de la torre con relación de esbeltez entre 50 y 100, primero se calcula el índice de seguridad para una vida útil de 50 años y posteriormente se convierte a un índice de seguridad anual. Los resultados se resumen en la tabla (8a) para el diseño con el procedimiento de los estándares anteriores y en la tabla (8b) para el diseño con el procedimiento propuesto por en los estándares AS 3995.

Existe una marcada correspondencia entre los índices de seguridad para estructuras en sitios montañosos diseñadas con el procedimiento de los estándares anteriores y todas las estructuras diseñadas con los nuevos estándares, debido al procedimiento de calibración.

Tipo de Torre	Índices de seguridad anual			
	Sitios Planos		Sitios montañosos	
	No ciclónicos	Ciclónicos	No ciclónicos	Ciclónicos
1	3.7(2.6) <sup>a</sup>	3.2(1.8)	3.2(1.8)	2.8(1.2)
2	3.6(2.4)	3.1(1.6)	3.1(1.6)	2.7(1.0)
3	3.3(2.0)	2.9(1.4)	2.8(1.2)	2.6(0.8)

Misma nota que en la tabla 8b

Tabla 8a Índices de seguridad anual para diseño de miembros de las patas de la torre (estándares anteriores)

Tipo de Torre	Índices de seguridad anual	
	No ciclónicos	Ciclónicos
1	3.3(2.0) <sup>a</sup>	2.8(1.1)
2	3.1(1.6)	2.7(0.9)
3	2.8(1.2)	2.5(0.6)

<sup>a</sup> Los valores entre paréntesis son índices de seguridad para una vida útil de 50 años

Tabla 8b Índices de seguridad anual para diseño de miembros de las patas de la torre (estándares propuestos)

### 5.3.- COMENTARIOS

#### 5.3.1.- SOBRE LA PROBABILIDAD DE FALLA

La probabilidad de falla está dada por:  $p_f = \Phi(-\beta)$

Donde es  $\Phi( )$  es la distribución acumulada de una variable aleatoria normal. La probabilidad de falla anual para las torres tipo 2 en sitios montañosos es del orden de 1 a  $4 \times 10^{-3}$ . con los estándares anteriores se han diseñado, en total, 4000 torres de las cuales 1900 están en sitios montañosos con un promedio de 30 años de servicio sin falla. Como una aproximación, la probabilidad 'real' de falla se propone  $p_f = 5 \times 10^{-4}$  [R12]. Este es un valor menor que el calculado para la probabilidad anual de falla y esta es la razón por la cual los modelos probabilistas son conservadores.

#### 5.3.2.- SEGURIDAD DE LAS TORRES EXISTENTES

Los miembros diseñados con los estándares anteriores para sitios planos, son más seguros que los diseñados con los nuevos estándares. Esto se debe a que la calibración se hizo para sitios montañosos.

La principal diferencia entre los estándares anteriores y los propuestos, en la evaluación de las cargas de viento, es la inclusión del efecto topográfico en AS 3995 que amplifica las cargas de diseño por viento.

La principal diferencia en el diseño estructural es la adopción del procedimiento de evaluación de la resistencia del manual ASCE 52 para ángulos, el cual es menos conservador que la práctica australiana de los estándares anteriores.

### **3.2 PRACTICA BRITANICA**

La práctica británica utiliza los estándares BS8100 [R11], que proporcionan lineamientos para la determinación de cargas de diseño para torres de transmisión autosoportadas, torres y postes con retenidas. También cuenta con el manual DD133, para la evaluación de resistencia de miembros para torres de transmisión.

#### **SECCION 1 INTRODUCCION**

##### **REGLAMENTO PARA LA EVALUACION DE CARGAS EN TORRES DE TRANSMISION (BS8100: PARTE I: 1986)**

Este reglamento fue publicado en 1986 por el Instituto de Estándares Británicos (BSI); está formado por cinco capítulos y siete apéndices; el primer capítulo contiene alcances, objetivos generales del propio reglamento, definiciones y simbología; en el segundo capítulo se establecen requisitos de comportamiento como: factores de seguridad, vida de servicio, requisitos de confiabilidad y clasificación de torres; la definición de parámetros meteorológicos como: velocidad del viento, factor de dirección y rugosidad del terreno se trata en el capítulo 3. En el 4 se habla de la resistencia al flujo del viento por diferentes tipos de estructuras de soporte y en el capítulo 5 se especifican requisitos para evaluar la respuesta dinámica estructural, ante cargas de viento a través del método estático y del espectral.

El código BS8100 cubre cargas muertas, de viento y de nieve. Es aplicable, principalmente, a estructuras del reino unido debido a que los datos meteorológicos fueron registrados en ese lugar con base en el criterio de estados límite.

#### **1.2 DEFINICIONES**

**1.2.1 RESISTENCIA AL VIENTO.** Es la resistencia que ofrece, contra el flujo del viento, el producto de un coeficiente de arrastre por la proyección del área de un elemento estructural o auxiliar de la torre.

**1.2.2 ELEMENTO AUXILIAR LARGO.** Cualquier componente no estructural que se extienda sobre varios tableros de la torre como: conductores de alimentación, escaleras y guíaondas.

**1.2.3 ELEMENTOS AUXILIARES CORTOS.** Cualquier componente no estructural concentrado dentro de pocos tableros de la torre como: reflectores, alumbrado y aisladores.

**1.2.4 AREA PROYECTADA.** Es la proyección del área del elemento sobre la elevación normal a la cara de la torre.

**1.2.5 TABLERO.** División de la torre en secciones verticales para evaluar proyecciones de área y resistencia contra el viento, generalmente, tomadas entre las intersecciones de las patas y los puntales principales.

## **SECCION 2. REQUISITOS DE COMPORTAMIENTO**

**2.1.1 INTRODUCCION.** Los factores de seguridad deben tomar en cuenta el riesgo de pérdidas económicas y humanas durante una falla; lo cual depende, en gran parte, de la calidad de los materiales, mano de obra y montaje de la estructura.

Para la mayoría de las torres es suficiente un análisis estático simple bajo cargas factorizadas, sin embargo se puede usar el método analítico espectral para aquellas torres que muestren sensibilidad dinámica.

**2.1.2 VIDA DE SERVICIO.** En este código la vida de servicio,  $i_s$ , en años es el periodo de servicio de la torre sin olvidar que la fatiga lo podría limitar. Para estructuras temporales se usará como mínimo una vida de diseño de cinco años.

## **2.2 CLASIFICACION DE CONFIABILIDAD**

**2.2.1 INTRODUCCION.** Los factores de seguridad deben ser función de la confiabilidad requerida para la torre con base en:

- a).- Riesgo potencial de falla según las condiciones ambientales circundantes
- b).- Consecuencias económicas de falla o del uso de la torre (ver 2.2.3)

**2.2.2 CONDICIONES AMBIENTALES.** La categoría de una torre depende de su localización y tipo de región.

## **2.2.3 CONSECUENCIAS ECONOMICAS Y DE USO**

**2.2.3.1 INTRODUCCION.** Los factores de seguridad se deben seleccionar en función del riesgo de pérdidas humanas y económicas.

**2.2.3.2 CONSECUENCIAS ECONOMICAS DE FALLA.** Se debe estimar el costo total de la falla para la vida de servicio, esto incluye remoción y sustitución de la torre con sus herrajes, pérdida de ingresos y desabasto del flujo a la población.

**2.2.3.3 USO.** Cuando no se quiera evaluar las consecuencias económicas de falla, el índice de confiabilidad se seleccionará con base en la vida de servicio de la torre.

**2.3 CLASIFICACION DE TORRES.** Para su análisis y diseño las torres de transmisión se clasifican como sigue:

**2.3.2 TORRES CLASE A.** Todas las que cumplan con las condiciones siguientes:

- a).- El diseño estructural se hará de acuerdo a los estándares británicos

- b).- Que el diseño y detallado se sometan a supervisión independiente, o bien que la torre se someta a pruebas, seguidas de modificaciones al diseño si ocurren fallas a niveles bajos de carga
- c).- Que los materiales de construcción y las pruebas de control de calidad cumplan con los estándares británicos
- d).- Que la mano de obra en la fabricación y erección cumpla con los estándares británicos y lo dispuesto por el diseñador
- e).- Que los componentes se sometan a inspección después de su fabricación, y su ensamble a revisión independiente del fabricante
- f).- La torre se someterá a inspecciones para revisar daños, corrimiento de tornillos, fractura de soldadura, corrosión y otros deterioros

2.3.3 TORRES CLASE B. Las que cumplan las condiciones a, c y f del punto 2.3.2

2.3.4 TORRES CLASE C. Las que cumplan las condiciones a, c y d del punto 2.3.2

Los intervalos de inspección para torres clase A y B no serán mayores de dos y cinco años respectivamente.

## 2.4 FACTORES DE SEGURIDAD

2.4.1 FACTORES PARA VELOCIDAD DEL VIENTO Y ESPESORES DE HIELO. Los factores de seguridad ( $\gamma_v$ ) se aplican tanto a velocidades del viento como a espesores de hielo de acuerdo con las secciones 3.1 y 3.5. Cuando se utilice el método espectral, sección 5.4 de [R11], los factores de seguridad,  $\gamma_v$ , serán multiplicados por 0.97.

### 2.4.2 CARGAS MUERTAS Y FACTORES DE SEGURIDAD $\gamma_{DL}$ .

2.4.2.1 FACTORES DE CARGA MUERTA. Se aplicarán al peso propio de la estructura incluyendo herrajes y elementos auxiliares. Se pueden tomar de la figura 2.1. Cuando sean aditivos a los efectos de las cargas de viento, se leerán de las líneas continuas de dicha figura. Para condiciones en que los efectos de la carga muerta reduzcan los efectos de las cargas de viento se tomarán los valores menores, dados por las líneas punteadas.

2.4.2.2 EVALUACION DE CARGAS MUERTAS. Se evaluará el peso propio de la torre con base en dimensiones y pesos nominales. Los elementos auxiliares se tomarán en cuenta si sus efectos son significativos ante cargas de viento

2.5 EVALUACION DE SEGURIDAD. Las acciones internas en cada componente se obtendrán a partir de las cargas sobre la torre, determinadas como se indica en las secciones 3 a 5 y no serán mayores que las resistencias de diseño. Los factores de resistencia,  $\gamma_m$ , se obtienen de la fig. 2.1.

2.6 LIMITES DE SERVICIO. Cuando el comportamiento de algún sistema soportado por una torre depende de la magnitud del movimiento de la estructura, la confiabilidad del servicio se relaciona con la fracción del periodo de operación anual durante el cual se supone comportamiento inadecuado. Las cargas para evaluar deformaciones se obtendrán como se indica en la sección 5.2.5 de [R11].

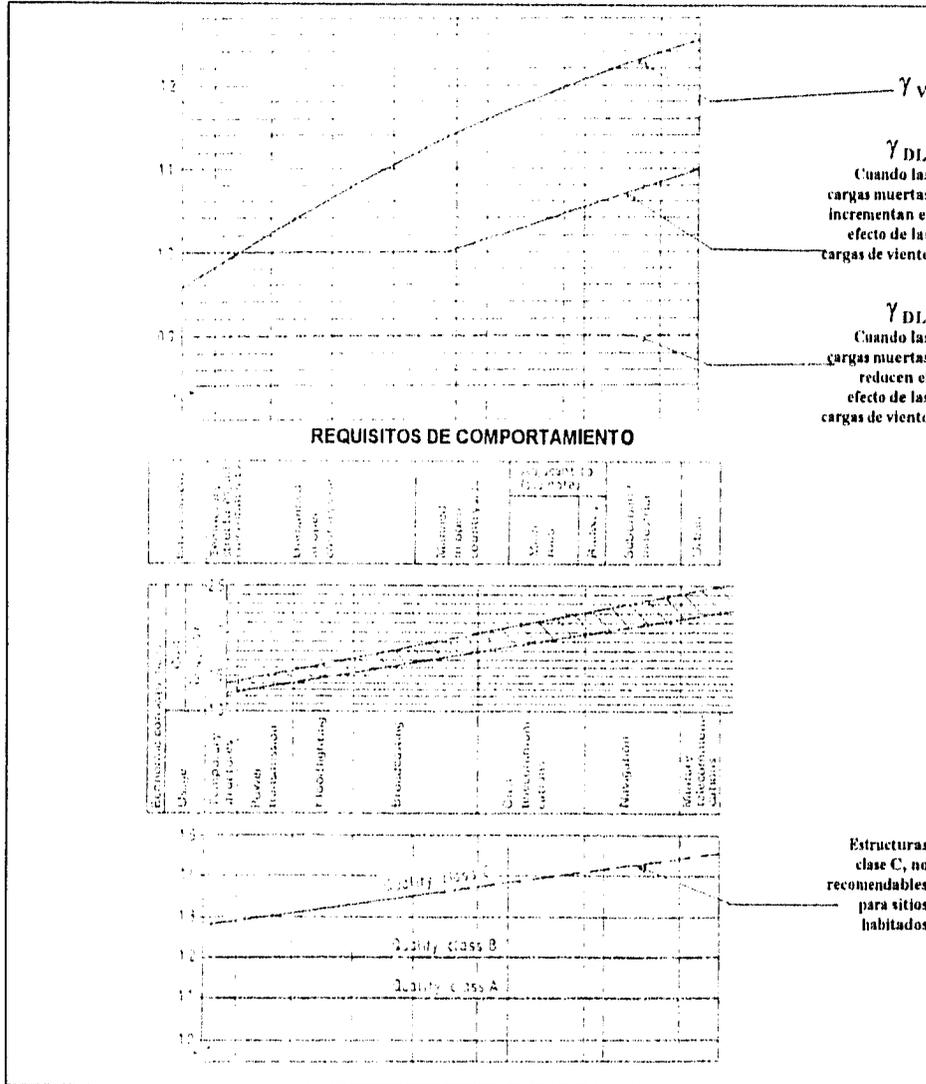


Figura 2.1 Factores de seguridad para velocidad del viento espesores de hielo, carga muerta y resistencias de diseño

SECCION TRES. PARAMETROS METEOROLOGICOS

3.1 VELOCIDAD DEL VIENTO

3.1.1 INTRODUCCION. Para diseño se consideran las siguientes regiones:

TIPO A. Regiones en condiciones atmosféricas de estabilidad neutra.

La velocidad del viento que se use para determinar las fuerzas de diseño para cualquier nivel de la torre, depende de la velocidad básica, de su dirección, de la rugosidad del terreno y variación de la velocidad con la altura según 3.1.2 a 3.1.5.

**TIPO B. Regiones sujetas a huracanes y tifones**

La velocidad de diseño se determinará igual que en el punto anterior; pero la velocidad regional se leerá de los registros meteorológicos.

**TIPO C. Regiones donde existe riesgo de tornados y otras tormentas intensas que deban considerarse en el diseño.**

Para estos casos, las velocidades del viento no se pueden estimar con el método de las secciones 3.12 a 3.1.5 ; se deducirán de registros locales.

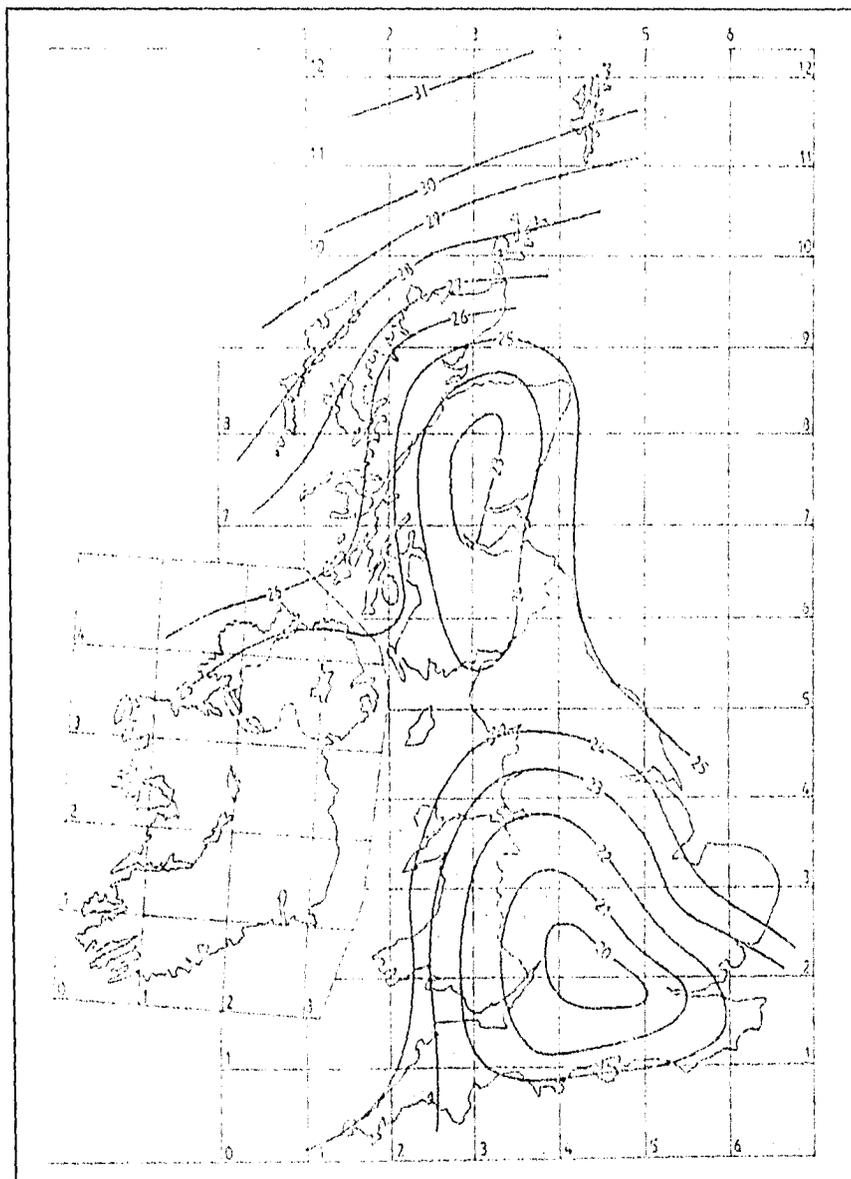


Fig. 3.1 Velocidad básica media horaria  $v_b$  ( en m/s)

3.1.2 VELOCIDAD BÁSICA  $V_B$ . Se tomará de mapas de viento obtenidos de registros meteorológicos de velocidades medias horarias independientes de la dirección a una altura de 10 metros sobre terreno abierto (tipo III, ver tabla 3.1) con una probabilidad de ocurrencia de 0.02 para un periodo de retorno de 50 años.

En la figura 3.1 se muestra el mapa de velocidades para el Reino Unido ajustado al nivel del mar. Por cada 100 metros sobre el nivel del mar, el valor que se lea del mapa se incrementará 10% para conocer  $V_B$  a 10 metros sobre el nivel del terreno.

En sitios donde no existan mapas de viento,  $V_B$  se deducirá por procedimientos estadísticos con una distribución extrema, basada en quince velocidades medias horarias, máximas, registradas por alguna oficina meteorológica tan cerca del sitio como sea posible. Cuando se tengan menos de quince registros,  $V_B$  se tomará igual a 1.5 veces el valor promedio de las velocidades medias horarias, máximas, obtenidas de por lo menos diez años de registros.

3.1.3 FACTOR DE DIRECCION DEL VIENTO  $K_d$ . Se tomará en cuenta cuando se observen variaciones de resistencia al viento en diferentes direcciones.

a).- Para el Reino Unido  $K_d$  se puede obtener de la figura 3.2 sujeta a:

- 1).-  $K_d = 1$  para sitios dentro de 16 Km de la costa Este; condición libre de hielo
- 2).-  $K_d \leq 0.85$  para combinaciones de viento y hielo
- 3).-  $K_d$  para cualquier dirección del viento se tomará dentro de  $\pm 30$  grados de la dirección aceptada, con el propósito de permitir desviaciones locales
- 4).- Se usará un valor incrementado de  $K_d$  cuando el terreno adyacente, contenga accidentes topográficos que puedan causar aceleraciones de la velocidad en alguna dirección

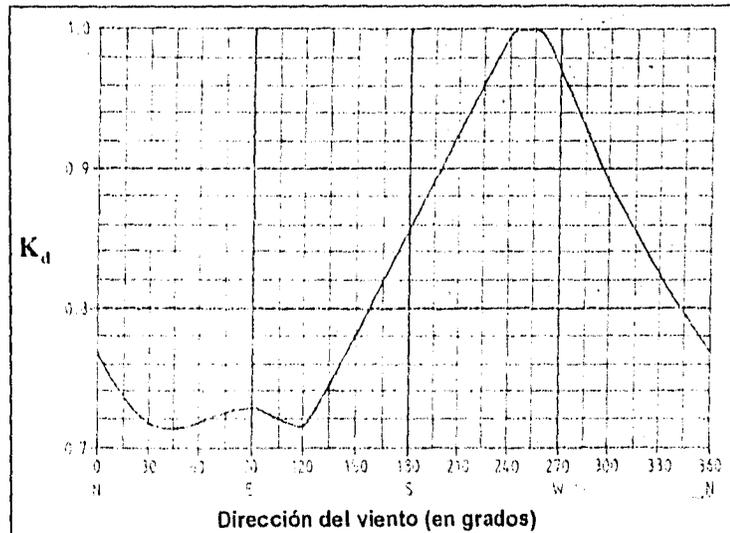


Fig. 3.2 Factor de dirección del viento,  $K_d$

b).-  $K_d$  se puede deducir de análisis estadísticos a partir de registros tomados en el sitio, para la dirección de interés (ver apéndice A de [R11] ).

3.1.4 FACTOR DE RUGOSIDAD DEL TERRENO. El factor de rugosidad del terreno,  $K_R$ , se determina como sigue:

a).- De la tabla 3.1, según la categoría del sitio. Se preverán las posibles alteraciones ambientales que pudieran cambiar las características del terreno. La velocidad regional que se aplique en algún nivel sobre el terreno será  $(10+h_e)$ , donde  $h_e$  es la altura efectiva desde la superficie del terreno.

b).-  $K_R$  se puede deducir de análisis estadísticos de registros tomados en la región.

CATEGORIA	Tipo de terreno	Factor de rugosidad $K_R$	Variación de $\alpha$	Altura efectiva $h_e$ (m)
I ( $Z_0 = 0.003$ m)	Terreno ondulado sin obstrucciones; extensas áreas planas descubiertas y zonas costeras.	1.20	0.125	0
II ( $Z_0 = 0.01$ m)	Terreno plano descubierto con hierba pequeña y muy pocas obstrucciones aisladas.	1.10	0.14	0
III ( $Z_0 = 0.03$ m)	Terreno básico abierto. Típico de cultivo en el Reino Unido casi plano; campo bardado con algunos arboles.	1.0	0.165	0
IV ( $Z_0 = 0.10$ m)	Terreno rural con algunas edificaciones pequeñas, casas, y arboles	0.86	0.19	2
V ( $Z_0 = 0.30$ m)	Terreno densamente arbolado, zona urbana que cubra entre el 10 y el 20% del área plana.	0.72	0.23	10

Nota 1. Parámetro de rugosidad aerodinámica (apéndice B [R11])

Nota 2. Cuando se tenga duda al seleccionar una categoría se tomará la más baja de las 2.

Nota 3. Al seleccionar la categoría de un sitio se tomará en cuenta el terreno circundante de varios kilómetros.

Nota 4. En áreas urbanas se adoptará  $Z_0 = 0.8$ m y categoría V

TABLA 3.1 CARACTERÍSTICAS DEL TERRENO

### 3.1.5 VELOCIDAD REGIONAL DEL VIENTO

La velocidad regional,  $\bar{V}_r$ , se define como la velocidad media horaria del sitio a una altura de 10 metros sobre la altura efectiva del terreno (Tabla 3.1).

$$V_r = \gamma_v K_d K_R V_B$$

$\bar{V}_B$  velocidad básica determinada de acuerdo a 3.1.2

$\gamma_v$  factor de seguridad, se obtiene de la fig. 2.1 según el tipo de estructura

$K_d$  factor de dirección del viento de acuerdo a 3.1.3

$K_R$  factor de rugosidad del terreno de acuerdo a 3.1.4

En lugares donde la velocidad básica no se pueda determinar de acuerdo a 3.1.2 y que la estación meteorológica más cercana se encuentre lejos del sitio, la velocidad regional se determinará a partir de la velocidad gradiente,  $V_g$ , como se indica en el apéndice C de [R11]. Este procedimiento es aproximado y, normalmente, no se usa en el Reino Unido donde existe mapa de vientos.

Para servicio la velocidad característica será:  $\bar{V}_k = K_R \bar{V}_B$

## 3.2 VARIACION DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO CON LA ALTURA

### 3.2.1 TERRENO PLANO

La velocidad media,  $\bar{V}_z$ , a z metros sobre el nivel del terreno será

$$\bar{V}_z = \bar{V}_r \left( \frac{z - h_e}{10} \right)^\alpha \quad \text{para } z \geq 10 + h_e$$

$$\bar{V}_z = \frac{\bar{V}_r}{2} \left( 1 + \frac{z}{10 + h_e} \right) \quad \text{para } z < 10 + h_e$$

$\bar{V}_r$  velocidad regional

$\alpha$  índice de variación con la altura. Se obtiene de la tabla 3.1

$h_e$  altura sobre la superficie del terreno. Se obtiene de la tabla 3.1

Para rugosidad intermedia  $\alpha$  y  $h_e$  se interpolarán con base en  $K_R$ , fig. 3.3.

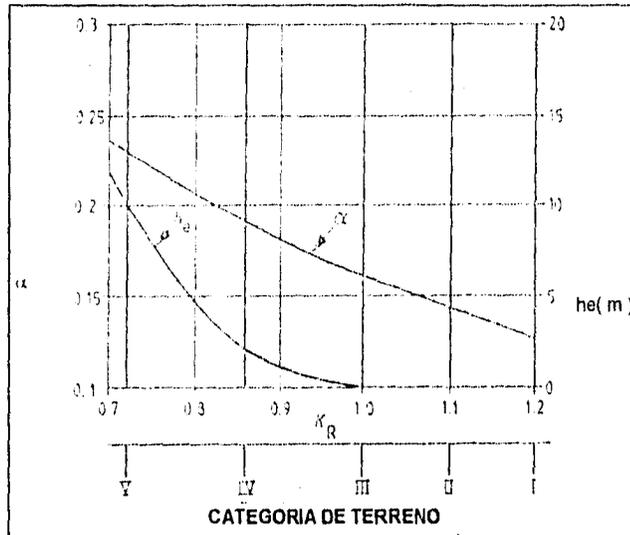


Fig. 3.3 Variación de  $\alpha$  y  $h_e$  con la rugosidad del terreno

### 3.2.2 SITIOS EN COLINAS

#### 3.2.2.1 SITIOS EN LA CUSPIDE DE COLINAS

Cuando la altura sea mayor que 1/20 de la distancia horizontal, de la colina al nivel que circunda al terreno en barlovento, la velocidad media  $\bar{V}_z$  a una altura de  $z$  metros sobre el nivel del terreno se tomará como

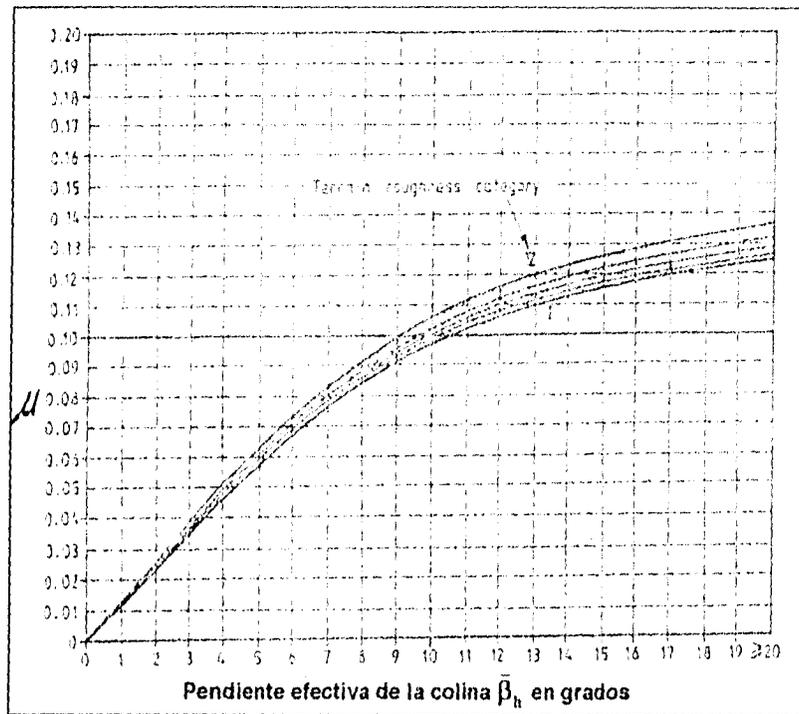
$$\bar{V}_z = \bar{V}_r K_\mu \left( \frac{z - h_e}{10} \right)^{\alpha - \mu} \quad \text{para } z \geq 10 + h_e$$

$$\bar{V}_z = \frac{\bar{V}_r}{2} K_\mu \left( 1 + \frac{z}{10 + h_e} \right) \quad \text{para } z < 10 + h_e$$

$\bar{V}_r$  velocidad regional

$\mu$  índice del perfil del terreno. Se obtiene de la figura 3.4 de acuerdo a la inclinación media en barlovento,  $\beta_n$ , y de la rugosidad del terreno.

$K_\mu$  Factor del perfil del terreno; se obtiene de la figura 3.5 según la altura  $H_n$ , de la montaña sobre el nivel general del terreno en barlovento y de la rugosidad del terreno

Fig. 3.4 Índice del perfil del terreno,  $\mu$ , para colinas

### 3.2.2.2 SITIOS MONTAÑOSOS EN SOTAVENTO

Para sitios localizados en sotavento a partir de la cúspide de la montaña a una distancia  $X$  que no exceda  $18 H_h$ , la velocidad media es

$$\bar{V}_z = \bar{V}_r K_{\mu_x} \left( \frac{z - h_e}{10} \right)^{\alpha - \mu_x} \quad \text{para } z \geq 10 + h_e$$

$$\bar{V}_z = \frac{\bar{V}_r}{2} K_{\mu_x} \left( 1 + \frac{z}{10 + h_e} \right) \quad \text{para } z < 10 + h_e$$

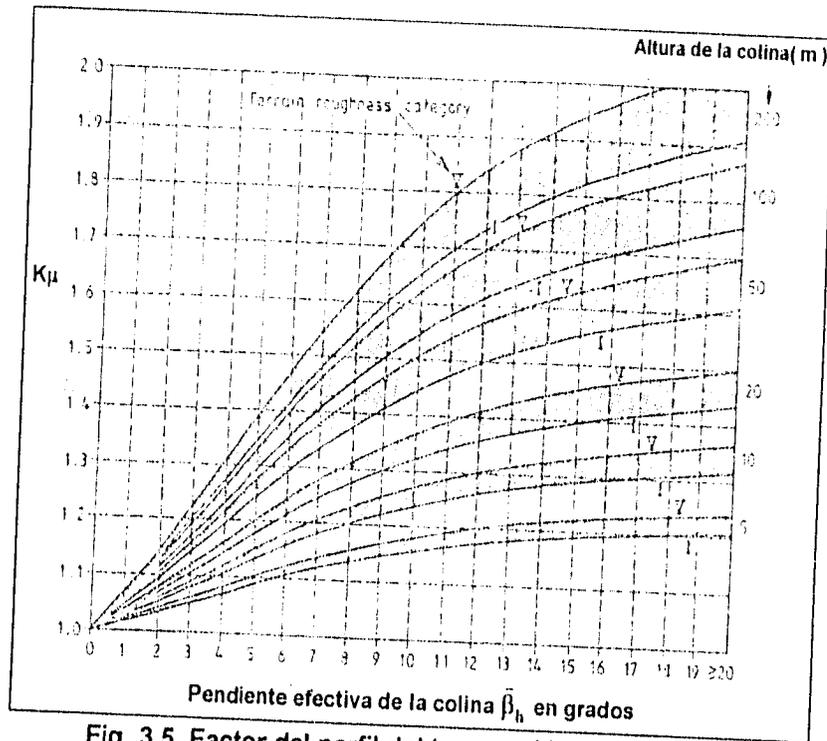
$$K_{\mu_x} = K_\mu - \frac{x}{18H_h} (K_m - 1) \quad \text{con } \mu_x = \left( 1 - \frac{x}{18H_h} \right)$$

$\mu_x$  índice del perfil del terreno a una distancia  $x$  de la cúspide

Los sitios localizados a una distancia mayor que  $18 H_h$  de la cúspide, no son afectados por la aceleración del flujo sobre la montaña, y la variación de la velocidad del viento con la altura se tomará igual que la especificada para la cúspide como se indica en 3.2.1

### 3.2.2.3 SITIOS MONTAÑOSOS EN LA ZONA DE BARLOVENTO

La velocidad media del viento,  $\bar{V}_z$ , se determina igual que para sitios en la cúspide de colinas (sección 3.2.1) pero  $H_h$  se tomará como la altura sobre el terreno circundante en barlovento sin importar la dirección del viento.



### 3.2.2.4 SITIOS EN HONDONADAS

Los métodos de evaluación de la altura,  $H_h$ , la inclinación media respecto a la horizontal de la montaña,  $\beta_h$ , y la distancia,  $X$ , en sotavento desde la cúspide se tratan en el apéndice D de [R11].

## 3.3 LIMITES DE SERVICIO

### 3.3.1 DISTRIBUCION DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO

Para evaluar la duración de inutilidad debida a desplazamientos excesivos y estimar la vida de fatiga de acuerdo a 3.4, se procederá como se indica en la sección 3.3.2.

### 3.3.2 DESPLAZAMIENTOS EN SOTAVENTO

Cuando se evalúe la capacidad de deformación del diseño con limitantes en los desplazamientos de sotavento, la velocidad media límite de servicio,  $\bar{V}_s$ , expresada como el cociente de la velocidad característica,  $\bar{V}_k$ , independiente de la dirección del viento se deducirá como sigue

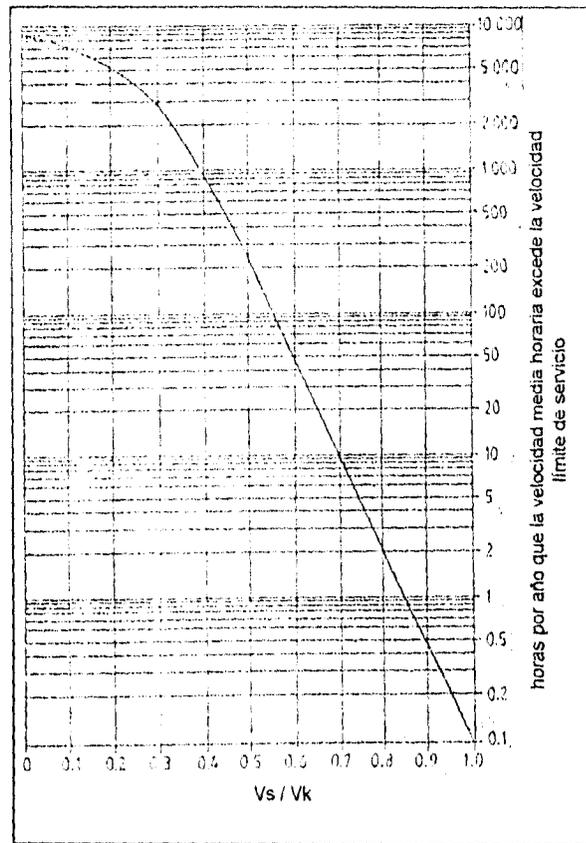
$$\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_k} = \gamma_v \sqrt{\Delta_s / \Delta}$$

$\bar{V}_k$  velocidad característica como se define en 3.1.5

$\gamma_v$  factor de seguridad que se obtiene de la figura 2.1

$\Delta$  deflexión calculada como se indica en 5.2.5 de [R11]

$\Delta_s$  deflexión límite de servicio



**Fig. 3.6 Horas por año que la velocidad media horaria excede el límite de servicio**

Cuando se defina un desplazamiento límite, independiente de la dirección, el periodo de duración anual correspondiente que excede los límites de servicio se puede obtener de la figura 3.6 como el número de horas esperado que la velocidad límite de servicio puede ser excedida.

Si el desplazamiento se confina a cierta dirección, se evaluará la velocidad límite de servicio que en un sector de  $30^\circ$  produzca una deflexión  $\Delta_s$  y su correspondiente duración anual de excedencia de los límites de servicio para cada sector a partir de la figura 3.6. Cada periodo se multiplicará por un factor de duración, asociado con este sector, de la figura 3.7; la suma de estos periodos multiplicados por sus factores correspondientes producen la duración anual total de excedencia de los límites de servicio en la dirección especificada.

### 3.3.3 DESPLAZAMIENTOS TRANSVERSALES AL VIENTO

La velocidad media límite de servicio, para evaluar comportamiento dinámico de la estructura, cuando existan vibraciones transversales debidas a vórtices se tomará como velocidad crítica,  $V_{CR}$ , definida en 5.5 de [R11]. Si la amplitud del movimiento excede a la de trabajo, la duración límite de servicio se evaluará a partir de la fig 3.8.

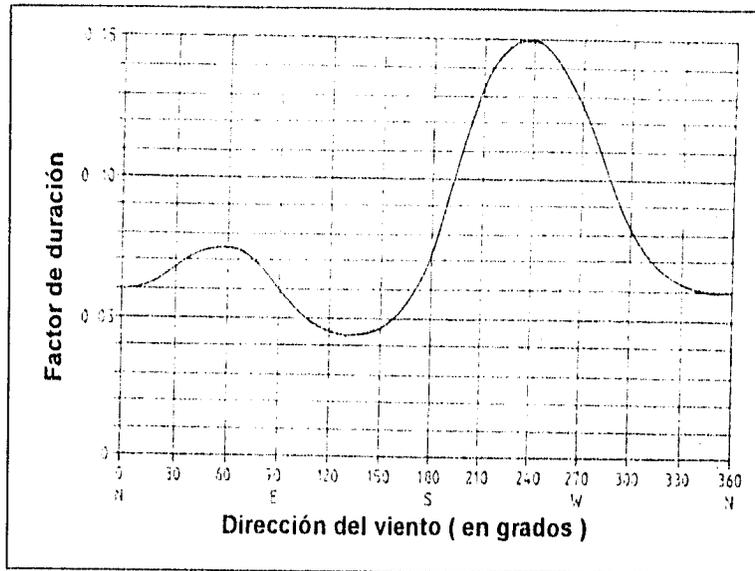


Fig. 3.7 Factor de duración de la velocidad del viento

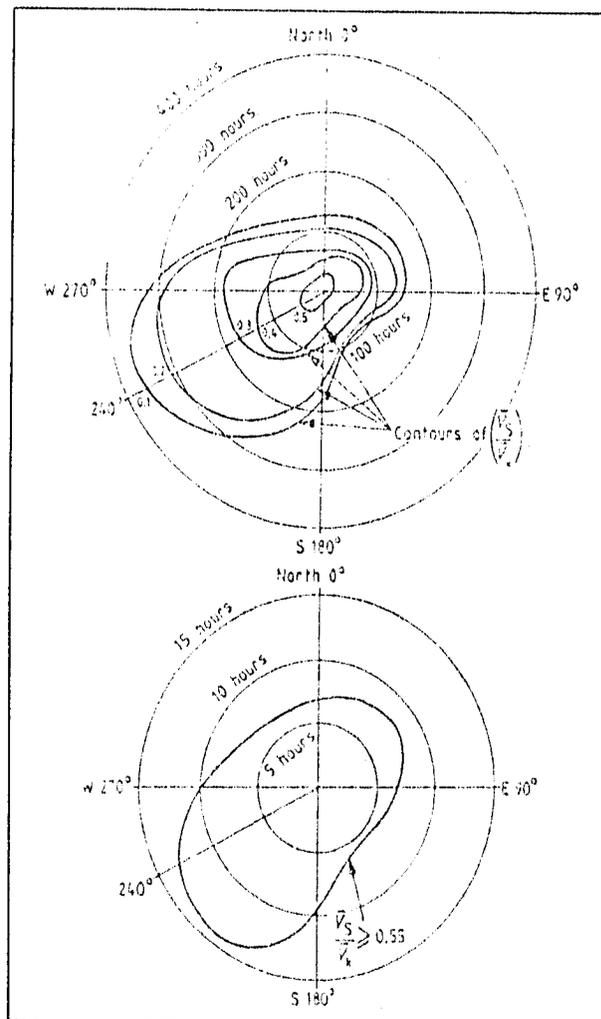


Fig 3.8 Esperanza de ocurrencia anual promedio de velocidades medias en función de la dirección

Cuando las vibraciones ocurran en cualquier dirección a la misma velocidad crítica y que los requisitos de la velocidad límite de servicio sean independientes de la dirección el periodo total anual para la misma velocidad se puede estimar como 6.5 veces el periodo correspondiente en el segmento de 240° de la figura 3.8.

### 3.4 EVALUACION DE LA VIDA DE FATIGA

#### 3.4.1 VIBRACIONES EN LA LINEA

Para torres totalmente atornilladas o remachadas de acero con esfuerzo de fluencia mayor a 450 N/mm<sup>2</sup>, la vida de fatiga bajo cargas de viento en la línea, en ausencia de vibración por vórtices se supondrá mayor a 50 años.

Si existen detalles soldados la vida de fatiga se evaluará cuando:

- a).- La vida de diseño sea mayor a 30 años o
- b).- El acero de la torre tiene esfuerzo de fluencia mayor a 355 N/mm<sup>2</sup>

La historia de fatiga debida a ráfagas se puede evaluar con las figuras 3.6 y 3.7, para determinar la duración anual de la velocidad media del viento para diferentes tanto velocidades medias como direcciones. Se puede suponer que las fluctuaciones alrededor de los valores medios tienen una distribución normal con desviación estándar de esfuerzos correspondiente a G/4 veces los esfuerzos que produce la velocidad media, donde G es el factor de ráfaga obtenido según la sección 5.

#### 3.4.2 VIBRACIONES TRANSVERSALES

##### 3.4.2.1 RESPUESTA DEL SISTEMA

Las amplitudes transversales se calcularán de acuerdo a la sección 5.5 para torres que soporten elementos cilíndricos. La duración de las vibraciones, de cada modo, se estimará como se indica en 3.3.3.

##### 3.4.2.2 RESPUESTA DE MIEMBROS INDIVIDUALES

Para estructuras compuestas de secciones circulares soldadas, se preverá la posibilidad de excitaciones transversales en miembros individuales. La velocidad crítica y la amplitud del modo fundamental de vibración se evaluará de acuerdo a 5.5.

### 3.5 CARGAS DE HIELO

Para diseño por cargas de hielo se tomarán dos combinaciones

- a).- Condición extrema de hielo sin viento
- b).- Combinación de hielo y viento

La velocidad regional en presencia de hielo será:  $\bar{V}_i = 0.8\bar{V}_r$

$\bar{V}_r$  velocidad regional determinada de acuerdo a 3.1.5, pero con la debida tolerancia para limitar el valor de 0.85 del valor de  $K_d$  según 3.1.3.

La variación de  $\bar{V}_i$  con la altura se determinará según 3.2 con  $\bar{V}_i$  en lugar de  $\bar{V}_r$ .

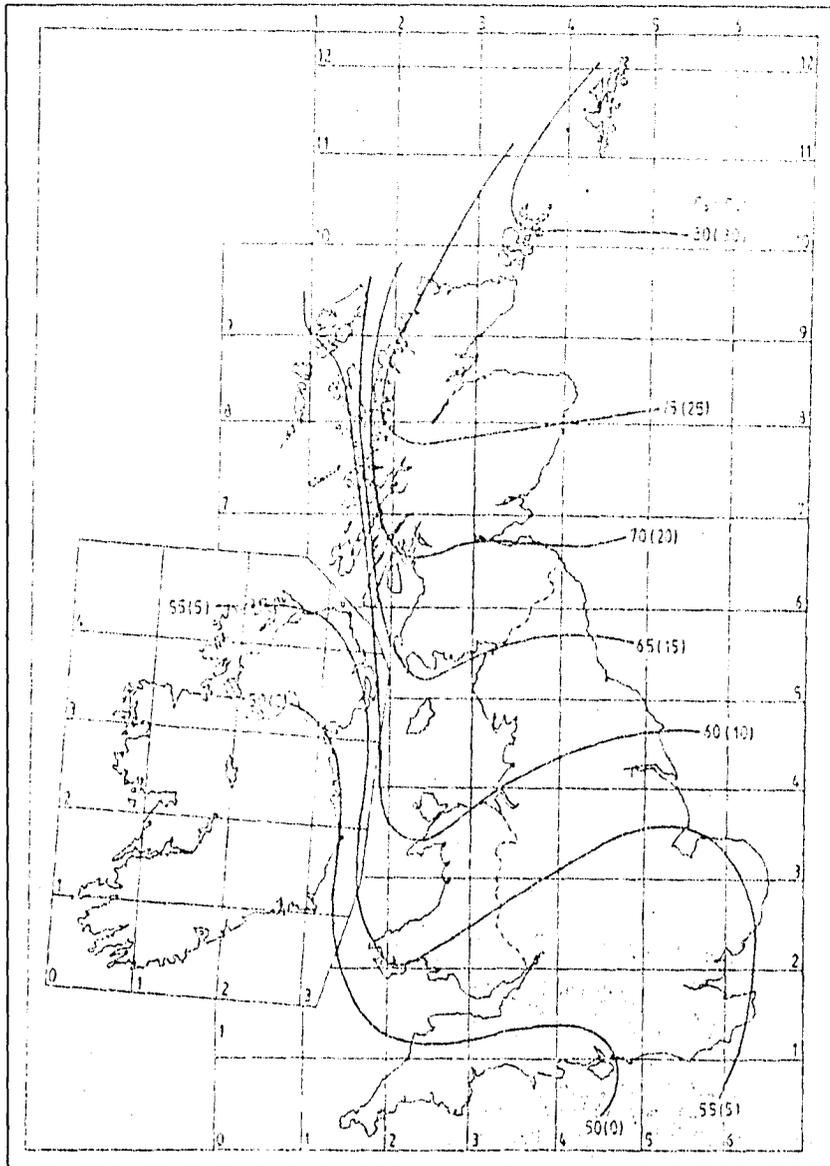


Fig. 3.9 Espesores de hielo para el Reino Unido,  $r_0$  y  $r_w$  ( en mm)

### 3.5.2 ESPESOR BASICO DE HIELO

#### 3.5.2.1 ESPESOR DE HIELO EN AUSENCIA DE VIENTO

Para el Reino Unido se tomará como:  $r_B = K_i \left\{ r_0 + \left( \frac{a - 200}{25} \right) \right\} \geq K_i r_0$

$K_i$  coeficiente que puede ser:

a).- 1.0 para secciones que no sean circulares o cables

b).-  $\left( \frac{2}{3} + \frac{4}{D} \right)$  pero no mayor a 1.2 para redondos, cables o tubos

D diámetro del miembro en mm

a altitud al extremo superior de la torre sobre el nivel del mar en m

$r_0$  espesor de hielo en ausencia de viento. se obtiene de la figura 3.9 en mm

### 3.5.2.2 ESPESOR DE HIELO EN PRESENCIA DE VIENTO

El espesor básico para el Reino Unido es

$$r_B = K_I \left\{ r_w + \left( \frac{a - 200}{25} \right) \right\} \geq K_I r_w ; r_w \text{ espesor de hielo con viento ( fig. 3.9 )}$$

### 3.5.3 ESPESOR REGIONAL DE HIELO $r_r$

$$r_r = \gamma_v K_c r_B$$

$\gamma_v$  factor de seguridad que se obtiene de la figura 2.1

$r_B$  espesor básico de hielo según la sección 3.5.2

$K_c$  factor de cable que puede ser

1.0 para todos los miembros auxiliares y estructurales de la torre

$(N_c + 0.3)/1.3N_c$  para todos los cables soportados por la torre;  $N_c$  # de cables

### 3.5.4 PESO DE HIELO

Se supondrá una capa uniforme,  $r_r$ , de hielo en miembros estructurales y auxiliares

a).- El peso unitario de hielo, en ausencia de viento será  $5\text{kN/m}^3$

b).- El peso unitario de hielo en presencia de viento será:

b.1  $9\text{kN/m}^3$  para diseño de miembros en compresión

b.2  $5\text{kN/m}^3$  para diseño de miembros en tensión

c).- El peso de hielo depositado incluirá una separación en las uniones de 75 mm.

## SECCION 4. CAPACIDAD DE RESISTENCIA AL EFECTO DEL VIENTO

### 4.1 INTRODUCCION

#### 4.1.1 METODO DE ANALISIS

La resistencia al flujo del viento ofrecida por la torre o cualquiera de sus componentes se estimará a partir de:

a).- Los coeficientes de esta sección o

b).- Pruebas de modelos en túneles de viento que simulen las condiciones más adversas del sitio en flujo laminar o en flujo turbulento

#### 4.1.2 TORRES SIMETRICAS SIN ELEMENTOS AUXILIARES

#### 4.1.3 TORRES SIMETRICAS CON ELEMENTOS AUXILIARES CORTOS

Para tableros en torres que contengan elementos auxiliares, se deberán seguir las recomendaciones de la sección 4.3 si se cumple que:

a).- La proyección total del área de elementos auxiliares adyacentes a la cara en consideración es menor que el área efectiva de los miembros estructurales en esa cara (fig. 4.1)

b).- La proyección total del área normal a cualquier cara de la torre de cualquier elemento auxiliar es menor que la mitad del área bruta de la cara del tablero

c).- Ningún auxiliar se extiende más del 10% a lo ancho de la torre en ese nivel

#### 4.1.4 OTROS CASOS

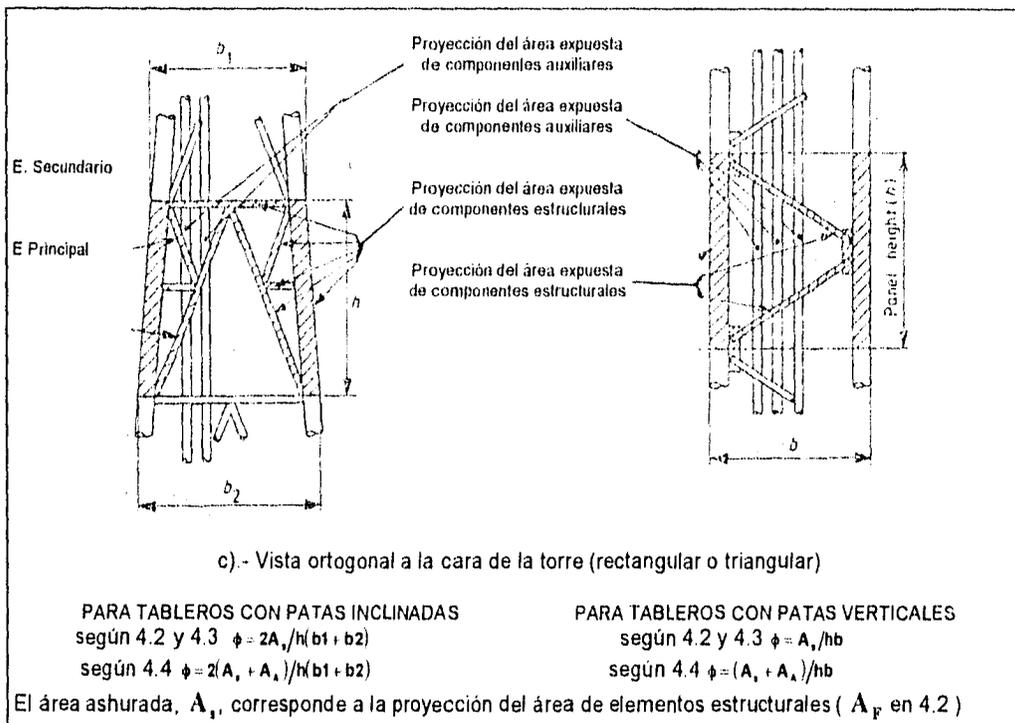
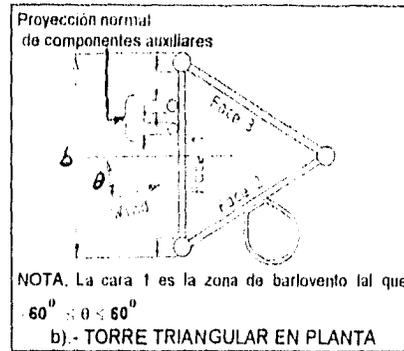
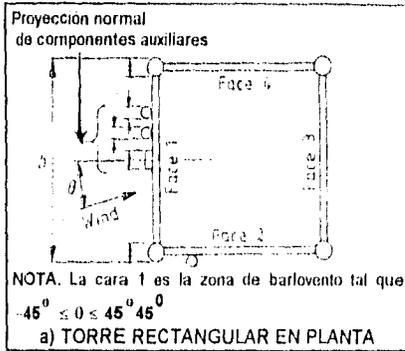


Fig 4.1 Proyección del área de un tablero para calcular el factor de solidez,  $\phi$

#### 4.2 METODO PARA TORRES SIMETRICAS SIN ELEMENTOS AUXILIARES

##### 4.2.1 RESISTENCIA TOTAL DE LA TORRE AL FLUJO DEL VIENTO

Se determinará en la dirección longitudinal y transversal del flujo, según los incisos siguientes respectivamente.

a).- La resistencia total,  $\Sigma R_w$ , en la dirección del viento sobre la altura del panel de una torre triangular o rectangular con áreas iguales en cada cara se puede tomar  $R_T$  como:  $R_T = K_0 C_N A_s$

$C_N$  coeficiente de arrastre global según la sección 4.2.2

$A_s$  proyección normal del área de un elemento incluyendo hielo

$K_0$  factor de incidencia del viento dado en la fig. 4.2 para valores usuales de  $\theta$ . Para otros valores se usará la formula 4.1 del apéndice G de [R11], con  $A_F = A_s$

$\theta$  ángulo de incidencia del viento sobre la cara 1, (fig.4.1)

Para miembros de sección circular se supondrá régimen subcrítico cuando el número efectivo de Reynolds  $R_e \leq 4 \cdot 10^5$  o que exista hielo. Se supondrá régimen supercrítico para valores mayores de  $R_e$  si no existe hielo.

El valor de  $R_e$  está dado por  $R_e = \frac{1.5 \bar{V}_z D}{\nu}$

$\bar{V}_z$  velocidad del viento a una altura  $Z$  del nivel del terreno al centro del miembro, determinada de acuerdo a la sección 3.2 (en m/s)

$D$  diámetro del miembro en (m/s)

$\nu$  viscosidad cinemática del aire =  $1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  para sitios del Reino Unido.

b).- La resistencia transversal de un tablero de la torre al viento,  $\Sigma R_x$ , será  $R_T$ .

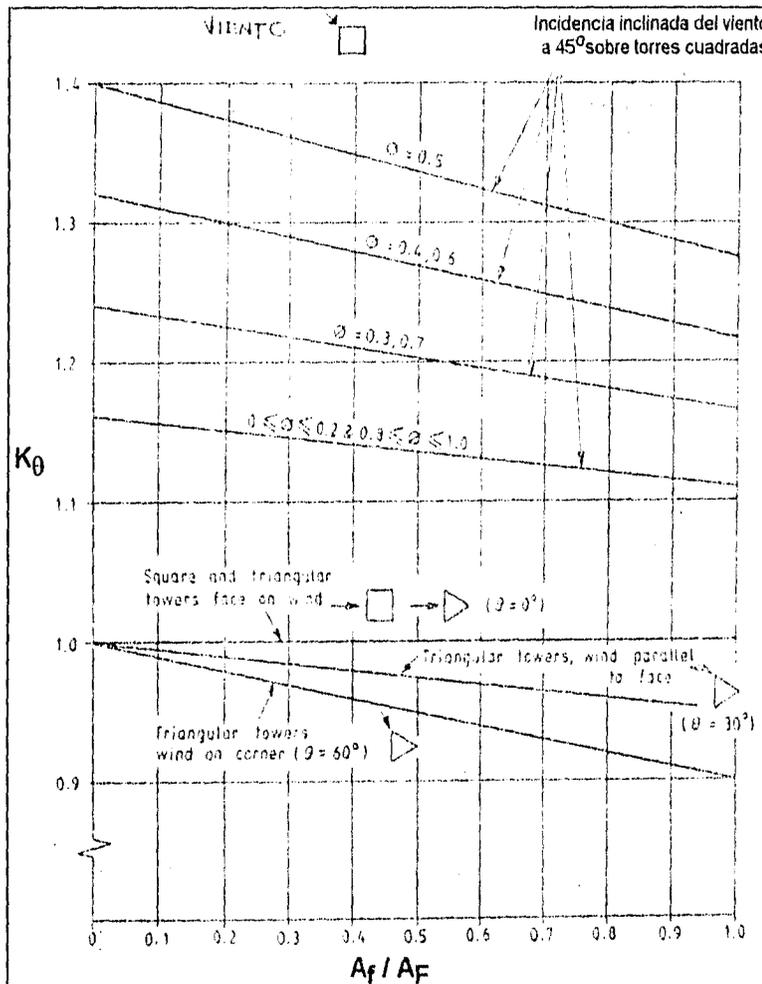


Fig. 4.2 Factor de incidencia del viento,  $K_\theta$

#### 4.2.2 COEFICIENTES GLOBALES DE ARRASTRE

Los coeficientes globales de arrastre,  $C_N$ , aplicables a torres simétricas rectangulares y triangulares se muestran en la figura 4.3. Si esas mismas torres

están compuestas de perfiles de lados planos y secciones circulares el coeficiente global de arrastre se obtendrá a partir de:

$$C_N = C_{NF} \frac{A_f}{A_F} + C_{Nc} \frac{A_c}{A_F} + C_{Nc'} \frac{A_{c'}}{A_F}$$

$C_{NF}$ ,  $C_{Nc}$  y  $C_{Nc'}$  coeficientes de arrastre para torres compuestas de perfiles de lados planos, miembros de sección circular para régimen subcrítico y supercrítico respectivamente. Se tomarán de la figura 4.3.

$A_f$  como se define en 4.2.1

$A_c$  proyección normal del área total, en dirección de los elementos de sección circular en régimen subcrítico

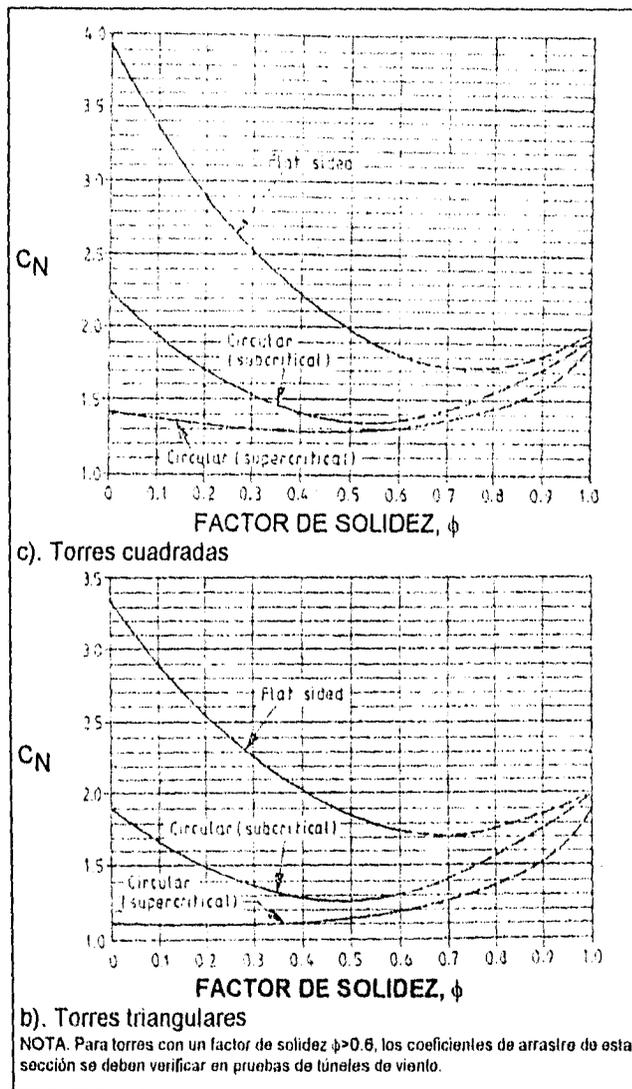


Fig.4.3 coeficientes de arrastre,  $C_N$ , para torres cuadradas y triangulares

$A_{c'}$  proyección normal del área total, en dirección de los elementos de sección circular en régimen supercrítico

$A_p$  proyección normal del área total, dada por;  $A_F = A_t + A_c + A_c = A_s$  (como se define en 4.2.1) cuando todos los componentes son estructurales

#### 4.3 METODO PARA TORRES SIMETRICAS CON ELEMENTOS AUXILIARES CORTOS

##### 4.3.1 RESTRICCIONES PARA EL METODO SIMPLIFICADO

Si un tablero contiene elementos auxiliares que cumplan con los requisito de 4.1.3 su capacidad resistente se podrá determinar según 4.3.2, para otros casos se debe seguir el método general descrito en 4.4.

##### 4.3.2 RESISTENCIA TOTAL CONTRA EL VIENTO

La resistencia total,  $\Sigma R_w$ , se determinará en dirección longitudinal y transversal del viento de acuerdo a los puntos siguientes, respectivamente.

a).- La resistencia total,  $\Sigma R_w$ , de un tablero de la torre sin auxiliares, en dirección longitudinal del viento será:

$$\Sigma R_w = R_r + R_{AW}$$

$R_r$  resistencia del panel descubierto de la torre, con un factor de solidez,  $\phi$ , apropiado a la estructura

$R_{AW}$  resistencia al efecto del viento de elementos auxiliares

b).- La resistencia total,  $\Sigma R_x$ , de un tablero de la torre sin auxiliares, en dirección transversal del viento será:

$$\Sigma R_x = R_r + R_{Ax}$$

$R_{Ax}$  es la resistencia al viento en dirección transversal de los elementos auxiliares, según 4.5 y 4.6

#### 4.4 METODO PARA TORRES ASIMETRICAS O CON ELEMENTOS AUXILIARES

##### 4.4.1 EVALUACION DE LA RESISTENCIA TOTAL CONTRA EL VIENTO

Se determinará en la dirección longitudinal y transversal del viento de acuerdo a los puntos siguientes, respectivamente

a).- La resistencia total de un tablero de la torre,  $\Sigma R_w$ , en dirección longitudinal del viento, de una torre cuadrada, cuadrada o triangular con elementos auxiliares que no cumplan con las restricciones de 4.1.3 se tomará como

$$\Sigma R_w = R_{1e} \cos^2 \theta_1 + R_{2e} \sin^2 \theta_1 \quad \text{para torres cuadradas y rectangulares}$$

$$\Sigma R_w = R_{1e} \cos^2 \left( \frac{3\theta_1}{4} \right) + R_{2e} \sin^2 \left( \frac{3\theta_1}{4} \right) \quad \text{para torres triangulares}$$

donde

$R_{1e}$  resistencia efectiva dada por

$$R_{1e} = (R_1 + \eta_1 R_3) K_{01} \text{ para torres cuadradas y rectangulares}$$

$$R_{1e} = \left\{ R_1 + \frac{\eta_1}{2} (R_2 + R_3) \right\} K_{01} \text{ para torres triangulares}$$

$R_{2e}$  resistencia efectiva dada por

$$R_{2e} = (R_2 + \eta_2 R_4) K_{02} \text{ para torres cuadradas y rectangulares}$$

$$R_{2e} = \left\{ R_2 + \frac{\eta_2}{2} (R_1 + R_3) \right\} K_{02} \text{ para torres triangulares}$$

donde

$R_1, R_2, R_3$  y  $R_4$  resistencias del viento dadas por:

$$R_1 = A_{s1} C_{n1} + R_{AW1}$$

$$R_2 = A_{s2} C_{n2} + R_{AW2}$$

$$R_3 = A_{s3} C_{n3} + R_{AW3}$$

$$R_4 = A_{s4} C_{n4} + R_{AW4}$$

donde

$A_{s1}, A_{s2}, A_{s3}$  y  $A_{s4}$  proyecciones de las áreas de las caras 1,2,3 y 4 respectivamente, de los componentes tratados como miembros estructurales, incluyendo hielo y dentro de la misma altura del tablero

$C_{n1}, C_{n2}, C_{n3}$  y  $C_{n4}$  coeficientes de arrastre para las caras 1,2,3 y 4 respectivamente, de los componentes estructurales según 4.4.2

$R_{AW1}, R_{AW2}, R_{AW3}$  y  $R_{AW4}$  resistencias contra el viento para las caras 1,2,3 y 4 respectivamente, para elementos auxiliares que no sean estructurales, determinadas de acuerdo a 4.5 y 4.6

$\eta_1$  y  $\eta_2$  factores de protección para las caras 1 y 2, respectivamente, con elementos estructurales y auxiliares.

$$\eta_1 + 0.15(\omega - 1)(\phi - 0.1) \text{ para torres cuadradas y rectangulares } \leq 1.0$$

$$\frac{2}{3} \eta_1 + 0.15(\omega - 1)(\phi - 0.1) \text{ para torres triangulares } \leq 1.0$$

$$\text{donde } \eta_1 = \frac{\eta_f (A_f + 0.83A_c + 2.1A_{c'} + A_A)}{(A_s + A_A)} \leq 1.0;$$

$\eta_f$  se obtiene de la figura 4.4 para las caras 1 ó 2

$A_f, A_c, A_{c'}$  áreas para las caras 1 ó 2, definidas en la sección 4.2.2

$A_A$  área proyectada, normal a la cara del elemento no estructural para las caras 1,2,3 y 4.

$$A_F = A_s + A_A \text{ donde } A_s = A_f + A_c + A_{c'}$$

- $\phi$  factor de solidez para las caras 1 y 2, respectivamente, con elementos auxiliares y estructurales (ver fig. 4.1)
- $\omega$  factor de espaciamento. 1.0 para torres triangulares y  $\geq 1.0$  para otros casos
- $K_{01}$  y  $K_{02}$  se obtienen de la figura 4.2, para las caras 1 ó 2;  $\theta$  es el ángulo de incidencia del viento respecto de la normal a la cara 1

b).- La resistencia transversal al viento,  $R_x$ , de un panel se evaluará de acuerdo al punto (a) en dirección normal a la dirección media del viento

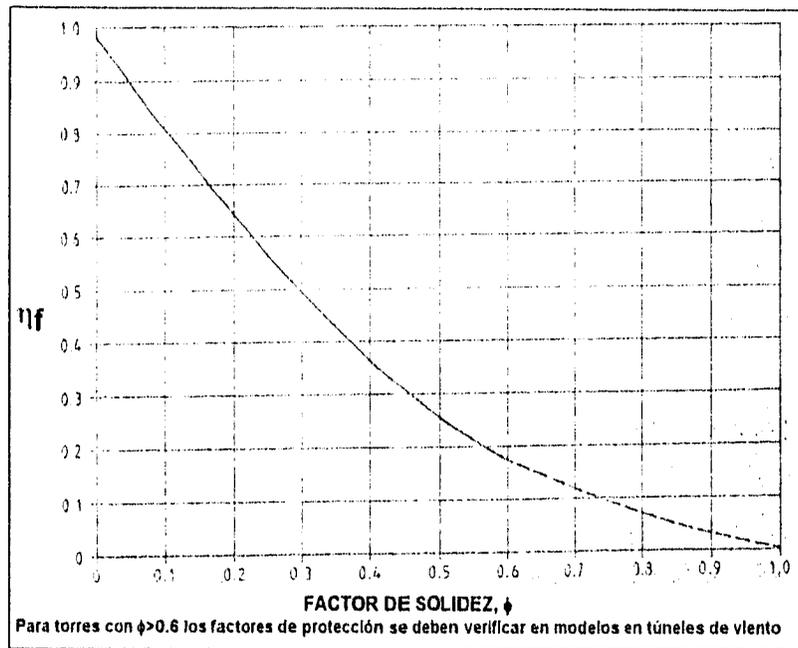


Fig. 4.4 Factor de blindaje,  $\eta_f$ , para estructuras con miembros de lados planos

#### 4.4.2 COEFICIENTES DE ARRASTRE PARA ESTRUCTURAS INDIVIDUALES

Los coeficientes de arrastre,  $C_n$ , para estructuras individuales se obtienen de la figura 4.5. Para estructuras compuestas de miembros de lados planos, de sección circular para flujo subcrítico se tomará como

$$C_{nf} \frac{A_f}{A_s} + C_{nc} \frac{A_c}{A_s} + C_{nc'} \frac{A_{c'}}{A_s}$$

donde

$C_{nf}$ ,  $C_{nc}$ ,  $C_{nc'}$  coeficientes de arrastre para perfiles de lados planos, sección circular en flujo subcrítico y supercrítico, respectivamente. Se obtienen de la figura 4.5, en función del factor de solidez de la cara considerada ( 4.4.1 ).

$A_s$  se definió en 5.2.1 y  $A_f$ ,  $A_c$  y  $A_{c'}$  se definieron en la sección 4.2.2

Tipo de miembro	Numero efectivo de Reynolds $R_e = 1.5 \frac{V_z D}{\nu}$	Coeficientes de arrastre $C_N$	
		Libres de hielo	Con hielo
a). Secciones de lados planos y placas	todos los valores	2.0	2.0
b).- Secciones circulares y conductores lisos	$\leq 2 \times 10^4$	1.2	1.2
	$4 \times 10^4$	0.6	1.0
	$> 10 \times 10^4$	0.7	1.0
c). Cables delgados trenzados, conductores redondos de acero con alma de aluminio y espirales trenzados con más de 7 hilos.	Sin hielo: $\leq 6 \times 10^4$ $\geq 10^5$	1.2 0.9	
	Con hielo: $\leq 1 \times 10^5$ $> 2 \times 10^5$		1.25 1.0
d).- Cable grueso trenzado, cables metálicos pequeños y espirales de acero trenzado con siete alambres.	Sin de hielo: $\leq 4 \times 10^4$ $> 4 \times 10^4$	1.3 1.1	
	Con hielo: $\leq 1 \times 10^5$ $\geq 2 \times 10^5$		1.25 1.0
e).- cilindros helicoidales de altura mayor a 0.12D	Todos los valores	1.2	1.2

NOTA. Para valores intermedios de  $R_e$  y  $C_N$  se puede hacer una interpolación lineal.  
D es el diámetro del miembro ( en m )

$V_z$  es la velocidad del viento a la altura Z multiplicada por su factor de seguridad (en m/s) (ver 3.2.1)

$\nu$  es la viscosidad cinemática del aire (en m<sup>2</sup>/s) (ver 4.2.1)

Tabla 4.1 Coeficientes de arrastre para miembros individuales

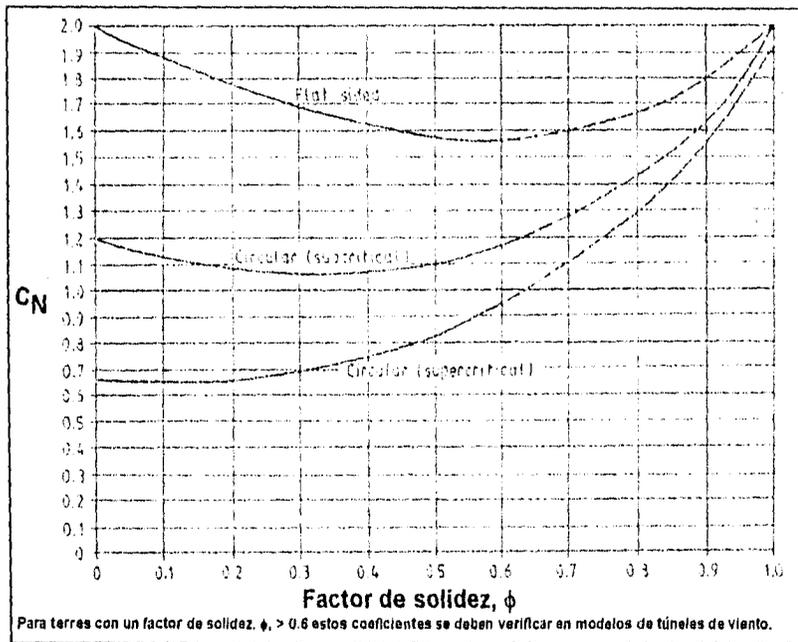


Fig 4.5 Coeficientes de arrastre,  $C_N$

#### 4.5 ELEMENTOS AUXILIARES LARGOS

La resistencia al viento de elementos auxiliares largos se determinará en dirección longitudinal y transversal al flujo según (a) y (b) respectivamente.

a).- La resistencia al viento,  $R_{AW}$ , en dirección del viento para elementos auxiliares dentro de la altura de un tablero será:

$$R_{AW} = C_N K_A A_A \sin^2 \psi$$

$C_N$  coeficiente global de arrastre según el tipo de miembro y el número de Reynolds; se presentan en la tabla 4.1 para elementos aislados individuales. Para miembros compuestos,  $C_N$  se obtendrá según 4.4.2.

$K_A$  factor de reducción que toma en cuenta la protección del elemento, por la torre misma.

$$K_A = K'_A \left\{ 1 - \frac{c}{2d} + \frac{2}{3} \left( \frac{c}{d} \right)^2 \right\} \text{ Para ángulos y redondos en flujo subcrítico}$$

$K_A = 1.0$  para secciones circulares en flujo supercrítico

$K_A = 1.0$  para elementos auxiliares que no cumplan con lo dispuesto en la sección 4.1.3 y que se haya usado el método general de análisis de 4.4

$K'_A$  factor de reducción dado en la tabla 4.2

$c$  distancia entre la cara frontal de la torre y el borde interior del auxiliar en línea recta sobre la dirección del viento ( $c = 0$  para elementos exteriores)

$d$  es la profundidad total de la torre en la dirección del viento, a lo largo de la misma línea

$A_A$  es el área de la parte visible cuando se observa en dirección del viento, incluyendo hielo

$\psi$  ángulo de incidencia del viento respecto del eje longitudinal del miembro

b).- La resistencia transversal,  $R_{Ax}$ , de un tablero se calculará de acuerdo al punto a), perpendicular a la dirección media del viento

Posición de elementos auxiliares adicionales	Factor de reducción $K'_A$	
	Torres de sección cuadrada y rectangular	Torres de sección triangular
Dentro de la sección	0.6	0.6
Fuera de la sección	0.7	0.6

Tabla 4.2 Factor de reducción,  $K'_A$ , para auxiliares adicionales

#### 4.6 ELEMENTOS AUXILIARES CORTOS

La capacidad de resistencia, contra el viento, de elementos cortos se determinará en dirección longitudinal y transversal de acuerdo a los siguientes incisos (a) y (b)

a).-Para herrajes y accesorios, la resistencia total del viento,  $R_{AW}$ , en la dirección del viento será:

$$R_{AW} = C_A K_A A_A$$

$C_A$  coeficiente de arrastre, según la dirección del viento. La velocidad se obtendrá de pruebas en túneles de viento

$A_A$  área de la cara del accesorio proyectada en la misma dirección

$K_A$  definido en secciones anteriores

b).- La resistencia transversal,  $R_{AX}$ , se evaluará de acuerdo al punto (a) con la dirección normal a la dirección media del viento

#### 4.7 CABLES

La resistencia al viento,  $R_{CW}$ , de cualquier cable de la torre, en dirección longitudinal del viento será:

$$R_{CW} = C_c D_c L_c \sin^3 \psi$$

$C_c$  coeficiente global de arrastre según el número de Reynolds. ( tabla 4.1 )

$L_c$  longitud horizontal entre apoyos

$D_c$  diámetro del cable

$\psi$  ángulo de incidencia contra el cable

#### 4.8 FORMACION DE HIELO

Cuando se evalúe la resistencia de la torre con todos sus herrajes y accesorios, bajo condiciones de hielo, se considerará una capa de hielo uniformemente distribuida en todos los componentes estructurales y no estructurales con un espesor igual al especificado en la sección 3.5 de [R4].

### SECCION 5. RESPUESTA ESTRUCTURAL ANTE CARGAS DE VIENTO

#### 5.1 PROCEDIMIENTO

##### 5.1.1 INTRODUCCION

Las máximas fuerzas de diseño de los componentes de la torre y la cimentación se calcularán con la debida atención a la turbulencia del viento. Tales fuerzas representarán el efecto resultante de una carga estática equivalente ocasionada por la velocidad media horaria en dirección longitudinal.

Los métodos para determinar las fuerzas máximas de diseño en los miembros de la torre son:

a).- Método estático equivalente (5.1.2). Se usará cuando:

$$\frac{7m_r}{\rho_s R_{WT} \sqrt{d_s} \tau_0} \left( \frac{5}{6} - \frac{h_r}{H} \right) < 1$$

$R_{WT}$  resistencia total de un tablero, tal que  $R_{WT}$  es menor que un tercio de  $\sum R_{WT}$  para toda la torre ( en  $m^2$  )

$\rho_s$  densidad del material de la estructura de la torre

$m_r$  masa total de los tableros, elementos con los que se calculó  $R_{WT}$  ( en kg )

H altura total de la torre (en m)

$h_T$  es la altura total del tablero menor que H/e (en m)

$\tau_o$  es la razón del volumen / resistencia del tablero tomada como 0.001 m

$d_n$  espesor de la torre en la dirección del viento, igual a:

base, d, para torres rectangulares (en m)

0.75 X ancho de la base para torres triangulares (en m)

b).- Método analítico espectral (ver 5.1.3)

5.1.2 METODO ESTATICO EQUIVALENTE. Para torres con base rígida (con diagonales), sin herrajes o que cumplan con los requisitos de 4.1.3, las fuerzas de diseño se pueden obtener de acuerdo a 5.3.

5.1.3 METODO ANALITICO ESPECTRAL. Las fuerzas de diseño se pueden obtener con mayor precisión si se sigue el procedimiento de 5.4.

5.1.4 DESPLAZAMIENTOS. Normalmente sólo se requieren para satisfacer requisitos de servicio. El criterio y procedimiento se presenta en 5.2.5.

5.1.5 VIBRACIONES POR EXITACION DE VORTICES. Cuando las torres soporten cuerpos obstructores de forma cilíndrica o que puedan captar hielo se debe tomar en cuenta la posibilidad de vibración por vórtices de acuerdo a 5.5.

## 5.2 CARGAS DE VIENTO PARA TORRES SIMETRICAS

5.2.1. INTRODUCCION. Para torres sin auxiliares o que cumplan con 4.1.3 la máxima carga media por viento,  $P_{TW}$ , para un tablero de la torre será:

$$\bar{P}_{TW} = \frac{\rho_a}{2} V_i^2 \sum R_w$$

La máxima fluctuación de carga por turbulencia en la dirección del viento,  $P'_{TW}$ , será:

$$P'_{TW} = G \bar{P}_{TW}$$

La máxima fluctuación de carga por turbulencia en dirección transversal al viento,  $P'_{TX}$ , será:

$$P'_{TX} = K_x (\sum R_x / \sum R_w) P'_{TW}$$

donde:

G factor de respuesta de ráfaga apropiado al momento flexionante o fuerza cortante según 5.2.3 o 5.2.4

$\rho_a$  densidad del aire a temperatura ambiente ( $\rho_a = 1.22 \text{ kg / m}^3$ )

$\bar{V}_z$  velocidad media a la altura, Z (en m), del centroide del tablero desde el nivel del terreno de acuerdo a 3.

$\Sigma R_w$  resistencia total de la estructura en la dirección del viento determinada de acuerdo a 4.2 o 4.3

$K_x$  factor de tolerancia por turbulencia para la intensidad transversal del viento; se tomará como 0.5

$\Sigma K_x$  resistencia transversal al flujo del viento a la altura del tablero

Se supondrá que las cargas actúan en el centroide del área de las caras de análisis.

## 5.2.2 FACTOR BASICO DE RESPUESTA DE RAFAGA.

5.2.2.1 INTRODUCCION. Para calcular el factor de respuesta de ráfaga, G, se debe conocer el factor básico de respuesta de ráfaga,  $G_B$ , calculado como se indica en 5.2.2.2 y 5.2.2.3.

5.2.2.2 METODO GENERAL. El factor básico de respuesta de ráfaga,  $G_B$ , se tomará como:

$$G_B = BJ$$

B factor de tamaño que se obtiene de la fig. 5.1 según la categoría de terreno definida en 3.1.4 (se puede interpolar para categorías intermedias)

J factor de altura que se obtiene de la fig. 5.2

z altura sobre el terreno, a la que se calculan los momentos flexionantes o fuerzas cortantes

H altura total de la torre

(H - z) no será menor que 10 m cuando  $H \leq 100$  m y no se tomará menor que 0.1H cuando  $H \geq 100$  m, al usar las figuras 5.1 y 5.2.

5.2.2.3 METODO SIMPLIFICADO. Por simplificación, el factor básico de ráfaga,  $G_B$ , se puede obtener de la figura 5.3, la cual se aplica a cualquier valor de z según la categoría de terreno definida en 3.1.4 (se puede interpolar para categorías intermedias); z se define en 5.2.2.2.

## 5.2.3 CARGAS PARA EL CALCULO DE MOMENTOS FLEXIONANTES.

El factor de ráfaga, G, que se use en el cálculo de momentos flexionantes de diseño de la base y la cimentación se tomará como:

$$G = G_B \left\{ 1 + 0.2(z_m/H)^2 \right\}$$

$G_B$  factor básico de respuesta determinado de acuerdo a 5.2.2 con  $z = z_m$

$z_m$  altura sobre el terreno a la que se calculan los momentos flexionantes

H altura total de la torre

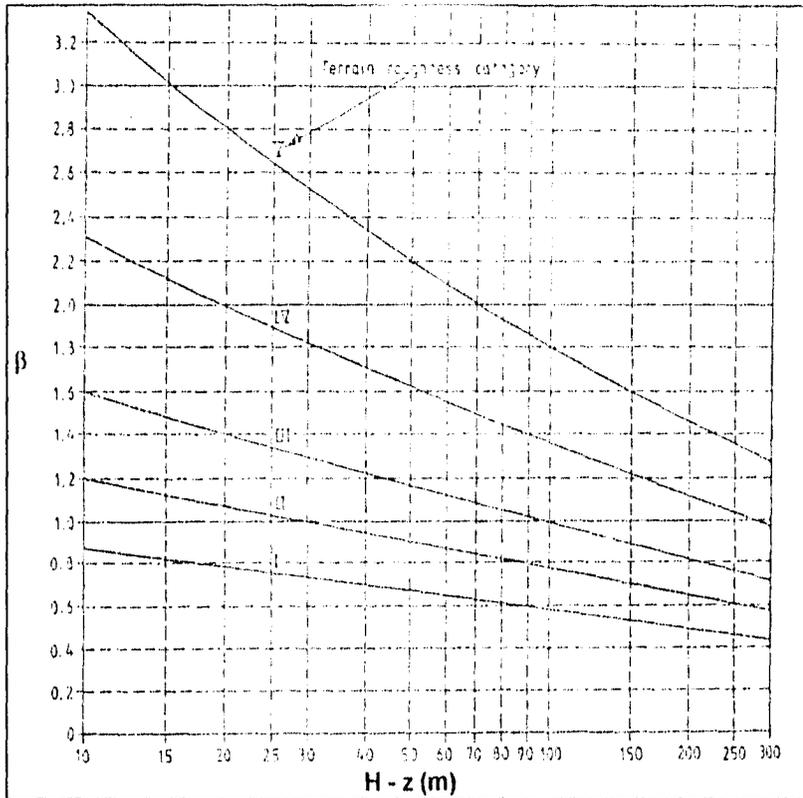


Fig 5.1 Factor de tamaño,  $\beta$

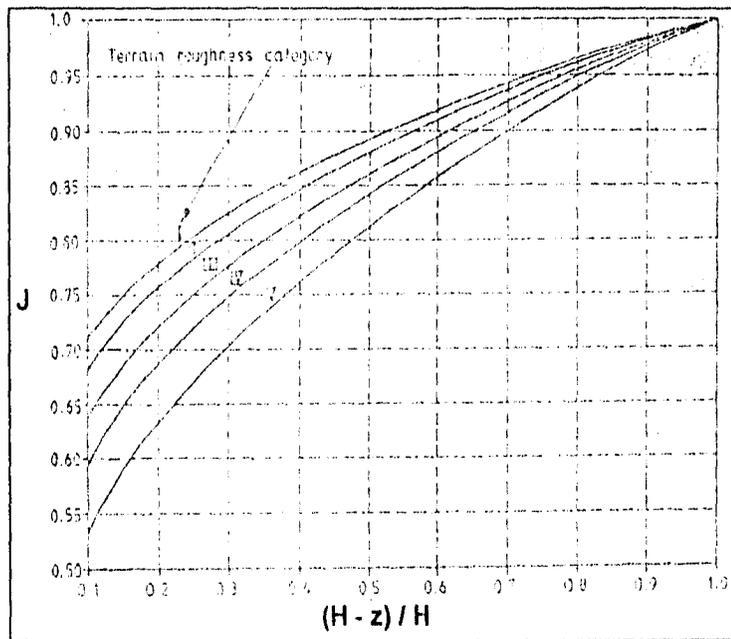


Fig. 5.2 Factor de altura

**5.2.4 CARGAS PARA EL CALCULO DE FUERZAS CORTANTES.**

El factor de ráfaga,  $G$ , que se use en el cálculo de cortantes por arriba de la base o la cimentación se tomará como:

$$G = K_q G_b \{1 + 0.2(z_q/H)^2\}$$

$G_b$  factor básico de respuesta de acuerdo a 5.2.2 con  $z = z_q$

$z_q$  altura sobre el terreno, donde se evalúe el cortante

$K_q$  factor que se obtiene de la fig. 5.4 apropiado al valor  $1/|f_q|$ , donde  $|f_q|$  es la razón de la fuerza cortante desarrollada por las diagonales entre la fuerza cortante total en el nivel de altura  $z_q$ ; acciones producidas por cargas de viento medio.

cuando  $1/|f_q| > 8$ ,  $K_q$  se puede evaluar como:  $K_q = 1 + \frac{(H - z_q)^{0.4}}{23.6} (1/|f_q| - 3)$

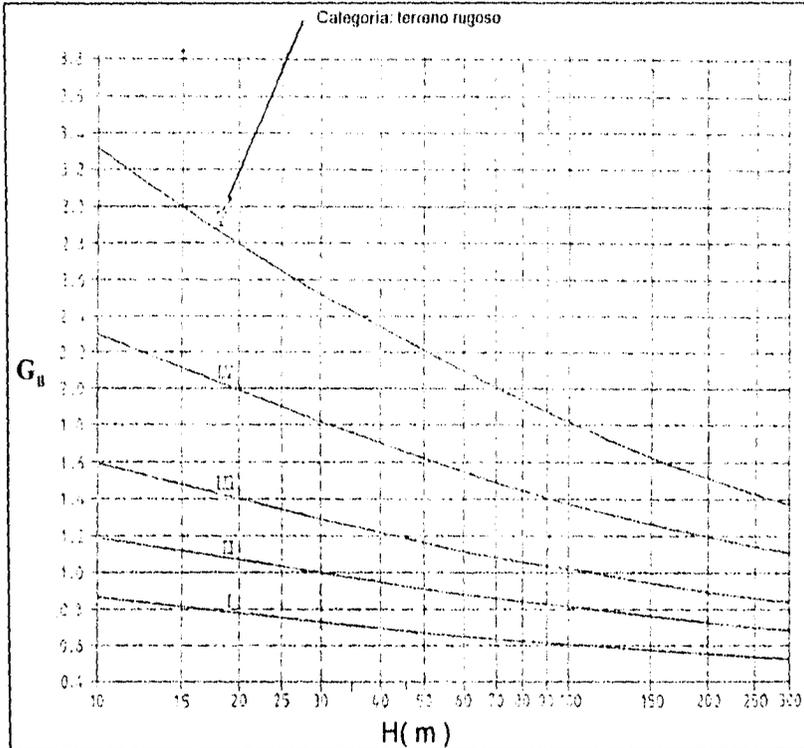


Fig. 5.3 Factor básico de ráfaga,  $G_b$

### 5.2.5 CARGAS PARA EL CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS

Para calcular deflexiones se consideran dos categorías de torres en función del criterio de límite de servicio.

a).- Torres en las que se permite, ocasionalmente, exceder el límite de deformación en el rango de esfuerzos mayores a los de servicio. Las deflexiones se obtendrán tanto de cargas medias horarias como de las fluctuaciones de carga; se usará un factor de ráfaga,  $G$ , adecuado a las cargas de la base de la torre según 5.2.3

b).- Torres sujetas (en periodos críticos) a esfuerzos mayores a los de servicio en las que se permite exceder el límite de deformación por periodos de tiempo hasta de un 50%. En este caso las fluctuaciones de carga se pueden ignorar.

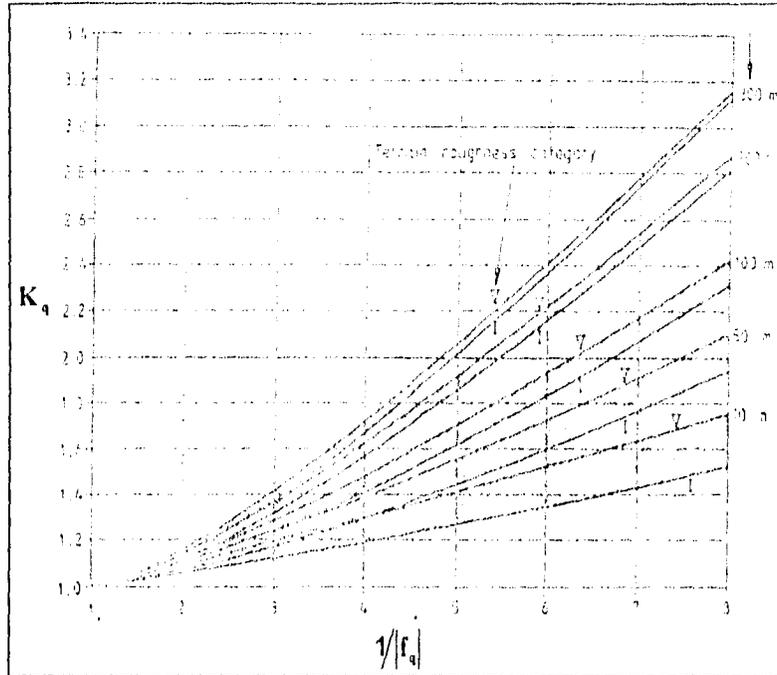


Fig 5.4 Factor de fuerza cortante,  $K_q$

### 5.2.6 CALCULO DE FUERZAS DE VIENTO EN LOS MIEMBROS DE LA TORRE

La fuerza total por viento,  $\Sigma F_T$ , en cualquier miembro se tomará como:

$$\Sigma F_T = (\bar{F} + F'_{TW})$$

donde

$\bar{F}_T$  fuerza debida a carga media máxima de viento,  $\bar{P}_{TW}$

$F'_{TW}$  fuerza debida a la máxima fluctuación de las cargas de viento,  $P'_{TW}$

$\bar{P}_{TW}$  y  $P'_{TW}$  se determinan de acuerdo a 5.2.1

Para torres que cumplan las restricciones de 4.1.3 se pueden ignorar las fuerzas debidas a las fluctuaciones de las cargas transversales del viento. De esta forma la fuerza total,  $\Sigma F_T$ , en cualquier miembro se puede obtener de la carga total por tablero,  $\Sigma P_{TW}$ , en la dirección del viento como:

$$\Sigma P_{TW} = \rho_s / 2 V_t^2 \Sigma R_w (1 + G)$$

donde:  $\rho_s$ ,  $\bar{V}_t$ ,  $\Sigma R_w$  y  $G$  se definen en 5.2.1

### 5.3 CARGAS DE VIENTO PARA TORRES CON CONEXIONES COMPLEJAS

5.3.1 Las cargas de viento sobre torres parcialmente protegidas se determinará de acuerdo a 5.2.1 - 5.2.5 con una resistencia equivalente para la torre descubierta  $R_{TE}$ , en lugar de  $\Sigma R_w$  donde

$$R_{TE} = \Sigma R_w - (R_{AW} + R_{CW})$$

donde

$\Sigma R_w$  resistencia total del viento de acuerdo a 4.4

$R_{AW}$  resistencia al viento de elementos auxiliares largos según 4.5 y 4.6

$R_{CW}$  resistencia al viento por cables determinada de acuerdo a 4.7

Cuando se consideren cargas en dirección transversal,  $\Sigma R_x$  se reemplazará por una expresión similar que relacione las resistencias en esa dirección.

### 5.3.2 CARGAS EN AUXILIARES

La máxima carga media de viento en dirección del viento,  $\bar{P}_{AW}$  será:  $\bar{P}_{AW} = \frac{\rho_a}{2} V_{ZA}^2 R_{AW}$

La máxima fluctuación de carga por ráfaga en dirección del viento es:  $P'_{AW} = G_A \bar{P}_{AW}$

La máxima fluctuación de carga debida a ráfagas en dirección transversal será:

$$P'_{AX} = P'_{AW} (R_{AX}/R_{AW}) K_X$$

donde

$\bar{V}_{iA}$  velocidad media al nivel del centroide del elemento auxiliar según 3.2

$R_{AW}$  resistencia al viento de todos los elementos auxiliares en dirección del viento según 4.5 y 4.6

$R_{AX}$  resistencia al viento de todos los elementos auxiliares en dirección del viento según 4.5 y 4.6

$K_X$  y  $\rho_a$  se definen en 5.2.1

$G_A$  factor de ráfaga de respuesta para elementos auxiliares determinado por

$$B_A J_A \left\{ 1 + 0.2 (z_A/H)^2 \right\}$$

donde

$B_A$  se tomará como B de la figura 5.1 con  $(H - z)$  igual al mayor de los valores

a).-  $e_A$       b).- 10 m      c).-  $0.1 z_A$

$J_A$  se tomará como J de la figura 5.2 con  $\frac{H-z}{H}$  igual al mayor de los valores

a).-  $\frac{e_A}{z_A}$       b).-  $\frac{10}{z_A}$       c).- 0.1 pero no mayor que 1.0

$z_A$  altura al centroide del elemento auxiliar

$e_A$  dimensión vertical del elemento auxiliar (en m)

### 5.3.3 CARGAS EN CABLES

La máxima carga media que se aplique a los cables,  $\bar{P}_{CW}$ , será:  $\bar{P}_{CW} = \frac{\rho_a}{4} V_{zc}^2 R_{CW}$

la máxima fluctuación de carga en la misma dirección,  $P'_{CW}$ , será:  $P'_{CW} = G_C \bar{P}_{CW}$

donde

$\bar{V}_{wc}$  velocidad media del viento a la altura promedio del cable según 3.2

$R_{cw}$  resistencia del cable contra el viento de acuerdo a 4.7

$G_c$  factor de ráfaga del cable y se tomará como:  $G_c = K_L K_z$

$K_L$  factor de longitud de la figura 5.5, donde L es la proyección de la longitud entre apoyos (ver fig. 5.6)

$K_z$  factor de altura del cable. Se obtendrá de la figura 5.7 según el tipo de terreno, donde  $z_c$  es la altura promedio del cable sobre el terreno

$\rho_a$  se define en 5.2.1

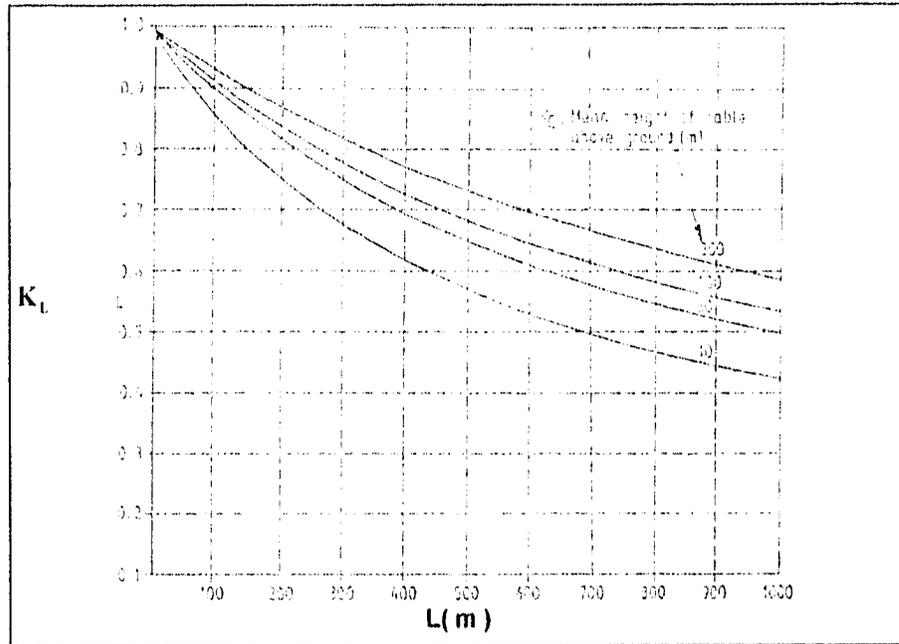
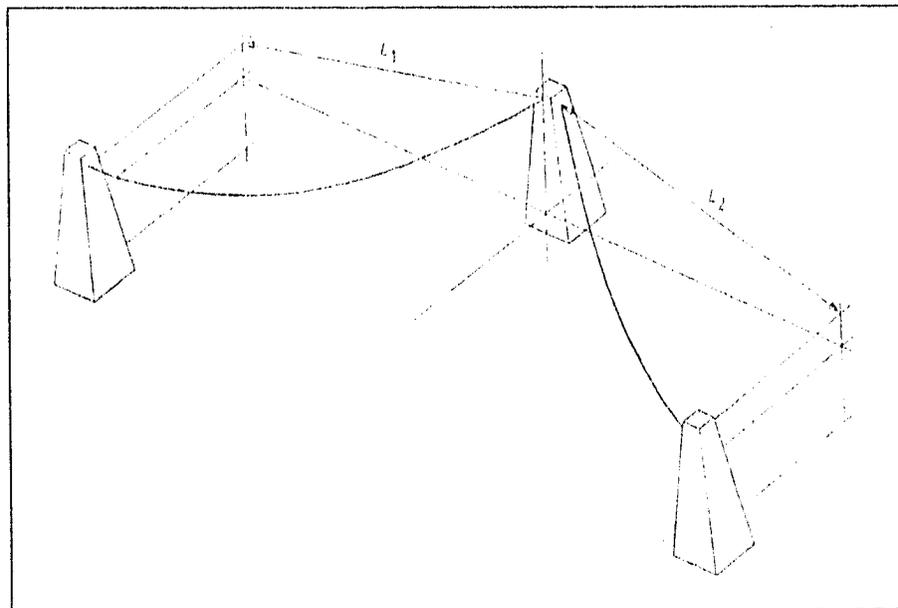


Fig. 5.5 Factor de longitud,  $K_L$ , para cables



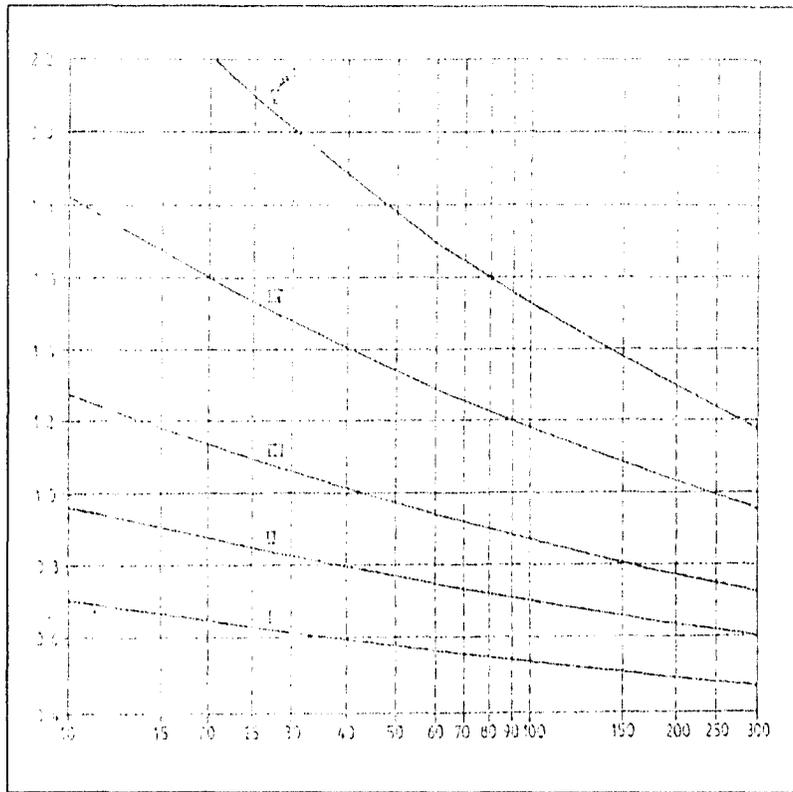


Fig. 5.6 Longitudes proyectadas de los cables

Fig. 5.7 Factor de altura de cables,  $K_1$

### 5.3.4 CALCULO DE FUERZAS DE VIENTO EN LOS MIEMBROS DE LA TORRE

La fuerza total en los miembros de la torre por cargas de viento,  $\Sigma F$ , está dada por:

$$\Sigma F = \bar{F} + F'$$

$\bar{F}$  fuerza máxima en el miembro debida a carga media de viento:  $\bar{F} = \bar{F}_T + \bar{F}_A + \bar{F}_C$

donde

$\bar{F}_T$  fuerza en el miembro debida a carga media máxima de viento, sobre la torre parcialmente protegida,  $\bar{P}_{TW}$ , determinada según 5.2.1 - 5.2.5 en concordancia con 5.3.1.

$\bar{F}_A$  fuerza en el miembro debida a carga media máxima de viento,  $\bar{P}_{AW}$ , sobre los elementos auxiliares, determinada de acuerdo con 5.3.2.

$\bar{F}_C$  fuerza en el miembro debida a carga media máxima de viento,  $\bar{P}_{CW}$ , sobre todos los cables, determinada de acuerdo con 5.3.3

$F'$  máxima fuerza fluctuante en el miembro debida a turbulencia; dada por:

$$F' \sqrt{\left\{ (F'_{TW} + F'_{AW})^2 + (F'_{TX} + F'_{AX})^2 + F'_c{}^2 \right\}}$$

$F'_{TW}$  y  $F'_{TX}$  son componentes de fuerza en el miembro debidas a fluctuaciones de las cargas de viento en dirección del flujo y en dirección transversal, respectivamente,

sobre el cuerpo de la torre parcialmente cubierto por auxiliares, según 5.2.1 a 5.2.5 en concordancia con 5.3.1.

$F'_{AW}$  y  $F'_{AX}$  componentes de fuerza en el miembro debidas a fluctuaciones de las cargas de viento en dirección del flujo y en dirección transversal, respectivamente sobre elementos auxiliares de acuerdo a 5.3.2.

$F'_c$  componente de fuerza en el miembro debida a fluctuaciones de la carga de viento sobre los cables de acuerdo con 5.3.3.

### 5.3.5 CARGAS PARA EL CALCULO DE DEFLEXIONES

Se puede seguir el método de la sección 5.2.5 con atención a las variaciones de deformación que resulten por efecto de elementos auxiliares y cables mencionados en 5.2.5.

### 5.4 METODO ANALITICO ESPECTRAL

Cuando se adopte el método de análisis espectral, se aceptarán las condiciones meteorológicas definidas en la sección tres. La respuesta se calculará para todos los modos de vibración que tengan una frecuencia natural menor de 2 Hz.

### 5.5 RESPUESTA TRANSVERSAL DEBIDA A EXITACION VORTICOSA

#### 5.5.1 VELOCIDAD CRITICA DEL VIENTO

Una torre puede vibrar en dirección transversal al flujo del viento a causa de excitación vorticiosa, si soporta elementos de forma prismática o cilíndrica o que existan porciones de la torre altamente cargadas de hielo.

La mínima velocidad crítica del viento,  $V_{cr}$ , en que se presentan tales vibraciones es:

$$V_{cr} = \frac{n_1 D_z}{S}$$

donde

$D_z$  diámetro del cuerpo obstructor en cualquier nivel  $z$  sobre la base de la torre

$S$  número de Strouhal; se tomará como 0.2 para elementos circulares y como 0.15 para perfiles con bordes

$n_1$  frecuencia natural de la torre en vibración transversal

Si se restringe la oscilación transversal, el valor de  $V_{cr}$  excederá  $1.3 \bar{V}_z$  en todos los niveles de  $z$ , cuando  $V_z$  se determine de acuerdo a 3.2

#### 5.5.2 EXCITACION

Cuando se pronostiquen velocidades superiores a las críticas:

- a).- Se preverá el efecto de vórtices mediante el uso de elementos aerodinámicos
- b).- Se calcularán las amplitudes de vibración y esfuerzos dinámicos para todos los modos de vibración

### **3.3 PRACTICA NORTEAMERICANA**

#### **1 INTRODUCCION.**

La sociedad americana de ingenieros civiles (ASCE) publicó en 1991 la última actualización del manual de práctica de ingeniería No. 74, titulada "GUIA PARA CARGAS ESTRUCTURALES EN LINEAS DE TRANSMISION ELECTRICA" [R13]. En este manual se presenta un procedimiento detallado para evaluar las cargas estructurales a lo largo de una línea de transmisión. Se divide en cuatro secciones: la primera trata los criterios de diseño; la metodología de diseño se basa en principios de confiabilidad y en el criterio de factores de carga y resistencia (LRFD) para cualquier estructura de transmisión. En la sección número dos se discuten las cargas relacionadas con las condiciones atmosféricas; se dan especificaciones, procedimientos y fórmulas para determinar las acciones sobre las estructuras de la línea. En la tercera sección se presenta un estudio detallado de cargas especiales como galopeo, vibración y cargas de construcción y mantenimiento. En la sección final del manual se presenta un ejemplo numérico del cálculo de cargas con base en el procedimiento propuesto por el propio manual.

#### **1.1 SISTEMAS, SUBSISTEMAS Y COMPONENTES**

Una línea de transmisión es un sistema integrado por subsistemas; subsistemas de conductores, cables de guarda y un subsistema para cada clasificación de la estructura de soporte, de acuerdo al nivel de confiabilidad requerido. Los subsistemas a su vez están formados por componentes tanto estructurales como auxiliares.

#### **1.2 TIPOS EVENTOS QUE PRODUCEN LAS CARGAS**

Las cargas son fuerzas directas que actúan sobre los cables conductores, de guarda y sobre la estructura misma. Los eventos que producen, las cargas, se pueden clasificar en: atmosféricos, accidentales, de construcción y mantenimiento.

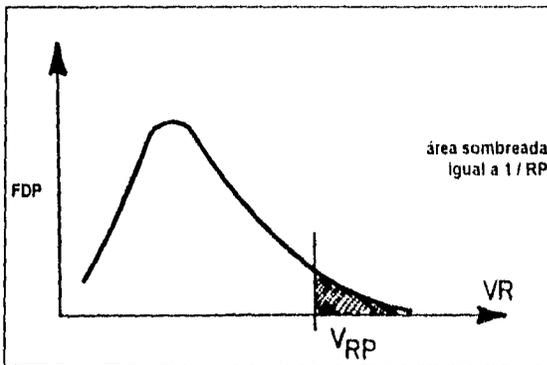
##### **1.2.1 EVENTOS ATMOSFERICOS**

Son de interés, principalmente, las ocurrencias de velocidad del viento, VR; espesor de hielo, IR; y temperatura, TR. Las tres variables, separadas o en conjunto son variables aleatorias que se pueden describir mediante funciones de probabilidad. Se acepta que las variables aleatorias VR, IR, y TR sigan la distribución extrema tipo I (Gumbel 1954).

##### **1.2.2 EVENTOS O CARGAS EN FUNCION DEL PERIODO DE RETORNO**

Cuando existen datos suficientes se puede utilizar el concepto de periodo de retorno (RP). Es común encontrar en los códigos de diseño (NESC 1990) valores nominales

como  $V_n$ ,  $I_n$ , y  $T_n$  que presentan un riesgo muy bajo de ser excedidos. Un valor nominal es aquel que tiene una probabilidad  $1/RP$  de ser excedido en un año. Por ejemplo la velocidad del viento con periodo de retorno de 50 años,  $V_{50}$ , tiene una probabilidad de 0.02 (2%) de ser excedida en un año Fig. 1.2-1. La probabilidad ( $p$ ) de que un evento o carga con un periodo de retorno de  $RP$ -años sea excedido por lo menos una vez durante la vida útil de la línea ( por ejemplo 50 años) se muestra en la tabla 1.2.1 y es común utilizar expresiones como  $p = 1 - (1 - 1/RP)^N$ .



donde

- P probabilidad de que la velocidad del viento,  $V_{RP}$ , se exceda por lo menos una vez en  $N$  años.
- $V_{RP}$  velocidad del viento con periodo de retorno  $RP$  (en mph)
- $RP$  periodo de retorno de la velocidad  $V_{RP}$ , en años
- $N$  periodo de exposición o vida útil en años.

Fig. 1.2.1 Función de densidad de probabilidades (FDP) para velocidad anual extrema del viento ( $VR$ ) y velocidad nominal del viento,  $V_{RP}$ , con un periodo de retorno de  $RP$ -años.

Periodo de retorno en años (1)	Probabilidad (2)
50	0.64
100	0.39
200	0.22
400	0.12

Tabla 1.2.1 Probabilidad de que se presente al menos un evento más severo que el evento con un periodo de retorno de  $RP$  años durante un periodo de servicio de 50 años.

### 1.2.3 EVENTOS ACCIDENTALES

Se incluyen en esta categoría los eventos que no pueden ser descritos estadísticamente, como el desgaste, fatiga, impacto, tornados, sabotaje o cualquier otro fenómeno infortuito dentro de esta categoría. El diseño no controla estos eventos pero debe minimizar sus consecuencias

### 1.2.4 CARGAS DE CONSTRUCCION Y MANTENIMIENTO

Algunos componentes de la línea se deben diseñar para la carga crítica que se presente durante las operaciones de construcción y mantenimiento.

## 1.3 ESTADO LIMITE DE DISEÑO

Un estado límite define un comportamiento aceptable o inaceptable del diseño. Los estados límite se clasifican en: estado límite de servicio, daño y de falla. Para estructuras de transmisión, el estado límite de servicio incluye vibración, corrimiento, deflexiones y desplome. El estado límite de daño y de falla incluye cualquier tipo de falla, parcial o total.

### 1.3.1 CARGAS Y EFECTOS DE LAS CARGAS

Las cargas, QR, son fuerzas aplicadas sobre los cables o directamente sobre la estructura de soporte. Los efectos que producen son: fuerzas, desplazamientos y esfuerzos en los diversos componentes de la torre.

### 1.3.2 RESISTENCIA DE UN COMPONENTE

La resistencia reducida de un miembro debe ser mayor que la sollicitación amplificada. La resistencia, RR, de un miembro es una variable aleatoria. En los códigos de diseño dicha resistencia se identifica por su valor nominal, Rn, calculada con ecuaciones descritas en algún reglamento de diseño (AISC-86; ANSI-87; ASCE-88,90a; PCI-83). Se dice que un valor nominal, Re, es un porcentaje límite mínimo de resistencia, e, si tiene ese mismo porcentaje, e, de probabilidad de no ser alcanzado. La figura 1.3-1 muestra la localización de Re relativa a la Función de Densidad de Probabilidades (FDP) de la resistencia RR. Los valores nominales se ajustan de tal forma que la mayoría de los componentes probados pasen la prueba; el porcentaje de elementos que no pasan la prueba es igual al límite mínimo de resistencia.

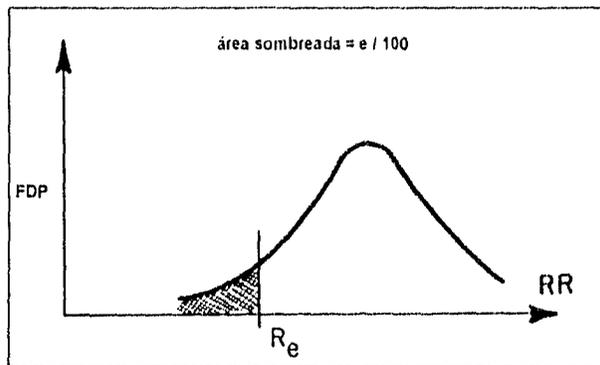


Fig. 1.3-1 Función de densidad de probabilidades para resistencia, RR, de elementos y resistencia nominal, Re, con un porcentaje mínimo de resistencia.

### 1.3.3 DISEÑO POR FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA (LRFD)

#### 1.3.3.1 ECUACIONES LRFD

El diseño por factores de carga y resistencia es una forma de evaluar el comportamiento de varios estados límites.

a).- Cargas relacionadas con el medio ambiente

$$\phi R_n > \text{efecto de [ DL y } \gamma Q_{50} \text{ ]} \quad (1.3-1a)$$

$$\text{ó} \\ \phi R_n > \text{efecto de [ DL y } Q_{RP} \text{ ]} \quad (1.3-1b)$$

b).- Requisitos de seguridad

$$\phi R_n > \text{efecto de [ DL y SL ]} \quad (1.3-2)$$

c).- Construcción y mantenimiento

$$\phi R_n > \text{efecto de } [\gamma_{CM}(\text{DL y C\&M})] \quad (1.3-3)$$

d).- Cargas por reglamento

$$\phi_{LL} R_n > \text{efecto de } [LL] \quad (1.3-4)$$

donde

$\phi$  factor de resistencia que toma en cuenta variaciones del material, de las dimensiones, de la mano de obra y las incertidumbres en relación a las ecuaciones usadas en el cálculo de  $R_n$

$\phi_{LL}$  factor de resistencia para usarse con las cargas

$R_n$  resistencia nominal del componente

DL cargas muertas

$\gamma$  factor de carga aplicado al efecto en consideración de las cargas  $Q_{50}$ .

$Q_{50}$  Cargas producidas por la velocidad del viento  $V_{50}$  o combinaciones de hielo y viento con periodo de retorno de 50 años

La velocidad  $V_{50}$  y las combinaciones de hielo y viento se pueden obtener de datos meteorológicos o mapas regionales

Se tomará la dirección del viento que produzca los efectos más desfavorables. En el cálculo de tensiones se debe tomar en cuenta el efecto de la temperatura en combinación con las cargas

SL cargas de seguridad que se aplican a la estructura con el propósito de limitar las consecuencias de falla a partir de eventos accidentales

C&M cargas producidas por construcción y mantenimiento

$\gamma_{CM}$  factor global de cargas; 1.5 para cargas estáticas. Para cargas dinámicas como el tensando de cable se recomienda un valor de 2

LL cargas por reglamento, por ejemplo NESC-90

Las ecuaciones de diseño 1.3-1a ó 1.3-1b controlan la confiabilidad de los eventos relacionados con el medio ambiente; consideran el estado límite de daño de un componente causado por la ocurrencia de viento extremo o combinaciones de viento y hielo. La ecuación 1.3-2 evalúa el nivel de seguridad de la línea. La ecuación 1.3-3 considera el estado límite de daño de un componente ocasionado por las cargas C&M. La ecuación 1.3-4 representa requisitos de reglamento.

### 1.3.3.2 CONDICIONES DE CARGA SUGERIDAS

Las ecuaciones 1.3-1 a 1.3-3 satisfacen requisitos básicos de seguridad y confiabilidad. La ecuación 1.3-4 representa requisitos reglamentarios de diseño. En la tabla 1.3-1 se presentan los casos más usuales de cargas para diseño.

Ec. 1	Descripción del caso de carga ( 2 )
1.3-1	Viento extremo de cualquier dirección Hielo extremo con viento reducido Cantidades asimétricas de peso por hielo sin viento Viento sustancial con cantidades reducidas de hielo
1.3-2	Cargas de falla (por ejemplo conductores rotos)
1.3-3	Cargas durante el montaje de la estructura Cargas longitudinales por tensión de cables Cargas de construcción y mantenimiento (250 libras)
1.3-4	Cargas reglamentarias

Tabla 1.3.1 Condiciones que deben considerarse en el diseño

#### 1.4. DISEÑO BASADO EN CONFIABILIDAD

Las variaciones de carga y resistencia se pueden considerar en el diseño a través de aplicaciones de la teoría de probabilidades. Un procedimiento de diseño basado en probabilidades considera la probabilidad de ocurrencia de un estado límite sobre un periodo de tiempo determinado, generalmente, un año o el tiempo de vida del sistema. El procedimiento se enfoca a dos puntos esenciales:

- 1). Cómo debe estimarse la probabilidad de ocurrencia del estado límite
- 2). Cuál es el orden de magnitud aceptable

##### 1.4.1 DISEÑO POR FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA (LRFD) BASADO EN EL CRITERIO DE CONFIABILIDAD

La confiabilidad relativa de un componente se define como

$$\text{Confiabilidad relativa} = P_0/P_f \quad (1.4-1)$$

donde

$P_0$  probabilidad básica de falla

$P_f$  probabilidad anual de falla del componente en consideración

Con frecuencia se asigna primero el mismo nivel de confiabilidad a todos los componentes en la línea y después se ajusta este valor a componentes específicos. Este proceso se describe por la ecuación

$$P_0/P_f = \text{LRF} * \text{CRF} \quad (1.4-2)$$

donde

LRF factor de confiabilidad de la línea

CRF factor de confiabilidad del componente

El factor LRF de las ecuaciones 1.3-1a y 1.3-1b, controla el nivel de las cargas de diseño; las cargas de diseño se aplican a todos los componentes en la línea.

El factor CRF ajusta la confiabilidad de componentes individuales.

#### 1.5 SELECCION DEL FACTOR DE CARGA O PERIODO DE RETORNO

El factor de carga  $\gamma$  en la ecuación 1.3-1a (o el periodo de retorno RP en la ecuación 1.3-1b) que corresponde al factor de confiabilidad LRF se puede obtener de la tabla 1.5-1. La carga factorizada  $\gamma Q_{50}$  (con  $\gamma$  de la tabla 1.5.1) es una aproximación de la

carga factorizada  $\gamma Q_{RP}$ . La selección del factor de confiabilidad de la línea LRF se hace con base en la importancia de la línea, de su localización y longitud. Se debe seleccionar un factor de confiabilidad mayor para líneas que crucen áreas urbanas.

Factor de confiabilidad de la línea, LRF (1)	Factor de carga, $\gamma$ (aplicado a $Q_{RN}$ ) (2)	Periodo de retorno de cargas, RP, en años (3)
1	1.00	50
2	1.15	100
4	1.30	200
8	1.40	400

Tabla 1.5-1 Factor de carga  $\gamma$  y periodo de retorno, RP, para ajustar la confiabilidad por el factor LRF

### 1.5 SELECCION DEL FACTOR DE RESISTENCIA

El factor de resistencia  $\phi$  en las ecuaciones 1.3-1 a 1.3-3 toma en cuenta la no uniformidad del límite mínimo de resistencia y las diferencias del coeficiente de variación de resistencias,  $COV_R$ ; también ajusta la confiabilidad de un componente a través del factor CRF. Los valores de  $\phi$  se pueden obtener de la tabla 1.6-1. Para componentes de torres de acero, postes de acero o concreto presforzado diseñados con la reglamentación ASCE o PCI, se puede suponer que la resistencia nominal,  $R_n$ , tiene un límite mínimo de resistencia entre 5 y 10%, y un  $COV_y$  entre 10 y 20%. La tabla 1.6-1 se puede utilizar para cimentaciones cuando se tengan datos suficientes.

CRF (1)	Limite minimo de resistencia, e(%) (2)	Factor de resistencia, $\phi$ , para $COV_R =$			
		10 al 20% (3)	30% (4)	40% (5)	50% (6)
1	5 a 10	1.00	1.05	1.09	1.11
	20	0.92	0.92	0.91	0.91
	30	0.86	0.84	0.81	0.78
	40	0.82	0.78	0.73	0.69
	50	0.78	0.72	0.66	0.61
2	5 al 10	0.85	0.87	0.88	0.90
	20	0.79	0.78	0.75	0.73
	30	0.74	0.71	0.66	0.63
	40	0.70	0.66	0.60	0.55
	50	0.67	0.61	0.54	0.49
4	5 al 10	0.73	0.76	0.77	0.75
	20	0.67	0.67	0.65	0.61
	30	0.63	0.61	0.58	0.53
	40	0.59	0.56	0.52	0.47
	50	0.57	0.52	0.47	0.41

Tabla 1.6-1. Factor de resistencia  $\phi$  para ajustar la confiabilidad a través del factor CRF

El criterio LRFD también es aplicable al diseño de conductores y cables de guarda. Se recomienda una resistencia nominal para conductores del 70% de su capacidad última. Este valor es conservador pero previene el daño de algún conductor y virtualmente elimina la posibilidad de ruptura a ese nivel. Si se usa una resistencia nominal  $R_n = 0.70 T_u$  para conductores y cables de guarda, se recomienda que el valor asociado al factor de resistencia,  $\phi$ , sea 1. Estas sugerencias no están basadas en confiabilidad, representan la práctica de diseño.

## SECCION 2 CARGAS RELACIONADAS CON EL MEDIO AMBIENTE

### 2.0 INTRODUCCION

Se estudian cargas asociadas con viento, nieve y combinaciones de viento y nieve. Estas cargas deben multiplicarse por sus factores de carga correspondientes, como se indica en la sección 1.

### 2.1 FUERZA DEL VIENTO

La fuerza del viento que actúa sobre los componentes de una línea de transmisión es:

$$F = Q(Z_V V)^2 G C_f A \quad (2.1-1)$$

donde

F fuerza del viento en la dirección del flujo (en libras)

V velocidad de diseño por viento de la milla más rápida (en mph) calculada como sigue:

- 1).-  $V_{RP}$  asociada con el periodo de retorno, PR-años
- 2).-  $V_{50}$  asociada con el periodo de retorno de 50 años (esta velocidad se puede obtener del mapa de la figura 2.3-1)

$Z_V$  factor del terreno que modifica la velocidad básica del viento para varias alturas sobre el terreno y diferentes categorías de exposición (se puede obtener de la tabla 2.4-1 o de la ec. 2.4-1, en pies)

Q factor de densidad del aire definido en la sección 2.2

G factor de ráfaga para conductores, cables de guarda y estructuras como se indica en la sección 2.5

$C_f$  coeficiente de fuerza recomendados en la sección 2.6

A área proyectada en un plano normal a la dirección del viento (en pies cuadrados)

### 2.2 FACTOR DE DENSIDAD DEL AIRE, Q

Convierte la energía cinética del movimiento en energía potencial de presión. Para velocidad de viento (en mph) y presión en libras cuadradas por pie (psf)

$$Q = 0.00256 \quad (2.2-1)$$

Este valor se basa en el peso específico del aire a 60°F a nivel del mar

### 2.3 VELOCIDAD BASICA DEL VIENTO

Es la velocidad del viento de la milla más rápida a 10 metros sobre el nivel del terreno en campo plano y abierto, asociada a un periodo de retorno de 50 años. La velocidad del viento de la milla más rápida se define como la velocidad promedio de una milla de aire que pasa por un anemómetro. El servicio meteorológico nacional y la mayoría de estándares y reglamentos norteamericanos utilizan la velocidad de la milla más rápida.

### 2.3.1 VELOCIDAD BASICA DEL VIENTO DE, ASCE 7-88

Los estándares ASCE 7-88 (ASCE 1990b) proporcionan la velocidad básica del viento a través de un mapa. El mapa fue elaborado por el subcomité A58 ANSI. Se usaron los resultados del análisis de valores extremos de registros de velocidades anuales de la milla más rápida, de 129 estaciones meteorológicas publicados por Simiu et al. (1979) y de los resultados de la simulación Monte Carlo de datos de huracanes publicados por Batts et al. (1980). Existen ciertas regiones en el país, como terreno montañoso, donde las características topográficas pueden causar variaciones significativas en la velocidad del viento en distancias cortas. Estas variaciones no se pueden mostrar en un mapa a escala pequeña, por lo que los diseñadores deben consultar los datos locales meteorológicos para establecer la velocidad de diseño. En el mapa de velocidades de diseño (de la figura 2.3-1) se asociaron velocidades de huracanes para periodos de retorno de 50 años.

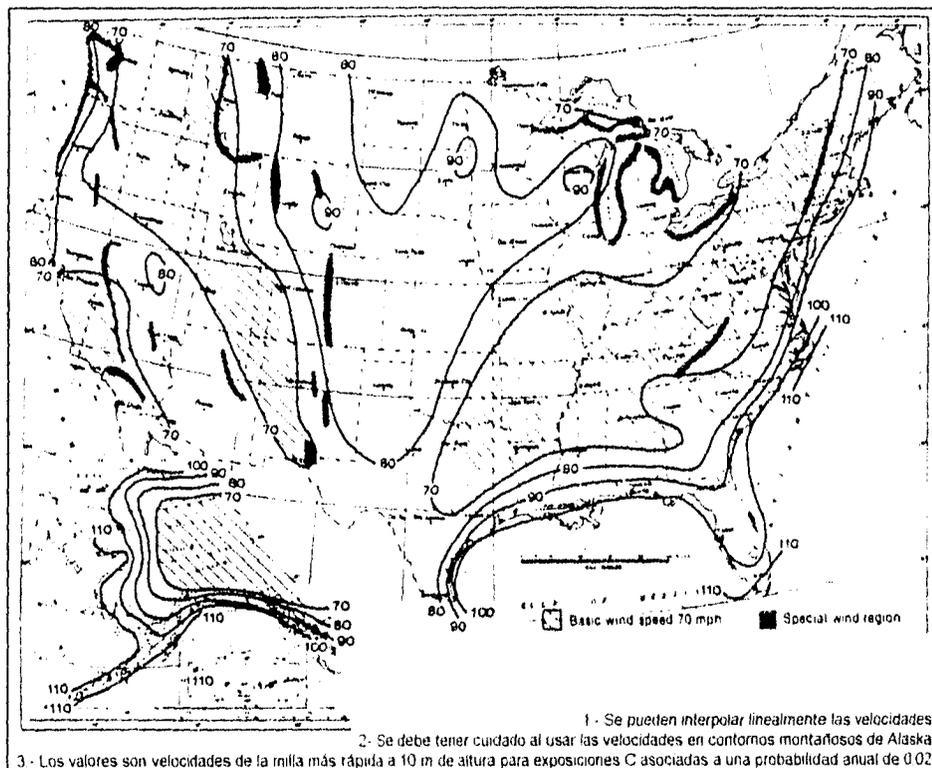


Fig 2.3-1 Velocidad básica del viento en mph asociada con un periodo de retorno de 50 años (ASCE 1990b)

### 2.4 FACTOR DE TOPOGRAFIA

El factor de topografía,  $Z_v$ , de la ec. 2.1-1 modifica la velocidad básica del viento para tomar en cuenta los efectos de la altura y del terreno. La velocidad del viento varía con la altura debido a la fricción del terreno y a su vez la fricción varía con la rugosidad del terreno.

Altura sobre el nivel del terreno, z (ft) ( 1 )	Exposición B ( 2 )	Exposición C ( 3 )	Exposición D ( 4 )
0 - 33	0.72	1.00	1.18
40	0.75	1.03	1.21
50	0.79	1.06	1.23
60	0.82	1.09	1.26
70	0.85	1.11	1.28
80	0.88	1.14	1.29
90	0.91	1.16	1.31
100	0.93	1.17	1.32
120	0.96	1.20	1.35
140	0.99	1.23	1.37
160	1.02	1.26	1.39
180	1.05	1.28	1.40
200	1.08	1.30	1.42

NOTA. Se puede Interpoliar linealmente para valores Intermedios de z  
 Los valores de  $Z_v$  para ( z ) mayor a 200 pies, se puede utilizar la ecuación 2.4-1.

Tabla 2.4-1. Factor de topografía,  $Z_v$

**2.4.1 CATEGORIAS DE EXPOSICION**

Los estándares ASCE1990b recomiendan tres categorías de exposición:

**EXPOSICION B:** Areas urbanas, suburbanas, arboladas y terreno con espacios cerrados u obstrucciones

**EXPOSICION C:** Terreno plano, granjas y terreno de cultivo

**EXPOSICION D:** Terreno costero sin obstrucciones. áreas expuestas directamente al flujo del viento

La exposición A que definen los estándares no es apropiada para líneas de transmisión.

Los valores del factor de topografía,  $Z_v$ , se muestran en la tabla 2.4.1 para las categorías de exposición B, C y D. Para alturas mayores a 200 pies se puede usar la ecuación 2.4-1

$$Z_v = 1.61 \left( \frac{Z^{1/\alpha}}{Z_g} \right) \text{ para } 33 \leq z \leq Z_g \quad ( 2.4-1 )$$

El factor de topografía,  $Z_v$ , como se define en la ecuación 2.4-1 depende; de la altura, z, sobre el terreno, de la altura gradiente,  $Z_g$ ; y de  $\alpha$ .

Categoría de exposición ( 1 )	$\alpha$ ( 2 )	$Z_n$ ( pies ) ( 3 )
B	4.5	1200
C	7.0	900
D	10.0	700

Tabla 2.4-2 Constantes para la ley de potencia ( ASCE 1990b )

**2.4.2 ALTURA EFECTIVA**

La altura efectiva,  $Z_0$ , para un conductor o cable de guarda, es la altura sobre el terreno al centro de presiones de la carga de viento. La altura efectiva se usa para seleccionar el factor de terreno,  $Z_v$  (tabla 2.4-1), y el factor de respuesta de ráfaga,

$G_w$  (figuras 2.5-1-2.5-3). Para estructuras de soporte con altura de 200 pies o menor,  $Z_0$ , se puede aproximar como dos tercios de la altura total de la estructura sobre el terreno. Para estructuras mayores a 200 pies, el factor de topografía variará sobre la altura de la estructura para tomar en cuenta el incremento de la velocidad del viento con la altura.

## 2.5 FACTOR DE RESPUESTA DE RAFAGA

El factor de respuesta de ráfaga toma en cuenta los efectos dinámicos de las ráfagas sobre la respuesta del viento en los miembros de la línea.

El factor de respuesta de ráfaga es diferente al factor de ráfaga. El factor de ráfaga es el cociente de la velocidad de ráfaga del viento para una duración específica, por ejemplo 2 segundos, a la velocidad media del viento medida en un tiempo de promediación específico, por ejemplo 10 minutos. El factor de respuesta de ráfaga es el cociente del efecto máximo de la carga de ráfaga sobre la estructura o los cables al efecto medio de carga correspondiente a la velocidad media del viento. De esta forma, el factor de ráfaga es un factor multiplicativo de la velocidad media para obtener la velocidad de ráfaga del viento, mientras que el factor de respuesta de ráfaga es un factor multiplicativo de la carga media del viento para obtener el efecto de carga máximo.

### 2.5.1 ECUACIONES Y NOTACION

Los factores de respuesta de ráfaga para conductores y la estructura,  $G_w$  y  $G_t$ , respectivamente, se obtienen de las siguientes ecuaciones

$$G_w = 0.7 + 1.9E\sqrt{B_w} \quad (2.5-1)$$

$$G_t = 0.7 + 1.9E\sqrt{B_t} \quad (2.5-2)$$

donde

$$E = 4.9\sqrt{k} \left( \frac{33}{z_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.5-3)$$

$$B_w = \frac{1}{1 + 0.8L_s L_s} \quad (2.5-4)$$

$$B_t = \frac{1}{1 + 0.375h_s L_s} \quad (2.5-5)$$

donde:

$z_0$  altura efectiva (en pies) como se define en 2.4.2

$L$  claro de viento para diseño (en pies)

$h$  altura total de la estructura (en pies)

$\alpha$ ,  $k$  y  $L_s$  parámetros de viento dados en el apéndice G de [R13]

**2.5.2 FACTOR DE RESPUESTA DE RAFAGA PARA CABLES**

El factor de respuesta de ráfaga,  $G_W$ , se utiliza en la ecuación 2.1-1 para calcular las cargas máximas dinámicas del viento que actúan en los cables.  $G_W$  se obtiene de la ecuación 2.5-1 o de las curvas, de las figuras 2.5-1 a 2.5-3.

Como se muestra en las gráficas,  $G_W$  es función de la exposición, del claro de viento de diseño y de la altura efectiva  $z_0$ .

La ecuación 2.5-1 y las curvas de las figuras 2.5-1 a 2.5-3 se obtuvieron de las ecuaciones de Davenport [R13]. Se despreció el efecto de resonancia de ráfaga en los cables porque tiene efecto nulo en  $G_W$ .

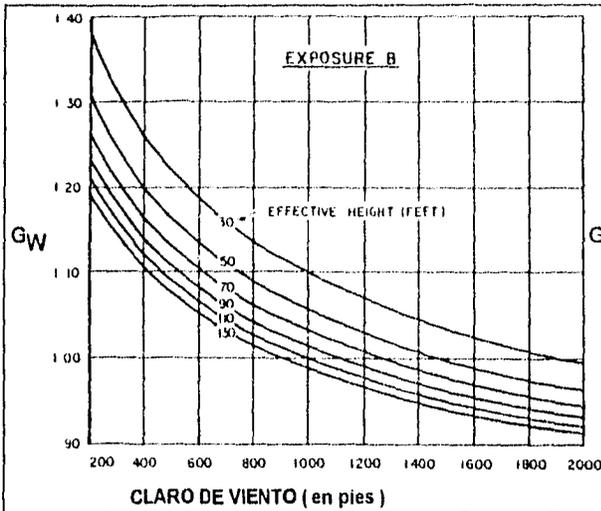


Fig. 2.5-1 Factor de ráfaga para cables,  $G_W$ , Exposición B

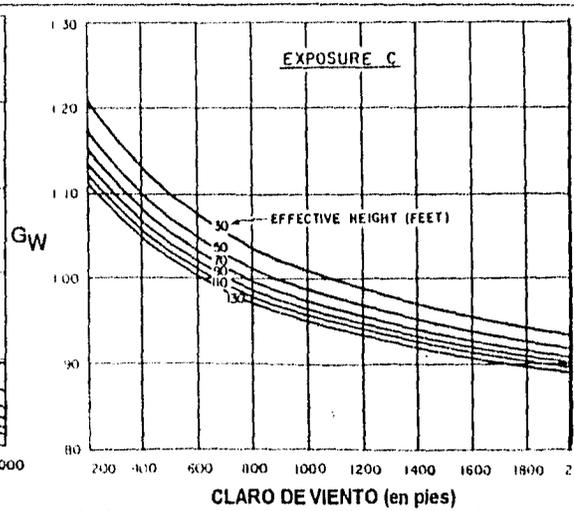


Fig. 2.5-2 Factor de ráfaga para cables,  $G_W$ , Exposición C

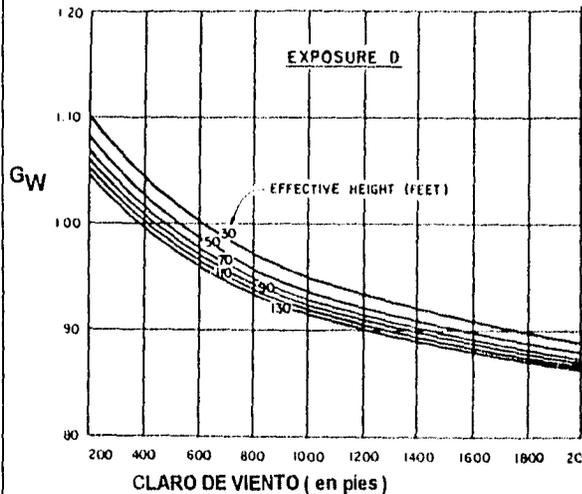


Fig. 2.5-3 Factor de ráfaga para cables,  $G_W$ , Exposición D

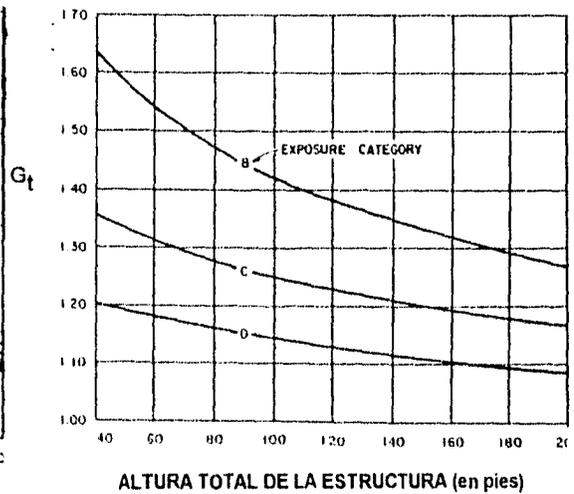


Fig. 2.5-4 Factor de ráfaga para la estructura,  $G_t$

**Figuras 2.5-1 a 2.5-4 Factores de ráfaga para cables y estructura**

**2.5.3 FACTOR DE RESPUESTA DE RAFAGA PARA LA ESTRUCTURA**

El factor de ráfaga para la estructura,  $G_t$ , se usa en la ecuación 2.1-1 para estimar las cargas de viento que actúan sobre la estructura, y elementos auxiliares. Se

puede obtener de la ecuación 2.5-2 o de las curvas de la figura 2.5-4 donde  $G_f$  es función de la categoría de exposición, de la altura total de la estructura,  $h$ , así como de la altura efectiva,  $z_0$ , usada para evaluar  $z_v$ . Las ecuaciones 2.5-2 y las curvas para  $G_f$  en la figura 2.5-4 se desarrollaron de las ecuaciones de Davenport; no se incluyó el efecto de resonancia para la estructura, se utilizó un factor de corrección de 70 millas por hora (mph) que corresponde a la velocidad del viento de la milla más rápida. De manera que las curvas son idénticas para todo tipo de estructura ( torres autosoportadas, con retenidas, postes, etc ).

## 2.6 COEFICIENTES DE FUERZA

El coeficiente de fuerza,  $C_f$ , en la formula de presión del viento, Ec. 2.1-1, toma en cuenta las características del miembro (forma, dimensiones, orientación con respecto al flujo del viento, solidez, protección y superficie de rugosidad) para evaluar la fuerza resultante. Un coeficiente de fuerza es la razón de la fuerza resultante por unidad de área, en la dirección del flujo, entre la presión del viento.

### 2.6.1 FACTORES QUE INFLUYEN EN LOS COEFICIENTES DE FUERZA

#### 2.6.1.1 FORMA Y DIMENSIONES

De acuerdo a su forma los cuerpos se clasifican en aerodinámicos y obstructores. Las fuerzas debidas al viento sobre cuerpos obstructores se debe a la distribución de presiones alrededor del perfil. En perfiles semiaerodinámicos la distribución de presiones varía con la velocidad del viento. Para velocidades mayores que la crítica la succión en la cara de sotavento decrece en magnitud, causando una reducción en el coeficiente global de arrastre. La velocidad a la que ocurre este cambio en las pruebas de túneles de viento depende del número de Reynolds. El número de Reynolds es un valor adimensional que relaciona la fuerza de inercia del viento con la fuerza de viscosidad (fricción). La ecuación para el número de Reynolds es

$$R_e = 9350(Z_v V)_s \quad (2.6-1)$$

donde

$R_e$  número de Reynolds a 59° F a nivel del mar

$Z_v$  factor de topografía a una altura  $z$  sobre el terreno (tabla 2.4-1)

$V$  velocidad de diseño del viento en mph (sección 2.1)

$s$  diámetro del conductor o cable de guarda, o ancho del perfil estructural normal a la dirección del viento (en pies)

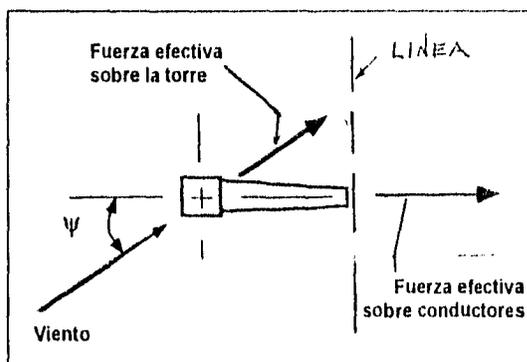
#### 2.6.1.2 RELACION DE ASPECTO

El coeficiente de arrastre depende de la relación longitud a diámetro del miembro. En las secciones siguientes se dan coeficientes de fuerza para miembros con relación de aspecto mayor que 40, típicos para miembros de torres de transmisión.

### 2.6.1.3 INCIDENCIA OBLICUA DEL VIENTO

Cuando la incidencia del viento no es ortogonal (fig. 2.6-1), los coeficientes de fuerza son diferentes. En la sección 2.6.2 se presentan coeficientes de fuerza para diferentes valores del ángulo,  $\psi$ , de inclinación de la incidencia del viento.

### 2.6.1.4 FACTOR DE SOLIDEZ



El coeficiente de arrastre para toda la estructura depende de la resistencia al flujo del aire de miembros individuales y del patrón del flujo alrededor del miembro. El factor de solidez,  $\Phi$ , se define como

Fig. 2.6-1 Incidencia oblicua del viento sobre una torre de transmisión

$$\Phi = \frac{A_m}{A_0} \quad (2.6-2)$$

$A_m$  área de todos los miembros en la cara de barlovento de la estructura

$A_0$  área del contorno de la cara de sotavento de la estructura

Para estructuras menores de 200 pies de altura, el factor de solidez puede ser un promedio, para los diferentes tableros de la torres, y así facilitar el cálculo de cargas.

### 2.6.1.5 PROTECCION

Cuando dos miembros se ubican en línea con el flujo del viento, como sucede con los elementos de una torre, el marco en sotavento está parcialmente protegido por el marco en barlovento. El factor de protección se define como la relación del coeficiente de fuerza del marco protegido entre el coeficiente de fuerza del marco desprotegido. La protección es función del factor de solidez, espaciamiento entre marcos y el ángulo de incidencia.

### 2.6.2 COEFICIENTES DE FUERZA RECOMENDADOS

Los coeficientes de fuerza que se recomiendan en esta sección, corresponden a diferentes elementos de torres de transmisión. Se pueden utilizar otros coeficientes si se justifica su valor.

#### 2.6.2.1 CONDUCTORES Y CABLES DE GUARDA

Muchos diseñadores usan un coeficiente de 1.0 para conductores y cables de guarda. Valores obtenidos en pruebas de túneles de viento muestran una variación

entre 0.7 y 1.35. Estos datos muestran grandes variaciones en los coeficientes de fuerza de los cables, sobre un rango amplio en el número de Reynolds; sin embargo, mientras no existan pruebas definitivas se usará el valor:

$$C_r = 1.0 \quad (2.6-3)$$

La ec. 2.1-1 se puede modificar para tomar en cuenta la incidencia oblicua del viento en conductores y cables de guarda

$$F = Q(Z_v V)^2 G_w C_r A \cos^2 \Psi \quad (2.6-4)$$

$\Psi$  ángulo de incidencia del viento

$\cos^2 \Psi$  toma en cuenta la inclinación de incidencia del viento

A área total, perpendicular al cable

F fuerza efectiva perpendicular a los conductores

### 2.6.2.2 ESTRUCTURAS DE CELOSIA TIPO ARMADURA

Para estructuras de transmisión de sección rectangular o triangular, se pueden usar los coeficientes de fuerza que se muestran en la tabla 2.6-1. Para torres con miembros de sección circular los coeficientes de fuerza se obtienen al multiplicar los valores de la tabla 2.6-1 por los factores de corrección de la tabla 2.6-2.

Factor de solidez, $\phi$ .	Coeficientes de fuerza, $C_r$ .	
	Estructuras de sección cuadrada (2)	estructuras de sección triangular (3)
(1)		
< 0.025	4.0	3.6
0.025-0.44	4.1-6.2 $\phi$	3.7-4.6 $\phi$
0.45-0.69	1.8	1.7
0.7-1.0	1.3+0.7 $\phi$	1.0+ $\phi$

Tabla 2.6-1. Coeficientes de arrastre,  $C_r$ , para incidencia normal del viento en torres con miembros de alma abierta

Factor de solidez, $\phi$ . (1)	Factor de corrección (2)
< 0.30	0.67
0.30-0.79	0.67 $\phi$ +0.47
0.80-1.0	1.00

Tabla 2.6-2 Factor de corrección para miembros de sección circular en torres de transmisión (ASCE 1990b). Incidencia ortogonal del viento

### 2.6.2.3 ESTRUCTURAS DE CELOSIA TIPO ARMADURA-VIENTO OBLICUO

Se recomienda usar la ec. 2.6-5 para tomar en cuenta el efecto de la incidencia oblicua del viento. Esta ecuación se basa en que el viento máximo efectivo sobre una estructura se presenta cuando el ángulo de inclinación es de 45° [R13]. Las cargas por viento oblicuo pueden ser hasta 15% mayores que las cargas por viento normal.

$$F = Q(Z_v V)^2 G_r (1 + 0.2 \sin^2 2\Psi) (A_{ml} C_{fl} \cos^2 \Psi + A_{mt} C_{ft} \sin^2 \Psi) \quad (2.6-5)$$

- F fuerza en la dirección del viento
- $\Psi$  ángulo de incidencia medido en el plano horizontal
- $A_m$  área de todos los miembros en la cara, de la estructura, paralela a la dirección de la línea (en pies cuadrados)
- $C_{fl}$  coeficiente de fuerza asociado con las caras, de la estructura, paralelas a la dirección línea (en pies cuadrados)
- $A_{nt}$  área de todos los miembros en la cara, de la estructura, perpendicular a dirección de la línea (en pies cuadrados)
- $C_{fn}$  coeficiente de fuerza asociado con las caras, de la estructura, perpendiculares a la dirección de la línea

### 2.6.3 APLICACION DE LAS FUERZAS DE VIENTO SOBRE LA ESTRUCTURA

No existe un procedimiento estandarizado para aplicar las fuerzas de viento, sobre los puntos del tablero de la torre, que se obtienen con la ec. 2.1-1. Generalmente el diseñador sigue métodos de cálculo personales de acuerdo a su experiencia.

Las fuerzas de viento determinadas con la ec. 2.1-1 y los coeficientes de fuerza recomendados en este capítulo toman en cuenta tanto la cara de barlovento como la de sotavento y el efecto de protección. Por lo tanto, las fuerzas de viento calculadas para una torre autosoportada se pueden distribuir, sobre los diferentes puntos del tablero, sin mayor consideración. Para estructuras de circuito simple con grandes aperturas, para alojar la fase intermedia (fases horizontales y delta), la distribución de fuerzas de viento debe evaluarse con más cuidado.

### 2.7 INFLUENCIA DE LA TOPOGRAFIA SOBRE EL VIENTO Y LOS TORNADOS

Adicionalmente a las cargas de viento descritas previamente, los sistemas de una línea de transmisión pueden estar sujetos a cargas de viento asociadas con tornados. La topografía también puede afectar al viento.

#### 2.7.1 TORNADOS

Los tornados son tormentas severas de ocurrencia aleatoria, de corto periodo de vida, cubren áreas pequeñas y causan daños severos. En promedio, se presentan entre 800 y 1000 tornados por año en los Estados Unidos de Norteamérica.

La intensidad y dimensión de un tornado se mide en la escala FPP de Fujita (Fujita y Pearson 1973 [R13]). Este método asigna un valor numérico de la escala FPP a cada tornado con base en la apariencia y la extensión del daño. La escala FPP asociada a velocidad de ráfaga, rangos de longitud y ancho de trayectoria se muestran en la tabla 2.7-1. Las velocidades del viento por ráfaga se obtuvieron de evaluaciones cualitativas de daños de tornados observados; son equivalentes a velocidades del viento de la milla más rápida entre 15 y 30 pies sobre el nivel del terreno.

escala (1)	Factor de ráfaga F (mph) (2)	Longitud de la trayectoria (millas) (3)	Ancho de ruta (pies) (4)
0	< 72	< 1	< 60
1	73-112	1.0-3.1	51-170
2	113-157	3.2-9.9	171-630
3	158-206	10-31	531-1670
4	207-260	32-99	1671-4750
5	261-318	100-315	4751-16000

Tabla 2.7-1. Rango de velocidad de ráfaga de tornados, longitud y ancho de trayectoria para la escala FPP

Los tornados observados en un periodo de 63 años, se muestran en la tabla 2.7-1'. El 86% de ellos se clasifican en la intensidad F2 o menor

Rango de velocidad en la escala F (1)	Número de tornados (2)	Porcentaje (3)	Porcentaje acumulado (4)
F0 (40 - 72 mph)	5718	22.9	22.9
F1 (73 - 112 mph)	8645	34.7	57.6
F2 (113 - 157 mph)	7102	28.5	86.1
F3 (158 - 206 mph)	2665	10.7	96.8
F4 (207 - 260 mph)	673	2.7	99.5
F5 (261 - 318 mph)	127	0.5	100
Total	24 930	100.0	

Tabla 2.7-1'. Frecuencia y clasificación de tornados en la escala F. 1916 - 1978 (Tecson et al. 1979)

El patrón del viento dentro de un tornado se compone de movimientos circulares y traslacionales; las velocidades más altas se localizan en la combinación de la componente rotacional y de traslación. El patrón hipotético de velocidades y dirección de un tornado se muestra en la figura 2.7-1. La figura muestra el vector suma de las dos componentes principales de velocidad.

En la tabla 2.7-1 se muestra que no es práctico ni posible diseñar líneas de transmisión para todos los tornados; la mayoría (entre 113 y 157 mph) se caracterizan por la presencia de vientos intensos sobre un ancho de ruta pequeño; sin embargo este ancho podría ser suficiente para generar cargas muy fuertes sobre la estructura y pequeñas sobre los cables.

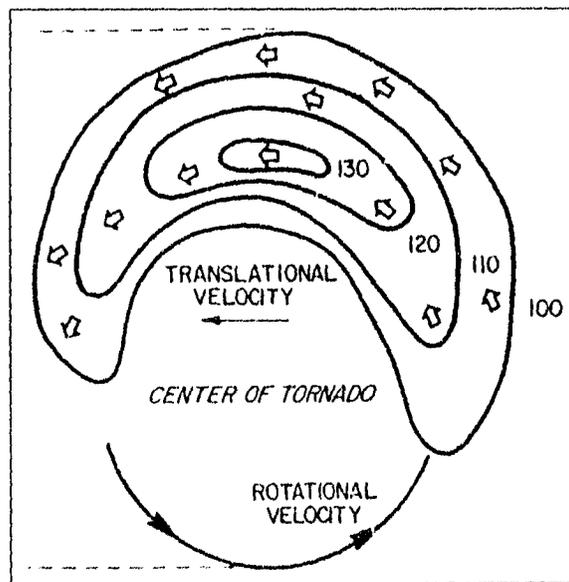


Fig. 2.7-1 Patrón hipotético de velocidad y dirección del viento de un tornado

### 2.7.2.1 EFECTO VENTURI DEL VIENTO

Ocurre cuando el flujo natural del aire pasa de una área libre a una área restringida, lo cual da lugar a aceleraciones considerables del flujo. La velocidad del viento a través de un cañón puede llegar a ser el doble de la del área libre.

### 2.7.2.2 MONTAÑAS Y LOMERIOS

Cuando el aire sopla normal a la montaña se comprime al acercarse a la zona de barlovento; con cualquier área libre de la cordillera el aire comprimido se acelera como en el caso del efecto Vérturi.

## 2.8 CARGAS DE HIELO Y VIENTO

### 2.8.1 INTRODUCCION

La acumulación de hielo sobre una línea de transmisión es importante. El incremento de carga muerta por la presencia de hielo en los conductores genera una superficie mayor de exposición a los efectos del viento y tanto los coeficientes de arrastre como las tensiones en los cables se incrementan.

### 2.8.2 CATEGORIAS DE HIELO

Para su estudio se tienen cuatro clasificaciones básicas de hielo en función de sus características físicas: hielo transparente, cristalizado, nieve húmeda y helada blanca. El hielo cristalizado se asocia a heladas con neblina mientras que el hielo transparente ocurre en haladas con lluvia.

### 2.8.3 DISEÑO POR CARGAS DE HIELO

Las categorías de hielo descritas en 2.8.2 no son fácilmente identificables en la práctica; por lo cual, para diseño se aceptan espesores uniformes de hielo [R13].

### 2.8.4 HIELO TRANSPARENTE EN CABLES

#### 2.8.4.1 USO DE DATOS ESTADISTICOS DE HIELO

Cuando existan datos de espesores máximos de hielo, para un periodo de 10 años o más, el espesor de diseño,  $I_{RP}$ , que se use con la ec. 1.3-1b será el que corresponda a un periodo de retorno de RP-años, calculado con las ecs. del apéndice C de [R13].

#### 2.8.4.2 USO DE MAPAS DE HIELO

Cuando no existan datos estadísticos se puede usar el mapa de la fig. 2.8-1, bajo ciertas limitaciones. Este mapa proporciona, estimaciones del promedio de 50 años de espesores de hielo para las regiones de Estados Unidos de Norte América. Los valores de la fig. 2.8-1 no incluyen acumulación de hielo bajo neblina o bajo nevada con lluvia, lo cual es influenciado por condiciones meteorológicas y topográficas que pueden producir diferencias significativas en las cargas.

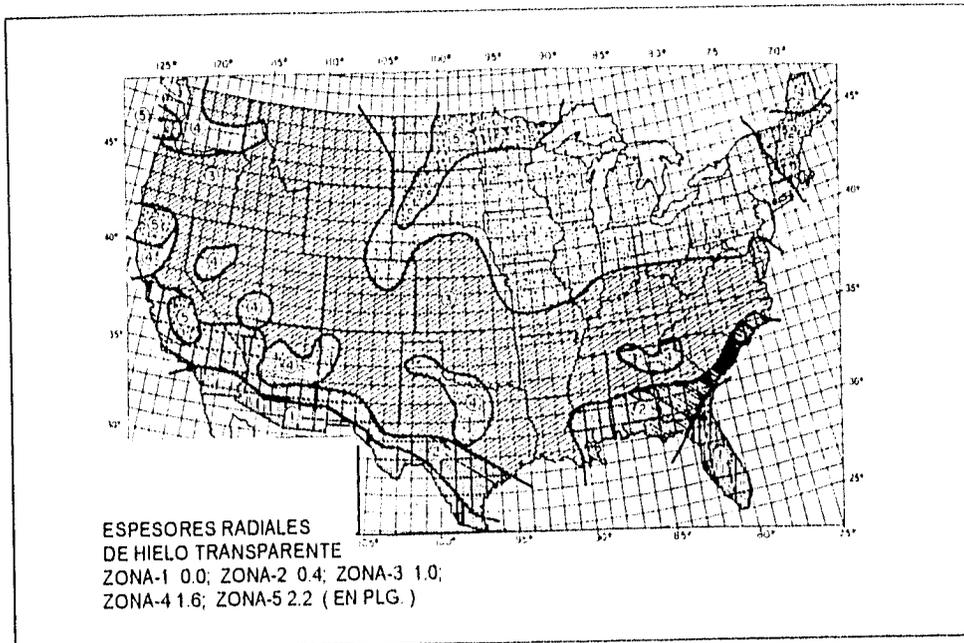


Fig. 2.8-1 Espesores radiales de hielo transparente para un periodo de retorno de 50 años

#### 2.8.4.3 CARGAS VERTICALES

Los espesores de hielo descritos en 2.8.4.1 y 2.8.4.2 son espesores radiales máximos equivalentes, estimados con base en una densidad de 57 libras por pie cúbico de hielo transparente. La carga de hielo vertical sobre los cables es:

$$W_{RP} = 1.24(d + I_{RP})I_{RP} \quad (20)$$

donde

- $W_{RP}$  peso de hielo (en libras por pie) con periodo de retorno RP
- $d$  diámetro del cable sin hielo (en pulgadas)
- $I_{RP}$  espesor radial de hielo (en pulgadas) para RP, correspondiente

Se debe sumar el peso propio del cable a la carga de hielo,  $W_{RP}$ , para determinar el peso total del cable por pie lineal

#### 2.8.4.4 CARGAS COMBINADAS DE HIELO Y VIENTO

La carga vertical sobre conductores gobierna un porcentaje muy reducido de elementos sobre la torre. En algunos casos la condición más crítica, aplicada simultáneamente con la carga vertical, es la carga transversal por viento. A pesar de que las combinaciones de altas velocidades con hielo no son usuales deben considerarse. Las fuerzas de viento obtenidas de cables cubiertos de hielo se determinarán como se indica en la sección 2.1. No es necesario evaluar una segunda condición de carga por hielo debido a que los espesores de hielo son para condiciones extremas correspondientes a un periodo de retorno de 50 años.

## **2.8.5 ACUMULACION DE HIELO EN MIEMBROS ESTRUCTURALES**

### **2.8.5.1 CARGAS VERTICALES**

Para el diseño de puntales y crucetas, las cargas de construcción y mantenimiento de la sección 3.3, generalmente, imponen esfuerzos de diseño mayores que los esfuerzos flexionantes por carga vertical de miembros cubiertos de hielo.

### **2.8.5.2 CARGAS DE VIENTO**

La acumulación de hielo sobre la estructura incrementa el área expuesta al viento. Para perfiles de sección transversal angular el efecto aerodinámico de la capa de hielo se puede tomar en cuenta al modificar los coeficientes de arrastre.

### **2.8.6 CARGAS DESBALANCEADAS**

El diseño para la combinación más adversa de carga se hace bajo la suposición de un espesor constante de hielo en los cables; sin embargo, la acumulación no es uniforme y consecuentemente produce fuerzas desbalanceadas en los cables, que deben tomarse en cuenta.

## **2.9 TENSIONES EN LOS CABLES**

Antes de calcular tensiones en los cables se debe aplicar el factor de carga,  $\gamma$ , de la tabla 1.5-1 para viento o hielo con un periodo de retorno de 50 años. Para tensiones ocasionadas por carga combinada de viento y hielo se recomienda seleccionar una temperatura de 15° F para el conductor.

## **SECCION 3 CARGAS ESPECIALES**

### **3.0 INTRODUCCION**

En el diseño de una línea de transmisión se debe de tomar en cuenta todas las cargas actuantes sin importar su procedencia. En esta sección se presentan sólo algunos casos posibles.

### **3.1 CARGAS LONGITUDINALES**

Las cargas longitudinales aparecen como resultado de diferentes condiciones; las más usuales son: carga longitudinal ocasionada por la diferencia de peso de hielo en claros adyacentes y la rotura de cables o falla de la estructura. Si esta carga longitudinal no es resistida, la falla original se puede extender a otras estructuras.

#### **3.1.2 REQUISITOS DE ANTI-CASCADA**

El riesgo de que se presente el fenómeno de cascada en una línea de transmisión se puede reducir por alguno de los tres métodos siguientes.

**3.1.2.1 Diseñar todas las estructuras para conductores rotos**

**3.1.2.2 Instalar estructuras de remate a intervalos específicos**

**3.1.2.3 Instalar mecanismos de prevención de la falla**

### **3.2 GALOPEO**

Es un efecto dinámico que ocurre con frecuencia en los cables conductores y de guarda de una línea de transmisión. El galopeo, generalmente, se presenta en condiciones de viento moderado, a través de un cable cubierto de hielo; los cables se mueven con amplitudes que varían en un rango de pocos pies hasta el desprendimiento total. El galopeo puede causar: contacto entre fases o fase y cable de guarda, flecha excesiva debida a esfuerzos inelásticos, falla o daño de los soportes. Con el propósito de reducir o eliminar el galopeo se han incluido péndulos desintonizadores (de resonancia), espaciadores entre fases, dispositivos perturbadores del flujo del aire y conductores de diseño modificados [R13].

### **3.3 CARGAS DE CONSTRUCCION Y MANTENIMIENTO**

#### **3.3.1 GENERALIDADES**

Este tipo de cargas está directamente relacionado con los métodos de construcción. Las cargas de construcción y mantenimiento de esta sección se deben multiplicar por los factores de carga de la sección 1.3.3.1.

#### **3.3.2 CARGAS DE CONSTRUCCION**

Son las que están presentes durante el montaje de la estructura y la instalación de cables de guarda, conductores aisladores y otros dispositivos.

##### **3.3.2.1 MONTAJE DE LA ESTRUCTURA**

Se deben de tomar en cuenta las cargas que se presenten durante la erección de la estructura; podrían ser críticas para algunos miembros. Se deben especificar condiciones de carga que simulen los métodos de construcción correspondientes.

#### **3.3.3 CARGAS DE MANTENIMIENTO**

Son las que actúan en la estructura durante alguna inspección o remplazamiento de algún elemento estructural o auxiliar.

### **3.4 VIBRACION DE LA ESTRUCTURA**

Las estructuras de una línea de transmisión pueden estar sujetas a fuerzas dinámicas causadas por viento, movimiento de conductores y sismo. Estas fuerzas son capaces de iniciar la vibración de miembros individuales o de la estructura completa. Sin embargo, la práctica de diseño muestra que este efecto no causa daños significativos [R13].

### 3.4 PRACTICA MEXICANA

#### 1.0 INTRODUCCION

En la República Mexicana la normatividad de Diseño para estructuras de soporte es emitida por el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE), y la Comisión Federal de Electricidad (CFE), a través del Manual de Diseño de Obras Civiles C.2.3, para Torres de Transmisión de Energía Eléctrica [R16]. El análisis y diseño de estas estructuras, generalmente, lo rige la acción del viento; sobre todo si la zona es costera.

#### 1.1 DISEÑO POR VIENTO

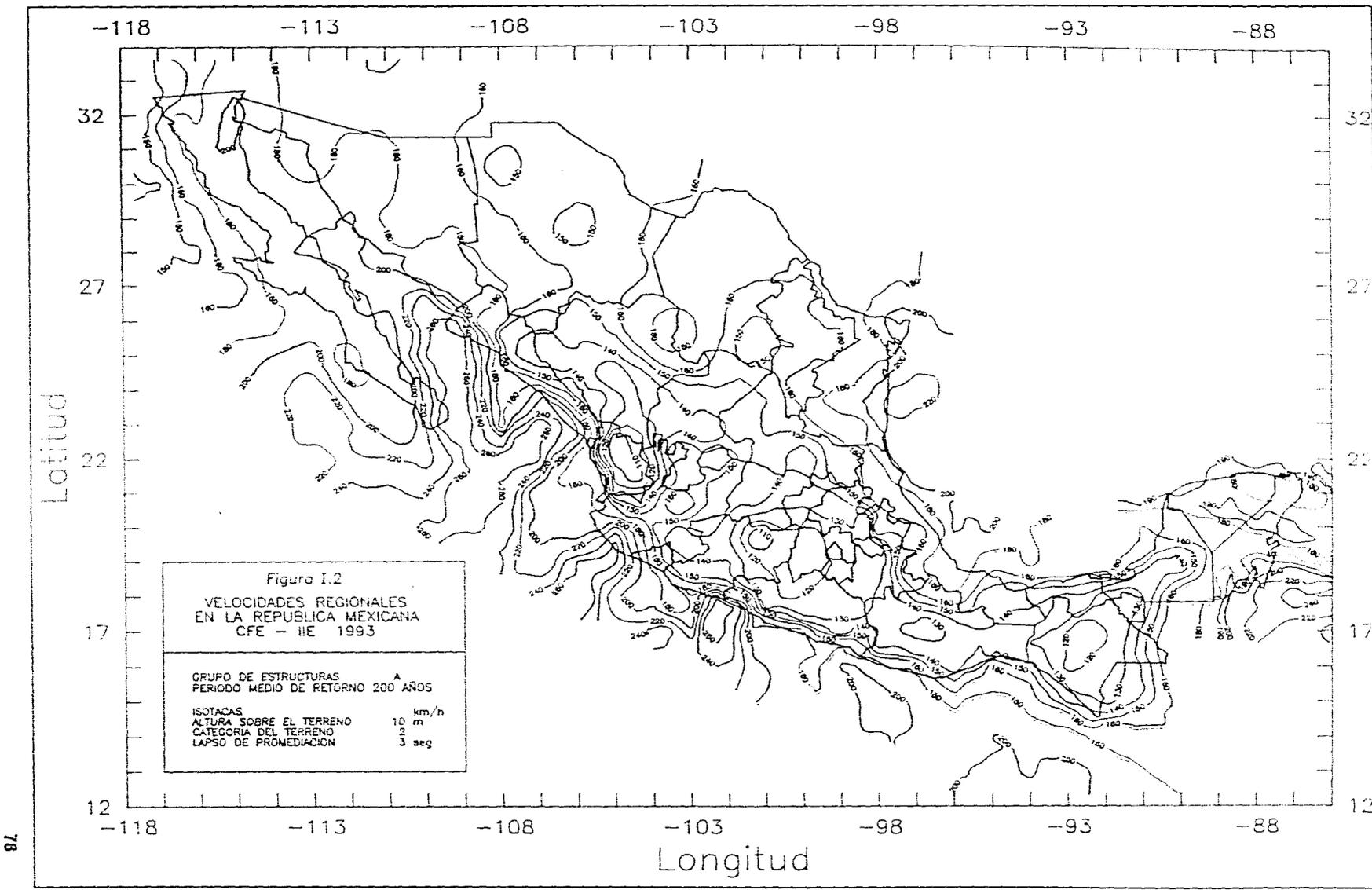
##### 1.1.1 CLASIFICACION DEL SISTEMA

Según su respuesta ante la acción del viento, la estructura de una torre de transmisión se clasifica como tipo 2 y el subsistema de cables como tipo 3 [R31]. Las estructuras tipo 2 se caracterizan por su alta relación de aspecto o las dimensiones reducidas de su sección transversal son especialmente sensibles a las ráfagas de corta duración (entre 1 y 5 segundos) y cuyos periodos naturales favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes en la dirección del viento. Las estructuras tipo 3, además de reunir todas las características de las del tipo 2, presentan oscilaciones importantes transversales al flujo del viento provocadas por la aparición periódica de vórtices o remolinos con ejes paralelos a la dirección del viento. Según su importancia, una torre de transmisión que forme parte de una línea principal, se clasifica como del grupo A [R31].

##### 1.1.2 DETERMINACION DE LA VELOCIDAD DE DISEÑO, $V_D$

La velocidad de diseño,  $V_D$ , es la velocidad a partir de la cual se calculan los efectos del viento sobre la estructura o sobre un componente de la misma. Para fines de diseño estructural de líneas de transmisión la velocidad regional del viento,  $V_R$ , se puede tomar de los mapas de isotacas o del tomo III de ayudas de diseño [R31], que se presentan en una tabla con las principales ciudades del país y sus correspondientes velocidades regionales para diferentes periodos de retorno. En las figuras 1.2 a 1.4 de [R31], se muestran los mapas de isotacas regionales correspondientes a periodos de recurrencia de 200, 50 y 10 años respectivamente y en las figuras 1.6 y 1.7, de la misma referencia, se muestran los mapas de isotacas regionales para periodos de retorno de 2000 y 100 años. Estos últimos datos se usaran sólo, si se demuestra la necesidad de emplear velocidades regionales con periodo de retorno diferente a los de 200, 50 y 10 años. En la figura 1.1.4-1, se presenta el mapa de isotacas para un periodo de retorno de 200 años, de [R31].

Cuando se tengan registros confiables, que indiquen la existencia de velocidades regionales diferentes a las propuestas, se podrán emplear dichas velocidades.



La velocidad de diseño,  $V_D$  en km/hr se obtendrá de acuerdo con la ecuación:

$$V_D = F_T F_{\alpha} V_R$$

donde

$F_T$  factor que depende de la topografía del sitio, adimensional

$F_{\alpha}$  factor que toma en cuenta el efecto combinado de las características de exposición locales, del tamaño de la construcción y de la variación de la velocidad con la altura (adimensional)

$V_R$  velocidad regional en el sitio en donde se construirá la estructura

La velocidad regional,  $V_R$ , y factores  $F_{\alpha}$  y  $F_T$  se definen y determinan en 1.1.4-1.1.6.

### 1.1.3 CATEGORIAS DE TERRENOS Y CLASES DE ESTRUCTURAS

Tanto en el análisis estático como en el dinámico intervienen factores que dependen de las condiciones topográficas y de exposición locales del sitio donde se desplantará la estructura, así como del tamaño de ésta. Por lo tanto, a fin de evaluar correctamente dichos factores se establecen clasificaciones de carácter práctico. En la tabla 1.1.3-1 se consignan cuatro categorías de terrenos en función del grado de rugosidad que se presenta alrededor de la zona de desplante. La tabla 1.1.3-2 divide a las estructuras y a los elementos que forman parte de ellas en tres clases, de acuerdo con su tamaño. En la dirección de análisis, el terreno inmediato a la estructura deberá presentar la misma rugosidad, cuando menos en una distancia denominada longitud mínima de desarrollo como se indica en la tabla 1.1.3-1. Cuando no exista esta longitud mínima, el factor de exposición,  $F_{\alpha}$ , deberá modificarse. En este caso el diseñador podrá seleccionar, entre las categorías de los terrenos que se encuentren en una dirección de análisis dada, la que provoque los efectos más desfavorables y determinar el factor de exposición para tal categoría o seguir un procedimiento analítico más refinado a fin de corregir el factor de exposición, como el que se muestra en 4.6.3, tomo II de [R31].

### 1.1.4 MAPAS DE ISOTACAS. VELOCIDAD REGIONAL, $V_R$

La velocidad regional del viento,  $V_R$ , es la máxima velocidad media probable de presentarse con un cierto periodo de recurrencia en una zona determinada del país. En el mapa de isotacas de la figura 1.1.4-1 la velocidad se refiere a condiciones homogéneas que corresponden a una altura de 10 metros sobre la superficie del suelo en terreno plano (categoría 2 según la tabla 1.1.4-1); es decir, no considera las características de rugosidad locales del terreno ni la topografía específica del sitio. Así mismo, dicha velocidad se asocia con ráfagas de 3 segundos y toma en cuenta la posibilidad de que se presenten vientos debidos a huracanes en las zonas costeras. Al determinar  $V_R$  se debe tomar en cuenta la localización geográfica del sitio.

Cat	Descripción	Ejemplos	Limitaciones
1	Terreno abierto, prácticamente plano y sin obstrucciones	Franjas costeras planas, zonas de pantanos, campos aéreos, pastizales y tierras de cultivo sin setos o bardas alrededor. Superficies nevadas planas.	La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 2000 m o 10 veces la altura de la estructura, la que sea mayor.
2	terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones	Campos de cultivo o granjas con pocas obstrucciones tales como setos o bardas alrededor, árboles y construcciones dispersas.	Las obstrucciones tienen alturas de 1.5 a 10 m, en una longitud mínima de 1500 m.
3	Terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas	Áreas urbanas, suburbanas y de bosques, o cualquier terreno con numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas. El tamaño de las construcciones corresponde al de las casas y viviendas	Las obstrucciones presentan alturas de 3 a 5 m. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 500 m o 10 veces la altura de la estructura, la que sea mayor.
4	Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas	centros de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados.	Por lo menos el 50% de los edificios tiene una altura mayor que 20 m. Las obstrucciones miden de 10 a 30 m de altura. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser la mayor entre 400 m y 10 veces la altura de la estructura

Tabla 1.1.3-1 CATEGORIAS DE TERRENOS

### 1.1.5 FACTOR DE EXPOSICION, $F_{\alpha}$

El coeficiente  $F_{\alpha}$  refleja la variación de la velocidad del viento con la altura  $Z$ . Asimismo, considera el tamaño de la estructura y las características de exposición; se evalúa con la expresión:

$$F_{\alpha} = F_C F_{Tz}$$

donde

$F_C$  factor que determina la influencia del tamaño de la estructura, adimensional

$F_{Tz}$  factor que establece la variación de la velocidad del viento con la altura  $Z$  en función de la rugosidad del terreno de los alrededores, adimensional

Clase	Descripción
A	Todo elemento de recubrimiento estructural aislado, expuesto directamente a la acción del viento. Todas las estructuras cuya mayor dimensión, horizontal o vertical, sea menor que 20 metros
B	Todas las estructuras cuya mayor dimensión, ya sea horizontal o vertical, varíe entre 20 y 50 metros
C	Todas las estructuras cuya mayor dimensión, ya sea horizontal o vertical, sea mayor que 50 metros

Tabla 1.1.3-2 Clase de estructura según su tamaño

### 1.1.6 FACTOR DE TAMAÑO, $F_C$

El factor de tamaño,  $F_C$ , es el que toma en cuenta el tiempo en el que la ráfaga del viento actúa de manera efectiva sobre la estructura. Al considerar la clasificación de estructuras según su tamaño (Tabla 1.1.3-1), este factor puede determinarse de acuerdo con la tabla 1.1.3-3.

Clase de estructura	$F_c$
A	1.0
B	0.96
C	0.90

Tabla 1.1.3.3 Factor de tamaño,  $F_c$

1.1.7 FACTOR DE RUGOSIDAD Y ALTURA,  $F_{rz}$

El factor de rugosidad y altura,  $F_{rz}$ , establece la variación de la velocidad del viento con la altura Z. Dicha variación está en función de la categoría del terreno y del tamaño de la estructura; se obtiene de acuerdo a las expresiones siguientes:

$$F_{rz} = 1.56[10/\delta]^\alpha \text{ si } Z \leq 10$$

$$F_{rz} = 1.56[Z/\delta]^\alpha \text{ si } 10 < Z < \delta$$

$$F_{rz} = 1.56 \text{ si } Z \geq \delta \text{ donde}$$

$\delta$  altura medida a partir del nivel del terreno de desplante, por encima de la cual la variación de la velocidad del viento no es importante y se puede suponer constante; a esta altura se le conoce como altura gradiente;  $\delta$  y z en metros.

$\alpha$  exponente que determina la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura, z, adimensional

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\delta$  están en función de la rugosidad del terreno (tabla 1.1.3-1) y del tamaño de la estructura (tabla 1.1.3-2). En la tabla 1.1.3-4 se muestran los valores recomendables para estos coeficientes.

Categoría de terreno	$\alpha$			$\delta$ (m)
	Clase A	de B	estructura C	
1	0.099	0.101	0.105	245
2	0.128	0.131	0.138	315
3	0.156	0.160	0.171	390
4	0.170	0.177	0.193	455

Tabla 1.1.3-4 Valores de  $\alpha$  y  $\delta$

1.1.8 FACTOR DE TOPOGRAFIA,  $F_T$

Este factor toma en cuenta el efecto topográfico local del sitio en donde se desplantará la estructura. Así, por ejemplo, si la construcción se localiza en las laderas o cimas de colinas o montañas de altura importante con respecto al nivel general del terreno de los alrededores, es muy probable que se generen aceleraciones del flujo del viento y, por consiguiente, deberá incrementarse la velocidad regional.

En la tabla 1.1.3-5 se muestran los valores que se recomiendan, con base en la experiencia, para el  $F_T$  de acuerdo con las características topográficas del sitio.

En casos críticos, este factor puede obtenerse con alguno de los siguientes procedimientos

- 1).- Experimentos a escala en túneles de viento
- 2).- Mediciones realizadas directamente en el sitio
- 3).- Empleo de ecuaciones basadas en ensayos experimentales como las que se citan en [R31]

Expertos en la materia deberán justificar y validar ampliamente los resultados de cualquiera de estos procedimientos.

Sitios	Topografía	$F_T$
Protegidos	Base de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	0.8
	Valles cerrados	0.9
Normales	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores que 5%	1.0
Expuestos	Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10%, valles abiertos y litorales planos	1.1
	Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores que 10%, cañadas cerradas y valles que formen un embudo o cañón, islas.	1.2

Tabla 1.1.3-5 Factor de topografía local,  $F_T$

#### 1.1.9 CAMBIO DEL PERIODO DE RETORNO

Si por cualquier razón plenamente justificada se requiere cambiar el periodo de retorno de la velocidad regional o el nivel de probabilidad de excedencia o el periodo de vida útil de una estructura que se desplantará en un sitio dado, se aplicarán los criterios descritos en este inciso.

El nivel de probabilidad de excedencia deseado para un periodo de vida útil  $N$ , en años, se calcula con la ecuación:

$$p = 1 - (1 - 1/T)^N$$

donde:

$p$  probabilidad de que  $V_T$  se exceda al menos una vez en  $N$  años, adimensional

$V_T$  velocidad del viento con periodo de retorno  $T$ , en km/hr

$T$  periodo de retorno de la velocidad  $V_T$ , en años

$N$  periodo de exposición o vida útil en años

Si se cambia el periodo de vida útil,  $N$ , o el de retorno,  $T$ , se modifica la probabilidad de excedencia,  $p$ . En la tabla 1.1.3-6 se presentan valores de  $p$  para diferente  $T$  y  $N$ . La velocidad del viento,  $V_T$ , con periodo de retorno  $T$ , podrá determinarse con un procedimiento de interpolación que tenga como extremos las velocidades regionales asociadas con los periodos de retorno de 10 y 2000 años. Dicho procedimiento podrá llevarse a cabo de dos maneras: una gráfica y otra analítica, como se ilustra en C.I-4.6.5 de [R31].

Vida útil, N, en años	Periodo de retorno, T en años							
	10	50	100	200	400	800	1600	2000
20	88	33	18	9.5	4.9	2.5	1.2	1
30	96	45	26	14	7	4	1.9	1.5
40	98	55	33	18	9	5	2.5	2
50	99	63	39	22	12	6	3	2.6
100	99.9	87	63	39	22	12	6	4.9

Tabla 1.1.3-6 Probabilidad de excedencia, p(%), según el periodo de retorno, T, y la vida útil de la estructura, N

### 1.2 PRESION DINAMICA DE BASE, $q_z$

Cuando el viento actúa sobre un obstáculo, genera presiones sobre su superficie que varían según la intensidad de la velocidad y la dirección del viento. A esto se le conoce como presión dinámica de base y se evalúa a partir de:

$$q_z = 0.0048GV_D^2$$

donde

- G factor de corrección por temperatura y por altura con respecto al nivel del mar, adimensional
- $V_D$  velocidad de diseño, en km/hr, definida en 1.1.2
- $q_z$  presión dinámica de base a una altura Z sobre el nivel del terreno, en  $kg/m^2$

el factor de 0.0048 corresponde a un medio de la densidad del aire, y el factor G se obtiene de la expresión:

$$G = \frac{0.392\Omega}{273 + \tau}$$

donde

- $\Omega$  presión barométrica, en mm de Hg
- $\tau$  temperatura ambiental a  $^{\circ}C$

en la tabla 1.1.3-7 se presenta la relación entre los valores de la altitud,  $h_m$ , en metros sobre el nivel del mar, msnm, y la presión barométrica,  $\Omega$ .

Altitud (msnm)	Presión barométrica (mm de Hg)
0	760
500	720
1000	675
1500	635
2000	600
2500	565
3000	530

Nota. Se puede Interpolarse para valores intermedios de  $h_m$

Tabla 1.1.3-7 Relación entre la altitud y la presión barométrica.

La presión actuante sobre una estructura determinada,  $p_z$ , en  $\text{kg/m}^2$ , se obtiene al tomar en cuenta principalmente su forma y está dada, de manera general, por la ec:

$$p_z = C_p q_z$$

donde:

$C_p$  coeficiente de presión, adimensional

### 1.3 ANALISIS DINAMICO

Este procedimiento permite evaluar los empujes ocasionados por la interacción dinámica entre el flujo del viento y la estructura.

#### 1.3.1. LIMITACIONES

Se aplicara el análisis dinámico para calcular las cargas por viento que actúan sobre las estructuras sensibles a los efectos dinámicos, producidos por la turbulencia del viento [R31]. En particular, se aplicará a las estructuras que cumplan con alguna de las siguientes condiciones:

- 1).-  $H/D > 0.5$ , donde H es la altura total de la estructura y D la dimensión mínima de la base
- 2).- el periodo fundamental de la estructura es mayor que un segundo

#### 1.3.2 DETERMINACION DE LA VELOCIDAD DE DISEÑO, $V_D$

La velocidad de diseño,  $V_D$ , se calculará con el mismo procedimiento definido en 1.1.2, con base en la ecuación:

$$V_D = F_T F_\alpha V_R$$

en donde  $V_R$  es la velocidad regional de ráfaga establecida en 1.1.4 y los factores  $F_\alpha$  y  $F_T$  definidos en 1.1.5 y 1.1.8 respectivamente, se evaluarán de acuerdo con las características del sitio en donde se desplante la estructura. Sin embargo para análisis dinámico, el factor  $F_c$  (sección 1.1.6), y del cual es función  $F_\alpha$ , se tomará igual a 1.0. Esta velocidad de diseño también se considerará en la revisión de la posible aparición de vórtices periódicos y problemas de inestabilidad.

#### 1.3.3 CALCULO DE PRESIONES Y FUERZAS

##### 1.3.3.1 PRESIONES EN LA DIRECCION DEL VIENTO

La presión total en la dirección del viento se calculara con la expresión:

$$p_z = F_g C_a q_z$$

donde

$F_g$  factor de amplificación dinámica por ráfagas, adimensional, según 1.3.3.3

$C_a$  coeficiente de arrastre, adimensional; depende de la forma de la estructura

$q_z$  presión dinámica de base en la dirección del viento,  $\text{kg/m}^2$ , a una altura  $Z$ , en  $m$ , sobre el nivel del terreno, definida en 1.2

### 1.3.3.2 FUERZAS EN LA DIRECCION DEL VIENTO

Las fuerzas que se generan en la dirección del viento sobre las estructuras se obtienen al multiplicar la presión  $p_z$ , definida en 1.3.3.1, por el área  $A_z$ , en  $m^2$ .

La fuerza total,  $F$ , sobre la estructura, en  $kg$ , debida al flujo del viento, resultará de sumar la contribución de cada una de las fuerzas que actúa sobre el área expuesta de la estructura o parte de ella, a una altura  $Z$  dada, según:

$$F = \sum F_z = \sum p_z A_z$$

El momento de volteo máximo de diseño se determinará mediante la suma de los momentos producidos por cada una de las fuerzas  $F_z$ .

### 1.3.3.3 FACTOR DE AMPLIFICACION DINAMICA DEBIDA A RAFAGAS

En el diseño de estructuras tipo 2 y 3 (sección 1.1.1) se tomarán en cuenta los efectos dinámicos debidos a la turbulencia en la dirección del viento, mediante el factor de respuesta dinámica,  $F_g$ , el cual se determina a partir de:

$$F_g = \frac{1}{g^2} [1 + g_p(\sigma/\mu)]$$

donde

$g$  factor de ráfaga, variable con la altura  $Z$

$g_p$  factor pico o de efecto máximo de la carga por viento

$\sigma/\mu$  relación entre la desviación estandar (raíz cuadrada del valor cuadrático medio) de la carga por viento y el valor medio de la carga por viento

todas las variables son adimensionales y se obtienen como se indica a continuación.

La variación del factor de ráfaga con la altura  $Z$  se calcula a partir de:

$$g = k' [10/\delta]^{\eta} \quad \text{si } Z \leq 10$$

$$g = k' [Z/\delta]^{\eta} \quad \text{si } -10 < Z < \delta$$

$$g = k' \quad \text{si } Z \geq \delta$$

las variables  $k'$  y  $\eta$ , adimensionales, dependen de la rugosidad del sitio, y  $\delta$  es la altura gradiente en  $m$ ; según se definen en la tabla 1.3.1-1

Categoría	1	2	3	4
$k'$	1.224	1.288	1.369	1.457
$\eta$	-0.032	-0.054	-0.096	-0.161
$\delta$	245	316	390	455

Tabla 1.3.1-1 Factores  $k'$ ,  $\eta$ ,  $\delta$

La relación  $\sigma/\mu$ , que representa la variación de la carga debida a la turbulencia del viento, se calcula con la ecuación:

$$\sigma/\mu = \sqrt{\frac{k_r}{C_{\alpha'}} \left( B + \frac{SE}{\zeta} \right)}$$

donde

$k_r$  factor relacionado con la rugosidad del terreno:

para terrenos con categoría 1 = 0.06

con categoría 2 = 0.08

con categoría 3 = 0.10

con categoría 4 = 0.14

$\zeta$  coeficiente de amortiguamiento crítico:

para estructuras de acero = 0.01

$B$  factor de excitación de fondo

$S$  factor de reducción por tamaño

$E$  factor que representa la relación de la energía de ráfaga con la frecuencia natural de la estructura

la variables en  $\sigma/\mu$  son adimensionales y el factor  $C_{\alpha'}$  se evalúa a partir de:

$$C_{\alpha'} = 3.46(F_T)^2 \left[ \frac{10}{\delta} \right]^{2\alpha'} \quad \text{si } H \leq 10$$

$$C_{\alpha'} = 3.46(F_T)^2 \left[ \frac{H}{\delta} \right]^{2\alpha'} \quad \text{si } 10 < H < \delta$$

$$C_{\alpha'} = 3.46(F_T)^2 \quad \text{si } H \geq \delta$$

El factor de topografía  $F_T$ , se define en 1.1.8,  $\delta$  es la altura gradiente en metros de acuerdo a la 1.3.1-1,  $H$  es la altura total de la estructura en metros y  $\alpha'$  es igual a 0.13, 0.18, 0.245 ó 0.31 según la categoría de terreno 1, 2, 3 ó 4, respectivamente.

Los parámetros  $B$ ,  $S$ ,  $E$ , y  $g_p$  se pueden obtener de la figura 1.3.1-1. En dicha figura  $b/H$  es la relación entre el ancho  $b$ , y la altura  $H$ , de la estructura, ambos en metros y corresponden al lado de barlovento. La relación  $(3.6n_0H)/V_H'$  es la frecuencia reducida, adimensional, en donde  $n_0$  es la frecuencia natural de vibración de la estructura, en Hz, y  $V_H'$  es la velocidad media de diseño del viento, en km/h. Dicha velocidad se calcula para la altura más elevada de la estructura,  $H$ , en m, y se determina a partir de la ecuación:

$$V_H' = \frac{1}{g_H} V_H$$

donde  $g_H$  es el factor de ráfaga definido en párrafos anteriores de este inciso y se calcula para  $Z=H$ ; la velocidad de diseño  $V_H$ , en km/h, se determina según 1.3.2,

también para  $Z=H$ . Asimismo, en la figura 1.3.1-1 aparece el número de ondas  $(3.6n_0H)/V_H$  en ondas/m, en donde  $n_0$  está en Hz y  $V_H$  en km/h. El factor de pico,  $g_p$ , se obtiene a partir del coeficiente de fluctuación promedio  $v$ , en Hz, definido como:

$$v = \eta_0 \sqrt{\frac{SE}{SE + \zeta B}} \quad \text{términos definidos en este mismo inciso.}$$

El factor de amplificación dinámica debido a ráfagas, presentado en esta sección es para edificios prismáticos, al usarlo se debe desacoplar la respuesta en dos componentes; una para la torre y otra para los cables. Los valores numéricos se pueden tomar del criterio norteamericano (página 67).

#### 1.4 COEFICIENTE DE ARRASTRE, $C_D$

El coeficiente de arrastre se tomará de la figura 1.4-1 según la geometría de la torre, la forma de los miembros y del factor de solidez. Para elementos cilíndricos como cables conductores, de guarda, retenidas y cadenas de aisladores  $C_D=1.2$  [R16]

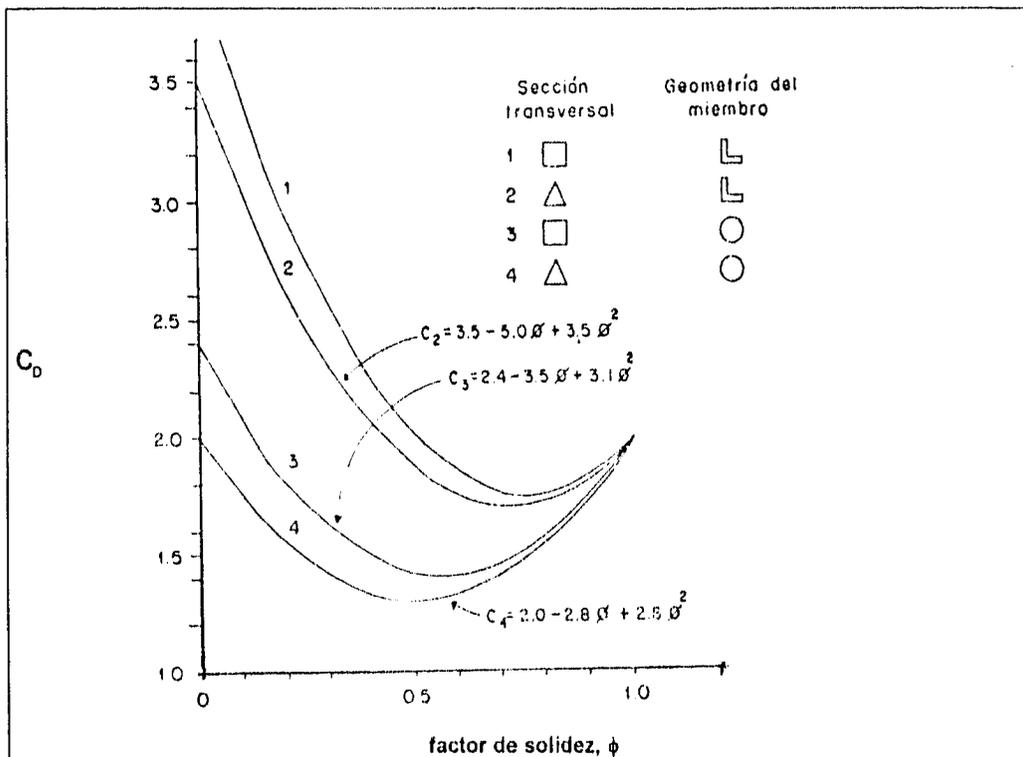


Fig. 1.4-1 Coeficientes de arrastre para torres

#### 1.5 CONDICIONES BASICAS DE CARGA

A).- Carga vertical debida al peso de los cables conductores y de guarda, con sus aisladores, herrajes y accesorios. Además, excepto en la combinación de carga tres, se considerará una carga de 200 kg ( peso de dos trabajadores ) en cada una de las fases y 100 kg en los soportes del cable de guarda.

B).- Peso de la torre.

- C).- Carga transversal debida a la acción del viento sobre los cables. Se calculará para: velocidad media (condición C1) y velocidad máxima (condición C2).
- D).- Carga transversal sobre la torre debida a la acción del viento. Se calculará para: viento máximo (D2) y para viento medio (D1).
- E).- Carga longitudinal sobre la torre debida a la acción del viento.
- F).- Carga por rotura de cables. Se escoge la posición de cables rotos que provoque los elementos mecánicos más desfavorables sobre la torre. El valor de las fuerzas consideradas será un porcentaje del calculado para un cable cuando haya 8 o menos de ellos, incluyendo los de guarda, que tengan una resistencia a la ruptura mayor a 1350 kg; o la producida por 2 cables cuando haya más de 8.
- G).- Carga longitudinal, sobre la torre, por tensiones desbalanceadas.

Adicionalmente, en [R16] se recomienda:

- 1).- La longitud de los cables para calcular las cargas de peso propio podrá considerarse igual al claro de peso.
- 2).- Las velocidades de viento medio y máximo y las cargas que éstas producen se calcularán de acuerdo al tomo III del manual. Para la condición de carga C -viento en cables- la presión que actúa sobre los cables se tomará igual al 60% del valor calculado cuando el claro de viento sea mayor de 350 m y la velocidad de diseño supere los 100 km/h; de otra manera se tomará el 80% de dicha fuerza.
- 3).- La fuerza transversal en la cruceta, producida por el viento, se tomará igual a 1/3 de la que resultaría sobre la misma al actuar el viento en dirección longitudinal.
- 4).- Para la condición de rotura de cables -carga F-, en torres de suspensión se tomará el 67% del valor de la tensión y el doble si la torre no es de suspensión.

### 1.5.1 COMBINACIONES Y FACTORES DE CARGA

Se define combinación de carga, a la superposición de las condiciones básicas que tienen alta probabilidad de ocurrir simultáneamente.

1).- (A + B) 1.1 + (C1 + D1 + G) 1.5	3).- (A + B + C2 + D2 + G) 1.1
2).- (A + B + C1 + D1 + F + G) 1.1	4).- (B + E) 1.1

TABLA I.5-1 Combinaciones de carga

Para sitios donde pueda presentarse acumulación de hielo se revisará:

- 5).- (AH + B) 1.1 + (CH + DH + G) 1.5
- 6).- (AH + B + CH + DH + FH + G) 1.1

La carga AH se refiere al peso de los cables cuando, en ellos, se ha acumulado una capa de hielo de 3.5 mm. de espesor y peso específico de 900 kg/m<sup>3</sup>. CH y DH son las cargas por viento sobre los cables y estructuras, respectivamente, calculadas al considerar que el viento actúa con una velocidad reducida a la mitad de la velocidad media de la zona. La carga FH se calculará a partir de la tensión mecánica que resulte de aplicar las mismas condiciones que para AH y CH.

3.5 RESUMEN DE PRACTICAS DE DISEÑO

CRITERIO	ESTADOS LIMITE	ESTADOS LIMITE	MEXICANA
de diseño	Depende de la versión del código de diseño (código propuesto)	Estados Limite	Estados Limite
Velocidad regional	Depende de la versión del código de diseño	Estados Limite	Estados Limite
Velocidad de diseño	$V_z = V_n M_z^{m_z} M_d^{m_d}$ [R12]	Se utiliza el criterio de la velocidad de la milla más rápida. (fig. 2-3-1) Se utiliza el criterio de la velocidad de la milla más rápida según. [R31]	$V_d = F_r F_a V_R$ [R7]
Variación de la velocidad con la altura	Depende de la versión del código de diseño: Estándares anteriores o estándares propuestos. Terreno plano: $V_z = V_r \left( \frac{z-h_0}{z-h_0} \right)^{\alpha}$ para $z \geq 10 + h_0$ Cúspide de colinas: $V_z = V_r K_h \left( \frac{z-h_0}{z-h_0} \right)^{\alpha-h}$ $z \geq 10 + h_0$ [R12]	Se modifica la velocidad básica mediante el factor de altura, $Z_v$ : $Z_v = 1.6 \left( \frac{z}{z_g} \right)^{\alpha}$ $33 \leq z \leq z_g$ [R7]	$V_d = V_{10} \left( \frac{z}{10} \right)^{\alpha}$
Resistencia al viento por torres asimétricas	Resistencia al viento por torres simétricas $R = K_r K_t K_m K_r R_z$ [R12]	Sin herrajes: $R_y = K_r C_r A_y$ Con auxiliares en dirección longitudinal: $\Sigma R_m = R_y + R_m$ transversal: $\Sigma R_y = R_y + R_x$ [R12]	Deberá fabricarse una torre de cada tipo a escala natural y probarse. La prueba puede omitirse en estructuras que tengan una configuración similar a una que ya se haya probado. [R16, 3.11] La resistencia de componentes, a tensión o a compresión se evalúa en [R16, secc. 3.4.2]. En términos generales se debe cumplir que: $\phi R_n > T_n$
Coeficientes de atrastré	Se obtienen de la figura 4.5 y de: $C_{nr} = \frac{A_r}{A_c} + C_{nc} \frac{A_n}{A_c}$ [R10]	Se muestran en la tabla 2.5-1 [R10]	Se tomarán de la figura 1.4-1 [R10]
Factor de respuesta dinámica por ráfaga	$G = 1 + r \sqrt{g^2 B (1+w)^2 + g^2 S E}$ [R10]	Factor básico: $G_B = B J$ Para cargas por: flexión: $G = G_B \left\{ 1 + 0.2  Z_m / H ^2 \right\}$ cortante: $G = K_q G_B \left\{ 1 + 0.2  Z_q / H ^2 \right\}$ [R10]	Para la estructura $G_1 = 0.7 + 1.9 E \sqrt{B_1}$ Para conductores $G_w = 0.7 + 1.9 E \sqrt{B_w}$ [R10]
Cargas por viento en tableros	$W_n = C_{dn} K_{zn} K_{mz} K_{mz} A_z q_{zn}$ $q_{zn} = \frac{1}{2} \rho V_z^2$	$P_{TW} = \frac{1}{2} \rho V_z^2 \Sigma R_w$ [R10]	Cargas por viento en tableros $P_z = C_D q_z$ estática $P_z = F_g C_D q_z$ dinámica
Cargas por viento	Elementos estructurales (secc. 5.3) $\Sigma F_T = (F + F_{TW})$ Elementos auxiliares: $P_{AW} = V_z^2 R_{AW}$ En Cables: $P_{CW} = \frac{4}{\rho_s} V_z^2 R_{CW}$ [R10]	$F = Q(Z, V)^2 G C_A$ [R10]	Incidencia oblicua del viento en cables $F = Q(Z, V)^2 G_w C_A \cos^2 \psi$ sobre la estructura (secc. 2.6.2.3) $f = Q(Z, V)^2 G_1 (1 + 0.2 \sin^2 \psi)$ $(A_{m1} C_n \cos^2 \psi + A_{m2} C_n \sin^2 \psi)$
			la estructura: $F = \Sigma F_z = \Sigma P_z A_z$ [R10]

TABLA 3.5-1

## **4. CRITERIO PROPUESTO**

### **4.1 DESCRIPCION**

El procedimiento propuesto en este trabajo consiste en analizar una torre de transmisión que tome en cuenta los efectos no lineales de la fuerza axial, de la geometría, de la deformación del elemento y los esfuerzos secundarios producidos por los grandes desplazamientos de la torre. Para ilustrar el criterio propuesto se sugiere desarrollar el siguiente procedimiento:

- 1).- Realizar un análisis lineal de la torre y guardar en un archivo secuencial los desplazamientos de los nudos, las fuerzas axiales de cada barra, las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes que intervienen en los efectos no lineales geométricos y por deformación del elemento.
- 2).- Se inicia el primer análisis no lineal. Con los desplazamientos de los nudos del ciclo anterior se actualiza la geometría de la torre. Esta posición desplazada es la que produce los esfuerzos secundarios por flexión.
- 3).- Para cada elemento se construye la matriz de rigideces tangente,  $K_{T_e}$ , como la suma de las matrices  $K_{L_j} + K_G$ . La matriz  $K_{L_j}$  contiene los efectos de la carga axial, y la matriz  $K_G$  contiene los efectos de la geometría.
- 4).- Se transforma la matriz de rigideces tangente del sistema local del miembro al sistema global de la estructura para obtener  $K_{T_g}$ , y se conjunta para formar  $K_T$ , la matriz de rigideces global de la estructura.
- 5).- Con esta matriz se construye el sistema de ecuaciones lineales y se resuelve para los desplazamiento de los nudos,  $\Delta_{T_g}$ . En este procedimiento se utiliza el método de Cholesky para factorizar la matriz de coeficientes.
- 6).- Los incrementos de desplazamiento de los nudos se transforman, del sistema global de la torre al sistema local de cada miembro y se construye la matriz de rigideces que contiene los efectos de deformación,  $K_D$ ; de esta forma  $K_D$  es función de la deformación del elemento y no de la rotación del nudo.
- 7).- La matriz de rigideces por deformaciones,  $K_D$ , se suma a las matrices  $K_{L_j}$  y  $K_G$ . Con la matriz de rigideces total se resuelve nuevamente el sistema de ecuaciones y se obtienen las acciones finales. Se comparan los desplazamientos con los correspondientes del análisis anterior, si se satisface algún criterio de convergencia establecido (se recomienda un margen  $\leq 5\%$ ) se detienen las iteraciones, de lo contrario se continúa con el siguiente análisis.

#### 4.2 PROGRAMA UTILIZADO EN EL ANALISIS, TRIDI

El programa que se utilizó en este trabajo se tomó de la referencia 9 y se modificó para tomar en cuenta los efectos no lineales estudiados en los apéndices A-D. Originalmente TRIDI fue programado para analizar estructuras reticulares lineales en dos y tres dimensiones [R9] con base en el método de las rigideces.

Para tomar en cuenta los efectos no lineales se modificó, principalmente, la subrutina MEMBER que construye la matriz de rigideces de cada miembro; así como el flujo del algoritmo de solución, debido a que la respuesta no lineal no es tan directa, especialmente por los efectos de deformación (ver fig. 4.1).

El tamaño de las estructuras que se pueden analizar depende, exclusivamente, de la capacidad de memoria del computador para resolver el sistema de ecuaciones. Los datos calculados para los efectos no lineales se escriben y leen desde el disco duro, de manera que no representan riesgo de saturación de memoria RAM. Para resolver el sistema de ecuaciones se utilizó el método de Cholesky y el tamaño del sistema para el modelo del ejemplo de aplicación fue de 295,292 con un tiempo estimado para realizar una iteración con todos los efectos no lineales de 14.5 minutos.

#### 4.3 EJEMPLO DE APLICACION

Se intentó reproducir la torre de la referencia 17, correspondiente a la condición de carga viento máximo, al 100% de las acciones de diseño, figs. 4.2 y 4.3.

##### 4.3.1. MODELACION

El modelo utilizado en el análisis consta de 400 barras con 132 nudos de seis grados de libertad. Se realizó un análisis lineal considerando una estructura reticular tridimensional. Todos los elementos son perfiles estructurales ángulo standard de lados iguales (APS). Los elementos columna son secciones de 4"X5/16" y Los demás elementos perfiles de 2"X3/16" (fig 4.3).

##### 4.3.2 PRIMER ANALISIS NO LINEAL

Con las mismas propiedades geométricas de los elementos se intentó un segundo análisis que incluyera los efectos no lineales, y la torre se inestabilizó en ese mismo ciclo, lo cual muestra que los efectos no lineales son de importancia. Posteriormente se cambiaron las propiedades geométricas de los elementos principales (columnas) a secciones APS de 6"X3/8" y los demás elementos a perfiles APS de 4"X5/16". Con estas dimensiones se realizaron los análisis no lineales y en el ciclo número 4 se obtuvieron los resultados que se muestran en el capítulo cinco (tablas 5.1 y 5.2). El programa de computadora que se utilizó para todos los análisis se describe en la sección 4.2 y su diagrama de flujo se presenta en la fig. 4.1. El criterio de convergencia fue, aceptar una diferencia máxima del 5% en desplazamientos.

DIAGRAMA DE FLUJO

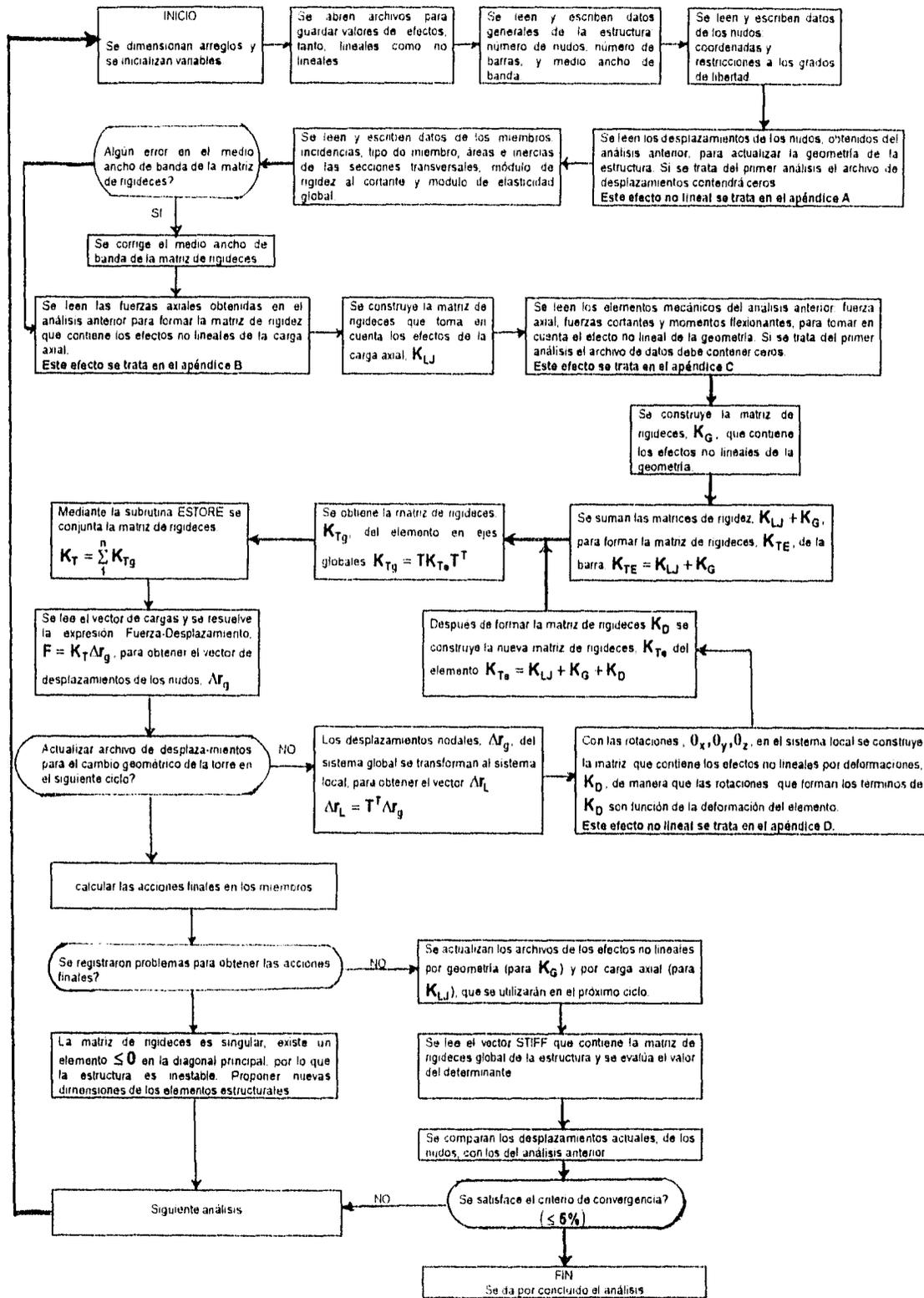


Fig. 4.1 Diagrama de flujo Programa para análisis no Lineal, estructuras reticulares

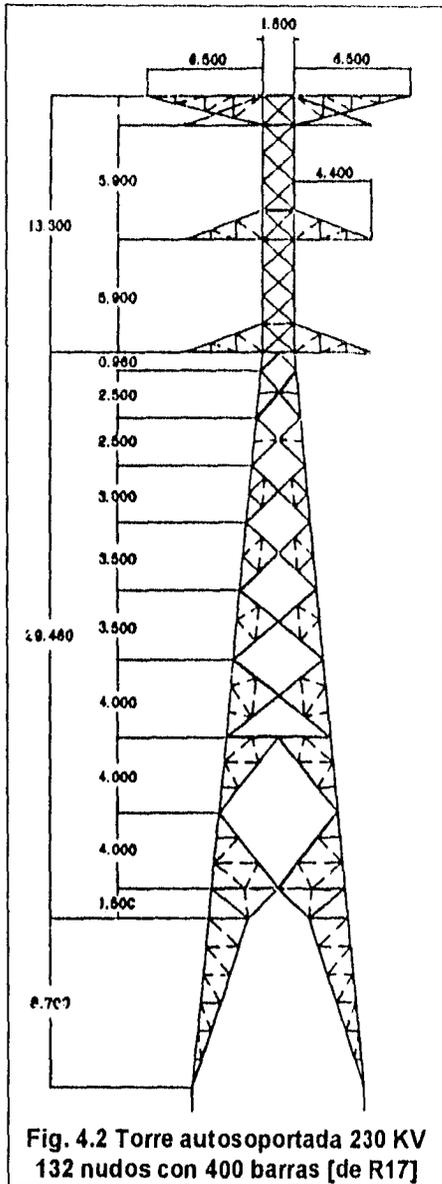


Fig. 4.2 Torre autoportada 230 KV  
132 nudos con 400 barras [de R17]

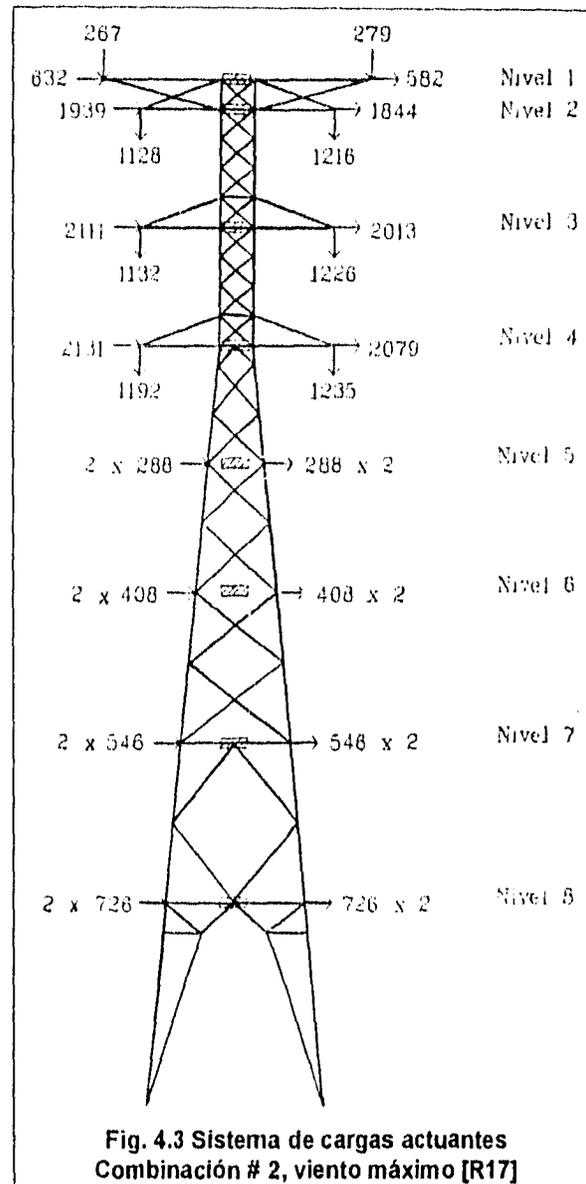


Fig. 4.3 Sistema de cargas actuantes  
Combinación # 2, viento máximo [R17]

Los resultados del análisis lineal produjeron las siguientes desplazamientos.

==>DESPLAZAMIENTOS [ cm ] Y GIROS EN LOS NUDOS PARA LA CARGA 1<==						
NIVEL	DESPL-X	DESPL-Y	DESPL-Z	ROTA-X	ROTA-Y	ROTA-Z
1	33.396	10.512	0	2.22E-07	-2.25E-08	-1.43E-02
2	31.304	6.994	0	2.24E-07	7.44E-09	-1.27E-02
3	22.424	6.751	0	7.59E-08	1.56E-08	-1.22E-02
4	14.574	5.327	0	4.83E-08	1.01E-07	-9.68E-03
5	9.278	1.065	-0.024	1.03E-04	-4.15E-04	-6.95E-03
6	5.417	1.163	-0.018	1.31E-04	-3.64E-04	-4.77E-03
7	2.409	1.047	-0.005	2.26E-03	2.54E-04	-3.14E-03
8	0.556	0.693	0	-3.20E-03	1.26E-03	-2.27E-03

Tabla 4.1 Desplazamientos obtenidos en el análisis lineal

## 5. COMPARACION DE RESULTADOS

Para la condición de carga descrita en el capítulo 4 se obtuvieron los desplazamientos y rotaciones que se muestran en la tabla 5.1, para nudos seleccionados en diferentes niveles. El primer renglón corresponde al análisis lineal, el segundo al no lineal (cuarto ciclo) y el tercero al porcentaje de variación entre ambos.

==>DESPLAZAMIENTOS [ CM ] Y GIROS EN LOS NUDOS PARA LA CARGA 1 <==						
NUDO	DESPL-X	DESPL-Y	DESPL-Z	ROTA-X	ROTA-Y	ROTA-Z
1	27.609	9.042	0	6.58E-08	8.34E-08	-1.24E-02
1	30.489	9.801	-0.213	6.42E-04	4.73E-04	-1.40E-02
	9.446%	7.744%	100.000%	99.990%	99.982%	11.143%
2	27.615	0.917	-0.002	-3.02E-05	-9.26E-06	-1.26E-02
2	30.407	0.622	-0.53	4.76E-04	4.71E-04	-1.41E-02
	9.182%	-47.428%	99.623%	106.348%	101.968%	10.773%
4	27.626	-1.363	-0.002	-2.95E-05	1.19E-05	-1.28E-02
4	30.383	-1.929	-0.619	4.41E-04	4.97E-04	-1.43E-02
	9.074%	29.342%	99.677%	106.682%	97.601%	10.769%
6	27.644	-9.795	0	6.68E-08	8.53E-08	-1.31E-02
6	30.224	-11.337	-0.943	5.86E-04	5.05E-04	-1.47E-02
	8.536%	13.601%	100.000%	99.990%	99.983%	10.831%
7	25.76	6.277	0	6.32E-08	9.45E-08	-1.20E-02
7	28.361	6.749	-0.393	5.90E-04	4.72E-04	-1.36E-02
	9.171%	6.994%	100.000%	99.989%	99.980%	11.791%
8	25.722	0.918	0.002	-3.73E-06	2.13E-06	-1.27E-02
8	28.284	0.656	-0.597	4.58E-04	4.82E-04	-1.42E-02
	9.058%	-39.939%	100.335%	100.814%	95.579%	10.712%
10	25.712	-1.36	0.003	-1.23E-05	-1.94E-05	-1.27E-02
10	28.238	-1.692	-0.682	4.23E-04	4.66E-04	-1.42E-02
	8.946%	28.118%	100.440%	102.917%	104.172%	10.744%
12	25.699	-7.104	0	7.00E-08	5.90E-08	-1.32E-02
12	28.066	-8.285	-0.901	5.50E-04	4.59E-04	-1.48E-02
	8.499%	14.255%	100.000%	99.987%	99.987%	10.758%
25	18.4	6.011	0	4.04E-08	2.17E-08	-1.15E-02
25	20.126	6.541	-0.596	2.72E-04	4.00E-04	-1.30E-02
	8.576%	8.103%	100.000%	99.985%	99.995%	11.411%
26	18.361	0.861	-0.002	1.86E-05	-3.13E-05	-1.20E-02
26	20.049	0.734	-0.771	1.55E-04	3.45E-04	-1.34E-02
	8.419%	-17.302%	99.741%	88.014%	109.059%	10.471%
28	18.354	-1.28	0.007	-3.81E-05	-6.77E-05	-1.20E-02
28	20.013	-1.653	-0.834	6.51E-05	3.51E-04	-1.34E-02
	8.290%	22.565%	100.839%	158.524%	119.290%	10.448%

Comparación de Resultados

30	18.342	-6.806	0	1.60E-08	6.46E-10	-1.27E-02
30	19.874	-7.808	-1.034	2.49E-04	4.11E-04	-1.42E-02
	7.709%	12.846%	100.000%	99.994%	100.000%	10.437%
43	11.950	4.818	0	2.37E-08	-8.25E-08	-9.26E-03
43	12.931	5.257	-0.604	-1.20E-04	2.84E-04	-1.04E-02
	7.525%	8.351%	100.000%	100.020%	100.029%	10.990%
44	11.917	0.646	0.001	2.46E-04	1.59E-05	-9.31E-03
44	12.868	0.609	-0.728	2.28E-04	3.19E-04	-1.03E-02
	7.390%	-6.076%	100.137%	-7.531%	95.816%	9.475%
47	11.913	-0.188	0.002	-4.84E-05	-1.13E-04	-9.08E-03
47	12.856	-0.307	-0.748	-3.35E-04	9.46E-05	-9.98E-03
	7.336%	38.762%	100.267%	85.567%	219.505%	9.075%
49	11.989	-1.025	0.003	-3.88E-04	1.17E-05	-9.33E-03
49	12.842	-1.236	-0.774	-7.21E-04	3.68E-04	-1.03E-02
	7.265%	17.004%	100.388%	57.297%	96.811%	9.816%
52	11.898	-6.587	0	4.98E-08	-8.39E-08	-1.06E-02
52	12.744	-6.316	-0.916	-1.06E-04	2.88E-04	-1.17E-02
	6.638%	11.542%	100.000%	100.047%	100.029%	9.777%
61	7.477	0.934	-0.016	7.05E-06	-3.67E-04	-6.04E-03
61	8.023	0.998	-0.529	-3.51E-04	-2.36E-04	-6.55E-03
	6.805%	6.413%	96.975%	102.009%	-55.603%	7.859%
63	7.48	-1.249	0.02	-1.99E-05	-3.70E-04	-6.03E-03
63	8.005	-1.38	-0.524	-4.19E-04	-2.40E-04	-6.60E-03
	6.558%	9.493%	103.817%	95.246%	-53.974%	8.668%
69	4.134	1.032	-0.008	3.73E-05	-2.88E-04	-4.16E-03
69	4.394	1.146	-0.289	-2.46E-04	-1.79E-04	-4.49E-03
	5.917%	9.948%	97.232%	115.142%	-60.547%	7.222%
71	4.136	-1.279	0.011	-4.73E-05	-2.89E-04	-4.15E-03
71	4.381	-1.367	-0.325	-3.62E-04	-1.93E-04	-4.54E-03
	5.592%	6.437%	103.385%	86.925%	-50.078%	8.524%
77	1.537	0.945	-0.001	1.90E-03	2.00E-04	-2.69E-03
77	1.58	1.071	-0.082	1.89E-03	3.17E-04	-2.77E-03
	2.722%	11.765%	98.780%	-0.530%	36.991%	2.860%
86	1.538	-1.113	0.002	-2.07E-03	2.00E-04	-2.52E-03
86	1.572	-1.175	-0.156	-2.55E-03	3.88E-04	-2.88E-03
	2.163%	5.277%	101.282%	18.571%	48.516%	12.513%
93	-0.085	0.658	-0.002	-2.48E-03	8.51E-04	-1.88E-03
93	-0.187	0.771	0.06	-2.85E-03	9.63E-04	-2.18E-03
	54.545%	14.656%	104.000%	13.079%	11.584%	13.795%
106	-0.074	-0.739	0.013	2.74E-03	8.51E-04	-2.14E-03
106	-0.177	-0.781	-0.025	3.01E-03	1.11E-03	-2.21E-03
	58.192%	5.378%	162.000%	8.785%	23.540%	3.163%

Tabla 5.1

Comparación de Resultados

Nota Los primeros dos renglones corresponden al Análisis Lineal, los dos siguientes al Análisis No Lineal y los dos últimos al porcentaje de variación. Sólo se muestran elementos seleccionados de los diferentes niveles.

=====> ELEMENTOS MECANICOS FINALES [ton]; [ton-cm] <<=====

NUDO-N1	FZA-X-N1	FZA-Y-N1	FZA-Z-N1	MOM-X-N1	MOM-Y-N1	MOM-Z-N1
NUDO-N2	FZA-X-N2	FZA-Y-N2	FZA-Z-N2	MOM-X-N2	MOM-Y-N2	MOM-Z-N2
BARRA -# 2						
2	-1.94E+00	-1.04E-03	-1.70E-04	-1.08E-05	-2.29E-02	2.25E-01
4	1.94E+00	1.04E-03	1.70E-04	1.08E-05	5.35E-02	-4.13E-01
2	-2.08E+00	-6.54E-02	-1.28E-03	8.02E-02	-1.21E-01	1.74E-04
4	2.08E+00	6.26E-02	1.28E-03	-8.64E-02	-2.65E-02	-6.64E-01
	6.583%	98.406%	86.758%	100.014%	81.044%	-128889.67%
				100.013%	301.432%	37.914%
BARRA -# 23						
7	-1.77E+00	-1.31E-03	1.69E-04	8.78E-04	-6.70E-02	9.69E-02
2	1.77E+00	1.31E-03	-1.69E-04	-8.78E-04	-1.30E-02	-7.19E-01
7	-1.61E+00	-4.60E-02	-3.30E-03	4.61E-02	-1.13E-01	6.67E-02
2	1.61E+00	4.50E-02	3.30E-03	-7.31E-02	-2.31E-02	-6.30E-01
	-10.156%	97.144%	105.115%	98.096%	40.638%	-45.137%
				98.798%	43.964%	-14.120%
BARRA -# 24						
4	-1.91E+00	8.11E-04	-2.38E-04	-6.68E-04	3.91E-02	4.75E-01
12	1.91E+00	-8.11E-04	2.38E-04	6.68E-04	7.34E-02	-9.07E-02
4	-2.02E+00	-5.73E-02	-6.82E-03	8.37E-02	5.50E-02	5.68E-01
12	2.02E+00	5.63E-02	6.82E-03	-6.09E-02	9.71E-02	-5.00E-02
	5.583%	101.415%	96.513%	100.798%	28.860%	16.488%
				101.098%	24.395%	-81.625%
BARRA -# 40						
11	7.28E-01	4.63E-03	-1.97E-03	9.72E-04	1.91E-01	4.81E-01
5	-7.28E-01	-4.63E-03	1.97E-03	-9.72E-04	1.04E-01	2.14E-01
11	3.09E-01	6.34E-03	-3.28E-03	-1.40E-02	3.67E-01	6.43E-01
5	-3.05E-01	-6.15E-03	3.28E-03	1.33E-02	1.26E-01	2.81E-01
	-135.599%	26.905%	39.866%	106.941%	47.903%	25.257%
				107.306%	17.642%	23.743%
BARRA -# 45						
21	-1.55E+00	-2.26E-04	-1.19E-03	1.98E-04	2.11E-01	3.84E-01
19	1.55E+00	2.26E-04	1.19E-03	-1.98E-04	6.56E-02	-4.37E-01
21	-1.61E+00	-5.00E-02	-1.94E-03	7.01E-02	2.47E-01	6.71E-01
19	1.81E+00	4.88E-02	1.94E-03	-7.12E-02	1.22E-01	-2.94E-01
	14.238%	99.549%	38.774%	99.718%	14.560%	42.729%
				99.722%	46.166%	-48.707%
BARRA -# 71						
23	6.23E+00	-4.59E-03	-1.51E-02	2.93E-03	1.10E+00	3.29E-01
19	-6.23E+00	4.59E-03	1.51E-02	-2.93E-03	1.13E+00	-1.00E+00
23	9.14E+00	-7.12E-04	-1.53E-02	-3.55E-01	1.31E+00	7.19E-01
19	-9.14E+00	8.98E-04	1.53E-02	3.95E-01	9.35E-01	-8.50E-01
	31.809%	-544.554%	0.721%	100.827%	16.119%	54.161%
				100.742%	-20.668%	-18.104%
BARRA -# 77						
25	2.76E+00	-4.99E-04	6.86E-05	4.93E-04	7.20E-03	2.32E-01
26	-2.76E+00	4.99E-04	-6.86E-05	-4.93E-04	-3.80E-02	-4.56E-01
25	2.58E+00	-1.01E-03	1.12E-04	-9.32E-02	1.74E-02	1.94E-01
26	-2.58E+00	3.20E-04	-1.12E-04	9.32E-02	-6.60E-02	-3.37E-01
	-6.850%	50.427%	38.475%	100.529%	68.739%	-19.609%
				100.529%	42.433%	-35.502%
BARRA -# 83						
25	-1.78E+00	-3.10E-03	6.58E-04	1.03E-03	-1.49E-01	-2.42E-01
21	1.78E+00	3.10E-03	-6.58E-04	-1.03E-03	-1.62E-01	-1.22E+00
25	-1.65E+00	-4.65E-02	-2.84E-03	4.37E-02	-1.96E-01	-3.12E-01
21	1.65E+00	4.58E-02	2.84E-03	-7.04E-02	-1.86E-01	-1.21E+00
	-7.636%	93.347%	123.182%	97.649%	23.943%	22.340%
				98.541%	12.983%	-0.908%
BARRA -# 107						
28	7.89E+00	1.51E-02	3.12E-03	-1.43E-03	-1.07E-01	1.79E+00
23	-7.89E+00	-1.51E-02	-3.12E-03	1.43E-03	-3.61E-01	4.85E-01
28	1.12E+01	1.83E-02	4.46E-03	-4.51E-01	3.97E-02	2.12E+00
23	-1.12E+01	-1.81E-02	-4.46E-03	4.50E-01	-7.06E-01	5.91E-01
	29.229%	17.277%	30.049%	99.684%	368.600%	15.960%
				99.683%	48.845%	18.062%
BARRA -# 113						
35	2.97E+00	-6.57E-03	-4.30E-03	4.73E-04	2.54E-01	-1.84E+00
41	-2.97E+00	6.57E-03	4.30E-03	-4.73E-04	7.45E-01	3.17E-01
35	3.89E+00	-1.14E-02	-4.31E-03	-1.27E-01	2.61E-01	-2.48E+00
41	-3.89E+00	1.07E-02	4.31E-03	1.27E-01	7.42E-01	-1.72E-02
	23.631%	42.487%	0.163%	100.371%	2.603%	25.525%
				100.371%	-0.418%	1946.841%
BARRA -# 133						

Comparación de Resultados

39	-1.84E+01	2.27E-02	1.50E-02	3.69E-03	-9.93E-01	3.80E+00
35	1.84E+01	-2.27E-02	-1.50E-02	-3.69E-03	-1.21E+00	-4.64E-01
39	-1.89E+01	-3.79E-01	8.11E-03	5.52E-01	-8.43E-01	4.10E+00
35	1.89E+01	3.79E-01	-8.11E-03	-5.83E-01	-1.58E+00	-7.86E-01
	2.898%	106.993%	-86.149%	99.332%	-17.720%	7.129%
				99.387%	23.033%	41.025%
BARRA # 139						
41	1.89E+01	3.64E-04	-2.82E-02	7.18E-03	1.98E+00	2.05E+00
37	-1.89E+01	-3.64E-04	2.82E-02	-7.18E-03	2.17E+00	-1.99E+00
41	2.39E+01	5.90E-03	-2.81E-02	-7.88E-01	2.16E+00	2.76E+00
37	-2.39E+01	-5.76E-03	2.81E-02	8.40E-01	1.99E+00	-1.90E+00
	21.079%	93.836%	-0.320%	100.912%	8.117%	26.887%
				100.855%	-8.840%	-4.784%
BARRA # 145						
43	2.86E+00	3.32E-03	-5.36E-04	-1.45E-03	1.09E-01	8.16E-01
44	-2.86E+00	-3.32E-03	5.36E-04	1.45E-03	1.32E-01	6.75E-01
43	2.71E+00	3.73E-03	-7.43E-04	-8.18E-02	1.37E-01	8.82E-01
44	-2.71E+00	-4.07E-03	7.43E-04	8.17E-02	1.94E-01	9.43E-01
	-6.646%	11.034%	27.937%	98.231%	20.716%	7.459%
				98.230%	32.027%	28.400%
BARRA # 170						
39	3.38E+00	-2.49E-04	6.63E-03	3.42E-03	-7.12E-01	-1.19E+00
49	-3.38E+00	2.49E-04	-6.63E-03	-3.42E-03	-8.42E-01	1.14E+00
39	4.89E+00	-3.83E-03	8.49E-03	-1.61E-01	-7.86E-01	-1.69E+00
49	-4.89E+00	3.28E-03	-8.49E-03	1.35E-01	-1.19E+00	9.24E-01
	30.906%	93.601%	21.864%	102.128%	9.486%	29.325%
				102.622%	29.218%	-22.782%
BARRA # 179						
49	2.02E+01	3.21E-02	-3.62E-02	3.15E-03	3.66E+00	4.67E+00
41	-2.02E+01	-3.21E-02	3.62E-02	-3.15E-03	1.77E+00	1.50E-01
49	2.53E+01	3.70E-02	-4.84E-02	-7.65E-01	5.20E+00	5.31E+00
41	-2.53E+01	-3.68E-02	4.84E-02	8.48E-01	2.06E+00	2.12E-01
	20.000%	13.018%	26.212%	100.412%	29.681%	12.084%
				100.371%	14.272%	29.204%
BARRA # 251						
86	2.73E+01	1.99E-03	-3.51E-02	4.57E-03	9.06E+00	1.35E+00
75	-2.73E+01	-1.99E-03	3.51E-02	-4.57E-03	5.29E+00	-5.33E-01
86	2.81E+01	-2.76E-04	-3.84E-02	-2.43E-01	9.36E+00	6.10E-01
75	-2.81E+01	2.95E-04	3.84E-02	2.96E-01	6.35E+00	-7.01E-01
	3.163%	822.424%	8.613%	101.880%	3.236%	-120.647%
				101.644%	16.730%	24.052%
BARRA # 331						
106	2.89E+01	3.27E-03	-3.97E-02	2.44E-02	5.17E+00	3.17E-01
91	-2.89E+01	-3.27E-03	3.97E-02	-2.44E-02	1.11E+01	1.02E+00
106	2.92E+01	1.38E-03	-4.42E-02	-3.80E-01	6.85E+00	2.07E-01
91	-2.92E+01	-1.38E-03	4.42E-02	3.93E-01	1.14E+01	5.78E-01
	1.097%	-136.423%	10.116%	106.784%	24.460%	-53.237%
				108.216%	3.156%	-76.900%
BARRA # 393						
131	2.66E+01	-6.76E-03	7.32E-03	-7.05E-03	-2.58E+00	-2.43E+00
125	-2.66E+01	6.76E-03	-7.32E-03	7.05E-03	-3.92E+00	-3.58E+00
131	2.73E+01	1.30E-03	-1.55E-03	8.18E-02	7.28E+00	5.90E+00
125	-2.73E+01	-1.30E-03	1.55E-03	-8.31E-02	-6.04E+00	-4.89E+00
	2.634%	619.769%	672.980%	108.618%	136.370%	141.130%
				108.484%	34.979%	26.851%

Tabla 5.2

Los resultados de la tabla 5.1 muestran que al tomar en cuenta los efectos no lineales, los desplazamientos laterales en los niveles superiores se incrementan en promedio el 9%; los desplazamientos verticales alcanzan el 8% y aparecen desplazamientos sobre el tercer eje. Los cambios más drásticos se presentan en las rotaciones; algunos incrementos llegan a ser mayores que el 100%. Esta redistribución de acciones internas es la que se debe tomar en cuenta en el diseño, algunos elementos experimentan efectos de flexión-torsión importante como se muestra en la tabla 5.2 para las barras 107, 179 y 393 entre otras. Los momentos flexionantes varían entre el 7% y el 29%; así, un momento flexionante de 6 ton-cm en combinación con fuerza axial no debe ignorarse en el diseño.

## **6. CONCLUSIONES**

Se han presentado los criterios de diseño de estructuras de soporte, para líneas de conducción de energía eléctrica, seguidos en Australia, Inglaterra, Estados Unidos de Norte América y México. Se ha propuesto un procedimiento de análisis de torres de transmisión autosoportadas que incorpora los efectos no lineales por grandes desplazamientos de la torre, por carga axial, por geometría y por deformación, descritos en los apéndices A-D. Los 4 efectos no lineales se incorporaron a un programa de computadora, de análisis lineal para estructuras reticulares, tomado de [R9] (ver capítulo 4). Los resultados de las tablas 5.1 y 5.2 del capítulo 5 muestran que los efectos no lineales producen una re-distribución de fuerzas en los miembros, que en términos generales llegan a ser en promedio mayores de un 30%. Tomar en cuenta los efectos no lineales, antes mencionados, implica realizar un análisis iterativo como se describe en el capítulo 4, la solución no es directa, se requiere de un algoritmo programado y de una técnica que maneje variables de precisión doble y sencilla, según convenga, de otra manera se pueden generar problemas de inestabilidad numérica. De acuerdo a los criterios presentados en el capítulo tres, las expresiones finales de carga y resistencia involucran parámetros similares, por lo tanto para el diseño de una torre de transmisión se puede seguir el que se considere más adecuado para el sitio, condiciones atmosféricas que predominen en el lugar y tipo de estructura que se requiera; en función de los parámetros anteriores establecer las acciones de diseño que simulen la condición de carga más adversa y realizar un análisis que contemple los efectos no lineales presentados en los apéndices A - D. En el apéndice E se presentó un estudio sobre la flexibilidad de los nudos, (con base en [R20]). Se trata de un procedimiento de análisis Elasto-Plástico que toma en cuenta el efecto no lineal de la flexibilidad del nudo.

A pesar de todo esto no se alcanzan a determinar las fuerzas reales en la estructura, las variables que representan las solicitaciones y las resistencias siguen siendo no deterministas, sin embargo; entre más refinado sea el método de análisis, más cercanos estarán los valores teóricos de los reales. De manera que si se logra disminuir la necesidad de pruebas a escala natural (reservándose, sólo, para las estructuras más complejas) el diseño de las torres de transmisión podría ser más económico; un acierto o un error en el análisis o el diseño se refleja en el costo final del proyecto, debido a que una torre, con frecuencia, se repite varias veces a lo largo de una línea. Es importante mencionar que los efectos no lineales en el análisis pueden no incrementar, substancialmente, los desplazamientos lineales y/o angulares en la estructura, o bien los valores numéricos de los elementos mecánicos; lo que podría hacernos pensar que no son de gran importancia, sin embargo el valor determinante de la matriz de rigidez conjuntada se degrada rápidamente entre el primero y cuarto análisis no lineal y la estructura podría ser inestable sin desplazarse.

## **7.- REFERENCIAS.**

- 1.- F.G.A. Al-Bermani, and S. Kitipornchai, October 1990, **Nonlinear Analysis of Transmission Towers**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067 Australia.
- 2.- Faris G.A. Al-Bermani, and Sritawat Kitipornchai, June 1990, **Nonlinear Analysis of Thin-Walled Structures Using Least Element/Member**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067 Australia.
- 3.- Sritawat Kitipornchai, and Siu Lai Chan, September 1987, **Nonlinear Finite Element Analysis of Angle and Tee Beam-Columns**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067 Australia.
- 4.- S. Roy, Shu-Jin Fang, and E.C. Rossow, June 1984, **Secondary Stresses on Transmission Tower Structures**, Chicago Ill, Structural Analytical Div.
- 5.- Faris G.A. Al-Bermani, and Sritawat Kitipornchai, January 1990, **Elasto-plastic large deformation analysis of thin-walled structures**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067, Vol. 12, Australia.
- 6.- Rodríguez Cuevas N., 1993, **Apuntes de Inestabilidad Estructural**, División de Estudios de Posgrado UNAM.
- 7.- Rodríguez Cuevas N., 1993, **Apuntes de Diseño Eólico**, División de Estudios de Posgrado UNAM.
- 8.- Rodríguez Cuevas N., 1984, **Variación de la velocidad del viento con la altura sobre un punto**, Instituto de Ingeniería UNAM.
- 9.- Fred W. Beaufait, et. al., 1970, **Computer Methods of Structural Analysis**, Vanderbilt University, Nashville Tennessee.
- 10.- Committee BD/6, March 1989, **Part 2: Wind loads, Minimum design loads on structures (known as the SAA Loading Code)**, Standards Association of Australia.
- 11.- British Standards Institution, 1986, **Lattice towers and masts, Part I. Code of Practice for Loading, British standard, BS 8100**, Londres Inglaterra.
- 12.- L. Pham, J. D. Holmes, and J. Yang, 1992, **Reliability Analysis of Australian Communication Lattice Towers**, CSIRO Division of Building, Construction and Engineering Australia.
- 13.- Task Committee on Structural Loadings of the Committee on Electrical Transmission Structures of the Committee on Analysis and Design of Structures, 1991, **Guidelines for Electrical Transmission Line Structural Loading**, ASCE Manuals and reports on Engineering Practice No. 74.
- 14.- Task Committee on Tower Design of the Committee on Analysis and Design of Structures of the Structural Division, 1971, **Guide for Design of Steel Transmission Towers**, ASCE Manuals and reports on Engineering Practice.

## Referencias

- 15.- Pablo R. de Buen R et. al., Septiembre de 1984, **Cuadernos 1**, Instituto de Investigaciones Eléctricas, Departamento de Ingeniería Civil.
16. - Ernesto R. Neri Barrio et. al., 1983, **Estructuras para Transmisión de Energía Eléctrica Manual C.2.3**, C. F. E., Instituto de Investigaciones Eléctricas.
- 17.- Ernesto R. Neri Barrio, 1987, **Procedimiento para determinar la utilización mecánica óptima de Torres en líneas de Transmisión**, División de Estudios de Posgrado, UNAM, tesis de maestría
- 18.- E. M. Lui and W-F. Chen, October 1985, **Analysis and behavior of flexibly-jointed frames**, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA.
- 19.- G.M.S. Knight and A.R. Santhakumar, March 1993, Joint Effects on Behavior of Transmission Towers, Anna University, Madras-600025, India.
- 20.- F.G.A. Al-Bermani, and S. Kitipornchai, November 1990, **Elasto-plastic Nonlinear Analysis of Flexibly-Jointed Space Frames**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067 Australia.
- 21.- Committee on Electrical Transmission Structures of the Committee on Analysis and Design of Structures of Structural Division, May 1982, **Loadings for Electrical Transmission Structures**, ASCE, Vol. 108, No. ST5.
- 22.- Leander Bathon, Wendelin H. Mueller and Leon Kempner Jr., January 1993, **Ultimate Load Capacity of Single Steel Angles**, Journal of Structural Engineering, Vol. 119.
- 23.- Demirtas C. Bayar, February 1986, **Drag Coefficients of Latticed Towers**, Journal of Structural Engineering, Vol. 112.
- 24.- B. W. Smith, et. al., 1993, **A review of dynamic aspects of transmission line design**, Engineering Structural, Volume 15, Number 4.
- 25.- Y. Momomura, H. Murukawa et. al., 1992, **Wind Induced Vibration of Transmission Line System**, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics.
- 26.- Alan G. Davenport, Milos Novak, and Hiroshi Tanaka, April 1978, **Vibration of Towers Due to Galloping of Iced cables**, Journal of the Engineering Mechanics.
- 27.- A. Jamaledine, G. McClure, Rousselet, and R. Beauchemin, 1993, **Simulation of Ice-Shedding on Transmission Lines Using Adina**, Computers, and Structures.
- 28.- S. Kitipornchai, K. Zhu, Y. Xiang and F.G.A. Al-Bermani, September 1990, **Single-equation yield surfaces for monosymmetric and asymmetric sections**, Queensland University, St. Lucia, Q. 4067 Australia.
- 29.- David L. C. Lo, Andrew Morcos, and Surendra K. Goel, 1974, **Use of Computers in Transmission Towers Design**, Journal of the Structural Division.
- 30.- John D. Mozer, Alain H. Peyrot, and Anthony M. DiGioia, October 1984, **Probabilistic Design of Transmission Line Structures**, Journal of Structural Engineering.
- 31.- Alberto López L. et. al., 1993, **Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento**, C. F. E., Instituto de Investigaciones Eléctricas.

## **APENDICE A**

### **ESFUERZOS SECUNDARIOS POR DESPLAZAMIENTOS**

Debido al crecimiento acelerado de la demanda de energía eléctrica, las torres de transmisión son cada vez de mayores dimensiones; más altas, más esbeltas, consecuentemente las cargas actuantes son más fuertes y producen desplazamientos mayores.

En los análisis prácticos de torres de transmisión, generalmente, no se consideran los efectos secundarios debidos a los desplazamientos; si estos son suficientemente grandes afectarán la distribución de los elementos mecánicos en la torre. El Código Nacional de Seguridad Eléctrica (NESC-77), por ejemplo, no especifica ningún criterio para limitar los desplazamientos de la torre o para evaluar los efectos secundarios.

En todas las estructuras se inducen desplazamientos ante cualquier sistema de cargas, sin embargo la importancia de los desplazamientos varía de acuerdo a la relación entre el tamaño de la estructura, la magnitud y dirección de las cargas, así como de la magnitud de los desplazamientos.

Los análisis convencionales de torres de transmisión tratan la estructura como una armadura tridimensional; las fuerzas de equilibrio se basan en la geometría inicial de la torre y se desprecia la geometría deformada. Los elementos mecánicos obtenidos, de esta forma, son función de los esfuerzos primarios y se desprecian las fuerzas secundarias que resultan de la geometría deformada, si ésta es de consideración.

#### **EJEMPLO: ESTRUCTURA TIPO**

Se seleccionó la estructura reticular tridimensional (fig. 1); formada por 20 barras y nueve nudos.

Mediante un análisis elástico por rigideces se encontró que al aplicar a los nudos, del 1 al 5, fuerzas laterales de 1/4 de tonelada en las direcciones X y Z, y 1.0 tonelada en dirección vertical, se obtienen los resultados que se muestran en la tabla A.1.

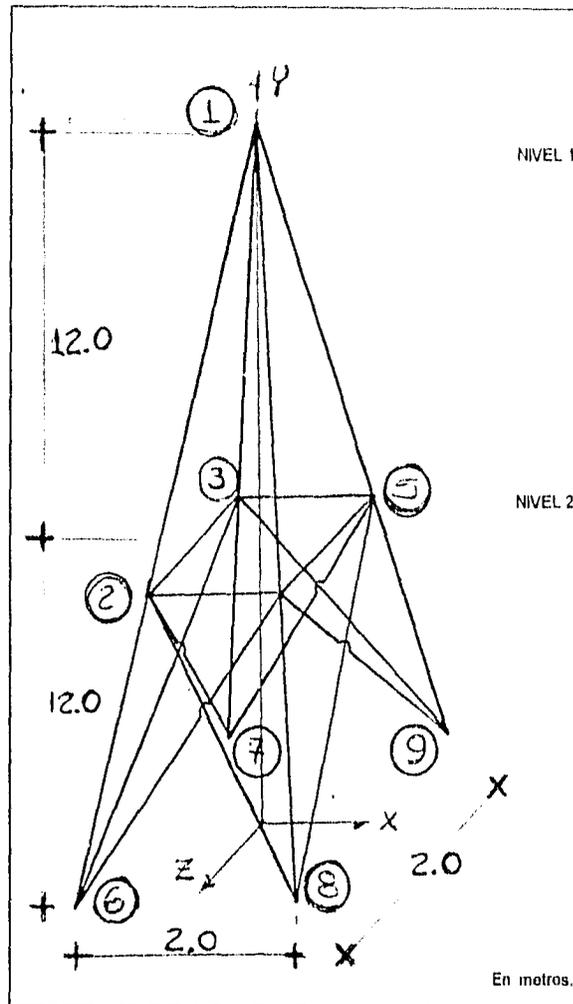


Fig. No. 1

=> CARGAS APLICADAS EN NUDOS PARA LA CONDICION 1 [ ton ]<=

NUDO	FZA-X	FZA-Y	FZA-Z	MOM-X	MOM-Y	MOM-Z
1	.25000	-1.00000	-.25000	.00000	.00000	.00000
2	.25000	-1.00000	-.25000	.00000	.00000	.00000
3	.25000	-1.00000	-.25000	.00000	.00000	.00000
4	.25000	-1.00000	-.25000	.00000	.00000	.00000
5	.25000	-1.00000	-.25000	.00000	.00000	.00000

==>>DESPLAZAMIENTOS EN LOS NUDOS PARA LA CARGA 1 [ cm, rad. ] <<==

NUDO	DESP-X	DESP-Y	DESP-Z	ROTA-X	ROTA-Y	ROTA-Z
1	.92133	-.00863	-.92132	-.73397E-03	.93780E-08	-.73397E-03
2	.23336	.01398	-.23335	-.25072E-03	.91564E-08	-.25073E-03
3	.23288	-.00542	-.23292	-.24993E-03	.91066E-05	-.24988E-03
4	.23293	-.00542	-.23287	-.24988E-03	-.90893E-05	-.24994E-03
5	.23341	-.02482	-.23340	-.25078E-03	.92908E-08	-.25078E-03
6	.00000	.00000	.00000	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
7	.00000	.00000	.00000	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
8	.00000	.00000	.00000	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
9	.00000	.00000	.00000	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00

====>> ELEMENTOS MECANICOS FINALES <<====  
 =====>> PRODUCIDOS POR LA CARGA 1 [ ton, ton-cm.] <<=====

NUDO-N1	FZA-X-N1	FZA-Y-N1	FZA-Z-N1	MOM-X-N1	MOM-Y-N1	MOM-Z-N1
NUDO-N2	FZA-X-N2	FZA-Y-N2	FZA-Z-N2	MOM-X-N2	MOM-Y-N2	MOM-Z-N2
BARRA-#	1; PERFIL-1					
6	-2572E+01	9450E-03	4951E-03	1106E-02	-4763E+00	9313E+00
4	2572E+01	-9450E-03	-4951E-03	-1106E-02	-1229E+00	2125E+00
BARRA-#	2; PERFIL-1					
2	4208E+00	4859E-03	-9766E-03	-1545E-02	2336E+00	1138E+00
8	-4208E+00	-4859E-03	9766E-03	1545E-02	9485E+00	4744E+00
BARRA-#	3; PERFIL-1					
3	3407E+01	9317E-03	-4953E-03	-1107E-02	1229E+00	2045E+00
9	-3407E+01	-9317E-03	4953E-03	1107E-02	4766E+00	9232E+00
BARRA-#	4; PERFIL-1					
7	4138E+00	4992E-03	9769E-03	1545E-02	-9487E+00	4824E+00
5	-4138E+00	-4992E-03	-9769E-03	-1545E-02	-2337E+00	1218E+00
BARRA-#	5; PERFIL-1					
7	4206E+00	-4859E-03	9767E-03	1545E-02	-9485E+00	-4743E+00
2	-4206E+00	4859E-03	-9767E-03	-1545E-02	-2336E+00	-1138E+00
BARRA-#	6; PERFIL-1					
3	-2572E+01	-9449E-03	-4952E-03	-1106E-02	1229E+00	-2125E+00
6	2572E+01	9449E-03	4952E-03	1106E-02	4764E+00	-9312E+00
BARRA-#	7; PERFIL-1					
9	3407E+01	-9316E-03	4954E-03	1106E-02	-4766E+00	-9231E+00
4	-3407E+01	9316E-03	-4954E-03	-1106E-02	-1230E+00	-2045E+00
BARRA-#	8; PERFIL-1					
5	4139E+00	-4992E-03	-9769E-03	-1546E-02	2337E+00	-1218E+00
8	-4139E+00	4992E-03	9769E-03	1546E-02	9487E+00	-4824E+00
BARRA-#	9; PERFIL-1					
6	-2610E+01	7771E-03	7756E-03	-3530E-06	-7529E+00	7543E+00
2	2610E+01	-7771E-03	-7756E-03	3530E-06	-1795E+00	1798E+00
BARRA-#	10; PERFIL-1					
7	4233E+00	7878E-03	7850E-03	4392E-03	-7581E+00	7592E+00
3	-4233E+00	-7878E-03	-7850E-03	-4392E-03	-1855E+00	1878E+00
BARRA-#	11; PERFIL-1					
4	4234E+00	7837E-03	7891E-03	-4399E-03	-7605E+00	7568E+00
8	-4234E+00	-7837E-03	-7891E-03	4399E-03	-1881E+00	1853E+00
BARRA-#	12; PERFIL-1					
9	3457E+01	7729E-03	7716E-03	-3391E-06	-7505E+00	7519E+00
5	-3457E+01	-7729E-03	-7716E-03	3391E-06	-1769E+00	1773E+00
BARRA-#	13; PERFIL-1					
2	-2711E+01	9121E-03	9105E-03	-9990E-09	-1100E+01	1102E+01
1	2711E+01	-9121E-03	-9105E-03	9990E-09	5390E-02	-5399E-02
BARRA-#	14; PERFIL-1					
3	2504E+00	9312E-03	9294E-03	1853E-02	-1112E+01	1112E+01
1	-2504E+00	-9312E-03	-9294E-03	-1853E-02	-5489E-02	7437E-02
BARRA-#	15; PERFIL-1					
4	2504E+00	9278E-03	9328E-03	-1853E-02	-1114E+01	1110E+01
1	-2504E+00	-9278E-03	-9328E-03	1853E-02	-7447E-02	5476E-02
BARRA-#	16; PERFIL-1					
5	3211E+01	9087E-03	9072E-03	-9733E-08	-1098E+01	1100E+01
1	-3211E+01	-9087E-03	-9072E-03	9733E-08	7347E-02	-7359E-02
BARRA-#	17; PERFIL-2					
2	2179E+00	-3283E-01	-1613E-03	-9961E-04	5228E-01	-1645E+01
4	-2179E+00	3283E-01	1613E-03	9961E-04	-3614E-01	-1637E+01
BARRA-#	18; PERFIL-2					
3	-2724E+00	-3283E-01	1610E-03	9966E-04	3615E-01	-1637E+01
5	2724E+00	3283E-01	-1610E-03	-9966E-04	-5226E-01	-1646E+01
BARRA-#	19; PERFIL-2					
2	2178E+00	-3282E-01	1615E-03	9967E-04	-5228E-01	-1645E+01
3	-2178E+00	3282E-01	-1615E-03	-9967E-04	3614E-01	-1637E+01
BARRA-#	20; PERFIL-2					
4	-2724E+00	-3282E-01	1610E-03	-9960E-04	-3616E-01	-1637E+01
5	2724E+00	3282E-01	-1610E-03	9960E-04	5226E-01	-1646E+01

Tabla A.1 Análisis estructural bajo cargas supuestas

Los resultados anteriores se basan en la hipótesis de que la geometría de la estructura no cambia. Los desplazamientos son relativamente pequeños, y los esfuerzos en los elementos se podrían aceptar muy cercanos a los reales. Por

ejemplo el desplazamiento horizontal en el nivel 1 de la estructura es de 1.30 centímetros, mientras que en el nivel 2 es de 0.33 centímetros. Al incrementar las cargas horizontales a 8.75 toneladas y las cargas verticales a 20, aplicadas en los nudos del 1 al 5, los desplazamientos horizontales son del orden de 46 centímetros en el nivel 1 (ver fig. 4a), y los esfuerzos en las barras se aproximan a los de fluencia; para esta condición, la estructura no se debe analizar bajo las hipótesis de que la geometría no cambia, y los efectos secundarios por desplazamiento deben considerarse. Al actualizar la geometría de la estructura, se genera un sistema no lineal de ecuaciones que se debe resolver con la configuración deformada de la estructura. Para una estructura reticular en el espacio, las ecs. de equilibrio son:

En los nudos, para las fuerzas

$$\sum_{i=1}^n P_i \cos \phi_{ix} = P_x \qquad \sum_{i=1}^n P_i \cos \phi_{iy} = P_y \qquad \sum_{i=1}^n P_i \cos \phi_{iz} = P_z \qquad (1a)$$

En las barras, para los momentos

$$\sum_{i=1}^n M_i \cos \phi_{ix} = M_x \qquad \sum_{i=1}^n M_i \cos \phi_{iy} = M_y \qquad \sum_{i=1}^n M_i \cos \phi_{iz} = M_z \qquad (1b)$$

$P_i, M_i$  fuerza en el miembro  $i$ -ésimo de los  $n$ , que concurren al nudo

$\phi_i$  es el ángulo entre el eje del miembro y el eje X

$P_x$  componente de la fuerza aplicada en el nudo en dirección X

$M_x$  momento en el extremo de la barra alrededor del eje X

### METODO DE LA GEOMETRIA MODIFICADA

Cuando las ecs. 1 son no lineales se deben resolver a través de un proceso iterativo. Un método, es modificar la geometría de la estructura y para cada cambio geométrico resolver un sistema diferente de ecuaciones. Si la estructura no se sale de su entorno de estabilidad, el análisis convergerá entre dos y cuatro iteraciones. Este procedimiento se ilustra en la fig. 2.

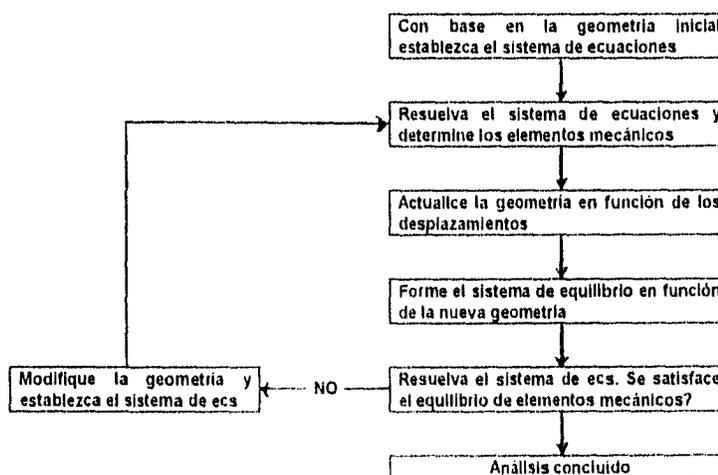


Fig. 2

La ecuación matemática del método anterior es

$$\sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \cos \phi_{i\alpha}^k = P_\alpha ; \alpha = X, Y, Z \quad (2a)$$

para las fuerzas; y similarmente para los momentos.

$\cos \phi_{i\alpha}$  representa la dirección de los cosenos directores para la geometría del miembro al final de la k-esima iteración

$p_i^{k+1}$  son las fuerzas desconocidas en los miembros, determinadas al resolver la ecuación número 3

Después de conocer las fuerzas en los miembros, y los desplazamientos de los nudos, las ecuaciones de equilibrio para el ciclo k+1 son:

$$\sum_{i=1}^n p_i^k \cos \phi_{i\alpha}^{k+1} - P_\alpha = R_\alpha^{k+1} ; \alpha = X, Y, Z \quad (2b)$$

Las fuerzas  $R_\alpha$  representan la diferencia entre fuerzas internas y externas en el nudo. Cuando esta diferencia tiende a cero, se acepta que la estructura está en equilibrio.

**METODO DE LA RIGIDEZ INICIAL**

Método alternativo para resolver las ecuaciones 2. El término  $\cos \phi_{i\alpha}$  no cambia, pero se modifica  $P_\alpha$ , de manera que  $s_i^{k+1}$  satisfaga la ecuación 3.  $R_\alpha^{k+1}$  tiende a cero.

Para el primer análisis la estructura se carga con las fuerzas aplicadas, más las cargas adicionales, con esto se obtienen fuerzas en los miembros y desplazamientos de los nudos que corresponden a una configuración deformada de la estructura. Las fuerzas en los miembros se calculan con base en esta configuración, ya deformada. Con la ecuación 2b se checa el equilibrio y se estiman las fuerzas que se aplicarán a la estructura en el siguiente ciclo (ver fig. 3).

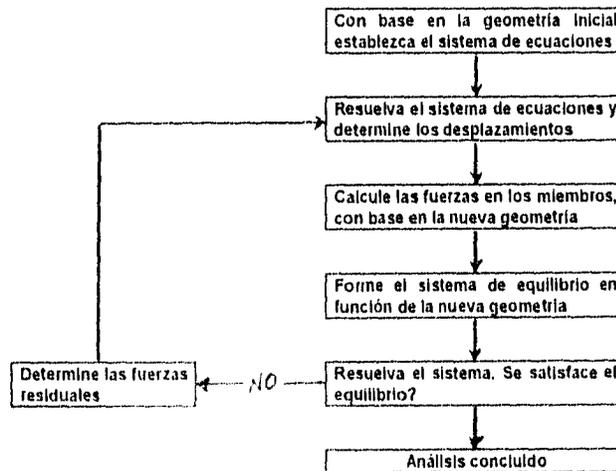


Fig. 3

Las fuerzas residuales se obtienen del ciclo anterior. Al analizar la estructura del ejemplo ilustrativo con los procedimientos descritos se obtuvieron incrementos del 5% en las fuerzas de las barras, y del 10% en los momentos flexionantes.

El primer método (actualizar la geometría) es más fácil de implementar en el análisis; sin embargo sólo se puede tratar una condición de carga a la vez. El segundo es más elaborado, pero más fácil de implementar en un programa para trabajar con múltiples condiciones de carga. Al aplicar los conceptos anteriores a la estructura tipo se obtuvieron los siguientes resultados.

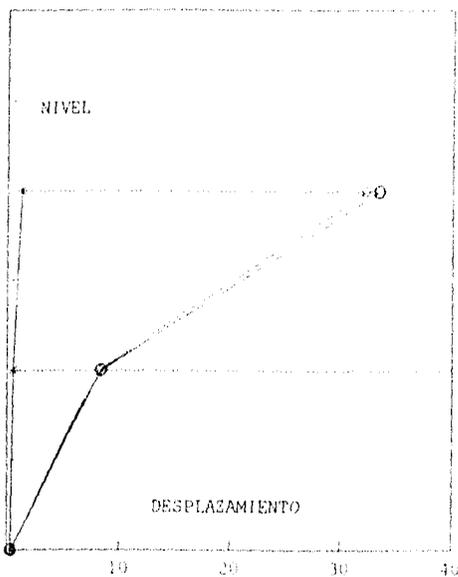


Fig. 4a

[ K ]

8,7069044191297E+90  
 8,7353990550639E+90  
 8,8057033317957E+90  
 8,8247967745559E+90  
 8,8241723019171E+90  
 8,8240687523480E+90  
 8,8241503463323E+90  
 8,8249554420584E+90  
 8,8241588490649E+90  
 8,8243987558104E+90  
 8,8243293077960E+90  
 8,8243075902906E+90  
 8,8239768989837E+90  
 8,8241709865094E+90  
 8,8241880879586E+90  
 8,8249554420584E+90  
 8,8241588490649E+90  
 8,8243987558104E+90  
 8,8243293077960E+90  
 8,8243075902906E+90  
 8,8239768989837E+90  
 8,8241709865094E+90  
 8,8241880879586E+90  
 8,8249554420584E+90  
 8,8241588490649E+90  
 8,8243987558104E+90  
 8,8243293077960E+90  
 8,8243075902906E+90  
 8,8239768989837E+90  
 8,8241709865094E+90  
 8,8241880879586E+90

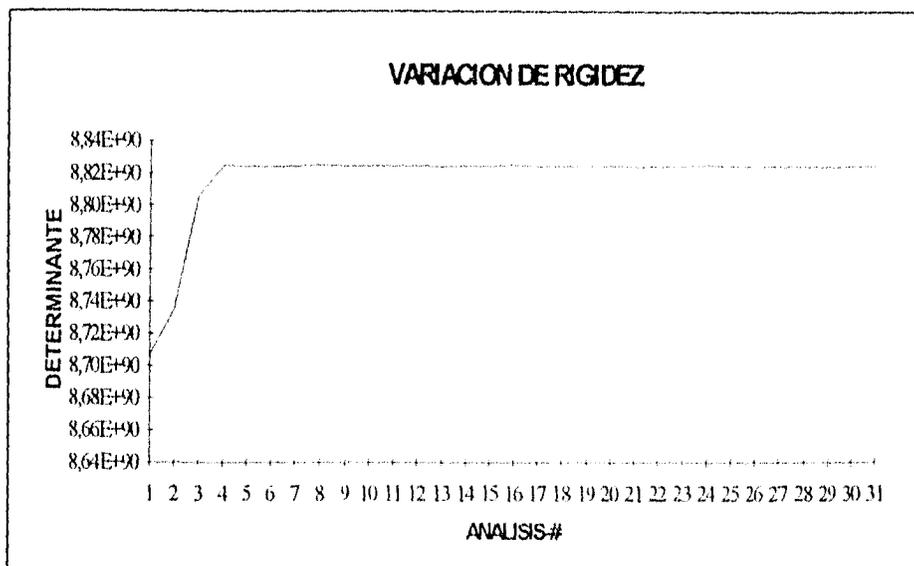


Fig. 4b

==>> DESPLAZAMIENTOS EN LOS NUDOS PARA LA CARGA 1 <<==  
 Primer Renglón: Análisis Lineal

NUDO	DESP-X	DESP-Y	DESP-Z	ROTA-X	ROTA-Y	ROTA-Z
1	32.24659	-0.1726	-32.24608	-2.57E-02	3.20E-07	-2.57E-02
1	33.4732	-1.33961	-33.47328	-2.69E-02	1.67E-06	-2.69E-02
	3.80%	676.14%	3.81%	4.71%	421.70%	4.71%
2	8.16807	0.57073	-8.16766	-8.78E-03	3.17E-07	-8.78E-03
2	8.37416	0.48037	-8.374	-9.06E-03	1.59E-06	-9.06E-03
	2.52%	-16.83%	2.53%	3.24%	401.18%	3.24%
3	8.15115	-0.1084	-8.15185	-8.75E-03	3.19E-04	-8.75E-03
3	8.22989	-0.2197	-8.35112	-9.03E-03	3.34E-04	-9.03E-03
	0.97%	102.68%	2.44%	3.23%	4.79%	3.24%
4	8.15225	-0.10841	-8.1508	-8.75E-03	-3.18E-04	-8.75E-03
4	8.35127	-0.2197	-8.23005	-9.03E-03	-3.31E-04	-9.03E-03
	2.44%	102.66%	0.97%	3.25%	4.04%	3.23%
5	8.16911	-0.78754	-8.16877	-8.78E-03	3.14E-07	-8.78E-03
5	8.24173	-0.92539	-8.24189	-9.07E-03	1.58E-06	-9.07E-03
	0.89%	17.50%	0.90%	3.34%	403.01%	3.34%

=====>> ELEMENTOS MECANICOS FINALES <<=====  
 Primeros dos renglones: Análisis Lineal

NUDO-N1	FZA-X-N1	FZA-Y-N1	FZA-Z-N1	MOM-X-N1	MOM-Y-N1	MOM-Z-N1
NUDO-N2	FZA-X-N2	FZA-Y-N2	FZA-Z-N2	MOM-X-N2	MOM-Y-N2	MOM-Z-N2
BARRA-#	1					
6	-9.63E+01	3.30E-02	1.73E-02	3.87E-02	-1.67E+01	3.25E+01
4	9.63E+01	-3.30E-02	-1.73E-02	-3.87E-02	-4.30E+00	7.38E+00
6	-9.85E+01	3.33E-02	1.53E-02	4.00E-02	-1.53E+01	3.33E+01
4	9.85E+01	-3.33E-02	-1.53E-02	-4.00E-02	-3.32E+00	6.98E+00
	2.31%	0.86%	-11.46%	3.42%	-8.40%	2.40%
				3.42%	-22.89%	-5.35%
BARRA-#	2					
2	8.47E+00	1.71E-02	-3.42E-02	-5.41E-02	8.18E+00	4.04E+00
8	-8.47E+00	-1.71E-02	3.42E-02	5.41E-02	3.32E+01	1.67E+01
2	7.73E+00	1.49E-02	-3.57E-02	-5.59E-02	8.29E+00	3.41E+00
8	-7.73E+00	-1.49E-02	3.57E-02	5.59E-02	3.50E+01	1.46E+01
	-8.66%	-13.06%	4.53%	3.32%	1.33%	-15.78%
				3.32%	5.30%	-12.39%
BARRA-#	3					
3	1.13E+02	3.27E-02	-1.73E-02	-3.97E-02	4.30E+00	7.22E+00
9	-1.13E+02	-3.27E-02	1.73E-02	3.87E-02	1.67E+01	3.24E+01
3	1.14E+02	3.15E-02	-1.91E-02	-4.03E-02	4.71E+00	6.27E+00
9	-1.14E+02	-3.15E-02	1.91E-02	4.03E-02	1.84E+01	3.18E+01
	1.27%	-3.72%	10.46%	4.03%	9.44%	-13.13%
				4.03%	10.53%	-1.78%

BARRA-#	4					
7	8.22E+00	1.74E-02	3.42E-02	5.41E-02	-3.32E+01	1.68E+01
5	-8.22E+00	-1.74E-02	-3.42E-02	-5.41E-02	-8.18E+00	4.20E+00
7	9.60E+00	1.89E-02	3.19E-02	5.58E-02	-3.18E+01	1.88E+01
5	-9.60E+00	-1.89E-02	-3.19E-02	-5.58E-02	-6.84E+00	4.12E+00
	16.79%	8.95%	-6.59%	3.26%	-4.20%	11.69%
				3.26%	-16.36%	-2.09%
BARRA-#	5					
7	8.46E+00	-1.71E-02	3.42E-02	5.41E-02	-3.32E+01	-1.67E+01
2	-8.46E+00	1.71E-02	-3.42E-02	-5.41E-02	-8.18E+00	-4.04E+00
7	7.73E+00	-1.49E-02	3.57E-02	5.58E-02	-3.50E+01	-1.46E+01
2	-7.73E+00	1.49E-02	-3.57E-02	-5.58E-02	-8.28E+00	-3.40E+00
	-8.62%	-13.04%	4.52%	3.14%	5.29%	-12.39%
				3.14%	1.31%	-15.77%
BARRA-#	6					
3	-9.63E+01	-3.30E-02	-1.73E-02	-3.87E-02	4.30E+00	-7.38E+00
6	9.63E+01	3.30E-02	1.73E-02	3.87E-02	1.67E+01	-3.25E+01
3	-9.85E+01	-3.33E-02	-1.53E-02	-4.01E-02	3.32E+00	-6.98E+00
6	9.85E+01	3.33E-02	1.53E-02	4.01E-02	1.53E+01	-3.33E+01
	2.31%	0.86%	-11.46%	3.66%	-22.89%	-5.35%
				3.66%	-8.41%	2.40%
BARRA-#	7					
9	1.13E+02	-3.27E-02	1.73E-02	3.87E-02	-1.67E+01	-3.24E+01
4	-1.13E+02	3.27E-02	-1.73E-02	-3.87E-02	-4.30E+00	-7.22E+00
9	1.14E+02	-3.15E-02	1.91E-02	4.02E-02	-1.84E+01	-3.18E+01
4	-1.14E+02	3.15E-02	-1.91E-02	-4.02E-02	-4.71E+00	-6.27E+00
	1.27%	-3.72%	10.42%	3.78%	10.52%	-1.77%
				3.78%	9.37%	-13.11%
BARRA-#	8					
5	8.23E+00	-1.74E-02	-3.42E-02	-5.41E-02	8.18E+00	-4.20E+00
8	-8.23E+00	1.74E-02	3.42E-02	5.41E-02	3.32E+01	-1.68E+01
5	9.60E+00	-1.89E-02	-3.19E-02	-5.58E-02	6.84E+00	-4.12E+00
8	-9.60E+00	1.89E-02	3.19E-02	5.58E-02	3.18E+01	-1.88E+01
	16.71%	8.98%	-6.59%	3.43%	-16.36%	-2.04%
				3.43%	-4.20%	11.71%
BARRA-#	9					
6	-9.77E+01	2.72E-02	2.71E-02	-1.22E-05	-2.63E+01	2.64E+01
2	9.77E+01	-2.72E-02	-2.71E-02	1.22E-05	-6.26E+00	6.27E+00
6	-1.01E+02	2.73E-02	2.73E-02	-5.96E-05	-2.68E+01	2.68E+01
2	1.01E+02	-2.73E-02	-2.73E-02	5.96E-05	-6.07E+00	6.08E+00
	3.29%	0.66%	0.69%	386.99%	1.60%	1.66%
				386.99%	-3.10%	-3.04%
BARRA-#	10					
7	8.47E+00	2.75E-02	2.75E-02	1.54E-02	-2.66E+01	2.66E+01
3	-8.47E+00	-2.75E-02	-2.75E-02	-1.54E-02	-6.51E+00	6.55E+00
7	8.60E+00	2.67E-02	2.78E-02	1.57E-02	-2.70E+01	2.64E+01
3	-8.60E+00	-2.67E-02	-2.78E-02	-1.57E-02	-6.36E+00	5.71E+00
	1.61%	-3.08%	1.06%	1.86%	1.87%	-0.68%
				1.86%	-2.32%	-12.87%

BARRA-#	11					
8	8.47E+00	2.75E-02	2.76E-02	-1.54E-02	-2.66E+01	2.65E+01
4	-8.47E+00	-2.75E-02	-2.76E-02	1.54E-02	-6.56E+00	6.50E+00
8	8.60E+00	2.78E-02	2.67E-02	-1.58E-02	-2.64E+01	2.70E+01
4	-8.60E+00	-2.78E-02	-2.67E-02	1.58E-02	-5.72E+00	6.35E+00
	1.57%	1.07%	-3.06%	2.49%	-0.67%	1.88%
				2.49%	-12.82%	-2.30%
BARRA-#	12					
9	1.15E+02	2.71E-02	2.70E-02	-1.15E-05	-2.63E+01	2.63E+01
5	-1.15E+02	-2.71E-02	-2.70E-02	1.15E-05	-6.21E+00	6.22E+00
9	1.17E+02	2.63E-02	2.63E-02	-5.93E-05	-2.62E+01	2.62E+01
5	-1.17E+02	-2.63E-02	-2.63E-02	5.93E-05	-5.39E+00	5.40E+00
	2.30%	-2.82%	-2.76%	417.82%	-0.46%	-0.52%
				417.82%	-13.16%	-13.24%
BARRA-#	13					
2	-9.86E+01	3.19E-02	3.18E-02	1.49E-07	-3.85E+01	3.85E+01
1	9.86E+01	-3.19E-02	-3.18E-02	-1.49E-07	2.03E-01	-2.04E-01
2	-1.03E+02	3.30E-02	3.28E-02	-3.02E-06	-4.02E+01	4.03E+01
1	1.03E+02	-3.30E-02	-3.28E-02	3.02E-06	6.63E-01	-6.65E-01
	4.70%	3.34%	3.11%	-2130.01%	4.36%	4.68%
				-2130.01%	226.99%	226.73%
BARRA-#	14					
3	5.01E+00	3.26E-02	3.26E-02	6.49E-02	-3.89E+01	3.89E+01
1	-5.01E+00	-3.26E-02	-3.26E-02	-6.49E-02	-2.07E-01	2.46E-01
3	4.45E+00	3.51E-02	3.38E-02	6.85E-02	-4.07E+01	4.15E+01
1	-4.45E+00	-3.51E-02	-3.38E-02	-6.85E-02	1.35E-01	6.06E-01
	-11.25%	7.69%	3.83%	5.63%	4.68%	6.75%
				5.63%	-166.50%	146.77%
BARRA-#	15					
4	5.01E+00	3.25E-02	3.26E-02	-6.49E-02	-3.90E+01	3.89E+01
1	-5.01E+00	-3.25E-02	-3.26E-02	6.49E-02	-2.46E-01	2.06E-01
4	4.45E+00	3.38E-02	3.51E-02	-6.85E-02	-4.16E+01	4.07E+01
1	-4.45E+00	-3.38E-02	-3.51E-02	6.85E-02	-6.06E-01	-1.36E-01
	-11.25%	3.87%	7.63%	5.64%	6.70%	4.72%
				5.64%	146.32%	-166.06%
BARRA-#	16					
5	1.09E+02	3.18E-02	3.18E-02	-4.54E-07	-3.84E+01	3.85E+01
1	-1.09E+02	-3.18E-02	-3.18E-02	4.54E-07	2.42E-01	-2.43E-01
5	1.14E+02	3.45E-02	3.45E-02	-3.54E-06	-4.12E+01	4.12E+01
1	-1.14E+02	-3.45E-02	-3.45E-02	3.54E-06	-2.00E-01	2.00E-01
	4.96%	8.32%	8.46%	679.74%	7.08%	6.94%
				679.74%	-182.39%	-182.31%
BARRA-#	17					
2	8.03E+00	-1.15E+00	-5.65E-03	-3.49E-03	1.83E+00	-5.76E+01
4	-8.03E+00	1.15E+00	5.65E-03	3.49E-03	-1.27E+00	-5.73E+01
2	9.03E+00	-1.18E+00	-7.07E-01	-2.91E-03	3.70E+01	-5.92E+01
4	-9.03E+00	1.18E+00	7.07E-01	2.91E-03	3.37E+01	-5.90E+01
	12.43%	2.89%	12420.01%	-16.48%	1919.89%	2.85%
				-16.48%	-2766.56%	2.88%

BARRA-#	18					
3	-9.13E+00	-1.15E+00	5.64E-03	3.49E-03	1.27E+00	-5.73E+01
5	9.13E+00	1.15E+00	-5.64E-03	-3.49E-03	-1.83E+00	-5.76E+01
3	-8.60E+00	-1.16E+00	-6.97E-01	4.30E-03	3.65E+01	-5.77E+01
5	8.60E+00	1.16E+00	6.97E-01	-4.30E-03	3.32E+01	-5.81E+01
	-5.71%	0.78%	-12471.78%	23.15%	2782.12%	0.77%
				23.15%	-1917.81%	0.82%
BARRA-#	19					
2	8.03E+00	-1.15E+00	5.66E-03	3.49E-03	-1.83E+00	-5.76E+01
3	-8.03E+00	1.15E+00	-5.66E-03	-3.49E-03	1.26E+00	-5.73E+01
2	9.03E+00	-1.18E+00	7.07E-01	2.92E-03	-3.70E+01	-5.92E+01
3	-9.03E+00	1.18E+00	-7.07E-01	-2.92E-03	-3.37E+01	-5.90E+01
	12.44%	2.89%	12397.39%	-16.23%	1919.78%	2.86%
				-16.23%	-2767.19%	2.88%
BARRA-#	20					
4	-9.13E+00	-1.15E+00	-5.63E-03	-3.49E-03	-1.27E+00	-5.73E+01
5	9.13E+00	1.15E+00	5.63E-03	3.49E-03	1.83E+00	-5.76E+01
4	-8.60E+00	-1.16E+00	6.97E-01	-4.29E-03	-3.65E+01	-5.77E+01
5	8.60E+00	1.16E+00	-6.97E-01	4.29E-03	-3.32E+01	-5.81E+01
	-5.72%	0.79%	-12477.71%	22.91%	2781.67%	0.78%
				22.91%	-1917.62%	0.82%

Tabla A.2

La curva número uno, de la figura 4a, muestra la configuración deformada de la estructura, sujeta a cargas laterales de 1/4 de tonelada. Se puede aceptar el análisis de la estructura, con base en la hipótesis de que el cambio geométrico no altera el valor numérico de las acciones internas. La curva número dos muestra el desplazamiento que se produce en los niveles 1 y 2 al incrementar las cargas externas que produjeran esfuerzos cercanos a los de fluencia. Si se comparan las curvas uno y dos; la relación resulta ser del orden de 35.

Se realizaron análisis posteriores con la geometría modificada en cada iteración. Para el primer análisis, con la geometría actualizada, se obtuvo una degradación de rigidez del orden del 0.5%; en el siguiente ciclo la rigidez se recuperó y alcanzó un incremento del 1.15% respecto de la inicial; de ahí en adelante, se apreciaron variaciones, apenas, perceptibles. De la iteración 8 a la quince se obtienen valores para un determinante positivo que se repiten en las iteraciones dieciséis a la veintitrés y de la veinticuatro a la treinta y uno; hasta la treceava cifra decimal, indicación de que la estructura oscila dentro de un entorno estable. Con los resultados de la séptima iteración se graficó la curva No. 3.

En la tabla A.2, se observa una distribución diferente al incorporar el efecto no lineal por grandes desplazamientos.

Para cada barra: los dos primeros renglones corresponden al análisis lineal, los dos renglones siguientes al análisis no lineal (séptima iteración) y los últimos dos muestran el porcentaje de diferencia entre ambos análisis.

## APENDICE B

### EFFECTO DE LA CARGA AXIAL

En este apéndice se presenta el efecto que produce la carga axial sobre las rotaciones y traslaciones de los extremos de los miembros, cuando estos forman parte de una estructura.

En la referencia [R6] se encuentran las funciones de carga y estabilidad que incorporan estos criterios al análisis estructural.

Para el estudio de la inestabilidad de estructuras, se recurre con frecuencia a la evaluación del comportamiento de la rigidez de los elementos sujetos a carga axial.

Al someter un elemento a fuerza de compresión creciente, los desplazamientos en el centro del claro siguen relaciones de comportamiento no lineal, con tendencia a alcanzar la inestabilidad al incrementarse el valor numérico de la fuerza de compresión. La existencia de carga axial tiende a degradar la rigidez de la barra, hasta un valor nulo, al alcanzar la carga crítica. El análisis del cambio de rigidez de las barras, inicialmente rectas, es el objetivo de este estudio.

### EFFECTO DE LA CARGA AXIAL EN LA RIGIDEZ ANGULAR

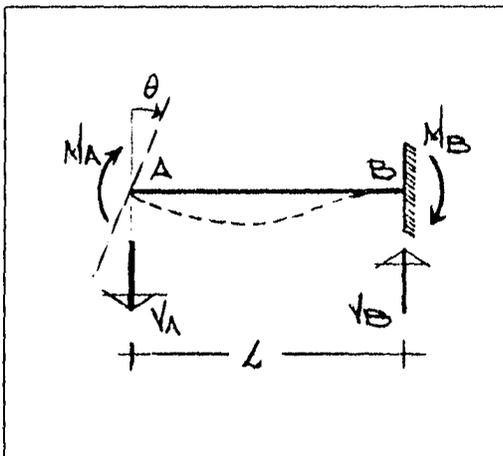


Fig. 1

Se define rigidez angular, en el extremo A de una barra, al momento  $M_A$  que debe aplicarse en el extremo A, al mantener empotrado el extremo B, para lograr una rotación unitaria en el extremo A. Al aplicar un momento  $M_A$  se debe generar un momento  $M_B$  y cortantes  $V_A$  y  $V_B$  en los extremos,

$$|V_A| = |V_B| = \left| \frac{M_A + M_B}{L} \right| \quad (1)$$

Con la aparición de elementos mecánicos se produce la configuración

$$v = v(x) \quad (2)$$

la cual debe satisfacer las siguientes condiciones de frontera:

$$\begin{array}{l} \text{En } X=0 \\ \left[ v \right]_A = 0 \\ \left[ \frac{dv}{dx} \right]_A = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{En } X=L \\ \left[ v \right]_B = 0 \\ \left[ \frac{dv}{dx} \right]_B = 0 \end{array}$$

$$(3)$$

De la resistencia de materiales, al calcular la deformación elástica de la barra, si no existe fuerza de compresión, los momentos en los extremos se definen como:

$$M_A = \frac{4EI}{L} \quad (4a)$$

$$M_B = \frac{2EI}{L} \quad (4b)$$

y el factor de transporte es:

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{2EI/L}{4EI/L} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

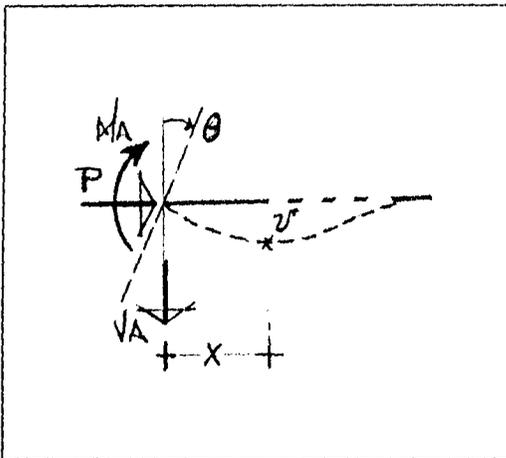


Fig. 2

Al considerar la existencia de fuerza axial de compresión, en una sección arbitraria de la barra, situada a una distancia X del extremo A, se presenta un momento flexionante definido por:

$$M_r = M_A - |V_A| * X + P * v \quad (6)$$

El momento resistente de la barra elástica con pequeños desplazamientos es

$$M_R = -EI \frac{d^2y}{dx^2} \quad (7)$$

por equilibrio

$$M_r = M_R \quad (8)$$

$$M_A - |V_A| * X + P * v = -EI \frac{d^2v}{dx^2} \quad (9)$$

al reordenar

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} + P * v = +|V_A| * X - M_A \quad (10)$$

al dividir entre EI y llamar a

$$\frac{P}{EI} = \frac{1}{j^2} \quad (11)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{j^2} v = + \frac{|M_A + M_B|}{EIL} X - \frac{M_A}{EI} \quad (12)$$

La solución de esta ecuación es del tipo

$$v = C_1 \sin\left(\frac{x}{j}\right) + C_2 \cos\left(\frac{x}{j}\right) + C_3 x + C_4 \quad (13)$$

$C_1, C_2, M_A$  y  $M_B$  se determinan a partir de las condiciones de frontera de las ecuaciones 3. Al resolver el sistema de ecuaciones se obtiene

$$v = \frac{M_A}{P} \left\{ \frac{\sin\left[\frac{L}{j}\left(1 - \frac{x}{L}\right)\right]}{\sin\left(\frac{L}{j}\right)} - 1 + \frac{x}{L} \right\} - \frac{M_B}{P} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{L}{j} \frac{x}{L}\right)}{\sin\left(\frac{L}{j}\right)} - \frac{x}{L} \right\} \quad (14)$$

al llamar

$$c = \frac{1}{\left(\frac{L}{j}\right)^2} \left( 1 - \frac{L}{j} \cot\left(\frac{L}{j}\right) \right) \quad s = \frac{1}{\left(\frac{L}{j}\right)^2} \left( \frac{L}{j} \operatorname{csc}\left(\frac{L}{j} - 1\right) \right)$$

$$C = \frac{c}{c^2 - s^2} \quad t = \frac{1}{C} \left( \frac{s}{c^2 - s^2} \right)$$

$$M_A = C \frac{Ei}{L} \quad M_B = Ct \frac{Ei}{L} \quad (15)$$

(16)

La fig. 3 muestra que  $C$  y  $t$  son funciones no lineales del parámetro  $L/j$ . El coeficiente de rigidez empieza en cuatro y en el intervalo  $0 \leq L/j \leq 1$ ,  $C$  es aproximadamente cuatro. Si, ahora  $1 \leq L/j \leq 4.48$ , el coeficiente  $C$  decrece rápidamente y al aumentar  $L/j \geq 4.48$   $C$  se hace negativo. Por lo tanto el coeficiente de rigidez  $C$ , y el factor de transporte  $t$ , son sensibles al parámetro  $L/j > 1$ .

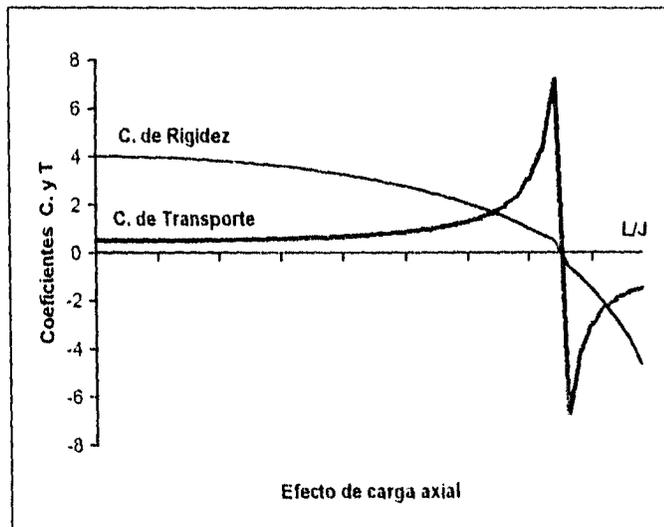
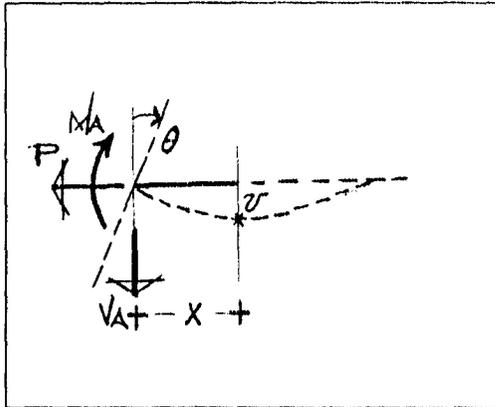


Fig. 3

**PLANTEAMIENTO PARA FUERZA AXIAL DE TENSION**



Mediante un razonamiento análogo, para efectos de tensión, se obtiene la ecuación

$$\frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{j^2}v = \frac{|M_A + M_B|}{EIL}x - \frac{M_A}{EI} \quad (17)$$

cuya solución, al ajustar las condiciones de frontera es

Fig 4

$$v = C_c \operatorname{Sh}\left(\frac{x}{j}\right) + C_s \operatorname{Ch}\left(\frac{x}{j}\right) + \left| \frac{M_A + M_B}{PL} \right| x - \frac{M_A}{P} \quad (18)$$

$$c = \frac{1}{\left(\frac{L}{j}\right)^2} \left( \frac{L}{j} \operatorname{Coth}\left(\frac{L}{j} - 1\right) \right)$$

$$s = \frac{1}{\left(\frac{L}{j}\right)^2} \left( 1 - \frac{L}{j} \operatorname{CSch}\left(\frac{L}{j}\right) \right)$$

$$C = \frac{c}{c^2 - s^2}$$

$$t = \frac{1}{C} \left( \frac{s}{c^2 - s^2} \right)$$

(19)

$$M_A = C \frac{EI}{L};$$

$$M_B = Ct \frac{EI}{L}$$

(20a, 20b)

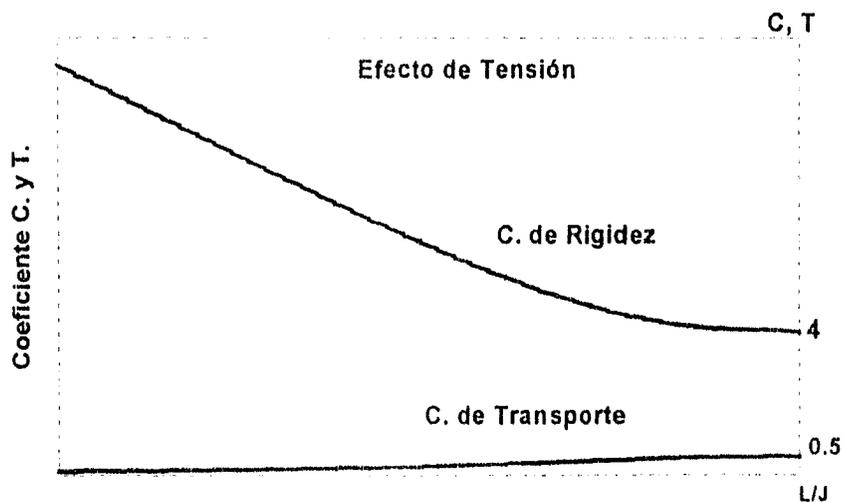


Fig. 5 Coeficientes de Rigidez y Transporte

La existencia de tensiones, en las barras, produce incrementos en la rigidez angular y disminución en el factor de transporte.

**EFFECTO DE LA CARGA AXIAL EN LA RIGIDEZ LINEAL**

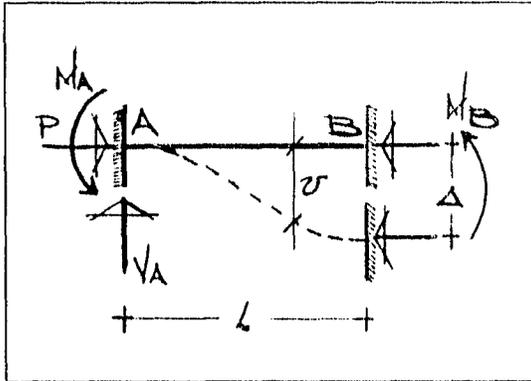


Fig. 6

Al tomar momentos respecto del punto B desplazado se tiene

$$M_r = -M_A + v_A L + P v_B = -M_B \quad (21)$$

En la expresión 21, el valor de  $|V_A|$  es función de la fuerza axial, y en consecuencia también la rigidez lineal.

Al aplicar un desplazamiento unitario, a la barra en un extremo, se produce la rigidez lineal, medida por el valor de  $|V_A|$ .

Al efectuar las rotaciones de magnitud en ambos extremos, aparecen los momentos,  $M_A$  y  $M_B$ , siguientes;

$$|M_A| = C \frac{EI}{L^2} (1+t) \quad (22)$$

$$|M_B| = C \frac{EI}{L^2} (1+t) \quad (23)$$

Por equilibrio

$$|v_A|_{\Delta=1} = 2C(1+t) \frac{EI}{L^3} - \frac{P}{L} \quad (24)$$

La expresión 24 representa la rigidez lineal de la barra; si no existe carga axial entonces, se reduce a

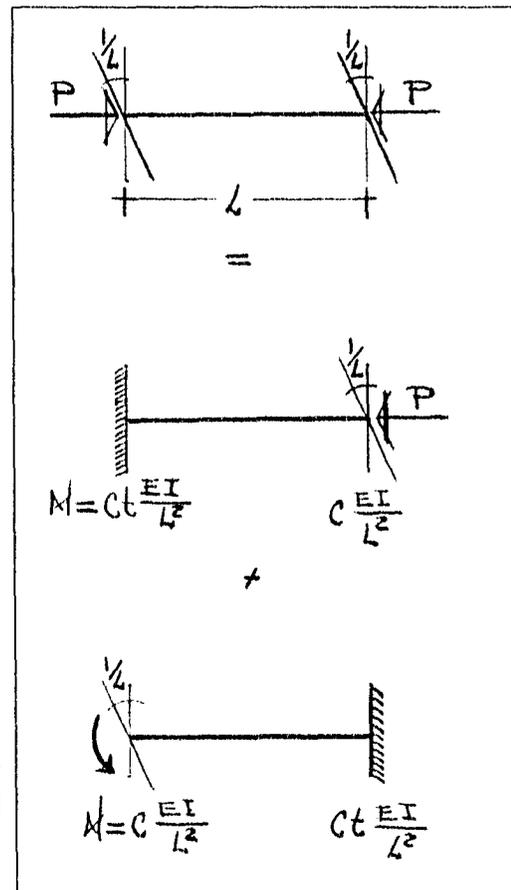


Fig. 7

$$|v_A|_{\Delta=1} = 2C(1+t) \frac{EI}{L^3} \quad (25)$$

Si ahora se modifica para tomar en cuenta la carga axial, es común escribir:

$$|v_A|_{\Delta=1} = T \left[ 2C(1+t) \frac{EI}{L^3} \right] \quad (25')$$

T (función de transmisión), se obtiene al igualar las ecs. 24 y 25', y sustituir la relación

$$\frac{P}{P_E} = \frac{PL^2}{\pi^2 EI} \quad T \left[ 2C(1+t) \frac{EI}{L^3} \right] = 2C(1+t) \frac{EI}{L^3} - \frac{P}{L}$$

$$T = 1 - \frac{\frac{P}{L}}{2C(1+t)EI} = 1 - \frac{PL^3}{L^2 C(1+t)EI} = 1 - \frac{PL^2}{EI} \frac{\pi^2}{\pi^2} \frac{1}{2C(1+t)} \quad T = 1 - \frac{\pi^2}{2C(1+t)} \frac{P}{P_E}$$

(26)

T es la función de transmisión.

$$\text{Si } P = 0 \Rightarrow T = 1 \text{ y } t = \frac{1}{2}$$

$$r_L = \frac{2 \cdot 4 \left( 1 + \frac{1}{2} \right) EI}{L^3} = \frac{12EI}{L^3}$$

Si la solución de la ecuación número diez se expresa en términos de funciones seno y coseno se obtiene:

$$c_1 = \frac{u_1 [\sin(u_1) - u_1 \cos(u_1)]}{2[1 - \cos(u_1) - u_1 \sin(u_1)]} \quad t_1 = \frac{u_1 - \sin(u_1)}{\sin(u_1) - u_1 \cos(u_1)}$$

ecs. A.1, A.2

donde

$$u_1 = \pi \sqrt{\Phi} \quad \Phi_1 = \frac{P_1}{P_E} \quad P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

c es el coeficiente de rigidez, t es el factor de transporte, y  $P_E$  es la carga de Euler.

Si no existe carga axial, la variable  $u_1$  se hace cero; en este caso los valores de  $c_1$  y  $t_1$  se determinan mediante la aplicación de la regla del L'Hôpital para límites indeterminados. Al derivar  $c_1$  y  $t_1$  respecto de  $u_1$  se obtiene:

$$c_1|_{\Phi=0} = 4 \quad t_1|_{\Phi=0} = \frac{1}{2}$$

así, para carga axial nula, la rigidez se reduce al caso convencional de miembros prismáticos. Para carga axial de tensión  $\Phi_1$  se vuelve negativo y el término análogo a  $u_1$  resulta ser:

$$v_i = \pi\sqrt{\Phi} = i\pi\sqrt{|\Phi|}$$

al usar funciones hiperbólicas, seno y coseno se obtiene:

$$c_i = \frac{u_i [u_i \cosh(u_i) - \sinh(u_i)]}{2[1 - \cosh(u_i)] + u_i \cosh(u_i)} \quad t_i = \frac{u_i - \sinh(u_i)}{\sinh(u_i) - u_i \cosh(u_i)}$$

ecs. B.1, B.2

los valores de las funciones de rotación para el caso de carga axial de tensión se obtienen a partir de valores absolutos de la relación  $\Phi_i$ .

En resumen; los planteamientos anteriores muestran que la rigidez angular, el factor de transporte y la rigidez lineal de las barras elásticas de sección constante, son función de la fuerza axial que actúa en la barra, o del parámetro  $L/J$ .

### MATRIZ DE RIGIDECES

Existen doce desplazamientos nodales en el siguiente orden:

$$\{\Delta\}^t = \{\delta_{jx}, \delta_{jy}, \delta_{jz}, \theta_{jx}, \theta_{jy}, \theta_{jz}, \delta_{kx}, \delta_{ky}, \delta_{kz}, \theta_{kx}, \theta_{ky}, \theta_{kz}\}$$

A continuación se muestran los elementos diferentes de cero de  $[K]$ .

$$\begin{aligned} K_{L_j}(1,1) &= \frac{EA}{L} & K_{L_j}(3,11) &= -EI_y \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(7,7) &= \frac{EA}{L} \\ K_{L_j}(1,7) &= -\frac{EA}{L} & K_{L_j}(4,4) &= \frac{GI_x}{L} & K_{L_j}(8,8) &= EI_z \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} \\ K_{L_j}(2,2) &= EI_z \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} & K_{L_j}(4,10) &= -\frac{GI_x}{L} & K_{L_j}(8,12) &= -EI_z \frac{r(1+c)}{L^2} \\ K_{L_j}(2,6) &= EI_z \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(5,5) &= EI_y \frac{r}{L} & K_{L_j}(9,9) &= EI_y \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} \\ K_{L_j}(2,8) &= -EI_z \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} & K_{L_j}(5,9) &= EI_y \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(9,11) &= EI_y \frac{r(1+c)}{L^2} \\ K_{L_j}(2,12) &= EI_z \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(5,11) &= EI_y \frac{cr}{L} & K_{L_j}(10,10) &= \frac{GI_x}{L} \\ K_{L_j}(3,3) &= EI_y \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} & [K_{L_j}(6,6) &= EI_z \frac{r}{L} & K_{L_j}(11,11) &= EI_y \frac{r}{L} \\ K_{L_j}(3,5) &= -EI_y \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(6,8) &= -EI_z \frac{r(1+c)}{L^2} & K_{L_j}(12,12) &= EI_z \frac{r}{L} \\ K_{L_j}(3,9) &= -EI_y \frac{(2tr)(1+c)}{L^3} & K_{L_j}(6,12) &= EI_z \frac{cr}{L} \end{aligned}$$

EJEMPLO: ESTRUCTURA TIPO

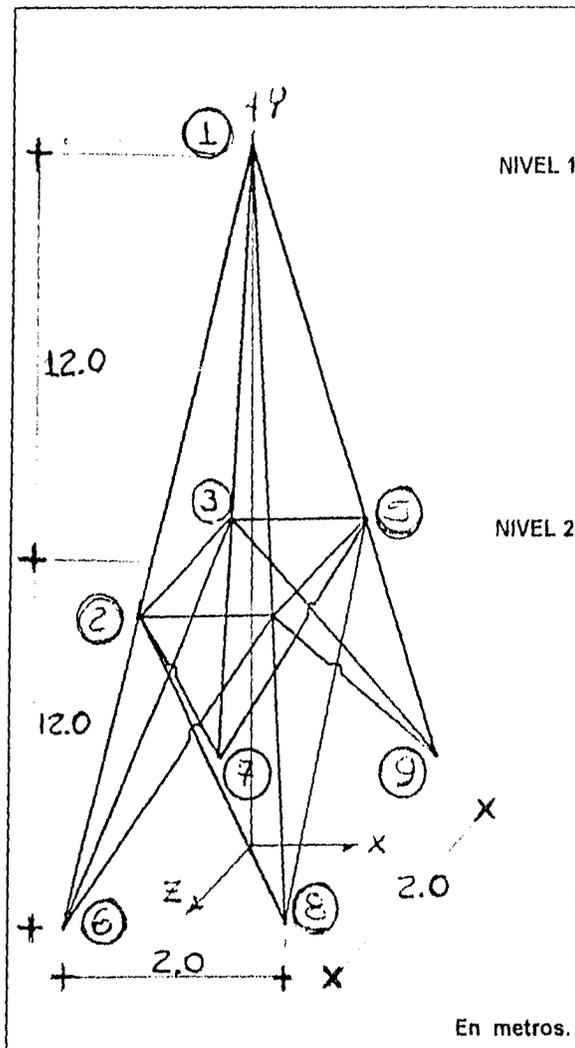


Fig. 8

Se Tomaron en cuenta los efectos de la carga axial en el análisis de la estructura reticular (fig. 8) formada por 20 barras y nueve nudos.

Como primera combinación de carga, se aplicaron las fuerzas, que en el análisis lineal causaron esfuerzos de compresión, cercanos a los de fluencia (20 ton. en dirección Y-Y y 8.75 toneladas en las direcciones X-X y Z-Z); la estructura resultó ser inestable durante en 2do. ciclo no lineal.

La variación del determinante, de la matriz de rigideces, indicó la degradación de rigidez entre el análisis lineal y el primer análisis con efectos de carga axial, la rigidez se redujo seis veces. En la segunda iteración, no lineal, disminuyó siete veces más y alcanzó la inestabilidad.

**ANÁLISIS DE CARGAS LATERALES**

Al aplicar fuerzas horizontales, de 1.95 toneladas, en las direcciones X y -Z, se obtuvo un nivel de carga, prácticamente, constante asociado a desplazamientos pequeños.

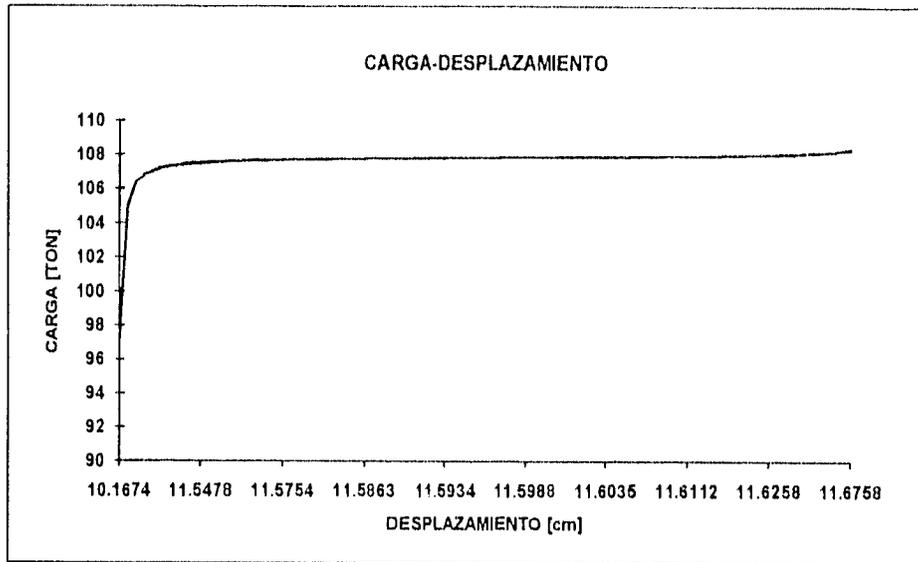


Fig. 9a

Al mismo tiempo se graficó el comportamiento del determinante y la inestabilidad de la estructura se alcanzó en el ciclo número 94.

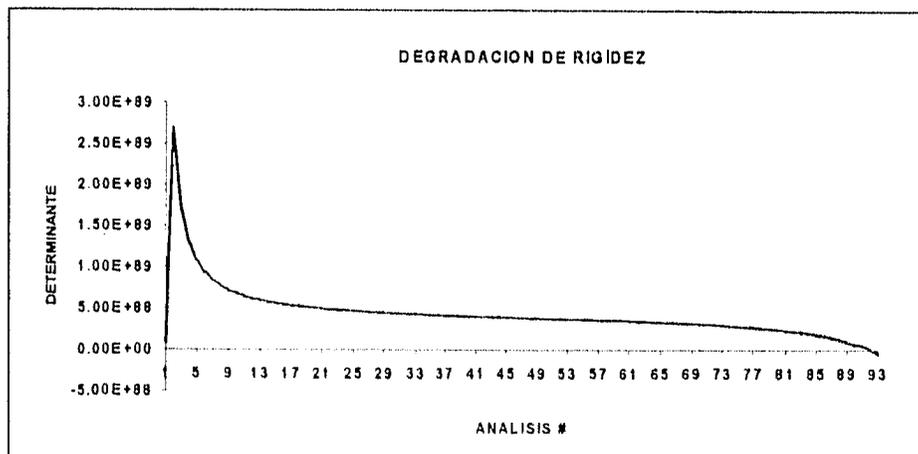


Fig. 9b

#### ANALISIS DE CARGA VERTICAL

Ante acciones verticales la estructura aceptó 307.45 toneladas distribuidas uniformemente en los nudos del uno al cinco. El análisis lineal produjo un valor determinante de la matriz de rigideces, de la estructura, de  $8.71 \times 10^{90}$ ; al incorporar los efectos del parámetro L/J se obtiene un valor determinante de  $4.5 \times 10^{77}$ ; la degradación de rigidez resultó ser del orden de  $1.936 \times 10^{13}$  veces. A partir del segundo ciclo la disminución de rigidez es menor y se estabiliza en un valor determinante de  $1.0 \times 10^{77}$  ( curva C2, fig. 10).

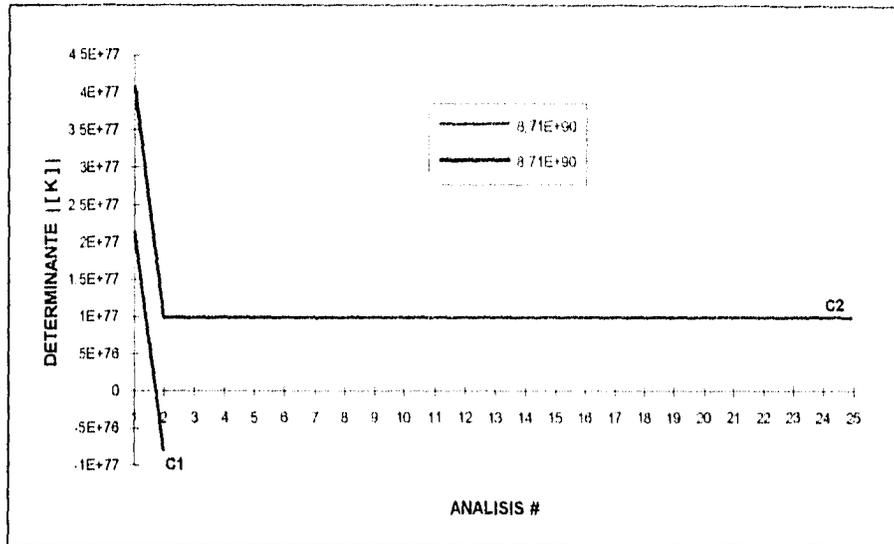


Fig. 10 Degradación de rigidez

Se incrementaron las cargas de los nudos, 10 kg. y con esto se logró la inestabilidad durante el segundo ciclo no lineal (curva C1 fig.10).

De lo anterior se concluye que ante acciones verticales la inestabilidad se alcanza durante los tres primeros ciclos, de otra manera la estructura tendrá un comportamiento estable.

ANALISIS DE CARGA COMBINADA

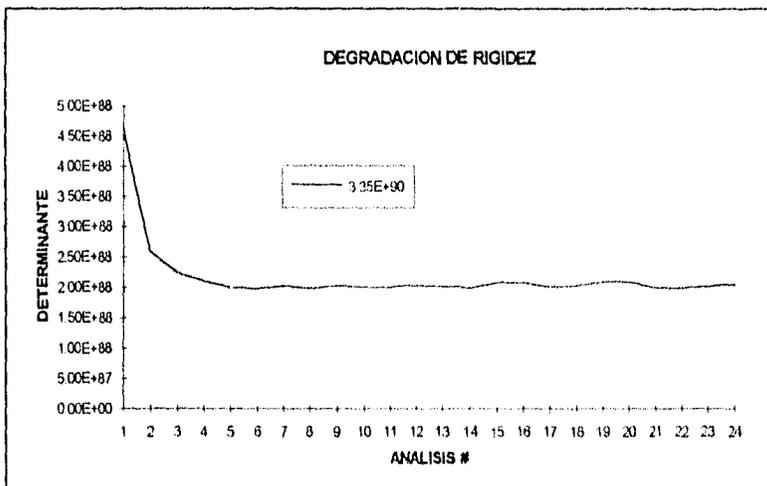


Fig. 11 Carga combinada, estructura estable

[K]
8.7069044191297E+90
3.3543858869457E+90
4.6273118808513E+88
2.5896348974286E+88
2.2465072319244E+88
2.1056388518434E+88
2.0061044451282E+88
1.9727273022360E+88
2.0235123952073E+88
1.9826786648364E+88
2.0221467542118E+88
1.9936342112876E+88
2.0030228556469E+88
2.0319428513003E+88
2.0133681278828E+88
1.9886338127664E+88
2.0741967148850E+88
2.0843038464290E+88
1.9989759333087E+88
2.0212309290742E+88
2.0887364657904E+88
2.0898473038319E+88
1.9950273583903E+88
1.9846391483244E+88
2.0182572851363E+88
2.0549442747599E+88

Para este análisis la estructura se cargó con las acciones verticales y horizontales que causaron inestabilidad en forma independiente (carga vertical 1.95 ton, carga horizontal 63.49 ton. por nudo). La combinación resultó ser favorable. Los análisis convergieron en el tercer ciclo a pesar de observarse una degradación de rigidez del orden de 435 fig. 11

Se incrementaron las cargas, horizontales y verticales el 1.15 por ciento para lograr la caída total de rigidez y con ello la inestabilidad de la estructura, como se muestra en la siguiente gráfica.

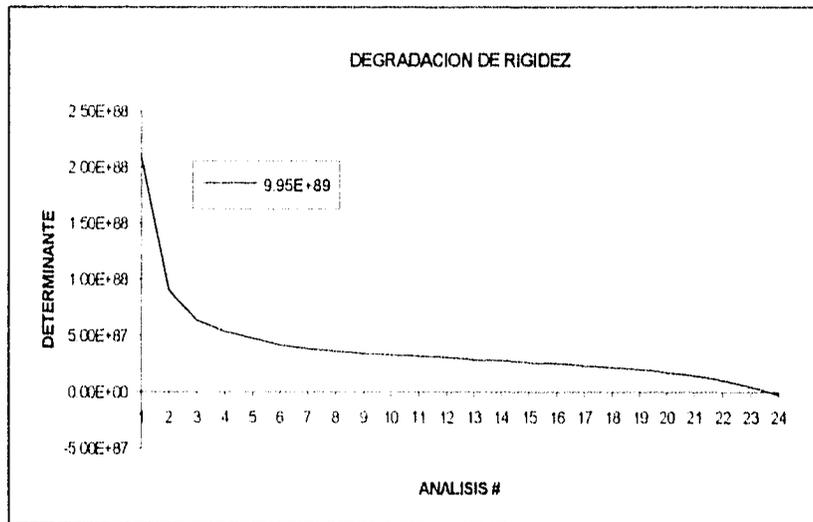


Fig. 12 Carga combinada, estructura inestable

Cuando las cargas horizontales y verticales se afectan por el mismo factor de reducción, el nivel de cargas disminuye al 21.3254% de las cargas máximas lineales. La inestabilidad se obtiene en el ciclo 81 como se muestra en la fig. 13a.

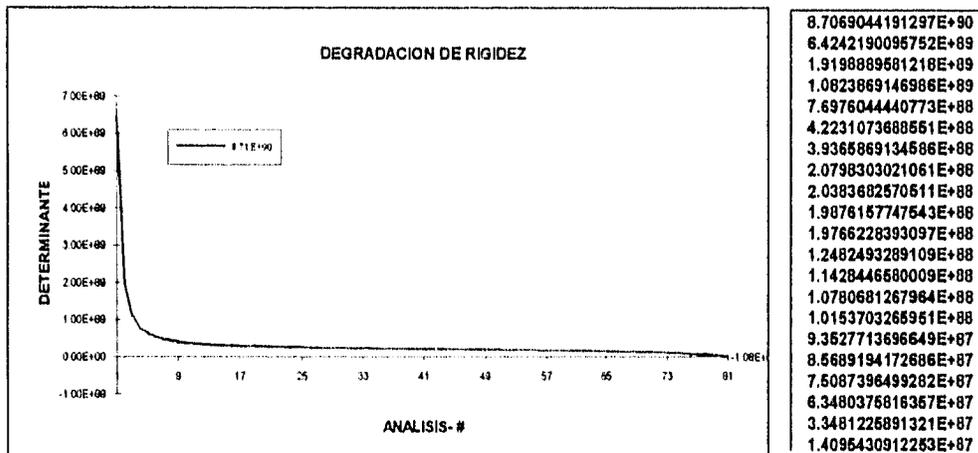
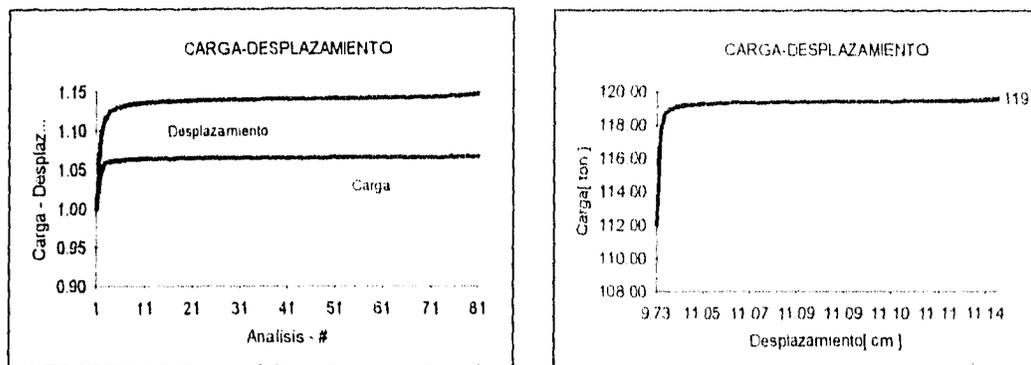


Fig. 13a Análisis de rigidez

Con respecto a la capacidad de carga de la estructura, se observó un incremento del 7.00%, en tanto que los desplazamientos experimentaron un incremento del 15.00%, ( gráficas 13b y 13c ).



Figs. 13.b, 13.c Carga - Desplazamiento

Del análisis de resultados se tiene que:

- a).- Al incorporar el efecto de carga axial, en el análisis de fuerza lateral, la capacidad de carga de la estructura se abate a un 20%. Si se define un factor de carga lateral  $\lambda_H$ , este resulta ser  $\lambda_H = 0.2229538$ .
- b).- Para carga vertical el respectivo factor de carga es  $\lambda_V = 3.10$ .
- c).- Cuando las fuerzas verticales actúan conjuntamente con las acciones horizontales el parámetro de carga vertical es  $\lambda_V = 3.11$ , con  $\lambda_H = 0.2229538$ .
- d).- Si los parámetros  $\lambda_H = \lambda_V$  actúan simultáneamente, entonces, la estructura acepta un nivel de carga próximo al 21.3254% con respecto a la máxima carga lineal.
- e).- Obsérvese que la condición de carga lateral es más crítica que la condición de carga vertical o carga combinada. En el análisis de carga vertical se obtuvo un factor de carga mayor que uno; debido a la simetría en forma y carga de la estructura.

Los factores anteriores están relacionados a los análisis lineales. Para la condición de diseño que toma en cuenta los efectos de carga axial, se podría tomar  $\lambda_H = \lambda_V = 1.0$ .

Al incrementar gradualmente los valores de los factores de carga se producen zonas locales de fluencia que aceleran la inestabilidad de la estructura.



**HIPOTESIS.**

- 1.- El elemento es prismático con eje recto
- 2.- Se desprecian las deformaciones por cortante en la superficie media
- 3.- La sección transversal mantiene su forma durante la carga
- 4.- Las cargas se aplican estáticamente y mantienen sus direcciones durante las deformaciones. ( sistema conservador de fuerzas )
- 5.- El material es elástico, homogéneo e isótropo
- 6.- Se desprecia el alabeo de la sección

**ENERGIA POTENCIAL TOTAL**

La energía potencial total  $\Pi$  de un elemento de pared delgada, sujeto a las acciones mostradas en la figura 1, está dada por

$$\Pi = U - V \quad (1)$$

U energía de deformación almacenada y

V trabajo hecho por las cargas

La energía de deformación está dada por;

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ E I_z \left( \frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 + E I_y \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 + E I_{\omega} \left( \frac{d^2 \theta_x}{dx^2} \right)^2 + G J \left( \frac{d \theta_x}{dx} \right)^2 + E A \left( \frac{d u}{dx} \right)^2 \right] \quad (2)$$

E módulo de elasticidad

G módulo de cortante

$I_y, I_z$  momentos de inercia alrededor de los ejes principales  $y', z'$

$I_{\omega}$  constante de alabeo de la sección

J constante de torsión de St. Venant

A área de la sección transversal

El trabajo, V, hecho por las cargas aplicadas cuando, el elemento se deforma, consiste de dos partes:  $V_1$  Y  $V_2$

$$V = V_1 + V_2 \quad (3)$$

$V_1$  se debe a las deformaciones lineales y se obtiene como el producto de las cargas aplicadas por sus respectivos desplazamientos

$$V_1 = \sum_{i, x, y, z} (F_{i1} \Delta_{i1} + F_{i2} \Delta_{i2} + M_{i1} \theta_{i1} + M_{i2} \theta_{i2}) \quad (4)$$

$F_i, \Delta_i, M_i, \theta_i$  fuerzas, desplazamientos, momentos y rotaciones

**MATRIZ DE RIGIDECES GEOMETRICA**

La expresión general para  $V_2$  en un continuo es,

$$V_2 = \int_{v_0} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dv \quad (5)$$

donde  $\sigma_{ij}$  tensor cuadrático de esfuerzos

$\epsilon_{ij}$  tensor cuadrático de deformaciones

Para elementos viga-columna es posible simplificar los esfuerzos al tomar en cuenta solamente los esfuerzos normales  $\sigma_{xx}$  y suponer que los esfuerzos cortantes en el plano ZY, son:

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \quad \text{y} \quad \tau_{yx} = \tau_{xy}; \quad \text{así:}$$

$$V_2 = (\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + 2 \tau_{xz} \epsilon_{zx} + 2 \tau_{yx} \epsilon_{xy}) dv \quad (6)$$

Para cualquier sistema de cargas, los esfuerzos  $s_{xx}$ ,  $t_{zx}$  y  $t_{yx}$  se pueden expresar como

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{A} + \frac{M_y Y}{I_y} + \frac{M_z Z}{I_z} + \frac{\beta_x}{I_x} \quad (7)$$

$$\tau_{zx} = \frac{V_x}{A} \quad (8)$$

$$\tau_{yx} = \frac{V_y}{A} \quad (9)$$

donde:

**P** fuerza a lo largo del eje centroidal

**V<sub>y</sub>, V<sub>z</sub>** cortantes en las direcciones Y, Z, que actúan sobre un par de planos paralelos a los ejes principales

**M<sub>y</sub>, M<sub>z</sub>** momentos alrededor de los ejes principales

**y', z'** coordenadas respecto a los ejes centroidales

$$Z' = Z - Z_0 \quad (10)$$

$$Y' = Y - Y_0 \quad (11)$$

**Y<sub>0</sub>, Z<sub>0</sub>** distancias Y, Z entre el centroide y el centro de cortante

**b** bimomento

**w** coordenada sectorial

El tensor cuadrático de deformaciones se puede escribir como

$$e_{xx} = \left[ \left( \frac{dv_i}{dx} \right)^2 + \left( \frac{d\omega_i}{dx} \right)^2 \right] \quad (12)$$

$$e_{zx} = \left[ \frac{dv_i}{dz} \frac{dv_i}{dx} + \frac{d\omega_i}{dz} \frac{d\omega_i}{dx} \right] \quad (13)$$

$$e_{yz} = \frac{1}{2} \left[ \frac{d\omega_i}{dy} \frac{d\omega_i}{dx} + \frac{dv_i}{dy} \frac{dv_i}{dx} \right] \quad (14)$$

$V_i, \omega_i$  son los desplazamientos de un punto arbitrario sobre la sección transversal en las direcciones Y, Z respectivamente.

Para ángulos y secciones 'T', los términos de alabeo en las ecuaciones 7-9 son despreciables; al sustituir las expresiones 7-9 y 12-14 en la ecuación 6, se obtiene para  $V_2$ :

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_{vol} \left( \frac{P}{A} + \frac{M_y Y_z}{I_y} + \frac{M_z Z_y}{I_z} \right) \left[ \left( \frac{dv_i}{dx} \right)^2 + \left( \frac{d\omega_i}{dx} \right)^2 \right] dv + \int_{vol} \frac{V_x}{A} \left( \frac{dv_i}{dz} \frac{dv_i}{dx} + \frac{d\omega_i}{dz} \frac{d\omega_i}{dx} \right) dv + \int_{vol} \frac{V_z}{A} \left( \frac{dv_i}{dy} \frac{dv_i}{dx} + \frac{d\omega_i}{dy} \frac{d\omega_i}{dx} \right) dv \quad (15)$$

Los momentos  $M_z$  y  $M_y$  se pueden expresar en términos de sus fuerzas nodales al suponer una variación lineal entre nudos

$$M_y = -M_{y1}\rho_1 + M_{y2}\rho_2 \quad (16)$$

$$M_z = -M_{z1}\rho_1 + M_{z2}\rho_2 \quad (17)$$

$$\rho_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad (18)$$

$$\rho_2 = \frac{x}{L} \quad (19)$$

Los cortantes  $V_z$  y  $V_y$  se determinan por equilibrio estático.

Para deformaciones finitas  $v_i, w_i$  se pueden expresar en términos de los desplazamientos del centro de cortante ( $v, w$ ) y del ángulo de torsión ( $\theta_x$ ), alrededor de los ejes del centro de cortante, así:

$$v_i = v - \theta_x Z \quad (20)$$

$$\omega_i = \omega - \theta_x Y \quad (21)$$

Al sustituir las ecuaciones 10,11 y 16-21 en la 15, y al simplificar

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_0^L P \left[ \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 - 2Z_0 \frac{dv}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} + 2Y_0 \frac{d\omega}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} + I_p \left( \frac{d\theta_x}{dx} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^L (M_{z1}\rho_1 - M_{z2}\rho_2) \left[ \beta_x \left( \frac{d\theta_x}{dx} \right)^2 + 2 \frac{d\omega}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^L (-M_{y1}\rho_2 + M_{y2}\rho_2) dx$$

$$\left[ \beta_y \left( \frac{d\theta_x}{dx} \right)^2 - 2 \frac{dv}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} \right] dx - \int_0^L v_z \theta_x \frac{dv}{dx} dx + \int_0^L v_y \theta_x \frac{d\omega}{dx} dx \quad (22)$$

$I_p$  es el momento polar de inercia

$$I_p = \int_A \frac{(z' + y')^2}{A} dA = \frac{I_x I_y}{A} + Z_0^2 + Y_0^2 \quad (23)$$

$$\beta_y = \frac{1}{I} \int_A (z^3 + z y^2) dA + 2z_0 \quad (24)$$

$$\beta_x = \frac{1}{I} \int_A (y^3 + y z^2) dA + 2y_0 \quad (25)$$

Para evaluar la ecuación (22) se deben elegir funciones de desplazamiento para el elemento. Las funciones de desplazamiento seleccionadas son polinomios cúbicos, para las componentes  $w$  y  $v$ , y funciones lineales para las componentes  $u$  y  $\theta_x$ , esto es:

$\omega$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$1$
$v$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$x$
$u$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$x^2$
$\theta_x$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$x^3$

(26)

Los coeficientes en la matriz se pueden expresar en términos de los desplazamientos nodales del elemento. Al sustituir las ecuaciones (26) en la ecuación (22) se tiene;

$$V_2 = \frac{1}{2} [r^T K_g r]_e \quad (27)$$

'e' se refiere al elemento y  $r$  es la matriz de desplazamientos nodales

$$r^T = [u_1, v_1, \omega_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, u_2, v_2, \omega_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \theta_{z2}] \quad (28)$$

$\theta_y, \theta_z$  rotaciones alrededor de los ejes  $y', z'$  respectivamente

$K_g$  matriz de rigidez geométrica para un elemento viga-columna

Al tomar en cuenta 12 desplazamientos nodales generalizados:

$$[u_1, v_1, \omega_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, u_2, v_2, \omega_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \theta_{z2}]$$

se obtiene una matriz simétrica de 12 X 12; cuyos términos no nulos para la triangular superior son:

$$\begin{aligned}
 K_G(2,2) &= \frac{6P}{5L} & K_G(4,11) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} + \frac{V_1 L}{12} \\
 K_G(2,4) &= \frac{M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} - \frac{PZ_0}{L} + \frac{V_1}{2} & K_G(4,12) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} + \frac{V_1 L}{12} \\
 K_G(2,6) &= \frac{P}{10} & K_G(5,5) &= \frac{4PL}{30} \\
 K_G(2,8) &= -\frac{6P}{5L} & K_G(5,9) &= \frac{P}{10} \\
 K_G(2,10) &= \frac{-M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} + \frac{PZ_0}{L} + \frac{V_1}{2} & K_G(5,10) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} + \frac{V_1 L}{12} \\
 K_G(2,12) &= \frac{P}{10} & K_G(5,11) &= -\frac{PL}{30} \\
 K_G(3,3) &= \frac{6P}{5L} & K_G(6,6) &= \frac{4PL}{30} \\
 K_G(3,4) &= \frac{M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} + \frac{Py_2}{L} - \frac{V_1}{2} & K_G(6,8) &= -\frac{P}{10} \\
 K_G(3,5) &= -\frac{P}{10} & K_G(6,10) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} + \frac{V_1 L}{12} \\
 K_G(3,9) &= -\frac{6P}{5L} & K_G(6,12) &= -\frac{PL}{30} \\
 K_G(3,10) &= \frac{-M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} - \frac{Py_2}{L} - \frac{V_1}{2} & K_G(8,8) &= \frac{6P}{5L} \\
 K_G(3,11) &= -\frac{P}{10} & K_G(8,10) &= \frac{M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} - \frac{PZ_0}{L} - \frac{V_1}{2} \\
 K_G(4,4) &= (-M_{y1} - M_{y2}) \frac{\beta_y}{2L} & K_G(8,12) &= -\frac{P}{10} \\
 & \quad + (M_{z1} - M_{z2}) \frac{\beta_z}{2L} + \frac{Pr_2'}{L} & K_G(9,9) &= \frac{6P}{5L} \\
 K_G(4,5) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} - \frac{V_1 L}{12} & K_G(9,10) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{2L} + \frac{Py_1}{L} + \frac{V_1}{2} \\
 K_G(4,6) &= \frac{M_{a1} \cdot M_{a2}}{12} - \frac{V_1 L}{12} & K_G(9,11) &= \frac{P}{10} \\
 K_G(4,8) &= \frac{M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} + \frac{PZ_0}{L} - \frac{V_1}{2} & K_G(10,10) &= (M_{y1} + M_{y2}) \frac{\beta_y}{2L} + (M_{z1} - M_{z2}) \frac{\beta_z}{2L} + \frac{Pr_1'}{L} \\
 K_G(4,9) &= \frac{-M_{y1} \cdot M_{y2}}{2L} - \frac{PZ_0}{L} + \frac{V_1}{2} & K_G(10,12) &= \frac{M_{y1} \cdot M_{y2}}{12} - \frac{V_1 L}{12} \\
 K_G(4,10) &= (M_{y1} - M_{y2}) \frac{\beta_y}{2L} & K_G(11,11) &= \frac{4PL}{30} \\
 & \quad + (-M_{z1} + M_{z2}) \frac{\beta_z}{2L} - \frac{Pr_2'}{L} & K_G(12,12) &= \frac{4PL}{30}
 \end{aligned}$$

**EJEMPLO: ESTRUCTURA TIPO**

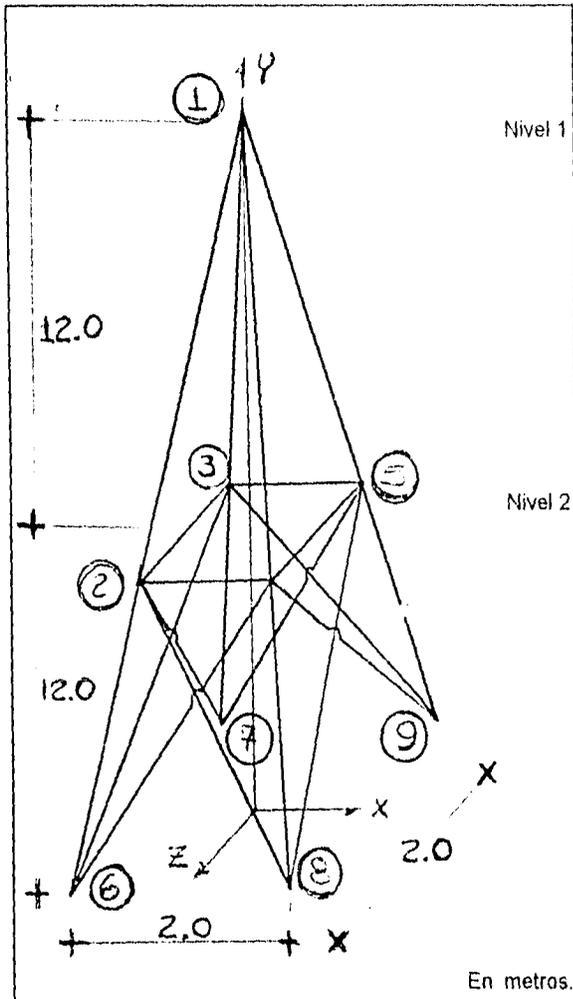


Fig. 2 Estructura reticular

Se cargó la estructura con las fuerzas iniciales de 8.75 toneladas de fuerza lateral y veinte toneladas en dirección vertical, en los nudos del uno al cinco. Al incorporar los efectos no lineales de la geometría se alcanzó la inestabilidad en el primer ciclo. Esto indica que la influencia del efecto no lineal geométrico es de importancia. Después de esta prueba se estudio la estabilidad de la estructura para cargas laterales, verticales y para efectos combinados.

**ANÁLISIS DE CARGAS LATERALES**

Se aplicaron cargas en dirección X, -Z en los nudos del uno al cinco. El nivel de carga se disminuyó al 70.800% respecto de la carga máxima lineal ( de 8.75 ton a 6.195 ton ). La estructura se estabilizó en el ciclo número cinco como se muestra en la figura 3a y 3b. Se incrementaron las cargas al 70.900% y se presentó la inestabilidad en el cuarto ciclo (fig. 4a y 4b).

Estos análisis muestran que la inestabilidad, para esta condición de carga, se alcanza mediante un cambio brusco de comportamiento. Con un 0.1% la estructura pasó de un estado estable a un estado matemáticamente inestable, al obtener un valor determinante de la matriz de rigideces negativo.

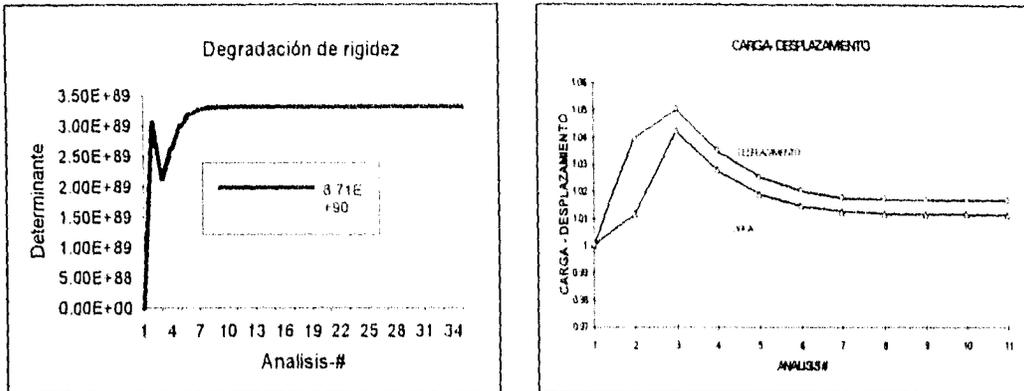


Fig. 3a, 3b Estructura estable

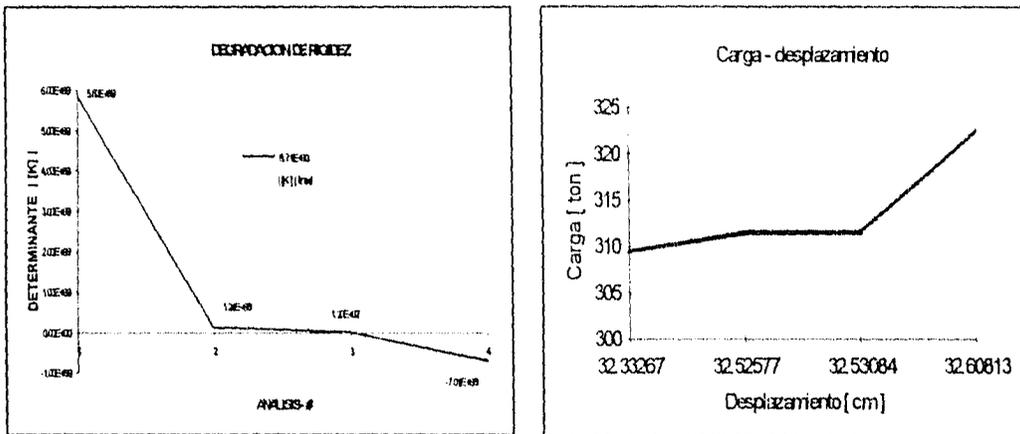


Fig. 4a, 4b Estructura inestable

**ANALISIS DE CARGAS COMBINADAS.**

Bajo acciones combinadas la estructura aceptó el 77.77% de la carga máxima lineal. Se disminuyeron las cargas laterales de 8.75 a 6.804875 toneladas y las verticales de 20.0 a 15.554 toneladas en cada uno de los nudos libres.

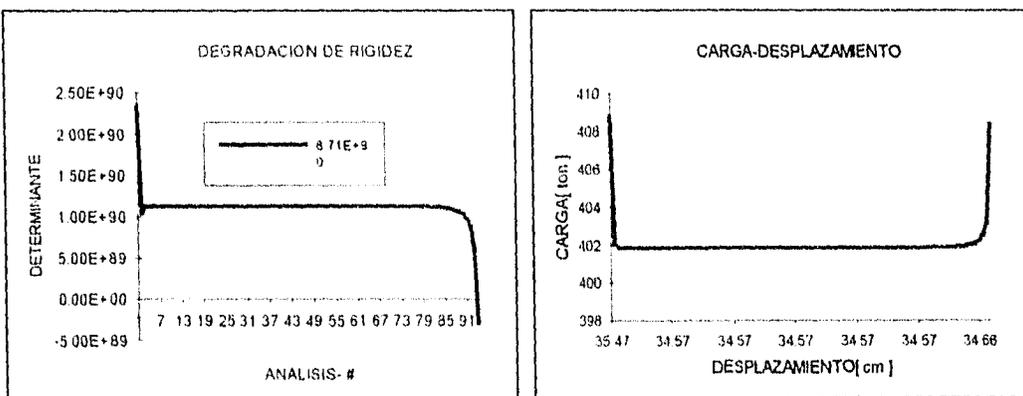


Fig 5a, 5b

La inestabilidad se logró en el ciclo número 94, asociada a una degradación lenta de rigidez (fig. 5a). Después de la cuarta iteración la degradación de rigidez no es fácilmente apreciable (fig 5b).

## APENDICE D

### MATRIZ DE RIGIDECES POR EFECTOS DE DEFORMACION

En este apéndice se presenta la deducción de la matriz de rigideces por deformaciones para elementos viga-columna asimétricos de pared delgada. Esta matriz es función de las deformaciones del elemento e incorpora el acoplamiento entre el esfuerzo axial y las deformaciones laterales y de torsión. Se puede usar conjuntamente con la matriz de rigideces lineal  $[K_L]$  y la matriz de rigideces geométrica  $[K_G]$ . Se acopla satisfactoriamente al análisis de estructuras sujetas a grandes desplazamientos, cuyos miembros tengan una sección transversal abierta; que trabajen con fuerzas axiales de compresión considerables y que la influencia del alabeo sectorial en la sección transversal pueda despreciarse. Esto incluye miembros de sección transversal tipo ángulo, secciones tubulares huecas y secciones tubulares sólidas.

Los conceptos utilizados, así como el procedimiento de solución propuesto, se ajustan con precisión al análisis no lineal de estructuras espaciales tipo marco, tales como torres de transmisión  $[R_2]$ .

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### HIPOTESIS

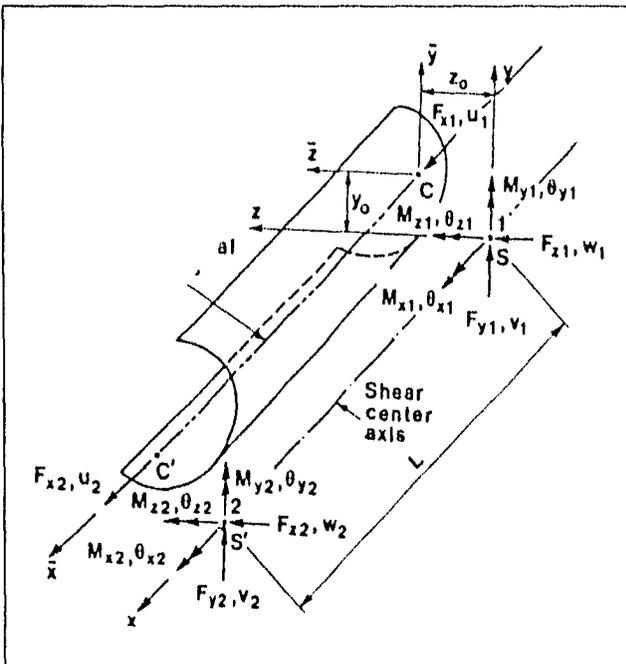


Fig No. 1

- 1).- El elemento es prismático y de eje recto
- 2).- La sección transversal es rígida y no se distorsiona
- 3).- Se desprecian las deformaciones por cortante
- 4).- El material es homogéneo, elástico e isótropo
- 5).- El pandeo local no se considera
- 6).- Las deformaciones son pequeñas, pero los desplazamientos y rotaciones pueden ser grandes

- 7).- Se considera que las cargas forman un sistema conservador
- 8).- Se desprecia el alabeo de la sección transversal

En la fig. 1 se muestra un elemento de sección abierta de pared delgada El sistema coordenado  $X, Y, Z$  se ubica de manera que  $Y$  y  $Z$  pasan a través de los centros de cortante de la sección transversal, y son paralelos a los ejes principales  $Y', Z'$ . El sistema paralelo de ejes  $X', Y', Z'$  pasa a través de los centroides,  $C-C'$  de la sección. Si se desprecia el efecto de alabeo, en la sección transversal, existen seis posibles acciones ( $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ ) con sus correspondientes componentes de desplazamiento ( $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ).

**PRINCIPIO DE LOS DESPLAZAMIENTOS VIRTUALES**

En la fig. 2 se muestra la deformación de un elemento, proyectada sobre los planos  $YX$  y  $ZX$  del sistema coordenado global  $X, Y, Z$ .

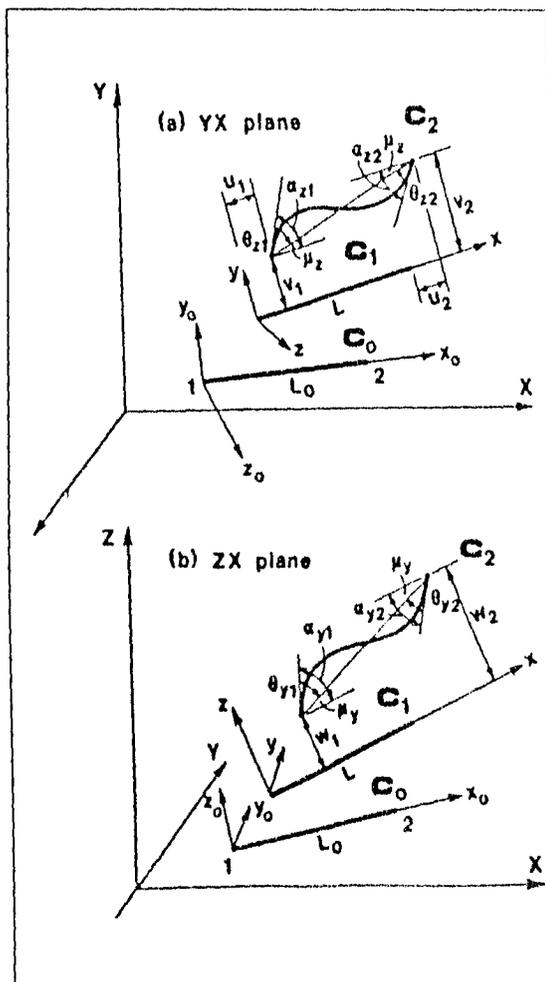


Fig. No. 2

La deformación del elemento se puede describir mediante 3 configuraciones diferentes,  $C_0, C_1$  y  $C_2$ .  $C_0$  representa el estado inicial no deformado del elemento;  $C_1$  el estado deformado actual y  $C_2$  un estado adyacente. un superíndice izquierdo denota en que configuración ocurre esa cantidad. La ausencia de índices indica que se trata de un incremento entre las configuraciones  $C_1$  y  $C_2$ . Un subíndice izquierdo indica la configuración en la que esta cantidad fue evaluada.

El principio de los desplazamientos virtuales requiere que el equilibrio del elemento se exprese en el estado deformado  $C_2$ . El trabajo virtual externo hecho por  ${}^2W$  se puede expresar como

$${}^2W = \int_{2v} {}^2\tau \delta_2 \epsilon^2 dv \quad (1)$$

${}^2\tau$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy

$\delta_2 \epsilon$  es la variación del tensor de esfuerzos de Almansi

La ecuación uno no se puede resolver directamente; la configuración  $C_2$ , aún, es desconocida. En un planteamiento Lagrangiano iterativo dicha ecuación se transforma en:

$${}^2W = \int_{1v} {}^2\sigma \delta_1 \epsilon^1 dv \quad (2)$$

${}^2\sigma$  tensor cuadrático de esfuerzos de Piola-Kirchoff

$\delta_1 \epsilon$  variación del tensor de deformaciones de Green-Lagrange

La ec. 2 representa el equilibrio del elemento en la configuración desplazada  $C_2$ . Los esfuerzos  ${}^2\sigma$  corresponden al estado  $C_2$ , pero medidos en el estado  $C_1$ . Si estos esfuerzos se expresan en términos de sus componentes se obtiene:

$${}^2\sigma = {}^1\tau + {}_1\sigma \quad (3)$$

${}^1\tau$  componentes cartesianas del tensor de esfuerzos de Cauchy

${}_1\sigma$  componente cartesiana del incremento de esfuerzo en el tensor cuadrático de Piola-Kirchof en el estado  $C_1$

Al separar los incrementos de deformación en sus componentes

$${}^1\epsilon = {}^1\epsilon_L + {}^1\epsilon_N \quad (4)$$

${}^1\epsilon_L$  y  ${}^1\epsilon_N$  componentes de incremento lineal y no lineal de deformación en el tensor de Green-Lagrange.

La relación constitutiva entre incrementos de esfuerzo-deformación es:

$${}_1\sigma = {}_1D {}^1\epsilon_L \quad (5)$$

[ ${}_1D$ ] matriz de materiales

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & E & \\ \hline {}_1D & & G \\ \hline & & G \\ \hline \end{array} = \quad (6)$$

Se desprecia el efecto de Poisson.

E y G son: el modulo de elasticidad y de cortante del material respectivamente. Al sustituir las expresiones ( 3 ), ( 4 ) y ( 5 ) en ( 2 ), se producen las ecuaciones incrementales de equilibrio del elemento en el estado  $C_2$ .

$$\int_{V_1} D_{1EL} \delta \epsilon_L dV + \int_{V_1} \tau \delta \epsilon_N dV + U_b = {}^2W - {}^1W \quad (7)$$

donde

$${}^1W = \int_{V_1} \tau \delta \epsilon_L dV \quad (8)$$

$$U_b = \int_{V_1} D_{1EL} \delta \epsilon_N dV \quad (9)$$

Cada integral en el miembro izquierdo de la ecuación siete representa la componente de la energía de deformación en el sistema. Las matrices de rigidez lineal  $[K_L]$  y de rigidez geométrica  $[K_G]$  se pueden obtener a partir de la primera y segunda integral de la ecuación número siete, respectivamente  $[R_2]$ .

La matriz de rigideces de deformación  $[K_D]$ , la cual es función de las deformaciones del elemento, se puede obtener a partir de la componente de energía de deformación  $U_D$  de la ecuación nueve. Esta matriz toma en cuenta el acoplamiento entre el esfuerzo axial y las deformaciones laterales y de torsión.

#### MATRIZ DE RIGIDEZ DE DEFORMACION $[K_D]$

Por simplicidad se omiten los subíndices izquierdos, en la notación. Debido a que se consideran miembros con escasa relación de esbeltez, las deformaciones de cortante tienen poco efecto, por lo tanto solamente se considera la energía de deformación debida a la componente axial  $\epsilon_{xx}$ . Así la ecuación nueve se reduce a

$$U_b = \int_V E(\epsilon_{xx})_L (\delta \epsilon_{xx})_N dV \quad (10)$$

Para un elemento viga la deformación axial es:

$$\epsilon_{xx} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)_L + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dv_i}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{dw_i}{\partial x} \right)^2 \right]_N \quad (11)$$

$u_i$ ,  $v_i$ , y  $w_i$  son los desplazamientos de un punto sobre la sección transversal en las direcciones X, Y, Z respectivamente.

Para deformaciones pequeñas  $u_i$ ,  $v_i$ , y  $w_i$  se pueden expresar en términos del desplazamiento axial ( $u$ ) del centroide; el desplazamiento ( $v$  y  $w$ ) del centro de cortante y el ángulo de rotación  $\theta_x$  alrededor de los ejes del centro de cortante.

$$U_i = U - y \frac{\partial V}{\partial x} - z \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (12)$$

$$V_i = V - \theta_x z \quad (13)$$

$$W_i = W + \theta_x y \quad (14)$$

$Y'$ ,  $Z'$ ,  $Y$ ,  $Z$  son las coordenadas de un punto arbitrario de la sección transversal referidas al centro geométrico y al de cortante respectivamente.

$$Y' = Y - Y_0 \quad (15a)$$

$$Z' = Z - Z_0 \quad (15b)$$

$Y_0$  y  $Z_0$  distancias, del centroide al centro de cortante.

La variación de la componente no lineal de la deformación axial  $(\epsilon_{xx})_N$  de la ec. 11 se puede expresar como:

$$\delta(\epsilon_{xx})_N = \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial(\delta \omega_i)}{\partial x} \quad (16)$$

En la expresión anterior se despreciaron los términos diferenciales de orden superior. Sustituyendo las expresiones, de la 11 a la 16 en la ec.10 se obtiene:

$$U_0 = \int_V \left[ \frac{\partial u}{\partial x} - y' \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - z' \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right] \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} - z' \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial(\delta v)}{\partial x} - z' \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} + y' \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial(\delta \omega)}{\partial x} + y' \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right) \right] dV \quad \text{ec. (17)}$$

Debido a las condiciones de ortogonalidad de las coordenadas principales generalizadas;  $\int Y'dA$ ,  $\int Z'dA$ ,  $\int Z'Y'dA$ , son cero. Si se usan estas condiciones en conjunto con las ecuaciones 15 y 17 es posible integrar sobre el área de la sección transversal para obtener

$$U_0 = E_0^t \left\{ A \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial(\delta v)}{\partial x} - z_0 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta v)}{\partial x} - z_0 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial(\delta \omega)}{\partial x} \right. \right. \\ \left. \left. + y_0 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \omega)}{\partial x} + y_0 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} + z_0^2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} + y_0^2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right] \right. \\ \left. + I_y \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} + I_z \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} + I_y \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta v)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right] \right. \\ \left. - I_z \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \omega)}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right] - \beta_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} - \beta_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial(\delta \theta_x)}{\partial x} \right\} \quad \text{ec. (18)}$$

L longitud del elemento

A área de la sección transversal

$I_y, I_z$  momentos de inercia alrededor de los ejes principales Y y Z

$$I_y = \int_A z^2 dA \quad (19a)$$

$$I_z = \int_A y^2 dA \quad (19b)$$

$\beta_y$  y  $\beta_z$  propiedades de la sección asimétrica, dadas por

$$\beta_y = \frac{1}{I_y} \int_A (z^3 + z^2 y^2) dA + 2Z_0 \quad (20)$$

$$\beta_z = \frac{1}{I_z} \int_A (y^3 + y^2 z^2) dA + 2y_0 \quad (21)$$

Para resolver la ec. 18 es necesario aproximar el campo de los desplazamientos mediante funciones de interpolación. Para el campo de los desplazamientos axiales  $u$ , y el ángulo de torsión  $\theta_x$  se utilizó un polinomio Lagrangiano  $f_1$ ; para los desplazamientos transversales ( $v$  y  $w$ ) se utilizó un polinomio Hermitiano  $f_2$ .

$$f_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (22)$$

$$f_2 = [(3 - 2\varepsilon_1)\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 L(3 - 2\varepsilon_2)\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2^2 L] \quad (23)$$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad y \quad \varepsilon_2 = \frac{x}{L}$$

Así, el campo de los desplazamientos se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & & & \\ & f_2 & & \\ & & f_3 & \\ & & & f_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_{x0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[u_0] = [u_1 u_2] \quad (25)$$

$$[v_0] = [v_1 \theta_{x1} v_2 \theta_{x2}] \quad (26)$$

$$[w_0] = [\omega_1 - \theta_{y1} \omega_2 - \theta_{y2}] \quad (27)$$

$$[\theta_{x0}] = [\theta_{x1} \theta_{x2}] \quad (28)$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a los extremos del elemento. Al aplicar las ecuaciones (22) a (28) e integrar, la ecuación (18) resulta ser

$$U_0 = \{r^T\} [K_D] \{r\} \quad (29)$$

$\{r\}$  vector de desplazamientos

$$\{r\} = [u_1 v_1 \omega_1 \theta_{x1} \theta_{y1} \theta_{z1} u_2 v_2 \omega_2 \theta_{x2} \theta_{y2} \theta_{z2}]^T \quad (30)$$

$[K_D]$  matriz de rigideces por deformación, es función de las deformaciones del elemento referidas al centro de cortante. Para la triangular superior se tiene:

$$K_D(1,2) = -\frac{S_1}{10}(\theta_{z1} + \theta_{z2}) + \frac{S_1 Z_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,3) = -\frac{S_1}{10}(\theta_{y1} + \theta_{y2}) - \frac{S_1 y_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,4) = -S_4(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,5) = \frac{S_1 L}{30}(-4\theta_{y1} + \theta_{y2})$$

$$K_D(1,6) = \frac{S_1 L}{30}(-4\theta_{z1} + \theta_{z2})$$

$$K_D(1,8) = \frac{S_1}{10}(\theta_{z1} + \theta_{z2}) - \frac{S_1 Z_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,9) = -\frac{S_1}{10}(\theta_{y1} + \theta_{y2}) + \frac{S_1 y_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,10) = S_4(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(1,11) = \frac{S_1 L}{30}(\theta_{y1} - 4\theta_{y2})$$

$$K_D(1,12) = \frac{S_1 L}{30}(\theta_{z1} - 4\theta_{z2})$$

$$K_D(2,4) = S_2(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(2,5) = (S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(2,7) = \frac{S_1}{L}(\theta_{z1} + \theta_{z2}) - \frac{S_1 Z_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(2,10) = -S_2(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(2,11) = -(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(3,4) = S_3(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(3,6) = (S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(3,7) = -\frac{S_1}{10}(\theta_{y1} + \theta_{y2}) + \frac{S_1 y_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(3,10) = -S_3(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(3,12) = -(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(4,5) = -\frac{EI\beta_y}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) - \frac{S_3 L}{2}(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(4,6) = -\frac{EI\beta_z}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) + \frac{S_2 L}{2}(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(4,7) = S_4(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(4,8) = -S_2(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(4,9) = -S_3(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(4,11) = \frac{EI\beta_y}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) - \frac{S_3 L}{2}(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(4,12) = -\frac{EI\beta_z}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) + \frac{S_2 L}{2}(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(5,6) = -\frac{L}{2}(S_3 - S_2)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(5,7) = \frac{S_1 L}{30}(4\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(5,8) = -(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(5,10) = \frac{EI\beta_y}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) + \frac{S_2 L}{2}(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(5,12) = \frac{L}{2}(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(6,7) = \frac{S_1 L}{30}(4\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(6,9) = -(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(6,10) = -\frac{EI\beta_z}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) - \frac{S_2 L}{2}(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(6,11) = -\frac{L}{2}(S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(7,8) = -\frac{S_1}{10}(\theta_{z1} + \theta_{z2}) + \frac{S_1 Z_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(7,9) = \frac{S_1}{10}(\theta_{y1} + \theta_{y2}) - \frac{S_1 y_0}{L}(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(7,10) = -S_4(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(7,11) = \frac{S_1 L}{30}(-\theta_{y1} + 4\theta_{y2})$$

$$K_D(7,12) = \frac{S_1 L}{30}(-\theta_{z1} + \theta_{z2})$$

$$K_D(8,10) = S_2(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(8,11) = (S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(9,10) = S_3(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(9,12) = (S_2 + S_3)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$K_D(10,11) = -\frac{EI\beta_y}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) + \frac{S_3 L}{2}(\theta_{z1} - \theta_{z2})$$

$$K_D(10,12) = \frac{EI\beta_z}{L^2}(\theta_{x1} - \theta_{x2}) - \frac{S_2 L}{2}(\theta_{y1} - \theta_{y2})$$

$$K_D(11,12) = \frac{L}{2}(S_3 - S_2)(\theta_{x1} - \theta_{x2})$$

$$S_1 = \frac{EA}{L} \quad S_2 = \frac{EI_z}{L^2} \quad S_3 = \frac{EI_y}{L^2}$$

$$S_4 = \frac{S_1}{L}(r_0^2 + z_0^2 + y_0^2) \quad r_0^2 = \frac{1}{A}(I_y + I_z)$$

**METODO DE SOLUCION**

Consiste en actualizar las fuerzas de los miembros al final de cada iteración. Las deformaciones del elemento  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  y  $\theta_z$  que aparecen en la matriz  $[K_D]$  representan valores incrementales en cada ciclo, excepto los términos que aparecen en el primero y séptimo renglón; estos representan el acoplamiento entre efectos axiales, deformaciones laterales y torsionales. Los valores totales acumulados para  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  y  $\theta_z$  son los que intervienen en  $[K_D]$ . Al inicio de cada ciclo de carga se construyen las matrices de rigidez lineal  $[K_L]$  y geométrica  $[K_G]$ , para cada elemento, con respecto al sistema de ejes principales; la fuerza axial esta referida a los ejes centroidales; las fuerzas cortantes y torsiones a los ejes del centro de cortante, en tanto que los momentos flexionantes a los ejes principales que pasan a través del centro de cortante. Para cada elemento, se forma la matriz de rigidez tangente ( $K_{Te}$ ). Se suma  $K_L + K_G$  y se transforma de los ejes principales locales al sistema global para obtener  $K_{Tg}$ , se conjunta para formar la matriz de rigideces total,  $K_T$ , de la estructura. Con esta matriz se construye el sistema de ecuaciones y se resuelve para los desplazamientos  $\Delta r_g$

$$K_{Te} = K_L + K_G \quad (31)$$

$$K_{Tg} = TK_{Te}T^T \quad (32)$$

$$K_T = \sum_{i=1}^n K_{Tg} \quad (33)$$

$$\Delta R = K_T \Delta r_g \quad (34)$$

$\Delta R$  vector de cargas aplicadas incrementadas

T matriz de transformación, del sistema coordinado local al global

Los incrementos de desplazamiento de los nudos se transforman del sistema global al local de cada miembro, para obtener el vector de desplazamientos  $\Delta r_L$ .

$$\Delta r_L = T^T \Delta r_g \quad (35)$$

Con los desplazamientos transformados al sistema local se construye la matriz de deformaciones. Así, la contribución de los términos en  $[K_D]$  son función de las deformaciones del elemento y no de los nudos.

Con  $[K_D]$  se construye una nueva matriz de rigideces tangente  $K_{Te}$  para cada elemento.

$$K_{Te} = K_L + K_G + K_D \quad (36)$$

El vector de incrementos de fuerza nodal  $\Delta f$ , para cada elemento es:

$$\Delta f = K_{Te} \Delta_{rL} \quad (37)$$

$\Delta f$  se agrega al vector de fuerzas para obtener las acciones totales.

$$f^T = F_{x1} F_{y1} F_{z1} M_{x1} M_{y1} M_{z1} F_{x2} F_{y2} F_{z2} M_{x2} M_{y2} M_{z2} \quad (38)$$

Estas fuerzas, expresadas en términos del sistema local para la presente configuración deformada, se transforma al sistema global:

$$F_g = T f \quad (39)$$

El vector de fuerzas nodales, ahora en el sistema global, se conjunta para obtener el vector total de fuerzas de la estructura:

$$F = \sum_{i=1}^n F_g \quad (40)$$

$n$  número total de elementos en la estructura

Las fuerzas residuales desbalanceadas de  $R_r$  se obtienen a partir de la diferencia entre el vector de cargas aplicado  $R$  y el vector global  $F$ :

$$R_r = R - F \quad (41)$$

Para satisfacer el equilibrio, las fuerzas residuales se deben eliminar mediante un proceso iterativo, es decir:

$$R_r = K_r \Delta r_g \quad 42$$

El proceso iterativo se detiene, cuando se satisface algún criterio normativo, por ejemplo que las fuerzas residuales no sean  $>$  del 5%.

EJEMPLO: ESTRUCTURA TIPO

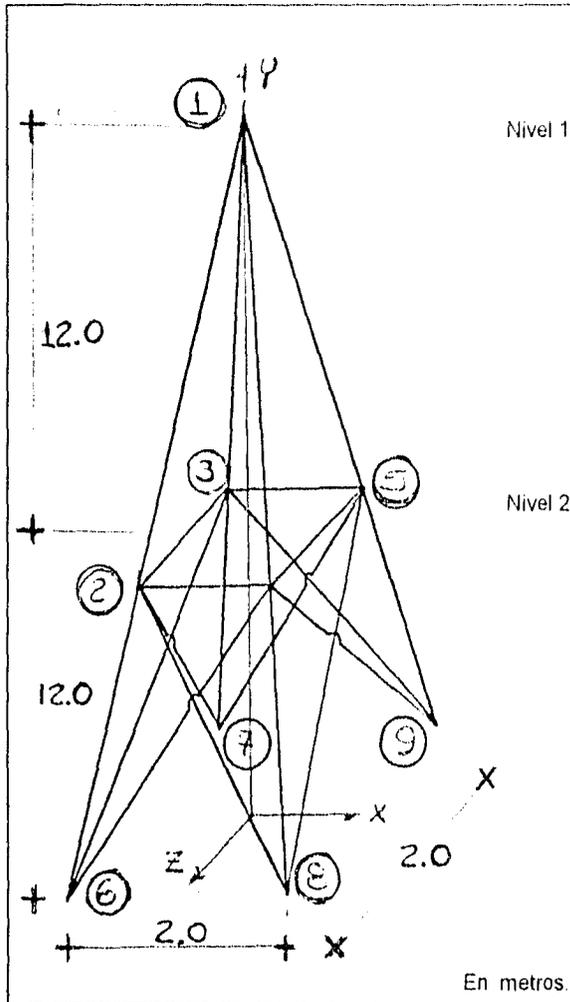


Fig. 3

Se estudio la estructura tipo con los conceptos y método de solución propuesto en el capítulo 4. Se cargo con las fuerzas que en el análisis lineal produjeron acciones internas del orden de las de fluencia, y resultó ser inestable durante el primer ciclo; esto indica que los efectos no lineales por deformación son importantes, y consecuentemente deben tomarse en cuenta.

Se realizaron análisis de carga lateral, vertical y combinada en búsqueda de las acciones de inestabilidad.

ANALISIS DE CARGA LATERAL

Las fuerzas laterales que provocaron la inestabilidad de la estructura fueron del orden del 55% de las cargas máximas aplicadas en el análisis lineal; 4.8125 toneladas en las direcciones X, -Z. Bajo este nivel de carga se logró la degradación total de la rigidez en la iteración número 80 como se muestra en la figura 4a y en la tabla anexa de valores numéricos del determinante.

Cerca de la condición de inestabilidad, el nivel de carga de la estructura se incrementó, asociado a desplazamientos, prácticamente constantes, inclusive con tendencia a disminuir como se muestra en la fig. 4b.

Bajo carga vertical, la estructura mostró poca sensibilidad a los efectos no lineales por deformación, por lo que se consideran poco significativos para esta condición de carga.

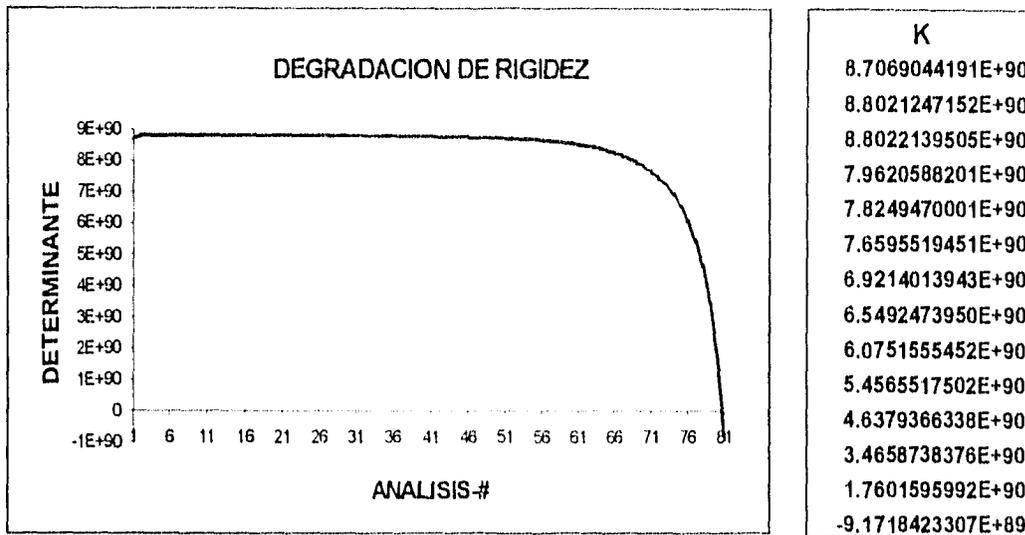


Fig. 4a

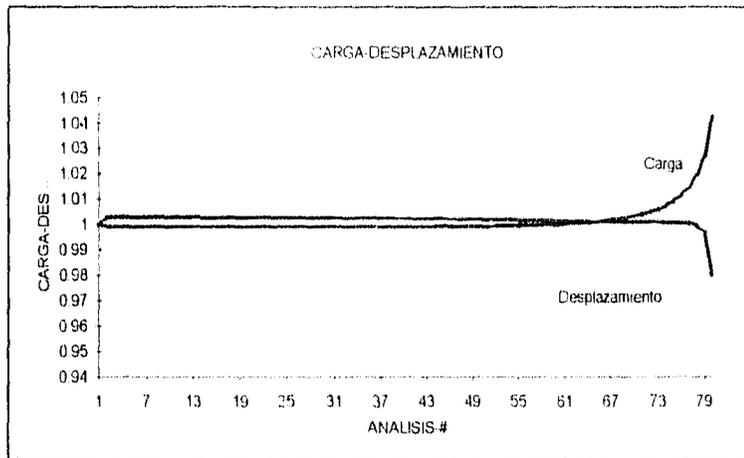
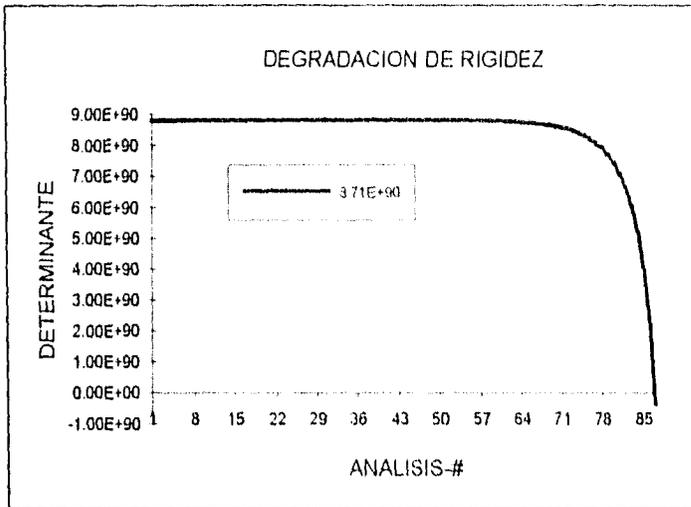


Fig. 4b

#### ANALISIS DE CARGA COMBINADA

Para este análisis, las cargas se redujeron al 56.5% del valor de las cargas máximas lineales; 4.94375 toneladas en las direcciones X, -Z y 11.30 toneladas en dirección vertical. Los resultados del análisis mostraron que el efecto no lineal por deformación, para esta condición de carga, es de importancia y debe considerarse.

La degradación de la matriz de rigideces de la estructura, resultó ser un proceso lento; se alcanzó la inestabilidad en el ciclo número 87 (fig. 5a). El nivel de carga aumentó en los primeros ciclos, en tanto que los desplazamientos disminuyeron; sin embargo, ambos efectos aumentaron, notablemente, en la proximidad de la condición de inestabilidad, como se muestra en la figuras 5b Y 5c.



K
8.7069044191E+90
8.8003480201E+90
8.7999322088E+90
8.6038381278E+90
8.5628663632E+90
8.5139859494E+90
8.4541738662E+90
8.3813729319E+90
8.2922581752E+90
8.1830454240E+90
8.0477964094E+90
7.8810142428E+90
7.4027491042E+90
7.0614873416E+90
6.0246342670E+90
5.2156878006E+90
4.0693296584E+90
2.3633512954E+90
-3.3586530026E+89

Fig. 5a

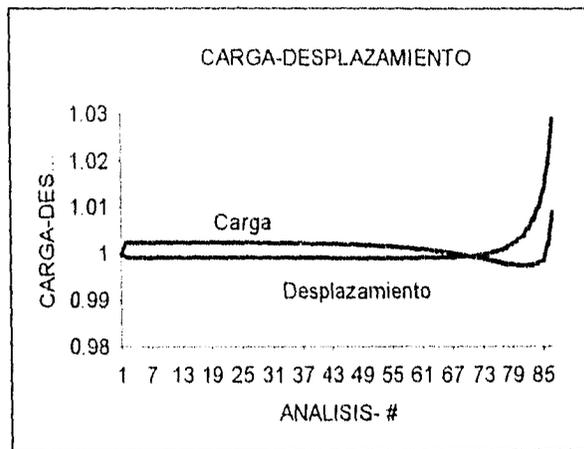


Fig. 5b

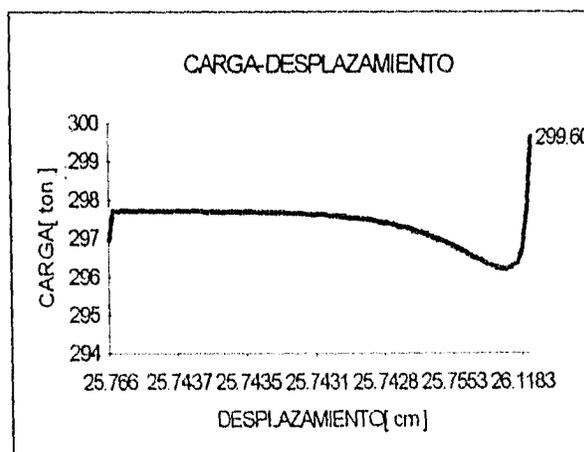


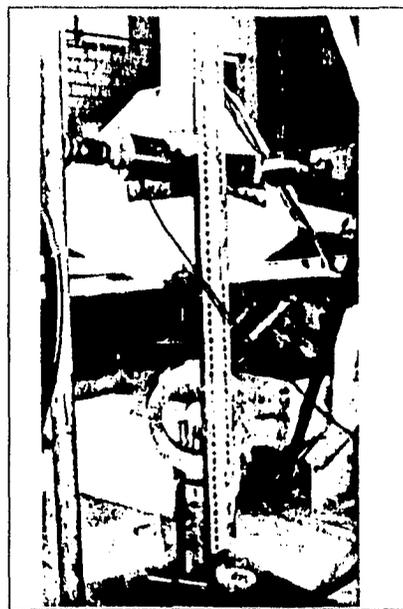
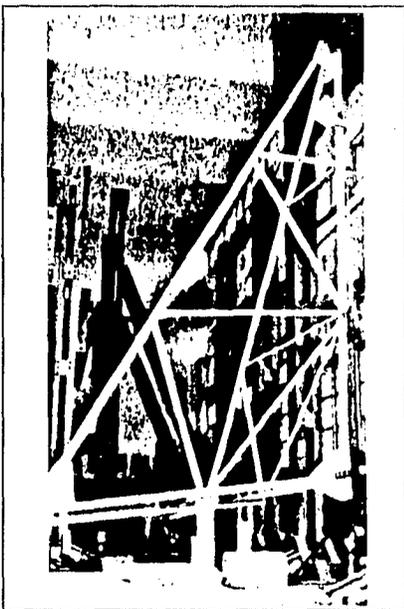
Fig. 5c

## **APENDICE E**

### **EFFECTO DE LA FLEXIBILIDAD DE LOS NUDOS**

En el análisis de torres de transmisión, generalmente, se acepta que los nudos se conectan mediante articulaciones. Esto, en la práctica, es difícil de lograr por dificultades de construcción. Consecuentemente aparecen esfuerzos secundarios, de tal magnitud, que pueden causar la falla de alguno de los miembros principales, inclusive, bajo condiciones de carga de trabajo normal [R18].

En la referencia 18 se presenta el estudio de un cuadrante del tablero inferior de una torre de transmisión simétrica (figs. 1 y 2) para cargas, vertical y transversal máximas.



**Figs 1-2 Segmento de la torre  
Aplicación de la carga en dirección vertical, transversal y longitudinal**

El corrimiento de tornillos como respuesta a la aplicación de carga es un efecto que muestra claramente la flexibilidad de los nudos, en una torre de transmisión. Antes de alguna prueba a escala natural, la práctica hindú recomienda evaluar el corrimiento de tornillos; se debe aplicar gradualmente, primero la carga vertical arriba del 50% de la carga total, con incrementos del 10%, después la transversal y finalmente la longitudinal; mantener cada incremento de carga dos minutos y tomar las lecturas correspondientes en los deflectómetros y deformímetros. Después de aplicar la última carga, seguir un procedimiento inverso para descargar la estructura; tomar las lecturas en cada dirección y en cada decremento de carga.

Si las lecturas finales, a cero carga, son las mismas que las iniciales, a cero carga, entonces no hay corrimiento de tornillos.

Cerca de la carga última, los elementos sujetos tanto a carga axial como a momento se comportan de manera no lineal. Este comportamiento se puede tomar en cuenta al usar un procedimiento de análisis por computadora que contemple la no linealidad por deformaciones y de la geometría. En la práctica de diseño de torres de transmisión el parámetro más importante es la capacidad última de la estructura y ésta depende de la de los miembros principales. Los miembros más cargados están sujetos a momento flexionante a lo largo de sus ejes principales, debido a que de ellos se conectan los elementos secundarios que reducen las longitudes efectivas.

Los primeros investigadores [R5] que estudiaron la flexibilidad de las conexiones estructurales remachadas fueron Wilson y Moore en 1917; posteriormente, en 1934, se estudiaron las relaciones momento-rotación de conexiones viga-columna (por Young y Jackson).

El comportamiento flexible de una conexión se puede describir a través de las relaciones entre el momento transmitido por el nudo y el ángulo relativo de rotación entre los miembros conectados. En la práctica las curvas momento-rotación son no lineales en todo el intervalo, aunque los primeros investigadores supusieron relaciones lineales.

Somer en 1969 ajustó series polinomiales para las relaciones momento-rotación de conexiones de placa [R5]. El método se extendió a siete tipos diferentes de conexiones, en 1975, por Frye y Morris quienes también incorporaron las funciones polinomiales a un programa de computadora para el análisis de marcos planos de acero con nudos flexibles. Aunque el modelo polinomial representa adecuadamente el comportamiento no lineal del nudo, existe un intervalo en el cual la rigidez se vuelve negativa y esto es, físicamente, inaceptable. En 1986 se propuso otro modelo, por Lui y Chen [R5] mediante un modelo exponencial, que representa el comportamiento no lineal del nudo.

En general, las fuerzas que se transmiten a través de la conexión, incluye fuerza axial, fuerza cortante, momento flexionante y de torsión. Para la mayoría de las conexiones, las deformaciones axiales y por cortante son pequeñas comparadas con las deformaciones rotacionales por lo que en la práctica no se consideran. En la figura 3 se muestran curvas típicas momento-rotación para diferentes tipos de conexiones semi-rígidas. En general, todas ellas muestran comportamiento no lineal; la rigidez se degrada conforme la carga se incrementa.

Los modelos anteriores solo contemplan deformaciones de la conexión dentro de un marco rectangular.

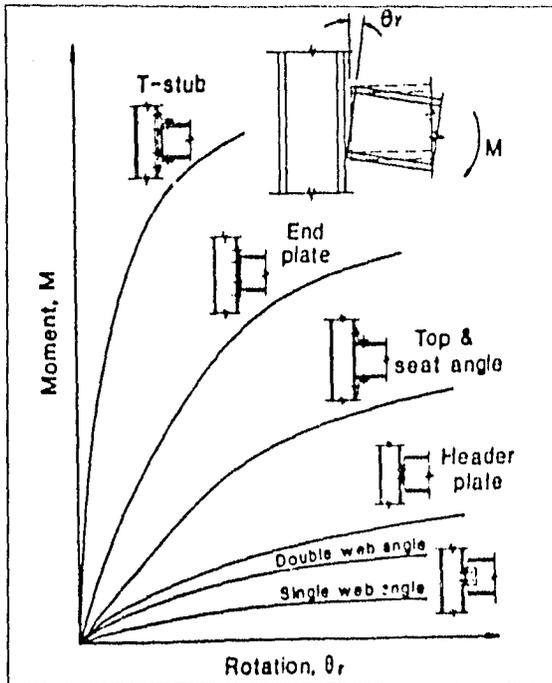


Fig. 3 Relaciones momento-rotación para diferentes tipos de conexiones

En la referencia 5, se presenta un método de análisis elasto-plástico no lineal, para marcos espaciales, donde se incorpora el efecto de la flexibilidad de los nudos. Se modela la conexión como un elemento de dos nudos de longitud cero con tres grados de libertad rotacional por nudo. El elemento conexión se puede aplicar a uno o ambos extremos de un elemento viga-columna de pared delgada.

**MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE PARA CONEXIONES FLEXIBLES  
ELEMENTO CONEXION**

Esta modelación es equivalente a sumar un resorte rotacional a los extremos del miembro ( fig. 4); la rigidez tangente de un elemento conexión se puede escribir como:

$$\begin{Bmatrix} M_{xT} \\ M_{xe} \\ M_{yT} \\ M_{ye} \\ M_{zT} \\ M_{ze} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xi} & -R_{xi} & & & & \\ -R_{xi} & R_{xi} & & & & \\ & & R_{yi} & -R_{yi} & & \\ & & -R_{yi} & R_{yi} & & \\ & & & & R_{zi} & -R_{zi} \\ & & & & -R_{zi} & R_{zi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{xT} \\ \theta_{xe} \\ \theta_{yT} \\ \theta_{ye} \\ \theta_{zT} \\ \theta_{ze} \end{Bmatrix} \quad (1a)$$

$$\text{o} \quad \{ M_{ci} \} = \{ K_{ci} \} \{ \theta_{ci} \} \quad (1b)$$

donde

$R_{xi}, R_{yi}$  y  $R_{zi}$  rigideces rotacionales tangenciales del elemento conexión en el extremo  $i$  del elemento viga-columna en el sistema coordinado global  $x, y, z$

$\theta_o, \theta_T$  rotaciones nodales y totales del elemento respectivamente

$M_T, M_o$  acciones correspondientes y  $K_{ci}$  es la matriz de rigideces tangente del elemento conexión en el extremo  $i$ .

Se supone que no existe acoplamiento entre los diferentes grados de libertad rotacionales en la conexión.

Las rotaciones relativas,  $\theta_r$ , se obtienen a partir de las expresiones siguientes:

$$\theta_{xri} = \theta_{xTi} - \theta_{xei} \quad (2a)$$

$$\theta_{xri} = \theta_{xTi} - \theta_{xei} \quad (2b)$$

$$\theta_{xri} = \theta_{xTi} - \theta_{xei} \quad (2c)$$

La relación de la rigidez tangente, en coordenadas globales, del elemento con nudos flexibles en ambos extremos, resulta ser

$$\begin{bmatrix} M_{ci} \\ F_e \\ M_{cj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ci} & & \\ & K_{Te} & \\ & & K_{cj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{ci} \\ r_e \\ \theta_{cj} \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde

$K_{Te}$  matriz de rigideces tangente del elemento en coordenadas globales

$r_e$  desplazamientos en el extremo del elemento

$F_e$  acciones correspondientes.

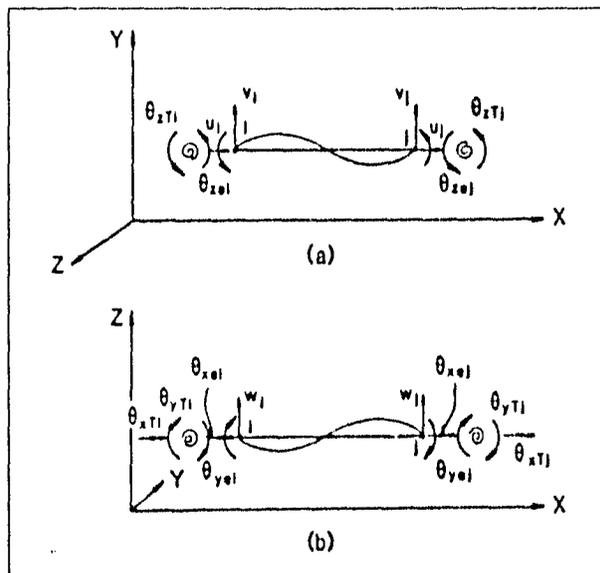


Fig. 4. Elemento viga-columna con nudos flexibles en ambos extremos

$M_c, \theta_c$  y  $K_c$  en los extremos i y j se obtienen de la ecuación (1)

La ecuación (3) se puede re-escribir como

$$F_{ec} = {}_c K_{Tec} r_{ec} \quad (4)$$

donde

${}_c K_{Tec}$  matriz de rigidez tangente, de  $24 \times 24$ , del elemento viga-columna con juntas flexibles en ambos extremos.



Las matrices cinemáticas  ${}_cT$  y  $T_c$  en las ecuaciones ( 10 ) y ( 11 ) son

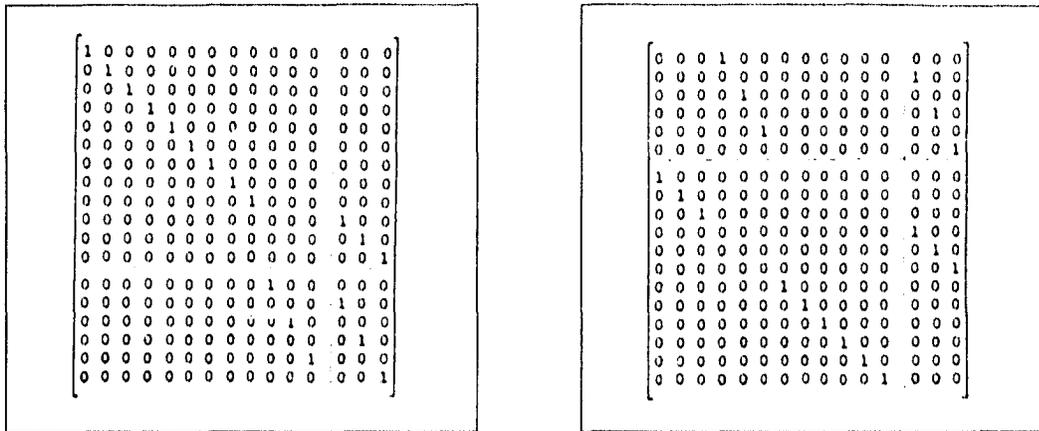


Fig. 5b-5c Matrices cinemáticas,  ${}_cT$  y  $T_c$  de 18 X 15

Similarmente, los grados de libertad rotacionales en el nudo, entre el elemento viga-columna y la conexión de los elementos, son grados de libertad internos que se pueden condensar estáticamente. La matriz de condensación con ambos extremos flexibles es

$${}_cC_c = \begin{bmatrix} I \\ {}_cQ_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

${}_cC_c$  matriz de condensación de 12X12

$I$  matriz identidad de 12X12

${}_cQ_c$  matriz de 6X12 que contiene los términos de condensación

Si solo el extremo  $i$  del elemento se une a un nudo flexible, la matriz de condensación resulta ser

$${}_cC = \begin{bmatrix} I \\ {}_cQ \end{bmatrix} \quad (17)$$

si solo el nudo  $j$  es flexible

$$C_c = \begin{bmatrix} I \\ Q_c \end{bmatrix} \quad (18)$$

${}_cC$  y  $C_c$  matrices de condensación 15X12

${}_cQ$  y  $Q_c$  matrices de 3X12 que contienen términos de condensación

Al usar las matrices cinemáticas de las ecs. ( 7 ), ( 10 ) y ( 11 ) con las matrices de condensación de las ecuaciones ( 16 ) a ( 18 ), se obtiene la matriz de rigideces tangente modificada, para un elemento viga-columna de pared delgada con nudos flexibles en uno o ambos extremos.

La matriz de rigideces tangente modificada, cuando ambos extremos son flexibles, se puede expresar como

$${}_c K_{Tmc} = {}_c C_c^T {}_c T_c^T {}_c K_{Tec} {}_c T_c C_c \quad (19)$$

${}_c K_{Tmc}$  matriz de rigideces tangente modificada de 12X12, para un elemento en coordenadas globales

si solo i es flexible

$${}_c K_{Tm} = {}_c C_c^T {}_c T_c^T {}_c K_{Tec} {}_c T_c C_c \quad (20)$$

si solo j es flexible

$$K_{Tmc} = {}_c C_c^T {}_c T_c^T {}_c K_{Tec} {}_c T_c C_c \quad (21)$$

donde

${}_c K_{Tm}$  y  $K_{Tmc}$  matrices de rigidez tangente modificada de 12X12 para el elemento

#### METODO DE SOLUCION

El método de solución propuesto incorpora las no linealidades del material y de la geometría debida a la flexibilidad de los nudos. Para incluir el efecto de la flexibilidad de los nudos; aquellos nudos que se consideren flexibles, deben especificarse al inicio, de otra manera se considerarán rígidos; pueden ser todos o sólo algunos. También se debe de especificar el tipo de modelo para el resorte rotacional del nudo, ya sea lineal o no lineal. Se pueden utilizar diferentes relaciones momento-curvatura, acopladas o desacopladas, para cada uno de los tres resortes que representan al nudo flexible.

La solución para cada etapa de carga, inicia con el planteamiento de la matriz de rigideces de cada miembro en el sistema local y luego se transforma al sistema global de la estructura. Si uno, o ambos extremos de un miembro se conectan a un nudo flexible, la matriz de rigideces tangente, de ese miembro, se modifica para tomar en cuenta la presencia del nudo flexible. La modificación de la matriz de rigideces se desarrolla de acuerdo al método descrito en la sección anterior. La matriz de rigideces tangente de la estructura, se conjunta y resuelve para los desplazamientos nodales incrementales  $\Delta r$ .

Los desplazamientos nodales incrementales,  $\Delta r_T$ , para cada nudo flexible se leen del vector  $\Delta r$ . Las rotaciones nodales incrementales,  $\Delta \theta_e$ , se obtienen de  $\Delta r_T$  mediante

las matrices dadas por las ecuaciones ( 16 ) a ( 18 ). Cuando ambos extremos de un miembro se unen a un nudo flexible, las rotaciones nodales incrementales del miembro son

$$\Delta\theta_o = {}_c Q_c \Delta r_T \quad (22)$$

Así,  $\theta_o = \langle \theta_{xei} \theta_{yei} \theta_{zei} \theta_{xej} \theta_{yej} \theta_{zej} \rangle^T$  (23)

$$r_T = \langle u_i v_i w_i \theta_{xTi} \theta_{yTi} \theta_{zTi} u_j v_j w_j \theta_{xTj} \theta_{yTj} \theta_{zTj} \rangle^T \quad (24)$$

${}_c Q_c$  matriz de 6X12 que contiene los términos de condensación, ec. ( 19 )

Si el extremo i del miembro se une a un nudo flexible y el j a uno rígido o viceversa,

$$\Delta\theta_{oi} = {}_c Q \Delta r_T \quad (25)$$

$$\Delta\theta_{oj} = Q_c \Delta r_T \quad (26)$$

donde

$$\theta_{oi} = \langle \theta_{xei} \theta_{yei} \theta_{zei} \rangle^T \quad (27)$$

$$\theta_{oj} = \langle \theta_{xej} \theta_{yej} \theta_{zej} \rangle^T \quad (28)$$

${}_c Q$  y  $Q_c$  matrices de 3X12 que contienen los términos de condensación dados por las ecuaciones ( 17 ) y ( 18 ), respectivamente.

Si el extremo i del miembro ( M ) se conecta a un nudo ( O ) flexible entonces las rotaciones relativas incrementales  $\Delta\theta_{r_{o_m}}$  del nudo ( O ) con respecto al miembro M son

$$\Delta\theta_{r_{o_m}} = \Delta\theta_{T_o} - \Delta\theta_{oi_m} \quad (29)$$

$\Delta\theta_{T_o}$  incrementos de rotación del nudo ( O ); se leen de  $\Delta r_T$  como

$$\Delta\theta_T = \langle \Delta\theta_{xT} \Delta\theta_{yT} \Delta\theta_{zT} \rangle^T \quad (30)$$

Los incrementos relativos de rotación  $\Delta\theta_{r_{o_m}}$ , del miembro ( m ) en el nudo ( O ) se deben de sumar a las rotaciones de los ciclos de carga anteriores para obtener las rotaciones acumuladas,  $\theta_r^n$ , en el ciclo actual; es decir

$$\theta_r^n = \theta_r^{n+1} + \Delta\theta_r^n \quad (31)$$

Las fuerzas resistentes nodales,  $F_e$  se obtienen de

$$F_e = F_e + K_{T_e} \Delta r_e \quad (32)$$

donde los desplazamientos nodales del elemento  $r_e$  están dados por

$$r_e = \langle u_i v_i w_i \theta_{xei} \theta_{yei} \theta_{zei} u_j v_j w_j \theta_{xej} \theta_{yej} \theta_{zej} \rangle^T \quad (33)$$

## APENDICE F

### SUPERPOSICION DE EFECTOS NO LINEALES

Al combinar los efectos no lineales debidos a: grandes desplazamientos de la torre, efecto de la carga Axial, no linealidad geométrica y no linealidad por deformación, la estructura reticular de la figura 1, resultó ser inestable con un nivel de carga entre el 22.348% y el 23.189% de la carga máxima aplicada en el análisis lineal.

La degradación de la matriz de rigideces siguió un patrón similar al mostrado en los análisis de efectos individuales, pero con un nivel de carga menor. Los resultados anteriores muestran que los efectos no lineales son de importancia y no deben ignorarse en los análisis de estructuras de este tipo.

#### EJEMPLO: ESTRUCTURA TIPO.

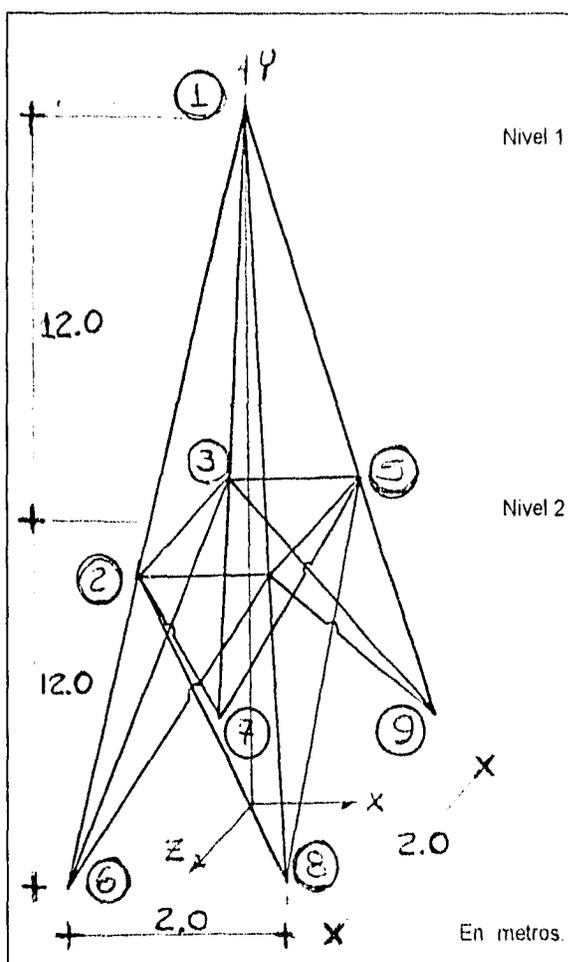


Fig. No. 1

Ante cargas laterales la estructura resultó ser inestable con un nivel de carga del 23.189% de la carga máxima lineal (2.0290 ton), aplicadas en los nudos del uno al cinco en dirección X y -Z. La degradación de la matriz de rigideces, de la estructura, se presentó a través de un proceso lento, que concluyó en el ciclo número 49 ( Fig 2a ).

Para el sistema combinado de fuerzas laterales y verticales el nivel de cargas disminuyó al 22.316% de la carga máxima lineal; la degradación total de la rigidez se obtuvo en el ciclo 54, mientras que el incremento de desplazamientos, en el nivel más alto de la estructura, permaneció

prácticamente constante -entre diez y doce centímetros-, como se muestra en las figuras 3a y 3b, respectivamente.

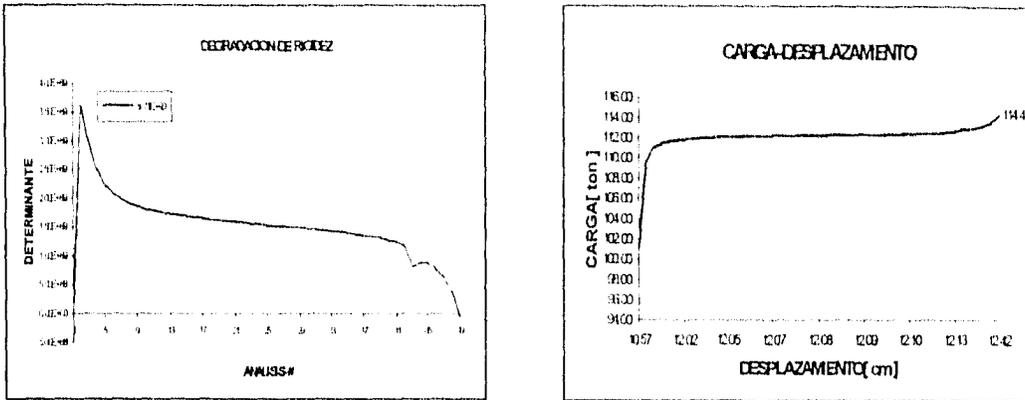


Fig 2 ANALISIS POR CARGA LATERAL.

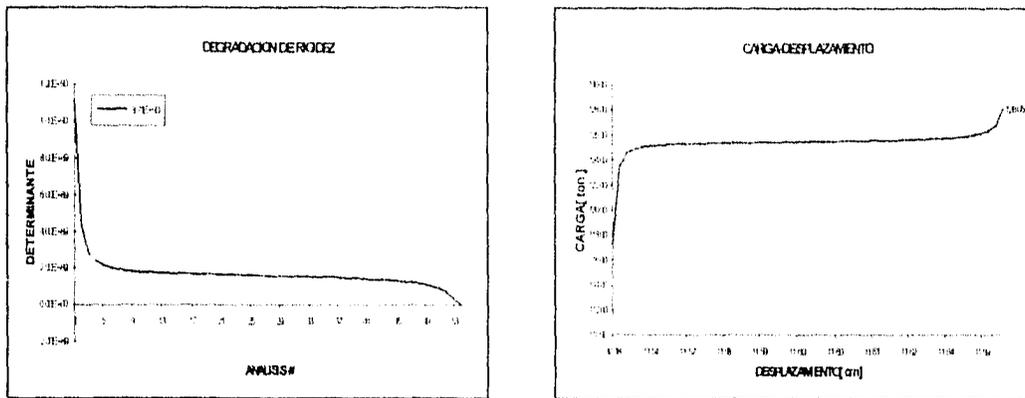


Fig 3 ANALISIS DE CARGA COMBINADA.

Los resultados obtenidos para cada uno de los efectos, así como para la superposición correspondiente, se condensan en la siguiente tabla.

Análisis	% Pmax	Carga [ ton ] Lateral Vertical	No. Ciclos	Determinante
<b>EFFECTO NO LINEAL POR DEFORMACION.</b>				
Lateral	55.00	4.8125 0	80	-9.1718E89
Combinado	56.5	4.94375 11.300	87	-3.3586E89
<b>EFFECTO NO LINEAL POR GEOMETRIA.</b>				
Lateral	70.900	6.20375 0.	4	-7.0124E89
Combinado	77.77	6.804875 15.554	94	-3.0186E89
<b>EFFECTO NO LINEAL POR CARGA AXIAL.</b>				
Lateral	22.29538	1.95084575 0.	94	-5.9665E87
Combinado	21.3254	4.26508 1.8659725	81	-1.0774E87
<b>SUPERPOSICION DE EFECTOS.</b>				
Lateral	23.189	2.0290375 0.	49	-3.4307E87
Combinado	22.316	1.95265 4.4632	54	-2.1530E87

Resumen Gráfico:

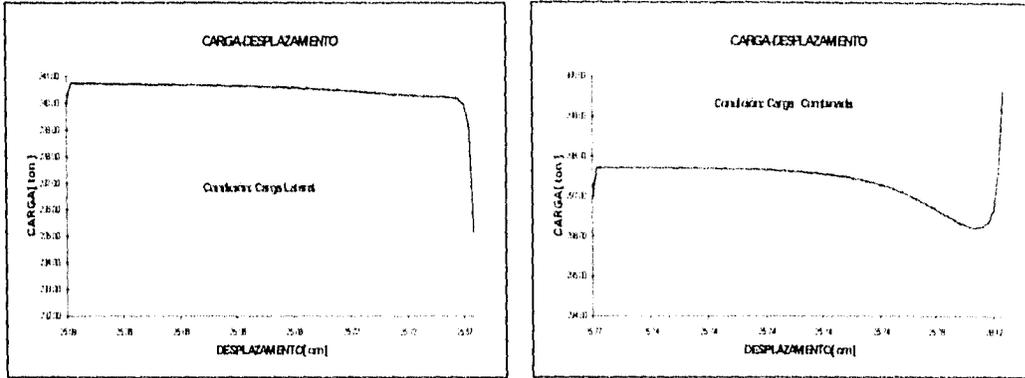


Fig. 4 Efecto de Deformación

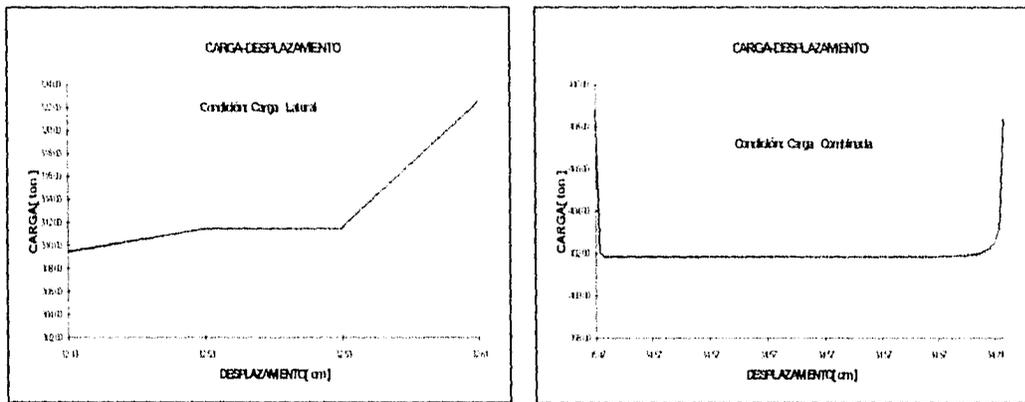


Fig. 5 Efecto de la Geometría

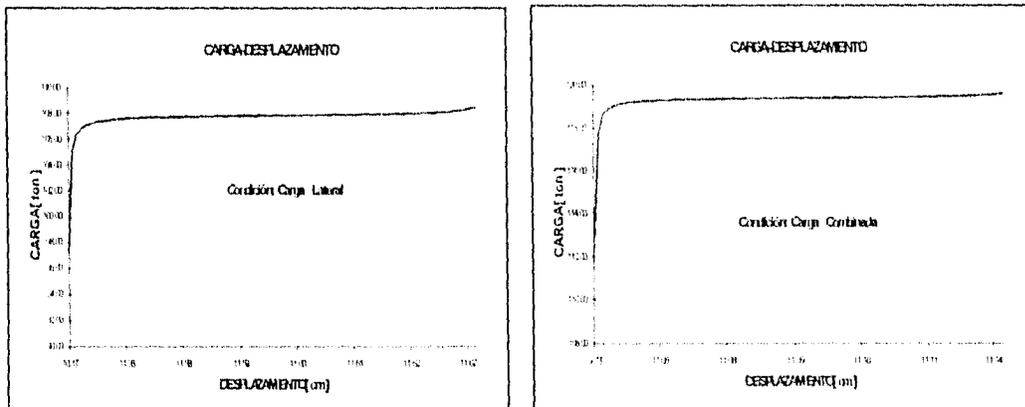


Fig. 6 Efecto de la carga Axial

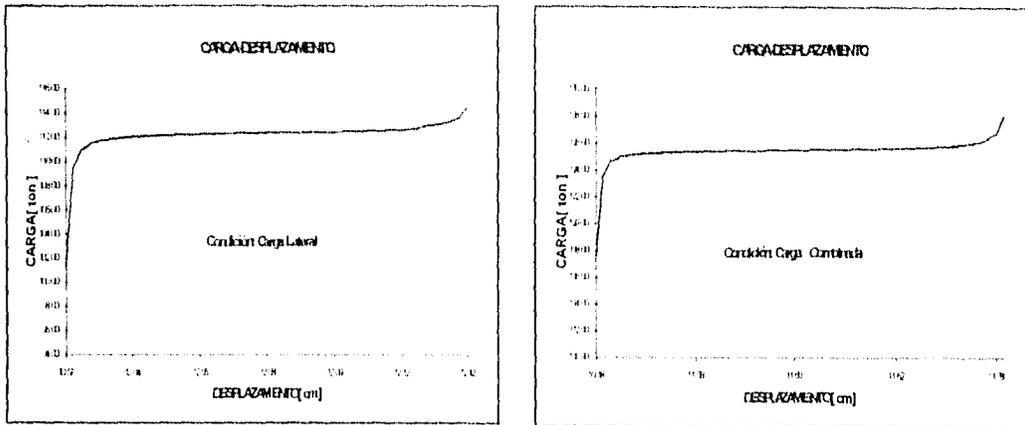


Fig 7 Superposición de efectos  
Figuras ( 4 ) - ( 6 )

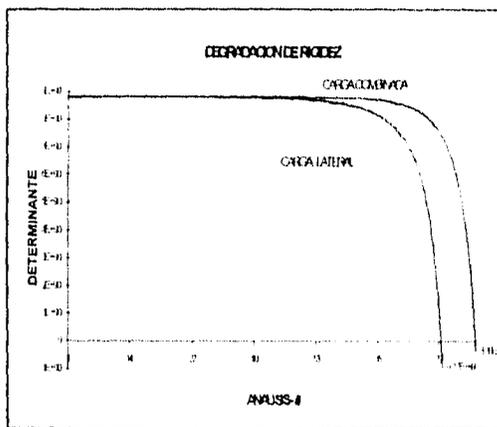


Fig. 8. Por Deformación

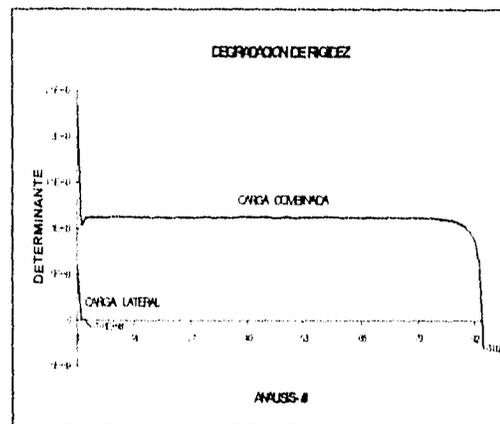


Fig. 9. Por Geometría

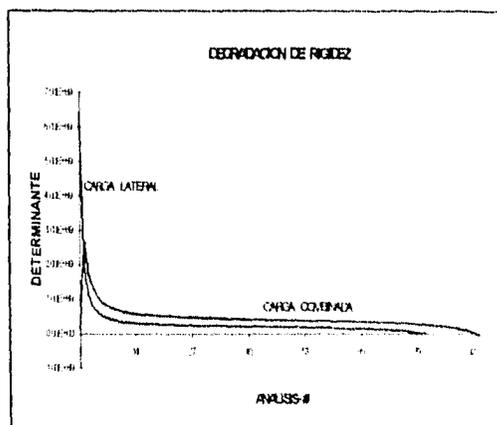


Fig. 10 Por Carga Axial

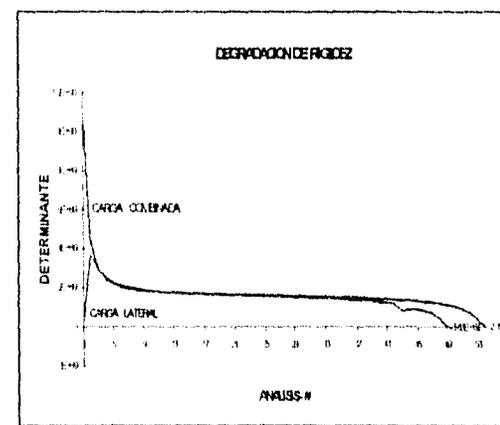


Fig. 11 Superposición De efectos  
Figuras ( 8 ) - (10 )

Fig. 11. Todos los efectos no lineales para dos condiciones de carga.