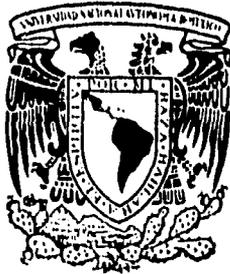


83  
2Ej



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**"NIVELES, TENDENCIAS Y DIFERENCIALES DEL  
INDICE DE PRECIOS Y COTIZACIONES  
(1985 - 1995)"**

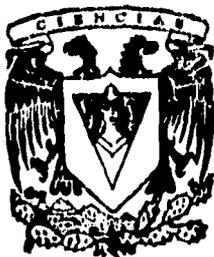
**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**

**A C T U A R I O**

**P R E S E N T A:**

**JOSE GONZALO RANGEL LOPEZ**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**ACT: ALEJANDRO MINA VALDES**



México, D. F.

**FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION DE CIENCIAS**

1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS**

**COMPLETA**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"NIVELES, TENDENCIAS Y DIFERENCIALES DEL INDICE DE PRECIOS Y  
COTIZACIONES (1985-1995)"

realizado por RANGEL LOPEZ JOSE GONZALO

con número de cuenta 8904373-8 , pasante de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis	ACT. ALEJANDRO MINA VALDEZ
Propietario	DR. SERGIO CAMPOSORTEGA CRUZ
Propietario	M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE
Suplente	MAT. MARGARITA CHAVEZ CANO
Suplente	ACT. AURORA VALDEZ M.

*[Handwritten signatures: Sergio Camposortega Cruz, Virginia Abrin Batule, Margarita Chavez Cano]*

Consejo Departamental de Matemáticas

M. EN C. ALEJANDRO BRAVO MOJICA

MATEMÁTICAS

***A mi familia:***  
*Por el gran apoyo que siempre  
me ha brindado.*

***A la Facultad de Ciencias***

# ÍNDICE

	<b>Páginas</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	5
<b>CAPITULO I    <i>PAPEL DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y DEL IPC DENTRO DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO</i></b>	<b>8</b>
1.1 El Sistema Financiero Mexicano	8
1.2 Mercado de Valores Mexicano	11
1.3 Mercado de Dinero	14
1.4 Mercado de Capitales	16
1.5 Principales Indicadores del Mercado de Capitales (IPC e INMEX)	19
1.6 Características del IPC	23
<b>CAPITULO II    <i>AJUSTE DEL IPC MEDIANTE FUNCIONES DEL TIEMPO</i></b>	<b>24</b>
2.1 Enfoque Estadístico del Problema	24
2.2 Supuestos del Modelo Lineal General	28
2.3 Conceptos Básicos	29
2.4 Ajustes con Modelos Lineales	31

<b>CAPITULO III</b>	<b><i>INCONVENIENTES DE LOS AJUSTES LINEALES (VIOLACIÓN DE LOS SUPUESTOS)</i></b>	46
3.1	Análisis de Residuales	46
3.2	Transformaciones	48
3.3	Autocorrelación (Correlación Serial)	57
3.4	Teoría del caos. Otra Perspectiva del Problema	67
	<b>Conclusiones</b>	73
	<b>Bibliografía</b>	77

## INTRODUCCIÓN

En los tiempos actuales, donde los mercados financieros se muestran más sensibles ante situaciones de especulación, incertidumbre, desconfianza y falta de señales claras sobre el funcionamiento de la política económica en nuestro país, podemos ver la importancia de los indicadores económicos y sus efectos en la actitud de los diferentes sectores de la sociedad.

En nuestro caso, dentro del Mercado de Valores nos enfocaremos al Mercado de Capitales y específicamente a su principal indicador, el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores.

Desde un punto de vista general, un índice es un número que nos indica el desarrollo o desenvolvimiento de un cierto fenómeno, permitiéndonos tener una panorámica de él, de su evolución, su importancia en otros sectores y crear perspectivas para el futuro. Lo anterior da gran importancia a los indicadores en el estudio de cualquier fenómeno en diferentes disciplinas como la economía, demografía, ciencias sociales, biología, etc.

En el caso de la economía, podemos observar que diariamente los diferentes medios de comunicación (Televisión, radio, periódicos, revistas, etc.) muestran algunas cifras al día correspondientes a índices y variables económicas. Estos números en su conjunto nos dan una idea del escenario que se vive en el país en ese momento de manera general y en sus diferentes sectores, así como del rumbo que se está siguiendo, lo cual nos ayuda para tomar decisiones a futuro, tener expectativas y planificar con la base de contar con un cierto conocimiento de nuestra situación.

Sabemos que el conjunto de indicadores o variables económicas como la inflación, el índice de la Bolsa (global y en los diferentes sectores de producción que operan en el mercado), el tipo de cambio, las tasas de interés y otras variables macroeconómicas (PIB, Balanza Comercial, Balanza de Pagos, etc.) han ido cobrando mayor importancia para los diferentes entes de la economía y de la sociedad debido a las profundas transformaciones que ha tenido nuestra economía en los últimos años al pasar de una posición de alta protección, elevada intervención económica del Estado y reducidos apoyos crediticios y financieros ( debido a la baja penetración financiera ) hasta la instrumentación de una política de apertura comercial que reduce la intervención directa del Estado en los procesos económicos y da lugar a una profunda reforma en el sistema financiero. Pero también han cobrado importancia debido a la grave crisis

económica que estamos enfrentando y que tuvo sus momentos críticos en los primeros meses de 1995 pero que ha generado importantes cambios en la actitud de los diferentes sectores productivos y de la sociedad en general al percatarse de la vulnerabilidad mostrada por nuestra economía y sentir en mayor o menor grado los efectos de la crisis en sus finanzas personales.

Situaciones como la anterior hacen que los procesos de toma de decisiones para las empresas, inversionistas y Gobierno Federal presenten mayor complejidad y requieran de un análisis más cuidadoso de todos los fenómenos que sean relevantes para el problema desde un punto de vista local y global.

Por su formación profesional, el actuario ha tenido un papel relevante en el análisis de diversos fenómenos y en los procesos de planeación dentro de diferentes áreas como son seguros, finanzas, demografía, economía, pensiones, administración de riesgos, etc.

El uso de la estadística ha sido fundamental en la creación de diversos modelos matemáticos que se han ajustado de manera muy satisfactoria al comportamiento de dichos fenómenos en la realidad y han permitido realizar predicciones o pronósticos con un alto grado de precisión.

Sin embargo, en ocasiones el problema se complica debido a la naturaleza de los datos y a inconsistencias que se pueden presentar en las hipótesis al querer utilizar un modelo. Existe una gran gama de funciones que podemos tomar para describir el comportamiento de un fenómeno, pero siempre debemos de tener un claro conocimiento del problema que queremos resolver y buscar que el modelo se adapte a la realidad y no que la realidad le quede a nuestro modelo.

El objetivo de este trabajo es analizar las tendencias y el comportamiento del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores de 1985 a 1995; un problema que en primera instancia presenta la dificultad de no tener un comportamiento netamente aleatorio, sino que sus resultados están influenciados en gran medida por intereses de grupos económicos, políticas del gobierno, sucesos sociales, políticos y fundamentalmente especulación.

Tomando en cuenta los inconvenientes anteriores y considerando al tiempo como única variable explicativa, en el trabajo se pretende responder con bases científicas la siguiente pregunta:

*Bajo las condiciones que se viven actualmente en nuestro país ¿Será posible encontrar una función matemática del tiempo  $f(t)$ , o mejor dicho, una familia de funciones del tiempo que puedan ajustarse al comportamiento del IPC de manera satisfactoria?*

Y plantear posibles alternativas en el análisis de este indicador.

El trabajo presenta un sentido didáctico en la medida de que hace una revisión importante de los principios e hipótesis estadísticas que nos permiten encontrar y hacer uso de diferentes funciones. Asimismo permite al actuario o al estudiante de la carrera, recordar conceptos básicos del *análisis de regresión* y entender que los modelos matemáticos no se deben aplicar de manera arbitraria o superficial adoptando en primera instancia aquellos que gráficamente nos presenten ajustes "buenos" o considerando únicamente los estadísticos que nos indican la bondad del ajuste.

Lo anterior se vuelve más importante cuando tenemos un problema complejo, como es el análisis del IPC, que por sus propias características y su papel dentro del sistema financiero y en la economía del país, requiere de gran precisión en cualquier juicio que se quiera dar acerca de su comportamiento. Esto se podrá observar cuando se presenten las gráficas de diferentes funciones, las cuales, si consideramos los datos como simples puntos, parecieran ser excelentes alternativas (y posiblemente lo serían para otro problema) pero en nuestro caso pueden resultar de poca utilidad por la variación propia y el contexto de nuestros datos.

Los aspectos anteriores se presentan en tres capítulos ordenados de la forma siguiente:

En el primer capítulo se hace una presentación del contexto en el que está inmerso el IPC, es decir, del Sistema Financiero Mexicano, dentro del cual encontramos al mercado de valores, (compuesto por el mercado de dinero y el mercado de capitales), que opera a través de la Bolsa Mexicana de Valores como organismo de apoyo. Asimismo se mencionan las características más importantes del índice de la bolsa, su forma de cálculo y su relevancia en la economía.

En el capítulo segundo empezamos a ver los aspectos estadísticos del trabajo partiendo de nuestros datos reales (cierres mensuales del IPC en los últimos diez años), para ello se mencionan conceptos teóricos importantes que nos servirán en el planteamiento de los modelos lineales. Posteriormente se muestran los primeros ajustes con funciones lineales para ver las tendencias que presenta el índice, haciendo un análisis de cada caso.

El último capítulo hace un análisis de los inconvenientes que presentan nuestros datos al aplicar el análisis de regresión simple, es decir, si existen hipótesis (supuestos) que no se cumplen y ver la medida en que afectan nuestros resultados. Asimismo, se muestran posibles alternativas que podemos seguir en cada caso y finalmente se hace mención de la "teoría del caos" como una perspectiva diferente del problema.

# **CAPITULO I**

## **PAPEL DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y SU PRINCIPAL INDICADOR (IPC) DENTRO DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO**

### **1.1 Sistema Financiero Mexicano**

En los últimos años se han presentado transformaciones profundas en la economía mundial, observándose un importante proceso de globalización de los mercados, interdependencia financiera y recrudescimiento de la competencia.

La globalización financiera implica el libre flujo de capitales y permite a las empresas competir en todos los mercados. Por lo anterior, los sistemas financieros internacionales se han caracterizado por los siguientes rasgos fundamentales:

- La globalización de los servicios (registrando importantes progresos en el procesamiento de la información y las telecomunicaciones).
- La expansión geográfica extraterritorial.
- Y la competencia más intensa en las funciones de intermediación.

Los factores que han favorecido esta globalización financiera son entre otros, la aplicación de políticas desregulatorias, introducción de nuevos y complejos sistemas financieros, surgimiento de nuevos mercados e instrumentos de inversión, desarrollo de nuevos polos de crecimiento y expansión del comercio mundial.

Nuestro país no ha quedado al margen de este proceso de globalización; en los últimos años se ha llevado a cabo una profunda reforma financiera orientada por una política de apertura comercial y modernización de los servicios.

En este contexto, el sistema financiero mexicano se define como el conjunto de instituciones y organismos que generan, administran, orientan y dirigen el ahorro y la inversión en la economía mexicana. Tratando de hacer más fluidos y eficientes los canales de distribución de recursos financieros, desde un punto de vista nacional e internacional.

En su proceso de modernización e integración internacional, el sistema financiero mexicano experimentó dos procesos complementarios: el de liberación y el de cambio estructural.

Los cambios estructurales se presentaron en tres aspectos fundamentales:

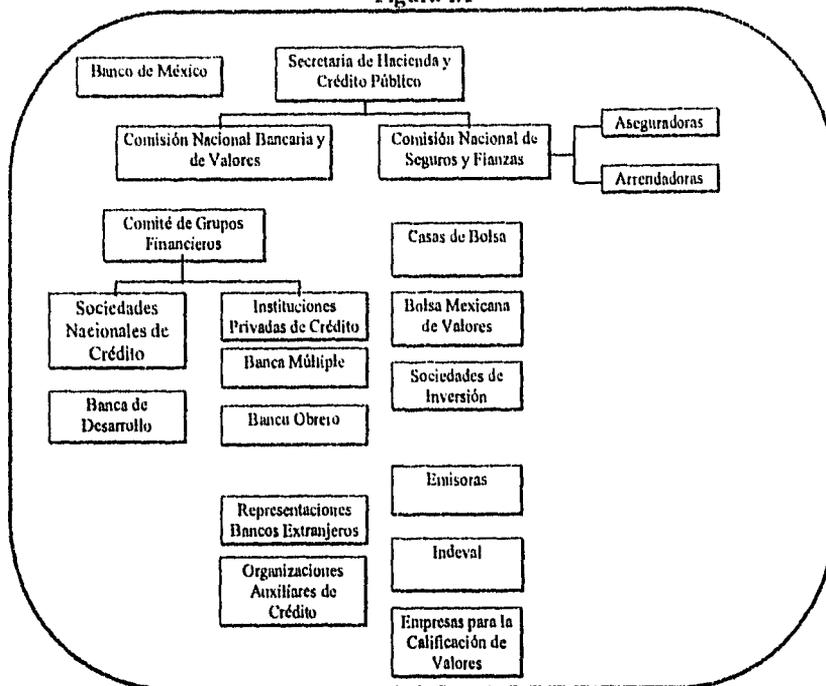
- En el sistema bancario mexicano, con la creación de la banca múltiple y la reestructuración de la banca de desarrollo.
- En el sector público, con la formación de un mercado de deuda pública y la contracción del déficit fiscal.
- En la conformación de grupos financieros.

Las anteriores transformaciones facilitaron la liberación tanto de las tasas de interés como de los recursos financieros. Asimismo, se reconoce que los intermediarios bancarios y no bancarios se podrán constituir en agrupaciones financieras mediante una empresa tenedora de acciones. Los grupos podrán incluir bancos, casas de bolsa, empresas de factoraje, arrendamiento, fianzas, aseguradoras, almacenadoras y casas de cambio.

El sistema financiero mexicano se encuentra respaldado bajo una estructura legal que comprende diversos reglamentos tales como: Ley Reglamentaria del Servicio Público de Banca y Crédito, Ley Orgánica del Banco de México, Ley del Mercado de Valores, Ley General de Instituciones de Seguros, Ley Federal de Instituciones de Fianzas, Ley General de Organizaciones y Actividades Auxiliares de Crédito, Ley General de Sociedades de Inversión, Ley para promover la Inversión Mexicana y Regular la Inversión Extranjera y la Ley para Regular las Agrupaciones Financieras.

Como ya se ha mencionado, el sistema financiero mexicano ha presentado una importante reforma; lo anterior ha propiciado cambios importantes en su estructura durante los últimos años hasta llegar a su estructura institucional actual descrita en la figura I.1:

Figura 1.1



Fuente: Elaborado por la Dirección de investigaciones del ICAF (Instituto de Capacitación Financiera)

En el esquema anterior, podemos observar algunos cambios que se presentaron recientemente, tales como la fusión de las anteriores Comisión Nacional Bancaria y Comisión Nacional de Valores en la nueva Comisión Nacional Bancaria y de Valores. Asimismo, se decretó la autonomía del Banco de México como organismo con personalidad jurídica y patrimonio propio que efectúa las tareas correspondientes a la Banca Central.

De esta manera, los organismos de regulación del sistema financiero mexicano son: la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) como brazo ejecutor de la política financiera del Ejecutivo Federal; El Banco de México (BANXICO) como organismo autónomo que efectúa las tareas de Banca Central; la Comisión Nacional Bancaria y de Valores y, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas como organismos que promueven, regulan y vigilan la operación de sus respectivos sectores.

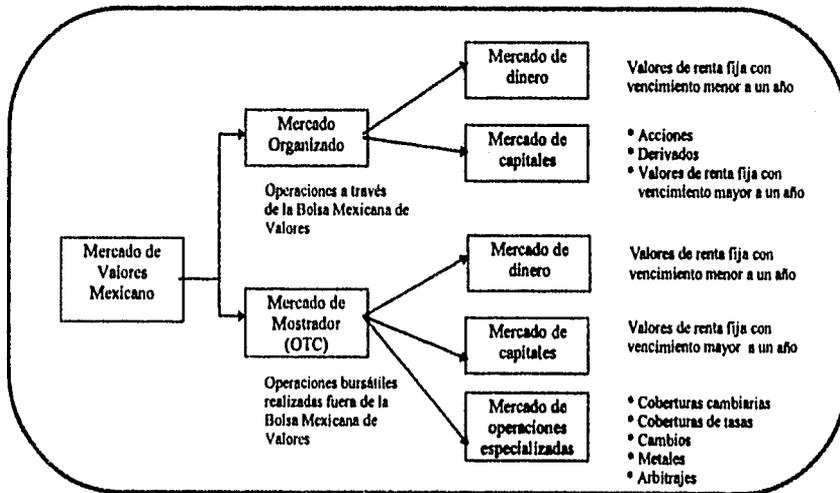
En nuestro caso, nos enfocaremos al funcionamiento del mercado de valores por ser el sector donde operan la Bolsa Mexicana de Valores y su principal indicador.

## 1.2 Mercado de Valores Mexicano

El mercado de valores mexicano se puede definir como el conjunto de normas e instituciones cuyo funcionamiento permite el proceso de emisión colocación y distribución de valores inscritos en el registro nacional de valores e intermediarios. Dentro de esta definición, también se incluye el conjunto de intermediación de papeles del mercado de dinero y de capitales, negociados en el mercado de mostrador (mercado *Over The Caunter*) o mercado fuera de bolsa.

De acuerdo con la definición anterior, se describe en la siguiente figura el funcionamiento del mercado de valores:

Figura I.2



Fuente: Elaborado por la Dirección de investigaciones del ICAF

El mercado de valores tiene una estructura institucional que se divide en los siguientes segmentos:

- a) **Organismos reguladores:** Su función es regular el desempeño del mercado de valores intentando preservar la integridad del mercado. Las entidades básicas son: la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), Banco de México (BANXICO) y la Comisión Nacional de Valores (CNV) en su calidad de organismos de regulación gubernamental.
- b) **Organismos de Intermediación:** Los intermediarios bursátiles están integrados por las casas de bolsa nacionales y extranjeras, sociedades de inversión y especialistas bursátiles.
- c) **Organismos de apoyo:**
- Bolsa Mexicana de Valores (BMV).- Actualmente el mercado de valores organizado en México opera a través de este organismo, cuyas funciones principales son:
    - Establecer los locales, instalaciones y mecanismos que permitan la realización de operaciones bursátiles de manera segura, transparente y eficiente.
    - Supervisar que las operaciones se lleven a cabo dentro de los lineamientos legales que regulan la actividad bursátil.
    - Vigilar que las actividades de las casas de bolsa se apeguen a las disposiciones que les sean aplicables.
    - Cuidar que los valores inscritos satisfagan las demandas y requerimientos correspondientes para dar seguridad a los inversionistas.
    - Difundir en forma amplia las cotizaciones de los valores, los precios y las condiciones de las operaciones que se efectúan diariamente, así como las características de los valores inscritos y las empresas emisoras.
    - Vigilar la integridad del mercado de valores
    - Realizar actividades análogas o complementarias a las anteriores que les autorice la SHCP a través de la CNV.

Como organismo encargado de apoyar la intermediación de valores financieros, la Bolsa Mexicana de Valores opera de acuerdo con la siguiente secuencia:

- 1.- La empresa emisora contrata los servicios de un intermediario bursátil, una casa de bolsa con la finalidad de colocar valores accionarios o de renta fija ante el público inversionista.
- 2.- La casa de bolsa examina la estructura financiera de la empresa y determina las características del instrumento a emitir.
- 3.- Se elabora el prospecto de colocación
- 4.- Se hacen solicitudes de emisión y se realizan los trámites correspondientes ante las autoridades de regulación (CNV) y autorregulación (BMV).

- 5.- Después de la aprobación del prospecto, se procede a la colocación de los valores en el mercado primario a través del piso de remates de la bolsa. Asimismo, se depositan los valores en el INDEVAL.
- 6.- La posterior negociación continua de los valores se lleva a cabo en el mercado secundario.

En otras palabras, se puede decir que, "la función principal de la bolsa, es servir como medio de financiamiento y de inversión a empresas y personas físicas, promoviendo el encuentro entre oferentes y demandantes de valores y fungiendo como catalizador para que los títulos tanto de renta fija como de renta variable adquieran el valor real que les corresponde. Las transacciones dentro de la bolsa se dan a través de los mercados primario y secundario.

Se denomina mercado primario aquel en el que se realiza la colocación originaria de un valor autorizado por la CNV. El mercado secundario es aquel en el que se llevan a cabo las transacciones bursátiles con valores que ya se encuentran en circulación."<sup>1</sup>

- Instituto para el Depósito de Valores (INDEVAL).- Este organismo opera como el custodio de los valores negociados en la Bolsa, así como la entidad encargada de realizar los servicios de administración, transferencia, compensación y liquidación de valores.
- Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB).- Esta entidad es el órgano por excelencia que representa al gremio bursátil, es decir, a los intermediarios en especial ante las autoridades de regulación. La asociación esta integrada por comités de trabajo que sancionan periódicamente y, a través de ellos, el gremio presenta sus requerimientos para negociar ante las autoridades y desarrollar el mercado de valores.

#### **d) Público demandante y oferente de valores:**

Esta integrado por emisores e inversionistas. Los emisores del mercado de valores son aquellos agentes deficitarios que necesitan recursos para financiamiento de corto plazo o de proyectos de inversión a largo plazo. Por lo anterior son los oferentes de valores o demandantes de recursos líquidos.

Por otro lado, los inversionistas son las unidades que muestran excedentes de liquidez y tratan de colocar sus recursos en diferentes alternativas de inversión a fin de recibir atractivos rendimientos.

---

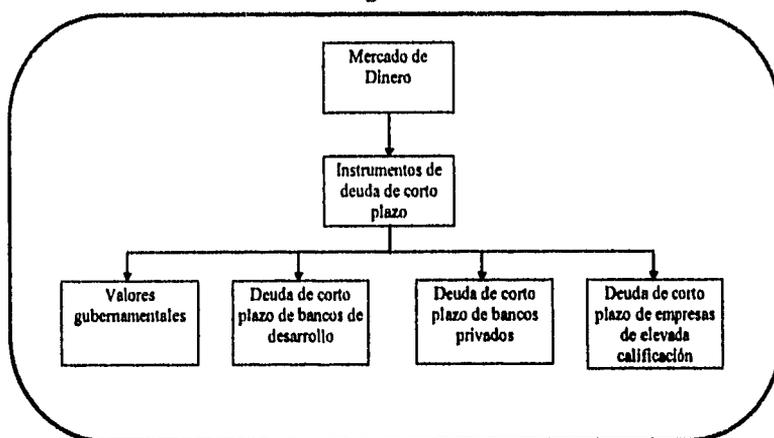
<sup>1</sup> López E. Víctor M., "Escenario del Mercado Bursátil Mexicano", Edit. Nacional Financiera, 1a. Ed. 1992, pág. 22

### 1.3 Mercado de Dinero

El mercado de dinero se puede definir como aquel mercado donde se negocian instrumentos financieros de realización inmediata ( corto plazo ).<sup>1</sup>

De esta manera, el mercado de dinero, al ser un lugar donde se negocian papeles de corto plazo, predominando de manera importante los valores gubernamentales, constituye un mercado de bajo riesgo y elevada liquidez. En la figura siguiente se hace una descripción del mercado de dinero de acuerdo con los puntos anteriores:

Figura I.3



Fuente: Elaborado por la Dirección de investigaciones del ICAF

Como se puede ver en el esquema, el mercado de dinero incluye a los instrumentos de deuda de corto plazo del Gobierno Federal, de los bancos comerciales y de desarrollo y de empresas de elevada calificación crediticia.<sup>2</sup>

El mercado de dinero constituye uno de los mercados más líquidos del mundo, al ser una parte fundamental del sistema financiero de cualquier país. La parte central de la

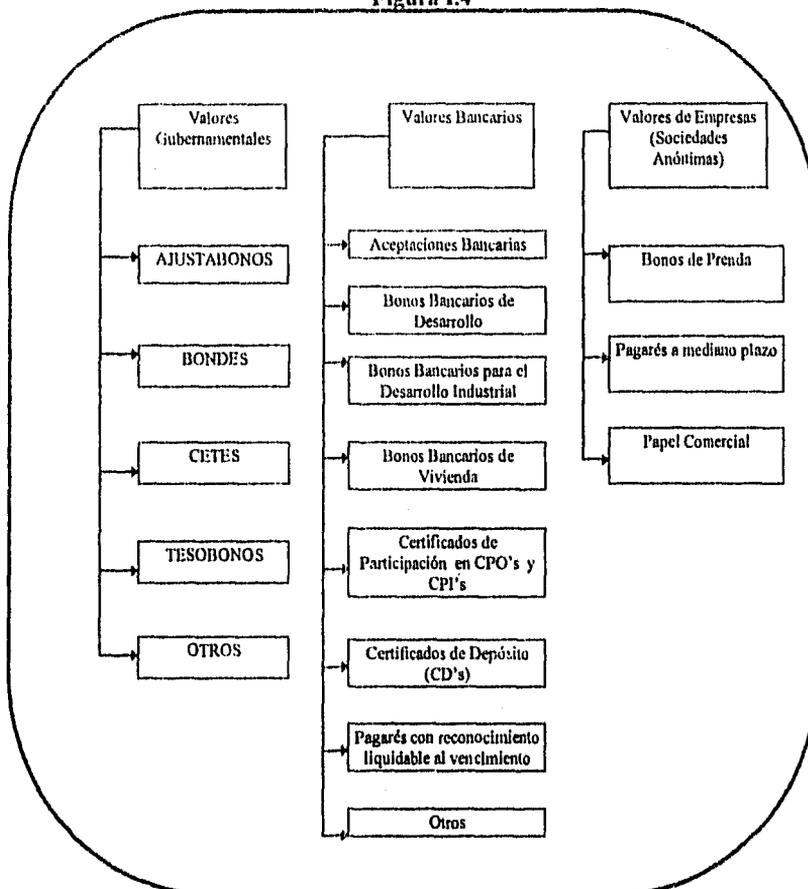
<sup>1</sup> Convencionalmente se ha definido el corto plazo hasta un año.

<sup>2</sup> En una definición amplia del mercado de dinero se pueden incluir instrumentos de deuda de corto plazo de empresas independientemente de su grado de calificación crediticia

actividad del mercado de dinero ocurre en los llamados pisos financieros de los centros financieros de los bancos, en los centros de negociación de los corporativos financieros no bancarios, en los pisos de operaciones de las casas de bolsa, en el piso de remates de la Bolsa Mexicana de Valores y en el "trading room" del Banco de México.

A continuación, se presenta en la siguiente figura una clasificación de los principales instrumentos del mercado de dinero:

Figura 1.4



Fuente: Elaborado por la Dirección de Investigaciones del ICAF.

Como ya se ha mencionado, tienen la principal característica de ser instrumentos de corto plazo, regularmente de un año, son valores de menor riesgo y de una alta liquidez.

#### **1.4 Mercado de Capitales**

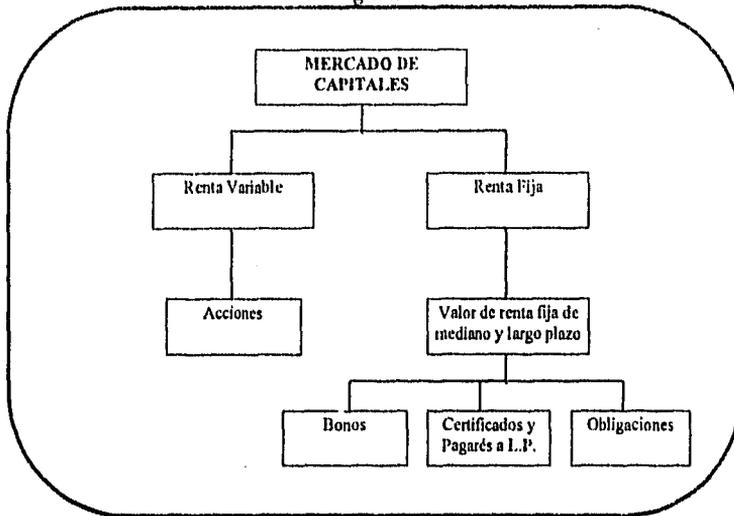
El Mercado de Capitales es el medio en el cual se hace factible la intermediación de instrumentos de inversión a largo plazo. Este mercado se caracteriza por operar instrumentos de renta fija y renta variable orientados en primera instancia a la formación y distribución de capital y al financiamiento de proyectos de largo plazo.

En el Mercado de Capitales se negocian valores, ya sea en el mercado organizado que representa la Bolsa Mexicana de Valores (colocación primaria pública e intermediación en el mercado secundario) o en el mercado no organizado (colocación privada de valores y negociaciones secundarias no registradas).

El mercado de capitales en México se ha consolidado como una alternativa importante en los procesos de capitalización de diferentes sectores económicos, en particular, en los últimos años ha permitido captar flujos financieros importantes provenientes de mercados internacionales.

Los instrumentos del mercado de capitales se presentan en la figura I.5 y se explican posteriormente:

Figura I.5



Fuente: Elaborado por la Dirección de Investigaciones del ICAF.

**Acciones:** Las acciones son títulos-valor que representan una parte alicuota del capital social de una empresa, es decir, representan en forma individual una de las partes en que se divide el capital social de una empresa. Sirven para acreditar y transmitir la calidad y los derechos del socio.

Las acciones son emitidas con diferentes características dependiendo de cada empresa. Básicamente se pueden establecer dos categorías; las comunes y las preferentes. Las primeras proporcionan a sus tenedores, tanto los derechos corporativos (participar en la asamblea general de accionistas), como los derechos patrimoniales (utilidades y valor contable de la empresa). Mientras que las preferentes por lo general únicamente dan derechos patrimoniales, es decir, son un título de capital propio con derecho a recibir un dividendo fijo, el cual deberá ser pagado con antelación a la distribución de utilidades entre los tenedores de acciones comunes.

**Obligaciones:** Las obligaciones son títulos de crédito nominativos que representan la participación individual de sus tenedores en un crédito colectivo a cargo de una Sociedad Anónima.

Las obligaciones tienen como objetivo obtener financiamiento preferentemente para proyectos a largo plazo o reestructuración de pasivos. Además, son el componente más

relevante del mercado de capitales en lo concerniente a los valores de deuda de mediano y largo plazo.

Las obligaciones se clasifican de la siguiente forma:

1) Como garantías las obligaciones pueden ser:

- Quirografarias: Cuando el crédito se garantiza con el patrimonio de la entidad emisora.
- Hipotecarias: Son aquellas que están respaldadas por una garantía hipotecaria de la entidad emisora o otra entidad.
- Con Garante: Cuando la garantía la otorga una persona física o moral distinta al emisor.

2) Por su diseño pueden ser:

- Con rendimiento capitalizado: Cuando el valor nominal inicial de las obligaciones se actualiza cada trimestre por los intereses no pagados. Estos se capitalizan.
- Subordinadas: Obligaciones preferentemente bancarias.
- Indexadas: Se emiten en peses pero se indexan al tipo de cambio del dólar
- Múltiples: El monto total se coloca parcialmente en varias emisiones en distinto tiempo.

3) Por la convertibilidad en acciones pueden ser:

- Opcionales: Cuando la obligación da el derecho de conversión a títulos accionarios.
- Obligatorias: Cuando la obligación establece la necesidad de su conversión en acciones.

4) Dentro de las no homogéneas encontramos:

- Fiduciarias: Cuando la garantía esta depositada en un Fideicomiso
- Prendarias: Cuando la garantía esta constituida por títulos o bienes muebles.
- Topada: Cuando la tasa de interés tiene límites de variabilidad.
- No Topada: No hay limite de variabilidad de la tasa de interés de la obligación.

**Bonos y Certificados:** Son títulos de crédito con rendimientos y plazos fijos ( o bien rendimientos y plazos revisables para los Bonos de Desarrollo, AJUSTABONOS, PETROBONOS o los CEPLATAS), y cada uno de ellos cumple con la tarea de financiar cierta actividad.

**Pagarés a mediano y largo plazo:** Es una promesa de pago. Fueron colocados por primera vez a principios de 1991, por parte de empresas industriales, con plazo promedio de tres años.

## **1.5 Principales Indicadores del Mercado de Capitales (IPC e INMEX)**

A nivel internacional, los índices de precios se han consolidado como un mecanismo válido y eficaz para medir los diferenciales de fluctuación, capitalización y rendimiento de los mercados de valores en diferentes periodos.

**El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC):** es el índice oficial que elabora la Bolsa Mexicana de Valores y su principal indicador; expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la BMV. Este indicador, que se aplica en su actual estructura desde 1978, expresa en forma fidedigna la situación del mercado bursátil y su dinamismo operativo.

La determinación del IPC considera los siguientes aspectos:

### **a) Selección de la muestra.-**

Se integra la muestra del IPC con las emisiones que presentan un mayor dinamismo operativo (Bursatilidad), asegurando la representatividad respecto al comportamiento general del mercado accionario.

Así, la Bolsa Mexicana de Valores toma como criterio de selección el Índice de Bursatilidad, el cual se calcula automáticamente considerando un período de observación diaria durante seis meses de las siguientes variables:

- Importe negociado en el periodo.
- Volumen de acciones negociadas.
- Rotación (Importe / Valor de capitalización).
- Cantidad de operaciones efectuadas.
- Total de días de negociación

Este indicador, debidamente validado y autorizado por la Comisión Nacional de Valores, permite seleccionar la muestra dentro de un listado de emisiones, jerarquizadas según su índice de Bursatilidad.

En ocasiones el valor de capitalización es determinante para la selección, considerado como un criterio adicional, ya que es el ponderador que se utiliza para el cálculo del Índice.

Cada dos meses se verifica la representatividad que tiene la muestra del mercado y se hacen los cambios necesarios, observando los criterios anteriormente descritos.

#### b) Tamaño de la Muestra.-

El número de títulos accionarios incluidos en la muestra , para el cálculo del IPC, ha fluctuado entre 35 y 50 en los últimos años. El tamaño de la muestra está en función a la representatividad que se pretende tenga la misma, esto es, se trata de incluir en la muestra a las acciones más representativas de los siete sectores económicos en los cuales están clasificadas las emisoras inscritas en la BMV, atendiendo al giro de cada una de las empresas.

El tamaño de la muestra se calcula mediante técnicas de muestreo, considerando los aspectos anteriores y asegurando que un pequeño porcentaje de la población total suministre información válida del comportamiento de esa población.

#### c) Sistema de Calculo.-

En general, los procedimientos de calculo utilizados internacionalmente para obtener los índices de precios, se agrupan en las siguientes modalidades:

- Índices de precios acumulativos simples.
- Índices no ponderados (promedio geométrico).
- Índices de precios ponderados (Laspeyres, Paache).
- Índices ponderados por valor (Fisher).

El IPC es un índice ponderado por valor de capitalización (precio de mercado por acciones inscritas). Esto significa que el cambio en el precio de una acción integrante del IPC influye en el comportamiento del índice en forma relativa al peso que dicha acción tiene en la muestra.

El calculo del IPC es efectuado en tiempo real, registrando automáticamente cada cambio de precio de las acciones que componen la muestra. La fórmula utilizada es la siguiente:

$$I_t = I_{t-1} \frac{\sum P_{it} Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} Q_{i,t-1} F_{it}}$$

Donde:

- $I_t$  = IPC el día t
- $P_{it}$  = Precio de la acción i el día t
- $Q_{it}$  = Cantidad de acciones inscritas de la acción i el día t
- $F_{it}$  = Factor de ajuste por derechos de la acción i el día t
- t-1 = Día hábil inmediato anterior
- n = Número total de emisoras de la muestra

Esta fórmula mide los cambios en los precios de cotización de la muestra de acciones mediante cuatro indicadores independientes que son : días operados, número de operaciones, la razón monto operado sobre monto inscrito y la varianza en el precio de la emisora a movimientos existentes en el mercado.

La formula indica que la suma del valor de capitalización de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividida entre la suma del valor de capitalización de dicha muestra del día hábil anterior, ajustada en su caso, determina el factor de variación del IPC respecto al día hábil anterior.

El factor de ajuste siempre es igual a 1 excepto cuando en la emisora i se aplica un derecho o una reestructuración de capital

**El Índice México (INMEX):** Este índice fue desarrollado con el objeto de contar con otra alternativa de medición del desempeño del mercado de valores y para la emisión de títulos opcionales basados en índices. El INMEX es un índice ponderado por valor de capitalización al igual que el IPC, sin embargo, la diferencia fundamental entre ellos es que el tamaño de la muestra es de 20 emisoras y la ponderación de cada emisora tiene como máximo un 10% revisable semestralmente.

El índice México esta definido por la siguiente formula:

$$I_t = I_{t-1} \left[ \frac{\sum P_{it} Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} Q_{i,t-1} F_{it}} \right]$$

Donde:

- $I_t$  = INMEX el día t
- $P_{it}$  = Precio de la empresa serie i el día t
- $Q_{it}$  = Cantidad de acciones de todas las series de la empresa i el día t
- $F_{it}$  = Factor de ajuste por derechos de la emisora i el día t
- t-1 = Día hábil inmediato anterior
- n = Número total de emisoras de la muestra

Otras características importantes del INMEX son que considera únicamente a las series más representativas de cada emisora; para la selección de la muestra utiliza los siguientes criterios: las emisoras con mayor bursatilidad, un mínimo de capitalización y toma en cuenta la liquidez; por otro lado, no se ajusta por dividendos en efectivo, aun cuando si es ajustado por los demás derechos que las emisoras decretan y finalmente, en la composición del INMEX no puede haber más de una serie por emisora, desde luego esta será la más representativa en cuanto a bursatilidad, capitalización y liquidez

Por lo anterior, se puede decir que la diferencia fundamental entre el IPC y el INMEX esta en el objetivo de cada uno de ellos. El objetivo del IPC es darnos una representación del comportamiento del mercado en general y el objetivo del INMEX es darnos una representación de la evolución del mercado y cotización en mercados de productos derivados.

## 1.6 Principales Características del IPC

Como hemos visto, la finalidad del IPC es darnos una representación del comportamiento del mercado en general, lo cual lo convierte en el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores.

De esta manera, la tendencia general de las variaciones de precios de todas las emisoras y series cotizadas en bolsa, generadas por las operaciones de compra-venta en cada sesión de remates, se refleja automáticamente en el IPC. Así, este índice constituye un fiel indicador de las fluctuaciones del mercado accionario cumpliendo con sus principales propósitos que son:

- Ofrecer un índice de la rentabilidad del mercado accionario
- Ser un barómetro de las expectativas de la economía
- Barómetro de los cambios en el sector financiero
- Referencia para determinar los riesgos del mercado bursátil y de las acciones particulares

Por lo anterior, nos podemos dar cuenta de la importancia de conocer este indicador o su tendencia para poder tener una idea clara de los puntos que hemos mencionado.

Más aun, una situación deseable en los mercados financieros y en otros sectores de la sociedad sería el poder conocer anticipadamente o hacer pronósticos sobre el comportamiento del IPC o por lo menos de su tendencia.

---

<sup>1</sup> El IPC se utiliza para determinar el factor beta de una acción en lo que se conoce como "modelo de mercado", el cual matemáticamente describe la relación lineal existente entre el rendimiento de una acción en particular y el rendimiento del mercado como un todo (representado este último por los incrementos o decrementos en el índice de la bolsa). La BMV publica las betas con datos diarios en su edición mensual de indicadores bursátiles.

## CAPITULO II

### AJUSTE DEL IPC MEDIANTE FUNCIONES DEL TIEMPO

#### 2.1 Enfoque Estadístico del Problema

Como mencionamos al final del capítulo anterior, al ver la importancia del Índice de Precios y Cotizaciones en el mercado bursátil y en diversos sectores económicos, una situación deseable en el estudio de los niveles, tendencias y diferenciales de este indicador sería el poder explicar su comportamiento de tal manera que esto último nos permita poder hacer inferencias o pronósticos sobre su comportamiento en el futuro de manera consistente.

Cabe recordar, que uno de los objetivos planteados al iniciar el presente trabajo, fue el poder responder con bases científicas la siguiente problemática:

*Bajo las condiciones que se viven actualmente en nuestro país ¿Será posible encontrar una función matemática del tiempo  $f(t)$ , o mejor dicho, una familia de funciones del tiempo que puedan ajustarse al comportamiento del IPC de manera satisfactoria?*

Para poder plantear una respuesta consistente, analizamos las características del IPC y su comportamiento a través del tiempo mediante un análisis estadístico que nos permita ver si es posible "pronosticar" el índice en base a su comportamiento en el pasado o, dicho de otra manera, situándonos en el pasado como inversionistas si hubiésemos podido conocer anticipadamente las grandes fluctuaciones que presentó el IPC en los primeros meses del año simulando condiciones económicas similares a las que se vivieron en esas fechas.

Empezamos nuestro análisis recabando los datos sobre el cierre mensual del IPC durante los últimos 10 años ( desde enero de 1985 hasta agosto de 1995 ) obteniendo una muestra de 128 observaciones (tabla II.1) cuya gráfica se muestra en la figura II.1.

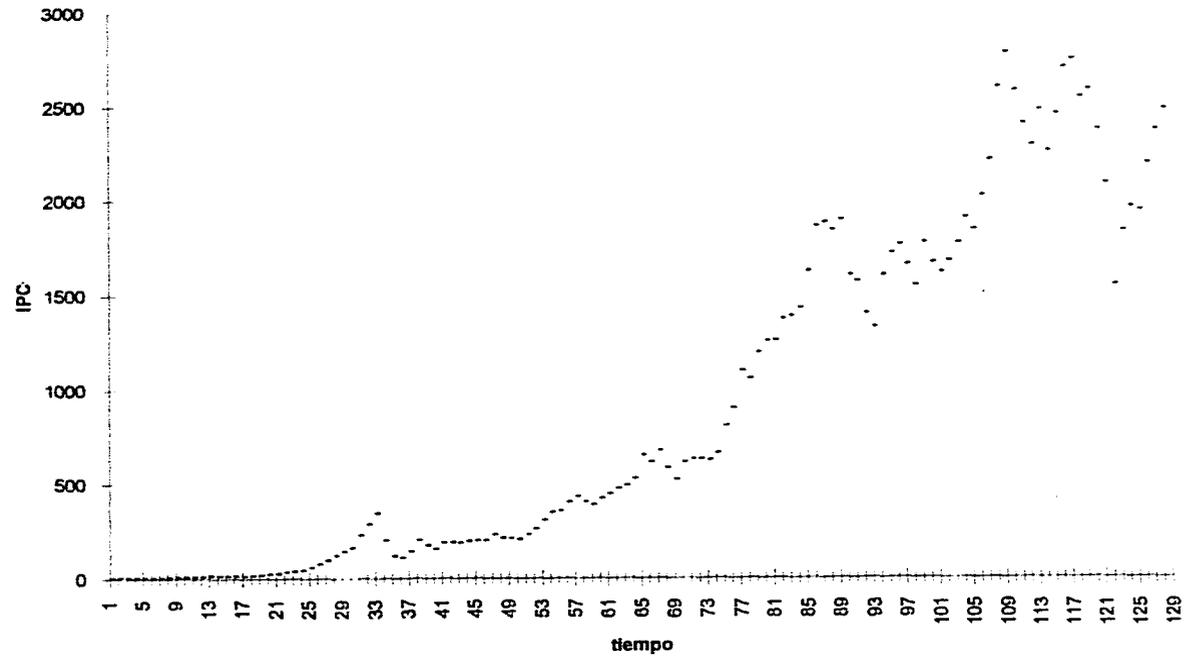
Tabla II.1

FECHA	IPC	VARIACION	% VAR
Jan-85	3.710	-0.33	
Feb-85	4.202	0.492	13%
Mar-85	4.396	0.194	5%
Apr-85	4.818	0.422	10%
May-85	4.597	-0.221	-5%
Jun-85	4.953	0.361	8%
Jul-85	5.608	0.740	15%
Aug-85	6.743	1.045	18%
Sep-85	7.295	0.543	8%
Oct-85	9.689	2.323	32%
Nov-85	10.832	1.223	13%
Dec-85	11.197	0.365	3%
Jan-86	14.204	3.007	27%
Feb-86	14.150	-0.054	0%
Mar-86	13.378	-0.772	-6%
Apr-86	12.807	-0.570	-4%
May-86	14.677	1.875	15%
Jun-86	15.690	1.321	9%
Jul-86	18.399	3.401	21%
Aug-86	22.365	2.960	15%
Sep-86	28.629	6.264	28%
Oct-86	35.251	6.622	23%
Nov-86	41.699	6.448	16%
Dec-86	47.101	5.402	13%
Jan-87	60.281	13.180	28%
Feb-87	79.825	19.544	32%
Mar-87	98.524	18.699	23%
Apr-87	122.303	23.778	24%
May-87	143.308	21.005	17%
Jun-87	161.687	18.359	13%
Jul-87	226.988	65.321	40%
Aug-87	287.395	60.407	27%
Sep-87	343.545	56.150	20%
Oct-87	200.018	-143.527	-42%
Nov-87	113.628	-86.390	-43%
Dec-87	105.670	-7.958	-7%
Jan-88	139.620	33.950	32%
Feb-88	200.586	60.966	44%
Mar-88	174.388	-26.188	-13%
Apr-88	154.159	-20.230	-12%
May-88	188.087	33.908	22%
Jun-88	186.587	-1.500	-1%
Apr-88	188.078	1.511	1%
Aug-88	198.524	8.440	4%
Sep-88	197.872	-1.346	-1%
Oct-88	197.822	-0.050	0%
Nov-88	229.579	31.757	16%
Dec-88	211.532	-18.047	-8%
Jan-89	210.205	-1.327	-1%
Feb-89	208.307	-1.898	-1%
Mar-89	232.021	23.714	11%
Apr-89	261.726	29.705	13%
May-89	302.942	41.216	16%
Jun-89	348.488	45.546	15%
Jul-89	354.250	5.762	2%
Aug-89	396.864	42.614	13%
Sep-89	427.860	28.005	7%
Oct-89	400.383	-27.306	-6%
Nov-89	384.748	-15.617	-4%
Dec-89	418.925	34.179	9%
Jan-90	444.748	25.823	6%
Feb-90	473.018	28.270	6%
Mar-90	489.616	16.600	4%
Apr-90	525.606	35.988	7%
May-90	650.288	124.682	24%
Jun-90	816.332	166.044	25%
Jul-90	873.136	57.804	6%
Aug-90	680.979	-22.157	-14%

Sep-90	522.083	-58.896	-10%
Oct-90	611.376	89.293	17%
Nov-90	628.711	15.335	3%
Dec-90	675.760	2.076	0%
Jan-91	622.655	-5.805	-1%
Feb-91	689.165	38.180	6%
Mar-91	803.347	144.182	22%
Apr-91	901.140	87.793	12%
May-91	1045.170	195.030	22%
Jun-91	1058.020	-33.150	-3%
Jul-91	1193.050	139.630	13%
Aug-91	1254.600	60.950	5%
Sep-91	1257.270	2.670	0%
Oct-91	1371.010	113.740	9%
Nov-91	1354.160	13.170	1%
Dec-91	1431.450	47.280	3%
Jan-92	1623.470	192.010	13%
Feb-92	1680.870	237.160	15%
Mar-92	1875.730	15.100	1%
Apr-92	1835.890	-37.430	-2%
May-92	1882.330	54.030	3%
Jun-92	1599.260	-293.070	-15%
Jul-92	1569.730	-29.530	-2%
Aug-92	1400.370	-169.360	-11%
Sep-92	1327.070	-73.300	-5%
Oct-92	1597.330	270.260	20%
Nov-92	1715.650	118.360	7%
Dec-92	1750.440	43.790	3%
Jan-93	1653.220	-100.220	-6%
Feb-93	1540.660	-106.540	-6%
Mar-93	1771.710	225.030	15%
Apr-93	1685.410	-106.300	-6%
May-93	1612.990	-52.420	-3%
Jun-93	1670.290	57.300	4%
Jul-93	1769.710	99.420	7%
Aug-93	1905.690	135.880	8%
Sep-93	1840.720	-64.870	-3%
Oct-93	2020.260	179.540	10%
Nov-93	2215.890	195.430	10%
Dec-93	2602.630	386.940	17%
Jan-94	2781.370	178.740	7%
Feb-94	2585.440	-195.930	-7%
Mar-94	2410.360	-175.060	-7%
Apr-94	2294.100	-116.260	-5%
May-94	2483.730	189.630	8%
Jun-94	2262.550	-221.150	-9%
Jul-94	2402.270	199.690	9%
Aug-94	2702.730	240.460	10%
Sep-94	2746.110	43.380	2%
Oct-94	2552.080	-194.030	-7%
Nov-94	2591.340	39.260	2%
Dec-94	2375.660	-215.680	-8%
Jan-95	2093.080	-281.680	-12%
Feb-95	1549.840	-544.140	-26%
Mar-95	1632.830	282.990	18%
Apr-95	1960.540	127.710	7%
May-95	1945.130	-15.410	-1%
Jun-95	2198.080	250.950	13%
Jul-95	2375.170	179.090	8%
Aug-95	2465.100	109.930	5%

Figura II.1

IPC (Últimos 10 Años)



Como podemos ver en dicha gráfica, tenemos un conjunto de puntos de la forma  $(t_i, y_i)$ , ahora debemos de buscar modelos matemáticos que se ajusten al comportamiento de estas observaciones. Para ello, utilizamos la técnica de "análisis de regresión", que nos permite proponer algunas funciones matemáticas que puedan describir el comportamiento de los datos y una vez que hemos seleccionado un modelo poder estimar los parámetros que intervienen en el mismo mediante ciertos métodos como es el de mínimos cuadrados ordinarios o mínimos cuadrados generalizados (para modelos lineales).

Por lo anterior, se mencionarán los supuestos básicos que nos permiten utilizar estas técnicas en el modelo lineal.

## 2.2 Supuestos del modelo Lineal General.

- 1.- Se pide que exista una relación lineal entre la variable  $Y$ , o alguna transformación  $Y$  con la variable  $X$ , o alguna transformación de  $X$ , en este sentido, se entiende que al hablar de linealidad nos referimos a linealidad en los parámetros. Por lo anterior los modelos siguientes son lineales en los parámetros, aunque no todos lo son en las variables  $X$  o  $Y$ :

$Y = \alpha + \beta X$	(Modelo lineal simple)
$Y = \alpha + \beta X + \gamma X^2$	(Modelo Cuadrático)
$Y = \alpha + \beta X + \gamma X^2 + \delta X^3$	(Modelo Cúbico)
$Y = \alpha X^\beta$	(Modelo log-log)
$Y = \exp(\alpha + \beta X)$	(Modelo Semilog)
$Y = \alpha + \beta(1/X)$	(Modelo Reciproco)

En general, la relación lineal se expresa de la siguiente manera:  $Y = \alpha + \beta X + \epsilon$   
 Donde el factor  $\epsilon$  (error aleatorio) es un término estocástico que surge por:

- a) Errores de medición
- b) Falta de especificación ( la variable  $X$  no explica todo el comportamiento de  $Y$  )

---

Modelos multivariados ( de 3 y 4 variables respectivamente )

2.- La media del error es cero:

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad \text{Para toda } i$$

Lo cual implica que:  $E(Y_i) = \alpha + \beta X$

3.- Los errores son no correlacionados y tienen varianza constante:

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_i \varepsilon_j) &= 0 && \text{Para toda } i \neq j \\ E(\varepsilon_i \varepsilon_j) &= \sigma^2 && \text{Para toda } i = j \quad (\text{Homocedasticidad}) \end{aligned}$$

4.- Los errores tienen una distribución normal con media 0 y varianza  $\sigma^2$

5.- La variable X es *no estocástica*.

6.- (Caso multivariada) Las variables X no dependen linealmente entre sí.

### 2.3 Conceptos Básicos

Una vez que mencionamos los supuestos del modelo lineal, recordaremos algunas definiciones y resultados importantes del análisis de regresión.

a) Para estimar los parámetros desconocidos ( $\alpha$  y  $\beta$ ) en los modelos propuestos, utilizamos métodos de estimación como el de mínimos cuadrados ordinarios, el cual se basa en la minimización de los residuales (al cuadrado), los cuales se definen de la siguiente manera:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

donde  $\hat{Y}_i$  representa el punto de la línea o función de ajuste para un valor dado  $X_i$ , en el caso del modelo lineal simple:

$$\hat{Y}_i = a + bX_i$$

Donde a y b son los estimadores de  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente.

b) Los estimadores de mínimos cuadrados (OLS) son los mejores estimadores lineales insesgados (tanto en el caso univariado como en el caso multivariado).

c) Podemos hacer inferencias estadísticas en el modelo de mínimos cuadrados y obtener intervalos de confianza o realizar pruebas de hipótesis sobre los estimadores (OLS).

d) Se define el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) como una medida de la asociación lineal que existe entre las variables aleatorias  $X$  y  $Y$ . El estimador de máxima verosimilitud de  $\rho$  es el *coeficiente de correlación de la muestra*, dado por:

$$R = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{[\sum (X_i - \bar{X})^2][\sum (Y_i - \bar{Y})^2]}$$

Donde  $R$  (al igual que  $\rho$ ) se encuentra en el intervalo  $-1 \leq R \leq 1$  y mide la relación lineal entre  $X$  y  $Y$ . Con base en una muestra aleatoria, un valor de  $R = -1$  indica una correlación lineal negativa perfecta entre  $X$  y  $Y$ , mientras que un valor de  $R = 1$  señalará una relación lineal positiva perfecta de  $X$  y  $Y$ . Si  $R = 0$  entonces no existe ninguna relación lineal entre  $X$  y  $Y$ .

El coeficiente de correlación es una medida de asociación lineal, por lo tanto no tiene sentido utilizarlo para describir relaciones no lineales. Asimismo, no implica una relación de causa y efecto.

e) Coeficiente de Determinación: Podemos interpretar el *coeficiente de determinación*  $R^2$  en al menos tres formas (según sea el caso):

- 1.- Como una medida del grado de ajuste de la regresión
- 2.- Como una medida de que tan bueno es el ajuste lineal
- 3.- Si la variable  $X$  fuera variable aleatoria entonces  $R^2$  lo puedo interpretar como un estimador de la correlación entre  $X$  y  $Y$ .

f) La técnica de *análisis de la varianza* divide la variación total de las observaciones ( $Y$ ) en dos partes:

Una variación explicada por la regresión lineal y una variación inexplicada por ésta (debida al error).

$$\begin{array}{l} \text{Suma de cuadrados} \\ \text{Total} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Suma de cuadrados} \\ \text{de los errores} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Suma de cuadrados} \\ \text{explicada por el modelo} \end{array}$$

En la tabla ANOVA se nos presenta esta información del modelo que además nos permite probar la hipótesis nula de que la pendiente de la recta ajustada es cero, es decir que no existe relación lineal entre las variables.

En las líneas anteriores, sólo se presentaron algunos conceptos y resultados teóricos importantes del análisis de regresión sin profundizar en su desarrollo, para conocerlos con mayor detalle se recomienda consultar textos de estadística o econometría como los que se citan en las referencias.

## 2.4 Ajustes con Modelos Lineales

Una vez que hemos repasado algunos resultados importantes del análisis de regresión y el ajuste por el método de mínimos cuadrados, empezamos a trabajar con los datos realizando ajustes con diferentes modelos lineales.

En primer termino, veremos el modelo lineal simple de la forma:

$$Y_i = \alpha + \beta t_i + \epsilon_i$$

Estimamos los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  por el método de mínimos cuadrados, corriendo la regresión en el paquete excel, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla II.2, donde se presenta información sobre los valores de los estimadores,  $R$ ,  $R^2$ , análisis de la varianza e intervalos de confianza para los estimadores y la siguiente función de ajuste:

$$\hat{Y}_i = -529.5306 + (22.43099)t_i$$

Asimismo, se presentan en las figuras II.2a y II.2b gráficas donde se observan los puntos de la función de ajuste comparados con las observaciones reales, así como el comportamiento de los residuales.

Los resultados presentados en la tabla II.2 muestran cifras que si se interpretan a la ligera, sin considerar la naturaleza del problema, parecen darnos un ajuste lineal "aceptable" al observar el valor de  $R^2 = 0.8728$  y en el análisis de la varianza ver la significancia de la prueba ( $2.884E-58$ ) que rechaza la hipótesis de que no existe relación lineal entre el IPC y el tiempo.

TABLA II.2

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.93424421
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.87281225
R <sup>2</sup> ajustado	0.87180282
Error estandar	318.88679
Observaciones	128

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	<i>g.l.</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Promedio de los Cuadrados</i>	<i>F Significancia de F</i>	
Regresión	1	87926370.04	87926370.04	864.6614257	2.89398E-58
Residuos	126	12812786.9	101688.7849		
Total	127	100739156.9			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error estandar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	-529.530648	56.70367976	-9.338558812	4.19692E-16	-641.7455023	-417.315794
x1	22.4309927	0.762825938	29.40512589	1.58821E-58	20.92138345	23.940602

Recta Ajustada :  $Y = -529.530648 + (22.4309927)t$

Figura II.2a

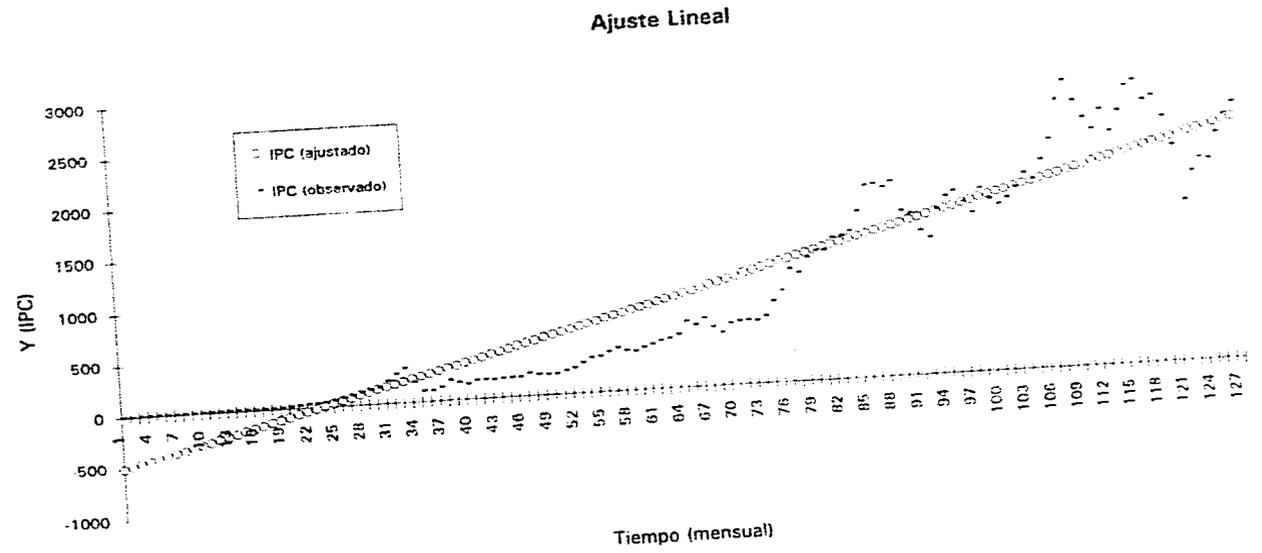
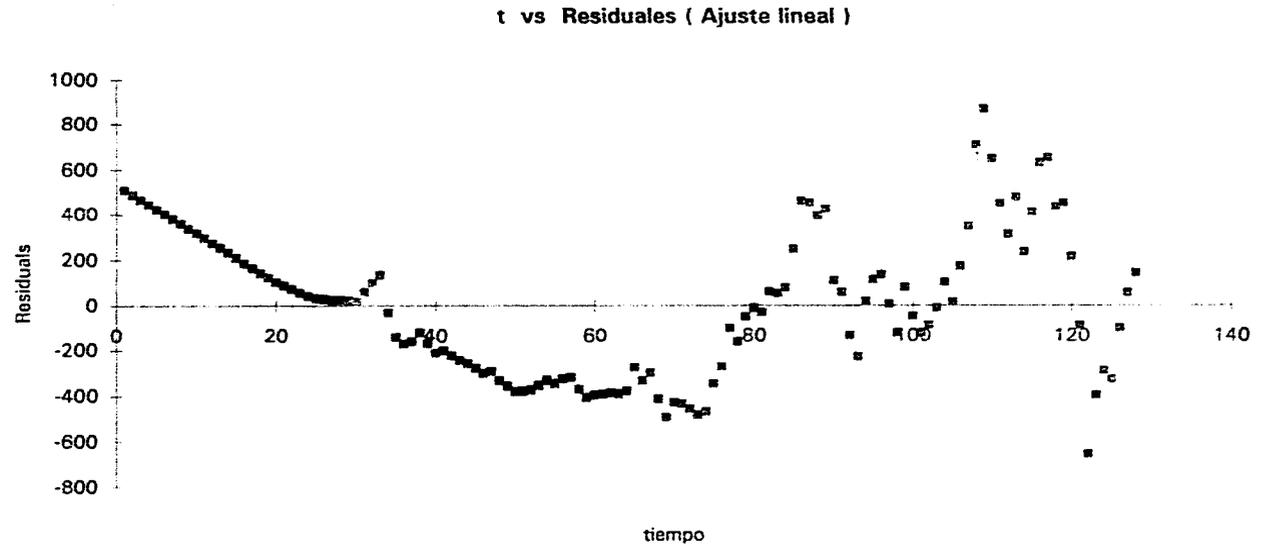


Figura II.2b



Sin embargo, si tomamos en cuenta la naturaleza de los datos, intuitivamente nos damos cuenta -al observar las gráficas (figura II.2a)- que realizar un ajuste con una recta no es lo adecuado, ya que el índice presenta muchas fluctuaciones que, como ya se ha explicado, tienen gran trascendencia en los mercados financieros y en el entorno económico del país y, ésto no se puede explicar con una recta que siempre presenta un comportamiento creciente, brindándonos información muy vaga acerca de lo que en realidad nos interesa que es el poder detectar esas fluctuaciones con un cierto grado de "confianza".

Lo anterior, también se puede notar en la varianza de los estimadores, que es bastante alta en el caso de  $\alpha$  ( 56.70 ), lo cual nos da intervalos de confianza muy amplios para este estimador. Asimismo, al hacer posteriormente un análisis de los residuales (figura II.2b) saldrán mayores inconsistencias del modelo.

En seguida se presentan como funciones de ajuste, polinomios del tiempo de la forma siguiente:

- 1.-  $Y_i = \alpha + \beta t_i + \gamma t_i^2 + \epsilon_i$  (Grado 2)
- 2.-  $Y = \alpha + \beta t_i + \gamma t_i^2 + \delta t_i^3 + \epsilon_i$  (Grado 3)
- 3.-  $Y = \alpha + \beta t_i + \gamma t_i^2 + \delta t_i^3 + \eta t_i^4 + \epsilon_i$  (Grado 4)

Los resultados obtenidos al correr las regresiones de los modelos anteriores se presentan en las tablas II.3, II.4 y II.5 respectivamente.

Una vez que revisamos dichos resultados, se observa que el coeficiente de determinación  $R^2$  va aumentando conforme sube el grado del polinomio, ésto indica, que el grado de ajuste de la regresión mejora al aumentar el grado del polinomio. Lo anterior también se confirma en el análisis de la varianza, donde se muestra en cada caso que se va incrementando el porcentaje de la variación explicada por la regresión y disminuyendo la parte de variación debida al error. Asimismo es más pequeña la significancia de la prueba, lo cual nos permite rechazar la hipótesis nula con mayor certidumbre.

Pareciera ser, que al aumentar el grado del polinomio va mejorando el modelo. Sin embargo siguen presentando una alta varianza los estimadores, principalmente los de  $\alpha$  y  $\beta$ , la cual parece ir aumentando en cada función.

TABLA II.3

<b>ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN</b>					
Coefficiente de correlación múltiple	0.958715				
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.919135				
R <sup>2</sup> ajustado	0.917841				
Error estándar	255.284				
Observaciones	128				

<b>ANÁLISIS DE VARIANZA</b>					
	<i>g.l.</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Promedio de los Cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Significancia de F</i>
Regresión	2	92582915.083	46296457.54	710.395947	5.43171E-69
Residuos	125	8146241.852	65169.93481		
Total	127	100739156.934			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	-92.4545	68.794	-1.344517563	0.18117759	-228.5470323	43.638112
t	2.258246	2.461	0.917653692	0.36053961	-2.612162916	7.12865409
t <sup>2</sup>	0.156378	0.018	8.462020788	5.4197E-14	0.119803731	0.19295204

Función Cuadrática :  $Y = -92.4545 + (2.258246)t + (0.156348)t^2$

TABLA II.4

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.96842733
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.93785149
R <sup>2</sup> ajustado	0.9363479
Error estandar	224.700314
Observaciones	128

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	g.l.	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Significancia de F
Regresión	3	94478368.26	31492789.42	623.740249	0.000
Residuos	124	6280788.676	50490.23125		
Total	127	100739156.9			

	Coefficientes	Error estandar	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	244.066369	81.82902937	2.982637959	0.00342728	82.104	406.028828
t	-28.45014	5.472150086	-5.199078858	7.78E-07	-39.281	-17.6192294
t <sup>2</sup>	0.74919203	0.098363767	7.616544732	5.2278E-12	0.555	0.94368134
t <sup>3</sup>	-0.0030636	0.000501341	-6.110886195	1.1259E-08	-0.004	-0.00207135

Polinomio de Ajuste:

$$Y = 244.0664 - (28.4501)t + (0.749192)t^2 - (0.00306)t^3$$

TABLA II.5

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.97703077
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.95458913
R <sup>2</sup> ajustado	0.95311236
Error estándar	192.853045
Observaciones	128

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	g.l.	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Significancia de F	
Regresión	4	98164504.4	24041126.1	646.40068	1.55366E-81	
Residuos	123	4574652.534	37192.29702			
Total	127	100739158.9				

	Coefficientes	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-128.23853	89.38803863	-1.434658506	0.15384206	-305.1726437	48.8955836
t	27.320404	9.521819132	2.86824207	0.0048206	8.472554259	46.1682538
t <sup>2</sup>	-1.1786774	0.298510836	-3.948527286	0.00012954	-1.789560657	-0.5877941
t <sup>3</sup>	0.02012302	0.003470423	5.798434807	5.0087E-08	0.013253535	0.02699251
t <sup>4</sup>	-8.987E-05	1.33475E-05	-6.733173683	5.1511E-10	-0.000116291	0.000

Polinomio de Ajuste:

$$Y = -128.24 + (27.32)t - (1.1787)t^2 + (0.0201)t^3 - (9E-05)t^4$$

Además, como se puede observar en las gráficas de las figuras II.3a, II.4a y II.5a, las funciones de ajuste muestran mayor precisión en los primeros años ( de 1985 a 1991) pero a medida que se presentan fluctuaciones más fuertes ( sin contar el CRACK financiero de 1987 ) la variación de los datos sigue siendo muy fuerte con relación a los puntos estimados.

Podemos darnos cuenta de lo anterior con mayor claridad al observar las gráficas de las figuras II.3b, II.4b y II.5b, las cuales muestran el mismo comportamiento en el sentido de que la varianza de los errores se va incrementando a medida que aumenta el índice o a medida que aumenta el tiempo.

Esto se explica, ya que las fluctuaciones más fuertes en este indicador se han presentado en los últimos años, especialmente en el año anterior por los acontecimientos políticos y sociales que se vivieron en México y en el año actual por razones similares y por la grave crisis económica que se ha vivido desde enero de 1995.

Las implicaciones de la observación anterior se plantearán con más detalle a continuación, al hacer el análisis de los residuales.

Figura II.3a

AJUSTE CUADRÁTICO

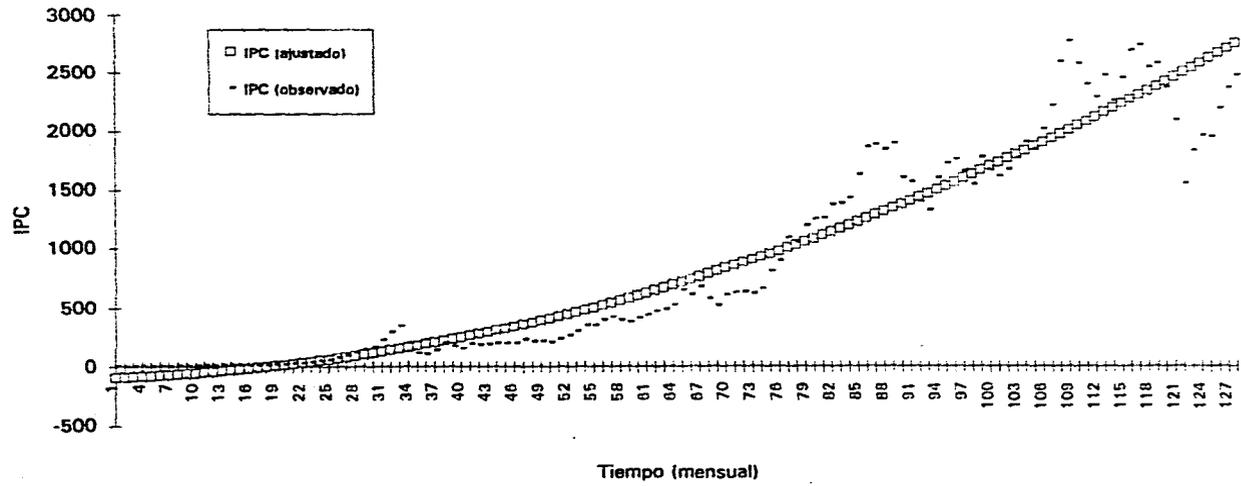


Figura II.3b

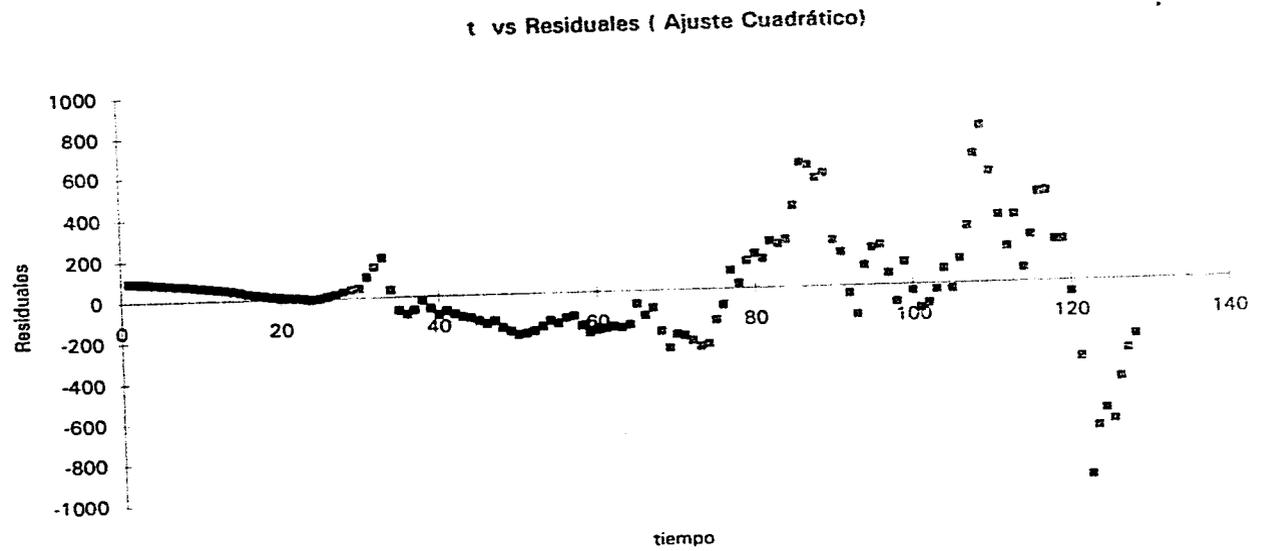


Figura II.4a

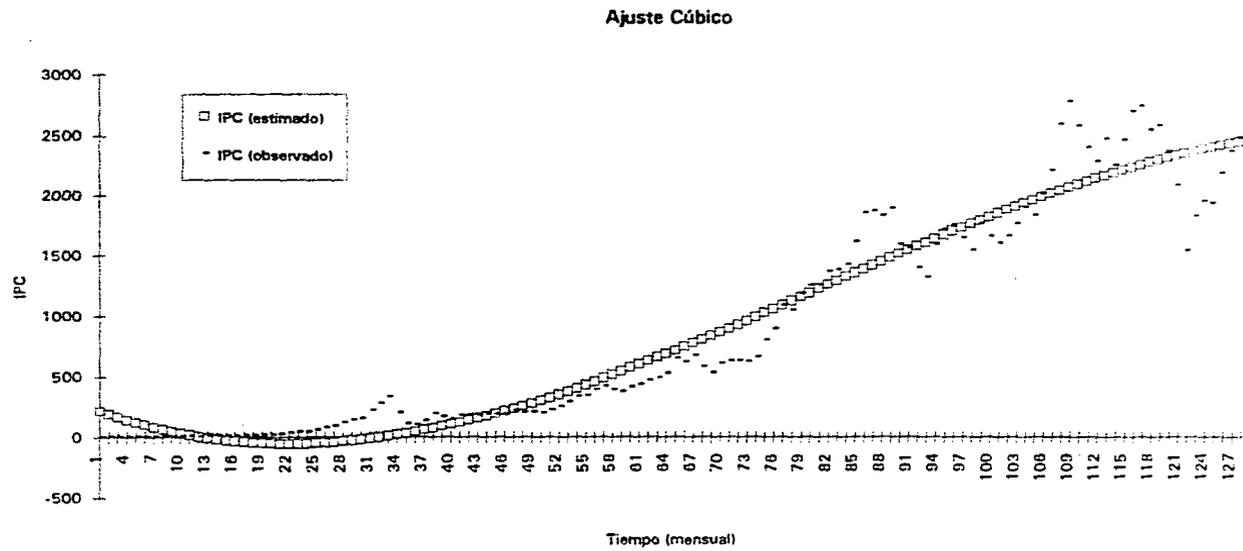


Figura II.4b

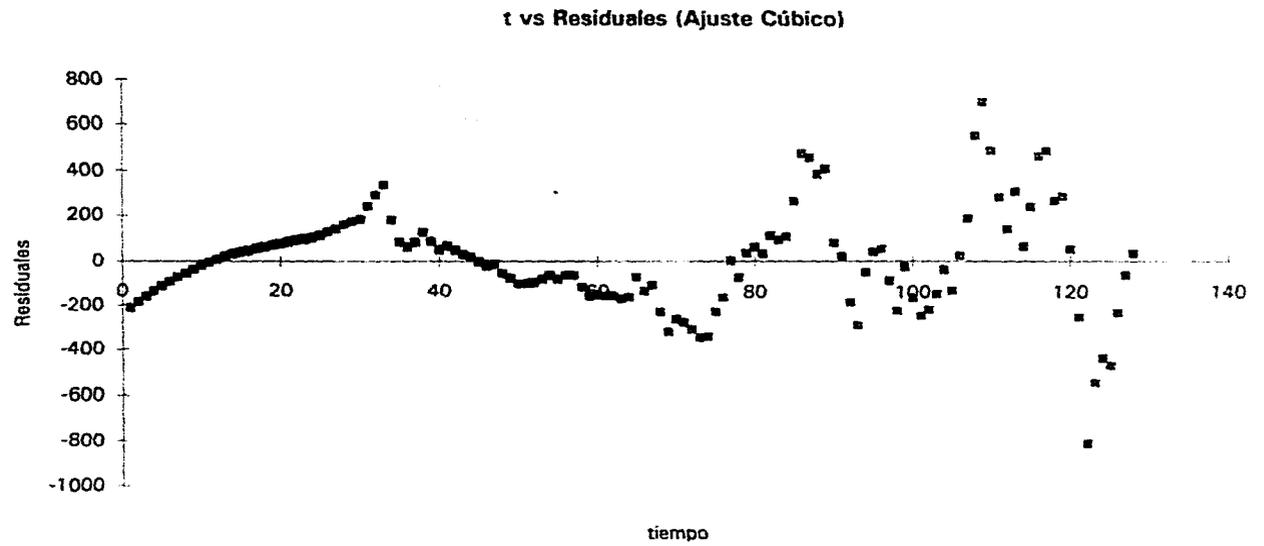


Figura II.5a

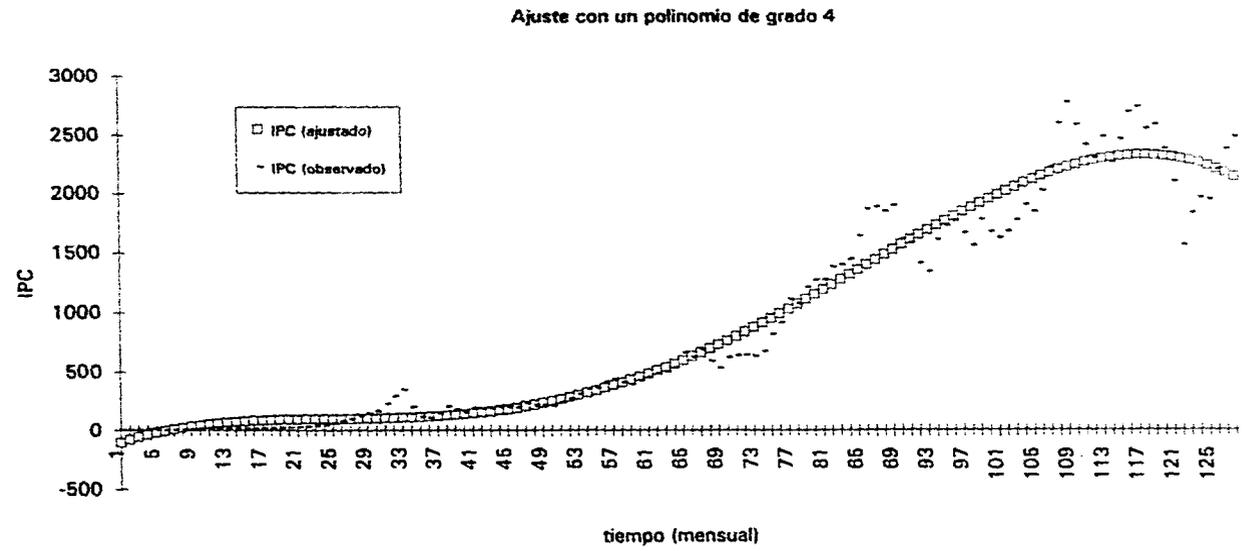
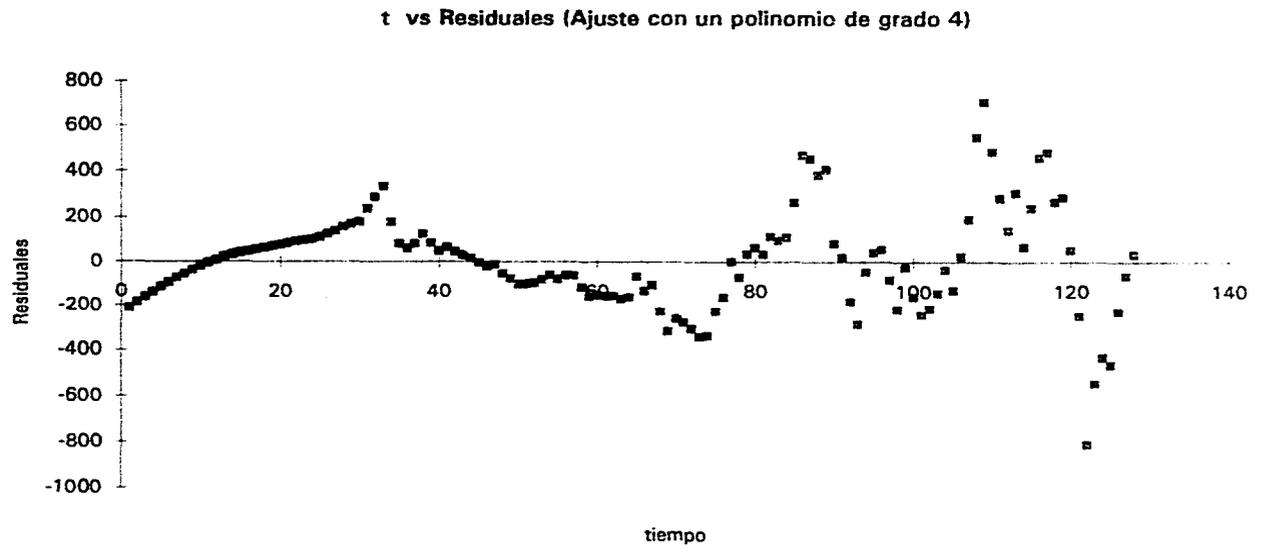


Figura II.5b



# CAPITULO III

## INCONVENIENTES DE LOS AJUSTES LINEALES (VIOLACIÓN DE LOS SUPUESTOS)

### 3.1 Análisis de Residuales

Como ya se vio, los residuales se definen como las diferencias:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Donde: } Y_i \text{ es la observación.}$$

$\hat{Y}_i$  es el valor ajustado

De esta definición, se puede afirmar que los residuales son las diferencias entre lo realmente observado y la predicción realizada por la ecuación de regresión, esto es, el monto que la regresión no ha sido capaz de explicar.

Por lo anterior se puede considerar a los residuales como los errores observados "si el modelo fuera correcto".

Si nuestro modelo ajustado es correcto, los residuales deben mostrar una "tendencia" a cumplir con los supuestos establecidos en el modelo:

$E(\varepsilon_i) = 0$	Para toda $i = 1, 2, \dots, n$	
$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$	Para toda $i = 1, 2, \dots, n$	( Homocedasticidad )
$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$	Para toda $i \neq j$	
$E(\varepsilon_i) \sim N(0, \sigma^2)$	Para toda $i = 1, 2, \dots, n$	

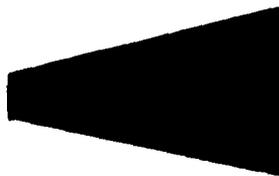
De esta manera, el análisis de residuales tiene por objeto poder concluir alguna de las siguientes afirmaciones:

- 1.- Los supuestos parecen no cumplirse.
- 2.- No hay evidencia que indique que los supuestos no se cumplen.

Existen diferentes métodos para llevar a cabo el análisis de los residuales, entre ellos se encuentran los métodos gráficos<sup>1</sup>.

En nuestro caso hemos utilizado uno de los diferentes caminos que abarcan los métodos gráficos, el cual consiste en graficar los residuales contra los valores de la variable  $X_i$  (tiempo). Lo cual, debido a que nuestra variable  $X_i$  está dada por intervalos igualmente espaciados de tiempo, equivale a graficar los residuales en orden de tiempo.

Al revisar nuevamente las gráficas de los residuales en los modelos lineal simple y en los polinomios del tiempo, figuras II.2b, II.3b, II.4b y II.5b, observamos un comportamiento similar en los residuales, el cual consiste en ir creciendo a lo largo del tiempo o conforme aumenta nuestra variable. Esto describe el siguiente comportamiento en las gráficas:



Tiempo

Este comportamiento nos indica que se está violando el supuesto de homocedasticidad, es decir que la varianza de los errores no es constante. En este caso se propone lo siguiente:<sup>2</sup>

- 1) Como la varianza es no constante (hay heterocedasticidad), necesitamos correr la regresión utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ponderados (Mínimos Cuadrados Generalizados) o hacer una transformación en las observaciones  $Y_i$  antes de realizar el análisis de regresión.

---

<sup>1</sup> Ver N.R. Draper, "Applied Regression Analysis", Segunda edición, John Wiley & Sons, Pag. 142.

<sup>2</sup> Ibid., Pag. 144-148.

2) Como la varianza crece con el tiempo, implica que un análisis bajo el método de Mínimos Cuadrados Ponderados debió haberse usado.

Una prueba estadística que nos permite confirmar lo observado en las gráficas anteriores consiste en utilizar la estadística siguiente:<sup>1</sup>

En general  $T_{pq} = \sum e_i^p Y_i^q$

Entonces:  $T_{21} = \sum e_i^2 Y_i$  es la estadística que nos permite medir el efecto de heterocedasticidad. De manera que, un valor grande de dicha estadística nos indica que se está presentando éste efecto en el modelo.

En nuestro caso, al realizar este cálculo ( en el modelo lineal simple ), obtuvimos:

$$T_{21} = 14187237718$$

Este valor es sumamente grande, lo cual nos confirma que los datos presentan el problema de heterocedasticidad. Para corregir esta violación del supuesto 3 del modelo lineal vimos dos posibles alternativas, hacer un análisis por mínimos cuadrados ponderados o hacer una transformación a la variable Y (IPC) antes de correr la regresión.

Primero veremos algunas transformaciones para posteriormente revisar si se viola algún otro supuesto y de no ser así, correr la regresión utilizando el método de mínimos cuadrados ponderados.

### 3.2 Transformaciones

A continuación, veremos algunas relaciones no lineales (en las variables), pero que mediante alguna transformación pueden ser linealizadas.

---

<sup>1</sup> Ver N.R. Draper, "Applied Regression Analysis", Segunda edición, John Wiley & Sons, Pag. 150

En base a las relaciones con dos variables, veremos algunos modelos que provienen de una forma general de transformaciones propuesta por Box - Cox:<sup>1</sup>

$$a) Y = A_0 X^\beta \quad (\text{Modelo Log-log})$$

Puede ser aplicado cuando los datos originales han sido transformados o siguen un comportamiento bajo formas logarítmicas

$$b) Y = e^{\alpha + \beta X} \quad (\text{Modelo Semilog})$$

Este modelo es muy usado en econometría para modelos de capital humano, donde Y representa ingresos y X años de escolaridad. Un caso especial se tiene cuando X denota tiempo, entonces la función describe una variable Y con una tasa proporcional constante de crecimiento o decrecimiento.

$$c) Y = \frac{K}{1 + b e^{-at}} \quad (\text{Función Logística}^2)$$

Esta función se usa ampliamente para describir tendencias de crecimiento. Muestra un comportamiento asintótico a partir de ciertos niveles.

Al realizar las transformaciones en los modelos anteriores, obtenemos las siguientes relaciones lineales que nos permiten resolver el problema de estimar los parámetros mediante regresiones lineales:

$$a) \ln Y = \alpha_0 + \beta \ln X + \varepsilon$$

$$b) \ln Y = \alpha_0 + \beta X + \varepsilon$$

---

<sup>1</sup> Ver J. Johnston, "Econometric Methods", McGraw-Hill, Tercera edición, 1991, Pag. 62-74

<sup>2</sup> La curva logística se usa frecuentemente como una aproximación plausible para el crecimiento de alguna "población" (bacteriológica, animal, humana o económica). Por otro lado, esta curva no se obtiene directamente de la relación lineal general planteada por Box-Cox.

$$c) \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \hat{a} - (\hat{a}/k)Y_t + \varepsilon_t \dots\dots\dots (*)$$

En nuestro caso, una vez que corremos las regresiones y obtenemos los estimadores de mínimos cuadrados, regresamos a los modelos originales obteniendo las siguientes funciones de estimación:

$$a) Y = (0.1632765) t^{1.964455}$$

$$b) Y = (14.617) e^{(0.0484)t}$$

$$c) Y = \frac{2219.544}{1 + (1182.89844) e^{(-0.0484)t}}$$

Al observar los resultados obtenidos de las regresiones en las tablas III.1, III.2 y III.3 podemos ver que al transformar los modelos en modelos lineales los valores de R<sup>2</sup> son altos en los dos primeros casos y los intervalos de confianza de los estimadores son más estrechos. Sin embargo al analizar las gráficas de las figuras III.1 y III.2 podemos percibir que se sigue presentando un "buen" ajuste para los primeros 4 años, pero en los últimos, las fluctuaciones del IPC son muy fuertes, por lo cual los residuales seguirán presentando la misma tendencia de crecer con el tiempo.

Por otro lado, el ultimo modelo (función logística), cuyos resultados se muestran en la tabla III.3, no presenta un buen ajuste para el modelo linealizado ni para las observaciones reales. Lo anterior se puede observar en la gráfica de la figura III.3, donde se presenta el comportamiento asintótico de esta función que en nuestro caso no es la tendencia que presenta el crecimiento (o decrecimiento) del IPC.

Por lo anterior, hemos visto que las transformaciones en las variables del modelo no nos han ofrecido mayores avances en el ajuste de los datos durante los últimos años. Esto puede ser por que se este violando algún otro supuesto y por la necesidad de usar mínimos cuadrados ponderados para corregir la heterocedasticidad.

Primero revisaremos si se viola algún otro supuesto del modelo.

---

\* El método que se presenta para encontrar los parámetros de la función logística es un procedimiento lineal basado en que el tiempo es medido en intervalos constantes ( Ver J. Johnston, "Econometric Methods", McGraw-Hill, Tercera edición, 1991, Pag. 72 y 73 ), sin embargo, existen otros métodos de estimación directa basados en métodos no lineales.

TABLA III.1

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.96125531
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.92401178
R <sup>2</sup> ajustado	0.92340869
Error estándar	0.53091318
Observaciones	128

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	g.l.	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Significancia de F
Regresión	1	431.865751	431.866	1532.15165	2.26356E-72
Residuos	126	35.51546905	0.282		
Total	127	467.38122			

	Coefficientes	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-1.8123069	0.200210745	-9.052	2.0784E-15	-2.203517872	-1.4160959
x1	1.96445516	0.050187001	39.143	9.8348E-73	1.865136617	2.06377371

Función de Ajuste:  $\ln Y = -1.81231 + (1.964455) \ln t$

Figura III.1

Ajuste Mediante el Modelo Log-log

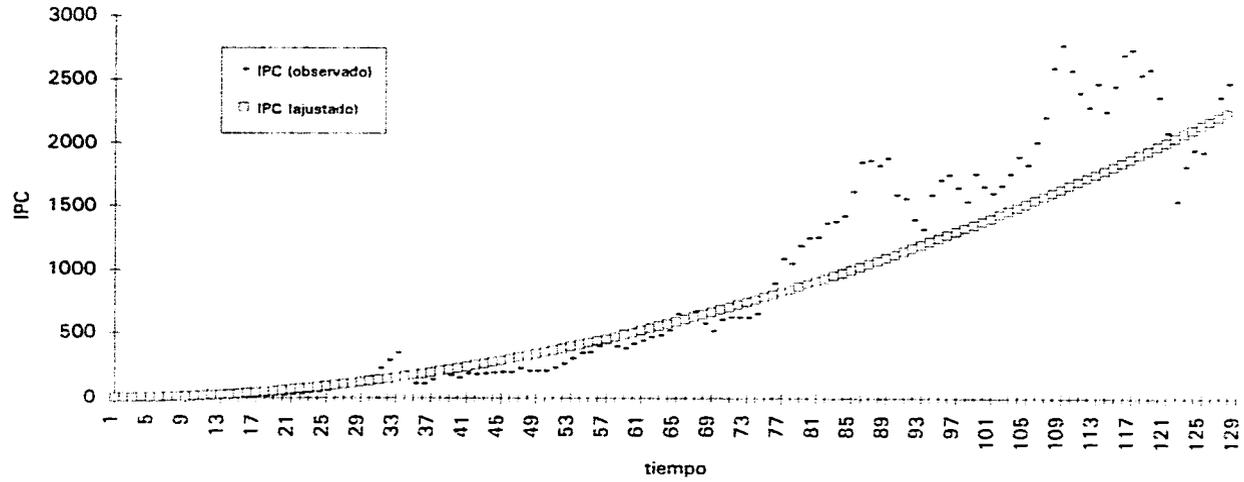


TABLA III.2

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.93654342
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.87711357
R <sup>2</sup> ajustado	0.87613829
Error estándar	0.67515317
Observaciones	128

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	g.l.	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Significancia de F
Regresión	1	409.9464126	409.9464126	899.33701	3.29335E-59
Residuos	126	57.43480742	0.455831805		
Total	127	467.38122			

	Coefficientes	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	2.68217152	0.120054108	22.34135558	7.9547E-46	2.444588101	2.91975494
x1	0.04843424	0.00161507	29.98894813	1.7865E-59	0.045238064	0.05163041

Función de Ajuste:  $\ln Y = 2.682172 + (0.048434) t$

Figura III.2

### Ajuste Mediante el Modelo Semilog

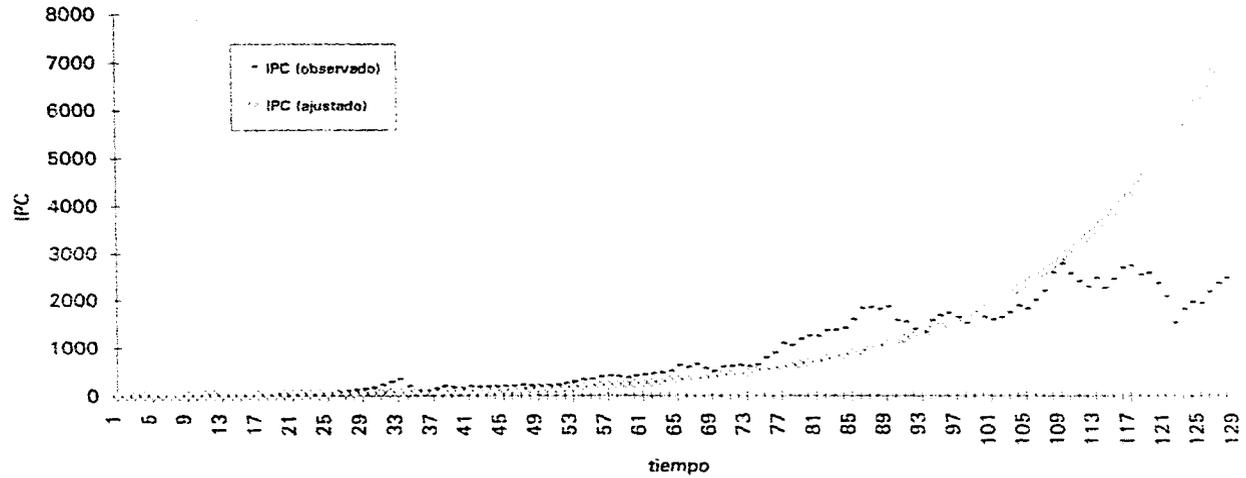


TABLA III.3

**ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN**

Coefficiente de correlación múltiple	0.306835133
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.094147799
R <sup>2</sup> ajustado	0.086900982
Error estándar	0.129195112
Observaciones	127

**ANÁLISIS DE VARIANZA**

	g.l.	Suma de Cuadrados	Promedio de los Cuadrados	F	Significancia de F
Regresión	1	0.216847793	0.217	12.99160601	0.000450307
Residuos	125	2.086422122	0.017		
Total	126	2.303269915			

	Coefficientes	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
intercepción	0.104267518	0.016447782	6.339	3.75708E-09	0.071715317	0.13531972
x1	4.6977E-05	1.30333E-05	3.604	0.000449087	2.11825E-05	7.27715E-05

a= 0.104267518  
a/k= 4.6977E-05  
k= 2219.543612

b= ((k-Y)/Y) \* exp(at)  
= 1182.898442

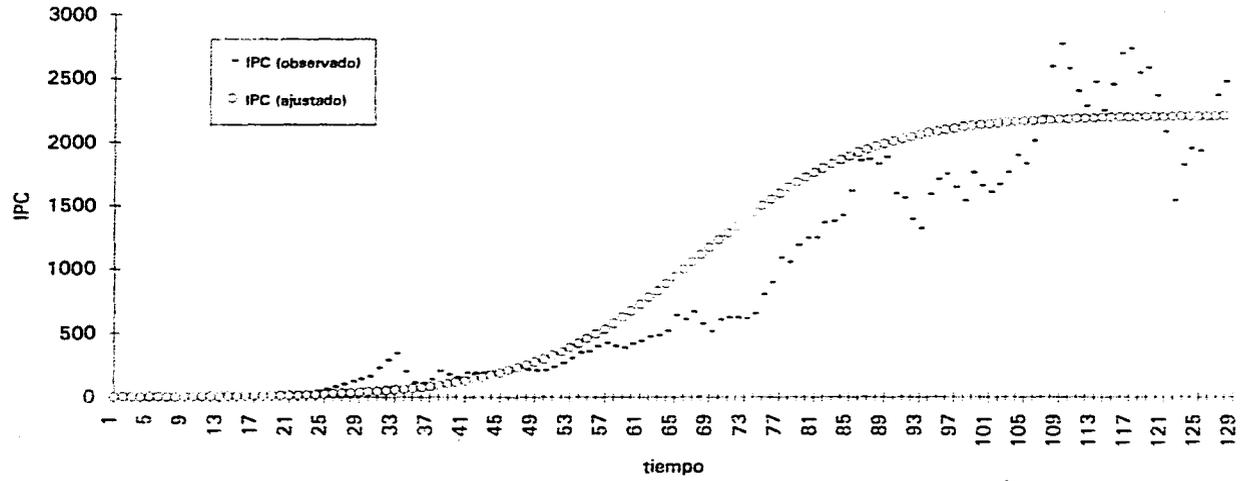
64.5 917.2683828

Función de Ajuste:

$$Y = 2219.544 / ( 1 + 1182.89844 * \exp(-0.104268 t) )$$

Figura III.3

Ajuste Mediante La Función Logística



### 3.3 Autocorrelación (Correlación Serial)

Recordemos que en los supuestos del modelo lineal general (supuesto 3) habíamos asumido que los errores aleatorios son no correlacionados dos a dos, es decir, que la covarianza entre ellos  $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$  es cero para toda  $i \neq j$ .

A pesar de que esta suposición no es necesaria para obtener los estimadores de Mínimos Cuadrados, su violación invalida las propiedades óptimas de dichos estimadores, es decir, el análisis de regresión es afectado en tres formas:

- 1.- Los estimadores de Mínimos cuadrados ya no tienen varianzas mínimas.
- 2.- Los estimadores de  $V(\alpha)$  y  $V(\beta)$  pueden subestimar en forma seria las varianzas de los estimadores de Mínimos Cuadrados.
- 3.- Los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis no son teóricamente válidas.

Hay muchas formas en las cuales los errores pueden ser correlacionados, una de las más comunes es cuando ellos se encuentran serialmente correlacionados ( autocorrelacionados ), esto es, que las correlaciones entre los errores rezagados  $s$  pasos es siempre la misma, o dicho de otra manera, que los errores del modelo se encuentran correlacionados como funciones del tiempo. Para este tipo de correlación se usa la notación  $\rho_s$ ,  $s = 1, 2, 3, \dots$

Una de las causas principales de la autocorrelación es el efecto que presenta en las perturbaciones (errores) la influencia pura de la omisión de variables explicativas. Como la teoría económica no prescribe una lista de variables explicativas que deban incluirse en una relación y en algunos casos, las limitaciones de los datos cortan el número de variables que pueden ser incluidas en el modelo, muchos problemas prácticos presentan este fenómeno.

Una segunda causa de autocorrelación puede ser una especificación incorrecta en cuanto a la forma de la relación entre las variables (violación del supuesto 1), es decir, que la relación planteada entre las variables no sea la correcta. Este problema se deriva fundamentalmente de las siguientes circunstancias:

- a) Omisión de variables importantes, con lo cual el término de perturbación ( $\varepsilon_i$ ) va a representar la influencia de las variables omitidas
- b) Inclusión de variables irrelevantes.
- c) La relación entre X y Y no es lineal.

d) Los parámetros no permanecen constantes durante el periodo de tiempo de la muestra.

Una tercera posible causa de autocorrelación puede ser por errores de medida en la variable dependiente, es decir, que un término de perturbación puede también contener una componente debida al error de medida de la variable "explicada".

Existen diferentes formas para detectar la correlación serial en los residuales, gráficamente se puede detectar cuando al graficar los residuales contra el tiempo, se nota que los residuos del mismo signo aparecen agrupados. En nuestro caso, si observamos nuevamente las gráficas II.2b, II.3b y II.4b podemos ver claramente estas agrupaciones de puntos que van subiendo y bajando de acuerdo a su signo.

La autocorrelación puede ser de diferentes ordenes; la correlación entre residuales con rezago de uno (o dos, o tres, ...) pasos es llamada correlación serial de orden 1 (o dos, o tres, ...)

Empíricamente, la correlación serial de orden 1 puede ser examinada al graficar cada residual, excepto el primero, contra el que le precede, presentándose la correlación serial positiva cuando los puntos muestran una tendencia creciente de la parte inferior izquierda hacia la parte superior derecha.

Para ver correlaciones de un orden mayor podemos hacer gráficas similares para los residuales dos pasos atrás, tres pasos atrás y así sucesivamente.

Para nuestro problema, presentamos en las figuras III.4, III.5, III.6 y III.7 gráficas donde se comparan los residuales contra sus rezagos uno, dos, tres y cuatro pasos atrás respectivamente, para ver de que orden podría ser nuestra correlación.

Al observar estas gráficas, es evidente en todas ellas la tendencia creciente "de la parte inferior izquierda hasta la parte superior derecha". Lo anterior nos muestra empíricamente que en los datos, los errores observados al ajustar el IPC presentan una correlación serial positiva de orden 1, 2, 3, 4 y probablemente de mayor grado.

Un enfoque más formal para detectar la autocorrelación nos lo da la estadística Durbin-Watson, la cual nos permite comprobar lo observado en las gráficas. Esta prueba consiste en lo siguiente:

Se había asumido que los errores  $\epsilon_t$  en el modelo lineal general  $Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_t$  eran variables independientes  $N(0, \sigma^2)$ , es decir, que toda autocorrelación  $\rho_\epsilon = 0$ .

Figura III.4

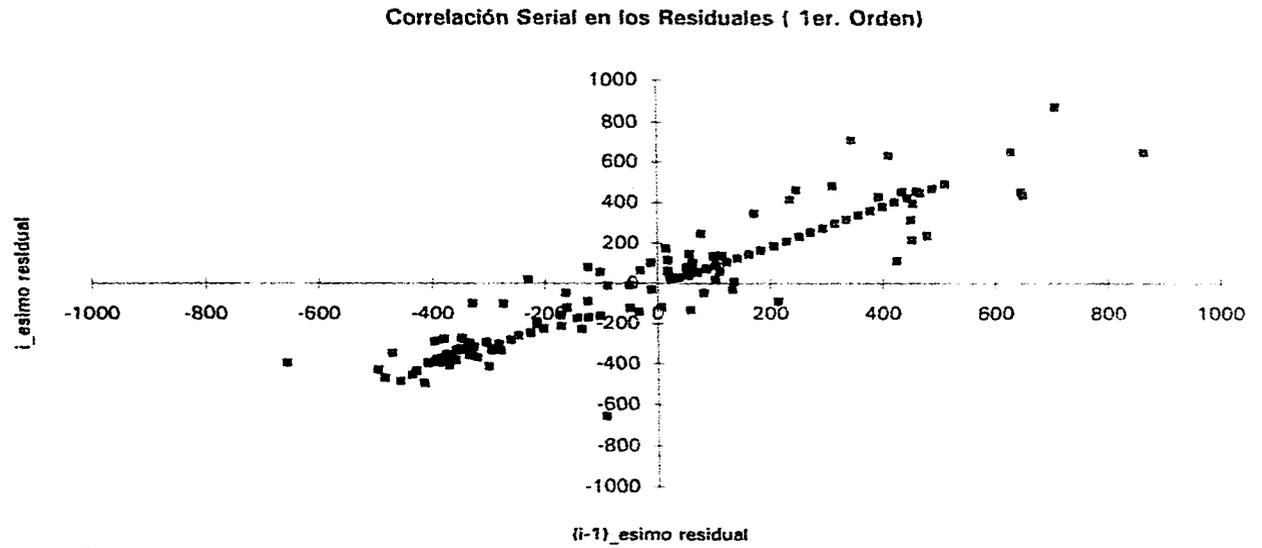


Figura III.5

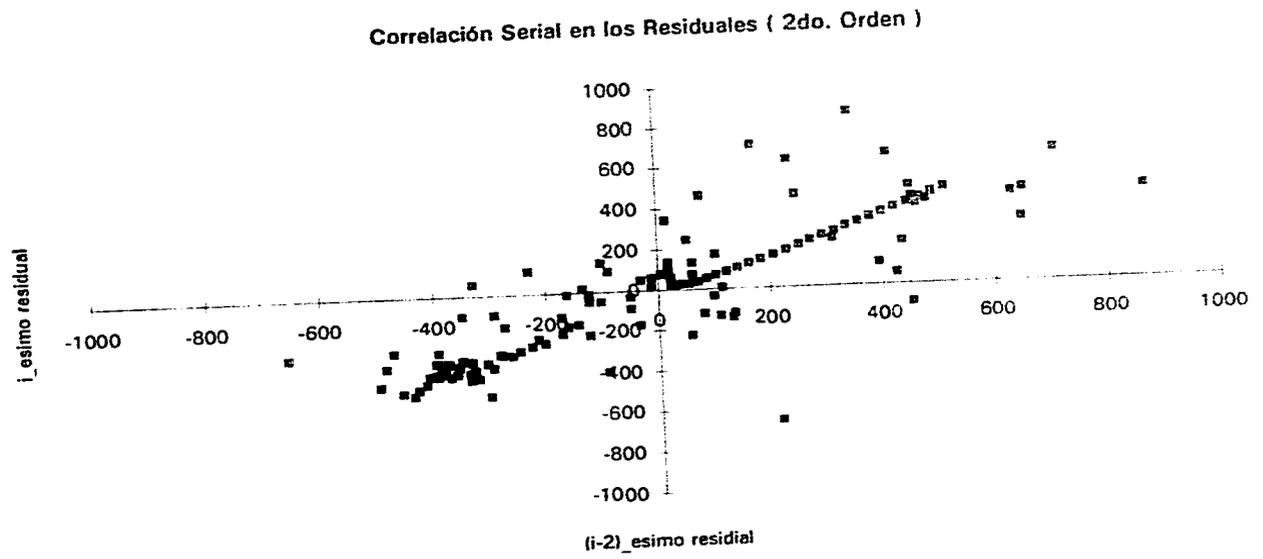


Figura III.6

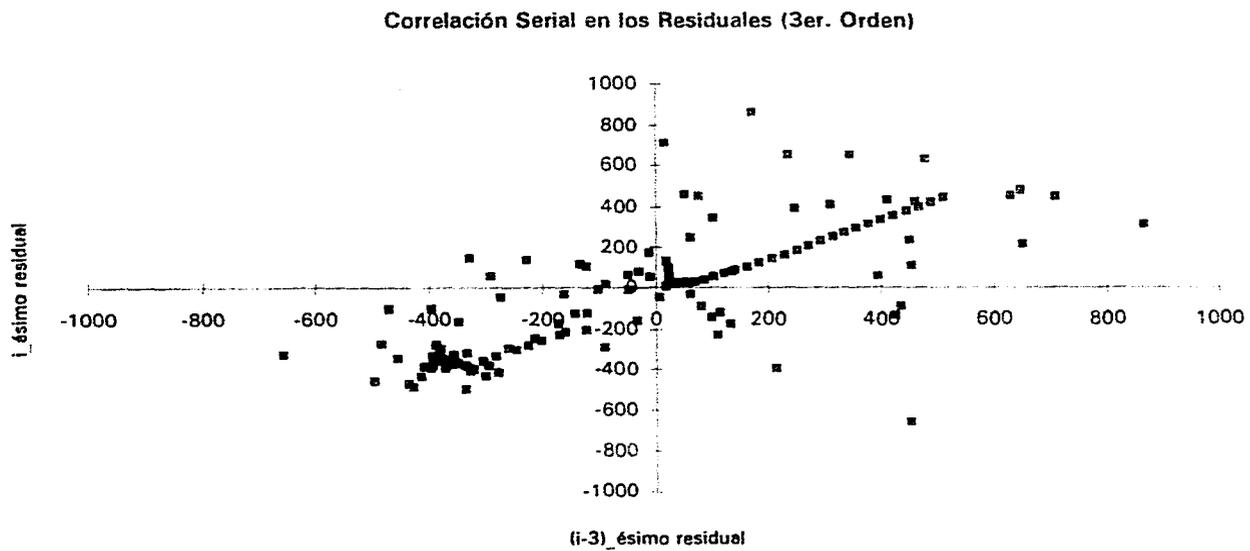
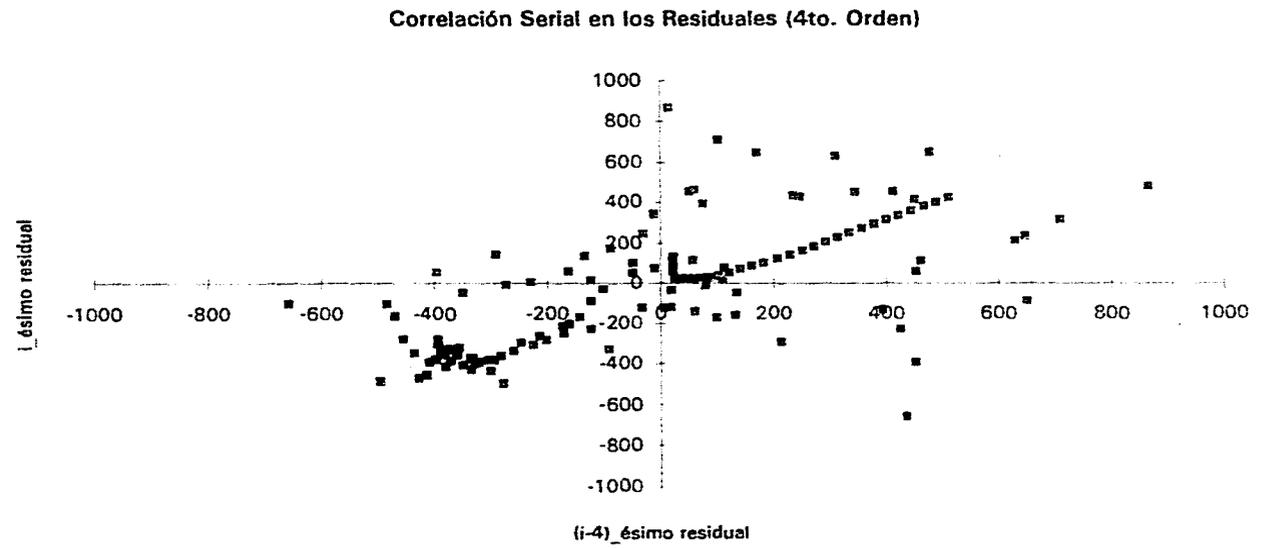


Figura III.7



Así, mediante la estadística Durbin - Watson probamos la hipótesis nula  $H_0 : \rho_s = 0$  contra la hipótesis alternativa  $H_1 : \rho_s = \rho^s$  ( $\rho_s \neq 0$  ó  $|\rho_s| < 1$ ).

Esta prueba se basa en la suposición de que los errores  $\epsilon_t$  en el modelo de regresión forman una serie autorregresiva de primer orden dada por:

$$\epsilon_t = \rho\epsilon_{t-1} + \eta_t \quad t \geq 2$$

Donde  $|\rho| < 1$  es la pendiente de la recta que pasa por el origen y  $\eta_t$  es el error aleatorio, pero que no se encuentra correlacionado con cualquier otra componente<sup>1</sup>.

La estadística Durbin - Watson se basa en los residuales que resultan después de obtener la ecuación de regresión estimada para el modelo lineal general. Una vez que tenemos los residuales formamos la siguiente estadística:

$$d = \frac{\sum (\epsilon_t - \epsilon_{t-1})^2}{\sum \epsilon_t^2}$$

donde

$$\epsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

En base al valor de  $d$  determinamos el rechazar o no rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

Durbin y Watson en 1951, tabularon los límites inferior y superior ( $d_L$ ,  $d_U$ ) respectivamente, para probar  $H_0$  con diferentes niveles de significancia ( $\alpha = 0.05, 0.025, 0.01$ )<sup>2</sup>. Las tablas muestran los límites ( $d_L$ ,  $d_U$ ) para diferentes números de observaciones  $n$ , y para  $k = 1, 2, \dots, 5$  variables explicativas  $X_i$ .

Los criterios de decisión de la prueba son los siguientes:

- 1.- Para probar  $H_0 : \rho = 0$  contra  $H_1 : \rho > 0$  (Un lado):
  - Si  $d < d_L$  rechazamos  $H_0$  con un nivel de significancia  $\alpha$ .
  - Si  $d > d_U$  no rechazamos  $H_0$ .
  - Si  $d_U < d < d_L$  la prueba no es concluyente.

<sup>1</sup> El término  $\eta_t$  se denomina de manera común como ruido blanco.

<sup>2</sup> Ver N.R. Draper, "Applied Regression Analysis", Segunda edición, John Wiley & Sons, Pag. 164, 165 y 166 (Tablas de Durbin - Watson al 5%, 2.5% y 1%)

- 2.- Para probar  $H_0: \rho = 0$  contra  $H_1: \rho < 0$  ( Un lado ):  
 Repetimos el procedimiento anterior usando  $(4 - d)$  en lugar de  $d$
- 3.- Para probar  $H_0: \rho = 0$  contra  $H_1: \rho \neq 0$  ( Dos lados ):  
 - Si  $d < d_L$  ó  $(4 - d) < d_L$  rechazamos  $H_0$  con un nivel de significancia  $2\alpha$ .  
 - Si  $d > d_U$  y  $(4 - d) < d_U$  no rechazamos  $H_0$  al nivel  $2\alpha$ .  
 - En otro caso la prueba no es concluyente

En nuestro problema, al calcular la estadística Durbin - Watson obtuvimos los siguientes resultados con un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ :

$$d = -2.86703E-05$$

y de las tablas  $d_L = 1.7$   
 de donde  $d < d_L$

Por lo anterior, situándonos en el caso 1, rechazamos la hipótesis nula, quedándonos con la hipótesis alternativa de que existe autocorrelación positiva.

De esta manera, confirmamos que nuestro modelo presenta autocorrelación positiva de primer orden. Este tipo de autocorrelación se puede corregir mediante ciertas transformaciones en las variables<sup>1</sup>, sin embargo, en nuestro caso se presenta autocorrelación de orden 2, 3, 4 y probablemente de orden mayor (como se muestra en las figuras III.5, III.6 y III.7) por lo cual se sugiere buscar otros métodos alternativos.

Uno de estos métodos podría ser el utilizar Mínimos Cuadrados Generalizados<sup>2</sup>. Para ello asumimos lo siguiente:

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad \text{para toda } t$$

La autocovarianza con rezago  $s$  se define por:

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = \gamma_s \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

$$\gamma_0 = \sigma^2$$

Entonces el coeficiente de correlación con rezago  $s$  se define por:

$$\rho_s = \gamma_s / \gamma_0 \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

<sup>1</sup> Ver George C. Canavos, "Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Metodos", McGraw-Hill / Interamericana de México, S.A. de C.V., primera edición 1988, Pag. 485, 486.

<sup>2</sup> Ver J. Johnston, "Econometric Methods", McGraw-Hill, Tercera edición 1991, Pag. 287-293

Entonces, la matriz de varianzas de los errores tiene la siguiente forma

$$\text{Var}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_{n-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \dots & \gamma_{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n-1} & \gamma_{n-2} & \gamma_{n-3} & \dots & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

$$= \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \rho_{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

El planteamiento anterior, ha asumido una estructura temporal o de series de tiempo, pero este mismo fenómeno puede surgir con datos separados o saltados que no lleven ningún orden, es decir, se puede presentar esta autocorrelación con observaciones que no sean contiguas. De esta manera, se pueden observar relaciones funcionales entre los errores como lo muestran los ejemplos siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = f(u_2, u_3) \\ u_2 = f(u_1, u_3, u_4, u_5) \end{array} \right\} \rightarrow \text{En estos casos los errores están relacionados con errores de unidades contiguas.}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = f(u_6, u_{10}) \\ u_8 = f(u_1, u_5, u_{14}, u_{20}) \end{array} \right\} \rightarrow \text{En estos casos los errores no están relacionados con errores de unidades contiguas presentando la llamada } \textit{autocorrelación espaciada}.$$

Así, tendríamos algunos elementos distintos de cero fuera de la diagonal en la matriz  $\text{var}(\mathbf{u})$ .

La estimación de la varianza de los errores presentada en  $\text{var}(\mathbf{u})$ , para una muestra finita, es prácticamente imposible cuando el número de parámetros desconocidos  $\rho_i$  es muy grande y difícil de determinar.

En nuestro caso hemos detectado que los errores se encuentran autocorrelacionados en diversos ordenes y como tenemos 128 observaciones tendríamos dificultades para estimar estos parámetros, ya que no conocemos el orden preciso de la autocorrelación y no sabemos si la correlación se presenta únicamente en unidades contiguas, puesto que es muy probable que exista autocorrelacion espaciada. De este modo, la viabilidad de

los modelos que hemos presentado se pone en total duda y los datos deberán ser reconsiderados en base a esta nueva información para buscar otros procedimientos que nos den mejores resultados, sin olvidar aspectos importantes que influyeron en estos fenómenos, como pueden ser la omisión de variables importantes, que los parámetros no permanecen constantes durante el periodo de tiempo de la muestra y principalmente, el no tener una relación lineal.

En la práctica, cuando no podemos estimar los parámetros de  $\text{var}(u)$ , el procedimiento a seguir es reducir el número de parámetros desconocidos postulando algunas estructuras para los errores. En los modelos de series de tiempo, las estructuras son típicamente procesos autorregresivos (AR) o procesos de promedios variables (MA) con lo cual se pueden plantear modelos univariados de series de tiempo (ARIMA) y modelos multivariados de series de tiempo (MARMA) - conocidos como funciones de transferencia -.

El revisar la metodología y teoría de las series de tiempo se sale de los objetivos del presente trabajo, sin embargo mencionaremos algunos aspectos interesantes sobre trabajos de este tipo que despierten interés en el estudio de estas técnicas, como es la estructura del siguiente modelo:

“ El proceso a seguir para obtener un modelo que sirva para pronosticar el índice de la Bolsa de Valores puede sintetizarse en cinco puntos principales:

- Identificación y estimación de modelos univariados de Series de Tiempo (ARIMA) para cada una de las series en estudio.
- Investigar y establecer patrones de causalidad entre las distintas variables y el Índice de la Bolsa de Valores (si esta es unidireccional y en que sentido, o bien si la causalidad es bidireccional).
- Especificación de modelos multivariados de series de tiempo (MARMA) -conocidos como funciones de transferencia- entre el Índice de la Bolsa de Valores y aquellas series que, en base al punto anterior hayan sido clasificadas como exógenas al Índice de la Bolsa.
- Estimación de los parámetros de estos modelos y verificar su grado de ajuste.
- Emplear los modelos de función de transferencia para predecir el Índice de la Bolsa de Valores.”<sup>1</sup>

La estructura del modelo anterior se basa en la metodología Box - Jenkins de series de tiempo. Su propósito es crear un modelo que permita predecir posibles cambios en la

---

<sup>1</sup> Chavez-Ruiz Breen Javier, “Sistema de Pronóstico para la Bolsa de Valores: Teoría y Aplicación de Modelos Multivariados de Series de Tiempo”, Investigación, Instituto Mexicano del Mercado de Capitales, 1985.

Bolsa explicando el comportamiento de una variable endógena en función de una o mas variables exógenas combinando las características de los modelos de series de tiempo y las de los modelos de regresión.

Un modelo multivariado de esta naturaleza, considera un análisis de causalidad entre el IPC y otras series como puede ser el medio circulante, la oferta monetaria en términos reales, un índice de sobrevaluación del peso, el índice de producción industrial, el nivel de las tasas de interés, el Índice de Precios al Consumidor, el Índice de construcción, etc. Este análisis de causalidad se realiza con el fin de encontrar indicadores adelantados para el IPC (X causa Y) y para estudiar que tan eficiente es el mercado (X causa Y y Y no causa X). Posteriormente se forma un índice compuesto que englobe la información de las variables y se aplica la metodología de series de tiempo para encontrar la dirección de causalidad entre esta nueva variable y el IPC. Finalmente, una vez que se seleccionaron las variables que cumplen con el concepto de indicadores adelantados del IPC y que además son exógenas al Índice (X causa Y pero Y no causa X), se identifican y estiman tantas funciones de transferencia como variables exógenas haya, para posteriormente realizar simulaciones con los modelos estimados.

De esta forma, debido a la naturaleza de nuestros datos y en base a los análisis anteriores nos vamos dando cuenta de la complejidad que va tomando el problema llevándonos a otro plano, que es análisis de series de tiempo, en donde encontraremos mejores ajustes con menores fluctuaciones, pero tal vez no tan satisfactorios como quisiéramos, ya que, como veremos a continuación, el mercado de capitales se ha distinguido, a nivel nacional e internacional, por un comportamiento difícil de explicar, sin un orden aparente y muchas veces fuera de la lógica o con un comportamiento caótico.

### **3.4 Teoría del Caos. Una Perspectiva Diferente del Problema**

#### **Divergencias con la economía tradicional:**

Después de observar y analizar diferentes fenómenos en la naturaleza y en la sociedad se ha encontrado en la mayoría de los casos que el mundo no funciona de manera ordenada, en particular, en economía, los mercados de capitales ( o de valores) carecen de orden y todavía no se entiende como trabajan.

Para hacer el mercado de capitales mas claro, se han creado diversos modelos como simplificaciones de la realidad, asimismo se ha creado toda una estructura analítica para

ayudarnos a comprender los mercados que el mismo ser humano ha creado, sin embargo, los modelos no han trabajado bien y han dejado muchas dudas en sus resultados. En la práctica se ha encontrado que los pronósticos económicos tienen limitada validez empírica y no son muy útiles en la operación diaria del mercado. Por otro lado, cuando estos pronósticos han sido correctos, la estructura del modelo ha sido relevante sólo por un corto lapso de tiempo, lo cual parece indicar que un pequeño cambio en alguna variable puede tener un impacto grande en la teoría del modelo.

Aunado a lo anterior, existen claras evidencias de que el mercado de capitales no actúa en el camino que la teoría aleatoria (teoría de probabilidades) ha establecido. Por ejemplo, el mercado de valores tiene mas cambios drásticos ("outliers") de los que pueden ser atribuidos al ruido normal que presenta un sistema. Asimismo existen otras anomalías en el mercado de capitales, bastante numerosas para ser ignoradas.

En esta parte del trabajo, se muestra una perspectiva diferente al analizar el mercado de capitales, este nuevo enfoque presenta importantes divergencias con suposiciones que asume la teoría económica tradicional.

Por ejemplo, el análisis econométrico habla de equilibrio, asume que un sistema esta en reposo si no hay influencias externas y, cuando las perturbaciones o factores externos se presentan, pueden sacar al sistema del equilibrio, sin embargo el sistema reacciona a las perturbaciones regresando al equilibrio de manera lineal. Pero el equilibrio implica la carencia de fuerzas emocionales como la codicia y el temor que son las que en gran medida envuelven a la economía y en particular al mercado de capitales. La regulación de estas tendencias humanas sería deseable, pero hacerlo implica sacar al sistema de la realidad. Por lo anterior se encuentra que la economía y el mercado están lejos del equilibrio.

Otra divergencia con el punto de vista tradicional es el tratamiento del tiempo, la econometría muchas veces ignora el tiempo o lo trata como cualquier otra variable, pero el ser humano esta influenciado por lo que sucedió en el pasado, sus expectativas para el futuro están formadas por sus recientes experiencias. Este efecto de "pensar atrás", que el pasado influye el presente y el presente influye al futuro es muchas veces ignorado particularmente en la teoría del mercado de capitales.

Todas estas consideraciones hacen un mercado de capitales complicado, donde las soluciones óptimas no funcionan, en cambio tenemos muchas soluciones posibles. Estas características (condiciones lejanas al equilibrio y mecanismos del tiempo que tomen en cuenta el "pensar atrás"), son sintomáticas de los sistemas dinámicos no lineales.

Una divergencia más la encontramos en que la economía tradicional ha basado sus modelos en la Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME), la cual asume que los inversionistas son racionales y ordenados. Un mercado eficiente es aquel que tiene la cualidad de formar precios justos en base a la información disponible y nunca vendedores o compradores tienen ventaja. Por esto, en los mercados eficientes, los precios se mueven sólo cuando es recibida información nueva y los inversionistas son considerados como racionales, ya que, ellos conocen, en un sentido colectivo, que información es importante y cual no, para finalmente llegar a un precio justo. Lo anterior indica que un cambio en el precio de hoy es causado únicamente por las noticias inesperadas del día de hoy, de manera que las noticias de días anteriores no son muy importantes y los resultados actuales son independientes a los resultados de ayer. Entonces, el tener resultados independientes que siguen un camino aleatorio, ellos son variables aleatorias que en el límite (cuando el número de observaciones es muy grande) se convierten en variables con una distribución de probabilidad normal.

De esta manera, la HME tiene como función principal justificar el uso de la probabilidad en el análisis del mercado de capitales. Pero si los mercados, como se planteará más adelante, fueran sistemas dinámicos no lineales, entonces el uso del análisis estadístico común puede dar resultados engañosos, particularmente si un modelo basado en un comportamiento aleatorio es usado.

Algunos de los factores que provocan un desacuerdo con los modelos del mercado de capitales basados en la HME son los siguientes:

- a) La gente, no necesariamente presenta una aversión al riesgo todo el tiempo, ellos pueden a menudo buscar el riesgo.
- b) Las personas no están libres de prejuicios cuando establecen probabilidades subjetivas. Ellos están probablemente más seguros en sus pronósticos que están garantizados por la información que ellos tienen.
- c) La gente puede no reaccionar a la información cuando ésta es recibida, en cambio, puede reaccionar a ella después de que es recibida si se confirma un cambio en una tendencia reciente. Esto es una reacción no lineal opuesta a la reacción lineal marcada por el concepto de inversionista racional.
- d) No hay evidencia que le de soporte a la creencia de que la gente en conjunto es más racional que de manera individual.

Aunado a los puntos anteriores, se ha visto que el intento de simplificar la naturaleza de los mercados haciéndolos ordenados y explicables, ha conducido a conclusiones erróneas. El análisis econométrico tradicional fue deseable porque podría haber resuelto el problema con soluciones óptimas, pero si los mercados son no lineales, hay muchas soluciones posibles y el tratar de encontrar una única solución óptima puede ser una tarea sin sentido.

De esta manera, en este nuevo enfoque del problema, se han presentado algunos argumentos que debilitan suposiciones de la teoría económica común, como es el caso de la supuesta aleatoriedad de los precios en el mercado de capitales. Por ello propone reemplazar los viejos métodos por otros que no se basen en independencia, normalidad o varianza finita, como pueden ser los sistemas dinámicos no lineales.

#### **Sistemas Dinámicos no Lineales:**

En los últimos años, se han registrado importantes avances en áreas matemáticas que estudian los sistemas dinámicos no lineales, lo anterior ha revolucionado el camino de la ciencia en diferentes tipos de procesos evolutivos.

Estos procesos, ocurren en muchas ramas de la ciencia como puede ser la medición de la temperatura, presión y velocidad del viento en meteorología; fluctuaciones de los mercados de valores en economía; en procesos químicos, físicos y biológicos que están inmersos en el tiempo. Todos ellos son ejemplos de sistemas dinámicos.

Se ha encontrado que complejos sistemas naturales pueden ser modelados por ecuaciones diferenciales no lineales. Estas ecuaciones se habían dejado de lado por considerarse poco útiles y demasiado complicadas, sin embargo en los últimos años han mostrado su utilidad por las muchas razones por las que antes eran evitadas, por que la vida es complicada y por ofrecemos muchas posibilidades, ya que por las características del mercado, se necesitan modelos con múltiples soluciones.

Uno de los más comunes métodos para hacer predicciones es el fijar primero un modelo matemático del sistema en estudio y entonces resolver la(s) ecuación(es) resultante. Algunas veces, la solución de estas ecuaciones es fácil, esto ocurre a menudo cuando son lineales, pero cuando las ecuaciones son no lineales la situación cambia drásticamente, hay muy pocas técnicas matemáticas viables para resolver estas ecuaciones explícitamente. Así, se deben usar otros métodos para resolverlas. Muy frecuentemente es necesario el uso de la computadora y muchas aproximaciones técnicas para obtener por lo menos una percepción parcial de donde se encuentra la solución. Pero esta aproximación no es del todo satisfactoria; los últimos avances en el estudio de los sistemas dinámicos no lineales han mostrado que las soluciones por computadora pueden ser totalmente sin sentido.

Muchos sistemas se comportan tan erráticamente o de manera tan desordenada, que el más ligero error en alguna aproximación utilizada en su planteamiento o solución, conduce a predicciones completamente erróneas. Este fenómeno es conocido como "caos".

Caos es un término matemático aplicado para el desarrollo de un sistema que inherentemente no se puede predecir. Fenómenos de este tipo, aparecer en muchas áreas de la vida; hacer predicciones en el mercado de valores o con fenómenos naturales es casi imposible. se puede argumentar que la gran cantidad de factores que influyen en los sistemas económicos o meteorológicos son razones para esta impredecibilidad, pero el caos también puede ocurrir en sistemas que tienen pocos grados de libertad e incluso puede estar presente en sistemas completamente determinísticos.

Un ingrediente fundamental para la existencia del caos es una sensible dependencia en las condiciones iniciales, es decir, si uno hace un pequeño cambio en la configuración inicial de sistema, el resultado puede cambiar drásticamente. Por ello se dice que el sistema es extremadamente sensible a las mediciones iniciales.

En base a lo anterior podemos establecer algunas características importantes de los sistemas dinámicos no lineales, las cuales están profundamente ligadas a las características del caos. Primero, podemos ver que son sistemas de "pensar atrás" (lo que pasó ayer influye en lo que pasa hoy). Una segunda característica es la presencia de niveles críticos, donde existe más de un simple equilibrio (por ejemplo cuando el mercado se encuentra nivelado y el precio de un valor oscila entre dos posibles soluciones).

Otra característica es que el sistema es un "fractal"<sup>1</sup> (esto le da una propiedad de autosimilaridad característica de los sistemas dinámicos no lineales y sintomática de los procesos de "pensar atrás"). Y finalmente estos sistemas presentan esa sensitiva dependencia en condiciones iniciales (característica del caos).

Estos aspectos indican que, si el mercado de capitales funciona como un sistema dinámico no lineal, entonces deberíamos esperar lo siguiente:

- Correlaciones y tendencias en diferentes lapsos de tiempo o en largos plazos (efectos de "pensar atrás").

---

<sup>1</sup> "Fractal" es la geometría del caos. Esta geometría tiene un punto de vista diferente al de la geometría Euclidiana. Originalmente Mandelbrot definió un fractal como un objeto en el cual las partes están en algunos caminos relacionadas para formar el total, es decir, son estructuras que se autoforman en base a la repetición continua de figuras similares, pero que pueden tener diferente escala. El ejemplo más simple en la naturaleza de un fractal es un árbol, las ramas de los árboles en una escala fractal, donde cada rama con sus ramas más pequeñas es similar a el árbol completo en un sentido cualitativo. Por ello se dice que las figuras fractales muestran autosimilaridad con respecto al espacio.

- Mercados equivocados (niveles críticos) bajo ciertas condiciones y en ciertos periodos.
- Resultados de una serie de tiempo que, con más pequeños incrementos del tiempo, parezcan la misma y tenga características estadísticas similares (estructura fractal).
- Menos veracidad en los pronósticos, principalmente cuando nos alejamos del tiempo en el que se plantean las condiciones ( sensible dependencia en condiciones iniciales)

Estas características, en general, surgen cuando un sistema esta lejos del equilibrio. De esta forma, parecen describir el mercado que se conoce por experiencia sin considerar la HME, ya que los mercados no son ordenados ni simples, ellos son revueltos y complejos.

De esta manera se ha presentado un nuevo enfoque del mercado de capitales contrario a la perspectiva común basada en relaciones lineales entre causa y efecto. Bajo esta nueva visión se trata a los mercados como sistemas complejos e interdependientes. Su complejidad ofrece muchas posibilidades e interpretaciones, pero no fáciles respuestas.

Al revisar los fundamentos de los sistemas dinámicos se pueden examinar los sistemas estadísticos no lineales, usando fractales y entonces analíticamente, usar sistemas dinámicos no lineales o teoría del caos.

Finalmente, se presenta una definición depurada del caos en el mercado de capitales como un determinístico sistema dinámico no lineal que puede producir resultados con tendencias aleatorias. Un sistema caótico debe tener una dimensión fractal<sup>1</sup> y debe de exhibir sensitiva dependencia en condiciones iniciales.

---

<sup>1</sup> Una de las principales características de los fractales es el poder tener dimensión fraccional. Por ejemplo, al considerar las series de tiempo de los precios de los valores, esta aparece como una línea "dentada". La línea dentada no es unidimensional porque no es lisa; tampoco es bidimensional porque no llena un plano. dimensionalmente es más que una línea y menos que un plano, por lo cual su dimensión esta entre uno y dos.

## CONCLUSIONES

El análisis del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores presenta características especiales que hacen complejo su estudio. Primero se revisó el contexto del Índice, observando que su comportamiento está determinado en gran medida por la actitud de los inversionistas al reaccionar ante las diferentes situaciones políticas, económicas y sociales que se viven a nivel nacional e internacional. Sin embargo, dicha actitud, en muchas ocasiones, no sigue un comportamiento "ordenado" y se presentan fluctuaciones difíciles de explicar que suelen contraponerse a los preceptos que usualmente se asumen en la teoría estadística, es decir, no se tiene un comportamiento propiamente aleatorio.

Por otro lado, se pueden plantear diversos modelos para explicar el Índice de la Bolsa, pero debido a la naturaleza de este indicador, un cambio en su tendencia puede ocasionar importantes movimientos dentro del Sistema Financiero y pérdidas o ganancias substanciales para los inversionistas, por ello, si los modelos nos muestran las tendencias solo por largos lapsos de tiempo y se presentan errores continuos en su ajuste, aunque teóricamente puedan resultar interesantes, en la práctica serán de muy poca utilidad.

Por lo anterior, al revisar los modelos lineales planteados en el capítulo II se observa que en todos los casos (aunque en menor medida al ampliar el grado de los polinomios) los ajustes únicamente explicaban las tendencias del Índice a largo plazo sin darnos información confiable acerca del comportamiento del Índice a corto plazo. Asimismo, se pudieron ver las irregularidades en los errores (residuales), donde dichos modelos fueron incapaces de explicar las fluctuaciones del Índice principalmente en los últimos años y los errores mostraron la tendencia de crecer con el tiempo (al igual que las fluctuaciones del Índice).

Así, las irregularidades presentadas por el comportamiento de los datos, se hicieron evidentes en los modelos lineales, esto condujo a un análisis más detallado de las hipótesis teóricas que se adoptaron para formular estos ajustes y su posible incumplimiento - que posteriormente sería probado -.

De esta manera, al revisar la violación de los supuestos del modelo lineal en el capítulo III, se probaron los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación serial de primer orden en las observaciones y al tratar de corregir dichas anomalías en primer término mediante transformaciones en los datos observados, al igual que en el capítulo anterior,

que los modelos basados en transformaciones lineales en las variables tampoco nos daban soluciones satisfactorias o prácticamente útiles.

Por consiguiente, al analizar más a fondo las anomalías de los datos, se percibió que el problema de autocorrelación serial positiva era de diversos ordenes, con lo cual se seguían invalidando importantes propiedades de nuestros estimadores en los modelos de Mínimos Cuadrados. En adición a esto, encontramos que las posibles causas de estos problemas venían desde el planteamiento de los modelos, donde posiblemente se hizo una especificación incorrecta del modelo ( la relación entre el IPC y el tiempo no es lineal ), además, en los modelos propuestos fue considerado el tiempo como única variable explicativa, lo cual parece ocasionar el problema de omisión de otras variables importantes que pueden ayudar a la explicación del IPC.

Sin embargo la inclusión de otras variables en el modelo, presenta la peculiaridad de que, por lo general, dichas variables serían series dinámicas similares al IPC, como el tipo de cambio, las tasas de interés, el Índice de Precios al Consumidor, etc.

Lo anterior, aunado al problema de autocorrelación serial positiva de orden desconocido y a que los parámetros de los modelos no necesariamente permanecen constantes durante el periodo de tiempo de la muestra, nos lleva a la teoría de Series de Tiempo como la alternativa más viable, desde el punto de vista de la teoría estadística tradicional, para analizar el Índice de la Bolsa.

En el trabajo no se analizaron los aspectos teóricos de las series de tiempo, sin embargo se citan los pasos que se siguieron en el planteamiento de modelos multivariados de series de tiempo para el caso específico del Índice de la Bolsa (usando la metodología Box - Jenkins.) con el fin de presentar esta posible alternativa de solución al problema de pronosticar el IPC y despertar el interés en el estudio de estos procesos estocásticos, además de mostrar su estrecha relación con el análisis de regresión utilizado en los primeros modelos.

De esta manera, se observa que el problema de analizar el IPC fue tomando una complejidad cada vez mayor y no podemos decir que un modelo de series de tiempo nos explique completamente las fluctuaciones del Índice, ya que, el modelo nos puede dar una solución temporal, pero posiblemente en un determinado lapso de tiempo algunas variables (series) pueden dejar de ser relevantes y deben replantearse las relaciones entre ellas.

Por otro lado, se ha percibido a nivel nacional e internacional que el comportamiento de los mercados de valores tiene la característica de ser sumamente "desordenado" y en ocasiones fuera de un patrón lógico, en particular, hemos visto que el IPC es un

indicador altamente sensible a los acontecimientos políticos del país y a las presiones especulativas, lo cual pone en tela de duda los supuestos de aleatoriedad considerados en los modelos estadísticos y muestra un comportamiento en ocasiones "caótico" fuera de la linealidad esperada.

Por lo anterior, en la última parte del trabajo se presenta una perspectiva diferente del problema basada en la "Teoría del Caos", la cual muestra un enfoque distinto al de la estadística tradicional cuestionando muchos de los supuestos asumidos por la última.

Las principales diferencias las encontramos en el planteamiento de los problemas. La teoría económica tradicional ha basado sus modelos en teorías de equilibrio y principalmente en la "Hipótesis de los Mercados Eficientes" (HME), la cual asume entre otras cosas, que los precios se fijan justamente de acuerdo a la información disponible, sin que compradores o vendedores tengan información privilegiada, lo cual considera que los inversionistas son racionales, ordenados y limpios en sus pensamientos. Asimismo, la HME tiene como función principal justificar el uso de la teoría de probabilidades en el mercado de capitales y asumir un camino aleatorio en el establecimiento de precios para los valores. Contrariamente, bajo este nuevo enfoque del problema, se ha observado que los mercados de capitales se encuentran lejos del equilibrio, son desordenados, complejos, no muestran evidencia empírica de la racionalidad de los inversionistas y el establecimiento de precios en el mercado no sigue un camino netamente aleatorio.

De esta manera, los modelos econométricos tradicionales del mercado de capitales se basaron en aspectos estadísticos como independencia, normalidad, varianzas finitas y relaciones lineales entre causa y efecto. Pero en muchas ocasiones estos modelos presentan inconsistencias importantes.

Por lo anterior, los nuevos métodos provenientes de la ciencia del caos, no dependen de los aspectos estadísticos antes mencionados, sino que en base a las características de los sistemas caóticos (como son, el estar lejos del equilibrio, correlaciones y tendencias en largos lapsos de tiempo -"pensar hacia atrás"-, ser desordenados, presentar una sensible dependencia en condiciones iniciales y principalmente no seguir un comportamiento lineal) utilizan los sistemas dinámicos no lineales en el planteamiento de posibles respuestas.

Cabe señalar, que los sistemas dinámicos no lineales presentan características peculiares que los hacen sumamente complejos, entre ellas tenemos que no es posible encontrar soluciones óptimas como en los modelos estadísticos tradicionales, sino que se obtienen múltiples soluciones, asimismo utilizan sistemas estadísticos no lineales basados en la geometría "fractal", que en el caso del mercado de capitales y las series de tiempo generan figuras autosimilares pero en diferentes escalas (aleatoriamente) en

base a sistemas funcionales iterados. Estos sistemas permiten encontrar un limitado rango de posibilidades pero con un número infinito de soluciones.

En el desarrollo del trabajo no se profundizó en el estudio de la Teoría del Caos y los sistemas dinámicos no lineales, sin embargo se mencionaron características básicas de su comportamiento que nos muestran la existencia de alternativas diferentes en el tratamiento de un problema. En particular, en el mercado de capitales, ante las fallas e inconsistencias en las hipótesis asumidas por los modelos econométricos tradicionales, aparece como una nueva forma de explicar el comportamiento de los mercados con la desventaja de tener mayor dificultad en los procesos y no llegar a soluciones óptimas (pero sí a establecer rangos de soluciones).

Por ello, es importante despertar el interés en la aplicación de esta nueva rama de la ciencia que ha surgido al darnos cuenta que en la naturaleza y en la sociedad no todo es lineal y ordenado.

En nuestro caso, observamos que los modelos planteados en el ajuste del IPC no resultaron lo satisfactorio que quisiéramos, pero en nuestros análisis encontramos las causas de sus inconsistencias, las cuales nos sirvieron para señalar otros caminos que nos permitirán llegar a mejores respuestas.

## BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Caro R. Efraín / Vega J. Francisco / Robles F. J. Javier / Gamboa Gerardo J., "El Mercado de Valores en México", Edit. Ariel Divulgación, primera edición, Abril 1995.
- 2.- López E. Víctor M., "Escenario del Mercado Bursátil Mexicano", Edit. Nacional Financiera, primera edición, 1992.
- 3.- J. Johnston, "Econometric Methods", Edit. Mc.Graw-Hill, Inc., tercera edición, 1991.
- 4.- Draper N.R., "Applied Regression Analysis", Edit. John Wiley & Sons, segunda edición.
- 5.- Canavos George C., "Probabilidad y Estadística", Edit. Mc Graww-Hill / Interamericana de México S.A. de C.V., primera edición, 1988.
- 6.- Chavez Javier - Ruiz Breen, "Sistemas de Pronostico para la Bolsa de Valores; Teoría y Aplicación de Modelos Multivariados de Series de Tiempo", Edit. Instituto Mexicano del Mercado de Capitales, 1985.

- 7.- Peters Edgar E., "Chaos and Order in the Capital Markets", Edit. John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- 8.- Krasner Saul, "The Ubiquity of Chaos", Edit. American Association for the Advancement of Science, 1990.
- 9.- Gleick James, "Chaos", Edit. Penguin Books, 1988.