



2
2 ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO
APLICANDO EL REGLAMENTO
DEL D.F. Y EL ACI.**

**TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
PRESENTA:
ANTONIO AGUILAR MORAN**

ASESOR: ING. FERNANDO MONROY MIRANDA

MEXICO, D. F.

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-024/93

Señor:
ANTONIO AGUILAR MORAN
Presente.

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **ING. FERNANDO MONROY MIRANDA**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

"DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO APLICANDO EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCION DEL D.F. Y EL A.C.I."

INTRODUCCION

- I. CARACTERISTICAS GENERALES**
- II. ELEMENTOS NECESARIOS PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS**
- III. EJEMPLOS DE DISEÑO**
- IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerda que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 14 de junio de 1993.
EL DIRECTOR.

ING. JOSÉ MANUEL COVARRUBIAS SOLÍS

UNCC RCR*nl

DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO

APLICANDO EL REGLAMENTO DEL D.F. Y EL ACI.

INDICE

DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO

APLICANDO EL REGLAMENTO DEL D.F. Y EL A.C.I.

INTRODUCCION.	6
I CARACTERISTICAS GENERALES.	11
I.1 ESTRUCTURAS DE CONCRETO	12
I.1.i El diseño estructural	12
I.1.ii Características acción-respuestas de elementos de concreto	15
I.1.iii Las acciones	18
I.1.iv El análisis de estructuras de concreto reforzado	19
I.1.v El dimensionamiento de elementos de concreto reforzado	19
I.2-CARACTERISTICAS GENERALES DEL CONCRETO Y DEL ACERO .	20
I.2.i Métodos de falla en compresión axial	21
I.2.ii Curvas esfuerzo deformación	21
I.2.iii Efectos de la relación agua/cemento	23
I.2.iv Efectos de esbeltez y tamaño del espécimen ..	23
I.2.v Tensión	26
I.2.vi Flexión	26
I.2.vii Efectos del tiempo en el concreto endurecido .	29
I.2.viii Contracción	29
I.2.ix Flujo plástico	30
I.2.x Fatiga	30
I.2.xi Módulos elásticos	31
I.2.xii Deformaciones por cambios de temperatura	31
I.2.xiii Algunas características del acero de refuerzo.	31

I.3-RESISTENCIA Y CONTROL DE CALIDAD	34
I.3.i Indices de resistencia	35
I.3.i.i concreto	35
I.3.i.ii acero	36
I.3.ii Control de calidad	37
I.3.ii.i concreto	37
I.3.ii.ii acero	39
II ELEMENTOS NECESARIOS PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS.	40
II.1 CARGA AXIAL	41
II.2 FLEXION SIMPLE	46
II.2.i Hipótesis generales	47
II.3 FLEXION Y CARGA AXIAL	47
II.3.i Hipótesis para la obtención de resistencias de diseño	50
II.3.ii Determinación de PR y MR de secciones de concreto reforzado, sujetas a flexión y carga axial ..	52
II.3.iii Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión	53
II.3.iv Obtención de la resistencia por tanteos	54
II.3.v Procedimiento general	54
II.3.vi Elementos con dos planos de simetría sujetos a carga axial y flexión en un plano cualquiera .	54
II.3.vi.i Solución por tanteos	54
II.3.vi.ii Formula de Bresler	56
II.3.vi.iii Elementos sin plano de simetría sujetos a flexocompresión en un plano cualquiera ...	58
II.3.vi.iv Flexotensión	58
II.4 FUERZA CORTANTE	58
II.4.i Comportamiento y metodos de falla	60
II.4.ii Elementos con refuerzo en el alma	60
II.4.iii Expresiones para valuar la resistencia a efectos de fuerza cortante	61

II.5 TORSION	67
II.5.i Resistencia de elementos sujetos a torsión ..	67
II.5.ii Torsión simple	67
II.5.iii Expresiones de los reglamentos para valuar la resistencia a efectos de torsión	68
II.6 ADHERENCIA Y ANCLAJE DEL ACERO	71
II.6.i Naturaleza de la adherencia	73
II.6.ii Normas para longitudes de desarrollo	73
II.6.iii Gancho estandar	77
II.6.iv Empalmes de barras por traslape	80
II.7 AGRIETAMIENTO DEL CONCRETO	83
II.8 EFECTOS DE ESBELTEZ	84
III EJEMPLOS DE DIMENSIONAMIENTO Y DISEÑO.	89
III.1 Haces de barras	90
III.2 Detalles en los cambios de sección	91
III.3 Refuerzo máximo	91
III.4 Excentricidad accidental	91
III.5 Refuerzo transversal	91
III.6 Ayuda de diseño para el dimensionamiento	92
IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	128
IV.1 Conclusiones	128
IV.2 Recomendaciones	129

Diagramas de interacción para el R.C.D.F.

Diagramas de interacción de secciones de concreto reforzado,

sujetas a flexión y carga axial para el R.C.D.F.

Diagramas de interacción para el reglamento ACI.

Diagramas de interacción de secciones de concreto reforzado,

sujetas a flexión y carga axial para el reglamento ACI.

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Con la finalidad de analizar los cambios que se originaron con el temblor ocurrido en la Ciudad de México en 1985, en el reglamento del departamento del Distrito Federal y las Normas Técnicas Complementarias de 1993 (NTC93) y los cambios sufridos en el reglamento American Concrete Institute de 1989 (ACI-89), con respecto al dimensionamiento y diseño de columnas de concreto reforzado con ambos reglamentos. Primero se mencionarán algunas características del concreto y del acero de refuerzo, así como la resistencia y control de calidad, por ejemplo, algunas características que deben cumplir las estructuras son: seguridad razonable, resistencia adecuada, comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio, aspecto estético, vida útil y economía justa, así como algunas etapas que se deben tomar en cuenta, como el conocimiento del problema, obra y finalidad, realizarse estudios previos y determinación de solicitaciones de carga en las estructuras como cargas muertas, cargas vivas, cargas accidentales, etc.

El concreto tiene ventajas en la construcción es monolítico, más barato que otros materiales y su mantenimiento es menor, para su construcción se necesita mano de obra poco calificada, tiene mayor masa, resiste altas temperatura y puede tomar la forma que se ajuste al proyecto, pero también tiene desventajas, es pesada, es irre recuperable, se necesita molde y es un material frágil.

El concreto es un material pétreo, artificial obtenido de la mezcla, en proporciones determinadas de cemento, agregados y agua, el concreto es resistente a la compresión pero débil en tensión y para resistir la tensión, se emplea el refuerzo de acero generalmente en forma de barras colocada en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones, y también se emplea en compresión, para aumentar la resistencia del elemento en la zona donde se desarrollan esfuerzos de compresión.

También se mencionarán los efectos de la relación agua-cemento y características de los materiales, como resistencia y control de calidad. Este tiene por objeto verificar que los requisitos especificados para cierto elemento, se cumplan dentro de tolerancias previamente establecidas. Para estructuras de concreto, es necesario controlar la calidad de los materiales, como la ejecución de la obra, especialmente, en lo que se refiere a dimensiones, recubrimientos, detalles del refuerzo, etc. En esta tesis también hablaremos de algunos elementos para el diseño de las columnas de concreto como carga axial, aunque en estas estructuras por lo general, es muy difícil que solo se presente carga axial debido a que las estructuras casi siempre son continuas.

La carga axial se encuentra actuando simultáneamente con momentos flexionantes; aun en elementos isostáticos por las excentricidades accidentales en la colocación de la carga, o los pequeños defectos constructivos que introducen momentos flexionantes que se denomina flexocompresión, en este tema se presentan los procedimientos necesarios para el dimensionamiento y diseño de las columnas con momento en un plano, flexión en un plano cualquiera, también se ve la fuerza cortante, así como la distribución de estribos para soportar la tensión diagonal inducida por la fuerza cortante, también se hablará de la torsión generada en las estructuras, las acciones torsionantes que se presentan casi siempre en combinación con solicitaciones de flexión, fuerza cortante y fuerza normal, en muchos casos los efectos de torsión son secundarios en comparación con las otras solicitaciones y por eso suelen despreciarse en el diseño, sin embargo, a veces la torsión puede ser la acción preponderante, o al menos tener un efecto lo suficientemente importante para no poder ignorarla sin que la estructura sufra daños. Así como también tomaremos en cuenta la adherencia y anclaje en elementos de concreto reforzado, pues es necesario que exista adherencia entre el concreto y las barras de refuerzo, de manera que ambos materiales estén íntimamente ligados entre sí, la adherencia o resistencia al deslizamiento, tiene su origen en los fenómenos siguientes: adhesión de naturaleza química entre el acero y el concreto, fricción entre el acero y el concreto, que se desarrolla al

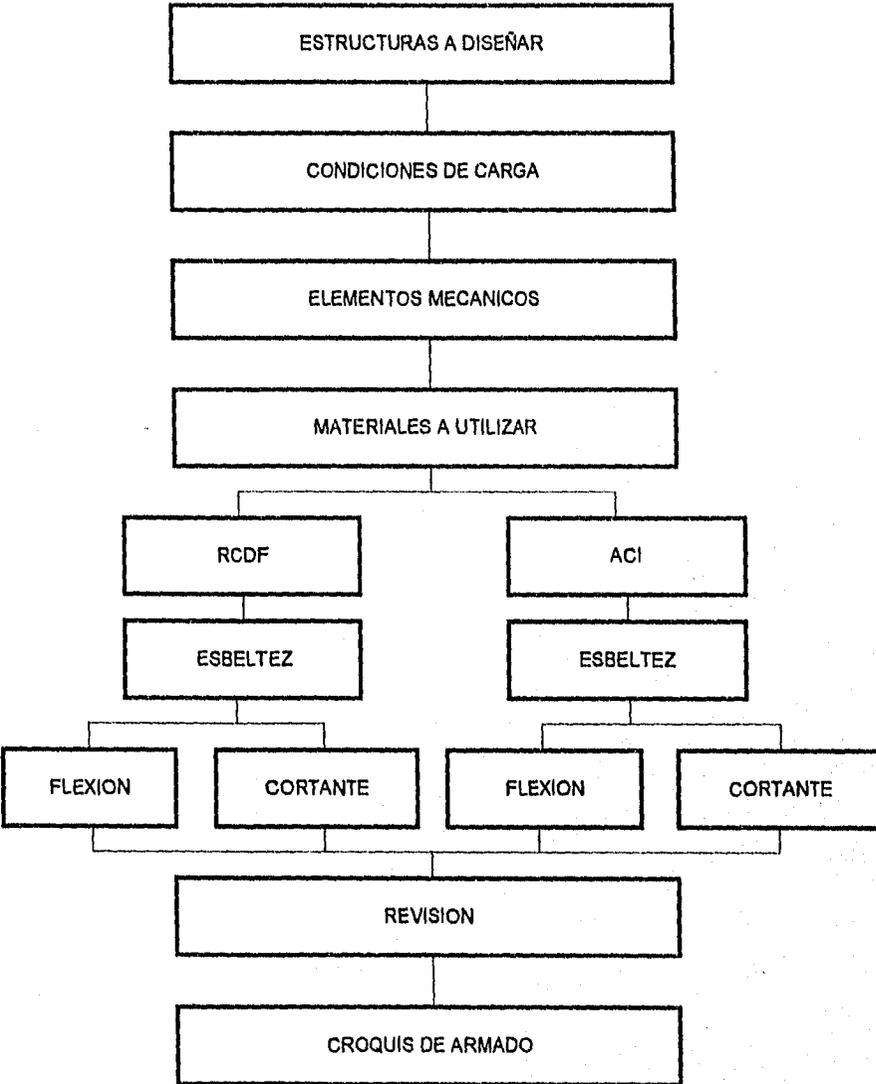
tender a deslizar el acero dentro del concreto y apoyo directo de las corrugaciones de las barras sobre el concreto que las rodea. En ocasiones no se dispone de suficiente espacio para alojar la longitud de desarrollo requerida, y suele en estos casos hacer dobleces en el extremo de la barra, de manera que se formen ganchos o escuadras que requieren menos espacio para desarrollar un esfuerzo dado en el acero en longitud recta. Se mencionara también el agrietamiento debido a la baja resistencia a tensión del concreto; los elementos de este material tienden a agrietarse.

Son diversas las causas que conducen al agrietamiento del concreto, siendo las fundamentales las deformaciones debidas a cambios volumétricos y a los esfuerzos ocasionados por fuerzas de tensión, por momentos flexionantes o por las fuerzas cortantes y efectos de esbeltez, una columna entre más larga sea no falla por aplastamiento si no que falla por pandeo lateral.

En esta tesis también se resolverán algunos ejemplos de dimensionamiento y diseño de columnas de concreto, con los reglamentos de las Normas Técnicas Complementarias de 1993 (NTC-93) y American Concrete Institute de 1989 (ACI- 89) tratando de ver lo más variado, o formas de columnas que se pueden diseñar comparando los resultados de ambos reglamentos, tratando de hacer una comparación con los resultados obtenidos.

El procedimiento ejecutado en el análisis y diseño de columnas de concreto reforzado, se muestra en el siguiente diagrama.

DIAGRAMA PARA DISEÑAR COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO



I CARACTERISTICAS GENERALES

I CARACTERISTICAS GENERALES.

I.1- ESTRUCTURAS DE CONCRETO.

I.1.i- El diseño estructural.

El diseño es un proceso creativo mediante el cual se definen las características de un sistema, de manera que cumpla en forma óptima con sus objetivos.

Una estructura puede concebirse como un sistema, es decir, como un conjunto de partes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada. Encerrar un espacio, como sucede en los distintos tipos de edificios, tanques o silos, salvar un claro, como en los puentes, etc. En nuestro caso, solo trataremos las columnas que sostienen algunas partes de la estructura.

Los diseños de columnas, deben indicar el tamaño de las columnas, el número, ubicación, grado y tamaño, como el área del acero de refuerzo, así como también todos los detalles necesarios donde cambian tanto la sección de columna como el refuerzo. Los empalmes siempre deben estar claramente definidos, mostrando la distribución de estos, si son a tope o traslapados, cualquier distribución alterna y el tipo de empalmes requeridos para los empalmes a tope. Cuando el acero de refuerzo no es simétrico en dos direcciones, se debe indicar la orientación del refuerzo en columnas simétricas en dos direcciones.

En las estructuras, su resistencia es una condición fundamental, pero no es la finalidad única, ni siquiera la finalidad primaria. Se debe tener siempre presente que el proyecto no constituye un fin por sí mismo, si no que representa sólo una parte del proceso, que conduce a la construcción de una obra determinada.

El análisis estructural, o sea, la determinación de las fuerzas internas en los elementos de la estructura, implican un conocimiento de las acciones que actúan sobre la misma y de las dimensiones de dichos elementos. El grado de precisión que se trate de obtener en este proceso depende de la importancia de la estructura y de la posibilidad de conocer las acciones que

realmente actuarán sobre ella.

Para mayor sencillez, en las consideraciones anteriores se han tratado los sistemas estructurales como sistemas independientes. De hecho, toda estructura no es sino un subsistema de algún sistema más complejo: un edificio, un complejo industrial, un sistema hidráulico, etc.

En el diseño del subsistema estructural, deben considerarse no solamente los aspectos de eficiencia estructural, si no también la relación de la estructura con los demás subsistemas.

Cualquier intento de clasificación o subdivisión del proceso de diseño resulta hasta cierto punto arbitrario, sin embargo, es útil para entender su esencia, considerar tres aspectos fundamentales: la estructuración, el análisis y el dimensionamiento.

Algunas características que deben cumplir las estructuras son:

- 1.- Seguridad razonable.
- 2.- Resistencia adecuada.
- 3.- Comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio.
- 4.- Aspecto estético.
- 5.- Vida útil.
- 6.- Economía justa.

Etapas que deben tomarse en cuenta para la realización de algunas estructura.

- 1.- Conocimiento del problema.
Obra - finalidad
Aspecto general del proyecto
Ubicación
- 2.- Estudio previo.
Proyecto arquitectónico
Mecánica de suelos
Proyecto de instalaciones
etc.
- 3.- Solicitaciones.
a) Cargas.
Muertas
Vivas
Accidental

Móviles
Dinámicas
Eventuales
-Sismo
-Viento

b) Deformaciones.
Impuestas
Asentamientos Diferenciales
Variaciones térmicas

- 4.- Estructuración.
- 5.- Predimensionar.
- 6.- Análisis.
 - Matemático
 - Experimental
- 7.- Dimensionamiento.
 - Resistencia
 - Comportamiento
- 8.- Detalles.
- 9.- Dibujo de planos.
- 10.- Especificaciones.
- 11.- Revisión y Verificación.
- 12.- Adjudicación.
- 13.- Construcción.
- 14.- Supervisión.
 - Control de calidad
- 15.- Terminación de la obra.
- 16.- Inspección de estado.
- 17.- Mantenimiento.
- 18.- Comportamiento.

-
- Deflexiones
 - Agrietamiento
 - Asentamientos
 - Vibraciones

Estructuración.

- a) Idealización.
- b) Simplificación.
- c) Hipótesis.
- d) Determinación de acciones sobre la estructura.

Ventajas de estructuras de concreto.

- 1.- Son monolíticas.
- 2.- Son más baratas.
- 3.- Su mantenimiento es menor.
- 4.- Mano de obra menos calificada.
- 5.- Tiene mayor masa.
- 6.- Resiste altas temperaturas.
- 7.- Se le puede dar la forma que sea necesaria.

Desventajas.

- 1.- Es pesada.
- 2.- Es irrecuperable.
- 3.- Se necesita un molde.
- 4.- Es un material frágil.

I.1.ii Características acción-respuesta de elementos de concreto.

Se ha dicho que el objeto del diseño consiste en determinar las dimensiones y características de los elementos de una estructura, para que esta cumpla con cierta función con un grado de seguridad razonable, comportándose además satisfactoriamente una vez en condiciones de servicio.

Las acciones en una estructura, son las solicitaciones a que puede estar sometida. Entre estas se encuentran, por ejemplo: el peso propio, las cargas vivas, las presiones por viento, las aceleraciones por sismo y los asentamientos.

La respuesta de una estructura, o de un elemento, es su comportamiento bajo una acción determinada, puede expresarse como deformación, agrietamiento, durabilidad y vibración. Desde luego, la respuesta es función de las características de la estructura, o del elemento estructural considerado. Si se conocen las relaciones:

Acción-elementos de ciertas características-respuestas.

Para todas las combinaciones posibles de acciones y características de una estructura se poseerá base racional para establecer un método de diseño. Este tendrá por objeto determinar las características que deberá tener una estructura para que, al estar sometida a ciertas acciones, su comportamiento o respuesta sea aceptable desde los puntos de vista de seguridad frente a la falla y de utilidad en condiciones de servicio.

Para establecer una base racional de diseño, será necesario entonces, obtener las características acción-respuesta correspondientes, a las solicitaciones que actúan más frecuentemente, sobre los distintos elementos estructurales.

Con esta información se puede delimitar el rango de las solicitaciones bajo las cuales, el elemento se comportará satisfactoriamente una vez en condiciones de servicio. En otras palabras, es necesario establecer las relaciones entre los elementos siguientes:

Acciones interiores	Características del elemento	Respuesta.
Carga Axial	Tipo de concreto	Deformación
Flexión	Tipo de refuerzo	Agrietamiento
Torsión	Tamaño	Durabilidad
Cortante	Forma, restricción	Vibración

Al valuar la respuesta correspondiente a una acción determinada, es necesario tomar en cuenta el modo de aplicación de la misma, esto dependerá de si esta es instantánea, de corta duración, sostenida, repetida, etc.

En los procedimientos de diseño, el dimensionamiento se lleva a cabo normalmente a partir de las acciones interiores calculadas, por medio de un análisis de la estructura. Debe notarse que para diseñar satisfactoriamente, no siempre es necesario obtener las acciones interiores inducidas por las exteriores. Muchos diseños han sido desarrollados directamente a partir del estudio de modelos estructurales. En estos casos los conjuntos de acciones exteriores, representativas de aquellas a las que en realidad estará sometido el prototipo, se aplican a un modelo a escala de la estructura por diseñar, y se miden las respuestas del mismo. Para satisfacer la condición de seguridad, el modelo a escala, debe resistir acciones un tanto mayores que las que se estima deberá soportar la estructura en condiciones de servicio, si no cumple, se modifican las características del modelo y se repite el proceso. En este trabajo nos dedicaremos a diseñar por acciones internas de la estructura.

El diseño debe garantizar que la estructura tenga un factor razonable, mediante este factor, se trata de tomar en cuenta en el diseño la incertidumbre existente respecto a los efectos de ciertas acciones y los valores usados en varias etapas del proceso. Entre las principales incertidumbres se puede mencionar el desconocimiento de las acciones reales y su distribución, la validez de las hipótesis y simplificaciones usadas en el análisis, la diferencia entre el comportamiento real y el supuesto, y la discrepancia entre los valores reales de las dimensiones y de las propiedades de los materiales con las especificadas en el diseño.

La selección de un factor de seguridad adecuado, no es fácil debido al gran número de variables y de condiciones que deben tomarse en cuenta.

La dificultad principal reside en la naturaleza probabilística, tanto en las acciones que obran sobre la estructura, como de la resistencia de éstas. Este carácter aleatorio de sollicitaciones y resistencia, hace que exista siempre cierta probabilidad de que se presenten combinaciones de valores, en que la acción sea superior a la resistencia y se tenga una probabilidad de falla y el rango puede ser escogido en términos económicos para tener una solución conveniente con un criterio racional que asigne un margen de seguridad, de acuerdo

con la importancia de la obra. Es necesario conocer las relaciones acción-respuesta correspondientes a una variación de P , desde un valor nulo, hasta el que produce el colapso. Esta información permite conocer el grado de seguridad de la estructura y estimar el intervalo de carga bajo el cual la estructura se comporta satisfactoriamente.

I.1.iii Las acciones.

Las principales solicitaciones o acciones exteriores a que puede estar sujeta una estructura son: cargas estáticas, debidas a peso propio, a cargas vivas y a cargas permanentes, así como a cargas dinámicas impuestas por un sismo o por la presión de un viento o por la aplicación repetida de cargas vivas. También se consideran como solicitaciones las deformaciones de la estructura inducida por asentamientos, contracción, flujo plástico y cambios de temperatura.

Se han llevado a cabo estudios limitados sobre los valores probables de las cargas que actúan, es aquí donde nuestro conocimiento es más exiguo.

La estimación de las cargas debidas al peso propio pueden hacerse con relativa precisión, los errores no serán mayores del 20 por ciento, si se han evaluado con cuidado los volúmenes de los materiales y los pesos volumétricos.

En lo que respecta a la carga viva, los errores en la estimación pueden ser del 100 por ciento o aun mayores. La carga viva esta especificada comúnmente en los reglamentos de construcción como carga uniformemente repartida equivalente, con distintas intensidades de acuerdo con el uso considerado, o bien si se trata de puentes o viaductos, como cargas móviles idealizada.

La estimación de cargas laterales debidas a viento o sismo, está sujeta a mayor incertidumbre, fácilmente se cometen errores mucho mayores que los anteriores en la estimación de los efectos de estas acciones.

En el estado actual de nuestro conocimiento puede esperarse solamente que, con base en la experiencia, se especifique un tipo de carga tal, que unido a procedimientos adecuados de diseño y construcción, proporcione una estructura que se comporte satisfactoriamente.

I.1.iv El análisis de estructuras de concreto reforzado.

Para poder analizar una estructura es necesario idealizarla. Por ejemplo; una idealización frecuente en el análisis de edificios en considerar la estructura como formada por series de marcos planos en dos direcciones, de este modo se reduce el problema real tridimensional a uno de dos dimensiones, aunque con la ayuda de la computadora ya existen programas para resolverlo tridimensionalmente. El propósito fundamental del análisis es valuar las acciones interiores en las distintas partes de la estructura.

La hipótesis más simple que puede hacerse para relacionar carga deformación, es suponer una dependencia lineal; el análisis elástico de estructuras parte de esta hipótesis.

Otra hipótesis relativamente simple que se hace para el análisis de estructuras, es la de suponer que las acciones interiores, al llegar a cierto valor crítico de la acción, son independientes de las deformaciones; en esta hipótesis se basa el análisis límite. En él se tratan de obtener los valores de las acciones, para los cuales la estructura se vuelve un mecanismo inestable.

Existen otros tipos de análisis más refinados, con hipótesis menos simples que las anteriores, que se aproximan más a la realidad. Debido a su mayor refinamiento son más laboriosos, aunque con el empleo de computadoras electrónicas se usaran cada vez más.

I.1.v El dimensionamiento de elementos de concreto reforzado

Se entiende por dimensionamiento, la determinación de las propiedades geométricas de los elementos estructurales y de la cantidad y posición del acero de refuerzo.

El procedimiento de dimensionamiento tradicional en esfuerzos de trabajo, consiste en determinar los esfuerzos correspondientes a acciones interiores, obtenidas de un análisis de la estructura, bajo sus supuestas acciones de servicio. Estos esfuerzos se comparan con esfuerzos permisibles, especificados como una fracción de las resistencia del concreto y del acero. Se supone que así se logra a la par, un comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio y un margen razonable de seguridad.

El factor de seguridad de los elementos de una estructura dimensionados por el método de esfuerzos de trabajo no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos el factor de seguridad, por la relación entre la resistencia de los materiales y los esfuerzos permisibles, no es siempre igual a la relación entre la resistencia del elemento y su sollicitación de servicio.

El procedimiento comúnmente utilizado en la actualidad, es el denominado método plástico, o de resistencia última, según el cual los elementos o secciones se dimensionan para que tengan una resistencia determinada.

El procedimiento consiste en definir las acciones interiores, correspondientes a las condiciones de servicio, mediante un análisis elástico y multiplicarlas por un factor de carga, que puede ser constante o variable según los distintos elementos, para así obtener las resistencias de dimensionamiento. El dimensionamiento se hace con la hipótesis de comportamiento inelástico.

I.2.- CARACTERISTICAS GENERALES DEL CONCRETO Y DEL ACERO.

El concreto es un material pétreo, artificial, obtenido de la mezcla, en proporciones determinadas, de cemento, agregados y agua. El cemento y el agua forman una pasta que rodea a los agregados, constituyendo un material heterogéneo. Algunas veces se añaden ciertas sustancias llamadas aditivos, que mejoran algunas propiedades del concreto.

El concreto simple, sin refuerzo, es resistente a la compresión, pero es débil en tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea refuerzo de acero, generalmente en formas de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones bajo acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto.

El uso de refuerzo no está limitado a la finalidad anterior. También se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado.

La combinación de concreto simple con refuerzo constituye lo que se llama concreto reforzado. Existen otras características

del concreto, tales como su durabilidad, permeabilidad, resistencia al fuego, a la abrasión a la intemperie, etc.

Características esfuerzo deformación del concreto simple. Se ha indicado que el objeto principal del estudio del comportamiento del concreto, es la obtención de las relaciones acción-respuesta del material, estas características pueden describirse claramente mediante curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados bajo distintas condiciones.

Para conocer el comportamiento del concreto simple, es necesario determinar las curvas esfuerzo-deformación, correspondiente a los distintos tipos de acciones que puede estar sometido. Hasta la fecha solo se han establecido las relaciones más comunes, sobre el comportamiento del concreto sujeto a estados uniaxiales, biaxiales de compresión, tensión y estados triaxiales de compresión.

1.1.i Métodos de falla bajo compresión axial.

La figura 1.1 muestra un cilindro de concreto simple ensayado en compresión axial. En cilindros con relación de lado a diámetro igual a dos, por lo general de medidas de diámetro igual a 15 cm. y de alto igual a 30 cm. la falla suele presentarse a través de planos inclinados, respecto a la dirección de la carga. Esta inclinación es debida principalmente, a la restricción que ofrecen las placas de apoyo de la máquina contra movimientos laterales. Si se engrasan los extremos del cilindro para reducir las fricciones, o si el espécimen es más esbelto, las grietas que se producen, son aproximadamente paralelas a la dirección de aplicación de la carga.

Las grietas se presentan muy frecuentemente entre el agregado y la pasta, en algunos casos también se llega a fracturar el agregado. Este micro agrietamiento es irreversible y se desarrolla a medida que aumenta la carga, hasta el colapso.

1.2.ii Curvas esfuerzo deformación.

Las curvas esfuerzo-deformación se obtienen del ensaye de prismas sujetos a carga axial, repartida uniformemente en la sección transversal mediante una placa rígida. Los valores del esfuerzo resultan de dividir la carga p , entre el área de la sección transversal A , y representan valores promedio.

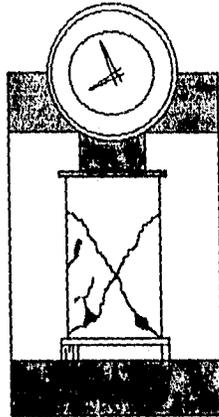


Figura 1.1 Falla en compresión de un cilindro de concreto

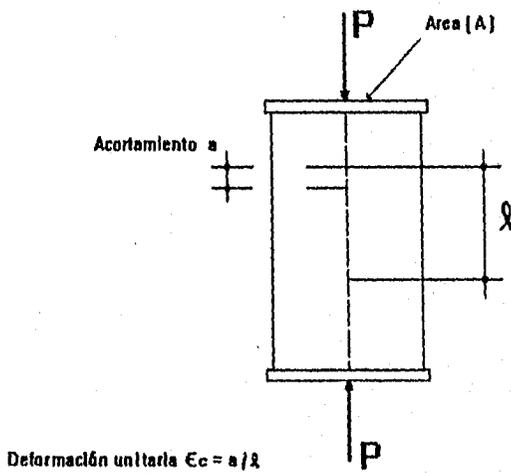


Figura 1.2 Espécimen sujeto a carga axial

El valor de la deformación unitaria, ϵ_c , es la relación entre el acortamiento total, a , y la longitud de medición, l (figura 1.2).

En la figura 1.3 se muestra la gráfica esfuerzo-deformación de una carga de poca duración, del orden de unos cuatro minutos desde la iniciación hasta el colapso. Se puede apreciar que el concreto no es un material elástico, sin embargo sin gran error, puede considerarse una porción recta hasta aproximadamente un 40 por ciento de la carga máxima.

En ensayos de cilindros de concreto simple, la carga máxima se alcanza a una deformación del orden de 0.002, si la longitud de medición es del mismo orden de magnitud, que el lado del espécimen. El colapso que corresponde a la rama descendente, varían entre 0.003 y 0.007, según condiciones del espécimen y la maquina de ensaye.

En la figura 1.4 muestra curvas esfuerzo-deformación de cilindros de 15 x 30 cm, fabricados de un mismo concreto y ensayados a distintas edades. Todos los cilindros fueron curados en las mismas condiciones hasta el día del ensaye. Las curvas se obtuvieron aplicando incrementos de deformación constantes.

I.2.iii Efecto de la relación agua/cemento.

La resistencia del concreto depende de la relación agua/cemento: a mayor relación, menor resistencia. En la figura 1.5 se presentan curvas esfuerzo-deformación, correspondientes a distintas relaciones de la gráfica, se nota que la pendiente de la tangente inicial a la curva, aumenta a medida que crece la resistencia.

I.2.iv Efectos de esbeltez y del tamaño del espécimen.

El efecto de la relación de esbeltez sobre la resistencia a compresión de un prisma, se muestra de manera cualitativa en la figura 1.6 en la que arbitrariamente se a tomado como el 100 por ciento, la resistencia de un espécimen con la relación igual a dos. Como medida de esbeltez se toma la relación entre la longitud y el lado menor del prisma o diámetro del cilindro.

Para esbeltez mayores que dos, la resistencia baja hasta llegar al 85 por ciento para valores mayores que seis y para esbeltez menor que dos, la resistencia aumenta indefinidamente.

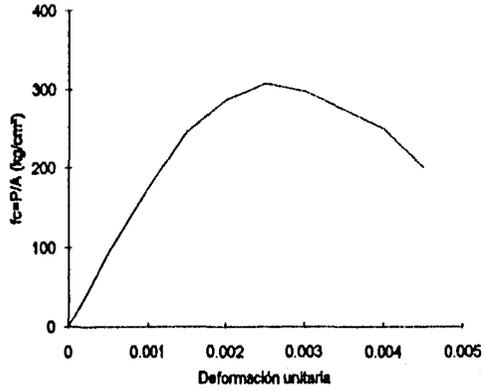


Figura 1.3 Curva esfuerzo deformación en compresión axial

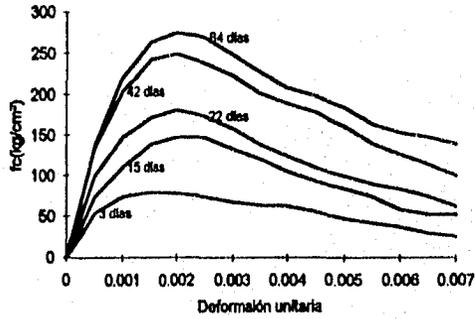


Figura 1.4 Efecto de la edad al ensayar en la resistencia

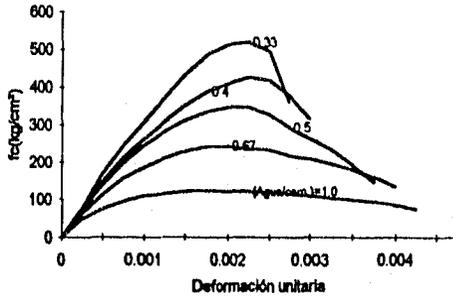


Figura 1.5 Efecto de la relación agua/cemento.

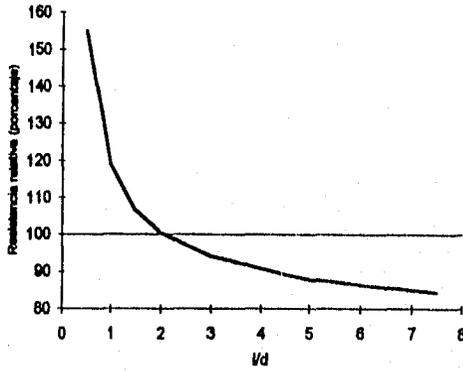


Figura 1.6 Efecto de la relación de esbeltez.

I.2.v Tensión.

Es difícil encontrar una manera sencilla y reproducible de determinar la resistencia a tensión uniaxial. Siendo el concreto bajo esta condición un material frágil. En la figura 1.7 se muestra la gráfica esfuerzo-deformación que se obtuvo ensayando un espécimen de sección rectangular, variable en lo largo del mismo. Para fijarlo en la máquina de ensaye, se utilizaron placas pegadas con resina epóxica a los extremos del espécimen y atornilladas a su vez a la máquina. Hay que tener mucho cuidado en esta prueba para obtener valores de confianza.

En 1948 casi simultáneamente Lobo Carneiro en Brasil y Akazawa en Japón, idearon una prueba de ensaye indirecto en tensión, que se conoce como el ensaye brasileño. En esencia, consiste en someter un cilindro a compresión lineal diametral, como se muestra en la figura 1.8. La carga se aplica a través de un material relativamente suave, como triplay o corcho. Si el material fuera completamente elástico, se originarían esfuerzos de tensión uniformemente distribuidos en la mayor parte del plano diametral de carga.

La resistencia en tensión se calcula con la fórmula :

$$(f_{tb})_{m\acute{a}s} = 2P/\pi dl$$

Deducida de la teoría de la elasticidad.

P= Carga máxima

d= diámetro del espécimen

l= longitud del espécimen

En realidad el concreto no es elástico y además la resistencia en tensión que se mide, no es la resistencia en tensión uniaxial como la que se obtendría en el ensaye anterior. Sin embargo lo que se pretende es tener una medida de la resistencia del concreto a la tensión, por medio de un ensaye fácil y reproducible por muchos operadores en distintas regiones. Esto se logra satisfactoriamente con el ensaye brasileño.

I.2.vi Flexión.

Para algunas aplicaciones, es necesario conocer aproximadamente la resistencia a la flexión del concreto simple. Esta se determina frecuentemente, ensayando un prisma de concreto

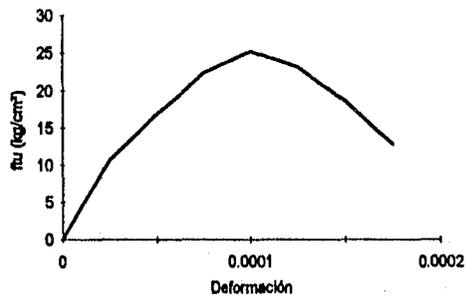


Figura 1.7 Curva esfuerzo deformación en tensión uniaxial

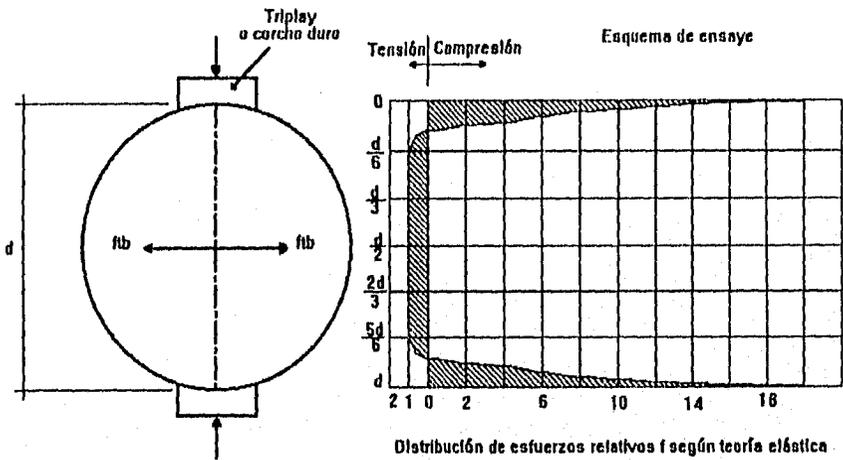


Figura 1.8 Distribución de esfuerzos y tipo de carga en tensión indirecta

libremente apoyado, sujeto a una o dos cargas concentradas. La falla es brusca, con una grieta única que fractura el espécimen.

El esfuerzo teórico de tensión en la fibra interior correspondiente a la rotura, se calcula mediante la expresión.

$$f_r = Mc/I$$

Donde:

f_r es el modulo de rotura
 M es el momento flexionante correspondiente a la carga máxima aplicada
 c es el medio peralte
 I es el momento de inercia de la sección transversal del prisma.

Esta prueba proporciona una medida de la resistencia del concreto a flexión, o más bien de tensión debida a flexión.

I.2.vii Efectos del tiempo en el concreto endurecido.

Cuando se aplica una carga a un espécimen de concreto, éste adquiere una deformación inicial. Si la carga permanece aplicada, la deformación aumenta con el tiempo, aun cuando no se incremente la carga.

Las deformaciones que ocurren con el tiempo en el concreto se deben esencialmente a dos causas: contracción y flujo plástico.

I.2.viii Contracción.

Las deformaciones por contracción, se deben esencialmente a cambios en el contenido de agua del concreto a lo largo del tiempo. El agua de la mezcla se va evaporando e hidrata el cemento. Esto produce cambios volumétricos en la estructura interna del concreto, que a su vez producen deformaciones.

Los factores que más afectan la contracción, son la cantidad original de agua en la mezcla y las condiciones ambientales especialmente a edades tempranas. Un concreto en ambiente húmedo se contraerá menos que en ambiente seco.

Si el curado inicial del concreto se hace muy cuidadosamente, disminuirá el efecto de la contracción. Se puede estimar que las deformaciones unitarias debidas a contracción,

varían entre 0.0002 y 0.0010. Normalmente, la mayor parte de la deformación por contracción ocurre en los primeros meses.

I.2.ix Flujo plástico.

El flujo plástico es un fenómeno relacionado con la aplicación de una carga. Se trata esencialmente, de un fenómeno de deformación bajo carga continua, debido a un reajuste interno de las partículas que ocurre al mismo tiempo que la hidratación del cemento.

Las deformaciones por flujo plástico, son proporcionales al nivel de carga, hasta niveles del orden del 50% de la resistencia. Para niveles mayores la relación ya no es proporcional.

Como el flujo plástico se debe en gran parte a deformaciones de la pasta de cemento, la cantidad de ésta por unidad de volumen es una variable importante.

Otros factores que afectan a las deformaciones por flujo plástico, son las propiedades de los materiales constituyentes del concreto, las propiedades de la mezcla y la humedad ambiente.

I.2.x Fatiga.

Cuando un elemento falla después de un número muy grande de repeticiones de carga, se dice que fallo por fatiga. Este tipo de sollicitación tiene importancia práctica, ya que elementos como vigas de puente, durmiente de ferrocarril, etc.

Se mencionó anteriormente que un elemento de concreto en compresión, no puede soportar indefinidamente aplicaciones de carga a su resistencia estática mayores que un setenta por ciento. Cuando a un elemento de concreto se le aplican compresiones del orden de la mitad de su resistencia estática, falla después de aproximadamente diez millones de repeticiones de carga. Aplicando intercalado reposo, aumenta el número de ciclos para producir la falla.

Los estudios experimentales se han hecho, aplicando los ciclos de carga a velocidades bastante más rápidas que las que se presentan en la práctica y por lo tanto, sus resultados en general son conservadores.

I.2.xi Módulos elásticos.

Para estimar deformaciones debidas a carga de corta duración, donde se puede admitir un comportamiento elástico sin errores importantes, es necesario definir un valor del módulo de elasticidad. Del estudio de las curvas esfuerzo-deformación mostradas, resulta obvio que el concepto convencional de módulo de elasticidad, no tiene sentido en concreto. Por lo tanto, es necesario recurrir a definiciones arbitrarias, basadas en consideraciones empíricas. Así, se puede definir el módulo tangente inicial o tangente a un punto determinado de la curva esfuerzo-deformación y el módulo secante entre dos puntos de la misma.

El módulo secante, se usa en ensayos de laboratorio para definir la deformabilidad de un concreto dado. El módulo de elasticidad, es función principalmente de la resistencia del concreto y de su peso volumétrico.

El reglamento ACI presenta la ecuación:

$$E_c = w^{1.5} 15100 (f'c)^{0.5}$$

El reglamento del D.F, propone la ecuación:

$$E_c = 14000 (f'c)^{0.5}$$

Esto es aplicable únicamente a concretos fabricados con agregados típicos de la ciudad de México. Estas ecuaciones dan únicamente valores aproximados, por que existen otras variables.

En algunos análisis elásticos se suelen emplear, el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante, y μ el coeficiente de poisson.

I.2.xii Deformaciones por cambios de temperatura.

El concreto está sometido a cambios volumétricos por temperatura. Se han determinado algunos coeficientes térmicos, que oscilan entre 0.000007 y 0.000011 de deformación unitaria por grado centígrado de cambio de temperatura. Los valores anteriores corresponden a concreto de peso volumétrico normal (del orden de 2.2 ton/m³).

I.2.xiii Algunas características del acero de refuerzo.

El acero para reforzar concreto se utiliza en distintas formas. La más común, es la barra o varilla que se fabrica tanto

de acero laminado en caliente. como de acero trabajado en frío. En las figuras 1.9 y 1.10 se muestran curvas de ambos tipos de acero.

Los diámetros usuales de las barras producidas en México, varían de 1/4 de pulgada a 1.5 pulgadas. (Algunos productores han fabricado barras corrugadas de 5/16, 5/32, y 3/16 pulg.), Para mejorar su adherencia. La tabla 1.1 proporciona datos sobre las características principales de barras de refuerzo, así como la nomenclatura para identificarlas.

Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite de o esfuerzo de fluencia. Este límite se aprecia claramente en las curvas esfuerzo-deformación de barras laminadas en caliente. El acero trabajado en frío no tiene un límite de fluencia bien definido. En este caso, el límite de fluencia suele definirse trazando una paralela a la parte recta de la curva esfuerzo-deformación desde un valor de la deformación unitaria de 0.002; la intersección de esta paralela con la curva define el límite de fluencia.

Tabla 1.1. Diámetros, pesos, áreas, y perímetros de barras.

Barra Núm.	Diámetro		Peso kg/m	Area cm ²	Perímetro cm
	pul.	mm.			
2	1/4	6.4	0.248	0.32	1.99
2.5	5/16	7.9	0.388	0.49	2.48
3	3/8	9.5	0.559	0.71	2.98
4	1/2	12.7	0.993	1.27	3.99
5	5/8	15.9	1.552	1.98	5.00
6	3/4	19.0	2.235	2.85	6.00
7	7/8	22.2	3.042	3.88	6.97
8	1	25.4	3.973	5.07	7.98
9	1-1/8	28.6	5.028	6.41	8.99
10	1-1/4	31.8	6.207	7.92	9.99
11	1-3/8	34.9	7.511	9.58	10.96
12	1-1/2	38.1	8.938	11.40	11.97

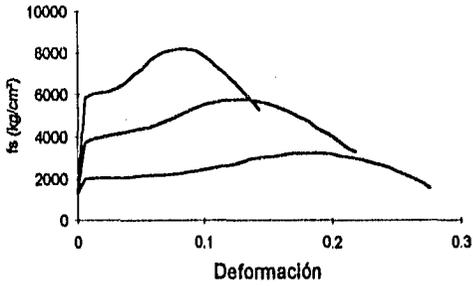


Figura 1.9 Curva esfuerzo deformación de aceros laminados en caliente para barras de refuerzo de fabricación europea.

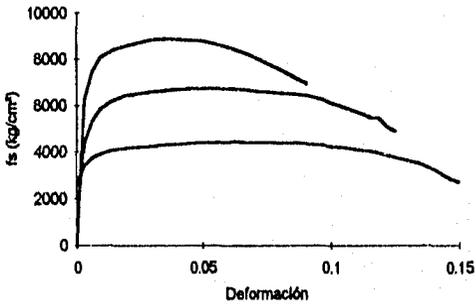


Figura 1.10 Curva esfuerzo deformación de acero trabajado en frío para barras de refuerzo de fabricación europea.

En México se cuenta con una variedad relativamente grande de acero de refuerzo. Las barras laminadas en caliente pueden obtenerse con límites de fluencia desde 2300 hasta 4200 kg/cm². El acero trabajado en frío alcanza límites de fluencia de 4000 a 6000 kg/cm². En la figura 1.11 se presenta la gráfica esfuerzo-deformación de un acero trabajado en frío, fabricado en México.

Para el diseño se supone que la curva esfuerzo-deformación del acero en compresión es idéntica a la de tensión. La curva en compresión es difícil determinar en barras, debido a efectos de esbeltez.

I.3 - RESISTENCIA Y CONTROL DE CALIDAD.

Para poder diseñar, es necesario poder estimar la resistencia de una estructura. La forma más directa de obtenerla es realizando una prueba de carga, ya sea sobre toda la estructura, sobre una parte típica de la misma, o bien en elementos construidos para dicha prueba. Aunque este método es el que proporciona una información más fidedigna, no es el más práctico, pero se debe usar en casos especiales como en materiales distintos a los comunes, o cuando se piensa fabricar muchas estructuras iguales.

Como no es práctico determinar la resistencia de cada elemento estructural bajo distintos tipos de solicitaciones, se ha relacionado las características de resistencia y deformabilidad de elementos estructurales con las características de ciertos especímenes de control, representativos de las propiedades de los materiales.

Es necesario tener un índice que relacione las características del material, con el comportamiento que puede esperarse de él. Dicho índice debe reflejar las propiedades estructurales Básicas del material en cuestión.

No es suficiente tener en todos los casos solo un índice de resistencia, para definir cada uno de los materiales que forman el concreto reforzado.

Debe ser posible determinar los índices de resistencia por procedimientos de ensaye sencillos y relativamente baratos y que proporcionen resultados reproducibles, además conviene que los índices de resistencia estén estandarizados para que sean comparables. Es decir, las características de los ensayes y de

los especímenes deben fijarse con la mayor precisión posible, de tal modo que se reduzcan a un mínimo los efectos de las variables secundarias, que afectan los resultados del ensaye. Los índices de resistencia no sirven solo para caracterizar las propiedades de los materiales, sino también para controlar la calidad durante su fabricación.

I.3.i Índices de resistencia.

I.3.i.i Concreto.

El índice de resistencia más común en el caso del concreto, es el obtenido del ensaye de especímenes a compresión simple. Esto se debe a que este ensaye es relativamente sencillo, y a que mide una característica fundamental del concreto, y comúnmente se considera como indicativo de la resistencia del concreto en la estructura.

Resistencia a la compresión.

No existe un patrón aceptado universalmente, sobre que tipo de espécimen es el mejor para realizar ensayos en compresión. Por lo común se usan especímenes de tres tipos: cilindros, cubos y prismas.

En nuestro medio y numerosos países del mundo, se usan cilindros con una relación de esbeltez igual a dos. En estructuras de concreto reforzado, el espécimen usual es el cilindro de 15 X 30 cm. En estructuras construidas con concreto en masa, donde se emplean agregados de gran tamaño (10 a 15 cm), se usan cilindros de 30 X 60 cm o de 60 X 120 cm. Generalmente la resistencia se determinan a los 28 días de edad del concreto.

Por otra parte, los cilindros se fabrican por lo general en moldes de acero apoyados en una placa en su cara inferior y libres en su parte superior, donde es necesario dar un acabado manualmente, para poder apoyarse directamente a la cabeza de la maquina de ensaye.

Es necesario dar una preparación a los extremos del cilindro para poder asegurar que la presión queda uniformemente distribuida y que la dirección de carga es paralela al eje del cilindro. Esta operación llamada cabeceado, consiste en aplicar un cierto material, generalmente azufre o pasta de cemento, a los extremos del cilindro para producir una superficie lisa de apoyo.

Hay que tener cuidado con las condiciones del curado pues influyen en forma importante en la resistencia aparente a la compresión de un espécimen de control. Se debe especificar el modo de muestreo, el curado y las condiciones del ensaye.

Flexión.

El índice de resistencia a flexión del concreto simple, se obtiene del ensaye de vigas de sección cuadrada, simplemente apoyadas y sujetas a una o dos cargas concentradas. Como en el caso de los índices de resistencia a la compresión, se especifica también el modo de muestreo, el curado y las condiciones del ensaye.

Tensión.

Las normas NOM y ASTM, proponen una prueba indirecta de concreto en tensión llamada ensaye brasileño.

I.3.i.ii Acero.

El índice de resistencia utilizado en el caso del acero, es su esfuerzo de fluencia, f_y , definido como se menciono anteriormente. Este se determina en una prueba de tensión, a una velocidad de carga especificada, midiendo además deformaciones, generalmente en una longitud de 20 cm. El esfuerzo de fluencia se calcula sobre la base del área nominal.

Se acostumbra aceptar que las características del acero a la compresión son las mismas que a la tensión. Interesa además, tener una idea de la deformabilidad del acero. Un índice de esta propiedad es el porcentaje de elongación en 20 cm correspondiente a la fractura.

Evaluación de datos.

Todos los datos que se obtienen de ensayos están sujetos a variaciones. Para gran número de datos, existen ciertas medidas que indican la uniformidad del producto que se está ensayando y

el cuidado con que se han hecho los ensayos.

La medida más común de la tendencia central de un conjunto de datos es el promedio y las más comunes del grado de uniformidad son la desviación estándar y el coeficiente de variación.

I.3.ii Control de calidad.

El control de calidad tiene por objeto verificar, que los requisitos especificados para cierto producto, se cumplan dentro de tolerancias previamente establecidas.

Para estructuras de concreto, es necesario controlar la calidad de los materiales como la ejecución de la obra, especialmente en lo que se refiere a dimensiones, recubrimientos, detalles del refuerzo, etc.

En el diseño es necesario especificar en alguna forma la calidad de los materiales, debido a la variabilidad natural de los mismos, debe especificarse tanto el valor promedio como un valor que dé idea de la dispersión.

I.3.ii.i Concreto.

Existen diversas opiniones, sobre cuáles deben ser los valores de los coeficientes de variación, que corresponden a un cierto tipo de control. Algunos autores recomiendan porcentajes determinados para cada tipo de control, en tanto que otros hacen variar estos porcentajes con el valor de la resistencia promedio.

La tabla 1.2 permite estimar previamente el coeficiente de variación que puede esperarse, según sea el procedimiento de fabricación.

tabla 1.2. Coeficientes de variación del concreto, correspondientes a distintos grados de control en la fabricación.

Condiciones de mezclado y colocación	Control	Coefficiente de variación, V por ciento
Agregados secos, granulometría precisa, relación exacta agua/cemento, y temperatura controlada de curado. Supervisión continua.	De labora- torio.	5 - 6
Pesado de todos los materiales, control de la granulometría y del agua, tomando en cuenta la humedad de los agregados en el peso de la grava y la arena y en la cantidad de agua. Supervisión continua.	Excelente	7 - 9
Pesado de todos los materiales, control de granulometría y de la humedad de los agregados. Supervisión continua.	Alto	10 - 12
Pesado de los agregados, control de la granulometría y del agua. Supervisión frecuente.	Muy bueno	13 - 15
Pesado de los materiales. Contenido de agua verificado a menudo. Verificación de la trabajabilidad. Supervisión intermitente.	Bueno	16 - 18
Proporcionamiento por volumen, considerando el cambio en cambio en volumen de la arena por la humedad. Cemento pesado. Contenido de agua verificado en la mezcla. Supervisión intermitente.	Regular	20
Proporcionamiento por volumen de todos los materiales. poca o ninguna supervisión.	Pobre	25

I.3.ii.ii acero.

Así como existe mucha información publicada sobre la variación de resistencia del concreto, existen menos datos semejantes sobre acero.

Algunos estudios indican que los valores de f_y del acero de barras de refuerzo, pueden tener coeficientes de variación del orden de 10 a 15 por ciento.

II ELEMENTOS NECESARIOS PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS

II ELEMENTOS NECESARIOS PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS.

II.1- CARGA AXIAL.

El diseño de un elemento corto a compresión se basa principalmente en la resistencia de su sección transversal, pero no es común que los elementos de concreto reforzado de estructuras reales, se encuentren sujetos solamente a carga axial. Debido a que casi siempre las estructuras son continuas, la carga axial se encuentra actuando simultáneamente con momento flexionante; aun en elementos isostáticos, las excentricidades accidentales en la colocación de la carga o los pequeños defectos constructivos introducen momentos flexionantes. Por esta razón los reglamentos de construcción recomiendan considerar siempre la existencia de momentos flexionantes, aun cuando el análisis indique que no hay dichos momentos.

En el capítulo anterior se describieron las características carga-deformación, de prismas de concreto simple sujetos a compresión axial. Se indicó que la resistencia de un prisma disminuye al aumentar la relación de esbeltez, hasta llegar a un valor mínimo aproximadamente igual al 85 por ciento de la resistencia, de un prisma con relación de esbeltez igual a dos. Por consiguiente, la resistencia de un elemento de concreto simple sujeto a compresión axial, puede estimarse como el producto del 85 por ciento del esfuerzo medio de un cilindro de control (f'_c), ensayado en las mismas condiciones, por el área de la sección transversal del elemento.

Si se adiciona refuerzo longitudinal a un espécimen de concreto simple y se utiliza el refuerzo transversal necesario para mantener las barras longitudinales en su posición durante el colado y se llevara a la falla el espécimen, el acero tendría, una deformación unitaria del orden de 0.002 y el concreto, como en el caso anterior, se produce a una deformación unitaria de 0.003, si el ensaye es de corta duración.

Conviene hacer hincapié en que el termino "falla" suele usarse de un modo confuso. En unos casos indica la resistencia y en otros el colapso final que ocurre a una carga generalmente menor que la resistencia. En este texto se utilizará para indicar el colapso final.

La resistencia adicional sobre el prisma de concreto simple, es debida a la distribución del refuerzo longitudinal en

compresión. Se puede estimar como el producto del área del acero por el refuerzo de fluencia (f_y). Por lo tanto, la resistencia que un prisma puede alcanzar de concreto con refuerzo longitudinal y estribos transversales esta dada por la expresión:

$$P_o = 0.85 f'c (A_s - A_s) + A_s f_y$$

Si el elemento, además de refuerzo longitudinal, tiene refuerzo helicoidal continuo a todo lo largo, su comportamiento es similar al de un prisma con estribos, hasta llegar al primer máximo, a una deformación unitaria del orden de 0.002. Aproximadamente a esta deformación, el recubrimiento de la hélice o zuncho empieza a desprenderse y por tanto, la capacidad de la carga disminuye. Al deformarse lateralmente el concreto en forma apreciable por el efecto de Poisson, la hélice se alarga, produciendo como reacción una presión confinante en el núcleo de concreto limitado por el zuncho.

Se puede considerar entonces, que la resistencia en compresión axial de un elemento de concreto reforzado, se obtiene de la distribución de cuatro factores: el concreto del núcleo, el acero longitudinal, el concreto del recubrimiento y el refuerzo helicoidal. Estas dos últimas no pueden existir simultáneamente, ya que como se ha visto, el refuerzo helicoidal actúa en forma apreciable sólo cuando la deformación longitudinal del elemento, es igual o mayor que la que produce la caída del recubrimiento.

La contribución del refuerzo del concreto del núcleo y del recubrimiento y el acero longitudinal, se pueden considerar como en el caso anterior y es posible evaluar la contribución del refuerzo helicoidal, en función de las propiedades mecánicas del acero y del porcentaje volumétrico de refuerzo helicoidal. Este último se define como:

$$P_s = \frac{\text{volumen del acero en un paso de hélice}}{\text{volumen del núcleo de concreto en un paso de hélice}}$$

Denominando d al diámetro del núcleo, centro a centro de la hélice, A_e al área del alambre helicoidal, y s al paso, se tiene:

$$P_s = \frac{\pi d A_e}{\pi d^2 s} = \frac{4A_e}{s d}$$

compresión. Se puede estimar como el producto del área del acero por el refuerzo de fluencia (f_y). Por lo tanto, la resistencia que un prisma puede alcanzar de concreto con refuerzo longitudinal y estribos transversales esta dada por la expresión:

$$P_o = 0.85 f'c (A_j - A_s) + A_s f_y$$

Si el elemento, además de refuerzo longitudinal, tiene refuerzo helicoidal continuo a todo lo largo, su comportamiento es similar al de un prisma con estribos, hasta llegar al primer máximo, a una deformación unitaria del orden de 0.002. Aproximadamente a esta deformación, el recubrimiento de la hélice o zuncho empieza a desprenderse y por tanto, la capacidad de la carga disminuye. Al deformarse lateralmente el concreto en forma apreciable por el efecto de Poisson, la hélice se alarga, produciendo como reacción una presión confinante en el núcleo de concreto limitado por el zuncho.

Se puede considerar entonces, que la resistencia en compresión axial de un elemento de concreto reforzado, se obtiene de la distribución de cuatro factores: el concreto del núcleo, el acero longitudinal, el concreto del recubrimiento y el refuerzo helicoidal. Estas dos últimas no pueden existir simultáneamente, ya que como se ha visto, el refuerzo helicoidal actúa en forma apreciable sólo cuando la deformación longitudinal del elemento, es igual o mayor que la que produce la caída del recubrimiento.

La contribución del refuerzo del concreto del núcleo y del recubrimiento y el acero longitudinal, se pueden considerar como en el caso anterior y es posible evaluar la contribución del refuerzo helicoidal, en función de las propiedades mecánicas del acero y del porcentaje volumétrico de refuerzo helicoidal. Este último se define como:

$$P_s = \frac{\text{volumen del acero en un paso de hélice}}{\text{volumen del núcleo de concreto en un paso de hélice}}$$

Denominando d al diámetro del núcleo, centro a centro de la hélice, A_e al área del alambre helicoidal, y s al paso, se tiene:

$$P_s = \frac{\pi d A_e}{\pi d^2 s} = \frac{4 A_e}{s d}$$

La presión confinante se puede expresar en función de la tensión del refuerzo helicoidal, partiendo de las condiciones de equilibrio del cuerpo libre mostrado en la figura 2.1.

Del equilibrio de las fuerzas mostradas se tiene:

$$2 A_e f_y = f_2 s d$$

donde f_y representa el refuerzo de la hélice y f_2 , la presión confinante que actúa en el plano medio del elemento, usando la ecuación de P_s resulta:

$$f_2 = \frac{P_s f_y}{2}$$

Por consiguiente, la contribución de la hélice será aproximadamente $4.1 f_2 A_c$, o sea, $2.05 P_s A_c$, en lo sucesivo el coeficiente 2.05 se redondeará a 2.

En la práctica, conviene que el segundo máximo sea por lo menos un poco mayor que el primero, ya que de esta manera se desarrolla la curva completa y el elemento tiene mayor ductibilidad, lo cual es muy conveniente desde el punto de vista estructural. Para que esto suceda, la contribución de la hélice, debe ser ligeramente mayor que la contribución del concreto que se desprenda al alcanzarse el primer máximo.

En la figura 2.1 se muestran las columnas de concreto simple, armado con estribos y zunchos, así como el diagrama de cuerpo libre de una sección de hélice.

En la tabla se resumen las expresiones utilizadas para estimar la resistencia de elementos sujetos a compresión axial.

Notación

A_g = área total de la sección.

A_c = área del núcleo de concreto confinado por el refuerzo helicoidal.

f'_c = resistencia de los cilindros de control de 15 X 30 cm.

f_y = esfuerzo de fluencia del acero.

A_s = área del acero del refuerzo longitudinal.

P_s = cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal.

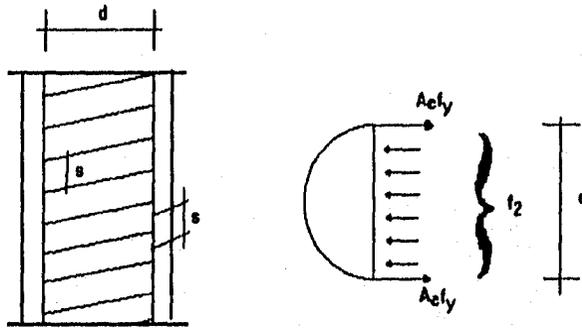
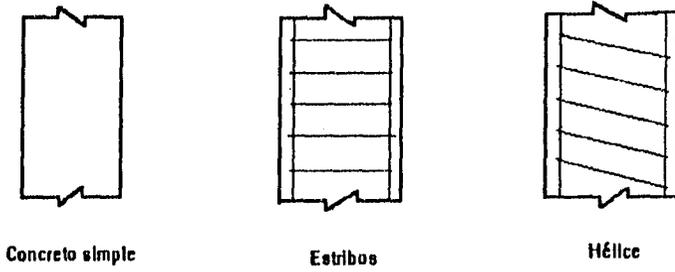


Figura 2.1 Diagrama de cuerpo libre de una sección con hélice

1.- Concreto simple

$$P_o = 0.85 f'c A_g$$

2.- Concreto con refuerzo longitudinal y recubrimiento

$$P_o = 0.85 (A_g - A_s) + A_s f_y$$

3.- Concreto simple con refuerzo helicoidal sin recubrimiento

$$P_o = 0.85 f'c A_c + 2 P_s f_y A_c$$

4.- Concreto con refuerzo longitudinal y helicoidal con recubrimiento

$$P_o = 0.85 f'c A_g + A_s f_y \text{ (primer máximo)}$$

$$P_o = 0.85 f'c A_c + A_s f_y + 2 P_s A_c \text{ (segundo máximo)}$$

(la resistencia en este caso será el valor máximo de las dos expresiones anteriores.)

NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS DEL REGLAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL (NTC)

La ecuación para calcular la resistencia es:

$$P_o = f''c A_g + A_s f_y$$

donde $f''c$ representa un esfuerzo uniforme en toda la sección transversal de la columna y el cual es igual a:

$$f''c = 0.85 f^*c, \text{ si } f^*c \leq 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f''c = (1.05 - (f^*c/125)) f^*c, \text{ si } f^*c > 250 \text{ Kg/cm}^2$$

El termino f^*c es una medida de la resistencia del concreto en la estructura, y se calcula con la expresión siguiente

$$f^*c = 0.85 f'c$$

La relación del esfuerzo helicoidal, P_s no debe ser menor que:

$$0.45 ((A_g/A_c) - 1) (f'c/f_y), \text{ ni que } 0.12 (f'c/f_y)$$

con lo cual se logra que el segundo máximo sea ligeramente mayor que el primero. También se especifica que el claro libre de la hélice no se mayor que 7 cm.

P_{RO} , o sea, la que debe usarse para el diseño final de los elementos estructurales, se obtiene multiplicando la resistencia nominal por el factor reductivo, F_R que para el caso de columnas con carga axial es 0.75 para columnas con estribos y de 0.85 para columnas con refuerzo helicoidal o con estribos que cumplan requisitos especiales en cuanto a su separación y diámetro.

REGLAMENTO ACI

La resistencia se calcula con la misma ecuación de la tabla. En cuanto al refuerzo helicoidal, se especifica que su cuantía no será menor que :

$$0.45 ((A_g/A_c) - 1) (f'_c/f_y)$$

y que el espaciamiento libre de la hélice no sea menor de 2.5 cm ni mayor de 7.5 cm; las barras de la hélice deben ser por lo menos del No. 3.

En este reglamento, la resistencia de diseño se calcula multiplicando la resistencia por un factor reductivo que se representa por ϕ y que para el caso de carga axial tiene un valor de 0.75 para columnas de refuerzo helicoidal y 0.70 para columnas de estribos.

II.2 FLEXION SIMPLE.

En columnas casi nunca se presenta flexión simple, por lo regular va acompañada de carga axial, actuando simultáneamente se les llama flexocompresión, que es como se diseñan las columnas generalmente. Por lo tanto en esta tesis solo mencionaremos las hipótesis generales de la flexión simple, donde son frecuentes los elementos sujetos a flexión, son las vigas y losas que trabajan en una sola dirección. Generalmente viene acompañada de fuerza cortante. Sin embargo, la resistencia puede estimarse con suficiente precisión despreciando el efecto de fuerza cortante.

II.2.i Hipótesis generales.

La resistencia de elementos sujetos a flexión simple, pueden determinarse a partir de una serie de hipótesis simplificadoras ligadas al comportamiento básico y al mecanismo acción-respuesta descritos anteriormente. Las hipótesis que se hacen comúnmente son las siguientes:

- a) La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana. Esta hipótesis ha sido verificada mediante mediciones y es correcta, excepto para longitudes de medición muy pequeñas y en la rama descendente de la gráfica carga-deflexión.
- b) Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
- c) No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto que lo rodea. Para concreto reforzado con barras corrugadas, la hipótesis es bastante realista. Es decir que la deformación unitaria es igual en el concreto como en el acero que se encuentran en el mismo nivel.
- d) El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales. El despreñar la magnitud de estos esfuerzos no influye apreciablemente en las resistencias calculadas.
- e) El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto.

II.3 FLEXION Y CARGA AXIAL (FLEXOCOMPRESION).

En este tema se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado, sujetos a la acción de carga axial y momento flexionante. Se consideran aquí elementos muy cortos, en los que no existen problemas de esbeltez. En la figura 2.2a se muestra una representación esquemática de un elemento bajo la acción de P y M , y en la figura 2.2b un sistema estáticamente equivalente en el que $M = P e$.

El diseño por resistencia de elementos sujetos a flexión y carga axiales, debe basarse en las suposiciones siguientes:

Las deformaciones en el acero de refuerzo y en el concreto,

deben suponerse proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto que se debe considerar una distribución no lineal de la deformación para el elemento de gran peralte sujetos a flexión, con relación de peralte total al claro libre mayores de $2/5$ para claros continuos y $4/5$ para claros simples.

La resistencia de la sección transversal bajo una carga combinada axial y de flexión, debe satisfacer la compatibilidad tanto del esfuerzo como de la deformación. La carga nominal axial combinada y la resistencia a momento (P_n, M_n), se multiplican por un factor apropiado de reducción, para obtener la resistencia de diseño.

La máxima deformación utilizable en la fibra extrema a compresión del concreto se supondrá igual a 0.003. El esfuerzo en el acero de refuerzo inferior de la resistencia especificada f_y , para el grado de acero usado, debe tomarse como E_s veces la deformación del acero. Para deformaciones mayores que las correspondientes a f_y , el esfuerzo se considerará independiente de la deformación, e igual a f_y .

La resistencia a la tensión del concreto, no deberá considerarse en los cálculos de concreto reforzado sujeto a flexión y a carga axial, excepto si cumplen con las condiciones de esfuerzos permisibles en el concreto de elementos sujetos a flexión.

La relación entre la distribución del esfuerzo por compresión en el concreto y su deformación, se puede suponer que es rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que resulta de la predicción de la resistencia y que coincidan con los resultados de las pruebas.

Los requisitos de la sección anterior, se satisfacen por una distribución rectangular equivalente del acero de refuerzo en el concreto, la cual se define como sigue:

Un esfuerzo en el concreto de $0.85f'_c$, se supondrá uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente, que esté limitada por los extremos de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a=B_1c$ a partir de la fibra de deformación unitaria máxima de compresión.

La distancia c desde la fibra de deformación unitaria máxima al eje neutro, se medirá en dirección perpendicular a dicho eje.

Un elemento puede alcanzar su resistencia bajo innumerables

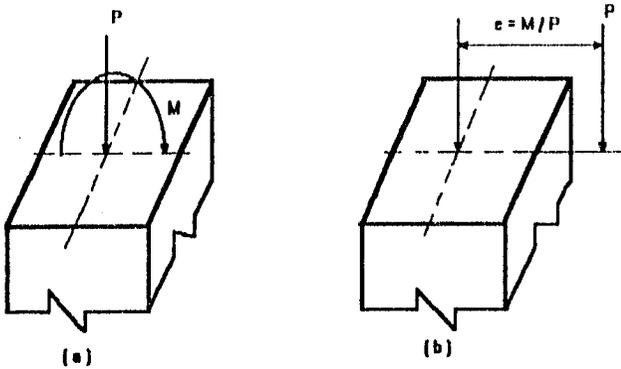


Figura 2.2 Elementos equivalentes sujetos a flexocompresión.

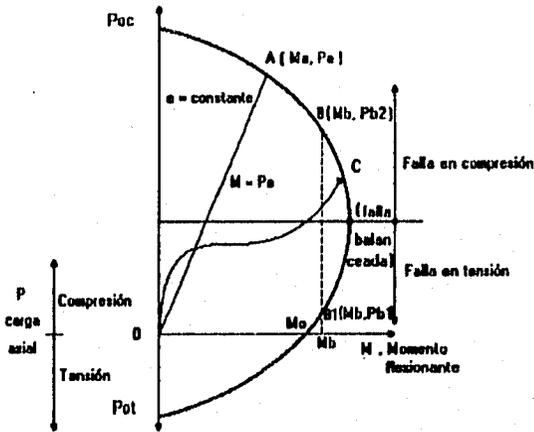


Figura 2.3 Diagrama de interacción típico para una sección rectangular

combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones varían desde una carga axial máxima, P_0 , de tensión o compresión, y un momento nulo, hasta un momento M_0 , aunado a una carga axial nula. El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que un elemento puede alcanzar su resistencia, se presenta gráficamente por medio de un diagrama de interacción. La figura 3.3 muestra uno típico de una columna rectangular con refuerzo simétrico. Cualquier punto en la curva de trazo continuo, representa una combinación de momento y carga axial que hace que el elemento alcance su resistencia.

El diagrama de interacción de la figura 2.3 corresponde a un elemento definido perfectamente en su geometría y materiales y representa el conjunto de valores de acciones interiores máximas, que el elemento es capaz de soportar.

En la actualidad, se puede predecir la resistencia de un elemento de concreto reforzado sujeto a flexión y carga axial, con un error no mayor del 25 por ciento de la capacidad real que se obtendría, si dicho elemento se ensayase hasta la falla. En casos usuales, con flexión en torno a uno de los ejes principales, el error es del orden del 10 por ciento. Esta aproximación es satisfactoria para fines de diseño estructural.

II.3.1 Hipótesis para la obtención de resistencias de diseño

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero, de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- d) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección, es de 0.003.
- e) La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando alcanza la resistencia es uniforme ($f''c$), en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, definido éste de acuerdo con las hipótesis anteriores.
- f) El diagrama esfuerzo-deformación unitaria del acero de

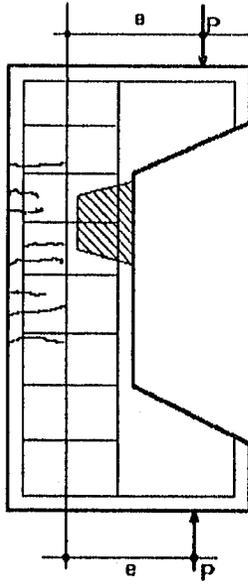
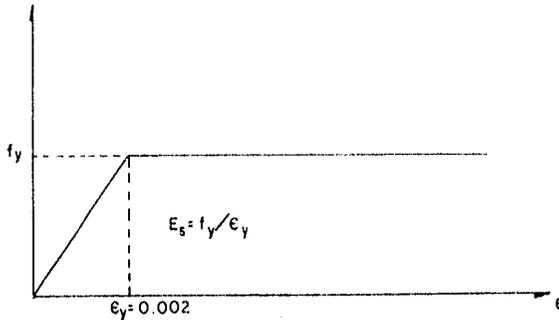


Figura 2.4 Espécimen para ensayo en flexocompresión con agrietamiento típico.

refuerzo ordinario, sea o no torcido en frio, puede idealizarse como se indica y tener una deformación unitaria de 0.002.



II.3.ii Determinación de P_R y M_R de secciones de concreto reforzado, sujetas a flexión y carga axial.

Para conocer la resistencia de una sección cualquiera, bajo la acción combinada de carga axial P y momento flexionante M , uno de los métodos más prácticos es el uso de su diagrama de interacción en condiciones de resistencia, cuyo principal empleo es cuando la sección se ve sujeta a diferentes condiciones de carga, o sea, diferentes combinaciones de P y M .

La determinación del diagrama de interacción, consiste en determinar una serie de puntos en un sistema de ejes cartesianos (M, P), cada uno de los cuales corresponde a una condición de resistencia de la sección, con el siguiente procedimiento general.

1) Se supone, que la profundidad del eje neutro, junto con la deformación útil del concreto ($\epsilon_{cu} = 0.003$), fija la distribución de deformaciones unitarias, que deben ser medidas siempre paralelas al eje neutro; así, la deformación unitaria de cada varilla longitudinal se determina mediante triángulos semejantes, o interpolación lineal.

2) Obtenidas las deformaciones en cada varilla, el esfuerzo que se genera en cada una de ellas vale $f_s = \epsilon_s \cdot E_s$ sin que éste exceda el valor de fluencia, es decir, $f_s \leq f_y$. La fuerza que se desarrolla en cada varilla, se obtiene multiplicando el esfuerzo generado por el área de acero correspondiente, o sea, $F_s = f_s \cdot A_s$.

3) La fuerza de compresión que el concreto es capaz de resistir, de acuerdo con la hipótesis, vale $C_c = abf''c$, en donde $a = 0.8c$, b es el ancho de la sección cuando ésta es rectangular y c es la profundidad supuesta del eje neutro.

4) La carga axial resistente, P_R , de la sección, se obtiene como la suma de todas las fuerzas internas en el acero y en el concreto, afectada por el factor de reducción de resistencia, F_R , correspondiente. Análogamente, el momento flexionante resistente, M_R , de la sección, se obtiene multiplicando por F_R , la suma de momentos producidos por cada fuerza respecto de un eje de la sección.

II.3.iii Comportamientos y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión.

El tipo de espécimen usado en investigaciones de elementos sujetos a flexocompresión, es semejante al que aparece en la figura 2.4 donde se indica esquemáticamente, el refuerzo usual y una posible configuración de agrietamiento.

El primer caso de falla se produce por aplastamiento del concreto. El acero del lado más comprimido fluye, en tanto que el del lado opuesto no fluye en tensión.

El segundo modo de falla se produce cuando el acero de un lado fluye en tensión, antes de que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado opuesto, más comprimido.

El tipo de falla depende esencialmente de la relación entre momento y carga axial en el colapso. En el diagrama de interacción mostrado en la figura 2.3, el punto D separa la zona de fallas de compresión de la de fallas en tensión; recibe el nombre de punto de falla balanceada. Se ha observado que en el efecto del refuerzo helicoidal sobre la resistencia, disminuye apreciablemente en cuanto la carga axial tiene cierta excentricidad, aunque la hélice sigue aumentando la ductilidad del elemento.

II.3.iv Obtención de la resistencia por tanteos utilizando hipótesis simplificadoras.

Cuando se trata de calcular la resistencia para una sola combinación de P y M, resulta más conveniente el procedimiento de tanteos descrito en esta sección.

Este procedimiento consiste en calcular los valores de P y M para una configuración supuesta de deformaciones unitarias.

De la misma manera, se determina después la excentricidad, $e=M/P$, y se compara la excentricidad de la carga externa. Si coinciden las dos excentricidades el problema está resuelto y si no coinciden se hacen otros tanteos cambiando la configuración de deformaciones unitarias hasta lograr la coincidencia.

II.3.v Procedimiento general.

En las secciones anteriores se ha indicado la manera de obtener las acciones internas máximas en una sección, utilizando hipótesis simplificadoras referentes a la deformación unitaria máxima útil del concreto y al diagrama de esfuerzos de compresión.

En la figura 2.5 se ilustra la obtención de los valores de P_n y M_n , para una sección determinada, suponiendo el estado de deformaciones unitarias indicado en la figura 2.5. Debe observarse que, para obtener los valores correspondientes a la resistencias, es necesario hacer tanteos variando la deformación máxima en el concreto, pero manteniendo la excentricidad constante, hasta obtener un valor máximo de M_n .

II.3.vi Elementos con dos planos de simetría sujetos a carga axial y flexión en un plano cualquiera.

II.3.vi.i Solución por tanteos.

El problema consiste en encontrar el valor máximo de la carga axial P que actúa fuera de los planos de simetría, a distancias e_x y e_y de ellos. Esta condición es estáticamente equivalente a considerar el elemento sujeto a una carga axial P y a dos momentos flexionantes, $M_x=Pe_x$ y $M_y=Pe_y$.

Para un elemento de geometría y excentricidades dadas,

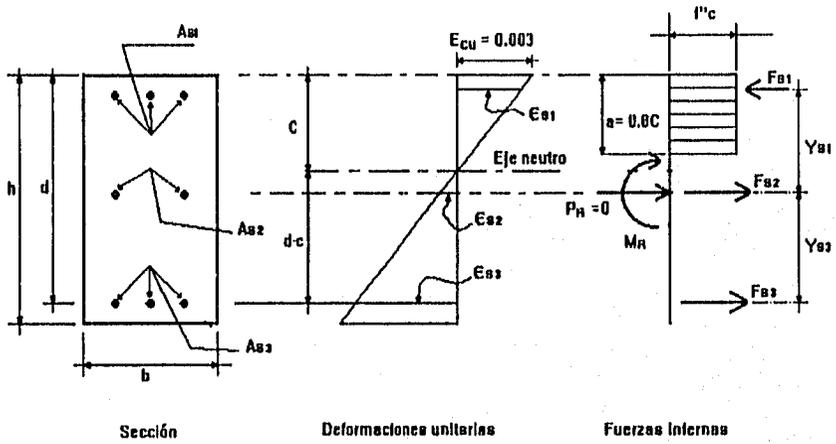


Figura 2.5 Sección rectangular de concreto reforzado sujeta solo a flexión

aplicando la hipótesis simplificadora o el procedimiento básico a partir de características esfuerzo-deformación, por tanteos sucesivos se puede obtener el valor máximo de la carga P , que actúa a las excentricidades dadas. En la figura 2.5 se presenta un cálculo típico para una posición supuesta del eje neutro que, junto con el valor de $E_{cu} = 0.003$, fija la distribución de deformaciones unitarias, las que tienen valores constantes en secciones paralelas al eje neutro supuesto. En este ejemplo la zona sujeta a compresión tiene forma trapecial. Se calculan las fuerzas, los brazos y los momentos referidos a los ejes x y y . Se obtienen entonces valores de P , M_x y M_y para la posición supuesta del eje neutro. Si los valores de $e_x = M_x/P$ y $e_y = M_y/P$ coinciden con los datos, el problema queda resuelto; si no, debe cambiarse la posición del eje neutro y repetirse el proceso hasta que se obtengan excentricidades que coincidan con las dadas. El cambio en la posición del eje neutro consistirá en general en una translación y una rotación, (fig. 2.6 se ve la superficie de int.)

El procedimiento descrito predice satisfactoriamente la resistencia, pero es muy laborioso. La convergencia es lenta debido a que los valores de las excentricidades son muy sensibles a pequeñas variaciones en la posición del eje neutro.

II.3.vi.ii Formula de Bresler.

Bresler ha desarrollado una expresión sumamente simple, para calcular los valores máximos de la carga de compresión que actúa a excentricidades e_x y e_y , en secciones rectangulares con refuerzo simétrico. La expresión que propone es:

$$1/P_n = 1/P_x + 1/P_y - 1/P_o$$

donde

- P_n = carga normal máxima que actúa a excentricidades e_x y e_y ;
- P_x = carga normal máxima a una excentricidad e_x contenida en un plano de simetría ($e_y = 0$);
- P_y = carga normal máxima a una excentricidad e_y contenida en un plano de simetría normal al anterior ($e_x = 0$), y
- P_o = carga axial máxima que puede resistir el elemento ($e_x = e_y = 0$).

Puede verse que la ecuación reduce el problema, a una combinación de soluciones más simple: dos de flexocompresión en un plano de simetría y una de compresión axial.

La expresión propuesta por Bresler, representa una familia

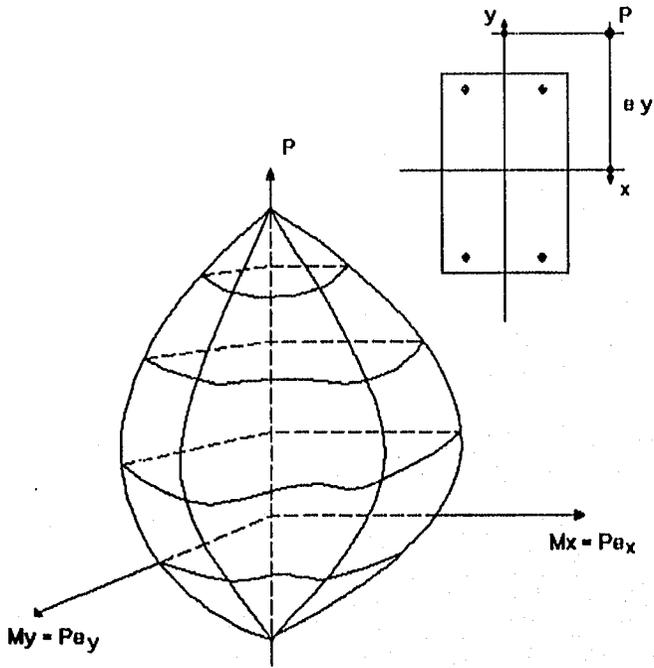


Figura 2.6 Superficie de interacción.

de planos que aproximan los puntos de la superficie de interacción. Esta expresión es válida para valores de P_n mayores que $0.1 P_o$, aproximadamente.

II.3.vi.iii Elementos sin plano de simetría sujetos a carga axial y flexión en un plano cualquiera.

En este caso son aplicables tanto el procedimiento básico como las hipótesis simplificadoras. Aunque es muy complicado resolver este tipo de problemas en una forma general, es posible tratar casos particulares, definidos en geometría y refuerzo, para uno o varios planos de flexión. Un caso interesante es el de columnas en forma de L que se ocupan en esquinas de edificios.

II.3.vi.iv Flexotensión.

Si bien no es frecuente encontrar elementos sujetos a flexotensión, existen algunas estructuras, por ejemplo algunos depósitos, cuyos elementos están sometidos a esta tipo de acción.

II.4 FUERZA CORTANTE.

Las disposiciones por del reglamento, para cortante, se presentan en términos de fuerzas cortantes (en vez de esfuerzos) para que sean compatibles con las otras condiciones de diseño, para el método de diseño por resistencia, que se expresan en términos de cargas, momentos y fuerzas.

Consecuentemente, el cortante se expresa en términos de la fuerza cortante factorizada V_u , directamente, empleando la igualdad básica de resistencia al cortante:

Resistencia al cortante requerida \leq resistencia al cortante de diseño

$$V_u \leq f_i V_n$$

$$V_u \leq f_i (V_c + V_s)$$

Donde:

$f_i V_n$ = a la suma de la resistencia al cortante proporcionada por el concreto, $f_i V_c$, más la resistencia al cortante originada por el refuerzo de cortante, $f_i V_s$.

Considérese una viga elástica sujeta a un sistema de cargas concentradas. En las regiones próximas a un apoyo o a una carga concentrada, la viga se encuentra sometida a esfuerzos tangenciales v y a esfuerzos normales f_x y f_y , definidos en direcciones paralelas y perpendiculares respectivamente, al eje del elemento. Los esfuerzos f_y se deben a efectos locales de las reacciones o de las cargas, y se desprecian en regiones alejadas de estas. Los esfuerzos normales longitudinales, f_x , pueden valuarse dentro del rango elástico del elemento mediante la fórmula $f_x = My/I$, donde M es el momento flexionante que actúa en la sección considerada, y es la distancia desde el eje neutro al nivel considerado, e I es el momento de inercia de la sección transversal del elemento.

La distribución elástica de esfuerzo tangencial, v , se calcula con la expresión $v = VQ/Ib$, donde v es la fuerza cortante en la sección, Q es el momento estático respecto al eje neutro del área de la sección situada arriba del nivel considerado, I es el momento de inercia, b es el ancho de la sección al nivel considerado y h es el peralte total de la sección.

Cuando los esfuerzos f_y no existen, o se desprecian, los esfuerzos principales, f_t , se pueden calcular a partir de los esfuerzos tangenciales, v , y normales, f_x , mediante la expresión

$$f_t = (f_x/2) + ((f_x/2)^2 + v^2)^{0.5}$$

En esta expresión, los esfuerzos f_x y f_t son positivos cuando son de tensión. El signo positivo corresponde al esfuerzo principal máximo, que es el que interesa principalmente en el caso de elementos de concreto, en tanto que el negativo corresponde al esfuerzo principal mínimo. En lo sucesivo se trabajará exclusivamente con el esfuerzo principal máximo (o de tensión). La inclinación del plano correspondiente al esfuerzo principal máximo, se obtiene mediante la expresión $\tan 2\theta = 2v/f_x$, donde θ es el ángulo formado por el esfuerzo principal máximo con el eje de la pieza. Es fácil comprobar que en los puntos en que existe únicamente esfuerzo cortante, el esfuerzo principal máximo es igual a v , y tiene una inclinación de 45° respecto al eje horizontal. Igualmente es claro que el esfuerzo principal de tensión es nulo en la fibra superior, e igual al esfuerzo normal en la fibra inferior.

Considérese una viga elástica sujeta a un sistema de cargas concentradas. En las regiones próximas a un apoyo o a una carga concentrada, la viga se encuentra sometida a esfuerzos tangenciales v y a esfuerzos normales f_x y f_y , definidos en direcciones paralelas y perpendiculares respectivamente, al eje del elemento. Los esfuerzos f_y se deben a efectos locales de las reacciones o de las cargas, y se desprecian en regiones alejadas de estas. Los esfuerzos normales longitudinales, f_x , pueden valuar dentro del rango elástico del elemento mediante la fórmula $f_x = My/I$, donde M es el momento flexionante que actúa en la sección considerada, y e es la distancia desde el eje neutro al nivel considerado, e I es el momento de inercia de la sección transversal del elemento.

La distribución elástica de esfuerzo tangencial, v , se calcula con la expresión $v = VQ/Ib$, donde v es la fuerza cortante en la sección, Q es el momento estático respecto al eje neutro del área de la sección situada arriba del nivel considerado, I es el momento de inercia, b es el ancho de la sección al nivel considerado y h es el peralte total de la sección.

Cuando los esfuerzos f_y no existen, o se desprecian, los esfuerzos principales, f_t , se pueden calcular a partir de los esfuerzos tangenciales, v , y normales, f_x , mediante la expresión

$$f_t = (f_x/2) + ((f_x/2)^2 + v^2)^{0.5}$$

En esta expresión, los esfuerzos f_x y f_t son positivos cuando son de tensión. El signo positivo corresponde al esfuerzo principal máximo, que es el que interesa principalmente en el caso de elementos de concreto, en tanto que el negativo corresponde al esfuerzo principal mínimo. En lo sucesivo se trabajará exclusivamente con el esfuerzo principal máximo (o de tensión). La inclinación del plano correspondiente al esfuerzo principal máximo, se obtiene mediante la expresión $\tan 2\theta = 2v/f_x$, donde θ es el ángulo formado por el esfuerzo principal máximo con el eje de la pieza. Es fácil comprobar que en los puntos en que existe únicamente esfuerzo cortante, el esfuerzo principal máximo es igual a v , y tiene una inclinación de 45° respecto al eje horizontal. Igualmente es claro que el esfuerzo principal de tensión es nulo en la fibra superior, e igual al esfuerzo normal en la fibra inferior.

II.4.i Comportamiento y modos de falla.

En esta sección se describen el comportamiento bajo carga y los modos de falla de elementos de concreto, en los cuales la acción de la fuerza cortante es importante. Para facilitar la exposición se agrupan los elementos en los siguientes tipos.

- a) Vigas o columnas sin refuerzo transversal en el alma, sujetas a combinaciones de fuerza cortante, momento flexionante y carga axial.
- b) Vigas o columnas con refuerzo transversal en el alma, mostrado esquemáticamente en la figura por estribos verticales y sujetas a las mismas condiciones de carga que el inciso a).

II.4.ii Elementos con refuerzo en el alma.

El refuerzo transversal, o refuerzo en el alma, que se utiliza en el elemento de concreto para aumentar su resistencia a los efectos de la fuerza cortante pueden ser de distintos tipos.

Comúnmente los estribos son de dos ramas, en "U" o cerrados, siendo los cerrados los más frecuentes. Sin embargo, en algunos casos se utilizan también estribos de cuatro ramas. El tipo de estribos más usual es aquel que tiene sus extremos doblados a 135° . Generalmente los estribos se colocan en posición vertical, pero a veces se colocan inclinados con respecto al eje del elemento con un ángulo que varía entre 30° y 60° , siendo 45° grados la inclinación más común.

En los ensayos de laboratorio se ha observado que la resistencia a los efectos de la fuerza cortante de un elemento con refuerzo transversal, es igual a su resistencia al agrietamiento inclinado más la contribución del refuerzo transversal. Normalmente en el diseño se busca que esta suma sea mayor que la resistencia del elemento en flexión o flexocompresión, para garantizar que no se presente el colapso por efecto de fuerza cortante.

Es importante tener en cuenta que, para que el refuerzo transversal sea realmente efectivo, debe colocarse a espaciamientos tales a lo largo del eje de la pieza, que cualquier grieta inclinada potencial que pudiera formarse en el elemento sea cruzada cuando menos por una barra de refuerzo en el

alma.

II.4.iii Expresiones para valuar la resistencia a efectos de fuerza cortante.

En la mayoría de los reglamentos, los efectos de las variables estudiadas anteriormente, se expresan por medio de fórmulas sencillas, con ciertas limitaciones y restricciones.

Como se ha dicho, no se cuenta con una teoría general que explique satisfactoriamente los efectos de la fuerza cortante en elementos de concreto. Por consiguiente, las expresiones propuestas reflejan los efectos de las variables principales, dentro de los límites de la información experimental.

Expresiones del reglamento ACI.

Miembros sin refuerzo transversal.

El reglamento ACI318-89, presenta un procedimiento simplificado y otro más detallado para calcular la resistencia nominal de elementos sin refuerzo transversal.

La resistencia a fuerza cortante de un elemento sujeto únicamente a flexión y cortante puede calcularse con la expresión

$$V_c = 0.50 (f'_c)^{0.5} b d$$

Donde:

- V_c = resistencia nominal, que corresponde a la carga de agrietamiento
- b = ancho del alma de secciones T ó I, o ancho total si la sección es rectangular
- d = peralte efectivo del refuerzo del refuerzo longitudinal de tensión

Si el elemento está sujeto además a carga axial de compresión, la resistencia se calcula con la ecuación

$$V_c = 0.50 (1 + 0.0071 (N_u/A_g)) (f'_c)^{0.5} b d$$

donde:

N_u = carga axial de compresión que actúa sobre el miembro

multiplicada por el factor de carga apropiado
 A_v = área total de la sección transversal.

El factor $(1+0.0071 (N_u/A_v))$ cuantifica el efecto de la carga axial de compresión, que como ya se ha mencionado, incrementa la resistencia debido a que reduce los esfuerzos de tensión y los agrietamientos en las vigas.

Con el procedimiento más detallado del reglamento ACI, la resistencia de un miembro sin refuerzo en el alma y sometido únicamente a flexión y fuerza cortante, se calcula con la siguiente ecuación.

$$V_c = (0.5(\sqrt{f'c}) + 180\rho(V_{ud}/M_u))bd$$

$$\leq 0.09(f'c)^{(1/2)}bd$$

donde:

ρ = relación de acero longitudinal, A_s/bd

A_s = área de acero longitudinal

V_u = fuerza cortante en la sección considerada, multiplicada por un factor de carga apropiado.

M_u = momento flexionante en la sección considerada, multiplicado por el factor de carga apropiado. Si M_u es menor que V_{ud} se toma igual a este producto.

La ecuación toma en cuenta dos variables que tienen efecto sobre la carga de agrietamiento: la relación de acero longitudinal, ρ , y la esbeltez expresada por el término V_{ud}/M_u .

El efecto de una carga axial de compresión, se toma en cuenta disminuyendo el valor del momento flexionante M_u , sustituyéndolo por el valor M_m dado por;

$$M_m = M_u - N_u ((4h-d)/8)$$

Eliminando la restricción $V_{ud}/M_m \leq 1$ y sin que la resistencia V_c exceda el valor;

$$V_c = 0.90 (f'c)^{0.5} b d (1 + 0.030 N_u / A_g)^{0.5}$$

Donde:

- M_m = momento flexionante modificado
- N_u = carga normal a la sección transversal, positiva si es de compresión.
- h = peralte total de la sección transversal
- A_g = área total de la sección transversal.

Para cargas axiales de tensión importantes, la resistencia puede calcularse con la ecuación:

$$V_c = 0.50 (f'c)^{0.5} b d (1 + 0.028 (N_u / A_g))$$

en la que N_u tiene signo negativo por ser de tensión.

La resistencia de diseño se obtiene, como en el caso de las otras acciones ya estudiadas, multiplicando la resistencia nominal calculada, con alguna de las ecuaciones anteriores por el factor de resistencia, ϕ . De la observación del agrietamiento de un gran número de ensayos en cortante, se ha concluido que la grieta inclinada se inicia generalmente a una distancia de la cara de apoyo no mayor que d .

Miembros con refuerzo transversal.

La resistencia a fuerza cortante de miembros con refuerzo en el alma, se considera igual a la suma de la resistencia del concreto y de la contribución a la resistencia del refuerzo en el alma, o sea:

$$V_n = V_c + V_s$$

donde:

- V_n = resistencia nominal de un miembro con refuerzo en el alma
- V_c = resistencia del concreto
- V_s = contribución del refuerzo en el alma.

La expresión que presenta el ACI, puede aceptarse teniendo en cuenta la poca precisión con que puede valuarse los efectos de las variables secundarias. Con esta simplificación se obtiene :

$$V_s = (A_v f_y (\sen \alpha + \cos \alpha) d / s)$$

donde:

A_v = área total del refuerzo en el alma en una distancia s , medida en dirección paralela al refuerzo longitudinal

α = ángulo entre las barras o estribos de refuerzo en el alma y el eje longitudinal del miembro

s = separación de estribos o barras dobladas, medida en dirección paralela a la del refuerzo longitudinal.

En el caso de estribos perpendiculares al refuerzo longitudinal ($\alpha = 90^\circ$), la ecuación se reduce a:

$$V_s = A_v f_y d / s$$

El valor de V_s en ningún caso debe ser mayor de $2(f'c)^{0.5}bd$, ya que si se tuviese una cantidad excesiva de refuerzo en el alma, no se garantizaría que la resistencia total, fuese la suma de la resistencia del concreto y de la contribución del acero. El reglamento también especifica que el esfuerzo en el alma no exceda de $4\ 200\text{ kg/cm}^2$. La contribución del refuerzo a la resistencia nominal, debe afectarse del mismo valor de ϕ , o sea 0.85, para obtener la contribución a la resistencia de diseño.

Además de aumentar la resistencia a fuerza cortante, el refuerzo transversal aumenta la ductilidad y proporciona un aviso de falla que no poseen los elementos sin dicho refuerzo. Este refuerzo resulta de gran valor cuando se presentan fuerzas imprevistas en la estructura, lo que evita fallas catastróficas. Por esta razón, se recomienda en general colocar una cantidad mínima de dicho refuerzo transversal. En este sentido, el reglamento de ACI recomienda colocar una área mínima igual a:

$$A_v = 3.5(bs/f_y)$$

en cualquier sección en la que la fuerza cortante, afectada por el factor de carga, exceda de la mitad de la resistencia de diseño del concreto, ϕV_c .

Se limitan también la separación del refuerzo transversal

cuando esté se considera necesario. En general se trata de impedir que pueda desarrollarse una grieta inclinada a 45° , sin que sea interceptada por una barra en la zona comprendida entre el refuerzo de tensión y el semiperalte efectivo del elemento. El reglamento ACI, especifica que la separación de estribos perpendiculares al eje longitudinal de un elemento, no exceda de $d/2$ ni de 60 cm. Cuando V_s exceda de $(f'c)^{0.5}bd$, estas separaciones deben reducirse a la mitad.

Teniendo en cuenta que el corte de barras longitudinales en zonas de tensión origina concentraciones de esfuerzos importantes que propician el desarrollo de grietas por tensión diagonal, el reglamento ACI impone ciertas limitaciones a tal práctica, para que sea admisible cortar barras longitudinales en zonas de tensión, debe satisfacer una de las siguientes condiciones: a) la fuerza cortante en la zona de corte no es mayor que los dos tercios de la fuerza cortante permisible, incluyendo el efecto del refuerzo en el alma; b) se proporcionan estribos adicionales a lo largo de la barra cortada en una distancia $3d/4$, a partir del punto de corte; estos estribos adicionales deben tener una área no menor que $4.2bs/f_y$ y la separación no debe exceder de $d/8\beta_p$, es la relación entre el área de barras cortadas y el área total, y c) las barras que se continúan tienen una área por lo menos del doble de la requerida por flexión en el punto del corte, y el cortante no excede de las tres cuartas partes de lo permitido.

Expresiones de las NTC del Reglamento del Distrito federal.

Miembros sin refuerzo transversal.

La resistencia nominal de estos miembros se calcula con las siguientes ecuaciones, según la relación de refuerzo:

si $\rho < 0.01$,

$$V_c = [(0.20+30\rho)(f'c)^{0.5}]bd$$

si $\rho \geq 0.01$, $V_c = 0.5(f'c)^{0.5}bd$

Este reglamento establece que las ecuaciones se aplican a miembros, que cuya relación claro a peralte total no sea menor que cinco. También establece que si el peralte total es mayor que un metro, la resistencia calculada se reduzca en veinte por ciento.

El efecto de una carga axial de compresión, se toma en cuenta multiplicando la resistencia calculada con las ecuaciones anteriores por el termino $[1+0.007(P_u/A_g)]$, donde P_u es la carga axial multiplicada por el factor de carga y A_g el área gruesa de la sección, siempre que P_u no exceda de $(0.7f'_cA_g + 2000A_s)$. Cuando la carga axial es mayor que esta valor, lo cual sucede con cargas axiales muy elevadas, la resistencia a cortante se va disminuyendo linealmente desde el valor correspondiente al límite anterior, hasta un valor nulo para la resistencia a compresión axial, o sea, para $P_u = A_g f'_c + A_s F_y$.

En el caso de cargas axiales de tensión, la resistencia obtenida con las ecuaciones, se multiplica por el factor $[1+0.03(P_u/A_g)]$, donde P_u tiene signo negativo por ser de tensión.

Cuando existan cargas axiales, el valor de la relación de refuerzo, ρ , que se utilice para determinar que ecuación se utiliza, se calcula usando el área de las barras de la capa de refuerzo más próxima a la cara de tensión, o a la cara de compresión mínima, en secciones rectangulares, o tomando un área de acero igual a $0.33 A_g$, en secciones circulares. En estos casos $b d$ se sustituirá por A_g .

La resistencia de diseño, V_{CR} , se obtiene multiplicando la resistencia nominal por un factor de resistencia F_R .

Miembros con refuerzo transversal.

Los criterios del reglamento del D.F. son los mismos que el reglamento ACI. La resistencia es igual a la suma de la contribución del concreto y de la contribución del acero. La primera se calcula con las ecuaciones de la sección anterior y la segunda con las ecuaciones de V_s mencionadas en el reglamento ACI. Se permite usar estas mismas ecuaciones para secciones circulares, sustituyendo d por el diámetro de la sección.

La resistencia de diseño se obtiene multiplicando la resistencia nominal, por un factor de resistencia igual que los miembros sin refuerzo transversal.

No se permite que la resistencia de diseño total de estos

miembros exceda de $2.5F_R(f \cdot c)^{0.5bd}$, ni usar estribos con refuerzo de fluencia mayor que 4200 kg/cm^2 .

También se presentan en las NTC-89, limitaciones sobre interrupciones y traslapes del refuerzo longitudinal. Se especifica al respecto, que en tramos comprendidos a un peralte efectivo de las secciones donde, en zonas de tensión, se interrumpa más del 33 por ciento, o traslape más de 50 por ciento del refuerzo longitudinal, la fuerza cortante máxima que puede tomar el concreto se considere de $0.7 V_{CR}$.

II.5 TORSION.

II.5.i Resistencia de elementos sujetos a torsión.

Debido al carácter monolítico de las estructuras de concreto, es común la existencia de acciones torsionantes que se presentan casi siempre en combinación con solicitaciones de flexión, fuerza cortante y fuerza normal. En muchos casos, los efectos de la torsión son secundarios en comparación con los de las otras solicitaciones, y por esto suelen despreciarse en el diseño. Sin embargo a veces la torsión puede ser la acción preponderante, o al menos tener un efecto lo suficientemente importante para no poder ignorarla sin que la estructura sufra daños.

El problema de torsión en estructuras de concreto tiene dos aspectos. El primero consiste en la determinación de los momentos torsionantes, que actúan sobre los elementos de una estructura, y el segundo, en la determinación de la resistencia de los elementos.

II.5.ii Torsión simple.

En el caso de torsión simple es poco frecuente en la práctica, porque la torsión se presenta casi siempre acompañada de flexión y fuerza cortante. Sin embargo, para calcular la resistencia de un elemento sujeto a torsión combinada con flexión y cortante, es conveniente conocer previamente el comportamiento y la resistencia de un elemento a torsión simple.

Se han desarrollado varias teorías para calcular la resistencia a torsión de elementos de concreto simple, a continuación se nombran tres de ellas : La teoría elástica, la teoría plástica y la teoría de Hsu. En las dos primeras se supone

que el concreto es un material perfectamente elástico o perfectamente plástico, respectivamente, al cual son aplicables los resultados de las teorías de elasticidad o plasticidad. La tercer teoría se desarrolló a partir del comportamiento y modo de falla, es similar al de una viga de concreto simple ensayada a flexión.

II.5.iii Expresiones de los reglamentos para valuar la resistencia a efectos de torsión.

En su mayoría los reglamentos de construcciones presentan expresiones basadas en datos experimentales. Puesto que la torsión actúa generalmente en combinación con flexión y cortante, las expresiones tratan de considerar esta interacción, especialmente la que ocurre entre torsión y cortante, que es la más significativa.

Expresiones del reglamento ACI.

Este reglamento indica que los efectos de torsión deben tomarse en cuenta siempre que el momento torsionante externo, ya multiplicado por el factor de carga, sea mayor que $\phi(0.13(f'c)^{0.5} \sum x^2y$. El factor de reducción ϕ se considera de 0.85. y la sumatoria debe realizarse en secciones T; I o L sobre todo los rectangulos en que pueda descomponerse la sección transversal del elemento.

La resistencia nominal a torsión de un elemento, se supone igual a la suma de la resistencia que proporciona el concreto y la resistencia el acero, o sea:

$$T_n = T_c + T_s$$

Para calcular la contribución del concreto T_c , se utiliza la ecuación:

$$T_c = 0.2(f'c)^{0.5} \sum x^2y / (1 + (0.4V_u/C_t T_u)^2)^{0.5}$$

en la que V_u y T_u , son la fuerza cortante y el momento torsionante externos multiplicados por el factor de carga y C_t , es un factor que relaciona los esfuerzos por cortante y por torsión y que tiene el valor $bd/\sum x^2y$.

La contribución del acero T_s , se calcula con la ecuación

$$T_s = A_t \alpha_t x_1 y_1 f_y / s$$

en la que A_t es el área de una rama de estribó, s es la separación de estribos, x_1 es el lado menor de los estribos medidos centro a centro, y_1 es el lado mayor y α_t tiene el siguiente valor :

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33(y_1/x_1) \leq 1.50$$

En ningún caso debe aceptarse que la suma de t_c y de t_s , exceda de $4T_c$, con el fin de evitar una cantidad excesiva de acero por torsión y una falla frágil del elemento.

El refuerzo longitudinal adicional al de flexión, se especifica que el área de este refuerzo, A_l , debe estar determinada por el valor mayor de las dos ecuaciones siguientes y que el refuerzo debe distribuirse al rededor del perimetro de los estribos :

$$A_l = 2A_t(x_1+y_1)/s \dots\dots\dots 1$$

$$A_l = [(28xs/f_y) (T_u/(T_u + (V_u/3C_t))) - 2A_t] (x_1+y_1)/s \dots\dots\dots 2$$

El valor de A_l calculado en la ecuación 2, no necesita ser mayor que el que se obtenga sustituyendo $2A_t$ por $3.5bs/f_y$, en dicha ecuación.

Tanto los estribos como el refuerzo longitudinal que se requieran por tensión, deben adicionarse al refuerzo por flexión, por cortante, o por carga axial. los estribos deben ser cerrados, con ganchos de 135° . El refuerzo por tensión debe prolongarse una distancia $(d+b)$ más allá del punto en que se requiera teóricamente.

El reglamento ACI, presenta también limitaciones sobre la separación máxima del refuerzo por torsión y sobre el área mínima de estribos. A este respecto, señala que los estribos no deben estar separados una distancia mayor de $(x_1 + y_1)/4$ o de 30 cm, la que sea menor, y que las barras longitudinales, que deben ser por lo menos del No. 3, y no deben de estar separadas más de 30 cm. al rededor del perimetro. El área mínima de los estribos que se requieran por cortante y por torsión debe ser igual a :

$$A_v + 2A_t = 3.5bs/f_y \dots\dots\dots 3$$

Téngase presente que en esta ecuación A_v representa el área de todas las ramas verticales del estribo mientras que A_t es el

área de cada rama.

Es importante notar aquí, que la presencia de momento torsionante reduce la resistencia a fuerza cortante de un elemento, ya que ambas acciones producen tensiones diagonales. El reglamento especifica que la fuerza cortante, V_c , que puede resistir una sección sujeta a torsión y cortante simultáneamente se calcule con la ecuación :

$$V_c = 0.5(f'c)^{0.5}bd / (1 + (2.5C_t T_u / V_u)^2)^{0.5} \dots\dots\dots 4$$

Según el reglamento la ecuación 4 debe usarse en vez de las ecuaciones anteriores siempre que el valor del momento torsionante, T_u , no exceda de : $\phi(0.13(f'c)^{0.5}\sum x^2y)$.

Expresiones de las NTC del Reglamento del Distrito Federal.

Estas normas también distinguen los dos casos, pero la distinción se toma en cuenta tanto en el análisis estructural, como en la resistencia de los elementos. En efecto, para el primer caso, o sea cuando la resistencia a torsión es necesaria para el equilibrio, se considera que la contribución del concreto es nula; así que el momento torsionante debe ser resistido por acero para torsión exclusivamente. La resistencia nominal del elemento queda determinada entonces por la ecuación:

$$T_r = A_t \alpha_t x_1 y_1 f_y / s$$

En el segundo caso o sea, cuando la resistencia a torsión no es indispensable para el equilibrio, se procede de la siguiente manera:

Se calcula el momento torsionante de diseño, T_u , suponiendo en el análisis que la rigidez a torsión del elemento, es la mitad de la rigidez torsional elástica de la sección completa calculada con un módulo de rigidez a cortante, G , igual a 0.4 veces el módulo de elasticidad del concreto. El efecto de la torsión puede desprejarse si se cumple alguna de las dos condiciones siguientes :

- a) que el momento torsionante de diseño, T_u , sea menor que la resistencia de diseño calculada con la ecuación :

$$T_{cR} = 0.15F_R \sum x^2y (f'c)^{0.5}$$

En la que el factor de reducción F_R tiene un valor de 0.8.

b) Que se cumpla la desigualdad

$$T_u2/T_{oR} + V_u2/V_{cR2} \leq 1.0$$

donde T_{oR} tiene el valor

$$T_{oR} = 0.6F_R \sum x^2 y (f'c)^{0.5}$$

Puede verse que la ecuación representa nuevamente la interacción circular entre torsión y cortante.

Si no se cumplen alguna de las dos condiciones, los elementos deben llevar refuerzo por torsión y su resistencia de diseño se calcula sumando las contribuciones del concreto y del acero, con la ecuación de T_{cR} y T_{sR} que es la siguiente:

$$T_{sR} = F_R A_{st} \alpha_t x_1 y_1 f_y / s$$

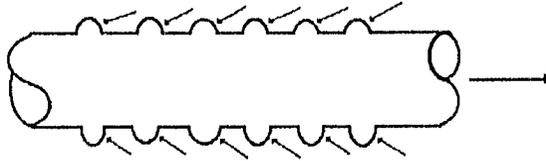
Las NTC-89 incluyen disposiciones sobre separaciones mínimas de estribos y áreas mínimas semejantes a las del reglamento ACI que no se reproducen en este texto.

II.6 ADHERENCIA Y ANCLAJE.

En elementos de concreto reforzado, es necesario que exista adherencia entre el concreto y las barras de refuerzo, de manera que ambos materiales estén íntimamente ligados entre sí. De no existir adherencia, el comportamiento del elemento difiere del descrito en los capítulos anteriores. En la figura 2.7 se ilustra la diferencia de comportamiento entre un elemento con refuerzo adherido y otro en el que el refuerzo se encuentra libre dentro de la masa del concreto.

El logro de un comportamiento adecuado en adherencia es un aspecto importante del dimensionamiento de elementos de concreto reforzado. Sin embargo de nuestro conocimiento del fenómeno de adherencia es relativamente escaso, especialmente en lo que se refiere a la determinación de los esfuerzos internos y a los mecanismos de falla por adherencia.

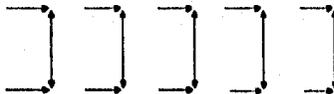
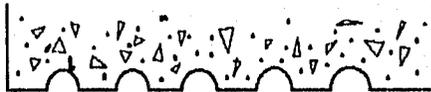
Los esfuerzos de adherencia se presentan en los elementos de



a) Sobre la barra



b) Sobre el concreto



b) Componentes sobre el concreto

Figura 2.7 Fuerzas entre barras y concreto

concreto reforzado por dos causas: la necesidad de proporcionar anclaje adecuado para barras y la variación de fuerzas del momento a lo largo del elemento.

II.6.i Naturaleza de la adherencia.

La adherencia o resistencia al deslizamiento tiene su origen en los fenómenos siguientes:

- a) Adhesión de naturaleza química entre el acero y el concreto.
- b) Fricción entre la barra y el concreto, que se desarrolla al tender a deslizar la primera.
- c) Apoyo directo de las corrugaciones de las barras sobre el concreto que las rodea.

En barras lisas sólo existen las dos primeras contribuciones. Como su aportación a la resistencia al deslizamiento es mucho menor, que la debida al apoyo de las corrugaciones sobre el concreto.

La introducción de las barras corrugadas, ha aliviado considerablemente los problemas de adherencia. Además el mejor comportamiento de estas barras, ha hecho menos crítico el anclaje en los extremos que con las barras lisas.

En la figura 2.7 se muestra en una forma simple, el mecanismo mediante el cual se transmiten fuerzas del concreto y las barras, cuando estas tienen corrugaciones. Los componentes normales a las barras de las fuerzas, originan tensiones que tienden a producir agrietamientos longitudinales con configuraciones semejantes, ilustradas en la figura 2.8. Las fallas de adherencia en barras corrugadas, suelen ocurrir cuando estos agrietamientos longitudinales alcanzan una magnitud tal, que permiten el deslizamiento de las barras.

II.6.ii Normas para longitudes de desarrollo.

Reglamento A.C.I.

En la tabla 2.3 se dan los valores de las longitudes de desarrollo básicas (L_{db}), propuestas en el reglamento para

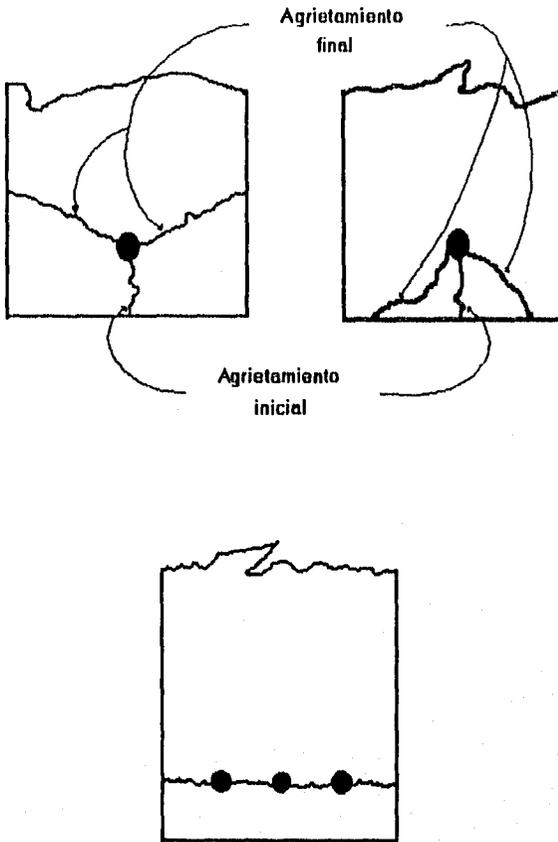


figura 2.8 Diferentes configuraciones de agrietamiento longitudinal

barras en tensión " bajas " es decir, barras que tienen una capa de concreto menor de 30 cm bajo ellas. Con el fin de asegurar un comportamiento dúctil, se supuso que el esfuerzo a desarrollar en el acero, es igual a $1.25 f_y$. En la tabla 2.4 se resumen los principales factores de modificación que, según las condiciones de uso de las barras, deben aplicarse a las longitudes básicas en la tabla 2.3 para obtener las longitudes efectivas de desarrollo, L_d . Se especifica, además, que en ningún caso debe ser la longitud de desarrollo menor que 30 cm.

Las longitudes de desarrollo para barras en compresión especificadas por el reglamento se resumen en la tabla 2.5.

Tabla 2.3

Longitud de desarrollo básicas de barras y alambres corrugados en tensión (L_{db} en cm. A_b en cm^2 , f_y y f'_c en kg/cm^2)

Barras	L_{db}
No. 11 o menor	$0.006 A_b f_y / \sqrt{f'_c} \geq 0.006 d_b f_y$
No. 14	$0.82 f_y / \sqrt{f'_c}$
No. 18	$1.1 f_y / \sqrt{f'_c}$
Alambres	$0.11 d_b f_y / \sqrt{f'_c}$

Tabla 2.4

Factores de modificación de los valores de L_{db} dados en la tabla 2.3

Condición	factor
Barras altas (barras con más de 30 cm de espesor de concreto bajo ellas)	1.4

Barras con f_y mayor que 4200 kg/cm ²	$2 - \frac{4200}{f_y}$
Barras con separación mínima de 15 cm (La distancia libre de las barras extremas a las caras del elemento debe ser por lo menos 7.5 cm.)	0.8
Barras confinadas con una hélice de área mínima de 0.32 cm ² y paso no mayor de 10 cm	0.75
Refuerzo disponible superior al requerido por análisis.	$\frac{A_s \text{ requerido}}{A_s \text{ disponible}}$

Tabla 3.5

Longitudes de desarrollo de barras corrugadas en compresión

Longitud de desarrollo
básica

$$L_{db} = \frac{0.08 f_y d_b}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.004 f_y d_b$$

Factores de modificación:

Barras confinadas con una hélice de área mínima de 0.32 cm² y paso no mayor de 10 cm 0.75

Refuerzo disponible superior al requerido por análisis $\frac{A_s \text{ requerido}}{A_s \text{ disponible}}$

Reglamento del Distrito Federal.

Las especificaciones de las normas sobre longitudes de desarrollo, son parecidas a las del reglamento ACI aunque con algunas simplificaciones respecto a éstas.

Para calcular la longitud básica de desarrollo se propone una sola expresión :

$$L_{db} = 0.006 \frac{A_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006 d_b f_y$$

La notación y las unidades son las mismas que las utilizadas en el ACI, para las recomendaciones anteriores. Se limita la aplicabilidad de esta expresión a barras no mayores del No. 12. Como puede apreciarse es idéntica a la propuesta en el reglamento ACI, para barras del No. 11 o menores. Los factores de modificación correspondientes a barras "altas" y barras con f_y mayor de 4200 kg/cm^2 son iguales a las del reglamento ACI. Se especifica además un factor de 1.2 para barras torcidas en frío del No. 6 o mayores. En cualquier caso la longitud de desarrollo no debe ser inferior a 30 cm.

Para barras en compresión se establece que la longitud de desarrollo de una barra, debe ser al menos igual al 60 por ciento a la correspondiente en tensión. La longitud mínima se fija en 20 cm.

II.6.iii Gancho estándar.

En ocasiones no se dispone de suficiente espacio para alojar la longitud de desarrollo requerida. Se suele en estos casos hacer dobleces en el extremo de la barra, de manera que se formen ganchos o escuadras, que requieren menos espacios para desarrollar un esfuerzo dado en el acero que una longitud recta. Si estos ganchos o escuadras reúnen determinadas características geométricas, se denominan ganchos estándar. Se reseña a continuación las recomendaciones al respecto en el reglamento ACI.

La longitud de desarrollo, L_{dh} , para barras en tensión que terminan en ganchos estándar. El significado de L_{dh} así como las características geométricas de los ganchos estándar, pueden apreciarse en la figura 2.9. El valor de L_{dh} en cm, se obtiene multiplicando por los factores de modificación de la tabla 2.6 el valor de una longitud de desarrollo básica, dado por la siguiente

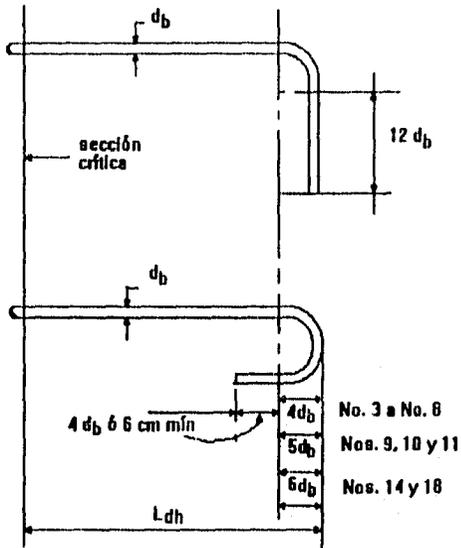


Figura 2.9 Detalles de gancho estandar segun ACI.

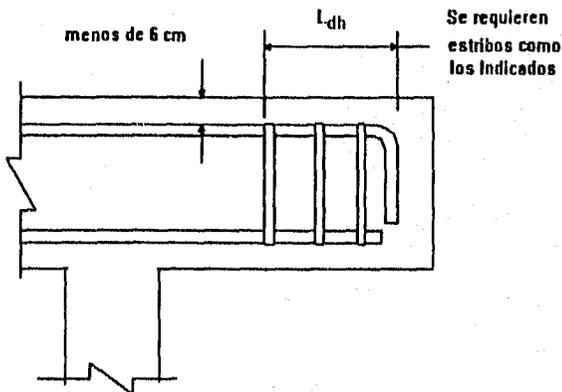


Figura 2.10 Confinamiento en los extremos discontinuos de miembro cuando el recubrimiento es menor de 6 cm.

expresión:

$$L_{hb} = \frac{320db}{\sqrt{f'c}}$$

donde:

L_{hb} = longitud básica de desarrollo para barras con $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ y gancho estándar, cm.

db = diámetro de la barra, cm.

$f'c$ = resistencia del concreto, kg/cm^2 .

El valor de L_{dh} , debe ser por lo menos igual al mayor de los siguientes valores: $8db$ ó 15 cm . Para barras con ganchos estándar, situadas en los extremos discontinuos de miembros en que el recubrimiento libre, tanto lateral como superior o inferior es menor de 6 cm , se especifica que se proporcione confinamiento por medio de refuerzo transversal, con una separación máxima de $3db$ en toda la longitud L_{dh} (figura 2.10). En tal caso no es aplicable el factor de 0.8 indicado en la tabla 2.6. El uso de ganchos para desarrollo se considera admisible únicamente para barras en tensión.

Tabla 2.6

Factor de modificación de los valores L_{dh}

Condición	Factor
Barras con f_y diferente de 4200 kg/cm^2	$\frac{f_y}{4200}$
Barras del No. 11 y menores, con recu-	

brimiento libre perpendicular al plano del gancho no inferior a 6 cm, y para ganchos de 90°, con recubrimiento libre de la extensión recta del gancho no inferior a 5 cm	0.7
Barras del No. 11 y menores confinadas por refuerzo transversal con un espaciamiento máximo de 3 db	0.8
Refuerzo disponible superior al requerido por análisis	<u>As requerido</u> As disponible

II.6.iv Empalmes de barras por traslape.

En un traslape de una barra en tensión, cada una de las barras debe desarrollar su esfuerzo de fluencia en la longitud de traslape (ver figura 3.11); o sea, que la longitud de traslape, es semejante a la longitud de desarrollo determinado en ensayos de vigas.

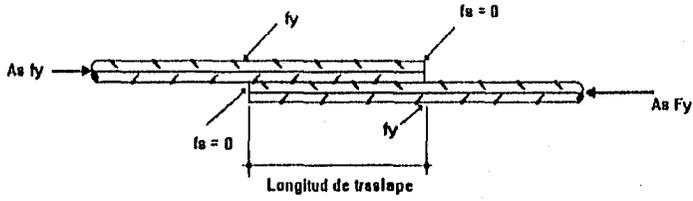
Reglamento ACI.

Según este reglamento, sólo se permite recurrir a empalmes por medio de traslapes en barras del No. 11 o menores.

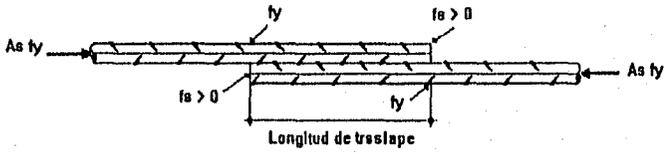
Para traslapes en barras en tensión, se distinguen tres tipos indicados en la tabla 2.7

La longitud de traslape necesaria, es función de la longitud de desarrollo L_d :

Traslape de clase A	1.0 L_d
Traslape de clase B	1.3 L_d
Traslape de clase C	1.7 L_d



De tensión



De compresión

Figura 2.11 Empalmes por traslape

Se fija el traslape mínimo admisible en 30 cm.

Para barras en compresión el traslape se toma igual a las longitudes de desarrollo para barras en compresión. La longitud determinada de esta manera no debe ser inferior al mayor de los siguientes valores : $0.007fydb$, $(0.013fy-24)db$ para $fy > 4200$ kg/cm², 30 cm.

Tabla 2.7

Tipos de traslapes de barras en tensión.

Acero disponible* Acero requerido	Porcentaje máximo de acero traslapado dentro de la longitud de traslape requerida		
	50	75	100
Igual o mayor que 2	Clase A	Clase A	Clase B
Menor que 2	Clase B	Clase C	Clase C
*Relación entre el área disponible y el área requerida por análisis en la sección donde se efectúa el empalme.			

Reglamento del Distrito Federal.

Para barras en tensión, este reglamento especifica que la longitud de traslape no debe ser menor que 1.33 veces la longitud de desarrollo calculada, ni menor que $(0.01fy-6)db$, en donde fy se expresa en kg/cm². Cuando se traslapa más de la mitad del refuerzo de una sección, se recomienda que se tomen precauciones especiales, tales como aumentar la longitud de traslape y utilizar refuerzo trasversal con separaciones pequeñas.

Para barras en compresión, se recomienda que la longitud traslapada no sea menor que la longitud de desarrollo ni menor

que (.01fy-10)db.

II.7 AGRIETAMIENTO.

Debido a la baja resistencia del concreto a tensión, los elementos de este material tienden a agrietarse.

Son diversas las causas que conducen al agrietamiento del concreto, siendo las fundamentales las deformaciones debidas a cambios volumétricos y los esfuerzos ocasionados por fuerzas de tensión, por momentos flexionantes o por las fuerzas cortantes.

La presencia de fuerzas cortantes y de las tensiones diagonales ocasionadas por éstas, dan origen a las grietas inclinadas. El desarrollo excesivo de estas grietas se contrarrestan por medio de refuerzo en el alma.

Los agrietamientos pueden controlarse por medio de refuerzo apropiadamente distribuido, generalmente especificado en el reglamento con bases empíricas, disponiendo juntas de control que hacen que el agrietamiento aparezca en lugares definidos.

Son dos las razones por las que se requiere controlar el agrietamiento: la apariencia y el riesgo de corrosión del refuerzo.

Atraves de estudios experimentales se han determinado los factores que mayor influencia tienen en el ancho de las grietas y se ha encontrado que dicho ancho

- a) es mayor cuando se utilizan barras lisas, que con barras corrugadas,
- b) es directamente proporcional al espesor del recubrimiento,
- c) aumenta con el refuerzo del acero, siendo esta variable la más importante,
- d) dependiendo del área del concreto que rodea a las barras en la zona de tensión, disminuye cuanto mejor distribuido se encuentre el refuerzo en dicha zona.

Anchos permisibles de grietas.

Reglamento	Condiciones de exposición	Anchos máximos permisibles, mm
ACI	Exterior	0.33
	Interior	0.40
NTC 93	Normal	0.50

II.8 EFECTOS DE ESBELTEZ.

Conceptos preliminares

Se entiende por efecto de esbeltez la reducción de la resistencia de un elemento sujeto a compresión axial o a flexo-compresión, debida a que la longitud del elemento es grande en comparación con las dimensiones de su sección transversal.

Se supondrá que una columna tiene sus extremos restringidos lateralmente, cuando forma parte de un entre piso donde la rigidez lateral de contrabenteos, Muros u otros elementos que den restricción lateral no sea menor que el 85 por ciento de la rigidez total de entrepiso del marco a que pertenece la columna en estudio. La rigidez de un diafragma horizontal con relación a un eje de columnas se define como la fuerza que debe aplicarse al diafragma en el eje, estando el diafragma libremente

Cuando una columna corta de cualquier material, se somete a la acción de una carga axial creciente que parte de un valor nulo, se observa que esta carga se puede incrementar hasta que el esfuerzo de compresión que se produce, llega al valor correspondiente a la resistencia última del material, que en el caso del concreto es el valor de f'_c y f_y en el caso del acero.

Sin embargo, esta situación no se presenta en todos los casos, ya que la longitud de la columna es un factor decisivo en el comportamiento de elementos sujetos a compresión axial, aún suponiendo que la columna fuese perfectamente recta y la carga perfectamente axial.

Cuando una columna larga se le aplica una carga axial creciente, se observa que cuando la carga llega a un valor determinado, se produce una flexión súbita, y si continúa incrementándose la carga se produce de inmediato el colapso de la pieza. Bajo estas circunstancias el refuerzo correspondiente a la carga que produce la falla, resulta menor que el de la resistencia última del material, esto significa que el colapso del elemento no se debió a la ruptura del material, si no que la columna ha perdido su estado inicial de equilibrio.

A la carga para la que se inicia la falla se le llama "carga crítica" y a la falla en sí, falla por "pandeo" de la columna.

Una columna esbelta de eje recto bajo la acción de una carga axial P , permanecerá teóricamente recta y sólo se comprimirá sin flexionarse. Mientras P se conserve menor que cierto valor llamado carga crítica, denominado como P_{cr} , al aplicarle a la columna una fuerza horizontal, ésta se flexionará, pero volverá a su condición recta después de cesar esa fuerza. En este caso se dice que la columna está en "equilibrio estable". (ver la figura 2.12-1a.)

Al tomar P gradualmente el valor P_{cr} , si se aplica una fuerza horizontal a la columna, se producirá en ella una flecha que ya no desaparece al dejar de actuar esa fuerza horizontal; se dice entonces, que la columna está en "equilibrio indiferente" (figura 2.12-1b).

Si el valor de P se incrementa gradualmente hasta un valor mayor que el de P_{cr} y se aplica una fuerza horizontal a la columna, ocurrirá en ese proceso el colapso de la misma. Se dice en este caso que la columna está en condición "inestable" o de "desequilibrio" (figura 2.12-1c). Este fenómeno de inestabilidad se llama pandeo.

El diseño de columnas es en general más complicado que el de las barras sujetas a flexión o torsión. Si una columna es larga en relación con su sección transversal, se dice que es esbelta y

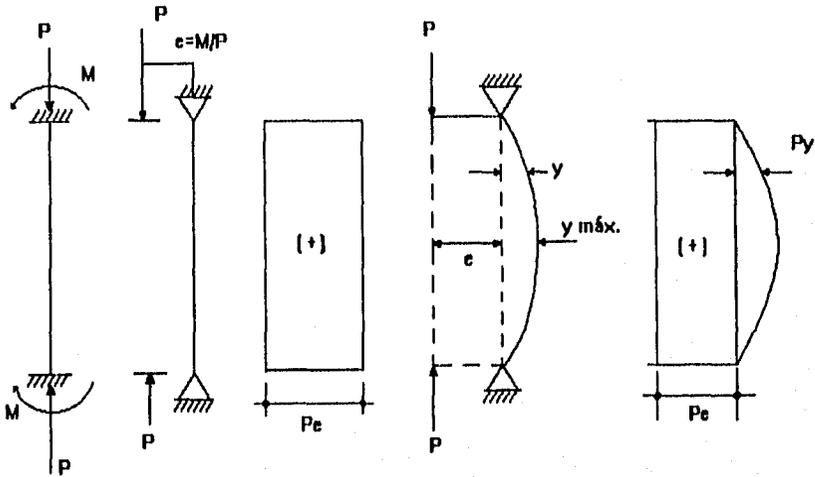


Figura 2.12 Momentos adicionales en una columna por efecto de esbeltez.

puede fallar por pandeo, esto es, por flexión y desviación lateral, en vez de fallar por compresión directa. El pandeo puede ser elástico o inelástico, dependiendo de la esbeltez de la columna.

Se entiende por efectos de esbeltez, la reducción de resistencia de un elemento sujeto a flexo-compresión, debido a que la longitud del elemento es grande en comparación con las dimensiones de su sección transversal.

NTC

Este método es semejante al del reglamento ACI. También distinguen entre estructuras que pueden y que no pueden desplazarse lateralmente. El momento amplificado se calcula con la ecuación siguiente.

$$M_c = F_{ab} M_{2b} + F_{as} M_{2s}$$

donde F_{as} es el factor de ampliación y M_2 es el mayor de los momentos en los extremos, o sea es la suma de M_{2b} y M_{2s} .

Para miembros que no puedan desplazarse lateralmente, el factor de ampliación se calcula con la siguiente ecuación:

$$F_{ab} = C_m / (1 - (P_u / P_c)) \geq 1.0$$

C_m se calcula con la siguiente ecuación:

$$C_m = 0.6 + 0.4 (M_1 / M_2) \text{ pero no menor de } 0.4$$

Para elementos con posibilidades de desplazamiento lateral relativo o con cargas transversales entre apoyos, $C_m = 1$.

P_c se calcula con la siguiente ecuación:

$$P_c = F_R \pi^2 EI / (H^2)$$

H' es la longitud efectiva de pandeo incluyendo el factor de reducción. Para calcular EI se tiene la siguiente ecuación:

$$EI = (E_c I_g / 2.5) / (1 + \beta_d)$$

Para miembros que puedan desplazarse lateralmente se ocupa la siguiente ecuación:

$$F_{as} = 1 + (W_i/h) / ((R/Q) - 1.2 (W_u/h))$$

Para el reglamento ACI, es igual las ecuaciones anteriores excepto F_{as} que a continuación se pone la ecuación :

$$F_{as} = 1 / (1 - (\sum P_u / \sum P_c))$$

La estructura puede considerarse suficientemente contrabenteada contra desplazamientos laterales si el índice de estabilidad calculado con la ecuación : $Q = (\sum P_u \Delta_u) / (H_u H_s)$.

donde :

Δ_u = desplazamiento lateral en el nivel de piso calculado en un análisis elástico de primer orden.

H_u = fuerza cortante en el piso considerado.

h_s = altura del entre piso medida centro a centro de los pisos superior e inferior.

si es menor que 0.08, o si la rigidez de los contravientos o muros de cortante, es por lo menos el 85 por ciento de la rigidez total del entre piso. Se establece una restricción adicional respecto a la losa considerada como diafragma horizontal; su rigidez no debe ser menor que diez veces la rigidez del entrepiso del marco al que pertenece la columna en estudio. La rigidez de un diafragma horizontal con relación a un eje de columnas, se define como la fuerza que debe aplicarse al diafragma en el eje en cuestión para producir una flexión unitaria sobre dichos ejes, estando en diafragma libremente apoyado en los elementos que dan restricción lateral (muros, contraventeos, etc.).

III EJEMPLOS DE DIMENSIONAMIENTO Y DISEÑO

III EJEMPLOS DE DIMENSIONAMIENTO Y DISEÑO

Para dimensionar una columna, primero mencionaremos algunas recomendaciones para poder dimensionar una columna.

En los reglamentos de construcción, se recomienda un porcentaje mínimo de acero del orden del uno por ciento. En las NTC. se recomienda que el refuerzo vertical y el área total de la sección, no sea menor que $20/f_y$ estando f_y expresado en kg/cm^2 . También se recomienda usar por lo menos una barra vertical en cada esquina de columnas no circulares y un mínimo de 6 barras en columnas circulares.

Separación entre barras:

$s = 1.5$ veces el diámetro de la barra,

$s = 1.5$ veces el tamaño máximo del agregado y

s no tiene que ser mayor que 4 cm .

III.1 Haces de barras.

Como el refuerzo usado en columnas es alto a veces es necesario recurrir a haces o paquetes de barras lo cual simplifica el armado. Se permite utilizar 4 barras por haz. La longitud de desarrollo del haz es igual a una barra individual incrementada en ciertos factores., que dependen del número de barras del haz, según el reglamento ACI. 1.20 para haces de tres barras y 1.33 para 4 barras. se recomienda no cortar todas las barras de un haz en la misma sección (figura 3.1).

El recubrimiento de un haz debe ser el de una barra hipotética de tal diámetro que de su área del haz.

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, en columnas solo permite dos varillas en cada haz, pero las varillas no deben de ser mayores del número 11.

III.2 Detalles en los cambios de sección.

Es frecuente que se cambien las dimensiones de las columnas al pasar de un piso a otro de una estructura en estos casos, las barras deben doblarse en forma gradual, para evitar componentes desfavorables de esfuerzos en la figura 3.1 se dan recomendaciones del reglamento ACI.

III.3 Refuerzo máximo.

Algunos reglamentos se permiten porcentajes máximos del orden de 8 por ciento pocas veces puede colocarse esta cantidad de refuerzo por restricciones de orden constructivo.

III.4 Excentricidad accidental.

Las NTC especifican que sea igual a $0.05h \geq 2 \text{ cm}$, siendo h la dimensión de la columna en dirección de la flexión.

III.5 Refuerzo transversal.

Las fuerzas transversales pueden consistir en hélices o en estribos.

En caso de hélices, éstas deben anclarse en sus extremos mediante 2.5 vueltas según las NTC-93 y de 1.5 vueltas según el reglamento ACI. El refuerzo de fluencia no debe ser superior a 4200 kg/cm^2 la separación libre máxima entre vueltas consecutivas que no exceda de 7 a 8 cm, mientras que la separación libre mínima se limite a unos 2.5 cm o a 1.5 veces el tamaño máximo del agregado.

En el caso de estribos, estas deben colocarse de manera que restrinjan el pandeo lateral de las barras longitudinales. Tanto en el reglamento ACI como las NTC especifican que todas las barras de esquina y cada barra alternada estén restringidas por la esquina de un estribo con un ángulo interno máximo de 135° . La distancia libre de barras no restringidas a las barras restringidas, se limita a 15 cm.

En la separación entre barras restringidas a 35 cm, existen requisitos que se ilustran en la figura 3.2, en la figura 3.3 se muestran unos arreglos típicos de estribos para columnas rectangulares para proporcionar restricción lateral, también se pueden usar grapas.

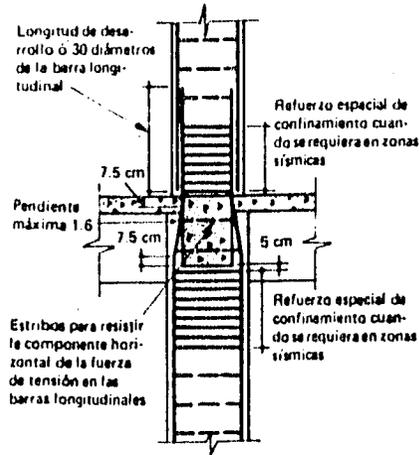
El reglamento ACI. dice que la separación no debe exceder de 16 veces el diámetro de la barra longitudinal, 48 veces el diámetro de los estribos ni de la menor dimensión de la columna.

Las NTC a diferencia, limitan la separación máxima a:

$850/\sqrt{f_y}$ veces el diámetro del paquete, las demás se conservan igual, además de que la separación máxima se reduzca a la mitad en una longitud no menor que la dimensión transversal máxima de la columna, de un sexto de altura ni de 60 cm encima y debajo de cada unión.

III.6 Ayuda de diseño para el dimensionamiento.

Una de las ayudas más útiles para el dimensionamiento de columnas, es el diagrama de interacción, se utiliza para determinar la resistencia a combinaciones de momento y carga axial de secciones características conocidas, al inverso también se puede aplicar.



Detalles del refuerzo en los cambios de sección de columnas.

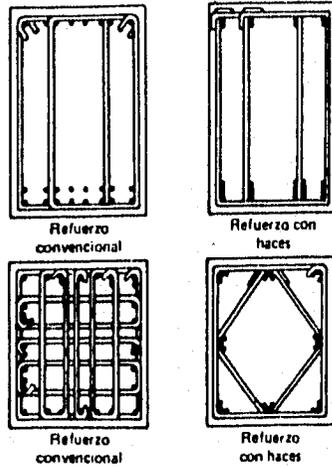


Fig. 3.1 Sugerencias para el uso de haces de varillas en vigas y columnas.

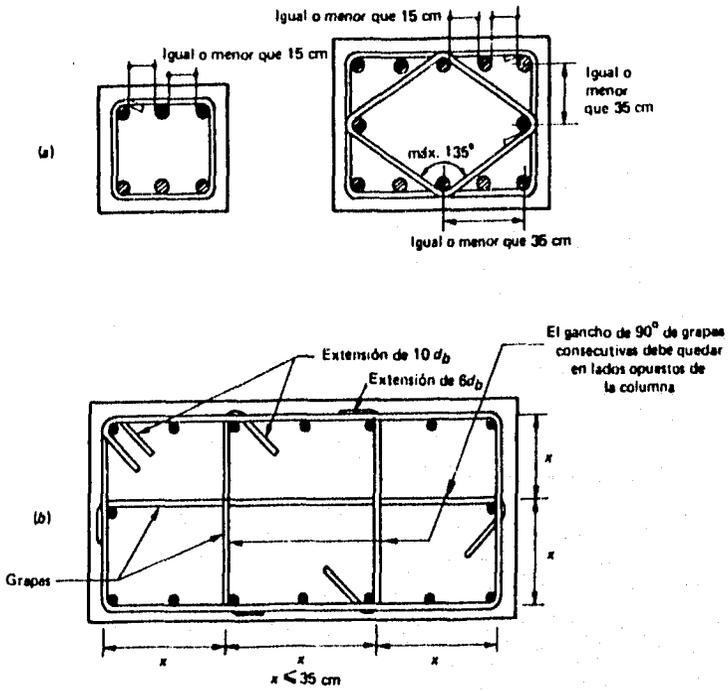
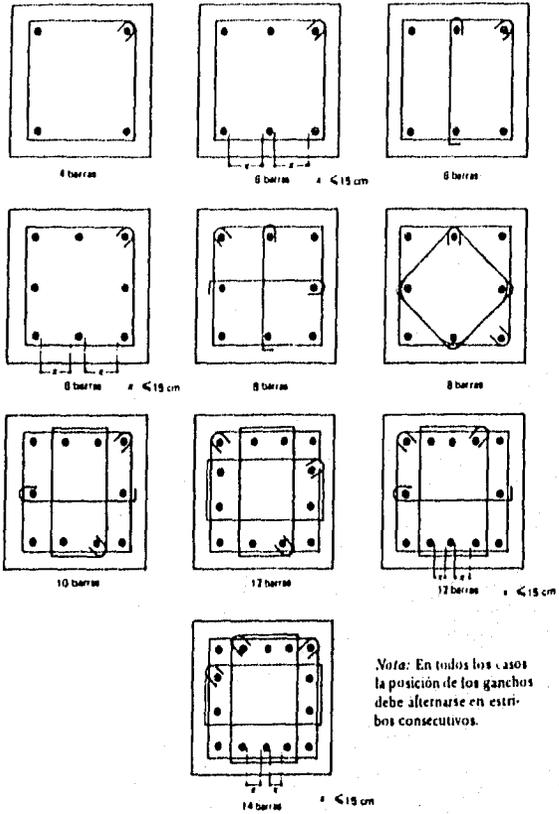


Fig. 3.2 Detalles del refuerzo transversal de columnas.



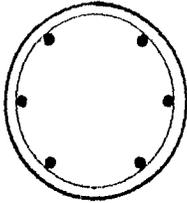
Arreglos típicos de estribos para columnas.

Fig. 3.3

EJEMPLOS

Ejemplo No. 1

Cálculo de la resistencia de una columna circular con refuerzo helicoidal a carga axial.
por el reglamento de construcciones del D. F.



$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 6 \text{ barras del No. 8} = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$\text{rec.} = 2.50 \text{ cm}$$

$$\text{Paso de la hélice} = 5 \text{ cm}$$

$$A_e = 0.71 \text{ cm}^2$$

Constantes de cálculo

$$f^*c = 0.8 f_c = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 f^*c = 0.8 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_g = \pi d_1^2 / 4 = \pi \times 35^2 / 4 = 962 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \pi d_2^2 / 4 = \pi \times 30^2 / 4 = 707 \text{ cm}^2$$

$$\rho_s = 4 A_e / s d_2 = 4 \times 0.71 / (5 \times 30) = 0.0189$$

Cálculo de la resistencia

$$P_u = f''c A_g + A_s f_y$$

$$P_u = 170 \times 962 + 30.42 \times 4200$$

$$P_u = 291304 \text{ kg}$$

$$P_u = 291 \text{ ton}$$

Revisión del refuerzo helicoidal

$$0.45 \left(\left(\frac{A_g}{A_c} \right) - 1 \right) \left(\frac{f_c}{f_y} \right) > 0.12 \left(\frac{f_c}{f_y} \right)$$

$$0.45 \left(\left(\frac{A_g}{A_c} \right) - 1 \right) \left(\frac{f_c}{f_y} \right) = 0.45 \left(\left(\frac{962}{707} \right) - 1 \right) \left(\frac{250}{4200} \right) = 0.097$$

$$0.12 \left(\frac{f_c}{f_y} \right) = 0.12 \left(\frac{250}{4200} \right) = 0.0071$$

$$0.0071 < 0.0097$$

$$\rho_s = .0097 \text{ correcto}$$

$$s = 5 \text{ cm} < 7 \text{ cm} \text{ correcto}$$

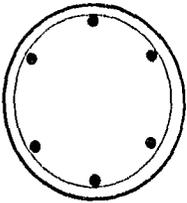
Cálculo de la resistencia de diseño.

$$P_{RO} = F_R \quad P_{ro}$$

$$P_{RO} = 0.7 \times 291 = 203.7 \text{ ton}$$

Ejemplo No. 1

Cálculo de la resistencia de una columna circular con refuerzo helicoidal por el reglamento de construcciones del ACI.



$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 6 \text{ barras del No. 8} = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$rec. = 2.50 \text{ cm}$$

$$\text{Paso de la hélice} = 5 \text{ cm}$$

$$Ae = 0.71 \text{ cm}^2$$

Primer máximo

$$Po = 0.85 f'c Ag + As fy$$

$$Po = 0.85 \times 250 \times 962 + 30.42 \times 4200$$

$$Po = 332189 \text{ kg}$$

$$Po = 332 \text{ ton}$$

Segundo máximo

$$Po = 0.85 f'c Ac + As fy + 2 ps fy Ac$$

$$Po = 0.85 \times 250 \times 707 + 30.42 \times 4200 + 2 \times 0.0189 \times 4200 \times 707$$

$$Po = 150237.5 + 127764 + 106898.4$$

$$Po = 384899.9 \text{ kg}$$

$$Po = 385 \text{ ton}$$

Cálculo de la resistencia de diseño

$$Pn = FR \quad 0.85 \quad Po = 0.7 \times 0.85 \times 385 = 215.6 \text{ ton}$$

Ejemplo No. 2

Cálculo de una columna rectangular de una estructura de dos niveles con momento en una dirección con el reglamento de construcciones del D. F.

En las fuerzas utilizadas ya se contempla el factor de carga y la esbeltez del elemento.

Datos

$$M_u = 13.42 \text{ ton/m}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = 2.20 \text{ ton}$$

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_u = 34.70 \text{ ton}$$

$$f^*c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d/h = 35/40 = 0.875$$

$$f^*c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

Se calculan los valores de K y R para entrar a la grafica A-3.

$$k = P_u / (FR f^*c b d)$$

$$T.M.A. = 2.5 \text{ cm}$$

$$k = 34700 / (0.7 \cdot 170 \cdot 30 \cdot 40) = 0.24$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$R = M_u / (FR f^*c b d^2)$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$R = 13.70 \times E5 / (.07 \times 170 \times 30 \times 40^2) = 0.24$$

$$Rec. = 5 \text{ cm}$$

de la gráfica A-3 se obtiene

$$q = 0.3$$

$$\rho = q f^*c / f_y$$

$$\rho = 0.3 \times 170 / 4200 = 0.012$$

$$A_s = \rho b h = 0.012 \times 30 \times 40 = 14.57 \text{ cm}^2$$

entonces se pondrán

4 varillas del No. 7

$$A_s = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$\rho = A_s/b \quad h = 15.52 / (30 \times 40) = 0.0129$$

Revisando

$$0.06 > \rho > 20 / f_y$$

$$0.06 > 0.002 > .0048 \quad \text{correcto}$$

Revisión por cortante

$$P_u < 0.7 f'_c A_g + 2000 A_s$$

$$34.7 < 0.7 \times 40 \times 30 \times 200 + 2000 \times 15.52$$

$$34.70 \text{ ton} < 199 \text{ ton}$$

como $\rho \geq 0.1$

se toma la siguiente ecuación

$$V_c = 0.5 F_R \quad b \quad d \quad \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.5 \times 0.8 \times 40 \times 35 \times \sqrt{200}$$

$$V_c = 7919.60 \text{ kg} > V_u = 2200 \text{ kg}$$

Separación de estribos

Estribos del No. 2 diámetro = 0.64 cm

separación mínima
la menor de las tres siguientes expresiones

$$(850 / \sqrt{4200}) \times 1.9 = 25 \text{ cm}$$

$$48 \quad \emptyset = 48 \times 0.64 = 30.72 \text{ cm}$$

$$t/2 = 30 / 2 = 15 \text{ cm}$$

Separación = 15 cm

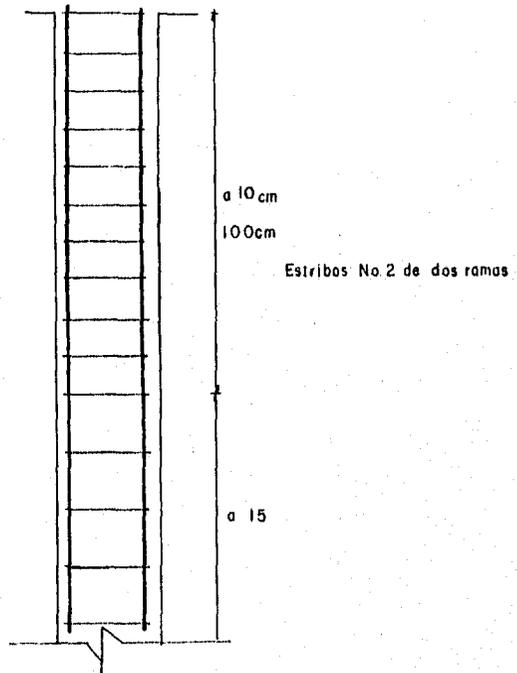
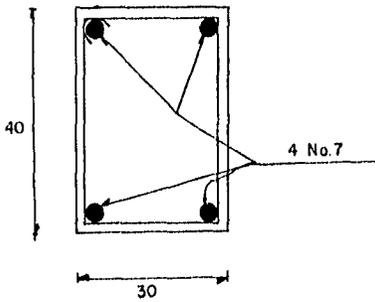
Zona crítica

$$H/6 = 400 / 6 = 67 \text{ cm}$$

ni que 60 cm

$$Z_c = 67 \text{ cm}$$

diez estribos con una separacion = 10 cm que es mayor que la mínima.



Ejemplo No. 2

Cálculo de una columna rectangular de una estructura de dos niveles con momento en una dirección con el reglamento ACI.

Datos

$$M_o = 13.42 \text{ ton/m}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_o = 2.20 \text{ ton}$$

$$f_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_o = 34.70 \text{ ton}$$

$$T.M.A. = 2.5 \text{ cm}$$

$$\gamma = 29.4/40 = 0.75$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$\text{rec.} = 5 \text{ cm}$$

Convertir los datos al sistema Ingles

$$M_o / A_g \quad h = 13.42 \text{ E5} / (1200 \times 40) = 27.96 \text{ kg/cm}^2 = 0.398 \text{ ksi}$$

$$P_o / A_g = 34700/1200 = 280.92 \text{ kg/cm}^2 = 0.411 \text{ ksi}$$

de la grafica B-2 se obtiene el siguiente pg

$$p_g = 0.0125$$

$$A_{st} = p_g \quad A_g = 0.0125 \times 1200 = 15 \text{ cm}^2$$

4 varillas del No. 7

$$A_{st} = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$p_{\text{mín.}} = 0.01 < 0.0125 < p_{\text{máx.}} = 0.08$$

$$p_{mín.} = 0.01 < 0.0125 < p_{máx.} = 0.08$$

$$PR = 0.8 \phi (0.85 f'c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st})$$

$$PR = 0.8 \times 0.7 \times (0.85 \times 281 \times (1200 - 15.52) + 4200 \times 15.52)$$

$$PR = 195 \text{ ton} > P_o = 34.70 \text{ ton}$$

Revisión por cortante

$$V_c = 0.53 (1 + 0.0071 (N_u / A_g)) \sqrt{f'c} \times b_u \times d$$

$$V_c = 0.53 (1 + 0.071 \times (34.7 / 1200)) \sqrt{281} \times 20 \times 35$$

$$V_c = 6220 \text{ kg} > V_o = 2200 \text{ kg}$$

entonces rige el espaciamiento mínimo

$$d/2 = 35 / 2 = 17.5 \text{ cm}$$

$$8 \phi = 8 \times 2.22 = 17.76 \text{ cm}$$

$$24 \phi_{va} = 24 \times 0.64 = 15.36 \text{ cm}$$

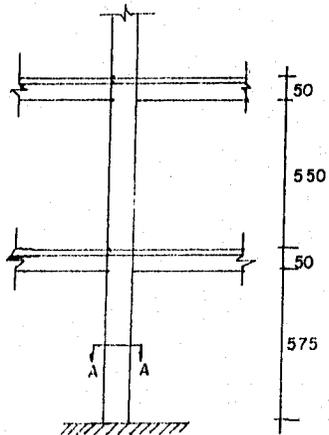
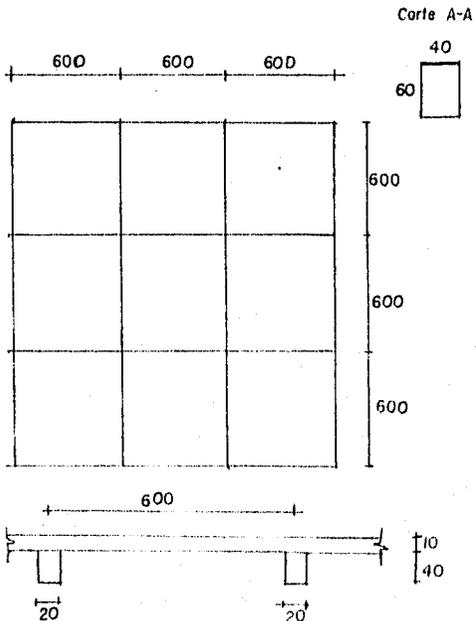
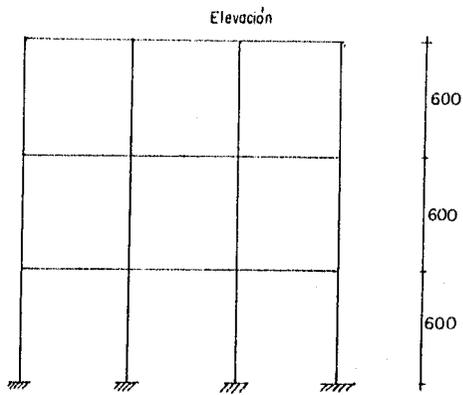
ni que 30 cm

el primer amarre debe estar situado a una distancia no mayor de $S_o / 2 = 30 / 2 = 15 \text{ cm}$

se pondrán estribos a cada 15 cm

Ejemplo No. 3

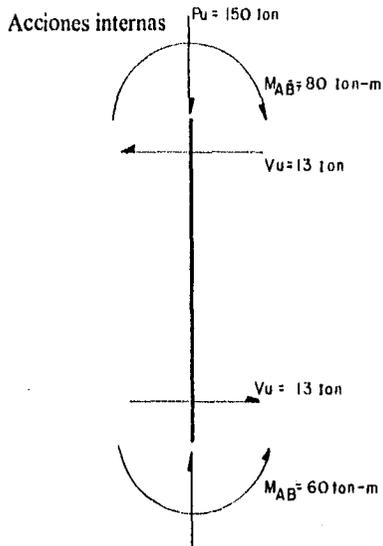
DATOS



Ejemplo No. 3

Dimensionar la columna siguiente tomando en cuenta la esbeltez con el reglamento de construcciones del D.F.

En las fuerzas utilizadas ya se contempla el factor de carga.



$$V_u = 13 \text{ ton}$$

$$P_u = 150 \text{ ton}$$

$$M_{BA} = 60 \text{ ton-m}$$

$$M_{AB} = 80 \text{ ton-m}$$

$$h = 600 \text{ cm}$$

$$d = 55 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$r = 0.3 * 60 = 18$$

Materiales

$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Revisión por esbeltez

$$H'/r < 34 - 12 \text{ (M1/M2)}$$

Rigideces

Nudo A

$\psi_A = 0$ por tratarse de empotramiento

Nudo B

$$\psi_B = \sum k \text{ cols.} / \sum k \text{ trabs.}$$

$$I_t = b \cdot h^3 / 12 = 20 \times 403 / 12 = 106667 \text{ cm}^4$$

$$I_{\text{cols.}} = b \times h^3 / 12 = 40 \times 603 / 12 = 720000 \text{ cm}^4$$

Rigidez de trabe

$$k_t = I_t / l_t = 106667 / 600 = 267.78 \text{ cm}^3$$

Rigidez de columna

$$k_c = 720000 / 600 = 1200 \text{ cm}^3$$

$$\psi_B = 12000 / (267.78 + 267.78) = 2.24$$

$$k = 1.28$$

$$k \cdot l_u = 1.28 \times 600 = 768$$

$$H' = k \cdot l_u = 768 \text{ cm}$$

$$H'/r < 34 - 12 \text{ (60/80)}$$

$$768/18 < 34 - 9$$

42.67 < 25 Si es necesario considerar el efecto de esbeltez.

cálculo del factor de amplificación

$$M_c = F_{ab} \cdot M_{2b} + F_{as} \cdot M_{2s}$$

$$F_{ab} = 1 / (1 - (P_u/P_c)) \geq 1.0$$

$$P_c = (FR \cdot \pi^2 \cdot EI) / H'^2$$

$$EI = 0.4 \cdot E_c \cdot I_g / (1 + u)$$

$$E_c = 14000 \quad \sqrt{f'_c} = 14000 \quad \sqrt{250} = 221359.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$EI = 0.4 \times 221359344 \times 720000 / (1+0.10) = 5.80E10$$

$$P_c = 0.7 \pi^2 \quad 5.80E10 / (768^2) = 678849 \text{ kg}$$

$$P_c = 679 \text{ ton}$$

$$F_{ab} = 1 (1 - (150/679)) \geq 1.0$$

$$F_a = 1.28$$

$$M_2 = 1.28 \times 80 = 92.8 \text{ ton-m}$$

Dimensionamiento por flexión

$$d/h = 55/60 = 0.917$$

$$k = P_u / (F_R \quad b \quad h \quad f'_c) = 150 / (0.7 \times 40 \times 60 \times 170) = 0.53$$

$$R = M_u / (F_R \quad b \quad h^2 \quad f'_c) = 92.8E5 / (0.7 \times 40 \times 60^2 \times 170) = 0.53$$

de la grafica A-3 se obtiene

$$q = 1.1$$

$$\rho = q \quad f'_c / f_y = 1.1 \times 170 / 4200 = 0.045$$

$$A_s = \rho \quad h \quad b = 0.045 \times 60 \times 40 = 106.86 \text{ cm}^2$$

entonces se pondran

10 varillas del No. 12

$$A_s = 114 \text{ cm}^2$$

$$\rho = A_s / b \quad h = 0.0475$$

$$0.0048 < 0.047 < 0.06 \quad \text{correcto}$$

Revisión por cortante

$$P = 0.7 f^*c \quad 2000 \quad A_s = 0.7 \times 200 \times 40 \times 60 + 2000 \times 107 = 550000 \text{ kg}$$

$$P = 550 \text{ ton} > P_u = 150 \text{ ton} \text{ entonces}$$

$\rho > 0.01$ entonces se toma la siguiente ecuación.

$$VCR = 0.5 FR b d \sqrt{f^*c}$$

$$VCR = 0.5 \times 0.7 \times 40 \times 60 \times \sqrt{200}$$

$$VCR = 11879 \text{ kg}$$

como $VCR < V_u$ si se necesitan estribos

$$s = FR A_v f_y d / (V_u - VCR) = 0.8 \times 1.42 \times 4200 \times 55 / (13000 - 11879) = 234.3$$

$$s = 234 > FR A_v f_y / 3.5 b = 0.8 \times 1.42 \times 4200 / 3.5 \times 40 = 34.08 > 20 \text{ cm}$$

Sección crítica $H/6 = 600/6 = 100 \text{ cm}$ ni que 60 cm

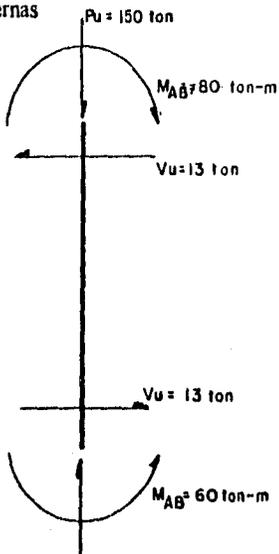
se adoptan 7 estribos del No. 3 a cada 15 centímetros que abarca un tramo superior que el mínimo de 100 cm. En la separación central estribos del No. 3 a cada 20 cm.

Ejemplo No. 3

Dimensionar la columna siguiente tomando en cuenta la esbeltez con el reglamento de construcciones del ACI.

En las fuerzas utilizadas ya se contempla el factor de carga.

Acciones internas



$$V_o = 13 \text{ ton}$$

$$P_o = 150 \text{ ton}$$

$$M_{BA} = 60 \text{ ton-m}$$

$$M_{AB} = 80 \text{ ton-m}$$

$$h = 600 \text{ cm}$$

$$d = 55 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$r = 0.3 \times 60 = 18$$

Materiales

$$f_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

La verificación de esbeltez es igual que el RCDF así que nada más calcularemos el factor de amplificación.

$$\delta = 1 / (1 - (\Sigma Pu / \phi \Sigma Pc)) > 1.0$$

$$\Sigma Pu = 150 \text{ ton}$$

$$0.10 f'c \quad Ag = 0.1 \times 281 \times 60 \times 40 = 67440 \text{ kg} < 150$$

$$\phi = 0.70$$

$$Pc = \pi^2 \quad EI / (k \quad lu)$$

$$EI = (Ec \quad Ig / 2.5) / (1 + \beta d)$$

$$Ec = 15100 \quad \sqrt{f'c} = 15100 \times \sqrt{281} = 253122 \text{ kg/cm}^2$$

$$Ig = b \times h^3 / 12 = 40 \times 60^3 / 12 = 720000 \text{ cm}^4$$

$$EI = 253000 \times 720000 / (2.5 (1 + 0.10)) = 6.624E10$$

$$Pc = \pi^2 \cdot 6.624E10 / 768^2 = 1108 \text{ ton}$$

$$\delta = 1 / (1 - (\Sigma Pu / \phi \Sigma Pc)) > 1.0$$

$$\delta = 1 / (1 - (150 / 0.7 \times 1108)) = 1.24$$

$$Mc = 80 \times 1.24 = 99.18 \text{ ton-m}$$

Dimensionamiento

$$\gamma = 50 / 60 = 0.83$$

$$Pu / (\phi F_c b h) = 150000 / (.7 \times 281 \times 40 \times 60) = 0.32$$

$$Mu / (\phi F_c b h^2) = 99.18E5 / (.7 \times 281 \times 40 \times 60^2) = 0.35$$

de la grafica B-3 se obtiene

$$\rho u = 0.75 \quad \rho t = A_s / b h \quad u = f_y / 0.85 f_c$$

$$A_s = 0.75 \times 40 \times 60 \times 0.85 \times 281 / 4200 = 102.36 \text{ cm}^2$$

Revisión por fuerza cortante

$$V_c = 0.53 (1 + 0.0071 * (N_u / A_g)) \sqrt{f_c} * b_w * d$$

$$V_c = 0.53 (1 + 0.0071 (150000 / 2400)) \sqrt{281} * 30 * 60$$

$$V_c = 23088 \text{ kg} > V_u = 13000$$

Rigen las distancias mínimas

$$d/2 = 55/2 = 27.5$$

ni menor de 30 cm

estribos del No. 3 a 25 cm

Ejemplo No. 4

Dimensionamiento de una columna sujeta a Compresión axial y flexión biaxial. con las Normas de Construcción del D.F.

En las fuerzas utilizadas ya se contempla el factor de carga.

Datos

$$PR = 300 \text{ ton}$$

$$ex = 20 \text{ cm}$$

$$ey = 30 \text{ cm}$$

Materiales

$$f_c = 250 \text{ kg / cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg / cm}^2$$

$$\text{recubrimiento} = 6 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.04$$

Solución por el método de bresler

$$PR = 1 / ((1/PRX)+(1/PRY) - (1/PRO))$$

Donde

PR = Carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades ex y ey .

PRO = Carga axial resistente de diseño, suponiendo $ex = ey = 0$

PRX = Carga normal de diseño, aplicada con las excentricidades ex .

PRY = Carga normal de diseño, aplicada con las excentricidades ey .

$$e_x / h = 20 / 60 = 0.33$$

$$q = 1.06$$

de la grafica A-6 se lee

$$k_x = 0.95$$

$$PRX = k_x \cdot FR \cdot b \cdot h \cdot f'_c = 0.95 \times 0.7 \times 60 \times 80 \times 170 = 542640 \text{ kg}$$

cálculo PRY

$$d/h = 74/80 = 0.925$$

$$e_y/h = 30/80 = 0.375$$

$$q = 1.06$$

de la grafica A-6 se lee

$$k_y = 0.88$$

$$PRY = k_y \cdot FR \cdot b \cdot h \cdot f'_c = 0.88 \times 0.7 \times 60 \times 80 \times 170 = 502656 \text{ kg}$$

$$PR = 1 / ((1/542640) + (1/502656) - (1/1174488))$$

$$PR = 335476 \text{ kg} > P_u = 300000 \text{ kg}$$

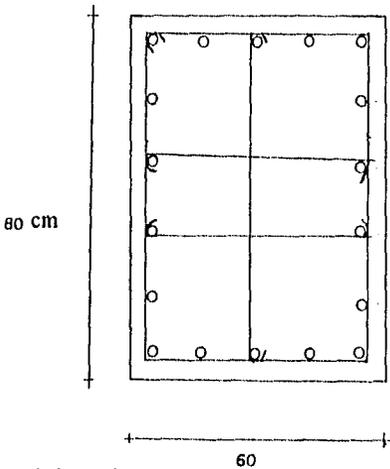
La sección propuesta es adecuada

Datos para el cálculo

$$f^*c = 0.8f^c = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.85 f^c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

Sección propuesta con refuerzo en los cuatro lados.



considerar $\rho = 0.04$

$$A_s = \rho b h = 0.04 \cdot 60 \cdot 80$$

$$A_s = 1920 \text{ cm}^2$$

$$18 \text{ barras No. 12} = 205.2 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 205.2 / 80 \times 60 = 0.04275$$

$$q = \rho f_y / f^*c$$

$$q = 0.04275 \cdot 4200 / 170 = 1.06$$

Cálculo de PRO

$$PRO = FR (f^*c A_c + A_s f_y)$$

$$PRO = 0.7 \times (170 \times 4800 + 205.2 \times 4200)$$

$$PRO = 1174488 \text{ kg}$$

cálculo de PRX

$$d/h = 54/60 = 0.9$$

$$P_{oy} = 0.125 \frac{A_g}{\phi} = 0.125 \times 4800 / 0.7 = 857 \text{ ton}$$

$$P_n = 1 / ((1/P_{ox}) + (1/P_{oy}) - (1/P_o))$$

$$P_n \leq 1 / ((1/925) + (1/857) - (1/1959))$$

$$429 \text{ ton} \leq 575.55 \text{ ton}$$

Entonces la sección propuesta es adecuada

Refuerzo transversal

como no hay fuerza cortante se pondrá el acero mínimo

$$d/2 = 74 / 2 = 37 \text{ cm}$$

o igual a 60 cm

se pondrán estribos del No. 3 a cada 35 cm

Ejemplo No. 4

Dimensionamiento de una columna sujeta a Compresión axial y flexión biaxial. con el Reglamento ACI.

En las fuerzas utilizadas ya se contempla el factor de carga.

Datos

$$P_o = 300 \text{ ton}$$

$$e_x = 20 \text{ cm}$$

$$e_y = 30 \text{ cm}$$

$$P_n = 300/0.7 = 428.57 \text{ ton}$$

Materiales

$$f_c = 250 \text{ kg / cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg / cm}^2$$

$$\text{recubrimiento} = 6 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.04$$

Solución por el método de Bresler

$$P_n = 1 / ((1/PRX) + (1/PRY) - (1/PRO))$$

Para utilizar este método se tiene que verificar que:

$$P_n \geq 0.1 f_c A_g = 0.1 \times 281 \times 60 \times 80 = 134880 \text{ kg}$$

$$428.57 \text{ ton} \geq 134.88 \text{ ton}$$

Determinando P_o

$$P_o = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

$$P_o = 0.85 \times 281 \times (4800 - 205.2) + 205.2 \times 4200 = 1959307.98 \text{ kg} = 1959.3 \text{ ton}$$

Determinando P_{ox}

$$e_x = 20 \text{ cm}$$

$$\gamma = 70 / 80 = 0.875$$

$$e_x/h = 20 / 60 = 0.33$$

de la grafica B-6 se obtiene

$$\rho = 0.04$$

$$\phi P_{ox}/A_g = 0.135$$

$$P_{ox} = 0.135 A_g / \phi = 0.135 \times 4800 / 0.7 = 925 \text{ ton}$$

Determinando P_{oy}

$$e_y = 30 \text{ cm}$$

$$e_y/h = 30/80 = 0.375$$

de la grafica B-6 se obtiene

$$\rho = 0.04$$

$$\phi P_{oy}/A_g = 0.125$$

por consiguiente , $P_{ox} = 0.081 \times 8354 / 0.70 = 96637 \text{ ton}$

Eje y

$P_n = 777 \text{ ton}$, $M_{ny} = 147 \text{ ton-m}$

$e_y = M_{ny} / P_n = 14810 / 777 = 19.1 \text{ cm}$

$e_y / h = 19.1 / 91.4 = 0.21$

$\rho_g = 0.023$

lease $\phi P_{oy} / A_g = 0.144 \text{ ton/cm}^2$

por consiguiente , $P_{oy} = 0.144 \times 8354 / 0.70 = 1718.5 \text{ ton}$

Utilizando los valores anteriores se puede evaluar la ecuación siguiente.

$$P_n \leq 1 / ((1/P_{ox}) + (1/P_{oy}) - (1/P_o))$$

$$P_n \leq 1 / ((1/9666.7) + (1/1718.5) - (1/2776.2))$$

$$P_n \text{ requerido} = 777 \text{ ton} < 796.1 \text{ ton} \quad (\text{correcto})$$

Refuerzo transversal

$$850 \varphi_{vv}/\sqrt{f_y} = 850 \times 3.8/\sqrt{4200} = 49.84 \text{ cm}$$

$$48 \varphi_{est.} = 48 \times 1.27 = 60.96 \text{ cm}$$

$$b/2 = 60/2 = 30 \text{ cm}$$

separación de estribos a 30 cm

estribos del No. 3 a cada 30 cm

separación de varillas

$$1.5 \varphi_{agre.} = 1.5 \times 2 = 3 \text{ cm} \quad \text{o} \quad 4 \text{ cm}$$

$$1.5 \varphi_{var} = 1.5 \times 3.81 = 5.7 \text{ cm} \quad \text{la separación entre varillas esta bien.}$$

Ejemplo No. 5

Diseño de una columna de sección cuadrada con carga excéntrica utilizando el reglamento de construcciones R.C.D.F.

Determinar el tamaño requerido de una columna de sección cuadrada y el refuerzo para la carga y momentos factorizados que se dan a continuación. Suponer que el refuerzo está uniformemente distribuido en todas las superficies.

$$P_u = 544 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 248.9 \text{ ton-m}$$

$$M_{uy} = 103.7 \text{ ton-m}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo y análisis

Determinar el momento monoaxial, por el teorema de pitagoras.

$$M_{nox} = (M_{ox}^2 + M_{oy}^2)^{0.5}$$

$$M_{nox} = (248.9^2 + 103.7^2)^{0.5}$$

$$M_{nox} = 268.5 \text{ ton-m}$$

Suponiendo una columna de sección cuadrada de 90 cm, determinar el refuerzo necesario para proporcionar una resistencia a carga axial P_u y una resistencia equivalente a momento monoaxial M_{nox} .

Para una sección cuadrada con varillas uniformemente distribuidas en todos los lados y $d/h = 0.95$, emplear la grafica B-6.

calcular

$$k = P_u / (F_R b h f'_c)$$

$$k = 544 \times 10^3 / (0.7 \times 90 \times 90 \times 170)$$

$$k = 0.564$$

$$R = M_{nox} / (F_R b h^2 f'_c)$$

$$R = 269.5 / (0.7 \times 90 \times 90^2 \times 170)$$

$$R = 0.31$$

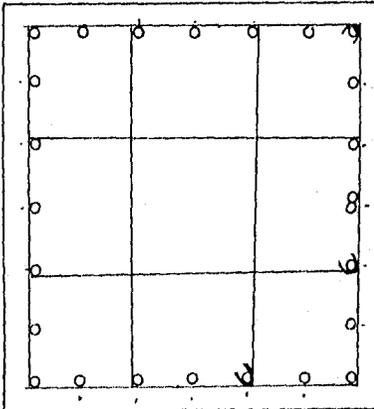
de la grafica se lee

$$q = 0.6$$

$$\rho = q f'_c / f_y = 0.6 \times 170 / 4200 = 0.0243$$

$$A_s = 0.024 \times 90 \times 90 = 196.71 \text{ cm}^2$$

Seleccionar 25 varillas del No. 10 ($A_s = 198 \text{ cm}^2$)



Se verificará la resistencia a carga excéntrica, por el método de Bresler de carga recíproca.

determinar PRO.

$$PRO = FR (f'c (Ag-As) + As fy)$$

$$PRO = 0.7 \times (170 (8100-198) + 198 \times 4200) = 1522458 \text{ kg} = 1522 \text{ ton}$$

eje x

Cálculo de PRX

$$d/h = 85/90 = 0.95$$

$$Po = 544 \text{ ton} \quad Mu = 248.9 \text{ ton-m}$$

$$ex = Mu/Po = 248.9/544 = 0.46$$

$$q = 0.6$$

de la grafica se lee

$$k = 0.67$$

$$PRX = k FR b h f'c$$

$$PRX = 0.67 \times 0.7 \times 90 \times 90 \times 170 = 645813 \text{ kg} = 646 \text{ ton}$$

eje x

Cálculo de PRY

$$d/h = 85/90 = 0.95$$

$$Po = 544 \text{ ton} \quad Mu = 103.7 \text{ ton-m}$$

$$ex = Mu/Po = 103.7/544 = 0.19$$

$$q = 0.6$$

de la grafica se lee

$$k = 1.1$$

$$PRY = k FR \quad b \quad h \quad f''c$$

$$PRY = 1.1 \times 0.7 \times 90 \times 90 \times 170 = 1060290 \text{ kg} = 1060 \text{ ton}$$

Utilizando los valores anteriores se puede evaluar la ecuación siguiente.

$$PR = 1 / ((1/PRx) + (1/PRy) - (1/PRO))$$

$$PR = 1 / ((1/646) + (1/1060) - (1/1522))$$

$$PR = 545.15 \text{ ton}$$

$$Pu \text{ requerido} = 544 \text{ ton} < 545.15 \text{ ton} \quad (\text{correcto})$$

Ejemplo No. 5

Diseño de una columna de sección cuadrada con carga excéntrica utilizando el reglamento de construcciones ACI.

Determinar el tamaño requerido de una columna de sección cuadrada y el refuerzo para la carga y momentos factorizados que se dan a continuación. Suponer que el refuerzo está uniformemente distribuido en todas las superficies.

$$P_u = 544 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 248.9 \text{ ton-m}$$

$$M_{uy} = 103.7 \text{ ton-m}$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo y análisis

Determinar las resistencias nominales a carga-momento requeridas para columnas con estribos.

$$\phi = 0.70$$

$$P_n = 544/0.70 = 777 \text{ ton}$$

$$M_{nx} = 248.9/0.70 = 355.6 \text{ ton-m}$$

$$M_{ny} = 103.7/0.70 = 148.1 \text{ ton-m}$$

Suponer $\beta = 0.65$.

Determinación de la resistencia equivalente a momento monoaxial M_{ox} ó M_{oy} .

$$M_{ny} / M_{nx} = 148.1 / 355.6 = 0.42 \text{ es menor que } b/h = 1.0$$

 (columna de sección cuadrada)

Por consiguiente utilizar la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 M_{onx} &\approx (M_{ny} \cdot h (1 - \beta) / b) + M_{nx} \\
 &= (148.1 \times 1 \times (1 - 0.65) / 0.65) / 355.6 \\
 &= 435.3 \text{ ton} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

Suponiendo una columna de sección cuadrada de 91.4 cm, determinar el refuerzo necesario para proporcionar una resistencia a carga axial P_n y una resistencia equivalente a momento monoaxial M_{nox} .

Para una sección cuadrada con varillas uniformemente distribuidas en todos los lados y $\gamma = 0.9$, emplear la grafica del anexo B. Nótese que el factor ϕ de reducción de resistencia ya está incluido en las curvas de resistencia a carga momento.

$$\text{Calcular } \phi P_n / A_g = 0.7 \times 777 / 8354 = 0.065 \text{ ton/cm}^2$$

$$\text{Calcular } \phi M_{nox} / A_g h = (0.7 \times 43530) / (8354 \times 91.4) = 0.04 \text{ ton/cm}^2$$

de la grafica B-6

$$\rho_g = 0.022$$

$$A_{st} = \rho_g \cdot A_g = 0.022 \times 8354 = 183.8 \text{ cm}^2$$

Seleccionar 24 varillas del No. 10 ($A_s = 196.13 \text{ cm}^2$)

a sección elegida se verificará para la resistencia a carga excéntrica por el método de Bresler de carga recíproca.

Verificar $P_n \geq 0.1 f_c A_g$

$$777 \text{ ton} \geq 0.1 \times 0.281 \times 8354 = 235 \text{ ton}$$

determinar P_o , P_{ox} , P_{oy} .

$$P_o = 0.85 f_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

$$P_o = 0.85 \times 0.281 \times (8354 - 196.13) + 196.13 \times 4.22$$

$$P_o = 2776.2 \text{ ton}$$

Conociendo ρ_g (real) y las resistencias nominales carga-momento requeridas (P_n , M_{nx} , M_{ny}), se puede determinar P_{ox} y P_{oy} .

Eje x

$$P_n = 777 \text{ ton}, M_{nx} = 355.6 \text{ ton-m}$$

$$e_y = M_{nx} / P_n = 35560 / 777 = 45.8 \text{ cm}$$

$$e_y / h = 45.8 / 91.4 = 0.5$$

$$\rho_g = 0.023$$

$$\text{lease } \phi P_{ox} / A_g = 0.081 \text{ ton/cm}^2$$

IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

IV.1 CONCLUSIONES.

En México son muy importantes las estructuras de concreto, pues la mayoría de las construcciones son de este tipo. Las estructuras de concreto tienen algunas ventajas sobre las de otros materiales ya que son: monolíticas, más económicas, su mantenimiento es menor, mano de obra menos calificada, tiene mayor masa, resiste altas temperaturas y por su trabajabilidad se le puede dar la forma que sea necesaria, pero también tienen desventajas por que es pesada, es irrecuperable, se necesita de un molde y es un material frágil.

En esta tesis hablamos de las columnas de concreto reforzado, dimensionando con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal de 1993 (RCDF-93'), también usando las Normas Técnicas Complementarias de 1993 y el Reglamento de las Construcciones del concreto Reforzado de la American Concrete Institute (ACI-1989).

En los ejercicios realizados es este trabajo, el ejemplo de carga axial sin momento flexionante, la resistencia de los materiales da mayor en el ACI, que la resistencia que determino el RCDF, esto por los factores usados en la parte donde se calcula la resistencia del concreto, sin embargo no existe mucha diferencia al calcular la fuerza axial de diseño por ambos métodos.

Tomando en cuenta que las cargas de diseño P_u ó P_o (carga última) son iguales a los que se utilizaron para diseñar con ambos reglamentos, en el ejemplo que se realizo con carga axial y flexión (Flexocompresión) en una dirección con forma, ancho b , alto h y recubrimiento iguales, la cantidad de acero que se obtuvo fue similar por ambos métodos con un poco mayor la cuantía de acero en el reglamento ACI que el RCDF.

En el ejercicio tres es a la inversa, la cuantía de acero salió mayor en el RCDF que en el del ACI, pero que en la cantidad de acero por usar las medidas de las varillas comerciales se obtuvo la misma cantidad. En donde se observo mayor diferencia fue en la columna donde se tuvieron fuerza axial y momento

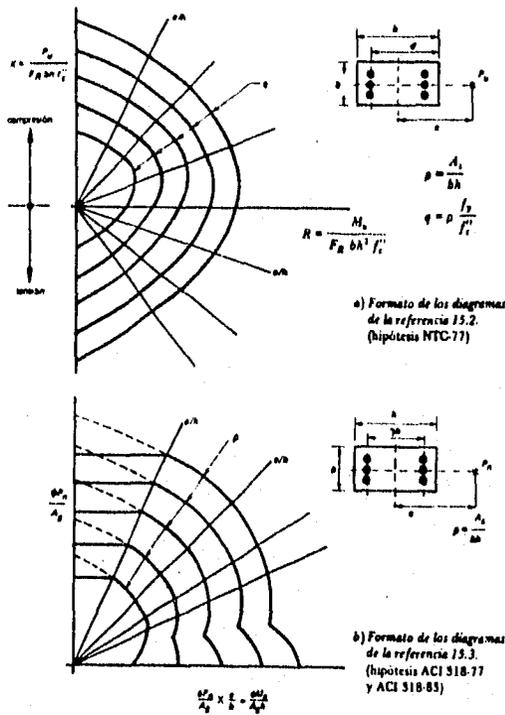
biaxial, ya que resultó más robusta o con mayor cantidad de acero.

El dimensionamiento con el RCDF y el ACI, se podría concluir que los reglamentos podrían ser utilizados indistintamente y las estructuras tendrían un comportamiento de servicio adecuado, considerando que son muy pocos ejemplos como para tomar alguna decisión de cual reglamento da las columnas más robustas ó más esbeltas, pero en este trabajo no variaron mucho los dimensionamientos hechos, pero que también tenemos que tomar en cuenta que la fuerza de diseño (P_u y P_o) se tomaron igual para los dos reglamentos en los ejercicios realizados en esta tesis.

IV.2 RECOMENDACIONES.

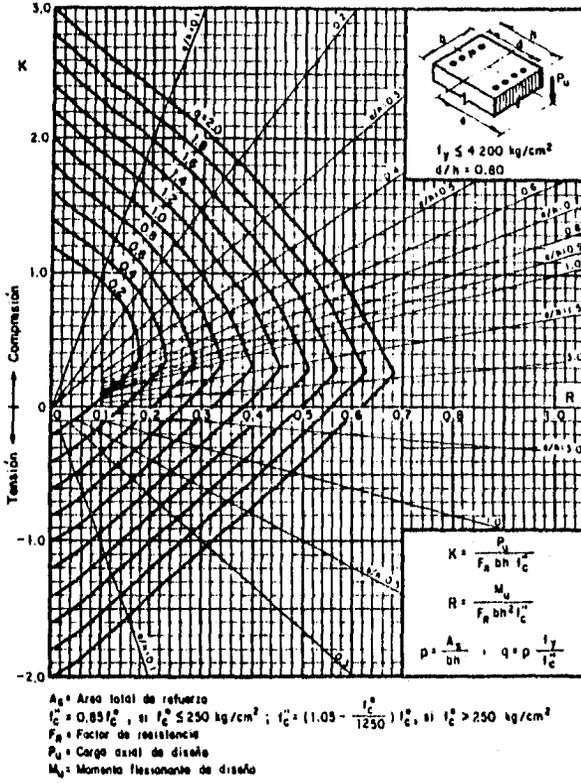
En esta tesis, recomendamos que cualquiera de los dos reglamentos que se utilicen para el diseño y dimensionamiento de columnas de concreto reforzado, nos dará una seguridad razonable y un comportamiento satisfactorio de servicio, los reglamentos son muy similares y solo cambian en la aplicación de los factores de resistencia y la obtención de la carga de diseño.

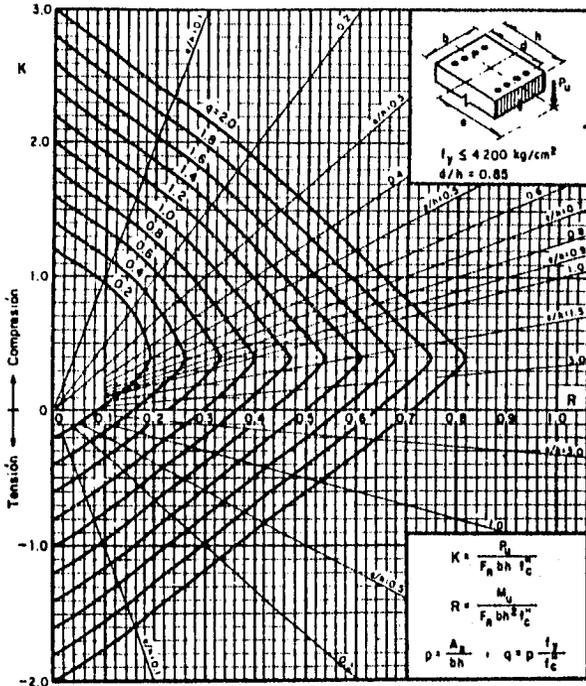
DIAGRAMAS DE INTERACCION



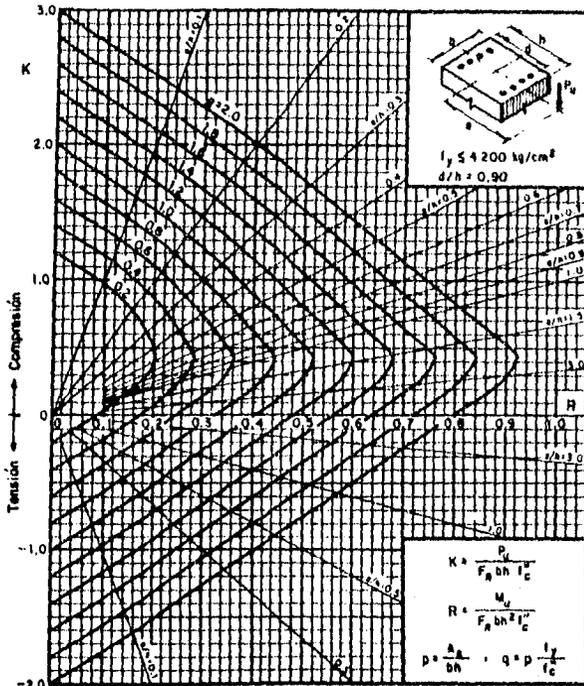
Formatos típicos de diagramas de interacción

DIAGRAMAS DE INTERACCION PARA EL RCDF

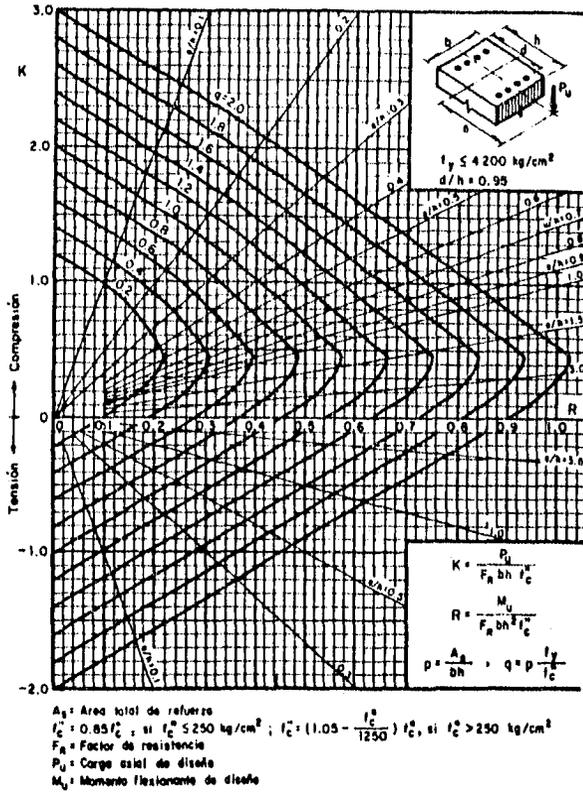


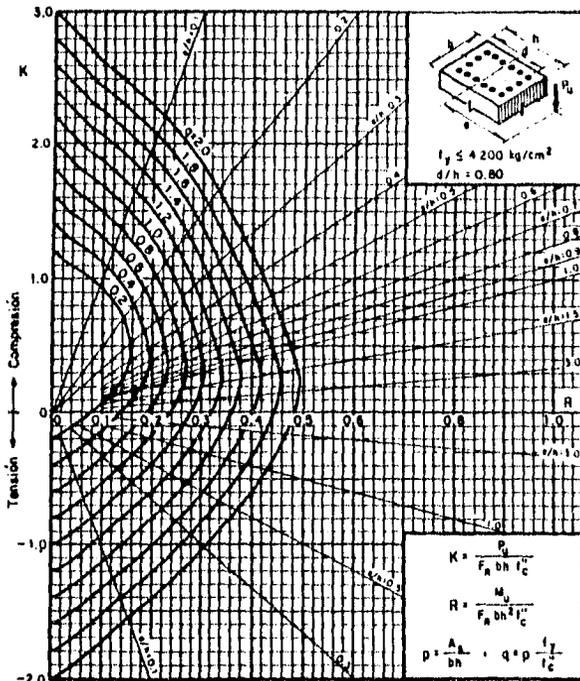


A_s = Área total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c$, si $f_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c}{1250}) f_c$, si $f_c > 250 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseño
 M_u = Momento flexionante de diseño

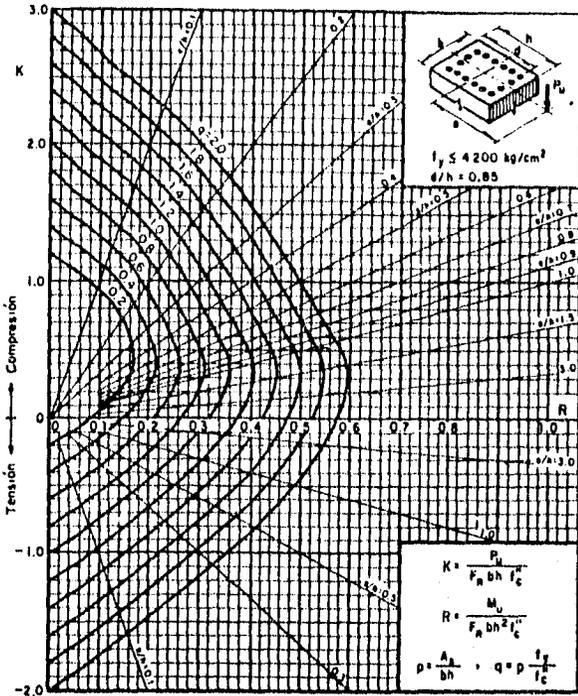


A_s = Area total de refuerzo
 $i_c^2 = 0.83 i_c^2$, si $f_c^2 \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $i_c^2 = (1.05 - \frac{i_c^2}{1250}) i_c^2$, si $f_c^2 > 250 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseño
 M_u = Momento flector de diseño

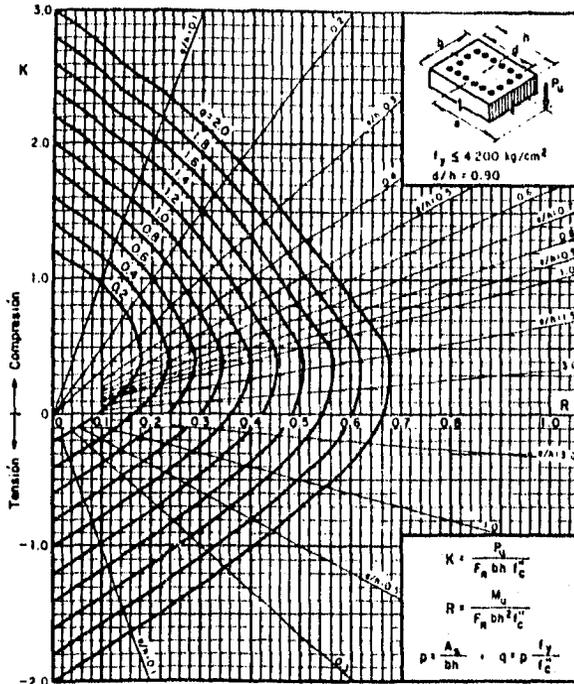




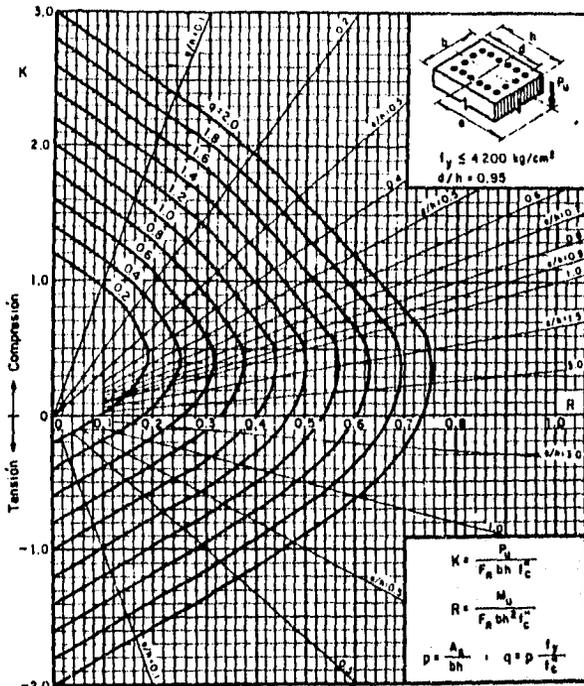
A_s = Área total de refuerzo
 $f_c^o = 0.85 f_c'$, si $f_c' \leq 2150 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^o = (1.05 - \frac{f_c'}{1250}) f_c'$, si $f_c' > 2150 \text{ kg/cm}^2$
 F_n = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseño
 M_u = Momento flexionante de diseño



A_s = Área total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c^*$, si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250}) f_c^*$, si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseño
 M_u = Momento flexionante de diseño

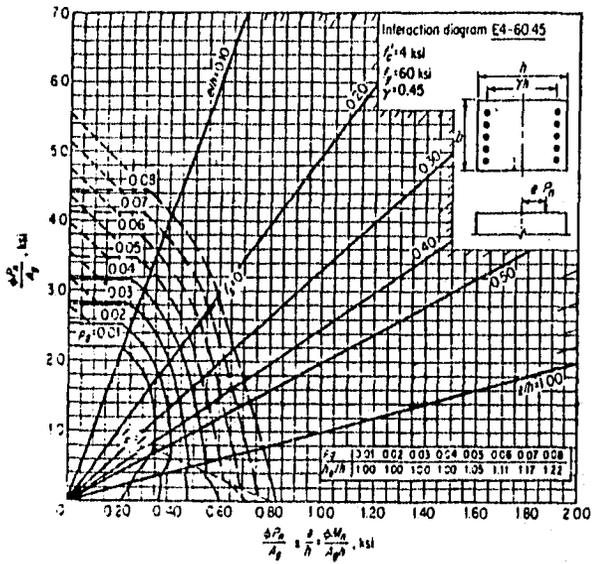


A_s = Área total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c^o$, si $f_c^o \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c^o}{1250}) f_c^o$, si $f_c^o > 250 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseño
 M_u = Momento flexionante de diseño

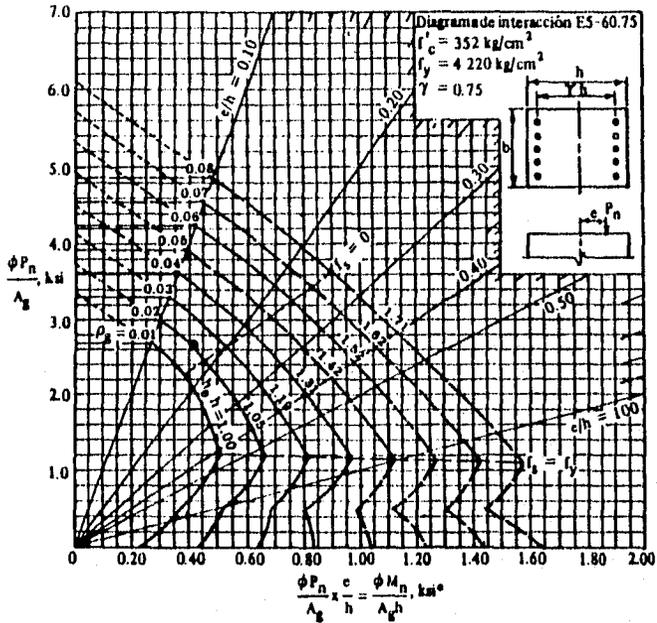


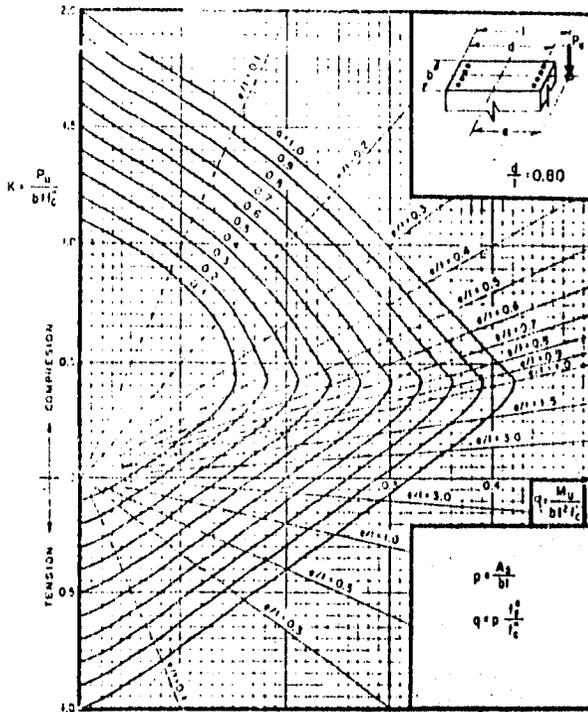
A_s = Area total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c$, si $f_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c}{1250}) f_c$, si $f_c > 250 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de resistencia
 P_u = Carga axial de diseo
 M_u = Momento flector de diseo

DIAGRAMAS DE INTERACCION PARA EL ACI

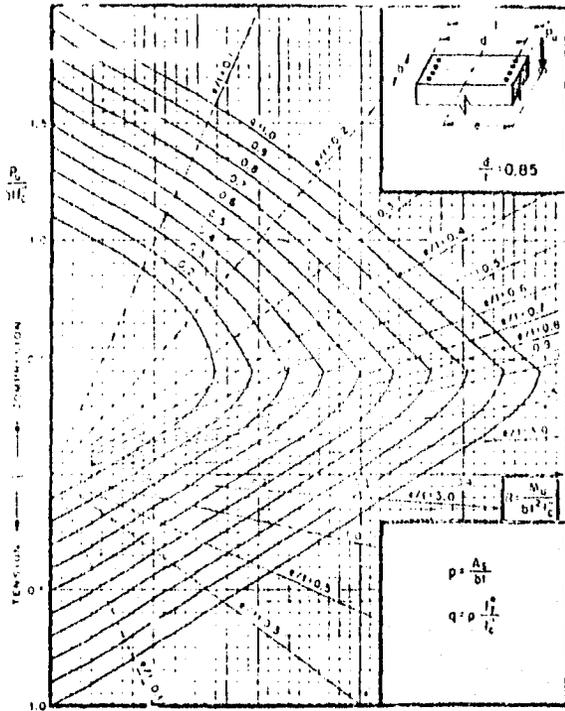


Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on end faces and $\gamma = 0.45$. (From Ref. 12.7. Courtesy of American Concrete Institute.)

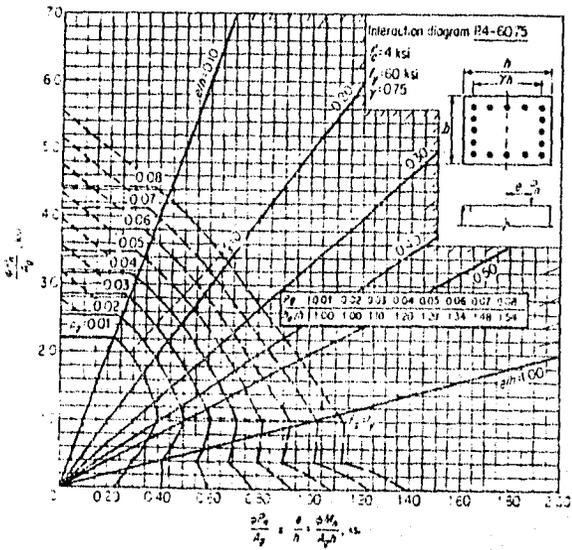




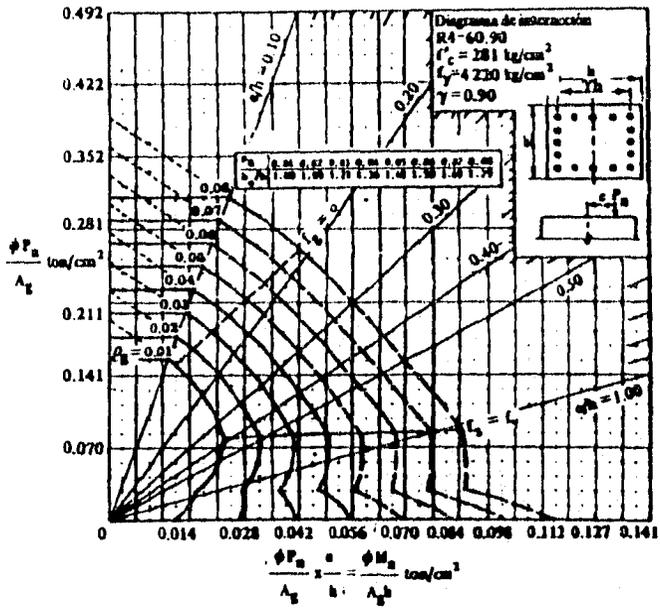
A_s = Área total de refuerzo
 $f_c' = 0.85 f_c$, si $f_c' \leq 280 \text{ kg/cm}^2$; $f_c' = (1.05 - \frac{f_c'}{1400}) f_c$, si $f_c' > 280 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flector último
 P_u = Carga axial última

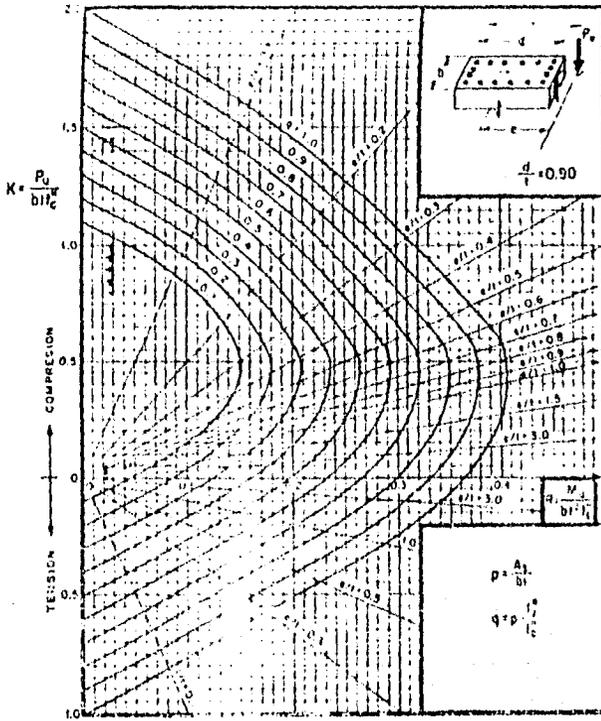


A_s : Area total de refuerzo
 $f_c^c = 0.85 f_c^c$; si $f_c^c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$; $f_c^c = (1.05 - \frac{f_c^c}{1400}) f_c^c$; si $f_c^c > 280 \text{ kg/cm}^2$
 M_u : Momento flexionante último
 P_u : Carga axial última

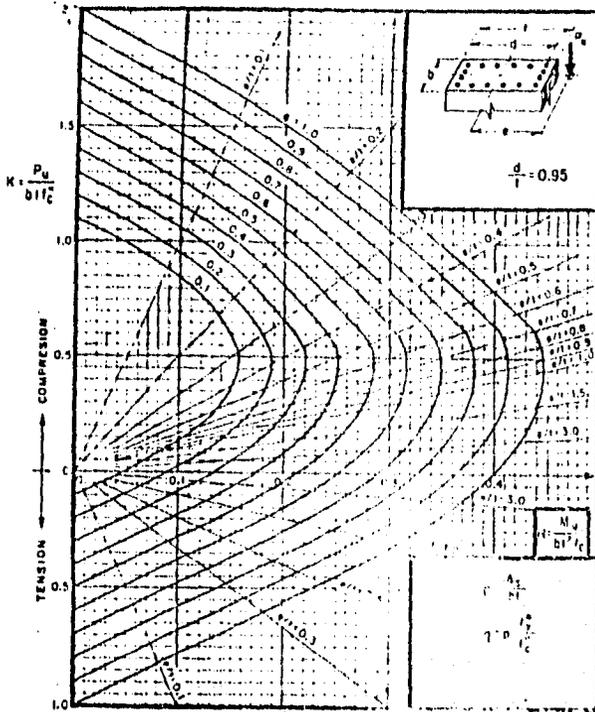


Column strength interaction diagram for rectangular section with bars on four faces and $\gamma = 0.75$. (From Ref. 12.7. Courtesy of American Concrete Institute)





A_s = Area total de refuerzo
 $f_c' = 0.85 f_c$ si $f_c < 280 \text{ kg/cm}^2$; $f_c' = (1.05 - \frac{f_c}{1400}) f_c$ si $f_c > 280 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante último
 P_u = Carga axial última



A_s = Área total de refuerzo
 $f'_c = 0.85 f_c$ si $f_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = (1.05 - \frac{f_c}{100}) f_c$ si $f_c > 280 \text{ kg/cm}^2$
 M_u = Momento flexionante último
 P_u = Carga axial última

BIBLIOGRAFIA

**Aspectos fundamentales del concreto reforzado.
Segunda edición.**

Oscar M. González Cuevas.
Francisco Robles F.-V.

Editorial Noriega, Limusa

**Reglamento de las construcciones de concreto reforzado
(ACI 318-89).**

Editorial Instituto Mexicano del cemento y del concreto A.C.

Coordinación
Arq. Eraclio Esqueda Huidobro
Ing. Raúl Huerta Martínez

Revisión técnica

M en I Victor M. Pavón Rodríguez
Dr. Roberto Stark Feldam

**Diseño de estructuras de concreto
conforme al reglamento ACI 318-83**

Instituto Mexicano del cemento y del concreto

Editorial Limusa Noriega

Apuntes de diseño estructural.

Oscar de Buen y López de Heredia
Francisco de Pablo Galán
Luis Esteva Maraboto
Carlos Olagaray Palacios

División de ingeniería civil, topográfica y geodésica

Departamento de estructuras.

**comentarios ayudas de diseño y ejemplos de las NTC para
diseño y construcción de estructuras de concreto, D.D.F.**

Series del instituto de ingeniería.

Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de
estructuras de concreto D.D.F. " Alfonso Olvera López"

Actualización profesional.

**Apuntes de Mecánica de Materiales III
Estabilidad de Elementos estructurales.**

Manuel Díaz Canales

División de ingeniería civil, topográfica y geodésica

Departamento de estructuras.

Desig of concrete structures.

George Winter
Arthur H. Nilson.

Octava Edición.

Decima Edición.