01161



### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONÓMA DE MÉXICO DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO FACULTAD DE INGENIERÍA

### INESTABILIDAD AEROELÁSTICA DEL MODELO DE UNA TORRE ATIRANTADA DE SECCIÓN CUADRADA

### TESIS

Presentada por : HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS como requisito para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERÍA (ESTRUCTURAS)

MÉXICO D.F., CIUDAD UNIVERSITARIA, FEBRERO DE 1996



TESIS CON FALLA DE ORIGEN 1996

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. 

# TESIS

r

•

COMPLETA

### EL VIENTO TIRA HACIA EL SUR, Y RODEA AL NORTE; VA GIRANDO DE CONTINUO, Y A SUS GIROS VUELVE EL VIENTO DE NUEVO.

.

----

ECLESIASTÉS 1-6.

**DEDICATORIA:** 

AL ÚNICO DIOS VIVO, JESUCRISTO.

-

A WENDY Y VERONICA, A QUIENES AMO MUCHO. A MIS PADRES, A QUIENES ME DEBO.

AGRADECIMIENTO:

### DOY ESPECIAL AGRADECIMIENTO AL ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS, POR TODO EL APOYO BRINDADO EN LA REALIZACIÓN DEL PRESENTE TRABAJO.

.

-

**RECONOCIMIENTO:** 

SE RECONOCE QUE EL DESARROLLO DE ESTA TESIS FUE POSIBLE, DEBIDO A QUE LA DIRECCIÓN GENERAL DE ASUNTOS DEL PERSONAL ACADÉMICO, DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, OTORGÓ AL AUTOR UNA BECA DENTRO DEL PROYECTO PAPHIT INI 100394.

### CONTENIDO

.

(\*\***?** 

.

RESUMEN		
CAPÍTULO I	ANTECEDENTES	i
1.1 INTRODUCCIÓN		
1.2 NATURALEZA D	EL VIENTO	1
I.3 PARÁMETROS D	E DISEÑO	2
1.3.1 VELOCIDAE	D DE DISEÑO	3
1.3.1.1 VEL	OCIDAD REGIONAL	3
1.3.1.2 FAC	TOR DE EXPOSICIÓN	4
1.3.1.3 FAC	TOR DE TOPOGRAFÍA	4
CAPÍTULO II	COEFICIENTES DE FUERZA	7
2.1 INTRODUCCIÓN		
2.2 COEFICIENTES D CELOSÍAS CON E	DE FUERZA PARA TORRES CUADRADAS DE ESQUINAS REDONDEADAS	9
2.3 RECOMENDACIO	DNES DE LAS NORMAS BRITÁNICAS	11
2.4 COEFICIENTES D MIEMBROS FORM	DE FUERZA PARA TORRES CUADRADAS CON MADOS POR ÁNGULOS	10
2.4.1 EFEC	TOS DE LA FORMA DE LOS ELEMENTOS VERTICALES	16
2.5 CONCLUSIONES		20
2.6 COEFICIENTES D	E FUERZA PARA CABLES	12
2.6.1 COEFICI PARA CA	ENTES DE ARRASTRE, C <sub>d</sub> , Y DE LEVANTAMIENTO, C <sub>l</sub> , Ables	22
2.6.2 CONCLU	SIONES	23
CAPÍTULO III C	COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DEL SISTEMA	25
3.1 LINEALIDAD DE	L SISTEMA ESTRUCTURAL	**
3.2 MODELOS MATE	MÁTICOS PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO DE TORRES	21
		34

3.2.1 MODELADO	DEL MÁSTIL	
3.2.2 MODELADO	DE LOS CABLES	34
3.3 MODELOS MATEM	ÁTICOS PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO	30
3.4 MODELO MATEMÁ	ATICO PROPUESTO PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL	41
3.5 MODELOS MATEM	ÁTICOS PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO	43
3.5.1 ANÁLISIS DIN	JÁMICO	44
3.5.2 FACTOR DE C DEBIDO AL T	CORRECCIÓN DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO, TIEMPO DE PROMEDIACIÓN	44
3.5.3 FACTOR DE R	ESPUESTA DINÁMICA	45
3.5.3.1 FACTO	R DE PICO, g <sub>p</sub>	46
3.5.3.2 FACTO	RES QUE DETERMINAN LA RESPUESTA DINÁMICA	48
CAPÍTULO IV	ANÁLISIS ESTÁTICO	49
4.1 FUERZAS DEL VIEN	NTO NORMALES A UNA CARA DE LA TORRE	53
	DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE	56
4.1.3 CLASIFICA	CIÓN DE LA TORRE	57
4   3   PRESI	ÓN DINÁMICA DE DISEÑO (CEE)	58
4 1 3 2 PRESIC	ÓN DE DISEÑO SEGÚN EL RCDE-87	58
4.2 FUERZAS DEL VIEN	TO SOBRE LOS CABLES	60
4 3 CARACTERÍSTICAS	GEOMÉTRICAS Y MECÁNICAS DE LOS CABLES	63
4 4 RESULTADO DEL A	NÁLISIS ESTÁTICO	67
4 5 COMPARACIÓN DE	LOS RESULTADOS CON OTROS MODELOS	68
CAPÍTULO V	ANÁLISIS DINÁMICO	69
5 1 EDECLIENCIAS NAT		
5.1 FRECUENCIAS NAT	DE LOS CADLES	71
5.2 RIGIDEZ DINAMICA	A DE LOS CABLES	74
5.3 FAUTOK DE KESPUE	$\mathbf{D} = \mathbf{D} \mathbf{D} = $	76
5.5.1 COMPARACIO	N DE LACTORES DE RESPUESTA DINAMICA	78

£19

CAPÍTULO VI	MODELO A ESCALA	
6.1 INTRODUCCI	ÓN	
6.2 ANÁLISIS DIN	AENSIONAL	79
6.3 CARACTERÍS	TICAS MECÁNICAS DEL MODELO	79
6.4 FRECUENCIA	S DE VIBRAR DEL MODELO	80
6.5 FORMAS MOI	DALES DEL MODELO	87
6.6 AMORTIGUA	MIENTO DEL MODELO	90
CAPÍTULO VII	CALIBRACIÓN DEL TÚNEL DE VIENTO	92
7.1 CARACTERÍS	TICAS DEL TÚNEL DE VIENTO	
7.2 CALIBRACIÓN	N DEL TÚNEL DE VIENTO	93
CAPÍTULO VIII	RESULTADOS DE PRUEBAS EN EL TÚNEL DE VIENTO	107
CAPÍTULO IX	ENTORNO DE ESTABILIDAD PARA TORRES ATIRANTADAS	102
9.1 ESTADOS LÍM	ITE DE SERVICIO PARA TORRES ATIRANTADAS	100
9.2 ORIGEN DE LA	A INESTABILIDAD AEROELÁSTICA	109
9.3 ESTADO LÍMI	TE DE FALLA	110
CAPÍTULO X	REVISIÓN DE LA ESTABILIDAD DEL PROTOTIPO	
10.1 REVISIÓN DE	E ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO	
10.2 PRESENCIA	DE INESTABILIDAD AEROELÁSTICA	113
10.3 REVISIÓN DE	L ESTADO LÍMITE DE FALLA	113
CONCLUSIONES	Y RECOMENDACIONES	117
APÉNDICE A		110
REFERENCIAS		123

ктр.

#### RESUMEN

**OBJETIVO:** Establecer la inestabilidad aeroelástica del modelo de una torre atirantada de sección cuadrada, formada por celosías.

El presente trabajo está formado por una parte analítica, en la cual se calcula el desplazamiento en la parte alta de una torre atirantada utilizando el programa SAP-90; y una parte experimental, donde se realiza el modelo de ésta misma torre y se prueba en el túnel de viento del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Se compara el desplazamiento analítico y el experimental, estableciéndose un criterio de estabilidad en función de la velocidad reducida,  $V_R$ , es decir en función de las características de la estructura y de la velocidad del viento que sobre ella incide. Se concluye que la torre atirantada estudiada, presenta inestabilidad aeroelástica. El trabajo se desarrolla como sigue.

En el capítulo 1, se establecen los parámetros de diseño que intervienen en la velocidad, V, con la cual se calculan los efectos del viento sobre la estructura.

Las fuerzas que produce el viento sobre la estructura, se calculan con las expresiones:

$$F_L = 0.5 \rho V^2 A_L C_L$$
  
 $F_D = 0.5 \rho V^2 A_D C_D$ 

en donde los coeficientes,  $C_L$  y  $C_D$  son el coeficiente de levantamiento y el de arrastre, respectivamente;  $A_L$  y  $A_D$ , son el área expuesta en la dirección perpendicular y paralela al flujo del viento sobre la estructura. En el capítulo II se definen ambos parámetros de fuerzas y se establecen las gráficas de referencia para su cálculo, tanto para el mástil de la torre como para los cables.

En el capítulo III se analiza el comportamiento estructural del sistema, se revisan los diferentes modelos matemáticos para el análisis de torres atirantadas y se propone un método de análisis lineal para éste tipo de estructuras.

Se revisan los modelos matemáticos existentes en la literatura para realizar un análisis dinámico, y se intenta establecer una modificación al método propuesto por el Manual de Diseño de Obras Civiles (ref. 91).

En el capítulo IV, se realiza el análisis estático de una torre atirantada, y en el V, se obtiene el análisis dinámico para la misma estructura; en ambos utilizando los métodos propuestos en el capítulo III. Además en dichos capítulos, se comparan los resultados obtenidos por los métodos propuestos y los recomendados en otras referencias.

En el capítulo VI se describen los parámetros matemáticos que gobiernan el comportamiento del modelado y se describen las características físicas del modelo de la torre atirantada, analizada en los capítulos IV y V.

El capítulo VII describe las características del túnel de viento donde se probó el modelo, y la forma en la que se realizó la calibración del mismo.

Los resultados de las pruebas se incluyen en el capítulo VIII. En éste capítulo se comparan los desplazamientos analíticos con los experimentales, para la torre atirantada en cuestión.

En el capítulo IX, se establecen los entornos de estabilidad, para condiciones de servicio y el que determina la inestabilidad aeroelástica de la torre atirantada en estudio, según los resultados del capítulo VIII.

La revisión de los entornos de estabilidad anteriores, para la torre atirantada en cuestión, se realiza en el capítulo X. Concluyendo que su diseño no satisface las condiciones de servicio y que presenta inestabilidad aeroelástica.

Posteriormente se incluye un capítulo de Conclusiones y recomendaciones generales.

Al final del trabajo se incluyen, el apéndice A con los mapas de isotacas (referidas a 3s), utilizados en el capítulo 1 y las referencias bibliográficas.

13

### CAPÍTULO 1

#### ANTECEDENTES

### 1.1. INTRODUCCIÓN

Durante años recientes ha habido un incremento en la tendencia de construir estructuras ligeras y esbeltas. Las torres atirantadas que soportan antenas de telecomunicación pertenecen a este tipo de estructuras. Consisten en un mástil alto y esbelto, lateralmente soportado en varios niveles, por un conjunto de cables inclinados, tensados durante su construcción; espaciados a ángulos iguales alrededor del mástil.

El comportamiento estructural de las torres atirantadas es extremadamente complicado. Los tirantes exhiben en general, un comportamiento no-lineal, especialmente cuando se les aplican bajos valores de tensión inicial. El incremento de la tensión inicial en los tirantes disminuye la nolinealidad y proporciona rigidez lateral al mástil; sin embargo, esto ocasiona cargas de compresión en el mástil, y por tanto, aumenta la probabilidad de falla por pandeo. El comportamiento del mástil es también no-lineal, debido a su esbeltez y a los grandes desplazamientos que experimenta bajo el efecto del viento.

Las torres atirantadas han sido tradicionalmente diseñadas con conjuntos de cargas debidas a viento, las cuales son consideradas como carga estática equivalente, lo que no siempre es adecuado. En adición a las cargas de viento, pueden existir también cargas de nieve o de hielo. Estas cargas deforman los miembros de la torre de una manera completamente diferente a la que produce el viento, y pueden llegar a ser críticas en el diseño..

Se puede presentar inestabilidad, la cual depende de la forma de la sección transversal de la torre y de la posible aparición de vórtices alternantes producidos por el flujo del viento. La separación de los vórtices provoca succiones en la torre, las que producen en una fuerza adicional de arrastre en la dirección del movimiento del viento. Los vórtices alternantes pueden también inducir sobre el cuerpo, fuerzas transversales periódicas capaces de generar a su vez una amplificación excesiva de la respuesta dinámica. Existe poca información publicada sobre inestabilidad de torres atirantadas y debido a la complejidad del fenómeno de interacción fluido-estructura, la mejor manera de estudiarla es mediante pruebas en túnel de viento.

Por lo anterior, este trabajo presenta el estudio analítico y experimental de un mástil de celosía atirantado, estableciendo un criterio de análisis estático y dinámico para este tipo de estructuras; así como un entorno de inestabilidad aeroelástica.

Existe evidencia en la literatura de un gran número de torres atirantadas que han presentado este tipo de inestabilidad. En las figuras siguientes se muestra una torre atirantada, construida en un centro comercial del Distrito Federal, la cual se colapsó al presentarse altas velocidades del viento.



#### **1.2 NATURALEZA DEL VIENTO**

Los patrones del flujo medio del viento son causados por las diferencias de presión atmosféricas sobre la superficie terrestre debidas a su vez por diferencias de calor generadas por el sol. Adicionalmente a las fuerzas producidas por esas diferencias de presiones las cuales actúan sobre las masas de aire, hay otras fuerzas debidas a la curvatura y rotación de la tierra. A grandes alturas sobre la superficie terrestre, donde los efectos de fricción de la superficie terrestre pueden ser ignorados, la resultante de esas fuerzas producen un movimiento, el cual es ortogonal a las líneas de igual presión barométrica en ese nivel, conocidas como isobaras. Este movimiento es conocido como viento geostrófico o viento gradiente  $V_G$ . Bajo condiciones estables (i.e. cuando las condiciones climáticas no cambian rápidamente) el viento gradiente puede ser determinado directamente de un mapa climático, si la latitud, el radio de curvatura de las isobaras y la presión gradiente o separación de las isobaras, se conocen. La exactitud de la estimación de la velocidad gradiente de una carta de isobaras es posible, si para una estación metereológica dada, las presiones con las que se dibujan las isobaras se pueden arreglar en una malla cerrada.

La altura en la cual la velocidad del viento es igual a la velocidad gradiente, es conocida como altura gradiente  $Z_G$ . Esta altura gradiente normalmente se encuentra entre 300 y 600 metros sobre el nivel del terreno, según la rugosidad de éste. Abajo de la altura gradiente, aparece la capa limite del planeta, y el viento es retardado por la fricción de la superficie, que reduce la energía cinética del flujo. La fricción de la superficie también genera fluctuaciones del flujo (i.e. turbulencia), así que hay una trasferencia de energía cinética del aire, a las fluctuaciones de la turbulencia.

Las fluctuaciones turbulentas causan una cantidad de movimiento, cuando las masas de aire cambian a diferentes alturas sobre el nivel del terreno. De aplicar las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos al movimiento de masas de aire, se demuestra que este movimiento equivale a la introducción de esfuerzos cortantes adicionales en el flujo. El resultado es que en la capa límite del planeta, la dirección media del viento es perpendicular a las isobaras, y la velocidad media del viento disminuye desde un valor  $\overline{V}_G$  en la altura gradiente, a un valor cero en la superficie terrestre.

#### 1.3 PARÁMETROS DE DISEÑO, (REF. 91)

#### 1.3.1. VELOCIDAD DE DISEÑO, VD

La velocidad de diseño,  $V_D$ , es la velocidad a partir de la cual se calculan los efectos del viento sobre la estructura o sobre un componente de la misma.

La velocidad de diseño, en km/h, se calcula con la ecuación

$$V_D = F_T F_\alpha V_R$$

en donde

 $F_T$  es el factor que depende de la topografía del sitio, adimensional;

 $F_{\alpha}$  es el factor que toma en cuenta el efecto combinado de las características de exposición locales, del tamaño de la construcción y de la variación de la velocidad con la altura, adimensional; y

 $V_R$  es la velocidad regional que le corresponde al sitio en donde se construirá la estructura, en km/h.

#### 1.3.1.1 VELOCIDAD REGIONAL, V<sub>R</sub>

La velocidad regional del viento, es la máxima velocidad media probable con un periodo de recurrencia preestablecido en una zona o región determinada del país. La velocidad regional, V<sub>R</sub>, depende de la localización geográfica del sitio de desplante de la estructura y de su destino. En las figuras del apéndice A1 a A3 se muestran los mapas de isotacas regionales, para velocidades asociadas con ráfagas de 3 s que toman en cuenta la posibilidad de que se presenten vientos debidos a huracanes en las zonas costeras.

#### 1.3.1.2 FACTOR DE EXPOSICIÓN, Fa

El coeficiente  $F_{\alpha}$ , refleja la variación de la velocidad del viento con respecto a la altura Z. Asimísmo, considera el tamaño de la construcción. Se calcula con la expresión

$$F_a = F_C F_{fz}$$

en donde F<sub>C</sub> es el factor que determina la influencia del tamaño de la construcción, adimensional, y Frz es el factor que establece la variación de la velocidad del viento con respecto a la altura Z en función de la rugosidad del terreno de los alrededores, adimensional.

#### FACTOR DE TAMAÑO, F<sub>C</sub>

El factor de tamaño, F<sub>c</sub>, toma en cuenta el tiempo en que la ráfaga del viento actúa de manera efectiva sobre una construcción de dimensiones dadas. Se determina según la clase de la estructura en cuanto a su tamaño (tabla 1.3), y el factor  $F_C$  se toma de la tabla 1.1.

TABLA 1.1 FACTOR DE TAMAÑO, FC

CLASE DE ESTRUCTURA	F <sub>C</sub>
Α	1.0
В	0.95
С	0.90

#### FACTOR DE RUGOSIDAD Y ALTURA, Frz

4

El factor de rugosidad y altura, Frz, establece la variación de la velocidad del viento con la altura Z. Dicha variación está en función de la categoría del terreno (tabla 1.2) y del tamaño de la construcción (tabla 1.3). Se obtiene con las expresiones:

$$Frz = 1.56 \left[ \frac{10}{\delta} \right]^{\alpha} \qquad si \ Z \le 10$$

$$Frz = 1.56 \left[ \frac{Z}{\delta} \right]^{\alpha} \qquad si \ 10 \ \langle Z \ \langle \delta \rangle$$

$$\frac{2}{8}$$
 si 10  $\langle Z \rangle \langle \delta \rangle$ 

$$Frz = 1.56$$
 si  $Z \ge \delta$ 

donde

 $\delta$  es la altura gradiente medida a partir del nivel de desplante, por encima de la cual la variación de la velocidad del viento no es importante y se puede suponer constante y está dada en metros.

 $\alpha$  es el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura, adimensional (fig. 1.1).

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\delta$  están en función de la rugosidad del terreno (tabla 1.2) y del tamaño de la construcción (tabla 1.3); se recomiendan los valores de  $\alpha$  y  $\delta$ , según la tabla 1.4.



PERFIL DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO

### FIG. 1.1 PERFIL DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO Y DE LA TURBULENCIA, EN FUNCIÓN DE LA RUGOSIDAD DEL TERRENO

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	
I	Terreno abierto, prácticamente plano y sin obstrucciones.	
2	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	
3	Terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas.	
4	Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas.	

### TABLA 1.2 CATEGORÍA DEL TERRENO SEGÚN SU RUGOSIDAD

### TABLA 1.3 CLASE DE ESTRUCTURA SEGÚN SU TAMAÑO

CLASE	DESCRIPCIÓN
A	Todas las construcciones cuya dimensión mayor, horizontal o vertical, sea menor de 20 m.
В	Todas las construcciones cuya mayor dimensión, varíe entre 20 y 50 m.
С	Todas las construcciones cuya dimensión sea mayor a 50 m.

### TABLA 1.4 VALORES DE VALORES DE $\alpha$ Y $\delta$

CATEGORÍA	α			δ
DEL	CLASE DE ESTRUCTURA			EN
TERRENO	A	В	С	METROS
1	0.099	0.101	0.105	245
2	0.128	0.131	0.138	315
3	0.156	0.160	0.171	390
4	<b>0</b> .170	0.177	0.193	455

### 1.3.1.3 FACTOR DE TOPOGRAFÍA, F<sub>T</sub>

Considera el efecto topográfico local en donde se desplantará la estructura, y se clasifica según el sitio en : protegido, normal o expuesto, para los cuales el factor  $F_T$  es 0.80 ó 0.90, 1, 1.1 ó 1.20 respectivamente (ref. 91).

Así, por ejemplo, si la estructura se localiza en laderas (fig. 1.2, casos 4a y 4b) o en cimas de colinas (fig. 1.2, caso 2), es probable que se generen aceleraciones del flujo del viento y por consiguiente, deberá incrementarse la velocidad regional.

En la figura 1.2 se muestra la influencia de la topografía en la distribución de la velocidad del viento con la altura; se compara el caso ideal (caso 1) que correspondería a un terreno plano sin obstrucciones (categoría 2) y el comportamiento de la velocidad con la altura en otros tipos de accidentes topográficos.

TOPOGRAFIA			AL PIE DE LA PENDIENTE		ESCARPADO
ejemplo	MENDLESHAM	BELMONT	EARLS HILL	WINTER HILL	DOVER
٨,	IDEAL	ACELERACIÓN	EN EL PUNTO A Posible inver- Sión	SIMILAR BAJA A 2 CIÓN EN A	SIMILAI A 3 SIMILAI A 1y2
$\uparrow$					
				4À 4B	5A 5B

FIG. 1.2 EFECTOS DE LA TOPOGRAFÍA EN LA VELOCIDAD DEL VIENTO, (REF. 111)

### CAPÍTULO II COEFICIENTES DE FUERZAS

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La figura 2.1 muestra el modelo de una estructura con rigidez y amortiguamiento dado expuesta a un flujo de viento con velocidad media, v, y densidad  $\rho$ . El resorte tiene rigidez K<sub>y</sub> por unidad de longitud.

Las fuerzas dinámicas medias del fluido por unidad de longitud en la sección son : la fuerza de levante o normal al flujo  $F_L$ , y la fuerza de arrastre ,  $F_D$ .

$$F_{L} = \frac{1}{2} \rho V^{2} A_{L} C_{L} \qquad (2.1)$$
$$F_{D} = \frac{1}{2} \rho V^{2} A_{D} C_{D} \qquad (2.2)$$

La fuerza de levante actúa perpendicularmente al flujo medio y la fuerza de arrastre es el componente de la fuerza paralela al flujo medio.  $A_L y A_D$  son las áreas de exposición en la dirección perpendicular y paralela al flujo, respectivamente, y  $C_L y C_D$  son los coeficientes aerodinámicos.



### FIG. 2.1 MODELO DE UN SOLO GRADO DE LIBERTAD SOMETIDO A FLUJO MEDIO CON VELOCIDAD, v

El parámetro A es el área expuesta que la estructura proyecta en un plano perpendicular a la dirección del viento (fig. 2.2); en el caso de cables, el área expuesta es el diámetro del cable, multiplicada por la unidad de longitud.



FIG. 2.2 CONCEPTO DE ÁREA EXPUESTA EN ALGUNA DIRECCIÓN

En la determinación de los coeficientes de fuerza que ejerce el viento sobre la torre de celosías, se debe tener en cuenta la geometría de la torre, la forma de los miembros que la componen y la relación de solidez  $\varphi$ ; esta última se define como la relación de la proyección del área expuesta de los miembros al área total encerrada por el perímetro exterior de la zona en consideración (Fig. 2.3).

El área de las placas que unen a los elementos puede considerarse dentro de la suma de las áreas proyectadas, siempre y cuando no abarque más de un 10% del total. Los accesorios, como escaleras y antenas también pueden agregarse a la suma de las superficies proyectadas bajo la misma consideración.



FIG. 2.3 RELACIÓN DE SOLIDEZ, φ

Normalmente, la fuerza del fluido se mide en varios ángulos de ataque en túneles de viento y se resuelven las ecuaciones 2.1 y 2.2 para obtener los coeficientes de levante  $C_L$  y de arrastre  $C_D$ .

ø

### 2.2 COEFICIENTES DE FUERZAS PARA TORRES CUADRADAS DE CELOSÍAS CON ESQUINAS REDONDEADAS





En la figura 2.4 se muestran los modelos seccionales de torres cuadradas con esquinas redondeadas, analizados en Japón (ref. 46).

Los modelos tipo B-1, B-2 y B-3, poseen una relación de solidez de 0.1, 0.2 y 0.3 respectivamente, a  $0^{0}$  de incidencia del viento.

Los modelos B-la, B-2a y B-3a tienen una relación de área de placas de unión entre elementos de 10%; los modelos B-lc, B-2d y B-3c de 0%. Su construcción es del tipo usado en torres de transmisión formadas por celosías, conocido como tipo Bleich.

Además, en el plano horizontal los modelos B-1b, B-2b, B-2c y B-3b tienen arriostramiento horizontal, como se indica en su parte superior.

Los modelos D-4, D-5 y D-6 son del tipo Double Wahren y los modelos D-7 y D-8 son del tipo usado en torres de radiocomunicación. Todos ellos fueron preparados para conocer la variación del coeficiente de arrastre  $C_D$ , para una relación de solídez mayor que 0.40.

Los modelos tipo K representan el caso de relación de solidez igual a 1.0 y son de esquinas redondeadas; y se construyeron para estudiar la variación de  $C_D$  con respecto al radio de las columnas principales.

### a).- COEFICIENTES DE EMPUJE CD Y EL NÚMERO DE REYNOLDS, Re

El número de Reynolds para los modelos seccionales en flujo uniforme está comprendido entre 4.2 x 10<sup>-3</sup> y 9.4 x 10<sup>-5</sup>; donde Re = DV/v y v es la viscosidad cínemática del aire a una temperatura de 15<sup>°</sup>C, es decir  $v = 1.45x 10^{-5} m^2/s$ .

D es la longitud característica, que para los modelos B y D, se considera como el diámetro de los miembros principales; para el tipo K, es el ancho de la sección transversal.

En la figura 2.5 se muestra la relación entre  $C_D$  y Re, en función de la relación de solidez, euando el ángulo de incidencia del viento es 0 °.

Se observa que el valor de los coeficientes de empuje se incrementan cuando disminuye la relación de solidez y el número de Reynolds.

Para los modelos D-5 a D-8 con relaciones de solidez de 0.48 a 0.768, el C<sub>D</sub> se reduce rápidamente en la vecindad de Re =  $10^5$ .

El modelo K-2 de esquinas redondeadas con relación de solidez unitaria, tiene un valor mínimo de  $C_D$  cuando Re es próximo a 5 x 10<sup>5</sup>.



FIG. 2.5 RELACIÓN ENTRE Re y CD

#### b).- INFLUENCIA DE LAS PLACAS DE APOYO

Para relaciones de placas de apoyo de 10% o menos, el incremento en el  $C_D$  es del orden de 4 a 7%; pero para 20% el incremento es del 11 al 12.5%.

### c).- RELACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE CON EL ÁNGULO DE INCIDENCIA DEL VIENTO 0

En la fig. 2.6 se muestra el coeficiente de empuje  $C_D$  en función del ángulo de incidencia del viento  $\theta$ , obtenido en el túnel de viento a 40 m/s y con Re entre  $10^4$  y  $10^5$ . Se puede ver que  $C_D$  es prácticamente constante e igual a 0.95, cuando  $\theta$  varía entre 5 y 40°. Para valores hasta de 45° es aproximadamente 1.2 y para valores mayores de  $\theta$ , no se indica en esta referencia.



FIG. 2.6 RELACIÓN DE C<sub>D</sub> Y θ

### d).- RELACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE Y LA RELACIÓN DE SOLIDEZ φ

La fig. 2.7 compara los resultados obtenidos en los modelos con los de otros autores en función de la relación de solidez contra los valores medidos del C<sub>D</sub> y la relación de solidez  $\varphi$ , para un ángulo de incidencia de 0°; se puede decir que los valores obtenidos son similares a los recomendados por la International Electrotechnical Commission, en el intervalo de  $\varphi$ = 0.1 a 0.6.

En la fig. 2.8 se muestran los resultados para un ángulo de incidencia de 45° del viento y la fig. 2.9 para ángulos de incidencia entre 5 y 40°. El valor constante de  $C_D = 0.95$  se obtiene para valores de  $\varphi$  comprendidos entre 0.20 y 0.90.







FIG. 2.8 RELACIÓN DE  $C_D$  Y  $\phi,$  VIENTO A 45°



FIG. 2.9 RELACIÓN DE  $C_{\rm D}$  Y  $\phi,$  viento entre 5° y 40° de incidencia

14



FIG. 2.10 EFECTO DEL RADIO DE LAS ESQUINAS EN EL CD

#### e).- EFECTO DE LAS ESQUINAS REDONDEADAS

En la fig. 2.10 se muestran los valores de  $C_D$  para los modelos K-1 y K-2, los cuales tienen una relación r/D de 0.11 y 0.13, respectivamente. El intervalo del valor de  $C_D$  indica el efecto de Re entre  $1 \times 10^5$  a 6.5 x  $10^5$  y de  $1 \times 10^5$  a 6.9x  $10^5$  respectivamente.

La sección cuadrada del modelo K-3 representa el caso en el que el radio de las esquinas tiende a 0 y el  $C_D$  es 2.05.

Los valores  $C_D$  muestran variación con respecto a los resultados experimentales de Nakaguchi (ref. 46).

### **n**- CONCLUSIONES

1).- El valor de  $C_D$  para los modelos se reduce al incrementar Re sobre  $5 \times 10^5$ , cuando el diámetro de las columnas principales es mayor de 3.2 cm y la relación de solidez mayor de 0.40.

2).- Los valores de  $C_D$  son mínimos para valores de relación de solidez grande; para una sección cuadrada de esquinas redondeadas varía de acuerdo con el radio de las esquinas.

3).- El valor de  $C_D$  es constante con respecto a la relación de solidez  $\phi$  para ángulos entre 5 y 40 °.

4).- Para la estimación de la carga de viento en torres de sección cuadrada con miembros circulares, conviene seleccionar el  $C_D$  a través de las relaciones de solidez de las figuras 2.7, 2.8, y 2.9 las que consideran tres grupos de intervalos, de  $\varphi$ .

15

### 2.3 RECOMENDACIONES DE LAS NORMAS BRITÁNICAS

El código británico (British Standars Institution, ref. 88) recornienda para torres de celosía con sección transversal cuadrada formada con miembros de sección circular, los coeficientes de arrastre  $C_D$ , mostrados en la tabla 2.1, cuando la velocidad 3 m/s corresponde a Re =  $2x \ 10^5$  y 6 m/s a Re = $4.1x10^5$ , debido al cambio de la forma de la estela de flujo que se presenta detrás del cuerpo; mientras mayor es el número de Reynolds, menor es el coeficiente de arrastre, hasta un valor de Re del orden de  $10^6$ , a partir del cual vuelve aumentar.

RELACIÓN	COEFICIENTES DE ARRASTRE C <sub>D</sub>			
DE	FLUJO SUBCRITICO		FLUJO SUI	PERCRITICO
SOLIDEZ	VIENTO a	VIENTO a	VIENTO a	VIENTO a
φ	0°	45°	0°	45°
0.05	2.4	2.5	1.4	1.2.
0.10	2.2	2.3	1.4	1.3
0.20	1.9	2.1	1.4	1.6
0,30	1.7	1.9	1.4	1.6
0.40	1.6	1.9	1.4	1.6
>=0.50	1.4	1.9	1.4	1.6

Tabla 2.1 COEFICIENTES DE ARRASTRE (REF. 88)

### 2.4 COEFICIENTES DE FUERZA PARA TORRES CUADRADAS CON MIEMBROS FORMADOS POR ÁNGULOS

Una serie de pruebas fueron realizadas por la empresa AT & T (ref. 52), en modelos de torres con sección cuadrada, de uso más frecuente en la práctica (fig. 2.11).

Se clasifican como modelo sección AD y modelo sección FJ. Ambos modelos se hicieron de tal forma que se pudieran colocar ángulos salientes en las esquinas.

La sección AD tiene una relación de solidez de 0.2289 a  $0^0$  de incidencia del viento, la misma sección, con ángulos salientes en sus esquinas tiene  $\varphi = 0.2366$ .

La sección FJ tiene una relación de solidez igual a 0.1262 y 0.1332 con ángulos salientes en sus esquinas, cuando  $\theta = 0^0$  de incidencia del viento (fig. 2.12).



FIG. 2.11 MODELOS DE TORRES CUADRADAS



### FIG. 2.12 DEFINICIÓN DE FUERZAS, ÁNGULO DE ATAQUE Y DE INCLINACIÓN

La figura 2.13 muestra los resultados de los coeficientes de arrastre  $C_D$ , y de levante  $C_L$ , con respecto al ángulo de incidencia del viento,  $\theta$ , para ambos modelos.

Para todos los casos se observa que el menor coeficiente de arrastre C<sub>D</sub> se presenta cuando de incidencia del viento, corresponde a  $\theta = 0^{\circ}$ .



### FIG. 2.13 COEFICIENTE C<sub>D</sub> Y C<sub>L</sub> PARA TORRES CUADRADAS

Las fuerzas críticas para los elementos transversales (horizontales) de la torre son para ángulos de 15° a 20° de incidencia del viento; y para los elementos verticales de la torre ángulos de 30° a 35°.

Para los modelos con ángulos salientes en las esquinas, los coeficientes de arrastre se incrementan 9.4% para la sección AD y de 3.0 % para la sección FJ. Esto indica que la forma de los miembros verticales tiene efecto en las fuerzas de arrastre, es decir, en torres con relación de solidez grande, el coeficiente de arrastre es mayor que el torres con menor relación de solidez.

Las fuerzas de arrastre lateral  $C_L$  tiene signo opuesto a las que se producen en modelos sin ángulos salientes, pero los valores máximos se mantienen para ambos modelos, esto es importante en la determinación de las fuerzas de diseño, para el cálculo de la respuesta en torres sensibles a vibración lateral y formación de vórtices alternantes.

Cuando el viento no incide en forma normal a la torre, sino con cierto ángulo de ataque vertical,  $\alpha$ , como suele suceder cuando una torre está construida sobre una colina, los resultados de las pruebas indican que la fuerza crítica, normal a la cara de la torre se presenta para un ángulo de 15°; y entre 35° y 40° para los elementos diagonales de la torre.

Los coeficientes de arrastre se incrementan 3% con respecto a los que resultan con el viento normal a la cara de la torre, lo cual no se considera significativo.

La figura 2.14 muestra los coeficientes de arrastre  $C_D$  máximos, con respecto a la relación de solidez, en torres de celosía con sección cuadrada, (ref. 52). Estos valores se comparan con los sugeridos por el ANSI-A58-1-1982 (American National Standards Institute-1982, ref. 52)



### FIG. 2.14 RELACIÓN DE COEFICIENTES DE ARRASTRE Y COEF. DE SOLIDEZ

La mayoría de las torres cuadradas tienen una relación de solidez que varía de 0.10 a 0.27, cuando no se considera hielo sobre ellas, por lo que se recomienda de acuerdo con AT & T, determinar el coeficiente de arrastre con

RELACIÓN DE SOLIDEZ	C <sub>D</sub>	
0.11 a 0.20	$C_{\rm D} = 4.2 - 7.0 \ \phi$	(2.8)
0.20 a 0.24	$C_{\rm D}=3.5-3.5\varphi$	(2.9)

donde  $\varphi$  es la relación de solidez de la torre.

Para el diseño de miembros verticales de una torre el coeficiente de arrastre se puede incrementar un 7% al proporcionado por las ecuaciones 2.8 y 2.9.

Todos los resultados de las pruebas indicaron que los coeficientes de arrastre son dependientes del número de Reynolds.

#### 2.4.1 EFECTOS DE LA FORMA DE LOS ELEMENTOS VERTICALES

En la figura 2.15 se muestra el efecto de la forma de los miembros de esquina en el coeficiente de arrastre,  $C_D$ , para torres de sección cuadrada con relación de solidez dada.

Se observa que las torres con cuerdas en forma redondeada presentan un coeficiente de arrastre menor que las torres con cuerdas formadas por ángulos. Esto explica la tendencia a construir torres de celosía con cuerdas redondeadas.



### FIG. 2.15 EFECTO DE LA FORMA DE LAS CUERDAS EN EL COEFICIENTE DE ARRASTRE

En la figura 2.16 se muestra el coeficiente de arrastre, para torres de sección cuadrada, sugeridos por el Manual de Diseño de Obras Civiles (ref. 109), por el Reglamento de Construcciones del D.F. (ref. 95), y por la empresa AT & T (ref. 52). Se observar que la referencia 109 propone valores de  $C_D$ , conservadores para  $\phi > 0.15$ , con respecto a los propuestos en la referencia 52.

En cuanto a los valores de  $C_D$ , propuestos por el RCDF-87, estos son conservadores sólo para valores de  $\phi$  entre 0.15 y 0.25; con respecto a los propuestos en la referencia 52.



FIG. 2.16 COEFICIENTES DE ARRASTRE PARA TORRES DE SECCIÓN CUADRADA, CON ELEMENTOS FORMADOS POR ÁNGULOS

Comparando los valores propuestos por las referencias 95 y 109, con los valores proporcionados por IEC (ref. 46), para torres de sección cuadrada con miembros redondos (fig. 2.17), se observa que los valores de  $C_D$ , de la IEC, son los más conservadores para  $\varphi > 0.25$ ; para valores de  $\varphi < 0.30$ , los más conservadores son los propuestos por la referencia 95.



FIG. 2.17 COEFICIENTES DE ARRASTRE PARA TORRES FORMADAS POR MIEMBROS CIRCULARES

#### **2.5 CONCLUSIONES**

1.- En el diseño de los miembros horizontales de las torres, formadas por ángulos, se pueden usar las ecuaciones 2.8 y 2.9 para obtener el coeficiente de arrastre.

2.- En el diseño de miembros verticales, los resultados de las ecuaciones 2.8 y 2.9 se pueden multiplicar por 1.07.

3.- Para torres formadas con ángulos salientes en sus miembros verticales, y con relación de solidez comprendida entre 0.11 y 0.20, el coeficiente  $C_D$ , puede incrementarse un 3% con respecto a la ecuación 2.8, y para relaciones de solidez entre 0.20 y 0.24, un 9% con respecto al obtenido en la ecuación 2.9.

4.- Los efectos del ángulo de ataque se puede despreciar excepto cuando se quiera tomar en cuenta el efecto topográfico; en éste caso el coeficiente de arrastre se incrementará un 3%.

5.- Optar por la construcción de torres de celosías, con miembros formados por elementos circulares; en cuyo caso se usaran las figuras 2.7 a 2.9 para seleccionar el valor de  $C_D$ .

#### 2.6 COEFICIENTES DE FUERZA PARA CABLES

Los cables estructurales utilizados comúnmente son de acero, con doble galvanizado (ref. 94) con diversas secciones transversales: 1x7, 7x7, 7x19, 3x19, etc.; el primer número significa la cantidad de torones primarios y el segundo la cantidad de alambres por torón (fig. 2.18).

Para torres atirantadas, se recomienda el uso de cables clasificación 1x7 de acero con doble galvanizado (según ASTM -A-475), tipo retenida.

Una característica de los cables estructurales es la forma de su sección transversal (fig. 2.18), que genera un coeficiente de levante 10% mayor que el de un cilindro circular (ref. 78).



FIG. 2.18 SECCIÓN TRANSVERSAL DE CABLES ESTRUCTURALES.

Debido a los torones que constituyen un cable estructural, se forma una superficie de perturbación, que provoca la separación de vórtices. Esto causa la separación del flujo en ángulos que varían de 60° a 120° en la parte superior y en 240° a 300° en la inferior, según sea la sección transversal. Para cilindros circulares los puntos de separación ocurren aproximadamente a 80°.

En la figura 2.19 se muestran los coeficientes de presión Cp, alrededor de un cable de 1x7 inclinado un ángulo  $\beta = 45^{\circ}$ .



FIG. 2.19 COEFICIENTES DE PRESIÓN ALREDEDOR DE UN CABLE DE 1x7

Los coeficientes de presión indican que los cables presentan un aumento en el levantamiento en la dirección del lado en que el flujo coincide con uno de los torones que forman el cable (fig. 2.19).

Para el cable de 1x7, los puntos de separación del flujo ocurren de 40° a 90° y de 220° a 240° para una inclinación de 45°.

Al comparar los perfiles de coeficientes de presión para cables de 1x7 con los de 7x7 (ref. 78 y 61), la principal diferencia que se encuentra, es la reducción en los picos de succión, los cuales se pueden atribuir a la presencia en escala pequeña, de las irregularidades asociadas con cada torón, lo cual hace que el cable de 7x7 se asemeje más, al comportamiento de un cilindro circular.

## 2.6.1 COEFICIENTES DE ARRASTRE $C_D$ Y DE LEVANTAMIENTO $C_L$ PARA CABLES

Al integrar la distribución de presiones alrededor del cable, se obtienen los coeficientes de levantamiento y de arrastre.

Al integrar la distribución de presiones alrededor del cable, se obtienen los coeficientes de levantamiento y de arrastre.

La integral resultante, perpendicular al plano formado por el eje del modelo y el flujo, proporciona el coeficiente de levantamiento,  $C_L$ , y la integral en la dirección del flujo, el coeficiente de arrastre,  $C_D$ .

Los coeficientes de arrastre en función del ángulo de inclinación del cable  $\beta$  (ángulo con respecto a la horizontal) para cables de 1x7 y 7x7, se muestran en la figura 2.20.



Para cables de 1x7, el coeficiente de arrastre máximo es de 1.2 y disminuye conforme el ángulo de inclinación del cable es menor.

Los coeficientes de arrastre, para cables de 7x7, son más bajos que los de un cilindro circular, con un valor máximo de  $0.80 a 90^{\circ}$ .

Los coeficientes de arrastre para los cables de 1x7, son más altos que los de los cables de 7x7, para un mismo número de Reynolds.

Al incrementar el número de Reynolds, la presencia de pequeñas irregularidades en el cable de 7x7, provoca algunos efectos en los puntos de separación, los cuales también alteran la capa límite formada y se producen bajos arrastres.

Se puede observar que los coeficientes de levantamiento para un cable de 7x7, es menor que para un cable de 1x7. Esto indica que entre mas fisa es la superficie, el coeficiente de levantamiento es menor.

Los patrones de flujo de la figura 2.21 muestran que en cables estructurales aparecen vórtices, y provocan "valles", que generan baja presión.



FIG. 2.21 PATRONES DE FLUJO PARA CABLES ESTRUCTURALES Y DE UN CILINDRO CIRCULAR, INCLINADOS A 60°, Re = 6000

### 2.6.2 CONCLUSIONES

- Se determinará el coeficiente de arrastre, C<sub>D</sub>, y el de levante, C<sub>L</sub>, para los cables estructurales según la figura 2.20.
- 2. El máximo coeficiente de arrastre, C<sub>D</sub>, para cables estructurales es de 1.2 y disminuye conforme
- el ángulo de inclinación del cable con respecto a la horizontal, es menor.
- 3. Entre más lisa es la superficie del cable (mayor número de alambres por torón) el coeficiente de arrastre, C<sub>D</sub>, es menor para un mismo número de Reynolds.
2. El máximo coeficiente de arrastre,  $C_D$ , para cables estructurales es de 1.2 y disminuye conforme el ángulo de inclinación del cable con respecto a la horizontal, es menor.

3. Entre más lisa es la superficie del cable (mayor número de alambres por torón) el coeficiente de arrastre,  $C_D$ , es menor para un mismo número de Reynolds.

4. Entre más lisa es la superficie del cable (mayor número de alambres por torón) el coeficiente de levantamiento,  $C_L$ , es menor; esto justifica el que los cables se forren para producir esta superficie lisa.

5. El coeficiente de levantamiento,  $C_{1.}$ , máximo, ocurre para un ángulo de inclinación del cable, de  $\beta$ =60°.

6. El coeficiente de levantamiento,  $C_L$ , provoca galopeo, en los cables que soportan torres atirantadas (referencias 14 y 34).

### CAPÍTULO III

#### COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DEL SISTEMA

### **3.1 LINEALIDAD DEL SISTEMA ESTRUCTURAL**

Para determinar el comportamiento estático, y dinámico de cables estructurales, se han desarrollado ecuaciones basadas en la forma de su configuración deformada. Un cable apoyado en sus dos extremos, ante carga uniformemente distribuida, adopta la forma de una catenaria, aunque podría aproximarse mediante una parábola.



FIG. 3.1 FUERZAS Y GEOMETRÍA DEL CABLE

Las ecuaciones basadas en la catenaria elástica, fueron desarrolladas por O'Brien (ref. 12). La carga del viento sobre cables inclinados, con peso "q" por unidad de longitud, actúa uniformemente distribuida a lo largo del cable (fig. 3.1), aproximándose su deformada a una parábola. Las ecuaciones basadas en la parábola fueron desarrolladas por Dean (ref. 6), y son las de uso más común en Ingeniería. Las expresiones son

componente horizontal, H, de la tensión, T<sub>o</sub>, en el cable:

$$H = \cos\theta T_{e} \tag{3.1}$$

para la flecha máxima, f, del cable:

$$f = \frac{ql^2}{8H\cos\theta}$$
(3.2)

reacciones verticales de la tensión:

$$V_B = H\frac{h}{l} + \frac{qc}{2}$$

$$V_{A} = H\frac{h}{1} - \frac{qc}{2}$$

tensión en el cable:

$$T_{B} = \sqrt{H^{2} + V_{B}^{2}}$$
(3.4)
$$T_{A} = \sqrt{H^{2} + V_{A}^{2}}$$

longitud del cable, L,:

$$L \approx c \left[ 1 + \frac{q^2 l^2 \cos^2{\theta}}{24 H^2} \right]$$
(3.5)

acortamiento elástico del cable:

$$\Delta L_{s} = \frac{Hc}{A_{c}E_{c}|\cos\theta|} \left(1 + \frac{q^{2}l^{2}}{12H^{2}}\right)$$
(3.6)

cambio en la longitud del cable debido al cambio de temperatura:

$$\Delta L_{t} \approx \alpha t^{0} c \left( 1 + \frac{q^{2} l^{2} \cos \theta^{2}}{24 H^{2}} \right)$$
(3.7)

donde H es el componente horizontal de la fuerza del cable,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del cable,  $A_c$  es el área transversal del cable, t es la temperatura, y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión del cable.



FIG. 3.2 SISTEMA DE REFERENCIA

Con base en el sistema de referencia de la figura 3.2, Dean (ref. 6) y Davenport (ref. 14) desarrollaron sus ecuaciones. Dean propuso la ecuación para el desplazamiento estático del cable "y":

28

$$y = \frac{H}{q} \cosh\left(\frac{q}{H}x + a_{1}\right) - \frac{H}{q} \cosh a_{1} \qquad (3.8)$$
$$a_{1} = \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{qh}{2H\operatorname{senh}}\frac{ql}{2H}\right) - \frac{ql}{2H}$$

posición de la flecha máxima:

$$x = \left(\frac{H}{q}\right) \left[\operatorname{senh}^{-1} \left(\frac{h}{l} - a_{l}\right)\right] \quad (3.9)$$
$$S_{\max} = \left[\left(\frac{x}{l}\right)h - y_{x}\right] \left(\frac{l}{L}\right) \quad (3.10)$$

Así por ejemplo, si se tiene un mástil atirantado, soportado por tres juegos de cables distribuidos en su altura, a 19, 37 y 55 m; y conocido su ángulo de inclinación,  $\theta$ , con respecto a la horizontal (fig. 3.2 b), se puede calcular el componente horizontal, H<sub>o</sub>, de la fuerza de tensión inicial en el cable, con la ecuación 3.1.

Los cálculos se resumen en la tabla 3.1, considerando una tensión inicial, T<sub>o</sub>, de 1.4 t.

NIVEL	h (m)	l (m)	θ°	L (m)	$H_{o}(t)$	$T_{o}(t)$
NIVEL 1	19	19.29	44.57	27.08	1.00	1.40
NIVEL 2	37	19.29	62.46	41.73	0.65	1.40
NIVEL 3	55	19.29	70.67	58.28	0.46	1.40

TABLA 3.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE UN MÁSTIL ATIRANTADO

Al conocer las características del cable, se puede obtener la relación entre el incremento en la fuerza horizontal  $\Delta H$  y el incremento en la longitud del cable  $\Delta i$  (ref. 105). Se propone un incremento en la fuerza horizontal del cable,  $\Delta H$ , y se evalúan las ecuaciones 3.14 y 3.15.

Se sustituyen los valores de r<sub>o</sub> y de r<sub>i</sub> en la ecuación 3.11, teniéndose un valor de K en función de  $\Delta I$ . Se resuelve la ecuación 3.12, donde H = H<sub>o</sub> +  $\Delta H$ ; obteniendo así un valor de  $\Delta I$  para cada valor de  $\Delta H$  propuesto.

$$K = \frac{6}{r_0^2 l} \left[ \left( 1 + 0.4r_i^2 \right) \Delta l - \frac{L^3 \left[ 1 - \frac{r_i^2}{6} \left( 4 - \frac{l^2}{L^2} \right) \right] \Delta H}{l^2 E_C A_C \left( 1 + \frac{r_0^2}{6} \right) \left( 1 + 0.1r_i^2 \right)} \right]$$
(3.11)

$$H = \frac{H_0}{\sqrt{1 - K}}$$
(3.12)

$$r_i = \frac{ql}{2H_0 + \Delta H} \qquad (3.13)$$

$$r_0 = \frac{ql}{2H_0}$$
 (3.14)

Si se suponen las siguientes propiedades de un cable:

 $\phi = 3/8 \text{ de pulgada}$   $E_c = 20 \ 390 \ 000 \ t \ /m^2$   $A_c = 7.126 \ x \ 10^{-5} \ m^2$   $A_c E_c = 1452.99 \ t$   $q = 4.1 \ x \ 10^{-4} \ t \ /m$ 

y los valores de la tabla 3.1, se obtienen las gráficas de la variación en la longitud del cable,  $\Delta l$ , con respecto a la variación de la componente horizontal de la fuerza de tensión del cable,  $\Delta H$ , para cada nivel de cables. Los valores se condensan en las gráficas 3.1 a 3.3.



VARIACIÓN DE LA LONGITUD, EN METROS

## GRÁFICA 3.1 VARIACIÓN DE ΔΙ CON ΔΗ, NIVEL 1

### CABLES NIVEL 2



VARIACIÓN DE LA LONGITUD, EN METROS

## GRÁFICA 3.2 VARIACIÓN DE ΔΙ CON ΔΗ, NIVEL 2





VARIACIÓN DE LA LONGITUD, EN METROS

## GRÁFICA 3.3 VARIACIÓN DE ΔΙ CON ΔΗ, NIVEL 3

De las gráficas 3.1 a 3.3, se observa que existe una relación lineal, para pequeños desplazamientos, entre el cambio de longitud de los cables y la variación de la componente horizontal, H, de la fuerza de tensión en el cable.

Manteniendo constante la componente horizontal de la tensión del cable, y aplicando la expresión 3.6, se obtiene en forma similar la gráfica 3.4, que relaciona la variación de  $\Delta H$  con la temperatura t<sup>o</sup>, con un coeficiente de expansión de  $\alpha = 6.5 \times 10^{-6}$  /°C para los cables.

### VARIACIÓN DE LA FUERZA HORIZONTAL CON LA TEMPERATURA



## GRÁFICA 3.4 VARIACIÓN DE AH CON LA TEMPERATURA

De la gráfica 3.4, se observa que existe una relación lineal, para temperaturas medias, entre la variación de la temperatura y la componente horizontal de la fuerza de tensión del cable.

Conociendo el incremento de la fuerza horizontal,  $\Delta H$ , y su respectivo incremento en la longitud del cable,  $\Delta I$ , se puede calcular la tensión en el cable, T, con la expresión:

$$T = \frac{H_T L_T 2l}{L_T^2 + l^2 - h^2}$$
(3.15)

donde  $L_T = L_0 + \Delta I$ ,  $H_T = H_0 + \Delta H$ , y l, h se obtiene de las características del mástil atirantado, según la figura 3.2.

Con los datos de la tabla 3.1, y de las gráficas 3.1 a 3.3, se calculó la relación entre la tensión en el cable y el desplazamiento horizontal del cable, en el punto de conexión con el mástil. Los resultados se condensan en las gráficas 3.5 a 3.7, para cada nivel de cables.

#### **CABLES NIVEL 1** 0.4 0.35 DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL, EN M 0.3 0.25 0.2 0.15 0.1 0.05 0 4. 6.6334 8.3654 3.1525 1.8959 0.0948

#### TENSIÓN DEL CABLE, EN TONELADAS

GRÁFICA 3.5 RELACIÓN DE LA TENSIÓN EN EL CABLE Y SU DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

### GRÀFICA 3.5 RELACIÓN DE LA TENSIÓN EN EL CABLE Y SU DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL



GRÁFICA 3.6 RELACIÓN DE LA TENSIÓN EN EL CABLE Y SU DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

#### **CABLES NIVEL 3**



## GRÁFICA 3.7 RELACIÓN DE LA TENSIÓN EN EL CABLE Y SU DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

Si consideramos una tensión de ruptura de los cables de 6.98 t, se observa en las gráficas anteriores, que esta se obtiene para un desplazamiento horizontal, del punto de conexión del cable en el mástil, de 0.21, 0.72 y 2.20 m, para los cables del nivel I, 2 y 3 respectivamente.

Lo anterior nos permite establecer un criterio de prediseño para los cables, según sea el desplazamiento máximo que se permita en la unión del cable con el mástil y la tensión de ruptura de los cables.

Se recomienda una tensión inicial para los cables, del 20% de la tensión de ruptura (ref. 90 y 74), ya que permite un más amplio intervalo de desplazamientos horizontales, sin que se alcance ésta de inmediato; así To = (0.20)(6.98) = 1.40 t.

Además, para tensiones menores al 20%, se ha visto que el comportamiento no-lineal se incrementa (ref. 24). Los cables pesados (peso mayor a 16 kg/m) bajo las mismas condiciones que uno ligero, tienden más rápidamente a un comportamiento no-lineal.

El análisis de torres atirantadas, aparentemente es complicado, ya que involucra no sólo el desarrollo de la relación no-lineal entre fuerzas y desplazamientos, sino que también debe tomar una correcta solución no-lineal que gobierne el comportamiento completo de la estructura.

Las características no-lineales dependen de varios aspectos, como son:

1. Variación de la rígidez efectiva a flexión del mástil, resultado de la carga axial impuesta por los cables.

2. Desplazamiento de los apoyos de los cables en el mástil que resulta de:

a) contracción del mástil por flexión y compresión

b) rotación de la sección transversal del mástil.

3. No-linealidad geométrica de los cables debida a peso propio y a la carga de viento.

4. Naturaleza del movimiento dinámico de los cables.

Como conclusión, estas características de no-linealidad, que se presentan en un mástil atirantado, se pueden despreciar cuando se presenten pequeños desplazamientos en el mástil, y una adecuada tensión inícial en los cables, aceptándose un análisis lineal para este tipo de estructuras.

ł

:

## 3.2 MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO DE TORRES

Debido a las consideraciones anteriores, varios modelos matemáticos se han propuesto para representar el sistema estructural de una torre atirantada.

### 3.2.1 MODELADO DEL MÁSTIL

Los modelos matemáticos del mástil de una torre atirantada, básicamente se pueden dividir en tres grupos, (ver figura 3.3) :

a) El mástil es representado por un sistema de puntos discretos, donde se concentran masas conectadas por resortes sin masa, que representan a los cables (figuras 3.3 a y 3.3b)

b) El mástil es representado por una viga-columna continua, con apoyos elásticos

c) El mástil es representado por elementos armadura y con cables, con peso por unidad de longitud o con apoyos elásticos.



## FIG. 3.3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA MÁSTILES DE TORRES ATIRANTADAS

Estos modelos tienen el inconveniente que su análisis se hace en un plano; no toman en cuenta torsiones en el mástil y para modelar los cables, hay que calcular la constante del resorte.

El modelo de la figura 3.3.b toma en cuenta la no-linealidad producida por la carga axial de los cables en el mástil, no así el modelo (a).

El modelar una torre atirantada como una viga-columna con apoyos elásticos se recomienda por ANSI/EIA-22-D y por el BSI-8100-86 (ref. 88), para un análisis preliminar.

Si se quisiera tomar en cuenta el análisis en tres dimensiones, se puede realizar el modelado del mástil como una viga-columna tridimensional (ref. 79).

Por otro lado, se han desarrollado modelos matemáticos que representan el mástil con elementos armadura. Específicamente dividen el mástil en paneles, que corresponden a distancias entre apoyos de cables en el mástil; estos paneles son tratados como superelementos (ref. 17 y 65), el modelado se realiza como una viga-columna (fig. 3.4).



FIG. 3.4 MODELADO DEL MÁSTIL COMO VIGA-COLUMNA, FORMADA POR SUPERELEMENTOS ARMADURA

I

Otros modelos de viga-columna para tomar en cuenta el efecto de cortante en al mástil, cuando se modela por elementos armadura, establecen el parámetro de "rigidez efectiva equivalente", que incluye el módulo de cortante del material; esté módulo de rigidez varía según la sección transversal de la armadura (ref. 16).

Con el desarrollo del método de elementos finitos, el mástil se puede modelar con elementos armadura y considerar para cada elemento la matriz de rigidez lineal y la geométrica para obtener un análisis no-lineal (ref. 48); o como elementos viga-columna trídimensional, que permitan tres desplazamientos y tres rotaciones por nodo y los cables, por medio de elementos armadura, que permitan tres desplazamientos en cada nodo (ref. 57); también se puede considerar al mástil con otro tipo de elementos finitos particulares, como los de la referencia 47. Estos tipos de modelado se pueden realizar para pequeños y grandes desplazamientos (mayores a 1/14 de la altura de la torre).

Para obtener la carga crítica de pandeo del mástil, el análisis estático se realiza paso a paso, al incrementar la carga estática en pequeñas cantidades y se valúan los desplazamientos en cada paso, hasta llegar al valor de la carga crítica de pandeo.



### FIG. 3.5 MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS

#### **3.2.2. MODELADO DE LOS CABLES**

Como se mencionó anteriormente, un factor que induce no-linealidad geométrica al sistema estructural de una torre atirantada, son los cables que la soportan, que en pequeños desplazamientos del mástil, se puede considerar lineal.

Existen dos fases en el comportamiento de los cables durante el período de vida de una torre. La primera fase incluye la pretensión inicial de los cables, con un comportamiento no-lineal.

Durante la segunda fase, también llamada como fase de servicio, varias cargas estáticas y dinámicas son superpuestas en la configuración pretensionada. La respuesta de esta segunda fase puede ser lineal o no, según sean las magnitudes relativas de la pretensión y de las cargas de servicio.

Cuando no se dispone de un programa de elementos finitos que incluya elementos cable, un modelo simple que puede ser usado en el diseño preliminar, consiste en sustituir cada conjunto de cables conectado al mástil, por un resorte de rigidez equivalente.

Cuando no se dispone de un programa de elementos finitos que incluya elementos cable, un modelo simple que puede ser usado en el diseño preliminar, consiste en sustituir cada conjunto de cables conectado al mástil, por un resorte de rigidez equivalente.

Existen varias maneras de determinar la rigidez equivalente de un conjunto de cables (referencias 3, 39, 49, 92 y 97). Consideraremos el caso más simple de un mástil soportado lateralmente por un conjunto de tres cables, con igual tensión inicial To, como se muestra en la figura 3.6:





Con base en el concepto de equilibrio de fuerzas y compatibilidad de deformaciones y un comportamiento elástico lineal del material (ref. 97), se llega a la componente horizontal, Fu, y vertical, Fw, del desplazamiento, cuando se ignora el peso propio de los cables

$$F_U = \left(3T_0 + \frac{3}{2}\left(\frac{a}{c}\right)^2 E_C A_C\right) \left(\frac{u}{c}\right) \quad (3.16)$$

$$F_W = 3T_0 \frac{h}{c} \quad (3.17)$$

donde E<sub>c</sub> y A<sub>c</sub> son el módulo de elasticidad del cable y el área transversal del mismo.

En general, para un conjunto de "n" cables arreglados simétricamente alrededor del mástil, con pequeños desplazamientos:

$$F_{U} = n \left\{ T_{0} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{c}\right)^{2} E_{C} A_{C} \right\} \left(\frac{u}{c}\right) \qquad (3.18)$$

$$F_{W} = T_{o} n \left(\frac{h}{c}\right) \qquad (3.19)$$

Estos resultados pueden ser usados para  $n \ge 3$ .

Si se toma en cuenta el peso propio de los cables, Fu, se puede modificar mediante

$$F_{U} = n \left[ T_{0} + \frac{\left(\frac{a}{c}\right)^{2} E_{C} A_{C}}{2\left\{ 1 + \left(\frac{qa}{T_{0}}\right)^{2} \frac{E_{C} A_{C}}{12 T_{0}} \right\}} \right] \left(\frac{u}{c}\right]$$
(3.19)

donde "q", es el peso por unidad de longitud del cable. Si la flecha del cable es apreciable, la nolinealidad geométrica caracterizará la respuesta, y podría emplearse un método paso a paso.

En general, los cables de torres presentan flechas muy pequeñas y la ecuación 3.19 es suficiente para propósitos estáticos.

Así, el conjunto de cables se puede modelar por un resorte lineal en la dirección del viento y una carga vertical; la rigidez del resorte resulta ser

$$K_{eq} = n \left\{ T_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{c} \right)^2 E_C A_C \right\} \left( \frac{1}{c} \right)$$
(3.21)

ş

1

o bien, al considerar el peso del cable

$$K_{eq} = n \left\{ T_0 + \frac{\left(\frac{a}{c}\right)^2 E_C A_C}{2\left\{ 1 + \left(\frac{qa}{T_0}\right)^2 \frac{E_C A_C}{12T_0} \right\}} \right\} \left( \frac{1}{c} \right) \quad (3.22)$$

y la carga vertical está dada por la ecuación 3.18.

Otra forma de calcular la rigidez estática de un cable, consiste en tomar en cuenta en el incremento en la longitud del cable, la combinación de dos efectos

a) La rigidez elástica

$$K_e = \frac{E_C A_C}{c} \qquad (3.23)$$

b) El incremento de la longitud debido al cambio de la geometría (ya que cuando el cable tensa la flecha se reduce)

$$K_g = \frac{12T^3}{q^2 c^3}$$
 (3.24)



FIG. 3.7 SISTEMA RESORTE-MASA-RESORTE (REF. 49)

La rigidez del cable dependerá de la tensión inicial (o de la flecha); al combinar estos dos efectos, se tiene:

$$K' = \frac{1}{\frac{1}{K_e} + \frac{1}{K_g}}$$

$$K' = \frac{12T^{3}E_{c}A_{c}}{12T^{3}c + E_{c}A_{c}q^{2}c^{3}}$$

La rigidez equivalente del cable , cuando  $c \approx L$ 

$$K' = \frac{E_C A_C}{L \left[ 1 + \frac{q^2 L^2 E_C A_C}{12T^3} \right]}$$
(3.25)

Cuando la tensión es T = 0, K = Ec Ac / L. Al incrementar la tensión, la flecha disminuye, y la rigidez combinada se aproxima a la rigidez elástica.

Cuando el cable está poco tenso o flojo, la relación Kg / Ke -> 0; para un cable tenso

Davenport (ref. 51) recomienda que la relación Kg/Ke, para cables de torres atirantadas, sea:

$$\frac{Kg}{Ke}$$
  $(1.0)$ 

Los cables también se pueden modelar por elementos curvos, cuyas ecuaciones se basan en la catenaria (ref. 44, 37 y 27 ) o bien por elementos armadura (truss), con propiedades elásticas con Los cables también se pueden modelar por elementos curvos, cuyas ecuaciones se basan en la catenaria (ref. 44, 37 y 27) o bien por elementos armadura (truss), con propiedades elásticas con varios puntos nodales (ref. 75, 57, 47 y 48), donde el amortiguamiento aerodinámico y estructural no son modelados; para utilizar estos conceptos, es necesario realizar un análisis con un programa de elementos finitos. Cuando se recurre a ésta última modelación, con tres puntos nodales por cable, se comete un error del 0.8%, que no se considera importante, con respecto al elemento curvo cable (ref. 75).

El comportamiento de los elementos armadura puede ser líneal o trilineal, este último se utiliza para grandes desplazamientos en el mástil.



# COMPARACIÓN DE CABLES MODELADOS COMO RESORTES Y ARMADURAS

FIG. 3.8 COMPARACIÓN FUERZA-DESPLAZAMIENTO PARA MODELOS ARMADURA Y RESORTE LINEAL



FIG. 3.9 a COMPORTAMIENTO TRILINEAL DE LOS CABLES ESTRUCTURALES



FIG. 3.9 b RESPUESTA CARGA DESPLAZAMIENTO PARA PEQUEÑOS Y GRANDES DESPLAZAMIENTOS (REF. 57)

### 3.3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO

Las formas modales y frecuencias naturales de vibrar de una torre atirantada, se pueden calcular al suponer un comportamiento lineal del sistema, en la mayoría de los casos, no es posible asegurar que los cables sean dinámicamente estables en relación a todas las posibilidades de vibración. Bajo ciertas condiciones de viento, se ha observado grandes amplitudes de oscilación perpendiculares a la dirección del viento; este movimiento es conocido como Galopeo, y puede provocar la inestabilidad de la torre, particularmente se puede acompañar por un efecto estático debido a la presencia de hielo, la cual puede ser asimétrica con la altura de la torre; además de soportar la carga debida al viento, se incrementa la sección transversal de la torre y de los cables (ref. 34); aunado a ello, un cable con baja tensión inicial, es más probable que presente galopeo aún sin la presencia de hielo (ref. 68 y 80).

Una forma de considerar la no-linealidad de los cables, en el cálculo de las frecuencias naturales de vibrar de una torre, consiste en resolver la ecuación del movimiento paso a paso, al considerar los cables como un modelo resorte-masa, propuesto por Kahala (ref. 82) el cual toma en cuenta el amortiguamiento aerodinámico de los mismos y la naturaleza tridimensional del sistema (ref. 82 y 67).

Davenport, (ref. 14) ha propuesto un modelo lineal que describe la vibración de los cables, con base en la configuración parabólica del cable. Su modelo consiste en un sistema resorte-masaresorte (fig. 3.10), y considera sólo importante el movimiento en el plano del cable y que todos los cables que llegan al mismo nivel en la torre, tienen las mismas características dinámicas.

Los cambios en la tensión del cable producen modificaciones en la flecha, lo cual induce aceleraciones transversales y cargas inerciales en el cable. A altas frecuencias las cargas inerciales "bloquean" los cambios en la flecha y solamente influye la extensión elástica del cable en la respuesta, para lo cual es necesario conocer la Rigidez Dinámica del cable a una frecuencia,  $\omega$ .



FIG. 3.10 SISTEMA EQUIVALENTE DEL MOVIMIENTO DE UN CABLE INCLINADO

$$K(w) = \frac{\Delta T}{v} = Ke \frac{1 - \left(\frac{w^2}{w_0^2}\right)}{1 + \left(\frac{Ke}{Kg}\right) - \left(\frac{w^2}{w_0^2}\right)}$$
(3.26)

Donde  $w_0 = \sqrt{\frac{T\pi^2 g}{qc^2}}$  es la frecuencia circular de vibrar de un cable tensado.

Para bajas frecuencias ( $w \rightarrow 0$ ) la rigidez se aproxima a la rigidez estática K' (ecuación 3.25), para bajas frecuencias (w)) wo) la rigidez dinámica del cable se aproxima a la rigidez elástica, Ke. Para una frecuencia  $w = w_1$  el cable se aproxima a la condición de resonancia en la cual, los movimientos transversales se acoplan a la tensión del cable, lo que resulta en grandes amplitudes en el movimiento; la frecuencia en la cual esto ocurre es:

$$w_1^2 = \left[1 + \left(\frac{Ke}{Kg}\right)\right] w_0^2 \qquad (3.27)$$

Próxima a ésta frecuencia, la rigidez dinámica es negativa y tiende a incrementar el alargamiento en el cable, y llega a ser mayor que la que éste resiste. En la práctica, el amortiguamiento y los efectos no-lineales, en amplitudes del movimiento moderadas, extraen energía de la vibración y reducen las grandes amplitudes que se indican en la figura 3.11.



#### FIG. 3.11 RIGIDEZ DINÁMICA DE UN CABLE

Es importante conocer cuales de esas frecuencias se relacionan con las frecuencias del sistema estructural en conjunto. Si alguna frecuencia coincide con alguna otra del sistema estructural, se deben hacer correcciones para que esto no suceda, e influya en el movimiento de toda la estructura.

La rigidez dinámica de un cable representa una medida de la energía transferida de los cables al mástil, cuando el punto que los conecta está excitado por un movimiento armónico (ref. 25).

La recomendación de que Kg / Ke > 1.0 busca evitar la transferencia de energía de un modo antisimétrico a un modo simétrico de un cable; el modo simétrico está fuertemente acoplado con el mástil, y esto hace posible que se incremente la energía que recibe el mástil. La frecuencia de un modo simétrico de un cable, varía con la relación de rigideces (ref. 66), esto es importante desde el punto de vista de control de vibraciones.

La rígidez dinámica de un cable disminuye cuando el cable entra en resonancia, lo que provoca pérdida de rigidez lateral al mástil.

Se debe tener en cuenta, además de estos acoplamientos de frecuencias, que se puedan presentar desprendimientos de vórtices en la torre, ello inducirá altos niveles de vibración en el sistema, y puede ocasionar problemas de fatiga en los cables y en las conexiones con el mástil.

### 3.4 MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Mediante el programa de elementos finitos, SAP90 (ref. 102) se puede modelar el mástil de una torre atirantada, como una armadura espacial con nodos continuos, y los cables como elementos marco (FRAME).

Se calculan las fuerzas del viento sobre el mástil y sobre los cables, y se colocan horizontalmente en los puntos nodales correspondientes del mástil.

Se calculan las fuerzas del viento sobre el mástil y sobre los cables, y se colocan horizontalmente en los puntos nodales correspondientes del mástil.

Se calculan los componentes horizontales Hi, y verticales Vi, de la tensión inicial del cable, con las ecuaciones 3.3 y 3.4, y se considera el sentido de las fuerzas, para cada cable que componga un conjunto en cada nivel. Estas fuerzas se colocan en el punto nodal de incidencia con la torre.

Se modifica el módulo de elasticidad de los cables, por medio de la fórmula de Dishinger, utilizada en puentes atirantados (ref. 32 y 40), que toma en cuenta la no-linealidad debida a la flecha del cable

$$Eeq = \frac{E_C}{1 + \left[\frac{(qa)^2 E_C A_C}{12T^3}\right]}$$
(3.28)

donde Eeq es el módulo de elasticidad equivalente del cable.

Se analizan los elementos mecánicos, principalmente en los elementos que representan a los cables. Si alguno de estos elementos trabaja a compresión, y ésta es mayor que la tensión en el cable, se elimina del modelo. En caso contrario, se hace la suma algebraica entre la tensión inicial del cable y la de compresión, para recalcular las componentes horizontales y verticales para ese cable.

.

Con el módulo de rigidez equivalente resultante para cada elemento cable (FRAME) se forma la matriz de rigideces elástica y la correspondiente matriz de masas consistentes del sistema; se incluyen los efectos P- $\Delta$  a los elementos, que forman el mástil, cargados axialmente debido a la componente vertical Vi, de la tensión en los cables; se obtienen los desplazamientos y los elementos mecánicos en el mástil producidos por los efectos P- $\Delta$ .

La matriz de rigideces resultante de los efectos  $P - \Delta$ , se usa en el análisis dinámico de la torre, y se obtienen así las frecuencias naturales de vibrar.

Con este procedimiento, se toma en cuenta la no-linealidad geométrica de los cables, debida a su peso propio, y en el mástil debida a la carga axial impuesta por la tensión de los cables.

Otra forma de realizar el análisis consiste en utilizar un programa de elementos finitos que contenga elemento cable; para ello se utiliza el programa STAAD III (ref. 103), que contiene en sus archivos el elemento cable, basado en las ecuaciones propuestas por Davenport, ecuación 3.23; el mástil se modela como una armadura tridimensional, con apoyos continuos.

# 3.5 MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO

## 3.5.1 ANÁLISIS DINÁMICO

El análisis dinámico se emplea principalmente en el diseño de estructuras que son sensibles a vibraciones producidas por los efectos dinámicos del viento.

3

En el procedimiento determinista, la estructura se idealiza como un sistema de masas y resortes, y se busca un sistema equivalente de un grado de libertad, el cual represente la respuesta del inicial con varios grados de libertad.

En el procedimiento probabilista se idealiza a la estructura como un sistema de masas y resortes con amortiguamiento. El problema se resuelve en el dominio de las frecuencias, con el objeto de establecer relaciones entre espectros de velocidad, de presión, de fuerza y de desplazamientos, que permitan estimar la respuesta máxima del sistema por medio de la teoría de la comunicación. La respuesta máxima se determina con:

$$R_{max} = R(1 + g_p I)$$
$$R_{max} = \overline{R}(FRD)$$

donde

g<sub>p</sub> es el factor de pico o de respuesta máxima

I representa la desviación estándar de la respuesta en estudio

La respuesta máxima se determina por el producto de la respuesta media y el Factor de Respuesta Dinámica (FRD).

Este último procedimiento se utilizó para obtener la respuesta máxima dinámica de la torre atirantada (ref. 96).

#### 3.5.2 FACTOR DE CORRECCIÓN DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO, DEBIDO

### AL TIEMPO DE PROMEDIACIÓN

La velocidad media del viento aumenta con la altura a partir del nivel del terreno. Su variación depende de las condiciones de rugosidad del terreno que rodea a la estructura, y de los intervalos de promediación en los cuales se determina la velocidad promedio. Conforme este intervalo cambia, la velocidad promedio se modifica.

Es común considerar la velocidad media en lapsos de promediación del orden de 3 a 15 s según sea el tamaño de la estructura; así, en una estructura esbelta y flexible importan ráfagas de corta duración.

Existen expresiones para buscar la relación entre la velocidad máxima promediada sobre un intervalo de tiempo  $t_1$ , y otra promediada en un lapso mayor  $t_2$ . Para su cálculo, Mackey (ref. 96) propuso la siguiente expresión:

$$g\left(\frac{t_1}{t_2}\right) = 1 - \left\{ 0.6226 \left[ l\left(v\right) \right]^{2716} \ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \right\} , t_1 \langle t_2 \rangle$$
(3.29)

donde

 $g(t_1/t_2)$  es el factor de relación entre velocidades promediadas en los intervalos,  $t_1$  y  $t_2$ .

 $g(t_1/t_2)$  es el factor de relación entre velocidades promediadas en los intervalos,  $t_1$  y  $t_2$ .

 $I(\overline{V})$  es el indice de turbulencia.  $I(\overline{V}) = \left(\frac{\sigma_v}{\overline{v}}\right)$ , adimensional, asociado a una velocidad

media horaria

 $\sigma_z$ , desviación estándar de la velocidad media horaria, v, en km/h

v es la velocidad media, en km/h promediada en un lapso de 3600 s

Así, se puede pasar de velocidades medias horarias (t  $_2$ = 1 h) a velocidades medias para t<sub>1</sub> = 3 s.

Dado que las velocidades medias regionales (capítulo 1) están tomadas en 3 s, y no en velocidades medias horarias, el cociente entre la velocidad instantánea y la media horaria, establece la relación entre velocidades asociadas a lapsos de promediación diferentes.

Para el caso de ciudades l(V)=0.304, con lo cual g(3/3600)=1.97, y la relación  $V_{1b}=V_{3s}/1.97$  a 10 m de altura.

## 3.5.3 FACTOR DE RESPUESTA DINÁMICA

La fuerza del viento estocástica generalizada que actúa sobre una estructura, F(t)\* se compone de:

1. Fuerza media resultante de la velocidad media del viento,  $\overline{F^*}$ .

2. Fuerza resultante de la velocidad de ráfaga, que varía en el tiempo, F'(t)\*.

$$F(t)^* = \overline{F}^* + F'(t)^*$$

Por tanto la respuesta al desplazamiento lateral inducida Y(t), se compone también de un desplazamiento medio debido a la fuerza media generalizada,  $\overline{Y}$ , y un desplazamiento que varía con el tiempo, Y'(t), (fig. 3.12):

$$Y(t) = Y + Y'(t)$$



FIG. 3.12 COMPONENTE DE LA RESPUESTA POR VIENTO

Los componentes de  $\overline{F(t)}^*$  y  $\overline{Y(t)}$  fueron considerados por Davenport (ref. 8) como valores promedios horarios.

Los valores máximos de Y(t), se calculan con la relación:

$$Y = Y + g_{p}\sigma$$
$$Y = \overline{Y} \left[ 1 + g_{p} \left( \frac{\sigma}{\overline{Y}} \right) \right] \qquad (3.30)$$

donde

σ es la desviación estándar del desplazamiento producida por F'(t)\*

 $\overline{Y}$  es el desplazamiento medio horario producido por  $\overline{F}$ 

g<sub>P</sub> es el factor de pico

Y es la respuesta máxima, estimada

La ecuación anterior también se puede escribir como:

$$Y_{MAX} = Y(FRD) \qquad (3.31)$$

donde

FRD es el factor de respuesta dinámica

 $\overline{Y}$  es la respuesta media del sistema

Y Max es la respuesta máxima del sistema

El factor de respuesta dinámica traslada el fenómeno de respuesta dinámica producido por ráfaga, a un planteamiento de diseño estático.

### 3.5.3.1 FACTOR DE PICO, gp

La relación entre el valor máximo de la respuesta de una variable aleatoria  $R_p$ , y el valor medio de esa misma variable, se define por:

$$R_p = \mu + g_p \sigma$$

donde

μ es el valor medio de la variable R

- σ desviación estándar de la variable R
- g<sub>P</sub> factor de respuesta máxima
- R<sub>P</sub> respuesta máxima.

El valor máximo de la respuesta en cuestión se obtiene a partir de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria R (velocidad, fuerza o desplazamiento). Si R representa a la velocidad de diseño (fig. 3.12) de factor de pico,  $g_p$ , permite establecer el número de desviaciones estándar que el valor pico,  $R_p$ , excede al valor medio,  $\mu$ .

El valor de pico sugerido por Davenport, depende de las propiedades de la distribución de los desplazamientos, y se calcula mediante:

$$g_{p} = \sqrt{2\ln(3600\nu)} + \frac{0.577}{\sqrt{2\ln(3600\nu)}}$$
(3.32)

donde

v es el coeficiente de la rapidez de fluctuación promedio, en Hz, y se obtiene mediante:

$$v = \sqrt{\frac{\int_{0}^{\infty} f^{2} S'_{y}(f) df}{\int_{0}^{\infty} S'_{y}(f) df}}$$
(3.33)

donde

$$\sigma^2 r = \int_0^\infty S'_y(f) df$$

es el área bajo la curva de la función de densidad espectral de potencia del desplazamiento producido por la velocidad del viento; y "f" es la frecuencia asociada, en Hz.

La respuesta dinámica está determinada por los siguientes parámetros:

Factor de corrección de tamaño, S

.

$$S = \frac{\pi}{3} \left[ \frac{1}{1 + \frac{28.8f_0H}{3V_H}} \right] \left[ \frac{1}{1 + \frac{36f_0b}{V_H}} \right]$$

Donde b y H son el ancho y alto de la torre en metros, respectivamente.

El factor de excitación de fondo, B, se obtiene con la expresión:

$$B = \frac{4}{3} \int_{0}^{\frac{914}{H}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{xH}{457}} \right] \left[ \frac{1}{1 + \frac{xb}{122}} \right] \left[ \frac{x}{(1 + x^2)^{4/3}} \right] dx$$

El factor de relación de energía de ráfaga, E, se evalúa con :

$$E = \frac{x_0^2}{\left[1 + x_0^2\right]^{4/3}}$$

en donde

$$x_0 = \frac{4392f_0}{V_H}$$

 $V_{\rm H}$  es la velocidad media horaria de diseño , en km/h y se calcula en la parte más alta de la torre, con la siguiente expresión:

$$V_{H} = \frac{1}{g_{H}} V_{3s}$$

Donde V 35 es la velocidad de diseño (capítulo I) en km/h.

Para torres atirantadas, la configuración de ellas con carga de viento, para diferentes torres analizadas, se aproxima mediante:

$$\mu(x) = \frac{1}{2} \left[ 3x^2 - x^3 \right]$$
(3.33)

49

$$\mu(x) = \frac{1}{2} \left[ \beta x^2 - x^3 \right]$$
(3.33)

donde  $x = \frac{z}{h}$ , (ver fig. 3.13).



FIG. 3.13 GRÁFICA DE LA FUNCIÓN DE FORMA  $\mu$  (x) = 1/2(3x<sup>2</sup>-x<sup>3</sup>)

Mediante el procedimiento descrito en la referencia 96, la ecuación (3.30) se modifica a:

$$Y_{MAX} = \overline{Y} \left[ \frac{1}{g_H^2} (1 + g_P F_H \frac{\sigma}{\overline{Y}}) \right] \quad (3.34)$$

donde FII es el factor de modificación, que para diferentes tipos de terrenos es

categoría	F <sub>II</sub>
de terreno	
1	1.03
2	1.04
3	1.05
4	1.06

El término

$$\frac{\sigma}{\bar{Y}} = \sqrt{\frac{Kr}{C_a}} \left[ B + \frac{SE}{0.005} \right]$$

representa el coeficiente del desplazamiento debido a la turbulencia del viento, en donde Kr es el factor relacionado con la rugosidad del terreno.

categoría	Kr
de	
terreno	
1	0.06
2	0.08
3	0.10
4	0.14

 $C'\alpha$  se define con las expresiones siguientes:

$$C_{\alpha} = 3.46(F_{T})^{2} \left[\frac{10}{\delta}\right]^{2\alpha'} \text{ si } H \leq 10$$

$$C_{\alpha} = 3.46(F_{T})^{2} \left[\frac{H}{\delta}\right]^{2\alpha'} \text{ si } 10 \langle H \langle \delta \rangle$$

$$C_{\alpha} = 3.46(F_{T})^{2} \text{ si } H \leq \delta$$

donde  $\alpha'$ , varía según la categoría del terreno

categoría	α'	
del terreno		
1	0.13	
2	0.18	
3	0.245	
4	0.31	

Los términos  $F_T$ , factor de topografía, H, altura de la torre y  $\delta$  altura gradiente se definieron en el capítulo I.

ł

## CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS ESTÁTICO

#### 4.1 FUERZAS DEL VIENTO NORMALES A UNA CARA DE LA TORRE

Es común para el análisis de una torre atirantada con tres juegos de cables distribuidos simétricamente alrededor del mástil, considerar las siguientes incidencias:

a) Con incidencia del viento en dirección normal a una de sus caras, con un juego de cables en barlovento.

b) Con incidencia del viento a 45º del eje del mástil.

En el análisis de una torre deben revisarse ambas posibilidades; en éste trabajo sólo se analizará la torre atirantada bajo incidencia normal a una cara.



FIG. 4.1 POSIBLES INCIDENCIAS PARA EL ANÁLISIS DE UNA TORRE

La distribución simétrica con tres juegos de cables alrededor del mástil colocados a 120°, es común ya que se garantiza una mejor estabilidad lateral; en lo referente a número y longitud de los cables, resulta apropiada.

Para determinar las fuerzas normales que induce el viento a la estructura, se recurrirá a los datos geométricos de la torre atirantada de las figuras 4.2 y 4.3.



ACOTACIONES EN METROS

FIG. 4.2 CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DE LA TORRE ATIRANTADA



FIG. 4.3 ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE PREDISEÑO

55

La torre está soportada lateralmente por tres juegos de cables, distribuidos a 120° alrededor del mástil; el diámetro de los cables es de 0.95 cm (3/8").

Cada juego de cables está formado por tres cables que se conectan al mástil en tres diferentes niveles, NIVEL 1 a 19.0 m, NIVEL 2 a 37.0 m, y NIVEL 3 a 55 m (fig. 4.4).



FIG. 4.4 DATOS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LOS CABLES

## 4.1.1 CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE SOLIDEZ

La relación de solidez para el mástil, puede calcularse para cada tramo de 1.5 m de la torre, ya que por la geometría de ésta, la relación es la misma para toda la altura.

La relación de solidez,  $\phi$ , es según la figura 2.3 :

$$\varphi = \frac{A_0}{d}$$

donde

Ao proyección vertical del área expuesta de los miembros



A área total encerrada por el perímetro exterior de la zona en consideración

FIG. 4.5 ÁREA NORMAL AL VIENTO

 $\varphi = \frac{2 \left[ 1430.2 x 63.5 + 700 x 50.8 + 810 x 50.8 \right]}{(700 x 1531.8)}$ 

 $\varphi = 0.30$ 

## 4.1.2 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE

De la figura 2.14, para una relación de solidez  $\varphi = 0.30$ , se tiene el coeficiente de arrastre:

$$C_D = 3.5 - 3.5\varphi$$
  
 $C_D = 2.45$ 

57

ł

#### 4.1.3 CLASIFICACIÓN DE LA TORRE

Como este tipo de estructuras sirven para soportar antenas de microondas o de radiotelefonía y cuya falla generaría perjuicios económicos o culturales, y durante desastres intpedirían el correcto funcionamiento operativo de hospitales, estaciones de bontberos, centrales telefónicas, etc, entonces la estructura se puede clasificar como del GRUPO A; y según su respuesta ante la acción del viento como TIPO 2 (ref. 91).

Para su análisis la torre se ubicará en la zona metropolitana de la ciudad de México y las acciones del viento se calcularan según lo establecido en el Manual de Diseño por viento (CFE, ref. 91), y por las normas técnicas del Reglamento del Distrito Federal (ref. 95).

## 4.1.3.1 PRESIÓN DINÁMICA DE DISEÑO SEGÚN EL MANUAL DE DISEÑO POR VIENTO DE CFE (REF. 91)

La torre se construirá en zona urbana de la ciudad de México, según el Manual de Diseño por viento de CFE, el terreno se puede clasificar por su rugosidad (tabla 1.2), como **categoría 4**; y la estructura se clasifica según su tamaño (tabla 1.3) como **clase C**.

Velocidad Regional, V<sub>R</sub>

La estructura se clasifica según su importancia en el **grupo A**, por lo que la velocidad regional se tomará del mapa de isotacas regionales para un periodo de recurrencia de 200 años, o bien de la tabla de ayudas de diseño, de donde se tiene una  $V_R = 129$  km/h.

Factor de topografía,  $\mathbf{F}_{T}$ 

Debido a las características del sitio donde se construirá la estructura, el sitio se clasifica como protegido, por lo que  $F_T = 0.90$ .

Factor de exposición,  $\mathbf{F}_a$ 

Para estructuras sensibles a efectos dinámicos, como son las clasificadas como Tipo 2, el Factor de tamaño de la estructura es  $F_C = 1.0$ .

De la tabla 1.1, para una categoría del terreno 4, y para una estructura clase C, según su tantaño, se tiene:

 $\alpha = 0.193$ 

#### $\delta = 455 \text{ m}$

por lo que el factor de rugosidad y altura, Frz, se obtiene con las expresiones siguientes:

de 0 a 10 m de altura de la torre:

$$Frz = 1.56 \left[ \frac{10}{455} \right]^{0.193}$$
$$Frz = 0.75$$

de 10 a 61 m de altura de la torre :

$$Frz = 1.56 \left[\frac{z}{455}\right]^{0.193}$$

$$Frz = 0.49 \ z^{0.193}$$

El factor exposición,  $F_{\alpha}$ , se calcula con  $F_{\alpha} = F_C Frz$ 

La Velocidad de diseño se obtiene con

$$V_D = F_T F_\alpha V_R$$

de 0 a 10 m :

$$V_D = (0.90)(1.0)(0.75)(129)$$
  
 $V_D = 87 \ km / h$ 

de 10 a 61 m :

$$V_D = (0.90)(1.0)(0.49)(129)z^{0.193}$$
  
 $V_D = 57z^{0.193} \quad km/h$ 

La presión dinámica básica,  $q_{\ell}$ , se calcula con

$$q_z = 0.0048GC_D V_D^{-2}$$

donde, G es el factor de corrección por altura sobre el nivel del mar y se obtiene con

$$G = \frac{8 + h_m}{8 + 2h_m}$$

como la ciudad de México se encuentra a 2.24 km sobre el nivel del mar :

$$G = \frac{8 + 2.24}{8 + 2(2.24)}$$

59

G = 0.82

Para el cálculo del coeficiente de arrastre,  $C_D$ , la referencia 95 propone la utilización de las expresiones 2.8 y 2.9, por lo que el valor de  $C_D$  es de 2.45.

La presión dinámica,  $q_2$ , es

de 0 a 10 m de altura :

$$q_z = 0.0048(0.82)(2.45)(87)^2$$
  
 $q_z = 73 \quad kg / m^2$ 

de 10 a 61 m de altura:

$$q_z = 0.0048(0.82)(2.45)(57)^2 z^{0.386}$$
  
 $q_z = 31z^{0.386} kg/m^2$ 

### 4.1.3.2. PRESIÓN DE DISEÑO SEGÚN RCDF-87 (REF. 95)

El efecto del viento se considera equivalente a una presión que actúa en forma estática en dirección perpendicular a la superfície expuesta. Su intensidad se determina con la expresión

$$P = Cp Cz K Po$$

en la cual

Po es la presión básica de diseño; y se tomará igual a 35 kg/m<sup>2</sup> ( $V_D = 86$  km/h), para estructuras clasificadas conto grupo A.

K es el factor correctivo por condiciones de exposición del predio en que se ubica la construcción.

Cz es el factor correctivo por la altura, sobre la superficie del terreno, de la zona expuesta.

Como la estructura se clasifica en el grupo A (artículo 174 del Título sexto del Reglamento), la presión básica de diseño es:

$$Po = 35 \text{ kg/m}^2$$

La torre atirantada se ubicará en una zona de gran densidad de edificios altos, por lo que se clasifica el sitio como zona A.

Para zona A, de la tabla 1 (sección 3.2, ref. 95), se tiene K=0.65.

Factor correctivo por la altura, Cz, es de 0 a 10 m de altura

Cz = 1.0

y de 10 a 61 m:

$$Cz = \left(\frac{z}{10}\right)^{2/a} \quad \text{con } \mathbf{a} = 3.6$$

$$Cp = 4 - 5.5\varphi$$
  
 $Cp = 4 - 5.5(0.30)$   
 $Cp = 2.35$ 

 $P = C_P CzKp_0$ 

de 0 a 10 m :

$$P = (2.35)(1)(0.65)(35)$$
$$P = 53 \quad kg/m^2$$

de 10 a 61 m :

$$P = (2.35) \left(\frac{z}{10}\right)^{2/36} (0.65)(35)$$

 $P = 15z^{0.56} \quad kg / m^2$ 

**Resumen:** 

ALTURA	De 0 a 10 m	De 10 a 61 m
MANUAL CFE	q = 73 kg/m²	$\begin{array}{rcl} qz &=& 31 & z & 0.386 \\ kg/m^2 & & & \end{array}$
RCDF-87	$P = 53 \text{ kg/m}^2$	$Pz = 15 z^{0.36}$ $kg/m^2$

donde z es la altura donde se intenta valuar la presión de diseño.

La figura 4.6 muestra la distribución de presiones estáticas producidas por el viento sobre la estructura, según lo obtenido para ambas referencias.



## FIG. 4.6 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES DEL VIENTO SOBRE LA ESTRUCTURA

Las fuerzas del viento sobre la torre se obtiene al multiplicar el área expuesta de los miembros que forman la torre por la presión estática de diseño; se considera que son negativas, según la dirección del viento en el eje de referencia.

La figura 4.7 muestra la variación de las fuerzas del viento sobre el mástil de la torre, para las referencias 91 y 95.


# FIG. 4.7 DISTRIBUCIÓN DE LAS FUERZAS DEL VIENTO SOBRE LA ESTRUCTURA

De las dos figuras anteriores se observa que el Manual de Diseño de Obras Civiles, (ref. 91) propone presiones y fuerzas de diseño más conservadoras que el RCDF-87 (ref. 95), siendo menor la diferencia entre ellas conforme aumenta la altura sobre el terreno.

La diferencia en las presiones de diseño, en ambas referencias, se debe al tiempo de promediación con el cual se obtuvo la velocidad regional y por tanto la de diseño; en el Manual de Diseño de Obras Civiles la velocidad de promediación es de 3s, mientras que para el RCDF-87, es de 1 h.

Para realizar el análisis estático de la torre atirantada, se utilizarán las fuerzas del viento sobre la torre que recomienda el Manual de Diseño de Obras Civiles (ref. 91), debido a que para el cálculo de la presión dinámica de diseño, se toman en cuenta un mayor número de parámetros para determinar la velocidad de diseño del viento.

#### 4.2 FUERZAS DEL VIENTO SOBRE LOS CABLES

Para el cálculo de las fuerzas del viento sobre los cables, se recurrirá primero al cálculo de los cosenos directores de los cables, con respecto a los ejes principales y a la dirección del viento.

Una vez conocidos los cosenos directores para cada cable, y entrando con el ángulo  $\sigma$  (fig. 4.8), en la figura (2.20) para cables tipo retenida de 1x7, se encuentran los coeficientes de levante ( $C_L$ ) y de arrastre ( $C_D$ ).



FIG. 4.8 COEFICIENTES DE ARRASTRE Y LEVANTAMIENTO DE LOS CABLES

Los cálculos para los cables a 19, 37 y 55 m de altura se muestran en la tabla siguiente

	COORDENADAS DEL VECTOR DE POSICIÓN					
CABLE	aı	a <sub>2</sub>	aj	A		
}	19.29	0	19.00	27.08		
2	-9.65	-16.71	19.00	27.08		
3	-9.65	16.71	19.00	27.08		
1	19.29	0	37.00	41.73		
2	-9.65	-16.71	37.00	41.73		
3	-9.65	16.71	37.00	41.73		
}	19.29	0	55.00	58.28		
2	-9.65	-16.71	55.00	58.28		
3	-9.65	16.71	55.00	58.28		

	ÁNGUL					
CABLE	α	β	γ	σ	C <sub>D</sub>	CL
1	44,57	90,0	45.44	44.57	-0.50	-0.24
2	69.12	51.59	45.44	69.12	-0.90	0.20
3	69.12	51.89	45.44	69.12	-0.90	0.20
1	62.46	90.0	27.54	62.46	-0.70	-0.25
2	76.63	66.39	27.54	76.63	-0.93	0.15
3	76.63	66.39	57.54	76.63	-0.93	0.15
1	70.67	90.0	19.31	70.67	-0.80	-0.21
2	80.47	73.34	19.31	80.47	-1.17	0.07
3	80.47	73.34	19.31	80.47	-1.17	0.07



# FIG. 4.9 FORMA ESQUEMÁTICA DE LOS ÁNGULOS DIRECTORES Y DE LAS FUERZAS DEL VIENTO SOBRE LOS CABLES

Si los cables tienen un de diámetro de 3/8", el área expuesta por metro lineal de cable es:

$$A = (3/8" \times 2.54/100)m \times (1)m$$

 $A = 0.009525 \text{ m}^2/\text{m}$ 

Las fuerzas se calculan con las expresiones :

así de 0 a 10 m es :

$$Fh = 0.2837 C_D / m$$
  
 $Fv = 0.2837 C_I / m$ 

de 10 a 61 m :

Fh = 0.1218 C<sub>D</sub> Z<sup>0.386</sup> /m Fv = 0.1218 C<sub>L</sub> Z<sup>0.386</sup> /m

NIVEL	CABLE	C <sub>D</sub>	C <sub>L</sub>	Fh en kg	Fv en kg
	1	-0.50	-0.29	-3.84	-2.23
19	2	-0.90	0.20	-6.91	1.54
	3	-0.90	0.20	-6.91	1.54
	1	-0.70	-0.25	-13.44	-4.79
37	2	-0.93	0.15	-17.85	2.88
	3	-0.93	0.15	-17.85	2.88
	1	-0.80	-0.21	-24.81	-6.52
55	2	-1.17	0.07	-36.29	2.17
	3	-1.17	0.07	-36,29	2,17

TABLA 4.1 FUERZAS PRODUCIDAS POR EL VIENTO SOBRE LOS CABLES

Las fuerzas horizontales y verticales en los cables debido al viento se distribuyen de la siguiente manera (fig. 4.9):





Tomando en cuenta el sentido de las fuerzas del viento, se colocarán en el mástil en el punto de incidencia.

CA	RI	FS	
<u>v</u> n	uL		

NIVEL	Fh en kg	Fv en kg
19	-8.8	0,43
37	-24.6	0.49
55	-48.7	-1.09

Si se desea calcular las fuerzas del viento, considerando el peso del hielo y el propio de los cables o sus combinaciones, se puede consultar la referencia 77.

#### 4.3 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y MECÁNICAS DE LOS CABLES

Los cables a usar en la torre son de 3/8"de diámetro, con extra alta resistencia, tipo retenida de 1x7, con las siguientes características físicas (ref. 94) :

 $E_{c} = 20390000 \text{ t/m}^{2}$   $A_{c} = 7.126 \text{ x}10^{-5} \text{ m}^{2}$   $E_{c}A_{c} = 1452.99 \text{ t}$   $q = 4.1 \text{ x}10^{-4} \text{ t/m}$   $T \text{ r}_{uptura} = 6.98 \text{ t}$ 

factor de seguridad = 2

Con estos datos y los proporcionados en la tabla 3.1, se calcularon las características geométricas de cada juego de cables, según la figura 4.11. La tensión inicial en cada cable se consideró igual a:  $T_0 = T_{AC} = 1.40$  t, que representa 20% del valor de ruptura.



FIG. 4.11 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE UN CABLE TENSADO

TABLA 4.3 CARAC	TERISTICAS	GEOMETRICAS	<b>Y MECÁNICAS</b>	DELOS CABLES

NIV.	L	θ	TENSIO	NES EN	TONEL	ADAS	Y	X	f <sub>máx</sub>	S <sub>máx</sub>
h(m)	(m)	grados	To=T <sub>AC</sub>	T <sub>CA</sub>	Ho	V <sub>CA</sub>	(m)	(m)	(cm)	(cm)
NI-19	27.08	44.57	1.40	1.41	1.00	-0.99	9.59	9.76	2.68	1.65
N2-37	41.73	62.46	1.40	1.41	0.65	-1.25	18.47	9.66	6.35	2.72
N3-55	58.28	70.67	1.40	1.43	0.46	-1.32	27.39	9.65	12.30	4.11

Estos valores se obtiene para controlar la flecha y las tensiones en los cables, durante la construcción de la torre.

El valor de la tensión  $T_{CA}$ , de la tabla anterior, representa la carga axial producida en el mástil debido a la tensión inicial de los cables.

# 4.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTÁTICO

En el capítulo III, se concluyó que en el caso de considerar pequeños desplazamientos en un mástil soportado por cables, el análisis estructural podría realizarse linealmente.

Para considerar la no-linealidad en los cables, debido a su flecha, se modifica su módulo de elasticidad,  $Ec = 20390000 t/m^2$ , por medio de la expresión 3.27, teniéndose los valores de la tabla 4.4.

TABLA 4.4 MOD	ULOS DE ELA	ASTICIDAD EQUIVA	<b>ALENTES PARA LOS</b>	S CABLES
		•		

NIVEL	Eeq t/m <sup>2</sup>
1-19 m	20282006
2-37m	20135406
3-55 m	19890993

Con los módulos de elasticidad equivalentes finales para cada juego de cables (tabla 4.4), y con las fuerzas debidas al viento sobre el mástil (fig. 4.7), y las producidas sobre los cables (tabla 4.2) con sus respectivos signos, más la fuerza axial debida a la tensión en los cables ( $V_{CA}$ , tabla 4.3) colocadas en los puntos de unión con el mástil, se procede a realizar el análisis estático y dinámico del sistema estructural utilizando el programa SAP-90 (ref.102).

Como resultado de análisis estático se obtuvo un desplazamiento estático en la parte superior de la torre de 1.06 m.





FIG. 4.12 DEFORMADA ESTÁTICA DE LA TORRE

# 4.5 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS CON OTROS MODELOS

En la figura 4.13 se muestran los desplazamientos máximos estáticos, para la torre atirantada en cuestión, para diferentes velocidades del viento al utilizar dos modelos matemáticos: a) viga-columna con apoyos elásticos y b) estructura analizada con el programa SAP-90.

El desplazamiento máximo se obtuvo en la parte alta de la torre.

Como se puede observar, el modelo viga-columna solamente se puede usar en el prediseño de torres atirantadas, ya que proporciona valores menores a aquellos que se obtienen de un análisis con el programa SAP-90.

Una de las incertidumbres para el análisis de torres atirantadas, utilizando un modelo de viga-columna, es el momento de inercia que represente adecuadamente al de la sección transversal de un mástil formado por celosías. Otro inconveniente, es que los cables se tienen que modelar como resortes con una rigidez equivalente.

Por lo anterior, si se cuenta con un programa de elementos finitos, se recomienda realizar el análisis estático de una torre atirantada con el procedimiento visto en la sección 4.4.



COMPARACIÓN DE RESULTADOS ANÁLISIS ESTÁTICO



# CAPÍTULO V

# ANÁLISIS DINÁMICO

### 5.1 FRECUENCIAS NATURALES DE VIBRAR

Las frecuencias naturales de vibrar de la torre atirantada se obtuvieron a partir de los datos del análisis estático, con los efectos P-A provocados sobre el mástil; se utilizó el programa SAP-90 (ref. 102).

Los resultados se compararon con los obtenidos, para la misma torre atirantada, con el programa STAAD-III (ref. 103) que tiene en sus archivos al elemento cable.

En la tabla siguiente se muestran los resultados de ambos programas, así como los que se obtienen de considerar al mástil, como viga-columna con apoyos elásticos.

TABLA 5.1 FRECUENCIAS DE VIBRAR DE LA ESTRUCIURA

	FRECUENCIAS DE VIBRAR EN Hz						
MODELO	MODO 1	MODO 2	MODO 3	MODO 4	MODO 5		
STAAD-III	0.0507	0.6064	1.3987	1.4850	1.9845		
SAP-90	0.0597	0.9026	1.020	1.0680	1.5000		
VIGA-	0.1694	0.7320	2.2170	4.9267	8.5259		
COLUMNA							

El primer modo de vibrar en los modelos de elementos finitos corresponde a torsión y el segundo indicó flexión.

La relación entre ambos resultó igual a

según STAAD-II:

f torsión = 0.0507 Hz.	$T_t = 19.72 \text{ s.}$
f flexión = 0.6064 Hz.	T <sub>f</sub> =1.6491 s.
Relación =11.96	

según SAP-90:

f torsión = 0.0597 Hz.	$T_1 = 16.74 \text{ s.}$
f flexión = 0.9026 Hz.	$T_f = 1.1079 \text{ s}.$

Relación =15.12



;



.

# FIG. 5.2 PRIMEROS CINCO MODOS DE VIBRAR DE LA TORRE

73

# 5.2 RIGIDEZ DINÁMICA DE LOS CABLES

Al suponer una configuración estática de los cables de tipo parabólica; y que el mástil puede vibrar solamente en dirección del viento y que todos los cables en el mismo nivel tienen las mismas características dinámicas, se calcularon las rigideces estáticas y gravitatorias (ecuaciones 3.23 y 3.24), para obtener la rigidez dinámica de los cables, K(w), (ecuación 3.26), y las frecuencias naturales de vibrar,  $\omega_0$ , de cada cable con tensión inicial; y la frecuencia  $\omega_1$ , en la cual el cable presenta grandes amplitudes en su movimiento.

Como más adelante se muestra (capítulo VIII), suponer que el mástil sólo vibra en dirección del viento no es correcto; pero los resultados aquí obtenidos dan una idea de cuales cables pueden acoplarse en el movimiento con el mástil, al disminuir la rigidez lateral del mismo, y producir la falla.

			CIA COMO	FRECUEN	ICIAS DE			
				CABLE T	ENSADO	RESONANCIA		
CABLES	Ke t/m	Kg t/m	Ko t/m	W <sub>o</sub> rad /s	f <sub>o</sub> Hz	$W_o$ rad /s	f <sub>o</sub> Hz	
NIVEL I	44.07	10009	43.88	21.23	3.38	21.28	3.39	
NIVEL 2	28.60	2735	28.30	13.78	2.19	13.85	2.20	
NIVEL 3	20.48	1004	20.07	9.87	1.57	9.97	1.59	

T	A	B	L	4	5.	2 '	V	٩L	OF	RE	S	D	E	K	e,	Kg	Y	ω,	D	E,	L	$\mathcal{O}$	S	CA	١.	31	Æ	S
---	---	---	---	---	----	-----	---	----	----	----	---	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	---------------	---	----	----	----	---	---







	MOI	DO 1	MO	DO 2	MODO 3				
CABLES	W rad/s	f Hz	W rad/s	f Hz	W rad/s	f Hz.			
NIVEL I	21.23	3.38	30.03	4.78	36.78	5.85			
NIVEL 2	13.78	2.19	19.48	3.10	23.87	3.79			
NIVEL 3	9.87	1.57	13.95	2.22	17.09	2.72			

TABLA 5.3 FRECUENCIAS DE VIBRAR DE LOS CABLES

Se observa en esta última tabla, que el primer modo de vibrar de los cables del nivel 3 (f = 1.57 Hz) puede acoptarse con el cuarto o quinto modo de vibrar del sistema estructural (mástil) tabla 5.1, es decir, la frecuencia de 1.50 Hz de la tabla 5.1 puede corresponder a los cables del tercer nivel en primer modo (ref. 25).

En todos los casos la relación Kg/Ke es mayor que 1 (tabla 5.2), para evitar transferencias de energía de los cables al mástil.

Para evitar grandes vibraciones en los cables, se puede recurrir a algún medio de control de vibraciones (ref. 66).

Cabe mencionar que en zonas con bajas temperaturas, es posible que se presente galopeo en los cables, debido a la formación de hielo en su alrededor (ref. 34 y 82).

#### 5.3 FACTOR DE RESPUESTA DINÁMICA PROPUESTO

Para determinar los efectos del viento mediante el método dinámico, se debe tomar en cuenta tanto las características del viento en el sitio de desplante, como las de la estructura. Al tener en cuenta estos parámetros conjuntamente, se obtiene un factor de respuesta dinámica debida a ráfagas, el cual permite determinar el valor de la respuesta máxima probable que se debe considerar para el diseño.

Se tomará la frecuencia natural en flexión de la torre de 0.6064 Hz, la cual se ubicará en el Distrito Federal en terreno categoría 4, con los mismos datos usados en el análisis estático.

Velocidad de diseño en lo alto de la torre (61 m) en un tiempo de promediación de 3 s.

# $V_{D} = 126 \text{ km/h}$

Factor de corrección por el tiempo de promediación de la velocidad del viento, (sección 3.5.2):

$$g_{H} = 1.97$$

Velocidad media horaria:

$$V_{H} = \frac{1}{1.97} (126)$$
  
 $V_{H} = 63.96 \ km / h$ 

Factor de pico:

$$g_p = \sqrt{2\ln(3600)(0.6064)} + \frac{0.577}{\sqrt{2\ln(3600)(0.6064)}}$$
$$g_p = 4.07$$

Factor de energía de ráfaga:

$$X = \frac{4392(0.6064)}{63.96} = 41.64$$

$$E = \frac{(41.64)^2}{\left[1 + 41.64^2\right]^{4/3}} = 0.083$$

Factor de reducción de tamaño S, con H= 61 m y b= 0.70 m es :

Como la categoría del terreno es 4; y el factor de topografía es  $F_1$ = 0.90 se tiene de la sección 3,5.3.2, los valores de

$$F_{H} \approx 1.06$$
  
Kr= 0.14  
C $\alpha' = 0.806$ 

Factor de excitación de Fondo B= 1.20.

El término:

$$\frac{\sigma}{\overline{Y}} = \sqrt{\frac{0.14}{0.806}} \left[ 1.2 + \frac{(0.129)(0.083)}{0.005} \right]$$
$$\frac{\sigma}{\overline{Y}} = 0.762$$

$$Y_{M4X} = \overline{Y} \left[ \frac{1}{g_H^2} \left[ 1 + g_P F_H \frac{\sigma}{\overline{Y}} \right] \right]$$
$$Y_{M4X} = \overline{Y} \left[ \frac{1}{1.97^2} \left[ 1 + 4.07(1.06)(0.762) \right] \right]$$
$$Y_{M4X} = \overline{Y}(1.10)$$

Ya que el desplazamiento estático máximo en la parte superior de la torre resultó igual a 1.06 m, el desplazamiento dinámico máximo probable es:

 $Y_{MAX} = (1.06)(1.10)$ 

 $Y_{MAX} = 1.17 \text{ m}$  en la dirección del viento.

77

#### 5.3.1. COMPARACIÓN DE FACTORES DE RESPUESTA DINÁMICA

En la tabla 5.4 se muestran los factores de respuesta dinámica (FRD), calculados con el reglamento de construcciones del Departamente del Distrito Federal y por la solución aquí propuesta, que corresponde a una modificación al Manual de Diseño de Obras Civiles (ref. 91).

CÓDIGO	(FRD)	FRD/FRD <sub>MAX</sub>	DESPLAZAMIENTO ESTÁTICO m	DESPLAZAMIENTO DINÁMICO m
MANUAL CFE	1.05	0.83	1.06	1,11
RCDF-87	1.27	1.00	1.06	1.35
PROPUESTO	1.10	0.87	1.06	1.17

TABLA 5.4 COMPARACIÓN DEL FRD, PARA VARIOS CÓDIGOS

Las recomendaciones de diseño dinámico del RCDF-87 (ref. 95) son más conservadoras que las del manual de CFE. Las diferencias estriban principalmente en el planteamiento matemático; el RCDF-87 considera que la fuerza estática equivalente actúa a un tercio de la altura de la estructura, medida desde su extremo superior (planteamiento propuesto por Vellozzi y Cohen / ANSI A58.1 - 1972); mientras que el manual de CFE se basa en el método propuesto por Davenport (NBC Canadá 1970), con un intervalo mayor de aplicación en cuanto a diferentes tipos de rugosidades de terreno y exposición de la estructura.

Las diferencias en los Factores de Respuesta Dinámica, FRD, se deben a que en el Manual de Diseño de Obras Civiles, el índice de turbulencia que se toma en cuenta para evaluar el tiempo de promediación de la velocidad de 3 s con respecto a la horaria, varía con la altura; como realmente sucede en la naturaleza. El RCDF-87 toma un valor constante con la altura, para tal índice de turbulencia.

# **CAPÍTULO VI**

# STA LESIS HIÐ **Gröf** 19. de - Ar B**ethuter**t

## MODELO A ESCALA

# 6.1 INTRODUCCIÓN

En adición a los problemas de turbulencia del viento y de la probable aparición de vórtices alternantes, se deben considerar posibles problemas de inestabilidad aeroelástica.

Dada la complejidad del fenómeno de interacción fluido-estructura es difícil establecer recomendaciones prácticas para evitar su aparición con el estado de conocimiento actual; la mejor manera de estudiar este tipo de problemas es acudir a pruebas en túneles de viento, para ensayar un modelo aeroelástico de la torre atirantada, de sección cuadrada.

El término aeroelástico se usa para describir las vibraciones de la torre cuando interactúan en ella las fuerzas del viento y las elásticas de la estructura; así como los efectos de la gravedad y amortiguamiento.

En la figura 4.2 se mostraron las características de la torre atirantada de sección cuadrada que se tomará como base para el modelado, y que en lo siguiente se llamará el **PROTOTIPO.** 

#### 6.2 ANÁLISIS DIMENSIONAL

La vibración del modelo puede ser descrita en términos de parámetros adimensionales que gobiernan el flujo del fluido, el modelo y la interacción fluido-estructura. Esos parámetros son útiles para escalar la vibración inducida por el flujo.

Se dice que una ecuación entre magnitudes físicas es "dimensionalmente homogénea" si su forma no depende de las unidades que se eligen. Una ecuación dimensionalmente homogénea establece una relación de igualdad entre funciones dimensionalmente homogéneas.

Las funciones dimensionalmente homogéneas constituyen una clase especial, que se estudian mediante "ANÁLISIS DIMENSIONAL".

Las principales variables adimensionales que se utilizan en Mecánica de Fluidos son:

1) número de Reynolds 
$$\operatorname{Re} = \frac{VD}{v}$$

2) número de Euler  
3) número de Froude  
4) número de Weber  
5) número de Cauchy  

$$E = \frac{\rho V^2 D^2}{F}$$

$$F = \frac{V^2}{gD}$$

$$W = \frac{\rho}{\sigma} V^2 D$$

$$C = \frac{\rho}{E} V^2$$

En donde las variables son: V es la velocidad, D es una longitud característica, F es la fuerza,  $\rho$  es la densidad, v es el coeficiente de viscosidad cinemática, g es la aceleración de la gravedad, E es el módulo de elasticidad y  $\sigma$  es la tensión superficial.

Cada parámetro dimensional es importante para diferentes tipos de modelos; para el modelo aeroelástico de la torre sólo se consideraran importantes las fuerzas viscosas del viento sobre el modelo y sus propiedades dinámicas.

### 6.2.1 TEOREMA DE BUCKINGHAM

Toda ecuación entre productos adimensionales es obviamente una relación dimensionalmente homogénea. La condición suficiente para que una ecuación sea dimensionalmente homogénea es que ésta pueda reducirse a una relación entre productos adimensionales. El teorema de Buckingham expresa que la condición suficiente anterior es también necesaria, o sea, en otras palabras, que "toda ecuación dimensionalmente homogénea, puede ser reducida a una relación entre una serie completa de productos adimensionales".

Al considerar que el desplazamiento inducido por el viento sobre la parte superior de la torre es función de la velocidad del viento V; una longitud característica D, el módulo de elasticidad E; la viscosidad cinemática del aire v, la densidad del aire p, la frecuencia natural de vibrar de la estructura  $f_0$  y su masa m, se tiene:

$$y = f(V, D, E, v, \rho, f_0, m)$$

La expresión genérica de un producto adimensional  $\pi$  función de tales variables es :

$$\pi = V^{k1} D^{k2} E^{k3} v^{k4} \rho^{k5} f_0^{-k6} m^{k7}$$

donde las k'<sup>s</sup> representan exponentes constantes, de los cuales algunos pueden eventualmente ser cero. Al expresar dimensionalmente a cada una de las variables, se tendrá la dimensión de  $\pi$ , o sea

$$[\pi] = [LT^{-1}]^{K_1} [L]^{K_2} [FL^{-2}]^{K_3} [L^2 T^{-1}]^{K_4} [ML^{-3}]^{K_5} [T^{-1}]^{K_6} [M]^{K_7}$$
$$[\pi] = L^{K_1 + K_2 - 2K_3 + 2K_4 - 3K_5} T^{-K_1 - K_4 - K_6} F^{K_3} M^{K_5 + K_7}$$

Para que el producto sea adimensional se requiere que los exponentes de las dimensiones M, F, T y L sean respectivamente nulos. Por tanto, se obtienen las siguientes ecuaciones de condición :

$$k_{1} + k_{2} - 2k_{3} + 2k_{4} - 3k_{5} = 0$$
  
-k\_{1} - k\_{4} - k\_{6} = 0  
k\_{5} + k\_{7} = 0  
k\_{3} = 0

Por tratarse de un sistema indeterminado, se pueden asignar de antemano valores a las tres incógnitas y hallar así las demás. Por ejemplo si

a)  $K_1 = 1$ ,  $K_2=1$ ,  $K_3 = 0$ ,  $K_4 = -1$  al sustituir en el sistema de ecuaciones, se tiene

$$K_5 = 0$$
,  $K_6 = 0$ ,  $K_7 = 0$ 

se obtiene un adimensional

$$\pi_{+} = \frac{VD}{v} = \text{Re}$$

que es el número de Reynolds.

b) Si se hace  $K_3 = 0$ ,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = -1$  y  $K_5 = 0$  y se sustituye en el sistema de ecuaciones, se tiene

$$K_4 = 0, K_6 = -1, K_7 = 0$$

se llegan al adimensional

$$\pi_2 = \frac{V}{fD} = V_R$$

que es la velocidad reducida.

#### 6.2.2 MODELO

Es importante construir modelos aeroelásticos de estructuras, que son sensibles a los efectos dinámicos que le induce el viento, como son torres atirantadas, en las cuales la respuesta dinámica está fuertemente influenciada por las propiedades dinámicas de la estructura y su forma geométrica.

Se dice que existe "semejanza geamétrica" entre prototipo y modelo cuando éste conserva la forma del primero, reduciendo todas las dimensiones a una misma escala.

Si se considera una serie completa  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ , ... $\pi_n$  de productos adimensionales, relativos al fenómeno que se estudia, se dice que hay "semejanza completa" entre modelo y prototipo cuando dichos productos conservan los mismos valores en ambos. Según el teorema de Buckingham, todas las relaciones funcionales relativas al fenómeno conducen a ecuaciones idénticas para el modelo y prototipo.

Aunque se conserve la semejanza geométrica, no siempre se puede alcanzar la semejanza completa, y en ocasiones se permite que algunas variables adimensionales de importancia secundaria en el estudio del fenómeno, no tengan exactamente el mismo valor.

Para la simulación aeroelástica en túneles de viento, la densidad del aire sobre el modelo es exactamente igual a la que incide sobre el prototípo y la similitud de las fuerzas de inercia requerida, debido a que la densidad del aire es la misma, se mantiene constante. Cuando esta condición no exista debido a diferencias o cambios de temperatura o en la elevación, se deben hacer las correcciones pertinentes.

Para modelar las propiedades elásticas, sólo se requiere similitud en el comportamiento dinámico en los modos de vibrar, para los cuales la acción del viento es importante.

Al no considerar el número de Froude, la escala de velocidades queda definida solamente por el número de Reynolds.

#### GEOMETRÍA

La geometría es el parámetro más importante en la determinación de las fuerzas del fluido sobre la estructura. La geometría de un modelo puede especificarse por la relación de esbeltez:

 $\frac{L}{D} = \frac{\text{longitud}}{\text{ancho}} = \text{relación de esbeltez}$ 

Para conservar semejanza geométrica entre prototipo y modelo, se estableció un factor de escala geométrico de :

$$\lambda_{D} = \frac{D_{p}}{D_{m}} = 55.1181$$

#### VELOCIDAD REDUCIDA, AMPLITUD ADIMENSIONAL

Cuando el modelo vibra en el flujo, éste describe una historia, como la que se muestra en la figura 6.1.



#### FIG. 6.1 VIBRACIÓN DE UN MODELO

En vibración libre, la longitud del movimiento para un ciclo es V/f, donde V es la velocidad del flujo y "f" es la frecuencia de vibración en Hz.

La amplitud del movimiento es 2Ay, donde Ay es la semi amplitud de vibración. Estas dos dimensiones pueden ser relacionadas con la dimensión estructural:

 $\frac{V}{fD} = \frac{\text{longitud de la historia por ciclo}}{\text{longitud característica del modelo}} = Velocidad reducida$ 

 $\frac{Ay}{D} = \frac{\text{amplitud de vibración}}{\text{dimensión característica del modelo}} = amplitud adimensional}$ 

Si se considera importante la frecuencia de vibrar de la estructura, el parámetro dimensional que gobierna la respuesta es la velocidad reducida ( $\pi_2$ ).

# **RELACIÓN DE MASA**

La relación de masa del modelo a la masa del fluido desplazado es proporcional a :

 $\frac{m}{\rho D^2} = \frac{\text{masa por unidad de longitud}}{\text{densidad del fluido x (ancho del modelo)}^2}$ 

Donde "m" ordinariamente incluye la masa estructural y la masa adicional del fluido incluida en el modelo. Conforme la relación de la masa del fluido a la masa estructural se incrementa, se hace más notable la vibración inducida por el flujo (ref. 89).

Para el modelo de la torre atirantada, este parámetro se consideró despreciable.

# NÚMERO DE REYNOLDS

El desprendimiento de la capa límite y la separación del flujo están determinados por las fuerzas del fluido a nível microscópico.

La capa límite se mantiene alrededor del modelo, por las fuerzas de inercia del modelo.

La fricción viscosa en la superficie del modelo retarda el desprendimiento de la capa límite. Esto demuestra que la relación de las fuerzas de inercia a las fuerzas viscosas en la capa límite es (Shlicting, 1968) :

$$Re = \frac{VD}{v} = \frac{fuerzas de inercia}{fuerzas viscosa}$$

donde v es la viscosidad cinemática del fluido y es igual al valor absoluto de la viscosidad dividida entre la densidad.

#### FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO

La energía disipada por la estructura durante su vibración se caracteriza por el factor de amortiguamiento ( $\xi$ ).

Si la energía de entrada o inducida a la estructura por el flujo es menor que la energía disipada por el amortiguamiento, entonces la vibración inducida por el flujo podría disminuir.

Un sistema dinámico es inestable cuando la amplitud del movimiento se incrementa, cuando el sistema se somete a una perturbación transitoria; esto se puede relacionar con la existencia de amortiguamiento negativo.

Para el prototipo se consideró que el amortiguamiento es del orden de  $\xi = 0.5\%$  (ref. 89), y en el modelo de  $\xi \approx 0.4\%$  por lo que se considerará que :

 $\xi_m \approx \xi_p.$ 

#### RELACIÓN DE SOLIDEZ

Para considerar que las fuerzas estáticas que produce el viento sobre el prototipo son iguales a las del modelo, se requiere iguales coeficientes de arrastre en ambos; esto se logra al igualar la relación de solidez. Lo anterior representa una mayor dificultad en modelos aeroelásticos de torres atirantadas de celosías, debido a la gran diferencia en dimensiones entre la altura total y el ancho de los miembros que la componen. La relación de solidez del análisis estático es  $\varphi = 0.30$ .

 $\varphi_{\rm m} = \varphi_{\rm p}$ 

Al considerar que las siguientes hipótesis son válidas,

$V_{Rm} = V_{Rp}$
ξ <sub>m</sub> = ξ <sub>p</sub>
$\phi_m \cong \phi_p$
$\rho_m = \rho_p$

sistema de un solo grado de libertad

se tiene que

1

$$\frac{V_m}{f_m D_m} = \frac{V_p}{f_p D_p} \tag{6.1}$$

f,,

Con los factores de escala siguientes:

factor de escala geométrico :  

$$\lambda_D = \frac{D_p}{D_m}$$
factor de escala de velocidades:  

$$\lambda_V = \frac{V_p}{V_m}$$
factor de escala de frecuencias:  

$$\lambda_f = \frac{f_p}{f}$$

Y al sustituir en (6.1) la velocidad del viento en el prototipo debe cumplir

$$V_{p} = \frac{f_{p}}{f_{m}} \frac{D_{p}}{D_{m}} V_{m}$$

$$V_{p} = \lambda_{f} \lambda_{p} V_{m} \qquad (6.2)$$

Se estableció anteriormente un factor de escala geométrico de  $\lambda_D = 55.1181$  y con f<sub>m</sub> = 14 Hz, entonces :

$$\lambda_f = \frac{f_p}{f_m} = \frac{0.6064}{14} = 0.043314$$

Así la velocidad del viento sobre el prototipo, en función de la velocidad del viento en el modelo (túnel de viento) resulta ser

$$V_p = 2.3874 V_m \tag{6.3}$$

# 6.3 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL MODELO

El modelo se construyó de aluminio, cuyo compartamiento es elástico, y se ajustó a las dimensiones de la sección de prueba del túnel del viento del Instituto de Ingeniería de la UNAM, lo que estableció un factor de escala geométrico  $\lambda_D = 55.1181$ . La densidad del aluminio es igual a 0.00277 kg/cm<sup>3</sup> y su módulo de elasticidad es E = 703 081 kg/cm<sup>2</sup>.

Al modelo se le fijó una altura de 110.6 cm, con una sección transversal cuadrada de 1.27 cm, y un espesor de las cuerdas de la torre de 1.5 mm. Se mantuvo una relación de solidez  $\varphi_m = 0.30$  y se usaron aberturas cuadradas para simular la celosía.

Los cables se modelaron con hilo de nylon,  $E = 28 \ 124 \ \text{kg/cm}^2$ , de 0.025 cm de diámetro.

Los apoyos de los cables se modelaron por medio de una polea. A cada cable, después de pasar por la polea y fuera de la sección de prueba, se le colocó un peso de 800 g, para proporcionarle tensión.

La base del modelo se rigidizó con una pieza sólida de aluminio, de forma prismática, para semejar una articulación.

La placa base del modelo se aisló del piso de la sección del túnel, por medio de una placa de neopreno flexible.

El peso del modelo resultó igual a 0.0508 kg.

#### 6.4 FRECUENCIAS DE VIBRAR DEL MODELO

Para el cálculo analítico de las frecuencias de vibrar del modelo, se consideró el mástil como una barra uniforme, articulada en su base, soportada lateralmente por tres resortes elásticos, con módulo de rigidez equivalente, que representan a los cables (fig. 6.3).



### FIG. 6.3 MODELO MATEMÁTICO PARA EL CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS DEL MODELO

A partir de la ecuación del movimiento para el sistema, se obtiene:

$$W^{2} = \frac{3(K_{3}d_{3}^{2} + K_{2}d_{2}^{2} + K_{1}d_{1}^{2}) - mgL/2}{mL^{2}}$$
(6.4)

donde  $\omega$  es la frecuencia circular, en rad/s.

La rigidez equivalente que representa a los cables se calculó con la expresión (3.21), donde la tensión de 800 g se generó por 2 tornillos (3" x 3/8") unidos en cada cable, y colocados por fuera de la sección de prueba. Los cables se simularon con hilo nylon de diámetro 0.25 mm y  $E = 28 124 \text{ kg/cm}^2$ .

Las rigideces equivalentes para cada nivel resultaron ser

 $K_{eq1} = 0.28 \text{ kg/cm}$  $K_{eq2} = 0.01 \text{ kg/cm}$  $K_{eq3} = 0.05 \text{ kg/cm}$ 

Al sustituir las distancias  $d_1 = 34.45$  cm,  $d_2 = 67.10$  cm,  $d_3 = 99.75$  cm y L = 110.60 cm; un peso de 0.0508 kg y una masa del modelo, m = 5.1784 x 10<sup>-5</sup> kg s<sup>2</sup> / cm en la ecuación (6.4), se tiene:  $\omega = 64.33 \text{ rad} / \text{s}$ 

### f = 10.24 Hz

Esta frecuencia se comparó con las obtenidas en el modelo en vibración ambiental. Para ello se colocó un acelerómetro piezoeléctrico de alta frecuencia marca PCB PIEZOTRONICS, modelo PCB 309A, a diferentes alturas del mástil, unido a un filtro y se conectó un analizador de espectros HP, la señal obtenida se filtró para evitar frecuencias superiores a 50 Hz (fig. 6.4).



FIG. 6.4 INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN LA PRUEBA

Los espectros de Fourier, de la señal, se obtuvieron al excitar al modelo en torsión y flexión, y se muestran en las figuras 6.5.

Después de realizar un análisis estadístico las frecuencias medidas en el modelo resultaron ser

# $f_1 = 0.95 \text{ Hz}$ $f_2 = 14.0 \text{ Hz}$

las frecuencias corresponden al primer modo de torsión y flexión, respectivamente.



FIG. 6.5a ESPECTRO DE FOURIER PARA CONOCER LA FRECUENCIA DEL MODELO. EN FLEXIÓN



# FIG. 6.5 b ESPECTRO DE FOURIER PARA CONOCER LA FRECUENCIA DEL MODELO, EN TORSIÓN

Para las pruebas, la frecuencia a torsión  $f_1 = 0.95$  Hz, no se consideró, debido a que el viento no la generaba al incidir normalmente a una cara de la torre; además según el fabricante de los acelerómetros, las lecturas abajo de 1 Hz son poco confiables. Sin embargo, se constató que la relación entre ambas frecuencias resultó ser

#### Relación = 13.12

similar a la obtenida en el prototipo, al usar el programa STAAD-III, (sección 5.1).

Los acelerómetros piezoeléctricos PCB 309, tienen una constante de 4 mV/g y un peso de 0.40 gramos (ref. 108). En la figura 6.6 se observa un acelerómetro colocado en la parte superior del modelo, durante la prueba.



FIG. 6.6 INSTRUMENTACIÓN DEL MODELO EN SU PARTE SUPERIOR

#### **6.5 FORMAS MODALES DEL MODELO**

Al colocar dos acelerómetros piezoeléctricos en el modelo, uno fijo en la parte superior y el otro en diferentes puntos de la altura del modelo, conectados con el filtro ROCKLAND y al analizador de espectros HP, fue posible obtener las formas modales de vibrar del modelo en vibración ambiental.

Al perturbar al modelo, primero a flexión y después en torsión, y efectuar un análisis estadístico de 32 eventos en cada punto de la torre, en la frecuencia de vibrar del modelo, se midió la amplitud, en milivolts, de la aceleración en el canal A (acelerómetro en la parte superior) y el canal B (acelerómetro en un punto intermedio), y se obtuvo la función de transferencia entre ambas señales.

Al normalizar las aceleraciones respecto a las obtenidas en la parte superior del modelo, se obtuvo la forma de la forma modal asociada en las frecuencias  $f_1 = 0.95$  Hz y  $f_2 = 14.0$  Hz (fig. 6.7).

Si  $y_B$  es el desplazamiento en B, y  $y_A$  en el punto A, asociado a un modo, es posible establecer que

$$y_{H} = \frac{\ddot{y}_{H}}{-w^{2}}$$
$$y_{A} = \frac{\ddot{y}_{A}}{-w^{2}}$$

Y al normalizar respecto al desplazamiento en la parte superior se puede obtener el desplazamiento modal normalizado correspondiente a la altura en la cual se colocó el acelerómetro B.

La relación entre la frecuencia medida en el modelo, en el modo en flexión, y calculada analíticamente resultó ser:

$$\frac{14.0Hz}{10.24Hz} = 1.36$$



#### MODO A TORSIÓN DEL MODELO f=0.95 Hz

#### MODO A FLEXIÓN DEL MODELO f=14 Hz



FIG. 6.7 FORMAS DE VIBRAR DEL MODELO EN VIBRACIÓN AMBIENTAL

#### 6.6 AMORTIGUAMIENTO DEL MODELO

Se determinó el amortiguamiento del modelo a partir de registros de aceleraciones obtenidos de perturbar al modelo y registrar la señal en un osciloscopio marca TEKTRONI-504 (lig. 6.8).



FIG. 6.8 SEÑAL EN EL TIEMPO DE LA ACELERACIÓN DEL MODELO

Por medio de decrementos logarítmicos ( $\delta$ ), se obtuvo el porciento de amprtiguamiento promedio respecto al crítico, que resultó igual a  $\xi = 0.39$  %.





FIG. 6.9 SEÑAL PARA OBTENER EL AMORTIGUAMIENTO DEL MODELO

# CAPÍTULO VII

# CALIBRACIÓN DEL TÚNEL DE VIENTO

# 7.1 CARACTERÍSTICAS DEL TÚNEL DE VIENTO

El Instituto de Ingeniería de la UNAM, cuenta con un túnel de viento con 2% de índice de turbulencia, que desarrolla velocidades comprendidas entre 3 m/s y 41.67 m/s, con incrementos de 0.03 m/s.

La velocidad en la sección de prueba se controla mediante un inversor MITSUBISHI, que controla el voltaje de un motor de 75 HP, que a su vez excita a un rotor, que impulsa al aire en el túne!.

En la fig. 7.1 se muestra un croquis del túnel de viento del Instituto de Ingeniería, con los diferentes cambios de sección transversal del mismo.



FIG. 7.1 TÚNEL DE VIENTO DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

El aire al fluir por la rejilla 1-1' hasta la 2-2' pasa por un tramo de sección variable que conduce a una cámara de estabilización de 2.60 x 1.85m, entre las rejillas 2-2' y 3-3', donde la carga de velocidad se convierte en carga de presión. El aire que atraviesa la rejilla 3-3', pasa por un venturi que incrementa la velocidad, de tal forma que al llegar a la sección de prueba (corte A-A') tiene la velocidad inducida por el motor.

Para lograr una estabilidad en la velocidad del flujo, 20 segundos después de que se ordena el cambio de velocidad (voltaje) en el motor, se realizaron las mediciones.

Así el aire regresa a la zona de inicio, dándole la peculiaridad al túnel de un circuito cerrado , o de retorno de flujo.



En las figuras 7.2 a la 7.8 se muestran secciones del interior del túnel de viento.

FIG. 7.2 y 7.3 SECCIÓN DE PRUEBA E INVERSOR MITSBISHI



FIG. 7.4 HUSO COLOCADO DENTRO DEL TÚNEL



FIG. 7.5 SECCIÓN 1-1'



FIG. 7.6 VISTA DE LAS ASPAS DEL ROTOR



FIG. 7.7 GUÍAS DE FLUJO, SECCIÓN 2-2"



FIG. 7.8 DEFLECTORES, SECCIÓN 3-3'

La sección de prueba es de madera (triplay de 1"), reforzada por ángulos de 2" que la rigidizan, con un ancho de 77 cm y una altura promedio de 115 cm. (fig. 7.9), con una ventana de observación en una pared, formada por una placa de Lexan.



# FIG. 7.9 SECCIÓN DE PRUEBA DEL TÚNEL DE VIENTO

Al fin de cuidar que en la sección de prueba no se induzcan frecuencias parásitas al aire en movimiento se determinaron las frecuencias de vibrar de sus paredes.

Dichas frecuencias resultaron ser de 30.4 Hz en la pared de la sección en madera, y en la pared de Lexan 23.6 Hz; las cuales se encuentran alejadas de la frecuencia del modelo (14 Hz). Los espectros de Fourier, de las aceleraciones medidas en las paredes, se muestran en las siguientes figuras. La diferencia de altura entre la parte superior del modelo y el techo de la sección de prueba es de 8 cm, que cumple con lo recomendado (ref. 98 y 106) del 6% del modelo cuando menos, para no inducir efectos secundarios en la vibración del modelo.



FIG. 7.10 ESPECTROS DE AMPLITUDES DE FRECUENCIAS DE LAS PAREDES DEL TÚNEL

El modelo se probó en flujo cuasi-laminar, que es el que se produjo en la sección de prueba, durante la realización de este trabajo.

# 7.2 CALIBRACIÓN DEL TÚNEL DE VIENTO

Si se supone que el aire es un fluido incompresible ( $\rho$  = constante), no viscoso, se puede aplicar la ecuación de Bernoulli en la dirección del flujo, lo cual equivale a considerar que la energía de presión más la energía cinética más la energía de posición, permanecen constantes en cualquier punto:

$$Ec = \frac{1}{2}\rho V^2 + p + \gamma h = constante$$

Al dividir entre  $\gamma$ 

$$Ep = \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + h = constanted$$

Para fluidos incompresibles, el balance entre la energía cinética y potencial, representada por: carga potencial ( $p/\gamma+h$ ) y carga de velocidad ( $V^2/2g$ ) tienen una suma invariable a lo largo de cada línea de flujo. La magnitud Ec ( $FL^{-2}$ ), representa la energía por unidad de volumen.

Al aplicar este principio entre un punto l y un punto de estancamiento dentro del túnel, (Vo = 0 m/s) se tiene:

$$p_0 + 0 = p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

 $p_0$  y  $p_1$  son las presiones del aire en los puntos 0 y 1, respectivamente;  $V_1$  es la velocidad del flujo en el punto 1 y  $\rho$  es la densidad del aire.

El incremento de presión que se provoca, resulta ser:

$$\Delta p = p_0 - p_1 = \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

 $\Delta p$  representa la diferencia entre la presión que existe en el punto de estancamiento y la que le corresponde si el fluido estuviera en movimiento.

Al colocar un tubo Pitot (ref. 107) en forma de semicuerpo, en el centro de la sección del túnel, a diferentes alturas de su fondo (6.5, 57 y 104 cm), conectado a una columna de agua que funciona como manómetro y aplicar el principio de vasos comunicantes, la diferencia de presiones entre la atmosférica sobre la columna de agua (sin flujo de aire en el túnel) y la producida en el punto de estancamiento, se tiene que:

$$V = \sqrt{\frac{H*9.81}{0.5\rho_{AIREENELTUNEL}}}$$

Donde H, es la carga de presión medida en el manómetro de agua, en centímetros.

Si Ap es la diferencia de presión medida por el manómetro :

 $(\Delta p = H \rho_{AIRE} g) en kg / cm^2$ 

$$V = \sqrt{\frac{\Delta pg}{0.5\rho_{AIREENELTUNEL}}}$$

Con  $\rho = 0.125 \text{ kg/m}^3$ , al cambiar la frecuencia en el inversor (Hz), que controla el voltaje que se suministra al motor que genera el viento en la sección, se obtuvo una la relación lineal entre velocidad del viento (m/s) en la sección y frecuencia "f" (Hz) en el inversor:
$$V = 0.6f$$

Estas mediciones se compararon con las obtenidas bajo las mismas condiciones, con un anemómetro de hilo caliente (fig. 7.11).



#### **RELACIÓN FRECUENCIA-VELOCIDAD**

FIG. 7.11 RELACIÓN VELOCIDAD EN EL TÚNEL CONTRA FRECUENCIA EN EL INVERSOR

La densidad del aire,  $\rho$ , (ref. 110) queda definida por:

$$\rho = \frac{Px13.6x9.81}{[287.1(T+273)]} \quad (kg / m^3)$$

1

donde P es la presión atmosférica, en mm de mercurio, T es la temperatura ambiente, en grados centígrados y 287.1 es la constante del aire.

Cuando T =  $15^{\circ}$ C y P = 759.24 mm de mercurio:

$$\rho = 1.2255 \text{ Kg}_{\text{m}}/\text{m}^3 = 0.125 \text{ Kg} \text{ s}^2 /\text{m}^4$$

La viscosidad del aire se calcula con la fórmula de Sutherlands:

$$\mu = 1.46 \times 10^{-6} \left[ \frac{(T+273)^{1.5}}{(T+387)} \right] \qquad \left( \frac{\text{Kg}_{\text{m}}}{\text{m s}} \right)$$

**Para** T= 15° C :

$$\mu = 1.755 \text{ x } 10^{-5} \text{ Kg}_{\text{m}} / \text{ m s} \approx 1.809 \text{ x } 10^{-6} \text{ Kg s} / \text{ m}^2$$

Y la viscosidad cinemática v es :

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$
$$v = \frac{1.809 \times 10^{-6}}{0.125}$$
$$v = 1.45 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ / s}$$

Las siguientes figuras muestran los dispositivos utilizados durante la calibración del túnel de viento.



FIG. 7.12 COLOCACIÓN DEL TUBO PITOT EN LA SECCIÓN DE PRUEBA



FIG. 7.13 TUBO PITOT COLOCADO EN LA SECCIÓN DE PRUEBA.



FIG. 7.14 COLUMNA DE AGUA, QUE FUNCIONA COMO MANÓMETRO

#### **CAPÍTULO VIII**

#### **RESULTADOS DE PRUEBAS EN EL TÚNEL DE VIENTO**

A partir de conocer las características del modelo y la ley de variación de la velocidad en la sección de prueba, se colocó en la sección instrumentado con dos acelerómetros piezométrico PCB uno en dirección paralela al flujo de aire y otro en dirección transversal. Fue posible registrar las aceleraciones inducidas en el modelo, al producir una velocidad  $V_m$  en la sección de pruebas, que corresponde a una velocidad del viento en el prototipo,  $V_p$ .

$$V_{\rm p} = 2.3874 \, V_{\rm m}$$
 (6.3)

La señal de los acelerómetros se filtró para evitar frecuencias mayores a 50 Hz y se llevó al analizador de espectros, para conocer sus espectros de potencia y las historias de aceleración correspondientes.

La señal de aceleraciones en el tiempo se envió un gráficador, y se obtuvieron registros como el que se observa en la figura 8.1, correspondientes a velocidades comprendidas entre 2.4 y 14.4 m/s, en la sección de prueba.



#### FIG. 8.1 REGISTRO DE ACELERACIONES

Se observa la presencia de aceleraciones transversales flujo (canal A), para velocidades en el modelo comprendidas entre 2.4 y 10.6 m / s, del mismo orden que las que se registraron en la dirección del flujo (canal B); al incrementar la velocidad del viento en la sección de prueba, se notó un incremento en la relación entre las aceleraciones transversales y las longitudinales, del orden del 40%.



FIG. 8.2 REGISTRO DE ACELERACIONES; V= 10 m /s EN EL TÚNEL

Para representar gráficamente el movimiento en el modelo, se usó la velocidad reducida. Con una longitud característica D = 10.85 cm, correspondiente a la distancia entre apoyos de los cables en el mástil dividida entre tres; y la frecuencia correspondiente al modo en flexión, obteniéndose la relación entre aceleraciones transversales y longitudinales (figura 8.3).





## FIG. 8.3 RELACIÓN DE ACELERACIONES TRANSVERSALES Y ACELERACIONES LONGITUDINALES

En la figura 8.3 se muestra la relación entre aceleraciones transversales y longitudinales al flujo del viento, producidas en la parte superior del modelo, en función de la velocidad reducida,  $V_R$ .

Se observa que para valores de la velocidad reducida, comprendidos entre 1 y 7, las aceleraciones transversales se incrementan menos del 20% con relación a las longitudinales. Para valores de  $V_R$ , entre 7 y 7.5, el incremento es del 25%; y para valores de  $V_R$  mayores a 7.7, el

incremento es del 40 al 60%. Por lo que la velocidad reducida, en la cual se inicia la inestabilidad aeroelástica es de  $V_R = 7.7$ .

A ésta velocidad reducida,  $V_R = 7.7$ , le corresponde un número de Strouhal de S=  $1/V_R = 0.13$ .

La velocidad del viento en el modelo, correspondiente a una  $V_R = 7.7$  es

$$V_m = V_R f D$$
  
 $V_m = (7.7)(14)(0.1085)$   
 $V_m = 11.70 m/s$ 

que corresponde a una velocidad del viento, en el prototipo, según la ecuación (6.3) de

$$V_p = 2.3874 \text{ Vm}$$
  
 $V_p = 2.3874 (11.70)$   
 $V_p = 27.93 \text{ m/s}$   
 $V_p = 100.56 \text{ km/h}$ 

Los desplazamientos del modelo, normalizados con respecto a su valor máximo (fig. 8.4), guardan una relación lineal con respecto a la velocidad reducida, para valores entre  $1.58 < V_R < 2.76$ . del orden de

$$Y/Y_{M\dot{A}X} = 0.0389 V_R$$

y para velocidades reducidas  $V_R > 2.76$  aparece una relación de tipo no lineal descrita por

$$Y/Y_{MAX} = 0.017 V_{R}^{-1.79}$$

#### **COMPORTAMIENTO DEL MODELO**



FIG. 8.4 Y/Y<sub>MÁX</sub> CONTRA V<sub>R</sub>

incremento es del 40 al 60%. Por lo que la velocidad reducida, en la cual se inicia la inestabilidad aeroelástica es de  $V_R = 7.7$ .

A ésta velocidad reducida,  $V_R = 7.7$ , le corresponde un número de Strouhal de S=  $1/V_R = 0.13$ .

La velocidad del viento en el modelo, correspondiente a una  $V_R = 7.7$  es

 $V_m = V_R f D$  $V_m = (7.7)(14)(0.1085)$  $V_m = 11.70 m/s$ 

que corresponde a una velocidad del viento, en el prototipo, según la ecuación (6.3) de

$$V_p = 2.3874 \text{ Vm}$$
  
 $V_p = 2.3874 (11.70)$   
 $V_p = 27.93 \text{ m/s}$   
 $V_p = 100.56 \text{ km/h}$ 

Los desplazamientos del modelo, normalizados con respecto a su valor máximo (fig. 8.4), guardan una relación lineal con respecto a la velocidad reducida, para valores entre  $1.58 < V_R < 2.76$ . del orden de

$$Y/Y_{MAX} = 0.0389 V_{R}$$

y para velocidades reducidas  $V_R > 2.76$  aparece una relación de tipo no lineal descrita por

$$Y/Y_{MAX} = 0.017 V_R^{1.79}$$

#### **COMPORTAMIENTO DEL MODELO**



FIG. 8.4 Y/Y<sub>MÁX</sub> CONTRA V<sub>R</sub>

### COMPORTAMIENTO DEL PROTOTIPO



## FIG. 8.5 DESPLAZAMIENTOS ESCALADOS EN FUNCIÓN DE V<sub>R</sub>

En la figura 8.5 se muestra los desplazamientos escalados para el prototipo en función de la velocidad reducida. Existe una tendencia lineal de los desplazamientos, hasta un valor de  $V_R = 2.76$ , de la forma

$$Y = 0.0942 V_{R}$$

y para VR > 2.76, se tiene una relación

$$Y = 0.04 V_R^{-1.79}$$

donde Y, es el desplazamiento en metros, en la parte superior del modelo, en la dirección paralela al flujo del viento.

Si la velocidad reducida,  $V_R$ , en la cual se inicia la inestabilidad aeroelástica es  $V_R = 7.7$ , se esperaría un desplazamiento máximo en el prototipo de

$$Y = 0.04 (7.7)^{1.79}$$
  
 $Y = 1.54 \text{ m}$ 

Del análisis estático del prototipo (Capítulo IV), se encontró un desplazamiento máximo estático de 1.06 m y un Factor de Respuesta Dinámico, FRD, (Capítulo V) de 1.27, por lo que el desplazamiento máximo dinámico calculado es de 1.35m (seción 5.3.1).

La relación entre el desplazamiento escalado y el calculado analíticamente, para la torre atirantada en cuestión, es

$$\frac{1.54}{1.35} = 1.14$$

es decir existe una diferencia del 14% entre ambos.

El colapso del modelo se presentó a una velocidad de 14.4 m/s, que correspondería según la ecuación (6.3), a una velocidad en el prototipo de 34.38 m/s = 123.76 km/h.

Las figuras siguientes muestran la secuencia de la prueba de la torre atirantada, de sección cuadrada, en la cual se colocaron una serie de estambres en sotavento, para lograr identificar el movimiento del flujo en la parte posterior de la torre. Estos mostraron que para velocidades superiores a 11.70 m/s, el movimiento transversal al flujo empieza a incrementarse.

į



FIG. 8.7 MODELO EN LA SECCIÓN DE PRUEBA.



FIG. 8.9 MODELO SOMETIDO A UNA VELOCIDAD DEL VIENTO ,  $V^{\prime}$  8 m/s.

te. .





FIG. 8.8 MODELO SOMETIDO A UNA VELOCIDAD DEL VIENTO, V=5m/s.



FIG. 8.10 MODELO SOMETIDO A UNA VELOCIDAD DEL VIENTO, V= 10m/s.



FIG. 8.11 MODELO SOMETIDO A UNA VELOCIDAD DEL VIENTO , V= 14.4 m/s



FIG. 8.12 MODELO AL FINALIZAR LA PRUEBA.

# CAPÍTULO IX

# ENTORNO DE ESTABILIDAD PARA TORRES ATIRANTADAS

## 9.1 ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO PARA TORRES ATIRANTADAS

Las condiciones de servicio para torres atirantadas usadas para transmitir ondas de radio o telefonía deben cumplir con las siguientes restricciones (ref. 92) :

a) El máximo periodo natural de vibrar debe ser :

 $To \leq 5.8s$ 

b) La máxima inclinación bajo efectos dinámicos debe ser:

$$\alpha \leq 4.5 \frac{\lambda}{l} To$$

c) Se debe cumplir que durante el 99% del tiempo total de transmisión, el ángulo vertical sea :

$$\propto \leq 20^{\circ} \frac{\lambda}{l}$$

donde

 $\lambda$  es la longitud de onda de la señal transmitida

l es la altura total de la torre desde los apoyos

#### 9.2 ORIGEN DE LA INESTABILIDAD AEROELÁSTICA



La aeroelasticidad es una rama de la dinámica de fluidos que estudia el fenómeno de interacción entre las fuerzas aerodinámicas generadas por el movimiento del aire y los desplazamientos de la estructura elástica dentro del flujo del aire.

Se produce inestabilidad aeroelástica cuando los desplazamientos de una estructura, generados por la interacción entre el flujo del aire y el movimiento de ella, crecen de manera sucesiva alcanzando valores que pueden ocasionar daños importantes a la estructura, o colapsarla.

En el caso de una torre atirantada de sección cuadrada formada por celosías, la inestabilidad aeroelástica se inicia cuando el flujo de viento con velocidad V, incide en la torre cuadrada normal a la cara 4-1, el flujo se separa en las esquinas 4 y l en forma simétrica con respecto al eje del flujo y las succiones en las caras 4-3 y 1-2 son iguales, por lo que no existe fuerza resultante en la sección, en la dirección transversal Y.

Sin embargo, si a la torre se le induce una pequeña velocidad transversal dy/dt, generada por una ráfaga o por la componente de la turbulencia del viento, se puede ver que la velocidad relativa mueve a la torre e incide sobre ella en un ángulo de ataque  $\alpha$ , este ángulo de ataque también cambia en el momento de la vibración de la torre, y el flujo se separa en forma asimétrica. En la cara 1-2 se crea una alta succión mientras que en la cara 3-4 esta disminuye; así se crea una fuerza resultante Fy en la dirección transversal al tlujo, y debido a las características elásticas de la torre y al bajo amortiguamiento, se desarrollan grandes amplitudes de vibración. La amplitud final está determinada por un balance de energía entre la inducida por el flujo y la disipada por el sistema amortiguado.

### 9.3 ESTADOS LÍMITE DE FALLA

Como resultado de las pruebas en el túnel de viento, se puede establecer un entorno de estabilidad en función de la velocidad reducida,  $V_R$ .

La velocidad reducida,  $V_R$ , debe ser

$$\mathbf{V}_{R} = \frac{V_{D}}{fD} \langle 7.7 \rangle$$

donde  $V_D$  es la velocidad de diseño en lo alto de la estructura, en m/s; f es la frecuencia natural de vibrar de la estructura en Hz y D es la dimension característica de la torre atirantada en metros, y se tomará igual a la distancia entre apoyos de los cables en el mástil entre tres.

El desplazamiento, Y, en la dirección del flujo del viento se podrá calcular con:

$0 < V_R < 2.76$	$Y = 0.0942 V_R$
$2.76 \le V_R < 7.7$	$Y = 0.04 V_R^{-1.79}$

donde el desplazamiento, Y, es en la parte alta de la torre y está dado en metros.

El desplazamiento en la estructura en la dirección transversal al flujo del viento, se calculará multiplicando por 1.4 los desplazamientos longitudinales.

## CAPÍTULO X

# **REVISIÓN DE LA ESTABILIDAD DEL PROTOTIPO**

## 10.1 REVISIÓN DE ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO

Al aplicar las condiciones de la sección 9.1, a la torre atirantada en cuestión se tiene que

$$To = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.6064} = 1.6491s$$

La frecuencia de transmisión de ondas de radio oscila entre 75 y 100 MHz y ya que las ondas se propagan a una velocidad próxima a la de la luz

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300000000 \frac{m}{s}}{10000000 \frac{1}{s}} = 3 m$$

Al aplicar las condiciones

a) 
$$To = 1.6491 \ s \le 5.8 \ s$$

b) 
$$\alpha = 4.5 \left[ \frac{3}{61} \right] (1.6491)$$

α=0.36350°

el desplazamiento máximo es 0.39 m

c) 
$$\alpha = 20^{\circ} \left[ \frac{3}{61} \right] = 0.9836^{\circ}$$

el desplazamiento máximo es 1.05 m

Así, para condiciones de servicio, se permitira un desplazamiento máximo en la

parte superior de la torre igual a 1.05 m, que define el limite del entorno de estabilidad.

En el capítulo V, se determinó un desplazamiento máximo dinámico, en la parte superior de la torre de 1.35 m, que abandona el entorno de estabilidad por condiciones de servicio preestablecido. Por lo que el diseño de la torre atirantada en cuestión no es satisfactorio, por condiciones de servicio.

### 10.2 PRESENCIA DE INESTABILIDAD AEROELÁSTICA

Como resultado de las pruebas en el túnel de viento (capítulo VIII), se presentaron en el modelo, para una velocidad reducida,  $V_R = 7.7$ , aceleraciones transversales al flujo del viento del orden del 40% mayores que las aceleraciones longitudinales al flujo.

Produciéndose grandes desplazamientos, generados por la interacción entre el flujo del aire y el movimiento del modelo.

Estas aceleraciones, autoexitantes, transversales al flujo del viento, producen inestabilidad por Galopeo, ya que las amplitudes de oscilación se incrementan continuamente al aumentar la velocidad del viento hasta 14.4 m/s, que es la velocidad en la que se presentó el colapso del modelo.

La inestabilidad por Galopeo se generó próxima a la freeuencia de desprendimiento de vórtices, con grandes amplitudes de vibración lateral.

## **10.3 REVISIÓN DEL ESTADO LÍMITE DE FALLA**

La velocidad de diseño en la alto de la torre se calculó en el capítulo V, y es de  $V_D = 126$  km/h = 35 m/s.

La velocidad reducida,  $V_R$ , calculada con una f = 0.6064 Hz (capítulo V) y D = 6 m, que es la distancia entre apoyos de los cables en el mástil entre tres, es

$$V_R = \frac{35}{(0.6064)(6)}$$
  
 $V_R = 9.62$   
 $9.62 > 7.7$ 

por lo que la torre atirantada en cuestión, presenta inestabilidad aeroelástica.

El desplazamiento máximo esperado en lo alto de la torre atirantada en la dirección del flujo del viento es

$$Y = 0.04 (9.62)^{1.79}$$

### Y = 2.30 m

y en la dirección transversal al flujo del viento de

$$Y_{\rm T} = 3.22 \, {\rm m}$$

Por lo que la torre atirantada no cumple con este requisito.

La velocidad en la que se inicia la inestabilidad aeroelástica en el prototipo, resulta igual a 100.86 km/h, y una velocidad de colapso de 124 km/h.

,

#### CONCLUSIONES

- En el cálculo de la velocidad de diseño del viento que actuará sobre una estructura, se debe tomar en cuenta todos los parámetros que intervienen en la variación de la velocidad con la altura. Se recomienda, para su cálculo, la metodología del Manual de Diseño de Obras Civiles (ref. 91) por abarcar un mayor número de condiciones de exposición de las estructuras, velocidades regionales promediadas en 3 s y una variación en el índice de turbulencia con la altura.
- El coeficiente c<sup>φ</sup> arrastre, C<sub>D</sub>, para el mástil se calculará en función de su relación de solidez, φ. En el caso de estar formado por elementos redondeados se tomará de las figuras 2.7 a 2.9; y en el caso de estar formado por ángulos con la figura 2.14, o con las expresiones 2.8 y 2.9.
- 3. Los coeficientes de arrastre, C<sub>D</sub>, para el mástil son menores para una relación de solidez, φ, mayor.
- 4. Optar por mástiles formados con elementos con forma redondeada, ya que el valor de C<sub>D</sub>, es aproximadamente un 70% menor que en mástiles formados por ángulos.
- 5. Los coeficientes de arrastre, C<sub>D</sub>, y de levantamiento, C<sub>L</sub>, para cables se obtendrán según el ángulo que forman con la horizontal, de la figura 2.20.
- 6. El coeficiente de levantamiento, C<sub>L</sub>, provoca galopeo en los cables que soportan las torres atirantadas.
- 7. Los cables estructurales debido a su sección transversal generan un coeficiente de levantamiento,  $C_L$ , 10% mayor que el de un cilindro circular.
- 8. El mayor valor del coeficiente de levantamiento.  $C_1$ , en los cables estructurales, se presenta en un ángulo del cable con respecto a la horizontal de  $60^{\circ}$ .
- 9. Entre más lisa es la superficie de un cable, los coeficientes de arrastre, C<sub>D</sub>, y de levantamiento, C<sub>L</sub>, son menores.
- 10.El análisis estructural de un mástil atirantado puede realizarse en forma lineal, si se considera que presentará pequeños desplazamientos.
- 11.La tensión inicial,  $T_0$ , de un cable que soporta una torre atirantada, debe ser de un 20% de su tensión de ruptura.
- 12.Si se cuenta con un programa de elementos finitos, el análisis estático de una torre atirantada se puede realizar con el procedimiento descrito en la sección 4.4.
- 13.El análisis dinámico de una torre atirantada, puede realizarse modificando el módulo de elasticidad de los cables, por medio de la fórmula de Dishinger (sección 3.5.3.2).
- 14.Calcular la rigidez dinámica de los cables (sección 5.2), para prevenir que la frecuencia natural de vibrar de uno de ellos, se acople con la del sistema estructural.

1

15. Revisar las torres atirantadas, bajo las condiciones de servicio dadas en la sección 9.1.

- 16.Revisar la estabilidad de las torres atirantadas de sección cuadrada según la sección 9.3, obtenida del análisis experimental en túnel de viento, de un modelo de una torre atirantada de sección cuadrada.
- 17.La torre atirantada analizada en este trabajo, no cumple satisfactoriamente con las condiciones de servicio. Además presenta inestabilidad aeroelástica.
- 18. La inestabilidad por Galopeo, en el modelo de la torre atirantada, se generó próxima a la frecuencia de desprendimiento de vórtices, con grandes amplitudes de vibración lateral (40% mayores a las longitudinales).

### RECOMENDACIONES

- 1. Realizar el análisis estático y dinámico de torres atirantadas, por medio de un programa que considere todas las características no-lineales del sistema.
- 2. Realizar el análisis estático de éste tipo de estructuras a 0 y 45° de incidencia del viento sobre ella; y tomar el que resulte más desfavorable.
- 3. Optar por secciones tubulares redondeadas, para el diseño de elementos que formen el mástil de una torre atirantada.
- 4. Se recomienda una sección transversal en forma de triángulo equilátero, para el mástil de la torre (ref. 73).
- 5. Realizar pruebas en túneles de viento, en modelos de éste tipo de estructuras, en varios grados de incidencia del viento sobre ellos.

APÉNDICE A

MAPAS DE ISOTACAS, REFERIDAS A 3 SEGUNDOS, (REF.91)



FIG. A1 MAPA DE ISOTACAS, ESTRUCTURAS GRUPO C, PERIODO DE RETORNO 10 AÑOS.

119

.





.

120

\*

#### REFERENCIAS

1 R. H. Sherlock, VARIATION OF WIND VELOCITY AND GUST WITH HEIGHT, J. Struct. Div., ASCE, , 463-489 (1952).

2 Edward Cohen., DESIGN OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS : STRUCTURAL ANALYSIS, J. Struct. Div., ASCE, 156-1-156-29 (1957).

3 Edward Cohen., DESIGN OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS: WIND LOADING, J. Struct. Div., ASCE 1355-1-1355-29 (1957).

4 Robert S.Cowe., AMPLIFICATION OF STRESS AND DISPLACEMENT IN GUYED TOWERS, J.Stret. Div., ASCE, 1821-1-821-20 (1958)

5 R. Plunkett, MEASUREMENT OF DAMPING, Pergamon Press, 1960, ASME, Atlantic City, 117-131 (Dic. 1959).

6 Donald L Dean, STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF GUY CABLES, J. Struct. Div., ASCE, 1-21 (1961).

7 A.H.Brownfield, STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF GUY CABLES, J. Struct. Div., ASCE 283-291 (1961).

8 A.G.Davenport, THE APPLICATION OF STATICAL CONCEPTS TO THE WIND LOADING OF STRUCTURES, Procs., the institution of Civil Engineering, article 6480, 449-472 (1961).

9 Frederick H. Hull, STABILITY ANALYSIS OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 61-80 (1962).

10 René Pelissier, PHYSICAL PROPERTIES OF WIRE ROPES FOR HANGING ROOFS, Proocedings of the colloquium or Hanging roofs continuos metallic shell roofs, IASS, 199-204 (1963).

11 Ler Zettin, ELIMINATION OF FLUTTER IN SUSPENSION ROOFS, Proceeding of the colloquium or Hanging roofs continuos metallic shell roof, IASS, 93-103 (1963)

12 W. Terence O'Brien, CABLE MOVEMENTS UNDER TWO-DIMENSIONAL LOADS, J. Struct. Div., ASCE, 89-123 (1964).

13 T.J.Poskitt, THE FREE OSCILLATION OF SUSPENDED CABLES, The Structural Engineer, 351-354 (1964).

14 A:G:Davenport, DYNAMIC BEHAVIOR OF MASSIVE GUY CABLES, J. Struct. Div., ASCE, 43-70 (1965).

15 John E. Goldgerg, A STUDY OF GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 57-76 (1965).

16 Robert A. Williamson, SHEAR EFFECTS IN DESIGN OF GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 341-360 (1966).

17 R.A. Williamson, COMPUTER DESIGN OF A TOWERS AN CABLE SYSTEM, J. Struct. Div., ASCE, 341-360 (1966).

18 A.G.Davenport, GUST LOADING FACTORS, J.Struct Div., ASCE, 11-34 (1967)

19 Milos Novak, AEROELASTIC GALLOPING OF PRISMATIC BODIES, J. of Eng. Mechanics Division, 115-169 (1967).

20 R.K. Lievesley, AUTOMATIC DESIGN OF GUYED MAST SUBJECT TO DEFLECTION CONSTRAINTS, International J. for Numerical Methods in Eng. 33-43 (1970).

21 Frank Baron, NONLINEAR ANALYSIS OF CABLE AND TRUSS STRUCTURES, J. Struct. Div., ASCE, 679-710 (1971).

22 Man-Chung Tang, et all, ANALYSIS OF CABLE STAYED GIRDER BRIDGES, J. Struct. Div., ASCE, 1481-1496 (1971).

23 Barry J. Vickery, DRAG OR ALONG-WIND RESPONSE OF SLENDER STRUCTURES, J. Struct. Div., ASCE, 21-36 (1972).

24 J.W. L eonard, NOLINEAR DYNAMICS OF CABLES WITH LOW INITIAL TENSION, J., Struct., Div, ASCE, 293-309 (1972).

25 Richard J. Mc. Caffrey, DYNAMICS OF GUYED TOWERS, J. Struct., Div., ASCE, 1309-1323 (1972).

26 J.E. Golldberg, STABILITY OF GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 741-756 (1973).

27 J.W. Leonard, NOLINEAR DYNAMICS OF CURVED CABLE ELEMENTS, J. Struct. Div., ASCE, 616-619 (1973).

28 R. A. Williamson, STABILITY STUDY OF GUYED TOWERS UNDER ICE LOADS, J. Struct., Div., ASCE, 99-2391-2408 (1973).

29 Emil Simiu, WIND SPECTRA AND DYNAMICS ALONGWIND RESPONSE, J. Struct. Div., ASCE, 1897-1910 (1974).

30 Josep W. Vellozzi, TALL GUYED TOWER RESPONSE TO WIND LOADING, Proceeding of the international conference on wind effects on building and structures, 735-743 (1975).

31 Kuang-Han Chu, NONLINEAR CABLE AND FRAME INTERACTION, J. Struct., Div., ASCE, 569-589 (1976).

32 Task Committee on Cable-Suspended Structures of the Committee on special Structures of the Committee on metals of the Structural Division of ASCE, Commentary on the tentative recommendations for cable stayed bridge structures, J. Structc. Div., ASCE, 1061-1078 (1977).

33 Anthony J. Wilson, INCLINED CABLES UNDER LOAD-DESIGN EXPRESSIONS, J. Struct. Div., ASCE, 1061-1078 (1977).

34 Milos Novak, VIBRATION OF TOWERS DUE TO GALLOPING OF ICED CABLES, J. of the Engineering Mec. Div, ASCE, 457-473 (1978).

35 T.V. Lawson, WIND TUNNEL INVESTIGATIONS, J. of Industrial Aerodynamics, 177-186 (1978).

36 N. Isymov, STUDIES OF THE PEDESTRIAN LEVEL WIND ENVIRONMENT AT THE BOUNDARY LAYER WIND TUNNEL LABORATORY OF THE UNIVERSITY OF WESTERN ONTARIO, J. of Industrial Aerodynamics, 187-200 (1978).

37 A.H.Peirot, ANALYSIS OF CABLE STRUCTURES, Computers and Structures, 805-813 (1979).

38 Alexander Chajes, STABILITY OF GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 163-174 (1979).

39 Richard A Skop, CABLE SPRING CONSTANTS FOR GUYED TOWER ANALYSIS, J. Struct. Div., ASCE, 1307-1318 (1979).

40 John F. Fleming, NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF CABLE-STAYED BRIDGE STRUCTURES, Computers and Structures, 621-635 (1979).

41 B.P. Mallikarjuna, STABILITY OF GUYED TOWER, J. Struct., Div., ASCE, 362-363 (1980).

42 D.A. Forutch, TORSIONAL VIBRATION OF WIND-EXITED SYMMETRICAL STRUCTURES, J of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 191-201 (1980).

43 Alejander Chajes, POST-BUCKLING ANALYSIS OF GUYED TOWERS, J. Struct. Div., ASCE, 2313-2323 (1981).

44 H.B. Jayaraman, A CURVED ELEMENT FOR THE ANALYSIS OF CABLE STRUCTURES, Computers and Structures, 325-333 (1981).

45 Felix Rosenthal, METHOD FOR ANALYSIS OF GUYED TOWERS, J. Struct., Div., ASCE, 543-558 (1982).

46 Isamu Kamei, EXPERIMENTAL STUDY ON DRAG COEFFICIENT OF THE STEEL PIPE TOWER HAVING SQUARE SECTION, Roport of the Research Institute of Industrial Technology, Nihon University, N. 12, (1982). 47 B.A Schreflev, A TOTAL LANGRANGIAN GEOMETRICALLY NON-LINEAR ANALYSIS OF COMBINED BEAM AND CABLE STRUCTURES, Computers and Structures, 115-127 (1983).

48 S. Abrate, DYNAMICS ANALYSIS OF GEOMETRICALLY NON-LINEAR TRUSS STRUCTURES, Computers and Structures, 491-497 (1983).

49 A.G.Daverport, THE DYNAMIC RESPONSE OF A GUYED MAST TO WIND, Presented at the conference on Cable Stayed Structures, University of Wisconsin (1983)

50 William H. Greene, MINIMUM WEIGHT SIZING OF GUYED ANTENNA TOWERS, J.Struct. Engineering, 2121-2137 (1985).

51 Peter Gerstoft, A SIMPLIFIED METHOD FOR DYNAMIC ANALYSIS OF GUYED MAST, J. of the Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 487-499 (1986).

52 Demirtas C. Bayar, DRAG COEFFICIENTS OF LATTICED TOWERS, J. Struct. Engineering, ASCE, 417-430 (1986).

53 Reginald T. Nakamoto, INVESTIGATION OF WIND EFFECTS ON TALL GUYED TOWER, J. Struct., Div., ASCE, 2320-2332 (1986).

54 J.d. Holmes, MODE SHAPE CORRECTIONS FOR DYNAMIC RESPONSE TO WIND, Eng. Struct., 210-212 (1987).

55 Attilio lannuzzi, ARTIFICIAL WIND GENERATION AND STRUCTURAL RESPONSE, J. Struct.Engineering, ASCE, 2382-2398 (1987).

56 Shntarm G. Ekhande, GEOMETRIC NON-LINEAR ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL GUYED TOWERS, Computers and Structures, 801-806 (1988).

57 N.V. Raman, LARGE DISPLACEMENT ANALYSIS OF GUYED TOWERS, Computers and Structures, 93-104 (1988).

58 F. Grant, PULSED LASER VELOCIMETRY MEASUREMENTS OF THE VORTEX SHEDDING FROM STRUCTURAL ELEMENTS, J. of Wind Eng. and Industrial Aerod., 73-82 (1989).

59 Giuliano Augusti, SIMULATION OF WIND LOADING AND RESPONSE OF GEOMETRICALLY NON-LINEAR STRUCTURES WITH PARTICULAR REFERENCE TO LARGE ANTENNAS, Nonlinear Structural Systems Unders Random Conditions, 161-179 (1990).

60 S.K. Takahashi, NONLINERAR ANALYSIS OF A GUYED TOWERS, Civil Engineering Laboratory Naval Construccion Battalio center port Hueneme, California, 37-54 (1990).

61 M. Matsumoto, N. Skiraishi, AERODYNAMIC BEHAVIOR OF INCLINED CIRCULAR CYLINDERS CABLE AERODYNAMICS, J. of Wind Eng. and Industrial Aerodinamics, 63-72 (1990).

62 J. Argerman and T. Chmielewski, FREE VIBRATION OF GUYED MAST WITH ADDITIONAL MASSES, Structural Dynamics, 1161-1168 (1990).

63 U. Peil and H. Nolle, MEASUREMENT OF WIND LOAD AND RESPONSE OF A GUYED MAST, Structural Dynamics, 1161-1168 (1990).

64 THE IMPACT OF STRUCTURAL DAMAGE IN JAMAICA DUE TO HURRICANE GILGERT AND THE PROSPECTS FOR DISASTER REDUCTION, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 53-62 (1990).

65 Raja R. A. Issa, MICROCOMPUTER ANALYSIS OF GUYED TOWERS AS LATTICES, J. Struct. Engineering, 1238-1256 (1991).

66 G. Hirsch, RECENT ADVANCES IN CONTROL OF WIND-INDUCED VIBRATIONS OF GUYED MASTS, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2113-2123 (1992).

67 G. D. Stefanov, DYNAMICS RESPONSE OF TENSION CABLE STRUCTURES DUE TO WIND LOADS, Computers and Structures, 365-372 (1992).

68 A.S. Richarson, LIMITING THE DYNAMIC LOADS ON TALL TOWERS, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2111-2115 (1992).

69 Dr. J.F.Drckie, EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF NATURAL WIND LOADING ON A LATTICE HOIST TOWER, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2077-2088 (1992).

70 G. Augustin. WIND LOAD AND RESPONSE OF BROADCASTING ANTENNAS: THREE YEARS OF RESEARCH WORK IN COOPERATION WITH RAI, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2077-2088 (1992).

71 A Wyatt, DYNAMIC GUS RESPONSE OF INCLINED TOWERS, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2153-2163 (1992).

72 A.G.Davenport, DYNAMIC GUST RESPONSE FACTORS FOR GUYED TOWERS, J. of Wind Eng. and Industrial Aerodynamics, 2237-2248 (1992).

73 Murty K.S., Madugula, PARAMETRIC STUDY FOR THE OPTIMUM DESIGN OF GUYED TOWERS, Constructional Steel Desing, 711-714 (1992).

74 H.Brian White, GUYED STRUCTURES FOR TRANSMISSION LINES, Engng. Struct., 289-302 (1993).

75 E. Guevara, NONLINEAR SEISMIC RESPONSE OF ANTENNA-SUPPORTING STRUCTURES, Computers and Structures, 711-724 (1993).

76 Y.L.Xu, MODE SHAPE CORRECTION FOR WIND TUNNEL TEST OF TALL BUILDINGS, Eng. Struct., 387-392 (1993).

77 M.Bruneau, A PRACTICAL AND EFFICIENT VECTORIAL APPROACH TO CONSIDER LOADS ON GUYED-TOWERS CABLE ELEMENTS, Computers and Structures, 331-338 (1993).

78 J.Nerbres, FLOW ABOUT YAWED STRANDED CABLES, Experiments in Fluids, 49-58 (1993).

79 W.R.Spillers, THREE-DIMENSIONAL BEAM-COLUMNS, Computers and Structures, 449-460 (1994).

80 C. Gantes, MODELING LOADING AND PRELIMINARY DESIGN CONSIDERATIONS FOR TALL GUYED TOWERS, Computers and Structures, 797-805 (1994).

81 J.D.Holmes, ALONG-WIND RESPONSE OF LATTICE TOWERS: PART 1-DERIVATION OF EXPRESSION FOR GUST RESPONSE FACTORS, Eng. Struct., 287-292 (1994).

82 N.Ben Kahla, DYNAMICS ANALYSIS OF GUYED TOWERS, Engng. Estruct., 293-301 (1994).

83 B.J.Vickery., FLUCTUATING LIFT AND DRAG ON A LONG CYLINDER OF SQUARE CROSS-SECTION IN A SMOOTH AND IN A TURBULENT STREAM, J. Fluid Mech., vol. 25, part. 3, 481-494 (1966).

84 A.Brokain, et all, EFFECTS OF VORTEX-RESONANCE ON NEARBY GALLOPING INESTABILITY, Journal of Ingineering Mechanics, 591-609 (1985).

85 A.S.Richardson, PREDICTING GALLOPING AMPLITUDES, J. of Enginneering Mechanics, 716-723 (1988).

86 Parkinson, P.P. Sullivan, GALLOPING RESPONSE OF TOWERS, J. of Industrial and Aerodynamics, 4, 252-260 (1979).

87 Parkinson, M.A.Wawzonek, SOME CONSIDERATIONS OF COMBINED EFFECTS OF GALLOPING AND VORTEX RESONANCE, J. of Industrial Aerodiynamics, 8, 135-143 (1981).

88 LATTICE TOWERS AND MASTS, PART 1, Code of practice for loading, British Standard, BS 8100; part 1: 1986, British Standards Institution, Londres, Inglaterra, 1986.

89 Robert D. Blewins, FLOW-INDUCED VIBRATION, Van Nostrand Reinhold, 2da. edición, (1990).

90 Gaylord, E.H. y Gaylord, C.N., STRUCTURAL ENGINEERING HANDBOOCK, Mac. Graw-Hill Handboocks, 2a. edition, Yew York, E:U:A, (1979).

91 MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES, Diseño por Viento, CFE, México, (1993).

92 V. Kolousek, M. Pirner, O.F., WIND EFFECTS ON CIVIL ENGINEERING STRUCTURES, vol. 2, Elsevier, Praga, (1984).

93 THE MODERN DESIGN OF WIND-SENSITIVE STRUCTURES, Proceeding of the Seminar held on 18 June 1970, Geat George Stree, London, (1971)

94 CONSIDERACIONES PRACTICAS SOBRE CABLES DE ACERO, Manual de campo, CAMESA SA de CV, México, (1989).

95 NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA EL DISEÑO POR VIENTO DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL, Gacera Oficial del Departamento del D:F., (1987).

96 D. Ghiocel and D. Lungu, WIND, SNOW AND TEMPERATURE EFFECTS ON STRUCTURES, Abacus Press, Tunbridbe Wells, Kent, Inglaterra, (1975).

97 H. Max Irvine, CABLE STRUCTURES, Cambridge Mass, Doves publication, Inc., Ney York (1981).

98 WIND TUNNEL MODEL STUDIES OF BUILDINGS AND STRUCTURES, ASCE, Manual and Reports on Engineering Practice No. 67, (1987).

99 Henry L. Langhaar, DIMENSIONAL ANALYSIS AND THEORY OF MODELS, Jhon Wiley and Sons, Londres, (1960).

100 Rodríguez Cuevas N., INESTABILIDAD ESTRUCTURAL, Apuntes de clase, DEPFI-UNAM, México, (1994).

101 Rodríguez Cuevas N., DISEÑO EÓLICO DE ESTRUCTURAS, Apuntes de clase, DEPFI-UNAM, México, (1994).

102 MANUAL DE REFERENCIA, SAP-90, Structural Analysis, mayo (1992).

103 MANUAL DE REFERENCIA, STAAD-III, Integrated Structural Design System, ver. 15.

104 WIND TUNNEL MODELING FOR CIVIL ENGINEERING APPLICATIONS, Proceeding of the International Workshop on wind tunnel modeling, criteria and techniques in civil Engineering Aplications, USA, (1982).

105 Wadi S. Rumman, STATICALLY INDETERMINATE STRUCTURES, John Wiley and Sons, (1991).

106 Alan Pope, J.J.H., LOW SPEED WIND TUNNEL TESTING, Jhon Wiley and Sons, (1966).

107 R.C.Pankhust, PRESSURE-PROBE METHODS FOR DETERMININS WIND SPEED AND FLOW DIRECTION, National Physical Laboratory Her Majesty Stationery's Office, England, (1971).

108 MEASURING VIBRATIONS, Bruel and Kjaer, Denmark, (1982).

109 MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES, ESTRUCTURAS; C.2.3 ESTRUCTURAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELECTRICA, CFE, México, (1983).

110 P. D. Smith, MECÁNICA DE FLUIDOS E HIDRÁULICA, TEORÍA Y PROGRAMAS EN BASIC, Anaya Multimedia, Madrid, España, (1988).

111 T.F. Mears and W. R. Charman, THE DESIGN AND CONSTRUCTION OF CYLINDRICAL TELEVISION MASTS IN GREAT BRITAIN, The Structural Engineer, vol. 44, No. 1, January, (1966).