

13  
2eº



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
FACULTAD DE QUIMICA

CONTROL ESTADISTICO DE LA CALIDAD TOTAL  
( DESCRIPCION DE TECNICAS Y METODOS MAS  
USADOS EN LA INDUSTRIA QUIMICA )

**TESIS MANCOMUNADA**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**QUIMICA**  
**INGENIERO QUIMICO**  
**P R E S E N T A N I**  
**CATALINA DIAZ CASTAÑEDA**

Ciudad Universitaria, D.F.

1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Presidente prof: **GERARDO BAZAN NAVARRETE**

Vocal Prof: **DOMINGO ALARCON ORTIZ**

Secretario Prof: **GILLERMO MOLINA GOMEZ**

1er. Suplente prof: **CARLOS GALDEANO BIENZOBAS**

2do. Suplente Prof: **CELESTINO MONTIEL MALDONADO**

Lugar donde se desarrollo el tema:

**FACULTAD DE QUIMICA UNAM**

ASESOR DEL TEMA:

**M en C: GUILLERMO MOLINA GOMEZ**

SUSTENTANTES:

  
**CATALINA DIAZ CASTAÑEDA**

  
**MAURO ENRIQUE VAZQUEZ MUÑOZ**

**INDICE**

## INDICE

PAG.

### INTRODUCCION

#### CAPITULO I.- ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD

* Conceptos generales en control de calidad.....	1
* Sistemas de calidad.....	6
* Costos de calidad.....	8
* Circulos de calidad.....	12
* Auditorias de Calidad.....	17

#### CAPITULO II.- CARTAS DE CONTROL

* Justificación del gráfico de control.....	20
* Estadísticos útiles sencillos en las cartas de control.....	20
* Cartas de control por variables.....	20
* Cartas de control por atributos.....	30
* Cartas de deméritos.....	37
* Militar 105 D (para atributos).....	40
* Militar 414 (para variables).....	60

#### CAPITULO III.- MUESTREO DE ACEPTACION POR ATRIBUTOS

* Plan de muestreo de Dodge y Roming.....	69
* Tablas de muestreo de Dodge y Roming.....	73
* Muestreo continuo.....	76
* Muestreo secuencial o análisis secuencial.....	81

#### CAPITULO IV.- DISEÑO EXPERIMENTAL

* Diseño experimental.....	86
* Diseño por bloques.....	97
* Diseño 2 <sup>k</sup> .....	101
* Diseños fraccionales.....	112

#### CAPITULO V.- DISEÑO EXPERIMENTAL POR TAGUCHI

* Metodología de "Taguchi".....	114
* Latices.....	121

#### CAPITULO VI.- PREDICCIÓN DE LA FALLA

* Confiabilidad.....	123
----------------------	-----

Conclusiones.....	131
-------------------	-----

Bibliografía.....	132
-------------------	-----

## **INTRODUCCION**

## INTRODUCCION

De las aportaciones de Deming, Juran, Ishikawa, Fox, Taguchi y otros surgen estrategias que hacen posible el mejoramiento de calidad. Las primeras estrategias que se llevaron a cabo fueron aplicadas en la investigación agrícola las cuales se continúan utilizando. Estas estrategias sirvieron como base para aplicarse en otros campos de la investigación, como son la industria química, la industria eléctrica y áreas administrativas. Sin embargo el empleo de estas estrategias no se ha generalizado debido algunos aspectos de tipo historico-culturales y malas interpretaciones técnicas lo cual a originado un avance lento en su implementación.

El desarrollo de estas estrategias se inicio en 1940 presentándose problemas que obstaculizaron su avance, entre ellas se consideraron el desconocimiento de las técnicas, así como el complicado y confuso manejo de las mismas, el temor al desplazamiento por maquinaria mas moderna y la actitud que se tomaba al resolver los problemas en forma temporal. Hoy en día las corporaciones industriales se encuentran obligadas a buscar nuevas formas de incrementar su calidad o eficiencia principalmente en los procesos de fabricación y desarrollo de productos sin olvidar la venta de servicios.

Cuando hablamos de calidad no debemos olvidar el concepto general como aquel producto o servicio que satisfacen al cliente o consumidor, estamos hablando de un satisfactor que este a su vez involucra determinadas características del producto o servicio, las cuales son evaluadas de diferente forma según las necesidades del mismo.

Cualquier investigador que haga uso de la experimentación está obligado a incorporar una estrategia de una forma sencilla que le permita decidir y como interpretar los resultados entre muchas estrategias existentes dependiendo de la habilidad y conocimiento del experimentador para hacer una buena elección.

En la investigación científica es común que formulen hipótesis para que luego, por sus consecuencias sean verificadas o rechazadas directamente. Tal proceso requiere de la realización de observaciones, a través del patrón bien definido que constituye el diseño de experimentos. Por supuesto, el diseño de un experimento requiere de una cuidadosa planeación, puesto que éste se concibe como un medio para verificar o rechazar las hipótesis planteadas. Existen experimentos en donde se comparan dos o más tratamientos, al medirse sus efectos sobre una determinada característica de la población. En este caso el investigador quiere extraer la información relativa a sus hipótesis con un margen predeterminado de error tan económicamente como sea posible, y en otras ocasiones su interés pueda centrarse en la precisión de sus resultados.

Sabemos de antemano que una buena elección de la estrategia lleva a buenos resultados y por ende lograr los objetivos. El objetivo principal de esta tesis es presentar las técnicas más utilizadas en la industria química con la característica especial de reflejar un punto de vista general, con un planteamiento intuitivo y con sentido común, sin que se interprete como un manual de recetas o simple formulario, pretendemos que se considere como material

explicativo que ayude a ubicar el usuario en forma rápida y breve. Para ello iniciamos con conceptos básicos, con los cuáles se fundamenta el mejoramiento de la calidad. Posteriormente con los controles gráficos que son muy importantes ya que proporcionan seguridad a la calidad y a las inspecciones observando las tolerancias. Continuamos con los diseños experimentales balanceados para hacer investigación en el control de calidad la cual tiene como propósito llegar a la ingeniería de la calidad que fue implementada por Taguchi.

La confiabilidad es uno de los aspectos importantes para el aseguramiento de la calidad, desde la adquisición de materia prima para el proceso hasta el desarrollo final del mismo en donde se tiene la confianza de que el producto tiene las especificaciones que solicito el cliente. Debido a que la confiabilidad es la capacidad del producto para desempeñar la función para la que fue hecho durante cierto tiempo. Y se considera un producto confiable al que funciona durante un periodo prolongado de tiempo en donde no va ha fallar todas sus unidades en el mismo momento.

**CAPITULO I**

**ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD**

## CONCEPTOS GENERALES EN CONTROL DE CALIDAD

Debido a que la calidad es un vértice crucial para el éxito o fracaso, de un negocio ya sea en el mercado nacional o internacional. Este está basado en la experiencia real del cliente con el producto o servicio, por lo que el propósito de la mayoría de las medidas de calidad es el de evaluar el grado o nivel al que el producto o servicio fué sometido.

Se han tenido múltiples comentarios y descripciones sobre los programas de control de la calidad y lo que deben hacer por ésta. Pero ninguno ha señalado con mayor claridad el hecho de que para tener un control efectivo sobre las condiciones que afectan la calidad, es necesario que el control se ejerza en todas las fases importantes del proceso de producción desde el diseño, el ensamble y el empaque final del producto.

Nada es más elocuente que la advertencia de conservar en la mente la resolución de prevenir en vez de corregir, esto es la base de un programa completo de control de calidad. El control total de la calidad comprende un amplio campo administrativo y técnico de desarrollo, conservación o mejoramiento de la calidad de un producto. Sin lo anterior no tendría significado un solo método técnico, usado para lograr ciertos propósitos aislados, porque una definición de tal naturaleza resultaría enteramente restringido. Los diferentes métodos que se tienen a la mano, no son todos satisfactorios para cualquier caso, cada método debe ser seleccionado de acuerdo con las necesidades del trabajo que se va a realizar.

Por medio del tiempo se ha observado como ha evolucionado la introducción de nuevos productos al mercado, con lo que surgen cambios en la tecnología y en la organización, teniendo como consecuencia modificaciones en los costos del producto. Al surgir estos cambios se reestructuran los estándares adquiriendo nuevas dimensiones para el producto, así como para los procesos de ingeniería y la manufactura que los producirá. La calidad de un producto o servicio se puede evaluar por la confianza que brinda al consumidor, al dar un buen servicio y al tener una máxima durabilidad, por lo que al equilibrar estas características se obtendrá una mayor economía en el producto.

Como podemos observar, se tiene una gran variedad de conceptos sobre la calidad de un producto o servicio, por lo que solamente expondremos un concepto generalizado sobre calidad, ya que simplemente la consideraremos, como el resultado de un agrupamiento de características del producto y servicio de mercadotecnia, elaboración y mantenimiento, las cuales cumplirán con las necesidades del cliente. Dentro de este mismo sistema, la industria competitiva complementará sus objetivos para proporcionar un producto con una calidad previamente diseñada, elaborada y conservada a un menor costo; además se integran sistemas para la especificación de tolerancias en términos orientados al usuario, métodos rápidos para la evaluación de componentes y sistemas de confiabilidad, clasificación de características de la calidad, métodos de clasificación de vendedores, técnicas en las inspecciones por muestreo, etc. con estas características se tendrá como fin, el de satisfacer las necesidades del consumidor.

En el control de calidad se ha tenido especial cuidado en mantener bien delineados los factores que podrían afectar la reputación de la calidad, ya que no es un acontecimiento casual. Es el resultado directo de las políticas internas de la compañía, relacionadas al establecimiento y mantenimiento de programas de calidad bien planeados del producto o servicios. Para mayor facilidad de estudio los dividiremos en forma general en dos grupos que se explicaran con detalle.

El primer grupo, es el tecnológico, donde manejamos máquinas, materiales y procesos.

El segundo, es el humano, el cual tiene mayor importancia, por ser los operadores, coordinadores, capataces y demás personal, ya que es donde se cimienta la calidad del producto o servicio. Para que todo lo anterior se lleve a cabo deben relacionarse, las actividades clave entre sí, y si es posible llevarse a cabo dentro de las compañías para cumplir los objetivos planeados.

La calidad de los productos y/o servicios, se encuentra relacionada directamente con diversas áreas básicas en donde la industria se encuentra sujeta a factores que actúan sobre la producción en forma no experimentada. Estos factores los explicaremos a continuación:

Uno de ellos se basa en el área del MERCADO.- Es donde el número de productos, ya sean nuevos o modificados, ofrecidos al consumidor crece de una manera desorbitante. Muchos de estos productos son el resultado de tecnologías nuevas en donde no sólo se evalúa al producto en sí, también a los materiales y métodos empleados en la manufactura. Los deseos y necesidades actuales de los consumidores se toman como base para el desarrollo de productos nuevos, debido a que los compradores están exigiendo más y mejores productos, en donde también se les ha hecho creer que cuentan con productos que satisfacen a casi todas sus necesidades. Por todo esto los mercados se saturan en capacidad y se especializan funcionalmente en productos y servicios ofrecidos. Para un número creciente de compañías los mercados son considerados con un corte internacional, teniendo así como resultado que los negocios deben ser más flexibles y capaces de cambiar de objetivo para continuar a la vanguardia del mismo.

Otro factor es el DINERO, este se observa en el aumento en la competencia en muchos campos de acción acoplado con fluctuaciones económicas mundiales, reduciendo los márgenes de ganancias. La automatización y la mecanización han obligado a desembolsos de consideración para nuevos equipos y procesos. Los costos de la calidad conjuntamente con los de mantenimiento y de mejoramiento, se han remontado a alturas sin precedente. Este hecho ha enfocado la atención de algunas gerencias hacia el campo del costo de calidad como un "punto débil" en el cual pueden disminuir sus costos y pérdidas operativas y así mejorar sus ganancias.

La responsabilidad de la calidad se ha distribuido entre varios factores administrativos. Por ejemplo, en otros tiempos el jefe de taller y el ingeniero del producto eran los técnicos responsables de la calidad del producto. Ahora, la mercadotecnia, a través de su función de planeación del producto, debe establecer los requisitos de éste. Actualmente la misión

del ingeniero es la de diseñar un producto que satisfaga las condiciones requeridas. La producción debe desarrollar y detallar los procesos que suministren la capacidad adecuada para elaborar el producto dentro de las especificaciones fijadas para los ingenieros. El control de calidad reglamenta las mediciones de la calidad durante el flujo del proceso asegurando que al final el producto se encuentra en conformidad con los requisitos de calidad solicitados.

**PERSONAL.**- El crecimiento rápido de conocimientos técnicos y la creación de campos totalmente nuevos, han creado gran demanda de personal con conocimientos especializados. Como pueden ser la evaluación de especificaciones que requiere el cliente y, al mismo tiempo, la situación ha creado una demanda de ingenieros capacitados en la elaboración de planes que comprendan todos estos campos de especialización y organización de sistemas que aseguren los resultados que se desean. La creciente complejidad de llevar un producto de calidad al mercado ha aumentado, en consecuencia la importancia de la contribución de la calidad por parte de cada empleado es un factor importante. La investigación de la motivación humana ha mostrado que además de la gratificación en dinero, los trabajadores requieren de incentivos con sentido en el logro de sus actividades y el reconocimiento de que están contribuyendo personalmente al logro de los objetivos de la compañía.

**MATERIALES.**- Debido a los costos de la producción y a las exigencias en cuanto a la calidad, los ingenieros están usando los materiales dentro de límites más estrechos que antes y materiales especiales sólo cuando se requieran. Como resultado se tienen, especificaciones más estrictas en los materiales y una diversidad mayor en estos. En consecuencia para su aceptación una simple inspección visual ya no sirve, se exigen mediciones físicas, químicas rápidas y precisas, empleando aparatos especiales de laboratorio, tales como espectrofotómetro láser y aparatos ultrasónicos (máquinas de prueba).

**Las MAQUINAS Y MECANIZACION.**- Una calidad buena ha llegado a ser un factor crítico para el mantenimiento de una máquina, trabajando sin interrupción con la mejor utilización de las instalaciones. A medida que las compañías transforman su trabajo haciéndolo más automático y más mecanizado a fin de reducir sus costos, se hace más crítica una buena calidad que efectivamente haga real la reducción en costos y eleve la utilización de hombres y máquinas en resultados favorables.

**METODOS MODERNOS DE INFORMACION.**- La rápida evolución de la tecnología computacional ha hecho posible la recolección, almacenamiento, retiro y manipulación de la información en una forma más versátil. Esta nueva y poderosa tecnología de la información ha proporcionado los medios para un nivel de control sin precedente de máquinas y procesos durante la fabricación de los productos y servicios aún después de haber sido distribuido al consumidor.

Los nuevos y mejorados métodos de procesamiento de datos han puesto a la disposición de la administración, información más útil, exacta y oportuna sobre la cual se basan las

decisiones que guían al futuro de un negocio. Por último tenemos los requisitos del producto esto es los avances en los diseños ingenieriles que exigen un control más estrecho en los procesos de fabricación han transformado a estos sin importancia en otros tiempos, en procesos de gran importancia potencial. El aumento de los requerimientos de las características sobresalientes de todo producto han servido para hacer más relevante la importancia y seguridad del producto. Por lo que ejercen una atención constante para no permitir que factores conocidos o no, se introduzcan en el proceso y disminuyan el grado de confiabilidad de los elementos componentes o todo el sistema en sí. Con todo lo anterior se puede decir que cada uno de los factores que afectan la calidad están expuestos a cambios continuamente, los cuales son atendidos con modificaciones en los programas del control de la calidad. Dentro de muchos problemas de la compañía sobre la calidad del producto se encuentran relacionados varios factores como son los tecnológicos y humanos. En lo referente a los factores tecnológicos es difícil de rastrear un problema de calidad hasta una sola causa, por lo que lo analizaremos de la siguiente manera. Se Tiene la falla de un ensamble instrumental y para acreditar la inspección, antes del embarque se considera que la falla pudo haber sido causado por la compra de material defectuoso. Cuando el factor tecnológico ha sido identificado, queda la dificultad de dar con el factor humano. Algunas fallas detectadas podrían ser: las instrucciones incorrectas del supervisor; métodos defectuosos de quien ha planeado los trabajos ó un mal diseño del ingeniero.

Las tareas del control de calidad tienen tanta aplicación en la fabricación continua como en la fabricación por lotes. Como veremos a continuación las tareas del control de la calidad giran alrededor de la producción, del proceso o del servicio y un medio para distinguirlos entre sí, y para su estudio lo clasificaremos de la siguiente manera:

1) El control del nuevo diseño. Comprende el establecimiento y la especificación de la calidad deseable de costos, calidad de realización, calidad de seguridad y calidad de confiabilidad del producto, para la satisfacción esperada del cliente, incluyendo la eliminación o localización de causas de deficiencias en la calidad, antes de que la producción formal se inicie. Los técnicos en el control del nuevo diseño incluyen, un análisis de funcionalidad del producto, pruebas ambientales y de su empleo final, la clasificación de características de la calidad, establecimiento de niveles o de estándares de calidad, estudios de capacidad de los procesos, análisis de tolerancias o las posibilidades de lograr la calidad, análisis de efecto, revisión de diseño, prototipos de pruebas suministro, establecimiento de parámetros del proceso, evaluación del producto, estudios de seguridad, revisión del proceso de fabricación, establecimiento de los estándares de confiabilidad, desarrollo de posibilidades de mantenimiento y estándares de posibilidades de servicios y pruebas piloto.

2) El control de materiales adquiridos. Comprende el recibimiento y almacenamiento, a los niveles más económicos de calidad, únicamente de los requisitos especificados, enfatizando la responsabilidad del vendedor.

3) Control del producto. El cual comprende el control en el lugar mismo de la elaboración y continuación del proceso hasta el área de servicio, de modo que la discrepancia con las especificaciones de la calidad pueden ser corregidas, evitando la fabricación del producto

defectuoso y que, en consecuencia, el servicio en el campo de aplicación sea convenientemente logrado, para asegurar la calidad esperada por el cliente. Esta herramienta incluye todas las actividades del control de calidad sobre el producto, desde el momento que ha sido aprobado para su producción y que se han recibido los materiales, hasta el momento en que fueron empacados, embarcados y recibidos por el consumidor. Las técnicas empleadas incluyen una implementación de un plan completo para el control de calidad durante el proceso y aceptación del producto final como son el estudio de la capacidad del proceso; técnicas de gráficas de control, control de herramientas y accesorios; calibración del equipo de información de la calidad; etc.

Por último mencionaremos la tarea sobre los estudios de procesos especiales. Se refiere a la conducción de investigaciones y de pruebas a fin de localizar causas que originan productos defectuosos y además determinar la posibilidad de mejorar las características de la calidad, y asegurar la mejora y acción correctiva permanentemente. Se necesitan dos factores fundamentales para todos los estudios especiales del proceso, el primero es la coordinación de los esfuerzos de la compañía a fin de utilizar los recursos disponibles para el problema. El segundo es el empleo de los mejores métodos técnicos para facilitar un ataque técnico firme del problema, que facilite una respuesta confiable.

## **SISTEMAS DE CALIDAD**

Un sistema de calidad se puede identificar por sus logros en áreas fundamentales como a continuación observaremos:

- Controla la calidad en una base integrada en toda la organización iniciandola con el concepto mercantil y el diseño continuo del producto con el abastecimiento, producción y servicio del producto.
- Sugiere decisiones primarias sobre la calidad con la alta gerencia, basada en la política fundamental administrativa de la calidad que se demuestra con hechos através de la organización.
- Genera una base para establecer un presupuesto adecuado y una competencia técnica para permitir preventivos para obtener una buena calidad y con una confiabilidad lograda durante la planeación del diseño del producto y la etapa del desarrollo del diseño.
- El control de calidad se establece como un conjunto de disciplinas a ser aplicadas en toda compañía sistemáticamente, en lugar de tomarlas como una parte.
- Se crea un acoplamiento del control de calidad con los clientes con una base de retroalimentación, proporcionando una gran cantidad de datos sobre los requisitos de uso del cliente, antes de la producción.
- Reporta los costos de calidad claramente, tanto para asegurar la calidad como para las fallas; en la parte formal del programa de contabilidad de costos se emplean como guía para la asignación de recursos de calidad en una forma tan sistemática como completa.
- La motivación para la calidad es un proceso continuo, de objetivos de calidad, lo que origina una actitud de conciencia por la calidad iniciandola la gerencia general.

- Diseña una contribución tecnológica única para la planta y compañía a través del trabajo de ingeniería de calidad y confiabilidad
- Las medidas y monitoreos continuos ayudan a la satisfacción del cliente sobre la calidad real con el producto en uso, incluyendo niveles adecuados de inspección y pruebas, como la base para generar los hechos que originan una acción correctiva.
- Tiene buen servicio del producto rápida y económicamente teniendo buena aceptación del cliente.
- Da seguridad del producto y control sobre demandas legales del producto con respecto al programa de calidad.
- Proporciona un panorama de trabajo principal en toda la compañía, en función de la calidad.

Por todo lo anterior podemos decir que un sistema de calidad es el diseño del trabajo operativo acordado en la compañía apoyada en procedimientos técnicos y administrativos, para guiar las acciones coordinadamente con el personal y el equipo, para poder satisfacer al cliente y ofrecer costos económicos de calidad.

Las compañías han dado una fuerte atención al control moderno de calidad. Un sistema de calidad total ha dado a sus clientes la alta calidad que las agrupa en 3 características como son el tipo de control que trae en acciones y procedimientos extendidos en toda la organización, las clases de responsabilidades que se tiene basados en inversiones adelantadas a la calidad, El tipo de confianza que trae en progreso medible de la calidad.

Los sistemas de calidad constituyen la línea principal de la compañía o de la planta. Las especificaciones o parametros de la calidad del producto cambian, pero el sistema de calidad permanece fundamentalmente estable. Por lo que podemos decir que el sistema de calidad es el resultado del diseño, instalación y mantenimiento disciplinado y estructurado de las actividades de calidad del personal, maquinas e información que genuinamente aseguran la calidad para el cliente y bajos costos de calidad para la planta y la compañía. Existe un acuerdo con respecto a la estructuración, en la compañía y en la planta de que estaran informados de los procedimientos técnicos y administrativos reales, para las acciones coordinadas de la fuerza laboral, el proceso e información para asegurar la satisfacción del cliente y costos mínimos de calidad teniendo un uso más efectivo de los recursos a velocidades óptimas. Existen varios principios fundamentales para la ingeniería de sistemas de la calidad, como podemos observar:

- Proporcionar la base para identificar la tecnología de la calidad que esta disponible para satisfacer los requisitos del producto, es decir aquellas que recaen sobre el equipo de información de la calidad. Además incluye tecnologías de planeación y control, donde recae en la ingeniería de calidad humano y de procedimientos y el control de procesos.
- Por existir siempre una influencia constante sobre los nuevos requisitos y la nueva tecnología que recae sobre las actividades del sistema, y el trabajo que, es la base para este balanceo de los requisitos y tecnología al introducir mejores practicas.
- Se considera el rango total de todos los factores relevantes como son: humanos, de información y de equipo necesario para sus controles y procedimientos. Dentro de esta

consideración se tiene otro enfoque, donde se tiene procedimientos puramente de papeleo o un diseño del producto orientado a los aspectos técnicos solamente.

- Se establecen medidas de efectividad y economía total de la calidad que se emplearan en la retroalimentación para la evaluación del proceso.

- El sistema de calidad proporciona las auditorias del sistema.

- La ingeniería y administración de sistemas proporcionan el control continuo del sistema de calidad en uso.

Con lo descrito anteriormente podemos decir que la ingeniería de sistemas de calidad es, el fundamento de la verdadera administración total de calidad. Las actividades sistemáticas principales que satisfacen mejor los objetivos de cualquier compañía serán de acuerdo con los requisitos de esa compañía, así como de sus recursos y metas. Las tareas de los sistemas para la compañía es aportar documentación de varios sistemas y subsistemas para alguna compañía en particular. Algunos subsistemas pueden ser básicos en los programas de control total de la calidad, como pueden ser las siguientes, evaluación de la calidad antes de la producción, planeación de la calidad del producto y proceso, planeación, evaluación y control de la calidad de materiales comprados, evaluación y control de la calidad del producto y del proceso, retroalimentación informativa de la calidad, equipo de información, desarrollo laboral, orientación y entrenamiento de la calidad, Servicio de calidad después de la producción, administración de la función de control de calidad, estudios especiales de calidad. En la implementación de las tareas básicas del control total de calidad, cada subsistema contribuye para la elaboración de un programa de control.

## **COSTOS DE CALIDAD**

Actualmente se conoce la capacidad de medición de los costos de calidad, y sobre todo, la importancia que tiene en la administración e ingeniería del control moderno de la calidad total, así como la planeación de estrategias de las compañías y plantas.

Los costos de calidad son la base, a través de la cual se puede evaluar inversiones en programas de calidad, teniendo aumentos en las ganancias.

Esencialmente los costos de calidad son los fundamentos para la economía de los sistemas de calidad; se encuentran activos a través de todo el ciclo de vida del producto en servicio, debido a que no solo se generan a través del ciclo "mercado-diseño-manufactura-inspección-embarque". De esta forma, la incidencia de los costos de calidad es muy amplia y recae en los productos como en los consumidores y comerciantes.

Los costos de calidad se han convertido en un indicador en la medición económica del Producto Nacional Bruto (PNB), con la importancia económica de la calidad del servicio y producto siendo cada vez más reconocida.

Los costos de calidad en plantas y compañías se contabilizan en dos áreas principales:

- a) Los costos de control y
- b) Los costos por fallas en el control, los cuales se desglozan a continuación:

#### COSTOS DE CONTROL.

-Costos de prevención - Sirven para evitar que no surjan productos indeseables, y esto repercute en los gastos de calidad final del producto. Son originados en:

- La planeación de la calidad.
- El diseño y desarrollo del equipo de información de calidad
- El control de procesos.
- Entrenamiento sobre la calidad y desarrollo de la fuerza laboral
- Desarrollo y administración del sistemas.

- Costos de evaluación. Estos incluyen los costos por mantener los niveles de calidad de la compañía por medio de evaluaciones de la calidad del producto. Además se incluyen áreas de costos como inspección, pruebas, investigaciones externas, auditorías de calidad y gastos similares. Son originados por:

- Inspección y análisis de materiales adquiridos.
- Laboratorio de pruebas de aceptación en materiales adquiridos.
- Laboratorio de mediciones o de otros servicios (calibración reparación y comprobación de procesos)
- Costos por el tiempo empleado por el personal de inspección, análisis, conservación y calibración del equipo.
- Trabajo de confrontación (que estén de acuerdo los planes de trabajo con el de proceso para obtener la calidad correspondiente en el plan de producción.
- Preparación de análisis e inspección.
- Costos en el material y equipo al evaluarlo.
- Auditoría de la calidad.
- Contratos o convenios con el exterior.
- Revisión y embarque del producto.
- Pruebas de campo (con el consumidor)

- Costos por fallas. (Causadas por materiales y productos). Costos por fallas internas.- Se incluyen costos de calidad no satisfecha dentro de la compañía, como pueden ser desechos, deterioro del equipo y material muy trabajado. Son originados por:

- Desperdicios (por pruebas, por el equipo en proceso, por diseño, etc.)
- Costos por suministro de materiales. (al no tener una calidad aceptable, originando quejas y rechazos.)
- Consultas entre ingenieros de la fábrica. (tiempo empleado en solucionar problemas sobre la calidad.)

- Costos por fallas externas.- Son costos de calidad insatisfecha fuera de la compañía, como son las fallas en el desempeño del producto y quejas de los clientes. Son originados por:

- Quejas dentro de la garantía.
- Quejas fuera de la garantía.
- Servicio al producto (directamente atribuibles)
- Responsabilidad legal del producto. (por fallas en la calidad)
- Retraso de entrega de materiales o componentes del producto.

La información de costos de calidad se puede obtener de hojas de tiempo, reportes de gastos, ordenes de compra, reportes de retrasos, memorandum de credito y otras mas. Con todo lo anterior podemos observar que al tener un buen control de calidad del personal y de evaluación, se tiene una reducción adicional en los gastos de evaluación y un aumento en el nivel de la calidad.

Al establecer un programa de costos de calidad para el control total de la calidad se puede dividir en varias etapas que son la identificación de los puntos clave en los costos de calidad, incluyendo los análisis y controles relacionados, la estructuración del reporte de costos de calidad, incluyendo los análisis y controles relacionados, la actualización continua del programa para asegurar que los objetivos de la compañía se cumplan; teniendo una mayor calidad a un menor costo.

La calidad tiene diversas formas para organizarse y relegar responsabilidades a un grupo de personas capaces. Por lo que tomaremos 3 consideraciones en el desarrollo y operación de la organización de la calidad total.

1).- Se identificará y confirmará un trabajo específico de calidad y del equipo de cada uno de los individuos y grupos clave tanto en la compañía como en la planta.

2) Se identificará y confirmará cuales son las áreas que pueden tener la función del control de calidad para ayudar a la compañía a cumplir sus objetivos.

3).- El liderazgo de la administración de la compañía y planta al establecer una actualización continua de la organización de la calidad.

Un antecedente esencial para la existencia de una organización de la calidad total que sea sólida y efectiva es tener un sistema de calidad bien cimentado.

La organización del control total de la calidad moderna hace participe de la administración y las técnicas de actividades de la calidad orientadas al cliente, responsabilizándose principalmente al gerente general, así como también de la producción, la mercadotecnia, la ingeniería, las relaciones industriales y servicios, contemplando para todas las áreas la función del control de calidad.

Por todo lo anterior la responsabilidad principal de la organización de la calidad, es la operación e integración en el sistema de calidad total, de las actividades del personal que trabaja dentro del ámbito tecnológico representado por las tareas del control de calidad.

En la industria actual las tareas del control de calidad no pueden ser llevadas con efectividad a menos que las responsabilidades funcionales con la calidad estén bien definidos. La experiencia industrial indica que una organización bien cimentada de control total de la calidad, no requiere un incremento en los gastos de transcurrir el tiempo, muy por lo contrario, los gastos en que se incurren, son considerados como una porción de los gastos totales de la compañía. Estos tienden a reducirse de tal manera, que los costos de la calidad disminuyan en un tercio o más a medida que el tiempo pasa.

Existe un programa sistemático para laborar con calidad a nivel internacional, por ejemplo las negociaciones deberán estar basadas en técnicas claras, consistentes y homogéneamente aplicables al desarrollo de la calidad para la actualización de los objetivos y estándares básicos de calidad según las necesidades de la región o del país.

Algunas áreas son sobresalientes en la calidad por diversas técnicas, por ejemplo: el ensamble de algún producto, la motivación del personal, etc. esto es que están orientados especialmente a satisfacer al cliente y los requisitos de costos de calidad del negocio mundial de la compañía.

El tener una buena red de comunicación es fundamental para las negociaciones internacionales de calidad por lo que deben estar cuidadosamente establecidas para utilizarlas con cierta periodicidad según las necesidades de la calidad. Debido a que son un requisito clave por no haber sustituto y a la vez debe tener cierta periodicidad. Debe programarse y presupuestarse el entrenamiento y motivación en el conocimiento, habilidades y actitudes esenciales para el éxito de la calidad, como actividad periódica continua en las negociaciones de calidad regional y del país.

Las auditorías de los resultados de calidad como del mantenimiento de la estructura del control de calidad, deben ser sistemáticamente elaboradas a través de los países y regiones como una medida administrativa del correcto desempeño de calidad. La política y la estructura de la organización de la calidad, que se identifican y establecen como parte integral de la organización internacional y del patrón administrativo de la compañía. La estructura de calidad se desarrolla con la más amplia participación de todos los países y regiones, reconociendo que son entidades soberanas que tendrán requisitos que deberán ser cumplidos. La efectividad de las operaciones de calidad internacional depende del compromiso de calidad que se desarrolle para cada aspecto técnico y administrativo.

La experiencia muestra que la aplicación de principios es fundamental para el establecimiento de las operaciones de calidad internacional, los cuales cumplen con el programa de ser claros, consistentes, comunicables, efectivos en costos, alicientes en operación y proporcionan ventajas competitivas a la compañía y al mercado.

## CIRCULOS DE CALIDAD.

La optimización de la calidad no se ha limitado a satisfacer a los consumidores, si no que también al proceso en cada una de las operaciones, teniendo con esto una mayor productividad dentro de la compañía. Los círculos de calidad contribuyen a tener productos y servicios de calidad adecuada a precios razonables. La importancia que tiene cada integrante de los círculos de calidad es mucha debido a que debe tener conocimiento de la participación organizada e interés en sus actividades de trabajo, porque de esta manera se tendrá una óptima calidad y una muy buena producción con lo que respecta a su área de trabajo. En los círculos de calidad, los supervisores y trabajadores aprenden a utilizar las técnicas y herramientas adecuadas (principalmente estadísticas) para analizar y resolver problemas de operación que en su área de trabajo se presentan. Las herramientas básicas para resolver los problemas derivan de la estadística, entendiéndose el control de calidad como una tarea constante que debe desarrollarse ciclicamente y que con base en hechos y datos, permite preveer, evitar y mejorar la calidad.

Existen seis herramientas estadísticas, que apoyan a los C.C también son conocidas como cuantitativas. Además de un análisis estadístico conocido como diagrama de causa y efecto. Con estas herramientas se facilita la identificación, el planteamiento y la solución de problemas, auxiliándose de herramientas cualitativas como la tormenta de ideas, la selección de problemas, etc.

Los círculos de calidad fueron concebidos en Japón, en 1961, por el Dr. Kaoru Ishikawa, entonces profesor de Ingeniería en la prestigiosa Universidad de Tokio. El Dr. Ishikawa, con el apoyo de la Unión de Científicos e Ingenieros Japoneses (JUICE) utilizó algunas teorías de los científicos del comportamiento como Maslow, Herzberg y Mc Gregor, y las relacionó con las técnicas de la calidad introducida en Japón por los Drs. Deming y Juran. El resultado fue un sistema que se llamó Círculos de Calidad.

Un Círculo de Calidad es un sistema integrado que consta de:

- Los miembros participantes.
- Los líderes del Círculo
- El facilitador (Coordinador del programa)
- El comité directivo.

La mayoría de programas de Círculo de Calidad eran orientados básicamente a los operarios en las fábricas. Con el tiempo, los programas tienden a extenderse a toda la compañía incluyendo a los empleados de oficina. En las industrias manufactureras es común encontrar también Círculos de empleados, constituido por todo tipo de personal administrativo.

La identificación de un problema puede provenir de personal que conozca la problemática como pudieran ser los miembros del círculo, jefes o gerentes, personal o expertos técnicos. (Típicamente identifican algunos problemas con bastante precisión)

La selección del problema es prerrogativa del Círculo. El análisis del problema, es realizado por la asistencia de personal técnico experto, que forma parte de los Círculos de Calidad. Los miembros del círculo hacen sus recomendaciones directamente a su patrón o director general, empleando una técnica de comunicación conocida como la "Presentación a los directivos".

Las técnicas o herramientas de los círculos de calidad más comunes son:

**TORMENTA DE IDEAS.** Es la técnica para promover la creatividad de todos los participantes. Por ejemplo, Cada miembro dice una posible causa del problema. Estas ideas generan entusiasmo y originalidad. Las reglas de la tormenta de ideas no permiten la crítica o las ridicularizaciones. Todas las opiniones se reciben y anotan para ser analizadas posteriormente.

**RECOPIACION DE DATOS.** La principal función de los Círculos es resolver problemas. Usualmente, antes de empezar un análisis, se deben acumular algunos datos. Estos frecuentemente lo hacen los mismos miembros del Círculo. Por eso, debe dárseles entrenamiento para recopilar información, incluyendo el uso de muestras para asegurar precisión y ahorrar tiempo. Para ello se utilizan listas de verificación debido a que es una forma conveniente y económica de recopilar datos.

**ANALISIS DE PARETO.** Es una técnica que separa los asuntos importantes de los muchos problemas triviales. Un estudio completo se describe en una gráfica que se forma por medio de columnas ordenadas en forma decenaria. La columna más alta se refiere al problema que se va a resolver primero, porque es el más importante. Otra columna es para el porcentaje (porción del 100 % ) del total de unidades medidas en cada una de las causas. La última columna es el porcentaje acumulativo: debido a que mostraran las causas que presenten al menos el 80% del problema. La unidad de medición de porcentajes aparece como gráfica de columnas. Los porcentajes acumulados aparecen como rendimientos decrecientes sobre esta línea.

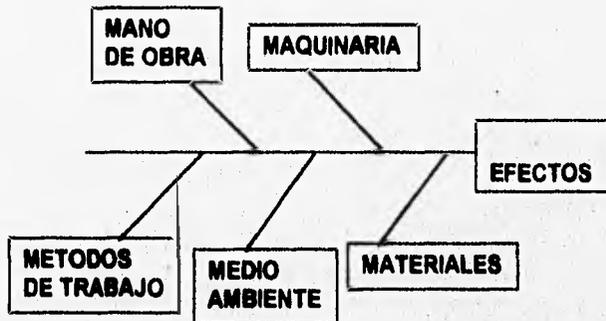
**ANALISIS DE CAUSA-EFECTO.** Es una técnica muy popular de los Círculos de Calidad, también esta técnica es conocida como "espina de pescado". Tiene sus orígenes en la filosofía budista que dice:

"Todo efecto, tuvo su causa, así como toda causa, tendrá su efecto".

Se le dice que es una espina de pescado por su apariencia, se construye con problemas seleccionados de la tormenta de ideas, al determinar las causas posibles de los mismos. con este análisis se deberá identificar la principal causa. Si se trata de prevenir los problemas lo que se va ha tratar es de no originar causas para que no se produzcan. Los problemas

que se tienen se agrupan de forma general en el diagrama 3M. para un mejor entendimiento de los problemas más específicos.

## DIAGRAMA DE LAS 5M



En la cabeza la cual es representado por un cuadro, allí se coloca el nombre del problema, posteriormente con el grupo de Círculos de Calidad se discutirá en todas las posibles causas que hayan ocasionado o estén causando este problema. Las cuatro grandes espinas generalmente están designadas así en áreas productivas: la mano de obra, materias primas, y maquinaria. Lo anterior es algo muy general de como se pueden llamar estas espinas, pero se pueden designar distintos nombres según sea el caso. El número de espinas, también puede variar según las necesidades y el caso a tratar. Se debe considerar que es una idea por turno, respetando el orden, y anotando en la hoja del rotafolio, en la espina que vaya indicando el participante hasta que se acaben todas las ideas. Cuando las causas que hayan dicho los participantes, sean más bien una "sub-causa", a la espina se le coloca una ramificación o sea una "sub-espina" y se anota esta subcausa. Si anotamos todas las ramificaciones que puede tener una causa principal, ahorraremos tiempo y evitaremos confusión. una vez realizado esto, podemos enlistar de mayor a menor, o quizá correlacionar las que tengan similitud, para poder concretar a trabajar sobre las causas principales.

Este tipo de análisis es muy útil cuando tenemos que investigar la fuente de los problemas en todo un proceso, o cuando intervienen varios departamentos en el caso. Este tipo de análisis es de mucha utilidad cuando reunidos dos o más círculos, con un problema en común en el área de trabajo y esto lleve a detectar las fuentes que lo originan. Si este fuera el caso, cada Círculo se llevaría la parte del problema que le corresponde y trataría de solucionar los problemas que ellos mismos ocasionaran.

**CARTAS DE CONTROL.** Esta técnica es de todos conocida y de gran utilidad, sobre todo porque comunica visualmente y su impacto es mucho más eficiente que el de los números solamente enlistados. Para que el Círculo tome decisiones, comunique sus datos o realice una presentación a la gerencia, las gráficas en todas sus formas son muy descriptivas. A continuación se presentaran con las que comúnmente se trabaja

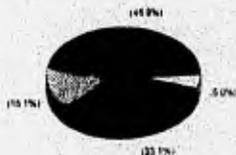
**GRAFICA LINEAL.** En la columna vertical se anotan las cantidades de la característica analizada y el eje horizontal los tipos de fuente. Una vez vaciados los datos se unirán con una línea todos los puntos.

**GRAFICA DE BARRAS.** Al igual que la lineal, se registran los datos de las características analizadas, pero en vez de líneas son barras, facilitando el análisis si se utilizan colores.

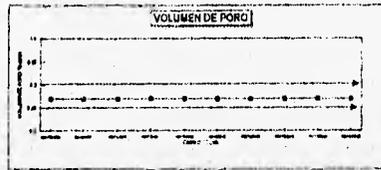


**GRAFICAS DE PASTEL.** Los datos obtenidos se totalizan y se saca el porcentaje que cada uno de ellos representa tomando el total como el 100 %. Este porcentaje se divide entre 360 que tiene el círculo. Esta gráfica es utilizada normalmente para ver las distribuciones de un total, entre los factores.

APLICACION INDUSTRIAL DE CATALIZADORES  
EN LOS PROCESOS DE PEMEX-REFINACION

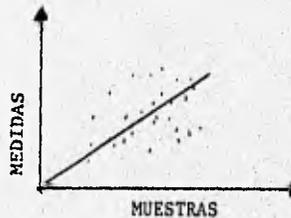


**GRAFICAS CON LIMITE DE CONTROL.** La tendencia en todo tipo de trabajo, es que exista un poco de variantes en los resultados. Por ejemplo, en un problema específico de pesos se traza una gráfica lineal con los diferentes pesos, además de dos líneas más la máxima tolerable y la mínima permisible. Mientras los valores oscilen entre estas dos últimas líneas, las cosas van bien, pero si se observa que salen de estas, indica que existe algún problema.



**GRAFICAS DE PLANEACION.** Se utilizan cuando se ha planeado observar una tendencia en algún tipo de control. Por ejemplo, La reducción de errores. En la columna vertical se colocan la cantidad de errores y en la columna horizontal el plazo, lo que se espera observar es una disminución en cantidad con respecto al tiempo. Se traza una línea conductiva para poder analizar mejor la gráfica.

**GRAFICA DE DISPERSION.** Esta técnica ayuda a analizar los problemas cuando estos tienen dos características variables relacionadas. Cuando la serie de valores graficados no siguen una línea recta, lo que se hace es trazar esta, en medio de los valores que tienden a formarla.



**HISTOGRAMAS.** Se centran en la frecuencia de ocurrencia en un orden secuencial. Es una gráfica que tiene la peculiaridad de que se usa para registrar las desviaciones de una misma característica. Cada columna en el histograma representa cierta medida. Esta técnica se usa principalmente para mantener la producción dentro del rango de las especificaciones o requerimientos de la calidad acordada.

**ESTRATIFICACION:** Significa dividir u ordenar en clases. Por lo tanto, los datos de fuentes distintas deben mantenerse separados y se retomaran para compararlas entre si. Se realiza esto, porque muchas veces el total de los problemas no nos permite encontrar la "raiz" del mismo. Después de haber detectado la variante, se recomienda hacer un análisis causa-efecto para detectar la causa del problema. La estratificación es importante en el análisis de datos para las gráficas de control y diagramas de Pareto. Separar la estratificación es sin duda una herramienta muy importante que objetivara la investigación.

## **AUDITORIAS DE CALIDAD**

En nuestros días México tiene el compromiso de elaborar artículos de la mejor calidad a fin de mantenerse en posibilidad de competir en el mercado internacional con la plena seguridad de que su producción será aceptada y los compradores continuarán adquiriendo bienes de manufactura mexicana.

Un recurso para generalizar la calidad es la Certificación ISO 9000 pues de esta manera quien obtenga un artículo de determinada compañía lo hará porque sabe que la compañía y su producto cumplirán perfectamente con los fines para los cuales fueron diseñados.

ISO son las siglas de la International Standard Organization misma que se instituyó en el año de 1946 en Ginebra Suiza y en la cual participan más de 90 países, su objetivo principal es la armonización, homologación y edición de normas, cuyo cumplimiento y aceptación derivará del criterio de los países miembros.

ISO desarrolla normas para todas las industrias con excepción de la industria eléctrica y electrónica, ya que estas normas específicas son desarrolladas por la IEC International Electrotechnical Commission. Todas las normas ISO 9000 son sometidas a una revisión cada cinco años aproximadamente, en la práctica dicha normativa ha sido revisada y publicada la nueva versión hasta el año de 1994.

Todas las normas desarrolladas por ISO son voluntarias, ya que no existe ningún requerimiento legal que obligue a los países a adoptarlas. Sin embargo, los clientes convierten el cumplimiento de la normativa en un requerimiento contractual haciendola obligatoria

La comunidad Económica Europea es un grupo formado por 12 miembros que representan más de 345 millones de consumidores, dicha comunidad ha adoptado ISO 9000 con fines de favorecer el libre comercio, ayudando a establecer un sistema uniforme tanto de certificación

y prueba de producto como un registro de sistemas de Calidad, bajo la normatividad EN29000.

En los Estados Unidos esta norma también ha tenido gran aceptación, al grado que el departamento de Defensa esta pensando seriamente en cambiar sus normas militares por la ISO 9000.

Estructura de ISO 9000, las normas son genéricas a fin de asegurar por medio de auditorías tanto internas como externas de segunda y tercera parte que se cuenta con un sistema de calidad que da cumplimiento con los requerimientos.

Las normas de la serie 9000 son cinco, la 9000, 9001, 9002, 9003 y 9004. La norma ISO 9000 describe y aclara los conceptos de Calidad y da los lineamientos necesarios para la selección y uso de las normas ISO 9001, 9002, 9003.

La norma ISO 9001 es la norma más comprensible la cual cubre el diseño, manufactura, instalación y servicio, está dividida en 20 elementos.

La norma ISO 9002 es similar a la anterior pero en esta se excluyen los elementos de Diseño y Servicio, esta dividida en 18 elementos.

La norma ISO 9003 cubre únicamente la inspección y pruebas finales, cuenta con 12 elementos y es la menos usada

La ISO 9004 es utilizada como una guía para la administración del modelo de aseguramiento de Calidad que las compañías estén desarrollando. No es auditable como las tres normas anteriores, examina cada uno de los elementos del Sistema de Calidad además incluye requerimientos para ayudar a los productores a conocer sus costos de Calidad y dicta normas de cumplimiento voluntario para garantizar la seguridad de los productos manufacturados

Cada compañía debe decidir por ella misma como cumplirá con los requerimientos e implementar su sistema. Ya que se piensa que cada compañía conoce mejor que nadie su negocio y se encuentra en la mejor posición para decidir como satisfacer los requerimientos de la norma.

Las ISO 9000 requieren un procedimiento administrativo aprobado para realizar y controlar las auditorías y las acciones de seguimiento. La empresa debe realizar auditorías en base a un plan, con el fin de verificar si las actividades relacionadas con la calidad cumplen con los acuerdos planeados y para determinar la efectividad del sistema de calidad. El programa de auditorías debe ser hecho en base al estado e importancia de las actividades a ser auditadas.

Las auditorías son un método para investigar si se están aplicando los sistemas de calidad y si son efectivos los métodos de administración de la calidad. Es necesario llevar auditorías para investigar las diferentes áreas de la Empresa por lo menos una vez al año. La pretensión

de las auditorías es la de detectar problemas de calidad y tomar acciones correctivas para eliminarlos. No tiene sentido hacer auditorías si no existe la intención de eliminar los problemas detectados. Es necesario tener un programa de auditorías en el que se incluyan las áreas o actividades a ser auditadas, sus fechas más probables, el objeto de cada auditoría y los nombres de quienes las llevarán a cabo.

Las auditorías deben ser realizadas por personal con adecuados conocimientos en aseguramiento de calidad y en las técnicas de auditorías, preferentemente calificados como auditores líderes. Es conveniente que durante la auditoría se utilicen listas de verificación que incluyan todas las actividades que deben ser investigadas, a un costado de cada actividad pueden anotarse los resultados de la investigación. El auditor líder elabora los problemas de calidad detectados. El responsable del área auditada debe tomar acciones correctivas inmediatas. Se requiere guardar los registros de auditorías y ser entregados a quienes tienen responsabilidad en el área auditada.

Con todo lo anterior podemos darnos cuenta que en nuestro país algunas compañías están completamente implantadas las normas ISO 9000, pero existe un 85 % de las Cías. en donde apenas se empieza a tener conciencia de lo que pasaría si no mejoran su calidad al enfrentarse al mercado mundial.

**CAPITULO II**  
**CARTAS DE CONTROL**

## **CARTAS DE CONTROL**

### **JUSTIFICACION DEL GRAFICO DE CONTROL.**

El gráfico de control de Shewhart es una herramienta importante en el control estadístico de calidad. A pesar de aparentar una simplicidad este gráfico es muy empleado debido a que proporciona un criterio completamente nuevo.

La fuerza de la técnica de Shewhart consiste en la capacidad para distinguir las causas atribuibles a la variación de calidad. Como consecuencia se pueden diagnosticar y corregir muchos problemas de producción, así como también reducir la cantidad de productos desechables y recuperables.

La técnica del gráfico de control permite decisiones ventajosas en lo que respecta a tolerancias técnicas y comparaciones que ayudan a determinar cual es el mejor entre varios proyectos y métodos de producción. Además permite una mayor seguridad de la calidad, aun menor costo de inspección.

El control estadístico de la calidad debe considerarse como un instrumento que puede influir en las decisiones con respecto a las funciones de las especificaciones, producción e inspección.

### **UTILES ESTADISTICOS SENCILLOS EN LAS CARTAS DE CONTROL**

Existe una gran variedad de técnicas desarrolladas por estadísticos y matemáticos.

La expresión control estadístico de calidad puede emplearse para cubrir todas las aplicaciones de las técnicas estadísticas con este propósito. Las cartas más comunes son:

1.- Gráfico de control de Shewhart de las características de calidad medible. En el lenguaje técnico es representado mediante gráficos de variables, donde se puede considerar la varianza desconocida o conocida, o de forma común con el estándar conocido o no.

2.- Gráficos de control de Shewhart de fracción defectuosa y es representado por el gráfico  $\bar{p}$ .

3.- gráfico de Shewhart del número de defectos por unidad, y es representado por el gráfico  $\bar{c}$ .

### **CARTAS DE CONTROL POR VARIABLES.**

En el lenguaje estadístico, es preciso distinguir entre variables y atributos. Cuando se registra la medida real de una característica de calidad, tal como una dimensión, se dice que la calidad esta expresada mediante variables. Cuando solo se anota el número de artículos que cumplen y el número de los que no cumplen, con estas condiciones específicas, se dice que se tiene un control por atributos.

## VENTAJAS DEL GRAFICO DE CONTROL DE SHEWHART POR VARIABLES.

Los gráficos de control de Shewhart de  $\bar{X}$  y R son herramientas indispensables para quien resuelve los problemas que se derivan de la obtención de las especificaciones de calidad.

Estos gráficos proporcionan tres tipos de información, cuyo conocimiento es indispensable para formarse un criterio y dar a conocer:

1.- El intervalo de variación en el que básicamente se evalúa la características de la calidad. Los límites de control para las cartas por variables son relativamente fáciles de calcular.

- Los valores de las medidas de tendencia central y de la dispersión de las muestras relativamente pequeñas

- En las muestras tomadas de un mismo lote se utilizan límites 3-sigma, debido a que la experiencia ha demostrado que este valor es el más útil y económico para las aplicaciones de las cartas de control, puesto que para ese valor la mayor parte de las distribuciones de frecuencias encontradas en la industria tienden a la "normalidad".

Este sistema de cartas hace muy económica la selección de muchas muestras, formada cada una por muy pocas lecturas en lugar de tener que tomar pocas muestras.

2.- En estas cartas se señalan tres límites, el limite inferior, el central y el superior. Si se consideran lecturas individuales tendríamos:

$$\begin{aligned} \text{L.I.} &= \bar{X} - 3\sigma \\ \text{L.C.} &= \bar{X} \\ \text{L.S.} &= \bar{X} + 3\sigma \end{aligned}$$

\*Los valores calculados en  $E_2$  fueron tomados del libro con referencia número (3) y se presentan en la siguiente tabla.

TAMAÑO DE LA MTRA (N)	$E_2$
2	2.659
3	1.772
4	1.457
5	1.290
6	1.184
7	1.109
8	1.054
9	1.010
10	0.975
11	0.946
12	0.921
13	0.899
14	0.881
15	0.864

### GRAFICA $\bar{X}$ -R

Esta se usa para controlar y analizar un proceso en el cual la característica de calidad del producto que se está midiendo toma valores continuos, tales como longitud, peso o concentración, y esto proporciona la mayor cantidad de información sobre el proceso.  $\bar{x}$  representa un valor promedio de un subgrupo y R representa el rango del subgrupo. Una gráfica R se usa generalmente en combinación con una gráfica  $\bar{x}$  para controlar la variación dentro de un subgrupo.

### GRAFICA $\bar{x}$ ,s.

Esta gráfica es preferida en algunas plantas porque tiene como medida de dispersión la desviación estándar en las gráficas de control y especialmente si el tamaño de muestra que utilizan es de más de 10 unidades. De lo contrario es mejor utilizar R como medida de dispersión.

### GRAFICAS DE LECTURAS INDIVIDUALES.

Estas son aplicadas en operaciones de producción con un ciclo de tiempo muy largo, y en las que una sola lectura puede representar un cambio operacional total o bien que los costos en donde la lectura unitaria es extremadamente cara o muy larga con referencia al tiempo que lleva tomar esa lectura.

La desventaja de este tipo de gráfica es que no proporciona ninguna efectividad de control comparativa como lo hace el control orientado al muestreo. El enfoque se basa en lograr lo posible con los datos disponibles.

Para obtener los valores de la tendencia central y la dispersión en el estándar no conocido, que es con frecuencia el caso del control de lecturas individuales se obtienen estimados por medio de amplitudes móviles.

Esto se logra usando:

Para el primer dato se tiene  $R_1 = |X_1 - X_2|$

para el segundo se toma el valor calculado anteriormente y el tercer dato  $R_2 = |X_2 - X_3|$

para el tercer calculo se toma el valor calculado de  $R_1$  con el cuarto dato, y así sucesivamente

Se toma el valor absoluto del resultado. El procedimiento continua con  $X$  establecida como la media de las R lecturas individuales y  $R$  como el promedio de las R.

La expresión para los límites de control es:

$$LI = \bar{X} + E_2R$$

$$LS = \bar{X} - E_2R$$

Cuando los datos de un proceso se registran durante intervalos largos o la agrupación de datos no es representativa, se gráfica cada dato individualmente y esa gráfica puede usarse

como gráfica de control. Como no hay agrupaciones, el valor R no puede calcularse, por lo que se usa el rango móvil ( $R_s$ ) de datos sucesivos para el cálculo de los límites de control de  $\bar{x}$ .

Las expresiones que se emplean para el cálculo de los límites de las cartas de control por variables de Shewhart son las siguientes:

**SIN ESTANDAR CONOCIDO.** En esta gráfica los valores de los límites de control y de la tendencia central, son calculados como parte de este análisis.

Además existen etapas que deben seguirse para establecer un control de variables sin estándar conocido, como pueden ser:

- a) Seleccionar la característica que se deba controlar.
- b) Seleccionar un número conveniente de muestras del producto y toma de datos de la característica de calidad que se va a medir.
- c) Los datos de cada muestra registrada será ordenada de acuerdo al momento que fueron seleccionados
- d) Calcular los valores de la media y de la amplitud de cada una de las muestras.
- e) Se calcularán los límites de control con los datos obtenidos con R y  $\bar{x}$  de la muestra.
- f) Determinar si existen algunos factores que requieran una acción correctiva antes de que los límites de control sean revisados para su aprobación.
- g) Determinar si los límites de control resultan económicamente satisfactorios para el proceso.

**CUADRO RESUMEN PARA EL CALCULO DE LIMITES EN LAS CARTAS DE CONTROL POR VARIABLES**

Sin estándar conocido.

CARTAS USADAS	LIMITE CENTRAL	LIMITE INFERIOR	LIMITE SUPERIOR
MEDIA	$\bar{X}$	$\bar{X} - A_2 R$	$\bar{X} + A_2 R$
RANGO	$R$	$D_3 R$	$D_4 R$
LIMITE DEL PROCESO	$\bar{X}$	$\bar{X} - E_1 R$	$\bar{X} + E_2 R$
MEDIA	$\bar{X}$	$\bar{X} - A_3 s$	$\bar{X} + A_3 s$
DESVIACION ESTÁNDAR	$s$	$B_3 s$	$B_4 s$

Referencia: GRANT E.L. Y R.S. LEAVENWOTH (1980). CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5Ed. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A.

El calculo de las mediciones de tendencia central y dispersión para las varias condiciones de la gráfica de control están auxiliadas por el uso de las siguientes constantes:  $A, A_2, A_3, B_3, B_4, B_5, B_6, D_1, D_2, D_3$  y  $D_4$  se encuentran en la tabla de factores para determinar los límites de control 3-sigma. pág. 27

Cabe señalar que en algunas expresiones con estándar conocido se utiliza el subíndice cero para diferenciarlas de las que se desconoce el estándar.

CARTAS USADAS	LIMITE CENTRAL	LIMITE INFERIOR	LIMITE SUPERIOR
MEDIA	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_0 - A\sigma_0$	$\bar{X}_0 + A\sigma_0$
RANGO	$R_0$	$D_1 \sigma_0$	$D_2 \sigma_0$
MEDIA	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_0 - A\sigma_0$	$\bar{X}_0 + A\sigma_0$
DESVIACION ESTÁNDAR	$S_0$	$B_3 \sigma_0$	$B_4 \sigma_0$

**CON ESTÁNDAR CONOCIDO ( $\sigma_0$ ).** En este tipo de gráficas la tendencia central y los valores de dispersión han sido establecidos inicialmente. Se supone que los valores estándares son tales que el proceso puede operar a estos niveles y que los datos disponibles han sido usados para determinar que existe un estado de control.

El enfoque general de las gráficas CON ESTÁNDAR CONOCIDO es el mismo que para las SIN ESTÁNDAR CONOCIDO.

Las fórmulas para la media ( $\bar{x}$ ) y la desviación estándar  $S_0$  son empleadas para calcular los límites de control de las cartas por variables. La interpretación que se les da a estos límites, es la misma para los límites del proceso o de la desviación normal. Sin embargo en una parte de la gráfica se considera la distribución de las medias en lugar de la distribución de las observaciones individuales.

En algunas plantas prefieren la desviación estándar como medida de dispersión en las cartas de control, especialmente si el tamaño de muestra que utilizan, es de más de 10 unidades.

### **GRAFICAS DE SUMA ACUMULADA (CUSUM)**

Existen procesos en donde el control efectivo requiere una mayor sensibilidad a los cambios en el proceso, particularmente cuando el proceso es continuo o consiste de un flujo de unidades. Esto se debe a que puede ocurrir abruptamente un cambio repentino, aunque continuo en el proceso. Es importante localizar este cambio y elaborar la gráfica "cusum" también conocida por suma acumulada, la cual es usada con este propósito. Las gráficas cusum normalmente se basan en la suposición de que la dispersión del proceso este bajo control. El enfoque básico en este tipo de gráfica es el localizar una media de una muestra de lecturas  $\bar{x}$ , con relación a un valor estándar  $\bar{X}_0$  mediante el acumulamiento de las desviaciones a partir de  $\bar{X}_0$ . Luego si  $\bar{X}_0$  esta realmente cerca a  $\bar{X}$ , el cusum tendra a permanecer cerca de cero; pero si es diferente el cusum se separará rápidamente de cero ya sea hacia arriba o hacia abajo.

**CAPACIDAD DEL PROCESO .-** El procedimiento general para el establecimiento de los límites de control, incluyen la determinación de las condiciones del proceso que correspondan a la manufactura de las piezas de que se trate y al desarrollo de un monograma basado en el análisis.

Un procedimiento efectivo para satisfacer este objetivo está fundado en el cálculo de la capacidad de proceso, para cada caso. Los valores de esta capacidad de proceso son equivalentes a los límites del proceso en las distribuciones de frecuencias representativas del proceso de que se trate, es decir, la cantidad de variación que generalmente se debe obtener en el proceso

El procedimiento para el cálculo de los límites de control, de acuerdo con los límites de

especificaciones, basándose en el valor de la capacidad del proceso, es el siguiente:

-Determinar los valores de la capacidad del proceso para el cual se vayan a determinar los límites de control.

-Determinación de los límites de control, partiendo del valor de la capacidad del proceso, por medio de un nomograma.

Las fórmulas siguientes se emplean en combinación con los datos del nomograma:

Límite inferior de control = límite inferior de especificación + Q

Límite superior de control = límite superior de especificación - Q

en los cuales Q = al porcentaje de la capacidad del proceso dada por el nomograma.

-Trazar estos límites de control en una hoja cuadrada, una vez que se juzgue que son económicamente aceptables.

-Emplear la gráfica para el control de la calidad de las piezas de la producción. Se selecciona periódicamente los subgrupos de muestra, calcular el valor de la media, comparar este valor con los límites de control a fin de determinar si se requiere de una acción correctiva.

**FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL 3-SIGMA DE LOS  
GRAFICOS DE  $\bar{X}$  Y R A PARTIR DE R**

Número de observaciones en el subgrupo $n$	Factor para el gráfico $\bar{X}$ $A_2$	Factores para el gráfico $R$	
		Límite control inf. $D_3$	Límite control sup. $D_4$
2	1.88	0	3.27
3	1.02	0	2.57
4	0.73	0	2.28
5	0.58	0	2.11
6	0.48	0	2.00
7	0.42	0.08	1.92
8	0.37	0.14	1.86
9	0.34	0.18	1.82
10	0.31	0.22	1.78
11	0.29	0.26	1.74
12	0.27	0.28	1.72
13	0.25	0.31	1.69
14	0.24	0.33	1.67
15	0.22	0.35	1.65
16	0.21	0.36	1.64
17	0.20	0.36	1.62
18	0.19	0.39	1.61
19	0.19	0.40	1.60
20	0.18	0.41	1.59

FUENTE: GRANT E. L. Y R.S. LEAVENWORTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.

FACTORES PARA ESTIMAR  $\sigma^2$  A PARTIR DE  $\bar{R}$  DE TABLA  $\bar{\sigma}$

Número de observaciones en el subgrupo	Factor para estimar $\sigma^2$ a partir de $R$	Factor para estimar $\sigma^2$ a partir de $e$
$n$	$d_2 = R/\sigma'$	$d_3 = e/\sigma'$
3	1.128	0.8642
4	1.693	0.7236
5	2.059	0.7379
6	2.266	0.8007
7	2.456	0.8688
8	2.574	0.9022
9	2.647	0.9027
10	2.678	0.9130
11	2.678	0.9227
12	2.656	0.9300
13	2.626	0.9359
14	2.588	0.9410
15	2.547	0.9453
16	2.502	0.9489
17	2.456	0.9518
18	2.409	0.9541
19	2.362	0.9558
20	2.315	0.9570
21	2.270	0.9576
22	2.225	0.9578
23	2.181	0.9574
24	2.138	0.9566
25	2.095	0.9554
26	2.053	0.9538
27	2.012	0.9518
28	1.972	0.9494
29	1.933	0.9466
30	1.895	0.9434
35	1.815	0.9353
40	1.735	0.9274
45	1.655	0.9200
50	1.575	0.9130
55	1.495	0.9064
60	1.415	0.9002
65	1.335	0.8944
70	1.255	0.8890
75	1.175	0.8840
80	1.095	0.8792
85	1.015	0.8746
90	0.935	0.8702
95	0.855	0.8660
100	0.775	0.8620

FUENTE: . GRANT E. LY R.S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL. S.A. DE C.V

**FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL 3-SIGMA DE LOS  
GRAFICOS X, R Y  $\sigma$  A PARTIR DE  $\sigma$**

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para el A	Factores para el gráfico R		Factores para el gráfico $\sigma$	
		Límite de control inferior D <sub>1</sub>	Límite de control superior D <sub>2</sub>	Límite de control inferior B <sub>1</sub>	Límite de control superior B <sub>2</sub>
3	2.12	0	3.86	0	1.84
3	1.73	0	4.36	0	1.86
4	1.80	0	4.70	0	1.81
4	1.34	0	4.92	0	1.76
5	1.22	0	5.08	0.03	1.71
5	1.13	0.30	5.20	0.10	1.67
6	1.06	0.39	5.31	0.17	1.64
6	1.00	0.45	5.39	0.22	1.61
7	0.98	0.49	5.47	0.26	1.58
10	0.90	0.81	5.53	0.30	1.56
12	0.87	0.88	5.56	0.33	1.54
13	0.83	1.03	5.65	0.36	1.52
14	0.80	1.12	5.69	0.38	1.51
15	0.77	1.21	5.74	0.41	1.49
16	0.75	1.28	5.78	0.43	1.48
17	0.73	1.36	5.82	0.44	1.47
18	0.71	1.42	5.85	0.46	1.45
19	0.69	1.48	5.89	0.48	1.44
20	0.67	1.54	5.92	0.49	1.43
21	0.65			0.50	1.42
22	0.64			0.51	1.41
23	0.63			0.52	1.41
24	0.62			0.54	1.40
25	0.60			0.55	1.39
30	0.55			0.60	1.36
35	0.51			0.63	1.33
40	0.47			0.65	1.31
45	0.45			0.67	1.29
50	0.42			0.68	1.28
55	0.40			0.70	1.27
60	0.39			0.71	1.26
65	0.37			0.72	1.25
70	0.36			0.74	1.24
75	0.35			0.75	1.23
80	0.34			0.75	1.22
85	0.33			0.76	1.22
90	0.32			0.77	1.22
95	0.31			0.77	1.21
100	0.30			0.78	1.20

FUENTE: GRANT E. LY R.S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL. S.A. DE C.V.

## CARTAS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

Muchas especificaciones se establecen como atributos. Las medidas se refieren a características evaluadas de forma visual, es decir si la calidad examinada cumple con las especificaciones o no las cumple.

Además se tiene de numerosas características que se especifican sin ninguna medida de referencia, muchas otras se definen sencillamente, como variables medibles, y se inspeccionan comprobando el cumplimiento o incumplimiento de las especificaciones.

Existen diversos tipos de cartas de control como son:

- La carta  $\bar{p}$  para la fracción defectuosa que no se ajusta a las especificaciones
- La carta  $n\bar{p}$  para el número de artículos fuera de especificación.
- La carta  $\bar{c}$ , donde se controla el número de defectos por unidad
- La carta  $\bar{u}$ , donde se controla el número promedio de defectos en una muestra.

### CARTA DE CONTROL PARA PORCENTAJE DEFECTUOSO ( $\bar{p}$ )

La carta de control de la fracción defectuosa o carta  $\bar{p}$ , es la más versátil y ampliamente utilizada, puede aplicarse a características de calidad consideradas como atributos, incluyendo a las que podrían medirse como variables. Una carta  $p$  sencilla puede aplicarse a una característica de calidad consideradas como atributos, incluyendo a las que podrían medirse como variables. Una carta  $\bar{p}$  sencilla puede aplicarse a una característica de calidad, a una docena o un centenar.

La fracción defectuosa  $\bar{p}$  es la relación que existe entre el número de artículos defectuosos encontrados en una inspección y la cantidad total de artículos realmente inspeccionados.

La fracción defectuosa se expresa como fracción decimal o bien se convierte a porcentaje rechazado, para la elaboración de la carta.

En datos porcentuales la media es usada como la medida de tendencia central expresada como porcentaje. La desviación estándar es la medida de dispersión en porcentaje de muestras sucesivas.

El símbolo  $\bar{p}$  cuantificado como fracción o porcentaje, representa la proporción de unidades defectuosas encontradas en una sola muestra de  $n$  unidades. Se gráfica como un punto en una gráfica llamada  $\bar{p}$ .

Si el tamaño de la muestra  $n$  se mantiene constante, para un conjunto sucesivo de  $k$  muestras, el valor medio de  $\bar{p}$  está dado por  $\bar{\bar{p}} = \sum p/k$ . El promedio  $\bar{\bar{p}}$  normalmente se gráfica en una línea continua a través de la gráfica  $p$  y representa la proporción esperada de unidades inaceptables a ser encontradas en una muestra aleatoria de  $n$  unidades del estudio.

El tamaño de muestra varía con cada serie de muestras para las que se calcula el valor medio,  $\bar{p}$  se calcula dividiendo el número total de unidades en la serie entre el número total de defectos en la serie. Esto es:

$$\bar{p} = \frac{\sum c}{\sum n} \times 100$$

donde:

$c$  = número de defectos por muestra.

La desviación estándar de  $p$  se simboliza por  $(\sigma_p)$ . Para un tamaño constante de muestra, se calcula como sigue:

$$(\sigma_p) = \frac{\sqrt{\bar{p}(100 - \bar{p})}}{n}$$

donde:

$n$  = tamaño de la muestra

$\bar{p}$  = valor medio del porcentaje defectuoso.

Así como en las gráficas de control por variables, los límites de control representan el valor 3-sigma para  $p$ , y en este caso, para el valor  $p$  del porcentaje defectuoso.

La obtención de estos límites SIN ESTANDAR CONOCIDO son los siguientes:

$$LI = \bar{p} + 3 \sqrt{\bar{p}(100 - \bar{p})/n}$$

$$LS = \bar{p} - 3 \sqrt{\bar{p}(100 - \bar{p})/n}$$

Los límites de control de fracción defectuosa pueden calcularse con una pequeña adaptación a la fórmula anterior, nuestra expresión quedaría de la siguiente forma:

$$LI = \bar{p} + 3 \sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n}$$

$$LS = \bar{p} - 3 \sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n}$$

donde: p es el valor decimal de la fracción defectuosa media.

Los límites para el porcentaje promedio de defectos CON ESTÁNDAR CONOCIDO

$$LI = p_o + 3 \sqrt{p_o (100 - p_o)/n}$$

$$LS = p_o - 3 \sqrt{p_o (100 - p_o)/n}$$

**DONDE:**

$p_o$  = Nivel estándar "adaptado" para el porcentaje promedio de defectos con estándar conocido

Los límites para la fracción promedio de defectos con estándar conocido.

$$LI = p_o + 3 \sqrt{p_o (1 - p_o)/n}$$

$$LS = p_o - 3 \sqrt{p_o (1 - p_o)/n}$$

**DONDE:**

$p_o$  = Es el nivel decimal estándar "adaptado" para la fracción promedio de defectos con el estándar conocido

Los límites inferiores de control son cero cuando el valor calculado es negativo en las fórmulas de límites de control anteriores.

La interpretación de los límites de control es semejante, es decir cuando los valores del porcentaje defectuoso de las muestras, resulten fuera de los límites de control del porcentaje defectuoso, indicaran que se ha efectuado un cambio en el proceso.

### **CLASIFICACION DE CARTAS DE CONTROL EN PORCENTAJE**

A) Cuando el tamaño de muestra es constante. Esta se basa en la comparación de los valores del porcentaje defectuoso o de la fracción defectuosa con límites de control calculados a partir de una serie de muestras de un tamaño constante. Las muestras son seleccionadas periódicamente del proceso.

B) Cuando el tamaño de muestra es variable se emplean al efectuar una inspección 100% de las piezas o como parte de la rutina de la factoría. El tamaño de muestra en cada caso varía de periodo a otro, pero debe ser lo suficientemente pequeño de forma que las

condiciones de producción y pruebas sean uniformes. La muestra debe ser lo suficientemente grande para promediar cuando menos 0.5 defectuosos por np. Así, si p es muy pequeña, se necesitará de una mayor n.

### **CARTA DE PORCENTAJE DEFECTUOSO EN UNA INSPECCION AL 100 %**

Esta carta es empleada para el control de un armado final. La evaluación de las unidades por este procedimiento, es una inspección 100 %, en donde se examinan cada una de las piezas, y se van separando las unidades malas de las buenas. Si los tamaños de las muestras presentan una variación no mayor del 20% de acuerdo con criterio comprobado en muchas factorías durante los periodos de inspección, se logra una exactitud satisfactoria.

Los límites de control sirven como base real para establecer los índices de las pérdidas en la manufactura de las piezas y además se deben recalcular periódicamente.

Al establecer una gráfica de control en porcentaje defectuoso se toman las siguientes consideraciones:

- a) Determinar la característica que se controlar
- b) Seleccionar un número conveniente de muestras
- c) calcular el tamaño medio de muestras.
- d) Calcular el promedio de defectuosos
- e) Calcular los límites de control
- f) Determinar si los valores del porcentaje defectuoso de cada muestra están directamente relacionados con los límites de control antes de aceptar estos últimos.
- g) Determinar si resultan satisfactorios económicamente para el proceso

Los límites para el control de porcentaje defectuoso son calculados de la siguiente forma

$$LS = \frac{\text{número max. de defectos}}{\text{tamaño medio de mtra.}} \times 100$$

$$LC = \frac{\text{número promedio}}{\text{tamaño medio de mtra}} \times 100$$

$$LI = \frac{\text{número medio}}{\text{tamaño medio de mtra}} \times 100$$

### **CARTA DE CONTROL POR NUMERO DE UNIDADES DEFECTUOSAS (np).**

En algunos casos se prefiere el número de unidades defectuosas en lugar de la fracción defectuosa para propósitos de control.

Los límites de control de defectuosos (np), con un tamaño constante de muestra son:

Límites para determinar el promedio de defectos SIN ESTANDAR CONOCIDO

$$L.I = \bar{np} - 3 \sqrt{\bar{np}(1-p)}$$

$$L.S = \bar{np} + 3 \sqrt{\bar{np}(1-p)}$$

Límites de fracción media de defectos CON ESTANDAR CONOCIDO

$$L.I. = \bar{np}_0 - 3 \sqrt{\bar{np}_0(1-p_0)}$$

$$L.S = \bar{np}_0 + 3 \sqrt{\bar{np}_0(1-p_0)}$$

DONDE:

$\bar{p}$  = La fracción media de defectos

$\bar{np}$  = Número promedio de defectos.

$p_0$  = Valor estándar adaptado para la fracción de defectos donde el estándar es conocido

La interpretación, el procedimiento y la forma de cálculo de los límites de control, es semejante al de las cartas de porcentaje defectuoso o fracción defectuosa.

Las cartas de  $p_0$  son fácilmente transformadas en cartas (np), esto es multiplicando la línea central como los límites de control, por el tamaño de la muestra n.

### CARTAS DE CONTROL POR NUMERO DE DEFECTOS.

Esta carta es de escaso valor cuando la cantidad producida es muy baja en un periodo de tiempo dado o cuando se tengan productos físicamente grandes y complicados, debido a que se presentan algunos defectos en la inspección final reportando un 100% de defectos. Los límites de control se deben expresar en términos del número de defectos por unidad.

### LIMITES DE CONTROL DE CUENTA

Existen 2 tipos de cartas de conteo, y su aplicación depende de:

a) La cantidad de defectos de una clasificación dada en una sola unidad de producto de tamaño o carácter constante en inspecciones sucesivas. Esta cantidad se denomina c, y los valores de c son graficados en una carta llamada c.

Los límites de la carta c son:

SIN ESTANDAR CONOCIDO

$$LS = \bar{c} + 3 \sqrt{\bar{c}}$$

$$LI = \bar{c} - 3 \sqrt{\bar{c}}$$

donde:

c = núm. promedio de defectos para n unidades de productos.

### CON ESTANDAR CONOCIDO

$$L.S. = c_0 + 3\sqrt{c_0}$$

$$L.I. = c_0 - 3\sqrt{c_0}$$

DONDE:

$c_0$  = Valor estándar "adaptado" o para un núm. de defectos que ocurren en una unidad de producto donde el estándar es conocido

B) La cantidad promedio o el núm promedio de defectos de una clasificación dada en una muestra de  $n$  unidades de producto de carácter o tamaño constante en inspecciones sucesivas. Esta cuenta promedio se denomina  $u$ , donde  $u = c/n$  y los valores de  $u$  son graficados en la carta llamada  $u$ .

Los límites de la carta  $u$  son:

### SIN ESTANDAR DADO

$$L.S. = u + 3\sqrt{u/n}$$

$$L.I. = u - 3\sqrt{u/n}$$

DONDE:

$u = u/k$  para valores de  $u$

$n$  = Núm. cte. de unidades usadas para cada valor de  $u$

### CON ESTANDAR CONOCIDO

$$L.C. = u_0 + 3\sqrt{u_0/n}$$

$$L.S. = u_0 - 3\sqrt{u_0/n}$$

donde:  $u_0$  = valor estándar "adaptado"

Si los valores de  $u$ , se basan en valores diferentes de  $n$ , entonces:

$$u = \frac{\sum C}{\sum n} \quad \sigma_u = \sqrt{\frac{u}{n}} \quad \text{con} \quad n = \frac{\sum n}{k}$$

De lo mismo forma, n debe usarse en la formula de estándar conocido para los límites de control a menos que deban calcularse límites separados y graficados para cada muestra única de tamaño n.

### **CARTA DE DEMERITOS**

Al tratar con aparatos muy sofisticados, se puede llegar a tener una gran diversidad de defectos, pero no por ello todos los defectos tienen la misma importancia. Por lo que es necesario clasificarlos para evaluarlos como: Muy graves (a).- Cuando el producto sea inadecuado para su uso, y no se pueda reparar, además de provocar daños materiales. Graves (b).- Cuando el producto al estar en servicio genere problemas operacionales e incrementando los costos de mantenimiento. Moderadamente importantes (c).- Cuando el producto fallará, durante el servicio causando problemas menos graves que una falla de operación, teniendo una duración reducida, además de producir un aumento en los costos de mantenimiento, o bien tendrá un defecto importante en el acabado o presentación. Poco importantes (d).- Cuando el producto no fallará durante el servicio, no obstante tendrá defectos menores en el acabado de calidad del trabajo.

Cabe mencionar que cada clase de defectos es independiente y la ocurrencia de las incorformidades de cada defecto, se presenta claramente mediante una distribución de Poisson. Por lo que definiremos el número de deméritos en la unidad de inspección como:

$$D = 100 a + 50 b + 10 c + d$$

donde:

a = son defectos muy graves

b = son defectos graves

c = son defectos moderadamente importantes

d = son defectos poco importantes

Las ponderaciones o pesos de los deméritos de los tipos donde a vale 100, b vale 50, c vale 10 y d vale 1, las cuales son empleadas en la práctica. Sin embargo, se podría utilizar cualquier conjunto razonable de ponderaciones, apropiadas para un problema específico. Por ejemplo se tiene una muestra de n unidades inspeccionadas o de inspección. Entonces el número de deméritos por unidad es:

$$u = D / n$$

donde:

$D$  = es el número total de deméritos en todas las unidades inspeccionadas

$u$  = es el una combinación lineal de variables aleatorias independientes de Poisson

Se podría representar la estadística  $u$  en un diagrama de control con los parámetros siguientes:

También  $u$  es conocido como índice de calidad, la cual es de gran valor para hacer comparaciones con otros índices de calidad. Con lo anterior se pueden definir los límites de control con los parámetros siguientes para  $u$

$$LCS = \bar{u} + 3 \sigma_u$$

$$U = \bar{u}$$

$$LCS = \bar{u} - 3 \sigma_u$$

donde:

$$u = 100 u_a + 50 u_b + 10 u_c + u_d$$

y

$$\sigma_u = \frac{(100)^2 u_a + (50)^2 u_b + (10)^2 u_c + u_d}{n} \quad 1^2$$

$u_a, u_b, u_c, y u_d$  = representan el número medio de defectos de los diferentes tipos por unidad.

Los valores de  $u_a, u_b, u_c, y u_d$  se obtienen a partir del análisis de datos preliminares, obtenidos del proceso que se debe encontrar bajo control. En un sistema de dos tipos diferentes pueden ser defectos funcionales o de aspecto. Además la práctica común maneja separadamente diagramas de control para cada tipo de defectos, según sean las condiciones particulares del producto.

A continuación se presenta un cuadro resumen de las cartas de control por atributos más empleadas.

**CARTAS DE CONTROL POR ATRIBUTOS**

<b>SIN ESTANDAR CONOCIDO</b>	<b>LIMITE SUPERIOR</b>	<b>LIMITE INFERIOR</b>
Control de:		
Porcentaje defectuoso	$\bar{p} + 3 \sqrt{p(100-p)/n}$	$\bar{p} - 3 \sqrt{p(100-p)/n}$
Fracción defectuosa	$\bar{p} + 3 \sqrt{p(1-p)/n}$	$\bar{p} - 3 \sqrt{p(1-p)/n}$
Número de defectos (c)	$\bar{np} + 3 \sqrt{np(1-p)}$	$\bar{np} - 3 \sqrt{np(1-p)}$
Número de defectos (u)	$\bar{c} + 3 \sqrt{c}$	$\bar{c} - 3 \sqrt{c}$

<b>CON ESTANDAR CONOCIDO</b>	<b>LIMITE SUPERIOR</b>	<b>LIMITE INFERIOR</b>
Control de:		
Porcentaje defectuoso	$p_o + 3 \sqrt{p_o(100-p_o)/n}$	$p_o - 3 \sqrt{p_o(100-p_o)/n}$
Fracción defectuosa	$p_o + 3 \sqrt{p_o(1-p_o)/n}$	$p_o - 3 \sqrt{p_o(1-p_o)/n}$
Número de defectos	$np_o + 3 \sqrt{np_o(1-p_o)}$	$np_o - 3 \sqrt{np_o(1-p_o)}$
Control de cuenta (c)	$c_o + 3 \sqrt{c_o}$	$c_o - 3 \sqrt{c_o}$
Control de cuenta (u)	$u_o + 3 \sqrt{u_o/n}$	$u_o - 3 \sqrt{u_o/n}$

## MUESTREO DE ACEPTACION PARA ATRIBUTOS MIL-STD-105D

El AQL (Nivel de Calidad Aceptable NCA) se ideó primeramente en relación con el desarrollo del muestreo de aceptación estadístico por el Ordnance Department del Ejército de los E.U.A, posteriormente las tablas y los procedimientos fueron desarrollados en 1442, con algunos cambios y ampliaciones pasando a ser tablas del Ejército a principios de 1949. Actualmente la norma MIL-STD-105 D es el sistema de muestreo para aceptación por atributos de mayor uso en el mundo actualmente.

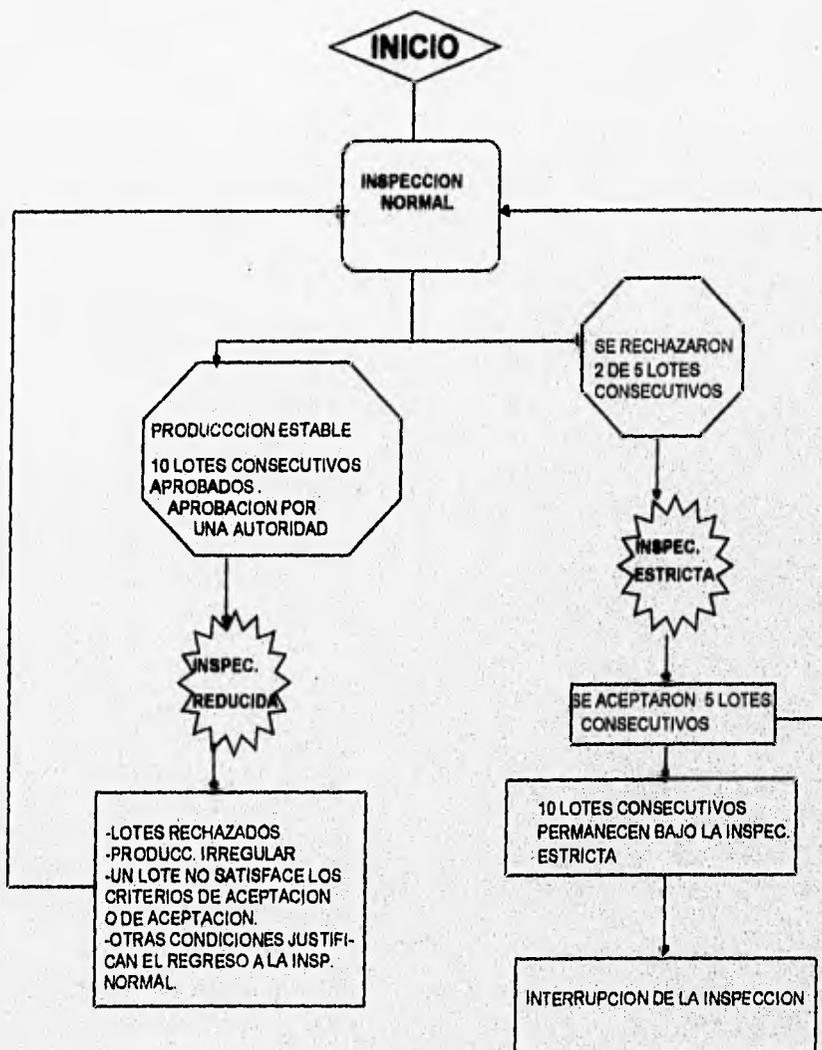
La norma MIL-STD-105D es una colección de sistemas de muestreo de aceptación por atributos. La norma tiene 3 tipos de muestreo: simple, doble y múltiple. Para cada tipo de plan de muestreo se tiene una inspección normal, una estricta y una reducida.

La inspección normal es utilizada al inicio de la actividad de inspección. En una inspección estricta se establece cuando la calidad del proveedor se ha deteriorado recientemente. Una inspección reducida se establece cuando la calidad del proveedor ha sido excepcionalmente buena recientemente. El tamaño muestral en una inspección reducida es menor que en una normal. El tamaño muestral que es empleado en la MIL-STD-105D, es determinado através del tamaño del lote y la selección de un nivel de inspección. El lote del cual se selecciona la muestra esta constituido de artículos elaborados bajo las mismas condiciones de manufactura. Existen tres niveles de inspección El nivel I, necesita la mitad del grado de inspección que el II y es aplicado cuando se necesita menos discriminación. En el nivel II, se considera normal el grado de inspección. En el nivel III se requiere casi del doble de inspección que el en nivel II, y es aplicado cuando se requiere mayor discriminación. También existen niveles de inspección especiales S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> y S<sub>4</sub>, los cuales son aplicados en muestras muy pequeñas y cuando son necesarios tamaños muestrales pequeños o pueden tolerarse grandes riesgos de muestreo.

Cuando se tiene un NCA, un nivel de inspección especificado y un tamaño muestral dado, la MIL-STD-105 D proporciona un plan de muestreo normal que hay que utilizar en tanto el proveedor produce el artículo al NCA o a uno mejor. También ofrece gran flexibilidad para poder cambiar a cualquier tipo de Inspección, cuando se necesite por cambio en la calidad del proveedor.

En el esquema siguiente se ilustran y describen los procedimientos del cambio entre las inspecciones normal, estricta y reducida.

## REGLAS PARA EL CAMBIO ENTRE LA INSPECCION NORMAL, ESTRICTA Y LA REDUCIDA; MIL STD 105D



\* De normal a estricta. Cuando esta vigente la inspección, se establece la estricta cuando dos de cinco lotes consecutivos resultan rechazados por la inspección original.

\* De estricta a normal. Cuando está vigente la inspección estricta se establecerá la inspección normal cuando cinco lotes consecutivos resultan aceptados por la inspección original.

\* De normal a reducida. Cuando está vigente la inspección normal se establecerá la inspección reducida. Al cumplirse todas las cuatro condiciones siguientes:

a) De los 10 lotes precedentes en la inspección normal, ninguno ha sido rechazado por la inspección original. b) el número total de artículos defectuosos en las muestras de los 10 lotes precedentes es igual o inferior al número aplicable. c) La producción es estable, es decir, no se ha presentado últimamente dificultades, como averías de máquinas, escasez de material u otros problemas. d) La autoridad responsable del muestreo considera conveniente la inspección reducida.

\* De reducida a normal.- Cuando está vigente la inspección reducida, se establecerá la inspección normal cuando se cumple cualquiera de las cuatro condiciones siguientes:

a) Se rechaza un lote. b) Cuando termina el procedimiento de muestreo sin satisfacer el criterio de aceptación o de rechazo, se admite el lote pero se vuelve a la inspección normal con el lote siguiente. c) La producción es irregular o se retrasa. d) Otras condiciones justifican el regreso a la inspección normal.

\* Interrupción de la inspección. En el caso de que 10 lotes sucesivos permanezcan en la inspección estricta, se tendrá que dar por terminada la inspección bajo las condiciones de la MIL-STD-105, además de tomar acciones al nivel del proveedor para mejorar la calidad de los lotes suministrados.

## **PASOS A SEGUIR PARA LA PLICACION DE LA MIL-STD-105 D**

A continuación tenemos los pasos principales para la aplicación de la MIL-STD-105D.

- 1.- Elegir el NCA.
- 2.- Seleccionar el nivel de inspección
- 3.- Determinar el tamaño del lote
- 4.- Encontrar la letra código del tamaño de la muestra adecuada en las tablas.
- 5.- Determinar el tipo adecuado del plan de muestreo que se va a utilizar (simple, doble y múltiple).
- 6.- Utilizar la tabla apropiada para encontrar el tipo de plan que se utilizará.
- 7.- Determinar los planes de inspección normal y reducida correspondientes para cuando sea necesario.

El propósito de incluir las tablas es el de indicar cuando debe usarse la inspección reducida, normal o rigurosa. El criterio para la decisión se explico anteriormente. Como podemos observar esta relacionado a la magnitud del promedio estimado del proceso. Además de proporcionar los tamaños de las muestras y los valores de aceptación y de rechazo. Para poder utilizarlas es necesario conocer el NCA (AQL) y la letra de código del tamaño de la muestra.

A continuación se tienen las siguientes tablas que se utilizaran.

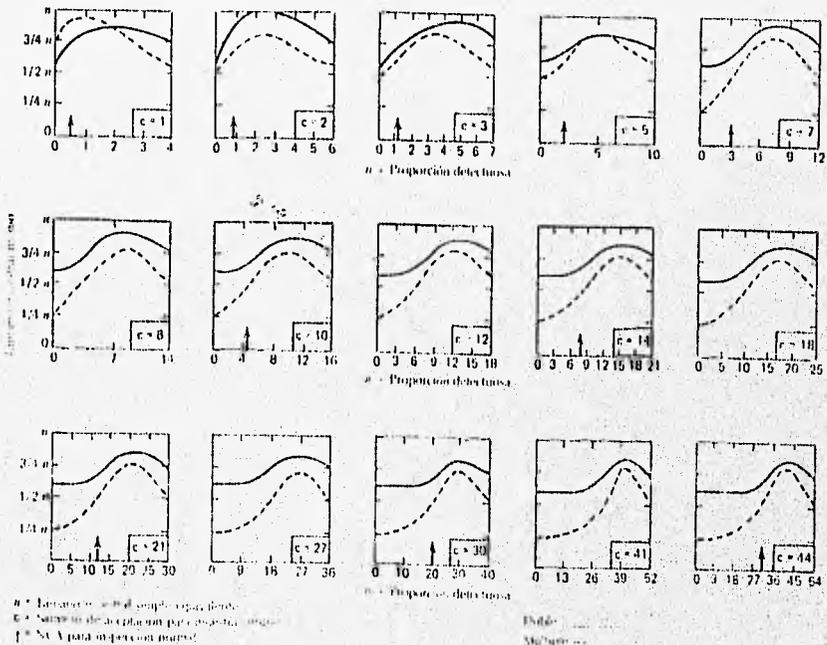
- tabla 1.- Se presentan las letras código del tamaño de la muestra para la MIL-STD-105D.
- tabla 2, 3 y 4.- Presentan los planes de muestreo simple para la inspección norma, estricta y reducida, respectivamente.
- tabla 5,6 y 7.- Aparecen los planes de muestreo doble para la inspección normal, estricta y reducida.
- tabla 7,8 y 9.- Aparecen los planes de muestreo múltiple para la inspección normal, estricta y reducida.
- tabla 10.- Presenta los números límites para la inspección reducida.
- tabla 11.- Presenta los valores de las curvas CO para la letra código del tamaño de muestra k.

La MIL-STD-105 D presenta las gráficas CO (características de Operación). Esta curva representa la probabilidad de aceptar el lote contra la fracción muestral defectuosa. Por lo tanto, la curva CO representa el poder discriminatorio del plan de muestreo. Este es, la probabilidad de que un lote con cierta fracción de artículos defectuoso sea aceptado o rechazado. Tales curvas CO para los planes de muestreo doble y múltiple correspondiente se pueden comparar aproximadamente con las curvas de planes de muestreo simple. Las curvas CO que presenta la norma son sólo para el plan de muestreo inicial. No son para el programa global de inspección, incluyendo los cambios hacia y desde la inspección estricta.

Al examinar las tablas se observará que se encuentra una flecha vertical, está tendrá que utilizar el primer plan de muestreo por arriba o por abajo de la flecha. Cuando esto suceda, la letra de código del tamaño de la muestra y el tamaño muestral cambiará. Por ejemplo, si se señala un plan de muestreo simple con Nca de 1.5 % y con letra código del tamaño de muestra F, la letra código cambiará a G, y el tamaño muestral cambiará de 20 a 32

La MIL-STD-105 D presenta las gráficas CO (características de Operación). Esta curva representa la probabilidad de aceptar el lote contra la fracción muestral defectuosa. Por lo tanto, la curva CO representa el poder discriminatorio del plan de muestreo. Este es, la probabilidad de que un lote con cierta fracción de artículos defectuoso sea aceptado o rechazado. Tales curvas CO para los planes de muestreo doble y múltiple correspondiente se pueden comparar aproximadamente con las curvas de planes de muestreo simple. Las curvas CO que presenta la norma son sólo para el plan de muestreo inicial. No son para el programa global de inspección, incluyendo los cambios hacia y desde la inspección estricta.

En las curvas del tamaño medio muestral para un muestreo doble y múltiple se supone que no se utiliza una reducción. Estas curvas se presentan en la fig. siguiente, y sirven para evaluar los tamaños muestrales medios que podrían ocurrir con varios planes de muestreo, para una calidad dada del lote a el proceso.



Curvas de tamaño muestral promedio para muestreo doble y múltiple. N.º 10-10510

La norma tiene también tablas suplementarias que dan puntos de 10 % y 5% de las curvas CO. La tabla 11 presenta estos valores para la letra código del tamaño de muestra k. Estas benefician a quienes desean controlar el riesgo de aceptación de lotes individuales, a un nivel menor que un PDTL (porcentaje defectuoso tolerable por lote) especificado. Además existe una tabla de valores LCMS (límite de la calidad media de salida) para planes de inspección normal y estricta, de manera que es posible evaluar el funcionamiento de un plan de muestreo con la inspección estricta para la aceptación individual.

La tabla 12 sirve para evaluar los tamaños muestrales medios que podrían ocurrir con varios planes de muestreo para una calidad dada del lote o del proceso. En estas curvas del tamaño muestral para un muestreo doble o múltiple se supone que no se utiliza una reducción.

En conclusión podemos decir que la norma MIL-STD-105 se basa en el NCA (nivel de calidad aceptable), y establece su atención en el extremo de la curva CO correspondiente al riesgo del fabricante. El control sobre el poder discriminatorio del plan de muestreo se ejerce a través de la elección del nivel de inspección. Los tamaños muestrales para su aplicación en la MIL-STD-105 D son: 2, 3, 5, 8, 13, 20, 32, 50, 80, 125, 315, 500, 800, 1250 y 2000, por lo que todos los tamaños muestrales no son factibles. observando existen algunos bastante significativos; por ejemplo entre 125 y 200 o entre 200 y 315.

Además de que los tamaños muestrales tienen relación con los tamaños de los lotes. No se recomienda implementar la norma sin el empleo de las reglas de cambio de la inspección normal a estricta, y de la normal a la reducida, debido a que se tendría como resultado una inspección ineficaz y un incremento en el riesgo del consumidor.

Cabe mencionar que la norma ANSI/ASQC Z1.4, es una réplica de la MIL-STD-105. Pero existen algunas diferencias entre ellas que a continuación mencionaremos.

- 1.- Se utiliza la terminología "disconformidad", " calidad disconforme" y " porcentaje de disconformes".
- 2.- Existen cambios ligeros en las reglas de cambio con el propósito de proporcionar una opción para la inspección reducida sin el uso de números límite.
- 3.- Se introdujeron varias tablas que muestran medidas del funcionamiento del esquema. Algunas de estas medidas son el LCMS y las curvas características de operación.
- 4.- Se integro una sección que describe el uso adecuado de planes de muestreo individuales, extraídos del sistema.
- 5.- Se integro un esquema que ilustra las reglas de cambio.

Estas revisiones modernizan la terminología y destacan el concepto de sistema de la norma. En la ANSI/ASQC Z1.4, se conservan todas las tablas, números y procedimientos que se utilizan en la MIL-STD-105 D.

## DETERMINACION DE LA LETRA CLAVE PARA EL TAMAÑO DE MUESTRA

Niveles de inspección especiales.- Esta tabla proporciona la relación entre el tamaño del lote y la clave que determina el tamaño de la muestra. Los niveles de inspección general se encuentran al lado derecho de la tablas y se utilizan en la mayoría de los casos. el nivel II de inspección se utilizará a menos que se especifique otra cosa. El nivel I de inspección se utiliza cuando hace falta menos discriminación y el nivel III cuando hace falta más discriminación.

Los niveles especiales S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> y S<sub>4</sub> se encuentran al lado izquierdo de la tabla y son utilizados cuando se necesitan tamaños de muestra relativamente pequeños, y pueden tolerarse riesgos de muestreo grandes. Para poder utilizar estas tablas es necesario conocer con anterioridad el NCA (AQL) y la letra de código del tamaño de la muestra, además de conocer si se va a realizar un muestreo simple, doble o múltiple, y si la inspección va a ser normal, rigurosa o reducida. El valor de AQL en las tablas se puede interpretar como porcentajes defectuosos o como número de defectos por cien unidades, según estén basados los criterios de aceptación en el número de piezas defectuosas observadas en una muestra, o en el número de defectos.

Por ejemplo:

Se tiene una especificación de AQL = 1.5 % para cierta clase de defectos y una inspección normal con un tamaño de lote de 1000 y un nivel II de inspección, la tabla indica que la letra clave, para el tamaño de la muestra es J

Para la letra J se tiene un AQL del 1.5% de donde se tiene la siguiente tabla para conocer el número de aceptación o el de rechazo.

NUMERO DE MUESTRA	TAMAÑO DE MUESTRA	TAMAÑO DE LA MUESTRA ACUMULADA	NUMERO DE ACEPTACION	NUMERO DE RECHAZO
<b>DOBLE:</b>				
PRIMERA	50	100	1	4
SEGUNDA	50	100	4	5
<b>MÚLTIPLE</b>				
PRIMERA	20	20		3
SEGUNDA	20	40	0	3
TERCERA	20	60	1	4
CUARTA	20	80	2	5
QUINTA	20	100	3	6
SEXTA	20	120	3	6
SEPTIMA	20	140	6	7

Los sistemas AQL militares han empleado una relación, un tanto empírica entre el tamaño del lote y el de la muestra. Es cierto desde luego, que una muestra es una fracción importante de su lote, y la curva CO del plan de muestreo es prácticamente independiente del tamaño del lote, sin embargo es dependiente casi por completo del tamaño de la muestra y del número de aceptación.

Las curvas CO calculadas siempre suponen muestreo al azar. El uso de muestras mayores para lotes más grandes reconoce que es difícil lograr una muestra pequeña al azar de un lote muy grande. Además, las muestras grandes con las curvas CO de mayor pendiente disciernen mejor entre lotes buenos y malos; cuanto mayor es el tamaño de lote más probabilidad existe de que la discriminación sea más importante.

En los sistemas AQL militares usan letras clave para el tamaño de la muestra, se determina dicha letra en la inspección rigurosa lo mismo que en la normal. Los criterios de aceptación para la inspección rigurosa vienen indicados en la tabla 2, 5 y 8. La relación entre los criterios, según sea la inspección, se puede dar con referencia a los planes normales para un AQL del 1%.

LETRA CLAVE	NORMAL		RIGUROSA	
	n	c	n	c
E	13	0	20	0
H	50	1	80	1
K	125	3	125	2
N	500	10	500	8

En los tres primeros casos, los criterios bajo inspección rigurosa para un AQL del 1% son los mismos de la inspección normal para la letra clave especificada, o sea 65%. En la mayoría de los casos de criterios con inspección rigurosa son idénticos a los de inspección normal para la clave AQL inmediata inferior, aunque hay bastantes excepciones.

**TABLA 1 PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO SIMPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Tamaño del lote o tamaño de la muestra	Número de la muestra	Número de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																											
			Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																											
			0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000		
13	Primera	13																												
E	Segunda	13																												
	Tercera	13																												
	Cuarta	13																												
	Quinta	13																												
	Sexta	13																												
G	Primera	15																												
	Segunda	15																												
	Tercera	15																												
	Cuarta	15																												
	Quinta	15																												
I	Primera	17																												
	Segunda	17																												
	Tercera	17																												
	Cuarta	17																												
	Quinta	17																												

- emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la flecha. (Cuando haga falta consultar la continuación de la tabla en la página siguiente.) Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.
- v — emplear el plan de muestreo inmediato superior a la flecha.
- Ac = número de aceptación.
- Re = número de rechazo.
- 1. Emplear el plan de muestreo simple correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo doble inferior).
- 2. Emplear el plan de muestreo doble correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo múltiple inferior).
- 3. No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

**TABLA 2 PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO DOBLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Nivel de calidad	Tipo de muestra	Tamaño de la muestra	Número de inspecciones	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																											
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000		
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A	Primero	2	2																												
	Segundo	2	6																												
B	Primero	3	3																												
	Segundo	3	6																												
C	Primero	5	5																												
	Segundo	5	10																												
D	Primero	8	8																												
	Segundo	8	16																												
E	Primero	12	12																												
	Segundo	12	24																												
F	Primero	20	20																												
	Segundo	20	40																												
G	Primero	32	32																												
	Segundo	32	64																												
H	Primero	50	50																												
	Segundo	50	100																												
I	Primero	80	80																												
	Segundo	80	160																												
J	Primero	125	125																												
	Segundo	125	250																												
K	Primero	200	200																												
	Segundo	200	400																												
L	Primero	315	315																												
	Segundo	315	630																												
M	Primero	500	500																												
	Segundo	500	1 000																												
N	Primero	800	800																												
	Segundo	800	1 600																												
O	Primero	1 250	1 250																												
	Segundo	1 250	2 500																												

↓ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la muestra. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del nivel, hacer un recuento al 100%.  
 ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la muestra.  
 Ac = número de aceptación.  
 Re = número de rechazo.  
 † Emplear el plan de muestreo simple correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo doble inferior).

**TABLA 3 PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO MULTIPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																											
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A	2																												
B	3																												
C	5																												
D	8																												
E	13																												
F	20																												
G	32																												
H	50																												
J	80																												
K	125																												
L	200																												
M	315																												
N	500																												
P	800																												
Q	1250																												
R	2000																												

- ↓ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la fecha. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al lote, hacer inspección al 100%.
- ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la fecha.
- Ac = número de aceptación.
- Re = número de rechazo.

**TABLA 4 PARA INSPECCION REDUCIDA (MUESTREO SIMPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Tamaño de la muestra actualizada	Muestra	Tamaño de la muestra actualizada	Número de la muestra actualizada	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																											
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000		
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	Primera	1	1																												
	Segunda	2	2																												
	Tercera	3	3																												
	Cuarta	4	4																												
	Quinta	5	5																												
B	Primera	10	10																												
	Segunda	20	20																												
	Tercera	30	30																												
	Cuarta	40	40																												
	Quinta	50	50																												
C	Primera	100	100																												
	Segunda	200	200																												
	Tercera	300	300																												
	Cuarta	400	400																												
	Quinta	500	500																												

↓ Empezar el plan de muestreo inmediato inferior a la fecha. (Cuando haga falta consultar la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.

↑ Empezar el plan de muestreo inmediato superior a la fecha.

Ac Número de aceptación.

Re número de rechazos.

1 Empezar el plan de muestreo simple correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo múltiple doble inferior).

2 Empezar el plan de muestreo doble correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo múltiple inferior).

3 No se permite la aceptación de este tamaño de muestra.

FUENTE: GRANT E. L. Y R. S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.





**TABLA 6 PARA INSPECCION REDUCIDA (MUESTREO MULTIPLE) MIL-STD-105D (NORMA ABC)**

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulada	Niveles de calidad aceptable (inspección reducida)																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1,000
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
L	Primera	30	30																										
	Segunda	30	60																										
	Tercera	30	90																										
	Cuarta	30	120																										
	Quinta	30	150																										
M	Primera	32	32																										
	Segunda	32	64																										
	Tercera	32	96																										
	Cuarta	32	128																										
	Quinta	32	160																										
N	Primera	50	50																										
	Segunda	50	100																										
	Tercera	50	150																										
	Cuarta	50	200																										
	Quinta	50	250																										
P	Primera	80	80																										
	Segunda	80	160																										
	Tercera	80	240																										
	Cuarta	80	320																										
	Quinta	80	400																										
Q	Primera	125	125																										
	Segunda	125	250																										
	Tercera	125	375																										
	Cuarta	125	500																										
	Quinta	125	625																										
R	Primera	200	200																										
	Segunda	200	400																										
	Tercera	200	600																										
	Cuarta	200	800																										
	Quinta	200	1,000																										

\* = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la flecha. (Cuando haga falta consultar la continuación de la tabla en la página siguiente.) Si el tamaño de la muestra es igual al del lote, hacer inspección al 100%.

o = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la flecha.

Ac = número de aceptación.

Re = número de rechazo.

† Si después de la última muestra se ha excedido el número de aceptación pero sin llegar al de rechazo, se acepta el lote pero se restaura la inspección normal.

‡ Emplear el plan de muestreo simple correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo múltiple inferior).

§ Emplear el plan de muestreo doble correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo múltiple inferior).

¶ No se permite la aceptación en ese tamaño de muestra.

FUENTE: GRANT E. L. Y R. S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.

**TABLA 7 PARA INSPECCION RIGUROSA (MUESTREO SIMPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000				
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re		
A	2																														
B	3																														
C	5																														
D	8																														
E	13																														
F	20																														
G	32																														
H	50																														
I	80																														
J	125																														
K	200																														
L	315																														
M	500																														
N	700																														
O	1 000																														
P	1 250																														
Q	2 000																														
R	3 150																														
S	5 000																														

- ▼ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la fecha. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.
- ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la fecha.
- Ac = número de aceptación.
- Re = número de rechazo.

FUENTE: GRANT E. L. Y R. S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.

**TABLA 8 PARA INSPECCION RIGUROS A (MUESTREO DOBLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Muestra	Tamaño de la muestra	Número de unidades	Número de unidades aceptables (MUESTREO DOBLE)																												
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
A	Primeros	2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
B	Primeros	3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
C	Primeros	5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
D	Primeros	8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
E	Primeros	13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
F	Primeros	20	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
G	Primeros	32	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
H	Primeros	50	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
I	Primeros	80	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
J	Primeros	125	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
K	Primeros	200	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
L	Primeros	315	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
M	Primeros	500	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
N	Primeros	800	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
O	Primeros	1250	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
P	Primeros	2000	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

↓ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.  
 ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la flecha.  
 Ac = número de aceptación.  
 Re = número de rechazo.  
 † Emplear el plan de muestreo simple correspondiente (o bien, cuando se pueda, el plan de muestreo doble inferior).

FUENTE: GRANT E. I. Y R.S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.

**TABLA 9 PARA INSPECCION RIGUROSA (MUESTREO MULTIPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Letra clave del tamaño	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) †																											
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.063	0.10	0.15	0.25	0.40	0.63	1.0	1.5	2.5	4.0	6.3	10	15	25	40	63	100	150	250	400	630	1000		
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
A	2																												
B	3																												
C	5																												
D	8																												
E	13																												
F	20																												
G	32																												
H	50																												
I	80																												
J	125																												
K	200																												
L	315																												
M	500																												
N	800																												
P	1250																												
Q	2000																												
R	3150																												

↓ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.  
 ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la flecha.  
 Ac = número de aceptación.  
 Re = número de rechazo.  
 † Si se ha excedido el número de aceptación pero sin llegar al de rechazo, aceptar el lote pero reinstaurar la inspección normal.

**TABLA 9 PARA INSPECCION RIGUROSA (MUESTREO MULTIPLE) MIL-STD-105D  
(NORMA ABC)**

Letra clave del tamaño	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) †																											
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A	2																												
B	3																												
C	5																												
D	8																												
E	13																												
F	20																												
G	32																												
H	50																												
I	80																												
J	125																												
K	200																												
L	315																												
M	500																												
N	800																												
P	1250																												
Q	2000																												
R	3150																												

↓ = emplear el plan de muestreo inmediato inferior a la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o superior al del lote, hacer inspección al 100%.  
 ↑ = emplear el plan de muestreo inmediato superior a la flecha.  
 Ac = número de aceptación.  
 Re = número de rechazo.  
 † Si se ha excedido el número de aceptación pero sin llegar al de rechazo, aceptar el lote pero reinstaurar la inspección normal.

FUENTE: . GRANT E. L.Y R.S. LEAVENWOTH (1980) CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD. 5 ED. COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A. DE C.V.



**LETRAS DE CODIGO PARA TAMAÑO DE MUESTRAS (MIL-STD-105 D )**

Cantidad de lote	Niveles de inspección especiales				Niveles de inspección generales		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2	A	A	A	A	A	A	B
3	A	A	A	A	A	B	C
16	A	A	B	B	B	C	D
25	A	B	B	C	C	D	E
51	B	B	C	C	C	E	F
91	B	B	C	D	D	F	G
151	B	C	D	E	E	G	H
291	B	C	D	E	F	H	J
501	C	C	E	F	G	J	K
1201	C	D	E	G	H	K	L
3201	C	D	F	G	J	L	M
8001	C	D	F	H	K	M	N
32001	D	E	G	J	L	N	P
150001	D	E	G	J	M	P	Q
500001 mayores	D	E	H	K	N	Q	R

## MUESTREO DE ACEPTACION POR VARIABLES MIL-414

Generalmente el muestreo de aceptación es por atributos, sin embargo el desarrollo del conocimiento de las técnicas de control estadístico de la calidad han considerado el empleo del muestreo de aceptación por variables en la industria.

Una limitación al empleo del muestreo por variables es el hecho de aplicar por separado los criterios de aceptación a cada característica de calidad, y cuando esto sucede el muestreo por variables es inaplicable. Esto ocasiona el aumento del costo de la inspección de aceptación. A pesar de las limitaciones que tiene, el muestreo de aceptación por variable es a menudo preferible al de atributos, particularmente para características de calidad que son inconvenientes.

Del muestreo de aceptación por variables se obtiene más información acerca de las características de calidad en cuestión, y esto llega a resultados favorables, como son

En un tamaño de muestra dado es posible obtener una mejor protección de la calidad contra varios posibles porcentajes de defectuosos. Se puede emplear muestras más pequeñas con variables que con atributos. El grado de conformidad, o no conformidad, al valor deseado de una característica de calidad es conocida cuando se emplean criterios por variables. Esto es siempre que haya un margen de seguridad en las características del proyecto. La información por variables proporciona una base como guía para mejorar la calidad y además reforzar el historial de calidad en las decisiones de aceptación. Los errores de medición son detectados con mayor facilidad.

Existen diversos criterios para influir sobre las decisiones de aceptación del producto considerado. Estos criterios son

La decisión depende de la distribución de frecuencias de la muestra. Esta distribución es de gran ayuda para juzgar sobre la cuestión del grado de no conformidad con las especificaciones. Además tiene la ventaja de poder descubrir corrientes de desviación respecto a la normalidad como pueden ser las distribuciones sesgadas, bimodales y con puntos de interrupción y distribuciones con desviaciones a cierta distancia de la distribución principal. Entre más grande sea la muestra, mayor es la posibilidad de reconocer distribuciones anormales en el caso de que ocurra y además de minimizar el riesgo de que una muestra tomada de una distribución normal de una indicación de no normalidad. Un ejemplo de ello es:

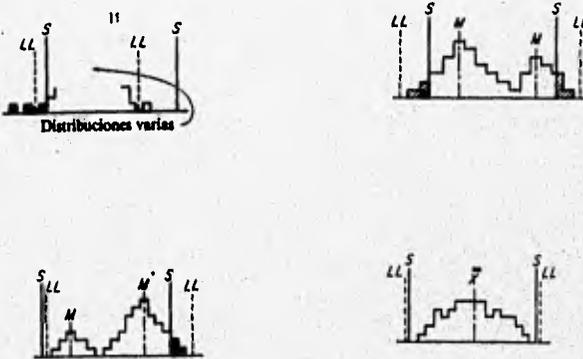
El método de Diagrama de lotes de Shainin, es el más formalizado que emplea la distribución de frecuencias en la inspección de recepción para orientar sobre la aceptación o el rechazo. Este plan también es conocido como método del diagrama de lote Hamilton Standard.

El método consiste en tomar 10 muestras aleatorias del lote, cada una de cinco artículos. Se usa después un procedimiento especializado, con el fin de construir un histograma o una distribución de frecuencias para estos resultados muestrales. Se calculan límites superior e inferior del lote a partir del histograma, utilizando un enfoque muy similar al que se empleó para encontrar los límites en un diagrama de control  $\bar{x}$ . Una vez obtenido el diagrama del lote se puede evaluar el lote.

El veredicto se basa en la comparación del diagrama del lote con 11 diferentes tipos de diagramas. Es posible aplicar los diagramas del lote tanto para características de calidad distribuidas en forma normal como no normal.

Se utilizan muchas variantes del método del diagrama del lote. El procedimiento es relativamente sencillo, y tiene como resultado una mejor calidad y menor costo de inspección. Los tamaños muestrales que se usan en este método no son suficientemente grandes para discriminar con exactitud lotes "buenos" y lotes "malos", cuando se tienen que detectar niveles muy bajos de la fracción no conforme.

A continuación se observaran algunos tipos diferentes de diagramas de lotes



En donde se usan los gráfico de control por variables es cuando se tiene una serie de lotes de inspección consecutivos que fueron agrupados en un "gran lote", para poder evaluarlos separadamente. Un lote se considera como un conjunto de artículos que esencialmente son iguales.

El promedio de la muestra se basa para poder tomar una decisión de aceptación o de rechazo de un lote. Los planes empleados para estos criterios se denominan sigma-conocida o de varabilidad-conocida.

En este plan existen especificaciones unilaterales es decir que especifican un sólo límite, ya sea el Inferior o el superior y se aplica en artículos individualmente. Para esta inspección se toma una muestra de tamaño  $n$  y la medición del valor de la característica de calidad para cada artículo de la muestra. Se promedia el valor de cada uno de los artículos para hallar la  $\bar{x}$  de la muestra. Si esta  $\bar{x}$  excede al límite Inferior de la especificación de  $k'\sigma'$  se acepta el lote, en los demás casos se desecha. El valor de  $\sigma'$  debe estimarse por experiencias anteriores de un proceso que esta bajo control estadístico. El factor  $k'$  depende de  $n$  y de la protección de calidad que se quiera. Cuando mayor sea el valor de  $n$  para un  $n$  dado, más severo será el criterio de aceptación.

Planes con sigma conocida para especificaciones unilaterales				Planes con sigma desconocida para especificaciones unilaterales		Planes con sigma conocida para especificaciones bilaterales		Plan de muestreo simple por atributos	
$n$	$k'$	$100p_{A,20}$	$100p_{A,10}$	$n$	$k$	$n$	$k''$	$n$	$c$
5	1.748	0.65	13.00	7	1.636	3	1.537	10	0
5	1.523	1.30	17.15	7	1.449	4	1.404	30	1
5	1.373	2.30	24.08	7	1.343	4	1.301	30	1
5	1.117	3.30	30.34	7	1.107	5	1.070	15	1
5	1.097	3.60	33.50	7	1.083	5	1.017	10	1
5	1.015	4.00	35.93	7	0.990	5	0.935	10	1
5	1.013	0.65	9.37	10	1.737	4	1.730	15	0
5	1.546	1.30	14.40	10	1.523	5	1.520	30	1
6	1.343	2.30	20.89	10	1.420	5	1.388	30	1
6	1.373	2.60	23.71	10	1.357	6	1.368	15	1
6	1.181	3.30	26.34	10	1.159	6	1.119	15	1
6	0.973	5.00	33.63	10	0.994	7	1.080	15	2
7	2.105	0.33	5.36	13	1.957	5	1.937	30	0
7	1.863	0.65	6.41	13	1.764	5	1.736	55	1
7	1.686	1.30	13.46	13	1.643	5	1.537	30	1
7	1.433	2.60	17.16	13	1.473	6	1.448	30	1
7	1.300	3.30	18.19	13	1.371	7	1.348	30	1
7	1.177	3.60	24.41	13	1.159	8	1.160	30	2
7	1.064	4.00	27.45	13	1.133	9	1.113	30	2

Los planes con sigma desconocida utilizan  $s$  como medida de la dispersión de la muestra. Se recordará que  $s$  es la raíz cuadrada de la estimación sin sesgo de la variancia de la población y que define así:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

El criterio de aceptación para el límite inferior es:

$$\bar{x} > \text{Inferior} + ks$$

$x < \text{Superior} + ks$

Siempre que se use un plan con sigma desconocida para especificaciones bilaterales, la incertidumbre respecto a  $\sigma'$  hace que siempre sea necesario considerar la posibilidad de porcentaje defectuoso en los dos extremos de la distribución.

Los procedimientos en relación con esos planes se exponen brevemente en la explicación de la norma MIL-STD-414

### **MIL-STD-414 (ANSI/ASQC Z1.9)**

Esta norma por variables esta ideada para proteger al fabricante haciendo relativamente pequeña la probabilidad de rechazo de un lote que tuviera un porcentaje AQL defectuoso más o menos pequeños.

Las tablas incluidas en la norma proporcionan la forma de estimar la fracción defectuosa de cada lote inspeccionado, en el supuesto de que la distribución de la variable sea normal.

Esta norma puede aplicarse a una especificación con un sólo límite (S o I) o una especificación con dos límites.

Los planes incluidos con sigma conocida, en la norma están designados como de "variabilidad conocida" y los de "variabilidad desconocida".

Para emplear la norma MIL-STD-414 hay que estipular un NCA(nivel de calidad aceptable) aplicable a la característica de calidad que se vaya a muestrear.

La norma contiene una tabla k que da la letra clave del tamaño de lote. La norma tiene cinco niveles. La decisión del nivel de inspección tiene una influencia importante en el tamaño de la muestra. Este aspecto se observa en la tabla siguiente, donde indica los tamaños de muestra según la "variabilidad desconocida- método de la desviación estándar" para tamaños de lote 181 - 300 y NCA del 2.5 %

Características operativas de algunos planes de aceptación por variables con sigma-conocida y sigma-desconocida, para especificaciones unilaterales.

k	100p <sub>k,11</sub>	100p <sub>k,11</sub>	100p <sub>k,10</sub>	n°	100p <sub>k,11</sub>	100p <sub>k,10</sub>	100p <sub>k,10</sub>	n°
	n = 20				n = 25			
0.6	16.02	27.70	38.00	17	17.04	27.64	37.64	22
0.8	11.21	21.52	32.30	15	12.05	21.45	30.07	18
1.0	7.45	16.22	26.28	14	8.13	16.15	24.99	17
1.2	4.70	11.80	20.08	12	5.21	11.78	19.75	15
1.4	2.81	8.40	14.44	10	3.17	8.33	15.30	13
1.6	1.59	5.70	12.02	9	1.83	5.70	11.60	11
1.8	0.85	3.82	9.50	8	1.00	3.78	8.01	10
2.0	0.43	2.45	7.01	7	0.82	2.42	6.25	9
2.25	0.17	1.34	4.65	6	0.31	1.32	4.06	7
2.5	0.06	0.70	2.90	5	0.08	0.68	2.55	6
3.0	0.01	0.18	1.12	4	0.01	0.15	0.90	5
	n = 30				n = 35			
0.6	17.82	27.01	30.68	26	18.45	27.58	35.94	30
0.8	12.71	21.40	30.02	23	13.24	21.57	30.39	27
1.0	8.55	16.10	24.06	20	9.08	16.06	23.36	24
1.2	5.61	11.74	18.88	18	5.94	11.70	18.28	21
1.4	3.46	8.29	14.80	16	3.70	8.26	14.81	18
1.6	2.03	5.64	10.80	13	2.20	5.64	10.37	16
1.8	1.13	3.74	8.00	12	1.24	3.72	7.56	14
2.0	0.60	2.26	5.74	10	0.66	2.27	5.57	12
2.25	0.25	1.30	3.67	9	0.28	1.29	3.39	10
2.5	0.10	0.67	2.26	8	0.11	0.66	2.06	9
3.0	0.01	0.15	0.77	6	0.01	0.15	0.68	7
	n = 40				n = 50			
0.6	18.96	27.66	35.35	34	19.78	27.53	34.46	43
0.8	12.67	21.35	28.71	31	14.26	21.31	27.24	38
1.0	8.44	16.04	22.81	27	10.00	16.00	21.96	34
1.2	5.22	11.66	17.71	23	6.04	11.64	16.95	29
1.4	3.01	8.23	13.45	20	4.24	8.20	12.75	25
1.6	2.24	5.62	9.97	18	2.58	5.59	9.37	22
1.8	1.33	3.70	7.21	15	1.49	3.68	6.71	19
2.0	0.72	2.38	5.10	14	0.82	2.34	4.80	17
2.25	0.31	1.26	3.18	12	0.37	1.27	3.00	14
2.5	0.12	0.66	1.91	10	0.15	0.65	1.70	12
3.0	0.02	0.15	0.61	8	0.02	0.14	0.82	9

Nivel de inspección	Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra, en inspección normal y rigurosa
I	B	3
II	D	5
III	F	10
IV	H	20
V	J	30

La norma establece que "a menos que se especifique de otro modo, deberá usarse el nivel IV de inspección"

AQL INSPECCION NORMAL Y REDUCIDA	AQL INSPECCION RIGUROSA	CONSTANTES EN INSPECCION NORMAL Y RIGUROSA				CONSTANTES EN INSPECCION REDUCIDA			
		FORMA 1 LIMITE DE ESPECIFICACION		FORMA 2 LIMITE SIMPLE Y DOBLE		FORMA 1 LIMITE DE ESPECIFICACION SIMPLE		FORMA 2 LIMITE SIMPLE Y DOBLE	
		n	k	n	M	n	k	n	M
0.04	0.065	20	2.69	20	0.135	15	2.53	15	0.186
0.065	0.10	20	2.58	20	0.228	15	2.42	15	0.312
0.10	0.15	20	2.47	20	0.365	10	2.24	10	0.349
0.15	0.23	20	2.36	20	0.544	7	2.00	7	0.422
0.23	0.30	20	2.24	20	0.846	7	1.88	7	1.06
0.40	0.65	20	2.11	20	1.29	7	1.75	7	2.14
0.65	1.00	20	1.96	20	2.05	7	1.62	7	3.55
1.00	1.50	20	1.82	20	2.95	7	1.50	7	5.35
1.50	2.30	20	1.69	20	4.09	7	1.33	7	8.40
2.50	4.00	20	1.51	20	6.17	7	1.15	7	12.20
1.00	6.50	20	1.33	20	8.92	7	0.955	7	17.35
6.50	10.00	20	1.12	20	12.99	7	0.755	7	23.29
10.00	15.00	20	0.91	20	18.03	7	0.536	7	30.50
15.00	---	20	0.69	20	24.53				

La tabla anterior proporciona los criterios de aceptación en una inspección normal, rigurosa y reducida para los valores del NCA de los planes basados en variabilidad desconocida, y los métodos de la desviación estándar.

La MIL-STD-414 esta dividida en 4 secciones (A,B,C,D). La sección A describe en forma general los planes de muestreo e incluye definiciones, letras código para el tamaño de la muestra y las curvas CO para varios planes de muestreo. La sección B da a conocer planes de muestreo por variables basándose en la desviación estándar de la muestra, cuando se desconozca la variabilidad del lote o del proceso. La sección C da a conocer planes de muestreo por variables basándose en el método de la amplitud muestral. La sección D tiene planes de muestreo por variables para el caso en que se conoce la desviación estándar del proceso.

Al utilizar la MIL-STD-414, se puede elegir entre los procedimientos de la desviación estándar conocida y la desviación estándar desconocida. Cuando no se tiene ninguna base para conocer  $\sigma$ , debe utilizarse el plan de la  $\sigma$  desconocida. Pero es conveniente tener una gráfica de R o S para los resultados de cada lote.

La norma MIL-STD-414 se estructuró para dar protección a la MIL-STD-105 A, posteriormente se adoptó el estándar MIL-STD-105D, esta nueva norma contenía tablas y procedimientos revisados substancialmente que tienen diferencias de protección respecto a la MIL-STD-414. En consecuencia no es posible pasar de un plan de muestreo por atributos de la MIL-STD-105D a un plan por variables de la MIL-STD-414, si se desea asegurar una protección continua para ciertos lotes y MCA.

La norma ANSI/ASQC Z1.9 es directamente compatible con la MIL-STD-105D y su contraparte civil equivalente, la ANSI/ASQC Z1.4. Cuando se publicó una versión actualizada de la norma ANSI/ASQC Z1.9, que fue la MIL-STD-414 se hicieron las siguientes revisiones:

\* Se ajustaron los intervalos de tamaños de lotes para corresponder con la MIL-STD-105 D.

\* Se ordenaron las letras códigos asignados a los diversos intervalos de los tamaños de lotes, afin de tener la misma protección que con la MIL-STD-105 D.

\* Se suprimieron los NCA de 0.04, 0.065 y 1.5 para tener un conjunto de características operativas.

Los niveles de inspección originales I, IV Y V se renombraron como S3, S4, I, II y III.

Se cambiaron las reglas de cambio originales por las de la MIL-STD-105 D, con ligeras modificaciones (normal, reducida y original).

Se volvieron a calcular y trazar las curvas características de operación, y se hicieron varios cambios editoriales al material descriptivo de la norma, a fin de concordar lo más posible con la MIL-STD-105 D. Finalmente, se incluyó un apéndice que muestra la correspondencia entre la ANSI/ASQC Z1.9, la MIL-STD-105D.

El apéndice proporcionó puntos porcentuales determinados de las curvas CO para estas normas y sus diferencias.

La ventaja de la norma ANSI/ASQC Z1.9 es que con ella es posible empezar la inspección utilizando un esquema de muestreo por atributos según la MIL-STD-105 D, o la ANSI/ASQC Z1.4, además de obtener suficiente información para usar una inspección por variables, y después cambiar al esquema por variables manteniendo la misma combinación NCA- letra código. Luego será posible volver al esquema por atributos si parece que la adopción del esquema por variables no es satisfactorio.

Además es posible aprovechar la información obtenida en una inspección coordinada por atributos y por variables, para cambiar lógicamente del muestreo para aceptación hacia el control estadístico del proceso.

Como en la ANSI/ASQC Z1.9 se considera que la característica de calidad tiene distribución normal. Se sugiere la incorporación de una prueba para la normalidad como parte de la norma. Una manera de realizar esto sería utilizar un diagrama de control de  $\bar{x}$  y  $s$  (o de  $\bar{x}$  y  $R$ ) a partir de los datos de las variables para cada lote. Después de obtener una cantidad suficiente de observaciones, se podría utilizar una prueba de normalidad. Esto puede hacerse graficando las mediciones individuales con una probabilidad normal, o realizando una de las pruebas estadísticas especializadas para la normalidad.

**CAPITULO III**

**MUESTREO DE ACEPTACION POR  
ATRIBUTOS**

## MUESTREO DE ACEPTACIÓN POR ATRIBUTOS

Existen diferentes tipos de planes de muestreo, pero cada uno tiene su área de aplicación.

Los planes publicados abarcan 3 tipos de índices de calidad: NCA, PDTL, y LCMS.

El plan NCA, proporciona una gran seguridad, cuando el tamaño de la muestra es mucho menor que el tamaño del lote, asegurando también la aceptación de lotes cuando la calidad del proceso es igual o menor que el NCA. Estos planes fueron realizados para proteger al fabricante y mantener el mínimo riesgo del vendedor. Cabe señalar que no se toma en cuenta el riesgo del comprador, por lo que es adecuado utilizar los planes que emplean como índice los valores del NCA y estudiar las curvas CO para proporcionar la protección adecuada para ambos.

La calidad media de salida (LCMS) o (AOQL) varía con la fracción defectuosa de los lotes que llegan. La curva que representa la calidad media de salida contra la calidad del lote a la llegada se denomina curva CMS para el plan de muestreo  $n = 89$ ,  $c = 2$ .

Examinando esta curva, se advierte que cuando la calidad a la llegada es muy buena, la calidad media de salida también lo es. Por el contrario, si la calidad del lote a la llegada es muy mala, se rechaza y se tamiza la mayoría de los lotes, lo que lleva a un muy buen nivel de calidad en los lotes que salen. Entre estos dos extremos, la curva CMS representa la peor calidad media posible que resultaría del programa de inspección rectificadora, y este punto se llama límite de la calidad media de salida (LCMS). Examinando la figura anterior, el LCMS parece ser aproximadamente igual a 0.0155. Es decir, sin importar lo deficiente que sea la fracción defectuosa de los artículos defectuosos. Hay que insistir que este LCMS es un nivel medio de calidad, a través de un flujo grande de lotes. No garantiza que todos los lotes tendrán una calidad igual o mejor que 1.55% de artículos defectuosos.

El LCMS de un plan de inspección rectificadora es una característica muy importante. Es posible diseñar programas de este tipo que tengan valores especificados del LCMS. Sin embargo, la especificación del LCMS no basta para determinar un plan de muestreo de manera única. Por lo tanto, es práctica relativamente común elegir el plan de muestreo que tenga un LCMS especificado, es práctica relativamente común elegir el plan de muestreo que tenga un LCMS especificado y, por añadidura que produzca una mínima ITM (inspección Total Media) para un nivel de calidad particular. Como límite de la calidad del lote suele elegirse el nivel más probable de la calidad de los lotes que llegan, denominados generalmente como promedio del proceso. El procedimiento para generar estos planes es relativamente directo y se ilustran en 1974. Normalmente, no es necesario seguir todo el procedimiento, ya que Dodge y Roming desarrollaron tablas de planes de muestreo que minimizan la ITM para un LCMS y un promedio del proceso  $p$  especificado.

También es posible diseñar un programa de inspección rectificadora que dé un nivel especificado de protección en el punto del PDTL, y que minimice la inspección total media para un promedio del proceso  $p$  dado. Las tablas de inspección por muestreo de Dodge-Roming también proporcionan estos planes del PDTL, ofreciendo una protección específica.

## PLAN DE MUESTREO DE DODGE Y ROMING

Los planes de muestreo PDTL que utilizan este índice u otros valores de calidad (CL), fueron elegidos de forma tal que el riesgo de que el comprador acepte un lote de productos con una calidad igual o peor a CL es igual o menor que un valor específico. En particular, los planes de PDTL proporcionan un 10 % de probabilidad de aceptar lotes con la calidad de PDTL indicada.

El plan de muestreo de Dodge-Roming es el más conocido de los que utilizan como índice el PDTL.

Los planes de muestreo que utilizan como índice el LCMS se han deducido para proporcionar la seguridad de que la media a largo plazo de la calidad aceptada, cribando los lotes rechazados, no será peor que el valor de LCMS.

Los planes de Dodge-Roming proporcionan las mejores tablas de que se dispone para los planes de muestreo que utilizan como índice el LCMS.

Los pasos a seguir en un procedimiento de muestreo son:

**Fijación de las normas (por el responsable de la Inspección)**

- Decidir cual será la unidad del producto.
- Clasificar las características de calidad según su importancia.
- Fijar un nivel de calidad aceptable para cada clase.
- Fijar un nivel de inspección para el producto.

**Establecimiento del procedimiento (por el supervisor de la inspección)**

- Disponer la formación de los lotes de inspección.
- Decidir que tipo de muestreo se ha de utilizar (simple, doble, múltiple)
- Elegir el plan de muestreo a partir de las tablas.

**Aplicación del procedimiento (por el inspector de fabricación)**

- Extraer unidades de muestra de cada lote sometido a inspección
- Examinar cada unidad de muestra.
- Determinar si se acepta o se rechaza el lote sometido a inspección (si se trata de un muestreo de aceptación) o si urge tomar alguna acción sobre el proceso (si se trata de un muestreo de control).

**Análisis de los resultados anteriores (por el supervisor de la inspección)**

- Mantener un registro de la experiencia adquirida sobre la aceptación de lotes y de los defectos acumulados en los sucesivos lotes.
- Determinar si hay que intensificar o reducir la inspección en los lotes futuros.

Es un efecto de la inspección detallada del producto rechazado.

La inspección por atributos esta adaptada para establecer la norma de los procedimientos de muestreo.

Para determinar si se rechaza un lote se inspecciona al 100%, también se conoce como inspección detallada o de rectificación.

Existen varios tipos de procedimientos para controlar un producto fabricado, pero el que determina cual es el que se llevara a cabo es el aspecto económico.

Los lotes aceptados contendrán aproximadamente el porcentaje defectuoso admitido, pero se mejorarán ligeramente por la eliminación de las piezas defectuosas que se encuentren en las muestras, siempre que c sea uno o más. Es de suponer que los lotes rechazados, después de la inspección al 100 %, no contendrá elementos defectuosos.

En todo plan es factible calcular el valor máximo posible del porcentaje defectuoso promedio en el producto de salida. Esta cifra máxima se conoce como limite de calidad de salida, LCMS.

TABLA DE CALIDAD MEDIA DE SALIDA AL EMPLEAR UN PLAN DE ACEPTACION RECTIFICACION

PORCENTAJE DEFECTUOSO EN LOS LOTES RECIBIDOS 100p	PROBABILIDAD DE ACEPTACION P <sub>a</sub>	PORCENTAJE DEFECTUOSO PROMEDIO EN EL PRODUCTO ACEPTADO (ACI)
0.2	0.991	0.198
0.4	0.983	0.385
0.6	0.925	0.555
0.8	0.878	0.702
1.0	0.827	0.817
1.2	0.772	0.926
1.4	0.718	1.015
1.6	0.663	1.061
1.8	0.610	1.098
2.0	0.558	1.110
2.1	0.533	1.110
2.2	0.509	1.120
2.3	0.486	1.118
2.4	0.463	1.111
2.5	0.441	1.102
3.0	0.333	1.029
3.5	0.262	0.917
4.0	0.199	0.917
4.5	0.150	0.675
5.0	0.112	0.490

Los programas de muestreo basados en valores LCMS determinados han ganado adeptos en la industria. Estos son aplicados en la inspección de un fabricante para su propio producto, tanto en la inspección de proceso como en la del producto final. Además se han utilizado en la inspección de lotes de productos comprados. Si la inspección de muestreo del comprador tiene lugar en la planta del vendedor, éste puede hacer el control unitario de los lotes rechazados y dar un certificado del trabajo efectuado. Si la inspección de muestreo tiene

lugar en cualquier otra parte. del comprador puede realizar la rectificación, cuando sea necesario y por acuerdo pagar el costo de ésta al vendedor.

Cuando se aceptan casi todos los lotes basándose en la muestra, la calidad media de salida será sólo ligeramente mejor a la calidad promedio de los lotes aceptados. Si los lotes recibidos están fuera de control estadístico, de modo que los lotes rechazados y rectificadas son generalmente mucho peores que los aceptados, esa inspección al 100 % puede suponer una mejora importante de la calidad. Si el producto sometido a la inspección está bajo control estadístico y son pocos los lotes que se rectifican, debido a que la calidad de salida no debe variar mucho de la calidad de entrada de las materias primas.

En cualquier caso, el LCMS será casi siempre considerablemente mejor que el LCMS

La inspección total mínima depende del número de lotes rechazados que se deben inspeccionar al 100 %. Esto depende del nivel de calidad del producto que se recibe.

Al analizar y evaluar varios planes de aceptación total promedio, ATI y la fracción inspeccionada promedio, AFI. Para los planes de muestreo simple, los valores ATI y AFI pueden encontrarse apartir de :

$$ATI = nPa + N(1 - Pa)$$

$$AFI = ATI / N$$

La cantidad de inspección de muestreo siempre aumenta al incrementarse n. La minimización del valor AFI se obtiene cuando hay un compromiso entre el incremento de inspección de muestreo y la disminución en el riesgo de verificación en detalle.

Cuando el comprador carga los costos de detalle al vendedor, no se puede disminuir tan fácilmente el tamaño de la muestra más que el AFI. y si se lleva acabo a la larga no será económica esta acción.

cuando se tiene un muestreo doble se tiene la siguiente expresión para ATI.

$$ATI = n_1 Pa(n_1) + (n_1 + n_2) Pa(n_2) + N(1 - Pa)$$

donde:

$Pa(n_1)$  = Probabilidad de aceptación de la primera muestra

$Pa(n_2)$  = Probabilidad de aceptación de la segunda muestra

$Pa = Pa(n_1) + Pa(n_2)$

La relación matemática entre AFI y LCMS es

$$LCMS = p(1 - AFI)$$

Y esta expresión es empleada cuando se analizan planes de muestreo muy complejos.

Al variar el valor de  $p$  de 0 a 1 para los lotes que entran a la inspección, el valor de  $Pa$  se modificará de 1 a 0 de acuerdo con la curva OC para el plan individual. Por tanto, el valor AFI variará desde un mínimo de  $n/N$  a un máximo de 1

El análisis de los valores AFI de los planes de muestreo alternos a valores específicos de  $p$ , permite el analista seleccionar al plan con el valor mínimo de AFI. Estos cálculos se utilizaron como base para especificar los planes contenidos en las tablas de Dodge-Roming.

### TABLAS DE MUESTREO DE DODGE-ROMING

Están constituidos por cuatro conjuntos de tablas diferentes que son:

- 1.- Tablas de tolerancias de lotes para muestreo simple
- 2.- Tablas de tolerancias de lotes para muestro doble
- 3.- Tablas de LCMS para muestreo doble
- 4.- Tablas de LCMS para muestreo simple

El primer y segundo conjunto de tablas se clasifican según el porcentaje de unidades defectuosas toleradas en el lote, con un riesgo del comprador constante de 0.10. Los planes disponibles van desde 0.5 hasta un 10 % de unidades defectuosas.

El tercer y cuarto conjunto de tablas son clasificadas, según el límite de calidad media de la salida (LCMS) que garantizan. Los valores de LCMS disponibles van desde un 0.1 hasta 10 %. Los planes de tolerancia de lotes ofrecen una seguridad considerable de que los lotes individuales de materiales malos se aceptarán raramente, teniendo el comprador un riesgo constante y bajo.

Los planes de LCMS hacen hincapié en el límite de mala calidad mala por largo tiempo, pero no pretenden ofrecer una seguridad uniforme de que no pasarán lotes individuales desapercibidos individualmente de mala calidad.

La tabla siguiente de Dodge-Roming es representativa para un muestreo simple basada en la tolerancia de lotes. los planes que se enumeran en esta tabla tienen el mismo riesgo (0.10) de aceptar lotes que contienen exactamente un 5% de unidades defectuosas. La tabla tiene seis columnas en cada una de las cuales se relaciona un conjunto de planes apropiado para un valor de calidad media de entrada determinada.

Por ejemplo:

Si el porcentaje medio de unidades defectuosas estimado en el proceso está comprendido entre 2.01 y 2.5 %, la última columna de la derecha de los planes que proporcionarán la inspección mínima por lote. Pero la seguridad de que se rechazará un lote con un 5% de unidades defectuosas es la misma para todas las columnas, por tanto una estimación inicial incorrecta de la media del proceso tendría poco efecto, excepto en aumentar mínimamente el número total de piezas examinadas por lote.

La selección de un plan a partir de esta tabla sólo requiere, dos informaciones:

- El tamaño del lote del cual se va a extraer la muestra.
- La calidad media predominante en el proveedor para el producto en cuestión.

La media del proceso se determinará a partir de registros anteriores, que pueden modificarse si se tiene información suplementaria que permita predecir el nivel de defectos esperados.

A continuación se sugieren reglas útiles para determinar la media del proceso:

I).- Calcular el total examinado, el total de defectos encontrados, y la fracción media de unidades defectuosas  $p$  resultante; tomadas de unos 25 lotes.

II).- Eliminar las muestras procedentes de lotes "anormales". Esto se hace descubriendo los casos en que la fracción de unidades defectuosas de las muestras sobrepasa la fracción media de unidades defectuosas  $p$  en una cantidad superior a  $3\sqrt{p(1-p)/n}$ , siendo  $n$  el tamaño de la muestra extraída del lote "anormal".

Dodge-Roming recomienda que no se eliminen estas muestras anormales, si no que se corrijan ponderándolas con  $p \pm 2 \cdot \sqrt{p(1-p)/n}$  dependiendo el signo del sentido de la anomalía.

III).- Volver a calcular  $p$  con los casos anormales eliminados (o corregidos con el método de Dodge-Roming). El nuevo valor de  $p$  se usará como media del proceso.

Se puede utilizar un plan de muestreo doble para la misma tolerancia de lote de la tabla mencionada anteriormente. Comparando los tamaños de las muestras para los planes de muestreo simple y doble se examinarán menos unidades en el muestreo doble.

Si a causa de una calidad límite, hace falta extraer con gran frecuencia una segunda muestra, el número total de piezas examinadas puede ser mayor con el muestreo doble que con el muestreo simple.

La tabla de Dodge-Roming representa los planes de muestreo doble de LCMS. A diferencia de las tablas de tolerancia de lote, en éstas los planes difieren considerablemente en lo que respecta a tolerancia de lote, pero tienen el mismo LCMS del 1%. Sin embargo se dan las tolerancias del lote correspondiente.

Los planes LCMS sólo son apropiados cuando todos los lotes rechazados se examinan al 100 %. Es precisamente este promedio de la calidad perfecta de los lotes cribados con la mala calidad de los lotes insatisfactorios ocasionalmente aceptados (debido al inevitable riesgo del comprador), el que determina la calidad media de salida y permite establecer un límite.

Un muestreo resulta antieconómico si la calidad media enviada no es considerablemente mejor que el LCMS especificado. Por esta razón, las tablas de LCMS de Dodge-Romig no incluyen planes para medias de proceso que sobrepasen el LCMS. Análogamente, no se incluyen planes de tolerancia de lotes para medias de procesos superiores a la mitad de la tolerancia de lote especificada. En realidad una inspección al 100% resulta a menudo menos costosa que el muestreo, si la calidad media de entrada es la suficientemente mala como para hacer que se rechacen el 40 % o más de los lotes enviados, puesto que se eliminan los gastos administrativos del plan de muestreo y de la doble manipulación de los lotes rechazados.

En comparación con las MIL-STD-105D los planes de Dodge-Romig no establecen ninguna distinción en cuanto al tipo de defectos, pero podría adoptarse un valor menor de LCMS o de PDTL para los defectos importantes que para los defectos secundarios o incidentales. Además Dodge-Romig no prevé directamente ninguna inspección intensa o reducida, aunque se ajuste el tamaño de la muestra a medida que varía p. Se puede efectuar una inspección más intensa adoptando unMS o un PDTL menores.

Las tablas de muestreo MIL-STD-105D se utilizarán individualmente con más frecuencia en el control de recepción, en especial cuando se trata de la aceptación final de un producto militar. En cambio las tablas de Dodge-Romig, aunque tienen una utilidad general, su aplicación más usual será para las situaciones de inspección en el interior de las fábricas.

## MUESTREO CONTINUO

En ocasiones las pruebas que se le efectúan a los productos son destructivas o costosas, por lo que normalmente se seleccionan planes de muestreo con tamaños muestrales pequeños. Generalmente estos planes tienen el número de aceptación igual a cero.

Pero los planes con números de aceptación nulos no son deseables, ya que las curvas CO son convexas en toda su longitud. Esto implica que la probabilidad de aceptar un lote disminuye muy rápidamente, cuando la fracción defectuosa del lote es mayor que cero, por lo que es injusto para el fabricante.

Por las características anteriores Dodge sugirió un procedimiento alternativo, conocido como plan de muestreo en cadena, que en ciertas circunstancias puede ser un sustituto de planes de muestreo simple con números de aceptación cero.

El procedimiento en general es:

- 1.- Para cada lote se elige una muestra de tamaño  $n$  y se observa el número de artículos defectuosos.
- 2.- Si la muestra no tiene artículos defectuosos, se acepta el lote; si tiene dos o más, se rechaza, y si en la muestra hay un artículo defectuoso, se acepta el lote siempre que no haya habido defectuosos en los  $i$  lotes precedentes.

Este plan se conoce como ChSP-1.

El muestreo en cadena consiste en cambiar la forma de la curva CO cerca del origen para que tenga una forma aceptable. Es decir, es más difícil rechazar lotes con fracciones defectuosas muy pequeñas con un plan ChSP-1 que con un muestreo normal simple.

Los planes originales son denominados ChSP-1. Emplean el muestreo simple basado en atributos, con  $n$  pequeña y  $c = 0$ . La característica sobresaliente es que el lote que se está examinando en un momento dado puede aceptarse aunque se observe una unidad defectuosa en la muestra, siempre que no se hayan descubierto otras unidades defectuosas en las muestras extraídas de los  $i$  lotes precedentes, es decir, de la cadena.

Los ChSP-1 son un subconjunto de los nuevos planes; los cuales los dividiremos en 2 etapas más adelante.

La eficiencia de los planes de muestreo en cadena dependen considerablemente de:

- 1.- la producción sea estable, como en un proceso continuo.
- 2.- Los lotes se presenten en el mismo orden en que se producen.
- 3.- El muestreo por atributos se lleva a cabo cuando la fracción de unidades defectuosas  $p$  sigue una distribución binomial.
- 4.- Se tiene un tamaño fijo para cada lote.
- 5.- Se tiene confianza en el proveedor, hasta el extremo que se espera que los lotes tengan esencialmente la misma calidad.

Los planes de muestreo en cadena son particularmente útiles cuando la inspección es costosa y los tamaños de las muestras son relativamente pequeños, pero también pueden utilizarse con muestras de mayor tamaño. Su ventaja con respecto a los planes de muestreo doble radica en que el tamaño de la muestra es fijo. La desventaja radica en que no se detecta con facilidad cambios moderados en la calidad, pero se detectan con la misma facilidad variaciones importantes en los planes de muestreo en cadena, con muestras de tamaño mucho menor, que en los planes de muestreo con el mismo NCA.

Los planes de muestreo en cadena son planes en dos etapas, que basan la aceptación en la acumulación de unidades defectuosas de cada etapa por separados y define esa aceptación mediante los parámetros e indicadores siguientes:

$n$  = tamaño de la muestra, constante para todas las muestras.

$k_1$  = número máximo de muestras para la acumulación de unidades defectuosas en la primera etapa.

$k_2$  = número máximo de muestras para la acumulación de unidades defectuosas para la segunda etapa y en el período normal que sigue esta.

$c_1$  = número de unidades defectuosas admitidas en los resultados acumulados  $k_1$  o menos muestras de la primera etapa.

$c_2$  = número de unidades defectuosas admitidas en los resultados acumulados de  $k_1 + 1$  a  $k_2$  muestras, o en las últimas  $k_2$  muestras.

$d$  = número de unidades defectuosas en una muestra

$d_i$  = número de unidades defectuosas en la  $i$ -ésima muestra

$D$  = número de unidades defectuosas acumuladas en una serie de muestras.

$D_i$  = número de unidades defectuosas acumuladas hasta la  $i$ -ésima muestra, realizando la acumulación de acuerdo con el plan.

El criterio de aceptación es un criterio de resultados acumulados (CRA). Al comenzar (aplicación inicial del plan) y al volver a iniciar, debe cumplirse el CRA para  $k_1$ . Para establecer el período normal de aceptación, debe cumplirse el CRA para  $k_2$  y el período normal continúa tal cual mientras que se cumpla el CRA, para las últimas  $k_2$  lotes. Se vuelve a comenzar siempre que no se cumpla el CRA.

A continuación se presentará el Diagrama que esquematiza las operaciones de un plan de muestreo en cadena de dos etapas publicado por Dodge y Stephens, quienes adoptaron la denominación ChSP-0.2 para designar por ejemplo, planes de muestreo con  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 2$  y  $n$ ,  $k_1$  y  $k_2$  sin especificar o como parámetros abiertos.

Un plan con  $n = 10$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 3$ ,  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 2$  sería un plan particular ChSP-0.2. Otros planes se denominarían por ejemplo ShSP-1.2, etc.

Se tiene un proyecto que consiste en examinar una muestra de  $n$  unidades extraídas de un lote, aceptar el lote, si no descubre ninguna unidad defectuosa entre las  $n$  unidades, o

aceptar el lote si se ha encontrado una unidad defectuosa en la muestra y no se descubrió ninguna defectuosa en las muestras procedentes de los  $i$  lotes anteriores

Para mejor entendimiento tenemos un ejemplo con ChSP-0.2 con  $n = 10$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 3$ ,  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$ .

Se seguirán los siguientes pasos

1.- Hacer  $i = 1$  y extraer una muestra de 10 unidades. Si  $d_1$  y  $D_1 = 0$ , aceptar el lote y hacer  $i = 2$  (casilla A y B) y continuar con la casilla D; en caso contrario rechazar el lote y volver a hacer  $i = 1$  (casilla C).

2.- Si  $i = 2$ , extraer una segunda muestra de 10 unidades del lote 2. Si  $d_2 = 0$ , lo 2, entonces  $D_2 = d_1 + d_2 = 1$  o 2; aceptar el lote (casilla E), hacer  $i = 3$  y volver a la casilla D; en el caso contrario rechazar el lote y volver a hacer  $i = 1$  (casilla F).

3.- Si  $i = 3$ , extraer una tercera muestra de 10 unidades del lote 3. Si  $D_3 = d_1 + d_2 + d_3 = 0$ , 1 o 2. Aceptar el lote (casilla E), hacer  $i = 4$  y seguir, según la casilla G, el periodo normal en caso contrario rechazar el lote y volver a empezar con  $i = 1$ . (En lo que antecede,  $d_1$  debe ser cero para seguir, según la casilla D. Si  $d_2 = 1$  y  $d_3 = 1$ , se podrá aceptar tanto el lote 2, como el lote 3.

Sin embargo, si  $d_2 = 2$  y se aceptara el lote 2, entonces  $d_3$  debe ser igual a cero para aceptar el lote 3.

4.- Si  $i = 4$ , extraer una cuarta muestra de 10 unidades del lote 4. Si  $D = d_2 + d_3 + d_4 = 0$ , 1 o 2, aceptar el lote (casilla h), hacer  $i = 5$  y continuar según casilla G; en caso contrario rechazar el lote y volver  $i = 1$ .

5.- Continuar tomando muestras de los lotes y acumular el número de unidades defectuosas correspondientes a las tres últimas muestras. Mientras esta acumulación móvil del número de unidades defectuosas halladas en las tres últimas muestras se mantenga menor o igual a 2, se acepta el lote último y se vuelve a empezar el plan

Para una producción continua se han desarrollado planes especiales. Estos planes comienzan generalmente con una inspección al 100 % hasta que se contabiliza un número determinado de unidades libres de defectos y entonces se realiza una inspección basada en muestreo hasta que se encuentra un número determinado de unidades defectuosas. Entonces se vuelve a realizar la inspección al 100 %, hasta que se contabiliza un número determinado de piezas buenas y, en ese momento se vuelve al muestreo.

Para aplicar los planes de muestreo continuo en una sola etapa, se necesitan los siguientes requisitos previos.

ESTA  
TESIS  
FUE  
SALA DE LA  
LIBRERIA

- a).- La inspección debe realizarse sobre el producto que fluye frente al puesto de inspección.
- b).- Debe ser factible una inspección rápida al 100 %.
- c).- La inspección debe ser relativamente fácil.
- d).- El producto debe ser homogéneo.

A continuación presentaremos 3 tipos de muestreo continuo CSP-1, CSP-2 y CSP-A.

Los planes CSP-1, emplean al principio la inspección al 100 %. Cuando se contabiliza i unidades sucesivas aceptables y cuando se tiene la seguridad de que el proceso está dando un producto homogéneo, se interrumpe la inspección al 100 % y se sustituye por un muestreo de una fracción de f unidades. El muestreo continúa hasta que se descubre una unidad defectuosa. Se vuelve la inspección al 100% y se repite el mismo procedimiento.

Al elegir un plan apropiado es necesario conocer la cantidad producida en un intervalo de producción y el NCA (o el LCMS).

Por ejemplo:

Supongamos que una compañía produce 400 unidades por día en una línea de producción continua.

Se desea un plan de muestreo continuo para un NCA de 2.5 %. Se utilizara un nivel de inspección II.

Se aplicaran las tablas correspondientes del plan H-107. (24.9 y 24.10.)

Consultando la tabla 9, la letra de código correspondiente a la frecuencia del muestreo F, se utiliza una inspección al 100 % hasta que se cuenten 35 unidades sucesivas carentes de defectos. Entonces se aplica un muestreo en la proporción de una unidad cada 10. Si se descubre una unidad defectuosa, se vuelve a la inspección al 100% que se continúa hasta contabilizar 35 unidades sucesivas sin defectos, y en ese momento se regresa al muestreo la tabla muestra un procedimiento para obtener un LMCS, que en este caso sería 0.09 % observando en la tabla los planes CSP-2 se elaboraron para permitir que continuara el muestro, aún cuando se encontrara una única unidad defectuosa. Se utiliza la inspección al 100% al inicio, hasta que se cuenten i unidades sucesivas libres de defectos.

Cuando se esta aplicando el muestreo, y se encuentra una unidad defectuosa, sólo se vuelve a la inspección al 100%. Si aparece una segunda unidad defectuosa en las siguientes i (o menos) unidades de las muestras examinadas.

Las tablas CSP-1 y CSP-2 tienen las mismas tasa de muestreo y los mismos valores NCA y LCMS, pero el número de i unidades aceptables sucesivas requerido para el muestre es mayor en los planes CSP-2.

Tanto los planes CSP-1 como los CSP-2 tienen prevista la interrupción de la inspección al 100% si esta se prolonga demasiado. Para cada uno de los planes se da una tabla de valores límites  $L$ , en función de la duración de la inspección al 100%. Si se sobre pasa ese valor, se puede interrumpir la inspección al 100% hasta que el proveedor identifique las causas de los productos defectuosos y corrija el proceso.

Los planes CSP-A se basan en el principio de aceptar un total de  $(a+1)$  unidades defectuosas en un periodo de inspección que suele durar un día. En el total van incluidas las unidades defectuosas descubiertas tanto en la inspección al 100%, y está permitido pasar al muestreo cuanto se contabilizan  $i$  unidades sucesivas libres de defectos antes de encontrar un total de  $(a+1)$  unidades defectuosas. Si durante la inspección de una muestra se descubre una sola unidad defectuosa, y no es la de rango  $(a+1)$  del periodo de inspección, se realiza la inspección al 100%, como al principio, pero todas las unidades defectuosas encontradas anteriormente se tienen en cuenta para el cómputo de las  $(a+1)$  unidades defectuosas durante el periodo de inspección, con independencia de que estas unidades defectuosas se hayan encontrado en una inspección al 100% o en un muestreo.

La inspección se realizara en un nuevo periodo, sólo después de asegurar que el proveedor ha puesto en práctica una acción coactiva. Los valores de  $i$  son por lo general más pequeños para los planes CSP-A que para los CSP-1; la incorporación de una regla de parada en el plan podría considerarse como una ventaja, pero la complejidad de esta aplicación con lleva a una desventaja.

## MUESTREO SECUENCIAL O ANALISIS SECUENCIAL

Existen variaciones en los planes de muestreo simple para atributos que tienen cierta utilidad. Estas variaciones incluyen los planes de muestreo doble, múltiple y secuencial.

Un plan de muestreo doble es un procedimiento en el que bajo ciertas circunstancias se necesita una segunda muestra antes de evaluar un lote. Este plan de muestreo consta de cuatro parámetros.

- $n_1$  = tamaño muestral de la primera muestra
- $c_1$  = número de aceptación de la primera muestra
- $n_2$  = tamaño muestral de la segunda muestra
- $c_2$  = número de aceptación para ambas muestras combinadas

La ventaja principal de un plan de muestreo doble con respecto al muestreo simple es que puede reducir la cantidad total de inspección requerida.

El muestreo doble tiene dos desventajas potenciales. Primero, en ciertas circunstancias puede requerir más inspección total que un plan de muestreo simple que ofrezca la misma protección, a menos que se use una reducción para la segunda muestra. Luego, a menos que doble se utilice de manera cuidadosa, es posible perder su ventaja económica potencial. La segunda desventaja del muestreo doble es más complicado administrativamente, lo que puede incrementar la posibilidad de cometer errores de inspección. Además, puede haber problemas para almacenar y manipular la materia prima o partes componentes de los que ya se obtuvo la primera muestra, pero que esperan ahora una segunda antes de que sea posible tomar una decisión final a la suerte del lote.

Un plan de muestreo múltiple es una extensión del muestreo doble en el que se pueden necesitar más de dos muestras para evaluar lote. Un ejemplo de dicho plan con cinco etapas es como sigue

TAMAÑO MUESTRAL ACUMULATIVO	NUMERO DE ACEPTACION	NUMERO DE RECHAZO
20	0	3
40	1	4
60	3	5
80	5	7
100	8	9

Este plan funciona de la manera siguiente: si al terminar cualquier etapa del muestreo el número de artículos defectuosos es menor que o igual al número de captación, se aceptará el lote. Si la unidad de artículos defectuosos, durante cualquier etapa del muestreo, es igual a, o mayor que el número de rechazó, se descartará el lote; de otra manera se tomará la siguiente muestra. Este procedimiento de muestreo múltiple continúa hasta extraer la quinta muestra, y en este momento hay que tomar una decisión sobre la suerte del lote. Normalmente se realiza una inspección al 100% de la primera muestra, aunque se pueden reducir las muestras subsecuentes.

La ventaja principal de los planes de muestreo múltiple es que las muestras requeridas en cada etapa son normalmente más pequeñas que las de un muestreo simple o doble, y así hay alguna eficiencia económica asociada al uso de este procedimiento. Sin embargo, el muestreo múltiple es mucho más complicado de administrar.

El muestreo secuencial es una extensión del muestreo doble y múltiple. En el muestreo se toma una sucesión de muestras del lote, y los resultados del proceso de muestreo se determinan por completo el número de muestras que se toman. El muestreo secuencial puede proseguir, hasta realizar una inspección al 100 %. Sin embargo en la realidad los planes de muestreo secuencial se cortan, por lo regular después de que el número de artículos inspeccionados es igual a tres veces dicho número, utilizando un plan de muestreo simple correspondiente.

Si el tamaño muestral seleccionado en cada etapa es mayor que 1, el proceso se llamará muestreo secuencial grupal.

Si el tamaño de muestra inspeccionado en cada etapa es 1, el procedimiento suele denominarse muestreo secuencial elemento por elemento.

Este último tipo de muestreo se basa en la prueba de razón de probabilidades secuenciales (PRPS), desarrollado por Wald en 1947.

El número acumulativo de defectos observados es representado en una gráfica. Para cada punto, la abscisa representa el número total de artículos seleccionados hasta ese momento, y la ordenada es el número total de defectos observados.

Si los puntos quedan entre las fronteras de las líneas de aceptación y de rechazo, hay que tomar otra muestra. En cuanto un punto cae en la línea superior o por arriba de ésta, se rechaza el lote. Cuando un punto muestral queda en la línea inferior o por debajo de ésta, se acepta el lote. Las ecuaciones de las dos líneas limitantes para valores especificados de  $p_1$ ,  $1 - \alpha$ ,  $p_2$  y  $\beta$  son:

$$\begin{aligned} X_A &= -h_1 + sn && \text{línea de aceptación} \\ X_R &= -h_2 + sn && \text{línea de rechazo} \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} h_1 &= \left[ \log \frac{1 - \alpha}{\beta} \cdot k \right] \\ h_2 &= \left[ \log \frac{1 - \beta}{\alpha} \cdot k \right] \end{aligned}$$

$$k = \log \frac{p_1 (1 - p_1)}{p_1 (1 - p_2)}$$

$$s = (\log [(1 - p_1) / (1 - p_2)]) / k$$

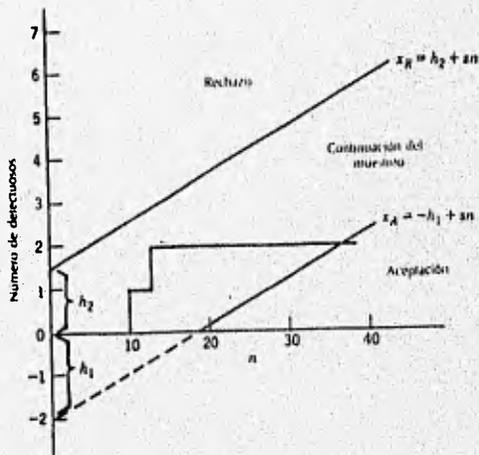
Para mayor entendimiento en la aplicación de las ecuaciones anteriores, supongamos que se requiere determinar un plan de muestreo secuencial para el cual tenemos:

$$p_1 = 0.01, \alpha = 0.05, p_2 = 0.06, \beta = 0.10.$$

Una vez elaborado los cálculos, las líneas limitantes son:

$$\begin{aligned} X_A &= -1.22 + 0.028 n && \text{aceptación} \\ X_R &= 1.57 + 0.028 n && \text{rechazo} \end{aligned}$$

En lugar de utilizar una gráfica para determinar la destino del lote, se puede representar el plan de muestreo secuencial en una tabla. A continuación presentaremos ambas figuras.



Funcionamiento gráfico del muestreo secuencial.

Las entradas de la tabla se obtienen sustituyendo los valores de  $n$  en las ecuaciones de las líneas de aceptación y de rechazo, y calculando los números respectivos.

Por otro lado, los números de aceptación y de rechazo tienen que ser enteros, de manera que el número de aceptación es el entero más cercano menor que o igual a  $X_A$ , y el número de rechazo es el entero más cercano mayor que o igual a  $X_R$ .

Por ejemplo para nuestro ejemplo con  $n = 45$ , el número de aceptación es  $\approx 0$  y el de rechazo es  $\approx 3$ .

Obsérvese que no es posible aceptar el lote sino hasta después de probar por lo menos 44 artículos. En nuestra tabla tenemos sólo los primeros 46 artículos, y para este ejemplo se cortarían la inspección después de la inspección de 267 artículos, lo que es tres veces el tamaño muestral requerido para un plan de muestreo simple equivalente.

## PLAN DE MUESTREO SECUENCIAL ELEMENTO POR ELEMENTO

Número de artículos inspeccionados, <i>n</i>	Número de aceptación	Número de rechazo	Número de inspeccionados, <i>n</i>	Número de aceptación	Número de rechazo
1	a	b	24	a	3
2	a	2	25	a	3
3	a	2	26	a	3
4	a	2	27	a	3
5	a	2	28	a	3
6	a	2	29	a	3
7	a	2	30	a	3
8	a	2	31	a	3
9	a	2	32	a	3
10	a	2	33	a	3
11	a	2	34	a	3
12	a	2	35	a	3
13	a	2	36	a	3
14	a	2	37	a	3
15	a	2	38	a	3
16	a	3	39	a	3
17	a	3	40	a	3
18	a	3	41	a	3
19	a	3	42	a	3
20	a	3	43	a	3
21	a	3	44	0	3
22	a	3	45	0	3
23	a	3	46	0	3

a Indica que no es posible la aceptación.

b Indica que no es posible el rechazo.

## DISEÑO EXPERIMENTAL.

Planear un experimento, debe ser considerado como el modelo de este, esto es reunir información acerca de la observación de algún proceso o suceso de interés. Al tener esta información se formulan hipótesis de los acontecimientos, la información seleccionada debe ser pertinente al problema que se investiga de lo contrario tendremos información que no tenga ningún valor dentro de nuestro modelo. Así que se debe tratar de tomar sólo la información necesaria para que el modelo sea ideal ya que el manejo de numerosa información incrementa los costos de operación, así como el tiempo de elaboración y a su vez la dificultad de analizar las hipótesis hechas. Es aquí a donde el experimentador juega un papel muy importante, pues la habilidad y la experiencia le ayudaran hacer una buena selección de la información, ya que el manejo inadecuado de la misma nos confundiría

El propósito de interés son los factores o variables y las identificamos como aquellas características que dentro de un proceso. En un diseño experimental se utiliza muy a menudo el termino factorial y regularmente es para hacer referencia al tipo de modelo; la otra explicación que se da a el termino factorial, es a la forma especial de las combinaciones de tratamientos. El factor se le considera como una variable independiente, si queremos encontrar que relación existe entre estos tratamientos a la manera de compararlos se le conoce como diseño de experimento.

En experimentos en los cuales existen dos o más variables se puede usar un diseño factorial este diseño nos ayuda a observar las posibles combinaciones de los valores (niveles) de los factores (variables). Los niveles nos indican hasta donde o con que profundidad se tendrán que estudiar las variables o de otra forma como el número de valores que toma cada factor en cada replica (repetición del experimento) los diseños son estructurados de tal forma que se logren todas las combinaciones posibles de los factores o variables.

A las respuestas producidas por los factores se les conoce como efectos y a la combinación de las variables, se les conoce como interacción o efecto de interacción de aquí podemos decir que las variables se les puede considerar efectos, de la misma forma, no debemos de olvidar que los niveles se dividen en cualitativos y cuantitativos.

En los niveles cuantitativos tienen significado por si mismo el valor numérico que representa no así en los cualitativos en donde sólo damos valores de apreciación subjetivamente.

El diseño experimental es una herramienta que permite hacer investigación o exploración sobre algún hecho de interés, a estos diseños se les conoce como diseños factoriales, los factores se representan por literales mayúsculas, por ejemplo, factor "A", factor "B", factor "C", etc., etc. "a" es el nivel del factor A, "b" es el nivel del factor B. Si tenemos dos factores "A" o "B" a estos dos factores se les conoce como efectos principales y a la combinación "AB" y "BA", se le conoce como efecto de interacción. Con el efecto de interacción se debe ser cuidadoso, ya que son más importantes que los efectos principales esto es por que los efectos de interacción a menudo proporcionan información valiosa, la cual puede estar por encima de cada factor principal al ser la combinación más relevante. El

**CAPITULO IV**  
**DISEÑO EXPERIMENTAL**

ejemplo más sencillo de un diseño factorial es de dos factores y dos niveles, esto se representa como  $2^2$  (dos a la dos) o bien podríamos tener un  $2^3$  (dos a la tres), esto quiere decir tres factores 2 niveles. Si todas las combinaciones son realizadas en ambos casos tendremos para:

$$\begin{aligned} 2^2 &= 2 \times 2 = 4 && \text{cuatro unidades experimentales como mínimo} \\ 2^3 &= 2 \times 2 \times 2 = 8 && \text{ocho unidades experimentales como mínimo} \end{aligned}$$

El diseño puede representarse por un modelo llamado modelo lineal estadístico como el siguiente:

$$\forall ij = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2 \dots a \\ j = 1, 2 \dots b \end{array}$$

este modelo es de un sólo factor y esta representado por:

- $\forall ij$  = como la ij-esima observación del experimento
- $\mu$  = representa el efecto medio general
- $\tau_i$  = el efecto del i-esimo nivel del factor A
- $\epsilon_{ij}$  = error experimental que se distribuye de una forma normal e independientemente con media cero y varianza  $\sigma^2$  ( $\epsilon_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ )

Este modelo de un sólo factor, puede ser de efecto fijo o de efecto aleatorio, esto se describirá posteriormente. La idea fundamental es contrastar los diferentes valores (niveles) del factor.

En el modelo de dos factores se considera un diseño con dos factores independientes sin interacción y sin replicas:

$$\forall ij = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2 \dots a \\ j = 1, 2 \dots b \end{array}$$

- $\forall ij$  = como la ij-esima observación del experimento
- $\mu$  = representa el efecto medio general
- $\beta_j$  = efecto del j-esimo nivel del factor B
- $\tau_i$  = el efecto del i-esimo nivel del único factor A
- $\epsilon_{ij}$  = error experimental que se distribuye de una forma normal e independiente con media cero y varianza  $\sigma^2$  ( $\epsilon_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ )

Como hemos mencionado anteriormente en todo diseño experimental se deben realizar 3 etapas para su desarrollo como son planeación, ejecución y evaluación. En la planeación se plantean los objetivos y las hipótesis, así como la justificación de la investigación, la profundidad, para saber hasta a donde se llegará. Además la forma de recabar información, la dosificación de las etapas y la presentación de la información final. La ejecución tiene como objetivo llevar a cabo lo planeado. Si algo no pudiera implementarse se corrige en la planeación. Por último la evaluación nos sirve para verificar si se llevan a cabo los objetivos para medir el rendimiento del diseño o si los resultados son los esperados, pero cabe señalar que la ejecución y medición están previamente establecidas en la planeación. Definir la forma de medir las observaciones es muy importante pues esta nos permite saber de que forma se cuantifican las características ya que la finalidad de un diseño es precisamente la comparación de algún factor. Esto deberá hacerse de acuerdo a un conjunto de reglas previamente establecidas después de la planeación. En la etapa de evaluación se verificarán las hipótesis de la planeación, si los resultados de la evaluación no satisfacen esto, se considerarán para una retroalimentación en el diseño, y así manejarlo sucesivamente. Nótese que aquí es muy importante que el investigador elabore un diseño para cada experimento y no tratar de ajustar el experimento a un modelo.

Estas etapas sirven para modelar el diseño y verificar que la hipótesis planteadas en las etapas sean las mismas que en la etapa de evaluación. Además todo diseño de experimento tiene tres principios básicos o dicho de otra forma que cumple con tres características como son la reproducción, el control local y aleatorización. La reproducción es la posibilidad de la repetición del experimento básico y nos proporciona una estimación del error experimental y se considera como una unidad patrón de medida que nos permite hacer diferencias o comparaciones. El error experimental se puede estimar sin necesidad de la reproducción, pero la reproducción proporciona una estimación más precisa del error experimental que se pudiera tener y nos ayuda a obtener una estimación más aproximada del efecto medio de cualquier factor mediante la consideración  $\frac{\sigma_y^2}{n}$  (varianza del error por muestreo) en donde:

$\sigma^2$  = la varianza del error experimental verdadero  
 $n$  = número de replicas

A continuación se detallaran algunos conceptos y vocabulario empleados en el diseño de experimentos.

**Aleatorización** - Sabemos que las replicas proporcionan una estimación del error experimental y que se usa para indicar el significado de las diferencias observadas, pero que cada procedimiento tiene ciertas suposiciones fundamentales que deberán de satisfacer y una de ellas es que las observaciones, están distribuidos independientemente. Los errores asociados con unidades experimentales son adyacentes en espacio tiempo tienden a correlacionarse. La aleatorización nos asegura que la correlación desaparezca como sea posible, aunque siempre quedara algo de correlación. Ninguna aleatorización puede eliminar los errores completamente. Esto quiere decir que en cualquier experimento la independencia

de errores completa y verdadera se considera como ideal. Sin embargo es lo que se busca y la aleatorización es la mejor técnica para buscarla.

**Control local.**- El control hace que el diseño experimental sea más eficiente, haciendo que cualquier prueba de significancia sea más sensitiva y además hace más eficiente los procedimientos de prueba, el control local reduce la magnitud del error experimental, sin olvidarse que la aleatorización y las replicas hacen valida una prueba de significancia.

**Agrupamiento.**- Es un conjunto de unidades experimentales lo más homogéneas posibles de modo que estos conjuntos puedan sujetarse a distintos tratamientos.

**Balaceo.**- Esta es una parte muy importante dentro de los diseños ya que rige el comportamiento de los modelos, se encarga del agrupamiento y la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales, todo esto es con el fin de tener una configuración balanceada si sólo se cumpliera con alguna de las partes antes mencionada sería un modelo parcialmente balanceado y el objetivo de los investigadores en diseños factoriales es tener modelos balanceados por sencillez y fácil manejo de variables.

**Población.**- Una población de elementos es una agrupación de observaciones, en las cuales se tiene interés en un instante particular. Esto es, un conjunto de seres, objetos o acciones con características comunes que son expuestos a tratamientos en un diseño experimental

**Variable.**- Al observar una característica se observa que adquiere valores diferentes en lo que se evalúa o analiza, por lo que se dice que esta característica es una variable. Existen diferentes tipos de variables, cualitativas o cuantitativas.

**Factor.**- Variable independiente cuyo efecto deseamos conocer o estudiar en el diseño experimental.

**Nivel del factor.**- Número de valores que toma cada factor bajo estudio en el diseño experimental.

**Efecto.**- Respuesta del sistema producido por un factor.

**Tratamiento.**- Conjunto de condiciones particulares que se aplican a una u.e. (equivale a un nivel de un factor o combinación de niveles de varios factores)

**Unidad experimental.**- (u.e) Unidad a la que se aplica uno o varios tratamientos pertenecientes a uno o más factores. La unidad puede estar formada de uno o más elementos que reciben el tratamiento.

**Error experimental.**- Es la diferencia en lo observado con dos o más u.e. tratadas idénticamente.

Interacción.- Efecto adicional como producto de la influencia combinada de dos o más factores.

### MODELO DE DOS FACTORES DE EFECTOS FIJOS

El modelo de efectos fijos se conoce como modelo de análisis de varianza, y es considerado de efectos fijos porque el experimentador fija los niveles que a él le interesan investigar o explorar. Los factores A y B en este modelo son fijos, esto es que el nivel  $i$  del factor A y el nivel  $j$  son elegidos en forma específica por el experimentador y todos los estudios que se realicen, se referirán sólo a estos niveles. El modelo de efectos fijos se puede representar mediante un modelo estadístico lineal, como el siguiente:

$$\forall ijk = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

en donde:

- $\forall ijk$  =  $ijk$ -ésima observación del experimento
- $\mu$  = efecto medio general
- $\tau_i$  = efecto del  $i$ -ésimo nivel del factor A
- $\beta_j$  = efecto del  $j$ -ésimo nivel del factor B
- $(\tau\beta)_{ij}$  = efecto de interacción entre  $i$  y  $j$  niveles
- $\varepsilon_{ijk}$  = componente del error aleatorio que se distribuye normalmente con media cero y desviación estándar  $\sigma^2$  ( $\varepsilon_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ )
- componente aleatorio.

En este modelo es usual considerar los efectos  $\tau_i$ ,  $\beta_j$  y  $(\tau\beta)_{ij}$  como desviaciones respecto a la media de tal forma que se pueden hacer las consideraciones siguientes, si dichos efectos no son relevantes en el experimento.

$$\begin{array}{llll} a & b & a & b \\ \sum_{i=1}^a \tau_i = 0 & \sum_{j=1}^b \beta_j = 0 & \sum_{i=1}^a (\tau\beta)_{ij} = 0 & \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij} = 0 \end{array}$$

La suma de cuadrados del total corregido del modelo está dado por  $SC_T = SC_A + SC_B + SC_{AB} + SC_E$  teniendo  $abn-1$  grados de libertad. El efecto principal A tiene  $(a-1)$  grados de libertad (g.l.), el efecto principal B tiene  $(b-1)$  g.l. El efecto de interacción AB tiene  $(a-1)(b-1)$  g.l. El error experimental tiene  $ab(n-1)$  g.l. A la suma de cuadrados de un factor entre sus grados de libertad se le conoce como una media cuadrática del factor correspondiente. Es importante que se tome en cuenta la esperanza de los cuadrados medios, debido a que proporciona una idea acerca de los parámetros involucrados. Si los factores

son fijos por lo que tendremos los valores esperados de las medias cuadráticas de la siguiente forma

$$E(\text{CMA}) = E(\text{CMA} / (a-1)) = \sigma^2 + bn \sum_{i=1}^a \tau^2 / (a-1)$$

$$E(\text{CMB}) = E(\text{SCB} / (b-1)) = \sigma^2 + an \sum_{j=1}^b \beta_j^2 / (b-1)$$

$$E(\text{CMAB}) = E(\text{SCAB} / ((a-1)(b-1))) = \sigma^2 + n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij}^2 / ((a-1)(b-1))$$

$$E(\text{CME}) = E(\text{SCE} / (ab(n-1))) = \sigma^2$$

donde la suma de cuadrados es la siguiente

$$\text{SCA} = \sum_{i=1}^a \frac{y_i^2}{bn} - \frac{y^2}{abn}$$

$$\text{SCB} = \sum_{j=1}^b \frac{y_j^2}{an} - \frac{y^2}{abn}$$

$$\text{SC}_{\text{subtotales}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y^2}{abn}$$

$$\text{SCT} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - y^2$$

$$\text{SCAB} = \text{SC}_{\text{subtotales}} - \text{SCA} - \text{SCB}$$

la suma de cuadrados del error se calcula de la forma siguiente

$$\text{SCE} = \text{SCT} - \text{SCAB} - \text{SCA} - \text{SCB} = \text{SCT} - \text{SC}_{\text{subtotales}}$$

Para este modelo se quiere verificar la igualdad de los efectos de interacción y de los tratamientos, primero verificaremos la hipótesis que considera la interacción.

I- interacción  $H_0: (\tau\beta)_{ij} = (\tau\beta)_{i.} = \dots = (\tau\beta)_{.j}$

Vs

H1: al menos una diferente

Para verificar la hipótesis  $H_0$  usamos  $F_0 = \frac{CM_{AB}}{CM_E}$  el cual se compara con su correspondiente valor teórico de significancia  $F_{\alpha, g.l.AB, g.l.E}$ . Si dicho valor  $F_0$  es mayor que el valor teórico se rechaza la hipótesis  $H_0$  y se dice que la docima es significativa si el valor de  $\alpha = 0.05$  y altamente significativa si el valor de  $\alpha = 0.01$ . Se considera el estadístico

$$F_0 = \frac{CM_{AB}}{CM_E}$$

para realizar la comparación de los valores esperados de las medias de cuadrados, de forma que este cociente es mayor que uno cuando el efecto correspondiente tiene significancia, es decir el  $CM_{AB}$  es mayor  $CM_E$ , la variabilidad del efecto de interacción efectúa los cambios en las observaciones y no sólo es consecuencia del error experimental.

Si esta no es significativa, es decir no existe el efecto combinado, entonces tiene sentido verificar las hipótesis principales. Las hipótesis del factor A son:

$H_0: \tau_1 = \tau_2 \dots = \tau_a$

Vs

H1: al menos una diferente.

para verificar la hipótesis  $H_0$  usamos  $F_0 = \frac{CM_A}{CM_E}$  que se compara con  $F_{\alpha, g.l.A, g.l.E}$ .

Las hipótesis del factor B

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b$

Vs

H1: al menos una diferente

para verificar la hipótesis  $H_0$  usamos  $F_0 = \frac{CM_B}{CM_E}$  que se compara con  $F_{\alpha, g.l.B, g.l.E}$ .

En el caso de que el efecto de interacción sea significativo se realiza la estimación de los parámetros de tratamientos combinados  $(\tau\beta)_{ij}$ . De igual manera si alguna de las hipótesis de

efectos principales es significativa se realizan las estimaciones de los tratamientos correspondientes  $\tau_{ij}$

Como es natural si una hipótesis es significativa implica la existencia de al menos un efecto diferente, esto quiere decir que el interés debe ser encontrar aquel o aquellos efectos diferentes, esto se realiza por medio de alguna de las dos técnicas.

- Comparaciones múltiples (Duncan Tuckey, etc.)
- Contrastes (ortogonales o Scheffé)

A partir de esto es posible señalar los intervalos de confianza respecto a los parámetros que resultaron relevantes o significativos con el propósito de modificar los niveles de los factores en experimentos futuros o posiblemente para señalar el tamaño de replicas apropiados también en futuros diseños.

### MODELO DE DOS FACTORES DE EFECTOS ALEATORIOS

Existe otro tipo de modelo factorial y este surge cuando el investigador sólo se interesa en la población de niveles del factor A y B con una característica muy particular de que los niveles se eligen al azar, a este tipo de modelo se le conoce como modelo de efectos aleatorios o modelos de componentes de varianza. El propósito de estos diseños es una práctica exploratoria en el experimento, para posteriormente señalar los niveles a los cuales se debe hacer la experimentación en un nuevo diseño.

El diseño es apropiado para casos exploratorios, así que de igual forma que en el caso del modelo de efectos fijos esto se puede representar por un modelo lineal estadístico como el siguiente:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

en donde:

- $y_{ijk}$  =  $ijk$ -ésima observación del experimento
- $\mu$  = efecto medio general
- $\tau_i$  = efecto del  $i$ -ésimo nivel del factor A ( $\tau_i \sim \text{NID}(0, \sigma^2_{\tau_i})$ )
- $\beta_j$  = efecto del  $j$ -ésimo nivel del factor B ( $\beta_j \sim \text{NID}(0, \sigma^2_{\beta_j})$ )
- $(\tau\beta)_{ij}$  = efecto de interacción entre  $a$  y  $b$  niveles ( $(\tau\beta)_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2_{(\tau\beta)_{ij}})$ )
- $\epsilon_{ijk}$  = error experimental ( $\epsilon_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ )

$\tau_i, \beta_j$  ( $\tau_{ij}$ ) todas estas variables en este modelo son aleatorias, y la varianza de cualquier observación es  $v(y_{ijk}) = \sigma^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 + \sigma^2$ .  
 $\sigma^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\tau\beta}^2$  y  $\sigma^2$  se llaman componentes de varianza.

Para determinar el estadístico asociado tenemos que las esperanzas de los cuadrados medios son

$$E(CMA) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2 + bn\sigma_\tau^2$$

$$E(CMB) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2 + an\sigma_\beta^2$$

$$E(MSAB) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2$$

$$E(MSE) = \sigma^2$$

De igual manera que en el modelo de efectos fijos las hipótesis que se verifican en el modelo son tres. La primera hipótesis que se verifica en este modelo es la correspondiente a la interacción de los efectos principales pues es la de mayor relevancia.

$$H_0: \sigma_{\tau\beta}^2 = 0 \quad \text{Vs} \quad H_a: \sigma_{\tau\beta}^2 > 0$$

Para verificar la hipótesis  $H_0$  usamos  $F_0 = \frac{CMA}{CME}$

Si esta no es significativa, es decir no existe el efecto combinado, entonces tienen sentido las hipótesis de los factores principales

La hipótesis del factor A

$$H_0: \sigma_\tau^2 = 0$$

Vs

$$H_a: \sigma_\tau^2 > 0$$

Para verificar la hipótesis usamos  $F_0 = \frac{CMA}{CMA\beta}$  que se compara con  $F_{\alpha, g, l.A, g, l.E}$ .

el cociente se deduce por medio de los valores esperados de las medias de cuadrados y por último tendremos la hipótesis

$$H_0: \sigma_\beta^2 = 0$$

Vs

$$H_a: \sigma_\beta^2 > 0$$

Para verificar la hipótesis  $H_0$  usamos  $F_0 = \frac{CM_E}{CM_{AB}}$  que se compara con  $F_{\alpha, g.L.B, g.L.E}$

el cociente se deduce de forma similar que en los casos anteriores, algo que debe notarse es que la estadística de prueba no es la misma que en los modelos fijos, pero las medias de cuadrados esperados se emplean siempre como un procedimiento para la construcción de dicho estadístico.

Las componentes de varianza pueden estimarse de la siguiente forma si el modelo es balanceado:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= CM_E \\ \hat{\sigma}_{\beta}^2 &= \frac{CM_{AB} - CM_E}{n} \\ \hat{\sigma}_{\beta}^2 &= \frac{CM_B - CM_{AB}}{an} \\ \hat{\sigma}_{\tau}^2 &= \frac{CM_A - CM_{AB}}{bn} \end{aligned}$$

## MODELO DE DOS FACTORES MIXTO

Hemos dicho anteriormente que si tenemos los factores A y B con sus niveles correspondientes, y si los niveles se eligen al azar se tiene un modelo de efectos aleatorios a si mismo cuando alguno de los factores es fijo y otro es aleatorio, se tiene un modelo mixto. Tanto en el modelo mixto como en modelos aleatorios, existe una relación entre las variables y se conoce como la covarianza, esta mide la dependencia o correlación que existe entre variables (factores)

Para un mejor entendimiento consideremos un modelo mixto como caso particular; y lo representaremos con el modelo estadístico lineal y tendremos:

$$\forall ijk = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, b \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

si consideramos que el factor A es fijo, y el factor B es aleatorio por consiguiente se configura un modelo mixto en donde:

- $y_{ijk}$  =  $ijk$ -ésima observación del experimento
- $\mu$  = efecto medio general
- $\tau_i$  = efecto del  $i$ -ésimo nivel del factor A
- $\beta_j$  = efecto del  $j$ -ésimo nivel del factor B

$(\tau\beta)_{ij}$  = efecto de interacción entre  $\tau_i$  y  $\beta_j$  niveles

$a, b, n$  = existe un total de  $abn$  observaciones porque se realiza en  $n$  replicas.

En este modelo mixto se considera  $\tau_i$  es un efecto fijo de tal forma que  $\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$  y  $\beta_j$  es un efecto aleatorio por lo tanto la interacción  $(\tau\beta)_{ij}$  también es un efecto aleatorio y  $\epsilon_{ijk}$  es un error aleatorio NID  $(0, \sigma^2)$ . Para el estudio de este modelo consideraremos que  $\beta_j \sim \text{NID}(0, \sigma_\beta^2)$  y por tal motivo el efecto de interacción  $(\tau\beta)_{ij}$  son variables aleatorias normales con media cero y varianza  $[(a-1)/a] \sigma_\beta^2$ , es decir no todos los efectos son independientes.

$$\text{COV}[(\tau\beta)_{ij}, (\tau\beta)_{i'j}] = 1/a \sigma^2 \tau_\beta \quad i \neq i'$$

este es un caso especial, y son dependientes para el factor fijo, en cambio para el factor aleatorio no, es decir

$$\text{COV}[(\tau\beta)_{ij}, (\tau\beta)_{ij}] = 0 \quad j \neq j'$$

son independientes para el factor aleatorio, esto nos sirve como una forma para simplificar los valores esperados de las medias de cuadrados las cuales son estimaciones de la variable aleatoria que intentan homologar a los parámetros.

La esperanza de la media de los cuadrados son

$$E(\text{CM}_A) = \sigma^2 + n \sigma^2 \tau_\beta + bn \sum_{i=1}^a \tau_i^2 / (a-1)$$

$$E(\text{CM}_B) = \sigma^2 + an \sigma^2 \rho$$

$$E(\text{CM}_{AB}) = \sigma^2 + n \sigma^2 \tau_\beta$$

$$E(\text{CM}_E) = \sigma^2$$

Estas esperanzas de cuadrados medios nos sirven para determinar el estadístico de prueba, como se señaló anteriormente

La hipótesis de la interacción es

$$V_s \quad H_0: \sigma^2 \tau_\beta = 0$$

$$H_a: \sigma^2 \tau_\beta > 0$$

Para verificar las hipótesis usamos  $F_o = \frac{(CM)_{AB}}{(CM)_E}$  que se compara con  $F\alpha, g.l.AB, g.l.E$

La hipótesis del factor A

$$H_o: \tau_i = 0$$

Vs

$H_a$ : al menos una diferente

para verificar la hipótesis  $H_o$  usamos  $F_o = \frac{(CM)_A}{(CM)_{AB}}$  que se compara con  $F\alpha, g.l.A, g.l.E$

La última hipótesis a probar es

$$H_o: \sigma_{op}^2 = 0$$

Vs

$$H_a: \sigma_{op}^2 > 0$$

para verificar la hipótesis  $H_o$  usamos  $F_o = \frac{(CM)_B}{(CM)_E}$  que se compara con  $F\alpha, g.l.B, g.l.E$

Los componentes de varianza se estiman de la siguiente forma:

$$\sigma_{op}^2 = \frac{CM_{AB} - CME}{n}$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{CM_B - CME}{an}$$

$$\sigma^2 = CME$$

Las implicaciones que resultan del análisis de este modelo son consideradas de igual forma que en los casos anteriores con respecto a los intervalos de confianza y tamaño de muestra.

El uso de cualquiera de estos tres es de acuerdo a los intereses del experimentador y del conocimiento de las variables o factores que se desean estudiar

## DISEÑO EXPERIMENTAL CON BLOQUES

En el diseño de modelo experimental se introduce el concepto de bloque como una técnica que se usa para reducir la variabilidad de los errores experimentales en los modelos lineales.

La idea del bloque es incrementar la precisión del experimento por lo que debemos considerar que un bloque es una porción del material experimental que es más homogéneo con respecto a el total del material a evaluar. En un análisis por bloques se hacen comparaciones entre las condiciones de interés del experimento, por lo que el diseño de bloques a diferencia de un factorial es que se agrupan las unidades experimentales para su estudio proporcionando mayor homogeneidad de los elementos, de hecho la función principal de los bloques es absorber la variabilidad del material experimental, y esto no lo hace otro tipo de diseños factoriales.

Durante la experimentación frecuentemente se encuentra que los efectos de los tratamientos se encuentran debido a que las unidades experimentales totalmente diferentes. Una forma de evitar esto es la creación de bloques que a su vez nos ayuda a estimar mejor el error experimental y además a verificar si los efectos de los experimentos son significativos. Logrando con ello una utilidad, simplicidad y flexibilidad, en las unidades experimentales que sean un poco homogéneas, no se quiere decir que sean completamente iguales, lo que se quiere decir es que puedan responder de la misma forma, a un tratamiento debido a sus características intrínsecas.

Los tratamientos se asignan al azar a las unidades experimentales de cada bloque bajo una restricción en la aleatorización, porque interesa la variación de los tratamientos que ocurren dentro de cada uno de los bloques.

El modelo estadístico para el diseño de bloques completos es:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

en donde:

$y_{ijk}$  =  $ijk$ -ésima observación del experimento

$\mu$  = es una media general

$\tau_i$  = efecto del  $i$ -ésimo tratamiento

$\beta_j$  = efecto del  $j$ -ésimo bloque

$\varepsilon_{ijk}$  = es el error aleatorio  $\sim NID(0, \sigma^2)$

En este diseño inicialmente se considera que el efecto principal (los tratamientos) son fijos, así como el efecto secundario (bloques) de forma que las desviaciones de la media general son consideradas como:

$$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0 \quad ; \quad \sum_{j=1}^b \beta_j = 0$$

En este diseño por bloques al azar se tienen ventajas, pues no existe restricción en el número de tratamientos, ni el número de bloques. Esto permite mayor generalidad además de un tratamiento bastante homogéneo.

En el diseño aleatorizado por bloques completos se desean verificar la igualdad de las medias de tratamientos con las siguientes hipótesis, puesto que el objetivo sigue siendo el efecto principal.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$$

Vs

Ha: al menos una diferente

Para verificar la igualdad en las medias de tratamiento se debe usar el estadístico

$$F_0 = \frac{CM_{TRATAMIENTOS}}{CM_{ERROR}} \text{ que se compara con el valor teórico } F_{\alpha, g.l. TRATAMIENTO, g.l.E}$$

Esto produce a un análisis de variancia y una suma de cuadrados que son calculados así.

$$SCTOT = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{ab}$$

$$SCTRAT = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{ab}$$

$$SCBLOQ = \sum_{j=1}^b \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{ab}$$

$$\hat{SCE} = SCTOT - SCTRAT - SCBLOQ$$

Si se considera que los bloques y los tratamientos son fijos, los valores esperados de las medias de cuadrados son

$$E(CM_{TRATAMIENTOS}) = \sigma^2 + \frac{\sum_{i=1}^a r_i^2}{a-1}$$

$$E(\text{CMBLOQUES}) = \sigma^2 + \frac{\sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1}$$

$$E(\text{CMERROR}) = \sigma^2$$

Para verificar la igualdad en las medias de tratamiento se debe usar el estadístico

$F_0 = \frac{\text{CMTRATAMIENTOS}}{\text{CMERROR}}$  que se compara con el valor teórico  $F_{\alpha, g.l.\text{TRATAMIENTO}, g.l.E}$

Cuando la hipótesis acerca de los tratamientos es significancia surge el interés por verificar si esta diferencia no es a causa de los bloques, motivo por el cual se plantea en ese momento la hipótesis

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b$$

$H_1$ : al menos una diferente

la cual se verifica con una  $F_0 = \frac{(\text{CM})\text{BLOQUES}}{(\text{CM})E}$  que se compara con un valor teórico  $F_{\alpha, g.l.BI, g.l.E}$

Sin embargo se debe recordar que la aleatorización fue aplicada sólo a los tratamientos dentro de los bloques, si no es considerado esto, entonces existen restricciones en la consideración  $F_0 = \frac{(\text{CM})\text{BLOQUES}}{(\text{CM})E}$  pues ésta sólo se justifica con base a la aleatorización sin

necesidad de la suposición de normalidad, por lo tanto la prueba para bloques no puede ser incluida bajo esta suposición por que la aleatorización no lo permite.

En la practica se considera que la normalidad se cumple, por que de lo contrario no se puede cumplir  $F_0 = \frac{(\text{CM})\text{BLOQUES}}{(\text{CM})\text{ERROR}}$  como una prueba exacta, por ello se excluye del análisis pero

es cierto que esta razón puede ser un procedimiento aproximado para investigar el efecto bloque, un valor grande de esta razón  $F_0$  implica que el factor bloque tiene un efecto grande y que produce ruido al analizar los tratamientos. Es importante señalar la importancia de los bloques ya que estos permiten separar la variabilidad intrínseca de las unidades experimentales y detectar más fielmente el efecto de los tratamientos ya sean estos de efectos fijos o de efectos aleatorios.

De igual forma es posible agregar a un modelo como este otro u otros tipos de bloques, así como factores de acuerdo a los propósitos de investigación del experimentador

## DISEÑOS $2^k$

Los Diseños  $2^k$  tienen como principal objetivo explorar o servir de apoyo en la investigación. Son diseños que nos dan un posible acercamiento a las hipótesis teóricas y nos permite posteriormente decidir por un diseño más refinado. Podemos describirlos de la siguiente forma el factorial como un  $2^2$  es el modelo factorial más pequeño de dos factores y dos niveles, si consideramos un  $2^3, 2^4, 2^5, 2^6 \dots 2^k$  tendremos una respuesta de k factores cada uno de ellos a dos niveles alto y bajo, dando un total de  $2^k$  combinaciones de tratamientos. A medida que aumenta el exponente aumentan las respuestas, por ejemplo  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$  posibles combinaciones de tratamientos. Estos experimentos factoriales nos permiten ver las variables bajo estudio que tienen influencia sobre las observaciones pues a menudo se incluyen algunos factores únicamente para ver si tienen influencia. Pero si se quiere aumentar la eficiencia de este modelo tendremos que incrementar los niveles y no el número de factores.

Una de las características de estos diseños es que los factores son fijos, también son diseños completamente aleatorizados que satisfacen la suposición de la normalidad y estos diseños son útiles en la primeras etapas de investigación para encontrar los factores de interés, ya que se pueden disminuir el número de corridas.

Un experimento factorial  $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$  u.e. es decir cuatro combinaciones posibles, la nomenclaturas de este arreglo se puede considera.

Combinaciones de tratamiento		
NOMENCLATURAS		
(1)	$a_0 b_0$	00
a	$a_1 b_0$	10
b	$a_0 b_1$	01
ab	$a_1 b_1$	11

En la nomenclatura que se encuentra a la extrema izquierda se considera el dibujo de la gráfica 1 donde para los factores A y B se relacionan los niveles alto y bajo, así se señala por convención (1) para representar a ambos factores en el nivel inferior, de igual forma las otras nomenclaturas señalan lo mismo.

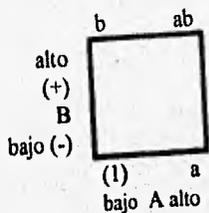
Es posible también señalar los niveles alto y bajo se denotan por los símbolos aritméticos (-) y (+), para alto se toma (+) y para bajo (-) (o los números -1 y +1).

En el manejo de estos diseños tenemos tablas de signos llamadas "matrices de diseño" y son únicas para cada diseño  $2^k$  por ejemplo

### EFECTO FACTORIAL

COMBINACIONES TRATAMIENTOS	DE	A	B
(1)		-	-
a		+	-
b		-	+
ab		+	+

Los experimentos de la familia  $2^k$  no todos se pueden representar por una figura geométrica, sólo algunas por ejemplo:



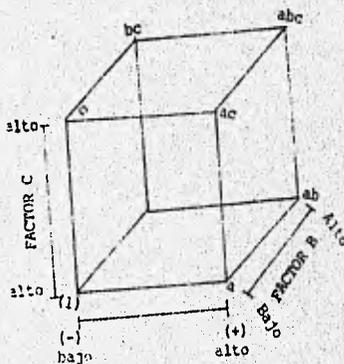
gráfica 1

En el ejemplo anterior muestra cuatro combinaciones de tratamientos que nos describen un cuadrado y tratándose de un  $2^2$ . El modelo estadístico lineal sería:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

$$i = j = 2$$

Para un  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$  ocho combinaciones de tratamientos que son las aristas de un cubo



El modelo estadístico lineal

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

$$i = j = k = 3$$

Como se observa a medida que  $k$  se incrementa la representación geométrica y matemática aumentan y se tienen problemas para dar la interpretación geométrica imagine un  $2^{24}$  o un  $2^{10}$  sería sumamente complicado representarlo.

En muchos experimentos de la familia  $2^k$  se examina magnitud y dirección de los efectos de los factores para determinar cuales variables son las más importantes. Para medir los efectos promedio se consideran los signos de la matriz diseño como contrastes por medio de la multiplicación se obtiene el efecto AB, consideraremos el siguiente ejemplo.

EFFECTO FACTORIAL

COMBINACIONES DE TRATAMIENTOS	A	B	AB	Total
(1)	-	-	+	80
a	+	-	-	100
b	-	+	-	60
ab	+	+	+	90

Las estimaciones de los efectos promedio son

$$A = 1/2^{k-1} (n) (\text{contraste de A}) \times (\text{totales}) = \frac{\text{Efecto A}}{2^{k-1} (n)}$$

$$B = 1/2^{k-1} (n) (\text{contraste de B}) \times (\text{totales}) = \frac{\text{Efecto B}}{2^{k-1} (n)}$$

$$AB = 1/2^{k-1} (n) (\text{contraste de AB}) \times (\text{totales}) = \frac{\text{Efecto AB}}{2^{k-1} (n)}$$

$n$  = números de replicas.

Con datos las estimaciones de los efectos promedio son

$$A = \frac{1}{2(3)} (90 + 100 - 60 - 80) = 50/6 = 8.33$$

$$B = \frac{1}{2(3)} (90 + 60 - 100 - 80) = -30/6 = -5.00$$

$$AB = \frac{1}{2(3)} (90 + 80 - 100 - 60) = 10/6 = 1.67$$

Para una mejor presentación se usan las tablas de análisis de varianza con sus correspondientes hipótesis. Para esto es necesario encontrar las sumas de cuadrados correspondientes a cada uno de los efectos.

Las sumas de cuadrados serian por ejemplo para el factor A.

$$SC_A = \frac{(\text{Efecto A})^2}{n(t)}$$

t = número de tratamientos

En el ejemplo serian

$$SC_A = \frac{(50)^2}{4(3)} = 208.33$$

$$SC_B = \frac{(-30)^2}{4(3)} = 75.00$$

$$SC_{AB} = \frac{(10)^2}{4(3)} = 8.33$$

La suma total de cuadrados se determina de la manera usual mediante

$$SC_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y^2}{4n}$$

en general  $SC_T$  tiene  $4n - 1$  grados de libertad. La suma de cuadrados del error,  $4(n - 1)$  grados de libertad, se puede calcular en la forma usual, por diferencia, mediante

$$SC_E = SC_T - SC_A - SC_B - SC_{AB}$$

Con los resultados de la ecuación de suma de cuadrados para cada factor se obtiene

$$SC_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y^2}{4(3)} = 9398 - 9075 = 323$$

$$SC_E = SC_T - SC_A - SC_B - SC_{AB} = 323 - 208.33 - 75 - 8.33 = 31.34$$

El análisis sería ver las hipótesis

1)  $H_0$ : la interacción de los factores AB es relevante

$V_s$

$H_a$ : no es relevante

2) Ho: la interacción de l factor A es relevante

Vs

Ha: no es relevante

) Ho: la interacción de l factor: B es relevante

Vs

Ha: no es relevante

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	Fo
A	208.33	1	208.33	53.15 <sup>b</sup>
B	75.00	1	75.00	19.13 <sup>b</sup>
AB	8.33	1	8.33	2.13
Error	31.34	8	3.92	
Total	323.00	11		

<sup>b</sup> significativo al 1%

Se puede apreciar que no es relevante la interacción y por lo tanto podemos analizar los factores principales. Al hacer esto último resultan relevantes ambos efectos.

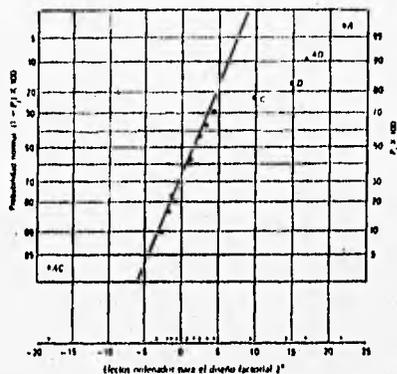
De acuerdo con esta forma de trabajo se puede trabajar cualquier modelo  $2^k$  siempre y cuando tenga replicas

Cuando se tiene un diseño  $2^k$ , en donde k es muy grande se tienen limitaciones para hacer replicas. Por ejemplo el tamaño y los recursos disponibles, esto tiene como consecuencia que el experimento sólo se efectúe una sola vez y es por esto que recibe el nombre de no replicado, el inconveniente de hacer una sola replica es que el error no se puede estimar.

Para una aproximación de el análisis de un factorial no replicado es suponer que algunas interacciones de orden superior son despreciables y combinar los cuadrados medios para estimar el error, lo cual está en contra del principio de dispersidad de efectos la cual hace referencia que casi todos los sistemas son dominados por algunos de los efectos principales e interacciones de orden superior son despreciables.

Para seleccionar cuales son despreciables se puede resolver esto mediante un método de análisis de Daniel que consiste en graficar las estimaciones de los efectos en el papel de probabilidad normal y considerando que se situaran a lo largo de una línea recta, a diferencia de los efectos significativos que tendrán medias distintas de cero, y no estarán en la línea recta.

Por ejemplo:



Los efectos importantes en este análisis son efectos principales de A, C y D y las interacciones AC y CD este tipo de gráfica se puede realizar en el siguiente orden.

El análisis es de forma similar a la planteada anteriormente, pero se sugiere revisar las pag. 258 - 272 de ( 8 ).

### BLOQUES EN EL MODELO $2^k$

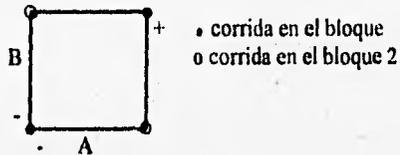
Cuando se tiene un número de unidades experimentales igual al número de tratamientos a investigar, entonces se puede construir un diseño en bloque y será completamente aleatorizado este nombre lo recibe, porque a las unidades experimentales se les asignan los tratamientos de una forma aleatoria. Este proceso justifica la suposición de independencia. El análisis por bloques es una técnica para incrementar la precisión del experimento, un bloque es una porción de el material experimental, al menos más homogéneo que la porción total esto quiere decir que en cada bloque se hacen comparaciones entre las condiciones de interés del experimento.

Todos los tratamientos son probados en cada bloque, al decir que la unidades experimentales no son homogéneas, es que no los tratamientos de la misma manera o con la misma capacidad debido a sus diferencias intrínsecas.

El diseño por bloques, se divide en dos etapas:

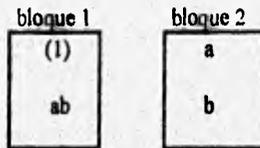
- 1) Se reúnen las unidades parecidas para formar un grupo homogéneo este grupo recibe el nombre de bloque. (colocando el mismo número de u.e. por cada bloque).
- 2) Se asignan los diversos tratamientos a las unidades experimentales al azar dentro de cada bloque.

Supóngase que se desea hacer una sola replica del diseño  $2^2$  entonces tendremos  $(2)^2 = 4$  combinaciones de tratamientos como los siguientes { (1), a, b, ab } si estas combinaciones las asignamos a los bloques auxiliándonos en una representación geométrica para indicar que asignaremos las combinaciones de tratamientos en diagonales opuestas se asignan a los diferentes bloques.



Representación geométrica

El bloque 1 contiene las combinaciones de tratamientos (1) y ab, el bloque 2 contiene a y b por separado. El orden en que se corren las combinaciones dentro de un bloque se determinan al azar, lo mismo que el bloque con el que se experimenta primero



Nótese que tanto A como B no se afectan por la existencia de los bloques, ya que en cada estimación hay una combinación de tratamientos positiva y una negativa de cada bloque y por esta razón cualquier diferencia entre los bloques 1 y 2 tiende a cancelarse.

Para una mejor apreciación la matriz de diseño nos ayuda a visualizar que las combinaciones.

EFECTO FACTORIAL				
COMBINACIONES DE TRATAMIENTOS	(1)	A	B	AB
(1)	+	-	-	+
a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	+	+	+

Al usar bloques en este modelo se forma un concepto, que se conoce con el nombre de técnica de confusión.

## CONFUSION

La confusión es una técnica de diseño utilizada para acomodar un experimento factorial completo en bloques, donde el tamaño del bloque es más pequeño que el número de combinaciones de tratamientos en una replica completa. Al aplicar esta técnica, la información sobre ciertos efectos de tratamientos (efectos de interacción de orden superior) que son indistinguibles de los bloques o que se confunden con estos. La confusión no es exclusiva de los diseños  $2^k$  también es aplicable a otros diseños, el inconveniente de estos arreglos experimentales es que algunos efectos son sacrificados por completo, dicho en otras palabras cada bloque no contiene todos los tratamientos. Para un mejor entendimiento consideraremos el diseño  $2^2$  tratado como ejemplo anteriormente.

Al revisar la matriz diseño se puede considerar la interacción  $AB = \frac{1}{2}(ab + (1) - a - b)$  como las combinaciones de tratamientos con el signo positivo ( $ab$  y  $(1)$ ), se encuentran en el bloque 1 y con signo negativo están en el bloque 2 y son ( $a$  y  $b$ ). el efecto de bloque y de la interacción resultan idénticos en otras palabras la interacción  $AB$  se confunde con los bloques y esta técnica se conoce como confusión, pero se debería llamar enmascaramiento. Esta técnica puede usarse para confundir cualquier efecto ( $A, B$  o  $AB$ ) con los bloques.

Si  $(1)$  y  $b$  se hubiera asignado al bloque 1 mientras que  $a$  y  $ab$  al bloque 2 el efecto principal  $A$  se habría confundido con los bloques. es por eso la idea de confundir las interacciones de mayor orden con los bloques. y para un mejor desarrollo de esta asignación de bloques y la apreciación del efecto que se desea confundir podemos consultar la siguiente tabla que nos ayuda a identificar de una forma sencilla las interacciones que se encuentran confundidas con los bloques.

## CONFUSION PARCIAL

Anteriormente se habló de confusión, en donde las ideas principales nos ayudaran a entender a la confusión parcial.

A medida que se incrementa el número de factores en un experimento factorial  $2^k$  aumenta el número de combinaciones de tratamientos por ensayo. Si bajo estas condiciones se alojan los tratamientos en bloques al azar puede disminuir la eficiencia de las estimaciones, ya que se incluye una mayor heterogeneidad en el material experimental. Una forma de evitar lo anterior es uso de bloques incompletos, teniendo como consecuencia un mejor control de la heterogeneidad y a su vez la partición de tratamientos trae consigo una confusión de efectos, la cual puede ser parcial o total.

Para mayor entendimiento tenemos el siguiente ejemplo. se tiene un experimento factorial  $2^3$  con cuatro replicas.

Bloque	
1	2
abc	ab
a	ac
b	bc
c	1

replica 1  
confundido ABC  
con bloques

Bloque	
3	4
a	ab
b	ac
c	bc
abc	(1)

replica 2  
confundido ABC  
con bloques

Bloque	
5	6
a	ac
abc	ab
b	bc
c	(1)

replica 3  
confundido  
ABC  
con bloques

Bloque	
7	8
a	ab
c	ac
abc	bc
b	(1)

replica 4  
confundido  
ABC  
con bloques

Note que las combinaciones entre bloques se estiman simultáneamente. Los efectos de bloques y la interacción abc sin que sea posible separar ambos efectos, se dice entonces que la interacción abc se encuentra confundida con los efectos de bloques. Y así de esta forma se conoce como confusión total. En cambio cuando se diseña un experimento factorial en bloques incompletos, y se emplean dos o más repeticiones del conjunto de tratamientos, no es necesario sacrificar por completo la información de los efectos o interacciones que se confunden con bloques. Puesto que sería posible que cada repetición se proyectará con un esquema diferente de confusión, obteniéndose información parcial sobre algunos efectos o interacciones de poco interés y la información completa sobre el resto de los efectos factoriales. Cuando esto sucede se conoce como confusión parcial, es decir la confusión parcial sucede cuando los efectos pueden ser estimados a partir de varias replicas y en cada una se tiene información parcial. Considérese el siguiente ejemplo de un factorial  $2^3$  con 4 replicas

Bloque	
1	2
(1)	a
ab	a
c	ac
abc	bc

replica 1  
confundido ABC  
con bloques

Bloque	
3	4
(1)	a
b	b
ac	c
abc	bc

replica 2  
confundido AC  
con bloques

Bloque	
5	6
(1)	b
a	ab
b	c
abc	ac

replica 3  
confundido BC  
con bloques

Bloque	
7	8
(1)	a
ab	b
ac	c
bc	abc

replica 4  
confundido  
ABC  
con bloques

Como AB se encuentra confundida en la primer replica tenemos información parcial en las replicas 2, 3 y 4.

Para AC tenemos información parcial en replicas 1, 3 y 4.

Para BC tenemos información parcial en replicas 1, 2 y 4.

Para ABC tenemos información parcial en replicas 1, 2 y 3.

Debido a que en la replica 1 no se puede estimar AB a partir de comparaciones intrabloques (dentro de los bloques) y las repeticiones 2, 3 y 4 si proporcionan información sobre ella se dice que se tienen  $\frac{3}{4}$  de información sobre AB puesto que de cada cuatro unidades experimentales tres se emplean para estimar AB, lo mismo ocurre con las interacciones AC, BC, ABC sobre las cuales se tiene  $\frac{3}{4}$  de información sobre los efectos principales. Sobre los efectos A, B, C se tiene información completa pues ninguno de ellos se confunde con los bloques. Es así como esta técnica de confusión parcial nos ayuda a obtener información de efectos o interacciones que se confunden con los bloques mediante el uso de replicas.

La suma de cuadrados para bloques y efectos no confundidos se calculan de manera visual, y para los efectos que están parcialmente confundidos se requieren cálculos especiales

## ARREGLOS POR BLOQUES SUGERIDOS PARA EL DISEÑO FACTORIAL $2^k$ II

Número de factores, $k$	Número de bloques, $2^l$	Tamaño de bloque, $2^{k-l}$	Efectos elegidos para generar los bloques	Interacciones confundidas por bloques
1	2	4	ABC	ABC
	4	2	AB, AC	AB, AC, BC
4	2	8	ABCD	ABCD
	4	4	ABC, ACD	ABC, ACD, BD
5	8	2	AB, BC, CD	AB, BC, CD, AC, BD, AD, ABCD
	2	16	ABCDE	ABCDE
	4	8	ABC, CDE	ABC, CDE, ABDE
	8	4	ABE, BCE, CDE	ABE, BCE, CDE, AC, ABCD, BD, ADE
6	16	2	AB, AC, CD, DE	Todas las interacciones de 2 y 4 factores (15 efectos)
	2	12	ABCDEF	ABCDEF
	4	16	ABCF, CDEF	ABCF, CDEF, ABDE
	8	8	ABEF, ABCD, ACE	ABEF, ABCD, ACE, BCF, BDE, CDEF, ADF
	16	4	ABF, ACF, BDF, DEF	ABE, ACF, BDF, DEF, BC, ABCD, ABDE, AD, ACDE, CE, BDF, BCDEF, ABCE, AEF, BE
	32	2	AB, BC, CD, DE, EF	Todas las interacciones de 2, 4 y 6 factores (31 efectos)
7	2	64	ABCDEFG	ABCDEFG
	4	32	ABCFG, CDIFG	ABCFG, CDEFG, ABDE
	8	16	ABC, DEF, AFG	ABC, DEF, AFG, ABCDEF, DCFG, ADEG, BCDEG
	16	8	ABCD, EFG, CDE, ADG	ABCD, EFG, CDE, ADG, ABCDEFG, ABE, BCG, CDFG, ADEF, ACEG, ABFG, BCEF, BDEG, ACF, BDF
1	1	1	ABG, BCG, CDG, DEG, EFG	ABG, BCG, CDG, DEG, EFG, AC, BD, CE, DE, AE, BE, ABCD, ABDE, ABEF, BCDE, BCEF, CDEF, ABCDEFG, ADG, ACDEG, ACEFG, ABDFG, ABCEG, BEG, BDEFG, CFG, ADEF, ACDF, ABCE, AFG
	64	2	AB, BC, CD, DE, EF, FG	Todas las interacciones de 2, 4 y 6 factores (63 efectos)

## DISEÑO FRACCIÓNALES

A medida que número de factores en un diseño factorial  $2^k$  aumenta los recursos económicos se ven afectados y es posible que el número de ensayos para tomar una replica completa no se realice por ejemplo en un diseño  $2^5$  se requiere de 32 ejecuciones en donde solo 5 grados de libertad corresponden a los efectos principales y logrados de libertad corresponden a las interacciones de dos factores es por eso que en muchas situaciones experimentales se sabe que en ciertas interacciones son despreciables y por ello habrá un desperdicio en recursos humanos y económicos dada esta situación entonces puede usarse un diseño factorial fraccionario que involucra un número menor que el conjunto completo de  $2^k$  ejecuciones para obtener información acerca de los efectos principales en las interacciones de menor orden en el experimento factorial fraccionario se puede llevar a cabo la mitad, un cuarto o inclusive un octavo del diseño factorial total todo depende de las condiciones.

Estos experimentos son de gran utilidad y son experimentos de escrutinio y su éxito se basa en 3 grandes ideas.

- 1) El primero de dispersidad de efectos. Cuando existen varias variables, es probable que el sistema o proceso sea influido principalmente por algunos de los efectos principales o interacciones de orden inferior.
- 2) La propiedad proyección. Los diseños factoriales fraccionarios pueden, proyectarse en diseño mas poderosos en el subconjunto de factores significativos.
- 3) Experimentación Secuencial. Es posible combinar las corridas de dos o mas factoriales fraccionarios para conformar de manera secuencial un diseño mas grande y estimar los efectos de los factores y las interacciones de interés.

En los experimentos factoriales fraccionarios se empieza por seleccionar un contraste de definición que será sacrificado por completo después, se construyen los dos bloques correspondientes y se elige uno de ellos como plan experimental.

Por ejemplo considere un experimento factorial  $2^4$  en el que se desea utilizar media replica se elige el contraste de definición ABCD y se puede elegir el bloque principal que consiste en las siguientes combinaciones de tratamiento de su respectiva matriz de diseño.

{(1), ab, ac, ad, bc, bd, abcd }

Con este diseño se tienen contrastes acerca de todos los efectos, con excepción de ABCD.

Observe los siguientes contrastes.

Contraste A =  $ab + ac + ad + abcd - (1) - bc - bd - cd$

Contraste AB =  $abcd + ab + (1) + cd - ac - ad - bc - bd$ .

Estas exposiciones son similares para los contrastes de los efectos principales restantes y efectos de interacción sin embargo con menos de 8 de las 16 observaciones en este mismo

diseño solo siete de los 14 contrastes no confundidos son ortogonales, considere el contraste CD

$$CD = abcd - cd + (1) + ab - ac - ad - bc - bd$$

observe que éste es también un contraste de grado de libertad para AB ambos tienen los mismos contrastes y cuando esto sucede se dice que los efectos factoriales son alias de esta forma A B y C D son alias (El símbolo  $\equiv$  significa alias con),

En los experimentos factoriales  $2^k$ , el alias de cualquier efecto factorial es su interacción generalizada con el contraste de definición por ejemplo si ABCD es el contraste de definición entonces el alias de A es A (ABCD) = BCD entonces puede observarse que la estructura completa del alias en media replica de un experimento factorial  $2^4$  utilizando ABCD como contraste de definición es

- A  $\equiv$  ABCD
- B  $\equiv$  ACD
- C  $\equiv$  ABD
- D  $\equiv$  ABC
- AB  $\equiv$  CD
- AC  $\equiv$  BD
- AD  $\equiv$  BC

Afortunadamente para un manejo rápido en estos diseños existe algo llamado diseño de resolución o resolución de diseño este concepto es una manera útil de producción clasificar a los diseños factoriales fraccionarios de acuerdo con los alias que producen los diseños de resolución III, IV y V son los más importantes una descripción breve de ellos.

- 1) Diseño de resolución III. Son diseños en los cuales ningún efecto principal se hace alias con cualquier otro efecto principal, pero los efectos principales se hacen alias con interacciones de dos factores y la interacción de dos factores pueden hacerse alias. Entre si el diseño  $2^{3-1}$  con I = ABC es de resolución III se emplea un número romano para indicar la resolución del diseño de tal modo esta fracción media es un diseño  $2_{III}^{3-1}$
- 2) Diseño de resolución IV. Estos son diseños en los cuales ningún efecto principal es alias con cualquier otro efecto principal o interacción de dos factores pero las interacciones de dos factores se hacen alias entre si.

El diseño  $2^{4-1}$  con I = ABCD

Esto quiere decir que es un modelo de resolución  $2_{IV}^{4-1}$  y la I de la expresión I = ABCD se conoce como generador de diseño o también en contraste de definición.

- 3) Diseños de resolución V. Estos son diseños en los cuales ningún efecto principal o interacción de dos factores se hacen alias con cualquier otro efecto principal o interacción de dos factores pero las interacciones de dos factores se hacen alias con interacciones de tres factores un diseño  $2^{5-1}$  con I = ABCDE es de resolución V ( $2_{V}^{5-1}$ )

Los Diseños de resolución III y IV son útiles para eliminar factores, los de resolución IV brindar información aceptada, los métodos principales.

Para determinar el factorial factorial  $2^{k-p}$  de una forma general

$2^{3-1}$  Significa la fracción media de un diseño  $2^3$

$2^{3-2}$  Significa la fracción  $1/4$  de un factorial  $2^3$

$2^{3-3}$  Significa la fracción  $1/8$  de un factorial  $2^3$

$2^{3-4}$  Una fracción  $1/16$  de un factorial  $2^3$

La notación  $2_{IV}^{4-1}$  quiere decir la fracción media determinada por el número I, el número IV, significa la resolución y el  $2^4$  significa un factor dos a la cuatro.

El manejar información voluminosa puede confundir pues para hacer la relación de los alias en un diseño existe el riesgo de confundirse y si son diseños de resolución o racionales mas pequeños es fácil equivocarse por suerte existe tablas para todo tipo de diseños fraccionales y estos nos muestran la relación de los alias para diseños factoriales fraccionales de diferentes resoluciones. Estas tablas se encuentran en el apéndice de (8) (Para una mejor comprensión incluimos dos de ellas de el gran número existente.)

**CAPITULO V**  
**DISEÑO EXPERIMENTAL POR TAGUCHI**

## METODOLOGIA DE "TAGUCHI"

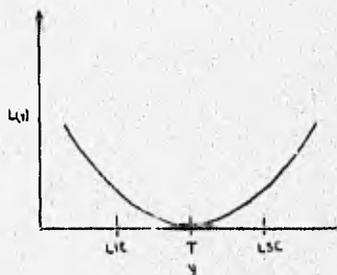
A principios de la década de 1980, el profesor Genechi Taguchi introdujo su método para usar el diseño experimental en el diseño y desarrollo de productos o procesos que sean robustos ante condiciones ambientales y a la variación de componentes, además de la minimización de las variaciones respecto a un objetivo determinado. Proponiendo una filosofía de la ingeniería de calidad ampliamente aplicable considerando 3 etapas para el desarrollo de un producto o proceso que a continuación mencionaremos, diseño del sistema, en donde el ingeniero utiliza los principios y conocimientos científicos para determinar una configuración básica, diseño de parámetros, en donde se determinan los valores específicos para los parámetros del sistema, diseño de tolerancias, consiste en mejorar las tolerancias de los parámetros

Taguchi recomienda el empleo de métodos estadísticos de diseño experimental para auxiliar el mejoramiento de calidad, en particular durante el diseño de parámetros y tolerancias. Pueden emplearse métodos de diseño experimental para encontrar un "mejor" (el término mejor es para un producto robusto o insensible a factores incontrolables) diseño del producto o del proceso.

Un componente clave de la filosofía de Taguchi, es la reducción de la variabilidad en donde cada característica de funcionamiento tiene un valor objetivo o nominal. La finalidad es la variabilidad alrededor de este objetivo. Taguchi modela con una función de pérdida las desviaciones que pueden ocurrir respecto a este valor nominal, la pérdida se refiere al costo que se carga a la sociedad cuando el consumidor utiliza un producto cuyas características de calidad difieren de las nominales. Taguchi implanta una función cuadrática de pérdida de la siguiente forma

$$L(y) = k(y - T)^2$$

en donde la representación gráfica es



Como se observa esta función penaliza las desviaciones de  $y$  con respecto al objetivo  $T$ , incluso las desviaciones más pequeñas.

En la metodología de diseño de parámetros de Taguchi se selecciona un diseño experimental para los factores controlables y otro para los de ruido o incontrolables. El objetivo del arreglo de factores de ruido es crear variación con el fin de poder identificar los niveles a los cuales los factores controlables son menos sensibles a los factores de ruido.

En una configuración de diseño de parámetros completa, que tenga factores controlables, se le llama arreglo interno y el que contiene factores de ruido se le llama arreglo externo.

Una vez elaborado el arreglo ortogonal con el diseño de parámetro de factores controlables y factores de ruido se pueden llevar a cabo un análisis de la respuesta media. Para cada corrida observada del arreglo interno se genera una tabla de resultados del diseño de parámetros con arreglos internos y externos. Taguchi sugiere analizar la variación empleando una razón de señal de ruido (SN), elegida de una forma apropiada. Estas razones de señal sobre ruido (o de señal a ruido) se deducen de la función cuadrática de pérdida y tres de ellas se consideran "estándares" y ampliamente aplicables. Ellas son

cuando el valor nominal es el mejor  $SN_T = 10 \log (Y^2 / S^2)$

cuando lo mejor es una respuesta grande  $SN_L = - \log (1/n \sum_{i=1}^n 1/Y_i^2)$

cuando lo mejor es una respuesta pequeña  $SN_S = - 10 (1/n \sum_{i=1}^n Y_i^2)$

Estas razones SN se usan en una tabla de decibels y la forma de utilizarla es la siguiente.  $SN_T$  se usa si el objetivo es reducir la variabilidad respecto a un valor deseado,  $SN_L$  si el sistema se optimiza cuando la respuesta es tan grande como sea posible y por último  $SN_S$  se usa si el sistema se optimiza cuando la respuesta es tan pequeña como resulte posible. Los seguidores de la filosofía de Taguchi a menudo utilizan el análisis de varianza para determinar los factores que influyen en y o en la señal ruido, además emplean gráficas de las "medias marginales de cada factor que consisten en graficar los niveles con los valores y. El método habitual consiste en analizar las gráficas y seleccionar la mejor.

Los seguidores de la filosofía de Taguchi nos muestran esta método como lo mejor, lo cierto es que no es así, un ejemplo de ello es cuando se realiza el diseño de parámetros en donde se tiene que utilizar arreglos ortogonales como  $L_4$ ,  $L_8$ ,  $L_9$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{16}$ ,  $L_{18}$ ,  $L_{27}$  y como se sabe estos diseños no fueron desarrollados por Taguchi por ejemplo  $L_8$  es un factorial  $2^{7-2}$ , el  $L_9$  es un factorial fraccionario  $3^{4-1}$ , el  $L_{12}$  es un diseño de Plackett-Buman, el  $L_{16}$  es un factorial fraccionario  $2^{15-11}$ , etc, algunos de los cuales tienen estructuras de alias muy complejas principalmente el  $L_{12}$ . Aquellos en que se utilizaran factores de 3 niveles implican relaciones de alias parciales entre interacciones bifactoriales es grande, esto lleva a situaciones en las cuales el experimentador no obtiene la respuesta correcta por la cual se considera que esta metodología es deficiente, sin embargo Taguchi argumenta que no es necesario considerar explícitamente interacciones bifactoriales y postula que es posible eliminar estas interacciones especificando correctamente la respuesta y los factores de diseño o empleando un método de asignación

de factores deslizantes para elegir los niveles de los factores. La falta de antecedentes para tratar adecuadamente las interacciones entre los factores controlables del proceso es un punto débil importante del método de Taguchi para el diseño de parámetros.

En el diseño de parámetros el método de Taguchi en la estructura de arreglos internos y externos suele dar por resultado un experimento muy grande, por lo que para optimizarlo se emplean los diseños fraccionarios que tengan resolución suficientemente alta para permitir la estimación de todas las interacciones de interés o bien utilizar un solo arreglo interno que incorpore factores controlables y de ruido, haciendo estos arreglos innecesarios. El método de diseño fraccionario siempre da como resultado una notable reducción en el tamaño del experimento, y al mismo tiempo produce información la cual es más probable que contribuya a comprender el proceso.

En el diseño de parámetros de Taguchi se emplean gráficas lineales para asignar factores a las columnas del arreglo ortogonal. El objetivo de estas es darle una posición correcta a los factores en los arreglos ortogonales, de no ser así los resultados de las corridas crean inseguridad en la experimentación por no saber si los resultados obtenidos son por la interacción o es por la variable debido a que no se dio una posición correcta para la asignación de factores en un arreglo ortogonal y considerando que un arreglo ortogonal no se deben mezclar factores de control con factores de ruido cada uno debe tener su propio arreglo ortogonal, se pueden tener los factores de ruido que sean necesarios sin olvidar que por cada factor de ruido se duplicaran los experimentos porque se combinan dos arreglos ortogonales. Para mayor claridad a continuación presentaremos como se realiza un arreglo ortogonal siguiendo los siguientes pasos:

Paso 1).- Seleccionar el arreglo ortogonal apropiado siguiendo los incisos siguientes:

- a) obtener los grados de libertad (g.l.) totales
- b) seleccionar el arreglo ortogonal con la expresión  $L_{k(n^f)}$  en donde:
  - k = número de corridas experimentales
  - n = número de niveles
  - f = número de columnas del arreglo

paso 2).- Dibujar la gráfica lineal requerida



Los círculos representan factores.  
Las líneas representan interacciones.

paso 3) - Seleccionar la gráfica estándar apropiada, pueden existir muchas alternativas, pero se tiene que escoger una de ellas.

paso 4).- Ajuste la gráfica lineal requerida a la gráfica lineal estándar del arreglo ortogonal que se selecciono.

paso 5).- Asignar efectos principales y las interacciones a la columna apropiada. Nota: compruebe los resultados con la matriz de interacciones entrando con el número más pequeño de las dos columnas en la línea de números diagonales

Para una mejor comprensión tenemos el siguiente ejemplo:

4 factores / 2 niveles A, B, C, D, E  
 2 interacciones A x D, A x E.

El arreglo ortogonal apropiado de f factores =  $5(2-1) = 5$   
 g.l. interacciones = interacciones x l =  $2 \times 1 = 2$   
 g.l. total =  $5 + 2$

Arreglo ortogonal elegido  $L_8 2^7$

Elección de la gráfica lineal y uso de la tabla de interacción.- Se tienen varios tipos de gráficas y una tabla por cada AO.

Uso de la tabla:

Se asigna A y D a las columnas 1 y 2, se busca dónde va a ir la interacción, de la siguiente forma:

- En los números entre paréntesis (línea de números diagonales) se fija la columna asignada que sea menor (las asignadas fueron 1 y 2, por lo que la menor es la 1.)
- En los números del renglón superior se busca el número de la otra columna asignada (la 2)

columna \ columna	1	2	3	4	5	6	7
A	(1)	3	2	5	4	7	6
		(2)	1	6	7	4	5
			(3)	7	6	5	4
				(4)	1	2	3
					(5)	3	2
						(6)	1
							(7)

La interacción de estos números, es el tres. En esta columna va la interacción A x D. Asignando E a la columna 4, y siguiendo el mismo procedimiento para hallar la interacción A x E.

Esta asignada a la columna 1

Buscando la interacción se encuentra el 5, que es dónde irá A x E. Sólo queda asignar las columnas 6 y 7 a los factores B y C indistintamente.

Factor	A	D	AxD	E	AXE	B	C
Columna	1	2	3	4	5	6	7

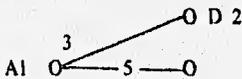
Usando gráficas - Se trazan los factores y las interacciones.



Los círculos representan factores. Las líneas representan interacciones. Se busca la gráfica lineal que más se parezca, de las dos que has la más parecida es:



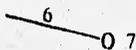
Se ajusta la gráfica propuesta a la requerida.



Asignación: A en columna 1  
 D 2  
 E 4  
 AXD 3  
 AXE 5

Sobra la sección que se descompone en dos columnas aisladas para asignarlas a B y C

B en columna 6  
 C en columna 7



La mayoría de las aplicaciones exitosas de los métodos técnicos de Taguchi se han dado en industrias en las cuales no había antecedentes de una buena práctica del diseño experimental. El método de Taguchi se basó en el concepto de diseño factorial y a menudo producía mejores resultados que los obtenidos con los métodos que sustituía, es decir el diseño factorial es tan poderoso que apesar de emplearlo ineficientemente, funciona mejor que casi cualquier método. Por todo lo anterior podemos concluir que la filosofía de Taguchi acerca de la ingeniería de calidad se puede apoyar en métodos más simples y eficientes, además de ser más fáciles de aprender y aplicar.

## LATICES

Si se tiene un experimento donde los tratamientos se alojan al azar, sobre las experimentales de tal forma que solo un subconjunto de los mismos aparece representado por lo menos en uno de los bloques, entonces se dice que el experimento es de bloques incompletos. Esto a su vez se divide en dos grupos de arreglos experimentales, en donde uno de ellos es llamado latice y el otro diseño de bloques incompleto

El latice es un tipo de arreglo experimental se caracteriza porque se puede establecer una relación de uno a uno entre los tratamientos de ensayo y las combinaciones de tratamientos de un experimento factorial. Supongamos que se quiere un ensayo de cuatro tratamientos en bloques de dos unidades experimentales. Una forma de hacerlo, es considerando el ensayo de dos formas ficticias a y b cada uno en dos niveles, generando las combinaciones de tratamientos (1) b, a, ab. Si empleamos la numeración 1, 2, 3 y 4 para representar los tratamientos de ensayo, podemos establecer la siguiente correspondencia entre los pseudotratamientos verdaderos.

TRATAMIENTOS VERDADEROS	SEUDOTRATAMIENTOS
1	(1)
2	b
3	a
4	ab

Para formar los bloques de dos unidades experimentales, se puede utilizar un esquema básico de confusión, en el cual se establecerán tres tipos particulares de repetición completa, confundiendo los efectos principales A y B y la interacción AB en cada repetición típica. a continuación tenemos los siguientes arreglos

CONFUSION	BLOQUES
A	i) (1), (b) ii) (a), (ab)
B	iii) (1), (a) iv) (b), (ab)
AB	v) (1), (ab) vi) (a), (b)

Los cuales de acuerdo con la correspondencia establecida producen los siguientes tipos de repetición

REPETICION I

1	2
3	4

REPETICION II

1	3
2	4

REPETICION III

1	4
2	3

Este esquema de confusión es balanceado, debido a que cada uno de los efectos factoriales se confunde en una repetición básica. De acuerdo a esto se puede decir que cuando se ensayan  $p^2$  combinaciones de tratamientos, con  $p$  primo o potencia de número primo es posible introducir los pseudofactores los cuales dan lugar a  $p + 1$  efecto e interacción que podemos denotar como A, B,  $AB^2, \dots, AB^{p-1}$ .

Si se elige un sistema un esquema básico de confusión, se confundirán con bloques dos efectos o interacciones, de la lista anterior se obtienen dos repeticiones completas de los  $p^2$  tratamientos, en bloques de  $p$  unidades experimentales, ya que los verdaderos tratamientos no comprenden ninguna estructura factorial, es por esto que se genera un arreglo en bloques incompletos que en la práctica se conoce bajo el nombre de latice simple. Al hacer 2 replicas de un latice simple se obtiene un latice duplicado, si se hacen 3 replicas es un latice triplicado y así sucesivamente hasta generar un latice balanceado.

El diseño de latices asegura por un lado un mejor control en la heterogeneidad de el material experimental, pero por otro lado perderá precisión al confundir parte de la información relevante. Esta se puede recuperar mediante las siguientes consideraciones. Es posible demostrar que cualquier contraste entre los efectos puede estimarse a partir de comparaciones intrabloques suponiendo efectos aleatorios, de estos últimos tales estimaciones son independientes si los errores se consideran normales y no correlacionados con media 0 y varianza  $\sigma^2_b$  se sabe que las mejores estimaciones se tienen cuando se combina la información obtenida apartir de comparaciones dentro de bloques.

Sin embargo este último tiene la siguiente desventaja, que no se conoce en la varianza los errores o de la u.e ni la  $\sigma^2_b$  de los errores de los bloques que se conocen, y solo pueden derivarse estimaciones insesgadas.

**CAPITULO VI**  
**PREDICCIÓN DE FALLA**

## CONFIABILIDAD

En épocas pasadas los consumidores fijaban su atención en productos innovadores o llamativos. En la actualidad son muchos los consumidores que toman como importancia fundamental la duración de los componentes o sistemas para aceptar el producto, estableciendo así el nivel de inspección o de pruebas necesario. Por lo anterior un aspecto importante es la "ingeniería de confiabilidad", la cual comprende diversas actividades, una de las cuales es el modelado de la confiabilidad. Los modelos suelen depender del tiempo, pero existen situaciones donde este no es el caso. Como segunda actividad importante es la prueba de vida y la estimación de la confiabilidad de un componente o sistema.

Para mayor entendimiento consideraremos un componente o sistema, el cual se pondrá en servicio, y supondremos que puede definirse como un estado de "falla" para cualquier componente o sistema en el cual dejan de funcionar. Ahora si tal componente se pone en servicio a un tiempo determinado,  $t = 0$ , y observamos hasta que deja de funcionar correctamente, o sea que falla, a ese tiempo que tarda en fallar o la duración se le llama  $T$ , la cual es considerada como una variable aleatoria continua con una función de densidad de probabilidad (fdp) de  $f$ .

El valor de  $T$  en un componente o sistema no pueden ser determinados por otro componente o sistema en condiciones iguales, ya que fallarán en tiempos diferentes e impredecibles. Así pues definiremos la confiabilidad de un componente o sistema como la probabilidad de que funcione dentro de límites dados al menos durante un periodo determinado en condiciones ambientales específicas. Desde el punto de vista matemático tenemos que la confiabilidad de un componente o sistema en un tiempo  $t$  la llamaremos  $R(t)$  y la expresaremos como  $R(t) = P(T > t)$ , en donde  $T$  es la duración del componente o sistema, y  $R$  se conoce como la función de confiabilidad.

La confiabilidad de un componente o sistema es igual a la probabilidad de que estos no fallen durante el intervalo  $[0, t]$  o también se puede considerar que la confiabilidad es igual a la probabilidad de que el componente o sistema este funcionando después de un tiempo  $t$ .

Mediante la  $\int_0^t f(s) ds$  fdp de  $T$ , llamemos la  $f$ , tenemos

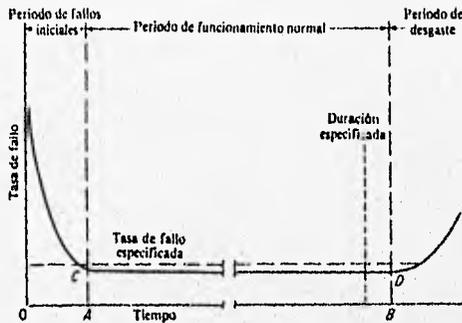
$$R(t) = \int_0^t f(s) ds$$

Mediante la fda de  $T$ , llamemos la  $F$ , tenemos que

$$R(t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F(t)$$

La curva de tasa de falla caracteriza a una gran variedad de artículos manufacturados, la cual está dividida en 3 partes. La primera se caracteriza por una razón de falla decreciente y representa el periodo durante el cual los artículos de mala calidad son eliminados. La segunda parte se caracteriza por una razón de falla constante, se considera el periodo de

vida útil en que sólo ocurren fallas accidentales. La tercera parte se caracteriza por un incremento en la razón de falla, es el periodo en el cual las fallas se deben principalmente al desgaste. A continuación se presentará la curva de tasa ref ( 1 )



Por otro lado tenemos la función que describe las partes que fallan de un artículo, esta es la tasa de falla  $h$  (algunas veces llamada función de riesgo) asociada con la variable aleatoria  $T$ , tenemos

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \text{definida para } F(t) < 1$$

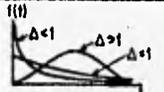
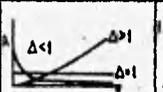
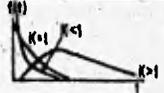
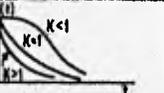
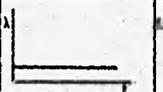
Por otro lado analizaremos la relación que existe entre la función de confiabilidad  $R$  y el tiempo promedio de falla,  $E(T)$ .

Si  $E(T)$  es finito, entonces  $E(T) = \int_0^{\infty} R(t) dt$  se considera  $\int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} f(s) ds \right] dt$  se integra por partes y tenemos que en la segunda integral del segundo miembro, representa  $E(T)$  por lo tanto la demostración esta completa, si demostramos que  $\int_0^{\infty} f(s) ds$  se anulan en  $t = 0$  y cuando  $t \rightarrow \infty$ . La anulación en  $t = 0$  es inmediata, sabiendo que  $E(T)$  es finita.

Los conceptos de confiabilidad y tasa de fallas se encuentran entre las herramientas necesarias más importantes para un estudio de los "modelos de falla".

A continuación presentaremos las leyes de fallas para la descripción de algunos fenómenos observados, que de manera general se representaran en la tabla siguiente para posteriormente explicarlas:

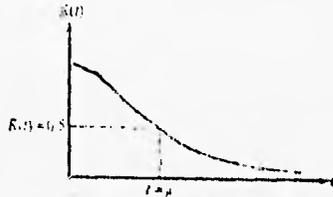
TIPOS DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDADES ENCONTRADAS EN CONFIABILIDAD Y SU CORRESPONDIENTE INTENSIDAD Y SUS FUNCIONES DE CONFIABILIDAD REF (3)

WEIBULL			
GAMMA			
EXPONENCIAL			
NORMAL			
TIPO	FORMA DE DISTRIBUCION	INTENSIDAD DE FALLAS ASOCIADA	FUNCION DE CONFIABILIDAD ASOCIADA

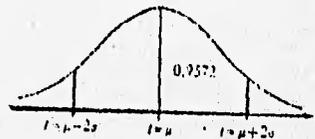
La ley normal de fallas.- Existen muchos tipos de componentes cuya conducta de falla es representada por la distribución normal. Esto es, T es la duración de un componente o sistema y su fdp esta dada por

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -1/2 \left[ \frac{t-\mu}{\sigma} \right]^2$$

El tiempo de falla debe ser mayor que o igual a cero  $P(T \leq 0)$ . La ley normal de fallas implica que la mayor parte de los artículos fallan alrededor del tiempo promedio de falla,  $E(T) = \mu$  y el número de fallas disminuye simetricamente cuando  $|t - \mu|$  aumenta. La ley normal de fallas significa que alrededor de 95.72 % de las fallas tienen lugar para los valores de t que satisfacen  $\{ t \mid |t - \mu| < 2\sigma \}$  como se puede ver en la figura siguiente:



La figura siguiente muestra una curva general de confiabilidad para una ley normal de fallas. Cuando se quiera tener una confiabilidad de 0.90 o mayor el tiempo de operación debe ser considerablemente menor que  $\mu$ , la duración esperada. Esta ley normal de fallas se emplea con mayor generalidad para modelar fallas por desgaste o fallas por esfuerzo. En situaciones donde la mayor parte de las fallas se deben al desgaste, la distribución normal puede ser muy apropiada.



La ley exponencial de fallas.- Una de las leyes de fallas más importantes es aquella cuyo tiempo de falla se describe mediante una distribución exponencial. Una forma sencilla de explicarla sería suponiendo que la tasa de falla es constante  $h(t)$ . Esto es  $h(t) = \alpha$ , la cual esta relacionada con la fdp, con el tiempo de falla T y se expresa

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t} \quad , \quad t > 0$$

El recíproco es si  $f$  tiene la forma anterior, la confiabilidad de un sistema

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\alpha t} \quad \text{y por tanto} \quad h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha$$

Por lo que se tiene el siguiente teorema donde T es el tiempo de falla, donde es una variable aleatoria continua que toma todos los valores no negativos, además de tener una distribución exponencial si y sólo si tiene una tasa constante de fallas. Cuando se supone una tasa constante de fallas, quiere decir que una vez que el artículo ha sido usado, su probabilidad de fallar no ha cambiado, considerandolo tan bueno como uno nuevo.

En este caso la ley exponencial de fallas representa un modelo apropiado para estudiar las características que fallan en un artículo. Sin embargo existen muchas situaciones que implican estudios de fallas para los cuales las hipótesis básicas que conducen a una ley exponencial no serán satisfechas.

La ley exponencial de fallas y la distribución de Poisson.- Supondremos que los accidentes aparecen de acuerdo con un proceso de Poisson. Además, que cada vez que aparece tal accidente hay una probabilidad constante  $p$  de que no se producirá fallas. Por tanto, si  $T$  es el tiempo de falla, tenemos, como anteriormente que

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - P(T > t)$$

En esta ocasión  $T > t$  si y sólo si durante  $[0, t]$  no ocurre ningún accidente, o bien ocurre un accidente y ninguna falla aparece, o dos accidentes y no aparece ninguna falla. Tenemos que

$$F(t) = 1 - \left[ e^{-\alpha t} + (\alpha t) e^{-\alpha t} p + (\alpha t)^2 \frac{e^{-\alpha t}}{2!} p^2 + \dots \right]$$

$$= 1 - e^{-\alpha t} e^{\alpha p t} = 1 - e^{-\alpha(1-p)t}$$

$T$  tiene una ley exponencial de fallas con parámetro  $\alpha(1-p)$ .

Ahora suponga que los accidentes aparecen de acuerdo con un proceso de Poisson. Y además suponga que las fallas ocurren cada vez que  $r$  o más accidentes ( $r > 1$  ocurren durante un intervalo de longitud  $t$ . Por lo tanto, si  $T$  es el tiempo para fallar, tenemos  $F(t) = 1 - P(T > t)$  En este caso,  $T > t$  si y sólo si  $(r-1)$  o menos accidentes ocurren. Por lo tanto

$$F(t) = 1 - \sum_{k=0}^{r-1} (\alpha t)^k e^{-\alpha t} / k! \text{ que es igual a } \int_0^t (\alpha / (r-1)) \int_0^t [\alpha / (r-1)!] (\alpha s)^{r-1} e^{-\alpha s} ds$$

representando la fda de una distribución Gamma. Encontramos que la causa anterior de fallas sigue la ley Gamma de fallas. (Si  $r = 1$ , esta se transforma en una distribución exponencial). La distribución Gamma se produce con frecuencia a partir de la modelación de la redundancia de reserva donde los componentes tienen una distribución exponencial del tiempo de falla.

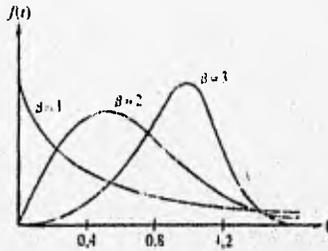
La ley de fallas de Weibull.- Supongamos que la tasa de fallas  $h$ , asociada con  $T$  y la duración de un artículo se expresa de la siguiente forma

$$h(t) = (\alpha\beta) t^{\beta-1}$$

en donde  $\alpha\beta$  son constantes positivas de la ecuación  $f(t) = h(t) e^{-\int_0^t h(x)dx}$  obtenemos la expresión siguiente para la fdp de T.

$$f(t) = (\alpha\beta) t^{\beta-1} e^{-\alpha t^\beta}, \quad t > 0, \alpha, \beta$$

La variable aleatoria que tiene fdp dada en la expresión anterior tiene una distribución de Weibull. Y la función de confiabilidad R esta dada por  $R(t) = e^{-\alpha t^\beta}$  que es una función decreciente de t



La distribución exponencial es un caso especial de la distribución de Weibull puesto que obtenemos la distribución exponencial si hacemos  $\beta = 1$  en la ecuación  $h(t) = (\alpha\beta) t^{\beta-1}$ . Esta suposición establece que  $h(t)$  no es una constante, sino que es proporcional a las potencias de t. Por ejm, si  $\beta = 2$ , h es una función lineal de t si  $\beta = 3$ , h es una función cuadrática de t, etc. Luego h es una función decreciente o constante de t, según el valor de  $\beta$  como se observa en las siguientes graficas.



$\beta = 1$   
h = cte.



$\beta > 1$   
h = creciente



$0 < \beta < 1$   
h = decreciente

La distribución de Weibull representa un modelo apropiado para una ley de falla siempre que el sistema esté compuesto por cierto número de componentes y la falla se deba

principalmente al defecto más serio, en un gran número de defectos del sistema. También con esta distribución podemos obtener una tasa de fallas crecientes y decrecientes al elegir correctamente el parámetro  $\beta$ .

## SISTEMAS EN SERIE

Una gran cantidad de sistemas pueden considerarse como sistemas en serie o en paralelo, o una combinación de ambos. Un sistema está caracterizado por el hecho de que todos sus componentes están relacionados en forma que el sistema completo deje de funcionar si alguno de sus componentes falla; un sistema en paralelo, por el contrario, sólo deja de funcionar si todos sus componentes fallan.

Analizaremos en primer término un sistema de  $n$  componentes conectados en serie además de ser independientes, es decir que el rendimiento de cualquiera de las partes no afecta a la confiabilidad de las otras. Este se representa de la siguiente forma:



La confiabilidad del sistema la llamaremos  $R(t)$  y la de los componentes la llamaremos  $R_1(t), R_2(t)$  y  $R_n(t)$ . El modelo de confiabilidad es entonces:

$$R(t) = P(T > t) = P(T_1 > t) \cdot P(T_2 > t) \dots P(T_n > t)$$

$$R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \dots R_n(t)$$

$$\text{donde } P(T_1 > t) \cdot P(T_2 > t) \dots P(T_n > t) = R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \dots R_n(t)$$

Se puede observar que la confiabilidad del sistema es la suma de las tasas de falla de los componentes. Ahora si  $T_1$  y  $T_2$  tienen leyes de falla exponencial con parámetros  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  la ecuación  $R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t)$  se transforma en  $R(t) = e^{-\alpha_1 t} \cdot e^{-\alpha_2 t} = e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}$ .

La fdp del tiempo de fallas del sistema, la llamaremos  $T$ , y esta dada por

$$f(t) = -R'(t) = (\alpha_1 + \alpha_2) e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \text{ y si se generaliza a } n \text{ componentes tenemos que}$$

$$R(t) = e^{-\alpha_1 t} \cdot e^{-\alpha_2 t} \dots e^{-\alpha_n t} = e^{-(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)t}$$

$$R(t) = e^{-\alpha t} \text{ donde } \alpha \text{ representa la tasa de falla del sistema.}$$

**SISTEMA EN PARALELO.** - Otro sistema importante es en paralelo como ya mencionamos sus componentes están conectados de tal forma que deja de funcionar sólo si todos los componentes dejan de funcionar, ya que funcionan de forma independiente. Si tenemos  $n$

componentes en paralelo que funcionan independientemente, la *i*-ésima componente tiene la confiabilidad de  $R_i(t)$ , entonces la confiabilidad del sistema llamada  $R(t)$ , esta dada por:

$$R(t) = 1 - [1 - R_1(t)] [1 - R_2(t)] \dots [1 - R_n(t)]$$

Cotidianamente los componentes tienen igual confiabilidad, esto es que  $R_i(t) = r(t)$  para toda *i*. En este caso la expresión anterior se transforma en  $R(t) = 1 - [1 - r(t)]^n$ .

Consideraremos 2 componentes en paralelo, cada uno con tiempo de falla distribuido exponencialmente. Representado en la siguiente expresión.

$$R(t) = R_1(t) + R_2(t) - R_1(t)R_2(t) = e^{-\alpha_1 t} + e^{-\alpha_2 t} - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) t}$$

La fdp del tiempo de falla del sistema en paralelo, la llamaremos  $T$  y está dada por

$$f(t) = -R'(t) = \alpha_1 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 e^{-\alpha_2 t} - (\alpha_1 + \alpha_2) e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) t}$$

por lo que  $T$  no está distribuido exponencialmente. El valor esperado de  $T$  es igual a

$$E(T) = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Frecuentemente usamos una operación en paralelo a fin de aumentar la confiabilidad del sistema. Existen otras formas de combinar componentes entre ellas se encuentran series en paralelo, en donde los grupos de componentes se asemeja como en un circuito que tiene *m* componentes en serie cada uno (fig 1), paralelo en serie (fig 2)

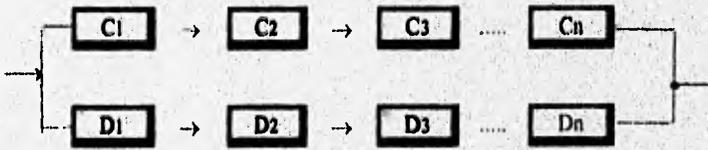


FIG 1 (series en paralelo)

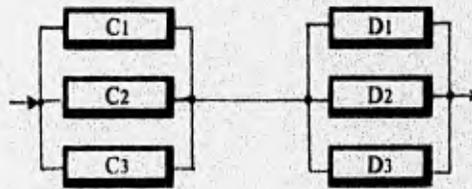


FIG 2 (paralelas en serie)

En el sistema sostenido, se consideran 2 componentes de los cuales el segundo componente funciona si y sólo si el primer componente falla. En este caso, el segundo componente funciona en lugar del primer componente.

## **CONCLUSIONES**

## CONCLUSIONES

Como se pudo observar se tienen una gran variedad de conceptos sobre la calidad de un producto o servicio, por lo que se expuso un concepto general sobre calidad, así como también de los sistemas de calidad, costos de calidad, círculos de calidad y las auditorías de calidad.

Con respecto a las cartas de control se realizó una distinción entre las cartas de control por variables y por atributos, esto es al registrar la medida real de una característica de calidad es expresada mediante variables, y cuando se anota el número de artículos que cumplen las características y el número de los que no cumplen, son consideradas como cartas por atributos.

Por otro lado al tratar con aparatos muy sofisticados se podrían tener características muy particulares para cada artículo por lo que en forma general se plantean diversos planes de muestreo, así como también diversos tipos de inspección de acuerdo con las normas correspondientes.

Además de mencionar los aspectos básicos para el diseño experimental, también se mencionan a grandes rasgos la importancia de la confiabilidad al relacionarse con la calidad del producto y la forma de evaluar el nivel de esfuerzo a un tiempo determinado, así como los diversos diseños que son aplicados con características propias y una explicación general de la técnica de Taguchi.

**BIBLIOGRAFIA**

## BIBLIOGRAFIA

### Libros

- 1• Cox, D.R., *Planning of Experiments*, Wiley Publications in Statistics.
- 2• Duncan, A.J. *Quality Control and Industrial Statistic*. 4a. De. Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill.
- 3• Feigenbaum A.V., *Control Total de la Calidad*, Editorial Compañía Editorial Continental, S.A. de C.V.
- 4• Grant E. L. y Leavenwoth. R.S, *Control Estadístico de Calidad* 5 ed. Compañía Editorial Continental, S:A de C.V.
- 5• Hines, W.W., y D.C. Montgomery (1980). *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*, 2a ed., John Wiley, New York.
- 6• Li.C.C, *Introducción a la Estadística Experimental*. Ediciones Omega, S:A:
- 7• Miller , I y Freund J.E., *Probability and Statistics for Engineers*, Prentice- Hall. Mathematics Series.
- 8• Martínez, A., *Diseños Experimentales. Métodos y Elementos de Teoría*, Trillas
- 9• Montgomery, D.C., *Control Estadístico de la Calidad*, Grupo Editorial Iberoamericana.
- 10• Montgomery, D.C., *Diseño y Análisis de Experimentos*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- 11• Ostle, B., *Estadística aplicada. Técnicas de la Estadística Moderna, Cuando y donde aplicarlas*, 8 ed. Limusa, México.
- 12• Western Electric (1956) *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Corporation, Indianapolis, Ind.
- 13• Wortham, T.E, *Practical Statistics in Experimental Designs Methods Applications*, Charles E. Merrill Books, Inc. Columbia, Ohio.
- 14• Yates, F. *Design and Analysis of Factorial Experiments*. Tech. Comm. No. 35, Imperial Bureau of Soil Sciences, Londres.
- 15• Zuwaylif, F.H., *Estadística General Aplicada*. Fondo Educativo Interamericano.

**Manuales**

- Los Círculos de Calidad. Su Soporte a la Modernización Industrial. Serie 9 Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. México.
- Los Círculos de Calidad. Experiencias en la Empresa Mexicana. Serie 8 Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. México.
- Juran, J.M. Manual de control de calidad. 2 de. Reverte S.A. Barcelona

**Notas:**

Molina Gómez, Guillermo A.  
Notas sobre Diseño de investigaciones experimentales  
México, 1994.