



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISCOS DE ACRECION EN TORNO A ESTRELLAS JOVENES

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS (ASTRONOMIA)

PRESENTA:

PAOLA D'ALESSIO VESSURI

ASESOR: SUSANA LIZANO SOBERON, JORGE DANIEL CARLOS CANTU ILLA

Ciudad Universitaria, Cd. Mx.,

1996



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DISCOS DE ACRECIÓN EN TORNO A ESTRELLAS JÓVENES

por

Paola D'Alessio

Asesores:

Dr. Jorge Cantó Illa

Dra. Susana Lizano Soberón

Universidad Nacional Autónoma de México

México D.F., Marzo 1996

ÍNDICE

Resumen	vii
Abstract	ix
Agradecimientos	xi
Capítulo I. Introducción	1
Capítulo II. Aspectos generales	11
II.1. Introducción	11
II.2. Ecuaciones fundamentales	11
II.2.1. Ecuación de continuidad	13
II.2.2. Ecuación de conservación del momento	15
II.2.3. Ecuación de conservación de la energía interna	27
II.3. La envolvente en colapso como fuente de masa, energía y presión hidrodinámica del disco	30
II.3.1. Tasa de acreción	35
II.3.2. Flujo de energía	37
II.3.3. Presión hidrodinámica	40
Capítulo III. Estructura vertical de discos viscosos	43
III.1. Introducción	43
III.2. Suposiciones básicas	45

III.3. Mecanismos de transporte de energía	47
III.3.1. Radiación	47
III.3.2. Flujo turbulento	49
III.3.3. Convección	51
III.4. Fuentes de energía	53
III.5. Ecuaciones de estructura vertical	55
III.6. Resultados	61
III.6.1. Efecto de la conducción turbulenta	61
III.6.2. Atmósfera del disco	63
III.6.3. Estructura radial	76
III.7. Algunas inestabilidades de los discos	101
III.7.1. Inestabilidad térmica en el interior del disco	101
III.7.2. Inestabilidad gravitacional	110

Capítulo IV. Efecto de la irradiación sobre la estructura

de un disco viscoso	113
IV.1. Introducción	113
IV.2. Irradiación como condición de frontera	116
IV.3. Irradiación estelar de un disco de superficie curva	119
IV.3.1. Planteamiento y geometría	119

IV.3.2. Estructura radial	125
IV.3.3. Aproximaciones analíticas	131
IV.3.4. Resultados	133
IV.4. Irradiación debido a una envoltura tenue	141
IV.4.1. Planteamiento y geometría	141
IV.4.2. La estrella como fuente de radiación	148
IV.4.3. El disco como fuente de radiación	155
IV.4.4. Resultados	165
IV.5. Masas de los discos irradiados	168
Capítulo V. Espectros y colores de discos de acreción	175
V.1. Introducción	175
V.2. Cálculo de la intensidad y flujo emergentes de un disco	176
V.2.1. Geometría	176
V.2.2. Temperatura de brillo y profundidad óptica	182
V.2.3. Flujo emergente	183
V.2.4. Disco visto de polo $\theta = 0$ y aproximación del efecto del ángulo de inclinación	184
V.2.5. Algunos casos límites	185
V.3. Resultados generales	189

V.3.1. Espectros	191
V.3.2. Infrarrojo cercano: J, H y K	201
V.3.3. Infrarrojo lejano	206
V.3.4. Flujos submilimétricos y milimétricos	209
V.3.5. Flujo en el cercano IR vs flujo <i>mm</i>	228
V.3.6. Radiofrecuencias	234
V.4. Casos particulares	238
Capítulo VI. Estrellas T Tauri de espectro plano	243
VI.1. Introducción	243
VI.2. Modelos	245
VI.3. Resultados	250
VI.3.1. Estructura de discos no irradiados	250
VI.3.2. Estructura de discos irradiados	252
VI.4. Aplicación al caso de HL Tau	258
VI.4.1. Espectro a longitudes de onda largas	259
VI.4.2. Visibilidades de HL Tau	263
VI.4.3. Predicciones para diferentes instrumentos y longitudes de onda	271
VI.5. Discusión	273

Capítulo VII. Capa límite	277
VII.1. Introducción	277
VII.2. Modelo de capa límite	281
VII.3. Espectro y colores de la capa límite	295
VII.4. Discusión	305
Capítulo VIII. Resumen y conclusiones	307
VIII.1. Resumen	307
VIII.2. Resultados	310
VIII.3. Trabajo futuro	316
Apéndice A. Transporte de energía	319
A.1. Convección en presencia de radiación y conducción turbulenta	319
A.2. Transporte radiativo	328
Apéndice B. Opacidades	333
B.1. Fuentes de opacidad	333
B.2. Poblaciones de átomos e iones	336
B.3. Opacidad del polvo	337
B.4. Opacidades promedio	343
Apéndice C. Símbolos	345
Referencias	349

DISCOS DE ACRECIÓN EN TORNO A ESTRELLAS JÓVENES

RESUMEN

Se presenta un método para calcular la estructura y la distribución de intensidad específica de discos de acreción en torno a estrellas jóvenes de masa baja e intermedia, que incluye un tratamiento realista de los mecanismos de transporte de energía y del calentamiento por irradiación debido a fuentes externas al disco.

Los discos se suponen estacionarios, geoméricamente delgados y en equilibrio hidrostático en la dirección vertical. Se parametriza el coeficiente de viscosidad turbulenta usando la prescripción α y se supone que tanto el parámetro de viscosidad α como la tasa de acreción de masa son espacialmente constantes. La energía es transportada en la dirección vertical por los siguientes mecanismos: (a) *flujo turbulento*, calculado consistentemente con el coeficiente de viscosidad usado para describir la disipación viscosa de energía, (b) *radiación*, usando los dos primeros momentos de la ecuación de transporte, la aproximación de Eddington y opacidades promedio de Rosseland y de Planck, y (c) *convección*, considerando que los elementos convectivos, no necesariamente ópticamente gruesos, pierden energía por radiación y por el flujo turbulento. El tratamiento de los mecanismos de transporte de energía presentado en este trabajo es diferente a lo previamente publicado por otros autores en esta área, permitiendo extender, de manera confiable, el cálculo de la estructura del disco a regímenes ópticamente delgados.

Se estudia el efecto sobre la estructura y emisión del disco, del calentamiento debido a radiación estelar y radiación proveniente de una envoltura circunestelar que reprocesa y dispersa radiación de la estrella central y del propio disco. Además del cálculo numérico detallado se hace un tratamiento analítico autoconsistente del efecto

de la irradiación que permite entender extender los resultados numéricos. Para evaluar el potencial del método presentado en esta tesis, se calculan modelos de discos viscosos no irradiados e irradiados y se comparan sus predicciones con observaciones de fuentes jóvenes, candidatos a poseer discos circunestelares.

Conocida la estructura del disco y especificando su orientación respecto a la visual, se calcula su distribución de intensidad específica sobre el plano del cielo, integrando la ecuación de transporte a lo largo de rayos paralelos a la visual. Para el cálculo de la intensidad específica se usan opacidades monocromáticas, con las cuales también se construyen las tablas de opacidad promedio de Rosseland y de Planck. Así, la estructura y la distribución de intensidad de los modelos de discos presentados en este trabajo, son consistentes en cuanto a abundancias y propiedades ópticas del gas y del polvo que los constituyen. Dada la distribución de intensidad del disco, se construye su espectro y se calculan colores en diferentes intervalos espectrales. Estos se comparan con observaciones de estrellas jóvenes de baja masa reportadas en la literatura y se infieren los parámetros característicos de los discos. Se encuentra que las propiedades observables de la mayoría de las estrellas T Tauri clásicas pueden explicarse como debidas a la emisión de discos viscosos irradiados por la estrella central o por una envolvente tenue y que la emisión, a longitudes de onda *submm* y *mm*, de fuentes de espectro plano como HL Tau, concuerda con lo predicho para discos viscosos irradiados por una envolvente en colapso ópticamente gruesa.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi gratitud a los Drs. Jorge Cantó y Susana Lizano, quienes dirigieron esta tesis, y a los sinodales Drs. Nuria Calvet, Jose Franco, Ramón Peralta-Fabi, Luis Felipe Rodríguez y Silvia Torres, por sus valiosas sugerencias al presente trabajo.

A Jorge, mi asesor en la maestría y el doctorado, quiero agradecerle su ayuda constante durante todos estos años, las sesiones de trabajo y seminarios de los que aprendí (y espero seguir aprendiendo) mucho y que fueron el mejor estímulo para sobrevivir a esa árida etapa de cursos, exámenes y tesis, y porque gracias a él, siempre pude contar con una beca. Deseo asimismo agradecer a Susana, quien me asesoró en la parte computacional de este trabajo, apoyó mi formación académica durante todo el posgrado y me ayudó muchas veces en momentos difíciles. Quiero agradecerle a Nuria Calvet no sólo por haber sido mi tutora a larga distancia, por haberme permitido usar sus rutinas para el cálculo de las opacidades monocromáticas - uno de los aspectos más importantes de este trabajo - y por su ayuda en la comparación entre las predicciones de los modelos y las observaciones, sino también por ser mi amiga, porque fue mi primer contacto con la investigación astronómica y porque la admiro mucho. Siempre estuvo presente, estimulando y apoyando este trabajo, con buenas ideas, críticas constructivas, e incluso ayudándome a organizarme para escribirlo y, de vez en cuando, regañándome (ni modo).

Asimismo, agradezco a Lee Hartmann, Luis Felipe Rodríguez, Edmundo Moreno, Alejandro Raga, Will Henney, Vladimir Escalante, Enrique Vázquez y Javier Ballesteros, por las valiosas discusiones que tuve con cada uno de ellos sobre diferentes aspectos de la tesis, y a Scott Kenyon por haberme enviado las tablas de Kenyon & Hartmann (1995). En particular, a Lee por su gran ayuda en el capítulo VI y sus buenos consejos. A Gustavo Bruzual por sus bibliotecas de espectros y sus elegantísimos programas de los que aprendí muchísimo y que siempre trato de imitar (...en vano). A Matilde Fernández, que me clarificó, por lo menos por un rato, las oscuridades de la calibración de los filtros de Strömgren y me consiguió unos flujos de HL Tau en el lejano infrarrojo, por los que sí pasaba el espectro del modelo. A Gladis Magris, por el macro para la tesis y por estar siempre pendiente.

Quiero agradecer al Instituto de Astronomía de la UNAM por todas las facilidades que me brindaron durante la maestría y el doctorado, a DGAPA-UNAM por el apoyo económico, a la Fundación Polar de Venezuela por la donación que me permitió venir a México y al Centro de Investigaciones de Astronomía de Mérida, Venezuela (CIDA), por haberme apoyado como tesista de licenciatura y después, durante diferentes estancias de trabajo. Quiero agradecerle a Silvia Torres su ayuda para resolver la infinidad de problemas burocráticos con los que me he ido topando a lo largo de estos años, y también por el jorongo de mi primer invierno mexicano y algunos buenos pleitos en la comisión de posgrado; a Miriam Peña por todos los trámites de becas y al personal del Instituto por su apoyo durante el posgrado.

Deseo agradecer a Julián por Mérida, por haberme acompañado a México, haber aguantado los años de maestría, por libre, por consecuente y porque lo quiero mucho; a Gladis y Gustavo S., su solidaridad y Oriana, a Carlos, su buen humor y cariño, y a los tres, junto con Gustavo B., por hacerme sentir que tengo un lugarcito en Mérida. A Héctor, Roberto y Rolando, por creer en la revolución que vendrá, por ser tan íntegros, por el cine club y el cef. A Andrea, por ser así como es, por la casa de la Pedregosa, por los tés, por las idas a la Pausa, el festival de poesía, las parrillas del

viaducto. A María Fernanda, Mariella, Mariana, Livia, Miguel Angel, Guillermo, a la 69. A Abraham y Carmen Ruíz, por Tlatelolco, por los viajes, por ser incondicionales, a Juan Salazar y su familia, por ser tan buena gente y por haberme adoptado, y a Alfredo y a Julia, por ser compañeros en unos cuantos infortunios, por darle sentido a las clases y haberme hecho sentir bien de venir a México.

Deseo agradecer a Valentina, por corregirme el castellano de la tesis, por luchadora y cariñosa, a Mayra, con sus alegrías y nostalgias, a Stan, por gringo comunista y por todo (menos el gabinete), a Salvador, que se ha dedicado a preguntarme cuándo termino cada tres minutos, a Marco, por una platica muy terapéutica en el CFA.

A la familia Ballesteros, por haber producido un Javier y por ser tan cálidos. A Pepino, Beto, Vero, Rodrigo y Alonso, René, Anabel y Guille, Sandra, Lorenzo y Maru, Mayra O., Mónica, Yolanda, Jesús y Leticia, Rossy, Vladimir, Will y Jane, Roel, Carlos, Isabel y Tere, Pepe Franco, César, Patricia y Jose Antonio, Silvia y Eduardo, Luis, Sergio, Erika, Luis Artemio, los muchachos de cómputo.

A mi familia, por haber logrado mantenernos unidos a pesar de todas las confabulaciones. A mi mamá, tan fuerte y tan dulce; a Santiago, por aquella vez en que me dió permiso de hacer travesuras, por haber sabido siempre comprender, por ser tan consecuente, tan íntegro; a Magda, por optimista, por escribir teatro en medio de la cotidianidad difícil; a Bibi, por independiente y luchadora, porque hemos sido compañeras muchos años; a Diego, porque desde que nació es lo que más quiero en este mundo A todos ellos por Tucumán, el paraíso perdido. A mi abuela, por discutidora, por el viaje larguísimo de cada año sólo para vernos (aunque se pierda las mesas de póker), por la pasta frola y los alfajores; a Ricardo, Mariana, Marcela y Pablo; a Javier B(lanco). Los quiero y los extraño que jode.

Y a Javier, por su habilidad anti-depresiva, por alegre, por solidario y parejo, por estar conmigo y porque lo quiero mucho.

CAPÍTULO I

INTRODUCCION

Habiendo sobrevivido casi doscientos años, la propuesta de Kant y Laplace de que el Sol y los planetas se formaron por contracción de una nube de gas y polvo en rotación, constituye hoy en día una de las hipótesis básicas en el estudio de la formación de estrellas y de sistemas planetarios circunestelares. La coplanaridad y casi circularidad de las órbitas de los planetas y su coincidencia con el plano del ecuador rotacional del Sol, apoyan la idea de que el Sistema Solar se originó de una distribución aplanada de material en rotación, un *disco protoplanetario*, que disipó energía circularizando sus órbitas antes de formar planetas. Más aún, la situación actual del Sistema Solar, donde el Sol posee el 98 % de la masa y solo el 2 % del momento angular total del sistema, se parece notablemente a lo que se predice como estado de mínima energía de un sistema autogravitante, aislado, con momento angular distinto de cero y viscosidad (Pringle 1981), sugiriendo que el disco protosolar fue alguna vez un *disco viscoso*, en el que se transportaba momento angular hacia afuera y masa hacia adentro.

Las estrellas T Tauri, descubiertas por Joy (1945), son objetos que se cree están en una fase evolutiva anterior al Sistema Solar. Se caracterizan por su asociación con nubes oscuras y sus espectros presentan líneas de Hidrógeno y Ca II en emisión, líneas prohibidas de [OI] y [SII] y la línea Li I $\lambda 6707$ en absorción (Herbig 1962, Bastian *et al.* 1983). Estas líneas se encuentran superpuestas a un espectro fotosférico de estrella tardía (tipo F a M) o, en algunos casos, a un continuo en el que no se distinguen líneas

de absorción fotosféricas. Son muchas las observaciones (e.g. Cohen & Kuhl 1979, Bertout 1989, Appenzeller & Mundt 1989, Kenyon & Hartmann 1995) que apoyan la idea, originalmente propuesta por Ambartsumian (1947), que las T Tauri son estrellas de baja masa ($M_* \lesssim 3 M_\odot$) que se encuentran en la fase pre-secuencia principal. Su edad se estimada es de $\sim 10^6$ años (Strom *et al.* 1993), mientras que el Sol tiene más de 10^9 años.

Mendoza (1966, 1968) encontró que las estrellas T Tauri presentan emisión en el infrarrojo, en exceso respecto al espectro continuo de una fotosfera estelar, y para explicarlo, propuso que se encuentran rodeadas por polvo, con una amplia distribución de temperaturas. Varsavski (1960) y Smak (1964) encontraron que muchas T Tauri presentan exceso ultravioleta. Los modelos de *discos circunestelares* de polvo, en los que ocurre disipación viscosa, permiten explicar los excesos IR y UV de la mayoría de las estrellas T Tauri (Kenyon & Hartmann 1987, Bertout, Basri & Bouvier 1988, Adams, Lada & Shu 1988). Además, algunos espectros de estos objetos presentan líneas prohibidas de [OI] y [SII], con perfiles asimétricos, corridos al azul (Edwards *et al.* 1987). Estas líneas se cree que se forman en el viento de la estrella, y la asimetría de sus perfiles se explica argumentando que el disco circunestelar funciona como una pantalla opaca que oculta al observador la zona del viento que se aleja de él (Edwards *et al.* 1987).

Son observaciones de este tipo las que han llevado a concluir que existen discos en torno a una fracción importante de estrellas pre-secuencia principal. Constituyen, en general, evidencias indirectas o circunstanciales de los discos. Por otro lado, la morfología del Sistema Solar constituye un argumento de plausibilidad de la existencia de una fase evolutiva en la que las estrellas se encuentran rodeadas por discos. En los

últimos años, observaciones con interferómetros que operan en longitudes de onda entre *submm* y *radio* (Rodríguez *et al.* 1994, Lay *et al.* 1994, Dutrey *et al.* 1995) y con el telescopio espacial HST (Burrows, Hester & Morse 1995), han producido las primeras evidencias directas de la existencia de discos circunestelares en torno a estrellas jóvenes.

Los discos viscosos, llamados también *discos de acreción*, son mecanismos poderosos que permiten transformar energía potencial gravitacional en radiación y se han propuesto como explicación de los excesos de emisión observados en contextos astronómicos muy diversos, desde estrellas recién formadas hasta núcleos activos de galaxias y cuasares. Estos discos se distinguen entre sí por la profundidad del pozo de potencial gravitacional en el que se encuentran inmersos y que constituye su fuente última de energía. Responden, salvo desviaciones relativistas, al mismo principio físico, pero presentan regímenes de temperatura y densidad muy distintos, que hacen que cada tipo de disco involucre problemas particulares. Se cree que durante aproximadamente 10^6 años (Strom, Edwards & Skrutskie 1993), los discos circunestelares jóvenes son responsables de los excesos de emisión en el infrarrojo y en el ultravioleta característicos de las estrellas T Tauri.

En este capítulo se resume el modelo estándar de formación estelar, presentando las contrapartes observables de las diferentes fases evolutivas. Se intenta ubicar a los discos de acreción protoplanetarios en contexto, mostrando en que medio ambiente se desarrollan y qué papel juegan en la formación, evolución y apariencia de una estrella pre-secuencia principal.

El modelo estandar de formación de estrellas de baja masa $M_* < 3 M_\odot$ (ver Shu, Adams & Lizano 1987, Lizano 1988), establece que un fragmento de nube molecular (de tamaño típicamente del orden de $2 - 5 pc$, masa entre $10^3 - 10^4 M_\odot$ y densidades

alrededor de $n_{H_2} \sim 10^{2.5} \text{ cm}^{-3}$), en el que se desacoplan materia y campo magnético, colapsa y se fragmenta sucesivamente. Los fragmentos en los que el soporte turbulento no es suficiente para contrarrestar a la gravedad, evolucionan transformándose en núcleos densos (de tamaños $\sim 0.05 - 0.2 \text{ pc}$, masas $\sim 0.3 - 10 M_\odot$ y densidades $n_{H_2} > 10^4 \text{ cm}^{-3}$) en escalas de tiempo del orden de $10^6 - 10^7$ años y pueden ser observados como “núcleos de amoníaco”. En $\sim 10^5$ años los núcleos se vuelven muy concentrados y alcanzan las condiciones apropiadas para formar estrellas.

Es muy poco probable una situación en la que los movimientos aleatorios del gas y del polvo que constituyen al núcleo, se combinen para anular el momento angular neto de éste. Aún con un momento angular pequeño, el colapso ocurre más rápidamente en la dirección del eje de rotación, donde no existe una fuerza centrífuga que ayude a contrarrestar a la gravedad, que en la dirección perpendicular. Cálculos detallados de esta fase del colapso para la formación de una estrella sola (e.g. Cassen & Moosman 1981, Terebey, Shu & Cassen 1984, Morfill *et al.* 1985, Tscharnuter 1987, Boss 1987, Cantó & Moreno 1996), predicen que el material de menor momento angular se condensa en el centro de masa del sistema formando la *protoestrella*, mientras que el de mayor momento angular tiende a concentrarse en el plano ecuatorial, dando origen al *disco circunestelar*.

De manera esquemática, la evolución subsiguiente se suele describir en términos de tres fases, cada una asociada con objetos diferentes de acuerdo a la clasificación propuesta por Lada & Wilking (1984). En la interpretación evolutiva de este esquema de clasificación, la cantidad y distribución de polvo en torno a la protoestrella se cuantifica mediante el índice espectral n entre 2 y $100 \mu\text{m}$ que corresponde a la pendiente de la distribución espectral $\log \lambda F_\lambda$ vs $\log \lambda$. Así, los objetos de clase I

tienen $n \geq 0$ y se trata de fuentes invisibles en el óptico, rodeadas por envoltentes ópticamente gruesas, los de clase II tienen $-2 < n < 0$ y se modelan suponiendo que el polvo está concentrado en el disco circunestelar, y los de clase III, con $n \sim -3$, tienen características de estrella pre-secuencia principal, rodeadas de poco polvo. A continuación se resumen estas fases evolutivas, así como las etapas de transición entre ellas.

En una etapa evolutiva temprana, disco y protoestrella se encuentran embebidos en una envoltente opaca, remanente del núcleo progenitor. El sistema aparece como una fuente infrarroja con un pico de emisión entre 60 y 100 μm , catalogada como fuente “embebida” o de “clase I” (Lada & Wilking 1984, Adams & Shu 1986, Adams, Lada & Shu 1987, Kenyon *et al.* 1993a, Terebey, Chandler & André 1993). Recientemente, haciendo mapas de continuo submilimétrico de regiones de formación estelar, se han encontrado fuentes que son brillantes en *submm* pero invisibles a $\lambda < 10 \mu m$ y que se han llamado de “clase 0” (André, Ward-Thompson & Barsony 1993). Estas fuentes se interpretan como protoestrellas, en una fase evolutiva aún más temprana que las de “clase I”, con una edad menor a 10^4 años.

En algún momento se *enciende* un viento de la estrella o del disco abriéndose paso, preferentemente en dirección del eje de rotación del sistema, a través del material que cae. El origen físico de este viento aún no está bien establecido (e.g. Pudritz & Norman 1986, Shu *et al.* 1988, Königl 1991, Najita 1995, Königl 1995), pero se encuentra una correlación entre la presencia de acreción, relacionada con los excesos de emisión en el IR cercano, y la presencia de vientos, establecida a partir de los perfiles de distintos tipos de líneas (Edwards *et al.* 1993). La gran cantidad de masa disponible en la nube progenitora junto con la baja eficiencia de formación estelar

inferida observacionalmente (Lada 1985) sugieren que la protoestrella no puede seguir acreutando masa indefinidamente y se ha propuesto que el viento, ayudando a limpiar los restos del núcleo, juega un papel importante en detener el colapso (Shu, Adams & Lizano 1987, y referencias allí citadas). Modelos de sistemas formados a partir de un núcleo en rotación, inicialmente esférico (Kenyon *et al.* 1993a,b y Calvet *et al.* 1994) \rightarrow pre-aplanado (Hartmann *et al.* 1995), muestran que en esta fase el objeto presentaría características que permitirían clasificarlo o como una fuente “embebida” o como una “estrella T Tauri de espectro plano”, dependiendo de qué tan aplanada es la envolvente, del ángulo de inclinación del eje de rotación respecto a la visual y de la importancia de la emisión del disco.

Las estrellas T Tauri de espectro plano emiten más radiación en el infrarrojo lejano que lo que predicen los modelos de discos viscosos (e.g. Bertout, Basri, & Bouvier 1988), aún tomando en cuenta la irradiación estelar (Kenyon & Hartmann 1987). Esto ha llevado a varios autores (Adams, Lada & Shu 1988, Beckwith *et al.* 1990) a proponer la existencia de discos activos no-estándar, con una distribución de temperatura más plana que la de los discos viscosos irradiados y no irradiados. Los modelos de discos no-estándar se construyen empíricamente suponiendo leyes de potencia para la densidad superficial y temperatura del disco, donde el exponente de esta última se varía para ajustar el espectro (en IR lejano) de cada objeto estudiado. No existe aún una teoría física concluyente que justifique las distribuciones adoptadas. Por otro lado, Calvet *et al.* (1994) muestran que las T Tauri de espectro plano se pueden modelar en detalle considerándolas un sistema de tres componentes: estrella, disco “estándar” y envolvente, de manera que parte de su emisión integrada proviene del disco de acreción y parte, de la envolvente en colapso.

Con el tiempo, la envoltura se va volviendo cada vez más tenue, contribuyendo menos al espectro del sistema en el infrarrojo lejano (Adams, Lada & Shu 1987) y calentando al disco por dispersión y reprocesamiento de radiación de la estrella con una eficiencia que depende de su coeficiente de extinción (Natta 1993). Eventualmente el sistema resulta visible en el óptico y aparece como una estrella pre-secuencia principal, rodeada por el disco circunestelar: una “estrella T Tauri clásica” (CTTS) o fuente de “clase II”.

Durante todo este proceso, el disco libera energía gravitacional por disipación viscosa, a una tasa que depende de cuánta masa circula a través de él por intervalo de tiempo (Lynden-Bell & Pringle 1974). Además se calienta por radiación de la estrella que incide directamente sobre su superficie o que es reprocesada por la envoltura. Cuando domina la irradiación como fuente de energía, se lo cataloga como un “disco pasivo” (e.g. Adams, Lada & Shu 1987, Kenyon & Hartmann 1987, Natta 1993) y cuando domina la acreción, como un “disco activo” (e.g. Lynden-Bell & Pringle 1974, Bertout, Basri & Bouvier 1988), pero en general ambas fuentes de calentamiento juegan un papel importante en determinar su estructura y su espectro.

El disco evoluciona, aumentando la masa de la estrella central en una escala de tiempo del orden del tiempo viscoso ($\sim 10^5 - 10^6$ años para parámetros típicos). Durante alguna etapa de su historia, puede sufrir erupciones tipo FU Orionis, en las que el sistema aumenta su brillo hasta por $\Delta M_v \sim 6$ en períodos de 1 – 20 años, decayendo gradualmente en poco más de 100 años (e.g. Kawazoe & Mineshige 1993, Bell & Lin 1994).

Es generalmente aceptado que a partir de los discos circunestelares se pueden formar planetas (Lissauer 1993, y referencias allí citadas). Cuando esto sucede o cuando

la tasa de acreción de masa a través del disco se vuelve muy pequeña porque éste recibe poca masa de la envolvente, la estrella central aparece como una “T Tauri de líneas débiles” (WLTTS) o fuente de “clase III”, con fuerte actividad cromosférica, rodeada de restos de gas y polvo del disco y, posiblemente, de un sistema planetario. La estrella se contrae cuasiestáticamente hasta alcanzar temperaturas centrales que permitan la fusión de hidrógeno, volviéndose entonces una estrella en la edad cero de la secuencia principal del diagrama HR.

El modelo estándar de formación de estrellas de baja masa predice que durante aproximadamente 10^6 años, las estrellas están rodeadas por discos de acreción y existen observaciones que, directa o indirectamente, confirman esta hipótesis, permitiendo establecer una tasa de acreción de masa típica de $\sim 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (e.g. Kenyon & Hartmann 1987, Bertout, Basri & Bouvier 1988, Hartigan *et al.* 1989, 1991).

Cuáles son las propiedades físicas de los discos circunestelares, cómo evolucionan, cómo interactúan con la estrella central y la envolvente en colapso, cómo se produce y/o colima el viento, cómo evoluciona el polvo en el disco, son algunas de las preguntas que resultan cruciales para poder entender la formación de estrellas y planetas.

En esta tesis se estudia la estructura y emisión de discos circunestelares en torno a estrellas jóvenes de masa baja e intermedia. Se presenta un método para calcular la estructura de los discos viscosos, que incluye un tratamiento más general del transporte de energía. A diferencia de otros trabajos publicados en el campo, éste método permite calcular en detalle tanto las zonas ópticamente gruesas como las delgadas. Se incluye también el efecto de la irradiación debido a fuentes externas, como la estrella central, una envolvente en colapso ópticamente gruesa, una envolvente en colapso ópticamente delgada y un viento ópticamente delgado. Se discuten los efectos de cada uno de

estos mecanismos de calentamiento, que se espera sean dominantes en distintas etapas evolutivas del sistema.

Los aspectos novedosos de este trabajo son los siguientes: se calcula en detalle la estructura del disco incluyendo el flujo turbulento de energía, autoconsistentemente respecto a la disipación viscosa; se toma en cuenta que los elementos convectivos pierden energía por flujo turbulento y radiativo; el campo de radiación se describe resolviendo los dos primeros momentos de la ecuación de transporte sin tomar la aproximación de difusión, lo cual permite un tratamiento confiable de las zonas ópticamente delgadas del disco; se usan opacidades promedio calculadas a partir de opacidades monocromáticas detalladas y por lo tanto el cálculo de la estructura y del espectro es autoconsistente en cuanto a abundancias y propiedades ópticas del material del disco; se introduce la irradiación debido a la estrella y a una envolvente que rodea al sistema; se hace una formulación analítica de la irradiación sobre el disco que concuerda muy bien con los resultados numéricos; se calcula analíticamente la estructura de la capa límite; se presenta un método para calcular la intensidad de brillo sobre el plano del cielo, de discos con orientaciones arbitrarias, integrando la ecuación de transporte que permite simular de manera muy detallada el proceso de observación con diferentes interferómetros.

La tesis está estructurada así: en el capítulo II se plantean las ecuaciones básicas que describen la estructura del disco y se discuten las suposiciones que llevan al modelo estándar, en el que se pueden desacoplar las estructuras vertical y radial; en el capítulo III se presentan las ecuaciones de estructura vertical para cada anillo del disco, se discuten los mecanismos de transporte de energía, y se presenta la estructura de discos no irradiados; en el capítulo IV se discute la manera en la que se introduce el efecto de

la irradiación, debida a la estrella central y a una envolvente circunestelar, en el cálculo de la estructura vertical, y se presentan estructuras de discos irradiados; en el capítulo V se presenta el cálculo de la intensidad específica emergente del disco, para cualquier longitud de onda y orientación, se calcula el espectro y los colores de los modelos de discos y se compara con observaciones en diferentes longitudes de onda reportadas en la literatura; en el capítulo VI se estudia el caso de HL Tau, como prototipo de las estrellas T Tauri de espectro plano, calculando el efecto, en la estructura y el espectro del disco, de la emisión térmica de una envolvente en colapso ópticamente gruesa; en el capítulo VII se presenta un método simple para encontrar la estructura radial de la capa límite y se comparan los colores de los modelos, con observaciones en UBV; finalmente, en el capítulo VIII se discuten los resultados principales de esta tesis y el trabajo futuro.

Algunos resultados de esta tesis se han presentado en diversos congresos: "Boundary layers around T Tauri stars" por D'Alessio, Cantó, Lizano & Calvet, en el Simposio "Stars, Gas and Dust in the Galaxy", en honor de Eugenio E. Mendoza V., México, Agosto 25-27, 1993 (ver D'Alessio *et al.* 1993) y "Structure and Spectrum of Standard Accretion Disks", por D'Alessio, Cantó, Lizano, Calvet & Rodríguez, en la reunión "Circumstellar Disks, Outflows and Star Formation", en Cozumel, México, Noviembre 28 - Diciembre 2, 1994. En las memorias de esta última reunión se publicó: "The Temperature Distribution of Circumstellar Disks", por Cantó, D'Alessio & Lizano (ver Cantó *et al.* 1995). El material presentado en el capítulo VI forma parte de un artículo titulado "The Structure and Emission of Accretion Disks Irradiated by Infalling Envelopes", por D'Alessio, Calvet & Hartmann, que ha sido enviado a *Astrophysical Journal* para su publicación.

CAPÍTULO II

ASPECTOS GENERALES

II.1. Introducción

En este capítulo se hace un resumen de las ecuaciones que describen la estructura de los discos de acreción así como de las suposiciones básicas adoptadas a través de este trabajo. Esta revisión tiene la finalidad de establecer los intervalos de validez de los modelos que se presentan en capítulos subsiguientes, lo cual ayuda a entender hasta donde, en el espacio de parámetros, se pueden extrapolar los resultados obtenidos. Las referencias principales son Pringle (1981), Frank, King & Raine (1992), Landau & Lifschitz (1986), Shu (1992), Cassen & Moosman (1981) y Cantó & Moreno (1996).

En §II.2 se construyen las ecuaciones para un disco estacionario de tasa de acreción de masa espacialmente constante y se discute cuáles aproximaciones dejan de ser válidas en la capa límite, donde se acoplan el disco y la estrella, y que se introduce como condición de frontera interna del disco. En §II.3 se presentan las ecuaciones que describen a un disco estacionario que recibe masa, a una tasa constante, de una envolvente en colapso.

II.2. Ecuaciones fundamentales

Hay evidencias observacionales de la existencia de movimientos turbulentos en las

nubes moleculares (e.g. Shu, Adams & Lizano 1987) y, dado que los discos se forman a partir del colapso gravitacional de un fragmento de nube, es natural pensar que deben ser turbulentos. Además, estimaciones de la viscosidad molecular en modelos de discos de acreción, muestran que ésta es tan poco eficiente transportando el momento angular, que no permitiría explicar ni los excesos de emisión observados en espectros de estrellas T Tauri, ni los tiempos de vida inferidos para los discos circunestelares en la pre-secuencia principal (e.g. Shu 1992). Esto ha llevado a proponer que en los discos de acreción existe una viscosidad diferente a la molecular, probablemente relacionada con los movimientos turbulentos.

Para describir al disco como un fluido turbulento se usa una idea introducida por Boussinesq a finales del siglo pasado (ver Hinze 1959, Pai 1957), que consiste en considerar análogos los esfuerzos viscosos y los esfuerzos relacionados con los movimientos turbulentos, pero cuantificando los últimos con un coeficiente de viscosidad “aparente” o “turbulento” (e.g. Rüdiger, Elstner & Tschäpe 1988, Frank *et al.* 1992). En el contexto de esta teoría semiempírica de la turbulencia, que ha funcionado para explicar algunas propiedades de fluidos en experimentos de laboratorio (e.g. Pai 1957), el momento y la energía son transportados por elementos de fluido macroscópicos, pequeños comparados con el tamaño característico del medio estudiado, que se mueven con velocidades azarosas relativas a la velocidad promedio local del flujo (Beran 1968).

Shakura & Sunyaev (1973) introducen la prescripción α , que permite escribir el coeficiente de viscosidad turbulenta como:

$$\nu_t = \alpha H_p c_s, \quad (2.1)$$

donde α es un parámetro libre cuya única restricción es $\alpha \leq 1$, c_s es la velocidad del sonido y H_p es la escala de altura de la presión térmica. El parámetro α contiene toda la incertidumbre relacionada con la fuente de turbulencia en los discos, para la que no existe una teoría universalmente aceptada. Los discos construidos con esta prescripción se conocen como “discos α ” y se han usado para modelar en detalle diferentes objetos astronómicos como las Variables Cataclísmicas, los objetos tipo FU Orionis, etc. (ver Frank *et al.* 1992).

11.2.1. Ecuación de continuidad

La ecuación de conservación del flujo de masa en coordenadas cilíndricas (R, ϕ, z) , es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho u_R) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho u_\phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z) = 0, \quad (2.2)$$

donde ρ es la densidad de masa y $\vec{u} = (u_R, u_\phi, u_z)$ es el vector velocidad de un elemento de fluido, calculados promediando sobre todos los elementos turbulentos que lo componen. Se ha supuesto que no hay fuentes ni sumideros de masa en el disco.

Si el disco se encuentra en estado estacionario ($\partial/\partial t = 0$), tiene simetría acimutal ($\partial/\partial \phi = 0$), está en equilibrio hidrostático en la dirección vertical ($u_z = 0$), y además, por ser geoméricamente delgado se puede considerar u_R independiente de la altura, la ecuación de continuidad integrada en z se reduce a:

$$4 \pi R \Sigma_\infty (-u_R) = \dot{M}, \quad (2.3)$$

donde Σ_∞ es la densidad superficial de medio disco, dada por:

$$\Sigma_\infty = \int_0^\infty \rho dz . \quad (2.4)$$

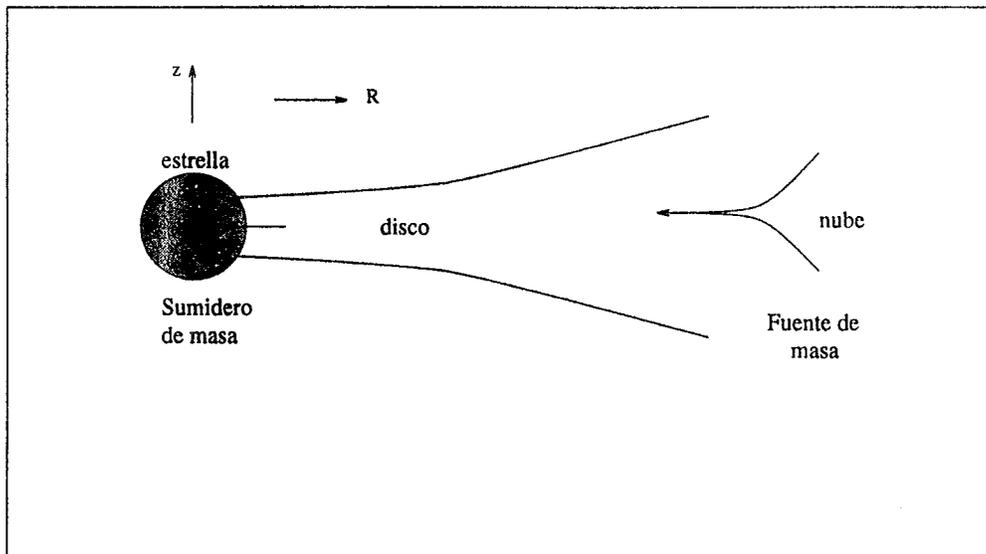


Figura 2.1. Representación esquemática de un disco de \dot{M} constante, con la estrella como sumidero y la nube como fuente de masa

La velocidad de acreción u_R es intrínsecamente negativa y \dot{M} es la tasa de acreción de masa en el disco. En estado estacionario \dot{M} es constante en el tiempo y debido a que se está suponiendo que no hay fuentes ni sumideros de masa en el disco, tampoco depende de R . En realidad, la estrella es un sumidero de masa pero no se encuentra *en el disco* sino en un extremo de éste. La nube es una fuente de masa, que en primera aproximación se supone fuera del disco, ubicada en su borde externo (ver Figura 2.1). Esto permite reconciliar las suposiciones de estado estacionario y tasa de acreción de

masa constante, siendo la nube progenitora la encargada de reponer la masa acretaada por la estrella. Si cae masa de la nube *sobre* el disco, la tasa de acreción de éste no puede ser espacialmente constante ya que, en estado estacionario, por cada anillo debe circular la masa que viene de anillos más externos, además de la que cae directamente sobre él. En este caso la ec.(2.2) debe modificarse para incluir un término fuente del lado derecho (ver §II.3).

II.2.2. Ecuación de conservación del momento

La ecuación de conservación de flujo de momento es:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\rho \nabla\varphi - \nabla P + \nabla \cdot \bar{\Pi}, \quad (2.5)$$

donde φ es el potencial gravitacional, P es la presión total y $\bar{\Pi}$ es el tensor de esfuerzos turbulentos. Sus componentes Π_{ik} representan el flujo de la componente i del momento a través de una superficie normal a la dirección k debido a movimientos azarosos de los elementos turbulentos del fluido. A primer orden, el sistema de ecuaciones se cierra usando:

$$\Pi_{ik} = \mu \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \delta_{ik} \right\} + \zeta \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ik}, \quad (2.6)$$

donde μ es el coeficiente de viscosidad turbulenta dinámica cortante y ζ es el coeficiente de viscosidad turbulenta de bulto. El coeficiente de viscosidad turbulenta cinemática se define como $\nu = \mu/\rho$ y está dado por la ec.(2.1) y, por simplicidad, se toma $\zeta = 0$.

Componente radial

Los términos que constituyen la componente radial de la ec.(2.5) son:

$$\left(\frac{D\vec{u}}{Dt}\right)_R = \frac{\partial u_R}{\partial t} + u_R \frac{\partial u_R}{\partial R} + \frac{u_\phi}{R} \frac{\partial u_R}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_R}{\partial z} - \frac{u_\phi^2}{R}, \quad (2.7)$$

$$(\rho \nabla \varphi)_R = \rho g_R = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial R}, \quad (2.8)$$

$$(\nabla P)_R = \frac{\partial P}{\partial R}, \quad (2.9)$$

y

$$(\nabla \cdot \Pi)_R = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Pi_{RR}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{R\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{zR}}{\partial z} - \frac{\Pi_{\phi\phi}}{R}. \quad (2.10)$$

De acuerdo con la ec.(2.6), considerando $u_z = 0$, simetría acimutal, $u_\phi = R\Omega$, y que u_ϕ y u_R no dependen de z , las componentes del tensor de esfuerzos viscosos son:

$$\begin{aligned} \Pi_{RR} &= \frac{4}{3}\mu \frac{\partial u_R}{\partial R} - \frac{2}{3}\mu \frac{u_R}{R}, & \Pi_{\phi\phi} &= \frac{4}{3}\mu \frac{u_R}{R} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_R}{\partial R}, \\ \Pi_{zz} &= -\frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_R}{\partial R} - \frac{2}{3}\mu \frac{u_R}{R}, & \Pi_{zR} &= 0, & \Pi_{\phi z} &= 0, \\ & \text{y} & \Pi_{R\phi} &= \mu \frac{\partial u_\phi}{\partial R} - \mu \frac{u_\phi}{R} = R \frac{d\Omega}{dR}. \end{aligned}$$

En estado estacionario, la ecuación de conservación de la componente radial del flujo de momento se puede escribir como:

$$\rho \left[u_R \frac{\partial u_R}{\partial R} - \frac{u_\phi^2}{R} \right] = -\frac{\partial P}{\partial R} - \rho g_R + \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 R \frac{\partial u_R}{\partial R} - u_R \right) \right] + \frac{2}{3R} \mu \left(\frac{\partial u_R}{\partial R} - 2 \frac{u_R}{R} \right) \right\} \quad (2.11)$$

A continuación se discute el orden de magnitud de los diferentes términos de la ec.(2.11). Observaciones en longitudes de onda *mm* indican que los discos de estrellas T Tauri son, en general, mucho menos masivos que la estrella central (Beckwith *et al.* 1990). Esto lleva a proponer que la componente radial de la autogravedad del disco, en el término gravitacional de la ec.(2.11), es despreciable frente a la gravedad estelar, y que se puede tomar $g_R \approx g_R^* = GM_*/R^2(1 + z^2/R^2)^{-3/2} \approx GM_*/R^2$, donde la última aproximación es válida si el disco es muy delgado, $z \ll R$. Aquí M_* es la masa de la estrella y G es la constante de gravitación.

Durante el proceso de formación del disco, la gravedad es la fuerza dominante, siendo la responsable del colapso de la nube molecular. Esto sugiere que en la ec.(2.11), que describe el equilibrio de fuerzas en el disco ya formado, el término gravitacional impone el orden de magnitud de las densidades de fuerza involucradas. La gravedad estelar es $g_R^* \approx GM_*/R^2$, que se puede escribir en términos de la velocidad de rotación kepleriana como $g_R^* \approx u_k^2/R$, para facilitar la comparación con los demás términos de la ec.(2.11). El orden de magnitud de la densidad de fuerza debida al gradiente de presión es $1/\rho (\partial P/\partial R) \sim c_s^2/R$, el término inercial escala como $u_R(\partial u_R/\partial R) \sim u_R^2/R$ y el término viscoso como $\mu u_R/(R^2 \rho) \sim \alpha (H_p/R) c_s u_R/R$, usando la prescripción α , mencionada antes, ec.(2.1).

Para una estrella central típica (de masa $M_* = 0.5 M_\odot$ y radio $R_* = 3 R_\odot$), se tiene $u_k \approx 178 (R/R_*)^{-1/2}$ km/s. Mientras la velocidad de rotación kepleriana

sea supersónica ($u_k > c_s$), de las estimaciones mencionadas antes se encuentra que el gradiente de presión es despreciable frente al término gravitacional. Dado que la escala de altura del disco se puede estimar como $H_p/R = c_s/u_k$, si $u_k > c_s$ el disco se puede considerar geoméricamente delgado. Por otro lado, la velocidad de acreción u_R es subsónica, porque un coeficiente de viscosidad turbulenta consistente con los tiempos de vida de los discos de estrellas T Tauri estimados a partir de observaciones ($t_{vida} \sim 10^6$ años, Strom, Edwards & Skrutski 1993), no permite al material deshacerse del momento angular con la eficiencia necesaria para que la acreción se vuelva supersónica. Mientras la acreción sea subsónica ($u_R < c_s$) el término inercial y la fuerza viscosa se pueden despreciar frente a la gravedad estelar. La validez de estas aproximaciones se verifica una vez construido un modelo de disco.

Finalmente, los términos dominantes en la ec.(2.11) son la fuerza de gravedad y la fuerza centrífuga. Como $u_\phi^2/R = \Omega^2 R$ y $g_R^* = u_k^2/R = \Omega_k^2 R$ la ecuación de conservación de momento en la dirección radial se reduce a que un disco de acreción delgado no autogravitante, rota keplerianamente, es decir:

$$\Omega = \Omega_k. \quad (2.12)$$

Esta conclusión es válida en la mayor parte del disco, excepto en la capa límite.

La velocidad de rotación típica de las estrellas T Tauri clásicas es $\Omega_* R_* \lesssim 20$ km/s (e.g. Hartmann & Stauffer 1989), mientras que la velocidad kepleriana evaluada al radio de la estrella es $\Omega_k(R_*) R_* = 178 (R_*/3R_\odot)^{-1/2} (M_*/0.5M_\odot)^{1/2}$ km/s. La capa límite es la zona donde el disco debe frenarse para acoplarse a la estrella (ver Figura 2.2). Si la acreción no se vuelve supersónica, el disco pasa de un régimen en el que se

equilibran las fuerzas de gravedad y centrífuga a un régimen de equilibrio hidrostático radial donde se equilibran gravedad y gradiente de presión.

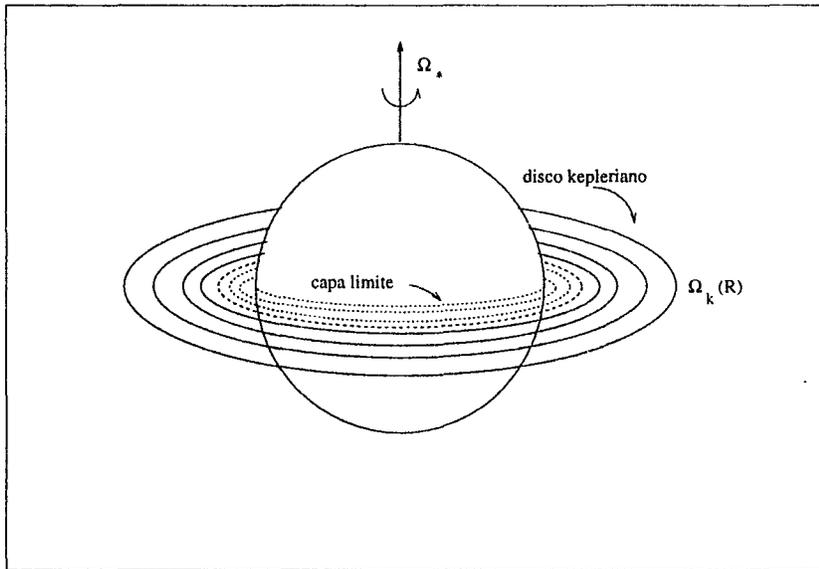


Figura 2.2. Representación esquemática de la capa límite. El material del disco rota con velocidad kepleriana $\Omega(R) = \Omega_k(R)$ y tiene una componente de velocidad en la dirección radial, u_R , de manera que espiralea hacia la estrella. Muy cerca de la superficie de la estrella la velocidad de rotación del disco es grande, en general mayor que la velocidad de rotación estelar Ω_* , y por lo tanto debe frenarse. Este frenado se representa en la figura mediante las líneas de flujo de trazo discontinuo. La zona donde se frena el disco kepleriano para acoplarse a la estrella se conoce como capa límite.

Para la capa límite, la ecuación de conservación de la componente radial del momento se escribe manteniendo el término inercial y la fuerza de presión en la ec.(2.11), es decir,

$$u_R \frac{du_R}{dR} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} + (\Omega^2 - \Omega_k^2) R, \quad (2.13)$$

habiendo ignorado la fuerza viscosa que, para $\alpha(H_p/R) \ll 1$, resulta menor que el término inercial.

Componente acimutal

Los términos involucrados en la componente acimutal de la ec.(2.5) son:

$$\left(\frac{D\vec{u}}{Dt}\right)_\phi = \frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_R \frac{\partial u_\phi}{\partial R} + \frac{u_\phi}{R} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_\phi}{\partial z} - \frac{u_R u_\phi}{R}, \quad (2.14)$$

$$(\rho \nabla \varphi)_\phi = \frac{\rho}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \phi}, \quad (2.15)$$

$$(\nabla P)_\phi = \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \phi}, \quad (2.16)$$

y

$$(\nabla \cdot \Pi)_\phi = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Pi_{R\phi}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{z\phi}}{\partial z} + \frac{\Pi_{R\phi}}{R}. \quad (2.17)$$

Con las mismas suposiciones discutidas al derivar la ec.(2.11), la ecuación de conservación del momento angular se puede escribir como:

$$\rho \left\{ u_R \frac{\partial u_\phi}{\partial R} + \frac{u_R u_\phi}{R} \right\} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \mu \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{\mu}{R} \frac{d\Omega}{dR}, \quad (2.18)$$

que se puede reescribir de manera más compacta como:

$$\frac{\partial}{\partial R}(\rho u_R \Omega R^3) = \frac{\partial}{\partial R} \left(\mu R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right). \quad (2.19)$$

Cuando se integra esta ecuación en z suponiendo que el coeficiente de viscosidad cinemática $\nu = \mu/\rho$ no depende de z o tomando su promedio pesado con la densidad, y se multiplica por 4π , se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial R}(-\dot{M}\Omega R^2) = \frac{\partial}{\partial R} \left[2\pi R \left(2\nu R^2 \Sigma_\infty \frac{d\Omega}{dR} \right) \right], \quad (2.20)$$

donde $\left(2\nu R^2 \Sigma_\infty \frac{d\Omega}{dR} \right)$ es el torque viscoso por unidad de longitud sobre un anillo de radio R y $(\dot{M}\Omega R^2)$ es la tasa de momento angular fluyendo a través de un anillo de radio R debido al flujo de materia. Integrando la ec.(2.20) en R , se obtiene:

$$\dot{M}\Omega R^2 = -2\pi R \left(2\nu R^2 \Sigma_\infty \frac{d\Omega}{dR} \right) + \dot{J}_*, \quad (2.21)$$

donde \dot{J}_* es la constante de integración, que depende de las condiciones de frontera. Para estimarla se usa el hecho de que la velocidad angular Ω tiene un máximo en un punto $R = R_* + b$, a partir del cual decrece hacia la estrella hasta hacerse igual a Ω_* ; b representa el ancho de la capa límite. Como en el máximo la derivada de la velocidad angular se anula, no existe torque viscoso entre el disco ($R > R_* + b$) y el borde externo de la capa límite ($R = R_* + b$). Haciendo $d\Omega/dR = 0$ en la ec.(2.21), la constante de integración se puede escribir como:

$$\dot{J}_* = \dot{M} (R_* + b)^2 \Omega(R_* + b) \approx \dot{M} R_*^2 \Omega_k(R_*), \quad (2.22)$$

suponiendo que $b \ll R_*$. El tamaño de la región donde ocurre el frenado del disco, dado por b , se puede estimar considerando que esta región está en equilibrio hidrostático en la dirección radial [ec.(2.13)],

$$\frac{dP}{dR} \sim \frac{c_s^2 \rho}{b} \sim -\rho \Omega_k^2 R_* \sim -\rho \frac{c_s^2}{H_p(R_*)^2} R_*,$$

de donde se encuentra que $b/R_* \sim (H_p(R_*)/R_*)^2$ y así mientras el disco sea verticalmente delgado se cumple que $b \ll R_*$, tal como se supuso al derivar la ec.(2.22).

De la ec.(2.22) se puede ver que la constante de integración \dot{J}_* representa la tasa de momento angular ganada por la capa límite, debido a acreción de masa del disco, y transportada hacia la estrella. A radios mayores que $(R_* + b)$, ocurre transporte de momento angular hacia afuera debido a torques viscosos ya que $d\Omega/dr < 0$; a radios menores que $(R_* + b)$ el momento angular se transporta hacia adentro.

Para el disco se puede tomar $\Omega = \Omega_k$ (ec.(2.12)) y entonces la ecuación de conservación de la componente acimutal del momento, ec.(2.21), se reduce a

$$\nu \Sigma_\infty = \frac{\dot{M}}{6\pi} \left[1 - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.23)$$

Para la capa límite no es válido tomar $\Omega = \Omega_k$ y, usando la ec.(2.3), la ecuación de conservación de momento angular se escribe como:

$$\frac{d\Omega}{dR} = \frac{u_R}{\nu} \left(\Omega(R) - \frac{\dot{J}_*}{MR^2} \right). \quad (2.24)$$

La capa límite no necesariamente existe. Si la estrella rota a la velocidad de ruptura, que es igual a la velocidad kepleriana evaluada en R_* , no tiene por qué existir

una zona de frenado entre disco y estrella. En este caso, la condición de frontera que permitió escribir \dot{J}_* como en la ec.(2.22) no es válida porque $d\Omega/dR$ es diferente de cero, y lo más simple es considerar \dot{J}_* como un parámetro libre (e.g. Pophan & Narayan 1991). Pero en general, las estrellas T Tauri rotan a una velocidad menor que la velocidad de ruptura, lo cual implica un problema interesante relacionado con el momento angular de la estrella. Debido al transporte de momento angular hacia adentro en el disco a $R < R_* + b$ y a que la estrella se contrae en su evolución hacia la secuencia principal, es de esperar que ella gane momento angular en la fase T Tauri. La tasa de momento angular acreta por la estrella, dada por la ec.(2.22), la obligaría a rotar a la velocidad de ruptura en un tiempo del orden de:

$$t_{rup} \approx \frac{J_{rup}}{\dot{J}_*} = \frac{M_*}{\dot{M}} = 5 \times 10^6 \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}} \right)^{-1} \left(\frac{M_*}{0.5 M_\odot} \right), \quad (2.25)$$

similar a los tiempos de vida característicos de las estrellas T Tauri, entre 10^6 y 10^7 años. Sin embargo, las velocidades angulares observadas son típicamente menores que $0.1 \Omega_k(R_*)$. ¿Por que no se observan estrellas T Tauri rotando a la velocidad de ruptura? Esto sugiere la existencia de algún mecanismo regulador de la tasa neta de momento angular ganada por la estrella. Edwards *et al.* (1993) muestran la anticorrelación existente entre exceso IR y velocidad de rotación: estrellas T Tauri clásicas (CTTS) tienen períodos de rotación un factor de 2 a 4 veces mayores que las estrellas T Tauri de líneas débiles (WLTTs); considerando el exceso IR como característico de la presencia de discos alrededor de las estrellas T Tauri, se interpreta esta anticorrelación como evidencia de que el disco juega un papel importante como regulador de la ganancia de momento angular de la estrella. Esto no es evidencia concluyente, ya que podría existir algún otro mecanismo regulador del momento

angular de la estrella, no necesariamente relacionado con la presencia del disco, que permitiera que la estrella ganara momento angular a medida que pasa el tiempo. Este mecanismo impediría que la estrella rotara a la velocidad de ruptura pero le permitiría ir ganando momento angular, de manera que aumentara su velocidad de rotación con la edad. En este caso, no es la ausencia del disco culpable de que la estrella rote más rápido, sino la ganancia continua de momento angular que sufriría la estrella, estando o no presente el disco.

Entre los mecanismos relacionados con el disco de acreción, se propone la existencia de una magnetósfera que trunca al disco en un radio en el que se equilibran las presiones de acreción y magnética (ver las revisiones de Edwards [1994, 1995] y referencias allí citadas, así como Najita 1995). En la Figura 2.3 se muestra esquemáticamente la geometría de la magnetósfera.

Los modelos de acoplamiento magnetósfera/disco predicen que la velocidad angular de la estrella se regula, manteniéndose igual a la velocidad angular en el disco al radio de truncamiento, llamado también radio de co-rotación, R_{co} . El material que circula por el disco es forzado, en $R \approx R_{co}$, a moverse siguiendo las líneas de campo magnético, y termina acoplándose a la estrella a través de un choque de acreción. En los modelos magnetosféricos, entre el radio R_{co} y la superficie de la estrella hay una disminución de material que suele tratarse como un “hoyo” y se supone que es en el choque de acreción donde se radía la luminosidad que solía asociarse a la capa límite. Si no tiene simetría acimutal, la emisión del choque aparece como manchas calientes variando en una escala de tiempo igual al período de rotación de la estrella, entre 1 y 12 días (e.g. Fernández 1993). La condición de frontera, dada por la ec.(2.22), debe ser reescrita.

Si se supone que en $R = R_{co}$ la velocidad angular tiene un máximo, entonces:

$$\dot{J}_* = \dot{M} R_{co}^2 \Omega(R_{co}), \quad (2.26)$$

y la ecuación de momento angular del disco, ec.(2.23), se escribiría como:

$$\nu \Sigma_{co} = \frac{\dot{M}}{6 \pi} \left[1 - \left(\frac{R_{co}}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.27)$$

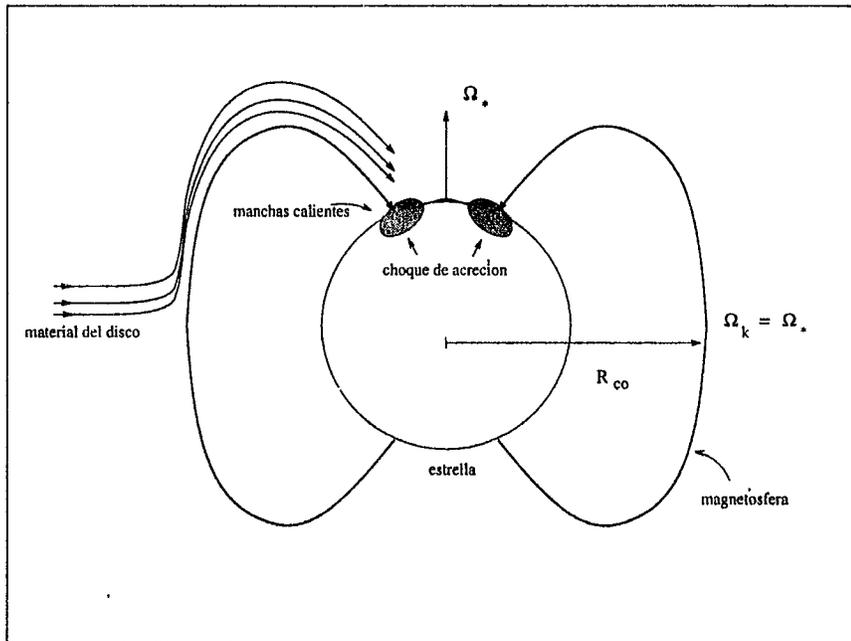


Figura 2.3. Representación esquemática de la magnetósfera, que trunca al disco en el radio de co-rotación, donde $\Omega_k(R_{co}) = \Omega_*$. El material del disco circula a través de las líneas de campo magnético de la magnetósfera interceptando a la estrella en un choque de acreción. En los modelos que incluyen la magnetósfera, la emisión del choque de acreción es responsable del exceso ultravioleta característico de las estrellas T Tauri. Si este choque no tiene simetría acimutal, aparece como "manchas calientes" en la superficie de la estrella, que producen variaciones de brillo en una escala de tiempo igual al período de rotación (ver Fernández 1993, 1995, 1996).

Componente vertical

En la dirección vertical los términos involucrados en la ecuación de flujo de momento son:

$$\left(\frac{D\vec{u}}{Dt}\right)_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_R \frac{\partial u_z}{\partial R} + \frac{u_\phi}{R} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad (2.28)$$

$$(\rho \nabla \varphi)_z = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (2.29)$$

$$(\nabla P)_z = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (2.30)$$

y

$$(\nabla \cdot \Pi)_z = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Pi_{Rz}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{zz}}{\partial z}. \quad (2.31)$$

Con los argumentos ya mencionados y, en particular considerando $u_z = 0$, la ecuación de conservación de la componente z del momento se reduce a la ecuación de equilibrio hidrostático,

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g_z = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (2.32)$$

Despreciando la componente vertical de la autogravedad del disco frente a la de la estrella se tiene

$$g_z = \frac{\Omega_k z}{(1 + (z/R)^2)^{3/2}} \approx \Omega_k^2 z. \quad (2.33)$$

La escala de altura del disco se puede estimar como $H_c = H_p(T_c) = c_s(T_c)/\Omega_k$, usando la temperatura en el plano medio. Si T_c decrece con el radio más lentamente que R^{-3} , el disco se ensancha conforme R aumenta, y ésto resulta muy importante cuando se incluye la radiación estelar como fuente de calentamiento, como se verá en el capítulo IV. También se puede definir una escala de altura local como $H_p = c_s(T)/\Omega_k$, donde la velocidad del sonido se evalúa a la temperatura local $T(R, z)$ y sirve para escribir el coeficiente de viscosidad turbulenta como se muestra en la ec.(2.1).

II.2.3. Ecuación de conservación de energía interna

La ecuación de conservación de la energía interna se puede escribir como

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = -P \nabla \cdot \vec{u} - \nabla \cdot \vec{F} + \Psi, \quad (2.34)$$

donde $(\rho \epsilon)$ es la densidad de energía interna que incluye la del gas y la del campo de radiación, que en el caso de un gas ideal monoatómico se puede escribir como $(\rho \epsilon) = \frac{3}{2}P_g + 3P_{rad}$ (ver Apéndice A para una descripción de los términos adicionales relacionados con grados de libertad internos de las partículas para el caso de un gas no monoatómico); P es la presión total, igual a la suma de la presión del gas P_g y la presión de radiación P_{rad} ; el flujo de energía \vec{F} que incluye el flujo radiativo \vec{F}_{rad} , el flujo conductivo molecular y/o turbulento \vec{F}_{cond} y cuando el medio es inestable a convección incluye también el flujo convectivo \vec{F}_{conv} . Ψ es la tasa de disipación viscosa dada por $\Psi = \Pi_{ik} \partial u_i / \partial x_k$, que se puede escribir como:

$$\Psi = \frac{1}{2}\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 - \left(\frac{2}{3}\mu - \zeta \right) (\delta_{ik} \nabla \cdot \vec{u})^2. \quad (2.35)$$

Tomando $\zeta = 0$, la tasa de disipación viscosa turbulenta se puede escribir en términos de la norma del tensor de deformación \bar{D} , de manera que $\Psi = \mu D_{ik}D_{ik}/2 - 2\mu(\delta_{ik}\nabla \cdot \vec{u})^2/3$. Suponiendo que u_R y u_ϕ no dependen de z , que el disco tiene simetría acimutal y que $u_z = 0$, se tiene:

$$D_{RR} = 2\frac{\partial u_R}{\partial R}, \quad D_{\phi\phi} = 2\frac{u_R}{R}, \quad D_{R\phi} = R\frac{\partial \Omega}{\partial R},$$

$$D_{zz} = 0, \quad D_{zR} = 0, \quad D_{\phi z} = 0.$$

Con lo cual la tasa de disipación viscosa resulta:

$$\Psi = \mu \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 + \frac{4}{3}\mu \left[\left(\frac{\partial u_R}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 - \left(\frac{u_R}{R} \right) \left(\frac{\partial u_R}{\partial R} \right) \right]. \quad (2.36)$$

Si además se desprecia u_R frente a u_ϕ , la energía disipada es el trabajo de los torques viscosos debido a la rotación diferencial en el disco, es decir:

$$\Psi = \nu\rho \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2. \quad (2.37)$$

Finalmente, en estado estacionario la ecuación de conservación de la energía interna se puede escribir como:

$$\rho u_R \frac{\partial \epsilon}{\partial R} = -\frac{P}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R u_R) - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R F_R) - \frac{\partial F_z}{\partial z} + \nu\rho \left(R \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2. \quad (2.38)$$

Si el disco es geoméricamente delgado, es de esperar que los gradientes en la dirección vertical (inversamente proporcionales a la escala de altura vertical) sean mucho mayores que los gradientes en la dirección radial (inversamente proporcionales al radio). Con este argumento se pueden despreciar todos los términos que involucran un flujo radial de energía frente al flujo vertical y al término de disipación viscosa. La ecuación de conservación de energía se reduce a que cada anillo transporta preferentemente en la dirección vertical toda la energía disipada en él, es decir:

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = \nu \rho \left(R \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2. \quad (2.39)$$

Despreciar el flujo radial de energía no es válido en la capa límite, donde este término juega un papel importante en determinar el tamaño de la región emisora y por lo tanto su temperatura, como se verá en el capítulo VII.

Considerando que la velocidad angular de rotación es igual a la velocidad angular kepleriana [ec.(2.12)], la ecuación de conservación de energía se reduce a:

$$\frac{dF_z}{dz} = \nu \rho \frac{9}{4} \Omega_k^2. \quad (2.40)$$

Integrando esta ecuación en z , usando la condición de simetría: $F_z(0) = 0$ en el plano medio y que en la superficie se tiene: $F_z(\infty) = D_{vis}$, donde D_{vis} es el flujo total de energía disipada por viscosidad que emerge del anillo de radio R , y además, tomando una ν promediada en z , se tiene que :

$$D_{vis} = \nu \Sigma_\infty \frac{9}{4} \Omega_k^2. \quad (2.41)$$

Usando la ecuación de conservación de la componente acimutal del momento, ec.(2.23), se puede escribir el flujo total disipado en R como:

$$D_{vis} = \frac{3G M_* \dot{M}}{8 \pi} \left[1 - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right] R^{-3}, \quad (2.42)$$

y si el disco es ópticamente grueso, cada anillo de radio R radiará como un cuerpo negro de temperatura:

$$T_{vis} = T_1 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{-3/4} \left[1 - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right]^{1/4}, \quad (2.43)$$

donde

$$T_1 = \left(\frac{3G M_* \dot{M}}{8 \pi \sigma R_*^3} \right)^{1/4} = 5570 \left(\frac{R_*}{3R_\odot} \right)^{-3/4} \left(\frac{M_*}{0.5M_\odot} \right)^{1/4} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-6}M_\odot \text{ año}^{-1}} \right)^{1/4}. \quad (2.44)$$

El flujo de energía que se disipa en el disco es independiente de ν , estando determinado por la profundidad del pozo de potencial gravitacional debido a la estrella y por la tasa de acreción de masa. Aunque la situación de un disco en estado estacionario es solo posible si $\nu \neq 0$.

II.3. La envoltente en colapso como fuente de masa, energía y presión hidrodinámica del disco

Esta sección se basa en el modelo de Cantó & Moreno (1996) que describe la formación de un disco de acreción a partir del colapso de un fragmento de nube en rotación. La energía total específica E_0 de un elemento de masa de la nube que se acerca al disco, es despreciable frente a su energía cinética (positiva) y a su energía

potencial gravitacional (negativa), y su órbita se puede aproximar como una parábola, que corresponde a energía total cero. El gas que cae no pierde energía antes de llegar al disco y se desprecian gradientes de presión a lo largo de su trayectoria, debido a que la acreción es supersónica. En la Figura 2.4 se muestra de manera esquemática un disco que recibe masa de la nube progenitora.

Para una nube en rotación uniforme, el radio al que cada línea de flujo intercepta al disco, suponiéndolo *infinitamente delgado*, es $R_p = R_c \sin^2 \theta_0$, donde θ_0 es el ángulo entre el eje de rotación del disco y el plano de la órbita y caracteriza a cada línea de flujo, R_c es el radio centrífugo dado por $R_c = J_\infty^2 / GM_*$ (para una órbita con momento angular específico J_∞ , cuyo plano es perpendicular al eje de rotación de la nube). El momento angular específico J de cualquier elemento de gas respecto al eje de rotación se puede escribir como $J = J_\infty \sin^2 \theta_0$. Para la envoltura se usan coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) y para el disco coordenadas cilíndricas (R, ϕ, z) .

Las componentes de la velocidad de un elemento de masa que llega al plano $z = 0$ se pueden escribir como (Cassen & Moosman 1981):

$$v_\phi = \left(\frac{GM_*}{R_p} \right)^{1/2} \sin \theta_0, \quad v_r = - \left(\frac{GM_*}{R_p} \right)^{1/2}, \quad v_\theta = \left(\frac{GM_*}{R_p} \right)^{1/2} \cos \theta_0. \quad (2.45)$$

El material que cae desde arriba del plano medio, perpendicular al eje de rotación de la nube (definido como $\theta = \pi/2$ o $z = 0$, en los dos sistemas de coordenadas usados) choca con su contraparte simétrica que viene desde abajo. En el plano medio se forma el disco. En el choque se anula la componente de la velocidad perpendicular al frente de choque v_θ , y se radía toda la energía cinética asociada a ella.

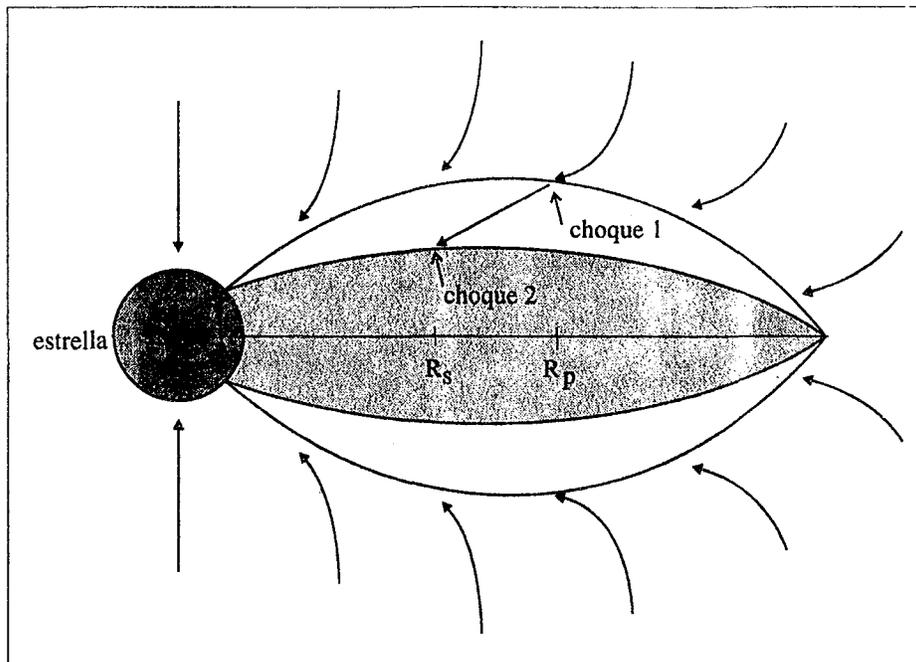


Figura 2.4. Representación esquemática del corte vertical de la mitad de un disco que recibe masa de la nube. El disco se dibuja con cierto ancho, para mostrar los dos choques de acreción, pero en el modelo de Cantó & Moreno (1996) se supone infinitamente delgado. Las líneas de corriente del flujo de acreción son aproximadamente parábolas. El material que cae a lo largo de la parábola que intercepta al disco en R_p , sufre un choque en este radio, donde disipa la energía cinética asociada a la componente de su velocidad normal al frente de choque, v_θ . A partir de este punto sigue describiendo una órbita elíptica sobre el plano del disco, y sufre un segundo choque en R_s con material que se encuentra en otras órbitas elípticas de diferentes ángulos de posición. En R_s , el material se incorpora al disco y sigue una órbita circular (ver texto).

El elemento de masa queda con una energía total específica negativa E_p , moviéndose en una órbita elíptica sobre el plano $z = 0$. El radio de la órbita circular correspondiente al momento angular del elemento es $R_s = R_p \sin^2 \theta_0$ y, salvo para $\theta_0 = 0$ y $\pi/2$, R_s es diferente del radio al que cae el material R_p . Esta es la principal

diferencia entre el modelo de Cantó & Moreno (1996) y el modelo de Cassen & Moosmann (1981). Los últimos suponen que el material detrás del primer choque, se incorpora al disco, justo en la órbita circular correspondiente a su momento angular, mientras que Cantó & Moreno toman en cuenta que después del primer choque, el material tiene ya sea un exceso de energía respecto a la órbita circular correspondiente a su momento angular o un exceso de momento angular respecto a la órbita circular de radio R_p .

El material en órbita elíptica, moviéndose hacia radios menores casi paralelamente a la superficie del disco, sufre un segundo choque en el que se radía la energía cinética correspondiente a la componente radial de su velocidad y queda con energía específica E_s , en la órbita circular de radio R_s , que es la de mínima energía dado su momento angular (ver Cantó & Moreno 1996). En la Figura 2.5 se muestra un esquema de la energía potencial efectiva de un elemento de masa, en las diferentes etapas de la acreción.

En su trayecto desde la nube hasta su posición final en el disco, el material pierde energía sólo durante los dos choques, y no pierde ni gana momento angular; su velocidad angular final es la velocidad kepleriana en R_s .

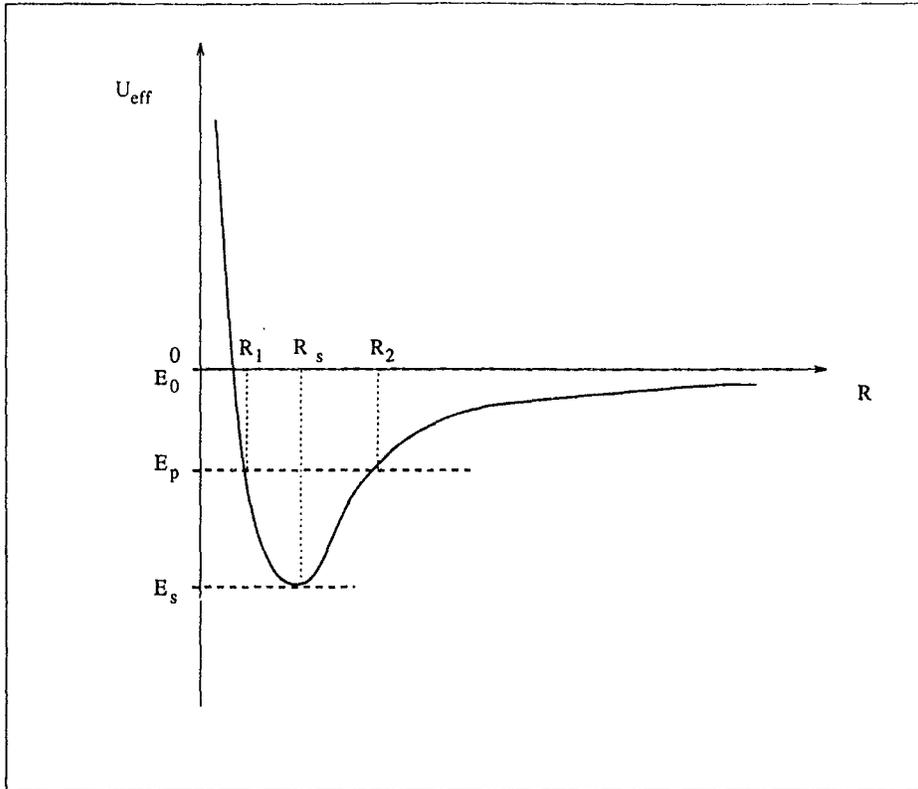


Figura 2.5. Esquema de la energía potencial efectiva de un elemento de masa de momento angular constante, $U_{eff} = J^2/2R^2 - GM_*/R$ y su energía total E antes y después de los diferentes choques (ver texto). Los puntos de corte $E = U_{eff}$ corresponden a los radios mínimo y máximo de la órbita del elemento. Cuando la energía es $E_0 \approx 0$ la órbita es una parábola; en el primer choque (en R_p) se radía la energía $E_p = GM_* \cos^2 \theta_0 / 2R_p$ y el elemento queda en una órbita elíptica (de radio mínimo $R_1 < R_s$ y de radio máximo $R_2 \geq R_p$), en el segundo choque (en R_s) se radía la energía $|E_s - E_p|$ y el elemento queda en una órbita circular de radio R_s , que es la de menor energía posible para un momento angular fijo J .

II.3.1. Tasa de acreción

Como cada anillo del disco recibe masa de la nube, en estado estacionario su tasa de acreción de masa no puede ser espacialmente constante. A través de cada anillo debe circular la masa proveniente de los anillos más externos, además de la masa de la nube que se deposita en él.

La tasa de acreción de masa en el disco se calcula considerando que todo el gas que intercepta el plano $z = 0$ en R_p termina en R_s (ver Figura 2.4). Por conservación de masa a lo largo de tubos de flujo entre el disco y alguna superficie dentro de la nube a partir de la cual las líneas de flujo son radiales, el flujo de masa que recibe un anillo de radio R_p está dado por:

$$f_{masa}^d(R_p) = (\rho v_\theta)_{\theta=\pi/2} = \frac{\dot{M}_{in}}{8\pi R_c R_p} \left[1 - \left(\frac{R_p}{R_c} \right) \right]^{-1/2}, \quad (2.46)$$

donde \dot{M}_{in} es la tasa de acreción de la envoltente, que se escribe como $\dot{M}_{in} = 4\pi\rho r^2 v_r$.

Considerando que esta masa que cae al disco en R_p termina incorporándose al anillo en R_s después de sufrir el segundo choque, la tasa de masa proveniente de la nube debe ser la misma en R_p y en R_s , entonces:

$$f_{masa}^d(R_p) 2\pi R_p dR_p = f_{masa}^i(R_s) 2\pi R_s dR_s,$$

donde el superíndice d se refiere a masa que cae *directamente* de la nube al anillo donde sufre el primer choque (cuyo radio es R_p) e i se refiere a masa que llega *indirectamente* al anillo de radio R_s , i.e. que cayó en R_p pero se deposita en R_s , donde sufre el segundo choque. Entonces el flujo de masa en R_s se puede escribir como:

$$f_{masa}^i(R_s) = f_{masa}^d(R_p) \frac{R_p}{R_s} \frac{dR_p}{dR_s} = \frac{\dot{M}_{in}}{16\pi R_c^{1/2} R_s^{3/2}} \left[1 - \left(\frac{R_s}{R_c} \right)^{1/2} \right]^{-1/2}. \quad (2.47)$$

La variación de la tasa de acreción de masa de un anillo de radio R_s debido a la fuente de masa que representa la nube, es:

$$\frac{d(2\pi R_s \Sigma_\infty u_R)}{dR_s} = 2\pi R_s f_{masa}^i. \quad (2.48)$$

Escribiendo R en lugar de R_s y usando las ecs.(2.3) y (2.47), la ecuación de continuidad, ec.(2.48), está dada por:

$$\frac{d\dot{M}}{dR} = -\frac{\dot{M}_{in}}{4R_c} \left(\frac{R_c}{R} \right)^{1/2} \left[1 - \left(\frac{R}{R_c} \right)^{1/2} \right]^{-1/2}. \quad (2.49)$$

Integrando esta ecuación en R y tomando como condición de frontera que la tasa de acreción en R_c debe ser 0, la \dot{M} en un disco que recibe material de una envolvente circunestelar, en estado estacionario, resulta ser:

$$\dot{M}(R) = \dot{M}_{in} \left[1 - \left(\frac{R}{R_c} \right)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (2.50)$$

Como ya se mencionó en la sección anterior, Cassen & Moosman (1981) consideran que el material en colapso intercepta al disco justo en el radio de la órbita circular correspondiente a su momento angular, y la energía sobrante se libera en un solo choque. Esta suposición incorrecta, como muestran Cantó & Moreno (1996), lleva a una funcionalidad diferente de \dot{M} respecto a la presentada en la ec.(2.50).

II.3.2. Flujo de energía

Para calcular el flujo producido por disipación viscosa, ec.(2.37), tomando en cuenta que \dot{M} varía con R , se necesita conocer $\nu\Sigma_\infty$ a partir de la ecuación de flujo de momento angular del disco, ec.(2.20). El momento angular de un anillo varía debido al torque viscoso, debido al flujo radial de masa y en principio, debido al material que cae de la nube. El material que cae directamente de la nube al anillo de radio R_s , no se mezcla con el material que ya se encontraba en él y no contribuye al momento angular de éste. Por otro lado, el material que se deposita en el anillo de radio R_s , interceptado por el disco en R_p , tiene el mismo momento angular que el material que ya estaba en dicho anillo y no ejerce ningun torque sobre éste. La ganancia de momento angular implicada por la ganancia de masa del anillo se contabiliza al tomar en cuenta la contribución de la masa proveniente de la nube al flujo radial de momento angular, es decir, se incluye al usar $\dot{M}(R)$ de la ec.(2.50) en el término de la ec.(2.21) que describe la variación de momento angular debido a flujo de masa. Así, se obtiene:

$$\nu\Sigma_\infty = \frac{\dot{M}_{in}}{6\pi} \left[\left(\frac{\dot{M}(R)}{\dot{M}_{in}} \right) - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.51)$$

Substituyendo la ec.(2.51) en la ec.(2.37), el flujo de energía disipado en el disco se puede escribir como:

$$D_{vis} = \frac{3GM_*\dot{M}_{in}}{8\pi R^3} \left[\left(\frac{\dot{M}(R)}{\dot{M}_{in}} \right) - \left(\frac{R_*}{R} \right)^{1/2} \right], \quad (2.52)$$

con $\dot{M}(R)$ dado por la ec.(2.50).

Además de la energía disipada por viscosidad en el propio disco, en su superficie se libera energía debido a los dos choques mencionados antes. El flujo de energía producido en el primer choque se debe al material que cae directamente en el anillo de radio R , y es la energía cinética específica asociada a la componente $v_\theta(R)$ de la velocidad del material [ec.(2.45)], multiplicada por el flujo de la masa que cae directamente en el radio R [ec.(2.46)], tomando R en lugar de R_p (ver Cantó & Moreno 1996), es decir:

$$F_1 = \frac{GM_* \dot{M}_{in}}{16\pi R_c R^2} \left[1 - \left(\frac{R}{R_c} \right) \right]^{1/2}. \quad (2.53)$$

En el segundo choque el flujo de energía liberado es $F_2 = (E_p - E_s) f_{masa}^i(R)$, y substituyendo la ec.(2.47) y las energías correspondientes (ver Figura 2.5), se puede escribir como:

$$F_2 = \frac{GM_* \dot{M}_{in}}{16\pi R_c^{1/2} R^{5/2}} \frac{(1 + (R/R_c) - (R/R_c)^{1/2})}{[1 - (R/R_c)^{1/2}]^{1/2}}. \quad (2.54)$$

Se puede asociar una temperatura efectiva a estos choques dada por:

$$T_{eff}^{choque} = T_0^{choque} \left\{ \left(\frac{R_c}{R} \right)^2 \left(1 - \frac{R}{R_c} \right)^{1/2} + \left(\frac{R_c}{R} \right)^{5/2} \frac{(1 + (R/R_c) - (R/R_c)^{1/2})}{[1 - (R/R_c)^{1/2}]^{1/2}} \right\}^{1/4}, \quad (2.55)$$

donde el coeficiente es:

$$T_0^{choque} = 4.58 \left(\frac{M_*}{0.5M_\odot} \right)^{1/4} \left(\frac{\dot{M}_{in}}{10^{-6}M_\odot \text{ año}^{-1}} \right)^{1/4} \left(\frac{R_c}{100AU} \right)^{-3/4}. \quad (2.56)$$

Entonces, incluyendo la energía liberada en los dos choques, el flujo total de energía que emerge de una de las superficies del disco es $F = F_1 + F_2 + D_{vis}$, donde cada término está descrito por las ecs.(2.52), (2.53) y (2.54), y su temperatura efectiva está dada por $T_{eff} = (F/\sigma)^{1/4}$.

En la Figura 2.6.a se muestra la temperatura efectiva del disco, así como las temperaturas efectivas asociadas a cada uno de los flujos radiativos, además de la que corresponde a $\dot{M} = \dot{M}_{in} = cte$, por comparación. La mayor parte de la masa que cae desde la envoltante, lo hace cerca del radio centrífugo R_c , y es aquí donde se manifiesta la dependencia radial de \dot{M} . A $R < R_c$ la tasa de acreción en el disco se vuelve, rápidamente, muy cercana a la de la nube, así que en casi todo el disco la aproximación $\dot{M} = \dot{M}_{in} = cte$ resulta muy buena. Los dos choques contribuyen poco al flujo total de energía, salvo en $R = R_c$.

El modelo de Bell & Lin (1994) para explicar las erupciones en objetos tipo FU Orionis, predice la existencia de un intervalo de \dot{M}_{in} , tal que el disco no puede, en estado estacionario, transportar toda la masa que recibe de la nube, $\dot{M} \neq \dot{M}_{in}$. En estado pasivo, una fracción de esta masa se acumula en R_c y el disco transporta $\dot{M} < \dot{M}_{in}$, pero durante la erupción $\dot{M} > \dot{M}_{in}$ y la luminosidad del disco aumenta varios ordenes de magnitud. Este modelo se discutirá en más detalle en §III.7.1.

Por efectos viscosos, material de momento angular grande se difunde a radios mayores que R_c (ver Cassen & Moosman 1981, Cantó & Moreno 1996) y el radio externo del disco es $R_e > R_c$. Para evitar confusiones se introduce una nueva variable R_d , que representa el radio del disco. En el cálculo de los modelos se toma $R_d = R_c$, aunque como se verá en el capítulo V, R_d se infiere de las observaciones a longitudes de onda *submm* y *mm*. Si existe la zona $R_c < R < R_e$ y su contribución al flujo es

importante, los modelos y parámetros inferidos de las observaciones pueden resultar inconsistentes. Esto se estudiará en un trabajo posterior.

II.3.3. Presión hidrodinámica

A partir de las ecs.(2.45) y (2.46), se encuentra que el material de la envoltente que intercepta al disco a un radio R ejerce sobre él una presión hidrodinámica dada por:

$$P_{hid} = \rho v_{\theta}^2 = \frac{\dot{M}_{in}}{8\pi R_c} \left(\frac{GM_*}{R^3} \right)^{1/2} \quad (2.57)$$

En términos de cantidades típicas, P_{hid} puede escribirse como:

$$P_{hid} = 0.143 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{-3/2} \left(\frac{M_*}{0.5M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{3R_{\odot}} \right)^{-3/2} \left(\frac{R_c}{100 AU} \right)^{-1} \left(\frac{\dot{M}_{in}}{10^{-6}M_{\odot} \text{ año}^{-1}} \right) \quad (2.58)$$

y se tomará como condición de frontera de la presión en modelos de discos rodeados por envoltentes de acreción. En la Figura 2.6.b se muestra $P_{hid}(\dot{M}_{in}/10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1})^{-1}$ como función del radio, para un disco de radio $R_c = 100 AU$, en torno a una estrella de masa $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y radio $R_* = 3 R_{\odot}$.

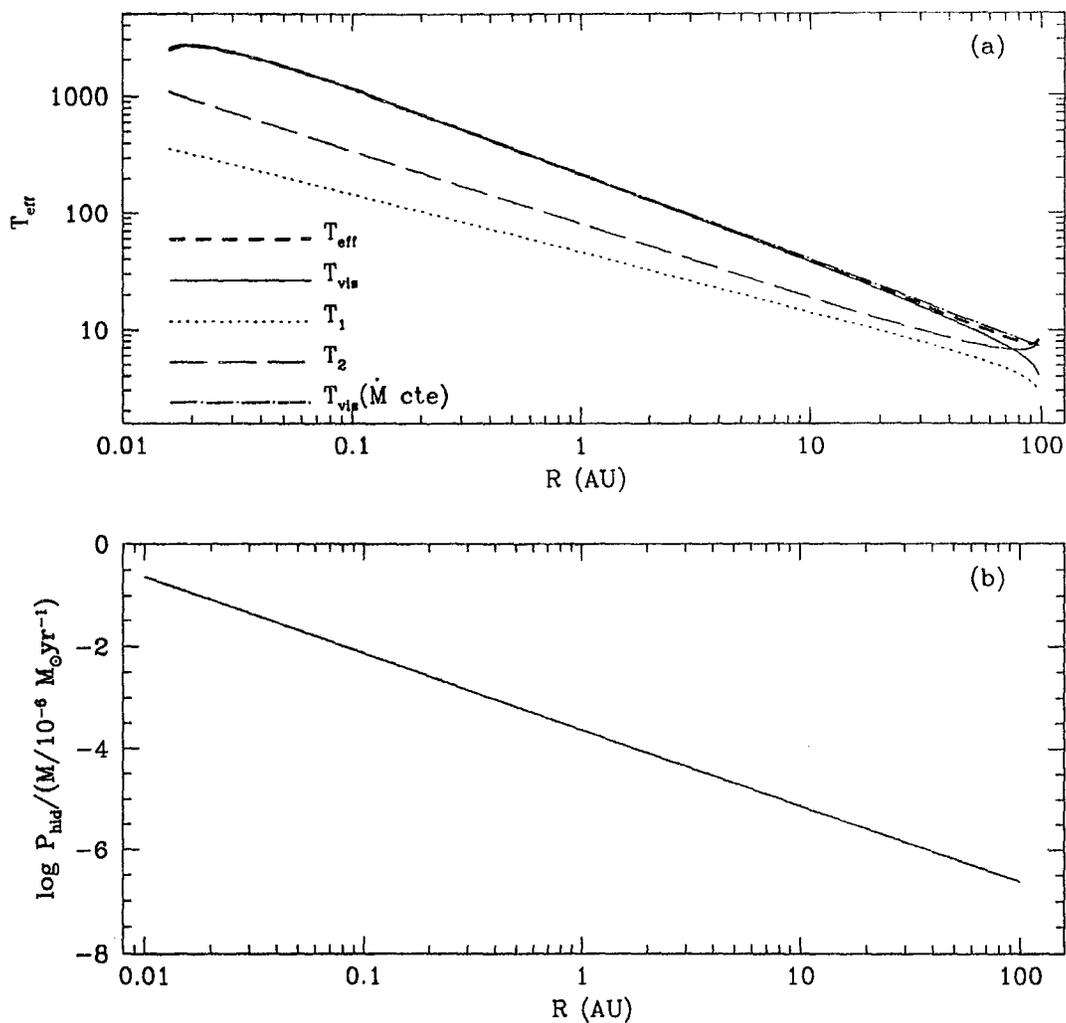


Figura 2.6. (a) Temperatura efectiva T_{eff} de un disco que recibe masa de una envoltente a una tasa $\dot{M}_{\text{in}} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, calculada considerando el flujo de energía disipado por viscosidad y el liberado en los dos choques sobre la superficie del disco, temperatura correspondiente al flujo de cada choque T_1 y T_2 , temperatura correspondiente al flujo de energía disipada por viscosidad en el disco T_{vis} y temperatura efectiva de un disco de tasa de acreción constante $\dot{M} = \dot{M}_{\text{in}}$. (b) Presión hidrodinámica sobre el disco debido a material de la envoltente de $\dot{M}_{\text{in}} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. La presión está en dinas cm^{-2} y como es proporcional a \dot{M}_{in} , se grafica el cociente $P_{\text{hid}} / (\dot{M} / 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1})$.

CAPÍTULO III

ESTRUCTURA VERTICAL DE DISCOS VISCOSOS

III.1. Introducción

Calcular la estructura detallada de los discos de acreción permite establecer diagnósticos espectrales, en un amplio intervalo de longitudes de onda, a partir de los cuales decidir cómo buscar discos circunestelares, cuantificar sus propiedades físicas y eventualmente entender su papel en la formación y evolución de estrellas de masa baja e intermedia.

En el caso de discos alrededor de estrellas jóvenes, los modelos más simples son aquéllos donde el cálculo de la estructura vertical se evita por completo. Por ejemplo, si el disco es ópticamente grueso, su espectro depende sólo de la temperatura efectiva (Lynden-Bell & Pringle 1974, Shakura & Sunyaev 1973, Kenyon & Hartmann 1987, Berotut, Basri & Bouvier 1988), y si es ópticamente delgado (considerando la profundidad óptica promedio de Rosseland) resulta ser verticalmente isoterma (e.g. Tylenda 1988). Sin embargo, un disco realista presenta zonas de diferentes profundidades ópticas y estos modelos pueden resultar demasiado simples. Los modelos más recientes de discos de estrellas jóvenes usan la aproximación de difusión, en lugar de un tratamiento detallado del transporte radiativo (Bell & Lin 1994), que si bien simplifica mucho el cálculo, restringe su validez a zonas ópticamente gruesas.

En los últimos años ha aumentado mucho la cantidad de información observacional disponible, gracias al desarrollo de instrumentos cada vez más poderosos y sofisticados. Los interferómetros en longitudes de onda *submm*, *mm* y de *radio*, dan información muy detallada de los discos circunestelares jóvenes, que no siempre coincide con las predicciones de los modelos más simples de discos de acreción. Para entender estas observaciones el cálculo de la estructura vertical parece ser inevitable. A longitudes de onda largas, grandes zonas del disco se vuelven transparentes y la radiación emerge de profundidades diferentes, para distintas λ , reflejando características locales. Así, el espectro y la distribución de intensidad específica, desde *submm* a *radio*, resulta muy sensible a los detalles de la estructura del disco.

En este trabajo se calcula la estructura vertical de discos de acreción en torno a estrellas jóvenes, con la intención de explicar, en particular, los espectros en longitudes de onda largas de las estrellas T Tauri clásicas. Se trata el transporte radiativo sin la aproximación de difusión, lo que permite extenderlo a todo el disco y además modelar discos en un amplio intervalo de parámetros característicos. En este capítulo se describen las ecuaciones de estructura vertical y el método usado para resolverlas. En §III.2 se resumen las suposiciones e ingredientes básicos de los modelos, en §III.3 se describen los mecanismos de transporte de energía del disco, en §III.4 se discuten las fuentes de energía, en §III.5 se plantean las ecuaciones y el método de integración, en §III.6 se presentan algunos resultados y en §III.7 se discute el problema de la estabilidad de los discos. Detalles de como se incluyen los diferentes mecanismos de transporte en el cálculo de la estructura vertical, pueden encontrarse en el apéndice A. En el apéndice B se describe el cálculo de la opacidad y en el apéndice C se resume el significado de los símbolos usados en el texto.

III.2. Suposiciones básicas

Las ecuaciones que describen la estructura vertical de los modelos de discos de acreción presentados en este trabajo suponen que el disco se encuentra en estado estacionario y es geoméricamente delgado. Lo primero implica que todas las variables que lo describen son independientes del tiempo, en particular su tasa de acreción de masa \dot{M} y su coeficiente de viscosidad turbulenta ν ; lo segundo permite despreciar el transporte de energía en la dirección radial frente al transporte en la dirección vertical, con lo cual la estructura radial y vertical se resuelven como problemas desacoplados (Lynden-Bell & Pringle 1974, Pringle 1981, Frank, King & Raine 1992). Estas suposiciones son *básicas* y no pueden relajarse sin modificar las ecuaciones de estructura vertical ni el método usado para integrarlas.

Por otro lado se hacen algunas suposiciones *útiles* que permiten cuantificar las propiedades de los discos pero que podrían ser substituidas por otras, sin necesidad de modificar la estructura del cálculo. Entre éstas, pueden ubicarse la suposición \dot{M} uniforme a través del disco y la prescripción α para la viscosidad, con el parámetro α espacialmente constante (Shakura & Sunyaev 1973, ver capítulo II).

Los parámetros fundamentales que describen un modelo de disco, dada una estrella central, son \dot{M} , que especifica el flujo de energía producido por disipación viscosa en cada anillo, y α , que cuantifica la fracción de este flujo que se disipa a cada altura del anillo correspondiente. La luminosidad máxima que podría emerger del disco está dada por: $L_{max} \approx L_{acc} + L_* = GM_*\dot{M}/R_* + L_*$, donde el primer término es la luminosidad producida por disipación viscosa y el segundo término es la luminosidad de la estrella central. La estructura de un disco de acreción depende de la estrella central

a través del cociente M_*/R_* , que determina la profundidad del pozo de potencial gravitacional en el que cae el material que circula a través de él, que va perdiendo energía y momento angular debido a la presencia de viscosidad, y que es la fuente última de energía del proceso de acreción. También depende de L_* , porque con mayor o menor eficiencia la estrella irradia al disco y es una fuente adicional de calentamiento.

Los modelos de estructura vertical están contruidos con los siguientes ingredientes:

- (i) Se supone Equilibrio Hidrostático en la dirección vertical [ec.(2.32)].
- (ii) Rotación Kepleriana: el disco está en balance centrífugo en la dirección radial y su propia gravedad se desprecia frente a la de la estrella central [ec.(2.12)].
- (iii) Transporte radiativo vertical usando: opacidades promedio de Rosseland y Planck, Equilibrio Termodinámico Local (ETL) y la aproximación de Eddington (Mihalas 1978). También se supone que el gas y el polvo en el disco están perfectamente mezclados (Kenyon & Hartmann 1987). Las opacidades promedio se calculan a partir de las opacidades monocromáticas (Calvet *et al.* 1991) y por lo tanto corresponden a abundancias y coeficientes de absorción autoconsistentes (§III.3.1).
- (iv) Transporte convectivo usando la teoría de la longitud de mezclado (e.g. Cox & Giuli 1968, Mihalas 1978), con una eficiencia calculada tomando en cuenta la profundidad óptica de los elementos convectivos (§III.3.3).
- (v) Transporte turbulento de energía consistente con la prescripción α para la viscosidad turbulenta (Rüdiger *et al.* 1988) (§III.3.2).

(vi) Calentamiento por disipación viscosa [ec.(2.40)], por ionización debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo (§III.4) y por irradiación de fuentes externas (capítulo IV).

III.3. Mecanismos de transporte de energía

La energía producida en el disco o que llega a éste proveniente de alguna fuente externa (e.g. irradiación debido a la estrella central, a una envolvente de acreción, a un viento, etc.), se transporta a través del disco por radiación, convección y flujo turbulento. La distribución de temperatura en la dirección vertical, como sucede en el interior de una estrella, depende de cuál de estos mecanismos de transporte es dominante en cada región.

III.3.1. Radiación

El transporte radiativo se describe a través de los dos primeros momentos de la ecuación de transporte integrada en frecuencias, usando la aproximación de Eddington para cerrar el sistema (Mihalas 1978). En lugar de opacidades promedio calculadas tomando como funciones de peso la intensidad promedio y el flujo dependientes de frecuencia (κ_J and χ_F), se usan opacidades promedio de Planck y Rosseland (κ_P and χ_R), calculadas a partir de opacidades monocromáticas (Calvet *et al.* 1991, ver apéndice B). Sin resolver de manera exacta el problema de transporte radiativo, para lo cual habría que integrar la ecuación de transporte para cada frecuencia y dirección, éste es un tratamiento más general que tomar la aproximación de difusión. Las ecuaciones de transporte radiativo se pueden escribir como (ver apéndice A.2):

$$\frac{dF_{rad}}{dz} = 4\pi\kappa_P(P_g, T)\rho \left[\frac{\sigma T^4}{\pi} - J \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{dJ}{dz} = -3\chi_R(P_g, T)\rho \frac{F_{rad}}{4\pi}, \quad (3.2)$$

donde J es la intensidad promedio del campo de radiación, F_{rad} es el flujo radiativo, T es la temperatura local, z es la altura en la dirección vertical, ρ es la densidad y P_g es la presión del gas. Estas ecuaciones se reducen a la aproximación de difusión si no hay producción de energía localmente, debido a la suposición $\kappa_J \approx \kappa_P$ y $\chi_F \approx \chi_R$. En el apéndice A.2 todo esto se discute con más detalle.

En regiones ópticamente gruesas donde el campo de radiación tiende a ser isótropo y la función fuente tiende a la función de Planck, permite reescribir las ecuaciones de transporte (3.1) y (3.2), como:

$$F_{rad} \approx \frac{4\pi}{3} \frac{1}{\chi_R(P, T)\rho} \frac{dB}{dz}, \quad (3.3)$$

$$J \approx B = \frac{\sigma T^4}{\pi}. \quad (3.4)$$

Esta es la aproximación de difusión y se usa en este trabajo para construir una estructura del disco que funciona como solución inicial de un código de relajación (ver §III.5). Con la aproximación de difusión se introduce una conductividad radiativa A_{rad} , dada por:

$$A_{rad} \equiv \frac{16\sigma T^4 g_z}{3\chi_R P}, \quad (3.5)$$

donde g_z es la componente z de la gravedad estelar dada por ec.(2.33), que permite escribir el flujo radiativo como $F_{rad} = A_{rad}\nabla$, con $\nabla = d \ln T / d \ln P$.

III.3.2. Flujo turbulento

Los elementos turbulentos responsables de la viscosidad en el disco también transportan energía en la dirección vertical (Rüdiger *et al.* 1988). En este trabajo se supone que la turbulencia del disco no es generada por convección sino por alguna otra inestabilidad asociada, por ejemplo, al campo magnético (Balbus & Hawley 1991, 1992, Hawley & Balbus 1991, 1992) o a otros mecanismos (ver Dubrulle & Knobloch 1992, Dubrulle & Valdetaro 1992, Adams & Lin 1993). Con esto en mente, la convección y el flujo turbulento son tratados como diferentes mecanismos de transporte de energía.

Un elemento de fluido turbulento moviéndose de una zona caliente a otra más fría tiene, a lo largo de su trayectoria, energía en exceso respecto al medio que lo rodea. Se deshace de parte de esta energía en el camino, haciendo trabajo sobre el medio (si el gradiente de presión y el de temperatura tienen el mismo sentido y si $\nabla < \nabla_A$, como se verá más adelante) y el resto la libera cuando finalmente se disuelve, confundándose con el medio. Otro elemento similar que se mueve de una zona fría a una más caliente recibe energía en el camino porque el medio realiza trabajo sobre él. Suponiendo que a una altura dada hay tantos elementos subiendo como bajando, las ganancias y pérdidas de energía en el trayecto se balancean. Sólo contribuye al flujo neto el exceso o defecto de energía de los elementos de fluido en el momento de disolverse. El exceso de energía total de un elemento es proporcional a la diferencia de temperatura entre su punto de origen, relacionada con su energía interna inicial, y su punto de destino, relacionada con la energía térmica del medio que lo rodea en el momento de disolverse, i.e. el

exceso de energía es proporcional al gradiente de temperatura. Sin embargo, para obtener el flujo neto se debe restar la energía intercambiada con el medio ambiente en el camino a través de trabajo (suponiendo despreciables las pérdidas o ganancias de energía por radiación o algún otro mecanismo). Si los elementos turbulentos se mueven adiabáticamente, el flujo de energía neto transportado por ellos resulta proporcional al gradiente de entropía y puede escribirse como (Rüdiger *et al.* 1988) :

$$F_{cond} = -\rho T \frac{\nu}{P_r} \frac{dS}{dz} = \frac{\alpha P}{\Omega_k P_r} g_z \left[\frac{\nabla}{\nabla_A} - 1 \right], \quad (3.6)$$

donde S es la entropía específica, $P_r = \nu/\chi$ es el número de Prandtl, ν es el coeficiente de viscosidad turbulenta dinámica, χ es el coeficiente de conductividad turbulenta, P es la presión total, que es igual a la suma de la presión del gas P_g y la presión de radiación P_{rad} , ∇ es el gradiente ($d \ln T / d \ln P$) del medio, ∇_A es el gradiente adiabático, dado por $(d \ln T / d \ln P)_S$ calculado a entropía constante (ver ec.(A.25)) y Ω_k es la velocidad angular kepleriana. La presión de radiación se escribe como $P_{rad} = 4\pi J/3c$, donde c es la velocidad de la luz.

Se ha supuesto que los elementos turbulentos se mueven con una velocidad $v_t \leq c_s$ y que su longitud de mezcla h_t está acotada por: $\alpha H_p \leq h_t < H_p$, donde c_s es la velocidad del sonido isoterma local y H_p es la escala de altura de la presión térmica. Por simplicidad, se ignoran tanto las pérdidas radiativas, como posibles fuentes de energía interna de los elementos turbulentos (por ejemplo asociadas a la cascada de energía desde escalas mayores).

Si el transporte de energía estuviera a cargo de partículas en movimiento (e.g. conducción molecular) en lugar de elementos de fluido, no se intercambiaría energía

con el medio ambiente en forma de trabajo y el flujo de energía sería proporcional al gradiente de temperatura, i.e. una conducción molecular muy eficiente tendería a una situación isotérmica. Por otro lado, en presencia de un flujo turbulento muy eficiente transportando energía, la temperatura resultante tiende a una distribución adiabática. De la ec.(3.6) se puede ver que, como se supone que los elementos turbulentos son adiabáticos, el flujo turbulento es positivo o de adentro hacia afuera si el gradiente del medio es superadiabático (zonas convectivas) y es negativo cuando el gradiente del medio es subadiabático (zonas radiativas).

III.3.3. Convección

La convección se describe a través de la teoría de la longitud de mezclado, incluyendo una eficiencia que toma en cuenta que los elementos convectivos pierden energía debido a flujo turbulento y radiativo a través de su superficie. Las pérdidas radiativas se calculan considerando que los elementos pueden tener un espesor óptico finito (Mihalas 1978), y no necesariamente ser ópticamente gruesos como se supone en cálculos de estructura estelar (e.g. Cox & Giuli 1968). El gradiente de temperatura del medio se calcula a partir del flujo total de energía debido a disipación viscosa, ionización por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo, irradiación, que debe transportarse en cada punto.

Se escribe el flujo turbulento de energía, de la ec.(3.6), como:

$$F_{cond} = A_{cond}(\nabla - \nabla_A), \quad (3.7)$$

donde la conductividad turbulenta está dada por:

$$A_{cond} = \frac{\alpha g_z P}{\Omega_k P_r \nabla_A}. \quad (3.8)$$

De manera equivalente al gradiente radiativo ∇_R , usado en cálculos de estructura estelar, se define un gradiente ∇_{RC} , dado por $(d \ln T / d \ln P)$ del medio cuando no es inestable a convección y la energía se transporta sólo por conducción turbulenta y radiación. Este gradiente se puede escribir como:

$$\nabla_{RC} \equiv \frac{F - F_{rad}}{A_{cond}} + \nabla_A, \quad (3.9)$$

donde F es el flujo total de energía y en ningún momento se ha usado la aproximación de difusión. El medio se vuelve inestable a convección si $\nabla_{RC} > \nabla_A$.

El flujo de energía transportado por convección se puede escribir como:

$$F_{conv} = F \zeta_0 [1 - (\nabla_A / \nabla_{RC})] = A_{conv} \left[(1 - \zeta_0) \frac{\Gamma_{conv}}{\Gamma_{conv} + 1} (\nabla_{RC} - \nabla_A) \right]^{3/2}, \quad (3.10)$$

donde A_{conv} es la conductividad convectiva, dada por:

$$A_{conv} = \frac{1}{2} \left(\frac{g_z Q H_p}{8} \right)^{1/2} (\rho c_p T) \left(\frac{\Lambda}{H_p} \right)^2, \quad (3.11)$$

c_p es el calor específico a presión constante, Λ es la longitud de mezclado, que en general se toma igual a la escala de altura de la presión local, $Q = 1 - (\partial \ln \mu / \partial \ln T)_P$ y μ es el peso molecular medio. La cantidad Γ_{conv} es la eficiencia convectiva y ζ_0 es la solución de una ecuación cúbica que se describe en el apéndice A.

III.4. Fuentes de energía

La principal fuente de energía de un disco de acreción no irradiado es la disipación viscosa (e.g. Shakura & Sunyaev 1973, Lynden-Bell & Pringle 1974, Pringle 1981, Frank, King & Raine 1992). La energía por unidad de volumen producida localmente por esfuerzo viscoso en un disco α esta dada por [ec.(2.40)]:

$$\frac{dF_{vis}}{dz} = \frac{9}{4}\rho\nu\Omega_k^2 = \frac{9}{4}\alpha P_g\Omega_k. \quad (3.12)$$

El flujo viscoso total producido en un anillo, a una distancia R de la estrella, se puede escribir como [ecs.(2.41) y (2.42)]:

$$D_{vis} = F_{vis}(z_{\infty}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{9}{4}\rho\nu\Omega_k^2 dz = \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi R_*^3} \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3} \left[1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{1/2}\right], \quad (3.13)$$

donde \dot{M} es la tasa de acreción de masa, M_* y R_* son la masa y el radio de la estrella central. A partir de este flujo se define una temperatura efectiva dada por $D_{vis} = \sigma T_{vis}^4$ [ver ec.(2.43)].

El flujo viscoso decrece con la distancia, con lo cual otras fuentes de calentamiento pueden ser importantes en las partes externas del disco. La irradiación debido a la estrella o a una envoltente que puede rodear al disco (e.g. una envoltente de acreción, un viento, etc.), se discute en el capítulo IV. Otra fuente de calentamiento incluida en este trabajo es la ionización debida a rayos cósmicos (Nakano & Umebayashi 1986), y a decaimiento radioactivo de ^{28}Al (Stepinski 1992); esta última es la ionización más importante en las zonas más densas de nubes moleculares, donde ni la radiación ni

los rayos c3smicos pueden penetrar. El calentamiento resultante de ambas fuentes de ionizaci3n puede escribirse como:

$$\Gamma_{cr}(z) = n_{H_2} [\Delta Q \xi_0 e^{-\Sigma(z)/\lambda} + \Delta Q_r \xi_r(^{26}Al)], \quad (3.14)$$

donde Γ_{cr} es la energ3a producida por segundo por unidad de volumen, n_{H_2} es la densidad en n3mero de mol3culas de hidr3geno, $\lambda = 96 \text{ g/cm}^2$ es la densidad columnar caracter3stica de atenuaci3n de los rayos c3smicos, $\xi_0 = 10^{-17} \text{ s}^{-1}$ (Nakano & Umebayashi 1986) y $\xi_r(^{26}Al) = 5.2 \times 10^{-19} \text{ s}^{-1}$ (Stepinski 1992) son las tasas de ionizaci3n debido a rayos c3smicos y al decaimiento radioactivo respectivamente y $\Sigma(z)$ es la densidad columnar calculada integrando la densidad volum3trica desde la superficie hasta la altura z . La energ3a depositada en cada ionizaci3n por rayo c3smico incidente es $\Delta Q \approx 20 \text{ eV}$, mientras que en cada ionizaci3n debido a decaimiento radioactivo es $\Delta Q_r \approx 10 \text{ eV}$ (Goldsmith and Langer 1978). La temperatura efectiva del disco, definida tal que σT_{eff}^4 es igual al flujo emergente, incluye el efecto del calentamiento debido a disipaci3n viscosa, rayos c3smicos y decaimiento radioactivo, y se escribe como:

$$T_{eff}^4 = T_{vis}^4 + T_{cr}^4, \quad (3.15)$$

donde T_{vis} , definida en la ecuaci3n (3.13), es la temperatura efectiva de un disco de acreci3n sin otra fuente de calentamiento que disipaci3n viscosa y T_{cr} es una temperatura que cuantifica el flujo de energ3a asociado a rayos c3smicos y decaimiento radioactivo, dada por $D_{cr} = \sigma T_{cr}^4 = \int_0^{z_{\infty}} \Gamma_{cr} dz$, donde:

$$D_{cr} = \sigma T_{cr}^4 = \frac{1}{2m_H} \{ \Delta Q \xi_0 \lambda [1 - e^{-\Sigma_\infty/\lambda}] + \Delta Q_r \xi_r \Sigma_\infty \}, \quad (3.16)$$

y Σ_∞ es la densidad columnar del disco, desde el plano medio hasta su superficie [ec.(2.4)].

El calentamiento por ionización debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo no resultó ser una fuente de energía importante en ninguno de los modelos calculados en este trabajo. Esta fuente de calentamiento se ha mantenido en las ecuaciones de estructura (§III.5) por completez y para, eventualmente, extender el cálculo a modelos de discos con tasas de acreción pequeñas ($\dot{M} < 10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$) comparadas con las tasas típicas de estrellas T Tauri, para los cuales pueda jugar un papel más importante en la estructura del disco.

III.5. Ecuaciones de estructura vertical

En la Figura 3.1 se muestra esquemáticamente un corte vertical del disco, distinguiendo las principales zonas. En la Figura 3.2 se grafica una ampliación de un anillo, a una distancia R de la estrella central y con un ancho dR , mostrando la dirección de crecimiento de z y de la profundidad óptica promedio τ_R .

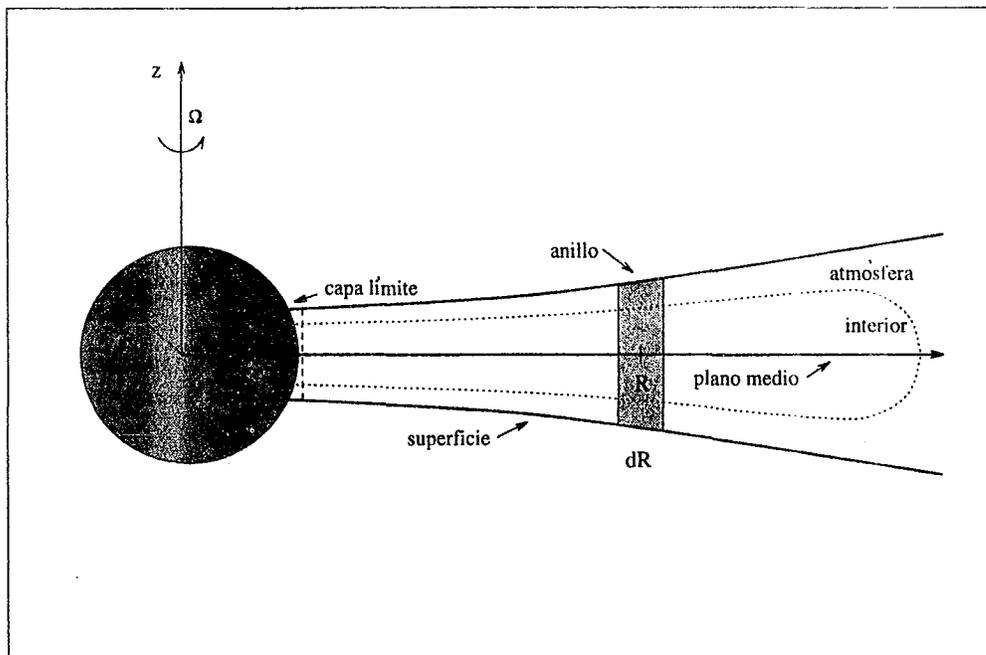


Figura 3.1. Corte vertical de un disco de acreción mostrando su interior y su atmósfera, definida como la zona donde $\tau_R < 2/3$. Se muestra lo que en el texto se ha llamado "anillo", a una distancia R de la estrella central y de ancho dR . El eje z corresponde al eje de rotación, mientras que el eje R pasa por el plano medio del disco.

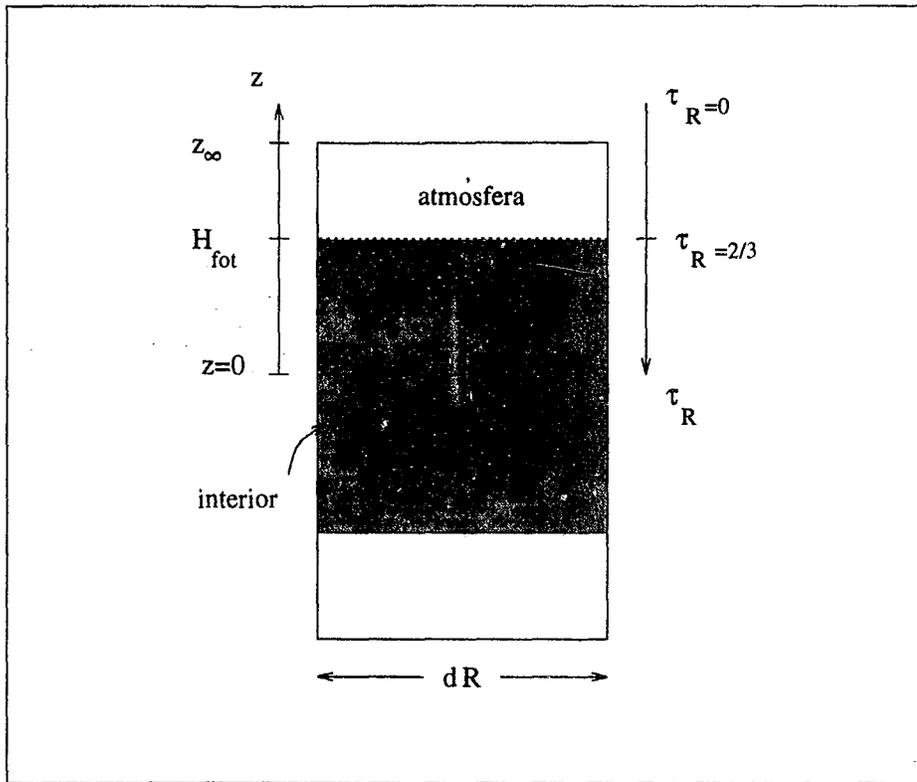


Figura 3.2. Ampliación de un corte vertical de un anillo del disco, de radio R y ancho dR . La profundidad óptica τ_R crece de la superficie hacia el plano medio, en dirección contraria a z . Conociendo el flujo de energía que debe generarse en cada anillo, se calcula su estructura vertical integrando las ecuaciones que se describen en el texto.

Las ecuaciones que describen la estructura vertical de un anillo de radio R de un disco α , en estado estacionario, pueden escribirse como:

(i) Equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP_g}{dz} = -\rho\Omega_k^2 \frac{z}{[1 + (z/R)^2]^{3/2}} - \frac{dP_{rad}}{dz}, \quad (3.17)$$

(ii) Flujo total de energía:

$$\frac{dF}{dz} = \frac{9}{4}\alpha \Omega_k P_g + \Gamma_{cr}, \quad (3.18)$$

(iii) Transporte radiativo:

$$\frac{dF_{rad}}{dz} = 4 \pi \kappa_P(P, T) \rho \left[\frac{\sigma T^4}{\pi} - J \right], \quad (3.19)$$

$$\frac{dJ}{dz} = -3 \chi_R(P, T) \rho \frac{F_{rad}}{4\pi}, \quad (3.20)$$

(iv) Transporte turbulento y/o convectivo:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{T}{P} g_z \rho \nabla. \quad (3.21)$$

Este es un sistema de ecuaciones diferenciales para las variables: P_g , F , F_{rad} , J y T , como función de z y R , con condiciones en dos fronteras diferentes. La altura del disco z_∞ es una frontera desconocida, en la que se especifican los flujos total y radiativo, que dependen de \dot{M} . Los flujos turbulento y convectivo se toman

como cero en z_∞ porque, por definición, el material no puede salir de la superficie del disco. Un flujo turbulento igual a cero implica que en z_∞ el gradiente de temperatura siempre es el gradiente adiabático [ver ec.(3.7)]. Se adopta una presión superficial P_∞ suficientemente baja, verificando *a posteriori* que la estructura interna del disco no sea sensible a esta presión (aunque, como se discute en §III.6.2, la estructura de la atmósfera sí depende sensiblemente del valor de P_∞). La presión mínima del disco se toma como $P_{min} = 10^{-12} \text{ dina cm}^{-2}$, una estimación cruda de la presión de las zonas externas de nubes moleculares. La intensidad promedio J_∞ en la superficie del disco está dada por la aproximación de las dos corrientes, escrita de manera que se satisfice la aproximación de Eddington. En el plano medio, por simetría, todos los flujos de energía son cero. Entonces, la estructura vertical de un disco no irradiado por una fuente externa, se integra con las siguientes condiciones de frontera: en $z = z_\infty$,

$$P_g = P_\infty,$$

$$F = F_{rad} = D_{vis} + D_{cr},$$

$$J = J_\infty = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} F_{rad}(z_\infty) \quad \text{y}$$

en $z = 0$,

$$F = F_{rad} = 0.$$

El número de Prandtl se toma como $P_r = 1$. Tschäpe & Kley (1993) usan $P_r = 0.3...0.6$, pero una teoría molecular simple de gases predice que $P_r = 1$ si los mecanismos de transporte de calor y viscosidad son los mismos (e.g. Pai 1956). La longitud de mezclado convectivo se toma como $\Lambda/H_p = 1$ (e.g. Mihalas 1978, Bell &

Lin 1994). Así que para una estrella central dada un modelo de disco de acreción no irradiado se caracteriza solamente por \dot{M} y α .

Las ecuaciones de estructura vertical, ecs.(3.17) a (3.21), se integran usando un código de relajación (Press *et al.* 1989), tomando como solución inicial la estructura correspondiente a la aproximación de difusión $J \approx B$. Se tienen seis condiciones de frontera para cinco ecuaciones diferenciales, pero una de las fronteras es desconocida. La altura del disco z_∞ se trata como un autovalor del problema, introduciendo una ecuación adicional de la forma $dz_\infty/dz = 0$. La solución inicial aproximada se obtiene integrando el sistema de ecuaciones con un código Runge-Kutta de orden 4 y paso variable (Press *et al.* 1989), y se itera variando z_∞ hasta satisfacer la condición de frontera $F = 0$ en el plano medio del disco. La iteración se lleva a cabo usando una rutina que resuelve ecuaciones trascendentes con el método de Brent (Forsythe *et al.* 1977).

III.6. Resultados

Para una estrella central dada, i.e. especificando \dot{M} y α , se construye un modelo de disco estacionario, lo cual consiste en calcular la estructura vertical (i.e. $T(z)$, $P(z)$, $\rho(z)$, etc.) para cada radio R . A continuación se discuten algunas propiedades generales de la estructura de modelos de discos viscosos no irradiados.

III.6.1. Efecto de la conducción turbulenta:

Incluir transporte turbulento no es nuevo en el contexto de los discos de acreción de Variables Cataclísmicas, pero en el cálculo de la estructura de discos en torno a estrellas jóvenes la turbulencia no se ha tomado en cuenta como mecanismo de transporte. En esta sección y la siguiente se discuten algunos efectos de la conducción turbulenta sobre la estructura del interior y la atmósfera de discos viscosos (ver Figuras 3.1 y 3.2).

Regiones no-convectivas

En regiones no convectivas la conducción turbulenta y la radiación compiten intentando transportar energía en direcciones opuestas (como se puede ver en la ecuación (3.6) cuando $\nabla < \nabla_A$). Esto se debe a que, cuando $\nabla < \nabla_A$, un elemento turbulento que sube (se mueve de una zona de mayor temperatura y presión, a una zona donde ambas cantidades son menores) tiene un exceso de energía térmica respecto al medio que lo rodea en cada nueva posición pero la presión del elemento es menor que la presión del medio. El efecto neto es que el medio pierde energía realizando trabajo sobre el elemento, i.e. el medio se enfría. Por otro lado, un elemento que baja, a pesar

de que en el trayecto su temperatura es menor que la del medio, tiene una presión es mayor y se expande, realizando trabajo sobre el medio, i.e. entregándole energía. El flujo turbulento de energía, calculado suponiendo que los elementos turbulentos no pierden energía por radiación u otro mecanismo, transporta energía de las zonas de menor presión a las de mayor presión (aunque las primeras sean mas frias), si $\nabla < \nabla_A$.

En el interior del disco, donde vale la aproximación de difusión, el gradiente de temperatura del medio es (ver apéndice A.1):

$$\nabla = \frac{F + A_{cond}\nabla_A}{A_{cond} + A_{rad}}, \quad (3.22)$$

donde los diferentes términos se definen en §III.3 (en el apéndice C se resume el significado de cada símbolo).

De la ecuación anterior se puede ver que, mientras $A_{rad} \gg A_{cond}$, el gradiente de temperatura está dominado por radiación, a pesar de la presencia del flujo turbulento, y mientras $A_{rad} \ll A_{cond}$, el gradiente de temperatura tiende a ser el gradiente adiabático debido a que el flujo turbulento domina el transporte de energía. La importancia de la conducción turbulenta en la distribución de temperatura de las regiones no convectivas depende del cociente A_{cond}/A_{rad} , que puede ser escrito como:

$$\frac{A_{cond}}{A_{rad}} = \frac{3}{16\sigma\Omega_k} \frac{\alpha \chi_R P^2}{P_r \nabla_A T^4}. \quad (3.23)$$

Para $P_r \gtrsim 0.1$, se encuentra que $F_{rad} > |F_{cond}|$. Entonces el gradiente de temperatura está dominado por radiación y la presencia de conducción turbulenta sólo produce diferencias pequeñas respecto a un situación en equilibrio radiativo. Para

$P_r \lesssim 0.1$ el efecto del flujo turbulento en la distribución de temperatura en el interior del disco se hace importante. A menor número de Prandtl, mayor es la temperatura central en las zonas no convectivas, porque el gradiente de temperatura al que tiende el medio debido al transporte turbulento es el gradiente adiabático, que es menor que el radiativo si el medio es estable frente a convección.

Regiones convectivas

En las regiones convectivas, donde $\nabla > \nabla_A$, la conducción turbulenta transporta energía hacia afuera, como la convección y la radiación, pero decrece la eficiencia del transporte convectivo, debido a que los elementos convectivos pierden más energía durante su vida, que si sólo radiaran (ver apéndice A.1). El efecto neto es que cuando la conducción turbulenta y la convección están simultáneamente presentes, la energía transportada por ambos mecanismos es casi la misma que transportaría cada uno de ellos por separado. En las zonas convectivas la conducción turbulenta se puede pensar como una extensión de la convección, a escalas pequeñas ($h_t \sim \alpha H_p$).

En resumen, no hay cambios substanciales en la temperatura y la densidad superficial debido a la presencia de conducción turbulenta para $0.1 > P_r > 100$ en el interior del disco, tanto en zonas radiativas como convectivas; pero a números de Prandtl menores que 0.1 el flujo turbulento domina la estructura de temperatura.

III.6.2. Atmósfera del disco:

Una de las motivaciones de este trabajo es poder calcular la estructura vertical del disco sin separar entre su *interior*, ópticamente grueso, donde se produce la mayor parte

de la energía, y su *atmósfera*, ópticamente delgada, donde, se supone que no existen fuentes de energía. Esta división, si bien simplifica el problema porque permite calcular cada zona usando aproximaciones diferentes, resulta arbitraria en el caso de un disco α , en el que la energía se disipa en todas partes y que además se vuelve ópticamente delgado a grandes radios. Aunque en este trabajo se usa el mismo tratamiento para toda la estructura vertical, se mantiene la nomenclatura de *atmósfera* para las capas ópticamente delgadas de anillos ópticamente gruesos e *interior* para el resto (ver Figuras 3.1 y 3.2).

En modelos de discos en Variables Cataclísmicas se ha encontrado (Shaviv & Wherse 1986, 1989, 1990, Adam *et al.* 1988, 1989, Hubeny 1989, 1990) que una pequeña cantidad de energía disipada en la atmósfera puede hacer que su temperatura crezca con la altura, dando origen a una especie de cromósfera o corona del disco. Tschäpe & Kley (1993) incluyen flujo turbulento de energía y encuentran inversión de temperatura en la atmósfera de discos en torno a enanas blancas para números de Prandtl grandes ($P_r > 20$). En los modelos de discos de estrellas jóvenes calculados en este trabajo, si la tasa de acreción es alta $\dot{M} \geq 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y el flujo turbulento no es muy eficiente ($P_r > 40$), aparecen inversiones de temperatura atmosféricas. Pero se encuentra una altura crítica por encima del plano medio del disco, a partir de la cual no existe solución de equilibrio térmico.

Para intentar entender este resultado se puede hacer un tratamiento aproximado de la atmósfera del disco. Se estima la temperatura superficial despreciando todos los mecanismos de transporte de energía excepto radiación e ignorando el calentamiento debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo. De las ecuaciones (3.18) y (3.19), las tasas de calentamiento y enfriamiento pueden escribirse como:

$$Q^+ = Q_{vis}^+ + Q_{rad}^+ = \frac{9}{4} \alpha \Omega_k P_g + 4\pi\kappa_P(P_g, T) \frac{P_g}{kT} \mu m_H J, \quad (3.24)$$

$$Q^- = 4\pi\kappa_P(P_g, T) \frac{P_g}{kT} \mu m_H \left[\frac{\sigma T^4}{\pi} \right], \quad (3.25)$$

donde $Q^+ = Q_{vis}^+ + Q_{rad}^+$ es la suma de la energía generada por segundo por unidad de volumen debido a disipación viscosa (Q_{vis}^+) y a la energía por segundo por unidad de volumen absorbida del campo de radiación local (Q_{rad}^+), y Q^- es la energía por segundo por unidad de volumen perdida por radiación. El término de calentamiento radiativo, Q_{rad}^+ , es lo que distingue a la atmósfera del disco de una situación ópticamente delgada. Las condiciones de frontera en la superficie z_∞ son: $P_g = P_\infty$ y $J = J_\infty = \sqrt{3}D/4\pi$.

Debido al comportamiento de la opacidad promedio de Planck como función de temperatura y presión, la ecuación de balance de energía dada por:

$$Q^- = Q^+, \quad (3.26)$$

puede tener cero, una o varias soluciones, dependiendo de los valores de P_∞ y J_∞ .

En las Figuras 3.4 y 3.5 se muestra $\log Q^-/Q^+$ como función de $\log T$ para un disco de alta tasa de acreción $\dot{M} = 10^{-4} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y uno de tasa de acreción intermedia $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$ respectivamente. Cada curva corresponde a una presión distinta o, lo que es equivalente, a una altura diferente. La presión, por equilibrio hidrostático, decrece con la altura. Las líneas punteadas corresponden a Q^-/Q^+ calculado despreciando el término de absorción de radiación, Q_{rad}^+ , lo cual es una buena aproximación para discos de tasas de acreción muy bajas ($\dot{M} < 10^{-10} M_\odot \text{ año}^{-1}$). La línea discontinua

representa $Q^-/Q^+ = 1$, y los puntos de corte de esta recta con las curvas Q^-/Q^+ son las soluciones de equilibrio térmico. Si en torno a un punto de equilibrio Q^-/Q^+ crece con la temperatura, el equilibrio es estable.

En ambas figuras es posible distinguir varias regiones, cuyas características dependen de los detalles de la opacidad y de la importancia relativa de los calentamientos viscoso y radiativo:

- i) **Zona 1:** Hay una rama estable de baja temperatura ($\log T \leq 3.2$) donde la opacidad del polvo domina. El cociente Q^-/Q^+ es casi independiente de presión pero está fuertemente afectado por el término de calentamiento radiativo, a través del cual depende de la tasa de acreción. En esta región $Q^-/Q^+ \approx \sigma T^4 / \pi J$ [ver ecs.(3.24) y (3.25)].
- ii) **Zona 2:** Hay un mínimo local entre las temperaturas donde el polvo se destruye y aquellas para las que la fuente de opacidad dominante es libre-libre del ión H^- ($3.2 \leq \log T \leq 3.8$). En el mínimo las opacidades moleculares son importantes. La rama de polvo, para la cual Q^-/Q^+ decrece con temperatura, corresponde a soluciones de equilibrio térmico inestables y la rama de H^- corresponde a soluciones estables. Debido a que la opacidad de H^- crece con presión las soluciones estables de la ecuación de balance térmico tienen una temperatura que crece si P_∞ decrece (inversión de temperatura, ver curvas para alta P_r en la Figura 3.6).
- iii) **Zona 3:** Hay un máximo de Q^-/Q^+ debido a un máximo en la opacidad y corresponde a una temperatura tal que $Q_{vis}^+ \approx Q_{rad}^+$. Para temperaturas más altas ($\log T \geq 3.8 - 4.2$) el calentamiento radiativo puede ser despreciado y $Q^-/Q^+ \propto \kappa_P(P, T)T^3/\alpha$

[ver ecs.(3.24) y (3.25)]. La opacidad en esta región esta dominada por ligado-libre y libre-libre de H y H_e ; el cociente Q^-/Q^+ decrece con temperatura más rápidamente que T^{-3} y crece con la presión P_∞ . Las soluciones de la ecuación de balance térmico en esta zona son inestables.

Ambigüedades y discontinuidades en la temperatura

La situación en la cual varias soluciones de la ecuación de balance térmico son posibles ha sido discutida por Adam *et al.* (1988). Las soluciones inestables pueden ser descartadas porque el sistema no permanece en uno de estos estados durante un tiempo mayor que la escala de tiempo térmica, que suele ser corta (ver Pringle 1981), pero también puede haber varias soluciones estables posibles, lo cual introduce un problema de ambigüedad. Adam *et al.* (1988) han señalado la posibilidad de encontrar discontinuidades en la temperatura, debido a que en equilibrio radiativo, ésta se encuentra resolviendo una ecuación algebraica que puede tener más de una solución. Si la distribución de temperatura se describe a través de una ecuación diferencial, como en el caso en que se incluye el flujo turbulento (sin importar si es eficiente o no como mecanismo de transporte de energía) discontinuidades y ambigüedades no son posibles. Si hay una solución del sistema de ecuaciones dadas ciertas condiciones de frontera, ésta es única.

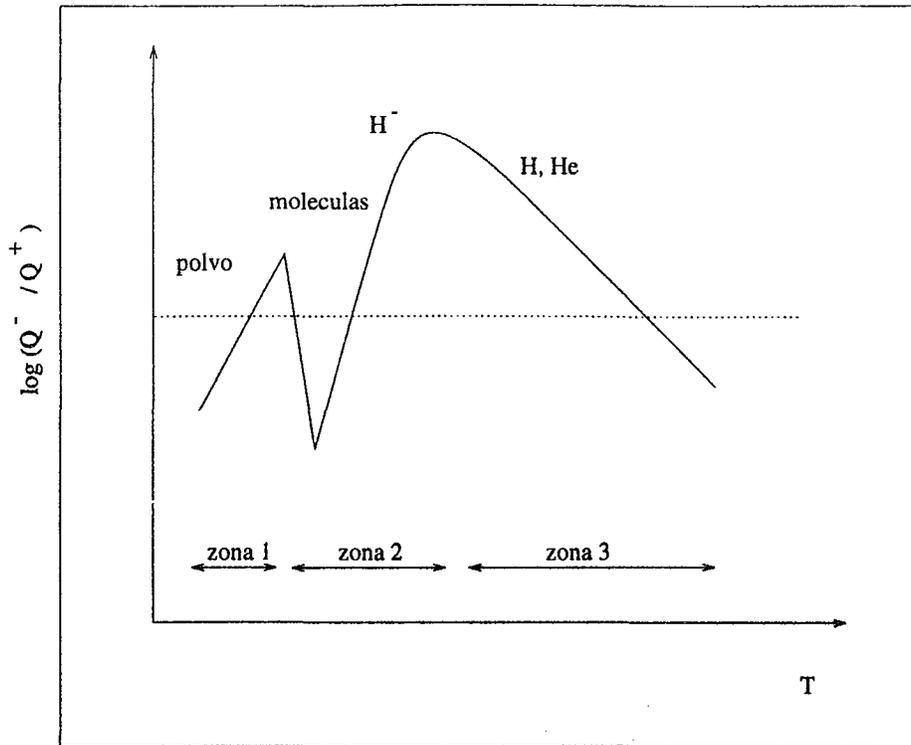


Figura 3.3. Representación esquemática de la curva de enfriamiento neto de la atmósfera de un disco, para una presión e intensidad promedio dadas. La línea punteada corresponde a balance de energía: $Q^+ = Q^-$ (línea continua). En la figura se indican las zonas relacionadas con las diferentes fuentes de opacidad, mencionadas en el texto.

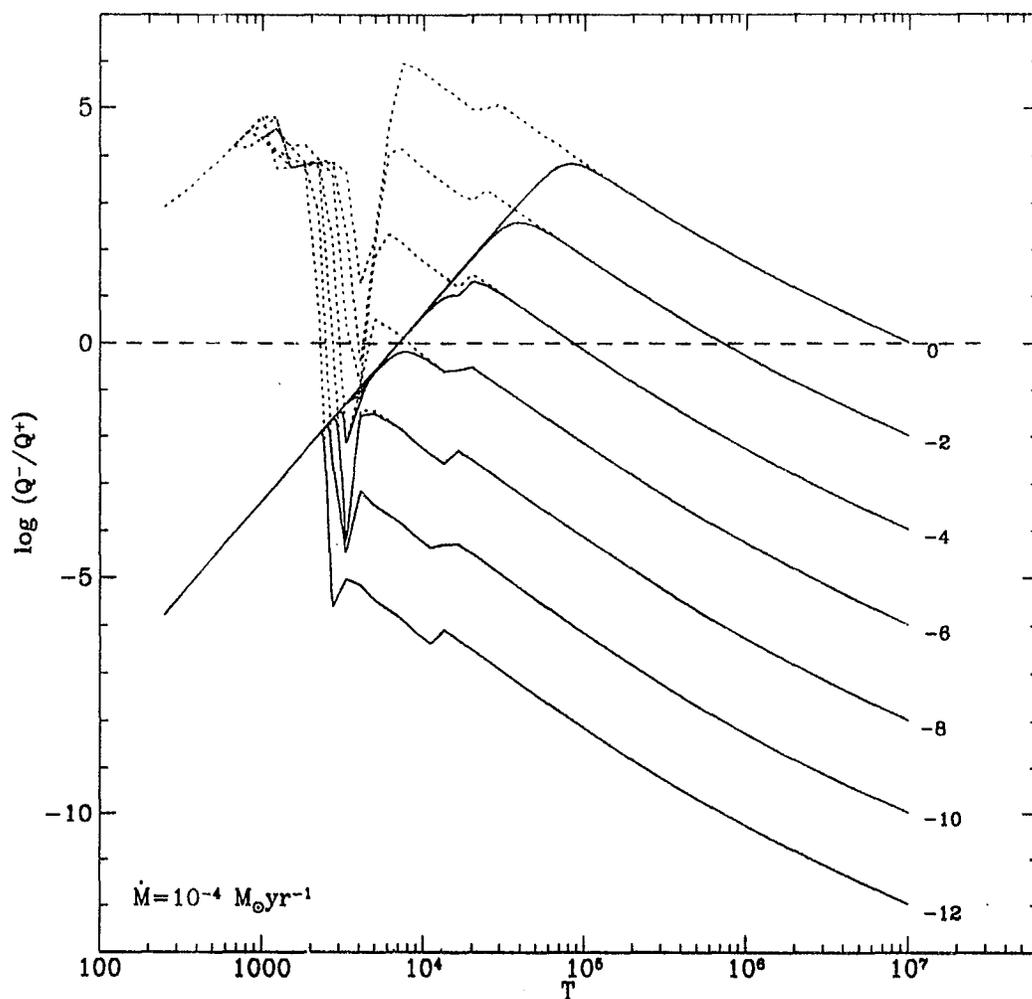


Figura 3.4. Inversión de temperatura y desequilibrio térmico en la atmósfera de un disco de $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. Se grafica el cociente de la tasa de enfriamiento sobre tasa de calentamiento, Q^{-}/Q^{+} , en la atmósfera de un anillo a $R = 1.36 R_{*}$, como función de temperatura. Cada curva corresponde a un valor distinto de $\log P_{\infty}$ (*dina cm⁻²*) [a la derecha de las curvas]. $\log(Q^{-}/Q^{+})$ es igual a cero (línea discontinua) en las temperaturas de equilibrio. La línea punteada corresponde al caso en que no hay absorción de radiación en la superficie del disco (por ejemplo si la tasa de acreción es muy baja). Para presiones menores que 10^{-6} *dina cm²* no hay solución de equilibrio de la ecuación de balance térmico, mientras que para presiones mayores puede haber soluciones estables que corresponden a una inversión de temperatura en la atmósfera.

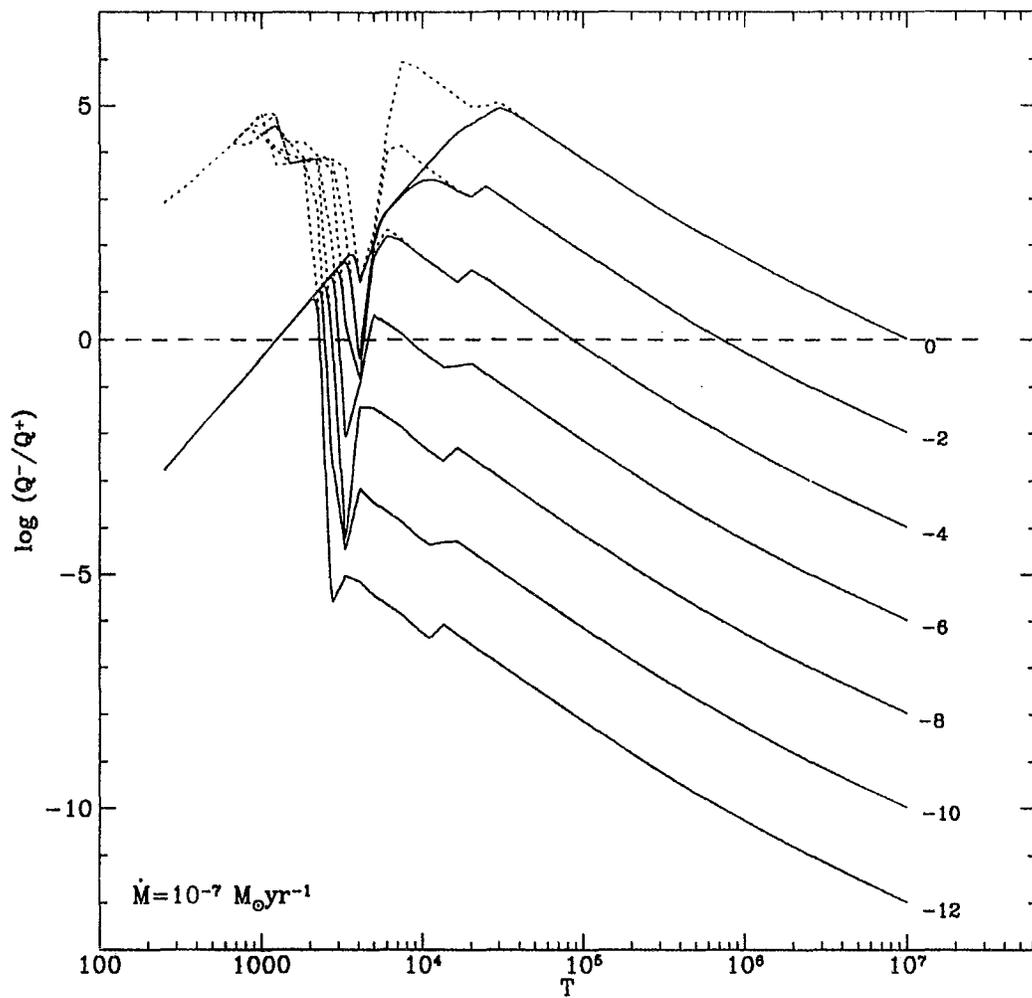


Figura 3.5. La atmósfera de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. Ver pie de Figura 3.4. Para todas las presiones existe una temperatura de equilibrio estable.

Desequilibrio térmico

Al disminuir P_∞ o aumentar J_∞ (lo cual significa aumentar \dot{M} , M_* o disminuir R_*) es posible encontrar una situación en la cual no hay solución de la ecuación de balance térmico, si la tasa de acreción es alta ($\dot{M} \geq 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$) (ver Figura 3.4). Debido a que la opacidad de Planck decrece con temperatura más rápidamente que T^{-3} (para $T > 10^4$ K) y crece con presión (e.g. la ley de Kramers), el enfriamiento eventualmente decrece con temperatura y siempre existe una presión crítica por debajo de la cual el balance térmico no es posible, a menos que otros mecanismos de transporte de energía sean tomados en cuenta. Cuando esta presión crítica es menor que la presión mínima considerada $P_{min} = 10^{12} \text{ dina cm}^{-2}$, estimada como la presión de las partes externas de nubes moleculares típicas, se concluye que la temperatura de equilibrio existe, de otro modo su existencia depende del valor de P_∞ .

Sin incluir el término de absorción de radiación Q_{rad}^+ , siempre existe una solución *inestable* para cualquier presión P_∞ (correspondiente a la rama inestable de la **Zona 2**). En estas soluciones inestables, si la presión externa P_∞ decrece la temperatura decrece, es decir, no se trata de la cromósfera o corona encontrada por Shaviv & Wherse (1986) y otros autores. Debido al término de calentamiento radiativo Q^-/Q^+ decrece al disminuir T , para $T < 10^4$ K. Esto permite la existencia de soluciones estables, pero también introduce una solución estable crítica correspondiente a una presión P_{crit} para la cual el enfriamiento relativo al calentamiento es máximo. Para $P_\infty < P_{crit}$ no existe una temperatura que satisfaga la ecuación de balance térmico.

Tomando como presión superficial $P_\infty = 10^{-12}$ se encuentra que el radio dentro del cual ocurre esta situación de desequilibrio térmico es $R \sim 10 R_*$, para $\dot{M} =$

$10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. Este radio disminuye con la presión P_{∞} y también, si \dot{M} y α decrecen.

Comparando la función de enfriamiento calculada en este trabajo, con la función de enfriamiento ópticamente delgada, pero más completa (considerando que incluye muchas más fuentes de opacidad de altas temperaturas) de Raymond, Cox & Smith (1976) [a través de la aproximación analítica dada por Raga & Cantó (1989)], se encuentra que ambas tienen el mismo comportamiento a altas temperaturas. Es decir, la no existencia de soluciones de equilibrio térmico en las atmósferas de discos de alta tasa de acreción no pareciera ser una consecuencia de que las opacidades usadas en este trabajo sean incompletas.

Este desequilibrio térmico puede deberse a que no se están tomando en cuenta todos los mecanismos de enfriamiento de la atmósfera del disco. Por ejemplo, un viento que emerge del disco puede estar llevando consigo el exceso de energía producida por disipación viscosa, del cual la radiación no logra deshacerse. También, la conducción turbulenta puede encargarse de transportar el exceso de energía hacia zonas más densas y por lo tanto más eficientes en enfriarse; esto último se discutirá más adelante.

Inversión de temperatura

Para $P(z_{\infty}) \geq P_{crit}$ puede haber una inversión de temperatura en la atmósfera del disco, si las soluciones estables de la ecuación de balance térmico corresponden a un régimen de temperatura en el cual κ_P crece con presión (rama estable de la Zona 2, Figura 3.4). La inversión de temperatura ocurre a $R \lesssim 6 R_{*}$ para $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y a $R \lesssim 3 R_{*}$ para $\dot{M} = 10^{-5} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, si $P_{\infty} = 10^{-12} \text{ dina cm}^{-2}$.

Shaviv & Wherse (1986), Adam *et al.* (1988, 1989), calculando la estructura vertical de discos de acreción en Variables Cataclísmicas, encuentran inversiones de temperatura importantes en la atmósfera, semejantes a “coronas” o “cromósferas” de los discos. Adam *et al.* (1989) muestran que la zona de alta temperatura se extiende a alturas muy grandes del plano medio del disco, como consecuencia de suponer $\kappa_P \propto \rho \propto P/T$. El enfriamiento correspondiente a esta opacidad, aumenta con temperatura y el material siempre puede radiar toda la energía generada si la temperatura es lo suficientemente alta, i.e. siempre existe una solución estable de la ecuación de equilibrio térmico y además corresponde a una temperatura que aumenta a medida que la presión disminuye (o que la altura aumenta). Esta forma de la opacidad de Planck se basa en la suposición incorrecta $\kappa_P/\chi_R \approx cte$ en las zonas más delgadas de la estructura vertical del disco (ver curvas de opacidad promedio en el apéndice B).

El uso del término *inestabilidad* (Shaviv & Wherse 1986) relacionado con la formación de coronas en discos de acreción es confuso porque, si bien la opacidad usada por estos autores puede ser incorrecta, las soluciones que encuentran, correspondientes a una inversión de temperatura en la atmósfera, son soluciones estables.

Efecto del flujo turbulento

La presencia de flujo turbulento modifica la ecuación de balance térmico introduciendo en las ecs.(3.24) y (3.25) un término de calentamiento o enfriamiento dado por dF_{cond}/dz .

En la Figura 3.6 se muestra la distribución vertical de temperatura de un disco de $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$, a $R = 1.36 R_{*}$. Cada curva corresponde a un valor diferente del número de Prandtl. Para P_r pequeño el flujo turbulento es más eficiente e

inhibe la inversión de temperatura, debido a que la energía se transporta hacia adentro. La presencia de un flujo conductivo, también permite encontrar una temperatura de equilibrio, aún si $P_\infty < P_{crit}$. Para $P_r = 1$, que es el valor estándar adoptado en este trabajo, la temperatura de la atmósfera decrece rápidamente hacia afuera. Como se puede ver en la Figura 3.6, cuando el flujo turbulento no es muy eficiente transportando energía ($P_r > 40$ para $\dot{M} = 10^{-4} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 10^{-2}$ a $R = 1.36 R_*$) se encuentra una inversión de temperatura en la atmósfera del disco.

Estos resultados dependen mucho de la opacidad, la cual debe ser calculada para las temperaturas, presiones y campo de radiación característicos de los discos de acreción protoestelares. La opacidad usada en este trabajo, basada en un conjunto autoconsistente de coeficientes de absorción y poblaciones de moléculas, átomos, iones y electrones (Calvet *et al.* 1991, ver apéndice B), dista mucho de ser completa, especialmente para altas temperaturas ($T > 10^4 K$). Resulta básico, en el cálculo de una estructura realista de los discos de acreción, disponer de coeficientes de absorción que incluyan todos los procesos importantes dentro del amplio intervalo de propiedades físicas de los discos, y que sean consistentes en cuanto a abundancias, propiedades ópticas, etc. Si bien las densidades menores alcanzadas en los modelos calculados en este trabajo son suficientemente altas para considerar ETL (Mineshige & Wood 1990), poder relajar la suposición ETL también requiere opacidades monocromáticas completas.

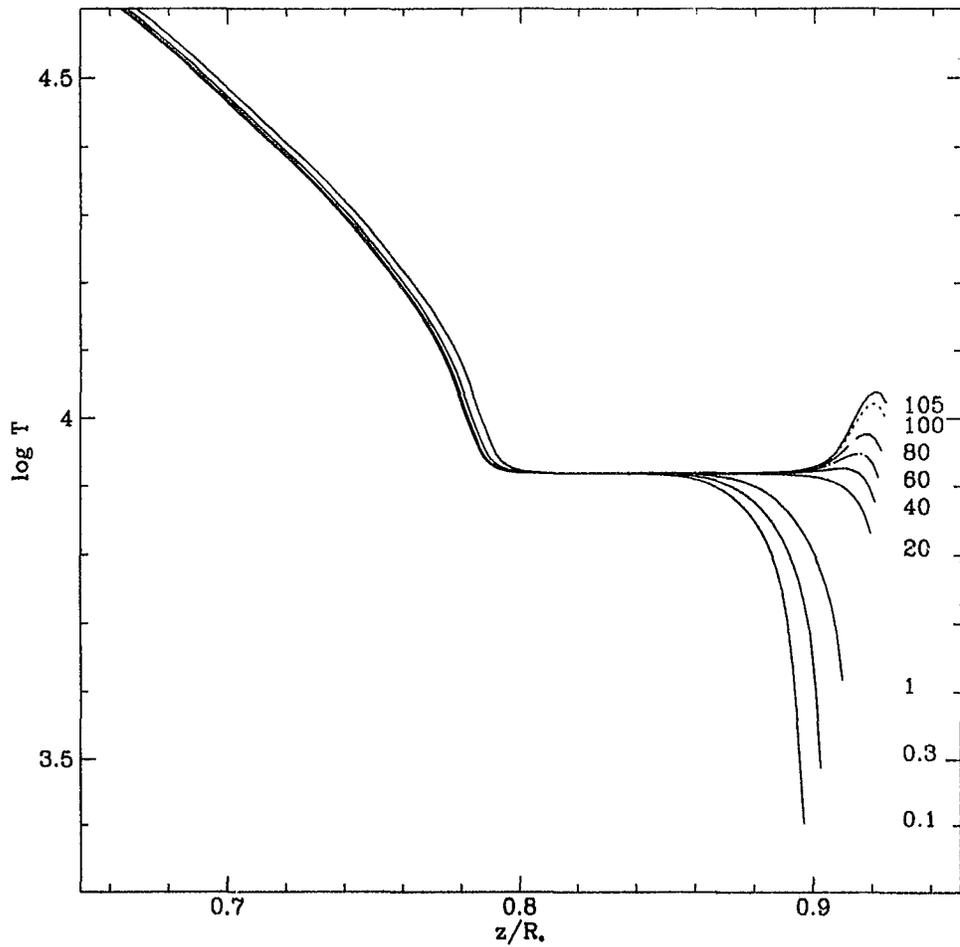


Figura 3.6. Inversión de temperatura en la atmósfera de un anillo a $R = 1.36 R_*$ de un disco de $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. Se muestra $\log T(z)$ como función de la altura en z/R_* . Cada curva corresponde a diferentes números de Prandtl, P_r , indicados a la derecha. En estos modelos la temperatura máxima en la superficie del disco es ~ 11000 K, mientras que la temperatura fotosférica es ~ 7500 K.

III.6.3. Estructura radial

A partir de la estructura vertical del disco se encuentra su temperatura central T_c , densidad superficial Σ_∞ , profundidad óptica τ , altura fotosférica z_{fot} , etc., como funciones del radio, es decir se puede describir en detalle su estructura radial.

Temperatura

Las Figuras 3.7, 3.8 y 3.9 muestran la distribución radial de algunas temperaturas características de discos viscosos no-irradiados, con tasas de acreción $\dot{M} = 10^{-8}$, 10^{-7} y $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ respectivamente. En todos los casos la estrella central tiene una masa $M_* = 0.5 M_\odot$ y un radio $R_* = 3 R_\odot$, y el parámetro de viscosidad es $\alpha = 0.01$. Nótese que las escalas del eje de las ordenadas es distinto en cada figura. Las temperaturas graficadas son: la temperatura central T_c (evaluada en el plano medio del disco), la temperatura fotosférica T_{fot} (tomada como la temperatura donde $\tau_R(z) = 2/3$), la temperatura viscosa T_{vis} [ver ec.(3.13)], la temperatura efectiva T_{eff} [ec.(3.15)] y la temperatura de brillo a $\lambda = 1 \text{ mm}$, $T_b(1 \text{ mm})$ (ver §V.2.2). La diferencia entre T_{vis} y T_{eff} refleja la importancia de los rayos cósmicos y del decaimiento radioactivo como fuentes de calentamiento. T_{fot} se parece a T_{eff} , salvo en las regiones donde la profundidad óptica de Rosseland total (integrada a través de la estructura vertical) se hace menor que $2/3$; en estas zonas no se puede definir una fotosfera. Por otro lado, el contraste entre T_c y T_{fot} refleja el gradiente de temperatura en el disco, necesario para poder deshacerse de toda la energía producida en su interior. La temperatura de brillo, proporcional a la intensidad, es aproximadamente igual a la temperatura donde $\tau_\nu(z) \approx 1$ en anillos ópticamente gruesos a la radiación de frecuencia ν , que en este

caso es $\nu = 300 \text{ GHz}$ o $\lambda = 1 \text{ mm}$, o esta dado por $T_b \approx T_c \tau_\nu$ en anillos ópticamente delgados.

Estas figuras reflejan la estructura vertical del disco. Las zonas más externas, con menos contraste entre T_{tot} y T_c , son las zonas de menor profundidad óptica total, i.e. un gradiente de temperatura pequeño es suficiente para que el disco pueda deshacerse de toda la energía producida a cada altura. El disco de $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$ se vuelve ópticamente delgado (en τ_R) y verticalmente isoterma, a partir de $R \approx 20 \text{ AU}$, mientras que los de $\dot{M} = 10^{-7}$ y $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ son completamente ópticamente gruesos (por lo menos hasta $R = 140 \text{ AU}$ que es el radio máximo calculado). El contraste entre T_c y T_{eff} (o T_{tot} , cuando ésta existe), a partir de $R \approx 10 \text{ AU}$, aumenta con la tasa de acreción. La temperatura de brillo a 1 mm tiene una distribución similar a la T_c , en las zonas donde $T_c \lesssim 1600 \text{ K}$ y $\tau_\nu(1 \text{ mm}) \geq 1$, reflejando que a longitudes de onda *submm* gran parte de la estructura vertical del disco resulta ópticamente delgada, y la radiación observada proviene de zonas cercanas al plano medio. A radios muy grandes el disco se vuelve completamente ópticamente delgado a 1 mm , y la temperatura de brillo se aproxima a $T_b \approx T_c \tau_\nu(1 \text{ mm})$, cayendo por debajo de la temperatura central.

La temperatura central como función del radio se aplanan alrededor de $T_c \sim 1600 - 1700 \text{ K}$. A radios pequeños, aproximadamente desde donde $T_c \gtrsim 1600 \text{ K}$ hacia radios menores, la distribución de temperatura de brillo también se vuelve casi plana y para el disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, se encuentra que $T_b < T_{\text{tot}}$ si $R < 0.05 \text{ AU}$.

El polvo es la fuente de opacidad dominante a bajas temperaturas y longitudes de onda largas, pero a temperaturas mayores que la temperatura de sublimación ($T_{\text{sub}} \approx 1500 - 2000 \text{ K}$ dependiendo de la densidad, ver apéndice B) el polvo desaparece y la opacidad es controlada por procesos relacionados con la fase gaseosa. Las opacidades

promedio de Rosseland y Planck, a una presión fija, disminuyen cuando el polvo se destruye. Dado un anillo del disco, si a cierta altura el polvo se sublima, la profundidad óptica disminuye (hacia adentro) hasta una altura menor, a partir de la cual el aumento en densidad contrarresta la disminución en opacidad por unidad de masa. Esta zona de baja profundidad óptica en la estructura vertical del disco, requiere un gradiente de temperatura pequeño para deshacerse de la energía allí producida, i.e. tiende a ser casi isoterma ($T(z) \approx cte$). Esto explica la existencia de la zona de T_c plana en las Figuras 3.7, 3.8 y 3.9, en las que $T_c \approx T_{sub}$. La distribución plana de T_b es consecuencia de que la altura a la cual $\tau_\nu(z) \approx 1$ está en la zona de baja profundidad óptica promedio.

Por otro lado, a longitudes de onda largas ($\lambda > 20 \mu m$) y en ausencia de polvo, la opacidad esta dominada por libre-libre de hidrógeno molecular, cuyo coeficiente de absorción aumenta con la longitud de onda (ver apéndice B). Esto hace que el disco resulte más opaco a $1 mm$ que a la longitud de onda donde la opacidad promedio de Rosseland es máxima y así, $\tau_\nu(1 mm) = 1$ ocurre más arriba que la fotosfera (i.e. a temperatura menor), como se ve en la Figura 3.9.

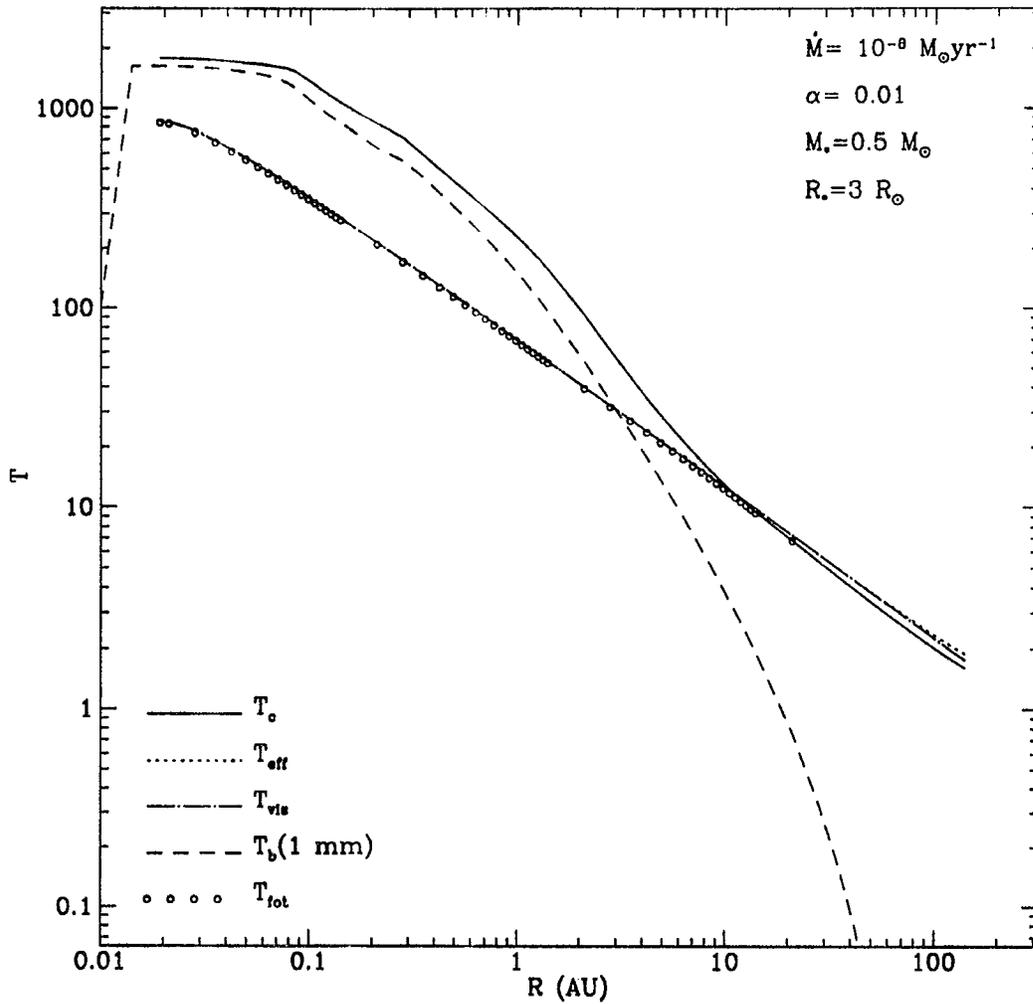


Figura 3.7. Distribución radial de temperaturas características de un disco de $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \text{año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$

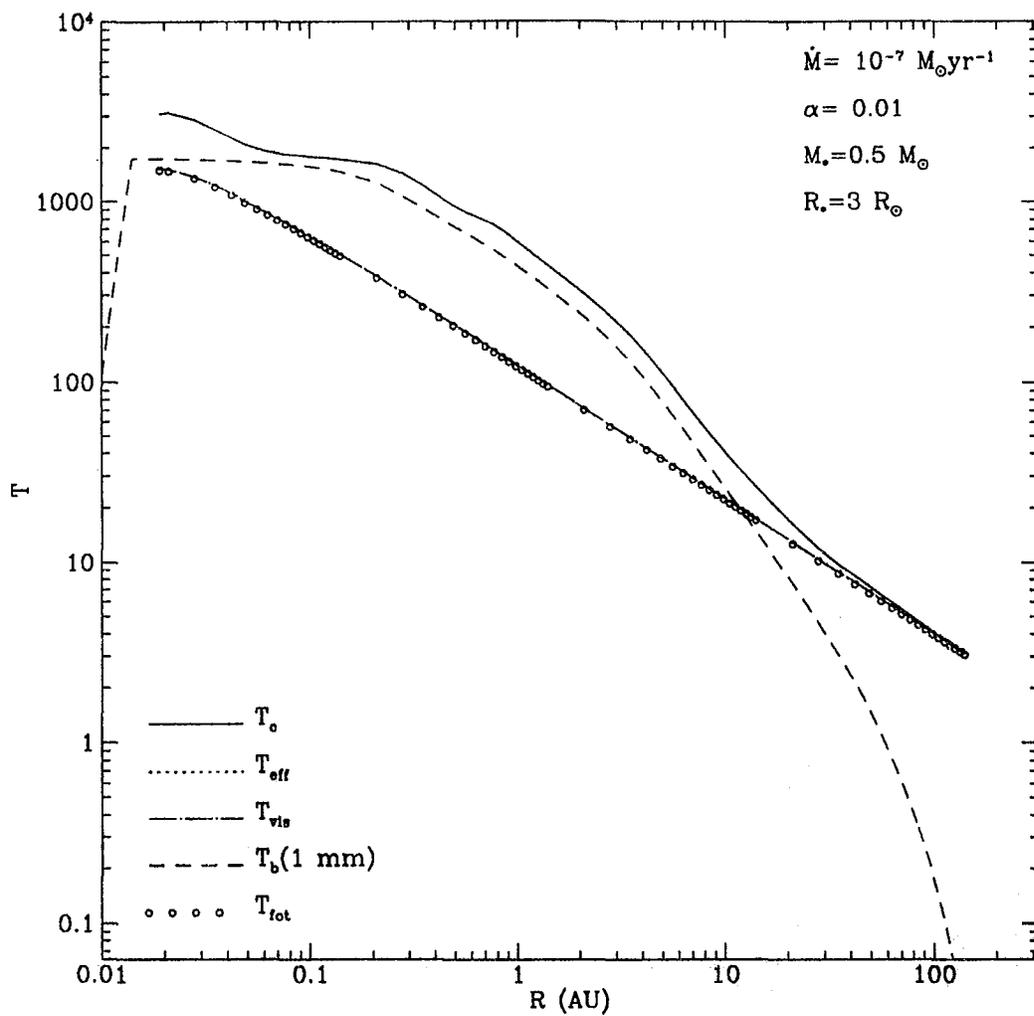


Figura 3.8. Distribución radial de temperaturas características de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$.

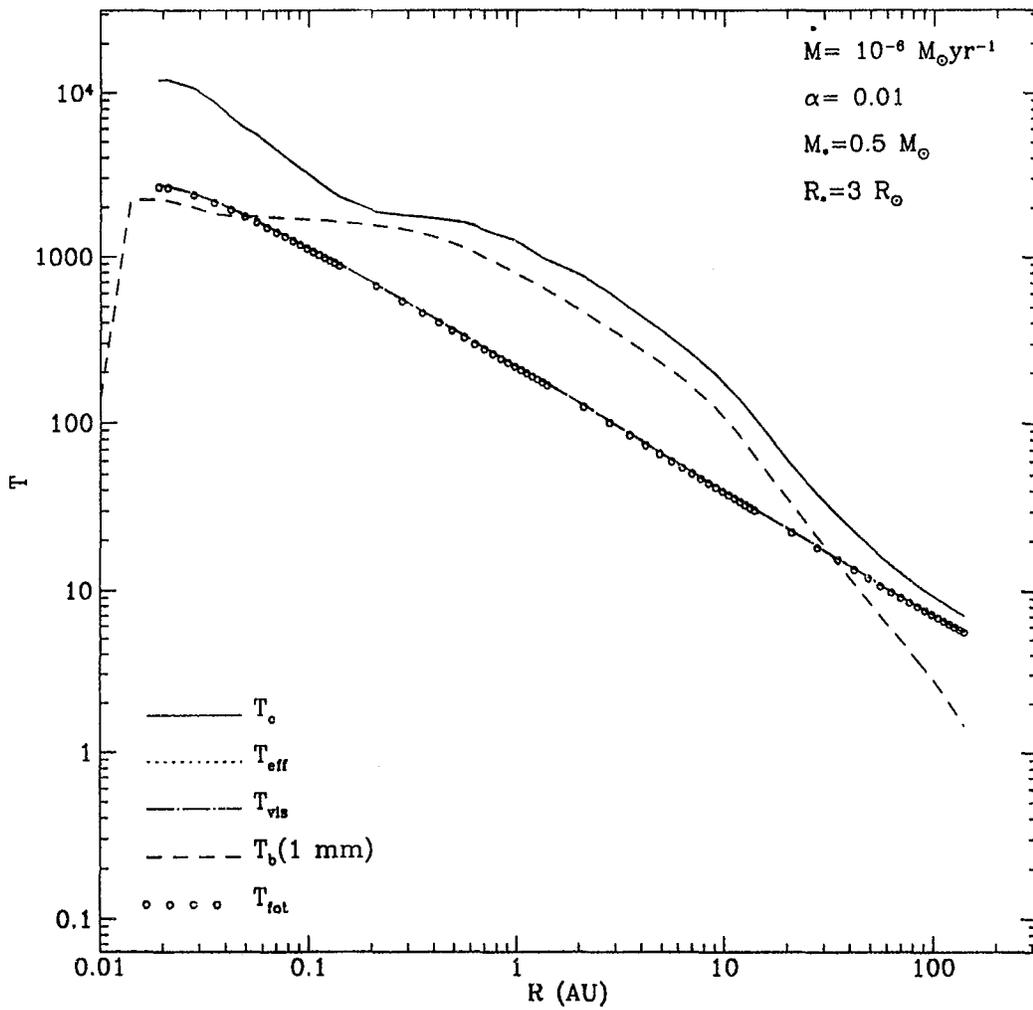


Figura 3.9. Distribución radial de temperaturas características de un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$

Profundidad óptica

La profundidad óptica promedio total como función del radio,

$$\tau_R = \int_0^{z_\infty} \rho \chi_R dz,$$

se muestra en la Figura 3.10, para discos de $\dot{M} = 10^{-8}, 10^{-7}$ y $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$. Comparando esta figura con las distribuciones de temperatura graficadas en las Figuras 3.7, 3.8 y 3.9, se puede ver que coinciden espacialmente la zona en que se aplanan la T_c con la zona en la que la opacidad presenta un mínimo asociado a la destrucción del polvo. En la Figura 3.11 se grafica la profundidad óptica promedio de Planck como función del radio, calculada como:

$$\tau_P = \int_0^{z_\infty} \rho \kappa_P dz.$$

Se puede ver que cada una de las profundidades ópticas promedio tiene un comportamiento diferente como función del radio reflejando que las opacidades monocromáticas usadas tienen una fuerte dependencia en frecuencia. En este sentido, a pesar de usar opacidades promedio en las ecuaciones de transporte radiativo (ecs.(3.19) y (3.20)), el disco no está tratado como una "atmósfera gris".

La temperatura de las zonas más externas, ópticamente delgadas en τ_R y por lo tanto de $T(z) \approx cte$ y $J(z) \approx J_\infty \approx cte$, se puede estimar a partir de la ec.(3.19) como:

$$T^4 \approx \frac{D_{vis}}{4\sigma\tau_P} + \frac{\pi J_\infty}{\sigma} \approx \frac{T_{vis}^4}{4} \left[\frac{1}{\tau_P} + \sqrt{3} \right], \quad (3.27)$$

usando que $J_\infty = \sqrt{3}D_{vis}/4\pi$. En zonas del disco donde $\tau_R < 1$ pero $\tau_P > 1/\sqrt{3} = 0.577$, se tiene que $T \approx 0.811 T_{vis}$, como se puede ver en la Figura 3.7, mientras que si $\tau_P < 1/\sqrt{3}$ entonces:

$$T \approx T_{eff} \left(\frac{1}{4\tau_P} \right)^{1/4},$$

y la temperatura del disco puede resultar mayor que la temperatura efectiva. Como se puede ver en la Figura 3.11, ninguno de los modelos presentados es ópticamente delgado en τ_P .

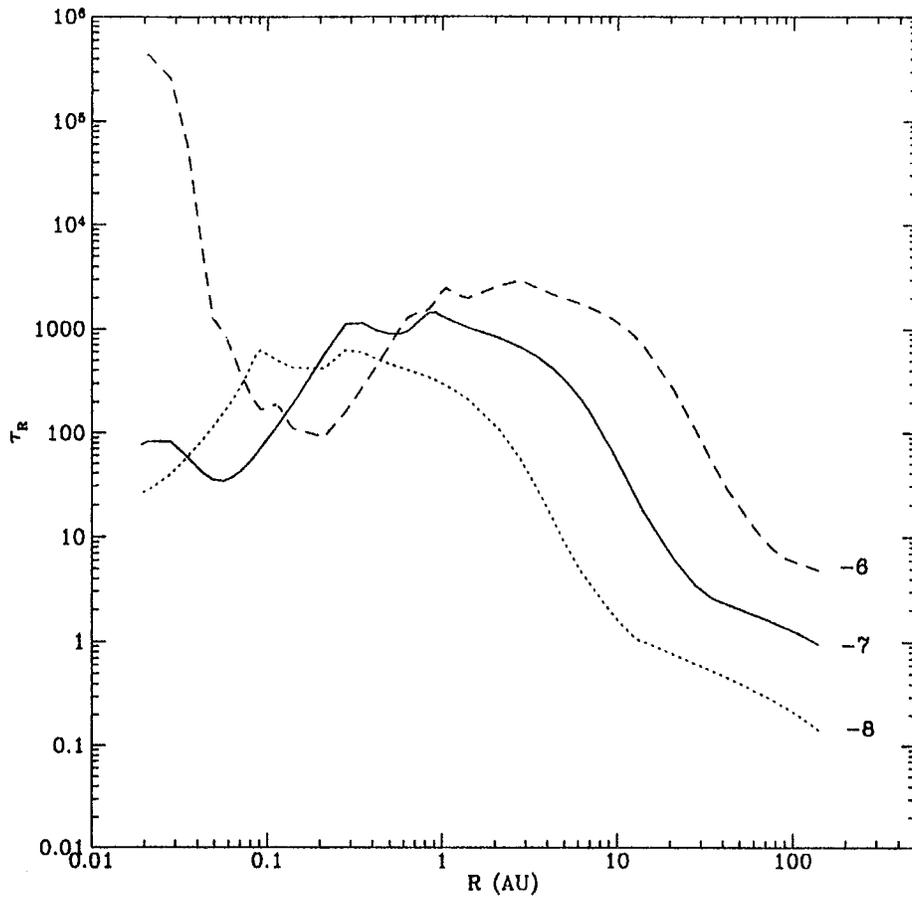


Figura 3.10. Distribución radial de la profundidad óptica promedio τ_R (integrada desde $z = 0$ a $z = z_\infty$). Cada curva corresponde a una tasa de acreción distinta, y el disco tiene $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$

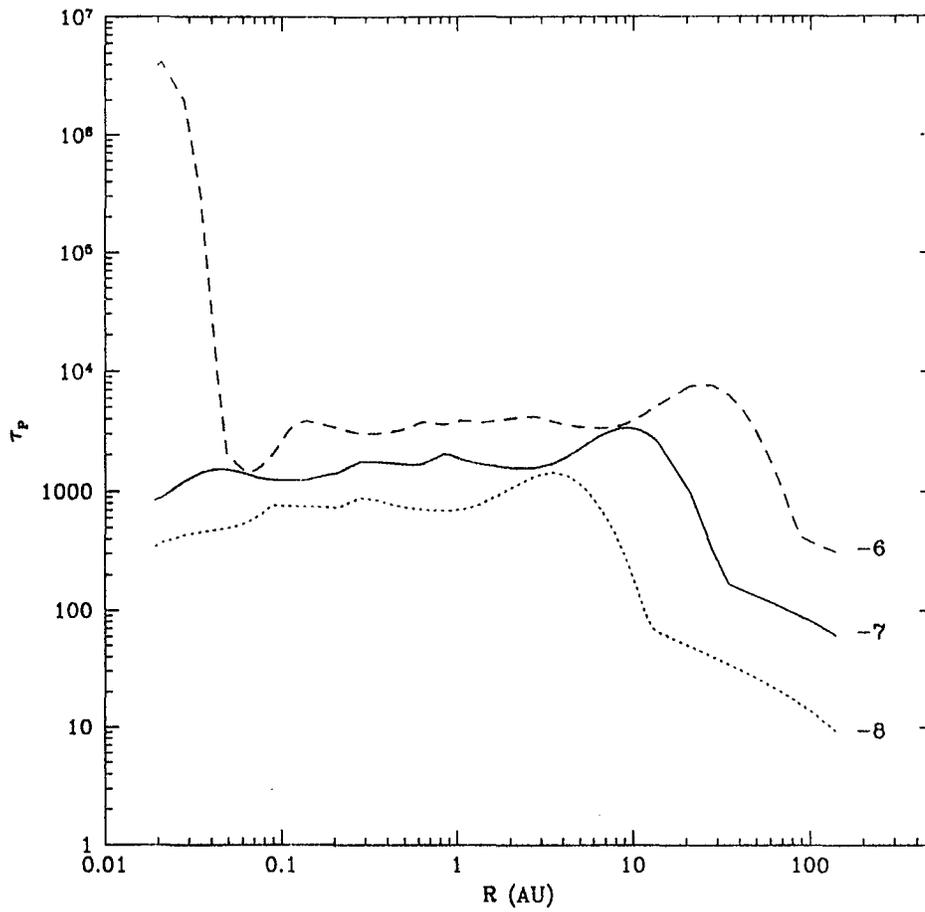


Figura 3.11. Distribución radial de la profundidad óptica promedio de Planck τ_P (integrada desde $z = 0$ hasta $z = z_\infty$). Cada curva corresponde a una tasa de acreción distinta, y el disco tiene $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$

Densidad superficial

En la Figura 3.12 se grafica la densidad superficial Σ_∞ (ver ec.(2.4)) de los modelos de discos de $\dot{M} = 10^{-8}$, 10^{-7} y $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$, como función del radio. El comportamiento de la distribución de densidad es casi opuesto al de la temperatura central, como corresponde a un disco α estacionario. Por conservación de momento angular [ver ec.(2.23)] la densidad superficial es directamente proporcional a \dot{M} e inversamente proporcional al coeficiente de viscosidad. Si la temperatura aumenta, la viscosidad, descrita por la prescripción α (ver §II.2.2), también aumenta, y entonces la densidad superficial debe disminuir para mantener la tasa de acreción de masa constante. A radios grandes se puede ver que $\Sigma_\infty \sim R^{-0.7}$.

Masa

En la Figura 3.13 se muestra la masa del disco en modelos con $\dot{M} = 10^{-8}$, 10^{-7} y $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$, como función del radio máximo del disco R_d . La masa del disco M_d se calcula como:

$$M_d(R_d) = \int_{R_*}^{R_d} \Sigma_\infty 4\pi r^2 dr. \quad (3.28)$$

Si bien la densidad superficial disminuye con el radio, no lo hace suficientemente rápido como para contrarrestar el efecto del aumento del área, así que los anillos más externos del disco dominan su masa. Al igual que la densidad superficial, la masa aumenta proporcional a \dot{M} e inversamente proporcional a α . Discos viscosos no-irradiados de grandes \dot{M} y/o pequeñas α pueden alcanzar masas mayores que la de la estrella central (ver por ejemplo el caso de $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, en la Figura 3.13), a menos que tengan radios R_d muy pequeños. En los casos de discos muy masivos,

la autogravedad del disco no puede despreciarse frente a la gravedad de la estrella y surgen problemas de estabilidad gravitacional (ver §III.7).

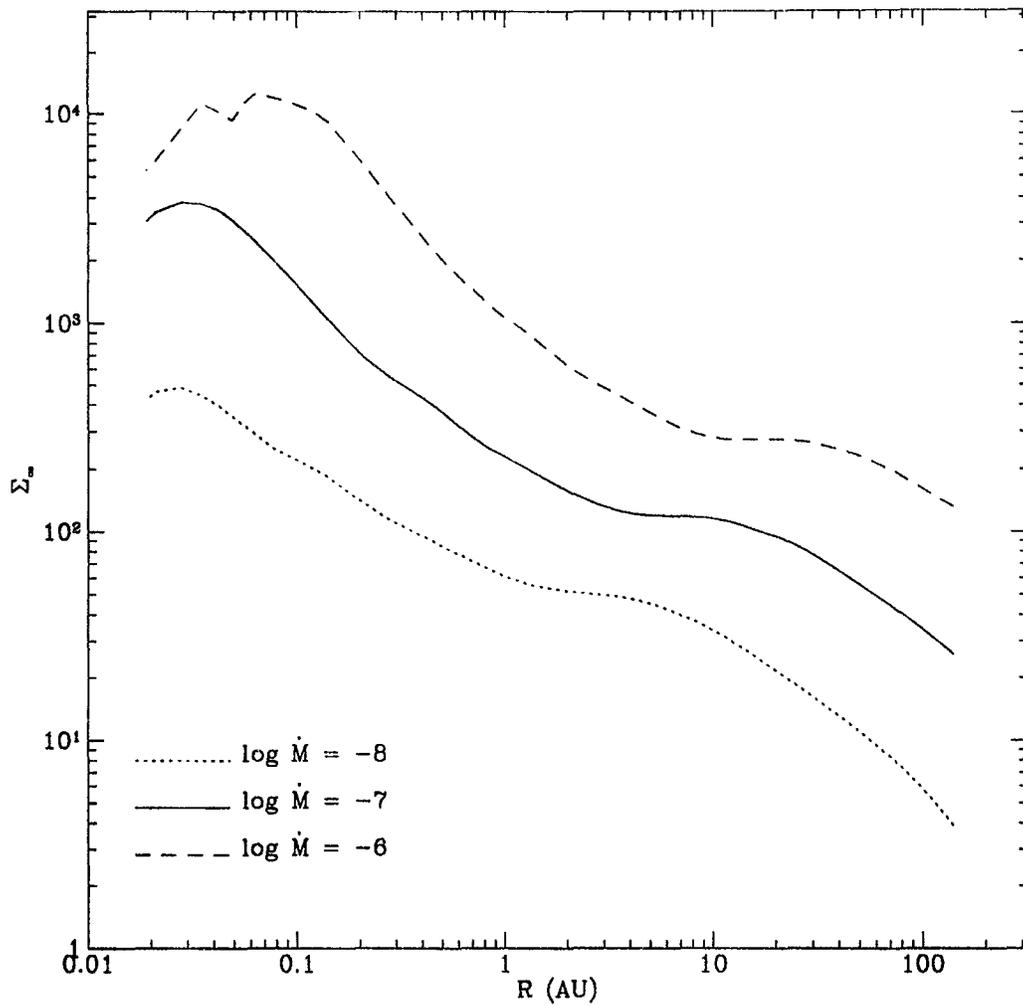


Figura 3.12. Distribución radial de densidad superficial de discos con diferentes tasas de acreción de masa, $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$

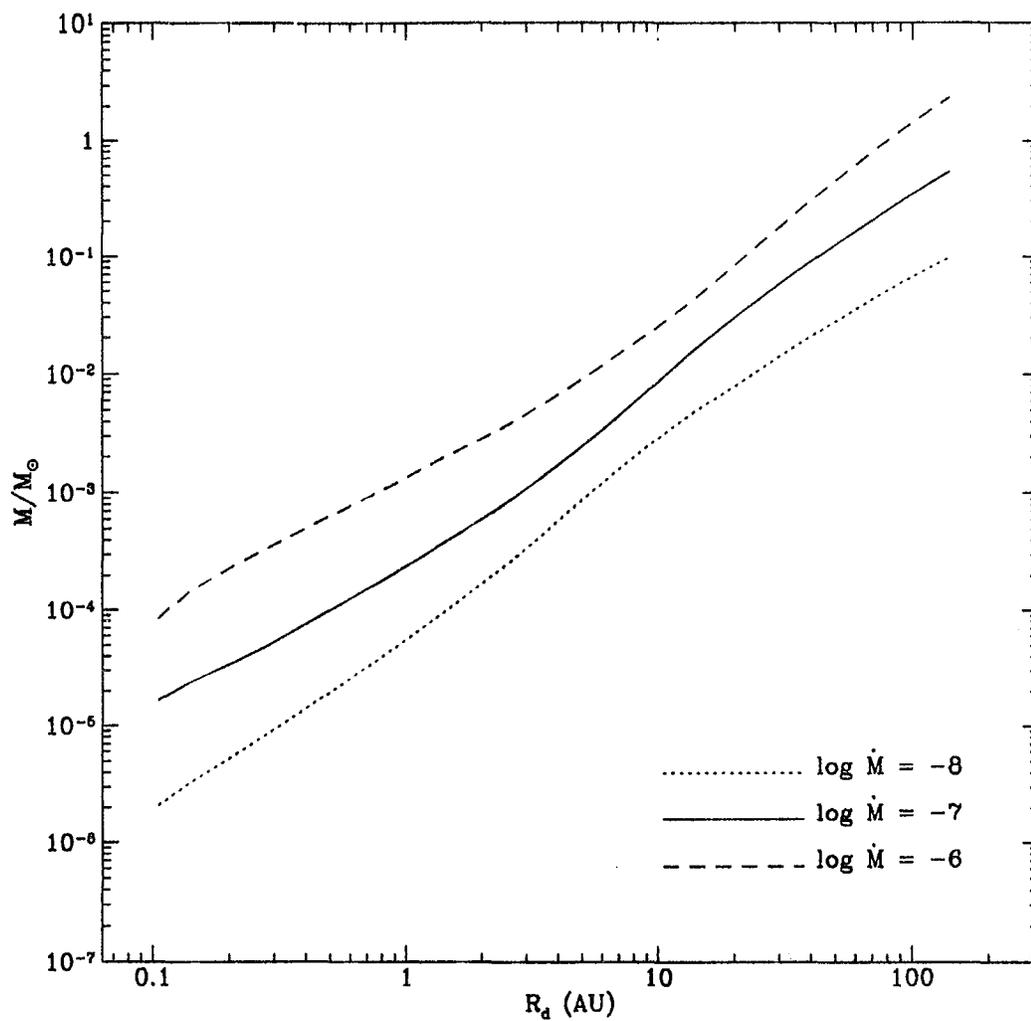


Figura 3.13. Masa de los discos como función del radio máximo. Cada curva corresponde a una tasa de acreción diferente, con $\alpha = 0.01$ y una estrella central de $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$ y $R_{*} = 3 R_{\odot}$.

Altura

En la Figura 3.14 se muestran las alturas características de discos de diferentes tasas de acreción y $\alpha = 0.01$ (del lado izquierdo) y las alturas de discos de $\dot{M} = 10^{-7}$ y diferentes valores de α (del lado derecho). Para comparar, se grafica también la altura de la fotosfera del disco y la relación $H = R$. En los casos presentados, la suposición de disco delgado, $H < R$, es justificable, tanto para la escala de altura de la presión térmica, calculada considerando el disco verticalmente isoterma con $T = T_c(H_c)$ o calculada usando la temperatura efectiva (H_{eff}), como para la altura de la fotosfera del disco H_{fot} , definida como la altura donde $\tau_R(z) = 2/3$. A mayor tasa de acreción, mayor es la altura del disco. En particular, para tasas de acreción $\sim 10^{-4} M_\odot \text{ año}^{-1}$ (no mostrada en la figura) la suposición de disco delgado deja de ser válida, lo cual implica, entre otras cosas, que en el cálculo de la estructura no puede dejar de tomarse en cuenta el transporte de energía radial. Las escalas de altura aumentan si α disminuye y \dot{M} se mantiene fija, especialmente en el caso de H_{fot} . Como ya se mencionó, la densidad superficial del disco depende del coeficiente de viscosidad que es proporcional a α . Para radios más internos, la fotosfera está por encima de la escala de altura de la presión, pero existe, en general, un radio a partir del cual $H_{fot} < H_c$. En este punto la profundidad óptica total promedio de Rosseland, calculada en la dirección vertical, se acerca a 1 y a radios un poco más grandes deja de existir la fotosfera porque $\tau_R < 2/3$. Se puede ver que el radio R_{τ_R} , a partir del cual el disco se vuelve ópticamente delgado, aumenta con la tasa de acreción para α fija y aumenta si α disminuye, manteniendo \dot{M} fija.

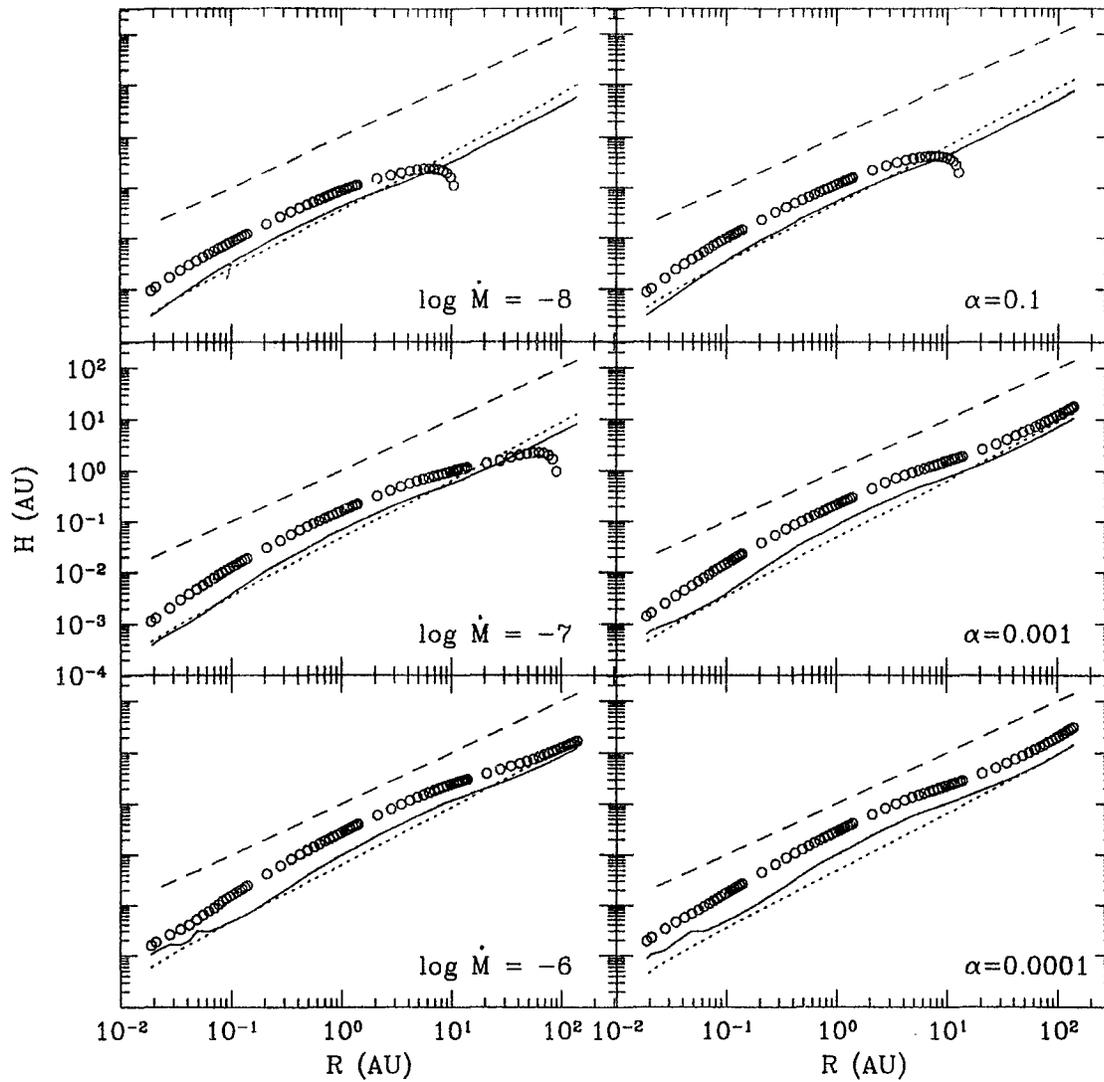


Figura 3.14. Alturas de diferentes modelos de discos: escalas de altura de la presión térmica, calculada suponiendo que el disco es isotermo con $T = T_c$ (línea continua) y calculada con $T = T_{eff}$ (línea punteada), y altura de la fotosfera definida como la altura donde $\tau_R = 2/3$ (puntos). También se grafica la relación $H = R$ (línea discontinua). Del lado izquierdo se presentan modelos de diferentes tasas de acreción y $\alpha = 0.01$, y del lado derecho, modelos de diferentes valores de α y $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$. La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$.

Aproximaciones analíticas

Se construyen aproximaciones analíticas sencillas despreciando la convección, el transporte turbulento, el calentamiento por rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo, y usando la aproximación de difusión; esta última suposición se espera que sea razonable para describir las cantidades que reflejan las propiedades físicas de las zonas más densas de la estructura vertical (como T_c , Σ_∞ , etc.).

Usando la aproximación de difusión [ecs.(3.3) y (3.4)], tomando $dT^4/d\tau_R(z) \approx T_c^4/\tau_R$ y la ec.(2.43), se tiene que para $R \gg R_*$:

$$T_c \approx \left(\frac{3\tau_R}{4}\right)^{1/4} T_{eff} \approx \left(\frac{3\tau_R}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi R_*^3\sigma}\right)^{1/4} \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3/4}, \quad (3.29)$$

es decir, un anillo en equilibrio radiativo, ópticamente grueso, tiene el gradiente de temperatura apropiado (relacionado con T_c) para transportar hacia afuera toda la energía disipada en su interior (proporcional a T_{eff}^4), y éste es mayor cuanto mayor es la profundidad óptica. Pero un gradiente demasiado grande puede corresponder a un medio inestable a convección y la ec.(3.29) deja de ser válida (ver apéndice A.1).

La profundidad óptica promedio de Rosseland, se puede aproximar como: $\tau_R \approx \chi_R(T_c, P_c)\Sigma_\infty$. Dependiendo de la forma de $\chi_R(T_c, P_c)$ como función de T_c , la ec.(3.29) puede tener varias soluciones de equilibrio estables o inestables (ver §III.7).

Tomando el coeficiente de viscosidad promediado en z , $\langle \nu \rangle$, igual a su valor en el plano medio, la densidad superficial se aproxima como [ver ec.(2.23)]:

$$\Sigma_\infty = \frac{\dot{M}}{6\pi \langle \nu \rangle} \approx \frac{\dot{M} \Omega_k \mu(T_c, P_c) m_H}{6 \pi \alpha k T_c}, \quad (3.30)$$

donde se puede ver de manera explícita que un disco de \dot{M} y α espacialmente constantes, disminuye su densidad superficial si aumenta T_c . Siendo el coeficiente de viscosidad proporcional a la temperatura, incrementar T_c implica que Σ_∞ debe disminuir para que el torque viscoso (torque $\propto \nu > \Sigma_\infty \propto \dot{M}$) se mantenga constante. La presencia de convección reduce la temperatura central y aumenta la densidad superficial respecto a la situación de equilibrio radiativo. En el caso de discos irradiados por la estrella central o por la envoltura, la temperatura central aumenta, como se discute en el capítulo IV, y la densidad superficial resulta mucho menor, disminuyendo las masas de los discos.

Tomando la escala de altura de la presión como $H_c = H_p(T_c)$ y aproximando la densidad volumétrica central como $\rho_c \approx \Sigma_\infty/H_p(T_c)$, la presión central se puede escribir como:

$$P_c = \rho_c c_s(T_c)^2 \approx \frac{\Sigma_\infty}{H_p(T_c)} \left(\frac{kT_c}{\mu(T_c, P_c) m_H} \right) = \frac{\dot{M} \Omega_k^2}{6 \pi \alpha} \left(\frac{kT_c}{\mu(T_c, P_c) m_H} \right)^{-1/2}. \quad (3.31)$$

Combinando las ecs. (3.29), (3.30) y (3.31) se encuentra una ecuación implícita para la temperatura central, dada por:

$$\frac{T_c^5}{\chi_R(T_c, P_c) \mu(T_c, P_c)} \approx \frac{3m_H}{4\alpha k} \left(\frac{\dot{M}^2 \Omega_k^3}{16 \pi^2 \sigma} \right),$$

donde se puede ver que si la opacidad decrece con la temperatura, entonces T_c aumenta con \dot{M} (Figuras 3.7, 3.8 y 3.9) y decrece con α .

La densidad superficial queda como:

$$\frac{\Sigma_{\infty}}{\chi_R(T_c, P_c)^{-1/5} \mu(T_c, P_c)^{4/5}} \approx \frac{1}{3} \left(\frac{2 \delta}{3 \pi^3} \right)^{1/5} M^{3/5} \Omega_k^{2/5} \left(\frac{m_H}{\alpha k} \right)^{4/5} \quad (3.32)$$

Estas ecuaciones implícitas permiten construir un modelo aproximado de la estructura radial de un disco de acreción en equilibrio radiativo, sin necesidad de integrar las ecuaciones de estructura vertical. En la Figura 3.15 se comparan las temperaturas centrales y densidades superficiales correspondientes a este cálculo aproximado con las correspondientes a la integración numérica de las ecuaciones. El resultado aproximado está representado por dos curvas diferentes, dadas por dos soluciones distintas de las ecs.(3.29) y (3.32), debido a la forma de la opacidad promedio de Rosseland como función de temperatura entre 1000 y 10000 K (ver apéndice B). Ambas soluciones corresponden a temperaturas de equilibrio *estables* del disco, que se denotan como “baja” y “alta”. Cuál de las soluciones de balance térmico describe un disco particular depende de su historia. Un cálculo dependiente del tiempo llevaría a una sola solución, dadas las condiciones iniciales. También al encontrar la estructura del disco a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales, las condiciones de frontera definen la solución correcta.

Se puede ver que los resultados aproximados corresponden a una descripción razonable del cálculo detallado, salvo en las zonas donde se hace importante el transporte convectivo (ver Figuras 3.16, 3.17 y 3.18) y en zonas donde la opacidad cambia tan rápido con T (como entre 1000 y 10000 K) que tomar la profundidad óptica como el producto de la densidad superficial por la opacidad evaluada en T_c no es una buena aproximación.

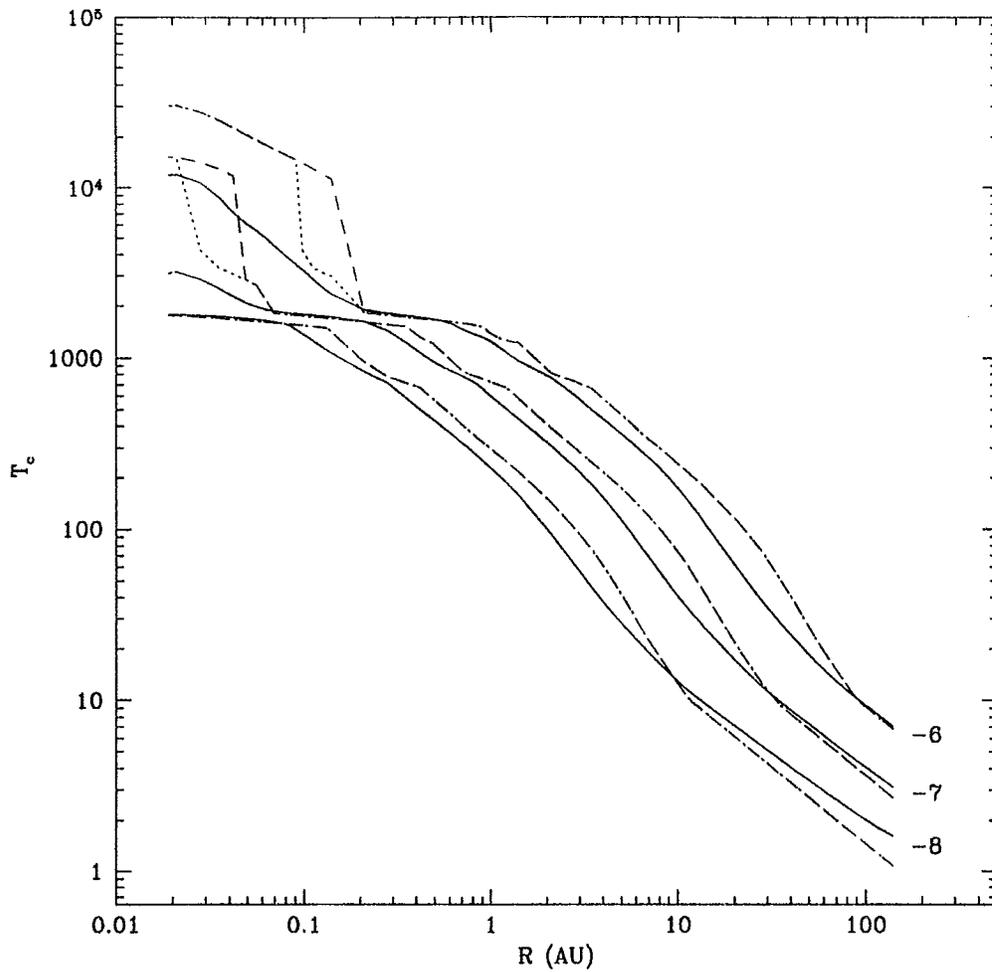


Figura 3.15.a. Comparación entre la temperatura central que resulta del cálculo detallado de la estructura vertical (línea continua) y los resultados aproximados para "baja" (línea punteada) y "alta" temperatura (línea quebrada) [ver texto]. Las tasas de acreción son: $\log(\dot{M}) = -8, -7, -6$, $\alpha = 0.01$ y la estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$.

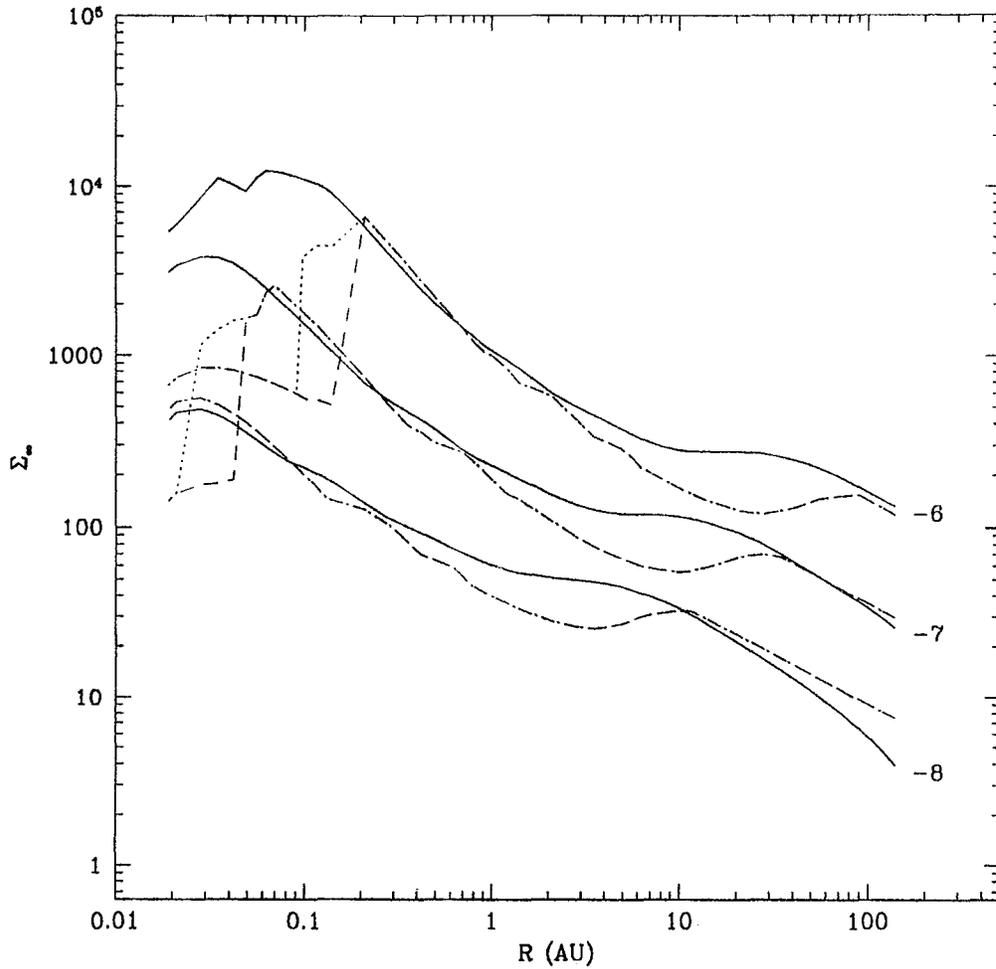


Figura 3.15.b. Comparación entre la densidad superficial que resulta del cálculo detallado de la estructura vertical (línea continua) y los resultados aproximados para “baja” (línea punteada) y “alta” temperatura (línea quebrada) [ver texto]. Las tasas de acreción son: $\log(M) = -8, -7, -6$, $\alpha = 0.01$ y la estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$.

Zonas convectivas

En las Figuras 3.16 y 3.17 se muestran las zonas convectivas de modelos de discos correspondientes a $\dot{M} = 10^{-7}$ y $10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, respectivamente. También se grafica z_{∞} y H_{tot} . Se puede ver que las zonas ópticamente delgadas del disco no son inestables a convección, por lo tanto la convección, como mecanismo generador de la turbulencia, no es consistente con un disco de α constante. Los anillos convectivos muestran una temperatura central menor respecto a la predicción de equilibrio radiativo (por ejemplo, para $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$, a $R \approx 0.028 \text{ AU}$ $T_c \approx 3000 \text{ K}$ si no se incluye el transporte convectivo, y $T_c \approx 2800 \text{ K}$, si se incluye), debido a que el gradiente vertical de temperatura disminuye cuando la convección está presente (y consecuentemente aumenta la densidad superficial para mantener la misma \dot{M}). En los dos modelos presentados se distinguen tres zonas (radiales) convectivas. A partir de la temperatura central y de las curvas de opacidad promedio de Rosseland del Apéndice B (Figura B.1), se puede intentar asociar cada una de estas tres zonas con diferentes fuentes de opacidad. La zona más alejada de la estrella central tiene temperaturas para las que domina el polvo. A medida que el radio disminuye, la temperatura central aumenta y cuando llega a $T_c \sim 200 \text{ K}$, el disco deja de ser convectivo. Esta temperatura es típicamente la temperatura de sublimación del hielo, pero dada la baja abundancia de hielo adoptada en este trabajo (ver Apéndice B), parece poco probable que pueda jugar un papel importante en definir la presencia o ausencia de convección. Cuando la temperatura sube hasta $T_c \sim 1000 \text{ K}$, aparece una zona pequeña convectiva que parece coincidir con la zona de máxima opacidad de silicatos y grafito, y acaba cuando se alcanza la temperatura de sublimación (ver Tabla 2 del Apéndice B). La zona convectiva

más cercana a la estrella tiene $T_c \gtrsim 3000\text{ K}$ y corresponde a una opacidad dominada por H^- (para $T \lesssim 10^4\text{ K}$) y por libre-libre y ligado-libre de H y H_e (para $T \gtrsim 10^4\text{ K}$).

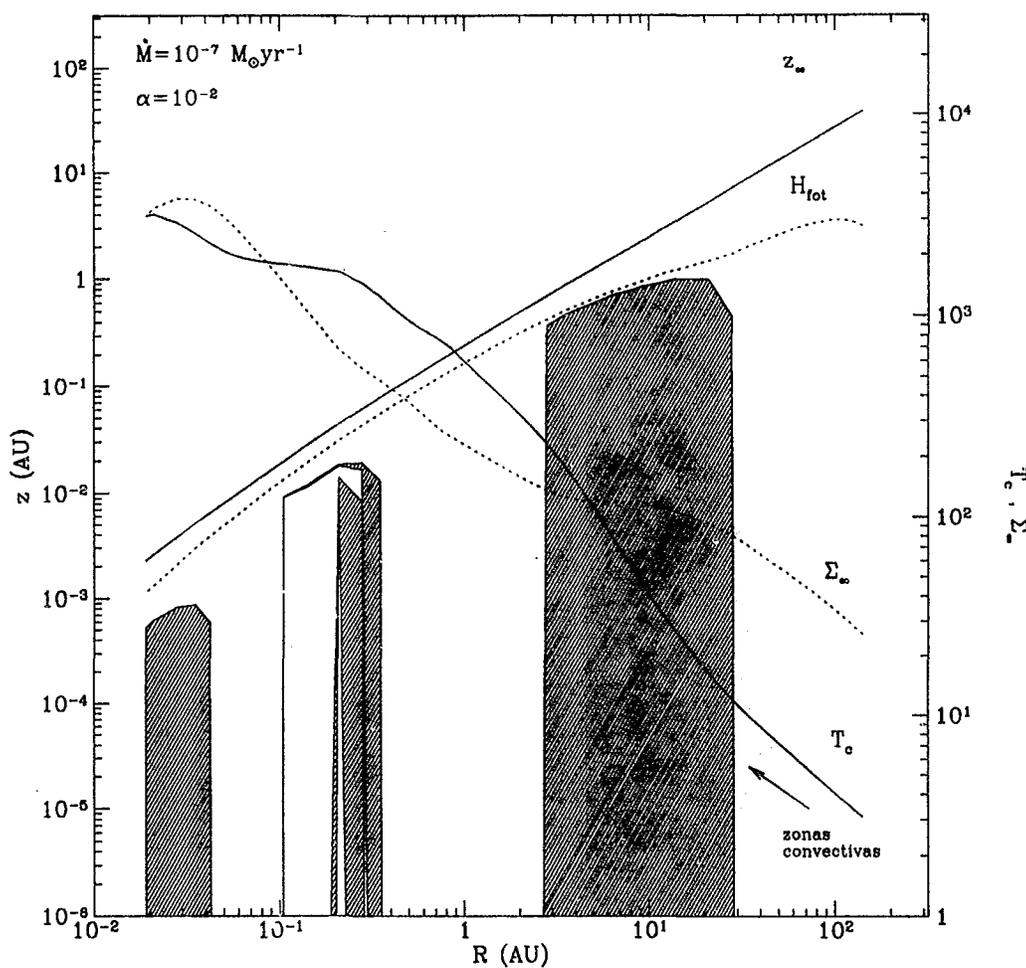


Figura 3.16. Zonas convectivas de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. Se grafican también la altura máxima del disco z_∞ , la altura de la fotosfera H_{tot} , la temperatura en el plano medio T_c y la densidad superficial Σ_∞ . Nótese que el eje de la izquierda corresponde a alturas y el eje de la derecha corresponde a temperatura y densidad superficial. Las zonas sombreadas son convectivas.

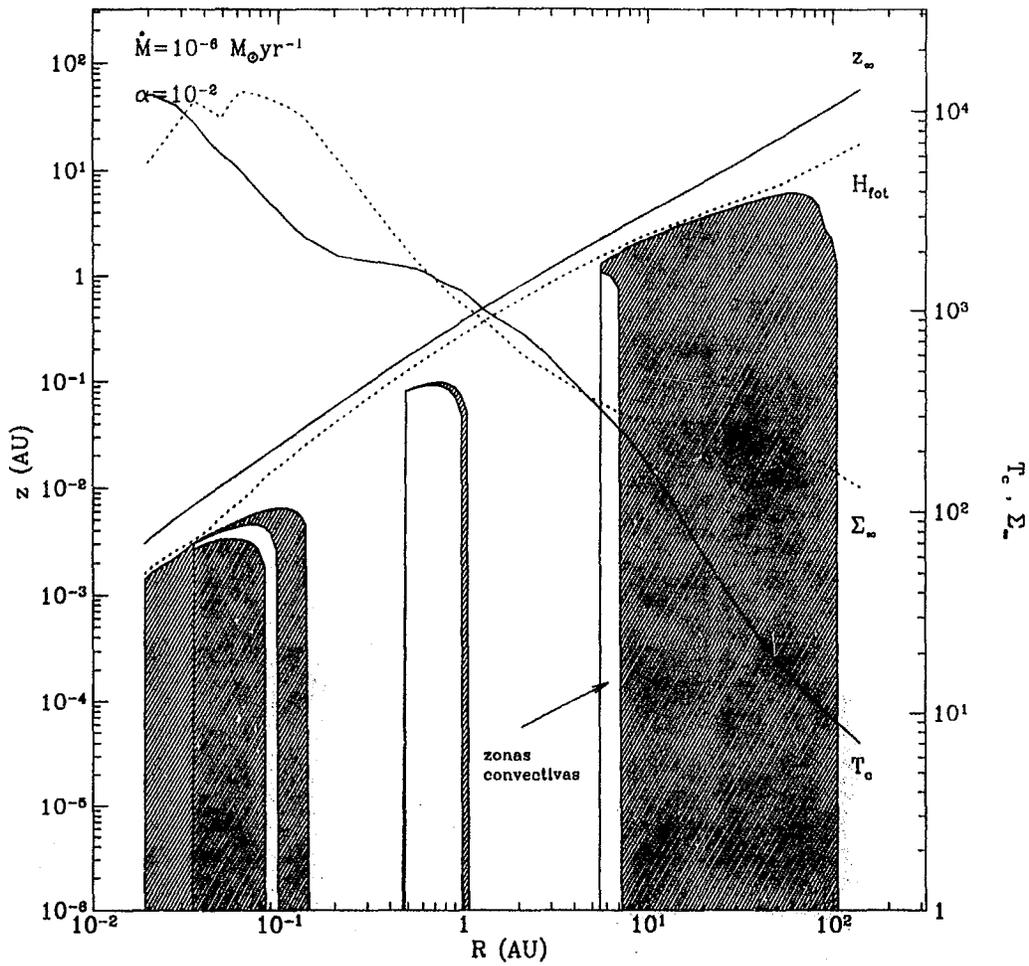


Figura 3.17. Zonas convectivas de un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$ (ver pie de Figura 3.16).

Tiempo viscoso

La escala de tiempo característica para la difusión de materia en el disco debido a torques viscosos es t_{vis} y se calcula como el tiempo que tardaría un anillo en moverse una distancia igual a su radio R a la velocidad de acreción u_R (e.g. Cassen & Moosman 1981). Este tiempo se puede estimar como:

$$t_{vis} \approx \frac{R}{|u_R|} \approx \frac{R^2}{\langle \nu \rangle} = \frac{R^2 \Omega_k}{\alpha c_s (T_c)^2}, \quad (3.33)$$

y se muestra en la Figura 3.18 para diferentes modelos de discos. Si la tasa de masa que recibe el disco de la envolvente es muy pequeña, el tiempo viscoso evaluado a $R = R_d$ es una estimación del tiempo de duración del disco. En la Figura 3.18 se puede ver que para $\dot{M} \sim 10^{-6}$ o $\alpha \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ el tiempo de vida estimado de los discos es casi un factor 10 mayor que los tiempos de vida ($t_{vida} \sim 10^6$ años) inferidos a partir de comparar la posición de estrellas T Tauri en el diagrama HR con isocronas teóricas, considerando los objetos con exceso IR como poseedores de discos circunestelares (Strom, Edwards & Skrutskie 1995). El modelo de Bell & Lin (1994) que explica las erupciones de estrellas FU Orionis como producto de una inestabilidad térmica en los anillos más internos del disco (ver §III.7), requiere que $\alpha \sim 10^{-4}$ en estado “pasivo” y $\alpha = 10^{-3}$ en estado “activo”, lo cual implica un tiempo de vida del disco mucho mayor que el estimado observacionalmente, a menos que α no sea constante a través del disco sino que aumente con R o que el tiempo de vida no sea igual al tiempo viscoso debido a que existen otros mecanismos (e.g. la formación de planetas o que se encienda un viento) que acaban con el disco antes de tiempo.

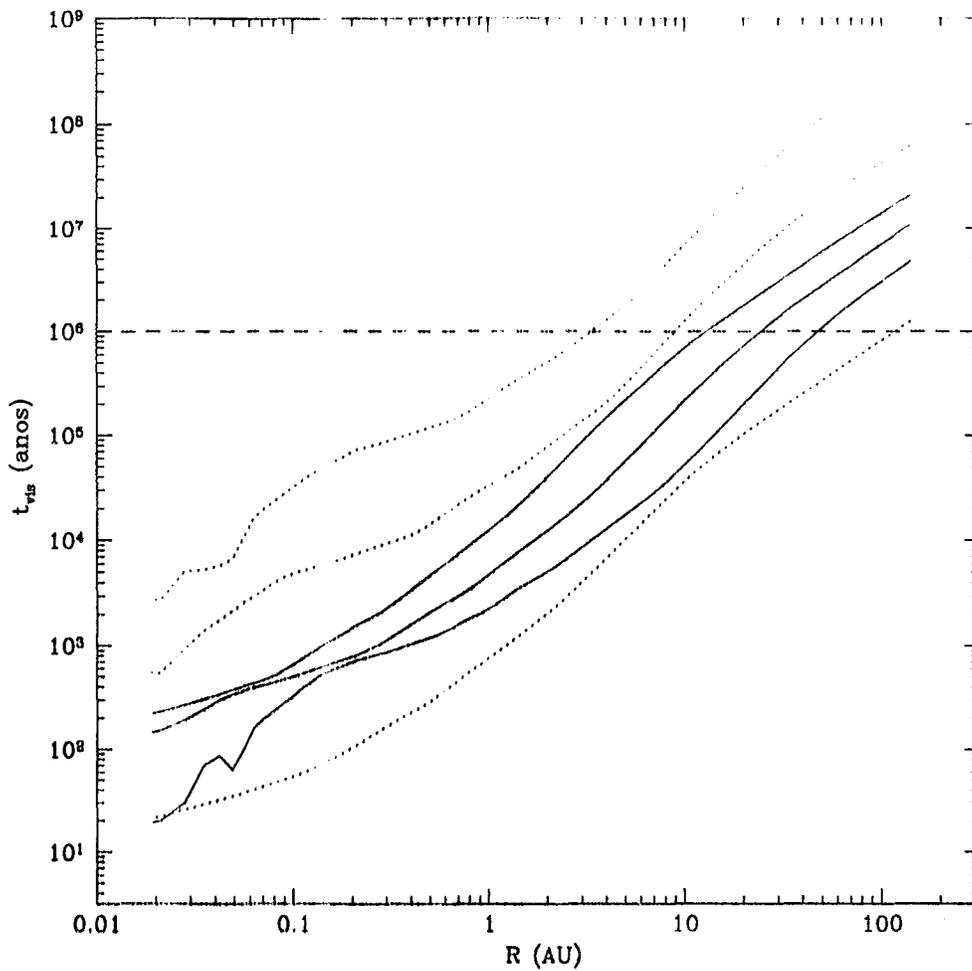


Figura 3.18. Tiempo viscoso para diferentes modelos de disco de acreción. La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_p = 3 R_{\odot}$. Las curvas continuas corresponden a $\log M = -8, -7, -6$ para $\alpha = 0.01$ (a mayor M , menor t_{vis} , ec.(3.33)). La línea punteada representa modelos de $\log M = -7$, y $\alpha = 0.1, 0.001, 0.0001$ (a mayor α , menor t_{vis}). La línea horizontal representa el tiempo de vida típicamente asociado a los discos de estrellas T Tauri, $t_{vida} \sim 10^6$ años (Strom *et al.* 1993).

III.7. Algunas inestabilidades de los discos

III.7.1. Inestabilidad térmica en el interior del disco

En §III.6.2 se discutió la existencia de estados de equilibrio térmico inestables en la atmósfera de discos de alta tasa de acreción. Las zonas ópticamente gruesas del disco también puede resultar térmicamente inestable, y en esto se basan algunos modelos que explican las erupciones FU Orionis (Kawazoe & Mineshige 1993, Bell & Lin 1994). En esta sección se discute el origen de esta inestabilidad térmica y se presentan algunos resultados, que incluyen el transporte de energía turbulento.

El flujo radiativo a una altura z en un anillo de radio R de un disco de acreción, usando la aproximación de difusión, está dado por la ec.(3.3), y el flujo de energía generado por disipación viscosa está descrito por la ec.(3.13). Suponiendo equilibrio radiativo y despreciando otras fuentes de calentamiento, ambos flujos evaluados en la superficie del disco deben ser iguales. Considerando las siguientes aproximaciones (ver §III.6.3) $[dT^4/d\tau_R]_{z_\infty} \approx T_c^4/\tau_R$, $\int_0^\infty P dz \approx P_c H_p(T_c)$ y $\tau_R \approx \chi_R(T_c, P_c)\Sigma_\infty$, la ecuación de balance térmico de un anillo se puede escribir como:

$$\frac{9}{4}\alpha\Omega_k H_p(T_c)P_c \approx \frac{4}{3} \frac{\sigma T_c^4}{\chi_R(T_c, P_c)\Sigma_\infty}. \quad (3.34)$$

En la ec.(3.34) el lado derecho es proporcional a la tasa de calentamiento del disco Q^+ y el lado izquierdo es proporcional a la tasa de enfriamiento radiativo Q^- . Las soluciones de la ec.(3.34) son las posibles temperaturas centrales del anillo en cuestión. Para saber si estos estados de equilibrio térmico son estables o no, se debe perturbar la temperatura y estudiar su evolución, pero ante un cambio en temperatura

todas las variables pueden cambiar: \dot{M} , P_c , Σ_∞ , etc. volviendo muy complicado el análisis de estabilidad. Considerando las escalas de tiempo características en las cuales las diferentes cantidades responden a perturbaciones (e.g. Pringle 1981) se puede ver que algunas evolucionan más rápido que otras. El tiempo característico para que se desarrolle o se amortigüe una perturbación en T_c es el tiempo térmico, dado por

$$t_{term} \sim \frac{\text{contenido de energía}}{\text{tasa de producción de energía}} \approx \frac{c_v \Sigma_\infty T_c}{(9/4) \Sigma_\infty \nu \Omega_k^2} \approx (H_p(T_c)/R)^2 t_{vis}, \quad (3.35)$$

donde c_v es el calor específico a volumen constante, t_{vis} es el tiempo viscoso que es el tiempo característico en el que evoluciona una perturbación en Σ_∞ y está dado por la ec.(3.13). Para un disco geoméricamente delgado $t_{term} \ll t_{vis}$ y se puede suponer que la densidad superficial se mantiene constante mientras una perturbación en temperatura evoluciona (esto implica que \dot{M} , relacionada con Σ_∞ y T_c a través de $\Sigma_\infty = \dot{M}/6\pi\nu(T_c)$, varía con la perturbación). Debido a ésto es conveniente escribir la ecuación de balance térmico, ec.(3.34), explícitamente dependiente de Σ_∞ y T_c para poder perturbar la última manteniendo la primera cantidad constante. Aproximando la presión central como en la ec.(3.31), la ecuación de balance térmico es entonces:

$$\frac{9}{4} \alpha \Omega_k \Sigma_\infty c_s(T_c)^2 \approx \frac{4}{3} \frac{\sigma T_c^4}{\chi_R(T_c, \Sigma_\infty) \Sigma_\infty}. \quad (3.36)$$

Se puede ver en la ec.(3.36) que el calentamiento viscoso va como $\sim \Sigma_\infty T_c$, mientras que el enfriamiento radiativo va como $\sim T_c^4 \chi_R^{-1} \Sigma_\infty^{-1}$. Manteniendo Σ_∞ constante, en las zonas donde la opacidad varía con temperatura más lentamente que T^3 , el enfriamiento aumenta con temperatura más rápido que el calentamiento.

Cualquier solución de equilibrio correspondiente a una opacidad de esta forma es estable, porque si la temperatura aumentara debido a una perturbación, el enfriamiento sería mayor que el calentamiento y el anillo tendería a regresar a la temperatura de equilibrio. Por otro lado, si la opacidad aumenta más rápido que T^3 entonces el enfriamiento disminuye con temperatura o aumenta más lentamente que el calentamiento. Una solución de balance térmico en una zona donde la opacidad se comporta de esta manera tiene que ser inestable porque si la temperatura aumenta debido a una perturbación, el enfriamiento disminuye respecto al calentamiento y la temperatura seguirá incrementándose, alejándose del valor de equilibrio (ver Figura 3.19).

La opacidad promedio de Rosseland aumenta con temperatura cuando está dominada por polvo o por libre-libre de H^- (ver apéndice B). También puede haber un pequeño incremento, que depende de la presión, en el intervalo de temperatura donde son importantes las moléculas. Para fijar ideas se pueden tomar las leyes de potencia ajustadas por Bell & Lin (1994) (reescritas para poder considerar $\Sigma_\infty = cte$), según las cuales en la zona del polvo $\chi_R \sim T^2$, en la zona de las moléculas $\chi_R \sim T^{8/3}$ y en la zona del H^- , $\chi_R \sim T^{59/6}$. Es esta última zona la responsable de la existencia de soluciones inestables de la ec.(3.36).

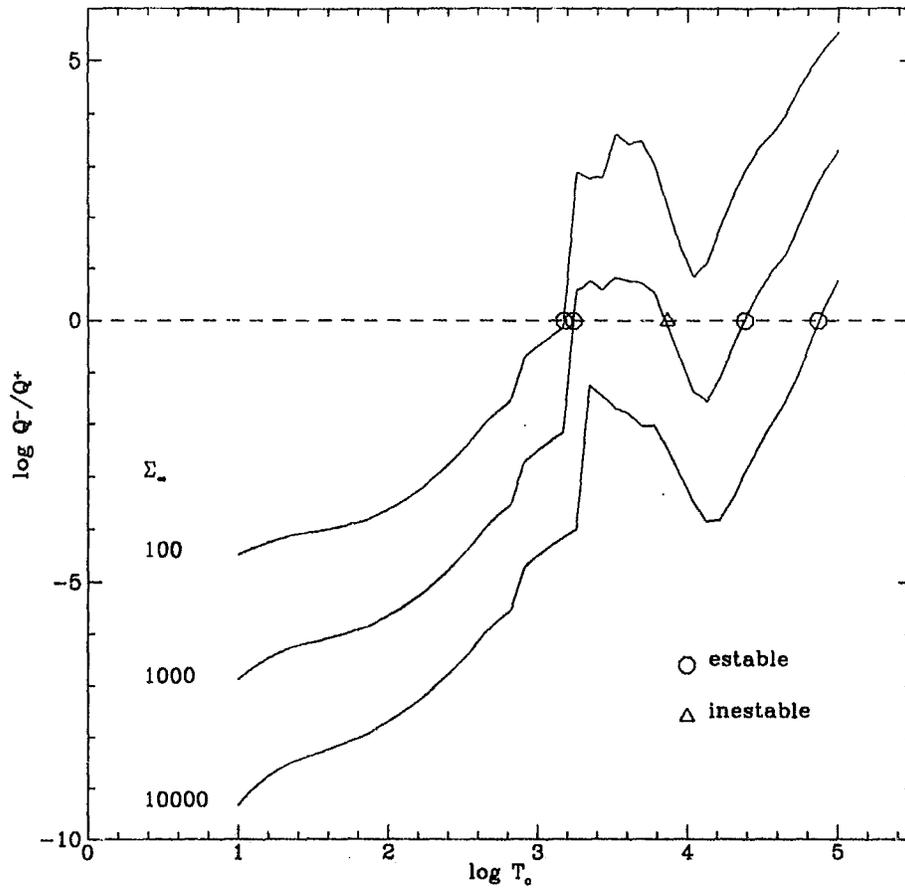


Figura 3.19. Cociente del enfriamiento radiativo sobre el calentamiento viscoso como función de la temperatura central del disco, para diferentes densidades superficiales (a la izquierda, en $gr\ cm^{-2}$) y $R = 1.36 R_*$. Se muestran las temperaturas de equilibrio, indicando si son estables o inestables.

En la Figura 3.19 se grafica Q^-/Q^+ , de la ec.(3.36), como función de temperatura central, para varios valores de Σ_∞ . Se puede ver que para el menor y el mayor valor de Σ_∞ existen temperaturas de equilibrio únicas y estables, siendo T_c creciente con Σ_∞ . En cambio, a la Σ_∞ intermedia le corresponden 3 soluciones: 2 estables y 1 inestable. ¿En cuál de estos estados se encontrará el disco?. Al integrar un sistema de ecuaciones diferenciales con ciertas condiciones de frontera se encuentra una solución única, si ésta existe, pero al resolver una ecuación algebraica como la ec.(3.36), que resulta de desprestigiar términos de las ecuaciones diferenciales o hacer otro tipo de aproximaciones, no se está tomando en cuenta que se deben satisfacer ecuaciones y condiciones de frontera sobre todas las variables. Entonces sólo una solución es posible y se puede encontrar integrando la estructura vertical. Como se discutió en §III.5, se fijan la estrella central, α , \dot{M} y se integra en z de afuera hacia adentro, iterando para encontrar el valor de z_∞ tal que $F_{vis}(0) = F_{rad}(0) = 0$. Para construir una *curva de equilibrio*: $\log T_c$ vs $\log \Sigma_\infty$, se fija R , y se integra la estructura vertical para diferentes valores de \dot{M} . Así, a cada \dot{M} le corresponde un par (T_c, Σ_∞) .

La Figura 3.20 representa esquemáticamente el resultado de la integración de la estructura vertical y debido a su forma, se conoce como Curva S. ¿Cómo saber si las soluciones de equilibrio son estables o no? Un punto (T_0, Σ_0) sobre la curva corresponde a una solución de la ecuación de balance térmico, ec.(3.36). Dada T_0 , para una $\Sigma_\infty < \Sigma_0$ el enfriamiento ($Q^- \propto \Sigma_\infty^{-1}$) es mayor que el calentamiento ($Q^+ \propto \Sigma_\infty$), mientras que si $\Sigma_\infty > \Sigma_0$ entonces $Q^- < Q^+$ (un análisis similar se puede hacer fijando Σ_∞ y considerando las dependencias de calentamiento y enfriamiento con T_c , y la conclusión es la misma). En el lado izquierdo de la curva de equilibrio $Q^- > Q^+$ y en el lado derecho $Q^- < Q^+$. Si la temperatura aumenta debido a una perturbación,

mientras $\Sigma_\infty = \Sigma_0 = \text{cte}$ entonces hay 2 posibilidades para la nueva temperatura: (i) puede corresponder a una solución de equilibrio de mayor Σ_∞ , i.e. puede haber quedado a la izquierda de la curva de equilibrio y entonces $Q^- > Q^+$ o (ii) de menor Σ_∞ , i.e. del lado derecho de la curva. con $Q^- < Q^+$. En el caso (i) la solución es estable y en el caso (ii) la solución es inestable. El criterio de inestabilidad se puede escribir así:

$$\frac{d \log T_c}{d \log \Sigma_\infty} < 0, \quad (3.37)$$

es decir, la parte de la curva S con pendiente negativa (aproximadamente a $T \sim 10^4$ K) corresponde a las soluciones inestables de la Figura 3.19, y un anillo del disco no puede encontrarse en uno de estos estados durante un tiempo mayor que t_{term} . En la Figura 3.21 se muestra la curva S correspondiente al cálculo de estructura vertical presentado en este trabajo. Si bien un flujo turbulento muy eficiente tiende a estabilizar al disco, para $P_r \approx 1$ la curva de equilibrio mantiene su forma "S" característica.

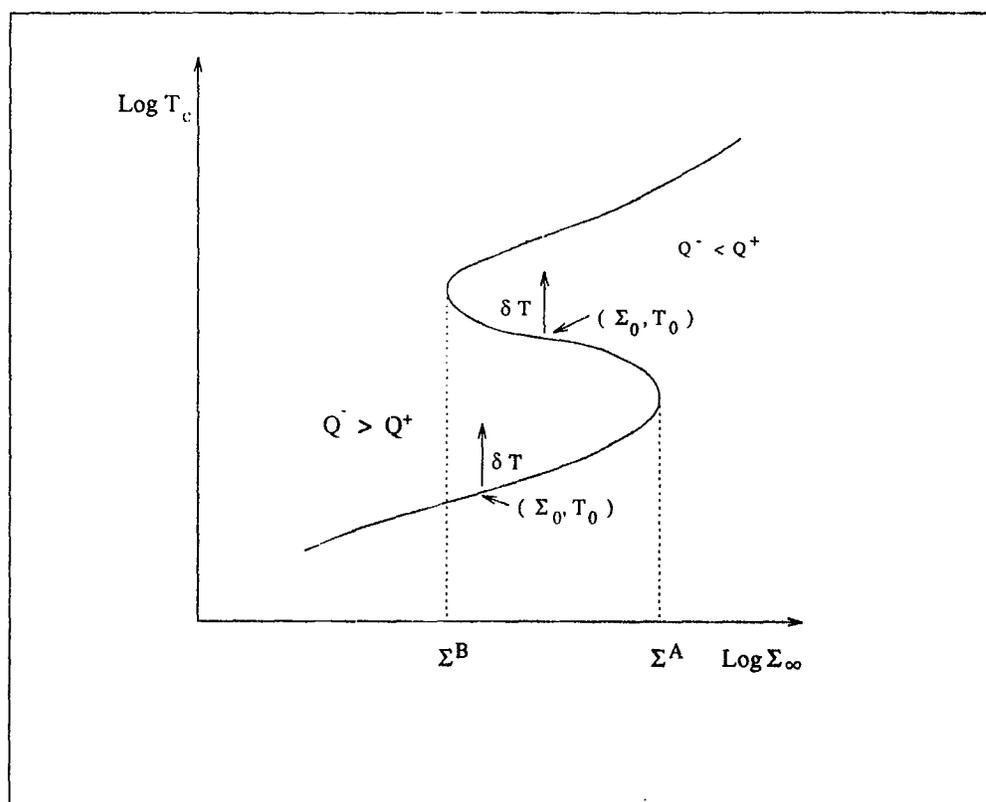


Figura 3.20. Representación esquemática de una curva de equilibrio: $\log T_c$ vs $\log \Sigma_\infty$ (o $\log T_{eff}$ vs $\log \Sigma_\infty$). Las dos ramas con $(d \log T_c / d \log \Sigma_\infty) > 0$ corresponden a estados estables, mientras que la rama intermedia, de $(d \log T_c / d \log \Sigma_\infty) < 0$ representa estados inestables. Si el disco tiene una tasa de acreción tal que le corresponde un par (Σ_0, T_0) en la rama estable de baja T , entonces una perturbación que aumente la temperatura una cantidad δT (manteniendo Σ_∞ constante) lleva al sistema a una situación en la que $Q^- > Q^+$, y este puede regresar a su estado de equilibrio original. Si en cambio se encuentra en la rama inestable, una perturbación que aumente la temperatura δT , hace que $Q^- < Q^+$ y el disco se caliente, alejándose del estado de equilibrio original. Existen dos densidades superficiales críticas: Σ^A y Σ^B (ver texto).

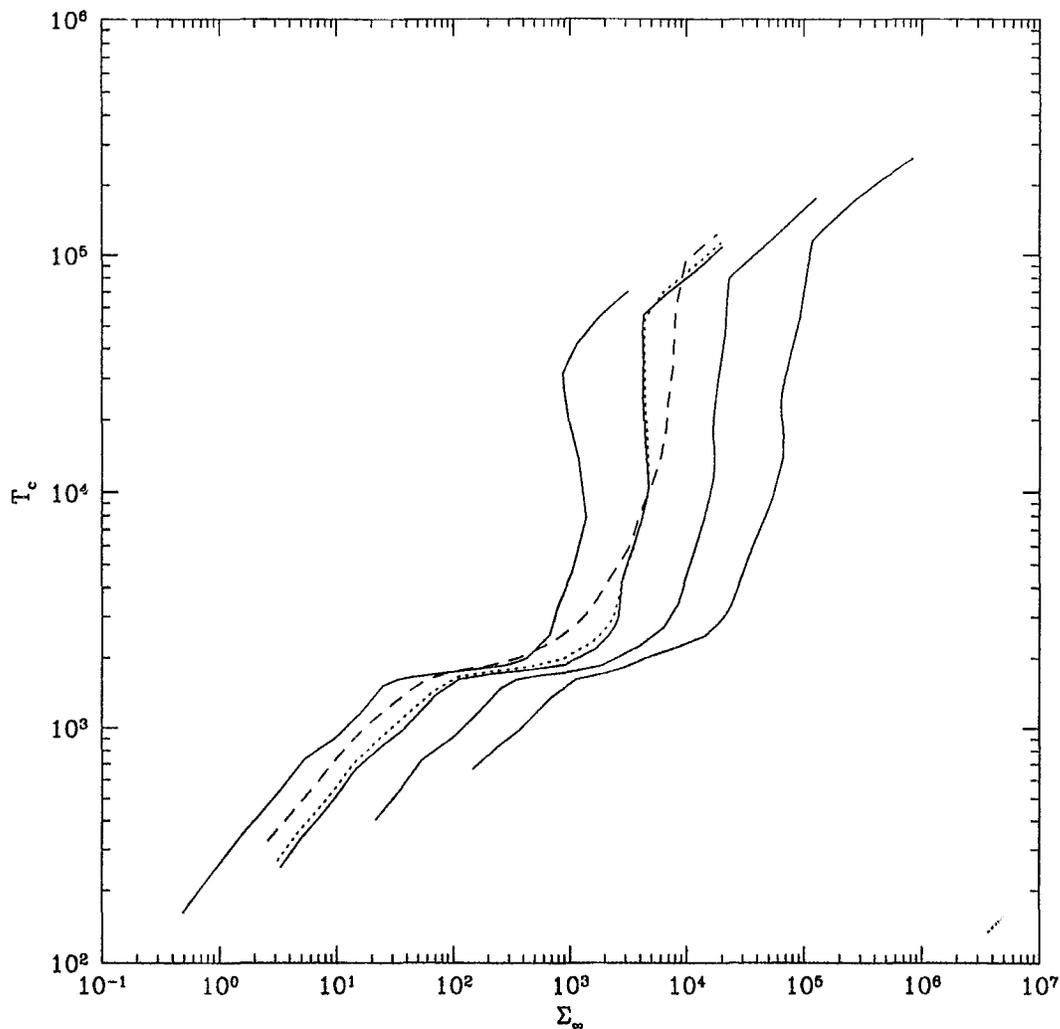


Figura 3.21. Curvas de equilibrio T_c vs Σ_∞ , para $\log \dot{M}(M_\odot \text{ año}^{-1})$ desde -11 hasta -4 ; cada curva corresponde a un valor diferente de $\alpha = 0.1, 0.01, 0.001$ y 0.0001 (de izquierda a derecha). La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$. El número de Prandtl es $P_r = 1$. Se muestran las curvas correspondientes a $\alpha = 0.01$, para $P_r = 0.1$ (línea punteada) y $P_r = 0.01$ (línea discontinua). Un transporte eficiente de energía debido al flujo turbulento puede llegar a estabilizar al disco (ver texto).

Hasta aquí se han tratado situaciones estacionarias. Suponiendo que consiste en una sucesión de estados estacionarios, se puede describir cualitativamente la evolución temporal de un disco que recibe masa de la nube molecular que lo rodea, a una tasa \dot{M}_{in} tal que si la tasa de acreción del disco fuera $\dot{M} \approx \dot{M}_{in}$, la solución de equilibrio correspondería a la rama inestable de la curva S. Para fijar ideas, se puede considerar un anillo del disco que se encuentra en la rama estable de baja temperatura (o baja \dot{M}) y entonces recibe más masa por unidad de tiempo que la que está transportando. Su densidad superficial va aumentando lo cual hace que vaya aumentando su tasa de acreción ($\dot{M} \rightarrow \dot{M}_{in}$). Pero existe una densidad superficial crítica, Σ^A , donde cambia la pendiente de $T_c(\Sigma_\infty)$, tal que un pequeño incremento en Σ_∞ hace que el anillo se encuentre del lado derecho de la curva de equilibrio, donde $Q^+ > Q^-$. El equilibrio ya no es posible y el anillo se calienta. Al aumentar T_c la opacidad y Q^-/Q^+ van cambiando (ver Figura 3.19) hasta que se establece nuevamente una situación de equilibrio, pero ahora correspondiente a la rama estable de alta temperatura (ver Figuras 3.20 y 3.21). En ésta rama, $\dot{M} > \dot{M}_{in}$ y la densidad superficial del anillo comienza a disminuir para transportar menos masa. Existe otra densidad crítica Σ^B , por debajo de la cual no existen estados de equilibrio hasta que la temperatura baja lo suficiente para cambiar de régimen de opacidad, y quedar en un estado de equilibrio estable de baja temperatura.

La evolución temporal detallada se encuentra a partir de un cálculo dependiente del tiempo (ver Bell & Lin 1994). Este ciclo se ha usado para explicar las erupciones en Variables Cataclísmicas (Frank *et al.* 1992) y más recientemente para modelar el fenómeno FU Orionis (Bell & Lin 1994, Kawazoe & Mineshige 1993). Una erupción ocurre cuando la inestabilidad térmica de un anillo dispara la inestabilidad de anillos

adyacentes y se produce un efecto colectivo. Para explicar los tiempos característicos de aumento y disminución de brillo se necesita que α aumente cuando pasa de la rama de baja T a la de alta T (ver Frank *et al.* 1992). Para las FU Orionis, Bell & Lin (1994) muestran que α debe aumentar desde 10^{-4} a 10^{-3} y, a partir de las curvas de equilibrio, encuentran $\dot{M}(\Sigma^A) = \dot{M}_{crit} = 5 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, independientemente de α . En los modelos presentados en la Figura 3.21, $\dot{M}_{crit} \approx 3 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ si $\alpha = 0.1$ y $\dot{M}_{crit} \approx 3 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ si $\alpha = 0.0001$.

III.7.2. Inestabilidad gravitacional

Como se discute en §III.6.3, los discos viscosos no-irradiados pueden resultar masivos, comparados con la estrella central. Frente a perturbaciones axisimétricas, la autogravedad del fluido tiende a desestabilizar, acumulando material en las zonas más densas, mientras que la presión y la conservación de momento angular juegan un papel estabilizador, oponiéndose a esta concentración de material (ver Shu 1992). Si el parámetro de Toomre, dado por:

$$Q_T = \frac{c_s \Omega_k}{2\pi G \Sigma_{\infty}}, \quad (3.38)$$

es mayor que 1, el fluido es estable.

En la Figura 3.22 se muestra $Q_T(R)$ para diferentes modelos de disco. Cuanto menor es α y mayor es \dot{M} , menor es el radio R_Q a partir del cual el disco puede volverse gravitacionalmente inestable ($Q_T < 1$). En particular para $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$, un disco no irradiado se vuelve gravitacionalmente inestable a partir de $R_Q = 20 \text{ AU}$.

De la ec.(3.38) se puede ver como la presencia de una fuente adicional de calentamiento (como la irradiación de la estrella central o de una envoltura de acreción), que aumente la temperatura central del disco y por consiguiente aumente su velocidad del sonido característica y disminuya su densidad superficial, tiende a aumentar R_Q . Esto será discutido en los capítulos IV y VI.

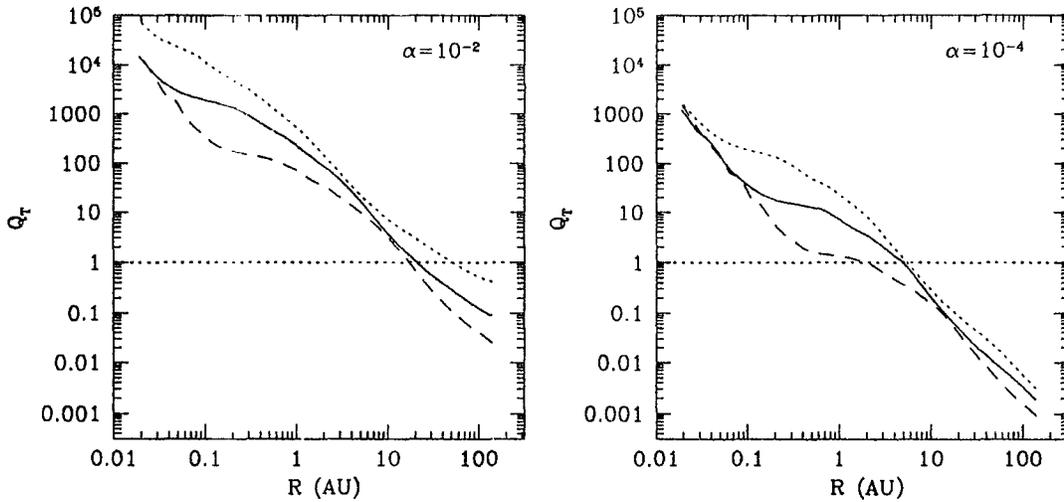


Figura 3.22. Parámetro de inestabilidad de Toomre Q_T como función del radio. Cada curva corresponde a una tasa de acreción distinta ($\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (línea punteada), $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (línea continua) y $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (línea discontinua)) y cada panel a un valor de α diferente. Cuando $Q_T < 1$ el disco se vuelve gravitacionalmente inestable frente a perturbaciones que tienden a acumular material, formando grumos.

CAPITULO IV
EFECTO DE LA IRRADIACION SOBRE LA ESTRUCTURA
DE UN DISCO VISCOSO

IV.1. Introducción:

Una comparación detallada entre modelos y observaciones de discos de acreción requiere un tratamiento apropiado de los diferentes ingredientes que entran en juego en determinar su estructura. Las estrellas T Tauri, en general, presentan espectros más planos que lo predicho por modelos de discos puramente viscosos, a los cuales corresponde un índice espectral $n = -d(\log \lambda F_\lambda)/d(\log \lambda) = 4/3$ (entre ~ 1 y $1000 \mu m$). Este exceso de emisión a $\lambda > 10 \mu m$ se ha interpretado como evidencia de la existencia de algún mecanismo que calienta las zonas externas del disco. La fuente de calentamiento más fácilmente justificable es radiación proveniente de la estrella central, pero en el caso de un disco plano el flujo estelar que intercepta tiene la misma distribución radial que el flujo de energía producido por disipación viscosa, resultando un espectro de igual pendiente, a longitudes de onda dominadas por la emisión de regiones del disco ópticamente gruesas (Friedjung 1985, Adams, Lada & Shu 1987). Ni un disco plano irradiado por la estrella central ni uno viscoso permiten explicar los espectros de pendientes más suaves que $n = 4/3$.

Kenyon & Hartmann (1987) calculan el efecto del calentamiento debido a la radiación estelar, tomando en cuenta que la superficie del disco es curva y así las zonas

externas interceptan más flujo de la estrella y por lo tanto son más calientes que si el disco fuera plano. Este modelo requiere que el polvo y el gas estén bien mezclados hasta grandes alturas encima del plano medio, suposición que está sujeta a cierta controversia. Adams, Lada & Shu (1988) argumentan que el polvo debe depositarse en el plano medio del disco en un tiempo relativamente corto comparado con el tiempo de vida de éste ($t \approx 100$ años para granos de 1 cm , $t \approx 10^6$ años para granos de $1 \mu\text{m}$, comparado con $t_{\text{vida}} \approx 10^6$ años) y que por lo tanto la descripción de disco delgado es la más apropiada. Kenyon & Hartmann (1987) argumentan que mientras la erosión y la fragmentación mantenga una población de granos pequeños y exista algún mecanismo que mezcle el material, como convección o turbulencia, pueden existir granos de polvo a grandes alturas sobre el plano. Adams, Lada & Shu (1988) señalan que un disco verticalmente isoterma, como sería el caso de un disco calentado sólo por irradiación, no es inestable a convección y éste no puede citarse como mecanismo de mezclado. Si la turbulencia en el disco es consecuencia de la inestabilidad convectiva entonces un disco eficientemente irradiado tenderá a no ser turbulento, por lo tanto a no tener disipación viscosa importante, y además la turbulencia tampoco funcionaría como mecanismo de mezclado. Pero también se invocan otro tipo de inestabilidades como responsables de la turbulencia en discos de acreción, las cuales pueden estar presentes independientemente de si el disco es verticalmente isoterma o no (ver §III.3.2). Volviendo al punto de si el polvo se encuentra en el plano medio del disco o no, cabe mencionar que imágenes recientes del HST (Burrows, Hester & Morse 1995) de un disco en HH30 muestran una estructura curva, aparentemente delineada por la dispersión de polvo situado muy por encima del plano medio, apoyando la suposición básica del modelo de Kenyon & Hartmann (1987). En este trabajo se adopta la idea de que

polvo y gas se encuentran perfectamente mezclados, dejando para un trabajo posterior el estudio de la estructura de discos en los que gas y polvo presentan configuraciones diferentes, así como considerar la evolución de los granos en el disco (estratificación de tamaños, composición química, etc.).

Otro mecanismo de calentamiento de discos de acreción en torno a estrellas jóvenes es la radiación dispersada y emitida térmicamente por una envoltente circumestelar tenue, propuesto por Natta (1993). El efecto principal de la presencia de la envoltente es que las partes externas del disco reciben más radiación que si éste fuera plano y estuviera directamente irradiado por la estrella, resultando más calientes. Una envoltente tenue puede ser una remanente de la nube que dio origen al disco o puede tratarse de un viento. En fases evolutivas más tempranas el disco está recibiendo una cantidad considerable de masa de la nube progenitora y está rodeado de una envoltente densa, ópticamente gruesa, que también resulta una importante fuente de calentamiento de discos en fuentes embebidas (Butner et al. 1991, 1994).

Cada uno de los mecanismos de irradiación mencionados es importante en diferentes etapas evolutivas del sistema; un objeto joven, que aparece como una fuente embebida, tiene un disco irradiado por una envoltente opaca, mientras que un objeto clasificable como T Tauri clásica, estará irradiado por la estrella central y probablemente por una envoltente tenue. La situación de disco viscoso aislado, sin fuentes de calentamiento externas, no es realista.

En este capítulo se discute el efecto de la irradiación sobre el disco de acreción. En §IV.2 se muestra como la irradiación se introduce como condición de frontera en el cálculo de la estructura vertical presentado en el capítulo III, en §IV.3 se presenta el cálculo del flujo estelar interceptado por la superficie del disco. Se encuentra una

aproximación sencilla que permite calcular autoconsistentemente la escala de altura del disco y su temperatura efectiva como función del radio. A diferencia del modelo de Kenyon & Hartmann (1987), en este trabajo la escala de altura no se supone una ley de potencias, ni la escala de altura evaluada al radio de la estrella se introduce como un parámetro libre del problema. Por otro lado, el efecto de la irradiación se introduce en el cálculo detallado de la estructura vertical, en un esquema iterativo, y el resultado se compara con la aproximación analítica. En §IV.4 se presenta una aproximación analítica al modelo de Natta (1993) para irradiación debido a *envolventes tenues*, esféricamente simétricas, que dispersan y reprocesan radiación estelar y se extiende este tratamiento analítico para incluir la irradiación de la envoltura por dispersión y reprocesamiento de radiación del propio disco. En §IV.5 se discute el efecto de la irradiación en las masas de los discos.

IV.2. La irradiación como condición de frontera

La irradiación se introduce como condición de frontera de la intensidad promedio, en el cálculo de la estructura vertical. Suponiendo que la radiación que incide es isótropa y usando la aproximación de las dos corrientes (en la versión “ $\sqrt{3}$ ”, ver Rybicki & Lightman 1979), la intensidad media y el flujo integrados en frecuencia y evaluados en la superficie del disco, se pueden escribir como:

$$J(z_\infty) = \frac{1}{2}[I_{vis}^+ + I_{irr}^+ + I_{irr}^-], \quad (4.1)$$

$$H(z_\infty) = \frac{1}{2\sqrt{3}}[I_{vis}^+ + I_{irr}^+ - I_{irr}^-], \quad (4.2)$$

donde z_∞ es la altura del disco respecto al plano medio, J es la intensidad promedio, H es el flujo de Eddington, I_{irr}^- es la intensidad del campo de radiación incidente, e $(I_{irr}^+ + I_{vis}^+)$ es la intensidad emergente, que tiene una parte correspondiente a disipación viscosa I_{vis}^+ y otra parte que consiste en radiación incidente reprocesada por el disco I_{irr}^+ . Si no hay irradiación se tiene que $H(z_\infty) = I_{vis}^+/2\sqrt{3} = D_{vis}/4\pi$, donde D_{vis} es el flujo disipado por viscosidad [ver ec.(2.41)], y $J(z_\infty) = \sqrt{3}H(z_\infty)$. Si el disco sólo está irradiado entonces $I_{irr}^+ = I_{irr}^-$ y $J(z_\infty) = I_{irr}^-$ y $H(z_\infty) = 0$; pero cuando están presentes simultáneamente disipación viscosa e irradiación, entonces:

$$J(z_\infty) = \frac{1}{2}[I_{vis}^+ + 2I_{irr}^+], \quad (4.3)$$

$$H(z_\infty) = \frac{1}{2\sqrt{3}}I_{vis}^+ = H_{em}(z_\infty) - H_{in}(z_\infty) = \frac{D_{vis}}{4\pi}. \quad (4.4)$$

El flujo neto es el mismo con y sin irradiación, pero la intensidad promedio cambia, determinando el cambio en la estructura del disco. $H(z_\infty)$ es el flujo *neto* hacia afuera, $H_{in}(z_\infty)$ es el flujo incidente, es decir corresponde al flujo de energía con el que se irradia al disco y $H_{em}(z_\infty)$ es el flujo emergente, que corresponde a la integral en frecuencias de la distribución espectral de energía del disco. El flujo incidente se puede escribir como $H_{in}(z_\infty) = I_{irr}^+/2\sqrt{3} = F_{irr}/4\pi$, donde F_{irr} es el flujo de irradiación evaluado en la superficie del disco y normal a ésta. El flujo emergente puede escribirse como:

$$H_{em}(z_\infty) = \frac{1}{2\sqrt{3}}[I_{vis}^+ + I_{irr}^+] = \frac{1}{4\pi}(D_{vis} + F_{irr}), \quad (4.5)$$

y si el disco fuera ópticamente grueso, su temperatura efectiva estaría dada por:

$$H_{em}(z_{\infty}) = \sigma T_{eff}^4/4\pi.$$

Las condiciones de frontera en flujo e intensidad promedio son:

$$J(z_{\infty}) = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} [D_{vis} + 2 F_{irr}(z_{\infty})], \quad (4.6)$$

$$H(z_{\infty}) = \frac{D_{vis}}{4\pi}. \quad (4.7)$$

Si en lugar de tomar la versión $\sqrt{3}$ de la aproximación de las dos corrientes se supone que en el hemisferio arriba de la superficie del disco la intensidad es constante con el ángulo y está dada por I^+ , y en el hemisferio inferior también es constante con el ángulo, pero igual a I^- , la condición de frontera para H no cambia y para J se escribe como: $J(z_{\infty}) = D_{vis}/2\pi + F_{irr}(z_{\infty})/\pi$, i.e. igual que la ec.(4.6) tomando 2 en lugar de $\sqrt{3}$, lo cual no produce una diferencia apreciable en la estructura vertical del disco.

Cuando la radiación incidente proviene de una dirección particular caracterizada por μ_0 , tal que $\cos^{-1}(\mu_0)$ es el ángulo de incidencia respecto a la normal al disco, se deposita más energía en las capas más altas de la atmósfera que cuando incide perpendicularmente a la superficie. Con una trayectoria inclinada, la radiación recorre una distancia mayor para llegar a una altura dada y sufre mayor absorción. Esto puede producir inversiones de temperatura en la atmósfera de discos irradiados por la estrella central (Calvet et al. 1991, 1992, Malbet & Bertout 1991), pero no se discutirá en este trabajo, donde por simplicidad se supone que el flujo incidente con cierto ángulo se transporta en el disco en dirección vertical.

IV.3. Irradiación estelar de un disco de superficie curva

IV.3.1. Plantamiento y geometría

Se sigue el procedimiento de Kenyon & Hartmann (1987) para calcular el flujo de radiación estelar interceptado por el disco. La idea es tomar este flujo como F_{irr} , calcular la condición de frontera $J(z_\infty)$ usando la ec.(4.6) e integrar las ecuaciones de estructura vertical para encontrar la estructura de un disco irradiado por la estrella central.

La geometría del problema se muestra en la Figura 4.1. R es la longitud del radio vector sobre el plano del disco, h es la altura de la "fotosfera de absorción" (donde se absorbe la mayor parte de la radiación de la estrella), dh/dR es la pendiente de la altura de la fotosfera de absorción y refleja su curvatura, d es la distancia entre un punto P de coordenadas (cilíndricas) (R, ϕ, h) y el centro de la estrella, β es el ángulo que caracteriza cada anillo sobre la superficie de la estrella y está relacionado con el ángulo ψ , α' es el ángulo correspondiente al anillo más pequeño de la superficie de la estrella que no es ocultado por el disco, θ es el ángulo que barre cada anillo sobre la superficie de la estrella (ver Figura 4.2) y ϕ es el ángulo que forma el vector unitario en la dirección radial sobre el plano del disco \hat{R} respecto a un eje de referencia. Como el disco tiene simetría acimutal ninguna de las variables que lo caracterizan depende de ϕ .

El flujo incidente proyectado en la dirección normal al disco es:

$$F_{irr}(R, h) = -2 \int_0^{\psi_{max}} \int_0^{\theta_{max}} d\psi d\theta \sin \psi I(\theta, \psi) (\hat{s} \cdot \hat{n}), \quad (4.8)$$

donde $I(\theta, \psi)$ es la intensidad específica de la radiación estelar que consideramos isótropa, dada por $I(\theta, \psi) = \sigma T_*^4 / \pi$, donde T_* es la temperatura efectiva de la estrella, y $(\hat{s} \cdot \hat{n})$ es el coseno del ángulo que forman el vector unitario \hat{s} , que caracteriza la dirección de incidencia, y el vector unitario \hat{n} , normal a la superficie del disco. Para encontrar \hat{n} se pueden definir dos vectores tangentes a la superficie del disco:

$$\vec{T}_1 = \hat{R} + \frac{dh}{\partial R} \hat{z}, \quad (4.9)$$

$$\vec{T}_2 = \hat{\phi}, \quad (4.10)$$

de manera que el vector normal se calcula como:

$$\hat{n} = \frac{\vec{T}_1 \times \vec{T}_2}{|\vec{T}_1 \times \vec{T}_2|} = \frac{-(dh/dR)\hat{R} + \hat{z}}{\sqrt{1 + (dh/dR)^2}}. \quad (4.11)$$

Por otro lado, el vector unitario en la dirección en que incide la radiación estelar está dado por:

$$\hat{s} = \left(\cos \psi \frac{R}{d} + \sin \psi \cos \theta \frac{h}{d}\right) \hat{R} - \sin \psi \sin \theta \hat{\phi} + \left(\cos \psi \frac{h}{d} - \sin \psi \cos \theta \frac{R}{d}\right) \hat{z}, \quad (4.12)$$

así que $(\hat{s} \cdot \hat{n})$ se puede escribir como:

$$\hat{s} \cdot \hat{n} = \frac{\frac{dh}{dR} \left(\cos \psi \frac{R}{d} + \sin \psi \cos \theta \frac{h}{d}\right) + \left(\cos \psi \frac{h}{d} - \sin \psi \cos \theta \frac{R}{d}\right)}{\left[1 + \left(\frac{dh}{dR}\right)^2\right]^{1/2}}. \quad (4.13)$$

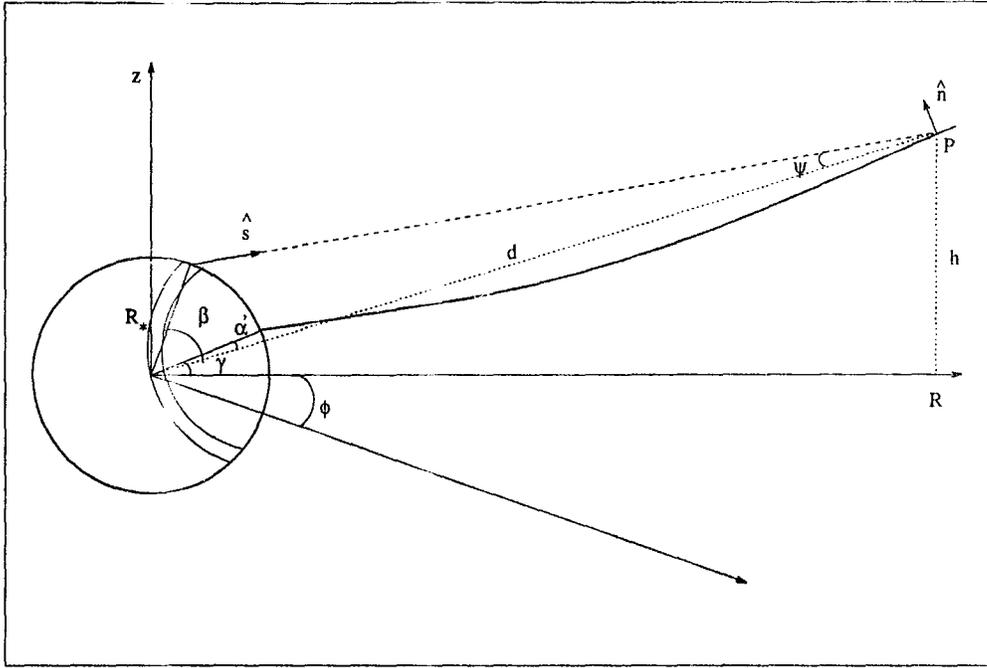


Figura 4.1. Representación esquemática de un disco de acreción. La circunferencia representa a la estrella central y la línea curva continua, que une la superficie de la estrella con el punto P, es la superficie del disco (ver texto).

El flujo de energía incidente en el disco, proveniente de la estrella central, está dado por:

$$F_{irr}(R, h) = 2 \int_0^{\psi_{max}} d\psi \sin \psi \int_0^{\theta_{max}} d\theta I(\theta, \psi) \left\{ \frac{C_1 \sin \psi \cos \theta + C_2 \cos \psi}{C_3} \right\}, \quad (4.14)$$

donde C_1 , C_2 y C_3 son constantes para un anillo dado, i.e. para R y h conocidos, y se pueden escribir como:

$$C_1 = \left[\frac{dh}{dR} \frac{h}{d} + \frac{R}{d} \right], \quad C_2 = \left[\frac{dh}{dR} \frac{R}{d} - \frac{h}{d} \right], \quad C_3 = \left[1 + \left(\frac{dh}{dR} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.15)$$

El límite de integración ψ_{max} es el ángulo ψ tal que la línea que une a P con la estrella es tangente a la superficie de esta última, i.e. $\psi_{max} = \sin^{-1}(R_*/d)$. El límite θ_{max} está definido para excluir de la integral del flujo las zonas de la superficie de la estrella ocultas por el propio disco; cuando se trata de una región que resulta completamente visible, es decir si $\beta < \alpha'$, entonces $\theta_{max} = \pi$, mientras que si $\beta \geq \alpha'$ entonces, como se muestra en la Figura 4.2, $\theta_{max} = \pi - \cos^{-1}(\tan \alpha' / \tan \beta)$, donde:

$$\sin \beta = \frac{d}{R_*} \cos \psi \sin \psi - \sqrt{1 - (d/R_* \sin \psi)^2} \sin \psi, \quad (4.16)$$

$$\alpha' = \tan^{-1}\left(\frac{h}{R}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{h(R_*)}{R_*}\right). \quad (4.17)$$

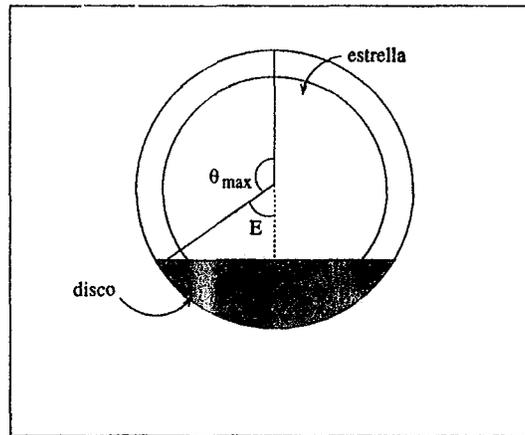


Figura.4.2. Para tomar en cuenta que el disco oculta parte de cada anillo sobre la superficie de la estrella, se toma como límite superior de integración θ_{max} . El ángulo E está dado por $R_* \sin \beta \cos E = R_* \cos \beta \tan \alpha'$. La línea d (entre P y el centro de la estrella) para por el centro del anillo (ver Figura 4.1).

El flujo de irradiación permite definir una temperatura efectiva dada por: $\sigma T_{irr}^4 = F_{irr}$, que sería la temperatura característica del continuo emergente de un disco ópticamente grueso solo calentado por irradiación.

Dada la estructura vertical del disco, se calcula la profundidad óptica promedio de absorción, como:

$$\tau_{abs}(z) = \int_z^{z_{\infty}} \chi_R(T_*) \rho dz \quad (4.18)$$

donde:

$$\chi_R(T_*)^{-1} = \pi \frac{\int_0^{\infty} \chi_{\nu}^{-1} \frac{dB_{\nu}}{dT} |T_* d\nu}{4\sigma T_*^3}, \quad (4.19)$$

es una opacidad promedio, que intenta reflejar la capacidad del medio de absorber radiación cuya distribución en frecuencias es característica de la temperatura de la estrella y no de la temperatura local (como sucedería con una opacidad promedio de Rosseland). Entonces se define h como la altura donde $\tau_{abs}(z) \approx 1$. Una vez conocida h , se calcula el flujo interceptado por el disco usando la ec.(4.14) y con la ec.(4.6) se calcula J_{∞} , que se introduce como condición de frontera en el cálculo de la estructura vertical del disco. Como h depende de la estructura vertical y ésta depende de h , el cálculo de la estructura del disco irradiado por la estrella se hace iterativamente.

Los modelos de discos irradiados, presentados en este trabajo, suponen que el flujo proveniente de la estrella se termaliza en la fotosfera de absorción del disco, volviéndose indistinguible del campo de radiación local (i.e. a través de la estructura vertical del disco este campo de radiación se considera isótropo y característico de la temperatura

local). Como consecuencia de ésto, prácticamente todo el flujo estelar incidente es absorbido en la fotosfera de emisión del disco y por lo tanto, emerge con un espectro continuo característico de la temperatura donde la profundidad óptica de Rosseland se hace aproximadamente igual a 2/3. En el tratamiento de la irradiación presentado aquí, se hace una distinción formal entre la fotosfera de absorción y la fotosfera de emisión del disco, y es la primera la que se toma en cuenta para determinar F_{irr} , pero esta distinción no se introduce en el cálculo de la estructura vertical.

Calvet *et al.* (1991, 1992) calculan la estructura de la atmósfera del disco tomando en cuenta que el campo de radiación estelar tiene una dirección de incidencia inclinada respecto a la normal al disco y una longitud de onda característica de T_* , y encuentran que una fracción del flujo estelar (cuya importancia depende de los parámetros de cada modelo) se deposita en zonas de la atmósfera más altas que la fotosfera de emisión del disco. Esto produce una inversión de temperatura en la atmósfera (i.e. una $T(z)$ creciente con z) y que el flujo emergente se redistribuya en frecuencias de manera diferente a los modelos presentados aquí, porque dado un anillo del disco, la energía absorbida en las capas altas y más calientes de la atmósfera emerge a longitudes de onda más cortas que las características de la temperatura fotosférica de dicho anillo. Esto no es tomado en cuenta en el presente trabajo pero se intentará estudiar en el futuro.

Por comparación, la temperatura efectiva de un disco plano, irradiado por la estrella central, es (ver Adams, Lada & Shu 1987):

$$T_{plano} = T_* \left\{ \frac{1}{\pi} \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{R_*}{R} \right) - \left(\frac{R_*}{R} \right) \left[1 - \left(\frac{R_*}{R} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/4}. \quad (4.20)$$

IV.3.2 Estructura radial

Sin calcular la estructura vertical, se puede encontrar una estructura radial aproximada de un disco irradiado por la estrella central.

Suponiendo que todo el disco es ópticamente grueso a la radiación estelar, despreciando cualquier otra fuente de calentamiento (e.g. disipación viscosa, ionización debido a rayos cósmicos y a decaimiento radioactivo, etc.) y el transporte radial de energía, el flujo emergente a cada radio es igual al flujo de irradiación interceptado por el disco, dado por la ec.(4.14). Suponiendo, además, que la intensidad de la radiación de la estrella es isotrópica, $I(\theta, \psi) = I_0 = \sigma T_*^4/\pi$, y que el disco es geoméricamente delgado, de manera que $(dh/dR)^2 \ll 1$ y $C_3 \approx 1$, las ecuaciones (4.14) y (4.15) permiten escribir la ecuación para el balance de energía en un radio R , como:

$$\sigma T_{\text{irr}}^4 = 2 \frac{\sigma T_*^4}{\pi} \left\{ I_{n1} \left(\frac{h}{d} \frac{dh}{dR} + \frac{R}{d} \right) + I_{n2} \left(\frac{R}{d} \frac{dh}{dR} - \frac{h}{d} \right) \right\}, \quad (4.21)$$

donde I_{n1} e I_{n2} son las integrales que resumen la geometría del problema, dadas por:

$$I_{n1}(R, h) = \int_0^{\psi_{\text{max}}} \int_0^{\theta_{\text{max}}} \sin^2 \psi \cos \theta \, d\theta d\psi \quad \text{y} \quad (4.22)$$

$$I_{n2}(R, h) = \int_0^{\psi_{\text{max}}} \int_0^{\theta_{\text{max}}} \sin \psi \cos \psi \, d\theta d\psi, \quad (4.23)$$

que pueden ser resueltas con una cuadratura de Gauss.

La ec.(4.21) se transforma en una ecuación diferencial para la altura de la fotosfera como función del radio, que puede ser escrita como:

$$\frac{dh}{dR} = \frac{\sigma T_{irr}^4 - 2 I_0 \{I_{n1} R/d - I_{n2} h/d\}}{2 I_0 \{I_{n1} h/d + I_{n2} R/d\}}. \quad (4.24)$$

Por simplicidad, se supone que h es proporcional a la escala de altura de la presión, i.e. $h = \eta H_p$, que se escribe en términos de la temperatura efectiva del disco como $H_p \approx c_s(T_{irr})/\Omega_k$ (ver Figura 3.14). Esto permite reescribir la ec.(4.24) como una ecuación diferencial para la temperatura efectiva del disco. Adimensionalizando: $t = T_{irr}/T_*$, $x = R/R_*$, $y = h/R_*$, $d' = d/R_*$, la ecuación resultante es:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t}{y} \left(2 \frac{dy}{dx} - 3 \frac{y}{x} \right), \quad (4.25)$$

donde dy/dx está dado por la ec.(4.24) escrita en términos de las variables adimensionales:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{t^4 - (2/\pi) \{I_{n1} x/d' - I_{n2} y/d'\}}{(2/\pi) \{I_{n1} y/d' + I_{n2} x/d'\}}, \quad (4.26)$$

la altura en radios estelares es $y = \lambda t^{1/2} x^{3/2}$ y $\lambda = \eta(kT_* R_*/\mu m_H GM_*)^{1/2}$, que en términos de variables típicas, se puede escribir como:

$$\lambda = 0.03 \eta \mu^{-1/2} \left(\frac{T_*}{3700} \right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{3R_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{M_*}{0.5M_\odot} \right)^{-1/2}. \quad (4.27)$$

donde μ es el peso molecular medio del material en el disco.

Tomando $\theta_{max} = \pi/2$ (i.e. el disco solo recibe radiación de la mitad de la superficie de la estrella (proyectada en el plano del cielo)), $d \approx R$, $h \ll R$ y $R \gg R_*$, se tiene que las integrales de las ecs.(4.22) y (4.23) se reducen a:

$$I_{n1} \approx 1/3x^3, \quad I_{n2} \approx \pi/4x^2.$$

Combinando la ec.(4.24) con la ec.(4.25) y despreciando términos que contienen $(y/x)^2$ o potencias mayores de x , se llega a:

$$t^4 = \frac{1}{2x^2} \left\{ \frac{y}{2} \left[\frac{1}{t} \frac{dt}{dx} + \frac{1}{x} \right] + \frac{4}{3\pi x} \right\}. \quad (4.28)$$

La cantidad $4R_*/3\pi \approx 0.42R_*$, a la derecha de la ecuación anterior, se puede interpretar como la altura característica h_* , de donde proviene la mayor parte de la radiación estelar interceptada por el disco.

La ec.(4.28) se puede integrar numéricamente, desde un radio muy grande, arbitrario, R_{max} hasta la superficie de la estrella. A $R = R_{max}$ se supone que la temperatura del disco es igual a la temperatura de la nube ($T_{nube} \approx 10 K$). Un resultado interesante es que no importa el valor de R_{max} ni de $T_{irr}(R_{max})$ si $R_{max} \gg R_d$. La distribución de temperatura resultante de integrar la ec.(4.28) para las zonas de $R \leq R_d$ es independiente de la condición de frontera externa y la escala de altura del disco también es independiente de R_{max} . En particular, se encuentra que la escala de altura del disco a $R = R_*$, tomada por Kenyon & Hartmann (1987) como un parámetro libre, es resultado de la integración. En la Figura 4.3 se muestra la temperatura efectiva de la ec.(4.28) de un disco pasivo (sin incluir disipación viscosa como fuente de energía) en torno a una estrella de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_{eff} = 3700 K$, integrada tomando

$R_{max} = 500, 800$ y $1000 AU$, y suponiendo $\eta = 3$. Se compara el resultado numérico con las aproximaciones analíticas que se discuten a continuación. En la Figura 4.4 se grafica la escala de altura de la fotosfera de absorción como función del radio, para los mismos modelos de la Figura 4.3. Se puede ver que $h(R)$ es insensible al valor de R_{max} y en este caso $h(R_*) \approx 0.05R_*$.

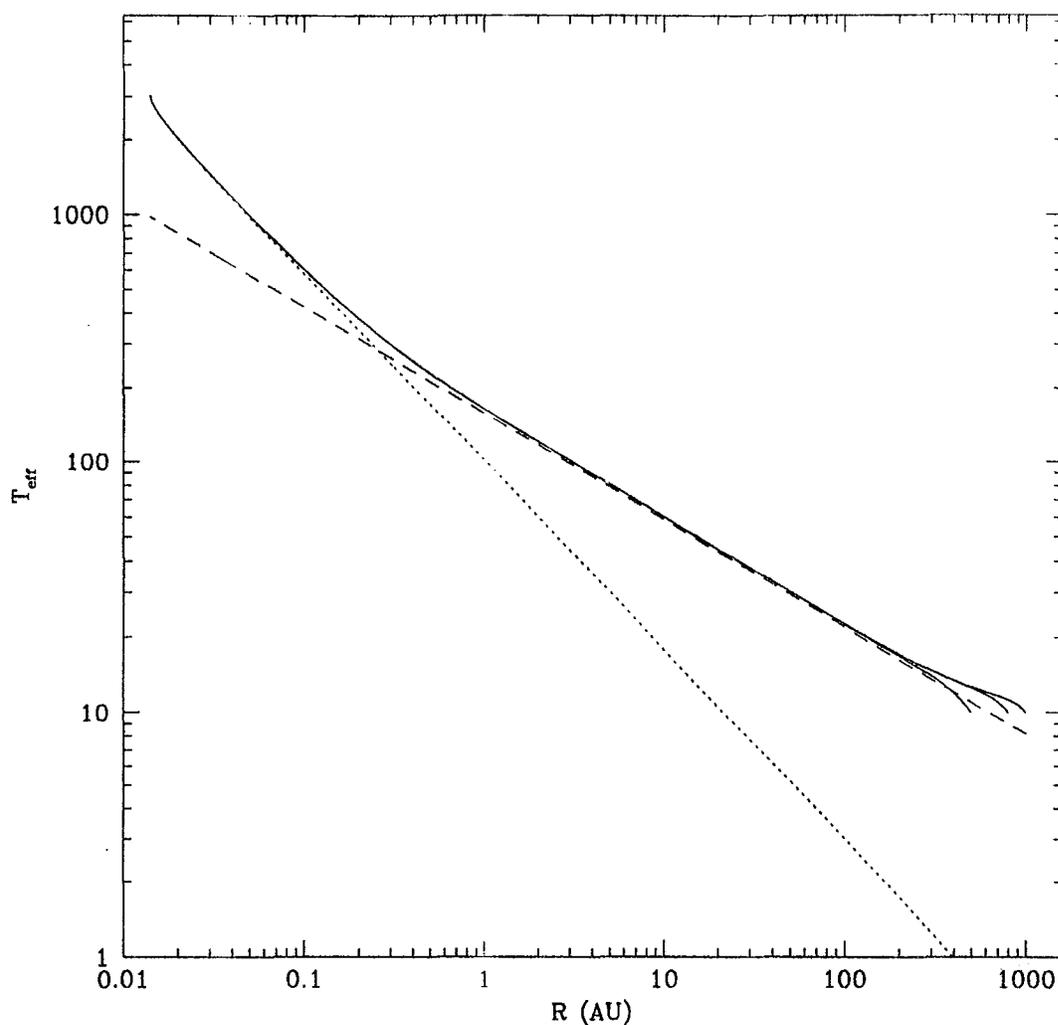


Figura.4.3. Temperatura efectiva de un disco curvo irradiado en función del radio. Se muestra que el resultado de integrar la ec.(4.28) es independiente de la condición de frontera externa. En la integración se supone que $\eta = 3$. Cada curva (línea continua) corresponde a un valor diferente de R_{max} , dado por $R_{max} = 500, 800, \text{ y } 1000 \text{ AU}$, y la temperatura en $R = R_{max}$ se toma como $T_{nube} = 10 \text{ K}$. También se muestran las aproximaciones analíticas discutidas en el texto: la ec.(4.29) con línea punteada y la ec.(4.33) con línea discontinua. El disco se supone pasivo y rodea una estrella de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 \text{ K}$.

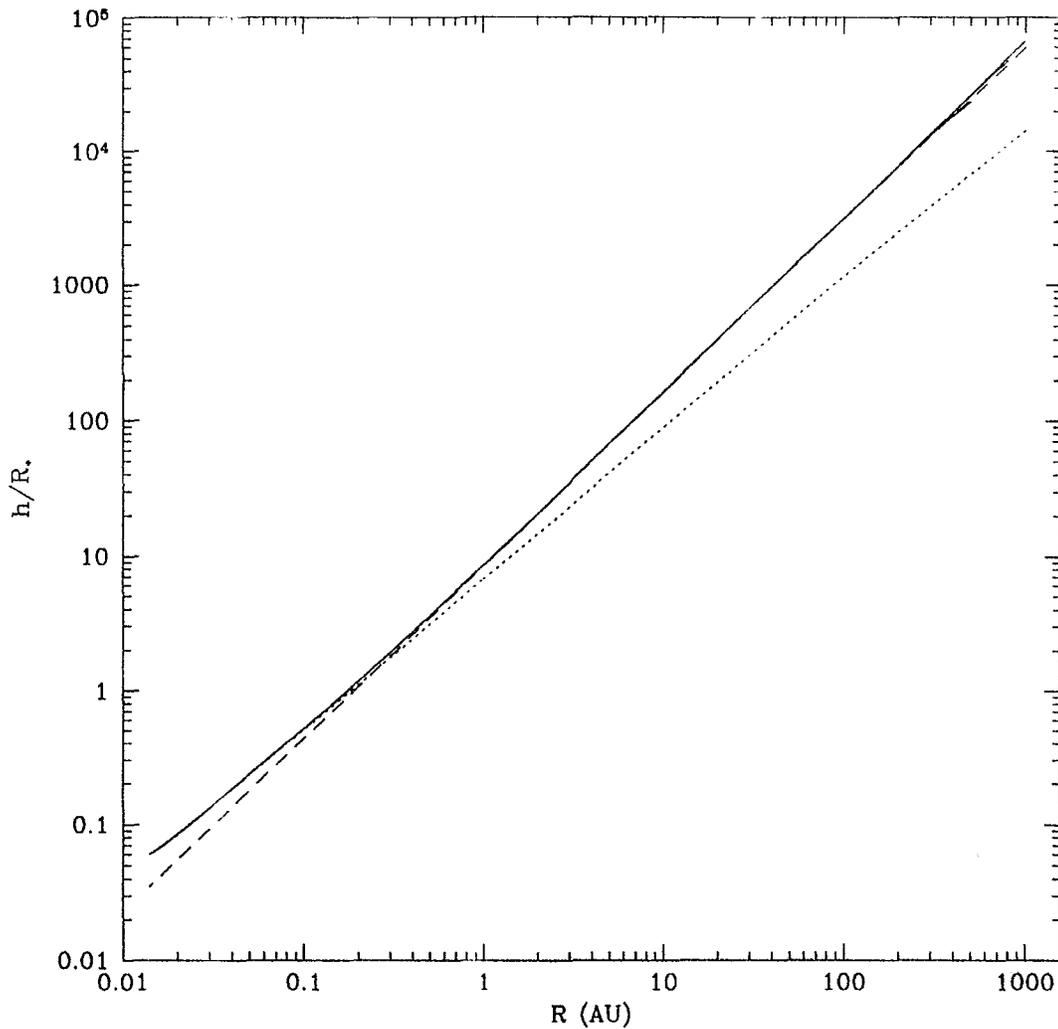


Figura.4.4. Altura de la fotosfera de un disco curvo irradiado en función del radio, tomando $h = 3H_p$, es decir $\eta = 3$. Se muestra que el resultado de integrar la ec.(4.28) es independiente de la condición de frontera externa y que el valor de la escala de altura del disco a $R = R_*$ es un resultado de la integración y no un parámetro libre. Cada curva (línea continua) corresponde a un valor diferente de R_{max} , dado por $R_{max} = 500, 800, \text{ y } 1000 \text{ AU}$, y la temperatura en $R = R_{max}$ se toma como $T_{nube} = 10 \text{ K}$. También se muestran las aproximaciones analíticas discutidas en el texto: la ec.(4.30) con línea punteada y la ec.(4.34) con línea discontinua. El disco se supone pasivo y rodea una estrella de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 \text{ K}$.

IV.3.3 Aproximaciones analíticas

Haciendo algunas aproximaciones simplificadoras, la ec.(4.28) puede integrarse analíticamente.

Zona interna

Si los efectos de curvatura del disco no importan, $y \ll 1$, se desprecian los dos primeros términos del lado derecho de la ec.(4.28) y la temperatura resultante es:

$$t \approx \left(\frac{2}{3\pi}\right)^{1/4} x^{-3/4}. \quad (4.29)$$

La altura de la fotosfera se puede escribir como:

$$\frac{h}{R_*} \approx \lambda \left(\frac{2}{3\pi}\right)^{1/8} x^{9/8}, \quad (4.30)$$

y substituyendo λ de la ec.(4.27), se tiene que la altura de la fotosfera en $R = R_*$ es:

$$\frac{h(R_*)}{R_*} \approx 0.0247 \eta \mu^{-1/2} \left(\frac{T_*}{3700}\right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{3R_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{M_*}{0.5M_\odot}\right)^{-1/2} \quad (4.31)$$

La temperatura efectiva de un disco plano irradiado, dada por la ec.(4.20), se puede encontrar tomando $h = dh/dR = 0$ en la ec.(2.43). Cuando $R/R_* \gg 1$, la ec.(4.20) se aproxima a la ec.(4.29).

Zona externa

Por otro lado, si la altura del disco es importante (i.e. $y \gg 1$, aunque no hay que olvidar que se está suponiendo que $(y/x)^2 \ll 1$), entonces se desprecia el último término de la ec.(4.28) y la ecuación que se obtiene es:

$$t^4 = \frac{1}{2} \frac{1}{x^2} \left\{ \frac{y}{2} \left[\frac{1}{t} \frac{dt}{dx} + \frac{1}{x} \right] \right\}, \quad (4.32)$$

cuya solución se puede escribir como:

$$t = \left(\frac{\lambda}{7} \right)^{2/7} x^{-3/7}, \quad (4.33)$$

donde λ está dada por la ec.(4.27). La altura de la fotosfera correspondiente está dada por:

$$\frac{h}{R_*} \approx 1.32 \lambda^{6/7} x^{15/14} \quad (4.34)$$

Entonces un disco irradiado por la estrella, ópticamente grueso a la radiación estelar, tiene una zona interna, a radios pequeños, donde su temperatura efectiva es igual a la de un disco plano irradiado, $T_{irr} \sim R^{-3/4}$. A medida que el radio aumenta el efecto de la curvatura se vuelve más importante y la temperatura efectiva tiende a $T_{irr} \sim R^{-3/7}$. El radio del disco donde cambia el exponente de $T_{irr}(R)$ está dado aproximadamente por:

$$\frac{R_t}{R_*} \approx \left(\frac{2}{3\pi} \right)^{7/9} \left(\frac{\lambda}{7} \right)^{-8/9}, \quad (4.35)$$

que para $\eta = 3$, $\mu = 2$, una estrella central típica ($M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 K$), resulta ser $R_d \approx 20R_* = 0.3 AU$.

Cuando el disco es calentado por irradiación y disipación viscosa, su temperatura efectiva se puede escribir como:

$$T_{eff}^4 \approx T_{irr}^4 + T_{vis}^4, \quad (4.36)$$

donde se calcula T_{irr} tomando en cuenta sólo la irradiación, es decir sin incluir el efecto de la disipación viscosa en la altura de la fotosfera de absorción.

Estas aproximaciones se muestran en las Figuras 4.3 y 4.4.

IV.3.4. Resultados

En la Figura 4.5 se muestra la distribución radial de T_c y T_{eff} de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 10^{-2}$, calculadas integrando la estructura vertical con 6 iteraciones. También se muestra la T_{eff} aproximada dada por la ec.(4.36), usando las ecs.(4.29) y (4.33). Se pueden distinguir las dos zonas descritas en la sección anterior, y el acuerdo entre la aproximación analítica y el resultado de la integración numérica de la estructura vertical resulta bastante bueno.

Las zonas del disco más externas, que se vuelven ópticamente delgadas a su propia radiación, tienden a ser verticalmente isotermas. A partir de la ec.(3.1), tomando $T(z)$ y $J(z)$ como constantes en z , y usando la condición de simetría de $F_{rad}(0) = 0$, se llega a:

$$F_{rad}(z_{\infty}) = \sigma T_{is}^4 = \tau_P(4\sigma T^4 - 4\pi J_{\infty}) \quad (4.37)$$

donde τ_P es la profundidad óptica promedio de Planck de medio disco. Substituyendo J_{∞} de la ec.(4.6), se encuentra que la temperatura del disco se puede escribir como:

$$T^4 = T_{vis}^4 \left(\frac{1}{4\tau_P} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) + \frac{\sqrt{3}}{4} T_{irr}^4. \quad (4.38)$$

De la ec.(4.38) se puede ver que si $T_{irr} > T_{vis}$ y si $\tau_P > (T_{vis}/T_{irr})^4/\sqrt{3}$, entonces: $T \approx 0.8T_{irr}$.

En la Figura 4.6 se muestra como la irradiación disminuye la densidad superficial de los anillos más externos del disco (ver §III.6.3). La masa de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$ y $R_d = 140 U$, en torno a una estrella T Tauri típica, disminuye de 0.32 a 0.13 M_{\odot} , cuando la irradiación estelar se toma en cuenta.

En la Figura 4.7 se muestra la escala de altura de la presión y la altura de las fotosferas de emisión y absorción para el mismo disco. Cuando el disco se vuelve ópticamente delgado a su propia radiación, deja de existir la fotosfera de emisión. En la Figura 4.8 se puede ver que $h \approx 4H_p$, que concuerda con lo encontrado por Kenyon & Hartmann (1987).

En la Figura 4.9 se presentan el espectro continuo de un disco viscoso no irradiado y de uno irradiado por una estrella T Tauri típica ($T_* = 3700 K$ y $R_* = 3 R_{\odot}$). El disco tiene $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$. La irradiación de la estrella, si el disco es curvo (i.e. el polvo se encuentra hasta grandes alturas del plano medio), aplana notablemente el espectro emergente del disco.

La irradiación estelar aumenta la temperatura de las zonas externas del disco, donde la curvatura tiene un efecto importante. La zona interna (por ejemplo: a $R \lesssim 20 U$ para un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$) presenta una distribución de temperatura típica de disco plano ya que el efecto de la curvatura del disco es despreciable. El resultado es que la irradiación aplana la distribución radial de T_{eff} del disco, resultando un espectro continuo más plano. Al aumentar la tasa de acreción aumenta la importancia del calentamiento viscoso y el radio a partir del cual se aprecia el efecto de la irradiación se mueve hacia afuera.

En el capítulo V se calculan algunas propiedades observables de discos irradiados y no-irradiados, como función de los diferentes parámetros que los caracterizan.

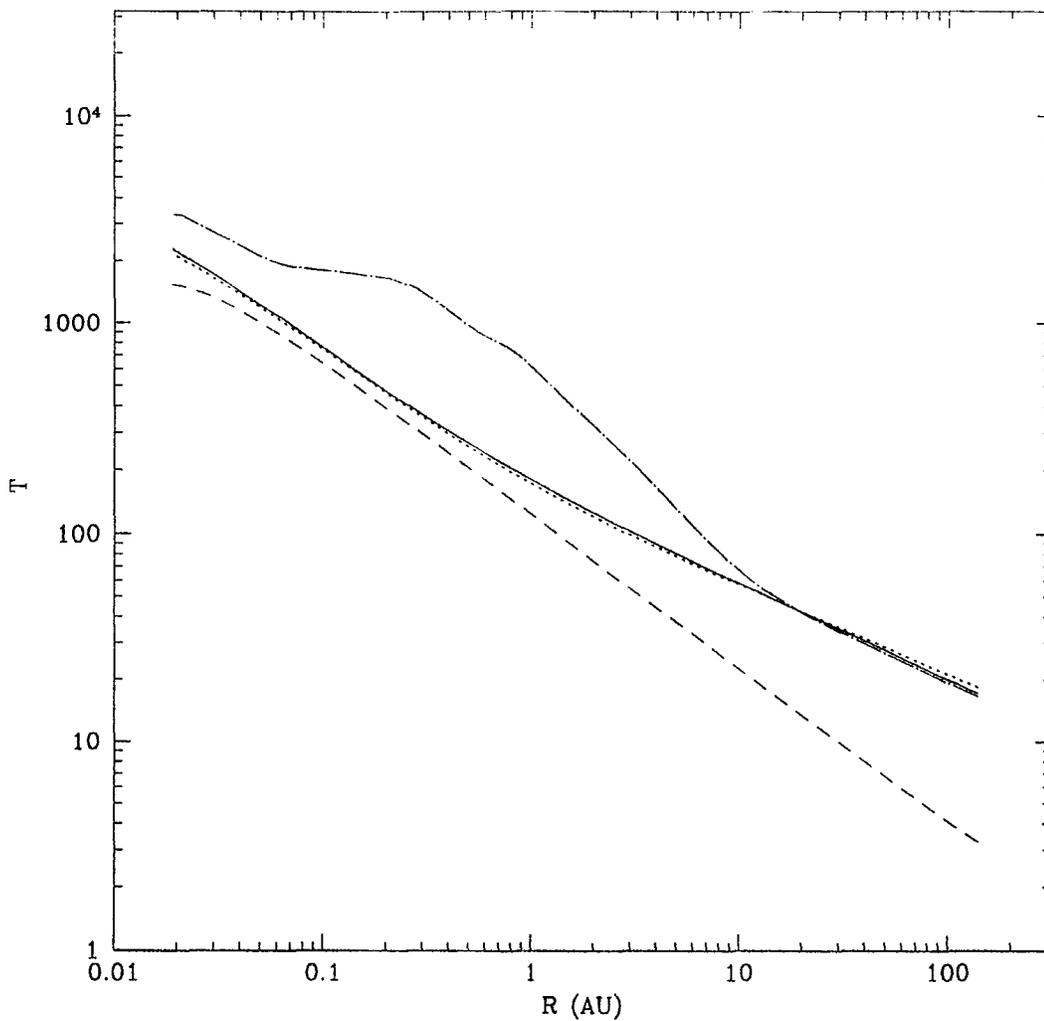


Figura 4.5. Temperatura efectiva y central de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 10^{-2}$, irradiado por una estrella central de $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 \text{ K}$. La línea continua es la T_{eff} calculada a partir del flujo emergente de la estructura vertical, la línea de puntos y rayas es la temperatura central y la línea discontinua es la temperatura efectiva que tendría el disco si no estuviera irradiado (T_{vis}); la línea punteada es la aproximación analítica para T_{eff} dada por las ecs.(4.29) y (4.33) e incluyendo el flujo disipado por viscosidad.

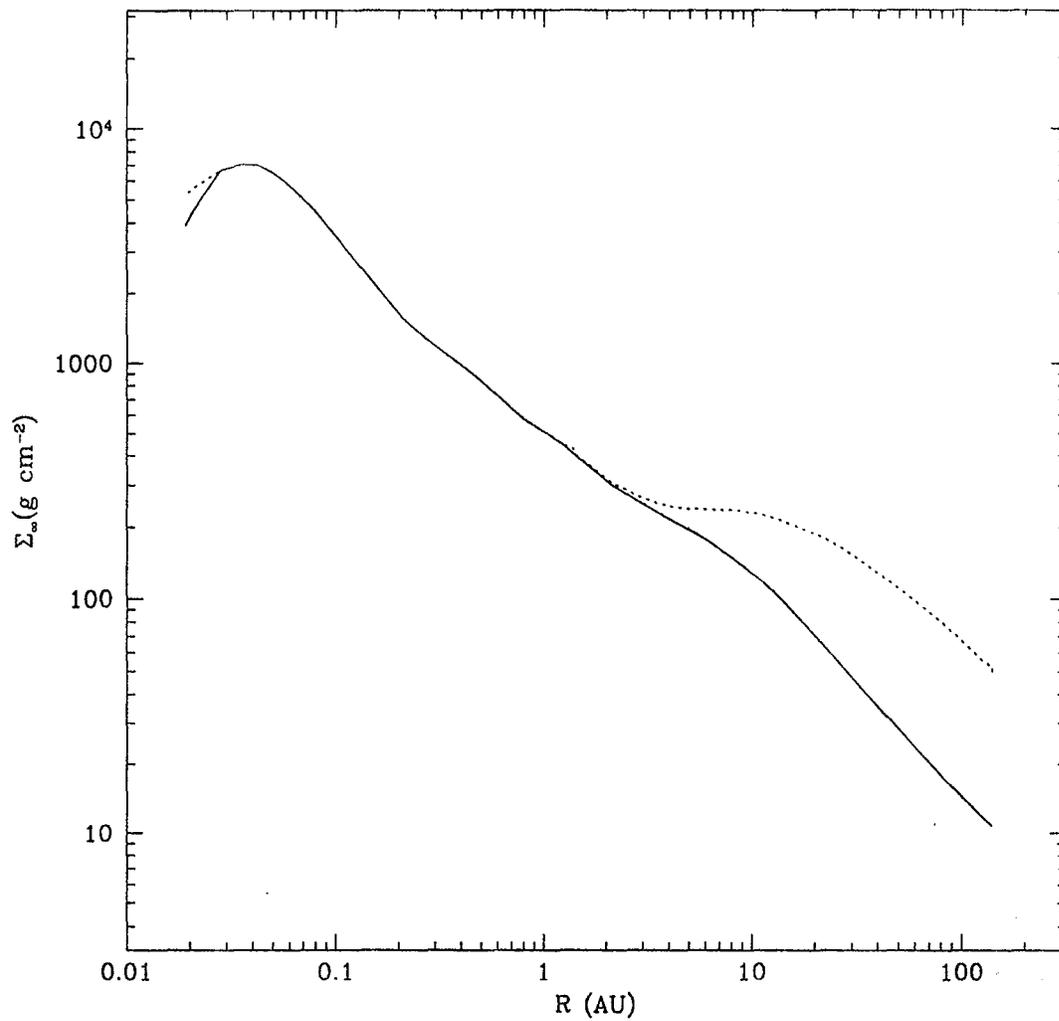


Figura 4.6. Densidad superficial de masa de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$ irradiado por una estrella central de $T_{*} = 3700 \text{ K}$, $R_{*} = 3 R_{\odot}$, $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$ (línea continua) y del disco no irradiado (línea punteada).

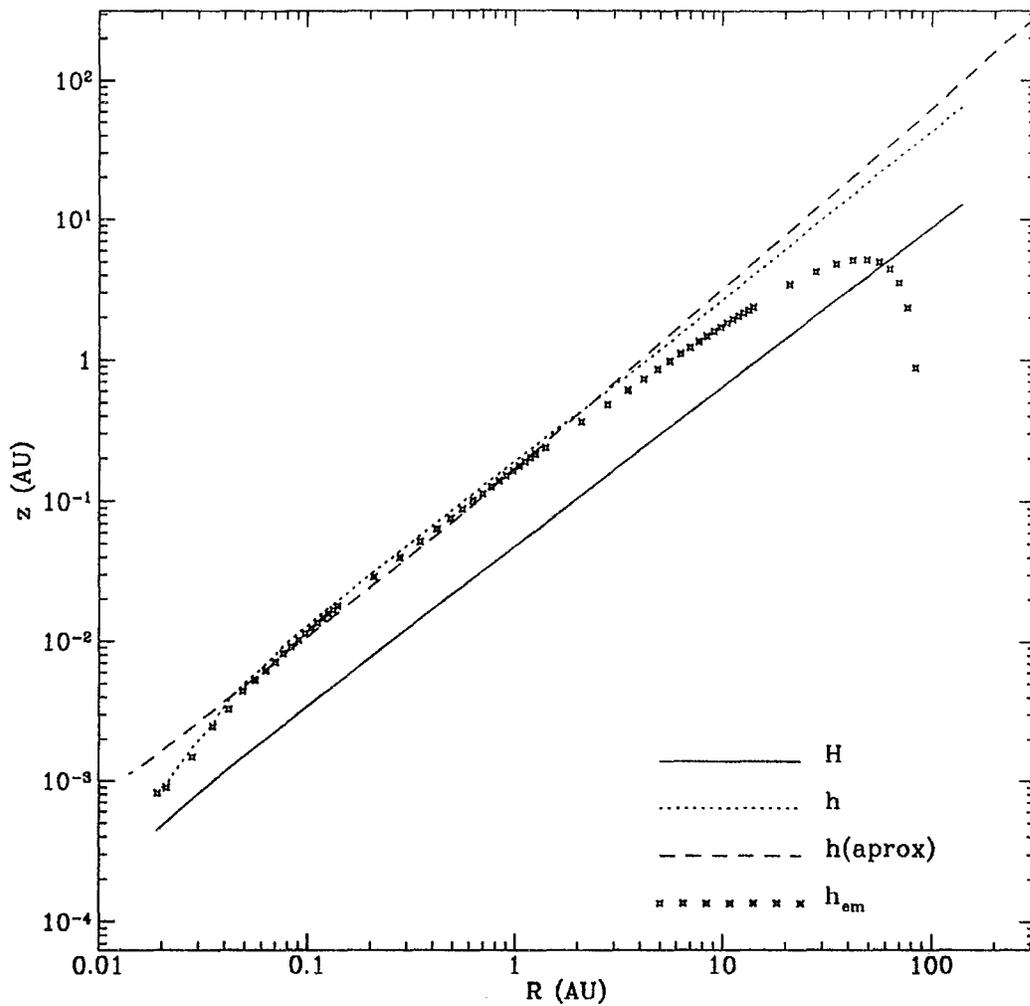


Figura 4.7. Alturas características del disco. La línea continua es la escala de altura de la presión, la línea punteada es la altura de la fotosfera de absorción y los puntos representan la altura de la fotosfera de emisión. La línea discontinua corresponde a la altura de la fotosfera calculada con la temperatura efectiva que resulta de integrar la ec.(4.32). Nótese que el disco se vuelve ópticamente delgado a su propia radiación a partir de $R_{\text{obs}} \approx 80 \text{ AU}$ (cuando se considera su profundidad óptica promedio de Rosseland).

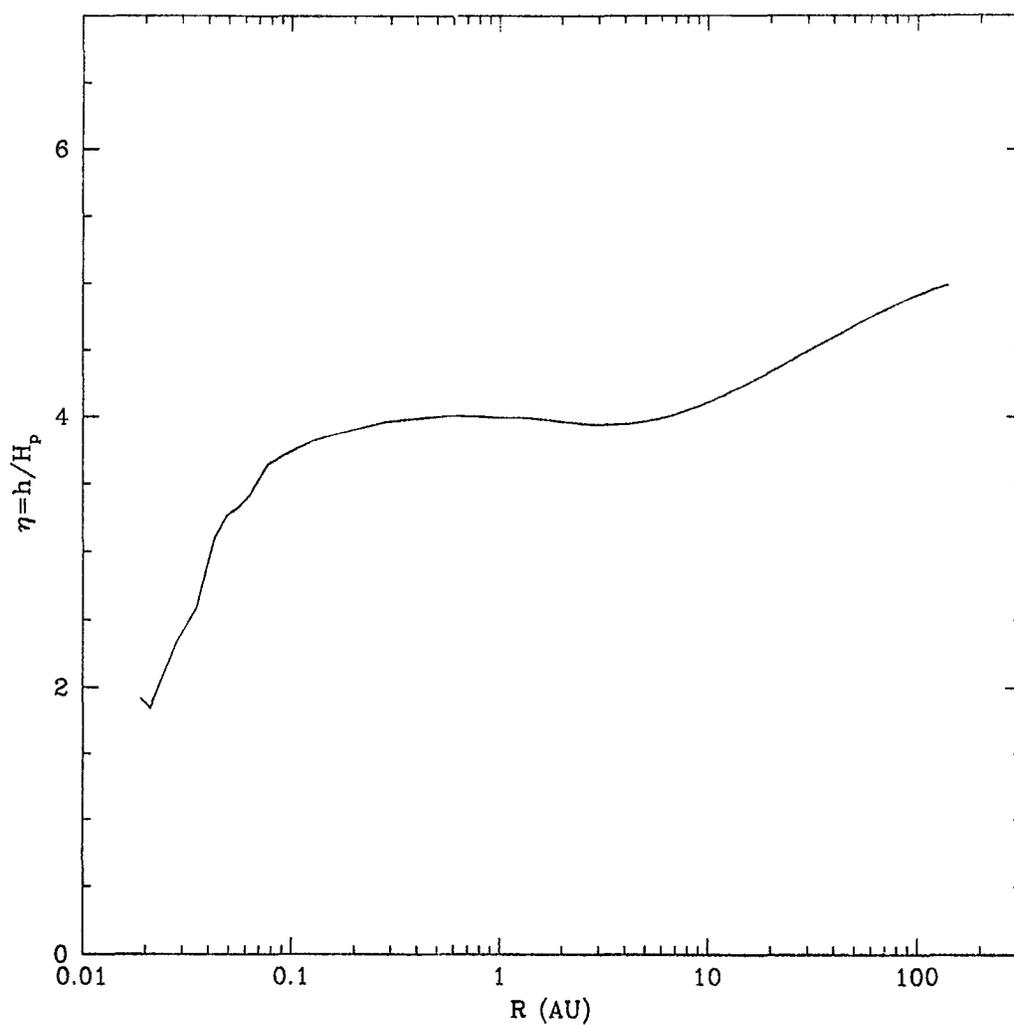


Figura 4.8. Cociente de la altura de la fotosfera de absorción respecto a la escala de altura de la presión, η , para un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$, irradiado por una estrella central de $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$, $R_{*} = 3 R_{\odot}$ y $T_{*} = 3700 K$.

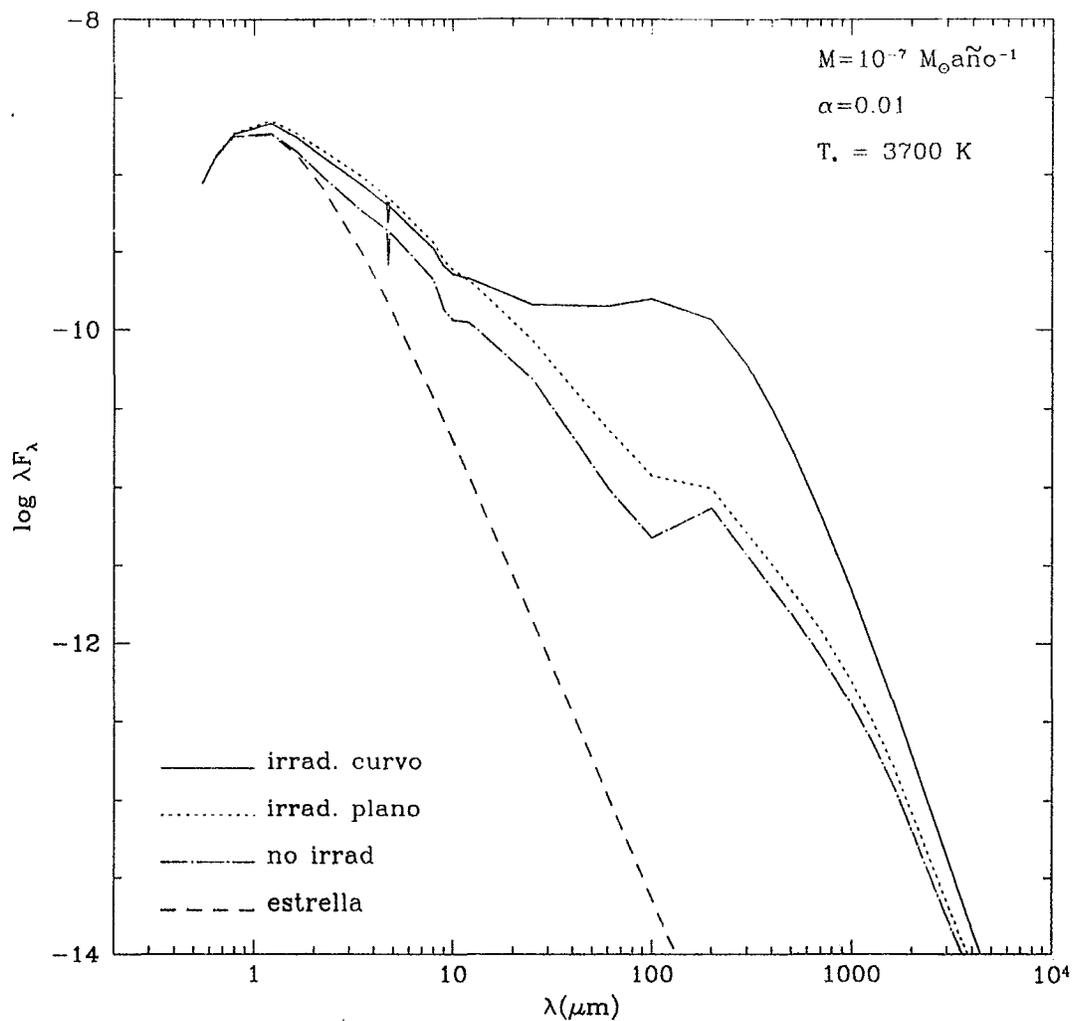


Figura 4.9. Espectro continuo de discos de acreción con estructura vertical detallada, $\dot{M} = 10^{-7}$, $\alpha = 0.01$. La estrella central tiene $T_* = 3700 \text{ K}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $M_* = 0.5 M_{\odot}$

IV.4. Irradiación debido a una envoltente tenue

IV.4.1. Planteamiento y geometría

Se supone que el disco y su estrella central se encuentran rodeados por una envoltente tenue de polvo que dispersa y absorbe radiación proveniente tanto de la estrella como del propio disco. La situación se muestra de manera esquemática en la Figura 4.10.

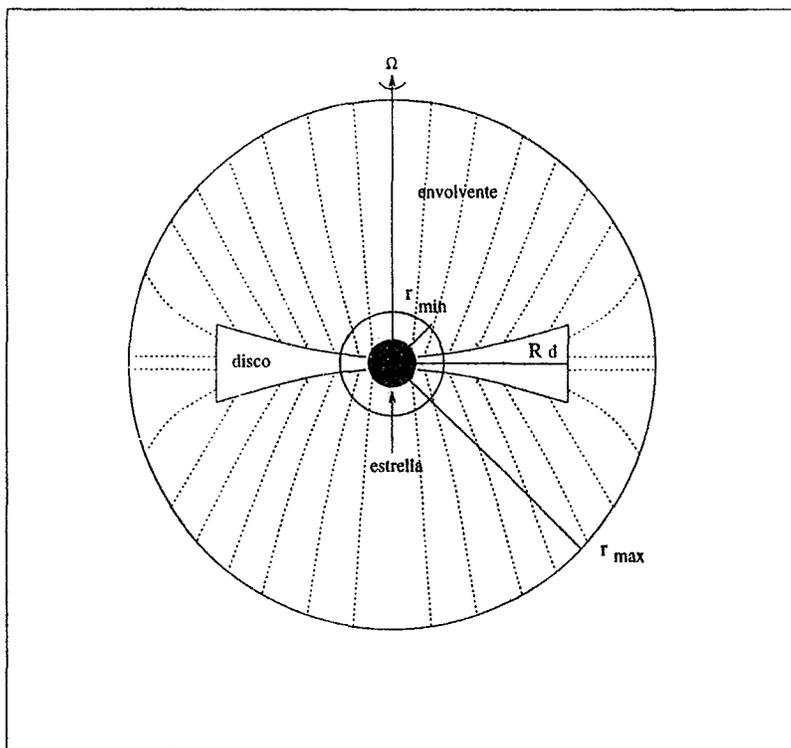


Figura 4.10. Representación esquemática del disco y le estrella rodeados por una envoltente.

La envolvente se supone tenue, lo cual permite tratarla como ópticamente delgada y evita resolver el transporte radiativo a través de ella. Así, la radiación que recibe cada punto de la envolvente no es atenuada en el camino por absorción y sólo está geoméricamente diluída. El cálculo de la emisividad de una envolvente no ópticamente delgada, requiere resolver la ecuación de transporte radiativo para diferentes direcciones y se discutirá en el capítulo VI.

El disco de acreción absorbe radiación emitida por cada punto de la envolvente, que a su vez recibe radiación de la estrella y del propio disco. El caso de un disco pasivo, calentado por radiación directa de la estrella y de una envolvente que dispersa y reprocesa (absorbe y re-emite) sólo radiación estelar fue resuelto numéricamente por Natta (1993). En éste trabajo se extiende el tratamiento de Natta para incluir el calentamiento del disco por irradiación de la envolvente debida a dispersión y reprocesamiento de radiación proveniente del propio disco (re-calentamiento), y se propone una solución analítica aproximada del problema que permite incluir, de manera muy sencilla, esta fuente de irradiación en el cálculo de la estructura vertical.

La geometría se muestra en la Figura 4.11. La estrella se encuentra en el punto S , el disco está en el plano xy , P_D es el punto sobre el disco para el que se quiere conocer el flujo incidente (a una distancia l del centro de la estrella, P'_D es otro punto sobre el disco cuya radiación es dispersada por la envolvente hacia el punto P_D y se encuentra a una distancia R de la estrella y P es un punto en la envolvente.

Se supone que el disco es infinitamente delgado y está contenido en el plano xy . Como cada anillo del disco se trata por separado, la superficie de cada uno se puede considerar plana, con lo cual siempre se puede rotar y trasladar el plano xy para que coincida con la superficie; en este sentido el cálculo que aquí se presenta sería válido aún

para un disco curvo. Pero sí importa especificar si el disco es o no plano al cuantificar cómo se oculta a sí mismo parte de la envoltente; suponer que el disco es plano permite integrar sobre todo un hemisferio de la envoltente al calcular el flujo de irradiación. En esta sección se mostrará que cada anillo de un disco rodeado por una envoltente cuya densidad decrece con radio más lentamente que $\rho \sim r^{-1.5}$, es preferentemente calentado por material de la envoltente que se encuentra encima de él. Por otro lado, la envoltente dispersa y reprocesa radiación proveniente de la estrella central y de las partes internas y más calientes del disco, donde los efectos de curvatura no son importantes (ver §IV.3.3). Así, en casos de envoltentes no muy centralmente concentradas, suponer el disco plano parece ser una aproximación razonable, que sobreestimaría la contribución, muy pequeña, de zonas de la envoltente lejanas a un punto dado en el disco. Los casos en los que la curvatura de la superficie del disco resultaría importante son aquellos en los que la envoltente es tan concentrada que irradia al disco como si fuera una fuente central. Para éstos casos la aproximación de disco plano puede no ser adecuada.

La envoltente se considera *esféricamente simétrica*, con un radio mínimo r_{min} dentro del cual la temperatura es suficientemente alta como para sublimar al polvo, y un radio máximo r_{max} , entre 3000 y 10000 AU. El disco tiene un radio máximo R_d , alrededor de ~ 100 AU y un radio mínimo que se tomará igual a R_* (aunque pueden existir casos de discos con hoyos centrales).

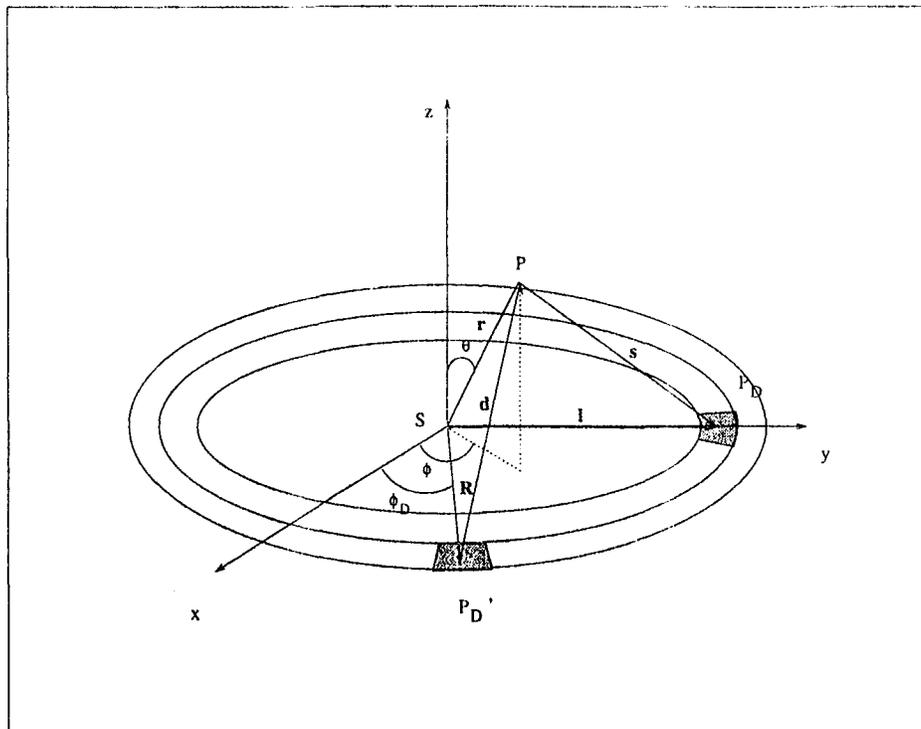


Figura 4.11. Geometría del problema del disco irradiado por la envoltura (ver texto).

La emisividad j_ν^d de un elemento de volumen de la envoltura en una dirección \hat{s} debida a dispersión de radiación proveniente del disco y la estrella, suponiendo sólo una dispersión por fotón, es:

$$j_\nu^d(\hat{s}) = n_H \sigma_\nu \int I_\nu(\hat{k}) F(\hat{s} - \hat{k}) d\Omega', \quad (4.39)$$

donde $I_\nu(\hat{k})$ es la intensidad que llega al punto P de la dirección \hat{k} y se integra sobre el ángulo sólido Ω' , dentro del que incide la radiación en el punto P , pesada con $F(\hat{s} - \hat{k})$

que es una función de fase que describe la probabilidad de que un fotón incidente en la dirección \hat{k} sea dispersado en la dirección \hat{s} , σ_ν es el coeficiente de dispersión por núcleo de hidrógeno y n_H es la densidad numérica de núcleos de hidrógeno.

La dirección \hat{s} está sobre el radio vector \vec{s} que une el punto P con el punto P_D , mientras que \vec{d} une al punto P con P'_D y el vector unitario correspondiente se denota por \hat{d} . El radio vector \vec{R} y en ángulo ϕ_D caracterizan los elementos de área del disco que son fuentes de radiación, \vec{l} corresponde a los elementos de área que reciben radiación de la envoltura, que se supone están sobre el eje \hat{y} y el punto P de la envoltura, se caracteriza por las coordenadas (r, θ, ϕ) (ver Figura 4.11). Si en P se considera el campo de radiación proveniente de la estrella central, entonces $\hat{k} = \hat{r}$ y en el caso en que se considera radiación del disco, $\hat{k} = \hat{d}$.

Suponiendo, por simplicidad, que la dispersión es isótropa, $F(\hat{s} - \hat{k}) = 1/4\pi$, y la emisividad de un punto P de la envoltura en cualquier dirección es:

$$j_\nu^d = n_H \sigma_\nu \frac{1}{4\pi} \int I_\nu(\hat{k}) d\Omega' = n_H(r) \sigma_\nu(r) J_\nu(r), \quad (4.40)$$

donde J_ν es la intensidad media del campo de radiación en el punto P , que incluye un término $J_\nu^*(r)$ que describe al campo de radiación proveniente de la estrella, $J_\nu^*(r) = B_\nu(T_*)(R_*/2r)^2$, para $r \gg R_*$, y un término del disco $J_\nu^D(r)$, que se calcula considerando que cada elemento de superficie del disco subtiende un ángulo sólido $\Delta\Omega'(r, R)$ para un punto dado en la envoltura. La contribución de uno de éstos elementos a la intensidad promedio de radiación del disco en el punto P , se puede

escribir como: $\Delta J_\nu^D(r, R, \phi_D, \theta) = B_\nu(R)\Delta\Omega'(r, R, \phi_D, \theta)/4\pi$. Esto se verá con más detalle en la §IV.4.3.

Como la intensidad promedio se puede descomponer en dos partes, también se puede calcular la emisividad como la superposición de una emisividad que considera únicamente la radiación estelar y una que considera la radiación proveniente del disco, aunque hay que tomar en cuenta que esta última está acoplada a la primera, ya que el disco irradia a la envoltente de acuerdo con su temperatura, que a su vez depende del flujo de energía que recibe de la envoltente.

Además de la dispersión debe incluirse la emisividad térmica del polvo, que se puede escribir como:

$$j_\nu^t = n_H(r)\kappa_\nu(r) B_\nu[T_{env}(r)], \quad (4.41)$$

donde κ_ν es el coeficiente de absorción del polvo, por núcleo de hidrógeno y $B_\nu(T_{env})$ es la función de Planck evaluada a la temperatura de la envoltente.

Cómo se supone que la envoltente es tenue, su temperatura se puede calcular considerando que es ópticamente delgada y que está en equilibrio radiativo con el disco y la estrella, de manera que su emisividad térmica integrada en frecuencias, es proporcional a la energía total que absorbe. Así, la integral en frecuencias de la ec.(4.41) se puede escribir de la misma manera que la integral en frecuencias de la ec.(4.40), porque es radiación proveniente de la misma fuente la que calienta a la envoltente que la que es dispersada por ella, con la diferencia de que el coeficiente involucrado es κ_ν en lugar de σ_ν .

La emisividad total integrada en frecuencias j , dada por la suma de las emisividades térmicas y de dispersión, puede escribirse como:

$$j = n_H(r)\chi_p(T)J_\nu(r), \quad (4.42)$$

donde χ_p es el coeficiente de extinción promediado en frecuencias, tomando como función de peso $B_\nu(T)$, donde T es la temperatura de la estrella si la envoltura recibe radiación estelar o es la temperatura del disco si la envoltura recibe radiación proveniente del disco. Suponiendo que fuente de opacidad dominante es el polvo, la opacidad promedio se calcula numéricamente (ver Apéndice B) y se puede aproximar con las siguientes expresiones analíticas:

$$\log \chi_p(T) \approx -27.393 + 2.324 \log T - 0.1503 (\log T)^2, \quad \text{si } \log T < 2,$$

$$\log \chi_p(T) \approx -32.912 + 7.8686 \log T - 1.542(\log T)^2, \quad \text{si } 2 \leq \log T < 2.5,$$

$$\log \chi_p(T) \approx -18.837 - 3.35201 \log T + 0.693929(\log T)^2, \quad \text{si } 2.5 \leq \log T < 2.9,$$

$$\log \chi_p(T) \approx -32.9146 + 5.022 \log T - 0.5204(\log T)^2, \quad \text{si } 2.9 \leq \log T < 4,$$

Respecto al punto P de la envoltura, un elemento de superficie del disco, de área unitaria, subtende un ángulo sólido dado por $\Delta\Omega = \vec{s} \cdot \hat{z} / s^3$. Entonces el flujo integrado en frecuencias que incide sobre el disco en P_D a una distancia l de la estrella central, proveniente de toda la envoltura ópticamente delgada, se puede escribir como:

$$F(l) = \int_V j \frac{\vec{s} \cdot \hat{z}}{s^3} dV. \quad (4.43)$$

A continuación se calculan por separado las contribuciones al flujo de irradiación sobre el disco de la emisión de la envolvente asociada a radiación de la estrella central $F^*(l)$ y de la asociada al disco $F^D(l)$.

IV.4.2. La estrella como fuente de radiación

Este es el caso calculado numéricamente por Natta (1993), para el cual en este trabajo se propone una solución analítica aproximada. Para calcular el flujo interceptado por el disco debido a radiación dispersada y absorbida por la envolvente, proveniente de la estrella central, se tiene que:

$$\frac{\vec{s} \cdot \hat{z}}{s^3} = \frac{r \cos \theta}{(r^2 + l^2 - 2rl \sin \theta \sin \phi)^{3/2}} \quad (4.44)$$

Substituyendo las ecs.(4.40) y (4.44) en la ec.(4.43), el flujo estelar que llega al disco reprocesado y dispersado por la envolvente, está dado por:

$$F^*(l) = \frac{\sigma_{SB} T_*^4}{4\pi} \chi_p(T_*) R_*^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{n_H(r, \theta, \phi) r \cos \theta \sin \theta}{(r^2 + l^2 - 2rl \sin \theta \sin \phi)^{3/2}} dr d\theta d\phi, \quad (4.45)$$

donde σ_{SB} es la constante de Stefan-Boltzmann y n_H , por simplicidad, se tomará como una ley de potencias de la forma $n_H = n_H^*(r/R_*)^{-\delta}$.

La integral sobre ϕ del lado derecho de la ec.(4.45) resulta:

$$\frac{1}{(r^2 + l^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{(1 - a \sin \phi)} = \frac{2\pi}{(r^2 + l^2)^{3/2}} {}_2F_1\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 1, a^2\right), \quad (4.46)$$

donde ${}_2F_1$ es la función hipergeométrica y $a = 2rl \sin \theta / (r^2 + l^2)$. Para hacer un cálculo exacto del flujo interceptado por el disco, las integrales en θ y r del lado derecho de la ec.(4.45) se resuelven numéricamente. Para encontrar expresiones analíticas sencillas para el flujo interceptado por el disco, estas integrales pueden resolverse usando algunas aproximaciones simplificadoras. Por ejemplo, la función ${}_2F_1$ se puede aproximar como:

$${}_2F_1\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 1, a^2\right) \approx \frac{1}{1 - a^2}, \quad (4.47)$$

con un error menor al 10 % para $a \leq 0.85$. Substituyendo la ec.(4.47) en la ec.(4.45) se obtiene:

$$F^*(l) = \frac{\sigma_{SB} T_*^4}{2} \chi_p(T_*) R_*^2 \int_0^{\pi/2} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{n_H(r) r \cos \theta \sin \theta}{(r^2 + l^2)^{3/2}} \frac{1}{\{1 - [\frac{2rl \sin \theta}{(r^2 + l^2)}]^2\}} dr d\theta, \quad (4.48)$$

que se puede integrar en θ analíticamente. Substituyendo la dependencia radial de la densidad de la envolvente y cambiando de variable de integración a $x = r/l$, se llega a:

$$F^*(l) = \frac{\sigma_{SB} T_*^4}{16} \chi_p(T_*) \left(\frac{l}{R_*}\right)^{-(1+\delta)} n_H^* R_* \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{(x^2 + 1)^{1/2}}{x^{1+\delta}} \ln \left[\frac{(1 + x^2)^2}{(1 - x^2)^2} \right] dx, \quad (4.49)$$

cuyo integrando tiene un máximo en $x = 0$ y un máximo secundario en $x = 1$, si $\delta \geq 2$ y sólo tiene un máximo en $x = 1$ para $\delta < 2$. Se pueden distinguir dos regiones y dos intervalos para δ .

Región $l \geq r_{min}$

La envolvente es muy concentrada y el flujo que llega al disco, si $x_{min} \leq 1$ o $l \geq r_{min}$, tiene una distribución radial similar al flujo proveniente de una fuente central. Considerando que la máxima contribución del integrando corresponde a $x \approx 0$, haciendo un desarrollo en serie alrededor de este punto, se obtiene:

$$\frac{(x^2 + 1)^{1/2}}{x^{1+\delta}} \ln \left[\frac{(1 + x^2)^2}{(1 - x^2)^2} \right] \sim 4x^{1-\delta}. \quad (4.50)$$

Por otro lado, para $\delta < 2$ la envolvente no es tan concentrada y la máxima contribución a la integral ocurre a $x = 1$, es decir el disco está preferentemente irradiado por las zonas de la envolvente que tiene justo arriba, a las cuales presenta mayor área proyectada. En este caso no importa la contribución a la integral en la ec.(4.49) del material que se encuentra en x_{min} ni en x_{max} los límites de integración se pueden aproximar como 0 e ∞ , respectivamente.

Región $l < r_{min}$

El segundo caso corresponde a $x_{min} > 1$, i.e. a puntos del disco situados más adentro que el radio mínimo de la envolvente, tales que $l < r_{min}$. En esta zona, la mayor parte de la radiación que llega al disco, proviene de $x = x_{min}$ y se puede aproximar el integrando de la ec.(4.49) suponiendo que $x \gg 1$ y que $x_{max} \rightarrow \infty$.

Se define una función $B(\delta, l)$, igual a la integral en x de la ec.(4.49), que para los diferentes casos discutidos se aproxima como:

$$B(\delta, l) \approx \left\{ \begin{array}{ll} \int_0^\infty \frac{(x^2 + 1)^{1/2}}{x^{1+\delta}} \ln \left[\frac{(1+x^2)^2}{(1-x^2)^2} \right] dx; & \text{si } \delta < 2, \\ 4 \ln \left(\frac{l}{r_{min}} \right); & \text{si } \delta = 2, \\ \frac{4}{(\delta - 2)} \left(\frac{l}{r_{min}} \right)^{\delta-2}; & \text{si } \delta > 2 \end{array} \right\} \text{ si } l > r_{min},$$

$$B(\delta, l) \approx \left\{ \frac{4}{(\delta + 1)} \left(\frac{l}{r_{min}} \right)^{\delta+1}; \text{ para toda } \delta \right\} \text{ si } l < r_{min},$$

donde, para $\delta < 2$ y $l > r_{min}$, $B(\delta, l)$ es independiente de l y toma los valores listados en la Tabla 1. En la Figura 4.12 se compara $B(\delta, l)$ aproximado con el valor exacto de la integral en x para diferentes δ . En todos los casos se toma $r_{min} = 3 R_*$. Se puede ver que, a excepción del caso de $\delta = 2$, la aproximación es bastante buena.

TABLA 1
 $B(\delta, l)$ Y $A(\delta, l)$, PARA $\delta < 2$ Y $l > r_{min}$

δ	$B(\delta, l)$	$A(\delta, l)$
0	8.37	0.514
0.5	7.6	0.458
1	8.37	0.514
1.5	12.06	0.815

Usando $B(\delta, l)$, el flujo interceptado por el disco dado por la ec. (4.45), se puede aproximar como:

$$F^*(l) \approx \frac{\sigma_{SB} T_*^4}{16} \chi_p(T_*) n_H^* R_* \left(\frac{l}{R_*} \right)^{-(\delta+1)} B(\delta, l), \quad (4.51)$$

que, salvo para $\delta = 2$, es una combinación de diferentes leyes de potencia para las distintas zonas.

Es útil reescribir el coeficiente en la ec.(4.51) en términos de la profundidad óptica en el visual, dada por:

$$\tau_V = \chi_V \int_{r_{min}}^{r_{max}} n_H^* \left(\frac{r}{R_*} \right)^{-\delta} dr, \quad (4.52)$$

de manera que:

$$n_H^* R_* = \frac{(1-\delta) A_V}{1.086 \chi_V} \left[\left(\frac{r_{max}}{R_*} \right)^{1-\delta} - \left(\frac{r_{min}}{R_*} \right)^{1-\delta} \right]^{-1} = A_V Z(r_{min}, r_{max}, \delta), \quad (4.53)$$

donde $\chi_V = 5.7 \times 10^{-22} \text{ cm}^2$, es la opacidad a $0.55 \mu\text{m}$ por núcleo de hidrógeno, A_V es el coeficiente de extinción en el visual y la función $Z(r_{min}, r_{max}, \delta)$ contiene la información de la distribución de densidad en la envolvente.

En la Figura 4.13 se muestra la temperatura efectiva de un disco viscoso irradiado por diferentes envolventes que reprocessan sólo radiación de la estrella. Se compara la temperatura efectiva obtenida integrando la ec.(4.45) numéricamente con la temperatura efectiva aproximada calculada usando la ec.(4.51). Los parámetros que

caracterizan cada modelo de envoltura esféricamente simétrica son A_V y δ . Se puede ver que la aproximación es bastante buena.

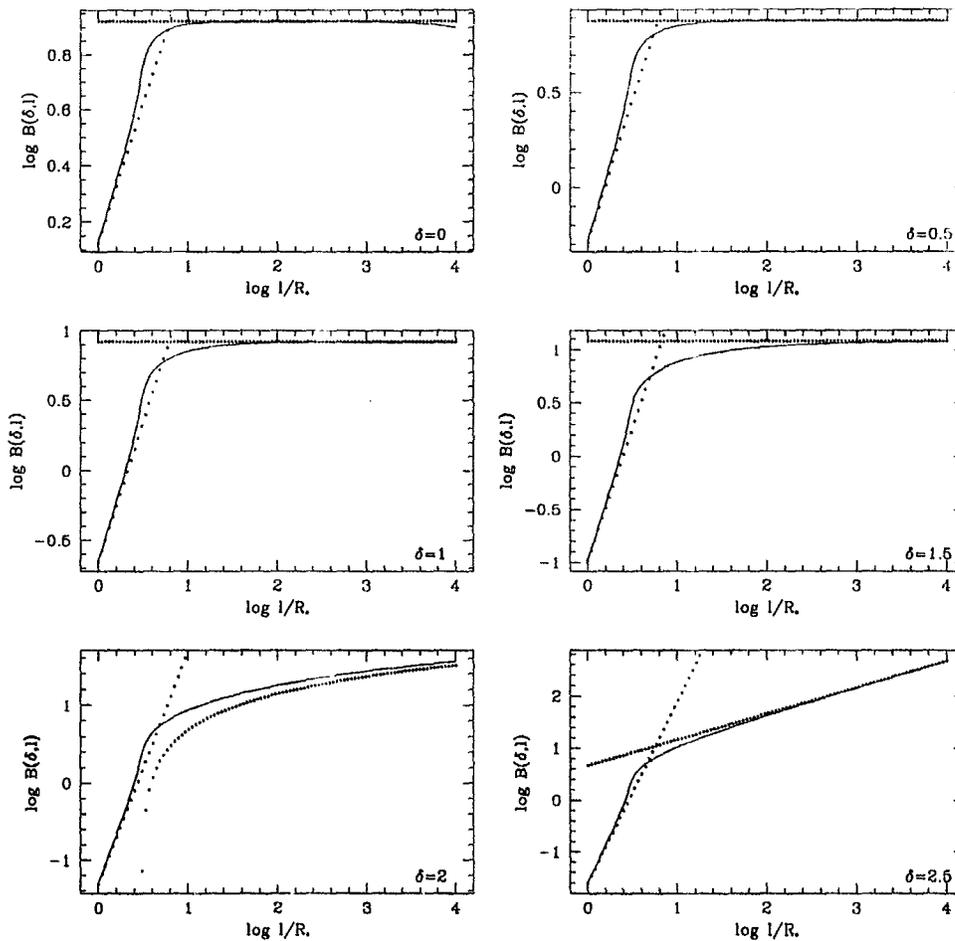


Figura 4.12. Comparación entre el cálculo exacto de $B(l, \delta)$ (línea continua) y el cálculo aproximado dado por la ec.(4.51) y la Tabla 1 (puntos). Cada ventana corresponde a un valor de δ , el exponente de la distribución radial de densidad en la envoltura.

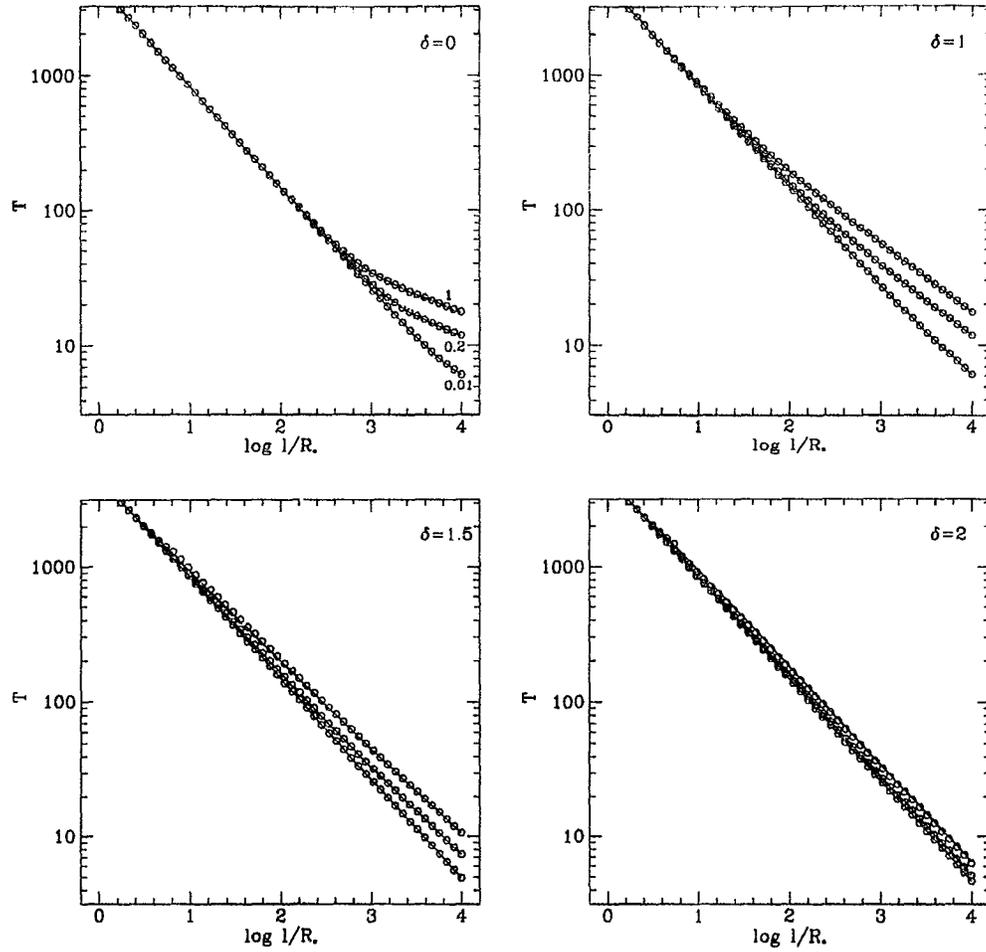


Figura 4.13. Comparación entre el cálculo exacto de la temperatura efectiva del disco (línea continua) y el aproximado (puntos), tomando en cuenta disipación viscosa y la irradiación de la envoltura debido a dispersión y reprocesamiento de radiación de la estrella. Cada ventana corresponde a un valor diferente de δ y cada curva a un valor de $A_V = 0.01, 0.2$ y 1 . El disco tiene $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y la estrella central es de $M_* = 1 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 \text{ K}$.

IV.4.3. El disco como fuente de radiación

En esta sección se calcula el flujo irradiado por una envoltura, que dispersa y reprocesa radiación del disco. Un punto del disco P'_D está caracterizado por un vector \vec{R} y un ángulo ϕ_D , y se le puede asociar un diferencial de área dado por $d\vec{A} \equiv R d\phi dR \hat{z}$ y un ángulo sólido $d\Omega = d\vec{A} \cdot \vec{d}/d^3$, donde \vec{d} es el vector que une el punto P'_D con el punto P de la envoltura (ver Figura 4.11).

Entonces el diferencial de ángulo sólido para la radiación incidente en P proveniente de un diferencial de área en P'_D , está dada por:

$$d\Omega = \frac{R r \cos \theta d\phi_D dR}{[r^2 + R^2 - 2Rr \sin \theta \cos(\phi_D - \phi)]^{3/2}} \quad (4.54)$$

Por simetría la emisividad no puede depender de ϕ y en particular puede ser evaluada en $\phi = \pi/2$. Para dispersión isotrópica la emisividad integrada en frecuencias se puede escribir como:

$$j_D = r \cos \theta n_H(r) \frac{\sigma_{SB}}{4 \pi^2} \int_{R_{min}}^{R_{max}} \int_0^{2\pi} \frac{T^4(R) \chi_p[T(R)] R d\phi_D dR}{[r^2 + R^2 - 2Rr \sin \theta \sin \phi_D]^{3/2}}, \quad (4.55)$$

donde $\chi_p[T(R)]$ es el coeficiente de extinción promediado usando como función de peso la función de Planck evaluada a la temperatura efectiva del disco.

Haciendo la integral sobre ϕ_D del lado derecho de la ec.(4.55) y usando la ec.(4.46), la emisividad total puede ser escrita como:

$$j_D = r \cos \theta n_H(r) \frac{\sigma_{SB}}{2\pi} \int_{R_{min}}^{R_{max}} \frac{T^4(R) \chi_p[T(R)]}{(r^2 + R^2)^{3/2}} {}_2F_1(3/4, 5/4, 1, a^2) R dR, \quad (4.56)$$

donde ${}_2F_1(3/4, 5/4, 1, a^2)$ es la función hipergeométrica, con $a = 2Rr \sin \theta / (r^2 + R^2)$.

Substituyendo las ecs. (4.56) y (4.44) en la ec.(4.43), se encuentra el flujo que incide sobre el disco proveniente del propio disco, pero dispersado o reprocesado por la envolvente. Integrando la ecuación resultante en ϕ y haciendo uso nuevamente de la ec.(4.46) se tiene:

$$F^D(l) = \sigma_{SB} \int_{R_{min}}^{R_{max}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \int_0^{\pi/2} \frac{n_H(r) R r^4 \cos^2 \theta \sin \theta T^4(R) \chi_p[T(R)]}{(r^2 + R^2)^{3/2} (r^2 + l^2)^{3/2}} F_a F_b d\theta dr dR, \quad (4.57)$$

donde F_a y F_b son la función hipergeométrica ${}_2F_1(3/4, 5/4, 1, t^2)$ evaluada en $t = a$ y $t = b$ respectivamente, con $b = 2lr \sin \theta / (r^2 + l^2)$. Usando la aproximación a la función hipergeométrica dada en la ec.(4.47) se hace la integral en θ del lado derecho de la ec.(4.57), resultando:

$$Int_\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{(1 - \vartheta^2 \sin^2 \theta)(1 - \varphi^2 \sin^2 \theta)} d\theta, \quad (4.58)$$

donde:

$$\vartheta = \frac{2rl}{(r^2 + l^2)}, \quad \varphi = \frac{2rR}{(r^2 + R^2)}.$$

Se integra la ec.(4.58), escribiendo el integrando como una suma de fracciones y se obtiene:

$$Int_{\theta} = \frac{1}{(\vartheta^2 - \varphi^2)} \left\{ \frac{(1 - \varphi^2)^{1/2}}{\varphi} \operatorname{sen}^{-1} \varphi - \frac{(1 - \vartheta^2)^{1/2}}{\vartheta} \operatorname{sen}^{-1} \vartheta \right\}, \quad (4.59)$$

que diverge cuando $\varphi = \vartheta = 1$, es decir cuando $r = R = l$.

Tomando la densidad como ley de potencias se puede escribir el flujo incidente sobre el disco como:

$$F^D(l) = \sigma_{SB} n_H^* R_* \int_{R_{min}}^{R_{max}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{R r^{4-\delta} T^4(R) \chi_p[T(R)]}{(r^2 + R^2)^{3/2} (r^2 + l^2)^{3/2}} Int_{\theta} \, dr dR, \quad (4.60)$$

donde R , r y l están en unidades de R_* .

La temperatura efectiva del disco T , está dada por:

$$\sigma_{SB} T(l)^4 = D_{vis}(l) + F_{irr}(l) + F^D(l) + F^*(l), \quad (4.61)$$

donde D_{vis} es el flujo viscoso, F_{irr} es el flujo de irradiación proveniente directamente de la estrella central (ver §IV.3), F^* es el flujo irradiado por la envoltente, debido a radiación proveniente de la estrella, y F^D es el flujo irradiado por la envoltente, debido a radiación proveniente del propio disco.

La ec.(4.61) es una ecuación integral para la temperatura efectiva del disco, debido a que F^D depende de T_{eff} . Un método para resolver ecuaciones de este tipo consiste en iterar, partiendo de una forma conocida para la función incógnita. Aquí se tomó como solución inicial la temperatura efectiva que corresponde a un disco viscoso (con

una temperatura efectiva dada por la ec.(2.43), aproximada para $R \gg R_*$, plano, irradiado directamente por la estrella central (con una temperatura efectiva dada por la ec.(4.20), aproximada para $R \gg R_*$), es decir $T^{(0)} \approx T_0 l^{-3/4}$, donde :

$$T_0^4 = \left(\frac{2}{3\pi}\right) T_*^4 + \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R_*^3}, \quad (4.62)$$

el radio l está en unidades de R_* , y el superíndice (0) identifica la primera iteración. La convergencia resultó muy rápida, siendo el resultado final casi igual al obtenido con $T^{(0)}$ (primera iteración), lo cual muestra que es una buena aproximación considerar que la envoltente dispersa y reprocesa preferentemente radiación proveniente de los anillos más internos del disco que son los menos afectados por irradiación de la envoltente.

Para construir una aproximación analítica, se substituye $T = T^{(0)}(R)$ en la integral sobre R de la ec.(4.60), quedando un integrando que es el producto de funciones que decrecen rápidamente con R con funciones que decrecen mucho más lentamente. Aproximando las últimas por los valores que tendrían en $R = 1$, la integral en R resultante se puede escribir como una integral de temperatura, ya que $R = (T/T_0)^{-4/3}$ y $dR = -4/3 (T/T_0)^{-7/3} dT/T_0$, dada por:

$$C(T_0) \equiv \frac{1}{\chi_p(T_0)} \int_{R_{min}}^{R_{max}} R^{-2} \chi_p[T(R)] dR = T_0^{-4/3} \frac{4}{3} \int_0^{T_0} T^{1/3} \frac{\chi_p(T)}{\chi_p(T_0)} dT.$$

Se calcula $C(T_0)$ numéricamente y en un intervalo típico de T_0 se encuentra el siguiente ajuste:

$$C(T_0) \approx 0.583 \left(\frac{T_0}{1000} \right)^{-0.6}, \quad \text{si } 2.5 \leq \log T_0 < 3.12,$$

$$\log C(T_0) \approx 11.07698 - 6.8438 \log T_0 + 1.02424 \log T_0^2, \quad \text{si } 3.12 \leq \log T_0 < 3.34,$$

$$\log C(T_0) \approx 3.54826 - 2.3463 \log T_0 + 0.3526 \log T_0^2, \quad \text{si } 3.34 \leq \log T_0 < 3.63,$$

$$C(T_0) \approx 0.559 \left(\frac{T_0}{10000} \right)^{0.19}, \quad \text{si } 3.63 \leq \log T_0 < 4.5,$$

Con estas aproximaciones y usando $x = r/l$, la ec.(4.60) se puede escribir como:

$$\frac{F^D(l)}{(\sigma_{SB} T_0^4)} = R_* n_H^* \chi_p(T_0) C(T_0) l^{-(1+\delta)} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{x^{4-\delta} Int'_\theta}{(x^2 + (R_{min}/l)^2)^{3/2} (x^2 + 1)^{3/2}} dx, \quad (4.63)$$

donde Int'_θ es la integral Int_θ (ec.(4.59)) evaluada en φ' , dada por $\varphi' = 2rR_{min}/(r^2 + R_{min}^2)$.

Suponiendo que $r \gg R_*$, se tiene que $\varphi \approx 0$ y $\vartheta = 2x/(1+x^2)$, y el flujo irradiado por la envoltente hacia el disco, como resultado de dispersión y reprocesamiento de radiación proveniente del propio disco, se puede aproximar como:

$$F^D(l) \approx \sigma_{SB} T_0^4 \chi_p(T_0) R_* n_H^* C(T_0) \frac{A(\delta, l)}{l^{(\delta+1)}}, \quad (4.64)$$

donde:

$$A(\delta, l) \approx \left\{ \begin{array}{ll} \int_0^\infty \frac{Int'_\theta x^{(4-\delta)}}{x^3(1+x^2)^{3/2}} dx; & \text{si } \delta < 2 \\ \frac{1}{3} \ln\left(\frac{l}{r_{min}}\right); & \text{si } \delta = 2 \\ \frac{1}{3(\delta-2)} \left(\frac{l}{r_{min}}\right)^{\delta-2}; & \text{si } \delta > 2 \end{array} \right\} \text{si } l > r_{min}$$

$$A(\delta, l) \approx \left\{ \frac{1}{3(\delta+1)} \left(\frac{l}{r_{min}}\right)^{\delta+1}; \text{ para toda } \delta \right\} \text{si } l < r_{min}$$

En la Tabla 1 se listan los valores de $A(\delta, l)$ para $\delta < 2$ y $l > r_{min}$.

En la Figura 4.14 se compara $A(\delta, l)$ aproximada con el valor exacto de la integral en x del lado derecho de la ec.(4.63), para distintos valores de δ . En la Figura 4.15 se compara el cálculo exacto de $C(T_0)$ con el ajuste dado por las ecs.(4.63). En la Figura 4.16 se muestra la temperatura efectiva de un disco viscoso irradiado por una envolvente esféricamente simétrica, que dispersa y reprocesa radiación del propio disco. La temperatura efectiva calculada a partir de la ec.(4.57) se compara con el valor aproximado dado por la ec.(4.64) y el acuerdo es razonablemente bueno.

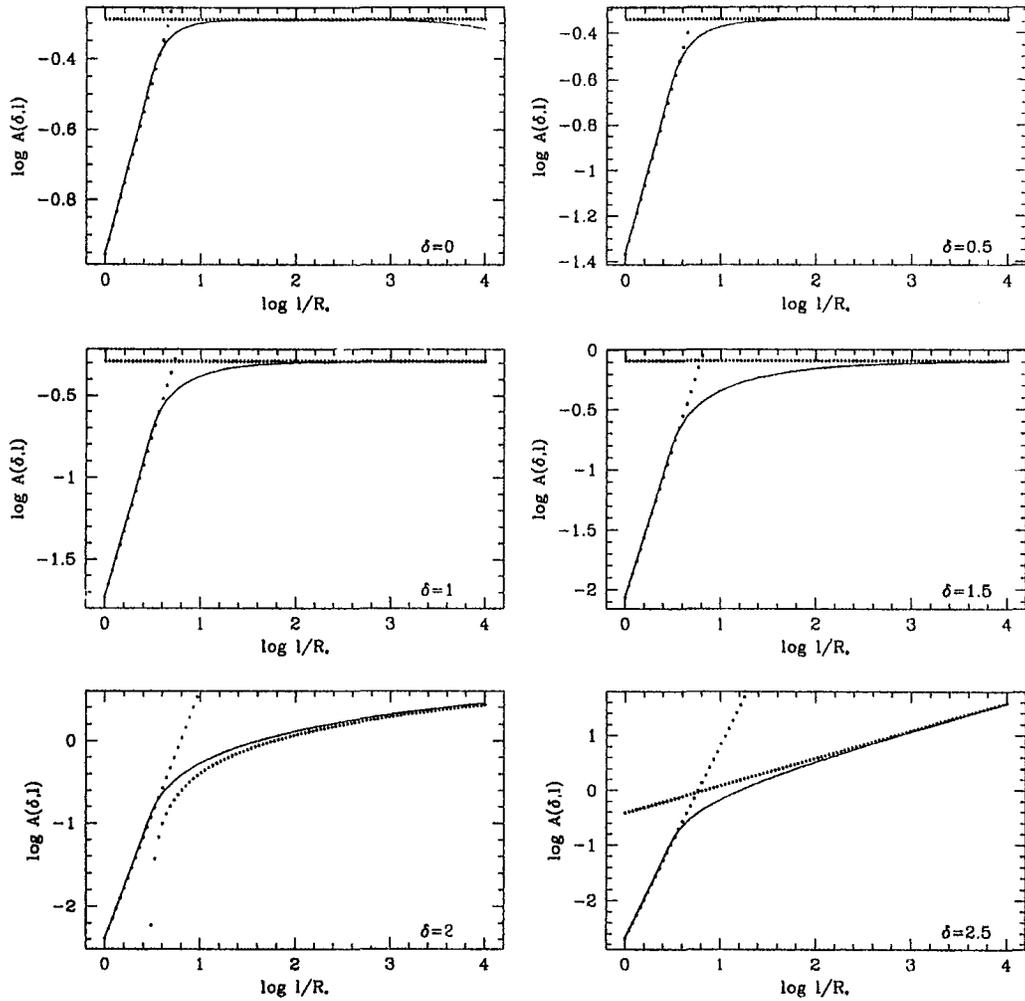


Figura 4.14. Comparación entre el cálculo exacto de $A(l, \delta)$ (línea continua) y el cálculo aproximado dado por la ec.(4.65) y los valores listados en la Tabla 1 (puntos). Cada ventana corresponde a un valor diferente de δ , el exponente de la distribución radial de densidad de la envoltente.

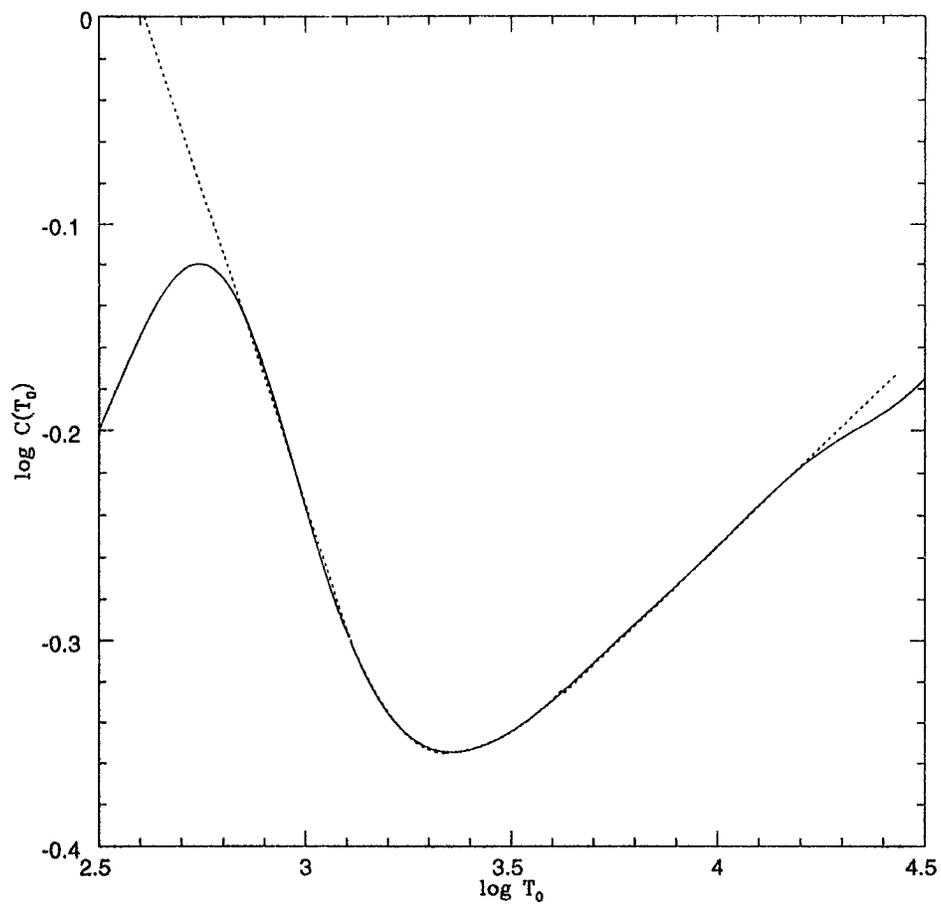


Figura 4.15. Comparación entre el cálculo exacto de $C(T_0)$ (línea continua) y el ajuste (línea punteada).

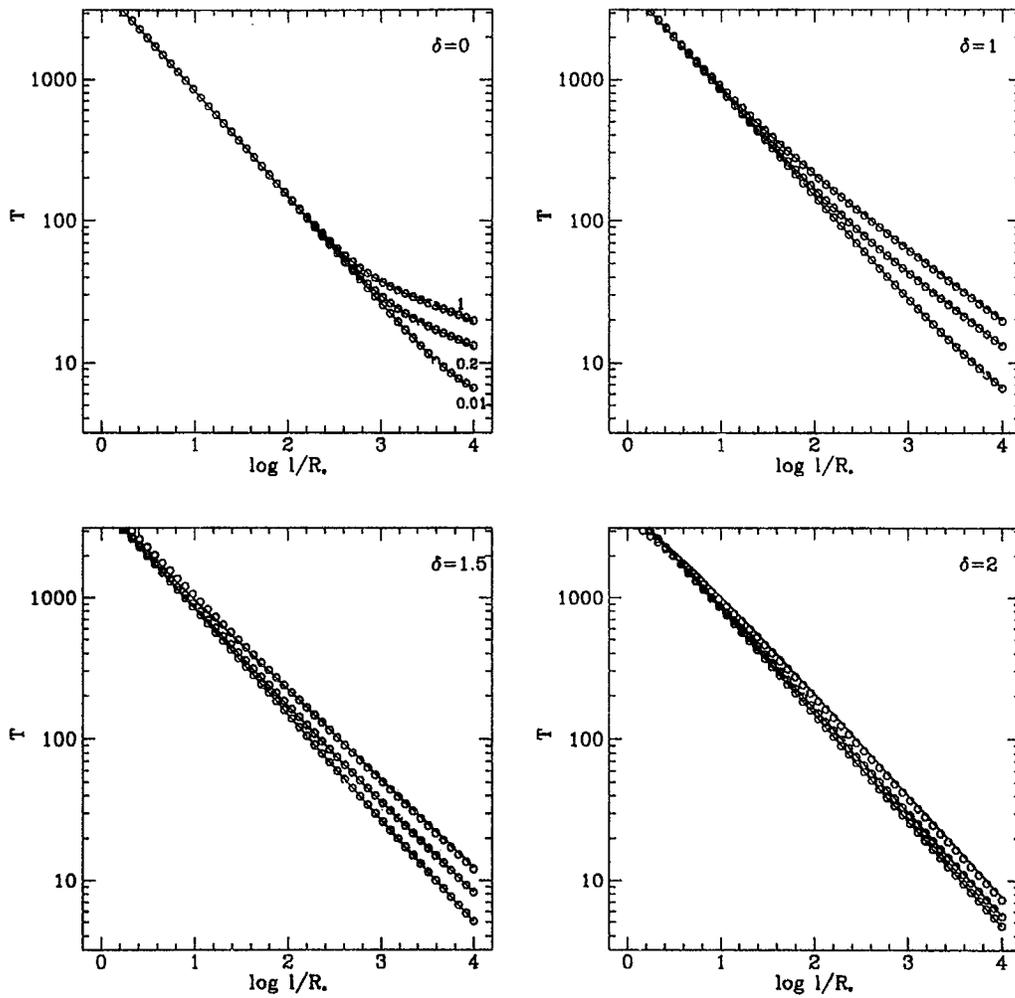


Figura 4.16. Comparación entre el cálculo exacto de T_{eff} (línea continua) y la aproximación analítica (puntos), tomando en cuenta disipación viscosa y la irradiación de la envoltente debido a dispersión y reprocesamiento de radiación del disco. Cada ventana corresponde a diferentes valores de δ y cada curva a $A_V = 0.01, 0.2$ y 1 . El disco tiene $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y la estrella central es de $M_* = 1 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 \text{ K}$.

La importancia de incluir la radiación del disco, para calcular la irradiación debida a la envoltente, se puede evaluar comparando los flujos F^D y F^* , dados por las ecs.(4.51) y (4.64). El cociente entre ambos flujos se puede escribir como:

$$\frac{F^D(l)}{F^*(l)} = 16 \left(\frac{T_0}{T_*} \right)^4 \left(\frac{\chi_p(T_0)}{\chi_p(T_*)} \right) \left(\frac{C(T_0) A(\delta, l)}{B(\delta, l)} \right), \quad (4.65)$$

que se grafica en la Figura 4.17, como función de \dot{M} , para dos valores distintos del exponente de la distribución radial de densidad en la envoltente: $\delta = 0.5$ y 1.5 . Se puede ver que para discos de $\dot{M} > 3 \times 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, se tiene que $F^D(l) \geq F^*(l)$, y en discos de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $F^D(l) \approx 0.3F^*(l)$.

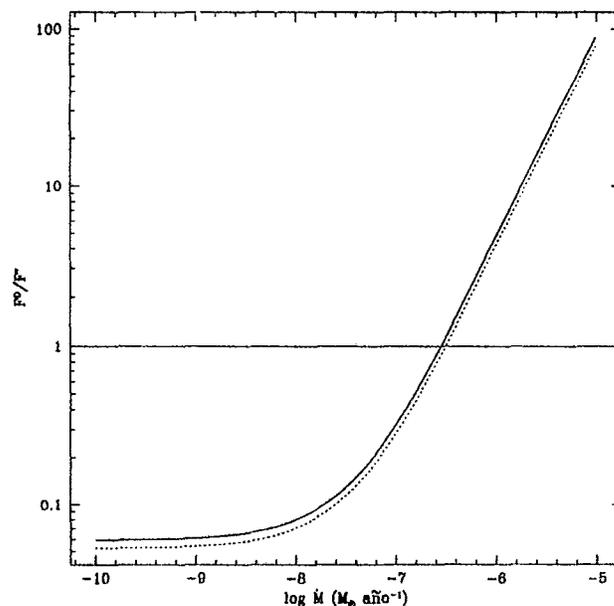


Figura 4.17. Cociente del flujo (de irradiación) de la envoltente debido radiación proveniente del disco sobre radiación proveniente de la estrella central $F^D(l)/F^*(l)$, como función de \dot{M} , para $l > r_{min}$. Se grafican los casos de una envoltente con una distribución de densidad caracterizada por un exponente $\delta = 1.5$ (línea continua) y una cuyo exponente es $\delta = 0.5$ (línea punteada).

IV.4.4. Resultados

En la Figura 4.18 se muestra el efecto de cambiar la distribución de densidad de una envoltura esféricamente simétrica, manteniendo fija su profundidad óptica ($A_V = 1$), sobre la distribución de temperatura central de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$. Si $\delta < 1.5$, el disco es preferentemente irradiado por zonas de la envoltura que están sobre él (a las cuales presenta mayor área efectiva), mientras que la envoltura absorbe y dispersa radiación proveniente principalmente de la estrella y de los anillos centrales y más calientes del disco. El efecto neto es que la distribución de T_c tiende a aplanarse en las zonas externas. Por otro lado, si la envoltura es muy concentrada ($\delta \geq 1.5$) tiende a irradiar al disco como una fuente puntual. Incluir el calentamiento de la envoltura disminuye la masa del disco para una misma tasa de acreción y valor del parámetro α (ver §III.6.3 y §IV.5). El caso de mayor temperatura mostrado en la Figura 4.18 tiene una masa $M_d = 0.15 M_\odot$, i.e. menos de la mitad de la masa del disco de igual \dot{M} y α no irradiado.

En la Figura 4.19 se muestra el efecto de cambiar la profundidad óptica de la envoltura, manteniendo fija la forma de la distribución de densidad. Se puede ver que la eficiencia del calentamiento y por lo tanto la temperatura del disco, aumentan con la profundidad óptica de la envoltura, aunque es importante notar que el tratamiento presentado aquí no es válido a menos que la envoltura sea ópticamente delgada.

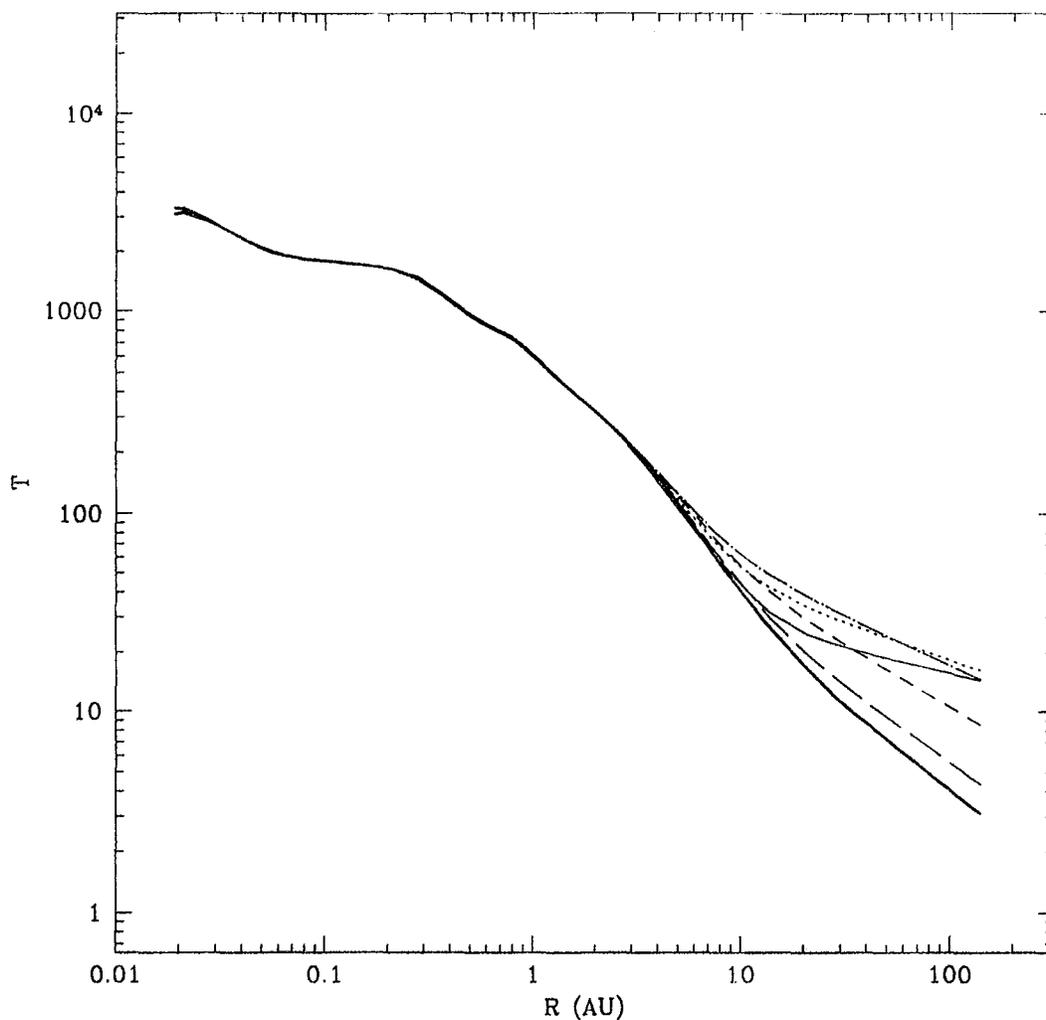


Figura 4.18. Efecto de cambiar el exponente de la distribución de densidad de la envoltura. Se grafica temperatura central de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 10^{-2}$ irradiado por envolturas esféricamente simétricas de $A_V = 1$ y diferentes distribuciones de densidad: $\delta = 0$ (línea continua), $\delta = 0.5$ (línea punteada), $\delta = 1$ (línea de puntos y rayas), $\delta = 1.5$ (rayas cortas) y $\delta = 2$ (rayas largas). Por comparación, también se muestra la distribución de temperatura de un disco no irradiado (línea continua gruesa). La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 \text{ K}$

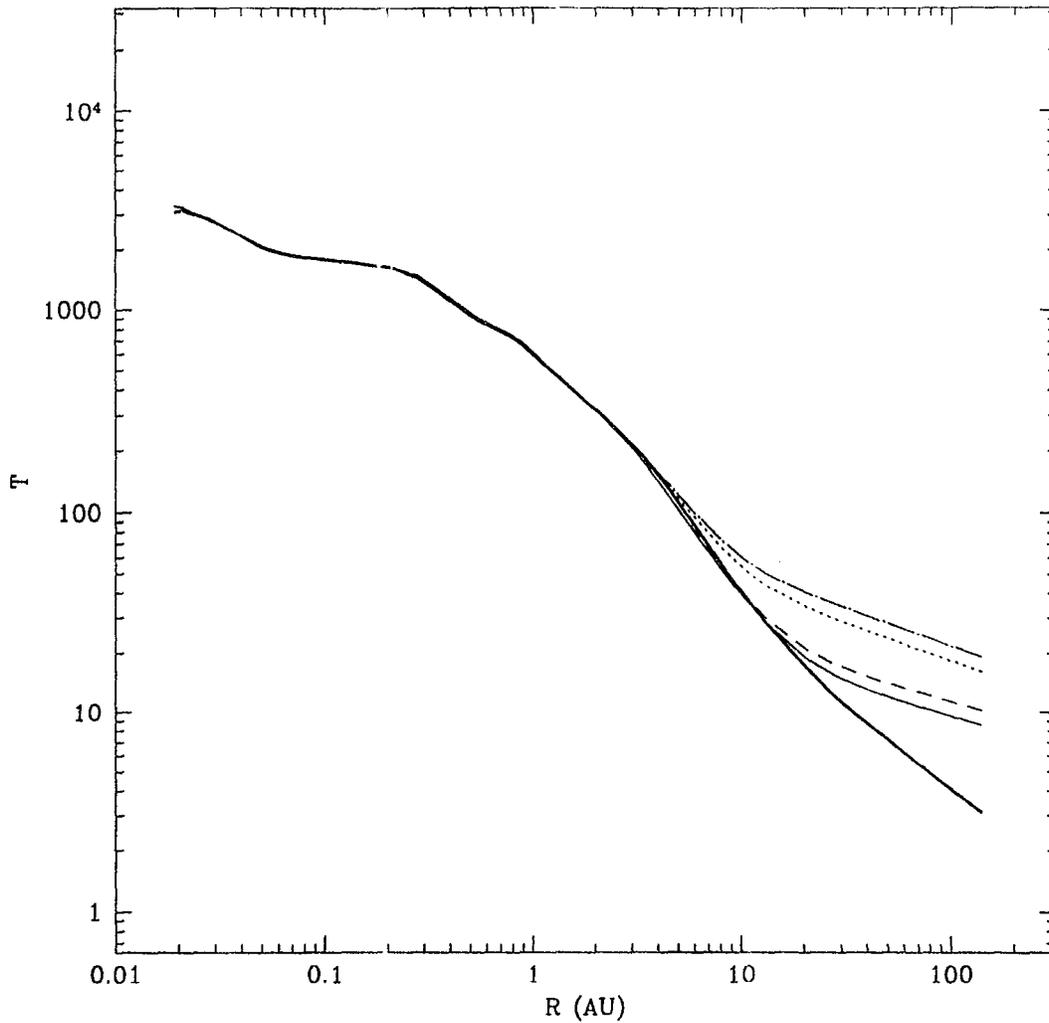


Figura 4.19. Efecto de variar el coeficiente de extinción de la envoltura. Se grafica temperatura central de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ a} \ddot{\text{n}}\text{c}^{-1}$, $\alpha = 10^{-2}$ irradiado por envolturas esféricamente simétricas de $\delta = 0.5$ y diferentes coeficientes de extinción: $A_V = 0.1$ (línea continua), $A_V = 0.2$ (línea discontinua), $A_V = 1$ (línea punteada) y $A_V = 2$ (línea de puntos y rayas). Por comparación, también se muestra la distribución de temperatura de un disco no irradiado (línea continua gruesa). La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$

IV.5. Masas de los discos irradiados

La masa de un disco se calcula integrando su densidad superficial sobre toda su área. Como se discute en §III.6.3, la densidad superficial de un disco α en estado estacionario es inversamente proporcional a la temperatura central, si se fijan \dot{M} , α y la estrella central. La masa total del disco está determinada por la densidad superficial de sus anillos más externos, que en general, son los más afectados por la irradiación debida a una fuente externa. En esta sección se discute el papel de la irradiación en la masa estimada de un modelo de disco.

En las Figuras 4.20 y 4.21 se muestra la masa del disco como función de R_d para discos no irradiados, irradiados por la estrella central como si fueran planos (o el polvo se hubiera depositado en el plano medio) e irradiados por la estrella central suponiéndolos curvos, con diferentes tasas de acreción y valores de α . Los casos más masivos para un par (\dot{M}, α) fijo, son los discos no irradiados. Dados \dot{M} y α , la irradiación, aumentando la temperatura de las zonas externas del disco, disminuye la contribución de éstas a la masa total. El efecto de la irradiación estelar es notablemente más importante si el disco es curvo que si el disco es plano, pudiendo bajar la masa hasta un factor 5.

En la Figura 4.22 se muestra la masa de un disco de $\dot{M} = 10^{-7}$ y $\alpha = 0.01$, como función de R_d , no irradiado, irradiado sólo por la estrella (suponiéndolo plano) e irradiado por diferentes modelos de envolventes tenues, esféricamente simétricas. El primer panel (arriba y a la izquierda) corresponde a modelos de envolventes de $\delta = 0.5$ y diferentes valores de A_V , mientras que los demás páneles corresponden a discos irradiados por envolventes de $A_V = 1$, pero diferentes distribuciones de densidad (i.e.

diferentes valores de δ). A medida que la envoltente se vuelve más opaca su eficiencia como radiador aumenta y también aumenta la temperatura de las zonas externas del disco, disminuyendo su contribución a la masa (siempre que \dot{M} , α y la estrella central se mantengan fijas). Por otro lado si la envoltente se vuelve muy concentrada (i.e. si $\delta = 2$) la distribución de temperatura del disco es similar a la de un disco irradiado por una estrella central. En este caso la masa resultante es la misma que si el disco estuviera irradiado por una fuente de luminosidad igual a la suma de la luminosidad de la estrella y de las partes internas del disco. Como se ha supuesto que el disco es plano, la masa resultante para $\delta = 2$, como función de R_d , tiene la misma forma que la de un disco plano irradiado por la estrella.

Estos resultados muestran lo sensible que es la masa inferida para un modelo de disco a la temperatura y, por lo tanto, a los mecanismos de calentamiento de sus zonas más externas.

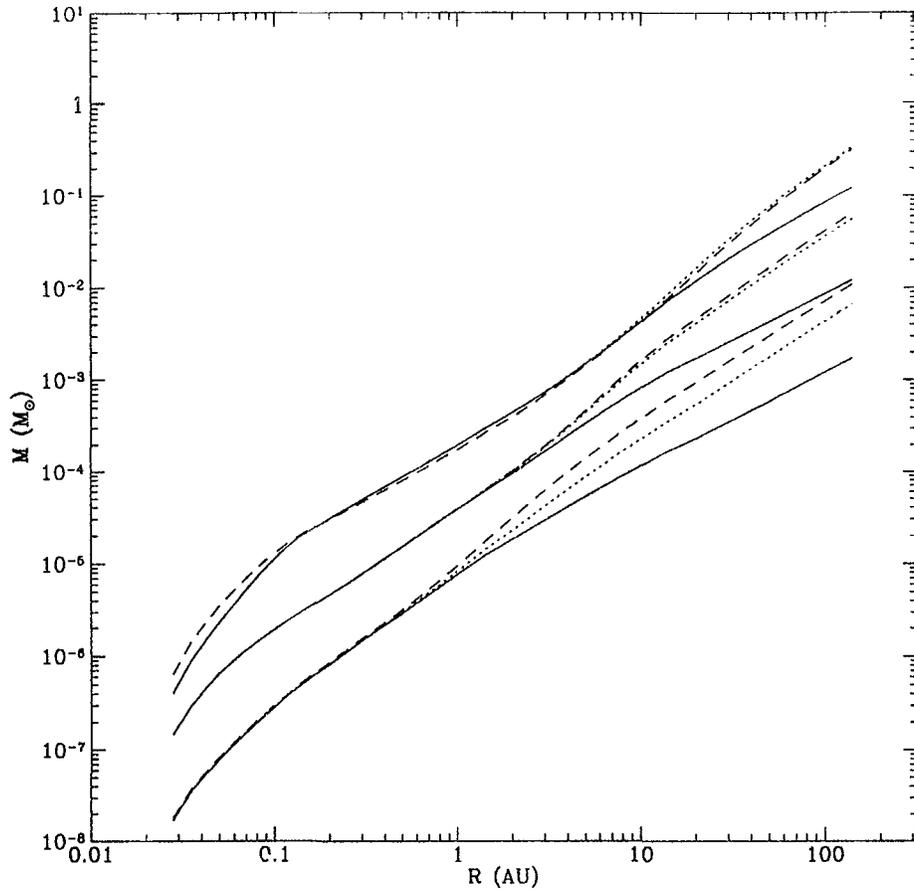


Figura 4.20. Efecto de la irradiación estelar en la masa de discos de diferentes \dot{M} . Se grafica la masa de modelos de discos con $\alpha = 0.1$ como función del radio máximo del disco R_d . Cada conjunto de tres curvas (que se superponen cuando R_d es pequeño) corresponde a una tasa de acreción diferente, $\log \dot{M} = -8, -7, -6$. Se grafica las masas de discos viscosos no-irradiados (línea discontinua), de discos viscosos planos irradiados por la estrella central (línea punteada) y de discos viscosos curvos irradiados por la estrella central (línea continua). La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$.

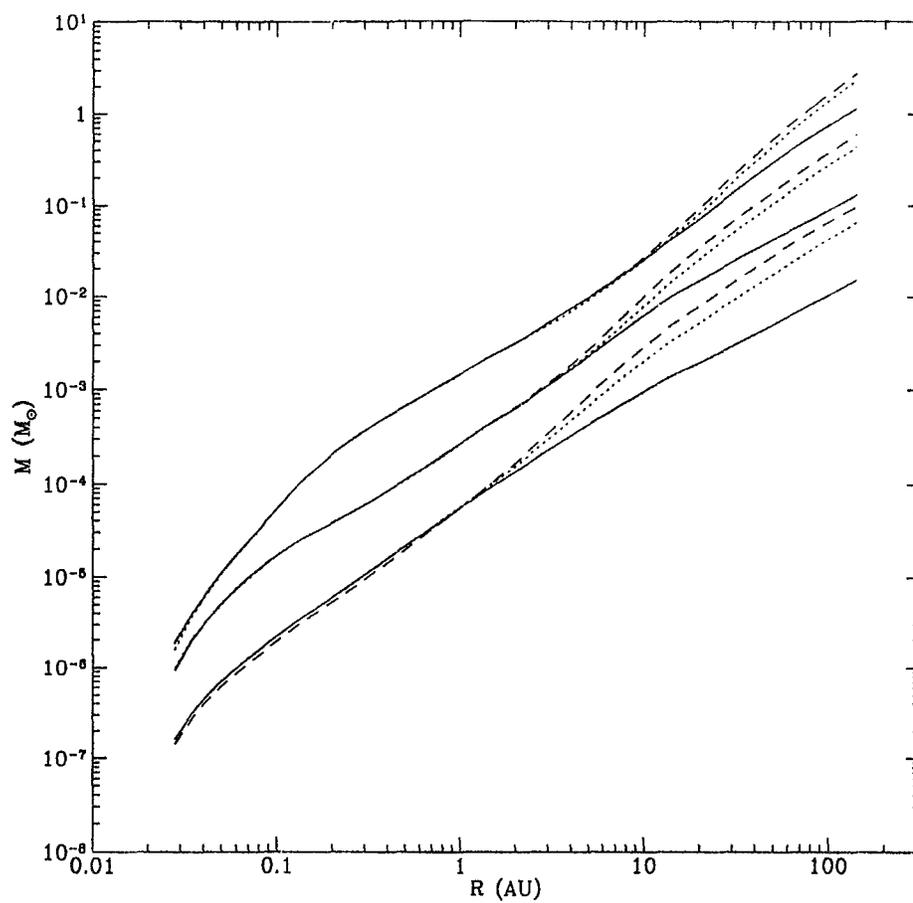


Figura 4.21. Efecto de la irradiación estelar en la masa de discos de diferentes \dot{M} . Se grafica la masa de modelos de discos con $\alpha = 0.01$, como función del radio máximo del disco R_d (ver pie de Figura 4.20)

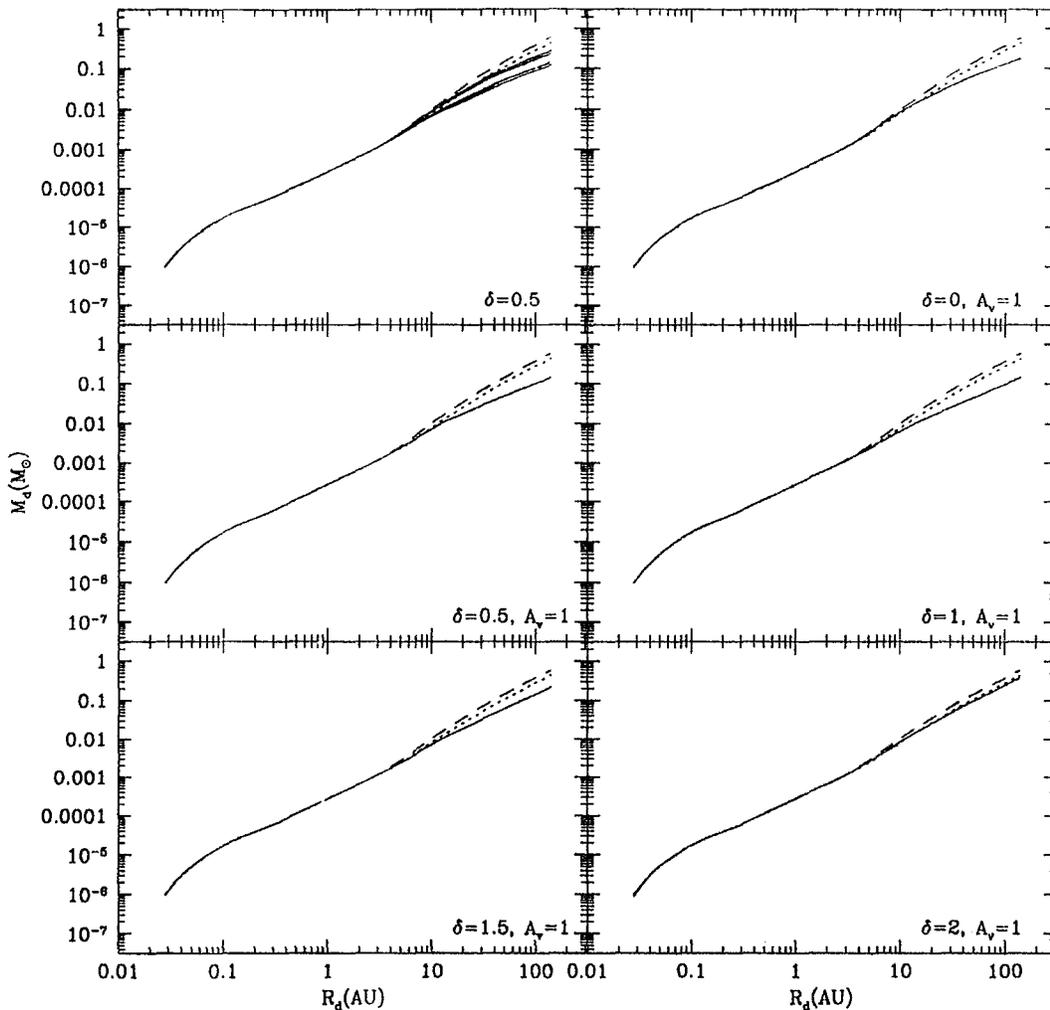


Figura 4.22. Efecto sobre la masa del disco de la irradiación debida a diferentes envolventes. Se grafica la masa de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$, irradiado por diferentes modelos de envolventes ópticamente delgadas y esféricamente simétricas, como función del radio del disco R_d . El primer panel (arriba y a la izquierda) muestra (con línea continua) la masa de un disco irradiado por una envolvente de $\delta = 0.5$ y diferentes valores de A_V , dados por: $A_V = 0.1, 0.2, 1$ y 2 . Los siguientes paneles muestran (con línea continua) la masa del mismo disco irradiado por una envolvente de $A_V = 1$, y distintos valores de δ (abajo y a la derecha de cada gráfica). En cada caso, para comparar, se muestra la masa del disco no irradiado (línea discontinua) y del disco plano irradiado por la estrella central (línea punteada). La estrella tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$.

Aumentar la temperatura de las partes más externas del disco aumenta su presión local contrarrestando su autogravedad y tendiendo a aumentar el parámetro de inestabilidad de Toomre Q_T (ver §III.7.2). En la Figura 4.23 se grafica Q_T en función de R para discos de distintas tasas de acreción, $\dot{M} = 10^{-8}, 10^{-7}$ y 10^{-6} y $\alpha = 0.01$, irradiados por una estrella central de $T_* = 3700$ K, $R_* = 3 R_\odot$ y $M_* = 0.5 M_\odot$. Comparando esta con el panel izquierdo de la Figura 3.22 que representa Q_T para modelos de discos *no irradiados* en torno a la misma estrella y para iguales valores de \dot{M} y α , se puede notar el papel estabilizador de la irradiación.

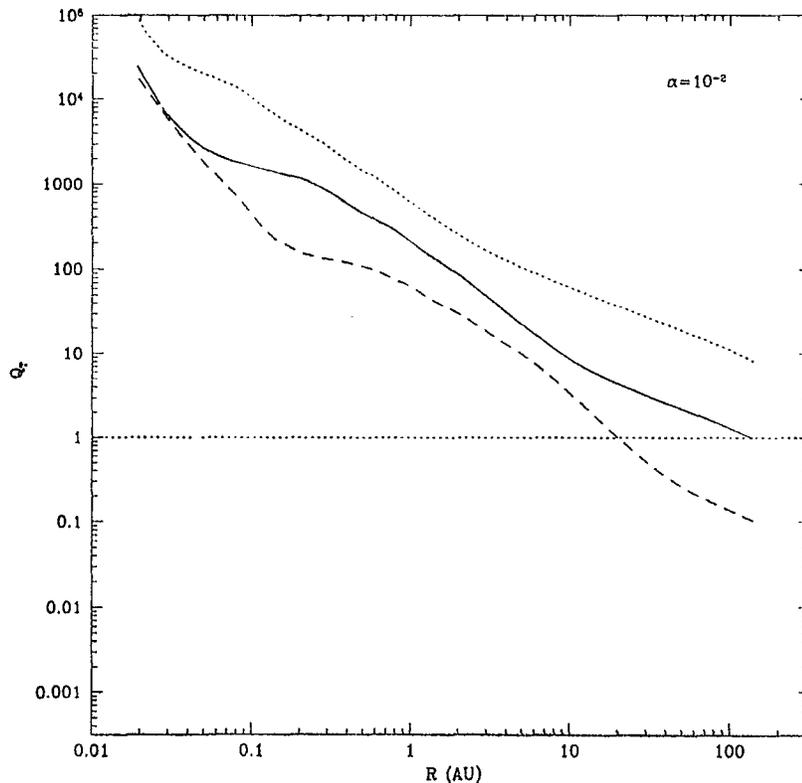


Figura 4.23. Efecto de la irradiación sobre el parámetro de inestabilidad de Toomre Q_T . Los discos tienen $\alpha = 0.01$ y rodean a una estrella de $R_* = 3 R_\odot$, $M_* = 0.5 M_\odot$ y $T_* = 3700$ K. Cada curva corresponde a una tasa de acreción de masa diferente: $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$ (línea punteada), 10^{-7} (línea continua) y 10^{-6} (línea discontinua).

CAPITULO V

ESPECTROS Y COLORES DE DISCOS DE ACRECIÓN

V.1. Introducción

Una parte importante del proceso de construir modelos de discos de acreción consiste en calcular cómo éstos emiten, es decir su espectro continuo, de líneas, su distribución de brillo, etc., comparar con observaciones y, si los modelos funcionan, inferir las propiedades físicas de los discos. En este capítulo se presenta el cálculo de propiedades observables de los modelos descritos en capítulos anteriores y se comparan las predicciones de dichos modelos con observaciones reportadas en la literatura. Cómo la estructura del disco se puede modelar en detalle, aún sus zonas ópticamente delgadas, se intenta encontrar diagnósticos que, de manera directa y sencilla, permitan inferir las propiedades físicas de un disco a partir de observaciones. Un aspecto importante de este trabajo es el uso de opacidades monocromáticas, muy completas a $T < 10000 K$, que son consistentes en cuanto a abundancias y propiedades ópticas con las opacidades promedio de Rosseland y de Planck usadas para calcular la estructura.

En §V.2 se discute el cálculo de la intensidad específica y el flujo de un disco de orientación arbitraria respecto a la visual, explicando en detalle las complicaciones asociadas al hecho de que el disco tiene cierto ancho y tiene una estructura vertical. En §V.3 se presentan espectros de continuo de diferentes modelos y se discute como son

afectados por los distintos parámetros involucrados. También se muestran diagramas color-color o flujo-color en longitudes de onda del cercano infrarrojo, lejano infrarrojo, *submm*, *mm* y radio. En estos diagramas se pueden ubicar objetos observados en las longitudes de onda correspondientes y, en principio, inferir o restringir los parámetros característicos de los discos. En §V.4 se presentan algunos casos particulares como ejemplos del potencial de los modelos para reproducir muchas propiedades de los espectros observados.

V.2. Cálculo de la intensidad y el flujo

V.2.1. Geometría

Se calcula la intensidad emergente de un disco circunestelar de orientación arbitraria en una red de puntos sobre el plano del cielo, integrando la ecuación de transporte radiativo a lo largo de rayos paralelos a la visual.

En las Figuras 5.1 y 5.2 se muestra, de manera esquemática, la geometría del problema. Sea (x, y) el plano del disco, z su eje de simetría, (X, Y) el plano del cielo, Z la visual (que pasa por la estrella central) y θ el ángulo entre la normal al disco (\vec{z}) y la visual (\vec{Z}). La transformación entre ambos sistemas de coordenadas está dada por:

$$x = X \quad (5.1.a)$$

$$y = Y \cos \theta - Z \sin \theta, \quad Y = y \cos \theta + z \sin \theta, \quad (5.2.b)$$

$$z = Y \sin \theta + Z \cos \theta, \quad Z = z \cos \theta - y \sin \theta. \quad (5.3.c)$$

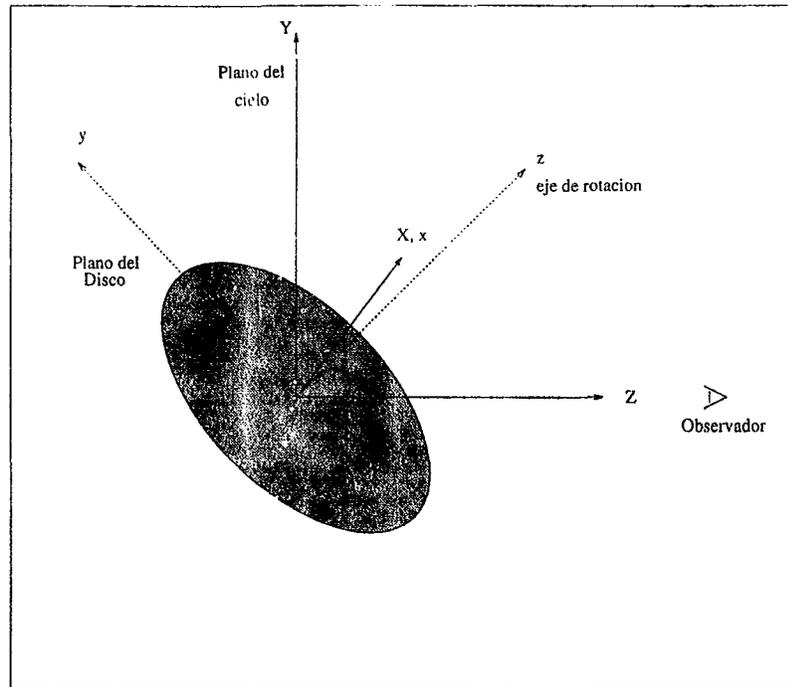


Figura.5.1. Geometría. Plano medio del disco (x, y) , cuya normal \hat{z} está inclinada un ángulo θ respecto a la visual. El plano del cielo es (X, Y) y la visual está en la dirección \hat{Z} .

El radio que caracteriza cada anillo sobre el plano del disco es $R = \sqrt{x^2 + y^2}$, que corresponde a una elipse en el plano del cielo, de semieje mayor R y semieje menor $R \cos \theta$.

A continuación se describen los detalles de la distribución de puntos en el plano del cielo y los límites de integración para cada rayo. Cabe notar que toda la complicación envuelta en la integración de la ecuación de transporte está relacionada con la geometría del problema y se debe a que el disco es ancho, con una altura que depende del radio.

La red de puntos sobre el plano del cielo para los que se calcula la intensidad emergente del disco, están distribuidos igualmente espaciados en el logaritmo de las coordenadas X e Y , con un espaciamiento en general diferente para cada eje. Hay simetría respecto al eje Y pero no respecto al eje X , por lo cual la intensidad se calcula en dos cuadrantes (que se llamaran “norte” y “sur”, aunque el disco se puede orientar con un ángulo de posición arbitrario entre el eje mayor y el norte real). La falta de simetría norte-sur cuando $\theta \neq 0^\circ$ se nota en la Figura 5.3 y se debe a que rayos simétricos a ambos lados del eje X pasan a través de regiones de temperaturas y densidades distintas, como se puede ver en la Figura 5.2.

La coordenada X varía de 0, sobre la estrella, al radio del disco R_d , mientras que los valores extremos de la coordenada Y se toman como: $Y_{min} = -R_d \cos \theta - z_{max}(R_d) \sin \theta$ y $Y_{max} = R_d \cos \theta + z_{max}(R_d) \sin \theta$, donde $z_{max}(R_d)$ es la altura del disco en $R = R_d$ respecto a su plano medio. Así se incluyen zonas por arriba y abajo del plano medio del disco, que proyectadas sobre el plano del cielo corresponden a puntos externos a la elipse trazada por el radio máximo del disco.

Los límites de integración para la profundidad óptica y la intensidad son Z_1 y Z_2 , los cuales se calculan de manera diferente dependiendo de X, Y y θ , como se ejemplifica en la Figura 5.2.

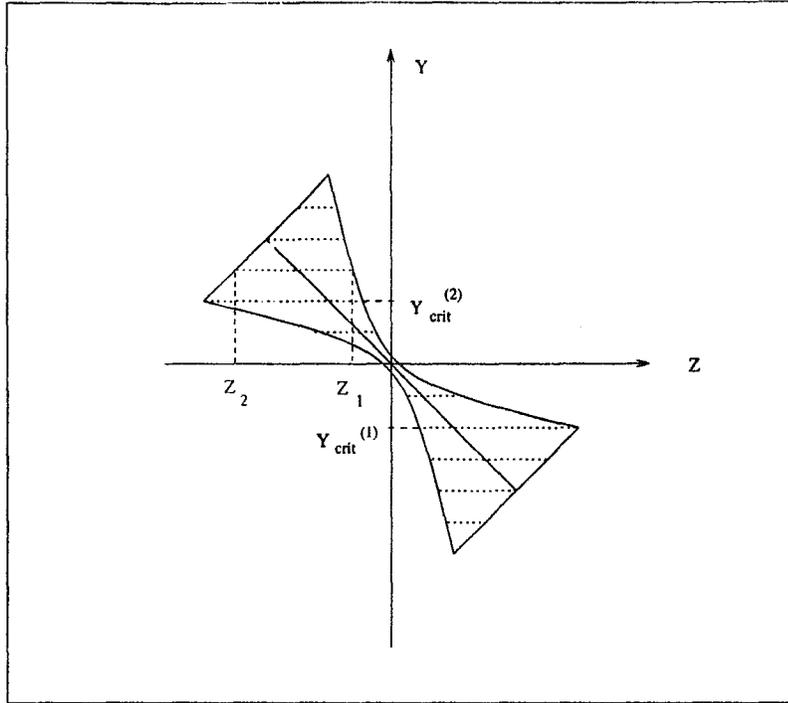


Figura.5.2. Límites de integración Z_1 y Z_2 a lo largo de un rayo arbitrario que pasa a través de un disco orientado a $\theta \sim 45^\circ$. El observador se encuentra en la dirección \hat{Z} . Se muestran también $Y_{crit}^{(1)}$ y $Y_{crit}^{(2)}$ (ver texto).

Se definen $Y_{crit}^{(1)}$ y $Y_{crit}^{(2)}$, tales que rayos paralelos a la visual con $Y > Y_{crit}^{(1)}$ cortan la superficie curva del disco más cercana al observador y rayos con $Y < Y_{crit}^{(2)}$ cortan la superficie curva del disco más alejada del observador (ver Figura 5.2), es decir:

$$Y_{crit}^{(2)} = \sqrt{R_d^2 - X^2} \cos \theta - z_{max}(R_d) \sin \theta,$$

$$Y_{crit}^{(1)} = -\sqrt{R_d^2 - X^2} \cos \theta + z_{max}(R_d) \sin \theta.$$

Para $Y > Y_{crit}^{(1)}$, el límite Z_1 está dado por la solución de la siguiente ecuación implícita:

$$z_{max}[R(X, Y, Z_1)] = Y \sin \theta + Z_1 \cos \theta, \quad (5.4)$$

mientras que si $Y \leq Y_{crit}^{(1)}$, el rayo pasa a través del radio máximo del disco (no corta su superficie curva) y Z_1 se puede escribir como:

$$Z_1 \sin \theta = \sqrt{R_d^2 - X^2} + Y \cos \theta. \quad (5.5)$$

Por otro lado, para $Y < Y_{crit}^{(2)}$, el límite de integración correspondiente al lado más alejado del observador Z_2 , se calcula a partir de:

$$-z_{max}[R(X, Y, Z_2)] = Y \sin \theta + Z_2 \cos \theta, \quad (5.6)$$

y si $Y \geq Y_{crit}^{(2)}$, la coordenada Z en la que se intercepta el radio máximo del disco es:

$$Z_2 \sin \theta = -\sqrt{R_d^2 - X^2} + Y \cos \theta. \quad (5.7)$$

Cuando la visual pasa a través de la estrella, i.e. si $(X^2 + Y^2) \leq R_*^2$, se integra la ecuación de transporte desde Z_1 hasta la superficie de la estrella,

$$Z_2 = Z_* = \sqrt{R_*^2 - X^2 - Y^2}. \quad (5.8)$$

Además, cada rayo definido por sus coordenadas (X, Y) intercepta el plano medio del disco en $Z_0 = -Y \tan \theta$.

La integración de la ecuación de transporte se lleva a cabo con una rutina de paso variable (Press *et al.* 1990) y para evitar que el criterio para incrementar el paso de integración excluya al plano medio del disco (donde se alcanzan las densidades más altas pero los tamaños característicos en los que cambian las variables pueden ser muy pequeños) se divide la integración en dos partes: $Z_1 \rightarrow Z_0$ y $Z_0 \rightarrow Z_2$, para regiones tales que $(-\sqrt{R_d^2 - X^2} \cos \theta) < Y < (\sqrt{R_d^2 - X^2} \cos \theta)$. Fuera de este intervalo la visual no pasa por el plano medio del disco y la integral se hace de $Z_1 \rightarrow Z_2$.

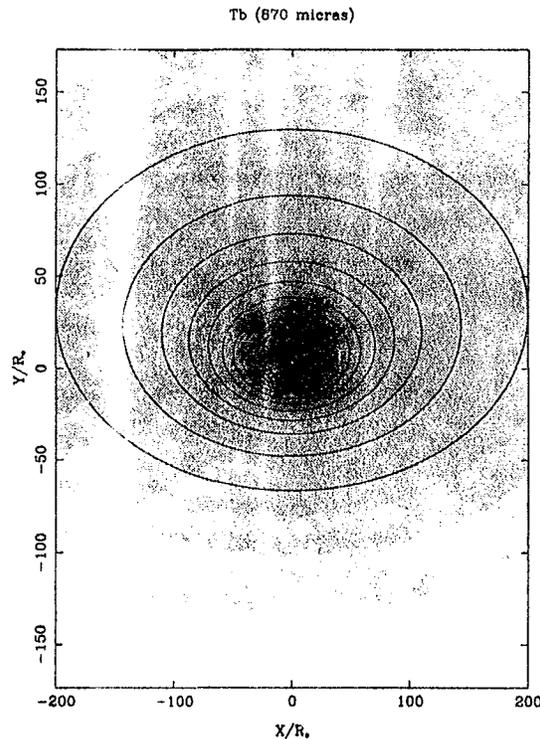


Figura.5.3. Ejemplo de la distribución de temperatura de brillo a $\lambda = 870 \mu m$ sobre el plano del cielo, de un modelo de disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.04$, $R_d = 125 AU$, $\theta = 60^{\circ}$, irradiado por una envoltura ópticamente gruesa. La estrella central tiene: $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$. Los niveles de T_b graficados son 20 y van desde 300 a 2000 K y se muestra una ampliación de la zona de $X < 200 R_* \approx 3 AU$.

V.2.2. Temperatura de brillo y Profundidad óptica

La temperatura de brillo $T_b(\nu)$ es proporcional a la intensidad específica I_ν , es decir:

$$T_b(\nu) = I_\nu \frac{c^2}{2\nu^2 k}, \quad (5.9)$$

y en el límite de Rayleigh-Jeans es igual a la temperatura del cuerpo negro tal que $B_\nu(T) = I_\nu$.

Definiendo $T_b(\nu)' = T_b(\nu) - T_{bg} \exp(-\tau_\nu)$, donde T_{bg} es la temperatura de brillo del fondo cósmico ($\approx 2.7 K$) o la de la estrella si ésta es interceptada por la visual, se integran simultáneamente $T_b(\nu)'$ y la profundidad óptica τ_ν a lo largo de Z , descritas por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d T_b(\nu)'}{dZ} = -\chi_\nu \rho T_x \exp(-\tau_\nu), \quad (5.10)$$

$$\frac{d\tau_\nu}{dZ} = -\chi_\nu \rho, \quad (5.11)$$

donde χ_ν es la opacidad monocromática por unidad de masa y ρ es la densidad de masa en el disco. La temperatura T_x es proporcional a la función de Planck evaluada a la temperatura cinética local T , de manera que:

$$T_x = B_\nu(T) \frac{c^2}{2\nu^2 k}, \quad (5.12)$$

y sólo en el límite de Rayleigh-Jeans se tiene que $T_x = T$. Se ha considerado la función fuente igual a la función de Planck, lo cual implica que se desprecia la emisividad asociada a la dispersión de fotones frente a la emisividad térmica (o que $J_\nu = B_\nu$), y además se supone que las poblaciones de átomos, moléculas e iones tomados en cuenta en el cálculo de la opacidad se encuentran en ETL.

Se integran las ecs.(5.10) y (5.11) desde Z_1 , definida por las ecs. (5.4) y (5.5), donde $\tau_\nu = 0$ y $T'_b = 0$, hasta Z_2 , dado en las ecs. (5.6), (5.7) y (5.8) o hasta $Z(\tau_\nu = 25)$. Esta segunda condición evita integrar en zonas cuya emisión es completamente absorbida por el material que se encuentra entre ellas y el observador, no contribuyendo a la intensidad emergente del disco.

Para cada longitud de onda se calcula un mapa de temperaturas de brillo y espesores ópticos en los puntos del plano del cielo de la malla (X_i, Y_k) , como por ejemplo el de la Figura 5.3.

V.2.3. Flujo emergente

Cada punto (X_i, Y_k) se encuentra en un rectángulo de área:

$$\Delta A_{i,k} = \frac{1}{4}(X_{i+1} - X_{i-1})(Y_{k+1} - Y_{k-1}), \quad (5.13)$$

con lo cual el flujo se calcula como:

$$F_\nu = \sum_i^{NX} \sum_k^{NY} 4 \frac{\nu^2 k}{c^2} T_b(i, k) \frac{\Delta A_{i,k}}{D^2}, \quad (5.14)$$

donde D es la distancia entre el objeto y el observador. Dado el flujo calculado a distintas longitudes de onda, se construye el espectro del disco.

V.2.4. Disco visto de polo, $\theta = 0^\circ$ y aproximación del efecto del ángulo de inclinación

La intensidad emergente de un disco orientado a $\theta = 0^\circ$ tiene simetría acimutal y el cálculo se puede hacer en una sola dimensión, por ejemplo a lo largo de X . Los elementos de área en este caso son:

$$\Delta A = \begin{cases} \pi/4 [X_{i+1}^2 - X_{i-1}^2 + 2X_i(X_{i+1} - X_{i-1})] & \text{si } 1 < i < N \\ \pi/4 X_2^2 & \text{si } i = 1 \\ \pi [X_i^2 - 1/4 (X_i + X_{i-1})^2] & \text{si } i = N \end{cases} \quad (5.15)$$

Para un disco geoméricamente delgado, el efecto del ángulo de inclinación se puede incluir de manera aproximada a partir de la distribución de intensidad específica correspondiente a $\theta = 0^\circ$, como se discute mas adelante. Esta es una aproximación útil porque reduce mucho el tiempo de cálculo, permitiendo una exploración más extensa del espacio de parámetros, y además, realizando el cálculo exacto se pueden establecer los límites en los cuales esta aproximación resulta confiable.

La aproximación consiste en suponer que en las zonas ópticamente gruesas la temperatura de brillo no cambia para un par (X_i, Y_k) respecto al caso $\theta = 0^\circ$ (i.e. a lo largo de un rayo, $\tau_\nu \approx 1$ ocurre a la misma temperatura independientemente de θ) y que en las zonas más externas, que suelen ser las ópticamente delgadas, el disco es aproximadamente isoterma; con ésto en mente, la temperatura de brillo se puede aproximar como:

$$T_b(\theta) \approx T_b(0) \frac{1 - \exp(-\tau_\nu(0)/\cos \theta)}{1 - \exp(-\tau_\nu(0))}. \quad (5.16)$$

Cada elemento de área del disco es $\Delta A(\theta) = \Delta A(0) \cos \theta$, donde $\Delta A(0)$ corresponde a $\theta = 0^\circ$ y está dada en la ec. (5.15). Como es de esperarse, la contribución al flujo de las zonas ópticamente delgadas resulta independiente del ángulo de inclinación porque $\Delta F_\nu \approx (T_b(0)/\cos \theta)(\Delta A(0) \cos \theta)$.

Con esta aproximación se construyen diagramas color-color y color-flujo que permiten hacer comparaciones globales de modelos con observaciones de muchos objetos (ver §V.3.2).

V.2.5. Algunos casos límites

Disco ópticamente delgado y verticalmente isoterma

Si el disco tiene una profundidad óptica promedio de Rosseland muy pequeña tiende a ser verticalmente isoterma puesto que necesita un gradiente muy suave de temperatura para lograr deshacerse de toda la energía que produce. Si en esta zona isoterma la profundidad óptica monocromática a cierta longitud de onda es también muy pequeña, la intensidad específica emergente se puede aproximar como:

$$I_\nu \approx B_\nu(T) \frac{\tau_\nu}{\cos \theta}. \quad (5.17)$$

Si la temperatura es alta comparada con $h\nu/k$ o la frecuencia baja comparada con h/kT (límite de Rayleigh-Jeans) y la opacidad por unidad de masa no depende de

ρ , de manera que la profundidad óptica puede escribirse como $\tau_\nu \approx 2\kappa_\nu \Sigma_\infty$ entonces la temperatura de brillo se aproxima como:

$$T_b(\nu) \approx \frac{\kappa_\nu}{\cos \theta} \frac{\dot{M}}{3\pi\alpha} \frac{\Omega_k \mu m_H}{k}, \quad (5.18)$$

donde además se ha usado que $\Sigma_\infty \approx \dot{M} \Omega_k \mu m_H / 6\pi\alpha k$ [ec.(3.30)]. Por otro lado si la opacidad monocromática no depende de T (como sucede con el polvo que es la fuente de opacidad dominante en la mayor parte del disco), entonces T_b sólo depende suavemente de temperatura a través del peso molecular medio μ . Para un disco de \dot{M} y α espacialmente constantes, la temperatura de brillo en las zonas delgadas es $T_b(\nu) \sim R^{-3/2}$, aumentando proporcionalmente a $\kappa_\nu \dot{M} / \alpha$.

La opacidad del polvo por unidad de masa no depende ni de temperatura ni de densidad de manera explícita. Para longitudes de onda largas, $\lambda > 200\mu m$, el coeficiente de absorción del polvo se aproxima como (Beckwith *et al.* 1990):

$$\kappa_\nu = \kappa_0 \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{-\beta}, \quad (5.19)$$

donde $\lambda_0 = 200 \mu m$ y $\kappa_0 = 0.1 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ se obtiene suponiendo que a longitudes de onda menores que λ_0 la opacidad del polvo es la dada por Draine & Lee (1984). El exponente β se toma como parámetro libre, siendo $\beta \sim 2$ el valor típico para el medio interestelar (Mathis 1990), pero para ajustar el espectro de las estrellas T Tauri a longitudes de onda largas, se suele tomar $\beta \sim 0-1$ (Beckwith *et al.* 1990, Beckwith & Sargent 1991), que se ha interpretado como evidencia de que los granos de polvo evolucionan en el disco.

Por tanto la contribución al flujo total del disco de estas zonas delgadas, verticalmente isotermas, en el límite de Rayleigh-Jeans, se puede escribir como:

$$F_{\nu}^{delg} \approx \frac{2}{\lambda^2} \kappa_{\nu} \frac{\dot{M}}{6\pi\alpha D^2} (GM_{*})^{1/2} \mu m_H R_d^{1/2} \left[1 - \left(\frac{R_{\tau}}{R_d} \right)^{1/2} \right], \quad (5.20)$$

donde D es la distancia de la fuente y R_{τ} es el radio a partir del cual el disco se vuelve ópticamente delgado. Un efecto importante de la irradiación es que al calentar al disco tiende a mover este radio hacia adentro, haciendo que domine la contribución de las zonas delgadas del disco respecto a las zonas gruesas (ver capítulos IV y VII). Si el flujo total del disco está dominado por la emisión de zonas delgadas se tiene que $F_{\nu} \approx F_{\nu}^{delg}$ y entonces el índice espectral es $n = d \log(\nu F_{\nu}) / d \log(\nu) = \beta + 3$.

Disco ópticamente grueso

Por otro lado, un disco ópticamente grueso tiene una temperatura de brillo aproximadamente igual a la temperatura a la cual $\tau_{\nu} \approx 1$ (en el límite de Rayleigh-Jeans) y el flujo emergente se puede escribir como:

$$F_{\nu}^{grueso} \approx \frac{2}{D^2} \nu^2 k \int_{R_{*}}^{R_d} 2\pi T R dR, \quad (5.21)$$

que implica un índice espectral $n=3$ y podría confundirse con un caso ópticamente delgado de $\beta = 0$.

Si no vale la aproximación de Rayleigh-Jeans, i.e. si la zona que domina el flujo emergente del disco tiene temperaturas muy bajas o se está estudiando el espectro a longitudes de onda muy pequeñas, entonces la distribución radial de $T(\tau_{\nu} = 1)$ modifica

la dependencia en frecuencia del flujo. Si esta temperatura está dada por una ley de potencias de la forma: $T = T_0 (R/R_*)^{-\gamma}$, entonces el flujo se puede escribir como:

$$F_{\nu}^{grueso} \approx \frac{4\pi R_*^2 h}{D^2 c^2 \gamma} \left(\frac{kT_0}{h} \right)^{2/\gamma} \nu^{3-2/\gamma} \int_{x_*}^{x_d} \frac{x^{(2/\gamma-1)}}{(e^x - 1)} dx, \quad (5.22)$$

donde $x_* = (h\nu/kT_0)$ y $x_d = (R_d/R_*)^{\gamma}(h\nu/kT_0)$ son funciones de ν . Si los límites de integración se pueden aproximar como $x_* \sim 0$ y $x_d \sim \infty$, entonces:

$$F_{\nu}^{grueso} \approx \frac{4\pi R_*^2 h}{D^2 c^2 \gamma} \left(\frac{kT_0}{h} \right)^{2/\gamma} \nu^{3-2/\gamma} (2/\gamma - 1)! \zeta(2/\gamma), \quad (5.23)$$

donde ζ es la función Zeta de Riemann y el índice espectral resulta ser $n = 4 - 2/\gamma$.

V.3. Resultados generales

En esta sección se presentan distintas propiedades observables de diferentes modelos de discos de acreción, se discute el papel de los parámetros relevantes y el efecto de la irradiación. Para hacer el análisis, se calculan distribuciones de intensidad y espectros de los discos, manteniendo fijos algunos parámetros y variando otros, para así caracterizar el efecto de cada uno. Esto se hará para cada *tipo* de modelo que involucra distintas fuentes de calentamiento. La idea básica es entender que tipo de información se puede extraer de las observaciones de un objeto o conjunto de objetos particular, cómo cuantificar esta información y que tan sensible es a las incertidumbres de los modelos.

Los modelos presentados en capítulos anteriores se pueden agrupar en cuatro categorías:

- (i) Discos viscosos no irradiados, cuyos parámetros principales son α y \dot{M} (capítulo III),
- (ii) Discos viscosos irradiados por la estrella central, suponiendo que el disco es plano (o que el polvo se ha depositado en el plano medio), caracterizados por α , \dot{M} y T_* (§IV.3.1),
- (iii) Discos viscosos irradiados por la estrella central, calculados tomando en cuenta la curvatura de su superficie, cuya emisión también depende de α , \dot{M} y T_* (§IV.3),
- (iv) Discos viscosos irradiados por la estrella central (suponiendo que el disco es plano) y por radiación dispersada y reprocesada en una envolvente tenue, caracterizados por α , \dot{M} , T_* , el exponente de la distribución de densidad (tomada como ley de

potencias) δ y la extinción hacia la estrella debido a la envolvente A_V (que junto con δ fija la densidad de la envolvente en algún radio de referencia) (§IV.4).

- (v) Discos viscosos calentados por radiación reprocesada en una envolvente ópticamente gruesa (Calvet *et al.* 1994, Hartmann *et al.* 1995), que dependen de α , \dot{M} , T_* y del modelo de envolvente (capítulo VI).

En todos los casos el espectro depende del radio del disco R_d y el ángulo de inclinación θ . A longitudes de onda cortas, es muy afectado por el coeficiente de extinción A_V y a longitudes de onda largas depende del exponente de la ley de opacidad del polvo β .

Observaciones

Las predicciones de los modelos se comparan con observaciones de estrellas pre-secuencia principal de la Nube de Tauro-Auriga reportadas en la literatura. Se ha usado datos de fotometría óptica e infrarroja, compilados por Kenyon & Hartmann (1995) para las estrellas pre-secuencia principal de la nube de Tauro-Auriga catalogadas por Herbig & Bell (1988), junto con estrellas adicionales identificadas en la pasada década. En esta compilación hay aproximadamente 200 estrellas con colores ($H-K$) y ($J-H$), distribuidas así: 24 clase I, 96 clase II o CTTS, y 65 clase III o WLTTTS. Los flujos en el infrarrojo lejano, medidos por IRAS, han sido también tomados de Kenyon & Hartmann (1995), para la misma muestra de estrellas. Se ha usado flujos en $\lambda = 0.6, 0.8$ y 1.1 mm de ~ 26 CTTS reportados por Beckwith & Sargent (1991) y flujos en $\lambda = 1.3$ mm, de Beckwith *et al.* (1990) y Osterloh & Beckwith (1995), para un total de ~ 200 estrellas pre-secuencia principal. Flujos a $\lambda = 2.7$ mm de 16 estrellas T Tauri fueron tomados de Dutry *et al.* (1996)

Para construir los espectros observados de algunos objetos y cuantificar la variación en los datos, además de los flujos mencionados, se ha usado flujos calculados a partir de magnitudes y colores (fotometría UBVRI e infrarroja) del catálogo de Rydgren *et al.* (1984), donde se compila información de 61 estrellas T Tauri de la nube de Tauro-Auriga.

V.3.1 Espectros

En esta sección se presentan espectros de los modelos de discos de acreción y se estudia el efecto de los diferentes parámetros y mecanismos de calentamiento.

Discos viscosos no irradiados

En la Figura 5.4 se muestra el efecto, sobre el espectro continuo, de variar la tasa de acreción de masa de discos no irradiados. En todos los casos se ha tomado $M_* = 0.5 M_\odot$ y $R_* = 3 R_\odot$ y se ha variado la tasa de acreción de 10^{-8} a $10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$. El parámetro de la viscosidad se mantiene fijo en $\alpha = 0.01$, se ha tomado $\beta = 1$, el radio de los discos es $R_d = 10^4 R_* = 140 \text{ AU}$ y el ángulo de inclinación es $\theta = 60^\circ$. En cada caso se suma el espectro de la estrella central, calculado como cuerpo negro a $T_* = 3700 \text{ K}$. Por comparación, se grafica el espectro de un disco viscoso de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$ calculado suponiendo que el disco es ópticamente grueso, con $T_{eff}(R) = T_{vis}(R)$.

Algunos resultados interesantes se discuten a continuación. A longitudes de onda cortas ($\lambda < 100 \mu\text{m}$) el espectro está dominado por anillos ópticamente gruesos, por tanto $T_b \sim T_{eff} \sim T_{vis}$ y el flujo emergente del disco crece aproximadamente como $\dot{M}^{2/3}$,

de acuerdo con la ec.(5.23). Para $\lambda < 100 \mu m$, el espectro del disco con estructura vertical detallada es similar al del modelo simple de disco ópticamente grueso.

La absorción o defecto de emisión alrededor de $100 \mu m$ se debe a la opacidad de las moléculas de vapor de agua. Cabe mencionar que en este trabajo, se calcula la abundancia de moléculas de H_2O para $T \geq 400 K$ resolviendo el sistema de ecuaciones de disociación e ionización en ETL, para un conjunto de moléculas y los elementos más abundantes (ver Apéndice B), pero para $T < 400 K$, el procedimiento numérico usado no converge y la abundancia de vapor de agua se toma igual a la abundancia del Oxígeno que no está en moléculas de CO. Son necesarios cálculos detallados de la química de los discos para confirmar o descartar esta aproximación.

A longitudes de onda más largas, el espectro tiende a estar dominado por la emisión de anillos ópticamente delgados, y el flujo crece proporcionalmente a \dot{M} , como muestra la ec.(5.20). En la región *submm*, los discos viscosos con estructura vertical detallada presentan un exceso de emisión respecto al modelo simple. Como se discutió en §III.6.3, esto se debe a que gran parte de la estructura vertical del disco es ópticamente delgada en este intervalo espectral, con lo cual el flujo emergente proviene de zonas más cercanas al plano medio y por lo tanto más calientes que T_{vis} . Para longitudes de onda aún más largas (*mm - radio*), el flujo emergente del disco con estructura vertical detallada está dominado por la emisión de anillos (completamente) ópticamente delgados y por lo tanto resulta menor que el del modelo simple, ópticamente grueso.

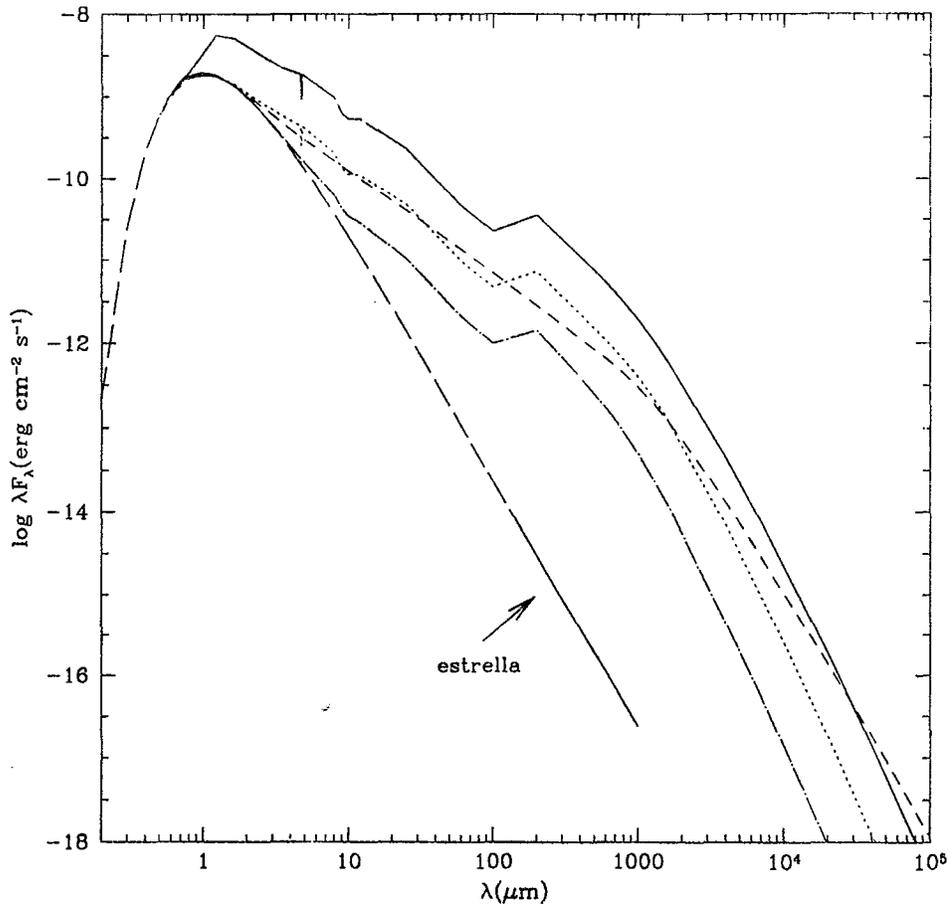


Figura 5.4. Efecto de la variación de \dot{M} en el espectro continuo de discos no irradiados. Los discos tienen $\alpha = 0.01$, $R_d = 140 \text{ AU}$, $\theta = 60^\circ$, y rodean a una estrella central de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 \text{ K}$. El espectro de la estrella se muestra con línea discontinua (rayas largas). Cada curva corresponde a una tasa de acreción distinta: $\log \dot{M} = -8$ (puntos y rayas), -7 (puntos) y -6 (continua). La curva discontinua (rayas cortas) es el espectro de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, con $T_{eff} = T_{vis}$, ópticamente grueso (sin estructura vertical detallada).

Discos viscosos irradiados

En las Figuras 5.5 y 5.6 se muestra el efecto de variar la tasa de acreción de masa del disco cuando existen fuentes externas de irradiación. En la Figura 5.5 se presentan espectros de los mismos modelos de discos graficados en la Figura 5.4, pero en este caso se toma en cuenta la irradiación de la estrella central suponiendo que gas y polvo se encuentran bien mezclados, y tomando en cuenta la curvatura de la superficie del disco. En la Figura 5.6 se muestran espectros de discos de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$, irradiados por envolventes ópticamente delgadas de $\delta = 0.5$. Cada curva corresponde a un valor diferente del coeficiente de extinción asociado a la envoltente, $0 < A_V < 1$.

El principal efecto de la irradiación, tanto debida a la estrella central como a la envoltente, es que aumenta notablemente el flujo en la región *submm* y *mm* del espectro, mientras que afecta poco el flujo en *radio*. Esta fuente de calentamiento adicional eleva la temperatura, a toda altura, de los anillos externos del disco, como se mostró en el capítulo IV. Para los casos presentados se encuentra que en *submm*, la profundidad óptica de las zonas del disco que dominan el espectro es pequeña pero mayor que 1 y el flujo emerge de regiones calientes cercanas al plano medio. A longitudes de onda mayores, las zonas del disco que dominan el espectro se vuelven ópticamente delgadas. Como la densidad superficial disminuye de manera inversamente proporcional a la temperatura, la intensidad emergente de estas zonas casi no es afectada por la irradiación [ver ec.(5.18)], mientras que el flujo depende ligeramente de la temperatura de irradiación, a través del radio R_r [ec.(5.20)]. Se puede ver que la pendiente del espectro en radiofrecuencias, tanto de los discos no irradiados como los irradiados, es mayor que la de un disco viscoso ópticamente grueso, como predice la ec.(5.20) para $\beta = 1$.

En la Figura 5.7 se grafican espectros de discos de $\dot{M} = 10^{-7}$ y $\alpha = 0.01-0.1$. Esta figura muestra como el flujo a longitudes de onda cortas (emisión ópticamente gruesa) es casi independiente de α , mientras que el flujo a longitudes de onda muy largas (emisión ópticamente delgada) es inversamente proporcional a α . También muestra como dos mecanismos de irradiación diferentes sobre discos α estacionarios, dan el mismo espectro a longitudes de onda muy largas, si los parámetros que caracterizan los discos son los mismos. Como se discutió antes (y se volverá a presentar en el capítulo VI) una irradiación muy eficiente calienta al disco lo suficiente para que se vuelva ópticamente delgado y entonces la intensidad y el flujo emergentes se vuelven independientes de la temperatura y, por lo tanto, del mecanismo de irradiación.

En la Figura 5.8 se muestra el efecto de cambiar el radio del disco. Se puede ver que el espectro a $\lambda > 100 \mu m$ de un disco irradiado es más sensible al valor de R_d que el del disco no irradiado, debido a que la irradiación calienta los anillos externos del disco lo suficiente como para que tengan una contribución importante al espectro.

En la Figura 5.9 se grafica el flujo emergente a $\lambda = 1 mm$ y a $\lambda = 7 mm$ como función de R_d , para discos orientados con $\theta = 0^\circ$, $\alpha = 0.01$ y diferentes tasas de acreción, irradiados por una estrella central típica. Es interesante notar que la pendiente de $\log(F_\nu)$ vs $\log(R_d)$ tiende a $1/2$ a medida que la tasa de acreción baja o aumenta, porque la emisión tiende a estar dominada por regiones ópticamente delgadas [ver ec.(5.20)].

A $\lambda > 1mm$, el flujo emerge de anillos ópticamente delgados y escala como \dot{M}/α , es casi independiente de θ y varía con R_d como una ley de potencias (con exponente 0.5 a 0.7 para los casos mostrados en la Figura 5.9); mientras que a longitudes de onda cortas, donde el espectro está dominado por las zonas más internas y ópticamente gruesas del

disco, el flujo escala como $\dot{M}^{2/3}$, es independiente de R_d y de α , y es proporcional a $\cos \theta$. Con información a longitudes de onda cortas y largas y determinando de alguna manera independiente R_d y/o θ , se pueden encontrar los valores de \dot{M} y α que caracterizan un disco particular (siempre y cuando se suponga que \dot{M} y α son uniformes). En el capítulo VI se muestra que las visibilidades a longitudes de onda largas ayudan a restringir los valores de R_d y $\cos \theta$.

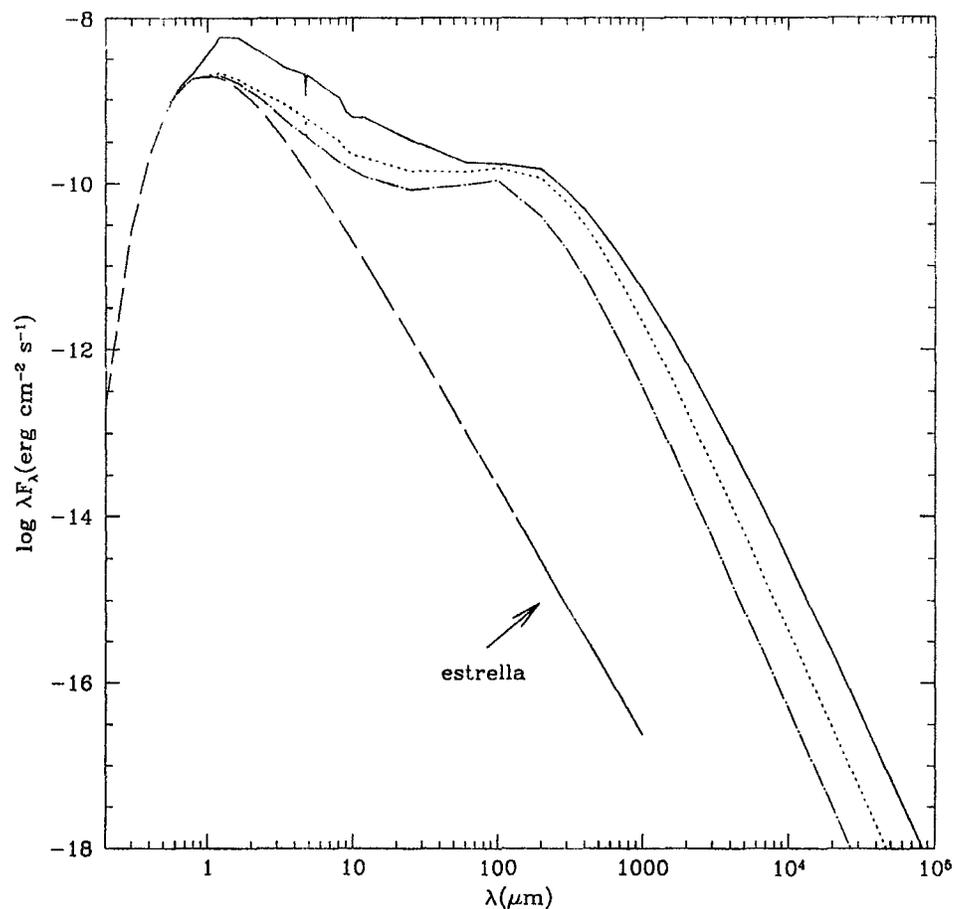


Figura 5.5. Efecto de variar \dot{M} en el espectro continuo de discos de acreción, irradiados por la estrella central tomando en cuenta la curvatura de la superficie. Los discos tienen $\alpha = 0.01$, $R_d = 140 AU$, $\theta = 60^\circ$, la estrella es de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 K$. El espectro de la estrella se muestra con línea discontinua (rayas largas). Cada curva corresponde a una tasa de acreción distinta: $\log \dot{M} = -8$ (puntos y rayas), -7 (puntos) y -6 (continua). Comparando esta figura con la Figura 5.4 se puede apreciar el efecto de la irradiación sobre el espectro de discos de igual α y \dot{M} .

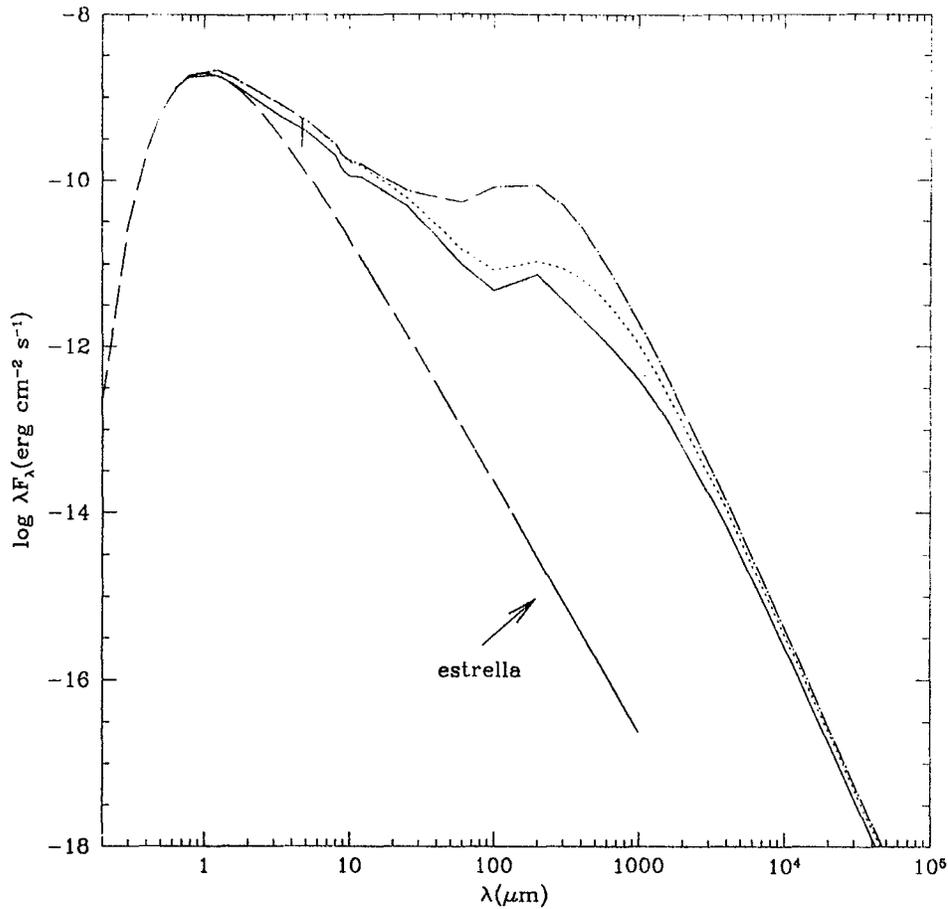


Figura 5.6. Efecto de variar la extinción de la envoltura (A_V) que irradia al disco en el espectro continuo de este. En todos los casos la envoltura es esféricamente simétrica, ópticamente delgada, de radio $r_{max} = 1000 AU$ y con $\delta = 0.5$. Los discos tienen $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$, $R_d = 140 AU$, $\theta = 60^\circ$, y la estrella central es de $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$. El espectro de la estrella se muestra con línea discontinua (rayas largas). Cada curva corresponde a un coeficiente de extinción debido a la envoltura distinto: $A_V = 0$ (continua), $A_V = 0.1$ (punteada) y $A_V = 1$ (puntos y rayas).

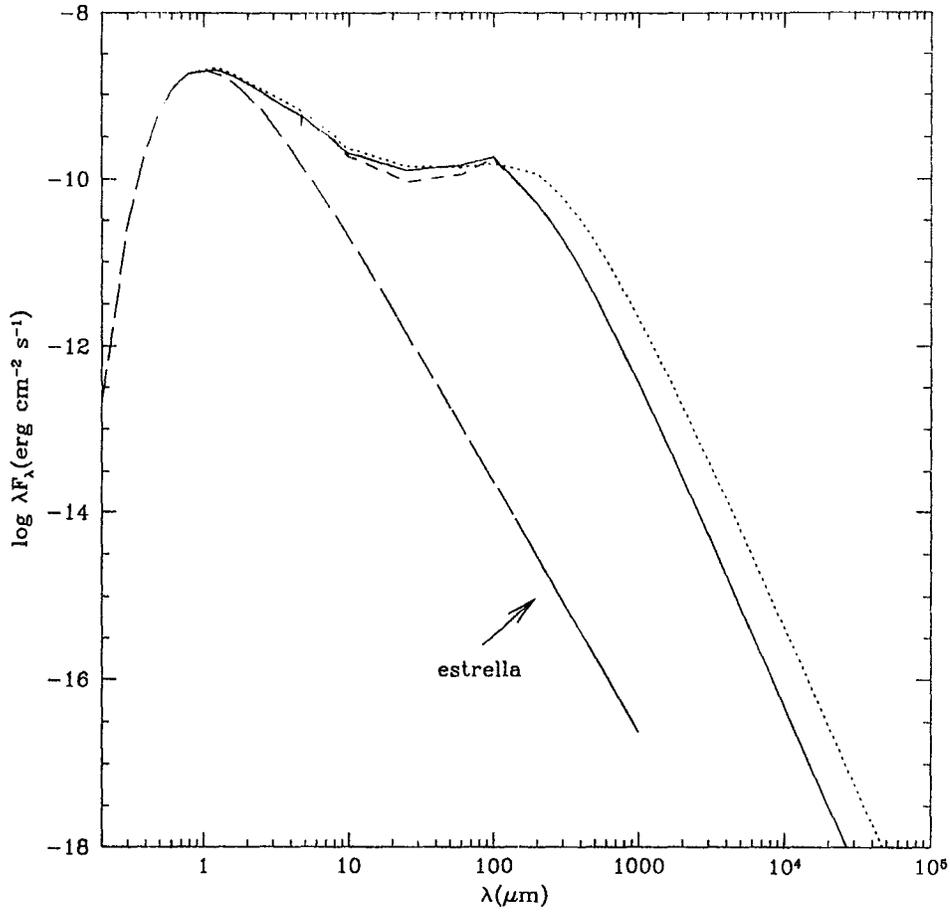


Figura 5.7. Efecto de variar α y el mecanismo de irradiación en el espectro de un disco de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (ver pie de Figura 5.4). Los modelos son: un disco irradiado por la estrella central de $\alpha = 0.01$ (línea punteada), un disco irradiado por la estrella central de $\alpha = 0.1$ (línea continua) y un disco de $\alpha = 0.1$, irradiado por una envoltura de $\delta = 0.5$ y $A_V = 2$, supuestamente ópticamente delgada (línea discontinua de rayas cortas). Para este caso, a $\lambda > 100 \mu m$ el valor de α es crucial, mientras que a $\lambda < 100 \mu m$ α afecta menos, y resulta mas importante los detalles del mecanismo de irradiación. El disco esta orientado con $\theta = 60^\circ$.

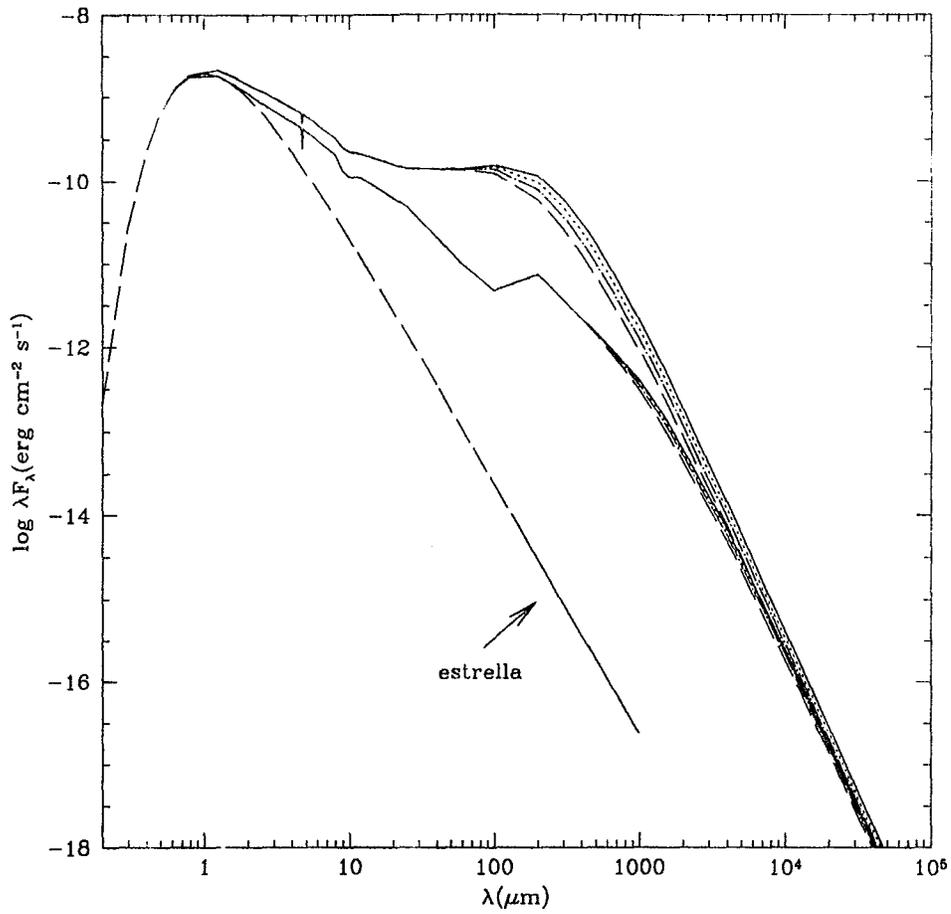


Figura 5.8. Efecto de variar el radio del disco en el espectro continuo de discos irradiados y no irradiados. Se muestra un disco irradiado por la estrella central y uno no irradiado, ambos con $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$ (ver pie de Figura 5.4). Cada curva corresponde a un radio diferente: $R_d = 140 \text{ AU}$ (continua), 100 (punteada), 70 (punto y raya) y 50 (rayas largas). La curva discontinua (de rayas cortas) es el espectro de la estrella central. El ángulo de inclinación del disco es $\theta = 60^\circ$.

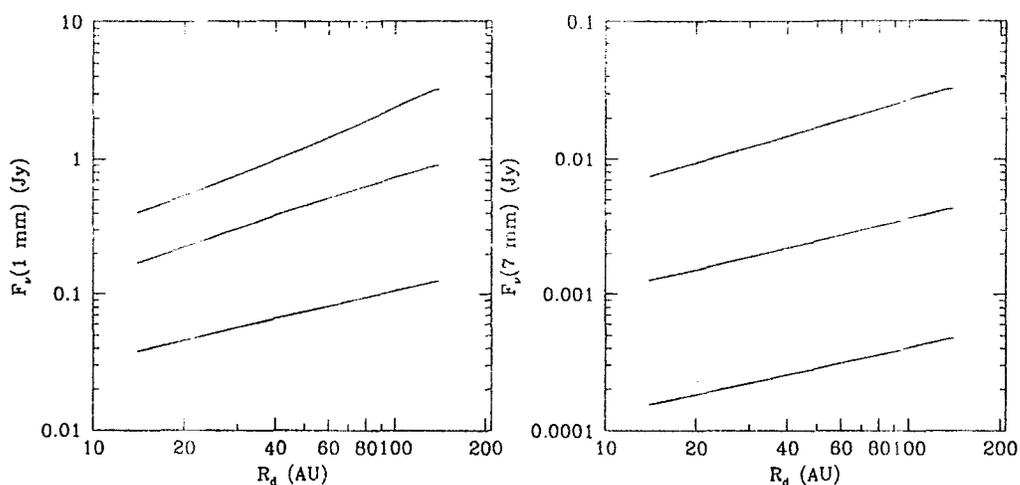


Figura 5.9. Efecto de la variación del radio del disco sobre el flujo a 1 mm (izquierda) y 7 mm (derecha). El disco tiene $\alpha = 0.01$ y esta irradiado por la estrella central. Los modelos de discos se calculan tomando en cuenta la curvatura de la superficie donde se absorbe la mayor parte de la radiación estelar en el cálculo de la estructura vertical. Cada curva corresponde a una tasa de acreción diferente (creciendo de abajo hacia arriba, como se puede ver en el panel derecho): $\log \dot{M} = -8, -7, -6$.

V.3.2. Infrarrojo cercano: bandas J , H y K

En esta sección se hace una comparación global entre los colores en el cercano infrarrojo predichos por los modelos y las observaciones de objetos jóvenes reportadas en la literatura. Como las estrellas centrales tienen una contribución importante en este intervalo espectral no pueden dejar de incluirse en el cálculo de los colores del sistema estrella+disco, y tomar el espectro de la estrella central como un cuerpo negro lleva a grandes errores en los colores que pueden invalidar la comparación con las observaciones. Para evitar este problema se tomaron las magnitudes de estrellas

estándares, así como los flujos correspondientes a magnitud 0, de Bessel & Brett (1988). A partir de los flujos de las estrellas estándares sumados a los flujos de los modelos de disco, se calcularon las magnitudes en tres bandas del infrarrojo cercano: J ($1.22 \mu m$), H ($1.63 \mu m$) y K ($2.19 \mu m$).

En la Figura 5.10 se muestra un diagrama de (J-H) vs (H-K). Las observaciones fueron tomadas de la compilación de Kenyon & Hartmann (1995), las líneas continuas a la izquierda del diagrama corresponden a los colores intrínsecos de estrellas de secuencia principal V (la curva que baja a partir de $H - K \sim 0.2$) y gigantes III (la curva que sube) de diferentes temperaturas efectivas $T_* = 3000 - 10000 K$ (Bessel & Brett 1988). Por comparación se muestra la curva de los colores de cuerpos negros para el mismo intervalo de temperaturas de las estrellas (línea punteada, etiquetada como BB). Es notable el poco parecido entre los colores infrarrojos de los cuerpos negros y los de las estrellas. Un vector de extinción, cuyo módulo corresponde a $A_V = 5$, se muestra del lado derecho de la gráfica. Corregir las observaciones por extinción es equivalente a moverlas sobre el diagrama en la dirección contraria al vector de extinción, una distancia proporcional a A_V . Se puede ver que una fracción importante de los puntos observacionales no puede interpretarse como estrellas normales simplemente extinguidas.

Son varios los parámetros que afectan el espectro en el infrarrojo cercano: \dot{M} , α , R_{hoyo} , θ , T_* , R_* , M_* . Las predicciones de los modelos tienden a encimarse en el diagrama (J-H) vs (H-K) y, por claridad de la Figura 5.10, los colores de los modelos se representan con regiones sombreadas en lugar de puntos o trazas.

Los principales parámetros que entran en juego en determinar los colores en esta zona del espectro son: \dot{M} , R_{hoyo} (i.e. el tamaño del hoyo magnetosférico, si existe,

(ver §II.2.2), y las propiedades de la estrella central (M_* , R_* y T_*). Debido a que la distribución espectral de energía en estas bandas está dominada por la emisión de zonas del disco ópticamente gruesas, el parámetro α afecta muy poco.

La región sombreada inferior corresponde a diferentes modelos de discos irradiados y no-irradiados, con tasas de acreción entre 10^{-8} y $10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $0 \leq R_{\text{hoyo}} \leq 4 R_*$, a los que se les suma el flujo emergente de una estrella central de $R_* = 3 R_{\odot}$, cuya temperatura efectiva se tomó como $3000 \leq T_* \leq 5000 K$. Los modelos representados por la zona sombreada no están extinguidos. Tomando en cuenta la extinción, se desplazaría cada modelo en dirección del vector de extinción una longitud proporcional a A_V , permitiendo cubrir una gran parte de los puntos observados. Los modelos con bajas tasas de acreción presentan colores dominados por la estrella central y ésto se acentúa más cuanto mayor es el hoyo central, mientras que los modelos de altas tasas de acreción tienden a ser más "infrarrojos", más aún si por culpa de un hoyo central, no se incluye la contribución de los anillos más calientes.

La zona sombreada superior representa los mismos modelos de discos, pero sin sumar la contribución de la estrella central al flujo emergente. Esto pretende simular casos de estrellas intrínsecamente muy poco luminosas o particularmente extinguidas respecto al disco (quizas porque éste tiene cierto ángulo de inclinación que oculta parte de la superficie de la estrella, disminuyendo su contribución al espectro). Por ejemplo, se tiene el caso de HL Tau, cuya estrella central no se observa, pero se estima como de $T_* \approx 1500 K$ (Calvet *et al.* 1994). Un hoyo en el disco también podría simular una extinción muy grande hacia sus zonas más internas. En estos modelos "sin estrella" cuanto menor es la tasa de acreción, los discos son más fríos y los colores más "infrarrojos" (al revés de lo que sucede con los modelos "con estrella", en los que a

medida que disminuye la importancia del disco, los colores del sistema tienden a los de la estrella). Los modelos de mayor tasa de acreción, tienen colores similares a los modelos que si incluyen la estrella central, porque en estos últimos el disco resulta dominante.

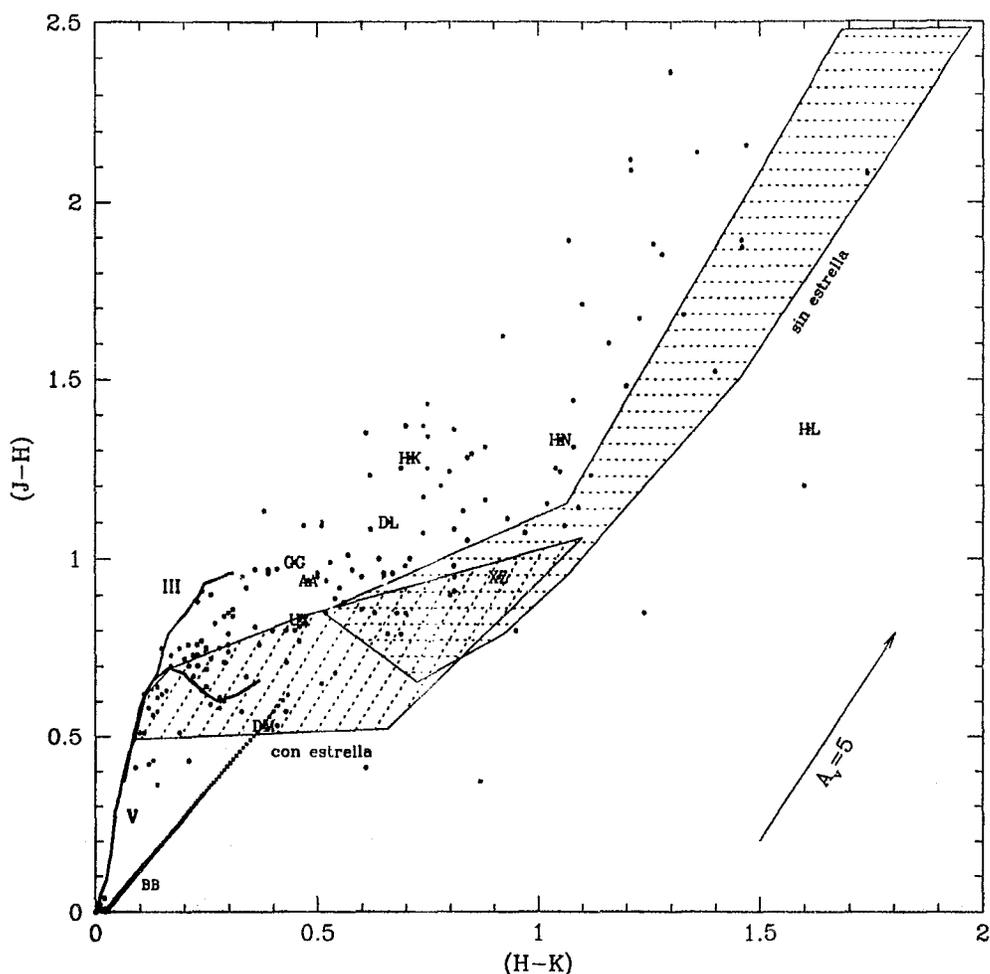


Figura.5.10. Diagrama color-color infrarrojo cercano. Las zonas sombreadas corresponden a colores de modelos de disco con y sin la contribución al espectro de la estrella central. Los modelos tienen tasas de acreción entre $-8 \leq \log M \leq -6$, $0.0001 \leq \alpha \leq 0.1$, $0 \leq R_{\text{hoyo}} \leq 4 R_*$, las estrellas centrales tienen temperaturas entre $3000 \leq T_* \leq 5000 \text{ K}$ y radios $1 \leq R_* \leq 3 R_\odot$. Todos los modelos corresponden a $\theta = 0^\circ$. Los puntos son observaciones compiladas por Kenyon & Hartmann (1995). Como referencia, los colores de algunos objetos muy conocidos se etiquetan con una abreviación del nombre. Las curvas de trazo grueso (a la izquierda del diagrama) corresponden a los colores de estrellas de secuencia principal (V) y gigantes (III) estándares, tomadas de Bessel & Brett (1988). También, por comparación, se muestra la traza de cuerpos negros de temperaturas $3000 \leq T_{\text{BB}} \leq 10000 \text{ K}$. A la izquierda de la gráfica, se encuentra un vector de enrojecimiento correspondiente a $A_V = 5$. Los modelos no están enrojecidos por extinción, por lo tanto deben desplazarse en la dirección del vector de enrojecimiento, una distancia proporcional a A_V . (ver texto).

V.3.3. Infrarrojo lejano

En la Figura 5.11 se muestra un diagrama color-color para estrellas T Tauri en los colores IRAS: [12]–[25] y [25]–[60]. Las observaciones y puntos cero de las magnitudes IRAS fueron tomadas de la compilación de Kenyon & Hartmann (1995). Los puntos pueden representar fuentes individuales o combinaciones de fuentes, incluyendo o no nebulosas de reflexión. Los flujos de magnitud 0 son: $F_\nu(12 \mu m) = 28.3 Jy$, $F_\nu(25 \mu m) = 6.73 Jy$, $F_\nu(60 \mu m) = 1.19 Jy$ y $F_\nu(100 \mu m) = 0.43 Jy$. También se grafican colores de diferentes modelos, dados por las líneas continuas. El cuadrado corresponde a los colores de un disco ópticamente grueso con $T \sim R^{-3/4}$ (disco viscoso o disco plano irradiado por la estrella), el triángulo corresponde a los colores de un disco de $T \sim R^{-3/7}$ (disco curvo irradiado por la estrella, ver §IV.3.4).

Los colores de discos viscosos no-irradiados no coinciden exactamente con el modelo ópticamente grueso representado por el cuadrado, porque debido a detalles del coeficiente de opacidad (por ej. la presencia de bandas de agua, etc.) la emisión puede venir de más adentro o más afuera de la fotosfera (donde $T \sim T_{vis}$) reflejando una distribución de temperatura un poco diferente a T_{vis} . Los modelos de discos curvos irradiados no coinciden con el modelo ópticamente grueso representado por el triángulo. En realidad la temperatura efectiva del disco curvo no está dada por una única ley de potencias: las zonas más internas tienen una distribución de temperatura típica de disco plano, mientras que las más externas si tienen $T \sim R^{-3/7}$, así que es de esperar que los colores de los modelos de discos curvos irradiados calculados en detalle sean algo intermedio entre el triángulo y el cuadrado. Los modelos de discos irradiados por una envoltente esféricamente simétrica y ópticamente gruesa (Kenyon, Calvet & Hartmann 1993, Calvet *et al.* 1994) tienen los espectros más enrojecidos. Es

importante mencionar que los colores de estos modelos de discos, representados por la curva etiquetada con "irrad (env. gruesa)", no podrian ser observados porque la emisión de la envolvente ópticamente gruesa, que rodea al sistema y calienta al disco, domina a estas longitudes de onda. Los propositos de esta gráfica son ilustrativos y no se pretende hacer una comparación detallada entre modelos y observaciones.

Estos resultados concuerdan con la idea de que un disco viscoso, irradiado o no, no logra explicar por si solo la distribución de energía observada en el lejano infrarrojo, lo cual requiere o un disco no-estandar con una distribución de temperatura $T_{eff} \sim R^{-1/2}$, basado en una física desconocida (Adams, Lada & Shu 1988, Beckwith *et al.* 1990) o incluir la emisión de una envolvente, de geometría o distribución de densidad apropiadas para que la estrella pueda ser visible en el óptico (Calvet *et al.* 1994).

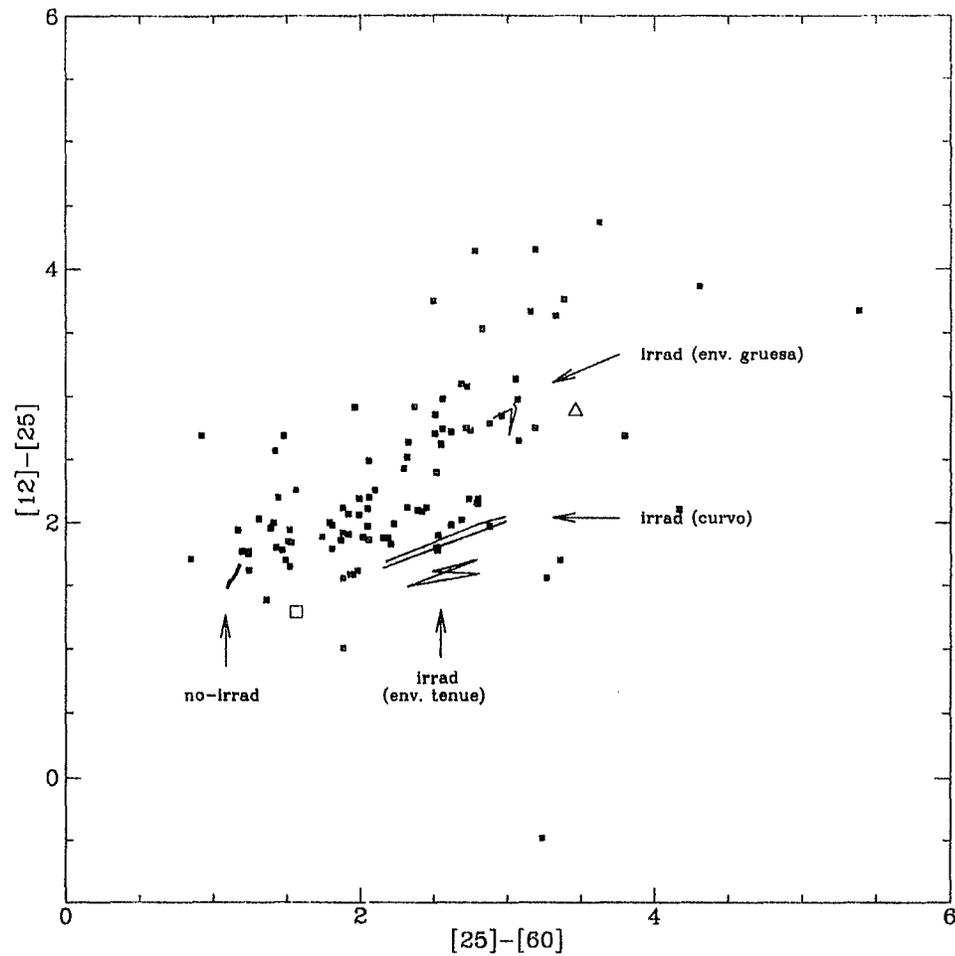


Figura.5.11. Diagrama color-color en el lejano IR. Los puntos son observaciones de estrellas T Tauri compiladas por Kenyon & Hartmann (1995), las diferentes curvas corresponden a distintos modelos: discos no-irradiados o puramente viscosos, discos irradiados por una envoltente tenue ($\delta = 0.5$, $A_V = 1$), discos curvos irradiados por la estrella central y discos irradiados por una envoltente ópticamente gruesa. Los modelos corresponden a tasas de acreción entre $10^{-8} - 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01 - 0.1$. La estrella central es fija: $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$. El cuadrado corresponde a un disco ópticamente grueso con $T \sim R^{-3/4}$ y el triángulo corresponde a $T \sim R^{-3/7}$. (ver texto)

V.3.4. Flujos submilimétricos y milimétricos

Diagrama HR – mm :

Se grafican modelos y observaciones en diagramas tipo HR, en los que el eje de las ordenadas es $\log(\lambda F_\lambda)$ a cierta longitud de onda y el de las abscisas corresponde a $\log(\lambda_1 F_{\lambda_1}/\lambda_2 F_{\lambda_2})$, con $\lambda_1 > \lambda_2$, o corresponde a $3 - n$, donde n es el índice espectral, definido como $n = [\log(\lambda_1 F_{\lambda_1}/\lambda_2 F_{\lambda_2})]/(\log(\lambda_1/\lambda_2))$. En estos diagramas la ordenada representa el flujo emergente, mientras que la abscisa está relacionada con la pendiente de la distribución espectral. Se intenta caracterizar el efecto de los diferentes parámetros de los discos sobre estas dos propiedades observables y usar estos diagramas como guía al comparar modelos con observaciones, e inferir propiedades físicas de los discos.

En esta subsección se presentan una serie de diagramas que permiten, en principio, inferir los parámetros característicos de los discos a partir de observaciones en un par de longitudes de onda *submm* o *mm*. Si bien la información puede ser redundante, no se encuentran, reportadas en la literatura, observaciones de los mismos objetos a toda longitud de onda, por lo tanto diagramas útiles para un objeto particular pueden no serlo para otro, y además, las observaciones no son homogéneas a toda longitud de onda, lo cual se puede detectar comparando parámetros inferidos de diagramas que cubren distintos intervalos espectrales.

Como se discutió en §V.2.5, existen aproximaciones simples para algunos casos extremos que permiten representarlos en estos diagramas y que sirven como referencia:

(i) los modelos completamente ópticamente delgados, suficientemente calientes para

que sea válida la aproximación de Rayleigh-Jeans en *submm* y *mm*, tienen una abscisa en el diagrama HR-mm dada aproximadamente por:

$$\left[\frac{\lambda_1 F_{\lambda_1}}{\lambda_2 F_{\lambda_2}} \right]_{delg} \approx \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{(\beta+3)}, \quad (5.24)$$

o un índice espectral de $n = 3 + \beta$; (ii) para modelos de discos ópticamente gruesos calculados suponiendo que la intensidad emergente es la función de Planck evaluada a la temperatura efectiva correspondiente a disipación viscosa, se tienen dos casos extremos: los discos de alta tasa de acreción, que tienen temperatura alta y por lo tanto su emisión está en el límite de Rayleigh-Jeans,

$$\left[\frac{\lambda_1 F_{\lambda_1}}{\lambda_2 F_{\lambda_2}} \right]_{gr} \approx \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^3, \quad (5.25)$$

con un índice espectral $n = 3$ y los discos de tasas de acreción pequeñas, mas fríos, cuya emisión está en el límite de Wien,

$$\left[\frac{\lambda_1 F_{\lambda_1}}{\lambda_2 F_{\lambda_2}} \right]_{gr} \approx \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{4-2/\gamma}, \quad (5.26)$$

es decir $n = 4 - 2/\gamma$, donde γ es el exponente de la ley de potencias que representa la distribución radial de $T(\tau_\nu = 1)$. Si $T(\tau_\nu = 1) \sim T_{vis} \sim (R/R_*)^{-3/4}$ entonces $n = 1.33$.

En esta sección se presentan diagramas HR-mm de modelos de discos viscosos irradiados y no irradiados, con estructura vertical detallada, en los que se varían los parámetros característicos relevantes: \dot{M} , α , θ , R_d , β , propiedades de la envolvente y de la estrella central, y se comparan con observaciones de Beckwith & Sargent (1991)

en $\lambda = 0.6, 0.8, 1.1 \text{ mm}$, de Beckwith *et al.* (1990) en $\lambda = 1.3 \text{ mm}$ y de Dutrey *et al.* (1995) en $\lambda = 2.7 \text{ mm}$.

La Figura 5.12.a muestra el diagrama HR-mm, para 0.8 y 1.1 mm, de modelos de discos *no irradiados*, con $R_d = 140 \text{ AU}$, $\beta = 2$ y $\theta = 0^\circ$. La línea punteada vertical del lado izquierdo de la gráfica corresponde al límite ópticamente delgado (ec.(5.24)) y la curva del lado derecho al límite ópticamente grueso (ec.(5.22)).

Los modelos de discos de tasas de acreción mayores y menores valores de α se encuentran del lado “ópticamente grueso” del diagrama, mientras que los modelos de mayor α se acercan al lado “ópticamente delgado”. El flujo y por lo tanto el eje de las ordenadas, depende principalmente de \dot{M} y la pendiente del espectro o el eje de las abscisas depende de α . Sin embargo, para los modelos de mayor α , i.e. más ópticamente delgados, el flujo total disminuye con α , y por eso el diagrama se dobla hacia abajo del lado izquierdo. Los modelos de $\log \alpha = -4$, son ópticamente gruesos en mm, pero su emisión no proviene de la fotosfera del disco (caracterizada por la temperatura viscosa) sino de zonas más cercanas al plano medio y más calientes, y por ésto el flujo es mayor y de pendiente más plana en los modelos detallados, que lo calculado para discos de la misma tasa de acreción, ópticamente gruesos con $T_b = T_{vis}$.

En la Figura 5.12.b se muestra el mismo diagrama para discos de radio $R_d = 60 \text{ AU}$ y en la Figura 5.12.c se considera el efecto de incluir un ángulo de inclinación, tomando $\theta = 45^\circ$. Disminuir el radio implica que el espectro está dominado por zonas más calientes y más ópticamente gruesas (porque se elimina la contribución de anillos externos, en general más fríos y ópticamente delgados) y que el área emisora es menor. El efecto neto es que dado un modelo, su flujo disminuye un poco al disminuir el radio del disco, y la pendiente de los modelos de $\log \alpha = -4$ se mueve acercándose a la curva

de discos gruesos en el límite de Rayleigh-Jeans. Los modelos de $\log \alpha = -1$ también se desplazan a la izquierda, porque al no contribuir las zonas más frías, la emisión total tiende al límite de Rayleigh-Jeans. Inclinar al disco cierto ángulo disminuye el área emisora un factor $\cos \theta$, lo cual se nota en la contribución al flujo de las zonas ópticamente gruesas, mientras que al aumentar la profundidad óptica por el mismo factor, el flujo emergente de las zonas delgadas no cambia. Así, el efecto del ángulo es importante en los modelos más ópticamente gruesos, mientras que prácticamente no se nota en los modelos más ópticamente delgados.

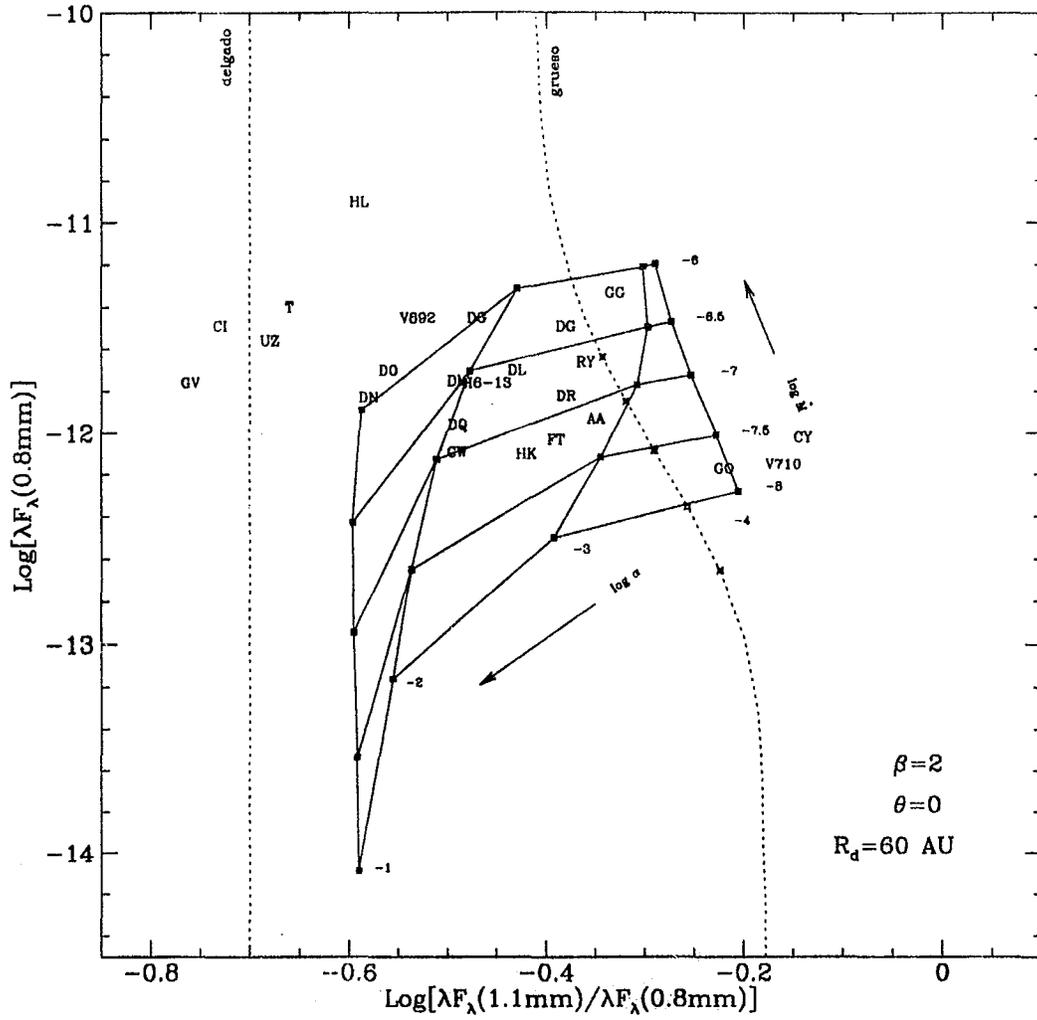


Figura.5.12.b. Diagrama HR-mm, ver pie de Figura 5.12.a. El radio del disco es $R_d = 60 \text{ AU}$.

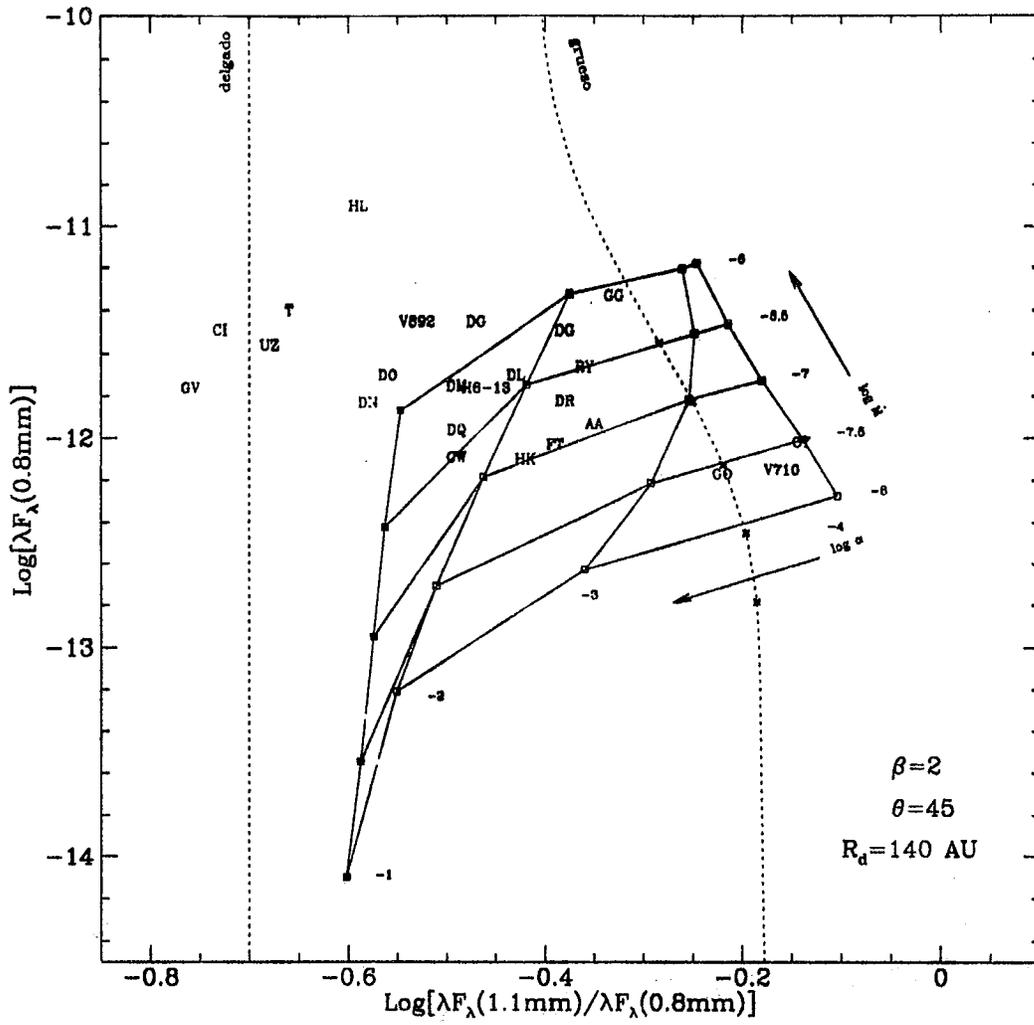
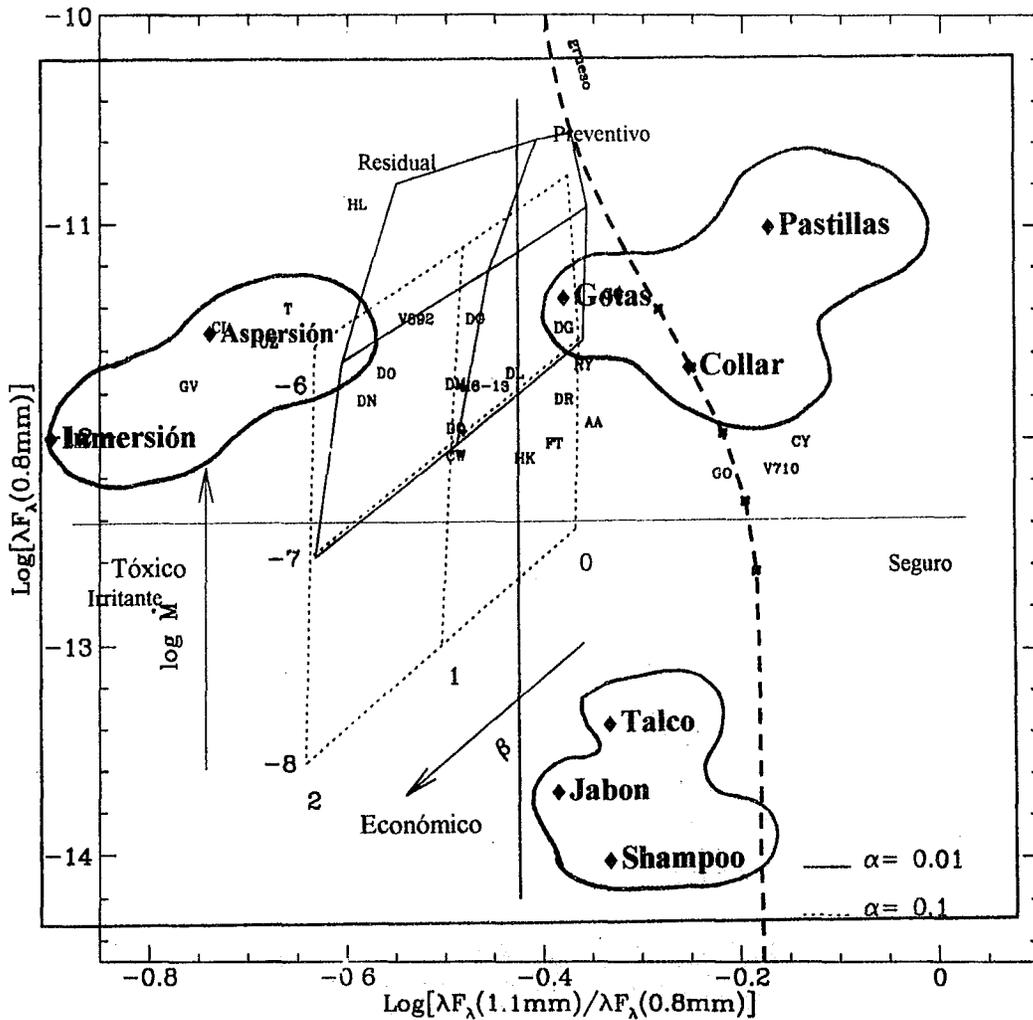


Figura.5.12.c. Diagrama HR-mm, ver pie de Figura 5.12.a. El ángulo de inclinación es $\theta = 45^\circ$.

Plano Perceptual Para los Diferentes Tipos de Presentación



Factor 1

Figura.5.14. Diagrama HR-mm para discos irradiados por una envoltura tenue ($A_V = 1$), esféricamente simétrica con $\delta = 0.5$. El radio del disco es $R_d = 140 AU$ y se toma $\theta = 0^\circ$. Se muestran modelos de $\log M = -8, -7, -6$ y $\beta = 0, 1, 2$. La línea punteada corresponde a $\alpha = 0.1$ y la línea continua a $\alpha = 0.01$. La línea discontinua indica el límite ópticamente grueso (línea discontinua), los puntos sobre esta curva corresponden a $\log M = -8, -7.5, -7, -6.5, -6$.

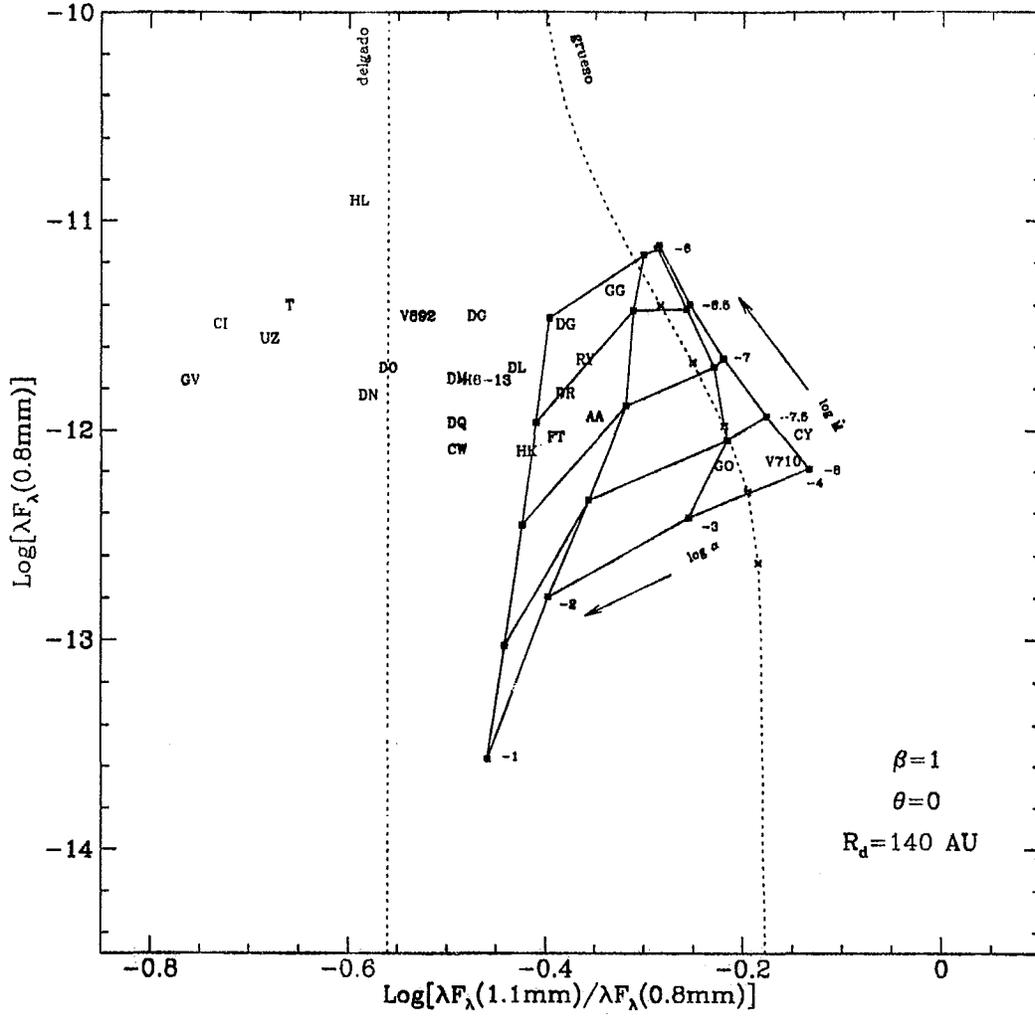


Figura.5.13.a. Diagrama HR-mm para discos no-irradiados, con $\beta = 1$ (ver pie de Figura 5.12.a).

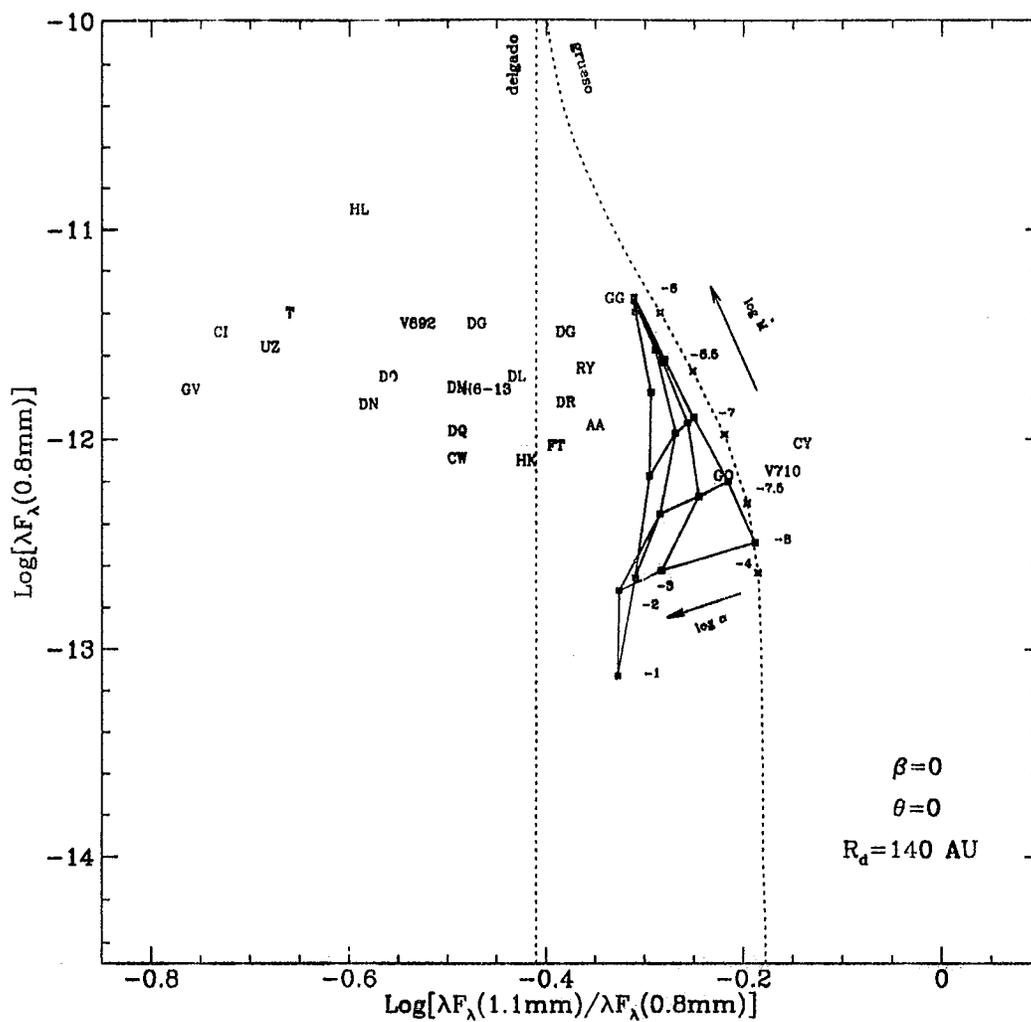


Figura.5.13.b. Diagrama HR-mm para discos no-irradiados, con $\beta = 0$ (ver pie de Figura 5.12.a)

La irradiación, como se discute en el capítulo IV y en §V.3.1, aumenta la temperatura y disminuye la profundidad óptica de las zonas más externas del disco, que son las que más contribuyen en la región milimétrica del espectro.

En la Figura 5.14 se grafica un diagrama HR-mm para algunos modelos de discos viscosos, *irradiados* por una envolvente tenue, esféricamente simétrica, que reprocesa y dispersa radiación estelar y del propio disco, y que se caracteriza por $\delta = 0.5$ y $A_V = 1$. En la misma figura se presentan los casos de $\beta = 2, 1$ y 0 , y se toman dos valores de α para el disco: $\alpha = 0.01$ (línea continua) y $\alpha = 0.1$ (línea punteada). Las tasas de acreción de los modelos graficados son: $\log \dot{M}(M_\odot \text{ año}^{-1}) = -8, -7, -6$.

En la Figura 5.15 se muestra el mismo tipo de diagrama para discos curvos irradiados por una estrella central de $T_* = 3700 \text{ K}$ y $R_* = 3 R_\odot$.

El principal efecto de la irradiación de la envolvente es desplazar el diagrama HR-mm hacia la izquierda y hacia arriba, consistentemente con el aumento del flujo emergente debido al aumento de la temperatura y con que el disco tiende a ser más ópticamente delgado cuanto más caliente, para poder mantener su tasa de acreción constante. Por otro lado se nota la tendencia, ya discutida en §V.3.1, de que el espectro a longitudes de onda largas de discos ópticamente delgados escala como \dot{M}/α , de manera que se confunden, en el diagrama, los casos tales que su cociente \dot{M}/α es el mismo (por ejemplo, $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.1$ con $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.01$), y que tienden a ser ópticamente delgados.

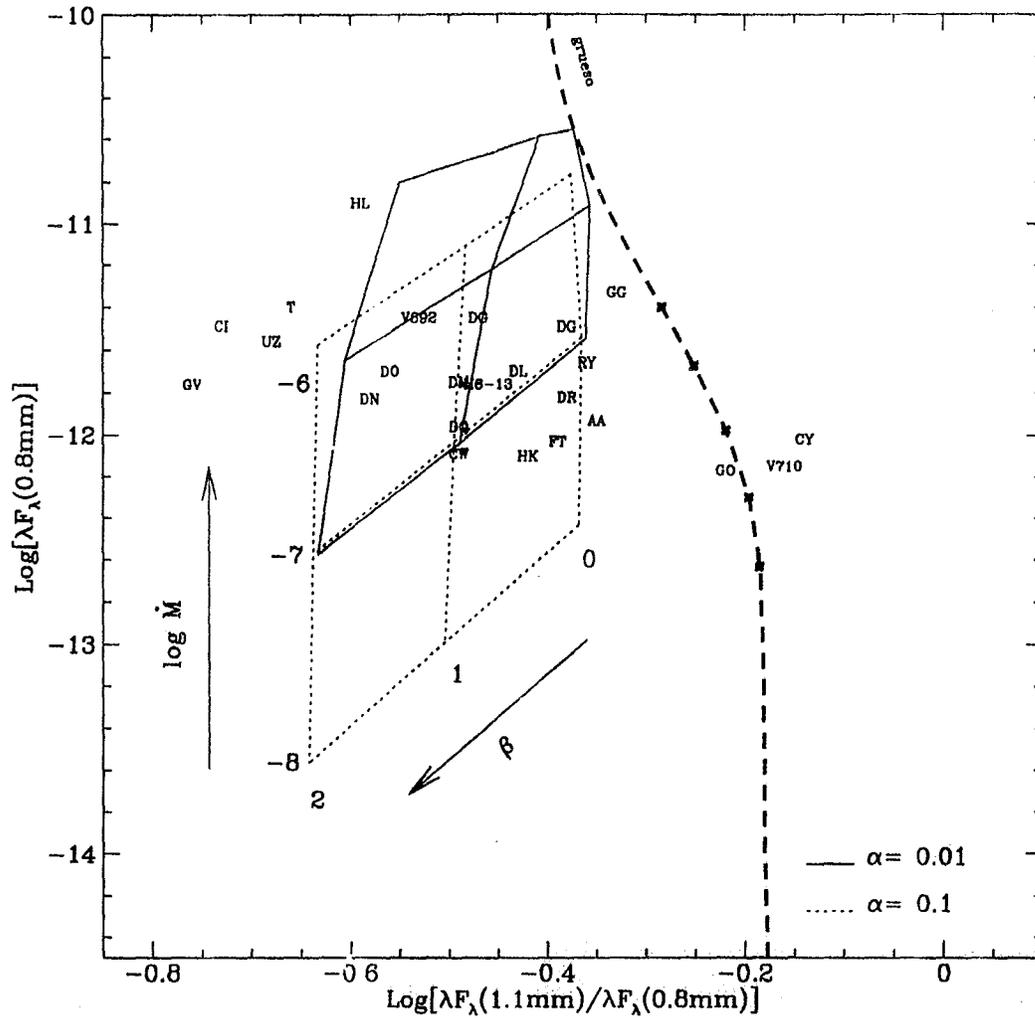


Figura.5.14. Diagrama HR-mm para discos irradiados por una envoltura tenue ($A_V = 1$), esféricamente simétrica con $\delta = 0.5$. El radio del disco es $R_d = 140 \text{ AU}$ y se toma $\theta = 0^\circ$. Se muestran modelos de $\log \dot{M} = -8, -7, -6$ y $\beta = 0, 1, 2$. La línea punteada corresponde a $\alpha = 0.1$ y la línea continua a $\alpha = 0.01$. Se grafica el límite ópticamente grueso (línea discontinua), los puntos sobre esta curva corresponden a $\log \dot{M} = -8, -7.5, -7, -6.5, -6$.

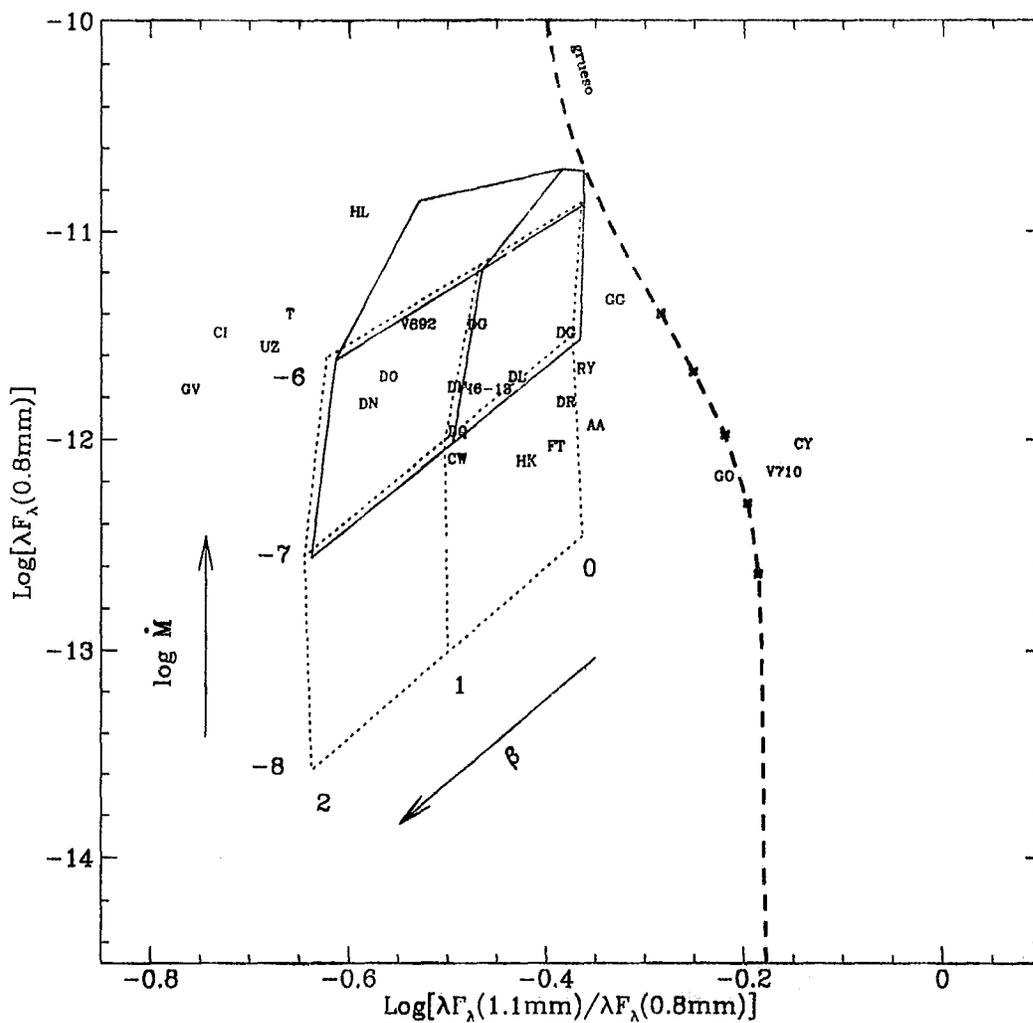


Figura.5.15. Diagrama HR-mm para discos irradiados por una estrella central de $T_* = 3700 K$ y $R_* = 3 R_\odot$. Ver pie de Figura 5.14.

En las Figura 5.16 y 5.17 se muestran diagramas HR-mm para 1.3 y 2.7 mm. La abscisa es $3 - n$, así que cuando el flujo emergente del disco está dominado por regiones

ópticamente delgadas, en el límite de Rayleigh-Jeans, la abscisa corresponde a $-\beta$. También se muestra la curva de un disco ópticamente grueso de temperatura igual a T_{vis} . La Figura 5.16 presenta discos curvos irradiados por la estrella central. Con línea continua se grafican los modelos correspondientes a $\alpha = 0.01$ y con línea punteada los de $\alpha = 0.1$; además se indican $\log \dot{M}$ y β . La Figura 5.17 muestra el mismo tipo de diagrama, pero para discos irradiados por envoltentes tenues (de $\delta = 0.5, A_V = 1$). Para cada α se grafican varias tasas de acreción, $\log \dot{M} = -8, -7, -6$, para tres valores de $\beta = 0, 1, 2$.

Los diagramas correspondientes a discos irradiados por la estrella central o a través de una envoltente resultan muy similares, porque la irradiación tiende volver al disco ópticamente delgado a longitudes de onda largas y, de acuerdo con las ecs.(5.18) y (5.20), el espectro emergente se vuelve casi independiente de los detalles del mecanismo de irradiación. Los modelos de menor tasa de acreción, mayor α y menor β tienden a la zona de los discos ópticamente gruesos, pero en general de ellos emerge más flujo que si la temperatura es igual a T_{vis} , reflejando que el disco irradiado es más caliente que uno puramente viscoso y además, que $\tau_\nu = 1$ ocurre más abajo de la fotosfera, en una región más caliente que la superficie. El flujo emergente de los modelos de menor \dot{M} y mayor α está dominado por zonas ópticamente delgadas y la abscisa tiende a $-\beta$. Los puntos observacionales corresponden a los flujos reportados por Beckwith *et al.* (1990) y Dutrey *et al.* (1995), de los cuales se seleccionaron los objetos no clasificados como estrellas binarias o múltiples. La Figura 5.18 muestra el diagrama para 1.3 y 2.7 mm, correspondiente a discos viscosos no irradiados, para distintas \dot{M} , α y β .

Las observaciones, especialmente de mm a radio son diagnósticos útiles de las propiedades de los discos. Incluso combinando observaciones en el cercano IR (donde

los discos tienden a ser ópticamente gruesos) con observaciones milimétricas (donde tienden a ser ópticamente delgados), puede restringirse mucho el espacio de parámetros. Pero establecer las propiedades de un objeto en particular a partir de los diagramas presentados en esta sección tiene ciertas dificultades. Por ejemplo no se infiere la misma información a partir de diferentes intervalos de longitudes de onda. Si se ubica un objeto dado en uno de los diagramas, por ejemplo: AA Tau en el diagrama HR-mm (0.8 – 1.1 mm) de la Figura 5.12.a, se le asignaría $\log \dot{M} \sim -7.5 - -7$ y $\alpha \sim 0.001$, con $\beta = 2$. Pero si $\beta = 1$, de la Figura 5.13.a se tendría que $\log \dot{M} \sim -7$, $\alpha \sim 0.01$. Si el disco está irradiado entonces pareciera que $\beta = 0$ y $\log \dot{M} \sim -7.5$ y $\alpha \sim 0.1$. Por otro lado, de los diagramas HR-mm (1.3 – 2.7 mm) irradiados se tiene que $\beta = 1$ y $\log \dot{M} = -7$ con $\alpha = 0.1$ o $\log \dot{M} = -8$ con $\alpha = 0.01$. Estas diferencias pueden deberse a varias causas. Las observaciones no son homogéneas en el sentido que en diferentes longitudes de onda no son necesariamente llevadas a cabo con los mismos instrumentos (telecopios, detectores, etc.). Problemas con el flujo observado a cierta longitud de onda se traducen en problemas en el cálculo de la pendiente. N. Calvet sugiere el uso de pendientes promedio en la zona mm y sub-mm del espectro para los casos en los que la emisión pareciera provenir principalmente de zonas delgadas. Este procedimiento requiere un análisis del espectro observado en más de dos longitudes de onda (y cuantos más puntos más facil es establecer una pendiente promedio).

Desde el punto de vista teórico, hay que tomar en cuenta que el modelo es limitado ya que supone que \dot{M} y α son espacialmente constantes. Si ambas cantidades varían con R , es de esperar que se infieran propiedades diferentes en distintos intervalos de longitudes de onda, en los que se están muestreando regiones distintas del disco.

Una comparación detallada de los espectros modelados y los observados permite simultáneamente ajustar los parámetros que afectan las zonas ópticamente gruesas y delgadas del disco. Esto se hará en §V.4.

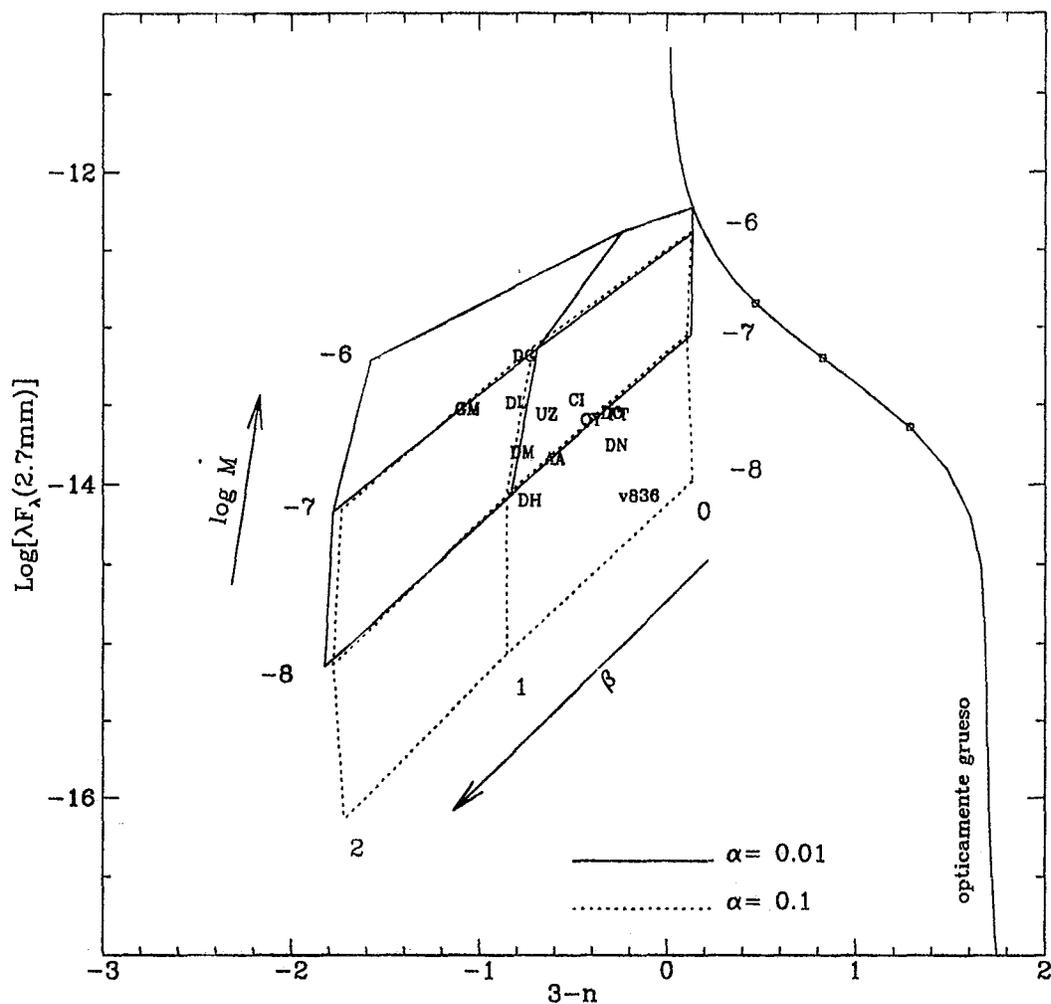


Figura.5.16. Diagrama HR-mm (1.3-2.7 mm) para discos curvos irradiados por una estrella central de $T_* = 3700 K$ y $R_* = 3 R_\odot$. La línea punteada corresponde a $\alpha = 0.1$ y la línea continua a $\alpha = 0.01$. Para cada α se grafican modelos de $\log M = -8, -7, -6$ y $\beta = 0, 1, 2$. También se muestra el límite ópticamente grueso.

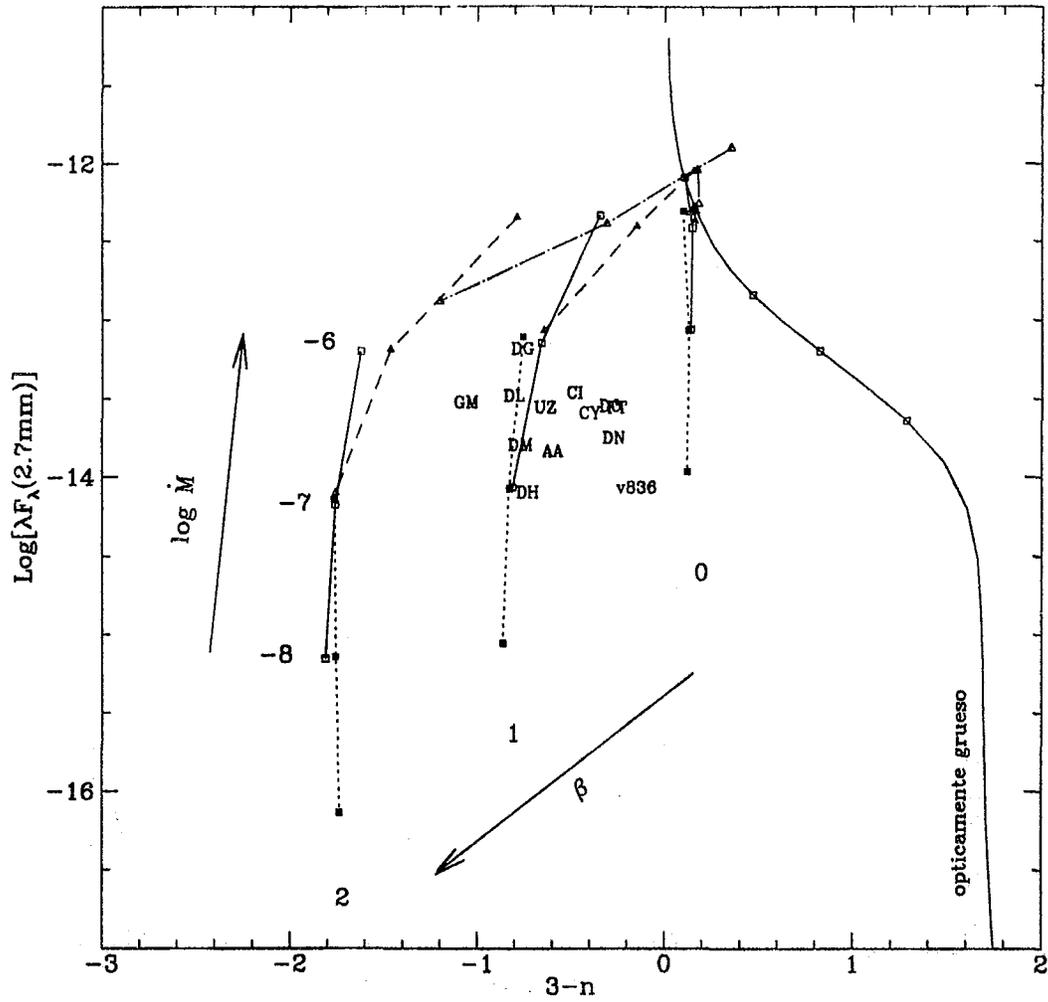


Figura.5.17. Diagrama HR-mm (1.3-2.7 mm) para discos irradiados por una envoltura de $A_V = 1$ y $\delta = 0.5$. Ver pie de Figura 5.16.

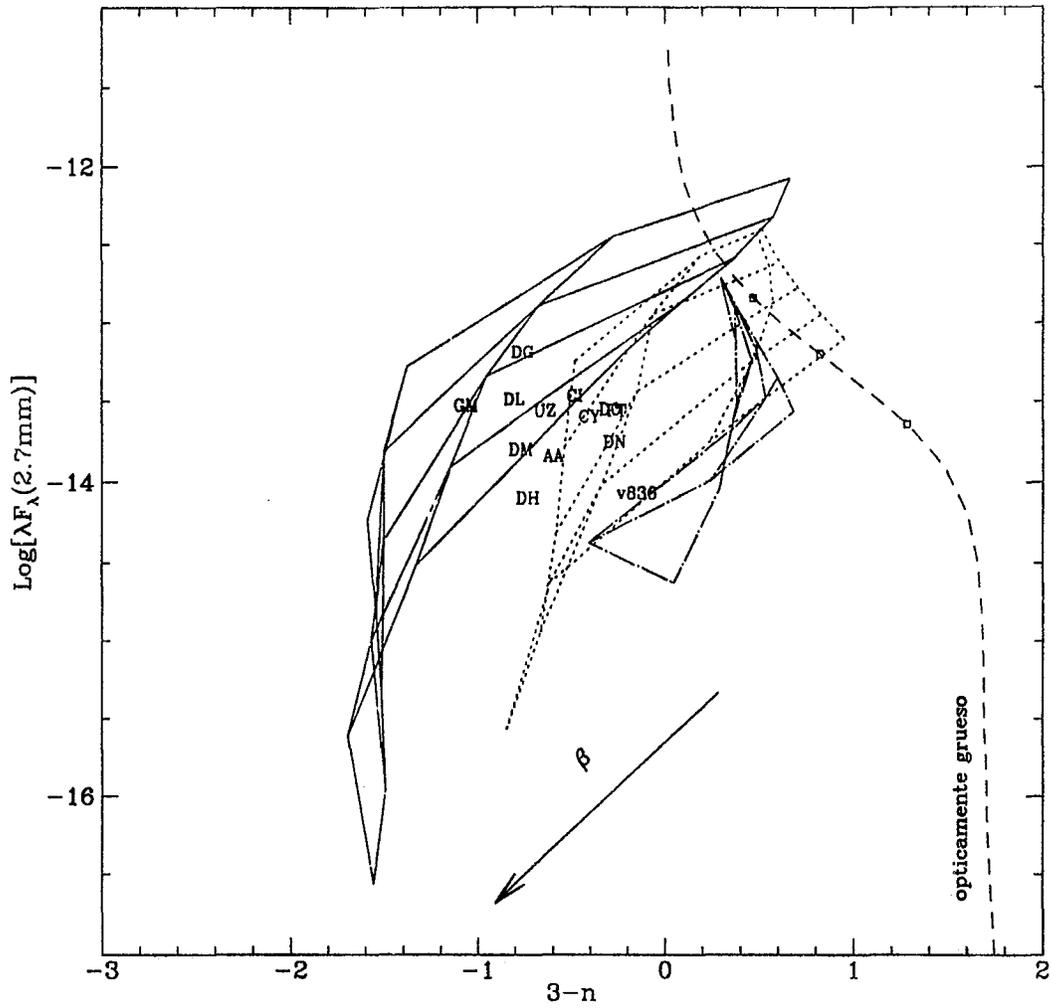


Figura.5.18. Diagrama HR-mm (1.3-2.7 mm) para discos viscosos no-irradiados. Cada tipo de línea corresponde a una β diferente: continua $\beta = 2$, punteada $\beta = 1$ y punto-rayas $\beta = 0$. Para cada valor de β se grafica una red de modelos con $\log M = -8, -7.5, -7., -6.5, -6$ y $\log \alpha = -4, -3, -2, -1$. El comportamiento de los diagramas con M y α es similar al correspondiente a las Figuras 5.12 y 5.13. Los discos tienen $R_d = 140 AU$ y $\theta = 0^\circ$.

V.3.5. Flujo en el cercano infrarrojo vs flujo mm

Como se ha mencionado antes, el flujo emergente del disco a longitudes de onda cortas (IR cercano) escala como $\dot{M}^{2/3} \cos \theta$ y es casi independiente de α , mientras que el flujo a longitudes de onda muy largas (*mm* y *radio*) escala como $\dot{M} R_d^{1/2} / \alpha$ y la pendiente está determinada por β . Hay muchas variables involucradas lo cual hace difícil determinarlas todas a partir del espectro, pero combinando información a longitudes de onda cortas y largas se pueden estimar \dot{M} y α (si se fijan θ , R_d y la estrella central).

En la Figura 5.19 se muestra un diagrama de $\log(\lambda F_\lambda(4.75 \mu m))$ contra $\log(\lambda F_\lambda(1.3 mm))$, para discos viscosos *no irradiados*. Se toma $\beta = 1$, $\theta = 0^\circ$ y $R_d = 140 AU = 10^4 R_*$. En la Figura 5.20 se muestra el mismo tipo de diagrama para $\log(\lambda F_\lambda(10.6 \mu m))$ vs $\log(\lambda F_\lambda(1.3 mm))$.

En la Figura 5.21 se presenta el efecto de la irradiación debida a la estrella central sobre la posición en el diagrama de algunos modelos: $\dot{M} = 10^{-6}, 10^{-7}$ y $10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$ y 0.1 . La estrella es una T Tauri típica, de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 K$. En particular se ha graficado $\log(\lambda F_\lambda(10.6 \mu m))$ vs $\log(\lambda F_\lambda(1.3 mm))$, para diferentes modelos: no-irradiados, irradiados por la estrella central suponiendo que el disco es plano, irradiados por la estrella central tomando en cuenta la curvatura del disco, e irradiados por una envoltente esféricamente simétrica y tenue. La irradiación aumenta ambos flujos, respecto al caso puramente viscoso, y el efecto es tanto más notorio cuanto menor es la tasa de acreción del disco.

Si el disco se supone plano la irradiación afecta mucho más el espectro en el cercano IR que en *mm* (aumentando el flujo a $10.6 \mu m$ en un factor de ~ 5 para

$\dot{M} = 10^{-8}$ y de ~ 1.6 para $\dot{M} = 10^{-7}$, respecto a los casos no irradiados, mientras que a 1.3 mm el flujo sólo aumenta ligeramente). Si el disco se considera curvo, el flujo emergente a $10.6 \mu\text{m}$ es similar al de un disco plano, pero el flujo a 1.3 mm es mucho mayor. Se muestra una vez más que la curvatura del disco es importante a grandes radios, cuya emisión domina el flujo emergente a longitudes de onda largas.

Los modelos irradiados permiten cubrir el intervalo de flujos observados a 1.3 mm , mientras que tienden a predecir flujos mayores y menores que los observados en el cercano IR. Los casos sobreestimados por los modelos irradiados caen en la zona del diagrama correspondiente a las predicciones de los modelos de discos no-irradiados. Esto sugiere que en los modelos se podría estar sobreestimando la irradiación a radios pequeños, quizás debido a no tomar en cuenta el ángulo de incidencia de la radiación estelar o que se trata de un campo de radiación de frecuencia característica diferente (Calvet *et al.* 1991), o quizás porque no se está tomando la estrella central adecuada (una estrella menos luminosa irradia menos al disco). Estos efectos se estudiarán en un trabajo posterior. Los casos subestimados por los modelos podrían corresponder a discos irradiados por envolventes ópticamente gruesas (como HL Tau) o que poseen estrellas más luminosas o tasas de acreción mayores.

En la Figura 5.22 se muestra el efecto de tomar $\theta = 60^\circ$ y diferentes radios de un posible hoyo en los flujos IR y mm de discos irradiados por la estrella (tomando en cuenta su curvatura). Como es de esperar la presencia del hoyo, al eliminar la contribución de los anillos más calientes del disco, disminuye el flujo a $10.6 \mu\text{m}$ y casi no afecta el flujo a 1.3 mm . Cambiar el ángulo de inclinación a $\theta = 60^\circ$, desplaza el diagrama hacia abajo una distancia $\Delta \log(\lambda F_\lambda(10.6 \mu\text{m})) = 0.3$ (y también lo mueve hacia la izquierda una distancia pequeña, que depende de los parámetros de cada

modelo, porque depende de la importancia de la emisión de zonas ópticamente gruesas en el flujo a 1.3 mm , calculado integrando sobre todo el disco).

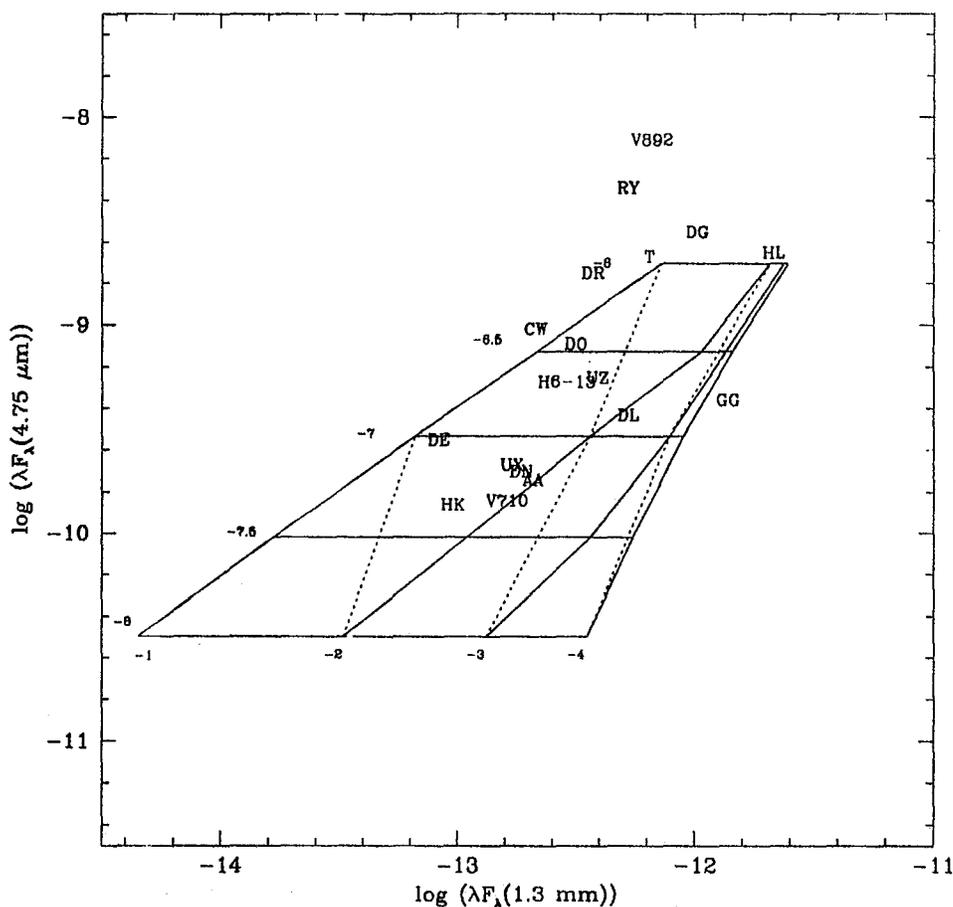


Figura.5.19. Diagrama de $\log \lambda F_{\lambda}(4.75 \mu\text{m})$ vs $\log \lambda F_{\lambda}(1.3 \text{ mm})$ de discos viscosos no-irradiados. Cada cruce de líneas representa un modelo. Las líneas (continuas) casi horizontales corresponden a \dot{M} constante (a la izquierda se encuentra el valor de $\log \dot{M}$) y las líneas (continuas) inclinadas corresponden a α constante (el valor de $\log \alpha$ se encuentra abajo). Las observaciones son compiladas de la literatura. Las líneas punteadas unen modelos de $\dot{M}/\alpha = \text{cte}$. El disco de cada modelo tiene $R_d = 140 \text{ AU}$ y está visto con $\theta = 0^\circ$, la estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$.

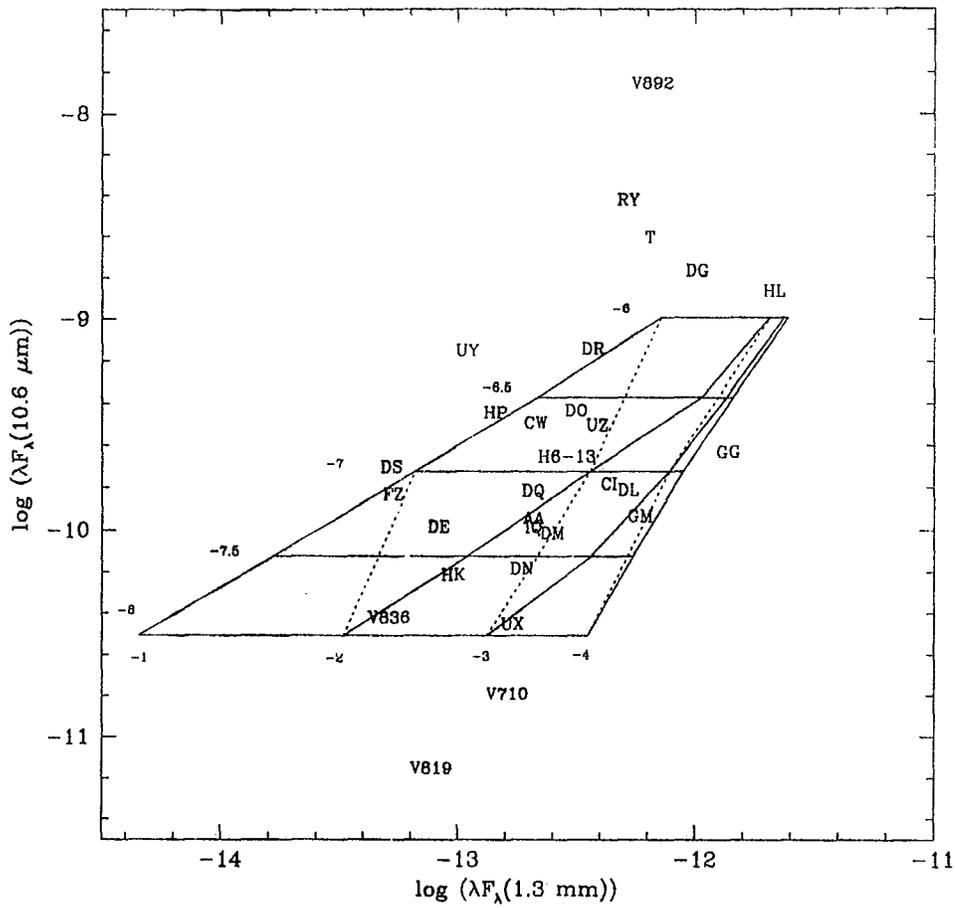


Figura.5.20. Diagrama de $\log \lambda F_\lambda(10.6 \mu\text{m})$ vs $\log \lambda F_\lambda(1.3 \text{ mm})$ de discos viscosos no-irradiados (ver pie de Figura 5.19).

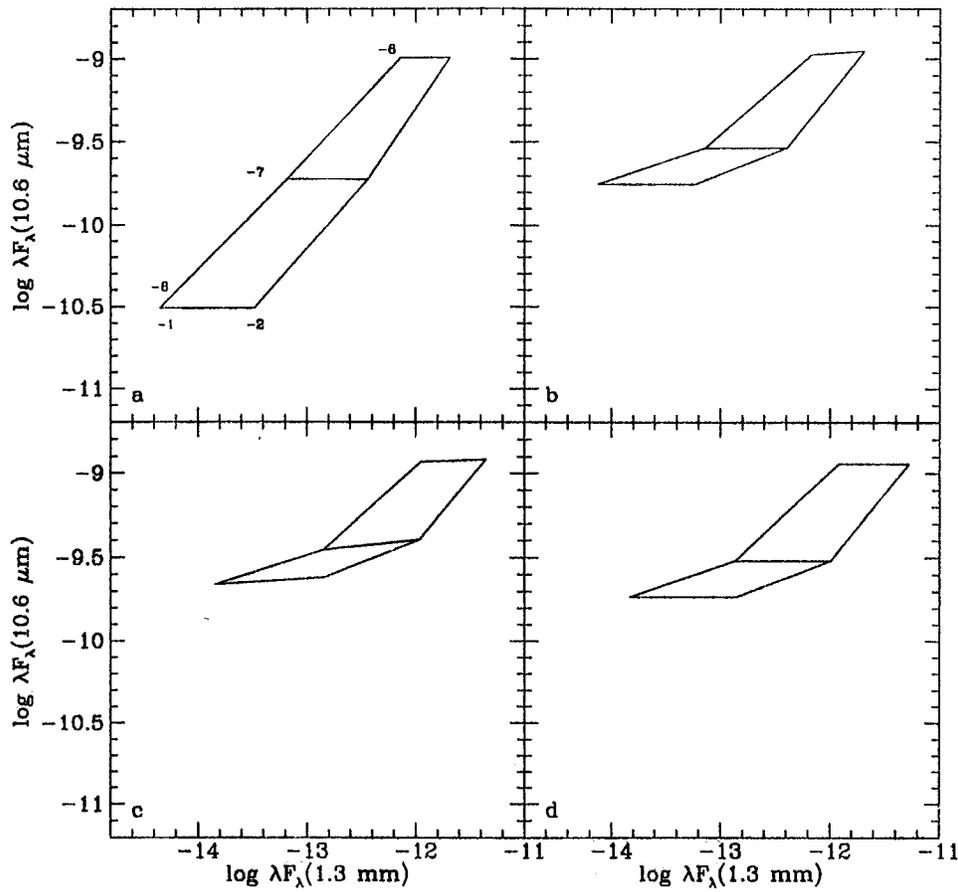


Figura.5.21. Efecto de la irradiación sobre modelos de $\log \dot{M} = -8, -7, -6$ y $\alpha = 0.01, 0.1$. (a) Discos no irradiados, (b) Discos irradiados por la estrella suponiendolos delgados, (c) Discos irradiados por la estrella suponiendolos curvos y (d) Discos irradiados por una envoltente esféricamente simétrica, de $\delta = 0.5$ y $A_V = 1$. La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_{\odot}$, $R_* = 3 R_{\odot}$ y $T_* = 3700 K$, y el disco tiene $R_d = 140 AU$ y $\theta = 0^{\circ}$.

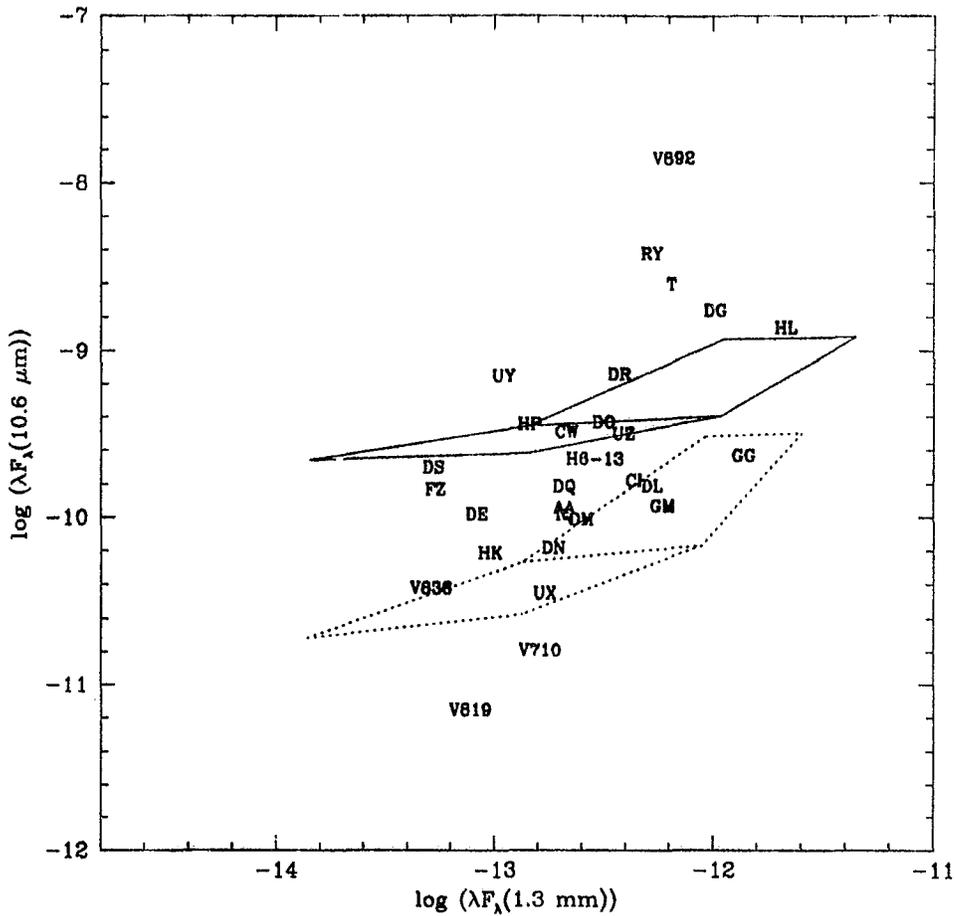


Figura.5.22. Efecto de la presencia de un hoyo y del ángulo de inclinación en el diagrama $\log \lambda F_\lambda(10.6 \mu m)$ vs $\log \lambda F_\lambda(1.3 mm)$. Por claridad, se presentan solo dos casos extremos correspondientes a $\theta = 0^\circ$, $R_{hoyo} = 0$ (línea continua) y $\theta = 60^\circ$, $R_{hoyo} = 20 R_*$ (línea punteada). Aumentar el ángulo y el radio del hoyo, disminuye el flujo a $10.6 \mu m$ mientras que casi no afecta al flujo en $1.3 mm$. La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y $T_* = 3700 K$, y el disco tiene $R_d = 140 AU$.

V.3.6. Radiofrecuencias

En *radio* los discos son ópticamente delgados, por lo menos en los casos calculados de $\dot{M} \leq 10^{-6}$ y $\alpha \geq 0.01$. Para discos α , estacionarios, de \dot{M} y α uniformes, la pendiente del espectro depende de β , mientras que el flujo escala como $\dot{M}R_d^{1/2}/\alpha$ [ver ec.(5.20)]. Como el flujo infrarrojo es más sensible a \dot{M} y $\cos \theta$, un diagrama flujo-infrarrojo vs flujo-radio permitiría, en principio conocer las combinaciones de \dot{M} , α , R_d y θ , que permiten describir a un objeto particular. Esto se puede ver en las Figuras 5.23 y 5.24, donde se grafica el $\log(\lambda F'_\lambda(10.6\mu m))$ vs $\log(\lambda F_\lambda(7 mm))$ y $\log(\lambda F_\lambda(10.6\mu m))$ vs $\log(\lambda F_\lambda(1.3 cm))$ respectivamente.

El principal problema a longitudes de onda de *radio* es que una fracción del flujo detectado corresponde a emisión libre-libre del jet o del viento que puede estar presnete en la vecindad del disco de acreción. El flujo del disco depende de frecuencia como $F_\nu \sim \nu^{\beta+2}$ donde $\beta \sim 1$, mientras que el flujo del jet va como $F_\nu \sim \nu^{0.6}$, así que a longitudes de onda largas eventualmente la emisión del jet se hace comparable o más importante que la del disco. Por ejemplo, en el caso de HL Tau, se puede ver en la Figura 6.6 como alrededor de $\lambda \sim 1 cm$ ambos flujos son iguales y a longitudes de onda mayores domina la emisión del jet. Esta es la motivación principal para construir receptores para interferómetros que permitan detectar radiación de longitudes de onda menores que 1 cm y al mismo tiempo tengan la alta resolución espacial requerida para resolver los discos.

El Observatorio Nacional de Radioastronomía de EUA y el Instituto de Astronomía de la Unam bajo el financiamiento del CONACyT iniciaron un proyecto de colaboración, encabezado por los Drs. Luis Felipe Rodríguez, Yolanda Gómez y Arturo

Velázquez, para construir receptores para el VLA de muy bajo ruido que funcionen a 7 mm o 43 GHz. Las primeras imágenes tomadas se encuentran en proceso de reducción. La importancia de este proyecto radica en que a 7 mm se espera que domine la emisión del disco y se alcanzan resoluciones de 0.05 a 1 segundos de arco, que se traducen en escalas de tamaño de 7 a 140 AU.

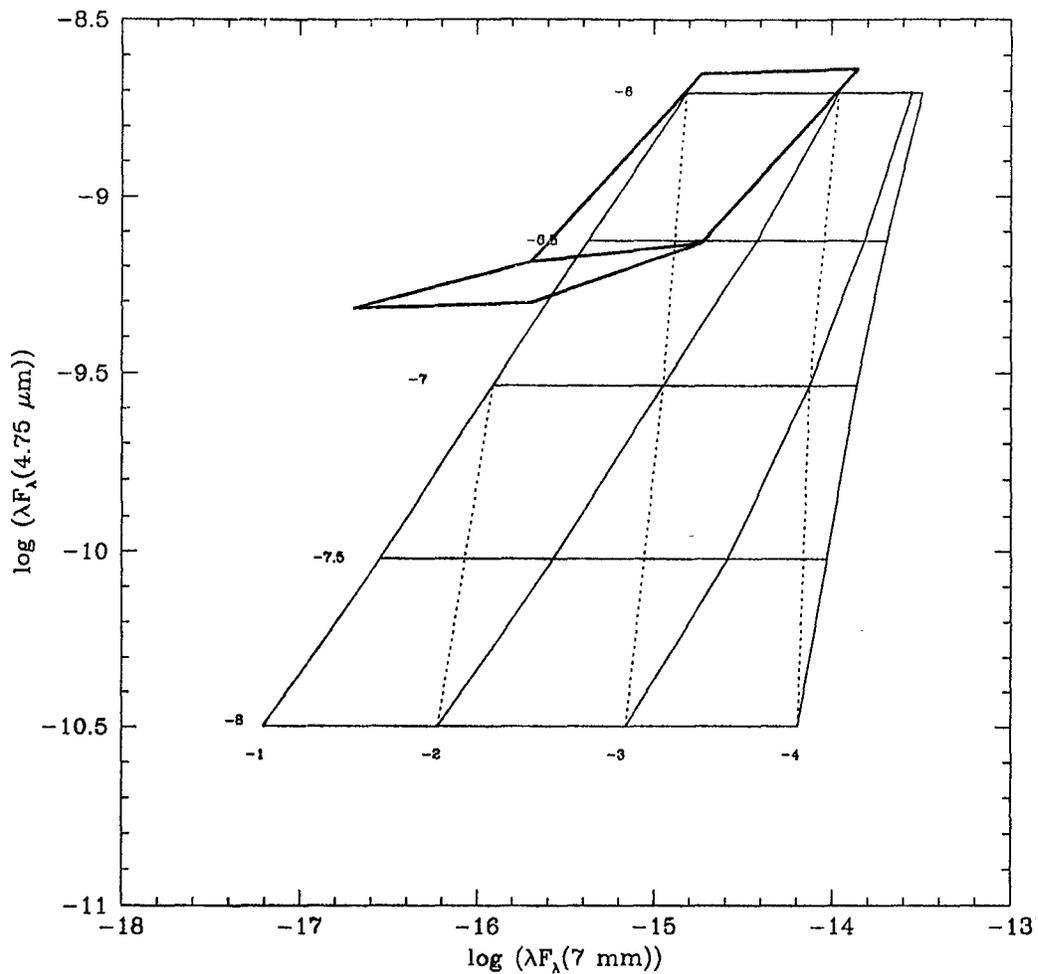


Figura.5.23. Diagrama de $\log \lambda F_\lambda(4.75 \mu\text{m})$ vs $\log \lambda F_\lambda(7 \text{ mm})$ de discos viscosos no-irradiados (trazo suave) (ver pie de Figura 5.19). Superpuesto, con trazo más fuerte, se muestra el diagrama para discos irradiados por la estrella central tomando en cuenta la curvatura de la superficie del disco ($\log M = -8, -7, -6$, con $\alpha = 0.01, 0.1$). La línea punteada une los modelos de igual M/α . El disco tiene $R_d = 140 \text{ AU}$ y $\theta = 0^\circ$.

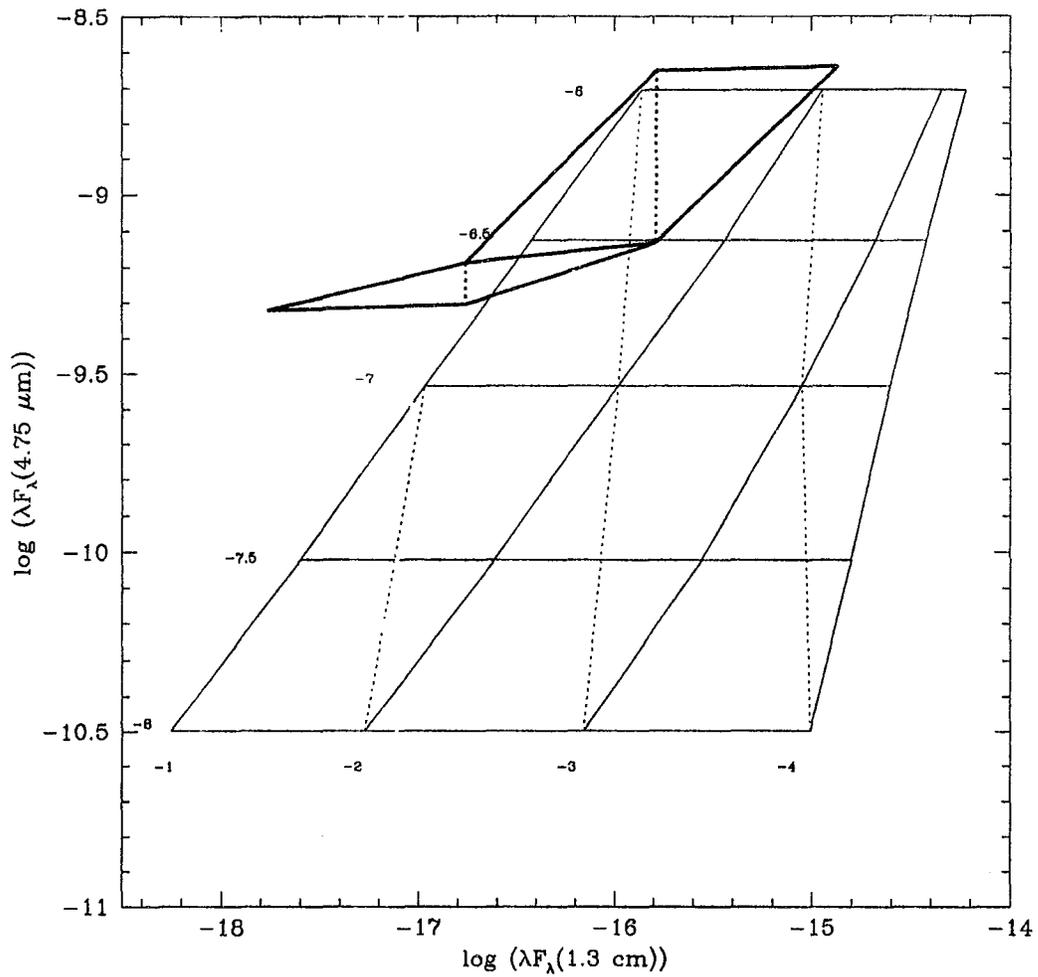


Figura.5.23. Diagrama de $\log \lambda F_\lambda(4.75 \mu\text{m})$ vs $\log \lambda F_\lambda(1.3 \text{ cm})$ de discos viscosos no-irradiados (trazo suave) (ver pie de Figura 5.19). Superpuesto, con trazo más fuerte, se muestra el diagrama para discos irradiados por la estrella central tomando en cuenta la curvatura de la superficie del disco ($\log M = -8, -7, -6$, con $\alpha = 0.01, 0.1$). La línea punteada une los modelos de igual M/α . El disco tiene $R_d = 140 \text{ AU}$ y $\theta = 0^\circ$.

V.4. Casos particulares

Los espectros de algunas estrellas T Tauri clásicas se comparan con predicciones de diferentes modelos, y se infieren los parámetros característicos del disco. Las propiedades de la estrella central: M_* , R_* y T_* , se toman de Hartigan *et al.* (1995), quienes separan el espectro fotosférico estelar del exceso de emisión entre 5000 y 6800 Å, usando espectros de alta resolución y una técnica desarrollada por Hartigan *et al.* (1989). A partir de la luminosidad del exceso de emisión en el óptico, Hartigan *et al.* (1995) calculan \dot{M} y estos son los valores que se toman en cada uno de los espectros presentados. La extinción se toma de Kenyon & Hartmann (1995). Los parámetros libres restantes son: α , θ , R_d , R_{hoyo} y β . En todos los casos se fija $\theta = 60^\circ$ y $\beta = 1$, y se ajustan α , R_{hoyo} y R_d para reproducir el espectro.

AA Tau

En la Figura 5.25 se compara el espectro observado de AA Tau con el espectro de un modelo de disco + estrella. La estrella central tiene $M_* = 0.38 M_\odot$, $R_* = 1.8 R_\odot$ y $T_* = 3800$, y su espectro (línea punteada) fué tomado de la librería de espectros de Bruzual & Charlot (1993). La tasa de acreción del disco es $\dot{M} = 1.26 \times 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$ (Hartigan *et al.* 1995) y la extinción es $A_V = 0.5$ (Kenyon & Hartmann 1995). Los cuadrados corresponden a los valores medios de la compilación de Kenyon & Hartmann (1995), junto con datos de Beckwith & Sargent (1991) y Beckwith *et al.* (1990) en *submm* y *mm*. Los círculos son promedios sobre los datos de Rydgren *et al.* (1984), y las barras de error representan la dispersión de estos datos. Se encontró que el modelo que mejor ajusta el espectro tiene $\alpha = 0.1$, $R_d \approx 300 \text{ AU}$ y un hoyo central de radio $R_{\text{hoyo}} \approx 3 R_*$, $\theta = 60^\circ$, $\beta = 1$ y es un disco curvo irradiado por la estrella

central, sin envoltente circunestelar significativa. La masa de este modelo de disco es $M_d = 0.034 M_\odot$.

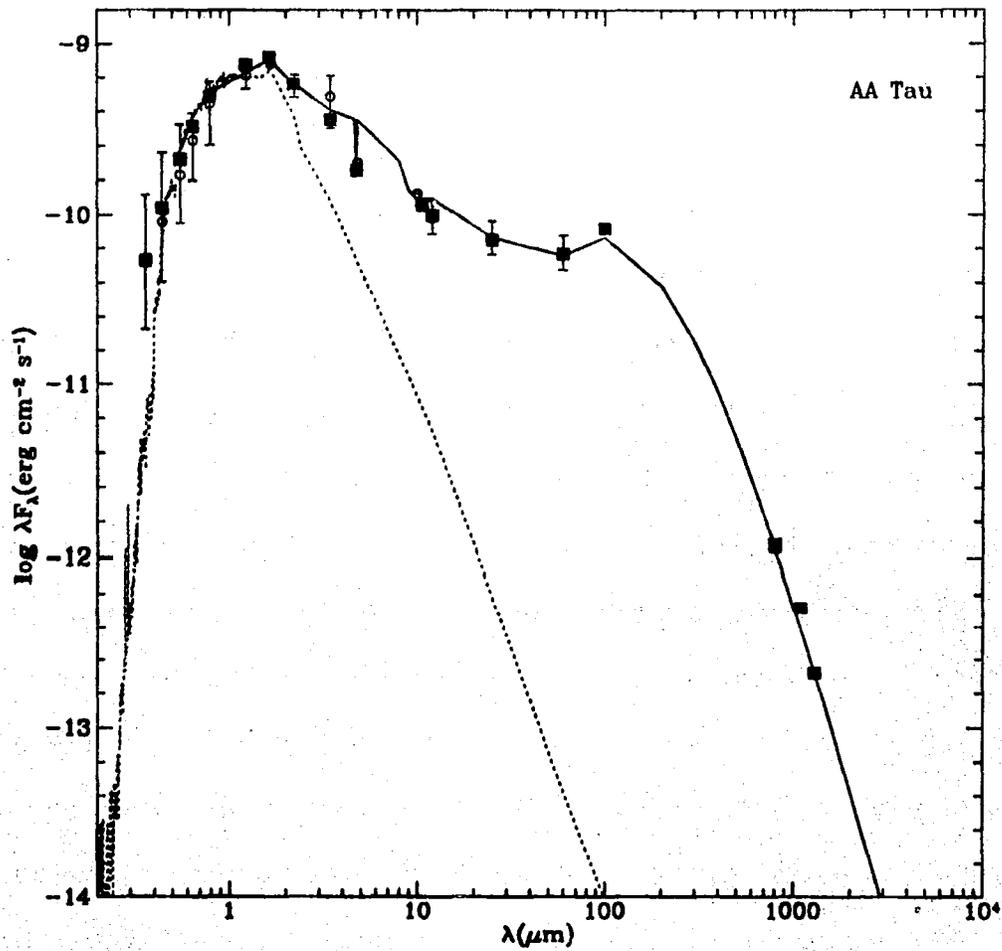


Figura 5.25. Espectro continuo de AA Tau (cuadros y círculos), de una estrella (línea punteada) y de un modelo de disco irradiado (ver texto).

DN Tau

En la Figura 5.26 se compara el espectro de DN Tau con el de varios modelos de disco + estrella. La estrella central tiene $M_* = 0.42 M_\odot$, $R_* = 2.2 R_\odot$ y $T_* = 4000$, y su espectro (línea punteada) fué tomado de la librería de espectros de Bruzual & Charlot (1993). La tasa de acreción del disco es $\dot{M} = 3.2 \times 10^{-8} M_\odot \text{ año}^{-1}$ (Hartigan *et al.* 1995) y la extinción es $A_V = 0.16$ (Kenyon & Hartmann 1995). Los cuadrados corresponden a los valores medios de los flujos de acuerdo a la compilación de Kenyon & Hartmann (1995), junto con datos de Beckwith & Sargent (1991) y Beckwith *et al.* (1990) en *submm* y *mm*. Los círculos son promedios sobre los datos de Rydgren *et al.* (1984), y las barras de error representan la dispersión de estos datos. Se grafica el espectro de un disco viscoso irradiado por la estrella como si fuera plano, es decir como si el polvo se hubiera depositado en su plano medio, el de un disco irradiado por la estrella, calculado tomando en cuenta su curvatura y el de un disco irradiado por una envoltente esféricamente simétrica, de $A_V = 1$ y $\delta = 0.5$. Se encuentra que los dos últimos modelos irradiados reproducen bien el espectro a $\lambda > 1 \text{ mm}$ y todos los modelos lo reproducen a $\lambda < 20 \mu\text{m}$. La zona del espectro donde los modelos menos ajustan las observaciones corresponde al lejano infrarrojo, donde quizás la emisión de una envoltente puede estar contribuyendo. Los parámetros comunes de los tres modelos graficados son: $\alpha = 0.01$, $R_d \approx 90 \text{ AU}$, un hoyo central de radio $R_{\text{hoyo}} \approx 3 R_*$, $\theta = 60^\circ$ y $\beta = 1$. El modelo de disco irradiado por la envoltente tiene una masa $M_d = 0.003 M_\odot$, el modelo de disco curvo irradiado por la estrella central tiene $M_d = 0.0025 M_\odot$ y el modelo de disco plano irradiado por la estrella tiene $M_d = 0.005 M_\odot$.

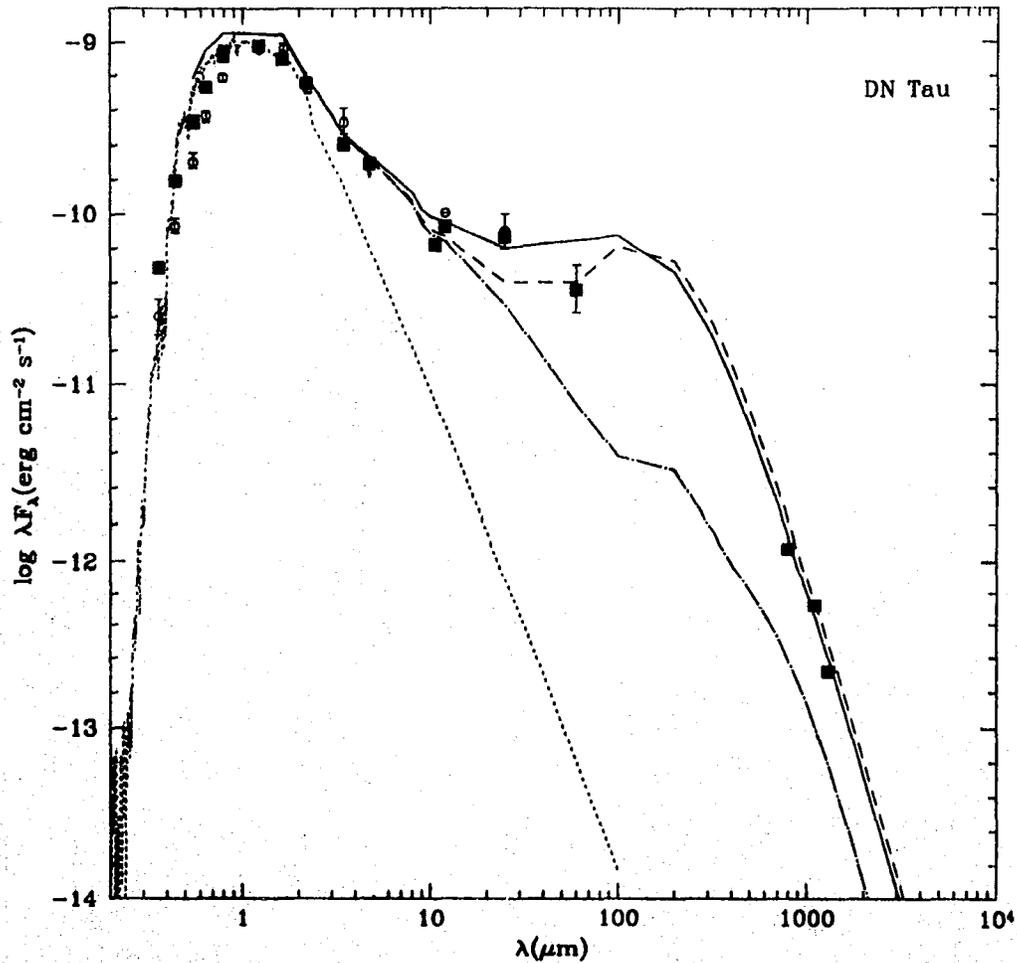


Figura 5.26. Espectro continuo de DN Tau (cuadros y puntos), de una estrella de propiedades similares a las de la estrella central de DN Tau de acuerdo con Hartigan *et al.* 1995 (línea punteada) y de tres modelos de discos: disco plano irradiado por la estrella central (línea de puntos y rayas), disco curvo irradiado por la estrella (línea continua) y disco irradiado por una envoltura de $A_V = 1$ y $\delta = 0.5$ (ver texto).

CAPITULO VI

ESTRELLAS T TAURI DE ESPECTRO PLANO

VI.1. Introducción

Las estrellas T Tauri frecuentemente presentan espectros $\log(\lambda F_\lambda)$ de pendiente más plana que lo que predicen modelos simples de discos de acreción (Pringle 1981) o modelos de discos planos irradiados por la estrella central (Adams, Lada & Shu 1987). En ambos casos la temperatura efectiva del disco va como $T_{eff} \sim R^{-3/4}$. Los objetos de espectros más planos en el lejano IR ($n \approx 0$) han motivado a algunos autores a proponer que la temperatura del disco se describe como una ley de potencia de la forma $T_{eff} \sim R^{-1/2}$, que es una distribución más plana que la estándar y produce mayores flujos a grandes λ (Adams, Lada & Shu 1987, Beckwith *et al.* 1990), pero no hay argumentos físicos concluyentes que expliquen esta dependencia. Por otro lado, Calvet *et al.* (1994) muestran que el espectro en el medio y lejano infrarrojo de los objetos de $n \approx 0$ puede ser atribuido a la emisión térmica de una envoltura de polvo colapsando; de acuerdo con estos autores las estrellas T Tauri de espectro plano serían la transición entre las fuentes muy embebidas, llamadas de Clase I (Lada & Wilking 1984, Lada 1991) y las estrellas T Tauri visibles en el óptico, de espectro más parecido a lo predicho por modelos estándar.

Cada vez hay más observaciones que apoyan la interpretación de la emisión IR de las fuentes $n \approx 0$ plano como debida a una envolvente circunestelar ópticamente gruesa (Hartmann *et al.* 1995). Sin embargo, observaciones en longitudes de onda *submm* y *mm* de muy alta resolución espacial (Keene & Masson 1990, Lay *et al.* 1994, Dutrey *et al.* 1995), que son mucho más sensibles a la emisión de discos que a la de envolventes, por las escalas en las que se observa (Terebey, Chandler & André 1993), muestran que en varios casos, como por ejemplo HL Tau, las partes externas de los discos observados si son realmente mas calientes que lo que predice la teoría estándar.

Una manera de explicar estas altas temperaturas en las partes más externas del disco es aumentando su calentamiento por irradiación debido a alguna fuente externa. En el capítulo IV se discutió el efecto de la irradiación de la estrella sobre el disco, tomando en cuenta la curvatura de su superficie (Kenyon & Hartmann 1987) y el efecto de una envolvente de polvo, de profundidad óptica baja, que dispersa hacia el disco cantidades significativas de radiación de la estrella central (Natta 1993) y de la parte interna del disco. En ambos casos las partes externas del disco resultan más calientes que lo que predicen los modelos de discos planos irradiados o viscosos. Extendiendo la idea de Natta (1993), Butner *et al.* (1991, 1994) estiman el efecto, sobre la temperatura efectiva del disco, de una envolvente de acreción *ópticamente gruesa* como las que se predice deben existir en torno a protoestrellas y encuentran que puede ser una fuente de calentamiento muy importante. Si la profundidad óptica de la envolvente es mayor, aumenta la fracción de radiación que se redirige hacia el disco y, por lo tanto, su temperatura. El problema que introduce calcular el calentamiento de una envolvente ópticamente gruesa es que, a diferencia de las envolventes ópticamente

delgadas tratadas en el capítulo IV, se debe resolver el transporte de radiación a través de ella.

En el capítulo V se calcularon espectros y colores de modelos de discos irradiados directamente o a través de una envolvente ópticamente delgada, y en general, se logran reproducir muy bien observaciones de la mayoría de los objetos, pero el caso de HL Tau no puede ser explicado con ninguno de estos dos mecanismos de irradiación (ver §V.3.2).

En este capítulo se calcula y discute el efecto de la irradiación de una envolvente en colapso, *ópticamente gruesa*, sobre la estructura vertical y la emisión del disco. La motivación para explorar este problema es que dos de los objetos más brillantes en longitudes de onda *submm* y *mm* de la nube de Tauro, L1551 IRS5 y HL Tau, se piensa que están rodeados por una envolvente de polvo ópticamente gruesa colapsándose hacia el disco (Adams, Lada, & Shu 1987; Butner *et al.* 1991, 1994; Kenyon *et al.* 1993a,b; Hayashi *et al.* 1993; Calvet *et al.* 1994), lo cual sugiere una correlación entre la presencia de la envolvente y la emisión del disco a longitudes de onda largas. Se demuestra el potencial de las observaciones para determinar las propiedades y la física de los discos ilustrando como el modelo presentado aquí puede explicar las observaciones de HL Tau en detalle.

VI.2. Modelos

El cálculo de la estructura vertical del disco se discute en el capítulo III, la manera en que se incluye la irradiación se presenta en el capítulo IV y el cálculo de

la intensidad emergente y del espectro se describe en el capítulo V. A continuación se resumen algunas características importantes de los modelos.

En este trabajo se calculan modelos de discos de acreción, geoméricamente delgados y en estado estacionario, usando la prescripción α para la viscosidad (Shakura & Sunyaev 1973), dada por $\nu = \alpha c_s H_p$, donde c_s es la velocidad del sonido local, H_p es la escala de altura local de la presión y α es el parámetro viscoso (que se supone constante en el disco). El disco está rodeado por una envoltente ópticamente gruesa, en rotación y colapsando, que se calienta por radiación de la estrella y las zonas más internas del disco, emitiendo preferentemente en el IR lejano. La envoltente es modelada a la manera de Terebey, Shu & Cassen (1984, en adelante TSC), que ha sido usada exitosamente para explicar los espectros de fuentes protoestelares (Adams *et al.* 1987, Kenyon *et al.* 1993a). Para una estrella de masa fija, los parámetros del modelo de TSC son la tasa de acreción de masa de la envoltente \dot{M}_{in} y el radio centrífugo R_c , que corresponde al máximo radio en el plano del disco dentro del cual éste está instantáneamente recibiendo masa de la envoltente. Se consideran modelos TSC puros (Calvet *et al.* 1994) así como una versión modificada de colapso de una envoltente pre-aplanada con menos extinción a lo largo de los polos, como se requiere para explicar algunas características de las nebulosa de dispersión observadas en torno a estas fuentes (Hartmann *et al.* 1995).

La suposición de estado estacionario no es estrictamente correcta para las zonas externas del disco (en el modelo de TSC la mitad del material cae sobre el disco entre 0.75 y 1.0 R_c) en el caso en que recibe masa de una envoltente a una tasa diferente, \dot{M}_{in} , a la tasa con la que la transporta, \dot{M} . Para parámetros típicos se encuentra que el tiempo viscoso al radio del disco R_d , $t_{vis} \sim R_d^2/3\nu$, es comparable al tiempo de acreción

de una masa M_d , $t_{acc} \sim M_d/\dot{M}_{in}$, por lo que es de esperar que la densidad superficial en el disco no sea exactamente lo que corresponde a estado estacionario (Cassen & Moosman 1981). A pesar de esto, se resuelven las ecuaciones de estructura suponiendo estado estacionario. La idea es estudiar los efectos térmicos sobre el disco debido a la envoltura en colapso.

El disco está en equilibrio hidrostático en la dirección vertical y está siendo calentado por disipación viscosa, radiación de la envoltura, ionización debido a rayos cósmicos atenuados exponencialmente en la dirección vertical y decaimiento radioactivo. La energía es transportada en la dirección vertical por radiación, convección y flujo turbulento, éste último calculado consistentemente con la viscosidad suponiendo que los elementos responsables de la disipación viscosa están transportando energía (ver §III.3.2). En la dirección radial el flujo de energía se desprecia debido a que se supone que el disco es geoméricamente delgado. El transporte radiativo vertical se describe a través del primer y segundo momento de la ecuación de transporte usando la aproximación de Eddington para cerrar el sistema y opacidades promedio de Rosseland y de Planck calculadas a partir de las opacidades monocromáticas de Calvet *et al.* (1991) (ver §III.3.1).

El disco intercepta una fracción del flujo que emerge de la envoltura, que es radiación del propio disco reprocessada. El flujo neto en la superficie del disco es igual al flujo viscoso y la intensidad promedio integrada en frecuencias se especifica a partir del flujo viscoso y el irradiado, usando la aproximación de las dos corrientes (ver §IV.2).

La distribución de intensidad específica se calcula resolviendo la ecuación de transporte a lo largo de rayos perpendiculares al plano del disco, como se describe en §V.2.1 y §V.2.2. La opacidad del polvo a grandes longitudes de onda está dada

por la ec.(5.19), y para HL Tau se encuentra que el exponente de la ley de opacidad es $\beta \approx 1$.

Para una descripción detallada del cálculo de la temperatura de la envoltente y el flujo de irradiación, se recomienda ver Calvet *et al.* (1994) y Hartmann *et al.* (1995). La energía por unidad de área de disco depositada por la envoltente a cada radio R y frecuencia ν es la componente del vector de flujo normal al disco, dada por

$$F_{irr}(\nu) = \int I_{\nu}(\cos \theta') \cos \theta' d \cos \theta', \quad (6.1)$$

donde θ' es el ángulo de inclinación entre la normal al disco, considerado como plano, y la dirección del punto en la envoltente desde donde incide radiación. La intensidad específica $I_{\nu}(\cos \theta')$ se encuentra integrando la ecuación de transporte a lo largo de rayos caracterizados por diferentes θ' . A lo largo de cada rayo, la profundidad óptica se calcula usando la densidad de la envoltente $\rho_{env}(r, \cos \theta')$. La emisividad incluye tanto una componente térmica como de dispersión, que se supone isotrópica; se usa la temperatura y la intensidad media en cada punto, obtenidas de resolver el transporte radiativo en el caso esférico equivalente, en el cual se considera una distribución de densidad igual al promedio angular de la densidad $\rho_{env}(r, \cos \theta')$ (Kenyon, Calvet, & Hartmann 1993; Calvet *et al.* 1994). Con este procedimiento se incluye la radiación dispersada hacia el anillo del disco de radio R , proveniente de la estrella, del disco y de cualquier otra región de la envoltente, así como la emisión térmica de esta última (calentada a su vez por radiación proveniente de la estrella central y del disco). También se toma en cuenta el flujo directo de la estrella, pero en el caso de fuentes muy embebidas este resulta despreciable. El flujo depositado en la superficie del disco es la integral sobre frecuencias de la ec.(6.1) y se denota como F_{irr} .

La Figura 6.1 muestra la temperatura efectiva de un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, calculada considerando sólo calentamiento por disipación viscosa, la temperatura de una envoltente de $\dot{M}_{in} = 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $R_c = 50 \text{ AU}$ (Hartmann *et al.* 1995) y la temperatura de irradiación, $T_{irr} = (F_{irr}/\sigma)^{1/4}$. Se puede ver que la envoltente es más caliente que el disco y su distribución de temperatura es más plana, y al ser ópticamente gruesa es una emisora y dispersora eficiente, es de esperar que sea una importante fuente de calentamiento para las zonas externas del disco.

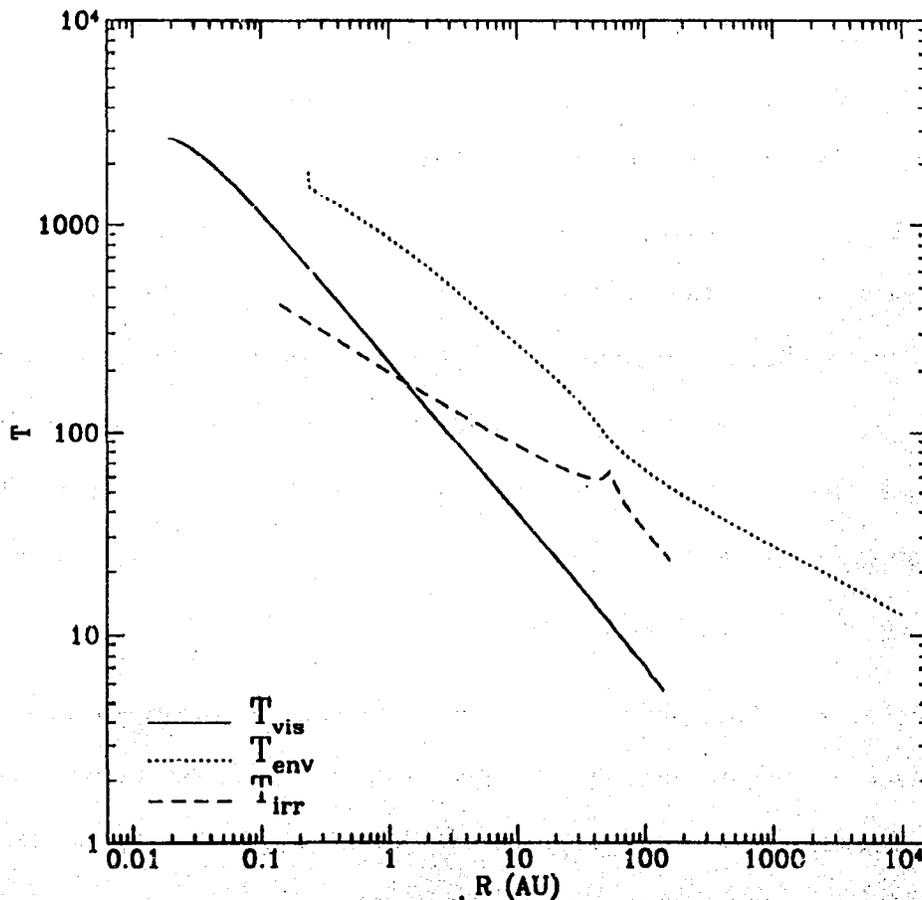


Figura 6.1. Temperatura viscosa de un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (línea continua), temperatura de una envoltente de $\dot{M}_{in} = 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (línea punteada) y temperatura de irradiación correspondiente al flujo de la envoltente interceptado por el disco (línea discontinua). El radio máximo del disco es $R_d = 140 \text{ AU}$.

VI.3. Resultados

VI.3.1. Estructura de discos no irradiados

La estructura de discos no irradiados se discute en detalle en el capítulo III, pero en esta sección se resumen los principales resultados con el fin de compararlos con el caso de discos irradiados por envolventes ópticamente gruesas.

La Figura 6.2 muestra la distribución de diferentes temperaturas características de un disco viscoso *no irradiado*. El disco tiene una tasa de acreción de masa $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, un parámetro de viscosidad $\alpha = 4 \times 10^{-2}$ y una estrella central T Tauri típica, de $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$ y $R_{*} = 3 R_{\odot}$. A un radio dado, la diferencia entre la temperatura en el plano medio del disco (T_c) y la temperatura a la altura donde la opacidad promedio de Rosseland es $2/3$ (T_{eff}), refleja el gradiente de temperatura en la dirección vertical necesario para transportar la energía producida por disipación viscosa a cada altura. También se muestra la temperatura de brillo para $\lambda = 0.87 \text{ mm}$, calculada suponiendo que el ángulo de inclinación del eje del disco respecto a la visual es $\theta = 0^{\circ}$ (i.e. el disco está visto de polo).

Aún cuando la temperatura efectiva como función del radio está dada por una ley de potencias, lo cual produce un espectro de ley de potencias en el infrarrojo donde el disco es muy opaco (Lynden-Bell & Pringle 1974), la temperatura de brillo en *submm* es muy diferente a una ley de este tipo. En las regiones más internas, donde la temperatura es más alta que la temperatura típica de sublimación del polvo ($T_{polvo} \sim 1500 - 2000 \text{ K}$), la emisión a 0.87 mm proviene de regiones por debajo de la fotosfera del disco y la temperatura de brillo resulta menor que la temperatura

efectiva. A radios intermedios ($0.1 \lesssim R \lesssim 30 \text{ AU}$), la profundidad óptica *submm* del disco es relativamente pequeña y la emisión proviene de capas más cercanas al plano medio y por lo tanto más calientes que la fotosfera, con lo cual la temperatura de brillo resulta mucho mayor que la temperatura efectiva local. Finalmente, a grandes radios ($R \gtrsim 30 \text{ AU}$), el disco es sólo marginalmente ópticamente grueso, casi isotermo en la dirección vertical y la temperatura de brillo cae por debajo de la temperatura efectiva por un factor $\sim (1 - \exp(-\tau_\nu(0.87 \mu\text{m})))$.

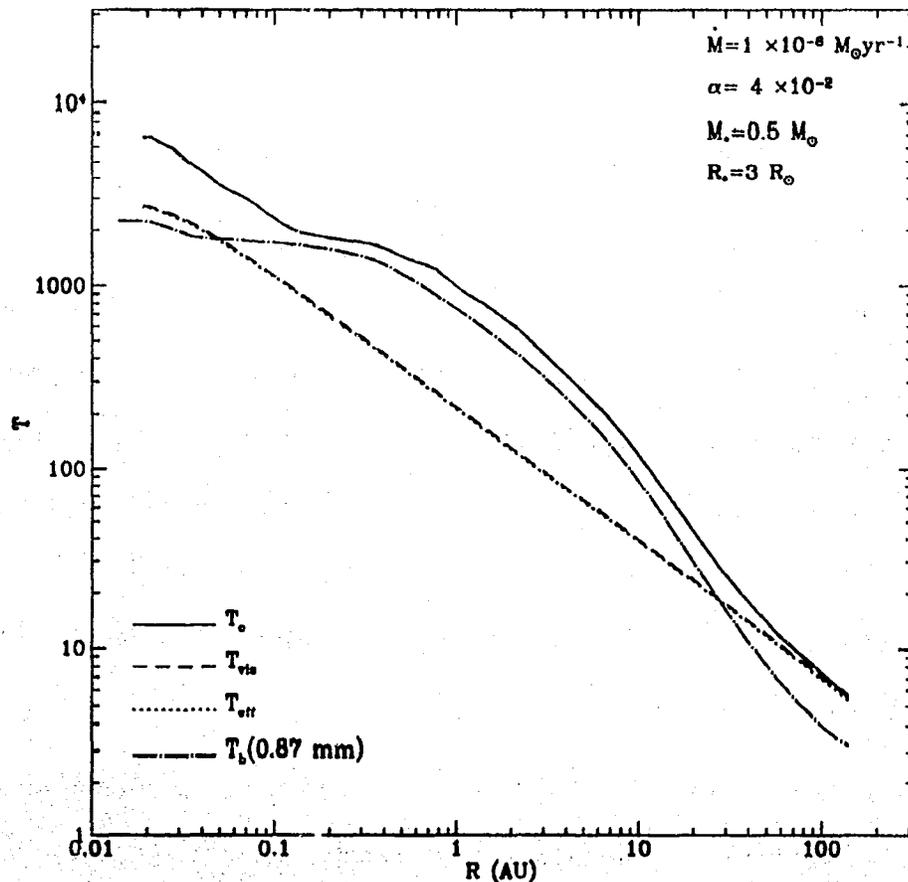


Figura 6.2. Temperaturas características de un disco de acreción no irradiado como función del radio. El disco tiene $\dot{M} = 1 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 4 \times 10^{-2}$ y una estrella central con $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$. La línea continua representa la temperatura en el plano medio T_c , la línea quebrada es la temperatura viscosa T_{vis} , la línea punteada corresponde a la temperatura efectiva T_{eff} calculada como la temperatura a la altura donde $\tau_R = 2/3$ que es igual a la temperatura viscosa, la línea de puntos y rayas es la temperatura de brillo T_b a $\lambda = 0.87 \text{ mm}$. El radio máximo del disco en esta gráfica es $R_d = 140 \text{ AU}$.

VI.3.2. Estructura de discos irradiados

La Figura 6.3 muestra los efectos, sobre la distribución de temperatura del disco, de la irradiación debida a una envoltente de acreción con $\dot{M}_{in} = 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $R_c = 50 AU$, parámetros típicos inferidos para fuentes en el complejo molecular de Tauro (Kenyon *et al.* 1993a). La temperatura de la parte más externa del disco aumenta mucho respecto a la temperatura correspondiente a considerar solo calentamiento viscoso, dada para $R \gg R_*$ por:

$$T_{eff} = T_{vis} \approx 12K \left(\frac{R}{50AU} \right)^{-3/4} \left(\frac{M_*}{0.5M_{\odot}} \right)^{1/4} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-6}M_{\odot} \text{ año}^{-1}} \right)^{1/4}. \quad (6.2)$$

A grandes radios, el flujo asociado con la irradiación es mucho mayor que el que corresponde a disipación viscosa, y la radiación de la envoltente penetra las regiones ópticamente delgadas del disco, haciendo que este se vuelva casi verticalmente isoterma, con una temperatura dada por $\sigma T_{eff}^4 \approx F_{irr}$, que corresponde a $T_{eff} \approx T_c \approx 60 K$ a $R = 50 AU$, para el ejemplo considerado. Se puede mostrar que el calentamiento por irradiación debido a la envoltente es mucho mayor que la energía liberada localmente por la materia que cae sobre el disco, y se puede despreciar la contribución de ésta última (ver Cantó & Moreno 1996, y §II.3).

En el contexto de un disco α , la irradiación tiene un efecto importante sobre su estructura. La Figura 6.4 muestra que la densidad superficial cae dramáticamente a grandes radios en el caso irradiado. Esto puede entenderse de la ecuación para la densidad superficial Σ_{∞} de un disco estacionario (Frank, King & Raine 1992),

$$\Sigma_{\infty} = \frac{\dot{M}}{6\pi \langle \nu \rangle} \approx \frac{\dot{M} \Omega_k}{6\pi \alpha c_s (T_c)^2}, \quad (6.3)$$

donde $\langle \nu \rangle$ es el coeficiente de viscosidad promediado en z que se aproxima a su valor en el plano medio del disco, Ω_k es la velocidad angular kepleriana y c_s es la velocidad del sonido evaluada a la temperatura central. El cambio en temperatura producido por la irradiación aumenta la viscosidad y para mantener una tasa de acreción fija (en estado estacionario), la densidad superficial debe disminuir.

La dependencia de la densidad superficial con la irradiación tiene una implicación interesante en la temperatura de brillo de regiones ópticamente delgadas, dada aproximadamente por la ec.(5.18), donde la opacidad de las partes externas del disco y para longitudes de onda largas está dominada por polvo y se describe con la ec. (5.19) [ver §V.3]. El aumento de temperatura disminuye la profundidad óptica (a través de la densidad superficial) de una manera tal que T_b , de zonas ópticamente delgadas, resulta independiente de T_c . Para un disco α , siempre que la envolvente caliente al disco lo suficiente para hacer sus partes externas ópticamente delgadas, la distribución de brillo de estas zonas se vuelve casi independiente del flujo que irradia al disco y por lo tanto de los detalles del modelo de envolvente. Esto se ejemplifica en la Figura 6.5 donde se muestra la distribución de T_b del mismo disco, irradiado por diferentes modelos de envolvente.

Dada una estrella central, la temperatura de brillo en las regiones ópticamente delgadas es proporcional al cociente $\dot{M}/\alpha \cos \theta$. En general, T_b no es una ley de potencia como función de R . Sin embargo de acuerdo con la ec.(5.18) la dependencia radial en las regiones ópticamente delgadas es $T_b(R) \sim R^{-3/2}$. La irradiación de

la envoltente aumenta la intensidad de los anillos externos respecto a las regiones internas del disco, resultando una distribución mucho más plana que en el caso no irradiado. La Figura 6.5 sugiere que para una tasa de acreción de la envoltente fija, los resultados son relativamente insensibles a la geometría de la envoltente, y al valor de R_c . Esto significa que, como aproximación razonable, observaciones en longitudes de ondas *submm* y *mm* pueden usarse para encontrar parámetros del disco (por ejemplo su radio externo) sin depender de los detalles de los modelos de envoltente, siempre y cuando sean envoltentes ópticamente gruesas en el visible. Modelos de envoltentes ópticamente delgadas del tipo discutido en §IV.4 interceptan una fracción menor de la radiación de la estrella y del disco, y son menos eficientes en calentar al disco que la envoltente ópticamente gruesa considerada aquí.

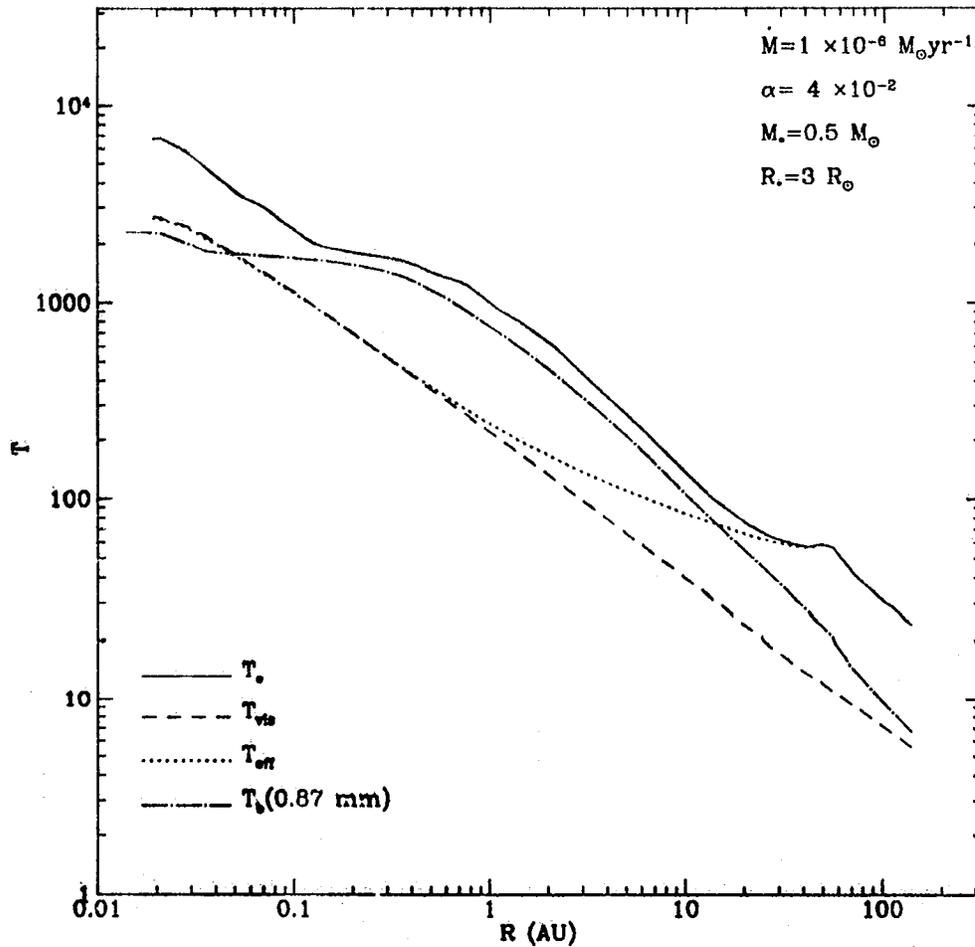


Figura 6.3. Temperaturas características de un disco de acreción irradiado como función del radio. El disco tiene $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$, $\alpha = 4 \times 10^{-2}$ y una estrella central con $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$. La envoltura, incluida como fuente de calentamiento, se toma de Hartmann *et al.* (1995). La línea continua representa la temperatura en el plano medio T_c , la línea quebrada es la temperatura viscosa T_{vis} , la línea punteada corresponde a la temperatura efectiva T_{eff} calculada como la temperatura a la altura donde $\tau_R = 2/3$, la línea de puntos y rayas es la temperatura de brillo T_b a $\lambda = 0.87 \text{ mm}$. El radio máximo del disco en esta gráfica es $R_d = 140 \text{ AU}$.

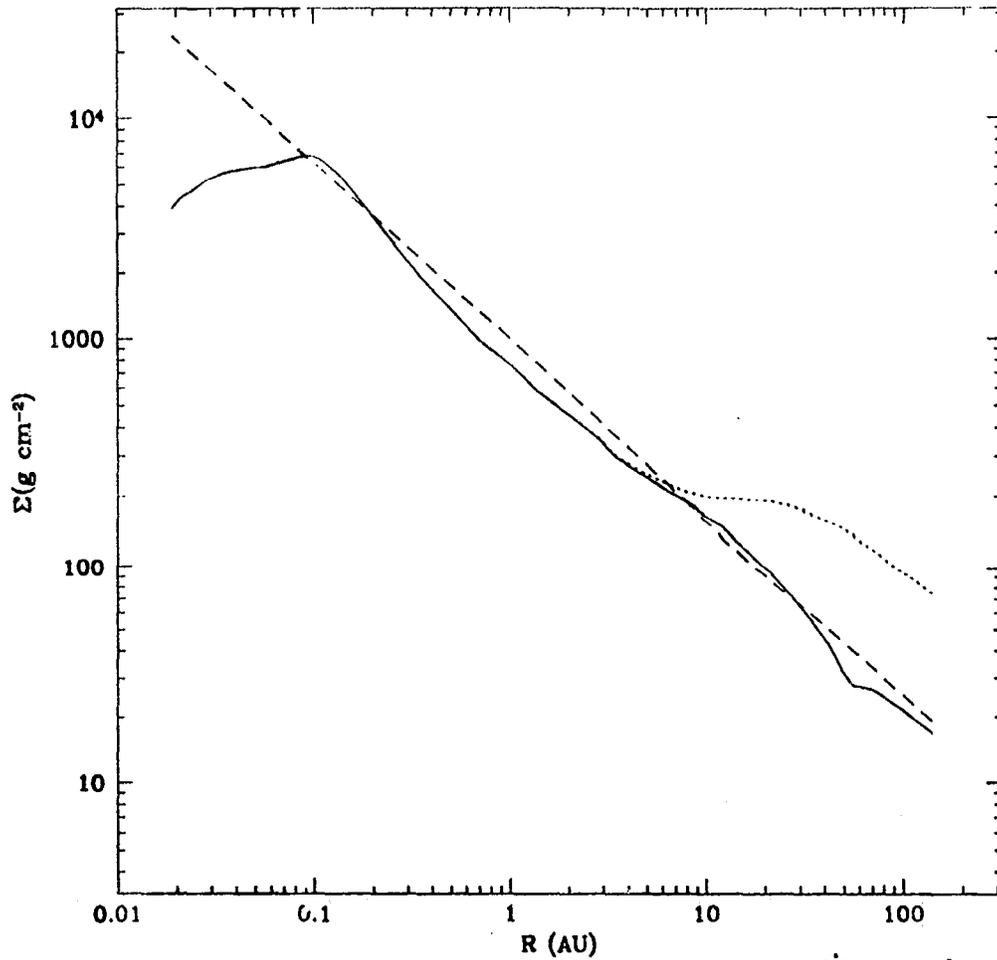


Figura 6.4. Densidad superficial para un disco irradiado y no irradiado con $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 4 \times 10^{-2}$ y una estrella central con $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$ y $R_{*} = 3 R_{\odot}$, correspondientes a las temperaturas mostradas en las Figuras 6.2 y 6.3. La línea continua corresponde al caso irradiado, la línea punteada al caso no-irradiado y la línea discontinua corresponde a $\Sigma_{\infty} \sim R^{-0.8}$. El radio máximo del disco en esta gráfica es $R_d = 140 \text{ AU}$.

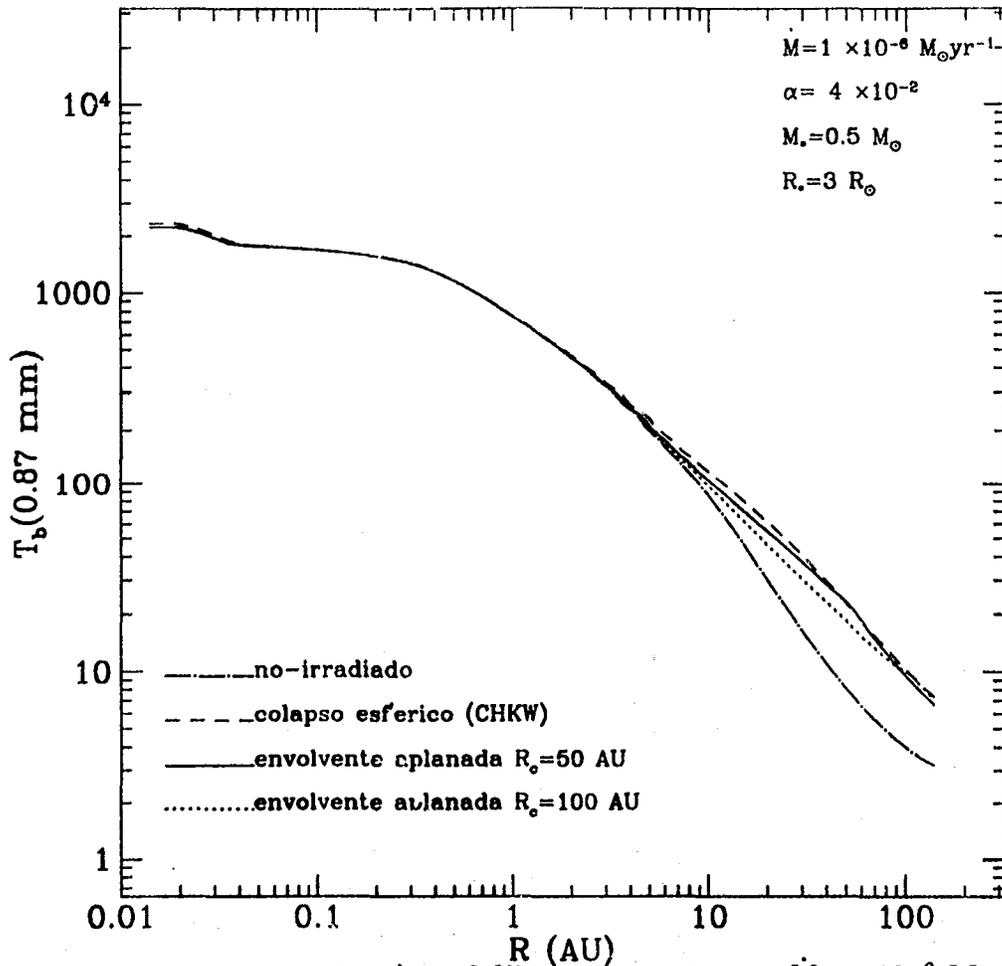


Figura 6.5. Temperatura de brillo a $\lambda = 0.87 \text{ mm}$ de un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$ y $\alpha = 0.04$, no-irradiado e irradiado por diferentes envolventes: envolventes aplanadas con el inverso de la escala de altura adimensional $\eta = 3$ y $\dot{M}_{in} = 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$, de $R_c = 50 \text{ AU}$ y $R_c = 100 \text{ AU}$ (Hartmann *et al.* 1995), y un modelo de colapso inicialmente esférico (de Calvet *et al.* 1994, CHKW en la figura) con $R_c = 200 \text{ AU}$ and $\dot{M}_{in} = 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$. El radio máximo del disco en esta gráfica es $R_d = 140 \text{ AU}$.

VI.4. Aplicación al caso de HL Tau

HL Tau es una estrella T Tauri clásica con un fuerte exceso de emisión tanto en el óptico-UV como en el infrarrojo. El exceso IR puede ser explicado como emisión de una envoltente de polvo colapsando (Calvet *et al.* 1994) y adoptando una tasa de acreción de masa en la envoltente típica de las fuentes muy embebidas de la nube de Tauro, $\dot{M}_{in} \sim 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ (Kenyon *et al.* 1993a), este modelo también explica otras observaciones como líneas de absorción en el óptico de C_2 corridas al rojo (Grasdalen *et al.* 1989), imágenes de luz dispersada en infrarrojo cercano (Beckwith *et al.* 1989), y los patrones de velocidad observados en la emisión de ^{13}CO , espacialmente resuelta (Hayashi, Ohashi & Miyama 1993). Sin embargo, el modelo de envoltente no puede explicar la emisión observada a $\lambda \gtrsim 1 \text{ mm}$ (Calvet *et al.* 1994, Hartmann *et al.* 1995), porque no contiene suficiente material a escalas pequeñas (Terebey *et al.* 1993).

Por otro lado, un disco circunestelar puede tener suficiente masa para explicar el flujo mm observado de HL Tau, si la temperatura de sus regiones más externas es suficientemente alta (Beckwith *et al.* 1990, Beckwith & Sargent 1991). Las observaciones de Lay *et al.* (1994) indican que la emisión *submm* de HL Tau está confinada a pequeñas escalas sugiriendo ésta que proviene de un disco, pero cuya distribución de temperatura es mucho más plana que lo predicho por la teoría de discos de acreción. En esta sección se estudia la posibilidad de que los modelos de discos calentados por la envoltente posean la distribución de temperatura requerida para explicar las observaciones de HL Tau, en particular la visibilidad a 0.87 mm reportada por Lay *et al.* (1994).

VI.4.1. Espectro a longitudes de onda largas

La Figura 6.6 muestra el espectro observado de HL Tau, desde $\lambda = 12 \mu\text{m}$ hasta 6 cm , junto con predicciones de diferentes modelos de discos. Los flujos observados fueron compilados de la literatura (Adams *et al.* 1990, Beckwith *et al.* 1990, Sargent & Beckwith 1991, Bertout & Thum 1982, Rodríguez *et al.* 1992, Rodríguez *et al.* 1994) y en particular el punto cuadrado a 1.3 cm se calculó restando el flujo resultante de extrapolar el espectro entre 3.6 y 6 cm , interpretado como emisión del jet, del flujo a 1.3 cm reportado por Rodríguez *et al.* (1992).

Se estima la tasa de acreción de los modelos de discos a partir de la luminosidad de acreción, combinada con estimaciones de la masa y el radio de la estrella central. La emisión fotosférica de la estrella está muy velada por el exceso en el óptico, que se supone consecuencia de la acreción *sobre* la estrella (i.e. capa límite o choque de acreción). De hecho, HL Tau se clasifica como estrella de continuo, porque no se distinguen líneas fotosféricas en su espectro, así que el tipo espectral y la luminosidad de la estrella son inciertos, aunque probablemente se trata de una típica estrella T Tauri de baja masa (Grasdalen *et al.* 1989). La luminosidad del sistema es $L \approx 5 L_{\odot}$, y el continuo, culpable del velamiento de la fotosfera, sugiere que esta luminosidad está dominada por acreción, con lo cual se puede estimar la tasa de acreción del disco como (Kenyon *et al.* 1993a):

$$\dot{M} \approx \frac{R_* L}{GM_*} = 1 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1} \left(\frac{L}{5L_{\odot}} \right) \left(\frac{R_*}{3R_{\odot}} \right) \left(\frac{M_*}{0.5M_{\odot}} \right)^{-1}. \quad (6.4)$$

Suponiendo que la estrella central es una típica T Tauri con $M_* \approx 0.5 M_\odot$ y $R_* \approx 3 R_\odot$, la tasa de acreción en el disco (o, por lo menos, de la zona interna del disco) es $\dot{M} \approx 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$.

En el régimen de longitudes de onda largas hay dos cantidades observables que un modelo de disco debe poder reproducir, estas son el flujo F_ν y la pendiente del espectro $dF_\nu/d\nu$. Como se muestra en la Figura 6.6, un disco de acreción no irradiado tiene una pendiente muy diferente en *submm* a la observada en el caso de HL Tau. En estas longitudes de onda el espectro está dominado por la emisión de zonas ópticamente gruesas y el índice espectral resultante es $n = -d\log(\lambda F_\lambda)/d\log\lambda \approx 3$. Este índice aumenta con λ a medida que la contribución de las zonas delgadas aumenta, ya que el radio a partir del cual el disco se vuelve delgado, R_r , disminuye con λ (ver §V.3).

La irradiación de la envoltura hace las partes más externas del disco más delgadas y brillantes en longitudes de onda *submm*. De la ec. (5.18) el flujo emergente de las zonas delgadas del disco, se puede escribir como en la ec.(5.20). Para el disco irradiado, el flujo emergente en *submm* y *mm* es $F_\nu \approx F_\nu^{\text{delg}}$, de manera que el índice espectral es $n = (3 + \beta)$, y la dependencia en λ de la opacidad del polvo determina la pendiente del espectro. El flujo a una longitud de onda dada es proporcional a $\dot{M} R_d^{1/2}/\alpha$, para una estrella central fija (R_*, M_*). El ángulo de inclinación no afecta al flujo emergente de las regiones ópticamente delgadas, pero si la contribución de las zonas ópticamente gruesas que puede llegar a ser $\sim 20\%$ del flujo total a $\lambda \sim 1 \text{ mm}$.

De la Figura 6.6 se puede ver que el espectro en longitudes de onda *submm* – *mm* puede usarse para seleccionar una familia de modelos irradiados, con un valor aproximadamente fijo de $\dot{M} R_d^{1/2}/\alpha$ (ver Tabla 1), dado por:

$$\left(\frac{\dot{M}_d}{1 \times 10^{-6}}\right) \left(\frac{\alpha}{4 \times 10^{-2}}\right)^{-1} \left(\frac{R_d}{125 \text{ AU}}\right)^{1/2} \approx 1. \quad (6.5)$$

Para un disco con $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, el parámetro α no puede ser mucho menor que 0.04 porque si α disminuye la profundidad óptica del disco aumenta, y eventualmente ésto cambiaría la pendiente del espectro ya que la emisión ópticamente delgada disminuiría respecto a la contribución de los anillos internos ópticamente gruesos. De hecho se encuentra que para $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, con $\alpha = 0.02$ la pendiente en *submm* corresponde a la de un disco ópticamente grueso, $n \approx 3$. En estos cálculos se ha usado $\kappa_0 = 0.1 \text{ cm}^2/\text{g}$ en la ecuación (5.19); si se adoptara un valor menor para κ_0 se necesitaría α menor para reproducir el espectro, dada por $\alpha \approx 4 \times 10^{-2} (\kappa_0/0.1)$. Tomando $\alpha \approx 0.04$, la ec. (6.5) da un radio del disco de aproximadamente $R_d \approx 125 \text{ AU}$. Para una opacidad fija, aumentar α disminuye la profundidad óptica del disco, y se necesita un radio mayor para reproducir los flujos *submm* y *mm*.

Aunque el disco irradiado emite un flujo mayor a toda λ que el primero no irradiado, esto no es suficiente para explicar la emisión a longitudes de onda menores que $100 \mu\text{m}$. Sin embargo, esta emisión IR puede ser la emisión térmica de la envoltura que produce la irradiación sobre el disco (Calvet *et al.* 1994).

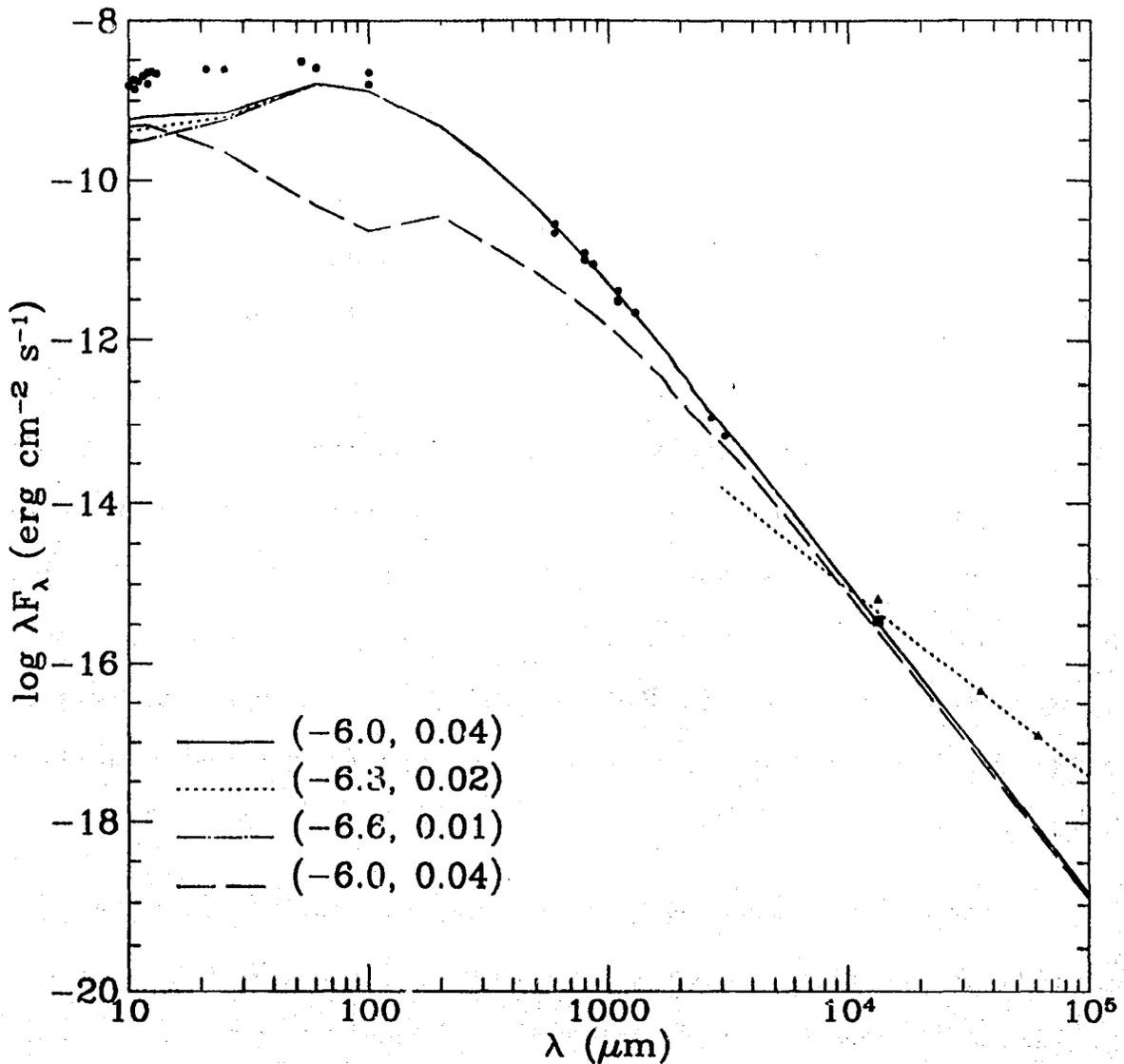


Figura 6.6. Espectro continuo de HL Tau (puntos) y diferentes modelos seleccionados para reproducir el intervalo de longitudes de onda largas. El radio del disco es $R_d = 125 AU$ y su ángulo de inclinación es $\theta = 60^\circ$. Los triángulos entre 1.3 y 6.3 cm se interpretan como emisión libre-libre del jet. El cuadrado en 1.3 cm se calculó restando el flujo extrapolado de λ mayores al flujo reportado por Rodríguez et al. (1992) (triángulo). Cada curva corresponde a un par $\log \dot{M}, \alpha$. También se muestra el espectro de un modelo no-irradiado con $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.04$ (línea discontinua).

VI.4.2. Visibilidades de HL Tau

Lay *et al.* (1994) han logrado resolver discos en torno a L1551 IRS5 y HL Tau, con el interferómetro de dos telescopios JCMT-CSO, a $\lambda = 0.87 \text{ mm}$. Debido a que con una sola línea de base no se pueden construir imágenes los resultados se presentan como visibilidad en función de ángulo horario H o de línea de base proyectada $q = (u^2 + v^2)^{1/2}$, donde u y v son las componentes Este y Norte de la línea de base proyectada en el cielo. En las observaciones de Lay *et al.* (1994), q varía desde $50 \text{ k}\lambda$ hasta $200 \text{ k}\lambda$, y el ángulo horario varía de $H = -5$ a $+5$.

Dada una fuente, la visibilidad es la amplitud de la transformada de Fourier bidimensional de su distribución de intensidad específica. Para entender cualitativamente qué regiones de la fuente contribuyen a diferentes proyecciones de la línea de base, se puede tomar el caso de una fuente redonda. A cada línea de base proyectada o frecuencia espacial (en el espacio de Fourier), la transformada de Fourier 2D se reduce a la integral sobre ángulo sólido de la intensidad específica multiplicada por una función de peso dada por la función de Bessel de orden cero $J_0(2\pi qR)$ (Bracewell 1978). Aumentar la frecuencia espacial q mueve hacia adentro el radio para el cual J_0 se hace cero (Arfken 1985), dado por

$$R_0 = 53.5 \left(\frac{q}{200 \text{ k}\lambda} \right)^{-1} \left(\frac{D}{140 \text{ pc}} \right) \text{AU}, \quad (6.6)$$

donde D es la distancia en parsecs entre la fuente y el observador. Para $q = 0 \text{ k}\lambda$ la función de peso se hace igual a 1 y la visibilidad es igual al flujo total de la fuente, tal como se vería con un detector de un solo telescopio. Pero el interferómetro no puede tener una línea de base proyectada en el cielo igual a cero; el mínimo valor en este caso

es $q = 50 k\lambda$, para el cual la función de peso se hace cero en $R_0 = 214 AU$, y el máximo valor es $q = 200 k\lambda$, correspondiendo a $R_0 = 53 AU$. La segunda raíz de $J_0(2\pi Rq)$ está dada por $R_1 = 123 (q/200k\lambda)^{-1} (D/140pc) AU$. Las regiones con $R_0(q) < R < R_1(q)$ contribuyen con un peso negativo a la visibilidad, así que cuanto mayor es la intensidad en estas regiones menor es la visibilidad a una q dada. En resumen, la pendiente de visibilidad vs q en el intervalo observado por Lay *et al.* (1994) está dando información sobre la distribución de brillo de la fuente entre aproximadamente 50 y 200 AU. Nótese que, a pesar de que $J_0(2\pi Rq)$ puede ser negativa, la visibilidad es siempre positiva porque está dada por la *amplitud* de la transformada de Fourier de la intensidad.

También es interesante notar que aumentando el radio del disco aumenta la pendiente de la función de visibilidad siempre que el radio sea menor que $R_1(200k\lambda)$. Si el radio es mayor que el valor que corresponde a la segunda raíz de J_0 entonces las regiones del disco entre R_1 y R_d contribuirán a $q = 200 k\lambda$ con un peso positivo, disminuyendo la pendiente. Como HL Tau no es una fuente axialmente simétrica, esta discusión no debe ser tomada literalmente sino sólo como una descripción cualitativa del asunto, y los radios de corte son entonces sólo una estimación.

Para comparar diferentes modelos con las observaciones de Lay *et al.* (1994) de HL Tau, se calcula la visibilidad tomando la transformada de Fourier bidimensional [usando el código de transformada de Fourier discreta de Press *et al.* (1989)] de la distribución de intensidad específica a $\lambda = 0.87 mm$, $I_\nu(X, Y)$ en el plano del cielo. Se interpola en el arreglo $V_\nu(u, v)$ resultante, a lo largo de la trayectoria uv del interferómetro, para lo cual se deben especificar el ángulo de inclinación del disco θ y el ángulo de posición γ entre el eje mayor del disco y el Norte. Para este último se tomó $\gamma = 126^\circ$, que es el valor reportado por Lay *et al.* (1994).

La Figura 6.7 muestra el comportamiento de V_ν como función de la línea de base proyectada en el cielo de un disco viscoso no irradiado. En general, la distribución de la visibilidad predicha es más plana que la observada, indicando que la distribución de brillo superficial en el disco (y por lo tanto la temperatura) disminuye demasiado rápido con el radio. La visibilidad a cada valor de q y la pendiente aumentan con \dot{M} , pero es solo ligeramente afectada por α , como se espera para un disco ópticamente grueso. El flujo total cambia con el ángulo de inclinación como $\cos \theta$, debido a que cambia el área proyectada en el cielo, consistentemente con emisión dominada por regiones ópticamente gruesas.

No se encontró ninguna combinación de parámetros que permitiera reproducir la visibilidad observada de HL Tau con modelos de discos no-irradiados.

En la Figura 6.7 también se muestra V_ν calculada sumando a la emisión de un disco no-irradiado de $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$, la emisión de una envoltura esféricamente simétrica. El modelo de envoltura se caracteriza por la densidad que tendría a $R = 1 \text{ AU}$, si $R_c = 0$ (ver Kenyon *et al.* 1993a, Calvet *et al.* 1994), que se tomó como $\rho_1 = 10^{-12} \text{ g/cm}^3$, para obtener un flujo total igual al observado (suponiendo que la envoltura domina el espectro *submm*). Se tomó la distribución de temperatura del modelo de envoltura más denso considerado por Calvet *et al.* (1994) (i.e. $\rho_1 = 10^{-13} \text{ g/cm}^3$). Al aumentar la densidad de la envoltura, su "fotosfera" o el radio en el cual la profundidad óptica correspondiente a la longitud de onda en la que emite más energía es aproximadamente 1, se mueve hacia afuera, a zonas más frías; esto implica que la máxima emisión de la envoltura se mueve a longitudes de onda mayores. En particular, con $\rho_1 = 10^{-12} \text{ g/cm}^3$ se logra que el pico de emisión de la envoltura ocurra a $\sim 1 \text{ mm}$ con lo cual, claramente, esta envoltura no permite

explicar el espectro en el lejano infrarrojo, cuyo máximo corresponde a $\sim 60 \mu m$. Este es sólo un experimento para intentar entender de que manera se puede distinguir la visibilidad de una envoltente de la de un disco, aún cuando les corresponde el mismo flujo total a una longitud de onda dada.

Se encuentra que, a pesar de considerar una envoltente ~ 20 veces más densa que la que da el espectro IR observado (Calvet *et al.* 1994), ésta contribuye a la visibilidad a líneas de base proyectadas menores que la mínima observada por Lay *et al.* (1994) y, por lo tanto, no permite explicar las visibilidades de HL Tau (ver también Terebey *et al.* 1993). En principio una envoltente muy densa podría contribuir de manera importante al flujo emergente a escalas mayores que $\sim 200 AU$, pero como comentan Lay *et al.* (1994), el flujo interpolado a partir de observaciones de una sola antena (Beckwith & Sargent 1991) es casi igual al flujo obtenido con el interferómetro, de manera que la contribución de una envoltente al flujo total a $0.87 mm$ debe ser poco importante.

La Figura 6.8 muestra la visibilidad a $0.87 mm$ en función de la línea de base proyectada (panel izquierdo) y en función del ángulo horario (panel derecho) para los 3 modelos de discos irradiados que reproducen el espectro a longitudes de onda largas (Figura 6.6). En el panel izquierdo también se muestra una caja que representa las observaciones y en el panel derecho se grafica la gaussiana elíptica (de dimensiones $0.37'' \times 0.43''$ o $52 \times 60 AU$) que Lay *et al.* (1994) encuentran como el mejor ajuste a los datos, así como una línea vertical que representa la dispersión en la visibilidad observada.

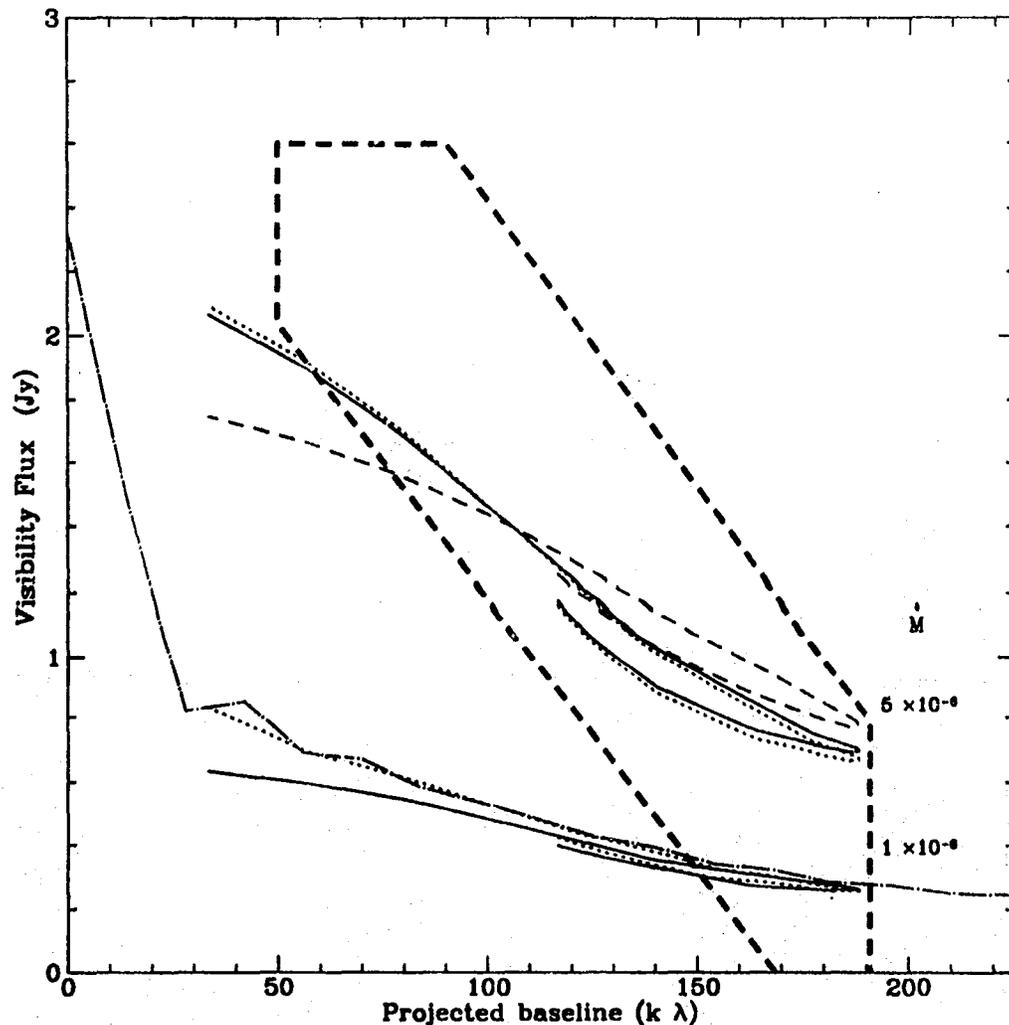


Figura 6.7 Visibilidad vs línea de base proyectada de discos de acreción no irradiados. Las tasas de acreción son: $\dot{M} = 10^{-6}$ y $5 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. Para $\dot{M} = 5 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, el parámetro α es: 10^{-2} (línea continua) y 10^{-3} (línea punteada), en ambos casos el disco tiene $R_d = 140 \text{ AU}$. Para $\alpha = 10^{-2}$ se muestra la visibilidad de un disco de $R_d = 100 \text{ AU}$ (línea quebrada) (arriba). Se suma la emisión de una envoltente esféricamente simétrica de $\rho_1 = 10^{-12} \text{ g/cm}^3$, $R_{\text{env}} = 1000 \text{ AU}$ y la estructura de temperatura de Calvet *et al.* (1994), a un disco de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. La línea de puntos y rayas corresponde a la visibilidad de de la envoltente+disco, a lo largo del eje mayor del disco, la línea punteada es la visibilidad a lo largo de la trayectoria uv del interferómetro y la línea continua corresponde al disco solo (abajo). La caja representa la visibilidad observada de HL Tau (Lay *et al.* 1994). Todos los modelos tienen una estrella central de $M_* = 0.5 M_{\odot}$ y $R_* = 3 R_{\odot}$, así como $\gamma = 126^\circ$, $\beta = 1$ y $\theta = 60^\circ$.

Debido a que $V_\nu(u, v)$ es una cantidad positiva, la distribución de ruido se describe por una función de Rice, y es la razón por la cual la mayor parte de los puntos están por encima del modelo de gaussiana elíptica (Lay *et al.* 1994), y por ello en el panel izquierdo, la visibilidad de los modelos no pasan por el centro de la caja que representa las observaciones, a pesar de que en el panel derecho los modelos ajustan bien el modelo de gaussiana elíptica de Lay *et al.*). Los modelos graficados tienen $R_d = 125 AU$ y $\gamma = 126^\circ$, y los otros parámetros son: (i) $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.04$, $\theta = 62^\circ$, (ii) $\dot{M} = 5 \times 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.02$, $\theta = 60^\circ$ and (iii) $\dot{M} = 2.5 \times 10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.01$, $\theta = 60^\circ$.

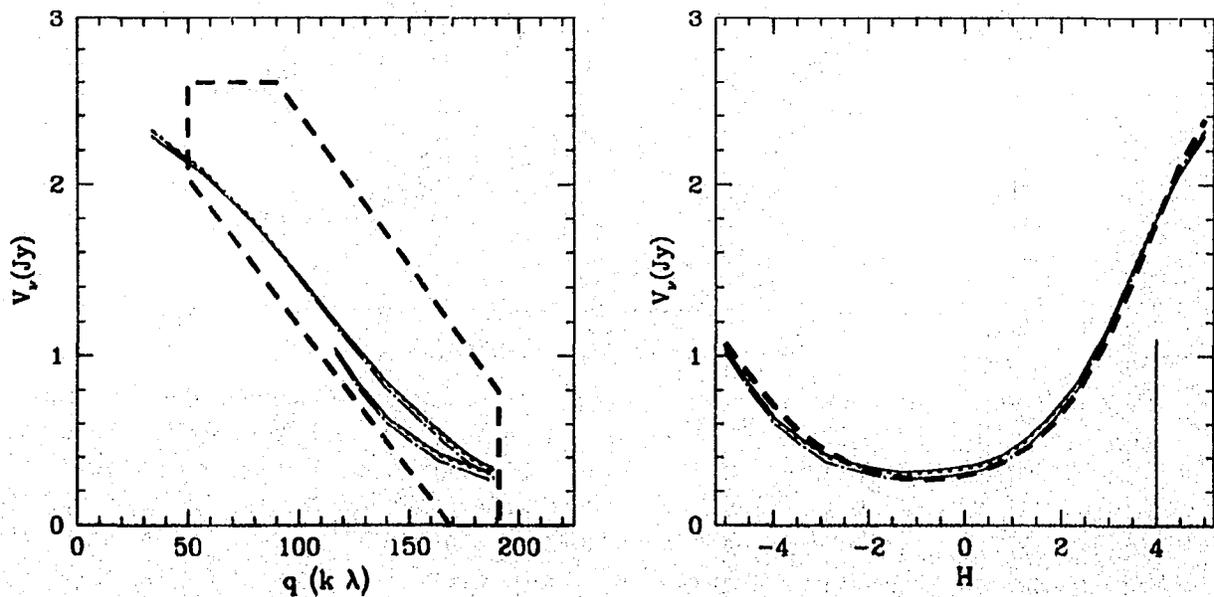


Figura 6.8. Modelos que mejor ajustan las visibilidades observadas de HL Tau. (a) Visibilidad vs línea de base proyectada en el plano del cielo (panel izquierdo). La caja representa las observaciones. (b) Visibilidad vs ángulo horario (panel derecho). La línea discontinua gruesa corresponde a la gaussiana elíptica que mejor ajusta las observaciones.

La Figura 6.9 muestra el efecto de variar diferentes parámetros. Se encuentra que para valores de R_d mayores, el disco está más resuelto, es más brillante y tiene una pendiente mayor cuando se grafica V_ν contra ángulo horario (o contra q). Los mejores ajustes corresponden a $110 \lesssim R_d \lesssim 140 \text{ AU}$. El ángulo de inclinación afecta tanto la visibilidad en el mínimo como en el máximo, y por lo tanto no modifica mucho la pendiente, encontrando que $\theta \sim 60^\circ$ describe bien las observaciones, consistentemente con que la emisión a lo largo del eje menor no está resuelta (Lay *et al.* 1994). El flujo total no cambia con γ , pero tanto la visibilidad como el ángulo horario del mínimo son muy sensibles. Los mejores ajustes se obtuvieron con $116^\circ < \gamma < 126^\circ$, lo cual está de acuerdo con lo reportado por Lay *et al.* (1994). Estos resultados muestran que un disco estacionario, viscoso, irradiado por una envoltura colapsando consistente con la emisión IR de HL Tau, tiene una distribución radial de intensidad específica suficientemente plana como para reproducir la visibilidad observada.

En la Tabla 1 se resumen los parámetros de los modelos de discos irradiados que mejor ajustan el espectro y las visibilidades de HL Tau.

TABLA 1
PARÁMETROS DE LOS MODELOS DE DISCOS IRRADIADOS PARA HL TAU

N	$\dot{M}(M_\odot \text{ yr}^{-1})$	α	$M_d(M_\odot)$	$R_d(\text{AU})^a$	$Q_T(R_d)$	$R_Q(\text{AU})$
1	2.5×10^{-7}	1×10^{-2}	0.167	125	0.74	98
2	5×10^{-7}	2×10^{-2}	0.163	125	0.77	100
3	1×10^{-6}	4×10^{-2}	0.160	125	0.79	100
4	2.5×10^{-6}	1×10^{-1}	0.156	125	0.80	100
5	5×10^{-6}	2×10^{-1}	0.152	125	0.80	100
6	2.5×10^{-7}	8×10^{-3}	0.195	120	0.63	84
7	1×10^{-6}	5×10^{-2}	0.148	140	0.87	120
8	1×10^{-6}	3×10^{-2}	0.182	112	0.68	80

^aAjustando el espectro desde $\lambda = 1 \text{ mm}$ a 1.3 cm

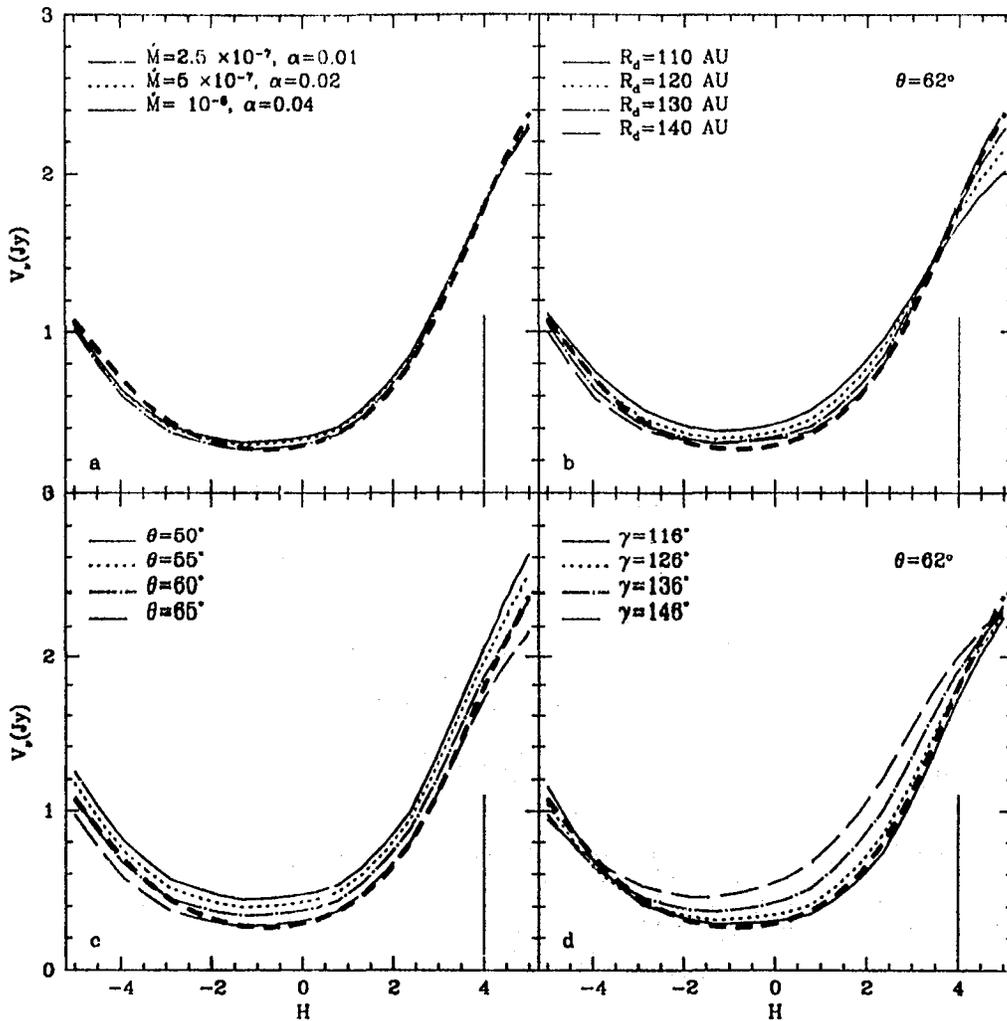


Figure 6.9. Visibilidad vs ángulo horario para diferentes modelos de discos de acreción irradiados. (a) Se varían \dot{M} y α de acuerdo con la ec.(6.5), manteniendo fijos $R_d = 125$ AU, $\theta = 60^\circ$ y $\gamma = 126^\circ$. (b) Se varía el radio del disco, $R_d = 110, 120, 130, 140$ AU, tomando $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.04$, $\theta = 62^\circ$ y $\gamma = 126^\circ$. (c) Se varía el ángulos de inclinación, $\theta = 50, 55, 60, 65^\circ$, para $R_d = 125$ AU, $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.04$ y $\gamma = 126^\circ$. (d) Se varía el ángulo de posición, $\gamma = 116, 126, 136, 146^\circ$, para $R_d = 125$ AU, $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 0.04$ y $\theta = 62^\circ$. La línea vertical representa la dispersión de los datos y la línea quebrada oscura corresponde a la gaussiana elíptica que ajustaron Iay *et al.* (1994) a los datos.

VI.4.3. Predicciones para diferentes instrumentos y longitudes de onda

Habiendo establecido los parámetros del disco a partir de observaciones a diferentes λ , se puede hacer predicciones para otras λ e interferómetros con otras resoluciones.

Se hace la convolución de la distribución de intensidad de la fuente con la respuesta del interferómetro. Para esto, se multiplica $V_\nu(u, v)$ por una función que vale 1 dentro de un círculo de radio $(u^2 + v^2)^{1/2} = q_{max}$ y se anula fuera de este círculo, donde $q_{max} = B_{max}/\lambda$ y B_{max} es la máxima separación entre antenas. Una función de este tipo es la transformada de Fourier de la respuesta del interferómetro dada por $J_1(2\pi\eta q_{max})/(\pi\eta q_{max})$, donde J_1 es la función de Bessel de orden 1 y η mide desplazamientos angulares en el plano del cielo. El ancho del haz a la mitad del máximo es $0.705 \lambda/B_{max}$ que corresponde aproximadamente a la resolución θ de un mapa con pesado uniforme (Thompson, Moran & Swenson 1986).

En la Tabla 2 se listan el semieje mayor donde la intensidad convolucionada cae a la mitad $R_{1/2}$, para el modelo irradiado de $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 4 \times 10^{-2}$, $\theta = 60^\circ$, $R_d = 125 \text{ AU}$, considerando diferentes instrumentos; también se lista la resolución de estos interferómetros, así como el radio al cual $\tau_\nu/\cos \theta = 1$.

Todos los modelos que satisfacen la relación (6.5) tienen distribuciones de brillo similares y por lo tanto les corresponde aproximadamente los mismos valores de $R_{1/2}$. Se encuentra que, mientras el disco es suficientemente grande para ser resuelto por un instrumento dado, su radio $R_{1/2}$ es ligeramente mayor que la mitad de la resolución, es decir, es muy cercano al mínimo radio medible. Este resultado es consecuencia de la distribución radial de la temperatura de brillo de los anillos ópticamente delgados, que puede ser aproximada por una ley de potencias para $\lambda > 200 \mu\text{m}$; la convolución de

una ley de potencias con la respuesta instrumental produce una imagen con un tamaño siempre del orden de la mitad de la resolución del instrumento (ver por ejemplo Terebey *et al.* 1993). Carlstrom *et al.* (1995) sugiere la posibilidad de que los valores medidos de $R_{1/2}$ reflejen el radio donde $\tau_\nu / \cos \theta = 1$. pero para el modelo presentado aquí (ver Tabla 2), $R_{1/2}$ depende fuertemente de la resolución instrumental y no del radio donde el disco se vuelve delgado.

TABLA 2
RADIO DE UN MODELO DE DISCO PARA HL TAU

Telescopio	λ_{obs}	$R_{1/2}^a$	$\theta/2^b$	$R_{\tau_\nu}^c$
VLA A	3.6 cm	0.1	0.09	0.007
	2 cm	0.061	0.05	0.0065
	1.3 cm	0.036	0.03	0.015
	7 mm	0.025	0.02	0.035
VLA B	3.6 cm	0.30	0.25	0.007
	2 cm	0.17	0.14	0.0065
	1.3 cm	0.13	0.1	0.015
	7 mm	0.068	0.05	0.035
VLA C	3.6 cm	0.8 ^d	0.8	0.007
	2 cm	0.49	0.4	0.0065
	1.3 cm	0.36	0.3	0.015
	7 mm	0.21	0.17	0.035
VLA D	3.6 cm	3 ^d	3	0.007
	2 cm	1.4 ^d	1.4	0.0065
	1.3 cm	1 ^d	1	0.015
	7 mm	0.5	0.5	0.035
JCMT-CSO	0.87 mm	0.45	0.4	0.35
OVRO	2.6 mm	1 ^d	1	0.15
	1.3 mm	0.5	0.5	0.3
BIMA A	3 mm	1 ^d	1	0.125

^a Semieje mayor aparente a intensidad media en segundos de arco para modelo 3 en Tabla 1

^b Radio a potencia media del haz en segundos de arco

^c Radio donde $\tau / \cos \theta = 1$ en segundos de arco

^d Disco no resuelto

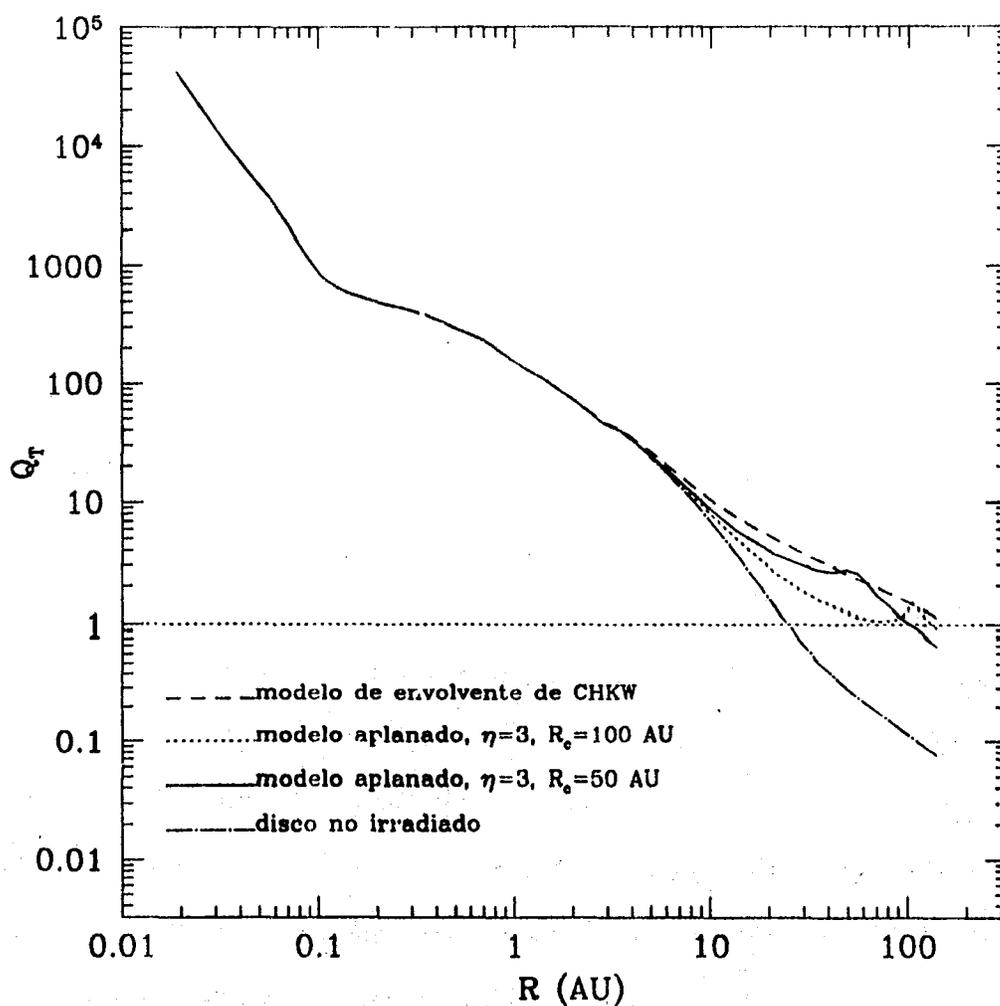


Figura 6.10 . Parámetro de estabilidad de Toomre Q_T para discos no irradiados e irradiados por diferentes modelos de envolvente. El disco tiene $\dot{M} = 1 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.04$, y una estrella central de $M_* = 0.5M_{\odot}$, $R_* = 3R_{\odot}$. La línea punteada horizontal corresponde a $Q_T = 1$. Regiones donde $Q_T < 1$ son inestables.

VI.5. Discusión

Los resultados presentados en este capítulo muestran que la irradiación del disco debido a una envolvente ópticamente gruesa colapsando (para formar al sistema

estrella+disco) puede dar las altas temperaturas de la parte externa del disco requeridas para explicar las observaciones submilimétricas, milimétricas y de radio de HL Tau, el prototipo de las estrellas T Tauri de espectro plano. El calentamiento debido a la envoltura domina la distribución de temperatura de las partes externas del disco y la emisión de la envoltura se conoce a partir de restricciones observacionales independientes, i.e. el espectro entre $1 \mu m$ y $100 \mu m$ (Calvet *et al.* 1994).

Otros aspectos de estos cálculos son inciertos porque ellos dependen más fuertemente de los parámetros del disco, están sujetos a la suposición de estado estacionario y viscosidad tipo α , y también dependen de la opacidad del polvo usada (ver por ejemplo Pollack *et al.* 1994). Sin embargo, estos modelos detallados pueden ser útiles para ilustrar posibles problemas en la interpretación de observaciones. Los cálculos presentados aquí, sugieren que la temperatura del disco no es, en general, una ley de potencias del radio y que no es correcto usar distribuciones de temperatura inferidas a partir del espectro en IR, para predecir el espectro *submm* y *mm*. Para HL Tau la emisión IR y mm provienen de diferentes componentes: envoltura y disco, pero además, considerando solo el disco, la emisión a diferentes longitudes de onda proviene de diferentes alturas y por lo tanto presenta diferentes temperaturas características (Figura 6.2). La importancia de este efecto en interpretar los flujos *mm* y *submm* observados dependerá de que tan ópticamente grueso es un disco dado, lo cual varía para diferentes objetos.

Para la opacidad del polvo dada por la ec. (5.19), se encuentra que el disco de HL Tau es muy masivo (Sargent & Beckwith 1991). Un disco no irradiado de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, $\alpha = 4 \times 10^{-2}$ y $R_d \approx 120 AU$, que da aproximadamente el flujo correcto a $\lambda \gtrsim 3.6 \text{ cm}$, tiene una masa de $M_d \approx 0.6 M_{\odot}$, mientras que la estrella

central tiene, típicamente, $M_* = 0.5 M_\odot$. Los modelos irradiados, que producen la distribución espectral observada entre *submm* y *radio*, tiene masas $\sim 0.15 - 0.2 M_\odot$ y los modelos que además producen el mejor ajuste a las visibilidades tiene $M_d \approx 0.16 M_\odot$ (Tabla 1).

Con masas tan grandes, la autogravedad del disco puede no ser despreciable. El parámetro de estabilidad de Toorare, Q_T , está dado por la ec.(3.38), que para anillos ópticamente delgados isoterms se puede aproximar como:

$$Q_T \approx \frac{3\alpha c_s^3}{GM}, \quad (6.7)$$

Las regiones del disco donde $Q_T \leq 1$ son gravitacionalmente inestables ante perturbaciones axisimétricas. Para un cociente \dot{M}/α dado por la intensidad de la fuente observada y por un modelo de envolvente en colapso, que determina la temperatura de las zonas externas del disco, la función $Q_T(R)$ está casi fija.

En la Tabla 1 se listan los valores de Q_T a $R = R_d$ y también el radio R_Q donde $Q_T = 1$ para diferentes modelos. En la Figura 6.10 se grafica Q_T como función de R para los modelos de disco irradiado y no-irradiado con $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 4 \times 10^{-2}$. El disco no irradiado es inestable para $R > R_Q \approx 25 \text{ AU}$ (y es inconsistente con el espectro a longitudes de onda largas y con la visibilidad de HL Tau a 0.87 mm). En el caso del disco irradiado por una envolvente aplanada con $R_c = 50 \text{ AU}$, $R_Q \approx 100 \text{ AU}$ y $Q_T(R_d = 125 \text{ AU}) \approx 0.7$, con lo cual solo las zonas muy externas son gravitacionalmente inestables, con $Q_T \sim 1$.

Los modelos presentados aquí no restringen directamente la tasa de acreción de masa a través de los anillos más externos del disco porque la funcionalidad de la

viscosidad es desconocida. Como la temperatura está dada por el modelo de envoltente (que a su vez está fijo por el espectro observado en el IR lejano) los flujos observados dependen de la densidad, que restringe la combinación \dot{M}/α . Para tasas de acreción de $\dot{M} \approx 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, estimada de la luminosidad de acreción del disco interno, o para $\dot{M} \approx 4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, que es la tasa de acreción de la envoltente, $\alpha \sim 0.04 - 0.2$. Estos grandes valores de α implican tiempos viscosos para la transferencia de masa del orden de (ver Pringle 1981):

$$t_{vis} \sim \alpha^{-1} (R/H_p)^2 \Omega_k^{-1} \sim 10^5 \text{ yr}, \quad (6.8)$$

tomando $H_p/R \sim 0.15$, del modelo de $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $\alpha = 0.04$.

Esta escala de tiempo es suficientemente corta para que la suposición de disco de acreción estacionario, ignorando el aumento de masa debido a la acreción de la envoltente, resulte razonablemente buena. Valores similares de α se requieren si discos de 100 AU con alturas típicas de $H_p/H \approx 0.1$ evolucionan en el tiempo de vida estimado para los discos de T Tauris (Edwards *et al.* 1994). Sin embargo, los valores grandes de α ($\sim 0.1 - 0.01$) son inconsistentes con los valores $\alpha \sim 10^{-3} - 10^{-4}$, requeridos por Bell & Lin (1994) para su modelo en el que la parte interna del disco es responsable de las erupciones FU Orionis. Una solución a esta discrepancia puede ser que el valor efectivo de α no es constante en el disco, siendo mucho mayor a grandes radios, que en las zonas más internas; y ésto podría ocurrir, por ejemplo, si las inestabilidades gravitacionales, que son más importantes en las partes más externas del disco, son importantes en el transporte de momento angular (Lin & Pringle 1990).

CAPÍTULO VII

CAPA LÍMITE

VII.1. Introducción

Algunas estrellas T Tauri presentan excesos de emisión en el infrarrojo (Mendoza 1966, 1968, Cohen & Kuhi 1979, Rydgren *et al.* 1984, Rucinski 1985, Harris *et al.* 1988, Adams, Lada & Shu 1987, Kenyon & Hartmann 1987, Bertout, Basri & Bouvier 1988) y en longitudes de onda submilimétricas y milimétricas (Adams *et al.* 1990, Beckwith *et al.* 1990, Dutrey *et al.* 1995), respecto a lo que se esperaría de extrapolar su emisión en el óptico o infrarrojo cercano, como si se tratara del espectro fotosférico de una estrella de secuencia principal. Los espectros a longitudes de onda largas se interpretan como emisión de discos circunestelares, cuya presencia también explica los perfiles de líneas prohibidas asimétricos y corridos al azul (Edwards *et al.* 1987); resultando que aproximadamente la mitad de las estrellas pre-secuencia principal de tipo solar (las conocidas como estrellas T Tauri clásicas) están asociadas a discos.

Además de este exceso a longitudes de onda largas, los espectros de las estrellas T Tauri clásicas tienen emisión en exceso en el ultravioleta y en el óptico. Las líneas de absorción de una estrella T Tauri clásica, especialmente en el azul, no son tan profundas como las de una T Tauri de líneas débiles (caracterizadas por no tener exceso infrarrojo y por líneas de Hidrógeno débiles) del mismo tipo espectral. Este "velamiento" del

espectro fotosférico se piensa que podría deberse a que líneas de emisión cromosféricas “llenan” las líneas de absorción (Calvet, Basri & Kuhi 1984), aunque si éste es el caso, es difícil explicar porqué no se observan algunas veces líneas fotosféricas-cromosféricas en emisión, en lugar de sólo en absorción “velada” (Kenyon & Hartmann 1987).

Por otro lado, Lynden-Bell & Pringle (1974) propusieron que material del disco acretado por una estrella rotando a una velocidad menor que la de ruptura, disipa parte de su energía cinética en una zona de transición llamada capa límite, para poder finalmente acoplarse a la estrella. En la capa límite se radía aproximadamente la misma cantidad de energía que en el resto del disco, y siendo una zona mucho más pequeña, es de esperar que su temperatura sea mayor y que emita principalmente en el óptico y el ultravioleta. Así la emisión en continuo de esta zona podría ser responsable del velamiento de las líneas fotosféricas, y al ser el exceso un continuo se puede explicar también porqué no aparecen líneas fotosféricas en emisión (Kenyon & Hartmann 1987). Bertout, Basri & Bouvier (1988) reproducen datos simultáneos en IR, óptico y UV, con modelos de discos con capas límite isoterma, ópticamente gruesas, confinadas al plano ecuatorial y de ancho aproximadamente igual a la escala de altura del disco. Basri & Bertout (1989) consideran capas límite caracterizadas por un continuo de Paschen es ópticamente delgado, para explicar que el salto de Balmer aparece en emisión. En estos modelos simples de la capa límite, su temperatura resulta ser $T_{CL} \sim 10500 - 8000 K$, y su ancho $\Delta R_{CL} \sim 0.02 R_*$.

Hartigan *et al.* (1990) muestran que existe una fuerte correlación entre el exceso infrarrojo y el exceso ultravioleta, apoyando la idea de que el disco de acreción es responsable de ambos. A partir de espectros de alta resolución entre 5100 y 6800 Å, Hartigan *et al.* (1991) logran separar el exceso óptico del espectro de la fotosfera

subyacente, para varias estrellas T Tauri clásicas. Modelan el espectro del exceso óptico, en el que el salto de Balmer aparece en emisión, como proveniente de una capa isoterma, de puro hidrógeno, en ETL, con densidad $\sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, temperatura $\sim 9000 \text{ K}$, profundidad óptica en el visual de $\sim 0.8 - 4$, cubriendo un 5% de la superficie de la estrella. Popham *et al.* (1993) presentan soluciones auto-consistentes de las ecuaciones que describen la estructura radial de capas límite estacionarias en torno a estrellas de baja masa, pre-secuencia principal, considerando viscosidad α . La aproximación analítica que se discute en este capítulo se basa en Popham *et al.* (1993), por lo que se dejará para más adelante comentar sus resultados.

Por otro lado, algunas estrellas T Tauri presentan líneas con perfiles P Cygni inversos (ver por ejemplo Edwards *et al.* 1993) que se explican como emisión de material del disco que cae hacia la estrella con velocidades mucho más altas (caída libre) que las que se asocian con material acretado a través de la capa límite (en general la acreción es subsónica, aunque existen soluciones transónicas; ver Popham & Narayan 1991, 1992). Modelos en los cuales la acreción hacia la estrella ocurre a través de líneas de campo magnético (ver por ejemplo Calvet & Hartmann 1992, Hartmann, Hewett & Calvet 1994) permiten reproducir los perfiles de las líneas y, considerando desviaciones de la simetría acimutal, se pueden explicar también las manchas calientes en la superficie de la estrella, inferidas del monitoreo fotométrico de Bertout *et al.* (1988). En presencia de una magnetósfera importante, el disco se trunca a un radio tal que la presión magnética es comparable a la presión hidrodinámica (Ghosh & Lamb 1979a,b), y el material fluye a través de las líneas de campo hasta chocar contra la superficie de la estrella; en este caso el exceso UV provendría de la emisión del choque de acreción. Si la estrella acreta material del disco a través de la capa límite, y no se invoca algún mecanismo que se

deshaga de momento angular (como por ejemplo un viento de la estrella; ver Shu *et al.* 1988, Konigl & Ruden 1993), entonces, en un tiempo del orden del tiempo de vida de las T Tauri más jóvenes la estrella central debería rotar a una velocidad del orden de $\sim 1/2$ de la velocidad de ruptura (Hartmann & Stauffer 1989, Camenzind 1990, Konigl 1991). Los modelos magnetosféricos permiten explicar porqué las estrellas T Tauri no rotan a una velocidad cercana a la de ruptura y porqué existe una correlación entre el período de rotación de la estrella central y las características espectrales asociadas a la presencia de discos de acreción (ver §II.2.2 y Edwards *et al.* 1993). La magnetósfera regula la ganancia de momento angular de la estrella.

Quizás en torno a algunas estrellas T Tauri existan capas límites, quizás es más comun la presencia de magnetósferas; en cualquier caso parece interesante calcular modelos de capas límites para establecer sus limitaciones y eventualmente distinguir las predicciones observables de ambos modelos mutuamente excluyentes, i.e. capa límite vs magnetósfera. En este capítulo se presenta una aproximación analítica sencilla, basada en los resultados de Popham *et al.* (1993), que permite describir la estructura de capas límites ópticamente gruesas en torno a estrellas de baja masa y se compara con observaciones reportadas en la literatura.

VII.2. Modelo de capa límite

De acuerdo con los resultados de Popham *et al.* (1993), se supondrá que la capa límite consta de dos regiones de características diferentes:

- (1) La *capa límite dinámica*, donde la energía cinética rotacional del disco se disipa debido a la viscosidad cortante y el material se incorpora a la estrella central,
- (2) La *capa límite térmica*, calentada por la energía disipada en la CL dinámica; es donde se radía la la mayor parte de la energía asociada con la capa límite.

Estas zonas se muestran esquemáticamente en la Figura 7.1.

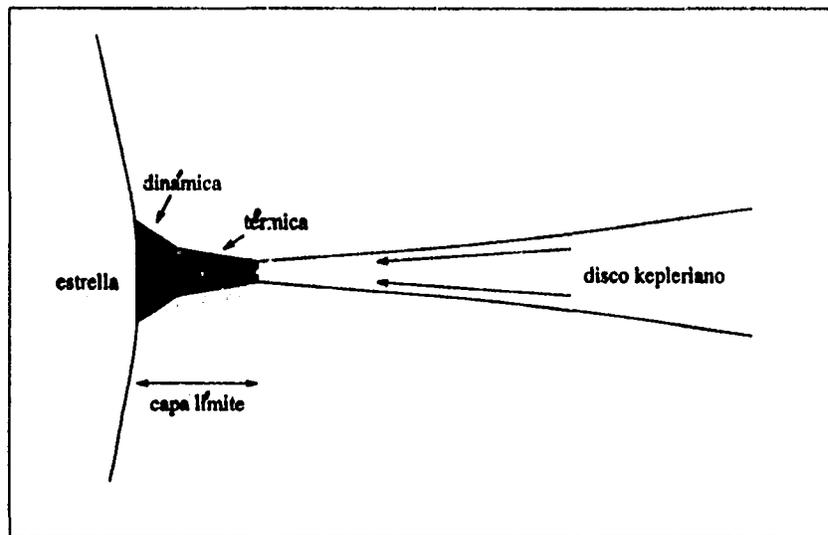


Figura 7.1. Representación esquemática de las diferentes zonas de la capa límite. La gráfica no está a escala.

La ecuación de balance de energía, integrada en la dirección vertical se puede escribir como:

$$\dot{M} T \frac{dS}{dR} - \dot{M} \frac{\nu}{u_r} \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 - \frac{d}{dR} (4 \pi R H F_R) - 4 \pi R F_V = 0, \quad (7.1)$$

donde \dot{M} es la tasa de acreción de masa, T es la temperatura en el plano medio, S es la entropía específica integrada en la dirección vertical, ν es el coeficiente de viscosidad cortante cinemática, F_R es el flujo de energía transportado por radiación en la dirección radial, F_V es el flujo radiativo en la dirección vertical, R es la coordenada radial, Ω es la velocidad angular, H es la escala de altura y u_R es la velocidad de acreción.

En la ec.(7.1) el primer término representa la advección de energía debido al material acretado, y se puede escribir como:

$$\dot{M} T \frac{dS}{dR} = \dot{M} C_v \frac{dT}{dR} + 2\pi \Sigma c_s^2 \frac{d}{dR} (R u_R), \quad (7.2)$$

donde C_v es el calor específico a volumen constante, c_s es la velocidad del sonido y Σ es la densidad superficial de masa. Los resultados de Popham *et al.* (1993) muestran que la temperatura de la capa límite se mantiene alrededor de $T \sim 10^4 K$, para diferentes tasas de acreción. Como la temperatura no es muy alta, si la acreción es subsónica es de esperar que el término advectivo sea pequeño comparado con los otros términos de la ec.(7.1). Si la CL es ópticamente delgada, resulta ser térmicamente inestable (Narayan & Pophan 1993). En este caso la advección de energía puede volverse muy importante porque T crece mucho. En este trabajo sólo se consideraran capas límites ópticamente gruesas y se despreciará el término advectivo.

El segundo término de la ec (7.1) es la energía disipada por viscosidad, el tercero representa el transporte radial de energía y el cuarto es la energía radiada por la CL a través de su superficie. El coeficiente de viscosidad está dado por la prescripción α (ver capítulo II), $\nu = \alpha c_s H$, donde la escala de altura vertical se puede escribir como $H = c_s / \Omega_k$ y Ω_k es la velocidad angular kepleriana.

En la CL dinámica, la velocidad angular del material se vuelve muy pequeña y este no puede ser centrífugamente soportado contra la gravedad, como ocurre con el resto del disco. En esta zona, la gravedad es contrarrestada por el gradiente de presión y suponiendo que la CL dinámica está en equilibrio hidrostático, tanto en la dirección radial como en la vertical, su ancho radial, b , se puede aproximar como:

$$\frac{b}{R_*} \approx \frac{c_s^2}{\Omega_k(R_*)^2 R_*^2} \approx \left(\frac{H}{R_*}\right)^2, \quad (7.3)$$

donde se puede ver que si $\Omega_k(R_*) R_* > c_s$, la capa límite será geoméricamente delgada en la dirección vertical, $H/R_* < 1$, y por lo tanto resultará muy angosta en la dirección radial, $b/R_* \ll 1$. En este trabajo se supone que toda la energía se produce en la CL dinámica (donde dominan, en la ec.(7.1), los términos de disipación viscosa y flujo radial de energía) y es transportada a través de la CL térmica (donde la energía liberada localmente se desprecia, considerando dominantes en la ec.(7.1), los términos de flujo radial y vertical de energía). La CL dinámica es tan angosta que se puede aproximar como una región de ancho despreciable en el ecuador de la estrella (ver Figura 1 de Popham *et al.* (1993)).

Para la CL térmica, la ec.(7.1) se reduce a:

$$\frac{d}{dR}(4\pi R H F_R) = -4\pi R F_V, \quad (7.4)$$

donde se ha despreciado la disipación de energía. En el disco, más allá de la capa límite, la disipación viscosa vuelve a ser importante, así que definimos el radio exterior de la CL térmica o radio mínimo del disco de acreción, R_{CL} , como el radio al cual el flujo de energía disipado localmente iguala al flujo transportado radialmente, proveniente de la CL dinámica.

La condición de frontera interior (en $R \approx R_*$) del flujo radial de energía, puede escribirse como:

$$L_{CL} = (4\pi R H F_R)_{R_*} = \frac{L_{acc}}{2} + 4\pi R_* H_* \sigma T_*^4, \quad (7.5)$$

donde H_* es la altura de la capa límite evaluada en $R = R_*$, la luminosidad de acreción L_{acc} es la energía liberada en la capa límite, dada por:

$$L_{acc} = \frac{1}{2} \frac{GM\dot{M}_*}{R_*} \left(1 - \frac{\Omega_*}{\Omega_k}\right)^2 \quad (7.6)$$

y el segundo término es el calentamiento debido a la radiación de la estrella central, que puede resultar importante para bajas tasas de acreción. El factor 1/2 multiplicando a L_{acc} en la ec.(7.5) se debe a que se supone que la mitad de la energía producida en la CL dinámica se transporta hacia la térmica y la otra mitad se transporta hacia la estrella central.

Dado que la CL es ópticamente gruesa, se puede usar la aproximación de difusión para describir el flujo radiativo en la dirección vertical y radial,

$$F_R \approx -\frac{4}{3} \frac{1}{\chi_R \rho} \frac{d(\sigma T^4)}{dR}, \quad (7.7)$$

$$F_V \approx \frac{4}{3} \frac{(\sigma T^4)}{\tau_V}, \quad (7.8)$$

donde ρ es la densidad de masa promedio, χ_R es la opacidad promedio de Rosseland y τ_V es la profundidad óptica promedio de Rosseland en la dirección vertical, dada por $\tau_V = \chi_R \rho H = \chi_R \Sigma$, donde Σ es la densidad superficial.

Usando las ecs. (7.7) y (7.8) el flujo radial de energía se puede expresar en términos del flujo vertical como:

$$F_R = -F_V \frac{4}{T} \frac{H}{dR}, \quad (7.9)$$

que al ser substituído en la ec.(7.4), permite reescribir así la ecuación de balance de energía

$$(4 \pi R F_V) = \frac{d}{dR} \left[(4 \pi R F_V) \left(\frac{4 H^2}{T} \right) \frac{dT}{dR} \right]. \quad (7.10)$$

La cantidad $4 H^2/T = 4(k/\mu m_H) \Omega_k^{-2} \sim R^3$ es función de R . Sin embargo se supone que la CL es tan delgada en la dirección radial, que esta cantidad se puede evaluar en el radio de la estrella, con lo cual $(4 H^2/T) \approx 4(k/\mu m_H) \Omega_k(R_*)^{-2}$, donde μ es el peso molecular medio en la capa límite.

Definiendo una nueva variable de integración,

$$r = \frac{R}{R_*} - 1, \quad (7.11)$$

y una temperatura de referencia T_0 ,

$$T_0 = \frac{\lambda \mu m_H}{4 k} \Omega_k^2(R_*) R_*^2, \quad (7.12)$$

donde se introduce un nuevo parámetro λ , de orden unidad (al cual el resultado final no es muy sensible, pero que permite un ajuste muy bueno de la T_{eff} de los modelos de Pophan *et al.* (1993)). Se define una temperatura adimensional $t = T/T_0$ y la ecuación de energía se puede escribir como:

$$(4 \pi R F_V) = \frac{d}{dr} \left[(4 \pi R F_V) \frac{dt}{dr} \right]. \quad (7.13)$$

Si la opacidad se aproxima con una ley de potencias de temperatura y densidad, la densidad superficial se aproxima también como ley de potencias de la temperatura y el radio, y se toma la aproximación de difusión, se encuentra que el flujo vertical se puede escribir como:

$$(4 \pi R F_V) \approx A t^\zeta, \quad (7.14)$$

donde A y ζ son constantes determinadas por la funcionalidad de la opacidad promedio de Rosseland y ambas se encuentran integrando la ec.(7.13) como se discute más abajo.

Entonces la ecuación de energía queda como:

$$t^\zeta = \frac{d}{dr} \left(t^\zeta \frac{dt}{dr} \right). \quad (7.15)$$

Esta ecuación tiene dos soluciones, de las cuales se toma la que corresponde a una temperatura que decrece con la distancia, dada por:

$$t = t_0 \left(1 - \frac{r}{\Delta}\right)^2, \quad (7.16)$$

donde $\Delta = [2(2\zeta + 1)]^{1/2} t_0^{1/2}$ y usando la condición de frontera dada por la ec.(7.5), se tiene que

$$t_0 = \left[\frac{(2\zeta + 1)}{2} \right]^{\frac{1}{(2\zeta+1)}} \left(\frac{4\pi R_* H_* F_R(R_*)}{AR_*} \right)^{\frac{2}{(2\zeta+1)}}. \quad (7.17)$$

Para tasas de acreción bajas o estrellas de temperatura mayor o comparable a la capa límite, el calentamiento debido a la estrella en la ec.(7.5) no puede despreciarse; en estos casos, t_0 se encuentra resolviendo una ecuación implícita porque el calentamiento estelar es proporcional a H_* y ésta depende de t_0 . Para tasas de acreción altas, el calentamiento estelar puede despreciarse y de la ec.(7.5), se tiene que $4\pi R_* H_* F_R(R_*) \approx L_{acc}/2$. En este caso se encuentra una expresión simple para t_0 , dada por:

$$t_0 \approx \left[\frac{(2\zeta + 1)}{2} \right]^{\frac{1}{(2\zeta+1)}} \left(\frac{L_{acc}}{2AR_*} \right)^{\frac{2}{(2\zeta+1)}}. \quad (7.18)$$

Las cantidades ζ y A están determinadas por la opacidad promedio. Se aproxima la opacidad promedio de Rosseland por unidad de masa como una ley de potencias de la forma $\kappa_R = a\rho T^{-q}$ y la densidad superficial se aproxima como: $\nu\Sigma_\infty = \epsilon\dot{M}/3\pi$, donde ϵ es ≤ 1 , constante en la capa límite.

Substituyendo la ec.(7.16) en la ec.(7.14), el flujo vertical se escribe como:

$$F_V = \sigma (T_{ejf}^{CL})^4 = \frac{A t_0^\zeta}{4 \pi R_*} \left(1 - \frac{r}{\Delta}\right)^{2\zeta}. \quad (7.19)$$

De las ecs. (7.8) y (7.19) se encuentra $\zeta = 13/2 + q$ y se tiene que:

$$A = \frac{48}{a} 4^{-\zeta} \pi^3 \sigma \lambda^\zeta \left(\frac{\mu m_H}{k}\right)^{4+q} \left(\frac{\alpha}{\epsilon \dot{M}}\right)^2 (G M_*)^{(5+q)} R_*^{-(1+q)} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-1}. \quad (7.20)$$

Para el intervalo de temperaturas en el que la opacidad está dominada por procesos ligado-libre y libre-libre ($10^4 \leq T \leq 10^5$) se puede tomar $a = 1.5 \times 10^{20}$ (en las unidades cgs apropiadas para que el coeficiente de opacidad esté en $g \text{ cm}^{-2}$) y $q = 5/2$ (Bell & Lin 1993), entorces $\zeta = 9$ y en términos de parámetros típicos se puede escribir:

$$A = 1.76 \times 10^{42} \mu^{13/2} \lambda^9 \left(\frac{\alpha}{\epsilon}\right)^2 \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}}\right)^{-2} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{15/2} \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{-7/2} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-1}. \quad (7.21)$$

Suponiendo que la estrella no rota, la luminosidad de acreción de la capa límite, esta dada por:

$$L_{acc} = 6.05 \times 10^{33} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_\odot \text{ año}^{-1}}\right) \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{-1} \text{ erg s}^{-1}, \quad (7.22)$$

la temperatura característica se puede escribir como:

$$T_0 = 5.7655 \times 10^6 \lambda \mu \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{-1} \text{ K}. \quad (7.23)$$

Despreciando el calentamiento estelar, se tiene:

$$t_0 \approx 0.0097 \mu^{-13/19} \lambda^{-18/19} \left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^{4/19} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}}\right)^{6/19} \left(\frac{M_{*}}{M_{\odot}}\right)^{-13/19} \left(\frac{R_{*}}{R_{\odot}}\right)^{3/19} \quad (7.24)$$

y

$$\Delta \approx 0.6286 \mu^{-13/38} \lambda^{-9/19} \left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^{2/19} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}}\right)^{3/19} \left(\frac{M_{*}}{M_{\odot}}\right)^{-13/38} \left(\frac{R_{*}}{R_{\odot}}\right)^{3/38} \quad (7.25)$$

A partir de la ec.(7.19), la temperatura efectiva está dada por:

$$T_{eff}^{CL} = T_{eff}^{CL}(R_{*}) \left(1 - \frac{r}{\Delta}\right)^{9/2}, \quad (7.26)$$

donde

$$T_{eff}^{CL}(R_{*}) \approx 1.28 \times 10^4 \mu^{13/152} \lambda^{9/76} \left(\frac{\alpha}{\epsilon}\right)^{1/38} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7}}\right)^{4/19} \left(\frac{M_{*}}{M_{\odot}}\right)^{51/152} \left(\frac{R_{*}}{R_{\odot}}\right)^{-117/152} K. \quad (7.27)$$

La escala de altura vertical se puede aproximar como:

$$\frac{H}{R_{*}} = 0.5 t^{1/2}, \quad (7.28)$$

que corresponde a una altura de la capa límite, en la superficie de la estrella de:

$$\frac{H_*}{R_*} \approx 0.005 \mu^{-13/38} \lambda^{-9/19} \left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^{2/19} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}}\right)^{3/19} \left(\frac{M_*}{M_{\odot}}\right)^{-13/38} \left(\frac{R_*}{R_{\odot}}\right)^{3/38} \quad (7.29)$$

Otra cantidad importante es la profundidad óptica, que se puede aproximar como:

$$\tau_V \approx \tau_V(R_*) \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3/2} \left(1 - \frac{r}{\Delta}\right)^{-7}, \quad (7.30)$$

donde la profundidad óptica evaluada en R_* es:

$$\tau_V(R_*) = 240 \mu^{0.77} \lambda^{-5/19} \left(\frac{\alpha}{\epsilon}\right)^{-18/19} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}}\right)^{8/19} \left(\frac{M_*}{M_{\odot}}\right)^{-3/38} \left(\frac{R_*}{R_{\odot}}\right)^{-11/38}. \quad (7.31)$$

Se debe verificar que la capa límite sea ópticamente gruesa, puesto que en caso contrario este tratamiento no tiene sentido. El tamaño radial de la capa límite térmica no es Δ , que representa la escala radial en la que la temperatura se volvería 0 si no existiera disipación de energía por viscosidad. En la ecuación de balance de energía del disco de acreción los términos dominantes son la disipación viscosa y el flujo de energía en la dirección vertical. La capa límite se transforma en disco cuando el término de disipación, para una velocidad angular kepleriana, es comparable con el término correspondiente al flujo radial de energía.

La temperatura efectiva del disco está dada por:

$$T_D = 8491 \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3/4} \left[1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{1/2}\right]^{1/4} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}}\right)^{1/4} \left(\frac{M_*}{M_{\odot}}\right)^{1/4} \left(\frac{R_*}{R_{\odot}}\right)^{-3/4} K. \quad (7.32)$$

Entonces se puede definir como radio de la capa límite a aquel donde $T_{eff}^{CL} = T_D$, y es la solución de la siguiente ecuación implícita:

$$f_1(R_{CL}) = f_2(R_{CL}) \quad (7.33)$$

con:

$$f_1(R) = 1.766 \left(\frac{\alpha}{\epsilon}\right)^{1/38} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7}}\right)^{-3/76} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{13/152} \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{-3/152} \left(1 - \frac{1 + (R/R_*)}{\Delta}\right)^{9/2} \quad (7.34)$$

$$f_2(R) = \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3/4} \left(1 - \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-1/2}\right)^{1/4} \quad (7.35)$$

En la Figura 7.2 se muestra $f_1(R)$ y $f_2(R)$ para diferentes \dot{M} y $\alpha = 0.01 - 0.1$, para una estrella T Tauri típica de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$, tomando $\epsilon = 0.05$. Como α y ϵ aparecen siempre en un cociente, la gráfica corresponde a dos valores de $(\alpha/\epsilon) = 2 - 0.2$. El radio R_{CL} , que es el punto de corte entre f_1 y f_2 , crece con \dot{M} y con α/ϵ .

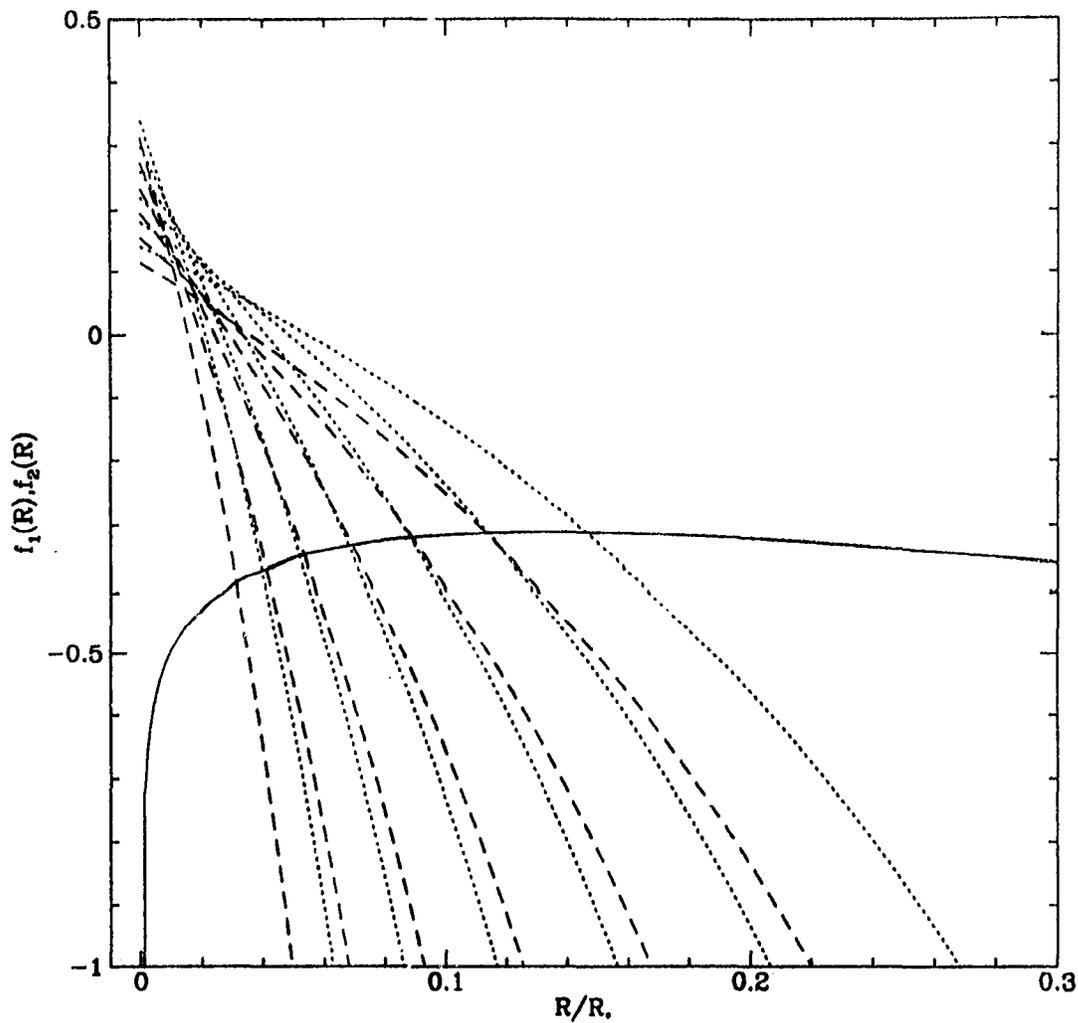


Figura 7.2. Lado izquierdo y derecho de la ec.(7.33). La función $f_1(R)$ se grafica para $\alpha = 0.01$ (línea de trazos) y $\alpha = 0.1$ (línea punteada), mientras que la función $f_2(R)$ se grafica con línea continua. El radio de la capa límite corresponde a donde ambas curvas se intersectan y crece con la tasa de acreción. Para cada valor de α , la tasa de acreción toma los siguientes valores: $\log M = -10, -9, -8, -7, -6, -5$. La estrella central tiene $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$, y el parámetro $\epsilon = 0.05$.

En la Figura 7.3 se compara la estructura radial de la capa límite, calculada con la aproximación discutida en este trabajo, con el resultado numérico de Popham *et al.* (1993). Se tomó $\epsilon = 0.05$, $M_* = 1 M_\odot$ y los radios de la estrella que encuentran Popham *et al.* de su cálculo detallado (ver Tabla 1). Cada curva $T_{eff}(R)$ se mueve horizontalmente en la gráfica, una distancia que se supone corresponde al ancho de la capa límite dinámica b . Se puede ver que hay buen acuerdo entre el cálculo numérico y el cálculo analítico aproximado, confirmando la validez de las aproximaciones adoptadas. El desplazamiento de las curvas $T_{eff}(R)$ para hacerlas coincidir con los resultados de Popham *et al.* (1993) dan anchos para la capa límite dinámica que pueden llegar a ser un factor 2 más grandes que lo predicho por la ec.(7.3). En la Tabla 1 se especifican algunas propiedades de los cuatro modelos mostrados en la Figura 7.3. Los tamaños están en unidades de R_* , b_1 es el ancho de la capa límite encontrado a partir del corrimiento entre la T_{eff} dada por la ec.(7.27) y el resultado de Popham *et al.* (1993) y b_2 es el ancho estimado a partir de la ec.(7.3).

TABLA 1
PARÁMETROS DE LOS MODELOS

$\log \dot{M}$	λ	R_*/R_\odot	μ	$\log (H_*/R_*)$	τ_*	T_c^{max}	T_{eff}^{max}	Σ	b_1	b_2	Δ	R_{CL}
-7	2	2.23	0.5	-1.183	58	22300	8670	17.1	0.005	0.004	0.57	1.19
-6	2	2.33	0.5	-1.029	173	43200	12800	82.7	0.015	0.009	0.81	1.21
-5	2	2.53	0.5	-0.872	481	82200	18850	384.3	0.042	0.018	1.17	1.30
-4	1	4.53	0.5	-0.711	1570	96400	16450	1370	0.145	0.038	2.40	1.55

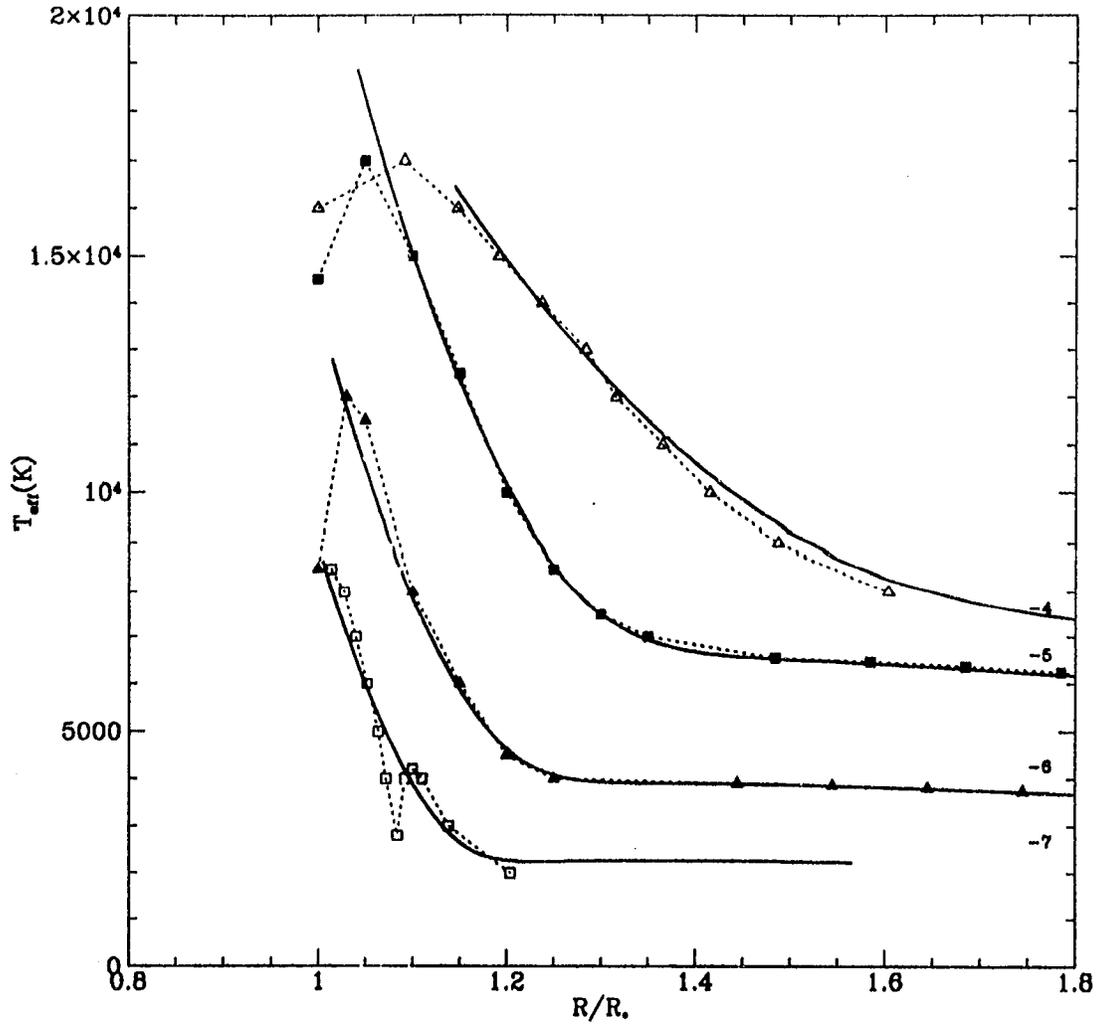


Figura 7.3. Temperatura efectiva como función del radio para capas límite de $\log \dot{M} = -7, -6, -5$ y -4 (de abajo hacia arriba) y $\alpha = 0.1$. La línea continua corresponde al modelo analítico presentado en este capítulo y los puntos, al resultado numérico de Popham *et al.* (1993). La estrella central no rota, tiene radios $R_* = 2.23, 2.35, 2.53$ y $4.53 R_\odot$ (para cada tasa de acreción), $T_* = 5000 K$, $M_* = 1 M_\odot$.

VII.3. Espectro y colores de la capa límite

Suponiendo que el disco y la capa límite son ópticamente gruesos, el espectro del sistema se puede calcular como:

$$F_{\nu} = 2 \pi \int_{R_*}^{R_d} B_{\nu}(T_{eff}(R)) R dR \quad (7.36)$$

donde D es la distancia al observador, R_d es el radio del disco, $B_{\nu}(T_{eff})$ es la función de Planck, y la temperatura efectiva puede aproximarse superponiendo el flujo emergente del disco y el flujo emergente de la CL,

$$T_{eff}^4 = (T_{eff}^{CL})^4 + (T_D)^4 \quad (7.37)$$

donde T_{eff}^{CL} y T_D están dadas por las ecs. (7.27) y (7.32) respectivamente.

En la Figura 7.4 se muestra el espectro del disco+capa límite de los modelos de la Tabla 1 y Figura 7.3 (sin incluir la contribución de la estrella central) suponiendo una tasa de acreción espacialmente constante (i.e. la misma \dot{M} para el disco y la CL). Existen discrepancias entre estos espectros y los presentados por Popham *et al.* (1993), las cuales no pueden deberse a diferencias en la distribución de temperatura efectiva, porque de acuerdo con la Figura 7.3 ambas concuerdan bastante bien. Quizas reflejen diferencias en el muestreo de la capa límite y el disco al hacer la integral en la ec.(7.36). Para evitar errores de este tipo se subdividieron los pasos de integración hasta que el espectro resultante no cambiara.

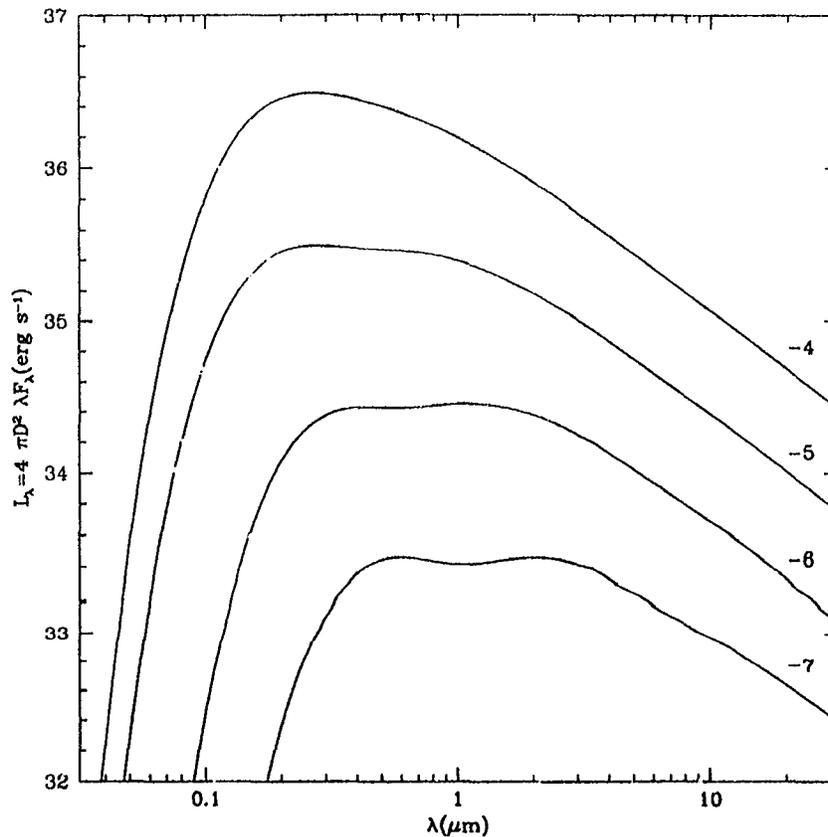


Figura 7.4. Espectros de las capas límites ópticamente gruesas cuyas estructuras se muestran en la Figura 7.3. Cada curva está etiquetada con el valor de $\log M (M_{\odot} \text{ año}^{-1})$ que le corresponde.

A pesar de las diferencias, el comportamiento de estos espectros es similar al de los presentados por Popham *et al.* (1993), i.e. para mayores tasas de acreción la capa límite es más caliente, moviéndose el máximo de emisión hacia el azul y la forma del espectro cambia, de manera que a tasas de acreción muy altas, no se puede distinguir entre la contribución de la capa límite y la del disco, i.e. no aparecen dos picos de emisión en el espectro. Esto último es consecuencia de que el ancho de la capa límite térmica aumenta con la tasa de acreción (ver Figura 7.3), la radiación se

transporta en el disco, emergiendo de una región más grande y por lo tanto más fría, que si estuviera confinada a una zona muy pequeña. Debido a esto, una capa límite de $\dot{M} \sim 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ tendría una temperatura similar al disco adyacente, la capa límite no se notaría como un exceso UV, sino que podría confundirse con parte de la emisión del disco. Aproximando la temperatura del disco como $T_D \approx T_D^*(R/R_*)^{-3/4}$, donde $T_D^* \sim (\dot{M} M_* R_*^{-3})^{1/4}$, el flujo emergente es

$$F_{\nu} \approx \frac{16 \pi h \nu^3}{3D^2 c^2} R_*^2 \left(\frac{kT_D^*}{h\nu} \right)^{3/3} \int_{x_*}^{x_D} \frac{x^{5/3}}{(e^x - 1)} dx \quad (7.38)$$

donde $x_* = h\nu/kT_0$ y $x_D = x_*(R_d/R_*)^{3/4}$. Si los límites de integración se pueden aproximar como $x_* \sim 0$ y $x_D \sim \infty$, entonces a una frecuencia dada, el flujo escala como $F_{\nu} \sim (\dot{M} M_*)^{2/3}$, y no depende del radio de la estrella. A partir del espectro IR del disco, se puede conocer el producto $(\dot{M} M_*)$. A grandes frecuencias, x_* ya no se puede aproximar a 0, y ocurre el quiebre en el espectro. En la Figura 7.5 se puede ver que el espectro del disco deja de comportarse como una ley de potencias de ν a $c/\nu_{\text{quiebre}} \approx 0.5 \mu m$ en el caso de $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$ y $c/\nu_{\text{quiebre}} \approx 3 \mu m$, para $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. La frecuencia de quiebre escala como $\nu_{\text{quiebre}} \sim (\dot{M} M_* R_*^{-3})^{1/4}$. Es decir, el exceso UV debido a una capa límite, podría confundirse con el espectro de un disco, correspondiente a una estrella central de radio menor. El que no se puedan distinguir la contribución de disco y CL en el espectro es usado por Popham *et al.* (1993) para explicar por qué en los espectros de las estrellas FU Orionis, que se modelan como emisión de un disco de acreción de $\dot{M} \sim 10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, no se "observa" la capa límite (Kenyon *et al.* 1989).

En la Figura 7.5 se grafican los espectros correspondientes a $\dot{M} = 10^{-7}$ y $10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, incluyendo las contribuciones de la estrella central, el disco y la capa límite. El espectro estelar fué tomado de la biblioteca de espectros de Bruzual & Charlot (1993), que selecciona el espectro de acuerdo a temperatura efectiva y gravedad. Para el caso de $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, el flujo total a toda longitud de onda es mayor que el de la estrella, lo cual introduce dudas sobre los métodos para determinar extinción que suponen que la emisión en las bandas V, R o J no está afectada ni por la capa límite ni por el disco. Por ejemplo Hartigan *et al.* (1991), encuentran que se subestima el coeficiente de extinción hasta por un 50% si se ignoran los cambios en color alrededor de estas bandas introducidos por los excesos de emisión. En la Figura 7.5 se puede notar el velamiento de las líneas fotosféricas en el espectro correspondiente a $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$.

Para calcular colores se usaron las rutinas de las librerías de espectros de Bruzual & Charlot (1993). El espectro del sistema estrella+CL+disco se integra sobre frecuencias, tomando en cuenta la respuesta de cada filtros. Los colores cero son los de un modelo de atmósferas de una estrella A0V, que representa a Vega.

En la Figura 7.6 se muestra un diagrama (U-B) vs (B-V) para modelos de discos de acreción, de polo ($\theta = 0$), en torno a estrellas centrales de $M_{*} = 0.5 M_{\odot}$, $R_{*} = 3 R_{\odot}$ y diferentes temperaturas efectivas. Cada curva esta construída variando \dot{M} , para $\alpha = 0.1$, $\epsilon = 0.05$, $\lambda = 1$. También, como referencia, se muestran los colores de estrella en la secuencia principal y en la rama de las gigantes, tomados de Buser (1988). Al cambiar α , ϵ y λ , cada modelo se desplaza sobre la curva, i.e. cambian los colores de cada modelo, pero no la forma de la curva. Se muestran en la Figura 7.6, los colores de un cuerpo negro de temperatura muy alta (en el límite de $h\nu \ll kT$), para dos

calibraciones distintas: la usada en este trabajo, basada en tomar como 0 los colores del modelo de atmósfera para Vega (Bruzual & Charlot 1993) y tomando en cuenta la sensibilidad de los filtros (cuadrado vacío, a la izquierda y arriba en la Figura 7.6) y la de Rydgren *et al.* (1984) (cuadrado lleno). Se puede considerar que la incertidumbre en calibración es igual a la diferencia entre ambos puntos. A grandes tasas de acreción los colores de diferentes modelos se parecen entre sí, tendiendo a los colores de un cuerpo negro de muy alta temperatura. Para las tasas de acreción más altas, la diferencia respecto a un cuerpo negro de temperatura muy alta se debe a la presencia de la estrella, que a pesar de ser mucho más fría, tiene un área mucho más grande y no es posible despreciar su contribución al espectro.

En la Figura 7.7 se comparan los colores (U-B) vs (B-V) de los modelos con los de algunas estrellas T Tauri clásicas. Los puntos observados fueron tomados de Rydgren *et al.* 1984, y la dispersión refleja tanto la gran variabilidad en estas bandas como problemas de calibración, puesto que se trata de datos reportados por autores diferentes. También se muestran colores promedio de las estrellas de acuerdo a la compilación de Kenyon & Hartmann (1995) mediante una cruz. Las observaciones están desenrojecidas usando A_V de Kenyon & Hartmann (1995) y la flecha, a la derecha de cada gráfica, representa el vector de desenrojecimiento para $A_V = 1$. Los radios, masas y temperaturas efectivas de las estrellas centrales se tomaron de Hartigan *et al.* (1995).

En general los colores de las estrellas T Tauri están desplazados a la derecha respecto a las predicciones de los modelos.

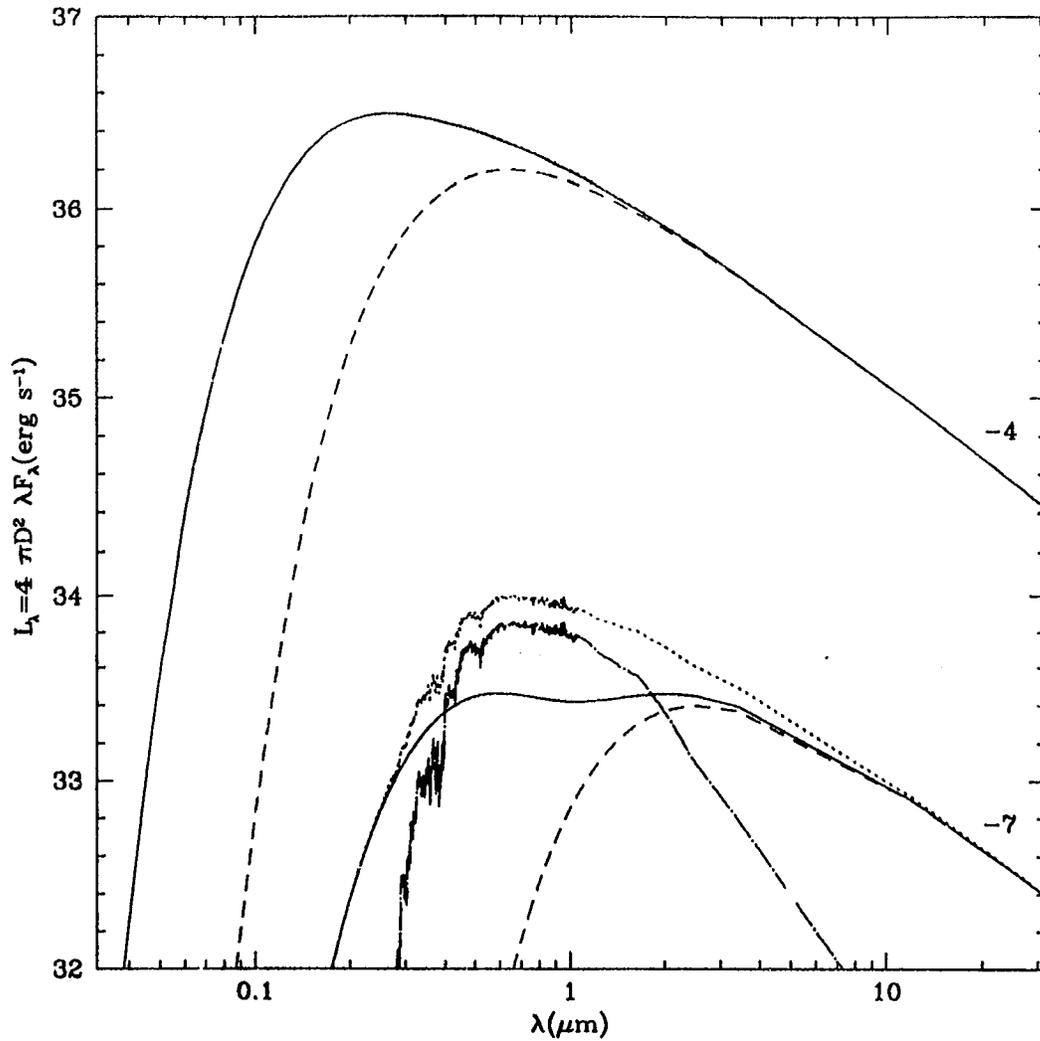


Figura 7.5. Espectros de sistemas: disco+estrella+capa límite, para $\dot{M} = 10^{-7}$ y $10^{-4} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. La línea continua representa la emisión de la capa límite + disco (como en la Figura 7.4), la línea punteada es el espectro del sistema completo, la línea quebrada es el espectro del disco solo y la línea de puntos y rayas corresponde al espectro de la fotosfera estelar. Los parámetros para ambos modelos están en la Tabla 1.

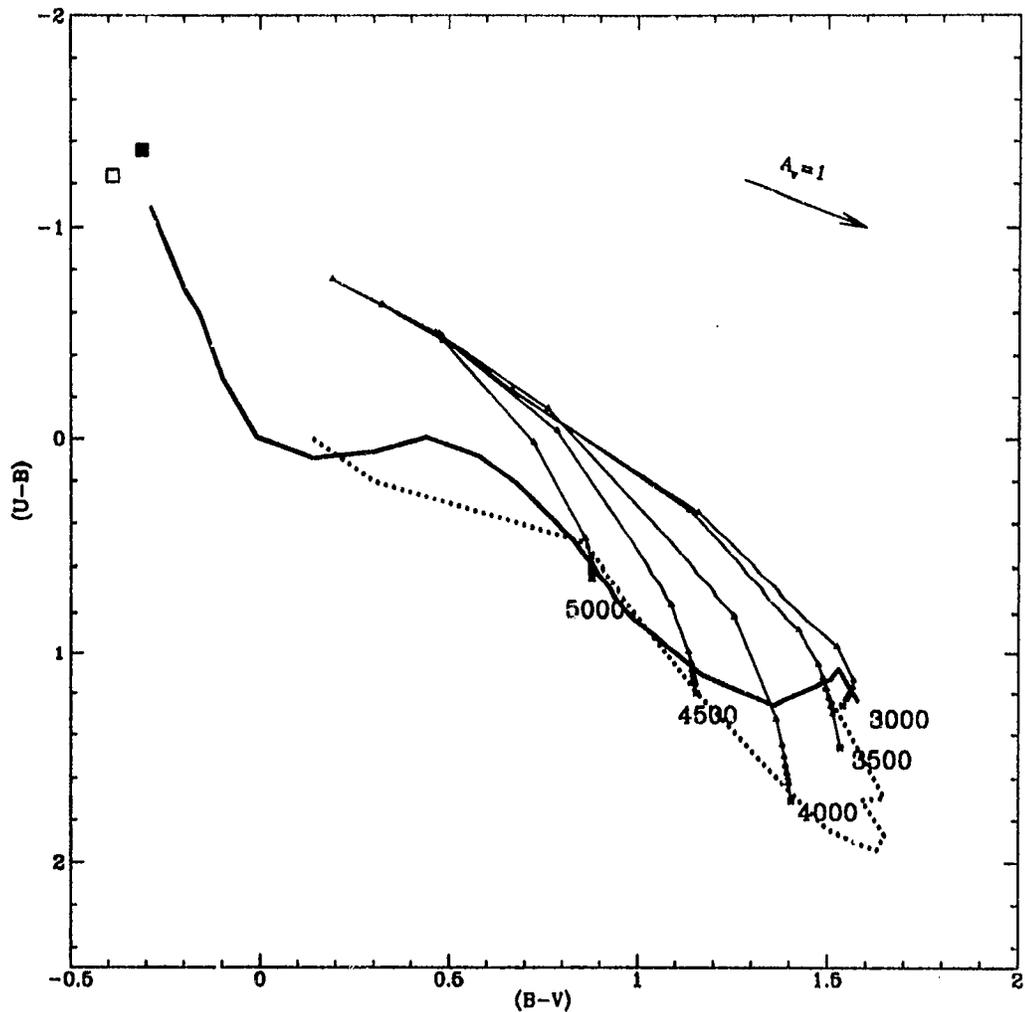


Figura 7.6. Colores (U-B) vs (B-V) para discos+estrella+capa límite. Cada curva corresponde a una estrella de $M_* = 0.5 M_\odot$, $R_* = 3 R_\odot$ y diferentes temperaturas efectivas, $T_* = 3000, 3500, 4000, 4500, 5000$. A lo largo de cada curva varía la tasa de acreción desde $-15 < \log \dot{M} < -3$. Para $\log \dot{M} < -10$, en general, la capa límite no es ópticamente gruesa, por lo tanto los modelos no son válidos, pero se grafican para mostrar cómo de manera continua se pasa de los colores de la estrella a colores dominados por la capa límite. La curva continua de trazo fuerte corresponde a los colores de estrellas de secuencia principal y la punteada a colores de estrellas gigantes (Buser 1988). Los cuadrados a la izquierda del diagrama representan los colores de un cuerpo negro de temperatura infinita, para dos calibraciones distintas (ver texto). La flecha a la derecha del diagrama es el vector de enrojecimiento para $A_V = 1$.

En algunos casos (por ejemplo: AA Tau, BP Tau, DG Tau) la tasa de acreción que se infiere del color promedio (U-B) coincide razonablemente bien con las tasas de acreción de Hartigan *et al.* (1995), mientras que el color (B-V) corresponde a tasas de acreción menores. Esto sugiere que capas límite de menor área, de manera que aumente la importancia de la estrella en el espectro resultante, podrían reproducir mejor las observaciones. Hay otros casos (como por ejemplo: CI Tau, DD Tau) en los que el color (B-V) observado coincide con el que se predice para el objeto, dada la tasa de acreción determinada por Hartigan *et al.* (1995), pero el color (U-B) observado es menor, i.e. la capa límite correspondiente debería ser más caliente que lo que predice el modelo. Quizas capas límite ópticamente delgadas fueran suficientemente calientes para permitir explicar estos casos, pero son térmicamente inestables. DF Tau tiene unos colores que no se parecen a los de los modelos. Tampoco se parecen los colores de Rydgren *et al.* (1984) con los colores promedio reportados por Kenyon & Hartmann (1995) (ver Figura 7.8). La curva de luz de DF Tau es periódica y se interpreta como debida a la presencia de una mancha caliente en la superficie de la estrella, que podría ser el final de una columna de acreción (Bertout, Basri & Bouvier 1988).

En general la variación de los colores se podría modelar como resultado de variar el área y la temperatura de la zona emisora, suponiendo que emite como cuerpo negro. En este modelo de capa límite, ambas cantidades están determinadas principalmente por \dot{M} . Si la variabilidad en los colores (U-B) y (B-V) se explicara como debida de variaciones en \dot{M} , se necesitaría $\Delta \log \dot{M} \approx 0.5 - 2$. Esta variación en \dot{M} tendría que ser muy evidente en el espectro infrarrojo, si \dot{M} es constante a través del disco, pero las estrellas T Tauri resultan mucho más variables en UV que en infrarrojo (Rydgren *et al.* 1984).

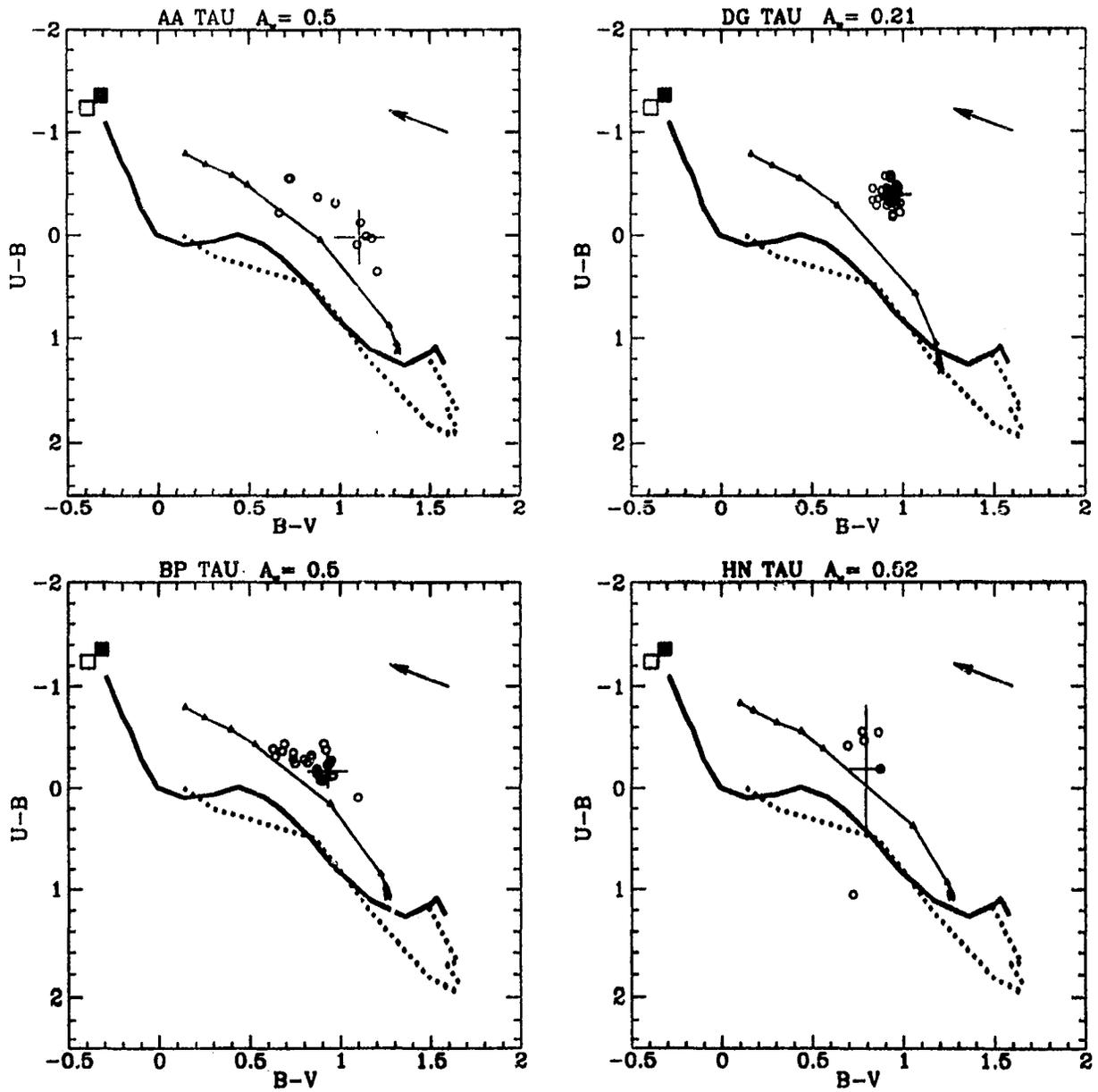


Figura 7.7. Colores $(U-B)$ vs $(B-V)$ para discos+estrella+capa límite. Cada gráfica esta etiquetada con el nombre de la estrella y el valor de A_V usado. Las propiedades de la estrella central se tomaron de Hartigan *et al.* (1995), y los colores promedio y A_V de Kenyon & Hartmann (1995). Los demás símbolos se explican en el pie de la Figura 7.6.

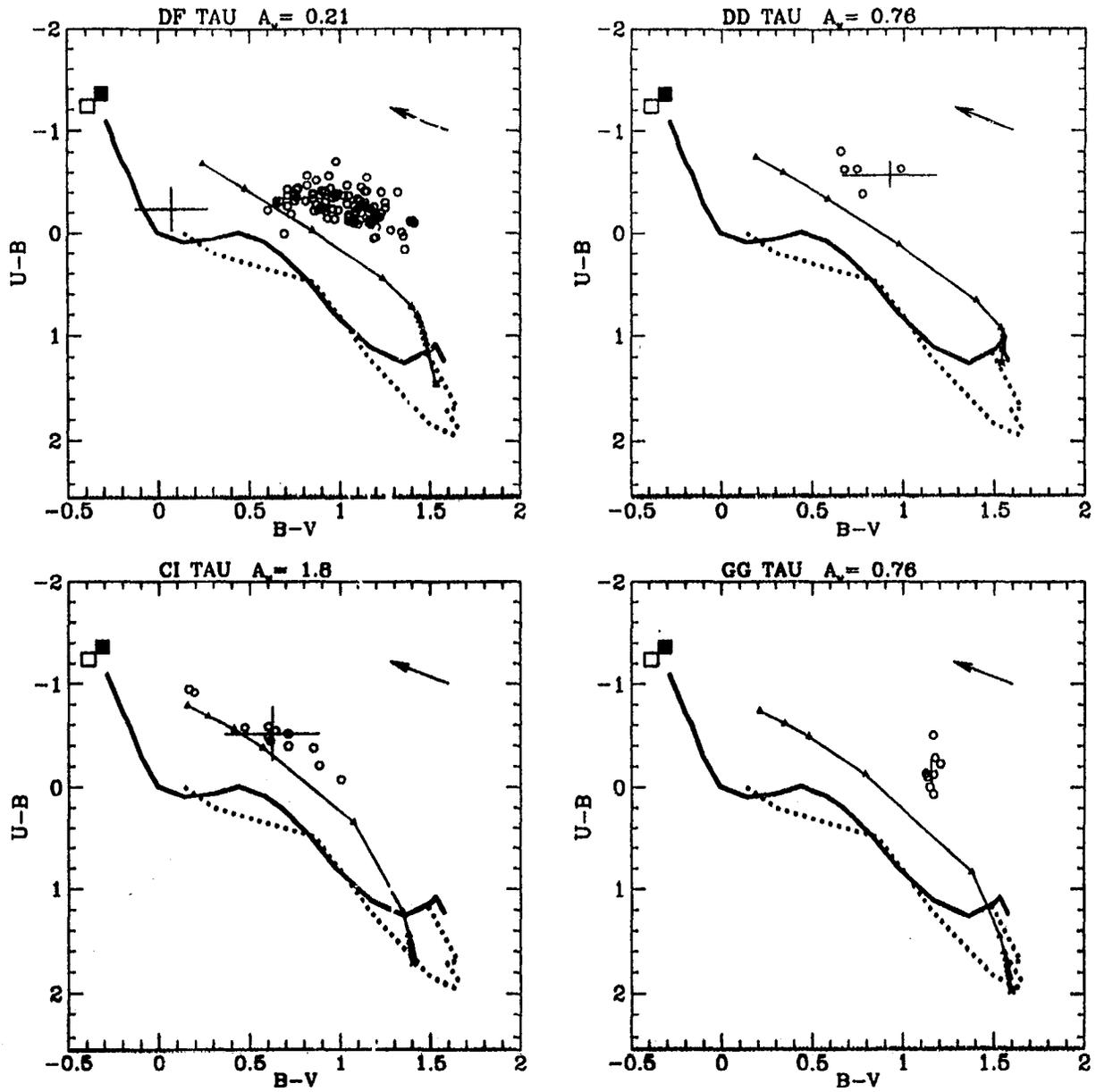


Figura 7.8. Colores (U-B) vs (B-V) para discos+estrella+capa límite (ver pie de la Figura 7.7).

VII.4. *Discusión*

Se presenta un modelo analítico aproximado de la estructura de la capa límite, que reproduce razonablemente bien los resultados numéricos de Popham *et al.* (1993). A partir de este modelo se calcula la estructura y los colores (U-B) y (B-V) de capas límites correspondientes a diferentes tasas de acreción, viscosidades y estrellas centrales, y se compara con observaciones de estrellas T Tauri reportadas en la literatura.

En general los colores de los modelos no coinciden con los colores observados, y variar los diferentes parámetros involucrados, si bien modifica los colores correspondientes a una capa límite de una tasa de acreción dada, mueve los colores sobre la misma curva (en la que varía \dot{M}) y no permite cubrir las zonas del diagrama color-color ocupadas por las observaciones. De la variación en los colores de un cuerpo negro de temperatura infinita para dos calibraciones diferentes, pareciera que el desplazamiento de los colores observados respecto a lo predicho por los modelos no se debe a problemas de calibración. La gran variabilidad en los colores, si se interpretara como debida a variaciones en la tasa de acreción, implicaría en general, variaciones muy grandes, que pueden llegar hasta a los 2 órdenes de magnitud, que debería ser muy notable en el infrarrojo. Para que α y ϵ jugaran un papel importante en el espectro de la capa límite, esta tendría que ser ópticamente delgada.

La conclusión principal es que resulta difícil conciliar un modelo de capa límite ópticamente gruesa con los colores observados de estrellas T Tauri. Aunque cabe aclarar que el modelo presentado aquí es muy simple. Quizás modelos que permitan que la capa límite sea ópticamente delgada, y que además calculen la evolución temporal si se vuelve térmicamente inestable, tengan colores más acordes con los colores observados.

Por otro lado, como ya se ha mencionado, el modelo de capa límite puede no ser apropiado para el caso de estrellas T Tauri, dadas las evidencias observacionales que favorecen la existencia de una magnetósfera, a través de la cual, el material del disco cae sobre la superficie de la estrella (ver Calvet & Hartmann 1992, Hartmann, Hewett & Calvet 1993).

CAPÍTULO VIII

RESUMEN Y CONCLUSIONES

VIII.1. Resumen

En este trabajo se describe un método para calcular la estructura y la distribución de intensidad específica de la radiación emergente de discos de acreción en torno a estrellas jóvenes de masa baja e intermedia. Los modelos presentados suponen que los discos son estacionarios y geoméricamente delgados, usan la prescripción α para el coeficiente de viscosidad, con el parámetro α y la tasa de acreción de masa espacialmente constantes. Se considera que la energía es transportada en la dirección vertical por lo siguientes mecanismos:

- (a) *Flujo turbulento*, calculado consistentemente con el coeficiente de viscosidad usado para describir la disipación viscosa de energía. Este flujo ha sido tomado en cuenta en modelos de Variables Cataclísmicas (Rüdiger *et al.* 1988), pero no se había incorporado al cálculo de la estructura de discos de acreción jóvenes.
- (b) *Radiación*, descrita usando los dos primeros momentos de la ecuación de transporte, la aproximación de Eddington, la aproximación de Equilibrio Termodinámico Local y opacidades promedio de Rosseland y Planck, calculadas a partir del conjunto de opacidades monocromáticas con el que se construye el espectro. En general, los modelos de discos de acreción en torno a estrellas jóvenes que se

encuentran en la literatura usan la aproximación de difusión, lo cual restringe su validez a zonas ópticamente gruesas del disco. En este trabajo se hace un tratamiento más general del campo de radiación que permite extender el cálculo de la estructura del disco a zonas ópticamente delgadas. La emisión de estas zonas es muy sensible a los detalles del modelo y constituye un buen indicador de las propiedades físicas del disco.

- (c) *Convección*, descrita usando la teoría de la longitud de mezclado (Cox & Giuli 1968), pero calculando una eficiencia convectiva que toma en cuenta que los elementos convectivos pierden energía por radiación (Mihalas 1978) y flujo turbulento. Estos elementos no se suponen ópticamente gruesos sino que se estima su profundidad óptica. Su pérdida de energía por radiación se calcula sin usar la aproximación de difusión.

El tratamiento de los diferentes mecanismos de transporte presentado en este trabajo es diferente a lo previamente publicado por otros autores en el área. La motivación básica para introducir estos cambios es poder extender, de manera confiable, el cálculo de la estructura a las zonas ópticamente delgadas del disco.

Las fuentes de calentamiento incluidas en el cálculo de la estructura de los discos, son:

- (a) *Disipación viscosa* (Frank *et al.* 1992).
- (b) *Ionización* debido a rayos cósmicos (Nakano & Umebayashi 1986) y decaimiento radioactivo de ^{26}Al (Stepinski 1992), que no juega un papel importante en los discos de las tasas de acreción típicas de estrellas T Tauri clásicas, pero que

permite, eventualmente, extender el espacio de parámetros para incluir modelos en los que otros mecanismos de calentamiento resulten mucho menos importantes.

- (c) *Irradiación* debido a fuentes externas al disco. Suponiendo que el gas y el polvo están bien mezclados a toda altura (Kenyon & Hartmann 1987), se calcula el efecto de la irradiación debido a la estrella central en la estructura detallada del disco. También se presenta una formulación aproximada sencilla que permite encontrar la distribución radial de temperatura efectiva y la de escala de altura, consistentes entre sí. Por otro lado se calcula el efecto de la irradiación debida a una envoltura ópticamente delgada que rodea al disco. La envoltura dispersa y reprocesa radiación de la estrella (Natta 1993) y del propio disco, y se calcula la estructura detallada de éste. Se encuentra una formulación analítica aproximada que reproduce muy bien los resultados numéricos.

Conocida la estructura de un disco y especificando su orientación respecto a la visual, se calcula su distribución de intensidad específica en una red de puntos sobre el plano del cielo, integrando la ecuación de transporte radiativo monocromática a lo largo de rayos paralelos a la visual. Con la distribución de intensidad calculada a diferentes longitudes de onda, se construye su espectro y se calculan colores en diferentes intervalos espectrales. Para hacer un cálculo autoconsistente de la estructura y el espectro de los discos, se calculan opacidades monocromáticas y a partir de ellas se encuentran los promedios de Rosseland y Planck para un amplio intervalo de temperaturas y presiones. Así, la estructura y el espectro corresponden a las mismas abundancias y propiedades ópticas de las moléculas y átomos incluidas.

Los espectros y colores se comparan con observaciones de estrellas T Tauri clásicas reportadas en la literatura y se infieren los parámetros característicos de los discos.

VIII.2. Resultados

Los resultados más interesantes se resumen a continuación, en orden de aparición a lo largo del texto:

Acreción de masa de la nube

- (i) Se encuentra que suponer que la *tasa de acreción de masa del disco* es espacialmente uniforme es una buena aproximación para el cálculo de las propiedades de un disco en estado estacionario, que recibe masa de la nube de acuerdo a los modelos de Cassen & Moosman (1981) y Cantó & Moreno (1996).

Estructura de los discos

- (ii) *El flujo turbulento de energía*, se hace importante en el interior del disco sólo si el número de Prandtl es muy pequeño ($P_r < 0.01$). En las zonas no-convectivas, el flujo turbulento transporta energía en dirección contraria a la radiación. En las zonas convectivas, este flujo transporta energía en la misma dirección que la convección, pero como aumenta la pérdida de energía de los elementos convectivos, disminuye la eficiencia convectiva. El resultado neto es que, para $P_r \sim 1$, en las zonas convectivas hay un flujo de energía no-radiativa (i.e. flujo turbulento + flujo convectivo) equivalente al calculado despreciando el flujo turbulento. Por otro lado, en la atmósfera del disco, aún para $P_r \sim 1$, el flujo turbulento juega un papel muy importante en la estructura de temperatura. En presencia de conducción turbulenta, desaparece la inversión de temperatura.

atmosférica que se encuentra al hacer un cálculo de la estructura de la atmósfera suponiendo que ésta se encuentra en equilibrio radiativo.

- (iii) *La atmósfera* de los discos se puede calcular sin hacer suposiciones que la distinguan *a priori* de las zonas ópticamente gruesas. Cuando no se incluye el flujo turbulento de energía, se encuentra que existe una presión superficial crítica por debajo de la cual no es posible el balance térmico entre calentamiento viscoso y enfriamiento radiativo; esto ocurre en las zonas menos densas de anillos internos de discos con tasas de acreción altas ($\dot{M} > 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, para $\alpha = 0.01$). A presiones superficiales para las que sí ocurre balance térmico, la baja eficiencia del enfriamiento radiativo produce un aumento de temperatura con la altura o inversión de temperatura en anillos internos ($R < 10R_*$), con un contraste de algunos cientos de grados entre la superficie y la fotosfera. En presencia de flujo turbulento de energía, esta inversión de temperatura tiende a desaparecer, a menos que $P_r > 60$.
- (iv) Se encuentra que no todo el disco es *convectivo*, lo cual hace incompatible la suposición $\alpha = \text{cte}$ con un modelo de disco en el que la turbulencia se debe a convección. Para mantener la suposición, no necesariamente correcta pero simple, de α uniforme, hay que invocar algún otro mecanismo generador de la turbulencia, de manera que el flujo turbulento de energía está presente aún en zonas no convectivas, como se ha considerado en este trabajo.
- (v) El tratamiento de la convección y el flujo turbulento aquí propuesto produce *curvas de equilibrio* de temperatura central vs densidad superficial de masa para discos de acreción estacionarios, con una rama inestable. Esto es consistente con

los modelos de Kawazoe & Mineshige (1993) y Bell & Lin (1994) que explican las erupciones tipo FU Orionis como consecuencia de inestabilidad térmica.

- (vi) *Masas de los discos.* Se encuentra que los discos no irradiados son, en general, muy masivos, para parámetros típicos de estrellas T Tauri, llegando incluso a ser gravitacionalmente inestables a $R > 20 AU$.
- (vii) *La escala de altura* de la presión en discos de diferentes tasas de acreción, cumple con la restricción de disco delgado $H_p/R \ll 1$, pero la altura de la atmósfera de los casos más densos ($\dot{M} \geq 10^{-4} M_\odot \text{ año}^{-1}$) puede ser del orden o mayor que R . Esto sugiere que un cálculo detallado de la atmósfera de discos de alta \dot{M} , en particular de discos de objetos tipo FU Orionis, debe tomar en cuenta el transporte de energía en la dirección radial.

Efecto de la irradiación sobre la estructura de los discos

- (viii) *La irradiación debido a la estrella central*, a la manera de Kenyon & Hartmann (1987), juega un papel muy importante en la estructura y emisión del disco, siempre que exista polvo a grandes alturas sobre su plano medio. En la distribución radial de temperatura efectiva se distinguen dos zonas: (A) región central en la que el disco es casi plano y $T_{irr} \sim R^{-3/4}$ y (B) una zona donde los efectos de la curvatura se hacen muy importantes y $T_{irr} \sim R^{-3/7}$. Para un caso típico, el cambio en la forma de la distribución de temperatura ocurre a $\sim 0.3 AU$.
- (ix) *La irradiación debido a una envoltura tenue*, que puede ser un viento o restos de la nube progenitora (Natta 1993), puede ser un importante mecanismo de calentamiento de las partes más externas del disco, dependiendo de la distribución

de densidad y de la profundidad óptica de la primera. Una envolvente esféricamente simétrica, cuya distribución de densidad, $n_H = n_H^*(r/R_*)^{-\delta}$, es muy concentrada, $\delta \geq 1.5$, irradia al disco como una fuente puntual, mientras que si $\delta < 1.5$ el disco es irradiado preferentemente por material de la envolvente que se encuentra encima de él, al cual presenta la mayor área proyectada. En este caso, la envolvente absorbe y dispersa radiación, proveniente preferentemente de la estrella central y de las zonas más internas y más calientes del disco, y la redirige hacia las zonas más externas, aplanando su distribución de temperatura efectiva. El efecto se hace más importante cuanto mayor es la profundidad óptica de la envolvente, porque es mayor la fracción de radiación con la que calienta al disco. El tratamiento de la irradiación de la envolvente presentado en este trabajo deja de ser válido cuando la envolvente se vuelve ópticamente gruesa.

- (x) Se encuentra que la emisión de una envolvente colapsando, *ópticamente gruesa* (Calvet *et al.* 1994, Hartmann *et al.* 1995), es la fuente de calentamiento más importante de las partes más externas de los discos de acreción en fuentes embebidas. Este calentamiento podría explicar por qué HL Tau y L1551 IRS5, que tienen evidencias de poseer envolventes ópticamente gruesas, son las fuentes más brillantes en longitudes de onda *submm*.
- (xi) En general, en presencia de una fuente de irradiación, *la masa del disco* disminuye respecto al caso puramente viscoso, de la misma α y tasa de acreción de masa.

Propiedades observables de los discos

- (xii) *Discos de espectros planos.* Se reproduce el espectro de HL Tau, desde *submm* a

radio, así como su visibilidad a $\lambda = 0.87 \text{ mm}$, con un disco de acreción irradiado por el modelo de envolvente en colapso que permite, a su vez, explicar el espectro observado en el IR lejano (Hartmann *et al.* 1995). Estos resultados apoyan la idea propuesta por Calvet *et al.* (1994) de que las estrellas T Tauri de espectros planos pueden ser explicadas como sistemas de “estrella+disco+envolvente ópticamente gruesa en colapso”. Se encuentra que la parte más externa del disco de HL Tau, de acuerdo con el modelo propuesto, podría estar cerca del límite en el que las inestabilidades gravitacionales pueden volverse importantes. El tamaño aparente del disco de HL Tau observado con distintos interferómetros a diferentes longitudes de onda depende fuertemente de la resolución espacial de las observaciones. Estos resultados apoyan la idea de que la última fuente de energía es la acreción a radios pequeños, cerca de la estrella, y que el equilibrio radiativo entre la estrella y el disco interno de un lado y la envolvente colapsando y el disco externo del otro, son cruciales para establecer la temperatura de las partes de afuera del disco. No se necesita recurrir a un mecanismo de calentamiento desconocido para explicar las observaciones de estrellas T Tauri. La visibilidad y el espectro a longitudes de onda largas son poderosas restricciones para las propiedades del disco.

- (xiii) *Las partes externas* de un disco α estacionario, con α y \dot{M} uniformes, irradiado eficientemente, tienden a volverse ópticamente delgadas y verticalmente isotermas (porque con un gradiente de temperatura muy suave logran deshacerse de toda la energía que producen). Estas zonas dominan el espectro a longitudes de onda largas (*submm*, *mm* o *radio*). Cuando son isotermas y ópticamente delgadas, los detalles del mecanismo de irradiación casi no afectan ni la distribución de intensidad, ni el espectro del disco, ni la estimación de su masa total.

- (xiv) *Determinar observacionalmente las masas de los discos* no es un problema sencillo. La masa de un modelo de disco está dominada por la masa de sus anillos más externos, que son los más afectados por la irradiación, tanto estelar como de una posible envoltante del sistema. Para ejemplificar la importancia de tomar en cuenta todas las fuentes de calentamiento y enfriamiento, se puede citar el caso de HL Tau: si se intenta reproducir su espectro a $\lambda > 1 \text{ mm}$ considerando un disco puramente viscoso, no irradiado, se obtiene una masa de $\sim 1-2 M_{\odot}$, mientras que si se toma en cuenta el calentamiento debido a la envoltante ópticamente gruesa, que permite reproducir diferentes propiedades observacionales, la masa inferida se reduce a $\sim 0.15 M_{\odot}$. Este asunto de la masa es de gran importancia para entender cómo evoluciona el disco y se forman planetas. Además, en el cálculo estándar de modelos de discos, se encuentra inmersa la fuerte suposición de que la autogravedad del disco es despreciable frente a la de la estrella. De no ser así, inestabilidades gravitacionales en el disco pueden ser un mecanismo importante de transporte de momento angular (Lin & Pringle 1990). Pero la prescripción α para la viscosidad, con α constante, debe ser revisada en este caso.
- (xv) *La distribución de intensidad específica de un disco, cuyo eje de rotación está inclinado cierto ángulo respecto a la visual, es asimétrica* debido a que radiación proveniente de puntos simétricos en el plano del cielo, pasa a través de zonas de temperaturas y densidades diferentes. El efecto es tanto más notorio cuánto mayor es el ángulo de inclinación.
- (xvi) *A longitudes de onda largas ($\lambda > 1 \text{ mm}$) gran parte de la estructura vertical del disco se vuelve transparente y la radiación observada proviene de regiones*

cercanas al plano medio, reflejando una temperatura parecida a la temperatura central del disco, más que a su temperatura efectiva.

- (xvii) Se proponen *diagramas de flujo vs pendiente del espectro*, tipo HR, en longitudes de onda *submm* y *mm*, para inferir a partir de observaciones, propiedades de los discos. Hacia longitudes de onda más largas el espectro es dominado por la emisión de zonas del disco ópticamente delgadas, en donde el flujo escala como $\dot{M} R_d^{1/2} \alpha^{-1}$. A longitudes de onda más cortas, domina la emisión de zonas ópticamente gruesas del disco y el flujo escala como $\dot{M}^{2/3} \cos \theta$.
- (xviii) Un modelo sencillo de *capa límite ópticamente gruesa*, no permite reproducir los colores (U-B) y (B-V) observados en el caso de estrellas T Tauri.

VIII.3. Trabajo futuro

En esta tesis se presenta una herramienta muy poderosa, que permite calcular la estructura detallada y diferentes propiedades observables de discos de acreción circunestelares. Se ha usado para modelar discos de estrellas T Tauri Clásicas (CTTS) y los resultados se han discutido a lo largo de este trabajo. Habiendo comprobado el potencial de los modelos para predecir observaciones en un amplio intervalo de longitudes de onda, este formalismo puede aplicarse ahora al cálculo de la estructura de discos con tasas de acreción menores (como las de estrellas T Tauri de líneas débiles) y mayores (correspondientes a estrellas Ae y Be de Herbig y a estrellas FU Orionis) que las típicamente asociadas a CTTS. Lo que posibilita esta ampliación del espacio de parámetros es que el tratamiento propuesto es lo suficientemente general como

para permitir calcular, de manera autoconsistente, regímenes ópticamente gruesos y delgados en los discos circunestelares.

Como trabajo futuro queda calcular el efecto de la irradiación estelar sobre el disco tomando en cuenta el ángulo de incidencia y las longitudes de onda características diferentes del campo de radiación proveniente de la estrella central y del disco, a la manera de Calvet *et al.* (1991, 1992).

La suposición de una viscosidad turbulenta parametrizada de manera que toda la incertidumbre respecto a su origen y propiedades se resume en el parámetro α , que se considera uniforme en el disco, puede ser relajada. Se puede calcular la estructura del disco manteniendo, en principio, el mismo esquema descrito en este trabajo, usando prescripciones diferentes para el coeficiente de viscosidad, asociadas, por ejemplo, a modelos de turbulencia. De esta manera, se podría intentar establecer diagnósticos observacionales que permitan distinguir entre estos modelos.

También es importante estudiar la evolución del polvo en el disco y analizar el efecto en la estructura detallada y en el espectro emergente, de diferentes distribuciones de granos correspondientes a diferentes etapas evolutivas del disco. Este es un problema muy relevante al proceso de formación de sistemas planetarios como el Sistema Solar.

Por último, el cálculo de la emisión en líneas moleculares es un área muy prometedora para la nueva generación de interferómetros milimétricos y submilimétricos. En colaboración con J. F. Gómez se están calculando perfiles de líneas moleculares de modelos de discos de acreción con estructura vertical detallada, simulando la observación con diferentes instrumentos de resolución espacial menor a 1".

APÉNDICE A

TRANSPORTE DE ENERGÍA

En este apéndice se presentan algunos detalles relacionados con los mecanismos de transporte de energía en los discos de acreción, en torno a estrellas de masa baja e intermedia, y la manera en que fueron incluidos en el cálculo de la estructura vertical. En §A.1 se discute el tratamiento de las zonas convectivas, en las que tanto radiación como flujo turbulento transportan parte de la energía total. En §A.2 se deducen las ecuaciones de transporte radiativo usadas en este trabajo.

A.1. Convección en presencia de radiación y conducción turbulenta

Para un anillo dado se integran las ecuaciones de estructura vertical desde $z = z_{\infty}$ hasta $z = 0$, se calcula el gradiente que tendría el medio si la energía fuera transportada sólo por radiación y conducción turbulenta, ∇_{RC} , y se compara punto a punto con el gradiente adiabático ∇_A . Si se cumple que $\nabla_{RC} < \nabla_A$, el medio es estable a convección, y el gradiente de temperatura resultante es $\nabla = \nabla_{RC}$. Por otro lado, si ∇_{RC} es superadiabático en algún punto, el medio se vuelve inestable a convección y a partir de dicho punto hacia adentro (a z menores) la convección se incluye como mecanismo de transporte de energía, modificando ∇ . La manera en la que se calcula ∇ , en presencia de convección, se basa en los tratamientos de Cox & Giuli (1968) y de Mihalas (1978). En términos generales, tomando en cuenta la eficiencia de la convección

transportando energía, se construye un sistema de ecuaciones para ∇ , que depende de temperatura, presión, flujo total de energía, gradiente adiabático y propiedades termodinámicas conocidas. El procedimiento se describe a continuación.

El flujo convectivo es:

$$F_{conv} = A_{conv}(\nabla - \nabla_E)^{3/2}, \quad (\text{A.1})$$

donde la conductividad convectiva esta dada por:

$$A_{conv} = \frac{1}{2} \left(\frac{gQH_p}{8} \right)^{1/2} (\rho c_p T) \left(\frac{\Lambda}{H_p} \right)^2, \quad (\text{A.2})$$

y ∇_E es el gradiente correspondiente a los elementos convectivos. Si estos elementos no perdieran energía en el camino, entonces $\nabla_E \approx \nabla_A$. La escala de altura de la presión se puede escribir como $H_p = P/(g\rho)$, y las demás cantidades involucradas se definen en el capítulo III y se encuentran tabuladas en el apéndice C.

El flujo total de energía es $F = F_{rad} + F_{conv} + F_{cond}$, donde el flujo conductivo turbulento puede ser separado en dos partes [ver ec. (3.6)]: (a) F'_{cond} , proporcional al gradiente adiabático,

$$F'_{cond} \equiv -\frac{\alpha}{\Omega P_r} gP = -A_{cond} \nabla_A, \quad (\text{A.3})$$

y (b) F''_{cond} , proporcional al gradiente verdadero,

$$F''_{cond} = A_{cond} \nabla. \quad (\text{A.4})$$

A partir del flujo total de energía se construye la primera ecuación para ∇ , dada por:

$$\frac{F - F_{rad} - F'_{cond}}{A_{cond}} = \nabla + \frac{A_{conv}}{A_{cond}} (\nabla - \nabla_E)^{3/2}. \quad (A.5)$$

Los elementos convectivos ganan y pierden energía cuando se mueven a través del medio. Esto no se toma en cuenta directamente en el cálculo del flujo de energía transportado por convección porque, en promedio, se supone que hay igual número de elementos que pierden y ganan energía a una altura dada, pero influye de manera indirecta afectando la eficiencia del proceso de transporte. El flujo neto de energía transportada a cierta altura está relacionado con la energía interna de los elementos convectivos que allí se disuelven, que a su vez dependerá de cuanta energía hayan ganado o perdido en el camino.

La eficiencia Γ_{conv} de un elemento convectivo se define como el cociente de su exceso de energía (respecto al medio que lo rodea) en el momento de disolverse, sobre la energía perdida durante su vida. El exceso de energía de un elemento convectivo de volumen V y con una diferencia de temperatura δT respecto al medio, puede aproximarse como $\epsilon_{exceso} \approx \Delta Q = c_p \rho \delta T V$. Tomando como tiempo de vida característico de una burbuja convectiva $t_{vida} \approx \Lambda / \langle v \rangle$, un elemento ópticamente grueso de area A , pierde por radiación una energía ϵ_{grueso} , dada por:

$$\epsilon_{grueso} \approx \frac{16\sigma T^3 \delta T}{3\chi_R \rho \Lambda} A \left(\frac{\Lambda}{\langle v \rangle} \right), \quad (A.6)$$

mientras que un elemento ópticamente delgado, aproximando su volumen como $V \approx A \Lambda / 3$, pierde:

$$\epsilon_{delgado} \approx \frac{16\sigma T^3}{3} \frac{\delta T}{2} \rho \chi_R \Lambda A \left(\frac{\Lambda}{\langle v \rangle} \right), \quad (A.7)$$

donde χ_R es la opacidad promedio de Rosseland del material.

Entonces la energía total perdida por radiación por un elemento de profundidad óptica τ_E , estimada interpolando entre las ecuaciones (A.6) y (A.7), se puede escribir como:

$$\epsilon_{rad} \approx \frac{16\sigma T^3}{3} \frac{\delta T}{2} A \left(\frac{\Lambda}{\langle v \rangle} \right) \left[\frac{\tau_E}{1 + \tau_E^2/2} \right]. \quad (A.8)$$

La profundidad óptica del elemento se puede aproximar como $\tau_E \approx \chi_R \rho \Lambda$. Se define una conductividad radiativa, dada por:

$$A_{rad} \equiv \frac{16\sigma T^4 g}{3\chi_R P}, \quad (A.9)$$

que permite escribir el flujo radiativo en términos del gradiente del medio si resulta válida la aproximación de difusión (i.e. medio ópticamente grueso), y simplifica la forma del término de pérdida de energía por radiación.

La energía perdida por conducción turbulenta [ver ec. (3.6)] es:

$$\epsilon_{cond} \approx \frac{F_{cond} A \Lambda}{\langle v \rangle} \approx \frac{\alpha}{P_r \Omega} P c_p \frac{\delta T}{\Lambda} A \left(\frac{\Lambda}{\langle v \rangle} \right), \quad (A.10)$$

donde se ha considerado que los elementos convectivos están en equilibrio de presión con el medio.

Finalmente, tomando en cuenta pérdidas radiativas y turbulentas y usando las conductividades radiativa y turbulenta, la eficiencia convectiva se puede escribir como:

$$\Gamma_{conv} = \frac{2}{3} \frac{A_{conv}}{A_{cord}} \left\{ 1 + \frac{A_{rad}}{A_{cond}} \frac{\tau_E^2/2}{(1 + \tau_E^2/2)} \right\}^{-1} (\nabla - \nabla_E)^{1/2}, \quad (A.11)$$

y esta es la segunda ecuación para ∇ .

La eficiencia convectiva también puede escribirse de otra manera. El exceso de energía del elemento antes de disolverse es proporcional a $(\nabla - \nabla_E)$; si no hubiera perdido energía, es decir si fuera adiabático, este exceso de energía sería proporcional a $(\nabla - \nabla_A)$, entonces la energía perdida por la burbuja convectiva durante su vida debe ser proporcional a $(\nabla - \nabla_A) - (\nabla - \nabla_E) = (\nabla_E - \nabla_A)$ y la eficiencia puede escribirse como:

$$\Gamma_{conv} = \frac{(\nabla - \nabla_E)}{(\nabla_E - \nabla_A)}, \quad (A.12)$$

la tercera ecuación para ∇ .

A partir de las ecuaciones (A.5), (A.11) y (A.12), se construye el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \Gamma_{conv} = C (\nabla - \nabla_E)^{1/2} \\ \nabla_{HC} - \nabla = C c_0 (\nabla - \nabla_E)^{3/2} \\ \Gamma_{conv} = \frac{(\nabla - \nabla_E)}{(\nabla_E - \nabla_A)} \end{cases} \quad (A.13)$$

donde las constantes están dadas por:

$$C = \frac{2}{3} \frac{A_{conv}}{A_{cond}} \left\{ 1 + \frac{A_{rad}}{A_{cond}} \frac{\tau_E^2/2}{(1 + \tau_E^2/2)} \right\}^{-1}, \quad (\text{A.14})$$

$$c_0 = \frac{3}{2} \left\{ 1 + \frac{A_{rad}}{A_{cond}} \frac{\tau_E^2/2}{(1 + \tau_E^2/2)} \right\}, \quad (\text{A.15})$$

y las incógnitas son Γ_{conv} , ∇_E y ∇ . Se definen las constantes de manera que las ecuaciones quedan de la misma forma que las presentadas por Cox & Giuli (1968) (aunque estos autores no toman en cuenta ni la profundidad óptica de los elementos convectivos ni el flujo de energía turbulento como mecanismo de pérdida de energía).

Se define una nueva cantidad ζ , que depende sólo de constantes y de la eficiencia convectiva:

$$\frac{(\nabla_{RC} - \nabla)}{(\nabla_{RC} - \nabla_A)} = \zeta = \frac{c_0 \Gamma_{conv}^2}{1 + \Gamma_{conv}(1 + c_0 \Gamma_{conv})}, \quad (\text{A.16})$$

que permite escribir el gradiente ∇ en términos de los gradientes conocidos ∇_{RC} y ∇_A ,

$$\nabla = (1 - \zeta)\nabla_{RC} + \zeta \nabla_A. \quad (\text{A.17})$$

De la ec. (A.17) se puede ver que $\zeta \rightarrow 1$ implica que el gradiente del medio es igual al adiabático (máxima eficiencia) y que $\zeta \rightarrow 0$ implica que el gradiente del medio es igual al radiativo-turbulento (mínima eficiencia).

A partir del sistema de ecs. (A.13), se escribe una ecuación cúbica para ζ :

$$\zeta^{1/3} + B\zeta^{2/3} + c_0 B^2 \zeta - c_0 B^2 = 0, \quad (\text{A.18})$$

donde $B = \left[\left(C^2/c_0 \right) (\nabla_{RC} - \nabla_A) \right]^{1/3}$. Definiendo $R = (54 c_0^3 B^3)^{-1} (2 - 9 c_0 - 27 c_0^3 B^3)$, $D = 1 - 3c_0/(9 c_0^2 B^2)$ y $\psi = R^2 - D^3$, se encuentra que si $\psi > 0$ la ecuación cúbica tiene sólo una raíz real, dada por:

$$\zeta = -\frac{R}{|R|} \left[|R| + \sqrt{\psi} \right]^{1/3} + \frac{D}{\left[|R| + \sqrt{\psi} \right]^{1/3}} - \frac{1}{c_0 B}. \quad (\text{A.19})$$

La ec. (A.19) permite calcular ζ dados B y c_0 , que son funciones de cantidades conocidas. A partir de ∇ , la ecuación diferencial para la temperatura se escribe como:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial z} \nabla, \quad (\text{A.20})$$

con ∇ dada por la ec. (A.17), si $\nabla_{RC} \geq \nabla_A$ o con $\nabla = \nabla_{RC}$, si $\nabla_{RC} < \nabla_A$. El flujo de energía transportado por convección es:

$$F_{conv} = F \zeta [1 - (\nabla_A / \nabla_{RC})] = A_{conv} \left[(1 - \zeta) \frac{\Gamma_{conv}}{\Gamma_{conv} + 1} (\nabla_{RC} - \nabla_A) \right]^{3/2}. \quad (\text{A.21})$$

Aproximación de difusión

Para obtener una estructura que sirve como solución inicial del código de relación (ver §III.3.5), se usa la aproximación de difusión, que además da una descripción adecuada de las zonas ópticamente gruesas del disco.

Con la aproximación de difusión se pueden hacer algunas simplificaciones. El flujo radiativo puede escribirse como $F_{rad} = A_{rad} \nabla$, el gradiente ∇_{RC} resulta ser:

$$\nabla_{RC} = \frac{F - F'_{cond}}{A_{rad} + A_{cond}}, \quad (\text{A.22})$$

y las constantes están dadas por:

$$c_0 = \frac{3}{2} \frac{A_{cond}}{(A_{rad} + A_{cond})} \left\{ 1 + \frac{A_{rad}}{A_{cond}} \frac{\tau_E^2/2}{(1 + \tau_E^2/2)} \right\}, \quad (\text{A.23})$$

$$C = \frac{A_{conv}}{(A_{rad} + A_{cond})} \frac{1}{c_0}. \quad (\text{A.24})$$

Cantidades termodinámicas

Para calcular ∇_A , c_p y Q se siguió el procedimiento descrito por Vardya (1965), que supone equilibrio termodinámico local. Se incluyen: H_2^+ , H_2 , H , H^- , H^+ , He, metales en 3 estados de ionización con abundancias solares y presión de radiación, y como variables termodinámicas se toman la temperatura T y la presión electrónica P_e .

Así, el gradiente adiabático se escribe como:

$$\nabla_A = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_S = - \frac{P}{c_p \rho^2} \left\{ \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P_e} - \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial P_e} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{P_e}}{\left(\frac{\partial P}{\partial P_e} \right)_T} \right\}, \quad (\text{A.25})$$

el calor específico a presión constante es:

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_{P_e} - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P_e} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{P_e}}{\left(\frac{\partial P}{\partial P_e} \right)_T}, \quad (\text{A.26})$$

donde H es la entalpía específica y Q está dado por:

$$Q = - \frac{T}{\rho} \left\{ \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P_e} - \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial P_e} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{P_e}}{\left(\frac{\partial P}{\partial P_e} \right)_T} \right\}. \quad (\text{A.27})$$

La entalpía y la energía total por unidad de masa son:

$$H = E + \frac{(P_g + P_r)}{\rho}, \quad (\text{A.28})$$

$$E = E_0 + \frac{3P_g}{2\rho} + 3\frac{F_r}{\rho} + E(H_2) + E(H_2^+) + E(H^-) + E(H) + \epsilon. \quad (\text{A.29})$$

Las energías específicas internas, i.e. la energía de disociación, de ionización y de excitación, son:

$$E(H_2) = [-D_0(H_2) + \Delta E(H_2) - 2\chi(H)]\frac{n_{H_2}}{\rho}, \quad (\text{A.30})$$

$$E(H_2^+) = [-D_0(H_2^+) + \Delta E(H_2^+) - \chi(H)]\frac{n_{H_2^+}}{\rho}, \quad (\text{A.31})$$

$$E(H^-) = [-\chi(H^-) - \chi(H)]\frac{n_{H^-}}{\rho}, \quad (\text{A.32})$$

$$E(H) = -\chi(H)\frac{n_H}{\rho} \quad \text{y} \quad E(H^+) = 0, \quad (\text{A.33})$$

donde $D_0(H_2)$ es la energía de disociación por molécula de H_2 , $D_0(H_2^+)$ es la energía de disociación por molécula de H_2^+ , $\chi(H^-)$ y $\chi(H)$ son las energías de ionización a partir del estado base, por átomo de H^- y H respectivamente, $\Delta E(H_2)$ y $\Delta E(H_2^+)$ son las energías de rotación y vibración por molécula, ϵ es la energía electrónica total por unidad de masa de todos los elementos pesados y E_0 es una constante que representa

el punto cero de energía, arbitrario, que no importa porque se necesita la derivada de E .

Las derivadas parciales respecto a P_e en un punto (T, P_e) se calculan con las diferencias entre las cantidades evaluadas en $(T, P_e \pm \Delta P_e)$, y las derivadas respecto a T se calculan tomando diferencias de las cantidades evaluadas en $(T \pm \Delta T, P_e)$.

A.2. Transporte radiativo

La ecuación de transporte para una región plano-paralela (ver Mihalas 1978), está dada por:

$$\mu' \frac{dI_\nu}{dz} = \rho[\eta_\nu - \chi_\nu I_\nu] = (S_\nu - I_\nu)\rho \chi_\nu, \quad (\text{A.34})$$

donde I_ν es la intensidad específica del campo de radiación, de frecuencia ν propagándose en dirección θ ; $\mu' = \cos \theta$; η_ν es el coeficiente de emisividad por unidad de masa, χ_ν es la opacidad por unidad de masa, S_ν es la función fuente y z es la coordenada vertical. Suponiendo que la dispersión de radiación es isótropa, la función fuente se escribe como:

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} = \frac{1}{\chi_\nu}[\kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu], \quad (\text{A.35})$$

donde κ_ν es el coeficiente de absorción verdadera, σ_ν es el coeficiente de dispersión, ambos por unidad de masa, B_ν es la función de Planck y J_ν es la intensidad promedio del campo de radiación. La opacidad χ_ν está dada por:

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu, \quad (\text{A.36})$$

es decir, incluye la absorción verdadera y la dispersión de radiación.

Tomando los primeros momentos de la ec. de transporte se tiene

$$\frac{dH_\nu}{dz} = \rho \kappa_\nu [B_\nu - J_\nu], \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{dK_\nu}{dz} = -\rho \chi_\nu H_\nu, \quad (\text{A.38})$$

donde K_ν es proporcional a la presión de radiación y H_ν es el flujo de Eddington, que se relaciona con el flujo de energía del campo de radiación a través de $H_\nu = F_\nu^{rad}/4\pi$.

Usando la aproximación de Eddington, $J_\nu \approx 3 K_\nu$ en toda la región, la ec.(A.38) se escribe como:

$$\frac{dJ_\nu}{dz} = -3 \rho \chi_\nu H_\nu. \quad (\text{A.39})$$

Para evitar resolver el transporte de radiación para cada frecuencia, se construyen ecuaciones de transporte integradas en frecuencias, escritas en términos de opacidades promedio. La ec. (A.37) integrada en frecuencias es:

$$\frac{dH}{dz} = \rho \kappa_p \frac{\sigma T^4}{\pi} - \rho \kappa_J J, \quad (\text{A.40})$$

donde κ_p es la opacidad promedio de Planck, definida como:

$$\kappa_p = \int_0^\infty \kappa_\nu B_\nu d\nu / \int_0^\infty B_\nu d\nu, \quad (\text{A.41})$$

y κ_J es la opacidad promedio calculada usando como función de peso la intensidad promedio dependiente de frecuencia, es decir:

$$\kappa_J = \int_0^\infty \kappa_\nu J_\nu d\nu / \int_0^\infty J_\nu d\nu, \quad (\text{A.42})$$

nótese que ambos son promedios del coeficiente de absorciones verdaderas, no incluyen dispersiones.

La ec. (A.39) integrada en frecuencias se escribe como:

$$\frac{dJ}{dz} = -3 \chi_F \rho \frac{F_{rad}}{4\pi}, \quad (\text{A.43})$$

donde χ_F es la opacidad promedio total (incluyendo absorciones verdaderas y dispersiones) calculada usando el flujo radiativo monocromático:

$$\chi_F = \int_0^\infty \chi_\nu F_\nu d\nu / \int_0^\infty F_\nu d\nu. \quad (\text{A.44})$$

Las opacidades promedio χ_H y κ_J requieren resolver el problema del transporte radiativo dependiente de frecuencia, y para evitar esto se aproxima $\kappa_J \approx \kappa_P$ y $\chi_H \approx \chi_R$, donde χ_R es la opacidad promedio de Rosseland dada por:

$$\chi_R = \left[\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu / \int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dT} d\nu \right]^{-1}. \quad (\text{A.45})$$

La ventaja de usar κ_P y χ_R es que ambas opacidades promedio pueden calcularse como función de presión y temperatura, independientemente del campo de radiación, permitiendo construir tablas en las que es fácil interpolar. La desventaja es que se trata de una aproximación que, en el límite de no disipación de energía, se reduce a la de difusión.

Finalmente, el sistema de ecuaciones que describen el campo de radiación se puede escribir como:

$$\frac{dF_{rad}}{dz} = 4 \pi \kappa_p(P, T) \rho \left[\frac{\sigma T^4}{\pi} - J \right], \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{dJ}{dz} = -3 \chi_R(P, T) \rho \frac{F_{rad}}{4\pi}. \quad (\text{A.47})$$

El flujo radiativo es 0 en el plano medio por simetría, y en la superficie es igual al flujo total disipado, ya que tanto el flujo conductivo como el convectivo se hacen cero en z_∞ . La intensidad promedio en la superficie, de acuerdo con la aproximación de las dos corrientes y la de Eddington, es igual a $F_{rad}/4\pi$.

APENDICE B

OPACIDADES

En este apéndice se discute el cálculo de las opacidades monocromática y promedios de Planck y Rosseland usadas en este trabajo.

B.1. Fuentes de Opacidad

En general, las opacidades monocromática y promedio son reportadas por autores diferentes, no correspondiendo, necesariamente, a las mismas abundancias químicas y propiedades ópticas. Otro problema es que es mucho más frecuente encontrar publicadas tablas de opacidad promedio de Rosseland que de Planck, y casi siempre para intervalos de temperatura y densidad típicos de interiores estelares. Para evitar inconsistencias, y poder variar los parámetros característicos de los discos sin restricciones o sin tener la necesidad de extrapolar las tablas de opacidad promedio publicadas, para este trabajo se calculan opacidades monocromática y promedios de Rosseland y Planck, para las siguientes temperaturas y presiones: $10 \leq T \leq 10^7 \text{ K}$, $10^{-12} \leq P_g \leq 10^9 \text{ dina/cm}^2$

Los códigos para el cálculo de opacidad monocromática son de N. Calvet (ver Calvet et al. 1991, donde se listan en detalle fuentes, referencias y suposiciones) a los cuales se agregó el cálculo de bandas de CO y H_2O en radiofrecuencias, y se modificó la manera de calcular de las poblaciones de las moléculas.

En resumen, las fuentes de opacidad consideradas son :

- (1) H° libre - libre y transiciones ligado - libre (Mihalas 1967).
- (2) Si y Mg transiciones ligado - libre (Carbon & Gingerich 1969)
- (3) C transiciones ligado - libre (Peach 1967)
- (4) H^{-} libre - libre (John 1964, Gray 1992, Dalgarno & Lane 1966); transiciones ligado - libre (Geltman 1962, Tsuji 1966)
- (5) He^{-} libre - libre (Gray 1992)
- (6) C , N , O , Ne opacidades ligado - libre y libre - libre de diferentes estados de ionización (Kurucz 1972)
- (7) H_2^{+} transiciones ligado - libre (Bates 1952) .
- (8) CO Bandas vibro - rotacionales (sobretonos fundamental y primero) (fuerzas de oscilador de Kirby-Docken & Liu 1978, función de partición de Tatum 1966). bandas rotacionales puras (Tsuji 1966), Bandas rotacionales en radio a 115 y 230 GHz (Morton 1976).
- (9) TiO transiciones electrónicas (Collins & Fay 1974, con fuerzas de oscilador de Tsuji 1969)
- (10) OH Bandas vibro - rotacionales del estado electrónico base (sobretonos fundamental y primero) y bandas rotacionales puras (Tsuji 1966).
- (11) H_2^{-} libre - libre (Dalgarno & Lane 1966)
- (12) H_2O Bandas vibro - rotacionales rojas e infrarrojas (Auman 1967) y bandas rotacionales puras (Tsuji 1966), bandas rotacionales en radio a 22 y 183 GHz

(Morton 1976). Las tablas de Auman para el vapor de agua corresponden a longitudes de onda entre 0.8 y 12.5 μm , y a temperaturas entre 1680 y 3360 K. Cuando las temperaturas son mayores o menores que las temperaturas extremas de las tablas de Auman, la opacidad se toma como la correspondiente a la máxima o la mínima, respectivamente, con una opacidad de continuo calculada a la temperatura local. Las bandas rotacionales de Tsuji contribuyen mucho a la opacidad entre 12 y 200 μm .

- (13) H_2 dispersión de Rayleigh (Dalgarno & Williams 1962)
- (14) H^0 dispersión de Rayleigh (Dalgarno 1962)
- (15) He^0 dispersión de Rayleigh (Dalgarno 1962)
- (16) e^- dispersión de Thompson (Mihalas 1978)
- (17) Silicatos (Draine & Lee 1984, Propiedades ópticas de Draine 1987)
- (18) Grafito (Draine & Lee 1984, Propiedades ópticas de Draine 1987)
- (19) Hielo de agua, suponiendo granos esféricos (Propiedades ópticas de Warren 1984).
- (20) Hierro, suponiendo granos esféricos e índices de refracción correspondientes al límite de longitud de onda larga (Van de Hulst 1957, Fink & McKenzie 1975)

Para calcular las opacidades promedio de Rosseland y Planck se calculan las opacidades monocromáticas en 733 longitudes de onda, desde $\lambda = 0.002572$ hasta $\lambda = 10^5 \mu m$, distribuidas de manera que se muestrean los detalles de la opacidad monocromática, tanto para bajas como para altas temperaturas. En el cálculo de la opacidad promedio de Planck, se calcula el promedio correspondiente a todas las fuentes de opacidad menos el CO y a luego se suma el promedio de cada una de las

líneas (~ 1000) que producen las bandas. Esto se hace para evitar errores de integración debido a un muestreo inadecuado de las frecuencias.

B.2. Poblaciones de átomos e iones

Las poblaciones de moléculas e iones en diferentes estados de ionización se calculan, suponiendo ETL, usando el método descrito por Mihalas (1967), que consiste en resolver simultáneamente ecuaciones para la conservación de carga y del número de núcleos de cada elemento [†]. Las moléculas incluidas son: H_2 , H_2^+ , C_2 , N_2 , O_2 , CH , CN , CO , NH , NO , OH , CO_2 , H_2O , TiO y SiO , y además se toman en cuenta H , el ión H^- y los 29 elementos más abundantes en 3 estados de ionización, con abundancias cósmicas (Allen 1973). Las constantes de disociación de la mayoría de las moléculas diatómicas fueron tomadas de Sauval & Tatum (1984) y las de H_2 , H_2^+ , H_2O y CO_2 , de Mihalas (1967). No se considera la formación de moléculas en granos de polvo.

El método de Mihalas permite encontrar las poblaciones como función de T y presión electrónica P_e , y a partir de éstas, calcular densidad ρ , presión del gas P_g , peso molecular medio μ , etc. Para calcular las poblaciones dadas T y P_g , se construye una ecuación implícita para encontrar P_e , tal que $P_g(P_e)$ es igual a la P_g de entrada. Se usa para esto una rutina de Forsythe *et al.* (1977) basada en el método de Brent. Este procedimiento converge para $T \geq 400$ K. Si $T < 400$ K, las poblaciones se extienden suponiendo que todo el H está en H_2 , todo el C está en CO , todo el Ti está en TiO , todo el Si en SiO , todo el O sobrante está en

[†] Con la ec. (39) de Mihalas (1967) corregida: f_c/f_e en lugar de f_e/f_c , y la ec. (41) modificada para incluir TiO y SiO

H_2O y todo el N está en N_2 , lo cual da una transición suave a $T \approx 400 K$, para $10^{-12} < P_g < 10^9 \text{ dina/cm}^2$. La densidad electrónica resultante se denota como n_e^{ETL} , para distinguirla de la densidad electrónica calculada tomando en cuenta recombinación en granos de polvo y decaimiento radioactivo (Umebayashi & Nakano 1980), n_e^{UN} , dada por:

$$\frac{n_e^{UN}}{n_H} = \begin{cases} \frac{6 \times 10^{-6}}{\sqrt{n_{H_2}}} & \text{si } n_{H_2} \leq 10^8 \text{ cm}^3, \\ \frac{6 \times 10^{-2}}{n_{H_2}} & \text{si } n_{H_2} > 10^8 \text{ cm}^3. \end{cases}$$

Para $T < 400 K$ se toma $n_e = n_e^{UN}$, y para $400 < T < 1000 K$ se toma $n_e = \max(n_e^{UN}, n_e^{ETL})$.

B.3. Opacidad del polvo

Tipos de granos

Se supone que el polvo en el disco está constituido por cuatro tipos de granos: grafito, "silicatos astronómicos" †, hielo de agua y hierro, considerando, por simplicidad, que se trata de granos químicamente puros, es decir se excluyen granos de ingredientes mezclados y granos con mantos de hielo. Las abundancias y otras propiedades se listan en la Tabla 1 La distribución de tamaños de los granos se tomó de Mathis, Rumpl & Nordsieck (1977):

† Llamados así por Draine & Lee (1984), siendo sus propiedades ópticas el resultado de combinar diferentes tipos de Olivina

$$n(a) = C a^{-3.5}, \quad (\text{B.1})$$

donde C es una constante de normalización que depende de la abundancia del tipo de grano (ver en la Tabla 1 valores de $\alpha_i = n_i/n_H$), a es el radio de un grano, entre los límites considerados por Draine & Lee (1984) para silicatos y grafito: $a_{min} = 0.005\mu m$ y $a_{max} = 0.3\mu m$. Para los granos de hierro y hielo de agua se tomó la misma distribución.

Temperatura de destrucción

Bajo ciertas condiciones físicas los granos se destruyen, dejando de contribuir a la opacidad. Una manera de caracterizar estas condiciones es especificar una temperatura de destrucción T_{dest}^k para cada tipo k de grano, en función de la densidad del gas ρ , tal que fijando la densidad, los granos k no pueden existir si $T > T_{dest}^k$ (Gaustad 1963, Lewis 1974). Para estimar esta T_{dest}^k , se integran las ecuaciones de evolución del radio de un grano desde un tiempo inicial $t = 0$ hasta $t = t_{final}$, para ρ y T fijos. Considerando un grano típico, de radio igual al radio promedio correspondiente a la distribución de tamaños adoptada, se varía la temperatura hasta encontrar que dicho grano desaparece (i.e. su radio se vuelve 0) en un tiempo $t = t_{final}$; la temperatura correspondiente es $T_{dest}^k(\rho, t_{final})$. Un t_{final} representativo es el tiempo viscoso $t_{vis}(R)$ [ec. (3.33)], pero depende de R , \dot{M} , α , etc., lo cual hace difícil la construcción de una tabla. Por simplicidad, para este trabajo se tomó $t_{final} = 1000$ años, que es un compromiso entre los valores de t_{vis} correspondientes al radio donde la mayor parte de los granos se subliman y a un amplio intervalo de parámetros característicos de los discos.

El radio del grano varía debido a diferentes procesos: sublimación[†] con presiones de vapor de Lamy (1974) y Urey (1952) y acreción de partículas[‡], calculando la presión parcial en la fase gaseosa, tomando en cuenta las moléculas perdidas por los granos; para el grafito se incluyen además corrosión debido a moléculas que contienen oxígeno (Stahler, Shu & Taam 1981, SST) y corrosión debido a Hidrógeno neutro, que forma moléculas de CH_4 que escapan de la superficie del grano (Wolfire & Cassinelli 1987, Draine 1979).

La tasa de variación del radio de un grano está dada por:

$$\frac{da}{dt} = \left(\frac{da}{dt}\right)_{sub,acr} + \left(\frac{da}{dt}\right)_{corrH} + \left(\frac{da}{dt}\right)_{corrH_2O}, \quad (B.2)$$

donde cada término corresponde a:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{sub,acr} = \sqrt{\frac{3\mu_i m_H}{16kT}} \frac{1}{\rho_i} \left\{ \left[\left(\frac{n_i^{gas}}{n_H}\right) - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho_i}{\mu_i m_H} \int_{a_{min}}^{a_{max}} \frac{n(a_0)}{n_H} (a^3 - a_0^3) da \right] n_H kT - P_{vap} \right\}, \quad (B.3)$$

[†] La sublimación es la pérdida de algunas partículas de la superficie del grano debido a que tienen una energía mayor que la de enlace a la red cristalina, es decir, corresponden al extremo de alta energía de la distribución de energías de equilibrio de las partículas de la red, y depende de la temperatura del grano a través de la presión de vapor

[‡] La acreción es el crecimiento del grano a partir de partículas del gas que quedan atrapadas en la red cristalina. Es el proceso inverso a la sublimación y depende de la presión parcial en el gas del compuesto del que se encuentra formado el grano

donde n_i^{gas}/n_H es la abundancia del compuesto gaseoso (sin tomar en cuenta la contribución de las partículas que escapan del grano) respecto a núcleos de Hidrógeno, ρ_i es la densidad del material dentro del grano, μ_i es el peso molecular medio del compuesto que forma el grano, P_{vap} es la presión de vapor del compuesto que constituye al grano, $n(a)$ es la densidad de granos de radios entre a y $a + da$, y a_0 es el radio inicial del grano,

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{corrH_2O} = B \rho T^{1/2} \exp\left(-\frac{\epsilon_2}{kT}\right), \quad (B.4)$$

donde B es:

$$B = n_{H_2O} \frac{\alpha_o}{\rho_o} m_C \left(\frac{k}{2\pi m_{H_2O}}\right)^{1/2}, \quad (B.5)$$

la cantidad $\alpha_o \exp(-\epsilon_2/kT)$ es la probabilidad de una reacción entre C y H_2O , ρ_o es la densidad de Oxígeno neutro en el medio y la densidad de moléculas de agua en el gas n_{H_2O} , se calcula suponiendo que todo el oxígeno que no está formando moléculas de CO , se encuentra en moléculas de agua. Las constantes son: $B = 1.3 \times 10^5 \text{ cm}^4 \text{ g}^{-1}$ y $\epsilon_2/k = 2.9 \times 10^4 \text{ K}$

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{corrH} = \frac{n(HI) Y(T) \mu_C m_H v_{rel}}{4}, \quad (B.6)$$

donde $n(HI)$ es la densidad de Hidrógeno neutro, $Y(T)$ es la fracción de átomos de Carbono removidos por átomo de Hidrógeno incidente y depende de la temperatura del grano (Draine 1979), μ_C es el peso molecular medio del Carbono, v_{rel} es la velocidad relativa entre granos y gas, y la tomamos como la velocidad térmica del Hidrógeno.

Un tiempo de destrucción característico es:

$$t_{dest}^k \approx \frac{a_0}{|(da/dt)_k|}, \quad (B.7)$$

y si $t_{dest}^k > t_{final}$ se encuentra que el grano k sobrevive. El grafito es el más sensible al valor de t_{final} , mientras que los demás tipos de granos dependen de este tiempo solo si las densidades son muy bajas. En la tabla B.2 se listan las $T_{dest}^k(\rho)$.

Constantes ópticas

Para silicatos y grafito se usan las secciones rectas de absorción y dispersión de Draine (1987), quien supone que los granos de silicatos son esféricos y los de grafito, alargados (ver también Draine & Lee 1984). Para los granos de hielo de agua se toman los índices de refracción de Warren (1984), con los cuales se calculan las secciones rectas usando la Teoría de Mie y suponiendo granos esféricos con la distribución de tamaños como la propuesta por Mathis, Rimpl & Nordsieck 1977. Para los granos de hierro se toma el límite de longitud de onda larga $n_r \approx n_i = (\sigma(T)\lambda/c)^{1/2}$, donde $\sigma(T)$ es la conductividad eléctrica (Van de Hulst 1957, Fink & Mc Kenzie 1975).

Algo que no ha sido tomado en cuenta en este trabajo, pero se espera evaluar en el futuro, es el efecto de la presión de radiación sobre los granos de polvo del disco, debido a radiación proveniente de las regiones centrales del propio disco, de la estrella central, la capa límite y/o choques de acreción (ver Franco *et al.* 1991).

TABLA 1
PROPIEDADES DE LOS DIFERENTES TIPOS DE GRANOS

Propiedad	silicatos ^a	grafito ^a	Hielo H ₂ O	Hierro ^b
ρ_i (g/cm ³)	3.3	2.26	0.92 ^b	7.87
μ_i (g/mol)	169.1	12.0	18.0 ^b	55.85
α_i (n _i /n _H)	1.76×10^{-10}	1.57×10^{-10}	1.6×10^{-13} ^c	2.7×10^{-11}

^aDraine & Lee (1984)

^bPollack et al. (1985)

^ceste trabajo

TABLA 2
TEMPERATURA DE DESTRUCCIÓN DEL POLVO^a

Log ρ (gas)	T _{grafito}	T _{silicatos}	T _{hielo (H₂O)}	T _{hierro}
-20.00	1363.01	1019.30	101.48	863.38
-19.00	1088.93	1020.00	101.70	863.38
-18.00	1042.32	1025.65	102.97	864.77
-17.00	1003.46	1049.30	106.27	874.78
-16.00	967.61	1090.18	110.61	904.27
-15.00	934.33	1137.89	115.43	945.80
-14.00	903.23	1190.15	120.67	993.35
-13.00	874.18	1247.67	126.39	1045.92
-12.00	846.84	1311.29	132.65	1104.84
-11.00	821.30	1381.06	139.54	1171.12
-10.00	797.44	1459.82	147.10	1246.23
-9.00	774.64	1548.10	155.49	1332.29
-8.00	753.01	1647.40	164.82	1431.53
-7.00	732.15	1760.76	175.27	1547.75
-6.00	712.52	1891.04	186.98	1686.17
-5.00	700.97	2050.69	200.17	1853.53
-4.00	705.02	2239.24	215.23	2061.10
-3.00	708.60	2467.18	232.43	2325.95
-2.00	710.07	2747.26	252.17	2677.93
-1.00	710.40	3098.85	275.11	3174.68
0.00	710.56	3539.97	301.86	3945.48

^aPara un tiempo de destrucción característico de 1000 años

B.4. Opacidades promedio

En las Figuras B.1 y B.2 se grafican las opacidades promedio de Rosseland y Planck, respectivamente, como función de temperatura, para diferentes P_g . Estas opacidades se definen en las ecs.(A.41) y (A.45).

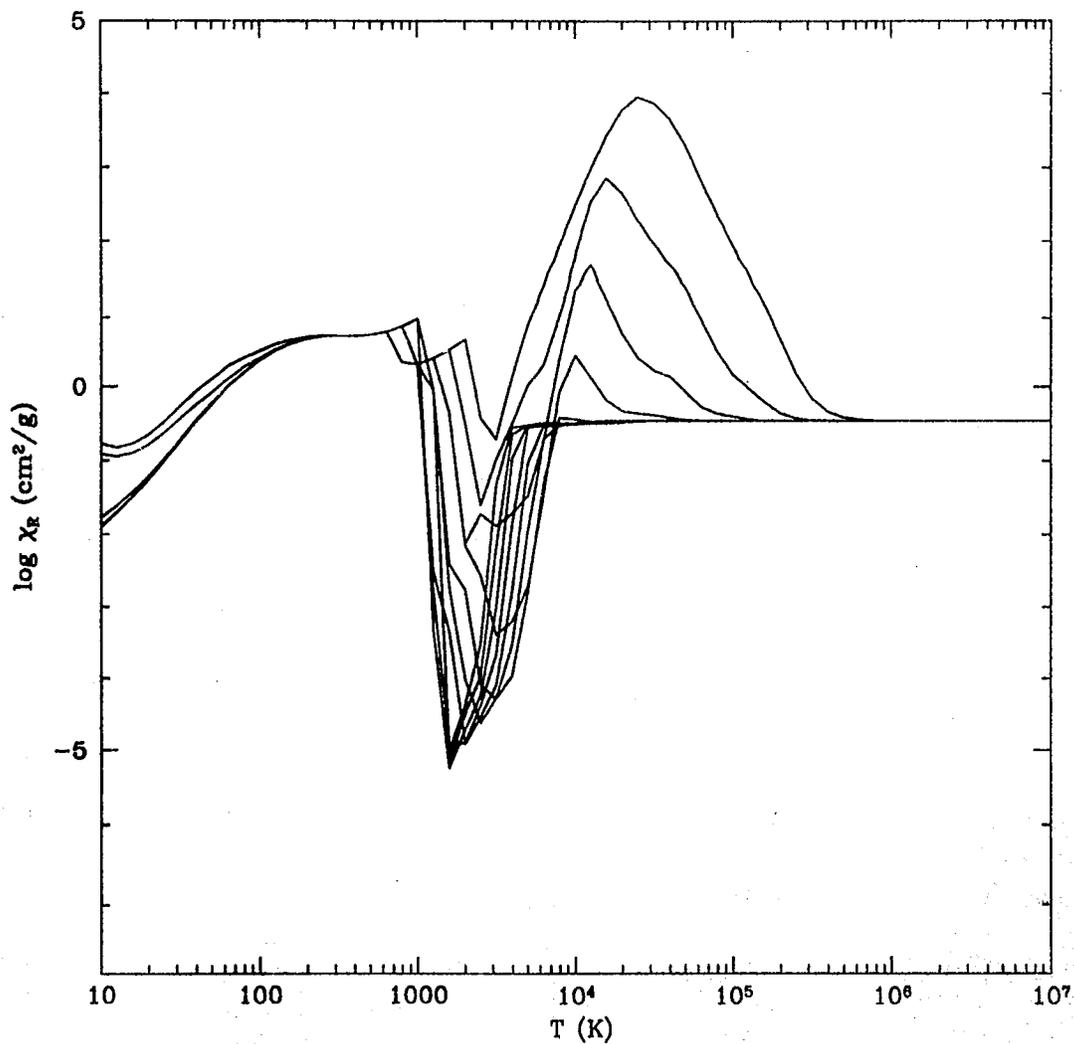


Figura B.1. Opacidad promedio de Rosseland como función de temperatura. Cada curva corresponde a una presión distinta, $\log P_g = -12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$ y 8 . Nótese que, en general, a mayor presión mayor opacidad. Algunas de las curvas están etiquetadas con el valor de $\log P_g$ que les corresponde

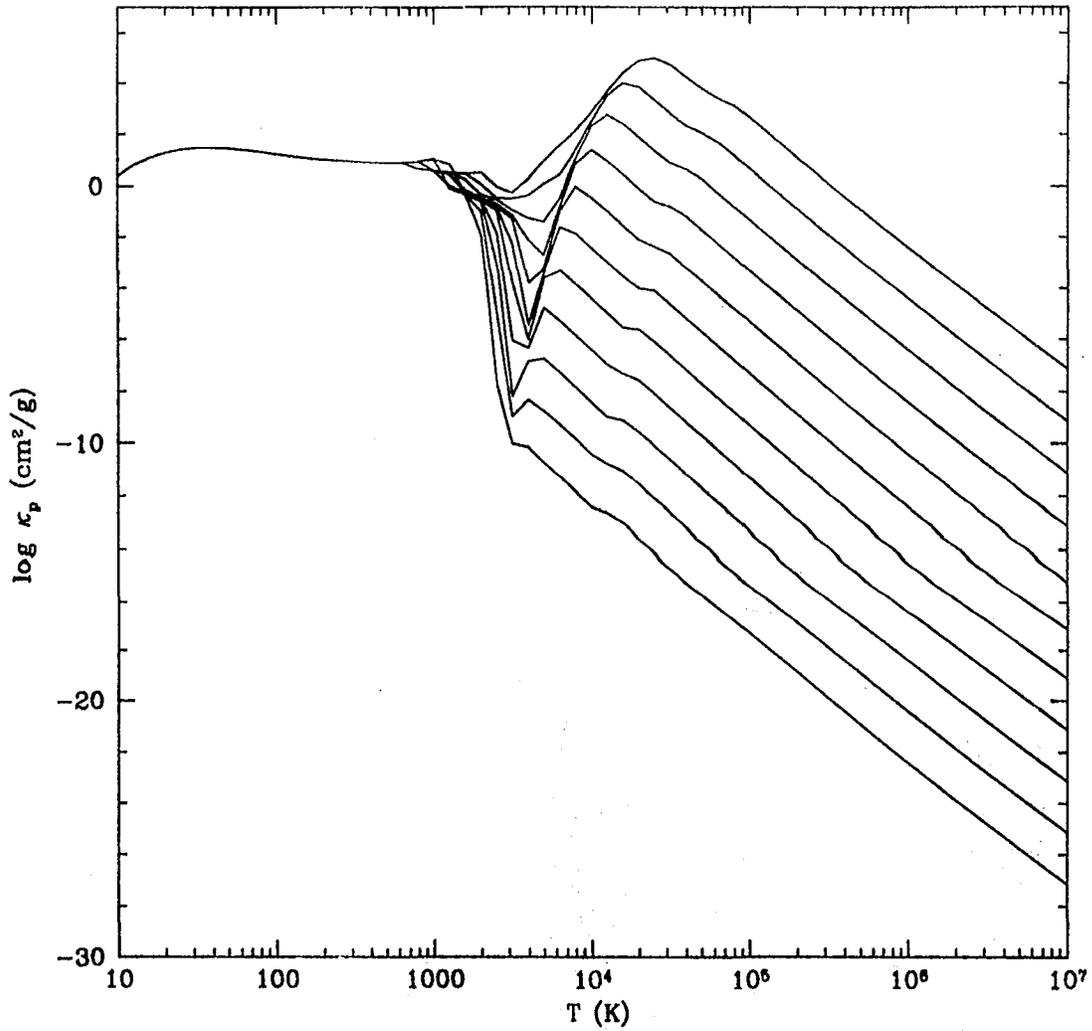


Figura B.2. Opacidad promedio de Planck como función de temperatura. Cada curva corresponde a una presión distinta, $\log P_g = -12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$ y 8 . Nótese que, en general, a mayor presión mayor opacidad.

APÉNDICE C
SÍMBOLOS USADOS EN EL TEXTO

Símbolo	Significado	Sección
A	Superficie de un elemento convectivo	A.1
$A(\delta, l)$	Función que describe la irradiación del disco por una envolvente	IV.4.3
A_{cond}	Conductividad turbulenta	III.3.3
A_{conv}	Conductividad convectiva	III.3.3
A_{rad}	Conductividad radiativa	III.3.1
b	Ancho radial de la capa límite	VII.2
$B(\delta, l)$	Función que describe la irradiación del disco por una envolvente	IV.4.2
B_{max}	Separación máxima entre antenas en un interferómetro	VI.4.3
C_1, C_2, C_3	Constantes relacionadas con la geometría del disco	IV.3.1
c_s	Velocidad del sonido	II.2
\bar{D}	Tensor de deformación	II.2.3
D	distancia entre el observador y la fuente	V.2.3
D_{cr}	Flujo emergente debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo	III.4
D_{vis}	Flujo emergente debido a disipación viscosa	II.2.3
d	Distancia entre el centro de la estrella y un punto sobre la superficie del disco	IV.3.1
E_0, E_p, E_c	Energía del material de la nube que cae sobre el disco	II.3
F	Flujo total de energía	III.5
F_{cond}	Flujo de energía turbulento	III.3.2
F_{conv}	Flujo de energía convectivo	III.3.3
F_D	Flujo irradiado por la envolvente, que reprocesa y dispersa radiación del disco	IV.4.3
F_{irr}	Flujo de energía de irradiación (incidente sobre el disco)	IV.3.1
F_ν	Flujo radiativo monocromático	A.2
F_{rad}	Flujo radiativo integrado en frecuencias	III.3.1
F_1, F_2	Flujos radiativos de los choques de acreción	II.3.2
F^*	Flujo irradiado por la envolvente, que reprocesa y dispersa radiación estelar	IV.4.2

Símbolos (continuación)

Símbolo	Significado	Sección
f_{masa}^d	Flujo de masa de la nube, que cae sobre un anillo del disco <i>directamente</i>	II.3.1
f_{masa}^i	Flujo de masa de la nube, que se deposita en un anillo del disco después del segundo choque	II.3.1
G	Constante de gravitación	II.2.2
\vec{g}	Gravedad (vector)	II.2.2
g_z	Componente z de la gravedad	II.2.2
H	Angulo horario	VI.4.2
H_p	Escala de altura del gas en el disco	II.2
h	Altura del disco donde se absorbe la mayor parte de la radiación estelar, llamada "fotosfera de absorción"	IV.3.1
I_ν	Intensidad específica del campo de radiación	A.2
I_{n1}, I_{n2}	Integrales que describen la geometría en el cálculo del flujo del disco irradiado	IV.3.2
J	Momento angular	II.3
J	Intensidad promedio integrada en frecuencias	III.3.1
J_0	Función de Bessel de orden cero	VI.4.2
J_ν	Intensidad promedio del campo de radiación	A.2
J_{rup}	Momento angular de ruptura	II.2.2
\dot{J}	Tasa de acreción de momento angular en el disco	II.2.2
K	2 ^{do} Momento de I_ν integrado en frecuencias	A.2
K_ν	2 ^{do} Momento de I_ν	A.2
L	Luminosidad	III.2
L_{acc}	Luminosidad de acreción	III.2
L_*	Luminosidad de la estrella	III.2
\dot{M}	Tasa de acreción de masa del disco	II.2.1
\dot{M}_{in}	Tasa de acreción de masa de la envolvente	II.3.1
M_*	Masa de la estrella	II.2.2
n	Indice espectral	V.2.5
P	Presión total	II.2.3
P_g	Presión de gas	II.2.3
P_{rad}	Presión de radiación	II.2.3
P_e	Presión electrónica	A.1
Q_T	Parámetro de estabilidad de Toomre	III.7.2
q	línea de base proyectada en el plano del cielo	IV.4.2
R	Coordenada radial del disco (coord. cilíndricas)	II.2.1
R_0	Radio correspondiente al primer cero de la función de Bessel J_0	VI.4.2

Símbolos (*continuación*)

Símbolo	Significado	Sección
r	Coordenada radial de la envolvente (coord. esféricas)	IV.4.1
$R_{1/2}$	Radio del disco donde su intensidad cae a la mitad	VI.4.3
R_1	Radio correspondiente al segundo cero de la función de Bessel J_0	VI.4.2
R_c	Radio centrífugo	II.3
R_{co}	Radio de co-rotación o de truncamiento debido a la magnetósfera	II.2.2
R_d	Radio del disco	II.3.2
R_*	Radio de la estrella	II.2.2
R_Q	Radio donde $Q_T = 1$	III.7.2
r	Coordenada radial de la envolvente (coord. esféricas)	IV.4.1
T	Temperatura cinética	III.5
T_b	Temperatura de brillo	V.2.2
T_c	Temperatura cinética en el plano medio del disco	III.6.3
T_{eff}	Temperatura efectiva del disco	III.4
T_*	Temperatura efectiva de la estrella	IV.3.1
T_{irr}	Temperatura efectiva asociada al flujo de irradiación	IV.3.1
T_{polvo}	Temperatura de destrucción del polvo	B.3
T_{vis}	Temperatura viscosa	II.2.3
T_x	Temperatura de excitación	V.2.2
T_1	Coefficiente de T_{vis}	II.2.3
t_{acc}	Tiempo característico de acreción de masa de la nube	VI.2
t_{vis}	Tiempo viscoso característico	III.6.3
u	Componente Este de la línea de base del interferómetro proyectada	VI.4.2
\vec{u}	Velocidad del fluido en el disco	II.2.1
V_v	Visibilidad	VI.4.2
v	Componente Norte de la línea de base del interferómetro proyectada	VI.4.2
\vec{v}	Velocidad del fluido en la envolvente	II.3.1
z	Coordenada vertical del disco	II.2.1
α	Parámetro libre de la viscosidad	II.2
β	Exponente de la ley de opacidad del polvo a $\lambda > 200 \mu m$	V.2.5
χ_R	Opacidad promedio de Rosseland	III.3.1
δ	Exponente de la distribución de densidad de la envolvente	IV.4.1
η	Cociente entre la altura a la cual se absorbe la mayor parte de la radiación estelar (h) y la escala de altura de la presión (H_p).	IV.3.2
γ	Ángulo de posición entre el eje mayor y el Norte	VI.4.2
Γ	Eficiencia convectiva	A.1
Γ_{cr}	Calentamiento debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo	III.4

Símbolos (*continuación*)

Símbolo	Significado	Sección
κ_P	Opacidad promedio de Planck	III.3.1
Λ	Longitud de mezclado	III.3.3
λ	Longitud de onda del campo de radiación	I
μ	Coefficiente de viscosidad cortante turbulenta	II.2.2
μ	Peso molecular medio	III.3.3
∇	Gradiente (d ln T / d ln P) del medio	A.1
∇_A	Gradiente (d ln T / d ln P) adiabático	A.1
∇_{RC}	Gradiente (d ln T / d ln P) radiativo y turbulento	A.1
∇_E	Gradiente (d ln T / d ln P) del elemento convectivo	A.1
∇_R	Gradiente (d ln T / d ln P) radiativo	A.1
ν	Coefficiente de viscosidad cinemática	II.2.2
ν	Frecuencia del campo de radiación	V
Ω	Velocidad angular	II.2.2
Ω_k	Velocidad angular kepleriana	II.2.2
ϕ	Coordenada acimutal del disco	II.2.1
Π	Tensor de esfuerzos viscosos	II.2.2
Ψ	Tasa de disipación de energía por viscosidad	II.2.3
ρ	Densidad de masa	II.2.1
ρ_1	Densidad de masa de la envolvente a 1 AU, si $R_c = 0$	VI.4.2
ρ_{env}	Densidad de masa de la envolvente	VI.4.2
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	II.2.3
σ_{SB}	Constante de Stefan-Boltzmann	IV.4.1
σ_ν	Coefficiente de dispersión de radiación	IV.4.1
Σ_∞	Densidad superficial de medio disco	II.2.1
τ_ν	Profundidad óptica monocromática	V.2.2
τ_P	Profundidad óptica promedio de Planck	III.6.3
τ_R	Profundidad óptica promedio de Rosseland	III.6.3
θ	Angulo de inclinación de la normal al disco respecto a la visual	V.2.1
φ	Potencial gravitacional	II.2.2
ξ	Eficiencia convectiva	A.1
ζ	Tasa de ionización debido a rayos cósmicos y decaimiento radioactivo	III.4
ζ	Coefficiente de viscosidad de bulto	II.2.2

REFERENCIAS

- Adam, J., Störzer, H., Shaviv, G., & Wherse, R., 1988, *A&A*, 193, L1
- Adam, J., Störzer, H., & Duschl, W.J., 1989, *A&A*, 218, 205
- Adams, F.C., Lada, C.J., & Shu, F.H. 1987, *ApJ*, 312, 788 (ALS)
- Adams, F.C., Lada, C.J., & Shu, F.H. 1988, *ApJ*, 326, 865
- Adams, F.C., Emerson, J.P., & Fuller, G.A., 1990, *ApJ*, 357, 606
- Adams, F.C., Lin, D.N.C., 1993, en *Protostars and Planets III*, eds. E. H. Levy & J. I. Lunine, (Tucson: Univ. of Arizona) p. 721
- Allen, C. W. 1973, *Astrophysical Quantities*, (London: The Athlone Press)
- Arfken, G. 1985, *Mathematical Methods for Physicists*, (San Diego: Academic Press)
- Auman, J.Jr., 1967, *ApJS*, 14, 171
- Balbus, S.A., & Hawley, J.F., 1992, *ApJ*, 392, 662
- Balbus, S.A., & Hawley, J.F., 1991, *ApJ*, 376, 214
- Basri, G., & Bertout, C., 1989, 341, 340
- Beckwith, S.V.W., Koresko, C. D., Sargent, A. I., & Weintraub, D. A., 1989, *ApJ*, 343, 393
- Beckwith, S.V.W., Sargent, A.I., Chini, R. S., & Guesten, R. 1990, *AJ*, 99, 1024
- Beckwith, S.V.W., & Sargent, A.I., 1991, *ApJ*, 381, 250
- Bell, K.R., & Lin, D.N.C. 1994, *ApJ*, 427, 987
- Beran, M. J., 1988, *Statistical Continuum Theories*, (New York: Wiley Interscience)
- Bertout, C., Basri, G. & Bouvier, J. 1988, *ApJ*, 330, 350
- Bertout, C., & Thum, C., 1982, *A&A*, 107, 368
- Bessel, M.S. & Brett, J.M., 1988, *PASP*, 100, 1134
- Bodenheimer, P., 1989, en *Theory of Accretion Disks*, eds. F. Meyer, W.J. Duschl, J. Frank & E. Meyer-Hofmeister, (Dordrecht: Kluwer Academic Publisher), p. 75
- Boes, A.P., 1987, *ApJ*, 319, 149
- Burrows, C., Hester, J. & Morse, J. 1995, *Información del Telescopio Espacial*
(<http://stsci.edu/top.html>)
- Butner, H.M., Evans, N.J. II, Lester, D.F., Levreault, R.M., & Strom, S.E. 1991, *ApJ*, 376, 636
- Butner, H. 1994, Natta, A., Evans, N.J. II., *ApJ*, 420, 326
- Calvet, N., Basri, G. & Kuhl, L.V, 1984, *ApJ*, 277, 725
- Calvet, N., Patiño, A., Magris C., G., & D'Alessio, P., 1991, *ApJ*, 380, 617
- Calvet, N., & Hartmann, L., 1992, *ApJ*, 386, 229
- Calvet, N., Hartmann, L., & Hewett, R., 1992, *ApJ*, 386, 239

- Calvet, N., Hartmann, L., Kenyon, S., & Whitney, B. 1994, ApJ, 434, 330
- Camezind, M., 1990, Rev. Mod. Astr., 3, 234
- Cantó, J. & Moreno, E., 1996, en preparación
- Cantó, J., D'Alessio, P. & Lizano, S., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J. M. Torrelles, RevMexAASC,1, 217
- Carbon, D.F., & Gingerich, O., 1969, *Theory and Observations of Normal Stellar Atmospheres*, ed. O. Gingerich (Cambridge:MIT Press), p377
- Carlstrom, J.E., Lay, O.P., Hill, R.E., & Phillips, T.G., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J.M. Torrelles, RevMexAASC, 1, 355
- Cassen, P., & Moosman, A., 1981, Icarus, 48, 353
- Cohen, M. & Kuhl, L.V., 1979, ApJS, 41, 743
- Collins, J.G. & Fay, T.D.Jr, 1974, J. Quant. Spectrosc. Rad. Transf., 14, 1259
- Cox, J.P. & Giuli, R.T., 1968, *Principles of Stellar Structure* (New York:Gordon & Breach)
- Dalgarno, A., 1962, Spectral Reflectivity of the Earth's Atmosphere. III. The Scattering of Light by Atomic Systems. Geophys. Corp. of America, GCA Tech. Rep. 62-28-A.
- Dalgarno, A., & Lane, N.F., 1966, ApJ, 145, 623
- Dalgarno, A., & Williams, D.A., 1962, ApJ, 136, 690
- Draine, B.T., 1979, ApJ, 230, 10
- Draine, B. T., & Lee, H. M. 1984, ApJ, 285,89
- Draine, B.T., 1987, Princeton Observatory Preprint No. 213
- Dubrulle, B., & Knobloch, E., 1992, A&A, 256, 673
- Dubrulle, B., & Valdettaro, L., 1992, A&A, 263, 387
- Dutrey, A., Guilloteau, S., Duvert, G., Prato, L., Simon, M., Schuster, K., & Menard, F., 1995, A & A, aceptado
- Edwards, S., Cabrit, S., Strom, S. E., Heyer, I., Strom, K.M., & Anderson, E. 1987, ApJ, 321, 473
- Edwards, S., Strom, S.E., Hartigan, P., Strom, K.M., Hillenbrand, L.A., Herbst, W., Attridge, J., Merrill, K.M., Probst, R., & Gatley, I., 1993, AJ, 106, 372
- Edwards, S., Hartigan, P., Ghandour, L., & Andrulis, C., 1994, AJ, 108,1056
- Edwards, S., 1994, en *Stars, Gas and Dust in the Galaxy*, RevMexAA
- Edwards, S., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J. M. Torrelles, RevMexAASC,1,309
- Fernández, M., 1993, Tesis Doctoral de la Universidad Autonoma de Madrid
- Fernández, M., 1995, A&AS, 113,473
- Fernández, M., 1996, A&A, aceptado

- Fink, D.G., & McKenzie, A.A., 1975, *Electronics Engineers Handbook*, (New York: McGraw Hill)
- Forsythe, G.E., Malcolm, M.A., & Moler, C.B., 1977, *Computer Methods for Mathematical Computations* (Englewood Cliffs, N.J.:Prentice Hall)
- Franco, J., Ferrini, F., Ferrara, A. & Barsella, B., 1991, ApJ, 366, 443
- Frank, J., King, A.R., & Raine, D. J., 1992, *Accretion Power in Astrophysics*, (Cambridge: University Press)
- Friedjung, M., 1985, A&A, 146, 366
- Gaustad, J.E., 1963, ApJ, 138, 1050
- Gray, D.F., 1976, *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres* (New York: Wiley)
- Ghosh, P., & Lamb, F.K., 1979a, ApJ, 232, 259
- Ghosh, P., & Lamb, F.K., 1979b, ApJ, 234, 296
- Goldsmith, P.F., & Langer, W.D., 1978, ApJ, 222, 881
- Gómez, J.F. & D'Alessio, P., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J. M. Torrelles, RevMexAASC,1, 339
- Grasdalen, G.L., Sloan, G., Stout, M., Strom, S.E., & Welty, A.D. 1989, ApJ, 339, L37
- Harris, S., Clegg, P. & Hughes, J., 1988, MNRAS, 235, 441
- Hartigan, P., Hartmann, L., Kenyon, S.J., Hewett, R. & Stauffer, J. 1989, ApJS, 70, 899
- Hartigan, P., Hartmann, L., Kenyon, S.J, Strom, S.E., & Strutskie, M.F., 1990, ApJ, 354, L25
- Hartigan, P., Kenyon, S.J, Hartmann, L., Strom, S.E., Edwards, S., Welty, A.D., & Stauffer, J., 1991, ApJ, 382, 617
- Hartigan, P., Edwards, S., & Ghandour, L., 1995, ApJ, 452, 736
- Hartmann, L., & Stauffer, J.R., 1989, AJ, 97, 873
- Hartmann, L., Hewett, R., & Calvet, N., 1994, ApJ, 426, 669
- Hartmann, L., Calvet, N., & Boss, A.P. 1995, ApJ, aceptado
- Hawley, J.F., & Balbus, S.A., 1992, ApJ, 400, 595
- Hawley, J.F., & Balbus, S.A., 1991, ApJ, 376, 223
- Hayashi, M., Ohashi, N., & Miyama, S. 1993, ApJ, 418,L71
- Hinze, J. O., 1959, en *Turbulence*, (New York, Mc Graw-Hill)
- Hubeny, I., 1989, en *Theory of Accretion Disks*, ed. F. Meyer, W. Duschl, J. Frank, and E. Meyer-Hofmeister; Kluwer, Dordrecht, p.445
- Hubeny, I., 1990, ApJ, 351, 632
- Kawazoe, E., & Mineshige, S., 1993, PASJ, 45, 715
- Keene, J., Masson, C.R. 1990, ApJ, 355, 635
- Kenyon, S.J., & Hartmann, L., 1987, ApJ, 323, 714

- Kenyon, S., & Hartmann, L., 1995, ApJS, 101, 117
- Kenyon, S.J., Calvet, N., & Hartmann, L. 1993a, ApJ, 414, 676
- Kenyon, S.J., Whitney, B. A., Gomez, M. & Hartmann, L. 1993b, ApJ, 414, 773
- Kirby-Docken, K., & Liu, B., 1978, ApJS, 36, 359
- Königl, A., 1991, ApJ, 370, L39
- Königl, A., & Ruden, S.P., 1993, en *Protostars and Planets III*, eds. E. H. Levy & J. I. Lunine, (Tucson: Univ. of Arizona) p. 641
- Königl, A., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J. M. Torrelles, RevMexAASC,1,275
- Kuhi, L. V., 1974, A&AS, 15, 47
- Kurucz, R.L., 1970, SAO Spec. Rept., 309
- Lamy, Ph.L., 1974, A&A, 35, 197
- Landau, L.D. & Lifschitz, E.M., 1986, *Mecánica de fluidos*, (Barcelona: Reverté)
- Lada, C.J. & Wilking, B.J., 1984, ApJ, 287, 10
- Lada, C.J., 1985, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 23, 267
- Lay, O.P, Carlstrom, J.E., Hill, R.E., & Phillips, T.G., 1994, ApJ, 434, L75
- Lewis, J.S., 1974, Science, 186, 440
- Lin, D.N.C., & Pringle, J.E. 1990, ApJ, 358, 515
- Lin, D.N.C., Hayashi, M., Bell, K.R., & Ohashi, N. 1994, ApJ, 435, L821
- Lizano, S., Tesis Doctoral, University of California at Berkeley, 1988
- Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974, MNRAS, 168, 603
- Malbet, F., & Bertout, C., 1991, ApJ, 383, 814
- Mathis, J.S., Rumpl, W., & Nordsiek, K.H., 1977, ApJ, 217, 425
- Mathis, J.S. 1990, ARA&A, 28, 37
- Mendoza V, E. E., 1966, ApJ, 143, 1010 [erratum: ApJ, 145, 660]
- Mendoza V, E. E., 1968, ApJ, 151, 977
- Mihalas, D. 1966, en *Methods in Computational Physics*, vol.7. ed. Alder, Fernbach & Rotenberg (New York: Academic Press), p1.
- Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres* (San Francisco: Freeman)
- Mineshige, S., & Wood, J. H. 1990, MNRAS, 247, 43
- Morfill, G.E., Tscharnuter, W. & Voelk, H.J., 1985, en *Protostar and Planets II*, eds. D.C. Black & M. Shapley Matthews (Tucson:Arizona), 493
- Morton, L., 1976, en *Methods of Experimental Physics. Vol 12 Astrophysics, Part B: Radio Telescopes*, (New York: Academic Press), p136

- Najita, J., 1995, en *Disks, Outflows and Star Formation*, ed. S. Lizano & J. M. Torrelles, RevMexAASC,1,293
- Nakano, T., & Umebayashi, T., 1986, MNRAS, 218, 663
- Natta, A. 1993, ApJ, 412, 761
- Pai, S., 1956, en *Viscous Flow Theory. I-Laminar Flow*, (New Jersey:Van Nostrand)
- Pai, S., 1956, en *Viscous Flow Theory. II-Turbulent Flow*, (New Jersey:Van Nostrand)
- Peach, G., 1967, Mem. Roy. Astron. Soc., 71, 1
- Pollack, J.B., McKay, C.P., & Chistofferson, B.M., 1985, Icarus, 64, 471
- Pollack, J.B., Hollenbach, D., Beckwith, S., Simonelli, D.P., Roush, T., Fong, W. 1994, ApJ, 421, 615
- Popham, R. & Narayan, R., 1991, ApJ, 370, 604
- Popham, R., Narayan, R., Hartmann, L., & Kenyon, S.J., 1993, ApJ, 415, L127
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., & Vetterling, W.T., *Numerical Recipes*, (Cambridge:University Press)
- Pringle, J.E.,1981, ARA&A, 19, 137
- Pudritz, R.E. & Norman, C.A., 1983, ApJ, 274, 677
- Raga, A.C., & Cantó, J., 1989, PASP, 101, 1151
- Raymond, J.C., Cox, D.P., & Smith, B.W., 1976, ApJ, 204, 290
- Rozyczka, M., Bodenheimer, P., & Bell, K. R., 1994, ApJ, 423, 736
- Rodríguez, L.F., Cantó,J., Torrelles,J.M.,Gómez,J.F. & Ho,P.T.P. 1992, ApJ,393,L29
- Rodríguez, L.F., Cantó,J., Torrelles,J.M.,Gómez,J.F., Anglada, G. & Ho,P.T.P. 1994, ApJ,427,L103
- Rucinski, S. M. 1985, AJ, 90, 2321
- Rüdiger, G., Elstner, D., Tschäpe, R., 1988, Acta Astronómica, 38, 299
- Rybicki, G.B. & Lightman, A.P., 1979, en *Radiative Processes in Astrophysics* (New York:Wiley)
- Rydgren, A. E., Schmelz, J.T., Zak, D.S., & Vrba, F.J., 1984, Pub. USNO, 25, 1
- Sauval, A.J., & Tatum, J.B., 1984, ApJS, 56, 193
- Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A., 1973, A&A, 24,337
- Shaviv, G., & Wehrse, R., 1986, A&A, 159, L5
- Shaviv, G., & Wehrse, R., 1989, en *Theory of Accretion Disks*, ed. F. Meyer, W. Duschl, J. Frank, & E. Meyer-Hofmeister, (Dordrecht:Kluwer), p.419
- Shaviv, G., & Wehrse, R., 1990, en *Structure and Emission Properties of Accretion Disks*, Proceedings of the Sixth IAP Astrophysics Meeting/ IAU Colloquium N° 129, ed. C. Bertout, S. Collin-Souffrin, J.P. Lasota, & J. Tran Thanh Van
- Shu, F.H., Adams,F.C., & Lizano,S. 1987, ARA&A,25,23
- Shu, F.H., 1992, *The Physics of Astrophysics: II. Gas Dynamics* (California:University Science Books)

- Shu, F.H., Lizano, S., Ruden, S.P. & Najita, J., 1988, *ApJ*, 328, L19
- Sthaler, S.W., Shu, F.H., & Taam, R.E., 1981, *ApJ*, 248, 727
- Stepinski, T.F., 1992, *Icarus*, 97, 130
- Strom, S.E., Edwards, S., & Skrutski, M.F., 1993, en *Protostar and Planets III*, eds. E.H. Levy & I. Lunine (Tucson:Arizona), p. 1031
- Tatum, J.B., 1966, *Pub. Dom. Ap. Obs.*, 13, 1
- Tereby, S., Shu, F.H., & Cassen, P. 1984, *ApJ*, 286, 529 (TSC)
- Tereby, S., Chandler, C.J., & Andre, P. 1993, *ApJ*, 414, 759
- Thompson, A. R., Moran, J. M., & Swenson, G. W., 1986, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy* (New York:Wiley-Interscience)
- Tschäpe, R., & Kley, W., 1993, *A&A*, 273, 169
- Tscharnuter, W.M. 1987, *A&A*, 188, 55
- Tsuji, T., 1966, *PASJ*, 18, 127
- Tsuji, T., 1969, *Low Luminosity Stars*, ed. S.S. Kumar (New York:Gordon & Breach), p457
- Tylenda, R., 1988, *A&A*, 197, 225
- Umebayashi, T. & Nakano, T., 1980, *PASJ*, 32, 405
- Urey, H.C., 1952, en *The Planets, Their Origins and Development* (New Heaven:Yale Univ. Press)
- Van de Bult, C.E.P.M., Greenberg, J.M., & Whittet, D.C.B., 1985, *MNRAS*, 214, 289
- Van de Hulst, H.C. 1957, *Light Scattering by Small Particles*, (New York:Wiley)
- Vardya, M.S. 1965, *MNRAS*, 129, 205
- Warren, S.G., 1984, *Appl. Opt.*, 23, 1206
- Whittet, D.C.B., Bode, M.F., Longmore, A.J., Baines, D.W.T., & Evans, A., 1983, *Nature*, 303, 218
- Wolfire, M.G., & Cassinelli, J.P., 1987, *ApJ*, 319, 850