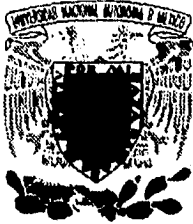


21
209

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

TÍTULO DE TESIS

"ESTUDIO SISTEMÁTICO DE COALESCENCIA
Y
FRAGMENTACIÓN EN COLISIONES DE GOTAS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

FÍSICO

P R E S E N T A :

FERNANDO LEOPOLDO HUIDOBRO CETINA



FACULTAD DE CIENCIAS
U.N.A.M.

DIRIGIDA POR:
ARTURO MENCHACA-ROCHA

1996

FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:
"Estudio Sistemático de Coalescencia y Fragmentación en Colisiones de Gotas"

realizado por HUIDOBRO CETINA FERNANDO LEOPOLDO

con número de cuenta 8502641-8 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

DR. ARTURO MENCHACA ROCHA

Propietario

M. EN C. MANUEL RENE GARDUÑO LOPEZ

Propietario

DR. RAMON PERALTA FABI

Suplente

DR. VICTOR MANUEL ROMERO ROCHIN

Suplente

DR. KARO MICHAELIAN PAUW

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA
Coordinador de Licenciatura

*A la memoria de mis abuelos
Josefina Casales y Miguel A. Celina.*

*A mi querida madre Magdalena Celina, por todo
el cariño que siempre me ha brindado.*

*A mi padre Luis Huidobro, por el apoyo y comprensión
que me ha mostrado en los momentos más difíciles.*

*A mi hermano Gerardo Huidobro, por todos los
momentos tan felices que hemos pasado juntos.*

A mis tíos: Teresita, José Alberto y Miguel Ángel, porque siempre han tratado de orientarme hacia un camino de bien.

A mis primos, por la hermosa convivencia que hemos tenido.

Al gran amor de mi vida.

Agradecimientos

Al Doctor Arturo Menchaca-Rocha por sus enseñanzas, por la disposición que siempre mostró para aclarar mis dudas, pero sobre todo, por brindarme su amistad y confianza.

A la Doctora M. Esther Brandán por sus atenciones recibidas.

Al M. en C. Rubén Alfaro por auxiliarme en todo momento.

A mi compañero de experimento Vladimir Rodríguez, de quien aprendí todo lo relacionado a la técnica experimental y con el cual compartí provechosas pláticas acerca del tema.

A mi compañero David Morales por su ayuda sobre todo en cuestiones computacionales.

A mi padre y hermano por su gran labor en el diseño de algunas figuras y en la toma de fotografías que sirvieron para complementar el trabajo.

A mis sinodales:

M. en C. Manuel René Garduño López

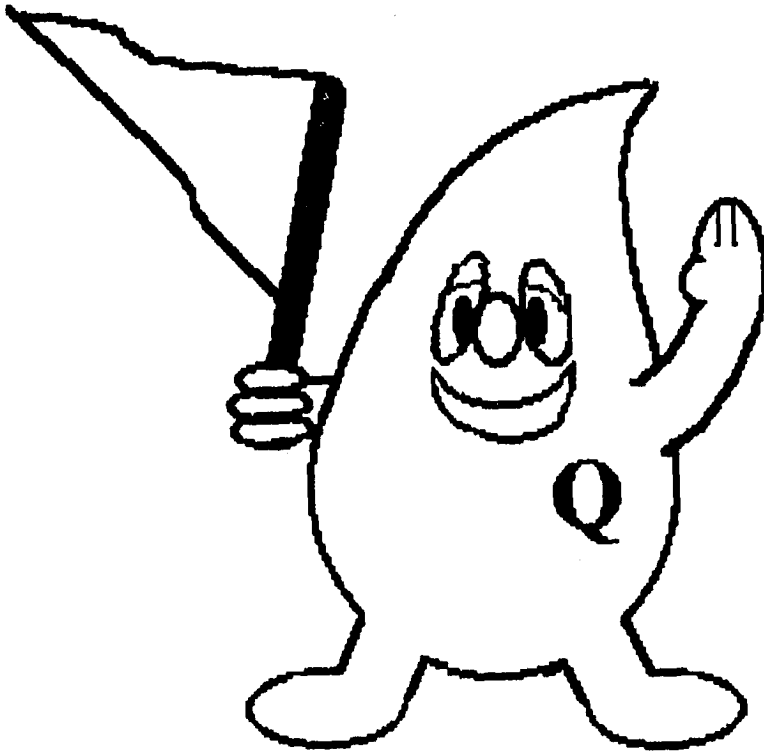
Dr. Ramón Peralta-Fabi

Dr. Víctor Ramero Rochín

Dr. Karo Michaelian Pauw

Quienes con sus valiosos comentarios y correcciones buscaron siempre el mejoramiento de este trabajo.

*" Nunca obsides que la ciencia es la manera
de investigar y divertirse ".
A. Einstein*



LISTA DE SÍMBOLOS

MASAS

m	masa
\bar{m}	masa promedio
m_1	masa asociada a la gota grande
m_2	masa asociada a la gota pequeña
M_0	masa asociada a una gota esférica
m_R	masa residual
m^t	masa total
δm_1	incertidumbre en la masa de la gota grande
δm_2	incertidumbre en la masa de la gota pequeña
δm_R	incertidumbre en la masa residual
c_M	centro de masa
μ	masa reducida

DIÁMETROS

d	diámetro
D	diámetro promedio
D_0	diámetro de una gota esférica
d_1	diámetro asociado a la gota grande
d_2	diámetro asociado a la gota pequeña
δd	incertidumbre en el diámetro
δd_1	incertidumbre en el diámetro de la gota grande
δd_2	incertidumbre en el diámetro de la gota pequeña
γ	relación entre el diámetro de la gota grande y el diámetro de la gota pequeña
Λ	relación entre el diámetro de la gota pequeña y el diámetro de la gota grande

VELOCIDADES

v, \vec{v}	velocidad escalar y vectorial respectivamente
v_0	velocidad inicial
v_1, \vec{v}_1	velocidad escalar y vectorial asociada a la gota grande
v_2, \vec{v}_2	velocidad escalar y vectorial asociada a la gota pequeña
V_r, \vec{V}_r	velocidad relativa escalar y vectorial
v_{cM}, \vec{v}_{cM}	velocidad escalar y vectorial del centro de masa
v_{rel}, \vec{v}_{rel}	velocidad escalar y vectorial relativa de cada gota residual con respecto al centro de masa
v_1	velocidad de la gota grande en el sistema centro de masa
v_2	velocidad de la gota pequeña en el sistema centro de masa
$v_{máx}, v_{0máx}$	velocidad y velocidad inicial máximas
δv	incertidumbre en la velocidad
δv_0	incertidumbre en la velocidad inicial
δV_r	incertidumbre en la velocidad relativa
$\delta v_{máx}, \delta v_{0máx}$	incertidumbre máxima de la velocidad y de la velocidad inicial
$\delta V_{rmáx}$	incertidumbre máxima en la velocidad relativa
$v_{rel\ crí}$	velocidad relativa crítica
β	magnitud de la velocidad promedio de los residuos
ω	magnitud de la velocidad angular

ENERGÍAS

$E_{k\ rel}$	energía cinética relativa
$E_{k\ rel\ inicial}$	energía cinética relativa inicial
$E_{k\ rel\ final}$	energía cinética relativa final
E_l	fracción de energía cinética perdida
E_{sup}	energía superficial
E_t	energía total
E_{lt}	fracción de energía perdida total
E_{rot}	energía de rotación
K_{al}	energía cinética efectiva de alargamiento
S_i	energía de superficie en la región de interacción
K_c	energía cinética de los flujos contractivos
K_r	energía reflexiva efectiva

GEOMÉTRICOS

x	coordenada horizontal
y	coordenada vertical
ξ	eficiencia de colisión
E	eficiencia de coalescencia
b	parámetro de impacto
b/D	parámetro de impacto normalizado
b_{cc}	parámetro de impacto crítico de coalescencia
b_{cf}	parámetro de impacto crítico de fragmentación
b_c	parámetro de impacto crítico
b_r	parámetro de impacto crítico de colisión
$b_{m\acute{a}x}$	parámetro de impacto máximo
$\delta b_{m\acute{a}x}$	incertidumbre máxima del parámetro de impacto
$\delta(b/D)_{m\acute{a}x}$	incertidumbre máxima del parámetro de impacto normalizado
$\Delta x, \Delta x'$	distancias horizontales de las escalas en x y y
$\Delta y, \Delta y'$	distancias verticales de las escalas en x y y
α	ángulo relativo
θ	ángulo de impacto
θ_1	ángulo de dispersión de cada residuo
Θ	ángulo que se forma entre la distancia horizontal y vertical en la escala en x
ϑ	ángulo que se forma entre la distancia horizontal y vertical en la escala en y
h	ancho de la región de interacción
V_1	volumen asociado a la gota grande
V_2	volumen asociado a la gota pequeña
V_{1i}	volumen de la gota grande en la región de interacción
V_{2i}	volumen de la gota pequeña en la región de interacción
V_{1p}	volumen de la gota grande en la región prolata
V_{2p}	volumen de la gota pequeña en la región prolata
q_1	distancia del centro de masa de la gota grande al centro de masa del sistema
q_2	distancia del centro de masa de la gota pequeña al centro de masa del sistema
$C_{1,2}$	circunferencia del puente creado entre las gotas
M	pendiente de la recta
B	ordenada al origen

VARIOS

ρ	densidad del líquido
$\delta\rho$	incertidumbre de la densidad del líquido
σ	coeficiente de tensión superficial
$\delta\sigma$	incertidumbre en el coeficiente de tensión superficial
ν	viscosidad
We	número de Weber
δWe	incertidumbre del número de Weber
$\delta We_{\text{máx}}$	incertidumbre máxima del número de Weber
Re	número de Reynolds
Ne	número de gotas residuales
m.e.	mínima escala
I	momento de inercia
L	magnitud del momento angular
L_n	magnitud del momento angular normalizado
T	tensión superficial
F_{cen}	magnitud de la fuerza centrífuga
t	tiempo
Δt	intervalo de tiempo
δt	incertidumbre del tiempo
$\delta t_{\text{máx}}$	incertidumbre máxima del tiempo
K	coeficiente de fricción
δK	incertidumbre en el coeficiente de fricción
χ^2	función estadística de ajuste
σ_n	desviación estándar

ÍNDICE

Resumen	IX
Introducción	X
Objetivos	XI

Capítulo I

<i>Terminología</i>	1
---------------------------	---

Capítulo II

<i>Desarrollo Histórico</i>	8
-----------------------------------	---

Capítulo III

Técnica Experimental

3.1 *Gotatrón*

Gotatrón	18
Mercurio	19
Superficie de vidrio	20
Rampas	22
Cámara	24

3.2 *Procedimiento experimental*

Las masas	25
-----------------	----

3.3 *Parámetros geométricos*

Análisis de imágenes	26
Calibración de la pantalla	27
Parámetro de impacto	28

3.4 *Parámetros físicos*

Velocidad relativa	29
Ángulo de dispersión	29
Energía cinética relativa	30
Energía cinética perdida	30
Energía superficial	30
Energía total	31
Energía perdida total	31

3.5 Incertidumbres

Incertidumbre de las masas	32
Incertidumbre de los diámetros	32
Incertidumbre en el parámetro de impacto	33
Incertidumbre en el tiempo	33
Incertidumbre en la velocidad	33
Incertidumbre en la velocidad relativa	34
Incertidumbre en el número de Weber	34

Capítulo IV

Frontera de coalescencia

4.1 Sistema simétrico	35
4.2 Sistema asimétrico	37
Tabla de resultados	39
4.3 Cálculos teóricos	
4.3.1. Separación basada considerando el momento angular	40
4.3.2. Separación basada haciendo consideraciones energéticas ..	42
4.3.3. Separación basada en la aplicación de un balance de fuerzas y el momento angular	43
4.3.4. Separación por alargamiento	47
4.3.5. Separación reflexiva	49
4.3.6. Separación basada considerando energía potencial	52
4.4 Comparación de datos con las teorías desarrolladas	53

Capítulo V

La fragmentación y las masas

5.1 Sistema simétrico	
5.1.1 Fragmentación	56
5.1.2 Las masas	57
5.2 Sistema asimétrico	
5.2.1 Fragmentación	59
5.2.2 Las masas	60
5.3 Límite rotacional	62
Tabla de resultados	63

Capítulo VI

Energía perdida

6.1 Sistema simétrico

6.1.1 Energía cinética perdida	64
6.1.2 Energía perdida total	65

6.2 Sistema asimétrico

6.2.1 Energía cinética perdida	66
6.2.2 Energía perdida total	67

6.3 Modelo simple

68

Capítulo VII

Conclusiones

<i>La coalescencia</i>	71
------------------------------	----

<i>La fragmentación</i>	72
-------------------------------	----

<i>Energía perdida</i>	72
------------------------------	----

Muestra fotográfica	73
----------------------------------	----

Referencias	75
--------------------------	----

RESUMEN

Se reportan los resultados de una serie de experimentos sobre colisiones de gotas de mercurio. Concretamente, se realizaron 407 colisiones con masas iniciales $m_1=m_2=(1.01\pm 0.01)\text{g}$ y con diámetros $d_1=d_2=(0.68\pm 0.01)\text{cm}$ (sistema simétrico) y 418 colisiones con masas $m_1=(1.502\pm 0.006)\text{g}$, $m_2=(0.503\pm 0.003)\text{g}$ y con diámetros $d_1=(0.83\pm 0.01)\text{cm}$, $d_2=(0.48\pm 0.01)\text{cm}$ (sistema asimétrico), en que se varió sistemáticamente la velocidad relativa $(0.30\leq(V_r\pm 0.04)\leq 0.90)\text{m/s}$ y el parámetro de impacto b , normalizado al diámetro promedio D , $(0\leq[(b/D)\pm 20\%]\leq 1)$.

Las masas iniciales y de los residuos fueron medidas individualmente utilizando una balanza analítica. La velocidad y la trayectoria de cada gota se determinó a partir de un análisis cuadro por cuadro de imágenes de video tomadas durante las colisiones. Esta información ha permitido correlacionar el resultado final de las colisiones con b/D y el número de Weber We (proporcional a V_r^2).

Como ya se había reportado para colisiones de gotas de otros líquidos, para mercurio en el plano b/D vs We , la coalescencia (una sola gota final) se agrupa en una región bien definida cuya frontera se compara con las predicciones de seis modelos tomados de la literatura. La técnica utilizada ha permitido, además, clasificar la fragmentación por el número de residuos N_e y determinar la dependencia de N_e con We y b/D .

También se analiza la dependencia de la pérdida de energía cinética y superficial en función de We y b/D , proponiéndose modelos simples para entender el comportamiento observado.

I N T R O D U C C I Ó N

Desde los estudios de Rayleigh, dirigidos a probar un modelo de Reynolds (ver Park 1970) sobre la formación de lluvia, las colisiones de gotas han servido de inspiración para numerosos trabajos científicos. Más allá de la meteorología, este campo de investigación tiene aplicaciones en áreas como la atomización, la combustión, la dispersión de tintas, pinturas e insecticidas, entre otros (ver Menchaca-Rocha 1993).

Un tema, aparentemente remoto, en el que la fenomenología de gotas también ha jugado un papel importante es la física nuclear, donde algunas propiedades colectivas del núcleo resultan ser similares a las de una gota (ver Cuevas et al. 1993)

A pesar de la diversidad de temas en que las colisiones de gotas poseen alguna relevancia, la fenomenología es tan compleja que hoy en día no existe una respuesta a preguntas como ¿cuántas gotitas se producen cuando chocan dos gotas a suficiente velocidad?, ¿qué masa tienen esos residuos?, ¿en qué dirección viajan, y con qué velocidad?

El propósito de este trabajo es dar respuesta, aunque sea empírica, a este tipo de preguntas.

El presente estudio ha sido desarrollado utilizando un instrumento que permite estudiar las colisiones de gotas de mercurio que se deslizan sobre una superficie de vidrio, tratado especialmente para minimizar la interacción mercurio-vidrio. Desde el punto de vista experimental, nuestra contribución ha consistido en desarrollar una técnica para analizar las imágenes de video obtenidas durante las colisiones. Esto nos permitió determinar la posición de las gotas (antes y después de chocar) como función del tiempo, a partir de lo cual hemos podido determinar el número, la dirección y la rapidez de cada una de ellas.

Respecto a las masas, con la ayuda de una balanza analítica, se realizaron medidas antes y después de la colisión. De este modo, en este trabajo se reporta el análisis de más de 800 colisiones medidas en una variedad de situaciones iniciales, lo que nos ha permitido obtener información nueva e interesante sobre el tema. Estos resultados son comparados con los modelos más usados en este campo.

El material será presentado como sigue: luego de definir los términos más utilizados (capítulo I), y hacer una revisión histórica (capítulo II) del campo, en el capítulo III se describe nuestra técnica experimental. Los resultados son presentados en los siguientes tres capítulos; primero los resultados de coalescencia (capítulo IV), luego los de fragmentación (capítulo V), donde se responde a la pregunta sobre el número, masa, dirección y velocidad de los residuos. Con la información obtenida, en el capítulo VI analizamos la pérdida de energía cinética (relacionada con el movimiento de las gotas) y superficial (relacionada con su forma) como función de los parámetros iniciales y proponemos varios modelos simples para explicar el comportamiento observado. Las conclusiones se resumen en el capítulo VII, seguido de las referencias.

OBJETIVOS

Los objetivos a cubrir durante el desarrollo de este estudio son los siguientes:

- 1.- Obtener el parámetro de impacto (b/D), la velocidad relativa (V_r), las masas iniciales y residuales (m_R), y el ángulo de dispersión (θ) de las gotas de mercurio, durante su colisión.
- 2.- Establecer las regiones de coalescencia y fragmentación.
- 3.- Comparar estos resultados con los obtenidos utilizando otras técnicas y con las predicciones de las teorías correspondientes.
- 4.- Encontrar la dependencia del número de residuos con b/D y We .
- 5.- En cuanto a fragmentación, mostrar la estadística de las masas residuales.
- 6.- Encontrar la dependencia de la masa de los residuos con b/D y We .
- 7.- Establecer los parámetros de impacto críticos para tres regiones de We estudiadas.
- 8.- Encontrar la relación entre b/D y la energía cinética perdida.
- 9.- Encontrar la relación entre b/D y la energía perdida total.
- 10.- Comparar la forma de la curva obtenida con el modelo en que la pérdida de energía se supone como proporcional al volumen de traslape.

CAPÍTULO I

TERMINOLOGÍA

En este capítulo se definen los términos más importantes que serán utilizados en el presente trabajo.

Así tenemos que una *colisión* se define como el encuentro entre dos gotas que se aproximan, produciendo algunos efectos detectables en ellas. Por ejemplo una deformación de su superficie, una alteración en su trayectoria o velocidad, una variación de su masa, etc.

Si al realizar la medida de estos parámetros no se observa ningún cambio, se considera que la colisión no ocurrió.

Las colisiones se pueden clasificar de acuerdo con el resultado final en:

Rebote: Cuando el contacto de las superficies de las gotas es obstaculizado por la presencia de una película (capa muy delgada) de gas, ocasionando que éstas conserven su identidad (fig.1-1).

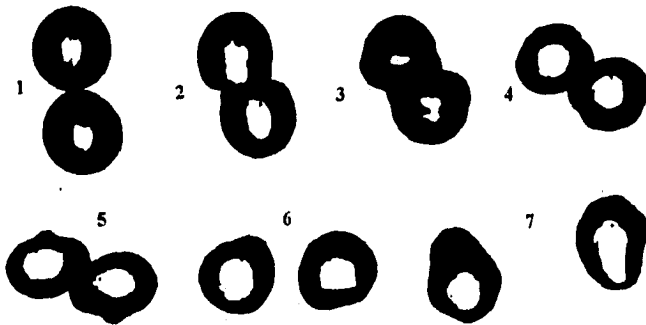


fig.1-1. Proceso que muestra una colisión de rebote.

Coalescencia: Cuando las dos gotas de la colisión se combinan completa y permanentemente, formando una sola gota (fig.1-2).

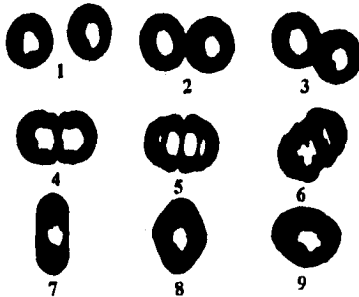


fig.1-2. Proceso que muestra una colisión de coalescencia.

Fragmentación: Cuando dos o más gotas combinadas (a diferencia del rebote) o "fragmentos", son productos de una colisión. En la figura 1-3 se muestra un ejemplo típico en que se forman dos grandes residuos relacionados con las gotas iniciales, que van acompañados de varias gotas pequeñas.

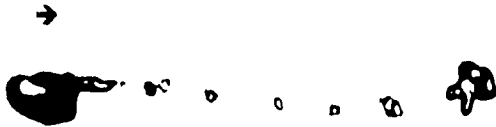


fig.1-3. Fragmentación característica en colisiones de gotas.

Existen varios modos de fragmentación entre los que se puede mencionar la *separación por alargamiento*, que se presenta para las colisiones más razantes, cuando sólo una pequeña porción de las dos gotas que colisionan está en contacto directo. Esto resulta en una región de interacción que tiende a fluir en la dirección de la trayectoria inicial, alargándose consecuentemente (fig.1-4). El rompimiento de esta estructura produce dos gotas grandes, y ocasionalmente, gotas más pequeñas (definidas posteriormente como gotas satélites) en la región central.

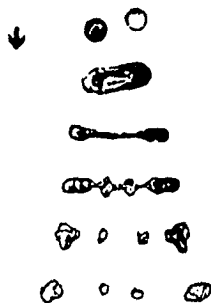


fig.1-4. Separación por alargamiento para dos gotas iguales.

En el caso de colisiones frontales se presenta la *separación reflexiva*, que inicia con la formación de un toroide (forma geométrica parecida a una dona, que aparece en la segunda etapa de la fig.1-5), que posteriormente alcanza un diámetro máximo, y luego se contrae produciendo nuevamente dos gotas similares a las iniciales, pero viajando en sentido contrario. En este mecanismo también se pueden formar gotas más pequeñas en la región intermedia.



fig.1-5. Separación reflexiva para dos gotas de distinto tamaño.

Durante procesos de fragmentación puede ocurrir el fenómeno de *drenado*, que se caracteriza por la formación de un puente o cuello (fig.1-6) en el punto de contacto, debido a la diferencia de presión que se establece entre las gotas.

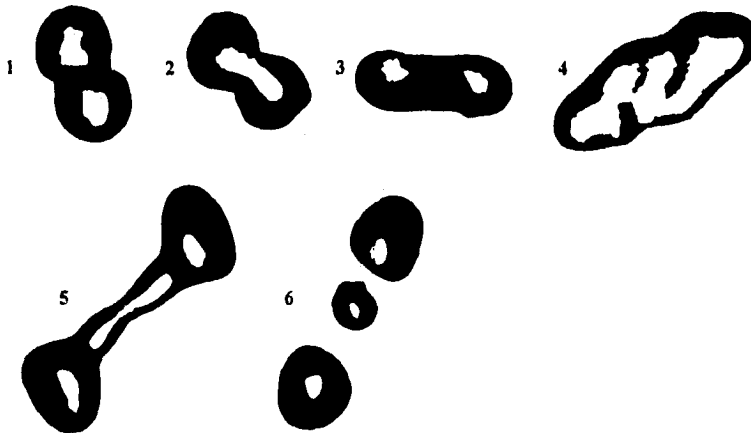


fig.1-6. Muestra del puente creado en una colisión por alargamiento.

Las gotas pequeñas que acompañan a los dos residuos más grandes se denominan *gotas satélites*, ya que su diámetro es mucho más pequeño que las gotas iniciales (fig.1-7).

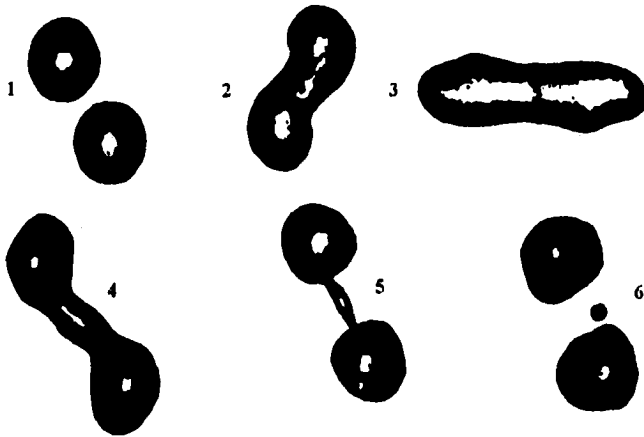


fig.1-7. Muestra de una gota satélite formada durante una colisión.

A mayores velocidades se establece un tipo de fragmentación denominado *trizamiento*, en que las dos gotas que colisionan producen un disco muy delgado de líquido que se rompe en un número grande de fragmentos (fig.1-8).

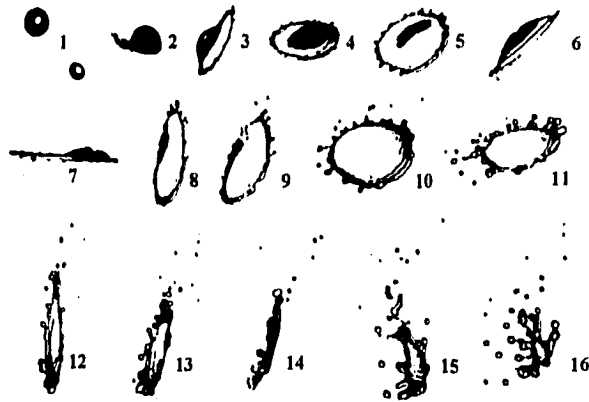


fig.1-8. Proceso que muestra una colisión de trizamiento.

Veamos ahora qué parámetros determinan el resultado final de una colisión. Considérese un par de gotas de diámetros, d_1, d_2 ($d_1 > d_2$), masas m_1, m_2 ($m_1 > m_2$), de un mismo líquido de densidad ρ , coeficiente de tensión superficial σ , y viscosidad ν , que se mueven con velocidades \vec{v}_1, \vec{v}_2 , formando un ángulo relativo α .

En estas condiciones, uno de los parámetros importantes de la colisión es la *velocidad relativa* \vec{v}_r (fig.1-9),

$$\vec{v}_r = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \quad (1.1)$$

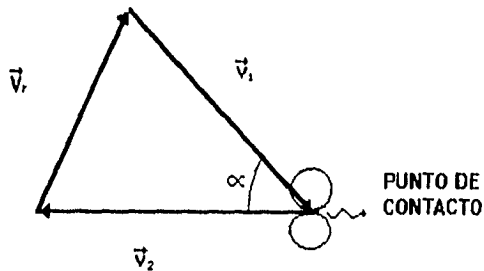


fig.1-9. Esquema que muestra la velocidad relativa entre dos gotas.

El *parámetro de impacto* b , que es otro factor determinante, se define como la distancia perpendicular entre el centro de una gota (sistema fijo o en reposo) y la trayectoria sin desviarse de la otra (sistema en movimiento), vista (por simplicidad) desde el sistema de referencia fijo (fig.1-10).

El máximo parámetro de impacto en el que las gotas se tocan es $b_{m\acute{a}x} = (d_1 + d_2)/2 = D$, donde D es el diámetro promedio. Aquí utilizaremos con frecuencia el número adimensional b/D (que llamaremos parámetro de impacto normalizado), que toma valores entre 0 y 1.

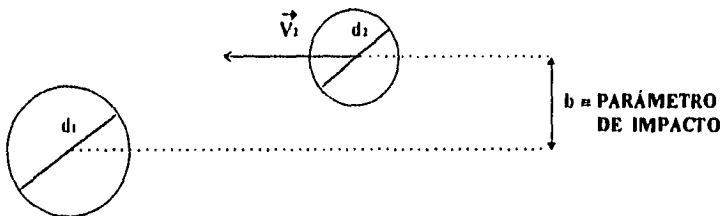


fig.1-10. Esquema que muestra el parámetro de impacto.

En condiciones experimentales donde la influencia del medio (fricción) afecta las trayectorias iniciales de las gotas (fig.1-11), existe el concepto de *parámetro de impacto crítico de colisión* $b_r < b_{m\acute{a}x}$, tal que para valores $b > b_r$ no se establece el contacto directo entre las masas de las dos gotas (ver rebote). En esas condiciones, resulta importante definir una *eficiencia de colisión* ε , que es una medida adimensional de la "tendencia" a colisionar, y se define como la relación que existe entre la sección transversal de colisión efectiva πb_r^2 , y la sección transversal geométrica πD^2 , establecida en la forma siguiente:

$$\varepsilon = \left(\frac{b_r}{D} \right)^2. \quad (1.2)$$

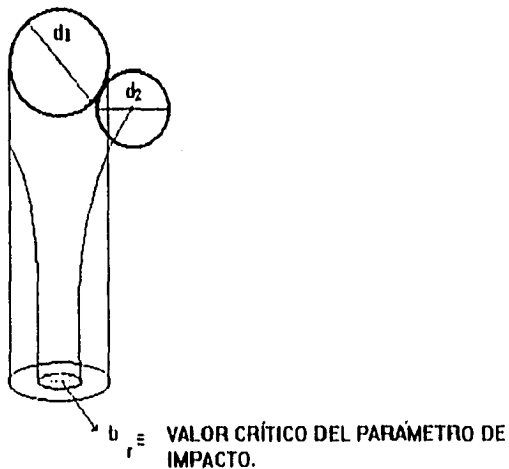


fig.1-11. Esquema que muestra el parámetro de impacto crítico de colisión, tomando como referencia la proyección plana de dos gotas esféricas en movimiento vertical. Se observa que la trayectoria de la gota pequeña es afectada por la fricción del medio, apareciendo además del lado izquierdo su supuesta trayectoria, para completar la proyección plana.

En determinadas condiciones, la coalescencia sólo ocurre para parámetros de impacto menores que un valor crítico, llamado *parámetro de impacto crítico de coalescencia* b_{cc} , es decir $b_{cc} < b_{m\acute{a}x}$ (posteriormente se nombrará únicamente como b_c , ver frontera de coalescencia capítulo IV).

Algunos autores expresan este hecho definiendo una *eficiencia de coalescencia* E , tal que:

$$E = \left(\frac{b_{cc}}{D} \right)^2. \quad (1.3)$$

Una variable relacionada con el parámetro de impacto, también utilizada, es el *ángulo de impacto* θ . Este se define como el ángulo formado entre el vector de velocidad relativa y la línea de centros de las gotas, medido en el instante en que éstas tienen su contacto inicial (fig.1-12). La relación entre b y θ es:

$$b = D \operatorname{sen} \theta. \quad (1.4)$$

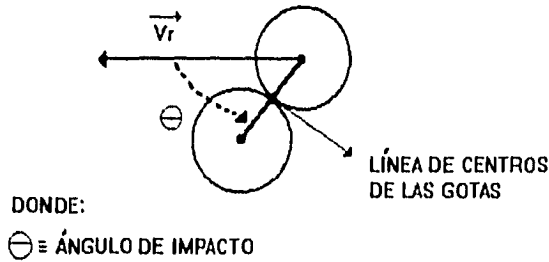


fig.1-12. Esquema del ángulo de impacto de una colisión.

Con los parámetros arriba mencionados se puede evaluar la influencia de efectos debidos a la viscosidad y la tensión superficial de los fluidos que intervienen, a través de variables adimensionales comúnmente utilizadas en la hidrodinámica. Una de ellos es el *número de Reynolds* Re , dado por:

$$Re = \frac{vl}{\nu}, \quad (1.5)$$

donde v y l son respectivamente, la velocidad y la longitud característica y ν es la viscosidad cinemática.

El parámetro adimensional que relaciona la *energía cinética* (asociada con el movimiento), y la *energía de superficie* ganada por el cambio de las áreas en una coalescencia de gotas es el *número de Weber* We dado por:

$$We = \frac{\rho V_r^2 d_2}{\sigma}, \quad (1.6)$$

en el cual ρ es la densidad del líquido, σ es la tensión superficial, V_r es la velocidad relativa y d_2 es el diámetro de la gota pequeña.

Este número es de particular interés en el presente trabajo, debido a que, como veremos, el resultado de la colisión (coalescencia o fragmentación) entre dos gotas depende de él.

CAPÍTULO I I

DESARROLLO HISTÓRICO

Son varios los estudios que en relación a colisiones de gotas han sido efectuados. Teniendo cada uno de ellos como principal objetivo el desarrollar una teoría detallada para explicar los fenómenos de coalescencia y fragmentación que puedan ocurrir en una colisión.

En este capítulo se describe la evolución histórica del campo.

En 1882 Rayleigh que aparece en la fig.2-1 (ver Park 1970) fue de los primeros en estudiar colisiones de gotas, introduciendo un método en cuyos principios se basan la mayoría de los experimentos actuales. Éste consistía en un capilar a través del cual se hacía fluir agua a presión, y las vibraciones de un diapasón rompían el chorro continuo en un haz de gotas equiespaciadas y del mismo tamaño (fig.2-2). En las versiones más modernas el diapasón ha sido sustituido por un vibrador excitado electrónicamente. Usando dos de estos "jets" de gotitas, Rayleigh pudo observar colisiones entre gotas de 2 mm. de diámetro.



Rayleigh

fig.2-1. Iniciador del estudio de colisiones de gotas.
"Lord Rayleigh".

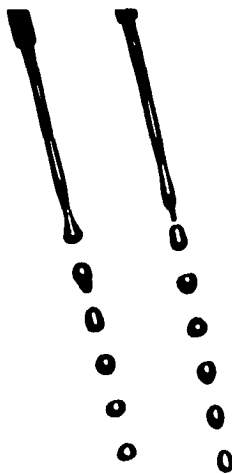


fig.2-2. Jets regulados como el usado por Rayleigh para la elaboración de sus estudios.

En el año de 1960, Schotland (ver Park 1970) estudió las colisiones entre jets de gotas de agua destilada, en una atmósfera con una humedad cercana a la saturación, siendo el primero en notar que este fenómeno podía ser caracterizado por el número de Weber.

Posteriormente en el año de 1965, Gunn (ver Park 1970) usando jets de agua, reportó la existencia de cuatro tipos diferentes de colisiones entre pares de gotas grandes: rebote, coalescencia, fragmentación y trizamiento. Estas observaciones fueron hechas gracias a una mejora en las técnicas fotográficas.

Riley y Bennett-Cowell (1967), analizaron colisiones de gotas de agua, con tamaños de 500-1200 μm de diámetro y con velocidades iniciales de 1.5-3.3 m/s. Basándose en consideraciones energéticas, propusieron un modelo matemático que simulaba la coalescencia observada a partir de la rotación y la oscilación de las masas líquidas (fig.2-3).

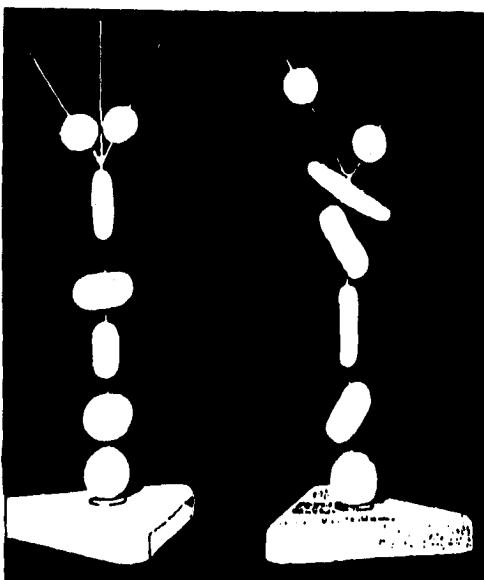


fig.2-3. Modelo de gotas en el proceso de coalescencia. En el caso de la derecha se representa una colisión y sus subsecuentes formas adquiridas (disco extendido, cilindro y esfera), una rotación es observada. El modelo en la izquierda representa un caso teórico que no muestra rotación. La forma esférica se alcanza después de muchas oscilaciones.

Adam et al. (1968) examinaron los efectos de carga, velocidad relativa y parámetro de impacto para colisiones de gotas de agua con tamaños desde 120 a 1000 μm de diámetro. Encontrando que para este tamaño de gotas e intervalo de V_r entre 1 y 8 m/s, los efectos de carga eléctrica no eran apreciables, siendo la velocidad relativa y el parámetro de impacto los que afectaban la estabilidad de la coalescencia.

En un trabajo relacionado, Adam et al. (1968) usaron pares de gotas iguales con diámetros de 120 μm y 600 μm para estudiar los límites de coalescencia como función del parámetro de impacto y la velocidad relativa. Encontrando que, dada una velocidad relativa, hay un parámetro de impacto crítico b_{cc} tal que para $b > b_{cc}$ las gotas no coalescen. A la dependencia de este b_{cc} con V_r (relacionada directamente con We , ver definición en el capítulo anterior) se le denomina "frontera de coalescencia" (fig.2-4). Además, Adam et al. fueron los primeros en proponer un modelo para entender este fenómeno, que toma en cuenta a la fuerza centrípeta y la energía rotacional.

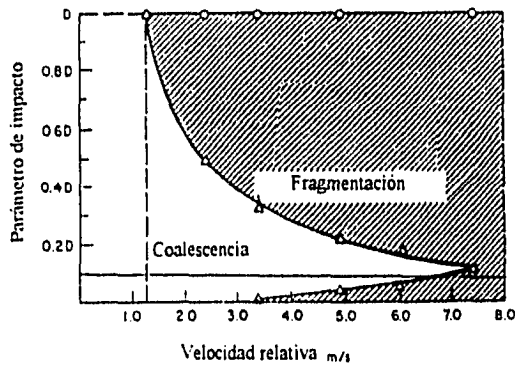


fig.2-4. Frontera de coalescencia propuesta por Adam, para colisiones de gotas con 300 μm de diámetro.

También en 1968, Beard y Pruppacher (ver Park 1970) establecieron la eficiencia de coalescencia, para gotas de agua de 70 a 190 μ m de diámetro en caída libre.

En 1969 este tema fue atacado por numerosos grupos soviéticos, entre quienes destacó Solovyov (ver Podvysotski y Shraiber 1984), quien sugirió que las regiones de coalescencia y fragmentación, están separadas por la curva:

$$b_{cc} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \left(\frac{d_2 \rho V_r^2}{\sigma} \right) \frac{\cos^2 \theta}{12} \quad (2.1)$$

Nótese que esta ecuación no concuerda con las observaciones de Adam et al. (fig. 2-4) al predecir que b_{cc} es una función creciente de V_r . Por cierto que el factor entre corchetes es un número de Weber (definido en el capítulo anterior).

En 1969 List y Whelpdale (ver Park 1970) extendieron este tipo de estudios a otros líquidos, como agua destilada y ácido acético, encontrando que en todos ellos el ángulo de impacto es un factor determinante para los resultados de la colisión de gotas cayendo libremente.

El propio Park (1970) realizó en su tesis doctoral una exhaustiva investigación relacionada con el comportamiento de gotas de agua colisionando, bajo variaciones sistemáticas de tamaño, relación de diámetros, velocidad relativa y ángulo de impacto. Tomando muy en cuenta el papel de los aparatos en la producción, control y reproducción de las colisiones.

Brazier-Smith et al. (1972), observaron la interacción de gotas de agua cayendo, mediante la variación de los diámetros (300 a 1500 μ m), las velocidades relativas (desde 0.3 a 3.0 m/s) y el parámetro de impacto. Con base en esos datos propusieron un modelo para explicar la frontera de coalescencia, que considera un equilibrio entre la energía de superficie y la energía de rotación (ver cálculos teóricos de la frontera de coalescencia, en el capítulo IV).

Su predicción, en términos de la eficiencia de coalescencia E es:

$$E = 4.80 \left(\frac{\sigma}{V_r^2 d_2 \rho} \right) f(d_1/d_2) = (b_{cc}/D)^2 \quad (2.2)$$

Nuevamente se predice que la frontera de coalescencia debe estar determinada por el número de Weber (inverso de la cantidad entre corchetes). En este caso, sin embargo, b_{cc} disminuye con V_r , en acuerdo con las observaciones de Adam et al.

* En los trabajos donde no se hace referencia al tipo de movimiento de las gotas, se considera que éste se realiza en el espacio en forma horizontal.

En cuanto a la fragmentación, Brazier-Smith et al. fueron los primeros en observar que existe una dependencia directa entre el número de gotas satélite N_s y la velocidad relativa (fig.2-5).

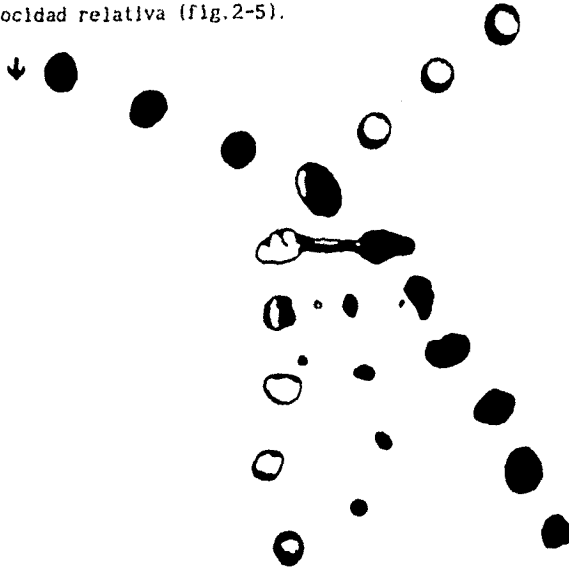


fig.2-5. Coalescencia y separación, para gotas de agua de igual tamaño, con $d_1=d_2=1300\mu\text{m}$ y $V_r=2.0\text{ m/s}$.

A continuación, McTaggart-Cowan y List (1975) realizaron colisiones con gotas de agua en movimiento vertical, a velocidades terminales, en que hay una gran influencia del medio gaseoso. Este trabajo es de gran relevancia para estudios meteorológicos. En él encontraron varios tipos fundamentales de rompimiento (fig.2-6) entre los que se pueden identificar la separación por alargamiento (denominada de "cuello") y el trizamiento (denominado "disco"). Además aparecen otros modos denominados "lámina" y "bolsa", aparentemente inducidos por la interacción con el medio.

A) Cuello B) Lámina C) Disco D) Bolsa

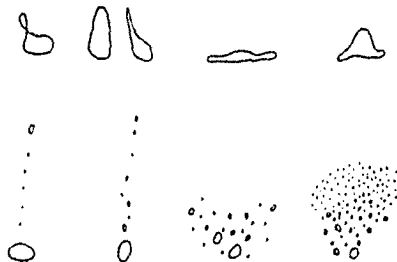


fig.2-6. Los cuatro tipos de rompimiento observados: A)cuello, B)lámina, C)disco, D)bolsa.

Pudieron determinar el tamaño y número de los fragmentos para los diferentes tipos de colisiones, así como el posible conjunto de situaciones causantes del rompimiento. Los resultados que obtuvieron formaron el primer banco de datos para modelos numéricos del espectro de la evolución del tamaño de las gotas de lluvia.

Bradley y Stow (1979), analizaron estadísticamente (fig.2-7) datos relacionados con el número de gotas satélites, obtenidas por colisión de gotas de agua. Encontrando que el valor de N_s variaba de 1 hasta 7. También trataron de encontrar un valor de N_s promedio a través de una función lineal de velocidad relativa (fig.2-8). Especularon sobre una posible dependencia del número de gotas satélites con parámetros adimensionales de energía de rotación y electrostática.

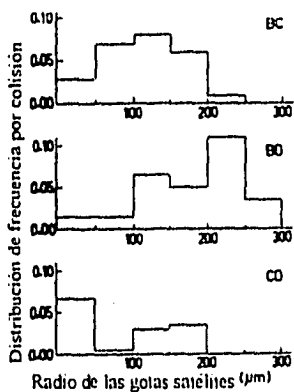


fig.2-7. Ejemplo de la distribución de tamaños, de gotas satélites producidas para 3 diferentes situaciones. En BC $V_r=1.1$ m/s, en BD $V_r=1.2$ m/s y en CD $V_r=0.9$ m/s.

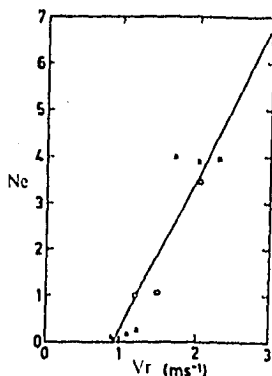


fig.2-8. Gráfica que muestra el número promedio de gotas satélites N_s vs V_r .

Siguiendo con los grupos soviéticos, tenemos que en 1978 el de Arkhipov et al. (ver Podvysotsky y Shraiber 1984), usando técnicas cinematográficas, investigó el comportamiento de las gotas de agua colisionando, observando que los diferentes tipos de colisiones (definidas en el capítulo 1) ocurrían para intervalos bien establecidos de We , y el de Podvysotsky y Shraiber (1984) que realizó una serie de más de 450 colisiones con gotas de agua, glicerina y aceite, en medios gaseosos (fig.2-9) para $30 \leq Re \leq 6000$ y $1.9 \leq (d_1/d_2) \leq 12$, presenciando en la mayoría de ellas, la formación de una gota grande y numerosas gotas satélites, durante el proceso de fragmentación (fig.2-10).

Este grupo fue el primero en estudiar experimentalmente el valor promedio de la velocidad de los residuos β como función de We , proponiendo la siguiente parametrización:

$$\beta = 0.08 + 0.016 We \quad (We < 12.5). \quad (2.3)$$

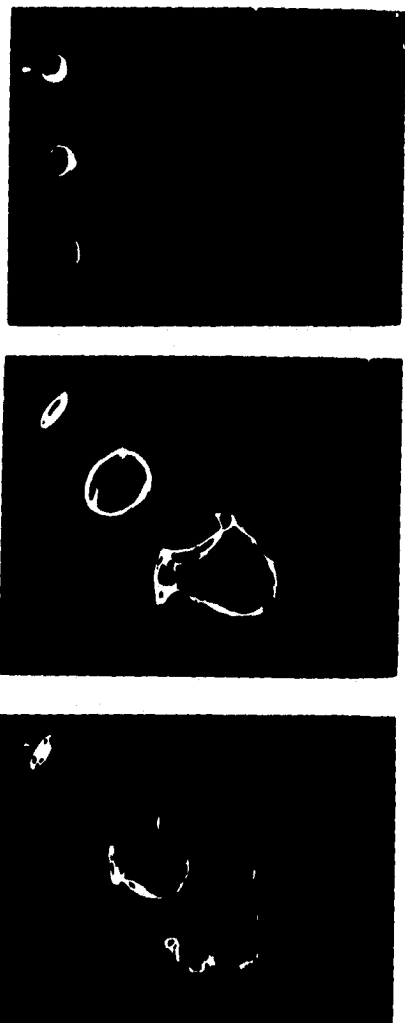


fig.2-9. Fases de deformación y rompimiento de gotas en un medio gaseoso.

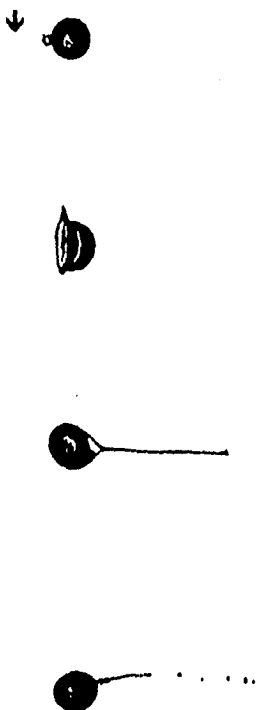


fig.2-10. Interacción central y la subsecuente formación de residuos en un medio gaseoso.

Un trabajo más reciente es el de Ashgriz y Poo (1990) en el que, en un estudio con gotas de agua de diferentes colores (figs.2-11, 2-12 y 2-13) determinaron que la transferencia de masa ocurre más lentamente que la colisión, y elaboraron un nuevo modelo (ver cálculos teóricos del capítulo IV) para establecer la frontera de coalescencia que compararon con las predicciones de Park, Brazier-Smith et al. y Arkhipov et al.



fig.2-11. Muestra de una colisión de coalescencia.



fig.2-12. Muestra de una colisión de separación reflexiva.

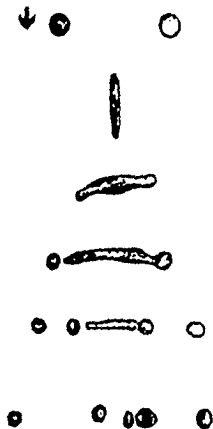


fig.2-13. Muestra de una colisión de separación por alargamiento.

El primer estudio sobre la dependencia de frontera de coalescencia con la viscosidad fue hecho por Jiang et al. (1991), quienes observaron colisiones de gotas de hidrocarburos de $300\mu\text{m}$ de diámetro (fig 2-14). Estos autores encontraron que el comportamiento de gotas muy viscosas es significativamente más complejo que el de gotas de agua.

Su interpretación teórica considera que este tipo de gotas disipan gran cantidad de energía durante la colisión, debido a su deformación y a su oscilación.

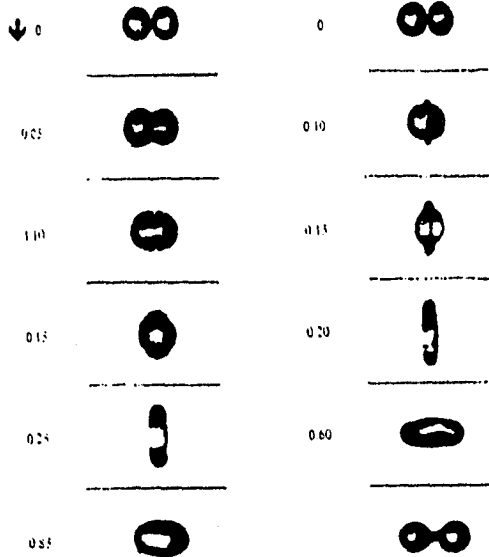


fig.2-14. Fotografía que muestra una secuencia de colisión central con diversas velocidades relativas.

Otro estudio basado en un líquido diferente, en este caso de mayor densidad, es el de **Menchaca-Rocha et al. (1993)** quienes observaron la colisión de gotas de mercurio moviéndose sobre una superficie de vidrio (fig.2-15 y fig.2-16). Los primeros experimentos de este grupo fueron diseñados para probar la idea de que el parámetro que determina la coalescencia o fragmentación de las gotas líquidas es el momento angular, encontrando un valor crítico para este parámetro. Otros aspectos de estos experimentos, que sirven de base para el presente trabajo, serán revisados con mayor detalle en los siguientes capítulos.

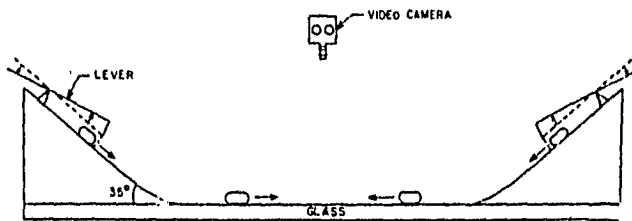


fig.2-15. Vista esquemática del dispositivo utilizado.

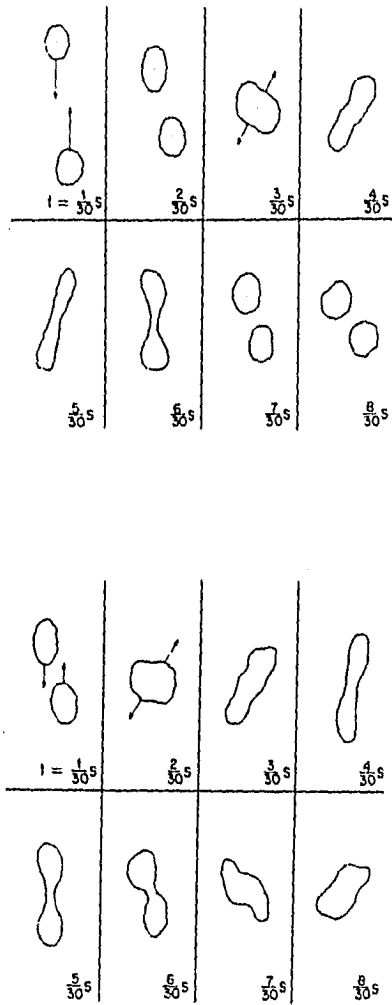


Fig.2-16. Evolución temporal de colisiones de gotas para el sistema simétrico. Las flechas en el cuadro inicial indican la dirección original del movimiento.

CAPÍTULO III

TÉCNICA EXPERIMENTAL

El trabajo experimental que se reporta fue realizado con un instrumento, desarrollado anteriormente por Cuevas et al. (1993), que llamaron un poco en broma, *gotatrón*, en analogía a los grandes y costosos ciclotrones donde se hacen chocar núcleos atómicos. En este capítulo se hace una breve descripción del aparato y de la técnica de captura y análisis de los datos.

3.1 El Gotatrón.

Gotatrón

En este instrumento que consta esencialmente de tres elementos principales: una superficie de vidrio, dos rampas y una cámara de video (fig.3-1), se realizaron las colisiones de gotas de mercurio (fig.3-2).

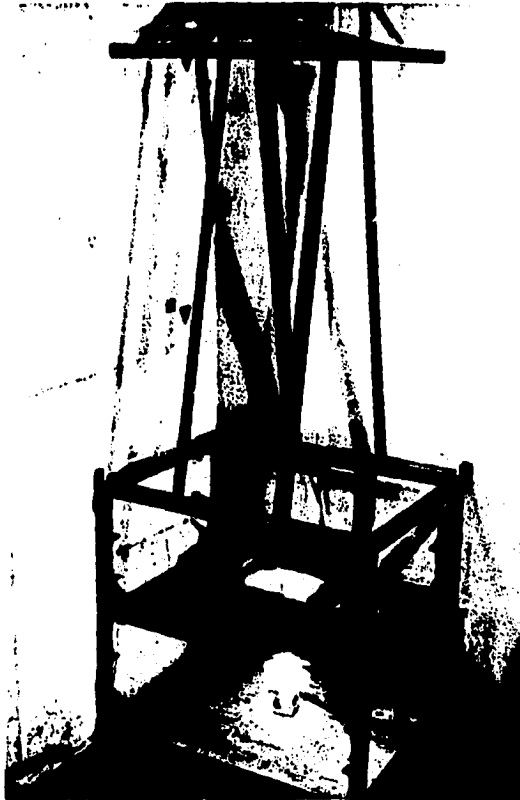


fig.3-1. Vista del " Gotatrón".

Mercurio

Las propiedades físicas del mercurio son: densidad $\rho=13\text{g/cm}^3$, coeficiente de tensión superficial $\sigma=435.0\text{din/cm}$, y viscosidad $\nu=1.5\text{centipoise}$. Por lo tanto, comparado con el agua, el mercurio es 13 veces más denso, posee una tensión superficial 6 veces mayor y presenta una viscosidad parecida. La mayor σ implica que las gotas de mercurio sean más estables, esto hace que sea más difícil que se deshagan durante su recorrido previo a la colisión. Otras ventajas del mercurio son: a) Es un líquido que moja poco al vidrio, ya que no penetra profundamente sus cavidades debido a la tensión superficial, por lo que puede "resbalar" fácilmente sin impregnarse en él (ver Menchaca-Rocha 1991); b) Se le puede conseguir a bajo costo con un buen grado de pureza; c) Su manejo, aunque delicado es muy accesible. La principal desventaja es que sus vapores son tóxicos. Por tal motivo se construyeron 2 campanas extractoras (una sobre el gotatrón y otra sobre la balanza) que tendieron a absorber dichos gases, hasta niveles que consideramos inofensivos.



fig.3-2. Muestra de una colisión de gotas de mercurio.

* Se utiliza la palabra "resbalar", para describir el desplazamiento de la gota en la superficie de vidrio, aunque se considere imprecisa, ya que se sabe que su movimiento es una composición de la rotación de su superficie que induce una rotación entre sus capas interiores debido a la fricción, y una traslación principalmente de estas capas internas. La palabra más precisa (traducida del idioma inglés) para describir el movimiento es "oruga", que no utilizaremos en el trabajo, por no encontrarle un verbo asociado en el idioma castellano.

Superficie de vidrio

La superficie de vidrio tuvo la característica de haber sido rayada con granos de carborundum (carburo de boro) de $40\mu\text{m}$ de diámetro, que le dieron la rugosidad necesaria para que la movilidad de las gotas de mercurio fuera la óptima (ver Menchaca-Rocha 1991). El efecto de la rugosidad es disminuir el contacto entre la gota y el vidrio.

El vidrio rugoso fue colocado horizontalmente sobre un marco superior (fig.3-3a), sujeto por tornillos de nivel a un marco interno (fig 3-3b) que sostuvo un vidrio traslúcido, que dispersó la luz proveniente de una lámpara situada por debajo de él, mejorando con ello la calidad de la grabación (ver cámara posteriormente). Este marco a su vez fue depositado en una base y marco de apoyo (fig.3-3c) fijos en el gotatrón (todos los marcos y la base fueron contruidos de madera).

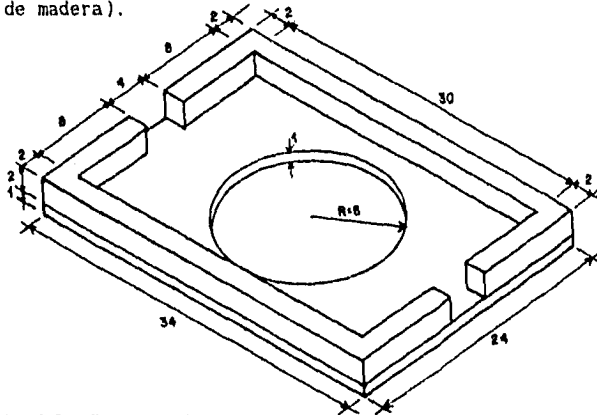


fig.3-3a. Esquema del marco superior, donde fue colocado el vidrio rugoso. Escala en centímetros.

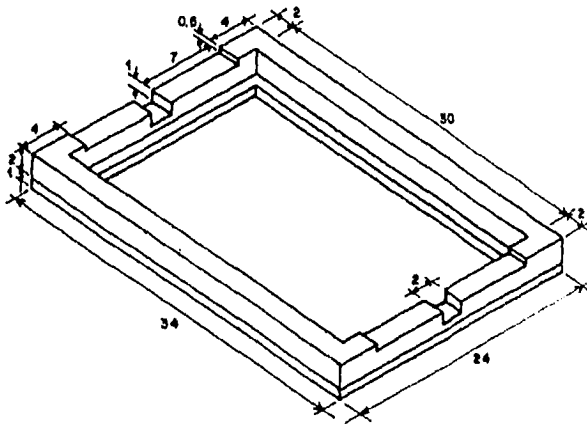


fig.3-3b. Esquema del marco interno. Escala en centímetros

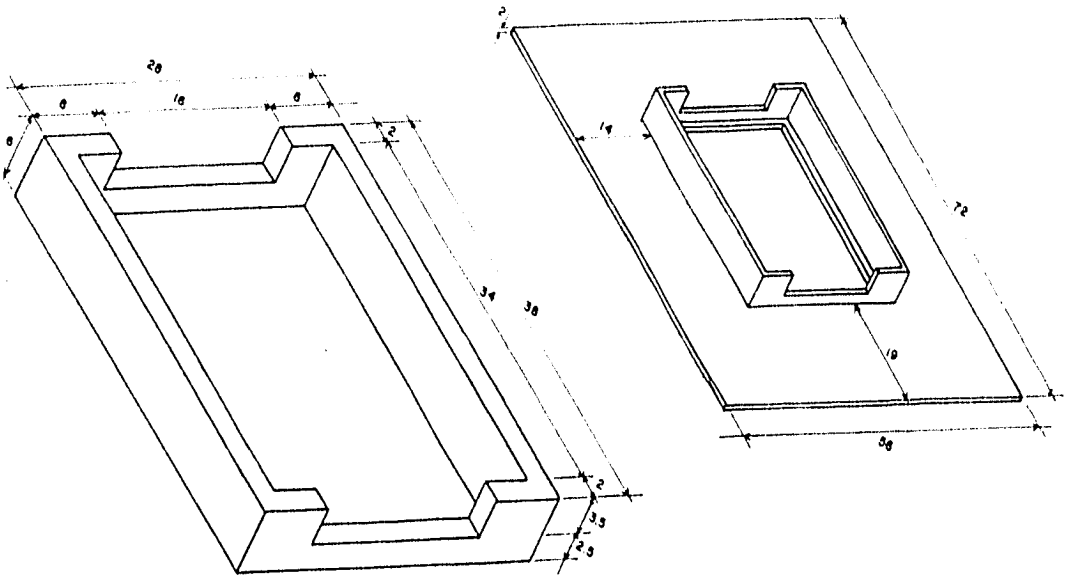


fig.3-3c. Esquema de la base y marco de apoyo. Escala en centímetros

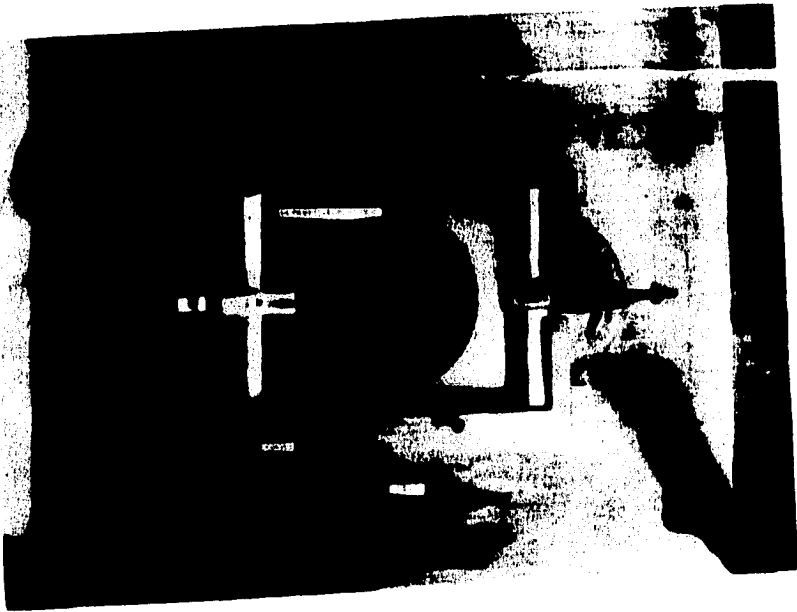


fig.3-4. Vista de la superficie de vidrio.

Rampas

Las gotas son aceleradas gravitacionalmente utilizando unas rampas de lucita situadas en los extremos opuestos del vidrio rugoso. Cada una posee en su centro, un canal de sección cilíndrica por donde resbalan las gotas. Antes del lanzamiento, éstas son detenidas sobre el canal por una lengüeta metálica, sujeta por un largo tornillo (fig.3-5a). Un mecanismo (placa de sostén y tuerca, fig.3-5b) permite que la lengüeta se deslice hacia arriba o hacia abajo, variando de esa manera las alturas a las que se realizan los lanzamientos (fig.3-6). Esta altura, que determina la velocidad final, es medida mediante una escala milimétrica pegada en la superficie de la rampa. El ángulo horizontal de lanzamiento también es variable y se mide con un transportador pegado a su base. Este ángulo controla de manera gruesa el parámetro de impacto.

Durante los experimentos se escogieron tres grandes regiones: colisiones periféricas ($0.7 \leq (b/D) \leq 1.0$), colisiones intermedias ($0.3 \leq (b/D) \leq 0.7$), y colisiones centrales ($0.0 \leq (b/D) \leq 0.3$). Esto fue sólo una guía ya que los valores reales de b en cada colisión se determinaron a partir de un análisis de las imágenes.

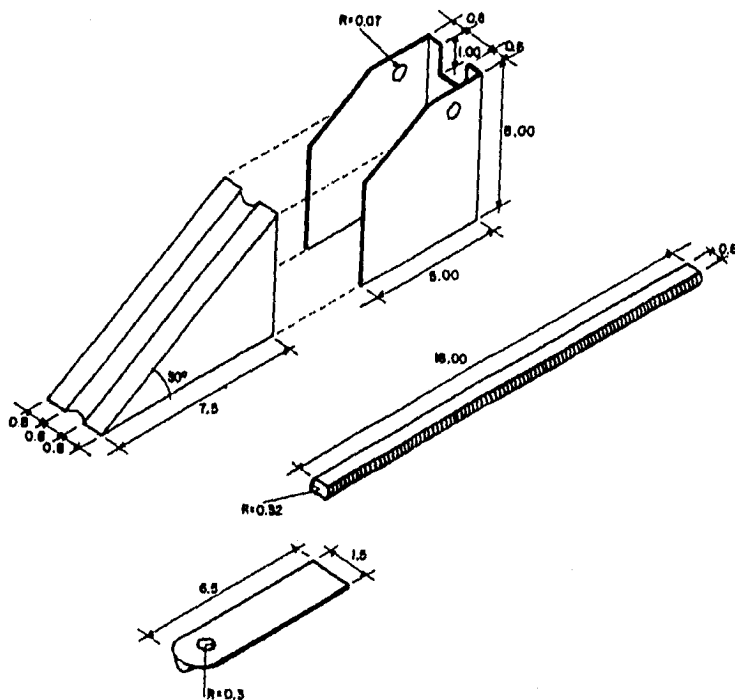


fig.3-5a. Esquema de la rampa de lucita, de la lengüeta metálica y del tornillo. Escala en centímetros

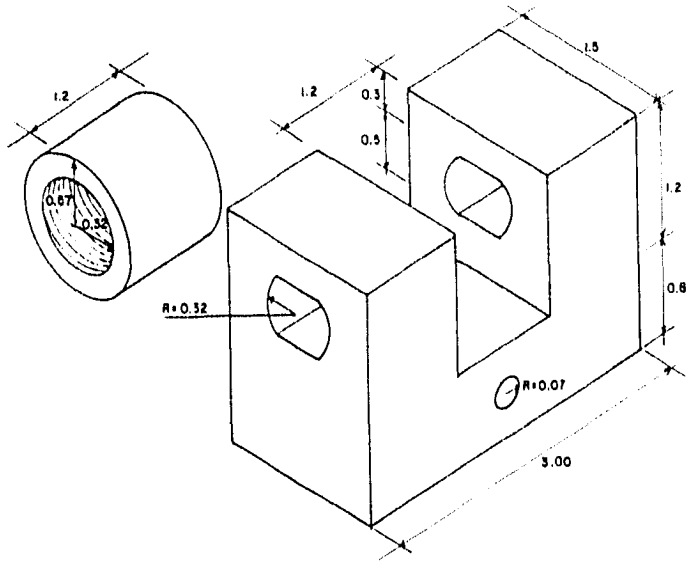


fig.3-5b. Esquema de la placa de sostén y de la tuerca. Escala en centímetros.



fig.3-6. Vista de una rampa.

Cámara

La cámara utilizada para grabar la acción durante las colisiones fue una Canon A1 Digital, con una velocidad de obturación de $1/10000$ s y con una frecuencia de 30 cuadros/s en su sistema de video (fig.3-7). La cámara se colocó a 1.30m del vidrio, que corresponde a su mínima distancia focal. Por último y para mejorar la calidad de la grabación, la superficie de vidrio fue iluminada por debajo, para obtener únicamente las sombras de las gotas (color negro), dentro de un campo totalmente blanco que sirvió como fondo (el vidrio).



Fig.3-7. Cámara utilizada.

3.2 Procedimiento experimental

En aula:

Las gotas de mercurio se hicieron utilizando una jeringa hipodérmica, en cuya punta se colocó un tubo capilar previamente calibrado, para que con el simple llenado de este se obtuvieran las gotas con una masa aproximadamente igual a un valor preestablecido $m = 0.5, 1.0$ y $1.5g$ (las incertidumbres se calcularán posteriormente). Gotas que por comodidad y seguridad eran depositadas en pequeños frascos de vidrio numerados (del 1 al 100) y previamente pesados. Dichos frascos ya con las gotas de mercurio, eran introducidos uno a uno en una balanza analítica (E. Mettler $m.e. = 0.0001g$, fig.3-8) tomándose la lectura, y por medio de una simple resta aritmética (lectura de la balanza - masa del frasco) se obtuviera el valor real de la masa de cada gota.

Después de las colisiones, las gotas residuales también fueron recogidas e introducidas en frascos, mismos que fueron colocados en la balanza para conocer sus masas por el procedimiento ya descrito.

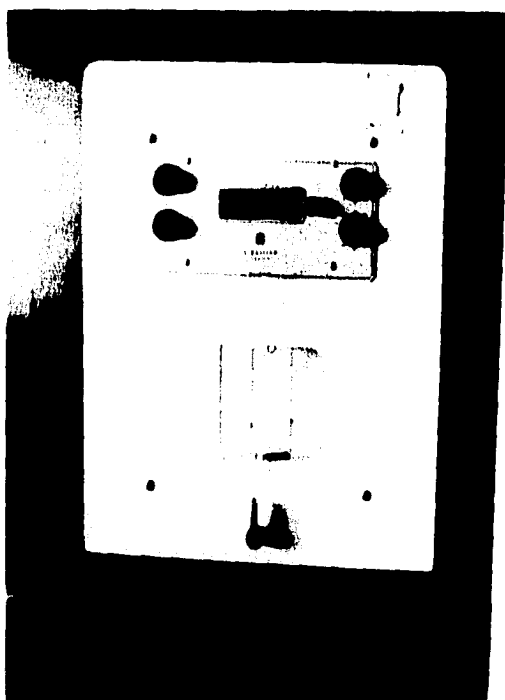


Fig.3-8. Vista de la balanza analítica utilizada.

3.3 Parámetros geométricos

Análisis de imágenes

Para poder establecer de manera cuantitativa los parámetros geométricos de las colisiones fue necesario analizar las imágenes capturadas durante la acción. Para esto se utilizó un monitor (Sony-Trinitron) en cuya pantalla fue colocado un acetato milimétrico que sirvió de sistema coordenado (fig.3-9).

Así, al proyectar una imagen, se anotaron las coordenadas horizontal (x) y vertical (y) del centro geométrico de cada gota. Esto permitió determinar la forma de su desplazamiento como función del tiempo.

Para poder establecer el factor de escala que existía entre el desplazamiento en la pantalla y el desplazamiento real de las gotas (en cm), fue necesario realizar una calibración de la escala milimétrica de la pantalla.

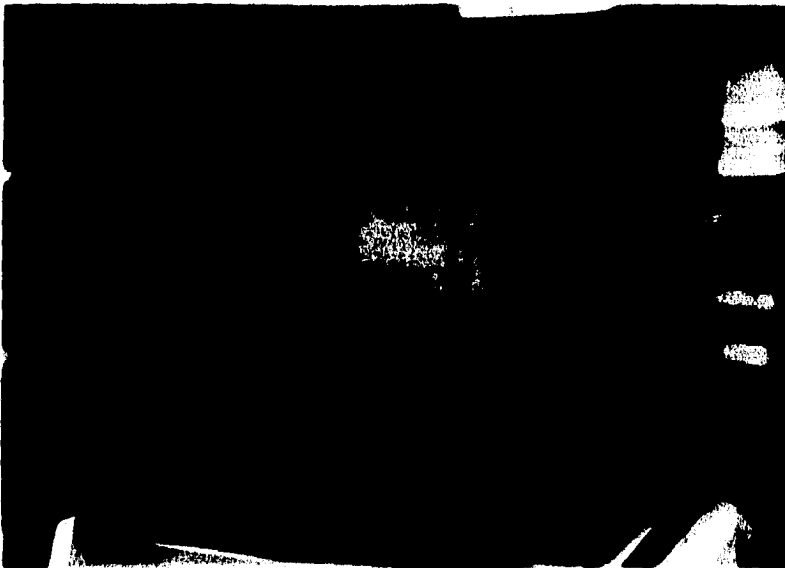


fig.3-9. Monitor utilizado para analizar las imágenes.

Calibración de la pantalla

Previo a cada serie de colisiones se colocó una hoja de papel milimétrico sobre el vidrio rugoso. Por lo tanto una grabación de esta imagen permitió establecer la relación que existía entre medidas reales del lugar de la colisión y las distancias sobre la pantalla del monitor. Como esta relación depende de la óptica de la cámara, antes de cada serie de medidas se tomaron estas imágenes de calibración. Otros factores que podían afectar nuestras medidas serían: una posible aberración óptica intrínseca de la cámara, que introdujera una diferencia entre las escalas horizontal y vertical y errores de paralaje en las lecturas de la pantalla. Por lo tanto, el procedimiento de calibración consistió en anotar las posiciones en la pantalla de los vértices de cuadros de 1cm x 1cm dentro de una matriz de 5cm x 5cm (25 puntos en total). Con un programa de cómputo se calcularon las distancias verticales y horizontales (en unidades de pantalla) entre cada par de vértices, correspondientes a 1cm real. Dado que entre la escala real y la de pantalla podía haber un ángulo θ (fig.3-10), se procedió como sigue:

Para la horizontal:

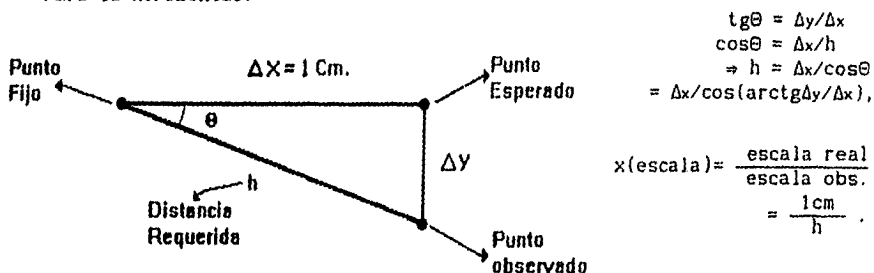


fig.3-10. Esquema que muestra la escala en x.

Análogamente, para la vertical pero formando un ángulo θ (fig.3-11), se tiene :

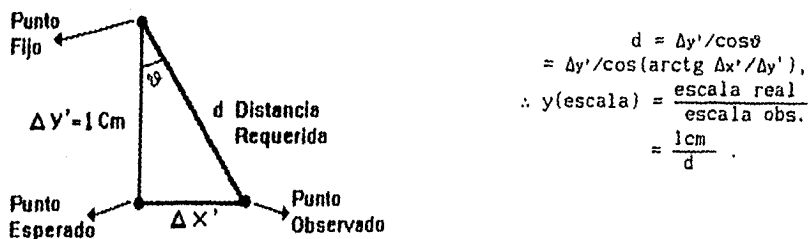


fig.3-11. Esquema que muestra la escala en y.

Este procedimiento se realizó punto a punto, teniéndose por tal motivo un conjunto de escalas en x y en y, siendo las escalas utilizadas, el promedio de las anteriores.

Parámetro de impacto

De lo anterior se obtuvieron los valores de la posición de cada gota como función del tiempo, tomando en cuenta que $\Delta t = (1/30)$ s. Así, la ecuación de la trayectoria media de cada gota se dedujo de un ajuste por el método de mínimos cuadrados a la recta que mejor describiera el conjunto de posiciones.

Conocidas las ecuaciones de ambas trayectorias se pudo calcular el parámetro de impacto b y el ángulo entre ambas trayectorias α , que en nuestro caso es siempre pequeño ya que el gotatrón se ajusta para obtener trayectorias aproximadamente antiparalelas.

3.4 Parámetros físicos

Velocidad relativa

Para el cálculo de la velocidad relativa fue necesario tomar en cuenta que, debido a la interacción entre el mercurio y el vidrio, la velocidad de cada gota disminuye con el tiempo. Así, para calcular esta velocidad, se utilizó la relación encontrada por Menchaca-Rocha (1991), la cual es:

$$v(t) = v_0 \exp(-Kt/m), \quad (3.1)$$

donde v_0 es la velocidad inicial, K es el coeficiente de fricción y m es la masa de la gota.

Para obtener los valores de v_0 y K se utilizó un programa de cómputo (Curfit), en el cual se proponían inicialmente valores para dichos parámetros, ajustándose por medio de la función estadística χ^2 a la ecuación de desplazamiento (utilizados posteriormente en la ecuación 3.1).

Ángulo de dispersión.

El ángulo de dispersión θ_i de cada gota, se define como el formado por la recta que describe el movimiento de la gota, respecto a un eje fijo en el vidrio cuya dirección coincide aproximadamente con las direcciones iniciales de las gotas (fig.3-12).

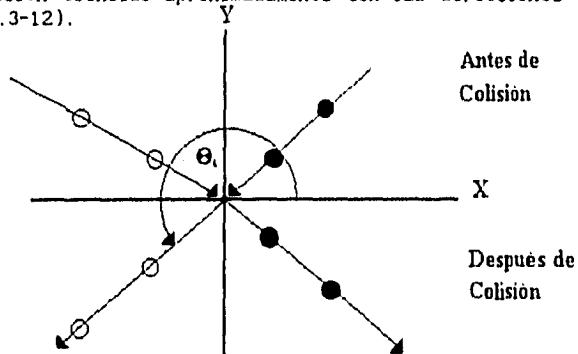


fig.3-13. Esquema del ángulo de dispersión, donde se observan las trayectorias iniciales y finales de las gotas, respecto a un eje fijo. Aunque en el texto se menciona que las trayectorias iniciales coinciden aproximadamente con el eje, en este esquema tuvieron que ser desplazadas para mostrar más claramente el ángulo.

La ecuación de la recta es: $y = Mx + B,$
despejando: $\Rightarrow m = \operatorname{tg}\theta_i = (y-B)/x,$
teniéndose para el ángulo: $\Rightarrow \theta_i = \operatorname{arctg} [(y-B)/x].$ (3.2)

Energía cinética relativa

Conocidas las masas y las velocidades de las gotas colisionantes y residuales, fue posible calcular su energía cinética relativa con respecto al centro de masa del sistema (CM).

Para el sistema simétrico y asimétrico fue necesario calcular primero la velocidad del centro de masa (\vec{v}_{CM}), después la velocidad relativa de las gotas con respecto al CM ($\vec{v}_{i\ rel}$), y calculando su magnitud se pudo establecer la energía cinética relativa de cada una. Siendo la energía cinética relativa total $E_{k\ rel}$, la suma de las anteriores, es decir:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}, \quad \vec{v}_{i\ rel} = \vec{v}_i - \vec{v}_{CM},$$
$$\therefore E_{k\ rel} = \frac{1}{2} \sum m_i (v_{i\ rel})^2 \quad (3.3)$$

Energía cinética perdida

Conocidas las energías cinéticas tanto en sistemas simétricos como asimétricos, se procedió a definir la fracción de energía cinética perdida E_l (el término fracción será omitido posteriormente) de la siguiente forma:

$$E_l = \frac{E_{k\ rel\ inicial} - E_{k\ rel\ final}}{E_{k\ rel\ inicial}}, \quad (3.4)$$

donde inicial se refiere al momento anterior a la colisión y final al momento posterior.

Energía superficial

Conocidas la tensión superficial del mercurio (σ) en relación al aire (ya que la interfase se presenta entre estos dos medios), y los diámetros de las gotas incidentes (d_1 y d_2), fue posible calcular la energía superficial E_{sup} , la cual se relaciona directamente con el área de la gota sobre la superficie de vidrio. Como el área es desconocida, fueron consideradas varias formas geométricas: elipsoide de revolución (rotando sobre el eje vertical), paraboloide de revolución y esfera. En nuestro caso, el cambio de superficie para las formas anteriores era muy parecido, por lo que se decidió utilizar las formas esféricas por ser las más simples, siendo por lo tanto la energía de superficie:

$$E_{sup} = \pi \sigma (d_1^2 + d_2^2) \text{ antes de la colisión.} \quad (3.5)$$

Análogamente, conocidas las masas después de la colisión fue posible calcular el diámetro de las gotas residuales (ver Menchaca-Rocha 1991, o posteriormente la ecuación 3.11) y establecer:

$$E_{sup} = \pi \sigma (\sum d_i^2) \text{ después de la colisión.} \quad (3.6)$$

Energía total

La energía total E_t considerada, fue la energía cinética más la energía superficial, es decir:

$$E_t = E_k + E_{sup}. \quad (3.7)$$

Energía perdida total

La energía perdida total E_{lt} fue la siguiente:

$$E_{t \text{ inicial}} = E_{k \text{ rel inicial}} + E_{sup \text{ inicial}}, \quad (3.8)$$

$$E_{t \text{ final}} = E_{k \text{ rel final}} + E_{sup \text{ final}}, \quad (3.9)$$

$$E_{lt} = \frac{(E_{t \text{ inicial}} - E_{t \text{ final}})}{E_{t \text{ inicial}}}. \quad (3.10)$$

3.5 Incertidumbres

Incertidumbre de las masas

La incertidumbre que se asoció a las masas de las gotas colisionantes, fue la desviación estándar tomada de un conjunto de datos. Para una muestra de 300 gotas (100 para cada masa) se establecieron los siguientes resultados:

Sistema simétrico

$$\bar{m} = 1.01\text{g} \quad \sigma_n \text{ (desviación estándar)} = 0.01\text{g},$$

$$\therefore (m_1 \pm \delta m_1) = (m_2 \pm \delta m_2) = (1.01 \pm 0.01)\text{g}.$$

Sistema asimétrico

a) Para la gota grande:

$$\bar{m}_1 = 1.502\text{g}, \quad \sigma_n = 0.006\text{g},$$

$$\therefore (m_1 \pm \delta m_1) = (1.502 \pm 0.006)\text{g}.$$

b) Para la gota pequeña:

$$\bar{m}_2 = 0.503\text{g} \quad \sigma_n = 0.003\text{g},$$

$$\therefore (m_2 \pm \delta m_2) = (0.503 \pm 0.003)\text{g}.$$

A las gotas residuales se les asoció la incertidumbre propia de la balanza, es decir:

$$\delta m_R = (\text{m.e.}/2) = 0.00005\text{g}.$$

La pequeña incertidumbre obtenida en cada caso ($\leq 1\%$), se debe principalmente a la precisión de la balanza.

Incertidumbre de los diámetros

Del estudio realizado por Menchaca-Rocha (1991), acerca del diámetro de las gotas de mercurio sobre la superficie de vidrio, se obtuvo la siguiente ecuación:

$$(d \pm \delta d) = \left(\frac{(m \pm \delta m)}{(2.19 \pm 0.03)} \right)^{1/2} \quad (3.11)$$

donde:

$$\delta d = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2.19} \right)^{1/2} \left(\frac{\delta m}{m} + \frac{0.03}{2.19} \right). \quad (3.12)$$

Sistema simétrico

$$(d_1 \pm \delta_1) = (d_2 \pm \delta_2) = (0.68 \pm 0.01)\text{cm.}$$

Sistema asimétrico

$$\text{Gota grande: } (d_1 \pm \delta_1) = (0.83 \pm 0.01)\text{cm,}$$

$$\text{Gota pequeña: } (d_2 \pm \delta_2) = (0.48 \pm 0.01)\text{cm.}$$

Incertidumbre en el parámetro de impacto

Al observar varias colisiones, se considera que las gotas colisionantes se ensanchan o se alargan a lo largo de su trayectoria original, variando por esto el parámetro de impacto.

El mayor ensanchamiento se presenta cuando su radio varía un 10% comparado con el radio de una gota esférica de la misma masa. Así, si las dos gotas colisionantes llegaran al encuentro con su mayor ensanchamiento, se le asociaría al parámetro de impacto una incertidumbre máxima del 20%, es decir:

$$\delta b_{\text{máx}} = (b \times 20\%). \quad (3.13)$$

Para la incertidumbre máxima del parámetro de impacto normalizado se tiene:

$$\delta \left(\frac{b}{D} \right)_{\text{máx}} = \frac{b}{D} \left(\frac{\delta b_{\text{máx}}}{b} + \frac{\delta D}{D} \right) = \frac{b}{D} \left(0.2 + \frac{\delta D}{D} \right). \quad (3.14)$$

Incertidumbre en el tiempo

La incertidumbre del tiempo (proporcionada por la cámara) es del 0.1% de la medida, es decir:

$$\delta t = (t \times 0.1\%). \quad (3.15)$$

Incertidumbre en la velocidad

De acuerdo a la ecuación 3.1, para la velocidad se tiene la siguiente incertidumbre:

$$\delta v = v \left(\frac{\delta v_0}{v_0} + \frac{Kt}{m} \left(\frac{\delta K}{K} + \frac{\delta t}{t} + \frac{\delta m}{m} \right) \right). \quad (3.16)$$

Para las incertidumbres de v_0 y K (tomadas de un ajuste) se establece:

$$\delta v_0 = (v_0 \times 1\%), \quad (3.17)$$

$$\delta K = (K \times 5\%). \quad (3.18)$$

Siendo para la superficie tratada $K = 0.5\text{g/s}$ (ver Cuevas et al. 1993).

Si se estima que $v_{0m\acute{a}x} = 50\text{cm/s}$, $v_{m\acute{a}x} = 40-45\text{cm/s}$ y $t_{m\acute{a}x} = (6/30)\text{s}$ se obtiene la mayor incertidumbre para v , es decir:

$$\delta v_{m\acute{a}x} = 45 \left\{ \frac{(50 \times 1\%)}{50} + \frac{(0.6)(6)}{30 \times m} \left(\frac{(0.5 \times 5\%)}{0.5} + \frac{(6/30) \times 0.1\%}{(6/30)} + \frac{\delta m}{m} \right) \right\} \text{ cm/s.} \quad (3.19)$$

Sistema simétrico

$$\delta v_{m\acute{a}x} = 0.8 \text{ cm/s.}$$

Sistema asimétrico

$$\text{Gota grande: } \delta v_{m\acute{a}x} = 0.6 \text{ cm/s.}$$

$$\text{Gota pequeña: } \delta v_{m\acute{a}x} = 1 \text{ cm/s.}$$

Incertidumbre en la velocidad relativa

Conocidas las velocidades anteriores y utilizando (1.1) se tiene que la incertidumbre para la velocidad relativa es :

$$\delta V_{r_{m\acute{a}x}} \approx 2 \times \delta v_{m\acute{a}x}. \quad (3.20)$$

Incertidumbre en el número de Weber

De acuerdo con la ecuación (1.6), la incertidumbre de We es:

$$\delta We = We \left(\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{2 \times \delta V_r}{V_r} + \frac{\delta d_2}{d_2} + \frac{\delta \sigma}{\sigma} \right). \quad (3.21)$$

Siendo la mayor incertidumbre para $We_{m\acute{a}x} = 130$, la siguiente:

Sistema simétrico

$$\delta We_{m\acute{a}x} = 7.$$

Sistema asimétrico

$$\delta We_{m\acute{a}x} = 8.$$

CAPÍTULO IV

FRONTERA DE COALESCENCIA

Los resultados descritos en este capítulo provienen del análisis de 407 colisiones entre gotas de $m_1=m_2=(1.01\pm 0.01)g$, que llamaremos "simétricas", y 418 entre gotas con $m_1=(1.502\pm 0.006)g$ y $m_2=(0.503\pm 0.003)g$, llamadas "asimétricas".

Nos centraremos en la denominada frontera de coalescencia que aparece al graficar en el plano b/D vs We . En la primera parte describiremos los datos, en la segunda presentaremos las teorías existentes para entender esta transición entre coalescencia y fragmentación y al final, compararemos los datos para gotas de mercurio con los modelos descritos.

4.1 Sistema simétrico

En este sistema de gotas de igual tamaño, se identificaron los procesos de coalescencia y fragmentación que produce de 2 a 9 gotas, para números de Weber entre $0 \leq We \leq 125$ y para todos los parámetros de impacto normalizados $0 \leq (b/D) \leq 1.0$

Como se ha reportado para gotas de otros líquidos (ver Park 1970, etc.), para mercurio observamos (fig.4-1a) que para We pequeños hay coalescencia para todos los parámetros de impacto. Sin embargo, al aumentar We , deja de haber coalescencia en la región de parámetros de impacto altos y se define un parámetro de impacto crítico de coalescencia. Este b_{cc} decrece monotónicamente. En forma complementaria, en la figura 4-1b vemos que a medida que aumenta We , en la región $(b/D)=1$ nace la fragmentación, extendiéndose a valores $(b/D) < 1$ limitada por otro parámetro de impacto crítico b_{cf} . La forma decreciente de ambas fronteras (b_{cc} y b_{cf}) es similar, aunque existe un traslape entre coalescencia y fragmentación, probablemente debido a la incertidumbre en la determinación de b . En lo siguiente, supondremos que estas fronteras coinciden y usaremos simplemente b_c para denotar una frontera común entre ambas. Nótese que, a partir de $We=95$ todas las colisiones resultan en fragmentación.

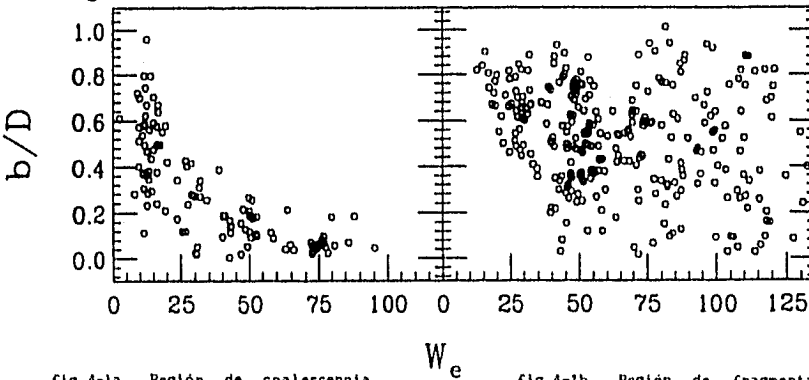


fig.4-1a. Región de coalescencia

fig.4-1b. Región de fragmentación para el sistema simétrico.

Una ventaja del método experimental utilizado, es que nos permite separar el plano b/D vs We de acuerdo al número de gotas que resultan de la colisión (multiplicidad), como lo demuestra la figura 4-2. En ella se aprecia que la fragmentación se presenta en regiones mejor delimitadas para el caso de 2,3 y 4 gotas. Esta concentración va perdiéndose conforme la multiplicidad aumenta (es decir para 5,6,7,8,9 gotas).

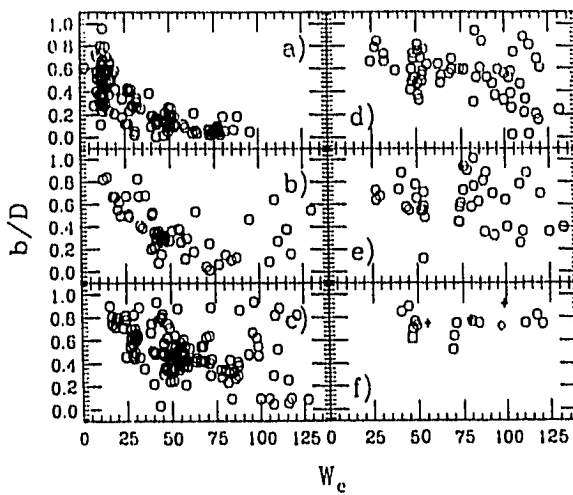


fig.4-2. Gráfica del We como función del parámetro de impacto (b/D) para multiplicidades de 1 a 5 de a) a e), respectivamente. En f) los círculos, cuadrados, estrellas y diamantes representan multiplicidades de 6,7,8,9 respectivamente.

4.2 Sistema asimétrico

En este sistema de colisión de gotas de diferente tamaño, al igual que en los anteriores, se muestran los procesos de coalescencia y fragmentación de 2 a 9 residuos, para We entre $0 \leq We \leq 105$ y para todos los parámetros de impacto normalizados ($0 \leq (b/D) \leq 1.0$).

Como en el caso de choques simétricos, la coalescencia está limitada a una región del plano b/D vs We cuya frontera es una curva descendente no trazada (fig.4-3a). La fragmentación se establece (fig.4-3b) en la región de altos parámetros de impacto y se extiende hacia b/D menores a medida que aumenta We . Nuevamente, ambos comportamientos definen una frontera de coalescencia.

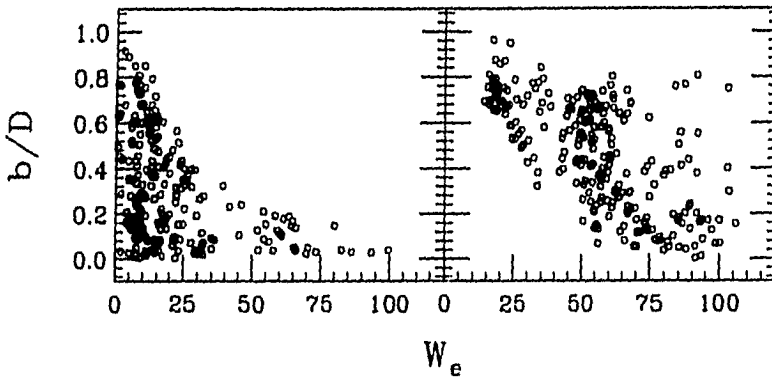


fig.4-3a. Región de coalescencia

fig.4-3b. Región de fragmentación para el sistema asimétrico.

La gráfica de fragmentación para diversos números de residuos (fig.4-4) también muestra regiones bien delimitadas, sobre todo para el caso de 2 y 3 gotas, para los otros casos la estadística es menor.

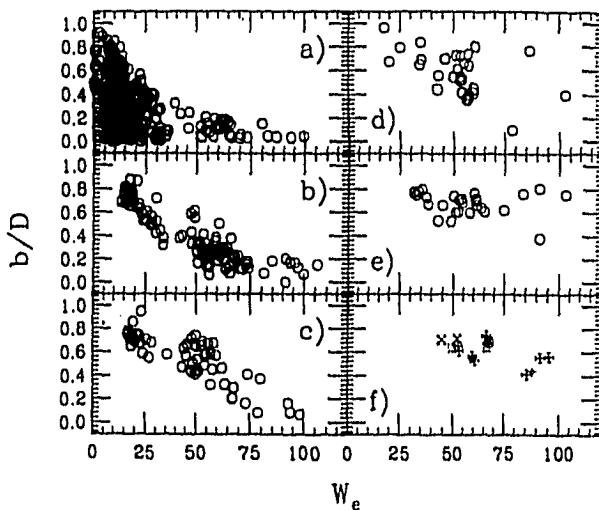


fig.4-4. Gráfica del We como función del parámetro de impacto (b/D) para multiplicidades de 1 a 5 de a) a e), respectivamente. En f) los círculos, cuadrados, estrellas y diamantes representan multiplicidades de 6,7,8,9 respectivamente.

Tabla 1

Resumen de los resultados antes descritos

Sistema	Simétrico	Asimétrico
Número de colisiones estudiadas	407	418
Masa de las gotas colisionantes	$m_1=m_2=(1.01\pm 0.1)\text{g}$	$m_1=(1.502\pm 0.006)\text{g}$ $m_2=(0.503\pm 0.003)\text{g}$
Valores del We estudiados (límite del gotatrón)	$0\leq(We\pm 7)\leq 125$	$0\leq(We\pm 8)\leq 105$
Valores de b/D	$0\leq[(b/D)\pm 20\%]\leq 1.0$	$0\leq[(b/D)\pm 20\%]\leq 1.0$
Diámetro de las gotas colisionantes	$d_1=d_2=(0.68\pm 0.01)\text{cm}$	$d_1=(0.83\pm 0.01)\text{cm}$ $d_2=(0.48\pm 0.01)\text{cm}$
Procesos observados	Coalescencia y fragmentación	Coalescencia y fragmentación
Límite de las regiones típicas de fragmentación exclusiva	Región 1 [*] $75\leq We\leq 125$ $0\leq(b/D)\leq 0.5$ Región 2 $15\leq We\leq 125$ $0.5\leq(b/D)\leq 1.0$	Región 1 [*] $17\leq We\leq 105$ $0.64\leq(b/D)\leq 1.0$ Región 2 $30\leq We\leq 105$ $0.32\leq(b/D)\leq 0.64$
# de gotas obtenidas en la fragmentación	2-9	2-9
Fragmentación que se presenta en regiones bien delimitadas	En 2, 3 y 4 gotas	En 2 y 3 gotas

* Las regiones de fragmentación exclusiva, no son señaladas en las gráficas para evitar trazos excesivos. Su observación es cualitativa.

4.3 Cálculos teóricos

4.3.1. Separación basada considerando el momento angular

En un criterio por predecir la frontera entre coalescencia y fragmentación, Brazier-Smith et al. (1972) suponen que en la interacción de las dos gotas se produce temporalmente una gota esférica, de diámetro $D_0 = (d_1^3 + d_2^3)^{1/3}$, rotando con un momento angular L alrededor de su centro de gravedad. Siguiendo consideraciones del movimiento de los centros de las gotas alrededor del centro de la masa combinada se tiene que:

$$L = \mu V_{rb} = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) V_{rb} = \frac{\rho^2 (V_1 V_2)}{\rho (V_1 + V_2)} V_{rb} = \frac{\rho \left(\frac{4}{3} \pi \right)^2 (d_1^3 d_2^3)}{8 \left(\frac{4}{3} \pi \right) (d_1^3 + d_2^3)} V_{rb} = \frac{\pi \rho d_1^3 d_2^3}{6 (d_1^3 + d_2^3)} V_{rb}, \quad (4.1)$$

donde V_1 es el volumen de la gota grande, V_2 es el volumen de la gota pequeña y μ es la masa reducida.

Posteriormente para manejar parámetros adimensionales definieron:

$$L_n \equiv \text{momento normalizado} = L (\rho (D_0/2)^7 \sigma)^{-1/2} \quad (4.2)$$

Al graficar L_n contra un eje vertical (fig.4-5) encontraron que si las 2 gotas al colisionar presentan un $L_n > 12.62$, las gotas no podrán permanecer unidas.

De donde despejando b de (4.1), y utilizando (4.2) se tiene:

$$b = \frac{12.62 \times 3 (d_1^3 + d_2^3) (\rho D_0^7 \sigma)^{1/2}}{5.65 \pi d_1^3 d_2^3 \rho V_r}; \quad (4.3)$$

haciendo $\gamma = d_1/d_2$,

$$\boxed{\frac{b}{D} = \frac{4.26 (1 + \gamma^3)^{13/6}}{\gamma^3 (1 + \gamma) We^{1/2}}} \quad (4.4)$$

Ecuación que establece la frontera entre coalescencia y fragmentación.

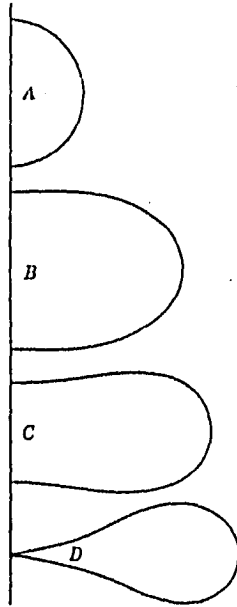


fig.4-5. Perfiles calculados de gotas de agua rotando sobre un eje vertical, para varios valores de momento angular normalizado (L_n). En A $L_n=1.469$, en B $L_n=5.594$, en C $L_n=7.980$, en D $L_n=12.62$. Los perfiles esféricos se van perdiendo conforme L_n aumenta. En D los polos opuestos se encuentran y representa el máximo valor de L_n .

4.3.2. Separación basada haciendo consideraciones energéticas

Este criterio propuesto también por Brazier-Smith et al. (1972), considera que la separación ocurrirá si la energía rotacional E_{rot} , excede a la energía de superficie requerida para formar una gota de diámetro D_0 , y masa M_0 a partir de las 2 gotas iniciales. Es decir:

$$I \cong \text{momento de inercia} = (1/10)M_0D_0^2 = (1/60)\rho\pi D_0^5 \quad (4.5)$$

$$E_{rot} = \frac{L^2}{2I} = \left(\frac{\pi\rho d_1^3 d_2^3 V_r b}{6 (d_1^3 + d_2^3)} \right)^2 \frac{1}{(1/30)\pi\rho D_0^5} =$$

$$= \frac{\pi^2 \rho^2 d_1^6 d_2^6 V_r^2 b^2}{36 D_0^6 (1/30)\pi\rho D_0^5} = \frac{5\pi\rho d_1^6 d_2^6 V_r^2 b^2}{6 D_0^{11}} \quad (4.6)$$

$$E_{sup} = \pi\sigma d_1^2 + \pi\sigma d_2^2 - \pi\sigma D_0^2 = \pi\sigma [d_1^2 + d_2^2 - (d_1^3 + d_2^3)^{2/3}] =$$

$$= \pi\sigma d_2^2 [1 + (d_1/d_2)^2 - (1 + (d_1/d_2)^3)^{2/3}]$$

$$\text{Si } \gamma = d_1/d_2$$

$$E_{sup} = \pi\sigma d_2^2 [1 + \gamma^2 - (1 + \gamma^3)^{2/3}] \quad (4.7)$$

De donde se sigue que la frontera entre coalescencia y fragmentación se define por la condición :

$$E_{rot} = E_{sup} \quad (4.8)$$

Igualando (4.6) con (4.7) se obtiene :

$$\left(\frac{V_r^2 d_2 \rho}{\sigma} \right) \left(\frac{2b}{d_1 + d_2} \right)^2 = 4.80 f(\gamma),$$

donde:

$$f(\gamma) = \left(\frac{[1 + \gamma^2 - (1 + \gamma^3)^{2/3}](1 + \gamma^3)^{11/3}}{\gamma^6 (1 + \gamma)^2} \right)$$

$$\therefore \frac{b}{D} = \left(\frac{4.80 f(\gamma)}{V_r^2 \rho d_2 / \sigma} \right)^{1/2}$$

$$\boxed{\frac{b}{D} = \left(\frac{4.80 f(\gamma)}{We} \right)^{1/2}} \quad (4.9)$$

Ecuación que establece la frontera entre coalescencia y fragmentación.

4.3.3. Separación basada en la aplicación de un balance de fuerzas y el momento angular

Este modelo fue propuesto por Park (1970) tomando en cuenta el momento angular inicial de las 2 gotas, su velocidad relativa, su ángulo de impacto y la disipación de energía cinética durante el contacto. En él se considera por un instante a la fragmentación como una colisión indirecta en donde las gotas se mueven una a través de la otra, intercambiando parte del líquido (entre ellas) y formando un puente o cuello en la etapa de separación, donde la distancia entre los centros es $(d_1+d_2)/2$ (fig.4-6). El sistema rota alrededor del centro de masa que se encuentra a distancias q_1 y q_2 de los centros de masa de cada gota. Luego, el sistema está sujeto a la acción de dos fuerzas, la de tensión superficial (T) que tiende a mantener unido al sistema y la "centrífuga" (F_{cen}) que tiende a separarlo.

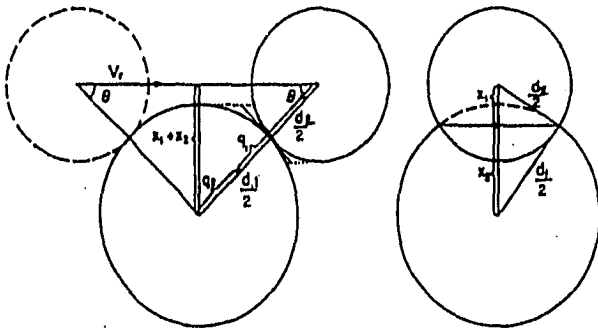


fig.4-6. Modelo para establecer las curvas entre coalescencia y fragmentación, propuesto por Park.

Donde la fuerza de tensión superficial es:

$$T = C_{1,2} \sigma, \quad (4.10)$$

siendo σ el coeficiente de tensión superficial y $C_{1,2}$ la circunferencia del puente formado entre las gotas.

La fuerza centrífuga que se ejerce en el puente de contacto es :

$$F_{cen} = m_1 q_1 \omega^2 = m_2 q_2 \omega^2. \quad (4.11)$$

Con ω la velocidad angular. Además se sigue que:

$$\begin{aligned} q_2 m_2 &= q_1 m_1 \\ q_1 + q_2 &= (d_1 + d_2)/2 \\ \Rightarrow q_1 &= m_2 (d_1 + d_2) / 2 (m_1 + m_2), \end{aligned} \quad (4.12)$$

sustituyendo la anterior en (4.11) se tiene:

$$F_{cen} = \frac{m_1 m_2 (d_1 + d_2)}{2 (m_1 + m_2)} \omega^2, \quad (4.13)$$

de donde considerando formas esféricas:

$$\begin{aligned} m_1 &= (\rho \pi d_1^3) / 6 ; \quad m_2 = (\rho \pi d_2^3) / 6 \\ F_{cen} &= \frac{\rho \pi d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)}{12 (d_1^3 + d_2^3)} \omega^2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Utilizando la definición de momento angular se tiene que :

$$L = I\omega = m_1 q_1 V_r \text{sen}\theta = \frac{\rho \pi d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)}{12 (d_1^3 + d_2^3)} V_r \text{sen}\theta. \quad (4.15)$$

Ecuación válida en cualquier estado de la colisión, en particular el estado crucial de coalescencia y fragmentación para el que este modelo se propone.

El momento de inercia (I) está dado por la suma de los momentos de inercia de las 2 gotas, I_1 e I_2 con respecto al centro de masa del sistema.

Por teorema de Steiner (considerando que las gotas rotan como esferas rígidas) se tiene:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 = \frac{2}{5} m_1 \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 + m_1 q_1^2 + \frac{2}{5} m_2 \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 + m_2 q_2^2 \\ &= \rho \pi \left(\frac{(d_1^5 + d_2^5)}{60} + \frac{d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)^2}{24 (d_1^3 + d_2^3)} \right). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Sustituyendo en (4.15) y simplificando se tiene:

$$\omega = \frac{V_r \text{sen}\theta}{\frac{(d_1^3 + d_2^3)(d_1^5 + d_2^5)}{5d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)} + \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)}. \quad (4.17)$$

Sustituyendo la anterior en (4.14) se establece que:

$$\therefore F_{cen} = \frac{\rho n d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2) V_r^2 \text{sen}^2 \theta}{12(d_1^3 + d_2^3) \left[\frac{(d_1^3 + d_2^3)(d_1^5 + d_2^5)}{5d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)} + \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right) \right]^2}. \quad (4.18)$$

Igualando la fuerza de tensión con la centrífuga, se obtendrá la velocidad relativa crítica ($v_{rel \text{ crl}}$), que gobierna la transición entre la coalescencia y fragmentación,

$$v_{rel \text{ crl}} = \left(\frac{12\sigma C_1 (d_1^3 + d_2^3)}{\rho n d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)} \right)^{1/2} \frac{1}{\text{sen}\theta} \left(\frac{(d_1^3 + d_2^3)(d_1^5 + d_2^5)}{5d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)} + \frac{(d_1 + d_2)}{2} \right), \quad (4.19)$$

donde la circunferencia del puente por geometría es:

$$C_1 = 4\pi \left[\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_1 + d_2 \text{sen}\theta}{4} + \frac{d_1 - d_2}{4 \text{sen}\theta}\right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.20)$$

Según Park, un mejor modelo para gotas de diferente tamaño, es aquél en el que se supone que la gota pequeña "ataca" a la capa líquida superficial de la gota grande, pudiéndose traslapar alrededor de la gota anterior, induciendo significantes circulaciones internas en ella.

De esta manera el momento de inercia del nuevo modelo sería:

$$I = \rho\pi \left(\frac{d_1^5}{60} + \frac{d_1^3 d_2^3 (d_1 + d_2)^2}{24(d_1^3 + d_2^3)} \right). \quad (4.21)$$

Una diferente circunferencia para el puente sería utilizada, considerando una sección elíptica, es decir:

$$C_2 = \pi \left[\frac{(d_1 + d_2)^2 (1 - \text{sen}\theta)^2}{8 \cos^2 \theta} + \frac{d_1^2}{2} - 2 \left(\frac{d_1 + d_2}{4} \text{sen}\theta + \frac{d_1 - d_2}{4 \text{sen}\theta} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.22)$$

de donde para la velocidad relativa sería

$$V_r = \left(\frac{12 C_2 \sigma}{\rho\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{d \text{sen}\theta}. \quad (4.23)$$

Si por último se tratase de describir el método en forma adimensional se utilizaría el número de Weber (We), obteniéndose la siguiente ecuación que establece la frontera entre coalescencia y fragmentación:

$$\frac{b}{D} = \left(\frac{12}{\pi}\right)^{1/2} \frac{(\Delta^2 - \Delta + 1)^{1/2} \left(\frac{(1 + \Delta^5)(\Delta^2 - \Delta + 1)}{5 \Delta^3} + \frac{(1 + \Delta)}{2} \right)}{\Delta We^{1/2}} \left(4 - \left(\frac{b}{D} (1 + \Delta) - \frac{(1 - \Delta)}{(b/D)} \right)^2 \right)^{1/4}$$

(4.24)

donde: $\Delta = (d_2/d_1) = \gamma^{-1}$

4.3.4. Separación por alargamiento

Este modelo propuesto por Ashgriz y Poo (1990) considera que sólo una pequeña porción de las 2 gotas está en contacto directo, resultando ser la región de interacción. La región restante tenderá a moverse en la dirección de su trayectoria inicial (fig.4-7).

La energía de separación por alargamiento consta de 2 partes. Una es la energía cinética efectiva de alargamiento (Ka_1), y otra es la energía de superficie en dicha región (S_1).

En la separación por alargamiento, la región de interacción es la parte de las gotas que se sobrepone una a la otra.

El ancho de esta región de superposición (h) es simplemente igual a la suma del radio de la gota formada menos el parámetro de impacto, es decir:

$$h = (1/2) (d_1 + d_2) (1 - (b/D)). \quad (4.25)$$

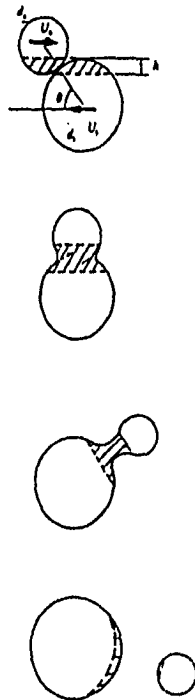


fig.4-7. Representación de una separación por alargamiento para colisiones de gotas de diferente tamaño, donde la región de interacción esté sombreada con líneas inclinadas.

El volumen de la región de interacción es:

$V_{11} = \phi_1 V_1$ (Volumen de la región de interacción en la gota grande)
 $V_{21} = \phi_2 V_2$ (Volumen de la región de interacción en la gota pequeña),

donde:

$$\phi_2 = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4\Delta^3} \left\{ 2\Delta - ((1-(b/D))(1+\Delta)) \right\}^2 \left\{ \Delta + (1-(b/D))(1+\Delta) \right\} & \text{si } h > (1/2)d_2 \\ \left\{ \frac{(1-(b/D))(1+\Delta)^2}{4\Delta^3} \right\} \left\{ 3\Delta - (1-(b/D))(1+\Delta) \right\} & \text{si } h < (1/2)d_2 \end{cases}$$

$$\phi_1 = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4} \left\{ 2 - ((1-(b/D))(1+\Delta)) \right\}^2 \left(1 + (1-(b/D))(1+\Delta) \right) & \text{si } h > (1/2)d_1 \\ \frac{((1-(b/D))(1+\Delta))^2}{4} \left(3 - (1-(b/D))(1+\Delta) \right) & \text{si } h < (1/2)d_1. \end{cases}$$

La energía cinética efectiva de alargamiento es:

$$K_{a1} = \frac{1}{2} \rho \left\{ (V_2 - V_{21})v_2^2 + (V_1 - V_{11})v_1^2 \right\} + \frac{1}{2} \rho \left\{ V_{21}(v_2 \text{sen}\theta)^2 + V_{11}(v_1 \text{sen}\theta)^2 \right\}, \quad (4.26)$$

donde v_1 y v_2 son las velocidades de la gota grande y pequeña respectivamente, en las coordenadas del centro de masa, dadas por:

$$v_1 = (\Delta^3 V_r)/(1+\Delta^3) \quad \text{y} \quad v_2 = (V_r)/(1+\Delta^3). \quad (4.27)$$

Haciendo $\text{sen}\theta = b/D$ se tiene:

$$K_{a1} = \frac{1}{2} \rho v_1^2 v_1^2 \left\{ \frac{\Delta^3}{(1+\Delta^3)^2} \left\{ (1+\Delta^3) - (1-(b/D)^2)(\phi_2 + \Delta^3 \phi_1) \right\} \right\}. \quad (4.28)$$

La energía de superficie en la región de interacción se considera que es la que se opone a la energía cinética de alargamiento.

Esta energía se asocia con un cilindro del mismo volumen y altura h .

La energía superficial es:

$$S_1 = 2\sigma \left(\pi h (V_{21} + V_{11}) \right)^{1/2} \\ = \sigma \left(2\pi v_1 d_1 (1-(b/D))(1+\Delta)(\Delta^3 \phi_2 + \phi_1) \right)^{1/2} \quad (4.29)$$

El criterio para la separación por alargamiento ocurrirá cuando la energía cinética sea más grande que la energía superficial en la región de interacción, es decir:

$$Ka_1 \geq Si.$$

Usando el signo igual en la desigualdad anterior se obtiene la frontera entre coalescencia y fragmentación, es decir:

$$We = \frac{4(1+\Delta)^{3/2} (3(1+\Delta)(1-(b/D))(\Delta^3\phi_2+\phi_1))^{1/2}}{\Delta^2 ((1+\Delta^3)-((1-(b/D))^2)(\phi_2+\Delta^3\phi_1))}.$$

(4.30)

4.3.5. Separación reflexiva

En este modelo, también propuesto por Ashgriz y Poo (1990) para explicar las colisiones a bajos parámetros de impacto, la energía reflexiva efectiva se supone que es la causante de la separación reflexiva. En el sistema CM, las gotas después de la colisión estarán en un estado de masas combinadas, sin energía cinética traslacional, es decir, la energía total de las masas combinadas es debida a la energía de superficie y a la energía cinética interna, definidas a continuación.

1) Energía cinética interna

En el cálculo de la energía interna son considerados flujos creados en las gotas, los cuales son directamente opuestos antes de la colisión (fig.4-8). Flujos llamados contractivos.

La energía cinética de estos flujos (K_c), es generada por las porciones de las gotas opuestas. Estas regiones se consideran de forma prolata y son:

$$V_{1p} = \frac{1}{6} \pi d_1^3 (1-\epsilon)^2 (1-\epsilon^2)^{1/2} \quad (4.31)$$

volumen de la gota grande en la región prolata, con:

$$\epsilon = \frac{b}{2D} (1+\Delta), \quad (4.32)$$

y

$$V_{2p} = \frac{1}{6} \pi d_1^3 (\Delta-\epsilon)^2 (\Delta-\epsilon^2)^{1/2} \quad (4.33)$$

volumen de la gota pequeña en la región prolata.

Siendo finalmente la energía cinética de los flujos contractivos:

$$K_c = \frac{1}{2} \rho (V_{1p} v_1^2 + V_{2p} v_2^2). \quad (4.34)$$

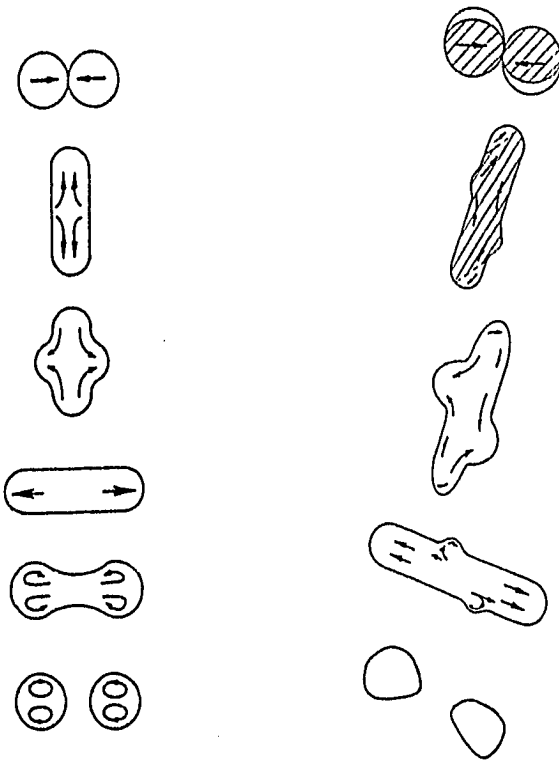


fig.4-8. Representación de una separación reflexiva, para colisiones:
 a) centrales
 b) no centrales
 de gotas de igual tamaño.

2) *Energía de superficie*

Esta energía de superficie es igual a la diferencia entre la energía de superficie de las gotas originales menos la de la gota combinada (fig.4-9), es decir:

$$E_{sup} = \sigma \pi d_l^2 ((1+\Delta^2)-(1+\Delta^3)^{2/3}). \quad (4.35)$$

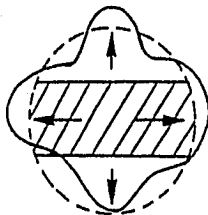


fig.4-9. Gota nominalmente esférica que representa el estado de mínima energía de las masas combinadas a través del proceso de colisión.

Por último para colisiones no centrales, parte de la energía cinética inicial de las gotas tratará de elongar al sistema combinado, creándose flujos de "alargamiento", cuya energía cinética (K_{a1}) es:

$$K_{a1} = \frac{1}{2} \rho \left((V_1 - V_{1p})v_1^2 + (V_2 - V_{2p})v_2^2 \right). \quad (4.36)$$

Basados en lo anterior, la energía reflexiva efectiva (K_r) es:

$$K_r = E_{sup} + K_c - K_{a1}. \quad (4.37)$$

Considerando ahora que la separación ocurrirá cuando K_r sea más del 75% de la energía de superficie de la gota nominalmente esférica (criterio basado en sus propios datos, ver Ashgriz y Poo 1990), es decir:

$$K_r \geq 0.75 \sigma \pi (d_1^3 + d_2^3)^{2/3} \quad (4.38)$$

Sustituyendo los valores para K_r , E_{sup} , K_c , K_{a1} , se obtiene la ecuación de la frontera de separación reflexiva para colisiones de gotas, siendo ésta:

$$We = \frac{37.34}{4 \left(\left(1 - \frac{b}{D}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{b}{D}\right)^2\right)^{1/2} - 2 \right)} \quad \text{Sistema simétrico,} \quad (4.39)$$

$$We = 14.79 \frac{\left(5.08 \left(1 - \frac{b}{D}\right)(\phi_2/3 + \phi_1)\right)}{\left(1.33\right) - \left(1 - \left(\frac{b}{D}\right)^2\right)(\phi_2 + \phi_1/3)} \quad \text{Sistema asimétrico,} \quad (4.40)$$

donde:

$$\phi_1 = 1 - \frac{1}{4} \left(2 - \left(1 - \frac{b}{D}\right)(1+\Delta)\right)^2 \left(1 + \left(1 - \frac{b}{D}\right)(1+\Delta)\right)$$

$$\phi_2 = 1 - \frac{1}{4\Delta^3} \left(2\Delta - \left(1 - \frac{b}{D}\right)(1+\Delta)\right)^2 \left(\Delta + \left(1 - \frac{b}{D}\right)(1+\Delta)\right).$$

4.3.6. Separación basada considerando energía potencial

Este modelo desarrollado por Arkhipov (ver Ashgriz y Poo 1990) usa la energía potencial mínima en el principio variacional. Igualando a cero la primera variación de la energía potencial del sistema, en un sistema de coordenadas rotando con velocidad angular constante.

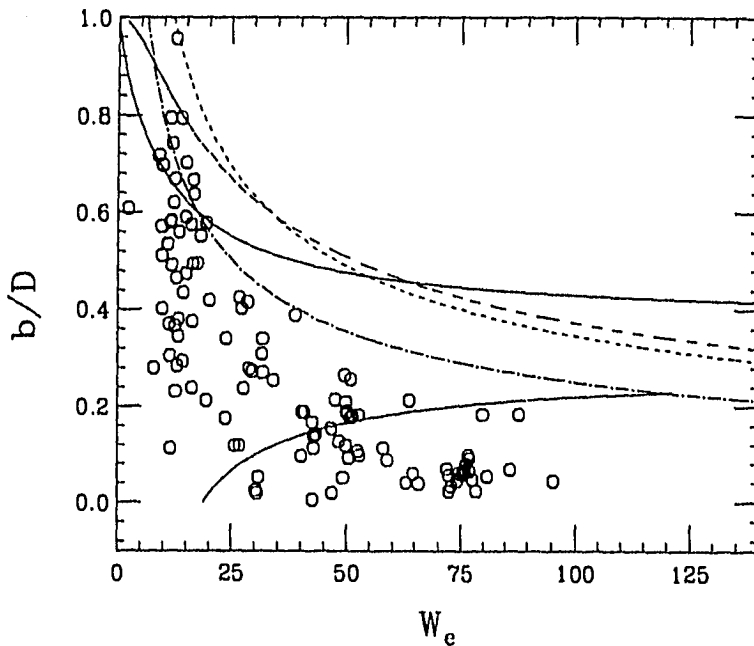
$$\frac{b}{D} = \frac{1}{\gamma^3} \left(\frac{6(1+\gamma^3)}{We} \right)^{1/2}, \quad (4.41)$$

donde:

$$\gamma \equiv d_1/d_2.$$

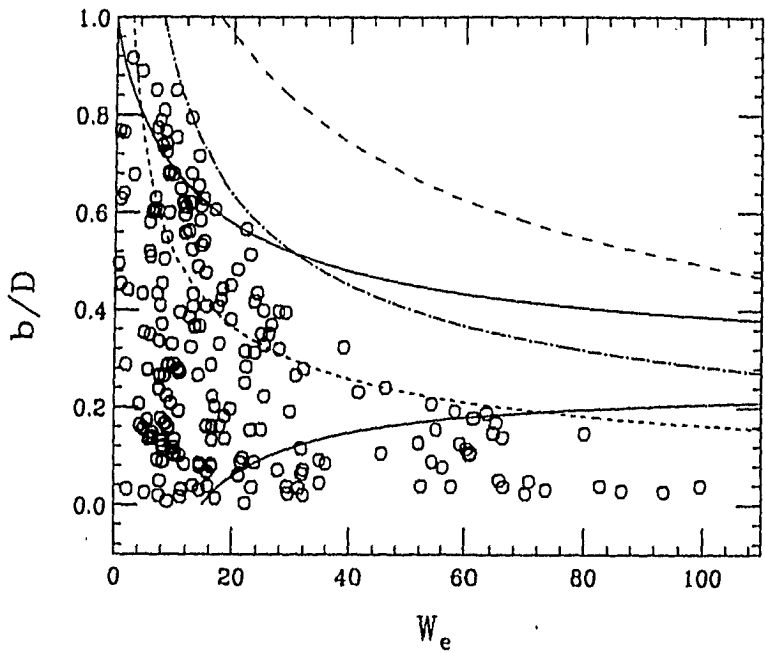
4.4 Comparación de los datos obtenidos con las teorías anteriormente desarrolladas

En las siguientes dos gráficas se hace una comparación de nuestros resultados de coalescencia con las predicciones de todos los modelos descritos anteriormente.



- · - · - Brazier-Smith et al. (separación basada haciendo consideraciones energéticas de superficie y rotación).
- - - - Park (separación basada en la aplicación de fuerzas y el momento angular).
- Ashgriz y Poo (separación por alargamiento, dada para altos y medios parámetros de impacto normalizados).
- Ashgriz y Poo (separación reflexiva, dada para bajos parámetros de impacto normalizados).
- - - - Arkhipov et al. (separación considerando energía potencial).

fig.4-10. Comparación de los resultados experimentales con las teorías anteriormente desarrolladas, para el sistema simétrico.



- · - · - Brazier-Smith et al. (separación basada haciendo consideraciones energéticas de superficie y rotación).
- - - - Park (separación basada en la aplicación de fuerzas y el momento angular).
- Ashgriz y Poo (separación por alargamiento, dada para altos y medios parámetros de impacto normalizados).
- Ashgriz y Poo (separación reflexiva, dada para bajos parámetros de impacto normalizados).
- Arkhipov et al. (separación considerando energía potencial).

Fig.4-11. Comparación de los resultados experimentales con las teorías anteriormente desarrolladas, para el sistema asimétrico.

Para la coalescencia en el sistema simétrico (fig.4-10) y asimétrico (fig.4-11) observamos que la mayoría de los cálculos predicen una frontera cualitativamente similar a la observada. La predicción que mejor ajusta a nuestras observaciones es la de Brazier-Smith et al. (1972) basada en un equilibrio entre las energías rotacional y de superficie. Nótese que nuestros datos caen más rápido con We que las predicciones para inestabilidades rotacionales. Esto podría deberse a un efecto experimental, pues sabemos que el desplazamiento de las gotas sobre el vidrio tiende a deformarlas, alargándolas a medida que aumenta su velocidad.

Los datos no muestran el comportamiento de la componente de separación reflexiva. Esto se puede deber a que nuestros experimentos están restringidos a un plano. Tal restricción no debe afectar tanto a las colisiones con parámetro de impacto $(b/D) > 0$, pues un momento angular no cero implica que la acción se concentre en el plano de la reacción. Sin embargo, para $(b/D) = 0$, hay flujos perpendiculares al plano horizontal que, en nuestro caso, son amortiguadas por la gravedad y el plano del vidrio.

Una característica del modelo de Ashgriz y Poo (1990) que nuestros resultados no muestran es el cruce por $We = 0$ para $(b/D) = 1$.

Otro modelo que queda definitivamente eliminado es el de Brazier-Smith et al. (1972) basado en límite de momento angular, pues predice que la frontera de coalescencia debería cortar el eje $(b/D) = 1$ en $We = 93$ (por ello, esta teoría no aparece graficada en las figs.4-10 y 4-11).

CAPÍTULO V

LA FRAGMENTACIÓN Y LAS MASAS

En este capítulo se muestran los resultados de fragmentación en lo referente al número de residuos y su masa, en función de los parámetros iniciales b y We . Estas medidas son las primeras en su género ya que, a diferencia con otros experimentos, nuestra técnica permite recoger cada residuo y medir su masa. Por lo mismo resulta que no hay teorías específicas para estos observables. En consecuencia, nos limitaremos a realizar un estudio estadístico y cualitativo del proceso de fragmentación, y de las masas de las gotas residuales (obtenidas durante dicho proceso).

5.1 Sistema simétrico

5.1.1 Fragmentación

De un total de 407 colisiones realizadas para este sistema, se obtuvo la siguiente distribución (fig.5-1):

Calescencia, 111 colisiones que representan el 27.3 % del total.

Fragmentación

En dos gotas,	52 colisiones que representan el 12.8 % del total.
En tres gotas,	114 colisiones que representan el 28.0 % del total.
En cuatro gotas,	65 colisiones que representan el 16.0 % del total.
En cinco gotas,	45 colisiones que representan el 11.1 % del total.
En seis gotas,	14 colisiones que representan el 3.4 % del total.
En siete gotas,	2 colisiones que representan el 0.5 % del total.
En ocho gotas,	3 colisiones que representan el 0.7 % del total.
En nueve gotas,	1 colisión que representa el 0.2 % del total.

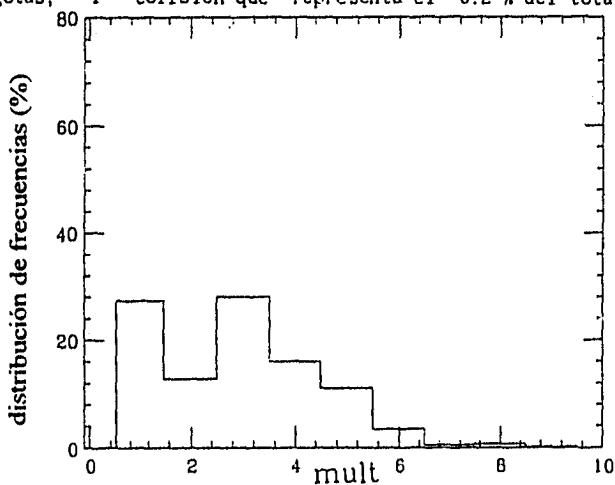


fig.5-1. Gráfica que muestra la distribución de frecuencias de las multiplicidades, obtenidas para el sistema simétrico.

La figura anterior muestra que la coalescencia y la fragmentación en tres gotas residuales, fueron los eventos que más se observaron durante las colisiones para el sistema simétrico.

Estos resultados dependen, desde luego, de la homogeneidad con que se cubrió el plano b vs We . Como se pudo apreciar en la figura 4-1 del capítulo anterior, se hizo un esfuerzo por cubrirlo lo más uniformemente posible.

5.1.2 Las masas

La distribución de frecuencias de la masa de cada gota residual m_R normalizada (dividida entre la masa total del sistema m_t), con la multiplicidad de las gotas, es mostrada en la figura 5-2 :

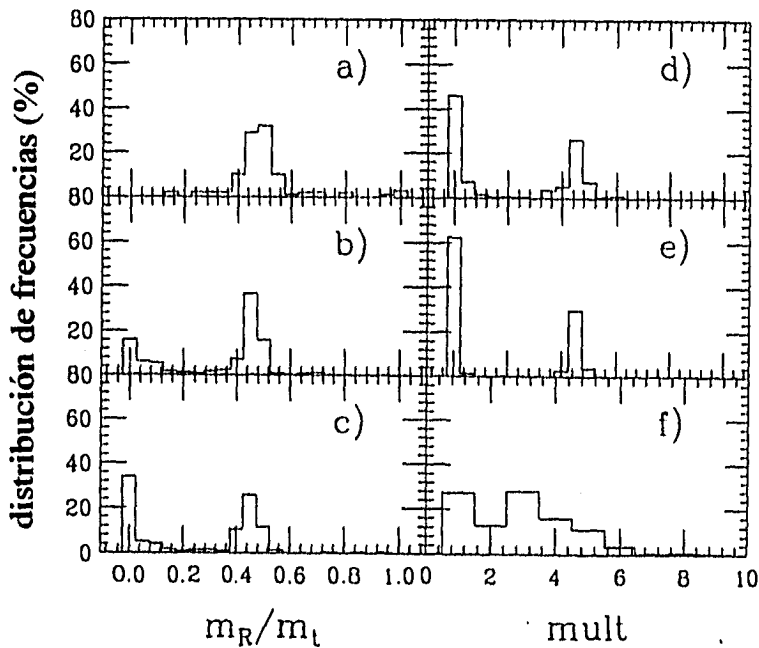


fig.5-2. Gráfica que muestra la distribución de frecuencias de cada masa residual (m_R) normalizada (dividida entre la masa total sistema) (m_R / m_t), para multiplicidades de 2 a 6 de a) a e) respectivamente. En f) se presenta la distribución de multiplicidades.

Se observa que entre las gotas obtenidas durante la fragmentación, dos de ellas son grandes, teniendo masas cercanas a las masas de las gotas originales, y el resto son pequeñas, resultantes del rompimiento de los cuellos característicos de las etapas finales de estas colisiones.

A continuación se muestra el comportamiento de la masa normalizada de cada residuo, como una función del parámetro de impacto (fig.5-3), para 3 regiones de We: We= 0-15 ($V_r \approx 0-30$ cm/s) en a); We= 16-60 ($V_r \approx 31-60$ cm/s) en b); y We= 61-130 ($V_r \approx 61-80$ cm/s) en c).

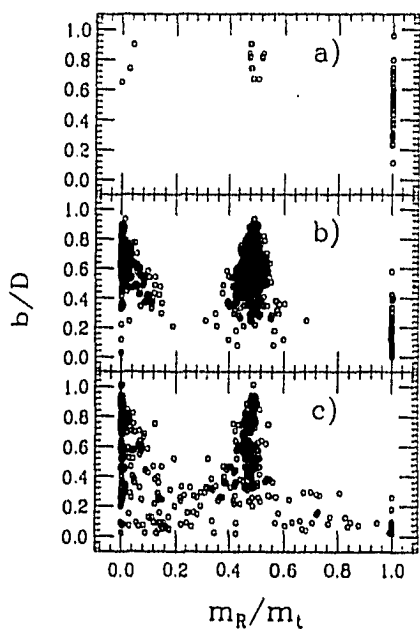


fig.5-3 Gráfica que muestra la distribución de cada masa residual normalizada, como una función del parámetro de impacto, para tres regiones de We. En a) We=0-15, en b) We=16-60, en c) We=61-130.

Esta gráfica muestra que, en a) la región baja de We está dominada por coalescencia con excepción de altos parámetros de impacto b/D , donde el movimiento rotacional (respecto a un eje vertical) representa el estado final, que se caracteriza por la creación de 2 fragmentos de masa intermedias ($m_R/m_t \approx 0.5$) y ocasionales gotas satélites en el cuello. En b) se aprecia que en la región intermedia de We , la coalescencia se reduce a $(b/D) \leq 0.4$, siendo el estado final de 2 cuerpos el que predomina. Hay que hacer notar que el ancho de la región del grupo de fragmentos de masas intermedias se incrementa para pequeños valores de b/D . Finalmente, en c) la región alta de We muestra un interesante cambio para parámetros de impacto inferiores a 0.4, donde la coalescencia se observa que sigue ahora un mecanismo de rompimiento que se caracteriza por una amplia distribución de masas que no muestran semejanza con las masas incidentes.

5.2 Sistema asimétrico

5.2.1 Fragmentación

De un total de 418 colisiones realizadas para este sistema, se obtuvo la siguiente distribución (fig.5-4):

Coalescencia, 205 colisiones que representan el 49.0 % del total.

Fragmentación

En dos gotas,	85 colisiones que representan el 20.8 % del total.
En tres gotas,	53 colisiones que representan el 12.7 % del total.
En cuatro gotas,	31 colisiones que representan el 7.4 % del total.
En cinco gotas,	27 colisiones que representan el 6.5 % del total.
En seis gotas,	9 colisiones que representan el 2.2 % del total.
En siete gotas,	3 colisiones que representan el 0.7 % del total.
En ocho gotas,	2 colisiones que representan el 0.5 % del total.
En nueve gotas,	1 colisión que representa el 0.2 % del total.

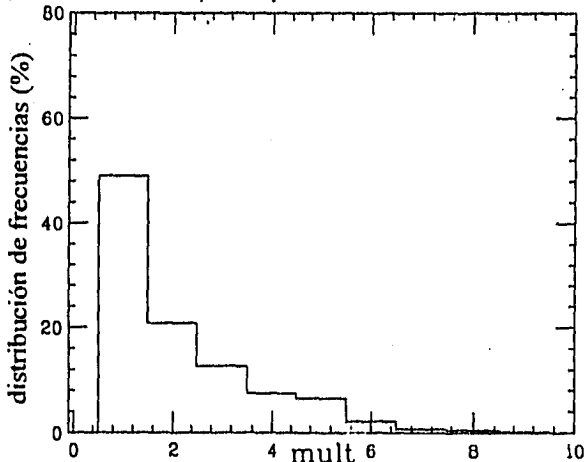


fig.5-4. Gráfica que muestra la distribución de frecuencias de las multiplicidades, obtenidas para el sistema asimétrico.

La figura anterior muestra que la coalescencia fue el evento que más se observó para el sistema asimétrico. Nuevamente, estos resultados dependen, de la homogeneidad con que se cubrió el plano b/D vs We. Como se puede apreciar en la figura 4-3 del capítulo anterior, se hizo un esfuerzo por cubrirlo lo más uniformemente posible.

5.2.2 Las masas

La distribución de frecuencias de las masas de las gotas residuales normalizadas, pero ahora para el sistema asimétrico es mostrada en la figura 5-5 :

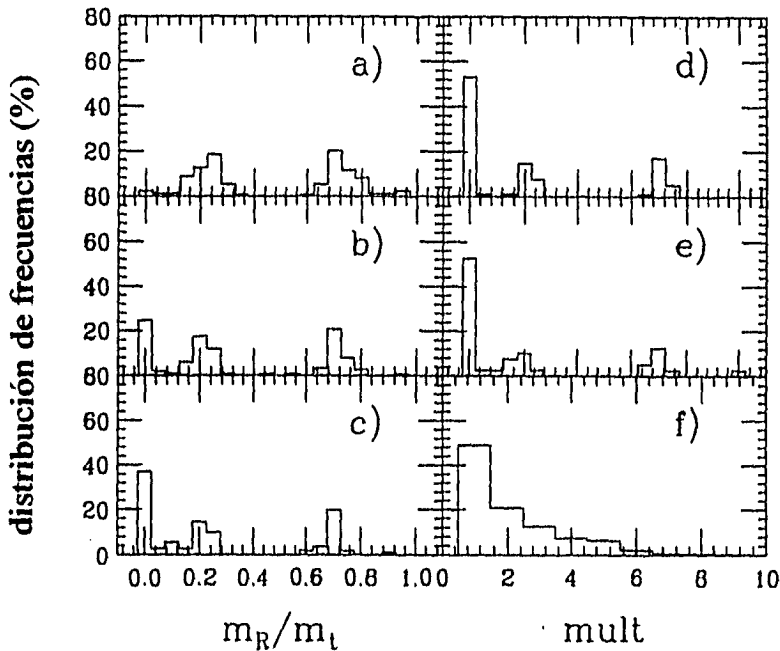


fig.5-5. Gráfica que muestra la distribución de frecuencias de las masas residuales (m_R) normalizadas (divididas entre la masa total sistema) (m_R / m_t), para multiplicidades de 2 a 6 de a) a e) respectivamente. En f) se presenta la distribución de multiplicidades.

De la gráfica se observa, que como en el caso anterior, las gotas obtenidas durante la fragmentación se caracterizan por la formación de dos grandes gotas residuales, con masa cercana a la de las gotas originales; junto con pequeñas gotas satélites de cuyo número depende directamente la multiplicidad. Estas gotitas resultan del rompimiento de los cuellos que se forman en las etapas finales de la colisión.

La siguiente gráfica (fig.5-6) muestra las masas normalizadas en función del parámetro de impacto, para las tres regiones de We establecidas (a) We entre 0-15, b) We entre 16-60 y c) We entre 61-130).

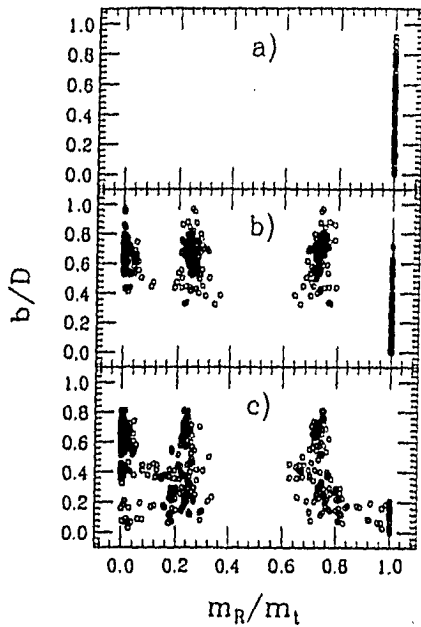


fig.5.6. Gráfica que muestra la distribución de masas residuales normalizadas, como una función del parámetro de impacto, para tres regiones de We. En a) We=0-15, en b) We=16-60, en c) We=61-130.

En esta figura se puede apreciar que: en a) la región baja de We está completamente dominada por la coalescencia para todos los parámetros de impacto. En b) la región intermedia de We muestra que la coalescencia exclusiva se reduce a $(b/D) \leq 0.32$, estableciéndose además tres grupos, dos de ellos característicos de las masas de las gotas originales y el tercero de las gotas satélites. Finalmente, en c) la región alta de We muestra que la coalescencia se reduce aún más a $(b/D) \leq 0.2$ no siendo exclusiva. Aquí también aparecen las tres regiones que se ven en b) pero variando el ancho de cada una.

El grupo de las masas grandes originales se ensancha hacia la izquierda para valores de $(b/D) \approx 0.4$, es decir, ceden masa a las gotas pequeñas. Por el contrario para $(b/D) \leq 0.2$ se ensancha en dirección opuesta, es decir, ganan masa de las gotas pequeñas. Por último se observa que aparecen gotas satélites en todos los parámetros de impacto.

5.3 Límite rotacional

Ahora presentamos una manera de relacionar lo observado en este capítulo con las predicciones de uno de los modelos desarrollados para entender la frontera de coalescencia.

Ya que el modelo que mejor describe nuestros datos de coalescencia es el de Brazier-Smith et al. (1972) basado en el criterio de un balance de energías rotacional y de superficie, de él hemos extraído valores de b críticos que representan el límite inferior de estabilidad rotacional para cada ventana en W_e , como se muestran en las figuras 5-7 y 5-8.

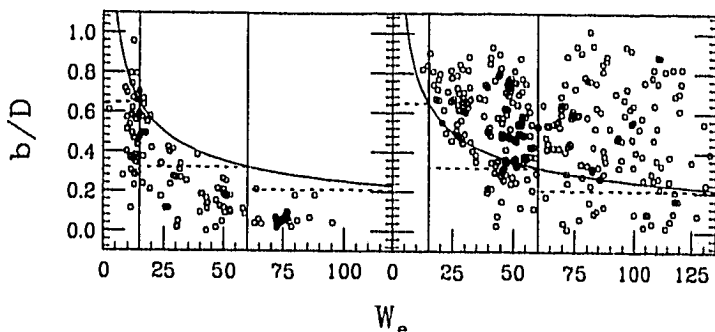


fig.5-7. Gráfica de ajuste para el sistema simétrico. Donde se establecen las regiones de W_e previamente establecidas y se definen los parámetros de impacto críticos. En las coalescencias (izquierda) y en las fragmentaciones (derecha).

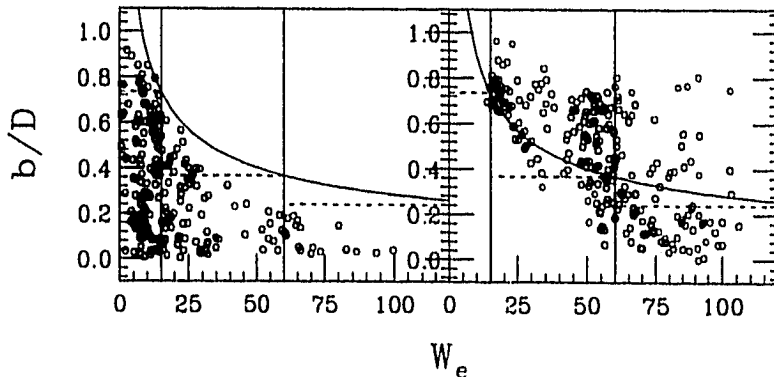


fig.5-8. Gráfica de ajuste para el sistema asimétrico. Donde se establecen las regiones de W_e previamente establecidas y se definen los parámetros de impacto críticos. En las coalescencias (izquierda) y en las fragmentaciones (derecha).

De lo anterior se obtienen los siguientes parámetros de impacto críticos para las regiones de We establecidas:

Tabla 2

Sistema simétrico			
Regiones de We	0-15	16-60	61-130
Parámetro crítico	0.65	0.32	0.21
Sistema asimétrico			
Regiones de We	0-15	16-60	61-130
Parámetro crítico	0.73	0.37	0.24

Los parámetros de impacto críticos obtenidos anteriormente son señalados ahora como líneas horizontales en la figura 5-9 dando como resultado:

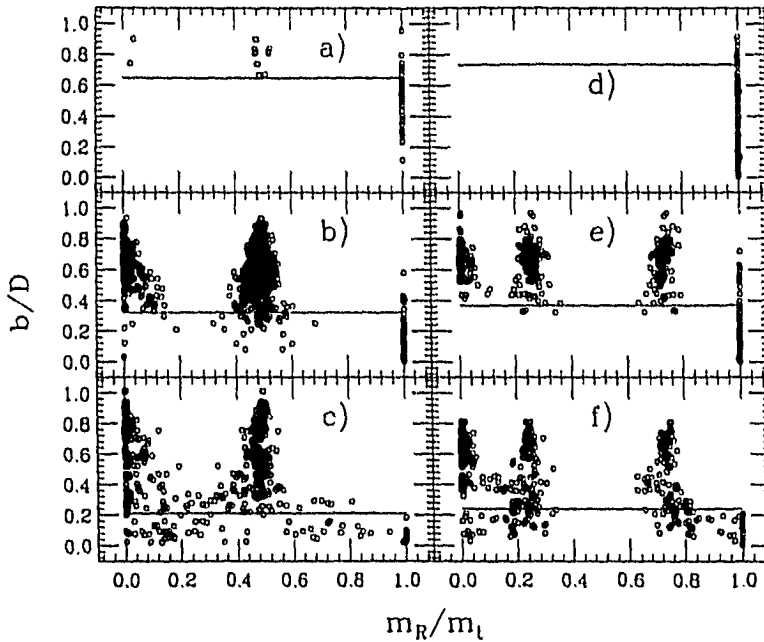


fig.5-9. Gráfica que señala los parámetros de impacto críticos con respecto a las masas residuales, para el sistema simétrico (izquierda) y para el asimétrico (derecha). En a) y d), $We=0-15$, para b) y e), $We=16-60$ y para c) y f), $We=61-130$.

Las gráficas muestran que los parámetros críticos que sugiere la curva de Brazier-Smith et al. (1972), definen bien las fronteras de coalescencia y fragmentación, tanto para el sistema simétrico como para el asimétrico, sobre todo en las regiones bajas e intermedias de We . Para las regiones altas sólo la región de coalescencia está bien definida.

CAPÍTULO VI

ENERGÍA PERDIDA

En este capítulo se estudiará la fracción de energía perdida (cinética y total) durante las colisiones, para los sistemas: simétrico y asimétrico. En un intento por entender los resultados obtenidos, mostraremos cálculos simples en los que se supone que esta energía es proporcional al traslape proyectado de las gotas, poniendo a prueba varias hipótesis sobre las posibles geometrías.

6.1 Sistema simétrico

6.1.1 Energía cinética perdida

La fracción de energía cinética perdida E_l (energía cinética inicial, menos energía cinética final dividida entre la energía cinética inicial) en función del parámetro de impacto normalizado, para tres regiones de We ; a) We entre 0 y 15, b) We entre 16 y 60 y c) We entre 61 y 130 es mostrada en la figura 6-1:

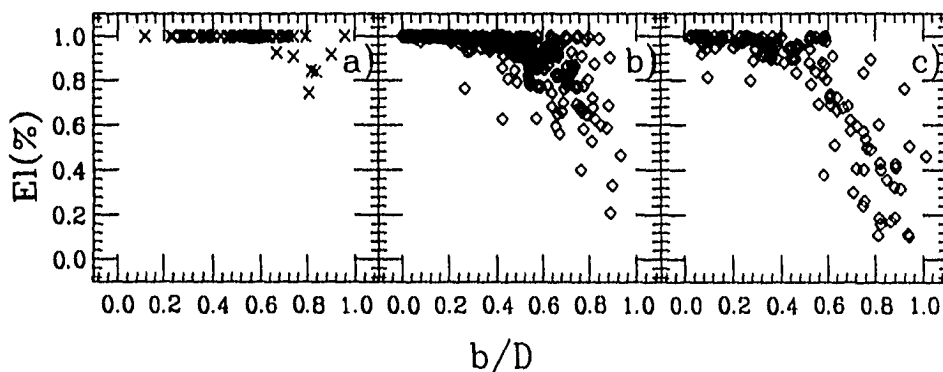


fig.6-1. Gráfica que muestra la energía cinética perdida como función del parámetro de impacto para las tres regiones de We , en el sistema simétrico.

En a) la gráfica muestra que, para bajas regiones de We , hay una pérdida total de energía cinética, con excepción de altos parámetros. En b) se ve que, para regiones intermedias de We , decrece la pérdida de energía cinética a partir de $(b/D) \approx 0.28$. Finalmente, en c) se ve que, para altas regiones de We , el decremento de la curva se establece ahora desde $(b/D) \approx 0.1$.

6.1.2 Energía perdida total (considerando el cambio de energía superficial)

Ya que una fracción de la energía perdida corresponde al cambio de energía superficial, esta contribución es considerada en los datos anteriormente calculados, como una especie de corrección de "valor-Q". Los datos corregidos son nuevamente graficados en función del parámetro de impacto normalizado y para las mismas tres regiones de We (fig.6-2).

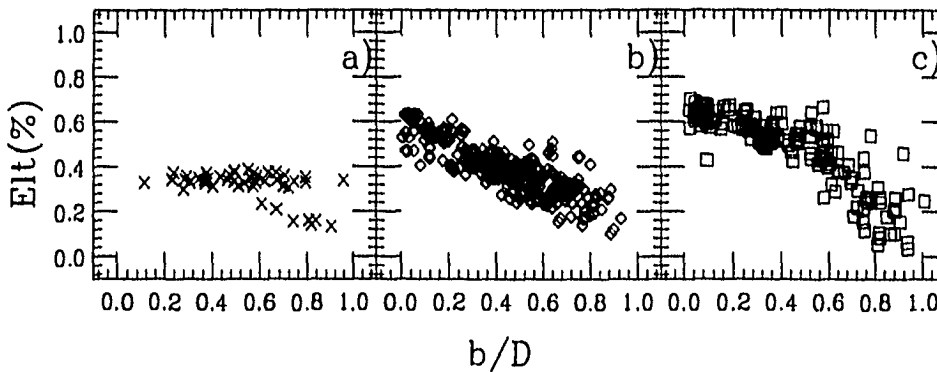


fig.6-2. Gráfica que muestra la energía perdida total durante las colisiones, en las tres regiones de We , para el sistema simétrico.

Se puede apreciar que esta corrección de "valor-Q" tiene el efecto de incrementar la correlación de E_{It} vs b/D para bajos valores de We , donde el cambio de energía superficial es importante comparado con la energía cinética disponible.

* El "valor Q" de una reacción es igual a la diferencia entre las masas en reposo inicial y final para colisiones de alta energía. En este caso (baja energía) será la diferencia entre la energía superficial inicial y final.

6.2 Sistema asimétrico

6.2.1 Energía cinética perdida

La fracción de energía cinética perdida como función del parámetro de impacto para las tres regiones de We anteriormente establecidas es mostrada en la figura 6-3 :

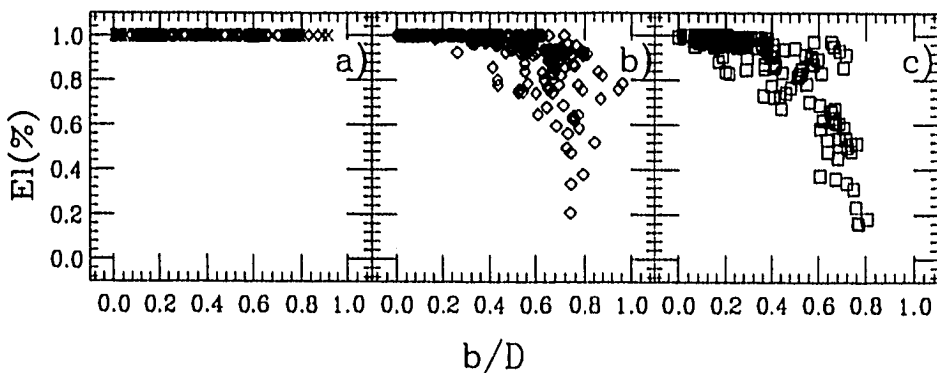


fig.6-3. Gráfica que muestra la energía cinética perdida como función del parámetro de impacto para las tres regiones de We, en el sistema asimétrico.

Esta gráfica muestra que, en a) para valores chicos de We hay una pérdida total de energía cinética para todos los parámetros. En b) se ve que para valores intermedios de We se mantiene la pérdida total de energía cinética hasta parámetros de ≈ 0.3 , empezando a decrecer conforme el valor del parámetro de impacto es aumentado. Finalmente, en c) se ve que para We grandes, el decremento de la energía perdida empieza desde $(b/D) \approx 0.2$.

6.2.2 Energía perdida total (considerando el cambio de energía superficial)

La pérdida total de energía considerando el cambio de superficie, es mostrada en la figura 6-4 :

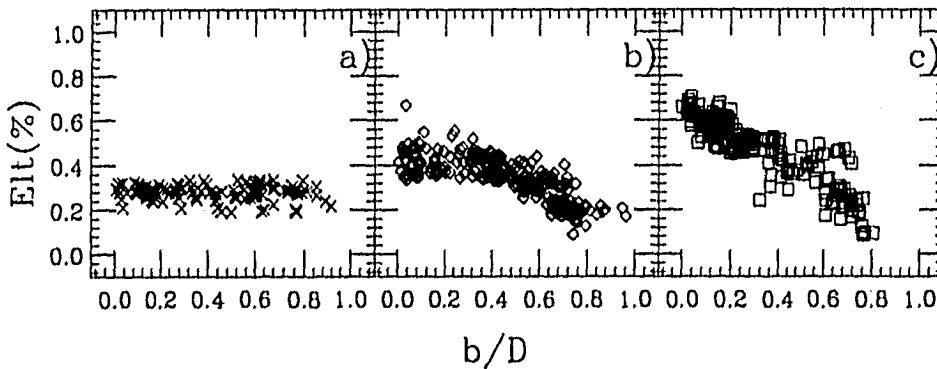


fig.6-4. Gráfica que muestra la energía perdida total durante las colisiones, en las tres regiones de We , para el sistema asimétrico.

Nuevamente, esta gráfica muestra que el cambio de superficie tiene el efecto de incrementar la correlación de b/D y $Elt(\%)$. Pero reduce considerablemente el valor de $Elt(\%)$. En particular, en a) vemos que, para We chicos, $Elt(\%) \approx 0.3$ para todos los parámetros de impacto. En b), para We intermedios se ve que $Elt(\%)$ decrece desde 0.44 conforme los parámetros aumentan. Finalmente en c), para We grandes, $Elt(\%)$ decrece pero ahora desde 0.68 conforme los parámetros aumentan (llegando estos hasta 0.8).

Después de hacer las correcciones anteriores, las figuras 6-2 y 6-4 muestran aún una pérdida de energía. Esta disipación la podemos asociar (al hacer las observaciones del conjunto de colisiones para los dos sistemas) principalmente con:

- a) La fricción entre las gotas (sistema gota-gota).
- b) La oscilación del sistema.
- c) La rotación del sistema.
- d) La fricción del sistema rotando con el vidrio.

Para bajos valores de We donde las gotas presentan menor oscilación, vemos que la energía perdida, es constante (a excepción de altos parámetros en el sistema simétrico). Por lo que suponemos que la pérdida es debida a la fricción existente entre gota-gota que induce flujos internos, ya que la rotación no es tan significativa para estas velocidades.

Para valores medios de We , la energía perdida aumenta, debido a que además de la interacción entre gota-gota (que crece con el parámetro de impacto) existe una mayor oscilación (que el caso anterior), la rotación que se observa parece no ser una causa fundamental en la pérdida de energía, ya que para altos parámetros donde debería ser importante, la pérdida es mínima.

* La magnitud de la energía de rotación aparecerá explícitamente en un trabajo posterior, que estudia la forma de la curva de transición entre coalescencia y fragmentación, utilizando el momento angular crítico. Aquí únicamente se hace su análisis cualitativo.

Para altos valores de We , se observa la mayor pérdida de energía, porque junto con la interacción gota-gota que induce mayores flujos internos, aparece una oscilación más significativa que en los dos casos anteriores, la rotación (que aumenta tanto con las velocidades como con los parámetros) suponemos que tampoco es importante, ya que como en el caso anterior la pérdida se minimiza para altos parámetros de impacto.

6.3 Modelo simple

Al considerar que la pérdida de energía es debida fundamentalmente a la fricción entre las gotas, proponemos un modelo teórico simple, que postula que la pérdida de energía es proporcional a la masa contenida en el volumen de traslape.

Dado que se trata de un problema dinámico, existen varias posibilidades geométricas para evaluar ese traslape. Estos cálculos se efectuaron usando el método de Monte Carlo, generando al azar las coordenadas de puntos contenidos en los cuerpos traslapantes y llevando una contabilidad de la totalidad de tiros y de las coordenadas que pertenecen a ambos cuerpos, como función del parámetro de impacto. Las figuras geométricas que se consideraron fueron:

1.- Un cilindro y una esfera. La idea física es que el cilindro representa la trayectoria, integrada en el tiempo, de una gota, vista desde la segunda gota representada por la esfera fija (fig. 6-5).

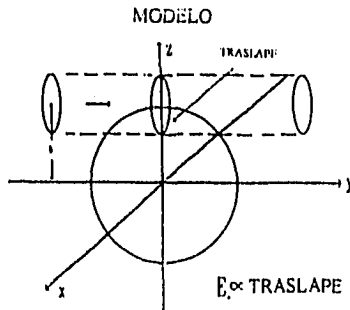


fig.6-5. Traslape que se establece entre una esfera y un cilindro.

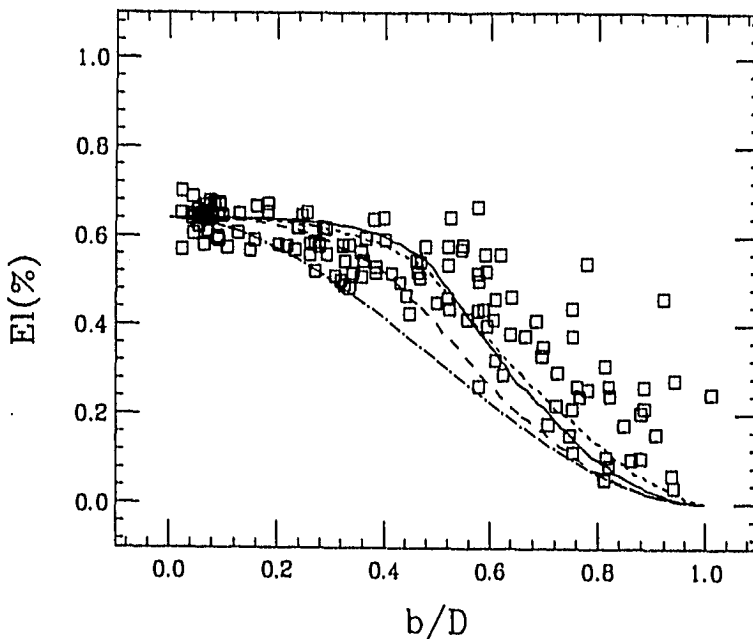
2.- Dos cilindros. Aquí se supone que al entrar en contacto, las masas se deforman alargándose en la dirección de su trayectoria.

3.- Dos esferas. Esta idealización supone que, por el contrario, una vez en contacto las gotas no tienen un movimiento relativo, por lo tanto el traslape es sólo aquél de las dos esferas estáticas.

Además se analizan los volúmenes propuestos por Ashgriz y Poo (1990) (ver separación por alargamiento del capítulo IV).

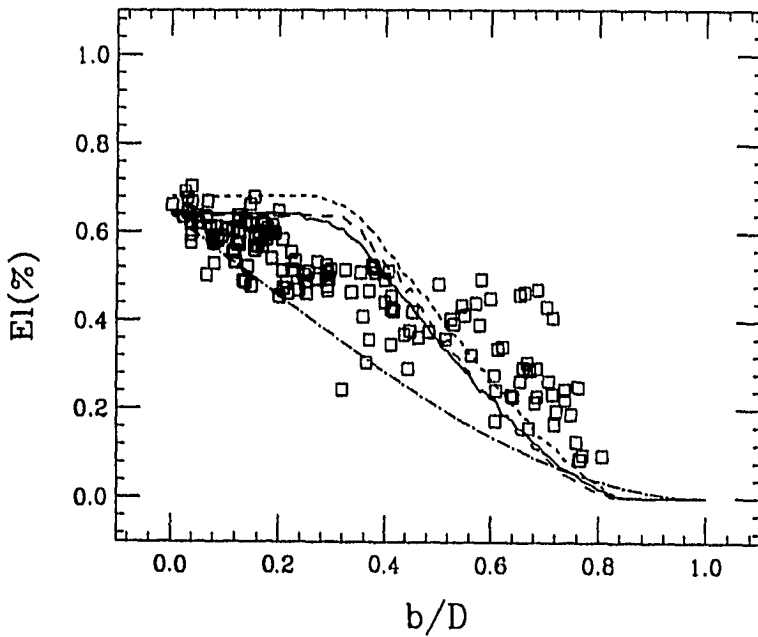
ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Ahora comparamos los resultados de estos cálculos con la gráfica de energía perdida para valores grandes de We , donde estas aproximaciones podrían ser más válidas (mayor fricción entre el sistema). Como no existe una manera simple de obtener el valor absoluto de la pérdida de energía con estos modelos, los cálculos han sido normalizados a los datos. Es decir, lo único que se compara es la forma de la dependencia en b/D (figs. 6-6 y 6-7).



- traslape entre un cilindro y una esfera.
- traslape entre dos cilindros.
- - - - traslape entre dos esferas.
- · - · - traslape propuesto por Ashgriz y Poo (1990).

fig.6-6. Gráfica que muestra la energía perdida como función del parámetro de impacto, en altas regiones de We . Se muestra el traslape de las formas geométricas propuestas. En el sistema simétrico.



- traslape entre un cilindro y una esfera.
- traslape entre dos cilindros.
- - - - traslape entre dos esferas.
- · - · - traslape propuesto por Ashgriz y Poo (1990).

fig.6-7. Gráfica que muestra la energía perdida como función del parámetro de impacto, en altas regiones de We . Se muestra el traslape de las formas geométricas propuestas. En el sistema asimétrico.

Como se puede apreciar la energía perdida tiene una dependencia con el parámetro de impacto que es parecida a la predicha por todos los modelos. En particular, se observa que las curvas de traslape entre una esfera y un cilindro, y entre dos cilindros son las que mejor ajustan los datos obtenidos.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio sistemático sobre colisiones entre gotas de mercurio de igual masa (sistema simétrico) y de masas en relación 1:3 (sistema asimétrico).

Globalmente, el resultado de las colisiones se ha clasificado en: coalescencia (una sola gota final) y fragmentación (varias gotas finales).

La técnica que utilizamos nos permitió realizar medidas detalladas sobre el número, masa y velocidad (módulo y dirección) de los residuos. Ya que este método introduce factores experimentales, como la interacción mercurio-vidrio, no presentes en el trabajo de otros autores, en una primera etapa se realizó un estudio comparativo sobre las condiciones iniciales que determinan la transición entre coalescencia y fragmentación. De esta parte se concluye que, utilizando las variables de escalamiento correspondientes, las colisiones entre gotas de mercurio en vidrio muestran un comportamiento similar al reportado para gotas de otros líquidos usando técnicas más usuales.

Concretamente, para gotas de mercurio observamos que:

a) La frontera coalescencia-fragmentación está definida por un parámetro de impacto crítico bc , que decrece siguiendo una dependencia ligeramente más pronunciada que $1/(We)^{1/2}$.

b) El modelo que mejor ajusta nuestros datos, es el propuesto por Brazier-Smith et al. (1972), que considera que la separación ocurre si la energía rotacional excede a la energía superficial.

c) Como en el caso de gotas libres, el parámetro bc , resulta ser sistemáticamente mayor para el caso asimétrico, lo que revela mayor estabilidad de estas colisiones.

d) La coalescencia domina en ambos sistemas para pequeños valores de We (entre 0-30) y todos los parámetros de impacto (con excepción de altos parámetros en sistemas simétricos).

e) Para $We > 100$ todas las colisiones resultan en fragmentación.

f) Una diferencia, respecto de experimentos con técnicas convencionales, es que no se observó la separación reflexiva en ninguno de los dos sistemas (simétrico y asimétrico).

En cuanto a la fragmentación, se observa que:

a) En el plano b/D vs We se presentan regiones bien delimitadas para el caso de 2 y 3 gotas, perdiéndose ésta conforme la multiplicidad aumenta.

b) En el régimen de We explorado, la fragmentación más probable muestra tres gotas residuales, si bien para regiones intermedias de We predomina el estado final de 2 cuerpos.

c) La masa de los residuos se asemeja a las masas iniciales, y ésta sólo varía para regiones de $We > 70$ y $(b/D) < 1$, en el sistema simétrico. Para el sistema asimétrico, en la misma región de We pero $(b/D) \approx 0.4$ la gota grande parece ceder masa a las gotas satélites creadas. Sin embargo, para $(b/D) < 0.2$ se invierten esos resultados, siendo la gota pequeña la que cede masa a la gota grande y también a las gotas satélites.

Otro aspecto que se estudió fue la pérdida de energía cinética como función de b/D y We . De esta parte concluimos que:

a) Hay una correlación entre la energía cinética perdida y el parámetro de impacto para las regiones de We estudiadas.

b) Se establece que la pérdida de energía cinética (respecto al centro de masa) es total (en el sistema asimétrico), excepto para b/D grande en el sistema simétrico.

c) Hay una ganancia de energía al considerar el cambio de superficie entre las gotas (la pérdida de energía decrece sobre todo en bajas regiones de We , donde se establece principalmente la coalescencia).

d) Al corregir por ese cambio de energía superficial se incrementa la correlación de la energía perdida y el parámetro de impacto.

e) La forma de la curva de energía perdida como función del parámetro de impacto, para valores grandes de We , es consistente con la predicción propuesta en que la pérdida de energía se supone como proporcional al traslape de los volúmenes, el cual se estima usando varias posibilidades simples.

f) Con base en lo anterior, los traslapes que mejor ajustan a los datos obtenidos, son el de una esfera y un cilindro y el de dos cilindros. A pesar de este resultado interesante, el futuro de estos datos deberá ser analizado con un modelo que incluya aspectos dinámicos de la interacción.

MUESTRA FOTOGRAFICA

A continuacion se presenta una secuencia fotografica de una colision central, tomada con una cámara de video Kodak de alta velocidad, con capacidad de 10 000 cuadros por segundo y 32 pixeles.





fig.A-1 Secuencia de una colisión central, tomada directamente del monitor con una cámara fotográfica Nikon, con lente normal de 49mm, velocidad de obturación de 1/30s y película super HGV400 de 24 X 36mm.

REFERENCIAS

- ADAM, J.R., LINDBLAD, N.R. y HENDRICKS, C.D. 1968. *The collision, coalescence, and disruption of water droplets*. *J. Appl. Phys.* 39, 5173-5180.
- ASHGRIZ, N. y POO, J.Y. 1990. *Coalescence and separation in binary collision of liquids drops*. *J. Fluid Mech.* 221, 183-204.
- BRADLEY, S.G. y STOW, C.D. 1979. *On the production of satellite droplets during collisions between water drops falling in still air*. *J. Atmos. Sci.* 36, 494-500.
- BRAZIER-SMITH, P.R., JENNINGS, S.G. LATHAM, J. 1972. *The interaction of falling water drops: coalescence*. *Proc. R. Soc. Lond. A* 326, 393-408.
- BRENN, G. y FROHN, A. 1989. *Collision and merging of two equal droplets of propanol*. *Experiments in fluids* 7, 441-446.
- CUEVAS, A., CHAPA, M., SILVA, M. y MENCHACA-ROCHA, A. 1993. *Fission of drops induced by angular momentum*. *Rev. Mex. de Física*. 428-438.
- JIANG, Y.J., UMEMURA, A. y LAW, C.K. 1991. *An experimental investigation on the collision behavior of hydrocarbon droplets*. *J. Fluid. Mech.* 179-189.
- MCTAGGART-COWAN, J.D. y LIST, R. 1975. *Collision and breakup of water drops at terminal velocity*. *J. Atmos. Sci.* 32, 1401-1411.
- MENCHACA-ROCHA, A. 1991. *The mobility of mercury drops on rough glass surfaces*. *J. of Colloid and Interface Science*. 149-2, 472-480.
- MENCHACA-ROCHA, A. 1993. *Disruption of colliding drops. Presented at the Workshop on fragmentation phenomena, Les Hautches, France.*
- PARK, R.W. 1970. *Behaviour of water drops colliding in humid nitrogen*. Ph.D. thesis. Department of Chemical Engineering, The University of Wisconsin.
- PODVYSOTSKY, A.M. y SHRAIBER, A.A. 1984. *Coalescence and break-up in two-phases flow*. *Int. J. Multiphase Flow*. 10, 195-209.
- PRUPPACHER, H.R. y KLETT, J.D. 1978. *Microphysics of clouds and Precipitation*. D. Reidel. Publishing Co. 318-320 y 465-467.
- RYLEY, D.J. y BENNETT-COWELL, B.N. 1967. *The collision behaviour of steam-borne water drops*. *Int. J. Mech. Sci.* 9, 817-833.
- ZIEREP, J. 1971. *Similarity laws and modeling*. Marcel Dekker, Inc. 1-5.

