



01163

1
Reg

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELO CONSTITUTIVO PARA UN SUELO CON
ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN**

GLORIA ELENA ECHEVERRI RAMÍREZ

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE
ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA
(MECÁNICA DE SUELOS)

DIRECTOR DE TESIS: DR. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA

CIUDAD UNIVERSITARIA

MARZO, 1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

Resumen	<i>pág.</i> iv
Notación	v
1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Alcance	4
2. REVISIÓN DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS Y TIPOS DE SUPERFICIES DE FLUENCIA	
2.1. Introducción	5
2.1.1 La teoría de la plasticidad	5
2.1.2 La teoría del estado crítico	9
2.1.3 La teoría endocrina	11
2.1.4 La teoría hipoeelástica	12
2.2 Descripción de los diferentes modelos constitutivos	15
2.2.1 Modelos clásicos	15
2.2.2 Modelo de Mohr-Coulomb	17
2.2.3 Modelo de Mroz-Prévost	18
2.2.4 Modelo de Dafalias	19
2.2.5 Modelo de Lade	21
2.2.6 Modelo de Cambridge	22
2.2.7 Modelo de Pender	25
2.2.8 Modelo de Sandler	26
2.2.9 Modelos endocrónicos	27
2.2.9.1 Modelo de Bazánt	27
2.2.9.2 Modelo de Valanis	28
2.2.10 Modelo de Kondner-Duncan	30

3. INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

3.1 Condiciones estratigráficas	32
3.2 Características del suelo en estudio	32
3.3 Procedimiento de formación de muestras reconstituidas	32
- Preparación de la suspensión	33
- Desaireado de la suspensión	33
- Sedimentación y consolidación	33
- Extracción de la muestra y verificación de propiedades índices	33
3.4 Programa de pruebas	34
3.5 Descripción general	35
3.6 Procedimiento de prueba	36
3.7 Presentación e interpretación de resultados	39
- Curvas esfuerzo-deformación	40
- Curva de presión de poro-deformación	41
- Comportamiento rigidez-deformación	41
- Trayectoria de esfuerzos	42
- Estado crítico	43
- Figuras	48

4. MODELO TEÓRICO

4.1 Introducción	75
4.2 Desarrollo teórico del modelo	75
4.2.1 Hipótesis	75
4.2.2 Formulación matemática	76
- Centro de la elipse	76
- Relación esfuerzo-deformación	77
4.3 Evaluación del modelo	78
4.4 Aplicación del modelo a la arcilla de la ciudad de México	87
- Figuras	89

5. CONCLUSIONES 107

6. LIMITACIONES Y APLICACIONES 110

7. REFERENCIAS	111
Apéndice A. Desarrollo de las relaciones matemáticas del modelo constitutivo propuesto	116
Apéndice B. Programa para el cálculo de la relación esfuerzo-deformación	125

RESUMEN

Se describen y se discuten los resultados de ensayos triaxiales CU y CD consolidados isotrópica y anisotrópicamente, en términos de la relación esfuerzo-deformación, exceso de presión de poro, trayectoria de esfuerzos efectivos normalizados con respecto a la presión equivalente, aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación y el estado crítico, como el medio para pronosticar el comportamiento de un suelo con endurecimiento por deformación, correspondiente a una arcilla derivada de la intemperización de tobas lacustres tomada en la ladera arriba de la casa de máquinas del Proyecto Hidroeléctrico Agua Prieta.

Sobre la base de este pronóstico, se evalúa la aplicabilidad de un modelo constitutivo formulado por Chistian, Höeg y Hagmann soportado en la teoría de la plasticidad. El modelo desarrollado parte de los elementos básicos que definen un modelo plástico, criterio de plasticidad, ley de fluencia y ley de rigidización.

La evaluación del modelo consistió en verificar las hipótesis, donde se admite que el estado de esfuerzos del suelo es descrito por la ley de resistencia Mohr-Coulomb, se considera la superficie de fluencia de forma elíptica con un factor de forma constante correspondiente a la relación entre semi-ejes, se establece que la componente volumétrica de deformación plástica se relaciona con el logaritmo de la presión de consolidación y se supone una regla de flujo asociada que permite considerar la superficie de fluencia como superficie de nivel de un potencial plástico e implica que la dirección del incremento de deformación plástica es perpendicular a la superficie de fluencia en el punto del estado de esfuerzos que se analiza. Después de verificar los anteriores postulados, se determinó los parámetros del modelo, por último se presenta las expresiones que integran estos aspectos y que pueden ser utilizadas en la solución de problemas geotécnicos.

NOTACIÓN

B	coeficiente de presión de poro de Skempton
CAU	ensaye triaxial no drenado consolidado anisotrópicamente
CD	ensaye triaxial consolidado drenado
CU	ensaye triaxial consolidado no drenado
D	tensor velocidad de deformación
E_{ijkl}	matriz elástica
E_i, U_i	módulo tangente o de Young en la dirección i
G_s	densidad de sólidos
I_1, I_2, I_3	primero, segundo y tercer invariante del tensor de esfuerzos efectivos
I_{2s}, I_{3s}	segundo y tercer invariante del tensor de esfuerzos desviadores
I_p	índice de plasticidad
$K = (\sigma_3 / \sigma_1')$	cociente de esfuerzos efectivos
M	pendiente de la línea del estado crítico en el espacio q-p
M_{oc}	pendiente de la envolvente de Hvorslev en el espacio q-p'
OCR	grado de preconsolidación
$s_i = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$	tensor de esfuerzos desviador
$V = (e + 1)$	volumen específico
ν_k^j	relación de Poisson en las direcciones j, k
c	cohesión del suelo

$d\varepsilon_{ij}$	tensor incremento de deformación
$d\sigma_{ij}$	tensor de incremento de esfuerzos efectivos
e	relación de vacíos
e_0	relación de vacíos al inicio de la consolidación
e_r	relación de vacíos al final de la consolidación
$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij}$	tensor de deformación desviadora
f	función de fluencia
g	potencial plástico
$p' = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$	esfuerzo medio efectivo
p'_c	presión de consolidación equivalente
p'_f	esfuerzo medio efectivo en el estado crítico
$q = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$	cortante máximo
q_y	punto de fluencia
$(s_u)_f$	resistencia en la falla
u	presión de poro
u_f	presión de poro en la falla
w_L	límite líquido
w_{nat}	contenido de humedad natural
w_p	límite plástico
Γ	volumen específico en el estado crítico para presión de referencia
N	volumen específico en la línea de consolidación virgen
N_{oc}	volumen específico para $p=1$ en suelos preconsolidados

λ	pendiente de la línea del estado crítico
$\beta = \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3} \right)$	relación de esfuerzos principales
δ_{ij}	delta de Kronecker o matriz unitaria
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	deformaciones principales en las direcciones 1, 2 y 3
ε_v	deformación volumétrica
ε^e	deformación elástica
ε^p	deformación plástica
ε^v	deformación viscosa
$\dot{\varepsilon}_c^p$	incremento de la deformación plástica distorsional
$\dot{\varepsilon}_v^p$	incremento de la deformación plástica volumétrica
$(\dot{\varepsilon}_c^p / \dot{\varepsilon}_v^p)$	vector incremental de la deformación plástica
$\eta = \left(\frac{\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3}{\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_3} \right)$	relación entre los incrementos de esfuerzos principales
μ	relación de Poisson
ϕ'	ángulo de fricción en términos de esfuerzos efectivos
ϕ	ángulo de fricción en términos de esfuerzos totales
σ_c	esfuerzo medio efectivo al final de la consolidación
σ_{des}	esfuerzo desviador
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	esfuerzos efectivos principales en las direcciones 1, 2 y 3

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

A lo largo de la historia de la mecánica de suelos se han realizado numerosas investigaciones para entender el comportamiento de los suelos, así como teorías y modelos para representarlo y predecirlo. Muchos de estos modelos se basan en la teoría de la plasticidad, que surgió del estudio del comportamiento de metales.

Se ha definido la deformación elástica como la deformación reversible; la parte irreversible de la deformación, cuando se produce acrónicamente, se le conoce como deformación plástica.

La teoría de la plasticidad describe un modelo de flujo acrónico, es decir, un modelo en el que el tiempo sólo interviene, cuando más, como definiendo una secuencia de sucesos, pero nunca como parámetro que determine la magnitud de los esfuerzos.

Ha sido necesario introducir varias modificaciones en la teoría clásica de la plasticidad para adaptarla a la compleja realidad de los suelos. No existe una teoría general para describir el comportamiento de los suelos que sea rigurosamente extensible al dominio de las grandes deformaciones.

En cuanto al comportamiento plástico, hay dos tipos básicos de materiales: cuerpos plásticos perfectos y cuerpos plásticos rigidizables o con endurecimiento por deformación. Además, en mecánica de suelos se ha ampliado la teoría para materiales plásticos reblandecibles. Para los primeros, el esfuerzo de plastificación es constante, mientras que en los materiales plásticos rigidizables el esfuerzo de plastificación crece monótonamente.

Los tres elementos básicos que definen un modelo plástico son: el criterio de plasticidad, la ley de fluencia y la ley de rigidización.

El criterio de plasticidad es la ecuación que define analíticamente la superficie de fluencia o el contorno del dominio elástico en el hiperespacio de esfuerzos.

Las superficies de fluencia pueden evolucionar durante los procesos de plastificación debido a que las deformaciones permanentes que sufre el material modifican su estructura. Si la superficie de fluencia se expande, el dominio elástico se amplía, y se dice entonces que el material es rigidizable.

La expresión matemática que define la superficie de fluencia inicial del material y todas las superficies de fluencia sucesivas se denominan función de carga.

La función de carga es en general una función escalar de las variables de estado (Prevost y Höeg, 1975) y recogen toda la evolución de los criterios de plasticidad. La ecuación que define la función de carga es una generalización del criterio de plasticidad.

La teoría matemática de la plasticidad se ha desarrollado bajo la simplificación de admitir que el potencial plástico, definido como una función escalar homogénea isótropa adimensional, coincide con el criterio de plasticidad. A esta ley de fluencia se le denomina asociada, ya que en los espacios asociados de esfuerzos y de incremento de deformación el vector representativo de estos últimos es normal a la superficie de fluencia.

Los postulados fundamentales para formular una teoría de plasticidad son: continuidad, consistencia, irreversibilidad y unicidad. Los dos primeros postulados se establecen con la ley de fluencia; la tercera condición implica un crecimiento positivo de la entropía y significa que

$$\sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p > 0$$

y para ello es suficiente que el potencial plástico sea convexo.

La unicidad de la solución plástica fue demostrada por Hill en 1950, estableciendo la identidad entre el potencial plástico y la función de fluencia. Desde un punto de vista general, Drucker, en 1951, formuló un principio muy fecundo: el postulado de estabilidad. La regla de normalidad es una consecuencia inmediata de dicho postulado y de ella se deduce la unicidad de la solución.

El postulado de estabilidad puede formularse, Prevost y Höeg (1975) así

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \Delta \varepsilon_{ij}^p \geq 0$$

$$\Delta \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p \geq 0$$

en donde σ_{ij} es un estado de esfuerzos sobre la superficie de fluencia, σ_{ij}^* es cualquier otro estado de esfuerzos sobre o dentro de la superficie de fluencia y $\Delta \sigma_{ij}$ es un incremento de esfuerzo sobre el esfuerzo σ_{ij} que produce el incremento de deformación plástica.

A la primera expresión se le denomina condición de estabilidad general y a la segunda relación, estabilidad local. La condición de estabilidad general obliga a que la superficie de

fluencia sea convexa pues el ángulo formado por los vectores $\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*$ con el vector incremental de deformación plástica debe ser igual o menor que 90° ; de la estabilidad local resulta la regla de la normalidad.

Estas condiciones por otra parte indican rigidización o plasticidad perfecta, pero no materiales reblandecibles.

Según Mandel (1964), el postulado de Drucker es suficiente para la estabilidad pero no es necesario para la estabilidad general ni para la local. La condición necesaria expresada por este autor, es que las superficies características del sistema diferencial formado por las ecuaciones de equilibrio interno, junto con las ecuaciones constitutivas del material, sean imaginarias.

Es así como, Mandel pone en evidencia lo restrictivo del postulado de Drucker, en el que demuestra que la estabilidad se puede conseguir si existe algún elemento que pueda absorber toda la energía liberada, esto lo llevó a distinguir entre dos conceptos afines: el de estabilidad del material y estabilidad del sistema. La estabilidad en el sentido de Drucker se refiere a la estabilidad del material.

En general un modelo constitutivo ideal para los suelos sería aquél que estuviera basado en las características tanto mecánicas como fisicoquímicas de las partículas, y él cual pudiera considerar los giros, desplazamientos y deformaciones de cada partícula que conforman el material. Un modelo con estas características podría representar el comportamiento de cualquier tipo de suelo.

Actualmente, existe un gran número de modelos constitutivos para suelos, cuyo fin es simular el comportamiento de los suelos con la mayor aproximación posible; la mayoría se basa en el comportamiento macroscópico (mecánico) de los materiales y, por lo tanto, generalmente son válidos únicamente para el material estudiado y para cierto tipo de sollicitaciones.

En el proceso de elaboración de un modelo constitutivo, primero se debe comprender la física básica del comportamiento del material y a partir de ahí, establecer la formulación matemática más sencilla posible que contenga los aspectos más importantes del comportamiento y los fenómenos del material.

1.2 Objetivos

Los objetivos que se plantearon para este trabajo fueron:

- 1) Obtener información relevante y completa del comportamiento mecánico ante carga estática, de muestras de arcilla tomadas en la ladera arriba de la casa de maquinas, del proyecto Hidroeléctrico Agua Prieta.
- 2) Formular una serie de postulados que describan en términos matemáticos el comportamiento de un suelo con endurecimiento por deformación, sometido a carga estática de compresión.
- 3) Determinar la aplicabilidad de las relaciones matemáticas propuestas por Chistian, Höeg y Haggmann (las cuales se basan en la formulación general del modelo propuesto por el grupo de Cambridge), para representar el comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo.
- 4) Definir los parámetros del modelo correspondientes a la muestra de arcilla investigada.

1.3 Alcance

Se investiga el comportamiento mecánico ante carga estática de una muestra de arcilla derivada de la intemperización de tobas lacustres, así como la posible aplicabilidad de un modelo basado en la teoría del estado crítico y la plasticidad incremental, en el cual las deformaciones se consideran independientes del tiempo.

El modelo se desarrolla sobre los tres elementos básicos que definen un modelo plástico: criterio de plasticidad, ley de fluencia y ley de rigidización, con el propósito de integrar estos aspectos en expresiones que definan la relación incremento esfuerzo-deformación, para ser utilizadas en la solución de problemas geotécnicos.

Las condiciones y trayectorias de esfuerzos utilizados son los obtenidos en pruebas triaxiales convencionales, tipo CU y CD con los esfuerzos horizontales iguales y consolidados en varios incrementos isotrópicos y anisotrópicos. Debido a las condiciones de los ensayos, el comportamiento observado no es necesariamente aplicable a otros tipos de pruebas. Adicionalmente se realizaron los ensayos necesarios para verificar el modelo propuesto en este estudio.

2. REVISIÓN DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS Y TIPOS DE SUPERFICIES DE FLUENCIA

2.1 Introducción

Cuando los materiales son sometidos a un esfuerzo creciente de tensión o compresión experimentan deformaciones que en un principio están en el intervalo elástico, pero que posteriormente al salir de él, crecen con mayor velocidad que los esfuerzos. Si estos esfuerzos siguen aumentando, el material exhibe grietas, hasta que finalmente este se separa en fracciones discontinuas. Por tanto, el concepto de falla corresponde a la situación en donde las deformaciones son plásticas y alcanzan una magnitud que se considera intolerable, desde el punto de vista de la funcionalidad de la estructura de la cual forma parte el material. El concepto de ruptura considera la separación del material en partes aisladas de modo que deja de ser un medio continuo.

Los criterios de falla y ruptura se fijan mediante convenciones de acuerdo al nivel máximo de esfuerzos o deformaciones que el material debe soportar. Este nivel se determina a fin de que no se registren deformaciones que rebasen cierto límite. En general, se tiene que dicho nivel se estima a partir de la función $f(\sigma_{ij}) = 0$.

En lo que se refiere al caso de falla, ésta se origina cuando se vencen los esfuerzos intermoleculares y se movilizan las dislocaciones existentes en el interior de los granos, cuando se presentan deslizamiento en los límites de granos, o cuando existe difusión atómica. Todas estas situaciones indican cambios estructurales que disminuyen la resistencia del material; es así como para estimar la falla $f(\sigma_{ij}) = 0$, existen diferentes relaciones que representan distintos criterios de falla. Estos criterios son descritos posteriormente, los cuales se han establecido a fin de que las obras diseñadas no sufran deformaciones excesivas y dejen de ser funcionales.

Los criterios hasta ahora establecidos son únicamente aproximados, puesto que se basan en aplicaciones de la mecánica del medio continuo. Sin embargo, son de utilidad pues dan una idea aceptable de las condiciones de falla o ruptura, según se ha constatado experimentalmente.

En lo que sigue se da una visión general de algunos modelos constitutivos y se describen sus bases teóricas.

2.1.1 La teoría plástica

La teoría plástica parte del comportamiento idealizado representado en la curva esfuerzo-deformación de la fig 2.1, en el cual se considera que el comportamiento del material es

elástico hasta alcanzar el punto A, que es denominado límite elástico o punto de fluencia. Al seguir cargando el material comienzan a aparecer deformaciones plásticas (por ejemplo en el punto B). Si después del punto de fluencia el material es descargado, se presentará una recuperación de la deformación correspondiente a la deformación elástica, el resto que permanece se denomina deformación plástica. Es así como la deformación total se puede descomponer en una parte elástica y otra plástica como se expresa en la ecuación 2.1

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.1)$$

donde la parte elástica está dada por

$$\varepsilon_{ij}^e = E_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \quad (2.2)$$

siendo E_{ijkl} la matriz elástica

Al cargar de nuevo la muestra, se sigue la línea CB con algunas desviaciones que muestran histéresis; sin embargo, no se tienen deformaciones plásticas hasta que se alcanza el punto B. Si se sigue cargando, la curva esfuerzo-deformación sigue la envolvente (a lo largo de BD) que describe la trayectoria como si no se hubiera descargado la muestra. El punto B se puede considerar como el nuevo punto de fluencia lo que indica que el material se endureció con la deformación plástica.

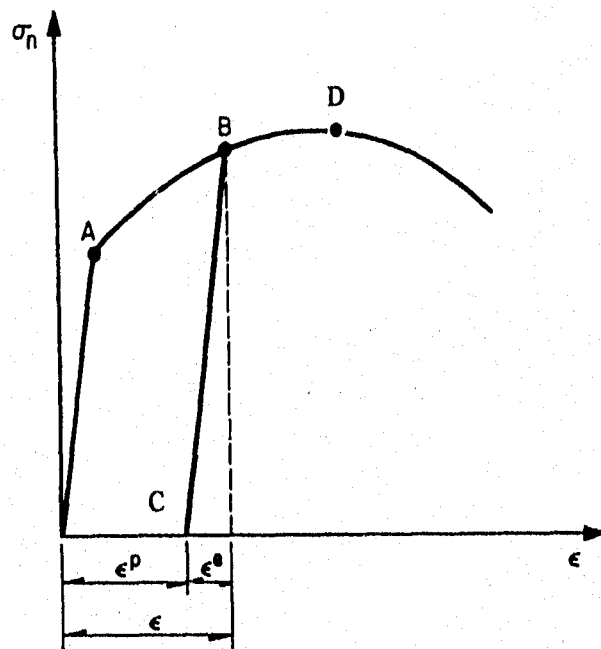


Fig 2.1 Curva esfuerzo-deformación de un metal sujeto a tensión

El conjunto de puntos de fluencia en el espacio de esfuerzos conforma la superficie de fluencia, cuya ecuación puede expresarse como

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (2.3)$$

donde σ_{ij} representa los seis componentes del tensor que define el estado de esfuerzos. Esta superficie es la frontera entre el comportamiento elástico y el plástico. Se considera que cualquier estado de esfuerzos puede quedar dentro o sobre la superficie de fluencia. En consecuencia, la superficie de falla puede ser considerada como superficie de fluencia, lo que permite establecer la condición de consistencia, es decir

$$f'(\sigma_{ij}) \leq 0 \quad (2.4)$$

Para formular un modelo plástico se requiere establecer las reglas de endurecimiento isotrópico y/o cinemático, es decir, la ecuación que define la superficie de fluencia y la relación entre el estado de esfuerzos y la deformación plástica, para lo cual se utiliza el concepto de flujo plástico. De acuerdo con esto, es posible definir un potencial plástico $g(\sigma_{ij})$ en cualquier punto de la superficie de fluencia, de tal manera, que la dirección del incremento del flujo está dada por la dirección del gradiente máximo del potencial plástico en el punto donde el estado de esfuerzos hace contacto con él. Esto quiere decir que la dirección del incremento de la deformación plástica será la perpendicular al potencial plástico en el punto del estado de esfuerzos, así

$$d\varepsilon_{ij}^p = \beta m_{ij} \quad (2.5)$$

$$m_{ij} = \frac{\frac{\delta g}{\delta \sigma_{ij}}}{\left(\frac{\delta g}{\delta \sigma_{kl}} \frac{\delta g}{\delta \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \quad (2.6)$$

siendo β un escalar positivo y m_{ij} el vector normal al potencial plástico. Es común establecer una regla de flujo asociada, es decir, asimilar la función del potencial plástico con la ecuación de la superficie de fluencia ya que esta condición asegura la unicidad y la estabilidad del modelo y, por lo tanto, la dirección del incremento de deformación plástica está dada por el vector

$$n_{ij} = \frac{\frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}}}{\left(\frac{\delta f}{\delta \sigma_{kl}} \frac{\delta f}{\delta \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \quad (2.7)$$

Cuando el vector unitario normal a la superficie de fluencia apunta hacia adentro de ésta, se considera que el material se encuentra en descarga, y consecuentemente en carga si el incremento de deformación plástica en el espacio de esfuerzos, apunta hacia afuera. En el caso de carga neutra, la dirección del incremento de esfuerzos es perpendicular al vector normal de la superficie de fluencia ecuación (2.8), este estado intermedio de carga establece la condición de estabilidad

$$n_{ij} d\sigma_{ij} = 0 \quad (2.8)$$

La magnitud de la deformación plástica en el caso de carga neutra es nula, de tal manera que, de acuerdo con la ecuación anterior, se puede plantear la siguiente expresión

$$(d\varepsilon_{ij}^p \cdot d\varepsilon_{ij}^p)^{1/2} = \frac{1}{H} n_{ij} d\sigma_{ij} \quad (2.9)$$

donde H es el módulo plástico. Reemplazando las ecuaciones (2.7) y (2.8) en la ecuación (2.9), se puede establecer el valor del incremento de la deformación plástica como

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{H} \frac{\frac{\delta f}{\delta \sigma_{rs}} d\sigma_{rs}}{\frac{\delta f}{\delta \sigma_{kl}} d\sigma_{kl}} \quad (2.10)$$

Al considerar que el radio de la superficie de fluencia crece una cantidad dk , cuando se aplica un incremento del desviador dS_{ij} , se está teniendo en cuenta el endurecimiento isotrópico, es decir

$$3S_{ij} dS_{ij} = 2k dk \quad (2.11)$$

mientras que, el vector de posición α_{ij} considera la posición de la superficie de fluencia por medio de la siguiente ecuación

$$(S_{ij} - \alpha_{ij}) dS_{ij} = (S_{ij} - \alpha_{ij}) d\alpha_{ij} \quad (2.12)$$

donde $d\alpha_{ij}$ indica el cambio de la posición de la superficie de fluencia debido al incremento del esfuerzo desviador dS_{ij} .

Es común escribir las ecuaciones de un modelo plástico en función de los invariantes del tensor de esfuerzos, con el objeto de lograr la validez en cualquier sistema de referencia que se adopte, por lo tanto

$$f(I_{2S}, I_{3S}) \quad (2.13)$$

donde

$$I_{2S} = \frac{1}{2}(S_{ij}S_{ii} - S_{ij}S_{ji}) \quad (2.14)$$

$$I_{3S} = \det(S_{ij})$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij} \quad (2.15)$$

donde $\det(S_{ij})$ indica el determinante de la matriz y δ_{ij} es la delta de Kronecker.

2.1.2 La teoría del estado crítico

Esta teoría permite disponer de un modelo unificado de comportamiento de un suelo en el que los estados de esfuerzos y los de deformación, incluidos los cambios volumétricos, se interrelacionan. Roscoe, Scholfield y Wroth propusieron este concepto por primera vez en 1958 en un trabajo sobre la flexibilidad de los suelos, y siguió el trabajo en esta área principalmente en el Departamento de Ingeniería de la Universidad de Cambridge, que condujo a varias publicaciones: Parry (1960), Roscoe y Burland (1968), Schofield y Wroth (1968), Atkinson y Bransby (1978), y Atkinson (1981).

La teoría del estado crítico se basa en el estudio de los mecanismos de disipación de la energía dentro del esqueleto del suelo, así como de la observación del comportamiento macroscópico de los materiales. Propone un modelo en el cual cede el suelo, es decir, que pasa del comportamiento netamente elástico a uno plástico, después de alcanzar un volumen específico crítico ($v_c = 1 + e_c$). Se considera, entonces, que la flexibilidad o el deslizamiento al cortante se llevan a cabo cuando la combinación de esfuerzos efectivos ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) y el volumen específico (v), que es el volumen total de suelo que contiene el volumen unitario de partículas sólidas, coincide con una superficie límite de estado. Esta superficie límite se puede considerar como un análogo tridimensional de una envolvente de falla, por ejemplo la del criterio Mohr-Coulomb.

El modelo del estado crítico se desarrolló con arcillas saturadas y reconstituídas, pero se puede suponer representativo de las arcillas naturales para tener un modelo generalizado del comportamiento. Así, por ejemplo, cuando un suelo normalmente consolidado es ensayado bajo las diversas condiciones de carga, es posible obtener dos tipos de curvas características de ese material: la línea de consolidación virgen isotrópica y la línea de ruptura del material o línea del estado crítico, paralela a la primera. El estado crítico se produce cuando la deformación crece indefinidamente y la relación de vacíos se mantiene aproximadamente constante en el espacio $v - \ln p$. En el plano de esfuerzos $p - q$ este estado se presenta como se ilustra en la fig 2.2. De acuerdo con esta figura se establecen las siguientes relaciones

$$q = Mp \quad (2.16)$$

$$v_\lambda = v_c + \lambda \ln p \quad (2.17)$$

$$v_k = v + k \ln p \quad (2.18)$$

donde M representa la pendiente de la línea del estado crítico, v_c es el volumen del material en el estado crítico cuando se aplica una presión media unitaria, v_λ y v_k es el valor del volumen para una presión media unitaria y λ y k son las pendientes de la línea de consolidación en carga y descarga, respectivamente.

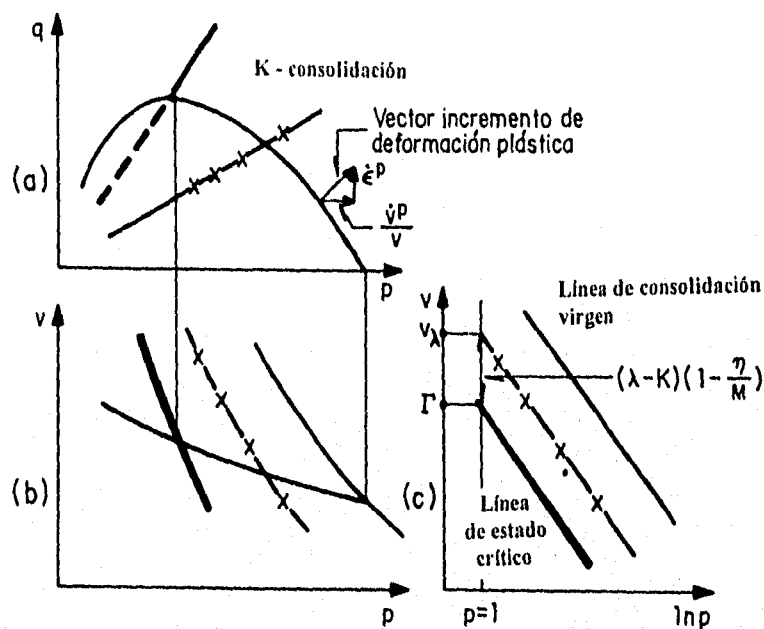


Fig 2.2 Comportamiento característico de las arcillas

La ecuación de la superficie de fluencia, cuando el material es ensayado a volumen constante, se puede establecer a partir de las relaciones definidas anteriormente, como

$$\frac{q}{Mp} + \ln\left(\frac{p}{p_u}\right) = 1 \quad (2.19)$$

donde p_u significa la intersección de la línea del estado crítico con la superficie de fluencia. Por medio de las relaciones (2.17) y (2.18) es posible definir la ecuación de la superficie límite, la cual está compuesta por una familia de superficies de fluencia (fig 2.3):

$$|q| = \frac{Mp}{\lambda - \kappa} (v_c + \lambda - v - \lambda \ln p) \quad (2.20)$$

Las ecuaciones así establecidas permiten desarrollar los modelos del estado crítico.

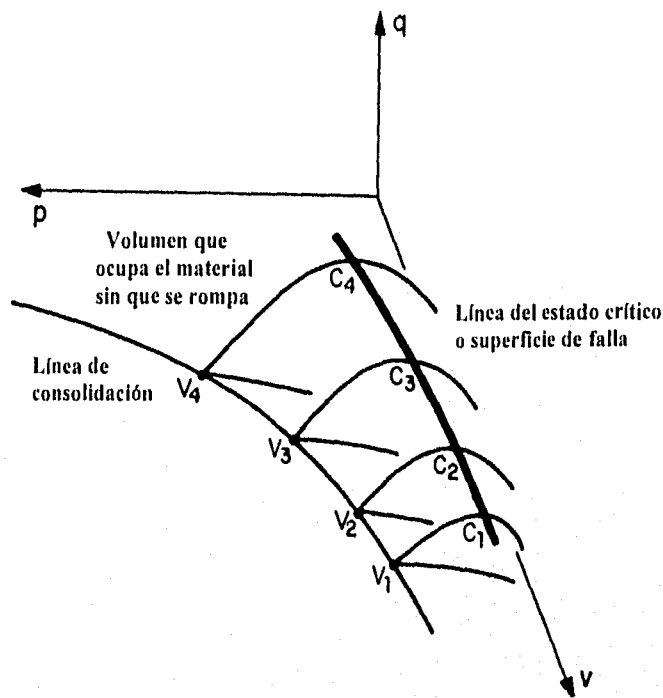


Fig 2.3 Superficie límite en la teoría del estado crítico

2.1.3 La teoría endocrónica

Esta teoría nace y se desarrolla con el estudio de las deformaciones inelásticas de los metales (Rojas y Romo, 1993) y está basada en el concepto del tiempo intrínseco, τ , el cual es un valor adimensional definido como la longitud de la trayectoria de respuesta en el espacio de las deformaciones, es decir

$$d\tau^2 = P_{ijkl} d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{kl} \quad (2.21)$$

donde P_{ijkl} representa las propiedades mecánicas del material.

La teoría endocrónica también plantea el concepto de la escala del tiempo intrínseco z , que se considera como la escala natural de tiempo con respecto a la cual la memoria de la historia de deformación del material debe ser medida, y está definida como

$$dz = \frac{d\tau}{f} \quad (2.22)$$

donde f es una función de la historia de esfuerzos, relacionada con el valor de la fricción interna que posee un material.

Para materiales isotrópicos, la ecuación que determina su comportamiento puede dividirse en una parte desviadora y otra isotrópica. Así, para la parte desviadora, se tiene

$$S_{ij} = \int_0^z \mu(z-z') \frac{\partial v_{ij}}{\partial z'} dz' \quad (2.23)$$

donde $\mu(z)$ representa el módulo de cortante, el cual puede obtenerse por medio de las series de Dirichlet

$$\mu(z) = \lambda_\infty + \sum_{r=1}^n \lambda_r \exp(-\rho_r z) \quad (2.24)$$

siendo $\lambda_\infty, \lambda_r, \rho_r$ parámetros positivos. La parte isotrópica se relaciona con la historia de deformación volumétrica de una manera similar, por medio de la ecuación

$$P = 3 \int_0^z K(z-z') \frac{\partial \epsilon_v}{\partial z'} dz' \quad (2.25)$$

siendo K el módulo volumétrico, el cual puede definirse por medio de una relación similar a la ecuación (2.24). Las relaciones (2.21) y (2.25) constituyen la base de los modelos endocrónicos. En la actualidad, los modelos endocrónicos son herramientas de gran flexibilidad, para simular el comportamiento de los materiales sujetos a cargas cíclicas.

2.1.4 Teoría hipoeelástica

Un criterio para clasificar la mayoría de los modelos constitutivos, se basa en el número de zonas tensoriales que se evalúan (Rojas y Romo, 1993). Una zona tensorial puede definirse como una región del espacio de sollicitaciones en la cual la función que liga el incremento de esfuerzos con el de deformaciones permanece constante; es decir, que en esa región del espacio se estima que la dirección del incremento de esfuerzos no afecta la forma de la función G_α dada por

$$d\epsilon_\alpha = G_\alpha(d\sigma_\beta) \quad (2.26)$$

La teoría endocrónica también plantea el concepto de la escala del tiempo intrínseco z , que se considera como la escala natural de tiempo con respecto a la cual la memoria de la historia de deformación del material debe ser medida, y está definida como

$$dz = \frac{d\tau}{f} \quad (2.22)$$

donde f es una función de la historia de esfuerzos, relacionada con el valor de la fricción interna que posee un material.

Para materiales isotrópicos, la ecuación que determina su comportamiento puede dividirse en una parte desviadora y otra isotrópica. Así, para la parte desviadora, se tiene

$$S_{ij} = \int_0^z \mu(z-z') \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial z'} dz' \quad (2.23)$$

donde $\mu(z)$ representa el módulo de cortante, el cual puede obtenerse por medio de las series de Dirichlet

$$\mu(z) = \lambda_\infty + \sum_{r=1}^n \lambda_r \exp(-\rho_r z) \quad (2.24)$$

siendo $\lambda_\infty, \lambda_r, \rho_r$ parámetros positivos. La parte isotrópica se relaciona con la historia de deformación volumétrica de una manera similar, por medio de la ecuación

$$P = 3 \int_0^z K(z-z') \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z'} dz' \quad (2.25)$$

siendo K el módulo volumétrico, el cual puede definirse por medio de una relación similar a la ecuación (2.24). Las relaciones (2.21) y (2.25) constituyen la base de los modelos endocrónicos. En la actualidad, los modelos endocrónicos son herramientas de gran flexibilidad, para simular el comportamiento de los materiales sujetos a cargas cíclicas.

2.1.4 Teoría hipoelástica

Un criterio para clasificar la mayoría de los modelos constitutivos, se basa en el número de zonas tensoriales que se evalúan (Rojas y Romo, 1993). Una zona tensorial puede definirse como una región del espacio de sollicitaciones en la cual la función que liga el incremento de esfuerzos con el de deformaciones permanece constante; es decir, que en esa región del espacio se estima que la dirección del incremento de esfuerzos no afecta la forma de la función G_α dada por

$$d\varepsilon_\alpha = G_\alpha(d\sigma_\beta) \quad (2.26)$$

que es la formulación general de los modelos hipoplásticos y fue establecida por Truesdell a partir de la teoría de la mecánica de los medios continuos.

Dadas las deformaciones plásticas de los suelos, G_a deberá ser una función no lineal, de tal manera que cumpla con la condición

$$-G_a(d\sigma_\beta) \neq G_a(d\sigma_\beta) \quad (2.27)$$

Para simplificar el desarrollo del modelo no se consideran los efectos viscosos del material, por lo cual la velocidad de aplicación de la carga no influye en su comportamiento y puede escribirse

$$G_a(\lambda d\sigma_\beta) = \lambda_a(d\sigma_\beta) \quad (2.28)$$

Es decir, la función G_a es homogénea de orden uno con respecto a $d\sigma_\beta$ y por lo tanto

$$G_a(d\sigma_\beta) = \frac{\partial G_a(d\sigma_\beta)}{\partial (d\sigma_\beta)} d\sigma_\beta = M_{\alpha\beta}(d\sigma_\beta) d\sigma_\beta \quad (2.29)$$

donde $M_{\alpha\beta}$ es una función homogénea de orden cero, de manera que puede escribirse

$$G_a(d\sigma_\beta) = M_{\alpha\beta} \frac{(d\sigma_\beta)}{|d\sigma|} d\sigma_\beta = M_{\alpha\beta}(u) d\sigma_\beta \quad (2.30)$$

Es decir, la función G_a depende tanto de la dirección del incremento de esfuerzos u como de dicho incremento.

Si se considera la definición de una zona tensorial, puede aceptarse que en una zona Z

$$\forall u \in Z \Rightarrow M(u) = M^z \quad (2.31)$$

Por otro lado, en la frontera entre dos zonas tensoriales, debe satisfacerse la condición de continuidad, es decir

$$\forall u \in Z_1 \cap Z_2 d\varepsilon = M^1 d\sigma = M^2 d\sigma \quad (2.32)$$

Esta condición de continuidad se cumple en la mayoría de los modelos plásticos, por medio del concepto de carga neutra.

En el caso en que el modelo constitutivo posea una sola zona tensorial, la ecuación (2.30) se escribe como

$$d\varepsilon = M(u) d\sigma = M^1 d\sigma \forall u \in Z \quad (2.33)$$

A este caso pertenecen todos los modelos elásticos lineales y no lineales. Cuando se considera la existencia de dos zonas tensoriales, puede hablarse de una zona de carga y otra de descarga, como en los modelos plásticos de potencial simple, donde en carga existe una matriz elastoplástica y en descarga una elástica, es decir

$$d\varepsilon = M^{cp} d\sigma \text{ en carga} \quad (2.34)$$

$$d\varepsilon = M^e d\sigma \text{ en descarga} \quad (2.35)$$

Estos modelos pueden considerar una variable continua de los módulos plásticos del material, en función de la historia de sollicitaciones (modelo de Dafalias) o bien una variación discontinua (modelo de Prévost).

Los modelos plásticos de doble potencia (Lade) establecen la existencia de cuatro zonas tensoriales, al considerar que existen dos potenciales plásticos diferentes. Uno que estima la deformaciones volumétricas irreversibles y otro las deformaciones desviadoras, es decir

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_d^p \quad (2.36)$$

con

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\alpha}{h_v} \frac{\partial g_v}{\partial \sigma} \frac{\partial f_v}{\partial \sigma} d\sigma, d\varepsilon_d^p = \frac{\alpha}{h_d} \frac{\partial g_d}{\partial \sigma} \frac{\partial f_d}{\partial \sigma} d\sigma \quad (2.37)$$

Así, esta consideración adicionada al criterio de carga y descarga, produce cuatro combinaciones de la matriz elastoplástica; por lo tanto, establece cuatro zonas tensoriales, como se representa en la fig 2.4.

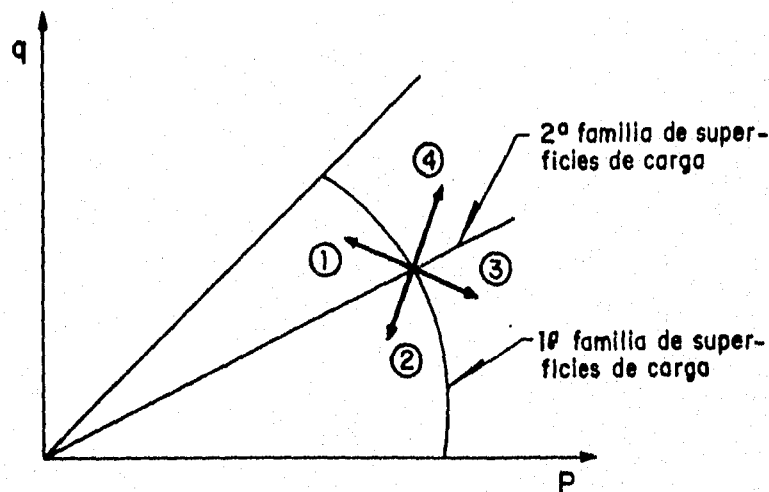


Fig 2.4 Modelo plástico con cuatro zonas tensoriales

El modelo de Ishihara, divide la superficie de falla Mohr-Coulomb en seis zonas tensoriales, dependiendo del valor de los esfuerzos principales (Chen, 1990).

Otros modelos subdividen el espacio de esfuerzos en ocho zonas al considerar que cada uno de los esfuerzos principales puede estar actuando en carga o en descarga. También puede considerarse el caso de los modelos que usan una infinidad de zonas tensoriales, a los cuales se les conoce como incrementales no lineales, entre ellos se encuentra los modelos endocrónicos y el modelo octolineal generalizado.

2.2 Descripción de los diferentes modelos constitutivos

2.2.1 Modelos clásicos

Los dos modelos más utilizados en la teoría de la plasticidad clásica aplicada a metales son el de Tresca (1864) y el de Von Mises (1913).

El criterio de Tresca establece que el proceso plástico se inicia cuando el esfuerzo desviador máximo alcanza el valor crítico K , es decir, considera que la plastificación se presenta cuando se alcanza el cortante máximo, así

$$K = \tau_{\max} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2| \\ \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3| \\ \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \end{array} \right\} \quad (2.38)$$

la cual se expresa en el plano de esfuerzos desviadores como

$$2\sqrt{\frac{2}{3}}K = \max \left\{ \begin{array}{l} |S_1 - S_2| \\ |S_1 - S_3| \\ |S_2 - S_3| \end{array} \right\} \quad (2.39)$$

La ecuación (2.39) representa la ecuación de un hexágono regular en el plano desviador donde el tamaño del hexágono es independiente del esfuerzo medio, como se ilustra en la fig 2.5

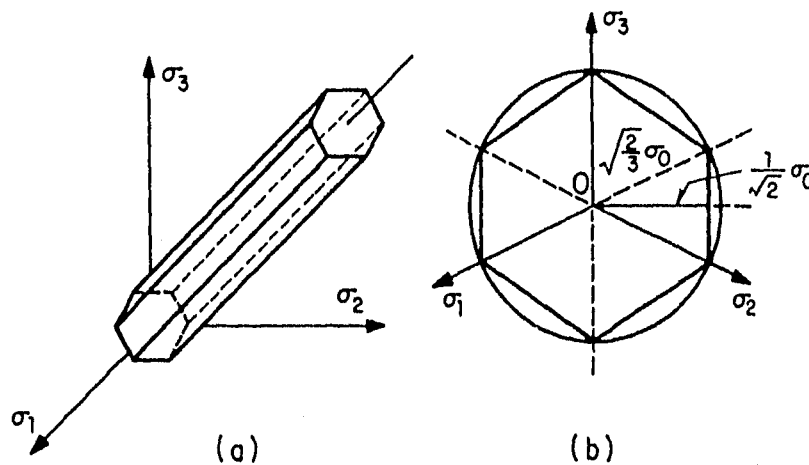


Fig 2.5 Criterio plástico de Tresca

La superficie plástica expresada en términos de los invariantes del tensor desviador está dada por la siguiente ecuación

$$4I_{2S}^3 - 27I_{3S}^2 - 36K^2I_{2S}^2 + 96K^4I_{2S} - 64K^6 = 0 \quad (2.40)$$

El criterio de Von Mises está basado en el principio de máxima energía de distorsión por unidad de volumen y establece que la superficie de fluencia es un cilindro que tiene como eje a la trisectriz y cuyo radio es el valor K (fig 2.6).

Este criterio puede expresarse por medio de la siguiente ecuación y se utiliza con éxito en el caso de suelos preconsolidados

$$I_{2S} = K^2 \quad (2.41)$$

La diferencia entre los dos criterios descritos no es particularmente grande, aunque muchas veces es matemáticamente más conveniente hacer uso del criterio de Tresca, que involucra la falla plástica e incluye el cálculo de la capacidad de carga del suelo.

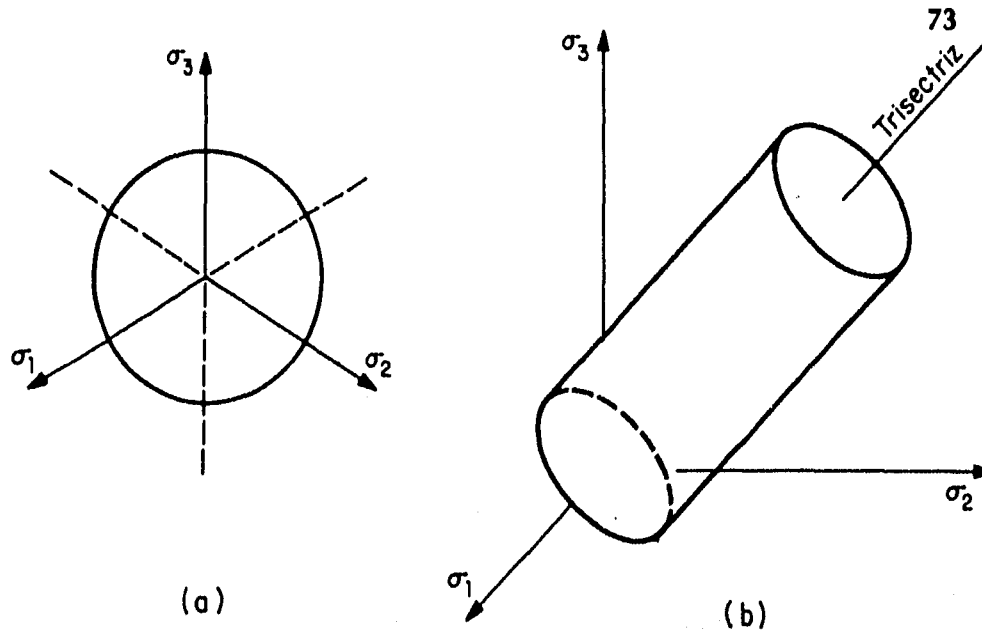


Fig 2.6 Criterio plástico de Von Mises

2.2.2 Modelo de Mohr-Coulomb

El criterio de Mohr-Coulomb se adapta bien al comportamiento del material a la ruptura, como es el caso de suelos normalmente consolidados. Este criterio puede expresarse como

$$|\sigma_1 - \sigma_2| - (\sigma_1 + \sigma_2) \text{sen } \phi = 0$$

$$|\sigma_1 - \sigma_3| - (\sigma_1 + \sigma_3) \text{sen } \phi = 0 \quad (2.42)$$

$$|\sigma_2 - \sigma_3| - (\sigma_2 + \sigma_3) \text{sen } \phi = 0$$

Estas ecuaciones definen una pirámide hexagonal irregular cuyo vértice se localiza en el origen del espacio de esfuerzos principales, como se ilustra en la fig 2.7

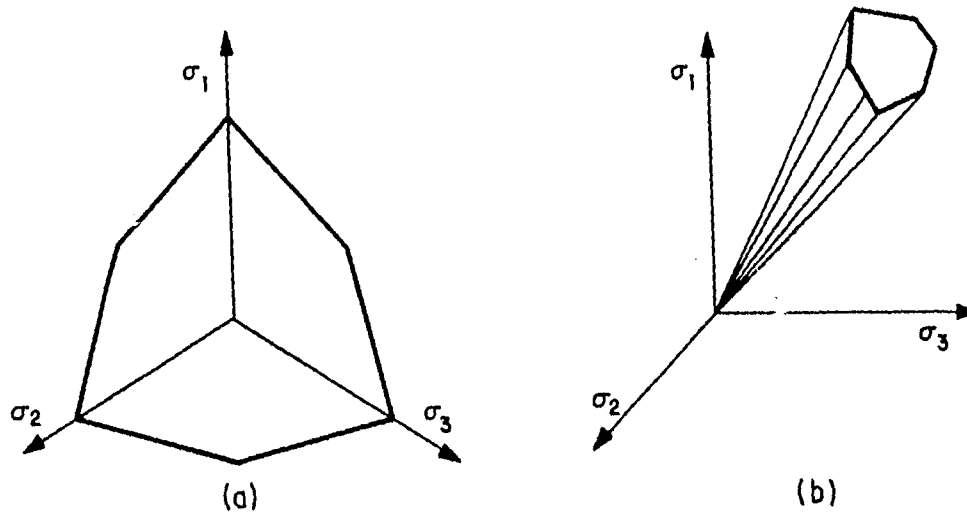


Fig 2.7 Criterio plástico de Mohr-Coulomb

2.2.3 Modelo de Mroz-Prévost

Es un modelo plástico cuya superficie de fluencia se representa por medio de la ecuación

$$\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} - k^2 = 0 \quad (2.43)$$

siendo k el radio de la superficie de fluencia. En el modelo de Mroz-Prévost se aplica el concepto de superficies de fluencia múltiples, las cuales son de forma circular y circunscritas entre sí en el plano desviador. Dado que las superficies de fluencia pueden desplazarse, la ecuación (2.43) debe escribirse como

$$3/4(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (2.44)$$

donde α_{ij} representa las coordenadas del centro de la superficie. Cada superficie de fluencia lleva asociado un módulo plástico H_i ; en el momento en que el estado de esfuerzos rebasa la primera superficie, el módulo plástico pasa a ser el de la segunda superficie, y así sucesivamente. Cuando el estado de esfuerzos hace contacto con una superficie, esta es arrastrada según la dirección del incremento de esfuerzos, de tal manera que las superficies de fluencia van quedando tangentes entre sí con un punto único de contacto, lo cual garantiza la unicidad en la respuesta del modelo. Según la ecuación (2.44), cada superficie puede representarse por la siguiente expresión

$$\left\{3/2(S_{ij} - \alpha_{ij}^{(m)})(S_{ij} - \alpha_{ij}^{(m)})\right\}^{1/2} - k^{(m)} = 0 \quad (2.45)$$

Todas las superficies plásticas pueden trasladarse en el espacio de esfuerzos sin cambiar de forma y tocan y empujan a otras superficies pero sin intersectarse. Cuando el estado de esfuerzos alcanza la superficie plástica f_m , todas las superficies interiores a éstas (f_0, f_1, \dots, f_{m-1}) son tangentes entre sí en el punto de contacto M y, en tal caso, debe cumplirse la siguiente condición

$$\frac{S_{ij} - \alpha_{ij}^{(m)}}{k^{(m)}} = \frac{S_{ij} - \alpha_{ij}^{(m-1)}}{k^{(m-1)}} = \frac{S_{ij} - \alpha_{ij}^{(0)}}{k^{(0)}} \quad (2.46)$$

2.2.4 Modelo de Dafalias

El modelo de Dafalias es un modelo hipoplástico y considera los efectos de anisotropía inherente e inducida, preconsolidación y viscosidad (Dafalias, 1986). El modelo parte de las ecuaciones clásicas de la plasticidad y considera la regla de flujo asociada. Así, a partir de las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.7) y (2.10), es posible obtener la expresión

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(E_{ijkl} - \frac{E_{ijab} L_{ab} L_{mn} E_{mnkl}}{K_p + L_{ab} E_{abrs} L_{rs}} \right) \dot{\epsilon}_{kl} \quad (2.47)$$

donde $L_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$ y K_p representa el módulo plástico.

A estas ecuaciones queda asociada una superficie límite, la cual representa el estado de esfuerzos de ruptura del material. Dicha superficie se representa en el plano de los invariantes anisotrópicos del tensor de esfuerzos (I^a, J^a), por medio de dos elipses unidas por una hipérbola donde

$$I^a = \sigma_{ij} \delta_{ij}^a \quad (2.48)$$

$$J^a = \left(\frac{1}{2} S_{ij}^a S_{ij}^a \right)^{1/2} \quad (2.49)$$

siendo

I^a el primer invariante del tensor de esfuerzos anisótropos;

J^a el segundo invariante del tensor de esfuerzos desviadores, anisótropos; y

δ_{ij}^a el vector unitario anisótropo.

$$S_{ij}^a = \sigma_{ij} - 1/3 I^a \delta_{ij}^a \quad (\text{tensor desviador anisotrópico}) \quad (2.50)$$

Si se cumple que

$$I = \sigma_{ij} \delta_{ij} \quad (2.51)$$

$$J = \left(\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.52)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3 I \delta_{ij} \quad (2.53)$$

entonces los ejes I^a, J^a representan los valores de los invariantes del tensor de esfuerzos I y J , girados un cierto ángulo. Por medio de este giro, es posible considerar parte de la historia de carga aplicada sobre el material. A esta posibilidad de giro de los ejes se le ha denominado endurecimiento anisótropo, puesto que por medio de esta propiedad se evalúa la anisotropía de los materiales. En tal caso, es conveniente expresar las ecuaciones de la superficie límite por medio de los invariantes anisótropos del tensor de esfuerzos (I^a, J^a). Por lo tanto, la ecuación de la primera elipse se escribe

$$F = (\bar{I}_0^a - I_0^a) \left(\bar{I}^a + \frac{R-2}{R} I_0^a \right) + (R-1)^2 \left[\frac{\bar{J}^a}{N(\alpha^a)} \right]^2 = 0 \quad (2.54)$$

donde \bar{I}_0^a, \bar{J}^a representa los valores de los invariantes I^a, J^a obtenidos sobre la superficie límite por medio de una regla de mapeo radial. I_0^a representa el esfuerzo máximo de consolidación, y $N(\alpha^a)$ y R son parámetros del modelo.

En la misma forma se establecen las ecuaciones de la segunda elipse y de la hipérbola. La orientación inicial de la superficie límite depende de la historia de consolidación del material así, como de su anisotropía inherente. Si el material es inicialmente isotrópico, los ejes I^a, J^a corresponden con I y J . El giro de los ejes se introduce en el modelo por medio de la ecuación

$$S_{ij}^a = \lambda^* \langle L \rangle \left[L_{ij} - \frac{1}{3} (L_{pq} \delta_{pq}^a) \delta_{ij}^a \right] \quad (2.55)$$

donde $\lambda^* \langle L \rangle$ es una función que controla la velocidad de rotación de la superficie límite.

Además de este tipo de endurecimiento, se considera el endurecimiento isotrópico y el de distorsión, el cual genera una serie de alargamientos o ensanchamientos de la superficie límite por medio del parámetro R , cuyo valor está dado por

$$R = -C_3 \delta_{ij}^{'''} \delta_{ij}^{'''} \quad (2.56)$$

donde C_3 es un parámetro del modelo y $\delta_{ij}^{'''}$ es la parte desviadora del tensor $\delta_{ij}^{''}$.

2.2.5 Modelo de Lade

Este modelo puede simular, con suficiente aproximación, los fenómenos de no linealidad, influencia del esfuerzo medio, influencia de las trayectorias de esfuerzos y fenómenos de expansión. Se aplica a diferentes condiciones de sollicitación en medios granulares, como ensayos de corte, torsión y estados de esfuerzos triaxiales. El modelo está basado en resultados experimentales, a partir de los cuales se obtiene la superficie de falla representada en la fig 2.8, y definida por la ecuación

$$I_1^3 - K_1 I_3 = 0 \quad (2.57)$$

donde I_1, I_3 representan el primer y tercer invariante del tensor de esfuerzos, así

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (2.58)$$

$$I_3 = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{13} - (\sigma_{11}\sigma_{23}^2 + \sigma_{22}\sigma_{13}^2 + \sigma_{33}\sigma_{12}^2) \quad (2.59)$$

donde K_1 es un parámetro que depende de la relación de vacíos del suelo granular.

Considera un potencial plástico distinto a la superficie de fluencia aunque de expresión similar, debido a que los resultados experimentales muestran que la regla de flujo asociada no se cumple para suelos granulares

$$g = I_1^3 - K_2 I_3 \quad (2.60)$$

siento K_2 es un valor constante

$$K_2 = Af + 27(1 - A) \quad (2.61)$$

$$f = I_1^3 / I_3 \quad (2.62)$$

y A es un parámetro que se determina experimentalmente.

De esta forma, el incremento de la deformación plástica puede determinarse con la expresión

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.63)$$

siendo $d\lambda$ un parámetro de proporcionalidad.

A partir de las ecuaciones anteriores es posible conseguir relacionar el incremento de la deformación plástica y los esfuerzos.

El parámetro de proporcionalidad $d\lambda$, se obtiene por medio de la regla de endurecimiento isotrópico.

En general, el modelo requiere de nueve parámetros, los cuales pueden determinarse a partir de los resultados de una serie de ensayos triaxiales. Recientemente se han introducido algunas modificaciones a la teoría original, para poder simular con mayor precisión el comportamiento de las arenas.

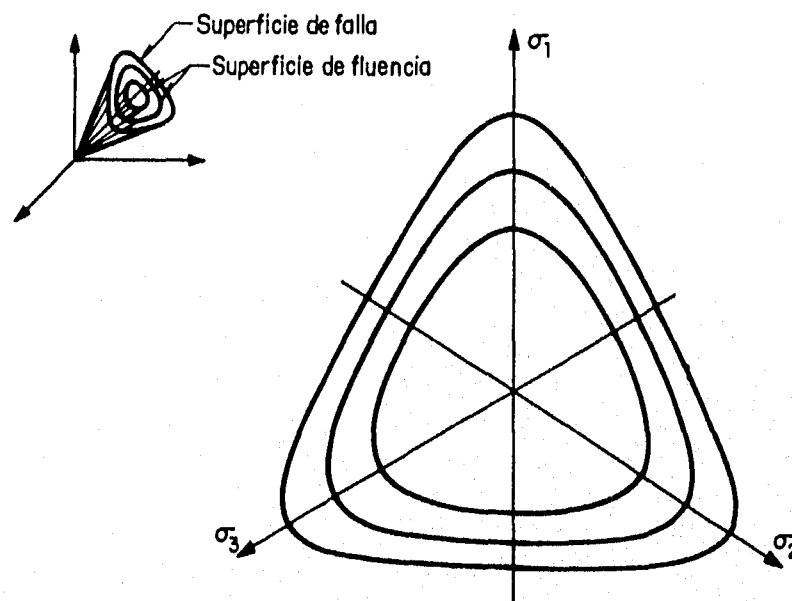


Fig 2.8 Forma de las superficies de fluencia y de falla para el modelo de Lade

2.2.6 Modelo de Cambridge

Este modelo parte de las ecuaciones del estado crítico a las cuales se les adicionan las condiciones específicas de un ensayo para obtener la respuesta teórica del material (Wood, 1990). Por lo tanto para una prueba no drenada, en donde $\dot{\nu} = 0$, la ecuación de la superficie de fluencia (2.19) se escribe como

$$|q| = \frac{Mp}{\lambda - k} (\lambda \ln p_0 - \lambda \ln p) = \frac{Mp}{\Lambda} \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) \quad (2.64)$$

para un ensaye no drenado en compresión la ecuación (2.64) se transforma en

$$\frac{q}{Mp} = 1 - \exp\left(-\frac{Mv_0}{k\Lambda} \varepsilon\right) \quad (2.65)$$

donde ε representa la deformación axial del material, κ es la pendiente media del tramo de recompresión en la curva de compresibilidad en el espacio v - $\ln p'$ y Λ es la relación de deformación volumétrica.

Actualmente, existe una versión modificada del modelo con la cual se superan algunas deficiencias del modelo original. En él se incorpora el criterio de falla de Hvorslev, que representa un caso especial del criterio de falla de Mohr-Coulomb, donde la parte cohesiva de la resistencia no es constante sino que se expresa como una función exponencial del contenido de agua del material.

Bajo algunas consideraciones sobre la disipación de energía, el modelo considera una superficie de fluencia y un potencial plástico de forma elíptica, es decir

$$p'(p' - p'_c) + \frac{q^2}{M^2} = 0 \quad (2.66)$$

La superficie de falla de Hvorslev tiene por ecuación

$$q \pm \frac{M}{1 + \alpha} \left(p' + \frac{\alpha p'_c}{2}\right) = 0 \quad (2.67)$$

y sobre ella se aplica una regla de flujo no asociada, de tal manera que su potencial plástico está dado por

$$q - q_c = 0 \quad (2.68)$$

donde q_c es un parámetro que depende del estado de esfuerzos. La forma de la superficie de fluencia se ilustra en la fig 2.9

El comportamiento elástico del material se define como

$$\dot{p} = \frac{P'}{k} \dot{\varepsilon}_v^e \quad (2.69)$$

$$\dot{q} = 3G\dot{\varepsilon}^e \quad (2.70)$$

donde p'/k' y G representan los módulos volumétricos y de cortante.

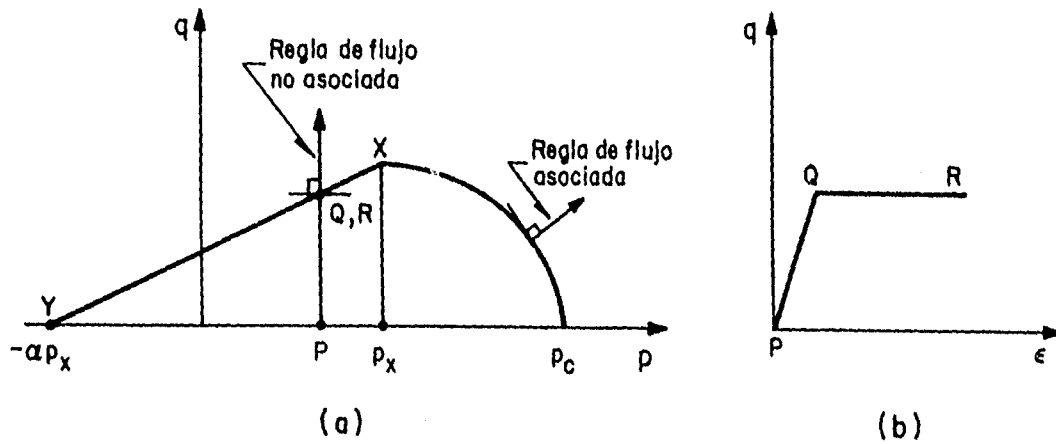


Fig 2.9 Superficie de fluencia de Roscoe-Hvorslev

Entonces, según las ecuaciones anteriores y la expresión de la regla de flujo asociada definida como

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \varphi_{ij} \quad (2.71)$$

es posible obtener la siguiente relación

$$\begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_v \\ \dot{\epsilon} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k'}{p'} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p}' \\ \dot{q} \end{pmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2(p' - p_c)^2 (2p' - p_c) \frac{2q}{M^2} \\ 2(p' - p_c)^2 \frac{2q}{M^2} \frac{4g^2}{M^4} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p}' \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

con

$$\lambda = \frac{\lambda^* - k^*}{p' p'_c (2p' - p'_c)} \quad (2.73)$$

para la superficie de Hvorslev, resulta

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_v \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k^*}{p'} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p}' \\ \dot{q}' \end{pmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \pm \frac{M}{1+\alpha} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p}' \\ \dot{q}' \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

donde se considera que el material se comporta como perfectamente plástico y como tal debe calcularse el valor de λ . Los valores de λ^* , k^* , representan las pendientes de las rectas de compresión virgen y de recompresión, respectivamente, cuando se grafican en los ejes $\ln p, \ln \varepsilon_v$.

El modelo de Cambridge modificado es capaz de simular adecuadamente el comportamiento de los suelos normalmente consolidados; sin embargo, muestra deficiencias al tratar de aplicarse en suelos de alto grado de preconsolidación o anisotropía

2.2.7 Modelo de Pender

Este modelo es capaz de simular adecuadamente el comportamiento de los suelos preconsolidados y normalmente consolidados bajo carga cíclica y es desarrollado a partir de los conceptos del estado crítico. Pender(1978), se baso en la funciones que definen la superficie de fluencia, la trayectoria de esfuerzos efectivos y la relación entre los incrementos de deformación plástica desviadora y volumétrica. Adicionalmente, considera que la superficie de fluencia viaja junto con el estado de esfuerzos y que el material se vuelve más resistente en cada semiciclo de carga, donde la superficie de fluencia considera que la trayectoria de respuesta en esfuerzos efectivos es de forma parabólica, dirigida hacia el punto que representa el estado crítico

$$df = pd\eta \quad (2.75)$$

$$\left(\frac{\eta - \eta_0}{AM - \eta_0} \right)^2 = \frac{p_{cs}}{p} \left(\frac{1 - p_0/p}{1 - p_0/p_{cs}} \right) \quad (2.76)$$

La relación entre los incrementos de la deformación desviadora y volumétrica plástica están dados por

$$d\varepsilon^p / d\varepsilon_v^p = \frac{(AM - \eta_0)^2}{(AM)^2(p_0 / p_{cs} - 1)(AM / \eta_0) - (\eta - \eta_0)p / p_{cs}} \quad (2.77)$$

A partir de estas relaciones y del concepto de flujo plástico, es posible complementar el modelo, obteniéndose la relación

$$d\varepsilon^p = \frac{2k(p / p_{cs})(\eta - \eta_0)^{1+\xi, \eta}}{(AM)^2(1+e)(2p_0 / p - 1)((AM - \eta_0)^\xi - (\eta - \eta_0)p / p_{cs})} \quad (2.78)$$

donde ξ representa el índice de endurecimiento cíclico definido como

$$\xi = (|q_p| / p_{cs})^\alpha (H^p - 1) \quad (2.79)$$

Los parámetros del modelo $\varphi, \lambda, A, v_c, \alpha, \beta$ pueden obtenerse a través de pruebas triaxiales no drenadas, cíclicas y monótonas, y de ensayos de consolidación.

2.2.8 Modelo de Sandler

Este modelo se ubica entre los modelos denominados de cubierta (cap models), utiliza la regla de flujo asociada y considera que la superficie de fluencia es una envolvente de falla y una cubierta, cuya posición es función de la historia de deformación volumétrica del material (Sandler, 1976).

$$\sqrt{J_2} = A - \frac{C}{1 + 3Bp} \quad (2.80)$$

$$\text{donde } J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.81)$$

Por medio de la regla de endurecimiento, el modelo puede simular el comportamiento cíclico de los materiales, los fenómenos viscosos y la anisotropía de los materiales.

La cubierta del modelo es de forma elíptica, de tal manera que su ecuación puede escribirse como

$$(p - p_A)^2 + \frac{1}{9} R^2 J^2 = (p_B - p_A)^2 \quad (2.82)$$

Los parámetros que requiere el modelo son los módulos volumétrico K , y de cortante G , el esfuerzo de preconsolidación p_c , y parámetros de forma de la cubierta A , B y C , los cuales pueden obtenerse a partir de ensayos triaxiales

2.2.9 Modelos endocrónicos

Los modelos endocrónicos están basados en los conceptos del tiempo intrínseco y la escala del tiempo intrínseco. Estos modelos pueden simular adecuadamente el comportamiento del suelo, tanto en ensayos triaxiales, como de corte simple.

2.2.9.1 Modelo de Bazánt

En este modelo se tiene en cuenta la regla de endurecimiento cinemático al introducir el concepto de superficie de fluencia y utiliza dos unidades endocrónicas acopladas (Bazánt, 1983), es decir

$$S_{ij} = S_{ij}^{(1)} + S_{ij}^{(2)} \quad (2.83)$$

además,

$$dS_{ij}^{(1)} = 2G_1 de_{ij} - \frac{\partial \phi_1 d\tau}{\partial S_{ij} \tau_1} \quad (2.84)$$

$$dS_{ij}^{(2)} = 2G_2 de_{ij} - \frac{\partial \phi_2 d\tau}{\partial S_{ij} \tau_2} \quad (2.85)$$

G_1, G_2 son los módulos de cortante, ϕ_1, ϕ_2 son funciones que definen la superficie de fluencia y τ_1, τ_2 coeficientes del tiempo intrínseco, los cuales se pueden escribir como

$$d\tau = \sqrt{\frac{1}{2} de_{ij} de_{ij}} \quad (2.86)$$

$$\phi_1 = \frac{1}{2} (S_{ij}^{(1)} - \alpha_{ij}^{(1)}) (S_{ij}^{(1)} - \alpha_{ij}^{(1)}) - H_1 \quad (2.87)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} (S_{ij}^{(2)} - \alpha_{ij}^{(2)}) (S_{ij}^{(2)} - \alpha_{ij}^{(2)}) - H_2 \quad (2.88)$$

donde H_1, H_2 son los parámetros del modelo que modifican la influencia de los factores desviadores, es decir

$$dS_{ij}^{(1)} = 2G_1 de_{ij} - (S_{ij}^{(1)} - \alpha_{ij}^{(1)}) \frac{d\tau}{\tau_1} \quad (2.89)$$

$$dS_{ij}^{(2)} = 2G_2 de_{ij} - (S_{ij}^{(2)} - \alpha_{ij}^{(2)}) \frac{d\tau}{\tau_2} dS_{ij}^{(1)} = 2G_2 de_{ij} - (S_{ij}^{(2)} - \alpha_{ij}^{(2)}) \frac{d\tau}{\tau_2} \quad (2.90)$$

Una de las características relevantes del modelo de Bazánt, es el concepto de salto de endurecimiento cinemático y expansión inelástica, permitiendo modelar mejor el comportamiento esfuerzo-deformación de un material cuando se aplican ciclos irregulares de carga y descarga. El salto cinemático se introduce en el modelo haciendo

$$\alpha_{ij}^{(1)} = S_{ij}^{(1)} \cdot \alpha_{ij}^{(2)} = S_{ij}^{(2)} \quad (2.91)$$

2.2.9.2 Modelo de Valanis

El modelo de Valanis puede simular adecuadamente el comportamiento cíclico de los suelos no cohesivos cargados en una sola dirección o sujetos a cortante bajo un esfuerzo medio constante.

En el modelo se establece la siguiente relación entre el tiempo intrínseco y la deformación plástica

$$d\tau = \sqrt{de_{ij}^p de_{ij}^p} + K |d\varepsilon_v^p| \quad (2.92)$$

donde $d\tau$ representa el incremento del tiempo intrínseco, e_{ij}^p el tensor de la deformación plástica desviadora, ε_v^p la deformación plástica volumétrica y K un factor de ponderación. El modelo considera las funciones de endurecimiento isotrópico F_i y desviador F_d , dadas por

$$d\tau = d\tau / F_i \quad (2.93)$$

$$d\tau_d = d\tau / F_d \quad (2.94)$$

de tal manera que el tensor de esfuerzo desviador puede obtenerse por la siguiente relación

$$S_{ij} = \int_0^{\tau} \theta(\tau_d - \tau') \frac{de_{ij}^{\tau}}{d\tau'} d\tau' \quad (2.95)$$

y el esfuerzo medio a través de la expresión

$$P = \int_0^t \phi(\tau, -\tau') \frac{de_v^p}{d\tau'} d\tau' \quad (2.96)$$

donde θ representa una función singular y ϕ una función similar. Las cuales pueden relacionarse como

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{d\tau}{de^p} \right)_A \quad (2.97)$$

$$\phi = p \delta(\tau) \frac{de_v^p}{d\tau_i} \quad (2.98)$$

expresando las funciones en series de tipo Dirichlet, se tiene

$$\alpha(\tau) = \sum_{r=1}^{\infty} A_r e^{-\alpha_r \tau} \quad (2.99)$$

$$\phi(\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} B_i e^{-\beta_i \tau} \quad (2.100)$$

De acuerdo con estas relaciones es posible escribir las ecuaciones (2.95) y (2.96) en la forma

$$S = \sum_{r=1}^n Q_r \quad (2.101)$$

$$P = \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.102)$$

donde Q_r, P_i satisfacen las ecuaciones diferenciales ordinarias siguientes

$$\frac{dQ_r}{d\tau_r} + \alpha_r Q_r = A_r \frac{de^p}{d\tau_r} \quad (2.103)$$

$$\frac{dP_i}{d\tau_i} + \beta_i P_i = B_i \frac{de_v^p}{d\tau_i} \quad (2.104)$$

La variación entre los esfuerzos y las deformaciones desviadoras con respecto al tiempo intrínseco es representada por la ecuación (2.103), mientras que la variación del esfuerzo medio y de la deformación volumétrica con respecto al tiempo intrínseco por la ecuación

(2.104). Con estas relaciones, el esfuerzo desviador y el esfuerzo medio, se puede obtener el incremento de esfuerzos dS, dp para un incremento de deformación de^p y $d\varepsilon_v^p$ o viceversa

$$dS = Ade^p - Qd\tau_d \quad (2.105)$$

$$dp = Bd\varepsilon_v^p - Pd\tau_d \quad (2.106)$$

donde

$$A = \sum_{r=1}^n A_r \quad (2.107)$$

$$Q = \sum_{r=1}^n \alpha_r Q_r \quad (2.108)$$

$$B = \sum_{i=1}^n B_i \quad (2.109)$$

$$P = \sum_{i=1}^n \beta_i P_i \quad (2.110)$$

Las ecuaciones anteriores constituyen la representación incremental de las ecuaciones (2.94) y (2.95), y sus deducción se obtienen a partir de la densidad de energía libre dada por la termodinámica.

2.2.10 Modelo de Kondner-Duncan

Este modelo fue uno de los primeros modelos adaptados a programas de elementos finitos, para simular el comportamiento de grandes masas de suelo. El modelo establece una ecuación hiperbólica para definir la curva esfuerzo desviador-deformación axial, de tal manera que al derivar esa ecuación con respecto a la deformación, es posible obtener el módulo de Young para diferentes valores del esfuerzo desviador. Dicha relación se escribe como

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(1 - \text{sen}\varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos\varphi + 2\sigma_3 \text{sen}\varphi} \right]^2 KP_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (2.111)$$

donde, R_f representa la relación entre el esfuerzo desviador de pico y el desviador residual, K módulo de carga, P_a la presión atmosférica, c la cohesión y φ el ángulo de fricción interna.

El valor $kP_a\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n$ representa el valor inicial del módulo de Young. Este módulo toma el siguiente valor cuando se aplica una descarga o recarga

$$E_{ur} = K_{ur}P_a\left[\frac{\sigma_3}{P_a}\right]^n \quad (2.112)$$

donde K_{ur} representa el módulo de descarga y recarga. El módulo volumétrico B está dado por la siguiente expresión

$$B = K_bP_a\left[\frac{\sigma_3}{P_a}\right]^m \quad (2.113)$$

donde K_b representa el módulo volumétrico del material y m es un exponente diferente de n . Por lo tanto, el modelo puede escribirse como

$$\begin{pmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{yy} \\ d\sigma_{xy} \end{pmatrix} = \frac{3b}{9b-E} \begin{pmatrix} 3B+E & 3B-E & 0 \\ 3B-E & 3B+E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_{xx} \\ d\varepsilon_{yy} \\ d\varepsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.114)$$

En este capítulo de revisión bibliográfica, se presentó los aspectos más importantes del comportamiento plástico y una breve descripción de los modelos constitutivos más utilizados en geotecnia, como marco general del proceso de modelación de los suelos.

3. INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

3.1 Condiciones estratigráficas

La columna litológica del lugar donde se obtuvo la muestra de suelo, está conformada por tres unidades que se muestran en la fig 3.1 y cuya descripción es:

Unidad litológica 1. Constituye la base de la columna estratigráfica regional y está integrada por flujos de andesita vesicular y basaltos con dos capas interstratificadas, de ignimbrita y tobas. También se encuentran capas de arcilla petrificada entre flujos de lava.

Unidad litológica 2. Es una capa de arcilla derivada de la intemperización de tobas lacustres, constituye una frontera impermeable entre las unidades litológicas 1 y 3; su espesor varía entre 0.3m y 3.0m.

Unidad litológica 3. Corresponde a una brecha volcánica caracterizada por fragmentos de basalto, contenidos en una matriz arenosa con arcilla. La fracción arcillosa se deriva de la meteorización del mineral plagioclasa contenido en la fracción arenosa; también están presentes en esta unidad capas lenticulares de arena pumítica y un horizonte de tobas.

3.2 Características del suelo en estudio

El suelo utilizado en los ensayos fue una arcilla gris con concentraciones de feldspatos (motas blancas), óxidos de manganeso y pequeños bloques de roca máfica y muestras reconstituidas en el laboratorio a partir de este material, con características comparables a las de campo.

Las propiedades índices promedio determinadas en la muestra original fueron:

$$w_{nat} = 49.3\%$$

$$w_l = 142.0\%$$

$$w_p = 48.0\%$$

$$I_p = 94.0\%$$

$$G_s = 2.73$$

3.3 Procedimiento de formación de muestras reconstituidas

Consistió en un proceso artificial de sedimentación y consolidación a partir de una suspensión cuyas partículas tenían un tamaño máximo inferior al de la malla N° 40.

Preparación de la suspensión

De la muestra seleccionada se tomó la cantidad necesaria (2545g) para formar las cuatro cámaras (consolidómetro de lucita), intentando reproducir las propiedades de campo del material $\gamma_m = 1.557 \text{ g/cm}^3$; $w_{nat} = 41.3\%$; $\gamma_d = 1.102 \text{ g/cm}^3$.

Los 2545g de suelo se colocaron en una charola, se les adicionó agua para inundar el material y se agitó hasta obtener una suspensión homogénea; luego se procedió a determinar el contenido de humedad, los límites de plasticidad y la densidad de sólidos. Los valores obtenidos fueron:

$$w_{promedio} = 133.8\%$$

$$w_l = 76.0\%$$

$$w_p = 48.0\%$$

$$I_p = 28.0\%$$

$$G_s = 2.79$$

Desaireado de la suspensión

La cantidad de mezcla utilizada para cada consolidómetro (1636 g), se colocó, por medio de vacío, en un tanque de aire comprimido de capacidad de 12L, luego este tanque se sumergió en un tambo con agua a temperatura entre 50° a 60°C. Se aplicó vacío lentamente durante media hora, tiempo para el cual se obtuvo una lectura de la columna de mercurio de 50cm. Se vació del tanque la mezcla desaireada a la cámara de consolidación, con suficiente cuidado para no introducir aire en la suspensión.

Sedimentación y consolidación

Una vez vaciada la mezcla en la cámara se midió su altura en el tubo de reconstitución y se dejó en proceso de sedimentación, manteniendo la suspensión en reposo e impidiendo el drenaje pero registrando el asentamiento de la suspensión en el tiempo.

Al fin de la etapa de sedimentación, se inició la consolidación con una presión hidrostática de 0.05 kg/cm^2 hasta 0.1 kg/cm^2 y se continuó aplicando carga con pesas en 10 incrementos de presión hasta 0.4 kg/cm^2 registrando en el tiempo y para cada incremento el asentamiento y la cantidad de agua drenada por la muestra. Se permitió la consolidación del material hasta obtener aproximadamente la relación de vacíos de campo, la cual equivale a una altura de la muestra en la cámara de lucita de 20cm.

Extracción de la muestra y verificación de las propiedades índices

En las condiciones de densidad logradas se drenó el agua sobrante con un gradiente hidráulico bajo, se procedió a extraer la muestra reconstituída del consolidómetro y se dividió en 14 porciones con dimensiones que permitieran posteriormente obtener un cilindro con la relación de esbeltez requerida para las pruebas triaxiales; con la muestra sobrante se determinó la densidad de sólidos, los límites de plasticidad y el contenido de humedad. En la tabla 3.1 se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 3.1 Propiedades índice promedio de las muestras reconstituidas

Cámara	w _{nat} %	w _L %	w _p %	I _p %	G _s
1	70.7	74.8	48.4	26.4	2.79
2	69.4	75.5	50.4	25.1	2.77
3	69.3	75.0	48.7	26.3	2.82
4	67.9	70.5	51.1	19.4	2.75

3.4 Programa de pruebas

La investigación de laboratorio se realizó con 18 pruebas triaxiales consolidadas no drenadas, en especímenes labrados de muestras naturales y reconstituidas. La serie de ensayos efectuados fueron:

- Tres ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU), consolidados isotrópicamente en tres incrementos de carga sobre muestras inalteradas normalmente consolidada.
- Tres ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU), consolidados isotrópicamente en tres incrementos de carga sobre muestras reconstituidas normalmente consolidada.
- Dos ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU), consolidados anisotrópicamente en tres incrementos de carga sobre muestras reconstituidas, normalmente consolidada.
- Un ensayo triaxial consolidado no drenado (CU), consolidado isotrópicamente en tres incrementos de carga y fallado en dos ciclos de carga y descarga sobre muestras reconstituidas normalmente consolidada.
- Un ensayo triaxial consolidado no drenado (CU), consolidado isotrópicamente en tres incrementos de carga y fallado en cuatro ciclos de carga y descarga con diferente velocidad de deformación, en muestras reconstituidas normalmente consolidada.
- Tres ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU), consolidados isotrópicamente en tres incrementos de carga y fallados a diferentes velocidades de aplicación de carga, en muestras reconstituidas normalmente consolidada.
- Tres ensayos consolidados no drenados (CU), consolidados isotrópicamente en tres incrementos de carga sobre muestras reconstituidas preconsolidadas.
- Dos ensayos consolidados no drenados (CU), consolidados isotrópicamente en cuatro incrementos de carga y posteriormente consolidados anisotrópicamente para obtener cuatro trayectorias con diferente relación de esfuerzos ($\eta = 0.143$; $\eta = 0.333$; $\eta = 0.429$; $\eta = 0.555$).

3.5 Descripción general del equipo

Para la realización de la serie de ensayos triaxiales se empleó la cámara triaxial de precisión INING7 (Santoyo y Reséndiz, 1969), la cual puede operar bajo el régimen de deformación controlada o de carga controlada. La característica principal de este aparato es el mecanismo de carga axial que consiste en un sistema de alambres a tensión, lo que disminuye la fricción. Cuenta con los transductores para medir la presión de poro, la presión confinante, cambios de volumen y deformación vertical.

La carga se aplica a la cabeza de la muestra mediante una placa, a la cual se le conecta un alambre central, que aplica carga hacia arriba y tres alambres periféricos, que aplican carga hacia abajo. El alambre conectado por arriba al centro de la placa pasa, después de salir de la cámara, por una polea montada en baleros, y está ligado finalmente a un portapesas; los tres alambres que salen de la periferia de la placa de carga hacia abajo se ligan fuera de la cámara a otra placa similar, de la cual sale la barra de un portapesas. La barra del portapesas del sistema de carga inferior tiene guías que le impiden oscilar. Así, se evita que la probeta sea sometida a momentos recíprocos durante la aplicación de incrementos de carga. Al conjunto de los alambres conectados periféricamente y sus accesorios se le llama sistema de carga inferior, y al alambre central sistema de carga superior.

El sistema de medición de la deformación axial está constituido por dos micrómetros. Uno de ellos se apoya en la placa que une los alambres del sistema de carga inferior. El otro se apoya en una placa, fija al alambre del sistema de carga superior.

Durante la ejecución de un ensayo, generalmente es necesario agregar (o quitar) pesas en sólo uno de los dos sistemas de carga. En una prueba de compresión axial lo más conveniente será agregar pesas en el sistema inferior de carga; una prueba de extensión axial puede realizarse agregando carga en el sistema superior o quitándola del sistema inferior. En cualquier caso, uno de los dos sistemas está sometido a tensión constante durante toda la prueba y, por tanto, los elementos de este sistema no sufren alargamientos durante el proceso.

El esfuerzo desviador máximo que se puede aplicar en pruebas de compresión axial está limitado por la capacidad de los alambres del sistema de carga inferior, y en pruebas de extensión depende de la capacidad del alambre del sistema de carga superior. En el primer caso pueden aplicarse cargas de 90kg y de 30kg en extensión.

3.6 Procedimiento de prueba

El tamaño de los especímenes varió entre 3.2 y 3.4 cm de diámetro, y de 8.5 cm de altura, aproximadamente. El montaje de las probetas se realizó de manera convencional, colocando una rejilla de papel filtro en la periferia de la muestra y en las caras superior e inferior de la probeta, conectadas con piedras porosas a ambos extremos de la muestra con el fin de

facilitar el drenaje, así como la eliminación de las burbujas de aire en la etapa de saturación

La saturación de las probetas se logró aplicando el método de contrapresión para provocar la disolución del aire en el agua de la muestra. El método consiste en aplicar un incremento de presión confinante en igual medida para que los esfuerzos efectivos no se alteren.

En la determinación del grado de saturación se utilizó la ecuación de Skempton, (1954)

$$B = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_3} \quad (3.1)$$

donde Δu es el incremento de la presión de poro generado por el aumento de presión confinante; $\Delta \sigma_3$ es el incremento de la presión confinante.

El parámetro B indica el progreso de la saturación, si B es menor que 0.95 se incrementa nuevamente la contrapresión en la base y la cabeza de la probeta en un valor igual al incremento en la presión confinante, para mantener sin cambio el valor del esfuerzo efectivo. Este procedimiento se repitió hasta que el parámetro B alcanzó un valor mayor o igual a 0.95.

Conviene hacer notar que la contrapresión aplicada no produce flujo de agua a través de la probeta de suelo, pues se aplica por igual en la base y cabeza. Al final del proceso de saturación, los esfuerzos efectivos en el espécimen no han cambiado, sólo se han modificado los esfuerzos totales.

La saturación del espécimen se realizó con el fin de conocer con exactitud sus cambios de volumen y la presión de poro generada al ser llevado a la falla.

En la etapa de consolidación se procedió de manera similar a una prueba de consolidación unidimensional, aplicando la presión de confinamiento en tres incrementos de esfuerzo y midiendo los correspondientes cambios de volumen y de deformación axial. Cada incremento de presión se dejó el tiempo necesario hasta que se estabilizaran las deformaciones y se cumpliera que la presión de poro en la probeta fuera igual a la contrapresión.

El procedimiento anterior permitió obtener la línea de consolidación virgen para cada probeta, la curva de expansión en los especímenes preconsolidados y las trayectorias anisotrópicas, así como la pendiente de la curva de compresibilidad en su tramo virgen λ , y la pendiente de la curva de expansión κ .

La mayor parte de las probetas se consolidaron isotrópicamente. Sólo dos probetas se realizaron bajo consolidación anisotrópica. El objeto de este tipo de ensaye es someter a la probeta a un estado de esfuerzos más representativo de las condiciones de campo.

En el proceso de consolidación anisotrópico primero se calculó el valor de K_0 en forma aproximada con la ecuación de Jaky

$$K_0 = 1 - \text{sen } \phi' \quad (3.2)$$

donde K_0 es el coeficiente de empuje de tierra en estado de reposo; y ϕ' es el ángulo de fricción interna en función de esfuerzos efectivos.

Existe evidencia experimental que sugieren que la fórmula de Jaky subestima el valor de K_0 (Ovando, 1986). Una vez obtenido K_0 , se calcularon σ'_1 y σ'_3 a partir de la siguiente ecuación

$$p' = \frac{\sigma'_1(1+K_0)}{2} \quad (3.3)$$

$$\sigma'_1 = \frac{2p'}{1+2K_0} \quad \text{y} \quad \sigma'_3 = \sigma'_1 K_0$$

donde p' es el esfuerzo medio al que se desea llegar.

Conocido σ'_1 y σ'_3 se calcularon las coordenadas que representan el estado de esfuerzos $p' - q$, y se une con el origen mediante una línea recta, que es la trayectoria de esfuerzos para K_0 . Los parámetros q y p' se definen como

$$q = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \quad p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \quad (3.4)$$

En algunos ensayos los especímenes se descargaron después de llegar al último estado de esfuerzos de la consolidación con el objeto de preconsolidarlos. El procedimiento de cálculo de la trayectoria de esfuerzos de descarga fue similar.

El valor de K_{op} (coeficiente de tierra en estado de reposo para suelos preconsolidados) se puede calcular con la siguiente relación semiempírica (Mayne y Kulhawy, 1982)

$$K_{op} = K_0 \text{OCR}^{\text{sen } \phi'} \quad (3.5)$$

donde OCR es el grado de preconsolidación, definido como la relación del esfuerzo vertical efectivo máximo, $\sigma'_{v\text{máx}}$, sobre el esfuerzo vertical efectivo actual, σ'_v .

$$OCR = \frac{\sigma'_{vmáx}}{\sigma'_v} \quad (3.6)$$

Reemplazando

$$K_{op} = K_0 \left[\frac{\sigma'_{vmáx}}{\sigma'_v} \right]^{1/n\phi'} \quad (3.7)$$

Dando valores de σ'_v se obtienen los valores de K_{op} , que permite encontrar σ'_h

$$\sigma'_h = K_{op} \sigma'_v \quad (3.8)$$

conocidos σ'_v y σ'_h se obtienen los puntos (p'-q) de la trayectoria de esfuerzos.

Para las pruebas con diferente relación de esfuerzos ($\eta \neq 0$), donde cada incremento de esfuerzos producen deformaciones volumétricas y axiales que modifican el área de la probeta, se calculó el valor de carga que se debe aplicar para mantener constante la trayectoria de esfuerzos efectivos con las siguientes ecuaciones

$$K = \frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}, \quad \Delta\sigma_1 = \frac{\Delta\sigma_3}{K} \quad (3.9)$$

$$\eta = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3}, \quad \eta = \frac{(1-K)}{(1+K)} \quad (3.10)$$

$$\Delta\sigma_{des} = \frac{\Delta\sigma_3(1-K)}{K} = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 \quad (3.11)$$

$$Q = \Delta\sigma_3 \left(\frac{1-K}{K} \right) A_i \left(\frac{1-\varepsilon_h}{1-\varepsilon_a} \right) \quad (3.12)$$

donde Q es el valor del incremento de la carga axial que se debe aplicar para que la trayectoria permanezca constante, ε_h es la variación del cambio de volumen registrado en la bureta y ε_a la deformación axial.

La etapa de falla, en todos los casos se realizó en compresión, el esfuerzo vertical se incremento monótonamente con deformación controlada. La velocidad de deformación utilizada en la mayoría de los ensayos fue de 0.05mm/min, equivalente aproximadamente a 0.06% de la altura de la probeta por minuto. El objeto de usar una velocidad de deformación en los ensayos fue mantener constante el efecto viscoso. No obstante, en algunos casos se varió la velocidad de deformación a 0.152mm/min y 1.524 mm/min

(ensayos 15 y 14, respectivamente), con el fin de evaluar la influencia de la velocidad de deformación en las propiedades mecánicas.

3.7 Presentación e interpretación de resultados

En este inciso se presentan los resultados de los ensayos efectuados; los datos obtenidos se han ordenado en tablas y gráficas.

En la tabla 3.2 se resumen las propiedades índices de los especímenes ensayados y condiciones de prueba: el tipo de consolidación, el valor del esfuerzo normal de confinamiento al final de la consolidación (p'_0), la relación de preconsolidación (OCR), el contenido de agua al terminar la consolidación (w_L), y otros.

La serie de pruebas triaxiales se presenta en gráficas que se utilizan para describir el comportamiento del suelo en las siguientes representaciones:

- Esfuerzo desviador contra deformación axial.
- Exceso de presión de poro contra deformación axial.
- Trayectoria de esfuerzos efectivos, en el espacio esfuerzo normal medio-esfuerzo de corte máximo, ($\sigma'_m - \tau_{max}$).
- Trayectoria de esfuerzos efectivos normalizada con respecto a la presión equivalente (p_e), que es la presión a la que la trayectoria p vs q corta al eje $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.
- Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación.

Tabla 3.2 Propiedades índices de los especímenes ensayados y condiciones de prueba.

Condiciones de la Muestra	Ensayo No	Tipo de prueba	Wnat %	WL %	w _p %	I _p %	G _s	e ₀	w _{fc} %	er	p'_0 Kg/cm ²	OCR
Natural	1	CU	55.3	141.0	47.1	93.9	2.68	2.000	58.3	1.970	1.5	1
Natural	2	CU	43.7	142.0	48.3	93.7	2.72	1.436	54.8	1.740	2.0	1
Natural	3	CU	42.7	142.0	48.3	93.7	2.76	1.502	45.4	1.576	3.0	1
Reconstituida	4	CU	48.5	70.0	51.5	18.5	2.78	1.620	37.5	1.242	1.5	1
Reconstituida	5	CU	64.7	70.0	51.5	18.5	2.78	1.819	49.8	1.406	2.0	1
Reconstituida	6	CU	68.9	70.0	51.5	18.5	2.78	1.902	52.1	1.434	3.0	1
Reconstituida	7	CAU	69.3	70.0	51.5	18.5	2.78	1.961	57.7	1.638	1.61	1
Reconstituida	8	CAU	68.1	70.0	51.5	18.5	2.78	1.902	54.0	1.574	2.16	1
Reconstituida	9	CU	71.0	71.0	50.7	20.3	2.78	1.903	56.2	1.583	2.0	1
Reconstituida	10	CU	68.1	71.0	50.7	20.3	2.78	1.964	56.7	1.615	2.0	1
Reconstituida	11	CU	50.4	71.0	50.7	20.3	2.72	1.455	38.5	1.146	0.5	4
Reconstituida	12	CU	69.6	71.0	50.7	20.3	2.72	1.897	57.0	1.552	0.25	8
Reconstituida	13	CU	69.7	71.0	50.7	20.3	2.72	1.903	55.9	1.488	1.0	2
Reconstituida	14	CU	70.8	73.2	38.5	34.7	2.85	2.125	52.4	1.735	2.0	1
Reconstituida	15	CU	68.7	73.2	38.5	34.7	2.85	2.000	57.0	1.681	2.0	1
Natural	16	CU	55.4	142.0	48.3	93.7	2.76	1.855	66.9	1.971	2.0	1
Reconstituida	17	CU	67.9	72.0	49.8	22.2	2.78	1.939	53.6	1.544	1.0	2
Reconstituida	18	CU	66.1	73.5	46.5	27.0	2.80	1.901	48.7	1.414	2.0	2

Curvas Esfuerzo-Deformación

En las figs 3.2 a 3.8 se presentan las curvas de esfuerzo desviador contra deformación axial. Los ensayos 1, 2, 3 y 16 se realizaron sobre muestras naturales, el resto de las pruebas corresponden a especímenes de muestras reconstituidas. En estas figuras se observa un comportamiento dúctil inclusive para las pruebas 11, 12 y 13 que corresponden a materiales preconsolidados. La excepción es el ensayo 3 que presenta un comportamiento intermedio o de transición como respuesta del efecto combinado en la disminución de la relación de vacíos y el incremento de la presión confinante sobre la resistencia y la rigidez las cuales aumentan con la presión de confinamiento. Este efecto sobre la resistencia es más marcado por la presión confinante que por la disminución de la relación de vacíos, señalando un comportamiento friccionante.

Comparando los ensayos 1, 2 y 3 de las muestras naturales (fig 3.2) con las pruebas 4,5 y 6 de las muestras reconstituidas (fig 3.3), se observa que el esfuerzo desviador en las muestras reconstituidas es 30% mayor que el obtenido en las muestras naturales. Esta sobre resistencia es debida posiblemente a la homogeneidad lograda en las muestras en el proceso de reconstitución, ya que las muestras naturales se ven afectadas por las discontinuidades que se presentan tales como: fracturamiento, concentraciones de feldespatos y de óxido de manganeso, etc.

En la fig 3.4 se aprecia el efecto de la velocidad de deformación sobre la magnitud del esfuerzo desviador. Los trabajos desarrollados por Lefebvre y Leboeuf (1987), han demostrado claramente que la velocidad de aplicación de carga tiene influencia sobre el comportamiento mecánico, donde la resistencia al corte no drenada se incrementa entre 9 y 20% para cambios en la velocidad de deformación, indicando que a mayor velocidad de deformación mayor será el valor del esfuerzo desviador. No obstante, los resultados muestran una mayor incidencia de la relación de vacíos sobre la resistencia que la generada por la velocidad de aplicación de carga. Es importante resaltar que para las pruebas 5, 14 y 15, consolidadas a igual presión de confinamiento, se tiene el mismo valor del módulo tangente inicial, lo que indica, una vez más, el efecto de la presión confinante sobre la rigidez del material.

Los resultados de los ensayos 9 y 10 realizados en ciclos sucesivos de carga y descarga (figs 3.6 y 3.7 respectivamente), indican que se produce un módulo tangente inicial mayor que el último ciclo

En general, se puede considerar que la resistencia máxima al esfuerzo cortante depende de la relación de vacíos inicial, y que en el estado crítico, la resistencia al esfuerzo cortante y la relación de vacíos son funciones del esfuerzo normal efectivo y son independientes de la relación de vacíos inicial.

Obsérvese la similitud entre los valores de resistencia máxima y la resistencia al esfuerzo cortante en el estado crítico, aunque necesariamente no tienen que ser iguales como ocurre en el ensayo 3 que es la excepción.

Curva de Presión de poro-deformación.

El exceso de presión de poro por encima de las condiciones hidrostáticas causada por cambios en los esfuerzos aplicados, se indican en las gráficas de las figs 3.9 a 3.15. Se observa en los materiales normalmente consolidados un crecimiento monótono de la presión de poro con la deformación hasta el máximo desviador, permaneciendo constante después de este valor, indicando que en estos casos se alcanza el estado crítico. Por otro lado, los especímenes altamente preconsolidados tienden a dilatarse y generan presiones de poro negativas, mientras que las probetas ligeramente preconsolidadas presentan un comportamiento intermedio, donde la presión de poro primero acumula valores positivos sin que, debido a disminuciones subsecuentes, se obtengan valores negativos. Este comportamiento es claro en las pruebas 11, 12 y 13, (fig 3.15), donde la presión de poro crece con la deformación hasta el esfuerzo pico y después decrece disipándose completamente y alcanzando valores negativos. Como es sabido, las presiones de poro negativas se deben a la dilatación de los materiales. En los especímenes normalmente consolidados este efecto sólo se aprecia para deformaciones altas. En los suelos preconsolidados se presenta este efecto a deformaciones pequeñas.

Las gráficas de las figs 3.13 y 3.14 muestran la magnitud de la presión de poro residual al remover el diferencial de esfuerzos que produce deformaciones por cortante y genera presiones de poro adicionales. Obsérvese que si se aplican ciclos de carga y descarga repetidas veces, la magnitud de la presión residual aumenta.

En general, estos resultados señalan que se trata de una arcilla de baja sensibilidad ya que la presión de poro permanece relativamente constante después de la falla y disminuye en la descarga.

En la mayoría de los ensayos, los estados de esfuerzo después de la falla están afectados por el abarrilamiento de los especímenes, debido a las grandes deformaciones que se alcanzaron con el objeto de satisfacer las condiciones que se establecen en el estado crítico.

Comportamiento Rigidez-Deformación.

Para simular el comportamiento no lineal del material se adoptó una relación de esfuerzo-deformación hiperbólica rectangular. Esta relación permite incluir el efecto de la presión confinante efectiva de consolidación y la velocidad de deformación.

En las figs 3.17 a 3.28 se muestra la aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación y se presenta el módulo tangente inicial, E_t , obtenido considerando que las curvas esfuerzo-

deformación de los suelos analizados se pueden modelar con funciones hiperbólicas de la forma

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (3.13)$$

donde, b es el recíproco del valor asintótico de σ_d cuando la deformación tiende a infinito; a es el inverso del módulo tangente inicial.

Las constantes a y b se determinan experimentalmente. La obtención de estos parámetros se simplifica al hacer la siguiente transformación de ejes coordenados

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_d} = a + b\varepsilon \quad (3.14)$$

De los resultados se puede observar que en los especímenes consolidados isotrópicamente, en general, los valores del módulo son menores comparados con los obtenidos en los especímenes consolidados anisotrópicamente (más rígidos). En los suelos preconsolidados la constante de elasticidad tiene valores más grandes. Debe notarse que entre mayor es la presión de consolidación mayor es el módulo de elasticidad, como lo indica las figs 3.24, 3.25 y 3.26, donde para los valores más altos de la relación de preconsolidación menor es el módulo de deformación.

Trayectoria de esfuerzos.

Las trayectorias de esfuerzos efectivos se obtienen graficando el esfuerzo cortante máximo $\tau_{m\acute{a}x}$, contra el esfuerzo normal efectivo promedio, σ'_m . En pruebas de compresión triaxial estos parámetros pueden expresarse a partir de los esfuerzos efectivos verticales σ'_v y horizontales σ'_h .

$$\sigma'_m = \frac{1}{2}(\sigma'_v + \sigma'_h) \quad (3.15)$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2}(\sigma'_v - \sigma'_h) \quad (3.16)$$

En las figs 3.29 a 3.35 se presentan las trayectorias de esfuerzos obtenidas que corresponden a trayectorias típicas de materiales normalmente consolidados, mientras que en la fig 3.36 se muestra la evolución de la presión de poro como función del esfuerzo cortante aplicado en materiales preconsolidados, donde se ve claramente que el aumento del esfuerzo desviador una vez que la trayectoria de presiones efectivas ha tocado su envolvente de resistencia se debe a la disminución de la presión de poro producida por la dilatancia.

De las trayectorias de esfuerzos, se observa que la forma de consolidar un espécimen influye poco en la resistencia máxima alcanzada, pero sí tiene gran influencia en el

comportamiento a pequeñas deformaciones. Esto se refleja claramente en la diferencia entre los módulos de elasticidad. En estas gráficas, es notorio que el esfuerzo de confinamiento último y la trayectoria de consolidación no modifican sustancialmente la envolvente de falla, pero como ya se ha mencionado, el tipo de consolidación y la relación de preconsolidación sí son factores incidentes sobre los valores de los módulos (ensayos 11, 12 y 13).

Las figs 3.29 a 3.36 establecen que la trayectoria no drenada de esfuerzos efectivos es de forma parabólica; sin embargo, cabe hacer notar que las trayectorias no drenadas de los materiales preconsolidados poseen una tendencia más lineal, lo cual indica que las deformaciones volumétricas inelásticas son muy pequeñas.

Se han dibujado las trayectorias no drenadas de esfuerzos efectivos normalizados con respecto a la presión equivalente, p'_e , (figs 3.37 a 3.43). Se aprecia que si bien las curvas no son idénticas entre sí, la similitud en cuanto a forma es notable, lo que permite concluir que, en términos prácticos, la forma de todas las trayectorias de esfuerzos no drenadas que se inician con una misma relación de esfuerzos iniciales, pero teniendo diferentes esfuerzos iniciales, son geoméricamente similares.

Con base en las trayectorias de esfuerzos en el diagrama p' - q se determinaron los parámetros c y ϕ' , cohesión y ángulo de fricción interna en función de los esfuerzos efectivos; estos resultados se presentan respectivamente en las fig 3.29 a 3.43

La trayectoria de esfuerzos en la etapa de consolidación y en la etapa de falla para las pruebas con diferente relación de esfuerzos (ensaye 17 y 18), se presentan en las figs 3.44 y 3.45.

Estado Crítico.

Este concepto se basa en la hipótesis de que un suelo al ser cargado se aproxima a un estado de falla, en el cual la relación de esfuerzos q/p ya no cambia, el volumen permanece constante y la deformación distorsional crece sin límite; por lo tanto, el incremento de deformación volumétrica, los incrementos de esfuerzos volumétricos y desviador se anulan. Para una prueba no drenada la invariancia del volumen se manifiesta por un incremento de presión de poro igual a cero.

Los resultados de las pruebas sugieren que el comportamiento esfuerzo-deformación de estos suelos pueden interpretarse dentro del marco conceptual de la teoría del estado crítico. Las características de consolidación y expansión que obedecen a la teoría del estado crítico se resumen en la tabla 3.3. Estos resultados fueron obtenidos de la representación en un sistema de ejes coordenados cuyas abscisas son $\ln p'$ y la ordenadas el volumen específico ($v = 1 + e$).

En el caso de ensayos triaxiales tipo CU, p' y v varían durante la etapa de consolidación, pero v permanece constante durante la etapa de falla. El lugar geométrico de los puntos ($\ln p', v$) durante la consolidación definen una curva análoga a la de compresibilidad.

Tabla 3.3 Parámetros del estado crítico

Ensayo No	p'_0 kg/cm^2	p_f kg/cm^2	p'_f kg/cm^2	λ	κ	N	O	Γ	$\frac{\Gamma - N}{\lambda}$	N_{oc}	$\frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda}$	u_f kg/cm^2	S_{uf} kg/cm^2
1	1.5	-	-	-		-		-	-			-	-
2	2.0	2.816	1.671	0.080		2.361		2.335	-0.32			1.145	0.817
3	3.0	4.076	2.444	0.143		2.350		2.325	-0.18			1.632	1.076
4	1.5	2.396	1.548	0.165		2.360		2.370	0.06			0.848	0.898
5	2.0	3.204	2.071	0.170		2.550		2.560	0.06			1.134	1.207
6	3.0	4.532	2.795	0.191		2.640		2.625	-0.08			1.738	1.537
7	1.61	2.019	1.368	0.213			2.740	2.690	-0.24			0.651	0.754
8	2.16	2.846	1.923	0.178			2.650	2.630	-0.11			0.923	1.150
9	2.0	3.061	1.870	0.149		2.740		2.700	-0.27			1.191	1.066
10	2.0	3.032	1.553	0.141		2.715		2.680	-0.25			1.479	1.034
11	0.5	1.409	1.469	0.136	0.035	2.213		2.195	-0.13	2.05	1.066	0.059	0.914
12	0.25	0.949	1.160	0.146	0.024	2.604		2.575	-0.20	2.34	1.610	-0.21	0.702
13	1.0	1.907	1.550	0.137	0.026	2.625		2.615	-0.07	2.54	0.510	0.357	0.912
14	2.0	3.06	1.878	0.168		2.855		2.840	-0.09			1.182	1.062
15	2.0	2.974	1.717	0.169		2.800		2.772	-0.16			1.257	0.976
16	2.0	2.852	1.905	0.100		3.050		3.035	-0.15			0.947	0.853

La mayoría de los ensayos se efectuaron aplicando la presión de consolidación en tres incrementos para definir experimentalmente la curva $\ln p' - v$. La idea básica consiste en definir las relaciones lineales que existen entre el $\ln p'$ y v para los tramos de compresión virgen y de expansión de un suelo sujeto a cambios isotrópicos de esfuerzos. En la etapa de carga no drenada, las trayectorias en el espacio $\ln p' - v$ son horizontales y se mueven hacia la línea del estado crítico.

Las relaciones entre $\ln p'$ y v para los puntos situados sobre la línea de consolidación virgen y sobre la línea del estado crítico, se pueden determinar respectivamente así

$$v_0 = N - \lambda \ln p'_0 \quad (3.17)$$

$$v_f = \Gamma - \lambda \ln p'_f \quad (3.18)$$

La teoría supone que la línea de consolidación virgen y la del estado crítico son paralelas y la pendiente de ambas es λ ; la posición de la línea de consolidación virgen queda determinada al conocer el valor del volumen específico a la presión de referencia. En la fig 3.46 se ubican

los valores de N y Γ obtenidos de las pruebas, los cuales se ajustan en forma aproximada a la relación N y Γ determinada en estudios anteriores (Romo y Ovando, 1989)

$$\Gamma = 0.2616 + 0.8138N \quad (3.19)$$

de donde, en lugar de obtener experimentalmente los valores de Γ , se puede recurrir a la correlación que se presenta en esta figura.

Cuando los suelos están preconsolidados se puede utilizar la siguiente expresión :

$$v = N_{oc} - \kappa \ln p' \quad \text{para } p' \leq p'_c \quad (3.20)$$

en donde N_{oc} es el volumen específico a la presión de referencia en la curva de carga, κ es la pendiente de la línea de descarga y p'_c es la presión de consolidación. La relación entre N y N_{oc} depende del tipo de preconsolidación (Romo y Ovando, 1989). En la fig 3.47 se ubican los datos de los ensayos 11, 12 y 13; esta gráfica obtenida por Romo y Ovando 1989, para diferentes materiales, relacionan el cociente N/N_{oc} con el grado de preconsolidación OCR.

La expansión del suelo se investigó en estas mismas pruebas (11, 12 y 13), en donde se observa que la línea de descarga es recta. El hecho de que la curva de expansión sea una recta en el espacio $\ln p' - v$, tal y como lo establece una de las hipótesis del estado crítico, confirma la validez de deformaciones recuperables, tanto volumétricas como distorsionales, dadas por

$$d\varepsilon'_v = \frac{\kappa dp}{p(1+e)} \quad (3.21)$$

que al integrar resulta

$$\varepsilon'_v = \frac{\kappa}{(1+e)} \ln p / p_0 \quad (3.22)$$

que es la ecuación de una línea recta en el espacio $\ln p' - \varepsilon'_v$ y, por lo tanto, en el espacio $\ln p' - v$.

Dada la clara existencia en la relación entre N y Γ , donde ambas son función del volumen específico y dependen en gran parte del tipo de suelo, se trató de desarrollar una serie de correlaciones empíricas que relacionen a λ y N con las propiedades índice; se encontró la

siguiente correlación, pese a que Schofield y Wroth (1968) sugieren que el límite plástico es más consistente que el límite líquido para estimar las propiedades del suelo, que analíticamente se puede expresar de la siguiente manera:

$$\lambda = w_{nat} \exp [0.508w_l - 1.693] \quad (3.23)$$

El efecto de la humedad natural y el límite líquido en el parámetro λ , se muestra en la fig 3.48; la regresión exponencial y el intervalo de valores se determinó con los resultados del suelo investigado y los obtenidos de estudios previos (Romo y Ovando, 1989,1994), (Díaz, Lereoueil y Alemán, 1992) y (Finno y Chung, 1992) para suelos con diferentes características.

Para definir los límites de confianza o intervalos de valores, se asumió que estos valores corresponden a una variable aleatoria con distribución t y parámetro $\nu = n - 1$ (grados de libertad), así

$$Ae^{bx} \pm t_{\alpha/2} \cdot S_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (3.24)$$

El calculo se realizó para un intervalo de confianza de 95%.

Con el fin de completar los parámetros del estado crítico en función de las propiedades índices y admitiendo la ley logarítmica de Terzaghi para la curva de compresibilidad donde

$$e = e_1 - \lambda \log \sigma'_v \quad (3.25)$$

y basados en una de las hipótesis del estado crítico, se expresa el valor de N como

$$N = (e + 1) + \lambda \ln \sigma'_v \quad (3.26)$$

donde σ'_v es el valor del esfuerzo vertical efectivo in situ, obtenido del perfil estratigráfico y e la relación de vacíos para este estado de esfuerzos.

La verificación de esta hipótesis se muestra en la fig 3.49, donde se presentan los valores de N (calculados) contra los valores de N(medidos) para las muestras reconstituidas del proyecto Agua Prieta, tomando como σ'_v el valor logrado en proceso de formación de las probetas como se describió al inicio de este capítulo.

La presión de poro en la falla se puede estimar a partir de los resultados de ensayos CU convencionales cuando se conoce N , Γ , λ y κ . Las expresiones que resultan para suelos normalmente consolidados y preconsolidados son, respectivamente

$$u_f = p_f - p'_0 \exp \left[\frac{\Gamma - N}{\lambda} \right] \quad (3.27)$$

$$u_f = p_f - p'_i \exp \left[\frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda} \right] \quad (3.28)$$

Se pueden derivar expresiones análogas a las anteriores para el caso de materiales consolidados anisotrópicamente. En dichas expresiones, Γ cambia ahora por el parámetro O , que es el volumen específico para $p'_0 = 1.0$ en la línea de consolidación virgen bajo condiciones de K_0 .

$$u_{fk} = p_{fk} - p'_{ok} \exp \left[\frac{\Gamma - N}{\lambda} \right] \quad (3.29)$$

Los resultados de los ensayos, en términos de resistencia, se pueden expresar en función de los parámetros del estado crítico. Así, tanto para materiales normalmente consolidados como preconsolidados se tiene

$$S_u = \frac{M}{2} p'_0 \exp \left[\frac{\Gamma - N}{\lambda} \right] \quad (3.30)$$

$$S_{u_{oc}} = \frac{M_{oc}}{2} p'_i \exp \left[\frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda} \right] \quad (3.31)$$

La verificación experimental de las ecuaciones anteriores se muestra por medio de las gráficas u_f (calculado) - u_f (medido) y S_u (calculado) - S_u (medido) en las figs 3.50 y 3.51, aquí cabe aclarar que los especímenes alcanzaron prácticamente el estado crítico. Por consiguiente, las expresiones proporcionadas se emplean tanto en las condiciones de falla como en las del estado crítico.

En algunas pruebas, tanto el incremento de deformación volumétrica como los incrementos de esfuerzos volumétricos y desviador no se anulan. No obstante y considerando que el concepto del estado crítico es una idealización del comportamiento de un suelo, se supuso (únicamente con el fin de determinar el parámetro M) que este estado se ha alcanzado en el momento en que el incremento de esfuerzos desviadores llega a su máximo valor.

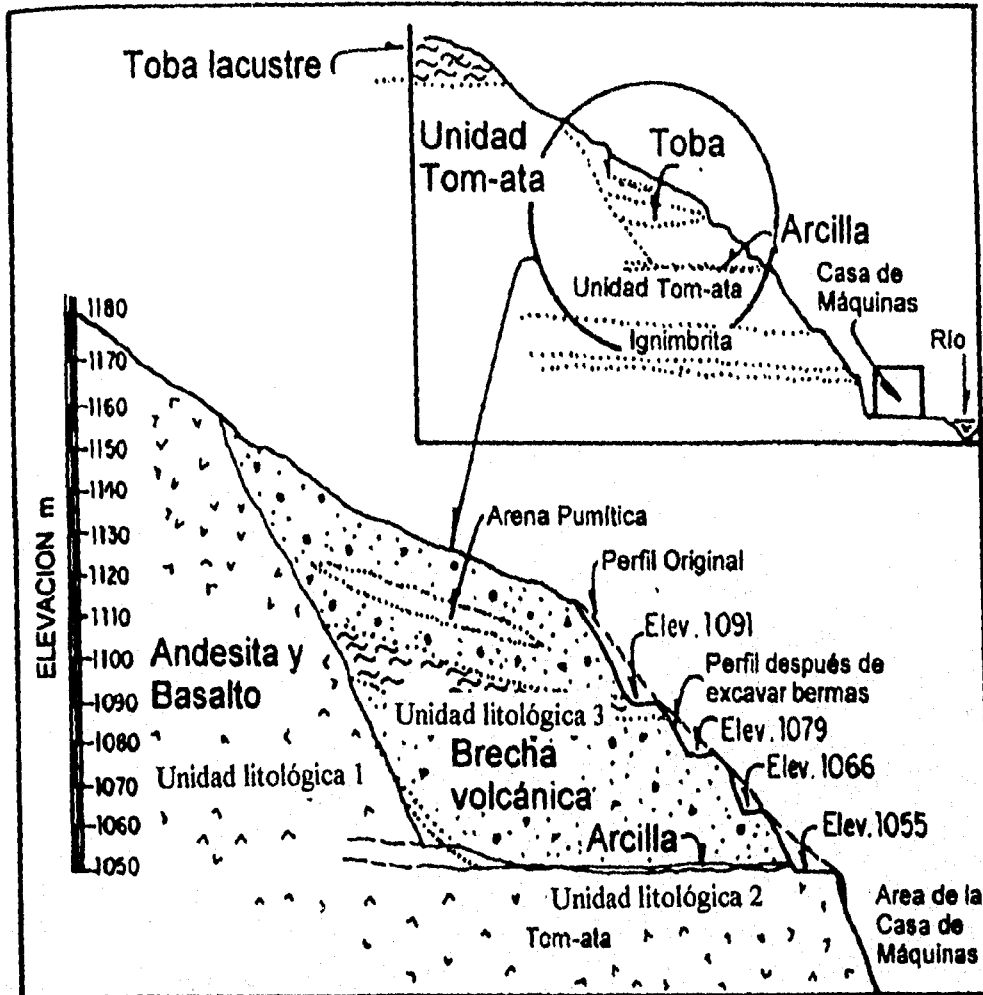


Fig 3.1 Columna litológica (Proyecto Hidroeléctrico Agua Prieta, Guadalajara, Jalisco)

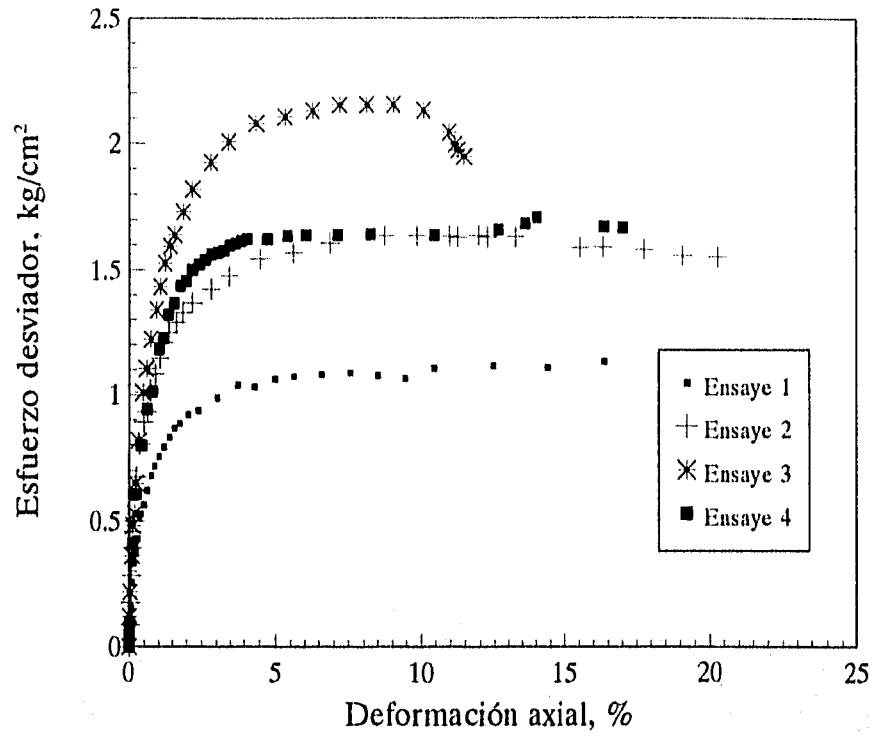


Fig 3.2 Relación esfuerzo-deformación. Muestra natural

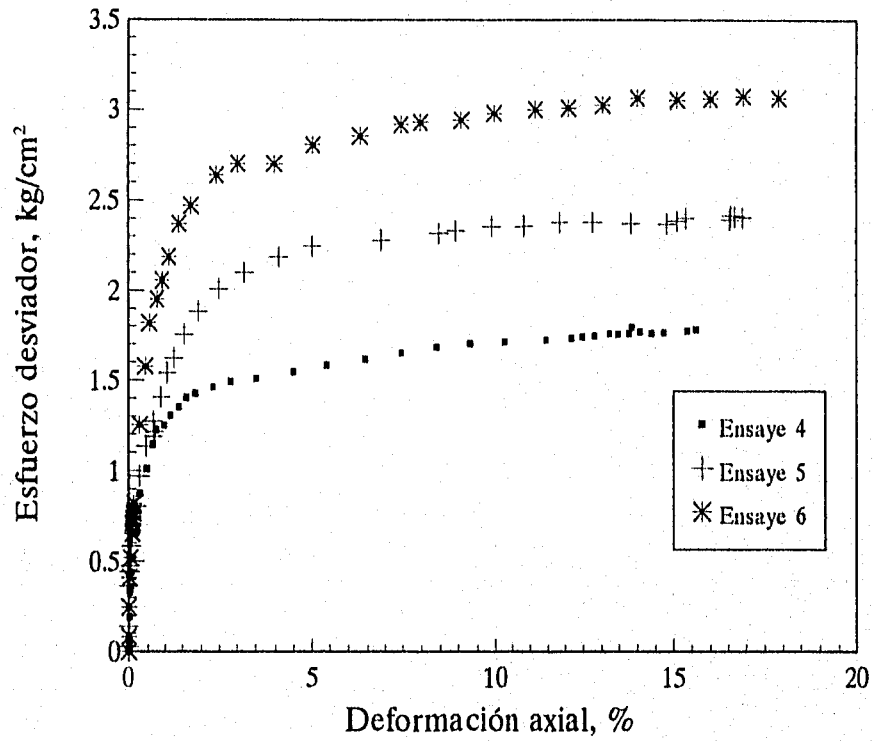


Fig 3.3 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

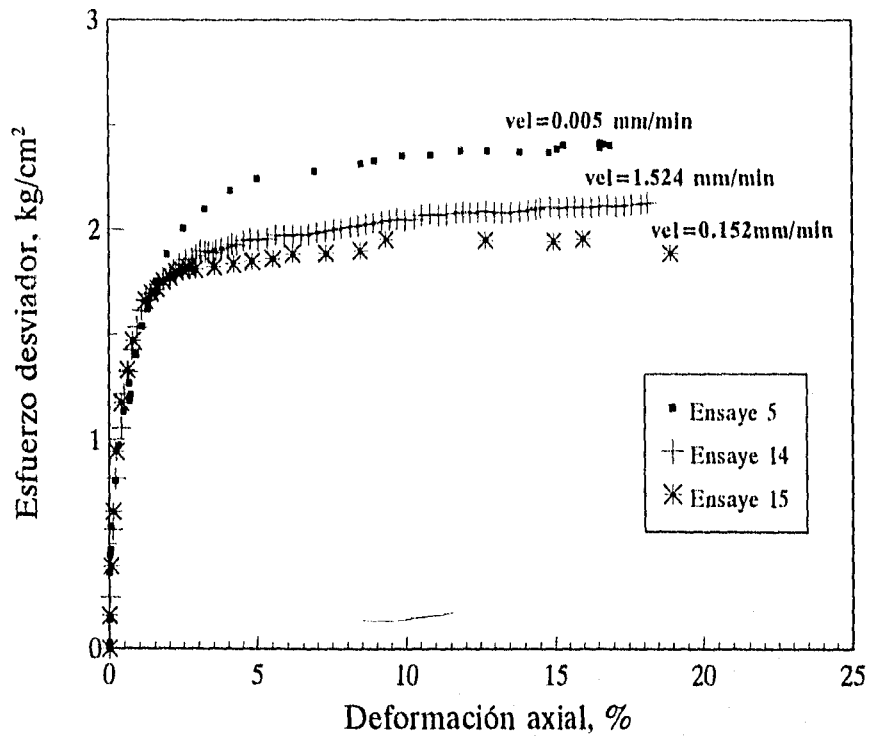


Fig 3.4 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

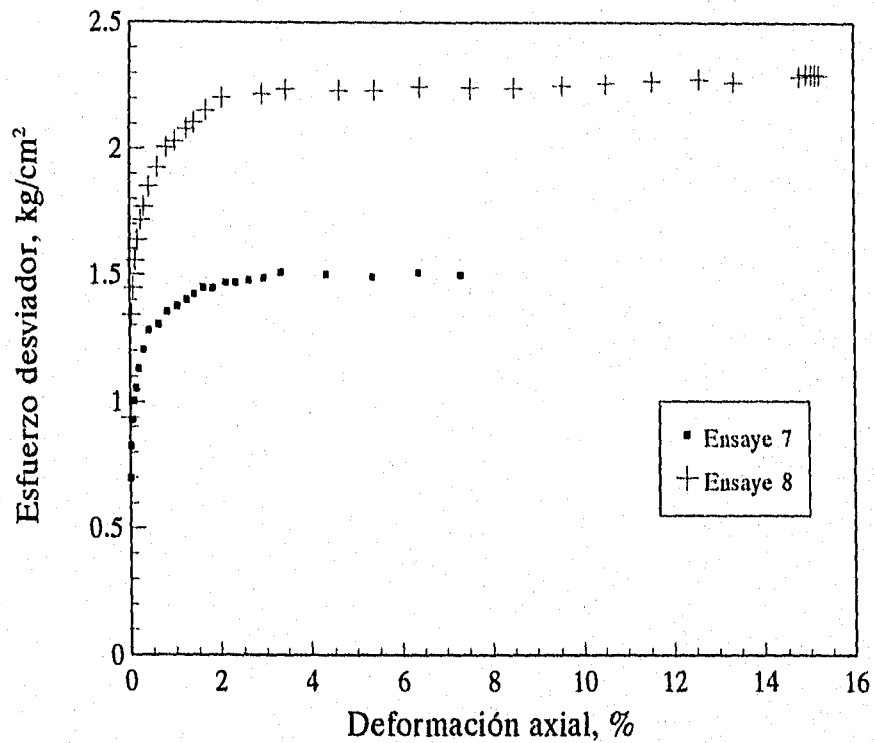


Fig 3.5 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

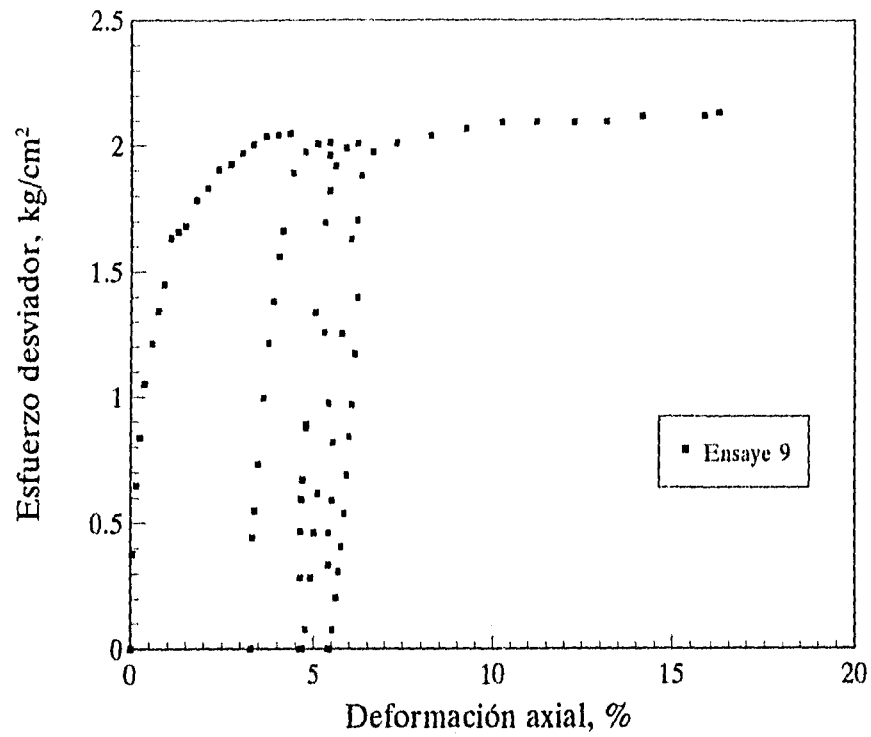


Fig 3.6 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

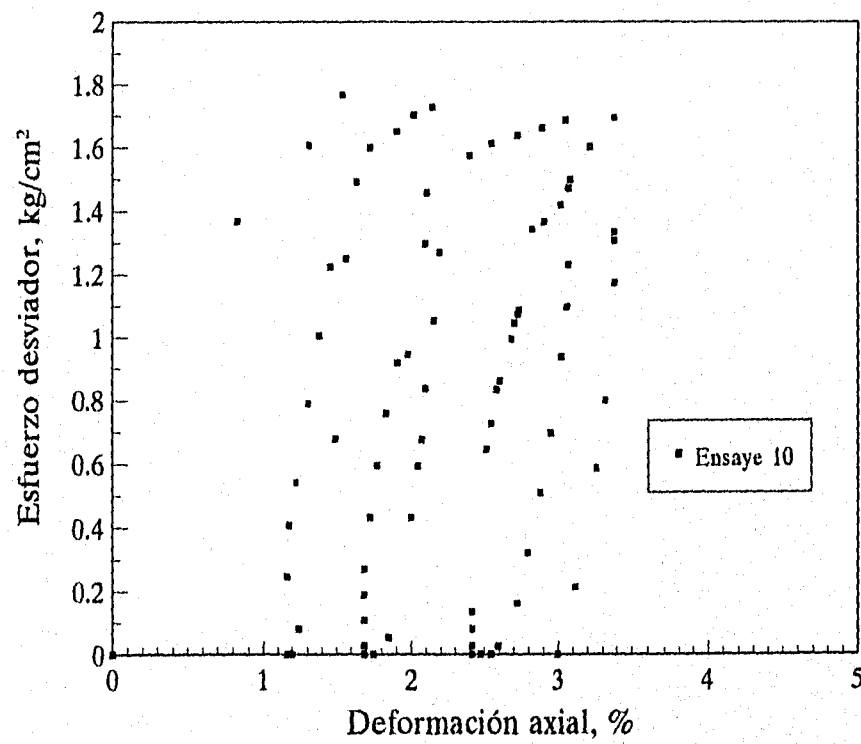


Fig 3.7 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

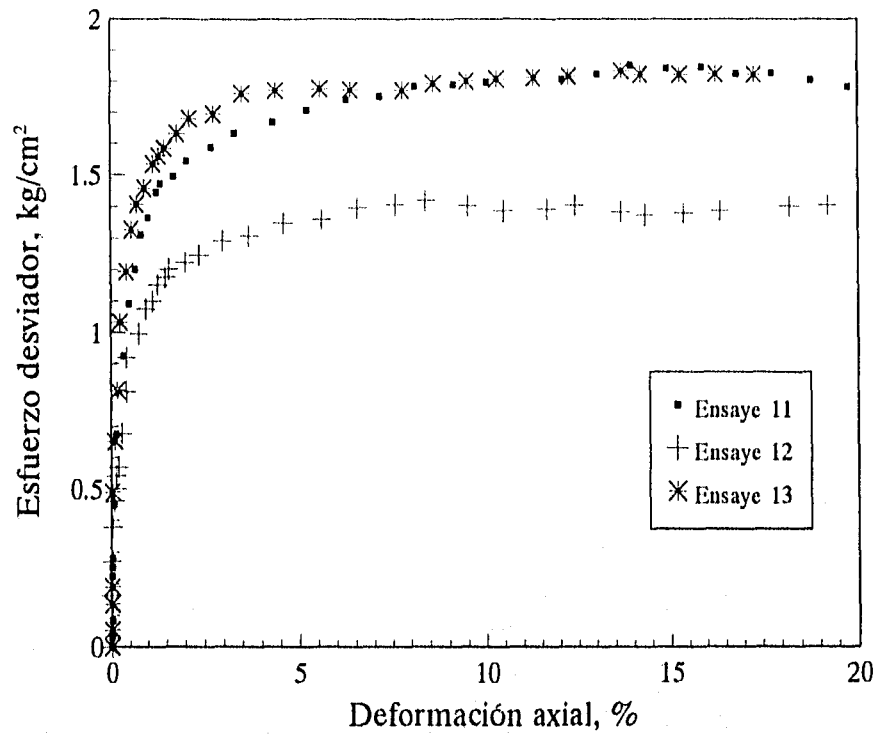


Fig 3.8 Relación esfuerzo-deformación. Material reconstituido

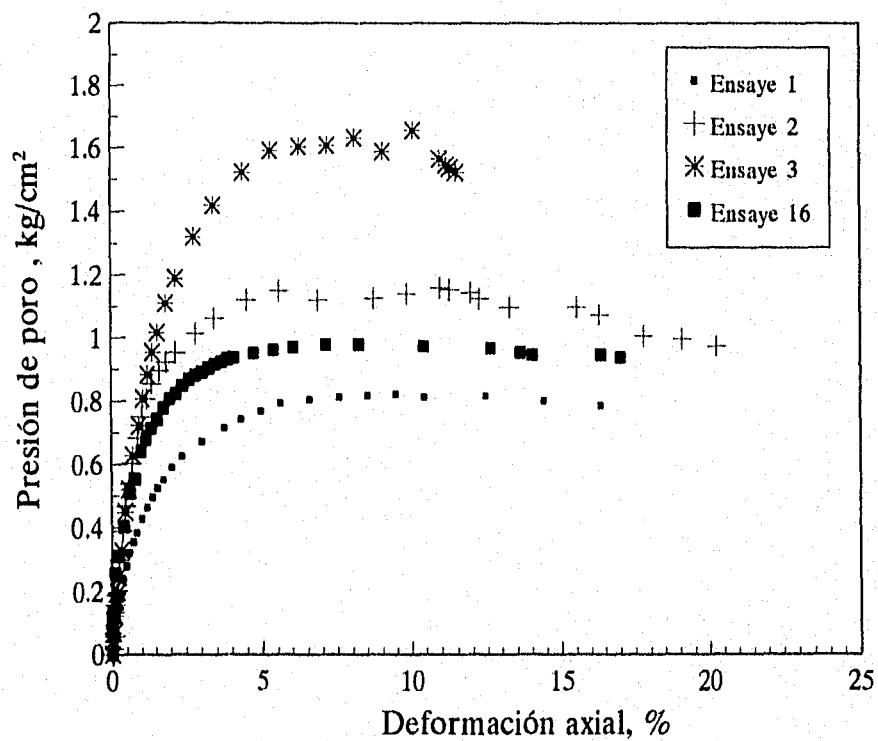


Fig 3.9 Relación presión de poro-deformación. Muestra natural

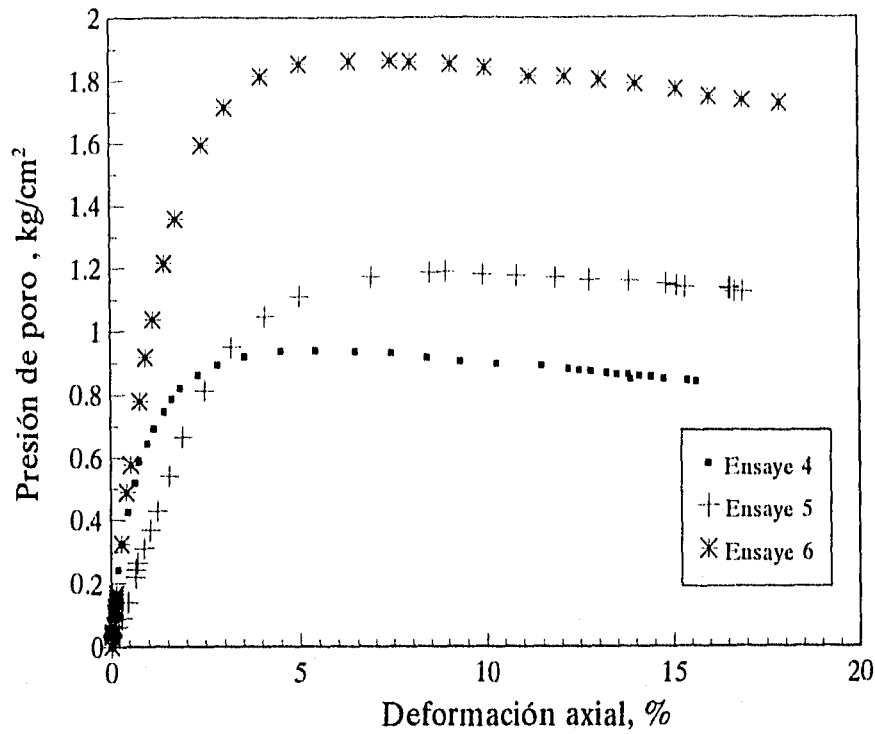


Fig 3.10 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

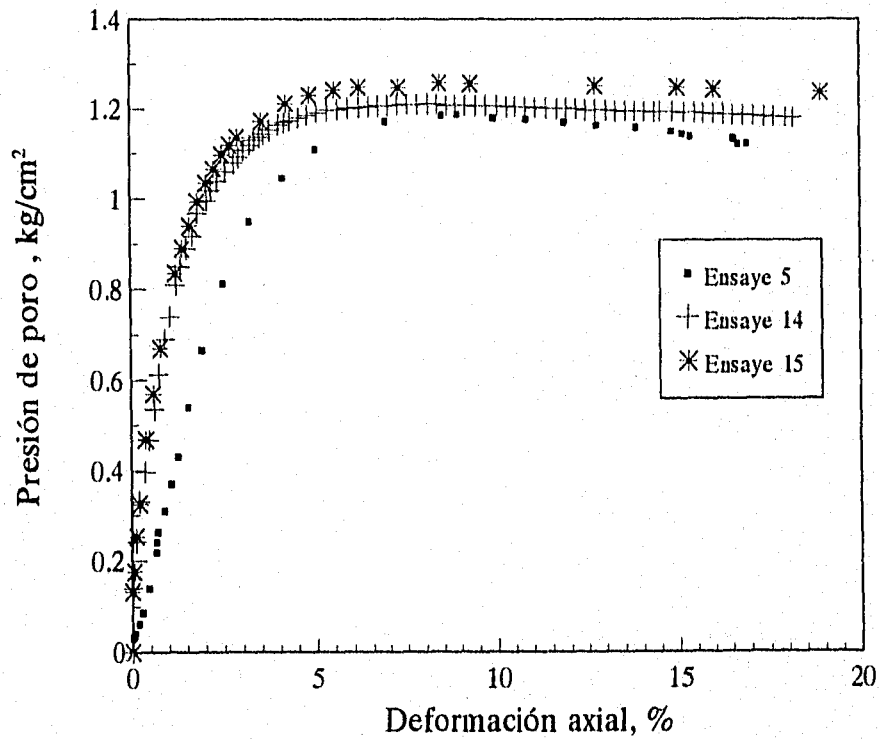


Fig 3.11 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

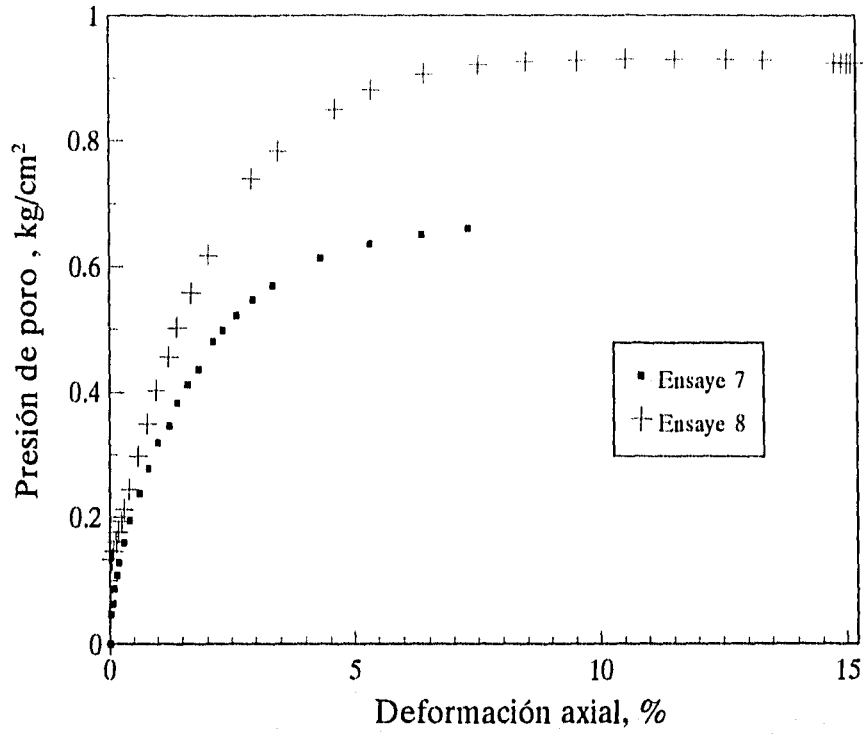


Fig 3.12 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

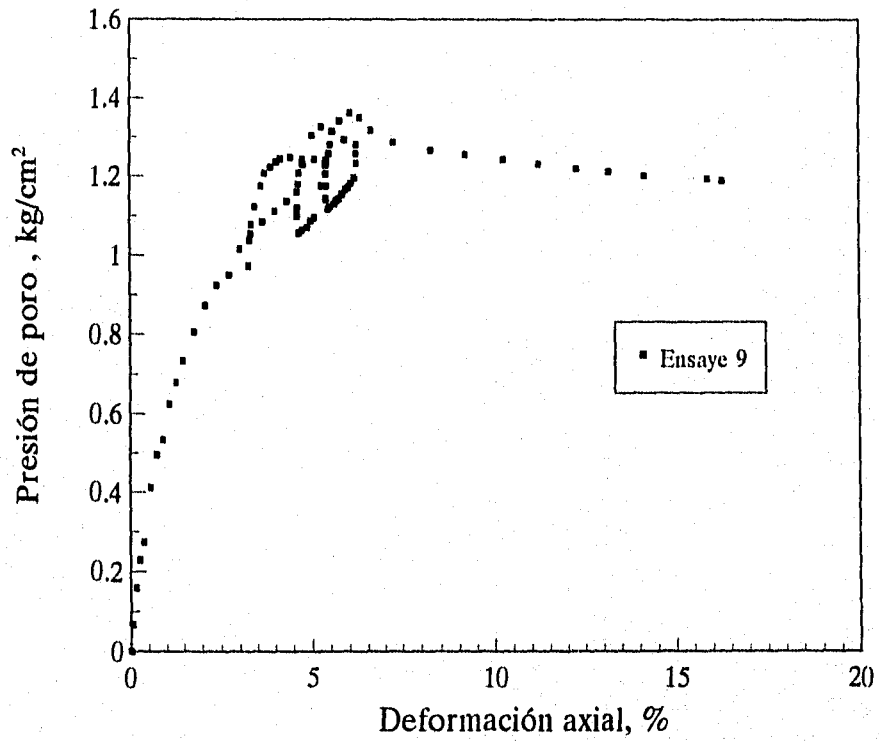


Fig 3.13 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

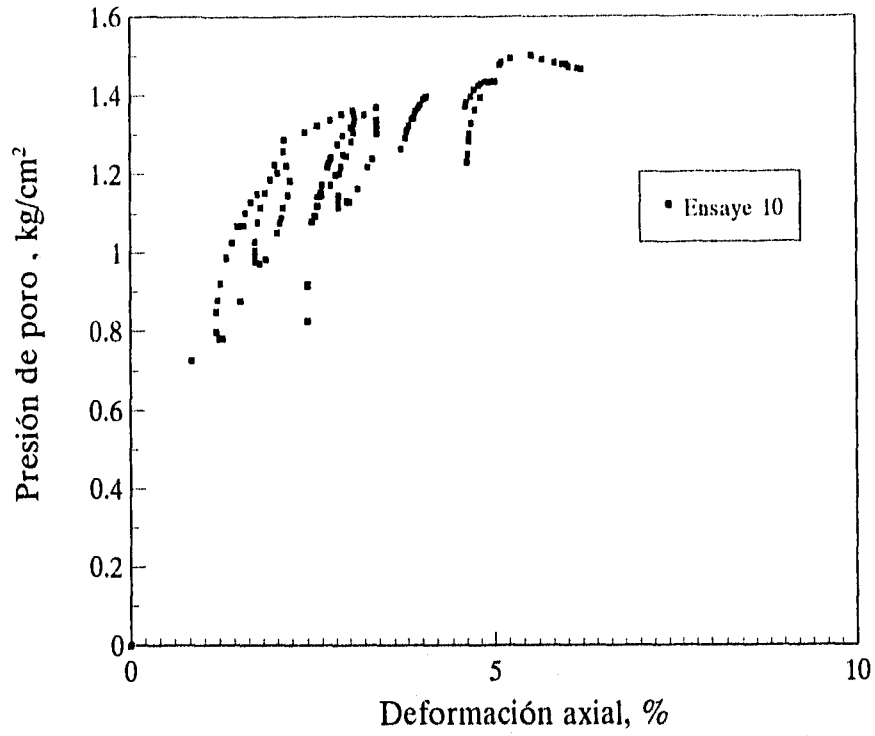


Fig 3.14 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

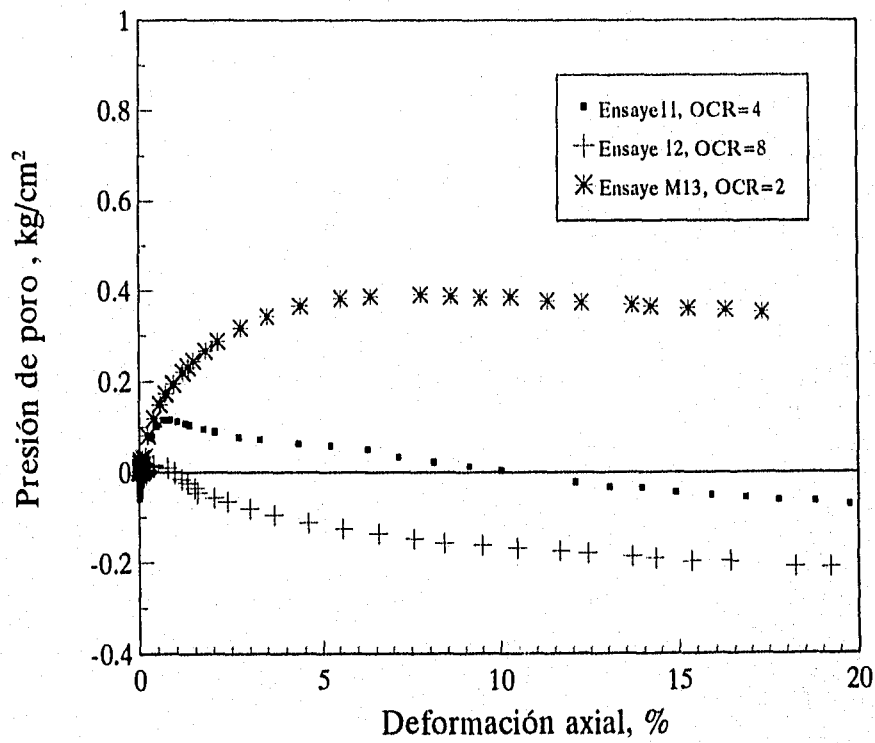


Fig 3.15 Relación presión de poro-deformación. Material reconstituido

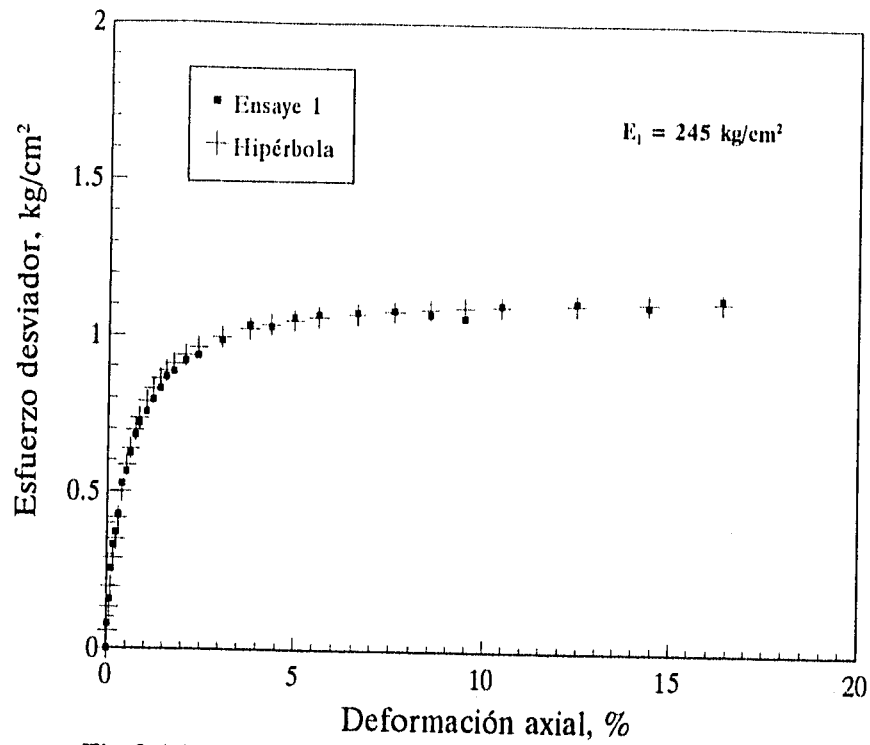


Fig 3.16 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material natural

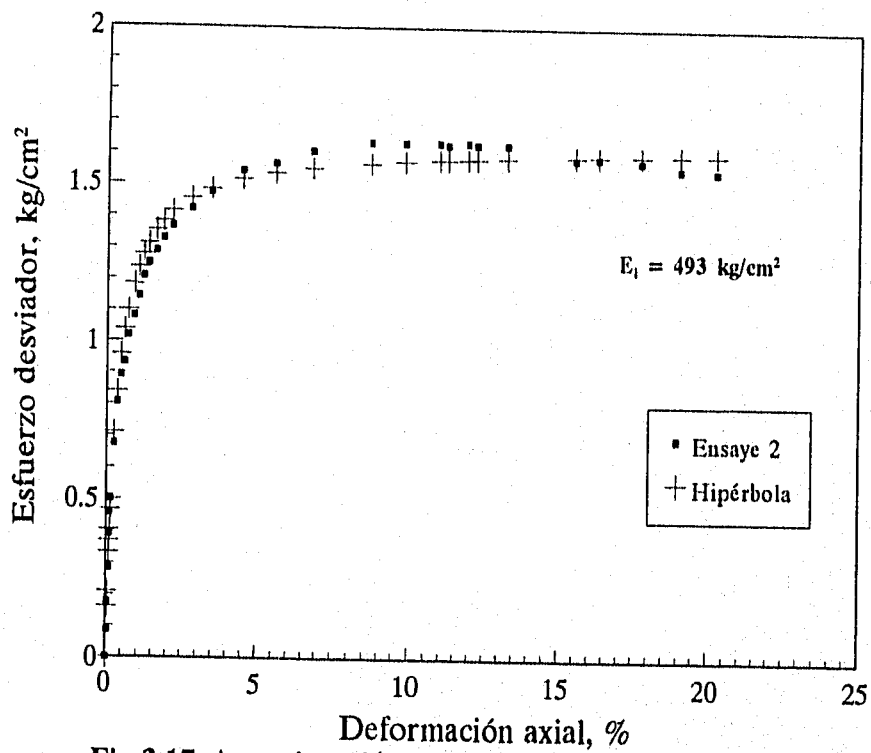


Fig 3.17 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material natural

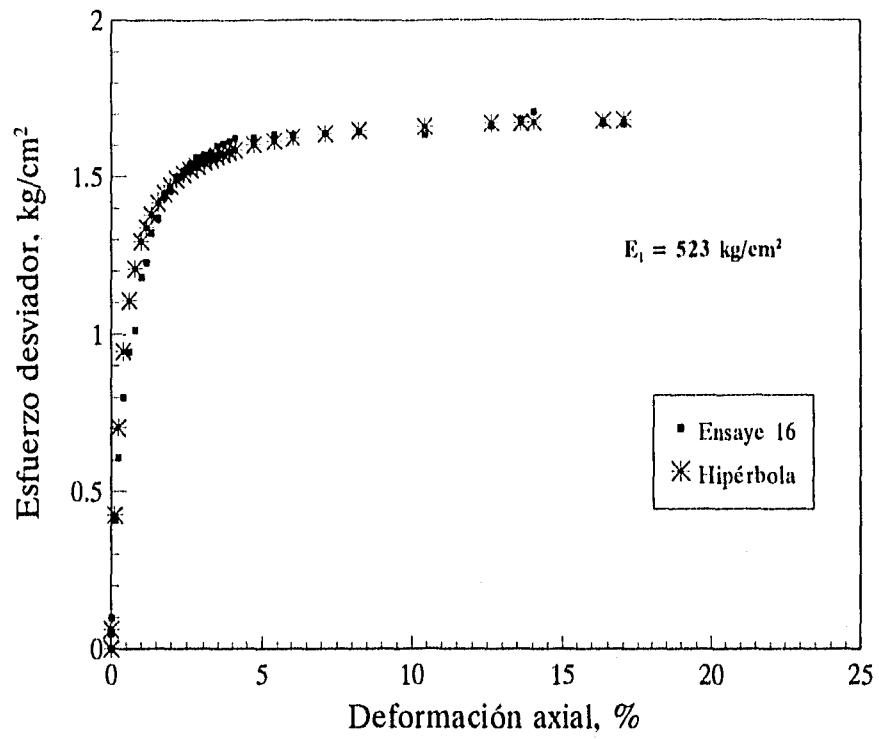


Fig 3.18 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material natural

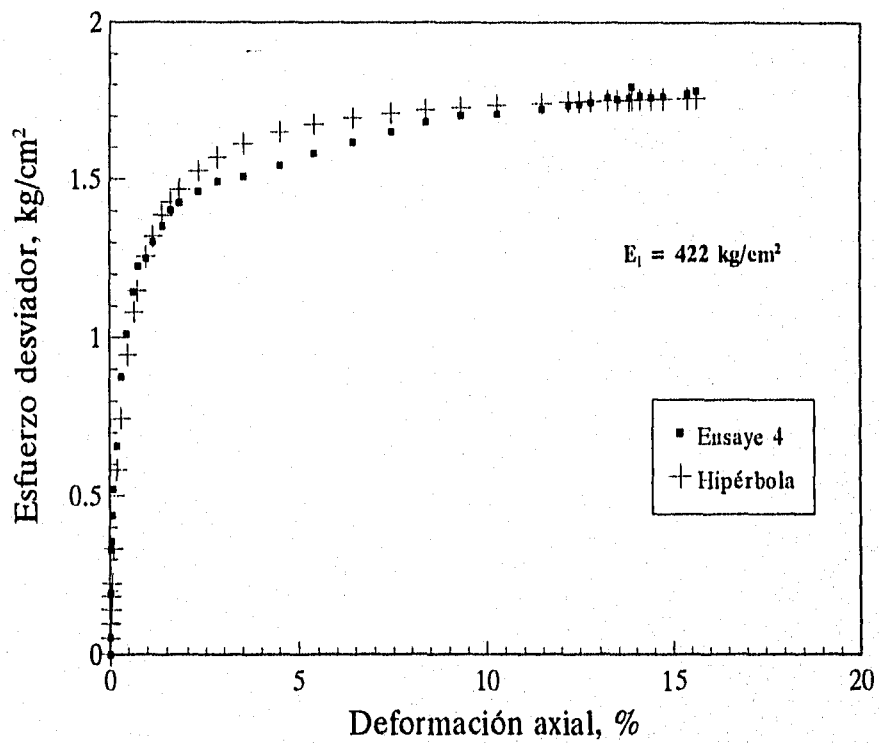


Fig 3.19 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido

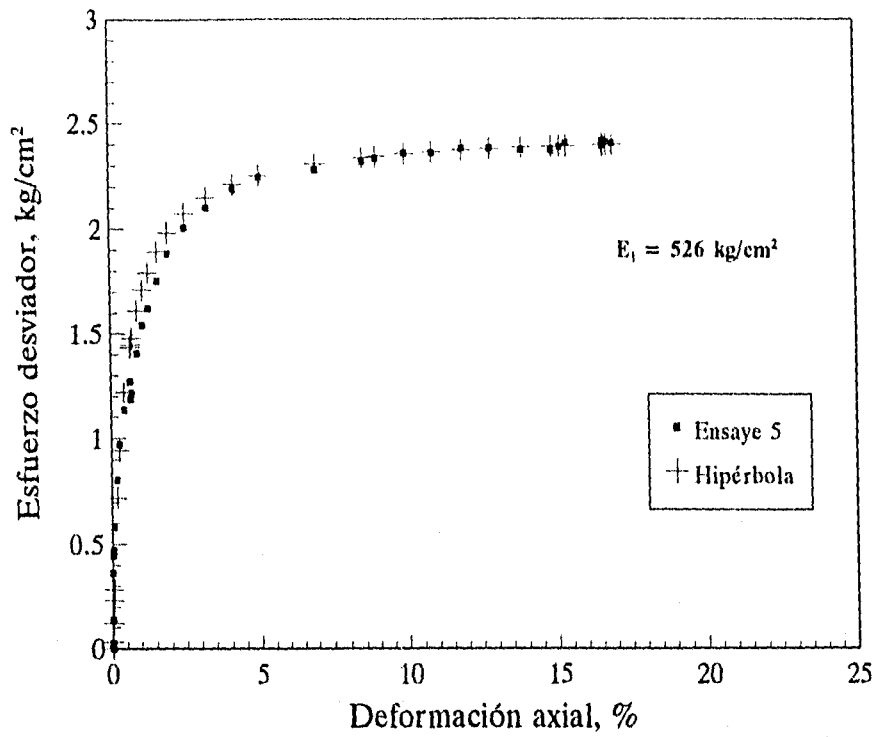


Fig 3.20 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido

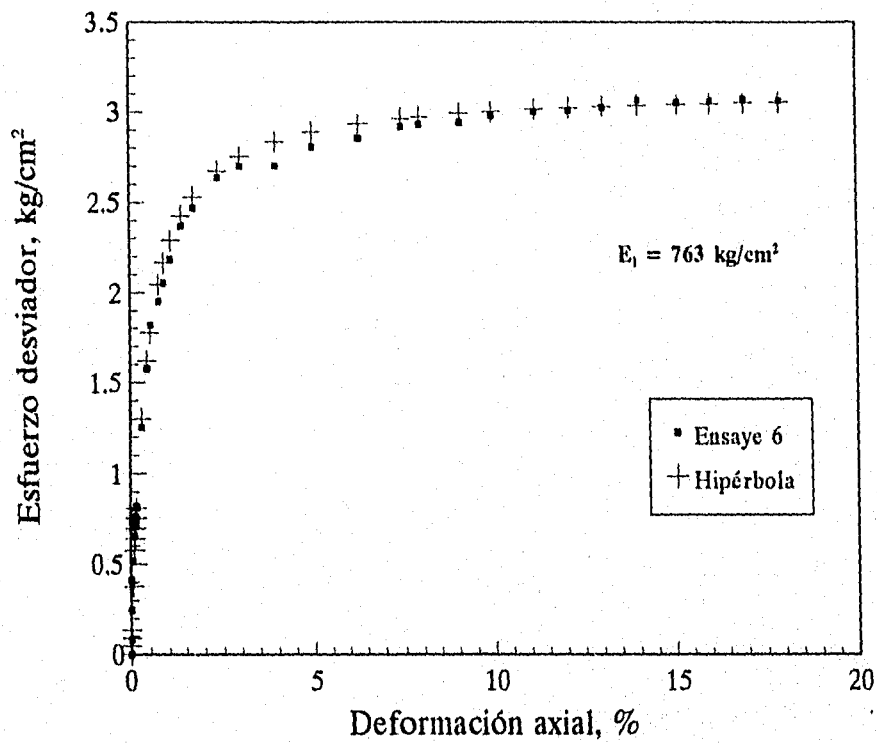
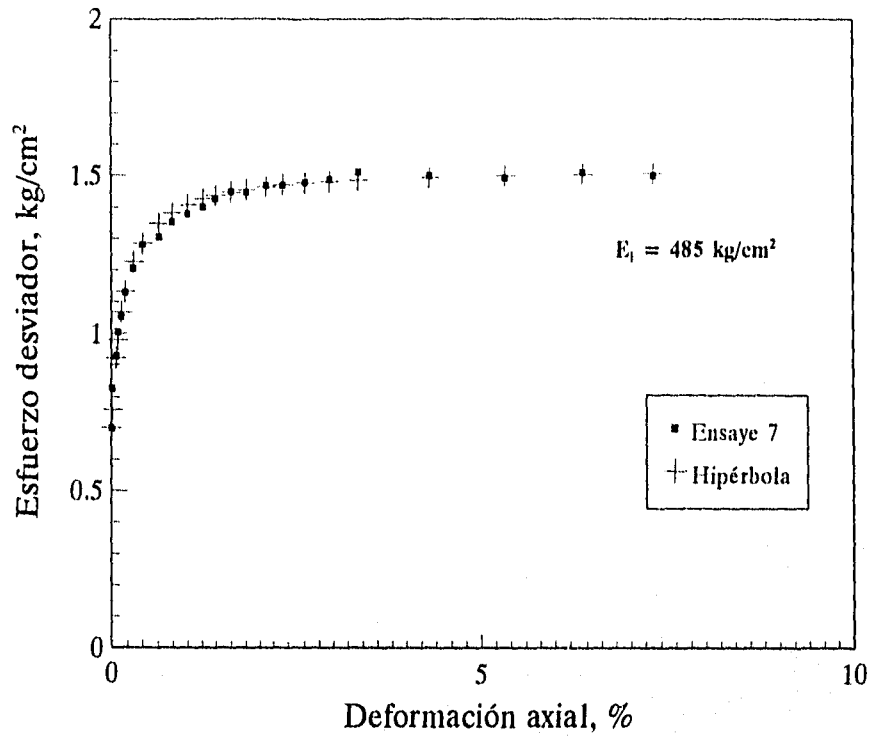
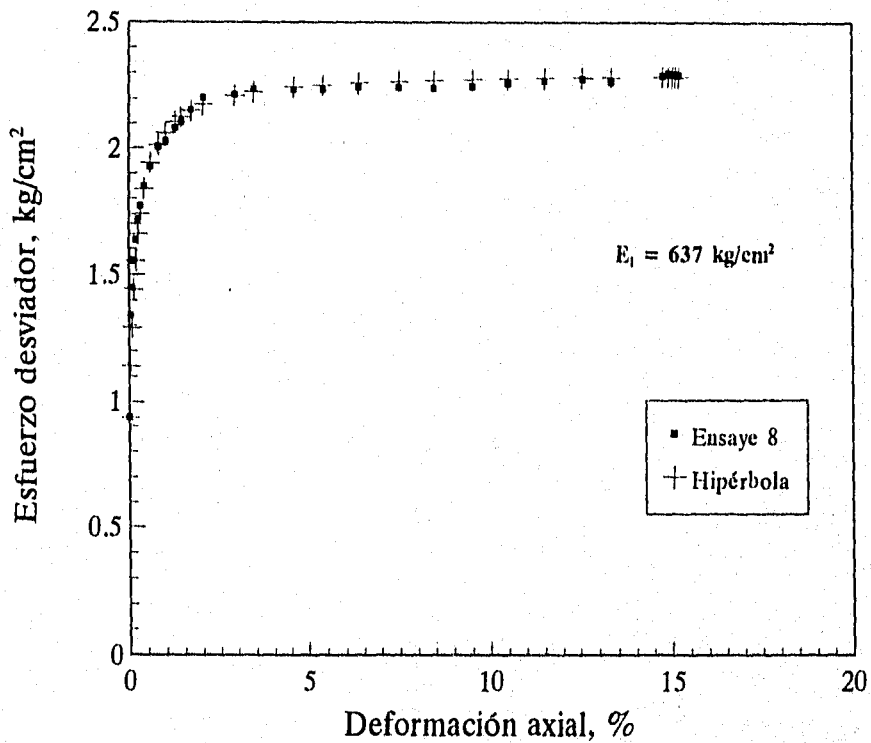


Fig 3.21 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido



**Fig 3.22 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación.
Material reconstituido**



**Fig 3.23 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación.
Material reconstituido**

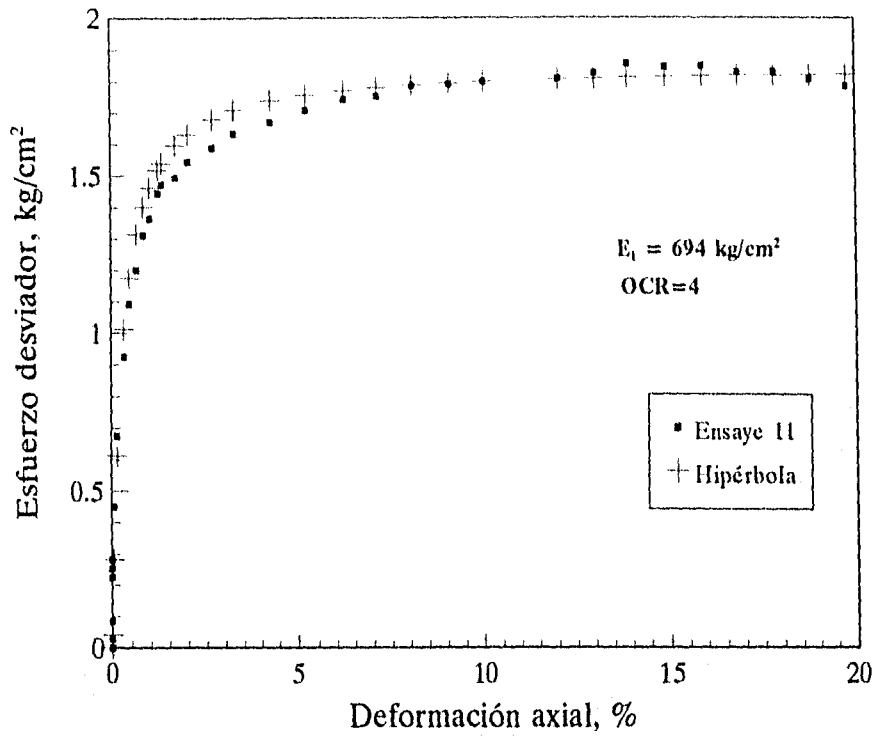


Fig 3.24 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido

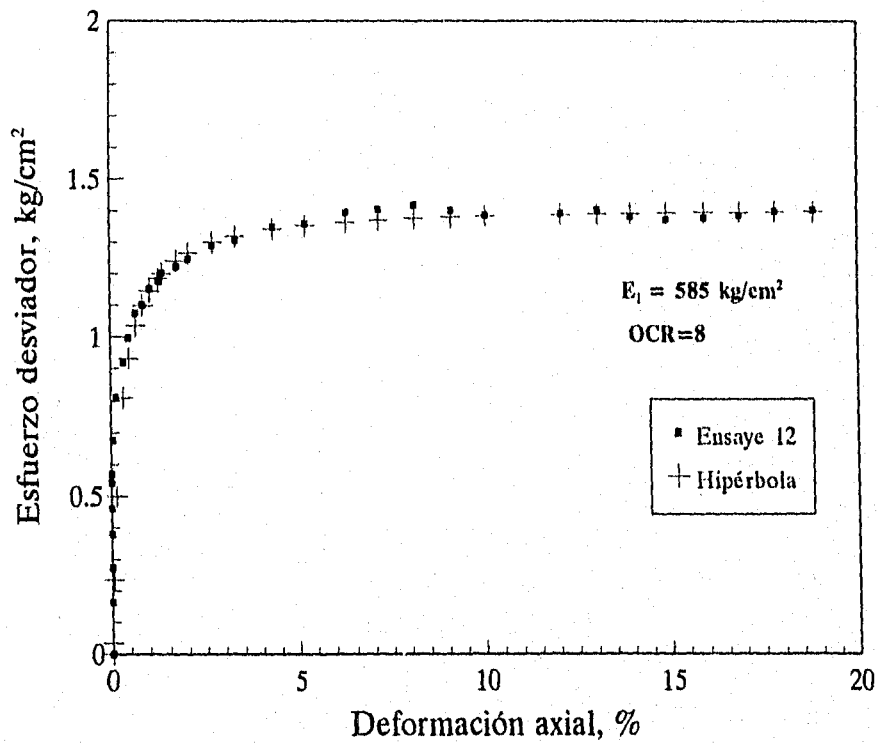


Fig 3.25 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido

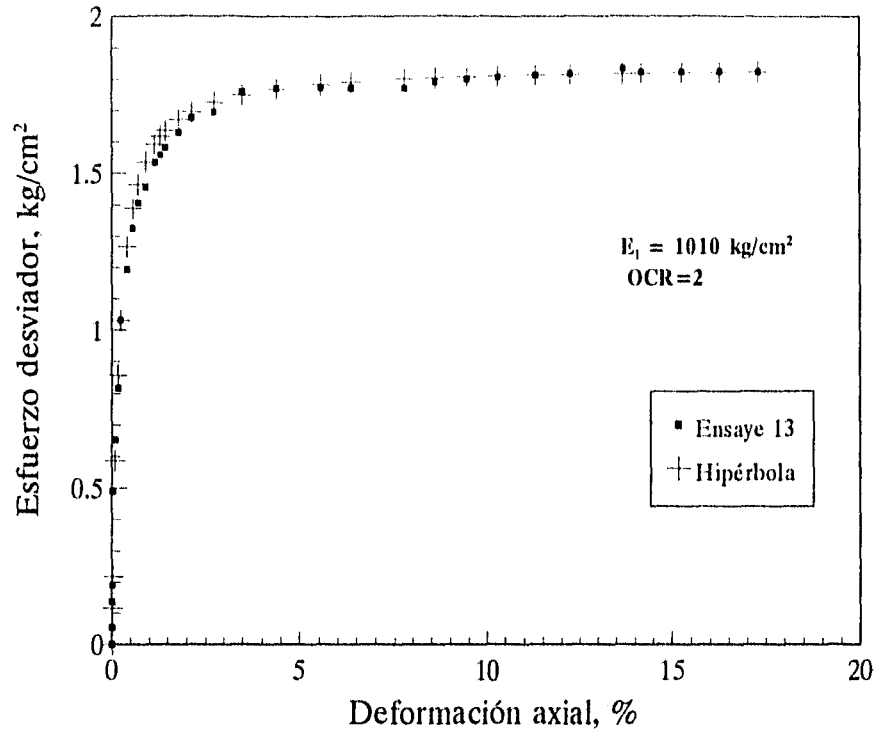


Fig 3.26 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido

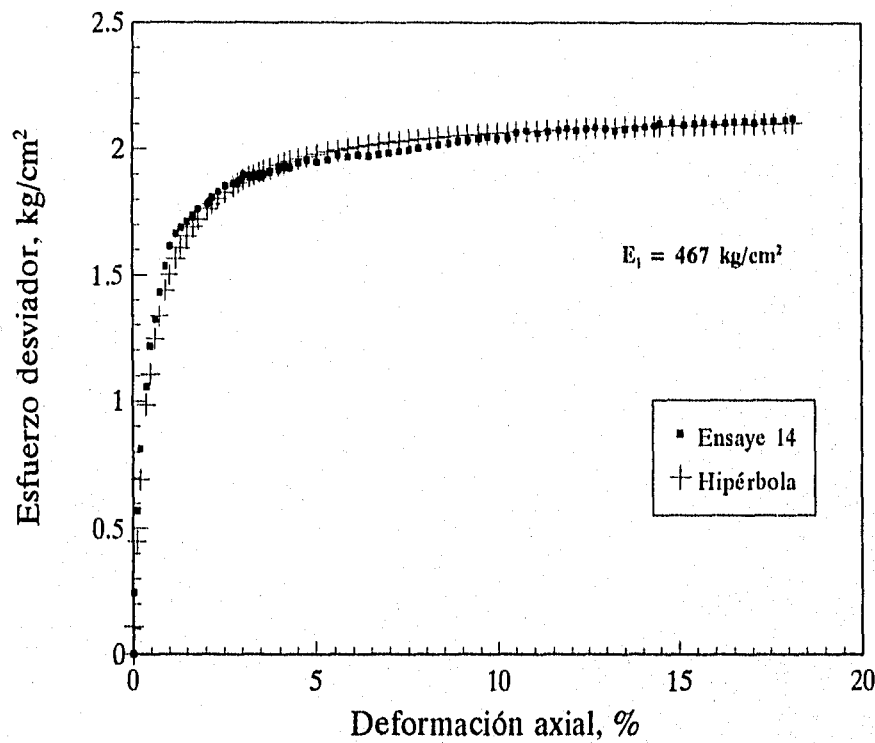
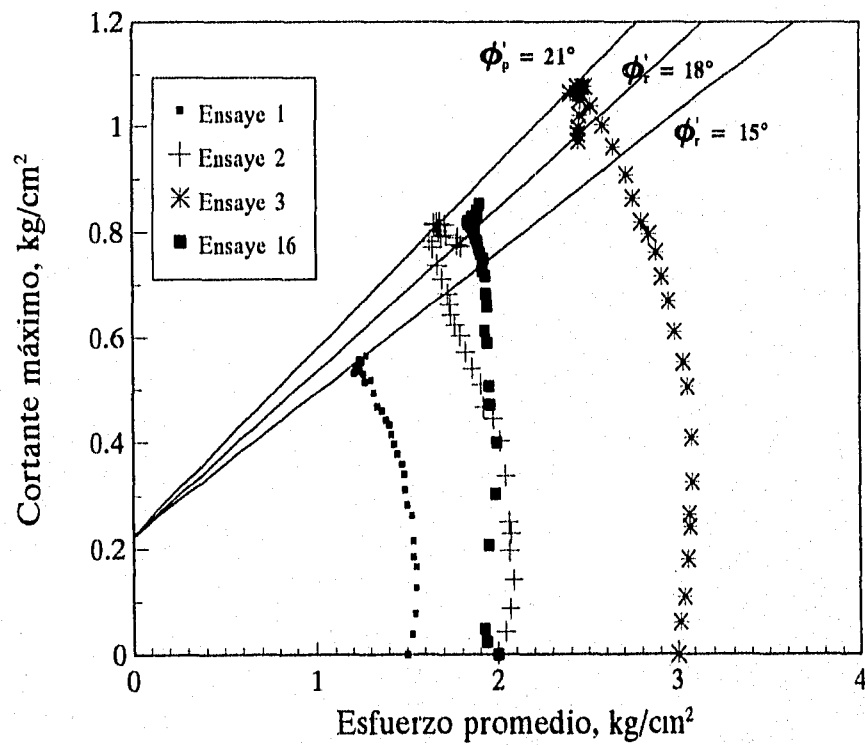
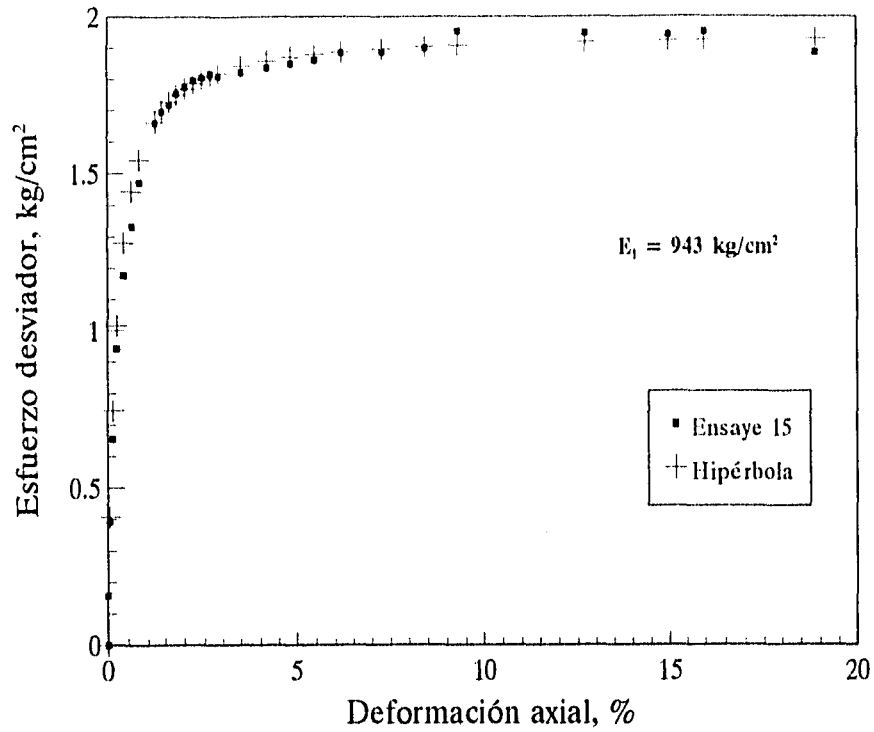


Fig 3.27 Aproximación hiperbólica esfuerzo-deformación. Material reconstituido



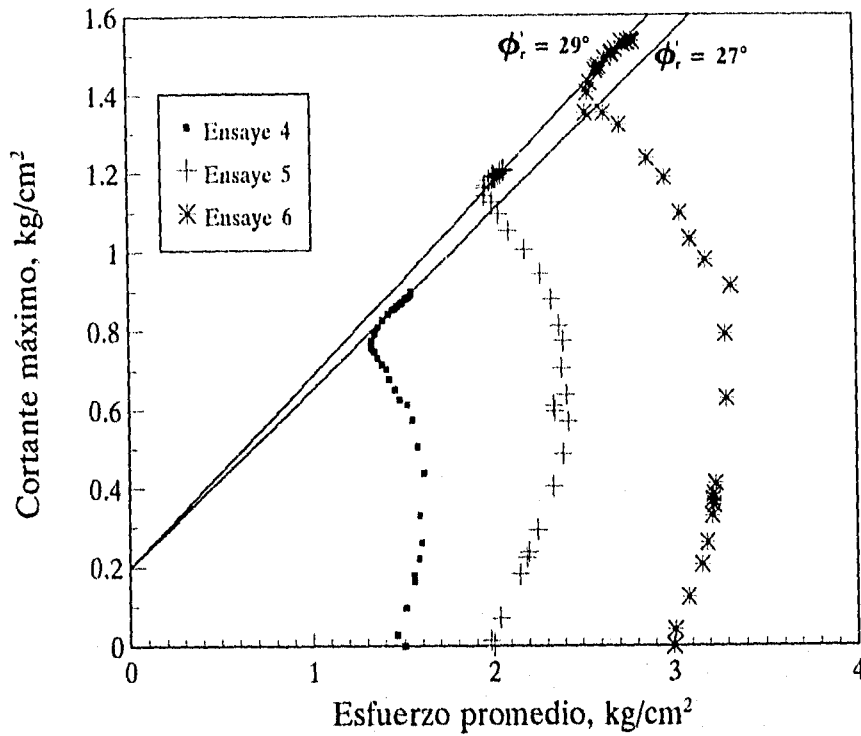


Fig 3.30 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

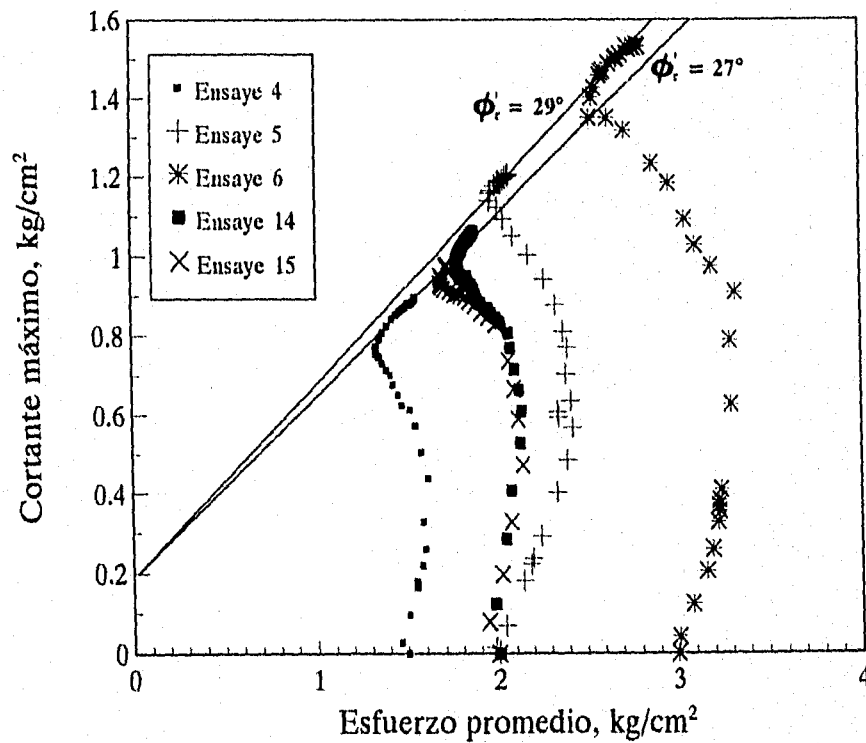


Fig 3.31 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

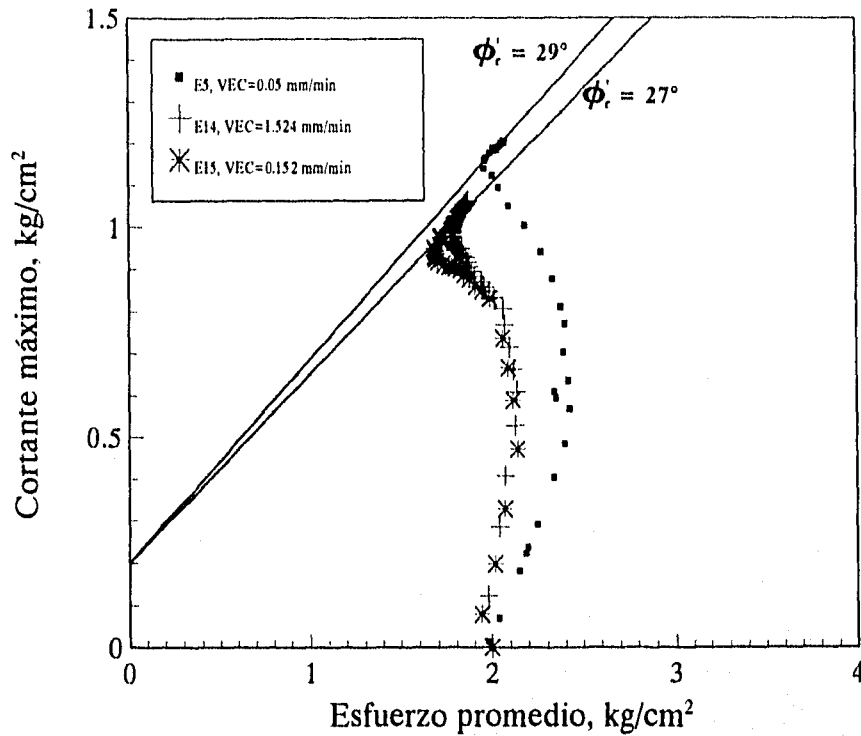


Fig 3.32 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

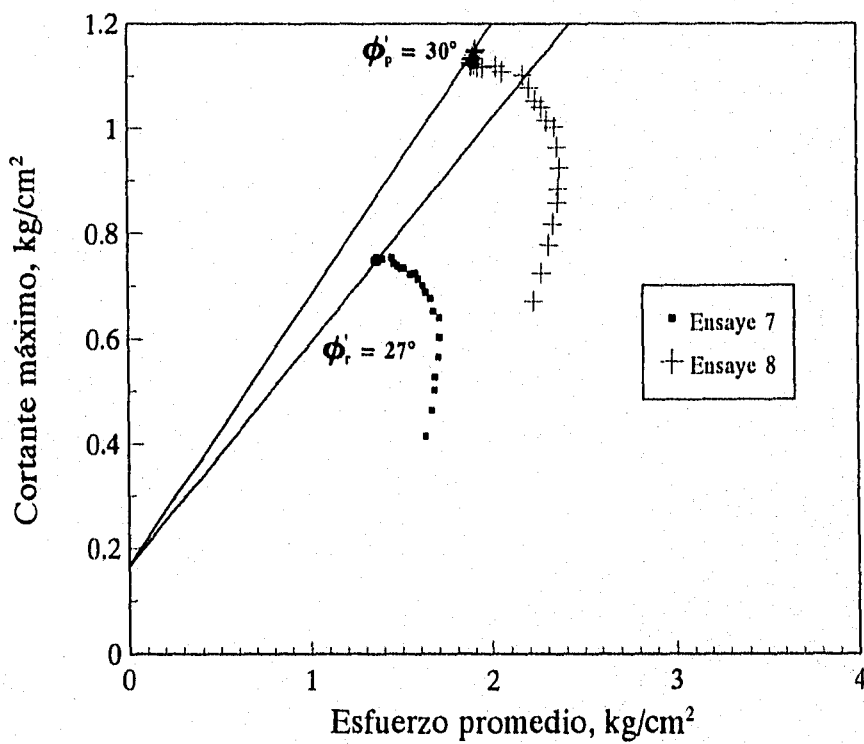


Fig 3.33 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

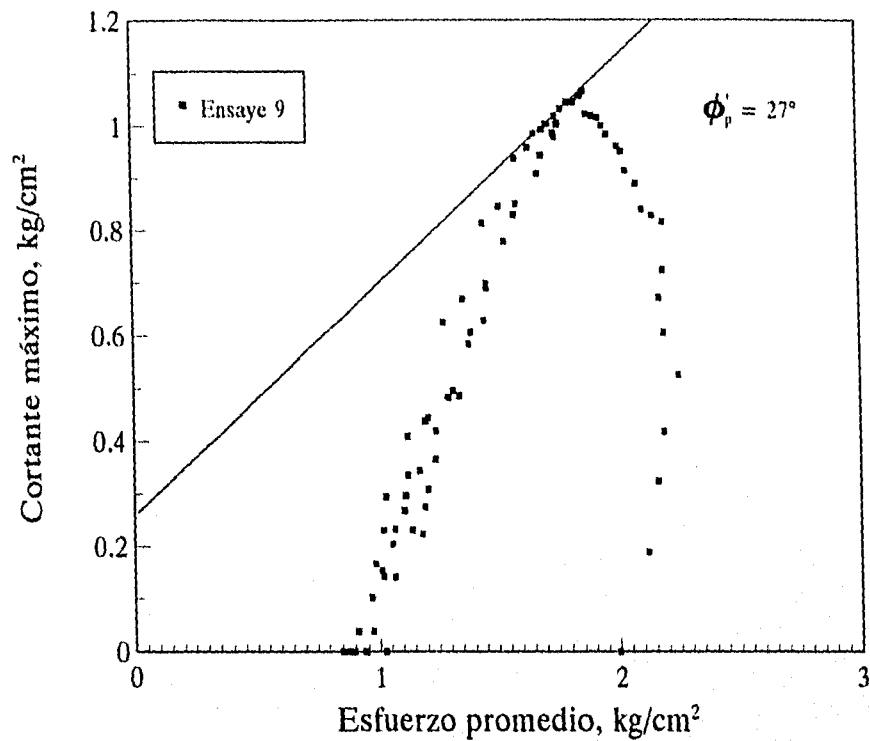


Fig 3.34 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

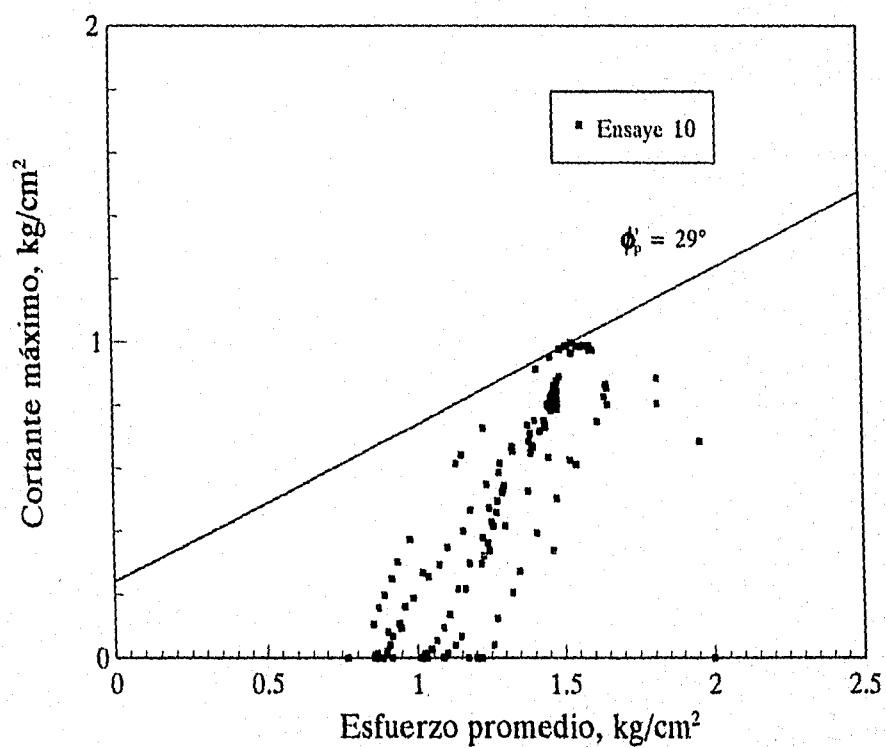


Fig 3.35 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

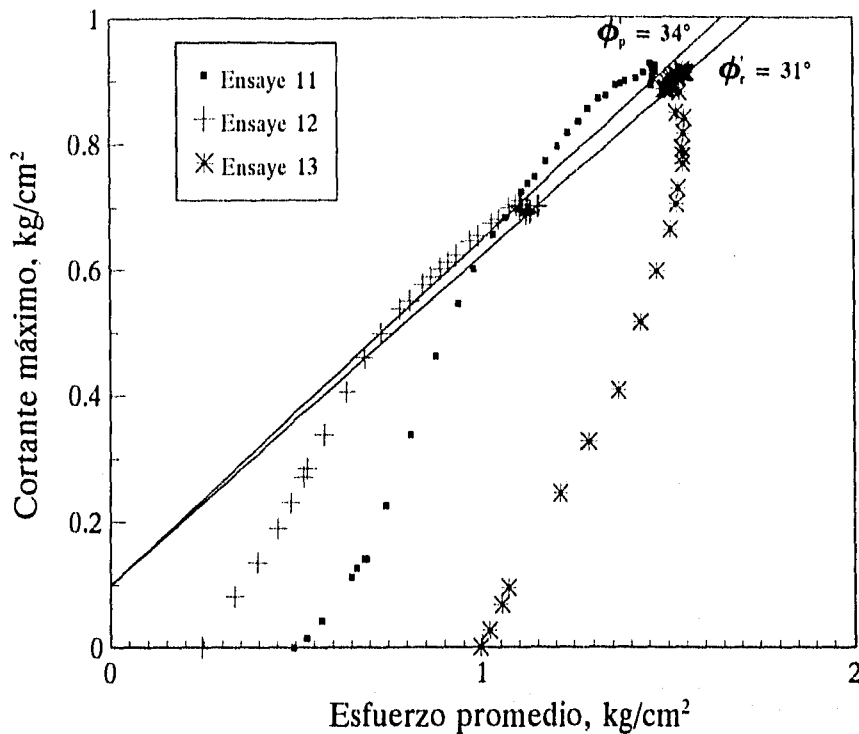


Fig 3.36 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

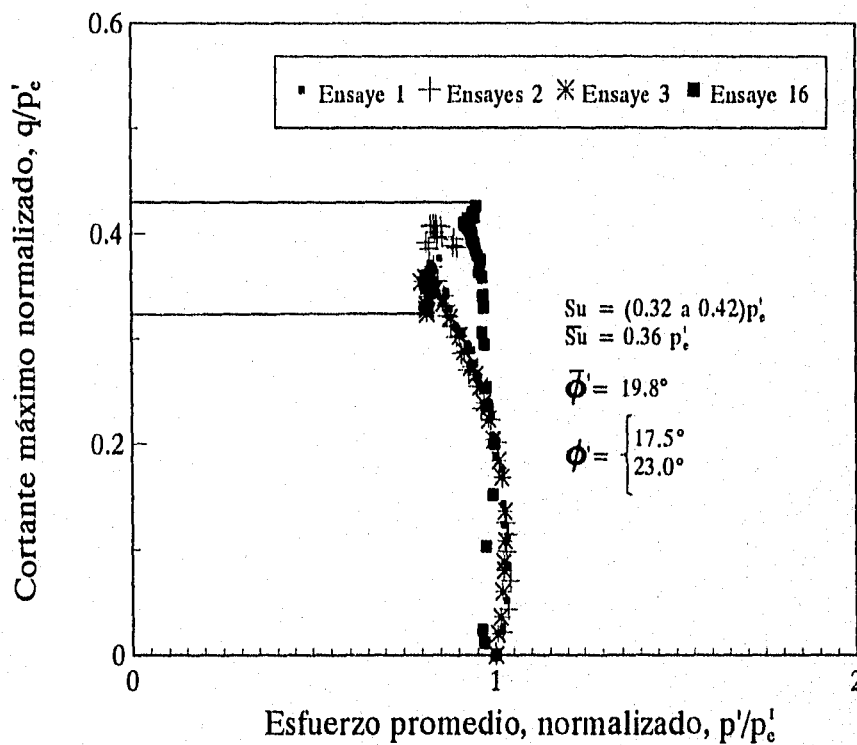


Fig 3.37 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material natural

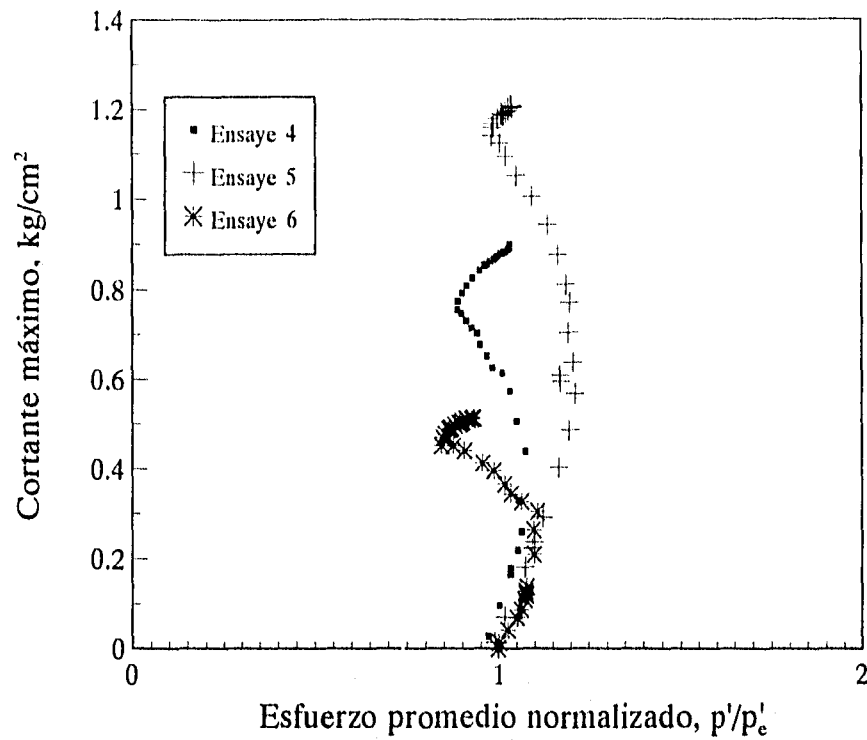


Fig 3.38 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

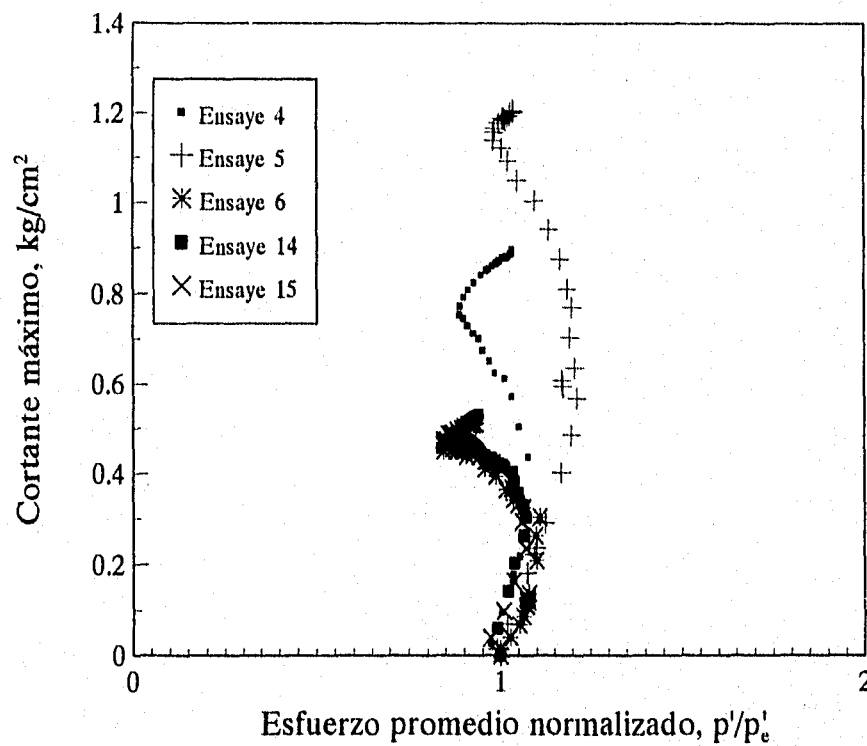


Fig 3.39 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

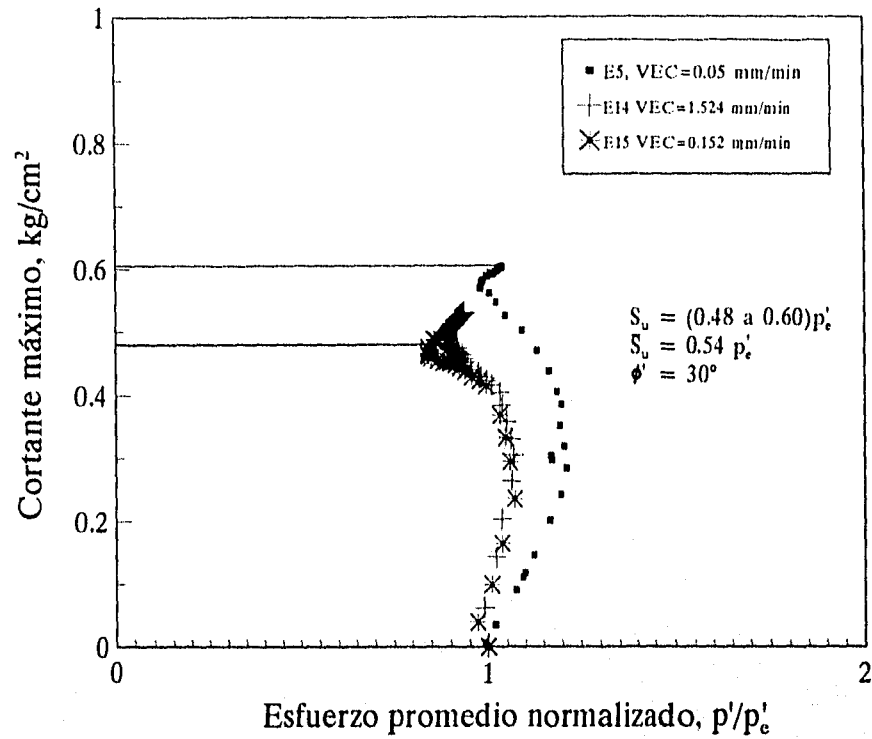


Fig 3.40 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

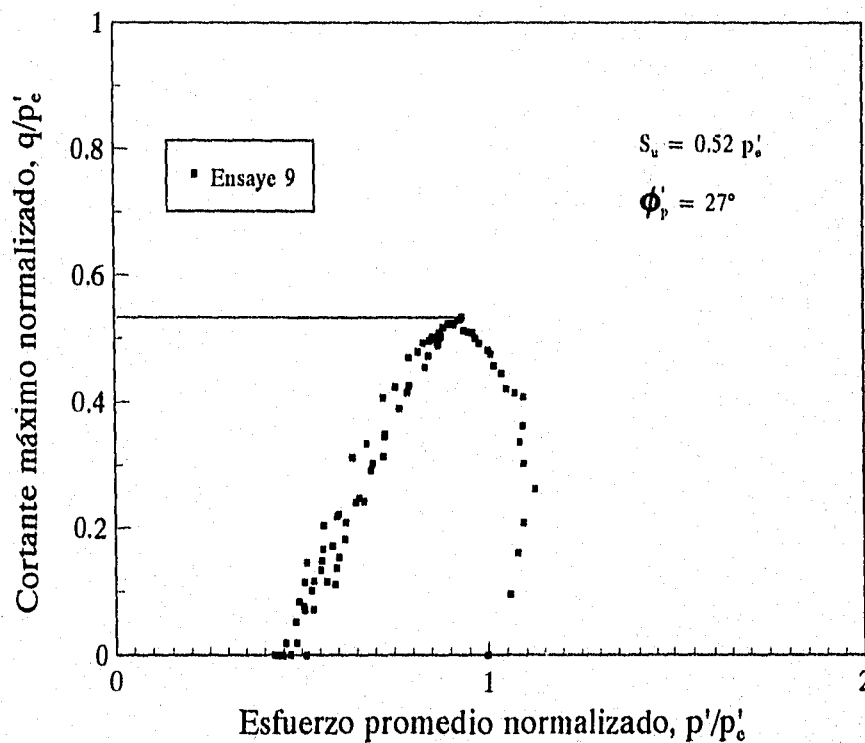


Fig 3.41 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

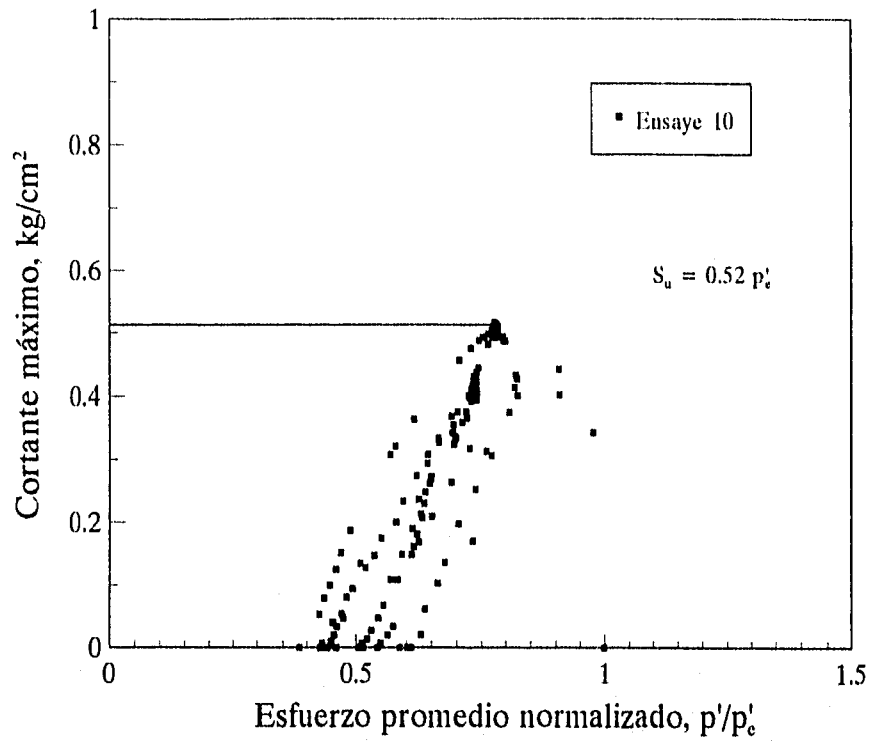


Fig 3.42 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

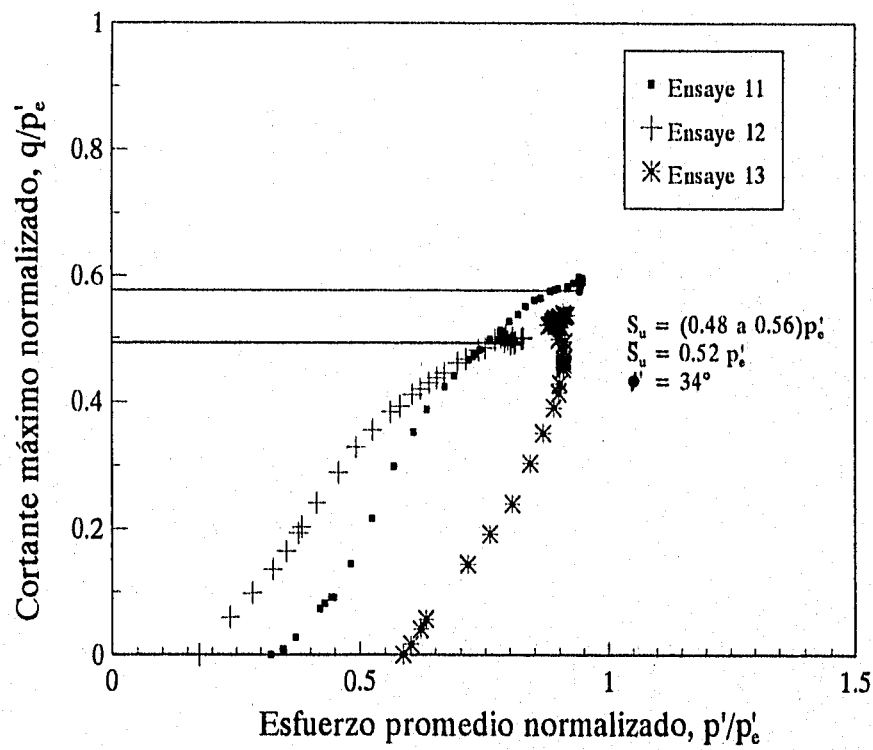


Fig 3.43 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

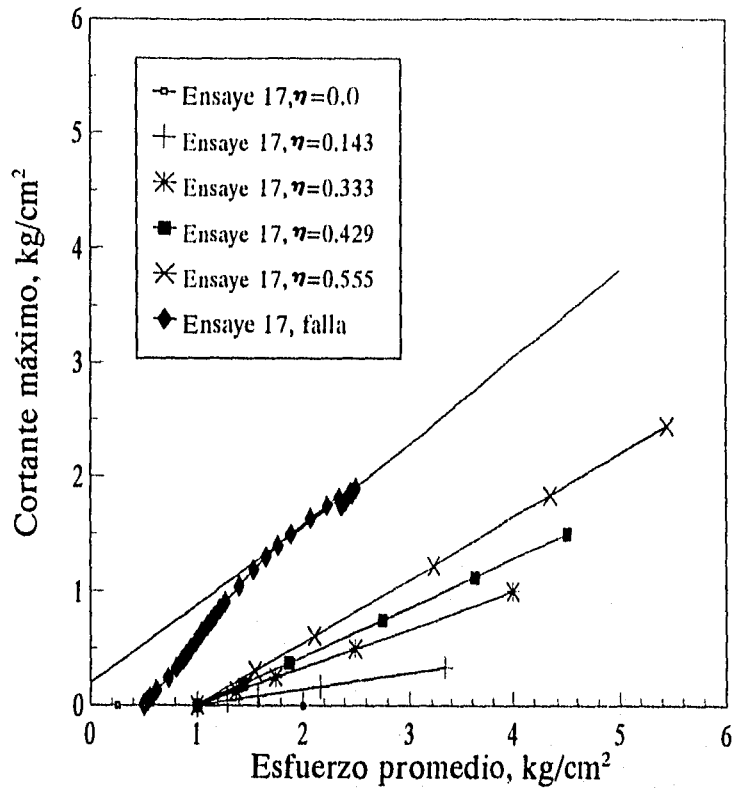


Fig 3.44 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material reconstituido

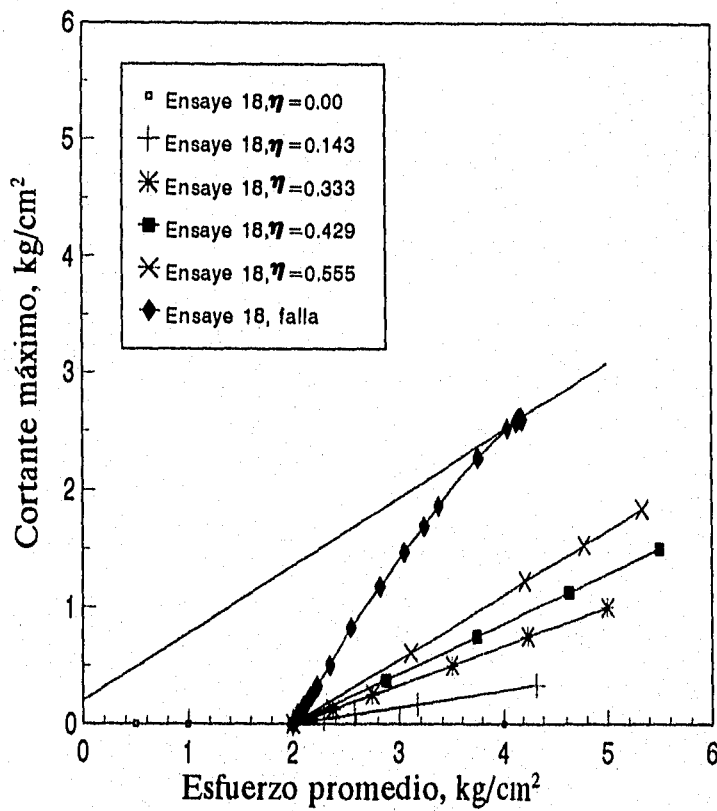


Fig 3.45 Trayectoria de esfuerzos efectivos. Material recostituido

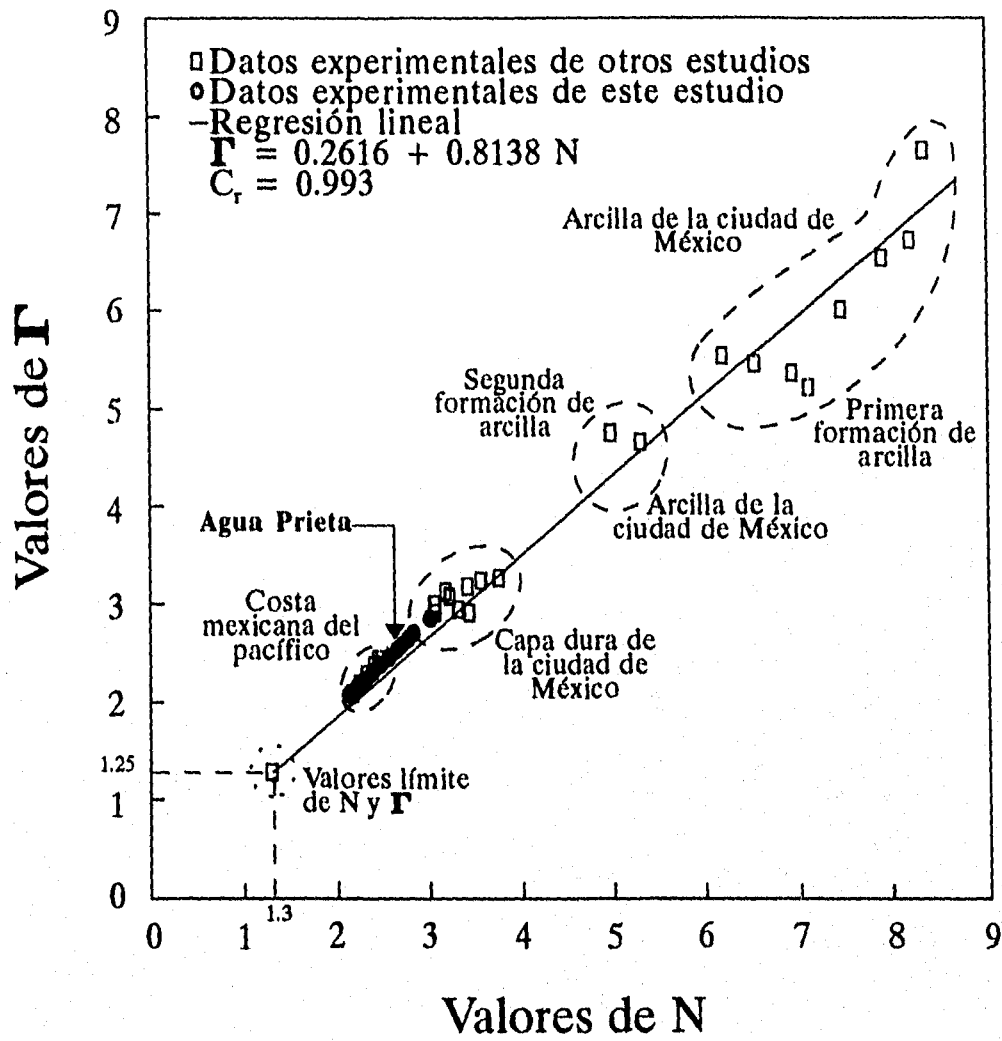


Fig 3.46 Relación entre Γ - N

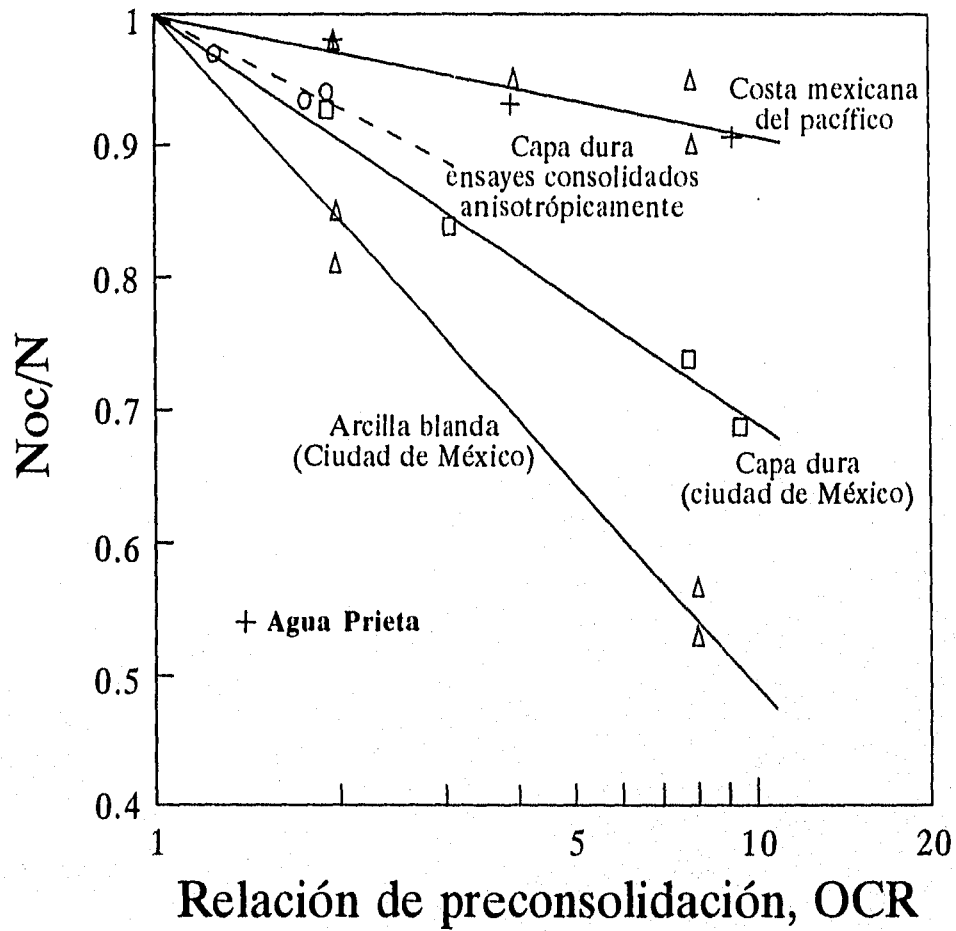


Fig 3.47 Relación entre N_{oc}/N -OCR

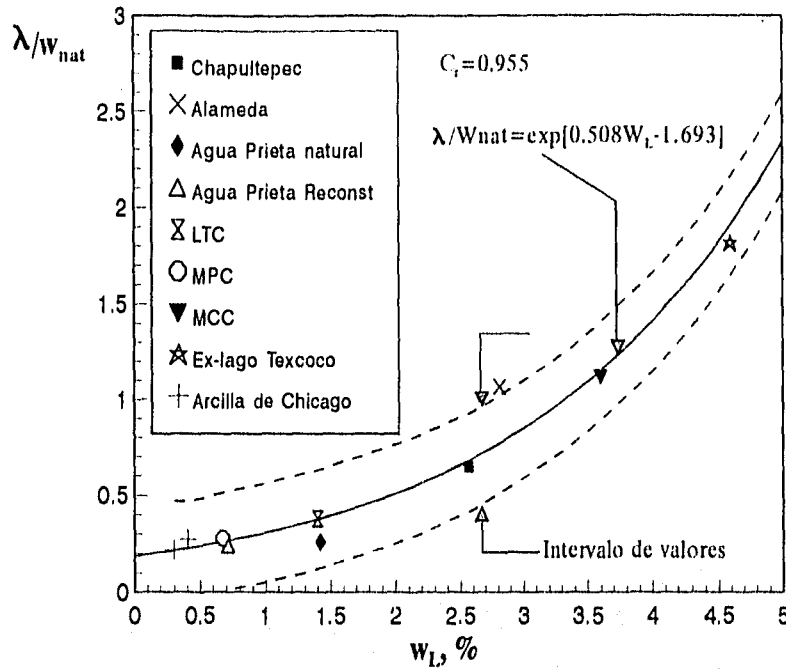


Fig 3.48 Relación entre la pendiente del estado crítico y el límite líquido.

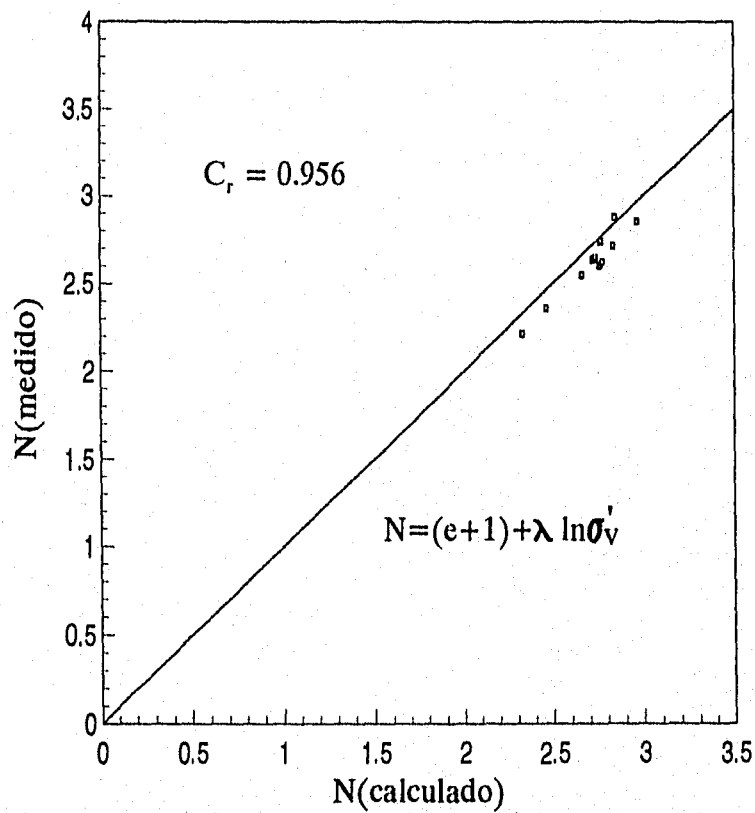


Fig 3.49 Comparación entre los valores teóricos y experimentales de N

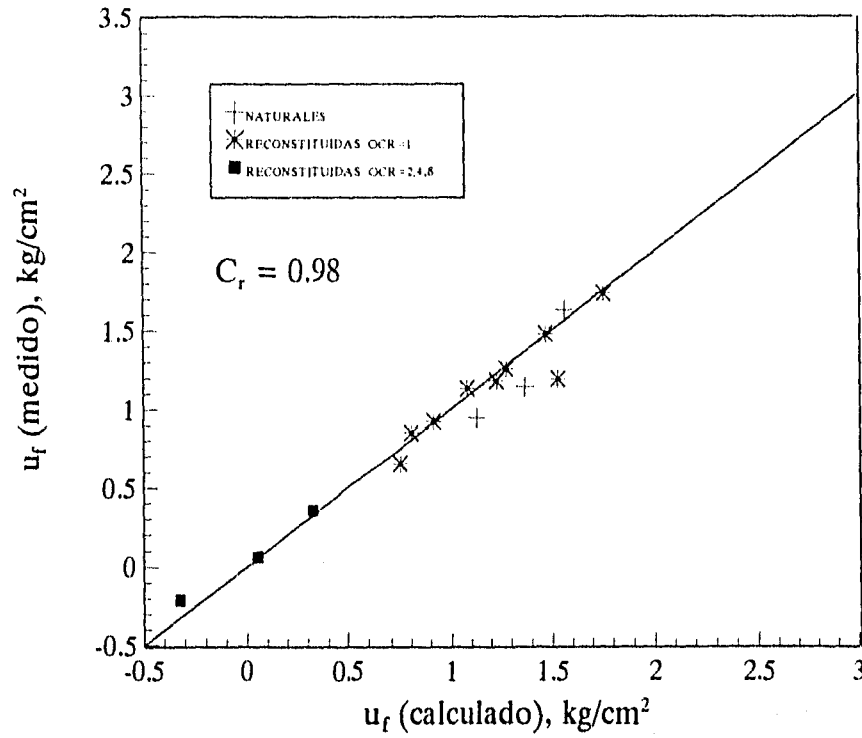


Fig 3.50 Comparación entre los valores teóricos y experimentales de la presión de poro en la falla

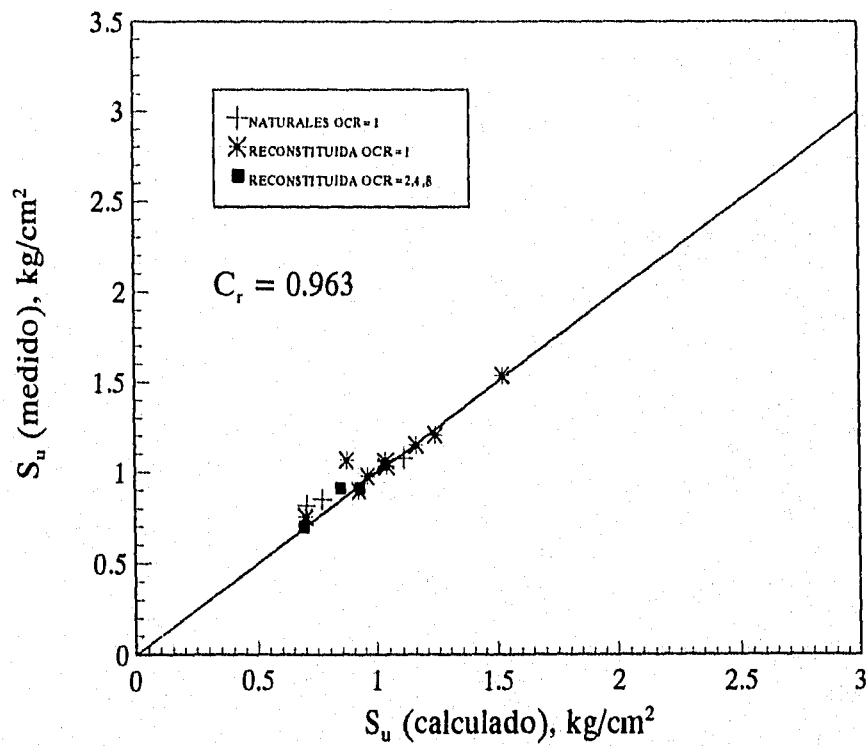


Fig 3.51 Comparación entre los valores teóricos y experimentales de la resistencia en la falla

4. MODELO TEÓRICO

4.1 Introducción

La solución de los problemas de ingeniería que conciernen a la relación esfuerzo-deformación de los suelos, requiere el conocimiento del carácter de los materiales y de la naturaleza de las cargas.

El comportamiento puede ser pronosticado por ensayos de laboratorio, sobre la base de este pronóstico se desarrolló el modelo propuesto, en el que se ajustan los resultados de los ensayos y el comportamiento del material a las características del modelo.

El modelo corresponde al formulado por Haggmann en 1971, (Romo, 1977); el cual consiste en un modelo que evalúa el comportamiento del suelo en términos de la relación esfuerzo-deformación para un material con endurecimiento por deformación. Las hipótesis básicas en el que está basado, parten del comportamiento indicado en la fig 4.1, donde se muestra la forma de la superficie de fluencia propuesta para el análisis y se establece una regla de flujo asociada.

4.2 Desarrollo teórico del modelo

A continuación se expresan las relaciones matemáticas discutidas por Chistian, Höeg y Haggmann, las cuales se basan en la formulación general del modelo propuesto por el grupo de Cambridge para representar el comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo (Romo, 1977).

4.2.1 Hipótesis

Primera hipótesis. Se admite que el estado de esfuerzo del suelo en falla es descrito por la ley de resistencia Mohr - Coulomb, que en el plano $\bar{p}-q$ define la envolvente de falla como

$$q = \bar{p} \tan \bar{\alpha} \quad (4.1)$$

donde $q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$; $p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ y $\bar{\alpha}$ es la pendiente de la línea de falla, fig 4.1.

Segunda hipótesis. Se considera que la superficie de fluencia es de forma elíptica con relación de semi-ejes constantes como se muestra en la fig 4.2, y cuya ecuación es

$$\frac{(\bar{p} - \bar{p}_0)^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1 \quad (4.2)$$

donde a y b son los semi-ejes de la elipse, \bar{p}_0 es el centro de ésta y D es la constante que define la relación entre semi-ejes, es decir $D = a/b$.

Se llama superficie de fluencia en el espacio de esfuerzos principales al lugar geométrico de todos los puntos en los que el estado de esfuerzos es tal que se producen deformaciones no recuperables. La relación entre el mecanismo de deformación plástica y la curva de fluencia se aprecian en la fig 2.1; cuando la elipse alcanza la línea de falla Mohr-Coulomb esta pendiente es horizontal.

Tercera hipótesis. Se asume que la componente volumétrica de deformación plástica se relaciona con el logaritmo de la presión de consolidación por medio de la siguiente expresión, donde c_d es el índice de compresión

$$\varepsilon_v^p = c_d \log \bar{p}_c \quad (4.3)$$

y que la superficie de fluencia elíptica se mueve como una función de la deformación plástica volumétrica.

La ecuación (4.3) puede obtenerse de las trayectoria de esfuerzos donde la relación de esfuerzos laterales sea constante, es decir

$$q_k = \bar{p}_k \tan \beta \quad (4.4)$$

donde β es el ángulo formado por la trayectoria de esfuerzos con respecto al eje \bar{p} en el diagrama de esfuerzos $\bar{p}-q$.

Cuarta hipótesis. Se asume que la dirección del incremento de la deformación plástica es perpendicular a la superficie de fluencia en el punto del estado de esfuerzos que se analice. Esto quiere decir que se cumple la ley de la normalidad establecida por Drucker en 1952, y por lo tanto una regla de flujo asociada, lo que permite considerar la superficie de fluencia como superficie de nivel de un potencial plástico.

4.2.2. Formulación matemática

Centro de la elipse

De acuerdo con las hipótesis establecidas y la figura 4.2, se obtiene la siguiente relación

$$b = \bar{p}_0 \tan \bar{\alpha} \quad (4.5)$$

sustituyendo la ecuación (4.5) en la ecuación (4.2), se llega a

$$(\bar{p} - p_0)^2 + D^2 q^2 - D^2 \bar{p}_0^2 \tan^2 \alpha = 0 \quad (4.6)$$

Esta ecuación representa la superficie de fluencia para un material en el estado de esfuerzos plástico. Resolviendo la ecuación anterior para \bar{p}_0 , se obtiene

$$\bar{p}_0 = \frac{\bar{p} - D[\bar{p}^2 \tan^2 \alpha - q^2(1 - D^2 \tan^2 \alpha)]^{1/2}}{1 - D^2 \tan^2 \alpha} \quad (4.7)$$

$$\text{Si } (1 - D^2 \tan^2 \alpha = 0), \text{ entonces } \bar{p}_0 = \frac{\bar{p}^2 + D^2 q^2}{2\bar{p}} \quad (4.8)$$

para este caso $\bar{p}_0 > 0$. Las ecuaciones (4.7) y (4.8) dan la localización del centro de la elipse

Sustituyendo la ecuación (4.4) en la ecuación (4.2), se introduce el efecto de consolidación anisotrópica así

$$\bar{p}_k^2 (1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_0 \bar{p}_k + \bar{p}_0^2 - D^2 b^2 = 0 \quad (4.9)$$

ya que β es el ángulo (con respecto al esfuerzo medio en el diagrama q-p') de la trayectoria de esfuerzos.

Relación Esfuerzo- Deformación

La función de fluencia se puede escribir en términos de la relación esfuerzo-deformación como

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad (4.10)$$

donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos y ε_{ij}^p el de deformación plástica. Igualando las ecuaciones (4.6) y (4.10), se obtiene la función de fluencia

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 + a^2 q^2 - a^2 b^2 = 0 \quad (4.11)$$

Al asumir que se cumple la ley de la normalidad, entonces el incremento de deformación plástica esta dado por

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \hat{G} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl} \quad (4.12)$$

donde

$$\hat{G} = \frac{1}{(\partial/\partial \varepsilon_{mm}^p)(\partial/\partial \sigma_{mm})} \quad (4.13)$$

La ecuación (4.12) escrita en forma matricial en tres dimensiones, esta definida por los siguientes tensores

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}^p \\ \dot{\varepsilon}_{22}^p \\ \dot{\varepsilon}_{33}^p \\ \dot{\gamma}_{12}^p \\ \dot{\gamma}_{23}^p \\ \dot{\gamma}_{31}^p \end{Bmatrix} = \hat{G} \begin{bmatrix} T_{11}^2 & T_{11}T_{22} & T_{11}T_{33} & T_{11}T_{12} & T_{11}T_{23} & T_{11}T_{31} \\ T_{22}T_{11} & T_{22}^2 & T_{22}T_{33} & T_{22}T_{12} & T_{22}T_{23} & T_{22}T_{31} \\ T_{33}T_{11} & T_{33}T_{22} & T_{33}^2 & T_{33}T_{12} & T_{33}T_{23} & T_{33}T_{31} \\ T_{12}T_{11} & T_{12}T_{22} & T_{12}T_{33} & T_{12}^2 & T_{12}T_{23} & T_{12}T_{31} \\ T_{23}T_{11} & T_{23}T_{22} & T_{23}T_{33} & T_{23}T_{12} & T_{23}^2 & T_{23}T_{31} \\ T_{31}T_{11} & T_{31}T_{22} & T_{31}T_{33} & T_{31}T_{12} & T_{31}T_{23} & T_{31}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{12} \\ \dot{\sigma}_{23} \\ \dot{\sigma}_{31} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

donde

$$T_{ij} = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\delta_{ij} + a^2S_{ij}$$

La relación matricial (4.14) también se puede expresar como

$$\{\dot{\varepsilon}_{ij}^p\} = [K^p]\{\dot{\sigma}_{ij}\} \quad (4.15)$$

4.3 Evaluación del modelo

De acuerdo con los resultados de los ensayos realizados y presentados en el capítulo 3, donde se observa que el material investigado muestra un comportamiento plástico con endurecimiento por deformación. Se determinará la aplicabilidad del modelo en la predicción del comportamiento esfuerzo-deformación del suelo estudiado; comparando las hipótesis del modelo, con los resultados obtenidos en laboratorio.

La primera hipótesis del modelo supone que el estado de esfuerzos del suelo en falla es descrito por la ley de resistencia Mohr-Coulomb. En tal caso, los resultados de ensayos triaxiales clásicos bastarán para obtener los parámetros límites o la ley de resistencia. Es así como de los diagramas de esfuerzos de normalizados figs 3.37 a la 3.43, se concluye que los suelos normalmente consolidados y ligeramente preconsolidados alcanzan la falla en el estado crítico;

y los altamente preconsolidados llegan al estado crítico después de la resistencia pico, por lo tanto se establece que los parámetros de la envolvente de esfuerzos de falla se relacionan con el criterio de Mohr-Coulomb como sigue

$$\text{sen } \phi' = \tan \bar{\alpha}$$

En la fig 4.3 se generaliza este concepto; en esta gráfica se presenta el intervalo de valores de los parámetros límites del suelo obtenidos de las pruebas triaxiales no drenadas, y en la fig 4.4 aparece señalado el estado crítico al graficar los valores de M . Con base en esta figura se puede asignar al suelo estudiado un valor del parámetro M igual a 1.462, con un coeficiente de variación, $CV=0.0768$, por lo tanto la pendiente de la línea de falla, definida en la fig 4.1 es

$$\bar{\alpha} = 30.45^\circ$$

y en el plano de esfuerzos $\bar{p}-q$

$$q = 0.588\bar{p}$$

Al observar los resultados de las pruebas triaxiales descritas en el capítulo 3, se aprecia que el comportamiento del suelo concuerda con el criterio de fluencia, que es un fenómeno progresivo en el cual el suelo al ser cargado, después de mostrar un comportamiento elástico fluye, sufriendo deformaciones inelásticas notables, pero limitadas, pudiendo soportar aún esfuerzos mayores hasta que finalmente llega a la falla donde experimenta deformaciones distorsionales ilimitadas y ya no le es posible soportar esfuerzos mayores. En una prueba drenada se observa un comportamiento análogo, aunque la falla nunca ocurre, pero sí la fluencia. Por lo tanto, para verificar la validez, de la segunda, tercera y cuarta hipótesis se realizaron los ensayos 17 y 18 (figs 3.44 y 3.45) como se describió previamente.

Las trayectorias que resultan de los ensayos drenados realizados en ciclos de compresión y descarga se muestran en las figs 4.5 a la 4.16. Se observa la compresibilidad del material al relacionar en las ordenadas el volumen específico y en las abscisas el esfuerzo medio en escala logarítmica y cómo muchos estados de deformación pueden corresponder a un estado de esfuerzos.

Las muestras de estos ensayos fueron inicialmente sometidas a compresión isotrópica con incrementos de presión de cámara y posteriormente se consolidaron a lo largo de trayectorias anisotrópicas, las cuales fueron sujetas a una compresión controlando los incrementos de esfuerzos principales, de modo que la relación de esfuerzos permaneciera constante para cada trayectoria.

La presión de consolidación es el ejemplo más común de fluencia de los suelos, pero un parámetro similar puede encontrarse en ensayos de compresión drenada. Por lo tanto para ambas pruebas se graficó la relación esfuerzo-deformación, (figs 4.17 y 4.18). En estas gráficas se observa el desarrollo de la deformación plástica y el constante incremento de esfuerzo de fluencia; para todas las trayectorias de los ensayos 17 y 18 el punto de fluencia está asociado a una transición de respuesta rígida a menos rígida, donde el punto de fluencia se define cuando se aprecia un cambio brusco en la rigidez denotado como q_y .

Los puntos de fluencia definidos de las anteriores curvas esfuerzo-deformación, así como los derivados de los ensayos 11, 12 y 13 realizados en la región preconsolidada (figs 3.8 y 3.36) y normalizados con respecto a la presión equivalente, p_e , se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Valores de los puntos de fluencia normalizados con respecto a la presión equivalente.

Ensayo	η/OCR	p_y	q_y	p_e	p_y/p_e	q_y/p_e
11	4	0.875	0.460	1.55	0.5645	0.2968
12	8	0.650	0.405	1.40	0.4643	0.2893
13	2	1.425	0.500	1.70	0.8382	0.2941
17	0.143	2.167	0.167	2.20	0.9850	0.0759
17	0.333	2.500	0.500	2.80	0.8929	0.1786
17	0.429	3.625	1.125	4.60	0.7884	0.2446
17	0.555	3.222	1.222	4.60	0.7004	0.2656
18	0.333	4.250	0.750	4.60	0.9239	0.1630
18	0.429	4.625	1.125	5.25	0.8809	0.2143
18	0.555	4.775	1.528	5.75	0.8377	0.2656

Estos resultados experimentales de fluencia se graficaron en el espacio p' - q (fig 4.19). Uniendo los puntos de fluencia observados puede determinarse la curva de fluencia la cual tiende a definir una superficie plástica de forma elíptica. Por lo tanto es razonable suponer que la superficie investigada de fluencia es de forma elíptica como se considera en la segunda hipótesis y cuya ecuación está definida por la expresión

$$\frac{(\bar{p} - \bar{p}_0)^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1$$

Además, por los postulados de Drucker, la superficie de fluencia debe ser convexa, de modo que la determinación de pocos puntos sobre ella basta para definir su forma general.

Con el objeto de representar los parámetros establecidos en la fig 4.2 y la ley de resistencia definida anteriormente, se trazó la superficie de fluencia teórica indicada en esta misma figura, donde la historia de solicitaciones impuestas al material reflejan la posición inicial y el tamaño de la superficie plástica. Para la curva de fluencia representada se tiene la siguiente condición de equilibrio

$$(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 + D^2 q^2 - D^2 \bar{p}_0^2 \tan^2 \alpha = 0$$

donde $\bar{p} = 1.0$, $q = 0$, $D = 1.7$, $\tan \alpha = 0.588$, siendo D la constante que define la relación entre semi-ejes.

La ecuación anterior representa la superficie de fluencia para un material en estado plástico, como lo establece una de las hipótesis del modelo.

La evidencia experimental indica que la forma de dicha curva se puede predecir a partir de las suposiciones teóricas enunciadas, donde las curvas de fluencia son las que definen la combinación de esfuerzos p' - q para la cual empiezan las deformaciones plásticas. Por lo tanto se concluye que la ecuación 4.6 es una buena idealización de la frontera entre el dominio elástico y el plástico.

El papel de la superficie de fluencia es muy importante. Por ejemplo, si se recorre la condición isotrópica, donde el estado de esfuerzos se mueve a lo largo del eje p , es decir, la línea $K=1$ hasta el punto p_c , se rigidiza el suelo, de modo que al descargarlo se comporta elásticamente y además, se comprueba que se puede recorrer toda el área delimitada por la superficie de fluencia que pasa por p_c en igualdad de condiciones.

El hecho de preconsolidar el suelo hasta el punto definido como p_c , permite que el suelo conquiste un contorno elástico delimitado por la superficie de fluencia que pasa por ese punto. Si se transpa la superficie, se presenta nuevas deformaciones irreversibles, al hacerlo se ensanchará su banda elástica hasta otra definida por la superficie de fluencia que pase por el punto representativo del nuevo estado de esfuerzos.

Las curvas de fluencia para cada estado de esfuerzos donde se presenta nuevamente la fluencia a lo largo de las trayectorias anisotrópicas de los ensayos 17 y 18, se muestran en las figs 4.20 y 4.21; donde para cada punto de fluencia el material sufre una historia de deformaciones plásticas diferentes y pasa por diversos grados de rigidización, siendo distinto mecánicamente y teniendo una superficie diferente. Los parámetros resultantes que establecen las características de las superficies plásticas tales como tamaño, rigidez y coordenadas espaciales, se especifican en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Valores de los parámetros del modelo para el material investigado.

Ensayo	η	p_k	q_k	$\tan \alpha$	b	D	p_0
17	0.143	2.167	0.167	0.588	0.6482	1.7	1.1023
17	0.333	2.500	0.500	0.588	0.8202	1.7	1.3948
17	0.429	3.625	1.125	0.588	1.3627	1.7	2.3176
17	0.555	3.222	1.222	0.588	1.3414	1.7	2.2813
18	0.333	4.250	0.750	0.588	1.3622	1.7	2.3168
18	0.429	4.625	1.125	0.588	1.5926	1.7	2.7086
18	0.555	4.775	1.527	0.588	1.8195	1.7	3.0944

De las gráficas se observa cómo de una manera progresiva y estable se pasa a otra superficie de fluencia, donde las curvas de fluencia se expanden y se trasladan simultáneamente; lo que muestra un endurecimiento cinemático e isotrópico combinado.

El endurecimiento combinado, especifica las modificaciones de la resistencia plástica durante el flujo plástico y supone que tanto el tamaño de la superficie de fluencia como la posición de su centro cambian. Para el modelo que nos ocupa el centro de la superficie de fluencia esta dado por

$$\bar{p}_0 = \frac{\bar{p} - D[\bar{p}^2 \tan^2 \alpha - q^2(1 - D^2 \tan^2 \alpha)]^{1/2}}{1 - D^2 \tan^2 \alpha}$$

Introduciendo el efecto de la consolidación anisotrópica, la ecuación de las superficies de fluencia ilustrada verifican la siguiente condición de equilibrio

$$\bar{p}_k^2 (1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_0 \bar{p}_k + \bar{p}_0^2 - D^2 b^2 = 0$$

En esta expresión se conserva el parámetro de forma del modelo para todas las curvas de fluencia, lo que implica que sean similares.

Es importante resaltar los efectos del fenómeno de endurecimiento manifestado en las figs 4.5 y 4.11, donde claramente se observa que el endurecimiento depende de la historia de esfuerzos y no puede ser explicado únicamente con la relación de preconsolidación OCR. Nótese que para ambos ensayos (17 y 18) el valor de relación de preconsolidación, OCR, es igual a dos.

Con el fin de verificar la hipótesis que hace referencia a la ley de normalidad, donde se asume que la dirección del incremento de deformación plástica es perpendicular a la superficie en el punto de estado de esfuerzos que se analice, se calcularon los incrementos de deformación plástica volumétrica y distorsional $\dot{\epsilon}_v^p$, $\dot{\epsilon}_c^p$, para cada combinación de esfuerzos.

El vector incremento de deformación plástica evaluado en cada punto, se muestra en los diagramas de esfuerzos de las figs 4.22.y 4.23 y, los valores de los incrementos de deformación plástica se reportan en la tabla 4.3.

De la relación entre el mecanismo de deformación plástica y la curva de fluencia se aprecia que la dirección del vector incremento de deformación plástica no depende únicamente de la trayectoria de esfuerzo que fue desarrollada para alcanzar la curva de fluencia; también depende de la combinación particular de esfuerzos del punto al cual la superficie fue alcanzada, siendo este comportamiento característico de materiales plásticos.

Al observar la relación entre el incremento de deformación volumétrica inelástica, debida a un cambio en el valor de η , indicada en la tabla 4.3, se aprecia que la relación ($\dot{\epsilon}_c^p / \dot{\epsilon}_v^p$) crece a medida que se aumenta la relación de esfuerzos o en la medida que se aproxima a la línea de falla. Este comportamiento asociada con la teoría del estado crítico donde $M = \frac{6 \text{ sen } \phi'}{3 - \text{sen } \phi'}$, cumple con uno de los postulados de dicha teoría, la cual supone que el cambio volumétrico se hace cero en ese estado. Por lo tanto, el incremento de esta relación implica asumir que el comportamiento esfuerzo-deformación de este suelo está fuertemente influenciado por su cercanía al estado crítico.

Tabla 4.3 Valores de los incrementos de deformación plásticas

Ensaye	η	$\dot{\epsilon}_a^p$	$\frac{\Delta V}{V}$	$\dot{\epsilon}_r^p$	$\dot{\epsilon}_c^p$	$\dot{\epsilon}_v^p$	$\frac{\dot{\epsilon}_c^p}{\dot{\epsilon}_v^p}$	$dj(p_k, q_k)$	$\frac{1}{dj(p_k, q_k)}$
17	0.143	0.0148	0.0275	0.0063	0.0042	0.0106	0.4005	-2.2059	0.4533
17	0.333	0.0219	0.0253	0.0017	0.0101	0.0118	0.8578	-0.7648	1.3076
17	0.429	0.0151	0.0136	-0.0007	0.0079	0.0072	1.1039	-0.4021	2.4869
17	0.555	0.0176	0.0112	-0.0032	0.0104	0.0072	1.4473	-0.2663	3.7544
18	0.333	0.0082	0.0089	0.0004	0.0039	0.0043	0.9042	-0.8919	1.1212
18	0.429	0.0089	0.0082	-0.0003	0.0046	0.0043	1.0766	-0.5894	1.6966
18	0.555	0.0068	0.0041	-0.0013	0.0041	0.0027	1.4878	-0.3807	2.6267

También en estas figuras se observa que los vectores incremento de deformación plástica proyectados sobre el plano $p'-q$ son cuasinormales a la intersección de las superficies de fluencia.

La variación de la ley de la normalidad se muestra en las figs 4.24 y 4.25. De estas gráficas se puede concluir que a mayor relación de esfuerzos la dirección del vector incremento de deformación plástica se aleja de la perpendicularidad.

Adicionalmente se han representado las superficies de fluencia en el plano de esfuerzos principales sobre el sistema coordenado σ_1 contra $\sqrt{2}\sigma_3$, (figs 4.26 y 4.27), donde la abscisa es definida como $\sqrt{2}\sigma_3$ porque $\sigma_2 = \sigma_3$ y $\sqrt{2}\sigma_3$ es su suma vectorial, alojada sobre la trisectriz del plano $\sigma_1 = 0$. También se han dibujado los vectores incrementos de deformación plástica en el espacio asociado de deformaciones, al superponer a escala arbitraria, el sistema $\varepsilon_1', \sqrt{2}\varepsilon_3'$ que representa las deformaciones plásticas que ocurren cuando la trayectoria de carga sale del dominio elástico.

Se ve que un incremento de deformación con dirección normal al eje isotrópico implica un cambio nulo de volumen. Así, para la trayectoria $K=1$ dicho vector está inclinado 45° debida a la componente hidrostática. Un incremento cuya dirección se desvíe a la izquierda de la normal a dicho eje implica un aumento de volumen, y uno que se desvíe a la derecha, disminución. Para la envolvente de falla a compresión, se tiene $\varepsilon_1 = -2\varepsilon_3$, ya que en rotura establecida el cambio de volumen es nulo y el coeficiente de Poisson se hace igual a un medio.

La variación de la dirección del incremento de la deformación plástica con respecto a la línea perpendicular a la superficie de fluencia en los puntos de los estados de esfuerzos analizados, se debe a factores experimentales y de comportamiento. Entre los primeros se encuentra la incertidumbre en la medición y determinación de las magnitudes observadas en el laboratorio durante el desarrollo de la prueba. Por ejemplo, las mediciones de las deformaciones son afectadas por: la falta de paralelismo de las bases de las probetas, lo que genera un ligero cabeceo, el acomodo entre las cabezas colocadas en los extremos de la muestra de suelo y los ligeros desbalances entre la presión confinante y los esfuerzos verticales que se aplican para seguir la trayectoria de consolidación requerida

En términos de comportamiento, la ley de la normalidad posiblemente está afectada por la anisotropía inducida en el material por efectos de la deformación plástica; por ello, en la medida en que ocurre deformación irreversible, se produce anisotropía estructural.

Con el fin de evaluar los aspectos experimentales se realizó una prueba adicional, ensaye 19, bajo las mismas condiciones del ensaye 17, tomando como referencia una trayectoria en la que el incremento de esfuerzos se aplicó manteniendo constante la relación $\eta = 0.333$ y haciendo mediciones locales de la deformación radial, por medio de tres sensores instalados a 120° , en la periferia de la probeta de suelo, que se coloca en una celda modificada para permitir las mediciones de diámetros a medida que se realiza el ensaye. Los resultados de este ensaye se presentan en la tabla 4.4. En la fig 4.28 se graficó la relación entre la deformación axial y la deformación radial. Se observa cómo las deformaciones principales del suelo reflejan cambios en su estado, lo que indica que el coeficiente de Poisson varía ampliamente con el estado de esfuerzos.

Tabla 4.4 Valores de la deformación radial medida y estimada

Ensaye	Etapa	$\dot{\epsilon}_a^p$	$\Delta V/V$	$\dot{\epsilon}_r^p$ estimada	$\dot{\epsilon}_r^p$ medida	$(\dot{\epsilon}_c^p / \dot{\epsilon}_v^p)$ estimado	$(\dot{\epsilon}_c^p / \dot{\epsilon}_v^p)$ medido
17	3° incremento anisotrópico	0.0219158	0.025270	0.025270	-	0.85775	-
19	1° incremento isotrópico	0.0036540	0.026661	0.011503	0.008780	Esfuerzos isotrópicos	Esfuerzos isotrópicos
19	2° incremento isotrópico	0.0103520	0.048372	0.019009	0.014830	Esfuerzos isotrópicos	Esfuerzos isotrópicos
19	3° incremento isotrópico	0.0146450	0.052668	0.019011	0.017133	Esfuerzos isotrópicos	Esfuerzos isotrópicos
19	1° descarga isotrópica	0.0023050	0.012929	0.005312	0.006480	Esfuerzos isotrópicos	Esfuerzos isotrópicos
19	1° incremento anisotrópico	0.0012100	0.003829	0.001309	0.001007	Región elástica	Región elástica
19	2° incremento anisotrópico	0.0032110	0.003203	-0.000004	0.000000	Región elástica	Región elástica
19	3° incremento anisotrópico	0.0161100	0.020567	0.002228	0.001008	Región elástica	Región elástica
19	4° incremento anisotrópico	0.0287930	0.029530	0.000368	0.000288	0.9758	0.9802
19	1° descarga anisotrópica	0.0055980	0.006085	0.000243	0.000432	Región elástica	Región elástica
19	2° descarga anisotrópica	0.0043020	0.005376	0.000537	0.000431	Región elástica	Región elástica
19	3° descarga anisotrópica	0.0044090	0.008622	0.001806	0.001584	Región elástica	Región elástica

La variación de la deformación radial estimada con respecto a la deformación radial medida con los sensores se ilustra en la fig 4.29; la comparación entre ambas presenta un factor de correlación alto ($C_r=0.97$), no obstante, algunas de las comparaciones puntuales entre la deformación radial estimada y la medida indican que existen diferencias significativas entre estas dos. Los efectos de estas diferencias pueden incidir en la relación entre la deformación plástica distorsional y la volumétrica dependiendo del orden de magnitud de las componentes de la deformación plástica.

De los resultados mencionados para la combinación de esfuerzos nuevamente investigada, la variación del incremento de deformación plástica no es relevante. Sin embargo, sí hay una diferencia significativa entre el incremento de deformación plástica evaluado en este estado de esfuerzos para el ensaye 17 y el ensaye 19, lo que muestra la sensibilidad de la magnitud y la dirección del vector incremental de deformación plástica a las mediciones.

De lo anterior se concluye que aunque experimentalmente la ley de la normalidad no se comprueba en un ciento por ciento, las diferencias no son tan grandes como para no poderse utilizarse razonablemente.

Es importante señalar que existe evidencia experimental que indica que dicha regla no se cumple (Herrera, 1976); por otro lado, se ha demostrado que los modelos plásticos presentan graves deficiencias al tratar de simular aquellos fenómenos que involucran la anisotropía de los materiales.

Para comprobar la validez de la hipótesis del modelo, donde se asume que la componente volumétrica de deformación plástica se relaciona con el logaritmo de la presión de consolidación por medio de la expresión.

$$\varepsilon_v^p = c_d \log p_c$$

o expresada en términos de la pendiente de la línea del estado crítico λ

$$\varepsilon_v^p = 2.3\lambda \log p_c$$

se compara el cambio de volumen sufrido por el material a lo largo de cada trayectoria de consolidación hidrostática, con los valores de deformación plástica volumétrica calculados a partir de esta expresión para las pruebas realizadas (ensaye 2 a 19). Estos valores teóricos y experimentales, se reportan en la tabla 4.5 y en la fig 4.30.

De la representación gráfica de la fig 4.30, se desprende la verificación de dicha hipótesis a pesar de que existe diferencias entre las deformaciones volumétricas medidas y calculadas

Cabe indicar que este concepto es similar al propuesto por Roscoe y coautores (1963), quienes justificaron que la deformación volumétrica debida a un incremento de esfuerzos ($d\eta, dp$) es la misma que la debida a un incremento no drenado, seguida por un incremento a razón de esfuerzo constante.

Tabla 4.5 Valores de la deformación volumétrica medida y calculada

Ensaye	λ	p_c	ε_v^p	$\Delta V/V$
2	0.080	2.00	0.05539	0.05276
3	0.143	3.00	0.15693	0.12126
4	0.165	1.50	0.06682	0.07783
5	0.170	2.00	0.11770	0.10697
6	0.191	3.00	0.20959	0.17860
7	0.213	1.61	0.10132	0.11241
8	0.178	2.16	0.13692	0.14032
9	0.149	2.00	0.10316	0.12832
10	0.141	2.00	0.09762	0.12256
11	0.136	2.00	0.09416	0.11639
12	0.146	2.00	0.10108	0.11758
13	0.137	2.00	0.09485	0.11652
14	0.168	2.00	0.11631	0.12848
15	0.169	2.00	0.11701	0.11507
16	0.100	2.00	0.06923	0.06576
17	0.185	2.00	0.12788	0.11262
18	0.183	4.00	0.25340	0.18981
19	0.197	2.00	0.13640	0.14063

En las figs 4.31 y 4.32, se han dibujado las curvas esfuerzo-deformación y presión de poro contra deformación axial experimentales y teóricas, para los ensayos 13 y 14. Se aprecia que el modelo propuesto predice deformaciones inelásticas menores que las reales. No obstante, el modelo es una herramienta valiosa para el análisis esfuerzo-deformación.

4.4 Aplicación del modelo a la arcilla de la ciudad de México

Para extrapolar los resultados obtenidos en este estudio a otras condiciones de esfuerzos y otros suelos con diferentes características, se evalúa la respuesta del modelo en la arcilla de la ciudad de México. Los datos utilizados corresponden a los resultados de los ensayos realizados por Giraldo 1996, en muestras de arcilla tomadas de un sitio ubicado en la colonia Roma. Las propiedades índices promedio determinadas en la muestra original fueron:

$$W_{nat} = 253.9\%$$

$$W_l = 332\%$$

$$W_p = 80.3\%$$

$$I_p = 251.7\%$$

$$G_s = 2.65$$

$$\gamma_d = 0.334 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{OCR}=2$$

Según las condiciones estratigráficas del sitio y la profundidad (21.15 m) de la muestra investigada se calcula el valor del esfuerzo vertical efectivo, donde

$$\sigma'_v = 0.85 \text{ kg/cm}^2$$

A partir de esta información, se determinan los parámetros del estado crítico por medio de las correlaciones presentadas en el capítulo anterior.

$$\lambda = 2.539 * \exp[0.508 * 3.32 - 1.693]$$

$$\lambda = 2.52$$

$$N = (e + 1) + \lambda \ln \sigma'_v \quad \text{donde, } e = 6.937$$

$$N = 7.527$$

$$\Gamma = 0.2616 + 0.8138N$$

$$\Gamma = 6.387$$

$$u_f = p_f - p_0 \exp\left[\frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda}\right]$$

donde, $N_{oc} = 6.85$, según fig 3.47 y $p_f = 1.077609$

$$u_f = 0.9194 \text{ kg/cm}^2$$

$$s_f = 1.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = 2.115$$

$$\phi = 51.4^\circ$$

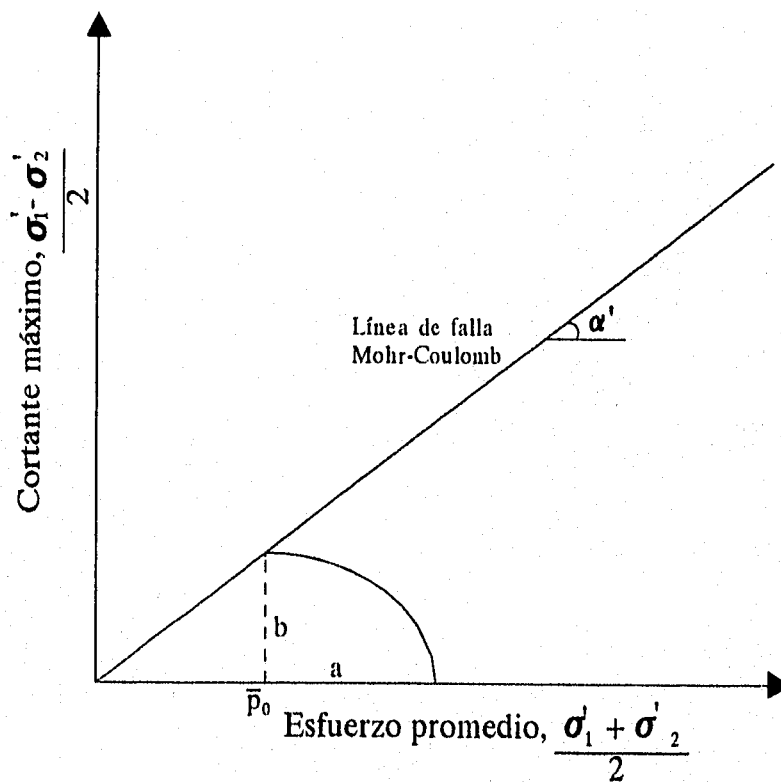
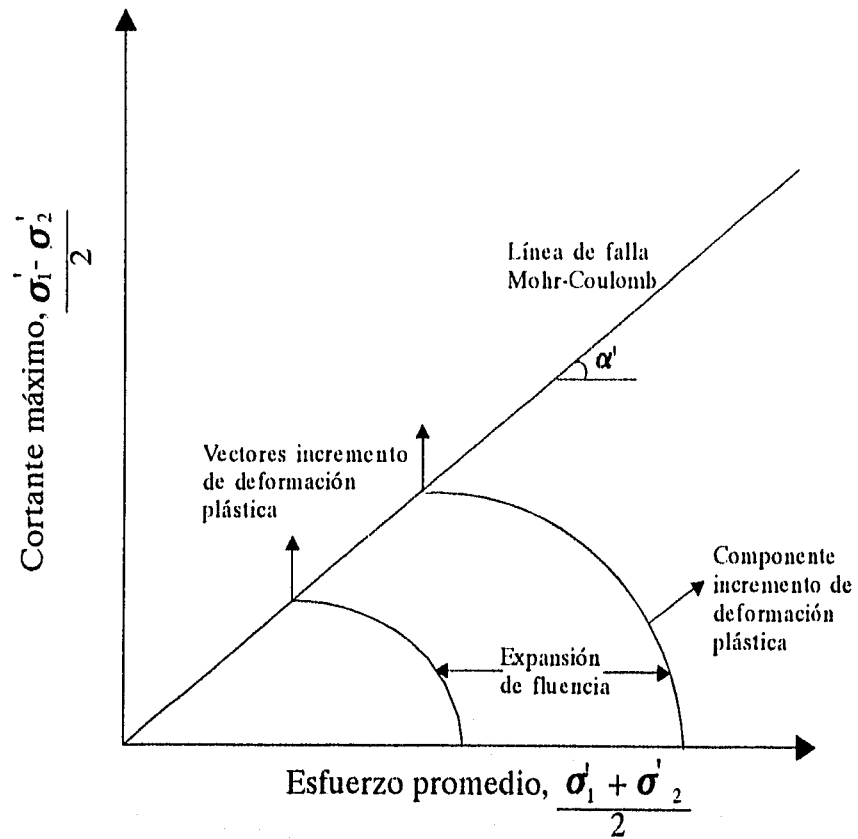
Valores de los parámetros del modelo

$$a = p' - p'_0 \quad a = 1.25$$

$$b = p_0 \tan \alpha \quad b = 0.9775$$

$$D = a/b \quad D = 1.2788$$

La superficie de fluencia para esta arcilla, definida a partir de las hipótesis y los parámetros del modelo, se muestra en la figs 4.33 y 4.34. La relación esfuerzo-deformación tanto experimental como la estimada con el modelo se presenta en la fig 4.35.



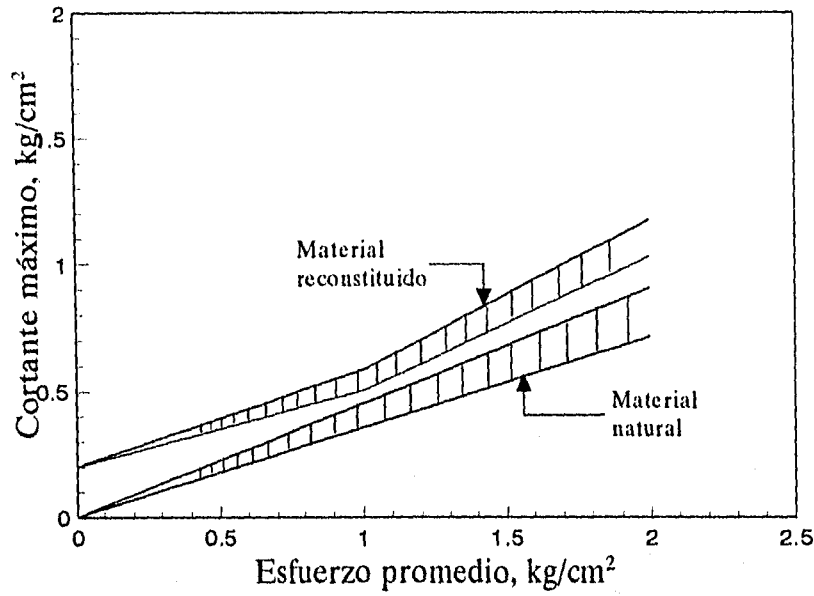


Fig 4.3 Ley de resistencia para el material investigado

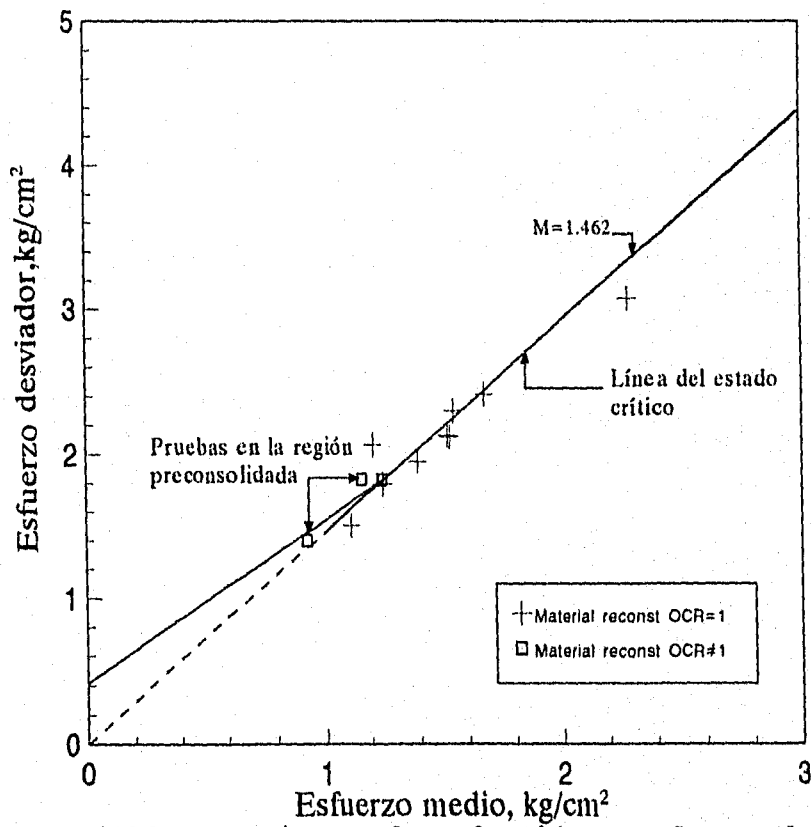


Fig 4.4 Valores de p'y q en el estado crítico para las pruebas con material reconstituido

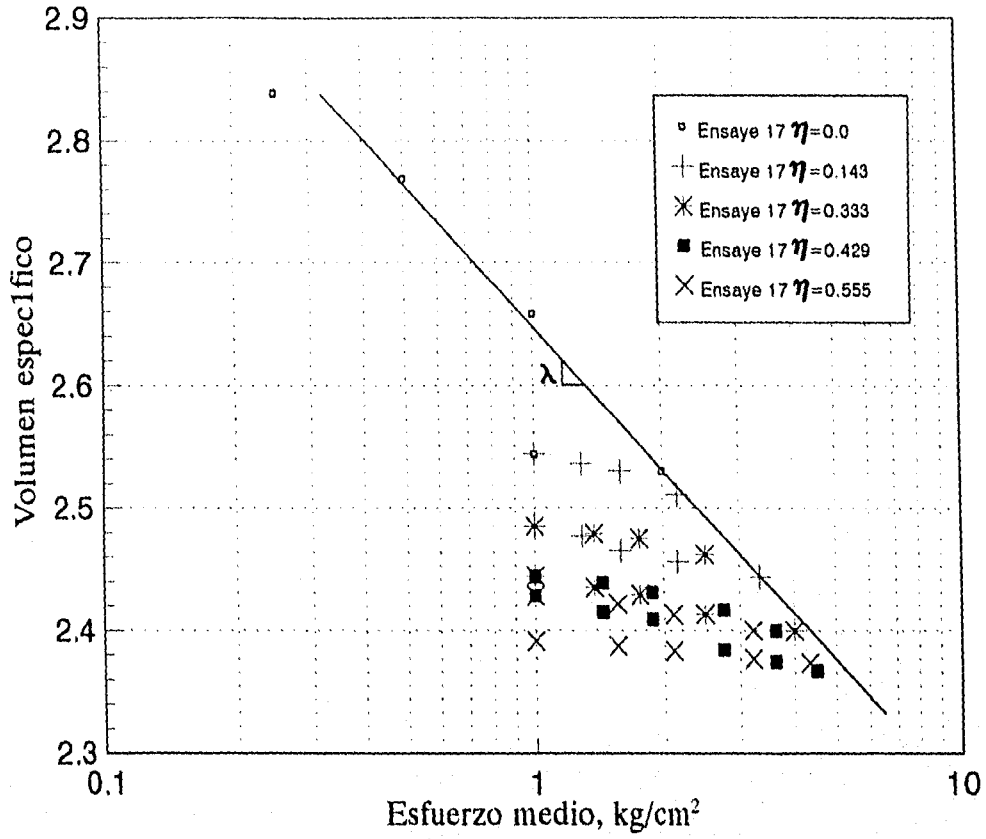


Fig 4.5 Curva de compresibilidad

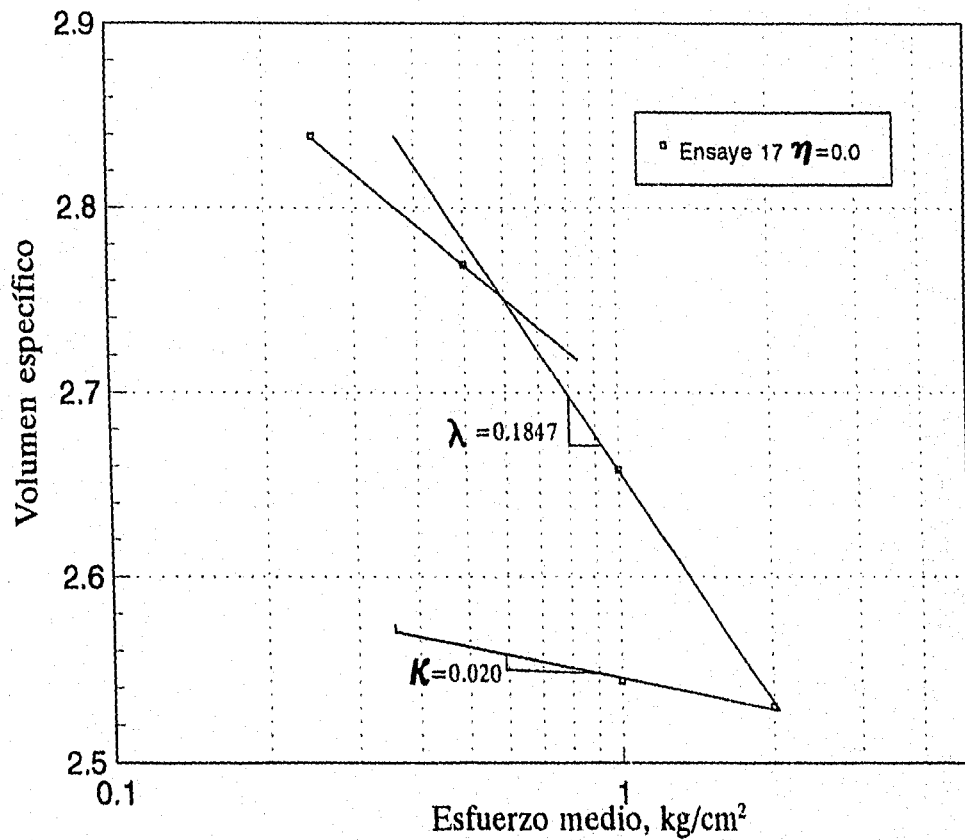


Fig 4.6 Curva de compresibilidad

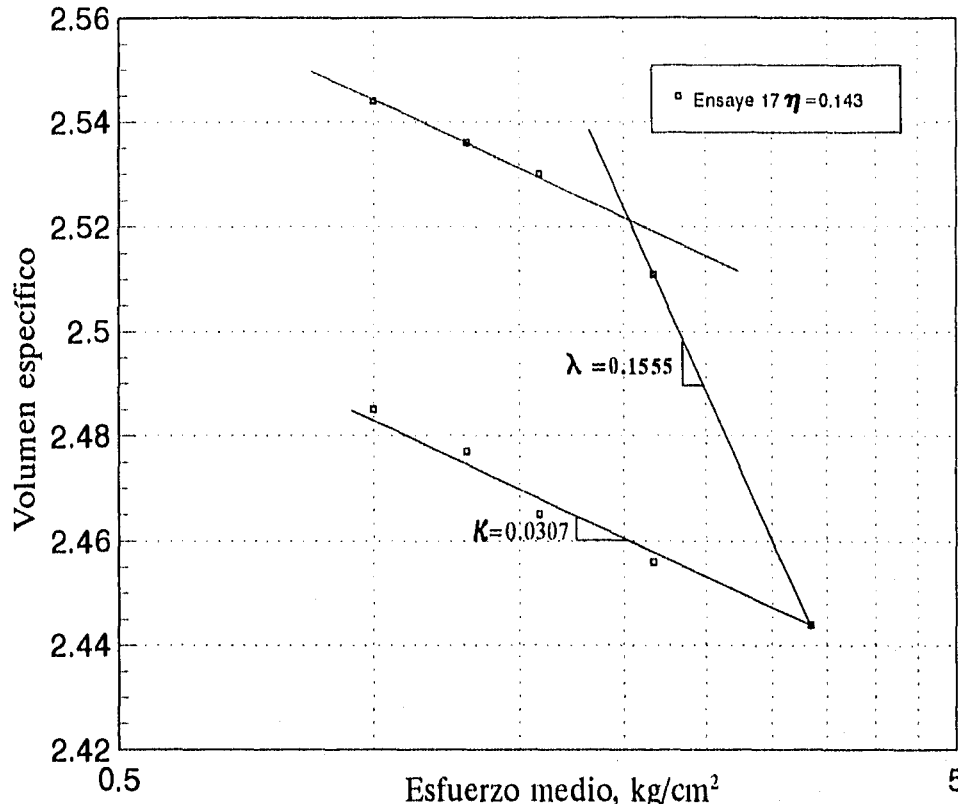


Fig 4.7 Curva de compresibilidad

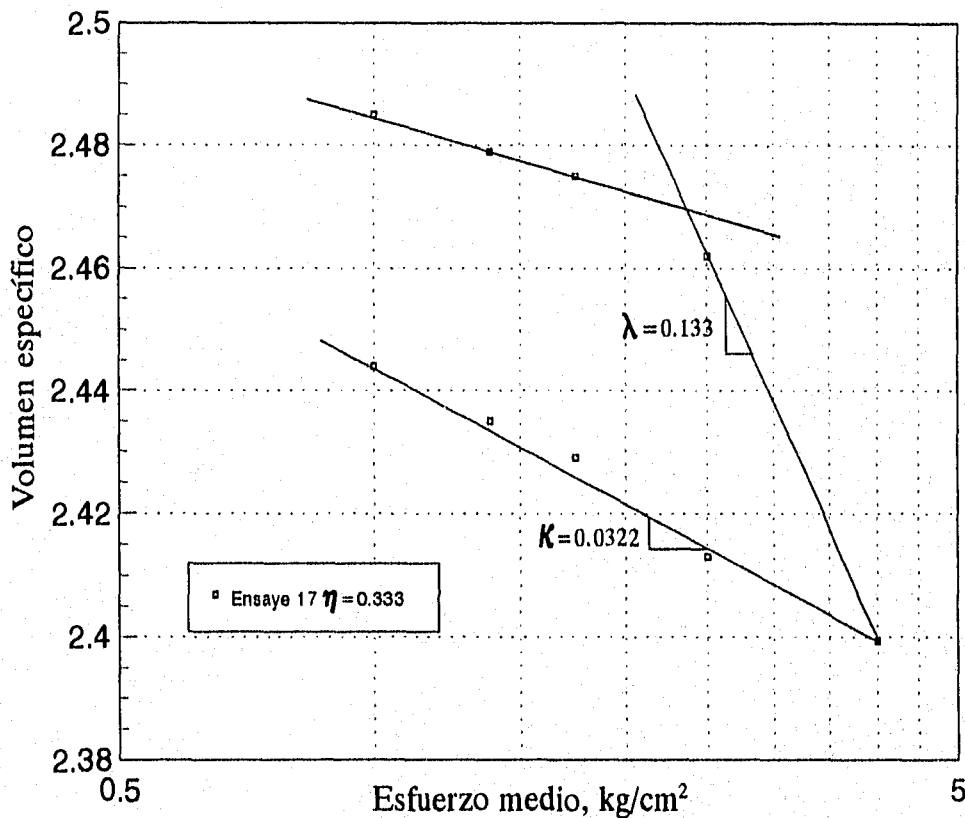


Fig 4.8 Curva de compresibilidad

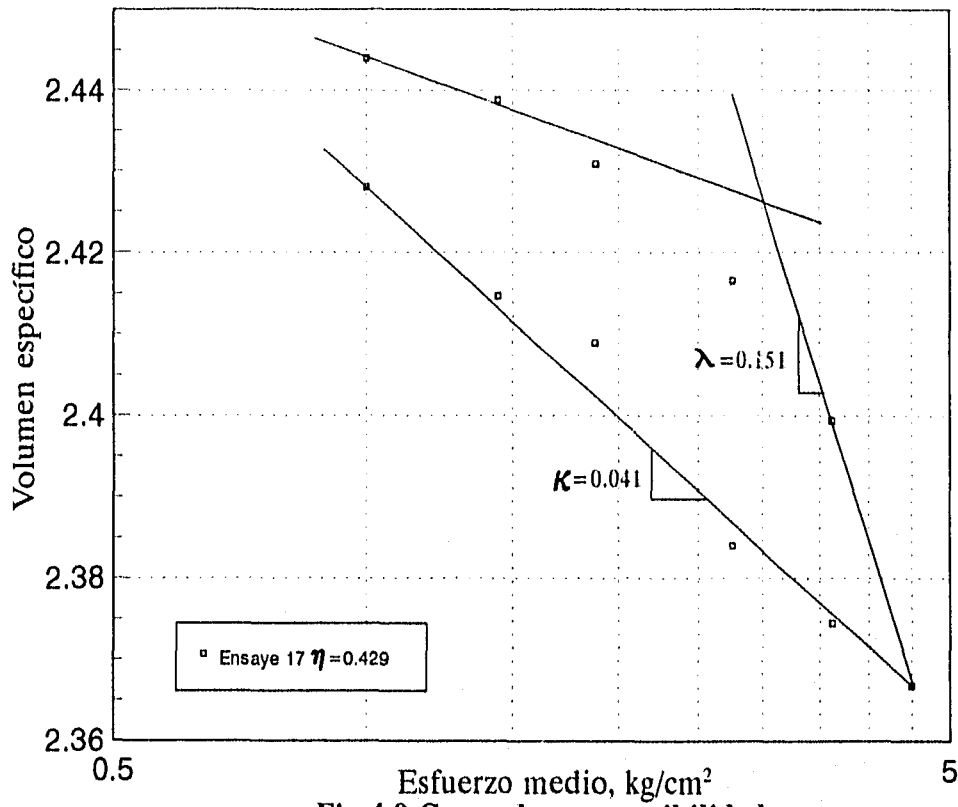


Fig 4.9 Curva de compresibilidad

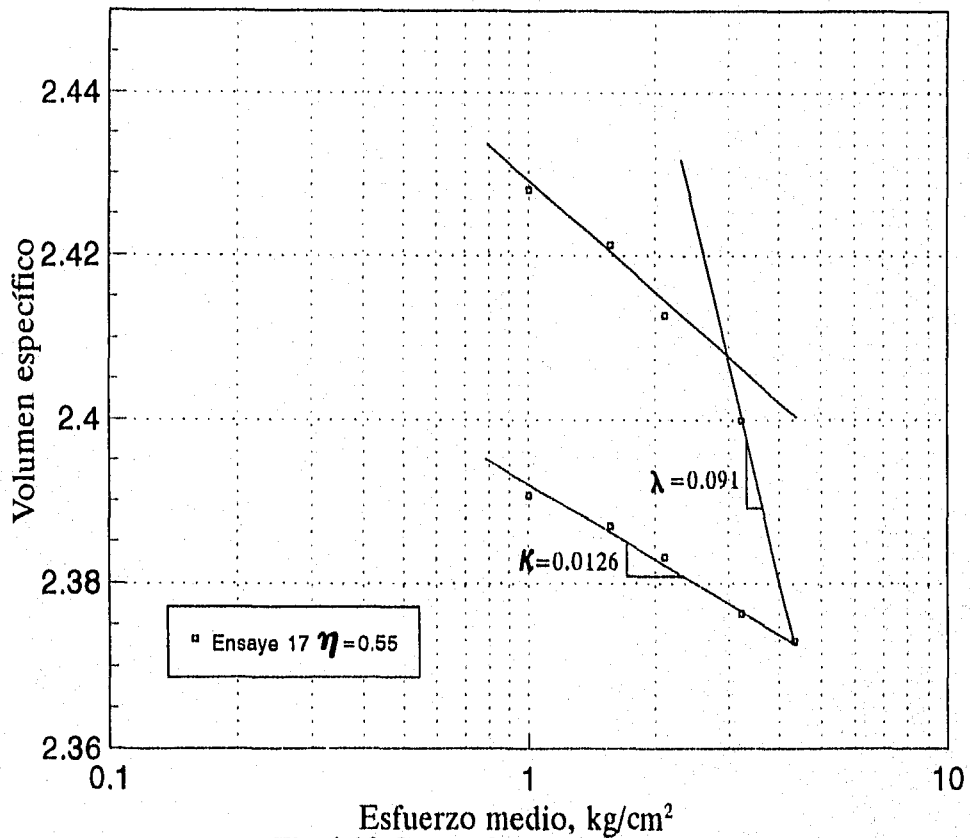


Fig 4.10 Curva de compresibilidad

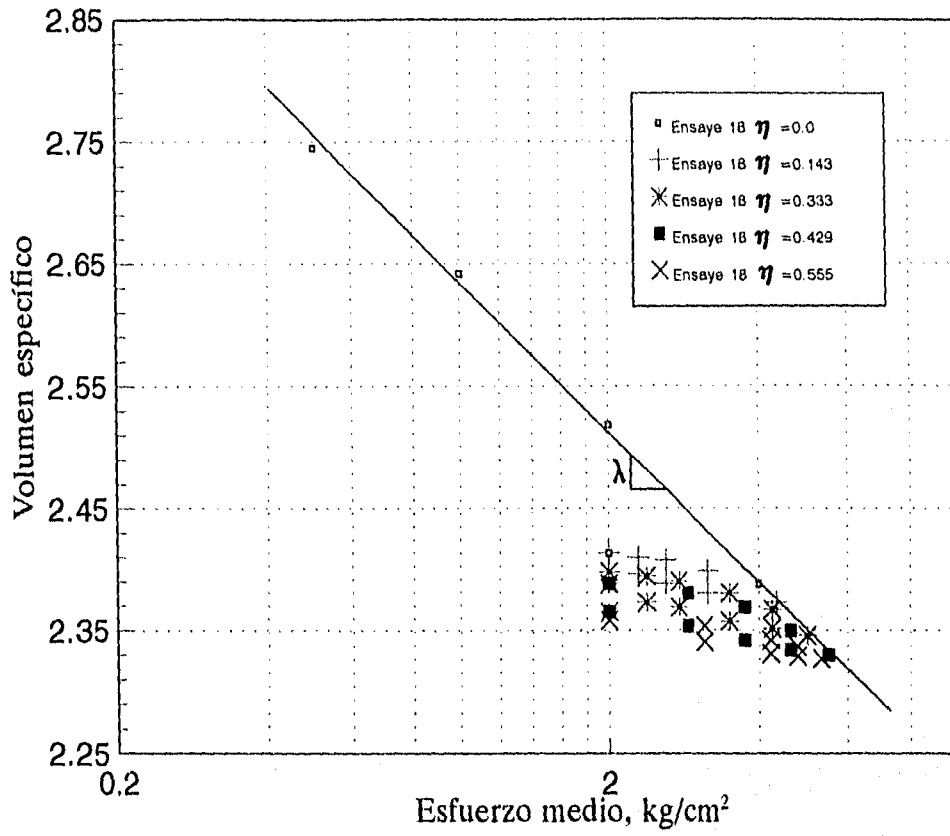


Fig 4.11 Curva de compresibilidad

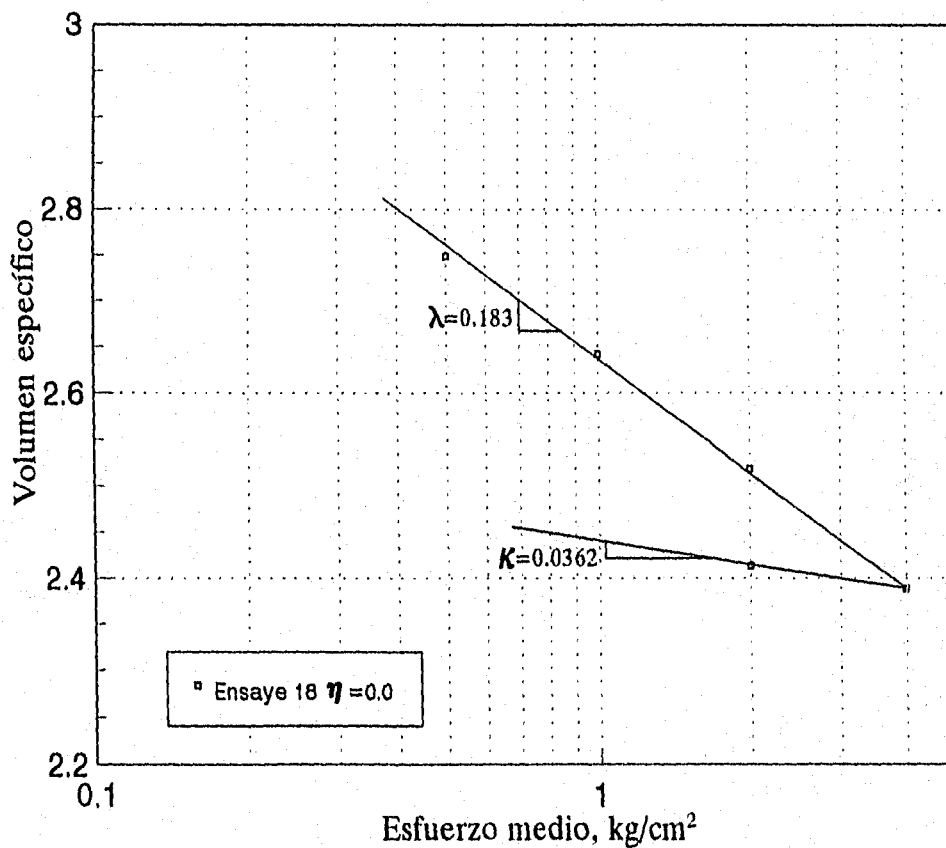


Fig 4.12 Curva de compresibilidad

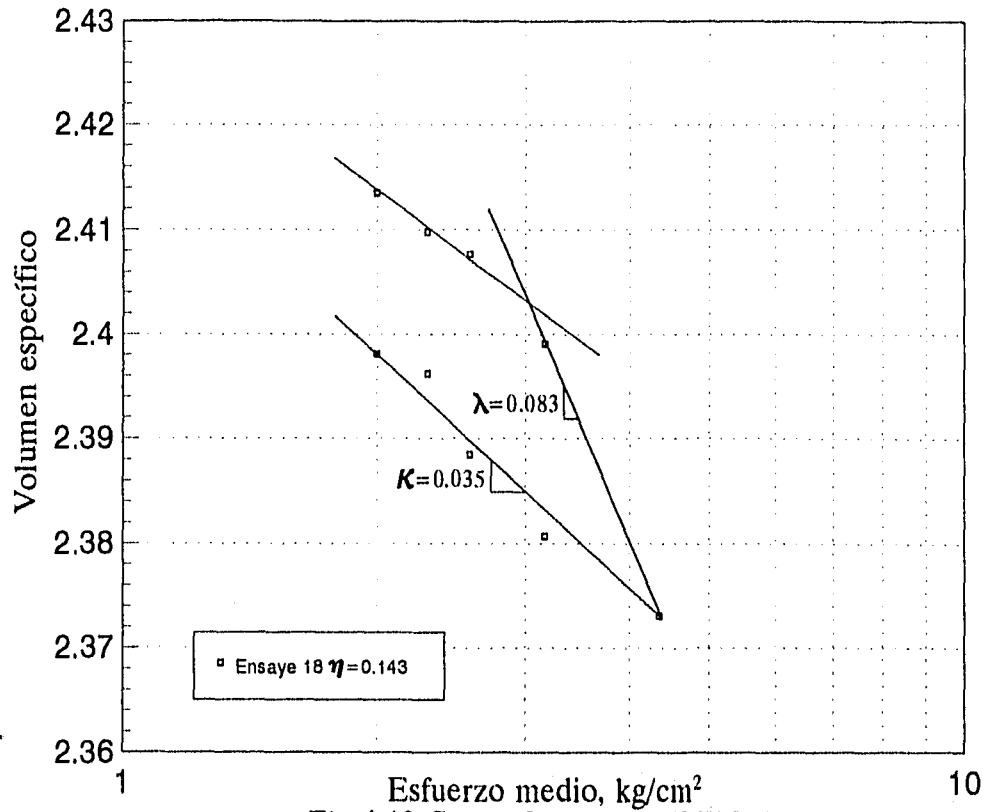


Fig 4.13 Curva de compresibilidad

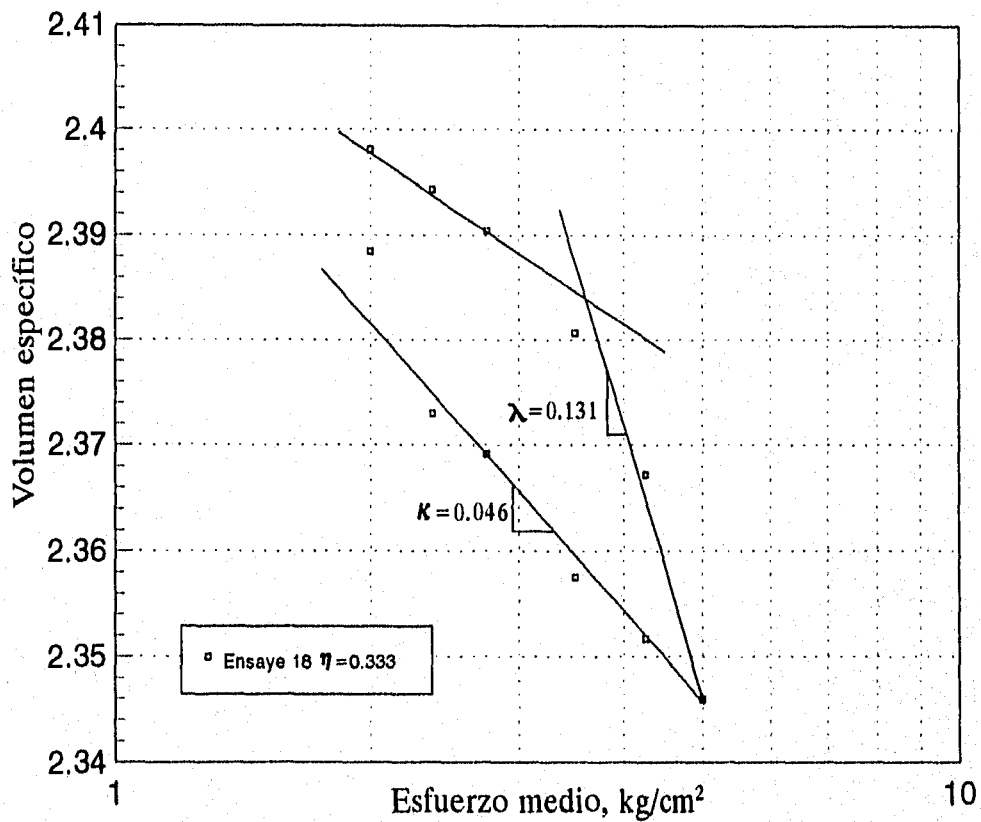


Fig 4.14 Curva de compresibilidad

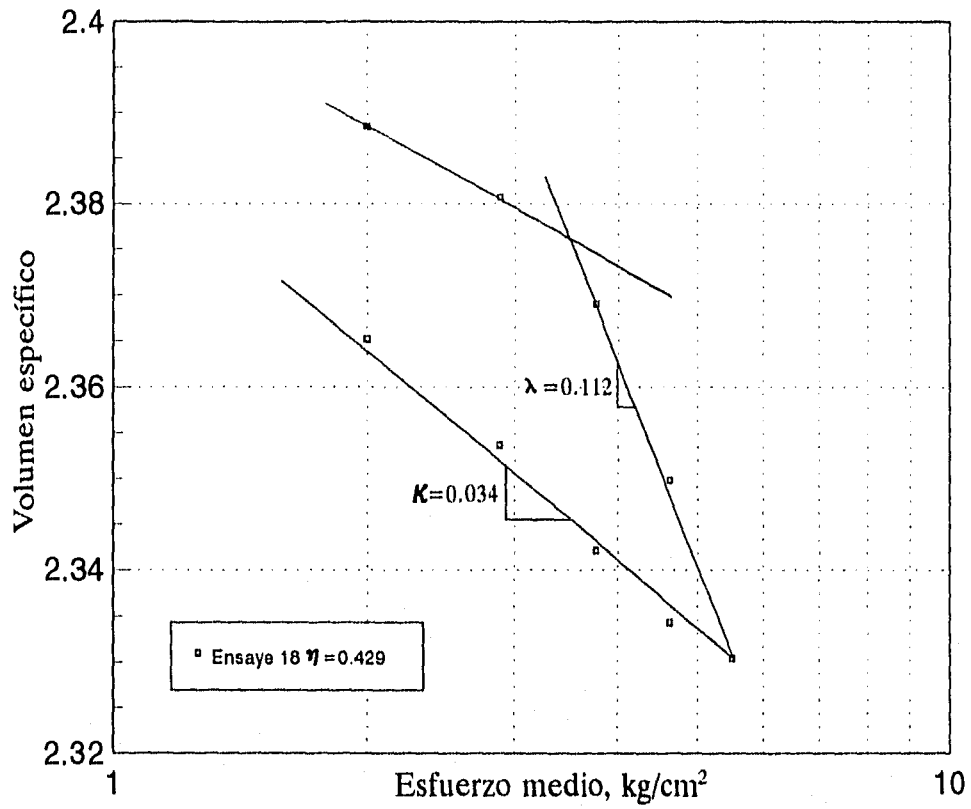


Fig 4.15 Curva de compresibilidad

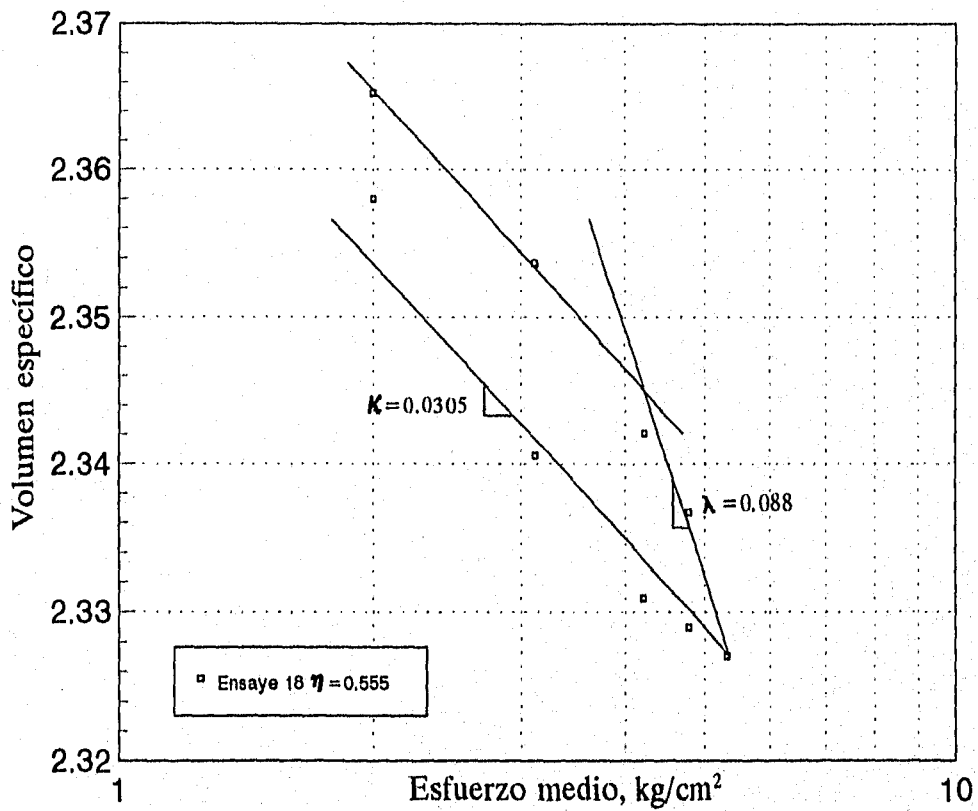


Fig 4.16 Curva de compresibilidad

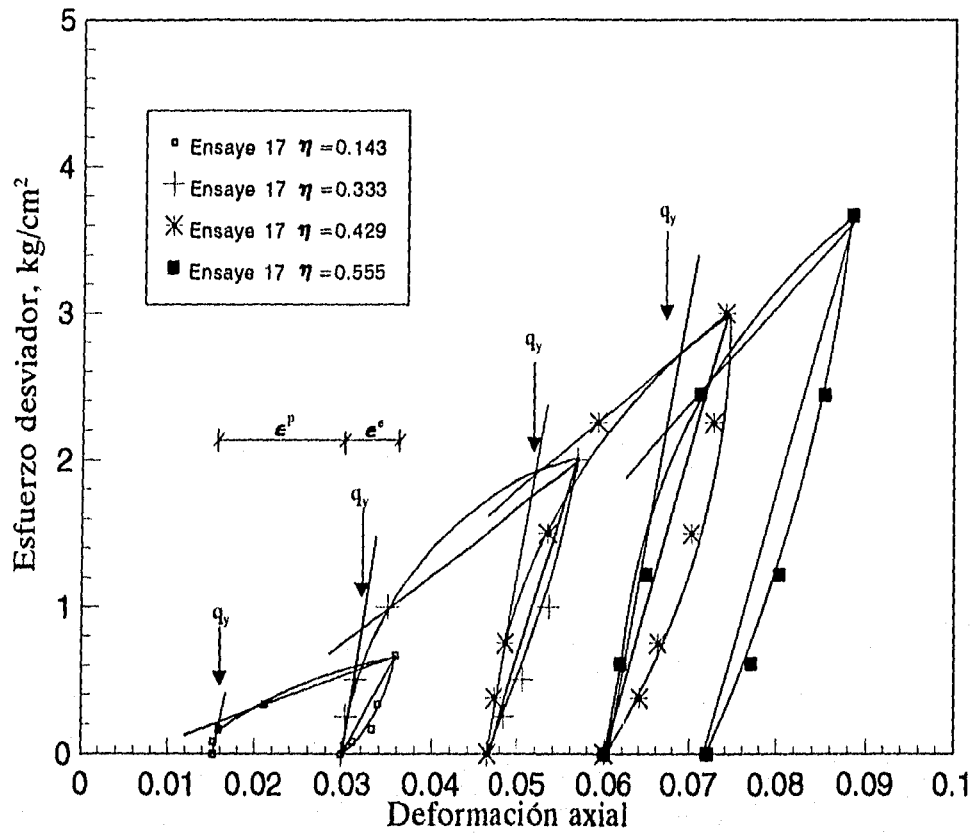


Fig 4.17 Relación esfuerzo-deformación

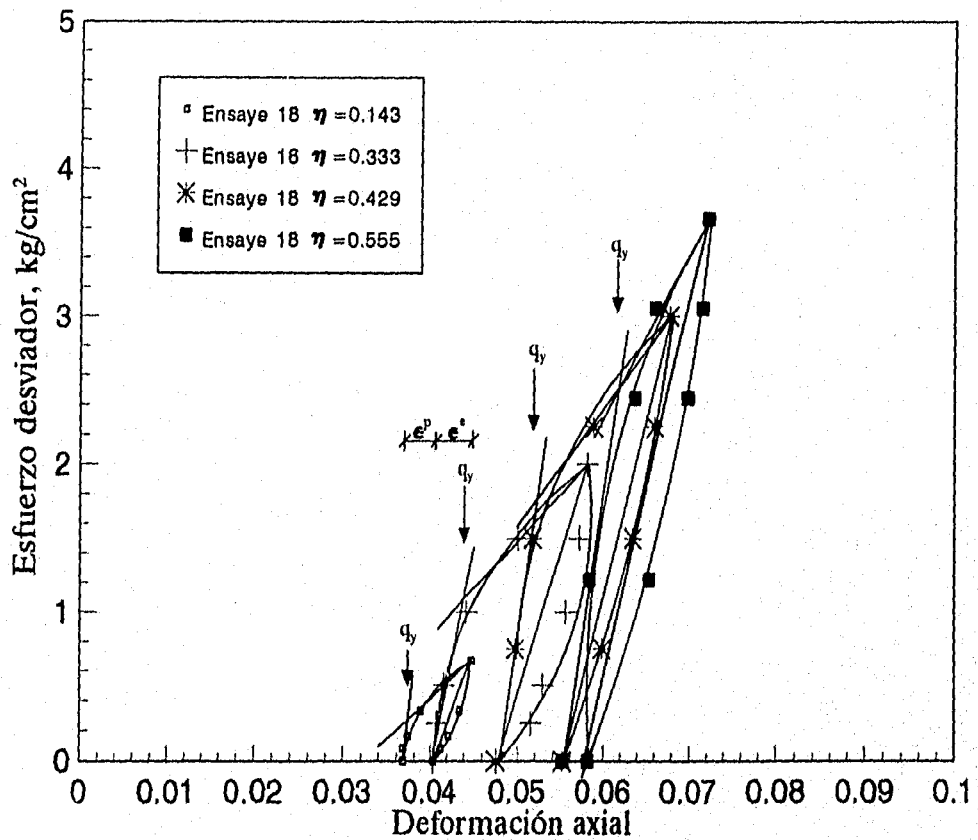


Fig 4.18 Relación esfuerzo-deformación

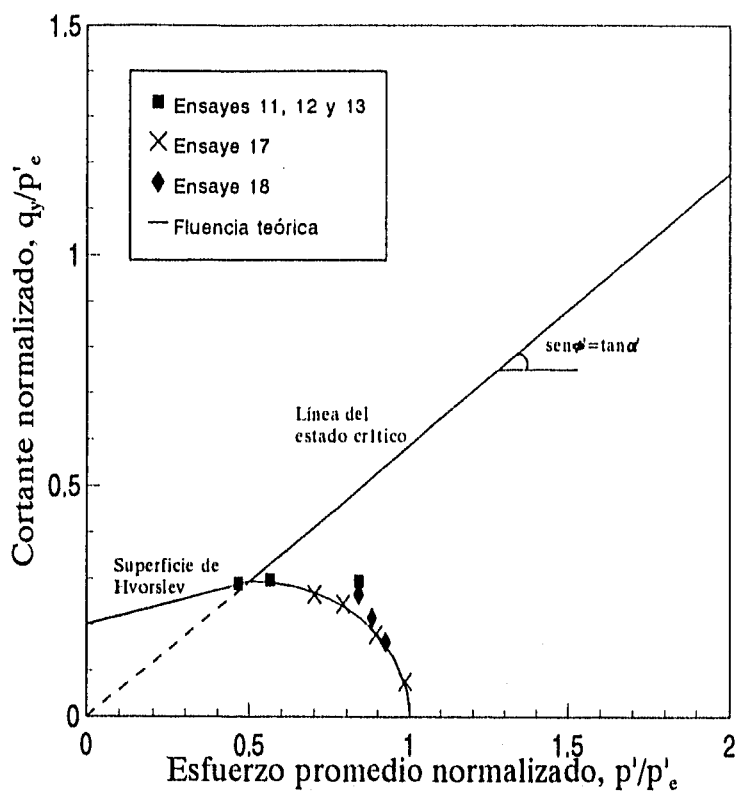


Fig 4.19 Diagrama normalizado de la superficie de fluencia experimental

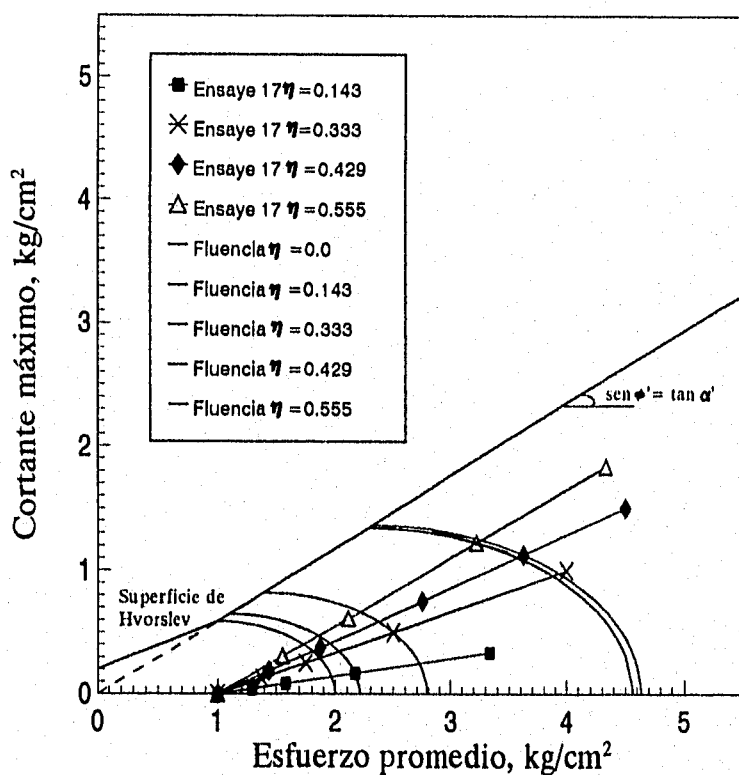


Fig 4.20 Superficies de fluencia teóricas

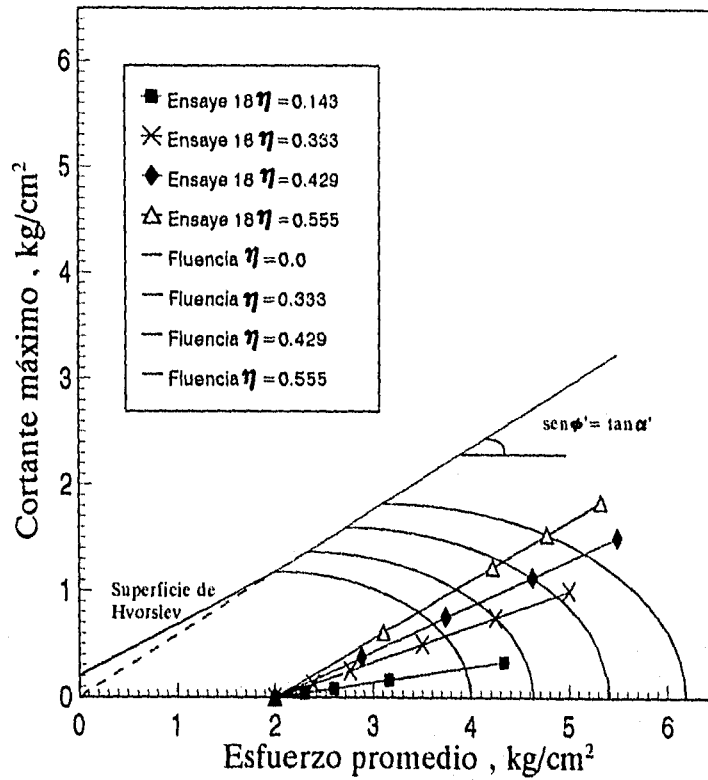


Fig 4.21 Superficies de fluencia teóricas

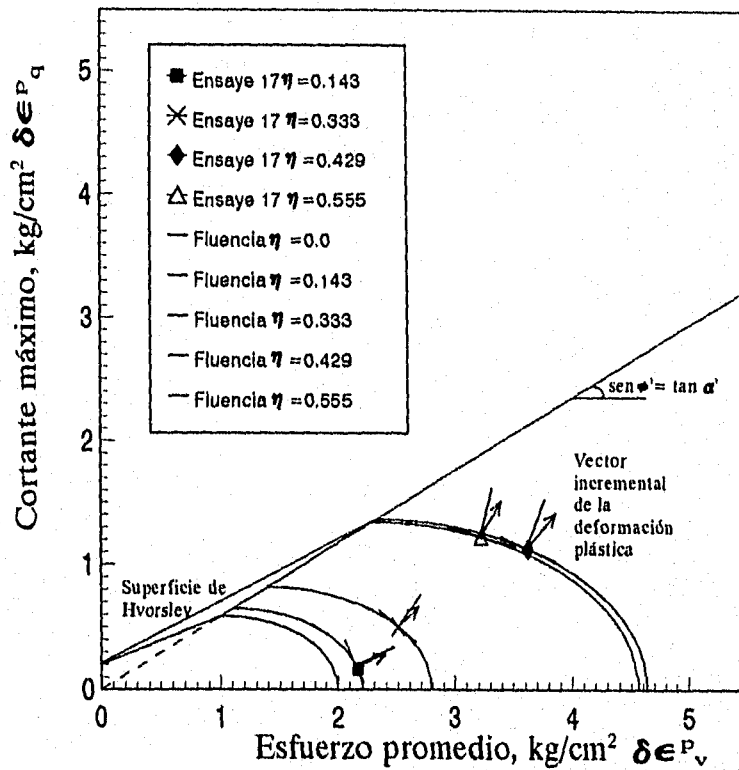


Fig 4.22 Familia de superficies de fluencia, vector incremento de deformación plástica

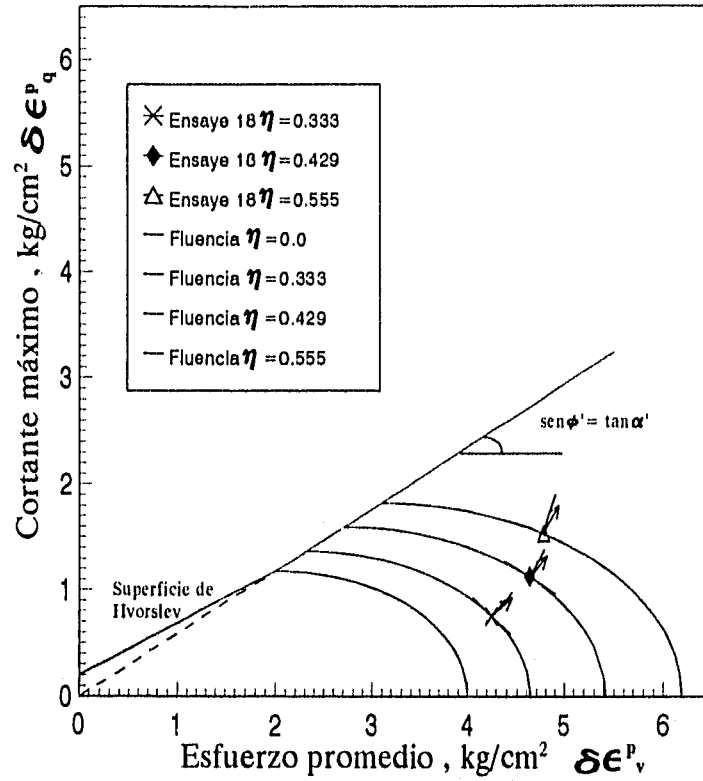


Fig 4.23 Familias de superficies de fluencia, vector incremento de deformación plástica

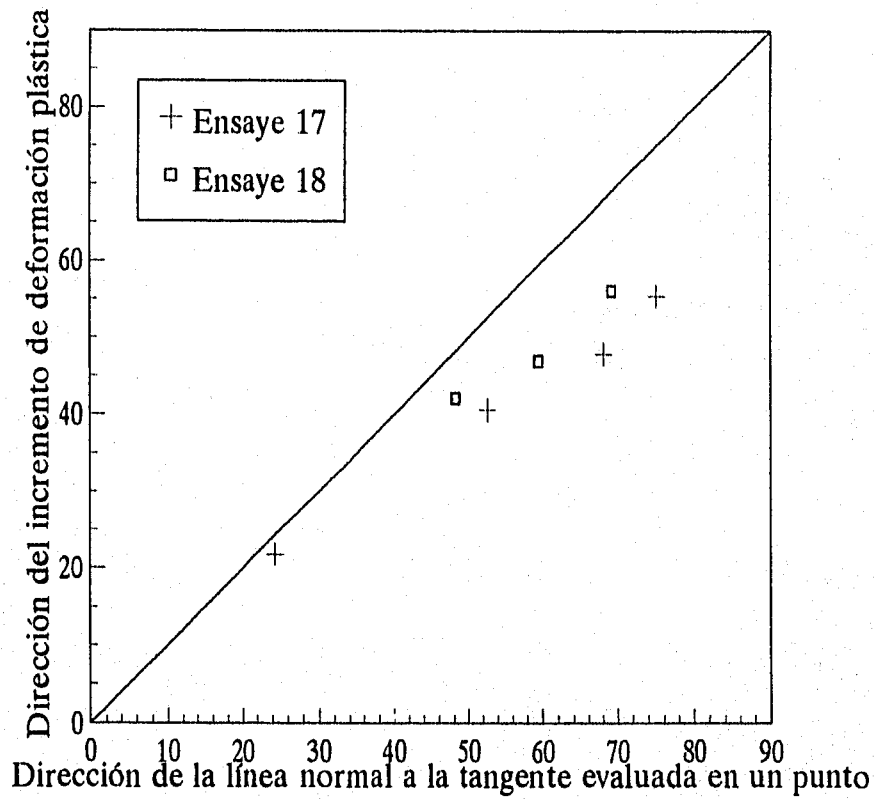


Fig 4.24 Variación de la ley de la normalidad

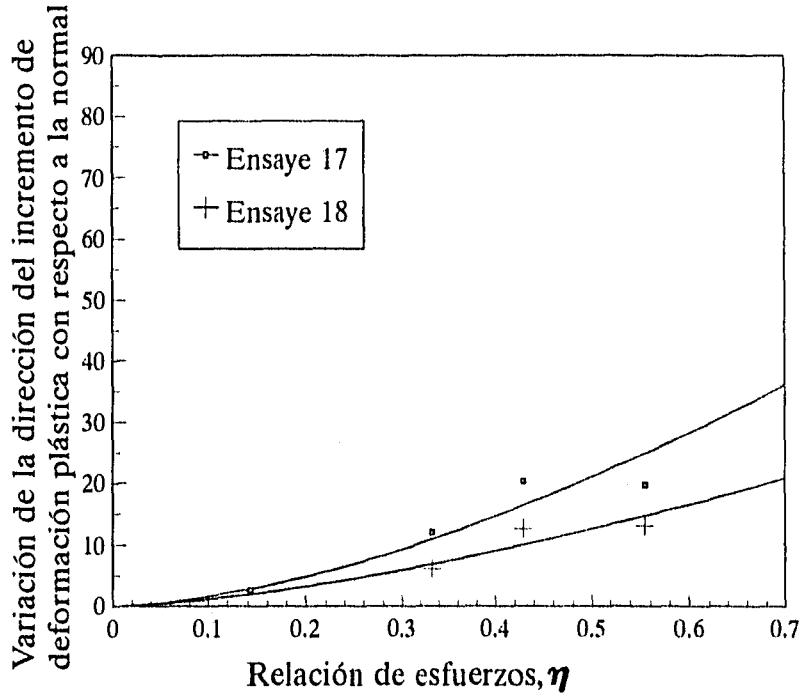


Fig 4.25 Relación entre la deformación plástica y el estado de esfuerzos

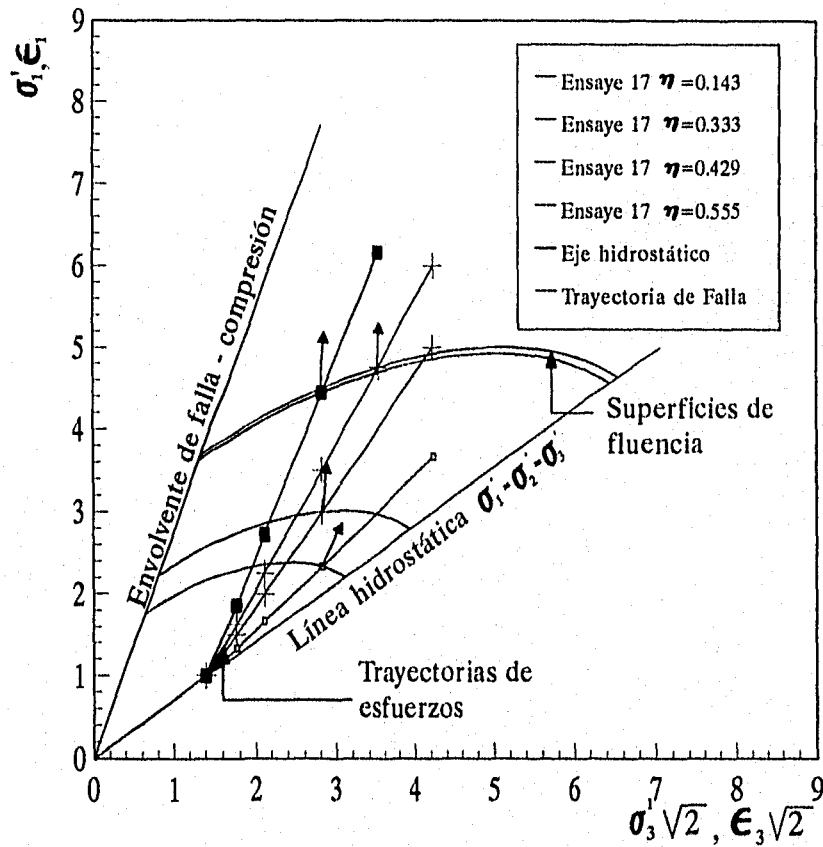


Fig 4.26 Superficies de fluencia en el plano de esfuerzos principales

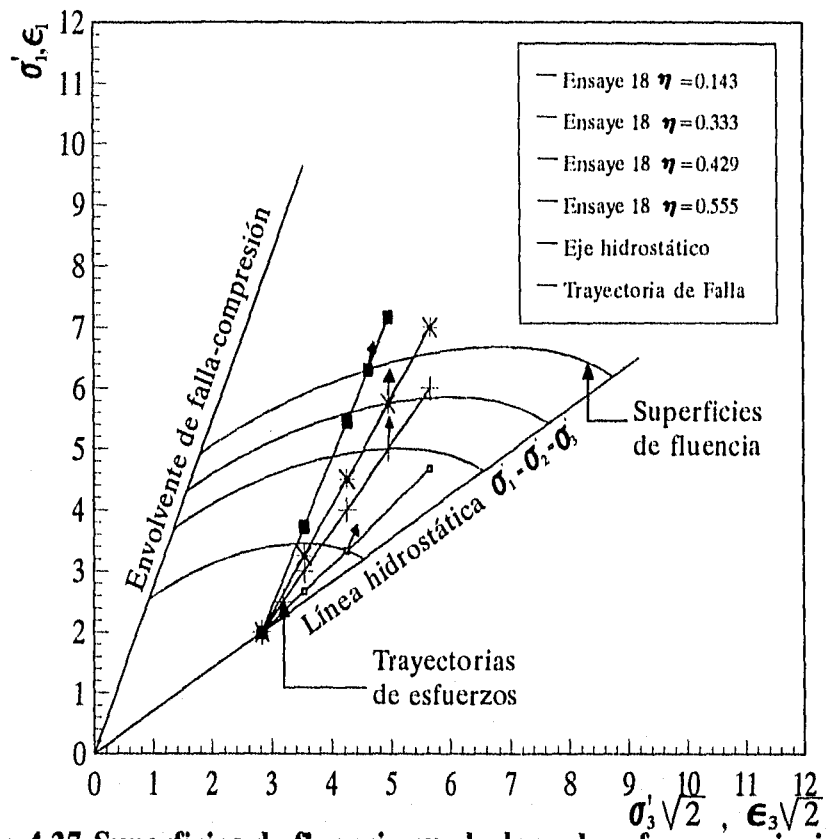


Fig 4.27 Superficies de fluencia en el plano de esfuerzos principales

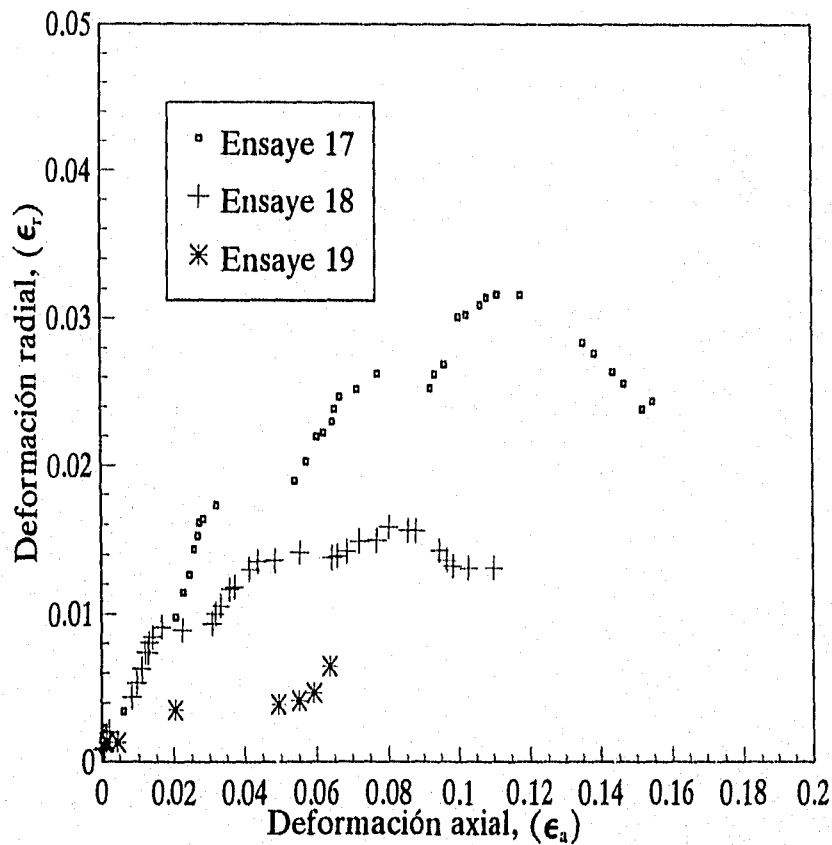


Fig 4.28 Relación entre la deformación axial y la deformación radial

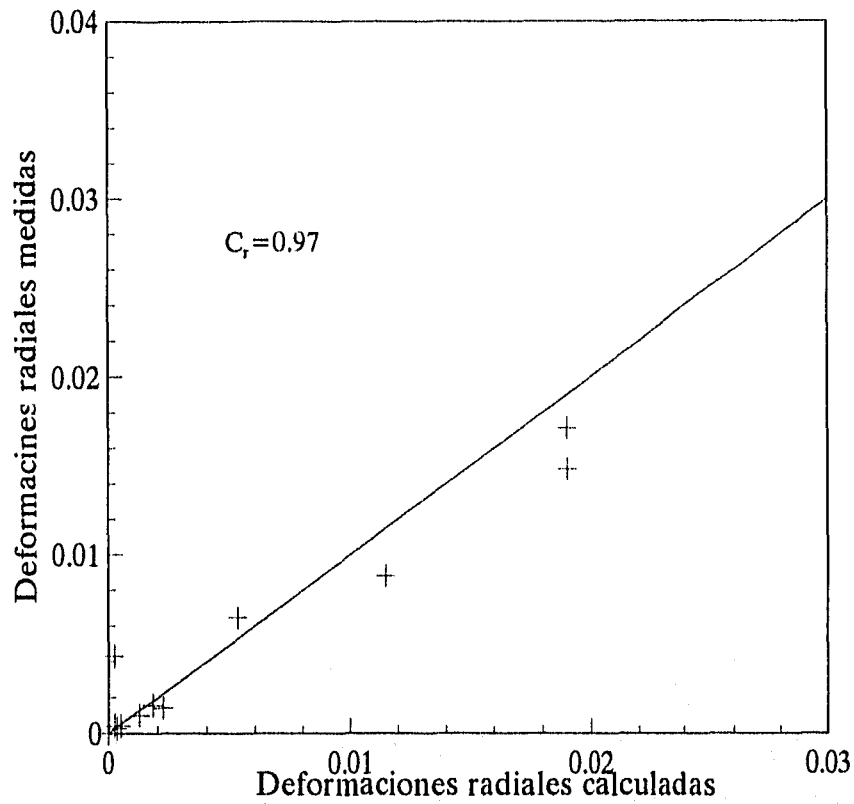


Fig 4.29 Comparación entre las deformaciones radiales calculadas y las medidas para el ensaye 19

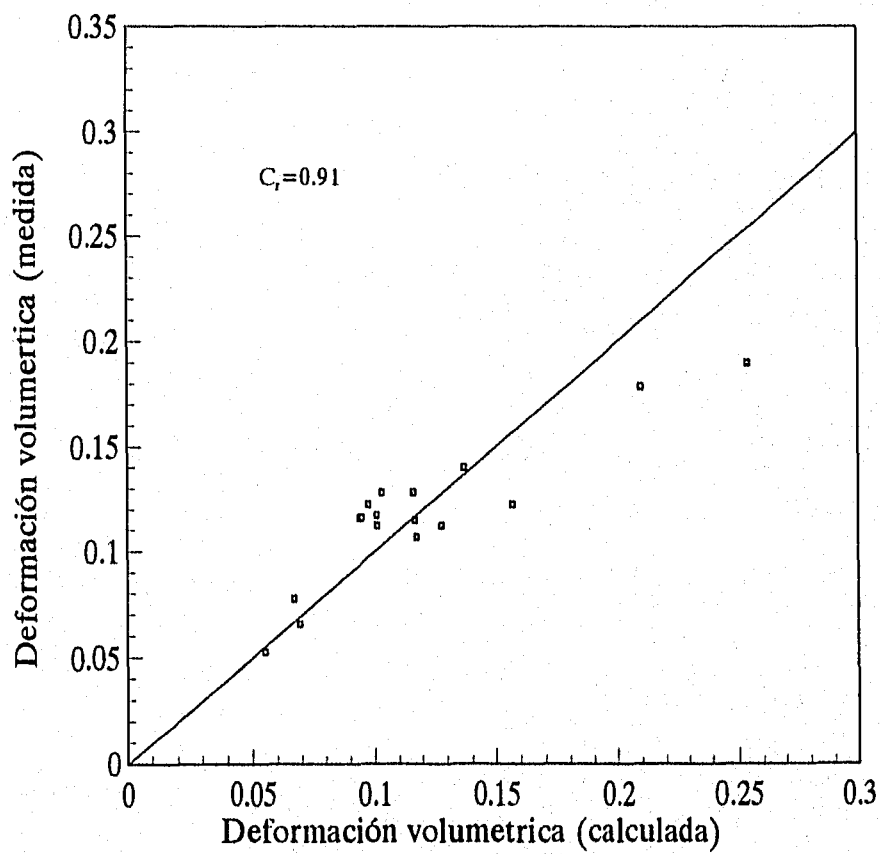


Fig 4.30 Verificación de la ecuación 4.3

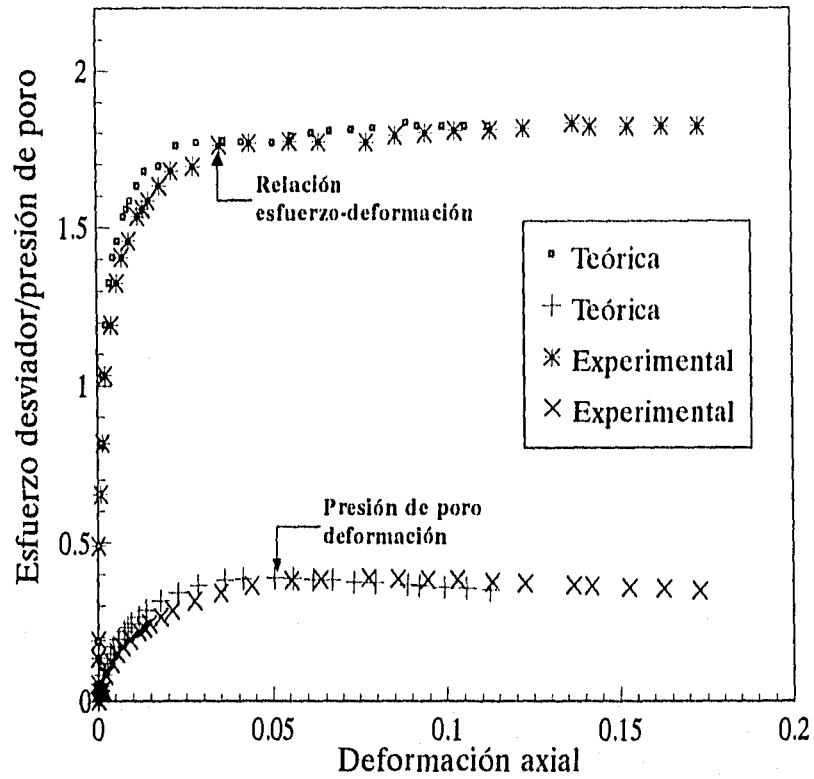


Fig 4.31 Comparación de resultados teóricos y experimentales del ensaye13

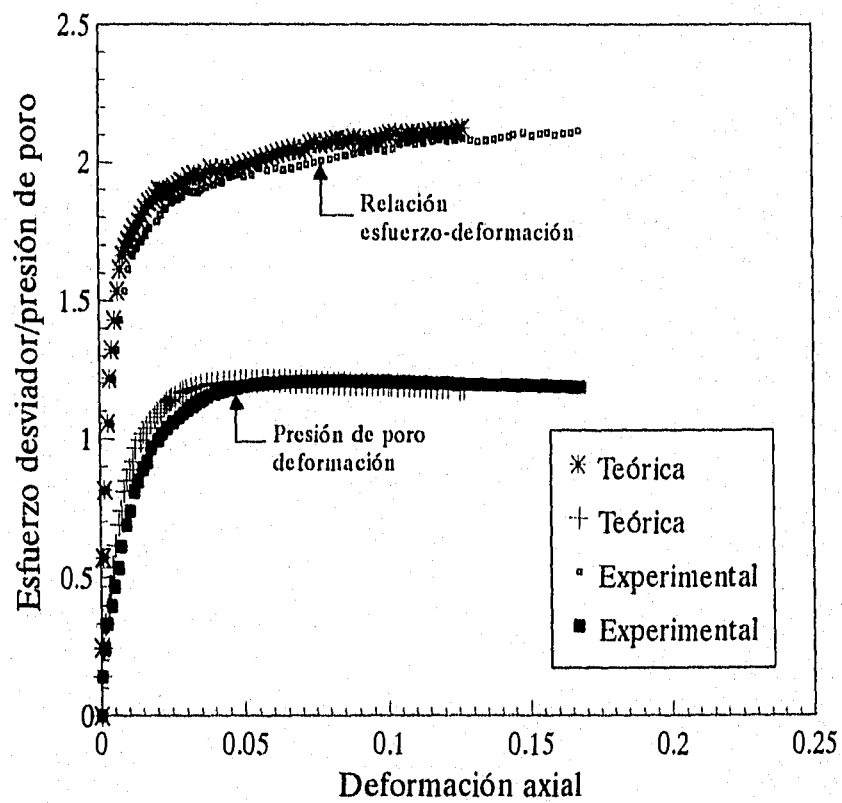


Fig 4.32 Comparación de resultados teóricos y experimentales del ensaye 14

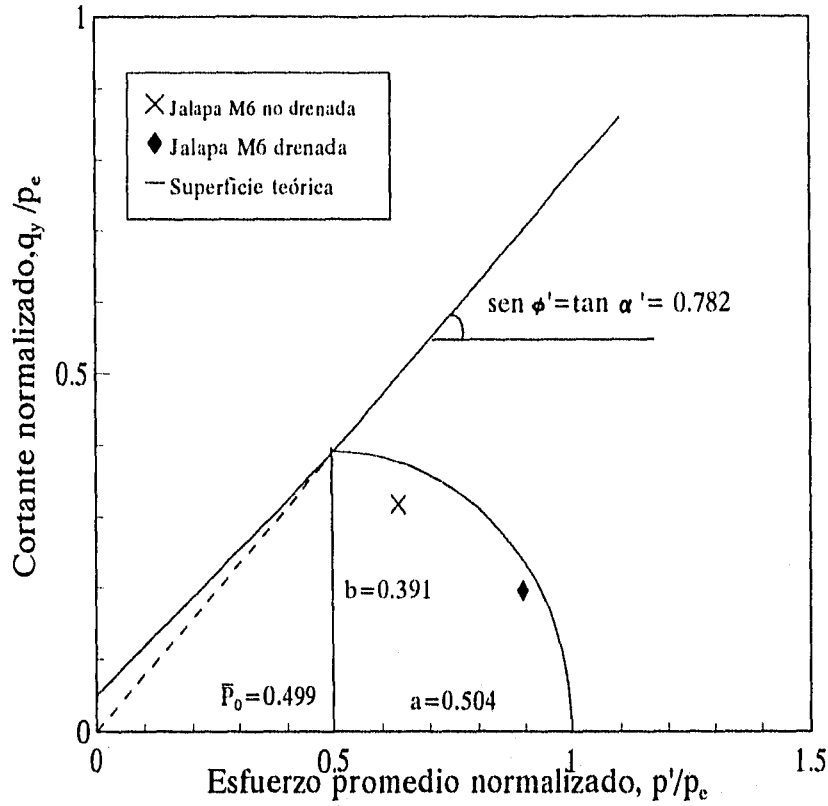


Fig 4.33 Diagrama normalizado de la superficie de fluencia experimental, para la arcilla de la ciudad de México

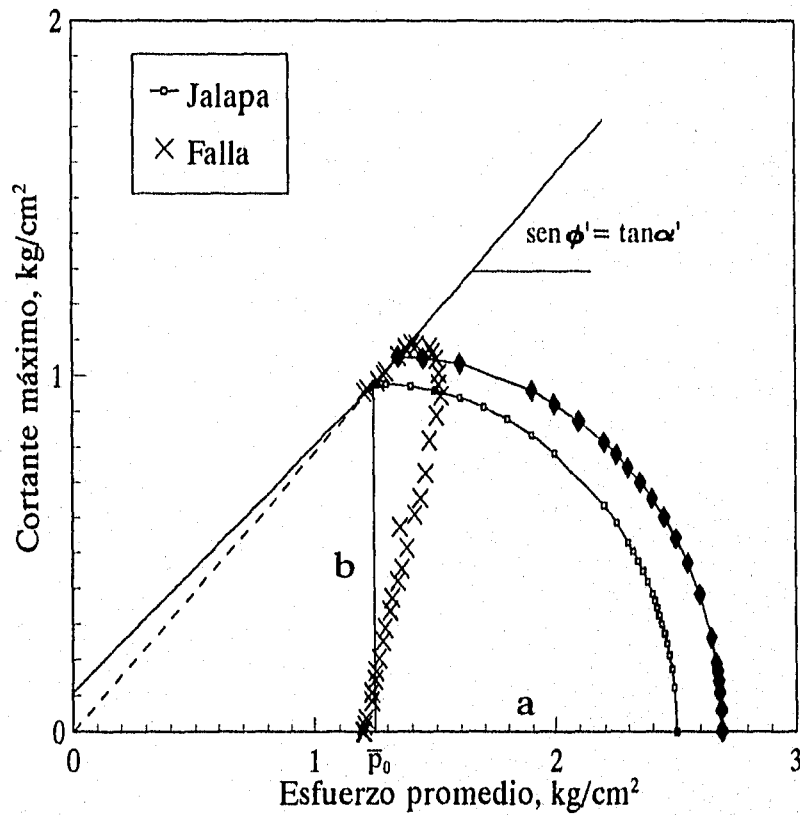


Fig 4.34 Superficie de fluencia para la arcilla de la ciudad de México

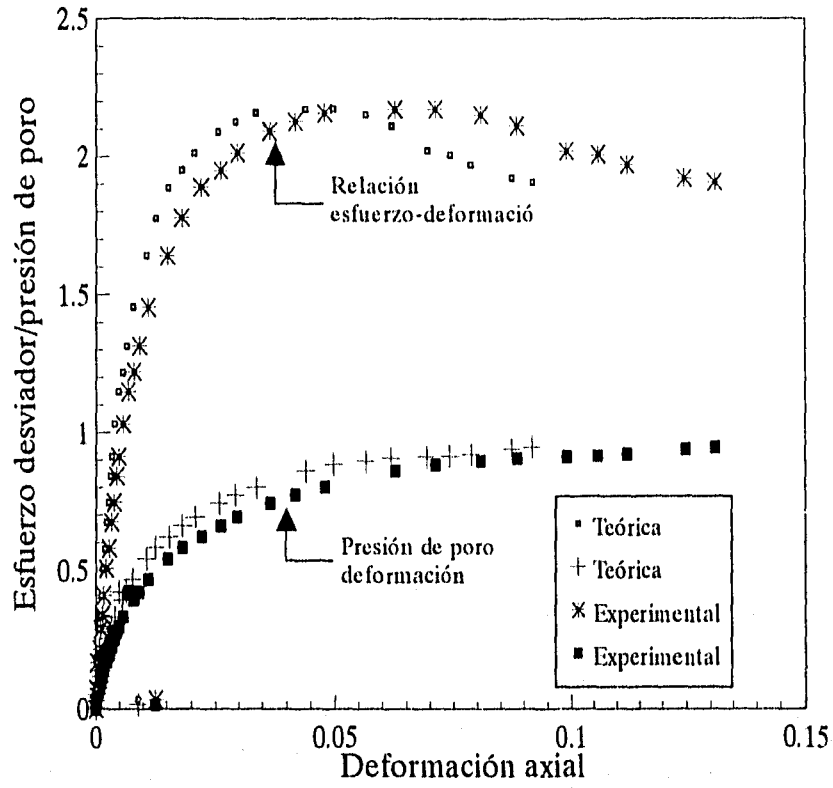


Fig 4.35 Comparación de resultados teóricos y experimentales, para la arcilla de la ciudad de México

5. CONCLUSIONES

Los resultados de los ensayos realizados en este estudio, se interpretan dentro del marco conceptual de la teoría de la plasticidad y del estado crítico. Con base en la información obtenida se concluye que:

El suelo investigado presenta un comportamiento dúctil; y que la resistencia máxima al esfuerzo cortante depende de la relación de vacíos, mientras que en el estado crítico, la resistencia al esfuerzo cortante y la relación de vacíos son función del esfuerzo normal efectivo e independientes de la relación de vacíos inicial.

Los especímenes normalmente consolidados tienden a contraerse generando una presión de poro positiva, que aumenta monótono con la deformación hasta el máximo desviador y permanece constante después de este valor, indicando que en estos casos se alcanza el estado crítico o la invariancia al cambio de volumen cuando el suelo se aproxima a un estado de falla. Por otro lado, los especímenes preconsolidados tienden a dilatarse y generan presiones de poro negativas.

La relación de preconsolidación tiene una influencia notable, tanto en la forma de las trayectorias como en la generación de la presión de poro y en el comportamiento esfuerzo-deformación.

La trayectoria de consolidación isotrópica o anisotrópica, no modifica la envolvente de falla alcanzada, pero sí modifica la trayectoria de esfuerzos no drenada. Por otra parte, el tipo de consolidación influye cuando se desea conocer el comportamiento de los suelos a pequeñas deformaciones. Se observó que los especímenes consolidados isotrópicamente son menos rígidos que los consolidados anisotrópicamente.

Los resultados señalan que se trata de una arcilla de baja sensibilidad ya que la presión de poro permanece relativamente constante después de la falla y disminuye en la descarga, lo que indica que el comportamiento de este material es normalizable. De las trayectorias de esfuerzos efectivos normalizadas con respecto a la presión equivalente, se aprecia la similitud en cuanto a su forma. Por lo tanto, la forma de todas las trayectorias de esfuerzos no drenadas que se inician en una misma relación de esfuerzos iniciales pero con diferente esfuerzo inicial, son geoméricamente similares.

Se observó experimentalmente que la curva de compresibilidad, para trayectorias de esfuerzos constantes, en la región normalmente consolidada es aproximadamente una recta en el espacio $\ln p - v$.

Con base en los resultados del material investigado y los presentados en estudios anteriores para suelos con diferentes características, se propone una relación empírica entre la pendiente de la línea de consolidación virgen en el espacio $\ln p - v$ en función de las propiedades índice; esta correlación muestra los efectos de la humedad natural y el límite líquido en el parámetro λ .

Las relaciones para estimar la presión de poro en la falla y la resistencia al corte no drenada, se pueden expresar en términos de los parámetros del estado crítico, λ, N, Γ . Los valores calculados empleando las relaciones propuestas por Romo y Ovando (1989), coinciden muy bien con los valores experimentales.

Los especímenes normalmente consolidados y ligeramente preconsolidados alcanzan la falla en el estado crítico y los altamente preconsolidados llegan al estado crítico después de la falla. Con base en este comportamiento es posible asignar al suelo estudiado un valor del parámetro M igual a 1.462 y por lo tanto se establece que los parámetros de la envolvente de esfuerzos de falla se relaciona con el criterio de Mohr-Coulomb así: $\text{sen } \phi' = 3M / (6 + M)$ y $\text{sen } \bar{\alpha} = \tan \bar{\alpha}$.

Al observar los resultados de las pruebas triaxiales, es claro que el material investigado presenta endurecimiento plástico y que el comportamiento del suelo concuerda con el criterio de fluencia, donde el punto de fluencia esta asociado a una transición de respuesta del material rígida a menos rígida.

Los puntos experimentales de fluencia definidos en el plano $q-p'$ determinan la curva de fluencia la cual tiende a definir una superficie plástica de forma elíptica, la notable similitud entre la superficie teórica y experimental permite establecer que la forma de la superficie de fluencia expresada por la ecuación (4.9), es una buena idealización de la frontera entre el dominio elástico y el plástico.

La determinación de los parámetros del modelo consiste en especificar las características de las superficies plásticas para una determinada historia de cargas; la configuración inicial de la superficie de fluencia, tamaño y posición o coordenadas espaciales iniciales reflejan la historia de solicitaciones impuestas a el material. Es un hecho experimental que bajo esfuerzos puramente hidrostáticos mayores que los de preconsolidación ocurre fluencia.

El incremento de deformación plástica está afectada por factores experimentales y de comportamiento. Los factores experimentales que más influyen sobre los resultados son: la falta de paralelismo de las bases de las probetas, el acomodo entre las cabezas colocadas en los extremos de la muestra de suelo, y los ligeros desbalances entre la presión confinante y los esfuerzos verticales que se aplican para seguir la trayectoria de consolidación requerida.

La ley de la normalidad no se verificó completamente. Sin embargo, debido a la naturaleza del comportamiento del suelo no es claro qué tan sensible es la condición de la normalidad al tipo de prueba que se realizó para investigar esta hipótesis. Adicionalmente es importante señalar que Weidler y Paslay (1968), hicieron notar que dicha condición no constituye una ley de la naturaleza.

La anisotropía estructural inducida en el material, por efectos de deformación plástica, puede afectar el desarrollo de las superficies y mecanismos de fluencia, haciendo los análisis de estabilidad menos seguros.

La implicación práctica de este estudio estriba en el hecho de que una vez establecidos los parámetros del estado crítico λ, N, Γ , se puede encontrar la envolvente de falla y los parámetros límite del suelo c y ϕ' y con estos la relación esfuerzo-deformación de acuerdo con las hipótesis y expresiones propuestas en el modelo.

A pesar de las diferencias que se observan entre los resultados teóricos y experimentales, puede decirse que el modelo es capaz de simular, en términos generales, el comportamiento global de la arcilla investigada con suficiente aproximación.

La elección de un modelo se basa en la observación de la respuesta obtenida en experimentos realizados, con el fin de identificar y medir la ley de comportamiento del material. Es decir la relación entre el tensor de esfuerzos y el tensor de deformación, y entre los incrementos de esfuerzos y los incrementos de deformación.

Los suelos tienen propiedades que pueden ser representadas aproximadamente por expresiones matemáticas, sin embargo los errores inherentes a estas aproximaciones deben ser evaluadas al hacer el análisis.

Además debe reconocerse que cuanto más información experimental quiera incluirse en una sola relación esfuerzo-deformación, esta resultará más general, pero también más compleja, y su uso puede complicar innecesariamente el análisis de problemas menos generales. Por lo tanto cualquier teoría manejable es, inevitablemente, incapaz de explicar todos los fenómenos experimentales.

6. LIMITACIONES Y APLICACIONES

El modelo propuesto evalúa los efectos de pruebas triaxiales estáticas de compresión, sin considerar el fenómeno de viscosidad o la influencia del tiempo. Estos resultados son válidos para suelos saturados; para materiales parcialmente saturados es difícil obtener una predicción confiable de los parámetros.

Dada la complejidad de los suelos, las ecuaciones constitutivas siempre se refieren a un modelo ideal de carácter fenomenológico; al interpretar los resultados a que lleva su aplicación no se debe olvidar esta limitación.

El modelo plástico con endurecimiento por deformación desarrollado por Christian, Höeg y Hagemann, más la teoría del estado crítico proporcionan un buen modelo cualitativo del comportamiento del suelo reuniendo un número de conceptos aparentemente no relacionados, tales como el modelo clásico Mohr-Coulomb para predecir las cargas de falla, los conceptos de Rendulic, la superficie Roscoe, la envolvente de Hvorslev para materiales preconsolidados como un caso particular de la teoría Mohr-Coulomb y el mismo concepto del estado crítico.

Este modelo es una herramienta para el análisis del comportamiento mecánico de cimentaciones y estructuras de tierra, en las que se requiere evaluar la capacidad de carga mediante los métodos de análisis límite; por ejemplo, en los casos en que las condiciones de frontera de la cimentación se especifican los desplazamientos como parte de la frontera.

Es importante tener en cuenta la observación de Roscoe quien considera que en mecánica de suelos se destina demasiado esfuerzo para estudiar condiciones de falla, especialmente si se toma en cuenta que el diseño de las estructuras se hace a niveles de esfuerzos mucho menores. Para él, es la región de fluencia la que debe ser estudiada en detalle y hacer notar que la envolvente de Mohr-Coulomb, no es una superficie de fluencia en el verdadero sentido de la palabra.

La aplicación cualitativa más prometedora del modelo es como una base para las leyes esfuerzo-deformación plástica usando el método del elemento finito, en casos donde se precisa conocer la configuración de deformación bajo la cimentación, o cuando no existe una solución clásica para el caso a analizar. Sin embargo, es importante darse cuenta de las limitaciones al utilizarlo en la predicción del comportamiento de los suelos.

Es conveniente recordar que entre los problemas de mecánica de suelos, los únicos que pueden resolverse rigurosamente, mediante relaciones no generales (esto es, no aplicables a estados generales de esfuerzos) son los de deformación plana, y que en la solución de problemas con otras condiciones se enfrentan obstáculos prácticos de diversa naturaleza.

7. REFERENCIAS

Anandarajah, A. M. y Dafalias, Y. F. (1986), Bounding Surface Plasticity, III Application to Anisotropic Cohesive Soils, *Journal Engineering Mechanics*, ASCE, 112-12, pp. 1292-1348.

Anandarajah, By. A. Khaled Sobhan and Kuganenthira, N. (1995), Incremental Stress-Strain Behaviour of Granular Soil, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 121-1, pp. 57-68.

Alonso, E. E., Gens, A. and Josa, A. (1991), A Constitutive Model for Partially Saturated Soil, *Géotechnique*, 40-3, pp. 405-430.

Banzánt, Z. P, Krizek, R. J. y Schieh, Ch. (1983), Hysteretic Endochronic Theory for Sand, *Journal Engineering Mechanics*, ASCE, 109-4, pp.1073-1093.

Borjas, R. I. and Amies, A. P. (1994), Multiaxial Cyclic Plasticity Model for Clays, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 120-6, pp. 1051-1070.

Chen, W. F. and Mizuno, E. (1990), *Non Linear Analysis in Soil Mechanics, Theory and Implementation*, 53, Elsevier Science Publishers Ltd.

Dafalias, Y. F. (1986), Bounding Surface Plasticity I: *Mathematical Foundation and Hypoplasticity*, *Journal Engineering Mechanics*, ASCE, 112-9, pp. 966-987.

Díaz, J. A., Lereoueil, S. and Alemán, J.D. (1992), Yielding of Mexico City Clay and other Natural Clays, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 118-7, pp 981-995.

Dubey, R. N., Sauve, R. and Bedi, S. (1991), On Kinematic Hardening Rules, *The Third International Symposium on the Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 305-308.

Emir, M. (1991), Soft Clay Behaviour Via Elastoviscoplasticity, *The Third International Symposium on the Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 213-216.

Finno, R.J. and Chung, C. (1992), Stress-Strain-Strength Responses of Compressible Chicago Glacial Clays, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 118-10, pp. 1607-1625.

Georgios, A. and Kovari, K. (1993), Significant Parameters in Elastoplastic Analysis of Underground Operings, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 119-3, pp. 401-419.

Giraldo, M. C., (1996), *Evaluación de un Modelo Elasto-Plástico para Predecir el Comportamiento de la Arcilla de la Ciudad de México*, Tesis en Preparación, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Graham, J., Crooks, J. H. and Bell, A.L. (1983). Time Effects on the Stress-Strain Behaviour of Soft Natural Clays. *Géotechnique*, 33-3.

Herrera, I.(1976), Ecuaciones Constitutivas de los Suelos, *UNAM, Serie Instituto de Ingeniería* No370.

Höeg, K. and Andersland (1969), Undrained Behaviour of Quick Clay Under Load Tests, *Géotechnique*, 19-1, pp. 15-101.

Hyde, A. F. and Ward, S. J. (1985), A Pore Pressure and Stability Model for a silty Clay Under Repeated Loading, *Géotechnique*, 35-2, pp.113-125.

Jemrolo, S. and Kwiecinski. (1991), New Concept on the Non-Associative Plastic Flow, *The Third International Symposium on Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 217-220.

Johnston, I. W. (1995), Geotechnical Materials and the Critical State, *Géotechnique*, 45-2, pp. 223-235.

Kumbhojkar, A. S. (1991), An Anisotropic Hardening Rule for Saturated Clays, *The Third International Symposium on Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 225-228.

Lade, P.V. y Duncan, J.M. (1975), Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 101- 10, pp. 1037-1053.

Lade, P V. (1978), Prediction of Undrained Behavior of Sand, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 104-6, pp. 721-735.

Lefebvre, G. and Leboeuf, D. (1987), Rate Effects and Cyclic Loading of Sensitive Clays, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 113.

Maâtouk, A., Leroueil, S. and La Rochelle, P. (1995), Yielding and Critical State of a Collapsible Unsaturated Silty Soil, *Géotechnique*, 45-3, pp. 465-477.

Mandel, J. (1964), Conditions de Stabilité et Postulat de Drucker, *Proc. I.U.T.A.M., Symp on Theology and Soil Mechanics*, Grenoble.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982), K_0 - OCR Relationships in Soil, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 108, pp. 851-872.

Mayne, P.W.(1985), Stress Anisotropy Effects in Clay Strength, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 111, pp. 356-366.

Mendelson, A. (1983). *Plasticity Theory and Application*, Robert E. Krieger Publishing Company, Inc. Krieger Drive, Malabar, Florida.

Merkle, J.G. (1970), An Ellipsoidal Yield Function for Materials that can Both Dilate and Compact Inelastically, *Nuclear Engineering, Design* 12, pp. 425-451.

Nagaraj, T. S. and Srinivasa Murthy, B. R. (1987), A Critical Reappraisal of Compression Index Equations, *Géotechnique*, 37-1, pp. 135-136.

Novello, E. A. and Johnston, I.W.(1995), Geotechnical Materials and the Critical State, *Géotechnique*, 45-2, pp. 223-235.

Ovando, E. (1986), Stress-Strain Behavior of Granular Materials Tested in the Triaxial Cell, PhD Thesis, University of London, Imperial College of Science and Technogy, London.

Pender, M. J. (1978), A Model for the Behaviour of Overconsolidated Soil, *Géotechnique*, 28-1, pp. 1-25.

Prévost, J. H. and Höeg, K. (1975), Soil Mechanics and Plasticity Analysis of Strain Softening, *Géotechnique*, 25-2, pp. 279-297.

Prévost, J.H.(1978), Plasticity Theory for Soil Stress-Strain Behavior, *Journal Engineering Mechanical Division*, ASCE, 104 -5, pp. 1177-1194.

Prévost, J. H. (1978), Anisotropic Undrained Stress-Strain Behavior of Clays, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 104-8, pp. 1075-1099.

Resendiz, D. (1970). Las Relaciones Esfuerzo-Deformación de los Suelos: una Revisión de Enfoques, *UNAM, Serie del Instituto de Ingeniería*, N°247.

Rojas, E., Romo, M. P. e Hiriart, G. (1989), Comportamiento Mecánico de Suelos: Leyes Constitutivas (segunda etapa), *UNAM, Instituto de Ingeniería*, informe interno N°8515.

- Rojas, E. Romo, M. P. e Hiriart, G. (1989), Modelo Constitutivo para Simular el Comportamiento de la Arcilla del Valle de México, *UNAM, Instituto de Ingeniería*, Serie No522.
- Rojas, E. y Romo, M. P. (1993), Modelos Constitutivos Utilizados en Geotecnia , *UNAM, Instituto de Ingeniería*, Serie D-36.
- Romo, M. P. (1977), Foundation Analysis, *Notas Personales*.
- Romo, M.P. y Ovando, E. (1989), Effective Shear Strength from Undrained Tests, *UNAM, Instituto de Ingeniería*, Serie E-5
- Romo, M.P. y Ovando, E. (1994), Propiedades Dinámicas y Estáticas de los Suelos del Sitio Proyecto Chapultepec, Elaborado para Reichman International, *UNAM, Instituto de Ingeniería*.
- Romo, M.P. y Ovando, E. (1994), Propiedades Dinámicas y Estáticas de los Suelos del Sitio Proyecto Alameda, Elaboardo para Reichman International, *UNAM, Instituto de Ingeniería*.
- Roscoe, K.H, Shofield, A.N, and Thurairajah, A. (1963), Yielding of Clays in States Wetter than Critical, *Géotechnique*, 13-3 pp. 11-40
- Sánchez, J. L. (1970), Mecánica del Medio Continuo, *UNAM, Instituto de Ingeniería Serie*, D-9.
- Sandler, I. S., Dimaggio, F.L. y Baladi, G. Y. (1976), Generalized Cap Model For Geological Materials, *Journal Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 102-7, pp.683-699.
- Santoyo, E. y Reséndiz D. (1969), Una Cámara Triaxial de Precisión , *UNAM, Instituto de Ingeniería* , Serie No235.
- Schofield , A. N. y Wroth, C. P. (1986), *Critical State Soil Mechanics*, McGrawHill, London.
- Scott, R. F. (1984), Plasticity and Constitutive Relation in Soil Mechanics, *Journal Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 111-5, pp. 563-605.
- Symes, M. J., Gens, A. & Hight, D.W. (1984). Undrained Anisotropy and Principal Stress Direction Rotation, *Géotechnique*, 34-1, pp. 11-27.
- Ting, C. M. R., Sills, G. C. and Wijeyesekera, D.C. (1994), Development of Ko in Soft Soils, *Géotechnique*, 44-1, pp. 101-109.

Tvergaard, V. and Van Der Giessen, E. (1991), Effect of Triaxial Tension on Flow Localization for Different Plastic Spins, *The Third International Symposium on Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 91-94.

Vyalov, S. S. (1986), *Rheological Fundamentals of Soil Mechanics*, 36, Elsevier Science Publishers Ltd, B.V.

Wheeler, S. J. and Sirakumar, V. (1995), An Elasto-Plastic Critical State Framework for Unsaturated Soil, *Géotechnique*, 45-1, pp.169-173.

Whittle, A. J. (1993), Evaluation of a Constitutive Model for Overconsolidated Clays, *Géotechnique*, 43-2, pp. 289-313.

Wood, D. M. (1990), *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*, Cambridge University Press.

Wu, W. and Kolymbas D.(1991), On Oscillatory Shear Stress in Simple Shear, *The Third International Symposium on Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 365-368.

Yang, W. H. (1991), Dual Non-Euclidean Norms and Normality Theorem in Plasticity, *The Third International Symposium on Plasticity and its Current Applications*, Elsevier Science Publishers Ltd, pp. 369-373.

Apéndice A: Desarrollo de las relaciones matemáticas propuestas por Chistian, Höeg y Hagmann.

Partiendo del comportamiento esfuerzo-deformación sugerido y representado en las figs 4.1 y 4.2, se tiene

- La ley de resistencia expresada como

$$q = \bar{p} \tan \bar{\alpha} \quad (\text{A.1})$$

- La ecuación de la superficie de fluencia

$$\frac{(\bar{p} - p_0)^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1 \quad (\text{A.2})$$

- La componente volumétrica de deformación plástica

$$\varepsilon^p = c_d \log \bar{p}_c \quad (\text{A.3})$$

- La trayectoria de esfuerzos en el diagrama q-p'

$$q_k = \bar{p}_k \tan \beta \quad (\text{A.4})$$

Centro de la elipse

De acuerdo con las hipótesis establecidas en el modelo, se obtiene la siguiente relación

$$b = \bar{p}_0 \tan \bar{\alpha} \quad (\text{A.5})$$

sustituyendo la ecuación (A.5) en la ecuación (A.2), se llega

$$(\bar{p} - p_0)^2 + D^2 q^2 - D^2 \bar{p}_0^2 \tan^2 \alpha = 0 \quad (\text{A.6})$$

Esta ecuación representa la superficie de fluencia para un material en el estado de esfuerzos plástico.

Resolviendo la ecuación anterior para \bar{p}_0 , se obtiene

$$\bar{p}_0 = \frac{\bar{p} - D[\bar{p}^2 \tan^2 \alpha - q^2(1 - D^2 \tan^2 \alpha)]^{1/2}}{1 - D^2 \tan^2 \alpha} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Si } (1 - D^2 \tan^2 \alpha = 0), \text{ entonces } \bar{p}_0 = \frac{\bar{p}^2 + D^2 q^2}{2\bar{p}} \quad (\text{A.8})$$

para este caso $\bar{p}_0 > 0$. Las ecuaciones (A.7) y (A.8) dan la localización del centro de la elipse

Sustituyendo la ecuación (A.4) en la ecuación (A.2), se introduce el efecto de consolidación anisotrópica así

$$\bar{p}_k^2(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_0 \bar{p}_k + \bar{p}_0^2 - D^2 b^2 = 0 \quad (\text{A.9})$$

Relación Esfuerzo- Deformación

En términos de la relación esfuerzo-deformación la función de fluencia puede escribirse como

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad (\text{A.10})$$

donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos y ε_{ij}^p el de deformación plástica. Igualando las ecuaciones (A.6) y (A.10), se obtiene la función de fluencia

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 + a^2 q^2 - a^2 b^2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

Al asumir que se cumple la ley de la normalidad, entonces el incremento de deformación plástica está dado por

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \hat{G} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl} \quad (\text{A.12})$$

donde

$$\hat{G} = \frac{1}{(\partial f / \partial \varepsilon_{mn}^p)(\partial f / \partial \sigma_{mn})} \quad (\text{A.13})$$

Diferenciando a $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p)$ con respecto a σ_{ij} , se obtiene

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\delta_{ij} + a^2 S_{ij} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\delta_{ij} + a^2(\sigma_{ij} - \bar{p}\delta_{ij}) \quad (\text{A.14}')$$

Diferenciando la ecuación (A.11) con respecto a ε_{ij}^p , se obtiene

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = -2b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \varepsilon_{ij}^p} + 2b(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 \frac{\partial b}{\partial \varepsilon_{ij}^p} + 2aq^2 \frac{\partial a}{\partial \varepsilon_{ij}^p} - 2ab^2 \frac{\partial a}{\partial \varepsilon_{ij}^p} - 2a^3b \frac{\partial b}{\partial \varepsilon_{ij}^p}$$

\bar{p}_0 , a , y b pueden obtenerse de la ecuaciones (A.3) y (A.9). Reescribiendo estas ecuaciones de la siguiente forma

$$f_1 = \varepsilon_{ij}^p - c \log_{10} \bar{p}_k = \varepsilon_{ij}^p - Mc_d \ln \bar{p}_k = 0 \quad (\text{A.15})$$

donde $M = \frac{1}{\ln 10} \approx 0.4343$

$$f_2 = \bar{p}_k^2(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_0\bar{p}_k + \bar{p}_0 - D^2\bar{p}_0 \tan^2 \alpha = 0 \quad (\text{A.16})$$

diferenciando f_1 y f_2 , se obtiene

$$df_1 = \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p + \frac{\partial f_1}{\partial \bar{p}_k} d\bar{p}_k = 0$$

$$df_2 = \frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_k} d\bar{p}_k + \frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_0} d\bar{p}_0 = 0$$

por lo tanto

$$\frac{d\bar{p}_0}{d\varepsilon_{ij}^p} = \frac{\frac{d\bar{p}_k}{d\varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial f_1}{\partial \bar{p}_k} + \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_{ij}^p}}{\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_k} + \frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_0} \frac{d\bar{p}_k}{d\varepsilon_{ij}^p}} \quad (\text{A.17})$$

usando las ecuaciones (A.15) y (A.16), se obtiene

$$\frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \delta_{ij}; \quad \frac{\partial f_1}{\partial \bar{p}_k} = -\frac{Mc_d}{\bar{p}_k}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_k} = 2\bar{p}_k(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_0} = -2\bar{p}_k + 2\bar{p}_0 - 2D^2 \bar{p}_0 \tan^2 \alpha$$

sustituyendo estos resultados en la Expresión (A.17), se obtiene

$$\frac{d\bar{p}_0}{d\varepsilon_{ij}^p} = \frac{\bar{p}_k^2(1 + D^2 \tan^2 \beta) - \bar{p}_k \bar{p}_0}{-Mc[\bar{p}_0 - \bar{p}_k - D^2 \bar{p}_0 \tan^2 \alpha]} \delta_{ij}$$

usando la ecuación (A.9) se llega a la siguiente relación

$$\frac{d\bar{p}_0}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{\bar{p}_0 \bar{p}_k - \bar{p}_0^2 + D^2 b^2}{[\bar{p}_0 - \bar{p}_k - D^2 b \tan \alpha] Mc} \delta_{ij} \quad (A.18)$$

en orden de obtención $\frac{\partial b}{\partial \varepsilon_{ij}^p}$, tenemos la expresión f_2 como una función de b

$$f_2 \tan^2 \alpha = \bar{p}_k^2 \tan^2 \bar{\alpha}(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_k \bar{p}_0 \tan^2 \bar{\alpha} + \bar{p}_0^2 \tan^2 \bar{\alpha} - D^2 b^2 \tan^2 \bar{\alpha} = 0$$

$$f_2 \tan^2 \alpha = \bar{p}_k^2 \tan^2 \bar{\alpha}(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_k b \tan \bar{\alpha} + b^2(1 - D^2 \tan^2 \bar{\alpha}) = 0$$

diferenciando esta expresión con respecto \bar{p}_k y b , se llega

$$\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_k} \tan^2 \alpha = 2\bar{p}_k \tan^2 \bar{\alpha}(1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2b \tan \bar{\alpha}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial b} \tan^2 \alpha = -2\bar{p}_k \tan \bar{\alpha} + 2b(1 - D^2 \tan^2 \bar{\alpha})$$

sustituyendo estos resultados en la ecuación (A.17) y reemplazando $\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_0}; \frac{\partial f_2}{\partial b}$, se obtiene

$$\frac{db}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{2}{Mc_d} \frac{\bar{p}_k^2 \tan^2 \bar{\alpha}(1 + D^2 \tan^2 \beta) - \bar{p}_k b \tan \bar{\alpha}}{2b(1 - D^2 \tan^2 \bar{\alpha}) - 2\bar{p}_k \tan \bar{\alpha}} \delta_{ij}$$

usando las ecuaciones (A.5) y (A.9), se obtiene

$$\frac{db}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{\tan \alpha}{Mc_d} \frac{\bar{p}_k \bar{p}_0 - \bar{p}_0^2 + D^2 b^2}{\bar{p}_0 - \bar{p}_k - bD^2 \tan \alpha} \delta_{ij} \quad (\text{A.19})$$

en orden de obtención $\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon_{ij}^p}$, tenemos la expresión f_2 como función de α :

$$f_2 D^2 \tan^2 \alpha = \bar{p}_k^2 D^2 \tan^2 \alpha (1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2\bar{p}_k a D \tan \alpha + a^2 (1 - D^2 \tan^2 \alpha) = 0$$

diferenciando estas ecuaciones con respecto \bar{p}_k y α , se obtiene

$$\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_k} D^2 \tan^2 \alpha = 2\bar{p}_k D^2 \tan^2 \alpha (1 + D^2 \tan^2 \beta) - 2a D \tan \alpha = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \alpha} D^2 \tan^2 \alpha = -2\bar{p}_k D \tan \alpha + 2a(1 - D^2 \tan^2 \alpha) = 0$$

sustituyendo estos resultados en la ecuación (A.17) y reemplazando $\frac{\partial f_2}{\partial \bar{p}_0}$ por

$\frac{\partial f_2}{\partial \alpha}$, se obtiene

$$\frac{da}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{1}{Mc_d} \frac{\bar{p}_k^2 D^2 \tan^2 \alpha (1 + D^2 \tan^2 \beta) - \bar{p}_k a D \tan \alpha}{a(1 - D^2 \tan^2 \alpha) - \bar{p}_k D \tan \alpha} \delta_{ij}$$

usando las ecuaciones (A.5), (A.9), se obtiene

$$\frac{da}{d\varepsilon_{ij}^p} = -\frac{D \tan \alpha}{Mc_d} \frac{\bar{p}_k \bar{p}_0 - \bar{p}_0^2 + D^2 b^2}{\bar{p}_0 - \bar{p}_k - bD^2 \tan \alpha} \delta_{ij} \quad (\text{A.20})$$

finalmente, sustituyendo las ecuaciones (A.18), (A.19) y (A.20) en la ecuación (A.15), se obtiene las siguientes relaciones

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \frac{\delta_{ij}}{Mc_d} \frac{\bar{p}_k \bar{p}_0 + Db^2}{\bar{p}_0 - \bar{p}_k - bD^2 \tan \alpha} \left\{ 2b^2 (\bar{p} - \bar{p}_0 - \tan \alpha [2b(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 - 2a^2 b]) - D \tan \alpha [2q^2 a - 2ab^2] \right\}$$

o en términos de b y D

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = -\frac{2b}{c_d M} \frac{\bar{p}_k \bar{p}_0 - \bar{p}_0^2 + D^2 b^2}{\bar{p}_0 - \bar{p}_k - bD^2 \tan \alpha} \left\{ -b(\bar{p} - \bar{p}_0) + \tan \alpha [(\bar{p} - \bar{p}_0)^2 - 2b^2 D^2 + D^2 q^2] \right\} \delta_{ij}$$

usando la ecuación (A.6), se obtiene

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \frac{2b^2}{c_d M} \frac{\bar{p}_k \bar{p}_0 - \bar{p}_0^2 + D^2 b^2}{\bar{p}_0 - \bar{p}_k - bD^2 \tan \alpha} \left\{ \bar{p} - \bar{p}_0 + D^2 b \tan \alpha \right\} \delta_{ij} \quad (\text{A.21})$$

resolviendo la relación (A.9), se obtiene \bar{p}_k , donde

$$\bar{p}_k = \frac{\bar{p}_0 - D \left[b^2 (1 + D^2 \tan^2 \beta) - \bar{p}_0^2 \tan^2 \beta \right]^{1/2}}{1 + D^2 \tan^2 \beta} \quad (\text{A.22})$$

Ahora se puede establecer la relación esfuerzo-deformación; de la ecuación (A.13) sabemos que

$$\hat{G} = -\frac{1}{(\partial \mathcal{J} / \partial \varepsilon_{mn}^p)(\partial \mathcal{J} / \partial \sigma_{mn})} = -\frac{1}{\hat{F}}$$

de la expresión (A.21), se observa que los términos con $i = j$ son los que podrían contribuir para definir \hat{F} . Además para todos los caso $\partial \mathcal{J} / \partial \varepsilon_{ij}^p$ se encontraría el mismo resultado de F , no obstante los valores de i y j , se tiene

$$\hat{F} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varepsilon_{mn}^p} - \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \sigma_{mn}} = 2b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)F \quad (\text{A.23})$$

Si se usa el símbolo T_{ij} para representar $\partial \mathcal{J} / \partial \sigma_{ij}$, entonces

$$T_{ij} = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\delta_{ij} + a^2 S_{ij}$$

$$T_{ij} = b^2(\bar{p} - \bar{p}_0)\delta_{ij} + a^2(\sigma_{ij} - \bar{p}\delta_{ij})$$

En condiciones de deformación plana los siguientes términos pueden igualarse a cero $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{23}, \sigma_{32}$, donde la velocidad de deformación y el incremento de esfuerzo son definidos por la siguientes matrices

$$\{\dot{\varepsilon}_y^p\}^T = \{\dot{\varepsilon}_{11}^p \dot{\varepsilon}_{22}^p \dot{\varepsilon}_{33}^p \dot{\varepsilon}_{13}^p \dot{\varepsilon}_{31}^p\}$$

$$\{\dot{\sigma}_y\}^T = \{\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{31}\}$$

por lo tanto la ecuación (A.12) puede escribirse como

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}^p \\ \dot{\varepsilon}_{22}^p \\ \dot{\varepsilon}_{33}^p \\ \dot{\varepsilon}_{13}^p \\ \dot{\varepsilon}_{31}^p \end{Bmatrix} = \hat{G} \begin{bmatrix} T_{11}^2 & 0 & T_{11}T_{33} & T_{11}T_{13} & T_{11}T_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{11}T_{33} & 0 & T_{33}^2 & T_{33}T_{13} & T_{33}T_{31} \\ T_{11}T_{13} & 0 & T_{33}T_{13} & T_{13}^2 & T_{13}T_{31} \\ T_{11}T_{31} & 0 & T_{33}T_{31} & T_{13}T_{31} & T_{31}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{13} \\ \dot{\sigma}_{31} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

Usando la relación $\dot{\varepsilon}_{13}^p = \dot{\varepsilon}_{31}^p = 1/2 \dot{\gamma}_{13}^p$ y $\dot{\sigma}_{13} = \dot{\sigma}_{31}$, $T_{31} = T_{13}$ la ecuación (A.24) puede escribirse como

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}^p \\ \dot{\varepsilon}_{22}^p \\ \dot{\varepsilon}_{33}^p \\ \dot{\gamma}_{13}^p \end{Bmatrix} = \hat{G} \begin{bmatrix} T_{11}^2 & 0 & T_{11}T_{33} & 2T_{11}T_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{11}T_{33} & 0 & T_{33}^2 & 2T_{33}T_{13} \\ 2T_{11}T_{13} & 0 & 2T_{33}T_{13} & 4T_{13}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{13} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

La relación matricial (A.25) también se puede expresar como

$$\{\dot{\varepsilon}_y^p\} = [K^p] \{\dot{\sigma}_y\} \quad (\text{A.26})$$

El incremento de deformación elástica puede calcularse como

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}^e \\ \dot{\varepsilon}_{22}^e \\ \dot{\varepsilon}_{33}^e \\ \dot{\gamma}_{13}^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{13} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

la velocidad de la deformación total por la expresión

$$\{\dot{\epsilon}_{ij}\} = \{\dot{\epsilon}_{ij}^p\} + \{\dot{\epsilon}_{ij}^e\} \quad (\text{A.28})$$

Por lo tanto sumando las ecuaciones (A.25) y (A.27), se obtiene

$$\begin{Bmatrix} \dot{\epsilon}_{11} \\ \dot{\epsilon}_{22} \\ \dot{\epsilon}_{33} \\ \dot{\gamma}_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{G}T_{11}^2 + \frac{1}{E} & 0 & \hat{G}T_{11}T_{33} - \frac{\nu}{E} & 2\hat{G}T_{11}T_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{G}T_{11}T_{33} - \frac{\nu}{E} & 0 & \hat{G}T_{33}^2 + \frac{1}{E} & 2\hat{G}T_{33}T_{13} \\ 2\hat{G}T_{11}T_{13} & 0 & 2\hat{G}T_{33}T_{13} & 4T_{13}^2 + 2(1+\nu)/E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{13} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

En forma matricial

$$\{\dot{\epsilon}_{ij}\} = [K]\{\dot{\sigma}_{ij}\} \quad (\text{A.30})$$

resolviendo para $\{\dot{\sigma}_{ij}\}$, se obtiene

$$\{\dot{\sigma}_{ij}\} = [K]^{-1}\{\dot{\epsilon}_{ij}\}$$

Haciendo la inversión de matrices, el resultado es

$$\{\dot{\sigma}_{ij}\} = B[A]\{\dot{\epsilon}_{ij}\}$$

donde

$$B = \frac{E}{(1+\nu)\left\{2E\hat{G}T_{13}^2(1-2\nu) + (1+\nu)(1-2\nu) + E\hat{G}\left[T_{11}^2 + T_{33}^2 - \nu(T_{11} - T_{33})^2\right]\right\}} \quad (\text{A.31})$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 2E\hat{G}T_{13}^2(1+\nu) + E\hat{G}T_{33}^2 + (1-\nu^2) & 2E\hat{G}T_{13}\nu - E\hat{G}T_{11}T_{33} + \nu(1+\nu) & -E\hat{G}T_{13}[T_{11}(1-\nu) + T_{33}\nu] \\ 2E\hat{G}T_{13}^2\nu - E\hat{G}T_{11}T_{33} + \nu(1+\nu) & 2E\hat{G}T_{13}(1-\nu) + E\hat{G}T_{11}^2 + (1+\nu^2) & -E\hat{G}T_{13}[T_{11}\nu + T_{33}(1-\nu)] \\ -E\hat{G}T_{13}[T_{11}(1-\nu) + T_{33}\nu] & -E\hat{G}T_{13}[T_{11}\nu + T_{33}(1-\nu)] & E\hat{G}\left[T_{11}^2 + T_{33}^2 - \nu(T_{11} - T_{33})^2 + (1+\nu)(1-2\nu)\right] \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{\sigma}_{22} = B \left\{ \nu \left[2(E\hat{G}T_{13} - E\hat{G}T_{33}) + (1 + \nu) \right] \right\} \left\{ \dot{\epsilon}_y \right\} \quad (\text{A.33})$$

$$\dot{\sigma}_{22} = B \left\{ \nu \left[2E\hat{G}T_{13} + E\hat{G}T_{11}\nu(T_{11} - T_{33}) + \nu(1 + \nu) - E\hat{G}T_{13}\nu(T_{11} + T_{33}) \right] \right\} \left\{ \dot{\epsilon}_y \right\} \quad (\text{A.33}')$$

PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA RELACION ESFUERZO-DEFORMACION

```

PROGRAM REFSH
CHARACTER*10 F10,F20,F30
DIMENSION PI(50),QI(50),PK(50),QK(50)
DIMENSION PIK(50),QIK(50),Z(50),F(50)
DIMENSION T11(50),T33(50),T13(50),INCS11(50),INCS33(50),INCS13(50)
DIMENSION E11(50),E33(50),E13(50),COEQUI(50),QI1(50),QIK1(50)
DIMENSION GOL(50)
WRITE(*,*) 'DAME EL ARCHIVO DE DATOS'
READ(*,100) F10
WRITE(*,*) 'DAME EL ARCHIVO DE CURVAS DE FLUENCIA'
READ(*,100) F20
WRITE(*,*) 'DAME EL ARCHIVO DE DEFORMACIONES PLASTICAS'
READ(*,100) F30
100 FORMAT (A)
OPEN (10,FILE=F10,STATUS='OLD')
OPEN (20,FILE=F20,STATUS='NEW')
OPEN (30,FILE=F30,STATUS='NEW')
READ(10,*) WL,WNAT,GS,SIGMA,VT,WS,SIGMAX,PO,PF,PMT,VENOC,WT
WRITE(*,*)'EL LIMITE LIQUIDO ES',WL
WRITE(*,*)'EL CONTENIDO DE AGUA NATURAL ES',WNAT
WRITE(*,*)'LA DENSIDAD DE SOLIDOS ES',GS
WRITE(*,*)'EL ESFUERZO VERTICAL ES',SIGMA
WRITE(*,*)'EL VOLUMEN TOTAL ES',VT
WRITE(*,*)'EL PESO DEL SUELO SECO',WS
WRITE(*,*)'EL ESFUERZO EFECTIVO MAXIMO ES',SIGMAX
WRITE(*,*)'LA PRESION CONFINANTE ES',PO
WRITE(*,*)'LA PRESION FINAL ES',PF
WRITE(*,*)'PENDIENTE LINEA FALLA EN ESFUERZOS TOTALES ES',PMT
WRITE(*,*)'VOLUMEN ESPEC LINEA CONSO SUELOS PRECON ES',VENOC
WRITE(*,*)'EL PESO TOTAL ES',WT
WRITE(20,*)'EL LIMITE LIQUIDO ES',WL
WRITE(20,*)'EL CONTENIDO DE AGUA NATURAL ES',WNAT
WRITE(20,*)'LA DENSIDAD DE SOLIDOS ES',GS
WRITE(20,*)'EL ESFUERZO VERTICAL ES',SIGMA
WRITE(20,*)'EL VOLUMEN TOTAL ES',VT
WRITE(20,*)'EL PESO DEL SUELO SECO',WS
WRITE(20,*)'EL ESFUERZO EFECTIVO MAXIMO ES',SIGMAX
WRITE(20,*)'LA PRESION CONFINANTE ES',PO
WRITE(20,*)'LA PRESION FINAL ES',PF

```

```
WRITE(20,*)'PENDIENTE LINEA FALLA EN ESFUERZOS TOTALES ES',PMT
WRITE(20,*)'VOLUMEN ESPEC LINEA CONSO SUELOS PRECON ES',VENOC
WRITE(20,*)'EL PESO TOTAL ES',WT
```

C

C CALCULO DE LOS PARAMETROS DEL ESTADO CRITICO

```
EO=(GS*WNAT/(100*(WT-WS)))*(VT-WS/GS)
PLAMBDA=(WNAT/100)*EXP(0.508*(WL/100)-1.693)
VEN=(EO+1)+(PLAMBDA*ALOG(SIGMA))
GAMMA=0.2616+(0.8138*VEN)
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE PLAMBDA ES',PLAMBDA
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE VEN ES',VEN
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE GAMMA ES',GAMMA
```

C

C CALCULO DE LA PRESION DE PORO Y LA RESISTENCIA EN LA FALLA

```
OCR=SIGMAX/PO
IF(OCR.EQ.1) GO TO 10
PM=PMT*(PF/PO)*EXP((VEN-GAMMA)/PLAMBDA)
UF=PF-(PO*EXP((GAMMA-VEN)/PLAMBDA))
SU=(PM/2)*PO*EXP((GAMMA-VEN)/PLAMBDA)
WRITE (20,*) 'ESTOS RESULTADOS SON PARA NORMALMENTE
CONSOLIDADOS'
```

```
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE PM ES',PM
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE UF ES',UF
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE SU ES',SU
GO TO 20
10 PM=PMT*(PF/PO)*EXP((VENOC-GAMMA)/PLAMBDA)
UF=PF-(PO*EXP(GAMMA-VENOC)/PLAMBDA)
SU=(PM/2)*PO*EXP((GAMMA-VENOC)/PLAMBDA)
WRITE (20,*) 'ESTOS RESULTADOS SON PARA PRECONSOLIDADOS'
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE PM ES',PM
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE UF ES',UF
WRITE(20,*) 'EL VALOR DE SU ES',SU
```

C

C CALCULO DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

```
20 TANA=(3*PM/(6+PM))
A=(SIGMAX-PO)
B=PO*TANA
D=A/B
write(20,*)'los parametros son TANA,A,B,D',tana,a,b,d
```

C

C SUPERFICIE DE FLUENCIA

```
DO 40 I=1,10
PI(I)=PO+(A/(I))
QI(I)=(B**2)-(((PI(I)-PO)**2)/(D**2))
```



```

QI1(I)=SQRT(QI(I))
WRITE (20,*)'puntos curva fluencia inicial', PI(I),QI1(I)
WRITE(*,*) 'PUNTOS CURVA FLUENCIA:',PI(I),QI1(I)
c 200 FORMAT (2F10.4)
40 CONTINUE
C
C VERIFICAR EL CENTRO DE LA ELIPSE
T=1.0-D**2*TANA**2
R=PI(1)**2*TANA**2-QI1(1)**2*T
R1=SQRT(R)
PO=(PI(1)-D*R1)/T
write(20,*)'centro elipse t,r,r1,po son',T,r,r1,po
C
C VERIFICA LA CONDICION DE EQUILIBRIO
COEQUI=(B**2)*(PI(1)-PO)**2+(A**2)*(QI1(1)**2)-(A**2)*(B**2)
WRITE(20,*) 'LA CONDICION DE EQUILIBRIO ES',COEQUI
C
C CALCULO PARA UN PAR DE PUNTOS DADOS DE PK Y QK
READ(10,*) NK
C 300 FORMAT (I5)
DO 50 I=1,NK
READ(10,*) PK(I),QK(I)
50 CONTINUE
C
DO 70 I=1,NK
TK=1.0-D**2.0*TANA**2.0
RK=PK(I)**2*TANA**2-QK(I)**2*TK
R1K=SQRT(RK)
POK=(PK(I)-D*R1K)/TK
write(20,*)'centro elipse punto',i,TK,RK,R1K
write (20,*) 'valor de pok en el pnto',i,pok
B=POK*TANA
write (20,*)'el valor de B para el punto es',i,b
A=D/B
WRITE (20,*)'EL VALOR DE A ES',A
DO 60 J=1,10
PIK(J)=POK+(A/(J))
QIK(J)=(B**2)-((PIK(J)-POK**2)/(D**2))
QIK1(J)=SQRT(QIK(J))
WRITE (20,*)'puntos curva fluencia',j,PIK(J),QIK(J)
WRITE(*,*) 'PUNTOS CURVA FLUENCIA:',PIK(J),QIK(J)
c 400 FORMAT (2F10.4)
60 CONTINUE

```

```

C
C   CALCULO DE LA FUNCION DE POTENCIA (G)
W1=((2*B**2)/PLAMBDA)
W2=(PK(I)*POK-POK**2+D**2*B**2)/(POK-PK(I)-(B*D**2*TANA))
W3=((PK(I)-POK)+(D**2*B*TANA))
W=W1*W2*W3
Z(I)=B**2*(PK(I)-POK)
F(I)=W*(3*Z(I)+A**2*(3*PK(I)-QK(I)-(3*PK(I)-QK(I)/3)))
Gol(I)=(-1/F(I))
WRITE(20,*) 'EL POTENCIAL DE FLUJO EWS en el punto',i,Gol(I)

C
C   CALCULO DE LA RELACION ESFUERZO DEFORMACION PLASTICA
T11(I)=B**2*(PK(I)-POK)+A**2*4/3*QK(I)
T33(I)=B**2*(PK(I)-POK)-A**2*QK(I)/3
T13(I)=A**2*(2*QK(I)-3*PK(I))/3
INCS11(I)=(PK(I-1)+QK(I-1))-(PK(I)+QK(I))
INCS33(I)=(PK(I-1)-QK(I-1))-(PK(I)-QK(I))
INCS13(I)=(2*QK(I-1))-(2*QK(I))
E11(I)=(T11(I)**2*INCS11(I)+2*T11(I)*T33(I)*INCS33(I)
1      +3*T11(I)*T13(I)*INCS13(I))*Gol(i)
E33(I)=(T11(I)*T33(I)*INCS11(I)+2*T33(I)**2*INCS33(I)
1      +3*T33(I)*T13(I)*INCS13(I))*Gol(i)
E13(I)=(2*T11(I)*T13(I)*INCS11(I)+2*T33(I)*T13(I)*INCS33(I)
1      +3*T13(I)**2*INCS13(I))*Gol(i)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE T11 ES',i,T11(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE T33 ES',i,T33(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE T13 ES',i,T13(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE INCS11 ES',i,INCS11(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE INCS33 ES',i,INCS33(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE INCS13 ES',i,INCS13(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE E11 ES',i,E11(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE E33 ES',i,E33(I)
WRITE (30,*) 'EL VALOR DE E13 ES',i,E13(I)
70 CONTINUE
END

```