

42  
2j



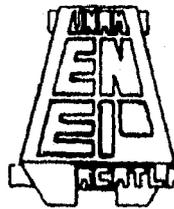
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
"ACATLAN"

DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE  
CONCRETO REFORZADO POR COMPUTADORA

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**I N G E N I E R O C I V I L**  
**P R E S E N T A :**  
SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO



ACATLÁN Acatlán, Edo. de México

Asesor

Ing. Carlos Arce



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLÁN"  
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL

Sr. OSCAR ANTONIO SOLIS POJLANO.  
ALUMNO DE LA CARRERA DE INGENIERIA CIVIL.  
P R E S E N T E :

Por el presente se le informa que la tesis que usted presentó con fecha 15 de OCTUBRE DE 1990 en cumplimiento de la Ley que esta Jefatura del Programa tiene a su cargo, sobre el siguiente tema de tesis: "DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO POR COMPUTADORA." EL CUAL SE DESARROLLARA COMO SIGUE:

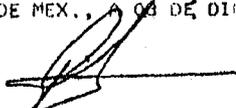
- I.- HIPOTESIS Y CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO.
- II.- DISEÑO DE VIGAS.
- III.- DISEÑO DE COLUMNAS.
- IV.- DISEÑO DE LOSAS.
- V.- DISEÑO DE ZAPATAS.
- VI.- PROGRAMAS DE DISEÑO.

ASI MISMO FUE DESIGNADO COMO ASESOR DE TESIS EL SR. ING. CARLOS ARCE LEON, PROFESOR DE ESTA ESCUELA.

LE PIDO A USTED TOMAR NOTA QUE EN CUMPLIMIENTO DE LO ESPECIFICADO EN LA LEY DE PROFESIONES, DEBERA PRESTAR SERVICIO SOCIAL DURANTE UN TIEMPO MINIMO DE SEIS MESES COMO REQUISITO BASICO PARA SUSTENTAR EXAMEN PROFESIONAL, ASI COMO DE LA DISPOSICION DE LA DIRECCION GENERAL DE SERVICIOS ESCOLARES EN EL SENTIDO DE QUE SE IMPRIMA EN LUGAR VISIBLE DE LOS EJEMPLARES DE LA TESIS, EL TITULO DE TRABAJO REALIZADO. ESTA COMIFICACION DEBERA IMPRIMIRSE EN EL INTERIOR DE LA TESIS.

SIN MAS POR EL MOMENTO, RECIBA UN CORDIAL SALUDO.

A T E N T A M E N T E .  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
ACATLAN, EDO. DE MEX., A 03 DE DICIEMBRE DE 1995

  
ING. CARLOS ROSALES AGUILAR  
JEFE DEL PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL



ENEP-ACATLAN  
JEFATURA DEL  
PROGRAMA DE INGENIERIA

## **Agradecimientos :**

---

A Dios,  
por darme la oportunidad de vivir.

A mi Padre,  
por estar conmigo en todo momento.

A mi madre,  
por su amor y dedicación,  
le agradezco infinitamente todo su esfuerzo.

A mis hermanos,  
por todo su cariño y apoyo.

A mis compañeros y amigos,  
por brindarme su amistad y confianza

---

## **Agradecimientos :**

---

**A la Universidad Nacional Autónoma de México,  
por darme la formación académica profesional  
y el orgullo de pertenecer a la máxima casa de estudios.**

**A los profesores  
con verdadera vocación docente,  
por brindar sus experiencias y conocimientos**

**Al Ing. Carlos Arce,  
por su asesoría, su paciencia,  
sus observaciones y comentarios.**

**A todos aquellos que contribuyen  
a mi formación académica y personal.**

**Gracias.**

**Oscar A. Solís**

---

# DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO POR COMPUTADORA

## INDICE

|  |    |
|--|----|
| INTRODUCCION   | 2  |
| <b>CAPITULO I.- HIPOTESIS Y CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO.</b> |    |
| I.1. Características del concreto.                             |    |
| I.1.1. Resistencia a la compresión $f_c$                       | 6  |
| I.1.2. Resistencia a la tensión $f_t$                          | 8  |
| I.1.3. Resistencia al cortante $f_{ctc}$                       | 10 |
| I.1.4. Curva esfuerzo-deformación.                             | 10 |
| I.1.5. Módulo de elasticidad $E_c$                             | 11 |
| I.1.6. Contracción y flujo plástico.                           | 13 |
| I.2. Características del acero.                                |    |
| I.2.1. Módulo de elasticidad $E_s$                             | 16 |
| I.2.2. Resistencia de fluencia $f_y$                           | 17 |
| I.2.3. Resistencia última $f_u$                                | 17 |
| <b>CAPITULO II.- DISEÑO DE VIGAS.</b>                          |    |
| II.1. Diseño por flexión.                                      |    |
| II.1.1. Hipótesis generales.                                   | 21 |
| II.1.2. Distribución de esfuerzos.                             | 22 |
| II.1.3. Sección balanceada.                                    | 23 |
| II.1.4. Secciones rectangulares.                               | 26 |
| II.1.5. Secciones con patines.                                 | 30 |
| II.2. Diseño por cortante.                                     |    |
| II.2.1. Comportamiento en vigas.                               | 34 |
| II.2.2. Modos de falla.  | 35 |
| II.2.3. Análisis por tensión diagonal                          | 37 |
| II.2.4. Procedimiento de diseño                                | 42 |
| II.3. Diseño por torsión.                                      |    |
| II.3.1. Comportamiento en vigas.                               | 43 |
| II.3.2. Análisis por cortante y torsión.                       | 46 |
| II.3.3. Procedimiento de diseño.                               | 48 |

|   |    |
|---|----|
| II.4. Vigas de gran peralte                   |    |
| II.4.1. Comportamiento y tipo de falla.       | 50 |
| II.4.2. Criterios de diseño.                  | 51 |
| II.4.3. Procedimiento de diseño por flexión.  | 56 |
| II.4.4. Procedimiento de diseño por cortante. | 57 |
| II.5. Programación y ejemplos.                | 59 |

### **CAPITULO III.- DISEÑO DE COLUMNAS.**

|   |     |
|---|-----|
| III.1. Consideraciones generales.       |     |
| III.1.1. Hipótesis de diseño.           | 78  |
| III.1.2. Tipos de columnas.             | 79  |
| III.1.3. Diagrama de interacción.       | 82  |
| III.1.4. Tipos de falla.                | 83  |
| III.1.5. Factor de reducción.           | 84  |
| III.2. Efectos de esbeltez.             |     |
| III.2.1. Relación de esbeltez.          | 86  |
| III.2.2. Amplificación de momentos.     | 88  |
| III.3. Carga axial y flexión.           |     |
| III.3.1. Columnas con carga axial.      | 91  |
| III.3.2. Columnas con flexión uniaxial. | 92  |
| III.3.3. Sección balanceada.            | 93  |
| III.3.4. Columnas con refuerzo lateral. | 94  |
| III.3.5. Columnas circulares.           | 97  |
| III.3.6. Procedimiento de diseño.       | 98  |
| III.4. Flexión biaxial.                 |     |
| III.4.1. Columnas rectangulares.        | 101 |
| III.4.2. Columnas circulares.           | 102 |
| III.4.3. Procedimiento de diseño.       | 103 |
| III.5. Refuerzo transversal.            |     |
| III.5.1. Refuerzo con estribos.         | 104 |
| III.5.2. Refuerzo en espiral            | 104 |
| III.5.3. Procedimiento de diseño.       | 106 |
| III.6. Programación y ejemplos.         | 108 |

## **CAPITULO IV.- DISEÑO DE LOSAS.**

|   |     |
|---|-----|
| IV.1. Tipos de losas.                       |     |
| IV.1.1. Definición.                         | 132 |
| IV.1.2. Losas perimetralmente apoyadas.     | 133 |
| IV.1.3. Losas planas.                       | 133 |
| IV.1.4. Losas reticulares.                  | 134 |
| IV.2. Losas en una dirección.               |     |
| IV.2.1. Diseño por flexión.                 | 136 |
| IV.2.2. Refuerzo por temperatura.           | 138 |
| IV.2.3. Refuerzo por cortante.              | 140 |
| IV.2.4. Procedimiento de diseño.            | 141 |
| IV.3. Losas en dos direcciones.             |     |
| IV.3.1. Definiciones.                       | 142 |
| IV.3.2. Método de diseño directo.           | 146 |
| IV.3.3. Momento estático total.             | 149 |
| IV.3.4. Distribución del momento.           | 149 |
| IV.3.5. Distribución en franjas de tablero. | 152 |
| IV.3.6. Tamaño y separación del refuerzo.   | 156 |
| IV.3.7. Diseño por cortante.                | 157 |
| IV.3.8. Procedimiento de diseño.            | 160 |
| IV.4. Programación y ejemplos.              | 162 |

## **CAPITULO V.- DISEÑO DE ZAPATAS.**

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| V.1. Tipos de cimentación.         |     |
| V.1.1. Definición.                 | 201 |
| V.1.2. Zapatas aisladas.           | 202 |
| V.1.3. Zapatas de muro o corridas. | 202 |
| V.1.4. Zapatas ligadas.            | 204 |
| V.1.5. Cimentaciones profundas.    | 204 |
| V.1.6. Losas de cimentación.       | 204 |
| V.2. Propiedades del suelo.        |     |
| V.2.1. Capacidad de carga.         | 205 |
| V.2.2. Presión de apoyo.           | 205 |
| V.2.3. Área de apoyo requerida.    | 208 |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| V.3. Diseño por cortante.         |     |
| V.3.1. Consideraciones generales. | 209 |
| V.3.2. Acción de viga.            | 212 |
| V.3.3. Acción en dos direcciones. | 215 |
| V.3.4. Falla por aplastamiento.   | 216 |
| V.3.5. Procedimiento de diseño.   | 218 |
| V.4. Diseño por flexión.          |     |
| V.4.1. Refuerzo por flexión.      | 220 |
| V.4.2. Distribución del refuerzo. | 223 |
| V.4.3. Refuerzo por temperatura.  | 224 |
| V.4.4. Procedimiento de diseño.   | 224 |
| V.5. Programación y ejemplos.     | 227 |

## **CAPITULO VI.- PROGRAMAS DE DISEÑO.**

|  |     |
|--|-----|
| VI.1. Tipos de archivos.                 | 246 |
| VI.2. Uso del programa.                  |     |
| VI.2.1. Introducción.                    | 247 |
| VI.2.2. Instalación.                     | 247 |
| VI.2.3. Entrada de datos.                | 248 |
| VI.2.4. Ejecución.                       | 250 |
| VI.2.5. Salida de resultados.            | 251 |
| VI.2.6. Formato de los datos de entrada. | 252 |
| VI.3. Listado y ejemplos de programas.   |     |
| VI.3.1. Introducción.                    | 253 |
| VI.3.2. Diseño de vigas.                 | 253 |
| VI.3.3. Diseño de columnas.              | 280 |
| VI.3.4. Diseño de losas.                 | 292 |
| VI.3.5. Diseño de zapatas.               | 304 |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| <b>CONCLUSIONES</b> | 312 |
|---------------------|-----|

## **APENDICE**

## **BIBLIOGRAFIA**

## **INTRODUCCION**

- INTRODUCCION. -

El desarrollo de las computadoras personales en los últimos años y la necesidad de simplificar el proceso de diseño, llevan a la búsqueda de herramientas o procedimientos que hagan cada vez más rápido y eficiente su ejecución. El presente trabajo, tiene como fin sistematizar y elaborar una serie de instrucciones que permitan el diseño programado de elementos estructurales de concreto reforzado.

En el Primer Capítulo se hace una breve mención de las características de los dos principales materiales para la elaboración del concreto (cemento y acero), en los Capítulos posteriores se realiza un análisis de diversos elementos estructurales :

- 1) Diseño por flexión, cortante y torsión de Vigas simple y doblemente reforzadas, con secciones rectangulares, con patín ó aperaltadas.
- 2) Columnas de sección rectangular y circular, con estribos rectangulares o zunchados, con carga aplicada de forma axial o excéntrica.
- 3) Diseño por flexión y cortante de losas en una y dos direcciones (Losas perimetralmente apoyadas, utilizando el Método de Diseño Directo).
- 4) Diseño por cortante y flexión de zapatas rectangulares, aisladas y de muro.

En el último Capítulo, se presentan los diagramas de flujo, los listados de programa en Lenguaje Fortran, el proceso y los requerimientos de los archivos de entrada de datos, el formato de salida de resultados, así como la explicación y diversos ejemplos de diseño ejecutados desde los programas.

En cada uno de los capítulos se especifican con mayor detalle los alcances y requisitos para la ejecución de los diversos programas.

El Reglamento considerado en los análisis es el "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado del American Concrete Institute ACI-318-89"; en un principio se tenía contemplado el utilizar igualmente "Las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del D.D.F.", sin embargo, dado lo extenso del trabajo se optó por utilizar únicamente el primero. Sin embargo, en algunos casos los procedimientos empleados son semejantes en ambos reglamentos y únicamente se requiere el modificar ciertos coeficientes.

El presente trabajo, no tiene contemplado el análisis de ménsulas, muros, losas planas, losas aligeradas o de cimentación, la determinación de longitudes de desarrollo, traslapes, anclajes, deflexiones, o bien, el detallado o especificaciones del armado; tampoco se incluye el diseño de elementos preforzados o prefabricados.

En el procedimiento de diseño, se realizan cálculos que cumplen con ciertas rutinas de operaciones y toma de decisiones, las cuales se pueden presentar en un diagrama de flujo, ordenar en una serie de algoritmos y por medio de los lenguajes de programación elaborar programas.

El Lenguaje de Programación escogido fue Fortrán 77, ya que es este el más afín a los cursos de Ingeniería Civil; sin embargo, siguiendo el procedimiento indicado en los diversos diagramas de flujo, se podrá modificar los formatos o estructurar el programa en otro Lenguaje.

Para la entrada y salida de datos de los programas, se eligió el uso de Archivos de Datos (\*.DAT) y Resultados (\*.RES), ya que de esa forma se permite la revisión y corrección de los datos de entrada, mantiene guardados los datos de salida y es posible el manejo de un gran número de ejemplos.

En cada uno de los programas se deben hacer ciertas consideraciones, por lo que no sólo se requiere conocer la forma de ejecutar los programas, sino de saber emplear ciertos criterios de diseño y del conocimiento del tema, ya que en algunos casos previamente se realizan cálculos para determinar valores que los programas requieren como dato. (un ejemplo de ello es el caso de columnas esbeltas, donde previamente se debe amplificar el momento de diseño).

Se han desarrollado diversos programas de diseño, sin embargo, los presentados a continuación tienen como fin realizar un análisis sencillo y práctico, con espera de que sean fáciles de comprender y de utilidad para los estudiantes de Nuestra Universidad.

## **CAPITULO I.- HIPOTESIS Y CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO**

- I.1. Características del concreto.
  - I.1.1. Resistencia a la compresión.
  - I.1.2. Resistencia a la tensión.
  - I.1.3. Resistencia al cortante.
  - I.1.4. Curva esfuerzo-deformación.
  - I.1.5. Módulo de elasticidad.
  - I.1.6. Contracción y flujo plástico.
  
- I.2. Características del acero.
  - I.2.1. Módulo de elasticidad.
  - I.2.2. Resistencia de fluencia.
  - I.2.3. Resistencia última.

## CAPITULO I.- HIPOTESIS Y CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO.

### I.1. CARACTERISTICAS DEL CONCRETO.

#### I.1.1. Resistencia a la compresión $f'_c$ .

La resistencia a la compresión es la prueba fundamental a la que se somete el concreto simple, ya que es débil a esfuerzos de tensión. El valor de esta resistencia depende de diversos factores, de los cuales, los principales se mencionan a continuación :

- *Tipo de curado.* La presencia del agua en la elaboración del concreto hace posible las reacciones químicas necesarias para que este tenga las características deseadas. El calor de hidratación generado al mezclar, expulsa la humedad del concreto muy rápidamente, esta pérdida se puede evitar de diversas maneras, como el riego continuo o a vapor, protección con arpillera mojada, paño de algodón o material similar, láminas de polietileno o de otros plásticos.

- *Relación agua-cemento.* A más baja relación agua-cemento, es mayor la resistencia. Pruebas ejecutadas por Abrams en el Instituto Lewis demuestran que en condiciones estandar de fabricación, curado y prueba, existe una relación directa entre la relación agua-cemento y la resistencia a la compresión del concreto a una edad dada, y esta puede representarse en una curva claramente definida. Dicha curva ha presentado ciertos cambios en sus valores, debido a la diferencia en la fabricación del cemento, y además, considera un rango de variación en la resistencia, ocasionada por los diferentes proporcionamientos de la mezcla. Figuras 1.1. y 1.2.

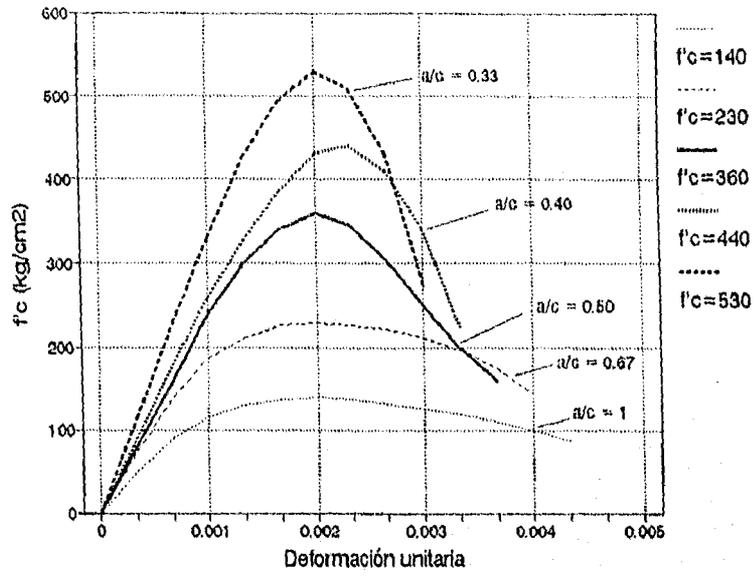


Fig. 1.1. Efecto de la relación agua-cemento.

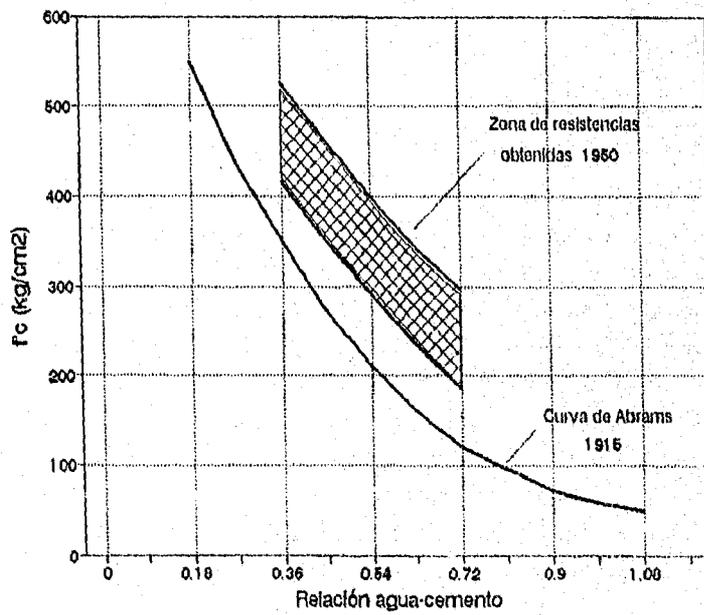


Fig. 1.2. Curva de Abrams.

- *Propiedades del agregado.* El agregado debe estar libre de polvo o impurezas para que exista una buena cohesión con la pasta de cemento. La granulometría juega un papel importante, las pruebas realizadas demuestran que afecta la trabajabilidad del concreto y en menor escala su resistencia. Los agregados deben de estar saturados o con cierta agua en su superficie para evitar la absorción del agua de la mezcla de concreto.

- *Tiempo de mezclado.* La calidad del mezclado ayuda a la obtención de una buena homogeneidad en el concreto, y por ende a un buen desarrollo de su resistencia. El tiempo de mezclado necesario depende de la mezcladora empleada, del volumen, tipo y resistencia del concreto; otro factor de importancia es la velocidad de rotación, que no debe ser menor de 8 rpm. Un tiempo excesivo produce pérdida de agua y al añadirle nuevamente la resistencia puede disminuir; en algunas ocasiones, con ciertos agregados, se puede producir una trituración de estos.

- *Aditivos.* Además del cemento, agua y agregados, se utilizan otros materiales en el mezclado para modificar ciertas propiedades del concreto. En general, las modificaciones que más se le desean dar al concreto son : inclusión de aire para la durabilidad, reducción de agua para mejorar la calidad, aceleración o retardo del fraguado, mayor resistencia, menor permeabilidad y mejor trabajabilidad. Los fabricantes cuentan con tablas y proporcionamientos adecuados de sus productos.

#### I.1.2. Resistencia a la tensión $f_t$ .

La resistencia a la tensión es baja, aproximadamente de un 10% a un 20% de la resistencia a compresión ( $0.1 f'_c$ ,  $0.2 f'_c$ ); resulta difícil medirla debido a problemas de agarre con las máquinas de prueba.

El procedimiento más utilizado para tal fin es la prueba brasileña, en la cual se somete un cilindro a compresión lineal diametral, la carga se aplica sobre triplay o corcho y utilizando la teoría elástica se calcula su resistencia :

$$(f_{tb})_{\max} = \frac{2 P}{\pi d l} \quad (1.1)$$

Donde :

P = Carga máxima  
d = diámetro del espécimen  
l = longitud del espécimen

Debido a la escasa posibilidad de realizar pruebas, se han establecido fórmulas aproximadas para la obtención del valor. El reglamento ACI 318-89 señala que se puede estimar el valor de la resistencia a la tensión como :

$$f_t = 1.8 \sqrt{f'_c} \quad (1.2)$$

Los esfuerzos de tensión se producen también cuando el elemento está sujeto a flexión, a este esfuerzo de tensión debido a la flexión se le conoce como *Módulo de rotura*, y se calcula mediante la expresión :

$$f_r = \frac{M c}{I} \quad (1.3)$$

I = Momento de inercia  
M = Momento flexionante correspondiente a la carga máxima aplicada.  
c = Medio peralte de la sección

El reglamento ACI estima el valor del módulo de rotura, dependiendo el tipo de concreto que se utiliza :

a) Peso normal :  $f_r = 2 \sqrt{f'_c} \quad (1.4a)$

$$\text{b) Con agregado ligero : } f_r = 2 \sqrt{f_t/1.8} \quad (1.4b)$$

$$\text{Si se desconoce el valor de } f_t \quad f_r = 2 k \sqrt{f'c} \quad (1.4c)$$

Donde :  
 $f_t < 1.80 f'c$   
 $k = 0.75$  para concreto todo ligero  
 $k = 0.85$  concreto ligero con arena

### I.1.3. Resistencia a cortante $f_{cte}$ .

Existe dificultad por aislar experimentalmente el esfuerzo cortante de otros esfuerzos. Debido a ello, existen grandes diferencias en los valores de las resistencias obtenidas, que varían desde un 20% de  $f'c$  bajo carga normal, hasta un 90% de  $f'c$  con carga normal en combinación con compresión.

El diseño por esfuerzo cortante solo se limita a proteger al concreto de las fallas por tensión diagonal. Para el diseño por cortante se considera el siguiente criterio :

$$f_{cte} \cong 0.20 f'c \quad (1.5)$$

### I.1.4. Curva esfuerzo-deformación.

La relación esfuerzo-deformación es de gran importancia en las hipótesis del diseño de elementos de concreto. Las gráficas realizadas presentan una relación lineal aproximadamente hasta un 40% de la resistencia última ( $f'c$ ) en todos los casos, posteriormente al llegar a un 70%, las deformaciones van siendo mayores para pequeños incrementos de carga y al llegar a la carga última, la mayoría de los elementos fallan en forma repentina. Figura 1.3.

Debido a que en las diversas pruebas realizadas se observa un comportamiento similar, se pueden asentar las siguientes características :

- a) Cuanto más baja sea la resistencia del concreto, mayor será la deformación de la falla. La deformación unitaria " $\epsilon_u$ " al aplicar la carga máxima es aproximadamente de 0.0015 a 0.002 y al momento de la falla es de 0.003 a 0.007 dependiendo de las condiciones en que se dé dicha falla.
- b) Al inicio de la prueba, las deformaciones guardan cierta proporción con el incremento de esfuerzo, la longitud de la parte relativamente lineal se incrementa con la resistencia a la compresión. Esta parte lineal es aproximadamente un 40% de su resistencia a la compresión  $f'_c$ .
- c) Existe una reducción aparente en la capacidad de deformaciones con el incremento de la resistencia.

#### I.1.5. Módulo de elasticidad $E_c$ .

Al aplicar ciclos de carga y descarga de corta duración en las pruebas al concreto, se observa un comportamiento elástico sin variaciones considerables, es decir, la relación esfuerzo-deformación, es prácticamente lineal. El módulo de elasticidad del concreto es la pendiente que une el origen con la curva esfuerzo-deformación cuando el esfuerzo es aproximadamente un 40% de  $f'_c$ . Figura 1.4.

El valor del módulo de elasticidad depende de varios factores como son humedad, relación agua/cemento, edad y temperatura, por lo que en estructuras especiales, su valor se obtendrá de pruebas realizadas en laboratorio.

En estructuras comunes, el reglamento ACI 318-89 recomienda utilizar la siguiente ecuación :

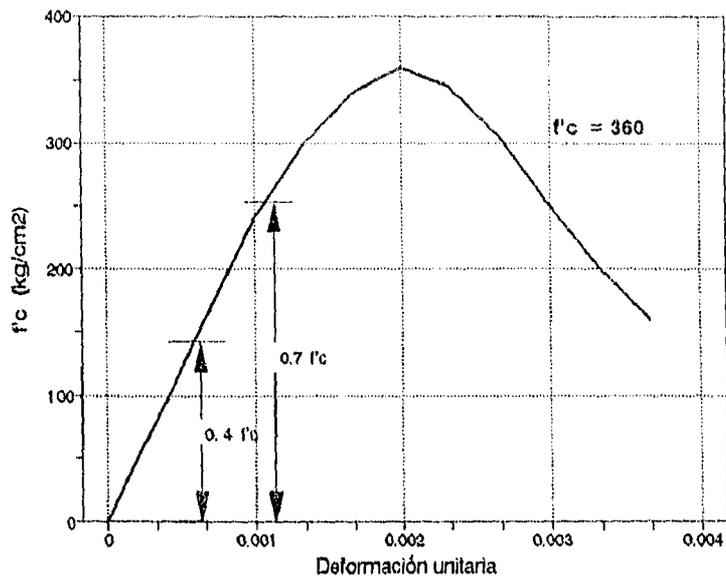


Fig. 1.3. Curva esfuerzo-deformación del concreto.

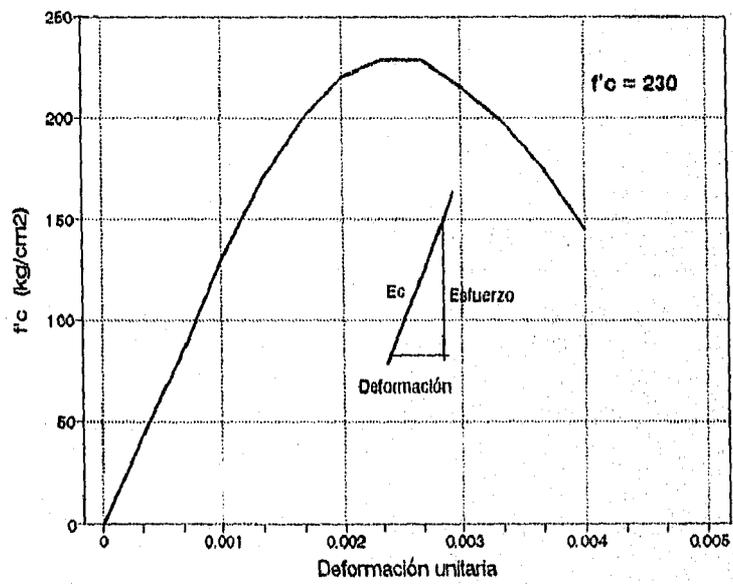


Fig. 1.4. Módulo de elasticidad del concreto.

$$E_c = w_c^{1.5} 0.14 \sqrt{f'_c} \quad (1.6a)$$

$$w_c = \text{peso volumétrico del concreto } \text{kg/m}^3$$

$$1440 > w_c > 2480$$

Cuando se emplea concreto de peso normal :

$$w_c \cong 2\,260 \text{ kg/m}^3$$

$$E_c = 15\,100 \sqrt{f'_c} \quad (1.6b)$$

#### I.1.6. Contracción y flujo plástico.

Las deformaciones (inmediata y paulatina) que se presentan en el concreto al aplicar una carga en cierto periodo de tiempo, se deben en gran parte a dos causas principales : la contracción y el flujo plástico.

##### a) Contracción.

Se pueden señalar dos tipos principales de contracción : contracción plástica y contracción por desecación.

La contracción plástica se presenta en las primeras horas después de colocado el concreto, cuando las superficies expuestas presentan una evaporación por el contacto con el aire seco, y antes de que este sea remplazado por el agua exudada de las capas inferiores del elemento. (Una losa puede tener mayor área expuesta que una columna, teniendo ambos el mismo volumen).

La contracción por desecación se presenta después de un cierto periodo de tiempo, y se define como la disminución del volumen de un elemento, debido a la pérdida de humedad por la evaporación.

La contracción es un proceso no del todo reversible, ya que al saturarlo nuevamente, no se expandirá a su volumen original. Al realizar una gráfica deformación por contracción-tiempo se observa que la relación disminuye con el paso del tiempo, esto sucede por el aumento de la resistencia a esfuerzos del concreto con la edad. En la Figura 1.5 se observa que el 50% de la contracción total se presenta de una manera rápida si se le compara con el 50% restante.

El valor de la contracción en un concreto es variable ya que depende de diversos factores como son: relación agua-cemento, agregados, aditivos, tipo de cemento, medio ambiente, tamaño y forma del elemento, etc.

b) Flujo plástico.

El flujo plástico es el incremento de la deformación en un cierto periodo de tiempo, ocasionado por la aplicación de una carga en forma continua.

Como se puede observar en la Figura 1.6, la gráfica deformación-tiempo del concreto presenta las siguientes características :

- 1) Al momento de aplicar la carga se presenta una deformación inmediata que se denomina elástica, por lo cual se deduce que no depende del tiempo.
- 2) Al dejar la carga constante, se inicia una deformación adicional por flujo plástico, cuya velocidad de deformación va disminuyendo con el tiempo.
- 3) Al dejar de aplicar la carga se presenta una recuperación inmediata, el material recobra parte de su forma.
- 4) La recuperación por flujo plástico es de forma lenta, dicha recuperación nunca es total, siempre queda una deformación permanente; el material poco a poco llega a su estado de deformación total.

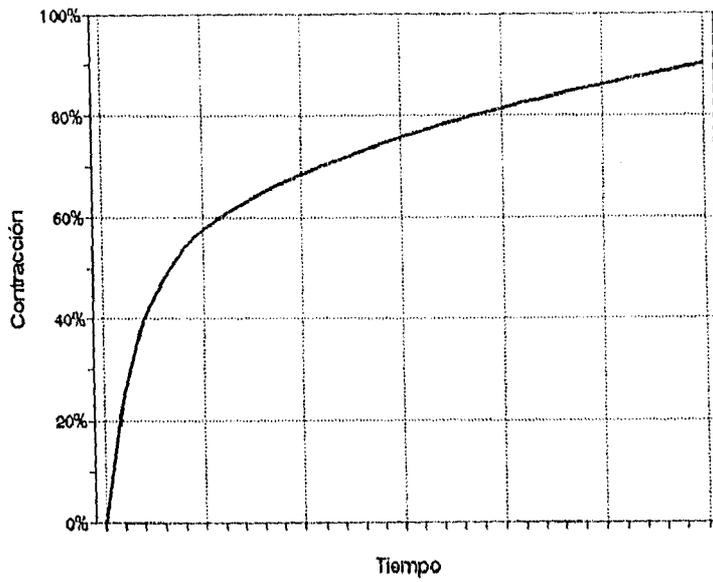


Fig. 1.5. Gráfica contracción-tiempo del concreto.  
(Ref. 2, Fig. 3.6)

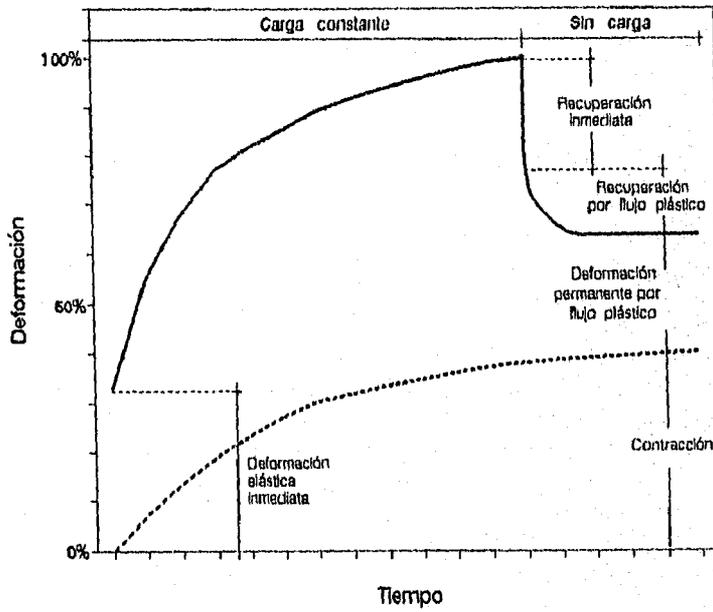


Fig. 1.6. Curva deformación-tiempo del concreto.  
(Ref. 3, Fig. 2.13)

El flujo plástico no puede medirse en forma directa, se obtiene restando la deformación elástica y la deformación por contracción a la deformación total.

$$\begin{array}{rcccc} \text{Deformación} & = & \text{deformación} & + & \text{flujo} & + & \text{contracción} \\ \text{total} & & \text{elástica} & & \text{plástico} & & \\ \epsilon_t & & \epsilon_e & & \epsilon_c & & \epsilon_{sh} \\ & & \text{inmediata} & & & & \end{array}$$

El flujo plástico al igual que la contracción no es completamente reversible; y su valor depende de las condiciones del medio ambiente, el tamaño del espécimen, pero principalmente, de la carga en función del tiempo, de la cantidad de cemento por unidad de volumen y de la relación agua/cemento.

## I.2. CARACTERISTICAS DEL ACERO.

### I.2.1. Módulo de elasticidad $E_s$ .

El módulo de elasticidad del acero al igual que el del concreto, resulta de la gráfica esfuerzo-deformación.

El módulo de elasticidad, también conocido como módulo de Young, se obtiene de la proporcionalidad entre los esfuerzos y las deformaciones, es decir, cuando la gráfica está comprendida en la línea recta.

Se observa en las Figura 1.7 y 1.8, que independientemente de la resistencia de fluencia del acero, la pendiente de dicha recta es prácticamente igual, y se encuentra bien definido el valor del módulo de elasticidad que se considera constante, recomendando el siguiente valor :

ACI 318-89 :  $E_s = 2\ 039\ 000\ \text{kg/cm}^2$

Las varillas empleadas en el concreto, presentan en su superficie corrugaciones con el fin de presentar cierta adherencia con el concreto que la rodea y con ello tener deformaciones semejantes entre los dos materiales.

### I.2.2. Resistencia de fluencia $f_y$ .

La resistencia de fluencia del acero se obtiene de la gráfica esfuerzo-deformación, al determinar el punto en el cual dicha relación deja de ser proporcional, es decir, cuando a pequeños incrementos de carga se presentan grandes deformaciones en el acero. Figura 1.8.

Los fabricantes tienen definidas las resistencias de fluencia de sus productos en diferentes grados, las principales se enlistan a continuación :

| Grado | $f_y$ (lb/in <sup>2</sup> ) | $f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> ) |
|-------|-----------------------------|-----------------------------|
| 40    | 40 000                      | 2 812                       |
| 60    | 60 000                      | 4 218                       |
| 80    | 80 000                      | 5 620                       |

Tabla 1.1.- Grados y resistencias de fluencia del refuerzo

En la Tabla A-1 del Apéndice se enlistan los diferentes calibres (diámetros) con los que se fabrican las varillas de refuerzo, sus pesos por metro lineal y su área nominal de acuerdo a la Norma ASTM.

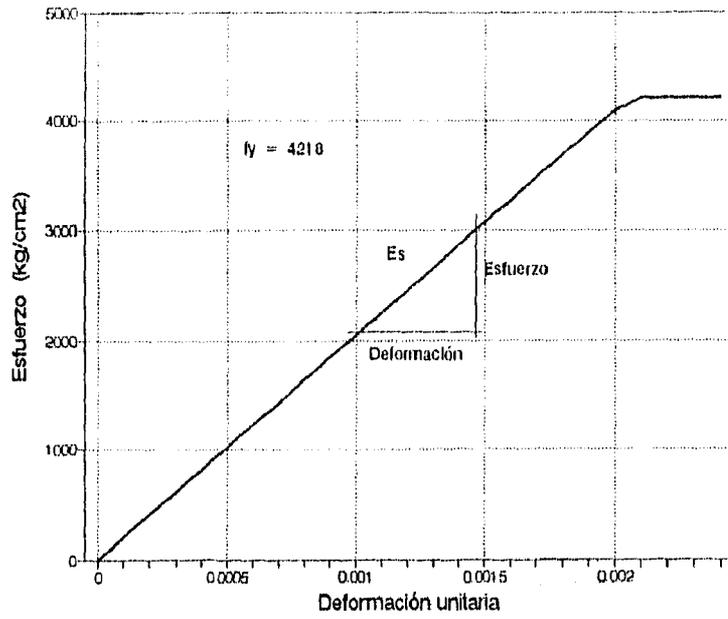


Fig. 1.7. Módulo de elasticidad del acero.

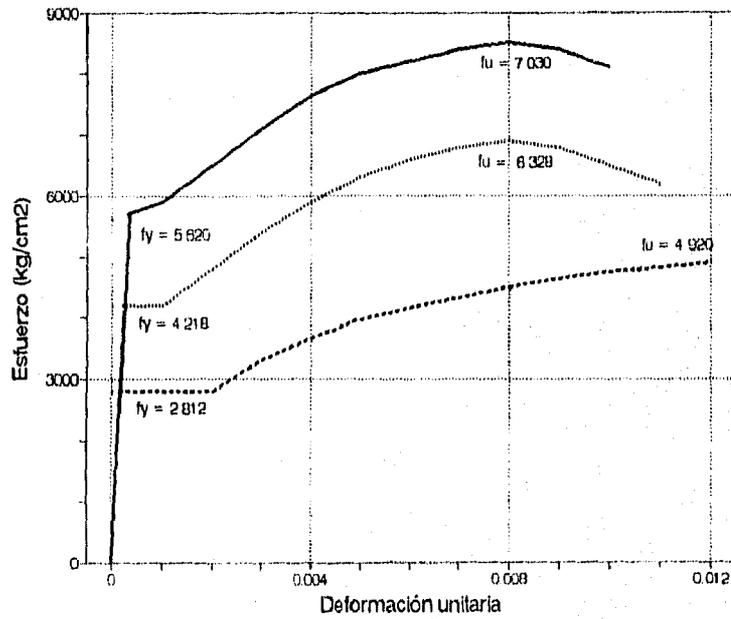


Fig. 1.8. Esfuerzo de fluencia del acero.

### I.2.3. Resistencia Última $f_u$ .

La resistencia última del acero también se obtiene de la gráfica esfuerzo-deformación, es el esfuerzo correspondiente a la carga máxima aplicada. De los diferentes grados de acero también se cuenta con los valores de su resistencia última. Figura 1.8. :

| Grado | $f_u$ (lb/in <sup>2</sup> ) | $f_u$ (kg/cm <sup>2</sup> ) |
|-------|-----------------------------|-----------------------------|
| 40    | 70 000                      | 4 920                       |
| 60    | 90 000                      | 6 328                       |
| 80    | 100 000                     | 7 030                       |

Tabla 1.2.- Grados y resistencia última del refuerzo.

## **CAPITULO II.- DISEÑO DE VIGAS.**

### **II.1. Diseño por flexión.**

- II.1.1. Hipótesis generales.**
- II.1.2. Distribución de esfuerzos.**
- II.1.3. Sección balanceada.**
- II.1.4. Secciones rectangulares.**
- II.1.5. Secciones con patines.**

### **II.2. Diseño por cortante.**

- II.2.1. Comportamiento en vigas.**
- II.2.2. Modos de falla.**
- II.2.3. Análisis por tensión diagonal.**
- II.2.4. Procedimiento de diseño.**

### **II.3. Diseño por torsión.**

- II.3.1. Comportamiento en vigas.**
- II.3.2. Análisis por cortante y torsión.**
- II.3.3. Procedimiento de diseño.**

### **II.4. Vigas de gran peralte**

- II.4.1. Comportamiento y tipo de falla.**
- II.4.2. Criterios de diseño.**
- II.4.3. Procedimiento de diseño por flexión.**
- II.4.4. Procedimiento de diseño por cortante.**

### **II.5. Programación y ejemplos.**

## CAPITULO II.- DISEÑO DE VIGAS.

### II.1. DISEÑO POR FLEXION.

#### II.1.1. Hipótesis generales.

Los esfuerzos de flexión a los cuales están sujetas las trabes, resulta de los momentos flexionantes externos. Por lo general, los elementos presentan un modo similar de falla por flexión, el cual es el siguiente :

Al inicio de la carga, el elemento tiene un comportamiento elástico, posteriormente, cuando el esfuerzo de tensión excede la resistencia del concreto en la zona aparecen grietas, es entonces cuando el material deja de considerarse elástico. Al exceder la resistencia del concreto, el acero toma todo el esfuerzo de tensión, el cual va en aumento hasta que alcanza su valor de fluencia; la deflexión se incrementa de forma considerable así como las grietas en longitud y abertura, lo cual produce que la zona de compresión disminuya y el concreto en esa zona acabe por aplastarse.

Debido a que el comportamiento del elemento varía dependiendo del momento de la prueba, es necesario considerar ciertas hipótesis en el diseño con el fin de tratar de predecir su comportamiento y su mecanismo acción-respuesta.

Las hipótesis que se plantean son las siguientes :

- a) Se supone una distribución lineal de esfuerzos.
- b) La deformación del acero y el concreto que lo rodea es siempre la misma.
- c) El concreto es débil en tensión por lo que se desprecian sus esfuerzos.

- d) La máxima deformación unitaria del concreto " $\epsilon_{cu}$ ", en la fibra extrema a compresión (que en el caso de las vigas es la parte superior) se supone igual a 0.003.
- e) Se considera una distribución de los esfuerzos de compresión de forma rectangular, trapezoidal, parabólica o cualquier otra forma que resulte de la predicción de la resistencia que coincida con numerosos resultados de pruebas. El reglamento ACI-318-89 considera una sección rectangular.

#### II.1.2. Distribución de esfuerzos.

Tomando en cuenta las hipótesis y consideraciones anteriores, en la Figura 2.1. se muestra la distribución de los esfuerzos propuesta. En realidad la distribución es de forma parabólica, aunque para fines prácticos se considera trapezoidal o rectangular como es el caso del ejemplo.

Los valores de los coeficientes de reducción " $\beta_1$  y  $\beta_2$ " varían dependiendo del reglamento a utilizar y son el resultado de un gran número de pruebas. El reglamento ACI-318-89, propone los siguientes:

$$f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

|  |                    |
|--|--------------------|
| $\beta_1 = 0.85$   | $f'_c \leq 280$    |
| $\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{f'_c - 280}{70} \right)$ | $280 < f'_c < 560$ |
| $\beta_1 = 0.65$   | $f'_c \geq 560$    |
| $\beta_2 = 0.85$   |                    |

En el caso de una viga simplemente armada, la fuerza de tensión "T" es sólo proporcionada por el acero; y la fuerza de compresión "C" sólo se considera como el volumen de un bloque rectangular, con una profundidad "a", una resistencia promedio " $\beta_1 \beta_2 f'_c$ " y una base "b".

Por lo tanto, apartir del equilibrio de fuerzas horizontales, se obtiene la siguiente igualdad :

$$A_s f_y = a b \beta_2 f'_c \quad \rightarrow \quad a = \frac{A_s f_y}{b \beta_2 f'_c} \quad (2.1)$$

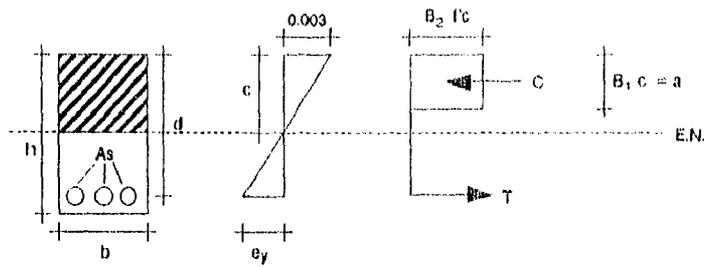
$$M_n = T (d - a/2) \quad \rightarrow \quad M_n = A_s f_y (d - a/2) \quad (2.2)$$

### II.1.3. Sección balanceada.

Se pueden identificar tres tipos de sección dependiendo del modo de falla que se presente :

- 1.- Sección balanceada.- El acero llega a su deformación de fluencia ( $\epsilon_s = \epsilon_y = f_y/E_y$ ), por lo que empieza a fluir y al mismo tiempo el concreto alcanza su deformación última ( $\epsilon_{cu}=0.003$ ) y comienza a aplastarse.
- 2.- Sección sobrerreforzada.- La falla ocurre por el aplastamiento del concreto (falla frágil), la deformación del acero es menor que la deformación de fluencia ( $\epsilon_s < \epsilon_y$ ). Esto ocurre debido a que se utiliza mayor cantidad de acero que la requerida para la condición balanceada.
- 3.- Sección subreforzada.- La falla ocurre por fluencia inicial del acero, la deformación existente es mayor que la de fluencia ( $\epsilon_s > \epsilon_y$ ), lo anterior se presenta cuando el área de refuerzo de tensión es menor que el área requerida para la condición balanceada. La falla que se presenta en este caso es de tipo dúctil.

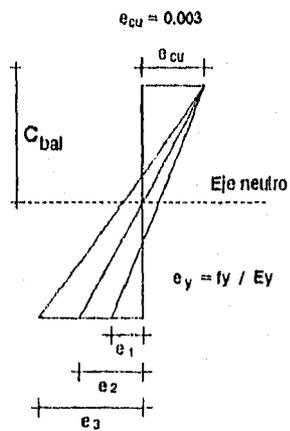
La figura 2.2. muestra las deformaciones del acero y el concreto para diversos modos de falla; en ella se puede deducir como el eje neutro se desplaza hacia la zona de compresión conforme alcanza el estado limite de falla y las grietas se extienden paulatinamente.



$$a = \frac{A_s f_y}{B_2 f'c b} \quad C = B_2 f'c a b \quad M = C (d \cdot a/2)$$

$$T = A_s f_y$$

Fig. 2.1. Distribución de esfuerzos y deformaciones secciones simplemente reforzadas.



Sección balanceada

$$\epsilon_2 = \epsilon_y$$

Sección sobrerreforzada

$$\epsilon_1 < \epsilon_y \text{ (falla frágil)}$$

Sección subreforzada

$$\epsilon_3 > \epsilon_y \text{ (falla dúctil)}$$

Fig. 2.2. Deformaciones del acero para diversos modos de falla por flexión

El concreto es un material frágil, la falla que presenta es repentina. Debido a ello, en la mayoría de las normas de diseño se recomiendan elementos *subreforzados*, ya que estos presentan una deformación evidente antes de la falla (falla dúctil).

Debido a que el tipo de falla que presenta una viga depende, tanto del área de refuerzo utilizada "As" como de sus dimensiones; el valor de la relación del refuerzo "ρ" se utiliza como un parámetro para determinarla. Para una sección rectangular y simplemente reforzada "ρ" es :

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad A_s = \rho b d \quad (2.3)$$

Se deduce entonces, que debe existir una relación  $\rho_b$  que corresponde a la sección balanceada. Considerando el valor del módulo de elasticidad del acero ( $E_s$ ) como 2,030,000 kg/cm<sup>2</sup>, se determinan los valores para dicha sección :

$$C_b = \frac{E_s \cdot 0.003 d}{E_s \cdot 0.003 + f_y} = \frac{6090 d}{6090 + f_y} \quad (2.4a)$$

$$A_s f_y = a b \beta_2 f'c \quad \rightarrow \quad A_s = \frac{(\beta_1 C) b \beta_2 f'c}{f_y} \quad (2.4b)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad \rightarrow \quad \rho_b = \frac{6090}{(6090 + f_y)} \frac{\beta_1 \beta_2 f'c}{f_y} \quad (2.4c)$$

Puesto que se desea una falla dúctil, se recomienda una relación de refuerzo "ρ" menor al 75% de la relación balanceada (por lo general se utiliza un 50%  $\rho_{bal}$ ) y con ello asegurar que la sección es subreforzada. La norma también establece un límite mínimo de dicha relación, con el fin de no reducir demasiado la cantidad de acero :

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_{bal} \quad > \rho > \quad \rho_{min} = \frac{14}{f_y} \quad (2.5)$$

#### II.1.4. Diseño de secciones rectangulares.

##### A) Simplemente armadas.

A-1) Dada la longitud del claro, las condiciones de carga, el tipo de apoyo, y el momento total factorizado " $M_u$ ": Proponer las dimensiones de la sección y los valores de las resistencias a compresión y de fluencia de los materiales. ( $b$ ,  $d$ ,  $f'_c$ ,  $f_y$ ).

A-2) Obtener los valores de los coeficiente " $\beta_1$  y  $\beta_2$ ", de la relación de refuerzo balanceada y la relación de refuerzo mínimo. ( $\rho_{bal}$ ,  $\rho_{min}$ ) (Ecs. 2.4 y 2.5)

A-3) A partir de la relación balanceada, se supone un valor de la relación de refuerzo a emplear (por lo general para el primer diseño se utiliza un 50%, " $\rho = 50 \% \rho_{bal}$ ").

En la Tabla 2.1 se enlistan algunos valores de " $\rho$ " para las resistencias  $f'_c$  y  $f_y$  mas comunes.

A-4) Calcular el valor del área de acero " $A_s$ ", la profundidad del bloque de compresión " $a$ ", y el valor del momento nominal " $M_n$ ". (Ecs. 2.3, 2.1 y 2.2)

A-5) Si el momento nominal obtenido  $M_n$  multiplicado por el factor de reducción  $\phi$  es mayor al momento ultimo  $M_u$ , se da por terminado el cálculo. De no ser así, y la diferencia entre los valores no es considerable, se pueden realizar las siguientes acciones:

- aumentar la relación de refuerzo " $\rho$ ", cuidando no rebasar su valor máximo ( $\rho_{max}$ ), y evitando un congestionamiento del acero; ó
- aumentar las dimensiones del elemento.

De no ser posible tomar las medidas anteriores la sección se deberá analizar como doblemente armada.

B) Doblemente armadas.

Cuando por razones arquitectónicas el peralte de la viga este limitado, y la sección no es adecuada para soportar las acciones a las cuales está expuesta, se requiere de un elemento con refuerzo en la zona de compresión. Se procede a analizar la sección en dos partes, como lo muestra la figura 2.3.

Parte 1.- El área de refuerzo de tensión "As<sub>1</sub>" es :

$$As_1 = (As - As') \quad As = As_1 + As_2 \quad (2.6)$$

es decir, se suprime el área superior, ya que por equilibrio se busca contrarrestar la fuerza a compresión generada por el área de acero superior (As'); dicha área de acero puede o no alcanzar su esfuerzo de fluencia ( $f_s \leq f_y$ ).

$$T_1 = As f_y - As' f_s' \quad a = \frac{As f_y - As' f_s'}{\beta_2 f'c b} \quad (2.7a)$$

Cuando As' fluye, la fórmula anterior se puede reducir :

$$T_1 = As_1 f_y \quad a = \frac{As_1 f_y}{\beta_2 f'c b} \quad (2.7b)$$

$$\rho = \frac{As}{b d} \quad M_n = T_1 (d - a/2) \quad (2.8)$$

Parte 2.- Revisar si el acero de compresión "As'", tiene una deformación ( $\epsilon_s'$ ) suficiente para que éste fluya ( $f_s = f_y$ ).

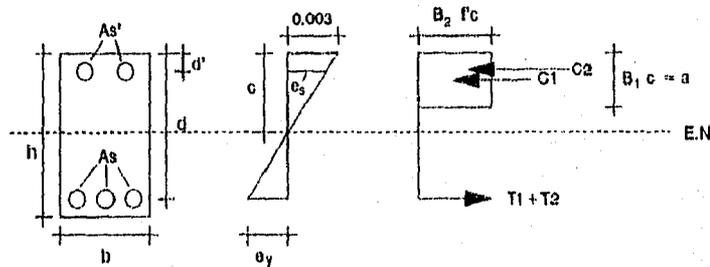
$$As_2 = As' = \frac{M_n}{f_y (d - d')} \quad \rho' = \frac{As'}{b d} \quad (2.9)$$

El acero de compresión As' fluye si

$$\text{Def. :} \quad \rho \rho' = \frac{\beta_1 \beta_2 f'c d'}{f_y d} \frac{6090}{6090 - f_y} \\ (\rho \rho') \geq \rho \rho' \quad (2.10)$$

|              |            | $f'c = 210$ | $f'c = 280$ | $f'c = 350$ |
|--------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $f_y = 2800$ | p bal      | 0.037       | 0.050       | 0.058       |
|              | 0.75 p bal | 0.028       | 0.037       | 0.044       |
|              | 0.50 p bal | 0.019       | 0.025       | 0.029       |
|              | p min      | 0.005       |             |             |
| $f_y = 4200$ | p bal      | 0.021       | 0.029       | 0.034       |
|              | 0.75 p bal | 0.016       | 0.021       | 0.025       |
|              | 0.50 p bal | 0.011       | 0.014       | 0.017       |
|              | p min      | 0.003       |             |             |

Tabla 2.1.- Relación de refuerzo balanceada  
Secciones rectangulares, simplemente reforzadas



$$\begin{aligned}
 T_1 &= A_{s1} f_y = C_1 & A_{s1} &= A_s - A_{s'} & M_{n1} &= A_{s1} f_y (d - a/2) \\
 T_2 &= A_{s2} f_s = C_2 & A_{s2} &= A_{s'} & M_{n2} &= A_{s2} f_s (d - d') \\
 M_n &= M_{n1} + M_{n2}
 \end{aligned}$$

Fig. 2.3. Distribución de esfuerzos y deformaciones,  
secciones doblemente reforzadas.

La deformación "fs" en el acero se obtiene por triángulos semejantes (ver figura 2.3).

$$\epsilon_s' = \frac{0.003 (c - d')}{c} \quad f_s = \epsilon_s' E_s \quad (2.11)$$

$$T_z = A_s' f_s' \quad M_{nz} = T_z (d - d') \quad (2.12)$$

Para una primera aproximación fs' se calcula como :

$$f_s' = 6040 \left[ 1 - \frac{\beta_1 \beta_2 f' c d'}{(\rho - \rho') f_y d} \right] \leq f_y \quad (2.13)$$

La relación del refuerzo para una sección balanceada, así como el porcentaje máximo serán :

$$\rho_{bal} = \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f_s'}{f_y} \quad (2.14a)$$

$$\rho_{max} \leq 0.75 \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f_s'}{f_y} \quad (2.14b)$$

$\bar{\rho}_b$  se obtiene de (Ec. 2.4).

Procedimiento :

B-1) Determinar los valores de los coeficientes " $\beta_1$  y  $\beta_2$ ", de la relación de refuerzo " $\rho$ ", del área de acero " $A_s$ " y del momento nominal " $M_n$ ".

Si " $\phi M_n < M_u$ " la sección se analiza como doblemente reforzada. El momento nominal obtenido es " $M_{n1}$ ", y se calcula el valor del momento nominal faltante " $M_{n2}$ ", que debe soportar el refuerzo adicional :

$$M_u = (M_{n1} + M_{n2}) \phi \quad M_{n2} = M_u / \phi - M_{n1}$$

B-2) El área de acero obtenida es ahora " $A_{s1}$ ", se calcula el refuerzo superior " $A_{s2}$ " (cuyo valor es igual al área " $A_{s2}$ ") y se suman con el fin de contrarrestar la fuerza de compresión y obtener el área total inferior " $A_s$ ". (Ecs. 2.9 y 2.6)

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

- B-3) Determinar si el acero de compresión "As'" fluye, comparando el valor de " $\rho - \rho' = A_{s1}/(b d)$ " con el de " $\rho\rho'$ ". (Ec. 2.10) Si "As'" fluye entonces " $f_s = f_y$ ". Ir al paso B-7).
- B-4) Si el acero a compresión no fluye ( $f_s < f_y$ ), calcular como una primera aproximación el valor de  $f_s'$  (Ec. 2.13).
- B-5) Calcular la altura del bloque rectangular equivalente "a" y la distancia de la fibra extrema a compresión al eje neutro " $c = a/\beta_1$ ". Obtener la deformación y el esfuerzo ( $\epsilon_s'$ ,  $f_s'$ ) del acero superior As'. (Ecs. 2.7 y 2.11).
- B-6) El segundo valor del esfuerzo  $f_s'$  podrá variar al primero, pero en general se requieren pocas iteraciones para obtener un valor prácticamente constante.
- B-7) Calcular el valor de las relaciones de refuerzo " $\rho$ " (para el área de acero inferior total "As") y " $\rho'$ " (para el área de acero superior "As'"). (Ecs. 2.8 y 2.9) Comparar su valor con la relación de refuerzo balanceada y máxima ( $\rho_{bal}$ ,  $\rho_{max}$ ), y obtener el momento nominal "Mn". (Ecs. 2.14a y 2.14b)

$$M_n = (A_s f_y - A_s' f_s) \left[ d - \frac{a}{2} \right] + A_s' f_s (d-r) \quad (2.15)$$

#### II.1.5. Secciones no rectangulares.

Estas secciones son vigas coladas *monolíticamente* a la losa, por lo que se considera que actúan en conjunto con una parte de ella; originando secciones "T" ó "L", cuyos "patines" participan en la resistencia del elemento y se deberán tomar en cuenta en el diseño. Figuras 2.4 y 2.5.

El ancho del patin depende de la longitud del claro y de las condiciones estructurales en que se encuentre la viga (aislada, intermedia o en extremo) (Ver secc. 8.10.2 ACI 318-89).

En el apoyo, el patin se encuentra en tension, por lo que la seccion se analiza como doblemente reforzada pero en forma invertida: el acero de tension ( $A_s$ ) en la parte superior y el de compresion ( $A_s'$ ) en la parte inferior; sin tomar en cuenta el patin en el diseo.

En el centro del claro, el patin esta en compresion y ayuda a aumentar la resistencia del elemento. En este caso, la profundidad "a" del bloque rectangular equivalente se calcula de manera diferente, ya que se toma en cuenta el ancho del patin "t". figuras 2.4 y 2.5. Por equilibrio de fuerzas :

$$t a (\beta_2 f'c) = A_s f_y \quad \rightarrow \quad a = \frac{A_s f_y}{\beta_2 t f'c} \quad (2.16)$$

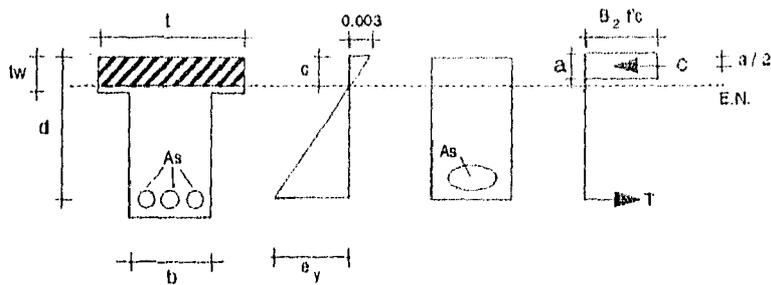
Dependiendo del valor de la profundidad del bloque de compresion "a" y del espesor del patin "tw", se pueden presentar las siguientes posibilidades :

- a) Si " $a \leq tw$ ", se analiza como una seccion rectangular con un ancho de viga igual al ancho del patin "t". Figura 2.4.
- b) Si " $a > tw$ ", se le considera como seccion "T" o "L" y se le puede analizar de manera semejante a una viga doblemente reforzada; en el que la fuerza de compresion generada por el area de los patines es igual a la de un refuerzo de compresion imaginario " $A_{sf}$ ". Figura 2.5

$$A_{sf} = \frac{\beta_2 f'c (t-b) tw}{f_y} \quad (2.17)$$

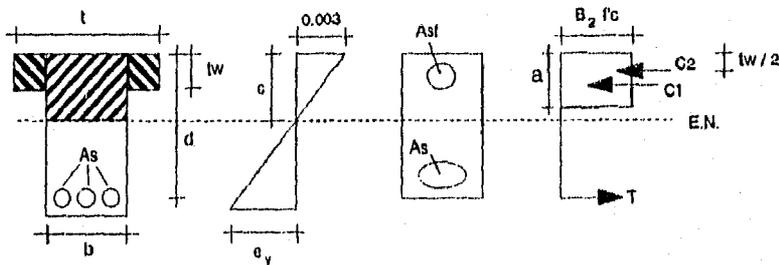
El calculo de las relaciones de refuerzo balanceadas difieren a los de una seccion rectangular, siendo estos :

$$\rho = \frac{A_s}{t d} \quad \rho' = \frac{A_s'}{b d} \quad \rho_v = \frac{A_s}{b d} \quad (2.18a)$$



$$a < tw \quad As = \frac{Mn}{fy jd} \quad a = \frac{As fy}{B_2 f'c t} \quad Mn = As fy (d - a/2)$$

Fig. 2.4. Distribución de esfuerzos y deformaciones en secciones con patines con : "a < tw"  
(Se analiza como sección rectangular)



$$Asf = \frac{B_2 f'c (t-b) tw}{fy} \quad T = As fy \quad Mn1 = (As - Asf) fy (d - a/2)$$

$$C1 = B_2 f'c a b \quad Mn2 = Asf fy (d - tw/2)$$

$$C2 = Asf fy \quad Mn = Mn1 + Mn2$$

Fig. 2.5. Distribución de esfuerzos y deformaciones, secciones con patines.

$$\overline{\rho_{bal}} = \frac{\beta_1 \beta_2 f'c}{f_y} \frac{6090}{6090 + f_y} \quad (2.18b)$$

$$\rho_{bal} = (\overline{\rho_{bal}} + \rho_f) \frac{b}{t} \quad 0.75 \rho_{bal} > \rho \quad (2.18c)$$

Cuando la sección se analiza con patines, se puede obtener un valor más exacto de la profundidad del bloque "a".

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{\beta_2 f'c b} \quad (2.19)$$

El momento resistente nominal será la suma del momento de la parte rectangular de la viga, más el momento del área de los patines

$$M_n = (A_s - A_{sf}) f_y \left[ d - \frac{a}{2} \right] + A_{sf} f_y \left[ d - \frac{tw}{2} \right] \quad (2.20)$$

Procedimiento :

C-1) Obtenido el ancho del patin "t", considerar un brazo de palanca "jd = d - a/2". Proporcionar el valor del porcentaje del peralte "j". (Dicho valor varía de un 85% a un 95%).

$$85\% d \leq jd \leq 95\% d \rightarrow A_s = \frac{M_n}{f_y jd} \quad (2.21)$$

C-2) Calcular el área de acero requerida "As" para soportar el momento nominal "Mn", la profundidad del bloque rectangular equivalente "a" y las relaciones de refuerzo " $\rho$ ,  $\rho_f$ ,  $\rho_v$ ". (Ecs. 2.21, 2.16 y 2.18a)

C-3) Comparar los valores obtenidos con las relaciones de refuerzo límites " $\rho_{min}$ ,  $\rho_{bal}$ ,  $\rho_{max}$ ". (Ec. 2.18c)

$$\text{Si : } \rho_v < \left[ \rho_{min} = \frac{14}{f_y} \right] \rightarrow \text{aumentar sección}$$

$$\text{Si : } \rho > 0.75 \rho_{bal} \rightarrow \text{aumentar sección}$$

- C-4) Obtenida la profundidad del bloque "a", comparar su valor con la del espesor del patin "tw", y así determinar si se analiza como sección rectangular o como sección con patin.
- C-5) Calcular el área de refuerzo a compresion equivalente " $A_{cr}$ ", un valor más exacto de la profundidad del bloque "a", y del momento resistente nominal " $M_n$ ". (Ecs. 2.17, 2.19 y 2.20)

## II.2. DISEÑO POR CORTANTE.

### II.2.1. Comportamiento en vigas.

La falla por cortante en vigas de concreto reforzado presenta características muy diferentes a la falla por flexión, en este caso, la falla es repentina (por lo que hay que evitar en lo posible este tipo de falla) y las grietas que se desarrollan son más amplias.

Para una mayor comprensión, consideremos el comportamiento de una viga de material elástico, homogéneo e isótropo. En la figura 2.6. se muestra el estado de esfuerzos internos que actúan en toda la sección y en los elementos " $A_1$ " y " $A_2$ " de una viga rectangular; el esfuerzo por cortante " $v$ " es de igual magnitud para ambos elementos, ya que los dos se ubican a una misma distancia " $y$ " del eje neutro.

En el elemento  $A_1$  actúa un esfuerzo normal en tensión " $f_t$ ", en  $A_2$  se ejerce un esfuerzo a compresión " $f_c$ ". Es conveniente recordar que el concreto simple tiene una resistencia a la tensión baja, aproximadamente de un décimo de su resistencia a compresión. Debido a ello las primeras grietas aparecen en la parte inferior a tensión.

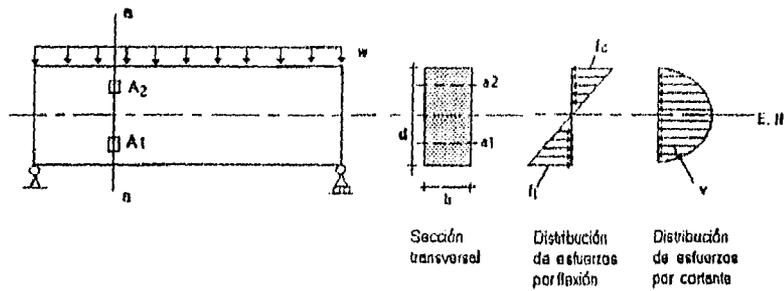
Conforme nos acercamos al apoyo, el esfuerzo de tensión " $f_t$ " disminuye y el esfuerzo cortante aumenta. El esfuerzo de tensión máxima " $f_t$  (max)" actúa aproximadamente a un plano de  $45^\circ$  en las secciones cercanas al apoyo, las grietas diagonales aparecen en un plano perpendicular a este esfuerzo; por lo tanto se deberá prevenir refuerzo para esta tensión diagonal. Figura 2.7.

El diseño por cortante está basado principalmente en un gran número de pruebas, el correcto comportamiento de las secciones se encuentra aún en estudio.

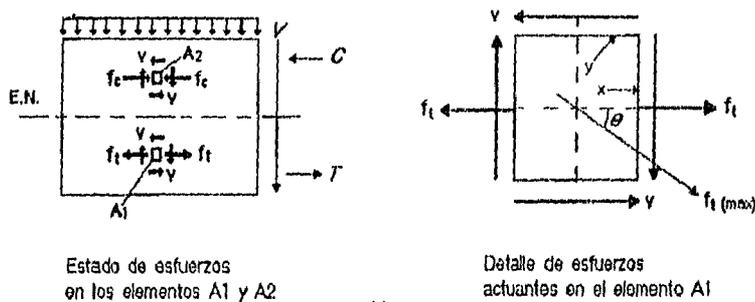
#### II.2.2. Modos de falla.

Dependiendo el tipo de carga y la esbeltez de la viga, se puede determinar el modo de falla en vigas sin refuerzo por tensión diagonal. Existen tres modos fundamentales :

- a) Falla por flexión. Este modo de falla se presenta en vigas esbeltas. En su tercio medio aparecen grietas que se ensanchan, extienden y aumentan en número, haciendo notoria una deformación. El esfuerzo por cortante es pequeño comparado con el de flexión, con un esfuerzo de tensión " $f_t$  (max)" casi horizontal.
- b) Falla por tensión diagonal. La viga se considera con esbeltez intermedia, y su resistencia a la tensión diagonal es menor a su resistencia por flexión. En el centro del claro aparecen grietas verticales por flexión que no llegan a extenderse hasta el eje neutro, posteriormente, el acero de refuerzo pierde su adherencia con el concreto y se desarrollan grietas diagonales a una distancia de  $1.5d$  a  $2d$  del extremo, estas se prolongan hasta la zona de compresión. Este tipo de falla presenta deformaciones pequeñas por lo que no hay advertencia antes del colapso.



a)



b)

Fig. 2.6.- a) Distribución de esfuerzos. Viga rectangular  
 b) Estado de esfuerzos de los elementos A1 y A2

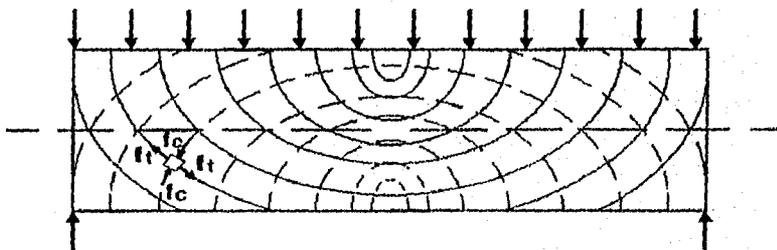


Fig. 2.7.- Trayectorias de esfuerzos de tensión y compresión en viga homogénea e isotrópica.

c) Falla en compresión por cortante. Estas fallas se presentan en vigas muy rígidas como lo son las de gran peralte. La aparición de grietas es similar a la de tensión diagonal, pero en este caso la inclinación es más pronunciada y repentina, en la parte superior a compresión ocurre un aplastamiento del concreto y una redistribución de esfuerzos; el colapso del elemento se produce cuando la grieta diagonal se une con el concreto aplastado. Este tipo de falla es frágil aun presentando una ligera advertencia antes del colapso.

La figura 2.8. y la tabla 2.2. nos muestran el tipo de falla que presenta la viga al variar la relación "claro de cortante-paralte" como una medida para determinar su esbeltez.

### II.2.3. Analisis por tensión diagonal.

Por medio de un gran número de pruebas, se han desarrollado métodos empíricos para calcular el esfuerzo principal de tensión " $f_t$  (max)" y la resistencia nominal a cortante del concreto " $V_c$ ". El reglamento ACI propone los siguientes valores :

a) Elementos sujetos únicamente a cortante y flexión :

$$V_c = \left[ 0.5 \sqrt{f'c} + 176 \rho \frac{V_u d}{M_u} \right] b d \quad (2.22a)$$

donde :

$$V_c < 0.93 \sqrt{f'c} b d \quad \text{y} \quad \frac{V_u d}{M_u} < 1$$

Los valores de " $M_u$ " y " $V_u$ " son los del momento y cortante en la sección elegida y " $\rho$ " es la relación de refuerzo " $A_s/(b d)$ " ( $A_s$  es el refuerzo longitudinal por flexión).

Un método más sencillo y conservador del cálculo del valor de la resistencia  $V_c$  es :

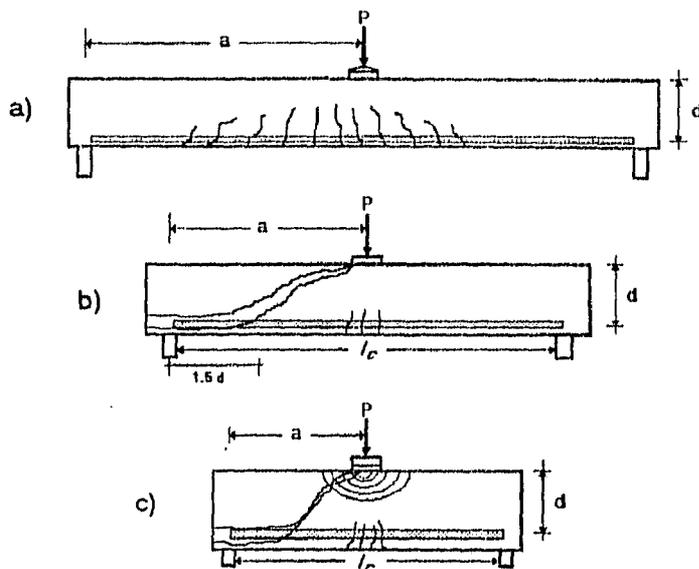


Fig. 2.8.- Efecto de la esbeltez en el modo de falla.

- a) Viga esbelta, falla por flexión.
- b) Viga intermedia, falla por tensión diagonal
- c) Viga aperaltada, falla de compresión por cortante.

| Tipo de viga    | Modo de falla           | Carga Concentrada<br>$a / d$ | Carga Distribuida<br>$l_c / d$ |
|-----------------|-------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| Esbelta         | Flexión                 | $> 5.5$                      | $> 16$                         |
| Intermedia      | Tensión diagonal        | $2.5 - 5.5$                  | $11 - 16 *$                    |
| De gran peralte | Compresión por cortante | $1 - 2.5$                    | $1 - 5 *$                      |

\* En este caso se presenta una transición del efecto de viga de gran peralte a viga intermedia

$a$  = Claro de cortante para cargas concentradas

$l_c$  = Claro de cortante para cargas distribuidas

$d$  = peralte efectivo de la viga

TABLA 2.2.- Relación de "claro de cortante - peralte" para determinar el tipo de viga y modo de falla. (Ref.3, Tabla 6.1)

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} b d \quad (2.22b)$$

b) Cuando también se presente compresión axial :

$$V_c = 0.53 \left[ 1 + 0.0071 \frac{N_u}{A_g} \right] \sqrt{f'c} b d \quad (2.22c)$$

$N_u$  = Carga axial factorizada normal (kg)  
 $A_g$  = Area total de la sección (cm<sup>2</sup>)

c) Cuando exista tensión axial significativa :

$$V_c = 0.53 \left[ 1 + 0.028 \frac{N_u}{A_g} \right] \sqrt{f'c} b d \quad (2.22d)$$

$N_u$  es negativa en tensión.  
 Si  $V_c$  da un valor negativo, entonces  $V_c = 0$

En todos los casos, cuando el tipo de concreto utilizado no es normal, se multiplicará el valor de " $V_c$ " por un factor de corrección relacionado con el peso unitario del concreto " $\lambda$ ".

El reglamento ACI proporciona (Secc. 11.7.4) los siguientes valores para este factor de corrección; estos se han obtenido a partir de un gran número de pruebas :

$\lambda$  = 1.00 para concreto normal  
 $\lambda$  = 0.85 para concreto ligero con arena  
 $\lambda$  = 0.75 para concreto todo ligero.

$$V_{cl} = \lambda V_c$$

Después de calcular la fuerza cortante factorizada " $V_u$ ", se le deberá dividir entre un factor de reducción de resistencia " $\phi$ " para determinar la fuerza cortante nominal " $V_n$ ". En el diseño por cortante, este factor de reducción es de : " $\phi = 0.85$ ".

Cuando la resistencia nominal por cortante del concreto " $V_c$ " es menor a la fuerza cortante nominal " $V_n$ " se deberá proporcionar refuerzo adicional para soportar el faltante de fuerza cortante " $V_s$ ". Por lo tanto :

$$\frac{V_u}{\phi} = V_n = V_c + V_s \qquad V_s = V_n - V_c \qquad (2.23a)$$

En la figura 2.9. se ilustran los dos tipos de agrietamiento inclinado en vigas : por cortante en el alma y por cortante por flexión. Debido a estas grietas diagonales; en forma ideal, el refuerzo por cortante se debería colocar en posición inclinada, paralela a las trayectorias del esfuerzo de tensión, y perpendicular a las grietas. En la práctica resulta más común colocar el refuerzo verticalmente.

Para el diseño por cortante, el elemento puede analizarse de una manera similar a una armadura triangular, (Figura 2.10) : la fuerza "C<sub>s</sub>" en la parte superior es la compresión del concreto, la fuerza "T<sub>s</sub>" en la parte inferior es la tensión del refuerzo longitudinal y "T<sub>s</sub>" es la fuerza en la varilla inclinada.

A partir de esta analogía, obtenemos la resistencia nominal a cortante "V<sub>s</sub>" y la separación de los estribos "s". Cuando los estribos están inclinados :

$$V_s = \frac{A_v f_y (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) d}{s} \qquad (2.23b)$$

Si los estribos están a 90° :

$$\begin{aligned} V_s &= \frac{A_v f_y d}{s} & V_s &= V_n - V_c \\ s &= \frac{A_v f_y d}{V_s} & s &= \frac{A_v f_y d}{V_n - V_c} \end{aligned} \qquad (2.24a)$$

La separación "s" y el acero de refuerzo por cortante, presentan los siguientes valores límites :

$$V_s \leq 1.1 \sqrt{f'c} b d \quad \Rightarrow \quad s_{\text{max}} = d/2 \leq 60 \text{ cm} \qquad (2.24b)$$

$$V_s > 1.1 \sqrt{f'c} b d \quad \Rightarrow \quad s_{\text{max}} = d/4 \leq 30 \text{ cm} \qquad (2.24c)$$

$$V_s \geq 2.1 \sqrt{f'c} b d \quad \Rightarrow \quad \text{Aumentar la sección} \qquad (2.24d)$$

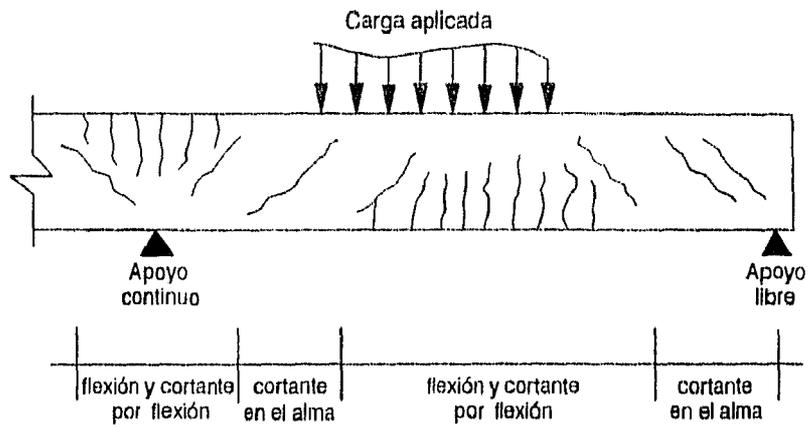


Fig. 2.9. Tipos de agrietamiento en vigas de concreto.

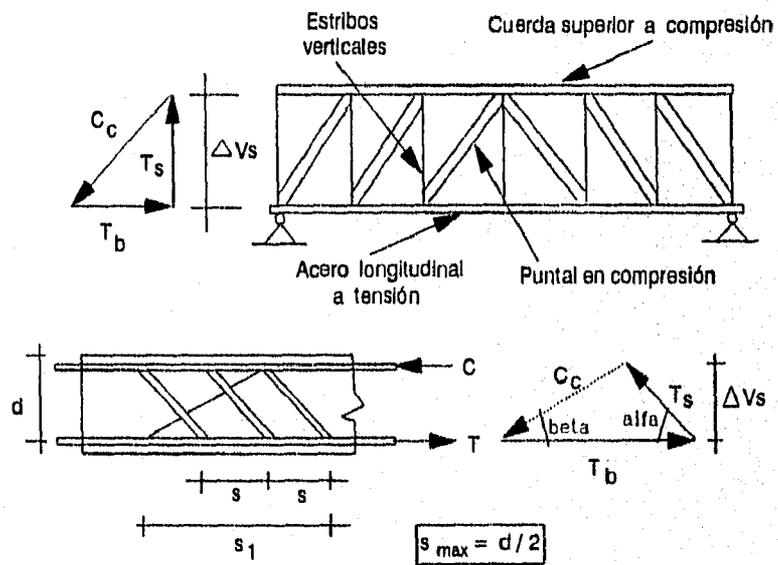


Fig. 2.10. Analogía de la armadura en el plano

$V_u < (\phi V_c)/2 \rightarrow$  Se podrá omitir el diseño

$V_u < \phi V_c \rightarrow A_v \text{ min} = \frac{3.5 b s}{f_y} \quad (2.25)$

#### II.2.4. Procedimiento de diseño.

- A-1) Determinar las resistencias a compresión "f'c" y de fluencia "fy", las dimensiones de la sección "b, d", la fuerza cortante factorizada "Vu", y el diámetro de los estribos a utilizar. Cuando exista carga axial significativa dar el valor de la fuerza "Nu" y del área de la sección "Ag".
- A-2) Calcular la fuerza cortante que resiste el concreto "Vc", y el área transversal del refuerzo utilizado multiplicado por el número de ramas (que en general son dos) para obtener el área total "Av" (Ecs. 2.22b, 2.22c y 2.22d ).
- A-3) Si:  $V_u < \frac{\phi V_c}{2}$  se puede omitir el refuerzo por cortante.
- A-4) Si :  $V_u \leq \phi V_c$  utilizar "s = smax = d/2". Ir a A-9)
- A-5) Si :  $V_u > \phi V_c$  se debe proporcionar refuerzo adicional, calcule la fuerza cortante faltante y su valor máximo permitido "Vs y Vs max" (Ecs. 2.23 y 2.24d )
- A-6) Si  $V_s > V_s \text{ max}$  se debe aumentar la sección transversal
- A-7) Calcular la separación de estribos "s" (Ec. 2.24a)
- A-8) Obtener la separación máxima permitida "smax", si su valor es menor al calculado en el paso anterior, la separación a utilizar será la máxima "s = smax". (Ec. 2.24b ó 2.24d)
- A-9) Calcular el área de refuerzo mínimo "Av min", y comparar su valor con "Av". Si "Av min > Av" se deberá aumentar el diámetro de los estribos. (Ec. 2.25)

## II.3. DISEÑO POR TORSION.

### II.3.1. Comportamiento en vigas.

Por lo general la torsión se presenta acompañada de flexión y cortante. Como en todos los casos, el concreto resiste parte de los esfuerzos, pero se debe proporcionar refuerzo adicional que soporte el exceso.

Precisemos los términos y definiciones usados en esta sección :

$T_u$  = Momento torsionante factorizado.

$T_n$  = Momento torsionante resistente nominal.

$T_c$  = Momento torsionante resistente nominal del concreto.

$T_s$  = Momento torsionante resistente nominal del acero de refuerzo.

$$\frac{T_u}{\phi} = T_n \quad T_n = T_c + T_s \quad (2.26a)$$

$$T_s = T_n - T_c \leq 4 T_c \quad (2.26b)$$

- El valor de " $T_s$ " no debe exceder de " $4 T_c$ ", (Ec. 2.26b), cuando esto ocurra se deberán aumentar las dimensiones de la sección.
- El factor de reducción utilizado en el diseño por torsión es igual a : " $\phi = 0.85$ ".

El comportamiento de la viga es diferente para cada una de las combinaciones posibles de carga, siendo las más comunes : torsión-cortante, torsión-flexión y torsión-flexión-cortante.

La resistencia de un elemento sujeto a torsión y cortante combinados es menor a cuando actúan por separado. De igual forma, al combinar la torsión y flexión la resistencia a la flexión disminuye notablemente.

Por lo tanto, para el cálculo de la resistencia es necesaria una interacción entre el valor de las resistencias nominales a la torsión, al cortante y a la flexión, así como el valor de la sumatoria " $\Sigma x^2y$ ". Figura 2.11.

En secciones rectangulares y con patines, el valor de la sumatoria " $\Sigma x^2y$ " se realiza considerando todos los rectángulos que componen la sección, siendo "x" la menor dimensión y "y" la mayor dimensión del rectángulo. Para este cálculo el ancho sobresaliente del patín usado no debe exceder de 3 veces el espesor del mismo.

Después de aparecer la primera grieta por torsión, la estructura tiene un comportamiento no lineal y puede presentarse cualquiera de las siguientes condiciones :

- a) no existe una redistribución de esfuerzos a otros miembros, por lo que el elemento se deberá diseñar para resistir el momento torsionante factorizado total; como es el caso de la viga de borde C-D de la figura 2.12, con una losa en voladizo, por lo que no redistribuye sus esfuerzos hacia las vigas B<sub>1</sub>.
- b) existe redistribución de esfuerzos y momentos de torsión a otros miembros adyacentes, ya que ocurre una compatibilidad de deformaciones con los elementos que lo intersectan. El ACI considera que en este caso, se podrá reducir el valor del momento torsionante factorizado " $T_u$ ", utilizando un valor límite máximo :

$$T_{u \text{ max}} = \phi \frac{1.1}{3} \sqrt{f'c} \Sigma x^2y \quad (2.27a)$$

$$T_u > T_{u \text{ max}} \quad \Rightarrow \quad T_u = T_{u \text{ max}} \quad (2.27b)$$

Un ejemplo de este comportamiento se presenta en la viga A-B de la figura 2.12. Existe una redistribución de esfuerzos en los puntos 1 y 2 hacia las dos vigas transversales B<sub>2</sub>, por lo que es posible disminuir el momento torsionante " $T_u$ ".

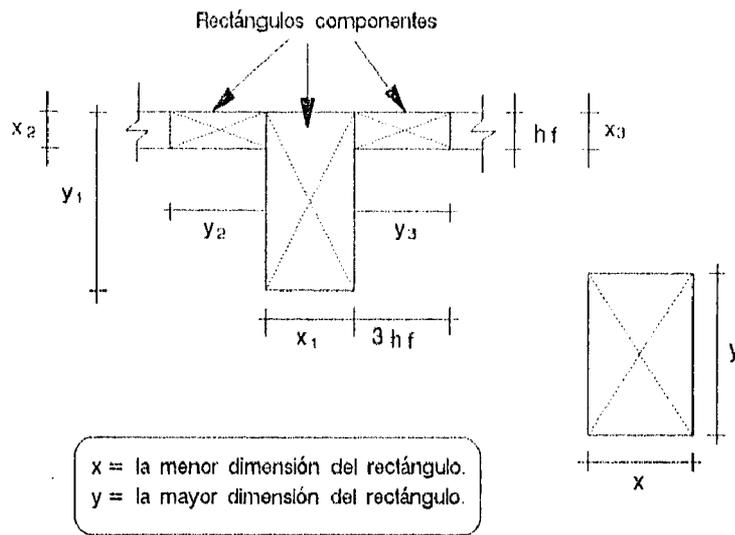


Fig. 2.11. Rectángulos componentes para el cálculo de  $\sum x^2 y$

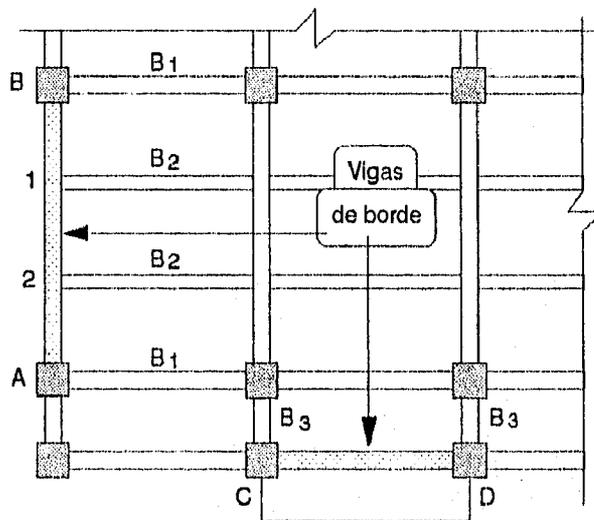


Fig. 2.12. Tipo de comportamiento en vigas  
 a) Viga A-B, existe redistribución de esfuerzos  
 b) Viga C-D, no existe distribución de esfuerzos

### II.3.2. Análisis por cortante y torsión.

El análisis por torsión puede omitirse y únicamente hacer el cálculo del refuerzo por cortante, si :

$$T_u < \left[ T_{u \text{ min}} = \phi 0.13 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y \right] \quad (2.28)$$

El momento torsionante resistente nominal y la resistencia nominal al cortante proporcionado por el concreto " $T_c$  y  $V_c$ " se obtienen por medio de :

$$T_c = \frac{0.2 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y}{\sqrt{1 + \left[ \frac{0.4 V_u}{C_t T_u} \right]^2}} \quad (2.29)$$

$$V_c = \frac{0.53 \sqrt{f'c} b d}{\sqrt{1 + \left[ 2.5 C_t \frac{T_u}{V_u} \right]^2}} \quad (2.30a)$$

Donde : " $C_t$ " es un factor que relaciona las propiedades de los esfuerzos por torsión y por cortante

$$C_t = \frac{b d}{\Sigma x^2 y} \quad (2.30b)$$

Los valores de  $V_c$  y  $T_c$  tienen que ser multiplicados por factores de reducción, (Ver. Cap.II.2.3.) :

- Quando se utiliza concreto de tipo ligero se multiplica por el factor de reducción " $\lambda$ "
- Si el elemento está sujeto a una tensión axial significativa se multiplica por :

$$\left[ 1 + 0.028 \frac{N_u}{A_g} > 0 \right] \quad (2.31)$$

( $N_u$  es negativa en tensión)

Para soportar el momento torsionante nominal sobrante "T<sub>a</sub>" (aquella que no soporta el concreto), se proporciona acero de refuerzo, tanto vertical "A<sub>v</sub>", como longitudinal "A<sub>t</sub>".

El área de refuerzo transversal por unidad de separación "A<sub>v</sub>/s", por torsión y cortante combinados, esta definida :

$$\frac{A_{vt}}{s} = 2 \frac{A_t}{s} + \frac{A_v}{s} \quad (2.32a)$$

El primer término representa el refuerzo necesario para soportar la torsión, y el segundo término el refuerzo para el cortante.

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_a}{\alpha x_1 y_1 f_y} \quad (2.32b)$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_B}{f_y d} \quad (2.32c)$$

Donde :

x<sub>1</sub> = La menor dimensión de un estribo rectangular, medido de centro a centro.

y<sub>1</sub> = La mayor dimensión de un estribo rectangular, medido de centro a centro.

A<sub>t</sub>/s = Área de una rama del estribo cerrado, debido a la torsión por unidad de separación "s".

A<sub>v</sub>/s = Área de acero por cortante de las dos ramas del estribo, por unidad de separación "s".

$$\alpha = 0.66 + 0.33 \frac{y_1}{x_1} < 1.50$$

Sin embargo, existe una separación de estribos "s" máxima, así como un área de refuerzo transversal "A<sub>v</sub>" mínima, :

$$s_{max} = \frac{x_1 + y_1}{4} \leq 30 \text{ cm} \quad (2.33)$$

$$A_{vt \text{ min}} = \frac{3.5 b s}{f_y} \quad (2.34)$$

El refuerzo longitudinal por torsión se obtiene del mayor valor calculado de :

$$A_t = 2 \frac{A_c}{s} (x_1 + y_1) \quad (2.35a)$$

$$A_t = \left[ \frac{2\theta \times s}{f_y} \left( \frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3 C_t}} \right) - 2 A_c \right] \left( \frac{x_1 + y_1}{s} \right) \quad (2.35b)$$

Donde : "x" es la menor dimensión de la sección a analizar.  
(Por lo que generalmente es la base "b").

Además :

$$2 A_t \geq \frac{3.5 b s}{f_y} \quad (2.35c)$$

### II.3.3. Procedimiento de diseño.

B-1) Dados los valores de las resistencias del concreto "f'c" y del acero "fy", de las dimensiones de la viga y del estribo rectangular "b, d, h, x<sub>1</sub> y y<sub>1</sub>", de la sumatoria previamente calculada "Σ x<sup>2</sup>y", del diámetro de los estribos a utilizar, del momento torsionante y la fuerza cortante factorizada "T<sub>u</sub> y V<sub>u</sub>". (Si existe compatibilidad de torsión, el valor de "T<sub>u</sub>" podrá ser reducido por la redistribución de esfuerzos (Ecs. 2.27a y 2.27b)).

Cuando exista carga axial considerable, dar los valores de la carga factorizada "N<sub>u</sub>" y del área total de la sección "A<sub>g</sub>".

B-2) Calcule la resistencia nominal del concreto a la torsión "T<sub>c</sub>" y al cortante "V<sub>c</sub>". Multiplicar por los factores señalados si existe carga axial o bien, si se utilizará concreto de tipo ligero. (Ec. 2.29, 2.30a, 2.30b y 2.31).

B-3) Calcular el área de los estribos para las dos ramas "A<sub>vt</sub>", y el momento torsionante mínimo "T<sub>u min</sub>". (Ec. 2.28)

B-4) Si :  $T_u < T_{u \min}$  omitir diseño por torsión  
diseñar sólo por cortante

B-5) Si :  $T_u < \phi T_c$  omitir diseño por torsión  
diseñar sólo por cortante

B-6) Calcular :  $T_s = T_n - T_c$   
 $V_s = V_n - V_c$

B-7) Si :  $T_s > 4 T_c$  → aumentar sección.  
 $V_s > 2.1 \sqrt{f'c} b d$  → aumentar sección

B-8) Calcule el área por unidad de separación para una rama de estribo debido al momento torsionante " $A_t/s$ ". (Ec. 2.32b )  
Calcule el refuerzo por cortante requerido por unidad de separación, (sólo si " $V_u \geq \phi V_c$  ") " $A_v/s$ ". (Ec. 2.32c )  
Obtenga el área total por unidad de separación para las dos ramas del estribo " $A_{vt}/s$ " (Ec. 2.32a ).

B-9) Determine la separación de los estribos "s", dividiendo el valor del área total proporcionada " $A_{vt}$ " entre la relación del área por unidad de separación " $A_{vt}/s$ ". Compare que estas no rebasen la separación máxima. (Ec. 2.33)

$$s = \frac{\text{Área de la sección } (A_{vt})}{(A_{vt} / s)} < s_{\max} \quad (2.36)$$

B-10) Obtenga el valor del área mínima " $A_{vt \min}$ ", y compare con el valor " $A_{vt}$ " proporcionado (Ec. 2.34)

Si :  $A_{vt \min} > A_{vt}$  → aumentar el diámetro de los estribos

B-11) Obtenga el área de acero longitudinal " $A_t$ ", tomando el mayor valor de las ecuaciones 2.35a y 2.35b.

En la restricción 2.35c, " $2 A_t$ " se podrá obtener como :

$$2A_t = 2 \left( \frac{A_t}{s} \right) s \quad (2.37)$$

## II.4. VIGAS DE GRAN PERALTE.

### II.4.1. Comportamiento y tipos de falla.

Las vigas de gran peralte son vigas ordinarias pero con una relación menor del "claro de cortante-peralte". Ejemplos de este tipo de vigas son losas de piso sujetas a carga horizontal, muros bajo cargas verticales, vigas de claro corto que soportan fuertes cargas y muros sujetos a fuerza cortante.

Debido a sus dimensiones, el elemento se comporta en forma bidimensional. Para una mayor comprensión, suponga la deformación que sufre una hoja de papel al aplicarle una carga horizontal: además de la deformación típica por flexión, se presenta un "pandeo lateral" en la parte central de la hoja; por lo que se consideran deformaciones horizontales y verticales.

En la Figura 2.13a se presentan las trayectorias de esfuerzo de tensión y compresión. En la Figura 2.13b se muestra que la distribución de esfuerzos en la parte central no es lineal, y los esfuerzos de tensión en la parte inferior son más significativos que los de compresión. Apartir de estas observaciones podemos detectar los tipos de falla que pueden presentarse :

- 1) Las trayectorias de tensión se concentran en el centro del claro; si el refuerzo por flexión no es suficiente se iniciará una falla por "rotura del acero de tensión", aparecen grietas perpendiculares a los esfuerzos, casi en forma vertical y aumentando paulatinamente hasta provocar la falla.
- 2) Los esfuerzos a compresión se concentran en los apoyos. Por lo que puede ocurrir el "aplastamiento del concreto" y aparecer repentinamente, a un lado del apoyo y por encima del refuerzo longitudinal por flexión, una grieta casi vertical que se prolonga hasta provocar la falla.

Puesto que la grieta se desarrolla muy cerca del apoyo, la sección crítica para el análisis por cortante no es, como para las vigas comunes, a una distancia "d" del apoyo; en este caso la sección crítica se localiza a una distancia "x" del apoyo, y su valor depende del tipo de carga :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Carga uniforme :} \\ \text{Carga concentrada :} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 0.15 l_n \\ x = 0.50 a \end{array} \quad x < d$$

$l_n$  = claro libre entre apoyos

$a$  = distancia entre la carga y el apoyo

#### II.4.2. Criterios de diseño.

##### 1) Diseño por cortante.

Para el diseño por cortante, una viga se considera y se diseña como de gran peralte solo si la relación :

$$\frac{l_n}{d} < 5$$

En este tipo de vigas, el diseño principal es por cortante y no por flexión, la fuerza cortante factorizada " $V_u$ ", no deberá exceder de un valor máximo, establecido por :

$$\frac{l_n}{d} < 2 : \quad V_{u \max} = \phi 2.1 \sqrt{f'c} b d \quad (2.38a)$$

$$2 < \frac{l_n}{d} < 5 : \quad V_{u \max} = \phi 0.18 \left( 10 + \frac{l_n}{d} \right) \sqrt{f'c} b d \quad (2.38b)$$

Si :  $V_u > V_{u \max} \rightarrow$  Se deberán aumentar las dimensiones de la sección

La fuerza cortante resistente nominal del concreto  $V_c$  se puede obtener como :

$$V_c = \left( 3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d} \right) \left[ 0.5 \sqrt{f'c} + 176 \rho \frac{V_u d}{M_u} \right] b d \quad (2.39a)$$

Donde :

$$V_c < 1.6 \sqrt{f'c} b d \quad \left( 3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d} \right) < 2.5 \quad (2.39b)$$

Los valores de "Mu" y "Vu" son los del momento y cortante últimos en la sección elegida y "ρ" es la relación de refuerzo por flexión. Cuando se desconoce el valor del momento en la sección analizada, un método más sencillo y conservador de calcular Vc es :

$$V_c = \lambda \cdot 0.53 \sqrt{f'c} b d \quad (2.39c)$$

Cuando el valor de la fuerza cortante factorizada es mayor a la fuerza cortante resistente del concreto "Vu > φ Vc", se debe proporcionar refuerzo para soportar la fuerza cortante nominal faltante "Vs". Este refuerzo se distribuye a todo lo largo de la viga, tanto en forma vertical como horizontal :

- a) área de refuerzo vertical "Av" en ambas caras de la viga separadas una distancia "sv".
- b) área de refuerzo horizontal "Avh" en ambas caras de la viga, con una separación "sh".

El valor de la resistencia al cortante Vs se calcula por medio de :

$$V_s = V_u / \phi - V_c$$

$$V_s = \left[ \frac{A_v}{s_v} \left( \frac{1 + \frac{1n}{d}}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_h} \left( \frac{11 - \frac{1n}{d}}{12} \right) \right] f_y d \quad (2.40)$$

(Factor de reducción por cortante φ = 0.85)

Existen ciertos límites, tanto del área de refuerzo mínimo que se puede utilizar, como de la separación máxima permitida :

$$A_v \text{ min} = 0.0015 b s_v \quad s_v \text{ max} = d/5 < 45 \text{ cm} \quad (2.41a)$$

$$A_{vh} \text{ min} = 0.0025 b s_h \quad s_h \text{ max} = d/3 < 45 \text{ cm} \quad (2.41b)$$

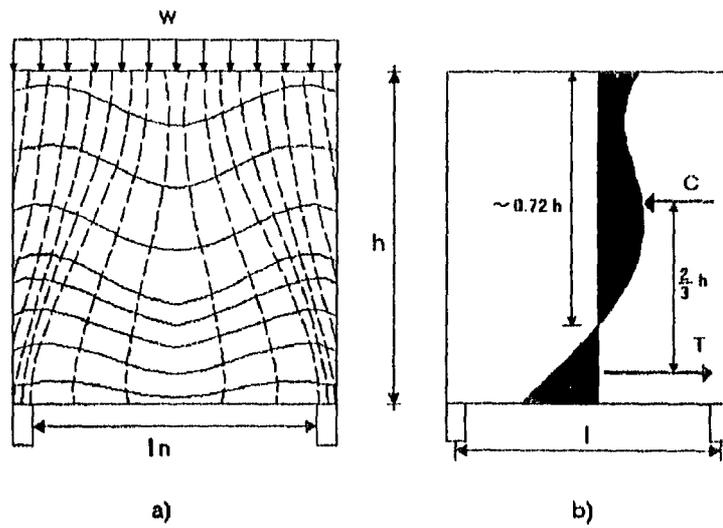


Fig. 2.13.- Vigas de gran peralte simplemente apoyadas.  
 a) Trayectorias de los esfuerzos principales.  
 b) Distribución elástica de esfuerzos.

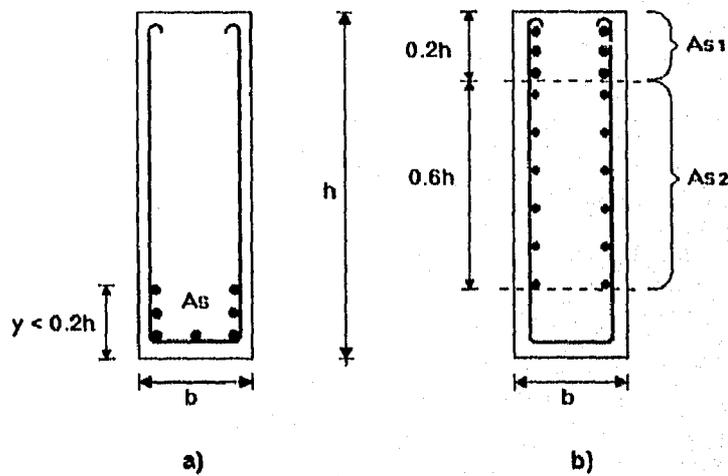


Fig. 2.14.- Distribución del acero horizontal por flexión.  
 a) Vigas simplemente apoyadas.  
 b) Vigas continuas.

Apartir de la ecuaciones anteriores se pueden deducir las siguientes expresiones :

- Proporcionando el refuerzo mínimo requerido y sustituyendo los valores de "AV min y AVh min" en la Ecuación 2.40. obtenemos la resistencia nominal a cortante que soporta la sección :

$$V_s \text{ min} = \left[ 0.029 d - 0.001 l_n \right] \frac{f_y b}{12} \quad (2.42)$$

Si :

$$V_u < \phi (V_c + V_s \text{ min}) \quad \rightarrow \quad \text{El elemento solamente requiere refuerzo mínimo}$$

- Suponiendo que la separación del refuerzo por cortante es la misma en ambas direcciones "s = sv = sh", podemos despejar su valor de la Ecuación 2.40.

$$s = \left[ A_v \left( 1 + \frac{l_n}{d} \right) + A_{vh} \left( 11 - \frac{l_n}{d} \right) \right] \frac{f_y d}{12 V_s} \quad (2.43)$$

## 2) Diseño por flexión.

Para el diseño por flexión, una viga sólo se considera, se analiza y se diseña como de gran peralte, si :

$$l/h < 2.0 \quad \text{en vigas simplemente apoyadas}$$

$$l/h < 2.5 \quad \text{en vigas continuas}$$

$$l = \text{claro efectivo centro a centro de apoyos}$$

El reglamento ACI no especifica un procedimiento de diseño por flexión, pero es obvio que se requiere un análisis detallado y no lineal, ya que como se dijo anteriormente se presenta una deformación bidimensional.

Por medio de diversas pruebas, se ha comprobado que este tipo de secciones presentan una relación de refuerzo de flexión pequeñas, y que el brazo de palanca del momento no cambia considerablemente después del inicio de la falla.

El Comité Europeo del Concreto (CEB), recomienda el uso de un procedimiento simple de diseño en el cual se fija un valor constante para el brazo de palanca "jd" :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j d} \geq \frac{14 b d}{f_y} \quad (2.44)$$

Si :

$$1 < l/h < 2 \quad \rightarrow \quad j d = 0.2 ( 1 + 2 h ) \quad (2.45a)$$

$$l/h < 1 \quad \rightarrow \quad j d = 0.6 l \quad (2.45b)$$

$$( l < 1.15 l_n )$$

(Factor de reducción por flexión  $\phi = 0.90$ )

El refuerzo se colocará sólo en la zona de tensión, distribuido a una distancia "y" de la base.

$$y = 0.25 h - 0.05 l < 0.2 h \quad (2.46)$$

Es conveniente usar refuerzo de diámetro pequeño, para tener un mayor número de varillas y una mejor adherencia. Fig. 2.14a

### 3) Vigas continuas.

El diseño por cortante puede calcularse igual que las vigas simplemente apoyadas, ya que presenta gran rigidez y una rotación casi nula, por lo que sus efectos pueden despreciarse.

El diseño por flexión si presenta cambios en su diseño, ya que en el apoyo existe un momento negativo y prácticamente toda la sección está en tensión; por ello se deberá proporcionar refuerzo longitudinal casi a todo lo largo de su altura. Los cambios en el diseño son los siguientes :

a) El área de acero "As" se calcula igual que en la Ec. 2.44, pero la diferencia en el cálculo es la suposición del valor del brazo de palanca "jd".

$$1 < l/h < 2.5 \quad j d = 0.2 ( 1 + 1.5 h ) \quad (2.47a)$$

$$l/h < 1 \quad j d = 0.5 l \quad (2.47b)$$

$$l = \text{claro efectivo centro a centro de apoyos} < 1.15 l_n$$

b) Calculado el área de acero "As", repartirla en dos partes "As1" y "As2", "As1" se distribuirá en la parte superior, desde una altura "h" hasta "0.8 h"; y "As2" desde una altura de "0.8 h" hasta "0.2 h".

En la Figura 2.14b. se muestra esta distribución. Los valores de las áreas de acero están definidas por :

$$As_1 = 0.5 ( l/h - 1 ) As \quad (2.48a)$$

$$As_2 = As - As_1 \leq As \quad (2.48b)$$

En la parte inferior se deberá prolongar a los apoyos el refuerzo positivo "As" proveniente del centro del claro; ya que la sección tendrá que cumplir con requisitos de anclaje y continuidad pues el momento puede aumentar rápidamente si ocurre el aplastamiento del concreto (no olvidar que en la base de los apoyos se aplica una carga axial de gran magnitud)

#### II.4.3. Procedimiento de diseño por flexión.

A-1) Elegir los valores de las resistencias del concreto y el acero "f'c y fy", de la base, la altura y el peralte efectivo de la sección "b, h y d", del claro efectivo centro a centro y el claro libre paño a paño entre los apoyos "l y ln".

Dar el momento externo factorizado "Mu" y el tipo de viga.

Tipo 1 : viga simplemente apoyada

Tipo 2 : viga continua

A-2) La viga puede considerarse como de gran peralte si :

$l/h < 2.0$  en vigas simplemente apoyadas

$l/h < 2.5$  vigas continuas

A-3) Obtener el brazo de palanca "jd" a utilizar (recuerde que el valor de "jd" es diferente en vigas continuas), y calcule el área de acero "As". (Ecs. 2.45, 2.47 y 2.44)

- A-4) Si la viga es "Tipo I", calcular el valor de la altura "y" en la que se debe distribuir el área de acero. (Ec. 2.46)
- A-5) Si la viga es "Tipo II", calcular la distribución del área de acero "As" en las áreas "As1, As2 ". Esta distribución se muestra en la Figura 2.14. (Ecs. 2.48a y 2.48b).

#### II.4.4. Procedimiento de diseño por cortante.

B-1) Elegir los valores de las resistencias del concreto y el acero "f'c y fy", de la base, la altura y el peralte efectivo de la sección "b, h y d", del claro libre paño a paño entre apoyos "ln" y del diámetro de las varillas a utilizar en dirección vertical "Av" y horizontal "Avh", (El diámetro puede ser el mismo para ambos)  
 Proporcionar la fuerza cortante factorizada "Vu", y de ser posible, del momento externo factorizado "Mu".

B-2) Determinar si la viga puede diseñarse como de gran peralte.

$$l_n / d < 5$$

B-3) Calcular el valor de la fuerza cortante factorizada máxima "Vu max". (Ecs. 2.38a y 2.38b)

Si "Vu ≥ Vu max" → Aumentar la sección

B-4) Obtener la resistencia nominal al cortante del concreto :

- a) Si se conoce el valor del momento externo factorizado "Mu" y el área de refuerzo "As", utilizar la ecuación 2.39a.  
 Cuidar que "Vc" no rebase su valor máximo. (Ec. 2.39b)

$$V_c < V_{c \text{ max}}$$

- b) Si no se cuenta con estos datos, calcular el valor de una manera más sencilla con la ecuación 2.39c

B-5) Si " $V_u > \phi V_c$ ", calcule el valor de la resistencia nominal al cortante faltante.

$$" V_s = V_u / \phi - V_c "$$

B-6) Dado el diámetro de las varillas, obtener el área de acero de ambas caras de la viga " $A_v$  y  $A_{vh}$ ".

Calcular el valor de las separaciones máximas permisibles del refuerzo " $s_v \text{ max}$  y  $s_h \text{ max}$ " (Ecs. 2.41a y 2.41b)

B-7) Calcular el valor de " $V_s \text{ min}$ ", suponiendo que se diseña con el área de acero mínimo requerido. (Ec. 2.42).

Comparar su valor con la resistencia nominal al cortante faltante " $V_s$ "

B-8a) Si : " $V_s < V_s \text{ min}$ "

Se le dará a la sección el refuerzo mínimo. Calcular el valor de la fuerza cortante resistente y las separaciones del refuerzo. " $V_r, s_v, s_h$ "

$$V_r = \phi ( V_c + V_s \text{ min} )$$

$$s_v = A_v / ( 0.0015 b ) < s_v \text{ max}$$

$$s_h = A_{vh} / ( 0.0025 b ) < s_h \text{ max}$$

B-8b) Si : " $V_s > V_s \text{ min}$ "

Suponer que la separación horizontal y vertical son las mismas, " $s = s_v = s_h$ ", calcular este valor. (Ec. 2.43)

B-9) Comparar que las separaciones obtenidas no rebasen los valores máximos calculados en el paso B-6)

$$"s_v < s_v \text{ max}"$$

$$"s_h < s_h \text{ max}"$$

B-10) Obtener el valor de las áreas de acero mínimas requeridas. Comparar su valor con las proporcionadas, si no cumple con las condiciones, aumentar el diámetro de las varillas y repetir el diseño. (Ecs. 2.41a y 2.41b)

$$"A_v > A_v \text{ min}"$$

$$"A_{vh} > A_{vh} \text{ min}"$$

## II.5. PROGRAMACION Y EJEMPLOS.

A continuación se presentan los diagramas de flujo y diversos ejemplos del diseño de vigas. El procedimiento de diseño se divide en tres programas, dependiendo del análisis que se desee realizar y con el fin de hacer más sencilla y comprensible su ejecución :

### Programa 1.- Diseño y análisis por flexión.

Se puede realizar el diseño de secciones simple o doblemente reforzadas, de forma rectangular o con patines.

En este caso, también se puede realizar la revisión de elementos, es decir, dados el área de acero y las dimensiones, calcular el momento último que puede resistir.

### Programa 2.- Diseño por cortante o torsión.

Además de considerar estas fuerzas, también toma en cuenta la posible existencia de una fuerza axial aplicada.

### Programa 3.- Diseño de vigas de gran peralte.

Analiza por flexión y cortante un elemento, que por sus dimensiones y su claro se considera de gran peralte, por lo que su procedimiento es de manera diferente.

Para una mayor comprensión del proceso de diseño, en el diagrama de flujo se anotó el paso al que se hace referencia en los diferentes procedimientos, (A-1, B-5, C-2, etc.) ya sea por flexión, cortante, torsión o de gran peralte.

En los ejemplos que se presentan, están consideradas gran variedad de situaciones posibles : (simple o doblemente reforzadas, secciones rectangulares o con patín, tipos de carga y resistencias variables, etc.)

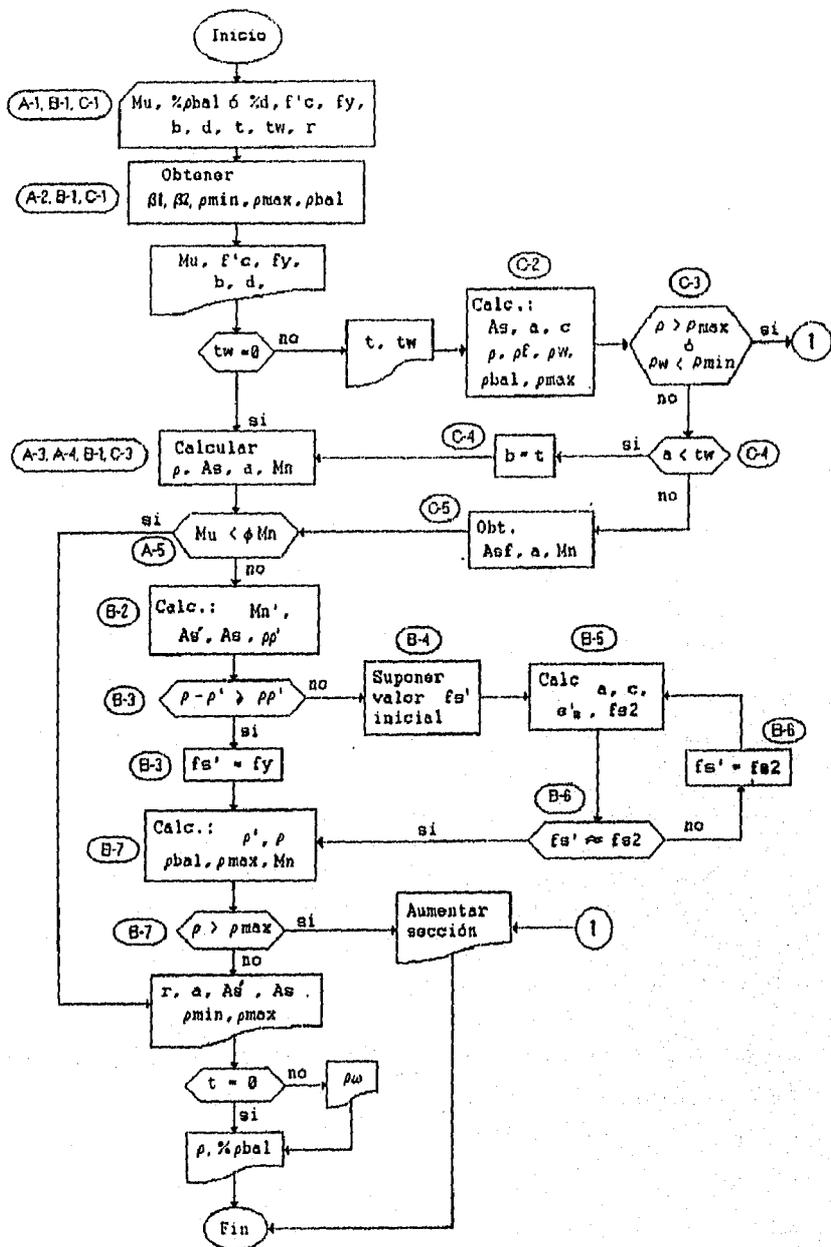


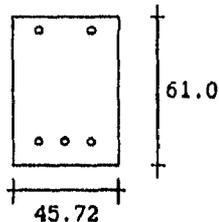
DIAGRAMA 1.- Diseño de vigas por flexión.

## EJEMPLOS DE DISEÑO POR FLEXIÓN

Para una mejor comprensión del proceso de diseño, se presentan los siguientes ejemplos; con el propósito de comprobar el correcto funcionamiento de los programas, los ejemplos de diseño fueron tomados de la bibliografía. En cada uno de ellos se especifica la referencia y el número de ejemplo elegido.

(Ref.4 - Ejem.2) Diseñar por flexión la siguiente viga :

(A-1)



$$f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4218 \text{ kg/cm}$$

$$M_u = 64.281 \text{ T-m}$$

$$d = 54.61 \text{ cm} \quad \% \rho_{bal} = 32 \%$$

$$b = 45.72 \text{ cm} \quad r = 6.35 \text{ cm}$$

(A-2)

$$\beta_1 = 0.85 \quad \beta_2 = 0.85$$

$$\rho_{bal} = \frac{6090}{(6090 + 4218)} \frac{0.85(0.85)(280)}{4218} = 0.02833$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{4218} = 0.0033$$

$$\rho_{max} = 0.75 (0.02833) = 0.02125$$

(A-3)

$$\rho = 0.02833 (0.32) = 0.00907$$

(A-4)

$$A_s = 0.00907 (45.72)(54.61) = 22.64 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{22.64 (4218)}{0.85 (280) (45.72)} = 8.78 \text{ cm}$$

$$M_n = (22.64)(4218) (54.61 - 8.78/2) = 4,795,973$$

(A-5)  $M_n \phi = 0.90 (47.96) = 43.164 < 64.281 \text{ T-m}$

La sección será doblemente reforzada

(B-2)  $M_{n2} = 64.281/0.9 - 47.960 = 23.464 \text{ T-m}$

$$A_s' = A_{s2} = \frac{2,346,360}{4218 (54.61 - 6.35)} = 11.53 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 22.64 + 11.53 = 34.17 \text{ cm}^2$$

(B-3)  $\rho\rho = \frac{0.85 (0.85) (280) (6.35)}{4218(54.61)} \frac{6090}{6090 - 4218} = 0.01814$

$$\rho\rho = 0.01814 > 0.00907 = (\rho - \rho')$$

por lo tanto, el acero de refuerzo superior NO fluye

(B-4)  $f_s = 6040 \left[ 1 - \frac{0.85(0.85)(280)(6.35)}{0.00907(4218)(54.61)} \right] = 2326.18$

(B-5)  $a = \frac{34.17(4218) - 11.53(2326)}{0.85 (280) (45.72)} = 10.78 \text{ cm}$

$$c = \frac{10.78}{0.85} = 12.68 \text{ cm}$$

$$\epsilon_s' = \frac{0.003 (12.68 - 6.35)}{12.68} = 0.001498$$

$$f_{s2} = 0.001498 * 2039000 = 3054.48$$

(B-6)  $f_s \neq f_{s2} \rightarrow f_s = f_{s2}$

realizar otra iteración para calcular "f<sub>s</sub>"

(B-5) 
$$a = \frac{34.17(4218) - 11.53(3054)}{0.85(280)(45.72)} = 10.01 \text{ cm}$$

$$c = \frac{10.01}{0.85} = 11.77 \text{ cm}$$

$$e_s = \frac{0.003(11.77 - 6.35)}{11.77} = 0.00138$$

$$f_{s2} = 0.00138 * 2039000 = 2818.47$$

(B-6)  $f_s \neq f_{s2} \rightarrow f_s = f_{s2}$

Realizando otra iteración obtenemos un valor casi constante de "fs".

$$a = 10.20 \text{ cm}$$

$$f_s = 2878.5 \text{ kg/cm}^2$$

(B-7) 
$$\rho = \frac{34.17}{45.72(54.61)} = 0.0137$$

$$\rho' = \frac{11.53}{45.72(54.61)} = 0.00462$$

$$\rho_{\text{bal}} = 0.02833 + 0.00462 \frac{2879}{4218} = 0.0315$$

$$\rho_{\text{max}} = 0.75(0.02833) + 0.00462 \frac{2879}{4218} = 0.0244$$

$$\rho_{\text{max}} = 0.0244 > 0.0137$$

Diseñar con el siguiente refuerzo :

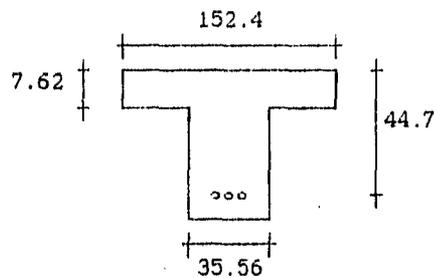
$$A_s = 2 \text{ No. } 10 + 2 \text{ No. } 11 = 35.00 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = 3 \text{ No. } 7 = 11.64 \text{ cm}^2$$

(Ref.2 - Ejem.5.5.)

Diseñar por flexión la siguiente viga con patín.

(C-1)



$$f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4218 \text{ kg/cm}^2$$

$$Mu = 22.464 \text{ T-m}$$

$$b = 35.56 \text{ cm}$$

$$t = 152.40 \text{ cm}$$

$$d = 44.70 \text{ cm}$$

$$tw = 7.62 \text{ cm}$$

$$\% d = 95 \%$$

(C-2)  $\beta_1 = 0.85$

$$\beta_2 = 0.85$$

$$As = \frac{2,246,400}{0.9 (4218) (0.95) (44.70)} = 13.94 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{13.94 (4218)}{0.85 (152.4) 280} = 1.62 \text{ cm} < tw$$

$$A_{sf} = \frac{0.85(280)(152.4 - 35.56)(7.62)}{4218} = 50.24 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{13.94}{152.4 (44.7)} = 0.00205$$

$$\rho_f = \frac{50.24}{35.56 (44.7)} = 0.0316$$

$$\rho_v = \frac{13.94}{35.56 (44.7)} = 0.0088$$

(C-3)

$$\rho_{bal} = \frac{0.85(0.85)(280)}{4218} \frac{6090}{6090 + 4218} = 0.0283$$

$$\rho_{bal} = (0.0283 + 0.0316) (35.56/152.4) = 0.014$$

$$\rho_{max} = 0.0105 > 0.00205$$

$$\rho_{min} = 14/4218 = 0.0033 < 0.0088$$

(C-4)  $a = 1.62 \text{ cm} < 7.62 \text{ cm}$

La sección se analiza como rectangular

(C-5)  $M_n = 13.94 (4218) \left[ 44.7 - \frac{1.62}{2} \right] = 25.80 \text{ T-m}$

$$M_u = 0.9 (25.80) = 23.22 \text{ T-m}$$

Diseñar con :

$$A_s = 3 \text{ No. } 5 + 2 \text{ No. } 7 = 13.70 \text{ cm}^2$$

Nota :

Estos ejemplos, así como sus comprobaciones, se encuentran en el archivo de datos y en la ejecución del programa de diseño de VIGAS por FLEXION. (CAPITULO 6)

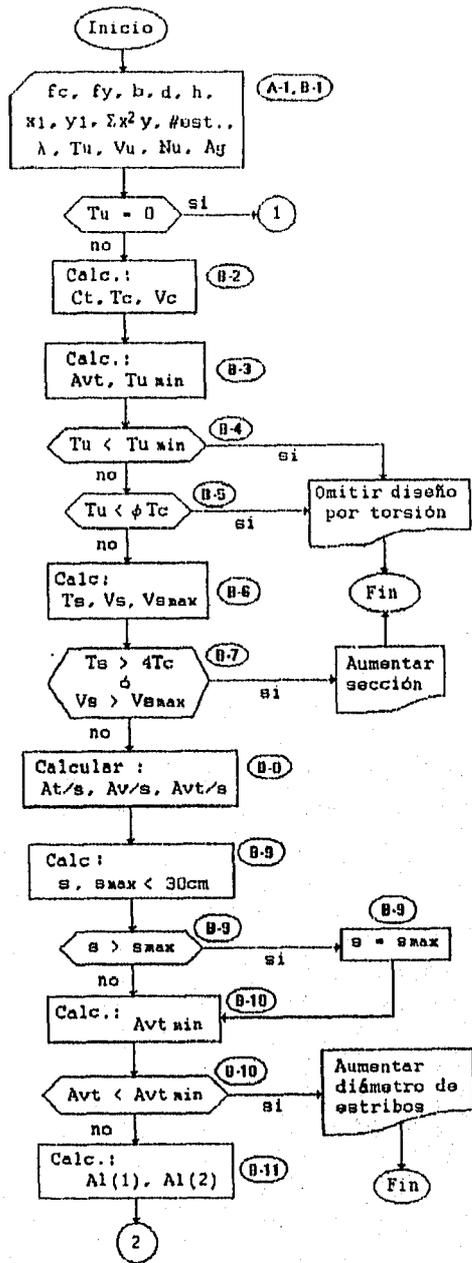


DIAGRAMA 2.- Diseño de vigas por cortante y torsión.

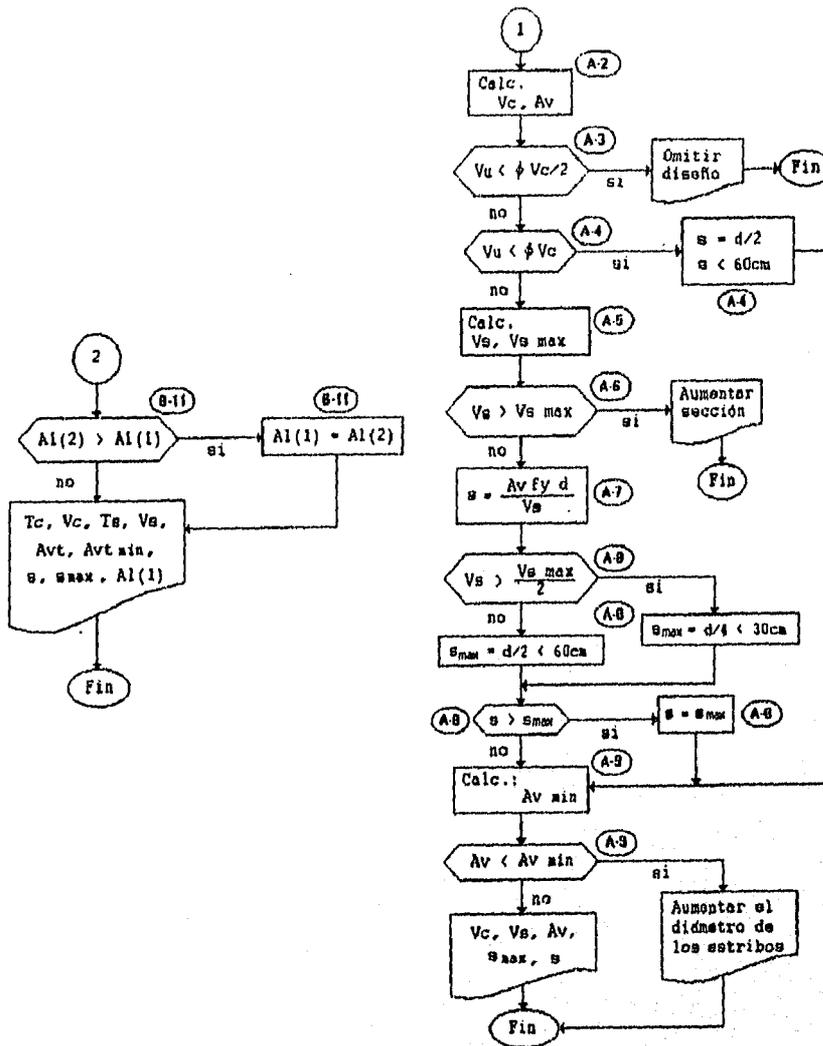


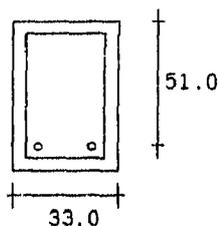
DIAGRAMA 2.- Diseño de vigas por cortante y torsión  
(continuación)

EJEMPLOS DE DISEÑO POR CORTANTE Y TORSION

Al igual que en los ejemplos por flexión, se presenta el proceso de diseño paso a paso y se corrobora el correcto funcionamiento del programa, especificando la referencia y el ejemplo que se consideraron.

(Ref.7 - Ejem.13.1) Diseñar por cortante la siguiente viga :

(A-1)



$$f'c = 211 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 2810 \text{ kg/cm}^2$$

$$Vu = 27.200 \text{ Ton}$$

$$b = 33.00 \text{ cm}$$

$$Nu = 0.00$$

$$d = 51.00 \text{ cm}$$

$$\text{Est No.} = 4$$

(A-2)

$$Vc = 0.53 \sqrt{211} (33.0)(51.0) = 12.956.90 \text{ Kg}$$

$$Av = 2 (3.1416) (0.635)^2 = 2.534 \text{ cm}^2$$

(A-3)

$$\frac{0.85 (12956.9)}{2} = 5,506 \text{ kg} < 27,200 \text{ kg}$$

Se necesitará refuerzo por cortante.

(A-4)

$$0.85 (12956.9) = 11,013 \text{ kg} < 27,200 \text{ kg}$$

Calcular la separación de estribos "s"

(A-5)

$$Vs = 27,200/0.85 - 12,956.9 = 19,043.10 \text{ kg}$$

$$V_s \text{ max} = 2.1 \sqrt{211} (33.0)(51.0) = 51,338.67 \text{ kg}$$

(A-6)  $19,043 < 51,339$

$V_s < V_s \text{ max}$   $\therefore$  continuar el diseño

(A-7)  $s = \frac{(2.534)(2810)(51.0)}{19,043.10} = 19.07 \text{ cm}$

(A-8)  $1.1 \sqrt{211} (33.0)(51.0) = 26,891.69 > V_s$

$$s_{\text{max}} = 51.0/2 = 25.50 \text{ cm}$$

$s_{\text{max}} > s$   $\therefore s = 19.07$

(A-9)  $A_v \text{ min} = \frac{3.5 (33.0)(19.07)}{2810} = 0.78$

$A_v \text{ min} < A_v$   $\therefore$  El diseño es correcto

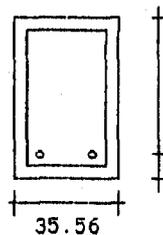
Refuerzo requerido :

Est. No.4 @ 19 cm.

(Ref.2 - Ejem.7.1)

Determinar el refuerzo requerido por torsión y cortante de la siguiente viga

(B-1)



$$f'c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4218 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = 6.804 \text{ Ton}$$

$$T_u = 576 \text{ Ton-cm}$$

$$N_u = 0.00$$

$$\begin{aligned}
 b &= 35.56 \text{ cm} & x_x &= 26.67 \text{ cm} \\
 h &= 63.50 \text{ cm} & y_x &= 54.61 \text{ cm} \\
 d &= 57.15 \text{ cm} & \text{Est No.} &= 3 \\
 & & \Sigma x^2 y &= 86589 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$$(B-2) \quad C_t = \frac{(35.56)(57.15)}{86589} = 0.0235$$

$$T_c = \frac{0.2 \sqrt{281} (86589)}{\sqrt{1 + \left[ \frac{0.4 (6.804)}{0.0235 (576)} \right]^2}} = 284,603 \text{ kg-cm}$$

$$V_c = \frac{0.53 \sqrt{281} (35.56)(57.15)}{\sqrt{1 + \left[ 2.5 (0.0235) \frac{576}{(6.804)} \right]^2}} = 3,559 \text{ kg}$$

$$(B-3) \quad A_{vt} = 2 (3.1416) (0.476)^2 = 1.425 \text{ cm}^2$$

$$T_{u \text{ min}} = 0.85 (0.13) \sqrt{281} (86589) = 160,390 \text{ kg-cm}$$

$$(B-4) \quad T_{u \text{ min}} = 160.39 \text{ T-cm} < (T_u = 576 \text{ T-cm})$$

continuar el diseño por torsión.

$$(B-5) \quad \phi T_c = 0.85 (284.60) = 241.91 \text{ T-cm}$$

$$\phi T_c < (T_u = 576 \text{ T-cm})$$

continuar el diseño por torsión.

$$(B-6) \quad T_s = \frac{576}{0.85} - 284.6 = 393.05 \text{ T-cm}$$

$$V_s = \frac{6804}{0.85} - 3559 = 4,445.71 \text{ kg}$$

(B-7)  $T_s \max = 4 (284.6) = 1,138.4 \text{ T-cm}$   
 $T_s \max > T_s \quad \therefore \text{continuar dise\~{n}o}$   
 $V_s \max = 2.1 \sqrt{281} (35.56) (57.15) = 71,540$   
 $T_s \max > V_s \quad \therefore \text{continuar dise\~{n}o}$

(B-8)  $\frac{A_v}{s} = \frac{4,445.71}{4218 (57.15)} = 0.01844$   
 $\alpha_t = 0.66 + 0.33 (54.61/26.67) = 1.3357$   
 $1.33 < 1.50 \quad \rightarrow \quad \alpha_t = 1.336$   
 $\frac{A_t}{s} = \frac{393,050}{(1.336)(54.61)(26.67)(4218)} = 0.0479$   
 $\frac{A_{vt}}{s} = 2 (0.0479) + 0.01844 = 0.11424$

(B-9)  $s_{\max} = \frac{26.67 + 54.61}{4} = 20.32 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$   
 $s = \frac{1.425}{0.11424} = 12.47 \text{ cm} < s_{\max}$

(B-10)  $A_{vt \min} = \frac{3.5 (35.56) (12.47)}{4218} = 0.368 < A_{vt}$

(B-11)  $2 A_t = 2 (0.0479) (12.47) = 1.195 > 0.368$   
 $\frac{x_1 + y_1}{s} = \frac{26.67 + 54.61}{12.47} = 6.518$

$$A_{t1} = \left[ \frac{28 (35.56) (12.47)}{4218} \left( \frac{576000}{576000 + \frac{6804}{3(0.0235)}} \right) - 1.195 \right] (6.518)$$

$$A_{t1} = (2.521 - 1.195) (6.518) = 8.65 \text{ cm}^2$$

$$A_{tz} = 2 (0.0479) (26.67 + 54.61) = 7.79 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_t = 8.65 \text{ cm}^2$$

Proporcionar el siguiente refuerzo

Estribos No. 3 @ 12.50 cm

$$A_t = 4 \text{ No. 4} + 2 \text{ No. 5} = 9.00 \text{ cm}^2$$

Nota :

Estos ejemplos, así como sus comprobaciones, se encuentran en el archivo de datos y en la ejecución del programa de diseño de VIGAS por TORSION Y CORTANTE. (CAPITULO 6)

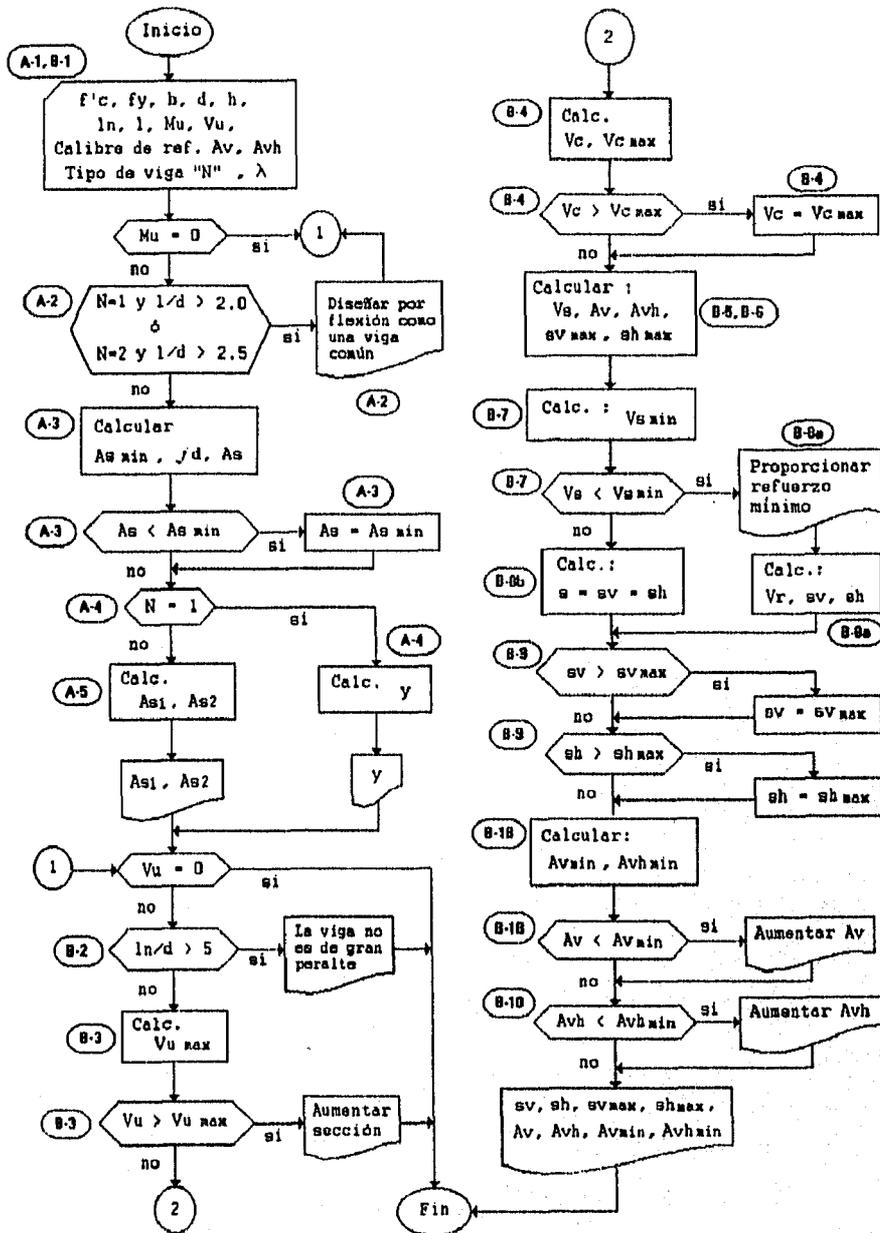


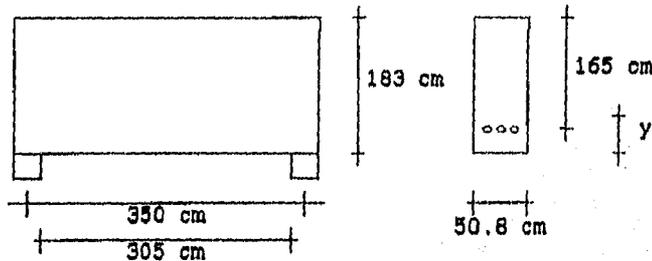
DIAGRAMA 3.- Diseño de vigas de gran peralte.

## EJEMPLOS DE DISEÑO DE VIGAS DE GRAN PERALTE

Como en los ejemplos anteriores, se presenta el proceso de diseño paso a paso.

(Ref.2 - Ejem.6.4) Diseñar la siguiente viga de gran peralte :

(A-1)  
(B-1)



|                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| $f'c = 281 \text{ kg/cm}$   | $Vu = 235\,440 \text{ Ton}$ |
| $fy = 4218 \text{ kg/cm}^2$ | $Mu = 130.694 \text{ T-m}$  |
| $b = 50.8 \text{ cm}$       | Tipo "N" = 1                |
| $d = 165.1 \text{ cm}$      | $Av = \text{No.3}$          |
| $h = 182.9 \text{ cm}$      | $Avh = \text{No.3}$         |
| $l = 3.50 \text{ m}$        |                             |
| $ln = 3.05 \text{ m}$       |                             |

A) Por flexión :

(A-2)  $\frac{l}{h} = \frac{350}{183} = 1.9 < 2.0 \quad \rightarrow \quad \text{Continuar diseño}$

(A-3)  $305 (1.15) = 350 = l$

$$jd = 0.2 ( 350 + 2(183) ) = 143 \text{ cm}$$

$$As = \frac{13,069,400}{0.9 (4218) (143)} = 24.08 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ min} = \frac{14 (50.8)(165.1)}{4218} = 27.84 > 24.08 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_s = A_s \text{ min} = 27.84 \text{ cm}^2$$

$$(A-4) \quad y = 0.25(183) - 0.05(350) = 28.25 \text{ cm}$$

$$0.20(183) = 36.6 > 28.25 \text{ cm}$$

$$\therefore y = 28.00 \text{ cm}$$

B) Por cortante :

$$(B-2) \quad \frac{305}{165} = 1.85 < 5 \quad \rightarrow \quad \text{Continuar dise\~{n}o}$$

$$(B-3) \quad V_u \text{ max} = 0.85(2.1) \sqrt{281} (50.8)(165.1) = 250,959$$

$$V_u \text{ max} = 250.96 > 235.44 \text{ Ton}$$

La secci3n est1 correcta

$$(B-4) \quad 3.5 - 2.5 - \frac{13,069,400}{235441 (165.1)} = 2.66 > 2.50$$

utilizar 2.5

$$\rho = \frac{27.84}{(50.8)(165.1)} = 0.00332$$

$$V_c = 2.5 \left[ 0.5 \sqrt{281} + 176(0.00332) \frac{235440 (165)}{13,069,400} \right] (50.8)(165.1)$$

$$V_c = 212.152 \text{ Ton}$$

$$(B-5) \quad V_s = \frac{235,440}{0.85} - 212,152 = 64,836.2 \text{ kg}$$

$$(B-6) \quad \text{Varillas del No.3} \quad \rightarrow \quad A_v = 0.712 * 2 = 1.425 \text{ cm}^2$$

$$A_v = A_{vh} = 1.425 \text{ cm}^2$$

$$s_v \text{ max} = 165/5 = 33 < 45 \text{ cm} \quad s_v \text{ max} = 33 \text{ cm}$$

$$s_h \text{ max} = 165/3 = 55 > 45 \text{ cm} \quad s_h \text{ max} = 45 \text{ cm}$$

(B-7)

$$V_s \text{ min} = \left[ 0.029(165) - 0.001(305) \right] \frac{4218 (50.8)}{12}$$

$$V_s \text{ min} = 79.996 \text{ Ton} > (V_s = 64,959 \text{ Ton})$$

Proporcionar refuerzo mínimo.

(B-8a)

$$V_r = 0.85 ( 212.152 + 79.996 ) = 248.326$$

$$\text{La viga resiste : } V_r = 248.326 \text{ Ton} > 235.440$$

$$s_v = 1.425 / (0.0015 (50.8)) = 18.70$$

$$s_h = 1.425 / (0.0025 (50.8)) = 11.22$$

(B-9)

$$s_v = 18.70 < 33 \text{ cm} \quad s_v = 18.5 \text{ cm}$$

$$s_h = 11.22 < 45 \text{ cm} \quad s_h = 11.0 \text{ cm}$$

(B-10)

$$A_{v \text{ min}} = 0.0015 (50.8) (18.5) = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$A_{vh \text{ min}} = 0.0025 (50.8) (11.0) = 1.4 \text{ cm}^2$$

Utilizar el siguiente acero de refuerzo

A) Por flexión :

$$A_s = 4 \text{ No. 5} + 4 \text{ No. 8} = 28.20 \text{ cm}^2$$

$$y = 28 \text{ cm}$$

B) Por cortante :

$$A_v = \text{Var. No. 3} @ 18.5 \text{ cm}$$

$$A_{vh} = \text{Var. No. 3} @ 11.0 \text{ cm}$$

## **CAPITULO III.- DISEÑO DE COLUMNAS.**

### **III.1. Consideraciones generales.**

- III.1.1. Hipótesis de diseño.
- III.1.2. Tipos de columnas.
- III.1.3. Diagrama de interacción.
- III.1.4. Tipos de falla.
- III.1.5. Factor de reducción.

### **III.2. Efectos de esbeltez.**

- III.2.1. Relación de esbeltez.
- III.2.2. Amplificación de momentos.

### **III.3. Carga axial y flexión.**

- III.3.1. Columnas con carga axial.
- III.3.2. Columnas con flexión uniaxial.
- III.3.3. Sección balanceada.
- III.3.4. Columnas con refuerzo lateral.
- III.3.5. Columnas circulares.
- III.3.6. Procedimiento de diseño.

### **III.4. Flexión biaxial.**

- III.4.1. Columnas rectangulares.
- III.4.2. Columnas circulares.
- III.4.3. Procedimiento de diseño.

### **III.5. Refuerzo transversal.**

- III.5.1. Refuerzo con estribos.
- III.5.2. Refuerzo en espiral
- III.5.3. Procedimiento de diseño.

### **III.6. Programación y ejemplos.**

## CAPITULO III.- DISEÑO DE COLUMNAS.

### III.1. CONSIDERACIONES GENERALES.

#### III.1.1. Hipótesis de diseño.

Una columna es el elemento que transmite la carga de la parte superior de la estructura a la inferior, hasta llegar a la cimentación, por lo que se deduce que primordialmente trabaja bajo un esfuerzo de compresión. Sin embargo, puesto que estas cargas generalmente tienen una cierta excentricidad, se generan esfuerzos de flexión; es por ello que el diseño de una columna tiene las mismas características que el de una viga, presentando únicamente la adición de una carga de compresión.

Cuando en el elemento actúan cargas laterales, se deberán realizar ciertas consideraciones; el presente trabajo no tiene contemplado la existencia de estas cargas, pero incrementando las acciones actuantes y modificando ciertos parámetros de diseño se puede llegar a un diseño adecuado, ya que el procedimiento a desarrollar es semejante.

El diseño de columnas requiere de un mayor cuidado ya que, por lo general, a simple vista presentan muy poca advertencia a la falla y esta tiene una mayor repercusión en la estructura que la de una viga, ya que al ocurrir la falla se puede iniciar una serie consecutiva en columnas en varios niveles, lo cual provocaría el colapso total de la estructura. Lo anterior se puede confirmar al comparar el factor de reducción de resistencia utilizado para su diseño " $\phi = 0.70$  a  $0.75$ ".

En general, las hipótesis en las que se basa el diseño de columnas son iguales a las consideradas en el diseño de vigas :

- a) Se supone que existe una distribución lineal de esfuerzos en la sección transversal
- b) No hay deslizamiento entre el acero y el concreto adyacente, por lo que sus deformaciones se consideran iguales.
- c) La resistencia a la tensión del concreto es mínima, por lo que se desprecian sus esfuerzos.
- d) La deformación unitaria máxima del concreto es 0.003

### III.1.2. Tipos de columnas.

Las columnas pueden clasificarse en diversas formas dependiendo de su geometría y tipo de refuerzo, de la posición de la carga y de la relación del área de la sección con respecto a su longitud (esbeltez). Figuras 3.1 y 3.2

#### 1) Dependiendo de su forma y arreglo del refuerzo.

##### a) Columna cuadrada o rectangular, con estribos laterales.

Este tipo de columnas son las más comunes por lo práctico de su proceso de construcción (cimbrado y armado), lo que da como consecuencia, en la mayoría de los casos, un elemento más económico.

##### b) Columna circular, con refuerzo en espiral o zunchado.

Aunque el refuerzo en espiral se facilita mejor a una sección circular, también se puede adaptar a una sección cuadrada o rectangular. Estas columnas presentan una mayor ductilidad (capacidad a la deformación), lo cual permite una completa redistribución de esfuerzos antes de la falla, por lo que se considera que las columnas con zuncho son más resistentes; el reglamento ACI permite para este caso un ligero aumento en la capacidad de carga.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

c) Columna compuesta.

En ella se ahogan perfiles estructurales en el concreto para aumentar la capacidad de carga, principalmente se usa cuando una sección común no soporta la carga y por requisitos arquitectónicos no se puede modificar la sección.

2) Dependiendo de la posición de la carga en la sección.

a) Columnas con carga axial.

La columna está sujeta sólo a una carga axial, por lo que se diseña únicamente a compresión. Sin embargo, siempre se contempla la acción de un momento cuyo valor es significativo y representa alguna excentricidad no prevista en el análisis o construcción.

b) Columnas con carga excéntrica.

En la mayoría de los casos la carga se presenta excéntrica, y puede ser de dos tipos : carga uniaxial y carga biaxial.

Una carga uniaxial es excéntrica con respecto a un eje, además esta fuerza genera un momento que se deberá considerar. Este caso es típico en columnas de borde o en columnas intermedias con marcos contiguos cargados de diferente manera.

Una carga biaxial produce flexión con respecto a los dos ejes de la sección, por lo que está sometida a dos momentos. Una columna de esquina es un ejemplo de este tipo de carga.

Como se podrá observar, este tipo de columnas con cargas excéntricas se deberán analizar para una compresión y flexión combinados (flexocompresión).

3) Dependiendo de su esbeltez.

La relación de esbeltez es la relación entre la longitud efectiva de la columna " $k l_u$ " y su radio de giro " $r$ ".

$$\text{Relación de esbeltez} = \frac{k l_u}{r} \quad (3.1)$$

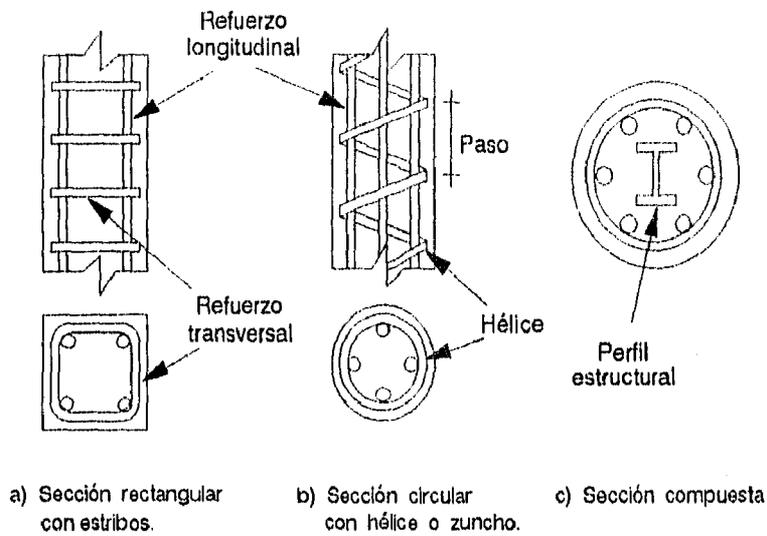


Fig. 3.1.- Clasificación de columnas, dependiendo la forma y el tipo de refuerzo.

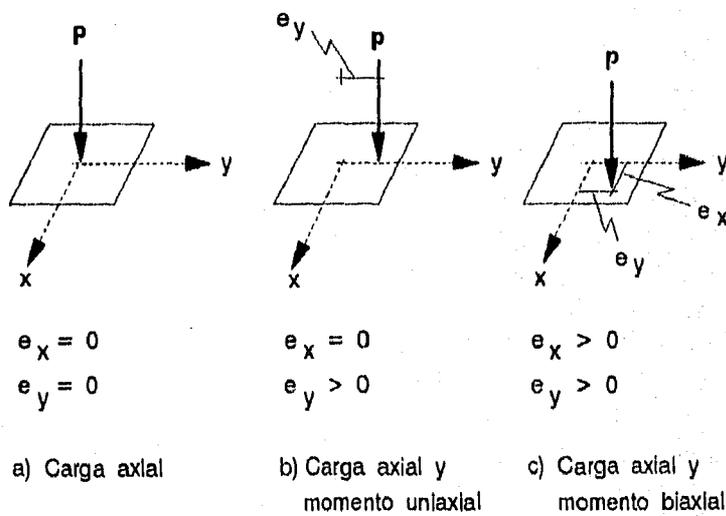


Fig. 3.2.- Clasificación de columnas, dependiendo la posición de la carga en la sección.

Donde :

$l_u$  = longitud no apoyada de la columna  
 $k$  = factor de longitud efectiva.  
 $r$  = radio de giro de la sección.

a) Una columna se considera esbelta si :

Para marcos sin  
contraventear  $\frac{k l_u}{r} > 22$

Para marcos  
contraventeados  $\frac{k l_u}{r} > 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$

$M_1$  y  $M_2$  = momentos en los extremos siendo " $M_2 > M_1$ "

b) Si no cumple con las condiciones anteriores la columna se considera no esbelta.

### III.1.3. Diagrama de interacción.

Debido a que la mayoría de las columnas están sometidas a esfuerzos de compresión y flexión combinadas (flexocompresión), se origina un gran número de posibilidades de combinaciones de "carga axial-momento" que puede soportar; el valor de estas capacidades de carga dependen de diversos factores como lo son : la excentricidad de la carga, las dimensiones de la sección, tipo de refuerzo, etc.

Al graficar estas capacidades de carga se genera un "diagrama de interacción", en la Figura 3.3 se muestra un diagrama típico de una columna; en él, se pueden observar los siguientes puntos :

Punto A) La sección soporta una carga axial grande, pero un momento pequeño, toda la sección se encuentra a compresión.

Punto B) La sección soporta una carga axial y un momento considerable, existe una zona de compresión y otra de tensión. En la zona de tensión el acero de refuerzo no alcanza a fudir. ( $f_s < f_y$ )

Punto C) La sección es balanceada, existe una zona de compresión y otra de tensión, en este caso el esfuerzo del acero a tensión alcanza su valor de fluencia. ( $f_s = f_y$ )

Punto D) La sección soporta un momento grande y una fuerza axial pequeña, el elemento se encuentra más a tensión que a compresión; la deformación unitaria del acero a tensión es mayor a su deformación de fluencia.

En el punto "Po" del diagrama, la sección se encuentra en un estado de compresión pura ( $M = 0$ ), en el punto "Mo" el elemento solamente está sujeto a un esfuerzo de flexión ( $P = 0$ )

Para el diseño de columnas es común la utilización de diagramas de interacción, sin embargo, el uso de la computadora facilita considerablemente el proceso de diseño.

#### III.1.4. Tipos de falla.

A partir del diagrama de interacción, podemos deducir la existencia de dos tipos principales de falla dependiendo de la deformación del acero en la zona de tensión.

Falla por compresión.- Se presenta por el aplastamiento inicial del concreto en la zona de compresión, ya que la deformación unitaria rebasa su valor máximo " $\epsilon_c > 0.003$ ". (Puntos A y B)

Falla por tensión.- Se produce cuando el acero de tensión llega a su deformación de fluencia ( $\epsilon_s = \epsilon_y$ ) antes del aplastamiento del concreto en la zona de compresión. (Punto D)

Al igual que en el caso de vigas, la sección balanceada se presenta cuando el acero de tensión fluye al mismo tiempo que el aplastamiento del concreto, es decir se presentan los dos tipos de falla simultáneamente. (Punto C)

Existe una carga "Pnb" aplicada con una excentricidad "eb" que generan un momento "Mnb"; cuando la sección se encuentra sujeta a estas acciones se presenta una falla balanceada.

Si la carga axial aplicada " $P_n$ " es menor a la necesaria para que se dé una falla balanceada ( $P_n < P_{nb}$ ), se presentará una falla por tensión; por el contrario, si es mayor ( $P_n > P_{nb}$ ) se presentará una falla de compresión. El análisis de la sección balanceada y el valor de las acciones " $P_{nb}$  y  $M_{nb}$ " se analizará posteriormente en la Secc. III.3.3.

### III.1.5. Factor de reducción.

En el diseño de columnas, el valor del factor de reducción " $\phi$ " varía, dependiendo la carga axial que presente la sección.

- a) Cuando el elemento está sometido a carga axial y flexión (flexo-compresión), el factor de reducción " $\phi$ " es de 0.70 para columnas con estribos y de 0.75 para columnas zunchadas.
- b) Si la carga axial " $P_n$ " es cero, y el elemento está sometido solamente a esfuerzos de flexión, el factor de reducción se considerará como " $\phi = 0.90$ ".

Por tal motivo, el reglamento ACI-318-89 establece un rango de transición del valor del factor de reducción " $\phi$ " cuando la carga axial disminuye de " $P = 0.10 f'c A_g$ " hasta " $P = 0$ ". A medida que la carga aplicada disminuya, el factor de reducción podrá aumentar su valor hasta un máximo de 0.90 cuando la carga es cero. En la figura 3.4. se muestra la variación del factor de reducción con respecto a la carga aplicada.

Cuando la resistencia de fluencia del acero  $f_y$  es menor a  $4200 \text{ kg/cm}^2$ , el refuerzo es simétrico y el peralte efectivo de la columna ( $h - d'$ ) no es menor del  $0.7h$ ; el factor de reducción se podrá calcular como :

- a) Para columnas con estribos.

$$\phi = 0.90 - \frac{2.0 \phi P_n}{0.1 f'c A_g} \geq 0.70 \quad (3.2a)$$

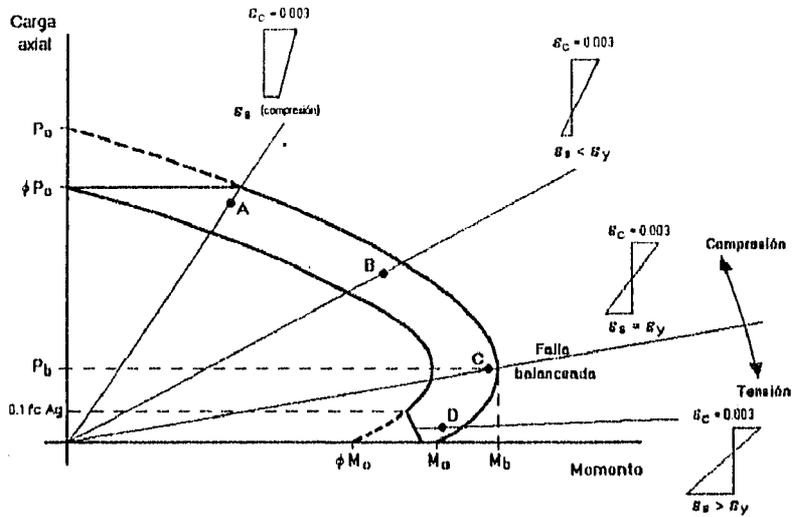


Fig. 3.3.- Diagrama de interacción típico en columnas.

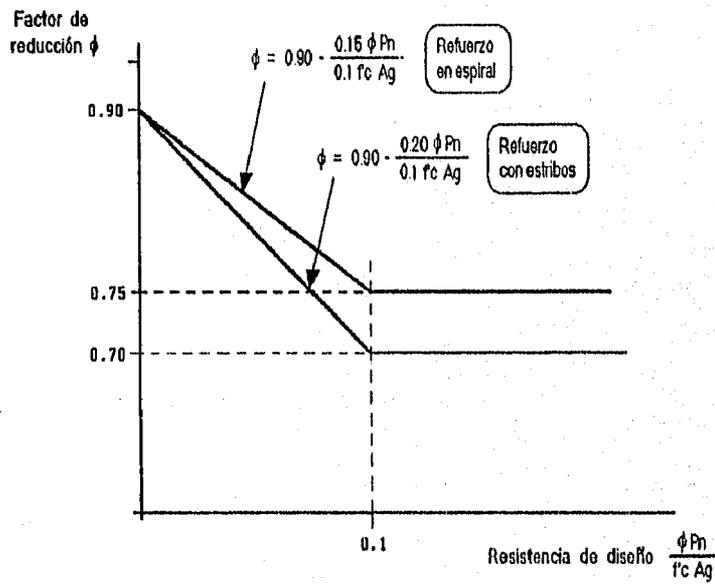


Fig. 3.4.- Variación del factor de reducción en columnas.

b) Para columnas con espiral.

$$\phi = 0.90 - \frac{1.5 \phi P_n}{0.1 f'c A_g} \geq 0.75 \quad (3.2b)$$

En las ecuaciones anteriores :

$$\phi P_{nb} \geq 0.1 f'c A_g$$

Donde :

$f'c$  = Resistencia a la compresión del concreto.

$A_g$  = Area total de la sección.

$P_n$  = Resistencia nominal a la carga.

$P_{nb}$  = Resistencia nominal en condición balanceada.

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia

Nota : Para el primer cálculo se supone un valor de " $\phi$ " de 0.70 ó 0.75 según sea el caso, posteriormente se hará una serie de iteraciones hasta obtener un valor constante de " $\phi$ ".

### III.2. EFECTOS DE ESBELTEZ.

#### III.2.1. Relación de esbeltez.

Como se mencionó, la relación de esbeltez es la relación entre la longitud efectiva y su radio de giro.

$$\text{Relación de esbeltez} = \frac{k l_u}{r}$$

El valor del factor de longitud efectiva " $k$ " depende de las condiciones de apoyo, de las rigideces de columnas y vigas adyacentes. Figura 3.5.

La obtención de su valor se puede determinar por medio de los nomogramas de Jackson y Moreland, o bien por las fórmulas que sugieren los comentarios C.10.11.2 del ACI :

1) Para elementos contraventeados, se toma el menor valor de las siguientes expresiones :

$$k = 0.70 + 0.05 (\Psi_A + \Psi_B) \leq 1.0 \quad (3.3a)$$

$$k = 0.85 + 0.05 \Psi_{\min} \leq 1.0 \quad (3.3b)$$

2) Para elementos sin contraventear :

$$\text{Si } \Psi_m < 2 : \quad k = \frac{20 - \Psi_m}{20} \sqrt{1 + \Psi_m} > 1.0 \quad (3.3c)$$

$$\text{Si } \Psi_m \geq 2 : \quad k = 0.90 \sqrt{1 + \Psi_m} > 1.0 \quad (3.3d)$$

Donde :

$$\Psi = \frac{\sum EI/l_u \text{ columnas}}{\sum EI/l_n \text{ vigas}}$$

$\Psi$  = Relación de rigidez en los extremos "A y B"

$\Psi_{\min}$  = El menor valor de " $\Psi_A$ " y " $\Psi_B$ "

$\Psi_m$  = Relación de rigidez promedio " $(\Psi_A + \Psi_B)/2$ "

$l_u$  = Longitud no apoyada, distancia libre entre losas

$l_n$  = Claro libre medido paño a paño

EI = Rigidez a flexión del elemento

El radio de giro  $r = \sqrt{I/A}$ , para las secciones más comunes se calcula como :

a) secciones rectangulares :

$$r = 0.30 \text{ altura} = 0.30 h \quad (3.4a)$$

b) secciones circulares :

$$r = 0.25 \text{ Diámetro} = 0.25 D \quad (3.4b)$$

Una columna se considera esbelta si :

$$\frac{k l_u}{r} > 22$$

Marcos  
sin contraventear

$$\frac{k l_u}{r} > 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad \text{Marcos contraventeados}$$

$M_1$  y  $M_2$  son los momentos actuantes en los extremos del elemento, siendo " $M_2 > M_1$ ". Cuando sus valores tienen signos diferentes " $M_1/M_2 < 0$ ", el elemento tiene una curvatura simple; cuando presentan signos iguales " $M_1/M_2 > 0$ ", el elemento presenta una curvatura doble es decir, existe en ella un punto de inflexión.

### III.2.2. Amplificación de momentos.

Una columna esbelta presenta una menor estabilidad, se pandeará y fallará antes del estado límite de falla, ya que desarrollará una deformación lateral " $\Delta$ " el cual provocará un momento adicional " $P \Delta$ " que se deberá considerar en el diseño. En este caso, la excentricidad total a la que está expuesto el elemento es " $(e + \Delta)$ ", y el momento incrementado a considerar es " $M_c = P (e + \Delta)$ ".

Para incrementar al valor del momento actuante se le multiplica por un factor de amplificación " $\delta$ ", el cual se divide en " $\delta_b$  y  $\delta_s$ ", uno considera cargas por gravedad y otro cargas por desplazamiento lateral. " $M_c = \delta M$ ". En la figura 3.6. se muestra la modificación respectiva en el diagrama de interacción al considerar este factor de amplificación.

El valor de estos factores considera, además de la esbeltez del elemento, la rigidez del marco completo y las cargas axiales críticas de todo el nivel a analizar.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (3.5a)$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - P_u / (\phi P_c)} \geq 1.0 \quad (3.5b)$$

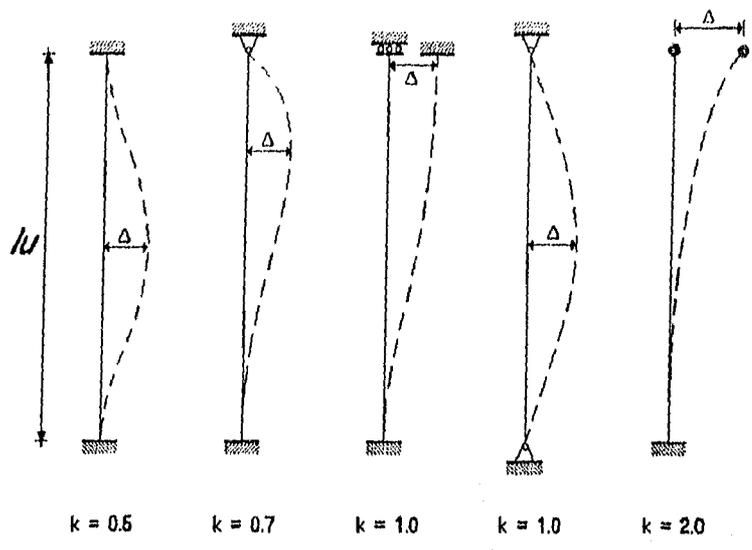


Fig. 3.5.- Factor de longitud efectiva para diferentes tipos de apoyo.

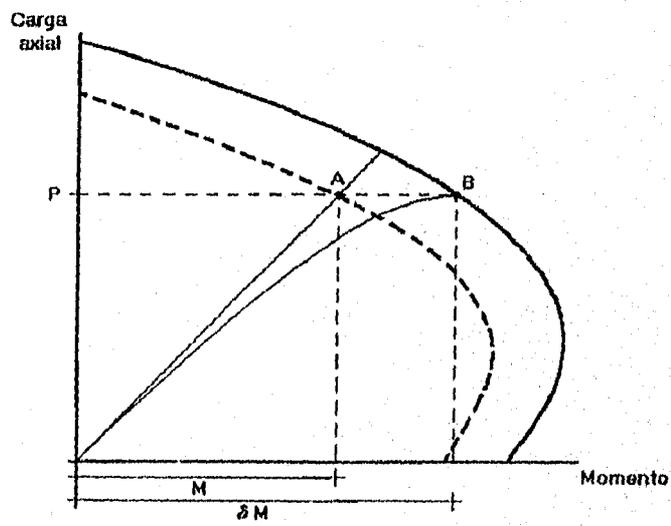


Fig. 3.6.- Amplificación de momentos en columnas esbeltas.

$$\phi_a = \frac{1}{1 - \Sigma P_u / (\phi \Sigma P_c)} \geq 1.0 \quad (3.5c)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I}{(k l_u)^2} \quad (3.5d)$$

Para elementos contraventeados :

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} > 0.4 \quad (3.5e)$$

Para elementos no contraventeados :

$$C_m = 1.0 \quad (3.5f)$$

Donde :

- $\phi_b$  = Factor producido por las cargas de gravedad.
- $\phi_a$  = Factor producido por las cargas que generan un desplazamiento horizontal considerable.
- $M_{2b}$  = El mayor de los momentos factorizados de los extremos y que no son ocasionados por cargas de gravedad.
- $M_{2a}$  = El mayor de los momentos factorizados de los extremos y que son ocasionados por cargas que originan un desplazamiento lateral considerable.
- $C_m$  = Factor que relaciona al diagrama de momento real con un diagrama equivalente de momento uniforme.
- $P_u$  = Carga axial factorizada " $P_u = \phi P_n$ "
- $P_c$  = Carga critica de Euler
- $\Sigma P_u \Sigma P_c$  = Sumatoria para todas las columnas del entrepiso.

Cuando la relación de esbeltez " $k l_u / r$ " es mayor a 100 las consideraciones anteriores no son aplicables, por lo que se deberá realizar un análisis de segundo orden para obtener un valor confiable de los desplazamientos y las acciones en toda la estructura.

$$(k l_u) / r > 100 \quad \rightarrow \quad \text{Análisis de segundo orden}$$

### III.3. CARGA AXIAL Y FLEXION.

#### III.3.1. Columnas con carga axial.

La capacidad a la compresión de una columna está determinada por la suma de la resistencia del concreto más la resistencia del acero. Dado que la carga está aplicada axialmente, se considera que los esfuerzos y las deformaciones en la falla serán iguales a todo lo largo de la sección.

Sin embargo, la excentricidad en una columna es difícil de anular debido a deficiencias en la alineación o asimetrías en las cargas; es por ello que siempre se tendrá que considerar un porcentaje de excentricidad del 5% al 10%; en el diseño, ésta se toma en cuenta al aplicar un factor de reducción adicional que es del 20% para columnas con estribos y del 15% para columnas con refuerzo helicoidal.

El reglamento ACI, indica la carga nominal axial máxima que puede soportar una columna :

a) Para columnas con estribos.

$$P_n (\text{max}) = 0.80 \left[ 0.85 f'c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y \right] \quad (3.6a)$$

b) Para columnas zunchadas.

$$P_n (\text{max}) = 0.85 \left[ 0.85 f'c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y \right] \quad (3.6b)$$

Donde :

$f_y$  = Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo.

$A_{st}$  = Area total del refuerzo longitudinal.

$A_g$  = Area total de la sección.

$P_n$  = Resistencia nominal a la carga.

Obtenida la resistencia nominal a la carga "Pn", se deberá multiplicar por el factor de reducción "φ" para obtener la carga axial factorizada.

$$P_u \leq \phi P_n$$

### III.3.2. Columnas con flexión uniaxial.

Como se mencionó, el diseño de columnas se basa en las mismas hipótesis del diseño de vigas; en la figura 3.7. se presenta el estado de esfuerzos y deformaciones. El análisis es muy parecido al de vigas doblemente reforzadas con la inclusión de una fuerza "Pn" actuando con una excentricidad "e".

El análisis realizado a una sección transversal rectangular de una columna presenta las siguientes características :

- A) Por equilibrio la fuerza axial nominal Pn, será equivalente a las fuerzas de compresión del concreto y el acero menos la fuerza de tensión del acero inferior. Este valor no deberá ser mayor al valor máximo permitido. (Ecs. 3.6a, 3.6b)

$$P_n = 0.85 f'_c a b + A_s' f_s' - A_s f_s \quad (3.7a)$$

$$P_n = C_c + C_s - T_s \quad (3.7b)$$

$$P_n < P_n (\max) \quad (3.7c)$$

- B) Por equilibrio de momentos a partir del centroide plástico, el momento producido por la carga "Mn = Pn e" es equivalente a la suma de los momentos producidos por las cargas.

$$M_n = C_c \left[ \bar{y} - \frac{a}{2} \right] + C_s (\bar{y} - d') + T_s (d - \bar{y}) \quad (3.8)$$

En las ecuaciones anteriores resulta conveniente hacer las siguientes observaciones :

- a) Se considera que el acero inferior  $A_s$  se encuentra sometido a un esfuerzo de tensión. Cuando la excentricidad es mínima, la sección podrá estar totalmente a compresión, por lo que el esfuerzo "fs" cambiará de signo.
- b) Por lo general, en columnas se emplea un armado simétrico por lo que el centroide plástico está a la mitad de la sección.

$$\begin{array}{l} \text{Armado} \\ \text{simétrico} \end{array} \quad \rightarrow \quad A_s' = A_s \quad , \quad \bar{y} = \frac{h}{2}$$

- c) Los esfuerzos del acero superior e inferior "fs, fs'" pueden o no alcanzar su valor de fluencia, dependiendo la excentricidad de la carga aplicada, ya que esto varía la profundidad del eje neutro "c". Por triángulos semejantes :

$$f_s = E_s \epsilon_s = E_s \frac{0.003 (d - c)}{c} \leq f_y \quad (3.9a)$$

$$f_s' = E_s \epsilon_s' = E_s \frac{0.003 (c - d')}{c} \leq f_y \quad (3.9b)$$

### III.3.3. Sección balanceada.

En la sección balanceada, se presentan simultáneamente en las fibras extremas las deformaciones máximas de acero y el concreto : el esfuerzo del acero a tensión alcanza su valor de fluencia, "fs = fy" y el concreto en la zona de compresión presenta su deformación última " $\epsilon_c = 0.003$ "

La sección balanceada se determina fácilmente. A partir de la figura 3.7 y por triángulos semejantes, se obtiene la profundidad del bloque de compresión correspondiente a la sección balanceada :

$$c_b = \frac{6116 d}{6116 + f_y} \quad a_b = \beta_1 c_b \quad (3.10)$$

Los valores de la carga, el momento y la excentricidad de la sección balanceada. ( $P_{nb}$ ,  $M_{nb}$ ,  $e_b$ ) para una sección rectangular, se calculan con las Ecs. 3.7 y 3.8, sustituyendo el valor de "ab". La excentricidad se obtiene al dividir el valor del momento entre la carga actuante :

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} \quad (3.11)$$

El cálculo de las acciones actuantes (P y M) para una sección circular presenta algunas diferencias, las cuales se verán posteriormente.

La sección balanceada divide el tipo de falla que se presenta en el elemento. Se puede determinar el tipo de falla comparando el valor de la excentricidad o el de la carga aplicada con los valores correspondientes a la sección balanceada :

a) Falla por tensión.

$$e > e_b \quad P_n < P_{nb} \quad (3.12a)$$

En este caso el acero a tensión alcanza su esfuerzo de fluencia " $f_s = f_y$ ", no así el acero superior cuyo esfuerzo " $f_s'$ " se calcula con la Ecuación 3.9b.

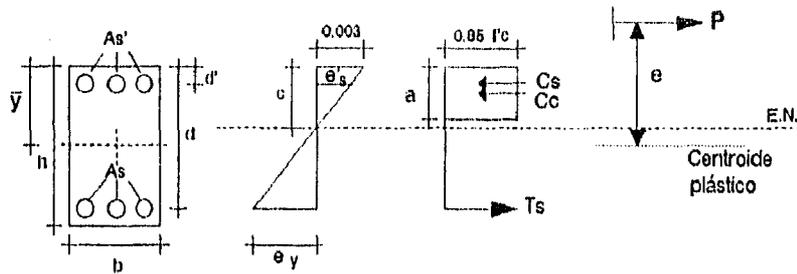
b) Falla por compresión.

$$e < e_b \quad P_n > P_{nb} \quad (3.12b)$$

El esfuerzo en el acero de tensión es menor a su valor de fluencia " $f_s < f_y$ ", el cálculo de estos esfuerzos se obtienen con las Ecs. 3.9.

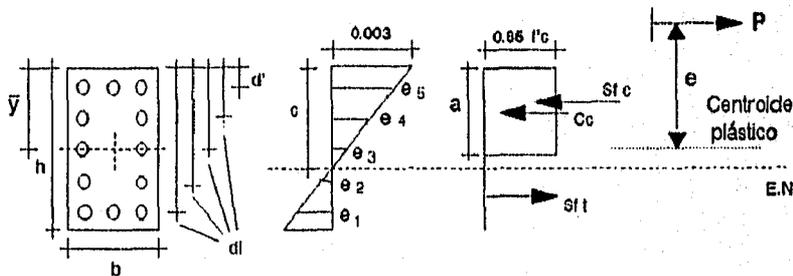
#### III.3.4. Columnas con refuerzo lateral.

En este caso el refuerzo lateral se debe considerar en el diseño de la columna. Como se muestra en la Figura 3.8, el



|                       |                                |                                  |
|-----------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| $C_c = 0.85 f'_c a b$ | $M_{n1} = C_c (\bar{y} - a/2)$ | $M_n = M_{n1} + M_{n2} + M_{n3}$ |
| $C_s = A_s f'_s$      | $M_{n2} = C_s (\bar{y} - d')$  | $P_n = C_c + C_s - T_s$          |
| $T_s = A_s f_s$       | $M_{n3} = T_s (d - \bar{y})$   | $e = M_n / P_n$                  |

Fig. 3.7. Distribución de esfuerzos y deformaciones, columnas rectangulares.



|                                    |   |                         |
|------------------------------------|---|-------------------------|
| $C_c = 0.85 f'_c a b$              | $f_{sl} = \frac{6117 (c - d_l)}{c} \leq f_y$          | $P_n = C_c + S_f$       |
| $S_f = S_{f1} + S_{f2}$            | $M_{n1} = C_c (\bar{y} - a/2)$                        | $M_n = M_{n1} + M_{n2}$ |
| $S_f = \sum (A_{sl} \cdot f_{sl})$ | $M_{n2} = \sum (A_{sl} \cdot f_{sl}) (\bar{y} - d_l)$ | $e = M_n / P_n$         |

Fig. 3.8. Distribución de esfuerzos y deformaciones, columnas rectangulares con refuerzo lateral.

refuerzo se encuentra a diferentes niveles "d<sub>i</sub>" en la sección, por lo que cada refuerzo en cierto nivel tiene un esfuerzo "f<sub>si</sub>" diferente. El cálculo de la carga axial y el momento resistente de la columna presenta ciertos cambios, ya que se tienen que considerar y verificar los esfuerzos "f<sub>sa</sub>" del refuerzo lateral en cada nivel "d<sub>i</sub>". Las ecuaciones modificadas para el cálculo de la carga y el momento son :

$$f_{si} = \frac{6117 (c - d_i)}{c} \leq f_y \quad (3.13a)$$

$$C_c = 0.85 f'_c a b \quad (3.13b)$$

$$P_n = C_c + \Sigma (A_{si} * f_{si}) \quad (3.13c)$$

$$M_{nx} = C_c \left[ \bar{y} - \frac{a}{2} \right] \quad (3.14a)$$

$$M_{nz} = \Sigma (A_{si} * f_{si}) \left[ \bar{y} - d_i \right] \quad (3.14b)$$

$$M_n = M_{nx} + M_{nz} \quad (3.14c)$$

$$e_n = M_n / P_n \quad (3.15)$$

En las ecuaciones anteriores, resulta conveniente realizar las siguientes observaciones :

- 1) "A<sub>si</sub>" es el área de acero total existente a una determinada profundidad "d<sub>i</sub>" de la sección, el cual se encuentra bajo un esfuerzo "f<sub>si</sub>".
- 2) El esfuerzo "f<sub>si</sub>" al que está sometido el acero "A<sub>si</sub>" puede o no alcanzar su valor máximo de fluencia "f<sub>si</sub> ≤ f<sub>y</sub>".
- 3) El acero de refuerzo por debajo del eje neutro se encuentra en tensión, aplicando una fuerza total "S<sub>ft</sub>". El refuerzo por arriba del eje aplica una fuerza total a compresión "S<sub>fc</sub>".

- 4) Para el cálculo de la fuerza de compresión "Cc" ejercida por el bloque rectangular "  $0.85 f'c a b$  " (Ec. 3.13b) se debe considerar el área de concreto desplazado por el acero de refuerzo, por lo que se le deberá restar.
- 5) Se considera que se emplea una sección y un refuerzo simétrico por lo que el centroide plástico " $\bar{y}$ " se encuentra a la mitad de la sección " $\bar{y} = h/2$ ".
- 6) Para la sección balanceada, la obtención de la carga, el momento y la excentricidad correspondientes " $P_{nb}$ ,  $M_{nb}$  y  $e_b$ " se calculan con las Ecs. 3.13c, 3.14 y 3.15
- 7) Al variar la profundidad del eje neutro "c", se obtienen diversos valores de la carga nominal, el momento nominal y la excentricidad " $P_n$ ,  $M_n$ , y  $e_n$ "; los cuales se calculan con las Ecs. 3.13c, 3.14 y 3.15.
- 8) Al graficar la carga y el momento respectivo al hacer variar la profundidad "c", se obtiene el diagrama de interacción de la columna analizada.
- 9) El valor de la carga nominal obtenida, no debe ser mayor a los valores máximos permitidos.

$$P_n \leq P_{n \max}$$

$$Ec. 3.13c \leq Ecs. 3.6$$

### III.3.5. Columnas circulares.

El análisis realizado a una columna circular es semejante al de la columna rectangular. Una vez calculada la profundidad del bloque a compresión "a" se debe determinar el valor de la fuerza de compresión del concreto.

Anteriormente se tenía un esfuerzo de " $0.85 f'c$ " actuando en un área rectangular de base "b" y altura "a". En secciones

circulares el esfuerzo actúa en un casquete esférico cuya altura (o flecha) es "a" y presenta un área a compresión "Ac"; el valor de esta área depende de la profundidad del eje neutro y de su altura "C, a".

En la figura 3.9. se muestra el estado de esfuerzos y deformaciones para una sección circular en ella se puede observar que las únicas modificaciones corresponden a la fuerza y el momento proporcionado por el concreto (Ec. 3-13b, 3.14a), por lo que los nuevos valores son :

$$C_c = 0.85 f'_c A_c \quad (3.16a)$$

$$M_{n1} = C_c \cdot \bar{x} \quad (3.16b)$$

Donde :

$A_c$  = Área de la sección considerada a compresión.

$\bar{x}$  = Distancia del centroide del área  $A_c$ , al centroide plástico de la sección  $\bar{y}$

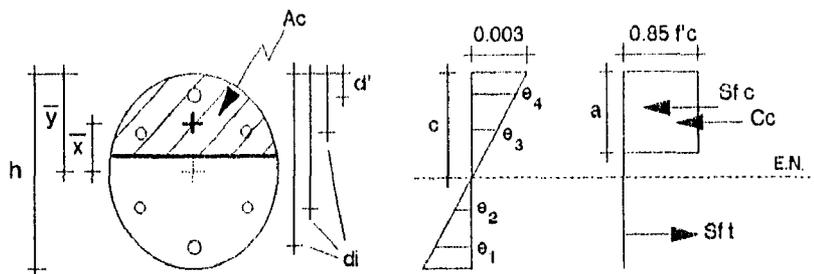
En la Figura 3.10 se analiza la obtención de los valores anteriores "  $A_c$ ,  $\bar{x}$  "

### III.3.6. Procedimiento de diseño.

Debido a que el procedimiento de diseño de una columna presenta un gran número de factores a considerar, resulta más práctico la suposición de las dimensiones de la sección y de la cantidad y distribución del refuerzo, y posteriormente proceder a la revisión de su resistencia.

Si la columna se clasifica como esbelta, se debe realizar previamente un análisis con el fin de tomar en cuenta los desplazamientos y determinar el valor del factor de amplificación de momentos " $\delta$ "

A-1) Dado el valor de la carga "Pu" y del momento "Mu" o de la excentricidad "e".



|                                    |   |                         |
|------------------------------------|---|-------------------------|
| $C_c = 0.85 f_c A_c$               | $f_{si} = \frac{6117 (c - d_i)}{c} < f_y$             | $P_n = C_c + S_f$       |
| $S_f = S_{ft} + S_{fc}$            | $M_{n1} = C_c \cdot \bar{x}$                          | $M_n = M_{n1} + M_{n2}$ |
| $S_f = \sum (A_{si} \cdot f_{si})$ | $M_{n2} = \sum (A_{si} \cdot f_{si}) (\bar{y} - d_i)$ | $e = M_n / P_n$         |

Fig. 3.9. Diagrama de esfuerzos y deformaciones, columnas circulares.

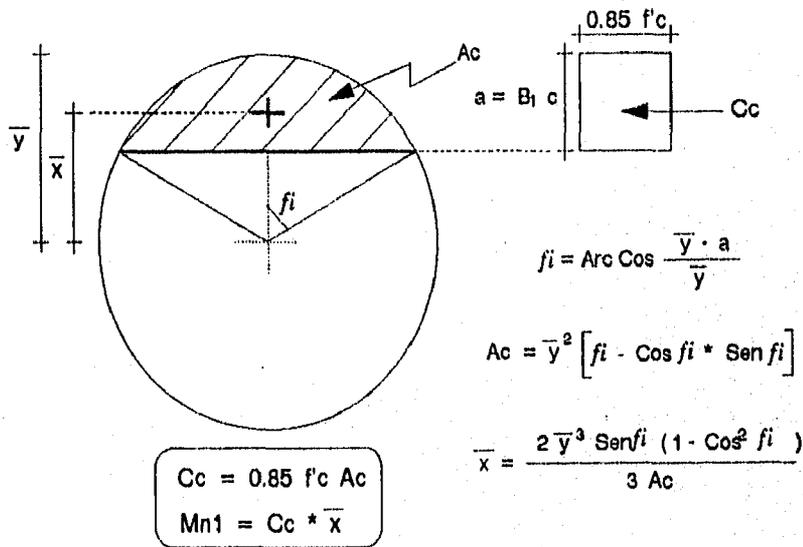


Fig. 3.10. Obtención de la fuerza y el momento proporcionados por el concreto; sección circular.

Proponer las dimensiones "D y r" para la sección circular o "b, h y r" para una sección rectangular, las resistencias del acero y el concreto "f'c, fy"

- A-2) Calcular la cantidad y la distribución del área de acero "As" de la sección. El reglamento permite una relación de refuerzo " $\rho$ " del 1% al 8% :

$$0.01 < \rho = \frac{A_s}{A_g} < 0.08 \quad (3.17)$$

Sin embargo, se recomienda usar una relación de refuerzo del 4% aproximadamente, con el fin de evitar el congestionamiento de acero en los anclajes. " $A_s = \rho A_g$ "

- A-3) En el caso de una sección con refuerzo lateral, se debe distribuir el acero a través de varios niveles.

Para el programa en cuestión, se hacen las siguientes anotaciones:

a) Solamente se proporciona el área de acero para cada nivel " $A_i$ " y el número de niveles "n"; ya que el programa calcula la profundidad " $d_i$ " y el esfuerzo " $f_{s_i}$ " al que se encuentra el acero " $A_i$ ".

b) Se permite un máximo de 12 niveles para el área de acero ( $A_1 \rightarrow A_{12}$ ) en las columnas y únicamente se proporciona el dato de 6 de estos niveles ya que se considera una sección simétrica. (Ejem. Una columna de 4 niveles, sólo se proporciona el dato de 2 de ellos " $A_1$  y  $A_2$ ", ya que se considera que " $A_4 = A_1$  y  $A_3 = A_2$ " )

- A-4) Calcular el valor del factor de reducción  $\beta_1$  y de la excentricidad "e" dado el momento "M"; o bien, dada la excentricidad "e", determinar el valor del momento "M"

- A-5) Obtener el valor de las profundidades " $d_i$ " a las cuales se encuentran las diversas cantidades de acero " $A_i$ ", comparando que el área de acero total " $A_{st}$ " no rebase las relaciones de refuerzo límites.

A-6) Calcular las diversas condiciones de la sección balanceada, carga, momento y excentricidad. ( $c_{bal}$ ,  $e_{bal}$ ,  $P_{bal}$ ,  $M_{bal}$ ,  $e_{bal}$ ) Ecs. 3.10, 3.7, 3.8 y 3.11

A-7) Calcular el valor de la carga resistente nominal cuando la excentricidad se considera mínima " $e_{min} \rightarrow P_{n\ max}$ " y cuando la excentricidad se considera como cero " $e=0 \rightarrow P_o = P_{n\ max}/\phi$ ". ( $P_{n\ max}$ ,  $P_o$ ) Ec. 3.6a  $\phi$  3.6b

A-8) Comparar el valor de la excentricidad balanceada con la real, determinar si el tipo de falla que se presentará será por Compresión o por Tensión. Posteriormente, realizar una serie de iteraciones variando la profundidad del bloque de compresión " $c$ " hasta encontrar un valor de la excentricidad aproximado al valor real. ( $C_c$ ,  $f_{st}$ ,  $P_n$ ,  $M_{nx}$ ,  $M_{nz}$ ,  $M_n$ ,  $e_n$ ) Ecs. 3.13b  $\phi$  3.16a, 3.13a, 3.13c, 3.14a  $\phi$  3.16b, 3.14b, 3.14c y 3.15

Falla por compresión :  $e < e_{bal} \rightarrow c > c_{bal}$   
Falla por tensión :  $e > e_{bal} \rightarrow c < c_{bal}$

A-9) Calcular el valor del factor de reducción " $\phi$ " y obtener los valores de la carga y el momento último de diseño ( $\phi$ ,  $P_u$ ,  $M_u$ ) Ecs. 3.2a y 3.2b

### III.4. FLEXION BIAXIAL.

#### III.4.1. Columnas rectangulares.

Como se mencionó en la sección 3.1.2., las columnas que están sujetas a flexión biaxial se consideran sometidas a dos momentos " $M_x$ " y " $M_y$ " con respecto a los dos ejes.

Dependiendo de los valores de los momentos y las características de la sección, el eje neutro presenta una cierta inclinación y profundidad, por lo general, el eje neutro no es perpendicular a la excentricidad resultante.

Para secciones rectangulares, el diseño por separado para los momentos con respecto a los dos ejes no es confiable; es por ello que se han planteado diversidad de métodos de diseño, siendo difícil la deducción de una fórmula determinada, ya que se deberán considerar la geometría de la sección, la resistencia de los materiales y las acciones existentes, etc.

Uno de los métodos más sencillos y confiables es el desarrollado por Bresler, el cual considera las resistencias con respecto a cada eje "Px<sub>o</sub> y Py<sub>o</sub>" y cuando la sección sólo se encuentra bajo una carga axial "P<sub>o</sub>" :

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{x_o}} + \frac{1}{P_{y_o}} - \frac{1}{P_o} \quad (3.18)$$

Donde :

- P<sub>n</sub> = Carga última resistente
- P<sub>x<sub>o</sub></sub> = Carga última con e<sub>x</sub>, e<sub>y</sub> = 0
- P<sub>y<sub>o</sub></sub> = Carga última con e<sub>y</sub>, e<sub>x</sub> = 0
- P<sub>o</sub> = Carga última axial, e<sub>x</sub> = e<sub>y</sub> = 0

La ecuación anterior presenta una aproximación adecuada, en base a pruebas efectuadas se establece una desviación del 10% con respecto a la resistencia correcta. Sin embargo, este método tiene el inconveniente de servir más para el análisis que para el diseño.

#### III.4.2. Columnas circulares.

Para una columna circular no se requiere un método especial de diseño, en este caso, la resistencia respecto a cualquier eje es la misma debido a que la sección siempre es simétrica

Estas columnas se deberán diseñar con el procedimiento visto anteriormente, pero el momento de diseño " M " se calculará como la resultante de los momentos actuantes " M<sub>x</sub> y M<sub>y</sub> " con respecto a los dos ejes.

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (3.19)$$

### III.4.3. Procedimiento de diseño.

El procedimiento es semejante al de una columna con flexión uniaxial: se deben suponer las dimensiones de la sección y considerar los efectos de esbeltez.

- B-1) Realizar los primeros tres pasos del procedimiento anterior, (A-1, A-2, A-3)
- B-2) Calcular los valores del factor de reducción " $\beta$ " y de las excentricidades " e<sub>y</sub> y e<sub>x</sub> " dado los momentos " M<sub>x</sub> y M<sub>y</sub> "; o bien, dadas las excentricidades " e<sub>y</sub> y e<sub>x</sub> ", determinar los valores de los momentos " M<sub>x</sub> y M<sub>y</sub> "

$$M_x = P e_y \quad M_y = P e_x \quad (3.20)$$

- B-3) Ejecutar los procedimientos A-5, A-6, A-7 y A-8, diseñando para el momento "M<sub>x</sub>".
- B-4) Girando la sección 90°, realizar nuevamente los pasos de diseño anterior pero con respecto al otro eje "M<sub>y</sub>". Obtener el valor de la carga última con respecto a ambos ejes "P<sub>x0</sub> y P<sub>y0</sub>", y posteriormente, la carga axial última "P<sub>0</sub>".
- B-5) Calcular el factor de reducción " $\phi$ " y aplicar la Ecuación 3.16 para obtener la carga nominal y última "P<sub>n</sub> y P<sub>u</sub>".

### III.5. REFUERZO TRANSVERSAL.

#### III.5.1. Refuerzo con estribos.

El refuerzo transversal evita el pandeo local del refuerzo longitudinal o el desprendimiento del recubrimiento, puede utilizarse en secciones rectangulares o circulares y tener diferentes tipos de arreglos (Figura 3.11). Se deben considerar las siguientes limitaciones en su diseño :

- 1) El refuerzo transversal es del "No. 3" como mínimo; cuando el refuerzo longitudinal es mayor del "No. 10" o se utilizan paquetes de varilla se emplean del "No. 4" como mínimo.
- 2) La separación de los estribos no debe exceder de :
  - a) 48 veces el diámetro de los estribos.
  - b) 16 veces el diámetro del refuerzo longitudinal.
  - c) La menor dimensión lateral de la columna. (b, h ó D)
- 3) Las varillas longitudinales con una separación mayor a 15 cm se deben amarrar con estribos laterales.
- 4) El ángulo interno máximo de un estribo es 135°

#### III.5.2. Refuerzo en espiral.

El refuerzo zunchado permite una mayor ductilidad de la columna, por lo que se considera que el elemento redistribuye esfuerzos antes de comenzar la falla. El reglamento ACI establece un porcentaje de refuerzo a utilizar :

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (3.21a)$$

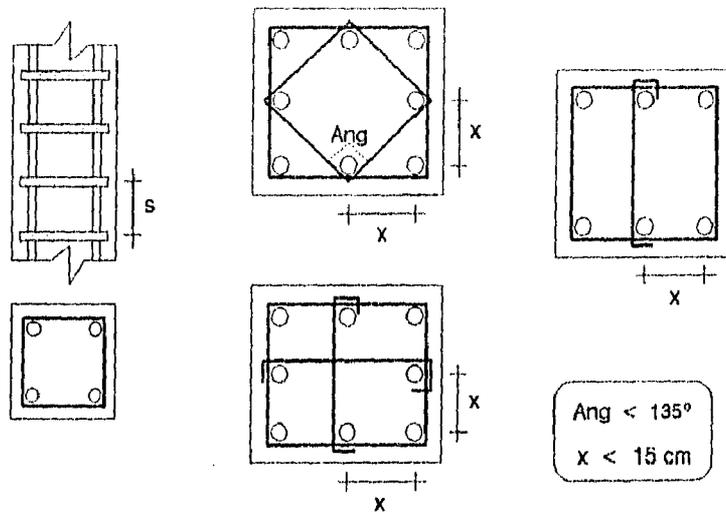


Fig. 3.11.- Tipos de arreglos del refuerzo transversal, secciones rectangulares.

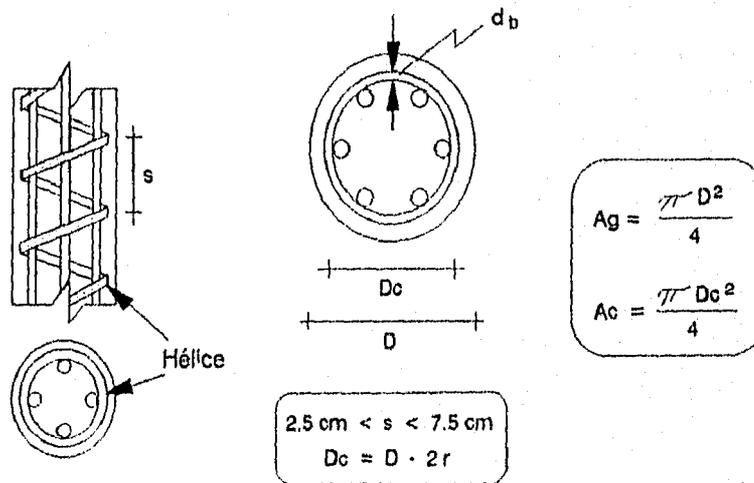


Fig. 3.12.- Obtención del área total y el área del núcleo a compresión. Columnas circulares.

$$A_g = \frac{\pi D^2}{4} \quad A_c = \frac{\pi (D - 2r)^2}{4} \quad (3.21b)$$

Donde :  
 D = Diámetro de la sección.  
 r = Recubrimiento de la sección.  
 A<sub>c</sub> = Área del núcleo a compresión.  
 A<sub>g</sub> = Área total de la sección.

El porcentaje de refuerzo " $\rho_s$ " es la relación existente entre el volumen de acero de una vuelta de la espiral, y el volumen del núcleo de concreto contenido en dicha revolución.  
 Figura 3.12

Por lo tanto, elegido el diámetro del refuerzo transversal, podemos obtener la separación entre espirales o "paso" :

$$\rho_s = \frac{a_s \pi (D_c - d_b)}{(\pi/4) D_c^2 s} \quad (3.22a)$$

$$s = \frac{4 a_s (D_c - d_b)}{D_c^2 \rho_s} \leq 7.5 \text{ cm} \quad (3.22b)$$

Donde :  
 a<sub>s</sub> = Área nominal del refuerzo transversal  
 d<sub>b</sub> = diámetro nominal del refuerzo transversal  
 D<sub>c</sub> = diámetro del núcleo a compresión (D - 2r)  
 s = separación entre hélices (paso)

### III.5.3. Procedimiento de diseño.

A-1) Proporcionar las dimensiones de la sección ( b.h.r ó D.r ), el No. de calibre del refuerzo longitudinal y transversal, (los estribos serán mínimo del No.3) y las resistencias del acero y del concreto (f<sub>y</sub>, f'c)

A-2) Si el refuerzo es con estribos, la separación "s" es el menor valor de los siguientes cálculos :

48 veces el diámetro de los estribos.

16 veces el diámetro del refuerzo longitudinal.

La menor dimensión lateral de la columna (b, h ó D)

Si el refuerzo longitudinal es de un calibre mayor al No.10, los estribos utilizados son del No.4 como mínimo.

A-3) Si el refuerzo es zunchado, calcular el valor de la relación de refuerzo (" $\rho_s$ ", Ecs. 3.21) y posteriormente la separación ("s", Ecs. 3.22), cuidando no rebasar sus valores límites :  
(2.5 cm < s < 7.5 cm).

### III.6. PROGRAMACION Y EJEMPLOS.

El diseño de columnas se ejecuta en un programa, el cual es capaz de realizar el diseño en las siguientes condiciones :

- a) Columnas con refuerzo inferior y superior solamente, aplicando un momento uniaxial o biaxial.
- b) Columnas con refuerzo en las cuatro caras (con refuerzo lateral), aplicando un momento uniaxial o biaxial.
- c) Cuando la carga se considera axial, se tomará en cuenta el valor de la excentricidad mínima requerida en el diseño.
- d) Se consideran secciones simétricas, rectangulares o circulares (de hasta 12 niveles de refuerzo "Asi, di").
- e) El refuerzo transversal puede ser con estribos o zunchada (ésta solamente en columnas circulares)

A continuación se presentan el diagrama de flujo y algunos ejemplos de diseño.

En el diagrama de flujo, para una mayor comprensión se hace referencia a los procedimientos de diseño (A-1, B-2, A-5, etc.), dividiendo el diseño del refuerzo por compresión y carga axial, del diseño del refuerzo transversal.

En los siguientes ejemplos de diseño, se consideran diversas condiciones de servicio y tipos de columnas; con el fin de comprobar el correcto funcionamiento del programa, en ellos se hace referencia de la bibliografía respectiva y el número de ejemplo. También se anota el número o clave del procedimiento a realizar (A-1, B-3, etc.).

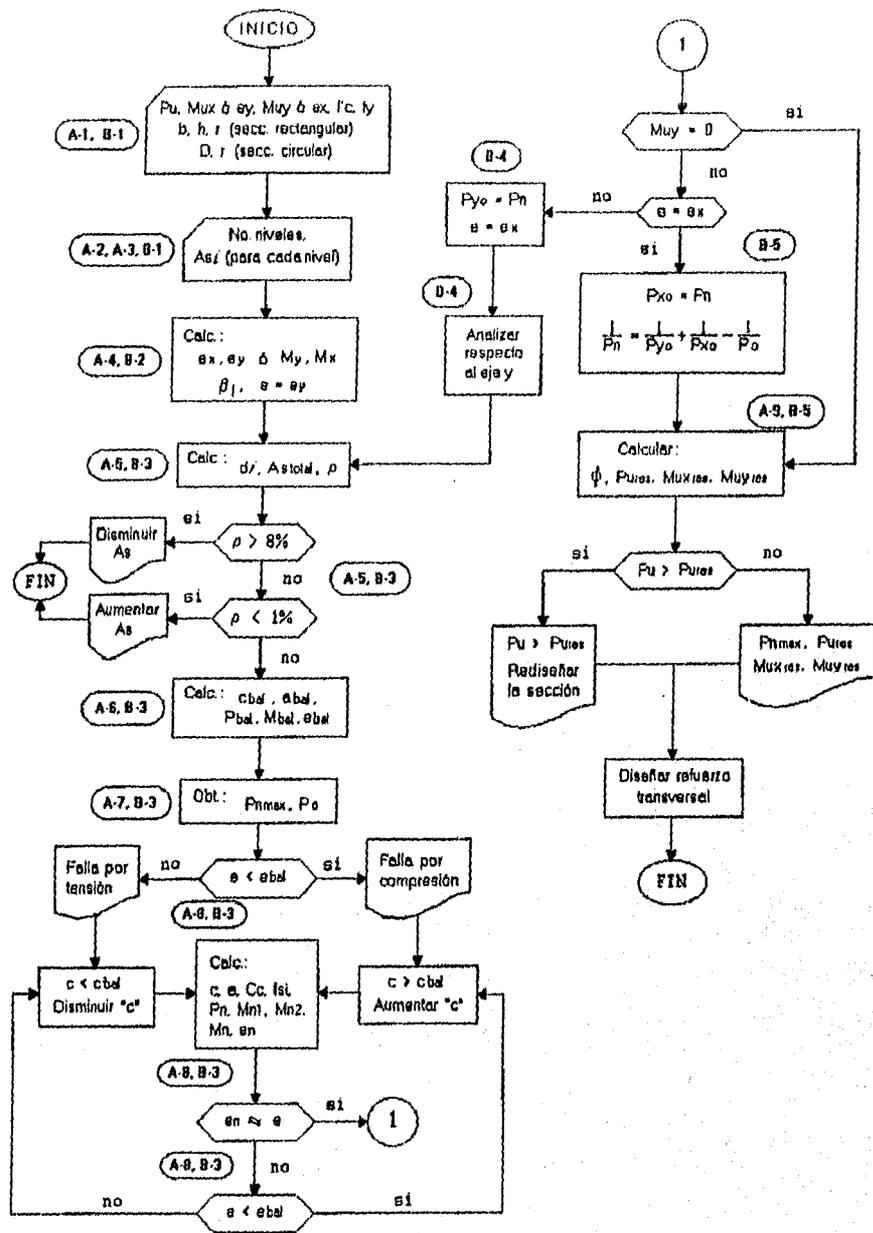


DIAGRAMA 4.- Diseño de columnas.

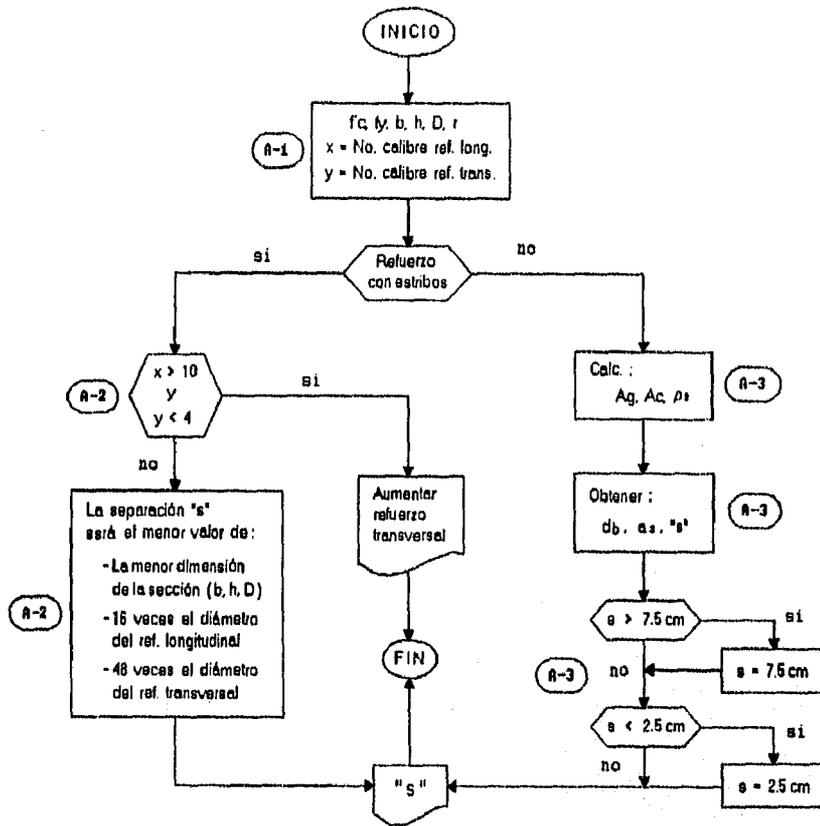


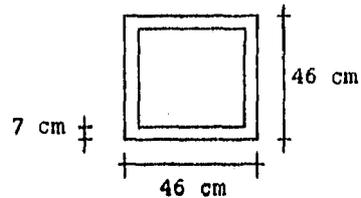
DIAGRAMA 5.- Refuerzo transversal en columnas.

(Ref.5 - Ejem.14). Diseñar la siguiente columna.

(A-1) Datos requeridos para el diseño :

$$\begin{aligned} P_u &= 331 \text{ Ton} & f'c &= 281 \text{ kg/cm}^2 \\ M_u &= 2765 \text{ T-cm} & f_y &= 4218 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

(A-2) Suponiendo una sección de 46 cm x 46 cm con un recubrimiento de 7 cm y una relación de refuerzo del 3%



$$A_g = 46 (46) = 2116 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 46 (39) = 1794 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1794 (0.03) = 53.8 \text{ cm}^2$$

Se podrá utilizar 2 No. 11 + 1 No. 10 en cada lado

(A-3) 2 Niveles  $A_{s1} = 28.31 \text{ cm}^2$

$$A_{s1} = A_{s2} = 2 \text{ No. 11} + 1 \text{ No. 10} = 28.31 \text{ cm}^2$$

(A-4)  $e = 2765/331 = 8.35 \text{ cm}$

$$f'c = 281 \rightarrow \beta_1 = 0.85$$

(A-5)  $d_1 = 46 - 7 = 39 \text{ cm}$   $d_2 = 7 \text{ cm}$

$$A_{s1} = 28.31 \times 2 = 56.62 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 56.62 / (46 \times 39) = 0.03156 < 4 \%$$

(A-6)

$$c_{bal} = \frac{6116 (39)}{6116 + 4218} = 23.08 \text{ cm}$$

$$a_{bal} = 0.85 (23.08) = 19.62 \text{ cm}$$

$$f_{sa} = \frac{6116 (23.1 - 39)}{23.1} = -4218$$

$$f_{sz} = \frac{6116 (23.1 - 7)}{23.1} = 4261 > 4218$$

$$C_c = 0.85 (281) (19.62) (46) = 215,347 \text{ kg}$$

$$P_{nbal} = 215,347 + (4218) (28.3) + (-4218) (28.3) \\ = 215,347 \text{ kg}$$

$$M_{na} = 215,347 (23 - 19.62/2) = 2,840,427 \text{ kg-cm}$$

$$M_{nz} = 28.3(-4218)(23 - 39) + 28.3(4218)(23 - 7) \\ = 1,909,910 + 1,909,910 = 3,819,821 \text{ kg-cm}$$

$$M_{nbal} = 2,840,427 + 3,819,821 = 6,660,248 \text{ Kg-cm}$$

$$e_{bal} = 6,660,248/215,347 = 30.93 \text{ cm}$$

(A-7)

$$P_o = (0.85)(281)(2116 - 56.6) + 56.6 (4218)$$

$$P_o = 491,887 + 238,739 = 730,626 \text{ kg}$$

$$P_{nmax} = 0.8 (730,626) = 584,501 \text{ kg}$$

(A-8)

$$e = 8.35 \text{ cm}$$

$$e_{bal} = 30.94 \text{ cm}$$

$$\therefore e < e_{bal} \text{ y } c > c_{bal}$$

La falla será  
a compresión

a)  $c_{bal} = 23 \text{ cm}$ , si suponemos una profundidad  $c = 35 \text{ cm}$

$$a = 0.85 (35) = 29.75 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (35 - 39)}{35} = - 699$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (35 - 7)}{35} = 4893 > 4218$$

$$f_{sz} = 4218$$

$$C_c = 0.85 (281) (29.75) (46) = 326,866 \text{ kg}$$

$$P_n = 326,866 + (-699) (28.3) + (4218) (28.3) \\ = 426,454 \text{ kg}$$

$$M_{n1} = 426,454 (23 - 29.75/2) = 3,464,938 \text{ kg-cm}$$

$$M_{n2} = 28.3(-699) (23 - 39) + 28.3(4218) (23 - 7) \\ = 316,507 + 1,909,910 = 2,226,417 \text{ kg-cm}$$

$$M_n = 3,464,938 + 2,226,417 = 5,691,355 \text{ Kg-cm}$$

$$e = 5,691,355/426,454 = 13.35 \text{ cm}$$

$$e = 13.35 \text{ cm} > 8.35 \text{ cm} \quad \text{Aumentar el valor de "c"}$$

b) Suponiendo una profundidad de  $c = 42 \text{ cm}$

$$a = 0.85 (42) = 35.70 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (42 - 39)}{42} = 436.86$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (42 - 7)}{42} = 5096 > 4218$$

$$C_c = 0.85 (281) (35.7) (46) = 392,239 \text{ kg}$$

$$P_n = 392,239 + (436.8) (28.3) + (4218) (28.3) \\ = 523,970 \text{ kg}$$

$$M_{n1} = 523,970 (23 - 35.7/2) = 2,698,446 \text{ kg-cm}$$

$$\begin{aligned}
 M_{nz} &= 28.3(436.8)(23 - 39) + 28.3(4218)(23 - 7) \\
 &= -197,783 + 1,909,910 = 1,712,127 \text{ kg-cm} \\
 M_n &= 2,698,446 + 1,712,127 = 4,410,573 \text{ Kg-cm} \\
 e &= 4,410,573/523,970 = 8.42 \text{ cm} \\
 e &= 8.42 \text{ cm} \cong 8.35 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

c) Realizando otro cálculo para una mejor aproximación :

$$\begin{aligned}
 c &= 42.1 \quad \rightarrow \quad P_n = 525,288 \text{ kg} \\
 e &= 8.36 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (A-9) \quad P &= 0.1 (281)(2116) = 59,460 \\
 P &= 59,460 < 331,000 \text{ kg} \quad \rightarrow \quad \phi = 0.7 \\
 P_{umax} &= 0.7 (584,501) = 409,150 \text{ kg} \\
 P_{ures} &= 0.7 (525,288) = 367,701 \text{ kg} > 331,000 \\
 M_{ures} &= 8.36 (367,701) = 3,073,980 \text{ kg-cm} \\
 367.7 \text{ Ton} &> 331 \text{ Ton} \quad \text{Se acepta el diseño}
 \end{aligned}$$

(Ref.5 - Ejem.14).

Diseñar el refuerzo transversal de la columna del ejemplo anterior.

$$\begin{aligned}
 (A-1) \quad b &= h = 46 \text{ cm} \\
 &\text{Ref. longitudinal No.11} \\
 &\text{Puesto que se usan varillas del No.11, se deberán} \\
 &\text{utilizar estribos del No.4 como mínimo.}
 \end{aligned}$$

(A-2) a) Diámetro de estribos No.4 = 1.27 cm

$$s_1 = 48 (1.27) = 60.96 \text{ cm}$$

b) Diámetro de varillas longitudinales = 3.50

$$s_2 = 16 (3.50) = 56.00 \text{ cm}$$

c)  $s_3 = 46 \text{ cm}$

Se escoge la tercera opción :

Utilizar estribos del No.4 separados a cada 45 cm.

Observaciones :

- En la ejecución del programa (CAPITULO 6) se da como dato estribos del No.3, aunque se requieren del No.4 como mínimo, por lo que se da un mensaje de "aumentar refuerzo transversal"
- Ya que el espacio libre entre varillas es de 13.5 cm, (siendo 15 cm la distancia máxima), además del estribo circundante se puede utilizar un estribo intermedio que unirá las varillas del No.10. (el estribo intermedio no es obligatorio, ya que por reglamento no se requiere).
- En la Figura 21 y 32 de la referencia ya citada se presenta el diagrama de interacción y la sección analizada en los dos ejemplos anteriores. Se puede comprobar el correcto funcionamiento del programa.

(Ref.2 - Ejem.13.25).

Diseñar el refuerzo longitudinal y transversal de la siguiente columna circular.

A) Refuerzo longitudinal.

(A-1) Datos requeridos :

$$\begin{aligned} P_u &= 49.90 \text{ Ton} & f'_c &= 281 \text{ kg/cm}^2 \\ e &= 40.64 \text{ cm} & f_y &= 4218 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

(A-2) Suponiendo una sección de 50 cm de diámetro, con un recubrimiento de 5.5 cm y una relación " $\rho = 1.5\%$ "

$$A_g = \pi (50)^2 / 4 = 1963.5 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1963 (0.015) = 29.45 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se podrá utilizar 6 No. 8} = 30.42 \text{ cm}^2$$

(A-3) 4 Niveles  $A_{s1} = 5.07 \text{ cm}^2$   $A_{s2} = 10.14 \text{ cm}^2$

$$A_{s1} = A_{s4} = 1 \text{ No. 8} = 5.07 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = A_{s3} = 2 \text{ No. 8} = 10.14 \text{ cm}^2$$

(A-4)  $M_u = 49,900 (40.64) = 2,027,936 \text{ T-cm}$

$$f'_c = 281 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$$

(A-5)  $d_1 = 50 - 5.5 = 44.5 \text{ cm}$   $d_4 = 5.5 \text{ cm}$

$$d_2 = 50 - 15.3 = 34.7 \text{ cm} \quad d_3 = 15.3 \text{ cm}$$

$$A_{st} = 5.07 \times 6 = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 30.42/1963 = 0.0155 < 4\%$$

(A-6)

$$c_{bal} = \frac{6116 (44.5)}{6116 + 4218} = 26.34 \text{ cm}$$

$$a_{bal} = 0.85 (26.34) = 22.39 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (26.34 - 44.5)}{26.34} = -4218$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (26.34 - 34.7)}{26.34} = -1941$$

$$f_{s3} = \frac{6116 (26.34 - 15.3)}{26.34} = 2563.4$$

$$f_{s4} = \frac{6116 (26.34 - 5.50)}{26.34} = 4839 > 4218$$

$$\phi = \text{Arc Cos } \frac{0.5(50) - 22.4}{0.5(50)} = 1.466 \text{ rad.}$$

$$A_e = \frac{50^2}{4} \left[ 1.466 - \text{Sen}(1.466) \text{ Cos}(1.466) \right] = 852 \text{ cm}^2$$

$$\bar{x} = \frac{50^3 \text{ Sen}(1.466) (1 - \text{Cos}^2(1.466))}{12 (852)} = 12.03 \text{ cm}$$

$$C_c = 0.85 (281) (852) = 203,500 \text{ kg}$$

$$P_{As1} = (-4218) (5.1) = -21,512$$

$$P_{As2} = (-1941) (10.1) = -19,604$$

$$P_{As3} = 2563.4 (10.1) = 25,890$$

$$P_{As4} = 4218 (5.1) = 21,512$$

$$P_{nbal} = 203,500 - 21,512 - 19,604 + 25,890 + 21,512 \\ = 209,786 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 203,500 (12.03) = 2,448,105$$

$$\begin{aligned}
Mn_1 &= -21,512 (25 - 44.5) = 419,484 \\
Mn_2 &= -19,604 (25 - 34.7) = 190,159 \\
Mn_3 &= 25,890 (25 - 15.3) = 251,133 \\
Mn_4 &= 21,512 (25 - 5.5) = 419,484 \\
Mn_{bal} &= 2,448,105 + 419,484 + 190,159 + 251,133 \\
&\quad + 419,484 = 3,728,365 \text{ Kg-cm} \\
e_{bal} &= 3,728,365 / 209,786 = 17.77 \text{ cm}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(A-7) \quad P_o &= (0.85)(281)(1964 - 30.4) + 30.4 (4218) \\
P_o &= 461,840 + 128,227 = 590,067 \text{ kg} \\
P_{nmax} &= 0.85 (590,067) = 501,557 \text{ kg}
\end{aligned}$$

$$(A-8) \quad e = 40.64 \text{ cm} \quad e_{bal} = 17.77 \text{ cm}$$

$\therefore e > e_{bal} \quad y \quad c < c_{bal} \quad \text{Falla a tensión}$

a)  $c_{bal} = 26.34 \text{ cm}$ , si suponemos una disminución de 10 cm a su valor, tenemos una profundidad  $c = 16 \text{ cm}$

$$a = 0.85 (16) = 13.60 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (16 - 44.5)}{16} = -10,894 < -4218$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (16 - 34.7)}{16} = -7,148 < -4218$$

$$f_{s3} = \frac{6116 (16 - 15.3)}{16} = 267.6$$

$$f_{s4} = \frac{6116 (16 - 5.50)}{16} = 4,013.6$$

$$\phi = \text{Arc Cos} \frac{0.5(50) - 13.6}{0.5(50)} = 1.0973 \text{ rad.}$$

$$Ae = \frac{50^2}{4} \left[ 1.097 - \text{Sen}(1.097) \text{Cos}(1.097) \right] = 432 \text{ cm}^2$$

$$\bar{x} = \frac{50^3 \text{ Sen}(1.097) (1 - \text{Cos}^2(1.097))}{12 (432)} = 17 \text{ cm}$$

$$Cc = 0.85 (281)(432) = 103,183 \text{ kg}$$

$$PA_{s1} = (-4218)(5.1) = -21,512$$

$$PA_{s2} = (-4218)(10.1) = -42,602$$

$$PA_{s3} = 267.6(10.1) = 2,703$$

$$PA_{s4} = 4013.6(5.1) = 20,469$$

$$P_n = 103,183 - 21,512 - 42,602 + 2,703 + 20,469 \\ = 62,241 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 103,183 (17) = 1,754,111$$

$$M_{n1} = -21,512 (25 - 44.5) = 419,484$$

$$M_{n2} = -42,602 (25 - 34.7) = 413,239$$

$$M_{n3} = 2,703 (25 - 15.3) = 26,219$$

$$M_{n4} = 20,469 (25 - 5.5) = 399,146$$

$$M_n = 1,754,111 + 419,484 + 413,239 + 26,219 \\ + 399,146 = 3,012,199 \text{ Kg-cm}$$

$$e = 3,012,199/62,241 = 48.39 \text{ cm}$$

b)  $e > e_{bal}$ . (  $48.39 > 40.64$  ), habrá que reducir la excentricidad aumentando la profundidad,  $c = 17.5 \text{ cm}$

$$a = 0.85 (17.5) = 14.88 \text{ cm}$$

$$fs_1 = \frac{6116 (17.5 - 44.5)}{17.5} = -9,436 < -4218$$

$$fs_2 = \frac{6116 (17.5 - 34.7)}{17.5} = -6,011 < -4218$$

$$fs_3 = \frac{6116 (17.5 - 15.3)}{17.5} = 768.9$$

$$fs_4 = \frac{6116 (17.5 - 5.50)}{17.5} = 4,193.8$$

$$\phi = \text{Arc Cos } \frac{0.5(50) - 14.88}{0.5(50)} = 1.154 \text{ rad.}$$

$$Ae = \frac{50^2}{4} [1.097 - \text{Sen}(1.097) \text{Cos}(1.097)] = 490 \text{ cm}^2$$

$$\bar{x} = \frac{50^3 \text{ Sen}(1.097) (1 - \text{Cos}^2(1.097))}{12 (490)} = 16.25 \text{ cm}$$

$$Cc = 0.85 (281)(490) = 117,036 \text{ kg}$$

$$PA_{s1} = (-4218)(5.1) = -21,512$$

$$PA_{s2} = (-4218)(10.1) = -42,602$$

$$PA_{s3} = 768.9(10.1) = 7,766$$

$$PA_{s4} = 4193.8(5.1) = 21,388$$

$$P_n = 117,036 - 21,512 - 42,602 + 7,766 + 21,388 \\ = 82,076 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 117,036 (16.25) = 1,901,835$$

$$M_{n1} = -21,512 (25 - 44.5) = 419,484$$

$$M_{n2} = -42,602 (25 - 34.7) = 413,239$$

$$\begin{aligned}
 M_{ns} &= 7,766 (25 - 15.3) = 75,330 \\
 M_{n4} &= 21,388 (25 - 5.5) = 417,066 \\
 M_n &= 1,901,835 + 419,484 + 413,239 + 75,330 \\
 &\quad + 417,066 = 3,226,954 \text{ Kg-cm} \\
 e &= 3,226,954/82,076 = 39.31 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

c)  $e < e_{bal}$ , (  $39.31 < 40.64$  ), habrá que aumentar un poco la excentricidad disminuyendo la profundidad.

$$\begin{aligned}
 c &= 17.25 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad P_n = 78,765 \text{ kg} \\
 e &= 40.54 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

(A-9)

$$\begin{aligned}
 P &= 0.1 (281)(1963.5) = 55,174 \\
 P &= 55,174 < 49,900 \text{ kg} \quad \rightarrow \quad \phi = 0.75 \\
 P_{umax} &= 0.75 (501,557) = 376,168 \text{ kg} \\
 P_{ues} &= 0.75 (78,765) = 59,074 \text{ kg} > 49,900 \\
 M_{ues} &= 40.54 (59,074) = 2,394,850 \text{ kg-cm} \\
 59.07 \text{ Ton} &> 49.90 \text{ Ton} \quad \rightarrow \quad P_{ues} > P_u \\
 \text{Se acepta el diseño de la columna propuesta}
 \end{aligned}$$

La carga resistente obtenida en la ejecución del programa es  $P_{ues} = 59,027 \text{ Ton}$ .

B) Refuerzo transversal.

(A-1)

$$\begin{aligned}
 f'_c &= 218 \text{ kg/cm}^2 & D &= 50 \text{ cm} \\
 f_y &= 4218 \text{ kg/cm}^2 & r &= 5.5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Refuerzo longitudinal No.8

Refuerzo trabsversal No.3

$$\begin{aligned}
(A-3) \quad A_c &= \frac{\pi (50 - 2(5.5))^2}{4} = 1,194.59 \text{ cm}^2 \\
A_g &= 1963.5 \text{ cm}^2 \\
\rho_a &= 0.45 \left[ \frac{1963.5}{1194.6} - 1 \right] \frac{281}{4218} = 0.0193 \\
d_b &= 0.9525 \text{ cm} \quad a_s = 0.7126 \text{ cm}^2 \\
D_c &= 50 - 2(5.5) = 39 \text{ cm} \\
s &= \frac{4 (0.7126) (39 - 0.95)}{39^2 (0.0193)} = 3.69 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Se utilizará un refuerzo del No.3 en espiral con una separación de 3.5 cm

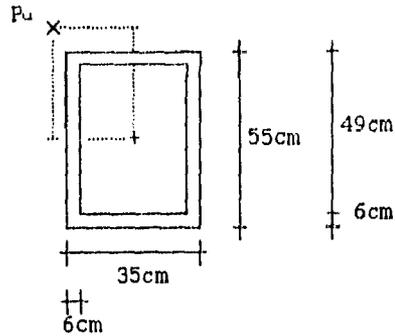
(Ref.3 - Ejem.15.5). Rediseñar la siguiente columna.

$$\begin{array}{ll}
(B-1) & P_u = 77,000 \text{ kg} & f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2 \\
(A-1) & e_y = 35 \text{ cm} & f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \\
& e_x = 20 \text{ cm} &
\end{array}$$

(A-2) Si se desea una cantidad de refuerzo semejante en los cuatro lados de la sección, las dimensiones de la columna "b y d" deberán ser proporcionales a las excentricidades presentadas. Suponiendo una sección de 35 cm de base :

$$\frac{35}{20} = \frac{h}{35} \quad \rightarrow \quad h \cong 61 \text{ cm}$$

Supongamos una sección de 35 x 55 con un recubrimiento de 6 cm y una relación de refuerzo del 3.5%



$$e_x = 20 \text{ cm}$$

$$e_y = 35 \text{ cm}$$

$$P_u = 77 \text{ ton}$$

$$A_g = 35 (55) = 1925 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 35 (49) = 1715 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1715 (0.035) = 60 \text{ cm}^2$$

Se podrá utilizar 12 No. 8, 4 varillas en cada lado

$$(A-3) \quad 4 \text{ Niveles} \quad A_{s1} = 20.28 \text{ cm}^2 \quad A_{s2} = 10.14 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s4} = 4 \text{ No. 8} = 20.28 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = A_{s3} = 2 \text{ No. 8} = 10.14 \text{ cm}^2$$

$$(B-2) \quad M_{nx} = 77,000 (35) = 2,695,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_{ny} = 77,000 (20) = 1,540,000 \text{ kg-cm}$$

$$f'_c = 300 \rightarrow \beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{300 - 280}{70} \right)$$

$$\beta_1 = 0.8357$$

1) Analisis con respecto al eje "x"

$$(B-3) \quad d_1 = 55 - 6 = 49 \text{ cm}$$

$$d_4 = 6 \text{ cm}$$

$$(A-5) \quad d_2 = 34.66 \text{ cm}$$

$$d_3 = 20.33 \text{ cm}$$

$$A_{s1} = 5.07 \times 12 = 60.84 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{60.84}{35 \times 49} = 0.0355 < 4\%$$

(A-6)

$$c_{bal} = \frac{6116 (49)}{6116 + 4200} = 29.05 \text{ cm}$$

$$a_{bal} = 0.8357 (29.05) = 24.28 \text{ cm}$$

$$f_{S1} = \frac{6116 (29.05 - 49)}{29.05} = -4200$$

$$f_{S2} = \frac{6116 (29.05 - 34.7)}{29.05} = -1190$$

$$f_{S3} = \frac{6116 (29.05 - 20.3)}{29.05} = 1842$$

$$f_{S4} = \frac{6116 (29.05 - 6)}{29.05} = 4853 > 4200$$

$$C_c = 0.8357 (300) (24.28) (35) = 213,053 \text{ kg}$$

$$P_{n1} = 20.28 (-4200) = -85,176$$

$$P_{n2} = 10.14 (-1190) = -12,067$$

$$P_{n3} = 10.14 (1842) = 18,678$$

$$P_{n4} = 20.28 (4200) = 85,176$$

$$P_{nbal} = 213,053 - 85,176 - 12,067 + 18,678 + 85,176 \\ = 219,664 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 213,053 (27.5 - 24.28/2) = 3,272,494 \text{ kg-cm}$$

$$M_{n1} = -85,176 (27.5 - 49) = 1,831,284$$

$$M_{n2} = -12,067 (27.5 - 34.66) = 86,400$$

$$M_{n3} = 18,678 (27.5 - 20.33) = 133,921$$

$$M_{n4} = 85,176 (27.5 - 6.0) = 1,831,284$$

$$M_{nbal} = 3,272,494 + 1,831,284 + 86,400 + 133,921 \\ + 1,831,284 = 7,155,383 \text{ Kg-cm}$$

$$e_{bal} = 7,155,383 / 219,664 = 32.57 \text{ cm}$$

$$(A-7) \quad P_o = (0.8357)(300)(1925 - 60.84) + 60.84 (4200)$$

$$P_o = 467,364 + 255,528 = 722,892 \text{ kg}$$

$$P_{nmax} = 0.8 (722,892) = 578,314 \text{ kg}$$

$$(A-8) \quad e = 35 \text{ cm} \quad e_{bal} = 32.57 \text{ cm}$$

$$\therefore e > e_{bal} \quad y \quad c < c_{bal} \quad \text{Falla a tensión}$$

a)  $c_{bal} = 29.05 \text{ cm}$ , si suponemos una profundidad  $c = 28 \text{ cm}$

$$a = 0.8357 (28) = 23.4 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (28 - 49)}{28} = -4587 < -4200$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (28 - 34.7)}{28} = -1463$$

$$f_{s3} = \frac{6116 (28 - 20.3)}{28} = 1682$$

$$f_{s4} = \frac{6116 (28 - 6)}{28} = 4805 > 4200$$

$$C_c = 0.8357 (300)(23.40)(35) = 205,331 \text{ kg}$$

$$P_{n1} = 20.28 (-4200) = -85,176$$

$$P_{n2} = 10.14 (-1463) = -14,835$$

$$P_{n3} = 10.14 (1682) = 17,055$$

$$P_{n4} = 20.28 (4218) = 85,176$$

$$P_n = 205,331 - 85,176 - 14,835 + 17,055 + 85,176$$

$$= 207,551 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 205,331 (27.5 - 23.40/2) = 3,244,230 \text{ kg-cm}$$

$$M_{na} = -85,176 (27.5 - 49) = 1,831,284$$

$$M_{nz} = -14,835 (27.5 - 34.66) = 106,218$$

$$M_{na} = 17,055 (27.5 - 20.33) = 122,284$$

$$M_{na} = 85,176 (27.5 - 6.0) = 1,831,284$$

$$M_n = 3,244,230 + 1,831,284 + 106,218 + 122,284$$

$$+ 1,831,284 = 7,135,300 \text{ Kg-cm}$$

$$e = 7,135,300/207,551 = 34.38 \text{ cm}$$

b)  $e < e_{bal}$ , ( $34.38 < 35.00$ ), habrá que aumentar un poco la excentricidad disminuyendo la profundidad "c".

$$c = 27.65 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad P_n = 203,434 \text{ kg}$$

$$e = 35 \text{ cm}$$

## 2) Análisis con respecto al eje "y"

$$(B-4) \quad d_1 = 35 - 6 = 29 \text{ cm}$$

$$d_4 = 6 \text{ cm}$$

$$(A-5) \quad d_2 = 21.33 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13.67 \text{ cm}$$

$$A_{st} = 5.07 \times 12 = 60.84 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 60.84 / (35 \times 49) = 0.0355 < 4 \%$$

$$(A-6) \quad c_{bal} = \frac{6116 (29)}{6116 + 4200} = 17.19 \text{ cm}$$

$$a_{bal} = 0.8357 (17.19) = 14.37 \text{ cm}$$

$$f_{S1} = \frac{6116 (17.19 - 29)}{17.19} = -4200$$

$$f_{S2} = \frac{6116 (17.19 - 21.33)}{17.19} = -1473$$

$$f_{S3} = \frac{6116 (17.19 - 13.67)}{17.19} = 1252$$

$$f_{S4} = \frac{6116 (17.19 - 6)}{17.19} = 3981$$

$$C_c = 0.8357 (300)(14.37)(55) = 198,149 \text{ kg}$$

$$P_{n1} = 20.28 (-4200) = -85,176$$

$$P_{n2} = 10.14 (-1473) = -14,936$$

$$P_{n3} = 10.14 (1252) = 12,695$$

$$P_{n4} = 20.28 (3981) = 80,734$$

$$P_{nbat} = 198,149 - 85,176 - 14,936 + 12,695 + 80,734 \\ = 191,466 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 198,149 (17.5 - 14.37/2) = 2,043,907 \text{ kg-cm}$$

$$M_{n1} = -85,176 (17.5 - 29) = 979,524$$

$$M_{n2} = -14,936 (17.5 - 21.33) = 57,205$$

$$M_{n3} = 12,695 (17.5 - 13.67) = 48,622$$

$$M_{n4} = 80,734 (17.5 - 6.0) = 928,441$$

$$M_{nbat} = 2,043,907 + 979,524 + 57,205 + 48,622 \\ + 928,441 = 4,057,699 \text{ Kg-cm}$$

$$e_{bat} = 4,057,699/191,466 = 21.19 \text{ cm}$$

(A-8)

$$e = 20 \text{ cm}$$

$$e_{bat} = 21.19 \text{ cm}$$

$$\therefore e < e_{bat} \text{ y } c > c_{bat}$$

Falla a  
Compresión

a)  $c_{bal} = 17.2$  cm, suponemos una profundidad  $c = 17.5$  cm

$$a = 0.8357 (17.5) = 14.62 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = \frac{6116 (17.50 - 29)}{17.50} = -4019$$

$$f_{s2} = \frac{6116 (17.50 - 21.33)}{17.50} = -1338.5$$

$$f_{s3} = \frac{6116 (17.50 - 13.67)}{17.50} = 1338.5$$

$$f_{s4} = \frac{6116 (17.50 - 6)}{17.50} = 4019$$

$$C_c = 0.8357 (300) (14.62) (55) = 201,596 \text{ kg}$$

$$P_{n1} = 20.28 (-4019) = -81,505$$

$$P_{n2} = 10.14 (-1338.5) = -13,572$$

$$P_{n3} = 10.14 (1338.5) = 13,572$$

$$P_{n4} = 20.28 (4019) = 81,505$$

$$P_n = 201,596 - 81,505 - 13,572 + 13,572 + 81,505 \\ = 201,596 \text{ kg}$$

$$M_{nc} = 201,596 (17.5 - 14.62/2) = 2,054,263 \text{ kg-cm}$$

$$M_{n1} = -81,505 (17.5 - 29) = 937,307$$

$$M_{n2} = -13,572 (17.5 - 21.33) = 51,981$$

$$M_{n3} = 13,572 (17.5 - 13.67) = 51,981$$

$$M_{n4} = 81,505 (17.5 - 6.0) = 937,307$$

$$M_n = 2,054,263 + 2 (937,307) + 2 (51,981) \\ = 4,032,839 \text{ Kg-cm}$$

$$e = 4,032,839/201,596 = 20.00 \text{ cm}$$

$$c = 17.50 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad P_n = 201,596 \text{ kg}$$

$$e = 20 \text{ cm}$$

Por lo tanto :

$$\underline{P_{y0} = 203,434 \text{ kg} \quad P_{x0} = 201,596 \text{ kg}}$$

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{203,434} + \frac{1}{201,596} - \frac{1}{722,892}$$

$$P_n = 117,748.4 \text{ kg}$$

(A-9)  $P = 0.1 (300)(1925) = 57,750$   
 $P = 57,750 < 77,000 \text{ kg} \quad \rightarrow \quad \phi = 0.7$   
 $P_{umax} = 0.7 (578,314) = 404,820 \text{ kg}$   
 $P_{ures} = 0.7 (117,748) = 82,424 \text{ kg} > 77,000$   
 $M_{uxres} = 35 (82,424) = 2,884,840 \text{ kg-cm}$   
 $M_{uyres} = 20 (82,424) = 1,648,480 \text{ kg-cm}$   
 $82.4 \text{ Ton} > 77.0 \text{ Ton} \quad \text{Se acepta el diseño}$

Diseño del refuerzo transversal de la columna :

(A-1)  $b = 35 \text{ cm} \quad h = 55 \text{ cm}$

Ref. longitudinal No.8

Ref. transversal No.3

(A-2) a) Diámetro de estribos = 0.95

$$s_1 = 48 (0.95) = 45.60 \text{ cm}$$

b) Diámetro de varillas longitudinales = 2.54

$$s_2 = 16 (2.54) = 40.64 \text{ cm}$$

c) Menor dimensión de la columna

$$s_3 = 35 \text{ cm}$$

Se escoge la tercera opción :

Utilizar estribos del No.3 separados a cada 35 cm.

**Nota :** Se rediseñó la sección ya que en la ejecución original presentada en la referencia citada, se tenía un factor de sobre diseño alto "Puro = 122.5 Ton"

$$\text{F.D. original} = \frac{122.5}{77.0} = 1.59$$

$$\text{F.D. calculada} = \frac{82.4}{77.0} = 1.07$$

## **CAPITULO IV.- DISEÑO DE LOSAS.**

### **IV.1. Tipos de losas.**

**IV.1.1. Definición.**

**IV.1.2. Losas perimetralmente apoyadas.**

**IV.1.3. Losas planas.**

**IV.1.4. Losas reticulares.**

### **IV.2. Losas en una dirección.**

**IV.2.1. Diseño por flexión.**

**IV.2.2. Refuerzo por temperatura.**

**IV.2.3. Refuerzo por cortante.**

**IV.2.4. Procedimiento de diseño.**

### **IV.3. Losas en dos direcciones.**

**IV.3.1. Definiciones.**

**IV.3.2. Método de diseño directo.**

**IV.3.3. Momento estático total.**

**IV.3.4. Distribución del momento.**

**IV.3.5. Distribución en franjas de tablero.**

**IV.3.6. Tamaño y separación del refuerzo.**

**IV.3.7. Diseño por cortante.**

**IV.5.8. Procedimiento de diseño.**

### **IV.4. Programación y ejemplos.**

## CAPITULO IV.- DISEÑO DE LOSAS.

### IV.1. TIPOS DE LOSAS.

#### IV.1.1. Definición.

Las losas son elementos estructurales cuyas dimensiones en planta son considerablemente mayores a su peralte y que deben soportar principalmente cargas normales a su plano, aunque en ocasiones, se diseñan para cargas paralelas al plano, como es el caso de losas inclinadas.

Dependiendo de la relación entre el lado mayor y el lado menor, las losas se comportan y se clasifican de dos formas :

- 1) Losas en una dirección. Este tipo de losas son tableros de piso cuya relación entre claros largo y corto es mayor de 2. Este tipo de losas se diseña como una viga simplemente reforzada, ya que la deformación que presenta es solamente en dirección perpendicular a los apoyos, considerando un ancho unitario para el procedimiento de diseño.
- 2) Losas en dos direcciones. Son losas cuya relación entre longitud y ancho es menor de 2. El diseño de este tipo de losas presenta un procedimiento más detallado y particular, dependiendo del sistema de piso que se desee emplear, ya que el elemento presenta deformaciones con respecto a sus dos ejes. En los últimos años se han desarrollado diversidad de sistemas de piso, sin embargo, los más comunes y utilizados son las siguientes :

- a) Losas perimetralmente apoyadas.
- b) Losas planas.
- c) Losas reticulares.

#### IV.1.2. Losas perimetralmente apoyadas.

La losa se apoya en vigas de concreto (precolado o colado monolíticamente) o de acero, o bien, en muros de mampostería.

La deformación que presenta el elemento es mayor en el centro del claro que en los apoyos; cuando la losa no está colada monolíticamente con los apoyos, sus esquinas se levantan deformándose de una manera semejante a un plato.

El valor de estas deformaciones depende en gran parte de las rigideces de los apoyos :

- a) Cuando la losa está apoyada en muros de concreto se puede considerar que tiene una rigidez infinita.
- b) Cuando la losa se apoya en vigas, la rigidez depende de las dimensiones de éstas y del claro a soportar.
- c) Un caso particular representan las losas planas, las cuales se pueden considerar como apoyadas en vigas con rigidez cero.

El diseño por cortante en este tipo de losas no representa mayor cuidado, únicamente se requiere una revisión de la sección ya que por lo general, su resistencia es menor a la de diseño.

#### IV.1.3. Losas planas.

Estas losas se apoyan directamente sobre columnas sin la utilización de vigas o muros de apoyo. Figura 4.1.

Las columnas pueden tener en su parte superior un *capitel*, el cual es un incremento paulatino de la sección en su parte superior, cuya inclinación no debe ser mayor a los 45°.

Además, la losa puede tener un aumento del 30% al 50% en su peralte alrededor de las columnas, formando rectángulos los cuales se denominan *ábacos*. La dimensión del ábaco no debe ser menor a un sexto del claro a cada lado de la columna.

La principal función del capitel y de los abacos es aumentar la capacidad al cortante por penetración y al momento flexionante negativo en los apoyos, ya que es donde se presentan las acciones críticas. Cuando no se empleen, se debe aumentar la dimensión de la columna para incrementar el área de apoyo.

Los principales modos de falla que se presentan son :

- a) Cortante por penetración. En este caso, la columna perfora la losa formando un cono o pirámide truncado; este tipo de falla se analizará con mayor detalle en el diseño de zapatas.
- b) Falla por flexión. La losa se deforma en dos direcciones y el el acero de refuerzo fluye en diversas zonas, provocando una falla parecida a la de una viga.

El procedimiento de diseño por flexión es hasta cierto punto muy conservador y tolerante con los errores; sin embargo, el diseño por cortante en este tipo de losas no admite tolerancia, por lo que se debe tener especial cuidado en el diseño.

#### IV.1.4. Losas reticulares.

También llamadas losas aligeradas; este tipo de losas es una variante de losa plana, ya que el concreto innecesario es eliminado por medio de casetones (cubos) que producen huecos en la estructura. Figura 4.2.

En este caso las columnas no necesitan capitel y abacos, ya que las viguetas no transmiten momentos o fuerzas cortantes de gran magnitud.

Para asegurar un adecuado funcionamiento, se recomienda utilizarlos cuando se cumplen las siguientes características :

- 1) Cargas ligeras.
- 2) Claros medianos o largos.
- 3) Claros relativamente cuadrados.
- 4) Claros continuos.

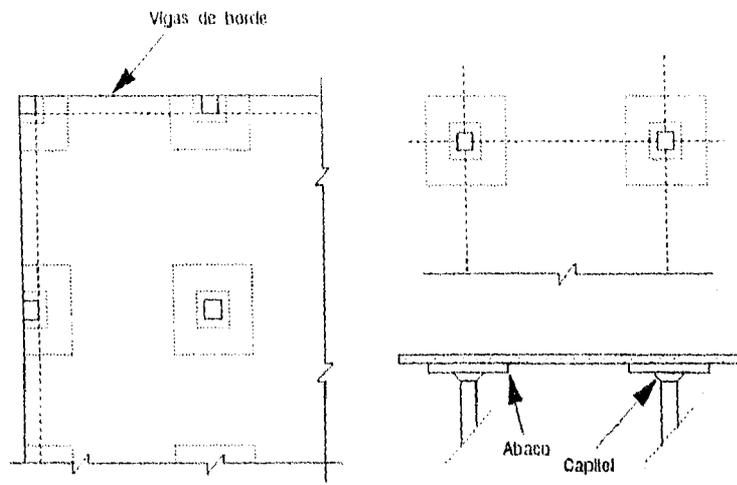


Fig. 4.1. Sistema de losas planas.

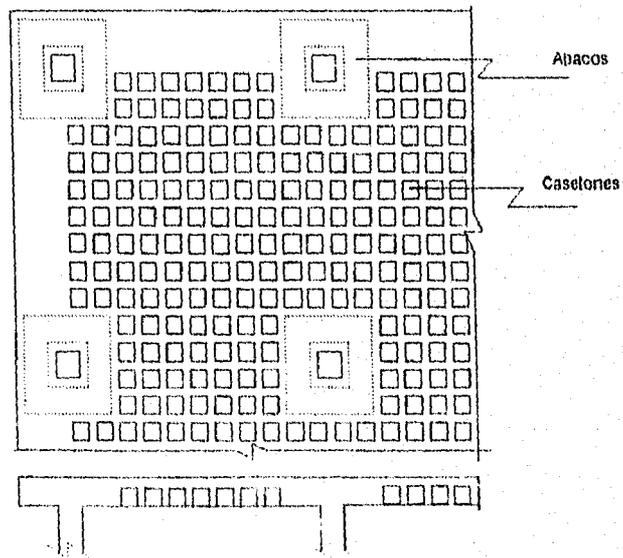


Fig. 4.2. Sistema de losas reticulares.

## IV.2. LOSAS EN UNA DIRECCION.

### IV.2.1. Diseño por flexión.

Como se mencionó, este tipo de losas tiene una relación entre claros mayor a 2 y presenta una deformación con respecto a un solo sentido, por lo que su comportamiento y procedimiento de diseño es semejante al de una viga simplemente armada de un ancho unitario.

En la Figura 4.3. y 4.4. se muestra un sistema de losa en una dirección, así como la distribución del refuerzo de un armado típico. En ellas se puede observar las semejanzas con el armado de una viga.

Como todos los elementos sujetos a flexión, resulta de gran importancia que el peralte de la losa se encuentre dentro de los límites permisibles a fin de tener una rigidez adecuada que limite las deflexiones y agrietamientos, y con ello evitar el incremento de las acciones actuantes. En el reglamento ACI 318-89 se establecen peraltes mínimos de losas en una dirección, este valor varía dependiendo de las condiciones de apoyo o continuidad. (Ver tabla 4.1.)

Determinado el peralte, se procede a calcular la carga total factorizada " $w_u$ ", el valor de los momentos y cortantes por metro de ancho de losa " $M_u, V_u$ " (por lo general se calculan estas acciones en el centro del claro, en los extremos, y en los cuartos de claro).

El área de acero se obtiene de una manera semejante al de una viga simplemente armada : dado el espesor de la losa y el recubrimiento, se supone un porcentaje de la relación de refuerzo balanceada ( $\rho \cong 40\% \rho_{bal}$ ) y con ello se calcula el área de acero requerida " $A_s$ ", la profundidad del bloque a compresión " $a$ " y el momento resistente " $\phi M_n$ ". Ecs. 2.4, 2.3, 2.1 y 2.2

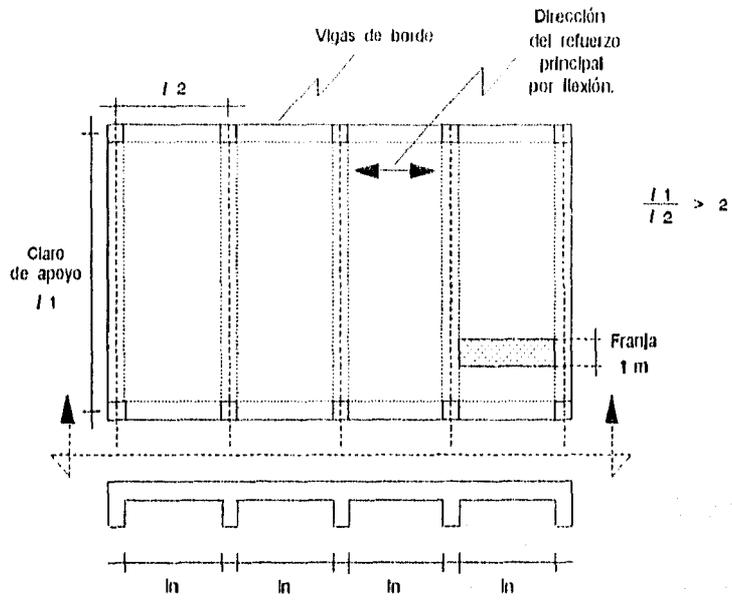


Fig. 4.3. Sistema de losas en una dirección.

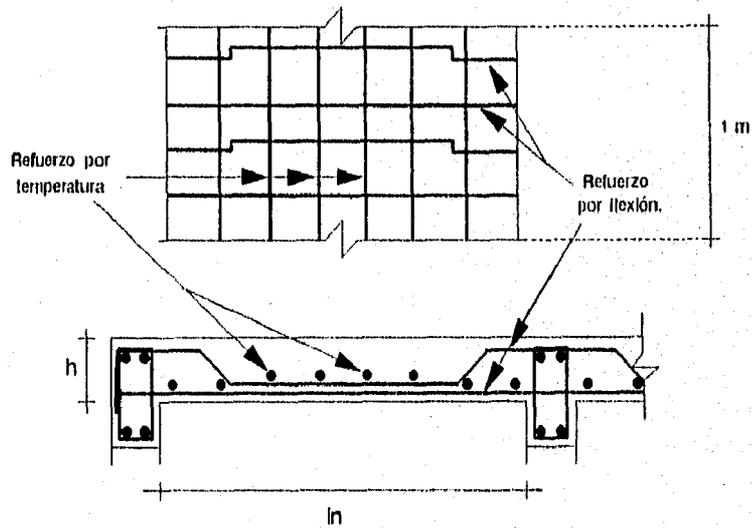


Fig. 4.4. Refuerzo típico en losas en una dirección.

Una vez determinado el momento nominal, puede presentarse cualquiera de los siguientes casos al compararlo con el momento actuante :

$$\phi M_n \leftrightarrow M_u$$

- a) Si " $\phi M_n > M_u$ " y se presenta un factor de sobrediseño mayor al 20%, se puede disminuir el acero de refuerzo " $A_s$ " o el espesor de la losa cuidando no rebasar los valores mínimos permitidos de la relación de refuerzo " $\rho_{min}$ " y espesor.
- b) Si " $\phi M_n < M_u$ ", se puede aumentar la relación de refuerzo " $\rho$ " cuidando no exceder el valor máximo " $\rho_{max}$ " establecido, o bien, se incrementa el espesor de la losa.

En la distribución del refuerzo, es preferible el empleo de varillas de poco diámetro para tener una mayor cantidad y con ello lograr una mejor adherencia con el concreto; cuidando no rebasar las separaciones límite.

En la Tabla 4.2. se muestra el área de acero por metro de ancho de losa para diversos calibres de refuerzo al hacer variar la separación " $s$ ". Para una buena distribución de esfuerzos a flexión, se recomienda un valor máximo de la separación del refuerzo " $s_{max}$ " :

$$s_{max} = 3 h \quad \text{ó} \quad s_{max} = 45 \text{ cm} \quad (4.1)$$

Donde :  $h$  = espesor de la losa

#### IV.2.2. Refuerzo por temperatura.

Se debe proporcionar refuerzo por contracción y temperatura en dirección transversal al refuerzo por flexión con el fin de evitar el desarrollo de grietas y asegurar un comportamiento homogéneo.

|                      |                         |                          |             |
|----------------------|-------------------------|--------------------------|-------------|
| Simplemente apoyados | Con un extremo continuo | Ambos extremos continuos | En voladizo |
| 1/20                 | 1/24                    | 1/28                     | 1/10        |

Se considera el uso de concreto de peso normal ( $w = 2.3 \text{ t/m}^3$ ) y el acero de refuerzo de grado 42. Para otras condiciones se deberá multiplicar el valor por otros factores.

**TABLA 4.1.** Peraltes mínimos de losas en una dirección y no presforzadas.

| "s"<br>(cm.) | Calibre del refuerzo |       |       |       |       |       |       |        |
|--------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
|              | # 3                  | # 4   | # 5   | # 6   | # 7   | # 8   | # 9   | # 10   |
| 8            | 8.88                 | 15.88 | 24.75 | 35.38 | 48.38 | 63.38 | 80.63 | 102.13 |
| 10           | 7.10                 | 12.70 | 19.80 | 28.30 | 38.70 | 50.70 | 64.50 | 81.70  |
| 12           | 5.92                 | 10.58 | 16.50 | 23.58 | 32.25 | 42.25 | 53.75 | 68.08  |
| 14           | 5.07                 | 9.07  | 14.14 | 20.21 | 27.64 | 36.21 | 46.07 | 58.36  |
| 15           | 4.73                 | 8.47  | 13.20 | 18.87 | 25.80 | 33.80 | 43.00 | 54.47  |
| 16           | 4.44                 | 7.94  | 12.38 | 17.69 | 24.19 | 31.69 | 40.31 | 51.06  |
| 18           | 3.94                 | 7.06  | 11.00 | 15.72 | 21.50 | 28.17 | 35.83 | 45.39  |
| 20           | 3.55                 | 6.35  | 9.90  | 14.15 | 19.35 | 25.35 | 32.25 | 40.85  |
| 22           | 3.23                 | 5.77  | 9.00  | 12.86 | 17.59 | 23.05 | 29.32 | 37.14  |
| 24           | 2.96                 | 5.29  | 8.25  | 11.79 | 16.13 | 21.13 | 26.88 | 34.04  |
| 25           | 2.84                 | 5.08  | 7.92  | 11.32 | 15.48 | 20.28 | 25.80 | 32.68  |
| 26           | 2.73                 | 4.88  | 7.62  | 10.88 | 14.88 | 19.50 | 24.81 | 31.42  |
| 28           | 2.54                 | 4.54  | 7.07  | 10.11 | 13.82 | 18.11 | 23.04 | 29.18  |
| 30           | 2.37                 | 4.23  | 6.60  | 9.43  | 12.90 | 16.90 | 21.50 | 27.23  |
| 35           | 2.03                 | 3.63  | 5.66  | 8.09  | 11.06 | 14.49 | 18.43 | 23.34  |
| 40           | 1.78                 | 3.18  | 4.95  | 7.08  | 9.68  | 12.68 | 16.13 | 20.43  |
| 45           | 1.58                 | 2.82  | 4.40  | 6.29  | 8.60  | 11.27 | 14.33 | 18.16  |

**TABLA 4.2.** Areas de acero por metro de ancho de losa para diversos calibres de refuerzo y separaciones.

( Se debe vigilar que el área de acero proporcionado no rebase los porcentajes de refuerzo mínimos ni máximos )

Por medio de diversas pruebas, se han desarrollado fórmulas empíricas para calcular el refuerzo necesario por contracción y temperatura "A<sub>set</sub>".

El reglamento ACI 318-89 establece valores de la relación de refuerzo por temperatura así como las separaciones máximas del refuerzo. :

$$0.0014 < \rho_{ct} = \frac{0.0018 (4200)}{f_y} < 0.0020 \quad (4.2a)$$

$$A_{set} = \rho_{ct} b h \quad (4.2b)$$

$$s_{max} = 5 h \quad \text{ó} \quad s_{max} = 45 \text{ cm} \quad (4.2c)$$

#### IV.2.3. Refuerzo por cortante.

Por lo general, en este tipo de losas no se requiere un refuerzo por cortante; ya que al determinar el peralte de la losa para evitar deflexiones se cumple la mayoría de las veces con una buena capacidad a cortante; sin embargo, su resistencia se debe revisar.

Al igual que el diseño por flexión, el procedimiento de diseño por cortante es semejante al de una viga : se determina la capacidad a cortante del concreto "V<sub>c</sub>" y se compara con la fuerza cortante actuante "V<sub>u</sub>". Ecs. 2.22a, 2.22b y 2.23a.

$$\phi V_c \leftrightarrow V_u$$

Cuando la resistencia a cortante de la losa no es suficiente " $\phi V_c < V_u$ ", se recomienda aumentar su peralte, ya que por razones constructivas no es posible el empleo del refuerzo por cortante; solamente en ciertos casos se permite el refuerzo por medio de mallas soldadas.

#### IV.2.4. Procedimiento de diseño.

Elegido el peralte de la losa, el recubrimiento del acero de refuerzo, calculadas las cargas y las acciones por metro de ancho de losa, se procede al diseño de la sección :

- A-1) Proporcionar las resistencias del concreto y el acero, las dimensiones de la sección y acciones existentes ( $f'c$ ,  $f_y$ ,  $h$ ,  $r$ ,  $b = 100$  cm,  $M_u$ ,  $V_u$ )
- A-2) Suponer un porcentaje de refuerzo  $\rho_{bal}$  (se recomienda emplear un 40%  $\rho_{bal}$  o menor)
- A-3) Obtener la relación de refuerzo mínima, máxima y balanceada ( $\rho_{min}$ ,  $\rho_{max}$ ,  $\rho_{bal}$ ). Ecs. 2.4 y 2.5
- A-4) Obtener la relación de refuerzo a utilizar, el área de acero por flexión, la profundidad del bloque a compresión y el momento resistente. ( $\rho$ ,  $A_s$ ,  $a$ ,  $M_n$ ). Ecs. 2.3, 2.1 y 2.2
- A-5) Comparar el momento resistente con el momento último
  - a) Si ( $M_u > \phi M_n$ ). aumentar el peralte de la losa ó la relación de refuerzo, cuidando no rebasar su valor máximo.
  - b) Si ( $M_u < \phi M_n$ ) y la diferencia es considerable, se podrá disminuir el peralte de la losa ó el área de acero, cuidando no rebasar los valores mínimos permitidos.
- A-6) Utilizar la Tabla 4.2. para determinar la separación y el calibre del refuerzo por flexión a emplear. Ec. 4.1.
- A-7) Obtener la relación de refuerzo, área de acero, y separación máxima por temperatura, ( $\rho_{ct}$ ,  $A_{sct}$ ,  $s_{max}$ ). Ec. 4.2.
- A-8) Revisar la capacidad a cortante de la sección, y en caso de ser necesario, calcular el refuerzo. ( $V_c$ ,  $V_s$ ,  $A_{sv}$ ). (Como ya se indicó, en la mayoría de los casos no es necesario este tipo de refuerzo). Ecs. 2.22 y 2.24

### IV.3. LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

#### IV.3.1. Definiciones.

##### a) Dimensiones de las vigas.

Para fines de diseño, cuando se analizan sistemas monolíticos o totalmente compuestos se deben incluir en las vigas una cierta porción de losa que actúa como patín. Con esta consideración se contempla el aumento de la rigidez de las vigas al unirse con la losa. Fig. 4.5.

##### b) Relación de rigidez a la flexión.

La rigidez de la sección de una viga, con respecto a una franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los tableros adyacentes (si los hay) en cada lado de la viga; determina el coeficiente " $\alpha$ ". Fig. 4.6.

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} \quad (4.3)$$

Donde :

- $E_{cb}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la viga.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.
- $I_b$  = Momento de Inercia respecto al eje centroidal de la sección total de la viga.
- $I_s$  = Momento de Inercia respecto al eje centroidal de la sección total de la losa.

La distribución del momento total entre la viga y la losa depende de esta relación de rigidez :

- Cuando más rígidas sean las vigas, estas soportan una mayor cantidad de momento en comparación con la losa. (como es el caso de vigas de gran peralte).
- Si las vigas tienen poca rigidez o nula (Losas planas, " $\alpha=0$ "), todo el momento es soportado por la losa.

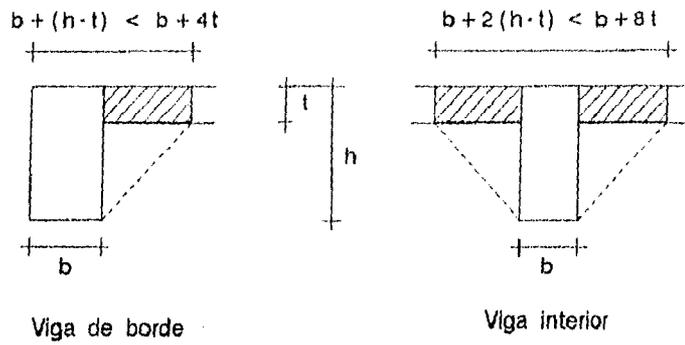
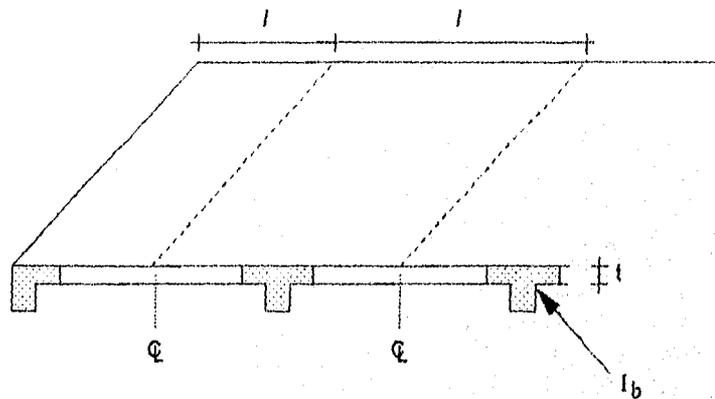


Fig. 4.5. Porción de losa a incluir como patín en vigas coladas monolíticamente con la losa.  
(Ref. 1, Fig. 13.2.4)



$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} \quad I_s = \frac{l t^3}{12}$$

Fig. 4.6. Obtención de la relación de rigidez a la flexión viga - losa.

c) Relación de rigidez a torsión.

Es la rigidez a torsión de la sección transversal de una viga de extremo en relación a la rigidez a la flexión de una franja de losa adyacente, cuyo ancho es igual a la longitud del claro, medida centro a centro de los apoyos.

$$\beta_t = \frac{E_c b C}{2 E_c a I_a} \quad (4.4a)$$

$$C = \Sigma \left[ 1 - 0.63 \frac{x}{y} \right] \frac{x^3 y}{3} \quad (4.4b)$$

Donde :

- C = Constante de las propiedades de torsión
- x, y = menor y mayor dimensión respectivamente, de la parte rectangular de una sección transversal.

La distribución del momento total entre la viga y la losa depende de esta relación de rigidez :

- Cuando más rígidas son las vigas, la losa tiene un mayor empotramiento, por lo que presenta un aumento en el valor de los momentos negativos.
- Si la losa es plana, o no es monolítica con las vigas " $\beta_t=0$ ", no presenta restricciones en sus extremos, por lo que no existen momentos flexionantes en ellos.

d) Franjas de diseño.

Para cuestiones de diseño, el tablero se divide en franjas de columna o laterales y en franjas centrales o intermedias.

La franja de columna tiene un ancho igual a un cuarto del claro "más corto" ( $0.25l_1$  ó  $0.25l_2$ ), medido centro a centro de los apoyos y a ambos lados del eje.

Una franja intermedia, está limitada por las dos franjas de columna del tablero analizado. Ver fig. 4.7.

e) Peralte mínimo de losa.

Al igual que en el caso de vigas, se recomienda que la losa tenga un espesor mínimo con el fin de tener un mejor control de las deflexiones y agrietamientos.

A menos que se haga un análisis detallado de las deflexiones a presentarse, el reglamento ACI 318-89 establece el valor de los espesores mínimos.

En el caso particular de losas perimetralmente apoyadas, "t<sub>min</sub>" se obtiene :

$$t_{min} = \frac{l_n \left[ 0.8 + \frac{f_y}{14,000} \right]}{36 + 5\beta \left[ \alpha_m - 0.12 \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right]} \quad (4.5a)$$

$$\text{Si : } \alpha_m < 2.0 \quad \rightarrow \quad t_{min} = 13 \text{ cm} \quad (4.5b)$$

$$\alpha_m > 2.0 \quad \rightarrow \quad t_{min} = 9 \text{ cm} \quad (4.5c)$$

Donde :

$$0.0 < \left[ \alpha_m - 0.12 \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] < 1.8$$

$\alpha_m$  = valor promedio de " $\alpha$ " correspondiente a las vigas del perímetro del tablero.

$\beta$  = Relación del claros libres " $l_n$ " medidos paño a paño, lado largo a corto del tablero.

$l_n$  = longitud paño a paño del mayor de los lados del tablero

Notas :

- 1- Para una rápida obtención de los coeficientes " $\alpha$ " y " $\beta$ " se recomienda utilizar las gráficas presentadas en el APENDICE 1.
- 2- Estas gráficas son fáciles de utilizar ya que solo requieren las relaciones de la base y del peralte de la viga con respecto al espesor de la losa (" $b/t$ " y " $h/t$ "), además del ancho de losa a considerar " $L$ " y de los módulos de elasticidad del concreto en la viga y la losa.

#### IV.3.2. Método de diseño directo.

El reglamento ACI establece como una alternativa del diseño de losas "El Método de Diseño Directo", el cual por medio de coeficientes simplificados determina y distribuye los momentos actuantes en la losa de una manera aproximada y bajo ciertos requisitos de la estructura.

Existe otro método especificado en el reglamento : "El Marco Equivalente", en el cual se realiza el análisis de losa como un marco rígido de una manera más detallada, a través de varios ciclos o iteraciones asemejándose más a las acciones reales; a diferencia del Método Directo, el cual aproxima el valor de los momentos en sólo un ciclo.

Como se mencionó, el empleo del Método de Diseño Directo, presenta ciertas limitaciones, ya que la estructura debe cumplir ciertos requisitos; aunque resulta conveniente hacer mención que la mayor parte de los sistemas de piso cumple con las siguientes condiciones :

- 1) Debe haber un mínimo de tres claros continuos en cada dirección.
- 2) Los tableros son rectangulares, con una relación entre el claro más largo y el más corto, medidos centro a centro de los apoyos, menor a 2.
- 3) La longitud de claros sucesivos en cada dirección, medida centro a centro de los apoyos, no debe exceder de más de un tercio del claro mas largo.
- 4) La columnas pueden estar desalineadas hasta un máximo de un 10% del claro en relación a cualquier eje.
- 5) Todas las cargas deben ser únicamente de gravedad y con una distribución uniforme en todo el tablero. Las cargas laterales (viento, sismo, etc.) requieren de un análisis de marco.

- 6) La carga viva de diseño no debe exceder de tres veces el valor de la carga muerta.
- 7) Para un tablero con vigas entre todos los apoyos, la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares, no debe ser menor que 0.2 ni mayor que 5.0

$$0.2 < \frac{\alpha_1 (l_2)^2}{\alpha_2 (l_1)^2} < 5.0 \quad (4.6)$$

Donde :

- $l_1$  = longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en la dirección del momento.
- $l_2$  = longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en dirección perpendicular al momento.
- $\alpha_1$  = relación de rigidez a la flexión en la dirección  $l_1$
- $\alpha_2$  = relación de rigidez a la flexión en la dirección  $l_2$

El Método de Diseño Directo se realiza principalmente en cinco pasos :

- 1o. Determinar el momento estático total " $M_o$ " en cada claro.
- 2o. Distribuir el momento estático total a lo largo del claro, encontrando el valor de los momentos extremos " $M_A$ ,  $M_B$ " y del momento en el centro del claro " $M_c$ ".
- 3o. Distribuir los momentos negativos (" $M_A$  y  $M_B$ ") y positivos (" $M_c$ ") en las respectivas franjas de columna e intermedias.
- 4o. Del momento existente en la franja de columna, determinar el porcentaje de momento correspondiente a las vigas (varía del 0% al 85% dependiendo de la rigidez de la viga).
- 5o. Proporcionar el refuerzo por flexión " $A_s$ " requerido y su distribución a lo largo de la losa.

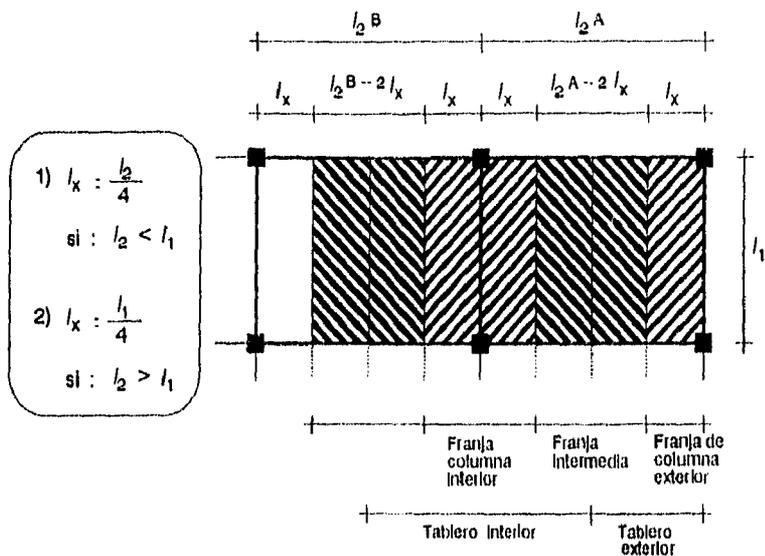


Fig. 4.7. Definición de las franjas de diseño.

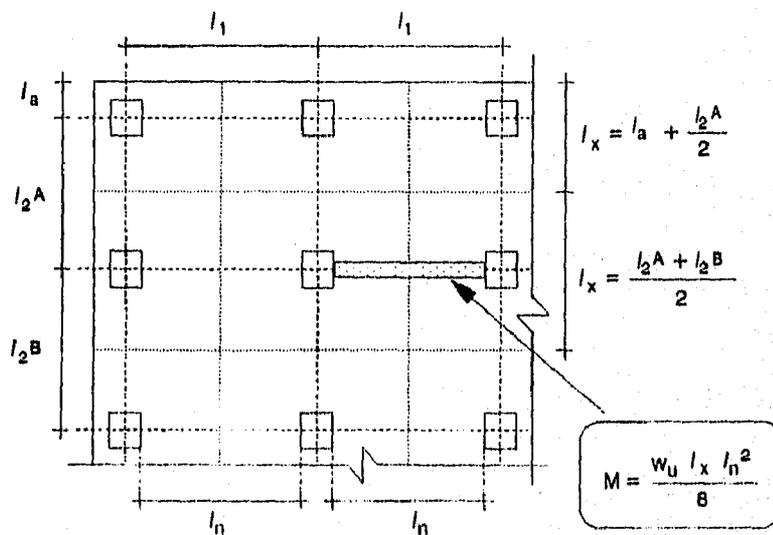


Fig. 4.8. Obtención del momento estático total.

#### IV.3.3. Momento estático total.

Si la estructura a diseñar cumple con los requisitos del Método Directo, se procede a calcular en todos los claros el momento estático total "Mo", el cual es la suma absoluta de los momentos actuantes. Para su cálculo se considera una carga uniformemente distribuida en un área determinada. Fig. 4.8. :

$$M_o = \frac{w_u l_z (l_n)^2}{8} \quad (4.7)$$

Donde :

- w<sub>u</sub> = carga factorizada por unidad de área.
- l<sub>n</sub> = longitud del claro libre, medido paño a paño en la dirección en que se determina el momento.
- l<sub>z</sub> = longitud de claro transversal a l<sub>n</sub>

Sin embargo, se deben hacer las siguientes consideraciones para determinar el valor de la longitud transversal "l<sub>z</sub>" :

- 1.- Cuando la longitud del claro transversal "l<sub>z</sub>" no es igual en ambos lados de los apoyos, "l<sub>z</sub>" está limitada por los ejes centrales de los tableros adyacentes.
- 2.- Si se analiza un claro extremo, "l<sub>z</sub>" está limitada por el eje central del tablero extremo y por el borde de la estructura.

Por lo general en primer término se realiza el análisis con respecto al eje horizontal y posteriormente al eje vertical.

#### IV.3.4. Distribución del momento total factorizado.

El siguiente paso de diseño es la distribución del momento estático total "Mo" en el momento central positivo "M<sub>c</sub>" y en los momentos laterales negativos "M<sub>a</sub>, M<sub>b</sub>". Fig. 4.9.

El reglamento ACI 318-89 establece ciertos porcentajes de distribución del momento total "M<sub>o</sub>" :

A) En los claros interiores, la distribución es independiente de las características de las vigas :

|                       |   |                                     |      |        |
|-----------------------|---|-------------------------------------|------|--------|
| Momentos factorizados | [ | - positivos (M <sub>c</sub> ) ..... | 0.35 | (4.8a) |
|                       |   | - Negativos (M <sub>A</sub> ) ..... | 0.65 | (4.8b) |
|                       |   | (M <sub>B</sub> ) .....             | 0.65 | (4.8c) |

B) En los claros extremos de la estructura, los porcentajes de distribución del momento "M<sub>o</sub>" dependen del tipo y la rigidez del apoyo que se considere.

Los valores de estos porcentajes varían dependiendo el tipo de estructura (Ver Tabla 4.3.), clasificándolos de la siguiente forma :

- 1) Borde exterior no restringido. Losa simplemente apoyada sobre muro de mampostería o concreto, no existe rigidez a la flexión en los apoyos.
- 2) Losa con vigas entre todos los apoyos. Losa perimetralmente apoyada en vigas.
- 3) Losa plana sin viga de borde.
- 4) Losa plana con viga de borde.
- 5) Borde exterior totalmente restringido. Losa construida en forma íntegra con muro de concreto, el apoyo tiene una rigidez a flexión grande en comparación con la losa.

El Reglamento también establece en sus comentarios un método alternativo más preciso para obtener los porcentajes de distribución en los claros extremos, (Ver. Pag.212 - Ref.1) en el se deben tomar en cuenta las rigideces de las columnas.

Sin embargo, utilizando la Tabla 4.3. se tiene una distribución conservadora y confiable, ya que en ella se evalúan los valores máximos de momentos presentados en un gran número de pruebas.

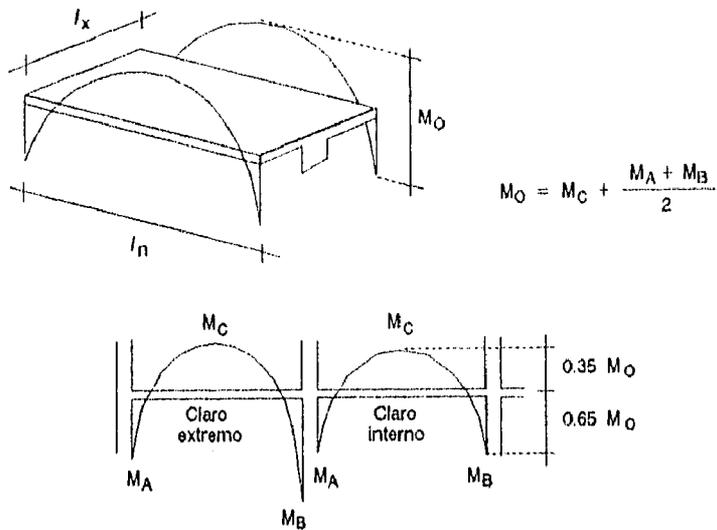


Fig. 4.9. Distribución del momento estático total.

|                                       | (1)                           | (2)                                   | (3)  | (4)               | (5)                                   |
|---------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|--|-------------------|---------------------------------------|
|                                       | Borde exterior no restringido | Losa con vigas entre todos los apoyos | Losas sin vigas entre los apoyos interiores<br>Sin viga de borde | Con viga de borde | Borde exterior totalmente restringido |
| Momento negativo factorizado interior | 0.75                          | 0.70                                  | 0.70   | 0.70              | 0.65                                  |
| Momento positivo factorizado          | 0.63                          | 0.57                                  | 0.52   | 0.50              | 0.35                                  |
| Momento negativo factorizado exterior | 0.00                          | 0.16                                  | 0.26   | 0.30              | 0.65                                  |

TABLA 4.3.- Porcentaje de distribución del Momento estático total en claros extremos.

#### IV.3.5. Distribución en franja de columna y central.

Obtenido el momento central positivo " $M_c$ " y los momentos laterales negativos " $M_A, M_B$ "; se procede a distribuirlos en la franja de columna y en la franja central. El momento de la franja de columna a su vez se debe dividir en el momento soportado por la viga y el soportado por la losa. Fig.4.10.

A continuación se explica el procedimiento de distribución de momentos, el cual está en función de la relación entre claros " $l_2/l_1$ " y de la relación de rigidez a la flexión " $\alpha$ " de la viga y losa; y en el caso de un apoyo extremo, de la relación de rigidez a la torsión " $\beta$ " de la viga transversal al apoyo.

##### A) Franja de columna.

El porcentaje de momento que debe resistir esta franja puede ser determinado a través de tablas (Ver Ref.1 Pag 76), o bien, con las siguientes fórmulas :

- Momento negativo en apoyo interior

$$75 + 30 \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] \left[ 1 - \frac{l_2}{l_1} \right] \quad (4.9a)$$

- Momento negativo en apoyo exterior

$$100 - 10 \beta + 12 \beta \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] \left[ 1 - \frac{l_2}{l_1} \right] \quad (4.9b)$$

- Momento positivo

$$60 + 30 \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] \left[ 1.5 - \frac{l_2}{l_1} \right] \quad (4.9c)$$

En las expresiones anteriores :

$$\text{Si} \quad \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] > 1.0 \quad \rightarrow \quad \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] = 1.0$$

$$\text{Si} \quad \beta > 2.5 \quad \rightarrow \quad \beta = 2.5$$

Donde :

- $l_1$  = longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en la dirección del momento.
- $l_2$  = longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en dirección transversal a  $l_1$
- $\alpha$  = relación de rigidez a la flexión de la viga.
- $\beta$  = relación de rigidez a la torsión de la viga transversal al claro analizado

Si en un eje interior, la longitud " $l_2$ " de los claros transversales " $l_{11}$  y  $l_{12}$ " a ambos lados del eje son diferentes, se requiere hacer las siguientes consideraciones en las fórmulas anteriores (Ec.4.9.) y en la Ec.4.6. (Ver. Fig.4.11) :

- 1- Si los dos claros transversales al eje interior son diferentes " $l_{11} \neq l_{12}$ " ¿ cuál de ellos utilizar como  $l_2$  ?

En estos casos " $l_2$ " está limitada por los ejes centrales de los tableros adyacentes, es decir, es el promedio de los claros transversales adyacentes.

$$l_2 = \frac{l_{11} + l_{12}}{2} \quad (4.10)$$

- 2- De igual forma, cuando se analiza un apoyo extremo y por la diferencia de longitudes transversales se tienen relaciones a la torsión " $\beta$ " diferentes : " $l_{11} \neq l_{12}$ " y " $\beta_{11} \neq \beta_{12}$ "; se le deben hacer modificaciones al valor de " $\beta$ " utilizando cualquiera de las siguientes expresiones :

$$\beta = \beta_{11} l_{11} \left( \frac{2}{l_{11} + l_{12}} \right) \quad (4.11a)$$

ó bien :

$$\beta = \beta_{12} l_{12} \left( \frac{2}{l_{11} + l_{12}} \right) \quad (4.11b)$$

Nota : En el Apéndice 1 se presentan gráficas que facilitan el cálculo de las coeficientes " $\alpha$  y  $\beta$ " dependiendo de las dimensiones de la viga y el peralte de la losa.

A.1) Momento aplicado a la viga.

Obtenido el porcentaje de momento de la franja de columna, este se debe dividir en el momento soportado por la viga y el aplicado a la losa.

El porcentaje de momento soportado por la viga depende de su rigidez a la flexión y de la relación entre claros :

$$85 \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] \quad (4.12)$$

$$\text{Si} \quad \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] > 1.0 \quad \rightarrow \quad \left[ \alpha \frac{l_2}{l_1} \right] = 1.0$$

A.2) Momento aplicado a la losa.

El porcentaje de momento soportado por la losa en la franja de columna, se obtiene al restarle al 100%, el momento aplicado a la viga; por lo que se puede deducir que este puede ser igual o mayor al 15%

B) Franja central.

Este valor se obtiene fácilmente al restarle al momento total factorizado "Ma, Mb ó Mc", el momento tomado por la franja de columna y que ha sido previamente calculado con la Ec. 4.9.

Notas :

- 1.- Cuando en la viga se presenten cargas concentradas o lineales aplicadas de manera directa, se deberá considerar el momento adicional provocado por estas.
- 2.- Si la relación entre carga muerta y carga viva "fa" es menor que 2 (ambas cargas sin factorizar), en la estructura se pueden presentar deformaciones que aumentarán las acciones calculadas. Es por ello que se deberán considerar ciertos requisitos en las rigideces de las columnas o bien, aumentar el valor de los momentos positivos. (Secc. 13.6.10. Ref.1)
- 3.- El presente trabajo no contempla la obtención del momento asignado a columnas o muros de apoyo. (Secc. 13.6.9. Ref.1)

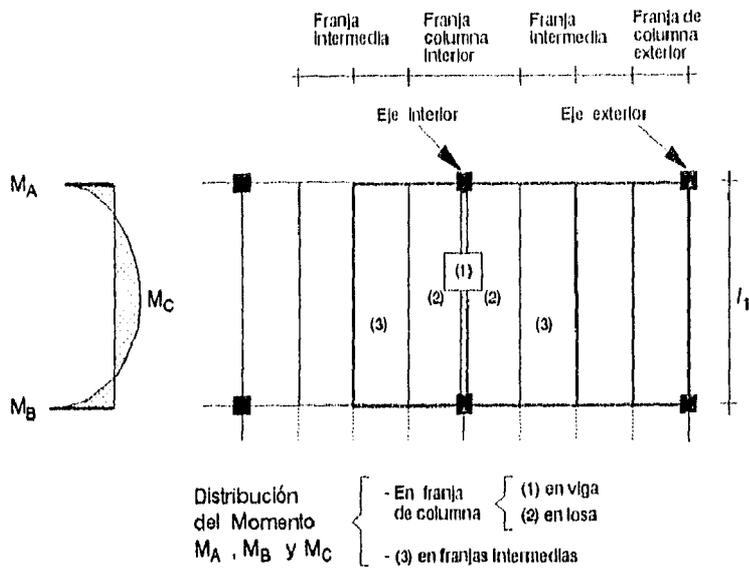


Fig. 4.10. Distribución del momento total factorizado

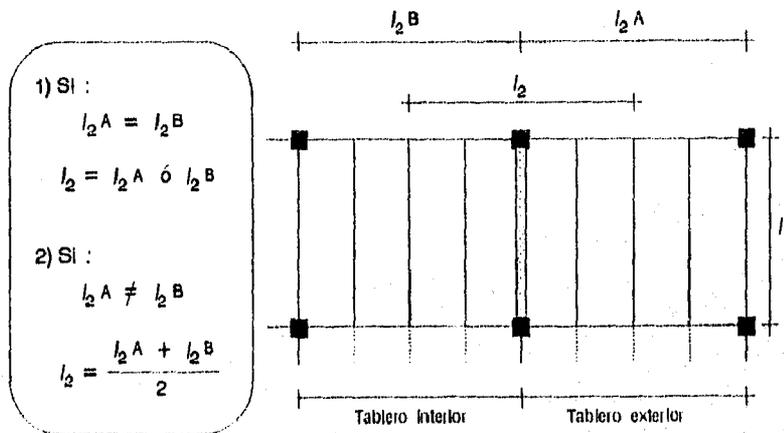


Fig. 4.11. Obtención de la longitud  $l_2$ , transversal a una viga interior,

#### IV.3.6. Tamaño y separación del refuerzo.

##### - Procedimiento.

Distribuido el momento total factorizado en las franjas de columna e intermedia; se procede a determinar el refuerzo necesario para soportar el momento aplicado a la losa, lo cual se realiza conforme a lo ya estudiado en el Capítulo 1 y en losas en una dirección :

- 1) dado el espesor de la losa "t" y el recubrimiento "r", suponer el valor del brazo de palanca del refuerzo como un porcentaje del peralte efectivo "d".
- 2) con el momento de diseño respectivo, calcular el área de acero requerida "As" y la profundidad del bloque a compresión "a".  
Ecs. 2.2 y 2.1
- 3) con el fin de refinar el diseño; con la profundidad del bloque a compresión "a", calcular nuevamente el área de acero. Este procedimiento se puede repetir las veces necesarias, hasta obtener un valor constante.

##### - Refuerzo mínimo.

Obtenida el área de refuerzo necesaria, se revisa que ésta sea mayor al refuerzo mínimo recomendado. En este caso, el área de refuerzo mínimo está dada por el refuerzo por contracción y temperatura " $\rho_{ct}$ " cuya obtención ya se analizó en este capítulo (Ecs. 4.2.a y 4.2.b).

##### Nota :

- 1.- En los tableros ubicados en las esquinas de la estructura, en losas perimetralmente apoyadas, y con claros con cierta rigidez a la flexión ( $\alpha > 1$ ); se presentan reacciones en las esquinas exteriores del tablero que tienden a levantar a la losa (de manera semejante a un plato) y originar grietas. Es por ello que en este caso se deberán tomar ciertas consideraciones en el refuerzo Ver Secc. 13.4.6. Ref.1.

- Separación del refuerzo.

En la distribución del refuerzo, es preferible el empleo de varias varillas con el fin de lograr una mejor adherencia con el concreto. Para una buena distribución de esfuerzos a flexión, se recomienda que la separación de refuerzo máxima " $s_{max}$ " sea igual al doble del espesor " $t$ " de la losa :

$$s_{max} = 2 t \quad (4.13)$$

#### IV.3.7. Diseño por cortante.

En la presente sección así como en el programa, se considera únicamente el diseño en losas perimetralmente apoyadas y cuyas vigas presentan cierta rigidez a la flexión.

En el caso de las losas planas, reticulares o cuando la estructura presente vigas poco rígidas, se deberá de realizar la revisión de falla por penetración, cuyo análisis es más detallado y presenta diversas consideraciones.

En lo general, el procedimiento de diseño por cortante en losas perimetralmente apoyadas es el siguiente :

- 1) Los tableros se dividen en áreas tributarias limitadas por líneas a  $45^\circ$  que parten de las esquinas :

$$\text{Si : } \left( \alpha \frac{l_2}{l_1} \right) > 1$$

las vigas tienen la rigidez adecuada para tomar toda la fuerza cortante " $V_u$ " originada por el área tributaria correspondiente y se le diseñará para tal carga. Ver Fig. 4.12.

- 2) Si " $(\alpha l_2/l_1) < 1$ ", la viga sólo toma una parte de la fuerza cortante, el valor restante se distribuye en las columnas.

La fuerza cortante soportada por la viga varia linealmente dependiendo de su rigidez, hasta un valor crítico en el que la viga no soporta ninguna fuerza : " $\alpha = 0$ ".

En este caso, es necesario revisar la falla por penetración en la losa, pero como se mencionó, el proceso de diseño por penetración en losas perimetralmente apoyadas se omite en el presente trabajo, ya que este análisis no se requiere de una manera frecuente y en el proceso se llegan a considerar un gran número de variables. Sin embargo, este diseño presenta muchas semejanzas con el de zapatas, las cuales se analizarán en el próximo Capítulo. (Ver. Ref.1 Secc.11.12).

Además de la revisión de cortante por penetración, se revisa la transmisión de momento en la union losa-columna en este tipo de estructuras.

- 3) La fuerza cortante en la losa " $V_u$ " se obtiene al considerar franjas de diseño de un ancho unitario (100 cm) e idealizarlas como una viga simplemente apoyada.

De la Fig. 4.13, se deduce que es en las franjas centrales y paralelas a la dirección corta donde se presentan las fuerzas cortantes máximas, y que la sección crítica se localiza en los extremos :

$$V_u = 1.15 \frac{w_u l}{2} \quad (4.14)$$

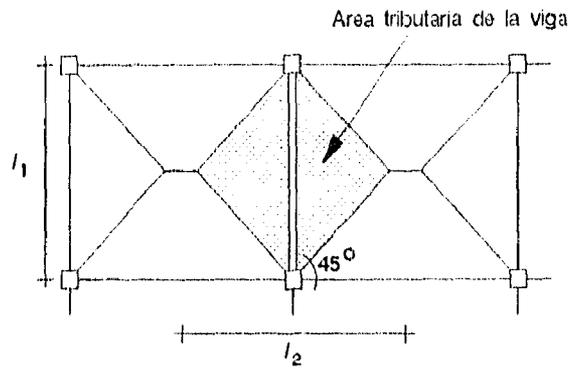
1.15 = factor de continuidad debido a la transmisión de esfuerzos.

$w_u$  = carga factorizada por unidad de área

$l$  = longitud del claro centro a centro de los apoyos en la dirección corta del tablero.

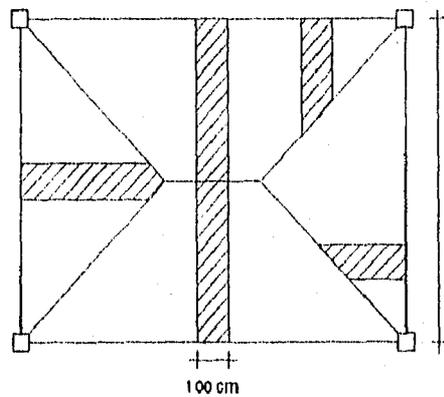
- 4) La resistencia a cortante de la losa, se calcula a partir de la sección transversal de la franja de diseño considerada en el punto anterior :

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} b_v d \quad (4.15)$$



- $\propto \frac{l_2}{l_1} > 1 \Rightarrow$  Viga rígida      La viga toma toda la fuerza cortante
- $\propto \frac{l_2}{l_1} < 1 \Rightarrow$  Viga flexible      Revisar falla por penetración.

Fig. 4.12. Area tributaria por cortante en vigas.



$$V_{u_{\max}} = 1.15 \frac{w_u l}{2}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$b_w = 100 \text{ cm}$$

$$V_u < 0.85 V_c$$

Fig. 4.13. Revisión por cortante en losas perimetralmente apoyadas.

Donde :

$f'c$  = resistencia a la compresión del concreto.

$b_w$  = ancho de la sección crítica. (100 cm)

$d$  = peralte efectivo de la losa

- 5) Si : " $V_u > \phi V_c$ ". ( $\phi = 0.85$ ) se debe incrementar el espesor "t" de la losa, o bien aumentar la resistencia del concreto " $f'c$ " a emplear.

Sin embargo, en la mayoría de los casos no es necesario tomar estas medidas ya que cumpliendo con los requisitos del espesor mínimo se le proporciona a la losa una adecuada resistencia a cortante.

#### IV.3.8. Procedimiento de diseño.

Determinada la carga factorizada, calculado y elegido el peralte de la losa, y confirmado que el sistema de losas que se analiza cumple con todos los requisitos para diseñar por el Metodo Directo :

- A-1) Proporcionar las resistencias del concreto y el acero, el espesor de la losa y la carga factorizada por unidad de área ( $f'c, f_y, t, w_u$ )
- A-2) Dar los valores de las longitudes de claros total y libre ( $l$  y  $l_n$ ) y de la relación de rigidez a la torsión " $\beta_t$ " (se considera que tiene el mismo valor para los dos ejes extremos en la misma dirección); y de la relación de rigidez a la flexión " $\alpha$ " para todas las vigas de los diversos ejes en que se divide el tablero.

Los datos anteriores se proporcionan primero para todos los ejes horizontales y posteriormente para los ejes verticales.

( $l, l_n, \beta_t$  y  $\alpha$ )

- A-3) Calcular en todos los claros, el momento estático total factorizado actuante ( $M_0$ ). Ec. 4.7.
- A-4) En cada claro, dividir el momento estático total " $M_0$ " en el momento central positivo y en los dos momentos laterales negativos (" $M_c$ ", " $M_a$  y  $M_b$ "). Recuerdese que la distribución para claros extremos es diferente a la de claros interiores. Ec. 4.8 y Tabla 4.3.
- A-5) Distribuir el momento total factorizado " $M_a$ ,  $M_b$  y  $M_c$ " de cada claro, en su respectiva franja de columna y central, así como el soportado por la viga. Ec. 4.9 y 4.12.  
Si se analiza un eje interior, con longitudes de claros transversales y adyacentes diferentes " $l_1 \neq l_2$ "; se deben realizar ciertas modificaciones a la longitud transversal y a la relación de rigidez a la torsión a utilizar ( $l_2$  y  $\beta$ ) Ec. 4.10 y 4.11.
- A-6) Calcular la relación de refuerzo por temperatura y el área de acero respectiva; que en el caso de losas, es el refuerzo mínimo permitido. " $\rho_{ct}$ ,  $A_{smin}$ " Ec. 4.2.a. y 4.2.b.
- A-7) Obtenidos los momentos de diseño por cada tablero y franja, calcular el área de refuerzo por flexión y la separación de refuerzo máxima " $A_s$ ,  $s_{max}$ " Ec. 2.1 2.2. y 4.13.
- A-8) Determinar para cada claro, si la viga es lo suficientemente rígida para tomar toda la fuerza cortante generada por el área tributaria " $(\alpha l_2/l_1) > 1$ ", o bien, si se tendrá que realizar un análisis por penetración.
- A-9) Calcular la fuerza cortante actuante en la losa y compararla con la resistencia del concreto " $V_u$  y  $V_c$ ". Ec. 4.14 y 4.15  
Si : " $V_u > \phi V_c$ " se puede aumentar el espesor de la losa ó la resistencia del concreto.

#### IV.4. PROGRAMACION Y EJEMPLOS.

El diseño de losas se ejecuta en dos programas, los cuales pueden diseñar los siguientes elementos :

- a) Losas en una dirección, diseño por flexión y revisión por fuerza cortante.
- b) Losas en dos direcciones perimetralmente apoyadas, diseño por flexión y revisión por cortante. (no se contempla el diseño de losas planas). Método de Diseño Directo.

La estructura puede ser hasta de seis claros en ambos ejes.

Se deberá revisar previamente :

- si la estructura cumple con los requisitos para el empleo del Método de Diseño Directo.
- que el espesor "t" de la losa, sea mayor al valor mínimo requerido "t<sub>min</sub>". Ec. 4.4.
- determinar el valor de la relación de rigidez a la flexión "α" para cada claro; y de la relación de rigidez a la torsión "β" en cada eje extremo.

A continuación se presentan los diagramas de flujo de ambos diseños, así como diversos ejemplos.

Para una mejor comprensión, en el diagrama de flujo y en los ejemplos correspondientes se hace referencia a los procedimientos de diseño (A-1, A-2, etc.).

En los ejemplos presentados se hace referencia de la bibliografía respectiva y el número de ejemplo con el fin de corroborar el correcto funcionamiento del programa; además, en ellos se consideran diversas condiciones de servicio.

Los listados de los programas en Lenguaje Fortran, el proceso de ejecución, las condiciones y características de los datos de entrada y salida, así como la explicación del uso del programa; se presentan en el CAPITULO 6.

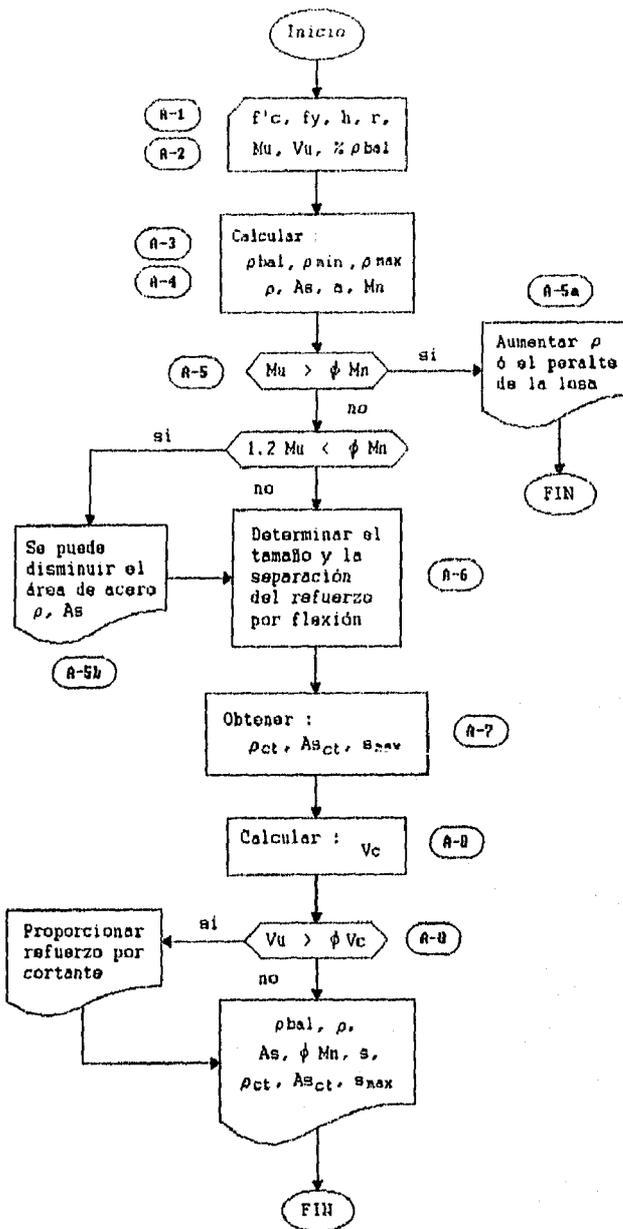


DIAGRAMA 6.- Diseño de losas en una dirección.

EJEMPLOS DE DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION.

(Ref.3 - Ejem.16.1). Diseñar la siguiente losa en una dirección.

(A-1)  $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$   $Mu = 0.868 \text{ T-m}$   
 $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$   $Vu = 1.930 \text{ Ton}$   
 $h = 11.0 \text{ cm}$   
 $r = 2.5 \text{ cm}$

(A-2)  $\rho = 20 \% \rho_{bal}$

(A-3)  $\beta_1 = 0.85$   $\beta_2 = 0.85$

$$\rho_{bal} = \frac{6090}{(6090 + 4200)} \frac{0.85 (0.85) (200)}{4200} = 0.02036$$

$$\rho_{min} = 14 \div 4200 = 0.00333$$

$$\rho_{max} = 0.75 (0.02036) = 0.01527$$

(A-4)  $\rho = 0.20 (0.02036) = 0.00407$

$$As = 0.00407 (100) (11-2.5) = 3.46 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{3.46 (4200)}{(100) (0.85) 200} = 0.855 \text{ cm}$$

$$Mn = 3.46 (4200) \left[ 8.5 - \frac{0.855}{2} \right] = 117,310 \text{ kg-cm}$$

(A-5)  $\phi Mn = 0.9 (1.173) = 1.056 \text{ T-m}$

$$\phi Mn = 1.056 \text{ T-m} > Mu = 0.868 \text{ T-m}$$

$$F.D. = \frac{1.056}{0.868} = 1.217$$

Si se desea, se puede disminuir el área de acero.

$$(A-4) \quad \rho = 0.15 (0.02036) = 0.00305$$

$$\rho = 0.00305 < \rho_{\min} = 0.0033$$

Aumentar la relación de refuerzo

$$(A-4) \quad \rho = 0.17 (0.02036) = 0.00346 > \rho_{\min}$$

$$A_s = 0.00346 (100) (11-2.5) = 2.94 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{2.94 (4200)}{(100) (0.85) 200} = 0.726 \text{ cm}$$

$$M_n = 2.94 (4200) \left[ 8.5 - \frac{0.726}{2} \right] = 100,476 \text{ kg-cm}$$

$$(A-5) \quad \phi M_n = 0.9 (1.005) = 0.904 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 0.904 \text{ T-m} > M_u = 0.868 \text{ T-m}$$

$$F.D. = \frac{0.904}{0.868} = 1.04 \quad \text{Se acepta el diseño}$$

$$(A-6) \quad A_s = 2.94 \text{ cm}^2$$

$$s_{\max} = 3 h = 3 (11) = 33 \text{ cm} < 45 \text{ cm}$$

$$s_{\max} = 33 \text{ cm}$$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.3 @ 23 cm

$$s = 23 \text{ cm} < s_{\max} = 33 \text{ cm}$$

$$(A-7) \quad \rho_{\text{et}} = \frac{0.0018 (4200)}{4200} = 0.0018$$

$$A_{\text{set}} = 0.0018 (100) (8.5) = 1.53 \text{ cm}^2$$

$$s_{max} = 5 (11) = 55 \text{ cm} > 45 \text{ cm}$$

$$s_{max} = 45 \text{ cm}$$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.3 @ 45 cm

$$s = 45 \text{ cm} = s_{max} = 45 \text{ cm}$$

$$(A-8) \quad V_c = 0.53 \sqrt{200} (100) (8.5) = 6,371 \text{ kg}$$

$$\phi V_c = 0.85 (6.371) = 5.415 \text{ Ton}$$

$$\phi V_c = 5.415 \text{ Ton} > V_u = 1.930 \text{ Ton}$$

Refuerzo por flexión :

$$A_s = 2.94 \text{ cm} \quad s_{max} = 33 \text{ cm}$$

Utilizar Var. No.3 @ 23 cm

Refuerzo por temperatura :

$$A_{st} = 1.53 \text{ cm} \quad s_{max} = 45 \text{ cm}$$

Utilizar Var. No.3 @ 45 cm

(Ref.2 - Ejem.5.4). Diseñar la siguiente losa en una dirección.

$$(A-1) \quad f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2 \quad \mu_u = 1.909 \text{ T-m}$$

$$f_y = 4218 \text{ kg/cm}^2 \quad V_u = 2.510 \text{ Ton}$$

$$h = 15.24 \text{ cm}$$

$$r = 2.54 \text{ cm}$$

$$(A-2) \quad \rho = 15 \% \rho_{bal}$$

$$(A-3) \quad \beta_x = 0.85 \quad \beta_z = 0.85$$

$$\rho_{bal} = \frac{6090}{(6090 + 4218)} \frac{0.85 (0.85)(281)}{4218} = 0.02843$$

$$\rho_{min} = 14 \div 4218 = 0.0033$$

$$\rho_{max} = 0.75 (0.02843) = 0.02133$$

$$(A-4) \quad \rho = 0.15 (0.02843) = 0.00426$$

$$A_s = 0.00426 (100) (15.24 - 2.54) = 5.42 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{5.42 (4218)}{(100) (0.85) 281} = 0.957 \text{ cm}$$

$$M_n = 5.42 (4218) \left( 12.7 - \frac{0.957}{2} \right) = 279,402 \text{ kg-cm}$$

$$(A-5) \quad \phi M_n = 0.9 (2.794) = 2.514 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 2.514 \text{ T-m} > M_u = 1.909 \text{ T-m}$$

$$F.D. = \frac{2.514}{1.909} = 1.317 \quad \text{Disminuir el \text{ \small{A}rea de acero}}$$

$$(A-4) \quad \rho = 0.12 (0.02843) = 0.00341 > \rho_{min}$$

$$A_s = 0.00341 (100) (12.7) = 4.33 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{4.33 (4218)}{(100) (0.85) 281} = 0.765 \text{ cm}$$

$$M_n = 4.33 (4218) \left( 12.7 - \frac{0.765}{2} \right) = 224,966 \text{ kg-cm}$$

$$(A-5) \quad \phi M_n = 0.9 (2.250) = 2.025 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 2.025 \text{ T-m} > M_u = 1.909 \text{ T-m}$$

$$F.D. = \frac{2.025}{1.909} = 1.06 \quad \text{Se acepta el dise\u00f1o}$$

(A-6)  $A_s = 4.33 \text{ cm}^2$

$s_{max} = 3 h = 3 (15.3) = 46 \text{ cm} < 45 \text{ cm}$

$s_{max} = 45 \text{ cm}$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.3 @ 16 cm

(A-7)  $\rho_{ct} = 0.0018$

$A_{sct} = 0.0018 (100) (12.7) = 2.29 \text{ cm}^2$

$s_{max} = 5 (15.24) = 76 \text{ cm} > 45 \text{ cm}$

$s_{max} = 45 \text{ cm}$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.3 @ 30 cm

$s = 30 \text{ cm} < s_{max} = 45 \text{ cm}$

(A-8)  $V_c = 0.53 \sqrt{281} (100) (12.7) = 11,283 \text{ kg}$

$\phi V_c = 0.85 (11,283) = 9,591 \text{ Ton}$

$\phi V_c = 9,591 \text{ Ton} > V_u = 2,510 \text{ Ton}$

Refuerzo por flexión :

$A_s = 4.33 \text{ cm}^2 \quad s_{max} = 45 \text{ cm}$

Utilizar Var. No.3 @ 16 cm

Refuerzo por temperatura :

$A_{sct} = 2.29 \text{ cm}^2 \quad s_{max} = 45 \text{ cm}$

Utilizar Var. No.3 @ 30 cm

(Ref.7 - Ejem.9.3). Diseñar la siguiente losa en una dirección.

$$\begin{aligned} \text{(A-1)} \quad f'c &= 281 \text{ kg/cm}^2 & \mu_u &= 2.800 \text{ T-m} \\ f_y &= 4220 \text{ kg/cm}^2 & \mu_v &= 2.550 \text{ Ton} \\ h &= 11.41 \text{ cm} \\ r &= 2.70 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{(A-2)} \quad \rho = 40 \% \rho_{bal}$$

$$\text{(A-3)} \quad \beta_1 = 0.85 \qquad \beta_2 = 0.85$$

$$\rho_{bal} = \frac{6090}{(6090 + 4220)} \frac{0.85 (0.85) (281)}{4220} = 0.0284$$

$$\rho_{min} = 14 + 4220 = 0.0033$$

$$\rho_{max} = 0.75 (0.0284) = 0.0213$$

$$\text{(A-4)} \quad \rho = 0.40 (0.0284) = 0.01137$$

$$A_s = 0.01137 (100) (11.41 - 2.70) = 9.90 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{9.90 (4220)}{(100) (0.85) 281} = 1.749 \text{ cm}$$

$$M_n = 9.90 (4220) \left[ 8.7 - \frac{1.749}{2} \right] = 326,934 \text{ kg-cm}$$

$$\text{(A-5)} \quad \phi M_n = 0.9 (3.269) = 2.942 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 2.942 \text{ T-m} > \mu_u = 2.800 \text{ T-m}$$

$$F.D. = \frac{2.942}{2.800} = 1.05 \qquad \text{Se acepta el diseño}$$

$$\text{(A-6)} \quad A_s = 9.90 \text{ cm}^2$$

$$s_{max} = 3 h = 3 (11.4) = 34 \text{ cm} \quad \phi \quad 45 \text{ cm}$$
$$s_{max} = 34 \text{ cm}$$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.5 @ 20 cm

(A-7)  $\rho_{ct} = 0.0018$

$$A_{sct} = 0.0018 (100) (8.7) = 1.57 \text{ cm}^2$$

$$s_{max} = 5 (11.41) = 57 \text{ cm} > 45 \text{ cm}$$

$$s_{max} = 45 \text{ cm}$$

De la tabla 4.2. : Utilizar Var. No.3 @ 45 cm

$$s = 45 \text{ cm} = s_{max} = 45 \text{ cm}$$

(A-8)  $V_c = 0.53 \sqrt{281} (100) (8.7) = 7,730 \text{ kg}$

$$\phi V_c = 0.85 (7.730) = 6.570 \text{ Ton}$$

$$\phi V_c = 6.570 \text{ Ton} > V_u = 2.550 \text{ Ton}$$

Refuerzo por flexión :

$$A_s = 9.90 \text{ cm}^2 \quad s_{max} = 34 \text{ cm}$$

Utilizar Var. No.5 @ 20 cm

Refuerzo por temperatura :

$$A_{sct} = 1.57 \text{ cm}^2 \quad s_{max} = 45 \text{ cm}$$

Utilizar Var. No.3 @ 45 cm

Nota : Los ejemplos anteriores, así como sus comprobaciones se encuentran en el archivo de datos y resultados de los programas presentados en el CAPITULO 6.

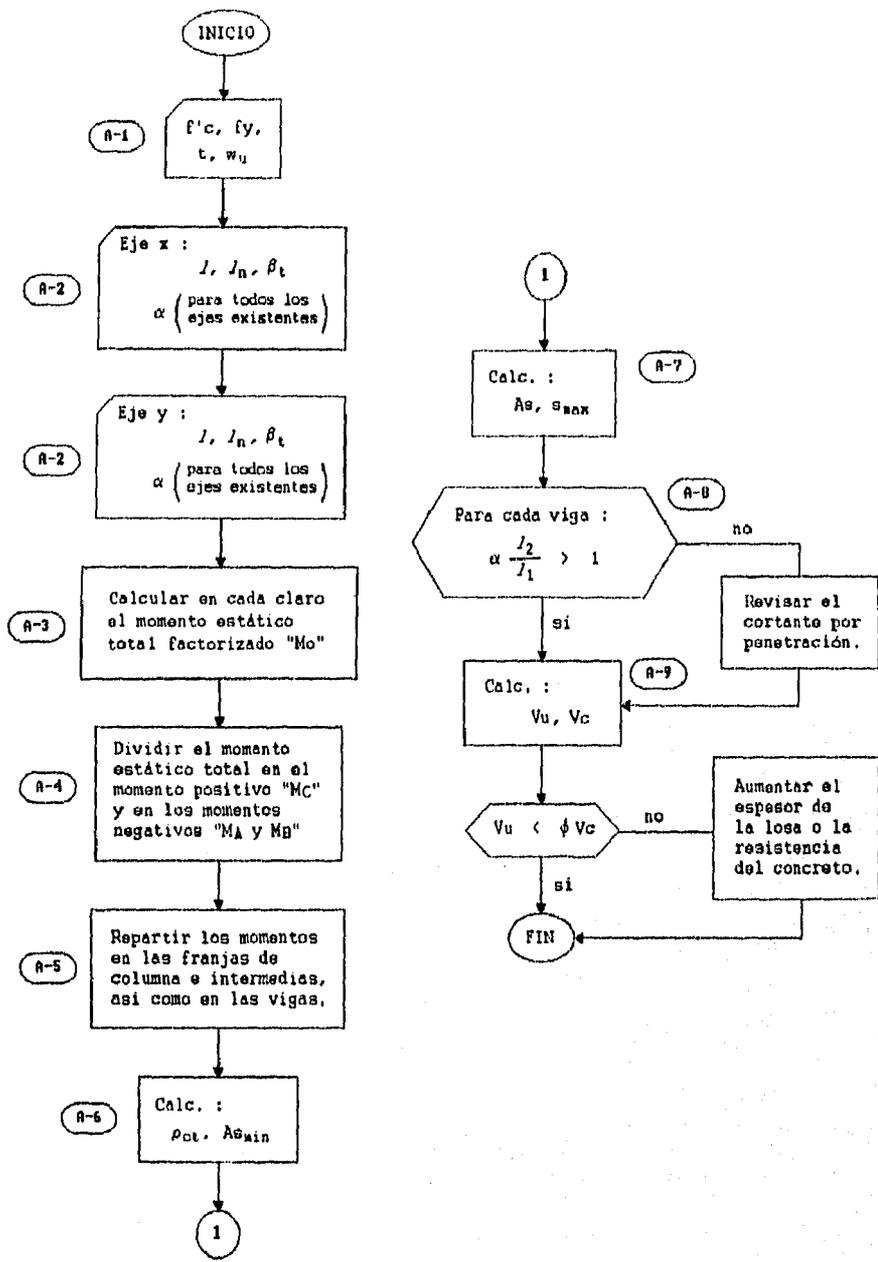
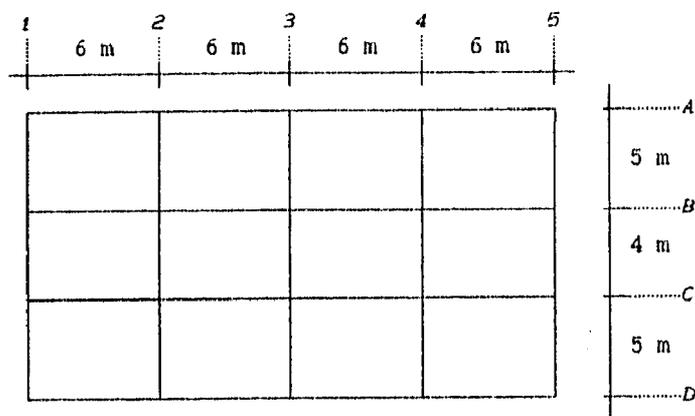


DIAGRAMA 7.- Diseño de losas en dos direcciones.  
(losas perimetralmente apoyadas)

EJEMPLOS DE DISEÑO DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

(Ref.3 - Ejem.19.1). Diseñar la siguiente losa en dos direcciones.



Vigas horizontales : 25 x 60 cm  
 Vigas verticales : 25 x 50 cm  
 Columnas : 40 x 40 cm  
 Espesor de losa propuesto : 14 cm

De las gráficas presentadas en el Apéndice 1 (Fig. A-3, A-4, A-5 y A-6), obtenemos la relación de rigidez a la flexión y a la torsión correspondientes :

a) vigas verticales :

|            | $h/t = 3.571$ | $b/t = 1.786$   |  |
|------------|---------------|-----------------|--|
| Interior   |               |                 |  |
| L = 600 cm | $f = 4.30$    | $\alpha = 3.3$  |  |
| Exterior   |               |                 |  |
| L = 320 cm | $f = 4.10$    | $\alpha = 5.6$  |  |
| L = 500 cm | $f = 4.30$    | $\beta t = 0.9$ |  |
| L = 400 cm | $f = 4.30$    | $\beta t = 1.2$ |  |

b) vigas horizontales :

|                      |               |                 |
|----------------------|---------------|-----------------|
| $h/t = 4.286$        | $b/t = 1.786$ |                 |
| Interior             |               |                 |
| $L = 450 \text{ cm}$ | $f = 5.25$    | $\alpha = 8.0$  |
| Exterior             |               |                 |
| $L = 270 \text{ cm}$ | $f = 5.00$    | $\alpha = 11.6$ |
| $L = 600 \text{ cm}$ | $f = 5.00$    | $\beta t = 1.0$ |

Puesto que la sección es simétrica con respecto a ambos ejes :

|                                   |   |   |  |
|-----------------------------------|---|---|--|
|                                   | $\alpha = 11.6$<br>$\beta t = 1.0$          | $\alpha = 11.6$<br>$\beta t = 1.0$          |  |
| $\alpha = 5.6$<br>$\beta t = 0.9$ | <u>T-1</u> $\alpha = 3.3$<br>$\alpha = 8.0$ | <u>T-2</u> $\alpha = 3.3$<br>$\alpha = 8.0$ |  |
| $\alpha = 5.6$<br>$\beta t = 1.2$ | <u>T-3</u> $\alpha = 3.3$<br>$\alpha = 8.0$ | <u>T-4</u> $\alpha = 3.3$<br>$\alpha = 8.0$ |  |
|                                   |   |   |  |

- Revisión del espesor de losa elegido :

Por lo general el tablero crítico es aquel que presenta las mayores relaciones de rigidez a la flexión " $\alpha$ " :

$$\alpha_m = \frac{11.6 + 5.6 + 8.0 + 3.3}{4.0} = 7.1$$

$$\beta = \frac{560}{460} = 1.22$$

$$k = \left[ 7.1 - 0.12 \left( 1 + \frac{1}{1.22} \right) \right] = 6.88 > 1.8$$

Utilizar :  $k = 1.8$

$$t_{min} = \frac{560 \left( 0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 5(1.22) \left[ 1.8 \right]}$$

$$t_{min} = \frac{616}{47} = 13.1 \text{ cm}$$

$t = 14 \text{ cm} > 13.1 \text{ cm}$  El espesor de losa es adecuado

- Requisitos del Método Directo :

- 1o. Eje x : 4 claros      Eje y : 3 claros
- 2o.  $\frac{600}{400} = 1.5 < 2.0$
- 3o.  $\frac{500 - 400}{500} = 0.20 < 33 \%$
- 4o.  $e = 0\%$  (Todas estan alineadas)
- 5o.  $w_t = 800 \text{ kg/cm}^2$        $800 / 446 = 1.8 < 3.0$   
 $w_d = 446 \text{ kg/cm}^2$
- 6o.
 

|     |  |        |
|-----|--|--------|
| T-1 | $\frac{(11.6 + 8.0) 500^2}{(5.6 + 3.3) 600^2}$ | = 1.53 |
| T-2 | $\frac{(11.6 + 8.0) 500^2}{(3.3 + 3.3) 600^2}$ | = 2.06 |
| T-3 | $\frac{(8.0 + 8.0) 400^2}{(5.6 + 3.3) 600^2}$  | = 0.80 |
| T-4 | $\frac{(8.0 + 8.0) 400^2}{(3.3 + 3.3) 600^2}$  | = 1.08 |

La estructura cumple con todos los requisitos del diseño

Una vez revisado el espesor de la losa y los requisitos del Método Directo se procede al diseño :

(A-1)  $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$   $w_s/m^2 = 1.99 \text{ Ton/m}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   $rec. = 2.50 \text{ cm}$   
 $t = 14.0 \text{ cm}$

(A-2) Dirección "x" :

| Eje | Datos     | Claro1 | Claro2 | Claro3 | Claro4 |
|-----|-----------|--------|--------|--------|--------|
|     | l         | 600.00 | 600.00 | 600.00 | 600.00 |
|     | ln        | 560.00 | 560.00 | 560.00 | 560.00 |
|     | $\beta t$ | 1.00   | 1.00   | 1.00   | 1.00   |
| A   | $\alpha$  | 11.60  | 11.60  | 11.60  | 11.60  |
| B   | $\alpha$  | 8.00   | 8.00   | 8.00   | 8.00   |
| C   | $\alpha$  | 8.00   | 8.00   | 8.00   | 8.00   |
| D   | $\alpha$  | 11.60  | 11.60  | 11.60  | 11.60  |

Dirección "y" :

| Eje | Datos     | Claro1 | Claro2 | Claro3 |
|-----|-----------|--------|--------|--------|
|     | l         | 500.00 | 400.00 | 500.00 |
|     | ln        | 460.00 | 360.00 | 460.00 |
|     | $\beta t$ | 0.90   | 1.20   | 0.90   |
| 1   | $\alpha$  | 5.60   | 5.60   | 5.60   |
| 2   | $\alpha$  | 3.30   | 3.30   | 3.30   |
| 3   | $\alpha$  | 3.30   | 3.30   | 3.30   |
| 4   | $\alpha$  | 3.30   | 3.30   | 3.30   |
| 5   | $\alpha$  | 5.60   | 5.60   | 5.60   |

(A-3) Momento estático total :

Eje A y D, todos los claros

$$M_0 = \frac{0.199 (270) (560)^2}{8} = 2,106,216 \text{ kg-cm}$$

Eje B y C, todos los claros

$$M_o = \frac{0.199 (450) (560)^2}{8} = 3,510,360 \text{ kg-cm}$$

Eje 1 y 5, claros extremos

$$M_o = \frac{0.199 (320) (460)^2}{8} = 1,684,336 \text{ kg-cm}$$

Eje 1 y 5, claro interior

$$M_o = \frac{0.199 (320) (360)^2}{8} = 1,031,616 \text{ kg-cm}$$

Eje 2,3 y 4, claros extremos

$$M_o = \frac{0.199 (600) (460)^2}{8} = 3,158,130 \text{ kg-cm}$$

Eje 2,3 y 4, claro interior

$$M_o = \frac{0.199 (600) (360)^2}{8} = 1,934,280 \text{ kg-cm}$$

(A-4) Distribución del momento "M<sub>o</sub>" :

Eje A y D, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 21.06 \text{ T-m} \\ M_A = 21.06 (0.16) = -3.37 \\ M_B = 21.06 (0.70) = -14.74 \\ M_C = 21.06 (0.57) = 12.00 \end{array}$$

Eje A y D, claro interior :

$$\begin{array}{l} M_o = 21.06 \text{ T-m} \\ M_A = 21.06 (0.65) = -13.69 \\ M_B = 21.06 (0.65) = -13.69 \\ M_C = 21.06 (0.35) = 7.37 \end{array}$$

Eje B y C, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 35.10 \text{ T-m} \\ M_A = 35.10 (0.16) = -5.62 \\ M_B = 35.10 (0.70) = -24.57 \\ M_C = 35.10 (0.57) = 20.01 \end{array}$$

Eje B y C, claro interior :

$$M_o = 35.10 \text{ T-m} \quad \begin{array}{l} M_A = 35.10 (0.65) = -22.82 \\ M_B = 35.10 (0.65) = -22.82 \\ M_C = 35.10 (0.35) = 12.29 \end{array}$$

Eje 1 y 5, claro extremo :

$$M_o = 16.84 \text{ T-m} \quad \begin{array}{l} M_A = 16.84 (0.16) = -2.70 \\ M_B = 16.84 (0.70) = -11.80 \\ M_C = 16.84 (0.57) = 9.60 \end{array}$$

Eje 1 y 5, claro interior :

$$M_o = 10.32 \text{ T-m} \quad \begin{array}{l} M_A = 10.32 (0.65) = -6.71 \\ M_B = 10.32 (0.65) = -6.71 \\ M_C = 10.32 (0.35) = 3.61 \end{array}$$

Eje 2,3 y 4, claro extremo :

$$M_o = 31.58 \text{ T-m} \quad \begin{array}{l} M_A = 31.58 (0.16) = -5.05 \\ M_B = 31.58 (0.70) = -22.11 \\ M_C = 31.58 (0.57) = 18.00 \end{array}$$

Eje 2,3 y 4, claro interior :

$$M_o = 19.34 \text{ T-m} \quad \begin{array}{l} M_A = 19.34 (0.65) = -12.57 \\ M_B = 19.34 (0.65) = -12.57 \\ M_C = 19.34 (0.35) = 6.77 \end{array}$$

|       |      |      |       |       |      |       |
|-------|------|------|-------|-------|------|-------|
|       | -3.4 | 12.0 | -14.8 | -13.7 | 7.4  | -13.7 |
| -2.7  |      |      | -5.1  |       |      |       |
| 9.6   |      |      | 18.0  |       |      |       |
| -11.8 |      |      | -22.1 | -22.8 | 12.3 | -22.8 |
| -6.7  | -5.6 | 24.6 | -20.0 | -12.6 |      |       |
| 3.6   |      |      |       | 6.8   |      |       |
| -6.7  |      |      |       | -12.6 |      |       |

(A-5) Distribución en franjas :

Eje A, Claro 1-2 :

$$\frac{12.00}{-3.37 \quad -14.74}$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 11.6 \frac{500}{600} = 9.6$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 1.0 \quad \beta u = 0.9$$

\* M = -3.37

Momento negativo exterior

a) % Franja columnas :

$$100 - 10 (0.90) + 12 (0.9) (1.0) \left[ 1 - \frac{5}{6} \right] = 92.8\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.928) (-3.37) = -2.66 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.928) (-3.37) = -0.47 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.928) (-3.37) = -0.24 \text{ T-m}$$

\* M = 12.00

Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left[ 1.5 - \frac{5}{6} \right] = 80.0\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.8) (12.00) = 8.16 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.8) (12.00) = 1.44 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (12.00) = 2.40 \text{ T-m}$$

\* M = -14.74

Momento negativo interior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left[ 1 - \frac{5}{6} \right] = 80.0\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.8) (-14.74) = -10.02 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.8) (-14.74) = -1.77 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (-14.74) = -2.95 \text{ T-m}$$

Eje A, Claro 2-3 :

$$\frac{7.37}{-13.69 \quad -13.69}$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 11.6 \frac{500}{600} = 9.6$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 1.0$$

\* M = -13.69  
Momento negativo interior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 80.0\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.8) (-13.69) = -9.31 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.8) (-13.69) = -1.64 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (-13.69) = -2.74 \text{ T-m}$$

\* M = 7.37  
Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left(1.5 - \frac{5}{6}\right) = 80.0\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.8) (7.37) = 5.01 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.8) (7.37) = 0.88 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (7.37) = 1.48 \text{ T-m}$$

\* M = -13.69  
Momento negativo interior  
Su distribución es igual a la del primer apoyo :

a) % Franja columnas :

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.8) (-13.69) = -9.31 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.8) (-13.69) = -1.64 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (-13.69) = -2.74 \text{ T-m}$$

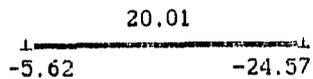
Eje B, Claro 1-2

En el análisis de los claros del eje B, puesto que las longitudes transversales a ambos lados del eje son diferentes, se deberá encontrar el valor de "lz" y "βt" a utilizar :

$$l_z = \frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

$$\beta_t = 0.9 (5) \left[ \frac{2}{4 + 5} \right] = 1.00$$

Por lo tanto, diseñar :



$$\alpha \frac{l_z}{l_1} = 8.0 \frac{450}{600} = 6$$

$$\alpha \frac{l_z}{l_1} = 1.0 \quad \beta_t = 1.00$$

\* M = -5.62

Momento negativo exterior

a) % Franja columnas :

$$100 - 10(1.00) + 12(1.00)(1) \left[ 1 - \frac{4.5}{6} \right] = 93\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.93) (-5.62) = -4.44 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.93) (-5.62) = -0.78 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.93) (-5.62) = -0.39 \text{ T-m}$$

\* M = 20.01

Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left[ 1.5 - \frac{4.5}{6} \right] = 82.5\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.825) (20.00) = 14.03 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.825) (20.00) = 2.48 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.825) (20.00) = 3.50 \text{ T-m}$$

\* M = -24.57

Momento negativo interior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left(1 - \frac{4.5}{6}\right) = 82.5\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.825) (-24.57) = -17.23 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.825) (-24.57) = -3.04 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.825) (-24.57) = -4.30 \text{ T-m}$$

Eje B, Claro 2-3 :

$$\frac{12.29}{-22.82 \quad -22.82}$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 8.0 \frac{450}{600} = 6 > 1$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 1.0$$

\* M = -22.82

Momento negativo interior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left(1 - \frac{4.5}{6}\right) = 82.5\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.825) (-22.82) = -16.00 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.825) (-22.82) = -2.82 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.825) (-22.82) = -3.99 \text{ T-m}$$

\* M = 12.29

Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left(1.5 - \frac{4.5}{6}\right) = 82.5\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.825) (12.29) = 8.62 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.825) (12.29) = 1.52 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.825) (12.29) = 2.15 \text{ T-m}$$

\* M = -22.82

Momento negativo interior

Su distribución es igual a la del primer apoyo :

a) % Franja columnas :

% Viga = 0.85 (0.825) (-22.82) = -16.00 T-m

% Losa = 0.15 (0.825) (-22.82) = -2.82 T-m

b) % Franja intermedia :

(1.0 - 0.825) (-22.82) = -3.99 T-m

De una manera semejante se obtienen los momentos para los diferentes ejes y franjas verticales. Una vez calculados se puede realizar la siguiente tabla :

DISTRIBUCION DE MOMENTOS

| EJE              | FRANJA DE COLUMNA |       | FRANJA INTERIOR |
|------------------|-------------------|-------|-----------------|
|                  | VIGA              | LOSA  |                 |
| A, claro 1-2 (-) | -2.66             | -0.47 | -0.24           |
| A, claro 1-2 (+) | 8.16              | 1.44  | 2.40            |
| A, claro 1-2 (-) | -10.02            | -1.77 | -2.95           |
| A, claro 2-3 (-) | -9.31             | -1.64 | -2.74           |
| A, claro 2-3 (+) | 5.01              | 0.88  | 1.48            |
| A, claro 2-3 (-) | -9.31             | -1.64 | -2.74           |
| B, claro 1-2 (-) | -4.44             | -0.78 | -0.39           |
| B, claro 1-2 (+) | 14.03             | 2.47  | 3.50            |
| B, claro 1-2 (-) | -17.23            | -3.04 | -4.30           |
| B, claro 2-3 (-) | -16.00            | -2.82 | -3.99           |
| B, claro 2-3 (+) | 8.62              | 1.52  | 2.15            |
| B, claro 2-3 (-) | -16.00            | -2.82 | -3.99           |
| 1, claro A-B (-) | -2.00             | -0.35 | -0.31           |
| 1, claro A-B (+) | 5.60              | 0.99  | 2.96            |
| 1, claro A-B (-) | -6.88             | -1.21 | -3.64           |
| 1, claro B-C (-) | -3.40             | -0.60 | -2.67           |
| 1, claro B-C (+) | 1.83              | 0.32  | 1.43            |
| 1, claro B-C (-) | -3.40             | -0.60 | -2.67           |
| 2, claro A-B (-) | -3.74             | -0.66 | -0.62           |
| 2, claro A-B (+) | 10.51             | 1.85  | 5.55            |
| 2, claro A-B (-) | -12.90            | -2.28 | -6.82           |
| 2, claro B-C (-) | -6.38             | -1.13 | -5.00           |
| 2, claro B-C (+) | 3.44              | 0.61  | 2.69            |
| 2, claro B-C (-) | -6.38             | -1.13 | -5.00           |

$$(A-6) \quad \rho_{min} = \frac{0.0018 (4200)}{4218} = 0.00179$$

$$\rho_{min} = 0.0018$$

$$A_{smin} = 0.0018 \ b \ d$$

(A-7) Obtener el área de acero de refuerzo para cada franja de la losa en todos los claros.

Se presenta como ejemplo únicamente el análisis con respecto al eje "B" ya que en el se localizan las acciones críticas, para los otros ejes el procedimiento de diseño es similar.

Para una primera aproximación se determina que el bloque de compresión tiene una profundidad del 90% del peralte efectivo :

$$"a = 0.9 \ d",$$

posteriormente se refinara el cálculo para determinar de una manera más exacta la profundidad del bloque y el área de refuerzo.

$$d = 14 - 2.5 = 11.5 \text{ cm}$$

Eje B, claro 1-2

a) Franja de columna.

En primer término se calcula el ancho de la franja y el área de refuerzo mínimo :

$$b = 500/4 + 400/4 = 225 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0.0018 (225)(11.5) = 4.66$$

$$M = -0.78$$

$$A_s = \frac{78,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 1.99$$

$$a = \frac{1.99 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.218$$

$$A_s = \frac{78,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.218/2)} = 1.81$$

$$A_s = 4.66 = A_{smin}$$

$$M = 2.47$$

$$As = \frac{247,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 6.31$$

$$a = \frac{6.31 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.693$$

$$As = \frac{247,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.693/2)} = 5.86$$

$$M = -3.04$$

$$As = \frac{304,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 7.77$$

$$a = \frac{7.77 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.853$$

$$As = \frac{304,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.853/2)} = 7.26$$

b) Franja central.

$$b = 450 - 225 = 225 \text{ cm}$$

$$As_{\min} = 0.0018 (225)(11.5) = 4.66$$

$$M = -0.39$$

$$As = \frac{39,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 0.99$$

$$a = \frac{0.99 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.109$$

$$As = \frac{39,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.109/2)} = 0.90$$

$$As = 4.66 = As_{\min}$$

$$M = 3.50$$

$$As = \frac{350,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 8.94$$

$$a = \frac{8.94 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.981$$

$$As = \frac{350,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.981/2)} = 8.41$$

$$M = -4.30$$

$$As = \frac{430,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 10.99$$

$$a = \frac{10.99 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 1.2$$

$$As = \frac{430,000}{0.9 (4200) (11.5 - 1.2/2)} = 10.43$$

Eje B, claro 2-3

a) Franja de columna.

$$b = 500/4 + 400/4 = 225 \text{ cm}$$

$$As_{min} = 0.0018 (225)(11.5) = 4.66$$

$$M = -2.82$$

$$As = \frac{282,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 7.21$$

$$a = \frac{7.21 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.792$$

$$As = \frac{282,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.792/2)} = 6.72$$

$$M = 1.52$$

$$As = \frac{152,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 3.89$$

$$a = \frac{3.89 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.43$$

$$As = \frac{152,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.43/2)} = 3.56$$

$$As = 4.66 = As_{min}$$

$$M = -2.82$$

→

$$As = 6.72$$

b) Franja central.

$$b = 450 - 225 = 225 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0.0018 (225)(11.5) = 4.66$$

$$M = -3.99$$

$$A_s = \frac{399,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 10.2$$

$$a = \frac{10.20 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 1.12$$

$$A_s = \frac{399,000}{0.9 (4200) (11.5 - 1.12/2)} = 9.65$$

$$M = 2.15$$

$$A_s = \frac{215,000}{0.9 (4200) (0.9 * 11.5)} = 5.5$$

$$a = \frac{5.5 (4200)}{0.85 (200) (225)} = 0.60$$

$$A_s = \frac{215,000}{0.9 (4200) (11.5 - 0.60/2)} = 5.08$$

$$M = -3.99$$

Como en el primer apoyo :  $A_s = 9.65$

Los cálculos anteriores se pueden resumir en la siguiente tabla :

ACERO DE REFUERZO EN LOSA (cm<sup>2</sup>)

| EJE              | FRANJA DE COLUMNA | FRANJA CENTRAL |
|------------------|-------------------|----------------|
| B, claro 1-2 (-) | -4.66             | -4.66          |
| B, claro 1-2 (+) | 5.86              | 8.41           |
| B, claro 1-2 (-) | -7.26             | -10.43         |
| B, claro 2-3 (-) | -6.72             | -9.65          |
| B, claro 2-3 (+) | 4.66              | 5.08           |
| B, claro 2-3 (-) | -6.72             | -9.65          |

Obtenido el Area de acero necesaria se procede a determinar la separación máxima del refuerzo :

$$s_{max} = 2 (14) = 28 \text{ cm}$$

(A-8) De los cálculos anteriores, se puede observar que en todos los casos se presentan vigas rígidas, por lo que se puede omitir el diseño por penetración :

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} > 1.0 \quad \rightarrow \quad \text{Omitir diseño por penetración}$$

(A-9) La sección crítica a cortante se presenta en la longitud corta del tablero con claros mayores (6m y 5m) :

$$V_u = 1.15 \frac{(1.99)(4.6)}{2} = 5.26 \text{ Ton}$$

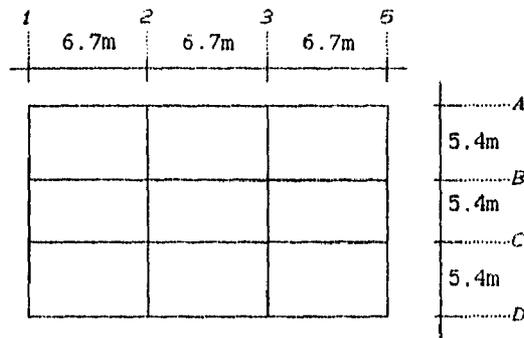
$$V_c = 0.53 \sqrt{200} (100) (11.5) = 8.62 \text{ Ton}$$

$$\phi V_c = 0.85 (8.62) = 7.33 \text{ Ton}$$

$$V_u < \phi V_c$$

$$5.26 < 7.33 \text{ Ton}$$

(Ref.7 - Ejem.20.2). Diseñar la siguiente losa en dos direcciones.



Vigas de borde : 35 x 70 cm  
 Vigas interiores : 35 x 50 cm  
 Columnas : 45 x 45 cm  
 Espesor de losa propuesto : 15 cm

De las gráficas presentadas en el Apéndice 1 (Fig. A-3, A-4, A-5 y A-6), obtenemos la relación de rigidez a la flexión y a la torsión correspondientes :

a) vigas de borde :

|               |          |                  |  |
|---------------|----------|------------------|--|
| $h/t = 4.666$ |          | $b/t = 2.333$    |  |
| horizontal    |          |                  |  |
| L = 290 cm    | f = 5.30 | $\alpha = 17.96$ |  |
| L = 670 cm    | f = 6.20 | $\beta/t = 2.00$ |  |
| vertical      |          |                  |  |
| L = 357 cm    | f = 5.30 | $\alpha = 14.60$ |  |
| L = 535 cm    | f = 6.20 | $\beta/t = 2.52$ |  |

b) vigas interiores :

|               |          |                 |  |
|---------------|----------|-----------------|--|
| $h/t = 3.333$ |          | $b/t = 2.333$   |  |
| horizontal    |          |                 |  |
| L = 535 cm    | f = 3.90 | $\alpha = 3.88$ |  |
| vertical      |          |                 |  |
| L = 670 cm    | f = 3.90 | $\alpha = 3.10$ |  |

Puesto que la sección es simétrica con respecto a ambos ejes :

|                                    |   |  |   |  |
|------------------------------------|---|--|---|--|
|                                    | $\alpha = 17.9$<br>$\beta t = 2.0$      |  | $\alpha = 17.9$<br>$\beta t = 2.0$      |  |
| $\alpha = 14.6$<br>$\beta t = 2.5$ | T-1<br>$\alpha = 3.1$<br>$\alpha = 3.9$ |  | T-2<br>$\alpha = 3.1$<br>$\alpha = 3.9$ |  |
| $\alpha = 14.6$<br>$\beta t = 2.5$ | T-3<br>$\alpha = 3.1$<br>$\alpha = 3.9$ |  | T-4<br>$\alpha = 3.1$<br>$\alpha = 3.9$ |  |

- Revisión del espesor de losa propuesto :

Por lo general el tablero crítico es aquel que presenta las mayores relaciones de rigidez a la flexión " $\alpha$ " :

$$\alpha_m = \frac{17.9 + 14.6 + 3.1 + 3.9}{4.0} = 9.88$$

$$\beta = \frac{625}{495} = 1.26$$

$$k = \left[ 9.88 - 0.12 \left( 1 + \frac{1}{1.26} \right) \right] = 9.66 > 1.8$$

Utilizar :  $k = 1.8$

$$t_{min} = \frac{625 \left( 0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 5(1.26) \left[ 1.8 \right]}$$

$$t_{min} = \frac{687.5}{47.3} = 14.5 \text{ cm}$$

$$t = 15 \text{ cm} > 14.5 \text{ cm}$$

El espesor de losa es adecuado

- Requisitos del Método Directo :

- 1o. Eje x : 3 claros      Eje y : 3 claros
- 2o.  $\frac{670}{540} = 1.27 < 2.0$
- 3o. No hay diferencia de longitud entre claros consecutivos.
- 4o. e = 0% (Todas están alineadas)
- 5o.  $w_l = 500 \text{ kg/cm}^2$        $500 / 376 = 1.33 < 3.0$   
 $w_d = 376 \text{ kg/cm}^2$
- 6o.
- |     |   |        |
|-----|---|--------|
| T-1 | $\frac{(17.9 + 3.9) 540^2}{(14.6 + 3.1) 670^2}$ | = 0.80 |
| T-2 | $\frac{(17.9 + 3.9) 540^2}{(3.1 + 3.1) 670^2}$  | = 2.28 |
| T-3 | $\frac{(3.9 + 3.9) 540^2}{(14.6 + 3.1) 670^2}$  | = 0.28 |
| T-4 | $\frac{(3.9 + 3.9) 540^2}{(3.1 + 3.1) 670^2}$   | = 0.82 |

La estructura cumple con todos los requisitos del diseño por el Método Directo.

- Procedimiento de Diseño :

Una vez revisado el espesor de la losa y los requisitos del Método Directo se procede al diseño :

(A-1)  $f'c = 281 \text{ kg/cm}^2$        $w_u/m^2 = 1.42 \text{ Ton/m}^2$   
 $f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$   
 $h = 15.0 \text{ cm}$

(A-2)

Dirección "x" :

| Eje | Datos    | Claro1 | Claro2 | Claro3 |
|-----|----------|--------|--------|--------|
|     | l        | 670.00 | 670.00 | 670.00 |
|     | ln       | 625.00 | 625.00 | 625.00 |
|     | $\beta$  | 2.00   | 2.00   | 2.00   |
| A   | $\alpha$ | 17.96  | 17.96  | 17.96  |
| B   | $\alpha$ | 3.90   | 3.90   | 3.90   |
| C   | $\alpha$ | 3.90   | 3.90   | 3.90   |
| D   | $\alpha$ | 17.96  | 17.96  | 17.96  |

Dirección "y" :

| Eje | Datos    | Claro1 | Claro2 | Claro3 |
|-----|----------|--------|--------|--------|
|     | l        | 540.00 | 540.00 | 540.00 |
|     | ln       | 495.00 | 495.00 | 495.00 |
|     | $\beta$  | 2.52   | 2.52   | 2.52   |
| 1   | $\alpha$ | 14.60  | 14.60  | 14.60  |
| 2   | $\alpha$ | 3.10   | 3.10   | 3.10   |
| 3   | $\alpha$ | 3.10   | 3.10   | 3.10   |
| 4   | $\alpha$ | 14.60  | 14.60  | 14.60  |

(A-3)

Momento estático total :

Eje A y D, todos los claros

$$M_0 = \frac{0.142 (293) (625)^2}{8} = 2,031,543 \text{ kg-cm}$$

Eje B y C, todos los claros

$$M_0 = \frac{0.142 (540) (625)^2}{8} = 3,744,141 \text{ kg-cm}$$

Eje 1 y 4, todos los claros

$$M_0 = \frac{0.142 (358) (495)^2}{8} = 1,557,011 \text{ kg-cm}$$

Eje 2 y 3, todos los claros

$$M_0 = \frac{0.142 (670) (495)^2}{8} = 2,913,960 \text{ kg-cm}$$

(A-4) Distribución del momento "Mo" :

-Claros horizontales :

Eje A y D, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 20.32 \text{ T-m} \\ M_A = 20.32 (0.16) = -3.25 \\ M_B = 20.32 (0.70) = -14.22 \\ M_C = 20.32 (0.57) = 11.58 \end{array}$$

Eje A y D, claro interior :

$$\begin{array}{l} M_o = 20.32 \text{ T-m} \\ M_A = 20.32 (0.65) = -13.21 \\ M_B = 20.32 (0.65) = -13.21 \\ M_C = 20.32 (0.35) = 7.11 \end{array}$$

Eje B y C, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 37.44 \text{ T-m} \\ M_A = 37.44 (0.16) = -5.99 \\ M_B = 37.44 (0.70) = -26.21 \\ M_C = 37.44 (0.57) = 21.34 \end{array}$$

Eje B y C, claro interior :

$$\begin{array}{l} M_o = 37.44 \text{ T-m} \\ M_A = 37.44 (0.65) = -24.34 \\ M_B = 37.44 (0.65) = -24.34 \\ M_C = 37.44 (0.35) = 13.11 \end{array}$$

Claros verticales :

Eje 1 y 5, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 15.57 \text{ T-m} \\ M_A = 15.57 (0.16) = -2.49 \\ M_B = 15.57 (0.70) = -10.90 \\ M_C = 15.57 (0.57) = 8.88 \end{array}$$

Eje 1 y 5, claro interior :

$$\begin{array}{l} M_o = 15.57 \text{ T-m} \\ M_A = 15.57 (0.65) = -10.12 \\ M_B = 15.57 (0.65) = -10.12 \\ M_C = 15.57 (0.35) = 5.45 \end{array}$$

Eje 2 y 3, claro extremo :

$$\begin{array}{l} M_o = 29.14 \text{ T-m} \\ M_A = 29.14 (0.16) = -4.66 \\ M_B = 29.14 (0.70) = -20.40 \\ M_C = 29.14 (0.57) = 16.61 \end{array}$$

Eje 2 y 3, claro interior :

$$\begin{array}{l} M_o = 29.14 \text{ T-m} \\ M_A = 29.14 (0.65) = -18.94 \\ M_B = 29.14 (0.65) = -18.94 \\ M_C = 29.14 (0.35) = 10.20 \end{array}$$

El valor de la distribución de momentos, se pueden resumir en la siguiente figura :

|       |            |      |       |            |            |       |
|-------|------------|------|-------|------------|------------|-------|
|       | -3.3       | 11.6 | -14.2 | -13.2      | 7.1        | -13.2 |
| -2.5  |            |      | -4.7  |            |            |       |
| 8.9   | <u>T-1</u> |      | 16.6  | <u>T-2</u> |            |       |
| -10.9 |            |      | -20.4 | -24.3      | 13.1       | -24.3 |
| -10.1 | -6.0       | 21.3 | -26.2 | -18.9      |            |       |
| 5.5   | <u>T-3</u> |      |       | 10.2       | <u>T-4</u> |       |
| -10.1 |            |      |       | -18.9      |            |       |

(A-5) Para facilitar la comprensión del ejemplo, únicamente se realizará el diseño del Tablero T-4

- Eje B y C, Claro 2-3 :

$$\frac{13.11}{-24.34} \quad -24.34 \quad \alpha \frac{l_2}{l_1} = 3.9 \frac{540}{670} = 3.14$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 1.0$$

\* M = -24.34  
Momento negativo interior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left( 1 - \frac{5.4}{6.7} \right) = 80.8\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.81) (-24.34) = -16.76 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.81) (-24.34) = -2.96 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (-24.34) = -4.87 \text{ T-m}$$

\* M = 13.11  
Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left[ 1.5 - \frac{5.4}{6.7} \right] = 80.8\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.81) (13.11) = 9.03 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.81) (13.11) = 1.59 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (13.11) = 2.62 \text{ T-m}$$

\* M = -24.34

Momento negativo interior

Su distribución es igual a la del primer apoyo :

a) % Franja columnas :

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.81) (-24.34) = -16.76 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.81) (-24.34) = -2.96 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.8) (-24.34) = -4.87 \text{ T-m}$$

- Eje 2 y 3, Claro B-C

$$\begin{array}{c} 10.20 \\ \hline -18.94 \qquad -18.94 \end{array}$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 3.1 \frac{670}{540} = 3.84$$

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} = 1.0$$

\* M = -18.94

Momento negativo exterior

a) % Franja columnas :

$$75 + 30 (1.0) \left[ 1 - \frac{6.7}{5.4} \right] = 67.7\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.677) (-18.94) = -10.90 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.677) (-18.94) = -1.92 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.677) (-18.94) = -6.12 \text{ T-m}$$

\* M = 10.20

Momento positivo

a) % Franja columnas :

$$60 + 30 (1.0) \left( 1.5 - \frac{6.7}{5.4} \right) = 67.7\%$$

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.677) (10.20) = 5.87 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.677) (10.20) = 1.04 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.677) (10.20) = 3.30 \text{ T-m}$$

\* M = -18.94

Momento negativo interior

Su distribución es igual a la del primer apoyo :

a) % Franja columnas :

$$\% \text{ Viga} = 0.85 (0.677) (-18.94) = -10.90 \text{ T-m}$$

$$\% \text{ Losa} = 0.15 (0.677) (-18.94) = -1.92 \text{ T-m}$$

b) % Franja intermedia :

$$(1.0 - 0.677) (-18.94) = -6.12 \text{ T-m}$$

Una vez calculados se puede realizar la siguiente tabla de momentos para el tablero T-4 a diseñar :

DISTRIBUCION DE MOMENTOS

| EJE              | FRANJA DE COLUMNA |       | FRANJA INTERIOR |
|------------------|-------------------|-------|-----------------|
|                  | VIGA              | LOSA  |                 |
| B, claro 2-3 (-) | -16.76            | -2.96 | -4.87           |
| B, claro 2-3 (+) | 9.03              | 1.59  | 2.62            |
| B, claro 2-3 (-) | -16.76            | -2.96 | -4.87           |
| C, claro 2-3 (-) | -16.76            | -2.96 | -4.87           |
| C, claro 2-3 (+) | 9.03              | 1.59  | 2.62            |
| C, claro 2-3 (-) | -16.76            | -2.96 | -4.87           |
| 2, claro B-C (-) | -10.90            | -1.92 | -6.12           |
| 2, claro B-C (+) | 5.87              | 1.04  | 3.30            |
| 2, claro B-C (-) | -10.90            | -1.92 | -6.12           |
| 3, claro B-C (-) | -10.90            | -1.92 | -6.12           |
| 3, claro B-C (+) | 5.87              | 1.04  | 3.30            |
| 3, claro B-C (-) | -10.90            | -1.92 | -6.12           |

$$(A-6) \quad \rho_{min} = \frac{0.0018 (4220)}{4218} = 0.0018$$

$$\rho_{min} = 0.0018$$

$$A_{smin} = 0.0018 b d$$

(A-7) Obtener el área de acero de refuerzo para cada franja de la losa en todos los claros.

$$d = 15 - 2.5 = 12.5 \text{ cm}$$

- Eje B y C, claro 2-3

a) Franja de columna.

$$b = 540/2 = 270 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0.0018 (270)(12.5) = 6.08$$

$$M = -2.96$$

$$A_s = \frac{296,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 6.93$$

$$a = \frac{6.93 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.453$$

$$A_s = \frac{296,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.453/2)} = 6.35$$

$$M = 1.59$$

$$A_s = \frac{159,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 3.72$$

$$a = \frac{3.72 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.243$$

$$A_s = \frac{159,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.243/2)} = 3.38$$

$$A_s = A_{smin} = 6.08$$

$$M = -2.96$$

$$\text{Al igual que el primer apoyo : } A_s = 6.35$$

b) Franja central.

$$b = 540 - 270 = 270 \text{ cm}$$
$$As_{\min} = 0.0018 (270)(12.5) = 6.08$$

$$M = -4.87$$

$$As = \frac{487,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 11.40$$

$$a = \frac{11.40 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.746$$

$$As = \frac{487,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.746/2)} = 10.57$$

$$M = 2.62$$

$$As = \frac{262,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 6.13$$

$$a = \frac{6.13 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.401$$

$$As = \frac{262,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.401/2)} = 5.61$$

$$As = As_{\min} = 6.08$$

$$M = -4.87$$

$$\text{Al igual que el primer apoyo : } As = 10.57$$

- Eje 2 y 3, claro B-C

a) Franja de columna.

$$b = 540/2 = 270 \text{ cm}$$
$$As_{\min} = 0.0018 (270)(12.5) = 6.08$$

$$M = -1.92$$

$$As = \frac{192,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 4.49$$

$$a = \frac{4.49 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.294$$

$$As = \frac{192,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.294/2)} = 4.09$$

$$As = Asmin = 6.08$$

$$M = 1.04$$

$$As = \frac{104,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 2.43$$

$$a = \frac{2.43 (4220)}{0.85 (281) (270)} = 0.159$$

$$As = \frac{104,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.159/2)} = 2.20$$

$$As = Asmin = 6.08$$

$$M = -1.92$$

$$\text{Al igual que el primer apoyo : } As = 6.08$$

b) Franja central.

$$b = 670 - 270 = 400 \text{ cm}$$

$$Asmin = 0.0018 (400)(12.5) = 9.00$$

$$M = -6.12$$

$$As = \frac{612,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 14.32$$

$$a = \frac{14.32 (4220)}{0.85 (281) (400)} = 0.633$$

$$As = \frac{612,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.633/2)} = 13.23$$

$$M = 3.30$$

$$As = \frac{330,000}{0.9 (4220) (0.9 * 12.5)} = 7.72$$

$$a = \frac{7.72 (4220)}{0.85 (281) (400)} = 0.341$$

$$A_s = \frac{330,000}{0.9 (4220) (12.5 - 0.341/2)} = 7.05$$

$$A_s = A_{smin} = 9.00$$

$$M = -6.12$$

$$\text{Al igual que el primer apoyo : } A_s = 13.23$$

ACERO DE REFUERZO EN LOSA (cm<sup>2</sup>)

| EJE                  | FRANJA DE COLUMNA | FRANJA CENTRAL |
|----------------------|-------------------|----------------|
| B y C, claro 2-3 (-) | -6.35             | -10.57         |
| B y C, claro 2-3 (+) | 6.08              | 6.08           |
| B y C, claro 2-3 (-) | -6.35             | -10.57         |
| 2 y 3, claro B-C (-) | -6.08             | -13.23         |
| 2 y 3, claro B-C (+) | 6.08              | 9.00           |
| 2 y 3, claro B-C (-) | -6.08             | -13.23         |

$$s_{max} = 2 (15) = 30 \text{ cm}$$

(A-8) Se puede observar que en todos los casos se presentan vigas rígidas, por lo que se puede omitir el diseño por penetración :

$$\alpha \frac{l_2}{l_1} > 1.0 \rightarrow \text{Omitir diseño por penetración}$$

$$(A-9) \quad V_u = 1.15 \frac{(1.42) (4.95)}{2} = 4.04 \text{ Ton}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{281} (100) (12.5) = 11.10 \text{ Ton}$$

$$\phi V_c = 0.85 (11.10) = 9.44 \text{ Ton}$$

$$V_u < \phi V_c$$

$$4.04 < 9.44 \text{ Ton}$$

## **CAPITULO V.- DISEÑO DE ZAPATAS.**

### **V.1. Tipos de cimentación.**

- V.1.1. Definición.
- V.1.2. Zapatas aisladas.
- V.1.3. Zapatas de muro o corridas.
- V.1.4. Zapatas ligadas.
- V.1.5. Cimentaciones profundas.
- V.1.6. Losas de cimentación.

### **V.2. Propiedades del suelo.**

- V.2.1. Capacidad de carga.
- V.2.2. Presión de apoyo.
- V.2.3. Area de apoyo requerida.

### **V.3. Diseño por cortante.**

- V.3.1. Consideraciones generales.
- V.3.2. Acción de viga.
- V.3.3. Acción en dos direcciones.
- V.3.4. Falla por aplastamiento.
- V.3.5. Procedimiento de diseño.

### **V.4. Diseño por flexión.**

- V.4.1. Refuerzo por flexión.
- V.4.2. Distribución del refuerzo.
- V.4.3. Refuerzo por temperatura.
- V.4.4. Procedimiento de diseño.

### **V.5. Programación y ejemplos.**

## CAPITULO V.- DISEÑO DE ZAPATAS.

### V.1. TIPOS DE CIMENTACION.

#### V.1.1. Definición.

Las cimentaciones tienen como principal fin, el soportar las cargas de la superestructura, transmitirla y distribuirla en el terreno uniformemente, provocando asentamientos tan mínimos y homogéneos como sea posible y sin rebasar la capacidad de carga permisible del suelo.

Un diseño erróneo puede producir asentamientos irregulares en la estructura, inclinaciones y deformaciones que incrementan u originan esfuerzos no considerados (principalmente en las uniones de traveses y columnas), los cuales por lo general, exceden las capacidades de diseño del elemento y causan su falla.

Resulta de gran importancia el conocimiento de la capacidad de carga del suelo, ya que dependiendo de ella y del tipo de estructura, se determina la cimentación a utilizar, se calcula el área de apoyo, sus dimensiones y el área de refuerzo.

Se han desarrollado en los últimos años diversos métodos de cimentación, sin embargo, la mayoría se basa en cinco tipos y en la posibilidad de combinarlos. (Fig. 5.1.).

- a) Zapatas aisladas.
- b) Zapatas de muro o corridas.
- c) Zapatas ligadas.
- d) Cimentaciones profundas.
- e) Losas de cimentación.

En el presente capítulo, se analiza el comportamiento y el diseño de las zapatas aisladas y de muro.

### V.1.2. Zapatas aisladas.

En este caso la zapata recibe la carga directamente de una columna (Fig. 5.2.). Por lo general, presentan las siguientes características :

- a) tienen una base rectangular o cuadrada, cuando la sección apoyada (columna) es de forma circular o de polígono regular, se diseñará para una sección cuadrada con la misma área.
- b) tienen un espesor constante, aunque puede variar disminuyendo en las orillas de la zapata; sin embargo, por razones constructivas y económicas no presentan grandes ventajas. ( En la programación se consideran peraltes constantes )
- c) se refuerzan en dos direcciones, ya que la acción de cortante y flexión se presenta con respecto a los dos ejes.
- d) se utilizan por su economía en cargas relativamente pequeñas o en terrenos con resistencia alta.

### V.1.3. Zapatas de muro o corridas.

La zapata se prolonga a lo largo del muro, el cual puede ser de concreto o de mampostería. Este tipo de cimentación presenta las siguientes características :

- a) por lo general, para el diseño se considera una sección de longitud unitaria.
- b) al igual que las zapatas aisladas, el peralte "h" puede ser constante o bien, disminuir en los extremos.
- c) el refuerzo por flexión es perpendicular al muro, colocando refuerzo por contracción y temperatura a lo largo del muro.

Posteriormente se hará un análisis más detallado del comportamiento y el diseño de zapatas aisladas y de muro.

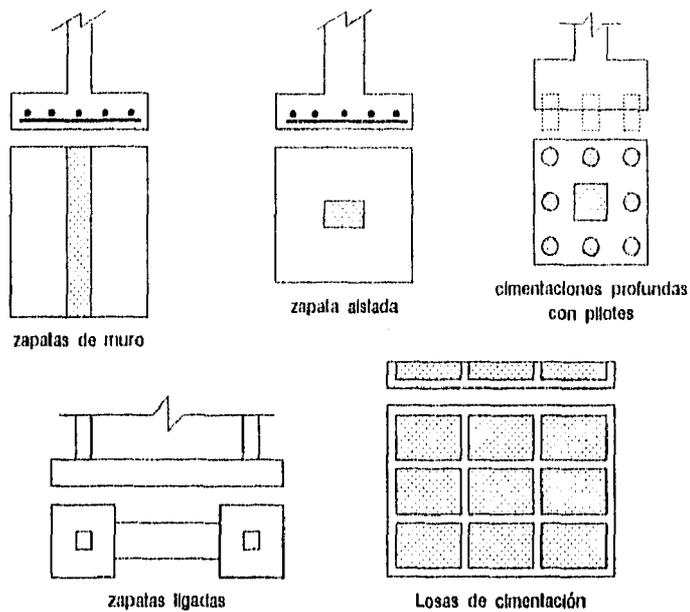


Fig. 5.1. Tipos de cimentación.

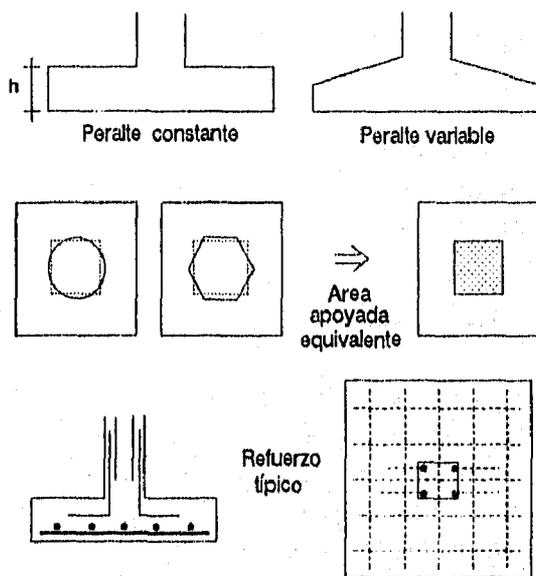


Fig. 5.2. Zapatas aisladas

#### V.1.4. Zapatas ligadas.

Este tipo de cimentación es similar a las zapatas aisladas, pero en este caso, las zapatas están unidas con una viga de liga. Esta viga, al soportar la acción de dos o más columnas, distribuye los esfuerzos a lo largo del elemento, lo cual es conveniente por ejemplo en el caso de una zapata de extremo, en la que su base no puede rebasar la colindancia; ya que de utilizar zapatas aisladas se tendría una carga excéntrica y una zona de tensión en la base. La viga transmite y reduce los efectos del momento flexionante producidos por la excentricidad de la carga.

#### V.1.5. Cimentaciones profundas.

Este tipo de cimentación se utiliza en suelos con una baja resistencia y expuesta a grandes cargas. Las zapatas se apoyan y transmiten esfuerzos a pilotes, ya que de apoyarse directamente en el suelo, se tendrían grandes asentamientos. Principalmente se utilizan pilotes, los cuales pueden ser de diversos materiales y formas de acción; pero en general, su finalidad es llegar al estrato resistente del suelo ó a uno que permita desarrollar cierta resistencia por fricción.

#### V.1.6. Losas de cimentación.

Cuando es muy baja la resistencia del terreno y el uso de pilotes no es funcional o económico se recomienda este tipo de cimentación, las cuales son parcial o totalmente compensadas, abarcando la mayoría de las veces la totalidad del área de la estructura y trabajando de manera similar a sistemas de piso invertidos.

## V.2. PROPIEDADES DEL SUELO.

### V.2.1. Capacidad de carga.

La capacidad de carga del suelo " $\sigma_s$ ", junto con las cargas de servicio existentes, determina el área de apoyo necesaria de la zapata. Cada tipo de suelo presenta una cierta capacidad y en algunos reglamentos locales, se han estudiado los tipos y las capacidades de carga por zonas, por lo que se permite el uso de tablas o mapas. Ver Tabla 5.1. y Fig. 5.3.

En estructuras de gran magnitud, donde se tengan cargas considerables, o el terreno no presente gran homogeneidad, se deben considerar una gran cantidad de factores, lo cual obliga a un estudio profundo del suelo por medio de perforaciones, trincheras de prueba u otros medios, que permitan conocer de una manera precisa la capacidad de carga del suelo " $\sigma_s$ ", ya que esta puede variar de una área o otra.

### V.2.2. Presión de apoyo.

En principio, se supone una distribución lineal de presiones de apoyo del suelo. Cuando la carga es axial, la presión es uniformemente distribuida; si la carga es excéntrica, la presión tiene un valor máximo y un mínimo, presentando la distribución una forma trapezoidal.

Dependiendo de la ubicación de la carga, los esfuerzos máximos y mínimos en la zapata varían :

$$\text{Si : } e = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{P}{A} \quad (5.1a)$$

$$\text{Si : } e \leq \frac{L}{6} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{6 P e}{L} \quad (5.1b)$$

| TIPO DE SUELO                              | CAPACIDAD |
|--|-----------|
| Roca firme cristalina maciza               | 300 - 400 |
| Piedra caliza, lechos muy compactos        | 250       |
| Piedra caliza, lechos poco compactos       | 200       |
| Piedra arenisca, lechos muy compactos      | 200       |
| Piedra arenisca, lechos poco compactos     | 150       |
| Conglomerados o brechas                    | 80 - 100  |
| Roca blanda o esquistos                    | 80 - 100  |
| Gravas y arenas muy compactas              | 50 - 70   |
| Gravas y arenas poco compactas             | 30 - 50   |
| Gravas secas gruesas, compactas            | 60        |
| Gravas y arenas con arcilla                | 20 - 40   |
| Arena compacta, bien clasificada           | 40        |
| Arena poco compacta, bien clasificada      | 25        |
| Arena compacta, mal clasificada            | 30        |
| Arena poco compacta, mal clasificada       | 20        |
| Arcilla seca en capas gruesas              | 40        |
| Arcilla medianamente seca en capas gruesas | 30        |
| Arcillas blandas                           | 10 - 20   |
| Terrenos de aluvión                        | 5 - 15    |
| Fangos inorgánicos, con arena ó arcilla    | 2 - 10    |
| <b>Terrenos del Valle de México</b>        |           |
| Tipo I. Zona de lomas                      | 4.0 - 8.0 |
| Tipo II. Zona de transición                | 2.0 - 5.0 |
| Tipo III. Zona lacustre                    | 1.0 - 3.0 |

TABLA 5.1- CAPACIDAD APROXIMADA DE CARGA (TON/M<sup>2</sup>)  
( Ref.2, Tabla 12.1 - Ref.10, Pag.10 )



Cuando las zapatas presentan una carga excéntrica, ubicada fuera del tercio medio de la sección (suponiendo el empleo de una sección rectangular) se tienen esfuerzos de tensión en el suelo antes de la distribución de esfuerzos, lo cual puede llevar a la falla. Con el fin de evitar estos esfuerzos, el tamaño de la zapata será tal, que la carga deberá estar dentro del tercio medio de la sección ( $e \leq L/6$ ). Fig. 5.4.

Cuando esta excentricidad sea difícil de eliminar, por ejemplo, en zapatas de lindero, cuyas dimensiones suelen ser restringidas; se recomienda el uso de zapatas ligadas que distribuyan los esfuerzos, ya que una diferencia de esfuerzos grandes provocará una consolidación desigual en el suelo.

#### V.2.3. Área de apoyo requerida.

Considerando la aplicación de una carga axial, el área de base requerida "A" se obtiene al dividir la carga total de servicio "P" (cargas sin factorizar) entre la capacidad de carga neta del suelo " $p_n$ ". (En el diseño por cortante o flexión ya se contempla la carga factorizada " $P_u$ ").

$$A_f = \frac{P}{p_n} \quad (5.2a)$$

Donde :

- P = carga concéntrica sin factorizar.
- $p_n$  = capacidad de carga neta del suelo
- A<sub>f</sub> = Área de la base de la zapata.

La capacidad de carga neta del suelo " $p_n$ " se obtiene al restarle a la capacidad de carga del suelo " $\sigma_c$ ", el peso promedio del concreto y del suelo sobre la zapata y sumarle las diversas sobrecargas de servicio a las que puede estar expuesta (pavimento, recubrimiento, etc.).

$$p_n = \sigma_s - \frac{\text{peso promedio}}{\text{sobre la zapata}} + \frac{\text{sobrecarga}}{\text{de servicio}} \quad (5.2b)$$

Donde :  
 $\sigma_s$  = capacidad de carga del suelo

Sin embargo, al iniciar el diseño se desconoce el peso promedio del suelo y del concreto sobre la zapata, pero se puede considerar como un 10% de la capacidad de la carga :

$$p_n = 0.9 \sigma_s \quad A_f = \frac{P}{0.9 \sigma_s} \quad (5.2c)$$

Una vez calculada el área de base "A", se obtiene el valor real de la capacidad de carga neta "p<sub>n</sub>" y se revisa el diseño previo. En la Fig. 5.5., A-1 y A-2 del Apéndice 1 se presenta la dimensión aproximada de la zapata (Ec. 5.2.c) para diversas capacidades de carga del suelo y cargas totales sin factorizar.

### V.3. DISEÑO POR CORTANTE.

#### V.3.1. Consideraciones generales.

Debido a que en las zapatas se presentan principalmente cargas concentradas de gran magnitud, por lo general es el análisis por cortante el que rige el diseño.

La reacción del suelo "q<sub>s</sub>" debida a las cargas factorizadas "P<sub>u</sub>", considerando solamente la acción de carga muerta y carga viva (Ver Secc. 9.2 del Reglamento ACI), se define como :

$$P_u = 1.4 P_D + 1.7 P_L \quad (5.3a)$$

$$q_s = \frac{P_u}{A_f} \quad (5.3b)$$

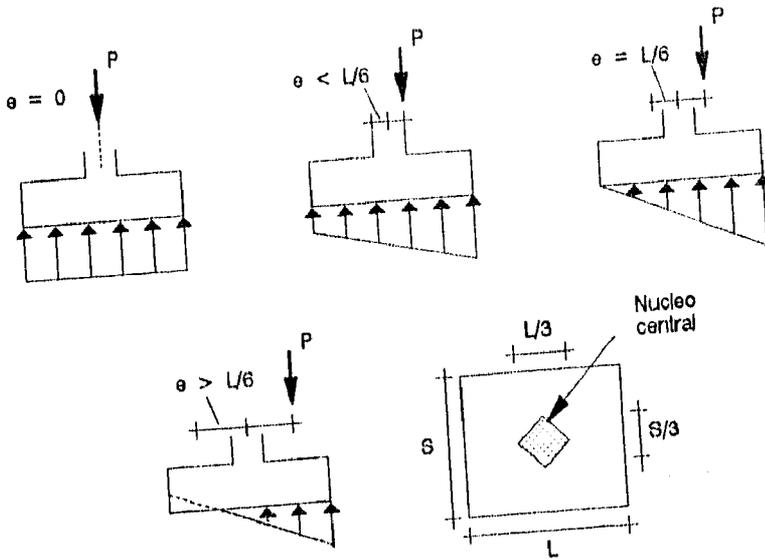


Fig. 5.4. Esfuerzos en zapatas con carga excéntrica.

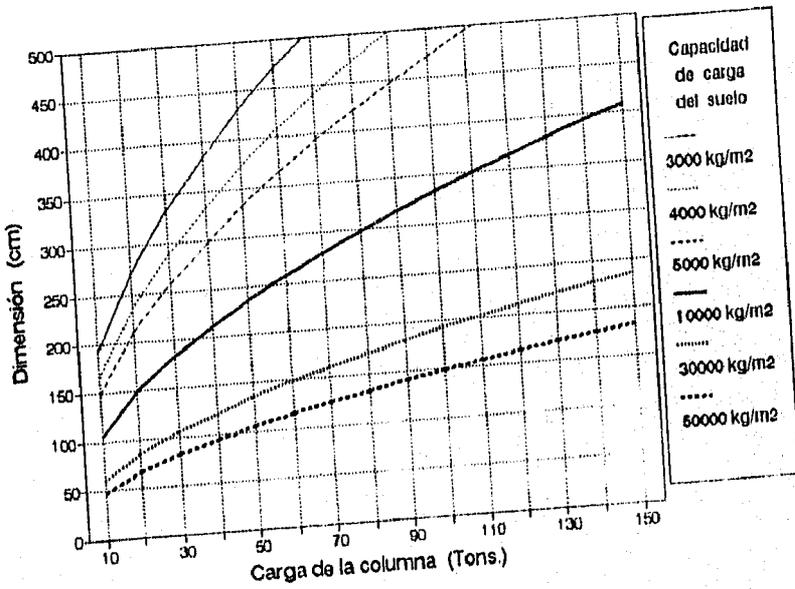


Fig. 5.5. Dimensión aproximada de zapatas cuadradas

- Donde :
- P<sub>D</sub> = cargas muertas relacionadas
  - P<sub>L</sub> = cargas vivas relacionadas
  - P<sub>u</sub> = carga concéntrica factorizada.
  - A<sub>f</sub> = área de la base de la zapata.
  - q<sub>u</sub> = Reacción del suelo a la carga factorizada (kg/cm<sup>2</sup>)

En el diseño por cortante, las zapatas deben analizarse para dos tipos de acciones : acción de viga y acción en dos direcciones; la capacidad a cortante está controlada por la más severa de estas dos condiciones.

Cuando la capacidad a cortante del concreto multiplicado por el factor de reducción " $\phi = 0.85$ ", es menor a la fuerza cortante factorizada ( $\phi V_c < V_u$ ); alrededor de la columna se empiezan a desarrollar grietas inclinadas aproximadamente a 45°, las cuales al paso del tiempo pueden provocar cualquiera de los siguientes tipos de falla. Fig. 5.6. :

- a) Por tensión diagonal (acción de viga). En las zapatas de muro, predomina en el diseño la acción de viga, ya que principalmente presentan deformaciones con respecto al eje perpendicular al muro (semejante al comportamiento de las losas en una dirección).
- b) Punzonar la zapata y perforarla (acción en dos direcciones). Son las zapatas aisladas las que presentan una visible flexión y acción en dos direcciones. Cuando las áreas apoyadas y de apoyo son cuadradas, las acciones y resistencias en ambas direcciones son iguales. Si se emplean secciones rectangulares (columnas ó zapatas) se analizan con respecto a ambos ejes ya que los valores varían dependiendo la dirección considerada.

En el diseño de zapatas se aplican los mismos principios y cálculos que los ya analizados por cortante y tensión diagonal en el diseño de vigas.

El peralte efectivo mínimo " $d_{min}$ " de las zapatas varía dependiendo donde se encuentre apoyada :

$$\text{Apoyado en terreno : } d_{min} = 15 \text{ cm} \quad (5.4a)$$

$$\text{Apoyo en pilotes : } d_{min} = 30 \text{ cm} \quad (5.4b)$$

El recubrimiento mínimo tendrá un valor mayor a los especificados, ya que el concreto al estar en contacto directo con el suelo se expone a condiciones climáticas más severas :

$$\text{Recubrimiento mínimo : } r_{min} = 7.5 \text{ cm} \quad (5.5)$$

### V.3.2. Acción de viga.

En una zapata aislada o de muro, se considera a la zapata como una viga ancha trabajando principalmente bajo una fuerza cortante, cuya sección crítica se localiza a una distancia " $d$ " de la cara de la columna o del muro (recuerde que en una viga, la sección crítica a cortante también se localiza a una distancia " $d$ " del apoyo). Figura 5.7.a.

Estos criterios resultan razonables cuando se presenta una adecuada distribución de esfuerzos en el elemento y este se comporta como una viga ancha; pero es cuestionable en el caso de zapatas de muro angostas, donde dicha distribución puede no darse. Es por ello que en zapatas de muro, cuyo voladizo " $w$ " es corto " $w < 3d$ ", la sección crítica se ubica en el paño del muro apoyado. Ver Figura 5.7.b.

Cuando se tienen cargas pequeñas o suelos con buena capacidad de carga se requiere de un área de apoyo pequeña y por lo tanto, de zapatas angostas. Bajo estas condiciones se debe analizar si la zapata de concreto reforzado presenta ventajas económicas y constructivas, o bien, se opta por emplear otro tipo de cimentación.

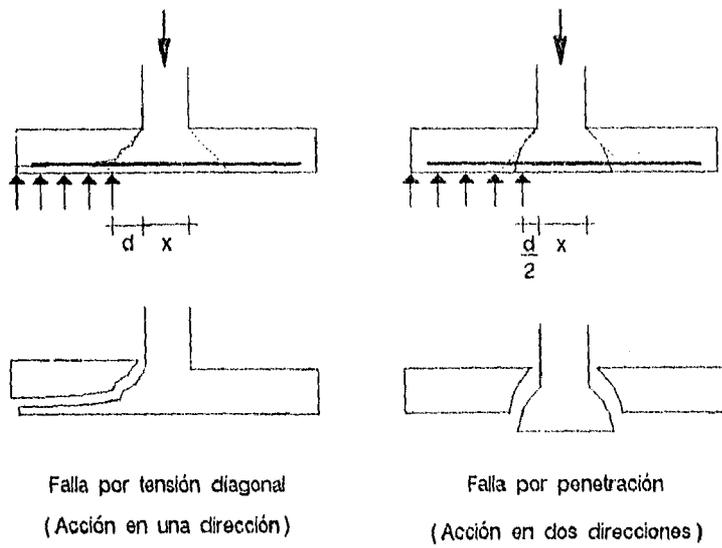


Fig. 5.6. Tipos de falla por cortante en zapatas.

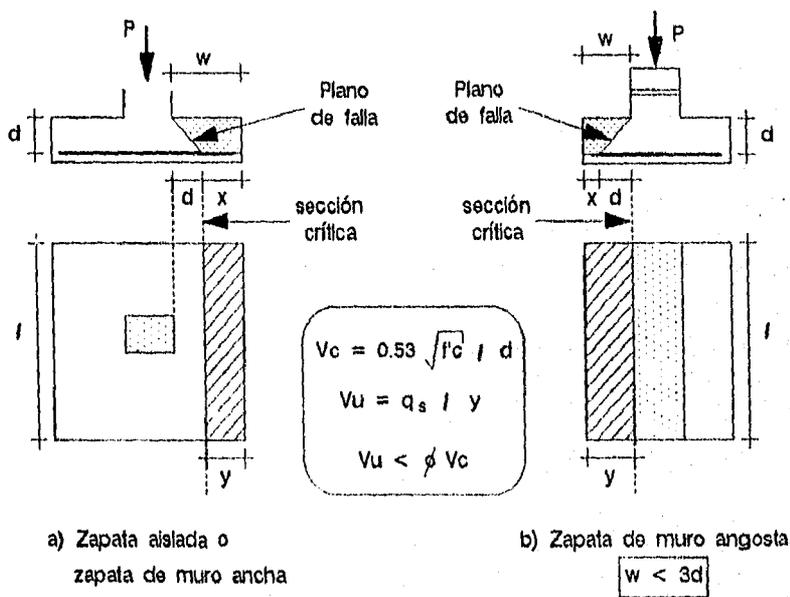


Fig. 5.7. Falla por tensión diagonal en zapatas.

En la Figura 5.7. se marca el plano de falla, la sección crítica y la obtención de la fuerza cortante factorizada "Vu" por tensión diagonal :

a) Zapatas aisladas y zapatas de muro anchas :

$$V_u = q_u (l_z) \left[ \frac{(a_z - a_c)}{2} - d \right] \quad (5.6a)$$

b) Zapatas de muro angostas :

$$V_u = q_u (l_z) \left[ \frac{(a_z - a_c)}{2} \right] \quad (5.6b)$$

Donde :

$V_u$  = Fuerza cortante factorizada  
 $a_z, l_z$  = ancho y largo de la zapata  
 $a_c, l_c$  = ancho y largo de la columna  
 $d$  = peralte efectivo.

Como se mencionó, en zapatas aisladas que tienen un área de apoyo (base) ó área apoyada (columna o muro) rectangular, se deben analizar con respecto a los dos ejes.

El valor de la fuerza cortante resistente del concreto "Vc", se obtiene de igual manera que para una viga (Ec. 2.22), este valor, multiplicado por el factor de reducción por cortante ( $\phi = 0.85$ ) debe ser mayor a la fuerza cortante factorizada.

Suponiendo la acción solamente de cortante y momento, la resistencia a cortante de la zapata con respecto a los dos ejes se calcula como :

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} l_z d \quad (5.7a)$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'c} a_z d \quad (5.7b)$$

$$\phi V_c > V_u$$

### V.3.3. Acción en dos direcciones.

Las zapatas presentan flexión y deformación en ambas direcciones, generando presiones alrededor del área apoyada (en las zapatas de muro, la flexión paralela al muro no es considerable, por lo que la acción en dos direcciones no se considera crítica y no se analiza.)

En la Figura 5.8., en área sombreada se muestra la zona que genera la fuerza cortante " $V_u$ " a considerar. En este caso, la sección crítica se localiza a una distancia " $d/2$ " en relación a ambos paños de la columna, el cual origina un perímetro de falla cuyo valor mínimo es " $b_o$ " y que deberá soportar la fuerza cortante.

$$V_u = q_u \left[ l_x(a_x) - (l_c + d)(a_c + d) \right] \quad (5.8)$$

Donde :  $V_u$  = Fuerza cortante factorizada

Para obtener el valor de la fuerza cortante del concreto " $V_c$ ", se toma en cuenta la relación entre lados del área de carga " $\beta_c$ " (en este caso, la relación entre los lados de la columna), así como el perímetro de falla " $b_o$ "; sin embargo, " $V_c$ " no debe rebasar su valor máximo.

$$V_c = 0.265 \left[ 2 + \frac{4}{\beta_c} \right] \sqrt{f'_c} b_o d \quad (5.9a)$$

$$V_c < 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (5.9b)$$

$$\phi V_c > V_u$$

Donde :  $V_c$  = Fuerza cortante resistente del concreto  
 $b_o$  = perímetro de falla =  $2(l_c + d) + 2(a_c + d)$   
 $\beta_c$  =  $\frac{\text{lado largo del área apoyada}}{\text{lado corto del área apoyada}}$

Como se mencionó, si " $V_u > \phi V_c$ " se desarrollarán grietas inclinadas en la periferia de apoyo, los cuales pueden punzonar y perforar la base, provocando una falla por penetración.

#### V.3.4. Falla por aplastamiento.

Este tipo de falla se presenta de manera repentina por lo que requiere de especial cuidado, resulta más común en zapatas aisladas que de muro y se caracteriza porque el concreto sufre de aplastamiento entre la zona del elemento de apoyo (zapata) y el apoyado (columna o muro) debido a un exceso en la transmisión de fuerzas de compresión, tensión y momentos a la zapata.

Por lo general existe una diferencia de sección entre las áreas de apoyo " $A_z$ " y el área del elemento apoyado " $A_1$ ", por ello se deberá revisar la resistencia al aplastamiento " $P_{n1}$  y " $P_{n2}$ " en ambas secciones, permitiéndose un pequeño incremento de la resistencia en la de mayor sección.

$$P_{n1} = 0.85 f'c A_1 \quad (5.10a)$$

$$P_{n2} = 0.85 f'c A_1 \sqrt{\frac{A_z}{A_1}} \quad (5.10b)$$

Donde :

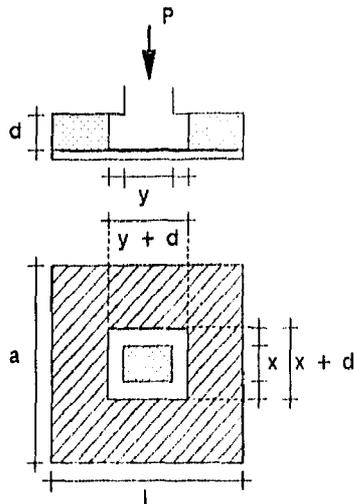
$$\sqrt{\frac{A_z}{A_1}} \leq 2.0$$

$A_1$  = Área de carga (columna, muro, etc.)

$A_z$  = Área de apoyo (zapata)

$P_n$  = Resistencia al aplastamiento

El área de apoyo " $A_z$ " a considerar, es el área máxima de la zapata que es geométricamente similar y concéntrica al área de carga. Cuando el área de carga o apoyo son rectangulares, " $A_z$ " se obtiene trazando rectas a  $45^\circ$  a partir de las esquinas del elemento apoyado. Ver Figura 5.9.



$$B_c = \frac{\text{lado largo del \u00e1rea apoyada}}{\text{lado corto del \u00e1rea apoyada}} = \frac{y}{x}$$

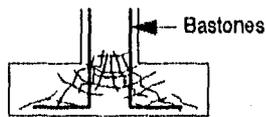
$$b_o = 2(y+d) + 2(x+d)$$

$$V_u = q_s [(a)(l) - (y+d)(x+d)]$$

$$V_c = 0.265 \left[ 2 + \frac{4}{B_c} \right] \sqrt{f'_c} b_o d$$

$$V_c < 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d$$

Fig. 5.8. Falla por penetraci\u00f3n en zapatas.



a) de la columna.

$$P_{n1} = 0.85 f'_c A_1$$

b) de la zapata

$$P_{n2} = 0.85 f'_c A_1 \sqrt{A_2/A_1}$$

$$\sqrt{A_2/A_1} < 2.0$$

$A_2$  = Area m\u00e1xima de la zapata, geom\u00e9tricamente similar y conc\u00e9ntrica al \u00e1rea de la columna

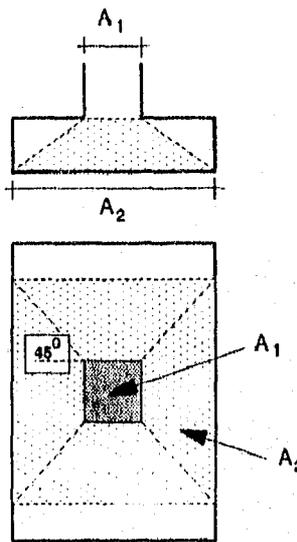


Fig. 5.9. Falla por aplastamiento del concreto.

Aun cuando el concreto es capaz de soportar la transmisión de fuerzas " $P_u < \phi P_n$ " (Factor de reducción por aplastamiento del concreto :  $\phi = 0.70$ ), se requiere un refuerzo por aplastamiento mínimo " $A_{sp \text{ min}}$ " para asegurar un comportamiento dúctil. Este tipo de refuerzo se proporciona en forma de bastones

$$A_{sp \text{ min}} = 0.005 A_c \quad (5.11)$$

Si la capacidad del concreto no es suficiente " $P_u < \phi P_n$ ", se debe proporcionar refuerzo adicional " $A_{s1} \text{ e } A_{s2}$ ", el de mayor valor :

$$P_u > \phi P_{n1} \quad \Rightarrow \quad A_{s1} = \frac{(P_u - \phi P_{n1})}{\phi f_y} \quad (5.12a)$$

$$P_u > \phi P_{n2} \quad \Rightarrow \quad A_{s2} = \frac{(P_u - \phi P_{n2})}{\phi f_y} \quad (5.12b)$$

#### V.3.5. Procedimiento de diseño.

Determinadas la capacidad de carga del terreno, las cargas de servicio más desfavorables " $Q_u, P$ ", calculada y revisada el área de la zapata " $A$ ". Ecs. 5.1., 5.2. y 5.3a. :

- A-1) Proporcionar las resistencias del concreto y el acero, el peralte efectivo, las dimensiones de la zapata y del área apoyada, así como la carga total factorizada. ( $f'_c, f_y, d$ , ancho y largo (zapatas), ancho y largo (columnas),  $P_u$ ).  
(Una zapata de muro se analiza para una longitud unitaria )
- A-2) Revisar que el valor del peralte no sea menor al mínimo requerido. Puesto que se consideran zapatas apoyadas en el suelo (sin el uso de pilotes), " $d_{\text{min}} = 15 \text{ cm}$ " Ec. 5.4.
- A-3) Obtener el valor la reacción del suelo debido a la carga factorizada " $q_s \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ ". Ec. 5.3b.

- A-4) Revisar por cortante en la acción en una dirección (falla por tensión diagonal). Determinar la sección crítica, calcular la fuerza cortante factorizada y la fuerza resistente del concreto " $V_u, V_c$ ". Ec. 5.6a. ó 5.6b., 5.7.  
En zapatas con áreas de apoyo o áreas apoyadas con secciones rectangulares se realiza el análisis en ambas direcciones.
- A-5) Si ( $V_u < \phi V_c$ ), se aumenta el peralte, la resistencia del concreto o se proporciona refuerzo por cortante.
- A-6) Si la zapata es aislada, revisar por cortante en la acción en dos direcciones (falla por penetración). Calcular el perímetro de falla, la fuerza cortante factorizada y la resistente del concreto " $V_u, V_c$ ". Ec. 5.8., 5.9.
- A-7) Si ( $V_u < \phi V_c$ ), se aumenta el peralte, la resistencia del concreto o se proporciona refuerzo por cortante.
- A-8) Revisar la resistencia al aplastamiento de la zapata en la sección apoyada " $A_1, P_n$ " y en la sección concéntrica de apoyo " $A_2, P_n$ ". Ec. 5.10.
- A-9) Si la resistencia al aplastamiento del elemento, es mayor a la carga total factorizada " $\phi P_n > P_u$ " en ambas secciones " $A_1$  y  $A_2$ "; se deberá proporcionar el refuerzo mínimo por aplastamiento " $A_{sp \text{ min}}$ " y distribuirlo uniformemente; con lo cual se da por terminado el diseño. Ec. 5.11.
- A-10) Si la resistencia al aplastamiento es menor a la carga total factorizada " $\phi P_n < P_u$ " en cualquiera de las secciones " $A_1$  y  $A_2$ "; se deberá calcular el refuerzo por aplastamiento " $A_{sp}$ " necesario (en forma de bastones) con el fin de evitar la falla. Ec. 5.12.
- A-11) Comparar que el refuerzo por aplastamiento calculado sea mayor al mínimo requerido : " $A_{sp} > A_{sp \text{ min}}$ ".

Nota : En el programa no se considera el cálculo de la longitud de desarrollo de los bastones.

#### V.4. DISEÑO POR FLEXIÓN.

##### V.4.1. Refuerzo por flexión.

En la base de la zapata se presentan esfuerzos de flexión que se deben considerar. Al igual que el diseño por cortante, existe un plano vertical que determina la sección crítica por flexión en la cual se debe calcular el momento; la ubicación de esta sección crítica varía dependiendo de ciertas condiciones. Ver Fig. 5.10. :

- a) En el paño del área apoyada, cuando la columna o el muro que está apoyado es de concreto.
- b) En el punto medio entre el eje central y el borde del muro, cuando este es de mampostería.
- c) Cuando soporta una columna con placa de base de acero, la sección estará en el punto medio entre el paño de la columna y el borde de la placa de base de acero.

En el caso particular, en la programación únicamente se consideran columnas de concreto y muros de mampostería, (este tipo de muros garantizan condiciones más severas de diseño que los muros de concreto).

Por lo tanto, el momento último "Mu" producido por las cargas que actúan en la zapata a un lado del plano vertical de la sección crítica (Fig. 5.11), varía dependiendo el elemento de carga a considerar (columna o muro), y se calcula como :

a) en columnas :

$$M_u = q_u l_z 0.5 \left[ \frac{(a_c - a_e)}{2} \right]^2 \quad (5.13a)$$

b) en muros :

$$M_u = q_u l_z 0.5 \left[ \frac{a_z}{2} - \frac{a_c}{4} \right]^2 \quad (5.13b)$$

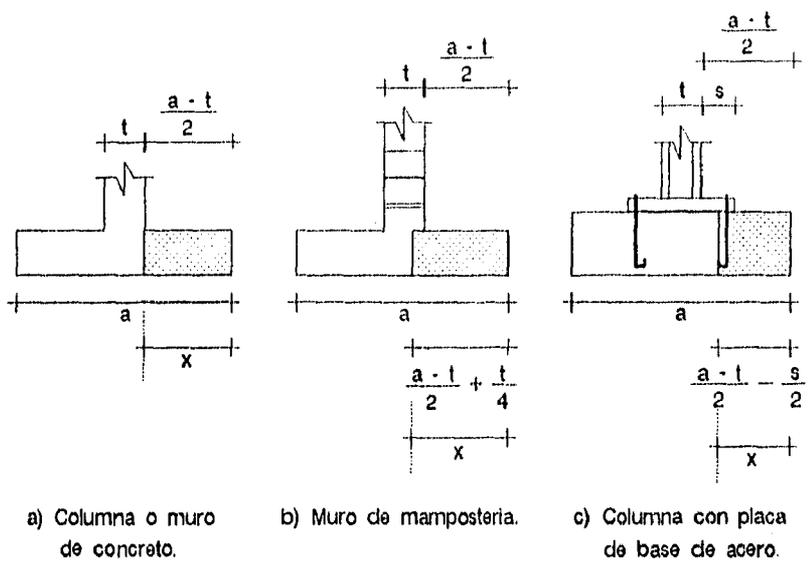


Fig. 5.10. Ubicación del plano de la sección crítica por flexión.

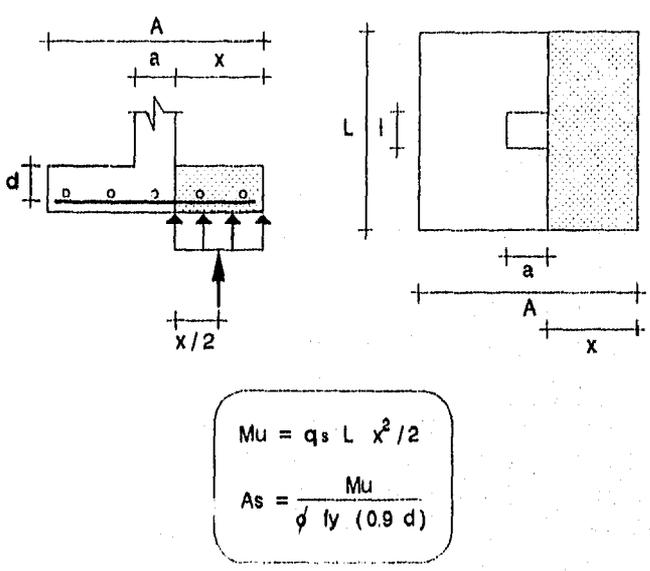


Fig. 5.11. Cálculo del refuerzo por flexión en zapatas.

Donde :

- $M_u$  = Momento último
- $a_z, l_z$  = ancho y largo de la zapata
- $a_c, l_c$  = ancho y largo de la columna
- $q_u$  = Reacción del suelo a la carga factorizada ( $\text{kg/cm}^2$ )

Al igual que en el diseño por cortante, cuando se diseñan zapatas aisladas con áreas apoyadas o de apoyo rectangulares, se analiza con respecto a ambos ejes, por lo que se tienen lechos de refuerzo diferentes para cada dirección (el valor del peralte efectivo "d", debe ser el valor promedio de ambos lechos de refuerzo)

El área de acero requerida "As" se calcula de una manera semejante al de una viga simplemente reforzada (recuerde que el factor de reducción de resistencia por flexión es :  $\phi = 0.90$ ). Un método rápido y conservador, es el suponer el brazo de palanca de la fuerza de tensión del acero, por lo general se considera un valor de "0.9 d" :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (0.9 d)} \quad (5.14)$$

Obtenida el área de acero, se puede refinar el cálculo al determinar la profundidad del bloque de compresión y un valor más exacto del refuerzo. Sin embargo, al realizar la depuración por lo general se obtienen áreas de refuerzo menores y sin variación considerable con respecto al primer cálculo, por lo que la Ec. 5.14, lleva a un diseño conservador.

Se debe proporcionar cierto refuerzo mínimo por flexión a la zapata con el fin de evitar una falla repentina al presentarse una grieta; este tipo de falla es común en trabes y zapatas con poco refuerzo por flexión. El valor del refuerzo mínimo a flexión "As<sub>min</sub>", así como la separación máxima del refuerzo "S<sub>max</sub>", es semejante al estudiado en el diseño de losas. Ver Sección V.4.3.

#### V.4.2. Distribución del refuerzo.

La forma de distribuir el refuerzo es de gran importancia en el caso particular de zapatas rectangulares. Cuando se tienen zapatas cuadradas no hay problema alguno, ya que el refuerzo se distribuye uniformemente en ambas direcciones; sin embargo, en el caso de zapatas rectangulares se distribuye de la siguiente manera. Ver Fig. 5.12. :

- 1)- Distribuir uniformemente el refuerzo en la dirección larga "As<sub>l</sub>" a todo lo ancho de la zapata.
- 2)- El refuerzo en la dirección corta "As<sub>c</sub>"; se debe distribuir una parte del área (As<sub>l</sub>) en la franja central, cuyo ancho es igual al lado corto de la zapata. Donde :

$$As_l = \frac{2}{\beta + 1} As_c \quad (5.15a)$$

$$\beta = \frac{\text{lado largo}}{\text{lado corto}} \quad (5.15b)$$

- 3)- En las franjas laterales se proporciona el área de refuerzo restante "As<sub>z</sub>".

$$As_z = \frac{As_c - As_l}{2} \quad (5.15c)$$

Al igual que en el diseño de losas, se puede utilizar la Tabla 4.2. para elegir el calibre y la separación del refuerzo.

Para un mejor comportamiento del elemento, se pueden tomar en cuenta las siguientes consideraciones :

- a) Un espaciamiento del refuerzo "s" razonable, no utilizar la separación máxima de "45 cm", ni menor de "15 cm" con el fin de facilitar el proceso constructivo.
- b) No utilizar calibres de refuerzo muy grandes, con el fin de proporcionar un desarrollo de refuerzo adecuado.

#### V.4.3. Refuerzo por temperatura.

Se proporciona refuerzo por contracción y temperatura para evitar el desarrollo de grietas y asegurar un comportamiento homogéneo. Además, como ya se mencionó, este refuerzo representa el área de acero mínima por flexión en las zapatas.

Como en las losas en una dirección, en las zapatas de muro este tipo de refuerzo es el único que se proporciona paralelo al muro. En zapatas aisladas, se debe revisar el refuerzo en ambas direcciones. Fig. 5.13. :

El cálculo de la relación de refuerzo " $\rho_{ct}$ " y el área de refuerzo por contracción y temperatura " $A_{sct}$ ", así como las separaciones máximas del refuerzo " $s_{max}$ ", son semejantes a los ya analizados en el diseño de losas :

$$0.0014 < \rho_{ct} = \frac{0.0018 (4200)}{f_y} < 0.0020 \quad (5.16a)$$

$$A_{sct} = \rho_{ct} d l_z \quad (5.16b)$$

$$s_{max} = 45 \text{ cm} \quad (5.17)$$

#### V.4.4. Procedimiento de diseño.

Determinadas la capacidad de carga del terreno, las cargas de servicio, elegida y revisada el área de apoyo necesaria; efectuar el siguiente procedimiento :

- B-1) Realizar los primeros tres pasos del diseño por cortante (A-1, A-2 y A-3) : Proporcionar resistencias, cargas de diseño y dimensiones del elemento; revisar el peralte de la zapata y calcular la reacción del suelo. ( $f_c$ ,  $f_y$ ,  $P_u$ ,  $a_z$ ,  $l_z$ ,  $a_c$ ,  $l_c$ ,  $d$ ,  $q_s$ )

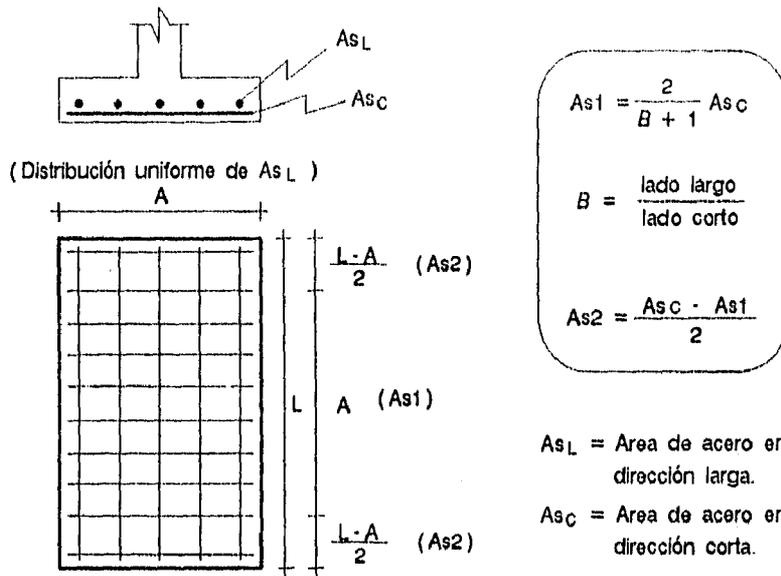


Fig. 5.12. Distribución del refuerzo en zapatas rectangulares.

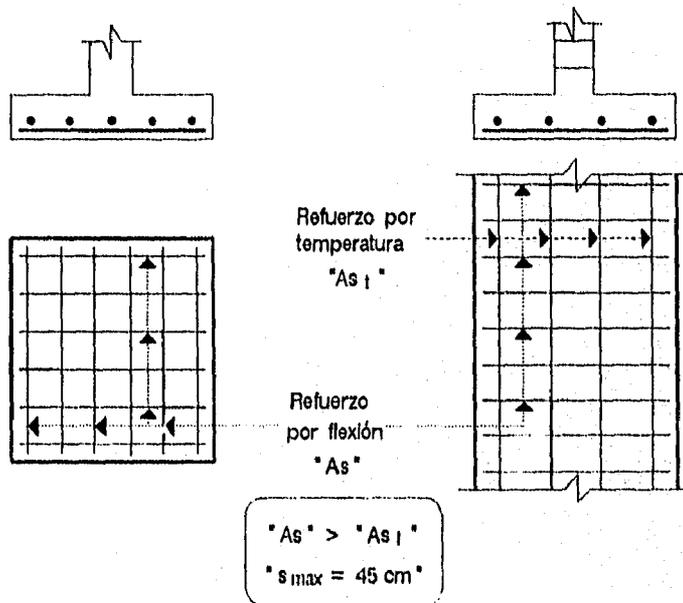


Fig. 5.13. Colocación del refuerzo por flexión y temperatura.

- B-2) Dependiendo el tipo de zapata, determinar la sección crítica por flexión; calcular el momento último actuante " $M_u$ " y el área de acero requerida " $A_s$ ". Ecs. 5.13. y 5.14.  
Las zapatas con áreas de apoyo o áreas apoyadas con secciones rectangulares se analizan en ambas direcciones.
- B-3) Determinar la relación y el área de acero por contracción y temperatura " $\rho_{ct}$  y  $A_{sct}$ ", que también representa el refuerzo mínimo por flexión " $A_{s\ min}$ ". Ecs. 5.16.
- B-4) En zapatas aisladas, se debe revisar en ambas direcciones que el área de refuerzo proporcionado sea mayor al mínimo requerido " $A_s > A_{s\ min}$ ".
- B-5) En zapatas de muro, el refuerzo por temperatura " $A_{sct}$ " se proporciona longitudinalmente y se revisa que el refuerzo transversal sea mayor al mínimo " $A_s > A_{s\ min}$ ".

Nota : En el programa no se contempla la distribución del refuerzo en la dirección corta " $A_{s1}$  y  $A_{s2}$ ". Ecs. 5.15.

## V.5. PROGRAMACION Y EJEMPLOS.

A continuación se presenta el diagrama de flujo y diversos ejemplos del diseño de zapatas. El programa se limita a las siguientes condiciones :

- a) Se considera que previamente se ha determinado la capacidad de carga del suelo, las dimensiones de la zapata y el valor de la carga concéntrica factorizada. (  $\sigma_c$ ,  $l_x$ ,  $a_x$ ,  $P_u$  )
- b) El tipo de cimentación debe ser zapatas aisladas y de muro, no se consideran zapatas ligadas, losas de cimentación, etc.
- c) En el diseño por cortante, únicamente se hace mención (en caso de ser necesario) que se deberá aumentar el peralte de la zapata para incrementar su resistencia.

Con el fin de comprobar el correcto funcionamiento del programa, en los ejemplos se consideran diversas condiciones de servicio, dimensiones y resistencias; además, se hace referencia de la bibliografía respectiva y el número de ejemplo.

Para una mayor comprensión del proceso de diseño, en el diagrama de flujo se hace referencia a los procedimientos que se ejecutan (A-1, A-2, etc.).

El listado, la ejecución del programa en Lenguaje Fortran, las condiciones de entrada y salida de datos, así como la explicación y ejemplos de la ejecución del programa, se presentan en el CAPITULO 6.

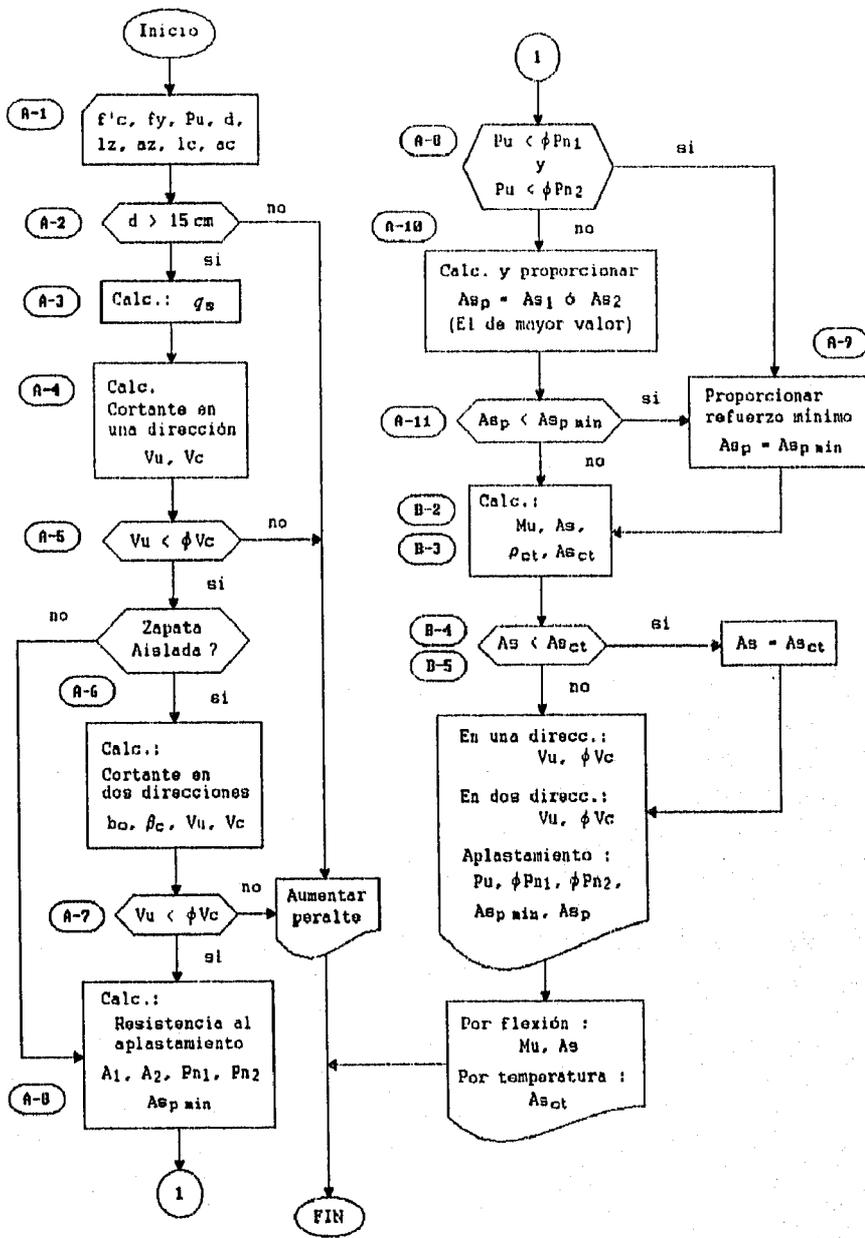


DIAGRAMA 8.- Diseño de zapatas.

## EJEMPLOS DE DISEÑO DE ZAPATAS AISLADAS.

En los siguientes ejemplos se presenta el proceso de diseño paso a paso; se hace mención de la referencia y del número de ejemplo que se consideró :

(Ref.2 - Ejem.12.3). Diseñar la siguiente zapata cuadrada :

Carga concéntrica sin factorizar (de servicio) :

$$P_D = 104,328 \text{ kg}$$

$$P_L = 77,112 \text{ kg} \quad P = P_D + P_L = 181,440 \text{ kg}$$

Carga concéntrica factorizada :

$$P_u = 1.4 (104,328) + 1.7 (77,112) = 277,150 \text{ kg}$$

Capacidad de carga del suelo :

$$\sigma_a = 4.88 \text{ kg/cm}^2 \quad (\cong 50,000 \text{ kg/m}^2)$$

Obtención del Área de la zapata :

$$A_r = \frac{181,440}{0.9 (4.88)} = 41311 \text{ cm}^2$$

$$l_z = \sqrt{41311} = 203 \text{ cm}$$

A) Diseño por cortante :

(A-1)

$$P_u = 277,150 \text{ kg}$$

$$f'_c = 211 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{zapata})$$

$$f'_c = 387 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{columna})$$

$$f_y = 4218 \text{ kg/cm}^2$$

$$a_c = 35.5 \text{ cm}$$

$$l_c = 35.5 \text{ cm}$$

$$a_z = 203 \text{ cm}$$

$$l_z = 203 \text{ cm}$$

$$d = 51 \text{ cm}$$

(A-2)  $d = 51 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \therefore \text{correcto}$

(A-3)  $q_s = \frac{277,150}{203^2} = 6.73 \text{ kg/cm}^2$

(A-4) Ambas secciones, tanto la de apoyo (zapata) como la apoyada (columna), son cuadradas; el cálculo de su resistencia a cortante en una dirección, es igual con respecto a los dos ejes, por lo que se analizará solamente en uno de ellos.

$$V_u = 6.73 (203) \left[ \frac{203 - 35.5}{2} - 51 \right] = 44,743 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (203) (51) = 79,705 \text{ kg}$$

(A-5)  $\phi V_c = 0.85 (79,705) = 67,749 \text{ kg}$   
 $= 67,749 \text{ kg} > 44,743 \therefore \text{correcto}$

(A-6)  $V_u = 6.73 \left[ 203^2 - (35.5 + 51)^2 \right] = 226,981 \text{ kg}$

$$b_o = 4 (35.5 + 51) = 346 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{35.5}{35.5} = 1.0$$

$$V_{c\text{max}} = 1.1 \sqrt{211} (346) (51) = 281,955 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.265 \left[ 2 + \frac{4}{1} \right] \sqrt{211} (346) (51) = 407,553 \text{ kg}$$

$$V_c > V_{c\text{max}} \rightarrow V_c = V_{c\text{max}} = 281,955 \text{ kg}$$

(A-7)  $\phi V_c = 0.85 (281,955) = 239,662 \text{ kg}$   
 $= 239,662 \text{ kg} > 226,981 \therefore \text{correcto}$

$$(A-8) \quad A_1 = 35.5^2 = 1260 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 203^2 - 35.5^2 = 39,949 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{\frac{39,949}{1260}} = 5.63 > 2.0$$

$$P_{n1} = 0.85 (387) (1260) = 414,477 \text{ kg}$$

$$P_{n2} = 0.85 (211) (1260) (2.0) = 451,962 \text{ kg}$$

$$P_{n1} < P_{n2} \quad \rightarrow \quad P_n = 414,477 \text{ kg}$$

$$(A-9) \quad \phi P_n = 0.7 (414,477) = 290,134 \text{ kg}$$

$$\phi P_n = 290,134 \text{ kg} > P_u = 277,150 \text{ kg}$$

Se proporcionará refuerzo mínimo por aplastamiento :

$$A_{sp} = A_{spmin} = 0.005 (1260) = 6.3 \text{ cm}^2$$

#### B) Diseño por flexión :

(B-2) Ambas secciones son cuadradas, por lo que se analizará sólo con respecto a un eje.

$$M_u = 6.73 (203) (0.5) \left[ \frac{203 - 35.5}{2} \right]^2 = 4,791,271$$

$$M_u = 4.791 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{4,791,271}{0.9 (4218) (0.9) (51)} = 27.50 \text{ cm}^2$$

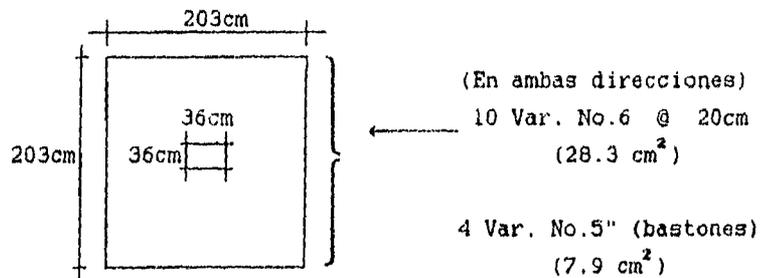
$$(B-3) \quad \rho_{ct} = 0.0018$$

$$A_{sct} = 0.0018 (51) (203) = 18.64 \text{ cm}^2$$

$$(B-4) \quad A_s = 27.50 \text{ cm}^2 > A_{sct} = 18.64 \text{ cm}^2$$

Conclusiones :

- $A_{sp} = 6.3 \text{ cm}^2$       Proporcionar "4 Var. No.5" en cada esquina de la columna (bastones).  
 $A_s = 27.5 \text{ cm}^2$       Proporcionar "10 Var. No.6" en ambas direcciones de la zapata, con una separación "s = 20 cm".



(Ref.7 - Tomo 3 - Ejem.23 ). Diseñar la siguiente zapata :

Carga concéntrica sin factorizar (de servicio) :

$$P_D = 160,000 \text{ kg}$$

$$P_L = 125,000 \text{ kg} \quad P = P_D + P_L = 285,000 \text{ kg}$$

Carga concéntrica factorizada :

$$P_u = 1.4 (160,000) + 1.7 (125,000) = 436,500 \text{ kg}$$

Capacidad de carga del suelo :

$$q_u = 2.20 \text{ kg/cm}^2 \quad (\cong 22,000 \text{ kg/m}^2)$$

Obtención del área de la zapata :

$$A_r = \frac{285,000}{0.9 (2.20)} = 143,939 \text{ cm}^2$$

$$l_z = \sqrt{143,939} = 380 \text{ cm}$$

Se escoge una zapata cuadrada de 400cm de lado

(A-1)

$$\begin{aligned} P_u &= 436,500 \text{ kg} \\ f'_c &= 211 \text{ kg/cm}^2 \text{ (zapata)} \\ f'_c &= 352 \text{ kg/cm}^2 \text{ (columna)} \\ f_y &= 4218 \text{ kg/cm}^2 \\ a_c &= 75.0 \text{ cm} & a_z &= 400 \text{ cm} \\ l_c &= 30.0 \text{ cm} & l_z &= 400 \text{ cm} \\ & & d &= 71 \text{ cm} \end{aligned}$$

(A-2)  $d = 71 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \therefore \text{correcto}$

(A-3)  $q_a = \frac{436,500}{400^2} = 2.73 \text{ kg/cm}^2$

(A-4) La sección apoyada es rectangular, por lo que el cálculo de su resistencia se realizará con respecto a ambos ejes.

Eje x :

$$V_u = 2.73 (400) \left[ \frac{400 - 75}{2} - 71 \right] = 99,918 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (400) (71) = 218,643 \text{ kg}$$

Eje y :

$$V_u = 2.73 (400) \left[ \frac{400 - 30}{2} - 71 \right] = 124,488 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (400) (71) = 218,643 \text{ kg}$$

(A-5)  $\phi V_c = 0.85 (218,643) = 185,846 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} &= 185,846 \text{ kg} > 99,918 \therefore \text{correcto} \\ &= 185,846 \text{ kg} > 124,488 \therefore \text{correcto} \end{aligned}$$

$$(A-6) \quad V_u = 2.73 \left[ 400^2 - (75 + 71)(30 + 71) \right] =$$

$$V_u = 396,544 \text{ kg}$$

$$b_o = 2(75 + 71) + 2(30 + 71) = 494 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{75}{30} = 2.5$$

$$V_{Cmax} = 1.1 \sqrt{211} (494) (71) = 560,427 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.265 \left[ 2 + \frac{4}{2.5} \right] \sqrt{211} (494) (71) = 486,043 \text{ kg}$$

$$V_c < V_{Cmax} \rightarrow V_c = 486,043 \text{ kg}$$

$$(A-7) \quad \phi V_c = 0.85 (486,043) = 413,137 \text{ kg}$$

$$= 413,137 \text{ kg} > 396,544 \quad \therefore \text{correcto}$$

$$(A-8) \quad A_1 = 75 (30) = 2250 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = (30 + 400 - 75) (400) = 142,000 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{\frac{142,000}{2250}} = 7.94 > 2.0$$

$$P_{n1} = 0.85 (352) (2250) = 673,200 \text{ kg}$$

$$P_{n2} = 0.85 (211) (2250) (2.0) = 807,075 \text{ kg}$$

$$P_{n1} < P_{n2} \rightarrow P_n = 673,200 \text{ kg}$$

$$(A-9) \quad \phi P_n = 0.7 (673,200) = 471,240 \text{ kg}$$

$$\phi P_n = 471,240 \text{ kg} > P_u = 436,500 \text{ kg}$$

Se proporcionará refuerzo mínimo por aplastamiento :

$$A_{s_p} = A_{s_{pmin}} = 0.005 (2250) = 11.3 \text{ cm}^2$$

(B-2) Al igual que en el diseño por cortante, la sección apoyada es rectangular y se analizará con respecto a ambos ejes.

Eje x :

$$M_u = 2.73 (400) (0.5) \left[ \frac{400 - 75}{2} \right]^2 = 14,417,813$$

$$M_u = 14.418 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{14,417,813}{0.9 (4218) (0.9) (71)} = 59.44 \text{ cm}^2$$

Eje y :

$$M_u = 2.73 (400) (0.5) \left[ \frac{400 - 30}{2} \right]^2 = 18,686,850$$

$$M_u = 18.687 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{18,686,850}{0.9 (4218) (0.9) (71)} = 77.04 \text{ cm}^2$$

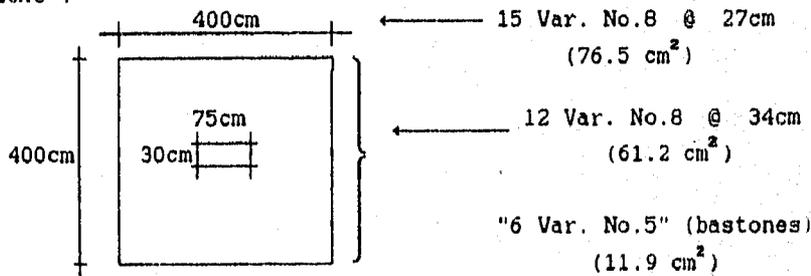
(B-3)  $\rho_{ct} = 0.0018$

$$A_{sct} = 0.0018 (71) (400) = 51.12 \text{ cm}^2$$

(B-4)  $A_{sx} = 59.44 \text{ cm}^2 > A_{sct} = 51.12 \text{ cm}^2$

$$A_{sy} = 77.04 \text{ cm}^2 > A_{sct} = 51.12 \text{ cm}^2$$

Diseño :



(Ref.2 - Ejem.12.4). Diseñar la siguiente zapata cuadrada :

(A-1)

$$\begin{aligned} P_u &= 349,272 \text{ kg} \\ f'_c &= 211 \text{ kg/cm}^2 \text{ (zapata)} \\ f'_c &= 352 \text{ kg/cm}^2 \text{ (columna)} \\ f_y &= 4218 \text{ kg/cm}^2 \\ a_c &= 45.7 \text{ cm} & a_z &= 457 \text{ cm} \\ l_c &= 35.6 \text{ cm} & l_z &= 305 \text{ cm} \\ & & d &= 61 \text{ cm} \end{aligned}$$

(A-2)  $d = 61 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \therefore$  correcto

(A-3)  $q_s = \frac{349,272}{(305)(457)} = 2.51 \text{ kg/cm}^2$

(A-4) Ambas secciones son rectangulares, por lo que el cálculo a cortante será con respecto a ambos ejes.

Eje X :

$$V_u = 2.51 (305) \left[ \frac{457 - 45.7}{2} - 61 \right] = 110,737 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (305) (61) = 143,234 \text{ kg}$$

Eje y :

$$V_u = 2.51 (457) \left[ \frac{305 - 35.6}{2} - 61 \right] = 84,539 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (457) (61) = 214,617 \text{ kg}$$

(A-5)  $\phi V_c = 0.85 (143,234) = 121,749 \text{ kg}$   
 $= 121,749 \text{ kg} > 110,737 \therefore$  correcto

$$\phi V_c = 0.85 (214,617) = 182,424 \text{ kg}$$

$$= 182,424 \text{ kg} > 84,539 \therefore$$
 correcto

$$(A-6) \quad V_u = 2.51 \left[ 305 (457) - (45.7 + 61)(35.6 + 61) \right]$$

$$V_u = 323,985 \text{ kg}$$

$$b_o = 2(45.7 + 61) + 2(35.6 + 61) = 406.6 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{45.7}{35.6} = 1.28$$

$$V_{Cmax} = 1.1 \sqrt{211} (406.6) (61) = 396,306 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.265 \left[ 2 + \frac{4}{1.28} \right] \sqrt{211} (406.6) (61)$$

$$V_c = 489,303 \text{ kg}$$

$$V_c > V_{Cmax} \rightarrow V_c = 396,306 \text{ kg}$$

$$(A-7) \quad \phi V_c = 0.85 (396,306) = 336,860 \text{ kg}$$

$$= 336,860 \text{ kg} > 323,985 \quad \therefore \text{correcto}$$

$$(A-8) \quad A_1 = 45.7 (35.6) = 1627 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = (35.6 + 305 - 45.7) (305) = 89,945 \text{ cm}$$

$$\sqrt{\frac{89,945}{1627}} = 7.44 > 2.0$$

$$P_{n1} = 0.85 (352) (1627) = 486,798 \text{ kg}$$

$$P_{n2} = 0.85 (211) (1627) (2.0) = 583,605 \text{ kg}$$

$$P_{n1} < P_{n2} \rightarrow P_n = 486,798 \text{ kg}$$

$$(A-9) \quad \phi P_n = 0.7 (486,798) = 340,759 \text{ kg}$$

$$\phi P_n = 340,759 \text{ kg} < P_u = 349,272 \text{ kg}$$

Se requiere calcular el refuerzo por aplastamiento :

$$(A-10) \quad A_{spmin} = 0.005 (1627) = 8.13 \text{ cm}^2$$

$$A_{sp} = \frac{(349,272 - 340,759)}{0.7 (4218)} = 2.88 \text{ cm}^2$$

$$(A-11) \quad A_{sp} < A_{spmin} \quad \rightarrow \quad A_{sp} = 8.13 \text{ cm}^2$$

(B-2) Ambas secciones son rectangulares, se analizará por flexión con respecto a ambos ejes.

Eje X :

$$M_u = 2.51 (305) (0.5) \left( \frac{457 - 45.7}{2} \right)^2 = 16,188,291$$

$$M_u = 16.188 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{16,188,291}{0.9 (4218) (0.9) (61)} = 77.67 \text{ cm}^2$$

Eje Y :

$$M_u = 2.51 (457) (0.5) \left( \frac{305 - 35.6}{2} \right)^2 = 10,406,271$$

$$M_u = 10.406 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{10,406,271}{0.9 (4218) (0.9) (61)} = 49.93 \text{ cm}^2$$

$$(B-3) \quad \rho_{ct} = 0.0018$$

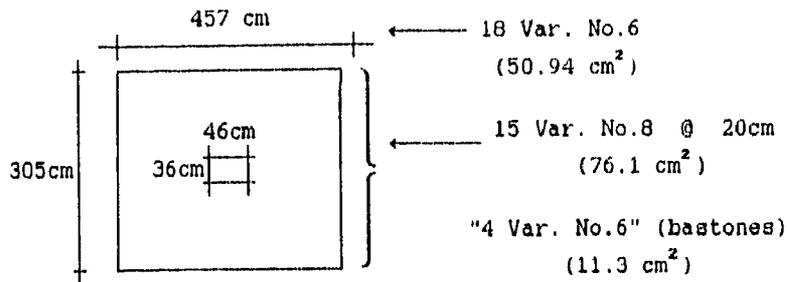
$$A_{sct\ x} = 0.0018 (61) (305) = 33.49 \text{ cm}^2$$

$$A_{sct\ y} = 0.0018 (61) (457) = 50.18 \text{ cm}^2$$

$$(B-4) \quad A_{sx} = 77.67 \text{ cm}^2 > A_{sct} = 33.49 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = 49.93 \text{ cm}^2 < A_{sct} = 50.18 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = 50.18 \text{ cm}^2$$



Nota :

En la dirección larga se deberá distribuir el refuerzo por flexión de acuerdo a las Ecs. 5.15.

#### EJEMPLOS DE DISEÑO DE ZAPATAS DE MURO.

(Ref.5 - Ejem.18). Diseñar la siguiente zapata de muro :

Carga concéntrica sin factorizar (de servicio) :

$$P_D = 7,441 \text{ kg}$$

$$P_L = 14,882 \text{ kg}$$

$$P = P_D + P_L = 22,323 \text{ kg}$$

Carga concéntrica factorizada :

$$P_u = 1.4 (7,441) + 1.7 (14,882) = 35,717 \text{ kg}$$

Capacidad de carga del suelo :

$$q_n = 2.70 \text{ kg/cm}^2 \quad (\approx 27,000 \text{ kg/m}^2)$$

Obtención del área de la zapata :

$$A = \frac{22,323}{0.9 (2.70)} = 9,186 \text{ cm}^2$$

$$l_z = 100 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad a_z = \frac{9,186}{100} = 91.9 \text{ cm}$$

(La dimensión de la zapata se puede determinar de una forma aproximada apartir de la figura A-2 del Apéndice 1).

A) Diseño por cortante :

(A-1)  $P_u = 35,717 \text{ kg}$   
 $f'_c = 211 \text{ kg/cm}^2$  (zapata)  
 $f'_c = 211 \text{ kg/cm}^2$  (columna)  
 $f_y = 4218 \text{ kg/cm}^2$   
 $a_c = 30.5 \text{ cm}$   $a_z = 92 \text{ cm}$   
 $l_c = 100.0 \text{ cm}$   $l_z = 100 \text{ cm}$   
 $d = 21.6 \text{ cm}$

(A-2)  $d = 21.6 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \therefore$  correcto

(A-3)  $q_u = \frac{35,717}{(100)(92)} = 3.88 \text{ kg/cm}^2$

(A-4) En zapatas de muro, el cálculo de la resistencia a cortante en una dirección, sólo se realiza paralela al muro. En este caso, la sección crítica se ubica en el paño del muro :

$$V_u = 3.88 (100) \left[ \frac{92 - 30.5}{2} \right] = 11,931 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{211} (100) (21.6) = 16,629 \text{ kg}$$

(A-5)  $\phi V_c = 0.85 (16.629) = 14,135 \text{ kg}$   
 $= 14,135 \text{ kg} > 11,931 \therefore$  correcto

(A-8)  $A_x = 100 (30.5) = 3,050 \text{ cm}^2$   
 $A_z = (30.5 + 2 (21.6)) (100) = 7,370 \text{ cm}^2$

$$\sqrt{\frac{7.370}{3.050}} = 1.55 < 2.0$$

$$P_{n1} = 0.85 (211) (3050) = 547,018 \text{ kg}$$

$$P_{n2} = 0.85 (211) (3050) (1.55) = 847,877 \text{ kg}$$

$$P_{n1} < P_{n2} \quad \rightarrow \quad P_n = 547,018 \text{ kg}$$

$$(A-9) \quad \phi P_n = 0.7 (547.018) = 382,913 \text{ kg}$$

$$\phi P_n = 382,913 \text{ kg} > P_u = 35,717 \text{ kg}$$

Se proporcionará refuerzo mínimo por aplastamiento :

$$A_{sp} = A_{spmin} = 0.005 (3.050) = 15.3 \text{ cm}^2$$

B) Diseño por flexión :

(B-2)

$$M_u = 3.88 (100) (0.5) \left[ \frac{92 - 30.5}{2} + \frac{30.5}{4} \right]^2$$

$$M_u = 285.692 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{285.692}{0.9 (4218) (0.9)(21.6)} = 3.9 \text{ cm}^2$$

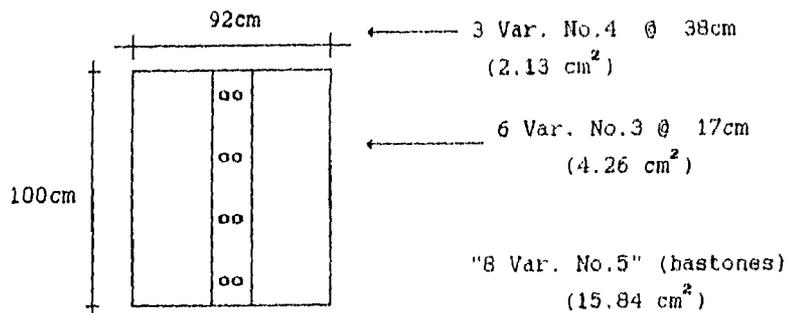
$$(B-3) \quad \rho_{ct} = 0.0018$$

$$A_{set x} = A_{s \text{ min}} = 0.0018 (21.6)(100) = 3.9$$

$$A_{set y} = 0.0018 (21.6)(92) = 3.57$$

$$(B-4) \quad A_s = 3.9 \text{ cm}^2 = A_{smin} = 3.9 \text{ cm}^2$$

$$A_{set} = 3.6 \text{ cm}^2$$



(Ref.4 - Ejem.12.8). Diseñar la siguiente zapata de muro :

(A-1)

$$P_u = 13,020 \text{ kg}$$

$$f'_c = 141 \text{ kg/cm}^2 \text{ (zapata)}$$

$$f'_c = 141 \text{ kg/cm}^2 \text{ (columna)}$$

$$f_y = 2812 \text{ kg/cm}^2$$

$$a_c = 15.3 \text{ cm} \quad a_z = 145 \text{ cm}$$

$$l_c = 100.0 \text{ cm} \quad l_z = 100 \text{ cm}$$

$$d = 21.9 \text{ cm}$$

(A-2)

$$d = 21.9 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \therefore \text{correcto}$$

(A-3)

$$q_u = \frac{13,020}{(100)(145)} = 0.90 \text{ kg/cm}^2$$

(A-4) En este caso, la sección crítica está ubicada a una distancia "d" del paño del muro.

$$V_u = 0.90 (100) \left[ \frac{145 - 15.3}{2} - 21.9 \right] = 3,866 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{141} (100) (21.9) = 13,783 \text{ kg}$$

$$(A-5) \quad \phi V_c = 0.85 (13,783) = 11,716 \text{ kg} \\ = 11,716 \text{ kg} > 3,866 \quad \therefore \text{correcto}$$

$$(A-8) \quad A_1 = 100 (15.3) = 1,530 \text{ cm}^2 \\ A_2 = (15.3 + 2 (21.9)) (100) = 5,910 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{\frac{5,910}{1,530}} = 1.97 < 2.0$$

$$P_{n1} = 0.85 (141) (1530) = 183,371 \text{ kg}$$

$$P_{n2} = 0.85 (141) (1530) (1.97) = 361,240 \text{ kg}$$

$$P_{n1} < P_{n2} \quad \rightarrow \quad P_n = 183,371 \text{ kg}$$

$$(A-9) \quad \phi P_n = 0.7 (183,371) = 128,360 \text{ kg}$$

$$\phi P_n = 128,360 \text{ kg} > P_u = 13,020 \text{ kg}$$

Se proporcionará refuerzo mínimo por aplastamiento :

$$A_{sp} = A_{spmin} = 0.005 (1,530) = 7.7 \text{ cm}^2$$

$$(B-2) \quad M_u = 0.9 (100) (0.5) \left( \frac{145 - 15.3}{2} + \frac{15.3}{4} \right)^2$$

$$M_u = 212,232 \text{ Ton-cm}$$

$$A_s = \frac{212,232}{0.9 (2812) (0.9) (21.6)} = 4.3 \text{ cm}^2$$

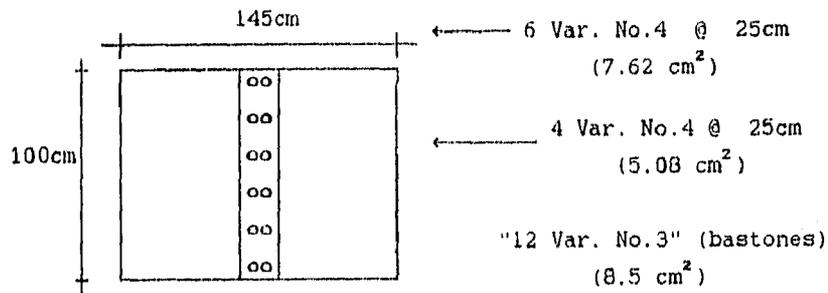
$$(B-3) \quad \rho_{ct} = \frac{0.0018 (4218)}{2812} = 0.0027 > 0.002$$

$$\rho_{ct} = 0.002$$

$$A_{sct x} = A_{s min} = 0.002 (21.9) (100) = 4.4$$

$$A_{sct y} = 0.002 (21.9) (145) = 6.4$$

(B-4)  $A_s = 4.3 \text{ cm}^2 < A_{smin} = 4.4 \text{ cm}^2$   
 $A_s = 4.4 \text{ cm}^2$   
 $A_{sct} = 6.4 \text{ cm}^2$



## **CAPITULO VI.- PROGRAMAS DE DISEÑO.**

### **VI.1. Tipos de archivos.**

### **VI.2. Uso del programa.**

**VI.2.1. Introducción.**

**VI.2.2. Instalación.**

**VI.2.3. Entrada de datos.**

**VI.2.4. Ejecución.**

**VI.2.5. Salida de resultados.**

**VI.2.6. Formato de los datos de entrada.**

### **VI.3. Listado y ejemplos de programas.**

**VI.3.1. Introducción.**

**VI.3.2. Diseño de vigas.**

**VI.3.3. Diseño de columnas.**

**VI.3.4. Diseño de losas.**

**VI.3.5. Diseño de zapatas.**

## CAPITULO VI.- PROGRAMAS DE DISEÑO.

### VI.1. TIPOS DE ARCHIVOS.

El procedimiento de ejecución de los diversos programas es sencilla : la entrada de datos y salida de resultados se realiza por medio de archivos empleando un editor de textos; además de estos archivos, existen los archivos ejecutables, los cuales se encargan de llevar a cabo los diversos programas.

Los programas se dividen dependiendo el tipo de elemento a diseñar; con el fin de tener un manejo ordenado y práctico, cada uno tiene sus propios archivos y subdirectorios.

En la Tabla 6.1. se enlistan y clasifican los nombres de los archivos a utilizar. En las páginas siguientes se dará una mejor explicación de los procedimientos necesarios para la ejecución de los programas y el manejo de estos archivos.

TABLA 6.1.- TIPOS DE ARCHIVOS

| DATOS       | EJECUCION        | RESULTADOS  |
|-------------|------------------|-------------|
| FLEXION.DAT | A: VIGAS FLEXION | FLEXION.RES |
| TORCORT.DAT | A: VIGAS TORCORT | TORCORT.RES |
| PERALTE.DAT | A: VIGAS PERALTE | PERALTE.RES |
| COLUMNA.DAT | A: COLUMNAS      | COLUMNA.RES |
| LOSAS1.DAT  | A: LOSAS UNA     | LOSAS1.RES  |
| LOSAS2.DAT  | A: LOSAS DOS     | LOSAS2.RES  |
| ZAPATA.DAT  | A: ZAPATAS       | ZAPATA.RES  |

Para la utilización de los archivos de datos y resultados, es necesario saber emplear cualquier tipo de editor. Se pueden escoger editores sencillos, ya que se presentan exigencias mínimas en estos archivos; los editores utilizados pueden ser el Editor del Sistema Operativo "EDIT", o el "Editor Q".

## VI.2.- USO DEL PROGRAMA.

### VI.2.1. Introducción.

Con el fin de facilitar el procedimiento de diseño, este se ha dividido dependiendo el tipo de elemento a diseñar : vigas, columnas, losas y zapatas.

En algunos casos, cuando el diseño en un solo programa resultaría complejo, el diseño del elemento se divide en varios programas; este es el caso del diseño de vigas (que se divide en diseño por flexión, cortante y torsión, y vigas de gran peralte), y del diseño de losas (diseño de losas en una dirección y en dos direcciones). En las siguientes secciones, se menciona paso a paso el procedimiento de ejecución de los programas.

### VI.2.2. Instalación.

Para un manejo más rápido de los programas, se recomienda su instalación en el disco duro; el cual se realiza al ejecutar :

A:INSTALA ←

Al instalar, se crea el subdirectorio "CONCRETO" y los cuatro subdirectorios donde se copiarán los archivos ejecutables y de datos, originando el árbol de directorios siguiente :

|             |               |               |              |
|-------------|---------------|---------------|--------------|
| C:\CONCRETO | Q.EXE         |               |              |
|             | EDIT.EXE      |               |              |
|             | AYUDA.TXT     |               |              |
|             | VIGAS.BAT     |               |              |
|             | COLUMNAS.BAT  |               |              |
|             | LOSAS.BAT     |               |              |
|             | ZAPATAS.BAT   |               |              |
| VIGAS       | FLEXION.EXE,  | FLEXION.DAT,  | FLEXION.RES  |
|             | TORCORT.EXE,  | TORCORT.DAT,  | TORCORT.RES  |
|             | PERALTE.EXE,  | PERALTE.DAT,  | PERALTE.RES  |
| COLUMNAS    | COLUMNAS.EXE, | COLUMNAS.DAT, | COLUMNAS.RES |
| LOSAS       | LOSAS1.EXE,   | LOSAS1.DAT,   | LOSAS1.RES   |
|             | LOSAS2.EXE,   | LOSAS2.DAT,   | LOSAS2.RES   |
| ZAPATAS     | ZAPATA.EXE,   | ZAPATA.DAT,   | ZAPATA.RES   |

### VI.2.3. Entrada de datos.

La entrada de datos se realiza por medio de una serie de Archivos, que se identifican por su extensión "\*.DAT".

Estos archivos presentan un formato preestablecido de la ubicación y tipo de datos, considerando un determinado número de dígitos y decimales. Estos formatos NO se deberán modificar, por lo que solamente se cambiarán los valores de diseño.

La Figura 6.1. muestra un ejemplo de estos formatos, así como algunas de las consideraciones que se deberán tomar en "todos" los archivos de datos existentes.

Es importante proporcionar todos los valores necesarios para la ejecución del programa, ya que la ausencia de alguno de ellos podría generar un error.

El programa leerá y ejecutará todos los ejemplos sin importar su número, únicamente se detendrá cuando encuentre que todos los valores proporcionados son ceros.



El programa de diseño de losas es el único que solamente puede realizar un ejemplo por cada ejecución. Los otros programas realizan una serie de ejecuciones sin importar su número, como se mencionó sólo se interrumpe su ejecución hasta que todos los valores de lectura son ceros.

Una forma de llevar cierto control de los archivos, es el de identificar en el archivo de datos (en el lugar correspondiente) un determinado "No. de serie", el cual podrá tener cualquier valor. En cada ejemplo se puede poner en la parte superior una zona de comentarios o anotaciones que permiten identificarlos en el archivo de resultados.

En el archivo de resultados se anotará el No. de serie y los comentarios o anotaciones con el fin de relacionar ambos archivos y llevar un control de las ejecuciones.

**Nota:** En el caso de no proporcionar este "No. de serie" o los comentarios, el programa no sufre cambios o produce errores.

#### VI.2.4. Ejecución.

Existen siete posibles programas que se pueden ejecutar, cada uno de ellos tiene un comando diferente para llevarlos a cabo. En la Tabla 6.2, se presenta un listado de los siete diferentes comandos de ejecución así como el respectivo diseño a realizar.

Estos archivos se localizan en el directorio raíz del disco (o en el subdirectorío "CONCRETO" en el caso de estar instalado en disco duro). Cada uno de estos programas ejecutables tiene su respectivo archivo de datos "\*.DAT" y resultados "\*.RES", los cuales se localizan en los subdirectoríos correspondientes y deberán cumplir con ciertas características.

Tabla 6.2.- COMANDOS DE EJECUCION DE PROGRAMAS.

| Tipo de diseño         | Comando           |
|------------------------|-------------------|
| 1) Diseño de vigas     |                   |
| Por flexión.           | A:VIGAS FLEXION ← |
| Por torsión y cortante | A:VIGAS TORCORT ← |
| Vigas de gran peralte  | A:VIGAS PERALTE ← |
| 2) Diseño de columnas. | A:COLUMNAS ←      |
| 3) Diseño de losas     |                   |
| En una dirección       | A:LOSAS UNA ←     |
| En dos direcciones     | A:LOSAS DOS ←     |
| 4) Diseño de zapatas   | A:ZAPATAS ←       |

#### VI.2.5. Salida de resultados.

La salida de los resultados se realizará por medio de archivos, los cuales se identificarán por tener la extensión "\*.RES". Estos se pueden ver o imprimir utilizando cualquiera de los editores de texto ya mencionados.

En ellos se escriben las anotaciones o comentarios realizados en cada ejemplo, los datos de entrada y los resultados de las ejecuciones.

Es importante hacer mención que los programas presentan los resultados de las operaciones tal cual, es labor del diseñador ajustar estos datos a valores prácticos y fáciles de emplear en obra, y verificar que el elemento cumpla con los requisitos de la estructura (cargas, acciones, dimensiones, etc.)



### VI.3. LISTADO Y EJEMPLOS DE PROGRAMAS.

#### VI.3.1. Introducción.

A continuación se detalla el proceso de programación efectuado para el diseño de elementos de concreto.

En primer término se indican las características de los datos de entrada y de salida. Posteriormente se muestra el listado del programa en Lenguaje Fortran, los archivos de entrada (\*.DAT) y de salida (\*.RES) de datos. Los resultados se pueden comparar con los ejemplos presentados en los capítulos anteriores para corroborar el correcto funcionamiento de los programas.

#### VI.3.2. Diseño de vigas.

Existen tres diferentes tipos de diseño : por flexión, por torsión o cortante, o bien, vigas de gran peralte. Para un manejo más práctico, cada tipo tiene un programa específico, por lo que se realizará un análisis por separado de cada uno.

##### 1) Diseño y revisión de vigas por flexión.

| a) Datos de entrada            |        | Formato |
|--------------------------------|--------|---------|
| - Tipo de diseño :             |        |         |
| N = 1 = Diseño del elemento.   |        | I1      |
| N = 2 = Revisión del elemento. |        | I1      |
| - Dimensiones de la sección :  |        |         |
| base,                          | b (cm) | F6.2    |
| peralte efectivo,              | d (cm) | F6.2    |
| recubrimiento,                 | r (cm) | F5.2    |

7 DIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
8 ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
9 INGENIERIA CIVIL  
10 SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO

\*\*\*\*\* REVISION Y DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXION \*\*\*\*\*

PROGRAM FLEXION  
CHARACTER\*43 C  
REAL\*8, REAL\*16, REAL\*32, REAL\*64, REAL\*128, REAL\*256  
OPEN(1, FILE='FLEXION.DAT', STATUS='OLD')  
OPEN(2, FILE='FLEXION.RES', STATUS='NEW')

\*\*\*\* LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS \*\*\*\*

READ(1,100)N  
WRITE(2,200)N  
READ(1,300)TIG  
READ(1,400)C,SY,D,A,T,EW,F  
IF(N1.EQ.0)GOTO 5  
WRITE(2,400)ETIO,N1  
X1=0.9  
X2=2039000  
X3=0  
X4=0  
X5=0.0

\*\*\*\* DETERMINACION DE COEFICIENTES \*\*\*\*

BE2=0.85  
BE1=0.85  
IF((C.LE.562.AND.(C.GE.781)) THEN  
BE1=0.85-0.05\*((C-781)/70)

ELSE IF((C.GE.563)) THEN  
BE1=0.65

ENDIF

BE2=0.03  
BE1=0.03  
IF((C.GE.781))  
BE1=0.03+0.05\*((C-781)/70)

\*\*\*\* OBTENCION DEL AREA DE ACERO \*\*\*\*

READ(1,500)MU,PPR  
WRITE(2,500)MU  
READ(1,600)C,SY,D,A,T,EW,F  
MU=MU\*1E3  
IF((EW.NE.0)) THEN  
CALCULAR SECCION COM FATIN  
WRITE(2,600)T,EW

D Linea/ 1

2 C

3 C

4 C

5 C

6 C

7 C

8 C

9 C

10 C

11 C

12 C

13 C

14 C

15 C

16 C

17 C

18 C

19 C

20 C

21 C

22 C

23 C

24 C

25 C

26 C

27 C

28 C

29 C

30 C

31 C

32 C

33 C

34 C

35 C

36 C

37 C

38 C

39 C

40 C

41 C

42 C

43 C

44 C

45 C

46 C

47 C

48 C

49 C

50 C

51 C

52 C

53 C

54 C

55 C

56 C

57 C

58 C

59 C

60 C

61 C

62 C

63 C

64 C

65 C

66 C

67 C

68 C

69 C

70 C

71 C

72 C

73 C

74 C

75 C

76 C

77 C

78 C

79 C

80 C

81 C

82 C

83 C

84 C

85 C

86 C

87 C

88 C

89 C

90 C

91 C

92 C

93 C

94 C

95 C

96 C

97 C

98 C

99 C

100 C

101 C

102 C

103 C

104 C

105 C

106 C

107 C

108 C

109 C

110 C

111 C

112 C

113 C

114 C

115 C

116 C

117 C

118 C

119 C

120 C

121 C

122 C

123 C

124 C

125 C

126 C

127 C

128 C

129 C

130 C

131 C

132 C

133 C

134 C

135 C

136 C

137 C

138 C

139 C

140 C

141 C

142 C

143 C

144 C

145 C

146 C

147 C

148 C

149 C

150 C

151 C

152 C

153 C

154 C

155 C

156 C

157 C

158 C

159 C

160 C

161 C

162 C

163 C

164 C

165 C

166 C

167 C

168 C

169 C

170 C

171 C

172 C

173 C

174 C

175 C

176 C

177 C

178 C

179 C

180 C

181 C

182 C

183 C

184 C

185 C

186 C

187 C

188 C

189 C

190 C

191 C

192 C

193 C

194 C

195 C

196 C

197 C

198 C

199 C

200 C

201 C

202 C

203 C

204 C

205 C

206 C

207 C

208 C

209 C

210 C

211 C

212 C

213 C

214 C

215 C

216 C

217 C

218 C

219 C

220 C

221 C

222 C

223 C

224 C

225 C

226 C

227 C

228 C

229 C

230 C

231 C

232 C

233 C

234 C

235 C

236 C

237 C

238 C

239 C

240 C

241 C

242 C

243 C

244 C

245 C

246 C

247 C

248 C

249 C

250 C

251 C

252 C

253 C

254 C

255 C

256 C

257 C

258 C

259 C

260 C

261 C

262 C

263 C

264 C

265 C

266 C

267 C

268 C

269 C

270 C

271 C

272 C

273 C

274 C

275 C

276 C

277 C

278 C

279 C

280 C

281 C

282 C

283 C

284 C

285 C

286 C

287 C

288 C

289 C

290 C

291 C

292 C

293 C

294 C

295 C

296 C

297 C

298 C

299 C

300 C

301 C

302 C

303 C

304 C

305 C

306 C

307 C</

|                             |                           |      |
|-----------------------------|---------------------------|------|
| Si es sección con patín :   |                           |      |
| ancho del patín,            | t (cm)                    | F6.2 |
| espesor del patín           | tw (cm)                   | F5.2 |
| - Resistencias de diseño :  |                           |      |
| Del concreto,               | f'c (kg/cm <sup>2</sup> ) | F5.1 |
| Del acero,                  | fy (kg/cm <sup>2</sup> )  | F7.1 |
| - Si "N = 1" proporcionar : |                           |      |
| Momento último,             | Mu (T-m)                  | F9.3 |
| Si es sección rectangular : | % ρ bal (%)               | F5.3 |
| Si es sección con patín :   | % d (%)                   | F5.3 |
| - Si "N = 2" proporcionar : |                           |      |
| Acero inferior              | As (cm <sup>2</sup> )     | F6.2 |
| Acero superior              | As' (cm <sup>2</sup> )    | F6.2 |

b) Datos de salida.

|  |                        |              |
|--|------------------------|--------------|
| - Profundidad del bloque de compresión : |                        |              |
|  | a (cm)                 |              |
| - Relaciones de refuerzo :               |                        |              |
| ρ min (%)                                | ρ max (%)              | ρ diseño (%) |
| - Si "N = 1", momento resistente :       |                        |              |
|  | Mu (T-m)               |              |
| - Si "N = 2", áreas de refuerzo :        |                        |              |
| As (cm <sup>2</sup> )                    | As' (cm <sup>2</sup> ) |              |

Nota : Cuando se analiza una viga con patín, además de su ancho "t" y espesor "tw", se dará el porcentaje del peralte efectivo "%d" a considerar como brazo de palanca, en el lugar reservado para dar el porcentaje del acero de refuerzo "%ρbal".





PAGE 5  
 18:05:35  
 16:06:26  
 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

```

D Lines# 1 7
C REAL 74
FC REAL 104
FB REAL 112
FD REAL 116
FE REAL 122
FF REAL 128
FI INTEGER*4 208
FK REAL 112
FL REAL 164
FM REAL 168
FN REAL 172
FO REAL 176
FP INTEGER*4 72
FQ REAL 172
FR REAL 200
FS REAL 204
FT REAL 208
FU REAL 172
FV REAL 144
FW REAL 148
FX REAL 152
FY REAL 156
FZ REAL 156
FFW REAL 180
FFX REAL 180
FFY REAL 180
FFZ REAL 180
FTV REAL 56
  
```

```

Name Type Size Class
FLEXIO PROGRAM
  
```

```

Pass One No Errors Detected
      218 Source Lines
  
```



|                             |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
|-----------------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|------|--|--|
| MU                          | vd    | Asinf  | Assup |       |        |       |      |  |  |
| 98.860                      | 0.883 | 00.00  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.8a, Ref. 2, Pag 144 |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi                          | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1                           | 281.0 | 4218.0 | 35.56 | 63.50 | 190.50 | 10.16 | 0.00 |  |  |
| MU                          |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 76.528                      | 0.976 | 00.00  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.8b, Ref. 2, Pag 146 |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi                          | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1                           | 281.0 | 4218.0 | 35.56 | 63.50 | 000.00 | 00.00 | 6.35 |  |  |
| MU                          |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 131.337                     | 0.637 | 00.00  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 1, Ref. 4, Pag 146    |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi                          | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1                           | 281.0 | 1687.0 | 38.10 | 55.88 | 137.16 | 10.16 | 0.00 |  |  |
| MU                          |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 27.648                      | 0.920 | 00.00  | 0.00  |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5, Ref. 5, Pag. 1-15  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi                          | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1                           | 281.0 | 4218.0 | 35.56 | 64.70 | 152.40 | 7.42  | 0.00 |  |  |
| MU                          |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 22.164                      | 0.950 | 00.00  | 0.00  |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.8, Ref. 2, Pag 136  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi                          | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 0                           | 0.0   | 00.0   | 00.00 | 00.00 | 00.00  | 0.00  | 0.00 |  |  |

|   |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
|---|-------|--------|-------|-------|--------|-------|------|--|--|
| MU  | vd    | Asinf  | Assup |       |        |       |      |  |  |
| 54.281  | 0.320 | 00.00  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Comprobacion                                  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi  | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 2   | 281.0 | 4218.0 | 45.72 | 54.61 | 000.00 | 00.00 | 6.35 |  |  |
| MU  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 00.000  | 0.000 | 35.60  | 11.64 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 3, Ref. 5, Pag 1-33                     |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi  | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1   | 281.0 | 4218.0 | 30.40 | 50.80 | 000.00 | 00.00 | 6.35 |  |  |
| MU  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 80.640  | 0.700 | 00.00  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.7a, Ref. 2, Pag 131 - Vigla con patin |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi  | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 2   | 281.0 | 4218.0 | 25.40 | 45.72 | 101.60 | 6.35  | 0.00 |  |  |
| MU  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 00.000  | 0.000 | 25.80  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.7b, Ref. 2, Pag 134                   |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi  | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 2   | 281.0 | 4218.0 | 25.40 | 45.72 | 103.60 | 6.35  | 0.00 |  |  |
| MU  |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| 00.000  | 0.000 | 38.71  | 00.00 |       |        |       |      |  |  |
| Ejem. 5.8, Ref. 2, Pag 136                    |       |        |       |       |        |       |      |  |  |
| Mi  | f'c   | fy     | b     | d     | t      | tw    | f    |  |  |
| 1   | 211.0 | 4218.0 | 35.56 | 57.15 | 94.22  | 10.16 | 0.00 |  |  |

H.A.M. - E.M.E. MONTAN - ING. CIVIL  
 SOLIS FORLANO OSCAR ANTONIO  
 DISEÑO Y REVISIÓN DE VIGAS POR FLEXIÓN  
 RECLAMAMIENTO ACR-318-85

SERIE: 1

Ejem. 5.2a, Ref. 2, Pag.103 - viga simplemente reforzada

CASO : 2  
 Mu = 21.0 T-m  
 fy = 4218.0  
 d = 25.40  
 b = 5.00 CM  
 As = 25.80 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .02222  
 P bal = 20.86  
 P forma de acero

Ejem. 5.2b, Ref. 2, Pag.104

CASO : 2  
 Mu = 35.40  
 fy = 4218.0  
 d = 25.40  
 b = 5.00 CM  
 As = 25.80 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .02222  
 P bal = 66.33  
 Mu = 37.747 T-m

Ejem. 5.2c, Ref. 2, Pag.105

CASO : 2  
 Mu = 43.0  
 fy = 4218.0  
 d = 25.40  
 b = 5.00 CM  
 As = 25.80 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .01681  
 Mu = 40.880 T-m

Ejem. 3, Ref. 4, Pag.75

CASO : 1  
 Mu = 27.648 T-m  
 fy = 1406.0  
 d = 21.0  
 b = 7.50 CM  
 As = 34.08 CM2  
 P min = 0.172096  
 P max = .06612  
 P bal = 15.00

Ejem. 5.3, Ref. 2, Pag 106

CASO : 1  
 Mu = 47.970 T-m  
 fy = 4218.0  
 d = 35.40  
 b = 7.00 CM  
 As = 24.58 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .02118  
 P bal = 48.40

Ejem. 5.3, Ref. 2, Pag 115 - viga doblemente reforzada

CASO : 2  
 fy = 4218.0  
 d = 35.40  
 b = 7.00 CM  
 As = 22.77 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .02827  
 P bal = 39.32  
 Mu = 39.497 T-m

Comprobacion

CASO : 1  
 Mu = 59.500 T-m  
 fy = 4218.0  
 d = 35.40  
 b = 7.00 CM  
 As = 22.77 CM2  
 P min = .00332  
 P max = .02827  
 P bal = 39.30

Ejem. 5.4, Ref. 2, Pag 123

CASO : 1  
 Mu = 160.388 T-m  
 fy = 4218.0  
 d = 63.50  
 b = 6.15 CM  
 As = 21.50 CM2  
 P min = .02185  
 P max = .02827  
 P bal = 56.00

Elem. 5.7b, Ref. 2, Pag 134  
CASO : 2  
fy = 4218.0  
d = 48.35  
b = 25.40  
t = 101.00 CM  
As = 7.86 CM<sup>2</sup>  
As max = .00977  
Mu = 261.0  
fc = 21.56  
t = 101.00 CM  
k = 39.71 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .00332  
P bal = 44.00 T-m  
Mu = 42.195 T-m

Elem. 5.8, Ref. 2, Pag 136  
CASO : 1  
Mu = 98.066 T-m  
fc = 21.56  
t = 98.32  
k = 180.61 CM<sup>2</sup>  
As = 21.00332  
P min = .02339  
P max = .02339  
P bal = 73.92  
fy = 4218.0  
d = 47.15  
t = 101.16 CM  
As = 8.71 CM<sup>2</sup>  
As max = .00949

Elem. 5.9a, Ref. 2, Pag 144  
CASO : 1  
Mu = 76.529 T-m  
fc = 21.56  
t = 190.50  
k = 32.53 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .01461  
P bal = 21.19  
fy = 4218.0  
d = 43.24  
b = 35.56  
t = 190.50 CM  
As = 3.02 CM<sup>2</sup>  
As max = .00952

Elem. 5.9b, Ref. 2, Pag 146  
CASO : 1  
Mu = 111.317 T-m  
fc = 261.0  
b = 35.56 CM  
k = 54.05 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .02394  
P bal = 48.70  
fy = 4218.0  
d = 43.50  
b = 20.35 CM  
As = 13.0716 CM<sup>2</sup>  
As max = .02716

Elem. 1, Ref. 4, Pag 157  
CASO : 1  
Mu = 64.261 T-m  
fc = 261.0  
b = 45.72 CM  
t = 6.35 CM  
As = 11.40 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .02448  
P bal = 32.00  
fy = 4218.0  
d = 46.61  
b = 10.39 CM  
As = 11.02461 CM<sup>2</sup>  
As max = .02461

Contribucion  
CASO : 2  
Mu = 261.0  
fc = 21.56  
b = 43.35 CM  
t = 35.00 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .02384  
P bal = 65.302 T-m  
fy = 4218.0  
d = 41.61  
b = 10.39 CM  
As = 11.02461 CM<sup>2</sup>  
As max = .02461

Elem. 3, Ref. 5, Pag 1-13  
CASO : 1  
Mu = 80.640 T-m  
fc = 261.0  
b = 43.35 CM  
t = 49.59 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = 70.00  
fy = 4218.0  
d = 30.80  
b = 17.89 CM  
As = 18.03345 CM<sup>2</sup>  
As max = .00945

Elem. 5.7a, Ref. 2, Pag 131 - Viga con Peltin  
CASO : 2  
Mu = 261.0  
b = 25.40  
t = 101.00 CM  
k = 25.80 CM<sup>2</sup>  
P min = .00332  
P max = .00332  
P bal = 42.66 T-m  
fy = 4218.0  
d = 48.35  
b = 4.48 CM  
As = .00977 CM<sup>2</sup>  
As max = .00977

Elem. 1, Ref. 4, Pag 144  
CASO 1:1

Mb = 27.648 T-m  
Fc = 281.0  
T = 137.14  
L = .00 CM  
As = 34.30 CM2  
Pm = .0131  
P = .0048  
Ptotal = 9.93

Iy = 1627.0  
d = 55.88  
Iy = 10.16  
As = 1.77  
As = .00 CM2  
Pmax = .01360

Elem. 5, Ref. 5, Pag. 1-15  
CASO 1:1

Mb = 28122.464 T-m  
Fc = 35.56  
T = 152.46  
L = 19 CM  
As = .0032  
Pm = .00277  
P = .0012  
Ptotal = 16.56

Iy = 4218.0  
d = 9.20  
Iy = 1.61 CM  
As = .00 CM2  
Pmax = .01654

2) Diseño de vigas por cortante y torsión.

| a) Datos de entrada                                 |                                   | Formato |
|---|-----------------------------------|---------|
| - Resistencias de diseño :                          |                                   |         |
| Del concreto,                                       | $f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )       | F5.1    |
| Del acero,  | $f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )       | F7.1    |
| - Dimensiones de la sección :                       |                                   |         |
| base,   | $b$ (cm)                          | F6.2    |
| peralte efectivo,                                   | $d$ (cm)                          | F6.2    |
| peralte total,                                      | $h$ (cm)                          | F6.2    |
| - Fuerza cortante factorizada :                     |                                   |         |
|   | $V_u$ (Ton)                       | F8.2    |
| - Calibre de los estribos :                         |                                   |         |
|   | $N^2$ (calibre)                   | I2      |
| - Factor de corrección de resistencia :             |                                   |         |
|   | $\lambda$ (coef.)                 | F4.2    |
| - Si existe carga axial factorizada :               |                                   |         |
| Fuerza axial,                                       | $N_u$ (Ton)                       | F8.2    |
| Area neta<br>de la sección                          | $A_g$ (cm <sup>2</sup> )          | F8.2    |
| Nota : $N_u$ , tensión (negativa)                   |                                   |         |
| - Si existe momento torsionante factorizado :       |                                   |         |
|   | $T_u$ (Ton-cm)                    | F8.2    |
| Dimensiones de los estribos :                       |                                   |         |
| ancho,  | $x_1$ (cm)                        | F6.2    |
| alto,   | $y_1$ (cm)                        | F6.2    |
| Sumatoria de rectángulos componentes :              |                                   |         |
|   | $\Sigma x^2 y$ (cm <sup>3</sup> ) | F9.1    |
| Nota : escoger el mayor valor de " $\Sigma x^2 y$ " |                                   |         |

b) Datos de salida.

- Resistencia a cortante del concreto :

$V_c$  (Ton)

- Resistencia a torsión del concreto :  
(solo si existe momento torsionante)

$T_c$  (Ton-cm)

- Separaciones de los estribos :

$s$  (cm)

$s_{max}$  (cm)

- Areas de refuerzo de los estribos :

$A_v$  (cm<sup>2</sup>)

$A_{vmin}$  (cm<sup>2</sup>)

- Area de refuerzo longitudinal  
(solo si existe momento torsionante)

$A_l$  (cm<sup>2</sup>)

Nota : Los valores de las dimensiones de los estribos " $x_1$  y  $y_1$ "  
y el de la sumatoria de rectángulos componentes " $\sum x_1^2 y_1$ "  
solamente son necesarios cuando de requiere un diseño  
por torsión.

```

D Line# 1 7 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
1 C UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
2 C ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
3 C INGENIERIA CIVIL
4 C SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO
5 C
6 C ***** DISEÑO POR TORSION Y CORTANTE EN VIGAS *****
7 C
8 C
9 C
10 PROGRAM TORCORT
11 CHARACTER*45 ETIQ
12 REAL K,MU
13 OPEN(1,FILE='TORCORT.DAT',STATUS='OLD')
14 OPEN(2,FILE='TORCORT.RES',STATUS='NEW')
15
16 C **** LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS ****
17 C
18 READ(1,100)M
19 WRITE(2,200)M
20 1 READ(1,300)ETIQ
21 READ(1,350)fc,fy,b,d,h,x1,y1
22 IF (fc.EQ.0)GOTO 5
23 READ(1,400)Moe,SKY,DEL,TU,VU,MU,AG
24 WRITE(2,500)ETIQ,fc,fy,b,d
25 WRITE(2,600)Moe,h
26 TCB=0
27 VCB=0
28 Fact=1.0
29 fi=0.85
30 EB=2039000
31 RAD=100*(Moe)/s=2.54/2
32 As=1.1416*(RAD**2)*2
33 Vu=Vu*1000
34 Tu=Tu*1000
35 Mu=Mu*1000
36 IF(TU.EQ.0)GOTO 2
37 C
38 C **** DISEÑO POR TORSION ****
39 C
40 C "Calcular Tc, Vc, Tu mis"
41 WRITE(2,650)x1,y1
42 Ct=(h*d)/SKY
43 IF (Ag.ME.0) THEN
44 WRITE(2,700)MU/1000,AG
45 Fact=1+0.028*Mu/Ag
46 IF(Fact.LE.(0.8)) THEN
47 Fact=0.0
48 ENDDIF
49
50 Tc=Fact*DEL*s.2*sqrt(fc)*SKY/sqrt(1+(0.4*Vu/(Ct*Tu))**2)
51 Vc=Fact*DEL*s.5*sqrt(fc)*b*d/sqrt(1+(2.5*Ct*Tu/Vu)**2)
52 WRITE(2,800)Tu/1000,Tc/1000
53 WRITE(2,900)Vu/1000,Vc/1000
54 Tumin=1+0.13*SQRT(fc)*SKY
55 IF(TU.LE.Tumin) THEN
56 WRITE(2,1400)Tumin/1000
57 WRITE(2,*) " Omitir el diseño por torsión "
58 GOTO 10
59 ENDDIF

```

```

D Line# 1 7 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
60 IF(TU.LE.(fi*Tc)) THEN
61 WRITE(2,*) " Tu < Tc "
62 WRITE(2,*) " Omitir el diseño por torsión "
63 GOTO 10
64 ENDDIF
65 C
66 C "Calcular Ts, Vs, Ts max, Vs max"
67 Ts=TU/fi-Tc
68 Vs=VU/fi-Vc
69 Vmax=2.1*SQRT(fc)*b*d
70 IF(Ts.GT.(4*Ts)) THEN
71 WRITE(2,*) " Ts > Ts max "
72 WRITE(2,*) " Aumentar la sección "
73 GOTO 10
74 ENDDIF
75 IF(Vs.GT.Vmax) THEN
76 WRITE(2,*) " Vs > Vs max "
77 WRITE(2,*) " Aumentar la sección "
78 GOTO 10
79 ENDDIF
80 C
81 C "Calcular la separación de estribos"
82 Avs=Vs/(fy*d)
83 ALFA=0.66+0.33*y1/x1
84 IF(ALFA.GT.(1.5)) THEN
85 ALFA=1.5
86 ENDDIF
87 Ats=Ts/(fy*ALFA*x1*y1)
88 Avts=Ats*2+Avs
89 s=As/Avts
90 sMAX=(x1*y1)/4
91 IF(sMAX.GE.30) THEN
92 sMAX=30
93 ENDDIF
94 IF(s.GE.sMAX) THEN
95 s=sMAX
96 ENDDIF
97 Amin=3.5*b*s/fy
98 WRITE(2,1000)s,sMAX
99 WRITE(2,1100)As,Amin
100 IF(Amin.GE.As) THEN
101 WRITE(2,*) " Avt min > Avt "
102 WRITE(2,*) " Aumentar diámetro de estribos "
103 GOTO 10
104 ENDDIF
105 C
106 C "Calcular el acero longitudinal"
107 At=2*Ats*s
108 IF(At.LE.Amin) THEN
109 At=Amin
110 ENDDIF
111 x=b
112 IF(h.LT.b) THEN
113 x=h
114 ENDDIF
115 Al1=2*Ats*(x1*y1)
116 Al2=((28*x*s/fy)*(Tu/(Tu+Vu/(3*Ct)))-At)*(x1*y1)/s
117 IF(Al2.GE.Al1) THEN
118 Al1=Al2

```

```

D Line# 1 7
119      EMDIF
120      WRITE(2,1200)ALL
121      GOTO 10
122 C
123 C     **** DISEÑO POR CORTANTE ****
124 C
125 C     *Calcular Vc, Vs, Va max*
126 2     IF (Ag.NE.0) THEN
127         WRITE(2,700)Mu/1000,Ag
128         IF (Mu.GT.(0.0)) THEN
129             Fact=1+0.0071*Mu/Ag
130         ELSE
131             Fact=1+0.02*Mu/Ag
132         IF (Fact.LE.(0.0)) THEN
133             Fact=0.0
134         EMDIF
135     EMDIF
136     Vc=Fact*DEL*0.53*SQRT(fc)*b*d
137     WRITE(2,900)Vu/1000,Vc/1000
138     IF (Vu.LT.(Fi*Vc/2)) THEN
139         WRITE(2,*)' = Omitir diseño por cortante *'
140         GOTO 10
141     EMDIF
142     IF (Vu.LE.(Fi*Vc)) THEN
143         WRITE(2,*)' = Va < Vc **'
144         WRITE(2,*)' * Utilizar refuerzo minimo *'
145         s=d/2
146         GOTO 3
147     EMDIF
148     Vmax=2.1*SQRT(fc)*b*d
149     Vs=Vu/Fi-Vc
150     IF (Vs.GT.Vmax) THEN
151         WRITE(2,*)' = Va > Va max **'
152         WRITE(2,*)' * Aumentar la sección *'
153         GOTO 10
154     EMDIF
155 C
156 C     *Calcular la separación de los estribos*
157 C
158     s=Vs*fy*d/Vs
159 3     Val=1.1*SQRT(fc)*b*d
160     IF (Vs.GT.Vs3) THEN
161         smax=d/4.0
162         IF (smax.GT.30) THEN
163             smax=30
164         EMDIF
165     ELSE
166         smax=d/2.0
167         IF (smax.GT.40) THEN
168             smax=40
169         EMDIF
170     EMDIF
171     IF (s.GT.smax) THEN
172         s=smax
173     EMDIF
174     Amin=3.5*b*s/fy
175     IF (Amin.GE.As) THEN
176         WRITE(2,*)' = Av min > Av **'
177         WRITE(2,*)' * Aumentar diámetro de estribos *'

```

```

D Line# 1 7
178      GOTO 10
179      EMDIF
180      WRITE(2,1000)s,smax
181      WRITE(2,1300)As,Amin
182 10     WRITE(2,1500)
183      GOTO 1
184 C
185 C     **** FORMATOS DE LECTURA Y ESCRITURA ****
186 C
187 100    FORMAT(13(//),12X,11)
188 200    FORMAT(//,3X,'U.M.A.H. - E.M.E.P. ACATLAN - ING. CIVIL',
189         1//,3X,'SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO',2(//),3X,
190         2'DISEÑO POR TORSION Y CORTANTE EN VIGAS',//,3X,
191         3'REGLAMENTO ACI-318-89',2(//),3X,'SERIE:',11//,3X,65('_'))
192 300    FORMAT(2(//),3X,A65)
193 350    FORMAT(3(//),5X,F5.1,2X,F7.1,5(2X,F6.2))
194 400    FORMAT(5(//),4X,I2,2X,F9.1,2X,F4.2,3(2X,F8.2),2X,F7.2)
195 500    FORMAT(2(//),4X,A65,2(//),5X,'fc = ',F5.1,
196         120X,'fy = ',F7.1//,5X,'b = ',F6.2,20X,'d = ',F6.2)
197 600    FORMAT(5X,'Est. No : ',I2,10X,'h = ',F6.2,' cm')
198 650    FORMAT(5X,'x1 = ',F6.2,19X,'y1 = ',F6.2)
199 700    FORMAT(5X,'Mu = ',F8.2,' Ton',13X,'Ag = ',F8.2,' cm2')
200 800    FORMAT(5X,'Tu = ',F8.2,' T-cm',12X,'Vc = ',F8.2,' Ton')
201 900    FORMAT(5X,'Vu = ',F8.2,' Ton',13X,'Vc = ',F8.2,' Ton')
202 1000   FORMAT(5X,'s = ',F5.2,' cm',10X,'s max = ',F5.2,' cm')
203 1100   FORMAT(5X,'Avt = ',F6.2,' cm2',14X,'Avt min = ',F6.2,' cm2')
204 1200   FORMAT(5X,'A1 = ',F6.2,' cm2')
205 1300   FORMAT(5X,'Av = ',F6.2,' cm2',15X,'Av min = ',F6.2,' cm2')
206 1400   FORMAT(5X,'Tu min = ',F6.2,' > Tu ')
207 1500   FORMAT(//,3X,65('-'))
208 C
209 5     STOP
210     END

```

| Name  | Type    | Offset | P | Class     |
|-------|---------|--------|---|-----------|
| AG    | REAL    |        |   | 124       |
| ALL1  | REAL    |        |   | 212       |
| ALL2  | REAL    |        |   | 216       |
| ALFA  | REAL    |        |   | 180       |
| AMTM  | REAL    |        |   | 200       |
| AS    | REAL    |        |   | 152       |
| AT    | REAL    |        |   | 204       |
| ATS   | REAL    |        |   | 184       |
| AVS   | REAL    |        |   | 176       |
| AVTS  | REAL    |        |   | 188       |
| B     | REAL    |        |   | 90        |
| CT    | REAL    |        |   | 156       |
| D     | REAL    |        |   | 84        |
| DEL   | REAL    |        |   | 108       |
| ES    | REAL    |        |   | 144       |
| ETIQ  | CHAR*65 |        |   | 6         |
| FACT  | REAL    |        |   | 136       |
| FC    | REAL    |        |   | 72        |
| FY    | REAL    |        |   | 140       |
| FLOAT |         |        |   | INTRINSIC |
| FY    | REAL    |        |   | 76        |
| H     | REAL    |        |   | 98        |
| K     | REAL    |        |   | ****      |



1 \*\*\*\* DISEÑO POR CORTANTE Y TORSION EN VIGAS \*\*\*\*  
 2 \*\*\*\* American Concrete Institute 318-89 \*\*\*\*  
 3  
 4  
 5  
 6 Formatos : f'c = F5.1 kg/cm2 Var Ns = I2  
 7 fy = F7.1 kg/cm2 Sum x2y = F9.1 cm3  
 8 b,d,h = F6.2 cm delta = F4.2  
 9 xl,y1 = F6.2 cm Tu = F8.2 T-cm  
 10 Vu,Mu = F6.2 Ton  
 11 Ag = F6.2 cm2

12  
 13  
 14 SERIE : 1  
 15  
 16 Ejem. 6.1.a. Ref.2 Pag.172 - Diseño por cortante  
 17  
 18 f'c fy b d h xl yl  
 19 281.0 4218.0 35.56 71.12 76.20 0.00 0.00  
 20  
 21  
 22  
 23  
 24  
 25  
 26  
 27  
 28  
 29  
 30  
 31  
 32  
 33  
 34  
 35  
 36  
 37  
 38  
 39  
 40  
 41  
 42  
 43  
 44  
 45  
 46  
 47  
 48  
 49  
 50  
 51  
 52  
 53  
 54  
 55  
 56  
 57  
 58  
 59  
 60  
 61  
 62  
 63  
 64  
 65  
 66  
 67  
 68  
 69  
 70  
 71  
 72  
 73  
 74  
 75  
 76  
 77  
 78  
 79  
 80  
 81  
 82  
 83  
 84  
 85  
 86  
 87  
 88  
 89  
 90  
 91  
 92  
 93  
 94  
 95  
 96  
 97  
 98  
 99  
 100

Ejem. 6.1.b. Ref.2 Pag.172  
 f'c fy b d h xl yl  
 281.0 4218.0 35.56 71.12 76.20 0.00 0.00  
 Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 04 0.0 1.00 0.00 65.54 00.00 00.00

Ejem. 6.1.c. Ref.2 Pag.172  
 f'c fy b d h xl yl  
 281.0 4218.0 35.56 71.12 76.20 0.00 0.00  
 Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 04 0.0 1.00 0.00 37.63 00.00 00.00

Ejem. 13.1. Ref.7-Tomo II Pag.56  
 f'c fy b d h xl yl  
 211.0 2810.0 33.00 51.00 56.00 0.00 0.00

Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 04 0.0 1.00 0.00 27.20 00.00 00.00

Ejem. 13.2. Ref.7-Tomo II Pag.56  
 f'c fy b d h xl yl  
 253.0 2810.0 26.70 46.60 45.70 0.00 0.00

Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 03 0.0 0.85 0.00 15.07 -11.38 1276.19

Ejem. 13.3. Ref.7-Tomo II Pag.61  
 f'c fy b d h xl yl  
 211.0 2810.0 30.50 34.90 40.60 0.00 0.00

Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 03 0.0 1.00 0.00 9.10 72.60 1220.19

Ejem. 7.1.a. Ref.2 Pag.238 - Diseño por torsión  
 f'c fy b d h xl yl  
 281.0 4218.0 35.56 57.15 63.50 26.67 54.61

Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 03 86589.2 1.00 576.00 6.60 00.00 00.00

Ejem. 7.1.b. Ref.2 Pag.241  
 f'c fy b d h xl yl  
 281.0 4218.0 35.56 57.15 63.50 26.67 54.61

Ns SUM x2y del Tu Vu Nu Ag  
 03 86589.2 1.00 56.40 6.60 00.00 00.00

Ejem. 7.1.c. Ref.2 Pag.241  
 f'c fy b d h xl yl  
 281.0 4218.0 35.56 57.15 63.50 26.67 54.61

| Nº | SUM     | x2y  | del    | Tu   | Vu    | Mu    | Aq |
|----|---------|------|--------|------|-------|-------|----|
| 03 | 86589.2 | 1.00 | 345.64 | 6.80 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.7.2.a. Ref.2 Pag.245

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 281.0 | 4218.0 | 30.48 | 44.45 | 50.80 | 21.59 | 41.91 |

| Nº | SUM     | x2y  | del    | Tu   | Vu    | Mu    | Aq |
|----|---------|------|--------|------|-------|-------|----|
| 04 | 72365.0 | 1.00 | 717.74 | 7.55 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.7.2.b. Ref.2 Pag.245

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 281.0 | 4218.0 | 30.48 | 44.45 | 50.80 | 21.59 | 41.91 |

| Nº | SUM     | x2y  | del    | Tu   | Vu    | Mu    | Aq |
|----|---------|------|--------|------|-------|-------|----|
| 04 | 72365.0 | 1.00 | 440.50 | 4.70 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.7.3.a. Ref.2 Pag.254

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 281.0 | 4218.0 | 35.56 | 69.85 | 74.20 | 24.67 | 67.31 |

| Nº | SUM      | x2y  | del    | Tu    | Vu    | Mu    | Aq |
|----|----------|------|--------|-------|-------|-------|----|
| 07 | 102501.0 | 1.00 | 516.50 | 14.53 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.7.3.b. Ref.2 Pag.254

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 281.0 | 4218.0 | 35.56 | 69.85 | 74.20 | 24.67 | 67.31 |

| Nº | SUM      | x2y  | del    | Tu    | Vu    | Mu    | Aq |
|----|----------|------|--------|-------|-------|-------|----|
| 03 | 102501.0 | 1.00 | 516.50 | 11.85 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.14.1. Ref.7-Tomo II Pag.80

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 281.0 | 4220.0 | 38.00 | 70.00 | 74.00 | 29.25 | 67.25 |

| Nº | SUM      | x2y  | del    | Tu    | Vu    | Mu    | Aq |
|----|----------|------|--------|-------|-------|-------|----|
| 03 | 114306.0 | 1.00 | 597.00 | 14.39 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.14.2.a. Ref.7-Tomo II Pag.83

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 352.0 | 4220.0 | 40.00 | 75.00 | 80.00 | 32.50 | 72.50 |

| Nº | SUM      | x2y  | del    | Tu    | Vu    | Mu    | Aq |
|----|----------|------|--------|-------|-------|-------|----|
| 03 | 132500.0 | 1.00 | 624.00 | 24.50 | 00.00 | 00.00 |    |

Ejem.14.2.b. Ref.7-Tomo II Pag.83

| f'c   | fy     | b     | d     | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 352.0 | 4220.0 | 40.00 | 75.00 | 80.00 | 32.50 | 72.50 |

| Nº | SUM      | x2y  | del    | Tu   | Vu    | Mu    | Aq |
|----|----------|------|--------|------|-------|-------|----|
| 01 | 132500.0 | 0.85 | 624.00 | 2.50 | 00.00 | 00.00 |    |

| f'c   | fy     | b     | d    | h     | x1    | y1    |
|-------|--------|-------|------|-------|-------|-------|
| 000.0 | 0000.0 | 00.00 | 0.00 | 00.00 | 00.00 | 00.00 |

| Nº | SUM       | x2y  | del      | Tu       | Vu    | Mu    | Aq |
|----|-----------|------|----------|----------|-------|-------|----|
| 00 | 0000000.0 | 0.00 | 00000.00 | 00000.00 | 00.00 | 00.00 |    |

U.N.A.M. - E.N.E.P. ACATLAN - ING. CIVIL  
SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO

DISEÑO POR TORSION Y CORTANTE EN VIGAS  
REGLAMENTO ACI-318-89

SERIE:1

Ejem.6.1.a. Ref.2 Pag.172 - Diseño por cortante

|                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| $f_c = 281.0$               | $f_y = 4218.0$                   |
| $b = 35.56$                 | $d = 71.12$                      |
| Est. N° : 4                 | $h = 76.20$ cm                   |
| $V_u = 65.54$ Ton           | $V_c = 22.47$ Ton                |
| $s = 13.91$ cm              | $s_{max} = 17.78$ cm             |
| $AV = 2.53$ cm <sup>2</sup> | $AV_{min} = .41$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.6.1.b. Ref.2 Pag.172

|                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| $f_c = 281.0$               | $f_y = 4218.0$                   |
| $b = 35.56$                 | $d = 71.12$                      |
| Est. N° : 4                 | $h = 76.20$ cm                   |
| $V_u = 57.35$ Ton           | $V_c = 22.47$ Ton                |
| $s = 16.09$ cm              | $s_{max} = 35.56$ cm             |
| $AV = 2.53$ cm <sup>2</sup> | $AV_{min} = .50$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.6.1.c. Ref.2 Pag.172

|                             |                                   |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| $f_c = 281.0$               | $f_y = 4218.0$                    |
| $b = 35.56$                 | $d = 71.12$                       |
| Est. N° : 4                 | $h = 76.20$ cm                    |
| $V_u = 37.63$ Ton           | $V_c = 22.47$ Ton                 |
| $s = 34.88$ cm              | $s_{max} = 35.56$ cm              |
| $AV = 2.53$ cm <sup>2</sup> | $AV_{min} = 1.03$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.13.1. Ref.7-Tomo II Pag.56

|                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| $f_c = 211.0$               | $f_y = 2810.0$                   |
| $b = 31.00$                 | $d = 51.00$                      |
| Est. N° : 4                 | $h = 56.00$ cm                   |
| $V_u = 27.20$ Ton           | $V_c = 12.96$ Ton                |
| $s = 19.07$ cm              | $s_{max} = 25.50$ cm             |
| $AV = 2.53$ cm <sup>2</sup> | $AV_{min} = .78$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.13.2. Ref.7-Tomo II Pag.59

|                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| $f_c = 253.0$               | $f_y = 2810.0$                   |
| $b = 26.70$                 | $d = 40.60$                      |
| Est. N° : 3                 | $h = 45.70$ cm                   |
| $N_u = -13.36$ Ton          | $AG = 1220.10$ cm <sup>2</sup>   |
| $V_u = 15.07$ Ton           | $V_c = 5.38$ Ton                 |
| $s = 13.17$ cm              | $s_{max} = 20.30$ cm             |
| $AV = 1.43$ cm <sup>2</sup> | $AV_{min} = .44$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.13.3. Ref.7-Tomo II Pag.61

|                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| $f_c = 211.0$                | $f_y = 2810.0$                   |
| $b = 30.50$                  | $d = 34.90$                      |
| Est. N° : 3                  | $h = 40.60$ cm                   |
| $N_u = 72.60$ Ton            | $AG = 1220.10$ cm <sup>2</sup>   |
| $V_u = 9.10$ Ton             | $V_c = 11.66$ Ton                |
| $s = V_u < V_c$              |                                  |
| * Utilizar refuerzo minimo * |                                  |
| $s = 17.45$ cm               | $s_{max} = 17.45$ cm             |
| $AV = 1.43$ cm <sup>2</sup>  | $AV_{min} = .65$ cm <sup>2</sup> |

Ejem.7.1.a. Ref.2 Pag.238 - Diseño por torsión

|                               |                                    |
|-------------------------------|------------------------------------|
| $f_c = 281.0$                 | $f_y = 4218.0$                     |
| $b = 35.56$                   | $d = 57.15$                        |
| Est. N° : 3                   | $h = 63.50$ cm                     |
| $x_1 = 26.47$                 | $y_1 = 54.61$                      |
| $T_u = 576.00$ T-cm           | $T_c = 264.60$ T-cm                |
| $V_u = 6.80$ Ton              | $V_c = 3.56$ Ton                   |
| $s = 12.48$ cm                | $s_{max} = 20.32$ cm               |
| $AV_t = 1.43$ cm <sup>2</sup> | $AV_{t,min} = .37$ cm <sup>2</sup> |
| $x_1 = 8.64$ cm <sup>2</sup>  |                                    |

Ejem.7.1.b. Ref.7 Pag.241

|                                  |                     |
|----------------------------------|---------------------|
| $f_c = 281.0$                    | $f_y = 4218.0$      |
| $b = 35.56$                      | $d = 57.15$         |
| Est. N° : 3                      | $h = 63.50$ cm      |
| $x_1 = 26.47$                    | $y_1 = 54.61$       |
| $T_u = 86.40$ T-cm               | $T_c = 171.51$ T-cm |
| $V_u = 6.80$ Ton                 | $V_c = 14.48$ Ton   |
| $T_u_{min} = 160.39 > T_u$       |                     |
| * Omitir el diseño por torsión * |                     |

Ejem.7.1.c. Ref.2 Pag.241

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4218.0       |
| b = 35.56        | d = 57.15         |
| Est. N° : 3      | h = 63.50 cm      |
| x1 = 26.67       | y1 = 54.61        |
| Tu = 343.64 T-cm | Tc = 275.24 T-cm  |
| Vu = 6.80 Ton    | Vc = 5.74 Ton     |
| s = 20.32 cm     | s max = 20.32 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .60 cm2 |
| Al = 12.39 cm2   |                   |

Ejem.7.2.a. Ref.2 Pag.245

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4218.0       |
| b = 30.48        | d = 44.45         |
| Est. N° : 4      | h = 50.80 cm      |
| x1 = 21.59       | y1 = 41.91        |
| Tu = 717.74 T-cm | Tc = 236.56 T-cm  |
| Vu = 7.65 Ton    | Vc = 2.67 Ton     |
| s = 9.09 cm      | s max = 15.88 cm  |
| Avt = 2.53 cm2   | Avt min = .23 cm2 |
| Al = 15.55 cm2   |                   |

Ejem.7.2.b. Ref.2 Pag.245

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4218.0       |
| b = 30.48        | d = 44.45         |
| Est. N° : 4      | h = 50.80 cm      |
| x1 = 21.59       | y1 = 41.91        |
| Tu = 440.50 T-cm | Tc = 236.56 T-cm  |
| Vu = 4.70 Ton    | Vc = 2.68 Ton     |
| s = 15.88 cm     | s max = 15.88 cm  |
| Avt = 2.53 cm2   | Avt min = .40 cm2 |
| Al = 7.21 cm2    |                   |

Ejem.7.3.a. Ref.2 Pag.254

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4218.0       |
| b = 35.56        | d = 49.85         |
| Est. N° : 3      | h = 76.20 cm      |
| x1 = 26.67       | y1 = 67.31        |
| Tu = 516.50 T-cm | Tc = 311.68 T-cm  |
| Vu = 14.53 Ton   | Vc = 9.29 Ton     |
| s = 18.08 cm     | s max = 23.49 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .53 cm2 |
| Al = 11.87 cm2   |                   |

Ejem.7.3.b. Ref.2 Pag.254

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4218.0       |
| b = 35.56        | d = 49.85         |
| Est. N° : 3      | h = 76.20 cm      |
| x1 = 26.67       | y1 = 67.31        |
| Tu = 516.50 T-cm | Tc = 321.37 T-cm  |
| Vu = 11.85 Ton   | Vc = 7.82 Ton     |
| s = 19.95 cm     | s max = 23.48 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .59 cm2 |
| Al = 12.10 cm2   |                   |

Ejem.14.1. Ref.7-Tomo II Pag.80

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 281.0       | fy = 4220.0       |
| b = 38.00        | d = 70.00         |
| Est. N° : 3      | h = 76.00 cm      |
| x1 = 29.25       | y1 = 67.25        |
| Tu = 597.00 T-cm | Tc = 354.04 T-cm  |
| Vu = 14.39 Ton   | Vc = 9.05 Ton     |
| s = 16.60 cm     | s max = 24.13 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .52 cm2 |
| Al = 12.34 cm2   |                   |

Ejem.14.2.a. Ref.7-Tomo II Pag.93

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 352.0       | fy = 4220.0       |
| b = 40.00        | d = 75.00         |
| Est. N° : 3      | h = 80.00 cm      |
| x1 = 32.50       | y1 = 72.50        |
| Tu = 626.00 T-cm | Tc = 398.15 T-cm  |
| Vu = 26.50 Ton   | Vc = 17.87 Ton    |
| s = 15.70 cm     | s max = 24.25 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .52 cm2 |
| Al = 12.05 cm2   |                   |

Ejem.14.2.b. Ref.7-Tomo II Pag.93

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| fc = 352.0       | fy = 4220.0       |
| b = 40.00        | d = 75.00         |
| Est. N° : 3      | h = 80.00 cm      |
| x1 = 32.50       | y1 = 72.50        |
| Tu = 424.00 T-cm | Tc = 421.56 T-cm  |
| Vu = 2.50 Ton    | Vc = 1.78 Ton     |
| s = 24.25 cm     | s max = 24.25 cm  |
| Avt = 1.43 cm2   | Avt min = .67 cm2 |
| Al = 21.56 cm2   |                   |

3) Diseño de vigas de gran peralte.

a) Datos de entrada Formato

- Tipo de viga :

|         |  |    |
|---------|--|----|
| N = 1 = | Simplemente apoyada.                     | I1 |
| N = 2 = | Viga continua,<br>análisis en los apoyos | I1 |

- Dimensiones de la sección :

|                   |                    |      |
|-------------------|--------------------|------|
| base,             | b (cm)             | F6.2 |
| peralte efectivo, | d (cm)             | F6.2 |
| peralte total,    | h (cm)             | F6.2 |
| claro efectivo,   | l (m)              | F5.2 |
| claro libre,      | l <sub>n</sub> (m) | F5.2 |

- Resistencias de diseño :

|               |                                      |      |
|---------------|--------------------------------------|------|
| Del concreto, | f'c (kg/cm <sup>2</sup> )            | F5.1 |
| Del acero,    | f <sub>y</sub> (kg/cm <sup>2</sup> ) | F7.1 |

- Momento último existente :

|            |      |
|------------|------|
| Mu (Ton-m) | F9.3 |
|------------|------|

Nota : En los apoyos no se deberá indicar el signo negativo en el valor del momento

- Si se considera fuerza cortante :

|          |      |
|----------|------|
| Vu (Ton) | F7.2 |
|----------|------|

Calibre del refuerzo por cortante :

|            |                   |    |
|------------|-------------------|----|
| Vertical   | No. Av (calibre)  | I2 |
| Horizontal | No. Avh (calibre) | I2 |

Nota : En este tipo de vigas el refuerzo por cortante puede darse con mallas hasta del No.2

- Factor de corrección de resistencia :

|           |      |
|-----------|------|
| λ (coef.) | F4.2 |
|-----------|------|

b) Datos de salida.

- Diseño por flexión :

    Simply supported

        Area of reinforcement                     $A_s$  (cm<sup>2</sup>)  
        Height of distribution                     $y$  (cm)

    Continuous beam analyzed at the supports

        Area of reinforcement superior             $A_{s1}$  (cm<sup>2</sup>)  
        Height of distribution                     $y_1$  (cm)  
        Area of reinforcement inferior             $A_{s2}$  (cm<sup>2</sup>)  
        Height of distribution                     $y_2$  (cm)

- Resistencia a cortante del concreto :

$V_c$  (Ton)

- Separaciones del refuerzo :

        vertical                     $s_v$ ,             $s_{v \max}$  (cm)  
        horizontal                     $s_h$              $s_{h \max}$  (cm)

- Area de acero por cortante  
    (considerar en ambas direcciones) :

$A_v$  (cm<sup>2</sup>)  
         $A_{v \min}$  (cm<sup>2</sup>)

```
D Line# 1 7 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
1 C UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
2 C ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
3 C INGENIERIA CIVIL
4 C SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO
5 C
6 C ***** DISEÑO DE VIGAS DE GRAN PERALTE *****
7 C
8 C
9 C
10 C PROGRAM PERALTE
11 C CHARACTER*65 ETIQ
12 C REAL K,Mu,1,ln
13 C OPEN(1,FILE='PERALTE.DAT',STATUS='OLD')
14 C OPEN(2,FILE='PERALTE.RES',STATUS='NEW')
15 C
16 C ***** LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS *****
17 C
18 C READ(1,100)W
19 C WRITE(2,200)M
20 C READ(1,300)ETIQ
21 C READ(1,350)M1,fc,fy,b,d,h,ln,1
22 C READ(1,400)Mu,Vu,1,J,dol
23 C IF(fc.EQ.(0.0))GOTO 3
24 C fi=0.85
25 C fi2=0.90
26 C ASS=0.0
27 C WRITE(2,500)ETIQ,Mu,Vu
28 C WRITE(2,600)fc,fy,b,d
29 C WRITE(2,700)h,ln
30 C IF(Mu.EQ.(0.0))GOTO 2
31 C
32 C ***** DISEÑO POR FLEXION *****
33 C
34 C Mu=Mu*100000
35 C fact=1+100/h
36 C WRITE(2,*)
37 C WRITE(2,*) ' Refuerzo por flexión '
38 C
39 C "Determinar si la viga es de gran peralte"
40 C IF(M1.EQ.1.AND.fact.GT.2) THEN
41 C WRITE(2,*) ' 1/h > 2 '
42 C WRITE(2,*) ' diseñar por flexión como viga normal '
43 C GOTO 5
44 C
45 C ENDIF
46 C IF(M1.EQ.2.AND.fact.GT.2.5) THEN
47 C WRITE(2,*) ' 1/h > 2.5 '
48 C WRITE(2,*) ' diseñar por flexión como viga normal '
49 C GOTO 5
50 C
51 C ENDIF
52 C "Calcular el brazo de palanca jd y el refuerzo As"
53 C IF(1.GT.(1.15*ln)) THEN
54 C ll=1.15*ln*100
55 C ELSE
56 C ll=1*100
57 C ENDIF
58 C Asmin=14*b*d/fy
59 C IF(M1.EQ.1) THEN
60 C IF(fact.LT.(1.0)) THEN
```

```
D Line# 1 7 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
60 C jd=0.6*ll
61 C ELSE
62 C jd=0.2*(11+2*b)
63 C ENDIF
64 C As=Mu/(fi2*fy*jd)
65 C IF(As.LT.Asmin) THEN
66 C As=Asmin
67 C ENDIF
68 C y1=0.25*h-0.05*(1+100)
69 C IF(y1.GT.(0.2*h))THEN
70 C y1=0.2*h
71 C ENDIF
72 C WRITE(2,800)As,y1
73 C ELSE
74 C IF(fact.LT.(1.0)) THEN
75 C jd=0.5*ll
76 C ELSE
77 C jd=0.2*(11+1.5*b)
78 C ENDIF
79 C As=Mu/(fi2*fy*jd)
80 C IF(As.LT.Asmin) THEN
81 C As=Asmin
82 C ENDIF
83 C As1=0.5*(fact-1)*As
84 C IF(As1.LT.(0.0)) THEN
85 C As1=0.0
86 C ENDIF
87 C As2=As-As1
88 C y1=0.2*h
89 C y2=0.6*h
90 C WRITE(2,900)As1,y1,As2,y2
91 C ENDIF
92 C p=As/(b*d)
93 C IF(Vu.EQ.(0.0)) GOTO 10
94 C
95 C ***** DISEÑO POR CORTANTE *****
96 C
97 C Vu=Vu*1000
98 C fact=ln*100/d
99 C WRITE(2,*)
100 C WRITE(2,*) ' Refuerzo por cortante '
101 C
102 C "Determinar si la viga es de gran peralte"
103 C IF (fact.GE.(5.0)) THEN
104 C WRITE(2,*) ' * La viga no es de gran peralte * '
105 C GOTO 10
106 C
107 C ENDIF
108 C
109 C "Comparar si Vu rebasa su valor máximo"
110 C IF (fact.LE.(2.0)) THEN
111 C Vumax=fi*2.1*SQRT(fc)*b*d
112 C ELSE
113 C Vumax=fi*0.18*(10+fact)*SQRT(fc)*b*d
114 C ENDIF
115 C IF (Vu.GE.Vumax) THEN
116 C WRITE(2,*) ' Vu > Vu max '
117 C WRITE(2,*) ' * Aumentar la seccion * '
118 C GOTO 10
119 C ENDIF
```

```

D Line# 1 7
120 C
121 C *Calcular el valor de Vc*
122 IF(ABS.EQ.(0.0)) THEN
123 Vc=DEL*0.53*SQRT(fc)*b*d
124 ELSE
125 COEF=1.5-2.5*Mu/(Vu*d)
126 IF (COEF.GT.(2.5)) THEN
127 COEF=2.5
128 ENDF
129 Vc=DEL*COEF*(0.5*SQRT(fc)+176*p*Vu*d/Mu)*b*d
130 Vcmax=1.6*SQRT(fc)*b*d
131 IF(Vc.GT.Vcmax) THEN
132 Vc=Vcmax
133 ENDF
134 C
135 C *Calcular Av, Avh, y las separaciones máximas*
136 As1=(FLOAT(I)/16*2.54)**2*3.14159*2
137 As2=(FLOAT(J)/16*2.54)**2*3.14159*2
138 svmax=d/5
139 shmax=d/3
140 IF(svmax.GT.45) THEN
141 svmax=45.0
142 ENDF
143 IF(shmax.GT.45) THEN
144 shmax=45.0
145 ENDF
146 C
147 C *Obtener el valor de Vs, Vsmín y compararlos *
148 C *Calcular las separaciones sv, sh*
149 Vs=Vu/f1-Vc
150 Vsmín=(0.029*d-8.081*100*ln)*fy*d/(12*Vs)
151 IF(Vsmín.GT.Vs) THEN
152 Vr=(Vc+Vsmín)*f1/1000
153 WRITE(2,1600)Vr
154 sv=As1/(0.0015*b)*0.95
155 sh=As2/(0.0025*b)*0.95
156 ELSE
157 sv=(As1*(1+fact)+As2*(11-fact))*fy*d/(12*Vs)
158 sh=sv
159 ENDF
160 IF(sv.GT.svmax) THEN
161 sv=svmax
162 ENDF
163 IF(sh.GT.shmax) THEN
164 sh=shmax
165 ENDF
166 C
167 C *Calcular las áreas de acero mínimas*
168 Avm=0.0815*b*sv
169 Avhm=0.0025*b*sh
170 WRITE(2,1000)Vc/1000,Vs/1000
171 WRITE(2,1100)sv,sh
172 WRITE(2,1200)svmax,shmax
173 WRITE(2,1300)I,J
174 WRITE(2,1400)As1,As2
175 WRITE(2,1500)Avm,Avhm
176 IF(Avm.GT.As1) THEN
177 WRITE(2,1) * Aumentar el diámetro del refuerzo Av *

```

Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

```

D Line# 1 7
178 GOTO 10
179 ENDF
180 IF(AVhm.GT.As2) THEN
181 WRITE(2,*) * Aumentar el diámetro del refuerzo Avh *
182 ENDF
183 10 WRITE(2,1700)
184 GOTO 1
185 C
186 C **** FORMATOS DE ESCRITURA ****
187 C
188 100 FORMAT(16(/),12X,I1)
189 200 FORMAT(/,3X,'U.M.A.H. - E.N.E.P. ACATLÁN - ING. CIVIL',
190 1/,3X,'SOLÍS POBLANO OSCAR ANTONIO',2(/),3X,
191 2'DISEÑO DE VIGAS DE GRAN PERALTE',/,3X,
192 3'REGLAMENTO ACI-318-89',2(/),3X,'SERIE:',11,/,3X,65(' '))
193 300 FORMAT(2(/),3X,A65)
194 350 FORMAT(1(/),5X,I1,2X,F5.1,2X,F7.1,3(2X,F6.2),2(2X,F5.2))
195 400 FORMAT(5(/),5X,F9.3,2X,F7.2,2(3X,I2),2X,F4.2)
196 500 FORMAT(2(/),4X,A65,2(/),5X,'Mu = ',F9.3,' T-m',
197 11X,'Vu = ',F7.2,' Ton')
198 600 FORMAT(5X,'c = ',F5.1,20X,'fy = ',F7.1,/,5X,'b = ',F6.2,
199 120X,'d = ',F6.2)
200 700 FORMAT(5X,'h = ',F6.2,' cm',17X,'ln = ',F5.2,' m')
201 800 FORMAT(5X,'As = ',F6.2,' cm2',15X,'y = ',F6.2,' cm')
202 900 FORMAT(5X,'As1 = ',F6.2,' cm2',14X,'y1 = ',F6.2,' cm',
203 1/,5X,'As2 = ',F6.2,' cm2',14X,'y2 = ',F6.2,' cm')
204 1000 FORMAT(5X,'Vc = ',F7.2,' Ton',14X,'Vs = ',F7.2,' Ton')
205 1100 FORMAT(5X,'sv = ',F5.2,' cm',17X,'sh = ',F5.2,' cm')
206 1200 FORMAT(5X,'sv max = ',F5.2,' cm',11X,'sh max = ',F5.2)
207 1300 FORMAT(5X,'Ref. Av No.',I2,17X,'Ref. Avh No.',I2)
208 1400 FORMAT(5X,'AV = ',F6.2,' cm2',15X,'AVH = ',F6.2,' cm2')
209 1500 FORMAT(5X,'AV MIN = ',F6.2,' cm2',11X,'AVH MIN = ',F6.2)
210 1600 FORMAT(5X,'* Dar refuerzo mínimo : Vu < Vr = ',F7.2)
211 1700 FORMAT(/,3X,65(' '))
212 C
213 1 STGP
214 END

```

Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

| Name  | Type      | Offset | P | Class     |
|-------|-----------|--------|---|-----------|
| AS1   | REAL      | 156    |   |           |
| AS2   | REAL      | 160    |   |           |
| ADMIN | REAL      | 144    |   |           |
| AVH   | REAL      | 132    |   |           |
| AVHM  | REAL      | 220    |   |           |
| AVM   | REAL      | 216    |   |           |
| B     | REAL      | 84     |   |           |
| COEF  | REAL      | 180    |   |           |
| D     | REAL      | 88     |   |           |
| DEL   | REAL      | 120    |   |           |
| ETIQ  | CHAR*65   | 6      |   |           |
| FACT  | REAL      | 136    |   |           |
| FC    | REAL      | 76     |   |           |
| F1    | REAL      | 124    |   |           |
| F12   | REAL      | 128    |   |           |
| FLGAT |           |        |   | INTRINSIC |
| FY    | REAL      | 80     |   |           |
| H     | REAL      | 92     |   |           |
| I     | INTEGER*4 | 112    |   |           |

```

1
2 *** DISEÑO DE VIGAS DE GRAN PERALTE ***
3 *** American Concrete Institute 318-89 ***
4
5
6 M = 1 = Viga simplemente apoyada
7 M = 2 = Viga continua, análisis en el apoyo
8
9 Formatos : Tipo # = I1 Mu = F9.3 Ton-m
10 f'c = F5.1 kg/cm2 Vu = F7.2 Ton
11 fy = F7.1 kg/cm2 Av,Avh = I2 (calibre)
12 b,d,h = F6.2 cm delta = F4.2
13 l,ln = F5.2 m
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

```

```

-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Mu Vu Av Avh del
-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
128.131 .00 00 00 1.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Ejem.6.5.b. Ref.2 Pag.190
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
M f'c fy b d h ln l
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
2 281.0 4218.0 50.80 165.10 182.88 3.05 3.50
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Mu Vu Av Avh del
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
170.842 0000.00 00 00 1.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Ejem.18.1.a. Ref.7-Tomo II Pag.166
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
M f'c fy b d h ln l
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
2 211.0 2810.0 38.00 455.00 460.00 8.20 9.10
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Mu Vu Av Avh del
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
157.820 0.00 00 00 1.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Ejem.18.1.b. Ref.7-Tomo II Pag.166
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
M f'c fy b d h ln l
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
2 211.0 2810.0 38.00 455.00 460.00 8.20 9.10
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Mu Vu Av Avh del
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
272.600 00.00 00 00 1.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Ejem.18.2. Ref.7-Tomo II Pag.170
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
M f'c fy b d h ln l
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
1 211.0 2810.0 38.00 455.00 460.00 8.20 9.10
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Mu Vu Av Avh del
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
0.000 133.00 03 03 1.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
Ejemplo anterior "Av No. 2"
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
M f'c fy b d h ln l
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
1 211.0 2810.0 38.00 455.00 460.00 8.20 9.10
-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

PAGE 5  
 11-20-85  
 16:14:48  
 Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/86

```

D Lines 1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000
  
```

Name Type Size Class  
 PROGRAM

Pass One No Errors Detected  
 214 Source Lines

| Mu    | Vu     | Av | Avh | del  |
|-------|--------|----|-----|------|
| 0.000 | 133.00 | 02 | 02  | 1.00 |

| M | f'c   | fy     | b     | d      | h      | ln   | l    |
|---|-------|--------|-------|--------|--------|------|------|
| 0 | 000.0 | 0000.0 | 00.00 | 000.00 | 000.00 | 0.00 | 0.00 |

| Mu      | Vu      | Av | Avh | del  |
|---------|---------|----|-----|------|
| 000.000 | 0000.00 | 00 | 00  | 1.00 |

U.N.A.M. - E.N.E.P. ACATLÁN - INC. CIVIL  
 SOLÍS POBLANO OSCAR ANTONIO  
 DISEÑO DE VIGAS DE GRAN PERALTE  
 REGLAMENTO ACI-318-89

SERIE:1

Ejem.6.3.a. Ref.2 Pág.187

Mu = 130.694 T-m Vu = 235.44 Ton  
 fc = 281.0 fy = 4218.0  
 b = 50.80 d = 165.10  
 h = 182.88 cm ln = 3.05 m

Reforzo por flexión  
 As = 27.84 cm<sup>2</sup> y = 26.22 cm

Reforzo por cortante  
 = Dar refuerzo mínimo : Vu < Vr = 248.39  
 Vc = 212.17 Ton Vs = 64.82 Ton  
 sv = 17.77 cm sh = 10.60 cm  
 sv max = 33.02 cm sh max = 45.00  
 Ref. Av No. 3 Ref. Avh No. 3  
 Av = 1.43 cm<sup>2</sup> Avh = 1.43 cm<sup>2</sup>  
 Av min = 1.35 cm<sup>2</sup> Avh min = 1.35

Ejemplo anterior "Avh No.4"

Mu = 130.694 T-m Vu = 235.44 Ton  
 fc = 281.0 fy = 4218.0  
 b = 50.80 d = 165.10  
 h = 182.88 cm ln = 3.05 m

Reforzo por flexión  
 As = 27.84 cm<sup>2</sup> y = 26.22 cm

Reforzo por cortante  
 = Dar refuerzo mínimo : Vu < Vr = 248.39  
 Vc = 212.17 Ton Vs = 64.82 Ton  
 sv = 17.77 cm sh = 10.95 cm  
 sv max = 33.02 cm sh max = 45.00  
 Ref. Av No. 3 Ref. Avh No. 4  
 Av = 1.43 cm<sup>2</sup> Avh = 2.53 cm<sup>2</sup>  
 Av min = 1.35 cm<sup>2</sup> Avh min = 2.41

Ejem.6.4. Ref.2 Pág.189

Mu = 256.262 T-m Vu = 160 Ton  
 fc = 281.0 fy = 4218.0  
 b = 50.80 d = 155.10  
 h = 182.88 cm ln = 3.05 m

Reforzo por flexión  
 As = 47.21 cm<sup>2</sup> y = 26.22 cm

Ejem. 6.5.a. Ref. 2 Pag. 190

Mu = 128.131 T-m Vu = .00 Ton  
fc = 281.0 fy = 4218.0  
b = 38.00 d = 145.10  
h = 182.88 cm ln = 3.05 m  
Reforzo por flexión y = 28.22 cm  
As = 27.84 cm<sup>2</sup>

Ejem. 6.5.b. Ref. 2 Pag. 190

Mu = 170.842 T-m Vu = .00 Ton  
fc = 281.0 fy = 4218.0  
b = 50.80 d = 145.10  
h = 192.88 cm ln = 3.05 m  
Reforzo por flexión y1 = 36.58 cm  
As1 = 16.58 cm<sup>2</sup> y2 = 109.73 cm  
As2 = 19.71 cm<sup>2</sup>

Ejem. 18.1.a. Ref. 7-Tomo II Pag. 166

Mu = 157.820 T-m Vu = .00 Ton  
fc = 211.0 fy = 2810.0  
b = 38.00 d = 455.00  
h = 460.00 cm ln = 8.20 m  
Reforzo por flexión y = 69.50 cm  
As = 84.14 cm<sup>2</sup>

Ejem. 18.1.b. Ref. 7-Tomo II Pag. 166

Mu = 272.600 T-m Vu = .00 Ton  
fc = 211.0 fy = 2810.0  
b = 38.00 d = 455.00  
h = 460.00 cm ln = 8.20 m  
Reforzo por flexión y1 = 92.00 cm  
As1 = 42.13 cm<sup>2</sup> y2 = 276.00 cm  
As2 = 44.01 cm<sup>2</sup>

Ejem. 18.2. Ref. 7-Tomo II Pag. 170

Mu = .000 T-m Vu = 133.00 Ton  
fc = 211.0 fy = 2810.0  
b = 38.00 d = 455.00  
h = 460.00 cm ln = 8.20 m  
Reforzo por cortante Vu < Vr = 206.74  
\* Dar refuerzo minimo : Vu < Vr = 206.74  
Vc = 133.11 Ton Vs = 23.36 Ton  
sv = 21.75 cm sh = 14.25 cm  
sv max = 45.00 cm sh max = 45.00  
Ref. Av No. 3 Ref. Avh No. 3  
Av = 1.43 cm<sup>2</sup> Avh = 1.43 cm<sup>2</sup>  
Av min = 1.35 cm<sup>2</sup> Avh min = 1.35

Ejemplo anterior "Av No. 2"

Mu = .000 T-m Vu = 133.00 Ton  
fc = 211.0 fy = 2810.0  
b = 38.00 d = 455.00  
h = 460.00 cm ln = 8.20 m  
Reforzo por cortante Vu < Vr = 206.74  
\* Dar refuerzo minimo : Vu < Vr = 206.74  
Vc = 133.11 Ton Vs = 23.36 Ton  
sv = 10.56 cm sh = 6.33 cm  
sv max = 45.00 cm sh max = 45.00  
Ref. Av No. 2 Ref. Avh No. 2  
Av = .63 cm<sup>2</sup> Avh = .63 cm<sup>2</sup>  
Av min = .60 cm<sup>2</sup> Avh min = .60

### VI.3.3. Diseño de columnas.

El programa acepta una columna hasta de 12 niveles de refuerzo, en el archivo de datos se presentan solo 6, ya que se considera un refuerzo simétrico. "(As<sub>1</sub> = As<sub>2</sub>)"

Cuando se requiere diseño en ambas direcciones, se deberán de dar las distribuciones de refuerzo con respecto a los dos ejes. Por ello, en el formato de datos se deberán insertar los renglones respectivos para dar la distribución del refuerzo en la otra dirección.

| a) Datos de entrada            |                           | Formato |
|--------------------------------|---------------------------|---------|
| - Tipo de refuerzo :           |                           |         |
| N = 1 = Refuerzo con estribos. |                           | I1      |
| N = 2 = Refuerzo en espiral.   |                           | I1      |
| - Dimensiones de la sección :  |                           |         |
| Sección rectangular            |                           |         |
| base,                          | b (cm)                    | F6.2    |
| peralte total,                 | h (cm)                    | F6.2    |
| recubrimiento,                 | d' (cm)                   | F5.2    |
| Sección circular               |                           |         |
| diámetro,                      | diam. (cm)                | F6.2    |
| recubrimiento,                 | d' (cm)                   | F5.2    |
| - Resistencias de diseño :     |                           |         |
| Del concreto,                  | f'c (kg/cm <sup>2</sup> ) | F5.1    |
| Del acero,                     | fy (kg/cm <sup>2</sup> )  | F7.1    |
| - Acciones existentes :        |                           |         |
| Carga última :                 |                           |         |
|                                | Pu (Ton)                  | F8.3    |
| Excentricidades :              |                           |         |
|                                | ex (cm)                   | F5.2    |
|                                | ey (cm)                   | F5.2    |
| ó bien. Momentos últimos :     |                           |         |
|                                | Mux (Ton-cm)              | F9.3    |
|                                | Muy (Ton-cm)              | F9.3    |

- No. de niveles, y áreas de  
acero existentes en cada nivel

|                         |      |
|-------------------------|------|
| No. niveles             | I2   |
| As t (cm <sup>2</sup> ) | F6.2 |

- No. de calibre del refuerzo :

|              |               |    |
|--------------|---------------|----|
| Longitudinal | No. (calibre) | I2 |
| Estribos     | No. (calibre) | I2 |

b) Datos de salida.

- Tipo de falla que se presentará :

Por tensión o compresión

- Condiciones de la falla balanceada :

|                       |                         |                        |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| e <sub>bal</sub> (cm) | M <sub>bal</sub> (T-cm) | P <sub>bal</sub> (Ton) |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|

- Si la carga es biaxial :

|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| P <sub>n x</sub> (Ton) | P <sub>n y</sub> (Ton) |
|------------------------|------------------------|

- Acciones resistentes :

|                               |                              |
|-------------------------------|------------------------------|
| Mu <sub>res</sub> (T-cm) > Mu | Pu <sub>res</sub> (Ton) > Pu |
|-------------------------------|------------------------------|

- Carga resistente máxima :

Considerando "e = 0" → Pu<sub>max</sub> (Ton)

- Area de acero total y relación de refuerzo :

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| As total (cm <sup>2</sup> ) | ρ (%) |
|-----------------------------|-------|

Nota : Se recomienda : ρ ≤ 4%

- Separación de los estribos :

s (cm)

- Factor de reducción empleado :

φ (coef.)

```
D Line# 1
2 C C
3 C C
4 C C
5 C C
6 C C
7 C C
8 C C
9 C C
10 C C
11 C C
12 C C
13 C C
14 C C
15 C C
16 C C
17 C C
18 C C
19 C C
20 C C
21 C C
22 1
23 C C
24 C C
25 C C
26 C C
27 C C
28 C C
29 C C
30 C C
31 C C
32 C C
33 C C
34 C C
35 C C
36 C C
37 C C
38 C C
39 C C
40 C C
41 C C
42 C C
43 C C
44 C C
45 C C
46 C C
47 C C
48 C C
49 C C
50 C C
51 C C
52 C C
53 C C
54 C C
55 C C
56 C C
57 C C
58 C C
59 C C
```

```

7          Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
INGENIERIA CIVIL
SOLIS POBLADO OSCAR ANTONIO

***** DISEÑO DE COLUMNAS *****

PROGRAM COLUMNAS
CHARACTER*65 ETIQ
REAL MUX,MUY,MU,M,I,K
DIMENSION A(12),D(12),F(12)
OPEN(1,FILE='COLUMNAS.DAT',STATUS='OLD')
OPEN(2,FILE='COLUMNAS.RES',STATUS='NEW')

**** LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS ****

READ(1,100)M
WRITE(2,200)M
READ(1,300)ETIQ
READ(1,350)M1,fc,fy,b,h,diam,r
READ(1,400)Pu,Muy,Mux,ex,ey
READ(1,500)EM,A(1),A(2),A(3),A(4),A(5),A(6)
EM=2039000
K=0.001*EM
Act=0.0
Faco=0
adq=0.0
s=0
WRITE(2,550)ETIQ
IF(Pu.EQ.(0.0).AND.Muy.EQ.(0.0).AND.ex.EQ.(0.0)) GOTO 6

**** FACTORES DE REDUCCION ****
B1=0.85
IF(fc.GT.281) THEN
  B1=0.85-0.05*(fc-281)/70
  IF(B1.LT.(0.65)) THEN
    B1=0.65
  ENDIF
ENDIF
IF(M1.EQ.1) THEN
  f1=0.70
  am1=0.1
  FAC=0.20
ELSE
  f1=0.75
  am1=0.05
  FAC=0.15
ENDIF

**** EXCENTRICIDAD Y MOMENTO ****
IF(ex.EQ.(0.0)) THEN
  IF(Muy.ME.(0.0)) THEN
```

```
D Line# 1
7          Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81 C
82 C
83 C
84 C
85 2
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
```

```

7          ex=Muy/Pu
      ELSE
      ex=emin*(h/diam)
    ENDIF
  ENDIF
  IF(fy.EQ.(0.0).AND.Mux.ME.(0.0)) THEN
    ey=Mux/Pu
  ENDIF
  Muy=Pu*ex
  Mux=Pu*ey
  WRITE(2,600)Pu
  WRITE(2,700)Muy,ex
  IF(Mux.ME.(0.0).OR.ey.ME.(0.0)) THEN
    WRITE(2,600)Mux,ey
  ENDIF
  WRITE(2,800)fc,fy
  Pu=Pu*1000
  Muy=Muy*1000
  Mux=Mux*1000
  ex=ex
  Mu=Muy

**** AREAS TOTALES ****
IF(b.EQ.(0.0)) THEN
  h=diam
  rad=diam/2.0
  Ag=3.14159*(rad**2)
  a1f=ACOS((rad-h)/rad)
  Ag=rad**2*(a1f-B1M(a1f)*COS(a1f))
  WRITE(2,1000)diam,Ag
ELSE
  Ag=b*h
  Ag=b*(h-r)
  WRITE(2,1100)b,h
ENDIF
YX=h/2.0
N=1
DO 15 J=1,6
  IF(A(J).NE.(0.0)) THEN
    IF(D.EQ.(0.0)) THEN
      ang=(N-1)*3.14159/(FLOAT(NN)-1.0)
      D(J)=rad*(rad-r)*COS(ang)
    ELSE
      D(J)=(h-r)-(h-r)*N/(FLOAT(NN)-1.0)
    ENDIF
    IF(D(J).EQ.(h/2.0).OR.ang.EQ.(1.570795)) THEN
      D(13-J)=0.0
      A(13-J)=0.0
    ELSE
      D(13-J)=h-D(J)
      A(13-J)=A(J)
    ENDIF
    NN=N+1
  ELSE
    D(J)=0.0
    D(13-J)=0.0
    A(13-J)=0.0
  ENDIF
```



```

D Line# 1      7      Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
237      ENDIF
238      IF(s.GT.(XZ*48.0)) THEN
239          s=XZ*48.0
240      ENDIF
241      ENDIF
242      IF(M1.EQ.2) THEN
243          IF(diam.NE.(0.0)) THEN
244              Dc=diam*2.0*PI
245              Ag=3.14159*diam**2/4.0
246              AC=3.14159*Dc**2/4.0
247              Ar=3.14159*XZ**2/4.0
248              Ros=0.45*(Ag/AC-1)*ic/fy
249              a=(4.0*Ar*(Dc-XZ))/(Dc**2*Ros)
250      ELSE
251          write(2,*) ' *** Buncha solo en ***'
252          write(2,*) ' *** secciones circulares ***'
253      ENDIF
254      IF(s.GT.(7.5)) THEN
255          s=7.5
256      ENDIF
257      IF(s.LT.(2.5)) THEN
258          s=2.5
259      ENDIF
260      ENDIF
261 C      **** IMPRESION DE RESULTADOS ****
262 C
263 C
264 7      Pu=Pu/1000
265          Pmax=i*Pmax/1000
266          Pu2=i*P/1000
267          Nuy=Pu2*ex2
268          Mux=Pu2*ey2
269          WRITE(2,1600)Pu2,Pmax
270          WRITE(2,1700)Nuy,ex2
271          IF(sy.NE.(0.0)) THEN
272              WRITE(2,2000)Mux,ey2
273          ENDIF
274          WRITE(2,1800)ast,pp
275          WRITE(2,1900)E1
276          IF(Pmax.LT.Pu2) THEN
277              WRITE(2,*) ' **** Pu max < Pu ren ****'
278              Pu=Pmax
279          ENDIF
280          IF(Pu2.LT.Pu) THEN
281              WRITE(2,*) ' **** Pu ren < Pu ****'
282          ENDIF
283          IF(MD2.EQ.(0.0)) GOTO 10
284          IF(M1.EQ.1.AND.MD1.GE.11.AND.MD2.LE.3) THEN
285              WRITE(2,*) ' *** Aumentar refuerzo transversal ***'
286              GOTO 10
287          ENDIF
288          WRITE(2,2400)MD2,s
289 10      WRITE(2,2500)
290          GOTO 1
291 C      **** FORMATOS DE ESCRITURA ****
292 C
293 C
294 100      FORMAT(16(/),12X,11)
295 200      FORMAT(/,3X,'U.M.A.M. - E.N.E.P. ACATLAN - ING. CIVIL',

```

```

D Line# 1      7      Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84
296      1/,3X,'60118 FODLANO OSCAR ANTONIO',2(/),3A,
297      2'DISEÑO DE COLUMNAs',/,3X,'REGLEMENTO ACT-318-85',1(/),
298      33X,'SERIE',11(/),3X,65(' ')
299 300      FORMAT(2(/),3X,165)
300 350      FORMAT(3(/),5X,11,2X,F5.1,2X,F7.1,3(2X,F6.2),2X,F6.2)
301 400      FORMAT(5(/),5X,F6.3,2(2X,F9.3),2(2X,F5.2))
302 500      FORMAT(3(/),4X,12,4(2X,F6.2))
303 550      FORMAT(2(/),4X,165,/)
304 600      FORMAT(5X,'Pu = ',F8.3,' Ton')
305 700      FORMAT(5X,'Mux = ',F9.3,' T-cm',10X,'ey = ',F5.2,' cm')
306 800      FORMAT(5X,'Nuy = ',F9.3,' T-cm',10X,'Mx = ',F9.3,' cm')
307 900      FORMAT(5X,'ic = ',F5.1,20X,'fy = ',F7.1)
308 1000      FORMAT(5X,'diam = ',F6.2,' cm',13X,'Ag = ',F7.1,' cm')
309 1100      FORMAT(5X,'a = ',F6.2,' cm',17X,'h = ',F6.2,' cm')
310 1200      FORMAT(5X,'ast',11,' = ',F8.2,' cm',14X,'E1',11,' = ',F6.2)
311 1300      FORMAT(5X,'Mdal = ',F9.3,' T-cm',5X,'Mdal = ',F9.3,' Ton')
312 1400      FORMAT(5X,'e bal = ',F5.2,' * e',12X,'Falla a compresion')
313 1500      FORMAT(5X,'e bal = ',F5.2,' * e',12X,'Falla a tension')
314 1600      FORMAT(5X,'Pu ren = ',F8.3,' Ton',5X,'Pu max = ',F8.3,' Ton')
315 1700      FORMAT(5X,'Mu ren = ',F9.3,' T-cm',7X,'ey = ',F5.2,' cm')
316 1800      FORMAT(5X,'ast = ',F7.2,' cm',13X,'E1 = ',F6.2,' cm')
317 1900      FORMAT(5X,'E1',11,' = ',F4.2)
318 2000      FORMAT(5X,'Mu ren = ',F9.3,' T-cm',2X,'ex = ',F5.1,' cm')
319 2100      FORMAT(5X,'E1 y = ',F8.2)
320 2200      FORMAT(5X,'Pu x = ',F8.3)
321 2300      FORMAT(3(/),44X,12,/,44X,11)
322 2400      FORMAT(5X,'Escriba del No.',12,13X,' = ',F5.1)
323 2500      FORMAT(/,12,65(' '))
324 C
325 5      STOP
326      END

```

| Name | Type | Offset | P | Class     |
|------|------|--------|---|-----------|
| X    | REAL | 56     |   |           |
| ABS  | REAL | 428    |   | INTRINSIC |
| AC   | REAL |        |   |           |
| ACOS | REAL | 328    |   | INTRINSIC |
| AE   | REAL | 328    |   |           |
| AG   | REAL | 324    |   |           |
| ALF  | REAL | 364    |   |           |
| ANG  | REAL | 404    |   |           |
| ARE  | REAL | 404    |   |           |
| AST  | REAL | 276    |   |           |
| E    | REAL | 228    |   |           |
| E1   | REAL | 292    |   |           |
| EB   | REAL | 364    |   |           |
| C    | REAL | 348    |   |           |
| CB   | REAL | 344    |   |           |
| COEF | REAL | 388    |   |           |
| CDB  | REAL |        |   | INTRINSIC |
| D    | REAL | 58     |   |           |
| DC   | REAL | 424    |   |           |
| DIAM | REAL | 236    |   |           |
| DIF  | REAL | 384    |   |           |
| E    | REAL | 308    |   |           |
| E2   | REAL | 368    |   |           |
| EB   | REAL | 368    |   |           |
| EMIN | REAL | 308    |   |           |

```
D Line# 1 7
ES REAL 268
ET10 CHAR*65 250
EY REAL 256
EX2 REAL 396
EY REAL 260
EY2 REAL 404
Y REAL 2
FAC REAL 504
FC REAL 220
FI REAL 296
FLOAT
FY REAL 224 INTRINSIC
H REAL 232
I REAL 372
J INTEGER*4 336
K REAL 272
M REAL 356
MD REAL 312
MUY REAL 252
MUY REAL 248
N INTEGER*4 144
N1 INTEGER*4 216
ND1 INTEGER*4 408
ND2 INTEGER*4 412
NM INTEGER*4 264
P REAL 352
PE REAL 364
PMMAX REAL 380
PO REAL 376
PP REAL 340
PU REAL 244
P02 REAL 444
PUMAX REAL 440
PX REAL 280
PY REAL 400
R REAL 340
RAD REAL 316
ROB REAL 436
S REAL 298 INTRINSIC
SIN
Z1 REAL 416
Z2 REAL 420
YZ REAL 332
```

```
327 C
328 C
329 C **** SUBROUTINE ****
330 C
331 C
332 SUBROUTINE FUERRA(C,B1,rad,b,YX,K,F,D,A,Zy,fc,P,M,az)
333 DIMENSION A(12),D(12),F(12)
334 REAL M,K
335 M=C*B1
336 IF(D.EQ.(0.0)) THEN
337 F1=ACOS((rad-ax)/rad)
338 Area=rad**2*(F1-SIN(F1)*COS(F1))
339 X=(2*rad**3*SIN(F1)*(1-(COS(F1))**2))/(3*Area)
340 ELSE
```

```
D Line# 1 7
341 Area=b*ax
342 Z=YX-ax/2.0
343 ENDDIF
344 DO 10 J=1,12
345 F(J)=M*(C-D(J))/C
346 IF(F(J).GT.fy) THEN
347 F(J)=fy
348 ENDDIF
349 IF(F(J).LT.(-fy)) THEN
350 F(J)=-fy
351 ENDDIF
352 Sf=A(J)*F(J)+Sf
353 Sm=A(J)*F(J)+(YX-D(J))+Sm
354 IF(ax.LT.D(J)) THEN
355 Ansq=A(J)+Ansq
356 ENDDIF
357 10 CONTINUE
358 Cc=0.85*fc*(Area-Ansq)
359 F=Cc+Sf
360 N=Cc*X+Sm
361 Sm=0.0
362 Sf=0.0
363 Ansq=0.0
364 C=ZM/P
365 RETURN
366 END
```

| Name | Type      | Offset | P | Class     |
|------|-----------|--------|---|-----------|
| A    | REAL      | 32     | * |           |
| ACOS | REAL      |        |   | INTRINSIC |
| AMBC | REAL      | 1702   |   |           |
| AREA | REAL      | 1682   |   |           |
| AX   | REAL      | 1674   |   |           |
| B    | REAL      | 12     | * |           |
| B1   | REAL      | 4      | * |           |
| C    | REAL      | 0      | * |           |
| Cc   | REAL      | 1704   |   |           |
| COS  | REAL      |        |   | INTRINSIC |
| D    | REAL      | 28     | * |           |
| E2   | REAL      | 52     | * |           |
| F    | REAL      | 24     | * |           |
| FC   | REAL      | 40     | * |           |
| F1   | REAL      | 1678   |   |           |
| FY   | REAL      | 16     | * |           |
| J    | INTEGER*4 | 1690   |   |           |
| K    | REAL      | 20     | * |           |
| M    | REAL      | 48     | * |           |
| P    | REAL      | 44     | * |           |
| RAD  | REAL      | 6      | * |           |
| RF   | REAL      | 1694   |   |           |
| SIN  | REAL      |        |   | INTRINSIC |
| SM   | REAL      | 1698   |   |           |
| X    | REAL      | 1686   |   |           |
| YX   | REAL      | 16     | * |           |

Page 9  
11-05-95  
16:24:58

Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

D Line# 1 7

| Name   | Type | Size | Class      |
|--------|------|------|------------|
| COLUMN |      |      | PROGRAM    |
| FUERZA |      |      | SUBROUTINE |

Pass 000 No Errors Detected  
166 Source Lines

1  
2 \*\*\* DISEÑO DE COLUMNAS \*\*\*  
3 \*\*\* American Concrete Institute 318-89 \*\*\*  
4  
5  
6 M = 1 = Refuerzo con estribos  
7 M = 2 = Refuerzo en espiral  
8  
9 Formatos : Tipo M = 11 Pu = F<sub>u</sub> 3 Ton  
0 f'c = F5.1 kg/cm<sup>2</sup> Mux, Muy = F<sub>u</sub> 3 Ton-cm  
1 fy = F7.1 kg/cm<sup>2</sup> ey, ex = F5.2 cm  
2 b, h = F6.2 cm As1 = F6.2 cm<sup>2</sup>  
3 diam. = F6.2 cm No. Riv. = 12  
4 d' = F5.2 cm

5  
6 +-----+  
7 SERIE : 1  
8 +-----+  
9  
0 Ejem. 13.20. Ref.2 Pag.659  
1 +-----+  
2 N f'c fy b h diam. d'  
3 1 281.0 4218.0 30.48 38.10 0.00 6.35  
4 +-----+  
5  
6 +-----+  
7 Pu Mux Muy ey ex  
8 0.000 00.000 00.000 30.48 0.00  
9 +-----+  
0  
1 +-----+  
2 No. As1 As2 As3 As4 As5 As6  
3 02 19.35 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00  
4 +-----+  
5  
6 No. Calibre del refuerzo longitudinal 08  
7 No. Calibre del refuerzo trans. 03  
8 +-----+

9  
0 Ejem. 13.21. Ref.2 Pag.661  
1 +-----+  
2 N f'c fy b h diam. d'  
3 1 281.0 4218.0 50.80 50.80 0.00 6.35  
4 +-----+  
5  
6 +-----+  
7 Pu Mux Muy ey ex  
8 137.668 00.000 00.000 40.64 0.00  
9 +-----+  
0  
1 +-----+  
2 No. As1 As2 As3 As4 As5 As6  
3 02 32.25 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00  
4 +-----+  
5  
6 No. Calibre del refuerzo longitudinal 10  
7 No. Calibre del refuerzo transversal 03  
8 +-----+

Ejem. 13.3 Ref.3 Pag.456  
+-----+  
N f'c fy b h diam. d'  
1 200.0 4200.0 40.00 40.00 0.00 5.00  
+-----+  
Pu Mux Muy ey ex  
111.000 2350.000 00.000 00.00 0.00  
+-----+  
No. As1 As2 As3 As4 As5 As6  
02 19.35 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00  
+-----+

No. Calibre del refuerzo longitudinal 09  
No. Calibre del refuerzo transversal 03  
+-----+  
Ejem. 14 Ref.5 Pag.1-29  
+-----+  
N f'c fy b h diam. d'  
1 281.0 4218.0 45.72 45.72 00.00 6.86  
+-----+  
Pu Mux Muy ey ex  
331.128 2764.800 00.000 0.00 0.00  
+-----+  
No. As1 As2 As3 As4 As5 As6  
02 28.31 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00  
+-----+

No. Calibre del refuerzo longitudinal 11  
No. Calibre del refuerzo transversal 03  
+-----+  
Ejem. 13.24a. Ref.2 Pag.675  
+-----+  
N f'c fy b h diam. d'  
2 281.0 4218.0 0.00 0.00 50.80 6.35  
+-----+  
Pu Mux Muy ey ex  
00.000 00.000 00.000 40.64 0.00  
+-----+

| No. | As1  | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|------|-------|------|------|------|------|
| 04  | 5.07 | 10.14 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 08  
 No. Calibre del refuerzo transversal 03

Ejem. 13.24b. Ref.2 Pag.676

| M | f'c   | fy     | b    | h    | diam. | d'   |
|---|-------|--------|------|------|-------|------|
| 2 | 281.0 | 4218.0 | 0.00 | 0.88 | 58.00 | 6.35 |

| Pu     | Mux    | Muy    | ey    | ex   |
|--------|--------|--------|-------|------|
| 00.000 | 00.000 | 00.000 | 12.70 | 0.00 |

| No. | As1  | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|------|-------|------|------|------|------|
| 04  | 5.07 | 10.14 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 08  
 No. Calibre del refuerzo transversal 04

Ejem. 13.25. Ref.2 Pag.677

| M | f'c   | fy     | b    | h    | diam. | d'   |
|---|-------|--------|------|------|-------|------|
| 2 | 281.0 | 4218.0 | 0.00 | 0.00 | 50.00 | 5.59 |

| Pu     | Mux    | Muy    | ey    | ex   |
|--------|--------|--------|-------|------|
| 49.896 | 00.000 | 00.000 | 40.64 | 8.00 |

| No. | As1  | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|------|-------|------|------|------|------|
| 04  | 5.07 | 10.14 | 0.00 | 8.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 08  
 No. Calibre del refuerzo transversal 04

Ejem. 15 Ref.5 Pag.1-10

| M | f'c   | fy     | b    | h    | diam. | d'   |
|---|-------|--------|------|------|-------|------|
| 2 | 281.0 | 4218.0 | 0.00 | 0.00 | 60.96 | 4.00 |

| Pu      | Mux      | Muy    | ey    | ex   |
|---------|----------|--------|-------|------|
| 453.600 | 5529.600 | 00.000 | 00.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2   | As3   | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|-------|------|------|------|
| 06  | 10.07 | 20.14 | 20.14 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 11  
 No. Calibre del refuerzo transversal 03

Ejem. 16 Ref.5 Pag.1-40

| M | f'c   | fy     | b     | h     | diam. | d'   |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 281.0 | 4218.0 | 66.00 | 66.00 | 00.00 | 6.35 |

| Pu      | Mux       | Muy    | ey   | ex   |
|---------|-----------|--------|------|------|
| 725.760 | 11059.200 | 00.000 | 0.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2   | As3   | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|-------|------|------|------|
| 05  | 60.42 | 20.14 | 20.14 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 00  
 No. Calibre del refuerzo transversal 00

Ejem. 17 Ref.5 Pag.1-41

| M | f'c   | fy     | b     | h     | diam. | d'   |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 281.0 | 4218.0 | 38.10 | 50.80 | 00.00 | 6.35 |

| Pu    | Mux   | Muy    | ey    | ex    |
|-------|-------|--------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 00.000 | 30.48 | 10.16 |

| No. | As1   | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|------|------|------|------|
| 04  | 19.35 | 12.90 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|------|------|------|------|
| 03  | 25.80 | 12.90 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 00  
 No. Calibre del refuerzo transversal 00

Ejem. 13.27 Ref.2 Pag.684

| M | f'c   | fy     | b     | h     | diam. | d'   |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 281.0 | 4218.0 | 30.48 | 50.80 | 00.00 | 5.00 |

| Pu     | Mux      | Muy      | ey   | ex   |
|--------|----------|----------|------|------|
| 95.256 | 1935.360 | 1128.960 | 0.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2  | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|------|------|------|------|------|
| 04  | 15.48 | 7.74 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2  | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|------|------|------|------|------|
| 04  | 15.48 | 7.74 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 00  
 No. Calibre del refuerzo transversal 00

Ejem. 15.5 Ref.3 Pag.463

| M | f'c   | fy     | b     | h     | diam. | d'   |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 300.0 | 4200.0 | 40.00 | 60.00 | 00.00 | 6.00 |

| Pu     | Mux   | Muy   | ey    | ex    |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| 77.000 | 0.000 | 0.000 | 35.00 | 20.00 |

| No. | As1   | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|------|------|------|------|
| 04  | 24.51 | 16.34 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

| No. | As1   | As2   | As3  | As4  | As5  | As6  |
|-----|-------|-------|------|------|------|------|
| 03  | 32.68 | 16.34 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

No. Calibre del refuerzo longitudinal 10  
 No. Calibre del refuerzo transversal 03

U.N.A.M. - E.M.E.P. ACATLAN - ING. CIVIL  
 SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO

DISEÑO DE COLUMNAS  
 REGLAMENTO ACI-318-89

SERIE:1

Ejem. 13.20. Ref.2 Pag.659

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| Pu = .000 Ton          | ey = 30.48 cm        |
| Mux = .000 T-cm        | fy = 4218.0          |
| fc = 281.0             | h = 38.10 cm         |
| b = 30.48 cm           | d1 = 31.75           |
| As1 = 19.35 CM2        | d2 = 6.35            |
| As2 = 19.35 CM2        | Pbal = 108.414 Ton   |
| Mbal = 3267.218 T-cm   | Falla a tensión      |
| s bal = 30.14 < s      | Pu max = 241.565 Ton |
| Pu res = 74.869 Ton    | ey = 30.47 cm        |
| Mu res = 2281.083 T-cm | p = 4.00 %           |
| As = 38.70 CM2         |                      |
| fi = .70               |                      |
| Estribos del No. 3     | s = 30.5             |

Ejem. 13.21. Ref.2 Pag.661

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| Pu = 137.668 Ton       | ey = 40.64 cm        |
| Mux = 5594.828 T-cm    | fy = 4218.0          |
| fc = 281.0             | h = 50.80 cm         |
| b = 50.80 cm           | d1 = 44.45           |
| As1 = 32.25 CM2        | d2 = 6.35            |
| As2 = 32.25 CM2        | Pbal = 263.633 Ton   |
| Mbal = 8931.309 T-cm   | Falla a tensión      |
| s bal = 33.88 < s      | Pu max = 488.903 Ton |
| Pu res = 149.169 Ton   | ey = 40.62 cm        |
| Mu res = 6059.570 T-cm | p = 2.86 %           |
| As = 64.50 CM2         |                      |
| fi = .70               |                      |
| Estribos del No. 3     | s = 45.7             |

Ejem. 15.3 Ref.3 Pag.456

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| Pu = 111.000 Ton       | ey = 21.17 cm        |
| Mux = 2350.000 T-cm    | fy = 4200.0          |
| fc = 200.0             | h = 40.00 cm         |
| b = 40.00 cm           | d1 = 35.00           |
| As1 = 19.35 CM2        | d2 = 5.00            |
| As2 = 19.35 CM2        | Pbal = 116.655 Ton   |
| Mbal = 3742.368 T-cm   | Falla a compresión   |
| s bal = 32.08 > s      | Pu max = 239.658 Ton |
| Pu res = 111.748 Ton   | ey = 21.19 cm        |
| Mu res = 2368.329 T-cm | p = 2.76 %           |
| As = 38.70 CM2         |                      |
| fi = .70               |                      |
| Estribos del No. 3     | s = 40.0             |

Ejem. 14 Ref.3 Pag.1-29

Pu = 331.128 Ton  
Mux = 2764.800 T-cm  
fc = 281.0  
b = 45.72 cm  
As1 = 28.31 cm2  
As2 = 28.31 cm2  
Mbal = 6526.218 T-cm  
e bal = 31.57 > e  
Pu res = 332.045 Ton  
Mu res = 2829.770 T-cm  
Ast = 56.42 cm2  
fi = .70  
\*\*\* Aumentar refuerzo transversal \*\*\*

ey = 6.35 cm  
fy = 4218.0  
h = 45.72 cm  
d1 = 38.86  
d2 = 6.86  
Pbal = 206.730 Ton  
Falla a compresion  
Pu max = 485.760 Ton  
ey = 6.37 cm  
p = 1.19 %

Ejem. 13.24a. Ref.2 Pag.675

Pu = .000 Ton  
Mux = .000 T-cm  
fc = 281.0  
diam. = 50.80 cm  
As1 = 5.07 cm2  
As2 = 10.14 cm2  
As3 = 10.14 cm2  
As4 = 5.07 cm2  
Mbal = 3750.975 T-cm  
e bal = 18.21 < e  
Pu res = 58.314 Ton  
Mu res = 2369.409 T-cm  
Ast = 30.42 cm2  
fi = .75  
Estribos del No. 3

ey = 40.64 cm  
fy = 4218.0  
Ag = 2026.8 cm2  
d1 = 44.45  
d2 = 34.93  
d3 = 15.87  
d4 = 6.35  
Pbal = 205.937 Ton  
Falla a tension  
Pu max = 385.785 Ton  
ey = 40.63 cm  
p = 1.62 %  
s = 3.1

Ejem. 13.24b. Ref.2 Pag.676

Pu = .080 Ton  
Mux = .000 T-cm  
fc = 281.0  
diam. = 50.80 cm  
As1 = 5.07 cm2  
As2 = 10.14 cm2  
As3 = 10.14 cm2  
As4 = 5.07 cm2  
Mbal = 3750.975 T-cm  
e bal = 18.21 > e  
Pu res = 211.548 Ton  
Mu res = 2490.797 T-cm  
Ast = 30.42 cm2  
fi = .75  
Estribos del No. 4

ey = 12.70 cm  
fy = 4218.0  
Ag = 2026.8 cm2  
d1 = 44.45  
d2 = 34.93  
d3 = 15.87  
d4 = 6.35  
Pbal = 205.937 Ton  
Falla a compresion  
Pu max = 385.785 Ton  
ey = 12.72 cm  
p = 1.62 %  
s = 5.5

Ejem. 13.25. Ref.2 Pag.677

Pu = 49.896 Ton  
Mux = 2027.773 T-cm  
fc = 281.0  
diam. = 50.00 cm  
As1 = 5.07 cm2  
As2 = 10.14 cm2  
As3 = 10.14 cm2  
As4 = 5.07 cm2  
Mbal = 3690.659 T-cm  
e bal = 17.90 < e  
Pu res = 59.027 Ton  
Mu res = 2399.063 T-cm  
Ast = 30.42 cm2  
fi = .76  
Estribos del No. 3

ey = 40.64 cm  
fy = 4218.0  
Ag = 1962.5 cm2  
d1 = 44.45  
d2 = 34.73  
d3 = 15.27  
d4 = 5.55  
Pbal = 205.588 Ton  
Falla a tension  
Pu max = 383.338 Ton  
ey = 40.64 cm  
p = 1.65 %  
s = 3.7

Ejem. 15 Ref.5 Pag.1-30

Pu = 453.600 Ton  
Mux = 5529.600 T-cm  
fc = 281.0  
diam. = 60.96 cm  
As1 = 10.07 cm2  
As2 = 20.14 cm2  
As3 = 20.14 cm2  
As4 = 20.14 cm2  
As5 = 20.14 cm2  
As6 = 10.07 cm2  
Mbal = 10300.000 T-cm  
e bal = 29.25 > e  
Pu res = 486.227 Ton  
Mu res = 5936.786 T-cm  
Ast = 100.70 cm2  
fi = .75  
Estribos del No. 3

ey = 12.19 cm  
fy = 4218.0  
Ag = 2918.6 cm2  
d1 = 55.96  
d2 = 51.90  
d3 = 36.64  
d4 = 22.30  
d5 = 9.06  
d6 = 4.00  
Pbal = 352.182 Ton  
Falla a compresion  
Pu max = 699.898 Ton  
ey = 12.21 cm  
p = 3.55 %  
s = 5.4

Ejem. 16 Ref.5 Pag.1-40

Pu = 725.760 Ton  
Mux = 11059.200 T-cm  
fc = 281.0  
b = 46.00 cm  
As1 = 40.42 cm2  
As2 = 20.14 cm2  
As3 = 20.14 cm2  
As4 = 20.14 cm2  
As5 = 40.42 cm2  
Mbal = 22902.970 T-cm  
e bal = 48.41 > e  
Pu res = 722.844 Ton  
Mu res = 11179.900 T-cm  
Ast = 101.26 cm2  
fi = .70

ey = 15.24 cm  
fy = 4218.0  
d = 66.00 cm  
d1 = 59.45  
d2 = 46.33  
d3 = 32.00  
d4 = 19.67  
d5 = 6.35  
Pbal = 473.151 Ton  
Falla a compresion  
Pu max = 986.547 Ton  
ey = 15.26 cm  
p = 4.60 %

Ejem. 17 Ref.5 Pag.1-41

Pu = .000 Ton  
Mux = .000 T-cm  
Muy = .000 T-cm  
fc = 281.0  
b = 38.10 cm  
As1 = 19.35 cm2  
As2 = 12.90 cm2  
As3 = 12.90 cm2  
As4 = 19.35 cm2  
Mbal = 6135.569 T-cm  
e bal = 30.49 > e  
Pu y = 201.250  
b = 50.80 cm  
As1 = 25.80 cm2  
As2 = 12.90 cm2  
As3 = 25.80 cm2  
Mbal = 4751.046 T-cm  
e bal = 26.52 > e  
Pu x = 374.417  
Pu res = 112.021 Ton  
Mu res = 1415.212 T-cm  
Mu res = 1140.150 T-cm  
Ast = 64.50 cm2  
fi = .70

ey = 30.48 cm  
ex = 10.16 cm  
fy = 4218.0  
b = 50.80 cm  
d1 = 44.45  
d2 = 31.75  
d3 = 19.05  
d4 = 6.35  
Fbal = 201.250 Ton  
Falla a compresión  
h = 38.10 cm  
d1 = 31.75  
d2 = 19.05  
d3 = 6.35  
Fbal = 179.150 Ton  
Falla a compresión  
Pu max = 402.609 Ton  
ey = 30.49 cm  
ex = 10.16 cm  
p = 4.00 t

Ejem. 13.27 Ref.2 Pag.684

Pu = 95.256 Ton  
Mux = 1935.160 T-cm  
Muy = 1328.960 T-cm  
fc = 281.0  
b = 30.48 cm  
As1 = 15.48 cm2  
As2 = 7.74 cm2  
As3 = 7.74 cm2  
As4 = 15.48 cm2  
Mbal = 5076.752 T-cm  
e bal = 30.19 > e  
Pu y = 220.108  
b = 50.80 cm  
As1 = 15.48 cm2  
As2 = 7.74 cm2  
As3 = 7.74 cm2  
As4 = 15.48 cm2  
Mbal = 2714.447 T-cm  
e bal = 16.47 > e  
Pu x = 212.836  
Pu res = 96.143 Ton  
Mu res = 1955.048 T-cm  
Mu res = 1141.569 T-cm  
Ast = 46.44 cm2  
fi = .70

ey = 20.32 cm  
ex = 11.85 cm  
fy = 4218.0  
b = 50.80 cm  
d1 = 45.80  
d2 = 32.20  
d3 = 16.60  
d4 = 5.00  
Fbal = 146.165 Ton  
Falla a compresión  
h = 30.48 cm  
d1 = 25.48  
d2 = 18.65  
d3 = 11.83  
d4 = 5.00  
Fbal = 146.995 Ton  
Falla a compresión  
Pu max = 310.589 Ton  
ey = 20.33 cm  
ex = 11.87 cm  
p = 3.59 t

Ejem. 15.5 Ref.3 Pag.463

Pu = 77.000 Ton  
Mux = 2495.000 T-cm  
Muy = 1340.000 T-cm  
fc = 300.0  
b = 40.00 cm  
As1 = 24.51 cm2  
As2 = 16.34 cm2  
As3 = 16.34 cm2  
As4 = 24.51 cm2  
Mbal = 9704.905 T-cm  
e bal = 35.25 > e  
Pu y = 276.888  
b = 60.00 cm  
As1 = 32.68 cm2  
As2 = 16.34 cm2  
As3 = 32.68 cm2  
Mbal = 6682.190 T-cm  
e bal = 27.14 > e  
Pu x = 315.088  
Pu res = 122.481 Ton  
Mu res = 4287.684 T-cm  
Mu res = 2451.176 T-cm  
Ast = 81.70 cm2  
fi = .70  
Estridos del No. 3

ey = 35.00 cm  
ex = 20.00 cm  
fy = 4200.0  
h = 40.00 cm  
d1 = 34.00  
d2 = 38.00  
d3 = 22.00  
d4 = 6.00  
Fbal = 275.330 Ton  
Falla a compresión  
h = 40.00 cm  
d1 = 34.00  
d2 = 20.00  
d3 = 6.00  
Fbal = 246.266 Ton  
Falla a compresión  
Pu max = 523.212 Ton  
ey = 35.01 cm  
ex = 20.01 cm  
p = 4.00 t  
b = 40.0

#### VI.3.4. Diseño de losas

##### 1) En una dirección.

| a) Datos de entrada           | Formato                        |
|-------------------------------|--------------------------------|
| - Dimensiones de la sección : |                                |
| espesor                       | h (cm) F5.2                    |
| recubrimiento,                | r (cm) F5.2                    |
| - Resistencias de diseño :    |                                |
| Del concreto.                 | f'c (kg/cm <sup>2</sup> ) F5.1 |
| Del acero,                    | fy (kg/cm <sup>2</sup> ) F7.1  |
| - Acciones actuantes :        |                                |
| Momento último,               | Mu (Ton-m) F9.3                |
| Cortante último,              | Vu (Ton) F7.3                  |
| - Relación de refuerzo :      |                                |
|                               | % ρ bal (%) F5.3               |
|                               | % ρ bal ≅ 0.4                  |

##### b) Datos de salida.

|                                    |                 |                             |              |
|------------------------------------|-----------------|-----------------------------|--------------|
| - Acciones resistentes :           |                 |                             |              |
|                                    | Mu res (Ton-m)  | Vu res (Ton)                |              |
| - Relaciones de refuerzo límites : |                 |                             |              |
|                                    | ρ mín (%)       | ρ max (%)                   | ρ diseño (%) |
| - Areas de acero requeridas :      |                 |                             |              |
|                                    | Por flexión     | As (cm <sup>2</sup> )       |              |
|                                    | Por temperatura | As temp. (cm <sup>2</sup> ) |              |
| - Separaciones del refuerzo :      |                 |                             |              |
|                                    | Por flexión     | S (cm)                      |              |
|                                    | Por temperatura | S temp. (cm)                |              |

Page 1  
11-05-95  
16:45:36  
Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

```

D Line# 1 7
1 C UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
2 C ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
3 C INGENIERIA CIVIL
4 C SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO
5 C
6 C ***** DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION *****
7 C
8 C
9 C
10 C
11 C PROGRAM LOSAS1
12 C CHARACTER*65 ETIQ
13 C REAL K,Mu,Mu,Mu2
14 C OPEN(1,FILE='LOSAS1.DAT',STATUS='OLD')
15 C OPEN(2,FILE='LOSAS1.RES',STATUS='NEW')
16 C
17 C ***** LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS *****
18 C
19 C READ(1,100)M
20 C WRITE(2,200)M
21 C READ(1,300)ETIQ
22 C READ(1,350)fc,fy,h,r,Mu,Vu,FPB
23 C IF(fc.EQ.(0.0))GOTO 2
24 C f1=0.90
25 C f12=0.95
26 C b=100
27 C c=h-r
28 C ES=2033000
29 C
30 C ***** DETERMINACION DE COEFICIENTES *****
31 C
32 C BE2=0.85
33 C BE1=0.85
34 C IF(fc.LE.562.AND.fc.GE.201) THEN
35 C   BE1=0.83-0.05*(fc-201)/70
36 C ELSE
37 C   IF(fc.GE.563) THEN
38 C     BE1=0.65
39 C   ENDIF
40 C ENDIF
41 C K=ES*0.003
42 C cb=h*d/(1+fy)
43 C FBAL=cb*BE1*BE2*fc/(fy*d)
44 C FMAX=FBAL*0.75
45 C FMIN=14.0/fy
46 C
47 C ***** DISEÑO POR FLEXION *****
48 C
49 C Mu=Mu*1E5
50 C F1=FPB*FBAL
51 C As1=F1*b*d
52 C FPB=As1/(b*d*FBAL)*100
53 C a=(As1*fy)/(BE2*c*b)
54 C Mu2=F1*(As1*fy)*(c-a)/2.0
55 C a1=3.0*b
56 C IF (a1.GE.(45.0)) THEN
57 C   a1=45.0
58 C ENDIF
59 C ***** DISEÑO POR CORTANTE *****

```

Page 2  
11-05-95  
16:45:36  
Microsoft FORTRAN77 V3.20 02/84

```

D Line# 1 7
1 C
2 C Vu=Vu*1E3
3 C Coef=Vu*d/Mu
4 C IF (Coef.GE.(1.0)) THEN
5 C   Coef=1.0
6 C ENDIF
7 C Vc=(0.5*SQRT(fc)+176*F1*Coef)*b*d
8 C Vcmax=0.91*SQRT(fc)*b*d
9 C IF (Vc.GE.Vcmax) THEN
10 C   Vc=Vcmax
11 C ENDIF
12 C Vu2=(f12*Vu
13 C IF (Vu2.LE.Vu) THEN
14 C   Vs=Vu/f12-Vc
15 C   Vsm=2.1*SQRT(fc)*b*d
16 C   s=d/2
17 C   IF (Vs.GE.(Vsm/2.0)) THEN
18 C     s=s/2.0
19 C   ENDIF
20 C Av=Vs*s/(fy*d)
21 C ENDIF
22 C
23 C ***** REFUERZO POR TEMPERATURA *****
24 C
25 C Coef=0.0018*4200.8/fy
26 C IF (Coef.GE.(0.002)) THEN
27 C   Coef=0.002
28 C ENDIF
29 C IF (Coef.LE.(0.0014)) THEN
30 C   Coef=0.0014
31 C ENDIF
32 C Ast=Coef*b*d
33 C smax=5.0*h
34 C IF (Smax.GE.(45.0)) THEN
35 C   smax=45.0
36 C ENDIF
37 C
38 C ***** IMPRESION DE RESULTADOS *****
39 C
40 C WRITE(2,400)ETIQ,fc,fy
41 C WRITE(2,500)b,r
42 C WRITE(2,600)Mu/1E5,Mu2/1E5
43 C WRITE(2,700)Vu/1E3,Vu2/1E3
44 C IF (Mu2.LE.Mu) THEN
45 C   WRITE(2,81) Mu,fc,s < Mu'
46 C   WRITE(2,82) ' Aumentar la relación de refuerzo'
47 C   WRITE(2,83) ' o el peralte de la losa'
48 C   GOTO 10
49 C ENDIF
50 C IF (Vu2.LE.Vu.AND.Vs.GE.Vsm) THEN
51 C   WRITE(2,84) ' Va > Va max'
52 C   WRITE(2,85) ' Aumentar el peralte de la losa'
53 C   GOTO 10
54 C ENDIF
55 C WRITE(2,900)As1,s1
56 C WRITE(2,900)Ast,smax
57 C IF (Vu2.LE.Vu) THEN
58 C   WRITE(2,1000)Av,s
59 C ENDIF

```



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
0  
1  
2  
3  
4  
5

\*\*\*\* DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION \*\*\*\*  
\*\*\*\* American Concrete Institute 318-89 \*\*\*\*

Formatos :

$f'c = F5.1$  kg/cm<sup>2</sup>       $Mu = F9.3$  Ton-m  
 $fy = F7.1$  kg/cm<sup>2</sup>       $Vu = F7.3$  Ton  
 $h, r = F5.2$  cm       $\%Pbal = F5.3$

----->  
SERIE : 1  
----->

Ejem. 9.3 Ref. 7 Pag. 233

| $f'c$ | $fy$   | $h$   | $r$  | $Mu$  | $Vu$  | $\%Pbal$ |
|-------|--------|-------|------|-------|-------|----------|
| 281.0 | 4220.0 | 11.41 | 2.70 | 2.800 | 2.550 | 0.400    |

Ejem. 5.4 Ref. 2 Pag. 111

| $f'c$ | $fy$   | $h$   | $r$  | $Mu$  | $Vu$  | $\%Pbal$ |
|-------|--------|-------|------|-------|-------|----------|
| 281.0 | 4218.0 | 15.24 | 2.54 | 1.909 | 2.510 | 0.120    |

Ejem. 16.1 Ref. 3 Pag. 475

| $f'c$ | $fy$   | $h$   | $r$  | $Mu$  | $Vu$  | $\%Pbal$ |
|-------|--------|-------|------|-------|-------|----------|
| 200.0 | 4200.0 | 11.00 | 2.50 | 0.870 | 1.931 | 0.170    |

Ejemplo anterior, análisis en el centro del claro

| $f'c$ | $fy$   | $h$   | $r$  | $Mu$  | $Vu$   | $\%Pbal$ |
|-------|--------|-------|------|-------|--------|----------|
| 208.0 | 4200.0 | 11.00 | 2.50 | 0.870 | 12.931 | 0.170    |

| $f'c$ | $fy$ | $h$  | $r$  | $Mu$  | $Vu$  | $\%Pbal$ |
|-------|------|------|------|-------|-------|----------|
| 00.0  | 00.0 | 0.00 | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000    |

D.M.A.M. - E.N.E.P. ACATLAM - ING. CIVIL  
SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO

DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION  
REGLAMENTO ACI-318-89

SERIE:1

Ejem. 9.3 Ref. 7 Pag. 233

|                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| $f'c = 281.0$                    | $fy = 4220.0$        |
| $h = 11.41$ cm                   | $r = 2.70$ cm        |
| $Mu = 2.800$ T-m                 | $Mu res = 2.951$ T-m |
| $Vu = 2.550$ Ton                 | $Vu res = 6.323$ Ton |
| $As = 9.92$ cm <sup>2</sup> /m   | $s max = 34.23$ cm   |
| $As temp = 1.54$ cm <sup>2</sup> | $s max = 45.00$ cm   |
| $p min = .00332$                 | $p max = .02135$     |
| $p = .01139$                     | $\% pbal = 40.00$    |

Ejem. 5.4 Ref. 2 Pag. 111

|                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| $f'c = 281.0$                    | $fy = 4218.0$        |
| $h = 15.24$ cm                   | $r = 2.54$ cm        |
| $Mu = 1.909$ T-m                 | $Mu res = 2.630$ T-m |
| $Vu = 2.510$ Ton                 | $Vu res = 5.164$ Ton |
| $As = 4.34$ cm <sup>2</sup> /m   | $s max = 45.00$ cm   |
| $As temp = 2.23$ cm <sup>2</sup> | $s max = 45.00$ cm   |
| $p min = .00342$                 | $p max = .02137$     |
| $p = .00342$                     | $\% pbal = 16.00$    |

Ejem. 16.1 Ref. 3 Pag. 475

|                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| $f'c = 200.0$                    | $fy = 4200.0$        |
| $h = 11.00$ cm                   | $r = 2.50$ cm        |
| $Mu = .870$ T-m                  | $Mu res = .907$ T-m  |
| $Vu = 1.931$ Ton                 | $Vu res = 5.192$ Ton |
| $As = 2.95$ cm <sup>2</sup> /m   | $s max = 33.00$ cm   |
| $As temp = 1.53$ cm <sup>2</sup> | $s max = 45.00$ cm   |
| $p min = .00333$                 | $p max = .01510$     |
| $p = .00347$                     | $\% pbal = 17.00$    |

Ejemplo anterior, análisis en el centro del claro

|                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| $f'c = 200.0$                    | $fy = 4200.0$        |
| $h = 11.00$ cm                   | $r = 2.50$ cm        |
| $Mu = .870$ T-m                  | $Mu res = .907$ T-m  |
| $Vu = 12.931$ Ton                | $Vu res = 5.550$ Ton |
| $As = 2.95$ cm <sup>2</sup> /m   | $s max = 33.00$ cm   |
| $As cort = 1.03$ cm <sup>2</sup> | $s max = 45.00$ cm   |
| $p min = .00333$                 | $p max = .01510$     |
| $p = .00347$                     | $\% pbal = 17.00$    |

2) En dos direcciones.

Se debe revisar previamente que el sistema de losas cumpla con los requisitos del Método de Diseño Directo y que el espesor de losa elegido sea el adecuado.

| a) Datos de entrada                          |                             | Formato |
|--|-----------------------------|---------|
| - Resistencias de diseño :                   |                             |         |
| Del concreto,                                | $f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> ) | F5.1    |
| Del acero,                                   | $f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> ) | F7.1    |
| - Acciones actuantes :                       |                             |         |
| Carga factorizada                            | $w$ (Ton/m <sup>2</sup> )   | F9.3    |
| - Dimensiones de la losa :                   |                             |         |
| espesor,                                     | $t$ (cm)                    | F5.2    |
| recubrimiento,                               | $r$ (cm)                    | F5.2    |
| - Longitud de los claros en ambos sentidos : |                             |         |
| Centro a centro de ejes                      | $l$ (cm)                    | F7.2    |
| Paño a paño de columnas                      | $l_n$ (cm)                  | F7.2    |
| - Relación de rigidez de la viga :           |                             |         |
| A la flexión,                                | $\alpha$ (coef.)            | F5.2    |
| A la torsión,                                | $\beta$ (coef.)             | F5.2    |

b) Datos de salida.

En primer término se presentan los resultados con respecto a todos los ejes horizontales y posteriormente los verticales.

- Momento actuante :
  - M viga (Ton-m)
  - M losa en franja de columna (Ton-m)
  - M losa en franja central (Ton-m)

- Areas de refuerzo necesarias :

As en losa de franja de columna ( $\text{cm}^2$ )

As en losa de franjas centrales ( $\text{cm}^2$ ) (\*)

(\*) El área de acero se debe dividir a su vez en las dos franjas centrales o intermedias, de una manera proporcional a los anchos de ambas franjas.

- Análisis de fuerza cortante :

$V_u$  (Ton)

$\phi V_c$  (Ton)

Se hace mención cuando el tablero requiere el diseño por penetración de cortante

```
D Line# 1 7
1 C UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
2 C ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
3 C INGENIERIA CIVIL
4 C SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO
5 C
6 C ***** DISEÑO DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES *****
7 C
8 C
9 C
10 C PROGRAM LOSAS2
11 C CHARACTER*65 ETIQ
12 REAL L1,L2,M,MV,ML,MC
13 DIMENSION X(1,6),Y(3,6),AX(7,7),AY(7,7)
14 OPEN(1,FILE='LOSAS2.DAT',STATUS='OLD')
15 OPEN(2,FILE='LOSAS2.RES',STATUS='NEW')
16 C
17 C ***** LECTURA E INICIALIZACION DE DATOS *****
18 C
19 READ(1,100)N
20 WRITE(2,200)N
21 READ(1,300)ETIQ
22 READ(1,350)FC,FY,T,W,FC
23 WRITE(2,400)ETIQ
24 WRITE(2,450)FC,FY,T,W,FC
25 READ(1,500)((X(I,M),M=1,6),I=1,3)
26 READ(1,600)((AX(I,M),M=1,6),I=1,7)
27 READ(1,650)W
28 READ(1,500)((Y(I,M),M=1,6),I=1,3)
29 READ(1,600)((AY(I,M),M=1,6),I=1,7)
30 DO 10 I=1,6
1 31 IF (X(I,1).EQ.(0.0).AND.NCX.EQ.0) THEN
1 32 NCX=1
1 33 NCY=1
1 34 ENDDIF
1 35 IF (Y(I,1).EQ.(0.0).AND.NCY.EQ.0) THEN
1 36 NCY=1
1 37 NCX=1
1 38 ENDDIF
1 39 10 CONTINUE
40 C
41 C WRITE(2,*)' *** EJES HORIZONTALES ***'
42 C WRITE(2,*)
43 C CALL MOMENT(FC,FY,NCX,NCY,NEX,NEY,AX,AY,X,Y,T,W,FC)
44 C
45 C WRITE(2,*)' *** EJES VERTICALES ***'
46 C WRITE(2,*)
47 C CALL MOMENT(FC,FY,NCY,NCX,NEY,NEX,AY,AZ,X,Y,T,W,FC)
48 C
49 C ***** FORMATOS DE ESCRITURA *****
50 C
51 100 FORMAT(14(I),9X,I2)
52 200 FORMAT(1,2X,'U.M.A.M. - E.M.E.P. ACATELAN - INC. CIVIL',
53 1,3X,'SOLIS POBLANO OSCAR ANTONIO',2(I),3X,'DISEÑO DE ',
54 2'LOSAS EN DOS DIRECCIONES - METODO DIRECTO',1,3X,
55 3'REGLAMENTO ACI-318-89',2(I),2X,'SERIE :',I2,'/70(',' ')')
56 300 FORMAT(3(I),A65)
57 150 FORMAT(3(I),2X,FS.1,2X,F7.1,2X,F6.2,2X,F8.2,2X,F4.2,6(I))
58 400 FORMAT(2(I),4X,A65)
59 450 FORMAT(2(I),10Z,'FC = ',F5.1,12Z,'FY = ',F7.1,1,1,
```

```
D Line# 1 7
10X,'t = ',F6.2,' cm',14X,'T = ',F4.2,/,
61 210X,'W = ',F6.2,' T/m2',3(I)/)
62 500 FORMAT(3(14X,6(F7.2,2X),/))
63 600 FORMAT(7(16X,6(F5.2,4X),/))
64 650 FORMAT(2X,I1,4(I))
65 STOP
66 END

Name Type Offset P Class
AX REAL 146
AY REAL 142
ETIQ CHAR*65 342
FC REAL 608
FY REAL 612
I INTEGER*4 626
L1 REAL *****
L2 REAL *****
M REAL *****
MC REAL *****
ML REAL *****
MV REAL *****
N INTEGER*4 538
NCX INTEGER*4 640
NCY INTEGER*4 644
NEX INTEGER*4 644
NEY INTEGER*4 652
REC REAL 624
T REAL 616
W REAL 620
X REAL 2
Y REAL 74

67 C
68 C
69 C ***** SUBROUTINA *****
70 C
71 SUBROUTINE MOMENT(FC,FY,NC1,NC2,NE1,NE2,A1,A2,X1,I1,L1,W,FC)
72 DIMENSION X1(3,6),Y1(3,6),A1(7,7),A2(7,7),B1(7,6),G1(6)
73 REAL L1,L2,LM,M,MV,ML,MC
74 C
75 C ***** DETERMINACION DE MOMENTOS *****
76 C
77 DO 10 I=1,NE2
78 DO 10 J=1,NC1
79 L1=Y1(I,NE2-1)/2.0+Y1(I,NE2+1-1)/2.0
80 IF (I.EQ.1) THEN
81 AC=(Y1(I,NC2)-Y1(2,NC2))
82 L1=Y1(I,NC2)+AC)/2.0
83 ENDDIF
84 IF (I.EQ.NE2) THEN
85 AC=(Y1(1,1)-Y1(2,1))
86 L1=(X1(1,1)+AC)/2.0
87 ENDDIF
88 A1(I,7)=L1
89 L1=L1/100
90 L2=X1(2,3)/100
91 10 B1(I,J)=W*L1*L2**2/6.0
```

```
D Line# 1 7
92 pmin=0.0018+4218/fy
93 IF (pmin.LT.0.0014) THEN
94   pmin=0.0014
95 ENDDIF
96 f1=0
97 f12=0.85
98 C
99 C ***** DISTRIBUCION DE MOMENTOS *****
100 C
101 WRITE(2,700) (I,I=1,6)
102 WRITE(2,800) ((X1(I,M),M=1,6),I=1,3)
103 WRITE(2,900) (I, (A1(I,M),M=1,6),I=1,ME2)
104 WRITE(2,1000)
105 C
106 C WRITE(2,1100) (I, (B1(I,M),M=1,6),I=1,ME2)
107 DO 20 I=1,ME2
108   WRITE(2,1200) I
109   DO 30 J=1,MC2
110     L2=Y1(1,ME2-I)/2+Y1(1,ME2+1-I)/2
111     F1=-0.65
112     F2=0.35
113     F3=-0.65
114     IF (I.EQ.1) THEN
115       L2=Y1(1,MC2)
116     ENDDIF
117     IF (I.EQ.ME2) THEN
118       L2=Y1(1,5)
119     ENDDIF
120     IF (J.EQ.1) THEN
121       F1=-0.16
122       F2=0.57
123       F3=-0.7
124     ENDDIF
125     IF (J.EQ.MC1) THEN
126       F1=-0.70
127       F2=0.57
128       F3=-0.16
129     ENDDIF
130     L1=X1(1,J)
131     G1(1)=F1*B1(I,J)
132     G1(2)=F2*B1(I,J)
133     G1(3)=F3*B1(I,J)
134     DO 30 K=1,3
135       R1=B1(I,J)*L2/L1
136       R2=-L2/L1
137       IF (R1.GT.(1.0)) THEN
138         R1=1.0
139       ENDDIF
140       P=0.75+0.30*R1*R2
141       IF (K.EQ.2) THEN
142         P=0.60+0.30*R1*(1.5-L2/L1)
143       ENDDIF
144       IF ((J.EQ.1.AND.K.EQ.1).OR.(J.EQ.MC1.AND.K.EQ.3)) THEN
145         R3=Y1(3,ME2-I)*Y1(1,ME2-I)/L2
146         IF (I.EQ.1) THEN
147           R1=Y1(3,MC2)
148         ENDDIF
149         IF (I.EQ.ME2) THEN
150           R3=Y1(3,1)
151         ENDDIF
152       ENDDIF
153     ENDDIF
154   ENDDO
155 ENDDO
```

```
D Line# 1 7
151 IF (R3.GT.(2.5)) THEN
152   R3=2.5
153 ENDDIF
154 P=1.0-0.1*R3+0.12*R3*R1*R2
155 ENDDIF
156 MC=(1.0-P)*G1(K)
157 ML=(1.0-R1*0.85)*(P*G1(K))
158 MV=R1*0.85*(P*G1(K))
159 C
160 C ***** OBTENCION DEL AREA DE ACERO *****
161 C
162 d=t-rec
163 AC=ABS(MC)*100000/(f1*fy*0.9*d)
164 AL=ABS(ML)*100000/(f1*fy*0.9*d)
165 ANCH1=L1/2.0
166 IF (L2.LT.L1) THEN
167   ANCH1=L2/2.0
168 ENDDIF
169 ANCH2=L2-ANCH1
170 IF (I.EQ.1.OR.I.EQ.ME2) THEN
171   ANCH1=ANCH1/2.0
172   ANCH2=ANCH2/2.0
173 ENDDIF
174 DO 40 IJ=1,4
175   PB1=AC*fy/(0.85*fc*ANCH2)
176   PB2=AL*fy/(0.85*fc*ANCH1)
177   AC=ABS(MC)*100000/(f1*fy*(d-PB1/2.0))
178   AL=ABS(ML)*100000/(f1*fy*(d-PB2/2.0))
179   AS=CPMIN(d*ANCH2
180     P=AL*PB1*d*ANCH1
181     IF (R.C.LT.ASRC) THEN
182       AC=ASRC
183     ENDDIF
184     IF (AL.LT.ASRC) THEN
185       AL=ASRC
186     ENDDIF
187     MV=MV/100000
188     ML=ML/100000
189     WRITE(2,1300) J,J+1,MV,ML,NL,MC,AC
190 CONTINUE
191 C
192 C ***** REVISION DE FUERZA CORTANTE *****
193 C
194 IF (Y1(1,ME2-I).GE.Y1(2,ME2+1-I)) THEN
195   LM=Y1(2,ME2-I)
196 ELSE
197   LM=Y1(2,ME2+1-I)
198 ENDDIF
199 IF (X1(2,J).LE.LM) THEN
200   LM=X1(2,J)
201 ENDDIF
202 VC=(f12*0.53*SQRT(fc)-100*d)/1000
203 VU=1.25*LM/200
204 WRITE(2,1400) VU,VC
205 IF (R3.LT.(1.0)) THEN
206   WRITE(2,*) ' REVISAR FALLA POR PENETRACION'
207 ENDDIF
208 IF (VU.GE.VC) THEN
209   WRITE(2,*) ' VU > Vc '
210 ENDDIF
```

```

D Line# 1 7
210 WRITE(2,*)
211 WRITE(2,*)
212 ENDDIF
213 WRITE(2,1000)
214 20 CONTINUE
215 WRITE(2,1500)
216 C
217 C
218 C
219 700 FORMAT(/, 'EJE DATOS ', 6(2X, 'CLARO ', I1), ', 70(''-')')
220 800 FORMAT(8X, '1', 5X, 6(F7.2, 2X), ', 8X, '1n', 4X, 6(F7.2, 2X), ', /,
221 8X, '8c', 4X, 6(F7.2, 2X), ', 70(''-')')
222 900 FORMAT(7(12, 5X, 'a12a ', 6(4X, F5.2), '/))
223 1000 FORMAT(70(''-')')
224 1100 FORMAT(/, 7(12, 6X, 'Nu ', 6(4X, F5.2)))
225 1200 FORMAT(/, 'EJE ', I1, ' ', 70(''-'), ', 21X, 'M', 7X,
226 1'FRANJA COLUMNA', 4X, 'FRANJAS CENTRALES', ', 'CLARO', 5X,
227 2'VIGA', 2(4X, 'N(T=)', 3X, 'As(cm2)'), ', 70(''-')')
228 1300 FORMAT(1X, I1, ' ', I1, 2X, F8.3, 2(2X, F8.3, 4X, F6.2))
229 1400 FORMAT(10X, 'Vu =', F8.3, 'Ton', 13X, 'Fi=Vc =', F8.3, 'Ton')
230 1500 FORMAT(3(/))
231 RETURN
232 END

```

| Name  | Type      | Offset | P | Class     |
|-------|-----------|--------|---|-----------|
| A1    | REAL      | 24     | * |           |
| A2    | REAL      | 28     | * |           |
| ABS   |           |        |   | INTRINSIC |
| AC    | REAL      | 1408   |   |           |
| AL    | REAL      | 1496   |   |           |
| AMCH1 | REAL      | 1560   |   |           |
| AMCH2 | REAL      | 1504   |   |           |
| ASMC  | REAL      | 1520   |   |           |
| ASML  | REAL      | 1524   |   |           |
| B1    | REAL      | 1528   |   |           |
| D     | REAL      | 1492   |   |           |
| F1    | REAL      | 1448   |   |           |
| F2    | REAL      | 1452   |   |           |
| F3    | REAL      | 1456   |   |           |
| FC    | REAL      | 0      | * |           |
| FI    | REAL      | 1620   |   |           |
| FI2   | REAL      | 1624   |   |           |
| FT    | REAL      | 4      | * |           |
| G1    | REAL      | 1208   |   |           |
| I     | INTEGER*4 | 1368   |   |           |
| IJ    | INTEGER*4 | 1508   |   |           |
| J     | INTEGER*4 | 1396   |   |           |
| K     | INTEGER*4 | 1460   |   |           |
| L1    | REAL      | 1404   |   |           |
| L2    | REAL      | 1412   |   |           |
| LM    | REAL      | 1536   |   |           |
| M     | REAL      | 1480   |   |           |
| MC    | REAL      | 1480   |   |           |
| ML    | REAL      | 1484   |   |           |
| ML1   | INTEGER*4 | 1532   |   |           |
| MV    | REAL      | 1496   |   |           |
| MV1   | INTEGER*4 | 1528   |   |           |
| N     | INTEGER*4 | 1432   |   |           |

```

D Line# 1 7
MC1 INTEGER*4
MC2 INTEGER*4
ME1 INTEGER*4
ME2 INTEGER*4
P REAL
PB1 REAL
PB2 REAL
PMIN REAL
R1 REAL
R2 REAL
R3 REAL
REC REAL
SQRT
T REAL
VC REAL
VU REAL
W REAL
X1 REAL
Y1 REAL

```

| Name   | Type | Size | Class      |
|--------|------|------|------------|
| LOGSIZ |      |      | PROGRAM    |
| NONDMT |      |      | SUBROUTINE |

Pass One No Errors Detected  
232 Source Lines



- EJE 2 -

| CLARO | H VIGA  | FRANJA COLUMNA |         | FRANJAS CENTRALES |          |
|-------|---------|----------------|---------|-------------------|----------|
|       |         | M(T-m)         | As(CM2) | M(T-m)            | As(CM2)  |
| 1-2   | -4.395  | -776           | 4.68    | -4.17             | 4.68     |
| 1-2   | 13.961  | 2.464          | 5.83    | 3.484             | 8.35     |
| 1-2   | -17.145 | -3.026         | 7.21    | -4.279            | 10.35    |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 2-3   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
| 2-3   | 8.572   | 1.513          | 4.68    | 2.139             | 5.04     |
| 2-3   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 3-4   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
| 3-4   | 8.572   | 1.513          | 4.68    | 2.139             | 5.04     |
| 3-4   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 4-5   | -17.145 | -3.026         | 7.21    | -4.279            | 10.35    |
| 4-5   | 13.961  | 2.464          | 5.83    | 3.484             | 8.35     |
| 4-5   | -4.395  | -776           | 4.68    | -4.17             | 4.68     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |

- EJE 3 -

| CLARO | H VIGA  | FRANJA COLUMNA |         | FRANJAS CENTRALES |          |
|-------|---------|----------------|---------|-------------------|----------|
|       |         | M(T-m)         | As(CM2) | M(T-m)            | As(CM2)  |
| 1-2   | -4.418  | -780           | 4.68    | -3.91             | 4.68     |
| 1-2   | 13.961  | 2.464          | 5.83    | 3.484             | 8.35     |
| 1-2   | -17.145 | -3.026         | 7.21    | -4.279            | 10.35    |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 2-3   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
| 2-3   | 8.572   | 1.513          | 4.68    | 2.139             | 5.04     |
| 2-3   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 3-4   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
| 3-4   | 8.572   | 1.513          | 4.68    | 2.139             | 5.04     |
| 3-4   | -15.920 | -2.809         | 6.68    | -3.973            | 9.58     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 4-5   | -17.145 | -3.026         | 7.21    | -4.279            | 10.35    |
| 4-5   | 13.961  | 2.464          | 5.83    | 3.484             | 8.35     |
| 4-5   | -4.418  | -780           | 4.68    | -3.91             | 4.68     |
|       | Vu =    | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |

- EJE 4 -

| CLARO | H VIGA | FRANJA COLUMNA |         | FRANJAS CENTRALES |          |
|-------|--------|----------------|---------|-------------------|----------|
|       |        | M(T-m)         | As(CM2) | M(T-m)            | As(CM2)  |
| 1-2   | -2.645 | -467           | 2.60    | -2.41             | 2.60     |
| 1-2   | 8.123  | 1.433          | 3.40    | 2.389             | 5.78     |
| 1-2   | -9.975 | -1.760         | 4.20    | -2.934            | 7.19     |
|       | Vu =   | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |

|     |        |          |      |         |          |
|-----|--------|----------|------|---------|----------|
| 2-3 | -3.263 | -2.635   | 3.89 | -2.724  | 6.65     |
| 2-3 | 4.988  | .880     | 2.00 | 1.467   | 3.48     |
| 2-3 | -9.263 | -2.635   | 3.89 | -2.724  | 6.65     |
|     | Vu =   | 5.237Ton |      | fi*Vc = | 7.327Ton |
| 3-4 | -9.263 | -2.635   | 3.89 | -2.724  | 6.65     |
| 3-4 | 4.988  | .880     | 2.00 | 1.467   | 3.48     |
| 3-4 | -5.263 | -1.635   | 3.89 | -2.724  | 6.65     |
|     | Vu =   | 5.237Ton |      | fi*Vc = | 7.327Ton |
| 4-5 | -9.975 | -1.760   | 4.20 | -2.934  | 7.19     |
| 4-5 | 8.123  | 1.433    | 3.40 | 2.389   | 5.78     |
| 4-5 | -2.645 | -467     | 2.60 | -2.41   | 2.60     |
|     | Vu =   | 5.237Ton |      | fi*Vc = | 7.327Ton |

\*\*\* EJES VERTICALES \*\*\*

| EJE DATOS | CLARO 1 | CLARO 2 | CLARO 3 | CLARO 4 | CLARO 5 | CLARO 6 |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2         | 555.00  | 400.00  | 565.00  | .00     | .00     | .00     |
| 2b        | 460.00  | 360.00  | 460.00  | .00     | .00     | .00     |
| 2c        | .90     | 1.00    | .90     | .00     | .00     | .00     |
| 1         | alfa    | 3.30    | 3.30    | 3.30    | .00     | .00     |
| 2         | alfa    | 3.30    | 3.30    | 3.30    | .00     | .00     |
| 3         | alfa    | 3.30    | 3.30    | 3.30    | .00     | .00     |
| 4         | alfa    | 3.30    | 3.30    | 3.30    | .00     | .00     |
| 5         | alfa    | 5.60    | 5.60    | 5.60    | .00     | .00     |

- EJE 5 -

| CLARO | H VIGA | FRANJA COLUMNA |         | FRANJAS CENTRALES |          |
|-------|--------|----------------|---------|-------------------|----------|
|       |        | M(T-m)         | As(CM2) | M(T-m)            | As(CM2)  |
| 1-2   | -1.997 | -392           | 2.60    | -1.32             | 3.64     |
| 1-2   | 5.603  | .989           | 2.60    | 2.961             | 7.12     |
| 1-2   | -6.880 | -1.214         | 2.60    | -3.627            | 6.85     |
|       | Vu =   | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 2-3   | -3.403 | -600           | 1.08    | -2.669            | 6.36     |
| 2-3   | 1.832  | .323           | 2.08    | 1.437             | 4.16     |
| 2-3   | -3.403 | -600           | 1.08    | -2.669            | 6.36     |
|       | Vu =   | 4.059Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |
| 3-4   | -6.860 | -1.214         | 2.60    | -3.627            | 6.85     |
| 3-4   | 5.603  | .989           | 2.60    | 2.961             | 7.12     |
| 3-4   | -1.997 | -392           | 2.60    | -1.32             | 3.64     |
|       | Vu =   | 5.237Ton       |         | fi*Vc =           | 7.327Ton |

- EJE 2 -

| CLARO | M<br>VIGA | FRANJA COLUMNA |                      | FRANJAS CENTRALES |                      |
|-------|-----------|----------------|----------------------|-------------------|----------------------|
|       |           | M(T-m)         | As(cm <sup>2</sup> ) | M(T-m)            | As(cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
| 1-2   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 1-2   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
| 2-3   | 3.435     | .606           | 4.16                 | 2.694             | 8.32                 |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
|       | Vu =      | 4.099Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 3-4   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
| 3-4   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 3-4   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |

- EJE 3 -

| CLARO | M<br>VIGA | FRANJA COLUMNA |                      | FRANJAS CENTRALES |                      |
|-------|-----------|----------------|----------------------|-------------------|----------------------|
|       |           | M(T-m)         | As(cm <sup>2</sup> ) | M(T-m)            | As(cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
| 1-2   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 1-2   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
| 2-3   | 3.435     | .606           | 4.16                 | 2.694             | 8.32                 |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
|       | Vu =      | 4.099Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 3-4   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
| 3-4   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 3-4   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |

- EJE 4 -

| CLARO | M<br>VIGA | FRANJA COLUMNA |                      | FRANJAS CENTRALES |                      |
|-------|-----------|----------------|----------------------|-------------------|----------------------|
|       |           | M(T-m)         | As(cm <sup>2</sup> ) | M(T-m)            | As(cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
| 1-2   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 1-2   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
| 2-3   | 3.435     | .606           | 4.16                 | 2.694             | 8.32                 |
| 2-3   | -6.380    | -1.126         | 4.16                 | -5.004            | 11.89                |
|       | Vu =      | 4.099Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 3-4   | -12.901   | -2.277         | 5.36                 | -6.819            | 16.52                |
| 3-4   | 10.505    | 1.854          | 5.20                 | 5.552             | 13.32                |
| 3-4   | -3.744    | -661           | 5.20                 | -623              | 7.28                 |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |

- EJE 5 -

| CLARO | M<br>VIGA | FRANJA COLUMNA |                      | FRANJAS CENTRALES |                      |
|-------|-----------|----------------|----------------------|-------------------|----------------------|
|       |           | M(T-m)         | As(cm <sup>2</sup> ) | M(T-m)            | As(cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2   | -1.997    | -.352          | 2.60                 | -.332             | 3.64                 |
| 1-2   | 5.603     | .989           | 2.60                 | 2.961             | 7.12                 |
| 1-2   | -6.880    | -1.214         | 2.86                 | -3.637            | 8.95                 |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 2-3   | -3.403    | -.600          | 2.08                 | -2.669            | 6.36                 |
| 2-3   | 1.832     | .323           | 2.08                 | 1.437             | 4.16                 |
| 2-3   | -3.403    | -.600          | 2.08                 | -2.669            | 6.36                 |
|       | Vu =      | 4.099Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |
| 3-4   | -6.880    | -1.214         | 2.86                 | -3.637            | 8.95                 |
| 3-4   | 5.603     | .989           | 2.60                 | 2.961             | 7.12                 |
| 3-4   | -1.997    | -.352          | 2.60                 | -.332             | 3.64                 |
|       | Vu =      | 5.237Ton       |                      | fi*Vc =           | 7.327Ton             |

VI.3.5. Diseño de zapatas.

a) Datos de entrada

Formato

- Dimensiones de la sección apoyada :

|        |         |      |
|--------|---------|------|
| largo, | lc (cm) | F6.2 |
| ancho, | ac (cm) | F6.2 |

Nota : Si es muro, "lc = 100 cm"

- Dimensiones de la sección de apoyo (zapata) :

|                   |         |      |
|-------------------|---------|------|
| largo,            | lz (cm) | F6.2 |
| ancho,            | az (cm) | F6.2 |
| peralte efectivo, | d (cm)  | F6.2 |

- Resistencias de diseño :

|                   |                           |      |
|-------------------|---------------------------|------|
| Concreto columna, | f'c (kg/cm <sup>2</sup> ) | F5.1 |
| Concreto zapata,  | f'c (kg/cm <sup>2</sup> ) | F5.1 |
| Del acero,        | fy (kg/cm <sup>2</sup> )  | F7.1 |

- Carga concéntrica factorizada :

|          |      |
|----------|------|
| Pu (Ton) | F8.2 |
|----------|------|

b) Datos de salida.

- Fuerza cortante en una dirección :  
(en relación a ambos ejes)

|          |            |
|----------|------------|
| Vu (Ton) | ϕ Vc (Ton) |
|----------|------------|

- Fuerza cortante en dos direcciones :

|          |            |
|----------|------------|
| Vu (Ton) | ϕ Vc (Ton) |
|----------|------------|

- Resistencia al aplastamiento :

|               |          |
|---------------|----------|
| En la columna | Pu res c |
| En la zapata  | Pu res z |

- Refuerzo por aplastamiento (bastones) :

As (cm<sup>2</sup>)                      As min (cm<sup>2</sup>)

- Refuerzo por flexión :

As (cm<sup>2</sup>)                      As min (cm<sup>2</sup>)

Nota : si es zapata rectangular se proporcionará el refuerzo con respecto a ambos ejes.

- En zapatas de muro, refuerzo por temperatura :

As temp. (cm<sup>2</sup>)

- Separaciones del refuerzo máxima :

S max = 45 cm





| D Line# | 1    | 7 | 158 |
|---------|------|---|-----|
| PD      | REAL |   |     |
| PI      | REAL |   |     |
| PJ      | REAL |   |     |
| PK      | REAL |   |     |
| PL      | REAL |   |     |
| PM      | REAL |   |     |
| PN      | REAL |   |     |
| PO      | REAL |   |     |
| PP      | REAL |   |     |
| PQ      | REAL |   |     |
| PR      | REAL |   |     |
| PS      | REAL |   |     |
| PT      | REAL |   |     |
| PV      | REAL |   |     |
| PW      | REAL |   |     |
| PX      | REAL |   |     |
| PY      | REAL |   |     |
| PZ      | REAL |   |     |
| QA      | REAL |   |     |
| QB      | REAL |   |     |
| QC      | REAL |   |     |
| QD      | REAL |   |     |
| QE      | REAL |   |     |
| QF      | REAL |   |     |
| QG      | REAL |   |     |
| QH      | REAL |   |     |
| QI      | REAL |   |     |
| QJ      | REAL |   |     |
| QK      | REAL |   |     |
| QL      | REAL |   |     |
| QM      | REAL |   |     |
| QN      | REAL |   |     |
| QO      | REAL |   |     |
| QP      | REAL |   |     |
| QQ      | REAL |   |     |
| QR      | REAL |   |     |
| QS      | REAL |   |     |
| QT      | REAL |   |     |
| QU      | REAL |   |     |
| QV      | REAL |   |     |
| QW      | REAL |   |     |
| QX      | REAL |   |     |
| QY      | REAL |   |     |
| QZ      | REAL |   |     |
| RA      | REAL |   |     |
| RB      | REAL |   |     |
| RC      | REAL |   |     |
| RD      | REAL |   |     |
| RE      | REAL |   |     |
| RF      | REAL |   |     |
| RG      | REAL |   |     |
| RH      | REAL |   |     |
| RI      | REAL |   |     |
| RJ      | REAL |   |     |
| RK      | REAL |   |     |
| RL      | REAL |   |     |
| RM      | REAL |   |     |
| RN      | REAL |   |     |
| RO      | REAL |   |     |
| RP      | REAL |   |     |
| RQ      | REAL |   |     |
| RR      | REAL |   |     |
| RS      | REAL |   |     |
| RT      | REAL |   |     |
| RU      | REAL |   |     |
| RV      | REAL |   |     |
| RW      | REAL |   |     |
| RX      | REAL |   |     |
| RY      | REAL |   |     |
| RZ      | REAL |   |     |
| SA      | REAL |   |     |
| SB      | REAL |   |     |
| SC      | REAL |   |     |
| SD      | REAL |   |     |
| SE      | REAL |   |     |
| SF      | REAL |   |     |
| SG      | REAL |   |     |
| SH      | REAL |   |     |
| SI      | REAL |   |     |
| SJ      | REAL |   |     |
| SK      | REAL |   |     |
| SL      | REAL |   |     |
| SM      | REAL |   |     |
| SN      | REAL |   |     |
| SO      | REAL |   |     |
| SP      | REAL |   |     |
| SQ      | REAL |   |     |
| SR      | REAL |   |     |
| SS      | REAL |   |     |
| ST      | REAL |   |     |
| SU      | REAL |   |     |
| SV      | REAL |   |     |
| SW      | REAL |   |     |
| SX      | REAL |   |     |
| SY      | REAL |   |     |
| SZ      | REAL |   |     |
| TA      | REAL |   |     |
| TB      | REAL |   |     |
| TC      | REAL |   |     |
| TD      | REAL |   |     |
| TE      | REAL |   |     |
| TF      | REAL |   |     |
| TG      | REAL |   |     |
| TH      | REAL |   |     |
| TI      | REAL |   |     |
| TJ      | REAL |   |     |
| TK      | REAL |   |     |
| TL      | REAL |   |     |
| TM      | REAL |   |     |
| TN      | REAL |   |     |
| TO      | REAL |   |     |
| TP      | REAL |   |     |
| TQ      | REAL |   |     |
| TR      | REAL |   |     |
| TS      | REAL |   |     |
| TT      | REAL |   |     |
| TU      | REAL |   |     |
| TV      | REAL |   |     |
| TW      | REAL |   |     |
| TX      | REAL |   |     |
| TY      | REAL |   |     |
| TZ      | REAL |   |     |
| UA      | REAL |   |     |
| UB      | REAL |   |     |
| UC      | REAL |   |     |
| UD      | REAL |   |     |
| UE      | REAL |   |     |
| UF      | REAL |   |     |
| UG      | REAL |   |     |
| UH      | REAL |   |     |
| UI      | REAL |   |     |
| UJ      | REAL |   |     |
| UK      | REAL |   |     |
| UL      | REAL |   |     |
| UM      | REAL |   |     |
| UN      | REAL |   |     |
| UO      | REAL |   |     |
| UP      | REAL |   |     |
| UQ      | REAL |   |     |
| UR      | REAL |   |     |
| US      | REAL |   |     |
| UT      | REAL |   |     |
| UU      | REAL |   |     |
| UV      | REAL |   |     |
| UW      | REAL |   |     |
| UX      | REAL |   |     |
| UY      | REAL |   |     |
| UZ      | REAL |   |     |
| VA      | REAL |   |     |
| VB      | REAL |   |     |
| VC      | REAL |   |     |
| VD      | REAL |   |     |
| VE      | REAL |   |     |
| VF      | REAL |   |     |
| VG      | REAL |   |     |
| VH      | REAL |   |     |
| VI      | REAL |   |     |
| VJ      | REAL |   |     |
| VK      | REAL |   |     |
| VL      | REAL |   |     |
| VM      | REAL |   |     |
| VN      | REAL |   |     |
| VO      | REAL |   |     |
| VP      | REAL |   |     |
| VQ      | REAL |   |     |
| VR      | REAL |   |     |
| VS      | REAL |   |     |
| VT      | REAL |   |     |
| VU      | REAL |   |     |
| VV      | REAL |   |     |
| VW      | REAL |   |     |
| VX      | REAL |   |     |
| VY      | REAL |   |     |
| VZ      | REAL |   |     |
| WA      | REAL |   |     |
| WB      | REAL |   |     |
| WC      | REAL |   |     |
| WD      | REAL |   |     |
| WE      | REAL |   |     |
| WF      | REAL |   |     |
| WG      | REAL |   |     |
| WH      | REAL |   |     |
| WI      | REAL |   |     |
| WJ      | REAL |   |     |
| WK      | REAL |   |     |
| WL      | REAL |   |     |
| WM      | REAL |   |     |
| WN      | REAL |   |     |
| WO      | REAL |   |     |
| WP      | REAL |   |     |
| WQ      | REAL |   |     |
| WR      | REAL |   |     |
| WS      | REAL |   |     |
| WT      | REAL |   |     |
| WU      | REAL |   |     |
| WV      | REAL |   |     |
| WW      | REAL |   |     |
| WX      | REAL |   |     |
| WY      | REAL |   |     |
| WZ      | REAL |   |     |
| XA      | REAL |   |     |
| XB      | REAL |   |     |
| XC      | REAL |   |     |
| XD      | REAL |   |     |
| XE      | REAL |   |     |
| XF      | REAL |   |     |
| XG      | REAL |   |     |
| XH      | REAL |   |     |
| XI      | REAL |   |     |
| XJ      | REAL |   |     |
| XK      | REAL |   |     |
| XL      | REAL |   |     |
| XM      | REAL |   |     |
| XN      | REAL |   |     |
| XO      | REAL |   |     |
| XP      | REAL |   |     |
| XQ      | REAL |   |     |
| XR      | REAL |   |     |
| XS      | REAL |   |     |
| XT      | REAL |   |     |
| XU      | REAL |   |     |
| XV      | REAL |   |     |
| XW      | REAL |   |     |
| XX      | REAL |   |     |
| XY      | REAL |   |     |
| XZ      | REAL |   |     |
| YA      | REAL |   |     |
| YB      | REAL |   |     |
| YC      | REAL |   |     |
| YD      | REAL |   |     |
| YE      | REAL |   |     |
| YF      | REAL |   |     |
| YG      | REAL |   |     |
| YH      | REAL |   |     |
| YI      | REAL |   |     |
| YJ      | REAL |   |     |
| YK      | REAL |   |     |
| YL      | REAL |   |     |
| YM      | REAL |   |     |
| YN      | REAL |   |     |
| YO      | REAL |   |     |
| YP      | REAL |   |     |
| YQ      | REAL |   |     |
| YR      | REAL |   |     |
| YS      | REAL |   |     |
| YT      | REAL |   |     |
| YU      | REAL |   |     |
| YV      | REAL |   |     |
| YW      | REAL |   |     |
| YX      | REAL |   |     |
| YY      | REAL |   |     |
| YZ      | REAL |   |     |
| ZA      | REAL |   |     |
| ZB      | REAL |   |     |
| ZC      | REAL |   |     |
| ZD      | REAL |   |     |
| ZE      | REAL |   |     |
| ZF      | REAL |   |     |
| ZG      | REAL |   |     |
| ZH      | REAL |   |     |
| ZI      | REAL |   |     |
| ZJ      | REAL |   |     |
| ZK      | REAL |   |     |
| ZL      | REAL |   |     |
| ZM      | REAL |   |     |
| ZN      | REAL |   |     |
| ZO      | REAL |   |     |
| ZP      | REAL |   |     |
| ZQ      | REAL |   |     |
| ZR      | REAL |   |     |
| ZS      | REAL |   |     |
| ZT      | REAL |   |     |
| ZU      | REAL |   |     |
| ZV      | REAL |   |     |
| ZW      | REAL |   |     |
| ZX      | REAL |   |     |
| ZY      | REAL |   |     |
| ZZ      | REAL |   |     |

Name Type Size Class  
 ZAPATA PROGRAM

Pass One No Errors Detected  
 212 Source Lines



U.N.A.M. - E.M.E.P. ACRILAM - ING. CIVIL  
 SOLIS FORTALEO OSCAR ANTONIO  
 DISEÑO DE ZAPATAS CORRIDAS O AISLADAS  
 REGLAMENTO ACI-318-89  
 SERIE : 1

Ejem.12.3. Ref.2 Pag.556

DATOS :  
 (Columnas) PU = 277.15 TON FY = 4218. KG/CM2 d = 51.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 203.00 CM a = 203.00 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 44.91 T f1+vc X = 239.66 T F.D. = 1.52  
 (2 direcc.) VU Y = 224.83 T f1+vc Y = 239.66 T F.D. = 1.06  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 277.15 T PU RES = 202.18 T F.D. = 1.05  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 PU RES = 216.44 T F.D. = 1.14  
 (Bastones) AS = 6.3 CM AS MIN = 6.3 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 27.5 CM AS MIN = 18.6 CM S MAX = 45. CM  
 AS Y = 27.5 CM AS MIN = 18.6 CM S MAX = 45. CM

Ejemplo anterior con wd = 40cm

DATOS :  
 (Columnas) PU = 277.15 TON FY = 4218. KG/CM2 d = 40.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 203.00 CM a = 203.00 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 58.73 T f1+vc X = 53.14 T F.D. = .89  
 (2 direcc.) VU Y = 286.85 T f1+vc Y = 53.14 T F.D. = .89

Ejem.23 Ref.7 Tomo 3 Pag.43

DATOS :  
 (Columnas) PU = 436.50 TON FY = 4220. KG/CM2 d = 71.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 400.00 CM a = 400.00 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 99.45 T f1+vc X = 185.85 T F.D. = 1.86  
 (2 direcc.) VU Y = 124.48 T f1+vc Y = 185.85 T F.D. = 1.49  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 436.50 T PU RES = 471.24 T F.D. = 1.08  
 (Zapatatas) FC = 436.50 T PU RES = 564.95 T F.D. = 1.29  
 (Bastones) AS = 11.3 CM AS MIN = 11.3 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 59.4 CM AS MIN = 51.1 CM S MAX = 45. CM  
 AS Y = 76.9 CM AS MIN = 51.1 CM S MAX = 45. CM

Ejemplo anterior con wd = 60cm

DATOS :  
 (Columnas) PU = 436.50 TON FY = 4220. KG/CM2 d = 60.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 300.00 CM a = 436.50 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 111.45 T f1+vc X = 157.05 T F.D. = 1.15  
 (2 direcc.) VU Y = 603.95 T f1+vc Y = 316.03 T F.D. = 1.19  
 \* Aumentar el peso de la zapata \*  
 \* Aumentar VU < 0.65 VC

Ejem.12.4. Ref.2 Pag.562

DATOS :  
 (Columnas) PU = 349.27 TON FY = 4218. KG/CM2 d = 45.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 300.00 CM a = 451.00 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 119.45 T f1+vc X = 121.72 T F.D. = 1.10  
 (2 direcc.) VU Y = 323.44 T f1+vc Y = 323.66 T F.D. = 1.04  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 349.27 T PU RES = 346.74 T F.D. = 1.00  
 (Zapatatas) FC = 349.27 T PU RES = 408.50 T F.D. = 1.15  
 (Bastones) AS = 8.1 CM AS MIN = 8.1 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 72.5 CM AS MIN = 31.5 CM S MAX = 45. CM  
 AS Y = 52.2 CM AS MIN = 30.2 CM S MAX = 45. CM

Ejem.23.5 Ref.7 Tomo 3 Pag.50

DATOS :  
 (Columnas) PU = 204.20 TON FY = 4220. KG/CM2 d = 42.00 CM  
 (Zapatatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 274.50 CM a = 274.50 CM  
 CORTANTE :  
 (1 direcc.) VU X = 58.68 T f1+vc X = 150.80 T F.D. = 1.54  
 (2 direcc.) VU Y = 189.71 T f1+vc Y = 150.80 T F.D. = 1.14  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 204.20 T PU RES = 150.48 T F.D. = 1.74  
 (Zapatatas) FC = 204.20 T PU RES = 200.95 T F.D. = 1.67  
 (Bastones) AS = 18.2 CM AS MIN = 4.5 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 37.7 CM AS MIN = 21.2 CM S MAX = 45. CM  
 AS Y = 37.7 CM AS MIN = 21.2 CM S MAX = 45. CM

Ejemplo anterior "d = 14cm"

DATOS :  
 (Columnas) PU = 13.02 Ton FY = 2812. KG/CM2 d = 14.00 CM  
 (Zepatas) FC = 141.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 15.30 CM  
 (Zepatas) FC = 141.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 145.00 CM  
 \* Aumentar el peso de la zapata \*  
 \* d min

Ejes.18 Ref.5 Pag.1-44

DATOS :  
 (Columnas) PU = 35.71 Ton FY = 4218. KG/CM2 d = 21.60 CM  
 (Zepatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 30.50 CM  
 (Zepatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 92.00 CM  
 CORTEAJE :  
 (1 direc.) VU X = 11.94 T f1VC X = 14.13 T F.D. = 1.19  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 35.71 T PU res = 382.91 T F.D. = 10.72  
 (Zepatas) PU = 35.71 T PU res = 595.23 T F.D. = 16.67  
 (Bastones) AS = 15.3 CM AS min = 15.3 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 3.9 CM2 AS min = 3.9 CM2 S MAX = 45. CM  
 AS temp = 3.6 CM2 S MAX = 45. CM

Ejemplo anterior "d = 16cm"

DATOS :  
 (Columnas) PU = 35.71 Ton FY = 4218. KG/CM2 d = 16.00 CM  
 (Zepatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 30.50 CM  
 (Zepatas) FC = 211.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 92.00 CM  
 CORTEAJE :  
 (1 direc.) VU X = 11.94 T f1VC X = 10.47 T F.D. = .80  
 Aumentar el peso de la zapata \*  
 VU < 0.85 Vc

Ejes.12-8 Ref.4 Pag.217

DATOS :  
 (Columnas) PU = 13.02 Ton FY = 2812. KG/CM2 d = 21.90 CM  
 (Zepatas) FC = 141.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 15.30 CM  
 (Zepatas) FC = 141.0 KG/CM2 l = 100.00 CM a = 145.00 CM  
 CORTEAJE :  
 (1 direc.) VU X = 5.82 T f1VC X = 13.72 T F.D. = 2.01  
 APLASTAMIENTO :  
 (Columnas) PU = 13.02 T PU res = 128.16 T F.D. = 9.84  
 (Zepatas) PU = 13.02 T PU res = 252.28 T F.D. = 19.38  
 (Bastones) AS = 7.6 CM AS min = 7.6 CM  
 FLEXION :  
 AS X = 4.4 CM2 AS min = 4.4 CM2 S MAX = 45. CM  
 AS temp = 6.4 CM2 S MAX = 45. CM

## CONCLUSIONES

- CONCLUSIONES -

El diseño de elementos estructurales de concreto reforzado es un procedimiento que en gran parte se puede analizar y estructurar en una serie de algoritmos, y presentarse en un programa de diseño.

Estructurados los diversos diseños y representados en diagramas de flujo, se pueden desarrollar los programas en otros lenguajes de programación diferentes al Fortran, con otras variantes de presentación, o de entrada y salida de datos. (la entrada de datos puede ser con formato libre o directamente por pantalla, se puede crear un menú de ejecución, etc.)

En la estructura del programa se presentan por separado los valores de los coeficientes utilizados en el diseño; de tal manera que si se llegan a modificar, únicamente se cambien estos valores y no se afecte el procedimiento.

Sin un conocimiento previo de la materia resulta difícil plantear los datos que los programas requieren para ejecutarse, o bien, dados los resultados obtenidos no se puede realizar un análisis adecuado de ellos ya que es necesario observar las necesidades e inconvenientes de diseño y adecuarlos.

La verdadera ayuda que nos ofrece el desarrollo de estos programas, es la capacidad de manejar un gran número de datos y su velocidad de ejecución; es responsabilidad del diseñador observar las diversas limitaciones de los programas presentados y el adaptar los resultados obtenidos a valores reales y fáciles de emplear en obra.

## **APENDICE**

- I.- TABLAS Y DIAGRAMAS**
- II.- LISTADO DE NOTACIONES**
- III.- INDICE DE ILUSTRACIONES**
- IV.- INDICE DE TABLAS**
- V.- INDICE DE DIAGRAMAS**

| No. | DIAM.<br>cm | PESO<br>kg/m | NUMERO DE BARRAS |      |      |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------------|--------------|------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|     |             |              | 1                | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 3   | 0.95        | 0.6          | 0.7              | 1.4  | 2.1  | 2.8   | 3.6   | 4.3   | 5.0   | 5.7   | 6.4   |
| 4   | 1.27        | 1.0          | 1.3              | 2.5  | 3.8  | 5.1   | 6.4   | 7.6   | 8.9   | 10.2  | 11.4  |
| 5   | 1.59        | 1.6          | 2.0              | 4.0  | 5.9  | 7.9   | 9.9   | 11.9  | 13.9  | 15.8  | 17.8  |
| 6   | 1.91        | 2.2          | 2.8              | 5.7  | 8.5  | 11.3  | 14.2  | 17.0  | 19.8  | 22.6  | 25.5  |
| 7   | 2.22        | 3.0          | 3.9              | 7.7  | 11.6 | 15.5  | 19.4  | 23.2  | 27.1  | 31.0  | 34.8  |
| 8   | 2.54        | 4.0          | 5.1              | 10.1 | 15.2 | 20.3  | 25.4  | 30.4  | 35.5  | 40.6  | 45.6  |
| 9   | 2.86        | 5.1          | 6.5              | 12.9 | 19.4 | 25.8  | 32.3  | 38.7  | 45.2  | 51.6  | 58.1  |
| 10  | 3.18        | 6.4          | 8.2              | 16.3 | 24.5 | 32.7  | 40.9  | 49.0  | 57.2  | 65.4  | 73.5  |
| 11  | 3.49        | 7.9          | 10.1             | 20.1 | 30.2 | 40.3  | 50.4  | 60.4  | 70.5  | 80.6  | 90.6  |
| 14  | 4.45        | 11.4         | 14.5             | 29.0 | 43.6 | 58.1  | 72.6  | 87.1  | 101.6 | 116.2 | 130.7 |
| 18  | 5.72        | 20.3         | 25.8             | 51.6 | 77.4 | 103.2 | 129.1 | 154.9 | 180.7 | 206.5 | 232.3 |

Tabla A-1.- Propiedades geométricas de las varillas de refuerzo

| 'e'<br>(cm.) | Calibre del refuerzo |       |       |       |       |       |       |        |        |
|--------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
|              | # 3                  | # 4   | # 5   | # 6   | # 7   | # 8   | # 9   | # 10   | # 14   |
| 8            | 8.88                 | 15.88 | 24.75 | 35.38 | 48.38 | 63.38 | 80.63 | 102.13 | 181.50 |
| 10           | 7.10                 | 12.70 | 19.80 | 28.30 | 38.70 | 50.70 | 64.50 | 81.70  | 145.20 |
| 12           | 5.92                 | 10.58 | 16.50 | 23.58 | 32.25 | 42.25 | 53.75 | 68.08  | 121.00 |
| 14           | 5.07                 | 9.07  | 14.14 | 20.21 | 27.64 | 36.21 | 46.07 | 58.36  | 103.71 |
| 15           | 4.73                 | 8.47  | 13.20 | 18.87 | 25.80 | 33.80 | 43.00 | 54.47  | 96.80  |
| 16           | 4.44                 | 7.94  | 12.38 | 17.69 | 24.19 | 31.69 | 40.31 | 51.06  | 90.75  |
| 18           | 3.94                 | 7.06  | 11.00 | 15.72 | 21.50 | 28.17 | 35.83 | 45.39  | 80.67  |
| 20           | 3.55                 | 6.35  | 9.90  | 14.15 | 19.35 | 25.35 | 32.25 | 40.85  | 72.60  |
| 22           | 3.23                 | 5.77  | 9.00  | 12.86 | 17.59 | 23.05 | 29.32 | 37.14  | 66.00  |
| 24           | 2.96                 | 5.29  | 8.25  | 11.79 | 16.13 | 21.13 | 26.88 | 34.04  | 60.50  |
| 25           | 2.84                 | 5.08  | 7.92  | 11.32 | 15.48 | 20.28 | 25.80 | 32.68  | 58.08  |
| 26           | 2.73                 | 4.88  | 7.62  | 10.88 | 14.88 | 19.50 | 24.81 | 31.42  | 55.85  |
| 28           | 2.54                 | 4.54  | 7.07  | 10.11 | 13.82 | 18.11 | 23.04 | 29.18  | 51.86  |
| 30           | 2.37                 | 4.23  | 6.60  | 9.43  | 12.90 | 16.90 | 21.50 | 27.23  | 48.40  |
| 35           | 2.03                 | 3.63  | 5.66  | 8.09  | 11.06 | 14.49 | 18.43 | 23.34  | 41.49  |
| 40           | 1.78                 | 3.18  | 4.95  | 7.08  | 9.68  | 12.68 | 16.13 | 20.43  | 36.30  |
| 45           | 1.58                 | 2.82  | 4.40  | 6.29  | 8.60  | 11.27 | 14.33 | 18.16  | 32.27  |

Tabla A-2.- Areas de acero por metro de ancho de losa para diversos calibres de refuerzo y separaciones.

(Se debe vigilar que el área de acero proporcionado no rebase los porcentajes de refuerzo mínimos ni máximos)

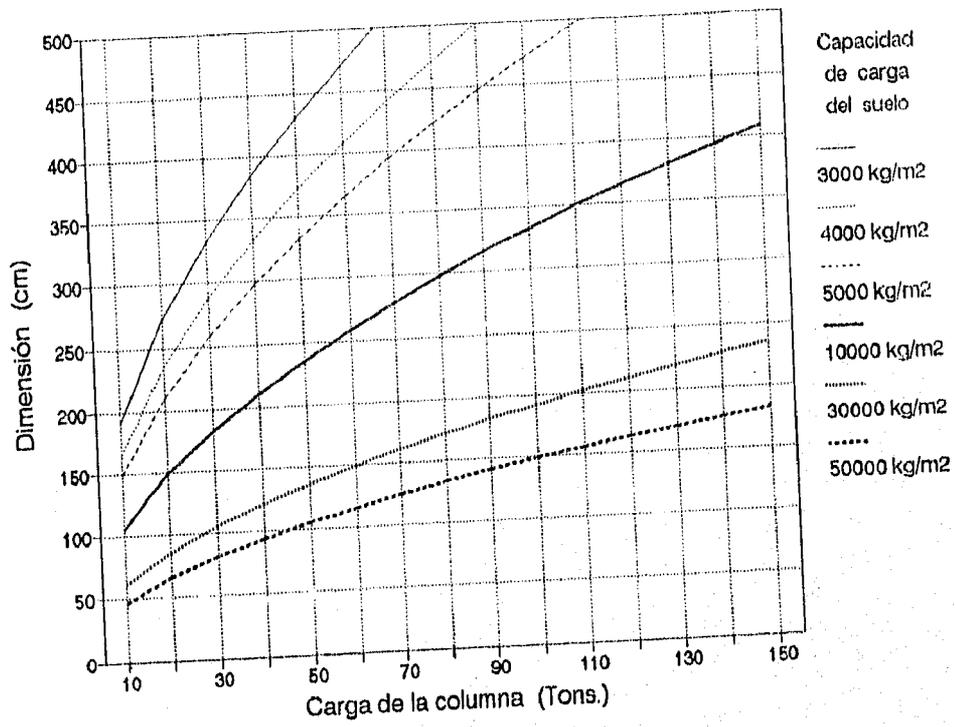


Fig. A-1.- Dimensión aproximada de base, zapata cuadrada.

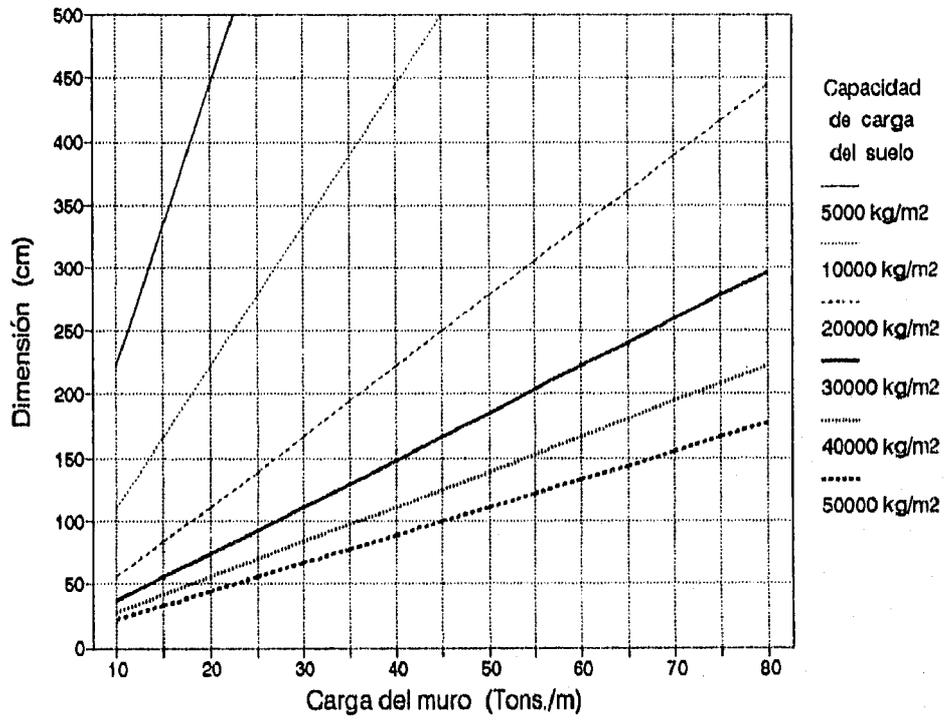
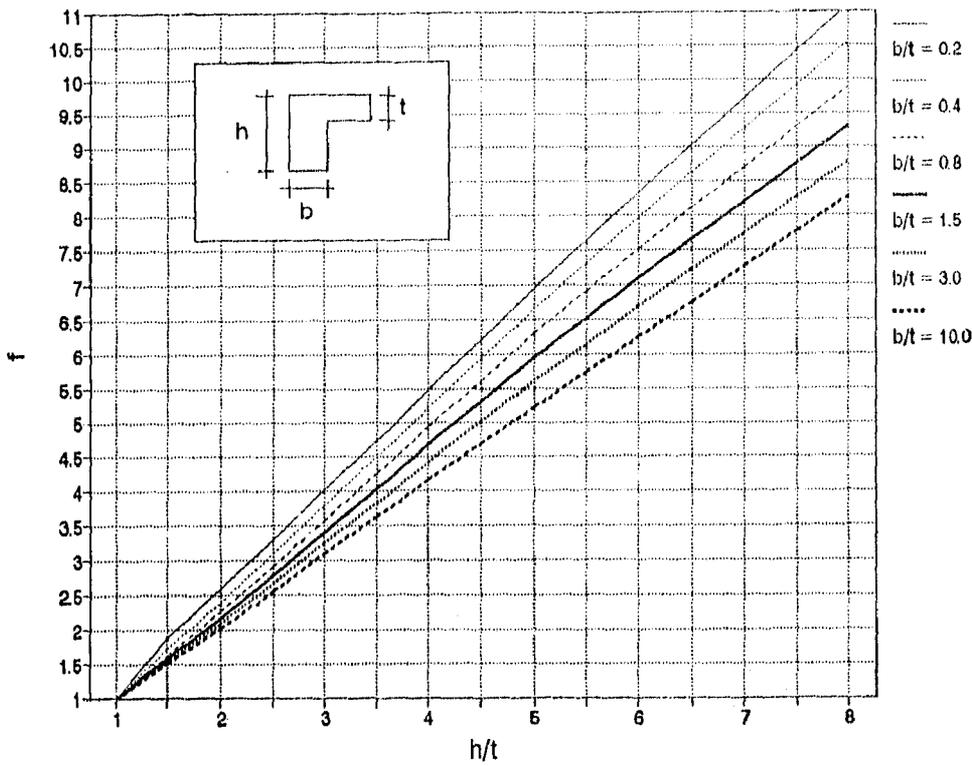


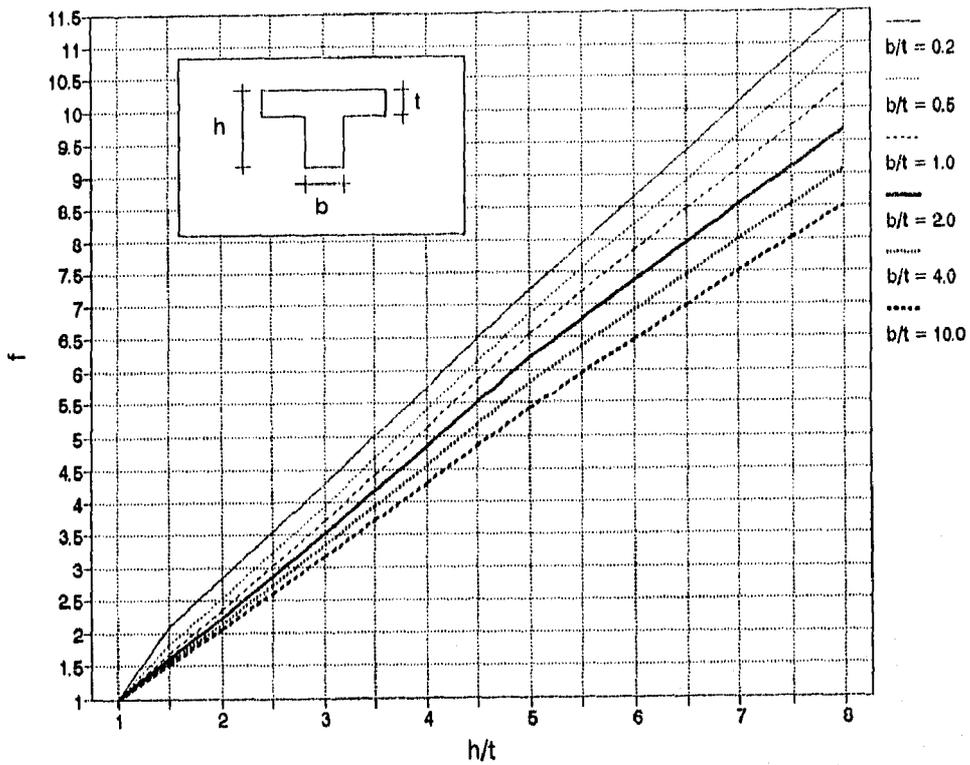
Fig. A-2.- Dimensión aproximada de base, zapata de muro.



$$\alpha = f^3 \frac{b}{L} \frac{E_{cb}}{E_{cs}}$$

- $b$  = base de la viga.
- $L$  = Franja de losa limitada lateralmente por el eje central del tablero adyacente a la viga y por el borde de la estructura.
- $E_{cb}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la viga.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

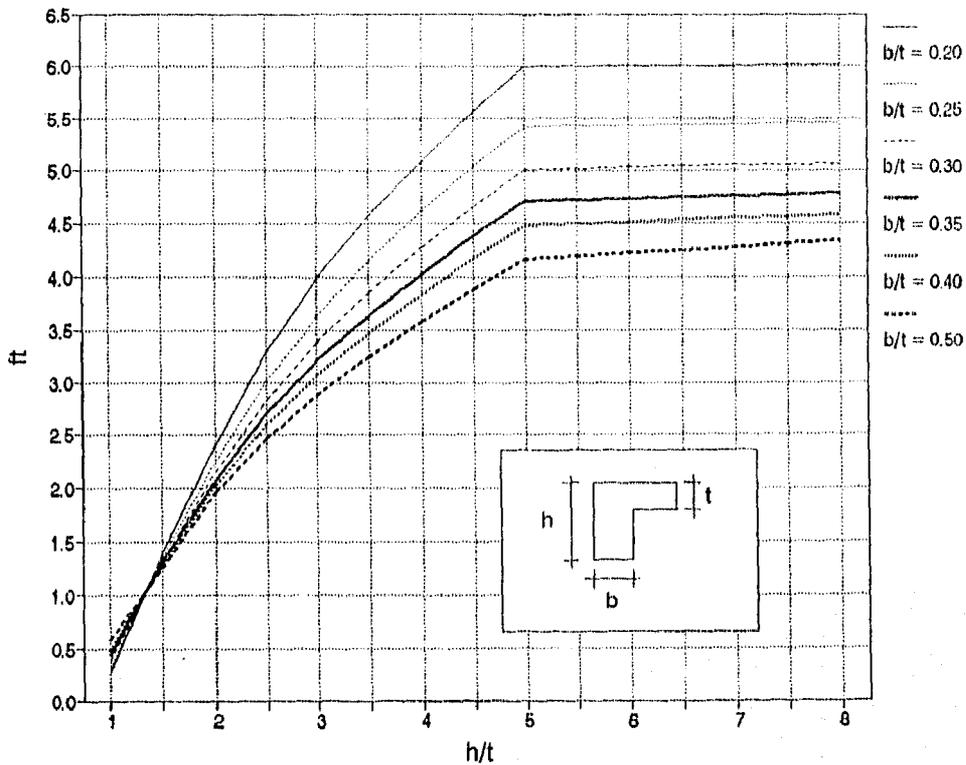
FIG. A-3.- RELACION DE RIGIDEZ A LA FLEXION, VIGA-LOSA "  $\alpha$  ".  
VIGAS DE BORDE.



$$\alpha = f^3 \frac{b}{L} \frac{E_{cb}}{E_{cs}}$$

- $b$  = base de la viga.
- $L$  = Franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los tableros adyacentes a cada lado de la viga.
- $E_{cb}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la viga.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

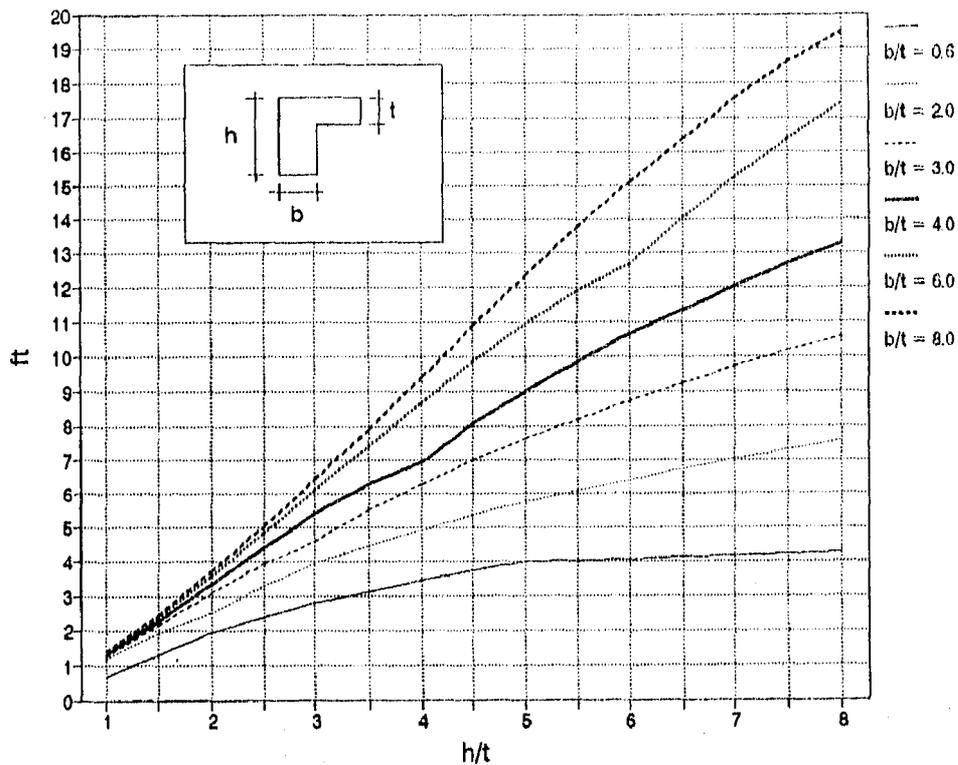
FIG. A-4.- RELACION DE RIGIDEZ A LA FLEXION, VIGA-LOSA "  $\alpha$  ".  
VIGAS INTERIORES.



$$\beta_t = ft^2 \frac{b}{L} \frac{E_{cb}}{E_{cs}}$$

- $b$  = base de la viga.
- $L$  = Franja de losa, cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga, centro a centro de los apoyos.
- $E_{cb}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la viga.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

FIG. A-5.- RELACION DE RIGIDEZ A LA TORSION, VIGA-LOSA "  $\beta_t$  ".



$$\beta_t = ft^2 \frac{b}{L} \frac{E_{cb}}{E_{cs}}$$

- b = base de la viga.
- L = Franja de losa, cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga, centro a centro de los apoyos.
- $E_{cb}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la viga.
- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

FIG. A-6.- RELACION DE RIGIDEZ A LA TORSION, VIGA-LOSA " $\beta_t$ ".

## NOTACION

|                             |   |  |
|-----------------------------|---|--|
| a                           | = | Peralte del bloque rectangular a compresión.   |
| ac                          | = | Ancho del elemento apoyado en la zapata  |
| az                          | = | Ancho de la zapata   |
| A <sub>1</sub>              | = | Area de carga del elemento apoyado.  |
| A <sub>2</sub>              | = | Area de la base inferior del cono o pirámide del elemento de apoyo (zapata).                                       |
| A <sub>b</sub>              | = | Area de una varilla individual.  |
| A <sub>c</sub>              | = | Area de la sección de la columna circular que se considera está sujeta a compresión.                               |
| A <sub>c</sub>              | = | Area del núcleo a compresión localizada dentro del zuncho en columnas circulares. (Con diámetro "D <sub>c</sub> ") |
| A <sub>t</sub>              | = | Area de la base de la zapata.  |
| A <sub>g</sub>              | = | Area total de la sección.  |
| A <sub>l</sub>              | = | Area total del refuerzo longitudinal por torsión.  |
| A <sub>s</sub>              | = | Area de refuerzo por tensión.  |
| A <sub>s</sub> '            | = | Area de refuerzo de compresión.  |
| A <sub>sc<sub>t</sub></sub> | = | Refuerzo por contracción y temperatura.  |
| A <sub>sf</sub>             | = | Fuerza de compresión generada por el área de los patines en secciones no rectangulares.                            |
| A <sub>st</sub>             | = | Area de acero total existente a una determinada profundidad "d" de la sección                                      |
| A <sub>sp</sub>             | = | Refuerzo por aplastamiento   |
| A <sub>sr</sub>             | = | Refuerzo mínimo por aplastamiento  |
| A <sub>st</sub>             | = | Area total del refuerzo longitudinal.  |
| A <sub>l/s</sub>            | = | Area de una rama del estribo cerrado, debido a la torsión por unidad de separación "s".                            |

- Av = Area transversal total del refuerzo por cortante.
- Avh = Area de refuerzo horizontal en vigas aperaltadas.
- Av min = Area transversal por cortante mínima.
- Av/s = Area de acero por cortante de las dos ramas del estribo, por unidad de separación "s".
- Avt = Refuerzo transversal del refuerzo por torsión.
- Avt min = Refuerzo transversal mínimo por torsión.
- b = Ancho del bloque en compresión del elemento.
- bo = Perímetro mínimo de falla por penetración.
- bv = Ancho de losa en la sección crítica. (100 cm)
- c = Distancia de la fibra extrema a compresión al eje neutro.
- c<sub>bal</sub> = Distancia de la fibra extrema a compresión al eje neutro correspondiente a la sección balanceada.
- C = Fuerza de compresión.
- C = Constante de las propiedades de torsión.
- Cc = Fuerza de compresión proporcionada por el concreto
- Cm = Factor que relaciona al diagrama de momento real con un diagrama equivalente de momento uniforme.
- Cs = Fuerza de compresión proporcionada por el acero.
- Ct = Coeficiente que relaciona las propiedades de los esfuerzos por torsión y por cortante.
- d = Distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del refuerzo de tensión.
- d = Peralte efectivo de la sección.
- d' = Distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo de compresión.
- db = Diámetro nominal de la varilla
- dmin = Peralte efectivo mínimo del elemento. (losas)

|                    |   |  |
|--------------------|---|--|
| D                  | = | Diámetro de la sección circular  |
| D <sub>c</sub>     | = | Diámetro del núcleo a compresión limitado por el zuncho (D - 2r) .         |
| e                  | = | Excentricidad de la carga.   |
| e <sub>b</sub>     | = | Excentricidad de carga correspondiente a la falla balanceada.              |
| e <sub>x</sub>     | = | Excentricidad de carga con respecta al eje "y"                             |
| e <sub>y</sub>     | = | Excentricidad de carga con respecto al eje "x"                             |
| E                  | = | Módulo de elasticidad del elemento.  |
| E <sub>c</sub>     | = | Módulo de elasticidad del concreto.  |
| E <sub>cb</sub>    | = | Módulo de elasticidad del concreto de la viga.                             |
| E <sub>ca</sub>    | = | Módulo de elasticidad del concreto de la losa.                             |
| EI                 | = | Rigidez a flexión del elemento en compresión.                              |
| E <sub>s</sub>     | = | Módulo de elasticidad del refuerzo.  |
| f' <sub>c</sub>    | = | Resistencia a la compresión del concreto.                                  |
| f <sub>cte</sub>   | = | Resistencia a cortante del concreto.                                       |
| f <sub>r</sub>     | = | Módulo de rotura del concreto.   |
| f <sub>s</sub>     | = | Esfuerzo en el refuerzo de tensión.  |
| f <sub>s'</sub>    | = | Esfuerzo en el refuerzo de compresión.                                     |
| f <sub>st</sub>    | = | Esfuerzo al cual se encuentra sometido el área de acero "A <sub>st</sub> " |
| f <sub>tc</sub>    | = | Resistencia a la tensión del concreto.                                     |
| f <sub>t</sub>     | = | Esfuerzo normal en tensión.  |
| f <sub>t max</sub> | = | Esfuerzo normal de tensión máxima.   |
| f <sub>u</sub>     | = | Resistencia última del acero.  |
| f <sub>y</sub>     | = | Resistencia de fluencia del refuerzo.                                      |
| h                  | = | Peralte total del elemento   |

- h - Espesor de la losa
- h<sub>c</sub> - Diámetro del núcleo a compresión de la columna, limitado por el zuncho (D<sub>c</sub>).
- I - Momento de inercia de la sección.
- I<sub>b</sub> - Momento de inercia respecto al eje centroidal de la sección total de la viga.
- I<sub>a</sub> - Momento de inercia respecto al eje centroidal de la sección total de la losa.
- k - Factor de longitud efectiva.
- l - Claro efectivo centro a centro de apoyos  $< 1.15 l_n$
- l - Longitud del claro centro a centro de los apoyos en la dirección corta del tablero.
- l<sub>1</sub> - Longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en la dirección en que se determina el momento.
- l<sub>2</sub> - Longitud del claro, centro a centro de los apoyos, en dirección perpendicular al momento.
- l<sub>2</sub>/l<sub>1</sub> - Relación entre claros.
- l<sub>c</sub> - Longitud de la columna medida centro a centro
- l<sub>n</sub> - Claro libre entre apoyos (medida paño a paño)
- l<sub>u</sub> - Longitud no apoyada de la columna, distancia libre entre losas.
- l<sub>z</sub> - Largo de la zapata
- M<sub>1</sub> - El menor de los momentos aplicados en el extremo de una columna
- M<sub>2</sub> - El mayor de los momentos aplicados en el extremo de una columna.
- M<sub>2b</sub> - El mayor de los momentos factorizados de los extremos y que no son ocasionados por cargas de gravedad.
- M<sub>2c</sub> - El mayor de los momentos factorizados de los extremos y que son ocasionados por cargas que originan un desplazamiento lateral considerable.

- MA, Mb = Momentos negativos en los extremos del claro.
- Mc = Momento positivo en el centro del claro.
- Mn = Momento nominal resistente.
- Mnb = Momento correspondiente a la falla balanceada.
- Mo = Momento estático total en cada claro.
- Mu = Momento factorizado de la sección.
- Mx = Momento en dirección "x", columnas con carga biaxial.
- My = Momento en dirección "y", columnas con carga biaxial.
- Nu = Carga axial factorizada normal, positiva para compresión y negativa para tensión.
- pn = Capacidad de carga neta del suelo
- P = Carga concéntrica sin factorizar.
- Pbal = Carga axial en condiciones de deformación balanceada.
- Pc = Carga crítica de Euler.
- Pb = Cargas muertas relacionadas
- Pl = Cargas vivas relacionadas
- Pn = Resistencia nominal a la carga
- Pnb = Resistencia nominal en condición balanceada.
- Pn1 = Resistencia nominal a la carga en el área A1.
- Pn2 = Resistencia nominal a la carga en el área A2.
- Pe = Carga última axial,  $e_x = e_y = 0$
- Pu = Carga axial factorizada para una excentricidad dada.
- Pxo = Carga última con solo  $e_x$ ,  $e_y = 0$
- Pyo = Carga última con solo  $e_y$ ,  $e_x = 0$
- qa = Reacción del suelo a la carga factorizada.
- r = Recubrimiento del concreto.

|               |   |   |
|---------------|---|---|
| $r$           | = | Radio de giro de la sección.  |
| $s$           | = | Separación de los estribos para el refuerzo transversal por cortante o torsión. |
| $s$           | = | Espaciamiento de estribos o anillos.  |
| $s$           | = | Separación entre hélices (paso) del zuncho.                                     |
| $s_h$         | = | Separación del refuerzo horizontal en vigas de gran peralte.                    |
| $s_{max}$     | = | Separación máxima del refuerzo transversal.                                     |
| $s_v$         | = | Separación del refuerzo vertical en vigas de gran peralte.                      |
| $t$           | = | Ancho efectivo del patín de compresión de un elemento estructural.              |
| $t$           | = | Espesor de la losa.   |
| $t_{min}$     | = | Espesor de losa mínimo requerido.   |
| $t_w$         | = | Espesor del patín de la sección.  |
| $T$           | = | Fuerza de tensión.  |
| $T_c$         | = | Momento torsionante nominal resistente del concreto.                            |
| $T_n$         | = | Momento torsionante nominal resistente de la sección.                           |
| $T_a$         | = | Fuerza de tensión generada por el acero.  |
| $T_a$         | = | Momento torsionante resistente nominal del acero de refuerzo.                   |
| $T_{s \ max}$ | = | Momento torsionante máximo que puede tomar el acero.                            |
| $T_u$         | = | Momento torsionante factorizado de la sección.                                  |
| $V_c$         | = | Resistencia nominal a cortante del concreto.                                    |
| $V_n$         | = | Fuerza cortante nominal.  |
| $V_a$         | = | Fuerza cortante soportada por el acero de refuerzo.                             |
| $V_{a \ max}$ | = | Fuerza cortante máxima que podrá ser soportada por el acero de refuerzo.        |

- $V_u$  = Fuerza cortante factorizada.
- $w$  = Voladizo de la zapata
- $w_c$  = Peso volumétrico del concreto.
- $w_u$  = Carga total factorizada por unidad de área.
- $x_1$  = La menor dimensión de un estribo rectangular, medido de centro a centro.
- $x$  = La menor dimensión de la parte rectangular de una sección transversal.
- $\bar{x}$  = Distancia del centroide del área  $A_c$ , al centroide plástico de la sección  $y$ .
- $y_1$  = La mayor dimensión de un estribo rectangular, medido de centro a centro.
- $y$  = La mayor dimensión de la parte rectangular de una sección transversal.
- $\bar{y}$  = Centroides plástico (si se tiene una sección y un armado simétrico se encuentra a la mitad de la sección " $\bar{y} = 0.5 h$ ")
- $\alpha$  = Relación de rigidez a la flexión de la viga.
- $\alpha_1$  = Relación de rigidez a la flexión en la dirección  $l_1$
- $\alpha_2$  = Relación de rigidez a la flexión en la dirección  $l_2$
- $\alpha_m$  = Valor promedio de " $\alpha$ " correspondiente a las vigas del perímetro del tablero.
- $\alpha_l$  = Coeficiente en función de  $y_1/x_1$
- $\beta$  = Relación de claros libres " $l_n$ " lado largo a corto del tablero.
- $\beta_1$  = Coeficiente de reducción.
- $\beta_n$  = Coeficiente de reducción.
- $\beta_a$  = Relación entre carga muerta y carga viva.
- $\beta_c$  = Relación entre lado largo a lado corto del área apoyada de carga (lados de la columna)

- $\beta_t$  = Relación de rigidez a la torsión de la viga de extremo a la rigidez a la flexión de una franja de losa cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga
- $\delta$  = Factor de amplificación de momentos en columnas que se consideran esbeltaz
- $\delta_b$  = Factor de amplificación por las cargas de gravedad.
- $\delta_s$  = Factor de amplificación por desplazamiento lateral.
- $\Delta$  = Deformación lateral de la columna al aplicar carga vertical.
- $\epsilon_c$  = Deformación de la fibra extrema a compresión.
- $\epsilon_{cu}$  = Deformación última del acero ( $\epsilon_{cu} = 0.003$ ).
- $\epsilon_s$  = Deformación del refuerzo de tensión.
- $\epsilon'_s$  = Deformación del refuerzo a compresión.
- $\phi$  = Factor de reducción de resistencia.
- $\lambda$  = Factor de corrección de resistencia, relacionado con el peso unitario del concreto
- $\rho$  = Relación de refuerzo a la tensión.
- $\rho'$  = Relación de refuerzo a compresión.
- $\rho_{bal}$  = Relación de refuerzo correspondiente a las condiciones balanceadas de deformación.
- $\rho_{ct}$  = Relación de refuerzo por contracción y temperatura
- $\rho_g$  = Relación del área total de refuerzo al área de la sección transversal de la columna.
- $\rho_{max}$  = Relación de refuerzo máxima, con lo cual se asegura una falla dúctil del elemento.
- $\rho_{min}$  = Relación de refuerzo mínimo.
- $\rho_w$  = Relación de refuerzo existente entre el volumen de acero de una vuelta de la espiral del zuncho, y el volumen del núcleo de concreto contenido en dicha revolución.

- $\sigma_a$  = Capacidad de carga del suelo.
- $\Sigma x^2 y$  = Propiedades de la sección torsionante.
- $\Psi$  = Relación de rigidez en los extremos "A y B"
- $\Psi_{\min}$  = El menor valor de " $\Psi_A$ " y " $\Psi_B$ "
- $\Psi_m$  = Relación de rigidez promedio "  $(\Psi_A + \Psi_B)/2$  "

## INDICE DE ILUSTRACIONES

| No.   | Pag. |
|---|------|
| 1.1. Efecto de la relación agua-cemento.  | 7    |
| 1.2. Curva de Abrams.   | 7    |
| 1.3. Curva esfuerzo-deformación del concreto.   | 12   |
| 1.4. Módulo de elasticidad del concreto.  | 12   |
| 1.5. Gráfica contracción-tiempo del concreto.   | 15   |
| 1.6. Curva deformación-tiempo del concreto.   | 15   |
| 1.7. Módulo de elasticidad del acero.   | 18   |
| 1.8. Esfuerzo de fluencia del acero.  | 18   |
| 2.1. Distribución de esfuerzos y deformaciones, secciones simplemente reforzadas.                   | 24   |
| 2.2. Deformaciones del acero para diversos modos de falla por flexión.                              | 24   |
| 2.3. Distribución de esfuerzos y deformaciones, secciones doblemente reforzadas.                    | 28   |
| 2.4. Distribución de esfuerzos y deformaciones en secciones con patines con : "a < t <sub>w</sub> " | 32   |
| 2.5. Distribución de esfuerzos y deformaciones, secciones con patines.                              | 32   |
| 2.6. Distribución de esfuerzos por cortante.  | 36   |
| 2.7. Trayectorias de esfuerzos de tensión y compresión en viga homogénea e isotrópica.              | 36   |
| 2.8. Efecto de la esbeltez en el modo de falla.   | 38   |
| 2.9. Tipo de agrietamiento en vigas de concreto.  | 41   |
| 2.10. Analogía de la armadura en el plano.  | 41   |
| 2.11. Rectángulos componentes para el cálculo de $\Sigma x^2y$                                      | 45   |
| 2.12. Tipo de comportamiento en vigas.  | 45   |
| 2.13. Vigas de gran peralte simplemente apoyadas.   | 53   |
| 2.14. Distribución del acero horizontal por flexión.  | 53   |
| 3.1. Clasificación de columnas, dependiendo la forma y el tipo de refuerzo.                         | 81   |
| 3.2. Clasificación de columnas, dependiendo la posición de la carga en la sección.                  | 81   |

| No.  | Pag. |
|--|------|
| 3.3. Diagrama de interacción típico en columnas. •   | 85   |
| 3.4. Variación del factor de reducción en columnas.  | 85   |
| 3.5. Factor de longitud efectiva para diferentes tipos de apoyo.                             | 89   |
| 3.6. Amplificación de momentos en columnas esbeltas.   | 89   |
| 3.7. Distribución de esfuerzos y deformaciones, columnas rectangulares.                      | 95   |
| 3.8. Distribución de esfuerzos y deformaciones, columnas rectangulares con refuerzo lateral. | 95   |
| 3.9. Diagrama de esfuerzos y deformaciones, columnas circulares.                             | 99   |
| 3.10. Obtención de la fuerza y el momento proporcionados por el concreto, sección circular.  | 99   |
| 3.11. Tipos de arreglos del refuerzo transversal secciones rectangulares.                    | 105  |
| 3.12. Obtención del Área total y el Área del núcleo a compresión. Columnas circulares.       | 105  |
| 4.1. Sistema de losas planas.  | 135  |
| 4.2. Sistema de losas reticulares.   | 135  |
| 4.3. Sistema de losas en una dirección.  | 137  |
| 4.4. Refuerzo típico en losas en una dirección.  | 137  |
| 4.5. Porción de losa a incluir como patín en la viga.  | 143  |
| 4.6. Relación de rigidez a la flexión viga-losa  | 143  |
| 4.7. Definición de las franjas de diseño.  | 148  |
| 4.8. Obtención del Momento Estático Total  | 148  |
| 4.9. Distribución del Momento Estático Total   | 151  |
| 4.10. Distribución del Momento Total Factorizado   | 155  |
| 4.11. Longitud transversal a una viga interior "lz"  | 155  |
| 4.12. Área tributaria por cortante en vigas.   | 159  |
| 4.13. Revisión por cortante, losas perimetralmente apoyadas.                                 | 159  |
| 5.1. Tipos de cimentación.   | 203  |
| 5.2. Zapatas aisladas.   | 203  |
| 5.3. Zonificación del subsuelo del Valle de México.  | 207  |

## INDICE DE TABLAS

| No.  | Pag. |
|--|------|
| 1.1. Grados y resistencias del refuerzo.   | 17   |
| 1.2. Grados y resistencia última del refuerzo.   | 19   |
| 2.1. Relación de refuerzo balanceada, secciones rectangulares simplemente reforzadas.            | 20   |
| 2.2. Relación de "claro de cortante-peralte" para determinar el tipo de viga y modo de falla.    | 38   |
| 4.1. Peraltes mínimos de losas en una dirección y no presforzadas.                               | 139  |
| 4.2. Areas de acero por metro de ancho de losa para diversos calibres de refuerzo y separaciones | 139  |
| 4.3. Porcentajes de distribución del Momento Estático Total en claros extremos.                  | 151  |
| 5.1. Capacidad aproximada de carga (ton/m <sup>2</sup> ) de diversos tipos de suelo.             | 206  |
| 6.1. Tipos de archivos en los programas de diseño.   | 246  |

| No.   | Pag. |
|---|------|
| 5.4. Esfuerzos en zapatas con carga excéntrica.                         | 210  |
| 5.5. Dimensión aproximada de zapatas cuadradas.                         | 210  |
| 5.6. Tipos de falla por cortante en zapatas.                            | 213  |
| 5.7. Falla por tensión diagonal en zapatas.                             | 213  |
| 5.8. Falla por penetración en zapatas.                                  | 217  |
| 5.9. Falla por aplastamiento del concreto.                              | 217  |
| 5.10. Ubicación del plano de la sección crítica por flexión en zapatas. | 221  |
| 5.11. Cálculo del refuerzo por flexión en zapatas.                      | 221  |
| 5.12. Distribución del refuerzo en zapatas rectangulares.               | 225  |
| 5.13. Colocación del refuerzo por flexión y temperatura.                | 225  |
| 6.1. Ejemplo de formato de archivo de datos.                            | 249  |

## INDICE DE DIAGRAMAS

|  |     |
|--|-----|
| D-1. Diseño de vigas por flexión.  | 60  |
| D-2. Diseño de vigas por cortante y torsión.                                   | 66  |
| D-3. Diseño de vigas de gran peralte   | 73  |
| D-4. Diseño de columnas  | 109 |
| D-5. Refuerzo transversal en columnas.   | 110 |
| D-6. Diseño de losas en una dirección.   | 163 |
| D-7. Diseño de losas en dos direcciones.<br>( losas perimetralmente apoyadas ) | 171 |
| D-8. Diseño de zapatas.  | 228 |

## BIBLIOGRAFIA

-- BIBLIOGRAFIA --

- 1) Instituto Mexicano del Cemento y del concreto.  
" Reglamento de las construcciones de concreto reforzado  
(ACI 318-89) y comentarios. "  
Traducción autorizada por el American Concrete Institute  
Ed. IMCYC, 1a. Edición, México D.F. 1991
  
- 2) Edward G. Nawy  
" Concreto reforzado, un enfoque básico "  
Traducción : Ing. Fernando Fourier - Ing. Armando Bautista  
Ed. Prentice Hall, 1a. Edición, México D.F. 1988
  
- 3) Gonzalez Cuevas Oscar M. - Robles Fernández-Villegas Fco.  
" Aspectos fundamentales del concreto reforzado "  
Ed. Limusa, 2a. Edición, México D.F. 1985
  
- 4) Harry Parcker - James Ambrose  
" Diseño simplificado de concreto reforzado "  
Traducción : Mario Morales - Revisión : Ing. José de la Cera  
Ed. Limusa, 2a. Edición, México D.F. 1994
  
- 5) Edwin H. Gaylord, Charles N. Gaylord  
" Estructuras de concreto, manual práctico "  
Traducción : Ing. José de la Cera Alonso  
Ed. Mc Graw Hill, 1a. Edición, México D.F. 1993
  
- 6) F. R. Mc Millan - Lewis H. Tuthill  
" Cartilla del concreto "  
Traducción : Ing. Manuel Dondé Gorozpe  
Ed. Limusa, 1a. Edición, México D.F. 1990

- 7) Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto  
" Diseño de estructuras de concreto conforme al reglamento  
ACI 318-83 " Tomos I, II y III.  
Traducción autorizada por el American Concrete Institute  
Ed. Limusa, 1a. Edición, México D.F. 1988
  
- 8) Robert H. Hammond - Williams B. Rogers - John B. Crittendern  
" Introducción al Fortran 77 y la PC "  
Traducción : Ing. Teodoro Sánchez García  
Ed. Mc Graw Hill, 1a. Edición, México D.F. 1990
  
- 9) Gordon B. Davis - Thomas R. Hoffmann  
" Fortran 77, un estilo estructurado y disciplinado "  
Traducción : Ma. de Lourdes Fournier  
Ed. Mc Graw Hill, 2a. Edición, México D.F. 1991
  
- 10) Departamento del Distrito Federal  
" Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de  
Construcción para el D.F. "  
Centro de Actualización Profesional, C.I.C.M. 1993

- PROGRAMA -

