



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
Facultad de Ingeniería

01161  
8  
M

ANALISIS TEORICO SOBRE CARGAS  
VIVAS EN EDIFICIOS

JOSE ALBERTO SORIANO MARTINEZ

# TESIS

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA  
( E S T R U C T U R A S )

DIRECTORA DE TESIS: DRA. SONIA ELDA RUIZ GOMEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA

1 9 9 6

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ***Dedicatoria :***

***Al Dr. Emilio Rosenblueth Deutsch***

***(in memoriam)***

***Pionero de la investigación superior en México.***

*" ... para que un procedimiento de diseño sea racional debe apoyarse en una evaluación cuantitativa de los costos y las consecuencias de falla, así como de las distribuciones probabilísticas de los parámetros que rigen el comportamiento estructural y los límites de seguridad. "*

*" Es indudable que el proyecto racional de las estructuras demanda el tratamiento probabilístico de las acciones que obran en las estructuras y de las características estructurales que determinan respuestas a estas acciones. Para calcular las distribuciones correspondientes tomamos dos fuentes de información: las que no dependen de las observaciones de la variable en cuestión y de la información estadística de esta variable."*

*" ... el conocimiento de la distribución de la frecuencia de una variable, en combinación con la postulación de un modelo estocástico del proceso que origina dicha variable, forma la base para calcular su distribución probabilística ... "*

*" La parte superior de la distribución de la carga viva que obra sobre un área dada de un piso, en un momento arbitrario, es aproximadamente normal. Por tanto, debe esperarse que la distribución de la carga viva máxima que va a soportar en un período prolongado sea del tipo extremo I y existen algunas evidencias que confirman esta suposición para cargas debidas a personas, mientras que la distribución logarítmica normal parece ser una mejor aproximación para las cargas debidas a los muebles."*

---

<sup>1</sup> Boris Bresler, *Concreto Reforzado en Ingeniería* (Cap. 7 Seguridad y Diseño Estructural, autor Emilio Rosenblueth ), Editorial Limusa, México, 1981. págs.327-538.

# ***Dedicatoria :***

## ***A la Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez***

Por su apoyo constante, paciencia e invaluable ayuda en la revisión de este trabajo.

## ***Al Dr. Luis Esteva Maraboto***

Por sus valiosos comentarios en la realización de este trabajo.

## ***Al Prof. Neftalí Rodríguez Cuevas***

***... al maestro.***

Pilar de la educación superior en México. Digno representante de los más altos valores universitarios.

## ***Al Dr. Michel Moisés Rosengaus Moshinsky***

Por sus consejos y motivación para continuar mis estudios.

## ***Al Ing. Santiago Loera Pizarro***

Por sus valiosos comentarios en la realización de este trabajo.

## ***A mis padres Alfonso y Rosa***

Como una muestra más del cariño que les tengo.

## ***A mis hermanos Rodolfo, Ana, Sergio, Jorge, Salvador, Rubén y Alfonso***

Por todo su apoyo.

## ***A mis amigos.***

## ***A la Universidad Nacional Autónoma de México.***

La institución que ha permitido superarme .

# CONTENIDO

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPÍTULO I. TIPOS DE CARGAS EN LAS ESTRUCTURAS</b> .....	5
1.1. Acciones Permanentes .....	5
1.2. Acciones Variables .....	6
1.3. Acciones Accidentales .....	6
1.4. Intensidades nominales de cargas .....	6
1.5. Combinación de cargas considerando intensidades de diseño .....	8
1.5.1. Norma ANSI-A58.1, 1990 y 1994 .....	9
1.5.2. Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, 1987 .....	10
1.5.3. Revisión de las cargas vivas nominales propuestas en el ANSI y en el R.D.F. ....	11
<b>CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS</b> .....	19
2.1. Variables Aleatorias .....	19
2.1.1. Variables aleatorias discretas .....	20
2.1.2. Variables aleatorias continuas .....	22

2.2. Funciones de densidad de probabilidad . . . . .	24
2.2.1. Función de distribución gamma . . . . .	24
2.2.2. Función de distribución extrema tipo I . . . . .	25
2.2.3. Función de distribución exponencial . . . . .	27
2.3. Procesos estocásticos . . . . .	29
2.3.1. Proceso de Poisson . . . . .	31
2.4. Método de Montecarlo . . . . .	32
2.4.1. Sorteo de una variable aleatoria discreta . . . . .	32
2.4.2. Sorteo de una variable aleatoria continua . . . . .	34
<b>CAPÍTULO III. MODELOS ESTOCÁSTICOS DE CARGAS VIVAS . . . . .</b>	<b>37</b>
3.1. Proceso general de cargas vivas . . . . .	42
3.1.1. Carga sostenida . . . . .	43
3.1.2. Carga sostenida máxima . . . . .	46
3.1.3. Carga extraordinaria . . . . .	48
3.1.4. Carga extraordinaria máxima . . . . .	49
3.2. Carga total máxima . . . . .	51
3.2.1. Un modelo teórico de la carga total máxima . . . . .	52
<b>CAPÍTULO IV. MODELO DE SIMULACIÓN . . . . .</b>	<b>54</b>
4.1. Generación de intervalos de tiempo entre cambios de carga . . . . .	55
4.2. Generación de la carga sostenida . . . . .	57
4.3. Generación de la máxima carga extraordinaria . . . . .	58
4.4. Combinación de cargas vivas . . . . .	61
4.5. Constantes de diseño . . . . .	61
<b>CAPÍTULO V. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN . . . . .</b>	<b>64</b>
5.1. Carga viva en edificios de oficinas . . . . .	65
5.2. Carga viva en hoteles . . . . .	72
5.3. Carga viva en residencia (ocupada por el dueño) . . . . .	73
5.4. Carga viva en residencia (rentada) . . . . .	74

5.5. Carga viva en comercios (pisos inferiores) . . . . .	75
5.6. Carga viva en comercios (pisos superiores) . . . . .	76
5.7. Carga viva en salones de clases . . . . .	77
5.8. Resultados del análisis de simulación. . . . .	78
5.9. Resultados empleando el procedimiento de Chalk y Corotis . . . . .	79
5.10. Probabilidades de excedencia . . . . .	83
5.11. Cargas vivas nominales en los reglamentos ANSI-1994 y RDF-1993 . . . . .	84
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES . . . . .</b>	<b>87</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>APÉNDICES</b>	
<b>A. Función de distribución acumulada de la carga sostenida máxima . . . . .</b>	<b>A.1</b>
<b>B. Función aproximada acumulativa de los valores máximos . . . . .</b>	<b>B.1</b>
<b>C. Programa de simulación de cargas vivas (se aplica la fórmula aproximada de Wen) . . . . .</b>	<b>C.1</b>
<b>D. Programa de simulación de cargas vivas (se aplica la fórmula mejorada de Wen) . . . . .</b>	<b>D.1</b>
<b>E. Ajuste de mínimos cuadrados para determinar los parámetros <math>\alpha</math> y <math>u</math> . . . . .</b>	<b>E.1</b>
<b>F. Análisis comparativo de los programas de simulación de cargas vivas . . . . .</b>	<b>F.1</b>
<b>G. Aplicación de las fórmulas de Wen al modelo de carga total máxima . . . . .</b>	<b>G.1</b>
<b>H. Variación de las intensidades de la carga en función del área . . . . .</b>	<b>H.1</b>

# INTRODUCCIÓN

Desde tiempos remotos se han construido edificaciones que han permitido a la humanidad resolver problemas de comunicación (puentes, carreteras), vivienda, y alimentos (silos de almacenamiento), afrontando problemas ambientales, topográficos e hidrológicos, etc. Sin embargo, la construcción de estas estructuras se hacía más bien de forma empírica, producto de la observación prolongada de diversos fenómenos físicos y naturales. Durante esa época la estructuración de las obras era fundamentalmente un arte. Fue a partir del siglo XVIII, cuando se contaba ya con algunos principios de la estática, así como de las propiedades físicas de algunos materiales de construcción que ya habían sido investigados; esto permitió el inicio de un análisis y diseño estructural científico, que se utilizó para resolver problemas de vigas y armaduras simples; posteriormente se desarrolló el resto de la teoría de estructuras determinadas e indeterminadas, consolidando a la ingeniería estructural como una ciencia, sustentada en las leyes de la física y las matemáticas (entre estas, la probabilidad y la estadística). *El uso de métodos científicos en el diseño de estructuras primeramente implica un conocimiento de las propiedades físicas y mecánicas de los materiales, así como de las cargas externas que actúan en la estructura* (Ghiocel y Lungu, 1975).

El reciente advenimiento de las computadoras ha permitido la simulación de diversos fenómenos físicos que se presentan en las estructuras y ha permitido a los ingenieros resolver problemas cada vez más complejos. Actualmente el mercado se encuentra inundado de programas para el análisis y diseño de estructuras determinadas e indeterminadas, e incluso programas que simulan los ciclos histérisicos de los materiales; sin embargo, se han encontrado algunas discrepancias entre el comportamiento simulado de las estructuras y las estructuras reales instrumentadas. Por esta razón, actualmente los centros de investigación analizan diversos factores que interactúan con las estructuras con la finalidad de conocer más acerca del comportamiento de los elementos que conforman las estructuras (interacción suelo-estructura, cargas que actúan en las construcciones -

permanentes, variables, accidentales-, disipadores de energía, nuevos materiales de construcción, etc.). Aunque si bien es cierto que difícilmente se podrán predecir en forma exacta los desplazamientos y deformaciones que sufre una estructura, debido a la incertidumbre inherente de los materiales y del mismo proceso constructivo, el ingeniero debe garantizar la seguridad de éstas, realizando un diseño racional respaldado en una evaluación cuantitativa de los costos y las consecuencias de falla, así como las distribuciones probabilistas de los parámetros que rigen el comportamiento estructural y los límites de seguridad.

En muchos de sus campos el diseño estructural ha llegado a una etapa en la que se dificulta el progreso sin recurrir a la teoría de probabilidades y a métodos estadísticos. En lo que respecta a la carga viva de edificios en México, son escasos tanto los datos empíricos como los estudios analíticos. Es digno de mención el trabajo presentado por el Dr. Emilio Rosenblueth, en 1959, referente a la *teoría de las cargas vivas en edificios*, cuyos planteamientos e hipótesis de partida aún siguen siendo vigentes.

El diseño de una estructura debe satisfacer los siguientes criterios: a). Seguridad (Confiabilidad), b). Serviciabilidad, c). Durabilidad, e). Estética y d). Economía. Esto implica, funcionalidad y factores estéticos, así como técnicos y económicos.

La seguridad y economía de los edificios requiere un conocimiento de las cargas a las que estará sujeta una estructura durante su vida útil. Si bien la magnitud y duración de las cargas no se puede saber con completa certeza, es posible formular modelos probabilistas que reflejen la naturaleza estocástica de estas cargas.

Al estimar las acciones, es necesario prever las condiciones más desfavorables en que la estructura puede llegar a encontrarse, así como el tiempo que sufrirá estas condiciones desfavorables. Para hacer un análisis riguroso sería necesario conocer las variaciones probables en la intensidad y la distribución de las cargas a lo largo de la vida útil de la estructura.

La verdadera naturaleza de las cargas vivas es dinámica, esto es, que varían con el tiempo. De hecho las cargas vivas en esencia son dinámicas, lo cual implica variación de la magnitud de la carga con el tiempo; sin embargo, se puede considerar a los valores medios de las cargas vivas como estáticos, o sea que el tiempo que tardan en aplicarse las cargas vivas es bastante mayor que el período de vibración de la estructura (el tiempo que tarda la estructura en completar un ciclo de vibración). Al considerar lo anterior, se desprende que la mayoría de las estructuras en ingeniería civil pueden diseñarse como si las cargas vivas fueran estáticas; sin embargo, existen importantes excepciones, como es el caso de salones de fiestas, graderías, estadios, puentes y todos aquellos lugares donde existen aglomeraciones de gente y que en un momento dado la estructura se vea sujeta a fuerzas alternantes que provoquen vibraciones excesivas a la estructura (Rodríguez Cuevas, 1995). La metodología planteada en esta tesis, es útil para representar el valor medio de las cargas vivas cuando la frecuencia de aplicación de éstas sobre la estructura sea muy diferente a los períodos naturales de la estructura.

Cuando existan condiciones de impacto de las cargas vivas, estas deberán incrementarse entre un 20 y 50% del valor de las cargas estáticas y hasta un 100% como sucede con elevadores (Ghiocel y Lungu, 1975).

El principal objetivo de este trabajo es implementar un modelo estocástico de cargas vivas mediante simulación Montecarlo, que sirva de apoyo al desarrollo estadístico y analítico que aparece durante el proceso de generación de cargas vivas.

Con base en una revisión de los valores nominales de cargas vivas que proponen los reglamentos mexicanos de construcción (RCDF) de 1976 y 1987, y la norma americana del ANSI A-58.1 de 1982 y 1994, se planteó la necesidad de determinar la probabilidad de excedencia de los valores nominales que recomiendan dichos reglamentos. De esta manera en este trabajo se explica y sistematiza una metodología para que sirva de sustento del desarrollo estadístico y analítico que sigue el proceso de generación de cargas vivas; valiéndose de datos estadísticos del

comportamiento de las cargas vivas en edificios de Estados Unidos, Canadá y la Unión Europea; se implemento un modelo de simulación estocástico de cargas vivas con base en la simulación de Montecarlo. Se presentan las bases teóricas de estos modelos; los resultados del modelo implementado se comparan con los valores nominales que proponen dichos reglamentos. Finalmente se obtiene la probabilidad de excedencia de las cargas vivas para edificios de oficinas, residencias, cuartos de hotel, comercios y salones de clase, en función de la varianza de las cargas.

# I. TIPOS DE CARGAS EN LAS ESTRUCTURAS

Para fines de diseño generalmente se proporciona un sistema de cargas y/o deformaciones los cuales se supone son equivalentes a las solicitaciones que se presentan en una estructura real. Estas pueden ser cargas gravitacionales o cargas accidentales. En el diseño de una estructura se debe considerar el efecto combinado de todas las acciones que tengan cierta probabilidad de ocurrir.

En el primer capítulo de este trabajo se presenta una revisión de las cargas vivas especificadas en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal RDF (1976), (1987). Se compara la norma mexicana y la norma estadounidense ANSI-A58.1 (1982) en cuanto a las cargas de diseño. En este estudio se realiza un enfoque principalmente sobre las cargas vivas en oficinas. Primero se hace una breve introducción de los tipos de cargas de diseño.

El Reglamento del Distrito Federal (RDF. 76, 87) clasifica las acciones de acuerdo con la duración con que obran sobre la estructura con su intensidad máxima.

Las acciones pueden ser de tres categorías (Manual CFE, ACCIONES, 1981):

## 1.1 ACCIONES PERMANENTES.

Son aquellas que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad puede considerarse que no varía con el tiempo. Comprenden:

- a). Carga Muerta. Dentro de la que se considera el peso propio tanto de los elementos estructurales incluyendo instalaciones y equipo que ocupen una posición fija y permanente en la construcción, y el peso estimado de los elementos que posteriormente puedan colocarse en forma permanente.
- b). Empuje estático de tierras, granos y líquidos de carácter permanente.

c). Deformación y desplazamiento impuestos a la estructura. Tales como los debidos a presfuerzo o a movimientos diferenciales permanentes en los apoyos.

### 1.2 ACCIONES VARIABLES.

Son las que actúan en una estructura con una intensidad variable con el tiempo. Comprenden:

- a). Carga Viva. Representa las fuerzas gravitacionales que obran en la construcción y que no tienen carácter permanente.
- b). Efectos causados en la estructura por cambios de temperatura y contracciones.
- c). Deformaciones impuestas y hundimientos diferenciales que tengan una intensidad variable con el tiempo.
- d). Efectos de operación de maquinaria y equipo, incluyendo cuando sean significativas, las acciones dinámicas que el funcionamiento de máquinas induzca en las estructuras debido a las vibraciones, impacto, frenaje y aceleración.

### 1.3 ACCIONES ACCIDENTALES.

Estas no se deben al funcionamiento propio de la construcción y pueden alcanzar valores significativos sólo durante lapsos breves de tiempo. Incluyen:

- a). Sismo.
- b). Viento.
- c). Cargas de Montaje.
- d). Otras acciones accidentales, como nieve, explosiones, incendios y otros agentes que pueden ocurrir en casos extraordinarios.

### 1.4 INTENSIDADES NOMINALES DE CARGAS.

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RDF-1976, 1987, 1993) clasifica las acciones de acuerdo con la duración con que obran sobre la estructura con su intensidad máxima.

En el Reglamento del Distrito Federal las acciones se clasifican en permanentes, variables y accidentales. Los criterios generales de determinación de estas acciones son los siguientes.

Las acciones permanentes y variables tiene distribuciones de frecuencia como la indicada en forma aproximada en la figura 1. Se han señalado en ella tres valores de las intensidades de las acciones:

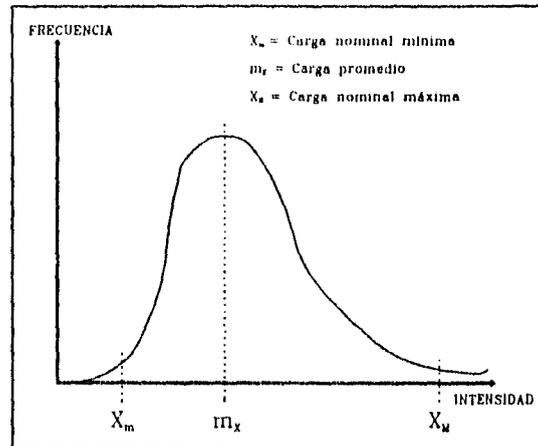


FIG. 1. DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

- a). Una **intensidad nominal máxima**,  $X_M$ , que es aquella cuya probabilidad de ser excedida es pequeña (por ejemplo dos por ciento), o sea, que es un **valor máximo probable** de la carga.
- b). Una **intensidad nominal mínima**,  $X_m$ , que es aquella cuya probabilidad de no ser alcanzada es pequeña (por ejemplo dos por ciento), es decir, que es un **valor mínimo probable** de la carga.
- c). La **intensidad nominal promedio**,  $m_x$ , que corresponde al valor medio de la función de probabilidades.

El Reglamento del Distrito Federal utiliza estos conceptos de intensidad máxima e intensidad mínima para establecer las acciones de diseño permanentes y variables. En el caso de las permanentes, establece determinar un valor máximo probable de su intensidad tomando en cuenta la variabilidad de las dimensiones de los elementos, de los pesos volumétricos y de las otras propiedades relevantes de los materiales, excepto cuando el efecto de la acción permanente sea favorable a la estabilidad de la estructura, como en muros de gravedad; entonces debe usarse la intensidad mínima probable.

La carga viva está especificada comúnmente en los reglamentos de construcción como carga uniformemente repartida equivalente, con distintas intensidades de acuerdo con el uso considerado. Para acciones variables se establecen cuatro intensidades:

- a). Una **intensidad máxima probable** ( $W_m$ ) se determina como el valor máximo probable durante la vida esperada de la construcción. Se emplea en combinación con acciones permanentes

y que es la equivalente de  $X_M$  en la figura 1.

b). Una **intensidad mínima probable** que debe utilizarse cuando el efecto de la acción sea favorable a la estabilidad de la estructura; es la equivalente a  $X_m$  en la figura 1, pero el Reglamento (RDF) especifica tomarla en general igual a cero.

c). Una **intensidad media (  $w$  )**, equivalente a  $m_x$ , que se utiliza para estimar efectos a largo plazo, como hundimientos o deflexiones.

d). Una **intensidad instantánea (  $W_a$  )** que se utiliza en combinaciones que incluyan acciones accidentales o más de una acción variable. Es el valor máximo probable en el lapso en que pueda presentarse una acción accidental como el sismo. Tiene valores comprendidos entre la intensidad media  $m_x$ , y la intensidad máxima  $X_M$ , figura 1. Al especificar esta cantidad se reconoce que es muy poco probable que al presentarse una acción accidental, la acción variable esté actuando con su intensidad máxima probable.

Al estimar las acciones, es necesario prever las condiciones más desfavorables en que la estructura puede llegar a encontrarse, así como el tiempo que sufrirá estas condiciones desfavorables. Para hacer un análisis riguroso sería necesario conocer las variaciones probables en la intensidad y la distribución de las cargas a lo largo de la vida útil de la estructura.

Las estructuras y cimentaciones, deben ser diseñadas de forma tal que sus intensidades de diseño excedan con cierta probabilidad las combinaciones de cargas nominales alteradas por ciertos factores de carga. Las normas del ANSI-A58.1 (ANSI, 1990 y 1994), y RDF-1987 recomiendan los siguientes criterios de combinación de cargas:

**1.5 COMBINACIÓN DE CARGAS CONSIDERANDO INTENSIDADES DE DISEÑO.**

Combinaciones básicas, excepto cuando los códigos y los estándares proporcionan otra cosa. Las estructuras, componentes y cimentaciones, deberán ser diseñadas también para que sus intensidades de diseño excedan las cargas nominales alteradas por los factores de carga de las combinaciones siguientes.

**1.5.1 NORMA ANSI-A58.1, 1990 y 1994.**

- 1)  $1.4 D$
- 2)  $1.2 D + 1.6 L + 0.5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$
- 3)  $D + (W \text{ ó } E)$
- 4)  $D + L + (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (W \text{ ó } E)$

Donde:

D, carga muerta; corresponde al peso propio de los elementos estructurales (vigas, columnas, losas, muros, etc.) y de todos los pesos de los materiales de construcción incorporados a los edificios que en forma permanente serán soportados por los elementos estructurales, incluyendo partes empotradas (falsos plafones, muros divisorios, anuncios publicitarios, instalaciones de aire acondicionado, instalaciones eléctricas y sanitarias, etc.). Además, deberán considerarse aquellos pesos de equipo permanente.

E, carga por sismo

F, carga debida a fluidos con presiones definidas y alturas máximas.

L, carga viva debida a una intensidad de uso y ocupación, incluyendo cargas debidas objetos móviles y partes movibles y cargas temporales soportadas por la estructura durante el mantenimiento. Si se toma en cuenta en el diseño la resistencia al impacto de la cargas, este efecto deberá ser considerado junto con el efecto producido por las cargas vivas (estadios, graderías, salones de baile, gimnasios, etc.)

$L_r$ , carga viva de azotea.

S, carga por nieve.

R, carga por lluvia -excepto estancamiento

W, carga por viento.

**1.5.2 REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL, RDF-1987**

- 1) ( W + Wm) 1.4  
( W + Wm) 1.5 (en el caso de aglomeraciones)
- 2) (W + Wa + CS) 1.1

Donde :

*Carga Muerta ( W )*: se consideran como cargas muertas los pesos de todos los elementos constructivos, de los acabados y de todos los elementos que ocupan una posición permanente y tienen un peso que no cambia sustancialmente con el tiempo. Para la evaluación de las cargas muertas se emplearán las dimensiones especificadas de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales. Para estos últimos se utilizarán valores mínimos probables cuando sea más desfavorable para la estabilidad de la estructura considerar una carga muerta menor, como en el caso de volteo, flotación, lastre y succión producida por viento. En otros casos se emplearán valores máximos probables.

*Cargas Vivas*: Se consideran cargas vivas las fuerzas que se producen por el uso y ocupación de las construcciones y que no tienen carácter permanente. Las cargas especificadas no incluyen el peso de muros divisorios de mampostería o de otros materiales, ni el de muebles, equipos u objetos de peso fuera de lo común, como cajas fuertes de gran tamaño, archivos importantes, libreros pesados o cortinajes de salas de espectáculos. Cuando se prevean tales cargas deberán cuantificarse y tomarse en cuenta en el diseño en forma independiente de la carga viva especificada.

*Carga Viva máxima ( Wm )*: estas cargas se deberán emplear para diseño estructural por fuerzas gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño estructural de los cimientos ante cargas gravitacionales.

*Carga Viva instantánea ( Wa )*: se deberá usar para diseño sísmico y por viento y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorable que la uniformemente repartida sobre toda el área.

*Carga media ( w )*: se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos y para el cálculo de flechas diferidas.

*Carga Sísmica (CS)*: cargas debidas a la acción sísmica.

Cuando el efecto de la carga viva sea favorable para la estabilidad de la estructura, como en problemas de flotación volteo y de succión por viento, su intensidad se considerará como nula sobre toda el área.

### 1.5.3 REVISIÓN DE LAS CARGAS VIVAS NOMINALES PROPUESTAS EN EL ANSI A58.1 Y EN EL RDF.

A continuación se realiza una revisión de las cargas vivas de diseño especificadas tanto en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal RCDF (1976, 1987 y 1993) como en la norma estadounidense ANSI-A58.1 (1982 y 1994).

El ANSI A58.1 (1982 y 1994) establece que la carga viva considerada en el diseño de edificios y otras estructuras debe ser el valor máximo probable asociando a una probabilidad de excedencia dada, que sea producida por la intensidad de uso u ocupación, pero en ninguno de los casos deberá ser menor que la mínima carga viva uniformemente distribuida  $L_o$ , especificada en la Tabla III. Además, el ANSI A58.1 permite una reducción de las cargas vivas  $L_o$  (bajo ciertas limitaciones) en función del área de influencia; para áreas mayores que los 400 ft<sup>2</sup>. Dicha reducción se establece en la siguiente fórmula:

$$L = L_o \left( 0.25 + \frac{15}{\sqrt{A_I}} \right) \quad \text{Ec.1.1}$$

Donde:

- L carga viva reducida, por ft<sup>2</sup> de área soportada por el miembro estructural
- $L_o$  carga viva de diseño sin reducir, por ft<sup>2</sup> de área soportada por el miembro
- $A_I$  área de influencia en ft<sup>2</sup>. El área de influencia  $A_I$  es cuatro veces el área tributaria para una columna (ver fig.1.1.a), dos veces el área tributaria para una viga (ver fig.1.1.b) e igual al área del panel en el caso de losas de dos direcciones.

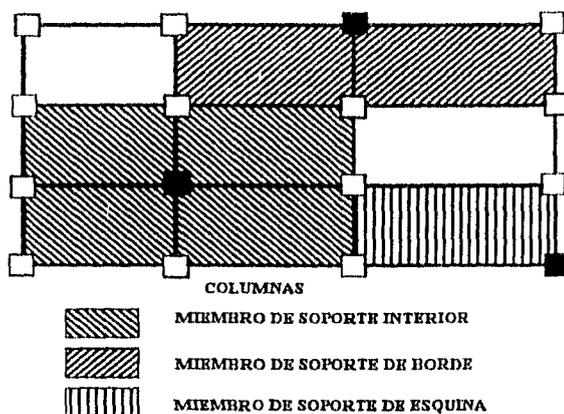


FIG.1.1.a. ÁREA DE INFLUENCIA EN COLUMNAS.

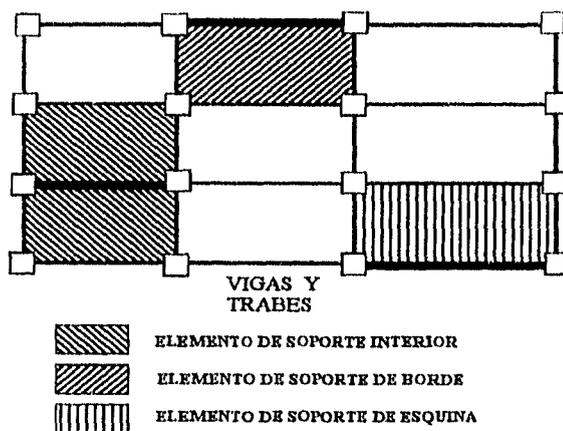


FIG.1.1.b. ÁREA DE INFLUENCIA EN VIGAS

La carga viva de diseño no deberá ser menor que el 50% de la carga viva  $L_o$  propuesta para miembros soportando un piso, y no menor que el 40% de la carga viva  $L_o$  para otros casos.

El reglamento mexicano desde sus orígenes (Rosenblueth, 1959) empleaba un formato similar (bajo ciertas consideraciones, - para elementos de área tributaria mayor de  $36 \text{ m}^2$  ó  $400 \text{ ft}^2$  -, etc) al que utiliza el ANSI A58.1 referente a la reducción de las cargas unitarias de diseño y que los reglamentos subsecuentes han utilizado. Este formato se puede resumir en la siguiente expresión:

$$W_d = W \left( 1 + \frac{f}{\sqrt{A}} \right) \quad \text{Ec.1.2}$$

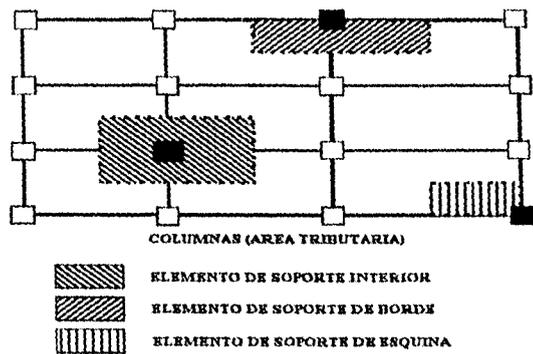
Donde:

$W_d$ ; carga unitaria de diseño, es válida sólo cuando la estabilidad del elemento depende totalmente de la carga total que obra en el área tributaria A. Además, se considera este término en función de una ocupación dada.

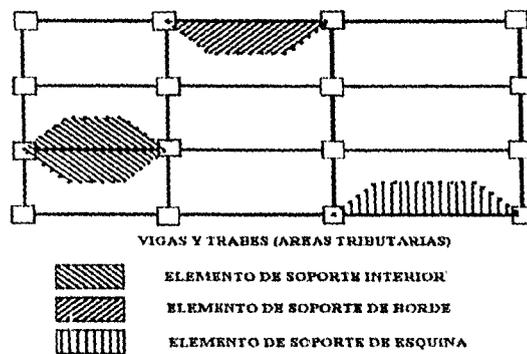
A ; área tributaria que actúa sobre el elemento ya sea columna o viga (ver figs. 1.3 y 1.4).

f ; factor que depende de la vida útil de la estructura.

W ; media de la carga viva.



**FIG.1.3 ÁREA TRIBUTARIA EN COLUMNAS**



**FIG.1.4 ÁREA TRIBUTARIA EN VIGAS**

Tanto el reglamento americano como el mexicano, consideran una reducción de las cargas

de diseño según el área de influencia ó del área tributaria. En la fig. 1.5 se ilustra lo anterior. Se presentan los casos de cargas vivas en oficinas.

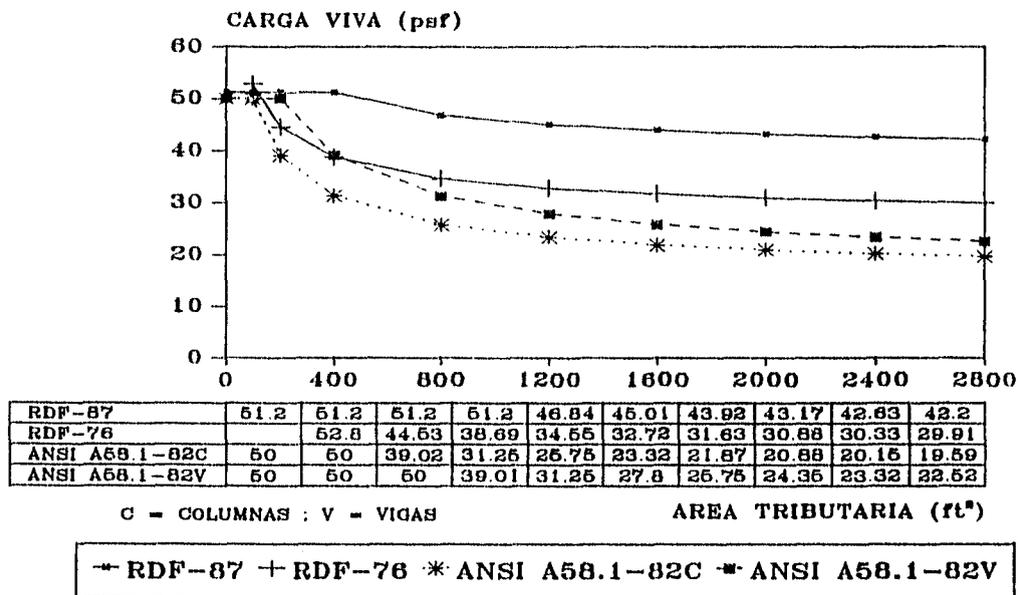


FIG.1.5 VARIACIÓN DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS

Cabe aclarar que los resultados que se presentan están en función del área tributaria (el ANSI A58.1 utiliza el área de influencia en lugar del área tributaria). La abscisa de gráfica corresponde a la carga nominal recomendada en ambos reglamentos. De acuerdo con los resultados presentados en estas gráficas se puede afirmar que para estos casos y en donde se aplica la fórmula de reducción de cargas la norma mexicana trabaja con valores de cargas vivas mayores que los que propone la norma americana.

En las Tablas I, II y III se muestran los valores nominales de cargas vivas que proponen los reglamentos americanos ANSI-A58.1 - 1982 y 1994, y los reglamentos de 1976 y 1987 del Distrito Federal, México. El reglamento mexicano de 1993 contiene valores de cargas nominales iguales a los de la edición 1987. Las cargas uniformes de las Tablas I y II se consideran distribuidas sobre el área tributaria de cada elemento.

CARGAS VIVAS UNITARIAS DE DISEÑO (REGLAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL, 1976)			
DESTINO DEL PISO O CUBIERTA	w [kg/m <sup>2</sup> ]	Wa[kg/m <sup>2</sup> ]	Wm [kg/m <sup>2</sup> ]
Habitación (casa habitación, apartamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuelas, cuarteles cárceles, correccionales, hospitales y similares). Oficinas, Despachos y Laboratorios.	70	90	120 + 420 /NA
Comunicación para peatones (pasillos, escaleras, rampas vestíbulo y pasaje de acceso libre al público).			
-Cuando sirven a no más de 200 m <sup>2</sup> de área habitante	40	150	150 + 200 /NA
-Cuando sirven a un área habitable superior a 200 m <sup>2</sup> e inferior a 400 m <sup>2</sup>	40	150	50 + 400 /NA
-Cuando sirven a 400 m <sup>2</sup> o más de área habitable en un lugar de reunión.	40	150	150 + 600 /NA
Estadios y lugares de reunión sin asientos individuales	40	350	450
Otros lugares de reunión (templos, cines, teatros, gimnasios, salones de baile restaurantes, bibliotecas, aulas, salas de juego y similares).	40	250	300
Comercios, fábricas y bodegas.			
- Área tributaria hasta 20 m <sup>2</sup> .	0.8Wm	0.9Wm	Wm
- Área mayor de 20 m <sup>2</sup>	0.7Wm	0.8Wm	0.9Wm
Tanques y Cisternas.	0.7Wm	0.8Wm	Wm
Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5 %	15	70	100
Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5 % y menor de 20 %	5	20	60
Cubiertas y azoteas con cubierta mayor de 20 %	5	20	30
Volados en vía pública (marquesinas, balcones y similares).	15	70	300
Garages y estacionamientos (para automóviles exclusivamente).	40	100	150
Andamios y cimbras de concreto.	15	70	100
NOTA: Se deberán consultar las observaciones y notas complementarias (RDF,1976) para cada tipo de carga especificada anteriormente.			

TABLA I

CARGAS VIVAS UNITARIAS DE DISEÑO (REGLAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL, 1987)			
DESTINO DEL PISO O CUBIERTA	w [kg/m <sup>2</sup> ]	W <sub>a</sub> [kg/m <sup>2</sup> ]	W <sub>m</sub> [kg/m <sup>2</sup> ]
Habitación (casa habitación, apartamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuelas, cuarteles cárceles, correccionales, hospitales y similares).	70	90	170 (1) REDUCCIÓN 100 + 420 /VA
Oficinas, despachos y laboratorios.	100	180	250 (2) REDUCCIÓN 180 + 420 /VA
Comunicación para peatones (pasillos, escaleras, rampas vestíbulo y pasaje de acceso libre al público).	40	150	350 (3),(4)
Estadios y lugares de reunión sin asientos individuales	40	350	450 (5)
Otros lugares de reunión (templos, cines, teatros, gimnasios, salones de baile, restaurantes, bibliotecas, aulas, salas de juego y similares).	40	250	350 (5)
Comercios, fabricas y bodegas.	0.8W <sub>m</sub>	0.9W <sub>m</sub>	W <sub>m</sub> (6)
Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5 %	15	70	100 (4,7)
Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5 % y menor de 20 %	5	20	60 (4,7,8)
Volados en vía pública (marquesinas, balcones y similares).	15	70	300
Garages y estacionamientos (para automóviles exclusivamente).	40	100	250
<p>NOTA: Se deberán consultar las observaciones y notas complementarias (RDF,1987) para cada tipo de carga especificada anteriormente.                      (*) ver "observaciones" en el RDF-1987.</p>			

TABLA II

CARGA VIVA MÍNIMA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA, L <sub>o</sub> (ANSI A58.1-1982)			
OCUPACIÓN O USO	L <sub>o</sub> [kg/m <sup>2</sup> ]	OCUPACIÓN O USO	L <sub>o</sub> [kg/m <sup>2</sup> ]
Salas y otros sitios de reunión. - con asientos fijos - con asientos móviles - plataformas y rampas	295 490 490	Construcciones Residenciales Multifamiliares. - apartamentos privados - salas públicas - corredores	195 490 390
Edificios de oficinas - oficinas - áreas públicas - corredores niveles superiores * (archivos y cuartos de computadora requieren mayores cargas)	245 490 390	Hoteles - cuartos de huéspedes - salones públicos - corredores o salones públicos - otros corredores	195 490 490 390
Tiendas menudeo - primer nivel - otros niveles - mayoreo	490 365 610	Casa habitación - primer nivel - segundo nivel	195 145
Bibliotecas - salones de lectura - libreros (libros y estantería, 1050 Kg/m <sup>2</sup> ) - corredores niveles superiores	295 730 390	Hospitales - Laboratorios y quirófanos - Dormitorios y cuartos privados - corredores niveles superiores	295 195 390
Teatros - pasillos, corredores y vestíbulo - niveles superiores - escenario	490 295 730	Corredores - en el primer nivel * en otros niveles se debe tomar la misma carga del área habitable.	490
Reclusorios - celdas - corredores	195 490	Bodegas - materiales ligeros - materiales pesados	610 1220
Balcones (exteriores) - tan sólo en casa habit. y con área < 10 m <sup>2</sup>	295	Fábricas - manufactura ligera	610
Marquesinas	365	Patios y terrazas para peatones	490
Gimnasios	490	Boliches, albercas y áreas de recreación similares.	370
Garages - automóviles de pasajeros - autobuses y trailers (ver AASHTO).	245	Comedores y restaurantes  Salones de baile	490  490

NOTA: Se deberán consultar las observaciones y notas complementarias (ANSI A58.1,1982) para cada tipo de carga especificada anteriormente.

TABLA III

En base en esta revisión de los valores nominales de cargas vivas que proponen los reglamentos mexicanos de construcción (RDF) de 1976, 1987 y 1993, y la norma americana ANSI A-58.1 de 1982 y 1994, se planteó la necesidad de determinar la probabilidad de excedencia de los valores nominales implícita en dichos reglamentos. En este trabajo se explica y sistematiza una metodología que sirve de sustento del desarrollo estadístico y analítico que sigue el proceso de generación de cargas vivas.

## II. CONCEPTOS BÁSICOS.

El estudio de diversos fenómenos físicos, que antes no podían explicarse por medio de las leyes de la física, ha encontrado alternativas en el campo de la probabilidad y estadística. Tal es el caso por ejemplo de la sismología, donde actualmente no es posible explicar diversos fenómenos sin el uso de la estadística y de la teoría de las probabilidades. Incluso fenómenos naturales como la presencia de huracanes y la incidencia de éstos en las costas no podrían explicarse sin la ayuda de la estadística y la teoría de probabilidades.

Actualmente los ingenieros recurrimos a esta ciencia para explicar diversos fenómenos de la naturaleza; como es el caso del estudio de la resistencia de los materiales (concreto, acero, etc.) y la pérdida de resistencia de estos con respecto al tiempo y ante distintos tipos de cargas.

En el caso de las cargas, la aplicación de métodos probabilistas ha permitido proponer diversas metodologías y modelos que representan diversos fenómenos de la naturaleza y su interacción con las estructuras, que permiten actualmente diseñar estructuras más económicas y más seguras. Esto ha sido posible gracias al estudio de los materiales y sin duda a la interpretación que se ha dado a las cargas que actúan en las estructuras; cada vez se aplican modelos probabilistas más realistas que representen mejor los efectos de las solicitaciones. Este es el caso de las cargas que actúan en los edificios tales como efectos por sismo, viento (huracanes, ráfagas), tormentas de nieve o en el caso de las acciones variables como las *cargas vivas* (motivo de estudio en este trabajo), donde resulta imprescindible el uso de la estadística y de la teoría de probabilidades.

A continuación se darán algunos conceptos básicos utilizados en este trabajo.

### 2.1 VARIABLES ALEATORIAS.

Se conoce como variable aleatoria a aquella variable en la que se ignora el valor particular que tomará, sin embargo se saben los valores que puede tomar y también las probabilidades que ocurran unos u otros valores. En función de esto no podemos predecir con exactitud el resultado de una prueba relacionada con esta variable aleatoria, pero sí podemos prever con seguridad los

resultados de un gran número de pruebas. Cuanto mayor sea el número de pruebas, mayor exactitud tendrán nuestras predicciones.

Es decir, para definir una variable aleatoria es preciso señalar los valores que puede tomar y las probabilidades de estos valores.

### 2.1.1 VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS.

Se dice que la variable aleatoria  $\xi$  es discreta si puede tomar un conjunto discreto de valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .

Una variable aleatoria discreta  $\xi$  se define mediante la siguiente expresión :

$$\xi = \begin{matrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ P_1 & P_2 & \dots & P_n \end{matrix}$$

Esta expresión se conoce como *distribución de la variable aleatoria*.

donde  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores posibles de la variable  $\xi$ , y  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  son las probabilidades que les corresponden. Esto significa que la probabilidad de que la variable aleatoria  $\xi$  tome el valor de  $x_i$  es igual a la probabilidad  $P_i$ .

$$P(\xi = x_i) = P_i$$

En términos generales, los números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  pueden ser cualesquiera. En cambio las probabilidades  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  deben cumplir dos condiciones :

a). Todos los números  $P_i$  deben ser positivos :

$$P_i \geq 0$$

b). La suma de todos los  $P_i$  debe ser igual a 1 :

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$$

La ultima condición significa que  $\xi$  debe necesariamente tomar en cada caso uno de los valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .

Se denomina **esperanza matemática** de la variable aleatoria  $\xi$  al número:

$$M \xi = \sum_{i=1}^n x_i P_i$$

Dos de las propiedades principales de la esperanza matemática son:

$$M (\xi + c) = M \xi + c$$

$$M (c \xi) = c M \xi$$

donde:  $c$ , es una constante.

Si  $\xi$  y  $\eta$  son dos variables aleatorias cualesquiera, se tiene que :

$$M (\xi + \eta) = M \xi + M \eta$$

Se denomina **varianza** de la variable aleatoria  $\xi$  al número :

$$V \xi = M [(\xi - M \xi)^2]$$

$$V \xi = M(\xi^2) - (M \xi)^2$$

Las propiedades principales de la varianza son:

$$V (\xi + c) = V \xi$$

$$V (c \xi) = c^2 V \xi$$

En el caso de dos variables aleatorias independientes  $\xi$  y  $\eta$ , son válidas las relaciones :

$$M (\xi \eta) = M \xi M \eta$$

$$V (\xi + \eta) = V \xi + V \eta$$

**2.1.2 VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS.**

Diremos que una variable aleatoria  $\xi$  es *continua* si puede tomar cualquier valor comprendido en un intervalo  $[a,b]$ . Toda variable aleatoria continua  $\xi$  queda definida si se da el intervalo  $[a,b]$  que contiene los valores posibles de esta variable y la función  $f(x)$  que lleva el nombre de función de densidad de probabilidades de la variable aleatoria  $\xi$  (o densidad de distribución de  $\xi$ ).

El significado real de la función  $f(x)$  es el siguiente : sea  $[a', b']$  un intervalo cualquiera contenido en  $[a, b]$  (es decir, sea  $a \leq a'$  y  $b' \leq b$ ); entonces la probabilidad de que  $\xi$  tome un valor perteneciente al intervalo  $[a', b']$  es igual a la integral

$$P (a' < \xi < b') = \int_{a'}^{b'} f(x) dx$$

El área sombreada de la figura 2.1 es igual al valor de la integral.

El conjunto de los valores de  $\xi$  pueden formar un intervalo cualquiera. Puede darse incluso el caso de que  $a = -\infty$  y también el de que  $b = \infty$ .

En cambio, la densidad  $f(x)$  debe cumplir dos condiciones :

a). La densidad  $f(x)$  debe ser positiva:

$$f(x) > 0$$

b). La integral de la función  $f(x)$  correspondiente a todo el intervalo  $[a, b]$  debe ser igual a 1

$$\int_a^b f(x) dx = 1$$

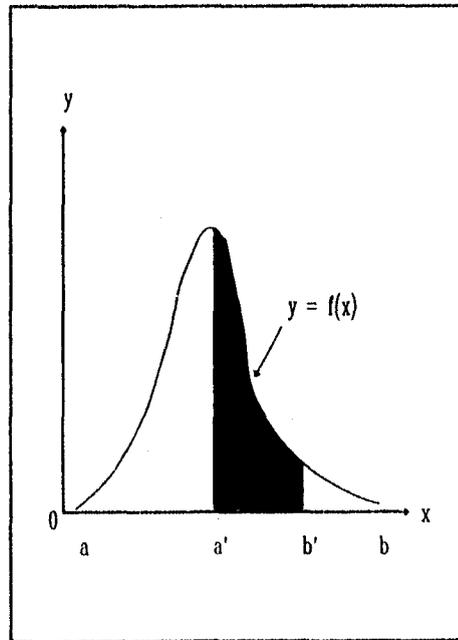


FIG. 2.1

Se denomina *esperanza matemática* de la variable aleatoria continua el número:

$$M\xi = \int_a^b x f(x) dx$$

El significado de esta característica es el mismo que en el caso de una variable aleatoria discreta; de forma análoga se deben cumplir las mismas condiciones.

Se puede estimar la esperanza matemática de una función de una variable aleatoria continua ( $f(\xi)$ ). Considérese como antes,  $f(x)$  como la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $\xi$ . Sea una función continua cualquiera  $g(x)$  y que la variable aleatoria  $\eta = f(\xi)$ .

Se puede demostrar que

$$M f(\xi) = \int_a^b g(x) f(x) dx$$

La *varianza* de una variable aleatoria continua se define como :

$$V\xi = \int_a^b x^2 f(x) dx - (M\xi)^2$$

Además la *desviación estándar* se define como la raíz cuadrada de la varianza.

$$D\xi = \sqrt{V\xi}$$

El *coeficiente de variación*, se define como la relación entre la desviación estándar y la media

$$CV = \frac{\sqrt{V\xi}}{M\xi}$$

La *varianza*, *desviación estándar* y el *coeficiente de variación*, miden el grado de incertidumbre que presenta una variable.

## 2.2 FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

El conocimiento de la distribución de la frecuencia de una variable, en combinación con la postulación de un modelo estocástico del proceso que origina dicha variable, forma la base de calcular su distribución probabilista.

Las características más importantes de la distribución de una variable, quedan descritas por la posición de su centroide (media o primer momento) y por el momento de inercia centroidal (varianza o segundo momento); estos dos parámetros proporcionan una medida de la tendencia central y de la dispersión de la variable.

### 2.2.1 FUNCIÓN DE DISTRIBUCION GAMMA.

La función de distribución gamma se representa por:

$$f_{x_k}(x) = \frac{\lambda (\lambda x)^{k-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(k)} ; x \geq 0$$

Las únicas restricciones de inicio son  $\lambda > 0$  y  $k > 0$ . La función gamma  $\Gamma(k)$  (debido a esta función, la distribución toma su nombre) es igual a  $(k-1)!$  si  $k$  es un entero, pero en forma general esta definida por la integral siguiente.

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} e^{-u} u^{k-1} du$$

El resultado de la integral es una constante; este resultado es necesario para normalizar la función a una función de densidad en particular.

El valor de la media esta representado por:

$$M(x) = \frac{k}{\lambda}$$

La varianza está dada por:

$$V(x) = \frac{k}{\lambda^2}$$

Se puede apreciar que el coeficiente de variación depende únicamente de un sólo término, el factor de escala  $\lambda$ .

La función de distribución Gamma tiene la siguiente forma:

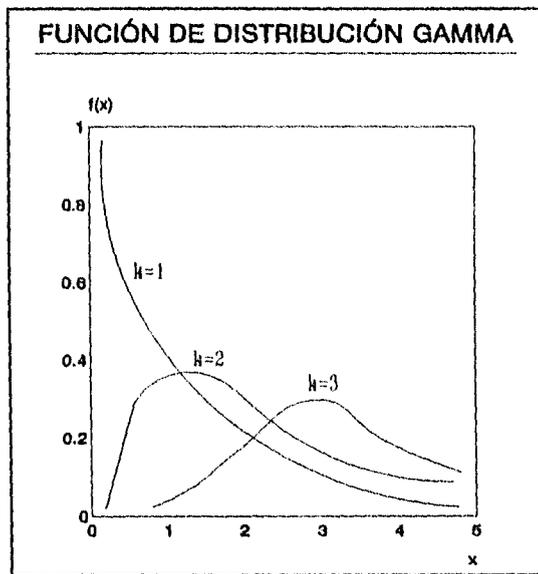


FIG.2.2

La función de distribución gamma se emplea en el modelo de combinación de cargas para generar la intensidad de la carga viva sostenida. Esto se verá en detalle más adelante.

### 2.2.2 FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN EXTREMA TIPO I

Cuando se desea conocer el límite de una distribución tipo exponencial (normal, lognormal, gamma) la distribución de los valores más grandes en una muestra de tamaño  $n$  se aproxima a una distribución de valor extremo tipo I (distribución de Gumbel) a medida que  $n$  tiende a infinito.

Supongase que se conoce únicamente la función de distribución de probabilidades de una variable aleatoria continua  $x$ ; que esta tiende a infinito en la dirección positiva y además la cola

de la función de distribución tiende a disminuir en forma exponencial. Entonces, se supone que al menos la cola de la función de distribución de probabilidades se puede representar por medio de una distribución extrema tipo I.

$$f_y(y) = \alpha e^{-\alpha(y-u)} - e^{-\alpha(y-u)}$$

La función de distribución de probabilidades acumulada se representa como:

$$F_y(y) = e^{-e^{-\alpha(y-u)}} \quad ; \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

$$\alpha > 0 \quad ; \quad u > 0$$

Los parámetros  $\alpha$  y  $u$  deben estimarse de datos observados en cada caso. El resultado es asintótico y es aproximadamente cierto para valores grandes de  $n$ . La abcisa correspondiente al nivel acumulado del 57% representa en forma aproximada la media de la función.

Al igualar la derivada de  $f_y(y)$  a cero se obtiene que  $u$  es la *moda* de la distribución. Se conoce como *moda* de la distribución, al valor que ocurre con más frecuencia en el conjunto de datos. El parámetro  $\alpha$  es una medida de la dispersión. El valor de la media está dado por:

$$M(y) = u + \frac{\gamma}{\alpha} \approx u + \frac{0.577}{\alpha}$$

donde:  $\gamma$  es la constante de Euler.

El valor de la varianza y la desviación estandar están dados por:

$$V(y) = \frac{\pi^2}{6\alpha^2} \approx \frac{1.645}{\alpha^2}$$

$$D(y) = \frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha} \approx \frac{1.282}{\alpha}$$

La función de distribución extrema tipo I es de la forma mostrada en la fig.2.3.

La función de distribución extrema tipo I se utiliza en el modelo de Ellinwood y Culver (1977) para representar el comportamiento probabilista de la carga extraordinaria máxima. En este trabajo igualmente se emplea esta distribución.

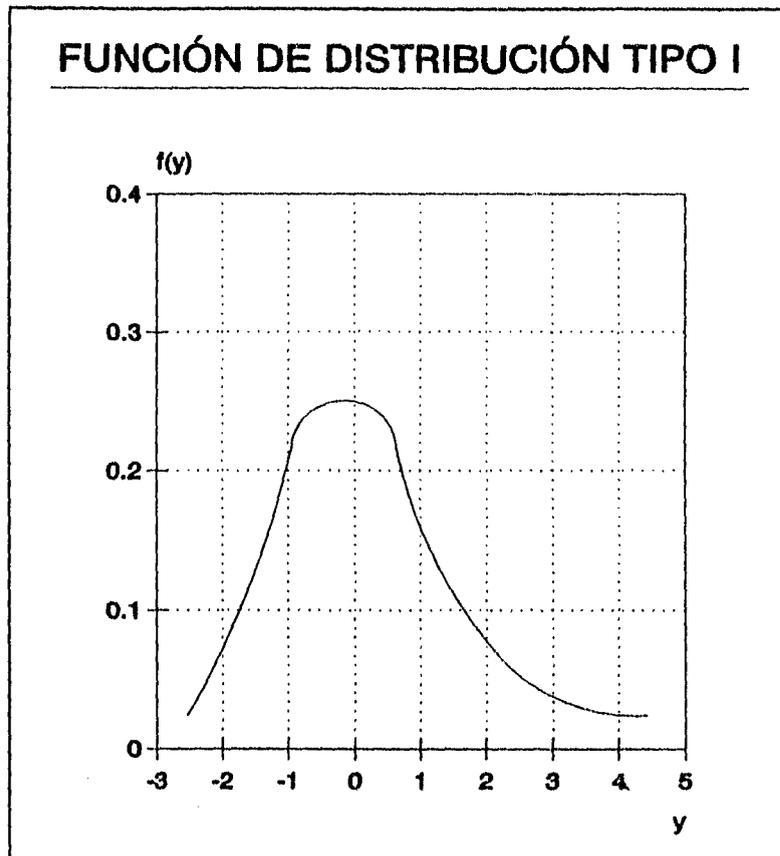


FIG.2.3

### 2.2.3 DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL.

La distribución exponencial se utiliza a menudo para representar la distribución del tiempo que transcurre antes de la ocurrencia de un evento. Es decir, si se considera que los eventos ocurren de acuerdo con un proceso de Poisson, entonces el tiempo de espera hasta que ocurra un evento y el periodo de tiempo entre dos eventos consecutivos cualesquiera, tendrán distribuciones exponenciales. De hecho la distribución exponencial describe el tiempo de la primera ocurrencia de un evento de Poisson.

Si  $T$  es la variable aleatoria que denota el tiempo para que ocurra el primer arribo, entonces la probabilidad de que  $T$  exceda algún valor de  $t$ , es igual a la probabilidad de que no ocurra ningún suceso ( $r = 0$ ) en un intervalo de tiempo de longitud  $t$ . La primera probabilidad

es  $1 - F_T(t)$ . La última probabilidad es  $P_X(r = 0)$ , probabilidad de que una variable aleatoria  $X$  de Poisson sea cero.

$$1 - F_T(t) = \frac{\nu_s t^0 e^{-\nu_s t}}{0!} \quad t \geq 0$$

Por consiguiente.

$$F_T(t) = 1 - e^{-\nu_s t} \quad t \geq 0$$

Al derivar se obtiene

$$f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \nu_s e^{-\nu_s t} \quad t \geq 0$$

Esta última expresión se conoce como función de densidad de probabilidades exponencial, donde  $\nu_s$  es el número promedio de eventos por unidad de tiempo, y  $t$ , es un intervalo de tiempo.

De acuerdo a lo anterior, la función de distribución acumulada se puede expresar como:

$$F_T(t) = 1 - e^{-\nu_s t}$$

El valor de la media de  $f_T(t)$  es:

$$M(t) = \frac{1}{\nu_s}$$

en donde  $1/\nu_s$  representa el tiempo promedio entre arribos.

La varianza queda definida por:

$$V(t) = \frac{1}{\nu_s^2}$$

Note que el coeficiente de variación depende de un sólo valor: el parámetro  $\nu_s$ .

La función de distribución exponencial tiene la forma mostrada en la figura 2.4.

## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

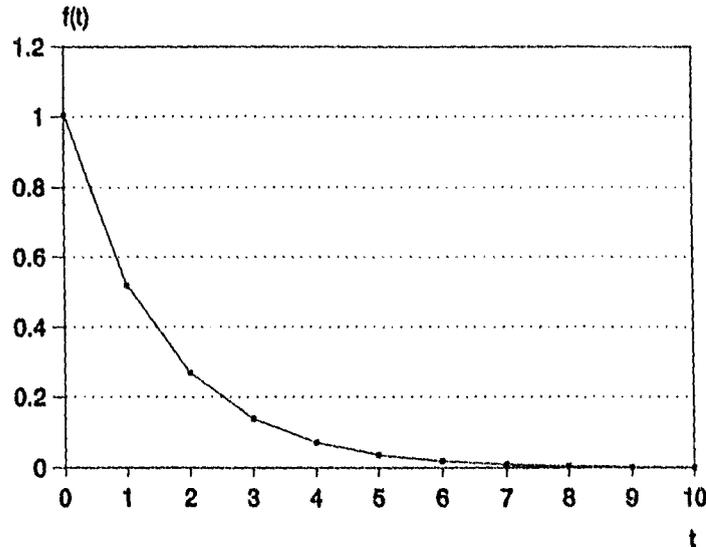


FIG.2.4.

Esta distribución se utiliza más adelante para generar los intervalos de tiempo durante los cuales actúan las cargas vivas.

### 2.3 PROCESOS ESTOCÁSTICOS.

El término proceso aleatorio o proceso estocástico se emplea en relación con procesos físicos que están completa o parcialmente controlados por cierta clase de mecanismo al azar. Tal es el caso de la ocurrencia de sismos, la presencia de ciclones tropicales en las costas, así como la ocupación de oficinas, hoteles, aulas de clase, casas habitación, etc. Lo que caracteriza estos procesos es su dependencia del tiempo, es decir, el hecho de que ciertos eventos se presenten o no (según sus posibilidades) a intervalos regulares de tiempo o en un intervalo continuo del mismo.

Se denomina proceso aleatorio, o proceso estocástico en el espacio probabilístico  $\{P\}$  a una familia de las *magnitudes aleatorias*  $\xi(t, w)$  dependientes de un parámetro real  $t$  que toma los valores de cierto conjunto  $T$ . Este conjunto recibe el nombre de *dominio de definición del proceso*.  $T$  puede ser continuo o discreto. En un proceso estocástico con dominio discreto, el estado del proceso varía aleatoriamente en cada instante. Las propias magnitudes aleatorias  $\xi(t, w)$  pueden ser reales o complejas, o bien vectoriales. En los procesos aleatorios el argumento  $w$  se omite con frecuencia y se escribe  $\xi(t)$ , en lugar de  $\xi(t, w)$ . Un espacio  $X$  en el cual  $\xi(t, w)$  toma sus valores se llama *espacio físico del proceso*.

$$X(t, \xi) \quad t \in T$$

Según sea el espacio físico de un proceso, suele decirse que los procesos son numéricos, de valores complejos o vectoriales. Generalmente la notación empleada para procesos estocásticos es  $X(t)$ .

$X(t)$  puede interpretarse en cuatro formas diferentes:

- 1) como una familia de funciones de parámetro  $t$  ( $t$  y  $\xi$  variables).
- 2) como una función del tiempo ( $t$  variable y  $\xi$  fijo); esta función se llama *realización del proceso*.
- 3) una variable aleatoria ( $t$  fijo y  $\xi$  variable).
- 4) un valor determinado ( $t$  fijo y  $\xi$  fijo).

Si se considera a  $X(t)$  como un proceso real y continuo, y a  $F_x(x, t)$  como la función de distribución de probabilidades acumulada asociada a este proceso, entonces se puede definir a la función de densidad de probabilidades correspondiente, como la derivada de esta función.

$$f_x(x, t) = \frac{\partial F_x(x, t)}{\partial x}$$

Para un valor dado del parámetro  $t$  se podrá definir la media de la variable aleatoria correspondiente:

$$M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x, t) dx$$

En la misma forma se define la varianza:

$$V[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x, t) dx - M[X(t)]^2$$

### 2.3.1 PROCESO DE POISSON.

Una eventual ocurrencia de cargas durante un intervalo de tiempo se puede considerar como un evento en el tiempo. La ocurrencia de la carga durante un período de tiempo es entonces descrito como una serie de eventos. Si se supone que en la secuencia de Bernoulli los intervalos de tiempo se aproximan a cero y si el número de intervalos se incrementa a infinito la ocurrencia se reduce a un proceso de eventos y las condiciones iniciales se reducen a las siguientes:

- 1) Existe la misma probabilidad de que un evento ocurra en cualquier instante.
- 2) La ocurrencia entre uno y otro evento es independiente.
- 3) Sólo una ocurrencia se presenta en un determinado tiempo.

Así el número de ocurrencias se puede expresar como un proceso de Poisson:

$$P(X=r) = \frac{(v_s T)^r}{r!} \exp^{-v_s T}$$

En donde: T, es el período de tiempo bajo consideración.

r, es el número de ocurrencias.

$v_s$ , es el índice medio de ocurrencia (por unidad de tiempo)

Este proceso lo empleó Rosenblueth en 1959, como una idealización de las cargas que actúan en un área de piso conocida.

## 2.4 MÉTODO DE MONTECARLO.

El método de Montecarlo es un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias. Los problemas que permite resolver el método Montecarlo son: 1) Simular cualquier proceso cuya evolución depende de factores aleatorios; 2) En muchos problemas matemáticos, que no tienen la menor relación con aspectos aleatorios, se puede inventar un modelo probabilista artificial (e incluso más de un modelo) que permite resolver estos problemas.

Son dos puntos importantes los que integran este método: el *primero* es generar variables aleatorias en función de la distribución de densidad de probabilidades seleccionada o de su correspondiente función de distribución de probabilidades acumulada que presente la variable aleatoria; y *segundo* el proceso de simulación de la misma.

Para simular variables aleatorias, resulta que los valores de cualquier variable aleatoria se pueden obtener al efectuar transformaciones de una sola variable aleatoria (es decir de una variable estándar). Suele emplearse con este fin la variable aleatoria  $\gamma$  uniformemente distribuida en el intervalo (0, 1).

Se *sorteo* de la variable aleatoria  $\xi$  el proceso de determinar esta variable aleatoria  $\xi$ , mediante la transformación de uno o varios valores de  $\gamma$ .

### 2.4.1 SORTEO DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA.

Supongase que es preciso obtener valores de la variable aleatoria discreta  $\xi$  con la distribución propuesta en la siguiente tabla.

$$\xi = \begin{matrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{matrix}$$

donde  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores posibles de la variable  $\xi$ , y  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  son las probabilidades que les corresponden. Considere el intervalo  $0 < y < 1$ , dividido en  $n$  intervalos de longitudes  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ . Es evidente que las coordenadas de los puntos de división serán  $y=p_1, y=p_1 + p_2, y=p_1 + p_2 + p_3 + \dots, y=p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_{n-1}$ . Sean las cifras 1,2, ..., n, representativas de los intervalos obtenidos (ver fig.2.5).

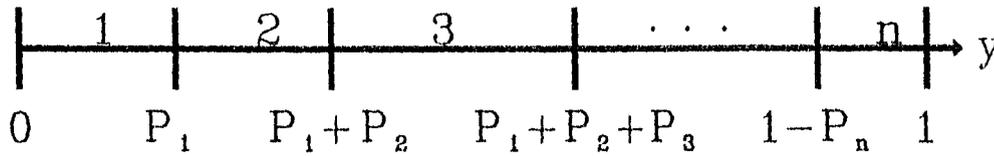


FIG. 2.5

Con esto se han definido los preparativos del sorteo de  $\xi$ . Cada vez que se realice un experimento y sortear el valor de  $\xi$ , se tomara un valor de  $\gamma$  y se genera asi  $y=\gamma$ . Si este punto aparece en el intervalo correspondiente al número  $i$ , aceptaremos que  $\xi=x_i$  (en este experimento).

Es fácil argumentar la legitimidad de este procedimiento. En efecto, puesto que la variable aleatoria  $\gamma$  está uniformemente distribuida en  $(0, 1)$ , la probabilidad de que  $\gamma$  pertenezca a uno de los intervalos es igual a la longitud del mismo. Por consiguiente.

$$\begin{aligned}
 P \{0 < \gamma < P_1\} &= P_1 \\
 P \{P_1 < \gamma < P_1 + P_2\} &= P_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 P \{P_1 + P_2 + \dots + P_{n-1} < \gamma < 1\} &= P_n
 \end{aligned}$$

Según este método,  $\xi=x_i$  cuando

$$P_1 + P_2 + \dots + P_{i-1} < \gamma < P_1 + P_2 + \dots + P_i$$

y la probabilidad de ello es igual a  $P_i$ .

**2.4.2 SORTEO DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA.**

Supongase que se deben obtener valores de una variable aleatoria  $\xi$  distribuida con la densidad  $f(x)$  en el intervalo  $(a, b)$ . Los valores de  $\xi$  se pueden determinar de la ecuación:

$$\int_0^{\xi} f(x) dx = \gamma$$

Es decir, conocido el valor de  $\gamma$  se puede encontrar el valor de  $\xi$ . Para demostrar esta afirmación considere la función

$$y = \int_a^x f(x) dx$$

De las propiedades generales de la densidad resulta que:

$$y(a) = 0, y(b) = 1$$

y que la derivada

$$y'(x) = p(x) > 0$$

Por lo tanto, la función crece monóticamente del 0 al 1 (ver fig.2.6). Debido a esto, toda recta  $y=\gamma$ , donde  $0 < \gamma < 1$ , corta la curva de  $y=y(x)$  en un punto único cuya abscisa se toma precisamente igual a  $\xi$ . Es decir la ecuación planteada en un inicio, tiene siempre solución única.

Si ahora se toma un intervalo arbitrario  $(a', b')$  contenido en  $(a, b)$ . A los puntos

$$a' < x < b'$$

de este intervalo le corresponden las ordenadas de la curva  $y=y(x)$  que satisfacen la desigualdad

$$y(a') < y < y(b')$$

Por eso, si  $\xi$  pertenece al intervalo  $a' < x < b'$ , resulta que  $\gamma$  pertenece al intervalo  $y(a') < y < y(b')$  y viceversa. Luego

Puesto que  $\gamma$  está uniformemente distribuida entre  $(0, 1)$ , tenemos

$$P \{ a' < \xi < b' \} = P \{ y(a') < \gamma < y(b') \}$$

$$P \{ y(a') < \gamma < y(b') \} = y(b') - y(a') = \int_{a'}^{b'} f(x) dx$$

Es decir

$$P \{ a' < \xi < b' \} = \int_{a'}^{b'} f(x) dx$$

Pero esto significa precisamente que la variable aleatoria  $\xi$  tiene la densidad de probabilidad  $f(x)$ .

Los desarrollos anteriores permiten desarrollar un programa de simulación de números aleatorios, dependiendo este del tipo de función de distribución. Sin embargo, el siguiente punto importante resulta en repetir la prueba  $N$  veces de modo que cada simulación sea independiente de los restantes y se toma la media de los resultados de todos los experimentos. Por esto el método Montecarlo se denomina también *método de pruebas estadísticas*.

El procedimiento antes descrito para generar número aleatorios por el método de Montecarlo se siguió en este estudio para simular las variables aleatorias continuas.

El error probable en el Método de Montecarlo, como regla general es inversamente proporcional al número de pruebas.

$$e = 0.675 \sqrt{\frac{D}{N}}$$

donde:  $e$  representa el error;  $D$  la varianza del número de pruebas y;  $N$  es el número de pruebas.

**Nota:** El error probable indica tan sólo el orden del error y no sus límites.

Esta fórmula permite ver que para disminuir el error en 10 veces (en otras palabras, para obtener

en el resultado otra cifra decimal exacta) es preciso aumentar  $N$  (o sea, el número de simulaciones) en 100 veces (Sóbol, 1983).

Se pone de manifiesto la imposibilidad de alcanzar por este camino una elevada exactitud. Por eso suele decirse que el método Montecarlo resulta especialmente eficaz en la solución de problemas en los cuales no se necesita realizar un gran número de pruebas.

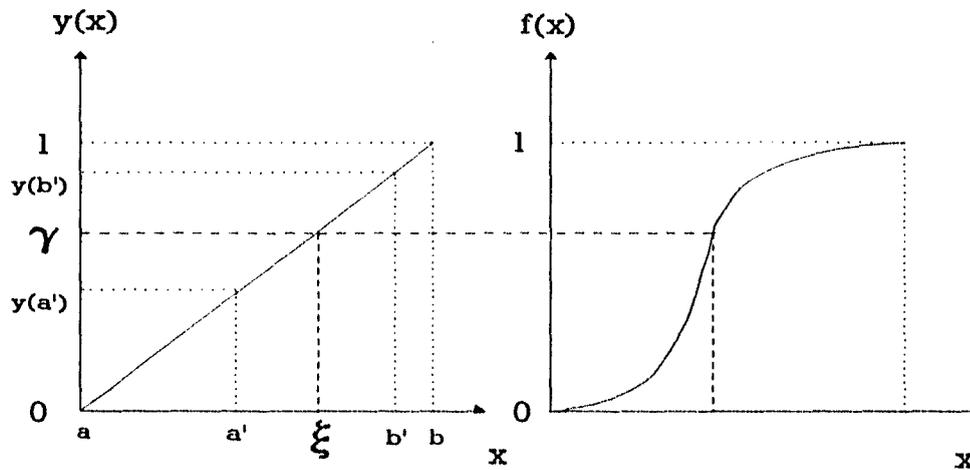


FIG.2.6

### III. MODELOS ESTOCÁSTICOS DE CARGAS VIVAS.

La seguridad y economía de los edificios requiere un conocimiento de las cargas a las que estará sujeta una estructura durante su vida útil. Si bien la magnitud y duración de las cargas no se puede saber con completa certeza, es posible formular modelos probabilistas que reflejen la naturaleza estocástica de estas cargas.

Este trabajo presenta modelos previamente desarrollados de cargas vivas de edificios que incluyen el análisis de cargas sostenidas y extraordinarias.

Es conveniente comentar inicialmente el trabajo presentado por el Dr. Emilio Rosenblueth (1959) referente a la teoría de las cargas vivas en edificios, cuyos planteamientos e hipótesis de partida aún siguen siendo vigentes. Por esta razón, a continuación se presentará una breve reseña de su trabajo.

En su artículo el Dr. Rosenblueth indica que *en muchos de sus campos el diseño estructural ha llegado a una etapa en la que se dificulta el progreso sin recurrir a la teoría de probabilidades y a métodos estadísticos.*

En lo que respecta a la carga viva de edificios en México, son escasos tanto los datos empíricos como los estudios analíticos. Debido a estas carencias se plantea un modelo probabilista mediante el cual, se trata de diseñar un elemento cuya estabilidad depende sólo de la carga total que obra en una superficie de área  $A$ . El elemento puede presentarse como un cable vertical suspendido, cargando una charola (ver fig.3.1) en la cual actúa la carga viva.

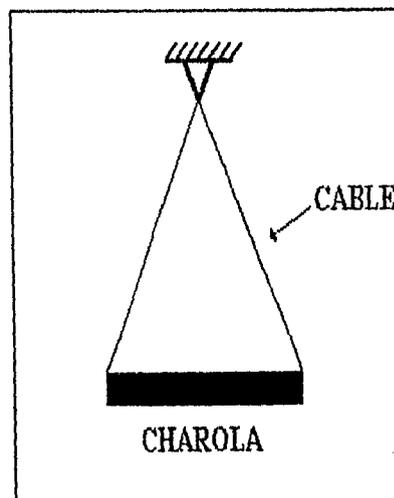


Fig. 3.1

Se supone que todas las variables se conocen de manera determinista excepto la magnitud de la carga viva que obra en la superficie. Se supone, además, que la esperanza (E) y la dispersión de la carga viva de un elemento pequeño de la superficie son independientes de la localización de dicho elemento e independientes de las cargas que obran en otros elementos.

Como una idealización de la forma usual de carga viva; se puede suponerse que la carga es ejercida por individuos (personas o muebles) de proyección horizontal pequeña en comparación con las magnitudes de A que interesan en el diseño. Si se divide el área total en una serie de elementos también pequeños (ver fig.3.2) en comparación con ella y se omiten los elementos parcialmente cargados, las hipótesis de independencia de

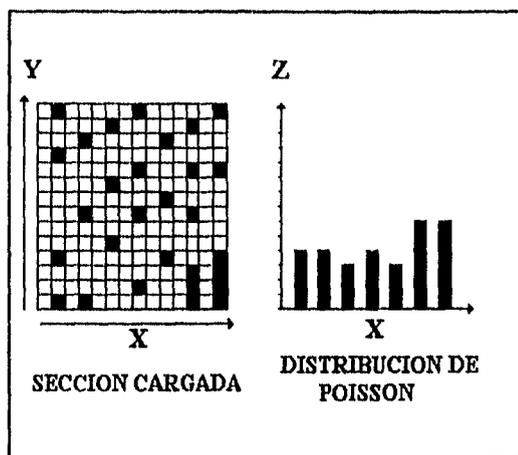


FIG.3.2

cargas lleva a concluir que la distribución de la probabilidad de que un elemento este cargado concuerda con la distribución de Poisson. A su vez la distribución de probabilidades para la carga unitaria que obra en cada elemento sigue una distribución normal.

Rosenblueth (1959) obtiene la siguiente expresión.

$$W_d = A w \left(1 + \frac{f}{\sqrt{A}}\right) \quad \text{Ec. 3.1}$$

donde:  $W_d$ ; Carga total de diseño

$w$  : media de la carga viva

$f$  : factor que depende de la función de distribución de probabilidades y de la probabilidad permisible de falla.

Además dicho trabajo introduce el concepto de la carga unitaria de diseño, determinado por J.F. Baker en 1956.

$$w_d = \frac{W_d}{A} \quad \text{Ec. 3.2}$$

Por lo que la carga unitaria de diseño se puede expresar finalmente mediante la siguiente ecuación :

$$w_d = w \left( 1 + \frac{f}{\sqrt{A}} \right) \quad \text{Ec. 3.3}$$

Las principales hipótesis en que se basan estas ecuaciones son:

- Se supone conocido el destino de la superficie.
- Se admite que toda el área está destinada al mismo fin.
- Se admite que  $w$  no es función de posición (aunque existen indicios de que sí lo es, ya que puede esperarse una mayor carga debida a muebles en la proximidad de los muros que cerca del centro de los cuartos).
- La hipótesis más debatible es la referente a la independencia de la carga que obra en parte de una superficie con respecto a la que obra en el resto de la misma.

Resulta conveniente mencionar que estas ecuaciones se corroboraron experimentalmente con registros de cargas debidas a muebles de varios edificios destinados a oficinas y despachos en Londres (Rosenblueth, 1959).

Un estudio similar (Jauffred, 1959) se realizó en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, con la finalidad de obtener datos de carga viva en diversas construcciones del Distrito Federal, México, principalmente en unidades de habitación. Se obtuvieron 180 registros (de los cuales 130 correspondieron a departamentos, 50 a unidades de habitación, así como cinco departamentos en condominio) y se verificaron los valores de  $w$  y  $f$  dadas las construcciones muestreadas y sus condiciones locales. Se observó la coincidencia de los registros con una ley

lineal de variación ( $wf$ ) similar a la planteada en la ec.3.3. En este estudio no sólo se obtuvieron datos debidos a muebles, sino que también se obtuvieron datos referentes al número máximo de personas por habitación durante el día de la visita, en la semana, en el trimestre, en el año, así como el máximo del que se tenía noticia. También se hicieron las siguientes apreciaciones:

- La variación de la carga viva debida a muebles es significativa al considerar los distintos tipos de habitaciones de una casa o departamentos.
- La carga debida a muebles varía significativamente en un mismo tipo de habitación, al cambiar el área.

En dicho estudio (Jauffred, 1959) se calcularon  $w$  y  $f$  (valor medio de la carga viva y el factor  $f$ ) para cargas en un instante dado cualquiera y para el día de la máxima carga; para distintas probabilidades de excedencia  $P$  y para los distintos tipos de ocupación dentro de una unidad de habitación (cocina, baño, pasillo, recámara, recepción y alacena), y se obtuvieron los siguientes datos correspondientes a cargas instantáneas sostenidas:

TIPO DE LA HABITACIÓN	w Kg/m <sup>2</sup>	f (m)		
		P=0.05	P=0.02	P=0.01
ALACENA	37	6.4	7.6	8.5
BAÑO	48.5	3.4	4.1	4.6
COCINA	26	5.8	6.7	7.1
PASILLO	13	9.2	10.8	12.3
RECÁMARA	18.5	4.3	4.9	5.7
RECEPCIÓN	16	7.2	9.0	10.6

Mediante estos datos y las ecuaciones 3.1 y 3.2 se puede determinar la carga unitaria de diseño para distintos tipos de ocupación dentro de una habitación.

Los datos colectados en este estudio relativos a personas presuponen que éstas permanecen estáticas. Con el objeto de adecuar estos datos a la realidad se midieron coeficientes de impacto (cociente de la carga dinámica y la carga estática) correspondiente a

diez distintas condiciones de actividad (Jauffred, 1960), se normalizaron los valores experimentales, definiéndose así una distribución logarítmico normal. Conocida esta distribución se determinó, mediante la esperanza y la dispersión de cada grupo, el valor del coeficiente correspondiente a una probabilidad del 20%. Estos valores fueron: **3.00** para grupos de personas en el día de la máxima carga; **3.92** para brincos normales (este coeficiente se aplicó en todas las cargas producidas por persona en un día cualquiera); **1.67** para la acción de sentarse y pararse en una silla (este coeficiente se aplicó a todas las cargas producidas por personas en el día de la máxima carga). Los datos de personas colectados, multiplicados por el coeficiente de impacto correspondiente forman para cada destino de habitación y actividad gráficas que relacionan  $1/\sqrt{A} - w$  (Jauffred, 1960). Se hizo la hipótesis de que la dispersión tiende a cero cuando el área tiende a infinito. Así se calculó una ordenada al origen, ajustándose una recta cuya pendiente se asoció a una distribución extrema tipo I. Partiendo de la ordenada al origen y la distribución para la pendiente se obtuvieron rectas con 5% de probabilidad de ser superadas. De esta forma se obtuvieron gráficas para unidades de habitación y oficinas para un día cualquiera, para el día de la máxima carga y para las cargas debidas a fiestas. Por ejemplo, para unidades de oficina en el día de la máxima carga, en salón de trabajo (sin control de la carga) para un área tributaria de 36 m<sup>2</sup> se obtuvo aproximadamente una carga nominal de 275 kg/m<sup>2</sup>. Sin embargo, como ya se ha dicho estos valores varían en función del tipo de habitación en una oficina (archivo, salón de trabajo, baños, pasillos, recepción, gerencia, etc.) y en función del área cargada.

El método descrito anteriormente considera el efecto dinámico de las cargas vivas. Sin embargo, al considerar distintos tipos de habitaciones en casas y departamentos se dificulta proponer un valor nominal común por tipo ocupación (casas, oficinas, comercios, etc.) como los que proponen los reglamentos actuales de construcción.

A continuación se presenta una revisión de los modelos de cargas vivas desarrollados a partir de información estadística obtenida en países Europeos y Estados Unidos principalmente. Los modelos que se presentan fueron desarrollados por McGuire y Cornell

(1974, 1981), Ellinwood y Culver (1977), Wen (1977), Chalk y Corotis (1980). También se incluye una revisión sobre el análisis de cargas extraordinarias y un estudio de la variación de cargas con la contribución del área.

### 3.1 PROCESO GENERAL DE CARGAS VIVAS.

La variación que sufren en el tiempo las cargas vivas en un área de piso dado, durante la vida útil de los edificios, puede representarse mediante modelos matemáticos que tomen en cuenta el proceso estocástico de los eventos de cargas vivas.

El modelo más comúnmente usado para representar los procesos de carga en los pisos supone cargas sostenidas (asociado normalmente con el uso proyectado de un espacio) más cargas extraordinarias que representan eventos inusuales de sobrecarga.

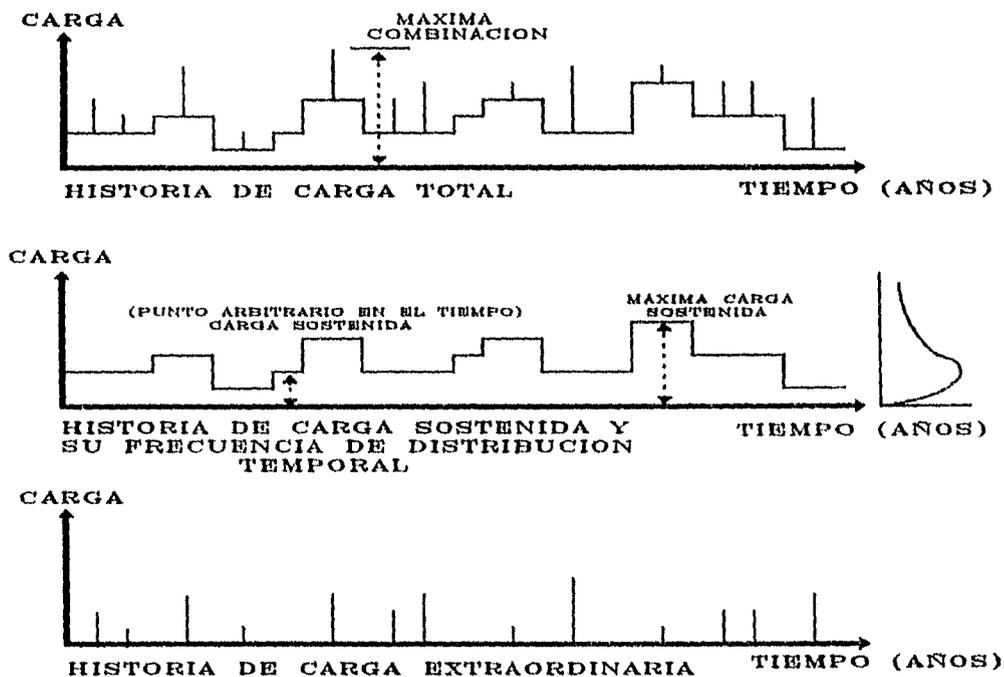
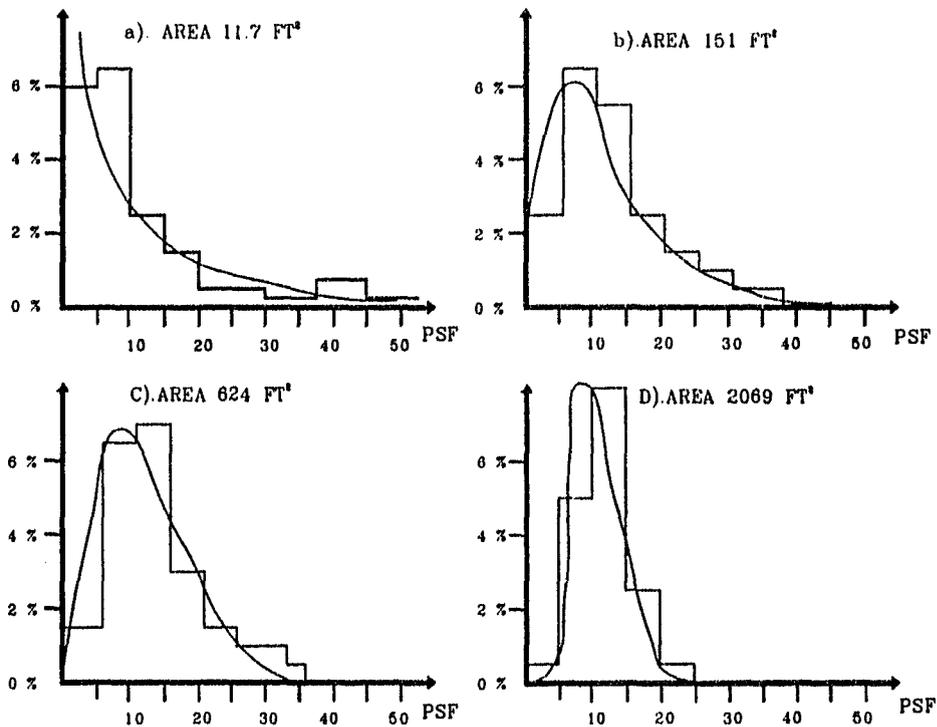


Fig. 3.3 TIPOS DE CARGAS VIVAS

### 3.1.1 CARGA SOSTENIDA.

La carga sostenida  $u$ , es la carga que se conoce como carga viva de servicio de un edificio y se expresa en unidades de carga por unidad de área. Una revisión intensiva de datos ha sugerido el uso de una función de distribución de probabilidad Gamma para la magnitud, ver fig. 3.4.



**FIG. 3.4 DISTRIBUCIÓN DE LA FRECUENCIA DE LA INTENSIDAD DE CARGA, SUPONIENDO EL MODELO CON DISTRIBUCIÓN GAMMA. (Peir y Cornell, 1973)**

Enseguida se mencionan algunos modelos de cargas vivas sostenidas propuestos por varios autores, que muestran la variación de las cargas vivas de servicio en función del área de influencia.

Los modelos de cargas vivas consideran que la intensidad de las cargas que se presentan en los edificios actúan en un área de piso en forma aleatoria. Para Ellingwood y Culver (1977)

la media se supone independiente del área de piso  $\Lambda$ , pero la varianza no. Esto es:

$$E(u) = m_u \quad [psf] \quad \text{Ec. 3.4}$$

$$Var(u) = \sigma_a^2 + \frac{\sigma_s^2}{A} \quad [psf]^2 \quad \text{Ec. 3.5}$$

Los valores de  $m_u$ ,  $\sigma_a^2$  y  $\sigma_s^2$  son determinados experimentalmente de datos de cargas vivas de servicio;  $m_u$  representa el valor medio de la carga viva de servicio;  $\sigma_a^2$  la varianza de la carga viva de servicio  $\sigma_a^2$  está en función de un área de piso;  $\sigma_s^2$  es una constante experimental que resulta de una selección o de un ajuste razonable de datos de pequeñas áreas de servicio.

Cuando la carga real sostenida no es uniforme sobre un área de piso dado, los efectos de carga en un miembro de una estructura pueden tener una amplia variación con respecto a las obtenidas si se supone una carga uniforme. Este efecto depende de la superficie de influencia. La carga instantánea sostenida equivale a una carga instantánea uniformemente distribuida  $L$ . Esta última tiene los siguientes parámetros (Ellinwood y Culver,1977).

$$E(L) = m_u = m_L \quad [psf] \quad \text{Ec. 3.6}$$

$$Var(L) = \sigma_a^2 + \frac{k \sigma_s^2}{A} \quad [psf]^2 \quad \text{Ec. 3.7}$$

En el que  $k$  esta en función de una superficie particular de influencia. Al usar una aproximación polinomial para las superficies de influencia se sugirió (Ellinwood y Culver,1977) que un valor de  $k=2.2$  (que corresponde a los efectos de carga de una columna) es suficientemente exacto para diseño.

Culver (1976) determinó que para cargas en libras por  $ft^2$  y área en  $ft^2$ ,  $\sigma_s^2$  es cerca de 250 veces más grande que  $\sigma_a^2$ . Mediante esta aproximación al dividir la ec.3.7 entre la ec.3.5, se obtiene

$$\frac{\text{Var}(L)}{\text{Var}(u)} = \frac{A + 250k}{A + 250} \quad \text{Ec. 3.8}$$

Por otro lado, los datos referentes a oficinas dados por Mitchell and Woodgate (1971) se usaron en un estudio sobre influencia del área en la varianza  $\text{Var}(u)$ . Estos pueden representarse mediante la siguiente relación (para oficinas).

$$\text{Var}(u) = \text{Var}(u_r) \left(\frac{A_r}{A}\right)^{0.51} \quad \text{Ec. 3.9}$$

En donde  $\text{Var}(u_r)$  es la varianza de la carga sostenida instantánea asociada a cierta área de referencia  $A_r$ . La ec.3.9 indica que las cargas no son un proceso espacialmente independiente (esto sería si el exponente fuera 1 en vez de 0.51).

Al sustituir la ec. 3.9 en la ec. 3.8 se puede establecer la forma de los resultados para la varianza de la carga instantánea sostenida uniforme equivalente.

$$\text{Var}(L) = \left(\frac{A + 550}{A + 250}\right) \text{Var}(u_r) \left(\frac{A_r}{A}\right)^{0.51} \quad \text{Ec. 3.10}$$

En donde se ha supuesto  $k=2.2$ . La relación básica dada por la ec.3.10 puede ser considerada para otros usos distintos a los de oficinas.

Con base en datos estadísticos de oficinas, Ellingwood y Culver (1977) y McGuire y Cornell (1974), Harris, Coritis y Bova (1981) propusieron expresiones para la media ( $E(L)$ ) y varianza ( $\text{Var}(L)$ ) de las cargas sostenidas (cargas de servicio). Estas son las siguientes:  
Para los datos de Ellinwood y Culver.

$$E(L) = 11.6 \text{ (psf)} \quad \text{ó} \quad 556 \text{ (Pa)} \quad \text{Ec. 3.11}$$

$$\text{Var}(L) = 26.2 + \frac{14300}{A}; \quad (\text{psf})^2 \quad \text{ó} \quad (60110 + \frac{3048000}{A}); \quad (\text{Pa})^2 \quad \text{Ec. 3.12}$$

Para los datos de McGuire y Cornell.

$$E(L) = 11.8 \text{ (psf)} \quad \text{ó} \quad 565 \text{ (Pa)} \quad \text{Ec. 3.13}$$

$$\text{Var}(L) = 20.25 + \frac{18106}{A}; \quad (\text{psf})^2 \quad \text{ó} \quad (46460 + \frac{3859000}{A}); \quad (\text{Pa})^2 \quad \text{Ec. 3.14}$$

Estas ecuaciones permiten determinar los parámetros  $k$  y  $\lambda$  de la función de distribución de probabilidades Gamma (ver sección 2.2.1)

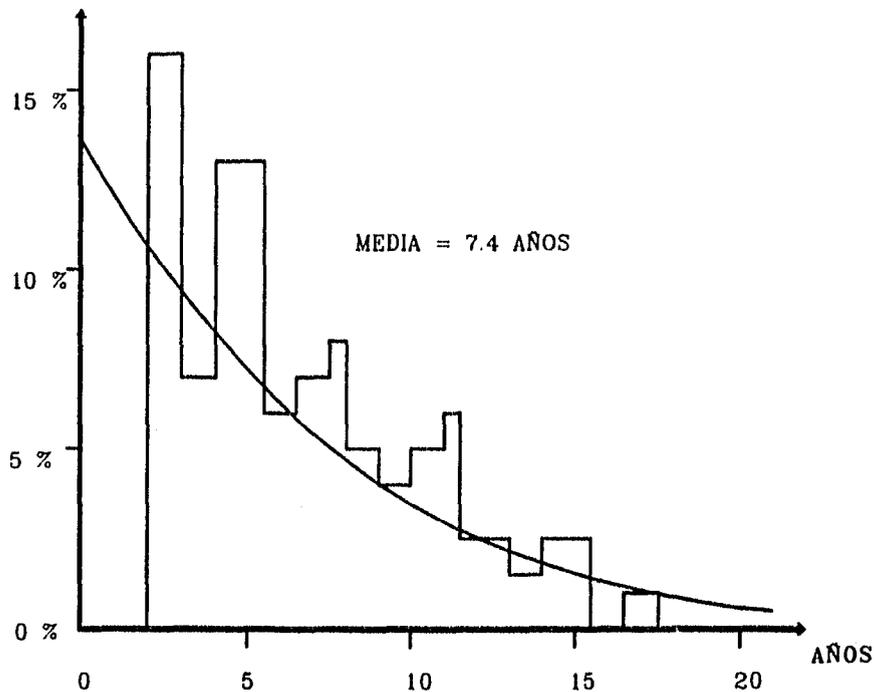
### 3.1.2 CARGA SOSTENIDA MÁXIMA.

En los siguientes párrafos se trata la descripción probabilista de la carga sostenida máxima durante un lapso de la vida útil de la construcción. Estas formulaciones se obtienen al suponer que la carga sostenida es constante dentro de un intervalo de tiempo hasta que empieza un nuevo intervalo de ocupación. La suposición de independencia no es estrictamente válida si sólo una parte del área experimenta un cambio de ocupancia; sin embargo este modelo simple ("one-tenant") presentado por McGuire y Cornell (1974), y Ellinwood y Culver (1977), ha demostrado que es suficientemente aproximado para fines de diseño. El modelo considera que los cambios de ocupación siguen un proceso de Poisson por lo que el tiempo de espera entre cambios sigue una distribución exponencial, ver fig. 3.5.

La función aproximada acumulativa de los valores máximos se expresa como (ver Peir y Cornell, 1973):

$$FL_s(I) = F_L(I) e^{-\nu_s T F_L(I)(1-F_L(I))} \quad \text{Ec. 3.15}$$

En donde  $F_L(I)$  es la función acumulativa de la carga sostenida instantánea. El parámetro  $\nu_s$ , es la tasa promedio de la rapidez de cambios de ocupación y  $T$  el período en el cual se considera la carga máxima sostenida. Para niveles acumulativos altos (ver Apéndice A) la ec.3.15 puede aproximarse por (McGuire y Cornell, 1974):



**FIG. 3.5 DISTRIBUCIÓN DE LAS FRECUENCIAS POR TIEMPOS ENTRE LOS CAMBIOS DE OCUPACIÓN, OBSERVADO Y MODELADO. (Peir y Cornell, 1973)**

$$FL_s(t) = e^{-\nu_s T [1 - F_t(t)]} \quad \text{Ec. 3.16}$$

Mediante la integración numérica de la función de densidad de probabilidades, que es la derivada de la ec.3.16, se puede determinar la media y la varianza de la carga sostenida máxima (ver Apéndice B).

Ellinwood y Culver (1977) evaluaron la ec.3.16 al usar dos diferentes puntos y suponer una distribución Extrema Tipo I, con niveles acumulativos de  $F_t(t)$  de 0.99 y 0.999, y supusieron  $F_t(t)$  asociada a una distribución Gamma. McGuire y Cornell (1974), siguieron el mismo procedimiento pero usaron la ec.3.15 y niveles acumulativos de 0.9 y 0.99.

Estudios posteriores (Chalk y Corotis, 1980) indican que los actuales valores de diseño del ANSI A58.1-1982 son muy cercanos a la media de la máxima carga sostenida para el

diseño de estructuras (usualmente asociada a períodos de retorno de 50 años).

### 3.1.3 CARGA EXTRAORDINARIA.

El modelo para cargas extraordinarias se representa a través de eventos de ocurrencia independiente de Poisson. Durante cada evento se supone que la gente se reúne en grupos. El número de cada uno es un proceso de Poisson con media que depende del área, designada por  $\lambda$ . Este modelo fue adoptado por McGuire y Cornell (1974) y Ellinwood y Culver (1977).

La media y la varianza de un evento simple extraordinario  $E$ , expresadas en unidades de carga por unidad de área, están dadas por (McGuire y Cornell, 1974) :

$$E(E) = \frac{\bar{\lambda} m_W m_R}{A} \quad \text{Ec. 3.17}$$

$$Var(E) = \frac{\bar{\lambda} k (m_R \sigma_W^2 + m_W^2 \sigma_R^2 + m_W^2 m_R^2)}{A^2} \quad \text{Ec. 3.18}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{(A - 155)}{6.3}}$$

En donde  $k$  convierte la carga a un valor equivalente uniformemente distribuido y  $A$  es el área total. Los términos  $m_W$ ,  $\sigma_W$ ,  $m_R$ ,  $\sigma_R$  representan la media y la desviación estándar, el subíndice  $W$  se refiere al peso de una simple persona y  $R$  es el número de gente en un grupo.

### 3.1.4 CARGA EXTRAORDINARIA MÁXIMA.

La función de densidad de probabilidad de la magnitud de un evento extraordinario se supone tipo Gamma (McGuire y Cornell, 1974) y las características de la carga máxima extraordinaria durante el evento, con un período de ocurrencia dado, pueden obtenerse aproximadamente con una relación análoga a las ec.3.15 ó la ec.3.16.

De acuerdo con la teoría de probabilidades, al considerar que  $F_L(I)$  tiene una función de distribución de probabilidades tipo Gamma, el valor medio del máximo está dado por (ver Apéndice B):

$$\mu_{x_m} = \int_0^{\infty} x N FL_s(x) f_L(x) dx \quad \text{Ec. 3.19}$$

En donde:  $x$  = es la carga viva máxima en un instante cualquiera  
 $N = \nu_s T$   
 $\nu_s$  = índice medio de cambios de carga [unidades/año]  
 $T$  = período [años]  
 $FL_s(x)$  = función de distribución de probabilidades acumulada  
 $f_L(x) = d FL(x) / dx$   
 $f_L(x)$  = función de densidad de probabilidades Gamma.

De acuerdo a la teoría de probabilidades la dispersión está dada por:

$$\sigma_{x_m} = \sqrt{\int_0^{\infty} x^2 N FL_s(x) f_L(x) dx - (\mu_{x_m})^2} \quad \text{Ec. 3.20}$$

Una forma alternativa a las ecs. 3.19 y 3.20, recurre al criterio aproximado desarrollado por Yi-Kwei Wen (1977). La media  $\mu_{x_m}$  y la desviación estándar  $\sigma_{x_m}$  del máximo de  $N$  repeticiones independientes, con distribución de variables aleatorias Gamma se considera dada por:

$$\mu_{x_m} = \mu_x + p \sigma_x \quad \text{Ec. 3.21}$$

En donde:  $\mu_x$  = media de la intensidad de la carga [peso / área]  
 $\sigma_x$  = desviación estándar de la intensidad de carga [peso / área]

$$p = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N + 0.5772 \frac{1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} (\ln N) \frac{\sigma_x}{\mu_x}}{2 \frac{\sigma_x}{\mu_x} + \frac{\sqrt{6}}{\pi} (\ln N)} \quad \text{Ec. 3.22}$$

$$p = C_1 + 0.5772 C_2$$

La desviación estandar  $\sigma_{x_m}$  es:

$$\sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \sigma_x C_2 \quad \text{Ec. 3.23}$$

$$C_2 = \frac{1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N \left( \frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)}{2 \left( \frac{\sigma_x}{\mu_x} \right) + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N} \quad \text{Ec. 3.24}$$

El empleo de las ecuaciones 3.21-3.24 da lugar a resultados conservadores del orden del 10% por arriba de los valores reales calculados mediante la ec.3.19.

Posteriormente en 1979 Wen propuso la siguiente expresión en lugar de la ec.3.22.

$$p = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N \left( 1 + 0.1 \frac{\sigma_x^3}{\mu_x} \right) \quad \text{Ec. 3.25}$$

En donde  $\mu_x$  y  $\sigma_x$  ya han sido definidas. Wen (1979) mostró que las ecs.3.21 y 3.25 da resultados tan exactos que sólo difieren en 1% a los que se obtienen con la ec.3.19.

En este trabajo se utilizan las expresiones 3.21 a 3.25. Esto se explica con detalle más adelante.

**3.2 CARGA TOTAL MÁXIMA.**

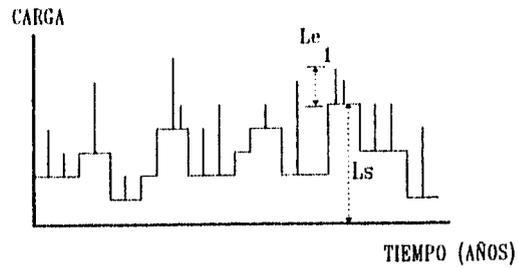
Chalk y Corotis (1980), indican que es probable que se origine la carga viva máxima total durante el tiempo de vida de una estructura, a partir de la combinación de los tres casos siguientes:

**PRIMER CASO.**

$$L_s + Le_1$$

Donde  $L_s$  = carga sostenida máxima durante la vida útil.

$Le_1$  = evento extraordinario más grande durante la máxima carga sostenida.



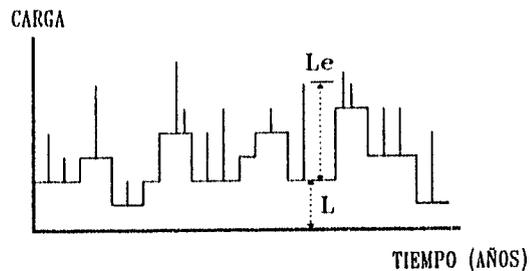
CASO I

**SEGUNDO CASO.**

$$Le + L$$

Donde  $Le$  = carga extraordinaria más grande en la vida útil.

$L$  = carga sostenida instantánea que actúa al mismo tiempo que la anteriormente definida.

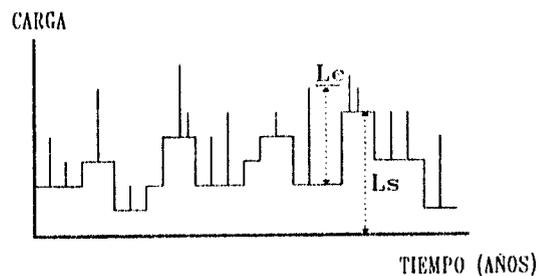


CASO II

**TERCER CASO.**

$$Le + L_s$$

Donde  $L_s$  y  $Le$  ya han sido definidas.



CASO III

Las cargas  $L_s$ ,  $L_e$  y  $L_{e_1}$  tienen una función de distribución extrema tipo I. La carga sostenida  $L$  presenta una función de distribución Gamma (y sólo es aproximadamente normal para valores grandes de área de piso).

**3.2.1 UN MODELO TEÓRICO DE LA CARGA TOTAL MÁXIMA.**

Un modelo teórico de cargas totales fue propuesto por Chalk y Corotis (1980). Estos autores combinan los tres casos de carga viva máxima mencionados anteriormente. Proponen que la función acumulada de la carga total máxima se estime mediante la siguiente expresión:

$$FL_T = e^{-e^{-w_1}} e^{-e^{-w_2}} \left[ \frac{T-E(\tau)}{T} \right] + e^{-e^{-w_3}} \left[ \frac{E(\tau)}{T} \right] \tag{Ec. 3.26}$$

Donde :

$L_t$  carga total máxima durante la vida útil.

$E[\tau]$  duración promedio de la carga sostenida (por ejemplo, cada ocho años para oficinas).

$T$  vida útil de la estructura.

$[ ( T - E[\tau] ) / T ]$  probabilidad de que el caso I y II ocurran, pero el caso III no.

$[ E[\tau] / T ]$  probabilidad de que se presente el caso III.

$$W_i = \alpha_i(Y-u_i)$$

donde :  $\alpha_i$  y  $u_i$  son los parámetros correspondientes al caso i. Estos se asocian a la función Extrema Tipo I :

$$F_Y(y) = e^{-e^{-\alpha(Y-u)}}$$

donde el término  $[-\alpha(Y-u)]$  se presenta como  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  en la ec.3.26. Estas corresponden a los casos I, II, III.

$$W_1 = [-\alpha_1(Y-u_1)]$$

$$W_2 = [-\alpha_2(Y-(u_2+m_1))]$$

$$W_3 = [-\alpha_3(Y-u_3)]$$

donde  $m_1$ , representa el valor medio de la carga viva sostenida.

La media y la varianza de estos casos se obtiene como:

CASO I

$$m_I = E[ Ls + Le_1 ] = m_{Ls} + m_{Le_1}$$

$$\sigma_I^2 = [Var(Ls + Le_1)] = \sigma_{Ls}^2 + \sigma_{Le_1}^2$$

CASO II

$$m_{II} = m_{Le}$$

$$\sigma_{II}^2 = \sigma_{Le}^2$$

CASO III

$$m_{III} = E[ Ls + Le ] = m_{Ls} + m_{Le}$$

$$\sigma_{III}^2 = [Var(Ls + Le)] = \sigma_{Ls}^2 + \sigma_{Le}^2$$

por último, se sustituyen la media y la desviación estandar para cada caso. Los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $U$  están dados por:

$$\alpha_i = \frac{1.282}{\sigma_i}$$

$$U_i = m_i - \frac{0.577}{\alpha_i}$$

Además del modelo de combinación de cargas antes mencionado existen otros modelos descritos en el libro escrito por Wen (1990).

## IV. MODELO DE SIMULACIÓN.

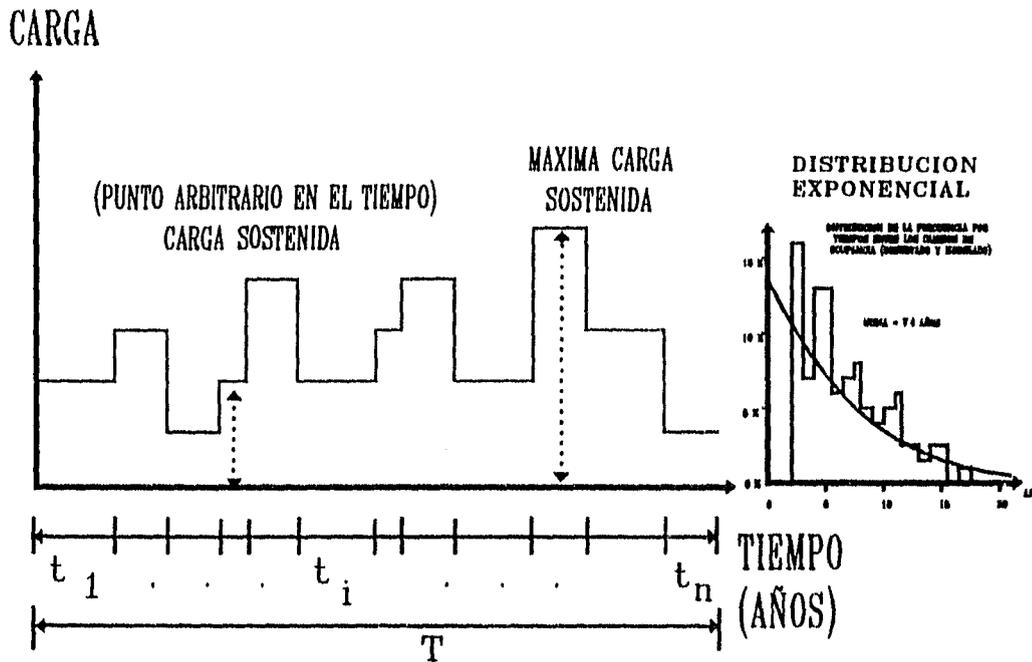
En este capítulo se desarrolla el modelo de simulación de cargas vivas mediante el método de Montecarlo. Por medio de una función de distribución Extrema Tipo I y las fórmulas de Yi-Kwei Wen (1977) se simula el efecto de las cargas extraordinarias y mediante una función de distribución Gamma se simula la intensidad de las cargas sostenidas. El proceso de simulación de cargas vivas por el método Montecarlo se resume a continuación:

- 1.- Primero se generan intervalos de tiempo  $t_i$  entre cambios de carga sostenida, empleando la función de distribución Exponencial.
- 2.- Se genera la magnitud de la carga sostenida en un punto arbitrario en el tiempo, suponiendo una función de distribución Gamma.
- 3.- Mediante una función de distribución Extrema Tipo I y las fórmulas aproximadas de Yi-Kwei Wen (1977) ecs. 3.21 y 3.23 se genera la media y la desviación estándar de la carga viva extraordinaria máxima.
- 4.- Se encuentra la máxima combinación durante los  $(t_i)$  eventos que se presentan durante la vida útil de la estructura  $(T)$ .
- 5.- Se elige la combinación más desfavorable
- 6.- Se repiten los pasos 1 al 5, N veces.

A continuación, se analizan en detalle estos pasos.

**4.1 GENERACIÓN DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE CAMBIOS DE CARGA.**

Se pueden generar intervalos de tiempo  $t_i$  entre cambios de carga sostenida usando una función de distribución de probabilidades Exponencial (ver fig.4.1); dado un índice de ocurrencia  $\nu$ , y período de retorno T.



**FIG. 4.1 INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE CAMBIOS DE CARGAS SOSTENIDAS.**

El proceso de simulación Montecarlo de los intervalos de tiempo entre cargas sostenidas se puede resumir como:

- Para obtener valores de  $t_i$  (variable aleatoria continua) con la función de densidad de probabilidades Exponencial, se debe de integrar la función de densidad de probabilidades y mediante ésta generar los tiempos aleatorios como sigue:

$$1 - e^{-v_s t_i} = \text{RANDOM}$$

$$e^{-v_s t_i} = 1 - \text{RANDOM}$$

Integrando por partes.

$$f_{t_i}(x) = v_s e^{-v_s x}$$

$$\int_0^{t_i} f_{t_i}(x) = \int_0^{t_i} v_s e^{-v_s x} = \text{RANDOM}$$

$$\ln(e^{-v_s t_i}) = \ln(1 - \text{RANDOM})$$

$$(-v_s t_i) = \ln(1 - \text{RANDOM})$$

$$t_i = \frac{-\ln(1 - \text{RANDOM})}{v_s}$$

$$t_i = \frac{-\ln(1 - \text{RANDOM})}{v_s}$$

La variable **(1-RANDOM)** tiene la misma distribución que **RANDOM** (números aleatorios con distribución uniforme entre 0 y 1), por lo tanto, se puede emplear en lugar de la última fórmula, esta otra:

$$t_i = \frac{-1}{v_s} \ln(\text{RANDOM})$$

Sin embargo, en el programa de cómputo elaborado como parte de esta tesis se utilizó la subrutina **GGEXN** del paquete **IMSL** (que trabaja bajo los principios antes expuestos) para generar los intervalos de tiempo  $t_i$  con distribución Exponencial.

Por medio de la subrutina **GGUBS** del paquete **IMSL** se generan números pseudo-aleatorios entre **(0,1)** con distribución uniforme. Esto ocurre a partir de una semilla **DSEED**, que se da al inicio del programa. La semilla **DSEED** también sigue un proceso aleatorio (para

las N simulaciones) por medio de la subrutina GGUBS. La semilla es un número que oscila entre 1.0 y 2147483647.0. Este proceso se repite N veces. La generación de números pseudoaleatorios mediante la subrutina GGUBS nos permite determinar **RANDOM** de forma aleatoria. Este proceso es fundamental en el desarrollo del programa, ya que esta subrutina se emplea en diversas etapas del programa.

#### 4.2 GENERACIÓN DE LA CARGA SOSTENIDA.

La magnitud de la carga sostenida instantánea se puede generar por la función de distribución de probabilidades tipo Gamma (ver fig.4.2). Esta función depende de los parámetros  $U_{L_s}$  y  $S_{L_s}$  (que equivalen a la media y la dispersión de la carga sostenida y se obtienen a partir de datos de cargas vivas de servicio). Como no existe una expresión exacta que defina a la integral de la función de densidad de probabilidades, existen métodos aproximados para generar números aleatorios con distribución Gamma (Rubinstein, 1981). En este trabajo se empleó la subrutina **GGAMR** del paquete **IMSL**, las semilla **DSEED** también siguió un proceso aleatorio.

La función de distribución Gamma se define como:

$$f_{x_k}(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{k-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(k)} ; x \geq 0$$

El valor de la media y la dispersión están dados por:

$$U_{L_s} = \frac{k}{\lambda} ; S_{L_s} = \sqrt{\frac{k}{\lambda^2}}$$

En donde se puede apreciar que el coeficiente de variación depende únicamente de un sólo término, el factor de escala  $\lambda$ . De forma análoga se puede demostrar que:

$$\lambda = \frac{U_{L_s}}{S_{L_s}^2} ; k = \frac{U_{L_s}^2}{S_{L_s}^2}$$

En donde  $U_{L_s}$  y  $S_{L_s}$  corresponden a la media y la dispersión de las cargas vivas sostenidas (parámetros definidos en base a estadísticas de cargas vivas de servicio).

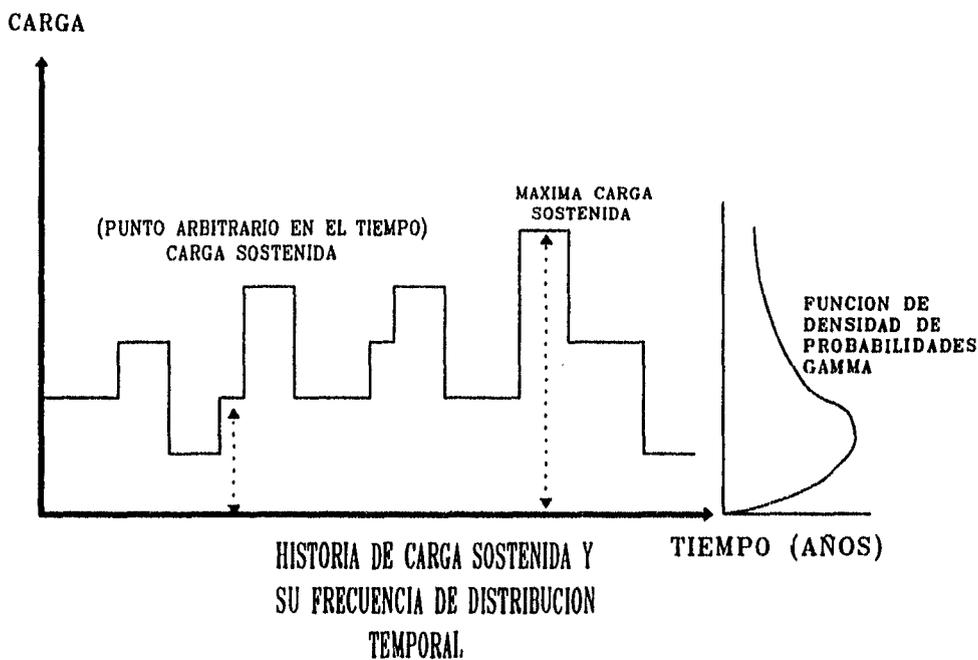


FIG. 4.2 DISTRIBUCIÓN DE LA FRECUENCIA DE LA INTENSIDAD DE LA CARGA SOSTENIDA INSTANTÁNEA MODELADA CON UNA FUNCIÓN DE DENSIDAD GAMMA.

### 4.3 GENERACIÓN DE LA MÁXIMA CARGA EXTRAORDINARIA.

La máxima carga extraordinaria durante cada duración de carga sostenida puede generarse directamente a partir de una función de distribución Extrema Tipo I, por medio de las ecuaciones aproximadas de Yi-Kwei Wen (1977). El proceso que se siguió en este trabajo se resume a continuación.

Cuando se desea conocer el límite de una distribución tipo Exponencial (Normal, Lognormal, Gamma), la distribución de los valores más grandes en una muestra de tamaño  $n$  se aproxima a una distribución de valor extremo tipo I (distribución de Gumbel) a medida que  $n$  tiende a infinito. Tal es el caso de las expresiones propuestas por MacGuire y Cornell (1974), y Ellinwood y Culver (1977), dadas por:

$$FL_s(I) = F_L(I) e^{-v_s T F_L(I) [1 - F_L(I)]} \quad \text{Ec. 4.3.1}$$

$$FL_s(I) = e^{-v_s T [1 - F_L(I)]} \quad \text{Ec. 4.3.2}$$

Se sabe que esta función de distribución de probabilidades de variable aleatoria continua tiende a infinito en la dirección positiva y además la cola de la función de distribución tiende a disminuir en forma Exponencial. Entonces, se supone que al menos la cola de la función de distribución de probabilidades se puede representar por medio de una distribución Extrema Tipo I.

$$f_y(y) = \alpha e^{-\alpha(y-u) - e^{-\alpha(y-u)}} \quad \text{Ec. 4.3.3}$$

La función de distribución de probabilidades acumulada se puede representar como:

$$F_y(y) = e^{-e^{-\alpha(y-u)}} \quad ; \quad -\infty \leq y \leq \infty \quad \text{Ec. 4.3.4}$$

El valor de la media y la varianza se indican en la sección 2.2.2.

Una forma alternativa para determinar la media y la desviación estándar, es mediante el siguiente criterio aproximado, desarrollado por Yi-Kwei Wen (1977). La media y la desviación estándar de el máximo de  $N$  repeticiones independientes, con distribución Gamma de variables aleatorias está dada por la ec.3.21 y la desviación estándar por la ec.3.23.

$$\mu_{x_m} = \mu_x + \sigma_x [ C_1 + 0.577 C_2 ] \quad \text{Ec. 3.21}$$

Relacionando las estadísticas de la función Extrema Tipo I (ver sección 2.2.2) y las fórmulas

$$\sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \sigma_x C_2 \quad \text{Ec. 3.23}$$

aproximadas de Yi-Kwei Wen (ecs. 3.21 y 3.23) podemos determinar los parámetros  $\alpha$  y  $u$ .

$$u = \mu_{x_m} - \frac{0.577}{\alpha} \quad ; \quad \mu_{x_m} = \mu_x + \sigma_x [ C_1 + 0.577 C_2 ]$$

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma_{x_m}} \quad ; \quad \sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \sigma_x C_2$$

De otra manera empleando la formula mejorada de Yi-Kwei Wen (ec. 3.25) los parámetros  $\alpha$  y  $u$ , se pueden expresar como:

$$u = \mu_{x_m} - \frac{0.577}{\alpha} \quad ; \quad \mu_{x_m} = \mu_x + \sigma_x [ C_1 + C_1 (0.1) \left( \frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^3 ]$$

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma_{x_m}} \quad ; \quad \sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \sigma_x C_2$$

De las ecuaciones expuestas anteriormente, se observa la dependencia de estas ecuaciones de los parámetros  $\mu_x$  y  $\sigma_x$ . En las ecs. 3.22 - 3.25 el valor de  $N$  es igual a  $N = \nu_{ex} t_i$ , donde,  $\nu_{ex}$  se define como la tasa media de ocurrencia de cargas extraordinarias y  $t_i$  representa los intervalos de cambios de carga sostenida durante el tiempo, generados mediante una función de distribución Exponencial. Todos estos parámetros son constantes de diseño, resultado de información estadística.

Enseguida se aplica el método de Montecarlo a la función de distribución Extrema Tipo I, para determinar la máxima carga extraordinaria en forma aleatoria:

Por medio de la subrutina GGUBS del paquete IMSL que genera números pseudo-aleatorios con distribución uniforme entre (0,1), se determina el valor de RANDOM.

Los programas de cómputo de simulación se presentan en los **Apéndices C y D**.

$$F_y(y) = e^{-e^{-\alpha(y-u)}} ; -\infty \leq y \leq \infty$$

$$e^{-e^{-\alpha(y-u)}} = \text{RANDOM}$$

$$-e^{-\alpha(y-u)} = \ln(\text{RANDOM})$$

$$e^{-\alpha(y-u)} = -\ln(\text{RANDOM})$$

$$-\alpha(y-u) = \ln(-\ln(\text{RANDOM}))$$

$$y = u - \frac{\ln(-\ln(\text{RANDOM}))}{\alpha}$$

#### 4.4 COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS.

El modelo de simulación aquí expuesto considera de forma implícita las combinaciones de carga expuestas en la sección 3.2, así como la probabilidad de que se presente cada una de ellas (Esteva, 1994). La carga viva total máxima está gobernada por una función de distribución Extrema Tipo I.

#### 4.5 CONSTANTES DE DISEÑO.

Los parámetros de lectura para la simulación fueron tomados del artículo de Chalk y Corotis (1980), tanto para cargas sostenidas como extraordinarias. El índice medio de ocurrencia  $\nu$ , se adoptó de los datos de servicio de Michael y Woodgate (1971), (ver Tabla 4.1).

DATOS DE CARGAS VIVAS DE SERVICIO			
OCUPACIÓN O USO	$\nu_s$	$\mu_{1s}$ (psf)	$\sigma_{1s}$ (psf)
OFICINAS	0.125	10.9	7.6
HOTEL	0.200	4.50	1.5
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	0.100	6.00	3.4
RESIDENCIA RENTADA	0.500	6.00	3.4
COMERCIO, PISOS INFERIORES	0.500	17.9	5.6
COMERCIO, PISOS SUPERIORES	0.500	12.0	10.6
SALÓN DE CLASES	1.000	12.0	3.0
DATOS DE CARGAS VIVAS EXTRAORDINARIAS.			
OCUPACIÓN O USO	$\nu_{ex}$	$\mu_{ex}$ (psf)	$\sigma_{ex}$ (psf)
OFICINAS	1.000	8.00	8.2
HOTEL	20.00	6.00	5.8
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	1.000	6.00	6.6
RESIDENCIA RENTADA	1.000	6.00	6.6
COMERCIO, PISOS INFERIORES	4.000	10.4	5.1
COMERCIO, PISOS SUPERIORES	4.000	6.90	3.4
SALÓN DE CLASES	1.000	6.9	3.4

TABLA 4.1 PARÁMETROS DE LECTURA PARA LA SIMULACIÓN.

NOTA: Los datos presentados en la tabla 4.1, corresponden a un área de referencia de 200 ft<sup>2</sup>, exceptuando el uso comercial y salón de clase, donde se tomo como referencia un área de 1000 ft<sup>2</sup>.

Se hace notar que, con base en datos estadísticos de oficinas Ellingwood y Culver (1977) y McGuire y Cornell (1974) propusieron ecuaciones para la media y varianza de las cargas sostenidas (cargas de servicio), expresadas por las ecs. 3.11-3.14. Dichas ecuaciones toman en cuenta la variación del área para definir estos parámetros. Esto significa que estos parámetros **cambian a medida que cambia el área**. A su vez, la media y la desviación

estándar  $m_{ex}$  y  $\sigma_{ex}$  de las cargas extraordinarias dadas por McGuire y Cornell (1974), también cambian a medida que cambia el área de influencia. La media y la varianza de un evento simple extraordinario E, expresado en unidades de carga por unidad de área, está dado por las ecs. 3.17 y 3.18.

El ANSI A58.1 establece que la carga viva considerada en el diseño de edificios y otras estructuras deberá ser el valor máximo probable que sea producido por la uso de intensidad o ocurrencia, pero en ninguno de los casos deberá ser menor que la mínima carga viva uniformemente distribuida  $L_o$ . El ANSI A58.1, permite una reducción de las cargas vivas  $L_o$  (bajo ciertas limitaciones) en función del área de influencia; para áreas mayores a los 400 ft<sup>2</sup>. Establece esta reducción mediante la ec.1.1.(ver sección 1.4.3)

En el **Apéndice H** se muestra mediante gráficas y tablas, dicha variación de las cargas vivas en función del área, comparando los resultados del modelo de simulación y los del modelo de simplificado descrito en la sección 3.3 (ejemplificado en el **Apéndice G**), con los valores nominales propuestos por el ANSI de 1982 y 1994, para oficinas.

De manera análoga, el reglamento mexicano considera una reducción de las cargas vivas para elementos de área tributaria mayor a 36 m<sup>2</sup> o 400 ft<sup>2</sup>, también bajo ciertas limitaciones (ver sección 1.4.3).

## V. RESULTADOS DE LA SIMULACION

En este capítulo se hace un resumen de los resultados que se obtuvieron por medio de los modelos de simulación de cargas vivas implementados en esta tesis. Se utiliza tanto la fórmula aproximada de Wen (1977), como la fórmula mejorada de Wen (1979). Ambos resultados, se compararan con los valores nominales propuestos por los reglamentos mexicanos de construcción para el Distrito Federal de 1976 y 1988, y la norma americana ANSI A-58.1 1982.

Los resultados se presentan por medio de histogramas de carga viva-vs-frecuencia, para un periodo de retorno de 50 años ( $T_r = 50$  años, -a menos que se especifique lo contrario-). El número de simulaciones de carga fue 1000 ( $N = 1000$  simulaciones). Estos parámetros pueden cambiar al dar los datos de inicio del programa (ver datos de proyecto, Tabla 5.1).

Para el desarrollo de los histogramas y para el cálculo de la media y la desviación estándar de los resultados de la simulación, se usó de la *hoja electrónica para cálculo y análisis Math Cad* (Anderson,1989).

DATOS DE ENTRADA						
OCUPACIÓN O USO	$\nu_i$	$\mu_{L_s}$	$\sigma_{L_s}$	$\nu_{ex}$	$\mu_{ex}$	$\sigma_{ex}$
OFICINAS	.125	10.9	7.6	1.0	8.0	8.2
HOTEL	.200	4.50	1.5	20	6.0	5.8
RESIDENCIA OCUPADA DUEÑO	.100	6.00	3.4	1.0	6.0	6.6
RESIDENCIA RENTADA	.500	6.00	3.4	1.0	6.0	6.6
COMERCIO PISOS INFERIORES	.500	17.9	5.6	4.0	10.4	5.1
COMERCIO PISOS SUPERIORES	.500	12.0	10.6	4.0	6.9	3.4
SALÓN DE CLASES	1.00	12.0	3.0	1.0	6.9	3.4

**TABLA 5.1 PARAMETROS DE LECTURA PARA LA SIMULACIÓN.**

**NOTA:** Los datos presentados en la Tabla 5.1 corresponden a un área de referencia de 200 ft<sup>2</sup>, exceptuando el uso comercial y salón de clase, donde se tomó como referencia un área de 1000 ft<sup>2</sup>.

Donde:  $\nu$ , índice medio de cambios de ocupación de las cargas sostenidas [1/año]

$\mu_{1,s}$  valor medio de la carga viva sostenida [psf]

$\sigma_{1,s}$  desviación estandar de la carga viva sostenida [psf]

$\nu_{ex}$  índice medio de cambios de ocupación de las cargas extraordinarias [1/año]

$\mu_{ex}$  valor medio de la carga viva extraordinaria [psf]

$\sigma_{ex}$  desviación estandar de la carga viva extraordinaria [psf]

Estos datos se derivan de datos de servicio y de estadística publicada (ver Chalk y Corotis, 1980).

### 5.1 CARGA VIVA EN EDIFICIOS DE OFICINAS.

El modelo simula la intensidad de las cargas vivas sostenidas por medio de una función de distribución Gamma. Los resultados se presentan en los siguientes histogramas.

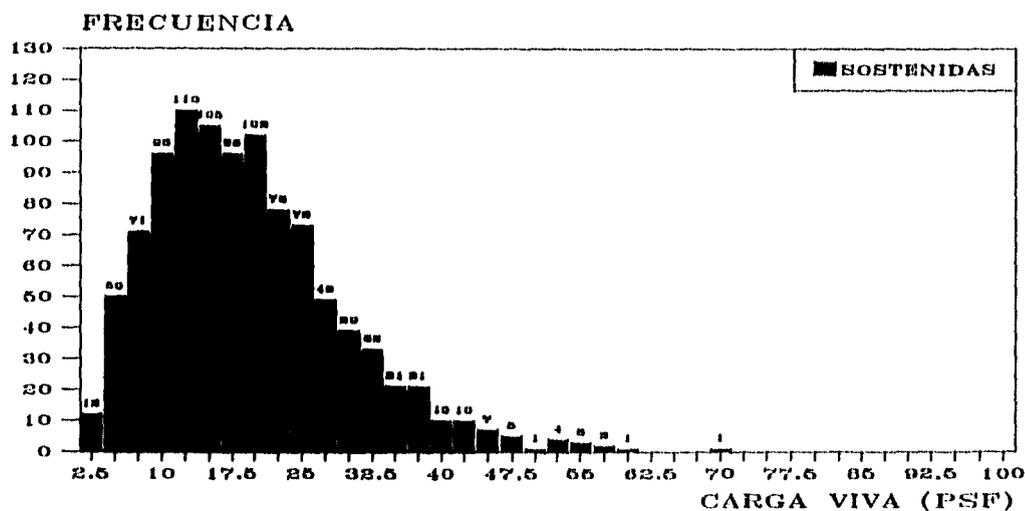


FIG. 5.1. HISTOGRAMA DE LA CARGA VIVA SOSTENIDA EN OFICINAS.  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977)

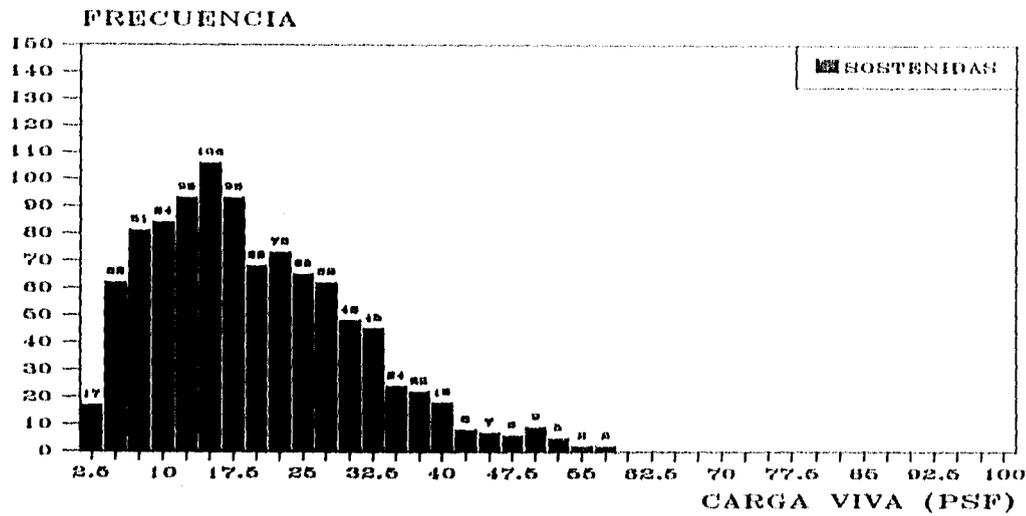


FIG. 5.2 HISTOGRAMA DE LA CARGA VIVA SOSTENIDA EN OFICINAS.  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979)

El modelo simula las cargas extraordinarias por medio de una función de distribución Extrema Tipo I. Se aplica tanto la fórmula *aproximada* de Wen (1977), como la fórmula *mejorada* de Wen (1979). Los resultados se presentan en los siguientes histogramas.

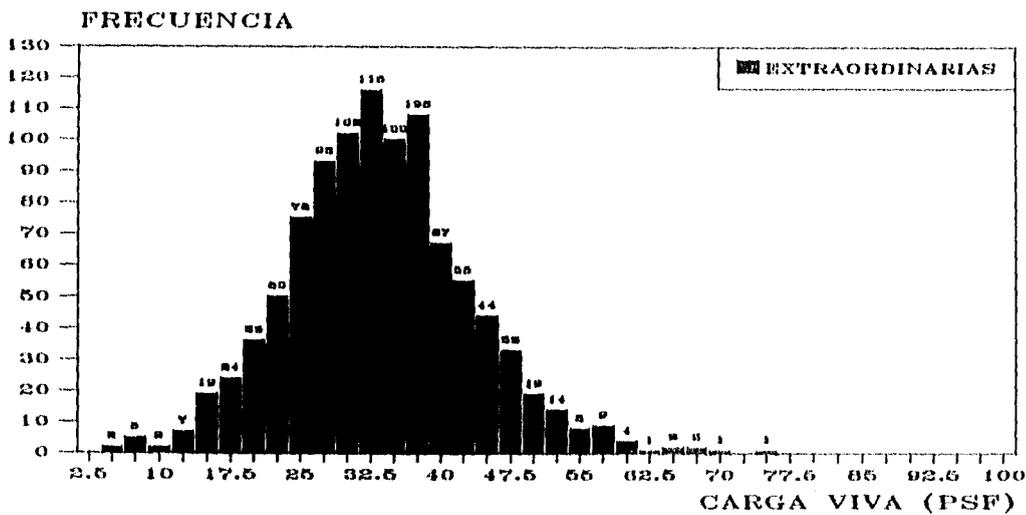


FIG. 5.3 HISTOGRAMA DE LA CARGA VIVA EXTRAORDINARIA EN OFICINAS.  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977)

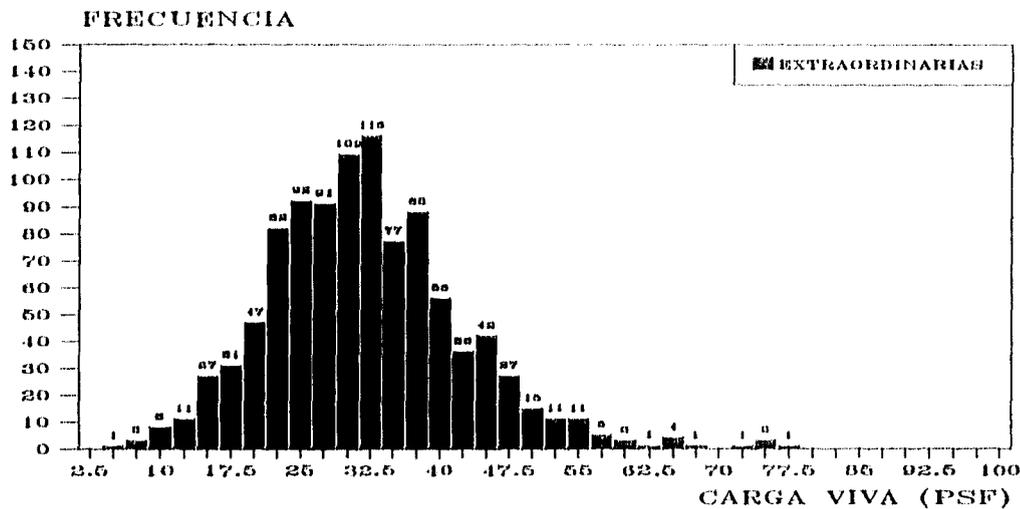


FIG. 5.4 HISTOGRAMA DE LA CARGA VIVA EXTRAORDINARIA EN OFICINAS.  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979)

Las **cargas sostenidas** generadas en forma aleatoria (ver figs. 5.1 y 5.2) tienen la siguiente media y desviación estándar (stdev).

Aplicando la fórmula aproximada de Wen resulta:

$$\text{media}( L_s ) = 17.948 \text{ psf}$$

$$\text{stdev} ( L_s ) = 10.148 \text{ psf}$$

Aplicando la fórmula mejorada de Wen se obtiene:

$$\text{media}( L_s ) = 18.431 \text{ psf}$$

$$\text{stdev} ( L_s ) = 10.776 \text{ psf}$$

De forma análoga, se puede obtener la media y la desviación estándar para los resultados de la simulación de la **carga viva extraordinaria** (ver figs. 5.3 y 5.4).

Aplicando la fórmula aproximada de Wen (1977) resulta:

$$\text{media}( L_e ) = 32.228 \text{ psf}$$

$$\text{stdev}( L_e ) = 9.896 \text{ psf}$$

Aplicando la fórmula mejorada de Wen (1979) se obtiene:

$$\text{media}( L_e ) = 30.651 \text{ psf}$$

$$\text{stdev}( L_e ) = 10.329 \text{ psf}$$

La **carga viva total** es resultado de una combinación de la carga viva sostenida y la extraordinaria. Los modelos de simulación de cargas contemplan la combinación más desfavorable que se presenta durante cada paso de simulación. Se considera que la carga viva total tiene la forma de una función de distribución Extrema Tipo I. Esta suposición se sustenta en el hecho de que la máxima carga extraordinaria ( $L_e$ ), casi siempre resulta considerablemente mayor en magnitud y varianza que la carga sostenida ( $L_s$ ) y por lo tanto domina la función de distribución, como se puede apreciar en los resultados anteriores y como se observa a continuación en los histogramas correspondientes:

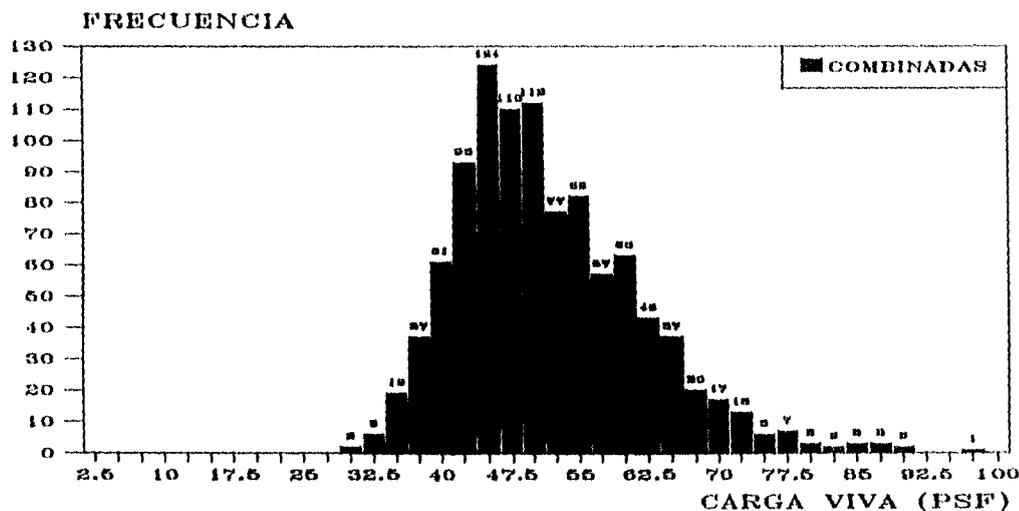


FIG. 5.5 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS.  
( OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977 ).

La **carga viva total** generada en forma aleatoria (ver figs. 5.5 y 5.6) tiene la siguiente media y desviación estándar.

Aplicando la fórmula aproximada de Wen:

$$\text{media}( L_t ) = 50.236 \text{ psf}$$

$$\text{stdev} ( L_t ) = 9.951 \text{ psf}$$

Aplicando la fórmula mejorada de Wen:

$$\text{media}( L_t ) = 49.082 \text{ psf}$$

$$\text{stdev} ( L_t ) = 10.356 \text{ psf}$$

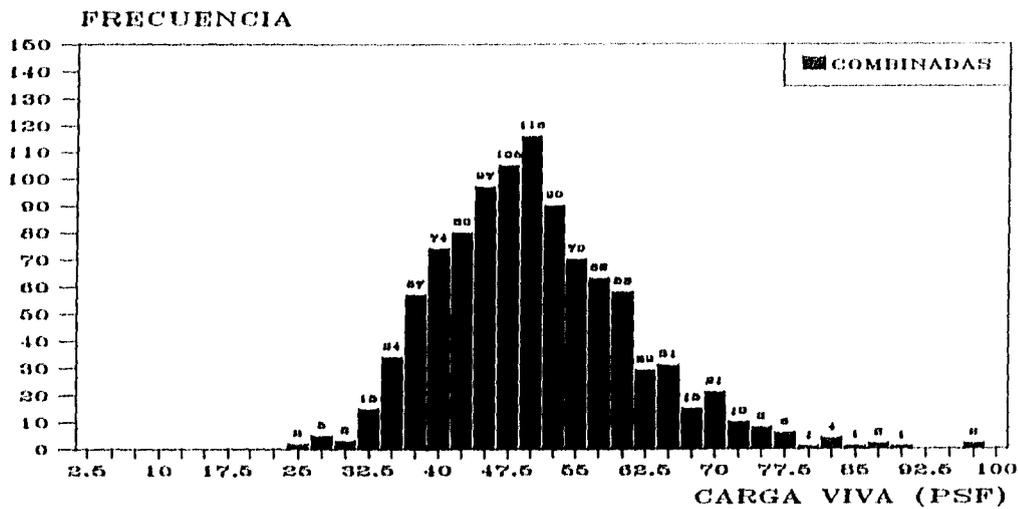


FIG. 5.6 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN OFICINA.  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979).

Se puede observar en los histogramas de las figs. 5.5 y 5.6, que la carga viva total tiene la forma de una función de distribución Extrema Tipo I. Se pueden determinar los parámetros correspondientes de una función de distribución Extrema Tipo I, ya sea por un ajuste por mínimos cuadrados (ver Apéndice E) o por medio del siguiente procedimiento propuesto por (Benjamin y Cornell, 1970). Dado que se tienen buenas estimaciones de la media y la varianza de la carga viva total y se sospecha que la distribución es del tipo valor extremo (porque la carga viva total es el máximo de las combinaciones de carga generadas durante las N simulaciones) se puede representar la función de distribución de probabilidades del modelo supuesto, y compararlo con los histogramas de los datos simulados.

Considerando la hipótesis de que la carga viva total se puede representar por medio de una distribución Extrema Tipo I:

$$f_y(y) = \alpha e^{-\alpha(y-u)} - e^{-\alpha(y-u)}$$

La función de distribución de probabilidades acumulada se puede representar como:

$$F_y(y) = e^{-e^{-\alpha(y-u)}} ; \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

Como ya se ha expuesto con anterioridad (ver capítulo 4), los parámetros  $\alpha$  y  $u$  pueden estimarse de datos observados en cada caso (el resultado es asintótico y es aproximadamente cierto para valores grandes de  $N$ ).

Haciendo la derivada de  $f_y(y)$  igual a cero se obtiene que  $u$  representa la moda de la función de distribución de probabilidades. El parámetro  $\alpha$  es una medida de la dispersión. El valor de la media está dado por:

$$\mu_{x_m} = u + \frac{\gamma}{\alpha} \approx u + \frac{0.577}{\alpha}$$

donde:  $\gamma$ , es la constante de Euler,  $\alpha$  y  $u$  ya han sido definidas (ver sección 2.2.2)

El valor de la varianza y la dispersión están dados por:

$$\sigma_{x_m}^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2} \approx \frac{1.645}{\alpha^2}$$

$$\sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha} \approx \frac{1.282}{\alpha}$$

Despejando los parámetros  $\alpha$  y  $u$ , de estas ecuaciones, tenemos:

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma_{x_m}} ; \quad u = \mu_{x_m} - \frac{0.577}{\alpha}$$

Los valores de  $\sigma_{x_m}$  y  $\mu_{x_m}$  equivalen a **stdev(Lt)** y **media(Lt)** respectivamente.

Con la fórmula aproximada de Wen se obtuvo:

$$\text{media(Lt)} = 50.236 \text{ psf} ; \quad \text{stdev(Lt)} = 9.951 \text{ psf}$$

Con la fórmula mejorada de Wen se obtuvo:

$$\text{media(Lt)} = 49.082 \text{ psf} ; \quad \text{stdev(Lt)} = 10.356 \text{ psf}$$

Si utilizamos los valores de media y dispersión que se obtuvieron con la fórmula mejorada de Wen, los parámetros  $\alpha$  y  $u$  resultan:

$$\alpha = \frac{1.282}{10.356} = 0.124$$
$$u = 49.082 - \frac{0.577}{0.124} = 44.421 \quad [psf]$$

Si se realiza un ajuste por mínimos cuadrados (ver Apéndice E), se obtiene:

$$\alpha = 0.124$$

$$u = 43.45$$

Del ajuste por mínimos cuadrados se nota que el valor de  $u$  resulta casi idéntico al valor calculado con el método descrito por Benjamin y Cornell, por lo tanto, la hipótesis de que la carga viva total se ajusta a una función de distribución Extrema Tipo I es válida. Además ambos valores calculados son casi idénticos al valor del eje horizontal correspondiente a la cresta del histograma de la fig. 5.6.

En adelante se seguirá el procedimiento propuesto por Benjamin y Cornell, para determinar los parámetros  $\alpha$  y  $u$ . Conocidos estos parámetros se puede determinar la probabilidad de que un determinado valor de carga viva sea excedido.

Los resultados de  $\mu_{xm}$  y  $\sigma_{xm}$  de las figuras 5.7 a 5.18 y los parámetros  $\alpha$  y  $u$  se resumen en las Tablas 5.2 y 5.3.

**5.2 CARGA VIVA EN HOTELES.**

Los resultados del modelo de simulación de cargas vivas se resumen mediante los siguientes histogramas.

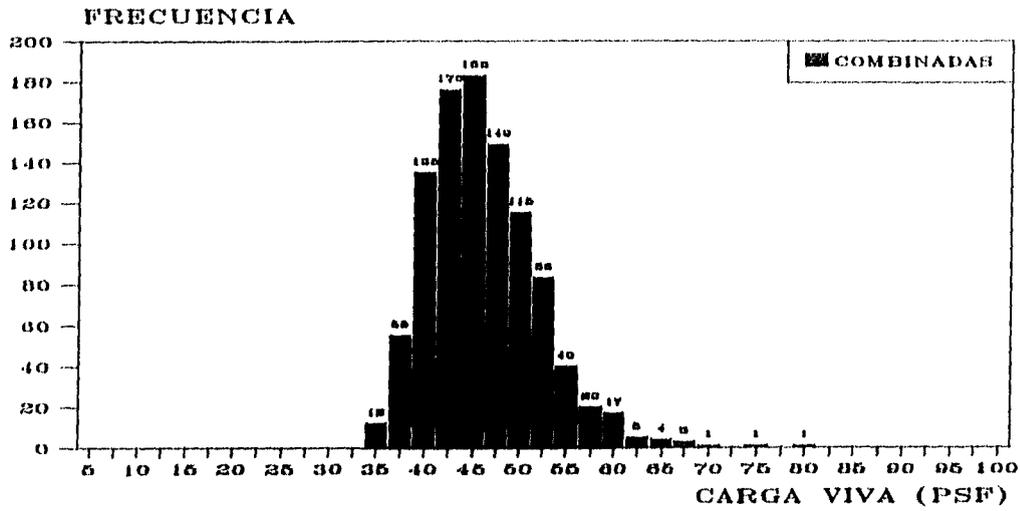


FIG. 5.7 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN HOTELES.  
( OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977 ).

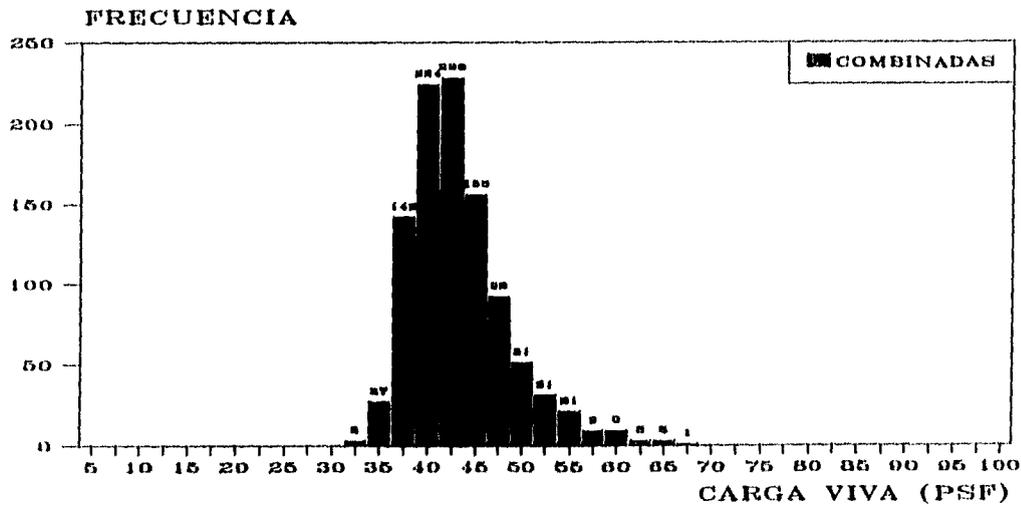


FIG. 5.8 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN HOTELES.  
( OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979 ).

### 5.3 CARGA VIVA EN RESIDENCIA (OCUPADA POR EL DUEÑO).

Los resultados del modelo de simulación de cargas vivas se resumen mediante los siguientes histogramas.

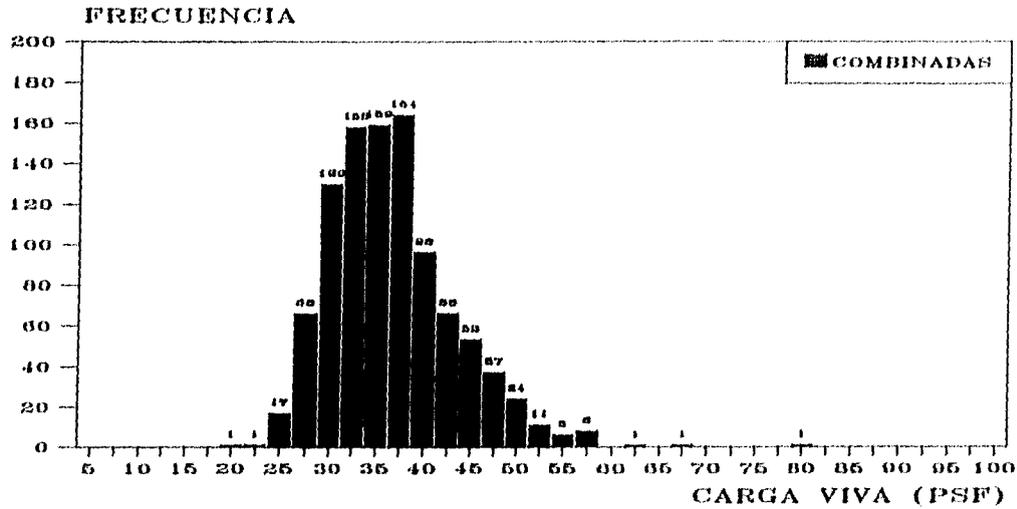


FIG. 5,9 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN RESIDENCIA (DUEÑO).  
( OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977 ).

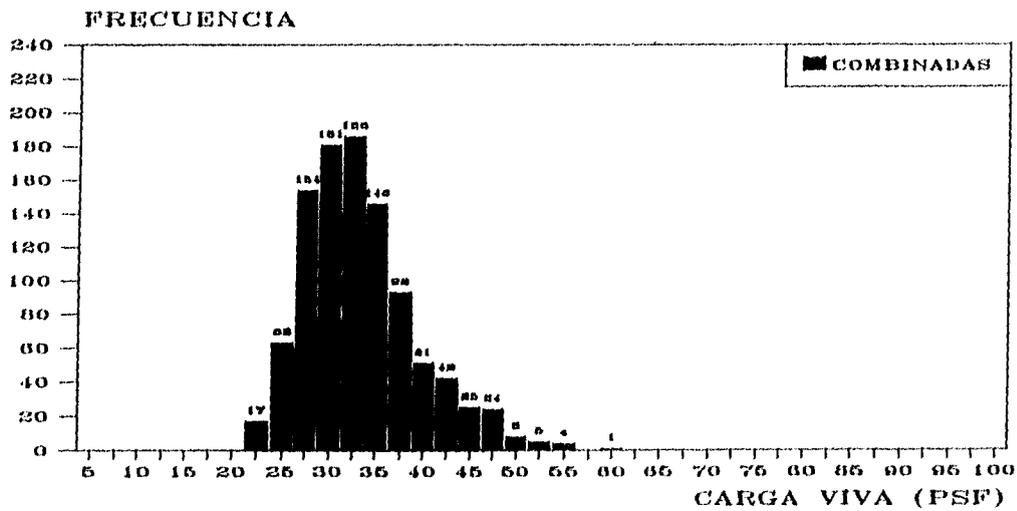


FIG. 5,10 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS RESIDENCIA (DUEÑO).  
( OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979 ).

### 5.4 CARGA VIVA EN RESIDENCIA (RENTADA).

Los resultados del modelo de simulación se resumen mediante los siguientes histogramas.

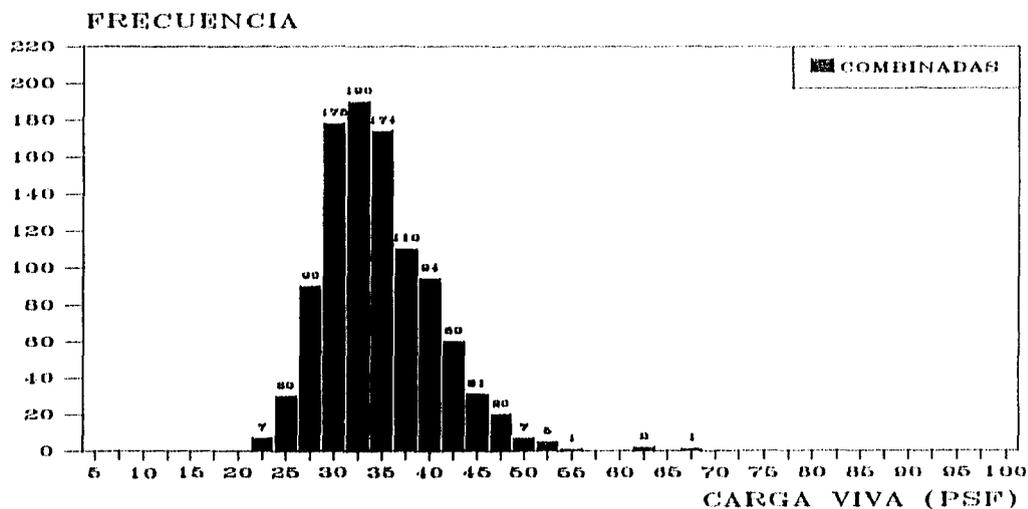


FIG. 5.11 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN RESIDENCIA (RENTADA).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977).

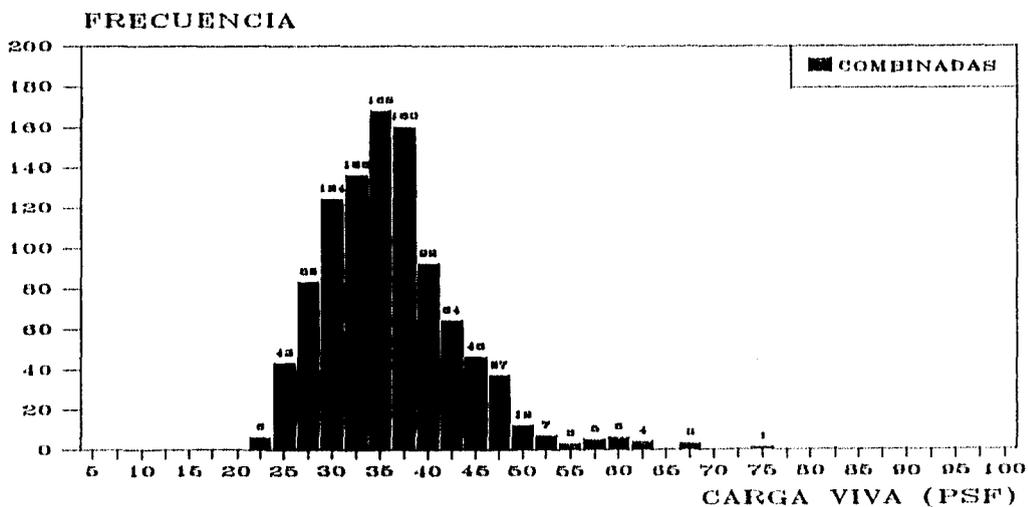


FIG. 5.12 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN RESIDENCIA (RENTADA).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979).

**5.5 CARGA VIVA EN COMERCIOS (PISOS INFERIORES).**

Los resultados del modelo de simulación de cargas vivas se resumen mediante los siguientes histogramas.

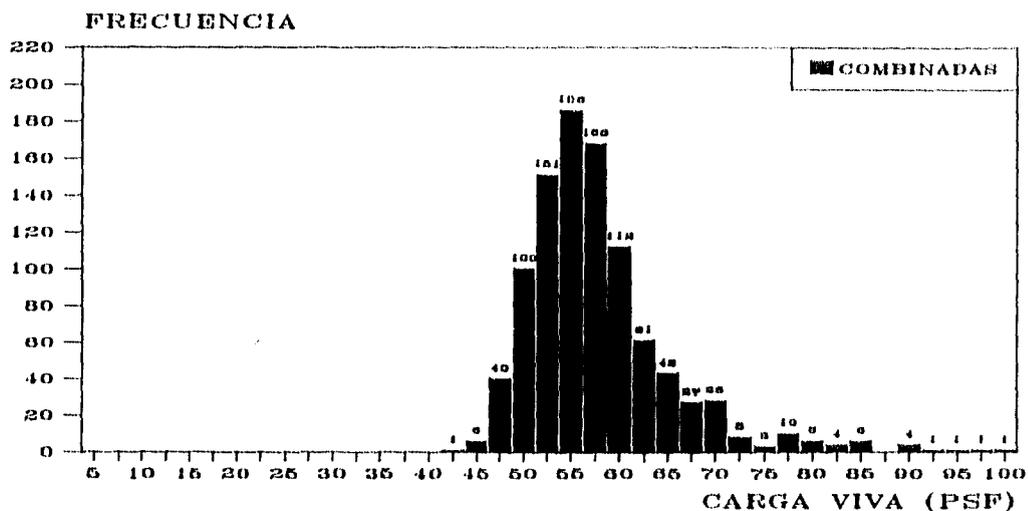


FIG. 5.13 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN COMERCIOS (PISOS INFERIORES).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977).

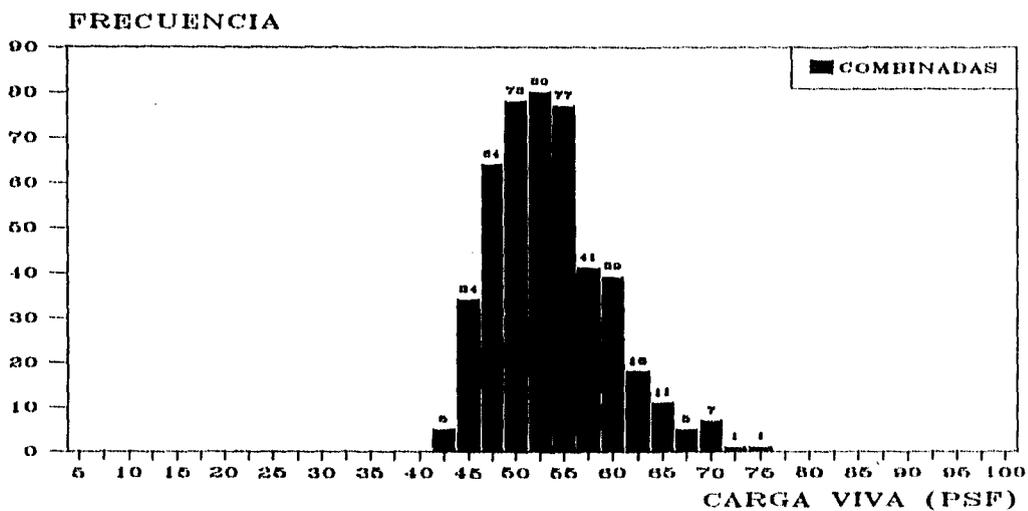


FIG. 5.14 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN COMERCIOS (PISOS INFERIORES).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979).

**5.6 CARGA VIVA EN COMERCIOS (PISOS SUPERIORES).**

Los resultados del modelo de simulación de cargas vivas se resumen mediante los siguientes histogramas.

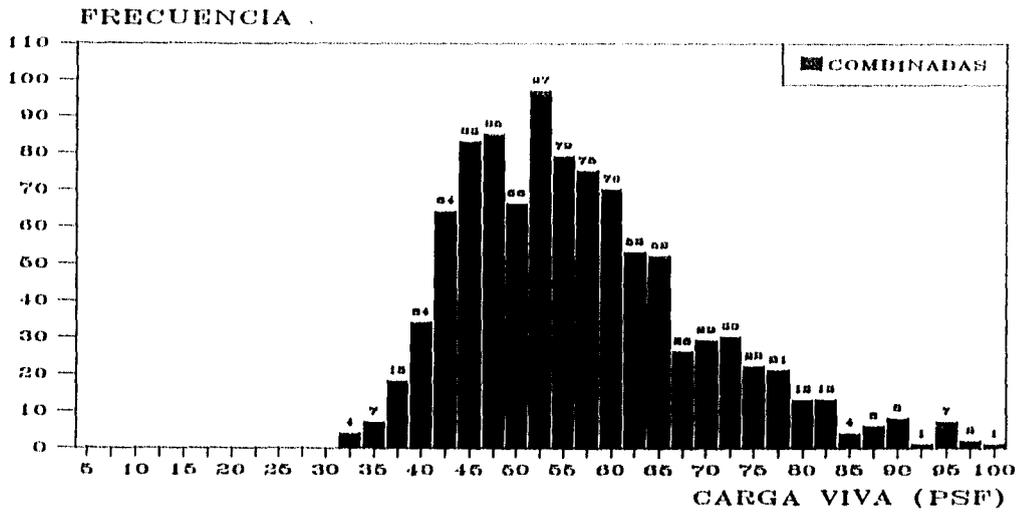


FIG. 5.15 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN COMERCIOS (PISOS SUPERIORES).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977).

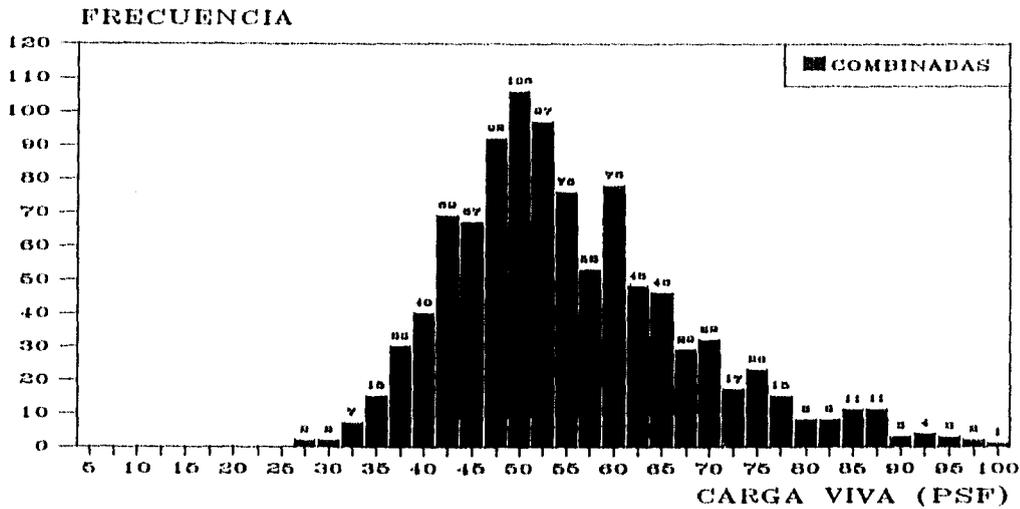


FIG. 5.16 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN COMERCIOS (PISOS INFERIORES).  
(OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979).

5.7 CARGA VIVA EN SALÓN DE CLASES.

Los resultados del modelo de simulación de cargas vivas se resumen mediante los siguientes histogramas.

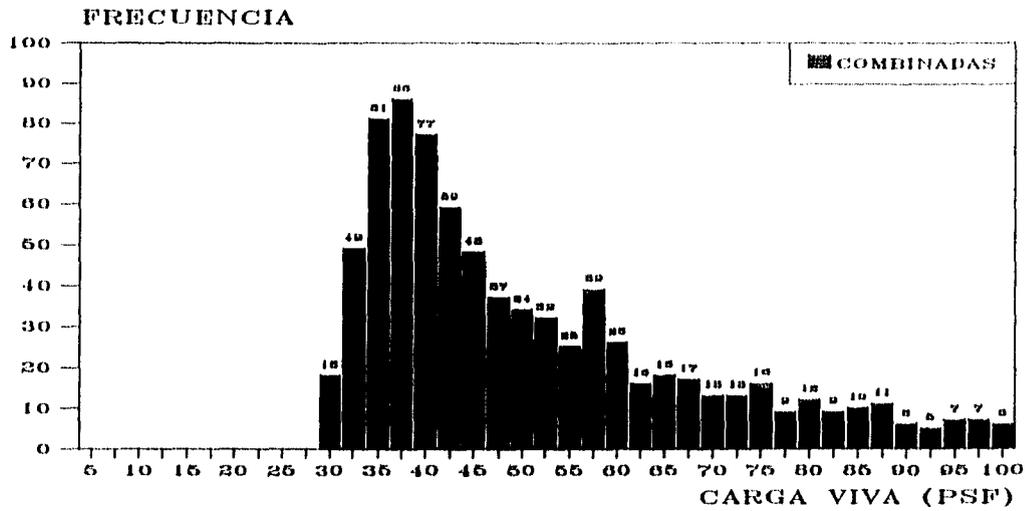


FIG. 5.17 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN SALON DE CLASES. (OBTENIDO CON LA FÓRMULA APROXIMADA DE WEN, 1977).

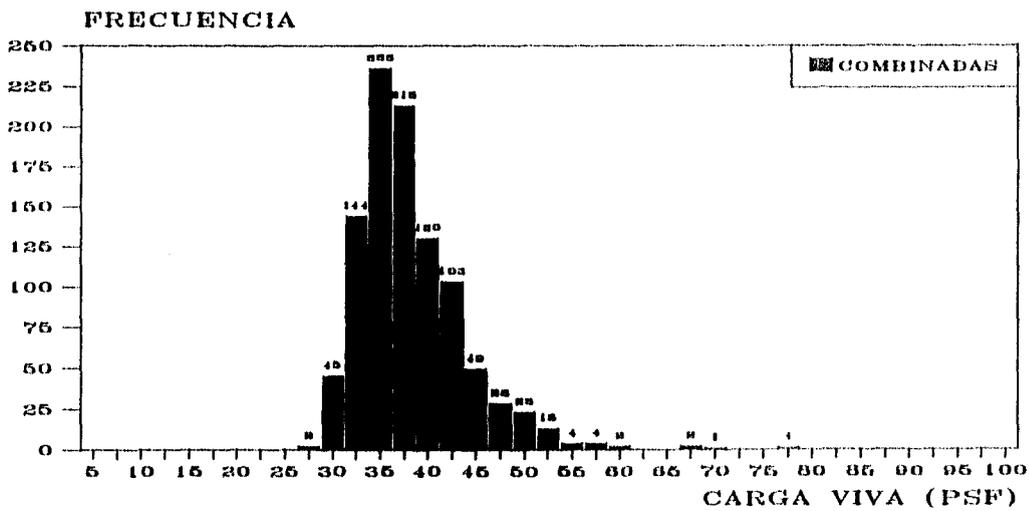


FIG. 5.18 HISTOGRAMA DE LA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN SALON DE CLASES. (OBTENIDO CON LA FÓRMULA MEJORADA DE WEN, 1979).

### 5.8 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE SIMULACIÓN

Los resultados de la simulación se presentan en la Tablas 5.2 y 5.3. En estas se especifican el valor medio y la desviación estándar de la carga total máxima, así como los parámetros  $\alpha$  y  $u$  correspondientes a una función de distribución Extrema Tipo I, donde  $u$  es la moda de la distribución y  $\alpha$  es una medida de la dispersión. La Tabla 5.2 corresponde a la fórmula aproximada propuesta por Wen (1977), y la Tabla 5.3 a la fórmula mejorada de Wen (1979).

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE CARGAS VIVAS				
OCUPACIÓN O USO	FÓRMULA APROXIMADA DE WEN (1977)			
	$\mu_{xm}$	$\sigma_{xm}$	$\alpha$	$u$
OFICINAS	50.24	9.95	0.129	45.757
HOTEL	44.883	5.804	0.221	42.271
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	35.338	6.65	0.193	32.345
RESIDENCIA RENTADA	33.324	5.725	0.224	30.747
COMERCIO PISOS INFERIORES	68.994	236.5	0.0054	-37.439
COMERCIO PISOS SUPERIORES	63.586	139.0	0.0092	-1.0841
SALÓN DE CLASES	192.954	1572	0.0008	-514.6

**TABLA 5.2 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE CARGAS VIVAS.**

De la magnitud de la desviación estándar que se presenta en la Tabla 5.2, se puede concluir que al aplicar la fórmula aproximada de Wen, el modelo de simulación da resultados poco satisfactorios. Se constató que los parámetros de la función Extrema Tipo I que da lugar a los valores de media y desviación estándar no cumplen con las condiciones iniciales de una función Extrema Tipo I: en este caso  $\alpha$  y  $u$  son menores que cero. Estos parámetros no tienen ningún significado físico.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE CARGAS VIVAS				
OCUPACIÓN O USO	FÓRMULA MEJORADA DE WEN (1979)			
	$\mu_{xm}$	$\sigma_{xm}$	$\alpha$	$u$
OFICINAS	49.082	10.356	0.124	44.421
HOTEL	44.463	6.269	0.205	41.641
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	32.037	5.965	0.215	29.352
RESIDENCIA RENTADA	34.789	7.051	0.182	31.615
COMERCIO PISOS INFERIORES	52.182	5.718	0.224	49.608
COMERCIO PISOS SUPERIORES	54.24	12.862	0.1	48.451
SALÓN DE CLASES	36.874	5.595	0.229	34.356

**TABLA 5.3 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE CARGAS VIVAS.**

Al emplear la fórmula mejorada de Wen (Tabla 5.3) se observa que los resultados son satisfactorios. Se puede observar que para este caso la magnitud de la desviación estándar presenta un valor razonable.

Lo anterior hace ver que los resultados que se obtuvieron con la fórmula mejorada de Wen son adecuados, por lo que son los que se usan en lo que sigue.

### 5.9 RESULTADOS EMPLEANDO EL PROCEDIMIENTO DE CHALK Y COROTIS (1980)

Si se sigue el método de combinación de cargas propuesto por Chalk y Corotis (1980), explicado en la sección 3.3 y expuesto en el Apéndice G, se obtienen los resultados de las Tablas 5.4 y 5.5.

CARGA TOTAL MÁXIMA							
OCUPACIÓN O USO	L <sub>s</sub>		L <sub>e</sub>		L <sub>e1</sub>		E <sub>T</sub> [H]
	m <sub>L<sub>s</sub></sub>	σ <sub>L<sub>s</sub></sub>	m <sub>L<sub>e</sub></sub>	σ <sub>L<sub>e</sub></sub>	m <sub>L<sub>e1</sub></sub>	σ <sub>L<sub>e1</sub></sub>	
OFICINAS	24.86	6.89	36.84	8.51	24.73	7.63	55
HOTEL	7.76	1.25	40.08	6.31	29.54	6.02	45.8
RESIDENCIA OCUPADA DUEÑO	15.84	2.9	29.29	7.02	11.78	4.93	36.5
RESIDENCIA RENTADA	11.67	3.12	29.29	7.02	20.69	6.3	38.5
COMERCIO PISOS INFERIORES	33.8	4.09	33.21	3.87	20.7	4.51	56
COMERCIO PISOS SUPERIORES	43.21	10.23	22.11	2.59	13.77	3.01	57.4
SALÓN DE CLASES	23.57	1.78	20.3	2.64	8.89	4.42	34.3

**TABLA 5.4 CARGA TOTAL MÁXIMA (FORMULA APROXIMADA DE WEN).**

CARGA TOTAL MÁXIMA							
OCUPACIÓN O USO	L <sub>s</sub>		L <sub>e</sub>		L <sub>e1</sub>		E <sub>T</sub> [H]
	m <sub>L<sub>s</sub></sub>	σ <sub>L<sub>s</sub></sub>	m <sub>L<sub>e</sub></sub>	σ <sub>L<sub>e</sub></sub>	m <sub>L<sub>e1</sub></sub>	σ <sub>L<sub>e1</sub></sub>	
OFICINAS	22.13	6.89	35.71	8.51	22.73	7.63	51.93
HOTEL	7.2	1.25	40.06	6.31	28.71	6.02	45.5
RESIDENCIA OCUPADA DUEÑO	14.69	2.9	28.81	7.02	10.04	4.93	35.7
RESIDENCIA RENTADA	10.34	3.12	28.81	7.02	19.43	6.30	37.1
COMERCIO PISOS INFERIORES	32	4.09	31.72	3.87	18.77	4.51	53.1
COMERCIO PISOS SUPERIORES	40.44	10.23	21.11	2.59	12.48	3.01	53.3
SALÓN DE CLASES	22.79	1.78	19.25	2.64	6.9	4.42	32.6

**TABLA 5.5 CARGA TOTAL MÁXIMA (FORMULA MEJORADA DE WEN).**

Las funciones de distribución acumuladas de los modelos de cargas vivas totales correspondientes a los modelos de simulación, de Chalk y Corotis (1980) usando el modelo de Wen (1977), y de estos mismos autores pero usando la formulación de Wen mejorada (1979) se presentan en las figs. 5.19 a 5.25. En estas se puede observar que las funciones resultan muy similares. Por lo tanto, se puede concluir que el programa de simulación elaborado en este estudio da resultados satisfactorios.

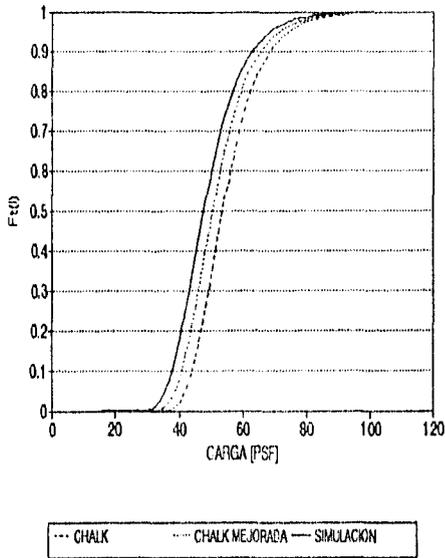


FIG. 5.19 MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN OFICINAS

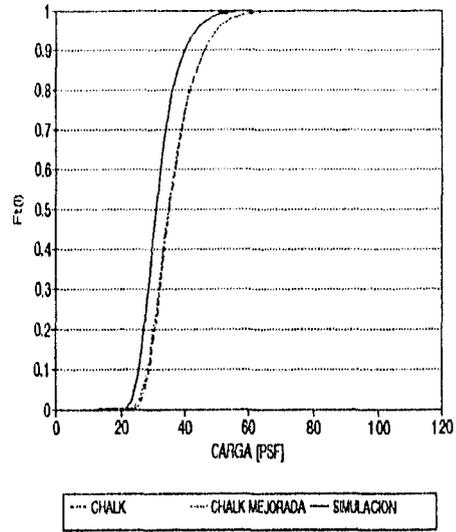


FIG. 5.20. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN RESIDENCIAS

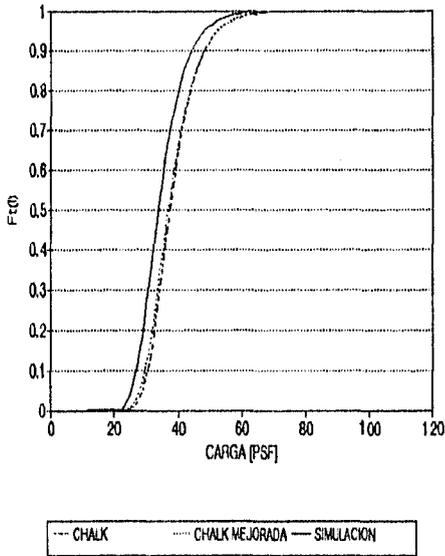


FIG. 5.21. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN RESIDENCIAS RENTADAS

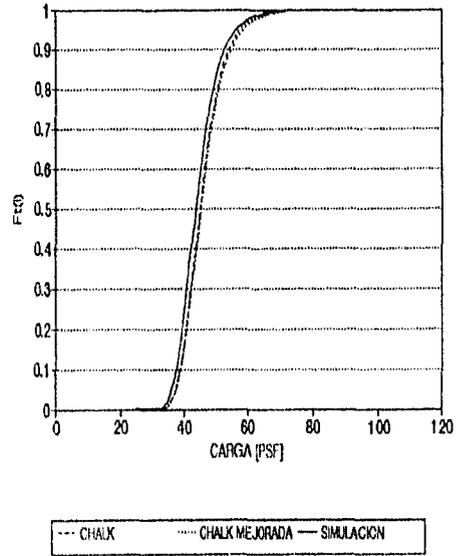


FIG. 5.22. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN CUARTOS DE HOTEL

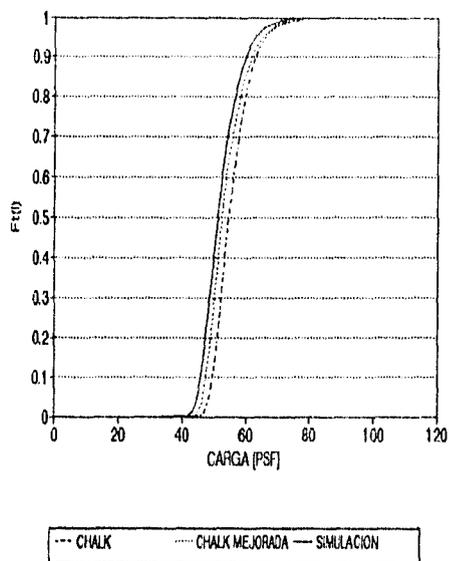


FIG. 5.23. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN COMERCIOS PISOS INFERIORES

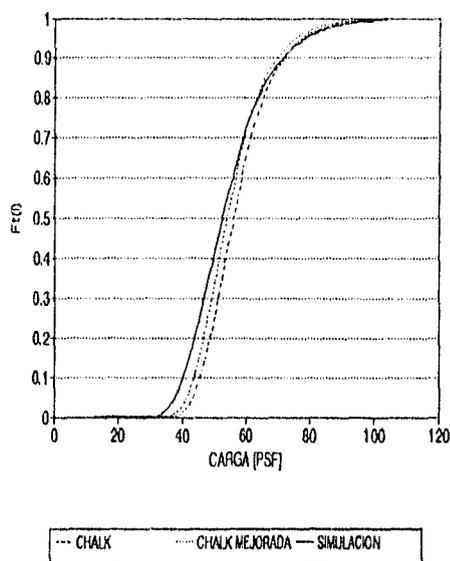


FIG. 5.24. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN COMERCIOS PISOS SUPERIORES

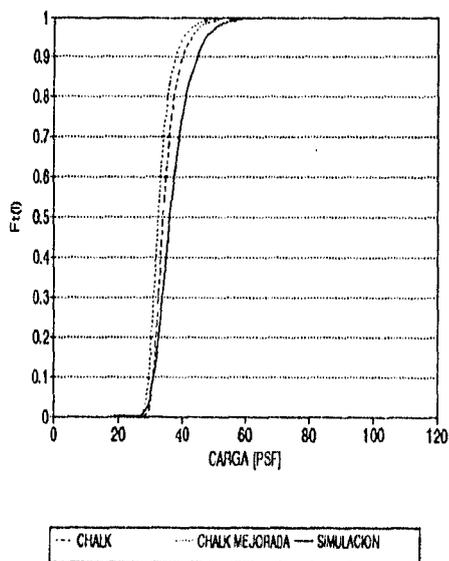


FIG. 5.25. MODELOS DE CARGAS VIVAS TOTALES EN SALONES DE CLASES

Los resultados que se obtuvieron anteriormente se derivan de los datos estadísticos especificados en la tabla 5.1, correspondientes a un área de referencia de 200 ft<sup>2</sup> (exceptuando el uso comercial y salón de clase). Sin embargo, de acuerdo a lo expuesto en las secciones 3.1.1 y 3.1.3 se puede obtener la variación de la intensidad de la carga viva en función del área, a partir de información estadística. De acuerdo con esto, en el **Apéndice H** se determina la variación de la intensidad de las cargas vivas para oficinas.

### 5.10 PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA.

A partir de los parámetros  $\alpha$  y  $u$  (Tabla 5.3) se pueden calcular las magnitudes de cargas vivas asociadas a probabilidades de excedencia específicas ó bien probabilidades de excedencia asociadas a ciertas cargas específicas. Por ejemplo, si se deseara conocer la probabilidad de que sea excedida cierta carga se utilizaría la ecuación siguiente:

$$P^* = P [y > y_0] = 1 - F_y(y) = 1 - e^{-e^{-\alpha(y-u)}}$$

Si se desea conocer la probabilidad de que sea excedida una carga 50 psf en un edificio de oficinas, sustituyendo valores en la ecuación anterior se obtiene:

$$P^* = P [y > y_0] = 1 - e^{-e^{-0.124(50-44.421)}} = 39.4\%$$

El porcentaje restante corresponde a la probabilidad de que no se alcance la carga propuesta.

En sentido inverso, si se considera ahora cierta probabilidad de excedencia y los parámetros  $\alpha$  y  $u$  son conocidos, es posible determinar la magnitud de la carga viva mediante la siguiente expresión:

$$y = u - \frac{\ln(-\ln(F_y(y)))}{\alpha}$$

donde  $P = 1 - F_y(y)$ , corresponde a la probabilidad de excedencia.

Suponiendo que se desea conocer la magnitud de la carga viva que tenga una probabilidad de excedencia de 2%. Si se consideraran los parámetros  $\alpha$  y  $u$  del ejemplo anterior se tiene:

$$y = 44.421 - \frac{\ln(-\ln(0.98))}{0.124} ; \quad y = 75.89 \quad [psf]$$

Esto significa que este valor tiene un 2% de probabilidad de que se exceda durante un período de 50 años.

CARGAS VIVAS [psf]			
OCUPACIÓN O USO	PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA		
	43%	5%	2%
OFICINAS	49.08	68.37	75.89
HOTEL	44.46	56.12	60.67
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	32.04	43.17	47.5
RESIDENCIA RENTADA	34.79	47.93	53.05
COMERCIO PISOS INFERIORES	52.18	62.87	67.03
COMERCIO PISOS SUPERIORES	54.24	78.15	87.47
SALÓN DE CLASES	36.87	47.33	51.40

**TABLA 5.6 PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA -FÓRMULA MEJORADA DE WEN-**

Los resultados de la carga viva total asociada a tres distintas probabilidades de excedencia (43, 5 y 2%), se resumen en la Tabla 5.6. Como era de esperarse los valores de las cargas nominales aumentan al disminuir las probabilidades de excedencia.

#### 5.11 CARGAS VIVAS NOMINALES EN LOS REGLAMENTOS ANSI A58.1-1994 Y RDF-1993.

En la Tabla 5.7 se compran las especificaciones del ANSI A58.1, del RDF-1993 y los valores medios de cargas vivas máximas totales obtenidas con tres distintos procedimientos: 1) Metodología propuesta por Chalk y Corotis usando la fórmula aproximada de Wen (CHALK, cuarta columna); 2) Metodología de Chalk y Corotis empleando la fórmula mejorada de Wen (CHALK', quinta columna); y 3) Simulación de Montecarlo (SIM, última columna). Estos últimos se obtuvieron con el programa de computadora realizado en este estudio.

VALORES NOMINALES DE CARGAS VIVAS Y RESULTADOS DE LOS MODELOS [psf]					
OCUPACIÓN O USO	ANSI	RDF	CHALK	CHALK'	SIM
OFICINAS	50	51.2	55	51.93	49.1
HOTEL	40	34.8	45.8	45.5	44.5
RESIDENCIA OCUPADA POR EL DUEÑO	40	34.8	36.5	35.7	32
RESIDENCIA RENTADA	40	-	38.5	37.1	34.8
COMERCIO PISOS INFERIORES	100	71.7	56	53.1	52.2
COMERCIO PISOS SUPERIORES	75	-	57.4	53.3	54.3
SALÓN DE CLASES	40	71.7	34.3	32.6	36.9

TABLA 5.7

Como puede observarse en la Tabla 5.7 los valores nominales propuestos en el ANSI A58.1 son mayores que los del RDF-93 excepto para salones de clase. Para algunos casos (como p.ej. oficinas) los valores medios son aproximadamente similares a los valores nominales.

En la Tabla 5.8 se presentan los porcentajes de probabilidades de excedencia ( $P^*$ ) de los valores nominales propuestos en los dos reglamentos en estudio. La primer columna de esa tabla indica la ocupación del área estudiada, la segunda y tercera se asocian al ANSI A58.1, las columnas cuarta y quinta se refieren al RDF-1976, y las últimas dos al RDF-1993. Las probabilidades de excedencia varían según el uso de las áreas. Tanto para el ANSI-1994 como para el RDF-1993 las probabilidades de excedencia ( $P^*$ ) de las cargas nominales resultan más altas para hoteles que para oficinas. Por otro lado dichas probabilidades son muy pequeñas tanto para comercios como para salones de clase (se debe tener en cuenta que en este estudio se consideró un período de retorno de 100 años).

PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA IMPLÍCITAS DE LOS VALORES NOMINALES DE CARGAS VIVAS [lb/ft <sup>2</sup> ]						
OCUPACIÓN O USO	ANSI 1994	P'[%]	RDF 1976	P'[%]	RDF 1993	P'[%]
OFICINAS	50	65.1	51.2	59.6	51.2	59.6
HOTEL	40	85.1	51.2	17.7	34.81	99.6
RESIDENCIA OCUPADA DUEÑO	40	32.5	51.2	5.2	34.81	62.9
RESIDENCIA RENTADA	40	23.9	-	-	-	-
COMERCIO PISOS INFERIORES	100	6.3E-3	71.7	2.16	71.7	2.16
COMERCIO PISOS SUPERIORES	75	6.4	-	-	-	-
SALÓN DE CLASES	40	8.2	61.5	1E-2	71.7	4.3E-4

TABLA 5.8

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Un diseño racional de las estructuras debe ir acompañado de una evaluación cuantitativa de los costos y las consecuencias de falla, así como de las distribuciones probabilísticas de los parámetros que rigen el comportamiento estructural y los límites de seguridad.

Actualmente muchos ingenieros civiles se encuentran muy reacios en considerar que en sus tratamientos o diseños de estructuras va íntimamente ligada cierta probabilidad de excedencia de las cargas (sísmicas, viento, vivas, etc.), o de falla de los elementos estructurales (muros, vigas columnas, etc.) que al sobrepasarse la capacidad de carga de los elementos o debido a las deformaciones excesivas de los elementos se produce la falla parcial o total de las estructuras. Debido a que la resistencia y las solicitaciones que intervienen en el diseño son variables aleatorias, es práctica común que los reglamentos propongan cargas de diseño asociadas a cierta probabilidad de excedencia y a un determinado período de tiempo.

A partir del comportamiento aleatorio de las cargas vivas (para distintas ocupaciones) se han podido postular modelos estocásticos del proceso. De esta forma es posible establecer una base probabilista del fenómeno. En base a ciertas probabilidades de excedencia y a un determinado período de retorno, es posible estimar la carga viva nominal que debe usarse para el diseño de las estructuras. En esta tesis se han descrito las bases y métodos probabilistas que permiten idealizar el proceso que simula el comportamiento de las cargas vivas en edificaciones.

### *Conclusiones :*

- Se elaboró un programa de computadora que utiliza la técnica de simulación de Montecarlo para evaluar la carga total máxima actuante en cierta área y con un período de recurrencia dado. Los resultados que arroja dicho programa se compararon con otros modelos propuestos en la literatura (ver figs 5.19 - 5.25). Se concluyó que la metodología de simulación da lugar a resultados satisfactorios.

- Se confirmó que la función de distribución Extrema Tipo I gobierna la distribución de la carga máxima total. Así mismo, para áreas y períodos de retorno dados se calcularon los parámetros ( $\alpha$  y  $u$ ) especificados en la (Tabla 5.3). A partir de dichos parámetros es posible determinar las probabilidades de excedencia de los valores que especifican las normas ANSI A58.1-1994, RDF-1976 y RDF.1993. Para este cálculo se supusieron válidas las estadísticas de cargas vivas de varios países, publicadas por Chalk y Corotis (1980).
- Las probabilidades de excedencia ( $P^*$ ) de las cargas nominales especificadas en el RDF-1993 son mayores para hoteles y para residencias que las especificadas en el RDF-1976. Para oficinas dicha probabilidad es la misma para ambos reglamentos; y para áreas comerciales y salones de clase dicha probabilidad es menor para el RDF-1993 que para el RDF-1976.
- Las probabilidades de excedencia de los valores nominales del RDF-1993 resultaron de 99.6% para hoteles, de 62.9% para residencias, y de 59.6% para oficinas. Por otro lado, dichas probabilidades resultaron mucho menores para áreas comerciales y salones de clase. Para estos últimos se consideró en el estudio un período de retorno de 100 años, mientras que para todos los demás usos se adoptó 50 años como período de recurrencia.
- Los resultados que se obtuvieron en esta tesis dan como resultado valores nominales de cargas vivas menores entre un 10 y 20% del valor medio propuesto por el ANSI A58.1 1982. Sin embargo, esto se debe fundamentalmente a que el modelo de simulación de cargas vivas usado en esta tesis toma en cuenta todas las posibles combinaciones de cargas, mientras que en el ANSI se utiliza el modelo propuesto por McGuire y Cornell, 1974.

#### *Recomendaciones :*

La metodología y los resultados que se obtuvieron en esta tesis, son el resultado de un análisis racional del proceso que siguen las cargas vivas, que ha permitido establecer una metodología para la simulación de las cargas vivas. Sin embargo existen las siguientes limitaciones:

- En esta tesis se consideraron las cargas vivas como cargas estáticas despreciando el efecto dinámico de estas, que sin embargo resulta ser muy importante en estructuras tales como estadios, salones de baile y todas aquellas instalaciones donde se reúnen un gran número de personas. Ya

que la metodología planteada en este estudio se limita al efecto estático de las cargas vivas, es recomendable que estudios posteriores consideren el efecto dinámico que producen las cargas vivas en las estructuras. La acción de este tipo de fuerza va acompañada de vibraciones de la estructura, durante las cuales, al variar la velocidad de las masas que vibran, surgen fuerzas de inercia proporcionales (según la segunda ley de Newton) a las masas que oscilan y a las aceleraciones. El valor de estas fuerzas de inercia puede superar el valor de las cargas estáticas. La aplicación repetida de este tipo de cargas puede provocar fatiga en los materiales tales como graderías de espectáculos que se encuentran sujetos constantemente a cargas cíclicas. Además, se debe considerar el hecho de que si un material se comporta plásticamente ante cargas estáticas, puede tener una falla frágil ante cargas dinámicas o de impacto.

- Otro aspecto que debe tomarse en cuenta son las cargas vivas durante la construcción (peso de equipos mecánicos o manuales, personas, concentraciones temporales de materiales, etc), que en algunos casos puede sobrepasar la carga viva de diseño en una gran proporción y afectar severamente los elementos estructurales que ante una sobrecarga prematura, puede provocar deformaciones excesivas en losas y vigas (aun antes de que alcancen su estado de servicio) o de otra manera. Estas cargas pueden provocar la falla del sistema de cimbra o de apuntalamiento de los sistemas estructurales, provocando serios retrasos en el proceso constructivo o pérdida de vidas humanas, por lo que es recomendable en estos casos, que el ingeniero considere la carga viva que se presenta durante la construcción para el diseño de las cimbras y apuntalamientos. Además se debe tener un control adecuado de las propiedades de los materiales y de cómo van estos desarrollando su resistencia, módulo de elasticidad, etc., en función del tiempo. Para que de esta forma los elementos no sufran de una sobrecarga prematura.

- En este estudio se consideraron las cargas vivas como cargas uniformemente repartidas, sin embargo existen elementos estructurales que se diseñan mediante cargas puntuales tales como puentes vehiculares, bibliotecas, todo tipo de losas que soportan objetos pesados en áreas reducidas, etc., que el ingeniero no puede considerar como cargas uniformemente repartidas (al menos que estas se apliquen sobre un área muy reducida - esfuerzo normal-). En estos casos es recomendable que las estructuras se revisen ante cargas puntuales o mediante un sistema

equivalente de cargas, distinto al propuesto en este estudio.

- Una revisión de estructuras dañadas por los sismos de Septiembre de 1985, indicó que alrededor del 9% de ellas (Wakabayashi - Martínez Romero, 1988), fallaron por un sobrecarga; tal fue el caso de construcciones que inicialmente fueron diseñadas para uso habitacional y que posteriormente fueron ocupadas por maquiladoras textiles o como bodegas de almacenamiento de granos y/o materiales pesados. Estos casos nos demuestran, que además de contar con un buen reglamento de construcción, se debe contar con una normatividad muy estricta en cuanto a la regulación del uso del suelo, que evite los cambios arbitrarios de ocupación de los inmuebles, es decir, no permitir la sobrecarga de estructuras diseñadas inicialmente para un determinado uso u ocupación. Las sobrecargas repercuten gravemente en el comportamiento de las estructuras ya que se reduce sensiblemente la rigidez de la estructura y el período de la estructura aumenta, provocando de esta forma que la estructura se comporte de manera distinta a la estimada inicialmente. En este sentido es recomendable que los ingenieros especifiquen las cargas de diseño en los planos estructurales, para desligarse de conflictos legales, en caso de que estas cargas sobrepasen considerablemente las cargas de diseño.

- En el presente estudio se adoptaron como válidas las estadísticas de otros países; con base en esto, se obtuvieron las probabilidades de excedencia de los distintos usos u ocupaciones de edificios; sin embargo estos resultados de probabilidades de excedencia serían distintos si se obtuvieran con datos de estadísticas en México. En particular, es recomendable revisar las cargas vivas de servicio en cuartos de hotel, debido a que la intensidad de diseño que propone el actual reglamento de construcciones para el D.F. 1993, es menor al valor medio propuesto en este estudio.

- Finalmente es recomendable que estudios posteriores de las cargas vivas consideren los siguientes aspectos: a) la variación de las cargas vivas se consideró como un proceso de Poisson, sin embargo existe literatura que actualmente considera la variación de las cargas como un proceso de Markov (Yi-Kwei Wen, 1990); b) en diversos estudios (Rosenblueth, 1959) de edificios en Londres se obtuvo que existe una reducción de las cargas vivas en función del número de niveles de las edificaciones, concentrándose las cargas en los pisos inferiores y

reduciéndose sensiblemente en los pisos superiores. Se recomienda estudiar si esta tendencia es válida en edificios del D.F; de esto, seguramente resultara una reducción mayor de las cargas vivas nominales.

# BIBLIOGRAFÍA.

- ☛ Gumbel, E. J., 1958. *Statistics of Extremes*. Columbia University Press. E.U.A., New York, N.Y.
- ☛ Rosenblueth Deutsch, Emilio. 1959. *Teoría de la Carga Viva en Edificios*. *Revista de Ingeniería*, publicación del Instituto de Ingeniería de la UNAM, México, D.F., Octubre, 1959, pp 51-68.
- ☛ Jauffred Mercado, Francisco Javier, 1959. *Carga viva debida a muebles en unidades de habitación del Distrito Federal*. TESIS, Maestría en Estructuras, DEPEFI, UNAM, México, D.F., 1959.
- ☛ Jauffred Mercado, Francisco Javier, 1960. *Carga viva en unidades de habitación y oficina en el Distrito Federal*. *Revista de Ingeniería*, publicación del Instituto de Ingeniería de la UNAM, México, D.F., Octubre, 1960, pp 60-75.
- ☛ Benjamin, Jack R. y Cornell, C. Allin. 1970. *Probability Statistics and Decision for Civil Engineering*. McGraw-Hill, 1970 pp.237-311.
- ☛ Peir, Jong-Cherny y Cornell, C. Allin. 1973. *Spatial and Temporal Variability of Live Loads*. *Journal of the Structural Division*, Mayo, 1973, ST5, 9747. pp.903-922.
- ☛ McGuire, Robin K. y Cornell, C. Allin. 1974. *Live Loads Effects in Office Buildings*. *Journal of the Structural Division*, Julio, 1974, ST7, 10660. pp.1351-1366.
- ☛ Ghiocel, D. y Lungu, D. 1975. *Wind, Snow and Temperature Effects on Structures Based on Probability*. Editorial Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, England. 1975, pags.11-29.
- ☛ Wen, Yi-Kwei. 1977. *Statistical Combination of Extreme Loads*. *Journal of the Structural Division*, Mayo, 1977, ST5, 12930, pp.1079-1093.
- ☛ Ellingwood, Bruce y Culver, Charles. 1977. *Analysis of Live Loads in Office Buildings*. *Journal of the Structural Division*, Agosto, 1977, ST8, 13109, pp.1551-1560.
- ☛ Wen, Yi-Kwei. 1979. *Statistics of Extreme of Live Load*. *Journal of the Structural Division*, Octubre, 1979, ST10, 14886, pp.1893-1900.

- ☛ Chalk, Philip L. y Corotis, Ross B. 1980. *Probability Model for Design Live Loads*. **Journal of the Structural Division**, Octubre, 1980, ST10, 15753, pp.2017-2033.
- ☛ Harris, Michael E.; Corotis, Ross B. y Bova, Carl J. 1981. *Area-dependent Processes for Structural Live Loads*. **Journal of the Structural Division**, Mayo, 1981, ST5, 16266, pp.857-872.
- ☛ Manual de Diseño de Obras Civiles, 1981. **Estructuras ( C.1.2 ACCIONES )**. Instituto de Investigaciones Eléctricas, CFE, México, D.F., 1981 pp. 1.2.1-1.2.19.
- ☛ Rubinstein, Reuven Y., 1981. **Simulation and the Montecarlo method**. Editorial Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- ☛ Sóbol, I. M. 1983. **Metodo de Montecarlo**. Editorial MIR, URSS, Moscú, pp.1-78.
- ☛ **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. (Criterios de Diseño Estructural, Cargas Vivas )**. 1988. Editores Mexicanos Unidos, México, D.F., pp.124-136.
- ☛ Anderson, Richard B., 1989, **The Student Edition of Math Cad**. Editorial Addison-Wesley Publishing Company, Inc., E.U.A. and Canada, 1989. pp.92-113.
- ☛ Wen, Yi-Kwei. 1990. **Structural Load Modeling and Combination for Performance and Safety Evaluation**. Editorial Elsevier, E.U.A, New York, 1990. pp. 1-219.
- ☛ **American National Standurds Institute (Minimum Design Loads for Building and other Structures)**, Editorial ASCE, New York, U.S.A., 1990. pp.1-7,48-53.
- ☛ **American National Standards Institute (Minimum Design Loads for Building and other Structures)**, Editorial ASCE, New York, U.S.A., 1994. pp.1-7,92-98.
- ☛ Esteva Maraboto, Luis. 1994. *Entrevista Personal*, Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, México, DF., Departamento de Mecánica Aplicada.
- ☛ Rodríguez Cuevas, Nestalí. 1995. *Entrevista Personal*, Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, México, DF.

# APENDICE A.

La función de distribución acumulada de la carga sostenida máxima cuando hay  $n$  cargas sostenidas independientes idénticamente distribuidas, está dada por:

$$FL_s(I) = F_L^n(I)$$

En el caso de  $N$  de cargas sostenidas cada una con probabilidad de ocurrencia  $P_i$ , el teorema de probabilidad total da:

$$FL_s(I) = \sum_{n=1}^{\infty} F_L^n(I) P_N(n)$$

Suponiendo que la ocurrencia de cambios de las cargas sostenidas sigue una distribución de Poisson, con tasa media  $v_s$ . La ecuación se convierte en la siguiente:

$$FL_s(I) = \sum_{n=1}^{\infty} F_L^n(I) \frac{(v_s T)^{n-1} e^{-v_s T}}{(n-1)!} = FL(I) e^{-v_s T(1-FL(I))}$$

En donde existen  $(n-1)$  cambios de carga.

# APENDICE B

La función aproximada acumulativa de los valores máximos se expresa como la ec. 3.15 (ver Peir y Cornell, 1973):

$$FL_s(I) = F_L(I) e^{-\nu_s T F_L(I) [1 - F_L(I)]} \quad \text{Ec. B.1}$$

En donde  $F_L(I)$  es la función acumulativa de la carga instantánea sostenida. El parámetro  $\nu_s$  es la tasa promedio de la rapidez de cambios de ocupancia y  $T$  el período en el cual se considera la carga máxima. Para niveles acumulativos altos la ec.B.1 puede aproximarse por la ec.3.16 de este trabajo (ver Ellinwood y Culver, 1981):

$$FL_s(I) = e^{-\nu_s T [1 - F_L(I)]} \quad \text{Ec. B.2}$$

De acuerdo a la teoría de probabilidades la media y la dispersión de una función de densidad de probabilidades se puede expresar como:

$$u_{x_m} = \int_a^b x f(x) dx$$

$$\sigma_{x_m} = \sqrt{\int_a^b x^2 f(x) dx - [u_{x_m}]^2}$$

donde:  $f(x)$  representa la función de densidad de probabilidades;  $x$  representa a las cargas vivas;  $a$  y  $b$  son los límites de integración.

Si se desea conocer el valor medio y la dispersión de la ec.B.2 (función de densidad de probabilidades acumulada) se tiene que derivar primero a esta para determinar su función de densidad de probabilidades. De acuerdo a la derivada de una función exponencial tenemos:

$$D_x e^u = e^u D_x u$$

donde  $u$ , representa

donde  $f_L(I)$ , es la derivada de la ec.B.2.

$$u = -v_s T (1 - F_L(l))$$

$$D_x u = v_s T f_L(l)$$

$$e^u = e^{-v_s T (1 - F_L(l))}$$

$$fL_s(l) = e^{[-v_s T (1 - F_L(l))]} v_s T f_L(l)$$

$$fL_s(l) = FL_s(l) v_s T f_L(l)$$

De acuerdo con la definiciones de media y dispersión, y considerando que  $F_L(l)$  es una función de distribución de probabilidades acumulada tipo Gamma ( $f(l)$ , es la función de densidad de probabilidades tipo Gamma), el valor medio del máximo está dado por:

$$\mu_{x_m} = \int_0^{\infty} x N FL_s(x) f_L(x) dx \quad \text{Ec. B.3}$$

En donde:  $x$ ; carga viva máxima en un instante cualquiera  
 $N = v_s T$   
 $v_s$ ; índice medio de cambios de carga [unidades/año]  
 $T$ ; período [años]  
 $FL_s(x)$ ; función de distribución de probabilidades acumulada  
 $f_L(x) = d FL(x) / dx$   
 $f_L(x)$ ; función de densidad de probabilidades Gamma.

La dispersión está dada por:

$$\sigma_{x_m} = \sqrt{\int_0^{\infty} x^2 N FL_s(x) f_L(x) dx - (\mu_{x_m})^2} \quad \text{Ec. B.4}$$

Dado un determinado índice medio de ocurrencia, un período de retorno ( $T= 50, 64, 75$  ó  $100$  años) y de acuerdo a datos de cargas vivas de servicio se puede determinar la media y la varianza de la carga máxima (para cargas sostenidas o extraordinarias) con las ec.B.3 y B.4. La metodología anterior se implemento en el siguiente programa en FORTRAN.



```

WRITE(*,*)' * NOTA: * '
WRITE(*,*)' * SE APLICA LA FORMULA DE INTEGRACION * '
WRITE(*,*)' * DE McGuire & Cornell * '
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)'** **'
WRITE(*,*)'**          CONSTANTES DE PRDYECTO: **'
WRITE(*,*)'** **'
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)

```

```

WRITE(*,*)'Nombre del archivo donde desea guardar los resultados:'
WRITE(*,*)'CASD ?:'
READ(*,*)'(A)'ARCHI
OPEN(1,FILE=ARCHI,STATUS='NEW')

```

```

WRITE(*,*)' Tr ?:'
READ(*,*)TR
WRITE(*,*)' Tr =',TR
WRITE(*,*)' Vs ?:'
READ(*,*)VS
WRITE(*,*)' Vs =',VS
WRITE(*,*)' Us ?:'
READ(*,*)US
WRITE(*,*)' Us =',US
WRITE(*,*)' Ds ?:'
READ(*,*)DS
WRITE(*,*)' Ds =',DS
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)' Espere un momento ...'
WRITE(*,*)

```

```

LMDA=DREAL(US/DS**2)
K=DREAL(US/DS)**2

```

```

*****
**          EN ESTE BLOQUE SE DETERMINA LA FUNCION GAMMA          **
**          (PROCESO DE INTEGRACION DE ROMBERG)                  **
*****

```

```

*      Li=0.0000000100
*      'LIMITE INFERIOR'
*      Lf=100.000
*      'LIMITE SUPERIOR'
*      NUM=100
*      'INTERVALOS DE INTEGRACION'
*      TDL=0.000000
*      'TOLERANCIA (RANGO DE ERROR)

H=(Lf-Li)
F1=Lf**DREAL(K-1)*DEXP(-Lf)
F2=Li**DREAL(K-1)*DEXP(-Li)
R(1,1)=H*(F2+F1)/2

DD 10 I=2,NUM,1
SUMA=0.000
DO 20 J=1,(2*(I-2)),1
X=(Li+DREAL(J-0.5)*H)
SUMA=SUMA+X**DREAL(K-1)*DEXP(-X)

```

```

20 CONTINUE
  R(2,1)=0.5D0*(R(1,1)+H*SUMA)
  DO 30 J=2,I,1
    XI0=DREAL(J-1)
    R(2,J)=((4.0D0**XI0*R(2,J-1))-R(1,J-1))/(4.0D0**XI0-1)
30 CONTINUE
  H=H/2
  DO 40 J=1,I,1
    R(1,J)=R(2,J)
40 CONTINUE
  XI1=ABS(R(1,I-2)-R(1,I-1))
  IF(XI1.LE.TOL)GOTO 50
10 CONTINUE

50 FGAMMA=R(1,I)

  WRITE(*,*)FGAMMA
  WRITE(*,*)
  WRITE(*,*)
  WRITE(*,*) ' Espere un momento ... '
  WRITE(*,*)

*****
**                                                                 **
** SE IMPRIMEN EN EL ARCHIVO DE RESULTADOS LAS CONSTANTES DE DISEÑO **
**                                                                 **
*****

  WRITE(1,*) '*****UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO*****'
  WRITE(1,*) '*****          DEPTO-ESTRUCTURAS          *****'
  WRITE(1,*) '*****          TESIS          *****'
  WRITE(1,*) '*****          ING. J. ALBERTO SORIANO M.          *****'
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*) ' PROGRAMA: '
  WRITE(1,*) ' PARA DETERMINAR EL VALOR MEDIO DE : '
  WRITE(1,*) ' LA CARGA VIVA SOSTENIDA MAXIMA '
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*) ' NOMBRE DEL ARCHIVO DE RESULTADOS : ',ARCHI
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*) ' CONSTANTES DE PROYECTO : '
  WRITE(1,*) ' Tr = ',TR
  WRITE(1,*) ' Vs = ',VS
  WRITE(1,*) ' Us = ',US
  WRITE(1,*) ' Ds = ',DS
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*) ' RESULTADOS DEL PROGRAMA : '
  WRITE(1,*) ' K = ',K
  WRITE(1,*) ' LMDA = ',LMDA
  WRITE(1,*) ' FGAMMA = ',FGAMMA
  WRITE(1,*)
  WRITE(1,*) #          fx(x)          FDPA(x)          FLs(x)          Ls
2  WRITE(*,*) #          fx(x)          FDPA(x)          FLs(x)          Ls
3  WRITE(*,*) #          fx(x)          FDPA(x)          FLs(x)          Ls
  WRITE(*,*)

```

\*\*\*\*\*  
 \*\* EN ESTE BLOQUE SE DETERMINA LA CARGA VIVA SOSTENIDA MAXIMA \*\*  
 \*\*\*\*\*

```

DO 200 I=1,100,1
A=DREAL(I)
FD(I)=LMDA*(LMDA*A)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*A))/FGAMMA

* ' LIMITE INFERIOR
Li=0.000000010
* ' LIMITE SUPERIOR
Lf=DREAL(I)
* ' INTERVALOS DE INTEGRACION
NUM=100
  
```

```

CALL LANZA(Lf, Li, NUM, LMDA, K, FGAMMA, XI)
FDPA(I)=XI
FRX(I)=DEXP(-DREAL(VS*TR))*(1-FDPA(I))
  
```

```

fx1=LMDA*(LMDA*Lf)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*Lf))/FGAMMA
fx2=LMDA*(LMDA*Li)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*Li))/FGAMMA
F1=Lf*FRX(I)*DREAL(VS*TR)*fx1
F2=Li*FRX(I)*DREAL(VS*TR)*fx2
XI0=(F2+F1)
XI1=0.000
XI2=0.000
  
```

```

F1=Lf**2*FRX(I)*DREAL(VS*TR)*fx1
F2=Li**2*FRX(I)*DREAL(VS*TR)*fx2
DI0=(F2+F1)
DI1=0.000
DI2=0.000
  
```

```
H=(Lf-Li)/DREAL(2*NUM)
```

```
DO 80 J=1, (2*NUM-1), 1
```

```

X=Li+DREAL(J)*H
Lf=X
CALL LANZA(Lf, Li, NUM, LMDA, K, FGAMMA, XI)
FP(J)=XI
FR(J)=DEXP(-DREAL(VS*TR))*(1-FP(J))
  
```

```

IF (MOD(J,2).EQ.0) THEN
fx=LMDA*(LMDA*X)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*X))/FGAMMA
XI2=XI2+X*FR(J)*DREAL(VS*TR)*fx
DI2=DI2+X**2*FR(J)*DREAL(VS*TR)*fx
ELSE
fx=LMDA*(LMDA*X)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*X))/FGAMMA
XI1=XI1+X*FR(J)*DREAL(VS*TR)*fx
DI1=DI1+X**2*FR(J)*DREAL(VS*TR)*fx
ENDIF
XI=H*(XI0+2.000*XI2+4.000*XI1)/3.000
DI=H*(DI0+2.000*DI2+4.000*DI1)/3.000
IF (J.GE.(2*NUM-1))GOTO 90
  
```

```
80 CONTINUE
```

```
90 Y(I)=XI
```

```

D(I)=DSQRT(DI-XI**2)

WRITE(*,210) I,FD(I),FDP(A(I),FRX(I),Y(I),D(I)
WRITE(1,220) I,FD(I),FDP(A(I),FRX(I),Y(I),D(I)

200 CONTINUE

*   FORMATOS, CIERRE DE ARCHIVO Y FIN DEL PROGRAMA

210 FORMAT(1H+, I3,5(2X,E12.6))
220 FORMAT(I3,5(2X,E12.6))
    CLOSE(1)
    STOP
    END

SUBROUTINE LANZA(LF,Li,NUM,LMDA,K,FGAMMA,XI)

DOUBLE PRECISION FGAMMA,K,LMDA,XI,XI0,X,F1,F2,XI1,XI2,Lf,Li,H
INTEGER I,J,NUM

H=(Lf-Li)/DREAL(2*NUM)

F1=LMDA*(LMDA*Lf)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*Lf))/FGAMMA
F2=LMDA*(LMDA*Li)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*Li))/FGAMMA
XI0=(F2+F1)
XI1=0.0D0
XI2=0.0D0

DO 60 J=1,(2*NUM-1),1
X=Li+DREAL(J)*H
IF (MOD(J,2).EQ.0) THEN
XI2=XI2+LMDA*(LMDA*X)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*X))/FGAMMA
ELSE
XI1=XI1+LMDA*(LMDA*X)**(K-1)*(DEXP(-LMDA*X))/FGAMMA
ENDIF
XI=H*(XI0+2.0D0*XI2+4.0D0*XI1)/3.0D0
IF(J.GE.(2*NUM-1))GOTO 70
60 CONTINUE

70 RETURN
    END

```

# APENDICE C

```
$LARGE
*****
** UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO *****
** DEPTO.-ESTRUCTURAS *****
** TESIS *****
** ING: J. ALBERTO SORIANO M. *****
*****
```

```
* PROGRAMA: WEN APRO.FOR
* "GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:
* COMBINACION (Ls+Le1)"
*
* *****
* * NOTA: *
* * SE APLICO LA FORMULA *
* * APROXIMADA DE WEN *
* *****
*
*****
** **
** CONSTANTES DE PROYECTO: **
** **
*****
```

```
* TR (PERIODO DE RETORNO, VIDA UTIL DE LA CONSTRUCCION)
* V(s) (INDICE MEDIO DE CAMBIOS DE OCUPANCIA)
* NR (NUMERO DE SIMULACIONES)
* DSEED (SEMILLA -valor comprendido entre 1 y 2147483647.D0 -)
* ULS (MEDIA, SE OBTIENE DE DATOS DE CARGAS VIVAS DE SERVICIO)
* SLS (DISPERSION, SE OBTIENE DE DATOS DE CARGAS VIVAS DE SERVICIO)
* Ver (CONSTANTE EXPERIMENTAL, EN ESTE CASO SE TOMO COMO 1)
* Uex (MEDIA)
* SEX (DISPERSION)
```

```
DOUBLE PRECISION DSEED
DIMENSION R(5000),T(1000),SUMA(1000),Y(1000),F(1000),ALEAT(1000),
* RAIZ(5000),UM(1000),ALFA(1000),YY(1000),WK(2000),
* CL(1000),LS(1000)
```

CHARACTER\*12 ARCH1

REAL VS, XM, YY, A, LMDA, R, WK, LS, CL, DEX, ULS, SLS  
INTEGER NR, TR, CONT

```
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)'**** UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO ****'
WRITE(*,*)'**** DEPTO.-ESTRUCTURAS ****'
WRITE(*,*)'**** TESIS ****'
WRITE(*,*)'**** ING: J. ALBERTO SORIANO M. ****'
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)PROGRAMA: WEN APRO.EXE
WRITE(*,*)GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:
WRITE(*,*)COMBINACION (Ls+Le1)
WRITE(*,*)
```

```

WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)' *   NOTA:           *   '
WRITE(*,*)' *           SE APLICO LA FORMULA           *   '
WRITE(*,*)' *           APROXIMADA DE WEN              *   '
WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)**                                     **'
WRITE(*,*)**           CONSTANTES DE PROYECTO:         **'
WRITE(*,*)**                                     **'
WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)

```

```

WRITE(*,*)'Nombre del archivo donde desea guardar los resultados:'
WRITE(*,*)'CASO ?:'
READ(*,*)ARCH1
OPEN(1,FILE=ARCH1,STATUS='NEW')
OPEN(2,FILE='WEN_APR.ext',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='WEN_APR.sos',STATUS='NEW')
OPEN(4,FILE='WEN_APR.com',STATUS='NEW')

```

```

*****
**                                     **
**           ENTRADA DE DATOS           **
**                                     **
*****

```

```

WRITE(*,*)' Tr ?:'
READ(*,*)TR
WRITE(*,*)' Tr =',TR
WRITE(*,*)' Vs ?:'
READ(*,*)VS
WRITE(*,*)' Vs =',VS
XM=1/VS
WRITE(*,*)'(Valor Medio Bajo Condiciones de Servicio) ULS ?:'
READ(*,*)ULS
WRITE(*,*)' ULS =',ULS
WRITE(*,*)'(Dispersion Bajo Condiciones de Servicio) SLs ?:'
READ(*,*)SLS
WRITE(*,*)' SLs =',SLS

```

```

*****
**                                     **
**           DATOS PARA GENERAR LA CARGA VIVA EXTRAORDINARIA MAXIMA           **
**                                     **
*****

```

```

WRITE(*,*)' Ver ?:'
READ(*,*)VER
WRITE(*,*)' Ver =',VER
WRITE(*,*)'(VALOR MEDIO) Uex ?:'
READ(*,*)UEX
WRITE(*,*)' Uex =',UEX
WRITE(*,*)'(DISPERSION) Sex ?:'
READ(*,*)SEX
WRITE(*,*)' Sex =',SEX

WRITE(*,*)' semilla DSEED ?:'
READ(*,*)DSEED
WRITE(*,*)' DSEED =',DSEED

```

```

WRITE(*,*)'# de simulaciones NSIM ?:'
READ(*,*)NSIM
WRITE(*,*)' NSIM =',NSIM

DEX=SEX/UEX
WRITE(*,*)'DEX =',DEX
*****
**
** IMPORTANTE: se tomaron Uls y Sls para obtener los parametros **
** Lamda y K (factor de forma -A-) de la funcion gamma **
**
*****

* LAMDA
  LMDA=ULS/(SLS**2)

* FACTOR DE FORMA
  A=(ULS**2)/(SLS**2)

*****
**
** SE IMPRIMEN EN EL ARCHIVO DE RESULTADOS LAS CONSTANTES DE DISEÑO **
**
*****

WRITE(1,*)'*****UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO*****'
WRITE(1,*)'***** DEPTO-ESTRUCTURAS *****'
WRITE(1,*)'***** TESIS *****'
WRITE(1,*)'***** ING. J. ALBERTO SORIANO M. *****'
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' PROGRAMA: WEN APRO.EXE'
WRITE(1,*)' GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:'
WRITE(1,*)' COMBINACION (Ls+Le1)'
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' NOMBRE DEL ARCHIVO DE RESULTADOS : ',ARCHI
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' CONSTANTES DE PROYECTO : '
WRITE(1,*)' Tr = ',TR
WRITE(1,*)' Vs = ',VS
WRITE(1,*)' Uls = ',ULS
WRITE(1,*)' Sls = ',SLS
WRITE(1,*)' Ver = ',VER
WRITE(1,*)' Uex = ',UEX
WRITE(1,*)' Sex = ',SEX
WRITE(1,*)' DSEED = ',DSEED
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' RESULTADOS DEL PROGRAMA : '
WRITE(1,*)' K = ',A
WRITE(1,*)' LMDA = ',LMDA
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' RAND(i) ti Uxm alfa Lex
2 Ls Lex+Ls'

```

```

*****
**
**          INICIA EL PROCESO DE GENERACION DE NSIM SIMULACIONES          **
**
*****

      NR=NSIM
      CALL GGUBS(DSEED,NR,R)
      DO 5 N=1,NSIM
5 RAIZ(N)=R(N)

      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*) '  Espere un momento ... '
      WRITE(*,*)

      DO 100 L=1,NSIM

      SUMA(0)=0

*****
**          LA SEMILLA SEGUIRA UN PROCESO ALEATORIO          **
*****

      DSEED=RAIZ(L)*2147483647.D0
*
* RESULTABA NECESARIO SEÑALAR EL NUMERO DE DESVIACIONES " NR "
* A SER GENERADAS. EN ESTE CASO SE PROPUSO NR=500
      NR=500

*****
**          SE GENERAN TIEMPOS ALEATORIOS MEDIANTE UNA F.D.P EXPONENCIAL **
*****

      CALL GGEXN(DSEED,XM,NR,R)
      DO 10 I=1,NR
      T(I)=R(I)
      SUMA(I)=SUMA(I-1)+T(I)
      IF(SUMA(I)-TR)10,40,30
30 T(I)=TR-SUMA(I-1)
      GOTO 40
10 CONTINUE

40 WRITE(*,90)L
*   WRITE(*,*)

*****
*          GENERA NUMEROS ALEATORIOS ENTRE (0,1)          *
*****

      CALL GGUBS(DSEED,NR,R)
      DO 42 N=1,I
42 ALEAT(N)=R(N)

```

```

*****
* GENERA LA CARGA SOSTENIDA S(t) EN UN PUNTO ARBITRARIO EN EL TIEMPO *
*****
* FACTOR DE FORMA
  A=(ULS**2)/(SLS**2)
  CALL GGAMR(DSEED,A,NR,WK,R)
  DO 45 N=1,I
    45 R(N)=R(N)/LMDA
*****
* EN ESTE CICLO SE DETERMINA LA CARGA EXTRAORDINARIA MAXIMA, MEDIANTE *
* UNA FUNCION EXTREMA TIPO I Y LAS ECUACIONES APROXIMADAS DE WEN *
*****
  SUPT=0.0
  SUPY=0.0
  SUPRND=0.0
  SUPU=0.0
  SUPA=0.0
  SUPLS=0.0
  SUPCL=0.0

  DO 50 J=1,I
    C1=0.77969*ALOG(VER*T(J))
    C2=(1+C1*DEX)/(2*DEX+C1)
    UEM=UEX*(1+DEX*(C1+0.5772*C2))
    SEM=UEX*DEX*1.282*C2
    ALFA(J)=1.282/SEM
    IF(ALFA(J).LE.(1E-6))GOTO 50
    UM(J)=UEM-0.5772/ALFA(J)
    IF(UM(J).LE.(1E-6))GOTO 50
    YY(J)=ALEAT(J)
    Y(J)=UM(J)-(ALOG(ABS(ALOG(YY(J)))))/ALFA(J)
    IF(Y(J).LE.(1E-6))GOTO 50

    CL(J)=Y(J)+R(J)

** EN ESTE IF SE SELECCIONA LA CARGA COMBINADA MAXIMA QUE RESULTA DE
** EN LOS "N" PROCESOS DE SIMULACION.

  IF(R(J).GE.SUPLS)THEN
    SUPT=T(J)
    SUPY=Y(J)
    SUPRND=YY(J)
    SUPU=UM(J)
    SUPA=ALFA(J)
    SUPLS=R(J)
    SUPCL=CL(J)
  ELSE
    SUPT=SUPT
    SUPY=SUPY
    SUPRND=SUPRND
    SUPU=SUPU
    SUPA=SUPA
    SUPLS=SUPLS
    SUPCL=SUPCL
  ENDIF

  IF(J.GE.I)GOTO 70
50 CONTINUE

```

```
70 WRITE(1,60)SUPRND,SUPT,SUPU,SUPA,SUPY,SUPLS,SUPCL
   WRITE(2,80)SUPY
   WRITE(3,80)SUPLS
   WRITE(4,80)SUPCL
60 FORMAT(7F11.5)
80 FORMAT(F11.5)
90 FORMAT(1H+ ' # de simulación ... ',I4)

100 CONTINUE
   CLOSE(4)
   CLOSE(3)
   CLOSE(2)
   CLOSE(1)
   STOP
   END
```

# A P E N D I C E D

\$LARGE

```
*****
** UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO *****
** DEPTO-ESTRUCTURAS *****
** TESIS *****
** ING: J. ALBERTO SORIANO M. *****
*****
```

```
* PROGRAMA: WEN MEJ.EXE
* "GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:
* MAXIMA CARGA VIVA
*
```

```
* *****
* * NOTA: *
* * SE APLICO LA FORMULA *
* * MEJORADA DE WEN *
* *****
*
```

```
*****
**
** CONSTANTES DE PROYECTO: **
**
*****
```

```
* TR (PERIODO DE RETORNO, VIDA UTIL DE LA CONSTRUCCION)
* V(s) (INDICE MEDIO DE CAMBIOS DE OCUPANCIA)
* NR (NUMERO DE SIMULACIONES)
* DSEED (SEMILLA -valor comprendido entre 1 y 2147483647.D0 -)
* ULS (MEDIA, SE OBTIENE DE DATOS DE CARGAS VIVAS DE SERVICIO)
* SLS (DISPERSION, SE OBTIENE DE DATOS DE CARGAS VIVAS DE SERVICIO)
* Ver (CONSTANTE EXPERIMENTAL, EN ESTE CASO SE TOMO COMO 1)
* Uex (MEDIA)
* SEX (DISPERSION)
```

```
DOUBLE PRECISION DSEED
DIMENSION R(5000),T(1000),SUMA(1000),Y(1000),F(1000),ALEAT(1000),
* RAIZ(5000),UM(1000),ALFA(1000),YY(1000),WK(2000),
* CL(1000),LS(1000)
```

CHARACTER\*12 ARCH1

REAL VS, XM, YY, A, LMDA, R, WK, LS, CL, DEX, ULS, SLS  
INTEGER NR, TR, CONT

```
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)'**** UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO ****'
WRITE(*,*)'**** DEPTO-ESTRUCTURAS ****'
WRITE(*,*)'**** TESIS ****'
WRITE(*,*)'**** ING: J. ALBERTO SORIANO M. ****'
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)PROGRAMA: WEN MEJ.EXE
WRITE(*,*)"GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:
WRITE(*,*)MAXIMA CARGA VIVA
WRITE(*,*)
```

```

WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)' *   NOTA:          *   '
WRITE(*,*)' *           SE APLICO LA FORMULA          *   '
WRITE(*,*)' *           MEJORADA DE WEN              *   '
WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)' **                                     ** '
WRITE(*,*)' **           CONSTANTES DE PROYECTO:      ** '
WRITE(*,*)' **                                     ** '
WRITE(*,*)' ***** '
WRITE(*,*)

```

```

WRITE(*,*)'Nombre del archivo donde desea guardar los resultados:'
WRITE(*,*)'CASO ?:'
READ(*,*)ARCHI
OPEN(1,FILE=ARCHI,STATUS='NEW')
OPEN(2,FILE='LIVE_MEJ.EXT',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='LIVE_MEJ.SOS',STATUS='NEW')
OPEN(4,FILE='LIVE_MEJ.COM',STATUS='NEW')

```

```

*****
**                                     **
**           ENTRADA DE DATOS          **
**                                     **
*****

```

```

WRITE(*,*)' Tr ?:'
READ(*,*)TR
WRITE(*,*)' Tr =',TR
WRITE(*,*)' Vs ?:'
READ(*,*)VS
WRITE(*,*)' Vs =',VS
XM=1/VS
WRITE(*,*)'(VALOR MEDIO BAJO CONDICIONES DE SERVICIO) Uls ?:'
READ(*,*)ULS
WRITE(*,*)' Uls =',ULS
WRITE(*,*)'(DISPERSION BAJO CONDICIONES DE SERVIVIO) Sls ?:'
READ(*,*)SLS
WRITE(*,*)' Sls =',SLS

```

```

*****
**                                     **
**           DATOS PARA GENERAR LA CARGA VIVA EXTRAORDINARIA MAXIMA          **
**                                     **
*****

```

```

WRITE(*,*)' Ver ?:'
READ(*,*)VER
WRITE(*,*)' Ver =',VER
WRITE(*,*)'(VALOR MEDIO) Uex ?:'
READ(*,*)UEX
WRITE(*,*)' Uex =',UEX
WRITE(*,*)'(DISPERSION) Sex ?:'
READ(*,*)SEX
WRITE(*,*)' Sex =',SEX

```

```

* WRITE(*,*)' # simulaciones ?:'
* READ(*,*)NR
* WRITE(*,*)' # de simulaciones =',NR
  WRITE(*,*)' semilla DSEED ?:'
  READ(*,*)DSEED
  WRITE(*,*)' DSEED =',DSEED

  WRITE(*,*)'# de simulaciones NSIM ?:'
  READ(*,*)NSIM
  WRITE(*,*)' NSIM =',NSIM
  DEX=SEX/UEX
  WRITE(*,*)' DEX =',DEX
*****
**
** IMPORTANTE: se tomaron Uls y Sls para obtener los parametros **
** Lamda y K (factor de forma -A-) de la funcion gamma **
**
*****
* LAMDA
  LMDA=ULS/(SLS**2)

* FACTOR DE FORMA
  A=(ULS**2)/(SLS**2)
*****
**
** SE IMPRIMEN EN EL ARCHIVO DE RESULTADOS LAS CONSTANTES DE DISEÑO **
**
*****

WRITE(1,*)'*****UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO*****'
WRITE(1,*)'***** DEPFI-ESTRUCTURAS *****'
WRITE(1,*)'***** TESIS *****'
WRITE(1,*)'***** ING. J. ALBERTO SORIANO M. *****'
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' PROGRAMA: WEN MEJ.EXE'
WRITE(1,*)' "GENERA CON EL METODO MONTECARLO LA:'
WRITE(1,*)' MAXIMA CARGA VIVA"'
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' NOMBRE DEL ARCHIVO DE RESULTADOS : ',ARCHI
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' CONSTANTES DE PROYECTO : '
WRITE(1,*)' Tr = ',TR
WRITE(1,*)' Vs = ',VS
WRITE(1,*)' ULS = ',ULS
WRITE(1,*)' SLS = ',SLS
WRITE(1,*)' Ver = ',VER
WRITE(1,*)' Uex = ',UEX
WRITE(1,*)' Sex = ',SEX
WRITE(1,*)' DSEED = ',DSEED
WRITE(1,*)
WRITE(1,*)' RESULTADOS DEL PROGRAMA : '
WRITE(1,*)' K = ',A
WRITE(1,*)' LMDA = ',LMDA
WRITE(1,*)' RAND(i) ti Uxin alfa Lex
2 Ls Lex+Ls

```

```

*****
**
**          INICIA EL PROCESO DE GENERACION DE NSIM SIMULACIONES          **
**
*****

NR=NSIM
CALL GGUBS(DSEED, NR, R)
DO 5 N=1, NSIM
5 RAIZ(N)=R(N)

WRITE(*,*)
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) ' Espere un momento ... '
WRITE(*,*)

DO 100 L=1, NSIM

SUMA(0)=0

*****
**          LA SEMILLA SEGUIRA UN PROCESO ALEATORIO          **
*****
DSEED=RAIZ(L)*2147483647.DO

* RESULTABA NECESARIO SEÑALAR EL NUMERO DE DESVIACIONES " NR "
* A SER GENERADAS, EN ESTE CASO SE PROPUSO NR=1000
NR=1000

*****
** SE GENERAN TIEMPOS ALEATORIOS MEDIANTE UNA F.D.P EXPONENCIAL **
*****

CALL GGEXN(DSEED, XM, NR, R)
DO 10 I=1, NR
T(I)=R(I)
SUMA(I)=SUMA(I-1)+T(I)
IF(SUMA(I)-TR)10, 40, 30
30 T(I)=TR-SUMA(I-1)
GOTO 40
10 CONTINUE

40 WRITE(*,90)L

*****
*          GENERA NUMEROS ALEATORIOS ENTRE (0,1)          *
*****
CALL GGUBS(DSEED, NR, R)
DO 42 N=1, I
42 ALEAT(N)=R(N)

*****
* GENERA LA CARGA SOSTENIDA S(t) EN UN PUNTO ARBITRARIO EN EL TIEMPO *
*****
* FACTOR DE FORMA
A=(ULS**2)/(SLS**2)
CALL GGAMR(DSEED, A, NR, WK, R)
DO 45 N=1, I
45 R(N)=R(N)/LMDA

```

```
*****
* EN ESTE CICLO SE DETERMINA LA CARGA EXTRAORDINARIA MAXIMA, MEDIANTE *
* UNA FUNCION EXTREMA TIPO I Y LA FORMULA MEJORADA DE WEN *
*****
```

```

SUPT=0.0
SUPY=0.0
SUPRND=0.0
SUPFJ=0.0
SUPU=0.0
SUPA=0.0
SUPLS=0.0
SUPCL=0.0

DO 50 J=1,I
C1=0.77969*ALOG(VER*T(J))
C2=(1+C1*DEX)/(2*DEX+C1)
P=C1*(1+0.1*DEX**3)
UEM=UEX+P*SEX
SEM=UEX*DEX*1.282*C2
ALFA(J)=1.282/SEM
IF(ALFA(J).LE.(1E-6))GOTO 50
UM(J)=UEM-0.5772/ALFA(J)
IF(UM(J).LE.(1E-6))GOTO 50
YY(J)=ALEAT(J)
Y(J)=UM(J)-(ALOG(-ALOG(YY(J))))/ALFA(J)
IF(Y(J).LE.(1E-6))GOTO 50

CL(J)=Y(J)+R(J)

** EN ESTE IF SE SELECCIONA LA CARGA COMBINADA MAXIMA QUE RESULTA DE
** EN LOS "N" PROCESOS DE SIMULACION.

IF(CL(J).GE.SUPCL)THEN
    SUPT=T(J)
    SUPY=Y(J)
    SUPRND=YY(J)
    SUPU=UM(J)
    SUPA=ALFA(J)
    SUPLS=R(J)
    SUPCL=CL(J)
ELSE
    SUPT=SUPT
    SUPY=SUPY
    SUPRND=SUPRND
    SUPU=SUPU
    SUPA=SUPA
    SUPLS=SUPLS
    SUPCL=SUPCL
ENDIF

IF(J.GE.I)GOTO 70
50 CONTINUE
```

```
70 WRITE(1,60)SUPRND,SUPT,SUPU,SUPA,SUPY,SUPLS,SUPCL
    WRITE(2,80)SUPY
    WRITE(3,80)SUPLS
    WRITE(4,80)SUPCL
60 FORMAT(7F11.5)
80 FORMAT(F11.5)
90 FORMAT(1H+' # de simulación ... ',I4)

100 CONTINUE
    CLOSE(4)
    CLOSE(3)
    CLOSE(2)
    CLOSE(1)
    STOP
    END
```

# A P E N D I C E E

Se pueden determinar los parámetros  $\alpha$  y  $u$  de la función extrema tipo I por medio de un ajuste de mínimos cuadrados, dado que se conoce la frecuencia e intensidades de las cargas generadas en forma aleatoria. El proceso se describe a continuación.

De la función de distribución extrema tipo I tenemos

$$F_y(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} ; \quad -\infty \leq x \leq \infty$$

$$e^{-e^{-\alpha(x-u)}} = \text{RANDOM}$$

$$-e^{-\alpha(x-u)} = \ln (\text{RANDOM})$$

$$e^{-\alpha(x-u)} = -\ln (\text{RANDOM})$$

$$-\alpha(x-u) = \ln (-\ln (\text{RANDOM}))$$

$$u = x + \frac{\ln | \ln (\text{RANDOM}) |}{\alpha} \quad \text{Ec. E.1}$$

De acuerdo a E.J. Gumbel (1958) para ajustar líneas rectas en papel probabilístico podemos representar la ecuación de una recta como sigue:

$$y = \alpha ( x - u) \quad \text{Ec. E.2}$$

$$u = x - \frac{y}{\alpha}$$

Si realizamos un ajuste a estas ecuaciones por el método de mínimos cuadrados se pueden establecer las siguientes expresiones

$$\bar{y}_n = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n y_i \quad \bar{x}_n = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x}_n)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}$$

$$u = \bar{x}_n - \frac{\bar{y}_n}{\alpha}$$

Partiendo del hecho de conocer las estadísticas de la frecuencia y las intensidades de las cargas. El valor medio de la frecuencia de los  $m$  valores (Gumbel, 1958) para una función extrema es:

$$F(y_m) = \frac{\sum_{i=1}^m F_i}{F_{i+1}}$$

Donde el numerador representa la suma de las frecuencias y el denominador a la frecuencia  $i$  más uno. Normalizando la expresión anterior con respecto a uno, tenemos

$$\frac{1}{F(y_m)} = \frac{F_{i+1}}{\sum_{i=1}^m F_i} \quad \text{Ec. E.3}$$

Esta ecuación representa a la función acumulada de la función de distribución extrema tipo I. Sustituyendo la ec.E.3 en la ec.E.1, se obtiene

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{F(y_m)}\right)\right) = \ln\left(\ln\left(\frac{F_{i+1}}{\sum_{i=1}^m F_i}\right)\right)$$

La metodología anterior se implemento en el siguiente programa en FORTRAN.

E.2

$$y_i = \ln\left(\ln\left(\frac{F_{i+1}}{\sum_{i=1}^m F_i}\right)\right)$$

```

* *****UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
* *****
* ***** DEPFI-ESTRUCTURAS
* ***** ING: J. ALBERTO SORIANO M.

* PROGRAMA: TIPO 1.FOR
* "AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS DE UNA
* FUNCION EXTREMA TIPO 1"
*
* CONSTANTE DE PROYECTO:
* N NUMERO DE DATOS (GENERALMENTE SE OBTIENEN DE UN HISTOGRAMA)
* L(i) DATOS CORRESPONDIENTE A LAS CARGAS VIVAS (lb/ft^2)
* O(i) FRECUENCIA DE LAS CARGAS L(i) -NÚMERO DE VECES EN QUE SE PRESENTA

DIMENSION L(100),O(100),M(100),F(100),X(100),Y(100),R(100).C(100)

CHARACTER*12 ARCH1,ARCH2

REAL L,M,Y
INTEGER N

WRITE(*,*)'Nombre del archivo de datos:'
WRITE(*,*)'CASO ?:'
READ(*, '(A)')ARCH1
OPEN(1,FILE=ARCH1,STATUS='OLD')

WRITE(*,*)'Nombre del archivo donde desea guardar los resultados:'
WRITE(*,*)'CASO ?:'
READ(*, '(A)')ARCH2
OPEN(2,FILE=ARCH2,STATUS='NEW')

** WRITE(*,*)' N (número de datos) ?:'
READ(1,*) N
WRITE(2,150)N

** WRITE(*,*)' Carga Viva (lb/ft^2) ; Frecuencia (unidades) ?:'

DO 10 I=1,N
READ(1,*) L(I),O(I)
10 SN=SN+O(I)
WRITE(2,250)
DO 50 I=1,N
50 WRITE(2,300) I,L(I),O(I)
DO 20 I=1,N
M(I)=M(I-1)+O(I)
F(I)=M(I)/(SN+1)
X(I)=L(I)
20 Y(I)=LOG(ABS(LOG(1/F(I))))

DO 30 J=1,N
SXY=SXY+(X(J)*Y(J))

```

```

SX=SX+X(J)
SY=SY+Y(J)
SX2=SX2+X(J)*X(J)
30 R(J)=1/(1-F(J))

A=((N*SXY-SX*SY)/(N*SX2-SX*SX))
B=SY/N
EX=SX/N
BETA=(EX-B/A)
GAMMA=-A
WRITE(2,350)BETA,GAMMA

DO 40 I=1,N
40 C(I)=-GAMMA*(X(I)-(BETA))
WRITE(2,400)

* 100 FORMAT(I4)
150 FORMAT(1X,'RESULTADOS DEL AJUSTE DE LA FUNCION EXTREMA TIPO I :',
1,/,1X,'Número de datos =',I4,/)
* 200 FORMAT(F7.2,3X,F8.3)
250 FORMAT(3X,' i ; Carga Viva (lb/ft^2) ; Frecuencia (unidades) :',/)
300 FORMAT(2X,I4,6X,F12.5,10X,F12.5)

350 FORMAT(/,10X,'U      =',F12.5,/,10X,'GAMMA =',F12.5,/)

400 FORMAT(4X,' i',9X,'R(i)',9X,'X(i)',9X,'Y(i) REAL',5X,'Y(i) CALCULAD
20')
DO 60 I=1,N
60 WRITE(2,450) I,R(I),X(I),Y(I),C(I)
450 FORMAT(1X,I4,2X,F12.2,2X,F12.5,2X,F12.5,2X,F12.5)

CLOSE(2)
CLOSE(1)
STOP
END

```

# APENDICE F

La función aproximada de los valores máximos, para niveles acumulativos altos se expresa como :

$$FL_s(D) = e^{-v_s T(1-F_t(D))} \quad \text{Ec. F.1}$$

Mediante la integración numérica de la función de densidad de probabilidades, podemos fácilmente determinar la media y la varianza de la carga viva máxima (ya sea sostenida o extraordinaria) (ver Apéndice B). En forma análoga mediante la función de distribución Extrema Tipo I y las fórmulas propuestas por Wen, con simulación de Montecarlo podemos fácilmente determinar la carga viva máxima y comparar de esta forma los resultados de estos modelos (ver fig.F.1).

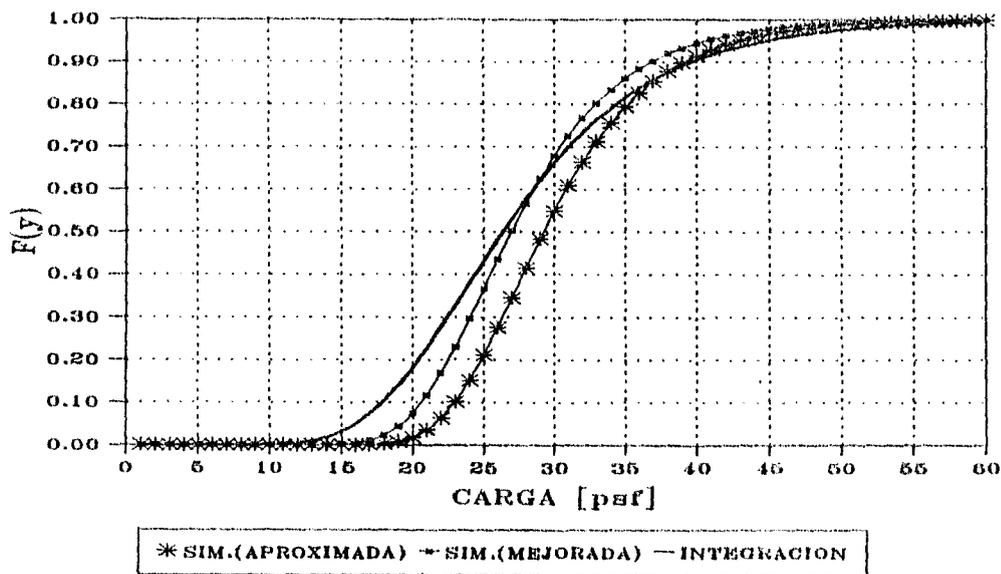


Fig. F.1. CARGA VIVA EXTRAORDINARIA MÁXIMA EN OFICINAS

Se puede observar que la media de la función acumulada que se obtuvo por integración directa y la que se obtuvo mediante el modelo de simulación Montecarlo (aplicando la fórmula mejorada de Wen) dan resultados casi idénticos, no así los que se obtienen mediante simulación y la fórmula aproximada de Wen.

Los resultados que se obtienen mediante integración directa son:

$$\mu_{\text{ext}} = 27.814 \text{ psf}$$

$$\sigma_{\text{ext}} = 9.033 \text{ psf}$$

donde  $\mu_{\text{ext}}$  y  $\sigma_{\text{ext}}$  corresponden a la media y desviación estándar de las cargas extraordinarias.

Mediante simulación de Montecarlo (y la formula mejorada de Wen, 1979) se obtiene:

$$\mu_{\text{ext}} = 28.044 \text{ psf}$$

$$\sigma_{\text{ext}} = 6.729 \text{ psf}$$

Mediante simulación de Montecarlo (y la formula aproximada de Wen, 1977) se obtiene:

$$\mu_{\text{ext}} = 30.340 \text{ psf}$$

$$\sigma_{\text{ext}} = 6.718 \text{ psf}$$

De los resultados obtenidos se confirma que el modelo de simulación de Montecarlo y la función aproximada de los valores máximos de cargas vivas, dan resultados muy similares, casi idénticos al tratarse del valor medio. Sin embargo la diferencia entre ambos métodos (integración directa y simulación ) radica en que sólo mediante la simulación se puede implementar un modelo de cargas vivas totales, que considere todas las posibles combinaciones ya expuestas con anterioridad (ver sección 3.2). De esta forma el modelo simulación propuesto en este estudio es más flexible, al considerar el proceso de generación de las cargas vivas como un proceso aleatorio discreto, mientras que mediante la función aproximada los valores máximos se sigue un proceso aleatorio continuo.

# APENDICE G

Chalk y Corotis (1980) propusieron que la carga total máxima se determina considerando tres posibles combinaciones:

## CASO I

$L_s + L_{e_1}$  Se refiere a la carga sostenida máxima durante la vida útil más el evento extraordinario más grande que se presenta durante la máxima carga sostenida.

## CASO II

$L + L_e$  Es la carga extraordinaria más grande en la vida útil más la carga sostenida instantánea que actúa al mismo tiempo. Algunos autores consideran una simplificación, ya que la carga sostenida  $L$  la suponen determinista, con un valor igual a su media (carga viva de servicio).

## CASO III

$L_s + L_e$  Es la ocurrencia simultánea de los dos máximos.

Las valores de las cargas  $L_s$ ,  $L_e$  y  $L_{e_1}$  del modelo teórico de cargas totales propuesto por Chalk y Corotis, en 1980, se pueden evaluar por medio de la ec. 3.15 propuesta por Peir y Cornell (1973), y por medio de la ec.3.16 propuesta por McGuire y Cornell (1974). Sin embargo el uso de las ecuaciones propuestas por Wen (1977,1979) resulta más fácil y da resultados similares. A continuación se establece el procedimiento que se siguió para determinar los valores de las cargas  $L_s$ ,  $L_e$  y  $L_{e_1}$ .

En base a estadísticas de cargas vivas Chalk y Corotis (1980) obtuvieron los siguientes datos para oficinas.

DATOS ESTADÍSTICOS DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS						
OCUPACIÓN O USO	$\nu_s$	$\mu_{L_s}$	$\sigma_{L_s}$	$\nu_{ex}$	$\mu_{ex}$	$\sigma_{ex}$
OFICINAS	.125	10.9	7.6	1.0	8.0	8.2

NOTA: Estos datos corresponden a un área de referencia de 200 ft<sup>2</sup>.

Donde:  $\nu_s$  índice medio de cambios de ocupación de las cargas sostenidas [1/año]

$\mu_{1,s}$  valor medio de la carga viva sostenida [psf]

$\sigma_{1,s}$  desviación estándar de la carga viva sostenida [psf]

$\nu_{ex}$  índice medio de cambios de ocupación de las cargas extraordinarias [1/año]

$\mu_{ex}$  valor medio de la carga viva extraordinaria [psf]

$\sigma_{ex}$  desviación estándar de la carga viva extraordinaria [psf]

Una forma alternativa a las ees. 3.15 y 3.16, recurre al criterio aproximado desarrollado por Yi-Kwei Wen (1977). Donde la media  $\mu_{x_m}$  y la desviación estándar  $\sigma_{x_m}$  del máximo de N repeticiones independientes, con distribución de variables aleatorias gamma se considera dada por:

$$\mu_{x_m} = \mu_x + p \sigma_x \quad \text{Ec. G.1}$$

$$\sigma_{x_m} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \sigma_x C_2 \quad \text{Ec. G.2}$$

En donde:  $\mu_x$  = media de la intensidad de la carga [peso / área]

$\sigma_x$  = desviación estándar de la intensidad de carga [peso / área]

$$p = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N + 0.5772 \frac{1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} (\ln N) \frac{\sigma_x}{\mu_x}}{2 \frac{\sigma_x}{\mu_x} + \frac{\sqrt{6}}{\pi} (\ln N)} \quad \text{Ec. G.3}$$

$$p = C_1 + 0.5772 C_2$$

$$\delta = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad ; \quad C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln N$$

$$C_2 = \frac{1 + \delta C_1}{2 \delta + C_1}$$

Posteriormente, el mismo autor propuso en 1979, la siguiente expresión en lugar de la ec.G.3.

$$p = C_1 (1 + 0.1 \delta^3) \quad \text{Ec. G.4}$$

En donde  $\mu_x$  y  $\sigma_x$  ya han sido definidas con anterioridad. Wen mostró por comparación con resultados de simulación que las ec.G.4 da resultados tan exactos que sólo difieren en 1% a los que se obtienen con la ecs.3.15 y 3.16.

### CALCULO DE $L_s$

$$\delta = \frac{10.9}{7.6} = 1.434$$

$$N = v_s T = 0.125 (50) = 6.25$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(6.25) = 1.429$$

$$C_2 = \frac{1 + 0.697 (1.429)}{2 (0.697) + 1.429} = 0.707$$

$$p = 1.429 + 0.5772(0.707) = 1.837$$

$$m_{L_s} = 10.9 + 1.837 (7.6) = 24.861$$

$$\sigma_{L_s} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (7.6) (0.707) = 6.892$$

## CALCULO DE $L_e$

$$\delta = \frac{8.2}{8} = 1.025$$

$$N = v_{ex} T = 1 (50) = 50$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(50) = 3.050$$

$$C_2 = \frac{1 + 1.025 (3.050)}{2 (1.025) + 3.050} = 0.809$$

$$p = 3.050 + 0.5772(0.809) = 3.517$$

$$m_{L_e} = 8 + 3.517 (8.2) = 36.84$$

$$\sigma_{L_e} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (8.2) (0.809) = 8.509$$

## CALCULO DE $L_{e1}$

$$\delta = \frac{8.2}{8} = 1.025$$

$$N = \frac{v_{ex}}{v_s} = 1 (8) = 8$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(8) = 1.621$$

$$C_2 = \frac{1 + 1.025 (1.621)}{2 (1.025) + 1.621} = 0.725$$

$$p = 1.621 + 0.5772(0.725) = 2.039$$

$$m_{Le_1} = 8 + 2.039 (8.2) = 24.73$$

$$\sigma_{Le_1} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (8.2) (0.725) = 7.63$$

La media y la varianza de estos casos se obtiene como:

### CASO I

$$m_I = E[ L_s + Le_1 ] = m_{L_s} + m_{Le_1} = 24.86 + 24.73 = 49.59$$

$$\sigma_I = \sqrt{[\text{Var}(L_s + Le_1)]} = \sqrt{\sigma_{L_s}^2 + \sigma_{Le_1}^2} = \sqrt{6.89^2 + 7.63^2} = 10.281$$

$$\alpha_I = \frac{1.282}{\sigma_I} = \frac{1.282}{10.281} = 0.125$$

$$u_I = m_I - \frac{0.5772}{\alpha_I} = 49.59 - \frac{0.5772}{0.125} = 44.963$$

$$W_I = \alpha_I (l - u_I) = 0.125 (l - 44.963)$$

### CASO II

$$m_{II} = m_{Le} = 36.84$$

$$\sigma_{II} = \sigma_{Le} = 8.51$$

$$\alpha_{II} = \frac{1.282}{\sigma_{II}} = \frac{1.282}{8.51} = 0.15065$$

$$u_{II} = m_{II} - \frac{0.5772}{\alpha_{II}} = 36.84 - \frac{0.5772}{0.15065} = 33.01$$

$$W_{II} = \alpha_{II} (l - (u_{II} + \mu_{L_t})) = 0.15065 (l - (33.01 + 10.9))$$

$$W_{II} = 0.151 (l - 43.91)$$

### CASO III

$$m_{III} = E[ L_s + L_e ] = m_{L_s} + m_{L_e} = 36.84 + 24.86 = 61.7$$

$$\sigma_{III} = \sqrt{[Var(L_s + L_e)]} = \sqrt{\sigma_{L_s}^2 + \sigma_{L_e}^2} = \sqrt{8.51^2 + 6.89^2} = 10.95$$

$$\alpha_{III} = \frac{1.282}{\sigma_{III}} = \frac{1.282}{10.95} = 0.117$$

$$u_{III} = m_{III} - \frac{0.5772}{\alpha_{III}} = 61.7 - \frac{0.5772}{0.117} = 56.772$$

$$W_{III} = \alpha_{III} (l - u_{III}) = 0.117 (l - 56.772)$$

Chalk y Corotis (1980) propusieron que la función acumulada de la carga total máxima total se estime mediante la siguiente ecuación:

$$FL_T = e^{-e^{-w_1}} e^{-e^{-w_2}} \left[ \frac{T - E(\tau)}{T} \right] + e^{-e^{-w_3}} \left[ \frac{E(\tau)}{T} \right] \quad \text{Ec. G.5}$$

Donde : T vida útil de la estructura.

$L_t$  carga total máxima durante la vida útil.

$E\{\tau\} = 1 / \nu$ , duración promedio de la carga sostenida (por ejemplo, cada ocho años para oficinas).

$[ ( T - E[\tau] ) / T ]$  probabilidad de que el caso I y II ocurran, pero el caso III no.

$[ E[\tau] / T ]$  probabilidad de que se presente el caso III.

$$W_i = \alpha_i(l-u_i)$$

donde :  $\alpha_i$  y  $u_i$  son los parámetros correspondientes al caso i. Estos se asocian a la función extrema tipo I :

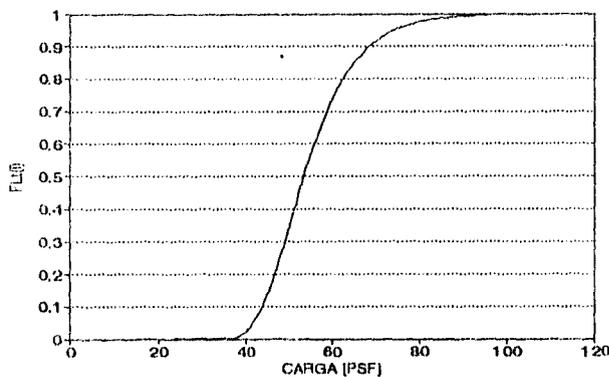
$$F_Y(l) = e^{-e^{-\alpha(l-u)}}$$

donde el término  $[-\alpha(Y-u)]$  se presenta como  $W_I, W_{II}, W_{III}$  en la ec.G.5 y son formas variadas reducidas de los casos I, II, III.

Sustituyendo los resultados anteriores en la ecuación general, resulta:

$$FL_T = e^{-e^{-0.125(l-44.963)}} e^{-e^{-0.151(l-43.91)}} \left[ \frac{50-8}{50} \right] + e^{-e^{-0.117(l-56.772)}} \left[ \frac{8}{50} \right]$$

La representación gráfica de esta expresión esta dada en la fig.G.1.



La abcisa correspondiente al 57% de la función acumulada corresponde aproximadamente a la media de la función Extrema Tipo I. En este caso (resolviendo la ecuación por el método de bisección) la media equivale a 55 psf aproximadamente.

**Fig. G.1. MÁXIMA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS**

De otra forma, si empleamos la ecuación propuesta por Wen (1979), obtenemos:

### CALCULO DE $L_s$

$$\delta = \frac{10.9}{7.6} = 1.434$$

$$N = v_s T = 0.125 (50) = 6.25$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(6.25) = 1.429$$

$$C_2 = \frac{1 + 0.697 (1.429)}{2 (0.697) + 1.429} = 0.707$$

$$p = C_1 (1 + 0.1 \delta^3) = 1.477$$

$$m_{L_s} = 10.9 + 1.477 (7.6) = 22.127 \text{ psf}$$

$$\sigma_{L_s} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (7.6) (0.707) = 6.892 \text{ psf}$$

### CALCULO DE $L_e$

$$\delta = \frac{8.2}{8} = 1.025$$

$$N = v_{ex} T = 1 (50) = 50$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(50) = 3.050$$

$$p = C_1 (1 + 0.1 \delta^3) = 3.379$$

$$C_2 = \frac{1 + 1.025 (3.050)}{2 (1.025) + 3.050} = 0.809$$

$$m_{L_e} = 8 + 3.379 (8.2) = 35.705 \text{ psf}$$

$$\sigma_{L_e} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (8.2) (0.809) = 8.509 \text{ psf}$$

### CALCULO DE $L_{e1}$

$$\delta = \frac{8.2}{8} = 1.025$$

$$N = \frac{v_{ex}}{v_s} = 1 (8) = 8$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(8) = 1.621$$

$$C_2 = \frac{1 + 1.025 (1.621)}{2 (1.025) + 1.621} = 0.725$$

$$p = C_1 (1 + 0.1\delta^3) = 1.796$$

$$m_{L_{e1}} = 8 + 1.796 (8.2) = 22.73 \text{ psf}$$

$$\sigma_{L_{e1}} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} (8.2) (0.725) = 7.63 \text{ psf}$$

La media y la varianza de estos casos se obtiene como:

**CASO I**

$$m_I = E[ Ls + Le_1 ] = m_{Ls} + m_{Le_1} = 22.13 + 22.73 = 44.86$$

$$\sigma_I = \sqrt{[Var(Ls + Le_1)]} = \sqrt{\sigma_{Ls}^2 + \sigma_{Le_1}^2} = \sqrt{6.89^2 + 7.63^2} = 10.281$$

$$\alpha_I = \frac{1.282}{\sigma_I} = \frac{1.282}{10.281} = 0.125$$

$$u_I = m_I - \frac{0.5772}{\alpha_I} = 44.86 - \frac{0.5772}{0.125} = 40.233$$

$$W_I = \alpha_I (l - u_I) = 0.125 (l - 40.233)$$

**CASO II**

$$m_{II} = m_{Le} = 35.71$$

$$\sigma_{II} = \sigma_{Le} = 8.51$$

$$\alpha_{II} = \frac{1.282}{\sigma_{II}} = \frac{1.282}{8.51} = 0.15065$$

$$u_{II} = m_{II} - \frac{0.5772}{\alpha_{II}} = 35.71 - \frac{0.5772}{0.15065} = 31.88$$

$$W_{II} = \alpha_{II} (l - (u_{II} + \mu_{L_1})) = 0.15065 (l - (31.88 + 10.9))$$

$$W_{II} = 0.151 (l - 42.78)$$

**CASO III**

$$m_{III} = E[ Ls + Le ] = m_{Ls} + m_{Le} = 35.71 + 22.13 = 57.84$$

$$\sigma_{III} = \sqrt{[Var(Ls + Le)]} = \sqrt{\sigma_{Ls}^2 + \sigma_{Le}^2} = \sqrt{8.51^2 + 6.89^2} = 10.95$$

$$\alpha_{III} = \frac{1.282}{\sigma_{III}} = \frac{1.282}{10.95} = 0.117$$

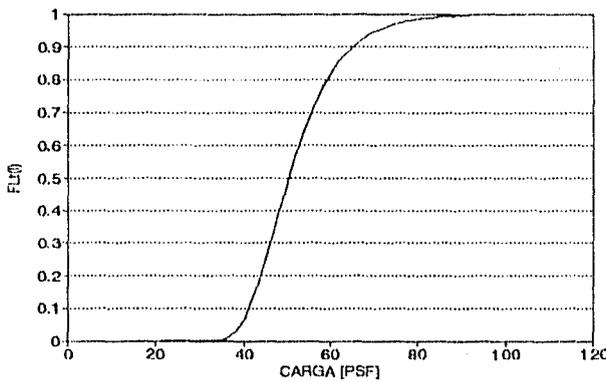
$$u_{III} = m_{III} - \frac{0.5772}{\alpha_{III}} = 57.84 - \frac{0.5772}{0.117} = 52.91$$

$$W_{III} = \alpha_{III} (l - u_{III}) = 0.117 (l - 52.91)$$

Sustituyendo los resultados anteriores en la ecuación general, resulta:

$$FL_T = e^{-e^{-0.125(l-40.233)}} e^{-e^{-0.151(l-42.78)}} \left[ \frac{50-8}{50} \right] + e^{-e^{-0.117(l-52.91)}} \left[ \frac{8}{50} \right]$$

La representación gráfica de esta expresión esta dada en la fig.G.2.



La abscisa correspondiente al 57% de la función acumulada corresponde aproximadamente a la media de la función Extrema Tipo I. En este caso (resolviendo la ecuación por el método de bisección) la media equivale a 51.92 psf aproximadamente.

**Fig. G.2. MÁXIMA COMBINACIÓN DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS**

# A P E N D I C E     H

En las figs. H.1-H.2 se comparan los resultados de la variación de la intensidad de la carga viva en función del área para edificios de oficinas, comparando el modelo de simulación, con el modelo simplificado de Chalk (1980) y con la carga viva nominal para oficinas especificada en el ANSI-1994. De estos resultados se concluye, que tanto el modelo de simulación como el modelo simplificado de Chalk'(este modelo se modifico aplicando la formula mejora de Wen) dan resultados casi idénticos y estos a su vez, resultan ligeramente menores a los que se obtienen mediante el modelo simplificado de Chalk que aplica la formula aproximada de Wen (que da resultados conservadores del orden del 10%), los valores nominales que establece el ANSI-1994 se propusieron en base a los resultados que arroja el modelo simplificado de Chalk, así como la ec.1.1 (ver sección 1.4.3) que establece el ANSI para la reducción de las cargas vivas en función del área.

Por lo tanto, y con base en todo lo anterior se puede afirmar que el modelo de simulación de cargas vivas desarrollado durante este trabajo da resultados satisfactorios, muy similares a los que propone el ANSI-1994. De igual forma, mediante un ajuste de mínimos cuadrados de  $1/\sqrt{A}$  vs Carga Viva se puede obtener una formula de reducción de las cargas vivas en función del área similar a la propuesta por el ANSI-1994 y RCDF-1993 (ver sección 1.4.3).

En la tablas T.1 y T.2 se describen con detalle los datos y resultados que se obtienen mediante el modelo de simulación de cargas vivas (desarrollado en este trabajo). De estos se puede concluir que los valores que arroja el modelo de cargas extraordinarias (modelado mediante una función Extrema Tipo I) domina la forma de la función de reducción de cargas vivas mostrada en las figs. H.1 y H.2, por lo que, los resultados del modelo de simulación resultan congruentes con la estadística publicada y con las leyes de variación de estas en función del área.

Los valores que se determinaron anteriormente corresponden a las intensidades medias de las cargas vivas en función del área y para un período de retorno específico (50 años, en este caso).

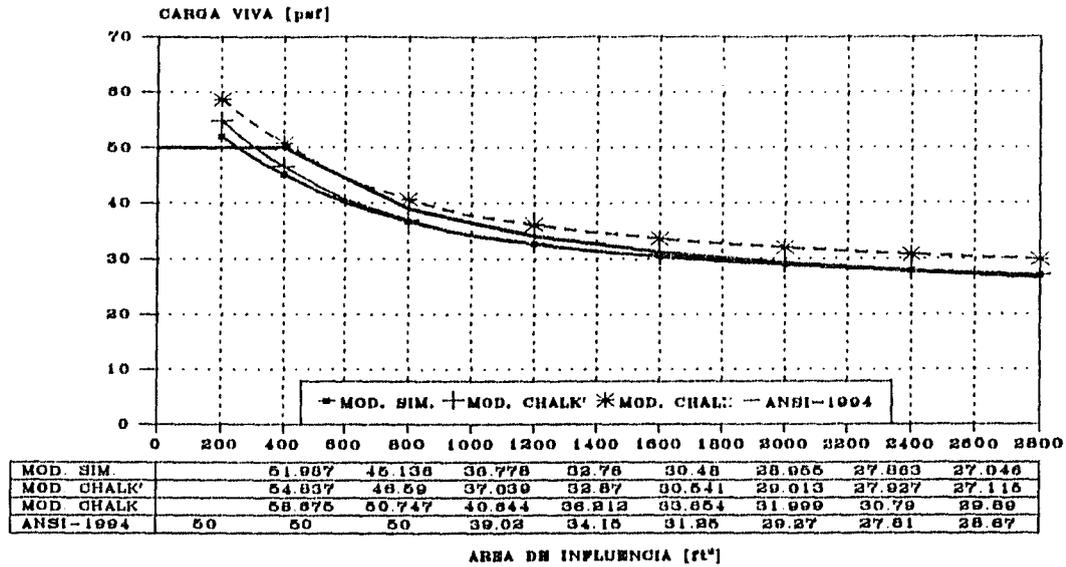


Fig. H.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL MODELO DE SIMULACIÓN vs MODELOS SIMPLIFICADOS DE CARGAS. (Datos de Ellinwood y Culver, 1977)

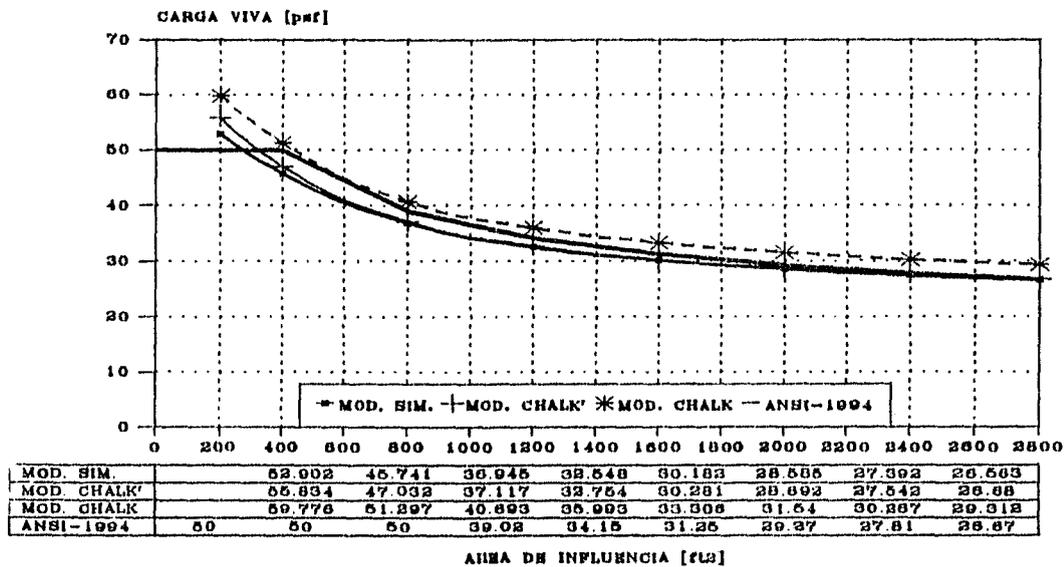


Fig. H.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL MODELO DE SIMULACIÓN vs MODELOS SIMPLIFICADOS DE CARGAS. (Datos de McGuire y Cornell, 1974)

DATOS DE ENTRADA					RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN					
AREA ft <sup>2</sup>	$\mu_{L_s}$ psf	$\sigma_{L_s}$ psf	$\mu_{ex}$ psf	$\sigma_{ex}$ psf	E[e] psf	Var[e] psf <sup>2</sup>	E[s] psf	Var[s] psf <sup>2</sup>	E[t] psf	Var[t] psf <sup>2</sup>
200	11.6	9.884	8.018	8.156	29.011	120.459	22.976	204.614	51.99	161.73
400	11.6	7.871	9.354	6.229	24.499	61.322	20.637	106.718	45.14	86.894
800	11.6	6.639	7.589	3.967	16.733	27.453	20.046	63.657	36.78	51.147
1200	11.6	6.174	6.440	2.984	12.846	16.216	19.914	50.010	32.76	42.346
1600	11.6	5.928	5.679	2.427	10.735	11.212	19.745	42.261	30.48	36.041
2000	11.6	5.775	5.134	2.064	9.307	8.216	19.648	37.547	28.95	32.592
2400	11.6	5.595	4.391	1.613	8.320	6.635	19.544	34.516	27.86	30.443
2800	11.6	5.595	4.391	1.613	7.580	5.669	19.466	32.771	27.05	29.029

TABLA T.1 DATOS ESTADÍSTICOS Y RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.  
(Datos de Ellinwood y Culver, 1977)

DATOS DE ENTRADA					RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN					
AREA ft <sup>2</sup>	$\mu_{L_s}$ psf	$\sigma_{L_s}$ psf	$\mu_{ex}$ psf	$\sigma_{ex}$ psf	E[e] psf	Var[e] psf <sup>2</sup>	E[s] psf	Var[s] psf <sup>2</sup>	E[t] psf	Var[t] psf <sup>2</sup>
200	11.8	10.525	8.018	8.156	28.456	121.492	24.446	229.089	52.90	185.854
400	11.8	8.094	9.354	6.229	24.266	62.704	21.476	115.934	45.74	91.970
800	11.8	6.548	7.589	3.967	16.801	27.120	20.144	61.860	36.95	51.168
1200	11.8	5.945	6.440	2.984	12.897	16.045	19.651	44.057	32.55	35.874
1600	11.8	5.618	5.679	2.427	10.817	10.788	19.366	35.775	30.18	29.939
2000	11.8	5.413	5.134	2.064	9.387	8.138	19.198	31.209	28.59	26.859
2400	11.8	5.272	4.391	1.613	8.388	6.526	19.005	28.445	27.39	24.866
2800	11.8	5.169	4.391	1.613	7.581	5.512	18.983	26.580	26.56	23.778

TABLA T.2 DATOS ESTADÍSTICOS Y RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.  
(Datos de McGuire y Cornell, 1974)

Nota: Se considero un período de retorno T = 50 años, con un cambio entre ocupaciones de cargas sostenidas de 8 años y tiempos entre cargas extraordinarias 1 vez por año.

Con base en los resultados de la simulación (mostrados en las tablas T.1 y T.2) y mediante un ajuste de mínimos cuadrados se pueden obtener expresiones para la reducción de las cargas vivas en función del área.

De acuerdo a los datos de la Tabla T.1 se obtiene:

$$L = L_o \left( 0.355 + \frac{12.9}{\sqrt{A_t}} \right) \quad ; \quad [psf]$$

donde  $L_o = 45.136$  psf, es la carga viva uniformemente distribuida correspondiente a un área de influencia de  $400 \text{ ft}^2$  y para un período de retorno de 50 años.

Considerando los datos de la Tabla T.2 se obtiene:

$$L = L_o \left( 0.323 + \frac{13.54}{\sqrt{A_t}} \right) \quad ; \quad [psf]$$

donde  $L_o = 45.741$  psf, es la carga viva uniformemente distribuida correspondiente a un área de influencia de  $400 \text{ ft}^2$  y para un período de retorno de 50 años.