UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

COLEGIO DE PEDAGOGIA

"LAS ESTRATEGIAS DE CONTEO Y SU EMPLEO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS SIMPLES EN LOS NIÑOS DE PREESCOLAR, PRIMER Y SEGUNDO GRADO DEL ESTADO DE NAYARIT"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADO EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A :

SONIA TELLEZ MEJIA

ASESORA: MAESTRA LETICIA MORENO OSORNIO

FF y L UNAM

MEXICO, D. F. 1996

AGRADECIMIENTOS

A DIOS.

Por darme la oportunidad de realizar este momento

A mis seres queridos.

Mi madre :	Alicia
Mi tía :	Dolores
Mi hermano :	Arturo
Mi esposo :	Silverio
Mi hijo :	Mauricio

A la Maestra Leticia Moreno Osornio, mi asesora de tesis

A todas aquellas personas que contribuyeron a este logro, especialmente a la Maestra Rosa María Ríos.

CONTENIDO

SEGUNDA PARTE. Análisis

A. Grado de dificultad del problema y su comprensión en la resolución del mismo.

B. Vinculación entre la elección de la estrategia y el tipo de estructura semántica del problema.

TERCERA PARTE

INTRODUCCION

Dentro de la enseñanza de las matemáticas (nivel preescolar y primeros años de primaria), la resolución de problemas ha sido el objetivo terminal de ésta, ya que se piensa que una vez que el niño es capaz de resolver las operaciones aritméticas básicas de adición y sustracción, podrá aplicar dichos conocimientos a situaciones específicas como son los problemas.

Es frecuente observar que en muchas ocasiones los niños tienen poco éxito ante este tipo de tareas en el aula, a pesar de que cuentan con la instrucción formal del algoritmo de la suma y resta.

Probablemente la falta de éxito en la resolución de problemas, ésta vinculado con ciertos aspectos: *"La preocupación de la escuela por enseñar a los niños los algoritmos en forma mecánica sin hacer referencia a ningún contexto"*[1] , provocando que realicen "cuentas" pero desconozcan que operación usar para la resolución del problema.

Además, *"la escritura de una ecuación es una forma de representar una operación, pero sucede que en ocasiones se enseña como si fuera la operación misma"*[2]. Cotidianamente se dice que se va a enseñar la "suma", cuando en realidad lo que se hace es enseñar el algoritmo escrito de la suma. Esto provoca que haya confusión en los niños cuando se les presenta el algoritmo sin relación con la operación, propiciando respuestas puramente mecánicas.

Con el aprendizaje mecánico de la resolución de operaciones es común escuchar que los alumnos saben resolver correctamente los algoritmos, sin embargo, no saben aplicarlos y por ello cuando se les presentan problemas, es común que pregunten si es de suma o resta.

Se cree que si el niño ya aprendió a sumar (resolver mecánicamente la suma) ahora podrá resolver problemas de suma, puesto que *"sólo tendrá que aplicar lo que ya aprendió"*[3]. Es decir, generalmente lo que se busca en la escuela es el dominio del algoritmo y resolución del problema, resultado de la utilización de la lógica.

El presente trabajo parte de la idea de que la formulación de problemas debe ser el punto de partida en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones aritméticas de suma y resta.

El interés fundamental de éste, es presentar una investigación sobre la conceptualización de las operaciones de adición y sustracción, partiendo de conocimientos etnomatemáticos de los niños de preescolar, primer y segundo grado del Estado de Nayarit.

El objetivo es elaborar un análisis cualitativo que identifique y clasifique las estrategias informales que emplean los niños en la resolución de problemas verbales, determinando el grado de relación que existe entre la estructura semántica del problema y la estrategia

[1] S.E.P. Investigación del proyecto de educación especial S.E.P-O.E.A. 1984-1988 pag 54.
[2] Idem pag. 54
[3] Idem pag 58

empleada. Finalmente se señalaran implicaciones didácticas encaminadas hacia la elaboración de una propuesta de enseñanza.

El trabajo se ha dividido en 3 partes :

La primera parte, capítulo I, pretende proporcionar los elementos teóricos básicos que contribuyan a entender las bases en las cuales se sustenta la presente tesis y que permitirán hacer un análisis posterior.

En el capítulo II, se dan aspectos teóricos que fundamentan la investigación y se realiza una caracterización de los problemas verbales aditivos simples, tomando como referencia tres dimensiones básicas:

El capítulo III, se refiere a aquellas estrategias que son empleadas en la resolución de problemas verbales aditivos simples, y que pueden categorizarse en tres niveles.

En el capítulo IV, se habla de la investigac'ón de la cual se desprende el presente trabajo, con el propósito de ubicar de dónde surgió específicamente el interés por desarrollar el mismo.

El capítulo V, explica los aspectos metodológicos de la investigación. En éste sentido se identifican tanto la toma de datos, como el análisis de los mismos.

La segunda parte del trabajo, es el análisis de los datos obtenidos en los tres grados escolares (preescolar, primer y segundo grado) que emplearon estrategias de conteo para resolver problemas verbales aditivos simples (adición y sustracción); tomándose como referencia el nivel de dificultad y comprensión del problema en función de dichos grados escolares; y estableciéndose además una interrelación entre la elección de la estrategia y el tipo de estructura semántica del problema en cuestión.

En la tercera parte se expresan las conclusiones obtenidas como resultado del trabajo de análisis, mencionado en el apartado anterior; así como algunas consideraciones que podrían retomarse en la enseñanza en el aula de problemas verbales aditivos simples.

Por último, en los anexos se encuentran tablas con las características de las estrategias de adición y sustracción empleadas en la resolución de problemas verbales aditivos simples. Así como los diferentes cuadros que se usaron para organizar toda la información obtenida durante la investigación de campo y que facilitó el análisis posterior de la información.

PRIMERA

PARTE

CAPITULO I.

Aspectos Teóricos

Los primeros análisis sobre resolución de problemas, efectuados alrededor de 1950, se centraban en las vinculaciones, entre las acciones que se realizaban durante la resolución del problema. De acuerdo con esto, los conductistas (véase Maltzman, 1955) y los asociacionistas (Underwood y Richardson, 1956) realizaron análisis de las soluciones dadas a los problemas partiendo de la concordancia entre respuestas.

Por su parte, los estudios hechos en los últimos años se interesan en descubrir las variables que afectan a la dificultad de los problemas, ya que pretenden comprender y explicar los procesos que subyacen a la ejecución de los niños. Al estudiar la adición existe interés por identificar las estrategias que utilizan los niños en relación a las tareas propuestas. Se persigue además la inferencia de los procesos cognitivos que provocan las respuestas emitidas así como los manifestados en las mismas, a lo largo del tiempo.

Actualmente se pueden identificar dos tendencias encaminadas a analizar los procesos que intervienen en la resolución de problemas verbales aditivos simples. A continuación se esboza de manera general en que consiste cada una:

Los investigadores occidentales Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verschaffel, 1987; Fuson, 1989; Riley y Greeno, 1989; Vergnaud, 1982; etc; se interesan en la secuencia evolutiva del concepto de suma, partiendo de los procesos de solución de problemas verbales al inicio poco elaborados y reemplazados paulatinamente por otros más eficientes y abstractos.

Por su parte: Davydov, 1982; Davydov y Andronov, 1980; Hathano, 1982; Miyamoto y Gimbayashi, 1983; se interesan más por definir aspectos de cuantificación frente a los procedimientos de resolución, enfatizando su análisis en tareas aditivas en donde se presentan objetos.

En conclusión, los primeros analizan las respuestas de los niños en problemas de adición y sustracción, usando un marco teórico que favorece la clasificación de los problemas verbales en relación con su estructura semántica. Los segundos se centran en el proceso de interiorización del acto de sumar.

Ambas líneas de investigación coinciden en el método empleado, ya que se basan principalmente en la entrevista clínica. Algunos autores como Cobb y Steffe, 1983; Davydov y Andronov, 1980; Resnick, 1981; etc., recurren al experimento de enseñanza, el cual consiste en una ampliación de la entrevista clínica. Por medio del método clínico se busca conocer los diferentes niveles de representación, las categorías de errores y las estrategias empleadas para saber los procesos cognitivos que participan en la ejecución de los niños cuando realizan tareas aditivas.

Debido a esto, los procedimientos regularmente usados en los problemas verbales, implican una gran gama de situaciones:

- Pedir al niño explicaciones verbales sobre como resolvió el problema.

- Proponer objetos o materiales concretos que favorecen el modelaje del problema para resolución.

- Repetir el enunciado verbal, para verificar si entiende la función de las cantidades implicadas en el mismo.

- Construir a partir de una ecuación el enunciado verbal del problema.

- Usar repeticiones esquemáticas para explicar las relaciones entre los términos del problema y su resolución posterior.

De acuerdo con Bermejo, dichas tendencias difieren en la concepción del conteo, pues mientras para los autores occidentales los procedimientos de resolución residen en el conteo, los autores japoneses hablan del principio de conteo y conciben a este como "*un procedimiento puramente memorístico que no debe emplearse ni fomentarse en enseñanza de la suma, ya que conduciría a los niños a operar con los números como si se tratara de entidades abstractas desvinculadas de las cantidades que realmente representan*"[4].

Así pues, siguiendo la línea de los investigadores occidentales se han encontrado diferencias sistemáticas entre los niños con relación al nivel de ejecución en los problemas verbales.

Tales diferencias se centran en función de 3 aspectos:

- Estructura semántica
- Posición de la incógnita
- Formulación verbal del problema.

Aunado a los factores antes citados, otros autores (De Corte y Verschaffel y De Win, 1985; Hudson, 1983; Lindvall e Ibarra, 1980) consideran que la formulación verbal del problema puede influir en la facilidad o dificultad que se dé al resolver el problema. Esto significa, que a parte de la estructura semántica y el lugar ocupado de la incógnita, el grado en que se expresan en el texto del problema las relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, así como el orden en que sea presentada la información, pueden influir en la resolución de los problemas. Los estudios realizados en este sentido, muestran que la reformulación verbal del problema especificando las relaciones semánticas sin afectar a la estructura semántica, contribuye a la comprensión y solución del problema.

Existen además una serie de variables de tipo general como son:

- Presencia de ayudas (material concreto disponible, objetos o los dedos).

- Magnitud de los sumandos, los cuales pueden medir la ejecución correcta en los problemas verbales de suma, principalmente en niños pequeños.

En este sentido, diversos estudios (Bermejo y Lago; Bermejo y Rodríguez, 1987; Carpenter y Moser, 1982; Carpenter y otros, 1983) han encontrado que la presencia de objetos

[4] Bermejo Vicente. El niño y la aritmética. Paidós Educador. Barcelona, 1990. Pag 109

concretos favorece el proceso de representación, dando lugar a una resolución del problema más eficiente.

Con respecto a la magnitud de los sumandos, ciertos estudios (Bermejo y Lago; Siegler y Robinson, 1982; Carpenter y Moser, 1982) vinculan dicha magnitud, con el tipo de estrategias de resolución elegidas por los niños.

La presente investigación se desprende de estudios cuyos contenidos se esbozan de manera general:

Carpenter y Moser

Realizaron estudio longitudinal de 3 años (1978-1981) referido a las estrategias que utilizan los niños para resolver diferentes tipos de problemas verbales de adición y sustracción.

Su muestra estuvo constituída por 88 niños quienes fueron entrevistados ocho veces; 3 en 1er grado, 3 en 2o. grado y 2 en 3er grado. En cada entrevista se aplicaron 2 problemas de adición y cuatro de sustracción conformados por problemas de cambio, combinación y comparación.

Las estrategias identificadas se organizaron según :

a) Operación requerida
   Estrategias aditivas
   Estrategias sustractivas

b) Nivel de Internalización
   Estrategias concretas
   Estrategias verbales
   Estrategias mentales

Sus conclusiones fueron :

1) Desarrollo evidente en el nivel de internalización de las estrategias empleadas por los niños.

2) Las estrategias están influídas por la estructura semántica del problema, fundamentalmente en los de sustracción.

De Corte y Verschaffel

Elaboraron estudio longitudinal de 1981 a 1982 con 30 niños de primer grado a quienes se les entrevistó individualmente 3 veces durante año escolar : al comenzar septiembre, cuando todavía no recibían instrucción formal; en enero cuando ya habían aprendido a resolver mentalmente problemas numéricos de adición y sustracción con sumas mayores de 10; y al finalizar junio, cuando ya habían recibido instrucción formal sobre los hechos básicos de los problemas de adición y sustracción con números arriba de 20..

Se aplicaron 8 problemas por cada entrevista, 4 de adición y 4 de sustracción. Sus conclusiones fueron :

Hay un desarrollo en el nivel de internalización de las estrategias de resolución empleadas por los niños a lo largo del año escolar.

Los niños tienden a desenvolverse en un específico nivel de internalización (nivel concreto, verbal y mental).

Las estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas están influídas por la estructura semántica del problema.

Precisaron las estrategias mentales para resolver problemas sustractivos.

Riley, Heller y Greeno

Dichos investigadores destacan la trascendencia de los conocimientos informales que poseen los niños para la resolución de problemas, proporcionando análisis detallado de los conceptos que se necesitan para resolver un problema en particular.

Realizaron "modelos de simulación" por computadora que resuelven problemas verbales simples de adición y sustracción, identificando 3 tipos principales de conocimientos que se emplean durante la resolución del problema:

1) Esquemas de los problemas. Sirven para comprender las diversas relaciones semánticas.

2) Esquemas de acción. Sirven para representar los conocimientos del modelo acerca de las acciones que intervienen en la resolución de problemas.

3) Conocimientos estratégicos para la planificación de estrategias para resolver problemas.

Cuando un modelo va a resolver un problema, primeramente hace uso de sus conocimientos en función de los esquemas de los problemas, representando la situación problemática que se está describiendo. Seguidamente usa esquemas de acción para crear una estrategia de resolución del problema.

Tales investigaciones explican que la dificultad para resolver ciertos problemas puede deberse a la ausencia de uno o más componentes de conocimientos citados anteriormente, siendo el factor fundamental más la construcción inadecuada de una representación inicial del problema que la ejecución de la operación correspondiente.

CAPITULO II.

Problemas Verbales Aditivos Simples.

Los problemas verbales aditivos simples, son llamados así porque se expresan oralmente y para su resolución, el niño emplea una operación aritmética (suma o resta) que estará vinculada con la estrategia usada en la resolución de dichos problemas.

La inquietud por estudiar sistemáticamente la estructura de los problemas verbales surge de la recurrencia con que los niños cometen errores al resolverlos, ya que pueden no saber qué operación emplear para resolver un problema, preguntando "¿es de suma o resta ?", o bien equivocarse al aplicar y resolver el algoritmo, cometiendo errores técnicos.

2.1 Los problemas y su función.

En relación con la enseñanza de problemas dentro del aula, hay quienes consideran que éstos son difíciles para los niños de todas la edades y por tanto deben ser el objetivo terminal una vez que se ha enseñado el algoritmo de la suma y resta, pues se piensa que una vez que el niño ha adquirido dicho conocimiento, podrá darles sentido aplicándolos a la solución de problemas.

Sin embargo, las dificultades aparecen cuando el escolar pretende aplicar sus conocimientos en la resolución del problema y no logra identificar claramente con que operación se puede resolver. Provocando esto, que se tenga poco éxito en este tipo de tareas. Tal parece que uno de los motivos que podrían propiciar dicha situación es que la enseñanza de los algoritmos de suma y resta se ven de manera aislada y generalmente se aprenden de manera mecánica.

Otro aspecto a considerar, es que la resolución de problemas en el aula es impuesta a los niños y por tanto no surgen de necesidades e intereses. Los alumnos se esfuerzan para resolverlos bajo la amenaza de reprobación, el descrédito con respecto a los compañeros, la presión de hacer las cosas rápido y bien al primer intento para no obtener mala calificación, etc.

Repetidamente los escolares son presionados para resolver "solo con la mente", de tal modo que emplear otros recursos que faciliten su resolución como contar con los dedos, uso de material manipulativo, o dibujar; esta prohibido.

Otra actitud recurrente en clase, es que los problemas se emplean para evaluar el conocimiento de los niños en campos previamente estudiados. Lo cual, significa que los problemas aparecen en los exámenes pero difícilmente se usan como manera de propiciar el punto de partida para la formación de un conocimiento nuevo.

Así pues, con respecto a la enseñanza de los problemas en la escuela, hay ciertos investigadores que consideran contrariamente a lo antes referido, que *"la resolución de problemas debe ser el punto de inicio, haciendo de lado, la idea de que se requiere instrucción formal sobre la adición y sustracción para resolver problemas verbales simples que requieran* *la utilización de una suma o resta*"[5]. Además, expresan que antes del período escolar, los niños son capaces de elaborar distintas estrategias informales para resolver problemas elementales aritméticos, auxiliándose de manipulación de objetos o el uso de dedos, entre otras cosas.

2.2 Caracterización de problemas.

Inicialmente, los problemas verbales se clasificaban en función de las variables sintácticas, tales como el número de palabras del problema, la presencia de palabras que inducen a una operación determinada y la secuencia en la que se presenta la información. Posteriormente, otros autores (Bermejo y Rodríguez, 1987; Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; Carpenter y Moser, 1982; Riley, Greeno y Heller, 1983; Vergnaud, 1982) pretenden vincular los procesos de solución empleadas por los niños, con la estructura semántica del problema planteado.

Los datos empíricos disponibles hasta el momento, sugieren que la estructura semántica es una variable más trascendente que la sintáxis para determinar los procesos que emplean los niños en la resolución de problemas.

Cierto grupo de investigadores afirman que "*los niños resuelven ejercicios de cálculo de suma y resta aplicando diversas estrategias de conteo... Las mismas estrategias básicas son usadas para resolver problemas verbales simples*"[6].

Así pues, independientemente de que el niño identifique el tipo de operación aritmética (suma o resta) que debe emplear, se auxilia de una estrategia determinada para resolver el problema en cuestión.

Sin embargo, dada la gran diversidad de diferencias semánticas de los problemas verbales aditivos simples, la elección de la estrategia parece ser más difícil. Esto, coincide con los planteamientos de Carpenter y Moser , De Corte y Verschaffel (entre otros), para quienes las estrategias empleadas por los niños en la resolución de éstos problemas, está influenciado por su estructura semántica. Y en éste sentido, hacen una caracterización entre los distintos tipos de problemas de adición y sustracción, en función de su estructura verbal.

Carpenter y Moser identifican ciertas dimensiones que se refieren a las acciones o relaciones involucradas en los problemas verbales aditivos simples de adición o sustracción, partiendo de los conjuntos implicados. Primeramente establecen una distinción entre la relación estática o activa que existe entre los conjuntos referidos en la estructura semántica del problema. Es decir, algunos problemas tienen una referencia explícita, la cual sugiere una acción contemplada que propicia un cambio en el tamaño de la cantidad de dicho problema y que se ejemplifica en los problemas de *Cambio* e *Igualación*.

Existen otro tipo de problemas donde no se da la acción implicada, existiendo así, una interrelación estática entre las cantidades expresadas en su estructura semántica, como son los problemas de *Combinación* y *Comparación*.

[5] Moser, James y Thomas Carpenter. El desarrollo de las habilidades para resolver problemas de adición y sustracción. 1982. Pag. 1
[6] Idem. Pag 2.

La siguiente dimensión se refiere al vínculo que existe entre dos conjuntos con un tercero. Es decir, en algunos problemas dos de las partes expresadas son un subconjunto de la tercera, ya que en ciertos casos la cantidad desconocida se formó como resultado de las dos cantidades conocidas o partiendo de una cantidad expresada y otra desconocida (problemas de *Combinación*). Existen además otras situaciones, en donde una de las cantidades expresadas en la estructura verbal del problema está apartada de las otras dos y en éste caso se dice que hay una comparación entre dos cantidades disjuntas. En suma, ésta relación se refiere a la interrelación conjunto-subconjunto y se identifica en los problemas de *Comparación*.

Finalmente, la tercera dimensión comprende a los problemas que involucran acción dentro de su estructura verbal y que favorece el aumento o disminución en la cantidad expresada inicialmente, como sucede en los problemas de *Cambio* e *Igualación*.

2.3 Clasificación y tipos de problemas.

De acuerdo con las dimensiones expresadas por Carpenter y Moser, los problemas se clasifican en seis clases:

Reunión
Separación
Combinación (parte-parte-todo)
Comparación
Igualación (aumentando)
Igualación (quitando)

Así pues, los problemas que involucran acción son los de Reunión, Separación e *Igualación*, a diferencia de los de *Combinación* y los de *Comparación* en donde se expresan relaciones estáticas entre cantidades.

Los problemas de Reunión, Separación e *Igualación*, a pesar de que coinciden en que está explícita una acción dentro de su estructura semántica, difieren en la interrelación conjunto-subconjutno que implican. Ya que mientras los de Reunión y Separación contemplan una acción que provoca un *Cambio* en el tamaño de la cantidad dada, los de *Igualación* involucran una acción de *Comparación* de conjuntos disjuntos.

La diferencia entre los de Reunión e *Igualación*-aumentando expresan un aumento, a diferencia de los de Separación e *Igualación*-quitando, donde se expresa una disminución.

En los problemas de *Comparación* y *Combinación* también se da una diferencia respecto a la interrelación conjunto-subconjunto que implican. Es decir, en los problemas de Reunión, Separación y *Combinación*, dos de las cantidades son un subconjunto de la tercera. Mientras que los de *Igualación* y *Comparación* involucran una comparación entre sus conjuntos y subconjuntos respectivamente.

Es necesario mencionar que para Carpenter y Moser, reunir "*es el proceso de poner activamente juntas dos cantidades*". Dicho proceso se refiere a los problemas que tienen una cantidad inicial y un operador directo que propicia la acción de aumentar o disminuir esa cantidad.

Por su parte, los problemas de Separación implican una disminución. Es decir, un subconjunto es removido de un conjunto dado.

En relación a los problemas de *Combinación*, se da una relación estática entre el todo y sus partes.

Los problemas de *Comparación* implican una relación estática entre los conjuntos implicados en la estructura semántica, ya que sólo se comparan las dos cantidades disjuntas.

Igualar aumentando supone cambiar una de las dos cantidades, del tal manera que las dos sean iguales en algún atributo. Lo cual, significa que igualar-aumentando implica un incremento en la cantidad más pequeña; mientras que igualar-quitando requiere una disminución en la cantidad más grande.

Las seis clases de problemas citadas anteriormente, en lo sucesivo se mencionarán como cuatro clases principales para facilitar la comprensión de los mismos. Así, los de Cambio, comprenderán a los de Reunión y Separación. Los de Igualación, incluirán a los de Igualación aumentando y quitando. Por su parte, los de Combinación y Comparación permanecerán mencionándose de igual forma.

El cuadro siguiente muestra las cuatro clases de problemas en función de las dimensiones referidas anteriormente.

Problema	*Dimensión 1*		*Dimensión 2*		*Dimensión 3*	
	Dinámica	*Estática*	*Incorporación de Conjunto*	*Interrelación Conjunto-Subconjunto*	*Aumentar*	*Disminuir*
Cambio	X		X		X	X
Combinación		X	X		X	X
Comparación		X		X	X	X
Igualación	X			X	X	X

Considerando las acciones o interrelaciones existentes entre las entidades implicadas en la estructura verbal de los problemas verbales aditivos simples, se pueden elaborar ciertos esquemas de clasificación que comprenden los diversos tipos de problemas. Sin embargo, es necesario mencionar una cuarta variable para caracterizar totalmente los problemas de adición y sustracción: la naturaleza de la incógnita.

A pesar de que la acción y la interrelación que se da en cada clase de problema es en esencia la misma, los tipos de problemas son diferentes y requieren variados métodos de solución.

En cada una de las cuatro clases básicas de problemas hay de adición y sustracción, y entre los problemas de una misma clase hay ciertas diferencias dependiendo de las cantidades expresadas y de la posición de la incógnita.

Dentro de los problemas de *Cambio,* existen tres subtipos , los cuales se dan en función del lugar en que esté la cantidad desconocida.

En el primer subtipo, se proporciona la cantidad inicial aunada a la cantidad de cambio, en donde el niño tiene que calcular el resultado.

Ejemplo:

Pedro tenía 8 canicas, María le da 4 canicas más.
¿Cuántas canicas tiene ahora Pedro?

La cantidad inicial, correspondería a 8 canicas que tiene Pedro. Las 4 canicas de María, sería la cantidad de cambio, ya que dicha acción de María modifica la cantidad inicial, dando como consecuencia un aumento o disminución de esa cantidad. Y finalmente, la incógnita, es el resultado que el niño debe calcular.

En el segundo subtipo, la cantidad inicial y el resultado son conocidos, debiéndose encontrar la cantidad de cambio.

Ejemplo:

Pedro tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas necesita para tener 15 en total?

La posición de la incógnita cambia al encontrarse en la cantidad de cambio.

En la tercera subcategoría se desconoce la cantidad inicial.

Ejemplo:

Pedro tenía algunas canicas, María le da 6 canicas más.
Ahora, tiene 15 canicas. ¿Cuántas canicas tenía al principio?

Los problemas de *Combinación* implican relaciones estáticas. En estos, se presentan situaciones en las que se proponen dos cantidades que pueden ser consideradas como partes de un todo, sin que haya ningún tipo de acción. Existen también tres subcategorías en función de la posición de la incógnita.

Las 9 canicas de Pedro y las 4 de María serían los dos subconjuntos diferentes, y de su *Combinación* resultaría el valor del todo. Es decir, hay una relación parte-parte-todo, en donde el valor que se busca es del todo. Por tanto, el lugar de la incógnita estaría al final. Ejemplo:

Pedro tiene 9 canicas y María 4
¿Cuántas canicas tienen entre los dos?

En el siguiente problema, se proporciona la cantidad del primer subconjunto y del todo, siendo la incógnita el valor del otro subconjunto. Ejemplo:

Pedro tiene 8 canicas. María tiene algunas canicas. Entre los tienen 13 canicas.
¿Cuántas canicas tiene María?

A continuación, la posición de la incógnita está al principio, ya que se desconoce el valor de la cantidad inicial, se tiene el dato de la otra parte, o sea, las 5 canicas de María; y por último se conoce el valor del todo. Ejemplo:

> Pedro tiene algunos canicas y María tiene 5. Entre los dos tienen 12.
> ¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Los problemas de *Comparación* involucran relaciones estáticas, ya que presentan situaciones en las que se proponen dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse aisladamente, sin que haya ningún tipo de acción.

Para éste tipo de problema hay también 3 subtipos de acuerdo a la variable antes referida.

> Ejemplo:
>
> Pedro tiene 7 canicas. María tiene 5 canicas.
> ¿Cuántas canicas tiene Pedro más que María?
>
> Pedro tiene 5 canicas. María tiene 9 canicas más que Pedro.
> ¿Cuántas canicas tiene María más que Pedro?
>
> Pedro tiene 13 canicas. Tiene 5 canicas más que María.
> ¿Cuántas canicas tiene María?

Finalmente, los problemas de *Igualación* constituyen una combinación de los de *Cambio* y *Comparación*, debido a que hay implícita una acción que se aplica a uno de los conjuntos, (problemas de *Cambio*) pero partiendo de la comparación de dos conjuntos disjuntos.

> Ejemplo:
>
> Pedro tiene 5 canicas. María tiene 8 canicas.
> ¿Cuántas canicas necesita Pedro para tener las mismas que María?

CAPITULO III.

Estrategias de Resolución para Problemas Verbales.

3.1 Estrategias informales.

Cierto grupo de investigadores considera que los niños ingresan a la escuela con un elevado desarrollo de conocimientos informales en relación a la aritmética, (Carpenter y otros, 1981; Carpenter y Moser, 1983,1984; Fuson y Hall, 1983; Ginsburg, 1982; Resnick, 1983; Riley y otros, 1983; Starcky y Gelman, 1982).

Al parecer tales conocimientos se aplican a tareas de cálculo, y por ello, antes de recibir instrucción formal sobre la adición y sustracción, elaboran estrategias de conteo para resolver problemas simples. Así pues, antes de habei aprendido "hechos numéricos", resuelven problemas con sumandos superiores al valor de uno valiéndose de procedimientos informales; requiriendo en los primeros niveles la presencia de objetos para representar directamente las cantidades expresadas en la estructura semántica, si se trata de un problema verbal.

En niveles más avanzados, el desarrollo está caracterizado por una flexibilidad en la elección de procedimientos y estrategias en la resolución de problemas verbales aditivos simples.

Por su parte, Carlos Maza, considera que los niños poseen y desarrollan espontáneamente antes del período escolar, estrategias infantiles para resolver problemas. Al respecto agrega:

- "*Desde temprana edad los niños se enfrentan a una variedad de problemas, los cuales se van ampliando a medida que va creciendo*".
- "*En su contacto con los problemas va generando una serie de estrategias informales*".
- "*Existe una vinculación entre la estrategia y el tipo de problema*".
- "*Las estrategias empleadas sufren un desarrollo, desde la necesidad de usar objetos concretos y dedos hasta alcanzar un nivel mental*".

3.2 Categorización de estrategias.

Partiendo del hecho de que los niños eligen estrategias para la resolución de problemas verbales aditivos simples, Carpenter y Moser realizan una identificación de estrategias aditivas y sustractivas, ubicando en ambas tres niveles básicos:

a) Estrategias Concretas o de Modelaje Directo (requiere el uso de objetos físicos concretos o los dedos).

b) Estrategias Verbales, de Conteo de Serie o Conteo total sin modelos (sólo se emplean los dedos).

c) Estrategias Mentales (Evocación de hechos numéricos).

3.2.1 Estrategias de adición.

Las estrategias concretas son consideradas de las más elementales en que los niños emplean objetos concretos o los dedos para representar cada uno de los conjuntos expresados en el problema, realizando físicamente acciones contenidas en el texto del problema.

Después del construcción inicial de un conjunto

Incrementando. Se elabora un conjunto que representa el primer sumando y seguidamente se incrementa agregando objetos de uno en uno. La acción se interrumpe cuando un número específico de objetos ha sido añadido al primer conjunto sin haber hecho el segundo conjunto. La resolución del problema de adición se obtiene contando el número de objetos de la colección total.

Después de la construcción inicial de dos conjuntos

Conteo Total. El niño une los dos conjuntos (física y visualmente) y cuenta todos los objetos para determinar la resolución a un problema aditivo.

Dicha estrategia básica tiene dos variantes :

- Cuando los dos conjuntos han sido construídos, se pueden unir físicamente juntándolos o añadiendo un conjunto al otro.

- Se realiza un conteo total, sin unir físicamente los dos conjuntos.

La primer variante de *Conteo Total* ejemplifica la acción de problemas de *Reunión*, ya que cómo se recordará, dichos problemas implican acción en sus estructura semántica. Es decir, si se tiene un problema como el siguiente :

Ejemplo:

Juanita tenía 5 jarritos. Pepe le dió 4 jarritos más.
¿Cuántos jarritos tiene ahora?.

Se procede a hacer dos conjuntos que corresponden a cada sumando respectivamente, para posteriormente juntarlos, o agregar uno junto al otro. Esto, porque los jarritos se encuentran en el conjunto de cambio y la acción del problema expresa que Pepito le dió a Juanita.

Por su parte, los problemas de *Combinación*, que involucran una relación estática, se representan mejor con la segunda opción de *Conteo total con modelos*, la cual consiste en elaborar dos conjuntos correspondientes a los sumandos respectivos y contar el total de ellos sin unirlos físicamente. Lo anterior se observa en el siguiente problema:

> Juanita tiene 4 canastas. Pepe tiene 3 canastas.
> ¿Cuántas canastas tienen los dos juntos?.

Se elaboran las dos cantidades representativas de los dos conjuntos implicados, 4 y 3 respectivamente, posteriormente se cuentan todos empezando por el uno, pero no se unen.

Así pues, es evidente una distinción entre ambas estrategias. Sin embargo, en la práctica dicha diferencia no es clara para los niños, pues la utilizan indistintamente para los problemas de *Reunión* y *Combinación*. Por ello, Carpenter y Moser consideran que existe una sola estrategia de *Conteo total con modelos*. Añaden además que la estrategia en cuestión puede variar en función de las diferentes formas de organizar los objetos físicos, lo cual no implica que haya estrategias distintas.

El siguiente nivel corresponde a Estrategias Total sin Modelos, ó Estrategias Verbales, en donde los autores identifican tres estrategias diferentes para Conteo Hacia Adelante a Partir de :

La estrategia de *Conteo total sin modelos*, es la estrategia más elemental. Se caracteriza por el *Conteo de Serie* a partir de uno y continuar hasta llegar a la respuesta. Dicha estrategia fue identificada por Suppes y Groen en 1967, y Groen Darkman en 1972.

Cabe mencionar que el rasgo que distingue a la estrategia antes mencionada, es que en su utilización se emplea algún método para seguir el rastro del número o números correspondientes a las cantidades dadas en la estructura del problema y saber donde detener el conteo. Tal parece que cuando los niños emplean las estrategias verbales, cuentan con sus dedos paralelamente. Sin embargo, algunos otros no muestran de forma clara alguna acción física que acompañe su conteo. Por lo tanto, es difícil identificar cómo sabe el niño cuando debe parar, ya que su conteo es en muchas ocasiones, de tipo mental.

Conteo desde el primero y Conteo desde el más grande, son las otras dos estrategias de *Conteo de series*. La primera consiste en comenzar a contar desde el primer sumando hacia adelante. Por su parte, en la segunda estrategia, el niño inicia a contar a partir del sumando más grande.

Por ejemplo, si se tiene el siguiente problema de *Combinación 1* y se elige la primer variante de dichas estrategias para su resolución, se hará lo siguiente:

Partiendo de que "Juanita tiene dos canastas y Pepito tiene cuatro canastas", se procederá a contar todo comenzando con el primer sumando desde el uno (uno, dos) y continuará con el segundo sumando (tres, cuatro, cinco, seis), siendo la respuesta el último número pronunciado.

La tercera clasificación de estrategias mentales que realizaron Carpenter y Moser para resolver problemas verbales simples de adición y sustracción, se refieren a Evocación de Hechos Numéricos (Estrategias Mentales), las cuales comprenden a su vez Hechos conocidos y Hechos derivados. La diferencia entre ambas radica en que Hechos conocidos implica los números expresados en la estructura semántica del problema. Por ejemplo, se sabe que "dos más tres son cinco" sin que tener que contar. Mientras que Hechos Derivados se usa en números o parejas de números cuya suma sea 10. Por ello, para resolver un problema representado: 5+8 , el niño responde que "*cinco más cinco es igual a diez y diez más tres es igual a trece*".

Partiendo del esquema de clasificación de Carpenter y Moser (1982-1984) sobre las estrategias aditivas empleadas para resolver problemas verbales simples, De Corte y Verschaffel. realizan un análisis más preciso de las estrategias concretas empleadas para los cuatro problemas de adición *Combinación 1*, *Cambio 1*, *Comparación 3 y Cambio 6.* En éste sentido, hacen una distinción entre las tres variantes de las estrategias concretas ó *Conteo total con modelos* planteadas por los autores iniciales.

Así pues, establecen una diferencia entre los siguientes aspectos, cuando los niños emplean objetos:

- Agregando. El niño elabora un conjunto de objetos representando al primer sumando del problema, seguidamente agrega a éste conjunto una cantidad de objetos igual al segundo sumando del problema, y concluye contando el número total de objetos.

- Juntando. Se hacen dos conjuntos distintos representativos de los números expresados en la estructura del problema. Después reúne con ambas manos los dos conjuntos y finalmente cuenta el número total de objetos.

- Sin Moverlos. Se realizan dos conjuntos de cardinalidad referidos a los dos números dados implicados en el problema y se cuenta el número total de objetos sin mover físicamente los conjuntos.

Es importante mencionar que De Corte y Verschaffel consideran a la estrategia *Agregando*, variante de *Conteo total con modelos* y como más representativa de la estructura semántica del problema de *Cambio 1*. Mientras que las estrategias *Juntando* y *Sin Moverlos* ejemplifican respectivamente una acción dinámica y estática del problema de *Combinación 1*.

Con respecto a las estrategias verbales, De Corte y Verschaffel, elaboraron un esquema de clasificación muy similar al de Carpenter y Moser, en donde introducen ligeras variantes en relación a los nombres utilizados por éstos e incorporando una nueva estrategia. Su clasificación queda así:

- Conteo total comenzando con el primero
- Conteo desde el primero
- Conteo desde el más grande
- Conteo total comenzando con el más grande

Esta última es la estrategia incluída por los autores antes mencionados, y consiste en que el niño enumera el número más grande comenzando con el uno y prosiguiendo el conteo ascendente hasta que el número más pequeño es enumerado; el último número pronunciado en el conteo es el resultado.

Por ejemplo, si se tiene 3+5, se inicia con 5 desde el uno (uno, dos, tres, cuatro, cinco) y se continua con el más pequeño, o sea, el tres (seis, siete, ocho); siendo el último número pronunciado la respuesta.

De Corte y Verschaffel parten de la clasificación de estrategias mentales de Carpenter y Moser, e introducen :

Hechos conocidos comenzando con el primero. El niño evoca en la memoria, un hecho numérico sobre la adición, comenzando con el primer número del problema. Ej. 5 + 7 = 12.

Hechos conocidos comenzando con el más grande. El niño evoca en la memoria, un hecho numérico sobre la adición comenzando con el más grande. Ej. 7 + 5 = 12.

Hechos derivados comenzando con el primero. Usa la evocación de uno o más hechos conocidos, comenzando con el primer número del problema. Se tiene 10 y 12. Ej. 5 + 5 = 10 y 10 + 12 = 22.

Hechos derivados comenzando con el más grande. Usa la evocación de uno o más hechos conocidos comenzando con el número más grande del problema . Se tiene 10 y 4. Ej. 8 + 2 = 10 y 10 + 4 = 14

ESTRATEGIAS DE ADICION

	Carpenter y Moser	*De Corte y Verschaffel*
CONCRETAS	Incrementando Conteo Total	Conteo Total con Modelos Apareamiento Inverso
VERBALES	Conteo hacia adelante a partir de Conteo Total Conteo desde el primero Conteo desde el más grande	Conteo Total comenzando por el primero Conteo Total comenzando con el más grande Conteo Total a partir (desde) el primero Conteo Total a partir (desde) el más grande
MENTALES	Hechos Conocidos Hechos Derivados	Hecho Conocido comenzando por el primero Hecho Conocido comenzando por el más grande Hecho Derivado comenzando por el primero Hecho Derivado comenzando por el más grande

3.2.2 Estrategias de sustracción.

Carpenter y Moser identificaron diferentes clases de estrategias de sustracción, en los niveles de Modelaje Directo (concretas), Conteo (verbales) y Evocación de Hechos Numéricos (mentales).

Para Modelaje Directo.

Después de la construcción inicial de un conjunto :

Agregando : Al conjunto inicial se le va añadiendo objetos de uno en uno. La acción termina cuando el conjunto total ha alcanzado el tamaño especificado. La resolución al problema de sustracción se obtiene contando el número de objetos añadidos sobre el conjunto inicial.

Sus variantes son :

- *Separando de.* La cantidad más grande en el problema de sustracción se representa como inicio y la cantidad más pequeña se quita. Es decir, se construye el conjunto más grande y se quitan de allí o se separan uno a uno, un número de objetos igual al número dado en el problema. Al contar el conjunto de objetos sobrantes se obtiene la respuesta.

- *Separando hasta.* Los objetos se van quitando de uno en uno hasta obtener un conjunto del tamaño especificado. La respuesta al problema de sustracción se obtiene contando el número de objetos que se separaron.

Después de la construcción inicial de dos conjuntos :

- *Apareamiento.* Consiste en construir dos hileras, una con el número de elementos de cada conjunto. Se aparean y cuentan el número de elementos que no se aparearon.

Conteo Verbal o Conteo Total sin Modelos.

Dentro de este tipo de estrategias se establecen las siguientes variantes:

- Conteo ascendente a partir de lo dado. Comienza la estrategia de conteo empezando con la cantidad más pequeña y la secuencia termina con el número más grande. Guardando la huella de número de etiquetas verbales empleadas en la secuencia, el niño obtiene la respuesta.

- Conteo regresivo desde. Cuenta hacia atrás comenzando por el número más grande; pronunciando tantas etiquetas numéricas como elementos tenga el conjunto más grande.

- Conteo regresivo hasta. Cuenta hacia atrás comenzando por el número más grande, hasta llegar al más pequeño.

Es importante agregar que hipotéticamente, los autores consideran que el niño puede emplear distintas estrategias en función de la estructura del problema, y por tanto, hay ciertas estrategias que modelan más claramente la acción implicada dependiendo del tipo de problema.

Expresan que los problemas de *Cambio 2* se ejemplifican mejor con la estrategia concreta de *Separación* y la verbal de *Conteo regresivo desde.*

Por lo que respecta a los problemas de *Cambio 3*, se modela mejor con la estrategia concreta *Añadiendo* y la verbal de *Conteo ascendente a partir de lo dado.*

Los problemas de *Comparación* se representan mejor con la estrategia concreta de *Apareamiento.*

Para los problemas de *Combinación* se presenta una dificultad, ya que no hay una estrategia que modele claramente la acción implicada en la estructura del problema; debido a que una de las dos cantidades dadas es un subconjunto de la otra.

Con respecto a las Estrategias Mentales de sustracción, Carpenter y Moser definen Hechos conocidos y Hechos derivados. Las aportaciones de De Corte y Verschaffel con respecto a las Estrategias Sustractivas, se centran particularmente en las Estrategias Mentales al considerar que hay tanto Hechos Conocidos como Derivados y tres estrategias para cada una:

Hechos conocidos sobre la sustracción. El niño evoca en la memoria, un hecho directo sobre la sustracción, con los 2 números. Ej. 13 - 8 = 5.

Hechos conocidos indirectos sobre la sustracción. El niño evoca de la memoria, un hecho conocido indirecto sobre la sustracción, con los 2 números del problema, (13 y 5). Ej. 13 - 8 = 5

Hecho derivado indirecto sobre la sustracción. Evocando hechos numéricos, el niño encuentra la respuesta, sustrayendo el número más pequeño (5) del más grande (12). Ej. 12 - 2 - 3 = 7

Hecho derivado indirecto sobre la sustracción. Evocando hechos numéricos, el niño encuentra la respuesta determinando que cantidad debe ser sustraída del número más grande (12) hasta obtener el más pequeño (5). Ej. 12 - 2 = 10, 10 - 5 = 5. La respuesta es 2 + 5 = 7.

Hecho derivado indirecto sobre la adición. Usando evocación de hechos numéricos, el niño encuentra la respuesta del problema determinando que cantidad del número más pequeño debe ser añadida para obtener el más grande(12). Ej. 5 + 5 = 10, 10 + 2 = 12. La respuesta es 2 + 3 = 7.

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

	Carpenter y Moser	
	Aditivas	Sustractivas
CONCRETAS	Agregando Apareamiento (agregando) Conteo Hacia Adelante	Separando De Separando Hasta Apareamiento(quitando)
VERBALES	Conteo Hacia Adelante	Conteo Hacia Atrás a partir de Conteo Hacia Atrás
MENTALES	Hechos Conocidos Hechos Derivados	
	De Corte y Verschaffel	
CONCRETAS	Separando De Separando Hasta Añadiendo Apareando	
VERBALES	Conteo Regresivo Desde Conteo Regresivo Hasta Conteo Ascendente a partir de lo dado	
MENTALES	Hecho Conocido directo sobre la sustracción Hecho Conocido indirecto sobre la sustracción Hecho Derivado directo sobre la sustracción Hecho Derivado indirecto sobre la adición Hecho Derivado indirecto sobre la sustracción	

Nota : Para mayor comprensión de los diferentes tipos de estrategias, remitirse a los anexos.

CAPITULO IV.

Antecedentes.

4.1 Investigación sobre las estrategias de conteo.

La investigación de la cual se desprende el presente trabajo, lleva por título "*Una investigación sobre el conocimiento etnomatemático de los conceptos de número y de las operaciones*".

Estuvo a cargo de la Sección de Matemática Educativa-Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Así como del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, (CONACYT). El período que comprendió fue de octubre de 1990 a abril de 1993. La directora del proyecto fue la Dra. Olimpia Figueras.

Se organizaron cuatro equipos de trabajo. Uno en el Distrito Federal y el resto en cada uno de los estados siguientes: Nayarit, Oaxaca y Veracruz. Las actividades realizadas por los cuatro grupos fueron las siguientes:

- Distrito Federal. Grupo integrado por ocho personas, incluyendo al Director del proyecto, con distintos perfiles académicos que tenían como sede a la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, (Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional) en la cual se desarrollan todas las actividades de diseño y desarrollo, recopilación bibliográfica y publicaciones, así como la organización general.

Debido a la amplitud de los temas que integran la problemática general del proyecto, se decidió dividir al equipo de trabajo en subgrupos de acuerdo a tres grandes tópicos que consideran componentes centrales de la investigación propuesta:

a) El número natural y las estructuras aditivas.

b) El número racional y las situaciones de reparto y partición.

c) La concepción del docente y su práctica.

Cabe mencionar que en los estados donde se desarrolló el proyecto, los subgrupos de trabajo realizaron las siguientes actividades: seminarios, elección de la muestra, contextualización de las entrevistas en términos del lenguaje empleado, calendarización de las actividades relacionadas con la toma de datos, y su vinculación con diferentes instituciones educativas.

Considerando que un problema serio que enfrenta la investigación en matemática educativa, es el de vertir los conocimientos que se han ido construyendo a través de estudios y resultados en el proceso de la educación matemática, surge un objetivo fundamental:

"Vincular la investigación la práctica docente y el diseño curricular"

Para lograr este objetivo, se diseñaron estrategias apropiadas que permitieron tomar en cuenta a los docentes en la investigación. En este sentido, se hizo un estudio sobre el desarrollo de la construcción de los conceptos del número (tanto natural, como fraccionario) y de las operaciones, así como también de los procesos de representación gráfica vinculados a la lengua escrita y a la matemática; partiendo del conocimiento etnomatemático y espontáneo de los niños.

Partiendo de lo anterior se generan dos tipos de metas:

- La primera, vinculada al desarrollo conceptual del niño.

- La segunda, en relación a la concepción del docente y su práctica.

Para alcanzar la meta vinculada con el desarrollo conceptual del niño se requería lo siguiente:

a) Comparar estrategias informales, vinculadas con los procesos de conteo y de partición- empleadas por los niños, de diversas edades y medios ambientes distintos, para resolver problemas verbales de adición y sustracción y de reparto.

b) Identificar las formas a través de las cuales los niños diferencian los usos y funciones de las grafías correspondientes a la notación matemática y las de la lengua escrita.

c) Identificar aquellas estrategias informales que pueden servir para fundamentar los métodos formales apoyados en símbolos, y los diversos significados de los números y las operaciones.

d) Describir y clasificar los códigos no convencionales de representación gráfica que utilizan los niños para comunicar sus modos de resolución de problemas aritméticos.

e) Describir y clasificar las estrategias informales apropiadas según los niveles ligados a los procesos de abstracción crecientes.

Con respecto a las metas referidas a la concepción del docente y su práctica se pretendía lo siguiente:

a) Identificar los significados asignados por los maestros, a los números (enteros y fraccionarios) y a las operaciones de adición y sustracción y de reparto.

b) Identificar las conceptualizaciones de los maestros, referidas a los dos sistemas de representación gráfica (notación matemática y lengua escrita); así como de la enseñanza de los mismos.

c) Describir los procesos de cambio de los maestros, a través de la participación activa en la investigación con los niños.

d) Identificar aquellos conocimientos de los maestros, en relación al desarrollo conceptual de los niños que puedan servir para fundamentar una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas.

e) Determinar las necesidades de los maestros, en relación a la estructura del diseño curricular que les permita poner a prueba una propuesta didáctica.

Es conveniente mencionar que el presente trabajo de investigación titulado "*Las estrategias de conteo y su empleo en la resolución de problemas verbales aditivos simples en los niños de preescolar, primer y segundo grado del estado de Nayarit*" se desprende de los resultados obtenidos en el subgrupo denominado "*El número natural y las estructuras aditivas*" de la investigación mencionada inicialmente.

Mi participación fue de marzo a septiembre de 1992, y se centró básicamente en la decodificación de datos así como en el análisis de los mismos.

CAPITULO V.

Metodología.

La presente investigación es de tipo cualitativo, pretendiéndose elaborar un análisis tanto de los mecanismos que intervienen, como de las conceptualizaciones elaboradas por parte de los niños, en función de los conceptos matemáticos de adición y sustracción, para resolver problemas verbales.

5.1 Características de la muestra.

- Sujetos: La muestra constó de 36 niños de distintas edades, cinco, seis y siete años, así como tres maestros de tres grados escolares diferentes: preescolar, primero y segundo grado de primaria. Los niños para cada maestro se eligieron al azar (tres niños y tres niñas).

- Zonas de población. En el Estado de Nayarit se seleccionaron jardines de niños y escuelas primaria (Instituciones oficiales) ubicadas en cuatro zonas distintas : urbana ventajosa, urbana marginal, rural e indígena.

Es conveniente mencionar que las instituciones de nivel preescolar y básico se eligieron aleatoriamente en función de los contactos de los miembros de la Red de Unidades Académicas del Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas (PNFAPM) que opera a través del Nodo Central adscrito a la Sección de Matemática Educativa.

5.2 Diseño de la muestra.

1 En relación con los maestros.

Fases de trabajo.

Primera sesión: Se hizo un taller que propició, la presentación del proyecto y la descripción del plan de trabajo, así como el abordaje de ciertos antecedentes que contribuyeron a la orientación de los maestros respecto al enfoque teórico y metodológico del proyecto.

Segunda sesión: Una pareja de investigadores, un entrevistador y un observador-registrador, trabajaron con el docente para comunicarle los lineamientos generales para que fuese un segundo observador.

Tercera sesión. El docente participó activamente en las seis entrevistas que se hicieron en su escuela, con los niños de su grupo.

Cuarta sesión. Al término de todas las entrevistas, el maestro participó en una sesión de comentarios y análisis, junto con el entrevistador y el observador, lo cual permitió enfatizar aspectos relevantes de la observación.

Quinta sesión. Se entrevistó individualmente al maestro después de su participación activa en el estudio.

II En relación con los niños.

A los niños elegidos para el estudio, se les hizo generalmente una entrevista individual aunque en otros casos se hacía paralelamente ya que participaban por parejas. Dicha entrevista se realizó en una o varias sesiones de 45 a 90 minutos cada una, dependiendo de la edad de los niños y su disponibilidad para responder; y constó de tres partes:

La primera parte, referida a una serie de actividades preliminares enfocadas a identificar ciertos aspectos en las respuestas de los niños. Consistían en lo siguiente:

En la primera actividad se hicieron preguntas como: ¿cuántos años tienes?, ¿cuántos hermanos tienes?, ¿hasta qué número sabes contar?, etc.

La segunda actividad tendiente a saber el grado de conocimiento que tienen los niños de la serie numérica y para ello se hizo que el niño participará en los juegos "La reina pide" , "¿Quién junta más?.

Por su parte, la tercera actividad estaba encaminada a identificar si el niño comprende que un conjunto de elementos se incrementa con la acción de añadir ó se decrementa con la de quitar. Para esto, se colocaron en un recipiente algunos objetos y después otros más (o menos) para así preguntar al niño ¿cuántas fichas hay en el vaso?.

La cuarta actividad se centró en conocer si el niño relaciona la palabra "cuántas" con la cardinalidad de un conjunto. Para esto, se contó un número determinado de fichas y se colocaron en un recipiente, preguntándole al niño: ¿cuántas fichas hay en la taza?

La quinta actividad se diseñó para identificar sí el niño reconoce o no que simultáneamente al aumentar se incrementa la cantidad y al quitar se decrementa ésta. Se colocaron dos recipientes y en uno de ellos una cierta cantidad de objetos. Las fichas se van pasando de una en una, de un recipiente a otro. Los objetos se pueden pasar de dos en dos o de tres en tres.

Es importante destacar que con el propósito de registrar las observaciones referidas a las actividades antes citadas, se realizó un instrumento en donde se explicaba al entrevistador, la finalidad de la actividad así como en qué consistía ésta, acompañada de una serie de opciones consideradas como posibles respuestas de los niños, además de un espacio para realizar observaciones.

La segunda fase de la entrevista se centró básicamente en la identificación de estrategias de conteo en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción. Su objetivo era observar las relaciones que el niño encontraba entre la estrategia para resolver un problema verbal y el tamaño o número obtenido en la respuesta de éste.

Finalmente, la última parte de la entrevista se enfocó a conocer los modos de representación que los niños encuentran para graficar las nociones matemáticas puestas en juego, así como el uso de la lengua escrita en diferentes situaciones contextualizadas.

5.3 Compilación de datos.

Se empleó el método clínico para conocer los diferentes niveles de representación, las categorías de errores y principalmente las estrategias empleadas, para así conocer los procesos cognitivos que se manifiestan en la ejecución de los niños cuando realizan tareas aditivas. Debido a que los procedimientos empleados en los problemas verbales involucran una gran variedad de situaciones como:

- Pedir explicaciones verbales (de manera individual o por pareja) acerca de cómo se resolvió el problema.

- -Facilitar objetos o materiales concretos que propicien el modelaje del problema para resolverlo.

- Repetir el enunciado verbal para corroborar si entiende la función de las cantidades implicadas en el problema.

Nota:

Las entrevistas se videograbaron con la finalidad de facilitar la observación y el análisis; el cual fue de tipo cualitativo debido a que se pretendía identificar los mecanismos que intervienen como efecto de la estructura semántica, en la estrategia utilizada por el niño para resolver problemas verbales aditivos simples.

5.3.1 Procedimiento.

Durante cada entrevista se aplicaron a cada niño 9 problemas (uno representativo de cada tipo de problema). Sin embargo, debido a que se sentaban por parejas ante el entrevistador, era difícil evitar que sólo uno participara y muchas veces lo hacían simultáneamente. Esto dificultaba determinar si la respuesta dada estaba influenciada por el compañero. En otras ocasiones, debido a su disposición o a los factores externos que pudieran incidir en su respuesta, se reducía el número de aplicaciones de problemas. Siempre se aplicaban primero los cuatro problemas de adición y después los cinco de sustracción.

Al momento de la entrevista, se tenían disponibles objetos pequeños (canastitas, jarritos, etc.) y dos muñequitos de cartón sobre la mesa que representaban a Juanita y Pepito (mencionados en el enunciado del problema) para que los niños los utilizaran como ayuda al resolver los problemas, aunque no era obligatorio que lo hicieran.

Cada problema era leído en voz alta por el entrevistador, y se pedía al niño que hiciera las siguientes tareas:

- Resolverlo.

- Explicar y justificar la estrategia de solución.

- En caso necesario elaborar una representación concreta de la historia, usando tanto los muñequitos representativos de Juanita y Pepito, como objetos.

Si el niño no era capaz de resolver el problema solo, el entrevistador le facilitaba cierta ayuda, la cual consistía en lo siguiente:

- Releer el problema.

- Sugerir el uso de objetos.

- Señalar un error en el conteo o en la operación aritmética llevada a cabo.

Si el niño de todas maneras no daba con la respuesta correcta al problema, el entrevistador, leía el problema oración por oración y pedía al niño que después de cada oración, representara la situación con los objetos disponibles. Todas las entrevistas que se usaron para la resolución de los problemas verbales se consideraron para el análisis, ya que si bien el interés se centraba en aquellas en donde el niño no recibía ayuda, las otras respuestas eran importantes en la medida que permitían complementar el estudio en otros sentidos. Por ejemplo: ¿cuáles eran los problemas que requerían más ayuda? , ¿qué tipo de ayuda era la que se proporcionaba con mayor frecuencia?.

5.4 Transcripción de datos.

Para esta fase se requirió la participación de estudiantes o pasantes en el área de educación de instituciones como: Universidad Nacional Autónoma de México, Universidad Pedagógica Nacional, Escuela Normal de Maestros, entre otras. Los participantes deberían estar interesados en realizar trabajos de investigación en esta problemática en particular.

Como parte introductora, se facilitaron lecturas del tema que permitieron a los interesados involucrarse con éste. Las lecturas fueron hechas primero de forma individual y después de manera colectiva. Seguidamente, se dió a cada participante dos videocassettes de un sólo estado con la finalidad de realizar las transcripciones de todo lo videograbado en ellos.

Con deseo de unificar los criterios en cuanto a lo transcrito, se uso un formato con las siguientes características:

La hoja debía estar dividida en dos partes de manera que del lado izquierdo quedara lo dicho por la entrevistadora y del lado derecho la correspondiente al niño, todo esto en forma dialogada.

En el lado superior derecho se debía anotar el número de página acompañado de la clave asignada al niño en función del Estado al que pertenece, zona, grado, edad y orden en que se aplicó la entrevista. Para cada problema, se empleó un formato, siendo un total de 9 formatos por cada niño.

Ejemplo: NUP16-145

La letra N indica que pertenece al Estado de Nayarit.
Las letras UP corresponden a la zona urbana privilegiada.
El número 1 indica el primer grado.

El número 6 indica la edad.
Y el número 145 expresa el orden en que se le aplicó la entrevista.

En el lado superior izquierdo se anotaba el tipo de problema y la estrategia empleada para la resolución de éste.

La identificación de la estrategia de solución de los niños, se basó en la conducta externa del proceso de resolución (movimiento de los dedos, manipulación de objetos, susurros, etc.) o en las respuestas de los niños a preguntas posteriores del entrevistador: ¿me podrías decir cómo resolviste el problema?, ¿contaste hacia adelante o hacia atrás?, ¿con qué número empezaste?, etc.

Finalmente, después de la transcripción se podía anotar las observaciones que se consideraban pertinentes.

Nota:

Las principales categorías de estrategias que se consideraron para el presente análisis aparecen en los anexos.

5.5 Vaciado de datos.

Después que se realizó la transcripción de las entrevistas, se procedió al vaciado de datos en una serie de cuadros con diferentes características, las cuales se explican a continuación.

El cuadro de Frecuencia De Lectura Textual De Los Problemas Aditivos: es un concentrado global de todos los casos y todos los problemas y sirve para identificar las respuestas correctas, incorrectas, además de los casos en que no se aplicó dicho problema. Indica también las situaciones en que se dió la lectura textual del mismo.

El cuadro llamado Consistencia Entre Respuesta Y Justificación (Concentrado Individual), señala individualmente y por cada problema: números empleados, respuestas correctas, incorrectas, etc. Incluye además un apartado referido a la justificación (correcta, incorrecta, no hubo) en donde se pretende identificar si existe congruencia entre la respuesta dada y el porqué de esta; ya que algunas ocasiones el niño da la respuesta pero no es capaz de explicar como obtuvo el resultado.

El cuadro de Consistencia Entre Respuesta Y Justificación (Concentrado Global): reúne por problema los mismos datos antes mencionados y añade el que se refiere a la comprensión de la estructura del problema, que a su vez se divide en dos aspectos: si se dió la comprensión especificando si fue con ayuda (tipo de ayuda) o no; y si no se respondió o no se identifica.

El cuadro referido a Frecuencia De Éxito En La Resolución De Problemas Aditivos, están integrados los 9 tipos de problemas y es también un concentrado global de todos los casos. Consta de dos partes. La primera referida a las características de la respuesta. La segunda referida a la comprensión del problema. Los datos que se añaden a diferencia de las tablas anteriores son: a cuántos intentos se da la respuesta correcta y la frecuencia de aplicación.

El cuadro denominado Palabras Empleadas Para Ampliar O Explicar El Texto Del Problema: es una por cada tipo de problema y ejemplifica la forma de lectura y modificaciones hechas al texto del problema así como la influencia de éste, en la respuesta y comprensión en su resolución.

El siguiente grupo de cuadros muestra la relación entre el tipo de problema y la estrategia empleada en la resolución del mismo.

El cuadro de estrategias de adición reúne los 4 problemas de este tipo, así como las estrategias posibles empleadas en la resolución de dichos problemas; las cuales se dividen en concretas, verbales, mentales. Otra parte del cuadro incluye los casos en que no logró resolverse el problema, no se aplicó, no se identifica la estrategia, etc.

El cuadro de estrategias sustractivas contiene los 5 tipos de problemas correspondientes además de los datos antes citados.

Nota:

Es importante señalar que algunos de los cuadros mostrados anteriormente se debieron reducir de tamaño para poder incluirlos en el presente trabajo.

5.6 Análisis de datos.

Los objetivos de la presente investigación son:

- Identificar el tipo de estrategia y su vinculación con las características del tipo de problema.
- Comparar las estrategias informales relacionadas con los procesos de conteo usadas por los niños de diversas edades y medios ambientes distintos, para resolver problemas verbales.
- Describir y clasificar las estrategias informales apropiadas según niveles ligados a los procesos de abstracción crecientes.

Para el análisis de la información concentrada en los cuadros, se tomaron dos aspectos fundamentalmente. Por un lado, los aspectos concernientes a las respuestas correctas e incorrectas así como la comprensión de las mismas en relación con el tipo de problema. Y por el otro, la elección de la estrategia y su vinculación con el tipo de problema.

Para el primer aspecto se procedió a realizar un análisis de cada tipo de problema aditivo: *Combinación*, *Cambio 1*, *Comparación 3*, *Cambio 6*, *Cambio 2*, *Combinación 2*, *Comparación 1*, *Cambio 3*, *Igualación 1*, tomando en consideración primero, la frecuencia de respuestas correctas, incorrectas o ausencia de ellas. En los casos donde se respondió correctamente se específica a cuantos intentos se hizo. Además se menciona el tamaño de los números empleados en el texto del problema.

El segundo elemento importante, fue el relativo a la comprensión del problema especificándose si se hizo, con ayuda (modificaciones hechas en la lectura del problema usando palabras más familiares para el niño o el uso de algún material concreto) o sin ayuda, así como el tamaño de los números utilizados. Detallándose también, si no se comprendió el problema o no se identifica y la posible causa de ello.

Es necesario señalar que el aspecto concerniente a la comprensión, sirvió para identificar más claramente el grado de dificultad del problema teniendo como referencia lo que previamente habían dicho de ellos, los autores Carpenter y Moser, De Corte y Verschaffel, así como Riley, Heller y Greeno.

Para observar la vinculación entre la estrategia empleada en la resolución y el tipo de problema se consideró lo siguiente:

a) Estrategias (concretas, verbales, mentales) más empleadas en función del tipo de problema.

b) Relación entre el grado escolar y la frecuencia de uso de determinada estrategia.

c) Adecuación de la estrategia elegida con el tipo de estructura semántica del problema.

Así pues, para el análisis se utilizaron los elementos antes citados aunados a las consideraciones de los autores referidos con respecto a las estrategias empleadas en función del tipo de problema aditivo.

Con la finalidad de elaborar las conclusiones de dicho trabajo de investigación, se procedió a reunir los resultados del análisis antes referidos en tablas, con las siguientes características:

- Problemas aditivos (adición y sustracción) y el porcentaje de respuestas correctas.

Dicha tabla concentra la información referida a las respuestas correctas en función del porcentaje y tipo de problema.

- Problemas aditivos (adición y sustracción) y el grado de comprensión.

Esta tabla engloba los datos vinculados a la comprensión del problema y están citados en función del porcentaje y tipo de problema.

- Frecuencia de estrategias concretas, verbales y mentales empleadas en la resolución de problemas verbales aditivos simples.

La información que reúne los tres grados escolares (primero preescolar, primer grado, segundo grado) y su vinculación con la frecuencia de empleo de las estrategias concretas, verbales y mentales.

- Los tres grados escolares (preescolar, primer y segundo grado de primaria) y la elección de estrategias aditivas.

Cuyos cuadros están organizados en relación con el tipo de problema y la frecuencia de uso en las estrategias concretas, verbales y mentales. El primero, se refiere a los problemas resueltos con suma y el otro con resta.

Nota:

Para mejor comprensión de lo antes expuesto revisar la segunda parte del presente trabajo (inciso c) en donde aparecen las tablas referidas y una explicación de los datos que contienen.

5.7 <u>Dificultades en la obtención y análisis de datos.</u>

Se considera necesario citar las dificultades que se debieron sortear tanto en aspecto de la toma de datos, así como el referido al análisis de los mismos. Esto con la finalidad de proporcionar mayores elementos que permitan conocer, más profundamente el trabajo realizado en la presente investigación.

Tomando en cuenta que las entrevistas que se realizaron a los niños, debían llevarse a cabo en algunas escuelas de las ciudades (Nayarit, Oaxaca, Veracruz), fue necesario improvisar aulas que pudieran servir para la finalidad antes señalada. Debiéndose preparar tanto el material auditivo como visual para poder videograbar la entrevista.

Sin embargo, cuando el equipo debió trasladarse a las comunidades rurales e indígenas, los problemas aumentaron. Ya que en muchas ocasiones eran lugares que se encontraban alejados de la ciudad y por tanto carecían de recursos que pudieran facilitar el trabajo.

En muchas ocasiones no se contaba con un espacio disponible para realizar la entrevista y por ello se debía arreglar un lugar que sirviera para tal efecto. Usándose así sitios al aire libre, los cuales presentaban los siguientes inconvenientes:

- Primero, el niño estaba propenso a distraerse con facilidad ya que había un gran número de factores que pudieran propiciar esto, repercutiendo así en su concentración y en el éxito de la resolución de la actividad en cuestión.

- Segundo, muchas veces la videograbación de la entrevista no era de la calidad que se deseaba debido a fallas tanto en el aspecto audio como de video. Sumándose a esto que en ocasiones se grabaron ruidos de animales o de voces de personas de la comunidad que estaban presenciando la entrevista.

Otro factor que en algunas situaciones causó dificultades fue el hecho de que los niños a los que se aplicaba la entrevista pertenecientes a comunidades no entendían lo que se les solicitaba debido a que manejaban una lengua nativa. En estos casos la misma pareja del niño desempeñaba el papel de intérprete.

En muchas ocasiones, al momento de realizar las transcripciones correspondientes a cada entrevista, era difícil obtener la información de las videograbaciones debido a que frecuentemente el audio no tenía el suficiente volumen o estaba viciado al mezclarse con otros ruidos, lo cual dificultaba el trabajo de transcripción.

Alguna veces era difícil ser lo más objetivo posible al momento de la transcripción de datos, debido a que no se observaba claramente las acciones de los niños y por ello se debía interpretar lo mejor posible dichas situaciones.

Cuando las preguntas se hacían paralelamente a los niños, éstos tendían a responder al mismo tiempo, o uno antes que otro. Propiciando que fuese difícil determinar si la respuesta de ambos había sido espontánea, o una había inducido a la otra.

SEGUNDA

PARTE

A. Grado de dificultad del problema y su comprensión en la resolución del mismo

COMBINACION 1

Juanita tiene 4 (8) canastas.
Pepe tiene 3 (10) canastas.
¿Cuántas canastas tienen los dos juntos?

Frecuencia de aplicación:		35
Respuestas:		
	correctas:	33
	incorrectas:	1
	no hubo:	1
Comprensión:		
	sin ayuda:	26
	con ayuda:	4
	no hubo:	2
	no se identifica:	3

El problema se aplicó a 29 niños de los cuales a 6 se realizaron dos aplicaciones con números menores y mayores de 10, dando así un total de 35 aplicaciones. Se obtuvo la mayor parte de respuestas correctas, 20 al primer intento y 13 al segundo intento, debiéndose esto quizá a que más fácil obtener el valor de la *Combinación* cuando se tienen dos conjuntos disjuntos y se pide el valor del todo, tal como lo menciona Riley, H. y Greeno (1983).

Hubo además una respuesta incorrecta, la cual correspondió a Isabel de preescolar, quien al inicio se mostró inquieta y a pesar de la ayuda que se le brindó no logró la resolución del problema. Cabe mencionar que conforme se le fueron aplicando otros problemas, fue mejorando su participación.

El caso en donde no se obtuvo respuesta, correspondió a Javier de primer grado de la zona indígena, el cual se mostró poco interesado, además de que en algunas ocasiones respondió influenciado por su compañera.

Resultó ser un problema fácil pues se observó en 30 ocasiones, 26 de las cuales, no requirieron ayuda. Tal parece que para los niños, era muy obvio que lo que se les preguntaba era el valor de la *Combinación* de ambos conjuntos, lo cual se ejemplifica a continuación:

S A M A N T A (2o. Grado)

E: Juanita que es una niña, tiene 8 canastas y Pepito tiene 3 canastas, fíjate bien ¿cuántas canastas tienen los dos juntos?

N: 11

E: ¿Por qué piensas que son 11?, ¿por qué crees?

N: Porque Juanita tiene 8 y Pepito tiene 3

E: Y son 11. Sí 8 y 3 son 11

N: (Asiente que sí)

E: Muy bien.

Cabe mencionar que también hubo niños que si requirieron ayuda, y por ello la entrevistadora tuvo que recurrir al modelaje del problema, dando tiempo a los niños para que colocaran objetos al lado de los muñecos representativos de Juanita y Pepito. En otros casos (minoría) se leyó el problema a la pareja de niños y así ambos iban encontrando la respuesta.

Las frases características de éste problema fueron "¿cuántas tienen los dos juntos?", "¿cuántas tienen por todos?", "¿cuántas tienen entre los dos?". Otra variable que intervino fueron los números utilizados en la aplicación del problema, los cuales fueron en su mayoría menores de 10 y aunque algunas veces se emplearon números mayores. Esto fue un aspecto incidental y no controlado, ya que en ciertas ocasiones la entrevistadora era la que decidía cambiar los números, por pequeños o grandes dependiendo del desenvolvimiento del niño.

Por otro lado, hubo dos casos en que a pesar de la ayuda brindada no se logró comprender la estructura del problema. Estos corresponden a la niña que dió la respuesta incorrecta y el otro, al niño que no logró la resolución del problema.

Hubo además tres respuestas en donde no se identificó la comprensión, esto porque dichos niños se veían influenciados por la respuesta de sus compañeros.

CAMBIO I

Juanita tenía 5 (6) jarritos.
Pepe le dió 4 (9) jarritos más.
¿Cuántos jarritos tiene ahora?

Frecuencia de aplicación:		25
Respuestas:		
	correctas:	23
	incorrectas:	2
	no hubo respuesta:	0
Comprendieron:		
	sin ayuda:	17
	con ayuda:	6
	no hubo:	1
	no se identifica:	1

Fueron 25 aplicaciones, de las cuales en 23 casos se dió una respuesta correcta, 16 en el primer intento y 7 en el segundo. Este dato concuerda con Carpenter y Moser (1982), y De Corte y Verschaffel (1987) ya que ellos también encontraron que es uno de los problemas que ofrece menor grado de dificultad, siendo una de sus características, el que se den los conjuntos inicial y de *Cambio*, y lo que se busca es el resultado, lo cual parece indicar que facilita la respuesta.

Con respecto a las respuestas incorrectas, éstas fueron 2 y correspondieron a niños de primer grado. En un caso la niña no comprendió la estructura del problema, a pesar de que en repetidas ocasiones su compañero le indicaba lo que tenía que hacer. Además se mostró muy inquieta y con poco interés, siendo dichos factores los que influyeron en sus respuestas erróneas. En relación con la respuesta incorrecta, hubo un niño a quien no le quedó claro que era lo que se le pedía, debido quizá a que él pertenecía a la zona indígena y en muchas ocasiones tenía que recurrir a la ayuda de su compañera que era la que le daba indicaciones en su lengua.

Se caracterizó por ser un problema accesible, ya que del total de respuestas correctas, en 17 aplicaciones se observó la comprensión satisfactoria del problema y sólo en 6 casos se tuvo que proporcionar alguna ayuda que fue desde la repetición textual del problema, hasta la utilización de muñequitos representativos de Juanita y Pepito, y la modificación del enunciado en un caso. Se observó además el uso de palabras o frases que probablemente influyeron en la comprensión, tales como: le dió, le regaló, dénselos. Con respecto a lo antes mencionado se presenta un ejemplo para apreciar mejor el tipo de ayuda que se brindó.

C E C I L I A (Preescolar)

E: Los niños fueron a buscar otros juguetes y encontraron unos jarritos, pero les dijo su mamá que no los iban a agarrar todos. Blanca Nieves nada más tiene que agarrar 5 jarritos y Pepito le tiene que dar 4 jarritos, después ¿sí?

(Da tiempo a que Cecilia tome jarritos y los coloque al lado de Blanca Nieves y prosigue) y dijo "*no, pero los juguetes yo no los juego, mejor se los voy a regalar a Blanca Nieves, entonces ¿cuántos jarritos tiene ahora Blanca Nieves?*".

Lo anterior muestra cómo en algunas ocasiones se tuvo que repetir el problema o hacer modificaciones para facilitar su resolución.

En la mayoría de los casos el problema se aplicó con números menores de 10 y en una minoría con números mayores de 10, sin embargo, tal parece que éste factor no jugó un papel decisivo ya que en ambos casos se obtuvieron respuestas correctas.

Con respecto a la respuesta en donde no se comprendió la estructura, esta corresponde a Lourdes, ya que como se mencionó anteriormente a pesar de la ayuda de su compañero, no logró la resolución del problema.

Por su parte, el caso en el que no se identifica la respuesta, se refiere a la otra respuesta incorrecta ya que no se pudo observar claramente si el niño comprendió el problema debido a que se vió influenciado por la respuesta de su compañero. Esto porque en algunas ocasiones se hizo la entrevista a dos niños simultáneamente y por lo tanto es difícil determinar cuánto influye la respuesta del niño que responde primero.

COMPARACION 3

Juanita tiene 4 (7) globos.
Pepe tiene 3 (5) globos más que Juanita.
¿Cuántos globos tiene Pepe?

Frecuencia de aplicación:		25
Respuestas:		
	correctas:	16
	incorrectas:	9
	no hubo:	0
Comprensión:		
	sin ayuda:	2
	con ayuda:	13
	no hubo:	9
	no se identifica:	1

Se aplicó 25 veces, de las cuales 16 fueron respuestas correctas, pero no reflejaron necesariamente que los niños entendieran la relación implicada entre los conjuntos, lo cual se ejemplifica a continuación:

B R I S E I D A (2o. Grado)

E: Fíjate bien. Ahora son unos niños Juanita y Pepito, pero ahora Juanita tiene 7 juguetes y Pepe tiene 3 más que Juanita. ¿Cuántos juguetes tiene Pepito?

N: (Permanece callada y no hace nada)

E: Se los voy a volver a leer. Juanita tiene...¿cuántos tiene Pepito?

N: 3

E: ¿Por qué dices que tiene 3?

N: Porque Pepito tiene 3

E: 3 más que Juanita. A ver, fíjate bien, piensa

N: Son 3 porque Juanita tiene 7

E: (Sugiere que tome objetos para representar el problema)

N: (Empieza a tomar globos)

E: A ver, ¿cuántos tiene Pepito?

N: (Toma 10 canastas, las coloca en hilera y hace dos grupos. Uno con 7 canastas y otro ligeramente separado con tres cuenta éstas últimas y concluye). Tiene 3

E: Más que Juanita. Entonces ¿cuántos tiene?

N: 10

E: 10 ¿por qué mi hija?

N: Porque los dos juntos forman 10

E: Los dos juntos forman 10, muy bien

Como se puede observar, la niña dió la respuesta correcta. Sin embargo, no fue clara para ella la estructura semántica del problema y resolvió éste con una estrategia que no representa las relaciones implicadas en el mismo, sino más bien las de un problema de *Combinación I.*

Fue un problema difícil, ya que del total de aplicaciones sólo en 15 se obtuvo la comprensión de éste. En dos casos no se requirió ayuda y en las 13 restantes si; la cual consistió en el modelaje del problema, el uso de muñequitos representativos de Juanita y Pepito, además de ciertas frases que facilitaron la comprensión como: más que y le dió. A éste respecto es necesario mencionar que en algunas ocasiones se debió modificar la estructura del problema para obtener la resolución. Esto se muestra a continuación:

E L S A (2o. Grado)

E: Juanita tiene 7 globos y Pepito tiene 3 globos más que Juanita ¿Cuántos globos tiene Pepito?

N: (Ve sus dedos de la mano izquierda) 3

E: 3, ¿se los vuelvo a leer? Juanita tiene...¿cuántos globos tiene Pepito?

N: (No hace nada)

E: Fíjense bien, ¿no quieren globos?...(espera a que tome objetos). ¿Se los vuelvo a leer? Juanita tiene ahora jarritos, luego Pepito le da 3 más ¿cuántos tiene?

N: (Acomoda sus jarritos)

E: ¿Cuántos jarritos?

N: 10

E: ¿Cómo le hiciste? A ver platícame fuerte

N: Los conté

E: ¿Y cuántos fueron?

N: (Los coloca en dos hileras y cuenta de uno en uno hasta 10, los restantes los aparta)

E: Te habían sobrado éstos

N: (Separa 3 y asiente)

E: Bueno creo que sí.

De lo anterior podemos concluir que éste problema fue difícil para los tres grados escolares a quienes se aplicó, quizá porque en la estructura semántica de éste se expresa una relación estática entre ambos conjuntos y al parecer para los niños no era evidente tal situación y por ello cuando se les preguntaba "*¿cuántos globos tiene Pepe?*", lo que respondían era 3 globos, sin comprender que eran 3 globos más que Juanita.

A este respecto Riley, Heller y Greeno expresan que la dificultad de este problema radica en que "*los niños carecen de los esquemas de acción que se requieren para planear el problema...Ya que implica crear dos conjuntos que se van a comparar. A continuación, aparear. Para luego, obtener el resto, e identificar, la diferencia entre los dos conjuntos*".[7]

[7] Riley, Greeno Heller. Desarrollo de la habilidad de los niños, para la resolución de problemas aritméticos. E.U.U.U. 1983. Pag. 30.

CAMBIO 6

Juanita tenía algunos sombreros.
Le dio 5 (7) sombreros a Pepe.
Ahora Juanita tiene 2 (12) sombreros.
¿Cuántos sombreros tenía Juanita al principio?

Frecuencia de aplicación:		24
Respuestas:		
	correctas:	20
	incorrectas:	4
	no hubo:	0
Comprendieron		
	sin ayuda:	9
	con ayuda:	9
	no hubo:	4
	no se identifica:	2

Las respuestas correctas fueron 20, de las cuales 7, se dieron al primer intento y 13 al segundo , lo cual indica que a pesar de las características del problema si se pudo resolver. Sólo en 4 casos hubo respuesta incorrecta. Esto se debe probablemente a que se desconocía el conjunto inicial, lo cual le causa más conflicto al niño pues tiene que realizar hipótesis acerca de cual era la cantidad que falta; acción que muchas veces se ve imposibilitada de realizarse debido al grado de desarrollo conceptual en que se encuentra. Además ésta vinculado con el hecho de que en éstos 4 casos específicamente no se comprendió la relación implicada en el problema, lo cual se muestra en el ejemplo siguiente:

LOURDES (1o. Grado)

E: Juanita tenía algunos palitos, luego le dio 3 palitos a Pepito, ahora le quedan 5 palitos ¿cuántos palitos tenía?

N: 5 palitos

E: A ver. Juanita tenía 3... palitos luego le dio 5 palitos a Pepito, ay, ya me equivoque, ahí va otra vez, Juanita tenía algunos palitos, luego le dio 3 palitos a Pepito, ahora le quedan 5 palitos a Juanita"

N: (Repite) 5 palitos

E: ¿Cuántos palitos tenía Juanita?

N: 1

E: ¿Cómo sabes que 1, eh?

N: 1

E: Bueno tenía 1

En general, la niña a la que se aplicó el problema anterior, se caracterizó por su falta de participación y concentración, ya que se distraía con facilidad y muchas veces era guiada en su respuesta por su compañero. Así pues, en éste caso se ejemplifica claramente que su respuesta es resultado de su falta de comprensión, pareciendo que sólo dice un número por dar una respuesta.

Cambio 6 es considerado uno de los problemas más difíciles para Riley, porque en su estructura se enuncia el conjunto de cambio y el resultado, siendo la incógnita el conjunto inicial. Sin embargo, se obtuvieron resultados satisfactorios, ya que de las 24 aplicaciones, en 18 de ellas hubo comprensión del problema, y en 9 de estas no se brindó ayuda, debido a que para los niños era claro lo que se requería. Por ejemplo:

SANTOS (2o. Grado)

E: Juanita tiene algunos juguetes, luego le dio 5 a Pepito, ahora Juanita tiene 12 juguetes. ¿Cuántos juguetes tenía al principio?

N: (Voltea a ver sus dedos de la mano izquierda y pregunta). ¿5 le dio a Pepito, verdad?. (Hace pausa). ¿y cuántos tenía?, ¿12?. (Cuenta al parecer a partir del segundo sumando y agrega 4 dedos más en vez de 5, concluyendo que son 17. Su conteo fue de uno en uno)

E: ¿Por qué dices que tenía 17?

N: Porque los conté

E: Lo voy a volver a leer: "Juanita tenía algunos juguetes, luego le dio 5 juguetes a Pepito, ahora Juanita tiene 12 juguetes ¿cuántos juguetes tenía al principio?. Hazlo con juguetes, haber si sale lo mismo

N: Tenía 12, tenía...

E: No, yo dije que tenía algunos, le da 5 a Pepito y ahora tiene 12 ¿cuántos tenía al principio?

N: (Hace primero un conjunto de jarritos de 12 y agrega 4 más, concluye que son 17. Cabe mencionar que a pesar de que contó mal 13, 14 15, 17; su respuesta es correcta)

E: 17 muy bien.

En 9 casos si se brindó ayuda, la cual fue desde la repetición textual del problema, hasta la utilización de muñequitos y la modificación en algunos casos del enunciado.

Los niños de preescolar requirieron los muñequitos representativos de Juanita y Pepito, ya que por medio de ellos les era más fácil representar la acción implicada en el problema. Las dos frases más usadas en la aplicación fueron: "tenía antes", "¿cuántas le quedaron?". Es importante agregar que los niños se desempeñaron favorablemente tanto con números pequeños como con grandes.

Los niños que no comprendieron, fueron 4 y de ellos hubo algunos que a pesar de dar una respuesta correcta su comprensión no era satisfactoria. Por otra parte, sólo en 2 casos no identificó si se dió la comprensión, ya que la entrevista se hacia al mismo tiempo a dos niños y por tanto era difícil definir si se había comprendido realmente, o la respuesta de alguno de los dos era inducida por el compañero.

CAMBIO 2

Juanita tenía 9 (17) cucharas.
Le dio 5 (8) cucharas a Pepito.
¿Cuántas cucharas tiene ahora Juanita?

Frecuencia de aplicación:		22
Respuestas:		
	correctas:	19
	incorrectas:	2
	no hubo:	1
Comprensión:		
	sin ayuda:	8
	con ayuda:	10
	no hubo:	3
	no se identifica:	1

Su frecuencia de aplicación fue de 22, de las cuales, a dos niños se hizo una segunda aplicación, una con números grandes y otra con pequeños. En 19 ocasiones se dio respuesta correcta, 8 al primer intento y 11 en dos o más intentos, lo cual probablemente se debió a que es un problema en donde se dan los dos conjuntos, inicial y de cambio; siendo el resultado la incógnita, caracterizándolo como uno de los problemas de sustracción más fáciles de resolver. Además, la relación que se establece entre los conjuntos es dinámica, lo cual podría propiciar que para los niños fuera más fácil comprender la estructura semántica del problema. A continuación se muestra un ejemplo en donde se comprende rápidamente la estructura:

SAMANTA (2o. Grado)

E: Juanita tenía 9 juguetes, le dio 5 a Pepito, ¿cuántos juguetes tiene ahora Juanita?

N: (Escucha y después pregunta) ¿cuántos tenía Pepito?...Se queda con 4

E: Se queda con 4, ¿por qué mi hija? A ver, ¿cómo le hiciste? ¿cuántos le quedaron?

N: 4

E: ¿Por qué mi hija?

N: Porque a Pepito le dio 5

E: ¿Y cuántos tenía primero Juanita?

N: Tenía 9

E: 9. ¿Cómo le hiciste, a ver, quiero ver?

N: Tenía 9... le dio 5 a Pepito y le quedaron 4.

En el ejemplo anterior, se muestra como el problema fue resuelto rápidamente ya que al parecer para la niña, era obvia la relación implicada ya que dijo: "*Tenía 9... le dió 5 a Pepito y le quedaron 4*".

Sin embargo, a pesar de lo fácil que resultó dicho problema, en dos ocasiones hubo respuestas incorrectas y en otra no hubo respuesta. En éste caso en particular se apreció que el niño que no respondió, se caracterizó por su falta de participación y concentración. Además en muchas ocasiones parecía que no comprendía que era lo que se le estaba pidiendo, teniendo la entrevistadora que recurrir a la compañera del niño para que le repitiera nuevamente los datos.

Es importante agregar que éstos dos niños pertenecían al grupo indígena y a pesar que el niño hablaba español, en ocasiones su compañera debía repetirle el problema en su lengua, siendo éste un factor que quizás haya influido de alguna manera en su comprensión.

La comprensión se dio en 18 ocasiones, de las cuales en 8 no se requirió ayuda y en las 10 restantes si se proporcionó. En algunos casos se recurrió a la repetición textual del problema y en otras, se decía el problema esperando que el niño acomodara objetos respectivamente a Juanita y Pepito para ir representando las cantidades del problema. Las frases que de alguna manera ayudaron un poco en la comprensión fueron, "¿cuántas le quedaron?", "le regaló", "le dió". En el siguiente problema se ejemplifica el tipo de ayuda que se proporcionó:

S A N T O S (2o. Grado)

E: Juanita tenía 15 juguetes le dio 6 a Pepito, (acerca objetos)
¿Cuántos tiene ahora Juanita?. Tenía 15, le da 6. Ahora ¿cuántos tiene?

N: 22

E: Fíjate bien, te lo voy a volver a leer, ¿eh?
Juanita tenía 15 juguetes, de esos 15 le dió 6 a Pepito ¿ahora cuántos tiene Juanita?, ¿cuántos le quedaron?

N: (No sabe que hacer, se muestra inquieta)

E: (Invita a que tomen objetos)

N: ¿15 juguetes?

E: Tenía 15 juguetes

N: (Cuenta jarritos de uno en uno hasta formar un conjunto de 15 y pregunta) ¿le dieron 6?

E: A ver, ¿éstos ya no los ocupas? (retira objetos que sobran)

N: (Cuenta nuevamente su conjunto de 15 objetos de uno en uno) ¿y cuántos le dio...? 6

E: 6 le dió a Pepito

N: (Separa 6 objetos de su conjunto de 15 cuenta los restantes. Concluye diciendo 10, al parecer se equivoca al contar ya que en realidad son 9)

E: 10 ¿segura?, 10 le quedaron. Tenía 15, verdad y le regaló a Pepito 6 ¿le dieron cuántos?

N: (Duda)

E: ¿No quieres contar de nuevo?

N: (Empieza a contar aparentemente todos los objetos y hace un solo conjunto)

E: A ver ¿cómo le hiciste tú?, ¿cuántos me dijiste que eran?.

N: 15

E: A ver, ¿le vas a quitar?

N: 6 (cuenta 6 objetos de uno en uno y separa del resto)

E: ¿Cuántos le quedaron?

N: (Cuenta los objetos restantes de uno en uno y dice 9)

E: ¿Y por qué le quedaron 9?

N: Porque le quite 6

E: ¿Y cuántos eran al principio?

N: 15

E: Muy bien.

En el ejemplo anterior se muestra que se recurrió al modelaje del problema y la utilización de ciertas frases para facilitar la comprensión y llegar así a la resolución.

Los números utilizados fueron en la mayoría de los casos menores de 10 y en algunas ocasiones mayores, en donde fue requerida cierta ayuda, lo cual no ocurrió cuando fueron números pequeños.

Hubo tres casos en que no se comprendió el problema y otro en donde no sé identificó si se dió la comprensión debido a que la entrevista se aplico a dos niños al mismo tiempo y cuando uno de ellos contestó primero, la entrevistadora sólo le preguntó al otro si estaba de acuerdo con la respuesta dada por su compañero, a lo cual respondió afirmativamente.

COMBINACION 2

Juanita y Pepito tienen los dos juntos 9 (17) globos.
Juanita tiene 4 (8) globos.
¿Cuántos globos tiene Pepito?

Frecuencia de aplicación:		13
Respuestas:		
	correctas:	8
	incorrectas:	3
	no hubo:	2
Comprendieron:		
	sin ayuda:	5
	con ayuda:	3
	no hubo:	5
	no se identifica:	0

Es un problema de dificultad intermedia, considerado por Riley como más difícil que *Cambio*. Esto es porque en *Combinación 2* se desconoce el valor de uno de los subconjuntos. Aparentemente esto causa más conflicto en el niño, ya que a partir de un subconjunto y el conjunto total se tiene que encontrar el valor de la otra parte que forma el todo; a diferencia de lo que se pide en *Cambio 2*, en donde partiendo de los conjuntos se debe dar el resultado.

El problema se aplicó en 13 ocasiones, de las cuales 8 fueron respuestas correctas, 3 al primer intento y 5 en el segundo. Por lo que respecta a las respuestas incorrectas, éstas fueron 3. En dichos casos, a pesar de que se repitió el problema en varias ocasiones, los niños no lograron resolverlo pues estaban muy inquietos y con poca disposición, y si contestaron un número sólo fue por contestar algo.

En los dos casos en que no hubo respuesta, éstas correspondieron a segundo y primer año. La niña de segundo, permanecía callada cuando se le leía el problema y solo por un momento tomaba algunas canastas pero parecía que no sabía que hacer con ellas.

El niño de primer grado, se caracterizó por su participación, aunque no en todos los casos su respuesta fue acertada. Sin embargo, en éste caso, a pesar de que se le repitió el problema el niño estaba muy inquieto. Un factor que quizás influyó en su disposición fue que la entrevista se realizó en un espacio abierto donde había otros niños y escuchaban ruidos de animales.

La comprensión del problema se dio en 8 ocasiones, de las cuales 5 fueron sin ayuda y 3 con ésta. La ayuda consistió en la repetición textual del enunciado, dando tiempo el entrevistador a que el niño representara con objetos la relación implicada en la estructura del problema, auxiliándose también de los muñequitos representativos de Juanita y Pepito, así como el uso de ciertas palabras o frases del problema, las cuales fueron : "tienen los dos juntos", "de esos", "todos son de los dos".

Los números empleados fueron en su mayoría menores de 10, y algunas veces mayores. Sin embargo, tal parece que ésta variable no influyó de manera importante ya que indistintamente, los niños resolvían los problemas o no lo hacían, tanto con números pequeños como con grandes. Es importante agregar que los niños de primero y segundo no requerían ayuda a diferencia de los de preescolar, lo cual se deba a que entre los niños de los tres niveles existen diferentes grados de desarrollo conceptual.

A continuación se muestra un ejemplo en donde se observa la ayuda que se brindó a una niña de preescolar, para facilitar la comprensión del problema:

L U P I T A (Preescolar)

E: Fíjense, ahora los dos juntos tienen 9 canastas. Dénle sus 9 canastas a los niños.

N: (Cuenta de uno en uno las 9 canastas y las coloca junto a los dos muñequitos representativos de Juanita y Pepito)

E: Cuéntalas otra vez.

N: (Se va colocando una canasta en cada dedo de las manos y dice 9)

E: Ahora de esas 9 canastas, Juanita, digo, Lupita tiene 4 canastas.

N: (Cuenta de uno en uno hasta 4 y las restantes las coloca del lado de Pepito)

E: 4, entonces ¿cuántas tiene Pepito?, ¿cuántas tiene Pepito?

N: (Cuenta de uno en uno y dice 1, 2, 3, 4, 6 se equivoca porque se va colocando en los dedos algunas canastas lo que hace que pierda la cuenta)

E: ¿Cuántas tiene ella?, A ver, fíjate bien, ella tiene 4, y ¿cuántas tiene Pepito?

N: (Ve el montón de Pepito y dice 2)

E: ¿Y aquellas? (señalando unas que le quedan en la mano y haciendo la observación para que los una con los otros de Pepito)

N: (Dudando los junta con los de Pepito)

E: A ver, ¿ahora cuántas tiene?

N: (Cuenta de uno en uno y dice 1, 2, 3, 4, 5 repite 5).

Como puede observarse el problema anterior se pone de manifiesto la ayuda que se brindó, sin embargo en ciertas ocasiones, a pesar de ésta, no se logró la comprensión, lo cual ocurrió 5 veces de las cuales 3 correspondieron a los niños que dieron respuestas incorrectas, lo cual puede deberse a la falta de comprensión del esquema parte-parte-todo.

COMPARACION 1

Juanita tiene 6 (16) sombreros.
Pepito tiene 4 (9) sombreros.
¿Cuántos sombreros más tiene Juanita que Pepito?

Frecuencia de aplicación:		8
Respuestas:		
	correctas:	4
	incorrectas:	4
	no hubo:	0
Comprensión:		
	sin ayuda:	2
	con ayuda:	2
	no hubo:	4
	no se identificó:	0

Su frecuencia de aplicación fue 8, de esas 4 fueron respuestas correctas, 3 al primer intento y otra más al segundo, las cuales correspondieron a primer grado. Al parecer éstos niños tendieron a hacer dos conjuntos para a partir de ellos, realizar la *Comparación*.

Las respuestas incorrectas, fueron 4, y a pesar de que se emplearon números pequeños, dichos niños no lograron responder debido a que no entendieron lo que debían hacer. Estos datos confirman lo que ha dicho De Corte y Verschaffel en el sentido de que es considerado uno de los problemas de mayor grado de dificultad, lo cual se debe probablemente a que el niño intenta resolver el problema con estrategias representativas de otros tipos de problemas. Al parecer a los niños les causa conflicto establecer una *Comparación* entre dos conjuntos. Este problema plantea una relación estática entre los conjuntos, lo cual quizás sea otro factor que influya en la resolución del mismo.

Los 4 niños que dieron respuestas incorrectas, no fueron capaces de comprender lo que se les pedía, quizás porque se les dificultaba establecer una *Comparación* entre dos conjuntos, esto se observa en el siguiente problema:

ISABEL (Preescolar)

E: Ahora vamos a jugar con los carritos (saca carritos y los coloca sobre la mesa). A ver, ¿cuántos son por todos? (los junta todos y pregunta) ¿cuántos son por todos?

N: (Cuenta los carritos de uno en uno, haciendo una hilera dice 1.2.3.4.5.6.7.8.9 después desbarata la hilera)

E: 9, fijate que éste niño (tomando el muñequito representativo de Pepito) tiene 6 carritos ¿se los quieres dar?

N: (Los coloca del lado del muñequito y pregunta) ¿6 carritos?, aquí son 6 carritos, verdad 1, 2, 3, 4, 5, 6 (cuenta nuevamente y los va colocando sobre su mano izquierda) 6 carritos, son 6 carritos aquí 1, 2, 3, 4, 5, 6 carritos.

E: Luisito tiene 4

N: Aquí están los carritos de Luisito 1, 2, 3, 4 (los coloca)

E: ¿Cuántos carritos más tiene Pepito que Luisito?

N: (Cuenta los carritos de Pepito 1, 2, 3, 4, 5, 6 y dice 6)

E: ¿Entonces cuántos tiene más Pepito que Luisito?

N: Tiene más 6

E: ¿Cuántos más tiene?

N: 6

E: ¿Cuántos?

N: (El, dice y señala el conjunto de Pepito)

E: El tiene más, pero cuántos más tiene Pepito que Luisito?

N: (No contesta nada y por ello la entrevistadora usa otro recurso)

E: Isabel tiene 5 años y tú cuántos tienes (dirigiéndose a Lupita)

N: 6

E: ¿Cuántos años tiene más Lupita que tú (dirigiéndose a Isabel)

N: (Distraída se levanta de su lugar).

En el ejemplo anterior se observa como, a pesar de la ayuda que brindó la entrevistadora, Isabel fue incapaz de entender que era lo que se le pedía, aparentemente ella observaba que Pepito tenía más que Luisito. Sin embargo, no podía establecer la relación comparativa "cuántos más que". Aparentemente eso fue lo que les sucedió a los que niños que no lograron resolver el problema.

Con respecto a la comprensión del problema, ésta se dió sólo en dos casos sin ayuda y otros dos con ésta, siendo la pregunta que se utilizó "¿con cuántos le gana?".

Los 4 niños que no lograron la comprensión fueron de primer año y preescolar, de lo cual se puede pensar que hay problemas que son difíciles, aún para los dos primeros grados escolares (preescolar y primer grado) independientemente de los números que se emplean, de si se utiliza algún recurso como la repetición textual del enunciado, palabras que favorezcan la comprensión, el uso de muñequitos representativos de Juanita y Pepito o algún otro recurso; radicando su dificultad en la estructura semántica.

CAMBIO 3

Juanita tenía 3 (7) jarritos.
Luego Pepito le dio algunos más.
Ahora Juanita tiene 9 (18) jarritos.
¿Cuántos jarritos le dió Pepito?

Frecuencia de aplicación:		9
Respuestas		
	correctas:	7
	incorrectas:	2
	no hubo:	0
Comprendieron		
	sin ayuda:	4
	con ayuda:	3
	no hubo:	2
	no se identifica:	0

Considerado por De Corte y Verschaffel como un problema de dificultad intermedia por sus características; las cuales son la posición de la incógnita que se encuentra en el conjunto de *Cambio*, dándose el conjunto inicial y el resultado, y estableciéndose entre ellos una relación dinámica.

Por su parte, los autores Riley, Greeno y Heller, consideran que el fracaso de los niños en este problema radica, en "*la falla de no representar por separado el conjunto inicial y de cambio*"[8] . Es decir, dichos autores plantean que el niño no tiene mayor dificultad en visualizar los 3 jarritos de Juanita. Sin embargo, cuando se le da la instrucción de agregar más jarritos, sólo se le dice, "*le dio algunos más*", pero como no sabe a ciencia cierta cuántos jarritos debe agregar, no hace nada, y por ello no cambia la situación de la representación del problema. Posteriormente cuando se enuncia, "*Ahora Juanita tiene 9 jarritos*", efectivamente crea un conjunto de 9 jarritos. La dificultad aparece cuando se le pide al niño que determine el número de jarritos que se agregaron al conjunto inicial, debido, a que no distingue el conjunto inicial y el de *Cambio*, procediendo a contar el número total de jarritos, dando así una respuesta incorrecta.

El problema se aplicó 9 veces, de las cuales fueron 7 respuestas correctas, 1 al primer intento y 6 al segundo intento. Con respecto a las incorrectas, éstas correspondieron a dos niños de primer grado, de los cuales, uno se había distraído por su falta de participación y el otro, aparentemente se confundió por la presión de la entrevistadora, ya que fue el único problema donde tuvo dificultades de todos los que se le aplicaron.

Los niños que sí comprendieron la estructura del problema, fueron 4 sin ayuda y 3 con ésta, la cual consistió en la lectura del enunciado, dando tiempo a que la niña se auxiliara de objetos y los acercara a los muñequitos representativos de Juanita y Pepito para con esto ir modelando las relaciones implicadas en el problema. Existieron además 2 niños que no entendieron el problema a pesar de la ayuda que se les brindó.

[8] Idem. Pag 41.

IGUALACION 1

Juanita tiene 3 (5) canastas.
Pepito tiene 8 (14) canastas.
¿Cuántas canastas necesita Juanita para tener las mismas que Pepito?

Frecuencia de aplicación:		10
Respuestas		
	correctas:	9
	incorrectas:	0
	no hubo:	1
Comprendieron		
	sin ayuda:	2
	con ayuda:	7
	no hubo:	0
	no se identifica:	1

Los datos obtenidos en éste problema discreparon de alguna manera con lo que previamente se sabía de el, ya que por sus características, se esperaba que su resolución causará mayor dificultad. Sin embargo, a pesar de que la posición de su incógnita está en el conjunto de cambio, la mayoría de los niños a quienes se les aplicó pudieron resolverlo. Es decir, de 10 aplicaciones, 9 niños respondieron acertadamente, 3 en el primer intento y 6 en el segundo; siendo sólo un niño el que no fue capaz de dar siquiera una respuesta, lo cual se debió probablemente a que la aplicación del problema, se hizo al mismo tiempo a dos niños, y como uno de ellos respondió primero, al otro ya no se le cuestionó.

Fueron 9 los niños que comprendieron el problema, 2 sin ayuda y 7 con esta, lo cual refleja que de alguna manera su resolución es complicada. La ayuda que se proporcionó a los 9 niños consistió en modelar el problema o usar ciertas frases que facilitaron su comprensión, como "¿Cuántos necesita para obtener las mismas?" o "¿Cuántos necesita para tener igual?". Cabe mencionar que dicho problema se aplicó sólo a los niños de primer y segundo grados, los cuales lograron resolverlo. En relación a uno de los niños que comprendió sin ayuda, fue de primer grado y a continuación se muestra como lo resolvió rápidamente:

M A N U E L (1er. Grado).

E: Juanita tiene 3 canastas y Pepito tiene 8 canasta, ¿cuántas canastas necesita Juanita para tener las mismas que Pepito ?

N: (Empieza a contar con los dedos, de uno en uno, iniciando con 1 y terminando con 5) 1,2,3,4,5 (unos segundos después responde) le faltan 5

E: Fíjate bien ¿cómo vamos a saber que esos le faltan?

N: (Señala a Juanita diciendo 3, luego sigue contando con los dedos hasta llegar a 8 moviendo los 5 dedos y diciendo)... esas son las que le faltan 4,5,6,7,8 (utilizando un dedo para representar un número).

Como se pudo apreciar Manuel entendió lo que se le pedía y empezó a contar a partir del segundo sumando hasta llegar al número mayor y obtener la respuesta.

B. Vinculación entre la elección de la estrategia y el tipo de estructura semántica

COMBINACION I

Estrategias:

Concretas		Verbales		Mentales	
CA2b	(4)	VA1	(5)	MA1	(7)
CA3	(3)	VA3	(2)	MA2	(1)
CA2a	(1)	VA4	(2)	MA3	(1)
		VA2	(1)	MA4	(1)
Total	(8)	Otra	(1)		
		Total	(11)	Total	(10)

Las estrategias concretas utilizadas se dieron en el siguiente orden: CA2b *Mueve los conjuntos*, CA3 *Conteo total estacionario* y CA2a *Conteo total mueve un conjunto*. Al respecto podemos decir que los datos coinciden en cierta medida con los planteados por Carpenter y Moser (1982) y De Corte y Verschaffel (1987), ya que ellos mencionan que las estrategias de *Conteo total con modelos* que comprende "juntando los dos conjuntos" y "sin moverlos" representan mejor la estructura semántica del problema. Se observó además que cuando la entrevistadora decía *"Juanita tiene 4 canastas y Pepe tiene 3 canastas"*, el niño procedía a representar los dos conjuntos, y una vez que lo había hecho tendía a unirlos, cuando se le preguntaba "*¿Cuántas canastas tienen los dos juntos?*", para finalmente contarlos en su totalidad.

De las estrategias verbales, la más usada fue VA1, en donde se cuenta todo comenzando desde el primer sumando. La dificultad de ésta estrategia radica en que el niño debe llevar un doble conteo. Por su parte, la estrategia VA3 consiste en comenzar a contar a partir del primer sumando y seguir contando tantos elementos como indique el segundo sumando. Esto se ejemplifica a continuación:

ELSA (2o. Grado)

E: Juanita tiene 4 canastas y Pepito tiene 3 canastas ¿cuántas canastas tienen los dos juntos?

N: ¿Cuántos tiene ésta...Juanita?

E: Juanita, Juanita

N: ¿Y cuántos tiene Pepito? (pausa) responde 7

E: ¿Cómo le hiciste para saber que eran 7?

N: Los conté

E: Los contaste, haber ¿como los contaste?, mi hija

N: De uno en uno

E: A ver quiero ver. A ver yo quiero ver porque estaba distraída

N: (Usa 4 dedos de la mano derecha como referencia y agrega 3 más de la mano izquierda, contando de uno en uno) 5, 6, 7

E: Muy bien.

La otra estrategia verbal usada fue la VA4, en donde se comienza a contar a partir del sumando más grande, aunque no sea el primero. Por su parte, la estrategia VA2 se observó solo en una ocasión, la cual consiste en contar todo, comenzando con el número uno y con el sumando más grande, aunque no sea el primero. Cabe mencionar que hubo además una variante que no se encontraba en la tabla de estrategias de Carpenter y Moser, la cual se muestra a continuación:

MARCOS DANIEL (1er. Grado).

E: Juanita tiene 4 canastas...Pepito tiene 3 canastas ¿cuántas canastas tienen los dos juntos?
(Después de que responde 7 su compañera, la entrevistadora se dirige a Daniel) ¿Y tú? ¿cuántas tienen entre los dos juntos? Juanita tiene 4 y Pepito tiene 3.

N: (Cuenta con los dedos y dice 7. Para dar la respuesta cuenta de uno en uno hasta llegar a 4, utilizando sus dedos de la mano izquierda para llevar el rastro y luego pone 3 dedos) 1, 2, 3, 4 y 3 más (diciendo automáticamente 7)

Como se puede apreciar, cuando Marcos Daniel agregó los 3 dedos representativos del segundo sumando, no contó de uno en uno y enseguida dió el resultado.

Así pues, se concuerda en cierta medida con Carpenter y Moser, ya que ellos consideran al *Conteo ascendente a partir de* como representativa de la estructura de éste problema. Sin embargo, concordamos también con De Corte y Verschaffel, ya que además de considerar a *Comenzando desde el primero* como representativa, observaron la estrategia de *Comenzando desde el más grande* en mayor medida debido a que el niño tiende a cambiar el orden de los sumandos en *Combinación 1*, porque es más fácil hacer esto cuando los dos subconjuntos tienen la misma función, ya que no hay conjunto inicial ni de *Cambio* como en *Cambio 1*, sino 2 conjuntos que simplemente se combinan.

Las estrategias mentales alcanzaron una alta frecuencia, lo cual está probablemente influenciado por las características propias del problema, ya que como se ha mencionado es considerado uno de los más fáciles. En éste sentido la estrategia más usada fue la MA1 (hechos conocidos comenzando con el primero), con una frecuencia de 7 veces. La estrategia consiste en utilizar hechos conocidos sobre la suma empezando desde el primer sumando, por ejemplo, se sabe que 2 más 4 son 6 sin tener que contar. Le siguió MA2 (hechos conocidos y comienza con el más grande), utilizada en 1 ocasión, la cual consiste en utilizar hechos conocidos sobre la suma, pero invierte la operación para que el sumando más grande quede al principio. La siguiente estrategia fue MA3, con 1 frecuencia, y consiste en recurrir hechos conocidos para derivar su respuesta.

Le siguió MA4 (hechos derivados comenzando con el más grande) utilizada una vez, la cual se muestra enseguida:

D A V I D (2o. Grado).

E: Juanita tiene 18 y Pepito tiene 20 canastas, ¿cuántas canastas tienen los dos juntos?

N: (Responde 2 segundos después aproximadamente) 38

E: ¿Cómo sabes?

N: (Dijo 18...y luego 20). Pues...20 y 10 son 30 y 8 ...38

E: Enséñame ¿cómo lo haces?

N: (Usa los dedos para marcar los pasos que sigue, con un dedo representa 20, con otro 10 más y dan 30 y agrega uno más para representar 8, diciendo) 30 y 8 son 38.

CAMBIO 1

Estrategias.

Concretas		Verbales		Mentales	
CA2a	(5)	VA1	(3)	MA1	(7)
CA1	(3)	VA4	(2)	Total	(7)
CA3	(3)	Total	(5)		
Total	(11)				

Hubo mayor frecuencia en el uso de estrategias concretas que verbales y mentales. Así pues, dentro de las concretas la más utilizada fue la CA2a *Conteo total unario* que consiste en construir dos conjuntos que equivalen a los dos sumandos, para posteriormente mover un conjunto, uniéndolo físicamente con el otro y contar el total de objetos y dar el resultado . Siguieron con el mismo número de frecuencia la CA1 y CA3. La primera se llama (modelaje directo incrementando) en donde se construía un conjunto que representa el primer sumando y se incrementa con un número de objetos igual al del segundo sumando, para después contar la totalidad y obtener el resultado. La segunda *Conteo total estacionario* en donde se construyen dos conjuntos representativos de los sumandos y cuenta todo sin unirlos físicamente.

De acuerdo con lo antes citado, se encontró cierta discrepancia respecto a los datos obtenidos por Carpenter y Moser (1982) y De Corte y Verschaffel (1987), ya que ellos consideran a CA1 como más representativa de la estructura semántica del problema. Por nuestra parte, se observó que la estrategia más usada para *Cambio 1* es :CA2a, la cual, según los autores antes referidos, reflejaría más claramente la estructura del problema de *Combinación 1*.

Así pues, se podría concluir que probablemente el uso indistinto de estrategias concretas por parte de los niños está relacionado , como lo expresa Carpenter y Moser; con el hecho de que usualmente, al resolver problemas de *Cambio 1* y *Combinación 1* no establecen distinciones respecto a las estrategias que emplean.

Sólo una estrategia verbal se usó en dos ocasiones y ésta fue la VA4 *Conteo hacia adelante a partir del sumando más grande*. A éste respecto cabe agregar que si bien De Corte y Verschaffel también la encontraron (aunque minoritariamente) no la consideraban como representativa debido a que como se había mencionado, es más difícil para el niño invertir los sumandos cuando tienen diferente función los conjuntos, sin embargo, no fue posible obtener datos más precisos. A continuación se presenta un ejemplo:

D A V I D (2o. Grado).

E: Juanita tenía 16 jarritos, luego Pepito le dio 19 jarritos más, ¿cuántos jarritos tiene ahora Juanita?

N: (Baja sus manos indicando el conteo)

E: Aquí arriba lo puedes hacer

N: (No continúa su conteo, es decir no sigue la sugerencia del entrevistador, al parecer realiza una operación mental)

E: (El entrevistador vuelve a sugerir una estrategia, contar con los dedos)

N: Responde 34

E: 34, ¿cómo salieron 34?, ¿a ver? ¿cómo lo contaste? yo no sé. Quiero que digas fuerte, a ver...

N: (Vuelve a intentar el conteo comenzando con el 19, señalando con cada uno de sus dedos recorriéndolos varias veces de uno en uno, hasta llegar a 35)
20, 21, 22, 23, 24 (usa la mano izquierda y sigue con la derecha) 25, 26, 27, 28, 29 (vuelve a usar la mano izquierda) 30, 31, 32, 33, 34 y finalmente usa un dedo más e la mano derecha para representar el 35

E: ¿Cómo sabes?

N: (vuelve a contar iniciando con el 16 y llega al 35)

E: ¿Cómo sabes?

N: (Vuelve a contar iniciando con el 16 y llega al 35, confirmando así su respuesta).

Como se apreció, David inició a partir del sumando más grande y contó tantas veces como lo indica el otro sumando, llevando un rastro con sus dedos y deteniéndose en el número que dió como resultado.

De las estrategias mentales, la única utilizada fue la MA1 (hechos conocidos comenzando con el primer sumando). Esto se debió quizás a la estructura propia de *Cambio 1*, que se distingue por ser una de las más sencillas y por ello generalmente los niños de segundo grado tendieron a utilizar ésta, obteniendo así rápidamente la respuesta, lo cual se ve claramente en el siguiente ejemplo:

E L S A (2o. Grado)

E: Juanita tenía 5 jarritos, fíjense bien, pero luego Pepito le dió 4 más, ¿cuántos jarritos tiene ahora Juanita?"

N: 9, (contesta enseguida)

E: ¿Por qué tiene 9?

N: Porque Pepito le dió otros 4

E: ¿Y cuántos tenía?

N: 5

E: ¿Entonces cuántos tiene ahora?

N: 9

E: 9, ¿a ver, segura ya?

N: Sí.

COMPARACION 3

Estrategias.

Concretas		Verbales		Mentales	
CA1	(6)	VA1	(2)	MA1	(1)
CA3	(3)	VA3	(2)	Total	(1)
CA5	(1)	Total	(4)		
Total	(10)				

Se dió una preponderancia de estrategias concretas sobre verbales y minoritariamente mentales. De las concretas, la más usada fue la CA1 *Conteo total con modelos* y le siguió con el mismo número de frecuencia la CA3 *Conteo total estacionario* y finalmente la CA5 *Hace dos hileras*.

Con respecto a las estrategias que manejan los autores como representativas de *Comparación 3*, son para Carpenter y Moser, el *Apareamiento* cuando hay objetos disponibles y para De Corte y Verschaffel las variantes de *Conteo total con modelos* y algunas veces *Apareamiento*. Sin embargo, tomando en cuenta los datos anteriores se puede decir que consideramos a CA5 como la estrategia más representativa de la estructura de éste problema, aunque en nuestro caso sólo se observó en una ocasión y fue muy inducida la resolución del problema por parte de la entrevistadora.

D A V I D (2o. Grado).

E: Juanita tiene 7 canastas y Pepito tiene 5 canastas más que Juanita ¿cuántas canastas tiene Pepito?

N: (Antes de que la entrevistadora terminara, Marco responde 10 y David asume la respuesta de Marco y dice 10)

E: ¿Por qué 10?... fíjense bien Juanita tiene 7 canastas y Pepito?

N: 10

E: Sí ¿por qué 10?

N: Porque Pepito tiene 5, más otros 5. Porque es otro número más 5, son 10

E: (Muestra los muñecos y les proporciona material) ¿ A ver, que decíamos que Juanita tiene?

N: (David continúa diciendo que Pepito tiene 10 canastas).

E: A ver, fíjate bien, David... Juanita tiene siete canastas y Pepito tiene cinco más que Juanita ¿cuántas tiene Pepito? A ver, (dirigiendo la mirada a David)

N: (Coloca 7 canastas en el lugar de Juanita, contando de 1 en 1)

E: Ahora...¿qué dijimos de él? ¿cuántas dijimos?...¿5 más?

N: (Dice) su papá le dió

E: ¡ah! yo dije su papá...yo dije que tiene 5 más, que le gana con 5 a Juanita

N: (Sonríe...pone 5 canastas de una en una en el lugar de Pepito)

E: Tiene 5 más que Juanita...¿cómo sabemos?

N: Tiene 5 más que Juanita...5 más que ella

E: Entonces ¿cómo sabemos cuántas tiene?

N: Entonces ella tiene 7

E: ¿Tiene más o tiene menos?

N: Tiene más

E: ¿Por qué?

N: Porque tiene 5 más y ella tiene 7

E: ¿Cómo le hacemos?

N: Le pongo 5 más a (señala a Pepito)

E: Te digo ¿cómo? ¿cuántos tiene Juanita?

N: (Marcos dice 7)

E: (Pone las siete canastas en lugar de Pepito) Hasta ahí tienen lo mismo, ¿cuántas hay ahí? (señala la hilera de Juanita)

N: 7

E: ¿y ahí?

N: 7

E: ¿Con cuántas le gana?

N: Con...

E: ¿Cuántas dijimos más?

N: 5 (pone las 5 canastas)

E: Ahí están con las que le gana. Entonces ¿cuántas tiene?

N: 10

E: ¿Quieres contar?

N: (Las cuenta de 1 en 1 hasta el 12)

E: ¿Cuántas tiene Juanita?

N: 7

E: ¿Y Pepito?

N: 5

Una posible explicación de porqué los niños tendieron a usar estrategias de *Conteo total con modelos*, se debe probablemente a que al no comprenderse claramente la estructura del problema, la cual llevaba implícita una *Comparación*, tendían a resolverlo mediante otras estrategias usadas en los problemas anteriores de *Combinación* y *Cambio 1*. Lo cual se ejemplifica a continuación:

S A M A N T A (2o. Grado)

E: Fíjate bien, ahora son unos niños Juanita y Pepito. Pero, ahora Juanita tiene juguetes, fíjate bien... Y Pepito tiene 3 más que Juanita ¿Cuántos juguetes tiene Pepito?

N: (Permanece callada, no hace nada)

E: A ver, se los voy a volver a leer

N: 3

E: Juanita tiene 7 juguetes y Pepito tiene 3 más que Juanita ¿cuántos tiene Pepito?

N: (No responde)

E: Fíjate bien, Juanita tiene, fíjate bien, 7 juguetes 7, pero Pepito tiene 3 más que Juanita. Entonces ¿cuántos tiene Pepito?
¿No quieres hacerlo con juguetes?, ¿no te sirven para hacer eso? A ver, ¿sí?

N: (Empieza a tomar objetos)

E: Si tu quieres hazlo, ¿cómo le vas a hacer? A ver, veme platicando

N: Primero 7 canastitas

E: Primero 7, ¿qué van a ser las de quién?

N: Las de Juanita (Hace un montón de canastitas de 7 y luego agrega 3 juguetes más, dice 10) Juanita tiene 10

E: ¿Juanita?. Pepito, sí verdad, ¿por qué mi hija?

N: Porque los dos las juntaron

E: Los dos las juntaron

De las estrategias verbales, se dieron la VA1 *Conteo hacia adelante comenzando con el primer sumando desde el uno,* en 2 ocasiones y la VA3 *Conteo hacia adelante a partir del primer sumando,* con la misma frecuencia. Estos resultados concuerdan con lo dicho por Carpenter y Moser, ya que ellos también consideraron el *Conteo ascendente a partir de lo dado.*

Así pues, con respecto a las estrategias mentales sólo se observo en 1 ocasión la MA1 (hechos conocidos). Esto quizás se deba al nivel del problema, ya que los niños tendían más al uso de objetos concretos, para representar mejor las relaciones implicadas en él.

CAMBIO 6

Estrategias.

Concretas	Verbales	Mentales
CA3 (4)	VA1 (2)	MA1 (9)
CA2a (2)	Total (2)	Total (9)
CA1 (1)		
Total (7)		

Las estrategias concretas se dieron en 7 ocasiones, de las cuales la más usada fue CA3 *Conteo total estacionario*, le siguió CA2a *Conteo total unario* y finalmente CA1. Probablemente dichas éstas estrategias se usaron porque para ciertos niños era necesario representar por medio de objetos, los números implicados y mostrar así la acción "Juanita le dio a Pepito sus sombreros", dándose así una acción dinámica o estática del problema dependiendo de la estrategia utilizada.

Cabe mencionar que la misma estructura de este problema, propició que para los niños fuera difícil determinar el valor del conjunto inicial, ya que se carecía de un referente para determinar al mismo. A éste respecto, es conveniente agregar que en algunas ocasiones la entrevistadora indujo la resolución del problema al emplear ciertos recursos: repetición textual del problema y el empleo de ciertas frases; propiciando con ello una modificación en la estructura del problema al hacerlo de *Combinación 1*. Lo anterior se muestra a continuación:

C E C I L I A (Preescolar)

E: Juanita tenía algunos sombreros, le dio 5 sombreros a Pepito. Ahora Juanita tiene 2 sombreros, ¿cuántos sombreros tenía Juanita al principio?

N: (Utiliza el muñequito representativo de Pepito y le pone cuatro sombreros, cuenta de uno en uno) 1,2,3,4

E: A ver, ¿cuáles son los de Pepito?

N: (Señala el montón de Pepito)

E: Y ahora ella tiene 2 sombreros

N: (Pone dos sombreros al lado de muñequito de Juanita)

E: Entonces, ¿cuántos sombreros tenía antes de regalárselos a Pepito?

N: (Cuenta nuevamente los sombreros de Pepito de uno en uno y dice 4.) 1,2,3,4

E: Y estos ¿de quién eran ? (tomando muñequito de Juanita y refiriéndose a los sombreros)

N: De ella

E: ¿Cuántos le regaló a Pepito?

N: 4

E: ¿Y ella cuántos tiene?

N: 2

E: Y antes de que se los regalara a Pepito, ¿cuántos tenía ella?

N: (Cuenta de uno en uno, los sombreros de Pepito y dice 4)

E: Y estos ¿de quién eran? (señalando el muñequito de Juanita)

N: De ella (refiriéndose a Juanita)

E: ¿Y entonces cuántos tenía por todos?

N: (Cuenta todos los sombreros de uno en uno, tanto los de Juanita como los de Pepito) 1,2,3,4,5,6 y concluye que son 6)

E: Entonces ¿cuántos tenía ella?

N: 6

Como se puede apreciar, a pesar de que Cecilia representó los números que se le dieron en el problema con objetos, utilizó una estrategia en que no necesitó juntar los conjuntos. Sin embargo, su acción de contarlos todos, se dio por la pregunta "¿Cuántos tenía por todos?" representativa del problema de *Combinación 1*, entendiendo así, que lo que se le preguntaba era la totalidad.

Un error frecuente fue que el niño respondiera el número que se había dado primero cuando se le preguntaba "*¿Cuántos sombreros tenía antes de regalárselos a Pepito?*", siendo que era precisamente esto lo que se desconocía y habiéndose aclarado al principio que tenía algunos sombreros pero no sabíamos cuántos. Dicho error probablemente se debió a que como lo menciona Riley, cuando al niño se le dan cantidades del problema, tiende a registrarlas en el orden que se le proporcionaron y por ello cuando se le pregunta ¿cuántas tenía al principio?, él responde la primera cantidad dada y registrada, considerando que esa era la que se le pregunta sin reparar en que se aclaró que Juanita tenía algunos sombreros pero no sabemos cuántos.

La dificultad de *Cambio 6*, radica en que es problemático para el niño, saber el valor del conjunto inicial y por tanto determinar "¿Cuántos sombreros tenía Juanita al principio?", después de haberle dado 5 sombreros a Pepe y tener ahora 2.

Se encontró más concordancia con De Corte y Verschaffel, ya que ellos también observaron estrategias concretas para la resolución de éste problema. Sin embargo, en donde diferimos de ellos es en el sentido de que no observamos que los niños construyeran un conjunto de tamaño arbitrario igual al primer número para aumentar o disminuir el conjunto construído hasta que tuviera tantos cubos como se señalaban en el segundo número para así contar el número total de cubos de los dos conjuntos y dando como respuesta el resultado obtenido.

La estrategia verbal observada en 2 ocasiones fue VA1 *Conteo hacia adelante a partir de*. Tal parece que los niños que utilizaron éstas estrategias no tenían la necesidad de representar por medio de objetos los números dados, y al usar dichas estrategias acortaban el tiempo de resolución. Esto se muestra a continuación:

S A N T O S (2o. Grado)

E: Juanita tiene algunos juguetes, luego le dio 5 a Pepito, ¿se van fijando?. Juanita tenía algunos juguetes luego le dio 5 a Pepito, ahora Juanita tiene 12 juguetes ¿cuántos juguetes tenía al principio?

N:(Voltea a ver sus dedos de la mano izquierda) ¿5 le dio a Pepito, verdad?

E: Sí

N: ¿Y cuántos tenía?, ¿12? (cuenta al parecer a partir del 12 y sólo aumenta 4 dedos en vez de 5, concluye que son 17, a pesar de que contó mal, el resultado es correcto. Responde 17). Tenía 17

Las estrategias mentales se utilizaron 9 ocasiones y la única que se observó fue MA1 (hechos conocidos comenzando con el primero). Aquí los niños deducían rápidamente la respuesta al utilizar sus conocimientos acerca de la adición, lo cual se aprecia enseguida:

B R I S E I D A (2o. grado)

E: Juanita tenía algunos juguetes, de esos algunos que tiene le da 5 a Pepito, ¿sí? Ahora Juanita tiene 12, le quedan 12, ¿cuántos juguetes tenía antes Juanita?. ¿Cuántos tenía Juanita?

N: 17

E: ¿Por qué 17 dices tú?

N: Porque le dio 5 a Pepito

E: No, fíjate bien. Que haces para decir que tiene 17, ¿cómo le haces?

N: Entre los dos forman 17

E: Entre los dos forman 17.

CAMBIO 2

Estrategias.

Concretas	Verbales	Mentales
CS1 (14)	Total (0)	MS1 (3)
Total (14)		MS3 (1)
		Total (4)

Hubo una marcada tendencia a las estrategias concretas. Las 14 que se observaron, correspondieron a CS1 *Separando de.* Por lo tanto coincidimos con los planteamientos de Carpenter y Moser, ya que ellos la consideran como representativa de la estructura semántica de éste problema.

A continuación se muestra un ejemplo donde se uso la estrategia antes citada:

SANTOS (2o. Grado)

E: Fíjense muy bien. Juanita tenía 15 juguetes, le dio 6 a Pepito. ¿Cuántos tiene ahora Juanita? Tenía 15, le da 6. Ahora, ¿cuántos tiene?

N: 22

E: A ver, fíjate bien. Se los voy a volver a leer.
Juanita tenía 15 juguetes, de esos 15, le dió 6 a Pepito ¿Ahora cuántos tiene Juanita?, ¿cuántos le quedaron?

N: ¿15 juguetes? (dudando)

E: Tenía 15 juguetes

N: (Cuenta jarritos de uno en uno hasta formar un conjunto de 15. Después de un silencio) ¿le quedaron 6?

E: A ver, ¿éstos ya no los ocupas? (retira los objetos que sobraron)

N: (Cuenta nuevamente su conjunto de 15 objetos de uno en uno. Y pregunta) ¿y cuántos le dio 6?

E: 6 le dio a Pepito

N: (Separa 6 objetos de su conjunto de 15. Cuenta los restantes, concluye diciendo 10. Al parecer se equivoca ya que son 9)

E: 10 segura, 10 le quedaron. Tenía 15 verdad y le regala 6 a Pepito, le quedaron ¿cuántos?

N: (Duda)

E: ¿No quieres contar de nuevo?

N: (Empieza a contar todos los objetos y hace un sólo conjunto)

E: A ver, ¿cómo le hiciste? ¿cuántos me dijiste que eran?

N: 15

E: A ver, ¿le vas a quitar?

N: 6

E: A ver

N: (Cuenta 6 objetos de uno en uno y separa del resto)

E: ¿Cuántos le quedaron?

N: ¿Cuenta los objetos restantes de uno en uno y dice 9

E: ¿Y por qué le quedaron 9?

N: Porque le quité 6

E: ¿Y cuántos eran al principio?

N: 15

E: Muy bien.

En relación a las estrategias verbales, los autores antes citados observaron el *Conteo Regresivo Desde*. En éste sentido se difiere de ellos ya que no se encontró ésta, lo cual probablemente se debió a que para los niños dicha estrategia implica cierto grado de dificultad ya que se cuenta hacia atrás comenzando con el número más grande y pronunciando tantas etiquetas numéricas como elementos tiene el conjunto más pequeño, siendo la respuesta el último número pronunciado.

Las estrategias mentales se dieron en 4 ocasiones, 3 de ellas correspondieron a MS1 (Hechos conocidos sobre la sustracción) y 1 ocasión. la estrategia MS3 (Hechos indirectos sobre la adición). La indiferencia entre ellas estriba en que la primera utiliza hechos conocidos directos sobre la sustracción. Por ejemplo, sabe que 12 menos 5 son 7, sin tener que contar. Mientras que la segunda, emplea hechos conocidos sobre la adición. Por ejemplo, en 12 menos 5 sabe que es 7, ya que conoce que 5 + 7 es igual a 12.

En seguida se muestra un ejemplo en donde Briseida empleó una estrategia mental y obtuvo fácilmente el resultado:

BRISEIDA (2o. Grado).

E: Juanita tenía 9 juguetes, le dió 5 a Pepito ¿Cuántos juguetes tiene ahora Juanita?

N: (Escucha)

E: Si ocupan, agarren (se refiere a los objetos)

N: (Toma objetos y pregunta) ¿cuántos tenía Pepito? (responde inmediatamente) se queda con 4.

COMBINACION 2

Estrategias:

Concretas	Verbales	Mentales
CS1 (3)	VS3 (1)	MS3 (1)
CS2 (2)	Total (1)	Total (1)
CS3 (1)		
Total (6)		

Las estrategias concretas más usadas fueron CS1 *Separando de* y CS2 *Separando hasta,* con 3 y 2 frecuencias respectivamente y finalmente, CS3 con 1 frecuencia. A éste respecto podemos decir que coincidimos con Carpenter y Moser, ya que ellos plantean que los niños que operan a nivel material usan la estrategia *Separando de.* Sin embargo, a diferencia de ellos, se identificó también separando hasta, la cual de alguna manera representa en cierta medida la estructura de dicho problema. Con respecto a De Corte y Verschaffel, encontramos que los niños que operan a nivel material usaron la estrategia de *Añadiendo* para la resolución.

En éste sentido, podemos agregar que aunque minoritariamente, observamos una ligera variante de dicha estrategia. A continuación se muestra el ejemplo de ésta:

JORGE (2o. Grado)

E: Juanita y Pepito tienen los dos juntos 17 globos. Juanita tiene 8 globos ¿cuántos globos tiene Pepito?

N: ¿Cuántos globos ?

E: Te lo voy a volver a leer, ¿eh?. Juanita y Pepito tienen los dos juntos 17 globos

N: (Cuenta 8 globos y los coloca en fila)

E: ¿Cuántos globos tiene Pepito?

N: (Mira por un momento el resto de los globos y luego cuenta 9 en silencio a partir de ocho en silencio, a partir del número 13 en voz alta. Los coloca en otra fila al llegar al número 17, cuenta la nueva fila y contesta) 9.

E: ¿Por qué sabes que son 9?

N: Porque son éstos (señala la segunda hilera)

E: Estos ¿de quién son? (señala la segunda hilera)

N: De Pepito

E: ¿Y éstos? (señala la primera hilera)

E: De Juanita

E: ¿Quién tiene más?

N: Los dos

E: ¿Tienen los dos? ¿cuántos hay aquí (señala la primera hilera)

N: 8

E: ¿Y acá? (señala la segunda hilera)

N: (Empieza a contar de izquierda a derecha en voz alta y señalando de uno en uno) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, son 9

E: ¿Quién tiene más?

N: Pepito

E: ¿Pepito?

Como se pudo observar, dicha estrategia constituye una variante de CS3 *Añadiendo*, ya que a diferencia de ésta, el niño no construyó un conjunto con el número más pequeño para luego agregarle elementos hasta llegar al más grande. Sino que más bien elaboró dos hileras de objetos con las cantidades de los números implicados en la estructura del problema, para poder visualizar la relación expresada en el mismo. Podemos decir que la estrategia usada representa de alguna forma la relación estática de ***Combinación 2***.

De acuerdo con De Corte y Verschaffel (1987) las estrategias verbales propias de éste problema son *Conteo regresivo desde y Conteo ascendente a partir de lo dado.* Por nuestra parte, solo observamos en 1 ocasión la estrategia *Conteo ascendente a partir de lo dado* (VS3). En este sentido podemos decir que encontramos cierta coincidencia con lo planteado por dichos autores.

Respecto a las estrategias mentales, sólo se empleo una vez la MS3 (Evocación de hechos conocidos) por una niña de segundo grado, el ejemplo se muestra enseguida:

B R I S E I D A (2o. Grado)

E: Juanita y Pepito tienen los dos juntos 9 globos. Juanita tiene 4 globos ¿cuántos globos tiene entonces Pepito?

N: 5

E: ¿Por qué? ¿cómo sabes que son 5?

N: Porque tiene 4. 4...Juanita

E: Juanita

N: Y luego éste Pepito tiene 5

E: ¿Y 4 y 5 son cuántos?

N: 9 globos.

Como se ve en el problema anterior, tal parece que para Briseida fue muy fácil obtener el valor del subconjunto que faltaba, partiendo del todo que era la cantidad inicial y de uno de los subconjuntos que correspondía a Juanita.

COMPARACION I

Estrategias:

Concretas	Verbales	Mentales
CS3 (1)	VS3 (1)	Total (0)
CS4a (1)	Total (1)	
CSb (1)		
Total (3)		

Las estrategias que se emplearon fueron variantes de *Apareamiento*, en donde se construían dos hileras que representaban los conjuntos comparados y para a partir de ello se quitaban o agregaban objetos al conjunto más pequeño, para obtener así el valor de la diferencia. En base a lo anterior, podemos decir que coincidimos con los autores antes citados (Carpenter y Moser), ya que ellos también consideraron el *Apareamiento* como una estrategia representativa de la estructura de dicho problema. Así pues para mostrar más claramente las diferencias entre las estrategias usadas, se cita el procedimiento de los niños que las utilizaron:

MIGUEL. (1er. Grado)

E: Juanita tiene 6 sombreros y Pepito tiene 4 sombreros. ¿Cuántos sombreros tiene más Juanita que Pepito? ¿con cuántos le gana Juanita a Pepito?

N: (Juguetea unos segundos)

E: (Repite el enunciado 3 veces)

N: (Al finalizar el enunciado, Miguel toma los sombreros y pone 6 en el lugar de la muñeca y 4 en el lugar de Pepito, al terminar esto, realiza un conteo de todos los sombreros de uno en uno, señalándolos con el dedo índice)

E: ¿Cuántos tiene Juanita?

N: (No responde nada, únicamente sonríe)

E: ¿Con cuántos le gana Juanita a Pepito?. ¿Con cuántas le gana a Pepito?

N: Con 2 (responde después de observar los muñecos)

E: ¿Cómo podemos saber que le gana con 2?

N: (No dice nada, su compañera es la que da la explicación).

KARLA (1er. Grado)

E: (Antes de preguntarle a Karla, lee dos veces el enunciado y en la tercera ocasión se dirige a ella, haciendo algunas modificaciones en el problema, omitiendo la palabra sombreros).
Se los voy a volver a leer. Juanita tiene 6 sombreros, Pepito tiene 4 ¿cuántos sombreros más tiene Juanita que Pepito?

N: (Coloca 5 dedos de la mano izquierda y pone uno más de la derecha y luego pone 4 dedos de la mano izquierda y deja dos dedos de esos y responde) 2

E: ¿Por qué dices que dos?

N: Tiene dos más que Pepito, porque Pepito tiene 4 y Juanita tiene 6, entonces si le quitamos dos, son cuatro en los dos.

Es conveniente mencionar que además de las estrategias concretas antes citadas, observamos otra estrategia que no está considerada como propia de *Comparación 1*, la CS3 *Añadiendo*. Tal parece que el niño que la empleó consideró que era más fácil resolver el problema a partir de la primera cantidad dada, a diferencia de los niños que usaron las variantes de CS4 *Apareamiento*. Enseguida se muestra dicha excepción:

JORGE (2o. Grado)

E: Juanita tiene 16 sombreros. Pepe tiene 9 sombreros. ¿cuántos sombreros tiene más Juanita que Pepito?

N: (Dice algo que no se entiende. Al parecer pide que se le repita el problema)

E: Juanita tiene 16 sombreros. Pepito tiene 9 sombreros ¿Cuántos sombreros más tiene Juanita que Pepito?

N: ¿27?

E: ¿Por qué?

N: (Pregunta algo que no se entiende)

E: Juanita tiene 16 sombreros (pausa larga)

N: (Pensativo)

E: 16 sombreros. Pepito tiene 4 sombreros (corrige) 9 sombreros. ¿cuántos sombreros tiene Juanita más que Pepito?

N: ¿27?

E: ¿Por qué?

N: Porque 16 + 9, 27

E: (Le da un montoncito de sombreros apilados, sin decir nada)

N: (Cuenta los sombreros primero embonados y luego los va separando, contando, y los va apilando nuevamente sobre la mesa en silencio). 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

E: Juanita tiene 16 sombreros. Pepito tiene 9 sombreros

N: (Cuenta 9 sombreros)

E: ¿Cuántos sombreros más tiene Juanita que Pepito?

N: 16

E: ¿Y por qué?

N: 9

E: ¿Cuántos sombreros tiene más Juanita que Pepito?

N: (Pensativo hace pausa, mira sus manos debajo de la mesa y responde) 7

E: ¿Por qué? ¿cómo contestaste? ¿cómo le hiciste?

N: 9 (separando los dedos de la mano izquierda cuenta de uno en uno). 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

E: ¿Cuántos sombreros tiene Pepito?

N: 9

Con respecto a las estrategias verbales, sólo se encontró en 1 ocasión la estrategia VS3, *Conteo ascendente a partir de lo dado.*

En relación a las estrategias mentales, podemos agregar que no encontramos ninguna de ellas. Esto probablemente se debió a dos factores, primero se aplicó a un grupo muy reducido de niños acortando así las posibilidades de uso de estrategias, y segundo, las características propias del problema, ya que se considera difícil.

CAMBIO 3

Estrategias:

Concretas.	Verbales	Mentales
CS3 (4)	VS3 (3)	Ninguna
Total (4)	Total (3)	Total (0)

Con respecto a las estrategias concretas, se usó la CS3 *Añadiendo*, que consiste en construir un conjunto con el número más pequeño y agregar elementos hasta llegar al más grande, siendo la respuesta el número de elementos que se agregaron.

En relación a lo antes citado, coincidimos con Moser , Verschaffel y Riley , ya que ellos consideraron dicha estrategia como representativa de la estructura del problema.

El ejemplo ilustrativo de lo anterior es el siguiente:

JORGE (2o. Grado)

E: Juanita tenía 7 jarritos (pausa corta). Luego Pepito le dió algunos jarritos más, ahora Juanita tiene 18 jarritos. ¿Cuántos jarritos le dió Pepito?

N: (Al parecer previamente había elaborado un primer conjunto de 7 jarritos. Posteriormente cuenta a partir de éste hasta llegar al número 18). 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

E: ¿Cuántos jarritos le dió Pepito?

N: (Cuenta en silencio el segundo conjunto que elaboró a partir del número 8. Responde 11)

E: ¿Por qué, cómo sabes que son 11?

N: Los conté

E: ¿Y cómo los contaste)

N: (Con los dedos)

E: Con los dedos. A ver, yo no te ví

N: Es que son 7 (señala el conjunto de 7 jarritos, después cuenta de uno en uno los jarritos que corresponden al segundo conjunto que hizo) 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

E: ¿Por qué dices que son 18?

N: Porque 7 más 11 son 18.

La estrategia verbal usada fue VS3, *Conteo ascendente a partir de lo dado*, en donde se cuenta hacia adelante desde el número más pequeño hasta el más grande. Por ejemplo, en 5 - 3, se parte del 3 y se dice: 4, 5; siendo la respuesta el número de palabras pronunciadas.

Nuevamente encontramos coincidencia con los autores; tal parece que los niños que utilizaron dicha estrategia obtenían fácilmente la respuesta, lo cual se puede apreciar en el siguiente ejemplo:

E L S A (2o. Grado)

E: Juanita tenía 6 jarritos, Pepito le dió algunos más, ahora Juanita tiene 14 jarritos ¿cuántos jarritos le dió Pepito?

N: 14

E: Tenía 14, le da algunos Pepito, pero no sabemos cuántos, ahora tiene 18

N: (Sigue doble conteo con sus dedos, usando 4, y cuenta a partir del segundo sumando más pequeño. Cabe mencionar que se cambiaron las cantidades por 14 y 18 respectivamente. Cuenta 15, 16, 17, 18 y dice 4)

No se observó ninguna estrategia mental.

IGUALACION 1

Estrategias.

Concretas	Verbales	Mentales
CS1 (1)	VS3 (6)	Total (0)
CS3 (1)	Total (6)	
CS4a (1)		
Total (3)		

La estrategia CS1 se dió en 1 ocasión y tal parece que para la niña que la utilizó fue más fácil representar el conjunto más grande, para de ahí quitar tantos objetos como señalaban en el conjunto más pequeño y obtener la respuesta, lo anterior se ejemplifica en seguida:

JOSEFINA (1er. Grado)

E: Juanita tenía 12 juguetes, pero Pepito tenía 8, ¿cuántos le faltaban para tener igual que Juanita?

N: (Construye un conjunto con 12 canastas y cuenta en silencio. De esas separa un poco las 8 del conjunto de Pepito y cuenta las restantes que son 4, de uno en uno)

E: ¿Cuántas te faltaban para que tengas 12? (señalando las 4 canastas restantes)

N: (Cuenta y dice 4)

Por lo que respecta a la CS3 *Añadiendo*, los dos niños que la usaron construyeron un conjunto equivalente al número más pequeño y agregaron elementos hasta llegar al más grande, siendo la respuesta el número de elementos que agregaron, y finalmente el niño que usó la CS4a, lo hizo para justificar su respuesta, ya que cuando respondió empleó una estrategia verbal.

En relación a las estrategias verbales, la única usada fue la VS3, *Conteo hacia adelante desde el número más pequeño hasta el más grande*. Probablemente los niños que las utilizaron consideraban más sencillo iniciar a partir del número pequeño para llegar al número mayor, siendo la respuesta el número de palabras pronunciadas. A continuación se ejemplifica la estrategia antes mencionada:

E L S A (2o. Grado)

E: Fíjense bien, Juanita tiene 16 juguetes, 16, sí? (En relación a los objetos, les dice que son libres de agarrarlos y espera a que los tomen)

N: (Toma un grupo de objetos y cuenta de uno en uno hasta el número 16)

E: Y Pepito tiene 8...¿cuántos juguetes necesita Juanita?, ¿cuántos juguetes necesita Pepito para tener las mismas que Juanita?

N: (Observa lo que hace su compañera)

E: Pepito tiene 8 y Juanita tiene 16

N: (Empieza a contar a partir del segundo sumando, llevando el rastro con sus dedos) 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16. (Para ello utiliza sus ocho dedos y responde) 8

E: ¿Segura? ¿8?, ¿cómo le hiciste para saber que le faltaban 8, para tener igual que Juanita?, ¿qué pensaste, cómo le hiciste?

N: Los conté

E: A ver, ¿como los contaste?

N: Tenía 8 Pepito, entonces (se auxilia de los 5 dedos de la mano izquierda y los 3 de la derecha para reunir 8 y llega al número 16, a cada dedo le va poniendo una etiqueta numérica, cuenta) 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

E: Entonces ,¿cuántas le faltaban, dijiste?

N: 8

E: 8 para tener ¿cuántos?

N: 16

E: Que son los de Juanita, ¿verdad?.

No se observaron estrategias mentales.

C. Tablas (Explicación de datos obtenidos)

La resolución de problemas verbales aditivos simples y su respuesta correcta.

A) Problemas aditivos resueltos con suma.

Problema	*Respuesta Correcta*
Combinación 1	94%
Cambio 1	92%
Cambio 6	83%
Comparación 3	64%

Tabla 1

Dentro de los problemas aditivos resueltos con una suma, se observó que *Combinación 1*, alcanzó el mayor porcentaje con respecto a los otros, siendo éste de 94%. Mayoritariamente se resolvió al primer intento y sin ayuda lo cual reitera que es un problema sencillo.

Cambio 1 , obtuvo un 92% , lo cual coincide con lo dicho por Riley, Heller y Greeno, ya que ellos consideran que éste problema es de los más fáciles debido a su estructura semántica. Para su resolución bastó leerse generalmente una vez sin auxiliarse de algún material manipulativo o ilustrativo.

Cambio 6, registró 83% a pesar de las estimaciones que se tenían acerca de que era uno de los problemas con cierto grado de dificultad. Esto pudo deberse a que se proporcionó ayuda para su resolución.

El 64% correspondió al problema *Comparación 3*, lo cual indica que es un problema de mayor grado de dificultad con respecto a los otros que se resuelven con suma. Para obtener la respuesta correcta se necesitó dos o más lecturas del problema y representar por medio de objetos las relaciones implicadas en la estructura semántica.

Es importante mencionar que en los problemas de *Cambio 1*, *Cambio 6* y *Comparación 3*, la frecuencia de aplicación fue menor con respecto a *Combinación 1*, lo cual podría ser un inconveniente para identificar claramente que problema es más fácil de resolver.

B) Problemas aditivos resueltos con resta.

Problema	*Respuesta Correcta*
Igualación 1	90%
Cambio 2	86%
Cambio 3	78%
Combinación 2	62%
Comparación 1	50%

Tabla II

Con respecto a los problemas aditivos resueltos con resta, es importante observar que a pesar de que *Igualación 1*, se tiene considerado como un problema con cierto grado de dificultad, se obtuvo 90%. Esto se debió probablemente a que se brindó ayuda para ejemplificar la estructura semántica.

Siguió *Cambio 2* con 86%, lo cual reitera que es un problema sencillo dentro de los de *Cambio* resueltos con resta, y de nivel intermedio entre los de *Cambio* solucionados con suma. Es importante mencionar que fue necesario proporcionar ayuda para su resolución.

Por su parte, *Cambio 3* alcanzó 78%. Esto reitera que es más difícil que *Cambio 2*, debido quizá a que la posición de la incógnita está en el conjunto de *Cambio*. Por tal motivo se procedió a la lectura del problema en dos o más ocasiones, además se recurrió al uso de objetos, entre otras cosas.

El 62% correspondió a *Combinación 2*, el cual está clasificado por De Corte y Verschaffel, como un problema de dificultad intermedia por las características de su estructura semántica. Para resolverlo correctamente se proporcionó ayuda.

Finalmente, *Comparación 1* logró 50% y por ello se ubica como el problema más difícil con respecto a los antes mencionados. Desafortunadamente la frecuencia de aplicación de este problema fue poca con respecto a los otros y por ello no se puede apreciar claramente su grado de complejidad.

Los problemas verbales aditivos simples y su comprensión.

A) Problemas verbales aditivos resueltos con suma.

Problema	*Comprensión*
Cambio 1	96%
Combinación 1	86%
Cambio 6	75%
Comparación 3	60%

Tabla III

Cambio 1 fue el problema que dentro de los aditivos resueltos con suma, resultó más fácil de comprender, pues obtuvo el 96%. Esto significaría que probablemente la acción implicada en su estructura semántica, así como la posición de la incógnita, favorecieron su comprensión.

Combinación 1 siguió en la escala con 86%. Hecho que reitera que a pesar de que en él se describe una relación estática entre los dos subconjuntos implicados sigue siendo uno de los problemas más fáciles de comprender dentro de los resueltos con suma.

Cambio 6 tiene implícita una acción en su estructura semántica al igual que *Cambio 1*. Sin embargo, su dificultad radica con respecto a éste, en que la posición de la incógnita está en el conjunto inicial, lo cual suele ser un factor que influye en su comprensión. Dicho problema obtuvo un 75%.

Comparación 3 fue el problema más difícil de comprender, lo cual se deduce del bajo porcentaje alcanzado (60%). Así pues, se reitera que sus características como son: la relación estática implicada entre dos cantidades disjuntas, aunada a la posición de la incógnita, dificulta su comprensión.

B) Problemas verbales aditivos resueltos con resta.

Problema	Comprensión.
Igualación 1	90%
Cambio 3	89%
Cambio 2	86%
Combinación 2	62%
Comparación 1	50%

Tabla IV

Igualación 1 fue el que se comprendió más fácilmente (90%), quizá porque es muy similar a los de *Cambio* ya que implica una relación dinámica, pero a diferencia de estos, requiere de una *Comparación* entre conjuntos disjuntos.

Cambio 3 es un problema de dificultad intermedia, debido a que la posición de la incógnita se encuentra en el conjunto de *Cambio*. Pese a esto se obtuvo el 89%.

Cambio 2 es uno de los tres problemas que fue más fácil de comprender (86%), probablemente porque involucra una relación dinámica entre los conjuntos expresados en su estructura, además de que el lugar de la incógnita está en el resultado.

Combinación 2 con 62%, reitera que es más difícil que *Cambio 2* pero más fácil que *Comparación* 1.

El problema que presentó más dificultades en su comprensión fue *Comparación* 1, ya que alcanzó un 50%. Esto confirma lo expresado por Riley, Heller y Greeno en el sentido de que a los niños les cuesta trabajo comprender su estructura semántica y por tanto resolverlo.

Nota:

Cabe mencionar que en los problemas de *Cambio 3*, *Comparación* 1,e *Igualación 1*, registraron menor número de aplicaciones con respecto a los otros problemas y por ello es difícil determinar si se hubieran obtenido los mismos resultados a mayor frecuencia de aplicaciones.

Estrategias Empleadas en la Resolución de Problemas
Verbales Aditivos Simples

A) Problemas resueltos con suma.

Problema	*Estrategias*		
	Concretas	Verbales	Mentales
Combinación 1	CA2b 4 CA3 3 CA2a 1 Total 8	VA1 5 VA3 2 VA4 2 VA2 1 Otra 1 Total 11	MA1 7 MA2 1 MA3 1 MA4 1 Total 10
Cambio 1	CA2a 5 CA1 3 CA3 3 Total 11	VA1 3 VA3 2 Total 5	MA1 7 Total 7
Comparación 3	CA1 6 CA3 3 CA5 1 Total 10	VA1 2 VA4 2 Total 4	MA1 1 Total 1
Cambio 6	CA3 4 CA2a 2 CA1 1 Total 7	VA1 2 Total 2	MA1 9 Total 9

Tabla V

Combinación 1, registró una frecuencia mayor de estrategias verbales por encima de estrategias concretas y mentales. Lo cual está probablemente influenciado por la estructura semántica de este problema considerado como uno de los más fáciles por su estructura.

Cambio 1, obtuvo un mayor número de estrategias concretas. Le siguieron en frecuencia las mentales y finalmente las verbales. Cabe mencionar que las estrategias concretas usadas para la resolución de este problema son considerados por Carpenter y Moser, así como De Corte y Verschaffel como representativas de la estructura semántica del problema.

Para *Comparación 3*, se dió un incremento en el número de estrategias concretas en relación a las verbales y mentales. Esto quizá se debe que es uno de los problemas con mayor grado de dificultad porque establece una relación de *Comparación* entre dos conjuntos disjuntos y por ellos los niños tendían más al uso de objetos para representar la estructura.

Carpenter y Moser, De Corte y Verschaffel consideran que CA5 *Apareamiento*, es ilustrativa de este problema cuando hay objetos disponibles. Sin embargo, nosotros sólo la identificamos una vez.

En *Cambio 6*, se observó preponderancia de estrategias mentales, siguiéndole en frecuencia las concretas y minoritariamente las verbales. Tal parece que pese a que se considera un problema con cierto grado de dificultad porque la incógnita se encuentra en el conjunto inicial, se obtuvieron resultados correctos de resolución y comprensión con respecto a su frecuencia de aplicación. De las estrategias concretas empleadas en la resolución de este problema, De Corte y Verschaffel consideran que CA1, CA2a, CA2b y CA3 son representativas de él y fueron las mismas que se encontraron al resolverlo.

Así pues, se puede concluir que dentro de los problemas cuya resolución requiere de una suma, las estrategias concretas fueron las más utilizadas y dentro de éstas hubo algunas que se destacan como son: CA3 *Conteo total estacionario o fijo*, CA2a *Conteo total unario* y CA1 *Conteo total con modelos*.

Siguieron en frecuencia de utilización las estrategias mentales, donde tuvo predominancia MA1 (Hechos Conocidos sobre la Suma) por sobre las demás. Esto se debe probablemente a que es de las estrategias más sencillas dentro de su grupo.

Dentro de las verbales, las estrategias más empleadas fueron VA1 *Conteo hacia adelante comenzando con el primer sumando,* VA3 y VA4 con el mismo número de frecuencia.

B) Problemas resueltos con resta.

Problema	Concretas	Verbales	Mentales
Combinación 2	CS1 3 CS2 2 CS3 1 Total 6	VS3 1 Total 1	MS3 1 Total 1
Cambio 2	CS1 15 Total 15	Ninguna Total 0	MS1 3 MS3 1 Total 4
Comparación 1	CS3 1 CS4a 1 CS4b 1 Total 3	VS3 1 Total 1	Ninguna Total 0
Cambio 3	CS3 4 Total 4	VS3 3 Total 3	Ninguna Total 0
Igualación 1	CS1 1 CS3 1 CS4a 1 Total 3	VS3 6 Total 6	Ninguna Total 0

Tabla VI

En *Combinación 2* se dió nuevamente mayor uso de estrategias concretas, siendo éstas CS1 *Separando de,* CS2 *Separando hasta* y CS3 *Añadiendo.* Las estrategias verbales y mentales se emplearon en 1 ocasión respectivamente. Cabe mencionar que la estrategia mental no correspondía a las que están en el cuadro de clasificación (Véase anexo de estrategias de sustracción) sino una variante de MS3.

Cambio 2 registró una preponderancia de estrategias concretas, siendo las más utilizadas CS1 *Separando de,* la cual refleja la estructura del problema. Siguieron en frecuencia las mentales como MS1 (Hechos conocidos directos sobre la sustracción) y MS3 (Hecho conocido indirecto sobre la adición) y finalmente las verbales en donde no se observó ninguna estrategia.

Para *Comparación* 1 solamente se usaron 3 estrategias concretas con el mismo número de frecuencia respectivamente. Estas fueron CS3 *Añadiendo* y CS4a y CS4b *Apareamiento quitando y agregando*, de las cuales, las dos últimas no se consideran como representativas de dicho problema. Con respecto a las estrategias verbales solo se usaron una vez. Las estrategias mentales por su parte no se observaron. En este sentido se puede considerar que dichas estrategias probablemente no se observaron debido al grado de dificultad del problema.

En relación a *Cambio 3*, se observó una ligera preponderancia de estrategias concretas con respecto a las verbales. No se identificó ninguna estrategia mental.

En *Igualación 1*, curiosamente se emplearon más ocasiones las estrategias verbales, concretamente VS3 *Canteo hacia adelante*. Continuaron las estrategias concretas, en donde indistintamente se usaron CS1 *Separando de*, CS3 *Añadiendo* y CS4 *Apareamiento quitando*. Las estrategias mentales no se emplearon, debido quizá al grado de dificultad del problema, requiriéndose más estrategias verbales y concretas para ejemplificar mejor las relaciones implicadas en la estructura del problema.

Empleo de Estrategias Concretas, Verbales y Mentales y su Relación con los Tres Grados Escolares

Grado	*Estrategias*		
	Concretas	Verbales	Mentales
Preescolar	17 adición 4 sustracción	0 adición 0 sustracción	0 adición 0 sustracción
Primer grado	13 adición 16 sustracción	9 adición 3 sustracción	11 adición 1 sustracción
Segundo grado	6 adición 11 sustracción	13 adición 8 sustracción	16 adición 4 sustracción
Total	67 concretas	33 verbales	35 mentales

Tabla VII

En la tabla anterior se muestra la frecuencia de estrategias concretas, verbales y mentales usadas en función de los grados escolares.

Se observó que en preescolar se dió una tendencia mayor al uso de estrategias concretas que de verbales y mentales, lo cual confirma los planteamientos de los autores Carpenter yMoser en relación a que los niños que están en éste nivel tienden más a usar objetos para representar las relaciones implicadas en la estructura semántica del problema, careciendo probablemente de la suficiente habilidad para usar estrategias más complicadas.

Por lo que respecta a primer grado, se siguieron usando predominantemente las estrategias concretas, observándose ya, el uso de estrategias verbales y mentales, lo cual quizás se debe al nivel de desarrollo conceptual en que se encuentra el niño en éste grado, influyendo de alguna manera el hecho de que está más familiarizado con los problemas y por ello le implica menos dificultad su resolución.

Y finalmente, en segundo grado se encontró un descenso en la utilización de estrategias concretas, siguiéndole en frecuencia de uso, las verbales y por último las mentales con mayor incidencia.

Lo anterior, reitera nuevamente los planteamientos de Carpenter y Moser, con respecto a que el niño que se encuentra en dicho nivel ya no necesita tanto recurrir al uso de objetos para representar la estructura del problema, tendiendo a emplear más estrategias verbales y mentales, debido a que tal vez tiene ciertas habilidades más desarrolladas y un nivel de abstracción mayor, que le permite por ejemplo, emplear el conteo de manera más eficiente y el saber que ciertas cantidades sumadas o restadas dan determinado número.

TERCERA

PARTE

IMPLICACIONES PEDAGÓGICAS

Partiendo de los resultados obtenidos en la presente investigación, acerca de los conocimientos etnomatemáticos que poseen los niños, particularmente en lo que se relaciona a la construcción de los conceptos de adición y sustracción; es necesario puntualizar algunas implicaciones que debieran considerarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

- La enseñanza de los algoritmos no debe ser mecánica, sino enseñarlos como un fin en sí mismos, para que cuando se le presente al niño situaciones específicas donde deba aplicar sus conocimientos, sea capaz de reconocerlos y resolverlos satisfactoriamente.

- Remontar el contexto del niño haciendo que éste relacione los conceptos de adición y sustracción a situaciones específicas de su cotidianeidad.

- Ejercitar el algoritmo, una vez que el niño se haya vinculado a el con sus propios recursos, comprendiendo su utilidad y significado.

- Favorecer una construcción lógica de los conceptos de adición y sustracción, partiendo de la necesidades del niño.

- Respetar el proceso de construcción individual, permitiendo que cada niño invente y reinvente la aritmética.

- La educación formal debe favorecer eventos de aprendizaje, en donde el niño actúe de manera directa sobre los objetos y llegue así a la realización e internalización del conocimiento matemático

- Se sugiere fomentar y desarrollar las estrategias informales (contar con los dedos, usar material manipulativo) que posee el niño. Dejando de lado la idea de que solo hasta que ingresa a la escuela adquiere conocimientos necesarios para poder desenvolverse ante las diferentes tareas académicas que se le presentan, específicamente en el aspecto relacionado con la resolución de problemas verbales.

- Usar los problemas verbales aditivos simples como punto de partida para generar un conocimiento nuevo, y no emplearse solo para que los niños apliquen el conocimiento del algoritmo de la suma y resta, pues de ser así el problema se resolvería de manera mecánica y repetidamente y el niño no sabría que operación emplear al no usar su lógica.

- Considerando que existen diferentes tipos de problemas con sus respectivas características, las cuales inciden en mayor o menor grado de dificultad. Se pueden emplear aquellos que tienen una estructura semántica más sencilla (problemas de adición que cuentan con la incógnita al final por ejemplo, *Cambio 1* y *Combinación*) para gradualmente vincular al niño con otros problemas más complejos (Incógnita al inicio).

- Desarrollar en el aula y por medio del juego, actividades que implique el resolver problemas elementales de suma y resta. Retomando todos aquellos aspectos que pueden parecer divertidos a los niños y que están vinculados con el grado desarrollo en que se encuentre y sus intereses.

- Prestar especial atención a los primeros años de la vida escolar (preescolar). Ya que es en estos donde el niño fortalece aquellos conocimientos que ha ido adquiriendo de manera informal. Y aprende otros que le permitirán sentar las bases para la adquisición de conocimientos posteriores. Específicamente permitírsele y propiciar tener contacto con problemas, pues en esta medida podrá enfrentarse con éxito a actividades posteriores de este tipo.

- Para los niños de preescolar se pueden planear y diseñar actividades que favorezcan paralelamente tanto el desarrollo de la motricidad como el referido a la resolución de problemas.

- Para los niños de grados más avanzados se pueden elaborar actividades más complicadas que permitan el uso de la lógica y el razonamiento, pero sin dejar de lado el aspecto de juego para que así el niño se involucre de manera más espontánea con la actividad.

A continuación se sugieren algunas actividades que por medio del juego involucren al niño con los problemas verbales aditivos simples y que le permitirán generar conocimientos nuevos a partir de situaciones donde el tomará parte activa.

1. Se requiere un recipiente y objetos pequeños (jarritos, canastitas, etc). Al momento de realizar la actividad se le puede preguntar al niño:

- Si tienes 6 canastitas y te doy 2 más. ¿Cuántos objetos tienes dentro del recipiente?

- Si tienes 8 canastitas y quitas 3 ¿Cuántas te quedan?

Se pueden hacer *Cambios* posteriores para que la cantidad inicial aumente o disminuya.

2. Se necesitan 20 bolas de plastilina por niño y un dado. Se tira un dado por cada jugador y este tendrá que colocar tantas bolas en el centro como puntos haya marcado el dado. Gana aquel que termine antes de colocar sus bolas.

Al momento que se realiza el juego se puede preguntar lo siguiente:

- Hay 7 bolas colocadas (centro de la mesa). Te han salido 3. ¿Cuántas bolas tendré colocadas después de la tirada?

- Hay 12 bolas. ¿Cuántas tendrían que salir en la próxima tirada para que haya veinte?

3. Jugar a que los niños son pasajeros del metro y dado que el número de pasajeros se modifica cuando estos bajan o suben. Generar problemas que involucren la resolución de estos. Por ejemplo:

- Hay 5 pasajeros en el metro. Suben algunos más. Y ahora hay 8. ¿Cuántos subieron?

- Hay varios pasajeros en el metro. Se bajan 5 quedando 7 en el metro. ¿Cuántos pasajeros había en el metro antes de que se bajaran los 5?

4. Elaborar torres de diferentes tamaños, integradas de piezas del mismo tamaño. Cada niño deberá formar la torre más alta que pueda para después realizar comparaciones entre dos torres realizadas por distintos niños o entre una torre y la hecha un momento antes.

Se puede preguntar lo siguiente:

- ¿Cuál es la torre más alta? ¿Cuántos pisos tiene una más que la otra?

- ¿Cuántos pisos tenía la torre que habías hecho antes?

- ¿Cuántos pisos faltan a la torre para ser tan alta como la anterior?

5. Comprar y vender en un supermercado. Ya que tanto el niño que compra como el que vende se percata de que el dinero o artículos con que se cuenta, aumentan o disminuyen. Se pregunta:

- Si tengo $ 50.00 y gaste $ 47.00. ¿Cuánto me deben dar de *Cambio*?

- Tengo $5.00 y quiero comprar una caja de chocolates que cuesta $ 18.00. ¿Cuánto dinero me falta para poder comprarla?

- Si compro unas galletas de $ 10.00, un cereal de $12.00 y una bolsa de caramelos de $ 6.00? ¿Cuánto gasté en total?

Nota:

Previamente se pueden elaborar los artículos que se venden en el supermercado a semejanza de como son los reales. Por tal motivo, se puede emplear cartulina para hacerlos o quizá usar cajas de objetos vacíos. Con respecto al dinero que se empleara, se pueden elaborar de la misma manera, con papel. Después dar al niño determinada cantidad para que puedan hacer sus compras.

CONCLUSIONES

Las características de los diferentes tipos de estructura semántica de los problemas verbales aditivos simples, se expresan en función del tipo de acción que involucran (estática o activa) los conjuntos, la interrelación entre estos (o relación entre conjunto y subconjunto); así como la posición de la incógnita; siendo factores importantes a considerar en el éxito de la resolución de los problemas verbales aditivos simples. Aunados a otros aspectos, como son, el tamaño de los números utilizados en el enunciado del problema, además del uso de algún material manipulativo (objetos).

A este respecto, se concluye que los problemas que implican una suma para su resolución son más sencillos que aquellos que requieren el algoritmo de la resta. Con respecto a los primeros, los de *Cambio 1* y *Combinación 1*, son más fáciles de resolver y comprender que los de *Cambio 6* y *Comparación 3*. Probablemente esto se deba a las mismas características de su estructura. Por su parte, *Comparación* 1, demostró ser más complejo que el resto de los problemas de sustracción; ya que al parecer los niños no cuentan con esquemas apropiados para realizar *Comparación* entre conjuntos.

Por su parte, aquellos problemas en donde la posición de la incógnita está al final, son más fáciles que aquellos en donde ésta se ubica en medio o al inicio de la estructura semántica.

En relación a la forma en que los niños resuelven los diversos problemas de adición y sustracción, se puede expresar que los conocimientos informales que poseen, están vinculados con la elección de la estrategia, ya que es precisamente por medio de tales conocimientos que el niño antes y durante el período escolar se puede enfrentar con éxito ante este tipo de situaciones.

Los niños que carecen de un conocimiento formal de los algoritmos de la suma y resta; son capaces de resolver problemas verbales simples, pues, cuentan con el conocimiento de ciertos hechos conocidos y adquiridos de manera cotidiana y saben que 3+2=5. Mientras que aquellos a quienes ya se ha enseñado el algoritmo de la suma y resta, independientemente de que cuentan con un conocimiento formal siguen implementando diferentes estrategias informales (manipulación de objetos) para resolver este tipo de problemas.

Un factor que incide en la elección de la estrategia, es aquel que tiene que ver con la edad o mejor dicho con el nivel de desarrollo conceptual en que se encuentre el niño, pues mientras los niños de preescolar se inclinan por estrategias concretas que modelen de mejor forma el problema, los niños de grados escolares posteriores utilizan otras más elaboradas; como son: las estrategias verbales y mentales.

Al elegir las estrategias para resolver problemas de adición, los niños se inclinan en mayor medida por las estrategias concretas, después por las mentales y finalmente por la verbales: ya que al parecer una vez que existe la opción de usar material manipulativo es más fácil hacer uso de el.

En la resolución de problemas de sustracción, los niños eligen mayoritariamente, estrategias concretas con respecto a las verbales y mentales, quizá porque la estructura de dichos problemas es más complicada y requieren modelar el problema con los dedos u objetos.

Asimismo, hay ciertas estrategias dentro de las 3 clases de adición y sustracción que son más utilizadas que otras; probablemente porque resultan más sencillas con respecto a las demás.

Finalmente, se concluye que para tener éxito en la resolución de problemas verbales aditivos simples se debe considerar que la elección de la estrategia está ligada de manera directa con el tipo de estructura semántica del problema. Así como otros factores que van desde el uso de algún material manipulativo, la lectura repetida del problema o el uso de algunas palabras que favorezcan la comprensión (entre otros), aunado al grado de desarrollo conceptual en que se encuentre el niño.

ANEXOS

<table>
<tr><td colspan="2">TIPO DE PROBLEMA CLAVE

TEXTO DEL PROBLEMA

ESTRATEGIA ( )</td></tr>
<tr><td>Entrevistador</td><td>Niño</td></tr>
</table>

FRECUENCIA DE LECTURA TEXTUAL DE LOS PROBLEMAS ADITIVOS

ESTADO:

REGION:

GRADO	ZONA	CLAVE	COMBINACION 1		CAMBIO 1		COMPARACION 3		CAMBIO 6		CAMBIO 2		COMBINACION 2		COMPARACION 1		CAMBIO 3		IGUALACION 1	
				R		R		R		R		R		R		R		R		R
		FRECUENCIA :																		

CONSISTENCIA ENTRE RESPUESTA Y JUSTIFICACION
(Concentrado Individual)

ESTADO:

REGION:

Problema	Número de Empleados	RESPUESTA			JUSTIFICACION			Consistencia Entre R y J	Observaciones
		Correcta	Incorrecta	No Hubo	Correcta	Incorrecta	No Hubo		
Combinación 1									
Cambio 1									
Comparación 3									
Cambio 6									
Cambio 2									
Combinación 2									
Comparación 1									
Cambio 3									
Igualación 1									

CONSISTENCIA ENTRE RESPUESTA Y JUSTIFICACION
(Concentrado Global)

ESTADO

REGION:

			Problema:							Comprendió la estructura del problema:				
GRADO	ZONA	CLAVE	RESPUESTA			JUSTIFICACION			Consis-	SI			NO	No se
			C	I	NO	C	I	NO	tencia	Sin Ayuda	Con Ayuda	Tipo de Ayuda		identifica
Frecuencia de														
Aplicación :		Totales												

FRECUENCIA DE EXITO EN LA RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS ADITIVOS

	LA RESPUESTA FUE :				COMPRENDIERON LA ESTRUCRURA DEL PROBLEMA :				
	CORRECTA				SI				
PROBLEMA	1 er. Intento	2 ó más Intentos	INCORRECTA	NO HUBO	Sin Ayuda	Con Ayuda	NO	NO SE IDENTIFICA	FRECUENCIA DE APLICACION
Combinación 1									
Cambio 1									
Comparación 3									
Cambio 6									
Cambio 2									
Combinación 2									
Comparación 1									
Cambio 3									
Igualación 1									

PALABRAS EMPLEADAS PARA AMPLIAR O EXPLICAR EL TEXTO DEL PROBLEMA

TIPO DE PROBLEMA

TEXTO DEL PROBLEMA

CLAVE	FORMA DE LECTURA Y MODIFICACIONES AL TEXTO DEL PROBLEMA	RESPONDIO	COMPRENDIO	FAVORECIO LA COMPRENSION

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS DE ADICION

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Total
Preescolar					
1°					
2°					
Total					

ESTRATEGIAS / PROBLEMAS	CONCRETAS							VERBALES					MENTALES								
	CA1	CA2a	CA2b	CA3	CA4	CA5	Otra	VA1	VA2	VA3	VA4	Otra	MA1	MA2	MA3	MA4	Otra	No logró resolverlo	No se aplica	No se identifica claramente la estructura	Estrategia probable
	Conteo Total con Modelos																				
	1 conjunto y añade	2 conjuntos muestra uno	2 conjuntos muestra los dos	2 conjuntos sin mostrarlos	3 conjuntos	Apareamiento		Cuenta todo desde el 1 comenzando desde el 1er sumando	Cuenta todo desde el 1 comenzando desde el 2do sumando	Cuenta a partir del 1er sumando	Cuenta a partir del sumando más grande		H.C. Comienza por el 1er. sumando	H.C. Comienza por el sumando más grande	H.D. Comienza por el primero	H.D. Comienza por el más grande					
Combinación 2 Frecuencia																					
Cambio 1 Frecuencia																					
Comparación 3 Frecuencia																					
Cambio 6 Frecuencia																					

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS DE SUSTRACCION

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Total
Preescolar					
1°					
2°					
Total					

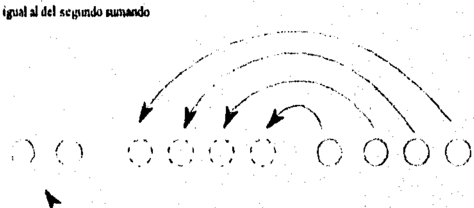
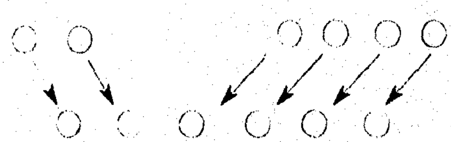
ESTRATEGIAS / PROBLEMAS	CONCRETAS						VERBALES				MENTALES							No logró resolverlo	No se aplicó	No se identifica claramente la estructura	Estrategia probable
	CS1	CS2	CS3	CS4a	CS4b	Otro	VS1	VS2	VS3	Otro	MS1	MS2	MS3	MS4	MS5	MS6	Otro				
	Conjunto Quita y cuenta los que quedan	Conjunto Quita y cuenta los que quitó	Agrega hasta llegar al número más grande	Cuenta	Añade y cuenta		Conteo Hacia Atrás: Responde el último número pronunciado	Conteo Hacia Atrás: Responde el número de palabras pronunciadas	Conteo hacia adelante		H.C. directo sobre la sustracción	H.C. indirecto sobre la sustracción	H.C. directo sobre la adición	H.D. directo sobre la sustracción	H.D. indirecto sobre la sustracción	H.C. directo sobre la adición					
Cambio 2 Frecuencia																					
Combinación 2 Frecuencia																					
Comparación 4 Frecuencia																					
Comparación 3 Frecuencia																					
Cambio 3 Frecuencia																					
Igualación 4 Frecuencia																					

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE ADICION

Juanita tiene 2 globos.
Pepito tiene 4 globos más que Juanita.
¿Cuántos globos tiene Pepito?
2 + 4 =

CONCRETAS

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
CA1 Agregar	*Construye un conjunto que representa el primer sumando y lo incrementa con un número de objetos igual al del segundo sumando*  conjunto inicial
CA2 Juntar a b	Construye dos conjuntos, los une físicamente y después cuenta el total de objetos  *a) Mueve solo un conjunto* b) Mueve los dos conjuntos

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE ADICION

CONCRETAS

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
CA3 Juntar sin modelos	Construye dos conjuntos y cuenta todo sin unirlos físicamente. uno dos tres cuatro cinco seis
CA4 Tres Conjuntos	Construye tres conjuntos: Un primer conjunto con el primer sumando, un segundo conjunto también con el primer sumando y un tercer conjunto con el segundo sumando. Cuenta los conjuntos del segundo y tercer sumandos para obtener la respuesta. X Y Cuenta: Uno Dos Tres Cuatro 1er. Conjunto 2o. Conjunto 3er. Conjunto
CA5 Apareamiento Inverso	Hace dos hileras (o conjuntos). La primera representa el primer sumando, la segunda está formada por el primero y segundo sumandos. Para obtener la respuesta, el niño cuenta los elementos de la segunda hilera: uno dos tres cuatro cinco seis

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE ADICION

VERBALES

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
VA1 Conteo Total desde el primero	Cuenta todo comenzando con el primer sumando desde el uno (uno, dos) y continúa con el segundo sumando (tres, cuatro, cinco, seis). En este caso la respuesta sería el último número pronunciado. respuesta uno dos... tres cuatro cinco seis Primer Sumando Segundo Sumando
VA2 Conteo Total desde el más grande	Cuenta todo, comenzando con el uno, pero con el sumando más grande, aunque no sea el primero En 2 + 4 diría: uno, dos, tres, cuatro y continuaría: cinco, seis
VA3 Conteo desde el primero	Comienza a contar a partir del primer sumando y sigue contando tantos elementos como indique el segundo sumando. 2 + 4 tres, cuatro, cinco, seis
VA4 Conteo desde el más grande	Comienza a contar a partir del sumando más grande, auque no sea el primero. 2 + 4 cinco, seis

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE ADICION

MENTALES

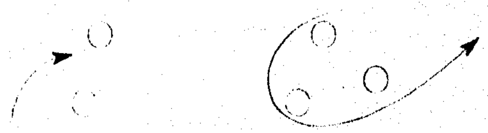
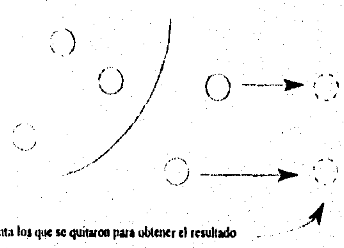
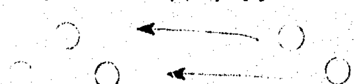
CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
MA1 Hecho Conocido desde el primero	Utiliza "hechos conocidos" sobre la suma, empezando desde el primer sumando. Por ejemplo, en 2 + 4: Sabe que "dos más cuatro son seis" sin tener que contar
MA2 Hecho Conocido desde el más grande	Utiliza hechos conocidos sobre la suma, pero invierte la operación para que el sumando más grande quede al principio Por ejemplo, en 2 + 4, diría: "cuatro más dos son seis"
MA3 Hecho Derivado desde el primero	Usa algunos "hechos conocidos" como patrón para derivar su respuesta: Por ejemplo, en 5 + 8 diría: "cinco más cinco es igual a diez, y diez más tres es igual a trece"
MA4 Hecho Derivado desde el más grande	Usa "hechos conocidos" como patrón para derivar su respuesta, pero invierte la operación para comenzar con el más grande Por ejemplo: en 5 + 8 diría: "ocho más dos son diez y diez más tres son trece"

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

Juanita tiene 5 sombreros.
Pepito tiene 3 sombreros.
¿Cuántos sombreos más, tiene
Juanita que Pepito?
5 - 3

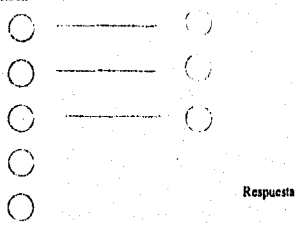
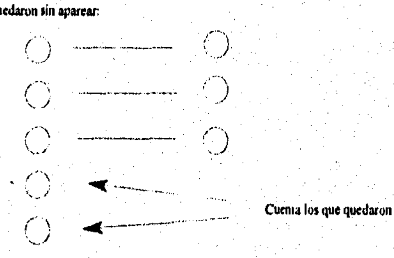
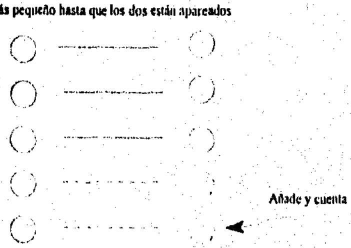
CONCRETAS

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
CS1 Separando	Construye un conjunto con el número más grande y quita de uno en uno, tantos objetos como se señalan en el más pequeño.  Cuenta los que quedaron para obtener el *resultado*.
CS2 Separando Hasta	Construye un conjunto y quita objetos de uno en uno hasta que queda el número más pequeño.  Cuenta los que se quitaron para obtener el resultado
CS3 Añadiendo	Construye un conjunto con el número más pequeño y le agrega elementos hasta llegar al más grande  1er. Conjunto Agrega La respuesta es el número de elementos que se agregaron

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

CONCRETAS

<table>
<tr><th>CLAVE</th><th>ACCIONES DEL NIÑO</th></tr>
<tr><td>CS4
Apareando</td><td>Construye dos hileras, una con el número de elementos de cada conjunto. Las aparea y cuenta el número de elementos que no se aparearon

</td></tr>
<tr><td>a</td><td>Para obtener la respuesta:
a) Cuenta los elementos que quedaron sin aparear:

</td></tr>
<tr><td>b</td><td>b) Añade objetos al conjunto más pequeño hasta que los dos están apareados

</td></tr>
</table>

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

VERBALES

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
VS1 Conteo Regresivo	Cuenta hacia atrás comenzando por el número más grande, pronunciado tantas etiquetas numéricas como elementos tiene el conjunto más pequeño. Por ejemplo, en 5 - 3: Parte del cinco: "cuatro, tres, dos" La respuesta es el último número pronunciado
VS2 Conteo Regresivo Hasta	Cuenta hacia atrás comenzando por el número más grande, hasta llegar al más pequeño. Parte del cinco y dice: "cuatro, tres" 2 La respuesta es el número de palabras pronunciadas
VS3 Conteo Ascendente	Cuenta hacia adelante desde el número más pequeño hasta el más grande. Parte del tres y dice: "cuatro, cinco" 2 La respuesta es el número de palabras pronunciadas

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

MENTALES

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
MS1 Sustracción Directa	Utiliza "hechos conocidos" directos sobre la sustracción Por ejemplo, en 12 - 5, sabe que "doce menos cinco son siete" sin tener que contar
MS2 Sustracción Indirecta	Utiliza un hecho conocido indirecto sobre la sustracción Por ejemplo, en 12 - 5 = 7: Sabe que "doce menos siete son cinco"
MS3 Adición Directa	Utiliza un hecho conocido sobre la adición Por ejemplo, en 12 - 5 = 7: Sabe que "cinco más siete es igual a doce"

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS ADITIVOS

ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

MENTALES

CLAVE	ACCIONES DEL NIÑO
MS4 Hecho Derivado sobre la sustracción directa	Utiliza "hechos conocidos" directos sobre la sustracción como patrón para de ahí derivar su respuesta Por ejemplo, en 12 - 5, diría: "doce menos dos, menos tres, son siete"
MS5 Hecho Derivado sobre la sustracción indirecta	Utiliza hechos conocidos indirectos sobre la sustracción como patrón para de ahí derivar su respuesta Por ejemplo, en 12 - 5, diría: "doce menos dos igual a diez, diez menos cinco igual a cinco, entonces dos más cinco es igual a siete"
MS6 Hecho Derivado sobre la adición indirecta	Utiliza un hechos conocidos sobre la adición como patrón para de ahí derivar su respuesta Por ejemplo, en 12 - 5, diría: "cinco más cinco igual a diez, entonces, dos más, es igual a siete"

FALTA PAGINA

No. 115

BIBLIOGRAFIA

Arana A. eT al. Entrevista : problemas aditivos, reparto y práctica docente del proyecto "Una investigación sobre el conocimiento etnomatemático de los conceptos de número y las operaciones". CONACyT - PNAFAPM - CINVESTAV. México, 1991. 27 pp.

Barodv, Arthur J. El pensamiento matemático de los niños: en marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Aprendizaje Visor. Madrid, 1986. 263 pp.

Bavaresco De Puceto, Aura. Las técnicas de la investigación. 4a. Edición. Edit Iberoamérica. México, 1979. 299 pp.

Bermejo, Vicente. El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. Paidós Educador. Barcelona, 1990. 210 pp.

Bermejo, V y Rodríguez P. Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. Madrid, 1987.

Bermejo, V. y Lago, M. Representación y magnitud de los sumandos en la resolución de problemas aditivos. Infancia y Aprendizaje. 1988.

Callejo de la Vega, Luz. La enseñanza de las matemáticas. Madrid. Narcea. 116 pp.

Carpenter y Moser. "The development of addition and susbtraction problem - solving skills Addition and substraction. A cognitive perspective. Wisconsin, Research and Development Center for individualizad. Schooling 1982. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey. 20 pp

Castro Martínez y Romero Rico. Números y operaciones. Fundamento para una aritmética escolar. Ed. Síntesis. Madrid, 1987. 190 pp.

De Corte y Verschaffel. The Effect of semantic structure on first graders. Strategies for solving addition and substraction word problem. Journal for research in mathematics education. 1984. Vol. 18 p 363-381. 8 pp.

Kamil Constance Kazuko. El niño reinventa la aritmética. Edit. Aprendizaje Visor. Madrid, 1984. 284 pp.

Kamil Constance Kazuko. El número en la educación. Edit. Aprendizaje Visor. Madrid, 1985. 96 pp.

Maza Gómez, Carlos. Enseñanza de la suma y resta. Edit. Aprendizaje Visor. Madrid, 1991. 160 pp.

Maza Gómez, Carlos. Sumar y Restar. Edit. Aprendizaje Visor. Madrid, 1990. 122 pp.

Mialaret, Gaston. Las matemáticas cómo se aprenden, cómo se enseñan. Edit. Aprendizaje Visor. Madrid, 1986. 174 pp.

Moser, James y T. Carpenter. "Children's solution procedures" en psychological aspect of early aritmetic concepts. 1989.

Moser, James. Procedimientos de solución de los niños. Departamento de Instrucción Pública, Estado de Wisconsin, 1989. Tr. Rosa María Ríos, para el proyecto "Una investigación sobre el conocimiento etnomatemático de los conceptos del número y las operaciones". Sección de Matemática Educativa CINVESTAV - I.P.N.

Riley, Greeno, Heller. "Desarrollo de la habilidad de los niños para la resolución de problemas aritméticos" en The Development of mathematical thinking. Development psychology series. Tr. Rosa María Ríos. Academic press. New York E.E.U.U, 1983. 68 pp.

Salgado, Karina. Tesis Adición y Sustracción. 1994.

S.E.P. Investigación del proyecto de educación especial. México, 1984-1988.