

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

01161
2006
2006

**IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS ESTRUCTURALES A
PARTIR DE SU RESPUESTA SÍSMICA**

Francisco José Noguez López

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS
DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)**

ASESOR DE TESIS: M. en I. Ricardo González Alcorta

CIUDAD UNIVERSITARIA

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres

CONTENIDO

- 1. INTRODUCCIÓN**
 - 1.1 Objetivos

- 2. EL MÉTODO DE LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS**
 - 2.1 Modelación
 - 2.2 Función criterio
 - 2.3 Estimación de parámetros
 - 2.4 Aspectos auxiliares del método de identificación
 - 2.5 Método empleado

- 3. ESTADO DEL ARTE DE LA APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS A LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL**
 - 3.1 Identificación de sistemas
 - 3.2 Aplicaciones

- 4. SIMULACIONES MATEMÁTICAS**
 - 4.1 Modelos matemáticos
 - 4.2 Índices estadísticos
 - 4.3 Estimación de parámetros globales equivalentes
 - 4.4 Valores iniciales y nivel de ruido
 - 4.5 Estimación de parámetros en un sistema no lineal
 - 4.6 Observaciones

- 5. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN EL EDIFICIO**
 - 5.1 Descripción del edificio
 - 5.2 Instrumentación
 - 5.3 Registros sísmicos

- 5.4 Procesamiento de las señales
- 5.5 Análisis no paramétrico
- 5.6 Análisis paramétrico
 - 5.6.1 Estimación con el modelo 1GL
 - 5.6.2 Estimación con el modelo 3GLP
 - 5.6.3 Estimación con el modelo 3GLT

6. CONCLUSIONES

RECONOCIMIENTOS

REFERENCIAS

TABLAS Y FIGURAS

APÉNDICE: A. Modelos matemáticos

VARIABLES EMPLEADAS

a	tamaño del descenso en método Gauss-Newton
α	vector de parámetros
α_0	parámetro inicial
α_R	parámetro real
$\bar{\alpha}_i$	valor medio del parámetro i -ésimo para un grupo determinado de simulaciones
α_{is}	parámetro i -ésimo del vector de parámetros obtenido de la simulación s
C_m	matriz de amortiguamiento modal
c	coeficiente de amortiguamiento
c_x, c_y	coeficientes de amortiguamiento viscoso en las direcciones x y y
c_θ	coeficiente de amortiguamiento de la estructura en torsión
$c_{\alpha_x}, c_{\alpha_y}$	coeficientes de amortiguamiento asociados al efecto ISE en traslación de la base
$c_{\alpha_x}, c_{\alpha_y}$	coeficientes de amortiguamiento asociados al efecto ISE en cabeceo alrededor del eje y y x , respectivamente
d_i	vector de dirección en método Gauss-Newton
Δt	intervalo de muestreo de las señales
e_x, e_y	excentricidades entre los centros de rigidez CR y masa CM del sistema
ϵ	vector de errores para cada respuesta
Φ	matriz de formas modales
G	función que representa las fuerzas elásticas y amortiguadoras generadas por el movimiento del sistema
h	altura del modelo
$h(t)$	función de impulso
J	función criterio
J_θ	momento polar de inercia de la masa de la estructura respecto al eje vertical
J_x, J_y	momento polar de inercia de la masa de la cimentación respecto al eje y y x , respectivamente
K_m	matriz de rigidez modal

k	coeficiente de rigidez
k_x, k_y	coeficientes de rigidez de la estructura en las direcciones x y y
k_θ	coeficiente de rigidez de la estructura en torsión
k_{ax}, k_{ay}	coeficientes de rigidez asociados al efecto ISE en traslación de la base
k_{rx}, k_{ry}	coeficientes de rigidez asociados al efecto ISE en cabeceo alrededor del eje y y x , respectivamente
M	matriz de masas
M_m	matriz de masa modal
m	masa del sistema
m_0	masa de la cimentación
μ	media de la distribución de probabilidad
n	número de puntos que contienen ambas historias
$nhist$	número total de historias a considerar
ns	número total de simulaciones
np	número total de parámetros identificados en el modelo estudiado
P	fuerzas externas
s	número de simulación
σ	desviación estándar
x, \dot{x}, \ddot{x}	vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente
$x_R(t)$	historia de la respuesta real
$x_{Ri}^{m\acute{a}x}$	respuesta máxima real de la historia i -ésima
$x_i^{m\acute{a}x}$	respuesta máxima de la historia i -ésima calculada con el modelo identificado
\ddot{x}_g	aceleración en la base del sistema
X_i	variable de estado
ξ_1, ξ_2	coeficientes de amortiguamiento asociados al primero y segundo modo respectivamente
$z(t)$	vector de estado
ω_1, ω_2	frecuencias circulares

INTRODUCCIÓN

En general, la ingeniería estructural estudia diferentes sistemas sometidos a un conjunto de condiciones ambientales a las que probablemente estará sujeto durante su vida útil. Con este propósito la dinámica estructural se encarga de analizar las solicitaciones que pueden ocurrir a los sistemas, tratándolas como funciones en el tiempo. En particular, podría decirse que la dinámica estructural se encarga de formular modelos analíticos para las estructuras y calcular la correspondiente respuesta estructural ante diferentes solicitaciones. A esta secuencia se le define como la solución del *Problema Directo*.

Como consecuencia del rápido desarrollo tanto de los equipos como de los programas de computadora, se encuentran disponibles un gran número de paquetes para resolver confiablemente este tipo de problemas. Por medio de modelos desarrollados con esos métodos pueden calcularse formas modales, frecuencias de vibrar, esfuerzos internos y la respuesta de la estructura ante excitaciones arbitrarias. Sin embargo, en muchas ocasiones los resultados calculados no concuerdan con la correspondiente información experimental obtenida de la estructura real. El modelado incorrecto que produce esta desviación entre la predicción y el comportamiento real puede deberse a que ciertos parámetros del sistema no se conocen con precisión. Sin embargo, el ajuste del modelo para obtener una mejor correlación con la respuesta real a través de un proceso de prueba y error, frecuentemente no da los resultados deseados.

Así, aunque los métodos de análisis se han refinado cada vez más, la utilidad de estas soluciones analíticas podría ponerse en duda en función del grado de realismo obtenido con sus modelos. Con base en lo anterior, en el *Problema Inverso* se plantea la determinación de estos modelos y la estimación de los valores de sus parámetros estructurales (rigidez y amortiguamiento, generalmente), a partir de los registros de la respuesta real, así como de la excitación que la produjo. El sistema bajo efectos dinámicos puede ser un puente, una

presa, un edificio, o simplemente un resorte unido a una masa. Al usar diferentes técnicas de modelado, es posible llegar a un sistema de ecuaciones de segundo orden, las cuales describen la dinámica del sistema

$$M\ddot{x}+G(x,\dot{x},\alpha)=P$$

donde

M matriz de masas

x, \dot{x}, \ddot{x} vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente

G función que representa las fuerzas elásticas y amortiguadoras generadas por el movimiento del sistema

α vector de parámetros

P fuerzas externas

Con esta información se requiere determinar una función G tal que se pueda obtener la mejor correlación entre la respuesta predicha y la experimental. Éste es el problema de la identificación. Para resolverlo, se restringe a G a una cierta clase de funciones, verificando que sea lo suficientemente detallada para representar todos los efectos que se desean simular. En general, ésto se hace expresando G en una forma paramétrica en función del vector desconocido de parámetros α . Por último, si se introduce una función de error, que relacione la respuesta experimental con la simulada, el problema de identificación se reduce a la búsqueda de un vector α , tal que se minimice esta función.

La importancia de este problema en la ingeniería estructural se ha incrementado últimamente, principalmente por el deseo de contar con una descripción más confiable de las estructuras y de sus características dinámicas, para así predecir su respuesta ante excitaciones externas y evaluar el grado de daño a través de la variación de sus parámetros. Además, el uso de estas técnicas ha venido en aumento debido tanto al desarrollo de métodos analíticos prácticos para la solución de los problemas inversos, como a los avances en el procesamiento y análisis de señales (desarrollo en la construcción de los sensores e incremento en el poder y economía de los microprocesadores).

La aplicación de técnicas de identificación de sistemas se ha convertido en un importante tópico de investigación en relación con la evaluación de la seguridad y de los niveles de daño en las construcciones. La importancia de este problema aumenta en la medida en que se

incrementa el número de edificaciones y en la que las estructuras existentes se acercan al final de su vida útil. Además, existen muchas estructuras importantes en operación, las cuales han sido diseñadas con especificaciones menos rigurosas que las actuales, edificaciones antiguas cuyas propiedades han cambiado a través del tiempo, así como edificios que involucran grandes riesgos, debido al alto grado de ocupación o al costo de los equipos y sustancias que albergan. Además, los métodos de cálculo que se utilizan comúnmente en el diseño de una estructura pueden resultar inadecuados al tratar de considerar el deterioro y degradación de ésta con el tiempo.

La dinámica estructural es un campo muy amplio, que involucra a ingenieros con diferentes objetivos de diseño, basados en filosofías distintas. Por lo tanto, los parámetros estructurales más significativos variarán según las necesidades que se tengan en cada momento. Así, por ejemplo, en determinado momento puede resultar deseable estimar el amortiguamiento de un edificio, mientras que en otro caso el cortante en la base sea lo más importante, o en un sentido más particular, la resistencia residual de una estructura puede ser tratada como parámetro a identificar. Por lo tanto, el intervalo de parámetros potenciales que pueden ser identificados es virtualmente ilimitado.

Sin embargo, la cantidad de parámetros que definen al modelo matemático, y por ende, la complejidad de éste, quedará limitada por la calidad y cantidad de información experimental con que se cuente. De esta forma, el número y ubicación de los sensores en el sistema real son factores determinantes en la identificación de sistemas.

1.1 Objetivos

En este trabajo se estudia la potencialidad del uso de las técnicas de identificación de sistemas, para la elaboración de modelos matemáticos representativos de estructuras, a partir de su respuesta sísmica registrada. Con este propósito, se desarrollaron modelos matemáticos con los que se estudió la convergencia y precisión del método de estimación. Se analizó, asimismo, el comportamiento dinámico de un edificio de 17 niveles instrumentado con aparatos de registro sísmico, durante el sismo ocurrido el 24 de octubre de 1993, mediante técnicas de identificación paramétrica.

Este informe se compone de seis capítulos. En el capítulo dos se describen las etapas que

comprende el problema de la identificación de sistemas. El capítulo tres muestra el estado del arte de estas técnicas aplicadas a problemas de ingeniería estructural. En el capítulo cuatro se describen y analizan los modelos que se emplearán para identificar los parámetros estructurales del edificio en estudio. En el capítulo cinco se describe el edificio analizado, su instrumentación, y el evento sísmico seleccionado; se discuten, además, los resultados obtenidos de la aplicación de cada modelo en la identificación de la respuesta de este edificio. Y finalmente, en el capítulo seis se presentan las conclusiones obtenidas de este estudio.

EL MÉTODO DE LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

En el problema inverso mencionado en el capítulo anterior, se conoce la respuesta ante una entrada o entradas, pero se desconocen las ecuaciones que describen el sistema o la entrada misma a éste. De aquí, es posible caracterizar diferentes tipos de problemas inversos (Bekey, 1970):

- a) *Dada una entrada y una salida, encontrar la descripción de un sistema que ajuste esta relación lo mejor posible.* Este constituye el problema de *diseño* o *síntesis*, el cual comúnmente está sujeto a una serie de restricciones como peso, costo, tamaño, etc. Se puede ver que no existe una solución única para el problema de diseño, ya que existe un gran número de procesos posibles que puedan tener la misma relación entrada-salida.
- b) *Dado un sistema y la respuesta de éste, encontrar la entrada que la causó.* Se conoce también como el problema de *control*. Por ejemplo, si se cuentan con las ecuaciones que describen la dinámica de un avión, así como con los registros de su respuesta ante la excitación del viento, puede desearse encontrar la magnitud y dirección de las fuerzas de viento que provocaron esa respuesta.
- c) *Dado un conjunto de entradas y sus correspondientes salidas de un sistema, encontrar la descripción matemática del sistema.* Éste es, tal vez, el más complicado de los tres problemas inversos, y se conoce como el problema de la *identificación*. Este problema puede dividirse en tres etapas:
 - 1) Determinación de la forma del modelo, así como de los parámetros desconocidos

- 2) Selección de una función criterio por medio de la cual se evalúe la calidad del ajuste, entre la respuesta del sistema y la del modelo
- 3) Selección de un algoritmo de ajuste de los parámetros de tal forma que las diferencias entre las respuestas del modelo y del sistema, expresadas a través de la función criterio, sean minimizadas.

2.1 Modelación

El desarrollo de modelos dinámicos es necesario para la predicción de la respuesta de sistemas estructurales ante excitaciones sísmicas. En el diseño por sismo de estructuras, los modelos dinámicos pueden ser teóricamente sintetizados a partir de las propiedades de los componentes estructurales y de sus interacciones. Tales modelos deberían ser mejorados, ya que aún existen muchas incertidumbres en la síntesis de éstos. Afortunadamente, se han acumulado un gran número de registros correspondientes a la respuesta de estructuras durante excitaciones sísmicas, los cuales ofrecen la oportunidad de estudiar sus características dinámicas. Mediante el uso de estos registros, es posible identificar las propiedades dinámicas de las estructuras, aumentando con esto la confiabilidad de los modelos que las representan.

En la identificación de sistemas, la selección de la forma del modelo matemático es la parte más importante del proceso. Si se hace una selección pobre del tipo de modelo, por más sistemático que sea el ajuste efectuado, no se alcanzará una correlación aceptable de las respuestas.

El problema del modelado puede separarse en dos categorías, según sea el grado de conocimiento *a priori* que se tenga del sistema. Si la naturaleza del proceso es completamente desconocida, podemos hablar de un problema de identificación en el que existe una "ignorancia total". En otros casos, se cuenta con un conocimiento considerable de la naturaleza del sistema, pero los valores específicos de sus parámetros son desconocidos. En tal caso, las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema son conocidas o deducibles a partir de la física de éste, dejando sus coeficientes como variables. Es evidente que muchos de los problemas de modelado en ingeniería son de este segundo tipo.

Así, los modelos en la identificación de sistemas pueden ser clasificados como paramétricos y no paramétricos.

Modelos paramétricos. Aquí la configuración y la descripción matemática del sistema se suponen como conocidas, y resta sólo la estimación de sus parámetros a fin de ajustar la respuesta del modelo con la del sistema. La formulación del problema de identificación eventualmente se convierte en una búsqueda dentro de un espacio de parámetros, donde se pretende la minimización de la función criterio o error de ajuste. Como ejemplo, un modelo de un sistema de un grado de libertad puede ser representado en el dominio del tiempo a través de la ecuación diferencial

$$\ddot{x}(t) + G(x(t), \dot{x}(t), \alpha) = p(t)$$

donde $x(t)$ y sus derivadas son la salida del modelo; $p(t)$ es la entrada al modelo; G es una función que representa la fuerza restitutiva y α es el vector de los parámetros a estimar.

Algunos algoritmos de minimización requieren que la dinámica del modelo paramétrico sea descrita mediante un *planteamiento de estado*. En un planteamiento de estado la relación entre las señales de entrada y salida se expresa como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales (o no lineales) de primer orden y un vector auxiliar de estado z (Renker y Waller, 1990). Si se considera el tiempo como continuo,

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ -G(x(t), \dot{x}(t), \alpha) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p(t) \end{bmatrix}$$
$$\dot{z}(t) = f(\alpha, p(t), z(t))$$

donde el vector f es la función o funcional que describe la forma matemática del modelo y $z(t)$ es el vector de estado. Para modelos estructurales, éste puede consistir en los desplazamientos y velocidades para cada grado de libertad del modelo.

El orden del modelo, reflejado en la cantidad de parámetros, está relacionado con el número de grados de libertad que se le asignan. Además, afecta directamente la calidad del ajuste en el proceso de identificación, para que conforme éste aumenta el error disminuya. Esta

reducción en el error es muy pronunciada al principio, pero gradualmente se hace más suave a medida que el orden del modelo aumenta. El inicio de esta región plana sugiere que cualquier incremento a partir de este punto en el orden del modelo, no mejore realmente la calidad de éste. El orden óptimo para el modelo se encuentra en esta región plana, preferiblemente en el punto donde se inicia. La información experimental con que se cuenta es un factor determinante en la elección del orden del modelo, se requiere así una mayor cantidad de puntos instrumentados para poder trabajar con modelos más refinados, como aquellos que toman en cuenta el comportamiento de componentes estructurales individuales.

Sin embargo, los modelos paramétricos pueden conducir a errores considerables en estructuras complejas, si el orden del modelo matemático no coincide con el orden de la estructura real. Ésta podría ser una dificultad importante en grandes estructuras donde la distribución de masa y rigidez no se tiene propiamente entendida como para obtener una representación lo suficientemente exacta del orden del modelo. La identificación de tal modelo paramétrico, se hace aún más difícil, si el sistema es no lineal. En este caso, la búsqueda en el espacio de parámetros se vuelve tanto difícil como costosa en tiempo de cálculo.

Modelos no paramétricos. La configuración estructural del sistema se considera desconocida, es decir, no se hacen suposiciones acerca de ésta (*Udwadia y Marmarelis, 1976a*). Las partes no conocidas del modelo son funciones en lugar de parámetros; el sistema es tratado como una "caja negra" ya que el objetivo es determinar una función que relacione la entrada y la salida sin el recurso de cualquier información previa sobre la estructura interna del sistema. Si la única intención en el análisis del sistema es estudiar la respuesta en el tiempo y ser capaz de predecirla para cierta clase de entradas, los modelos no paramétricos son los adecuados.

Por ejemplo, un modelo lineal invariante en el tiempo con una sola entrada y una sola salida podría estar caracterizado por la función de impulso $h(t)$ y la relación entrada-salida asociada:

$$x(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) z(t-\tau) d\tau$$

En la formulación no paramétrica, $h(t)$ es una función arbitraria para ser estimada de la entrada y salida, mientras que en los modelos paramétricos estas funciones son de una forma prescrita, pero con parámetros desconocidos. Se requieren, por lo tanto, diferentes procedimientos de identificación para estos dos casos.

Con base en lo anterior, respecto a los modelos, la identificación de sistemas puede ser considerada como el proceso en el cual se estiman los parámetros desconocidos para un modelo paramétrico, o las funciones desconocidas para el modelo no paramétrico, al usar la entrada y la salida del sistema. A partir de aquí, tanto los parámetros de los primeros modelos como el grado y coeficientes de las funciones que representan a los segundos serán denominados en forma genérica como *parámetros* únicamente.

Posiblemente la mayor desventaja de los modelos no paramétricos en la ingeniería estructural es que no pueden ser construidos a partir de los planos estructurales de un edificio. La identificación con estos modelos en los puntos de la estructura donde se registra la respuesta conduce a una relación entre la excitación y la respuesta exclusivamente para esos puntos. El comportamiento en otros puntos de la estructura, o la respuesta sísmica de estructuras diferentes, no puede ser predicha con un modelo no paramétrico.

Existen varios modelos no paramétricos para la identificación del comportamiento no lineal como la serie de *Volterra*, los modelos de *Wiener* y *Hammerstein* o los modelos autorregresivos como el *TAR de Tong* (*Renker and Waller, 1990*), por ejemplo. Para la identificación de sistemas estructurales, estos modelos son raramente usados debido a que no permiten obtener el conocimiento deseado sobre la física del sistema. Además, los sistemas estructurales son comúnmente representados a través de matrices de masa, rigidez y amortiguamiento. De esta forma, un método de identificación, que proporcione resultados significativos, debería estar basado en este tipo de formulaciones.

2.2 Función criterio

Una vez establecido el tipo de modelo que se empleará en el proceso de identificación, se debe elegir una función criterio, mediante la cual se evalúe la calidad del modelo, para predecir la respuesta del sistema en el ajuste de parámetros.

Muchas de las técnicas de identificación empleadas en la ingeniería sísmica pueden ser clasificadas como de *error de salida*. La idea detrás de este método es estimar los valores de los parámetros de un modelo, de manera que se tienda a un ajuste óptimo de la salida del modelo con la salida del sistema real, cuando ambos se excitan con la misma entrada. La respuesta del modelo ante una excitación específica se encuentra dando valores a sus

parámetros e integrando sus ecuaciones paso a paso a través del tiempo. La integración del modelo, para un conjunto dado de parámetros α , arrojará su respuesta en cada grado de libertad. Para la estimación de parámetros, la respuesta medida del sistema como desplazamiento, velocidad y/o aceleración será comparada con la del modelo, y la diferencia entre éstas dará como resultado el vector ϵ , que contiene los errores para cada respuesta. El error de salida ϵ será evaluado a través de una función criterio J , como la función de máxima verosimilitud,

$$J(\alpha) = \det \sum_{t=1}^N \epsilon(t) \epsilon(t)^T$$

o la función de Tschebyscheff,

$$J(\alpha) = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^N |\epsilon_{i,t}|$$

o la suma Gaussiana de los errores,

$$J(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \epsilon(t)^T \epsilon(t)$$

donde

N número de intervalos de tiempo

n cantidad de respuestas medidas que se consideraron al construir el vector de error ϵ .

La función criterio J es una escalar que depende del vector de parámetros α y que conduce, en el caso de la función de máxima verosimilitud y de la suma Gaussiana de los errores, a un sistema de ecuaciones, con los parámetros como incógnitas, que depende del tipo de modelo ya sea lineal o no lineal. Las ecuaciones pueden ser únicamente resueltas si las funciones de sensibilidad del modelo pueden ser evaluadas. Estas funciones son las derivadas parciales de los valores de salida respecto a cada uno de los parámetros del modelo.

2.3 Estimación de parámetros

El siguiente paso es la selección de un algoritmo para ajustar sistemáticamente los parámetros

en el modelo hasta que la función criterio sea minimizada. El modelo óptimo es esencialmente aquel con el menor error de salida producto de la integral o sumatoria que representa J , la cual puede tener ponderaciones para cada una de las salidas que se tomen en cuenta al calcular este error de salida.

Existen varias técnicas para la minimización de J :

- a) En algunos casos es posible llegar a *expresiones analíticas* para obtener los parámetros α .
- b) Las denominadas *técnicas de búsqueda* pueden resultar útiles cuando el número de parámetros es pequeño. En tales casos, se seleccionan valores sucesivos de α ($\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \text{etc.}$) ya sea de forma aleatoria o de acuerdo a un criterio de búsqueda en el espacio de parámetros, y se calculan los valores correspondientes de la función criterio J ($J^{(1)}, J^{(2)}, \text{etc.}$). De esta forma, mediante una simple comparación, se determina la J mínima.
- c) Los *métodos descendentes* son métodos iterativos, es decir, usan la historia completa del segmento en cuestión en cada iteración. Estos métodos tienen una sencilla interpretación geométrica: si el número de parámetros usado es n , conviene interpretar a la función criterio como la descripción de una superficie de dimensión n dentro de un espacio de dimensión $n+1$; el problema consiste en hallar las coordenadas del punto con el mínimo global de la superficie.

Los *métodos gradiente* se basan en la obtención de los valores de α para los que el vector gradiente es igual a cero. El vector gradiente se construye con las derivadas parciales de la función J respecto a cada uno de los parámetros. Sin embargo, el *método Gauss-Newton*, al introducir en su planteamiento el uso de la matriz Hessiana, la cual se compone de las segundas derivadas parciales, resulta numéricamente más eficiente que el método anterior.

Método Gauss-Newton. Al definir como α_i al vector de parámetros, α_{i+1} será el vector mejorado de parámetros con el cual se obtiene un valor de J menor (Kaya y McNiven, 1978). La ecuación fundamental que los liga se tendrá como

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + a d_i$$

donde

d_i vector de dirección, y

a tamaño del descenso.

El método Gauss-Newton se obtiene de expandir la función criterio en una serie de Taylor, a partir del punto anterior α_i y se retienen sólo los primeros tres términos,

$$J(\alpha_{i+1}) = J(\alpha_i) + \nabla J(\alpha_i)^T \cdot (\alpha_{i+1} - \alpha_i) + \frac{1}{2} (\alpha_{i+1} - \alpha_i)^T \nabla^2 J(\alpha_i) (\alpha_{i+1} - \alpha_i)$$

donde $\nabla J(\alpha_i)$ es el vector columna gradiente y $\nabla^2 J(\alpha_i)$ es la matriz Hessiana. Para minimizar $J(\alpha_{i+1})$, su gradiente respecto a α_{i+1} debe ser igual al vector cero,

$$\nabla J(\alpha_i) + \frac{1}{2} \nabla^2 J(\alpha_i) (\alpha_{i+1} - \alpha_i) = 0$$

y si la matriz Hessiana es invertible,

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - [\nabla^2 J(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)$$

Si la superficie que describe la función criterio no es cuadrática, esta ecuación puede conducir a valores mayores de esta función, alejándose cada vez más del valle donde se halla un mínimo. Para asegurar que el error decremente en cada iteración, se introduce un escalar positivo a para ajustar el tamaño del descenso por separado. La ecuación resultante es

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - a [\nabla^2 J(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)$$

Los componentes del vector gradiente y de la matriz Hessiana se encuentran derivando la función criterio J . En el método *Gauss-Newton modificado* las derivadas parciales de segundo orden de la matriz Hessiana son despreciadas, asumiendo que, conforme avanza el

proceso iterativo, los errores se van acercando a cero y las segundas derivadas parciales no se incrementan más rápido que el decremento del error. Esta aproximación esta casi siempre justificada, evitando la complicación en hallar los elementos relacionados con las segundas derivadas. El método Gauss-Newton modificado se define ahora como

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - a [AH(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)$$

por lo que el vector de dirección d_i se define como

$$d_i \cong -[AH(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)$$

Para obtener la matriz Hessiana aproximada así como el vector gradiente, es necesario evaluar las primeras derivadas parciales de cada una de las respuestas con respecto a cada parámetro. Estas cantidades se definen como *coeficientes de sensibilidad*.

Para obtener una versión mejorada del vector de parámetros α , se debe determinar el tamaño de descenso a , el cual se establece buscando sistemáticamente sobre la superficie del error en la dirección dada por el vector de dirección, hasta que se encuentra un punto sobre la superficie donde la pendiente en este perfil sea lo suficientemente pequeña. Para evaluar la pendiente de la superficie del error, la función criterio se expresa en términos de a como

$$J(\alpha_{i+1}) = J[\alpha_i - a [AH(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)]$$

y derivando respecto a a

$$\frac{\partial}{\partial a} J(\alpha_{i+1}) = -\nabla J(\alpha_{i+1})^T [AH(\alpha_i)]^{-1} \nabla J(\alpha_i)$$

Ahora se busca un valor para a que anule esta derivada, o en un sentido práctico, que la vuelva lo suficientemente pequeña.

Al empezar la búsqueda se usan los valores iniciales de la función criterio y su pendiente, $a=0$. El primer punto seleccionado en la dirección de búsqueda es $a=1$. Se evalúan el error

y su pendiente en este punto y la pendiente es comparada con la tolerancia especificada. Si la pendiente es demasiado grande y positiva, se encuentra un segundo punto mejorado a lo largo del perfil, mediante interpolación cúbica. Se construye un polinomio cúbico para ajustar la función criterio y la pendiente del perfil en los puntos donde $a=0$ y $a=1$. El error y la pendiente son evaluados en este segundo punto, y se compara de nuevo la pendiente, con la tolerancia. Si esta pendiente es nuevamente demasiado grande, se localiza otro punto en el perfil al usar dos de los puntos localizados previamente en lados opuestos del mínimo, y se repite el procedimiento de ajuste de la curva entre esos dos puntos.

Si la pendiente en $a=1$ es demasiado grande y negativa, se emplea extrapolación cuadrática con las pendientes en $a=0$ y $a=1$, para localizar un nuevo punto más allá de $a=1$.

El procedimiento continúa y usa interpolación cúbica o extrapolación cuadrática hasta que se encuentre un valor de a , en el cual la pendiente del perfil del error sea menor que la tolerancia. El valor resultante de a se usa entonces para establecer los parámetros para el siguiente ciclo del proceso iterativo.

Después de completar un ciclo completo para definir a_{min} en el perfil del error, el proceso iterativo para establecer α continúa para un número de ciclos de direcciones y líneas de búsqueda, hasta que se encuentra un punto sobre la superficie del error, en el cual la pendiente sea menor que la tolerancia. Esta tolerancia deberá ser lo menor posible para que los coeficientes del vector α sean definidos con la mayor exactitud.

Influencia de los valores iniciales. Al igual que todos los métodos iterativos, el estimador utilizado requiere de un conjunto de valores iniciales de las variables desconocidas para iniciar las iteraciones. De esta forma, la elección del punto de partida controla la convergencia del algoritmo y el esfuerzo de cálculo para llegar a la solución final. Es recomendable, por tanto, usar toda la información *a priori* de que se disponga del sistema y sus parámetros, para una selección adecuada del punto de partida del proceso, ya que una mala elección de este vector puede traer como consecuencia, en el mejor de los casos, un incremento significativo del número de iteraciones, aunque frecuentemente provoca que la solución converja a un mínimo local en la superficie que describe la función criterio en el espacio n-dimensional de parámetros.

Asimismo, deben tenerse siempre en cuenta las restricciones físicas propias del modelo que

representa al sistema estructural, esto es, que los valores de rigidez en ningún caso pueden adoptar valores negativos.

Problemas de escala en los parámetros. Uno de los problemas que contribuye a que el algoritmo converja a mínimos locales es la topografía de la función criterio, la cual puede presentar valles muy pronunciados que afectan la convergencia y precisión del algoritmo. Este tipo de topografías se producen debido a las diferencias en orden de magnitud entre parámetros, lo que se conoce como *problema de escala*. En la estimación de parámetros de sistemas estructurales es muy común encontrar problemas de escala, dado que los parámetros de rigidez y amortiguamiento presentan órdenes de magnitud muy diferentes. Este tipo de problemas puede solucionarse dando la escala necesaria a cada parámetro, a fin de que guarden el mismo orden de magnitud entre sí, con lo que queda asegurada la convergencia del algoritmo.

Métodos recursivos. Existen otros métodos en los cuales no se intenta minimizar iterativamente la función J , sino que procesan la información secuencialmente y aparecen en cada paso tanto los estimados de la respuesta, como de los parámetros, a través de un proceso de estimación sucesiva de mínimos cuadrados (Caravani et al., 1977).

Si se expresan las ecuaciones de movimiento para un sistema estructural en forma matricial, se tiene que

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$$

Si M es conocida, el problema consiste en determinar los coeficientes K_j , C_j , $j=1,2,\dots,N$ que aparecen en las matrices K y C (sistema de cortante). Además los vectores \ddot{x} , \dot{x} , x y f son conocidos en un número de puntos discretos de tiempo t_i , $i=1,2,\dots$

Para poder entender el problema en función de la solución por mínimos cuadrados, considérese la siguiente identidad:

$$\begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_1 - x_2 & 0 \\ 0 & x_2 - x_1 & x_2 - x_3 \\ 0 & 0 & x_3 - x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix}$$

al escribir en forma particionada el sistema de ecuaciones que representa la dinámica del sistema

$$[C \quad K] \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dots \\ x(t) \end{bmatrix} = f(t) - Mx(t)$$

y definir el vector de parámetros α de dimensión $(2N \times 1)$

$$\alpha = [C_1 \dots C_N \quad K_1 \dots K_N]^T$$

al usar la identidad anteriormente establecida, la ecuación particionada se expresa como

$$H\alpha = q$$

donde

$$H = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & x_1 - x_2 & 0 & \dots & x_1 & x_1 - x_2 & 0 & \dots \\ 0 & \dot{x}_2 - \dot{x}_1 & x_2 - x_3 & \dots & 0 & x_2 - x_1 & x_2 - x_3 & \dots \\ 0 & 0 & \dot{x}_3 - \dot{x}_2 & \dots & 0 & 0 & x_3 - x_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

de dimensión $N \times 2N$, y

$$q = f(t) - Mx(t)$$

Puede observarse que, para cada tiempo t_i , tanto la matriz H como el vector q son elementos conocidos, que se obtienen a través de las mediciones de la entrada y salida del sistema. Esta ecuación puede ser escrita para cualquier instante en el tiempo. Dos ecuaciones como ésta en dos diferentes tiempos, i y j , constituyen un sistema lineal de $2N$ ecuaciones con $2N$ incógnitas. Entonces la solución para α se determina de manera única por

$$\alpha = \begin{bmatrix} H_i \\ \dots \\ H_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_i \\ \dots \\ q_j \end{bmatrix}$$

A medida que se obtienen las mediciones en los siguientes instantes en el tiempo, el sistema de ecuaciones se vuelve sobredeterminado. De esta forma, y al conjuntar las ecuaciones, se tiene

$$\begin{aligned} H_1 \alpha &= q_1 \\ H_2 \alpha &= q_2 \\ H_3 \alpha &= q_3 \\ &\dots \\ H \alpha &= Q \end{aligned}$$

donde

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \end{bmatrix} ; Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Así, se puede llegar a una solución, por medio de *mínimos cuadrados*, de la forma

$$\alpha = [H^T H]^{-1} H^T Q$$

Sin embargo, la solución por mínimos cuadrados puede ser evaluada en un instante en el tiempo y actualizada en el siguiente instante, por medio de la siguiente formulación recursiva

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + P_k H_{k+1}^T [I + H_{k+1} P_k H_{k+1}^T]^{-1} [q_{k+1} - H_{k+1} \alpha_k]$$

donde la matriz P_k se expresa como

$$P_k = [H_k^T H_k]^{-1}$$

En esta ecuación, q_{k+1} es la medición en el instante $k+1$, y $H_{k+1}\alpha_k$ es el estimado de esta misma medición. Similarmente a la identificación paramétrica, se compara la respuesta medida con la estimada, y el error resultante se multiplica por una matriz de *ganancia*, la cual pondera esta diferencia y corrige el vector de parámetros del modelo secuencialmente.

En el método del *filtro de Kalman*, el cual es esencialmente un método de estimación secuencial a través de mínimos cuadrados, la matriz de ganancia, con algunas modificaciones, es llamada también matriz de Kalman. Éste ha sido uno de los métodos para la identificación recursiva de parámetros estructurales más usado en la literatura.

Aunque existen filtros que atacan el problema de una forma determinista y otros de una forma estocástica (filtro de Kalman), las ecuaciones a resolver son prácticamente equivalentes. Este tipo de métodos presentan ciertas ventajas respecto a los métodos iterativos, debido a la forma recursiva de sus algoritmos, ya que pueden registrarse variaciones en el tiempo de los parámetros, y sólo se requiere de un pequeño segmento de señal para realizar los cálculos; estos algoritmos son ideales para la aplicación de técnicas de control adaptativo al sistema. El desarrollo de los métodos recursivos se ha basado en los trabajos de *Kolmogorov (1941)* y *Wiener (1949)*, y más tarde por *Kalman (1960)* y *Kalman-Bucy (1961)*.

2.4 Aspectos auxiliares del método de identificación

Tratamiento de los registros. Previo a la identificación, es necesario preparar las señales de entrada y salida del sistema, con el fin de eliminar fuentes de error provenientes de la captura de los registros. Medias diferentes de cero en los registros suelen reflejar componentes estáticos y defasamientos de muy baja frecuencia. Ya que interesan únicamente las propiedades dinámicas del sistema, se deben remover estas componentes para que no interfieran en la identificación. La eliminación puede llevarse a cabo ya sea simplemente restando la media aritmética o mediante el uso de un filtro pasa altas. Este proceso es conocido como *corrección de línea base*.

Pueden presentarse, además, grandes picos en los registros, que comúnmente son causados por fallas temporales en los sensores, o por golpes accidentales sobre éstos. Estos picos pueden influir en los resultados de la identificación, especialmente si la identificación se basa en el criterio de mínimos cuadrados. Se recomienda una inspección visual de los registros,

a fin de eliminar dichos picos.

Se requiere, sin embargo, que ambas correcciones sean realizadas por personal con experiencia en el comportamiento dinámico de la estructura en estudio, ya que tanto el corrimiento de la línea base como la presencia de picos en los registros pueden deberse al comportamiento estructural, y no a los sensores.

Se sabe que todos los registros de sistemas dinámicos contienen cierto nivel de ruido, debido a imperfecciones mecánicas en los instrumentos y a ruido ambiental. A causa de su naturaleza aleatoria, no es posible determinar la estructura exacta del ruido, de manera que pueda ser completamente eliminado de la señal.

Con el *filtrado* se pretende remover los contenidos de frecuencia de la señal que están dominados por ruido. Estos contenidos pueden determinarse al inspeccionar el espectro de Fourier del registro; las zonas dominadas por el ruido se observan como las regiones planas en los extremos de alta y baja frecuencia del espectro. Estas regiones son eliminadas de los registros mediante el uso de filtros pasabandas; naturalmente, cualquier componente modal que se ubique en esas frecuencias no podrá ser identificado. Para las frecuencias restantes, aunque aún contienen ruido, se supone que las amplitudes de la señal dominan sobre las del ruido, por lo que puede despreciarse.

Sin embargo, existen métodos recursivos de *filtrado óptimo* (Safak, 1989a) que, al conocer las características estadísticas de la señal, pueden filtrar el ruido en todo el contenido de frecuencias de ésta. Las características del filtro son inicialmente desconocidas. Éstas son estimadas recursivamente en el dominio del tiempo, y ajustadas continuamente, en función de la información proveniente de la señal, lo que hace del filtrado un problema de estimación de parámetros. Ya que el ruido es generalmente desconocido y aleatorio, se emplea un método estocástico, en vez de uno determinístico.

Diezmar la señal significa incrementar el intervalo de muestreo Δt . Un registro determinado puede contener información hasta un cierto contenido de frecuencias, que es igual a la mitad del inverso de dicho intervalo de muestreo. Esta frecuencia es conocida como la frecuencia de Nyquist. Si la frecuencia más alta esperada de una estructura, es mucho menor que la frecuencia de Nyquist, es posible diezmar las señales sin perder información sobre el sistema, de manera que la nueva frecuencia de Nyquist sea ligeramente mayor que la máxima

frecuencia esperada en la estructura. Antes del diezmado, sin embargo, se debe efectuar un filtrado pasa-bajas más allá de la nueva frecuencia de Nyquist. Las ventajas del diezmado son la reducción de los efectos del ruido, así como la reducción del tamaño de los registros.

El último paso en el procesamiento de las señales, previo al proceso de identificación, es la *sincronización*. Se recomienda sincronizar los registros con el fin de que cualquier defasamiento en el tiempo determinado durante la identificación, represente exclusivamente un defasamiento en la respuesta estructural. La sincronización puede llevarse a cabo aparejando ciertos puntos característicos en todos los registros, o ajustándolos hasta que el valor de su correlación cruzada sea máximo.

Identificabilidad de un modelo. En términos generales, si la función de minimización no arroja un número finito de mínimos en la región del espacio de parámetros de interés, se estará tratando con un sistema no identificable. De esta forma, es posible llegar a soluciones no únicas de configuraciones de rigidez más o menos complejas, a causa de la escasez de registros de salida.

Pruebas en los residuos. El residuo se define como la diferencia entre la respuesta registrada y la calculada mediante el modelo identificado. Las pruebas que conviene realizar sobre los residuos incluyen la *autocorrelación* y la *correlación cruzada* con la excitación.

La prueba de autocorrelación muestra si existe alguna correlación entre los residuos. En una identificación óptima, los residuos serán secuencias de ruido blanco, es decir, no tendrán ninguna frecuencia dominante. Por lo tanto, es posible comprobar lo anterior de la observación de sus espectros de Fourier. Por otro lado, la prueba de correlación cruzada muestra si existe alguna correlación entre el residuo y la excitación de entrada. La existencia de correlación puede sugerir que existen contenidos de frecuencia en los residuos que no han sido identificados, por lo que se requiere aumentar el orden del modelo, o bien que la entrada al sistema está influida por su salida, es decir, que existe retroalimentación en la estructura. Este último comportamiento se observa en estructuras que interactúan con el suelo en que están cimentadas.

2.5 Método empleado

En este trabajo se eligió como ambiente el paquete de computadora denominado MATLAB (*Matlab, 1985*), el cual desarrolla la identificación de sistemas con la profundidad requerida. Este paquete es de uso general y tiene una serie de librerías especializadas para resolver problemas de control y de identificación de sistemas.

El método de identificación seleccionado dentro de este paquete es el que emplea como función criterio la de máxima verosimilitud, la cual se minimiza mediante el método Gauss-Newton modificado. Asimismo, las ecuaciones diferenciales que constituyen los modelos deben ser expresadas a través de un planteamiento de estado. En este trabajo se desarrollaron una serie de subrutinas para cada uno de los diferentes modelos matemáticos propuestos, en las cuales se especifican las relaciones que guardan los parámetros, con base en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio de los sistemas. De esta forma se aprovechó la simetría de las matrices de rigidez y amortiguamiento para disminuir significativamente el número de parámetros a evaluar.

ESTADO DEL ARTE DE LA APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS A LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL

3.1 Identificación de sistemas

Los métodos existentes para la identificación de parámetros estructurales pueden dividirse en *técnicas en el dominio de la frecuencia* y *técnicas en el dominio del tiempo*. En el dominio de la frecuencia se trabaja con estimaciones espectrales, así como con descomposiciones en funciones modales para identificar los parámetros estructurales; mientras que en el dominio del tiempo se trabaja con la estimación de parámetros basada en métodos como la máxima verosimilitud, mínimos cuadrados, técnicas recursivas, etc. La principal ventaja de efectuar la identificación en el dominio del tiempo es la gran variedad de modelos y métodos de identificación que pueden seleccionarse en función del tipo de sistema y del tamaño del problema.

Algunos artículos que dan un repaso general sobre identificación de sistemas son *Cuenod y Sage (1968)*, *Bekey (1970)*, *Nieman et al., (1971)*, y *Astrom y Eykhoff (1971)*. El libro de *Eykhoff (1974)* también tiene una bibliografía extensa. Una revisión sobre identificación en la ingeniería estructural puede encontrarse en *(Natke, 1990)*. En identificación recursiva y control, se proporcionan las siguientes referencias, *Aström y Eykhoff (1971)*, *Ljung y Söderström (1983)*, y *Ljung (1987)*. *Söderström y Stoica (1981)* muestran una comparación entre los diferentes algoritmos de identificación recursiva.

Métodos en el dominio de la frecuencia. Estos métodos, de gran uso en la práctica particularmente para el análisis modal de estructuras, involucran únicamente modos fundamentales (*Minas e Inman, 1990*). *Rodeman y Yao (1973)* ofrecen una revisión de estos métodos asociada con la solución del problema lineal, mientras que *Ibáñez (1972)* propone una extensión del método de análisis modal para cierta clase de problemas no lineales. Sin

embargo, estos métodos no son los ideales para problemas complejos que requieran una resolución de alta frecuencia, evaluación de daño local, o estimación de parámetros no lineales (*Fassois et al., 1990*).

Se ha observado que las propiedades modales identificadas pueden ser insuficientes para una detección confiable de daño estructural (*Natke y Yao (1988)*). Por esta razón, estos métodos fallan al evaluar el comportamiento individual de los componentes estructurales. No es posible cuantificar, inclusive, un nivel severo de daño estructural, especialmente en el caso de sistemas altamente redundantes, en los que una gran cantidad de miembros estructurales puede haber fallado sin un cambio significativo en el periodo fundamental.

Métodos en el dominio del tiempo. Los métodos existentes de identificación en el dominio del tiempo aplicables a las estructuras de ingeniería civil pueden dividirse en dos grupos:

Métodos donde el registro de la excitación no es necesario. En la mayoría de los métodos de identificación se debe contar con la información de entrada y salida. No obstante, en algunos casos puede resultar difícil registrar adecuadamente la información de entrada durante vibraciones de importancia práctica como microsismos, viento, o vibraciones mecánicas. De esta forma, la utilidad y el potencial de aplicación de la identificación de sistemas podría aprovecharse con la implantación de algoritmos que estimen los parámetros estructurales, basándose únicamente en la respuesta del sistema.

Pueden emplearse modelos no paramétricos de caja negra (ARX) para representar a la estructura a través de series en el tiempo (*Safak, 1989a, 1989b*), o bien estimar directamente los coeficientes de rigidez y amortiguamiento por medio de análisis de Fourier, al expresar las propiedades modales, mediante series de Taylor, como funciones de los coeficientes de masa y rigidez (*Torkamani y Ahmadi, 1988*); esta técnica fue empleada por estos autores con vibraciones ambientales.

Es posible estimar las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento, al emplear únicamente la respuesta de una estructura en vibración libre; ya sea al emplear excitaciones de impulso (*Yang et al., 1985*), o bien considerando que la estructura se encuentra en vibración libre al término de una excitación sísmica (*Toki et al., 1989*). Sin embargo, resulta difícil determinar el momento exacto en el cual la excitación de entrada se vuelve cero, a partir sólo de la observación del registro de la respuesta de la estructura.

Métodos donde el registro de la excitación es necesario. Caravani et al., (1977) propuso la técnica de mínimos cuadrados recursivos para identificar las características de edificios sujetos a excitaciones sísmicas. El sistema de ecuaciones diferenciales se expresa a través de un planteamiento de estado y reordenado para obtener los coeficientes de las matrices de amortiguamiento y rigidez. Basadas en este mismo concepto se encuentran las técnicas del filtro de Kalman (Kalman, 1960) y filtro extendido de Kalman (Hoshiya y Saito, 1984). Existe, además un método de subestructuración, el cual introduce el filtro extendido de Kalman dentro de un algoritmo iterativo (Koh et al., 1991).

Beck (1978) desarrolló el método de *minimización modal*. Ya que los registros de la respuesta sísmica de edificios únicamente pueden ser obtenidos de un número pequeño de lugares en la estructura, y debido a la presencia de ruido en las mediciones, se muestra que es necesario en la práctica estimar los parámetros de los modos dominantes en los registros, en lugar de tratar de llegar a las matrices de rigidez y amortiguamiento. Mediante el método de minimización modal, es posible definir las características modales de frecuencias y amortiguamiento para los diferentes modos de vibrar de los sistemas, a partir de un reducido número de registros de respuesta, lo cual constituye una gran ventaja sobre otros métodos que identifican directamente las matrices de rigidez y amortiguamiento. Dado que toma ventaja de la linealidad de las ecuaciones del modelo, sólo es aplicable para comportamiento lineal; sin embargo, puede aplicarse a sistemas no lineales caracterizando su respuesta completa o por segmentos mediante comportamientos lineales equivalentes. Debido a la forma como trabaja este método, no se requieren los valores iniciales de los factores de participación o del vector de estado.

Existen además otros métodos usados comúnmente en la identificación de sistemas estructurales como el método de mínimos cuadrados y el método de la máxima verosimilitud (Shinozuka et al., 1982)

3.2 Aplicaciones

Pruebas estacionarias de vibración armónica. Este tipo de pruebas se efectúan excitando la estructura con vibradores mecánicos especiales, los cuales efectivamente ejercen una fuerza puntual de tipo senoidal sobre la estructura. En esta área, la identificación estructural con modelos lineales ha sido ampliamente efectuada. La forma principal de hacerlo, como en la

mayoría de los métodos en el dominio de la frecuencia, es estimando los componentes de amplitud y frecuencia de la función de transferencia entre el punto donde se mide la respuesta y el punto donde se ejerce la excitación. En este método modal no paramétrico las frecuencias modales son estimadas de la localización de los picos de resonancia en la función de transferencia; los factores de amortiguamiento modal son estimados de su ancho de banda; y las formas modales se obtienen a partir de las amplitudes de cada cresta. Se requiere hacer alguna consideración sobre la fase, para determinar el signo correcto de cada valor de la forma modal. En algunos casos, los parámetros de amortiguamiento estimados a partir de esta técnica están fuertemente afectados por interferencia modal, esto es, por la contribución en la respuesta de otros modos que se encuentran en la vecindad de una frecuencia modal dada.

Ibáñez (1972) mostró que esta técnica, aplicada a las funciones de transferencia obtenidas de respuestas sísmicas, conduce a parámetros poco confiables debido a los niveles de ruido y a que el error del modelo puede ser muy alto. Señaló esta deficiencia en el contexto de pruebas de excitación armónica estacionaria y propuso una técnica en la cual se usa toda la información en el dominio de la frecuencia. Este procedimiento, el cual llamó YFIT, estima los parámetros minimizando un funcional del tipo de error en la salida. La identificación de estructuras usando modelos no lineales y la respuesta obtenida de pruebas de excitación armónica estacionaria ha sido investigada por varios autores, incluidos *Jennings (1967)*, *Novak (1971)* e *Ibáñez (1972)*.

Vibraciones ambientales. Se ha llevado a cabo la identificación estructural con vibraciones ambientales inducidas por el viento y el tránsito de vehículos. La técnica de análisis se basa en la hipótesis de que las fuerzas excitadoras son un proceso ergódico que excita a la estructura en todos sus modos de vibración. El procesamiento de la información consiste en un análisis de señales aleatorias para obtener los espectros de potencia promedio, así como las correspondientes funciones de transferencia (en fase y amplitud) y de coherencia entre pares de señales. Para identificar las frecuencias naturales de vibrar es importante utilizar las funciones de transferencia y coherencia, de lo contrario podrían cometerse errores debido a la presencia de otras ordenadas espectrales que pueden ser significativas pero diferentes de las frecuencias naturales del edificio, como las asociadas a vibraciones de estructuras vecinas y de equipo electro-mecánico. La determinación de propiedades dinámicas a partir de vibraciones ambientales ha sido ampliamente utilizada en México (*Rodríguez, 1987; Murìà-Vila y González, 1993*), desarrollándose dispositivos y sistemas de adquisición de datos con

este propósito (*Murià-Vila et al., 1991*).

Schiff (1972), por su parte, propuso aplicar un método de ajuste paramétrico de una curva a la función de transferencia, el cual considera toda la información en el dominio de la frecuencia, para obtener estimados confiables de los parámetros modales.

Pruebas en mesa vibradora. El uso de técnicas de identificación paramétrica en prototipos experimentales es motivado por el hecho de que en este tipo de modelos se tiene un mayor control, tanto en el tipo de excitación a la que se somete, como en la respuesta del mismo, gracias a los recientes avances en los equipos de adquisición de datos. El control sobre el tipo de excitación, caracterizado principalmente por el nivel de aceleración y el contenido de frecuencias, ofrece la libertad de elegir el comportamiento del modelo, ya sea lineal, o bien, francamente no lineal, por lo que pueden realizarse estudios en un mismo prototipo experimental con ambos comportamientos.

Dentro los trabajos realizados en la Universidad de Berkeley con prototipos de acero bajo comportamiento lineal, se encuentran los de *Distefano y Rath (1974)* y *Distefano y Peña-Pardo (1976)*, quienes aplicaron dos técnicas de identificación, una basada en el filtrado óptimo y la otra en el procedimiento de Gauss-Newton para la identificación de subsistemas estructurales en un prototipo de tres niveles. A su vez, *Kaya y McNiven (1978)* al aplicar el método de minimización Gauss-Newton, usaron tres modelos lineales con diferentes niveles de complejidad, con el fin de hallar el orden más apropiado del modelo para reproducir la respuesta real.

Se ha identificado, además, la respuesta de estructuras que han incurrido en no linealidades, mediante modelos que incluyen leyes de histéresis como la de Ramberg-Osgood (*Matzen y McNiven, 1976*), o modelos más complejos que toman en cuenta la degradación del sistema (DDE) (*Benzoni e Iwan, 1990*). En México, empleando la técnica de análisis por ventanas con modelos lineales, se han identificado parámetros equivalentes de rigidez y amortiguamiento, a partir del comportamiento no lineal de una estructura de acero provista de dispositivos disipadores de energía (*Díaz, 1995*).

Excitaciones sísmicas. Se ha reconocido ampliamente que un sismo puede ser visto como un experimento a gran escala y de gran amplitud en una estructura, y que si la respuesta es grabada, ésta ofrece la oportunidad de realizar estudios cuantitativos del comportamiento de

la estructura ante fuerzas dinámicas y niveles de deformación importantes. Resulta importante señalar que, debido a la incertidumbre en la ocurrencia de un sismo intenso, se requiere de una instrumentación de tipo permanente en la estructura, la cual debe ser capaz de operar durante largos periodos de tiempo.

Análisis no paramétricos. Una de las ventajas que presentan las técnicas no paramétricas radica en que no se tiene que desarrollar un modelo matemático del sistema analizado, ya que con la correcta interpretación de las señales de entrada y salida del sistema es posible determinar las características dinámicas haciendo uso de funciones espectrales (espectros de Fourier, funciones de transferencia, coherencia y fase), con las cuales es posible definir propiedades estructurales como frecuencias naturales de vibración, configuraciones modales y niveles de amortiguamiento. Varios autores han aplicado la identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia a partir de la información grabada del sismo de San Fernando (1971) (*Udwadia y Trifunac, 1974; Hart et al., 1975; Hart y Vasudevan, 1975*). Además de los trabajos mencionados sobre vibración ambiental, en México, se han aplicado estas técnicas a pruebas de tracción (*Murià-Vila et al., 1991*), así como a pruebas de vibración forzada (*Rodríguez, 1987*).

En este tipo de análisis se cuentan, también, los modelos denominados de *caja negra*, y en esta línea de investigación se encuentran los trabajos de *Udwadia y Marmarelis (1976a, 1976b)*, quienes emplearon un modelo lineal basado en el planteamiento de Weiner, con la técnica de segmentación de las señales, para observar el comportamiento no lineal de la estructura; asimismo, *Safak (1989b)*, con modelos ARMAX, pudo considerar la variación en el tiempo de las características dinámicas del edificio estudiado. Este tipo de modelos pueden emplearse con sistemas de entrada múltiple, como se muestra en los trabajos de *Safak y Celebi (1991, 1992)*.

Identificación paramétrica. Se ha propuesto el empleo de *modelos lineales* como una primera aproximación a la identificación de parámetros estructurales. Aunque los modelos lineales son aplicables a la respuesta de estructuras ante sismos de muy baja amplitud, pueden dejar de ser válidos para excitaciones intensas. Si bien las estructuras reales se comportan de una forma más compleja que la que describen los modelos lineales, se ha observado que éstos resultan, en diversas ocasiones, muy eficientes.

Diversos autores han empleado respuestas sísmicas simuladas a fin de evaluar la efectividad

de los métodos de identificación que proponen. Los métodos Quasi-Newton se han utilizado ampliamente con buenos resultados en la identificación de parámetros estructurales; su flexibilidad permite su utilización en combinación con programas comerciales de elemento finito (*Fritzen et al., 1990*), sin embargo, debido a su carácter iterativo, deben invertirse grandes cantidades de tiempo-máquina. Otro método iterativo comúnmente empleado es el de mínimos cuadrados denominado *Programación Lineal Sucesiva*, el cual, a diferencia del anterior resulta útil en problemas donde los órdenes de magnitud de los parámetros son muy diferentes (*Tsujihara y Sawada, 1992*). Se han mencionado ya las características y ventajas del método de minimización modal (*Beck y Katafygiotis, 1992*). Los procedimientos recursivos resultan particularmente útiles en los casos en que existe variación en el tiempo de los parámetros, es por esto que *Zienkiewicz y Xie (1991)* aplicaron estos procedimientos a fin de encontrar el Δt máximo que puede emplearse en cada instante, sin perder aproximación, en un proceso de integración paso a paso.

Existen varias aportaciones en el empleo de los métodos de identificación con respuestas sísmicas reales. Tanto en el dominio del tiempo (*Matsui y Kurita, 1989*), como en el dominio de la frecuencia (*Mc Verry, 1980*) a través de los espectros de Fourier, se ha empleado el método de minimización Gauss-Newton en la respuesta lineal de edificios. Se han desarrollado diversos métodos modales entre los que se cuentan los basados en la técnica de mínimos cuadrados (*Li y Mau, 1991*), o el método de minimización modal de Beck (*Lin y Papageorgiou, 1989, 1991*). Estos dos últimos autores aprovecharon la simplicidad de los modelos lineales en combinación con el análisis por ventanas para reproducir respuestas no lineales. El filtro extendido de Kalman ha sido empleado, a su vez en distintos trabajos como el de *Tan y Wang (1989)*, quienes emplearon modelos lineales expresados en coordenadas modales.

En estudios realizados sobre la respuesta de estructuras bajo excitaciones de gran amplitud, se han observado no linealidades notables en la dinámica de los sistemas. Este tipo de comportamiento puede atribuirse a la relación esfuerzo-deformación de los materiales que conforman la estructura, y es a su vez, responsable de los fenómenos de degradación de rigidez, los cuales comúnmente se presentan en estructuras de concreto (*Newmark y Rosenblueth, 1971*). Con el fin de entender la respuesta de estructuras, al entrar en este intervalo, resulta necesario emplear *modelos no lineales* para predecir su comportamiento bajo excitaciones intensas.

Las simulaciones con modelos teóricos resultan útiles como un primer paso en el estudio de la respuesta no lineal de edificios. El método iterativo Gauss-Newton ha sido empleado con modelos no lineales de un grado de libertad de diversa complejidad. *Beliveau (1975)* estimó los parámetros de un modelo sobre una cimentación rígida, mientras que *Yar y Hammond (1987)* emplearon un modelo que consta de un resorte lineal, un amortiguador viscoso, y un resorte no lineal unido a un deslizador de Coulomb; en este caso se encontraron problemas de convergencia en la identificación, cuando la componente no lineal del modelo no era excitada. Dentro de los métodos recursivos empleados se encuentra el trabajo de *Lin et al., (1990)*, quienes desarrollaron una técnica basada en mínimos cuadrados para identificar parámetros variantes en el tiempo de sistemas de varios grados de libertad; por otro lado, *Hoshiya y Saito (1984)* emplearon el filtro extendido de Kalman en modelos histeréticos bilineales, mientras que *Renker y Waller (1990)* aplicaron esta misma técnica para identificar comportamientos no lineales, expresando el modelo a través de un planteamiento de estado lineal conocido, y otro no lineal.

Diversos autores han estudiado la respuesta real de estructuras que incurren en no linealidades. *Iwan y Cifuentes (1986)* identificaron los parámetros de un modelo no lineal de un grado de libertad aplicado a la respuesta inelástica de dos estructuras que sufrieron daño durante la excitación; el modelo considera la degradación del sistema y está compuesto tanto por elementos lineales como elastoplásticos con deterioro dispuestos en paralelo; sin embargo, presenta el inconveniente de poseer un gran número de parámetros, lo que lo hace poco práctico para las técnicas de identificación. *Loh y Chung (1993)* emplearon el modelo histerético propuesto por Baber y Wen, con la ayuda del método del filtro extendido de Kalman para la identificación.

Identificación con ruido en las señales. El desempeño numérico del proceso de identificación depende tanto del método empleado, así como de tres factores relacionados con el ruido: ruido en la salida, ruido en la entrada y error asociado con el modelo.

El efecto del *ruido en la salida* sobre los parámetros identificados con el filtro extendido de Kalman ha sido considerado mediante simulaciones numéricas por *Hoshiya et al., (1990)*, los cuales emplearon modelos bilineales histeréticos con degradación de rigidez y resistencia, a su vez, *Hoshiya y Sutoh (1992)*, al emplear modelos de elemento finito, observaron que este método es muy sensible a la presencia de ruido, ya que con relaciones altas ruido-signal no se consigue la convergencia esperada. Otros trabajos en esta misma línea se encuentran en

Yun y Shinozuka (1980), Loh y Tsaur (1988), y Koh et al., (1991). Por último, *Mohammad et al., (1992)*, al emplear el método recursivo de mínimos cuadrados, observaron que si el ruido era blanco y sin correlación con la respuesta, era posible obtener los parámetros con cierta aproximación; por otro lado, si poseía un contenido de frecuencias dominante, era necesario considerar un modelo de ruido en el proceso de estimación.

Por otro lado, el *ruido en la entrada*, que ofrece un gran reto para la convergencia numérica de los parámetros, raramente se considera en los estudios de identificación de sistemas. En el contexto de la ingeniería estructural, uno de los trabajos en el dominio del tiempo que intenta obtener las varianzas, las medias, así como las distribuciones de probabilidad de los parámetros identificados, es llevado a cabo por *Aghabian et al., (1991)*. Ellos aplicaron un método determinístico (mínimos cuadrados recursivos) para procesar segmentos sucesivos de respuesta. En su estudio de simulaciones numéricas, tanto los registros de entrada como los de salida fueron artificialmente contaminados con ruido. Cabe mencionar que el método determinístico usado por estos autores requiere de historias largas, y de registros en todos los grados de libertad.

La existencia de *error asociado con el modelo*, inevitable en el estudio de estructuras reales, complica aún más la identificación. Ya que el filtro extendido de Kalman considera momentos estadísticos de segundo orden en su formulación, se presenta como buena opción para tomar en cuenta estas incertidumbres en la identificación paramétrica (*Koh et al., 1991*).

Estimación de daño. Los sistemas estructurales pueden presentar acumulación de daño cada vez que son sometidos a excitaciones sísmicas e inclusive bajo cargas de servicio. Si este daño no se detecta y corrige, puede causar potencialmente el colapso de una estructura. Lo anterior ha motivado el desarrollo de un gran número de investigaciones encaminadas a establecer criterios para la estimación de daño en sistemas estructurales; en gran parte de éstas se ha aplicado la metodología de identificación de sistemas para cumplir dicho objetivo. Entre los trabajos en los que se han aplicado conceptos formales de identificación de sistemas en la detección de daño estructural, se encuentran *Chen y Garba (1988)*, quienes plantearon un procedimiento de identificación para la detección de elementos dañados en estructuras. A través de la relación que existe entre la matriz ΔK , que representa la variación de la matriz de rigidez debida al daño, con cada una de las formas modales, plantearon la detección de los elementos que han sufrido daño. Sin embargo, no en todos los casos el comportamiento inelástico puede asociarse directamente a daño estructural. *Beck (1978)* encontró que la

degradación de rigidez puede deberse también al microagrietamiento de los elementos o al comportamiento no lineal del suelo que rodea a la cimentación.

El método de la *linealización equivalente* es un procedimiento aproximado, en el que se representa el comportamiento no lineal de sistemas mediante un modelo lineal, con características equivalentes de rigidez y amortiguamiento. La técnica de análisis por ventanas con modelos lineales equivalentes ha sido empleada con el método de minimización modal (Beck, 1978) y con el método de mínimos cuadrados (Argoul et al., 1992) a la respuesta inelástica de edificios; la variación en los estimados óptimos con cada segmento de tiempo mostró cómo los parámetros lineales equivalentes cambian durante el sismo debido a no linealidades en la respuesta estructural.

Sin embargo, en éste método se ignoran las condiciones iniciales de ventana a ventana, y debido a que se trata de una caracterización promedio, el segmento debe ser lo suficientemente largo para ofrecer valores confiables de los parámetros, y al mismo tiempo lo suficientemente corto para reproducir la variación en el tiempo de éstos. Banan y Hjelmstad (1993) proponen una duración del segmento de por lo menos cuatro oscilaciones del sistema. Por su parte, Udwardia y Jerath (1980) propusieron el uso del filtro de Kalman para tomar en cuenta la variación de los parámetros en el tiempo.

Cuando se estudian estructuras antiguas, el problema es aún más complejo debido a la incertidumbre en la integridad de los materiales y de las conexiones. De esta forma, se requieren pruebas experimentales que involucren las propiedades dinámicas de tales sistemas, con el fin de actualizar los modelos que los representan. Con este propósito, Capecchi y Vestroni (1990) emplearon un método modal en el dominio de la frecuencia, a fin de detectar el nivel de daño producido por un excitador de masas excéntricas a una estructura de mampostería del siglo XVIII, en Italia.

SIMULACIONES MATEMÁTICAS

Las simulaciones matemáticas que se presentan fueron realizadas a fin de estudiar la estabilidad, convergencia y aproximación de los algoritmos de estimación paramétrica empleados. Con este propósito, se utilizaron modelos lineales cuyas características y grado de complejidad dependieron de la instrumentación del edificio en estudio. Se analizó la influencia que tienen los valores iniciales y el nivel de ruido en la convergencia de la estimación para los modelos estudiados. Para evaluar la incertidumbre del proceso se calcularon diversos índices estadísticos, los cuales se describen más adelante. Asimismo, con estos mismos modelos lineales, se estudió la variación en las propiedades dinámicas de un sistema que presenta comportamiento no lineal, a través del *análisis por ventanas*.

4.1 Modelos matemáticos

Los modelos matemáticos propuestos fueron desarrollados en función del arreglo que presenta la instrumentación de la estructura cuyas propiedades se desea identificar. Dicha instrumentación tiene como objetivo registrar detalladamente el movimiento de los edificios durante eventos sísmicos. De esta forma, las principales características de este movimiento que influyen en la decisión del arreglo de una instrumentación son los modos superiores de vibrar, la interacción suelo-estructura, los efectos tridimensionales y el posible daño. El arreglo en la instrumentación de la estructura que se muestra en la figura 1a es el adecuado para registrar los efectos mencionados arriba. Ésta es la instrumentación típica que puede hallarse en un edificio de características regulares en planta, elevación, distribución de rigidez, etc. Así, el número de grados de libertad y por ende el tamaño del modelo empleado, será función de las características del movimiento que se quieran considerar.

Los modelos que se describen a continuación se aplicaron a la identificación del edificio cuya instrumentación será descrita en el siguiente capítulo. Estos modelos corresponden, por lo tanto, al arreglo que presentan los acelerógrafos en este edificio. En el apéndice A se presenta cada modelo acompañado de su ecuación diferencial de equilibrio dinámico, así como de su planteamiento de estado (González, et al., 1995). En todos los casos el valor de la masa fue un parámetro conocido.

- a) *Sistema de un grado de libertad (1GL)*. Mediante este modelo es posible obtener los coeficientes equivalentes de rigidez y amortiguamiento de la estructura, al utilizar como señal de entrada la registrada en campo libre y como señal de salida la registrada en azotea. Resulta necesaria, para la aplicación de un modelo de este tipo, una instrumentación como la que se muestra en la figura 1b.
- b) *Sistema de tres grados de libertad plano (3GL)*. Este es un modelo con participación de modos superiores de traslación (figura 1c). Se estudiaron diferentes alternativas para este tipo de modelo: modelo de cortante (3GLC), modelo de flexión con matriz llena (3GLF), y modelo de flexión con proporciones (3GLP); así como sus semejantes con amortiguamiento de Rayleigh (3GLCAP), (3GLFAP) y (3GLPAP). En el caso del modelo de flexión con proporciones, las constantes de proporcionalidad de las matrices de rigidez y amortiguamiento $C1$ a $C6$ corresponden a los valores reales.
- c) *Sistema de tres grados de libertad torsional (3GLT)*. Este modelo, que considera un comportamiento tridimensional del sistema, estima coeficientes de rigidez y amortiguamiento en las dos direcciones de traslación y en torsión, así como las excentricidades del centro de rigidez respecto al centro de masa. Asimismo, es aplicable a un arreglo como el que se muestra en la figura 1d. Las señales de entrada son las registradas en campo libre en ambas direcciones y las de salida son las obtenidas en el sistema en traslación y torsión.
- d) *Sistema de 7 grados de libertad tridimensional con ISE (7GLTISE)*. Este modelo se empleó únicamente para realizar una simulación, la cual fue objeto de identificación mediante los modelos 1GL y 3GLT. Este modelo considera un efecto tridimensional como el modelo anterior; incluye, además, el efecto de interacción suelo-estructura (ISE) en las dos direcciones de traslación horizontal.

4.2 Índices estadísticos

En un ambiente contaminado, los parámetros que se estiman constituyen variables aleatorias. Para estudiar los algoritmos de identificación propuestos y encontrar las tendencias en el comportamiento de los estimadores se utilizaron índices estadísticos para caracterizar los resultados. Los índices que se proponen estudiar son:

Índice de semejanza entre señales. Con el objeto de evaluar la semejanza entre la historia de la respuesta real y la calculada mediante el modelo identificado, se propone un índice (*ERRMS*) basado en la relación del *RMS* (Root Mean Square o desviación estándar) del error con respecto al *RMS* de la señal real. Este índice se expresa como,

$$ERRMS = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_R(i\Delta t) - x(i\Delta t))^2}{\sum_{i=1}^n x_R(i\Delta t)^2} \right)^{1/2}$$

donde

- $x_R(t)$ historia de la respuesta real
- $x(t)$ historia de la respuesta calculada con el modelo identificado
- Δt intervalo de muestreo de las señales
- n número de puntos que contienen ambas historias

El valor de este índice tenderá a cero en la medida en que aumente la semejanza entre la señal real y la obtenida con el modelo identificado, y adoptará valores mayores en caso contrario.

Índice de cercanía. Con el objeto de analizar la sensibilidad del modelo matemático respecto a los valores iniciales de los parámetros, se propone un índice de cercanía *IC* que refleja el grado de aproximación con que se propone cada parámetro. Este índice se expresa como,

$$IC = 1 - \left| \frac{\alpha_0 - \alpha_R}{\alpha_R} \right|$$

donde

α_0 parámetro inicial

α_R parámetro real

este índice adopta el valor de uno cuando el valor inicial es igual al valor real, y un valor menor en caso contrario.

Valores medios. Se calcula la media del valor de cada parámetro dentro de cada grupo de simulaciones para ser utilizada posteriormente en el cálculo de los siguientes índices. Su expresión queda definida por

$$\bar{\alpha}_i = \frac{1}{ns} \sum_{s=1}^{ns} \alpha_{is} \quad i=1, \dots, np$$

donde

$\bar{\alpha}_i$ valor medio del parámetro i-ésimo para un grupo determinado de simulaciones

α_{is} parámetro i-ésimo del vector de parámetros obtenido de la simulación s

s número de simulación

ns número total de simulaciones

np número total de parámetros identificados en el modelo estudiado

Los valores medios son aproximaciones de los valores esperados en la estimación de parámetros.

Coficiente de variación promedio. Éste es una medida de la desviación de la estimación alrededor del valor esperado. Se expresa como

$$\overline{CV} = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} \frac{\left[\frac{1}{ns-1} \sum_{s=1}^{ns} (\alpha_{is} - \bar{\alpha}_i)^2 \right]^{1/2}}{\bar{\alpha}_i}$$

Error medio en la estimación. El cual mide la dispersión en la estimación de los parámetros con respecto a los valores reales, y se define como

$$\overline{EE} = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} \left| \frac{\bar{\alpha}_i - \alpha_{Ri}}{\alpha_{Ri}} \right|$$

Se calcula, además, este índice por separado para los parámetros de rigidez (*EEK*) y para los de amortiguamiento (*EEc*).

Error en la respuesta máxima promedio.

$$\overline{ERM} = \frac{1}{nhist} \sum_{i=1}^{nhist} \left| \frac{|x_{Ri}^{máx}| - |x_i^{máx}|}{x_{Ri}^{máx}} \right|$$

donde

nhist número total de historias a considerar

$x_{Ri}^{máx}$ respuesta máxima real de la historia *i*-ésima

$x_i^{máx}$ respuesta máxima de la historia *i*-ésima calculada con el modelo identificado

Error en la respuesta total promedio. El cual se define como el promedio de los índices de semejanza *ERRMS* de las historias consideradas, y se expresa de la siguiente forma

$$\overline{ERT} = \frac{1}{nhist} \sum_{i=1}^{nhist} ERRMS_i$$

4.3 Estimación de parámetros globales equivalentes

Con el fin de establecer la aplicabilidad de diferentes modelos simplificados, se pretende identificar la respuesta proveniente de modelos más complejos, los cuales simulan las condiciones reales de la estructura que se estudia en el siguiente capítulo, al tomar en cuenta las características particulares de su instrumentación. En primer lugar, se vio cómo afecta el grado de acoplamiento en torsión en la identificación con los modelos *IGL* y *3GLT*; al emplear, para el cálculo de la respuesta real, el modelo *7GLTISE* que incluye tal acoplamiento además del efecto *ISE*. Se obtuvo, además, el modelo más apropiado para considerar los

modos superiores en la respuesta plana de un sistema de tres grados de libertad, bajo excitaciones con diferente contenido de frecuencias.

Metodología. La secuencia empleada fue la siguiente:

1. Se propusieron valores a los parámetros contenidos en los modelos *7GLISE* y *3GL*, los cuales se designan en el proceso de identificación como los *valores reales*.
2. Se obtuvieron las respuestas a través del mismo método de integración que usa el programa de identificación, con el objeto de no introducir ninguna clase de error en el modelo, ya que la respuesta puede variar ligeramente de un método a otro. Estas señales se designan como *señales reales*. Cabe mencionar que en el proceso de identificación poco importa la naturaleza de las señales reales, ya que pueden corresponder tanto a la respuesta dinámica de un modelo puramente teórico como a la de un sistema físico real. De esta forma, en este capítulo se estudian modelos teóricos, mientras que en el siguiente se analiza el comportamiento de un edificio real.
3. Con la señal de excitación como entrada al sistema y las señales reales como la salida de éste, se identificaron los parámetros mediante los modelos simplificados mencionados en el párrafo anterior. Ya que se cuenta con las características dinámicas (frecuencias de vibrar y amortiguamiento) de los *modelos reales*, los valores iniciales de los parámetros de los modelos empleados en la identificación fueron aquellos que produjeran, en lo posible, las mismas características dinámicas.
4. Se analizaron las características de aproximación y convergencia de las soluciones equivalentes.

La aceleración en la base empleada en estas simulaciones fue la registrada en campo libre en un edificio cercano al que se estudió en este trabajo. Esta señal fue obtenida del mismo evento que se consideró para las identificaciones del siguiente capítulo. En la figura 2 se muestra el acelerograma utilizado como excitación, así como su espectro de Fourier en dos direcciones ortogonales.

Simulación con el modelo 7GLISE. Se empleó el modelo *7GLISE* a fin de contar con la respuesta de un sistema que contenga tanto los efectos tridimensionales como los de

interacción suelo-estructura (ISE). Se introdujo, además, un índice (FA) que indica el grado de acoplamiento en torsión en la respuesta del modelo. Este factor, cuyo valor va de cero (sin acoplamiento) a uno (acoplamiento máximo), se aplicó como factor en los parámetros de excentricidad e_x y e_y , de esta forma el acoplamiento máximo para este modelo se da con los valores de $e_x = 6$ m y $e_y = 9$ m. Los valores reales, así como sus características dinámicas son:

$h =$	28 m				
$e_x =$	$FA \cdot 6$ m	$c_x =$	205 t·s/m	$k_x =$	15900 t/m
$e_y =$	$FA \cdot 9$ m	$c_y =$	231 t·s/m	$k_y =$	20123 t/m
$m =$	734 t·s ² /m	$c_\theta =$	29977 t·m·s/rad	$k_\theta =$	3139205 t·m/rad
$J_\theta =$	79517 t·s ² ·m	$c_{\alpha x} =$	1351 t·s/m	$k_{\alpha x} =$	55279 t/m
$m_o =$	92 t·s ² /m	$c_{o y} =$	1351 t·s/m	$k_{o y} =$	55279 t/m
$J_x =$	3067 t·m·s ²	$c_{rx} =$	467755 t·m·s/rad	$k_{rx} =$	9071260 t·m/rad
$J_y =$	6900 t·m·s ²	$c_{ry} =$	651839 t·m·s/rad	$k_{ry} =$	16664968 t·m/rad

	si $FA = 0$		si $FA = 1$	
1er. modo	$f_x = 0.45$ Hz	$\xi_x = 4.86$ %	$f_x = 0.41$ Hz	$\xi_x = 3.64$ %
2o. modo	$f_y = 0.55$ Hz	$\xi_y = 4.28$ %	$f_y = 0.53$ Hz	$\xi_y = 4.17$ %
3er. modo	$f_\theta = 1.00$ Hz	$\xi_\theta = 3.00$ %	$f_\theta = 1.14$ Hz	$\xi_\theta = 5.48$ %

Estos parámetros corresponden aproximadamente a una estructura de 12 niveles ubicada en la zona III de la ciudad de México, con una profundidad de desplante mayor a tres metros, y coeficientes de amortiguamiento asociados al efecto ISE y a la estructura de diez y tres por ciento, respectivamente. Importaba únicamente construir un modelo con influencia tanto de movimientos torsionales como asociados al efecto ISE, por lo que los valores de sus parámetros no corresponden a ningún edificio construido, en particular. El significado de cada variable puede verse en el apéndice A. En las figuras 3 y 4 se muestran por separado las contribuciones en el desplazamiento del sistema tanto del efecto tridimensional como de la interacción suelo-estructura, con un FA de uno.

Estimación de parámetros. Después de aplicar el proceso de estimación de parámetros con los modelos *IGL* y *3GLT* se observó que conforme el factor de acoplamiento tiende a uno, el modelo *IGL* deja de reproducir la respuesta en ambas direcciones de traslación; como era

de esperarse, en todos los casos el modelo *3GLT* se adaptó al comportamiento de cada respuesta, independientemente del valor que adoptara el factor de acoplamiento *FA*.

Lo anterior se verifica en la figura 5, en la cual se aprecia que el aumento en el valor de *FA* hace que el error *ERRMS* aumente en el modelo *1GL*, mientras que éste se mantiene en todos los casos por debajo del cinco por ciento en el caso del modelo *3GLT*. En la figura 6 puede verse este mismo efecto con las historias de desplazamiento para un *FA* de cero y de uno, cuando se toma como señal de excitación la registrada en campo libre. Únicamente se muestran las gráficas con el error *ERRMS* calculado con base en las historias de desplazamiento, ya que los valores de este índice para la respuesta en velocidad arrojaron resultados similares.

Sin embargo, aunque los modelos *1GL* identificados con un *FA* cercano a uno no reprodujeron la respuesta satisfactoriamente, sus características dinámicas no cambiaron significativamente respecto a las reales. De esta forma, los parámetros estimados con este modelo constituyen parámetros equivalentes para las direcciones consideradas (figura 7).

En la figura 7 se aprecian diferentes valores de frecuencia y fracción de amortiguamiento dependiendo de la señal que se tomó como excitación. Esto se debe a que cuando se consideraron las aceleraciones en sótano en vez de las excitaciones originales de entrada al modelo, se identifica un subsistema cuyas características dinámicas corresponden únicamente a la estructura sin los resortes que representan la traslación del efecto ISE.

Simulación con el modelo *3GL*. El modelo real empleado para realizar esta simulación se tomó de la matriz condensada de rigideces de un edificio real, modelado en un programa comercial de análisis estructural (*Ortiz, 1994*), suponiendo, además, amortiguamiento de Rayleigh. Los parámetros reales así como las características dinámicas de este modelo son:

$$m = \begin{bmatrix} 181.9 & 0 & 0 \\ 0 & 333.4 & 0 \\ 0 & 0 & 271.9 \end{bmatrix} t \cdot s^2/m \quad c = \begin{bmatrix} 38.64 & -63.21 & 30.19 \\ -63.21 & 146.92 & -114.01 \\ 30.19 & -114.01 & 242.40 \end{bmatrix} t \cdot s/m$$

$$k = \begin{bmatrix} 32196 & -56429 & 26953 \\ -56429 & 126936 & -101774 \\ 26953 & -101774 & 212945 \end{bmatrix} t/m$$

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.62 \text{ Hz} & \xi_1 &= 0.40 \% \\ f_2 &= 2.70 \text{ Hz} & \xi_2 &= 1.00 \% \\ f_3 &= 5.00 \text{ Hz} & \xi_3 &= 1.82 \% \end{aligned}$$

Con el objeto de excitar diferentes modos de vibrar en el modelo real, se varió la longitud del intervalo de muestreo Δt en la señal de excitación en la dirección x , con lo cual se modificó su contenido de frecuencias. De esta forma, se obtuvieron dos señales con diferentes contenidos de frecuencia, S1 con una frecuencia alrededor de 0.5 Hz y S2 de aproximadamente 2.5 Hz. En la figura 8 se muestran ambas historias, S1 y S2, acompañadas de sus respectivos espectros de Fourier.

Se evaluaron las características de aproximación y estabilidad de cada uno de los modelos de tres grados de libertad mencionados anteriormente, en la identificación de la respuesta del modelo real sometido a dos excitaciones con contenidos de frecuencia diferentes, S1 y S2.

Estimación de parámetros. Al emplear el modelo de cortante (3GLC) con ambas excitaciones, se obtuvieron los mismos parámetros; sin embargo, en el caso de la excitación de mayor frecuencia (S2) se obtuvo un error *ERRMS* (85 por ciento) sensiblemente mayor que el obtenido con la excitación de menor frecuencia (4 por ciento) (figura 9). En la figura 10, donde se superponen la función de transferencia del modelo 3GLC y la del modelo real, se observa que únicamente el primer modo coincide en ambos modelos tanto en frecuencia como en amplitud, y que en modos superiores existe un defasamiento de los picos. Con base en lo anterior puede concluirse que los modelos de cortante únicamente pueden reproducir satisfactoriamente la respuesta de sistemas que vibren primordialmente en su modo fundamental, y que las características dinámicas asociadas a modos superiores pueden diferir de las reales. Resulta, por tanto, innecesario aplicar el modelo de cortante con amortiguamiento proporcional (3GLCAP), ya que aunque se obtengan mejoras en la convergencia del proceso de identificación, presentará los mismos inconvenientes que el modelo 3GLC.

Al emplear los modelos de flexión *3GLF* y *3GLP* se obtuvieron exactamente las matrices de rigidez y amortiguamiento reales del sistema. Esto mismo ocurrió al aplicar los modelos de flexión con amortiguamiento proporcional *3GLFAP* y *3GLPAP*. Por tanto, los modelos de flexión resultaron los más adecuados de los analizados en este punto, ya que pueden reproducir satisfactoriamente las características dinámicas asociadas a los modos superiores.

4.4 Valores iniciales y nivel de ruido

Las mediciones empleadas en la estimación paramétrica generalmente tienen un componente aleatorio de error, lo que convierte a los parámetros estimados en variables aleatorias. Así, el problema principal consiste en hallar las propiedades estadísticas de la solución, en este caso, la estadística de dichos parámetros. Un método útil de simulación para abordar este tipo de problema es el Método de Monte Carlo (*Rubinstein, 1981*), en el cual se emplea una secuencia de números aleatorios para cambiar los valores de algún aspecto aleatorio del problema a fin de crear una muestra de la población. En este trabajo se emplearon simulaciones de Monte Carlo para evaluar la incertidumbre en la estimación debida a los valores iniciales de los parámetros y a la presencia de ruido en las señales. Se emplearon, asimismo, diversos índices estadísticos a fin de contar con una estimación cuantitativa de las propiedades de la solución aleatoria.

Metodología. El efecto de los valores iniciales de los parámetros en la convergencia, estabilidad y aproximación de la identificación se analizó para los modelos *1GL*, *3GLF*, *3GLP*, y *3GLT*; por otro lado, la influencia del ruido en las señales se evaluó para los modelos *1GL* y *3GLT*. En las simulaciones realizadas con cada uno de los modelos matemáticos se empleó la siguiente metodología:

1. Se propusieron los valores reales para los modelos *1GL*, *3GL* y *3GLT*, y se calcularon sus respectivas respuestas o señales reales.
2. En una primera etapa, se realizaron grupos de 20 estimaciones paramétricas con diferentes índices de cercanía cada grupo, y se analizaron los índices estadísticos para cada caso. Con este propósito se empleó el método de Monte Carlo, considerando en el proceso aleatorio de proposición de valores iniciales que éstos respondían a una distribución gaussiana con las siguientes propiedades

$$\begin{aligned}\mu &= \alpha_R \\ \sigma &= (1 - IC) \alpha_R\end{aligned}$$

donde

μ media de la distribución
 σ desviación estándar

se acotaron los valores posibles que puede adoptar cada parámetro a una desviación estándar alrededor del valor medio.

3. Una vez establecido para cada modelo un índice de cercanía IC que garantizara la convergencia del proceso de identificación hacia los valores reales, se analizó la influencia del ruido en la estimación. Con este propósito se contaminaron las señales reales con diferentes niveles de ruido-señal (2.5, 5, 10, 20 y 30 por ciento). En la figura 11 se muestra el caso de una señal viciada con dos diferentes niveles de ruido, 2.5 y 30 por ciento. En cada grupo de 20 simulaciones se empleó el Método de Monte Carlo con el objeto de producir una secuencia de respuestas contaminadas mediante la generación de números aleatorios, y una vez propuestos los valores iniciales también de forma aleatoria de acuerdo a un índice de cercanía IC determinado, se procedió a la aplicación del algoritmo de estimación paramétrica y a la evaluación de la estadística de cada caso. El ruido empleado fue de tipo blanco gaussiano.

Fueron considerados tres casos de contaminación de las señales:

- a) Ruido en la entrada y salida del sistema
- b) Ruido en la entrada
- c) Ruido en la salida

Estos casos corresponden al hecho de que el ruido puede tener distintas fuentes, y no todas ellas pueden afectar al mismo tiempo el registro de un evento real sobre una edificación.

Simulación con el modelo 3GLP. Una vez descartado el modelo de cortante, se desea saber cuál de los modelos de flexión 3GLF o 3GLP es el más eficiente para considerar modos superiores de vibrar. Con este propósito, se propusieron diferentes índices de cercanía (IC) en ambos modelos para comparar sus resultados posteriormente.

Estimación de parámetros. Una vez realizadas las simulaciones, se encontró que el modelo *3GLF*, debido a su alto número de parámetros, se comportó de manera inestable aún para valores de *IC* de 0.90, esto es, que el proceso de identificación no convergía a ningún mínimo en la superficie que se describe en el espacio de parámetros. Por otro lado, el modelo de proporciones *3GLP* presentó un mejor comportamiento, al aceptar valores de *IC* hasta de 0.80. Además, la aproximación lograda con este modelo fue mucho mayor que en el anterior, lo cual puede verificarse de observar la tabla 1 donde se muestran los índices estadísticos para cada *IC* en ambos modelos. Cabe mencionar que al emplear el modelo de proporciones con amortiguamiento proporcional *3GLPAP*, no se observó ningún incremento en convergencia, aproximación o estabilidad respecto al modelo *3GLP*.

Simulación con el modelo 1GL. Los valores reales de los parámetros utilizados en esta simulación se presentan a continuación, así como las características dinámicas del modelo

$$\begin{array}{lll}
 m = & 500 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m} & c = & 134 \text{ t}\cdot\text{s}/\text{m} & k = & 10000 \text{ t}/\text{m} \\
 f = & 0.71 \text{ Hz} & \xi = & 3.00 \% & &
 \end{array}$$

Estimación de parámetros. Este modelo resultó ser el más estable, ya que para valores de *IC* de hasta 0.50 la estimación paramétrica convergió en todos los casos a los valores reales, al resultar cero todos los índices estadísticos, independientemente del valor de *IC* (tabla 2). Tan sólo se observó un ligero incremento en el número de iteraciones promedio al disminuir el índice de cercanía.

Para evaluar la influencia del nivel de ruido en este modelo se eligió un *IC* de 0.90 a fin de garantizar la estabilidad en todos los casos. Se observó, en general, que en los tres casos estudiados tanto los errores asociados a la respuesta (*ERM* y *ERT*) como los relacionados con los parámetros (*CV* y *EE*), se mantuvieron dentro de rangos muy aceptables aún para relaciones ruido-síñal de hasta 30 por ciento (3 % como máximo en *ERT*, 0.6 % en *EE*, y un *CV* máximo de 2.8 %). Se apreció, no obstante, que el error en los parámetros *EE* puede asociarse en una mayor medida a los coeficientes de amortiguamiento *EEc* que a los de rigidez *EEK*. En todos los casos la semejanza entre la respuesta máxima real (*ERM*) y la reproducida con el modelo identificado fue mayor que la semejanza entre las historias completas (*ERT*).

El número promedio de iteraciones empleadas por el algoritmo de estimación (alrededor de 5 en todos los casos) no se vio afectado por la presencia de ruido, ya que este mismo valor

fue obtenido con el mismo *IC* de 0.90 en las simulaciones que emplearon señales no viciadas (tabla 3).

Simulación con el modelo 3GLT. Los parámetros del modelo real utilizado en esta simulación, así como sus características dinámicas, se presentan a continuación,

$$\begin{array}{ll}
 m = 500 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m} & J = 6833 \text{ t}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2 \\
 c_x = 134 \text{ t}\cdot\text{s}/\text{m} & c_y = 126 \text{ t}\cdot\text{s}/\text{m} \\
 k_x = 10000 \text{ t}/\text{m} & k_y = 20000 \text{ t}/\text{m} \\
 c_\theta = 4049 \text{ t}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad} & k_\theta = 495020 \text{ t}\cdot\text{m}/\text{rad} \\
 e_x = 2.5 \text{ m} & e_y = 2.0 \text{ m}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{1er. modo } f_x = 0.67 \text{ Hz} & \xi_x = 2.50 \% \\
 \text{2o. modo } f_y = 0.88 \text{ Hz} & \xi_y = 2.20 \% \\
 \text{3er. modo } f_\theta = 1.67 \text{ Hz} & \xi_\theta = 4.10 \%
 \end{array}$$

Estimación de parámetros. Al igual que el modelo anterior, el modelo *3GLT* no tuvo ningún problema de estabilidad, ya que la convergencia siempre se logró. El incremento de iteraciones conforme el *IC* disminuye es ligeramente más pronunciado que en el modelo *IGL*, manteniéndose, sin embargo, una rápida convergencia (tabla 4).

Como puede verificarse en la tabla 5, el comportamiento del modelo *3GLT* ante la presencia de ruido fue muy similar a la del modelo anterior, por lo que las observaciones hechas en el modelo *IGL* son aplicables a este modelo. Se aprecian, no obstante, valores ligeramente mayores en los índices estadísticos (5 % como máximo en *ERT* y 1.1 % en *EE* con un *CV* máximo de 7 %) que aún son bastante aceptables, ya que se consideraron niveles de ruido de hasta 30 por ciento.

Se observó que los índices aumentaron con el nivel de ruido para los tres casos considerados. Además, pudo apreciarse que el caso en que sólo se contamina la respuesta del modelo (caso *c*) presentó los índices más pequeños, y por lo tanto, mejor aproximación; por otro lado, el caso *a*, donde se contaminaron tanto la señal de entrada como la respuesta, exhibió los mayores errores. Estas tendencias también ocurrieron en el modelo *IGL*, aunque de una forma menos marcada.

4.5 Estimación de parámetros en un sistema no lineal

Se ha observado que los edificios pueden presentar variaciones importantes de sus características dinámicas durante movimientos sísmicos, inclusive durante eventos de intensidad moderada (*Meli et al., 1994; González et al., 1994*). El hecho de que estas variaciones resulten permanentes es un indicativo de que el sistema estructural presenta un deterioro de su rigidez, el cual puede ir acumulándose conforme el sistema se somete a excitaciones posteriores durante su vida útil.

Existen un gran número de investigaciones enfocadas a establecer modelos paramétricos representativos del comportamiento no lineal de estructuras instrumentadas con aparatos de registro sísmico. Dada la complejidad del problema, la mayoría de las investigaciones consideran que el sistema estructural se puede representar por modelos de un solo grado de libertad, en los cuales se establece una ley constitutiva que tome en cuenta el comportamiento histerético del sistema. Ya que consideran exclusivamente el comportamiento global del sistema, desprecian efectos que pueden gobernar la respuesta dinámica del sistema, como el efecto de acoplamiento torsional y la participación de modos superiores. El intentar incorporar las leyes constitutivas en modelos de múltiples grados de libertad a fin de tomar en cuenta los efectos mencionados, eleva considerablemente el número de parámetros a identificar en el sistema, lo cual acarrea problemas de estabilidad y convergencia en los algoritmos de estimación.

Una alternativa para estudiar la variación de las características dinámicas de sistemas estructurales no lineales consiste en estimar los parámetros, segmentando la respuesta del sistema en un número de tramos elegido. En este proceso se considera que el sistema es lineal e invariante en cada segmento, de tal forma que se aprovechan las bondades de los métodos de estimación desarrollados para este tipo de sistemas. Esta metodología conocida como *análisis por ventanas*, ha sido aplicada para el análisis de sistemas físicos, obteniéndose resultados satisfactorios (*González et al., 1994*).

Con el fin de juzgar si esta metodología es una forma adecuada de determinar la variación de los parámetros en sistemas no lineales, se llevaron a cabo una serie de simulaciones matemáticas, en las que se compararon las características de una estimación con la respuesta completa con respecto a otra que consideró el análisis por ventanas, al emplear el modelo *1GL*.

Modelo estructural. Lo constituye un marco plano de 5 niveles y 2 crujeas conformado por columnas y traveses de concreto reforzado (figura 12), en el cual se consideran las siguientes características:

E	$= 200000 \text{ kg/cm}^2$	ω_{azotea}	$= 1000 \text{ kg/m}^2$
$f'c$	$= 250 \text{ kg/cm}^2$	$\omega_{nivs. intern.}$	$= 800 \text{ kg/m}^2$
ρ_{cols}	$= 2 \%$	Ancho tributario	$= 5 \text{ m}$
$\rho_{traveses}$	$= 1 \%$		

Se consideró un comportamiento histerético bilineal sin degradación de rigidez en los elementos. El modelo presenta una frecuencia fundamental asociado al comportamiento elástico de 0.98 Hz con una fracción de amortiguamiento del 3 por ciento.

La excitación sísmica que se consideró para el análisis fue la registrada durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT, dirección EO. Sus aceleraciones se escalaron 1.5 veces a fin de que el modelo presentara un comportamiento no lineal significativo.

Simulación. El programa de análisis estructural empleado para obtener la respuesta dinámica no lineal fue el DRAIN 2D (Kanaan y Powell, 1973). Se calculó la respuesta dinámica (figura 13) con un comportamiento lineal (línea punteada) y se comparó con la respuesta dinámica no lineal (línea continua), a fin de apreciar el grado de no linealidad del sistema. Puede observarse que a partir de los 15 s de iniciado el movimiento el modelo presenta un comportamiento no lineal, que encuentra su máxima evidencia alrededor de los 40 s; regresando a sus características originales hacia los 55 s debido a su comportamiento histerético sin degradación.

Identificación por ventanas. A fin de establecer la modificación que tienen los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema global, se realizó una estimación por ventanas con el modelo IGL, dividiendo el registro total en 15 tramos de 4 s cada uno, al considerar la respuesta de la azotea de la estructura.

En la tabla 6 se presenta la modificación que tienen los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en cada uno de los segmentos. Puede apreciarse que a partir de quinto segmento el sistema pierde rigidez, con la máxima disminución de rigidez global en los segmentos 10 y 11; en los coeficientes de amortiguamiento se aprecia el efecto contrario.

Debido a esto, el sistema estructural tuvo un aumento de aproximadamente un 60 por ciento de la frecuencia inicial alrededor de los 40 s del iniciado el evento, y un amortiguamiento diez veces mayor que el inicial.

En la figura 14, donde se muestra la comparación entre la respuesta no lineal con respecto a la respuesta del modelo *IGL*, se aprecia que este modelo logra representar satisfactoriamente al sistema real, aún en aquellas zonas donde hay un comportamiento no lineal significativo. En la misma figura se aprecian gráficamente las variaciones de los parámetros de rigidez y amortiguamiento descritas en la tabla 6.

Identificación con la respuesta completa. Los parámetros obtenidos de esta estimación constituyen valores equivalentes de todo el proceso no lineal, alcanzando los valores de 0.92 y 2.16 veces los coeficientes correspondientes al modelo elástico en rigidez y amortiguamiento respectivamente (tabla 6). Sin embargo, como puede apreciarse en la figura 15, este modelo lineal equivalente no logró reproducir la respuesta del sistema real de la misma manera que el conjunto de modelos que resultaron del análisis por ventanas, en especial a partir del momento en que el comportamiento no lineal es más pronunciado, es decir, a partir del segundo 40 aproximadamente. Es por esto que el error entre la respuesta real y la identificada (*ERRMS*) fue mayor que en el caso de la identificación por ventanas.

4.6 Observaciones

Se observó que cada uno de los modelos considerados presentaron características diferentes de convergencia, estabilidad y aproximación, resultando los modelos *IGL* y *3GLT* los más eficientes desde el punto de vista del algoritmo de identificación. De los modelos planos de tres grados de libertad, el modelo de flexión con proporciones y matriz de amortiguamiento no proporcional (*3GLP*) resultó ser el más conveniente para considerar modos superiores de vibrar, aunque su estabilidad y aproximación resultó sensiblemente menor que en los modelos mencionados anteriormente. Para su aplicación en edificaciones bastará con proponer adecuadamente los valores de sus constantes de proporcionalidad *C1* a *C6*, para lo cual se requiere contar previamente con las frecuencias de vibrar, niveles de amortiguamiento y formas modales de la estructura (ver apéndice A). Cabe mencionar que de tener una señal de excitación más rica en contenido de frecuencias, la estabilidad y aproximación de este modelo se verían mejoradas. En el siguiente capítulo se emplean estos modelos con el fin de

caracterizar la respuesta real de un edificio ante una excitación sísmica. Se hace mención, además, de los métodos no paramétricos utilizados para obtener los valores iniciales de los parámetros en la identificación con cada uno de estos modelos.

Por último, se encontró que la técnica de identificación por ventanas puede ser una herramienta eficaz para el estudio de la variación de las características dinámicas en sistemas que presentan no linealidades en su respuesta. Por este motivo las identificaciones que se realizaron con la respuesta del edificio del siguiente capítulo dieron énfasis a esta técnica de identificación.

IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN EL EDIFICIO

La estimación de parámetros en sistemas físicos reales se convierte en un problema más complejo e incierto que el ofrecido por simulaciones derivadas de sistemas teóricos, debido a que necesariamente los modelos paramétricos empleados introducen simplificaciones importantes que pueden no cumplirse en todos los casos. Estos modelos, además, consideran hipótesis de tipo estructural que no siempre corresponden con las condiciones reales del sistema. La supuesta rigidez infinita de los diafragmas de piso y del cajón de cimentación, el comportamiento histerético simplificado de los elementos estructurales y del suelo sobre el cual se desplanta la estructura, y la suposición de que se cuenta con registros de aceleraciones de campo libre, son algunas de las hipótesis más comunes. Todos estos factores contribuyen a que la estimación de la respuesta, calculada mediante modelos identificados, difiera del comportamiento del sistema físico real; el error en la aproximación de la identificación asociado con este fenómeno suele llamarse *error del modelo*. Puede ocurrir, incluso, que estas divergencias entre el modelo y el sistema real deterioren seriamente la convergencia y estabilidad del proceso de identificación.

Con el fin de analizar la aplicabilidad en sistemas reales de los algoritmos y modelos matemáticos desarrollados para la estimación de parámetros estructurales, se estudió el comportamiento dinámico de una estructura de concreto de 17 niveles instrumentada con una red de 11 acelerógrafos (Mena y Quaas, 1989). Al hacer uso de la técnica denominada *análisis por ventanas* mostrada en el capítulo anterior, se pretende detectar el posible comportamiento inelástico del edificio durante el sismo ocurrido el 24 de octubre de 1993.

Se destaca la utilidad de los métodos de estimación no paramétrica, basados en la utilización de espectros de Fourier y funciones de transferencia, para determinar las características dinámicas del edificio, y servir, asimismo, de punto de partida para la proposición de valores iniciales en las variables de los modelos de estimación paramétrica.

5.1 Descripción del edificio

El edificio estudiado es una estructura de concreto reforzado de 17 niveles destinado a oficinas, con una cimentación a base de un cajón apoyado sobre 266 pilotes de fricción y un sistema de piso a base de losas reticulares. Consta de un sótano con muros perimetrales de concreto reforzado, planta baja, mezzanine, estacionamientos, y una torre de doce niveles. Las direcciones en que se analiza la estructura (T y L) se muestran en la figura 16.

El edificio se encuentra ubicado en la zona de suelo compresible del valle de México que ha experimentado los mayores niveles de aceleración superficial, con una frecuencia dominante del sitio de 0.42 Hz (Rodríguez y Quaas, 1990). La estratigrafía de esta zona se compone en forma ascendente de la formación arcillosa inferior con 10 m de espesor, sobre la cual se encuentra un estrato de 2 m de arena y 3 m de limo; formación arcillosa superior de 30 m y finalmente un relleno superficial de 2 m.

La estructura sufrió daños durante los sismos de septiembre de 1985. La restructuración efectuada consistió en muros de concreto en toda su altura. Posterior a su reconstrucción, se realizó una medición de vibración ambiental, obteniéndose frecuencias fundamentales de 0.56 Hz en ambas direcciones de traslación (T y L) y 0.80 Hz en torsión. Durante el sismo del 25 de abril de 1989 ocurrieron daños menores en muros y acabados, observándose un cambio en sus propiedades dinámicas (Rodríguez y Quaas, 1990). Las frecuencias fundamentales en ambas direcciones de traslación calculadas a partir de los registros obtenidos durante el sismo del 11 de mayo de 1990 (Quaas et al., 1990) son de 0.38 Hz, lo que muestra una disminución significativa de las frecuencias propias de vibrar con respecto a las obtenidas con vibración ambiental.

5.2 Instrumentación

A fin de evaluar la variación de los parámetros dinámicos de las estructuras durante eventos sísmicos severos y dadas las incertidumbres que existen en la estimación del comportamiento dinámico real de éstas, se iniciaron en México programas de instrumentación con aparatos de registro sísmico de tipo permanente. Actualmente existen alrededor de 20 edificios instrumentados en la ciudad de México, de los cuales se estudia en este trabajo la estructura que se presenta en la figura 16.

Éste fue seleccionado entre una serie de edificios, para ser instrumentado, debido a que cumple con las siguientes características:

- a) Está localizado en zona del valle con evidencia de movimientos importantes
- b) Tiene características comunes a otros edificios urbanos de la ciudad
- c) Cuenta con información en planos, memoria de cálculo, bitácora de construcción y propiedades de sus materiales, con lo cual es posible generar un modelo matemático representativo de su comportamiento
- d) Se puede garantizar de alguna manera la seguridad para los sistemas de medición
- e) Se cuenta con la aprobación de los propietarios para instalar y mantener en operación el sistema de medición

La estructura se instrumentó el 27 de julio de 1989 con una red de 11 acelerógrafos por el Instituto de Ingeniería de la UNAM (*Mena y Quaa, 1989*). La distribución de los instrumentos es la siguiente (figura 16): tres en el sótano (PCSO, PCSC, PCSE), cuatro en el nivel E8 (PCEO, PCEC, PCE8, PCE7), dos en el nivel seis (PC6C, PC6E) y dos en la azotea (PCAC, PCAE).

Los acelerógrafos digitales DCA-333 de alta resolución de que consta la red poseen una velocidad de captura de 100 muestras por segundo. El rango dinámico de los sensores horizontales en sótano es de ± 0.25 g, en azotea de ± 1.0 g, y en los niveles intermedios de ± 0.5 g; en el caso de los sensores verticales es de ± 0.25 g. Los instrumentos se encuentran interconectados con una señal común de tiempo con la finalidad de obtener un registro síncrono que permita conocer con precisión el movimiento relativo de los puntos de medición en la estructura. La interconexión se basa en una configuración maestro-esclavo en la cual, al rebasarse el umbral de disparo, el aparato maestro pone en operación simultáneamente a todos los acelerógrafos. A su vez, cada instrumento está programado para iniciar su funcionamiento en forma autónoma cuando su sistema detecta un valor de aceleración mayor al nivel programado. El aparato maestro es el PC6C ubicado en el nivel seis.

Es importante mantener los equipos en óptimas condiciones de funcionamiento para garantizar que operen confiablemente durante la ocurrencia de un temblor; esto sólo se logra mediante un riguroso programa de visitas periódicas de inspección y mantenimiento. Si se genera un movimiento importante se realizan visitas extraordinarias para recolectar los registros,

corregir los tiempos de los relojes y dejar preparados los aparatos para el posible registro de réplicas.

5.3 Registros sísmicos

En el edificio se han registrado una serie de eventos, de los cuales se estudió el ocurrido el 24 de octubre de 1993. En las figuras 17 y 18 se muestran sincronizadas las aceleraciones horizontales registradas en cada aparato. Este sismo, ocurrido frente a las costas de Guerrero ($M_s=6.7$), ocasionó niveles de aceleración en la estructura con un máximo de 90 cm/s^2 en la dirección norte-sur en la estación PCAE.

5.4 Procesamiento de las señales

A partir de los acelerogramas registrados en los aparatos, y después de su sincronización, se calcularon las aceleraciones en el centro geométrico de cada planta del edificio, a fin de servir como base a las señales que se emplearán en la estimación paramétrica. En las figuras 19 y 20 se muestran las historias de aceleración calculadas en el centro geométrico de cada planta en los niveles donde se localizan sensores de registro sísmico, azotea, nivel 6, estacionamiento 8 y sótano.

Cabe señalar que, debido a la forma del planteamiento matricial de los modelos, resulta necesario obtener las señales relativas de velocidad y desplazamiento. De esta forma, se integraron los acelerogramas calculados en el centro geométrico del edificio con el objeto de obtener estas historias necesarias para el proceso de la identificación. Con este propósito, durante el proceso de integración se empleó tanto un filtro pasa bandas cuyos límites fueron 0.1 Hz y 10 Hz, así como la corrección de la línea base. En las figuras 21 y 22 se muestran señales de velocidad y desplazamiento calculadas en el centro geométrico de la torre para cada dirección y en cada uno de los niveles en estudio (Azotea, N6, E8, Sótano). La figura 23 corrobora la sincronización de todas las señales y muestra un movimiento de edificio primordialmente en fase.

Efectos de torsión. Uno de los aspectos del comportamiento estructural que se tiene especial interés en estudiar, y que resulta básico para la propuesta de modelos matemáticos

representativos de los sistemas, es el relacionado con los efectos de torsión en el comportamiento dinámico del sistema. La gran mayoría de las técnicas de identificación aplicadas a la ingeniería estructural, sobre todo aquellas enfocadas al comportamiento no lineal de los sistemas, consideran un comportamiento bidimensional de las estructuras, al despreciar el efecto del acoplamiento torsional. Sin embargo, en estructuras irregulares en planta o con la presencia de muros rígidos en ciertas colindancias, los efectos de torsión pueden llegar a ser muy significativos.

Con el fin de analizar si el efecto de torsión en el sistema real estudiado llega a ser importante, se compararon las respuestas de las esquinas de la azotea con las del centro geométrico de la azotea. De esta forma, si se observan los registros de las estaciones en azotea PCAC y PCAE, puede apreciarse que en la dirección L el movimiento es prácticamente el mismo (figura 17), mientras que en la dirección T se observan diferencias notables en los acelerogramas (figura 18), lo que indica que existe un movimiento torsional significativo de la estructura.

Esto mismo puede observarse en la figura 24, donde se superponen las historias de desplazamiento de una de las esquinas y del centro de la azotea, apreciándose que en los primeros 60 s de respuesta el efecto de torsión es poco importante, dado que las señales en ambas direcciones prácticamente son iguales. Sin embargo, existe un intervalo de la respuesta (60 s a 100 s) donde el acoplamiento torsional llega a ser muy importante, lo cual se refleja en las diferencias entre el desplazamiento de la esquina de la azotea y su centro geométrico. Lo anterior conduce a pensar que para tener un modelo representativo del sistema analizado, es necesario considerar el comportamiento dinámico tridimensional del mismo.

En la figura 25 se muestran los espectros de Fourier de las aceleraciones absolutas registradas en azotea en la dirección T, donde el movimiento torsional se ve más claro. Resulta evidente el pico asociado con el movimiento torsional, ya que existe una frecuencia en la que la amplitud del espectro se incrementa al pasar de la señal del centro geométrico a la de la esquina.

Las señales de torsión fueron calculadas a partir de las aceleraciones horizontales del centro y esquina de la azotea. Los registros obtenidos de esta forma en ambas direcciones T y L resultaron muy similares; sin embargo, se escogieron para el proceso de identificación aquellos obtenidos de la dirección T, ya que ésta cuenta con la distancia entre sensores más

grande (figura 16).

Flexibilidad del diafragma de piso. Una de las hipótesis que normalmente se considera en la mayoría de los programas comerciales para el análisis estructural es que el diafragma de piso es infinitamente rígido en su plano, con lo cual se reduce el esfuerzo computacional en la solución del problema. En sistemas de piso formados por losas de concreto que guarden ciertas relaciones de aspecto en sus dimensiones en planta, la hipótesis de diafragma rígido puede ser válida (Caballero et al., 1986); sin embargo, estudios experimentales demuestran que pueden existir deformaciones importantes de los diafragmas en estructuras muy alargadas, inclusive durante excitaciones de carácter ambiental (Rodríguez et al., 1989; Murià-Vila y González, 1990).

En el sistema analizado se llevó a cabo un análisis de la flexibilidad del diafragma de piso del nivel E8 durante el evento estudiado. En la figura 26 se presenta una comparación entre la aceleración registrada en el centro geométrico de este nivel y la obtenida analíticamente por medio de las señales de las esquinas; aquí se aprecia una excelente concordancia entre las señales, por lo que se pudo concluir que la hipótesis de la rigidez infinita del diafragma de piso es válida para el sistema estructural analizado, al menos, para los niveles de excitación sísmica registrados con este sismo.

Señal de entrada. Debido a que la estación de campo libre (estación 56 del CIRES) para este edificio no operó durante el sismo considerado, se estudiaron las siguientes opciones:

- a) Campo libre del edificio Jal, ubicado a dos calles del edificio y con orientación similar al mismo
- b) Campo libre Estación 58, ubicado a 500 m, con orientación conocida
- c) Sótano del edificio estudiado

En las figuras 27 y 28 en las que se comparan las historias sincronizadas de aceleración registradas en cada estación en ambas direcciones, se observan diferencias importantes entre cada una, así como en sus contenidos de frecuencia reflejados en los espectros de Fourier. Se aplicó la técnica de identificación de parámetros en un modelo de un grado de libertad con cada acelerograma como señal de entrada, encontrándose la mejor correlación para las aceleraciones del sótano de la estructura.

Con base en lo anterior, se tomaron las aceleraciones registradas en sótano como la excitación del sistema en los proceso de estimación paramétrica. Cabe mencionar que debido a esta restricción, los sistemas identificados representan al subsistema estructural y no al sistema completo suelo-estructura.

Movimiento de la cimentación. Con el fin de contar con señales representativas del movimiento en la base, a partir de las aceleraciones verticales registradas en los tres sensores del sótano y de sus respectivas posiciones, se obtuvieron las historias de giro, al considerar a la cimentación como una superficie que no se deforma fuera de su plano. Sin embargo, debido a la pequeña amplitud de estos movimientos, y a que los acelerógrafos se encuentran ubicados casi en línea recta, las historias de movimiento calculadas de esta forma reflejan grandes giros alrededor precisamente de este eje imaginario. En la figura 29 donde se compara la historia de aceleraciones verticales calculada en la esquina Noreste con las registradas en las tres estaciones del sótano, se observa el efecto anteriormente descrito.

5.5 Análisis no paramétrico

Debido a que el método de optimización Gauss-Newton requiere de valores iniciales del vector de parámetros cuya cercanía a los óptimos sea la suficiente para que se garantice la convergencia al mínimo global, se propone la utilización de análisis no paramétricos. De esta forma, a partir de las características dinámicas del sistema obtenidas de los análisis no paramétricos, es posible proponer valores iniciales de los parámetros con una cercanía razonable a los valores óptimos.

Con el fin de determinar las características dinámicas del sistema, mediante técnicas no paramétricas, se calcularon las frecuencias fundamentales de vibrar y amortiguamientos asociados a los movimientos traslacionales y torsionales del sistema, mediante funciones de transferencia. Las frecuencias para los modos de traslación se calcularon con las funciones de transferencia entre el espectro de Fourier de la señal de aceleración absoluta en azotea y el espectro de Fourier de la señal de aceleración en el sótano, debido a que no se contó con el registro de las aceleraciones en campo libre. La función de transferencia del movimiento torsional fue obtenida a partir del cociente de los espectros de Fourier calculados de las aceleraciones horizontales registradas en la azotea, esquina este (PCAE) y centro (PCAC), en la dirección T. Cabe mencionar que estas frecuencias obtenidas a partir de registros

sísmicos son valores promedio, dado que para su estimación se utiliza todo el registro.

En la figura 30 se muestran las funciones de transferencia calculadas, donde se aprecian claramente los máximos relacionados con las frecuencias naturales de vibrar de la estructura. Las amplitudes de las funciones de transferencia para las direcciones T y L tienen un valor cercano a 15, por lo que se estima que el amortiguamiento del sistema fluctúa alrededor del 3 por ciento, si se considera que la función de transferencia representa la curva de resonancia del sistema. Resulta interesante observar que las frecuencias naturales del sistema en vibración ambiental pueden diferir sensiblemente de aquellas que presenta el edificio durante un sismo, aún de mediana intensidad y sin daño aparente en la estructura.

5.6 Análisis paramétrico

En esta investigación se utilizó una metodología para la estimación de parámetros estructurales en edificios instrumentados (*González et al., 1993*), la cual se basa en la minimización de una función que evalúa el error cuadrático entre la respuesta experimental y la analítica, mediante el método de optimación de Gauss-Newton modificado. Se idealizó el sistema estructural por medio de tres modelos matemáticos:

- a) *Modelo de un grado de libertad (1GL)*, por medio del cual se obtienen coeficientes equivalentes de rigidez y amortiguamiento del sistema.
- b) *Modelo de tres grados de libertad plano (3GLP)*, en donde se considera un sistema con participación de modos superiores de traslación. En su planteamiento matricial de flexión se definen constantes de proporcionalidad que ayudan a reducir el número de parámetros en el proceso de estimación paramétrica. Sin embargo, la obtención de dichas constantes requiere de las frecuencias de vibrar, amortiguamientos y formas modales, para lo cual es necesario un análisis no paramétrico previo (ver apéndice A).
- c) *Modelo de tres grados de libertad torsional (3GLT)*, que considera el comportamiento tridimensional del sistema, con dos grados de libertad asociados a movimientos de traslación horizontal y un grado de libertad relacionado con el efecto de torsión.

En estos modelos se da por conocido el valor de la masa, el cual se calculó con las

características geométricas del edificio. Se consideró, además, que las señales de entradas al sistema fueron las registradas en el sótano de la estructura.

Dado que las características dinámicas de la estructura, obtenidas del análisis no paramétrico, fueron calculadas con la longitud total del registro, éstas deben ser consideradas como caracterizaciones promedio. Existe, por lo tanto, la posibilidad de variaciones en las características dinámicas, y por ende de los parámetros que caracterizan los modelos, durante el evento.

Para contemplar las variaciones que presentan los parámetros estructurales y dado que la metodología propuesta se basa en la hipótesis de un comportamiento lineal de los sistemas, se llevaron a cabo las estimaciones de los parámetros de cada uno de los modelos mediante el concepto de *análisis por ventanas*, el cual, como se demostró en las simulaciones presentadas en el capítulo anterior, puede proporcionar una alternativa para el análisis del efecto no lineal del sistema. La longitud de las ventanas en las estimaciones se seleccionó en función del periodo de vibración fundamental del sistema, al considerar que la longitud máxima de la ventana contemplara alrededor de cuatro oscilaciones del sistema (*Banan y Hjelmstad, 1993*). Para todos los modelos se efectuó previamente la técnica de identificación con las señales completas y valores iniciales de los parámetros basados en los resultados de los análisis no paramétricos. Los parámetros obtenidos de esta primera etapa con las señales completas proporcionaron los valores iniciales a la identificación por ventanas, cuyos resultados se enfatizan en este trabajo.

5.6.1 Estimación con el modelo 1GL

Valores iniciales. Con base en las frecuencias y amortiguamientos asociados a los primeros modos de traslación en ambas direcciones, y a partir de la geometría de la estructura, con la cual se estima que la masa de todo el sistema suma $1260 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m}$, se calcularon los siguientes valores iniciales

$$\begin{array}{ll} k_L = & 7183 \text{ t/m} & c_L = & 193 \text{ t}\cdot\text{s/m} \\ k_R = & 7183 \text{ t/m} & c_R = & 181 \text{ t}\cdot\text{s/m} \end{array}$$

Estimación de parámetros. La frecuencia obtenida en la dirección L con el modelo

identificado para el tramo completo resultó muy cercana a la que muestra la función de transferencia correspondiente, mientras que para la dirección T, en la que el comportamiento torsional es más pronunciado, se apreciaron diferencias mayores (Tabla 7).

En las figuras 31 y 32 se compara la respuesta del modelo identificado por ventanas con la respuesta registrada en el edificio; se observa que la respuesta del modelo en la dirección T guarda diferencias importantes respecto a la experimental, en especial a partir del segundo 60 del registro, donde el acoplamiento torsional se hace más pronunciado. Si se comparan los *ERRMS* obtenidos para los desplazamientos en ambas direcciones, puede apreciarse que existe una mejor correlación en la dirección L. Lo anterior llevó a considerar al modelo tridimensional como una mejor alternativa en la reproducción de la respuesta del edificio.

5.6.2 Estimación con el modelo 3GLP

Valores iniciales. Una vez obtenidas las frecuencias, fracciones de amortiguamiento, y formas modales asociadas a los tres primeros modos de vibrar de la estructura en ambas direcciones, fue posible construir las matrices *K* y *C* mediante la metodología propuesta en el apéndice A. Si se considera que las masas m_1 , m_2 , y m_3 fueron 360.6 t·s²/m, 566.7 t·s²/m, y 677.8 t·s²/m, respectivamente, los valores iniciales de los parámetros así como las constantes de proporcionalidad resultan como

Dirección L		Dirección T					
$k_1 =$	13759 t/m	$k_1 =$	20736 t/m				
$k_2 =$	64480 t/m	$k_2 =$	92485 t/m				
$k_3 =$	137913 t/m	$k_3 =$	262663 t/m				
$c_1 =$	919 t·s/m	$c_1 =$	1682 t·s/m				
$c_2 =$	4622 t·s/m	$c_2 =$	8662 t·s/m				
$c_3 =$	8559 t·s/m	$c_3 =$	22595 t·s/m				
$C1 =$	-1.85612	$C4 =$	-1.6955	$C1 =$	-2.0099	$C4 =$	-1.7790
$C2 =$	1.47395	$C5 =$	1.0704	$C2 =$	1.9186	$C5 =$	1.2033
$C3 =$	-1.08334	$C6 =$	-1.0941	$C3 =$	-1.2938	$C6 =$	-1.1884

	Dirección L		Dirección T	
1er. modo	$f_1 = 0.38 \text{ Hz}$	$\xi_1 = 3.20 \%$	$f_1 = 0.38 \text{ Hz}$	$\xi_1 = 3.00 \%$
2o. modo	$f_2 = 1.20 \text{ Hz}$	$\xi_2 = 2.50 \%$	$f_2 = 1.50 \text{ Hz}$	$\xi_2 = 3.00 \%$
3er. modo	$f_3 = 2.01 \text{ Hz}$	$\xi_3 = 3.60 \%$	$f_3 = 3.05 \text{ Hz}$	$\xi_3 = 4.80 \%$

En la aplicación de este modelo se utilizó como señal de entrada la registrada en el sótano y como señales de salida las registradas en los niveles estacionamiento 8, nivel 6 y azotea. Asimismo, se consideró que las proporciones $C1$ a $C6$ se mantengan constantes durante toda la excitación.

Estimación de parámetros. Las frecuencias fundamentales obtenidas en ambas direcciones con el modelo identificado para el tramo completo resultaron muy cercanas a las que muestran las funciones de transferencia correspondientes (Tablas 8 y 9). Sin embargo, nuevamente se observó que la respuesta del modelo en la dirección T guardó diferencias importantes respecto a la experimental (figuras 33 a 40). Si se comparan los *ERRMS* obtenidos para los desplazamientos en ambas direcciones, puede apreciarse que existe una mejor correlación en la dirección L (figuras 33 y 37). Se observaron, además, niveles de amortiguamiento superiores a los reales en los espectros de Fourier de las historias de aceleración para la dirección L (figura 36).

5.6.3 Estimación con el modelo 3GLT

Valores iniciales. Para el cálculo de los parámetros asociados con el movimiento traslacional, se consideró al sistema como desacoplado, por lo que éstos son los mismos que en el modelo *1GL*. En el caso de los parámetros relacionados con la torsión, se consideró al sistema también como un modelo de un grado de libertad, empleando para ello la frecuencia asociada con el movimiento torsional y el momento polar de inercia de masa, J , de $196,226 \text{ t}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$. Para el nivel de amortiguamiento asociado con esta componente, se consideró un ξ de 4.00 por ciento, el cual es mayor que los de traslación; esta simplificación obedece al hecho de que las amplitudes en la función de transferencia entre la traslación de una esquina de la azotea con respecto al centro de ésta, no reflejan el amortiguamiento de la componente torsional, únicamente su frecuencia. Asimismo, se propuso inicialmente una excentricidad de cero. De esta forma, los valores iniciales de los parámetros para este modelo resultaron

$$\begin{array}{ll}
 k_L = 7183 \text{ t/m} & c_L = 193 \text{ t}\cdot\text{s/m} \\
 k_T = 7183 \text{ t/m} & c_T = 181 \text{ t}\cdot\text{s/m} \\
 k_\theta = 1784841 \text{ t}\cdot\text{m/rad} & c_\theta = 47334 \text{ t}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}
 \end{array}$$

Estimación de parámetros. En este modelo, a diferencia de los modelos de uno y tres grados de libertad que consideran comportamiento plano, se apreció una mejor correlación en las frecuencias calculadas con la señal completa en ambas direcciones de traslación, así como en torsión, respecto a las obtenidas de las funciones de transferencia (tabla 10).

En la tabla 10 donde se presenta la modificación que tienen los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en cada uno de los segmentos, puede apreciarse que a partir de los 70 segundos el sistema pierde rigidez en sus tres componentes, observándose el efecto contrario en los coeficientes de amortiguamiento. Al considerar las rigideces iniciales y finales para cada dirección, se encontraron reducciones del 20 por ciento, aproximadamente. Por tal motivo, el movimiento torsional experimentó el fenómeno denominado *batimiento* debido al acercamiento de la frecuencia torsional del sistema a la del terreno, a partir, precisamente, de los 70 s. En las figuras 41 a 43 se aprecian gráficamente las variaciones de los parámetros de rigidez y amortiguamiento descritas en la tabla 10.

En las figuras 41 a 46 se compara la respuesta del modelo tridimensional analizado por ventanas con la respuesta experimental; se aprecia que la dirección L presenta una mejor correlación con la respuesta real que la dirección T. La respuesta torsional, a su vez, se reprodujo satisfactoriamente mediante este modelo.

CONCLUSIONES

Se observó que cada uno de los modelos empleados en las estimaciones paramétricas presentaron características diferentes de convergencia, estabilidad y aproximación; resultó que los modelos *IGL* y *3GLT* los más eficientes desde el punto de vista del algoritmo de identificación. De los modelos planos de tres grados de libertad, el modelo de flexión con proporciones y matriz de amortiguamiento no proporcional resultó ser el más conveniente para considerar modos superiores de vibrar, aunque su estabilidad y aproximación resultó sensiblemente menor que en los modelos mencionados anteriormente. A pesar de que los parámetros identificados constituyen caracterizaciones promedio, se encontró que la técnica de identificación por ventanas es una herramienta eficaz para el estudio de la variación de las características dinámicas en sistemas que presentan no linealidades en su respuesta.

Con el objeto de reproducir la respuesta del edificio estudiado ante la excitación ocurrida el 24 de octubre de 1993, fueron ajustados tres modelos mediante una técnica para la estimación de parámetros estructurales en edificios instrumentados. Además de aplicarse con las señales completas, se efectuó un análisis por ventanas para obtener la variación en el tiempo de los parámetros estimados.

Se detectaron diferencias significativas en los acelerogramas de la dirección T, lo que indicó la existencia de un movimiento torsional acoplado con el movimiento traslacional en esta dirección, básicamente a partir del segundo 60 del registro.

Debido a la carencia de una señal de campo libre para este sismo en particular, y después de observar diferencias notables entre las tres opciones más factibles, se optó por considerar a las aceleraciones en el sótano como señal de excitación del sistema.

Al comparar la respuesta de los modelos *IGL* y *3GLP* identificados por ventanas con la

respuesta registrada en el edificio; se observó que la respuesta de ambos en la dirección T guardaba diferencias importantes respecto a la experimental, en especial a partir del segundo 60 del registro, donde el acoplamiento torsional se hace más pronunciado. Lo anterior llevó a considerar al modelo tridimensional como una mejor alternativa en la reproducción de la respuesta del edificio.

En la aplicación del modelo *3GLT*, además de obtenerse los menores errores *ERRMS*, se apreció que a partir de los 70 segundos el sistema perdía rigidez en sus tres componentes, por tal motivo, el movimiento torsional experimentó el fenómeno denominado *batimiento* a causa del acercamiento de la frecuencia torsional del sistema a la del terreno.

Resulta, por tanto, necesaria la aplicación para este edificio de un modelo que considere el efecto tridimensional, así como el contar con una señal de excitación proveniente de campo libre.

RECONOCIMIENTOS

Agradezco las oportunidades brindadas por el Instituto de Ingeniería, y de manera especial el apoyo de mi tutor y amigo Ricardo, a quien respeto por su calidad profesional y dedicación.

REFERENCIAS

- Agbabian, M.S., Masri, S.F., Miller, R.K. and Caughey, T.K. (1991);** "System identification approach to detection of structural changes", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 117(2), 341-356.
- Argoul, P., Afra, H. and Bard, P.Y. (1992);** "Characterization and identification of the non-linear behaviour of buildings", *Earthquake Engineering*, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 060 5.
- Aström, K.J. and P. Eykhoff (1971);** "System identification - a survey", *Automatica*, 7, 123-162.
- Banan, M. and Hjelmstad, K. (1993);** "Identification of structural systems from measured response", Report No. UILU-ENG-93-2002, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois.
- Beck, J.L. (1978);** "Determining models of structures from earthquake records", RERL Report No. 78-01, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, Calif.
- Beck, J.L. and Katafygiotis, L.S. (1992);** "Probabilistic system identification and health monitoring of structures", *Earthquake Engineering*, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 060 5, 3721-3726.
- Bekey, G.A. (1970);** "System identification - an introduction and a survey", *Simulation*, 15, 151-166.

- Beliveau, J.G. (1975);** "Structural identification during an earthquake", Paper No. 12, Proc. 2nd Canadian Conf. on Earthq. Engrg., McMaster Univ., Hamilton, Ontario.
- Benzoni, G. and Iwan, W.D. (1990);** "Modal parameters for masonry structures through system identification techniques", Structural Dynamics, Krätzig et al., Balkema, Rotterdam, ISBN 90 6191 168 0, 377-384.
- Caballero, C., Ayala, G., Gómez, R. y Escobar, J. (1986);** "Efecto de la flexibilidad del sistema de piso en la respuesta de edificios ante carga sísmica", V Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Veracruz, México.
- Capecchi, D. and Vestroni, F. (1990);** "Study of dynamic behaviour of an old masonry building", Structural Dynamics, Krätzig et al., Balkema, Rotterdam, ISBN 90 6191 1680, 399-406.
- Caravani, P., Watson, M.L. and Thomson, W.T. (1977);** "Recursive least-squares time domain identification of structural parameters", Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 44(2), 135-140.
- Chen, J.C. and Garba, J.A. (1988);** "Structural damage assessment using a system identification technique", Structural safety evaluation based on system identification approaches, Proceedings of the Workshop at Lambrecht/Pfats, H.G. Natke and J.T.P. Yao, Rieder Vieweg and Sohn, Baunschweig, Germany, 474-492.
- Cuenod, NM. and A.P. Sage (1968);** "Comparison of some methods used for process identification ", Automatica, 4, 235-269.
- Dfáz, D. (1995);** "Estudio analítico y experimental en mesa vibradora de una estructura metálica de dos niveles provista con disipadores de energía", Trabajo para obtener el grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras), UNAM.
- Distefano, N. and Peña-Pardo, B. (1976);** "System identification of frames under seismic loads", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 102(EM2), 313-330.
- Distefano, N. and Rath, A. (1974);** "Modeling and identification in nonlinear structural dynamics - I. One degree of freedom models", Report No. EERC 74-15, Earthquake engineering research center, University of California, Berkeley.

- Eykhoff, P. (1974); "System Identification", Wiley and Sons, New York.**
- Fassois, S.D., Eman, K.F. and Wu, S.M. (1990); "A linear time-domain method for structural dynamics identification", Journal of Vibration and Acoustics, 112, 98-106.**
- Fritzen, C.P., Zhu, and S. Kiefer, Th. (1990); "System identification as tool for the systematic correction of Finite-Element models", Structural Dynamics, Krätzig et al., Balkema, Rotterdam, ISBN 90 6191 1680, 331-338.**
- González, R., Esteva, L., Murià-Vila, D., Noguez, F. y Hernández L. (1993); "Identificación de parámetros estructurales en edificios instrumentados", Instituto de Ingeniería, UNAM, proyecto 3524, patrocinado por DDF.**
- González, R. y Esteva, L. (1994); "La identificación de sistemas como herramienta para el modelaje matemático en la ingeniería estructural", IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Zacatecas, México, 157-167.**
- González, R., Hernández, L. y Murià-Vila, D. (1994); "Análisis de la variación de parámetros estructurales con métodos de estimación paramétrica en un edificio instrumentado", Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Zacatecas México, 540-549.**
- González, R. y Noguez, F. (1994); "Desarrollo de una metodología para determinar parámetros estructurales con variación en el tiempo en edificios instrumentados. Aplicación al edificio Córdoba", Proyecto 4509, Instituto de Ingeniería UNAM.**
- González, R., Pineda, R. y Hernández, L. (1995); "Análisis y predicción del comportamiento dinámico de edificios usando técnicas de identificación de sistemas y linealización equivalente", Proyecto 4550, Reporte final al Instituto de Ingeniería.**
- Hart, G.C., DiJulio, R.M. and Lew, M. (1975); "Torsional response of high-rise buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, 101(ST2), 397-416.**
- Hart, G.C. and Vasudevan, R. (1975); "Earthquake design of buildings: damping", Journal of the Structural Division, ASCE, 101(ST1), 11-29.**

- Hoshiya, M., Maruyama, O. and Shinozuka, M. (1990);** "Identification of bilinear severely hysteretic systems", 5th International Conference on Structural Safety and Reliability; ICOSSAR'89, Ang, Shinozuka, and Schueller, ASCE, New York, 1419-1425.
- Hoshiya, M. and Saito, E. (1984);** "Structural identification by extended Kalman filter", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 110(12), 1757-1770.
- Hoshiya, M. and Sutoh, A. (1992);** "Extended Kalman filter - Weighted local iteration method for dynamic structural identification", Earthquake Engineering, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 060 5, 3715-3720.
- Ibáñez, P. (1972);** "Identification of Dynamic Structural Models from Experimental Data", Report UCLA-ENG-7225, Univ. of Calif., Los Angeles, California.
- Iwan, W.D. and Cifuentes, A.O. (1986);** "A model for system identification of degrading structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 14, 877-890.
- Jennings, P.C. (1967);** "Force-deflection relations from dynamic tests", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 93(EM2), 115-129.
- Kalman, R.E. (1960);** "A new approach to linear filtering and prediction problems", Journal of Basic Engineering, 82(1), 35-45.
- Kalman, R.E. and Bucy, R.S. (1961);** "New results in linear filtering and prediction theory", Journal of Basic Engineering, Transactions ASME, 83(1), 95-108.
- Kanaan, A. and Powell, G. (1973);** "DRAIN-2D: General purpose computer program for inelastic dynamic response of plane structures", University of California at Berkeley.
- Kaya, I. and McNiven, H.D. (1978);** "Investigation of the elastic characteristics of a three story steel frame using system identification", Report No. UCB/EERC-78/24, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- Kolmogorov, A.N. (1941);** "Interpolation and extrapolation of stationary random sequences". Bulletin of the Academy of Sciences, USSR Services of Mathematics, 5, Memo RM-3090-PR, Rand Corp., Santa Monica, California.

- Koh, C.G., See, L.M. and Balendra, T. (1991);** "Estimation of structural parameters in time domain: A substructures approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20(8), 787-801.
- Li, Y. and Mau, S.T. (1991);** "A case study of MIMO system identification applied to building seismic records", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 1045-1064.
- Lin, B.C. and Papageorgiou, A.S. (1989);** "Demonstration of torsional coupling caused by closely spaced periods - 1984 Morgan Hill earthquake response of the Santa Clara County Building", *Earthquake Spectra*, (5)3.
- Lin, C.C., Soong, T.T. and Natke, H.G. (1990);** "Real-time system identification of degrading structures", *Journal of Engineering Mechanics*, 116(10), 2258-2274.
- Lin B.C. and Papageorgiou, A.S. (1991);** "Earthquake response of two repaired buildings damaged in past seismic shaking", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 10(5), 539-556.
- Ljung, L. (1987);** "System identification: Theory for the user", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Ljung, L. and Söderström, T. (1983);** "Theory and practice of recursive identification", MIT Press, Cambridge, Mass.
- Loh, C.H. and Chung, S.T. (1993);** "A three-stage identification approach for hysteretic systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22.
- Loh, C.H. and Tsaor, Y.H. (1988);** "Time domain estimation of structural parameters", *Engineering Structural*, 10, 95-105.
- MATLAB (1985);** "High-Performance Numeric Computation Software".
- Matsui, K. and Kurita, T. (1989);** "Structural identification from input and output acceleration records", *Journal of Structural Engineering*, 35A, 689-698.

- Koh, C.G., See, L.M. and Balendra, T. (1991);** "Estimation of structural parameters in time domain: A substructures approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20(8), 787-801.
- Li, Y. and Mau, S.T. (1991);** "A case study of MIMO system identification applied to building seismic records", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20, 1045-1064.
- Lin, B.C. and Papageorgiou, A.S. (1989);** "Demonstration of torsional coupling caused by closely spaced periods - 1984 Morgan Hill earthquake response of the Santa Clara County Building", *Earthquake Spectra*, (5)3.
- Lin, C.C., Soong, T.T. and Natke, H.G. (1990);** "Real-time system identification of degrading structures", *Journal of Engineering Mechanics*, 116(10), 2258-2274.
- Lin B.C. and Papageorgiou, A.S. (1991);** "Earthquake response of two repaired buildings damaged in past seismic shaking", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 10(5), 539-556.
- Ljung, L. (1987);** "System identification: Theory for the user", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Ljung, L. and Söderström, T. (1983);** "Theory and practice of recursive identification", MIT Press, Cambridge, Mass.
- Loh, C.H. and Chung, S.T. (1993);** "A three-stage identification approach for hysteretic systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22.
- Loh, C.H. and Tsaour, Y.H. (1988);** "Time domain estimation of structural parameters", *Engineering Structural*, 10, 95-105.
- MATLAB (1985);** "High-Performance Numeric Computation Software".
- Matsui, K. and Kurita, T. (1989);** "Structural identification from input and output acceleration records", *Journal of Structural Engineering*, 35A, 689-698.

- Matzen, V.C. and McNiven, H.D. (1976);** "Investigation of the inelastic characteristics of a single story steel structure using system identification and shaking table experiments", Report No. EERC 76-20, Univ. of Calif., Berkeley.
- McVerry, G.H. (1980);** "Structural identification in the frequency domain from earthquake records", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8, 145-160.
- Meli, R., Murià-Vila, D., Quaas, R., Faccioli, E. and Paolucci, R. (1994);** "Study of site effects and building response in Mexico City during earthquakes", Report to the European Commission, DG-XII, Contract C11-0674-I, Joint Project between Mexico and Italy.
- Mena, E. y Quaas, R. (1989);** "Instrumentación para registro de sismos en edificios del Distrito Federal", Informe final a CONACYT, Instituto de Ingeniería, UNAM, México DF.
- Minas, C. and Inman, D.J. (1990);** "Matching finite element models to modal data", *Journal of Vibration and Acoustics*, 112, 84-92.
- Mohammad, K.S., Worden, K. and Tomlinson, G.R. (1992);** "Direct parameter estimation for linear and non-linear structures", *Journal of Sound and Vibration*, 152(3), 471-499.
- Murià-Vila, D. y González, R. (1990);** "Propiedades dinámicas del edificio instrumentado con acelerografos del Instituto Mexicano del Petróleo", proyecto 0718, informe interno del Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Murià-Vila, D., González, R. y Sánchez, R. (1990);** "Propiedades dinámicas de una estructura masiva desplantada en suelo blando", proyecto 9759, Instituto de Ingeniería UNAM.
- Murià-Vila, D. y González, R. (1993);** "Propiedades dinámicas de edificios de la ciudad de México", VI Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Santiago, Chile, 1, 585-594.
- Natke, H.G. (1990);** "Recent trends in system identification", Proc., European Conference on Structural Dynamics EUROLYN '90, W.B. Kratzig et al., Bochum Germany, 283-289.

- Natke, H.G. and Yao, J.T.P. (1988);** "Structural safety evaluation based on system identification approaches", Friedr, Vieweg & Sohn, Braunschweig, Wiesbaden.
- Newmark, N.M. and Rosenblueth, E. (1971);** "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice-Hall, New York.
- Nieman, R.E., D.G. Fisher and D.E. Seborg (1971);** "A review of process identification and parameter estimation techniques", International Journal of Control, 13, 209-264.
- Novak, M. (1971);** "Data reduction from nonlinear response curves", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 97(EM4), 1187-1204.
- Ortiz, R.M. (1994);** "Modelo representativo y evaluación estructural de un edificio restructurado de 14 niveles", Trabajo para obtener el grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras), DEPMI, UNAM, México.
- Quaas, R. et al. (1990)** "Instrumentación sísmica del edificio Plaza Córdoba", Registros obtenidos del temblor de Mayo 11, 1990, $M_s=5.7$, Instituto de Ingeniería, Informe IPS-13.
- Renker, G. and Waller, H. (1990);** "Time domain identification of nonlinear vibrational systems", Structural Dynamics, Krätzig et al., Balkema, Rotterdam, ISBN 90 6191 168 0, 299-304.
- Rodeman, R. and Yao, J.T.P. (1973);** "Structural Identification - Literature Review", Technical Report No. CE STR-73-3, Purdue University.
- Rodríguez, N. (1987);** "Análisis experimental de vibraciones en edificios", informe final del proyecto 6702, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Rodríguez, N., González, R., Avila, R. y Vieyra, A. (1989);** "Cinématica de la torre principal del World Trade Center de México", proyecto 9712, informe interno del Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

- Rodríguez, N. y Quaas, R. (1990);** "Respuesta estructural de un edificio instrumentado en la ciudad de México, durante sismos recientes", Seminario Internacional: Instrumentación sísmica y uso de elementos disipadores de energía en el comportamiento estructural, SMIS, México DF, 125-155.
- Rubinstein, R.Y. (1981);** "Simulation and the Monte Carlo Method", John Wiley & Sons, USA.
- Safak, E. (1989a);** "Adaptive modelling, identification and control of dynamic structural system: I. Theory" Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 115(11), 2386-2405.
- Safak, E. (1989b);** "Adaptive modelling, identification and control of dynamic structural system: II. Applications", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 115(11), 2406-2426.
- Safak, E. (1991);** "Identification of linear structures using discrete-time filters", Journal of Structural Engineering, 117(10), 3064-3085.
- Safak, M. and Celebi, M. (1991);** "Seismic response of Transamerica Building. II: System identification", Journal of Structural Engineering, 117(8), 2405-2425.
- Safak, M. and Celebi, M. (1992);** "Recorded seismic response of Pacific Park Plaza. II: System identification", Journal of Structural Engineering, 118(6), 1566-1589.
- Schiff, A.J. (1972);** "Identification of large structures using data from ambient and low level excitations, in System Identification of Vibrating Structures", W.D. Pilkey and R. Cohen, ASME, New York.
- Shinozuka, M., Yun, C.B. and Imai, H. (1982);** "Identification of linear structural dynamic system", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 108(6), 1371-1390.
- Söderström, T. and Stoica, P. (1981);** "Comparison of some instrumental variable methods. Consistency and accuracy aspects", Automatica, 17, 101-115.
- Tan, R.Y. and Wang, G.S. (1989);** "Safety evaluation of a tall building", 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSAR '89, Ang, Shinozuka, and Schueller, ASCE, New York, 1451-1458.

- Toki, K., Sato, T., and Kiyono, J. (1989);** "Identification of structural parameters and input ground motion from response time histories", *Journal of Structural Engineering and Earthquake Engineering*, 6(2), 413-421.
- Torkamani, M.A.M. and Ahmadi, A.K. (1988);** "Stiffness identification of two and three dimensional frames", *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16(8), 1157-1176.
- Tsujihara, O. and Sawada, T. (1992);** "Development of SLP for identification of structural systems", *Earthquake Engineering*, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 060 5, 3709-3713.
- Udwadia, F.E. and Jerath, N. (1980);** "Time variations of structural properties during strong ground shaking", *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE*, 106(EM1), 111-121.
- Udwadia, F.E. and Marmarelis, P.Z. (1976a);** "The identification of building structural systems. I. The linear case", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66(1), 125-151.
- Udwadia, F.E. and Marmarelis, P.Z. (1976b);** "The identification of building structural systems. II. The nonlinear case", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66(1), 156-172.
- Udwadia, F.E. and Trifunac, M.D. (1974);** "Time and amplitude dependent response of structures", *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2, 359-378.
- Wiener, N. (1949);** "The extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series with engineering applications. John Wiley and Sons, New York, N.Y.
- Yang, J.S.C., Tsai, T., Tsai, W.H. and Chen, R.Z. (1985);** "Detection and identification of structural damage from dynamic response measurements", *Proceedings of the 4th International Symposium on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, New York, 2.

Yar, M. and Hammond, J.K. (1987); "Parameter estimation for hysteretic systems", Journal of Sound and Vibration, 117(1), 161-172.

Yun, C.B. and Shinozuka, M. (1980); "Identification of nonlinear structural dynamic system", Journal of Structural Mechanics, 8(2), 1371-1390.

Zienkiewicz, O.C. and Xie, Y.M. (1991); "A simple error estimator and adaptive time stepping procedure for dynamic analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 20, 871-887.

TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1. Influencia del índice de cercanía IC en los modelos 3GL de flexión

IC	iter	ÍNDICES ESTADÍSTICOS					
		CV	EEk	EEc	EE	ERM	ERT
Modelo 3GLF							
0.95	7.30	0.1177	0.0013	0.0710	0.0362	0.0667	0.3476
Modelo 3GLP							
0.95	6.90	0.0138	0.0016	0.0016	0.0016	0.0236	0.1236
0.90	10.40	0.0323	0.0036	0.0131	0.0083	0.0408	0.1754
0.85	14.60	0.1319	0.0014	0.0618	0.0316	0.0217	0.0897
0.80	15.30	0.1158	0.0027	0.0444	0.0236	0.0464	0.1214

Tabla 2. Influencia del índice de cercanía IC en el modelo 1GL

IC	iter	ÍNDICES ESTADÍSTICOS					
		CV	EEk	EEc	EE	ERM	ERT
0.90	5.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.80	6.35	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.70	6.45	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.60	7.75	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.50	7.75	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla 3. Influencia del nivel de ruido en el modelo 1GL

relac r/s	iter	ÍNDICES ESTADÍSTICOS					
		CV	EEk	EEc	EE	ERM	ERT
a) Ruido en la entrada y salida del sistema							
0.025	5.20	0.0025	0.0000	0.0002	0.0001	0.0014	0.0027
0.050	5.45	0.0053	0.0001	0.0002	0.0002	0.0022	0.0062
0.100	5.35	0.0089	0.0001	0.0069	0.0035	0.0043	0.0110
0.200	5.45	0.0162	0.0003	0.0029	0.0016	0.0098	0.0195
0.300	5.55	0.0279	0.0002	0.0047	0.0025	0.0149	0.0314
b) Ruido en la entrada							
0.025	5.00	0.0019	0.0001	0.0001	0.0001	0.0010	0.0021
0.050	4.95	0.0046	0.0001	0.0033	0.0017	0.0024	0.0055
0.100	5.35	0.0082	0.0003	0.0008	0.0005	0.0045	0.0104
0.200	5.50	0.0201	0.0000	0.0030	0.0015	0.0080	0.0217
0.300	5.45	0.0278	0.0011	0.0113	0.0062	0.0146	0.0302
c) Ruido en la salida							
0.025	5.05	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0004
0.050	5.60	0.0005	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0006
0.100	5.50	0.0009	0.0000	0.0007	0.0003	0.0005	0.0011
0.200	5.20	0.0021	0.0001	0.0003	0.0002	0.0011	0.0027
0.300	5.30	0.0037	0.0000	0.0016	0.0008	0.0020	0.0041

Tabla 4. Influencia del índice de cercanía IC en el modelo 3GLT

IC	iter	ÍNDICES ESTADÍSTICOS					
		CV	EEk	EEc	EE	ERM	ERT
0.90	5.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.80	6.15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.70	8.35	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.60	8.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.50	10.55	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla 5. Influencia del nivel de ruido en el modelo 3GLT

relac r/s	iter	ÍNDICES ESTADÍSTICOS					
		CV	EEk	EEc	EE	ERM	ERT
a) Ruido en la entrada y salida del sistema							
0.025	5.95	0.0049	0.0001	0.0044	0.0017	0.0015	0.0044
0.050	6.05	0.0109	0.0002	0.0070	0.0029	0.0026	0.0093
0.100	6.05	0.0230	0.0003	0.0118	0.0046	0.0050	0.0176
0.200	6.45	0.0400	0.0003	0.0249	0.0100	0.0091	0.0324
0.300	7.70	0.0703	0.0020	0.0233	0.0106	0.0199	0.0578
b) Ruido en la entrada							
0.025	7.90	0.0036	0.0001	0.0018	0.0007	0.0012	0.0039
0.050	8.75	0.0060	0.0001	0.0053	0.0021	0.0021	0.0072
0.100	8.90	0.0159	0.0002	0.0055	0.0022	0.0063	0.0158
0.200	9.45	0.0278	0.0003	0.0117	0.0047	0.0085	0.0329
0.300	8.80	0.0391	0.0006	0.0292	0.0115	0.0145	0.0406
c) Ruido en la salida							
0.025	5.95	0.0005	0.0000	0.0003	0.0001	0.0002	0.0004
0.050	5.85	0.0013	0.0000	0.0007	0.0003	0.0004	0.0009
0.100	6.05	0.0025	0.0000	0.0011	0.0004	0.0006	0.0016
0.200	6.00	0.0057	0.0002	0.0045	0.0019	0.0013	0.0035
0.300	6.10	0.0085	0.0004	0.0027	0.0013	0.0018	0.0055

Tabla 6. Variación de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento con el modelo 1GL (Modelo no lineal)

Segmento s	k/k_0	c/c_0	f_i Hz	ξ_i %
0-4	1.00	1.00	0.98	3.0
4-8	1.00	1.00	0.98	3.0
8-12	1.00	1.00	0.98	3.0
12-16	1.00	1.00	0.98	3.0
16-20	0.91	1.38	0.93	5.0
20-24	0.79	2.32	0.87	8.0
24-28	0.95	1.62	0.95	5.0
28-32	0.64	5.04	0.78	19.0
32-36	0.95	1.60	0.95	5.0
36-40	0.35	5.48	0.58	28.0
40-44	0.36	5.96	0.59	30.0
44-48	0.73	2.38	0.84	8.0
48-52	0.91	1.43	0.93	4.0
52-56	0.91	1.43	0.93	4.0
56-60	0.91	1.43	0.93	4.0
completo	0.92	2.16	0.94	6.7

$k_0 = 812.29$ t/m rigidez elástica

$c_0 = 7.91$ t·s/m coeficiente de amortiguamiento elástico

Tabla 7. Valores identificados con el modelo 1GL. Ambas direcciones

Segmento s	DIRECCIÓN L				DIRECCIÓN T			
	k_L t/m	c_L t·s/m	f_L Hz	ξ_L %	k_T t/m	c_T t·s/m	f_T Hz	ξ_T %
0-10	11786	1	0.49	0.01	11301	1	0.48	0.01
10-20	10058	1	0.45	0.01	9539	94	0.44	1.35
20-30	9616	316	0.44	4.54	10170	443	0.45	6.19
30-40	9382	47	0.43	0.68	9863	1	0.45	0.01
40-50	8179	1	0.41	0.01	7427	1	0.39	0.01
50-55	8328	1	0.41	0.01	7566	1	0.39	0.01
55-60	7606	277	0.39	4.47	7566	1	0.39	0.01
60-70	7120	681	0.38	11.37	11033	800	0.47	10.73
70-80	8971	1	0.42	0.01	8817	1	0.42	0.01
80-90	8722	293	0.42	4.42	12283	608	0.50	7.73
90-100	8076	134	0.40	2.10	12249	1182	0.50	15.05
100-110	7446	178	0.39	2.91	7468	665	0.39	10.84
110-120	8425	171	0.41	2.62	7508	670	0.39	10.90
120-130	7805	1004	0.40	16.01	7411	72	0.39	1.17
130-140	7796	1	0.40	0.01	9026	182	0.43	2.69
completo	7978	296	0.40	4.66	12350	615	0.50	7.79

Tabla 8. Valores identificados con el modelo 3GLP. Dirección L

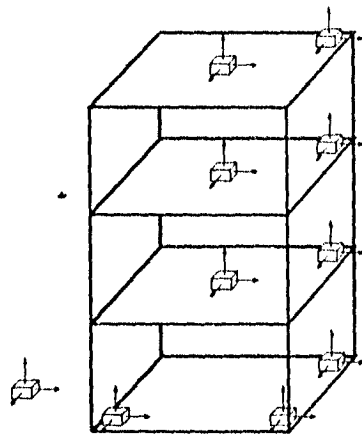
Segmento s	DIRECCIÓN L											
	k ₁ U/m	c ₁ t·s/m	k ₂ U/m	c ₂ t·s/m	k ₃ U/m	c ₃ t·s/m	f ₁ Hz	ξ ₁ %	f ₂ Hz	ξ ₂ %	f ₃ Hz	ξ ₃ %
0-20	31627	2250	137656	4750	266854	21224	0.42	5.42	1.70	52.62	3.91	70.06
20-30	30114	2162	128431	4598	250402	22634	0.39	9.60	1.65	57.20	3.79	73.89
30-40	29750	1386	128327	1094	251050	16888	0.40	6.98	1.65	47.36	3.78	43.13
40-50	27554	1482	121176	1729	231312	14410	0.39	3.82	1.57	42.32	3.66	43.23
50-60	15553	2648	76630	8154	140870	19480	0.36	6.27	1.19	60.67	2.87	114.02
60-70	15237	3820	72986	14349	136312	32313	0.35	22.21	1.18	92.35	2.81	194.98
70-80	20036	3875	95759	12966	172141	29422	0.37	13.96	1.32	78.28	3.20	157.65
80-90	25598	4160	116425	14209	214346	32548	0.38	13.00	1.50	75.95	3.55	156.14
90-100	23050	2178	102344	4752	193154	20037	0.37	9.20	1.43	58.20	3.35	78.57
100-110	20840	2953	94483	8666	177181	22718	0.36	5.11	1.36	62.91	3.21	113.91
110-120	20304	2165	92281	5139	174532	20399	0.36	11.59	1.35	61.26	3.18	85.64
120-130	16154	5025	79147	17389	133821	37961	0.29	35.55	1.15	111.74	2.88	230.23
130-140	21914	1227	99605	1543	189849	11014	0.38	2.06	1.41	36.09	3.31	38.16
completo	22560	2968	102061	7792	185494	25195	0.34	15.81	1.39	70.92	3.32	110.40

Tabla 9. Valores identificados con el modelo 3GLP. Dirección T

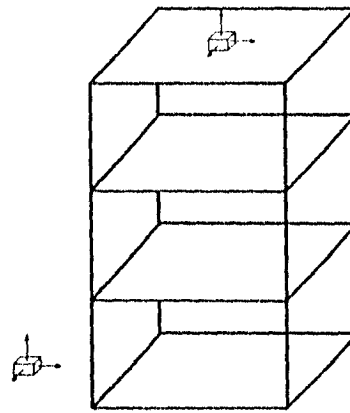
Segmento s	DIRECCIÓN T											
	k ₁ U/m	c ₁ t·s/m	k ₂ U/m	c ₂ t·s/m	k ₃ U/m	c ₃ t·s/m	f ₁ Hz	ξ ₁ %	f ₂ Hz	ξ ₂ %	f ₃ Hz	ξ ₃ %
0-20	19933	551	100003	854	251532	10856	0.44	2.98	1.52	24.76	3.57	31.53
20-30	29416	-96	134844	-1998	339630	8896	0.42	9.15	1.81	21.01	4.16	7.78
30-50	69168	900	292959	4709	713332	10266	0.40	1.53	2.67	7.46	6.11	30.45
50-60	34290	3115	149627	11783	376605	41412	0.38	1.71	1.93	59.01	4.39	137.90
60-70	17016	829	79968	2108	201451	13242	0.35	1.78	1.38	30.95	3.20	49.92
70-80	30450	1974	132830	7907	327762	26381	0.34	3.76	1.80	39.07	4.12	95.33
80-90	15152	378	81077	955	197109	29674	0.42	35.98	1.32	71.50	3.18	81.90
90-100	9635	-223	63635	-1049	138882	10187	0.40	25.60	1.04	34.45	2.74	19.77
100-110	8905	-600	54635	-1379	129984	5021	0.38	18.13	1.03	13.77	2.59	2.00
110-120	11269	906	68356	105	134908	11277	0.32	26.12	1.03	46.12	2.78	35.32
120-140	28158	2561	1230	9227	317144	38822	0.36	4.63	1.77	62.67	4.00	132.16
completo	45553	39	192675	-2783	489835	10875	0.38	5.02	2.22	23.20	5.00	7.21

Tabla 10. Valores identificados con el modelo 3GLT

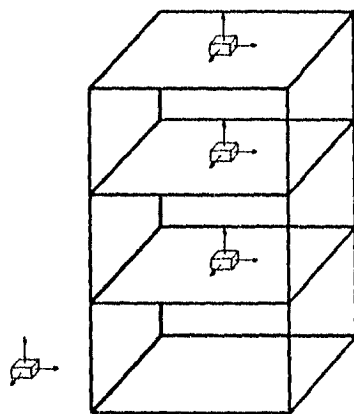
Segmento s	k_T t/m	c_T t·s/m	e_L m	k_L t/m	c_L t·s/m	e_T m	k_θ *10 ⁶ t·m/rad	c_θ *10 ⁴ t·m·s/rad	f_T Hz	ξ_T %	f_L Hz	ξ_L %	f_θ Hz	ξ_θ %
0-40	10550	217	2.81	9950	273	0.71	2.20	3.61	0.43	2.80	0.45	3.70	0.56	3.12
40-70	10490	286	2.38	8483	253	0.41	1.65	7.09	0.42	4.49	0.41	4.07	0.51	5.50
70-100	8020	296	3.21	7965	115	1.17	1.60	7.19	0.37	4.41	0.40	2.16	0.49	6.40
100-110	7970	395	2.07	7304	196	0.74	1.65	10.19	0.39	5.54	0.38	4.04	0.48	8.87
110-120	9296	236	0.94	8800	117	0.73	1.88	0.11	0.43	3.18	0.42	1.74	0.50	0.40
120-130	8677	98	2.95	8026	675	1.03	1.72	12.65	0.39	5.70	0.40	8.49	0.50	8.79
130-140	8038	381	2.41	7879	128	1.16	1.70	2.73	0.38	4.07	0.40	2.98	0.49	3.41
completo	8918	865	2.26	7999	324	0.44	1.67	0.26	0.40	4.65	0.40	6.02	0.49	7.71



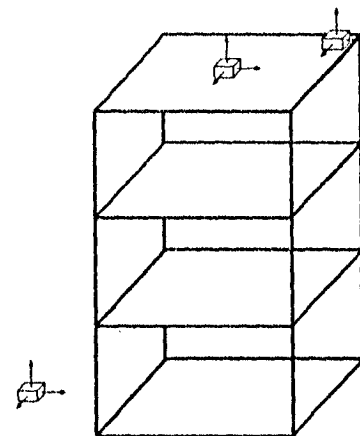
a)



b)



c)



d)

Figura 1. Instrumentaciones típicas en edificios regulares

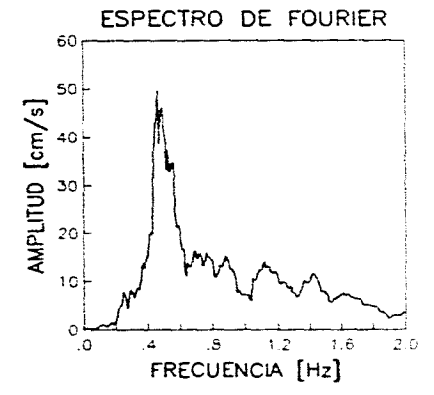
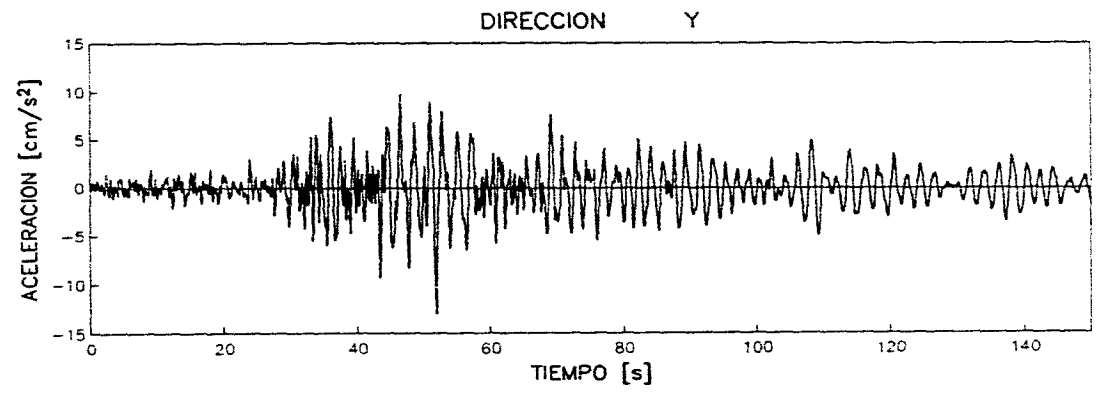
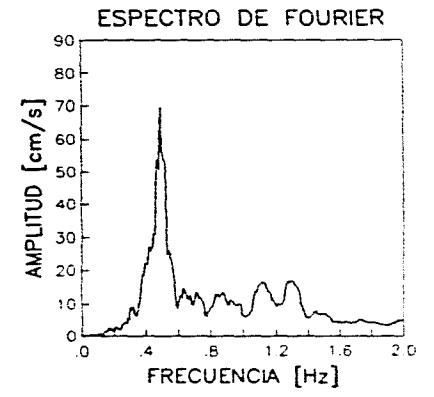
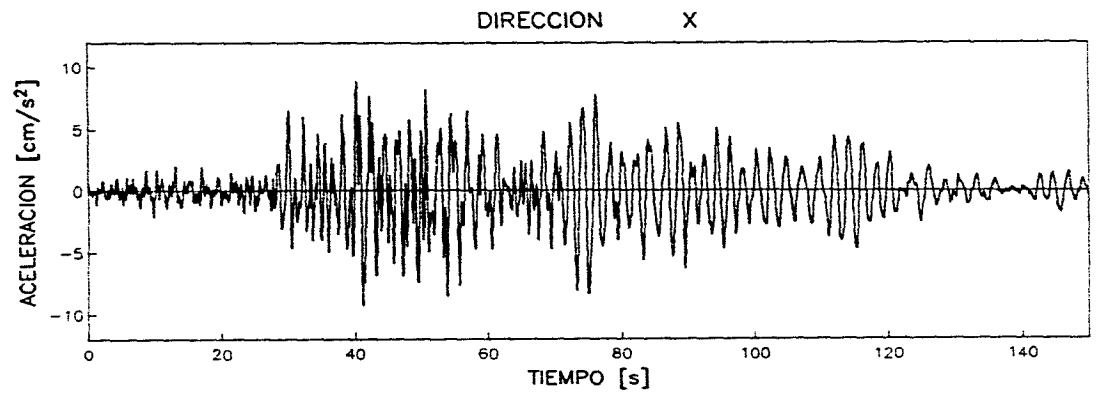


Figura 2. Aceleraciones empleadas como excitación en las simulaciones matemáticas

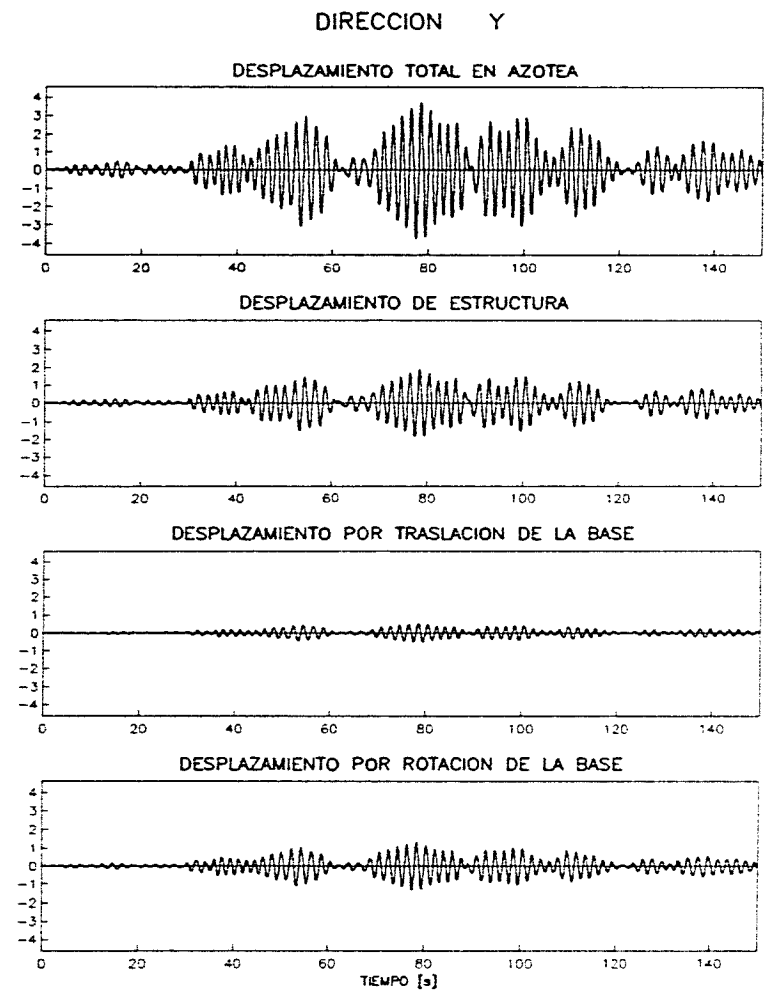
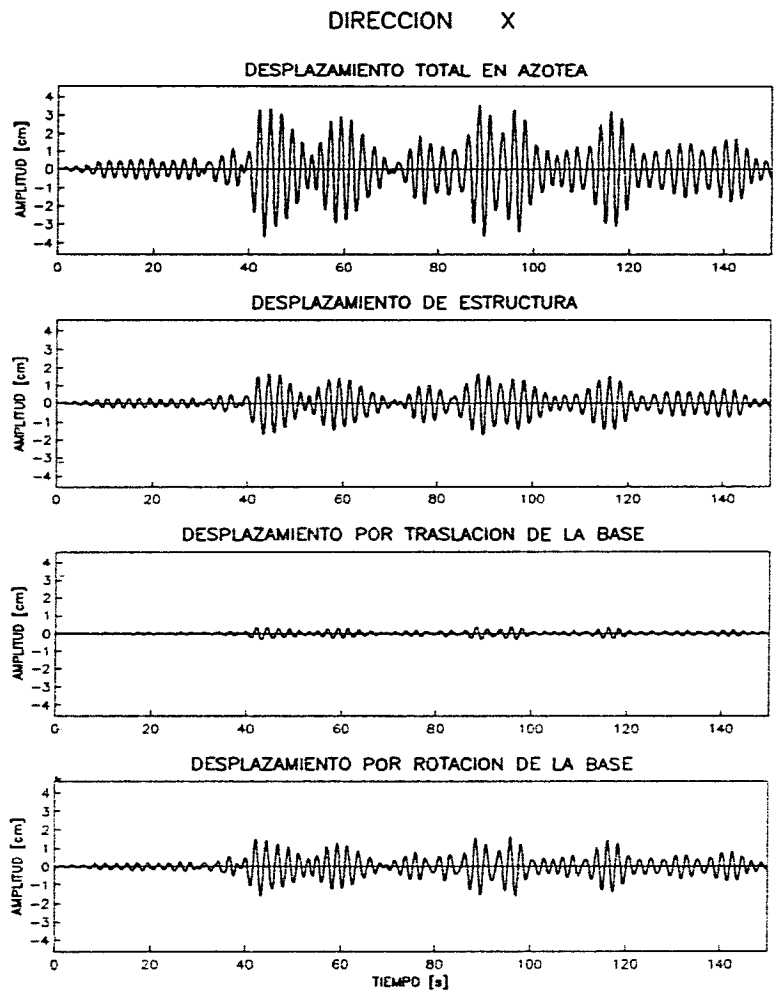


Figura 3. Contribución de la interacción suelo-estructura a la respuesta total del modelo 7GLISE

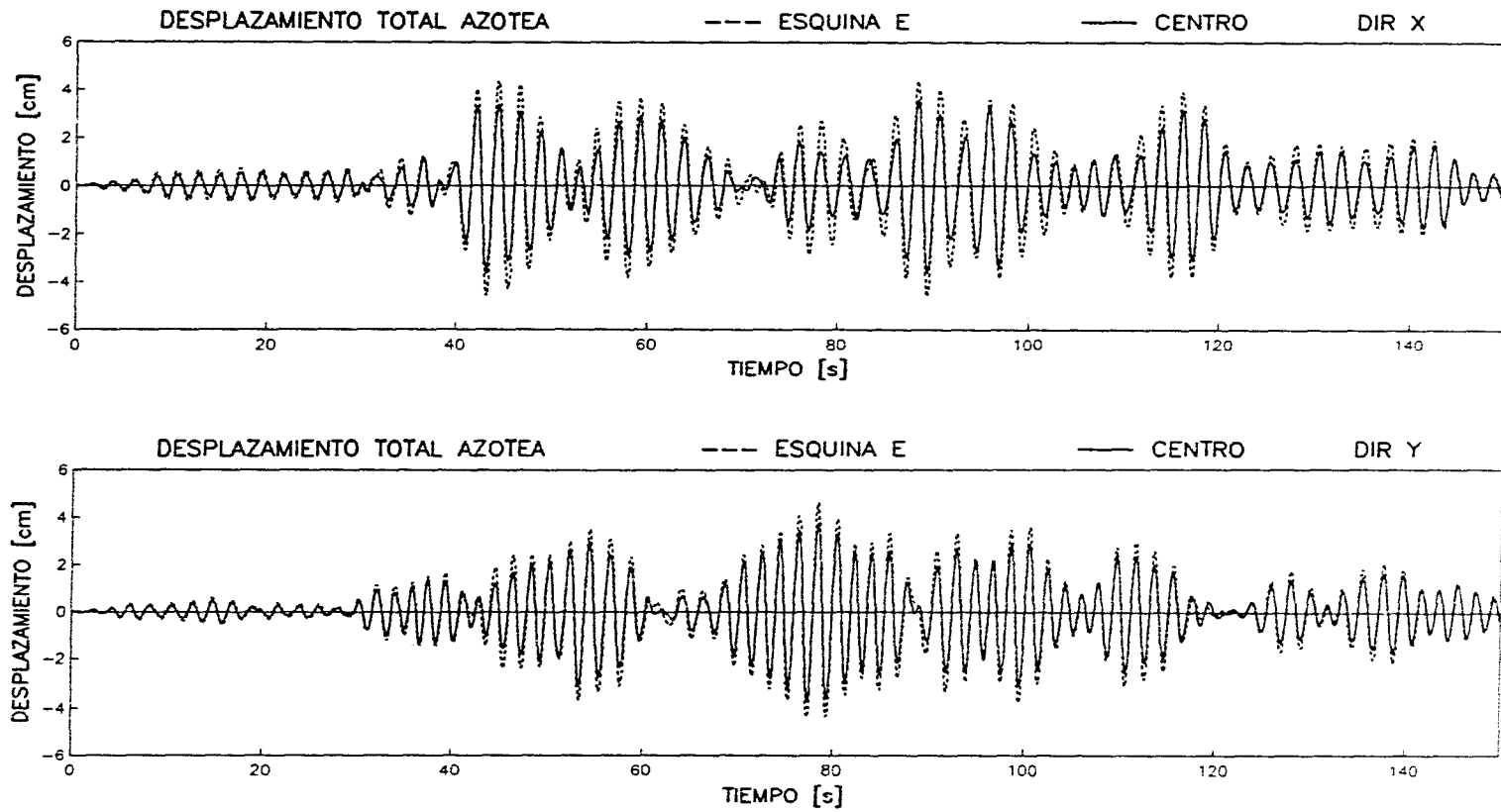


Figura 4. Efecto del movimiento torsional en el desplazamiento de la azotea del modelo 7GLISE

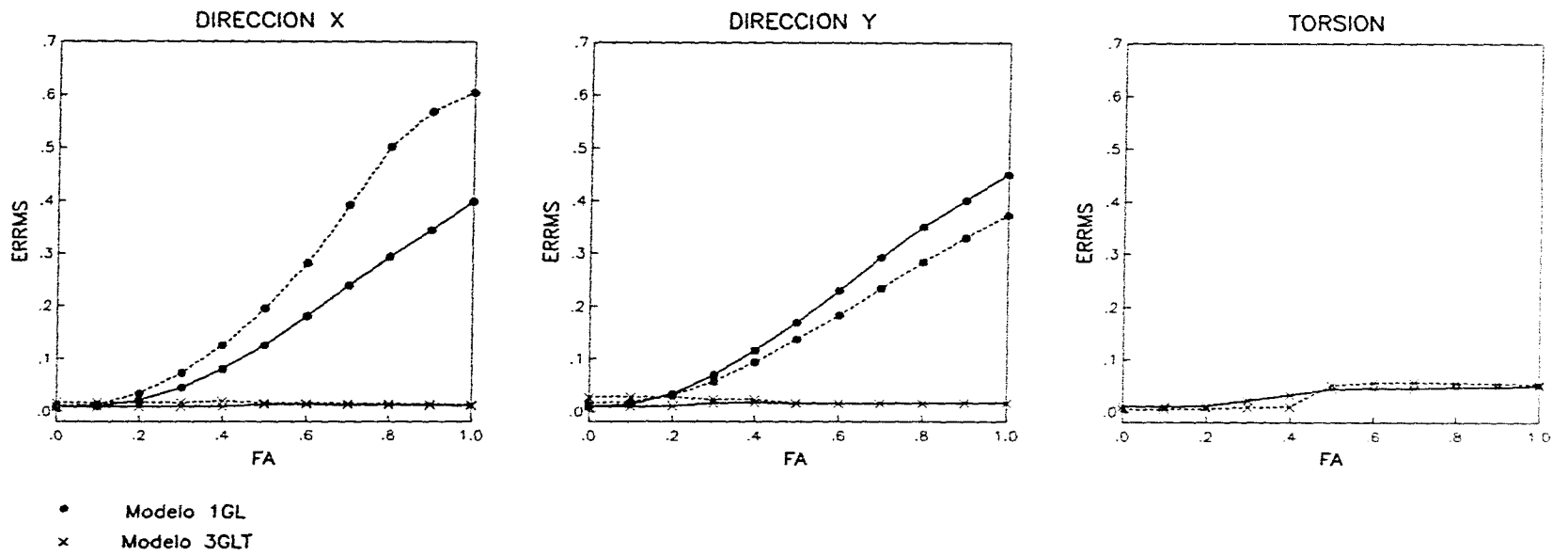


Figura 5. Efecto del factor de acoplamiento FA en el error ERRMS con los modelos 1GL y 3GLT. Señal de excitación del modelo de identificación: sótano (línea punteada), campo libre (línea continua)

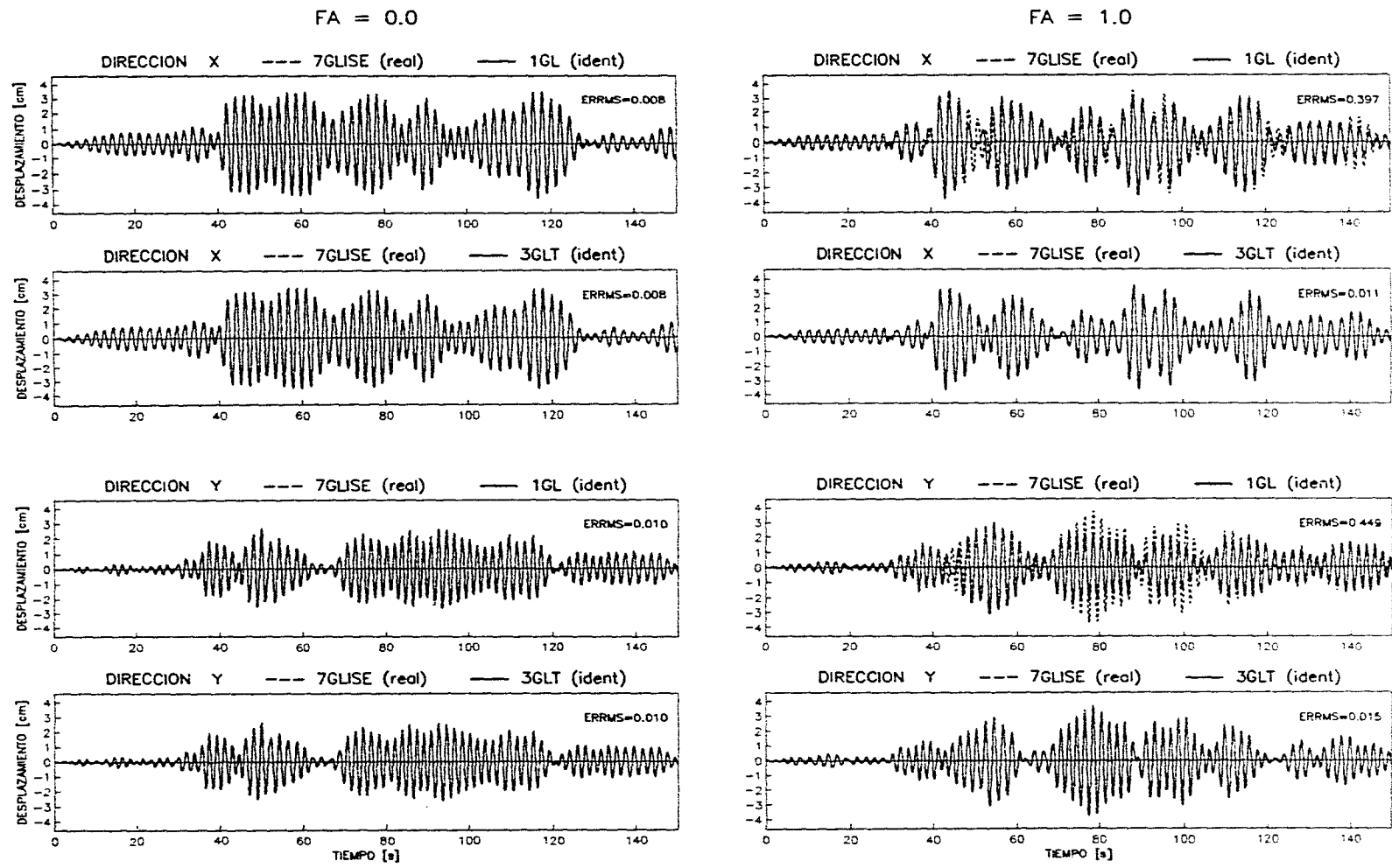


Figura 6. Identificación de la respuesta del modelo 7GLISE con los modelos 1GL y 3GLT para valores de FA de 0 y 1

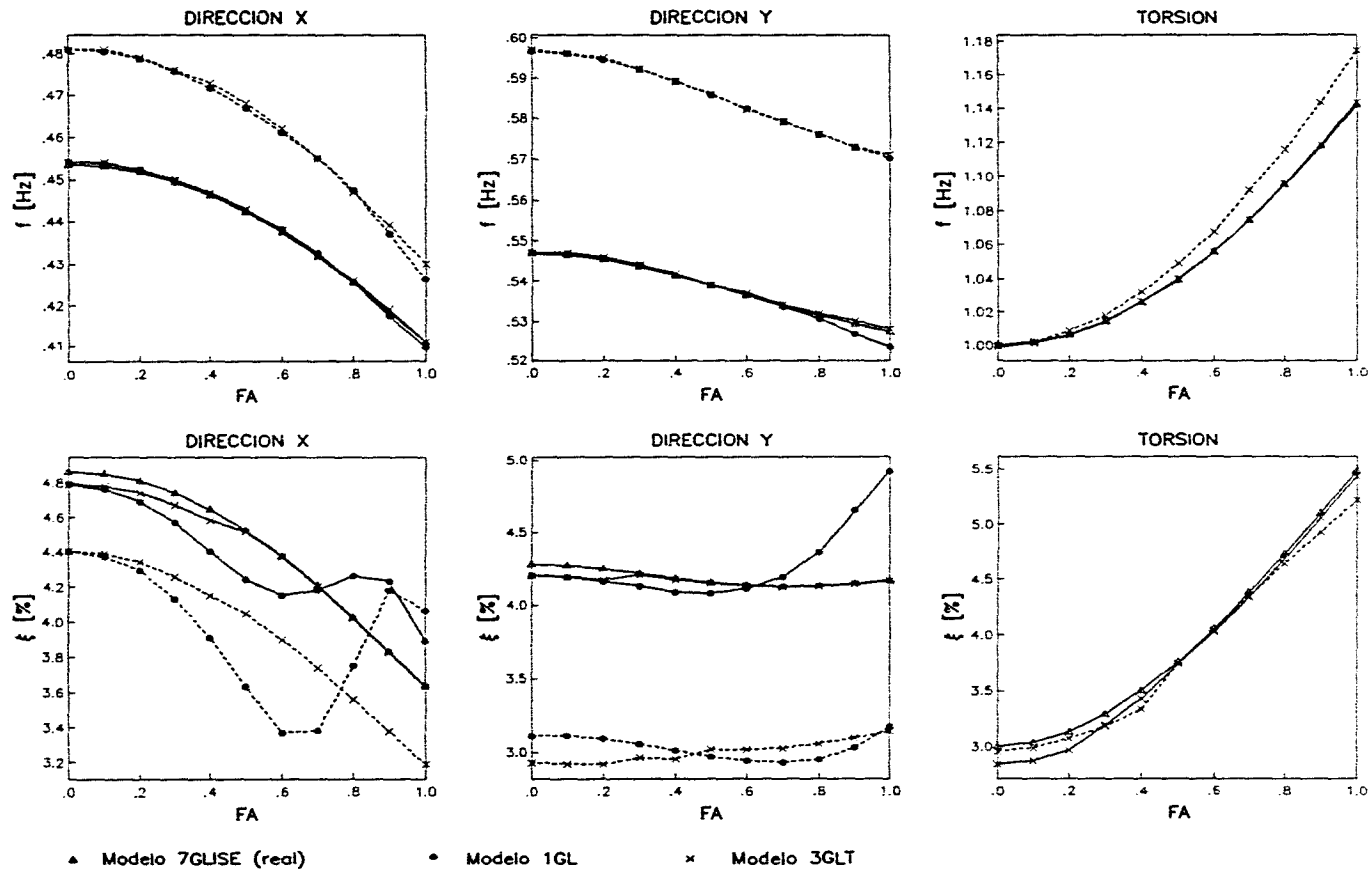


Figura 7. Características dinámicas de los modelos 1GL y 3GLT identificados para cada valor del FA. Señal de excitación del modelo de identificación: sótano (línea punteada), campo libre (línea continua)

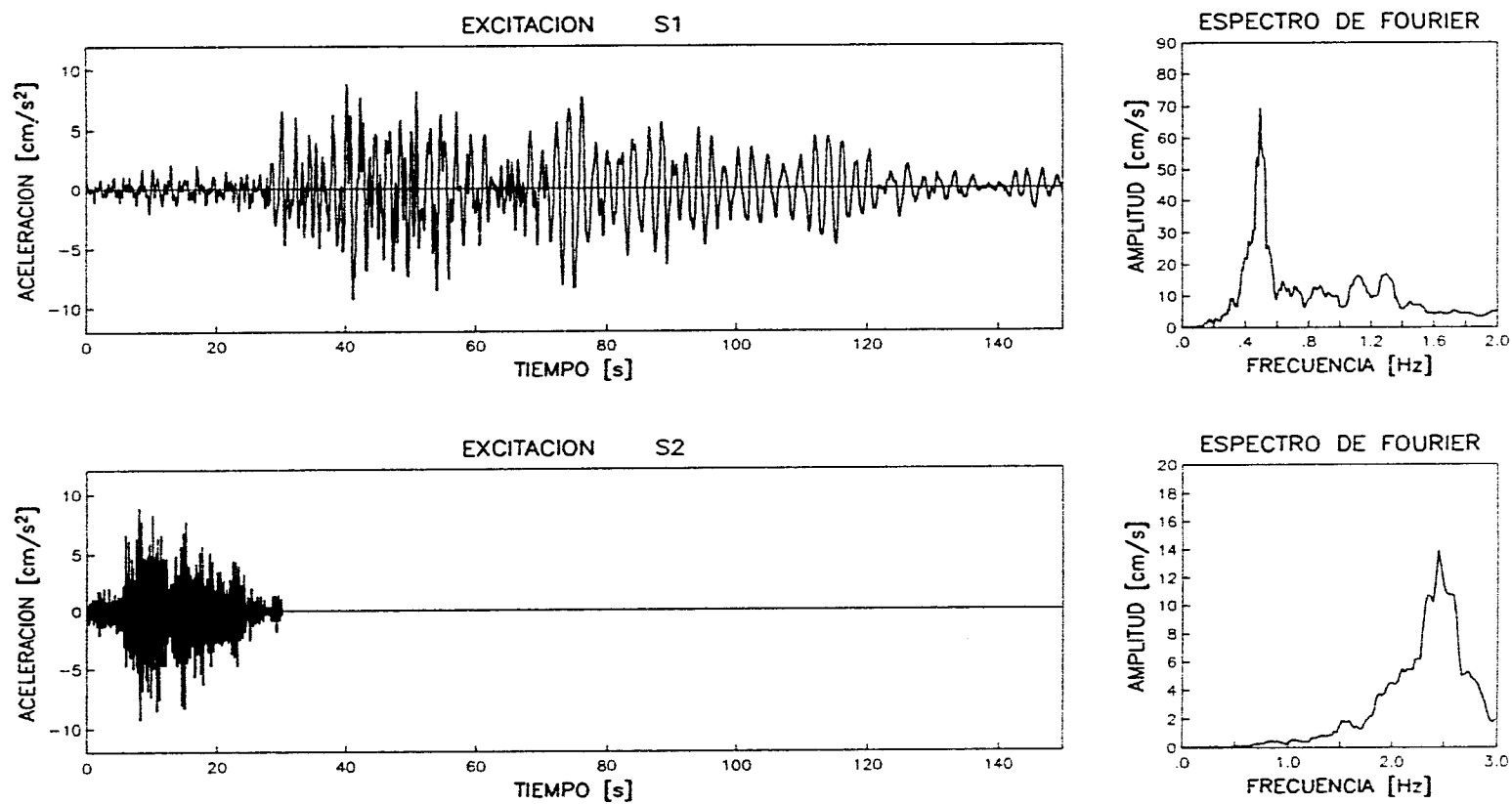


Figura 8. Excitaciones empleadas en la identificación con los modelos 3GL

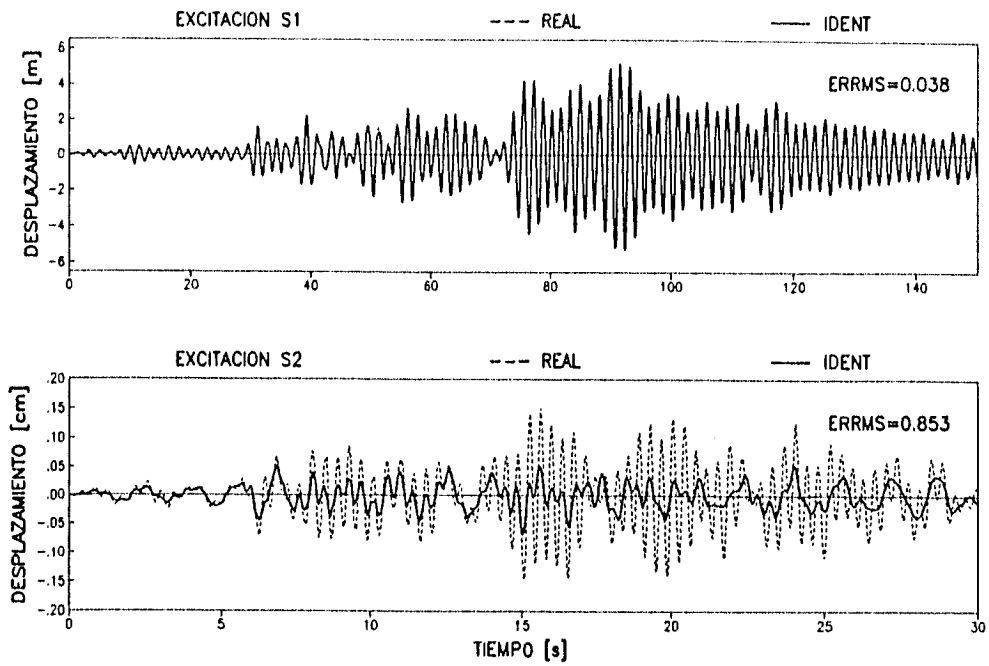


Figura 9. Respuesta en azotea del modelo identificado 3GLC con los sismos S1 y S2

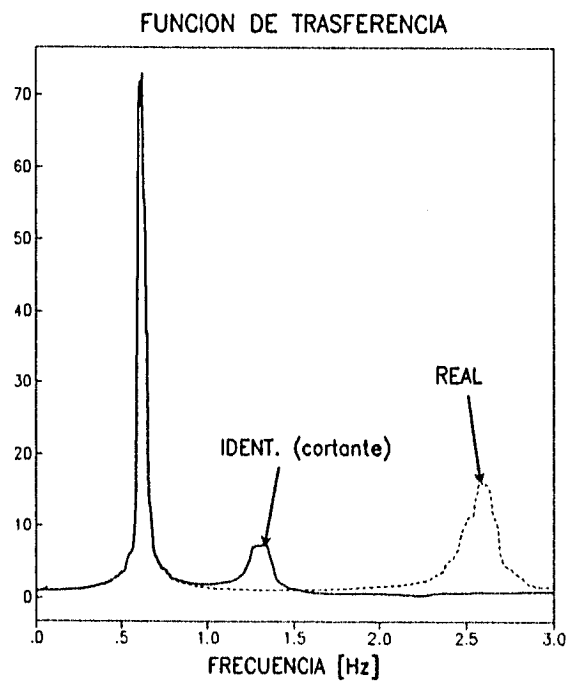


Figura 10. Funciones de transferencia de los modelos 3GL real y de cortante

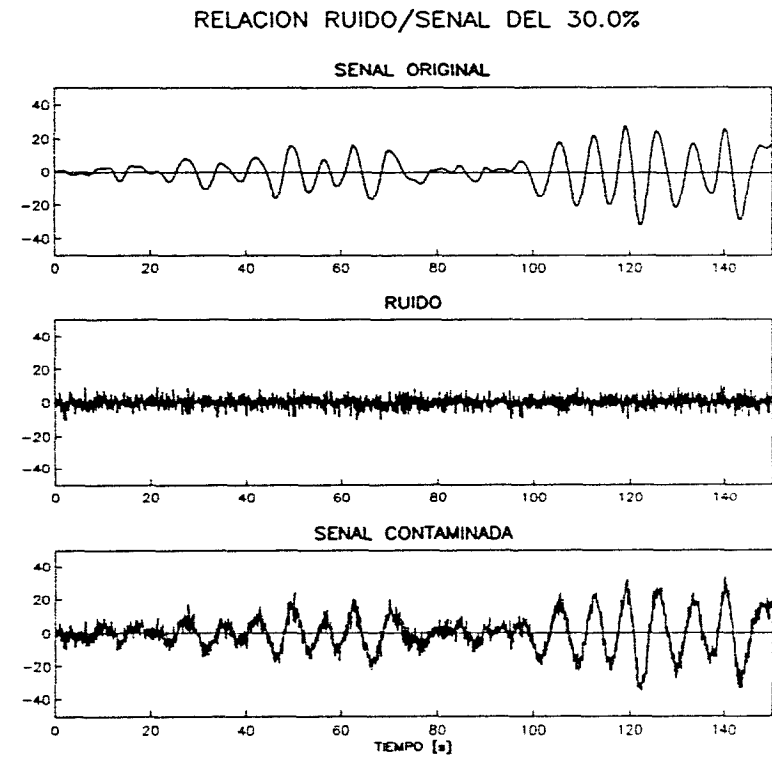
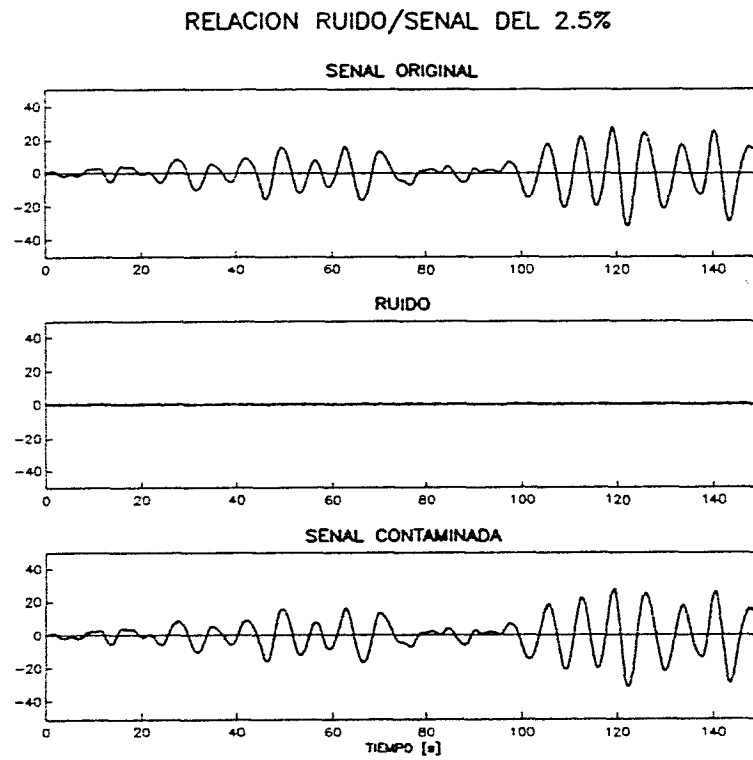


Figura 11. Señales contaminadas con diferentes relaciones ruido/señal

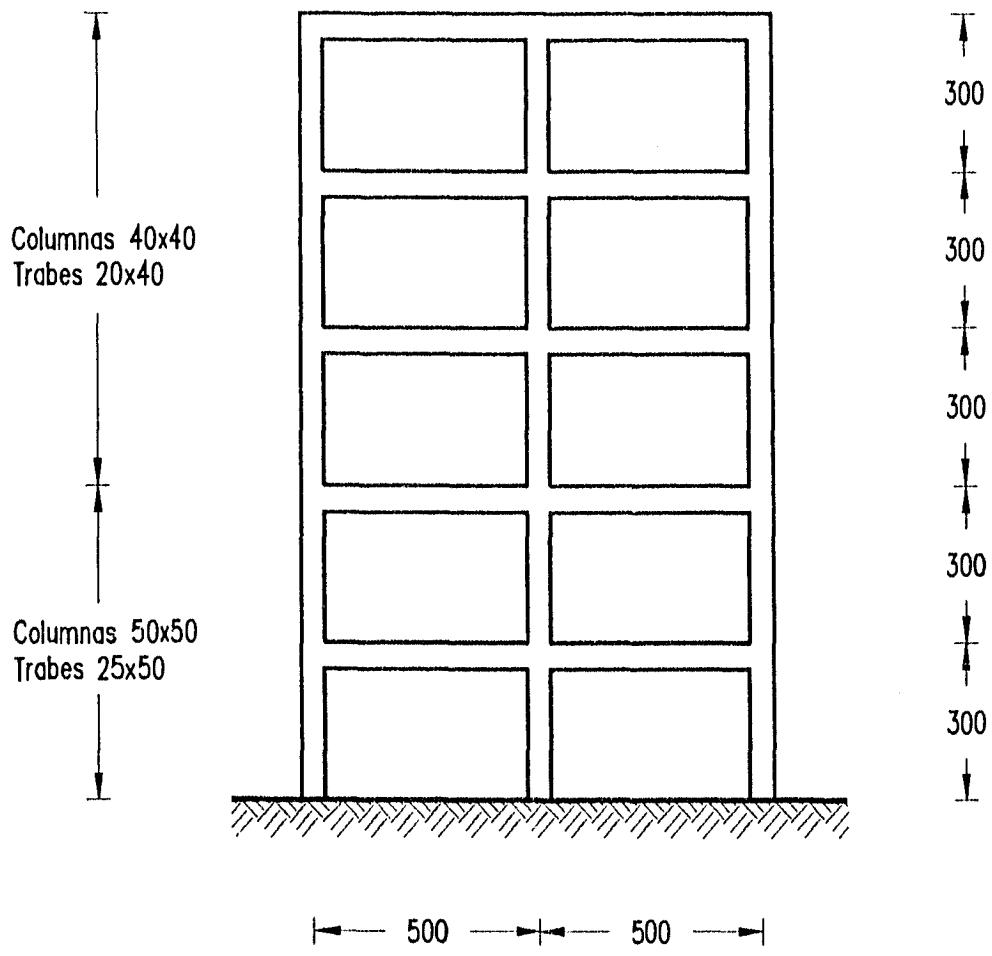


Figura 12. Modelo estructural para la simulación no lineal. Acotaciones en cm

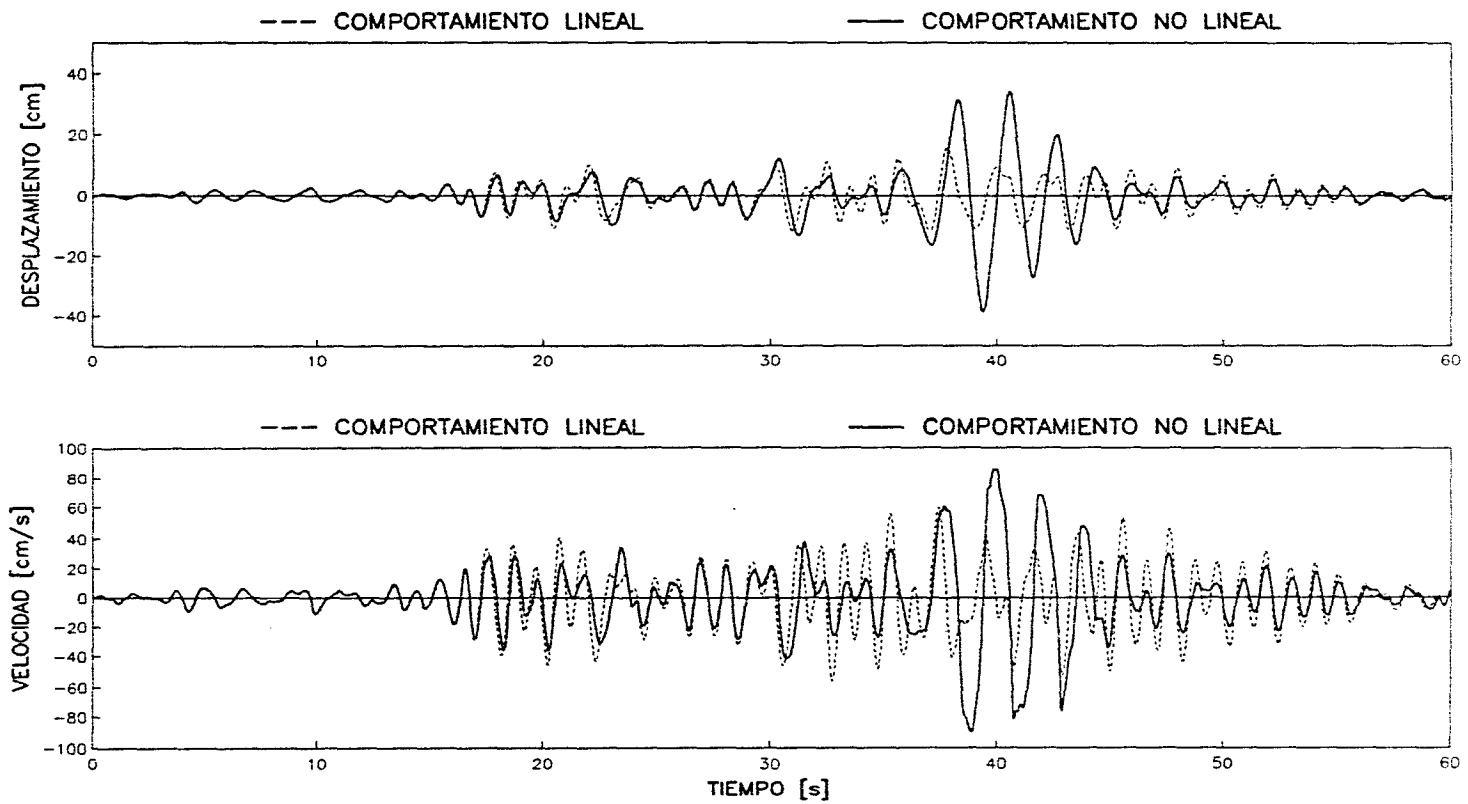


Figura 13. Comparación entre la respuesta lineal y no lineal del modelo considerado bajo la excitación SCT escalada.

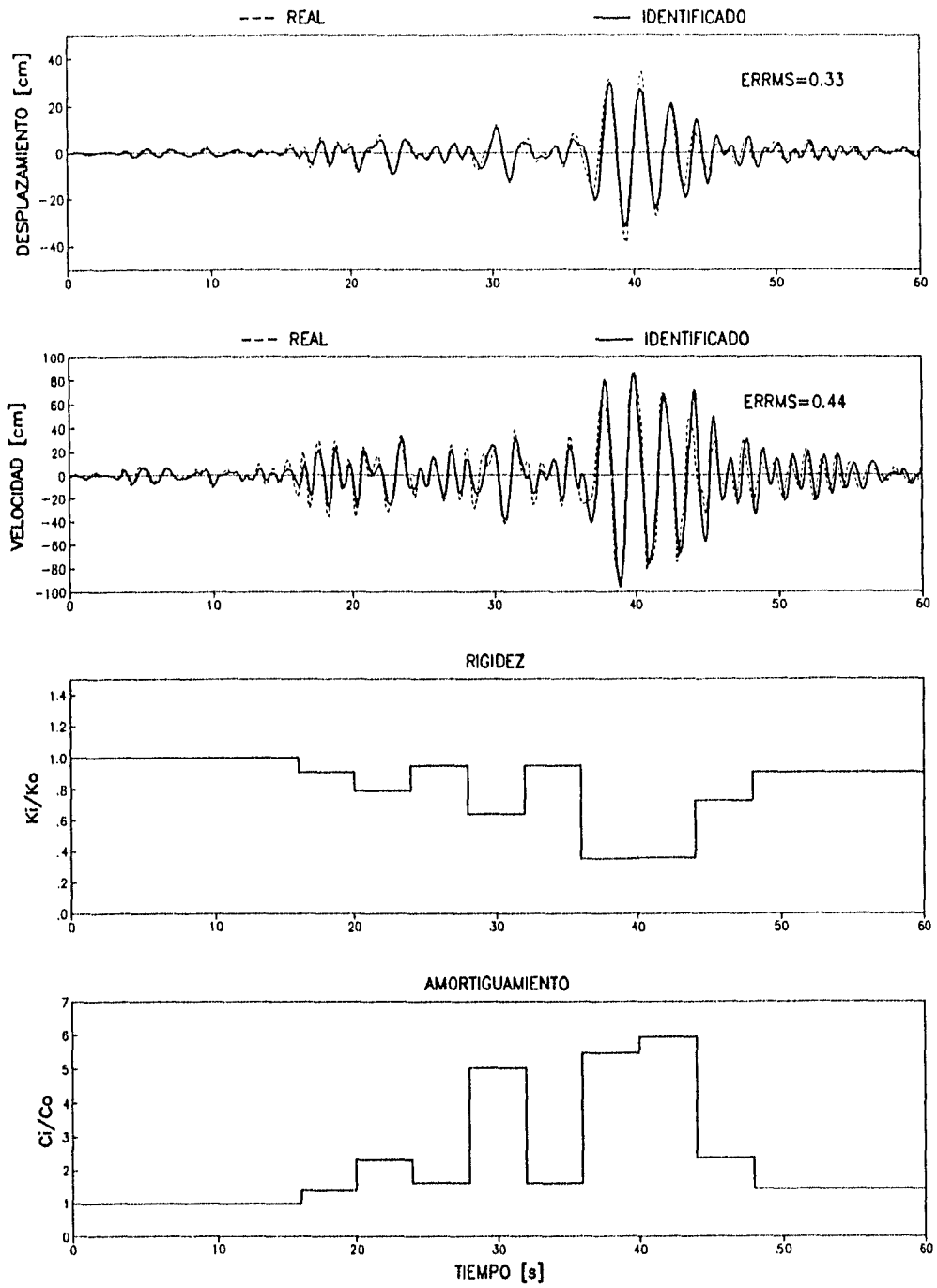


Figura 14. Comparación de la respuesta no lineal con respecto a la respuesta del modelo 1GL. Análisis por ventanas.

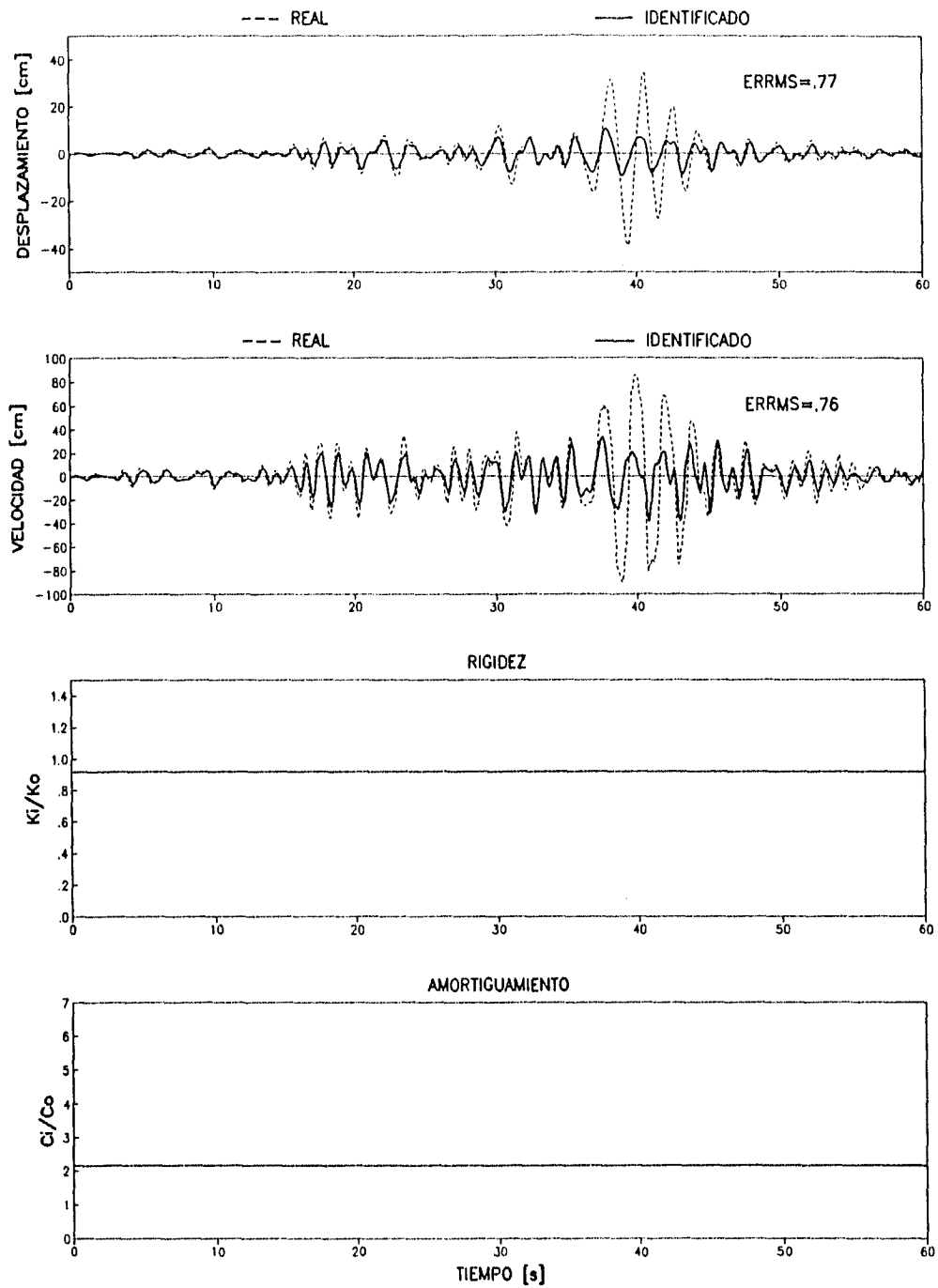


Figura 15. Comparación de la respuesta no lineal con respecto a la respuesta un modelo IGL equivalente de parámetros constantes

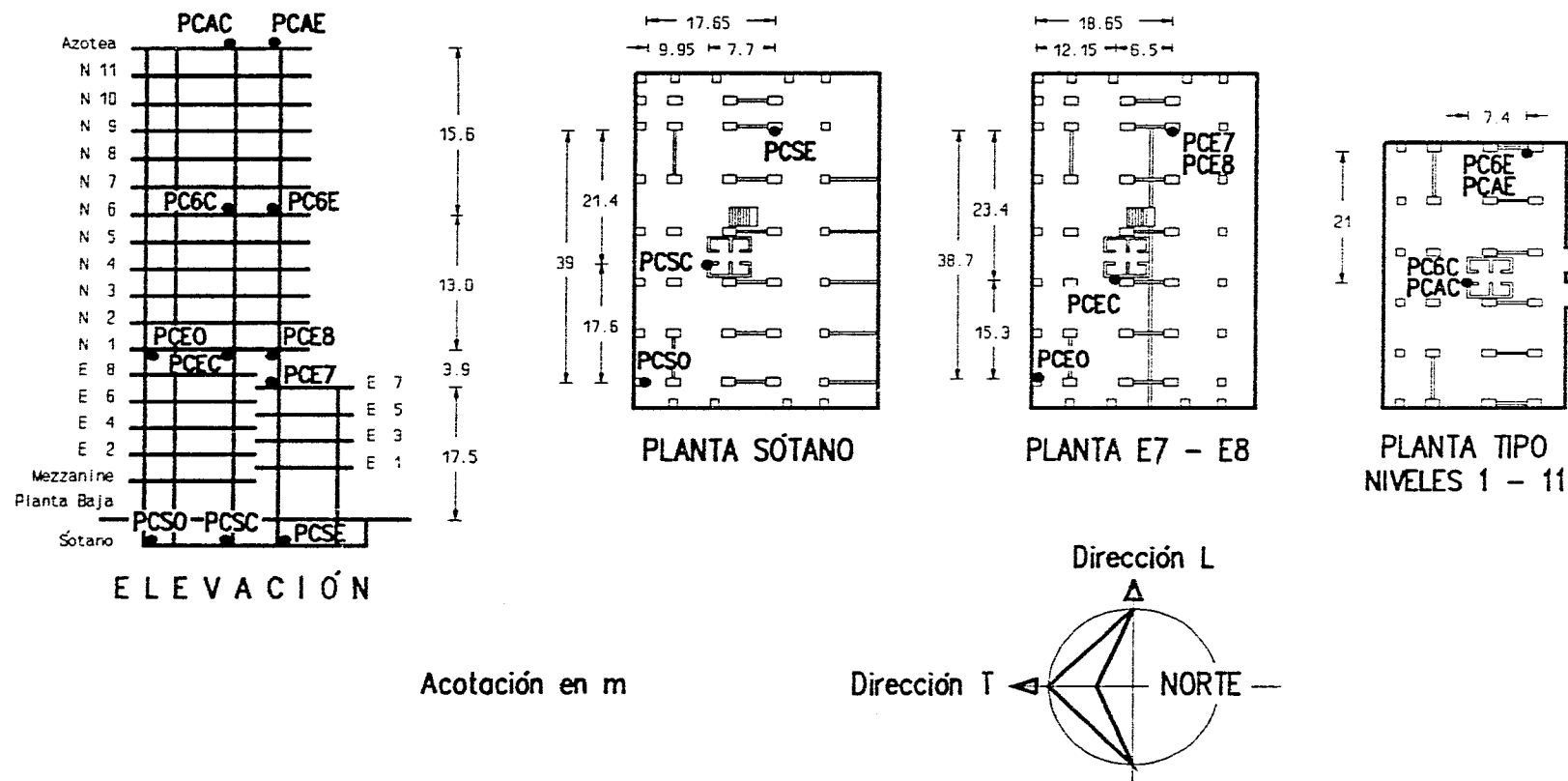


Figura 16. Croquis de la estructura y ubicación de los acelerógrafos en el edificio

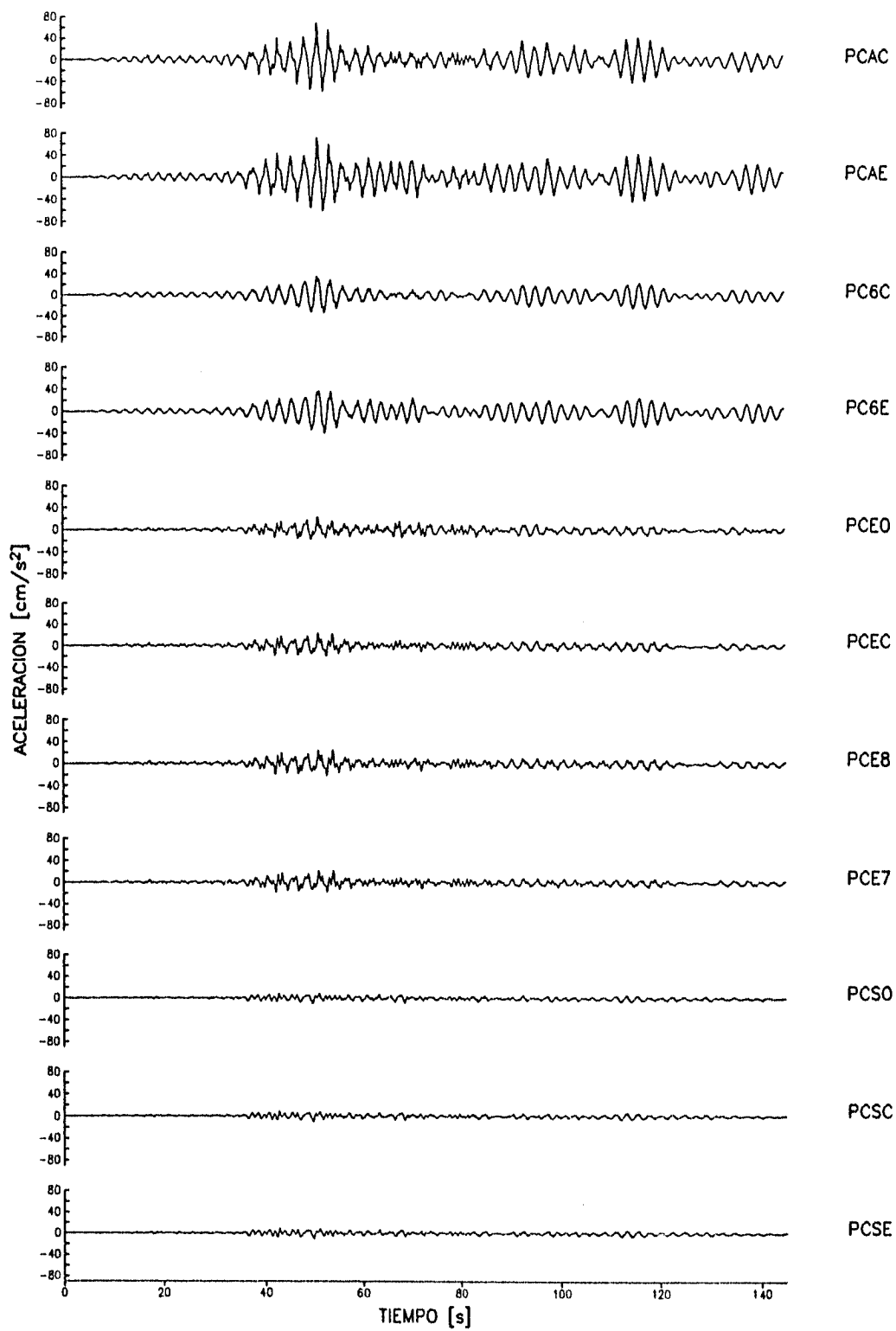


Figura 17. Historias sincronizadas de aceleración absoluta registradas en cada acelerógrafo de la red. DIRECCIÓN L

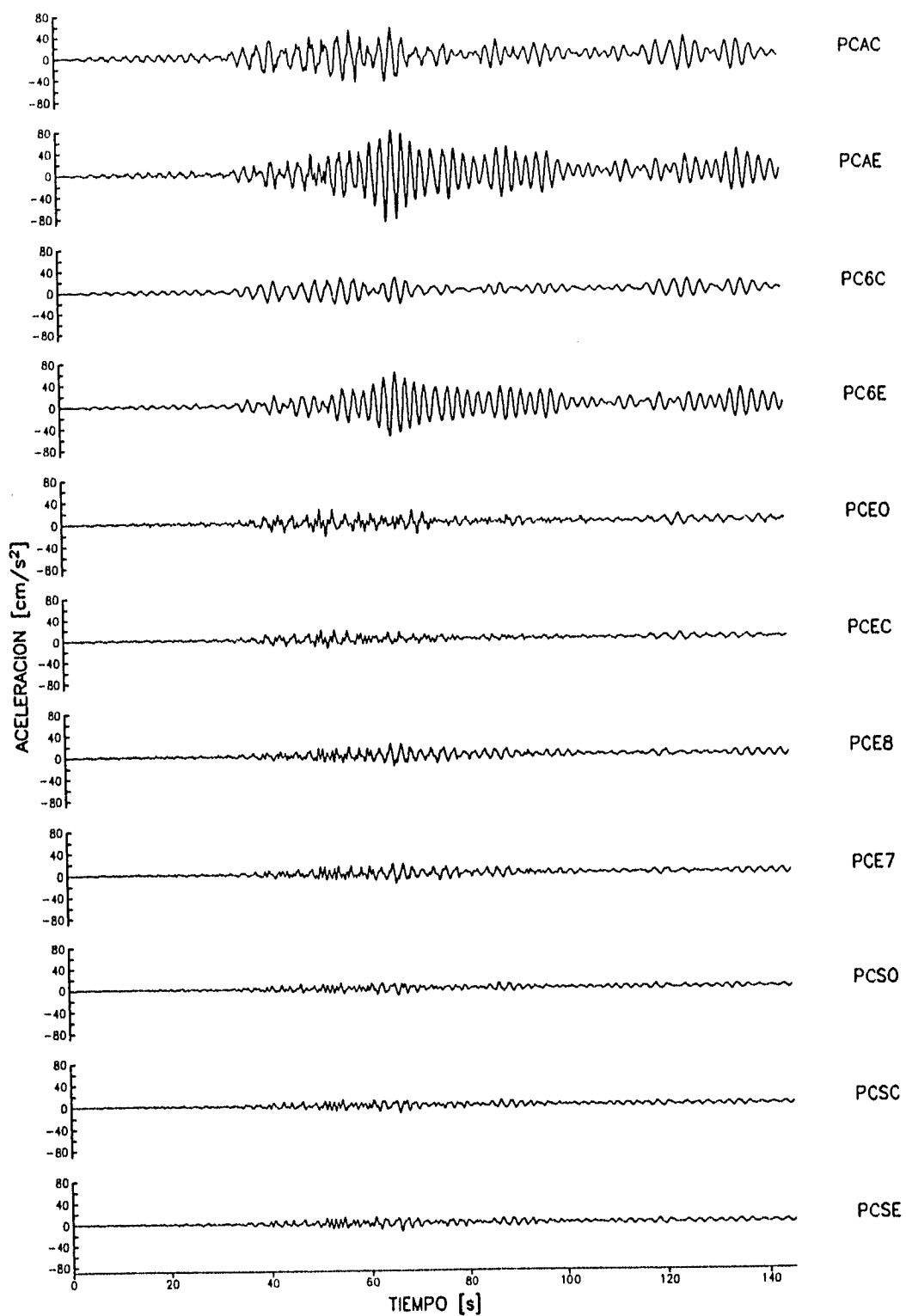


Figura 18. Historias sincronizadas de aceleración absoluta registradas en cada acelerógrafo de la red. DIRECCIÓN T

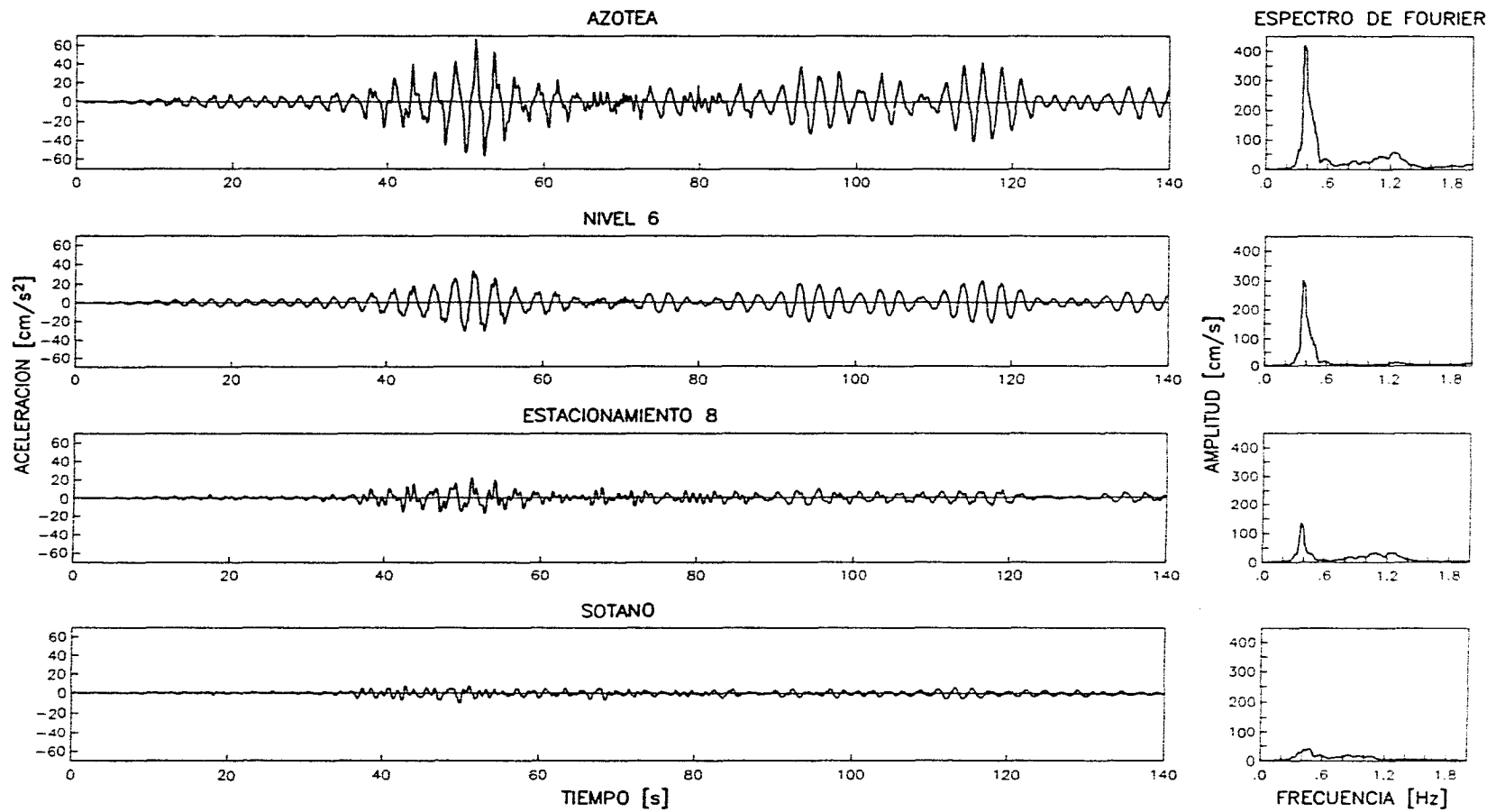


Figura 19. Aceleraciones absolutas calculadas en el centro geométrico de cada nivel instrumentado en el edificio. DIRECCIÓN L

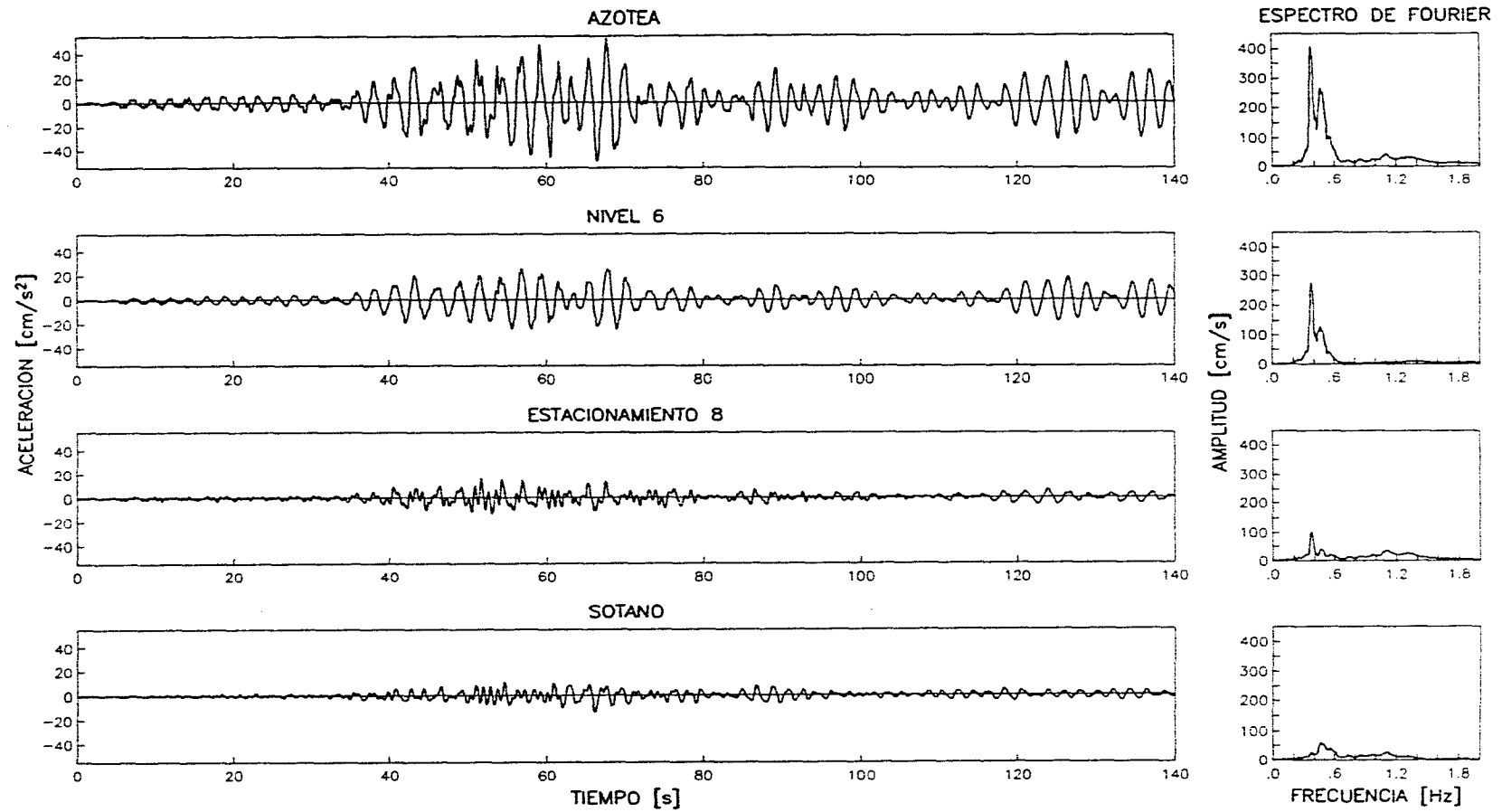


Figura 20. Aceleraciones absolutas calculadas en el centro geométrico de cada nivel instrumentado en el edificio. DIRECCIÓN T

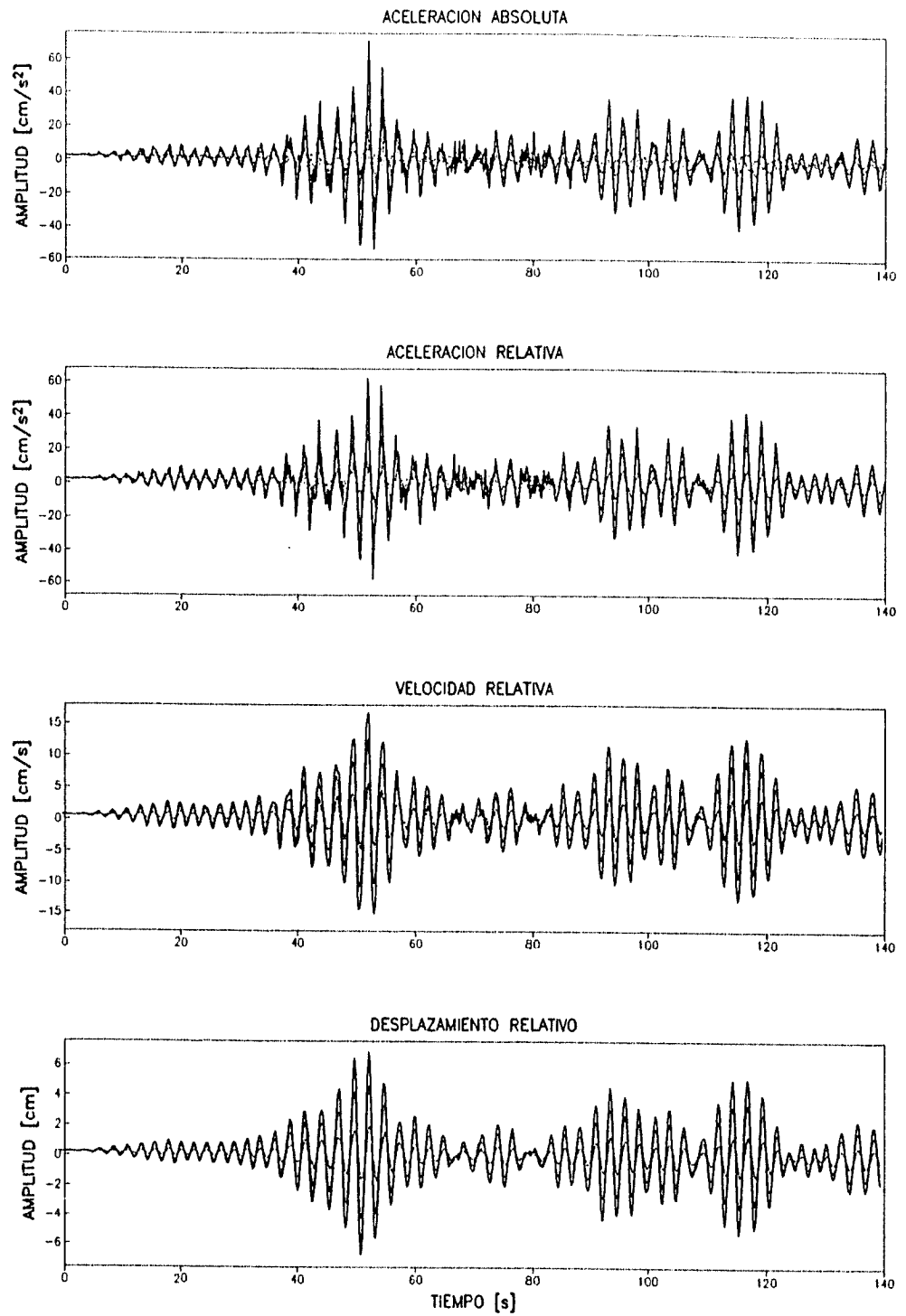


Figura 21. Sincronización e integración de las señales experimentales calculadas al centro geométrico de la torre. DIRECCIÓN L

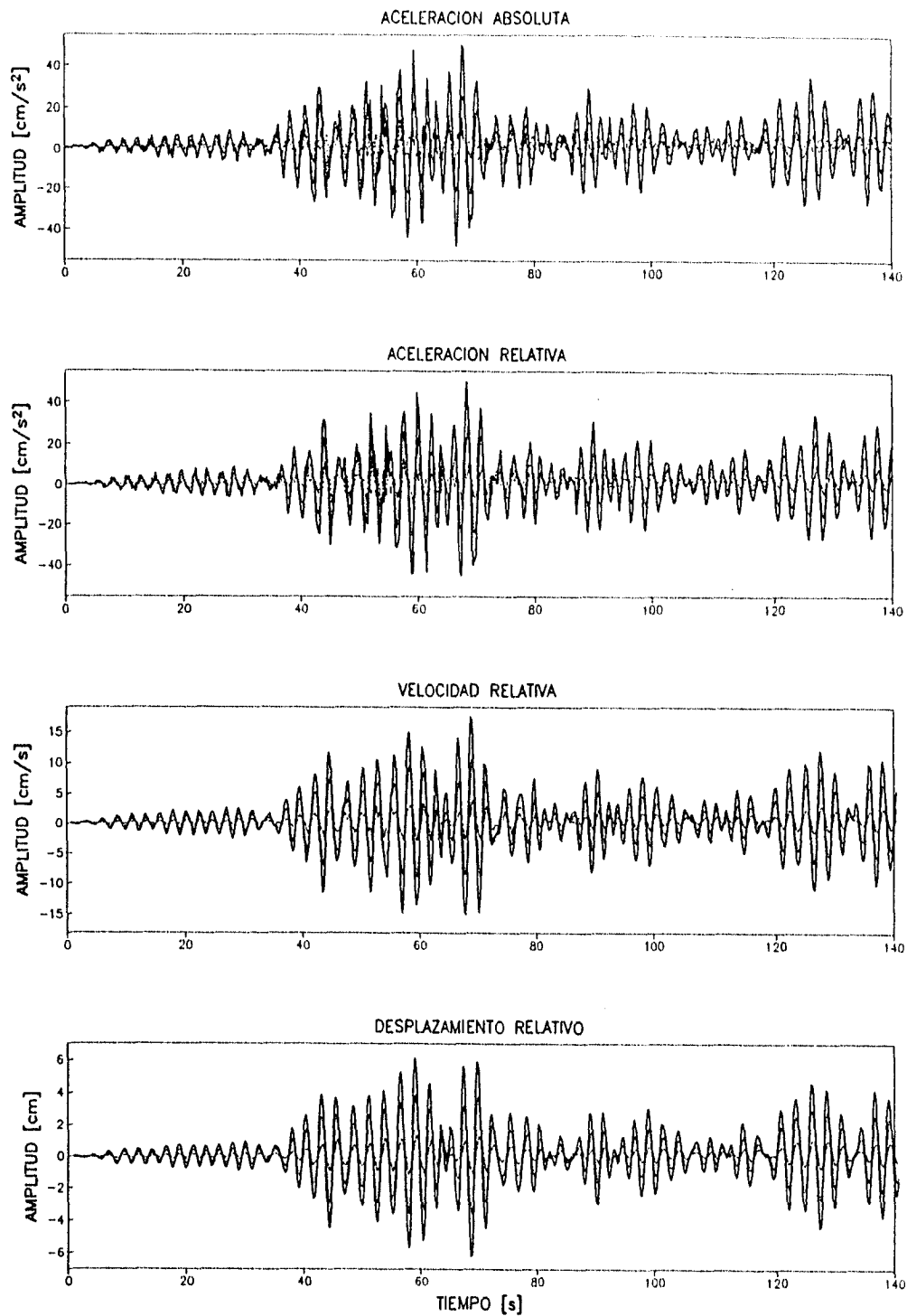


Figura 22. Sincronización e integración de las señales experimentales calculadas al centro geométrico de la torre. DIRECCIÓN T

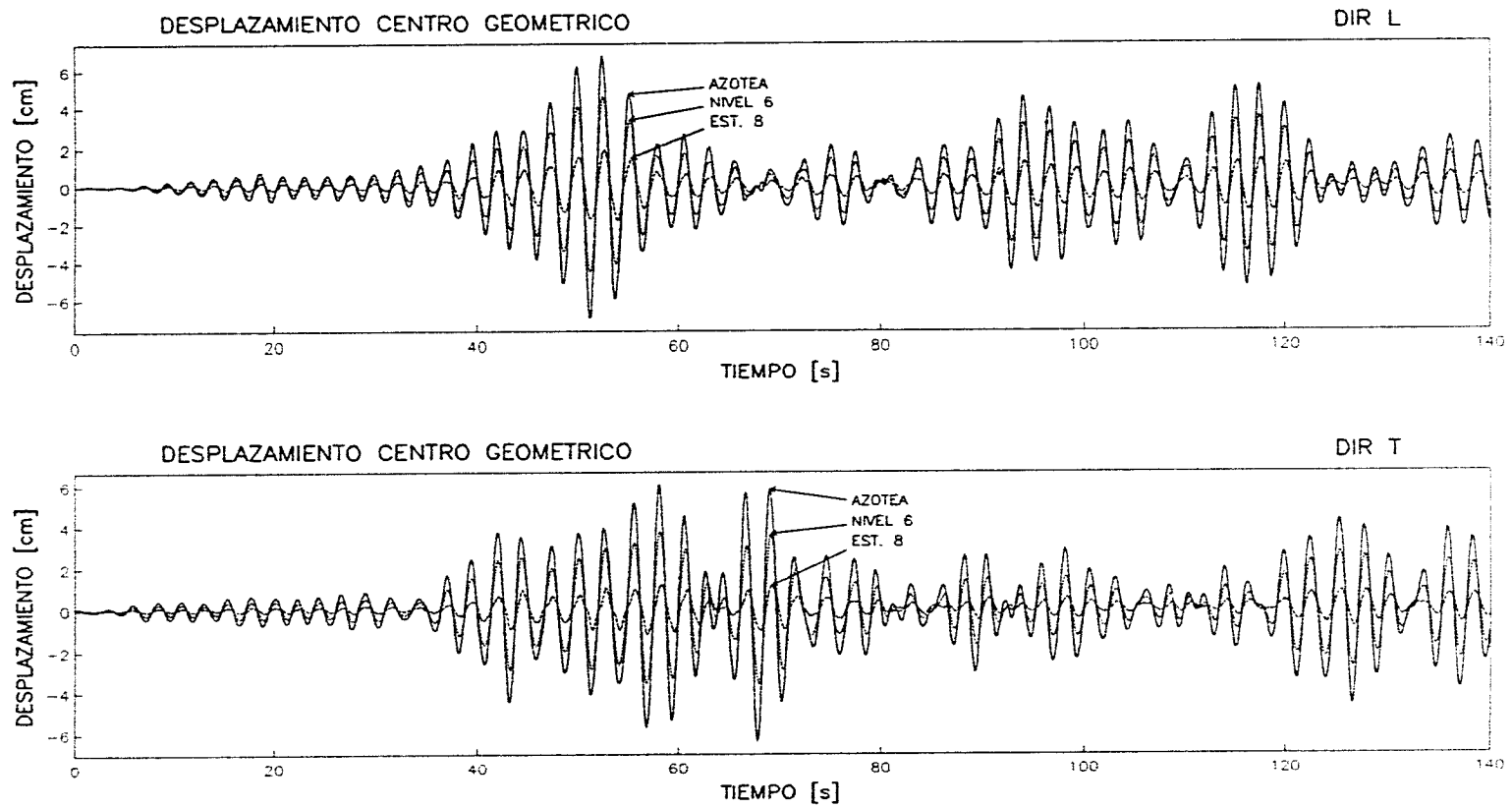


Figura 23. Desplazamientos registrados en cada nivel en estudio, obtenidos al centro geométrico de la torre

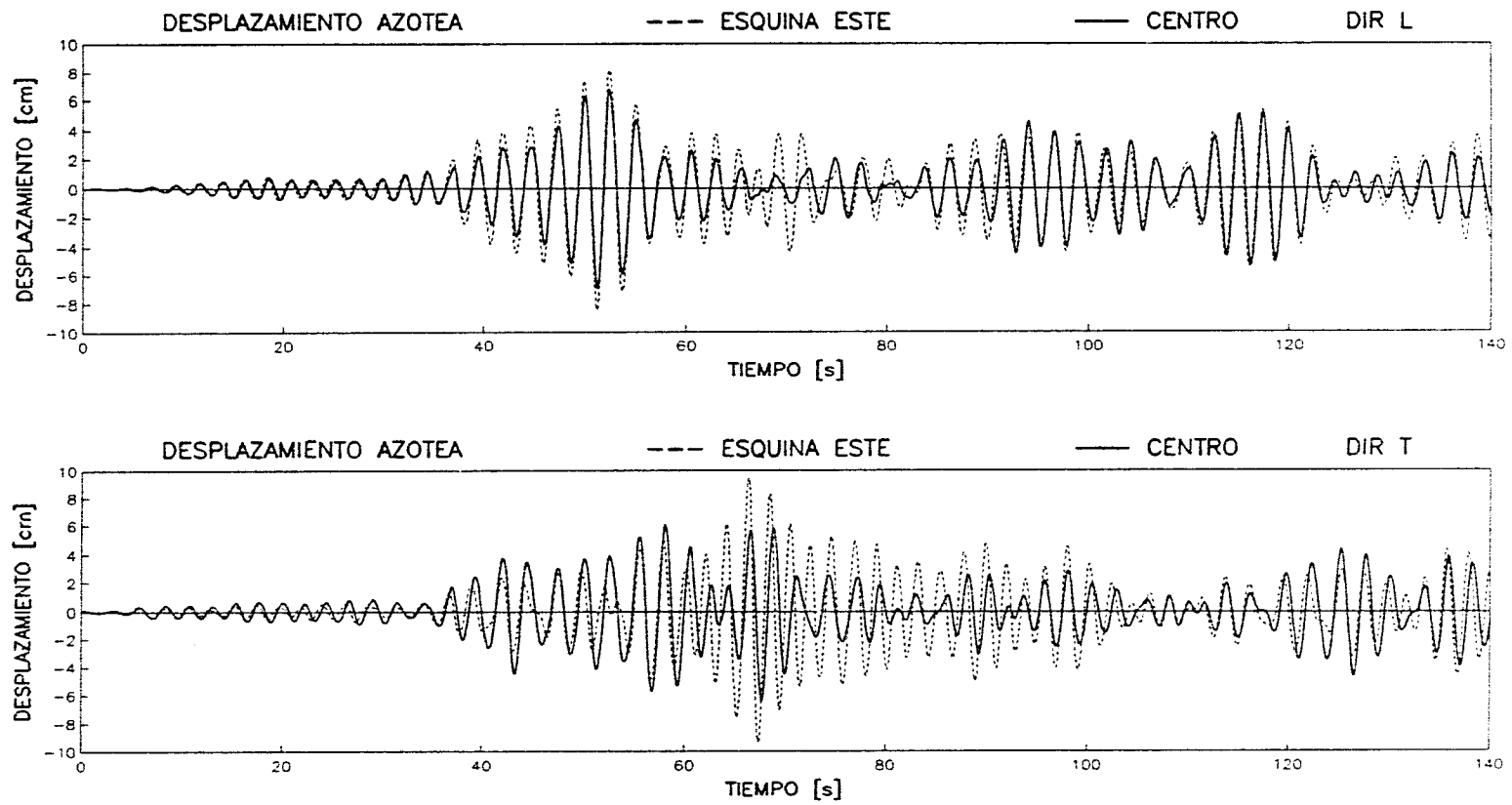


Figura 24. Superposición de los desplazamientos producidos en cada estación del nivel Azotea

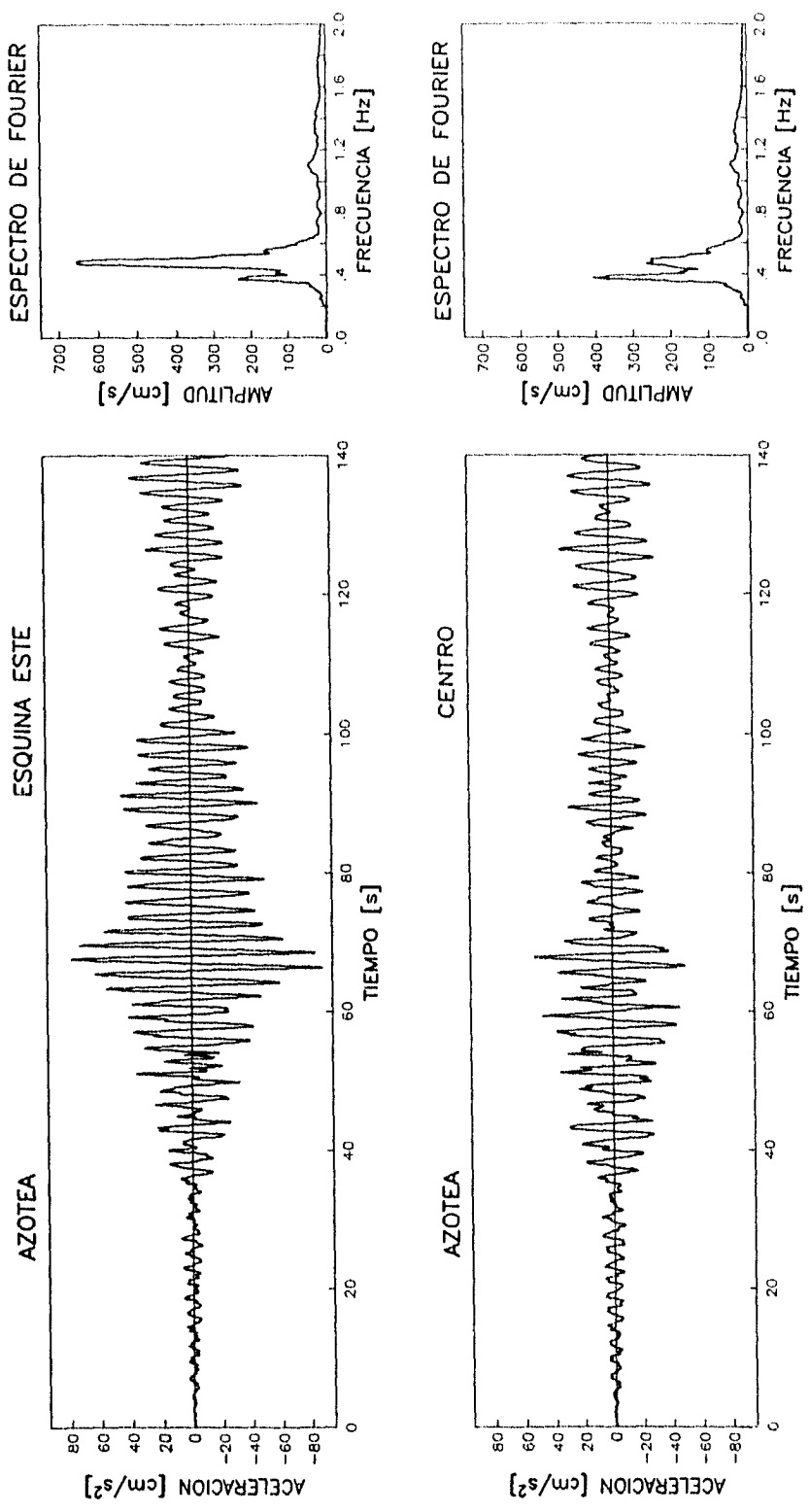


Figura 25. Contenido de frecuencias de las aceleraciones registradas en el centro y esquina este de la azotea del edificio.

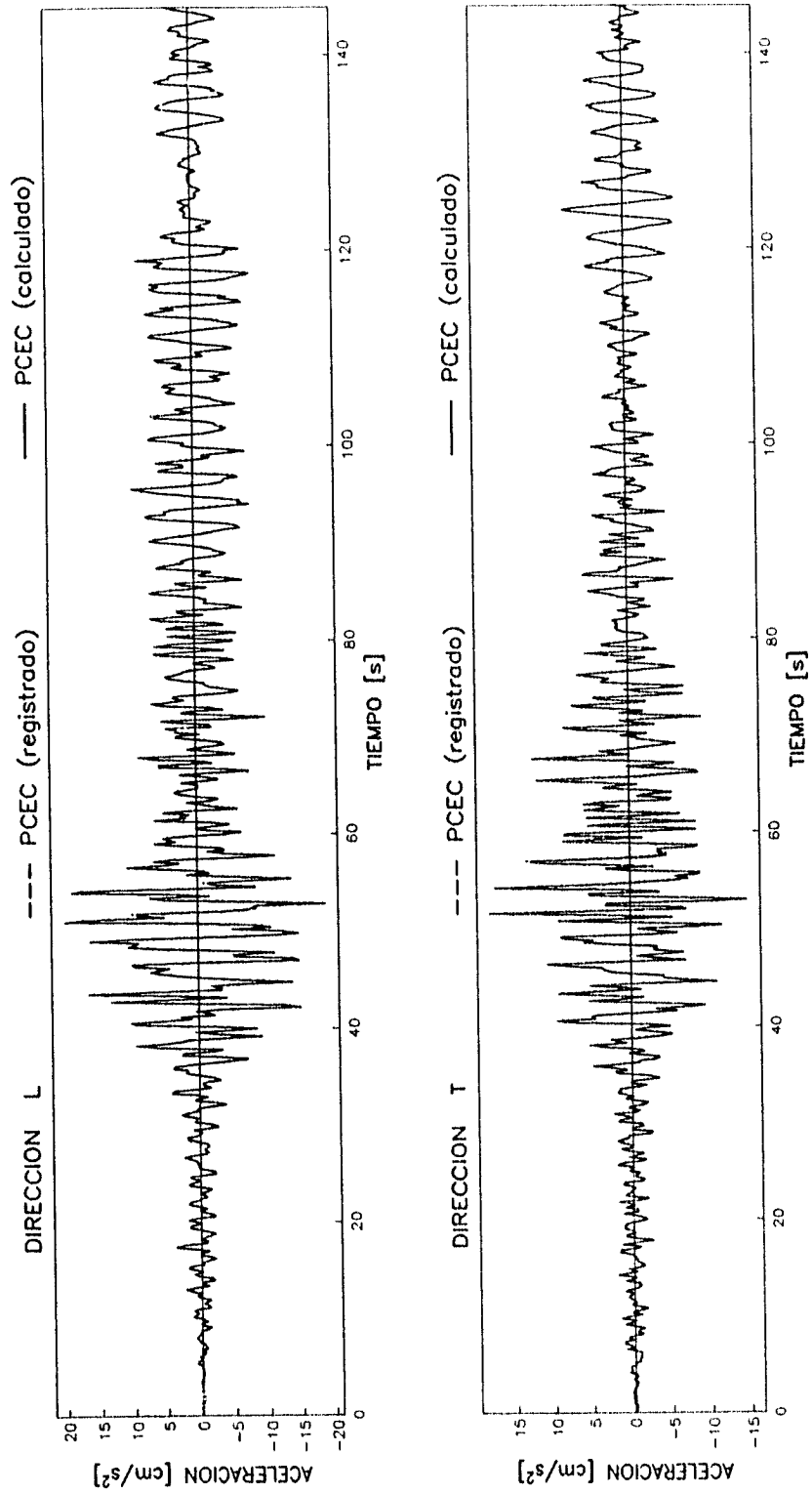


Figura 26. Comparación entre las aceleraciones registradas en el centro y las calculada a partir de las señales en las esquinas. Nivel E8

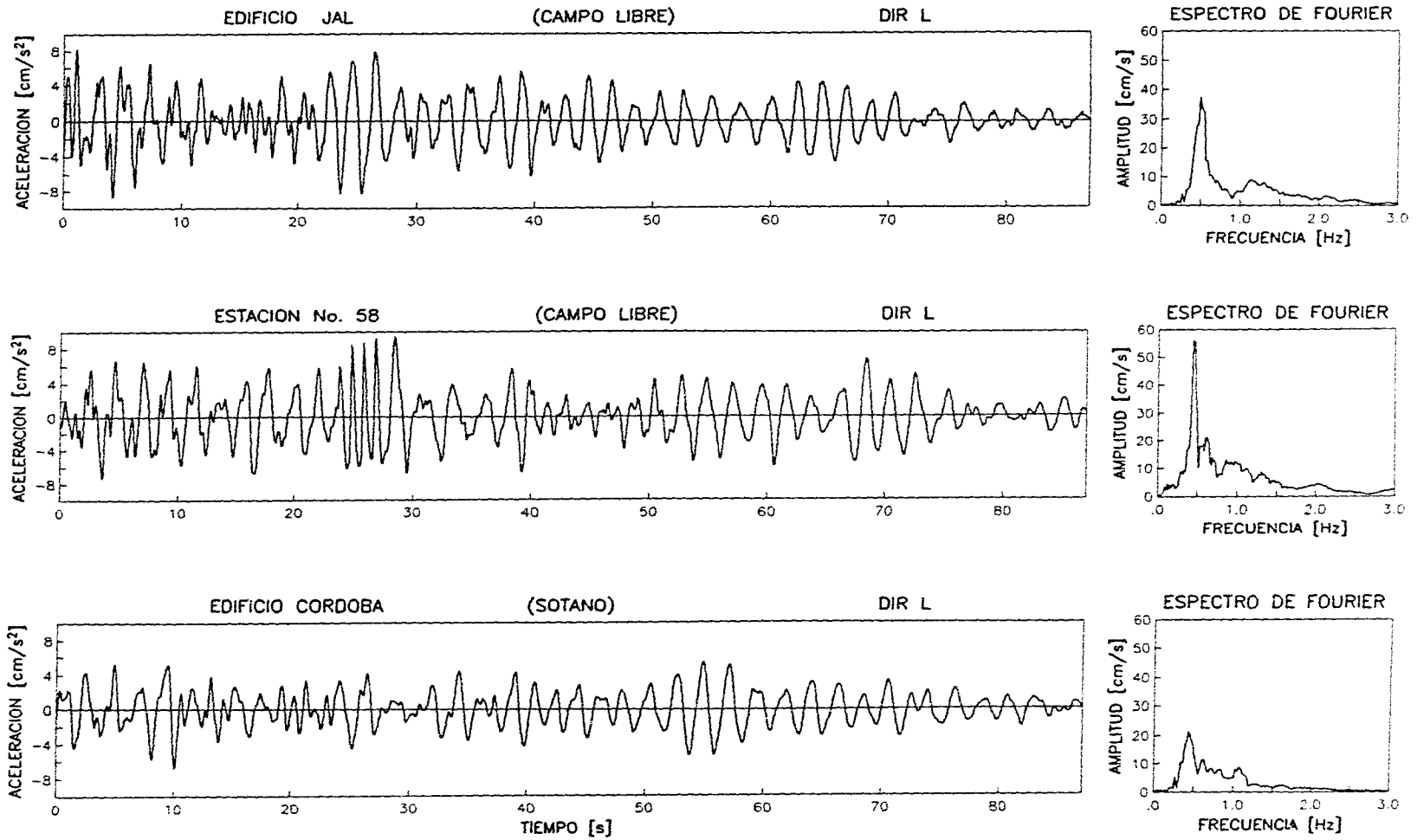


Figura 27. Aceleraciones horizontales en tres sitios distintos cercanos al edificio COR para el sismo del 24 de octubre.
DIRECCIÓN L

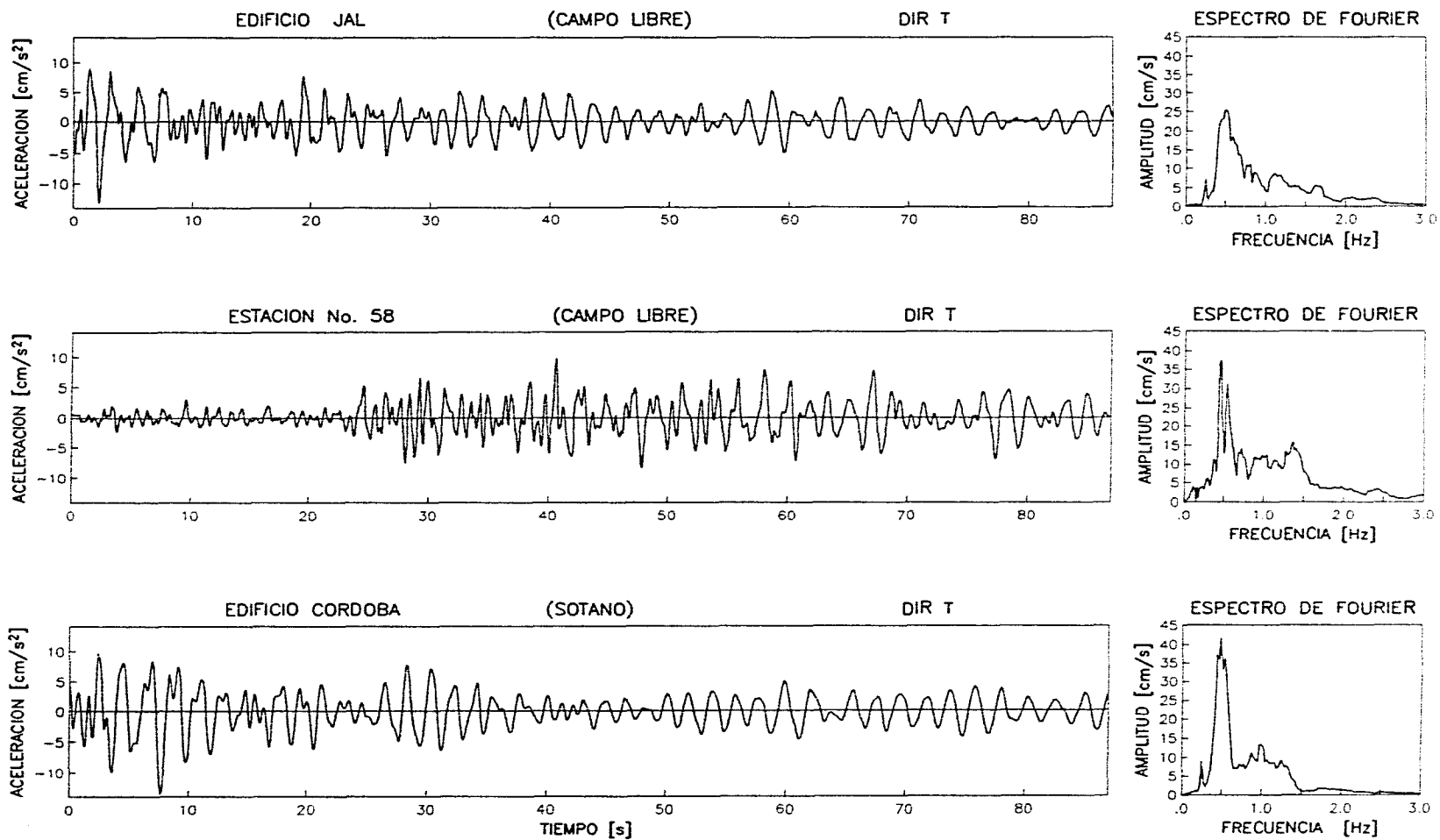


Figura 28. Aceleraciones horizontales en tres sitios distintos cercanos al edificio COR para el sismo del 24 de octubre. DIRECCIÓN T

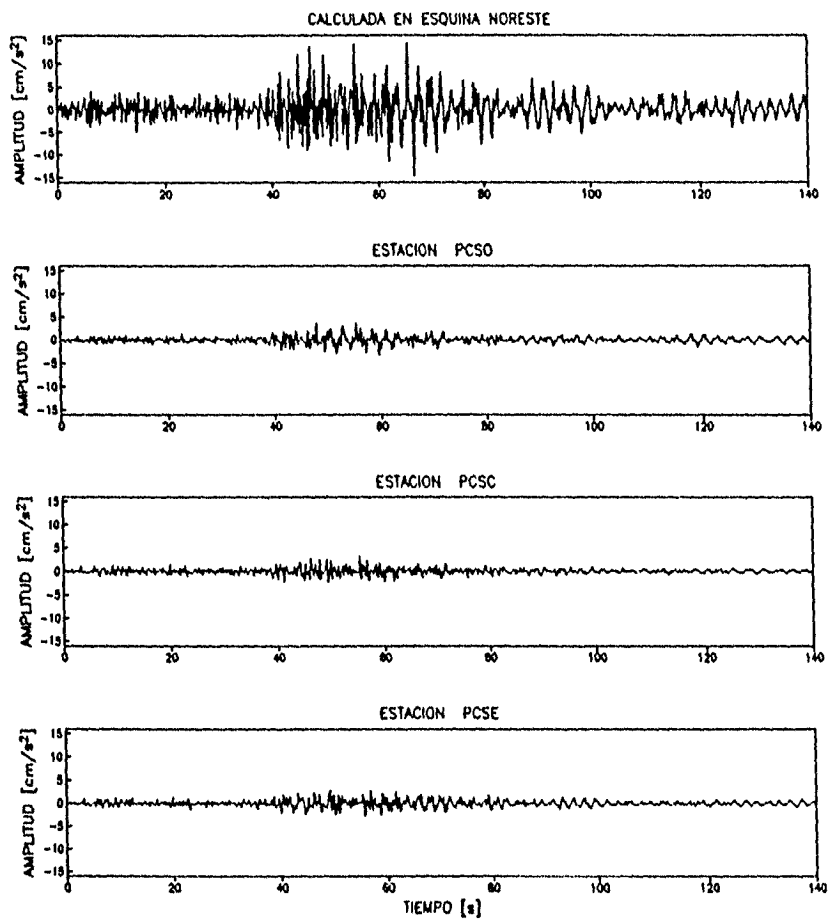
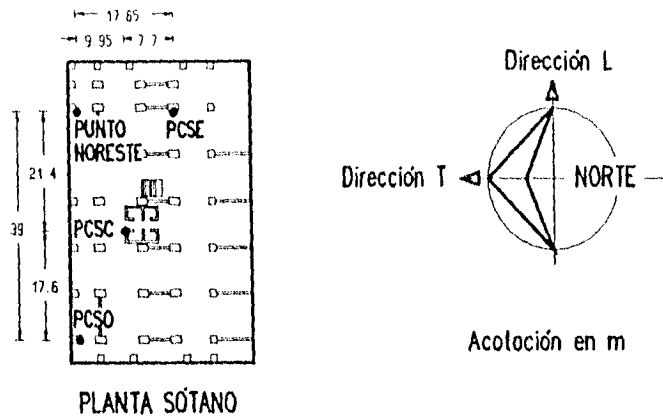


Figura 29. Aceleraciones verticales en sótano, incluida la calculada en la esquina NE

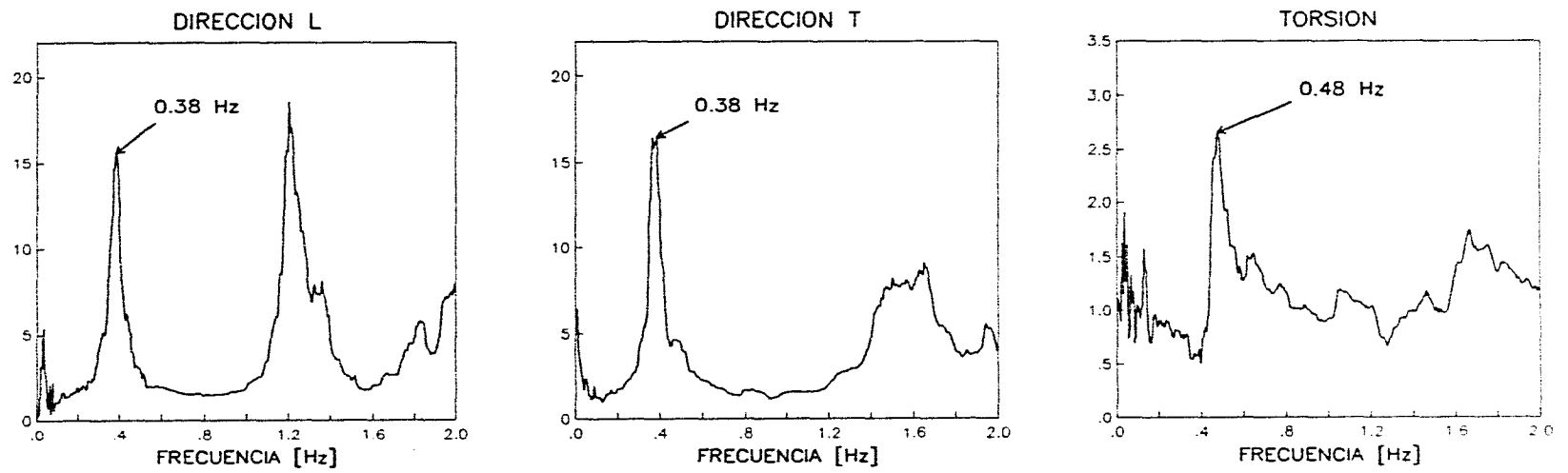


Figura 30. Funciones de trasferencia traslacionales y torsional

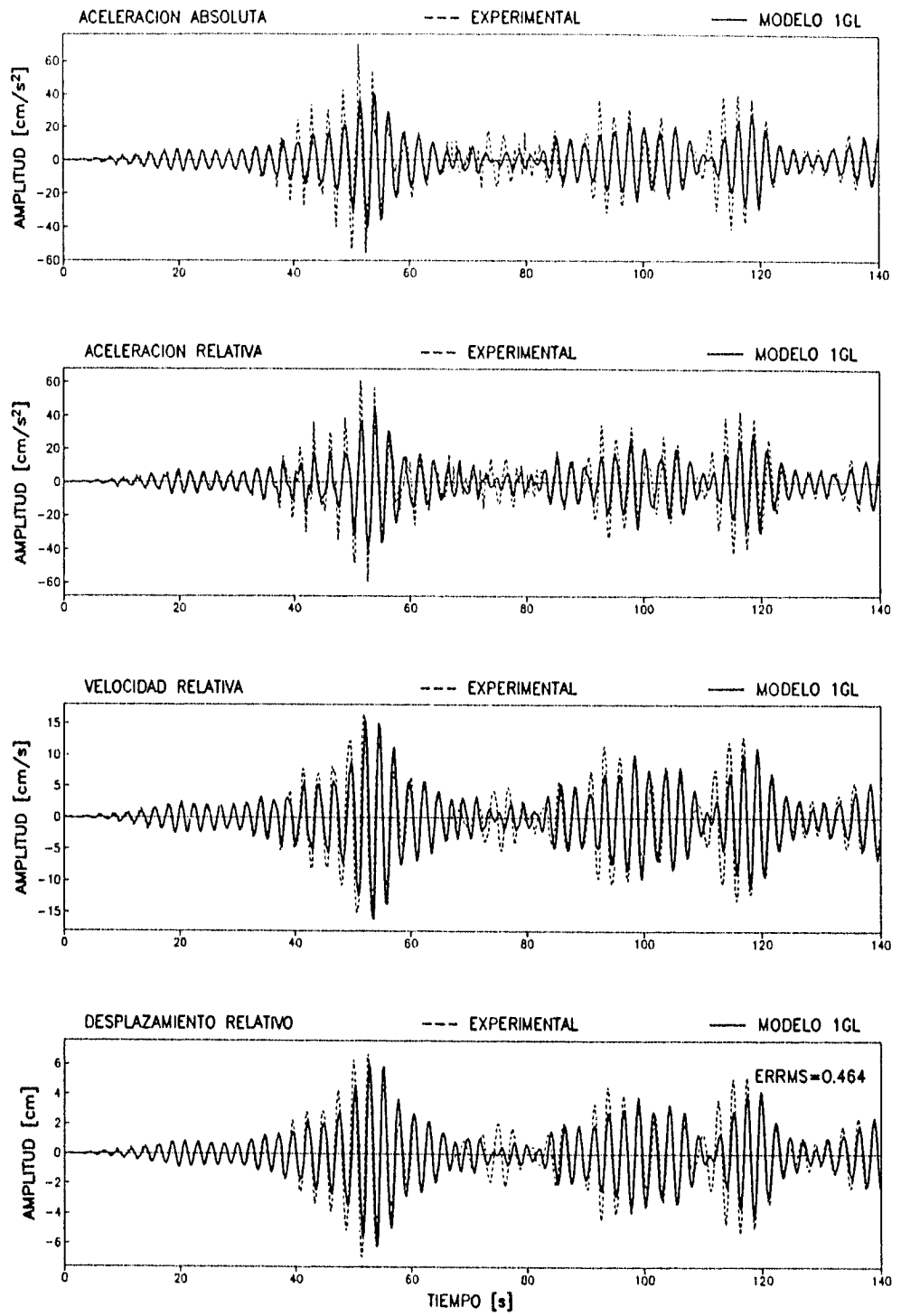


Figura 31. Respuesta del modelo 1GL analizado por segmentos. DIRECCIÓN L

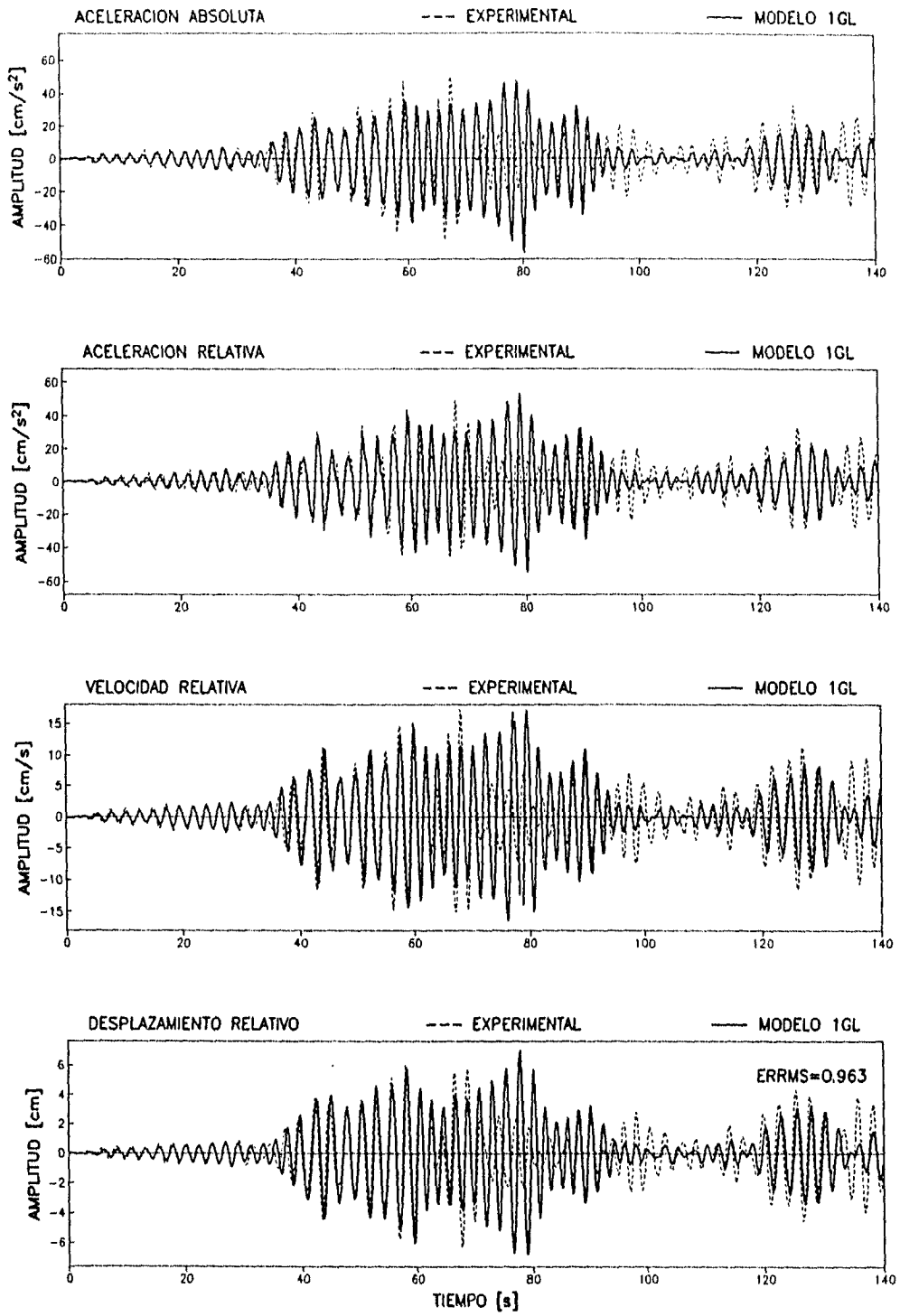


Figura 32. Respuesta del modelo 1GL analizado por segmentos. DIRECCIÓN T

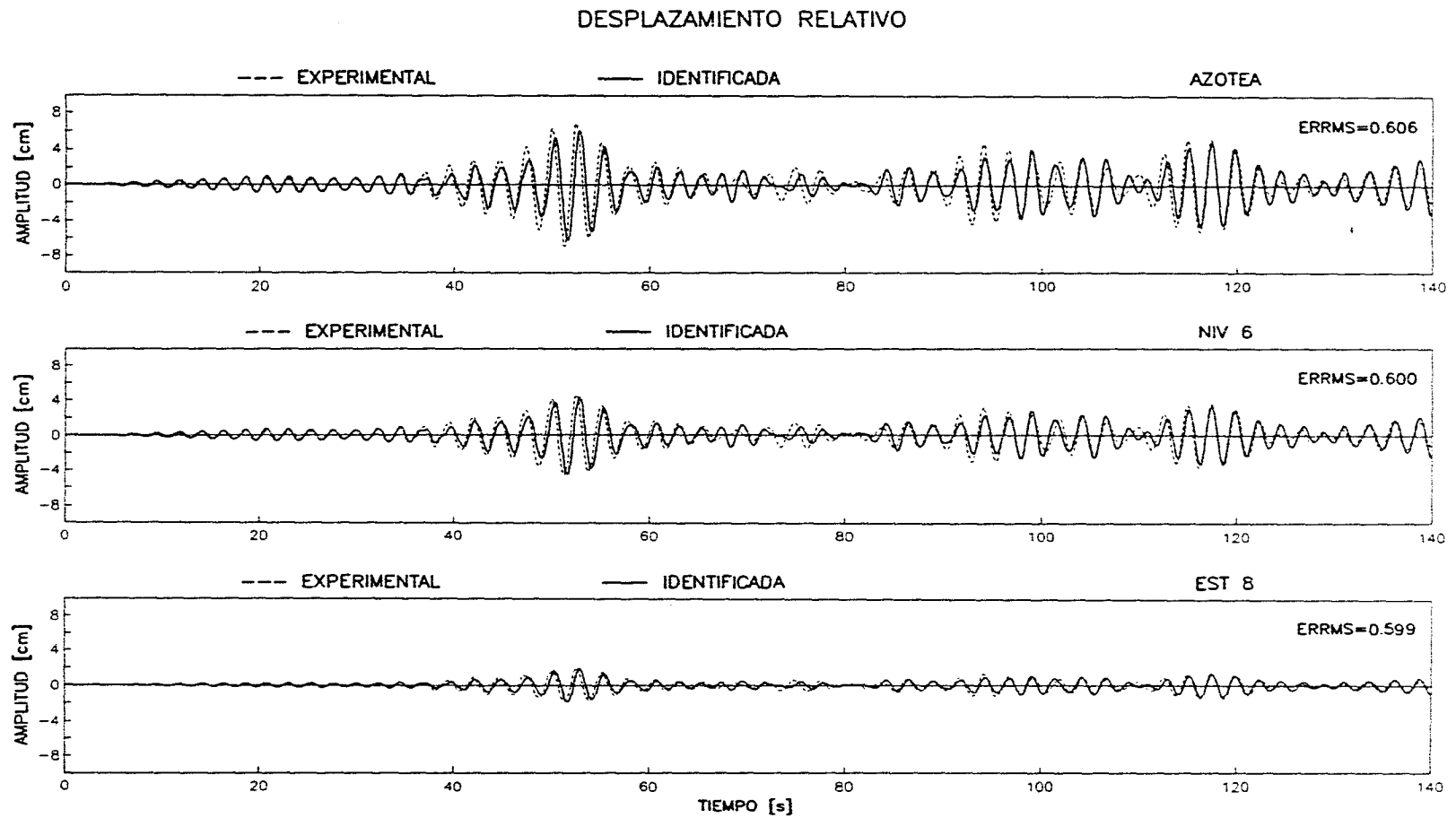


Figura 33. Respuesta en desplazamientos relativos del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN L

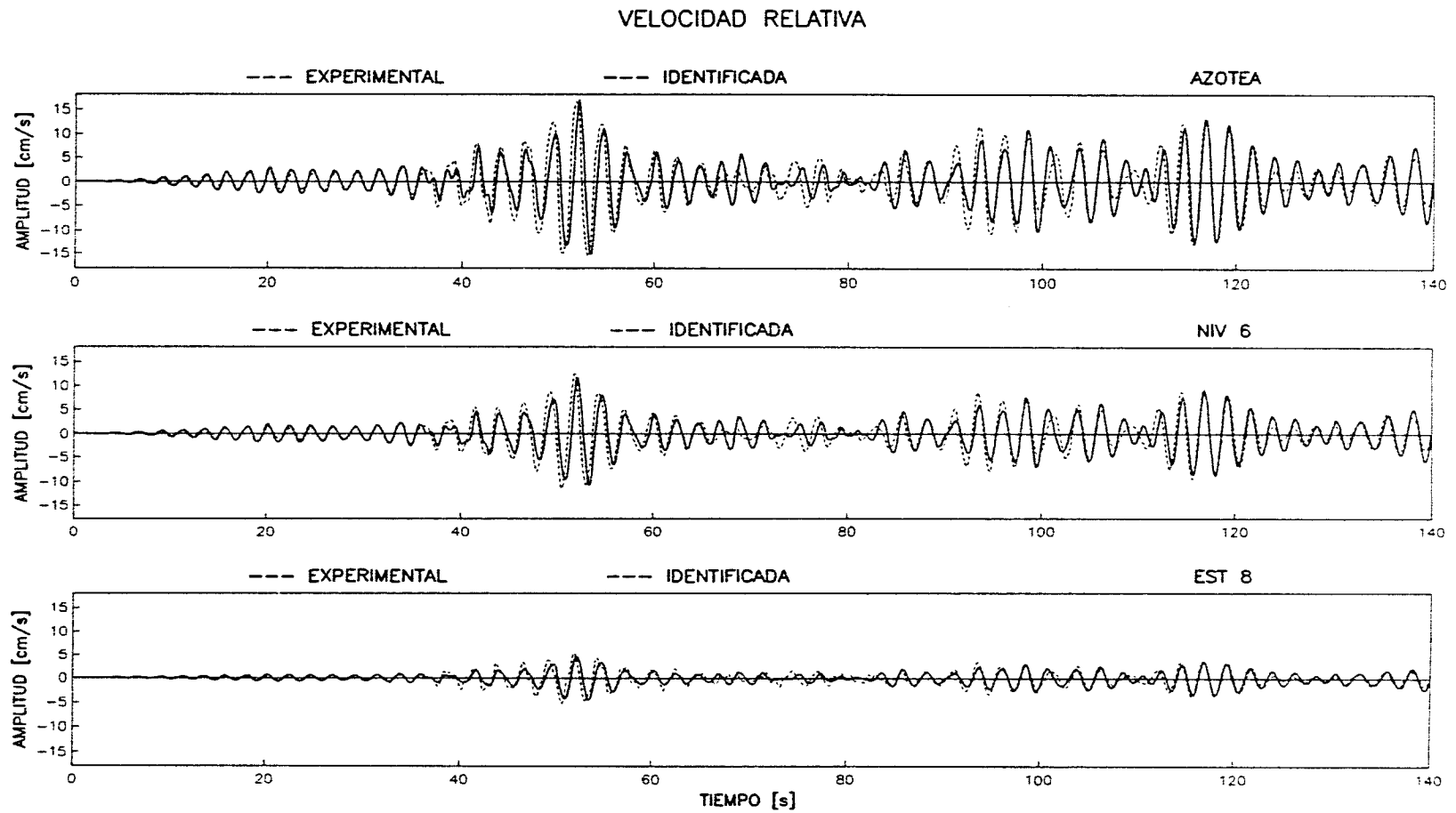


Figura 34. Respuesta en velocidades relativas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN L

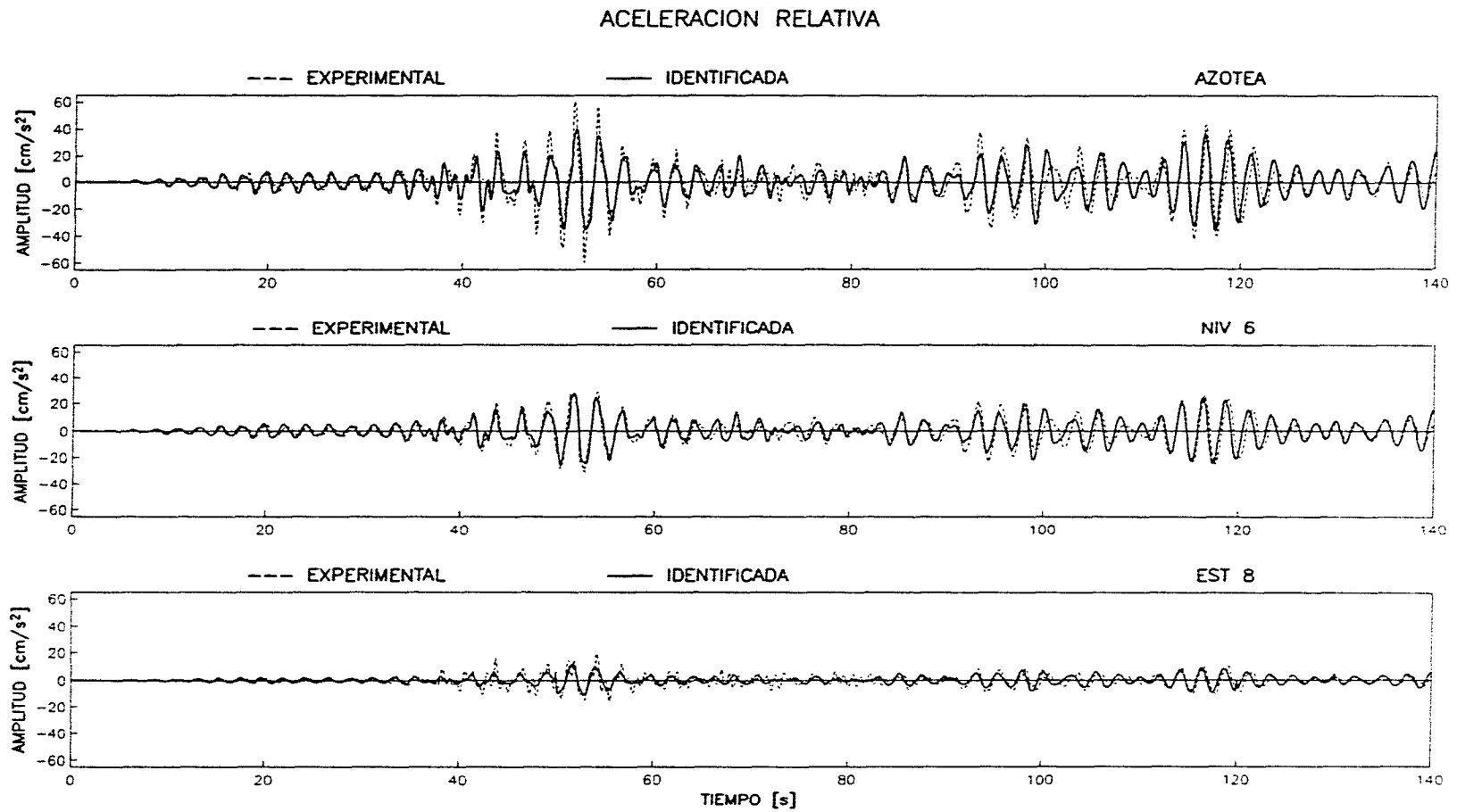


Figura 35. Respuesta en aceleraciones relativas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN L

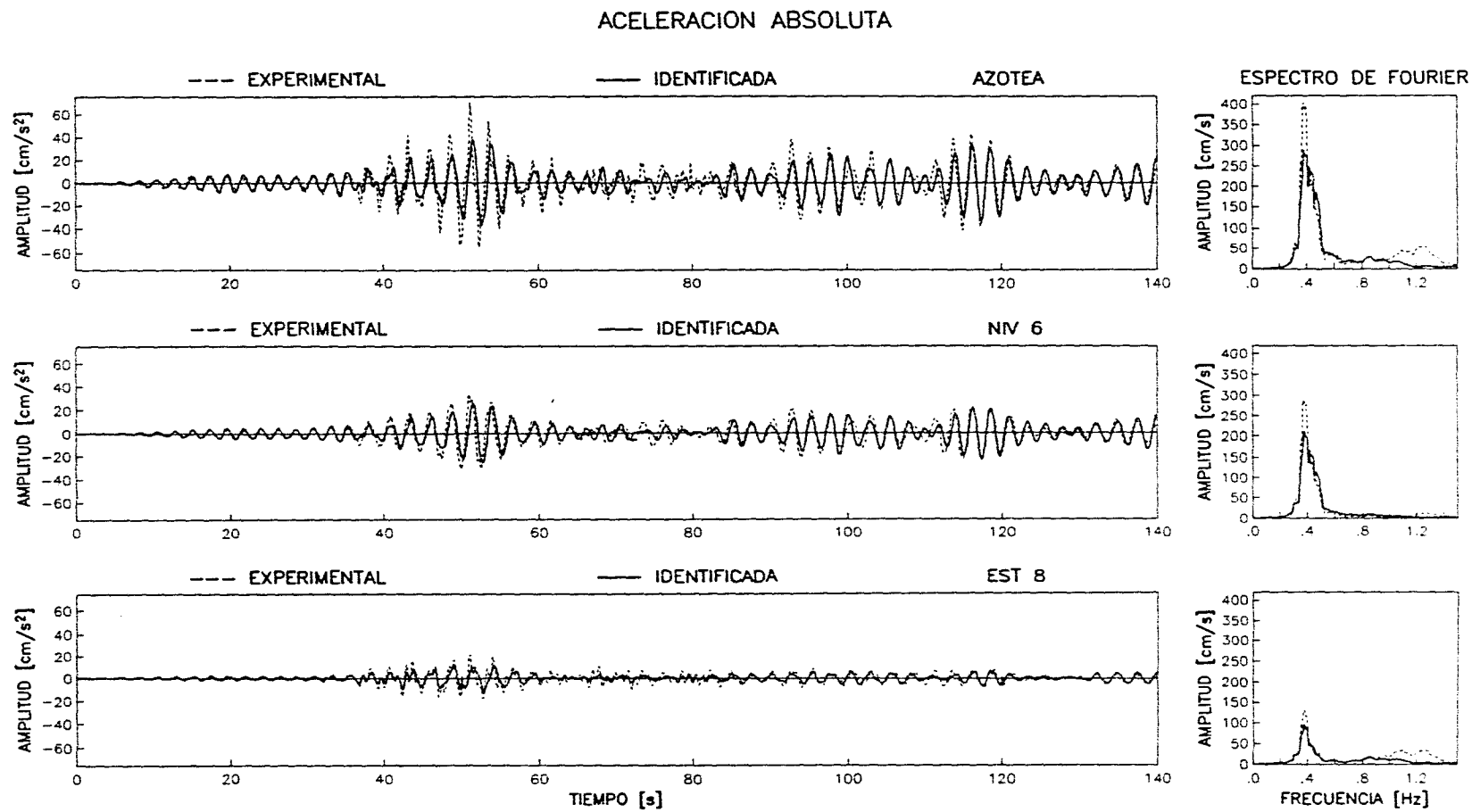


Figura 36. Respuesta en aceleraciones absolutas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN L

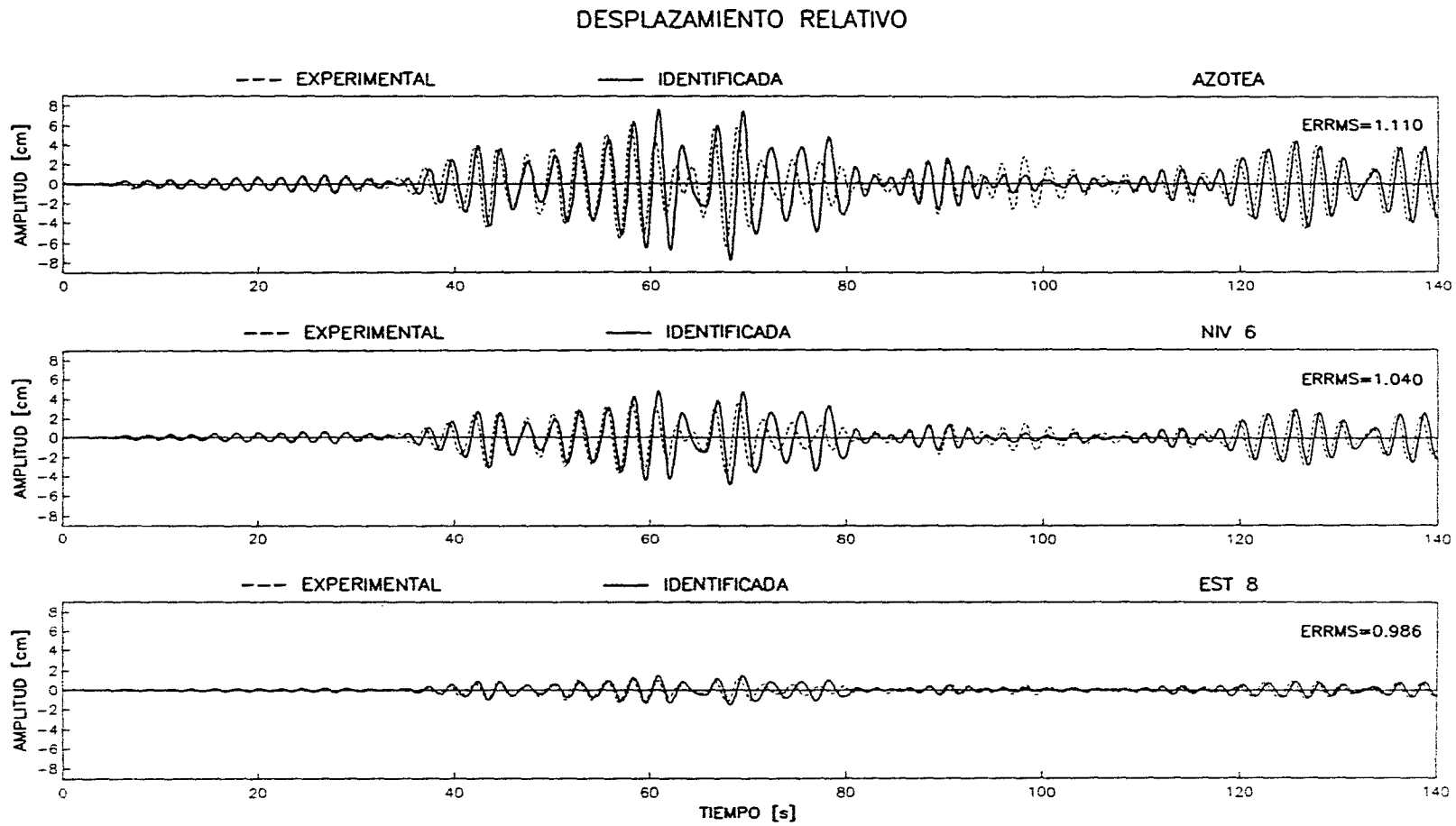


Figura 37. Respuesta en desplazamientos relativos del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN T

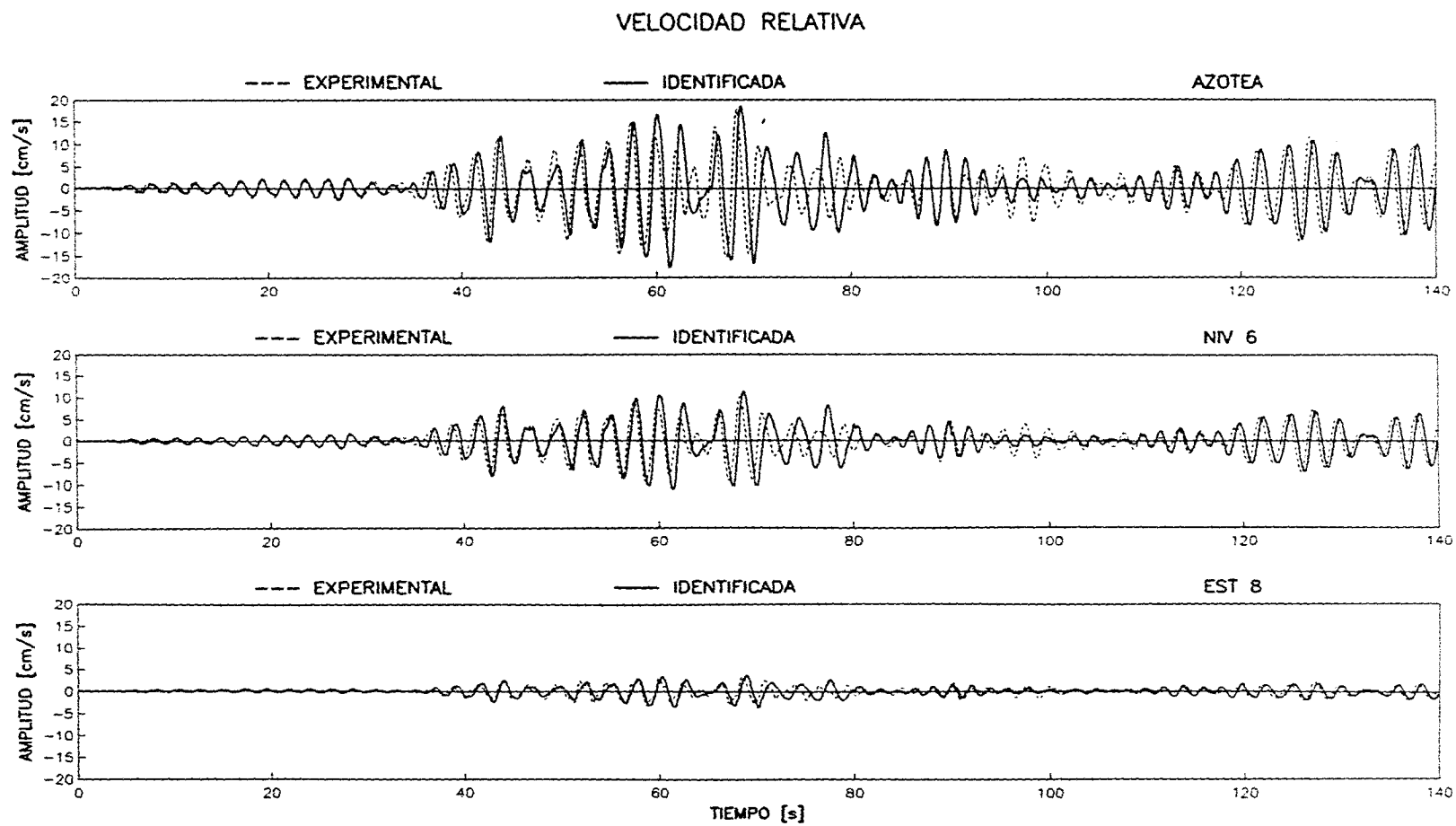


Figura 38. Respuesta en velocidades relativas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN T

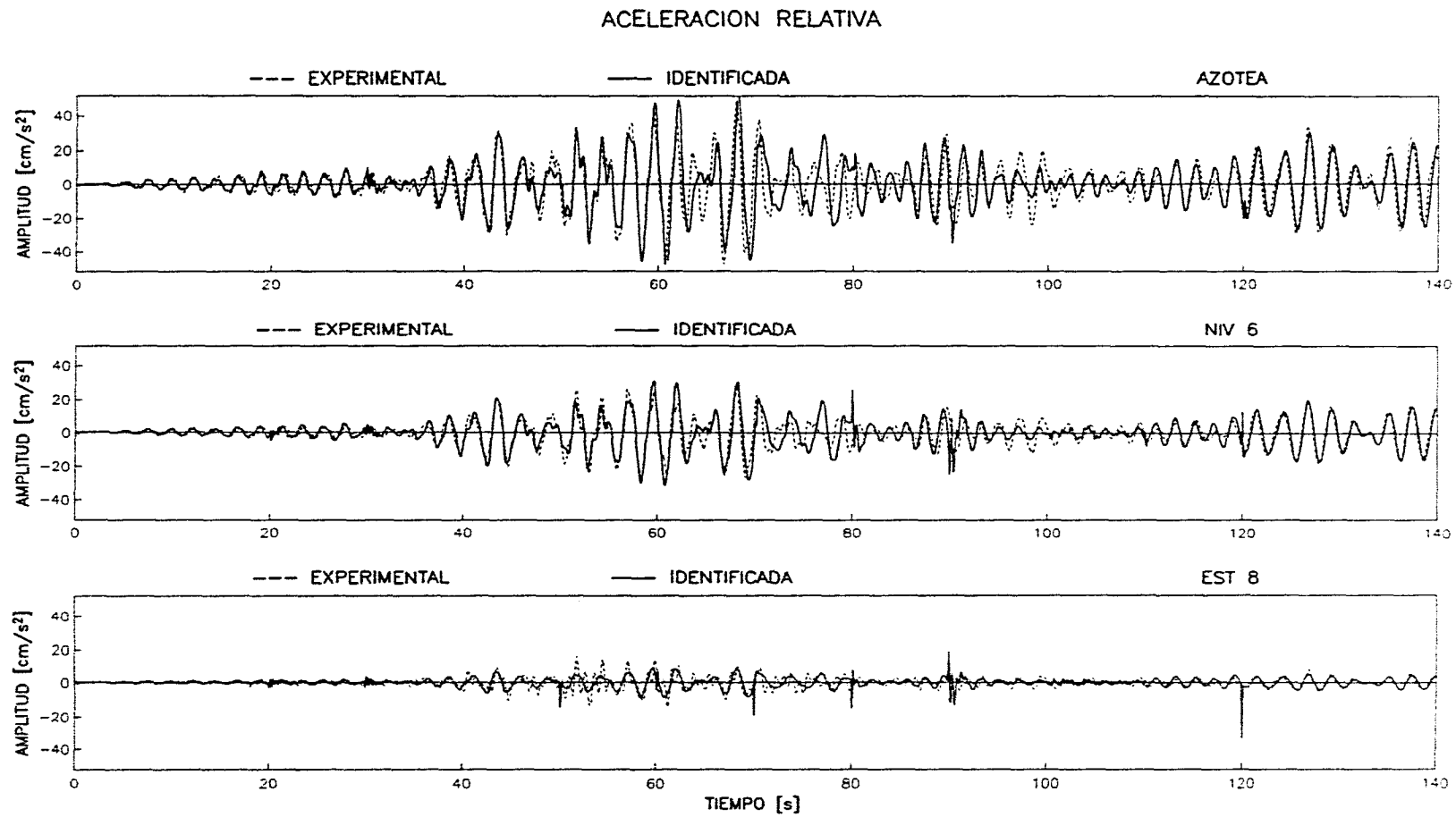


Figura 39. Respuesta en aceleraciones relativas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN T

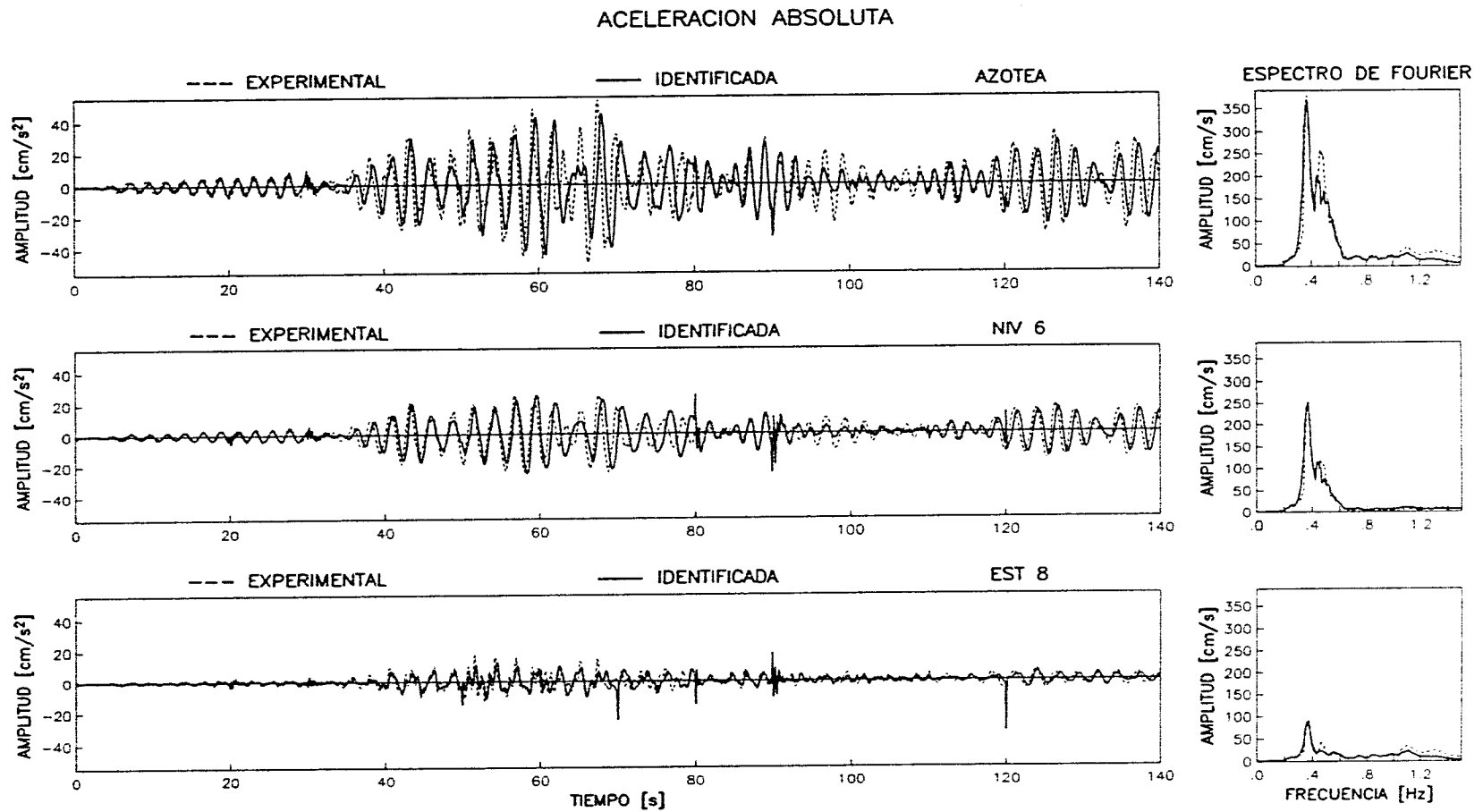


Figura 40. Respuesta en aceleraciones absolutas del modelo 3GLP analizado por segmentos. DIRECCIÓN T

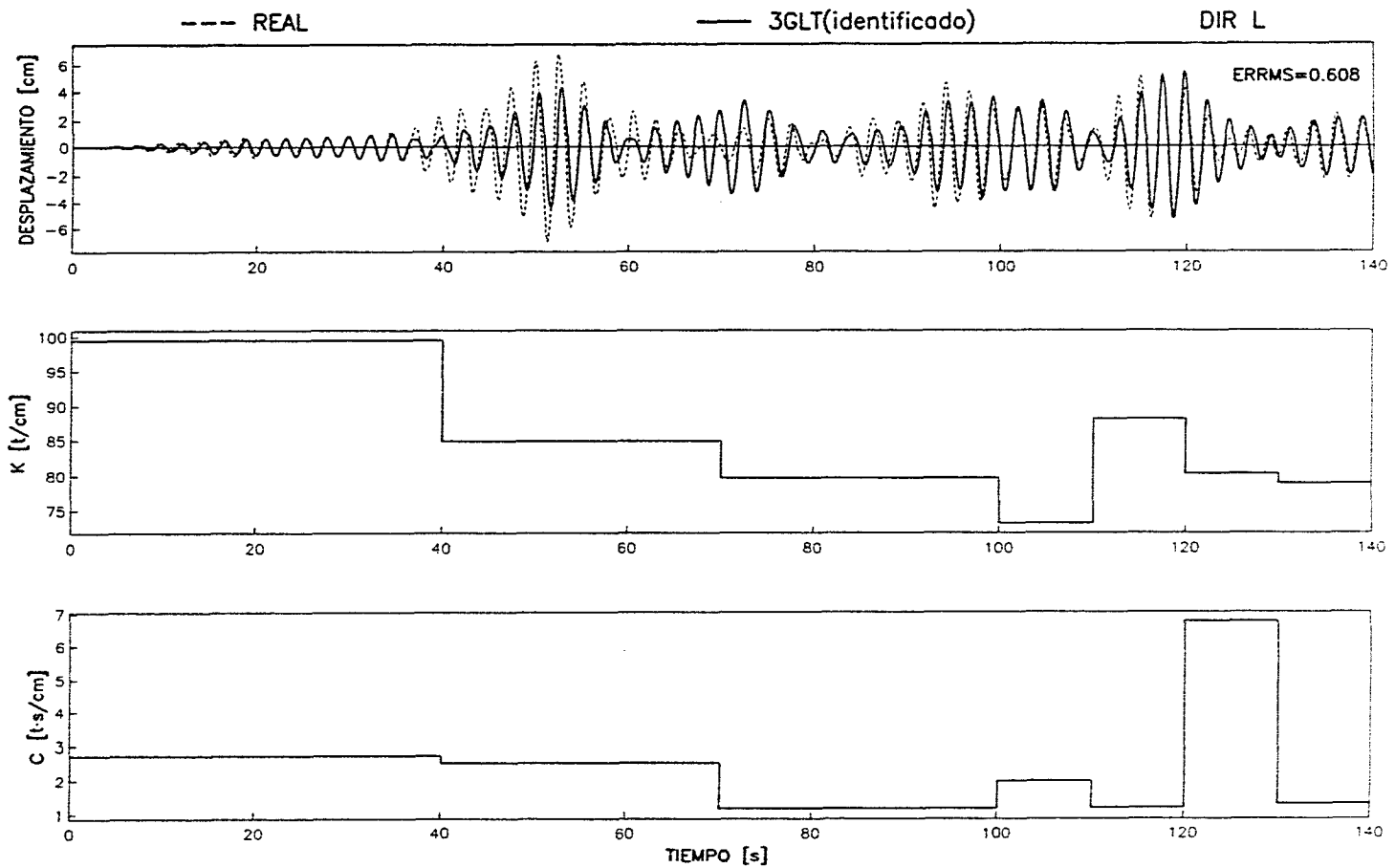


Figura 41. Comparación entre la respuesta del modelo 3GLT y la respuesta real. Variación de los parámetros de rigidez y amortiguamiento. DIRECCIÓN L

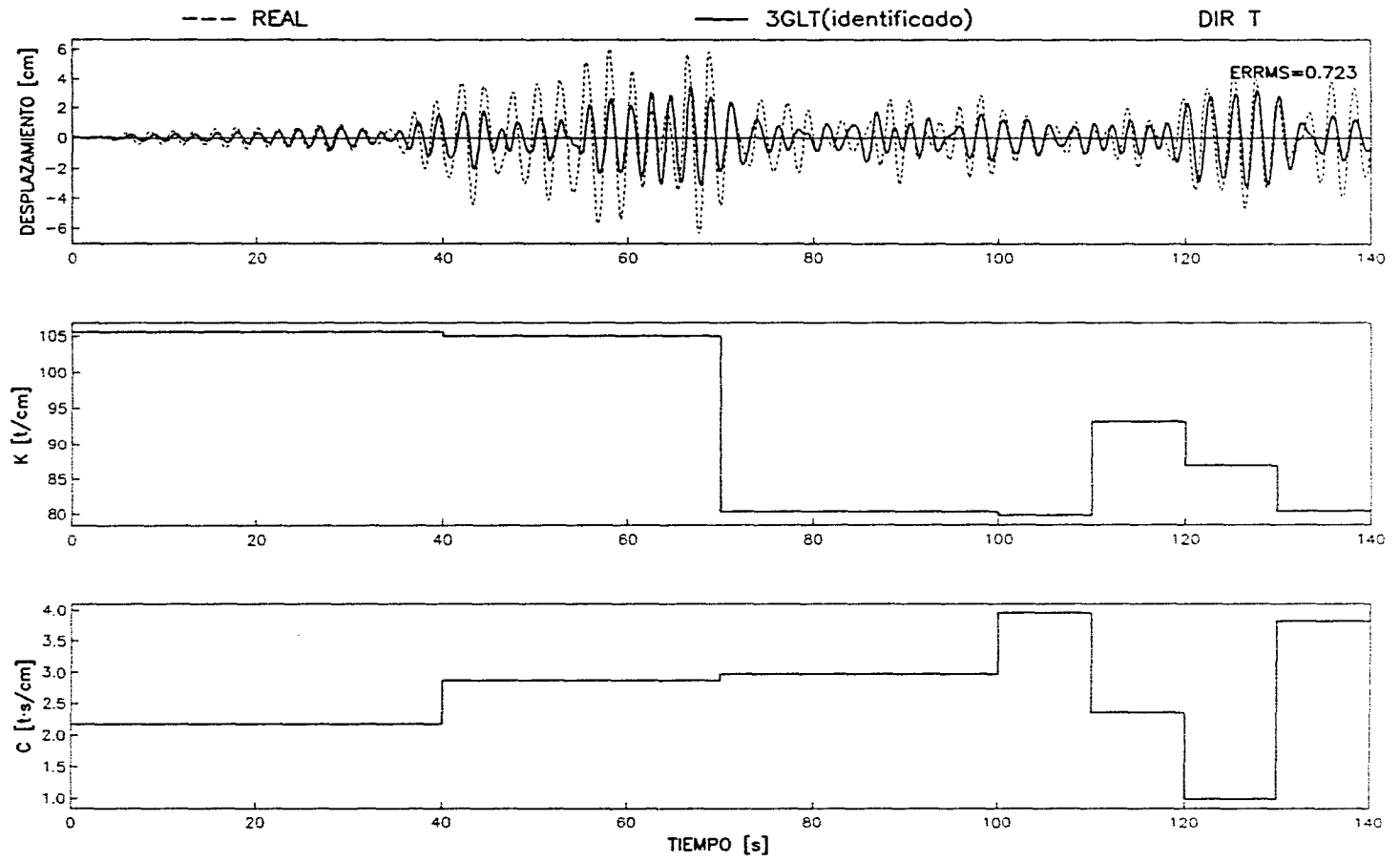


Figura 42. Comparación entre la respuesta del modelo 3GLT y la respuesta real. Variación de los parámetros de rigidez y amortiguamiento. DIRECCIÓN T

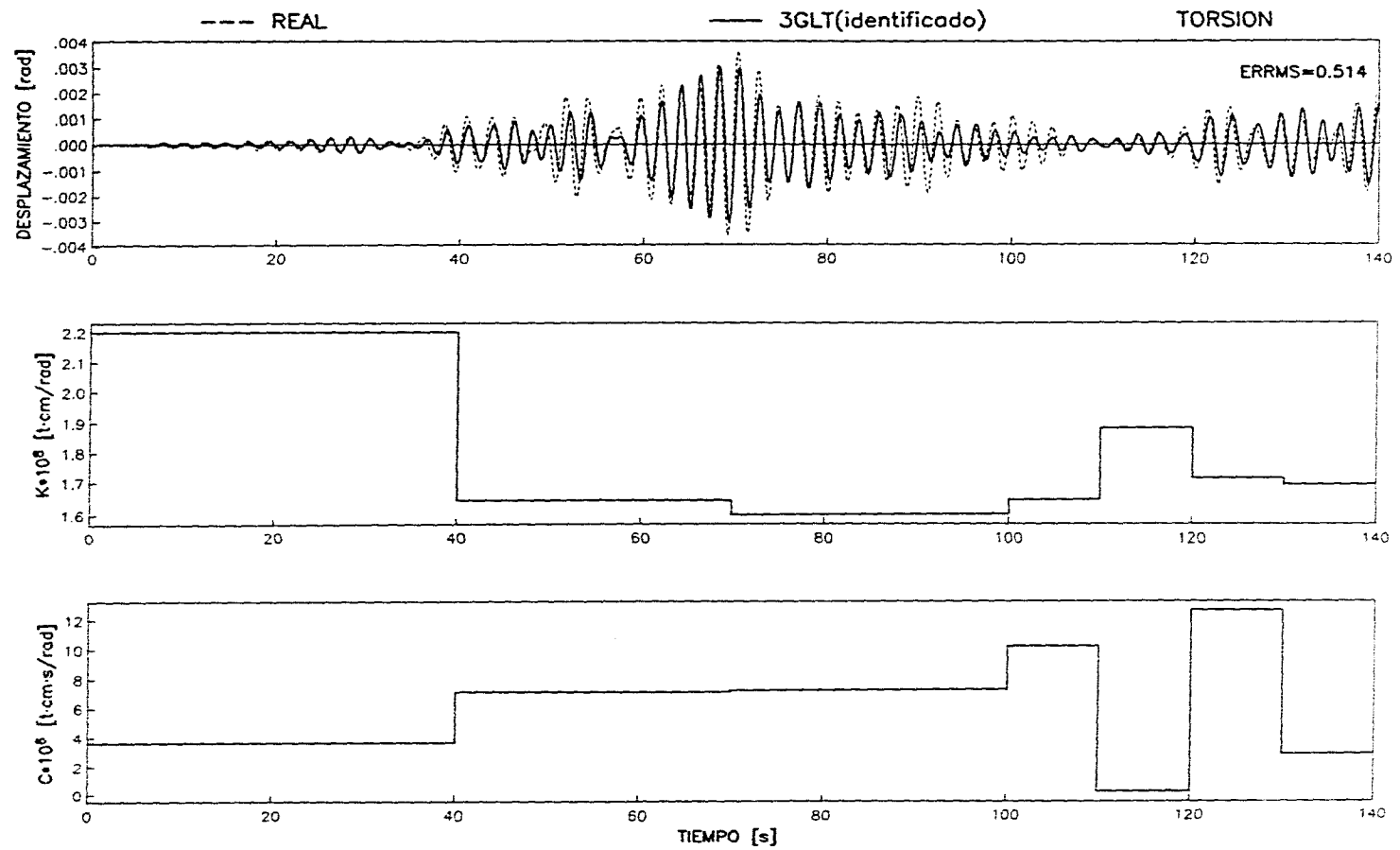


Figura 43. Comparación entre la respuesta del modelo 3GLT y la respuesta real. Variación de los parámetros de rigidez y amortiguamiento. TORSIÓN

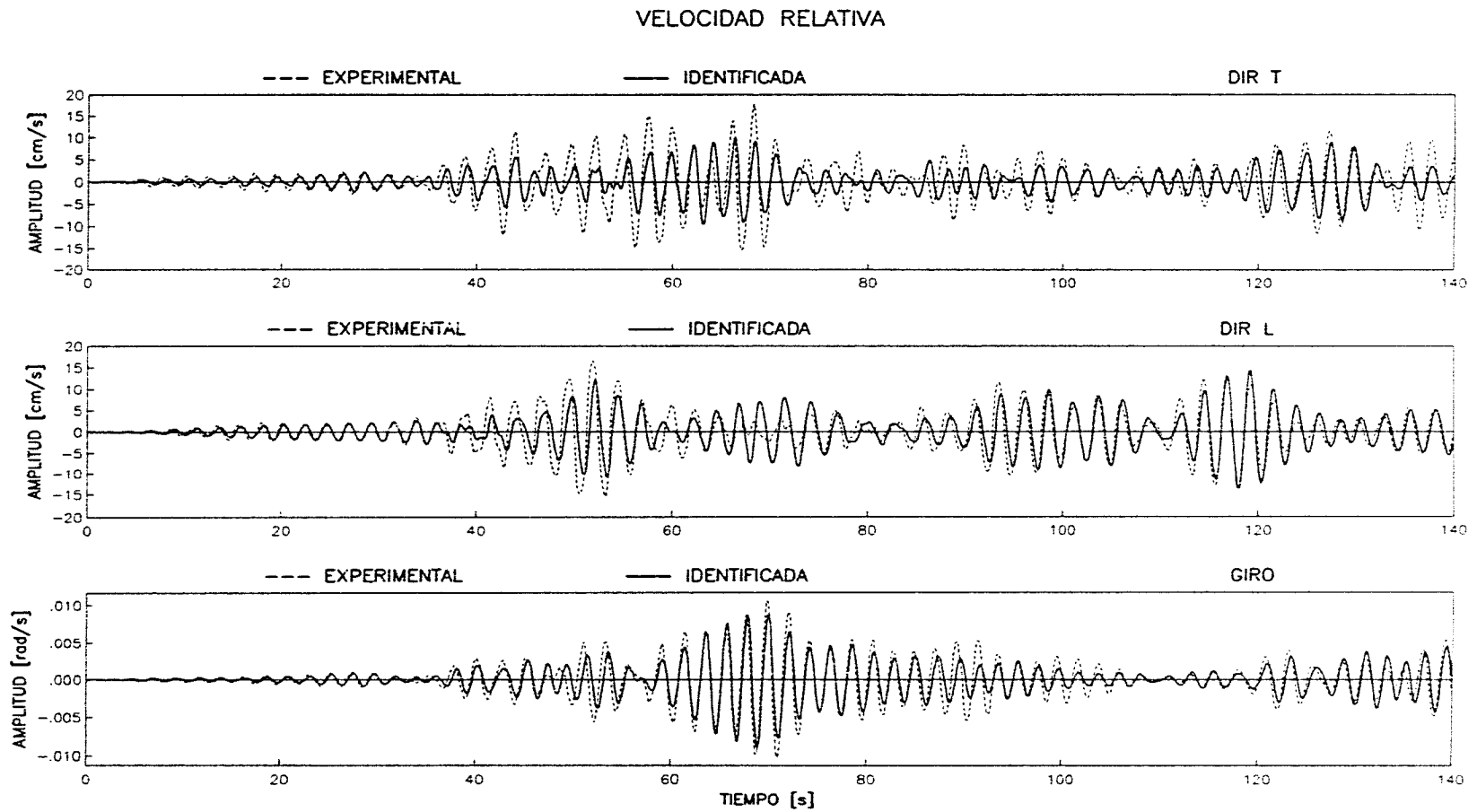


Figura 44. Respuesta en velocidades relativas del modelo 3GLT analizado por segmentos

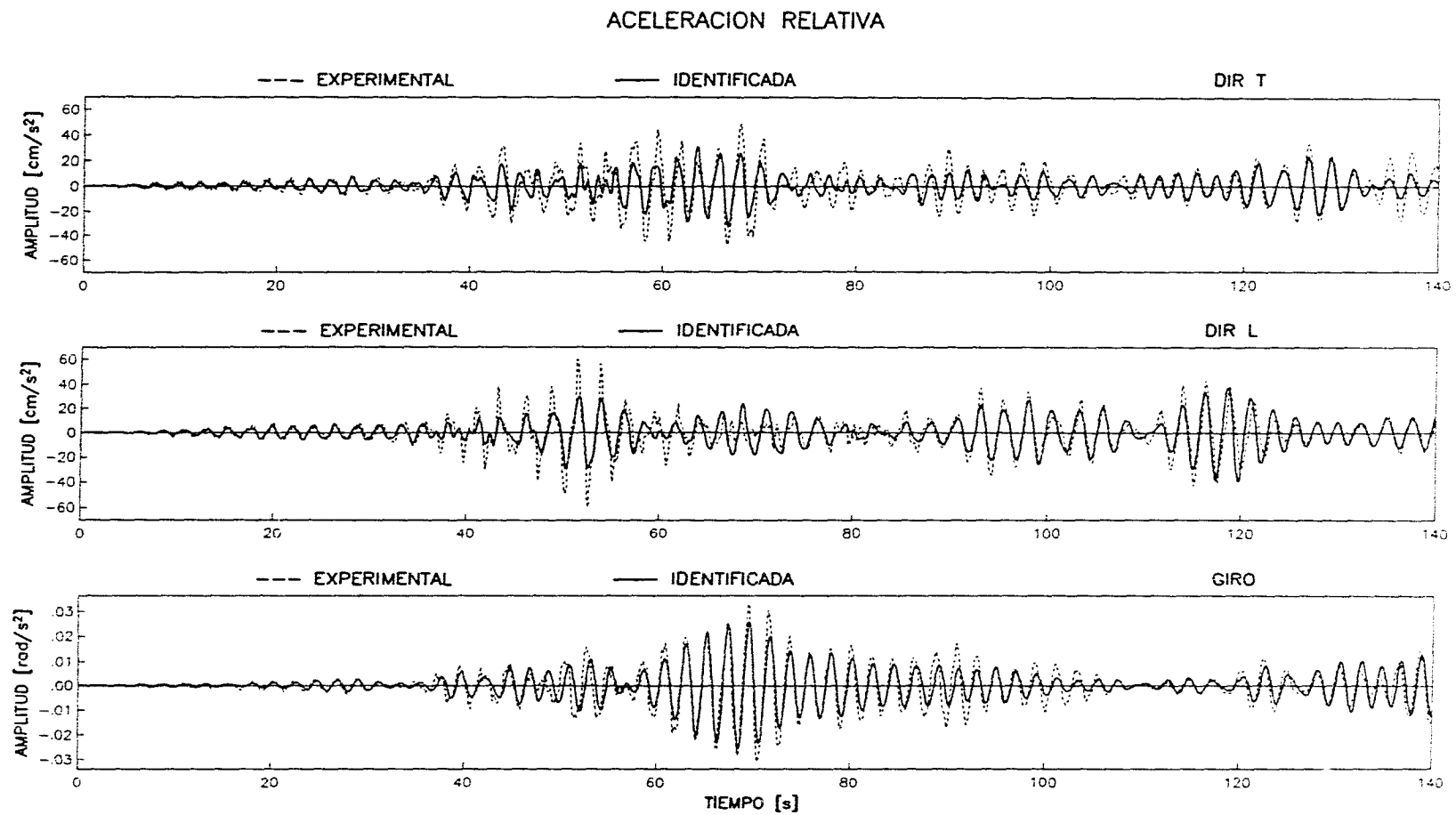


Figura 45. Respuesta en aceleraciones relativas del modelo 3GLT analizado por segmentos

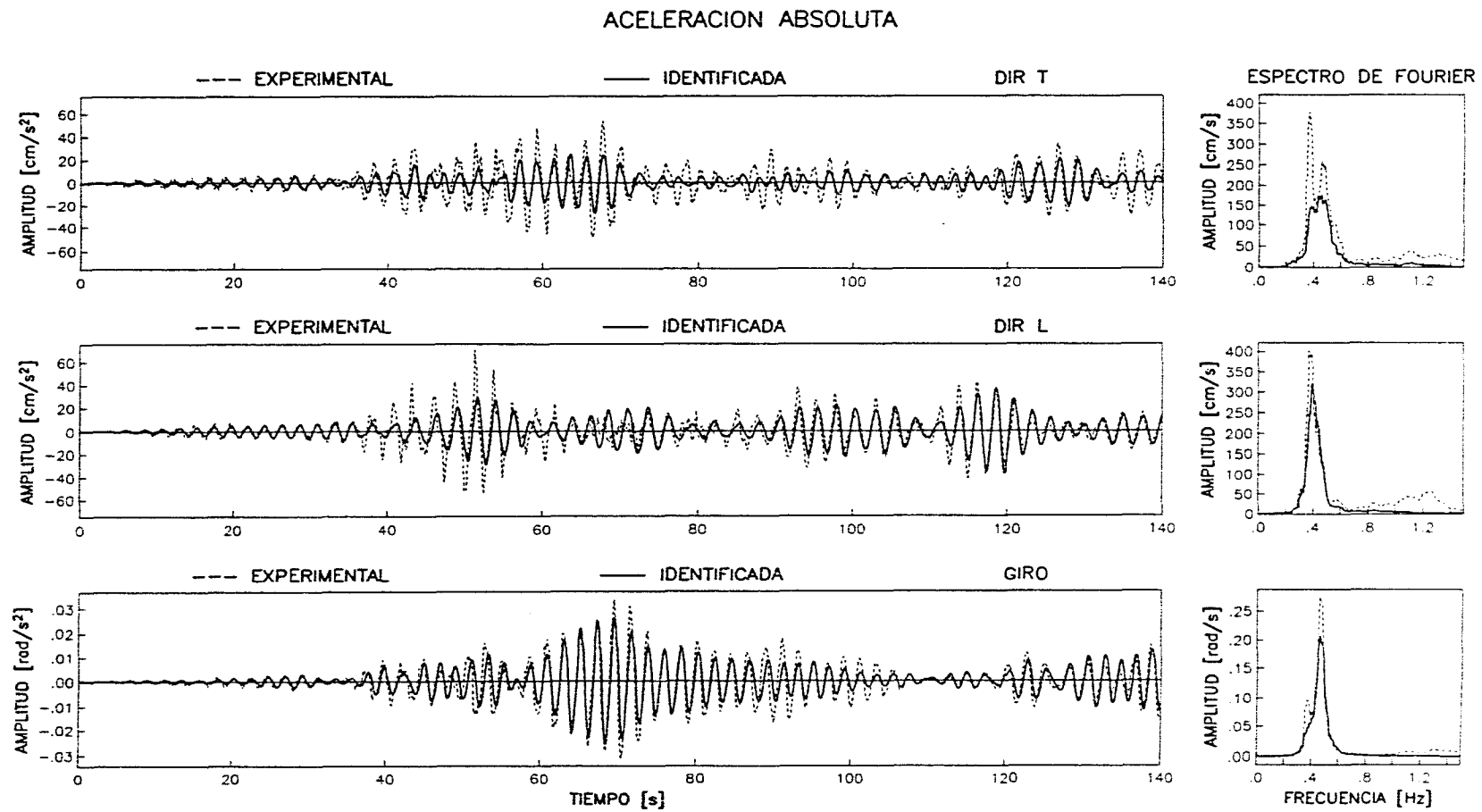


Figura 46. Respuesta en aceleraciones absolutas del modelo 3GLT analizado por segmentos

APÉNDICE

MODELOS MATEMÁTICOS

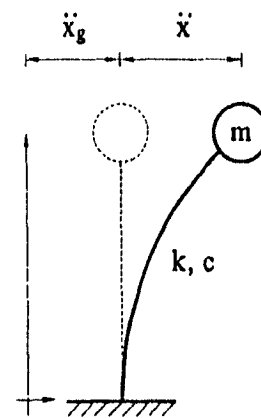
Sistema de un grado de libertad (IGL)

La ecuación de equilibrio de este modelo es la siguiente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g$$

donde

- k coeficiente de rigidez
- c coeficiente de amortiguamiento
- m masa del sistema
- x desplazamiento del sistema
- \ddot{x}_g aceleración en la base del sistema



y su planteamiento de estado es

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

$$X_1 = x$$

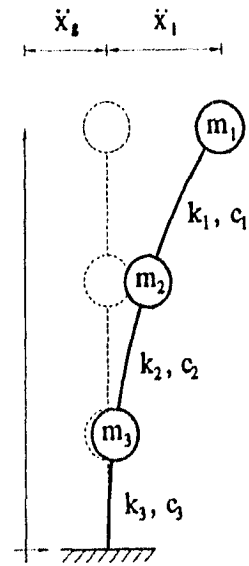
$$X_2 = \dot{x}$$

donde X_1, X_2 son las variables de estado.

Sistema de tres grados de libertad plano (3GL)

Este es un modelo con participación de modos superiores de traslación. Una estructura discretizada a tres grados de libertad se puede representar a través de modelos de cortante (3GLC) o bien de flexión (3GLF).

Un edificio de cortante se puede definir como una estructura en la cual no se produce rotación de los elementos horizontales que componen el sistema de piso. Las hipótesis inherentes a este tipo de modelo son que las trabes de piso son infinitamente rígidas en comparación con las columnas y las deformaciones son independientes de las fuerzas axiales en columnas. En su ecuación de equilibrio, mostrada a continuación, puede observarse que el número de parámetros de rigidez (k_1 a k_3) y amortiguamiento (c_1 a c_3) se reducen a uno de cada tipo por subsistema, es decir, seis en total



$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1+c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2+c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

y su planteamiento de estado tiene la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1+c_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & \frac{k_2}{m_3} & -\frac{k_2+k_3}{m_3} & 0 & \frac{c_2}{m_3} & -\frac{c_2+c_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

$$\begin{array}{ll} X_1 = x_1 & X_4 = \dot{x}_1 \\ X_2 = x_2 & X_5 = \dot{x}_2 \\ X_3 = x_3 & X_6 = \dot{x}_3 \end{array}$$

Si bien, en algunos casos el modelo de cortante proporciona una aproximación aceptable, no todas las estructuras se pueden representar adecuadamente mediante este modelo. En particular, en estructuras cuya respuesta tenga participaciones importantes de modos superiores de vibrar, este modelo deja de representar adecuadamente la respuesta de dichas estructuras. El modelo de flexión (3GLF), cuyas matrices de rigidez y amortiguamiento dejan de ser tridiagonales, puede representar de una mejor forma la respuesta de estructuras en las condiciones mencionadas. Sin embargo, debido a la forma de sus matrices y a que no pueden asociarse términos de rigidez y amortiguamiento para cada subsistema en forma independiente, este modelo ve notablemente incrementado el número de sus parámetros. En la ecuación de equilibrio de este modelo que se presenta a continuación, se observa que el número de parámetros de rigidez y amortiguamiento es de 12 en total.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_2 & c_4 & c_5 \\ c_3 & c_5 & c_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ k_2 & k_4 & k_5 \\ k_3 & k_5 & k_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

Con un planteamiento de estado expresado como

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} & -\frac{k_3}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & -\frac{c_3}{m_1} \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_4}{m_2} & -\frac{k_5}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_4}{m_2} & -\frac{c_5}{m_2} \\ -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{k_5}{m_3} & -\frac{k_6}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} & -\frac{c_5}{m_3} & -\frac{c_6}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

Debido a que un modelo de esta naturaleza supone un elevado número de parámetros a evaluar, se propone una forma alternativa de las matrices con el objeto de conservar la

convergencia y estabilidad del método de identificación (González y Noguez, 1994). Con este fin, en las matrices de rigidez y amortiguamiento se establece una proporción entre los valores de cada renglón con su respectivo parámetro en la diagonal principal a través de las constantes $C1$ a $C6$ (3GLP).

El modelo de cortante será un caso particular de éste, en la medida en que las constantes $C2$ y $C5$ tiendan a cero. La forma matricial de este modelo se representa con la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & C1c_1 & C2c_1 \\ C1c_1 & c_2 & C3c_2 \\ C2c_1 & C3c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & C4k_1 & C5k_1 \\ C4k_1 & k_2 & C6k_2 \\ C5k_1 & C6k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

y un planteamiento de estado de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{C4k_1}{m_1} & -\frac{C5k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & -\frac{C1c_1}{m_1} & -\frac{C2c_1}{m_1} \\ -\frac{C4k_1}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{C6k_2}{m_2} & -\frac{C1c_1}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & -\frac{C3c_2}{m_2} \\ -\frac{C5k_1}{m_3} & -\frac{C6k_2}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{C2c_1}{m_3} & -\frac{C3c_2}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

Con este modelo se pueden obtener coeficientes equivalentes de rigidez (k_1 , k_2 y k_3) y amortiguamiento (c_1 , c_2 y c_3) mediante los cuales, conociendo las constantes $C1$ a $C6$, es posible construir las matrices de rigidez y amortiguamiento.

Dichas constantes se evalúan tomando como base a las matrices de rigidez y amortiguamiento calculadas a partir de las frecuencias de cada modo (ω_1 a ω_3) y de su matriz de formas modales (Φ), que en un sistema real se obtienen de las funciones de transferencia y espectros de Fourier construidos a partir de su respuesta, respectivamente. Se supone, además, que se cuenta con las masas del sistema (m_1 a m_3) así como con una estimación de sus

amortiguamientos modales (ξ_1 a ξ_3), los cuales se obtienen a partir de las amplitudes y anchos de banda de los picos asociados a cada frecuencia modal, en la función de transferencia correspondiente.

De esta forma, si se asume que la matriz de amortiguamiento C posee las mismas propiedades de ortogonalidad que la matriz de masa M y de rigidez K , es posible escribir

$$M_m = \Phi^T M \Phi = \begin{bmatrix} M_1^* & 0 & 0 \\ 0 & M_2^* & 0 \\ 0 & 0 & M_3^* \end{bmatrix}$$

$$K_m = \Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} K_1^* & 0 & 0 \\ 0 & K_2^* & 0 \\ 0 & 0 & K_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 M_1^* & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 M_2^* & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 M_3^* \end{bmatrix}$$

$$C_m = \Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} C_1^* & 0 & 0 \\ 0 & C_2^* & 0 \\ 0 & 0 & C_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \omega_1 M_1^* & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_2 \omega_2 M_2^* & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_3 \omega_3 M_3^* \end{bmatrix}$$

donde Φ es la matriz de formas modales, y las matrices M_m , K_m y C_m son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento modales, respectivamente. Una vez calculadas las matrices de amortiguamiento y rigidez modales, es posible obtener las matrices buscadas K y C

$$K = \{\Phi^T\}^{-1} K_m \{\Phi\}^{-1}$$

$$C = \{\Phi^T\}^{-1} C_m \{\Phi\}^{-1}$$

de las cuales se obtiene, por último, las constantes $C1$ a $C6$, dividiendo los elementos de cada renglón entre los correspondientes de la diagonal principal.

Amortiguamiento proporcional. Pueden reducirse aún más el número de parámetros en cada

uno de los tres modelos presentados, expresando la matriz de amortiguamiento como una combinación lineal de la matriz de masa y de la de rigidez (amortiguamiento de Rayleigh),

$$c = \alpha m + \beta k$$

cuyas constantes α y β son función de los porcentajes de amortiguamiento, y se obtienen de resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\xi_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_1} + \beta \omega_1 \right)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_2} + \beta \omega_2 \right)$$

donde

ξ_1, ξ_2 coeficientes de amortiguamiento asociados al primero y segundo modo respectivamente
 ω_1, ω_2 frecuencias circulares

Ya que el número de parámetros contenidos en un modelo juega un papel importante en la convergencia de éste hacia los valores óptimos, se evaluará para cada modelo la alternativa de expresarlo con amortiguamiento proporcional, lo que reduce en todos los casos el número de parámetros a estimar. Para el caso del modelo de cortante (3GLCAP) su planteamiento de estado queda como,

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & -\alpha - \frac{\beta k_1}{m_1} & \frac{\beta k_1}{m_1} & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{\beta k_1}{m_2} & -\alpha - \frac{\beta(k_1+k_2)}{m_2} & \frac{\beta k_2}{m_2} \\ 0 & \frac{k_2}{m_3} & -\frac{k_2+k_3}{m_3} & 0 & \frac{\beta k_2}{m_3} & -\alpha - \frac{\beta(k_2+k_3)}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

para el modelo de flexión (3GLFAP) como,

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} & -\frac{k_3}{m_1} & -\alpha - \frac{\beta k_1}{m_1} & -\frac{\beta k_2}{m_1} & -\frac{\beta k_3}{m_1} \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_4}{m_2} & -\frac{k_5}{m_2} & -\frac{\beta k_2}{m_2} & -\alpha - \frac{\beta k_4}{m_2} & -\frac{\beta k_5}{m_2} \\ -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{k_5}{m_3} & -\frac{k_6}{m_3} & -\frac{\beta k_3}{m_3} & -\frac{\beta k_5}{m_3} & -\alpha - \frac{\beta k_6}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

y para el modelo de flexión con proporciones (3GLPAP) como,

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{C4k_1}{m_1} & -\frac{C5k_1}{m_1} & -\alpha - \frac{\beta k_1}{m_1} & -\frac{\beta C4k_1}{m_1} & -\frac{\beta C5k_1}{m_1} \\ -\frac{C4k_1}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{C6k_2}{m_2} & -\frac{\beta C4k_1}{m_2} & -\alpha - \frac{\beta k_2}{m_2} & -\frac{\beta C6k_2}{m_2} \\ -\frac{C5k_1}{m_3} & -\frac{C6k_2}{m_3} & -\frac{k_3}{m_3} & -\frac{\beta C5k_1}{m_3} & -\frac{\beta C6k_2}{m_3} & -\alpha - \frac{\beta k_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{x}_g$$

Sistema de tres grados de libertad torsional (3GLT)

Este modelo, que considera un comportamiento tridimensional del sistema, estima coeficientes de rigidez y amortiguamiento en las dos direcciones de traslación y en torsión, así como la excentricidad del centro de rigidez (CR) respecto al centro de masa (CM). Las señales de entrada son las registradas en la base en ambas direcciones y las de salida son las obtenidas de la parte superior en traslación y torsión. La ecuación de movimiento de este modelo se expresa como

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 & c_x e_y \\ 0 & c_y & c_y e_x \\ c_x e_y & c_y e_x & c_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 & k_x e_y \\ 0 & k_y & k_y e_x \\ k_x e_y & k_y e_x & k_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m \ddot{x}_g \\ m \ddot{y}_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

y, mediante la introducción de las siguientes variables de estado

$$\begin{aligned} X_1 &= x & X_4 &= \dot{x} \\ X_2 &= y & X_5 &= \dot{y} \\ X_3 &= \theta & X_6 &= \dot{\theta} \end{aligned}$$

su planteamiento de estado queda descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_x}{m} & 0 & -\frac{k_x e_y}{m} & -\frac{c_x}{m} & 0 & -\frac{c_x e_y}{m} \\ 0 & -\frac{k_y}{m} & -\frac{k_y e_x}{m} & 0 & -\frac{c_y}{m} & -\frac{c_y e_x}{m} \\ -\frac{k_x e_y}{J} & -\frac{k_y e_x}{J} & -\frac{k_T}{J} & -\frac{c_x e_y}{J} & -\frac{c_y e_x}{J} & -\frac{c_T}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\ddot{x}_g \\ -\ddot{y}_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c_T &= c_\theta + c_x e_y^2 + c_y e_x^2 \\ k_T &= k_\theta + k_x e_y^2 + k_y e_x^2 \end{aligned}$$

donde

m masa traslacional

J momento polar de inercia de masa

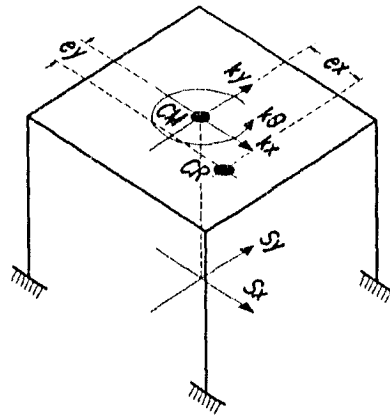
c_x, c_y coeficientes de amortiguamiento viscoso en las direcciones x y y

k_x, k_y coeficientes de rigidez en las direcciones mencionadas

c_θ, k_θ coeficiente de amortiguamiento y rigidez torsionales

e_x, e_y excentricidades entre los centros de rigidez CR y masa CM del sistema.

La figura muestra la representación conceptual de este modelo.



Sistema de 7 grados de libertad tridimensional con ISE (7GLTISE)

Este modelo, elaborado expresamente para este trabajo, considera un efecto tridimensional como el anterior, incluyendo, además, el efecto de interacción suelo-estructura (ISE) en las dos direcciones de traslación x y y . Su ecuación de equilibrio es

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = v$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_y \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_x & 0 & c_x e_y & -c_x & -c_x h & 0 & 0 \\ 0 & c_y & c_y e_x & 0 & 0 & -c_y & -c_y h \\ c_x e_y & c_y e_x & c_T & -c_x e_y & -c_x h e_y & -c_y e_x & -c_y h e_x \\ -c_x & 0 & -c_x e_y & c_x + c_{0x} & c_x h & 0 & 0 \\ -c_x h & 0 & -c_x h e_y & c_x h & c_{rx} + c_x h^2 & 0 & 0 \\ 0 & -c_y & -c_y e_x & 0 & 0 & c_y + c_{0y} & c_y h \\ 0 & -c_y h & -c_y e_x h & 0 & 0 & c_y h & c_{ry} + c_y h^2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & k_x e_y & -k_x & -k_x h & 0 & 0 \\ 0 & k_y & k_y e_x & 0 & 0 & -k_y & -k_y h \\ k_x e_y & k_y e_x & k_T & -k_x e_y & -k_x h e_y & -k_y e_x & -k_y h e_x \\ -k_x & 0 & -k_x e_y & k_x + k_{0x} & k_x h & 0 & 0 \\ -k_x h & 0 & -k_x h e_y & k_x h & k_{rx} + k_x h^2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_y & -k_y e_x & 0 & 0 & k_y + k_{0y} & k_y h \\ 0 & -k_y h & -k_y h e_x & 0 & 0 & k_y h & k_{ry} + k_y h^2 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ x_0 \\ \varphi_x \\ y_0 \\ \varphi_y \end{bmatrix} \quad v = - \begin{bmatrix} m \ddot{x}_g \\ m \ddot{y}_g \\ 0 \\ m_0 \ddot{x}_g \\ 0 \\ m_0 \ddot{y}_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c_T = c_\theta + c_x e_y^2 + c_y e_x^2$$

$$k_T = k_\theta + k_x e_y^2 + k_y e_x^2$$

donde

- h altura del modelo
- m masa de la estructura
- J_θ momento polar de inercia de la masa de la estructura respecto al eje vertical
- m_0 masa de la cimentación
- J_x, J_y momento polar de inercia de la masa de la cimentación respecto al eje y y x , respectivamente
- c_x, c_y coeficientes de amortiguamiento de la estructura en las direcciones x y y
- c_θ coeficiente de amortiguamiento de la estructura en torsión
- c_{0x}, c_{0y} coeficientes de amortiguamiento asociados al efecto ISE en traslación de la base
- c_{rx}, c_{ry} coeficientes de amortiguamiento asociados al efecto ISE en cabeceo alrededor del eje y y x , respectivamente
- k_x, k_y coeficientes de rigidez de la estructura en las direcciones x y y
- k_θ coeficiente de rigidez de la estructura en torsión
- k_{0x}, k_{0y} coeficientes de rigidez asociados al efecto ISE en traslación de la base
- k_{rx}, k_{ry} coeficientes de rigidez asociados al efecto ISE en cabeceo alrededor del eje y y x , respectivamente
- e_x, e_y excentricidades entre los centros de rigidez CR y masa CM de la estructura.

La figura muestra la representación conceptual de este modelo.

