

01174
8
29

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA**

**COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS HOMOGENEOS CON FLUJO
MULTIFASICO Y EFECTOS GRAVITACIONALES**

Por:
Roberto Padilla Sixto

**Director de Tesis
Dr. Rodolfo Camacho Velázquez**

**Un Trabajo Propuesto y Realizado de Acuerdo a los Requerimientos Para
Obtener el Grado de Maestro en la Disciplina de Ingeniería Petrolera**

**Ciudad Universitaria
México, D.F., 1996**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Dos de los principales mecanismos de desplazamiento del aceite en los yacimientos son el empuje de gas en solución y el empuje por efectos de segregación gravitacional. La literatura referente al estudio del comportamiento de yacimientos bajo los mecanismos de empuje antes señalados es abundante, sin embargo, los trabajos que consideran el efecto combinado de ambos son menos numerosos y están dirigidos comúnmente al estudio del comportamiento en sistemas lineales.

El enfoque del presente trabajo está dirigido al análisis del comportamiento de yacimientos homogéneos bajo condiciones de segregación gravitacional. Para esto se utiliza un simulador numérico de diferencias finitas de aceite negro en un sistema de coordenadas cilíndricas (r,z) . Se considera producción de aceite a gasto constante de un pozo penetrando parcial o totalmente la formación productora y la influencia del daño, considerando una zona concéntrica con permeabilidad diferente a la de la formación.

Cabe señalar que aún en el caso de penetración total, donde la dirección de flujo predominante es radial, debido a la evolución del gas en solución, durante el período dominado por frontera se presenta un cambio abrupto de la saturación en la dirección vertical. Observándose que en esta zona, la saturación de gas cambia rápidamente con profundidad, y ésta se desplaza hacia abajo con el tiempo de producción, es decir, la zona de casquete de gas crece debido a los efectos de segregación gravitacional, los cuales adquieren mayor importancia a tiempos largos.

Se presentan resultados analíticos para condiciones de flujo estacionario, así como para flujo dominado por fronteras cerradas. Estas soluciones permitieron la evaluación de la respuesta del simulador conjuntamente con el estudio de sensibilidad de rejilla.

Fe de Erratas

- 1.- pág. 1, tercer párrafo segundo renglón, dominado en vez de domi-nado.**
- 2.- pág. 27, primer renglón, verticales en vez de vericales.**
- 3.- pág. 43, tercer párrafo segundo renglón, valores en vez de va-lores.**

TESIS

COMPLETA

Resumen

Dos de los principales mecanismos de desplazamiento del aceite en los yacimientos son el empuje de gas en solución y el empuje por efectos de segregación gravitacional. La literatura referente al estudio del comportamiento de yacimientos bajo los mecanismos de empuje antes señalados es abundante, sin embargo, los trabajos que consideran el efecto combinado de ambos son menos numerosos y están dirigidos comúnmente al estudio del comportamiento en sistemas lineales.

El enfoque del presente trabajo está dirigido al análisis del comportamiento de yacimientos homogéneos bajo condiciones de segregación gravitacional. Para esto se utiliza un simulador numérico de diferencias finitas de aceite negro en un sistema de coordenadas cilíndricas (r,z) . Se considera producción de aceite a gasto constante de un pozo penetrando parcial o totalmente la formación productora y la influencia del daño, considerando una zona concéntrica con permeabilidad diferente a la de la formación.

Cabe señalar que aún en el caso de penetración total, donde la dirección de flujo predominante es radial, debido a la evolución del gas en solución, durante el período dominado por frontera se presenta un cambio abrupto de la saturación en la dirección vertical. Observándose que en esta zona, la saturación de gas cambia rápidamente con profundidad, y ésta se desplaza hacia abajo con el tiempo de producción, es decir, la zona de casquete de gas crece debido a los efectos de segregación gravitacional, los cuales adquieren mayor importancia a tiempos largos.

Se presentan resultados analíticos para condiciones de flujo estacionario, así como para flujo dominado por fronteras cerradas. Estas soluciones permitieron la evaluación de la respuesta del simulador conjuntamente con el estudio de sensibilidad de rejilla.

Asimismo, utilizando el método de características se presentan expresiones para estimar la variación de la posición del contacto gas-aceite (dz/dt). Por último, se analiza una expresión que relaciona los efectos gravitacionales con respecto a los viscosos, denominado, "Número de Segregación", (N_{EG}), el cual permite valorar la importancia del fenómeno de segregación gravitacional.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer por segunda ocasión al Dr. Rodolfo Camacho Velázquez su gran dirección para la realización de este proyecto. A la Dra. Alma América Porres Luna por todas las facilidades para la culminación del presente trabajo, y asimismo al Dr. Alfredo Arriola Torres y al Instituto Mexicano del Petróleo por todo el apoyo brindado. De igual forma al Ing. Manuel Villamar Vigueras por sus consejos y sugerencias.

En forma especial, también a los Drs. Fernando Samaniego Verduzco, Fernando Rodríguez de la Garza, Jusús Rivera Rodríguez, Luis Macias Chapa y Fernando Castrejón Vacio por todos sus valiosos comentarios y recomendaciones, y muy especialmente a la Universidad Nacional Autónoma de México, mil gracias.

A los Ings. José L. Rodán C., Agustín Galindo N., Jesús Rodríguez Román, y asimismo al M.I. Mario A. Vásquez C., por toda su ayuda.

Este trabajo está dedicado a *Mi Mamá, a mi esposa Ana María, a mi hija Laura y a mi hermana Nena.*

Gracias a Dios

CONTENIDO

Comité Revisor

Resumen

Agradecimientos

Contenido

Lista de Tablas

Lista de Figuras

Capítulo I.- Introducción

Capítulo II.- Estado del Arte

Capítulo III.- Resultados

III.1) Consideraciones del Modelo Numérico

III.2) Análisis de Sensibilidad de Rejilla

III.3) Solución para Flujo Estacionario

III.4) Solución para Flujo Dominado por Fronteras Cerradas

III.5) Estimación de la Posición del Contacto Gas-Aceite

III.6) Estudio del Efecto de Fuerzas Gravitacionales/Viscosas

Capítulo IV.- Conclusiones y Recomendaciones

Nomenclatura

Referencias

Apéndice A

Apéndice B Velocidad de Avance del Frente para Penetración Parcial

Figuras

Lista de Tablas

Tabla 1 Propiedades del yacimiento usadas en la simulación

Lista de Figuras

- Fig. 1 Modelo físico del yacimiento
- Fig. 2 Modelaje de la zona de daño alrededor del pozo
- Fig. 3 Propiedades PVT, Juego 2
- Fig. 4 Propiedades PVT, Juego 1
- Fig. 5 Datos de permeabilidades relativas, Juego 1 y Juego 2
- Fig. 6 Gráfica de S_g vs. h para $q_o = 6000$ bpd con $N_z = 8$ y 4
- Fig. 7 Gráfica de S_g vs. h para $q_o = 100$ bpd con $N_z = 8$ y 4
- Fig. 8 Gráfica de S_g vs. r para $q_o = 100$ bpd con $N_z = 8$ y 4
- Fig. 9 Gráfica de P vs. r para $q_o = 100$ bpd con $N_z = 8$ y 4
- Fig. 10 Gráfica de S_g vs. h para $q_o = 100$ bpd con $N_z = 25, 34, 40$ y 60
- Fig. 11 Gráfica de S_g vs. h para $q_o = 6000$ bpd: $\Delta S_{g_{max}} = .01$ y $.1$
- Fig. 12 Gráfica de \bar{S}_g vs. t para $q_o = 100$ bpd y efecto de N_z
- Fig. 13 Gráfica de S_g vs. P para $q_o = 100$ y 6000 bpd: $s = 0$ y 20 (c/s seg)
- Fig. 14 Gráfica de S_g vs. h para 6000 bpd: efecto de paso de tiempo
- Fig. 15 Gráfica de P vs. h para 6000 bpd: efecto de malla (p.parcial)
- Fig. 16 Gráfica de S_g vs. t para 6000 bpd: efecto de malla (p.parcial)
- Fig. 17 Gráfica de S_g vs. h para 6000 bpd: efecto en distancia radial
- Fig. 18 Gráfica de P vs. h para 100 bpd: efecto en distancia radial

- Fig. 19 Gráfica de S_{gw} vs. t_D con Juego 1 y Juego 2
- Fig. 20 Gráfica de P vs. r para 100 bpd a $h = 12.5'$ con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 21 Gráfica de P vs. r para 100 bpd a $h = 500'$ con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 22 Gráfica de S_g vs. r para 100 bpd a $h = 12.5'$ con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 23 Gráfica de S_g vs. r para 100 bpd a $h = 500'$ con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 24 Gráfica de P_{wf} vs. t para 100 bpd con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 25 Gráfica de S_{gw} vs. t para 100 bpd con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 26 Gráfica de S_{gw} vs. t para 6000 bpd con p.parcial (c/s seg)
- Fig. 27 Gráfica de P vs. h para 100 bpd :F.Est. y efecto en distancia
- Fig. 28 Gráfica de S_g vs. h para 100 bpd :F.Est. y efecto en distancia
- Fig. 29 Gráfica de S_g vs. r para 100 bpd :F.Est. y efecto en profundidad
- Fig. 30 Gráfica de S_{gw} , P_{wf} vs. t_D , :F.Est. con efecto de gasto a $h = 16.6'$
- Fig. 31 Gráfica de P vs. h para 6000 bpd :F.Est. y efecto en distancia y t_D
- Fig. 32 Gráfica de S_g vs. h para 6000 bpd :F.Est. y efecto en distancia
- Fig. 33 Gráfica de P vs. r para 6000 bpd :F.Est. y efecto en profundidad
- Fig. 34 Gráfica de S_g vs. r para 6000 bpd :F.Est. y efecto en profundidad
- Fig. 35 Respuesta Ec.(21) vs. r para 100 y 6000 bpd :F.Est.
- Fig. 36 Gráfica de \bar{S}_g vs. t_D para 100 y 6000 bpd
- Fig. 37 Gráfica de \bar{P}_{sf} , \bar{P}_{rf} vs. t_D a 100 bpd
- Fig. 38 Gráfica de \bar{S}_{of} vs. t_D a 100 bpd
- Fig. 39 Gráfica de \bar{P} vs. t a 100y 6000 bpd
- Fig. 40 Gráfica de \bar{S}_{of} vs. \bar{P}_{sf} a 100 bpd efecto en profundidad
- Fig. 41 Gráfica de \bar{S}_{of} vs. \bar{P}_{sf} a 6000 bpd efecto en profundidad
- Fig. 42 Gráfica de \bar{S}_{of} vs. \bar{P}_{rf} a 100 bpd efecto en distancia
- Fig. 43 Gráfica de \bar{S}_{of} vs. \bar{P}_{rf} a 6000 bpd efecto en distancia
- Fig. 44 Gráfica de $\bar{r}(\bar{P})$, $\bar{r}(\bar{S}_o)$ vs. t_D a 100 y 6000 bpd

- Fig. 45 Gráfica de $\bar{r}(\bar{P}), \bar{r}(\bar{S}_o)$ vs. t_D a 6000 bpd $s = 20$
- Fig. 46 Gráfica de \bar{h} vs. t_D a 100 y 6000 bpd
- Fig. 47 Respuesta Ec.(25) vs. t_{DA} con efecto de N_x y gasto
- Fig. 48 Gráfica de \bar{S}_g vs. t_D con efecto de gasto
- Fig. 49 Gráfica de S_o (sim.y Ec.35) vs. t_D a 100 bpd
- Fig. 50 Gráfica de S_o (sim.y Ec.35) vs. t_D a 6000 bpd
- Fig. 51 Gráfica de S_o (sim.y Ec.35) vs. t_D a 100 y 6000 bpd p.parcial
- Fig. 52 Gráfica de S_o (sim.y Ec.35) vs. t_D a 100 y 6000 bpd p.parcial (no seg)
- Fig. 53 Gráfica de S_o (sim.y Ec.35) vs. t_D a 100 bpd p.parcial (no seg)
- Fig. 54 Gráfica de dS_o/dt (sim.y Ec.49) vs. t a 100 bpd efecto en profundidad
- Fig. 55 Gráfica de dS_o/dt (sim.y Ec.49) vs. t a 6000 bpd efecto en profundidad
- Fig. 56 Gráfica de dS_o/dt (sim.y Ec.49) vs. t a 100 bpd, $s = 20$ a $r=.56'$ y efecto en h
- Fig. 57 Gráfica de dS_o/dt (sim.y Ec.49) vs. t a 100 bpd, $s = 20$ a $r=5.5'$ y efecto en h
- Fig. 58 Gráfica de dS_o/dt (sim.y Ec.49) vs. t a 100 bpd, p.parcial
- Fig. 59 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34 y 47) vs. t a 100 bpd $r=.56$ pies
- Fig. 60 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34 y 47) vs. t a 6000 bpd $r=.56$ pies
- Fig. 61 Gráfica de S_g vs. t a 100 bpd, $r=.56$ pies
- Fig. 62 Gráfica de S_g vs. t a 6000 bpd, $r=.56$ pies
- Fig. 63 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34 y 47) vs. t a 100 bpd $r=.56'$ p.parcial
- Fig. 64 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34 y 47) vs. t a 6000 bpd $r=.56'$ p.parcial
- Fig. 65 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34) vs. h a 100 bpd, $r=.56$ pies
- Fig. 66 Gráfica de dz/dt (Ecs. 34) vs. h a 6000 bpd, $r=.56$ pies
- Fig. 67 Gráfica de dz/dt (Ecs. 47 y 50) vs. h a 100 bpd, $r=.56$ p.parcial
- Fig. 68 Gráfica de dz/dt (Ecs. 47 y 50) vs. h a 6000 bpd, $r=.56$ p.parcial
- Fig. 69 Gráfica de S_g vs. h a 100 bpd, $r=.56$ pies p.parcial
- Fig. 70 Gráfica de S_g vs. h a 6000 bpd, $r=.56$ pies p.parcial

Fig. 71 Gráfica de $S_g, \lambda_g/\lambda_o, S_g(P)$ vs. t a 100 bpd, $r=.56$ pies

Fig. 72 Gráfica de N_{EG} vs. t a 100 bpd con dz/dt Ec.34

Fig. 73 Gráfica de N_{EG} vs. t a 6000 bpd con dz/dt Ec.34

Fig. 74 Gráfica de N_{EG} vs. t a 100 bpd con dz/dt Ec.34 p.parcial

Fig. 75 Gráfica de N_{EG} vs. t a 6000 bpd con dz/dt Ec.34 p.parcial

Fig. 76 Gráfica de $N_{EG}, N_G(\text{Ref.45})$ vs. t a 100 y 6000 bpd

Fig. 77 Gráfica de $h(S_g(P))$ vs. t a 100 y 6000 bpd

I INTRODUCCION

En este Capítulo se presenta un esquema muy general del objetivo del trabajo, y se mencionan aspectos generales de cada una de las partes que conforman esta investigación.

De una revisión de la literatura, ya sea en forma teórica o práctica, de la década de los treinta a la fecha, en el área de comportamiento de yacimientos, se puede afirmar que el mecanismo de desplazamiento por segregación gravitacional desempeña un papel de importancia trascendental en la recuperación de hidrocarburos; y esto es patentizado con resultados en casos reales de campo de diversas partes del mundo que muestran su efectividad como mecanismo natural de recuperación.

De lo anterior es bien sabido que precisamente por empuje por gravedad es como se logran las mayores recuperaciones de hidrocarburos, sobre los otros mecanismos naturales de desplazamiento, por esto, el estudio y análisis de este efecto es de suma importancia.

En ingeniería de yacimientos se estudia el comportamiento de yacimientos bajo diferentes mecanismos naturales de desplazamiento, tales como, entrada de agua, expansión del sistema roca—fluidos, expansión del casquete de gas, empuje por gas disuelto, efectos de segregación gravitacional y empujes combinados. En este trabajo el objetivo es el estudio del efecto combinado bajo condiciones de empuje por gas en solución y el efecto de segregación gravitacional en el comportamiento de yacimientos homogéneos con pozo en el centro y penetrando total o parcialmente la formación.

Se considera gasto de aceite constante, con la frontera externa cerrada o a presión

y saturación constante para flujo en estado estacionario. Así mismo las fronteras superior e inferior del yacimiento son cerradas (no flujo) y a su vez una zona concéntrica alrededor del pozo con permeabilidad igual o diferente a la del yacimiento es especificada para modelar el efecto de daño, todo bajo la suposición de que los efectos capilares e inerciales (alta velocidad de flujo) son despreciados.

Aunque los estudios del comportamiento de yacimientos bajo condiciones de flujo multifásico y segregación gravitacional son numerosos, existen pocos estudios referentes al análisis combinado de ambos mecanismos de empuje, y más aun cuando se considera flujo en dos direcciones en un sistema cilíndrico (r,z).

A la fecha, el problema de flujo lineal, ya sea debido al desplazamiento de una fase por otra o en el caso de empuje de gas en solución, se encuentran resueltos para el caso de sistemas homogéneos. Siendo un resultado común la presencia de un frente de gas o una zona con cambio abrupto de saturación de gas. El caso de empuje combinado de segregación gravitacional y empuje de gas en solución en sistemas cilíndricos ha sido poco explorado, por lo que este trabajo está abocado a analizar este problema.

Dada la importancia que reviste el estudio del fenómeno de segregación gravitacional en la recuperación de hidrocarburos, y tomando en cuenta que la producción se presenta comunmente bajo condiciones de flujo multifásico, el presente trabajo tiene como objetivo analizar el efecto o influencia que ambos mecanismos de empuje en forma combinada pueden tener sobre el comportamiento de yacimientos.

En el Capítulo II se muestra en forma concisa el estado del arte en cuanto a segregación gravitacional se refiere, presentando en forma breve gran parte de los trabajos enfocados al caso de segregación gravitacional en sistemas lineales (inclinados y verticales).

En el desarrollo de este estudio fue necesario el uso de un simulador de diferencias finitas para yacimientos con empuje por gas en solución, en coordenadas cilíndricas, con la posibilidad de simular efectos de segregación, así como de penetración parcial, tanto para yacimientos homogéneos como fracturados. Información adicional sobre las consideraciones del modelo empleado, además de los datos petrofísicos y PVT empleados, se presentan detalladamente en el Capítulo III.

De igual forma para asegurar la exactitud de los resultados numéricos obtenidos se presenta un análisis de sensibilidad de rejillas, principalmente en la dirección vertical que es en donde los efectos de segregación se manifiestan en la respuesta, ya que en la malla logarítmica en dirección radial se logran capturar adecuadamente las variaciones en presión y saturación con gran precisión. El análisis se realizó en cuanto al número óptimo de celdas en dirección vertical que proporcionarán una respuesta numérica aceptable. También el efecto de paso de tiempo fue analizado para justificar los resultados en pozos parcial y totalmente penetrantes.

Se obtuvo una solución analítica para el problema en coordenadas cilíndricas bajo condiciones de flujo en régimen estacionario, lo cual permitió evaluar la exactitud de la respuesta del simulador numérico y con esto también validar la discretización en la dirección vertical. Los resultados anteriores permitieron observar que el tiempo en que se establece el régimen estacionario considerando efectos gravitacionales es mucho mayor que el tiempo correspondiente para el caso en que se ignora este efecto. También para el caso de flujo dominado por fronteras cerradas, se obtuvo una solución analítica, la cual también permitió validar la malla seleccionada.

Dada la no linealidad del problema a resolver, las ecuaciones que incluyen efectos gravitacionales presentan un alto grado de complejidad para su solución, por lo que se requirió un estudio de sensibilidad de la influencia de cada uno de los términos presentes en

las ecuaciones diferenciales parciales de cada fase. Todo esto con el fin de poder despreciar términos de menor peso y simplificar en lo posible estas ecuaciones, de tal forma que fuera posible aplicar el método de características para su solución, obteniéndose expresiones para determinar la variación de la posición del contacto gas-aceite con el tiempo, siendo quizás el resultado más importante de este trabajo desde el punto de vista práctico.

Por último, además de la revisión y análisis de diferentes números adimensionales que expresan el cociente de fuerzas gravitacionales sobre viscosas, se establece un número de segregación, con el cual se puede determinar la magnitud del fenómeno de segregación gravitacional y su importancia en el comportamiento de yacimientos.

En el Capítulo IV se presentan las conclusiones y recomendaciones más importantes a las que se llegó en este trabajo para cada uno de los tópicos abordados, para pasar después a la nomenclatura y referencias más importantes.

II ESTADO DEL ARTE

Introducción

A partir de una revisión de la literatura¹⁻⁵⁶ referente al comportamiento de yacimientos en sistemas homogéneos, se puede afirmar que el mecanismo de desplazamiento por segregación gravitacional desempeña un papel muy importante en la recuperación de hidrocarburos, siendo precisamente por empuje por gravedad como se logran las mayores recuperaciones de aceite.

Antecedentes

En el estudio de ingeniería de yacimientos, la ecuación de balance de materia proporciona el comportamiento global de yacimientos a través de un balance volumétrico de los fluidos contenidos en él, tomando en cuenta la expansión del aceite y del gas, así como la entrada de agua. Una restricción importante en este modelo es el no tomar en cuenta la segregación del gas liberado. En si, la ecuación de balance de materia expresa la relación de expansiones y consecuentemente los volúmenes producidos.

En base a la ecuación de balance de materia, Turner¹ presenta una ecuación para yacimientos con empuje de gas en solución, a través de un proceso de ensaye y error. La predicción del comportamiento la obtiene en función de la variación de presión en términos de la producción acumulada y la relación gas-aceite.

¹ Referencias al Final
del Trabajo

El método de Tarner se basa en las siguientes consideraciones: a) yacimiento homogéneo, b) el único empuje es por gas disuelto, c) el efecto de segregación es despreciable, d) no existe producción de agua, e) el yacimiento está inicialmente saturado ($P \leq P_b$), f) el gas liberado permanece uniformemente distribuido y g) el yacimiento se depresiona uniformemente. Donde la ecuación de saturación promedio de aceite para yacimientos con empuje por gas en solución está dada por:

$$\bar{S}_o = \left[\frac{(1 - N_p/N) B_o (1 - S_{wc})}{B_o} \right]_{\bar{P}} \quad (1)$$

Las variables se definen en la sección de nomenclatura.

De la ecuación (1), para el cálculo de la saturación de aceite promedio se requiere la determinación de la producción acumulada (N_p) para cada nivel de presión al tiempo de interés, así mismo el volumen original del yacimiento (N).

Al igual que Tarner, Muskat² en 1945 presentó una ecuación para predecir el comportamiento de yacimientos con empuje de gas disuelto, tomando para su desarrollo las mismas consideraciones que Tarner, presentando la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{P}} = \left[\frac{1}{1 + \frac{\mu_o k_{ra}}{\mu_g k_{rg}}} \right]_{\bar{P}, \bar{S}_o} \left[\frac{S_g dB_g}{B_g dP} + S_o \frac{B_g dR_g}{B_o dP} + \frac{k_{rg} \mu_o}{k_{ro} \mu_g} \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \right]_{\bar{P}, \bar{S}_o} \quad (2)$$

la cual es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, proporciona la variación de saturación promedio de aceite respecto a la presión promedio. Es importante mencionar que estos modelos consideran al yacimiento como un bloque, e ignoran cualquier efecto debido a la condición de flujo alrededor del pozo.

Muchas son las posibilidades en el estudio de efectos gravitacionales, dentro de éstas, aspectos como la variación composicional y las propiedades de los fluidos cobran

relevancia si se toma en consideración el efecto que puede tener la profundidad en este fenómeno.³⁻⁶

De lo anterior, grandes espesores pueden influir en la composición de los fluidos del yacimiento, lo cual resulta en decrementos en las fracciones ligeras con el respectivo incremento en las fracciones pesadas, como un decremento en la presión de saturación con la profundidad. De donde un apreciable arreglo en la composición de los fluidos puede ocurrir en un yacimiento por efectos gravitacionales. En este estudio se consideran yacimientos con aceite negro y por lo tanto no se considera la variación de la composición con la profundidad.

Un fenómeno importante en yacimientos con segregación gravitacional, es que la segregación de aceite y gas a contraflujo se da como consecuencia de la diferencia de densidades y efectos de gravedad, lo que da como resultado que sea uno de los mecanismos de producción más efectivos, donde las recuperaciones generalmente sobrepasan a las obtenidas por otros mecanismos de empuje naturales. Por lo anterior es conveniente considerar la posibilidad de explotar los yacimientos aprovechando las características de estos, para que se favorezca el efecto de segregación y con esto obtener una mayor recuperación de hidrocarburos.

Las referencias 7 a 17 aparte de prestar atención al análisis de los efectos de segregación, muestran con casos reales de campo cómo se pueden obtener altas recuperaciones bajo la influencia de efectos de segregación gravitacional, ya sea como único mecanismo o en combinación con otros mecanismos de empuje. Se ha concluido que periodos de cierre conducen a reducciones en los valores de la relación gas aceite con consecuentes periodos de producción más largos a los normales. Se puede concluir de estos casos históricos, la importancia del drenaje por gravedad como un mecanismo de recuperación efectivo, lográndose recuperaciones hasta del 85 por ciento del volumen original del yacimiento.

De igual forma se sugieren grandes incrementos en la recuperación esperada, si la presión del yacimiento es mantenida por inyección de gas en la parte alta del yacimiento, lo cual tiene una relación estrecha con el efecto en la forma de la interfase gas-aceite.

Una clasificación de los métodos para predecir el comportamiento de estos yacimientos se presenta en la referencia 13, donde se hace mención a los siguientes grupos: a) de superficie libre, b) balance de materia, c) gasto máximo de drenaje, 4) de desplazamiento, e) métodos combinados y f) de grado de segregación. El primero sólo se aplica a pozos donde el efecto de gravedad es el principal mecanismo de recuperación; en el segundo se supone que no hay migración de gas y no hay producción en la capa de gas; el método de gasto máximo de gravedad sólo puede ser usado para cuantificar el gasto de drenaje en un yacimiento inclinado y delgado, donde este gasto está dado por:

$$q_{omax} = \frac{kk_{ro} A \Delta \rho s e n \alpha}{\mu_o B_o} \quad (3)$$

Por otro lado, el método de desplazamiento o de flujo fraccional, puede ser usado para predecir el comportamiento sólo para los casos de mantenimiento de presión total y el último toma en cuenta el gasto de migración del gas con el correspondiente gasto de migración descendente del aceite.

Hasta aquí se ha podido observar como el efecto de segregación está supeditado a yacimientos en que las condiciones físicas son favorables. Lo que incluye un alto ángulo de inclinación, gran espesor, buena permeabilidad vertical efectiva, bajos gastos de producción y una diferencia de densidades grande. Las recuperaciones obtenidas sólo pueden ser comparables a las obtenidas en yacimientos bajo una intensa entrada de agua. En este trabajo el ángulo de inclinación es cero.

Se puede decir que en un yacimiento con condiciones favorables de segregación, la

mayor parte del gas liberado fluirá a la parte superior del yacimiento (efecto equivalente a mantenimiento de presión) y el aceite a la parte baja, conservando así la energía mediante la formación de un casquete de gas secundario y una zona de aceite bajosaturado. Todo se puede traducir en menores gradientes radiales de presión y mayores gradientes de segregación a bajos gastos de producción.

Buckley y Leverett¹⁸, señalan que bajo ciertas condiciones, particularmente a muy bajos gastos de producción y en arenas altamente permeables, las fuerzas gravitacionales pueden sobreponerse al mecanismo de empuje por gas disuelto, obteniéndose en la parte superior de la estructura una zona de gas libre, que en realidad es una zona de alta saturación de gas y baja saturación de aceite. Este método de desplazamiento puede emplearse para predecir el comportamiento en los casos de mantenimiento de presión constante. Considerando los efectos capilares y gravitacionales, la ecuación de flujo fraccional del fluido desplazante está dada por:

$$f_D = \frac{1 - \frac{k_o A}{q_T \mu_o} \left[\frac{\partial P_c}{\partial S_D} \frac{\partial S_D}{\partial \mu} - g \Delta \rho s c n \alpha \right]}{1 + \frac{k_o \mu_D}{k_D \mu_o}} \quad (4)$$

donde $g \Delta \rho$ es el gradiente de gravedad debido a diferencias de densidad gas-líquido, μ_o viscosidad del aceite, α ángulo de inclinación, A área de sección transversal expuesta al flujo, q_T gasto total, k_o permeabilidad efectiva al aceite y el subíndice D referido a la fase desplazante.

Más tarde Welge¹⁹, basado en el trabajo de Buckley y Leverett, presentó un método simplificado de fácil aplicación para el cálculo de recuperaciones de aceite debidas a drenaje por gravedad a presión constante, para condiciones en que el aceite es desplazado del yacimiento por un fluido. El autor, simplifica los cálculos evitando la integración numérica, así como la gráfica de distribución de saturación.

Los trabajos 20 y 21 son llevados a nivel experimental, estos utilizan empacamientos de arena donde se señala que una marcada segregación gravitacional de líquido es observada en etapas tardías en un período de producción de aceite, pronunciándose el efecto en espesores grandes y en arenas altamente permeables.

Otros estudios teórico-experimentales^{22,23} enfatizan la importancia del empuje por gravedad, empuje por gas disuelto y empuje de agua como los tres mecanismos más importantes para extraer fluidos de yacimientos; principalmente en yacimientos con alto relieve estructural. Se muestra el comportamiento tradicional de la distribución de saturación de líquido contra profundidad, el cual es semejante a los perfiles de saturación presentados en el Capítulo III, donde se presenta un cambio abrupto en la saturación está presente. De lo anterior, se puede decir que conforme la S_o decrece, el gas se segrega más rápidamente y es menos probable que se disuelva en el aceite, pero por otro lado, el aceite drenará menos y tenderá hacia abajo por efecto de gravedad. Además, el efecto de mantenimiento de presión, ya sea por inyección o por efecto de la capa de gas, causará compresión sobre el gas libre y algo de este gas será redissuelto en el aceite, incrementándose la recuperación.

Con base a lo anteriormente mencionado, el comportamiento de flujo en la dirección vertical es importante para la determinación del grado de drenaje por gravedad, por lo que muchos estudios toman como base exclusivamente el flujo en dirección vertical.

Burtchaell²⁴ hace una distinción literal del fenómeno de segregación, expresando que el "empuje por gravedad" no es más que el efecto de la influencia gravitacional como mecanismo de empuje sobre la recuperación de aceite en los yacimientos, "segregación gravitacional" como la separación por gravedad de aceite y gas dentro del yacimiento y "drenaje por gravedad" como el movimiento descendente del aceite causado por la fuerza de gravedad (diferencia de densidad). También se muestra que para yacimientos

pequeños la p_b puede ser constante para cualquier punto. Para yacimientos con espesor alto, la condición anterior no está fundamentada. En el presente trabajo se considera que la $p_i = p_b$ en el fondo del yacimiento, es decir el yacimiento se encuentra completamente saturado inicialmente y sin casquete de gas en la parte superior.

Muchos trabajos se han desarrollado basados en la teoría de desplazamiento, los cuales comúnmente son llevados a cabo usando modelos lineales. Así, Terwilliger et al.²⁵ presenta datos de laboratorio para una columna de arena no consolidada, en función de recuperación contra gasto y distribución de saturación como una función de gasto y tiempo. Además, hace mención que datos experimentales muestran que la recuperación al tiempo de irrupción del gas por drenaje por gravedad, es inversamente proporcional al gasto de producción. Donde el gasto de referencia de drenaje por gravedad, es numéricamente igual al también llamado "gasto máximo de drenaje por gravedad" el cual tiene significado particular desde un punto de vista de recuperación. Es decir, se obtendrán recuperaciones menores al producir arriba de este gasto. Donde el gasto de drenaje por gravedad se define como:

$$GRR = \frac{kA}{\mu_l} g \Delta \rho \text{sen} \alpha \quad (5)$$

La expresión anterior es similar a la definición dada por la ecuación (3).

De igual forma para determinar el comportamiento de yacimientos bajo programas de inyección de gas o agua, Kern²⁶ hace uso de la teoría de Buckley y Leverett expandiéndola a casos de yacimientos con $P < P_b$ y $P > P_b$. La capacidad productiva por drenaje del yacimiento, está dada por²⁷:

$$Q_o = \frac{1.127 k_o A \text{sen} \alpha (\rho_o - \rho_g)}{\mu_o B_o} \quad (6)$$

donde el término $\text{sen} \alpha (\rho_o - \rho_g) / \mu_o$ es el potencial de drenaje por gravedad, y es función

directa del cambio de densidades de las dos fases.

También con base en la teoría de desplazamiento, en las referencias 28 a 30 se analiza el comportamiento de yacimientos lineales bajo efectos de segregación y flujo de dos fases, ilustrando el método de características, así como el concepto de choques. De igual forma Templeton et al.³¹ estudiaron el efecto de contraflujo vertical por gravedad en un sistema cerrado, considerando un gasto de flujo ascendente de la fase ligera igual al gasto de la fase descendente (fase pesada), donde la compresibilidad y efectos de solubilidad se consideraron despreciables. Se concluyó en este estudio que los resultados experimentales indican que la ecuación de Darcy modificada para fases separadas es válida para contraflujo debido a diferencias de densidad.

Craig³², en un estudio de laboratorio en un sistema lineal horizontal totalmente saturado de líquido, sometido a mantenimiento de presión, establece que el efecto de gravedad sobre la segregación de fluidos depende de la permeabilidad. El autor presenta la relación del gradiente de presión viscoso al gradiente de gravedad, dada por:

$$R_d = \frac{q_i \mu_o}{\sqrt{k_x k_y} g \Delta \rho} \quad (7)$$

Bajo la consideración de gradientes de presión y saturación pequeños, Martin³³ basado en el trabajo de Muskat² presenta ecuaciones para el flujo de fluidos en yacimientos con empuje de gas en solución, despreciando los efectos de gravedad. También menciona que el efecto de gravedad puede resultar en grandes variaciones en el perfil de saturación en dirección vertical. En el presente trabajo este efecto se verifica en los perfiles de saturación de gas contra profundidad, en donde se delimita claramente una zona de alta saturación de gas y una zona de aceite.

Los trabajos 34 a 36 son llevados a cabo para condiciones de flujo lineal vertical,

ya sea con una o dos fases fluyendo. Un punto importante de análisis son las variaciones obtenidas en la distribución de saturación contra profundidad como un resultado del efecto de las propiedades petrofísicas del sistema, donde aspectos estructurales y políticas de explotación son decisivas.

Otros trabajos^{37,38} también realizados bajo condiciones de flujo en una dimensión estudian los efectos de gasto, permeabilidad y permeabilidad relativa sobre el comportamiento de yacimiento de alto relieve. Se concluye que la permeabilidad relativa es el factor más importante, y que el mecanismo de recuperación en este tipo de yacimientos primeramente se debe a drenaje por gravedad (segregando los fluidos de acuerdo a sus densidades), causando el movimiento vertical del aceite. Lo anterior es razonable dado que la magnitud del efecto del gasto depende de la forma de las curvas de permeabilidad relativa y el nivel de permeabilidad absoluta.

Dykstra³⁹ estudia el problema, señalando que muchos de los campos no pueden producirse económicamente bajo efectos gravitacionales, esto como consecuencia de la baja permeabilidad efectiva al aceite, viscosidad del aceite alta o que el relieve de la formación sea pequeño. Se concluye que muchos yacimientos presentan condiciones propicias para que actúen las fuerzas gravitacionales, especialmente bajo mantenimiento de presión en áreas en donde el gas es disponible. El autor analiza sistemas donde el gasto de producción se debe únicamente a efectos de gravedad, empleando para esto la teoría desarrollada por Cardwell y Parsons²³.

Además de que la teoría de desplazamiento o de avance frontal ha sido revizada para poder conformar el comportamiento de yacimientos bajo efectos gravitacionales, también basados en la teoría de balance de materia se han podido establecer soluciones para este tipo de yacimientos que producen bajo este tipo de empuje⁴⁰.

Es importante mencionar que para que el mecanismo de segregación actúe en forma substancial, comúnmente es necesario restringir el ritmo de producción. Sin embargo, si la k_v es alta, la μ_o baja y el echado alto o la formación es de gran espesor, no se debe menospreciar el mecanismo de drenaje gravitacional; dado que este puede prevalecer aun cuando los gastos sean altos. Se ha establecido que al explotar un yacimiento una zona de gas es desarrollada, la cual obedece a la segregación del gas liberado por el efecto de variación de presión con profundidad, lo cual da como resultado que la presión de saturación se alcanza más rápidamente en la parte superior del yacimiento.

Desafortunadamente el comportamiento total del yacimiento, y por lo tanto la recuperación, es sensible a las permeabilidades relativas (función de saturación), por lo que se grandes variaciones se presentan al considerar pequeñas variaciones en los valores de permeabilidades.

En la referencia 41, se conceptúa una suposición consistente en que la permeabilidad vertical estimadas perpendicularmente a los planos de capa puede ser medida en serie (armónicamente) para reflejar flujo en la dirección vertical. Así, la distribución de permeabilidades verticales viene a ser un parámetro clave en la estimación de la recuperación de aceite por drenaje gravitacional, pero frecuentemente esta distribución no se conoce.

Matthews y Lefkovits⁴² consideran efectos capilares para yacimientos homogéneos con una superficie libre arriba de la cual $S_o = S_{or}$, donde la gravedad es la única fuerza de empuje.

Una observación común a todos los trabajos presentados, es que, el drenaje por gravedad del aceite de una formación que tiene permeabilidad vertical continua sobre un intervalo de profundidad razonable, es que éste es un método de desplazamiento efectivo

de recuperación⁴³. Para expresar el gasto de producción como una fracción del "gasto de referencia de gravedad" (Terwilliger²⁵), se define el gasto de producción del yacimiento considerando 100 por ciento saturado de aceite y cuando sólo la gravedad tiene influencia sobre el flujo. Para la predicción del gasto de producción en la etapa temprana, la interfase gas-aceite es definida como la altura abajo de la cual el yacimiento está completamente saturado de líquido.

Hall⁴⁴ presenta un método aplicable para condiciones de mantenimiento de presión, tomando en cuenta variaciones a través del yacimiento, cambios de permeabilidad y composición de fluidos, que como se discutió previamente, son importantes. Un punto importante es que el balance de materia estándar (que no incluye efectos gravitacionales), no es adecuado para predecir el comportamiento de yacimientos que presentan drenaje por gravedad, debido a que no toma en cuenta la diferencia en la saturación arriba y abajo del contacto gas-aceite. También la condición de mantenimiento total de presión da como resultado que no se desarrolle saturación de gas en la columna de aceite y que todo el aceite producido venga del movimiento descendente del contacto gas-aceite.

Lo anterior podría ser equivalente a producir sólo aceite bajo saturado en la parte baja del intervalo productor. En nuestro caso el mantenimiento de presión es proporcionado por el efecto que tiene el casquete de gas sobre la zona de aceite y el empuje de la expansión del gas disuelto en el aceite. Consecuentemente, para estas condiciones el aceite puede producirse con una relación gas-aceite baja. Lo anterior es importante para describir el comportamiento de drenaje por gravedad y el movimiento del contacto gas-aceite (avance del frente de gas), lo cual será examinado más adelante.

Fayers⁴⁵ investiga el efecto de reducir la relación de permeabilidades k_V/k_H sobre el flujo segregado, presentando también un parámetro adimensional que relaciona efectos

viscosos sobre gravitacionales,

$$N_G = 2 \left[\frac{(1 - \xi)q}{\lambda_o \Delta \rho g} - \alpha \right] \frac{h_i}{L} \quad (8)$$

donde ξ está dado por la relación de movilidades λ_o/λ_g . De donde se puede concluir que si N_G es bajo, el flujo está dominado por efectos gravitacionales.

Los trabajos de las referencias 46 a 56 estudian el efecto combinado de segregación gravitacional y de empuje por gas disuelto, analizando la influencia del mantenimiento de presión por inyección de gas y su correspondiente efecto en el contraflujo gas-aceite. La mayoría de estos estudios se llevaron a cabo empleando modelos lineales, ya sea verticales o inclinados con flujo unidimensional.

Shreve y Welch⁴⁶ desarrollan un método que permite evaluar el comportamiento de yacimientos con desplazamiento de aceite por agua bajo las suposiciones siguientes: 1) la presión del yacimiento se mantiene por inyección de gas en un rango tal que todas las características pueden ser consideradas constantes a una profundidad (pudiendo considerarse valores promedio de permeabilidad, porosidad y otras propiedades), 2) los efectos de presión capilar son despreciados y 3) el modelo considera flujo vertical. Los resultados de este trabajo permiten predecir el comportamiento de yacimientos explotados por una combinación de mecanismos de empuje de gas y drenaje por gravedad. El método predice la relación gas-aceite, gasto de producción y la producción de aceite acumulada para yacimientos de alto relieve, en los que la presión se mantiene por la inyección de gas en la cresta de la estructura o por una combinación de programas de inyección de agua y gas simultáneamente.

Wooddy et al.⁴⁷, presentan un procedimiento de cálculo para analizar el comportamiento de yacimientos, combinando las ecuaciones de desplazamiento con la ecuación

de balance volumétrico y la ecuación de flujo en estado estacionario. Una observación de estos autores es que debido a que la presión del yacimiento declina durante el proceso de producción, el gas en solución se libera del aceite creando una saturación de gas en la parte alta del yacimiento, la cual causa un incremento en la permeabilidad al gas en la zona de aceite no invadida y una reducción en la permeabilidad al aceite.

Un trabajo importante es el realizado por West⁴⁸, donde a través de una extensión a la ecuación de comportamiento de Muskat, deriva una ecuación de balance considerando el comportamiento de la expansión del sistema yacimiento-hidrocarburos, incluyendo - segregación gravitacional. Señala que la segregación gravitacional puede ser despreciable para propósitos prácticos cuando las propiedades del fluido y de la roca son adversos y/o la profundidad o espesor del yacimiento es también pequeña. En caso contrario; la fuerza de gravedad y capilaridad controlan la segregación de gas libre y aceite en el yacimiento. Esto es, la gravedad es la fuerza que inicia y mantiene la segregación por virtud de la diferencia de densidad de los dos fluidos. Mientras que la capilaridad está modificando siempre la segregación del gas y aceite, demostrando que la presión capilar y su gradiente normalmente se pueden despreciar en casos de campo. Se menciona que el gradiente de presión capilar es importante sólo cuando las saturaciones de gas y aceite cambian rápidamente en una distancia corta. Por lo anterior, en un yacimiento con segregación gravitacional esta situación física se presenta en la interfase entre la capa de gas y la zona de aceite.

El trabajo de Breitenbach⁴⁹ considera un yacimiento de aceite inclinado en que la diferencia de densidades entre las fases aceite y gas crea una fuerza de empuje importante. Se presentan soluciones para flujo de dos fases (gas-aceite) suponiendo una sucesión de estados estacionarios, mencionándose además que el contraflujo gas-aceite ocurre para ángulos de inclinación pronunciados, y que bajo estas condiciones, existirá un gradiente de saturación con gas fluyendo hacia la cima y aceite hacia el fondo del estrato; consecuente-

mente, estas variaciones deben ser consideradas en la determinación de la permeabilidad efectiva.

Morse y Whiting⁵⁰ y Richardson y Blackwell⁵¹ mencionan que en un yacimiento donde la gravedad es el empuje predominante, la recuperación de aceite es más grande que la alcanzada por otros procesos y que para estos casos, el empuje de gas en solución es casi despreciable. Entonces el efecto de gravedad puede causar, aunque sea ligeramente, segregación vertical durante el agotamiento de un yacimiento de aceite por empuje de gas en solución, donde el gradiente de presión vertical resultado de la diferencia en densidades es generalmente mucho mayor que el gradiente de presión impuesto por el flujo. Así, el grado de segregación vertical es sensitivo al gasto de producción.

La referencia 51 considera yacimientos profundos conteniendo arenas con alta permeabilidad vertical, y se muestra que el drenaje por gravedad del aceite puede ser mucho más efectivo al calculado cuando existe suficiente permeabilidad vertical. El proceso de desplazamiento ocurre en dos pasos: a) primeramente, el gas invade la arena y el contacto gas-aceite se mueve hacia abajo; b) a continuación, el aceite drena verticalmente hacia abajo a través de la región invadida de gas, uniéndose a la columna de aceite principal y fluyendo al fondo del intervalo. Esta referencia muestra que un modelo simple de drenaje por gravedad puede aplicarse para predecir recuperaciones por empuje de gas y drenaje por gravedad bajo ciertas condiciones. Donde el gasto crítico está dado por:

$$\left(\frac{q}{A}\right)_c = \frac{0.044k\Delta\rho s\alpha}{\mu_o/k_{ro} - \mu_g/k_{rg}} \quad (9)$$

En el estudio de simulación realizado por Ambastha y Aziz⁵² se usa un modelo (x, y) , analizando el fenómeno de filtración de gas y segregación gravitacional en el comportamiento de yacimientos. Estos autores realizan un estudio de sensibilidad, mostrando el efecto del número de bloques y de pasos de tiempo, estableciendo que para yacimientos con empuje de gas en solución estos pueden dar como resultado errores en

la evaluación de la presión promedio, tan sólo por el mal manejo del control de pasos de tiempo en las simulaciones. De su estudio, el espesor de la capa de gas puede ser estimado usando perfiles de saturación idealizados. También, a través de un proceso iterativo relacionan presión promedio de yacimiento con la presión del pozo. La presión y saturación del pozo se emplean para calcular la relación gas aceite producida. De acuerdo a esta referencia, los perfiles de saturación son más sensibles al tamaño de bloque, y los perfiles de presión al tamaño de paso de tiempo. Cabe hacer mención que un estudio de sensibilidad similar se realizó en esta tesis, y se establece una fuerte dependencia de los perfiles de saturación con respecto al número de bloques y con el tamaño del paso de tiempo, mientras que la presión muestra mayor sensibilidad al número de bloques. Esto es mejor detallado en el Capítulo III parte dos.

Otra observación de la referencia 52, es que el desarrollo de la capa de gas causa una más baja declinación de la presión promedio del yacimiento, lo cual también se verifica en el Capítulo III. Otro punto importante de esta referencia es que los comportamientos calculados de simulación en dos dimensiones (x, z) y el unidimensional en dirección (z) son iguales. Así la simulación de yacimientos con empuje por gas disuelto con segregación gravitacional es esencialmente un problema de una dimensión, esto desde el punto de vista de comportamiento promedio del yacimiento.

En la referencia 53, a través de una comparación directa de simulación y un modelo empírico con datos experimentales se analiza el efecto de gravedad y la forma geométrica del frente, pasando por una transición hasta el flujo dominado por gravedad; se empleó una sección vertical para la realización de este trabajo. Presentando un parámetro adimensional que relaciona efectos viscosos y gravitacionales, dependiendo directamente del gasto,

$$R_v = \frac{q\mu}{gk\Delta\rho} \quad (10)$$

Lima y Rodríguez⁵⁴ empleando un modelo unidimensional presentan resultados para el comportamiento de yacimientos homogéneos con empuje de gas en solución, sujeto a efectos gravitacionales durante la declinación natural. Estos autores realizan un estudio de sensibilidad y presentan ecuaciones para describir el comportamiento de presión y saturación en espacio y tiempo, considerando inicialmente un yacimiento bajosaturado. El concepto de gasto crítico es usado para establecer condiciones bajo las cuales las fuerzas de gravedad se sobreponen a las fuerzas viscosas. Definiendo el número de segregación gravitacional como:

$$\xi_r = \frac{q_{ow} (\mu_o B_o)_{psat}}{7.826 \times 10^{-7} k A k_{ro} (S_{gc}) \Delta p_{psat} g / g_c} \quad (11)$$

En este estudio (referencia 54), se presentan ecuaciones para modelar la dinámica del frente de saturación, la evolución de los perfiles de saturación, y para la variación de saturación promedio respecto a la presión promedio. Expresiones similares a las presentadas en esta referencia son obtenidas en el presente trabajo para sistemas cilíndricos.

Yortsos⁵⁵ trata el problema de desplazamiento presentando definiciones del número de gravedad y del número de capilaridad, señalando bajo que condiciones los efectos gravitacionales pueden ser importantes. Y por último, la referencia 56 examina para pozos horizontales el gasto crítico para evitar la conificación del casquete de gas bajo condiciones de flujo estacionario y para yacimientos cerrados, suponiendo que la presión del yacimiento se mantiene por la inyección de gas en la cima del yacimiento y que las condiciones de producción del pozo son inferiores al gasto crítico.

Del análisis de la literatura, existe una gran diversidad de trabajos relacionados con el comportamiento de yacimientos bajo condiciones de segregación gravitacional, en los cuales variantes como el número de fases fluyendo, combinaciones de mecanismos de empuje, número de dimensiones, ya sea como estudios a nivel experimental, teóricos y casos históricos de campo fueron estudiados. Lo anterior nos da una idea de la impor-

tancia que tiene el estudio del efecto de segregación en comportamiento de yacimientos, principalmente en la recuperación de hidrocarburos.

III RESULTADOS

En este Capítulo se aborda la parte medular del trabajo, presentándose en forma consecutiva el desarrollo de los objetivos señalados al inicio del estudio.

III.1 Consideraciones del Modelo Numérico

Para generar la información utilizada en este trabajo, se utilizó un simulador numérico⁵⁷ de diferencias finitas en coordenadas cilíndricas, considerando flujo de aceite y gas y con un pozo localizado en el centro del yacimiento (ver Figura 1), penetrando en forma total o parcial la formación productora de espesor h . El modelo tiene la capacidad de incluir o no efectos de segregación gravitacional.

La frontera interna se puede especificar para condiciones de producción a gasto de aceite constante o a presión de fondo también constante. La frontera externa del yacimiento puede ser cerrada o a presión (y saturación) constante para el caso de flujo estacionario. El modelo también es capaz de simular el flujo de líquido ligeramente compresible o multifásico (gas-aceite) para un sistema homogéneo o naturalmente fracturado. En este estudio se analiza el comportamiento en sistemas homogéneos.

Otras consideraciones importantes son que las fronteras superior e inferior del yacimiento no consideran flujo a través de ellas, y para modelar el efecto de daño se considera una zona concéntrica⁵⁸ alrededor del pozo con una permeabilidad k_s diferente a la permeabilidad del yacimiento k . Consecuentemente, si $k = k_s$ se considera un pozo sin daño, $k > k_s$ para pozo dañado, y $k < k_s$ para pozo estimulado, ver Figura 2, donde

r , representa el radio de la zona alterada alrededor del pozo.

En las pruebas realizadas, la presión inicial del yacimiento es igual a la presión de saturación. Además, los efectos capilares y de alta velocidad de flujo en el yacimiento son despreciados. En la formulación del modelo se hace la consideración de punto de burbuja variable.

En este trabajo debido al objetivo, el análisis se hace en un sistema cilíndrico r, z . El énfasis principal se hace en la dirección vertical, que como se sabe es en donde los efectos de segregación gravitacional, denotados por el fenómeno de contraflujo de las fases aceite y gas son importantes.

Las Figuras 3 y 4 muestran los juegos de propiedades PVT usadas para el desarrollo de este estudio, y la Figura 5 muestra los datos de permeabilidades relativas usados en el simulador. En el Juego 1 se supone una saturación de gas crítica de cero y una saturación inicial de agua de 0.3, mientras que en el Juego 2 la saturación de gas crítica es de 0.07 y un valor aproximado de 0.23 en la saturación de aceite residual.

Para la simulación se utilizaron los parámetros del yacimiento mostrados en la Tabla 1. La variación considerada para los parámetros es la siguiente:

Producción de aceite a q_{sc} constante, q_o , bpd : 100 a 6000

Efecto de daño mecánico en la vecindad del pozo, s , $adim$: 0, 20, -1

En todas las pruebas se considera el efecto de segregación gravitacional, ya sea con pozo totalmente penetrante o con penetración parcial.

Tabla 1
Propiedades del Yacimiento Usadas en la Simulación

	Juego 1	Juego 2
Presión Inicial del Yacimiento P_i, psi	5704.78	1500.0
Espesor de la Formación h, pies		500.0
Permeabilidad de la Formación k, md		100.00
Porosidad de la Formación ϕ, fracc		0.05
Compresibilidad Total Inicial C_t, 1/psi	.0000108	.0001333
Viscosidad Inicial del Aceite μ, cp	0.298	1.7645
Saturación de Agua S_{wi}, fracc	0.3	0.0
Radio de Drene del Yacimiento r_s, pies		1000
Radio del Pozo r_w, pies		0.5
Relación de Penetración h_w/h, fracc		0.025
Relación de Permeabilidades k_s/k_r, fracc		1.0

III.2 Análisis de Sensibilidad de Rejilla

Introducción

Para asegurar la exactitud de los resultados numéricos, en esta parte de trabajo se presenta un breve análisis de sensibilidad del número de bloques de la malla empleada, tanto en dirección radial como vertical, y del tamaño del paso de tiempo.

Un parámetro de análisis es el gasto de producción (q_o), el cual puede magnificar los efectos de segregación. Se observó que debido a la evolución del gas, a tiempos largos se complica el proceso de simulación debido a que el fenómeno de segregación actúa principalmente a tiempos de producción suficientemente grandes, y a bajos gastos de producción. Mientras que a gastos altos el fenómeno de segregación pierde importancia, quedando bajo estas condiciones únicamente el efecto de empuje de gas en solución.

La realización de un estudio de sensibilidad es necesaria para la obtención de una respuesta numérica aceptable; de tal forma que se puedan obtener variaciones en presión y saturación captadas con buena precisión tanto en dirección radial, vertical y en tiempo. Para el problema en estudio, la definición en dirección radial básicamente se logra con la malla logarítmica.

En esta sección también se presentan algunos resultados gráficos en los cuales se puede visualizar el comportamiento cualitativo de algunos parámetros como presión y saturación.

Análisis de Sensibilidad

Las Figuras 6 y 7 para gastos de producción de 6000 y 100 barriles/día, respectivamente, muestran la variación de saturación de gas contra profundidad para tres tiempos adimensionales dentro del periodo dominado por frontera (para $r_{eD} = 2000$, el tiempo de inicio de efectos de frontera es $t_D = 1.0 \times 10^6$), donde el efecto del número de bloques verticales es mostrado.

De las mismas figuras 6 y 7, aunque los valores usados de N_z (4 y 8) no son los definitivos, se puede apreciar la poca precisión de la respuesta de saturación principalmente a bajos gastos y a tiempos largos. También se puede observar que para un gasto de 100 barriles/día a un tiempo adimensional, $t_D = 1.0 \times 10^9$, los perfiles de saturación son uniformes y aproximadamente constantes en todo el espesor del yacimiento (0 a 500 pies). Mientras que a tiempos más grandes se nota un incremento drástico en la respuesta de S_g , principalmente en la parte más alta del yacimiento (zona de gas). En este trabajo el número de bloques radiales se representa con N_r y los verticales con N_z .

En la dirección radial, la Figura 8 muestra a un tiempo de $t_D = 4.1 \times 10^9$, perfiles de saturación planos para tres profundidades (125, 375 y 500 pies). Se observa una gran diferencia en el comportamiento al variar el número de bloques verticales, especialmente en la cima del yacimiento, donde se acentúan más las diferencias por la presencia de una alta saturación de gas. Así mismo, para 100 barriles/día, la Figura 9 muestra perfiles de presión contra distancia, aunque estos también son planos, se presentan diferencias grandes para las tres profundidades investigadas, siendo éstas del orden de 100 a 120 lb/pg^2 .

Observando los perfiles obtenidos tanto en distancia como en profundidad, se puede decir que las respuestas de presión y saturación son muy sensitivas al número de

bloques verticales.

De lo anterior se puede señalar que a gastos altos en los perfiles de saturación, la zona de transición se distribuye casi en todo el espesor del yacimiento, mientras que para producciones pequeñas se presenta un cambio abrupto en la saturación, existiendo una zona de alta saturación de gas en la parte superior del yacimiento y una zona de aceite saturado ocupando la mayor parte del espesor del yacimiento.

Se puede visualizar la importancia que reviste un análisis de sensibilidad en cuanto a la malla a emplear, pensando en que el efecto de segregación gravitacional es un fenómeno de desplazamiento principalmente a tiempos largos, sensible al gasto y en formaciones de alto relieve estructural. La posibilidad de magnificar sus efectos a través del manejo correcto de los gastos de producción, puede aprovecharse en la obtención de grandes recuperaciones de aceite.

Debido al avance del frente de gas con respecto al tiempo hacia la parte baja del yacimiento, no se puede emplear un refinamiento estático de la malla en la parte correspondiente a la zona de transición. Para esto, la Figura 10 muestra el detalle de la distribución de saturación contra profundidad considerando cuatro pruebas con diferentes N_z , a dos distancias radiales (0.56 y 5.5 pies), para un tiempo adimensional de 9.0×10^8 . Para las dos distancias, valores cercanos son obtenidos para $N_z = 40$ y $N_z = 34$, con refinamiento uniforme este último (el tamaño de bloque es de 10 pies de 250 a 350 pies de profundidad), y con una diferencia fuerte al considerar sólo 25 bloques. Debido al movimiento del frente de saturación con profundidad y tiempo, una mayor precisión en la respuesta no puede ser obtenida con el mismo número de bloques, ya que en este caso el refinamiento es estático en un intervalo de profundidad constante. Por lo tanto un refinamiento dinámico donde se pueda seguir el frente de saturación sería deseable, sin embargo, no se intentó esto en este estudio.

Después del trabajo de análisis de sensibilidad del número óptimo de bloques, se llegó a establecer un rango de variación de 40 a 60 bloques en dirección vertical, para los cuales las diferencias observadas principalmente en saturación son mínimas, aunque cerca del pozo se presentan todavía diferencias poco significativas. Un número mayor a 40 celdas no mejora la respuesta en forma significativa, pero si eleva el proceso de cálculo en el simulador, ya que crece el tamaño del problema a resolver. Como es de esperarse, la mayor variación en el perfil de saturación al cambiar N_z , se encuentra en la zona de transición, y de alguna forma es de esperarse que las variaciones sean aun más fuertes a gastos de producción bajos.

En dirección radial se fijó un $N_r = 30$, considerando que con este número de bloques se define razonablemente y con precisión el comportamiento de presión y saturación.

Un parámetro que influye en la respuesta numérica es el cambio máximo en saturación permitido en cada paso de tiempo, el cual, si no se controla adecuadamente puede influir en forma negativa en la obtención del número óptimo de celdas. En la Figura 11 se muestra el comportamiento de saturación para tres posiciones radiales contra profundidad para un gasto de 6000 barriles/día, para dos valores de cambio de saturación máxima en cada paso de tiempo, $\Delta S_{máx} = 0.1$ y 0.01 , con $N_z = 40$ para un tiempo adimensional igual a 1.5×10^7 . Como es de esperarse, con $\Delta S_{máx}$ de 0.01 se obtiene una respuesta más exacta.

La Figura 12 muestra el comportamiento de saturación promedio contra tiempo para $q_o = 100$ bpd. Se pueden observar las respuestas para diferentes valores de N_z , de 8 a 40, comparadas con la respuesta obtenida con la ecuación de balance de Muskat², la cual no incluye efectos de segregación. Se observan diferencias principalmente a tiempos largos donde los efectos gravitacionales son importantes. Con lo anterior se puede apreciar la diferencia en el comportamiento al considerar efectos gravitacionales, obteniéndose

saturaciones promedio menores. También se puede observar que para N_z mayores a 25 la respuesta de saturación de gas promedio es independiente del número de bloques.

En forma similar a la figura anterior, la Figura 13 muestra la respuesta de saturación promedio contra presión promedio considerando efectos de segregación, comparados también con la solución de Muskat. Se puede verificar la nula influencia del gasto de producción y daño mecánico en la respuesta sin segregación. Una observación importante es que a gastos altos, los efectos gravitacionales tienden a nulificarse, como lo muestra el hecho de que la respuesta se acerca a la respuesta sin efectos gravitacionales, mientras que a un gasto de 100 barriles/día, estos efectos son más importantes.

Para ilustrar el efecto de paso de tiempo real (controlado con $\Delta S_{m\acute{a}x}$ y $\Delta P_{m\acute{a}x}$) comparado con la opción de un número fijo de pasos de tiempo por ciclo logarítmico, en la Figura 14 para un gasto de 6000 barriles/día, se muestran perfiles de saturación de gas contra profundidad a 0.56 pies del pozo y a tres niveles de tiempo adimensional. Se observan diferencias substanciales principalmente a tiempos largos de producción. Como la variación de presión (y saturación), durante el periodo dominado por frontera, es aproximadamente lineal con tiempo, es de esperarse que la opción de paso de tiempo real sea preferible sobre la opción logarítmica.

Para el caso de penetración parcial, también se llevó a cabo un análisis de refinamiento local en la zona abierta a producción. En este sentido, las Figuras 15 y 16 muestran perfiles de presión y saturación, respectivamente, para un gasto de 6000 barriles/día. Se considera verticalmente ($N_z = 47$) una malla uniforme y otra con refinamiento local (bloques de 12.5 pies de 0 a 462.5 pies de profundidad, dos bloques de 6.25' a 475', dos de 4' a 483', uno de 3' a 486', uno de 1.5' a 487.5 pies, y una distribución progresiva de uno de 1.5', uno de 3' y dos de 4 pies en los bloques dentro del intervalo productor, hasta los 500 pies de profundidad) en la zona productora (12.5 pies de espesor). La diferencia

estriba en el número de celdas en el intervalo disparado, manteniendo constante el número de celdas radiales en 40, donde el mayor efecto en presión y saturación se observa en el fondo (cara del pozo) en el intervalo productor.

Análisis del Comportamiento

Dentro del estudio del comportamiento, la Figura 17 muestra perfiles de saturación verticales para tres distancias radiales a 6000 barriles/día, para tres tiempos adimensionales dentro del período dominado por frontera. Se puede observar que para las tres posiciones radiales la saturación se incrementa al disminuir la profundidad. La influencia radial en el comportamiento de S_g aunque presenta variaciones, éstas no son muy fuertes; algo similar se presenta para $q_o = 100$ bpd (ver Figura 8). La variación de saturación es menos abrupta que para $q_o = 100$ bpd (ver Figura 6), incluso para un $t_D = 5.0 \times 10^6$ donde se observa un incremento fuerte de S_g ; existiendo una zona de transición más grande que para el caso de 100 barriles/día (en este caso a una profundidad de 125 pies, se tiene un cambio abrupto en la saturación de gas, lo que nos indica la presencia del casquete de gas).

Para diferentes niveles de tiempo, la Figura 18 muestra el comportamiento de presión con profundidad para 100 barriles/día a una distancia radial de 0.56 pies del pozo. Observándose un gradiente de presión aproximadamente constante, sin influencia de la posición radial.

También para un pozo totalmente penetrante, la Figura 19 presenta el comportamiento de saturación de gas en el pozo (en la parte alta del yacimiento) contra tiempo adimensional, para diferentes gastos de producción y dos conjuntos de datos (Juego 1 y 2, Figuras 3 a 5). Para el Juego 1, a un gasto de 6000 bpd, la respuesta de S_{gw} es

similar con y sin segregación. Sin embargo, para 100 bpd, las respuestas, con y sin efectos gravitacionales, son totalmente diferentes. Invariablemente del juego de datos que se esté analizando, a tiempos largos y a partir del periodo dominado por frontera hay una gran evolución del gas principalmente bajo condiciones de segregación.

Para el caso de penetración parcial, para 100 barriles/día, en las Figuras 20 y 21 se pueden observar perfiles radiales de presión con y sin segregación para 12.5 y 500 pies de profundidad con respecto a la cima del yacimiento, respectivamente. Se presenta únicamente información dentro del periodo dominado por frontera (t_D de 1.0×10^6 a 2.0×10^{10}). La simulación se llevó a cabo usando una malla uniforme ($N_z = 40$) en dirección vertical, estando únicamente el último bloque abierto a producción. Aunque las diferencias en presión no son drásticas con y sin segregación, estas se pueden apreciar a la profundidad del intervalo productor a tiempos grandes (Figura 21), y en la cima del yacimiento para todo el rango de tiempos investigados (Figura 20).

En la Figura 22 se muestran los perfiles radiales de S_g cercas de la cima del yacimiento, los cuales presentan un alto valor para el caso en que existen efectos gravitacionales. Esto es especialmente cierto para tiempos grandes, ya que para $t_D \leq 1.2 \times 10^6$ ambos perfiles coinciden. En las cercanías del pozo en el intervalo abierto a producción (ver Figura 23), los valores no van más allá de 0.15 para el caso en que no se incluyen efectos gravitacionales, teniéndose saturaciones más grandes cerca del pozo. Existiendo una marcada diferencia aún en el intervalo productor especialmente a tiempos grandes. Se puede ver que bajo condiciones de segregación se observa una zona de aceite con baja saturación de gas en la zona productora ($h=500$ pies), lo cual no sucede cuando únicamente actúa el empuje por gas en solución.

El comportamiento de presión en la cara del pozo, P_{wf} , Figura 24, con y sin efectos gravitacionales, y saturación de gas S_{gw} en la cima del yacimiento, Figura 25, con

respecto al tiempo, se muestra para una producción de 100 *bpd*. Se puede observar como la segregación tiene su máxima influencia en la P_{wf} a tiempos largos. Para gastos bajos la evolución del gas origina la formación de una capa de gas, lo que no se presenta cuando se ignoran efectos gravitacionales. Cabe señalar que esta evolución también está presente aún para producciones altas (Figura 26).

Concluyendo, la trascendencia de un análisis de sensibilidad para la selección del número óptimo de celdas en cualquier proceso de simulación es muy importante, con la finalidad de obtener datos numéricos confiables y precisos. Por lo anterior, es necesario llevar a cabo un estudio de este tipo, dado que en esta información se basa gran parte de los resultados que serán obtenidos, por lo que de no realizarse, podría resultar en información imprecisa y a su vez trabajo y tiempo perdido.

También en esta sección se han obtenido algunas observaciones generales acerca del comportamiento de sistemas con empuje combinado de gas en solución y gravitacionales, las cuales sirven de base para el desarrollo mostrado en las siguientes secciones de este trabajo.

III.3 Solución para Flujo Estacionario

Para flujo de aceite, la ecuación diferencial parcial en estado estacionario, donde no existe variación con respecto al tiempo ($\partial(\rho_i^f S_i) / \partial t$), está representada por la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] = 0 \quad (12)$$

La condición de frontera interna es :

$$\int_0^h \left[r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right]_{r=r_w} dz = \frac{q_o}{2\pi} \quad (13)$$

Condiciones en la frontera en $z = 0$ y $z = h$,

$$\frac{\partial p_o}{\partial z} = \gamma_o, \quad \frac{\partial p_g}{\partial z} = \gamma_g \quad (14)$$

Condiciones en la frontera externa en $r = r_e$

$$p(t, z) = p_e(z)$$

y

$$S_o(t, z) = S_{oe}(z) \quad (15)$$

Integrando la ecuación (12) con respecto a z y utilizando la ecuación (14), se

tiene que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \int_0^h \left(\frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right) dz \right] = 0 \quad (16)$$

Integrando con respecto a r la ecuación (16), se tiene,

$$r \int_0^h \left(\frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right) dz = C_o \quad (17)$$

donde C_o es una constante independiente de r .

Considerando las ecuaciones (13) y (17):

$$\int_0^h \left(r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right)_{r=r_w} dz = \frac{C_o}{\rho_o c_s} = \frac{q_o}{2\pi}$$

ó

$$C_o = \frac{q_o \rho_o c_s}{2\pi} \quad (18)$$

Usando la ecuación (18) en (17):

$$\int_0^h \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} dz = \frac{q_o}{2\pi r} \quad (19)$$

$$rk \int_0^h \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} dz = \frac{q_o}{2\pi r} \quad (20)$$

que en unidades de campo (para toda r), puede ser dada como sigue:

$$r \int_0^h \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} dz = 141.2 \frac{q_o}{k} \quad (21)$$

La ecuación (21) representa la solución para flujo estacionario, la cual permite checar la exactitud numérica del simulador para estas condiciones. Así mismo, la ecuación anterior es importante en la determinación de la malla correcta a usar en dirección vertical (z), aún para el caso de pozo penetrando parcialmente la formación productora, ya que para $r = r_w$ se requiere substituir el espesor h por el espesor abierto al flujo h_w .

Análisis de Resultados

Para lograr condiciones estacionarias, se realizaron pruebas de simulación manteniendo la presión y saturación inicial ($S_g = 0$) en la frontera externa.

Para condiciones de flujo estacionario con segregación, para un gasto de 100 barriles/día, las Figuras 27 y 28 presentan la distribución de presión y saturación de gas contra profundidad, respectivamente. Se consideran cinco distancias desde 0.56 *pies* (en

el pozo) hasta 1000 *pies* (en la frontera externa) y dos tiempos adimensionales. Se observa que en presión no existe variación en el comportamiento para los dos tiempos, mientras que en saturación, aunque el rango de variación no es grande, se presentan diferencias de acuerdo a la posición, presentándose en la parte alta del yacimiento una zona con una saturación de gas mayor. Además, se pueden observar diferencias en los perfiles verticales entre los tiempos de 10^6 y 10^{20} , aunque estas diferencias tanto en presión como en saturación son pequeñas, tomando en cuenta que se está verificando el comportamiento estacionario dentro del periodo dominado por frontera ($t_D = 7.0 \times 10^6$), hasta tiempos muy largos del orden de 1.0×10^{20} .

Los perfiles radiales de saturación de gas se muestran en la Figura 29 para dos profundidades y a seis diferentes tiempos de producción. Se observan variaciones en los valores de saturación aún a tiempos muy grandes ($t_D \leq 2.0 \times 10^{12}$), para una profundidad de 16.6 *pies* de la cima del yacimiento. Muestras que a mayor profundidad la distribución de saturación se estabiliza más rápidamente. Es de notar el tamaño de tiempo adimensional requerido para alcanzar condiciones estacionarias ($t_D \approx 2.0 \times 10^{12}$).

Una comparación de saturación de gas en la cima y presión de fondo, ambas en el pozo, contra tiempo, para gastos de 100 y 6000 *barriles/día* se presentan en la Figura 30. Se puede verificar como la saturación se estabiliza más rápidamente a gastos altos donde los efectos gravitacionales son menores. Cabe hacer mención que para los dos gastos el régimen de flujo estacionario se alcanza mucho después del inicio del período dominado por frontera ($t_D = 1.0 \times 10^6$).

Para el caso de 6000 *bpd*, las Figuras 31 y 32 muestran perfiles verticales de presión y saturación, respectivamente, para diferentes tiempos contra profundidad h , para dos posiciones radiales. La diferencia entre los perfiles para este gasto y los correspondientes a 100 *bpd*, se debe a que como se ha mencionado previamente, para el menor gasto los

efectos gravitacionales son mayores, ocasionando que tarde más en establecerse el período estacionario (ver Figura 30); sin embargo, para distancias relativamente alejadas del pozo, $r = 58.7$ pies, estos perfiles se comportan en forma similar. En el caso de saturación se puede observar también una zona de gas, aunque el desarrollo es a tiempos grandes.

Los perfiles de presión y saturación en dirección radial se muestran en las Figuras 33 y 34, respectivamente, para dos profundidades y a diferentes tiempos. En los perfiles de presión presentados en la Figura 33, se puede apreciar que la región cercana al pozo es la última en alcanzar condiciones estacionarias, para las dos profundidades mostradas. Sin embargo, los resultados de saturación mostrados en la Figura 34, para tiempos tan grandes como $t_D > 1.0 \times 10^{10}$ aún se observan variaciones importantes en la parte superior del yacimiento. Este comportamiento es similar al observado a gastos bajos, aunque menos severo. De la Figura 30 se aprecia que el período estacionario para $q_o = 6000$ bpd se alcanza en el pozo hasta un tiempo cercano a $t_D \approx 1.0 \times 10^{11}$.

La evaluación de la ecuación (21) para flujo estacionario se muestra en la Figura 35. En esta se presenta el lado izquierdo de la ecuación (21) dividido por el lado derecho contra distancia, para 100 y 6000 barriles/día, a diferentes tiempos dentro del período dominado por frontera. En general para todos los tiempos se presenta una desviación de la unidad; siendo al inicio del período dominado por frontera ($t_D \approx 1.0 \times 10^6$) donde está presente la mayor desviación, principalmente al acercarse a la frontera externa. A tiempos adimensionales mayores a $t_D \approx 1.0 \times 10^7$, independientemente del gasto, se tiene un comportamiento constante, con un error promedio de aproximadamente 13 por ciento. Esto indica que la discretización, especialmente en la dirección vertical no es completamente la adecuada para estas condiciones, además de que puede existir un error en el cálculo numérico de la integral en la ecuación (21).

La Figura 36 presenta saturación de gas promedio contra t_D , para 100 y 6000 bpd,

mostrando valores menores para condiciones fuertes de segregación ($q_o = 100 \text{ bpd}$). Otro detalle es que para 100 bpd la influencia del daño en el comportamiento no es importante. Los valores de \bar{S}_i , tan pequeños se deben principalmente al efecto de mantenimiento de presión en la frontera externa.

III.4 Solución para Flujo Dominado por Frontera Cerrada

Partiendo de la ecuación diferencial parcial para flujo de aceite en coordenadas cilíndricas en dos direcciones, r y z ,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \alpha \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (22)$$

Integrando de 0 a h , y considerando $\partial \Psi_m / \partial z = 0$, en $z = 0$ y h , lo cual implica que $\partial p_m / \partial z = \gamma_m$, en $z = 0$ y h , se tiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (23)$$

Si ahora consideramos un yacimiento cerrado en $r = r_e$ y la condición en r_w :

$$\int_0^h \left(r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} dz = 141.2 q_o \quad (24)$$

De la ecuación (23) integrando de r_w a r_e , usando la ecuación (24), tenemos que:

$$-5.615 q_o = V_p \frac{d}{dt} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (25)$$

con:

$$V_p = \pi (r_e^2 - r_w^2) h \phi \quad (26)$$

y

$$\frac{\overline{S_o}}{B_o} = \frac{2}{(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} r \left(\frac{1}{h} \int_0^h \frac{S_o}{B_o} dz \right) dr \quad (27)$$

De igual forma que para flujo estacionario, las ecuaciones (25) a (27) sirven para checar la exactitud numérica del simulador en el caso de yacimientos cerrados con producción por empuje de gas en solución (en r y z) y efectos gravitacionales.

Análisis de Resultados

En esta sección se realizaron pruebas de simulación considerando la frontera externa cerrada.

El comportamiento de presión y saturación se muestra en la sección de análisis de sensibilidad. Aquí se presentan, por un lado la variación del comportamiento de las condiciones promedio de presión y saturación, y por otro la validación de la ecuación (25).

Las siguientes relaciones se usan para el cálculo de los valores promedio de presión en sentido radial de r_w a r_e fijando profundidad (z_f) ó en dirección vertical de 0 a h fijando distancia (r_f):

$$\overline{P}_{z_f} = \frac{2}{r_e^2 - r_w^2} \int_{r_w}^{r_e} P_{z_f} r dr \quad (28)$$

$$\bar{P}_{r,f} = \frac{1}{h} \int_0^h P_{r,f} dz \quad (29)$$

$$\bar{\bar{P}}_{z,f} = \frac{1}{h} \int_0^h \bar{P}_{z,f} dz \quad (30)$$

$$\bar{\bar{P}}_{r,f} = \frac{2}{r_e^2 - r_w^2} \int_{r_w}^{r_e} \bar{P}_{r,f} r dr \quad (31)$$

Las cuatro definiciones mostradas (ecuaciones 28 a 31) se utilizan también para el cálculo de la saturación promedio.

A partir de las definiciones anteriores, la Figura 37 muestra el comportamiento de la presión promedio $\bar{P}_{z,f}$ y $\bar{P}_{r,f}$, ambas contra tiempo, para un gasto de 100 bpd. Se puede observar una respuesta de $\bar{P}_{r,f}$ única para diferentes distancias, mientras que la respuesta de la presión $\bar{P}_{z,f}$ depende de la altura a la que se calcule. Aunque la diferencia en $\bar{P}_{z,f}$ no es fuerte, la presión calculada es menor en la parte alta del yacimiento, debido al gradiente vertical de presión.

Para el caso de saturación promedio contra tiempo, la Figura 38 muestra el efecto de la profundidad a un gasto de producción de 100 barriles/día, donde la saturación promedio (línea continua) cae en medio de las $\bar{S}_{o,f}$. Se ha observado que los valores de $\bar{\bar{S}}_{o,f}$ son iguales a $\bar{S}_{o,f}$, por lo tanto se usará \bar{S}_o . Una característica importante es la drástica caída de la saturación promedio después de un período de estabilidad, principalmente a gastos bajos, aunque para $q=6000$ bpd el cambio de saturación también se presenta, pero más suave. Un punto importante de señalar para ambos gastos, es que el cambio abrupto en saturación promedio indica el avance de la zona de gas hacia la parte baja de la formación.

La Figura 39 muestra la variación de la presión promedio contra tiempo, para producciones de 100 y 6000 bpd y dos condiciones de daño: $s = 0$ y 20. Los valores

calculados utilizando las ecuaciones 34 y 35 son los mismos. Nótese que el efecto de daño es mayor para gastos menores que para gastos altos.

El comportamiento de $\bar{S}_{o,f}$ contra $\bar{P}_{z,f}$ a diferentes profundidades se muestra en las Figuras 40 y 41 para 100 y 6000 barriles/día, respectivamente, para dos valores del factor de daño. También se muestra la curva de la saturación promedio $\bar{\bar{S}}_o$ contra $\bar{\bar{P}}$, la cual pasa por enmedio de las curvas de $\bar{S}_{o,f}$. Es importante notar que el mayor efecto del daño se encuentra en las partes intermedias (zona de transición) e inferior (zona de aceite), ya que se está produciendo a un gasto de aceite constante.

De la misma forma, un análisis se realiza para $\bar{S}_{o,r}$ vs. $\bar{P}_{r,f}$ para los mismos valores de gasto y daño mecánicos, a diferentes distancias radiales, ver Figuras 42 y 43. También se muestra el comportamiento de $\bar{\bar{S}}_o$ contra $\bar{\bar{P}}$. De los perfiles mostrados de $\bar{S}_{o,r}$ contra $\bar{P}_{r,f}$ se puede uno preguntar para qué distancia radial el perfil de $\bar{S}_{o,r}$ contra $\bar{P}_{r,f}$ es cercano a las condiciones promedio ($\bar{\bar{S}}_o, \bar{\bar{P}}$). Este valor de la posición radial donde se encuentra la presión promedio se investiga a continuación.

Las Figuras 44 y 45 muestran para dos gastos de producción con daño 0 y 20, respectivamente, el valor de la distancia radial promedio donde se encuentra la $\bar{\bar{P}}$ y la $\bar{\bar{S}}_o$. Los valores de $\bar{\bar{r}}(\bar{P}_{z,f})$ fueron obtenidos como sigue: Primero se obtienen los valores de $\bar{P}_{z,f}$ para diferentes profundidades. A cada profundidad, usando el perfil de presiones se determina el valor de \bar{r} donde se encuentra $\bar{P}_{z,f}$. Posteriormente se encuentra el promedio en la dirección vertical, obteniéndose $\bar{\bar{r}}(\bar{P}_{z,f})$. Este mismo procedimiento se usa para obtener $\bar{\bar{r}}(\bar{S}_{o,z,f})$, donde:

$$\bar{\bar{r}}(\bar{P}_{z,f}) = \frac{1}{h} \int_0^h \bar{r}(\bar{P}_{z,f}) dz \quad (32)$$

Para obtener $\bar{r}(\bar{P}_{r,f})$, primero se obtienen los valores de $\bar{P}_{r,f}$ para cada distancia radial. Después, usando el perfil radial de $\bar{P}_{r,f}$ se interpola para obtener $\bar{r}(\bar{P}_{r,f})$, donde se encuentra $\bar{P}_{r,f}$. De manera similar se obtiene $\bar{r}(\bar{S}_{o,r,f})$.

Se puede observar un valor aproximado de \bar{r} de 0.5493 de r_e para todos los valores de \bar{r} obtenidos con presión. Este es cercano al valor determinado por Carnacho y Raghavan⁵⁹ para el caso de yacimientos con empuje por gas disuelto sin efectos gravitacionales, donde se establece que la presión promedio del yacimiento se encuentra a 0.54928 del radio de drene del yacimiento.

Aunque en el caso de segregación este valor sigue siendo aproximadamente válido, a tiempos largos cuando los efectos gravitacionales son importantes (principalmente a gastos bajos), \bar{r} tiene un comportamiento errático, principalmente cuando se usa $\bar{S}_{o,r,f}$ para determinar $\bar{r}_{s,f}$, ya que a estos tiempos se tienen perfiles radiales de saturación casi planos, dificultándose la interpolación para determinar $\bar{r}_{s,f}$. Esta situación es la causa de que las cruces para un gasto de 6000 bpd en la Figura 44 ó los cuadros y rombos de la Figura 45 no se mantengan en 0.55.

Un tratamiento similar puede llevarse a cabo para la determinación de la $\bar{h}_{r,f}$ (altura a la cual se encuentra $\bar{P}_{r,f}$). La Figura 46 muestra el comportamiento de $\bar{h}_{r,f}$ contra tiempo a varias distancias radiales. Se puede observar que $\bar{h}_{r,f} \approx 0.5h$ mientras que los efectos gravitacionales no dominan el comportamiento del yacimiento. A tiempos mayores la posición donde se encuentra $\bar{P}_{r,f}$ se mueve hacia abajo para las diferentes distancias, siendo este efecto más drástico para posiciones alejadas del pozo, lo cual es lógico, debido a la mayor importancia de los efectos gravitacionales comparados con las fuerzas viscosas.

Por otro lado, la Figura 47 para gastos de producción de 100 y 6000 barriles/día,

muestra el lado izquierdo de la ecuación (25) dividido por el lado derecho contra tiempo adimensional basado en el área de drene (t_{DA}). Se puede observar como a gastos bajos la solución tiende a alejarse más del valor unitario principalmente a tiempos largos, donde se tienen efectos gravitacionales importantes. Teniéndose para esto un error promedio aproximado del 8.5 a 9 por ciento. Para el caso de 6000 *bpd*, donde los efectos gravitacionales se reducen considerablemente y no afectan en forma marcada el comportamiento del yacimiento, el error promedio es de aproximadamente 1 por ciento. Con los resultados obtenidos evaluando la igualdad (ecuación 29), se checa la exactitud numérica de los datos de simulación utilizados en esta investigación, para el caso de yacimientos cerrados considerando efectos de segregación gravitacional y flujo multifásico en un sistema cilíndrico (r, z). Cabe señalar que la respuesta de los valores calculados son razonables a tiempos cortos, perdiéndose precisión a tiempos largos y principalmente a gastos bajos. Es de esperarse que si se usan menos bloques en la dirección vertical el error se acentúa a tiempos grandes aún mas. Esto sugiere que el número de bloques en la dirección vertical ($N_z = 40$) no ha sido suficiente para el caso de 100 *bpd*, y que para 6000 *bpd* si lo es.

Como ya se señaló, en la parte de análisis de sensibilidad, la influencia del gasto de producción en una gráfica de \bar{S}_g contra \bar{P} (ver Figura 13), a medida que aumenta el gasto, la respuesta de saturación promedio contra presión promedio tiende a la respuesta bajo condiciones de empuje de gas en solución (la cual es independiente del gasto de producción), la cual se expresa por medio de la solución de Muskat, mientras que a bajos gastos la respuesta se aleja debido a la influencia de efectos gravitacionales. Esto también se muestra en la sección III.2 para diferentes condiciones de daño mecánico. El comportamiento de saturación promedio contra tiempo adimensional se muestra en la Figura 48, pudiendo observarse como bajo efectos marcados de segregación las respuestas con y sin segregación difieren sustancialmente (gastos bajos), alejándose conforme crece el tiempo de producción (o disminuye la presión promedio).

III.5 Estimación de la Posición del Contacto Gas-Aceite

Caso (I)

Partiendo de la ecuación (A-9, Apéndice A) y agrupando términos:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_o}{\partial t} \left[\phi \rho_o \rho_g \left(\frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o} \right) \right] + \frac{\partial S_o}{\partial z} \left[\zeta_g \frac{\rho_o}{\mu_o} k'_{oz} \gamma_o - \zeta_o \frac{\rho_g}{\mu_g} k'_{gz} \gamma_g \right] + \\ & \frac{\partial p}{\partial t} \left[\phi S_o (\zeta_g + \zeta_o) \frac{\partial \rho_o}{\partial p} - \phi \zeta_o \left(S_o \frac{\partial \rho_o}{\partial p} + S_g \frac{\partial \rho_g}{\partial p} \right) \right] + \\ & \frac{\partial p}{\partial z} \left[(\zeta_g - \zeta_o) k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \gamma_o + \zeta_g \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial \gamma_o}{\partial p} - \zeta_o k_{gz} \Upsilon - \zeta_o k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \gamma_o \right] = 0 \quad (33) \end{aligned}$$

donde: $\zeta_g = k_g \rho_g / \mu_g$, $\zeta_o = k_o \rho_o / \mu_o$, $\zeta_o^g = k_o \rho_o^g / \mu_o$, y

$$\Upsilon = \left(\rho_g \frac{\partial \gamma_g}{\partial p} + \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \gamma_g \right)$$

La ecuación (33) surge de suponer que: $\partial^2 p / \partial z^2 \cong 0$. Usando el método de características se tiene finalmente para $v(z, t)$:

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{k_g}{\mu_g} \frac{k'_{oz}}{\mu_o} \gamma_o - \frac{k_o}{\mu_o} \frac{k'_{gz}}{\mu_g} \gamma_g \right) / 158.03 \phi \left(\frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o} \right) \quad (34)$$

donde dz/dt está en pies/día. Además :

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = -C / \left[2\phi\rho_o\rho_g \left(\frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o} \right) \right] \quad (35)$$

donde :

$$C = \frac{\partial p}{\partial t} \left[\phi S_o (\zeta_g + \zeta_o) \frac{\partial \rho_o}{\partial p} - \phi \zeta_o \left(S_o \frac{\partial \rho_o}{\partial p} + S_g \frac{\partial \rho_g}{\partial p} \right) \right] +$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \left[(\zeta_g - \zeta_o) k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \gamma_o + \zeta_g \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial \gamma_o}{\partial p} - \zeta_o k_{gz} \Upsilon - \zeta_o k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \gamma_o \right]$$

Caso (II)

Observando las gráficas de perfiles de presión y saturación contra r y z , se pueden hacer las siguientes aproximaciones:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \doteq 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx \gamma_o \quad (37)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \approx 0 \quad (38)$$

Expandiendo las ecuaciones (A-1) y (A-2) del Apéndice A, ignorando efectos capilares y usando las ecuaciones 36 y 38, tenemos para la fase de aceite y para la de gas las siguientes ecuaciones, respectivamente,

$$\frac{1}{r} \left[\frac{r}{\mu_o} \rho_o^o k_o' \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial S_o}{\partial r} + r k_o \left(\frac{\rho_o^o}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^o S_o) \quad (39)$$

y

$$\frac{1}{r} \left[\frac{r}{\mu_g} \rho_g k_g' (\eta) + r k_g \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_g}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{r}{\mu_o} \rho_o^o k_o' (\eta) + r k_o \left(\frac{\rho_o^o}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p}{\partial r} \right] - \frac{\rho_g}{\mu_g} k_g' \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g + k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} (\gamma_o - \gamma_g) = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^o S_o + \rho_g S_g) \quad (40)$$

donde $\eta = (\partial p / \partial r)(\partial S_o / \partial r)$.

Del análisis de los valores numéricos de cada uno de los términos de las ecuaciones (39) y (40), se tiene que se pueden eliminar para gastos entre 100 y 6000 bpd los términos 1, 2, 10 y 11 (considerando únicamente los términos de la izquierda), y 4, 7 y 8 sólo para gastos bajos. De igual forma el término 8 para todos los gastos en la zona de gas.

De acuerdo al resultado anterior, eliminando el segundo término de la ecuación (39), se tiene,

$$\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial S_o}{\partial r} = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right] \frac{\mu_o B_o}{k_o'} \quad (41)$$

Si ahora, ignoramos el primer término de la ecuación (39), entonces:

$$\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right] \frac{1}{k_o' (1/\mu_o B_o)'} \quad (42)$$

Substituyendo las ecuaciones (41) y (42) en (40), ignorando el término 11, se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \frac{k'_g}{\mu_g B_g} \frac{\mu_o B_o}{k'_o} \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + k_g \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right)' \frac{\left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right]}{k_o (1/\mu_o B_o)'} + \\ & \frac{k_g}{r \mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{R_s}{\mu_o B_o} k'_o \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right] \frac{\mu_o B_o}{k'_o} + k_o \left(\frac{R_s}{\mu_o B_o} \right)' \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) - \frac{k_o}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right] \\ & \frac{1}{k_o (1/\mu_o B_o)'} + \frac{k_o R_s}{r \mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{k'_{gz}}{\mu_g B_g} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{S_g}{B_g} \right] \quad (43) \end{aligned}$$

Agrupando y reescribiendo, tenemos:

$$\begin{aligned} & \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} \left[\frac{k'_g}{\mu_g B_g} \frac{\mu_o}{k'_o} + \frac{k_g}{k_o B_o} \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right)' / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' + \frac{1}{B_o} \left(\frac{R_s}{\mu_o B_o} \right)' / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' + \frac{1}{B_g} \right] - \\ & \frac{k'_{gz}}{\mu_g B_g} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} [\Gamma] + \phi \frac{\partial p}{\partial t} \left[S_o \left(\frac{1}{B_o} \right)' - S_o \left(\frac{R_s}{B_o} \right)' - S_g \left(\frac{1}{B_g} \right)' \right] = 0 \quad (44) \end{aligned}$$

donde

$$\Gamma = -\frac{k'_g}{\mu_g B_g} \frac{k_o}{k'_o} - k_g \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right)' \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' + \frac{k_g}{\mu_g B_g} - \left(\frac{R_s}{\mu_o B_o} \right)' \frac{k_o}{\mu_o B_o} / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)'$$

Si ignoramos el primer y segundo términos de la ecuación (39) se tiene,

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi r \mu_o B_o}{k_o} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (45)$$

Substituyendo la ecuación anterior en la ecuación (44), ésta se puede expresar como :

$$A \frac{\partial S_o}{\partial t} + B \frac{\partial S_o}{\partial z} + C \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (46)$$

donde :

$$A = \left[\frac{1}{B_g} + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g B_g} \right]$$

$$B = -\frac{k'_{gz} \gamma_g}{\mu_g B_g}$$

$$C = \phi \left[S_o \left(\frac{1}{B_o} \right)' - S_o \left(\frac{R_s}{B_o} \right)' - S_g \left(\frac{1}{B_g} \right)' + S_o \frac{\mu_o B_o}{k_o} \left(\frac{1}{B_o} \right)' \Upsilon \right]$$

con:

$$\Upsilon = -\frac{k'_g k_o}{\mu_g B_g k'_o} - k_g \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right)' \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' + \frac{k_g}{\mu_g B_g} - \left(\frac{R_s}{\mu_o B_o} \right)' \frac{k_o}{\mu_o B_o} / \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)'$$

Aplicando otra vez el método de características a la ecuación (46), suponiendo que $C(\partial p/\partial t)$ es una función de z , t y S_o , entonces tenemos finalmente,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-k'_{gz} \gamma_g}{\phi \left[\mu_g + \frac{k_g \mu_o}{k_o} \right]} = \frac{-(k'_{gz}/\mu_g) \gamma_g}{158.03 \phi \left[1 + k_g \mu_o / (\mu_g k_o) \right]} \quad (47)$$

La ecuación (47) tiene la forma de la ecuación de velocidad de filtración crítica en desplazamientos con efectos gravitacionales, donde dz/dt está en pies/día.

Como :

$$\frac{\partial S_o}{\partial z} = \frac{\partial S_o}{\partial t} \frac{dt}{dz} \quad (48)$$

se tiene de (46) :

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = \frac{-C \partial p / \partial t}{2A} \quad (49)$$

Análogamente, para el caso de penetración parcial, utilizando el método de características (ver Apéndice B) se establece:

$$\frac{dz}{dt} = \left[\frac{k'_{gz}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) - \frac{k_g k'_{oz}}{\mu_g k_o} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] / 158.03 \phi \left[1 + \frac{k_g \mu_o}{\mu_g k_o} \right] \quad (50)$$

donde dz/dt está en pies/día.

Análisis de Resultados

La evaluación de la ecuación (35) para la predicción de la saturación de aceite se muestra en la Figura 49 para un gasto de 100 barriles/día. La evaluación se realiza para dos distancias radiales (0.56 y 878 pies), y para varias posiciones verticales. Se puede observar una mejor predicción de la saturación a tiempos cortos que a tiempos grandes.

La Figura 50 muestra resultados similares para un gasto de 6000 barriles/día, para 0.56 pies del pozo y cinco posiciones verticales. Se observa que el valor de saturación calculado predice un comportamiento aproximadamente intermedio.

Aunque la ecuación (35) fue desarrollada para el caso de penetración total, se probó también para el caso de penetración parcial, con $q_o = 100$ y 6000 *bpd*. La Figura 51 muestra el comportamiento de saturación de aceite contra tiempo para varias posiciones (r, z). Se tiene una aproximación más cercana a los resultados de simulación (líneas continuas) a gastos de producción altos y en profundidades menores o iguales a 300 pies. Además de que se pierde precisión a tiempos muy grandes.

La ecuación (35) se probó también para el caso en que se desprecian los efectos gravitacionales con penetración parcial. La Figura 52 muestra como en la zona productora la predicción con la ecuación no funciona, mientras que para posiciones arriba del intervalo abierto a producción se logra buen ajuste con los resultados de simulación (líneas continuas). También se puede observar que lejos del pozo se logran excelentes resultados para todos las profundidades, incluso a tiempos muy grandes, ver Figura 53.

Un resultado de este estudio es el poder predecir el avance del frente de saturación con respecto al tiempo, donde una variación abrupta en la razón de cambio de saturación da muestra del desplazamiento de este frente tanto en profundidad como en tiempo. Las Figuras 54 y 55, para $s = 0$ y gastos de producción de 100 y 6000 barriles/día, respectivamente; muestran como evoluciona el frente hacia la parte baja del yacimiento con respecto al tiempo. Es importante notar que aunque los valores de dS_o/dt calculados (ecuación 49) no reproducen los resultados de simulación, lo interesante es que el tiempo en que la variación de saturación cambia rápidamente es similar para los valores calculados, como para los evaluados directamente con información de simulación. Esto nos permite predecir aproximadamente el avance del frente, al menos a profundidades menores o iguales a 100

pies, ya que a profundidades mayores este procedimiento es muy inexacto.

De la Figura 54, se puede decir que el avance máximo del casquete de gas para una profundidad de 100 pies es a un tiempo aproximado de 1200 días. Lo cual nos puede dar una idea de las posibles alternativas de terminación de los pozos. Para gastos altos, el perfil de saturación contra profundidad, como ya se discutió es más suave comparado con el existente a bajos gastos. Debido a eso, puede parecer que existe un avance del frente en todo el espesor del yacimiento, aunque en estos casos una zona de gas no está bien definida.

Cuando existe una zona de daño positiva ($s = 20$), a distancias radiales cortas dentro de la zona de daño ($r_s = 1.38$ pies), los efectos de un posible frente de saturación se enmascaran y se reducen. Por el contrario, a distancias fuera de la zona de daño, el frente de gas aparece ligeramente. Así para daños positivos no se detecta un frente, por lo que es recomendable tener idea del tipo de daño presente en el pozo, ver Figuras 56 y 57.

Aunque el uso de la ecuación (49) para penetración parcial no está justificada, la Figura 58 muestra para un pozo parcialmente penetrante, el comportamiento de dS_o/dt calculado con esta ecuación y resultados de simulación para un gasto de 100 bpd a 0.56 pies del pozo. Cabe hacer mención que el intervalo abierto está localizado en la parte baja del espesor del yacimiento. Se puede observar para ambos casos un avance máximo del frente a una profundidad de 50 pies a 1000 días aproximadamente. Comparando estos resultados con los de la Figura 54 ($q_o = 100$ bpd) para penetración total, se puede establecer una reducción en el avance del contacto en pozos parcialmente penetrantes.

Para penetración parcial, no considerando efectos gravitacionales, el comportamiento de dS_o/dt calculado y de simulación no concuerdan; cabe señalar que en este

caso los perfiles verticales son planos y suaves, sin presentar variación con profundidad.

Utilizando las ecuaciones (34) y (47) se realiza un análisis del comportamiento de velocidad del frente de saturación (velocidad de movimiento del contacto gas-aceite, dz/dt). Se estudian los casos de pozo totalmente penetrante y terminado parcialmente para dos gastos de producción. Así mismo el análisis se realiza a nivel de pozo y a diferentes profundidades.

Las Figuras 59 y 60 muestran el comportamiento de velocidad del frente contra tiempo con las dos ecuaciones propuestas, y gastos de 100 y 6000 barriles/día, respectivamente. Se puede observar que el tiempo donde se tiene el punto máximo de dz/dt coincide aproximadamente con ambas ecuaciones. Por lo tanto con ambas expresiones se puede predecir razonablemente el avance del frente, aunque no se tiene el mismo valor de dz/dt . También se puede verificar como a mayores profundidades donde no se ha sentido la presencia del frente, las curvas de dz/dt no muestran un máximo. De igual forma para gastos altos (6000 bpd), las curvas de velocidad a profundidades mayores a 100 pies son suaves (ver Figura 60), no mostrando un máximo bien definido con la ecuación (47). Los perfiles correspondientes de saturación presentan intervalos de transición mucho más grandes que los obtenidos para 100 bpd (ver Figuras 61 y 62).

También de las Figuras 59 y 60 se puede inferir que cuando se presenta la zona de transición (intervalo con mayor pendiente en las Figuras 61 y 62), es cuando se tiene el máximo en dz/dt y además en este periodo de tiempo es cuando los efectos gravitacionales son más importantes; lo anterior es correcto ya que la zona de transición se presenta por diferencia de densidades, por lo que en la zona de gas y de aceite no se espera que el efecto de segregación sea importante ($dz/dt \approx 0$). Esta descripción concuerda con la presencia de curvas menos pronunciadas de dz/dt , para gastos altos, indicando intervalos de tiempo mayores donde los efectos gravitacionales están influyendo en la respuesta para

las diferentes profundidades. Otra observación es que a gastos de producción bajos, las ecuaciones (34) y (47), proporcionan resultados similares en orden de magnitud y casi iguales en cuanto al tiempo de llegada del contacto contra profundidad. Sin embargo, a gastos altos la ecuación (34) permite una mayor definición del avance del contacto. De lo anterior, las dos expresiones predicen razonablemente el tiempo para que el contacto gas-aceite se mueva de una posición a otra en el yacimiento.

Todo lo antes mencionado debe interpretarse como una medida de la eficiencia de segregación gravitacional, mientras más abruptas sean las curvas de velocidad (menores los intervalos de tiempo donde están actuando los efectos gravitacionales), más eficiente es la segregación de los fluidos en el yacimiento, y más se asemeja la zona de transición a un frente o contacto gas-aceite.

Para el caso de penetración parcial ($h_w/h = .025$), se pueden observar resultados similares en las Figuras 63 y 64 para gastos de 100 y 6000 bpd, respectivamente. Un punto importante es notar la reducción sustancial en la profundidad del frente de saturación con respecto a un pozo totalmente penetrante. Para un gasto de 100 barriles/día el contacto gas-aceite se mantiene estático, sin avanzar más allá de 50 pies a 1000 días aproximadamente. Incluso para 6000 barriles/día no se llega a formar el casquete de gas antes de que se alcance la presión de abandono (14.7 psi), a una profundidad de 12.5 pies, ver Figura 64.

Se debe señalar que estrictamente sólo la ecuación (50) es adecuada para el caso de penetración parcial, aunque en estos casos para propósitos de comparación se presentan resultados con las ecuaciones (34) y (47).

Como ha sido señalado, el frente de saturación evoluciona verticalmente con el tiempo, mientras que radialmente puede considerarse aproximadamente constante. Las

Figuras 65 y 66 muestran para 100 y 6000 *bpd*, respectivamente, a diferentes tiempos, el comportamiento de dz/dt calculado con la ecuación (34) y saturación de gas contra profundidad para el primer bloque radial. La forma de identificar la profundidad del frente a cierto tiempo, es con base en el punto máximo de dz/dt . También puede apreciarse que para gastos bajos el contacto gas-aceite es mucho mejor definido que para gastos altos, donde la zona de transición en la distribución de gas es muy grande.

Es de notarse, a gastos bajos, que la profundidad donde se tiene un cambio abrupto en el perfil de saturación (puntos de inflexión) coincide con los máximos de las curvas de dz/dt , obtenidos con la ecuación (34) para los tiempos: $t_D = 7.1 \times 10^9$, 1.1×10^{10} y 1.3×10^{10} . Sin embargo, para gastos altos, lo anterior es aproximadamente cierto para $t_D \leq 7 \times 10^9$, por lo que para tiempos mayores el máximo de las curvas de velocidad no necesariamente coincide con el cambio fuerte en los perfiles de saturación. De hecho, el frente se encuentra bastante suavizado para tiempos mayores a 7.0×10^9 .

Para penetración parcial las Figuras 67 y 68 muestran el comportamiento de velocidad con las ecuaciones (47) y (50). En las gráficas se observan dos zonas con cambios fuertes en saturación. Una en la zona alta del yacimiento debido al efecto de segregación (casquete de gas) y la segunda en el intervalo abierto a producción (fondo del yacimiento). La primera zona con una saturación de gas mucho mayor que la segunda para gastos bajos, ver Figuras 69 y 70.

Cabe mencionar que a gastos altos la variación de saturación no es muy grande ($0 \leq S_g \leq 0.2$), acercándose a una distribución uniforme en todo el espesor (ver Figura 71), lo cual implica que el problema con segregación se acerca a uno de empuje por gas disuelto. Por el contrario, a gastos bajos donde de una saturación de gas alta ($S_g \approx 0.65$) se pasa rápidamente a una baja, esto con profundidad.

También máximos de dz/dt con las ecuaciones (47) y (50) muestran la posición del frente para tiempos mayores de 1.0×10^{10} , para gastos bajos. Además el cambio abrupto en saturación en el intervalo abierto a producción también influye en el comportamiento de dz/dt , teniendo estas curvas valores muy grandes en esta zona.

La diferencia más marcada es que utilizando la ecuación para penetración parcial (ecuación 50), se generan valores de velocidad mucho más grandes, principalmente en la cima del yacimiento y a gastos altos.

Se puede observar de la ecuación (47), que ésta tiene la forma de la ecuación de desplazamiento con efectos gravitacionales (con signo positivo), de donde de acuerdo a la estructura del denominador se tendrá el punto máximo en dz/dt en el correspondiente punto de inflexión de los perfiles de saturación. Se observó que lo anterior se cumple cuando las movilidades del gas y del aceite son iguales. Así, una posibilidad de cálculo del tiempo de avance del frente, es a través del cálculo de la saturación de gas como una función de presión, esto considerando que $k_{rg}/k_{ro} = \mu_g/\mu_o$. Con lo cual se podrá calcular $S_g = S_g(p)$, ver Figura 71 ($q_o = 100$ bpd). De donde la intersección de $S_g(p)$ con la línea vertical obtenida cuando $\lambda_g/\lambda_o = 1.0$ (λ_g/λ_o obtenidos de simulación), proporciona el valor del tiempo de llegada del contacto gas-aceite a una profundidad dada.

En el caso mostrado en la Figura 71, para una profundidad de 12.5 pies, el frente se presentará a 300 días aproximadamente, mientras que a 100 pies el tiempo de llegada es de aproximadamente 1150 días; estos resultados concuerdan con el comportamiento máximo de dz/dt obtenidos con las ecuaciones (34) y (47). Al igual que para 100 barriles/día, para 6000 bpd donde los efectos gravitacionales son menores se obtienen excelentes resultados. Así mismo para el caso de penetración parcial (para gastos de 100 y 6000 bpd) se obtienen buenos resultados en la predicción del tiempo de llegada del frente de saturación.

III.6 Estudio del Efecto de Fuerzas Gravitacionales/Viscosas

Tomando en consideración que el gasto de producción tiene una influencia directa en el comportamiento de yacimientos con efectos gravitacionales, una forma de establecer la relación adimensional de efectos gravitacionales sobre viscosos es por medio del siguiente número:

$$N_{EG} = \frac{rh}{5.615QB} \left[\frac{dz}{dt} \right] \quad (51)$$

donde dz/dt está expresada en pies/día, y relaciona efectos gravitacionales sobre viscosos, Q es el gasto de producción (*bpd*) y r es la longitud horizontal de espesor h ó h_w en el caso de penetración parcial, en *pies*. En la expresión de N_{EG} , el parámetro de velocidad, dz/dt , puede tomar la forma de las ecuaciones (34), (47) ó (50).

Del análisis realizado con las ecuaciones de velocidad, las Figuras 72 y 73 muestran el comportamiento del número de segregación para gastos de producción de 100 y 6000 barriles/día, respectivamente, considerando un pozo totalmente penetrante. De igual forma para el caso de penetración parcial, las Figuras 74 y 75 presentan el comportamiento de N_{EG} para las mismas condiciones de producción. Se puede observar en forma general valores de N_{EG} menores a la unidad, excepto para $q_o = 100$ *bpd* para condiciones de pozo totalmente penetrante. De donde también se puede observar que para gastos altos (6000 *bpd*), el número de segregación tiene un valor máximo de ≈ 0.04 . Lo mismo sucede en el caso de penetración parcial aun a gastos bajos, donde se observan valores ≤ 0.06 (ver Figura 74). Cabe mencionar que en estas gráficas dz/dt se obtuvo por medio de la ecuación (34).

El resultado del número de segregación puede dar una idea de la importancia de los efectos gravitacionales en el comportamiento de yacimientos, así como el periodo de tiempo en el cual estos son importantes. Para el caso de 100 *bpd* (Figura 72), se puede establecer un dominio de efectos de segregación, a una profundidad de 12.5 pies, de 250 a los 400 días de producción (fijando $N_{EG} = 1.0$), teniendo su mayor influencia a los 320 días ($N_{EG} \approx 2.35$).

Para enfatizar la importancia de los efectos gravitacionales para $q_o = 100$ *bpd* y considerando la referencia 45, en la Figura 76 se muestra tanto el número de segregación de la referencia señalada como de N_{EG} . Se puede observar como los tiempos estimados, donde los efectos gravitacionales dominan son aproximadamente el mismo con ambos números de segregación. En la referencia 45 se establece que los efectos gravitacionales dominan a los viscosos cuando el número es mayor a cero; en nuestro caso también cuando $N_{EG} > 0$ los efectos gravitacionales cobran importancia, incrementándose el dominio de efectos gravitacionales sobre viscosos conforme el número crece.

Se puede señalar con respecto al comportamiento del número de segregación N_{EG} , tomando en consideración los perfiles de saturación (Figuras 61 y 62), que el tiempo donde se tiene un máximo concuerda aproximadamente con el intervalo donde se tiene el más alto ritmo de cambios de saturación, sobre todo a profundidades someras. Desde luego que el contacto gas-aceite está mejor definido para gastos menores que para altos gastos de producción, de aquí que el avance del casquete sea más claro para gastos bajos.

Para un gasto de producción de 100 *bpd*, con base en el comportamiento observado en la Figura 71 de $S_g(p)$ contra tiempo, se puede estimar el avance máximo del contacto gas-aceite a 135 pies de profundidad de la cima del yacimiento a un tiempo aproximado de 1300 días; realizando el mismo cálculo anterior para todas las profundidades se obtiene la Figura 77, donde se han usado los valores de $S_g(p)$, los cuales son aproximadamente iguales

al evaluarlos a diferentes profundidades y con una variación muy suave con respecto al tiempo, ver Figura 71. Además se puede observar que los valores obtenidos de $h(Sg(p))$ contra tiempo concuerdan con las estimaciones para las tres profundidades a las que se puede valorar el avance del contacto ($h=12.5, 50$ y 100 pies), considerando la existencia de un máximo en el comportamiento de dz/dt (ecuación 50). Las oscilaciones que se observan en la Figura 77, se deben a problemas de interpolación en la Figura 71. De igual forma, para el caso de penetración parcial con un gasto de 100 bpd se obtiene un avance máximo de 80 pies, y 20 pies para 6000 bpd, los que también concuerdan con los perfiles de velocidad para los cuales existe un máximo, en concordancia con un cambio abrupto en saturación.

Se puede concluir que el cálculo del número de segregación usando la ecuación de velocidad (ecuación 34) representa una forma de poder establecer el grado de influencia de efectos gravitacionales sobre viscosos ($N_{EG} > 0$), y que la ecuación (47) en la determinación del avance máximo del contacto gas-aceite es recomendada para la estimación de $h(Sg(p))$.

IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con base en los resultados de este trabajo, se presentan las siguientes conclusiones :

1.— Del análisis de sensibilidad del número de bloques tanto en dirección vertical como radial y del tamaño de paso de tiempo, se pudo observar que el número de bloques en ambas direcciones influyen en la respuesta de presión y saturación, principalmente la discretización en la dirección vertical en la parte alta del yacimiento y a tiempos grandes. Así mismo, con el uso de paso de tiempo real, pueden obtenerse mejores resultados con diferencias sustanciales con respecto a la respuesta obtenida con paso de tiempo logarítmico, principalmente en saturación y a tiempos largos.

2.— Para el comportamiento bajo condiciones de flujo estacionario se verificó como la S_p se estabiliza más rápidamente a gastos altos (efectos gravitacionales menores), alcanzándose régimen estacionario a tiempos mucho más grandes después del inicio del periodo dominado por frontera. Así mismo, la diferencia máxima entre la solución analítica (ecuación 21) y la numérica fue de 13 por ciento, debido principalmente a que a tiempos tan grandes como 1×10^{20} , la discretización en la dirección vertical no fue adecuada para gastos de producción bajos.

3.— Para yacimientos cerrados se obtuvo una solución analítica (ecuación 25), la cual permitió también checar la exactitud del simulador para condiciones de empuje de gas en solución y efectos gravitacionales, lográndose buenos resultados. Errores del 8 al 9 por ciento para gastos bajos y del 1 por ciento para gastos altos fueron obtenidos.

4.— Para sistemas cerrados, preliminarmente se establece que el valor de la distancia radial donde se encuentra la presión y saturación promedio es de 0.5493 de r_a , el cual es cercano al valor establecido para yacimientos con empuje de gas disuelto sin efectos gravitacionales. Así mismo la altura a la cual se encuentra la presión promedio, a una distancia radial fija, es aproximadamente 0.5 de h , a tiempos cortos donde los efectos gravitacionales no son muy fuertes.

5.— Es importante notar que aunque los valores de dS_o/dt calculados con la ecuación (49) no reproducen los resultados de simulación, lo interesante es que el tiempo calculado en que la variación de saturación cambia rápidamente es similar al evaluado directamente con información de simulación. Esto nos permite predecir aproximadamente el avance del frente, al menos a profundidades menores o iguales a 100 pies, ya que a profundidades mayores este procedimiento es muy inexacto.

6.— Se pudo observar que el punto de inflexión en los perfiles de saturación coincide aproximadamente con el tiempo donde se predice la máxima velocidad con las ecuaciones (34) y (47). Por lo tanto, con ambas expresiones se puede predecir razonablemente el avance del frente, aunque no se tiene el mismo valor en dz/dt . Para gastos de producción bajos, las dos ecuaciones proporcionan resultados similares (en orden de magnitud) y casi iguales en cuanto al tiempo de llegada del contacto contra profundidad.

7.— Aunque estrictamente sólo la ecuación (50) es adecuada para el caso de penetración parcial, también se realizó el análisis con las ecuaciones (34) y (47). La diferencia más marcada es que utilizando la ecuación para penetración parcial, se generan valores de velocidad mucho más grandes, principalmente en la cima del yacimiento y a gastos altos.

8.— Se puede observar de la ecuación (47) que se tendrá el punto máximo en dz/dt cuando las movilidades del gas y del aceite son iguales. Así, una posibilidad de cálculo del tiempo

de avance del frente, es a través del cálculo de la saturación de gas como una función de presión, esto es considerando que $k_{rg}/k_{ro} = \mu_g/\mu_o$.

9.— Se puede concluir de la última parte de este trabajo que el cálculo del número de segregación usando la ecuación de velocidad (ecuación 34), representa una forma de poder evaluar el grado de influencia de efectos gravitacionales sobre viscosos ($N_{EG} > 0$), y que la ecuación (47) en la determinación del avance máximo del contacto gas-aceite es útil para la estimación de $h(Sg(p))$.

Recomendaciones:

1.— Se recomienda realizar un estudio para establecer la precisión de las ecuaciones de velocidad (34), (47) y (50).

2.— Tres parámetros importantes en el comportamiento de yacimientos bajo la influencia de efectos gravitacionales son el espesor de la formación, gasto de producción y permeabilidad. Se debe señalar que en este estudio los efectos gravitacionales fueron controlados únicamente con el gasto de producción, manteniendo un medio isotrópico con $k_x/k_y = 1$ y un sólo espesor. Por lo anterior, se recomienda analizar la influencia de estos parámetros.

NOMENCLATURA

B_1 = Factor de Volumen, V_{cy}/V_{cs} .

C_i = Compresibilidad Total Inicial, $1/lb/pg^2$

h = Espesor de la Formación y/o Profundidad, *pies*

h_w/h = Relación de Penetración, *fracc.*

k = Permeabilidad Absoluta, *md*

k_{r1} = Permeabilidad Relativa, *md*

k_l = Permeabilidad Efectiva, *md*

k_s/k_r = Relación de Permeabilidades, *fracc.*

N = Volumen Original, *bls.cs.*

N_{EG} = Número de Efectos Gravitacionales/Viscosos, *adim.*

N_p = Producción Acumulada, *bls.cs.*

N_r = Número de Bloques en Dirección Radial

N_s = Número de Bloques en Dirección Vertical

P = Presión, lb/pg^2

P_i = Presión Inicial del Yacimiento, lb/pg^2

\bar{P} = Presión Promedio, lb/pg^2

P_b = Presión de Saturación, lb/pg^2

p_{wf} = Presión de fondo fluyendo, lb/pg^2

q_o = Gasto de Producción, *bpd*

r = Radio y/o Distancia Radial Hacia el Pozo, *pies*

r_e = Radio de Drene del Yacimiento, *pies*

r_w = Radio del pozo, *pies*

r_s = Radio de la zona de permeabilidad alterada, *pies*

R_s = Relación de Solubilidad, $\text{pies}^3\text{cs}/\text{blscs}$

S_l = Saturación, *fracc.*

s = Factor de Daño Mecánico, *adim.*

t = Tiempo, días

t_D = Tiempo Adimensional, *adim.*

V_p = Volumen Poroso, pies^3

α = Angulo de Inclinación, *grad.*

$\Delta\gamma_l$ = Gradiente de Densidad, $\text{lb}/\text{pg}^2/\text{pie}$

ϕ = Porosidad de la Formación, *fracc.*

μ_l = Viscosidad, *cp*

λ_l = Movilidad, *md/cp*

ρ_l = Densidad, lb_m/pie^3

ρ_l^f = Densidad de l en la Fase f , $\text{lb}_m/\text{pie}^3\text{cy}$

Subíndices

cs = Condiciones Estándar

cy = Condiciones de Yacimiento

f = Superíndice de Fase o ó g (aceite ó gas)

i = Condiciones Iniciales

l = o , g ó w (aceite, gas ó agua)

r = Dirección Radial

z = Dirección Vertical

REFERENCIAS

1. Tarnner, J.: " How Different Size Gas Cap and Pressure Maintenance Programs Affect Amount of Recoverable Oil ", Oil Weekly, 1944.
2. Muskak, M.: " The Production Histories of Oil Producing Gas-Drive Reservoirs ", Journal of Applied Physics, 1945.
3. Sage, B.H., and Lacey, W.N.: " Gravitational Concentration Gradients in Statics Column of Hydrocarbon fluids ", Los Angeles Meeting, Oct., 1938.
4. Grant, H.K.: " Material-Balance Calculations ", The Oil and Gas Journal, Vol. 57 No. 35, Aug., 24, 1959.
5. Schulte, A.M.: " Compositional Variations Within a Hydrocarbon Column Due to Gravity ", SPE 9235 The Annual Technical Conference and Exhibition of SPE in Dallas, Tx., Sept., 21-24, 1980.
6. Hirschberg, A.: " Role of Asphaltenes in Compositional Grading of a Reservoirs Fluid Column ", Journal of Petroleum Technology, Jan., 1988.
7. Wickenhauser, L.J.: " Gas-Drive, Gravity Segregation and Gas-Injection Calculations ", The Oil and Gas Journal, Dec., 29, 1949.
8. Wilson, W.W.: " Engineering Study of the Cook Ranch Field, Shackelford Country, Texas ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 195, 1952.
9. McCord, D.R.: " Performance Prediction Incorporating Gravity Drainage and Gas Cap Pressure Maintenance - LL-370 Area, Bolivar Coastal Field ", Petroleum Transactions, AIME, Vol. 198, 1953.
10. O'Brien, T.A.: " Depletion Calculations for Segregation Drive ", The Petroleum Engineer, Nov., 1957.
11. Martin, J.C.: " Reservoir Analysis for Pressure Maintenance Operations Based in Complete Segregation of Mobile Fluids ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 213, 1958.
12. Stanley, L.T.: " Aproximation of Gas-Drive Recovery and Front Movement in the Abqaiq Field, Saudi Arabia ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 219, 1960.
13. Socony Mobil Oil Company. Inc.: " Gravity Drainage "(Chapter 9), Jan., 1963.
14. Joslin, W.J.: " Applying the Frontal Advance Equation to Vertical Segregation Reservoir ", Journal of Petroleum Technology, Jan., 1964.

15. McCulloch, R.C., Langton, J.R. and Spivak, A.: " Simulation of High Relief Reservoirs, Rainbow Field, Alberta Canada ", JPT, Nov., 1969.
16. King, R.L., Stiles, J.H.Jr. and Waggoner, J.M.: " A Reservoir Study of the Hawkins Woodbine Field ", Fall Meeting in Houston, Tx., Oct., 4-7, 1970.
17. Richardson, J.G., Sangree, J.B. and Sneider, R.M.: " Oil Recovery by Gravity Segregation ", Journal of Petroleum Technology, June 1989.
18. Buckley, S.E. and Leverett, M.C.: " Mechanism of Fluid Displacement in Sands ", New York Meeting, Feb., 1941.
19. Welge, H.J.: " A Simplified Method for Computing Oil Recovery by Gas or Water Drive ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 195, 1952.
20. Stahl, R.F., Martin, W.A. and Huntington.: " Gravitational Drainage of Liquids from Unconsolidated Wilcox Sand ", Austin Meeting, Oct., 1942.
21. Marx, J.W.: " Determining Gravity Drainage Characteristics on the Centrifuge ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 207, 1956.
22. Lewis, J.O.: " Gravity Drainage in Oil Fields ", Austin Meeting, Oct., 1942.
23. Cardwell, W.T.Jr and Parsons, R.L.: " Gravity Drainage Theory ", Dallas and Los Angeles Meeting, Oct., 1948.
24. Burtchaell, E.P.: " Reservoir Performance of High Relief Pool ", Petroleum Transactions, AIME, July 1949
25. Terwilliger, P.L., Wilsey, L.E., Hall, H.N., Bridges, P.M. and Morse, R.A.: " An Experimental and Theoretical Investigation of Gravity Drainage Performance ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 192, 1951.
26. Kern, L.R.: " Displacement Mechanism in Multy Well Systems ", Petroleum Transactions, AIME, Vol. 195, 1952.
27. Klots, J.A.: " The Gravity Drainage Mechanism ", JPT, April 1953.
28. Cardwell, W.T.Jr.: " The Meaning of the Triple Value in Noncapillary Buckley-Leverett Theory ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 216, 1959.
29. Sheldon, J.W., Zondek, B. and Cardwell, W.T.Jr.: " One-Dimensional Incompressible, Noncapillary, Two-Phase Fluid Flow in a Porous Medium ", Petroleum Transactions, AIME, Vol. 216, 1959.
30. Fayers, F.J. and Sheldon, J.W.: " The Effect of Capillary Pressure and Gravity on Two-Phase Fluid Flow in a Porous Medium ", Pet. Trans., AIME, Vol.216, 1959.

31. Templeton, E.E., Nielsen, R.F. and Stahl, C.D.:" A Study of Gravity Counterflow Segregation ", *Society of Petroleum Engineers Journal*, June 1962.
32. Craig, F.F.Jr., Sanderlin, J.L., Moore, D.W. and Geffen, T.M.:" A Laboratory Study of Gravity Segregation in Frontal Drives ", *Petroleum Trans., AIME*, Vol. 210, 1957.
33. Martin, J.C.:" Simplified Equations of Flow in Gas-Drive Reservoirs and the — Theoretical of Multiphase Pressure Build-Up Analysis ", *Petroleum Trans., AIME*, Vol. 216, 1959.
34. Cook, R.E.:" Analysis of Gravity Segregation Performance During Natural Depletion ", *Society of Petroleum Engineers Journal*, Sept., 1962.
35. Hall, H.N.:" Predicting Gravity-Drainage Performance Using a Three-Dimensional Model ", *Journal of Petroleum Technology*, May 1968.
36. Hiatt, W.N.:" Mathematical Basis of Two-Phase, Incompressible, Vertical Flow Through Porous Media and It's Implications in the Study of Gravity-Drainage-Type Petroleum Reservoirs ", *SPEJ*, Sept., 1968.
37. Beveridge, S.B., Spivak, A. and Bertrand, J.P.:" Recovery Sensitivities of High-Relief Reservoirs ", *The Journal of Canadian Petroleum*, Sept., 1969.
38. Hagoort, J.:" Oil Recovery by Gravity Drainage ", *SPEJ*, June 1980.
39. Dykstra, H.:" The Prediction of Oil Recovery by Gravity Drainage ", *Journal of Petroleum Technology*, May 1978.
40. Garaicochea, P.F. y Rodríguez, N.R.:" Método Simplificado para Predecir el Comportamiento de Yacimientos con Segregación Gravitacional "
41. Richardson, J.G., Sangree, J.B. and Sneider, R.M.:" Permeability Distributions in Reservoirs ", *Journal of Petroleum Technology*, Oct., 1987.
42. Matthews, C.S. and Lefkovits, H.C.:" Gravity Drainage Performance of Depletion Type Reservoirs in the Stripper Stage ", *Pet. Trans., AIME*, Vol. 207, 1956.
43. Morrisson, T.E. and Hendsenon, J.H.:" Gravity Drainage of Oil Into Large Horizontal Fractures ", *Petroleum Trans., AIME*, Vol. 219, 1960.
44. Hall, H.N.:" Analysis of Gravity Drainage ", *JPT*, Sept., 1961.
45. Fayers, F.J. and Muggeridge, A.H.:" Extention to Dietz Theory and behavior of Gravity Tongues in Slightly Titled Reservoirs ", *SPERE*, Nov., 1990.

46. Shreve, D.R. and Welch, L.W.Jr.:" Gas Drive and Gravity Drainage Analysis of Pressure Maintenance Operations ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 207, 1956.
47. Woody, L.D.Jr. and Moscrip III, R.:" Performance Calculations for Combination Drive Reservoir ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 207, 1956.
48. West, R.D.:" Extensions of the Muskat Depletion Performance Equation ", Petroleum Trans., AIME, Vol. 213, 1958.
49. Breitenbach, E.A.:" A Computer Simulation of Gravity Drainage in Oil Reservoirs ", Fall Meeting in Houston, Tx., Oct., 11-19, 1964.
50. Morse, R.A. and Whiting, R.L.:" A Numerical Model Study of Gravitational Effects and Production Rate on Solution Gas Drive Performance of Oil Reservoirs ", Journal of Petroleum Technology, May 1970.
51. Richardson, J.G. and Blackwell, R.J.:" Use of Simple Mathematical Model Predicting Reservoir Behavior ", Journal of Petroleum Technology, Sept., 1971.
52. Ambastha, A.K. and Aziz, K.:" Material Balance Calculations for Solution-Gas Drive Reservoirs with Gravity Segregation ", SPE 16959 The Annual Technical Conference and Exhibition of SPE in Dallas, Tx., Sept., 27-30, 1987.
53. Fayers, F.J. and Newly, T.M.J.:" Detailed Validation of an Empirical Model for Viscous Fingering with Gravity Effects ", SPEERE, May 1988.
54. de Lima, P.N. and Rodríguez, F.:" An Model for the Performance of Solution Gas-Drive Reservoirs with Gravity Segregation ", SPE 23705, II Latin American Pet. Eng. Conference of SPE in Caracas Ven., March 8-11, 1992.
55. Yortsos Y.C.:" A Theoretical Analysis of Vertical Flow Equilibrium ", SPE 22612, Annual Technical Conference and Exh. of SPE in Dallas, Tx., Oct.6-9,1991.
56. Butler, R.M.:" Gravity Drainage to Horizontal Wells ", The Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 31, No. 4, April 1992.
57. Camacho-V, R. G.:"Well Performance Under Solution Gas-Drive, Ph.D., U. of Tulsa, Tulsa Ok., 1987.
58. Hawkins, M. F. Jr.:" A Note on the Skin Effect ", Trans, AIME 1956.
59. Camacho-V., R. G. and Raghavan, R.:" Some Theoretical Results Useful in Analyzing Well Performance Under Solution Gas Drive ", SPEFE, June 1991.

Apéndice A

Partiendo de la ecuación diferencial parcial para flujo de aceite y de gas en coordenadas cilíndricas en dos direcciones, r y z , expresadas,

Para flujo de aceite :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^o \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^o S_o) \quad (A-1)$$

Para flujo de gas :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_g}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial p_g}{\partial r} + r \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g \left(\frac{\partial p_g}{\partial z} - \gamma_g \right) + \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^o \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o^o S_o + \rho_g S_g] \quad (A-2)$$

Expandiendo las ecuaciones (A-1) y (A-2), despreciando efectos capilares, y además suponiendo que $(\partial p/\partial z)^2$, $(\partial p/\partial z)(\partial S_o/\partial z)$ y $(\partial p/\partial r)^2$, $(\partial p/\partial r)(\partial S_o/\partial r)$ son muy pequeñas comparadas con: $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$, y $\partial p/\partial z$, $\partial S_o/\partial z$, se tienen para la fase de aceite y de gas las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{r} \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^o \left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} \right) - \frac{\rho_o^o}{\mu_o} k_{oz}' \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^o}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^o S_o) \quad (A-3)$$

y

$$\frac{1}{r} \left(\frac{k_g}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^g \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \left(\frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \right) - \frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial \gamma_g}{\partial z} -$$

$$\frac{\rho_g k_{gz}'}{\mu_g} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g - k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_g - \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} - \frac{\rho_o^g k_{oz}'}{\mu_o} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o -$$

$$k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o = \phi \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o^g S_o + \rho_g S_g] \quad (\text{A-4})$$

Si definimos:

$$\alpha_a = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)$$

$$\alpha_b = \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$$

$$\alpha_c = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^g S_o)$$

$$\alpha_d = \phi \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o^g S_o + \rho_g S_g]$$

$$\alpha_e = \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^g$$

$$\alpha_f = \frac{k_g}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o^g$$

$$\alpha_g = \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g$$

$$\alpha_h = \frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g$$

se tienen las siguientes expresiones:

$$\alpha_e \alpha_a + \alpha_g \alpha_b - \alpha_g \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} - \frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} k'_{oz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o = \alpha_c \quad (\text{A-5})$$

$$\alpha_f \alpha_a + \alpha_b \alpha_h - \frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial \gamma_g}{\partial z} - \frac{\rho_g}{\mu_g} k'_{gz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g - k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_g - \frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} -$$

$$\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} k'_{oz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o = \alpha_d \quad (\text{A-6})$$

de la ecuación (A-5),

$$\alpha_a = \left[\alpha_c - \alpha_g \alpha_b + \alpha_g \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} + \frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} k'_{oz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o \right] / \alpha_e \quad (\text{A-7})$$

substituyendo la ecuación (A-7) en (A-6):

$$\frac{\alpha_f}{\alpha_e} \left[\alpha_c + \alpha_g \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} + \frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} k'_{oz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o \right] - \frac{\alpha_f}{\alpha_e} \alpha_g \alpha_b + \alpha_b \alpha_h + \alpha_i = \alpha_d \quad (\text{A-8})$$

donde α_i está dado por la suma de los términos tercero a octavo en la ecuación (A-6).

Si: $\alpha_b \approx 0$ ($\partial^2 p / \partial z^2 = 0$), lo cual implica que $\partial p / \partial z = cte$, independiente de z , se tiene de la ecuación (A-8):

$$\frac{\left(\frac{k_a}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_a}{\mu_o} \rho_o^g\right)}{\frac{k_a}{\mu_o} \rho_o^g} \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^g S_o) + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o}\right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o \right] + \frac{k_g \mu_o \rho_g}{\mu_g k_o \rho_o^g} \left[\frac{k_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial \gamma_o}{\partial z} + \frac{\rho_o^g}{\mu_o} k_{oz}' \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_o \right]$$

$$-\frac{k_{gz}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial \gamma_g}{\partial z} - \frac{\rho_g k_{gz}'}{\mu_g} \frac{\partial S_o}{\partial z} \gamma_g - k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g}\right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_g - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o}\right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o =$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o^g S_o + \rho_g S_g] \quad (A-9)$$

Apéndice B

Velocidad de Avance del Frente para Penetración Parcial

Expandiendo las ecuaciones (A-1) y (A-2) del Apéndice A, ignorando efectos capilares, y además que $(\partial^2 p / \partial r^2 \approx 0)$ y $(\partial^2 p / \partial z^2 \approx 0)$, se tiene:

$$\frac{\rho_o^\circ k_o' \partial p \partial S_o}{\mu_o \partial r \partial r} + k_o \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p \partial p}{\partial r \partial r} +$$

$$\frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_{oz}'}{\mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^\circ S_o) \quad (B-1)$$

$$\frac{\rho_g k_g' \partial p \partial S_o}{\mu_g \partial r \partial r} + k_g \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p \partial p}{\partial r \partial r} + \frac{k_g}{r \mu_g} \rho_g \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\rho_o^\circ k_o' \partial p \partial S_o}{\mu_o \partial r \partial r} +$$

$$k_o \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p \partial p}{\partial r \partial r} + \frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\rho_g k_{gz}'}{\mu_g} \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) + k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right)$$

$$+ \frac{\rho_o^\circ k_{oz}'}{\mu_o} \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^\circ S_o + \rho_g S_g) \quad (B-2)$$

De la ecuación (B-1) ignorando los términos 1 y 2, se tiene,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^\circ S_o) - \frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{k_{oz}'}{\mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) + k_{oz} \left(\frac{\rho_o^\circ}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \gamma_o \right] /$$

$$k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \quad (B-3)$$

Si ignoramos el término 1 de la ecuación (B-1), se tiene:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^g S_o) - \frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{k'_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] /$$

$$k_o \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \quad (B-4)$$

Si se elimina el término 2 de la ecuación (B-1), entonces se tiene:

$$\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial S_o}{\partial r} = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^g S_o) - \frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{k'_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] /$$

$$\frac{\rho_o^g k'_o}{\mu_o} \quad (B-5)$$

Substituyendo las expresiones (B-4) y (B-5) en (B-2),

$$\left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o^g S_o) - \frac{k_o}{r \mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{k'_{oz}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) - k_{oz} \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right]$$

$$\left[\left(\frac{\rho_g k'_g + \rho_o^g k'_o}{\mu_g} \right) / \left(\frac{\rho_o^g k'_o}{\mu_o} \right) + \left(k_g \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' + k_o \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \right) / \left(k_o \left(\frac{\rho_o^g}{\mu_o} \right)' \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{k_g \rho_g}{\mu_g} + \frac{k_o \rho_o^g}{\mu_o} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial S_o}{\partial z} \left[\frac{\rho_g}{\mu_g} k'_{gz} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) + \frac{\rho_o}{\mu_o} k'_{oz} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] + \\
\frac{\partial p}{\partial z} \left[k_{gz} \left(\frac{\rho_g}{\mu_g} \right)' \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) + k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] & = \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o S_o + \rho_g S_g) \quad (\text{B-6})
\end{aligned}$$

de (B-1),

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \left[\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o S_o) - \frac{\rho_o}{\mu_o} k'_{oz} \frac{\partial S_o}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) - k_{oz} \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} \right)' \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] / \left(\frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \right) \quad (\text{B-7})$$

usando la ecuación (B-6) en (B-7) y agrupando términos, y expresando todo en términos de factores de volumen y R_s ; se tiene :

$$\begin{aligned}
& \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} \left[\frac{1}{B_o} (\beta_1) / \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) - \frac{R_s}{B_o} + \frac{1}{B_g} \right] + \frac{\partial S_o}{\partial z} \left[\frac{k'_{gz}}{\mu_g B_g} (\beta_2) - \frac{k_g}{\mu_g B_g} \frac{k'_{oz}}{k_o} (\beta_3) \right] + \\
& \frac{\partial p}{\partial z} \left[k_{gz} \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right)' (\beta_2) + k_{oz} \left(\frac{R_s}{\mu_o B_o} \right)' (\beta_3) - (\beta_1) \frac{k_{oz}}{k_o} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right)' (\beta_3) \right] + \\
& \phi \frac{\partial p}{\partial t} \left[S_o \left(\frac{1}{B_o} \right)' (\beta_1) / \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) - S_o \left(\frac{R_s}{B_o} \right)' - S_g \left(\frac{1}{B_g} \right)' \right] = 0 \quad (\text{B-8})
\end{aligned}$$

donde:

$$\beta_1 = \frac{k_g}{\mu_g B_g} + \frac{k_o}{\mu_o B_o} R_s$$

$$\beta_2 = \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g$$

$$\beta_3 = \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o$$

la ecuación (B-8) puede ser representada en forma condensada (agrupando términos) de la siguiente forma,

$$A \frac{\partial S_o}{\partial t} + B \frac{\partial S_o}{\partial z} + C \frac{\partial p}{\partial t} + D \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (\text{B-9})$$

De igual forma que para pozo totalmente penetrante, usando el método de características, suponiendo que $(C \partial p / \partial t + D \partial p / \partial z)$ es una función de z , t y S_o , entonces:

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{k'_{gz}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) - \frac{k_g k'_{oz}}{\mu_g B_g k_o} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right) / \phi \left(\frac{k_g \mu_o}{\mu_g B_g k_o} + \frac{1}{B_g} \right) \quad (\text{B-10})$$

finalmente,

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{k'_{gz}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) - \frac{k_g k'_{oz}}{\mu_g k_o} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right) / 158.03 \phi \left(1 + \frac{k_g \mu_o}{\mu_g k_o} \right) \quad (\text{B-11})$$

donde dz/dt está en pies/día.

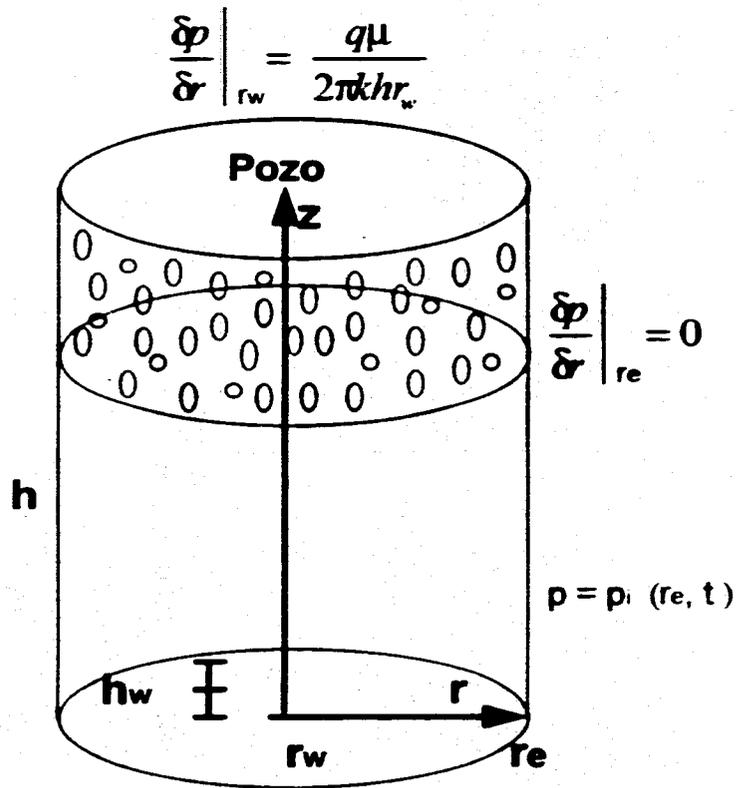


Figura 1 Modelo Físico del Yacimiento

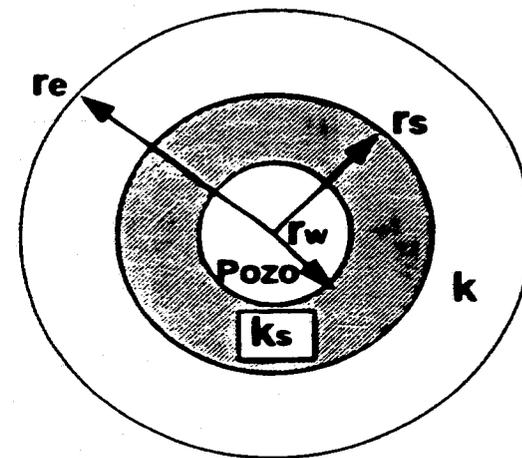


Figura 2 Modelaje de zona de daño alrededor del pozo

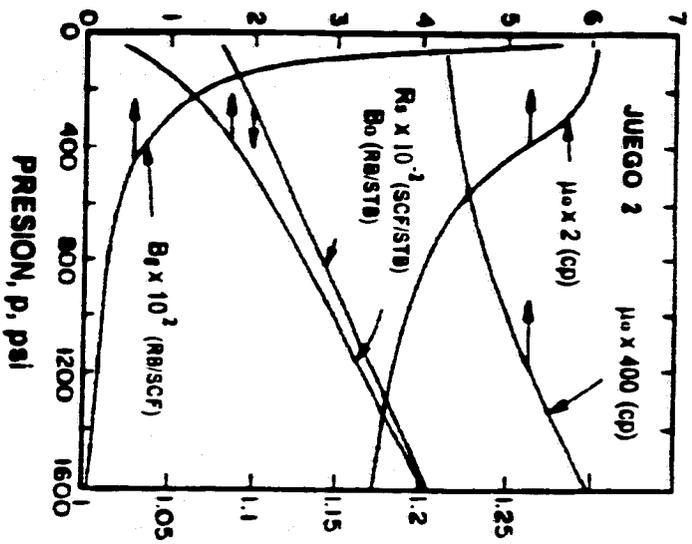


Figura 3 Propiedades de los Fluidos, Juego 2

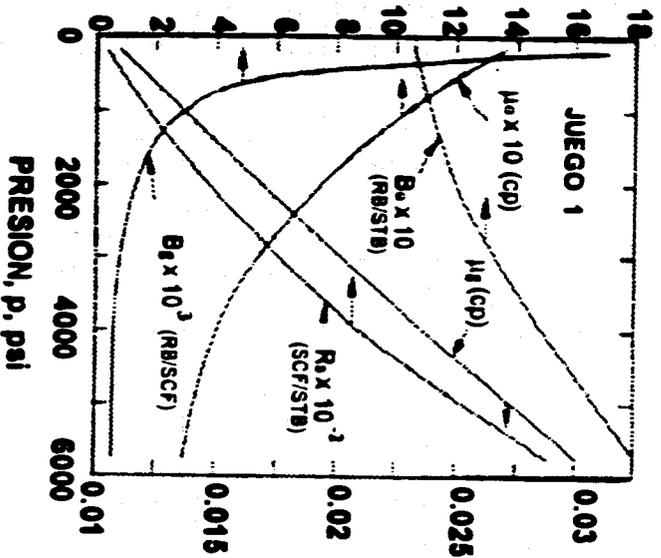


Figura 4 Propiedades de los Fluidos, Juego 1

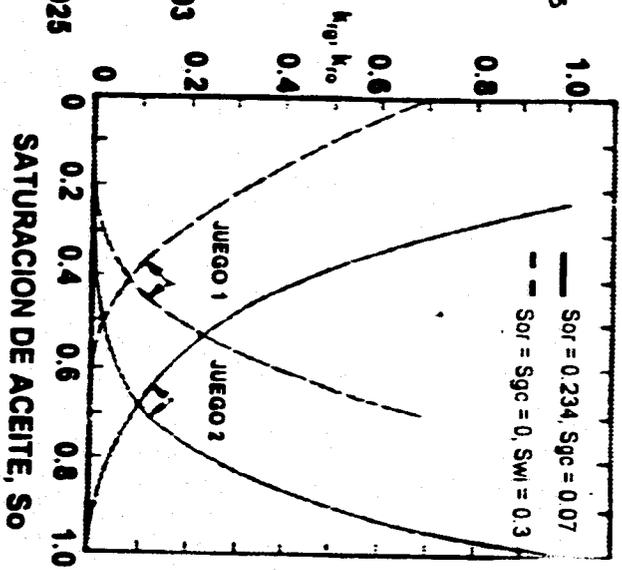


Figura 5 Datos de Permeabilidad Relativa

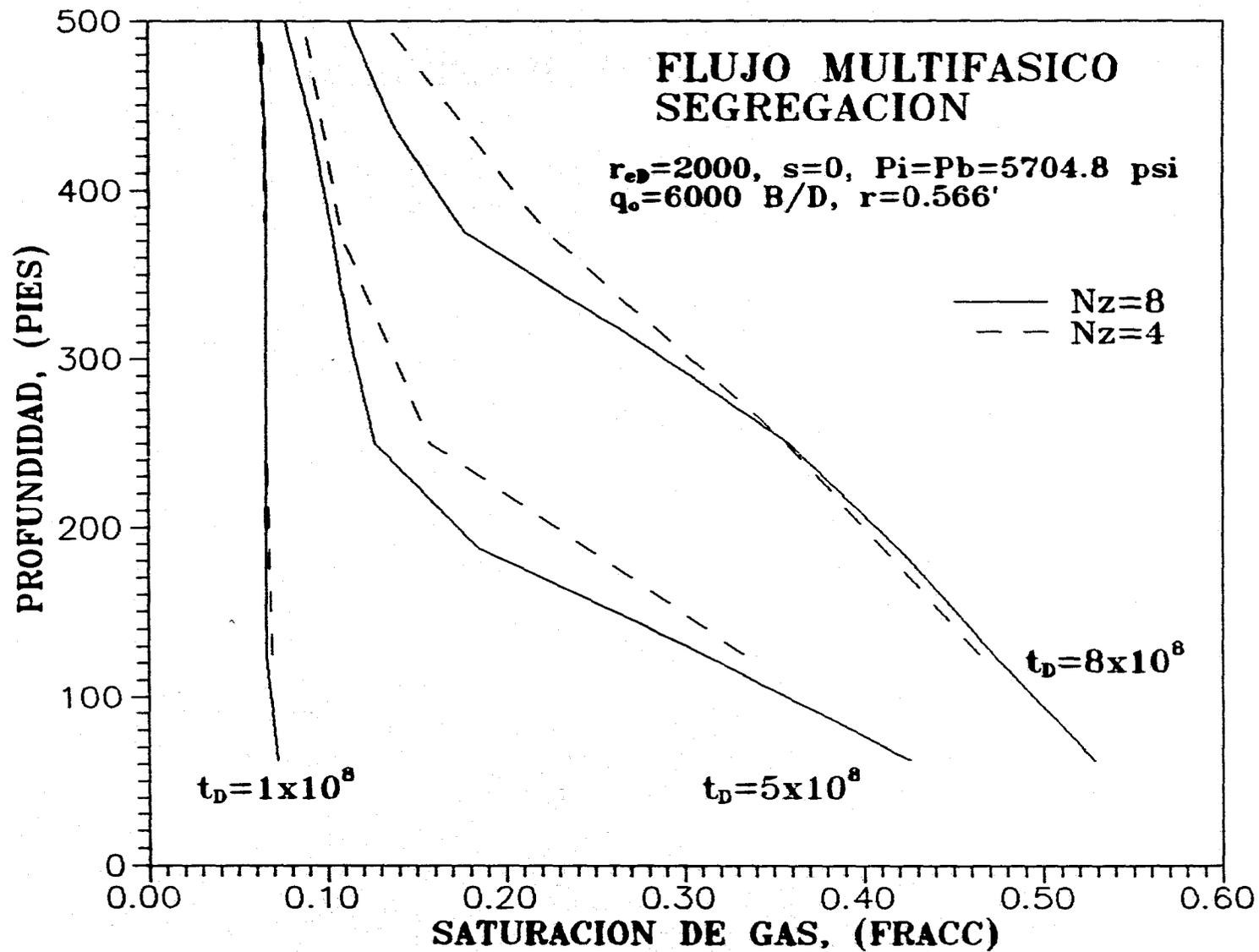
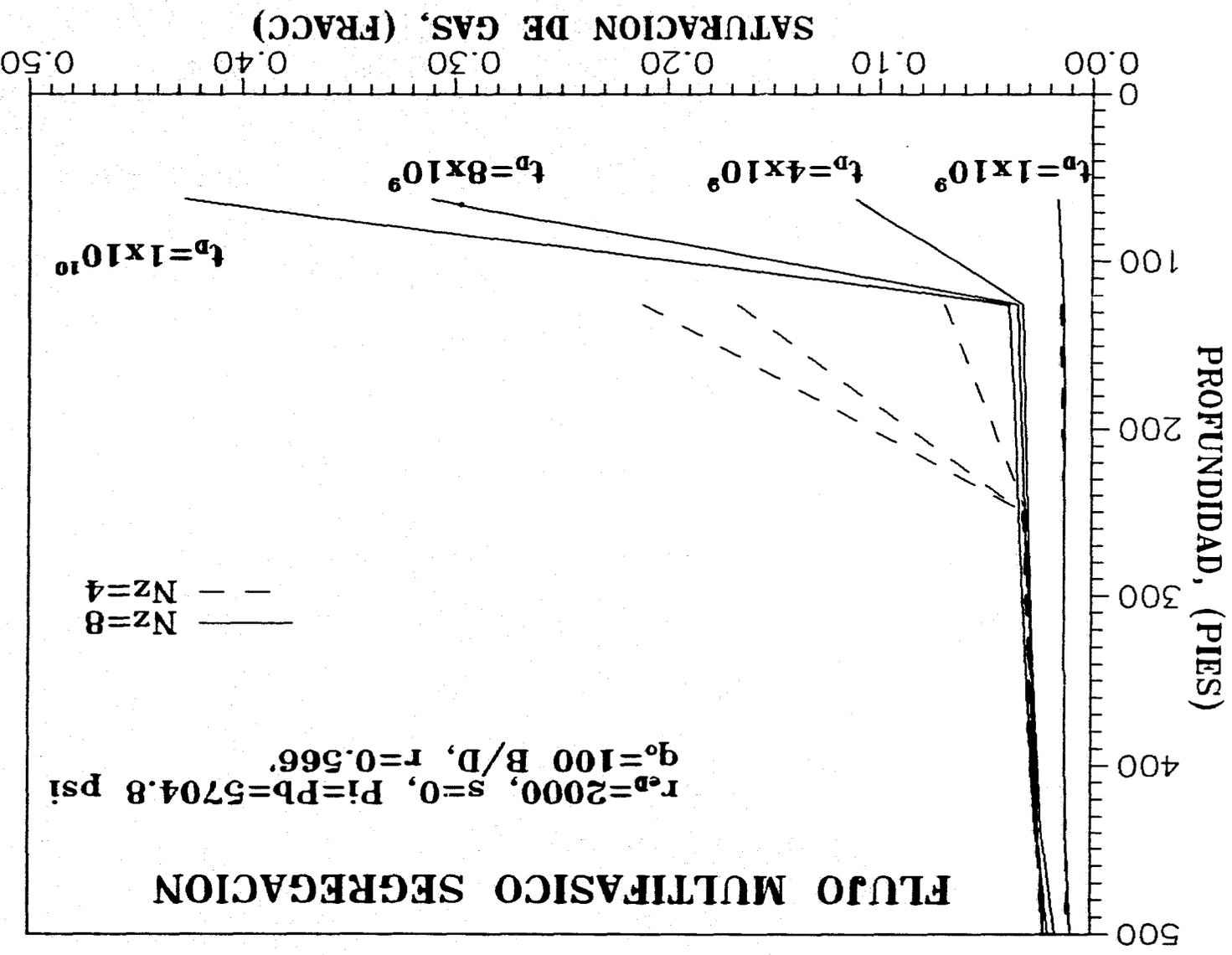


FIG 6.- GRAFICA DE S_g vs. h CON $Nz=8$ y $Nz=4$ ($q_o=6000 \text{ B/D}$)

FIG 7.- GRAFICA DE S_g vs. h CON $Nz=8$ Y $Nz=4$ ($q_0=100$ B/D)



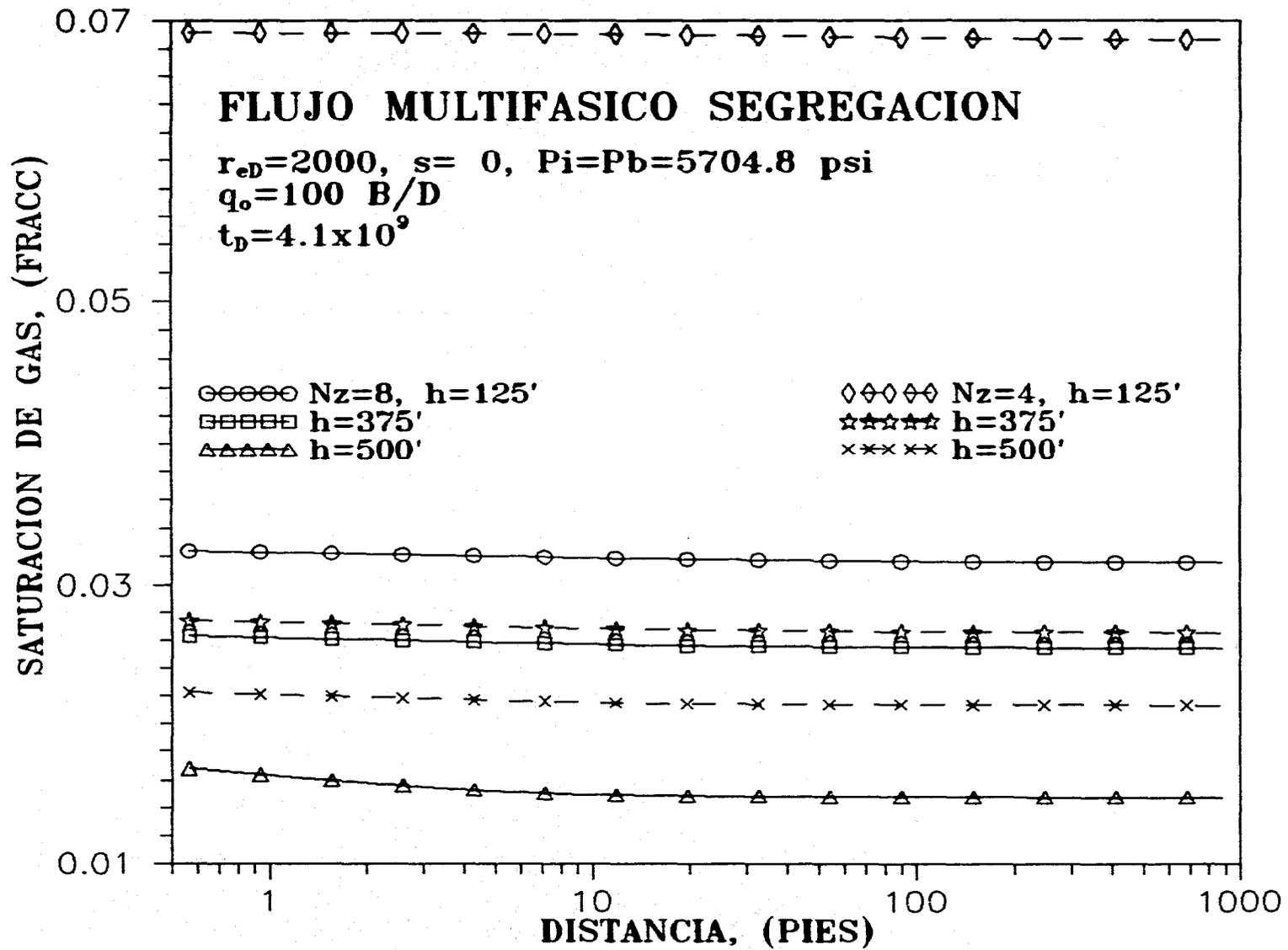
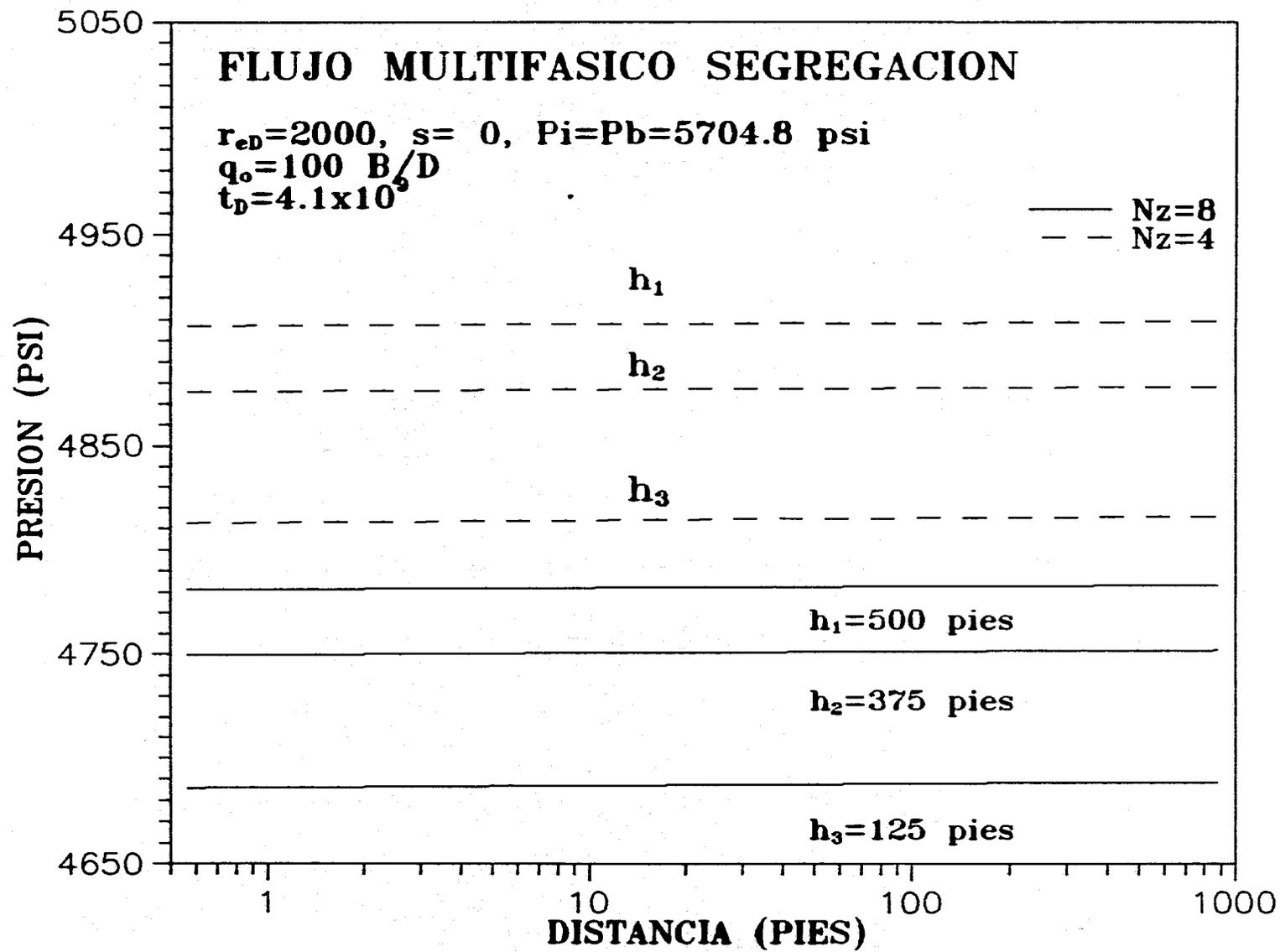


FIG 8.- GRAFICA DE S_g vs. r CON $Nz=8$ y $Nz=4$ ($q_o=100 \text{ B/D}$)



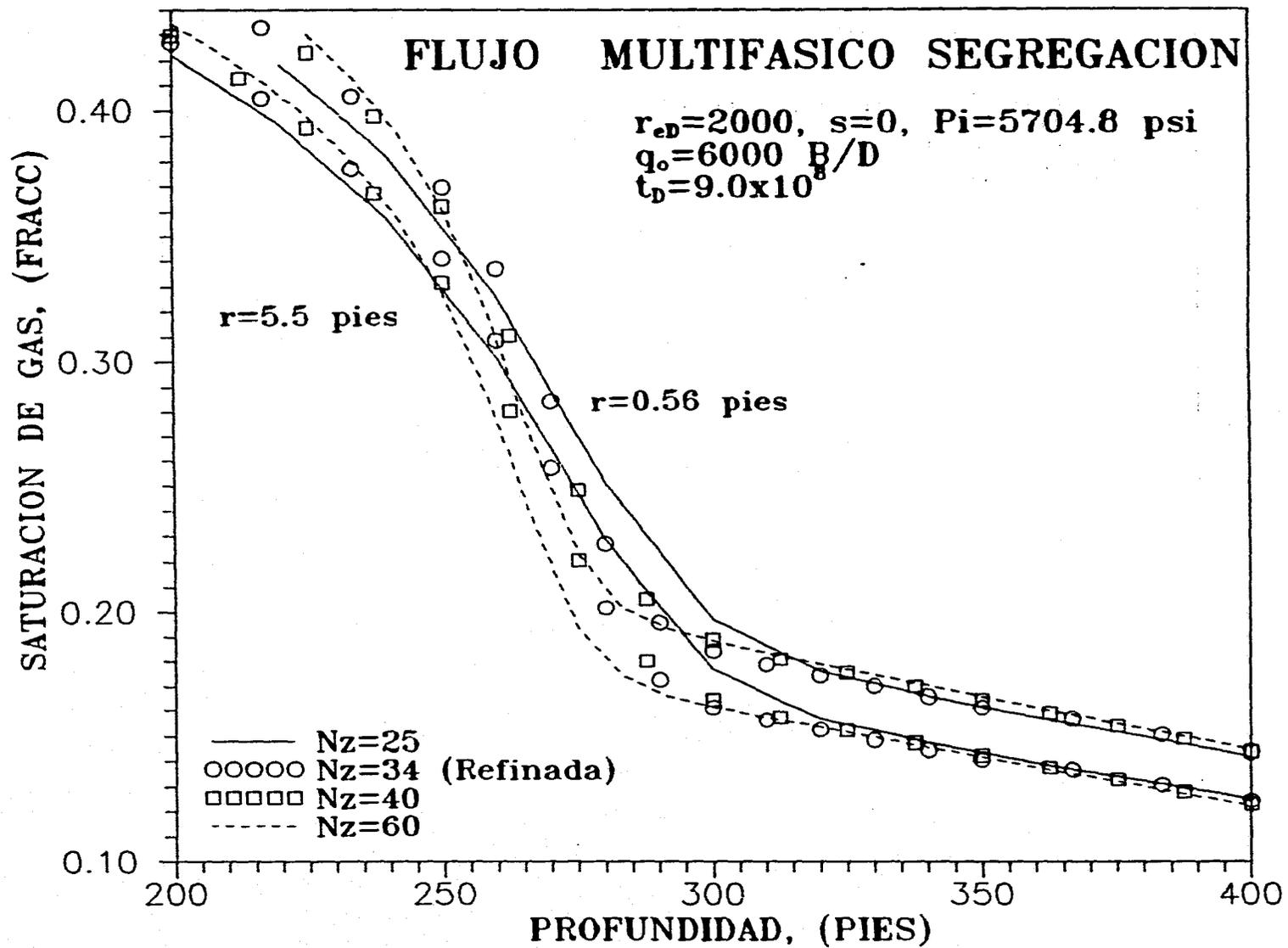


FIG 10.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=100$ B/D: $N_z=25, 34, 40$ y 60

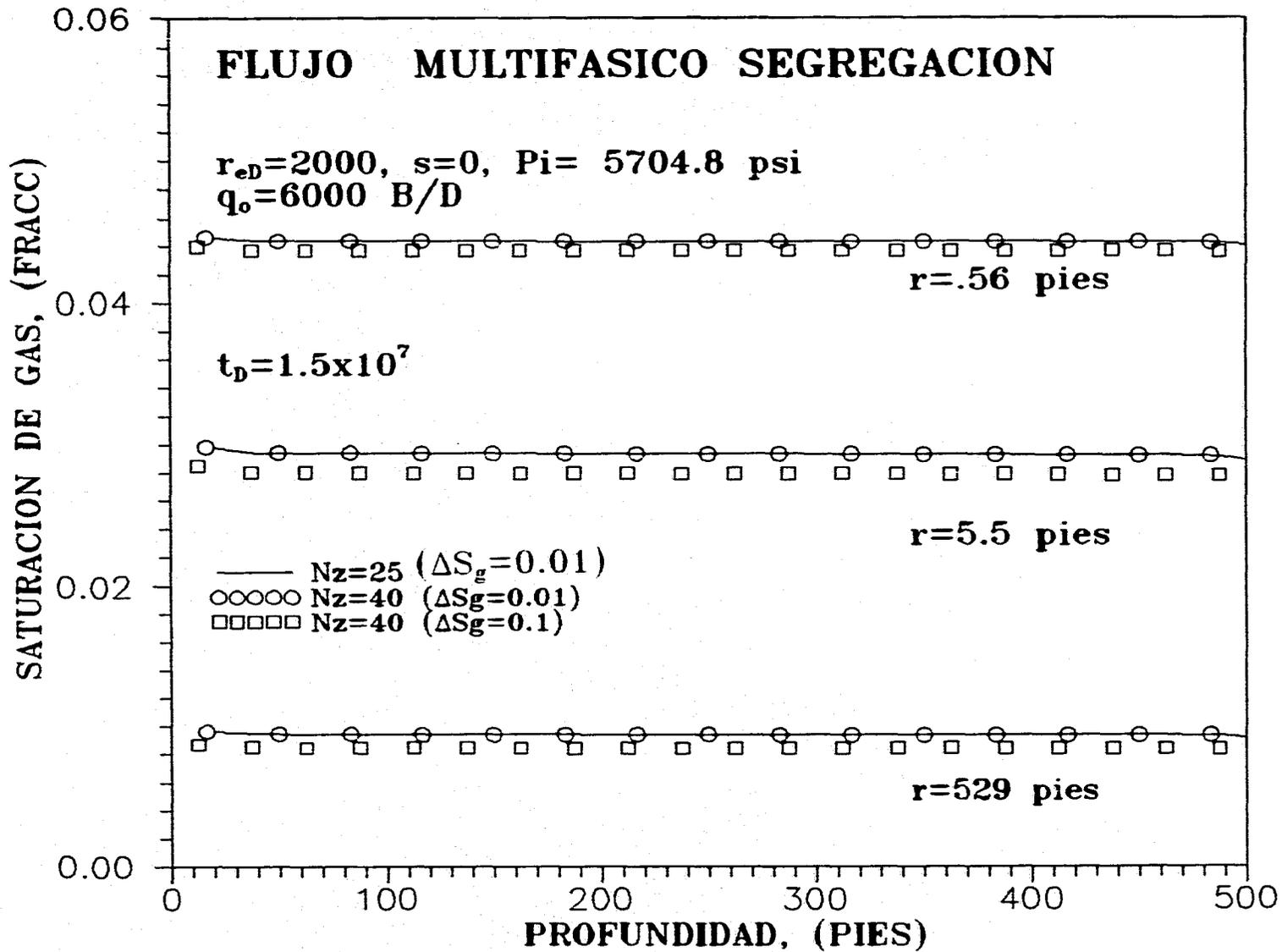


FIG 11.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=6000 \text{ B/D}$; $\Delta S_{gmax}=.01$ y $.1$

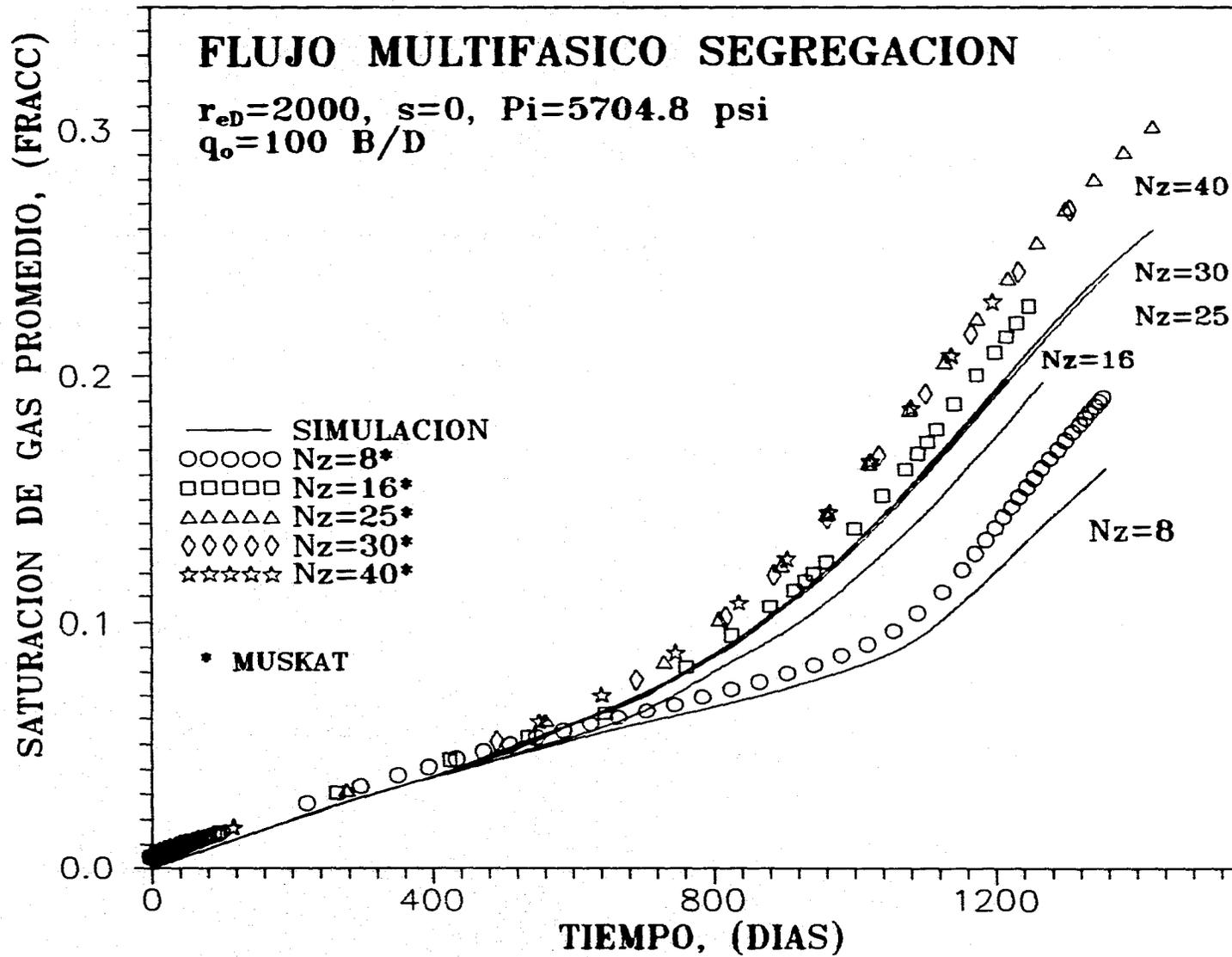
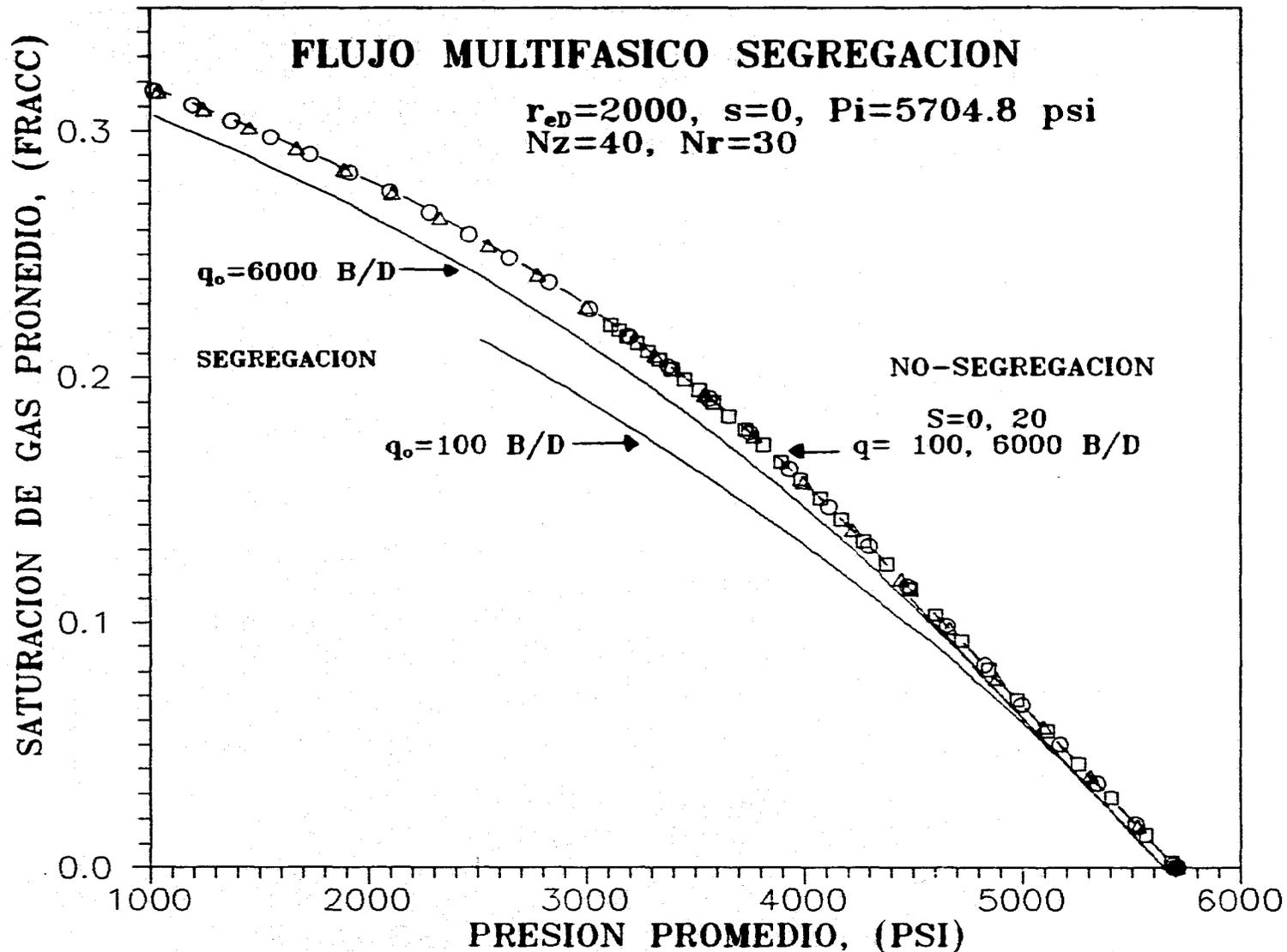


FIG 12.- GRAFICA DE \bar{S}_g vs. t: EFECTO DE Nz A $q_o=100$ B/D



**FIG 13.- GRAFICA DE S_g vs. P , $q_0=100$ y 6000 B/D , $s=0$ y 20
 c/s SEGREGACION**

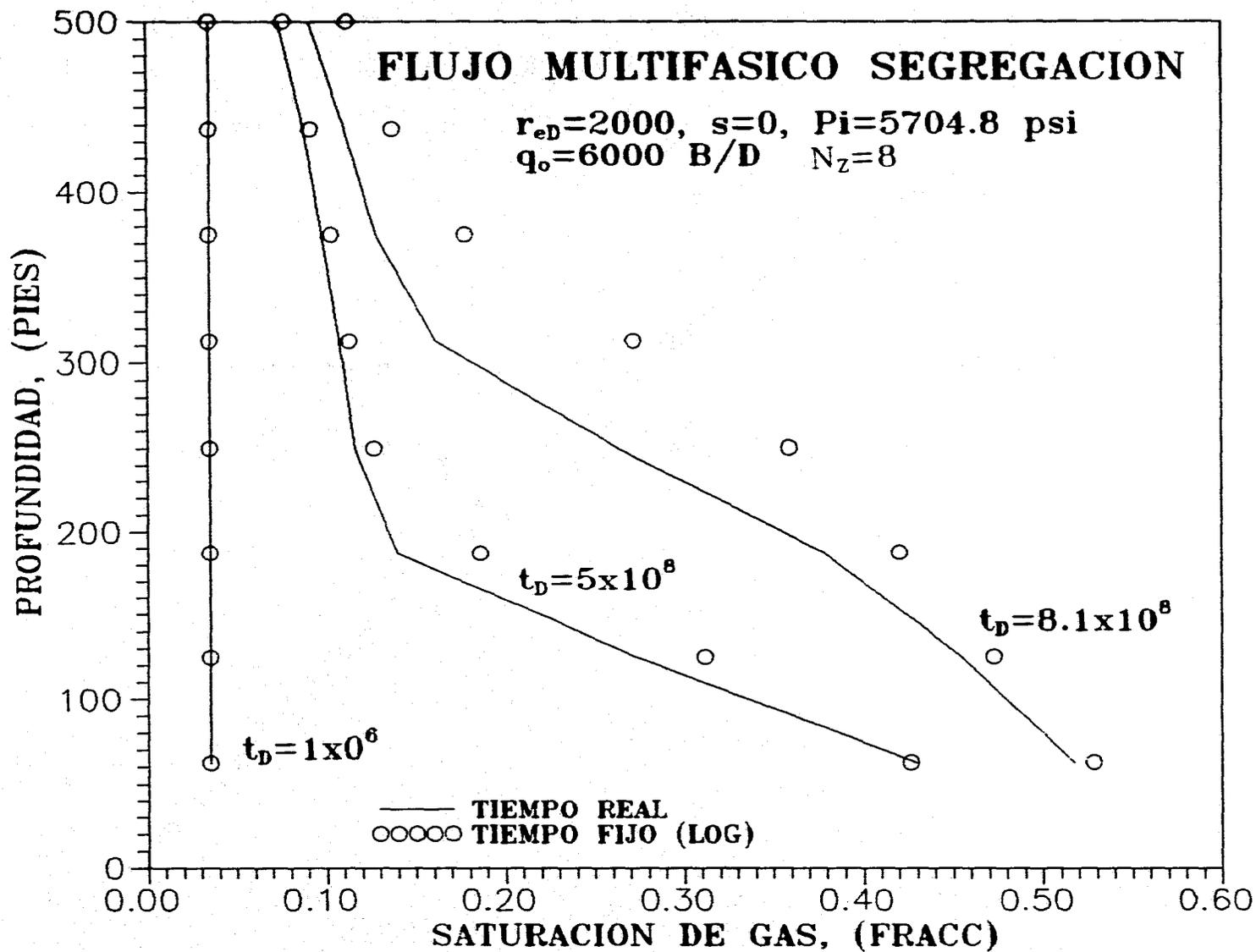


FIG 14.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=6000 \text{ B/D}$: PASO DE TIEMPO

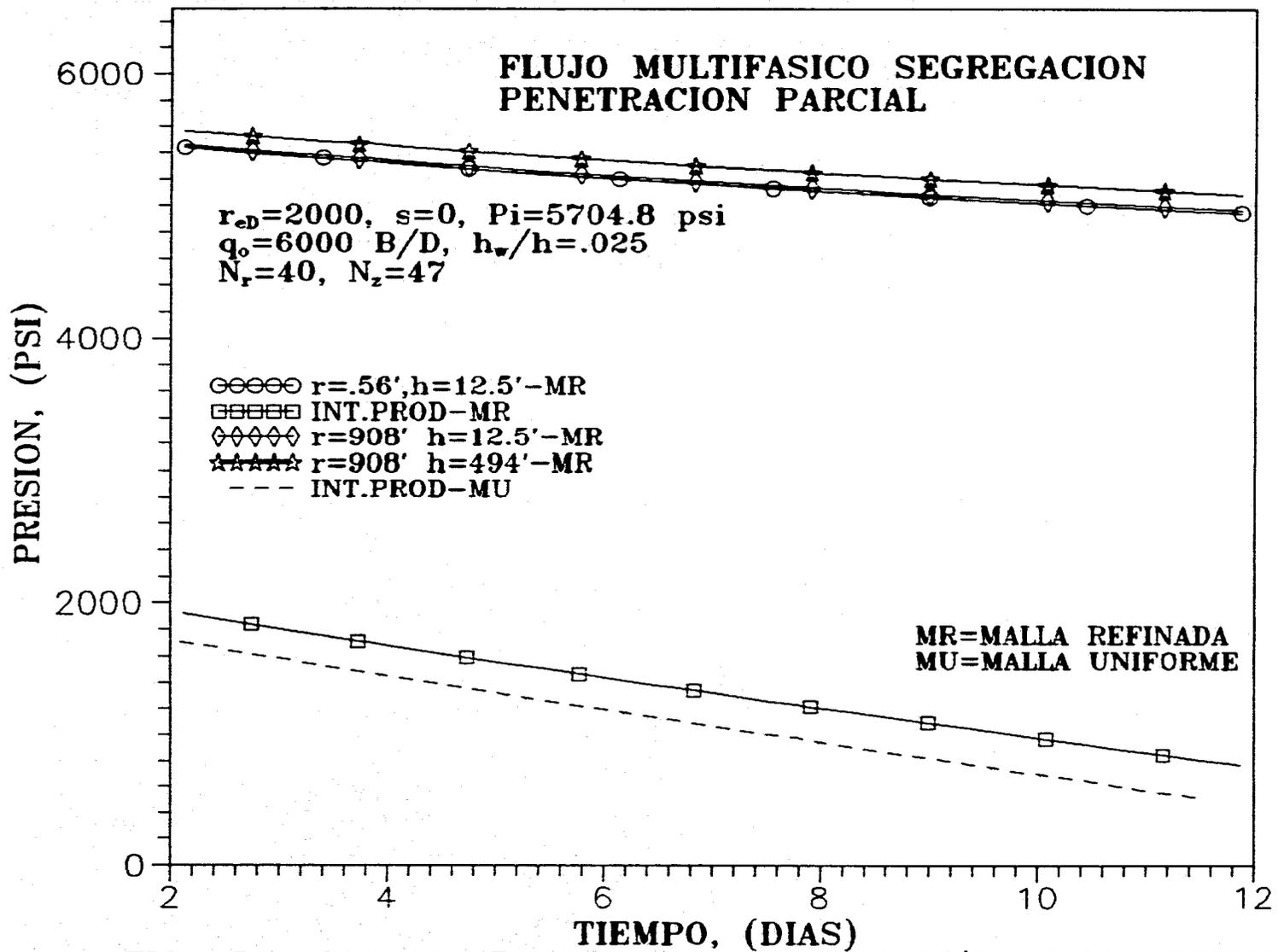


FIG 15.- GRAFICA DE P vs. t, $q_o=6000 \text{ B/D}$, MALLA REFINADA Y UNIFORME (P.PARCIAL)

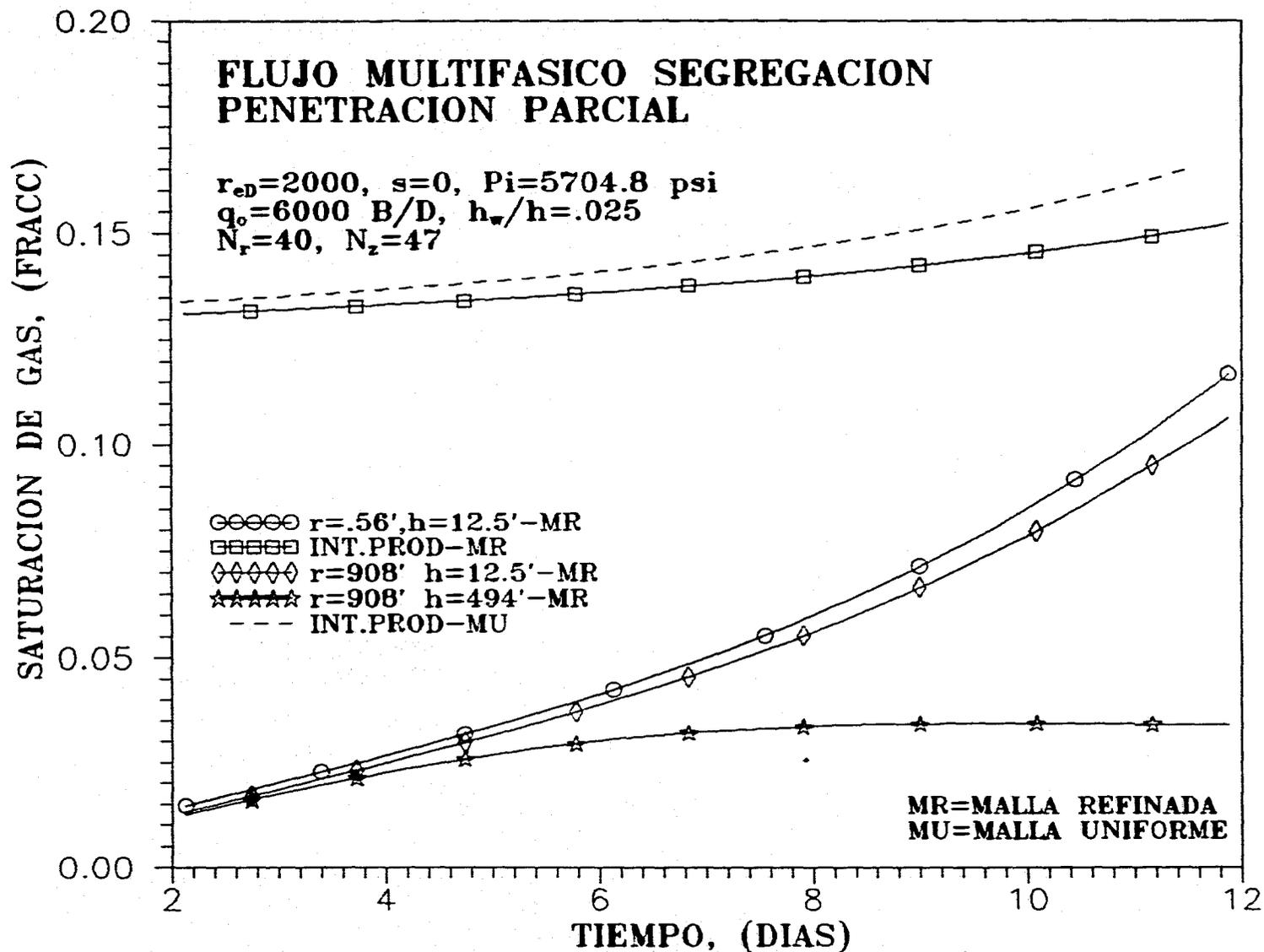


FIG 16.- GRAFICA DE S_g vs t , $q_o=6000 \text{ B/D}$, MALLA REFINADA Y UNIFORME (P.PARCIAL)

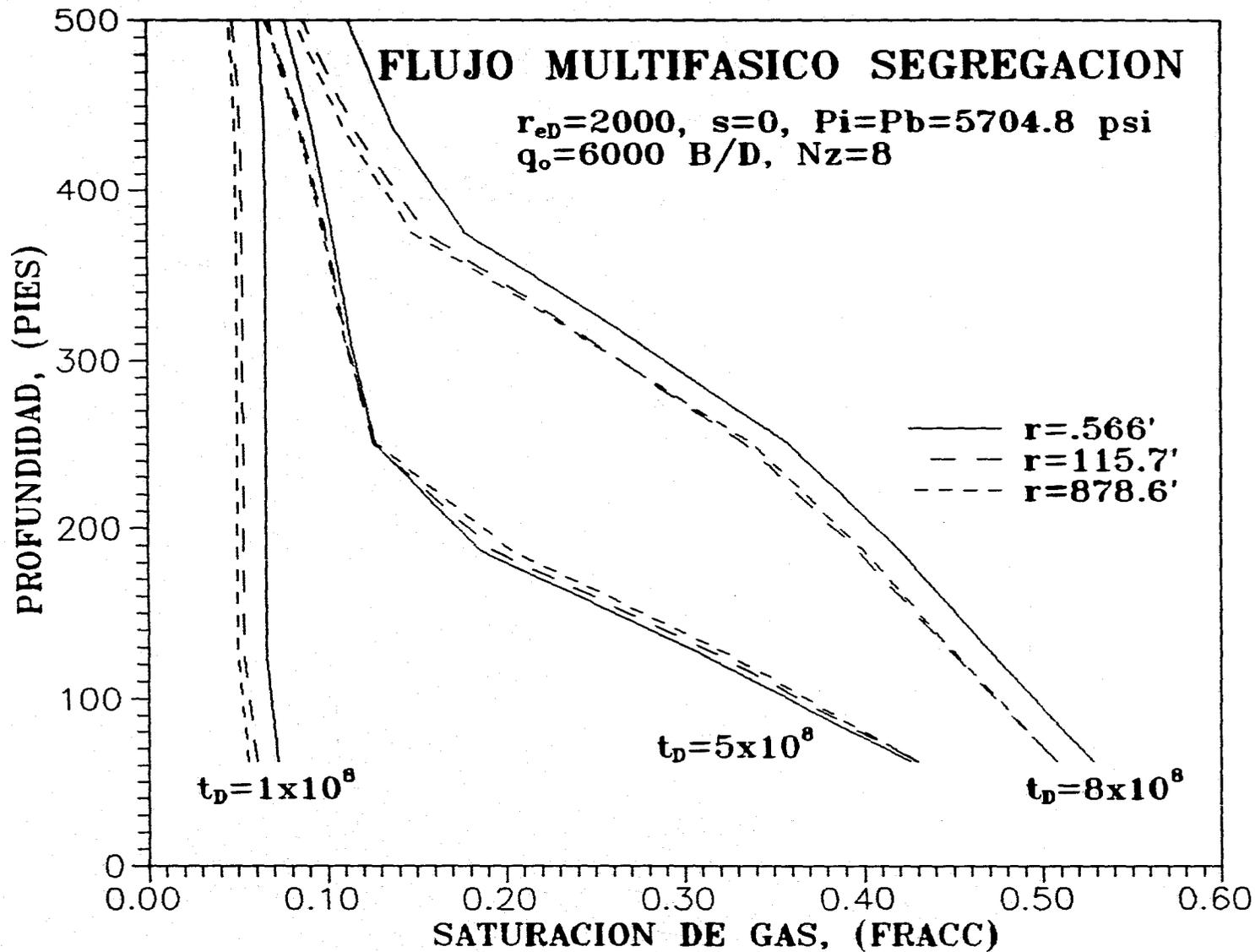


FIG 17.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=6000 \text{ B/D}$: $r=.56, 115 \text{ y } 878'$

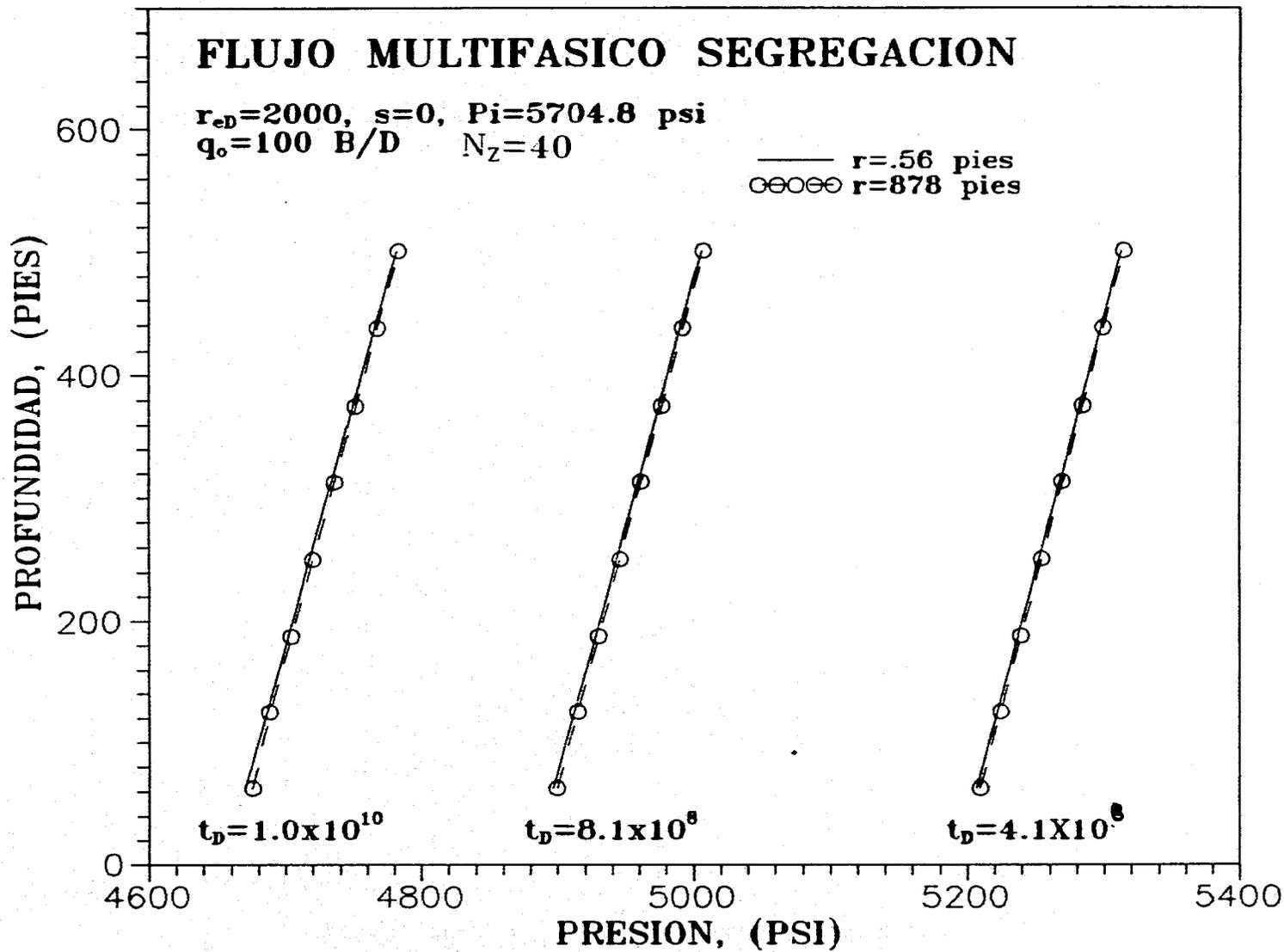


FIG 18.- GRAFICA DE P vs. h PARA $r=.56$ y 878 pies ($q_o=100$ B/D)

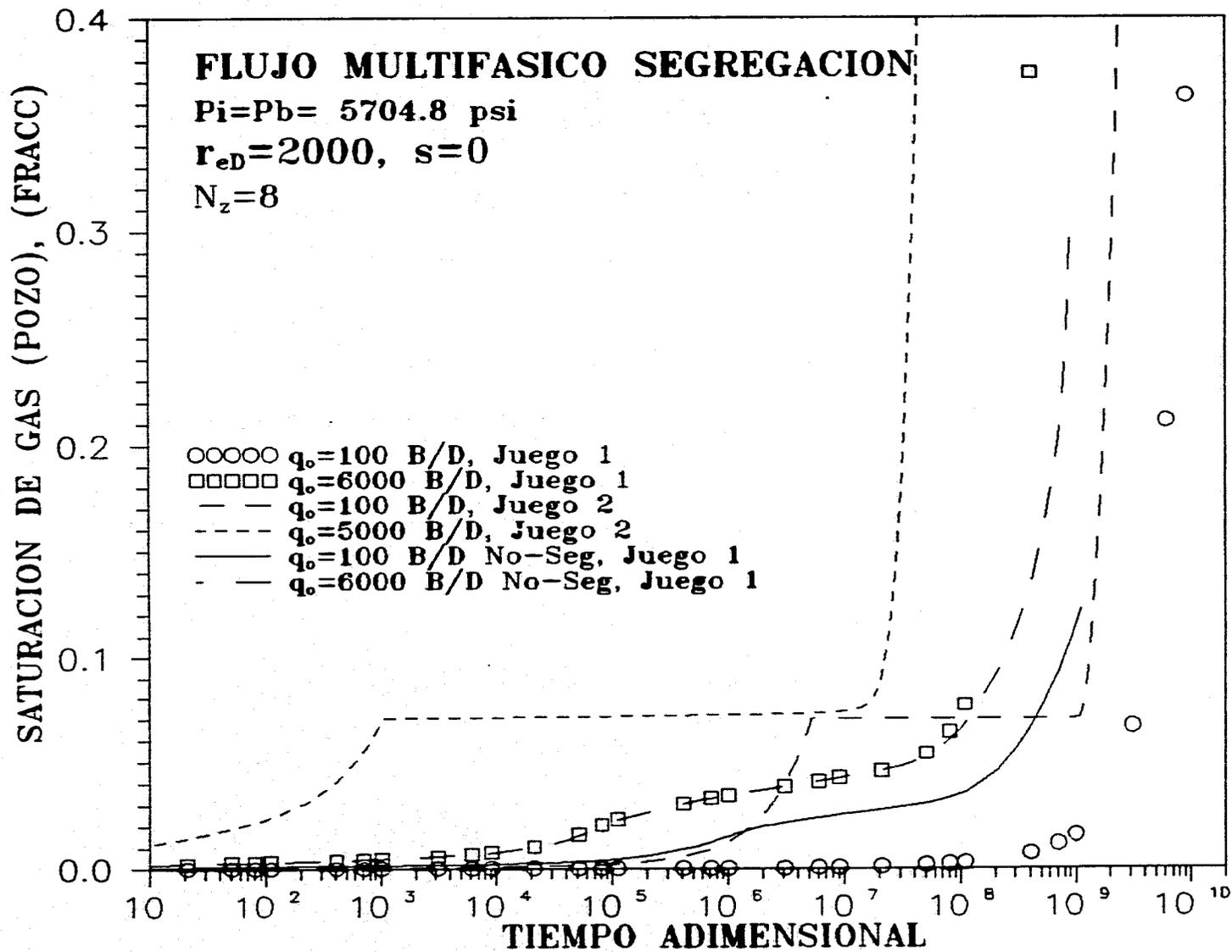
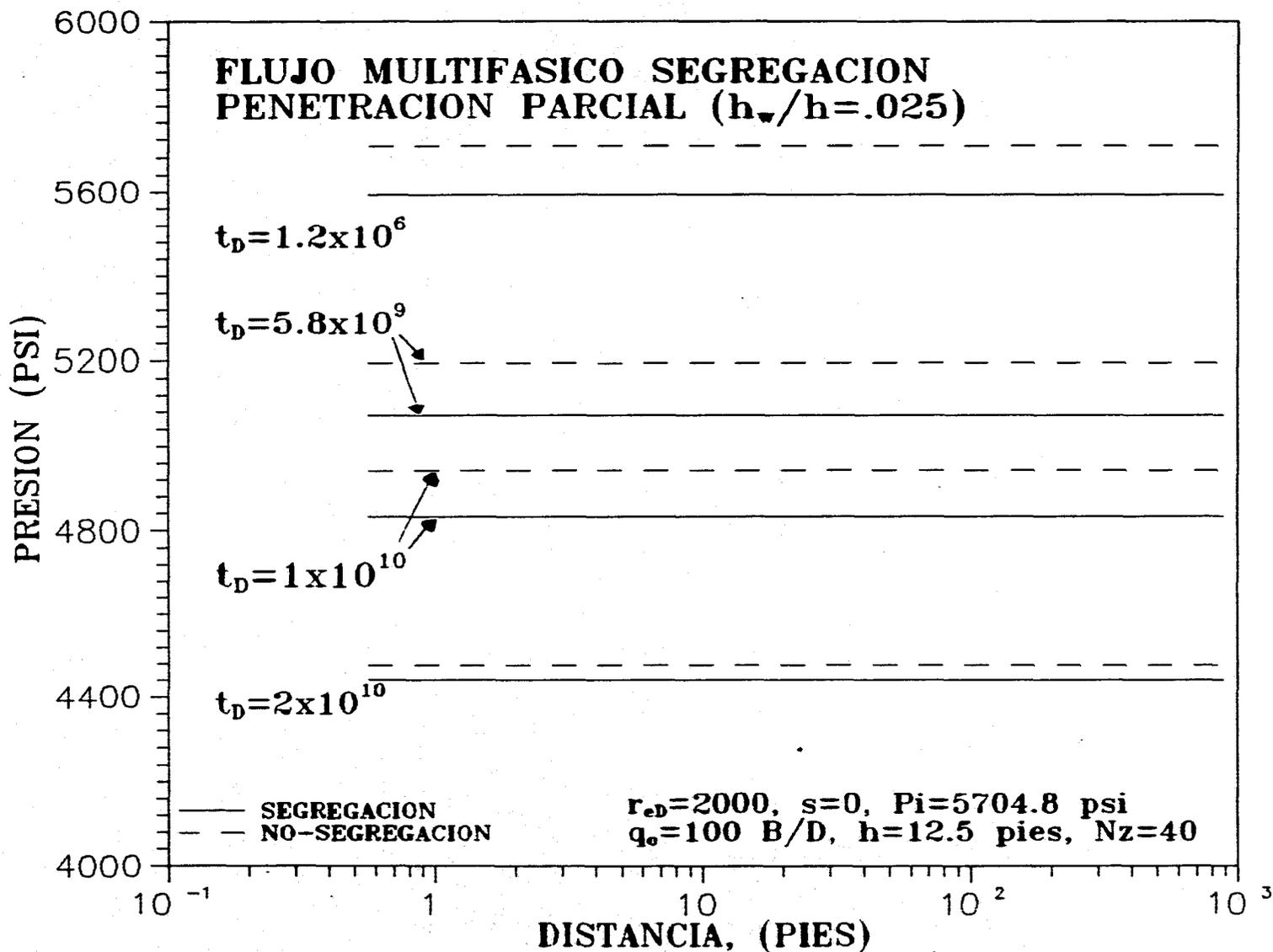
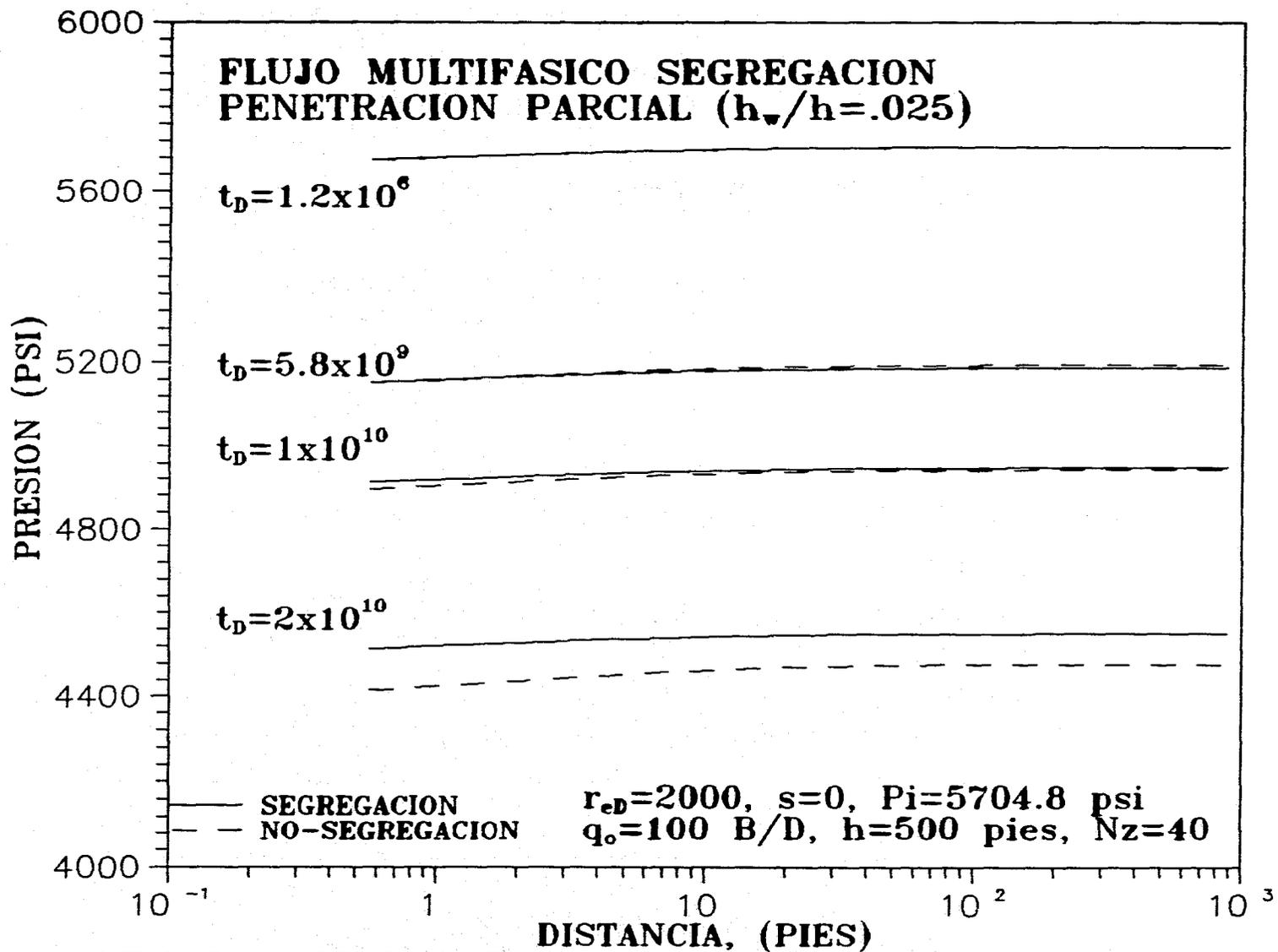


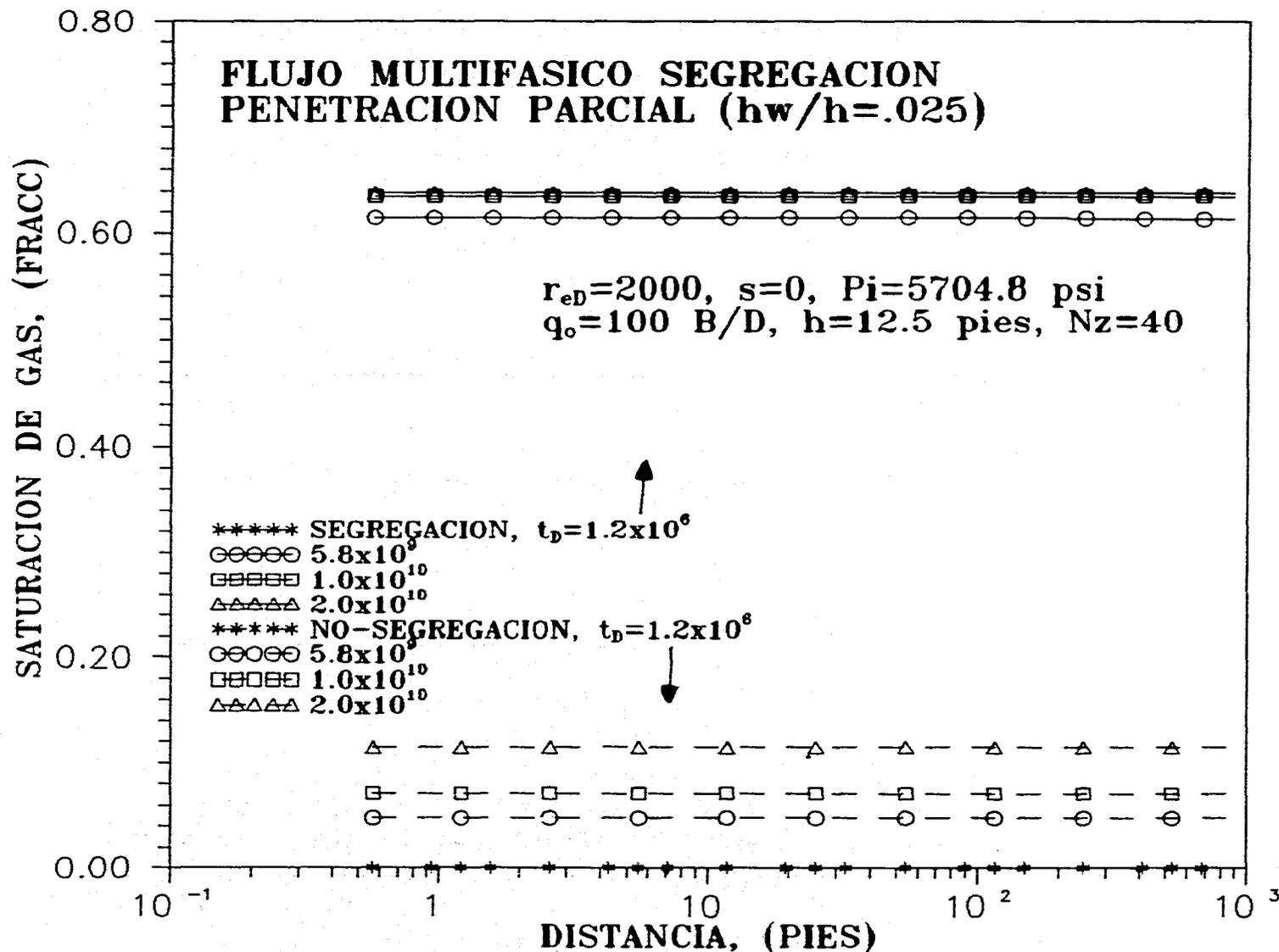
FIG 19.- GRAFICA DE S_{gw} vs. t_D , Juego 1 y Juego 2



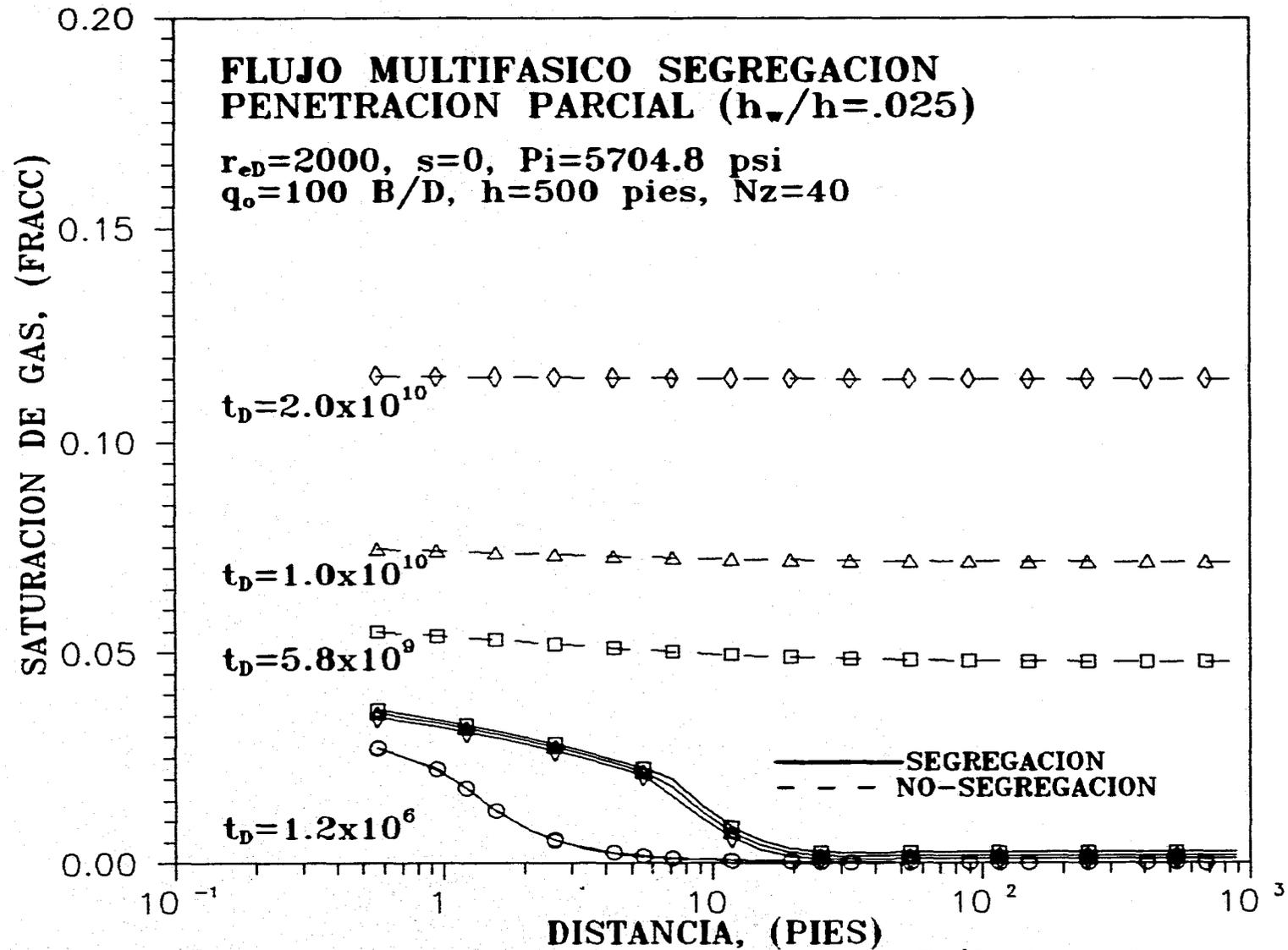
**FIG 20.- GRAFICA DE P vs. r, $q_o=100 \text{ B/D}, h=12.5 \text{ pies}$
c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)**



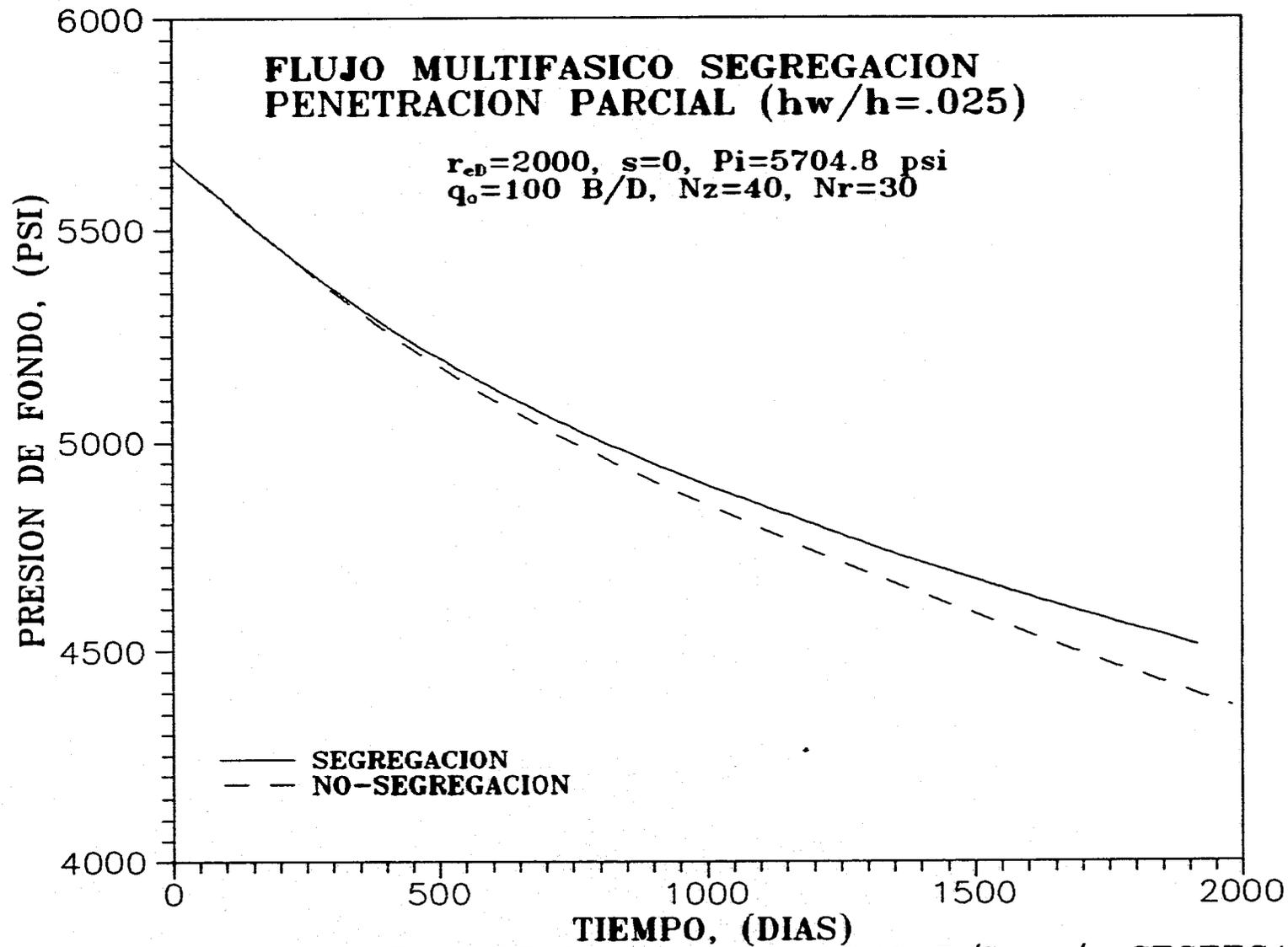
**FIG 21.- GRAFICA DE P vs. r, $q_o=100 \text{ B/D}, h=500 \text{ pies}$
c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)**



**FIG 22.- GRAFICA DE S_g vs. r , $q_o=100 \text{ B/D}$, $h=12.5 \text{ pies}$
 c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)**



**FIG 23.- GRAFICA DE S_g vs. r , $q_o=100$ B/D. $h=500$ pies
c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)**



**FIG 24.- GRAFICA DE P_{wf} vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$, c/s SEGREGACION
(P.PARCIAL)**

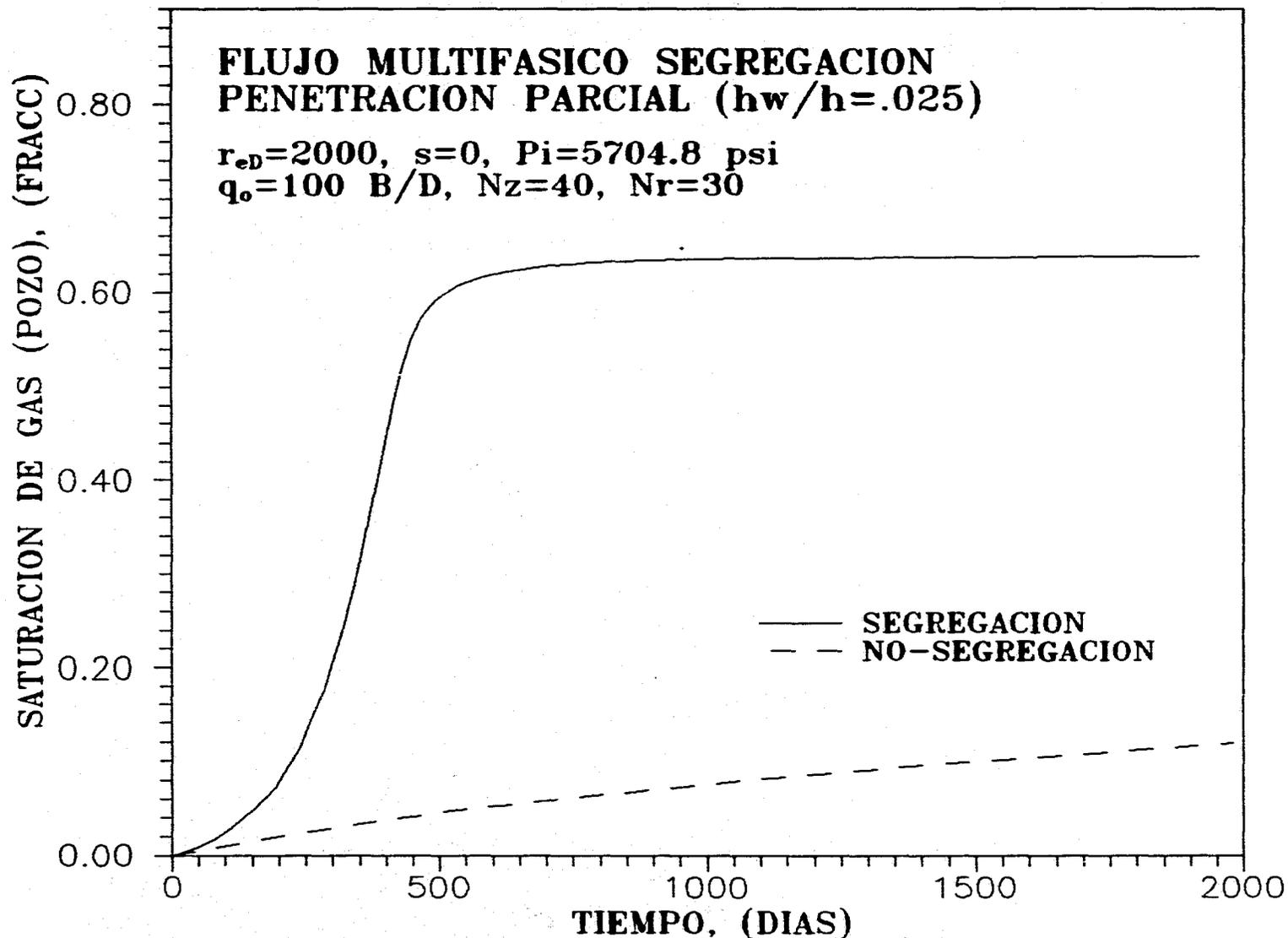


FIG 25.- GRAFICAS DE S_{gw} vs. t , $q_o=100$ B/D c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)

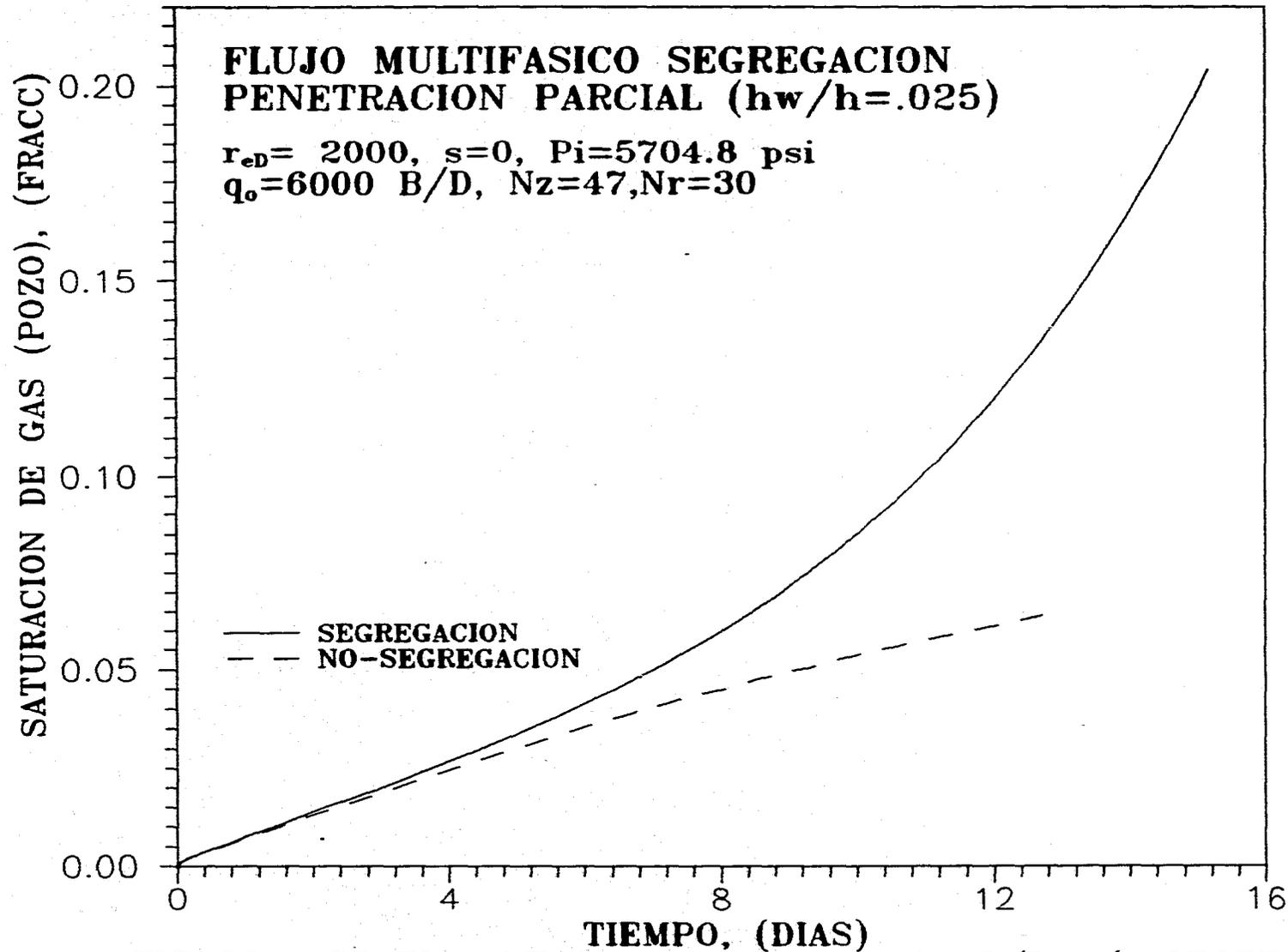


FIG 26.- GRAFICA DE S_{gw} vs. t , $q_o=6000 \text{ B/D}$ c/s SEGREGACION (P.PARCIAL)

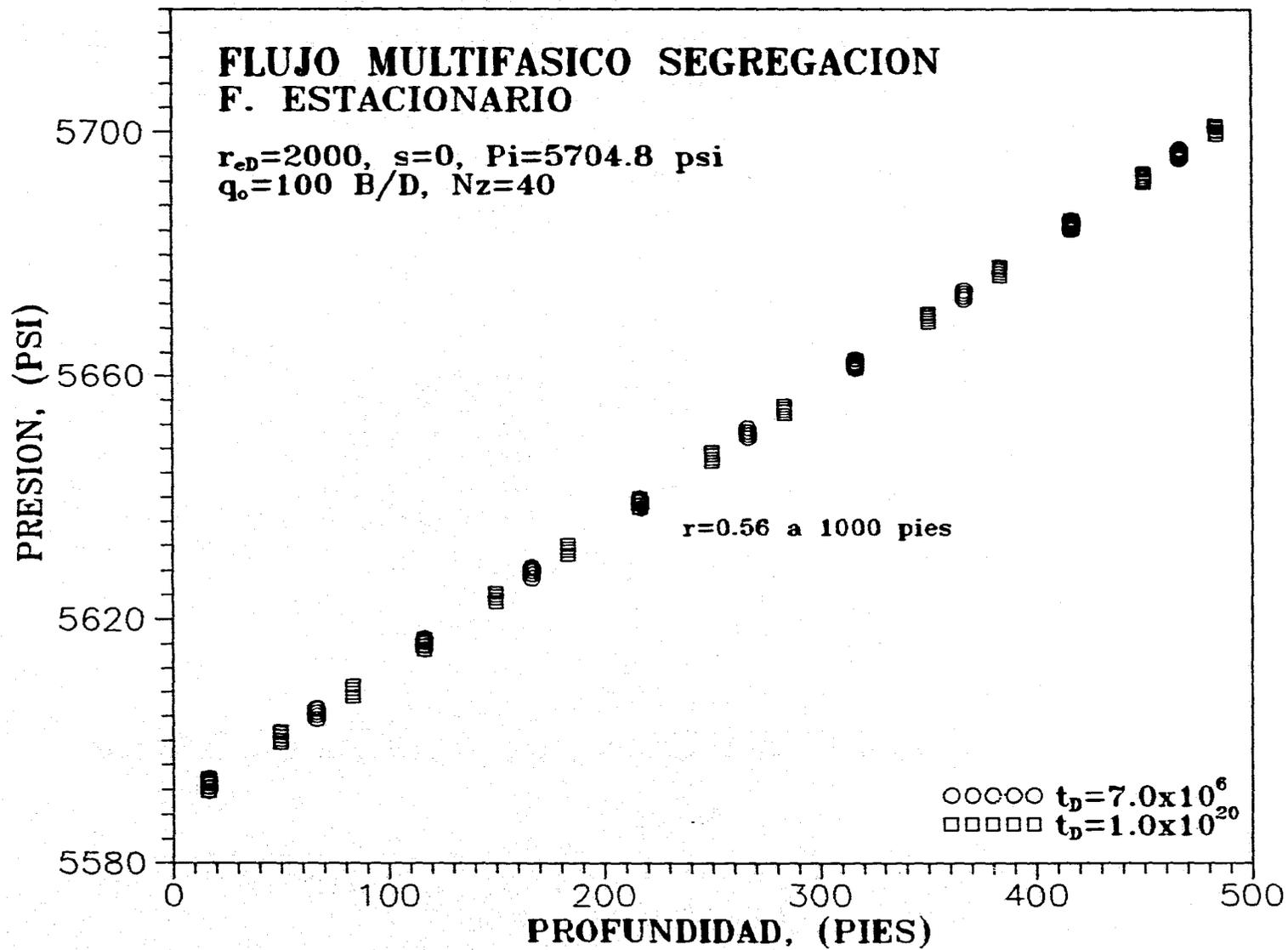


FIG 27.- GRAFICA DE P vs. h, $q_o=100 \text{ B/D}$, F. ESTAC., $r=.56-1000'$

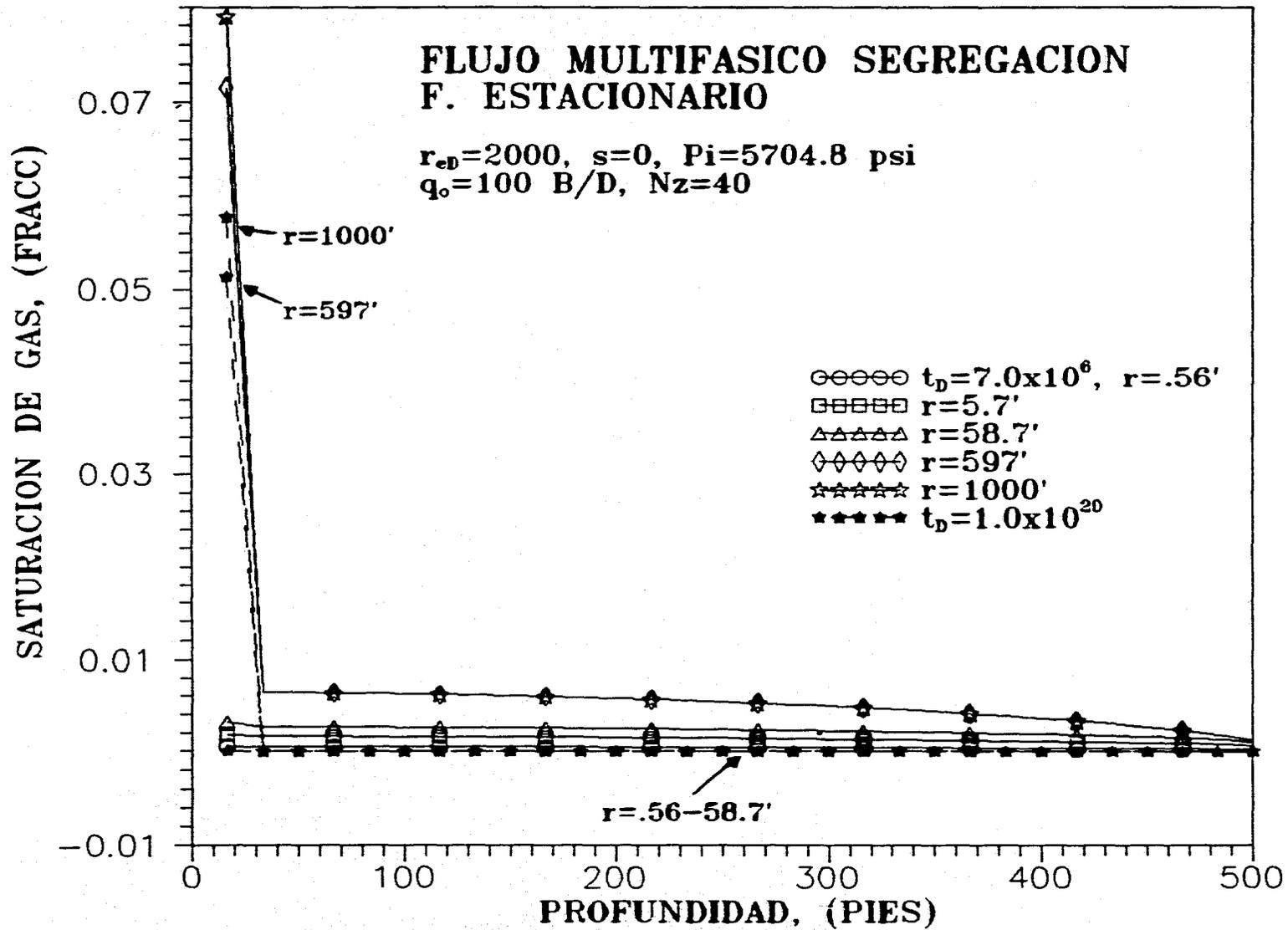
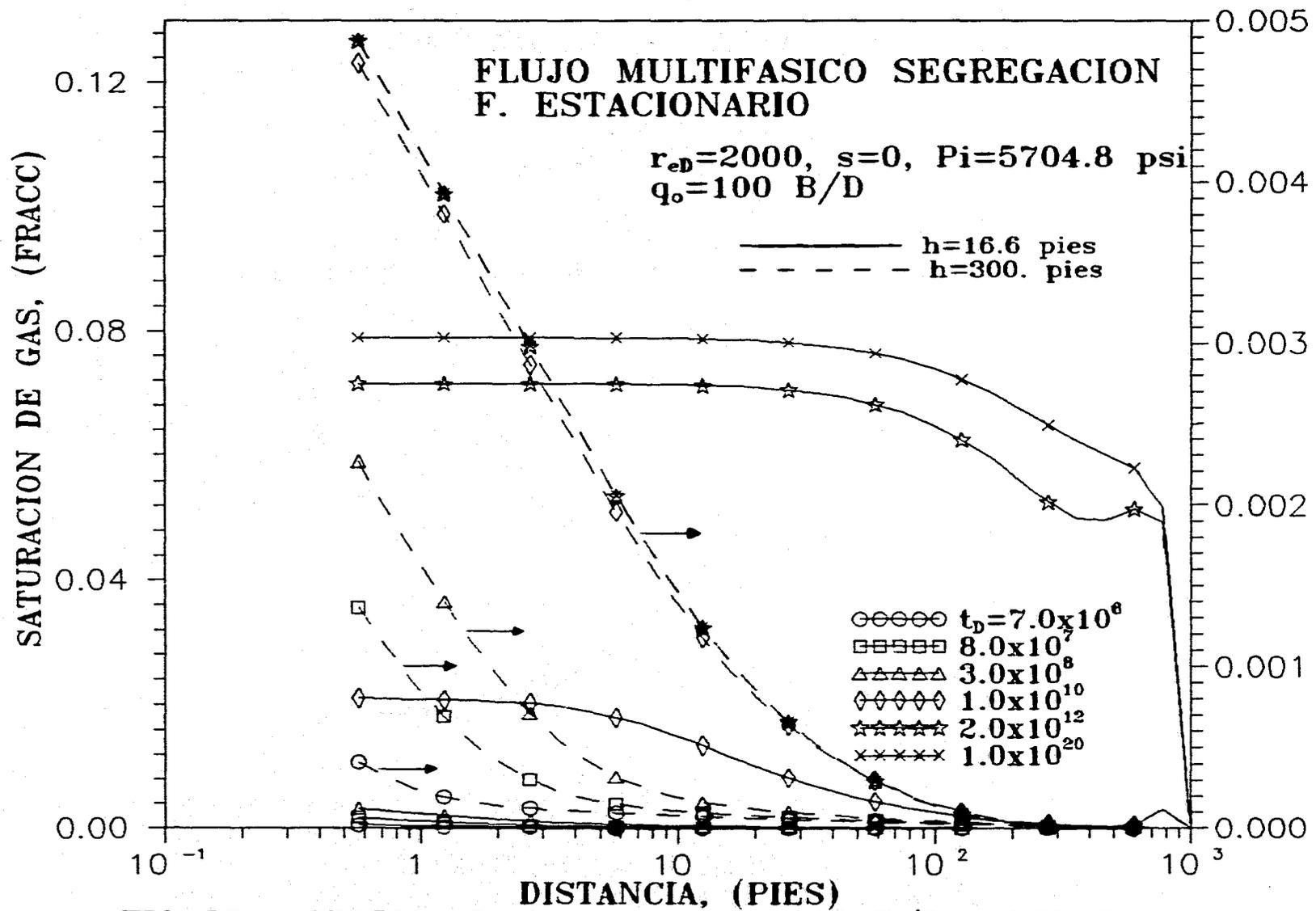
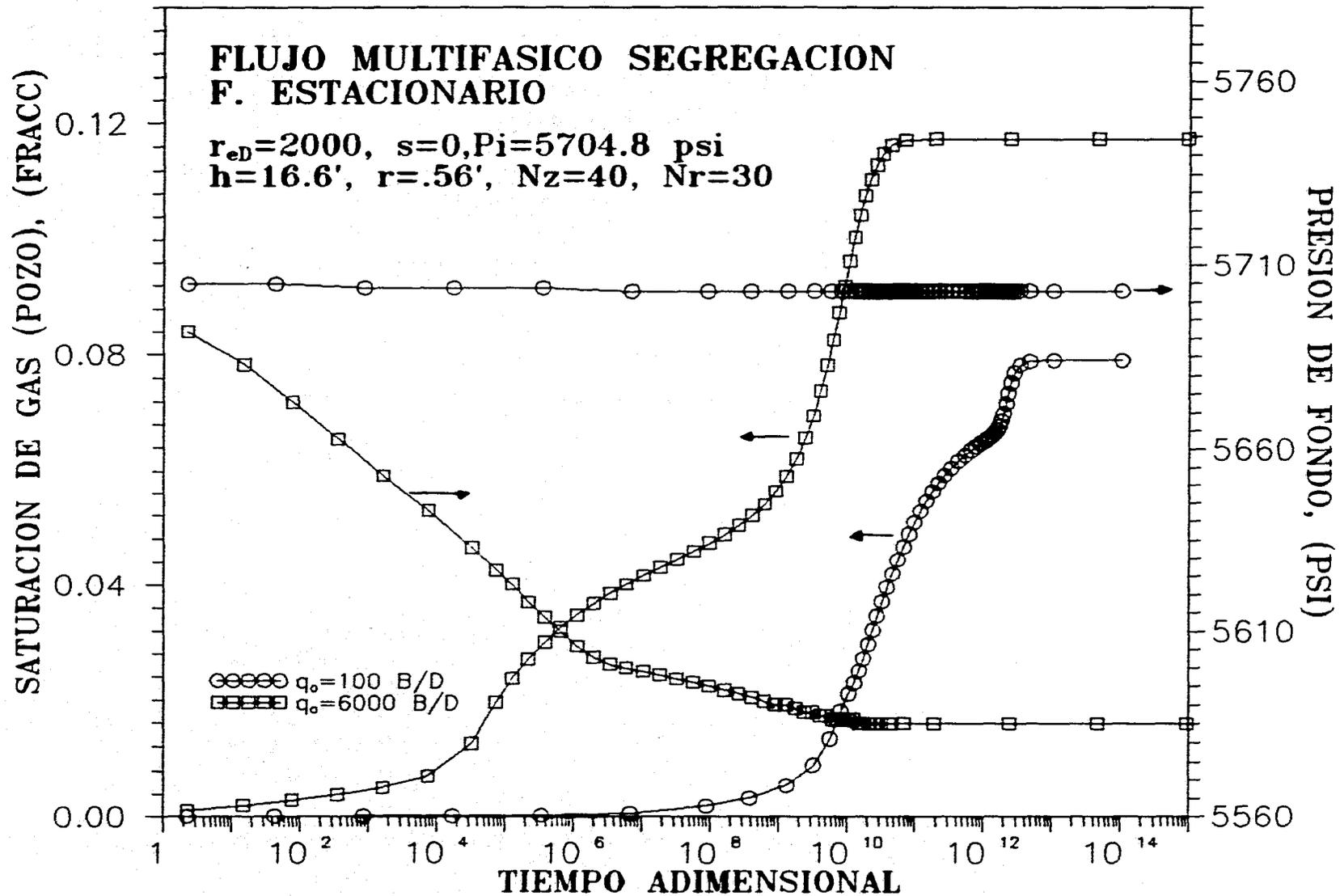


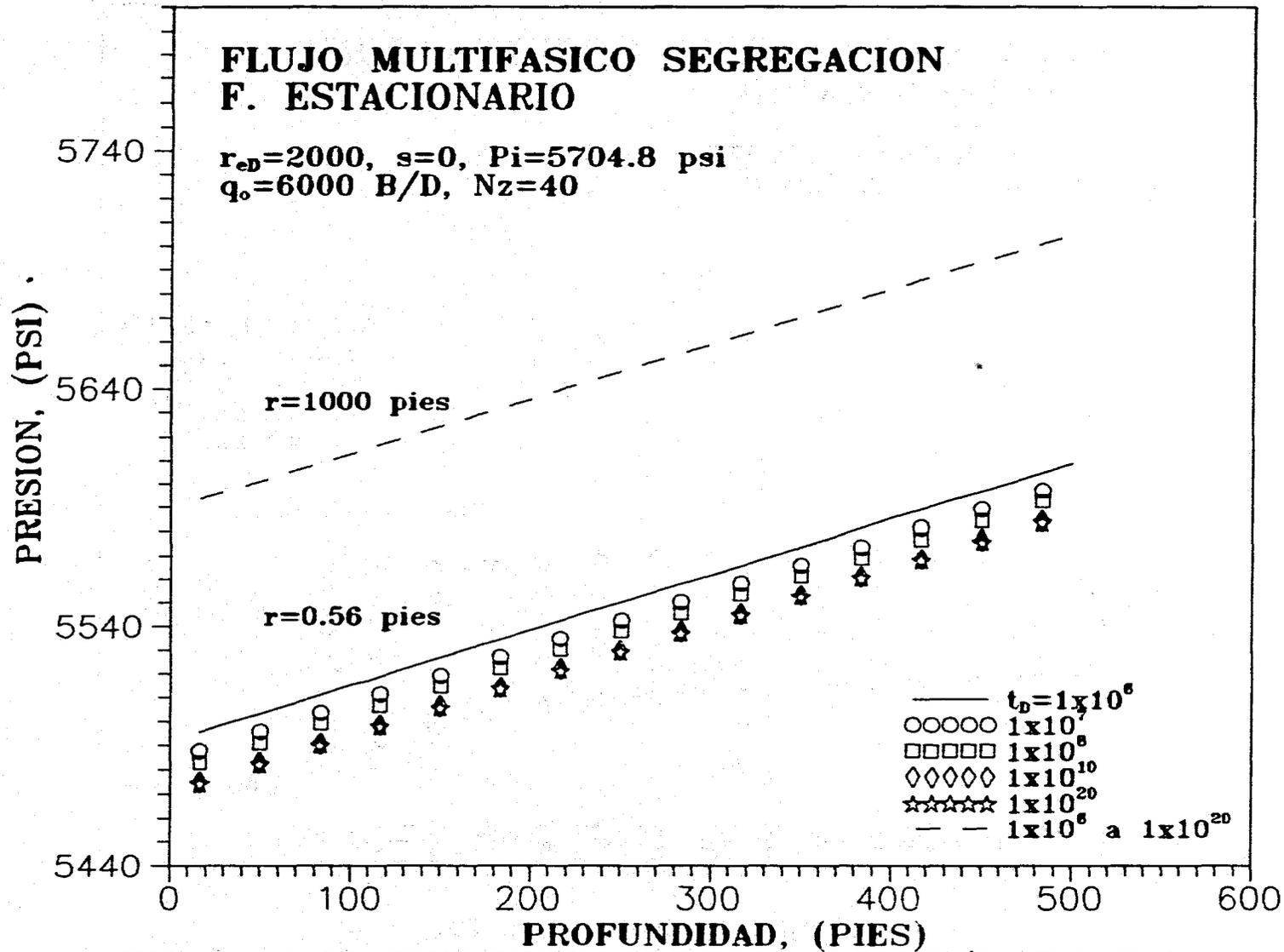
FIG 28.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=100\text{B/D}$, F. ESTAC., $r=.56-1000'$



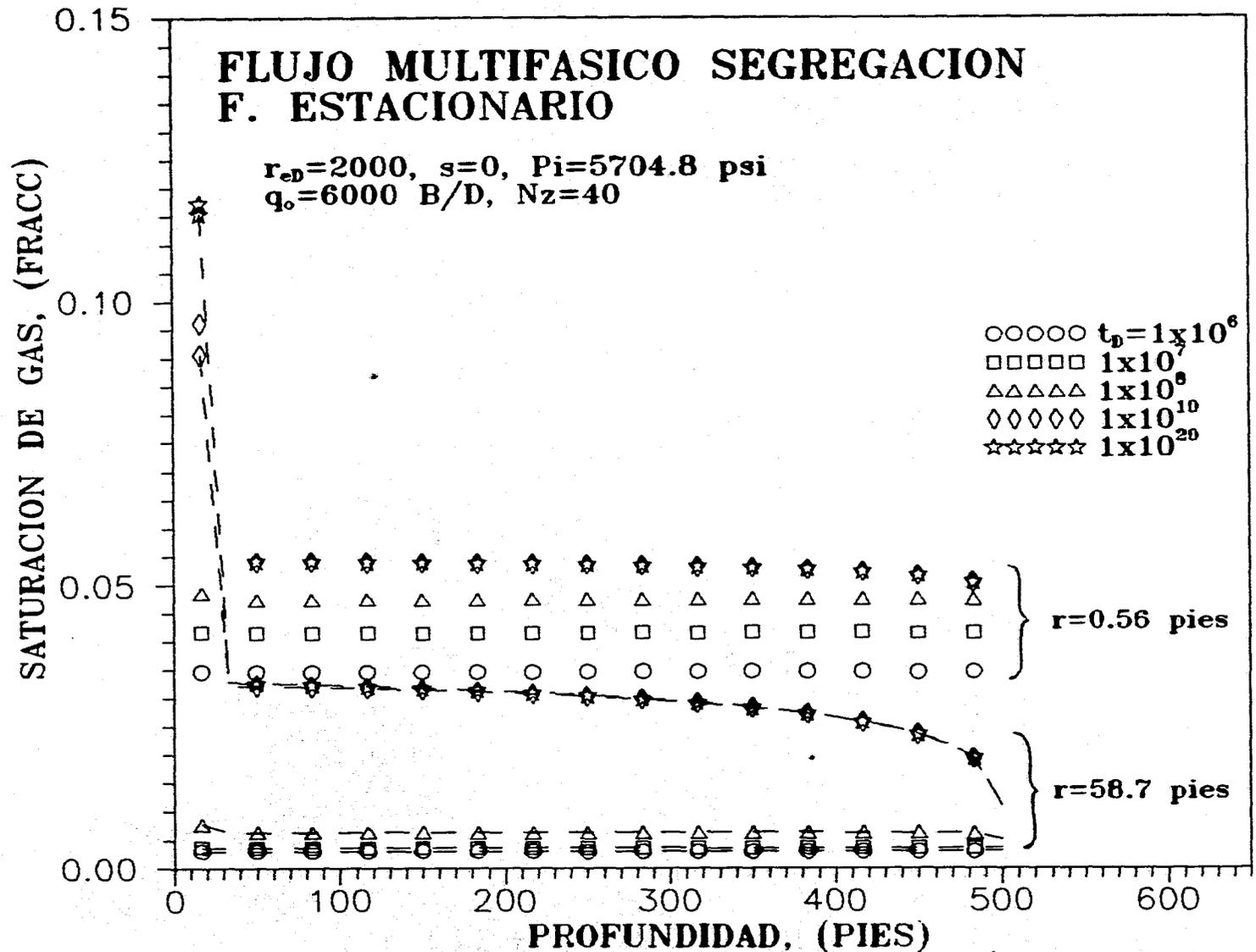
**FIG 29.- GRAFICA DE S_g vs. r , $q_o=100 \text{ B/D}$, F. ESTAC.
 $h=16.6 \vee 300 \text{ pies}$**



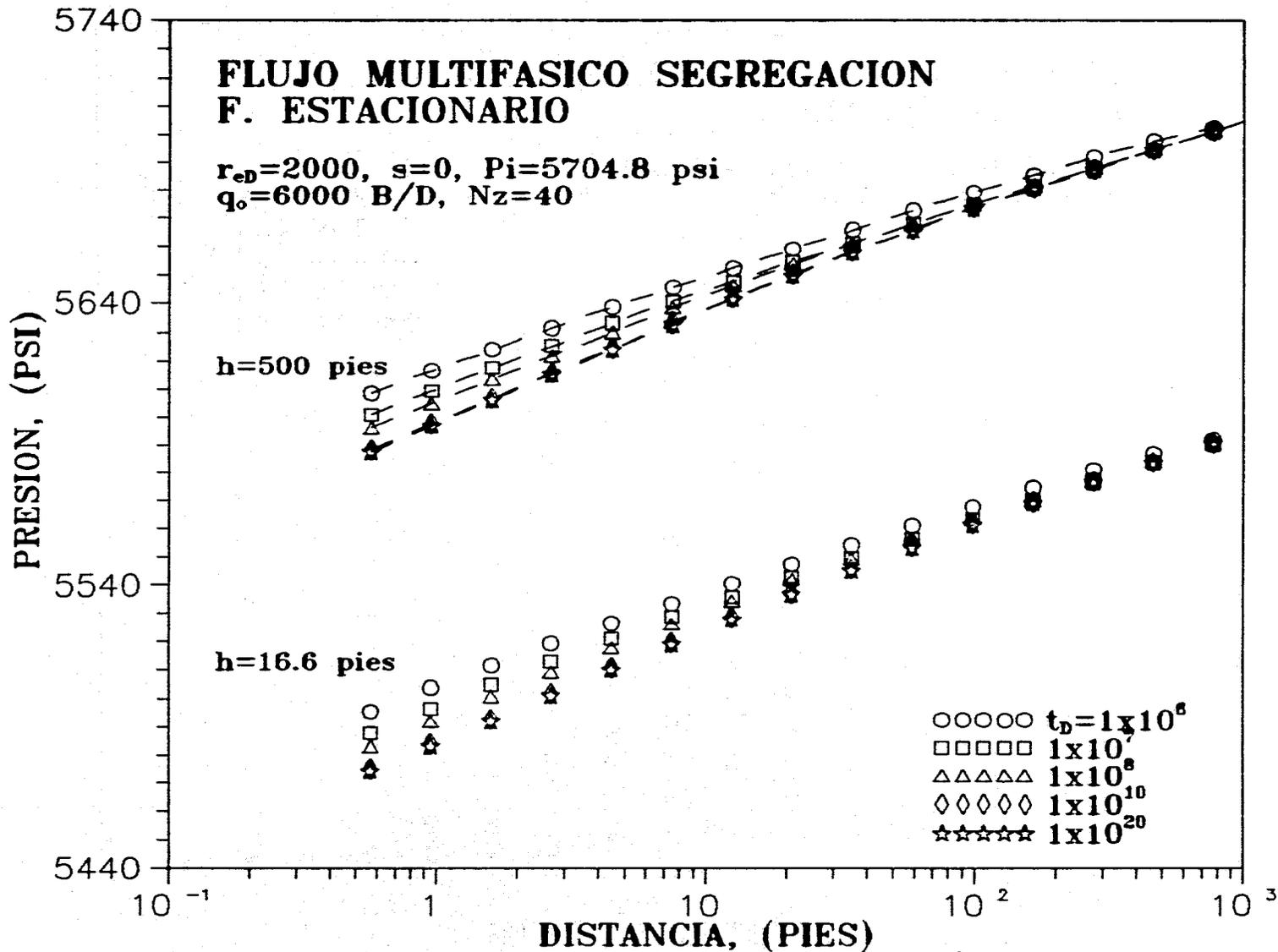
**FIG 30.- GRAFICA DE S_{gw} , P_{wf} vs. t_D , F. ESTAC. $r=.56$ pies
 $h=16.6$ pies**



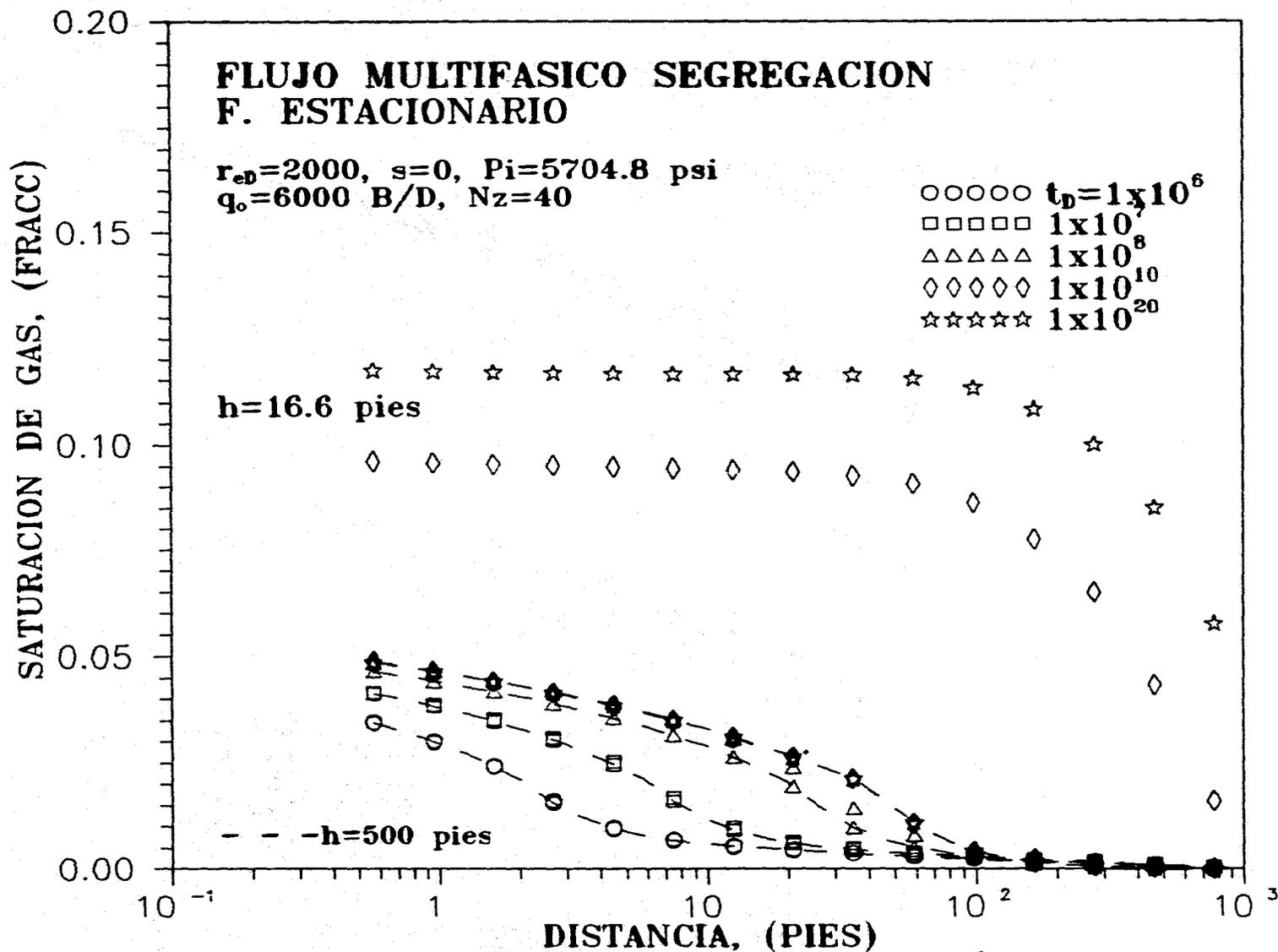
**FIG 31.- GRAFICA DE P vs. h, $q_o=6000 \text{ B/D}$, F.ESTAC.
 $r=.56 \text{ y } 1000 \text{ pies}$**



**FIG 32.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=6000 \text{ B/D}$, F.ESTAC.
 $r = .56$ y 58.7 pies**



**FIG 33.- GRAFICA DE P vs. r, $q_o=6000 \text{ B/D}$, F. ESTAC.
 $h=16.6 \text{ y } 500 \text{ pies}$**



**FIG 34.- GRAFICA DE S_g vs. r , $q_o=6000$ B/D, F. ESTAC.
 $h=16.6$ y 500 pies**

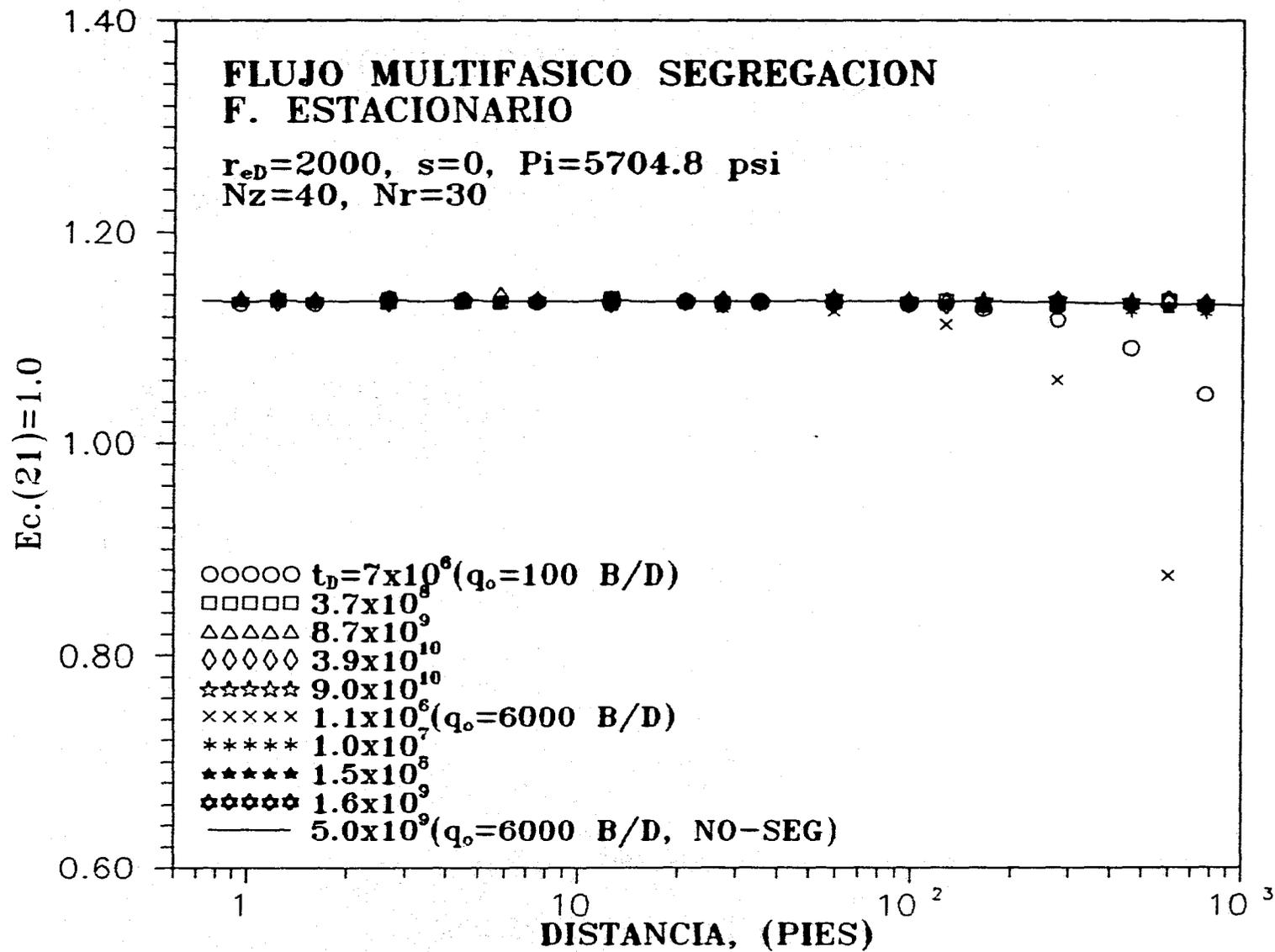


FIG 35.- RESPUESTA $E_c.(21)$ vs. r , $q_o=100$ y 6000 B/D , F. ESTAC.

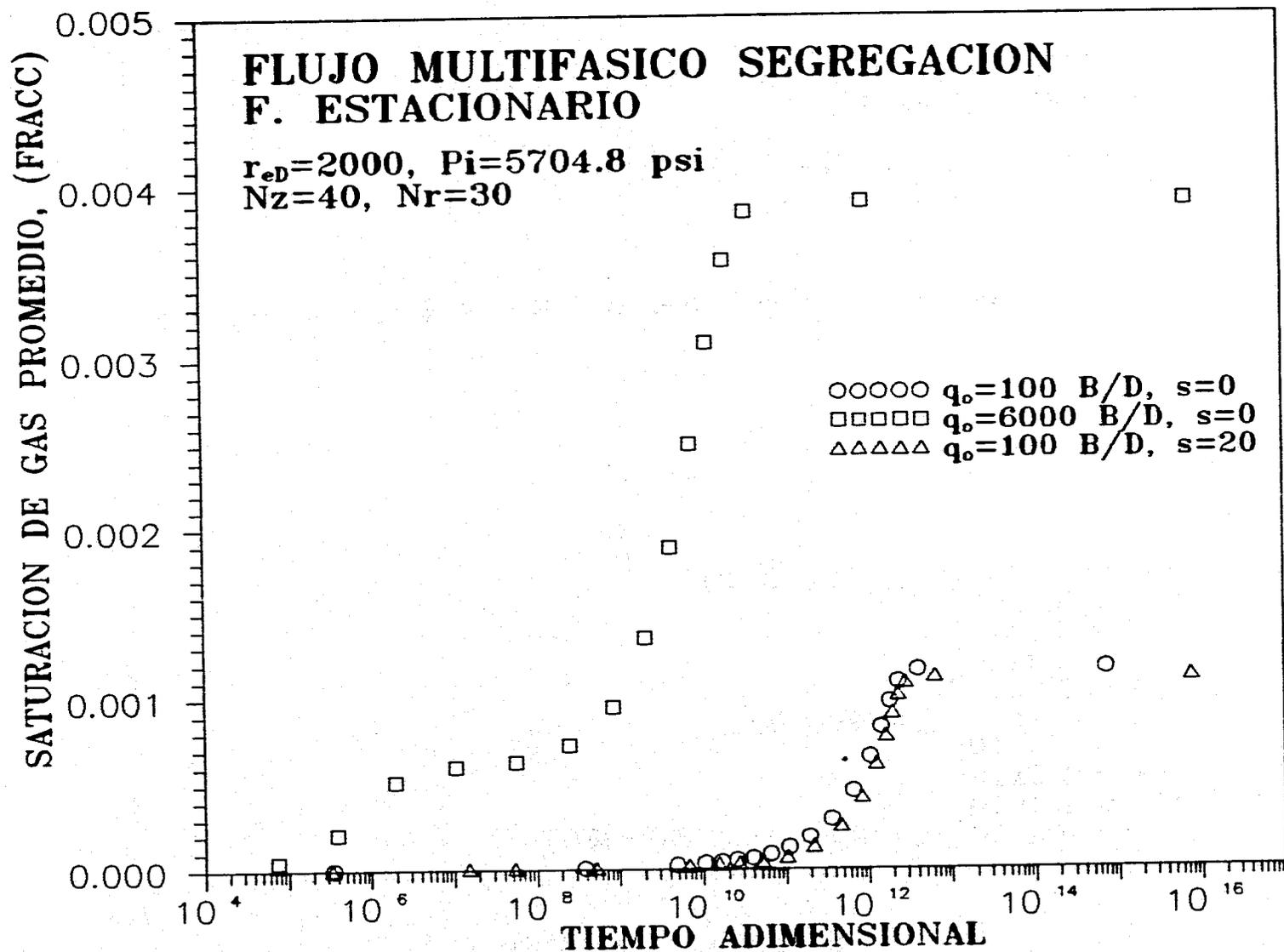


FIG 36.- GRAFICA DE \bar{S}_g vs. t_D , $q_o=100$ y 6000 B/D, F.ESTAC.

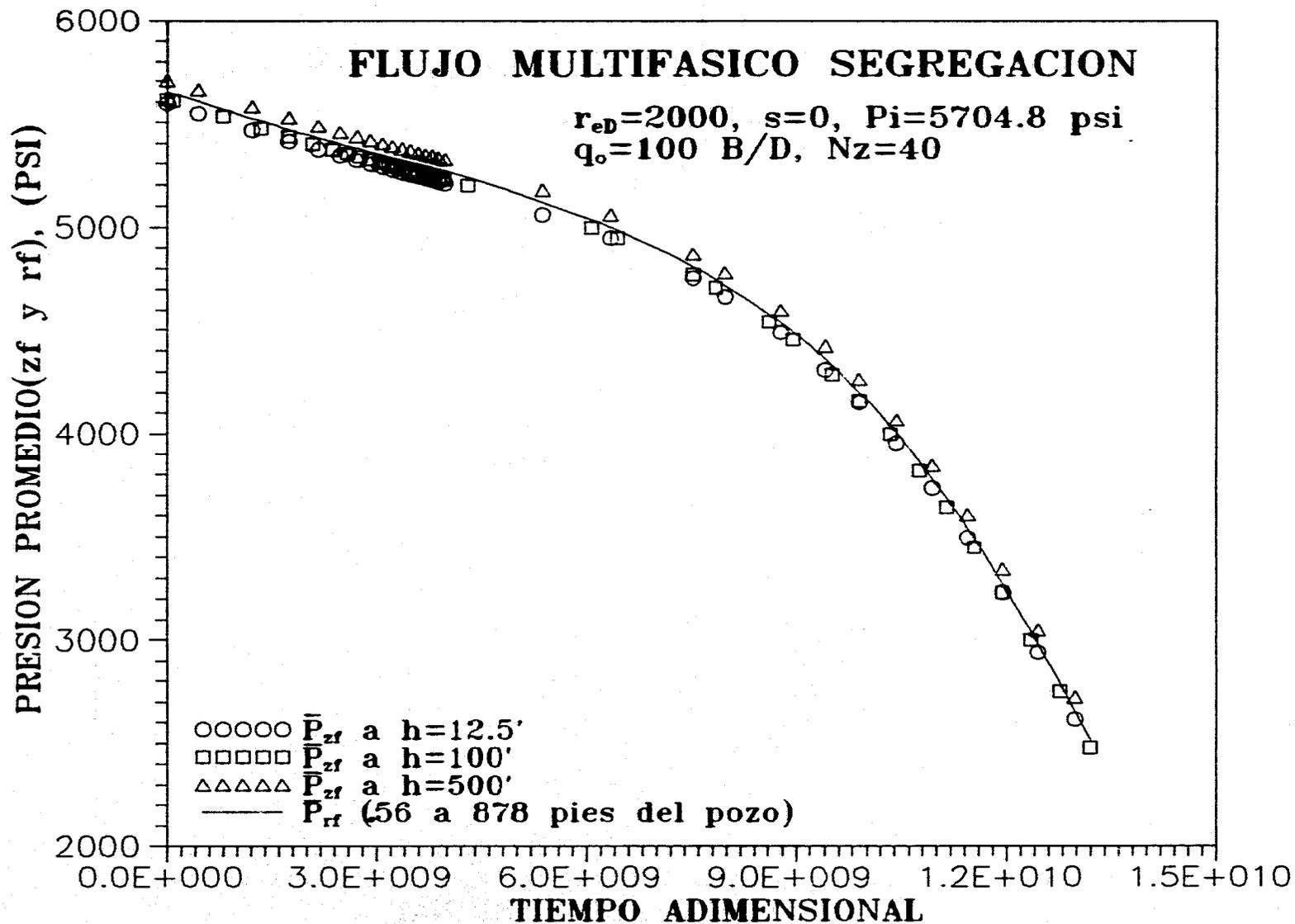


FIG 37.- GRAFICA DE $\bar{P}_{zf}, \bar{P}_{rf}$ vs. $t_D, q_o=100 \text{ B/D}$

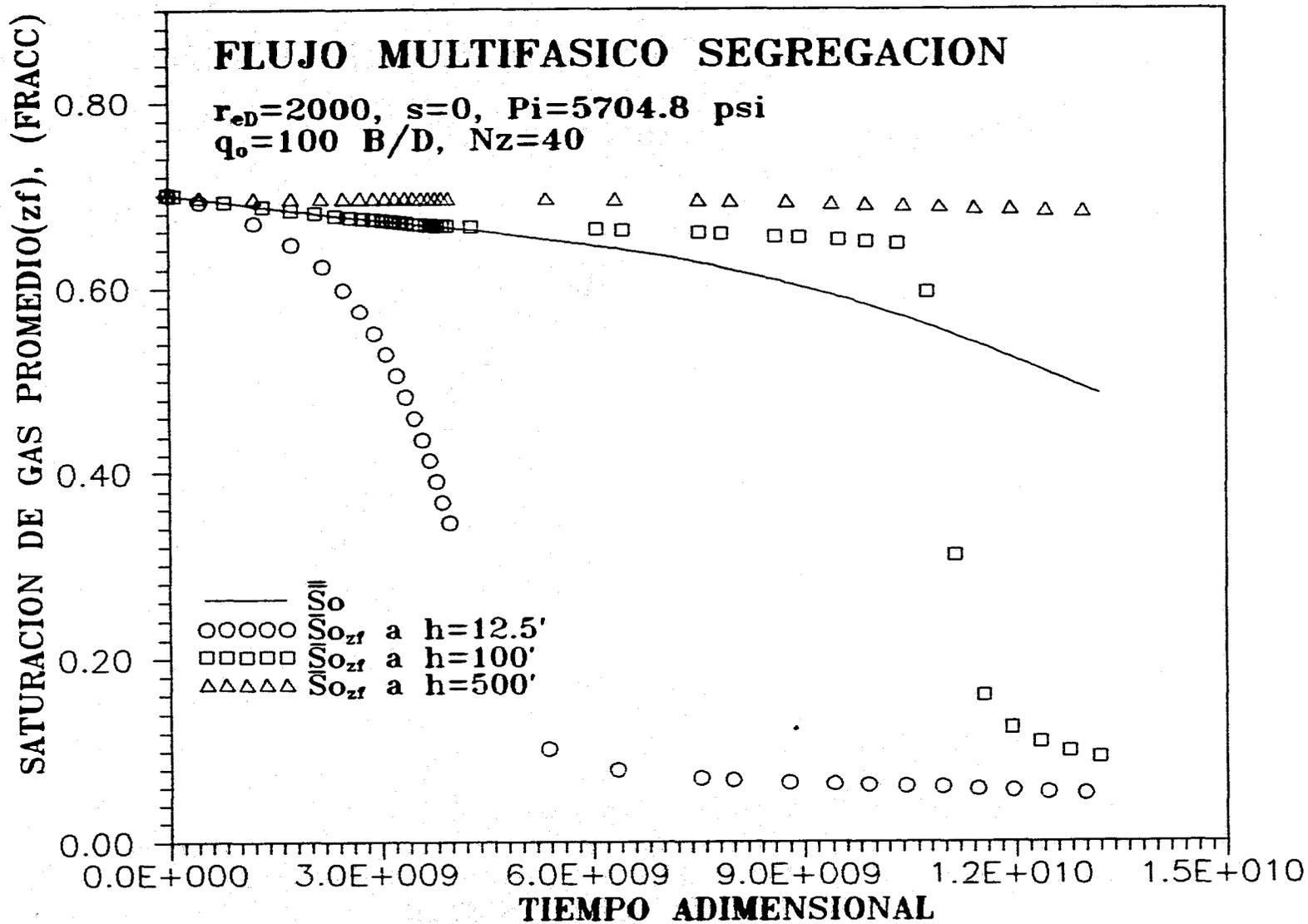


FIG 38.- GRAFICA DE $\bar{S}_{o_{zf}}$ vs. t_D , $q_o=100 \text{ B/D}$

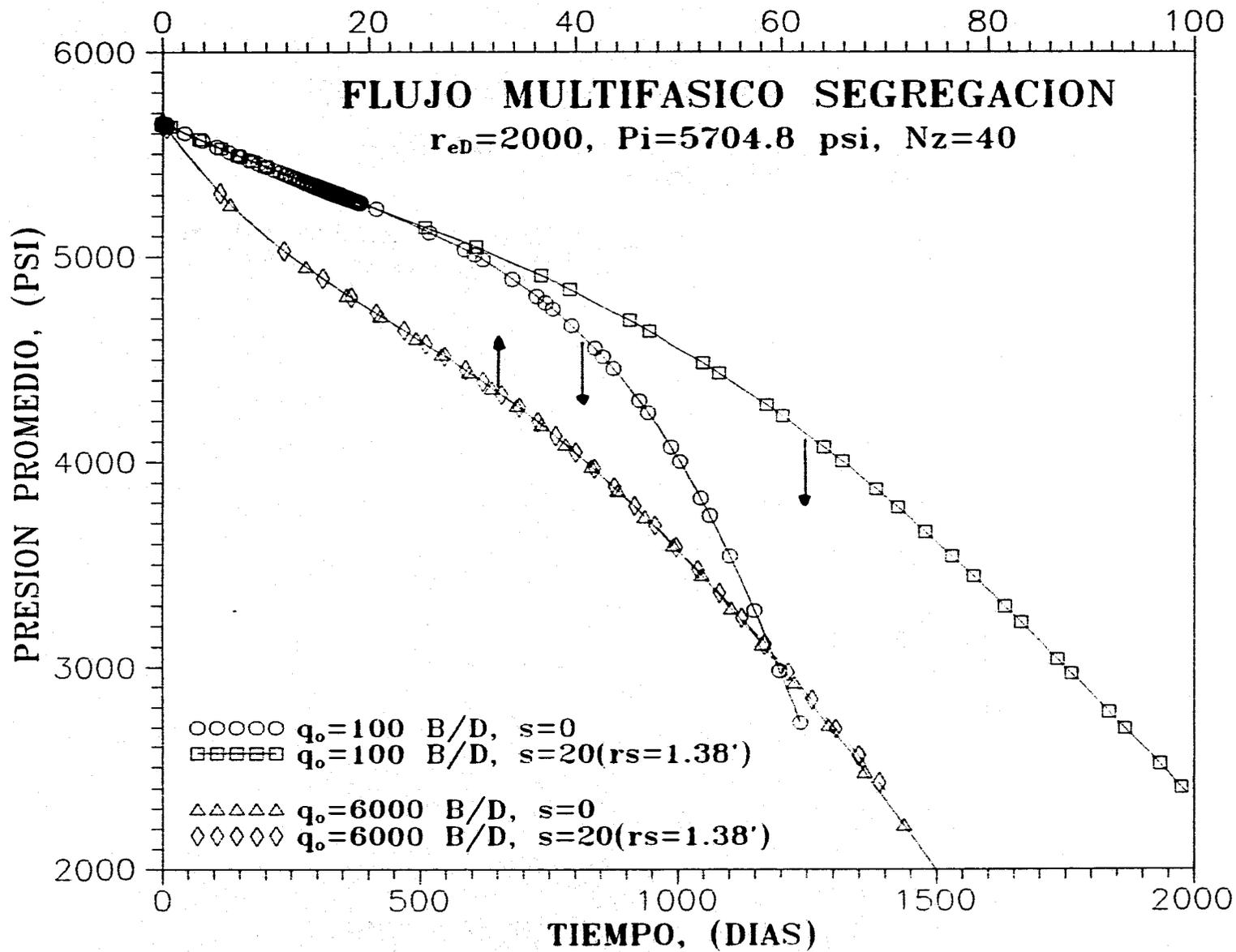


FIG 39.- GRAFICA DE \bar{P} vs. t , $q_0=100$ y 6000 B/D

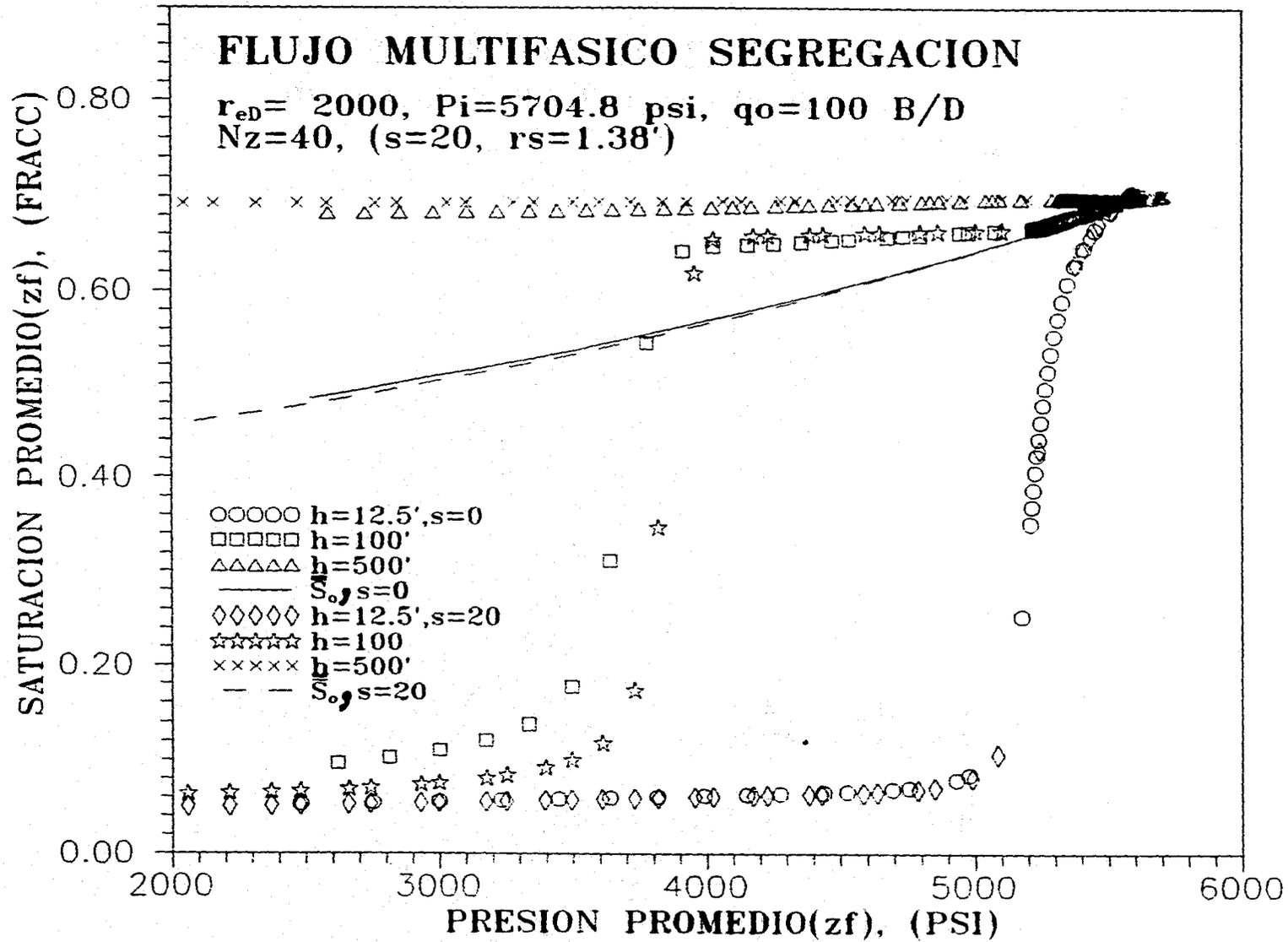


FIG 40.— GRAFICA DE \bar{S}_{ozf} vs. \bar{P}_{zf} , $q_o = 100$ B/D, $h = 12.5$ a $500'$

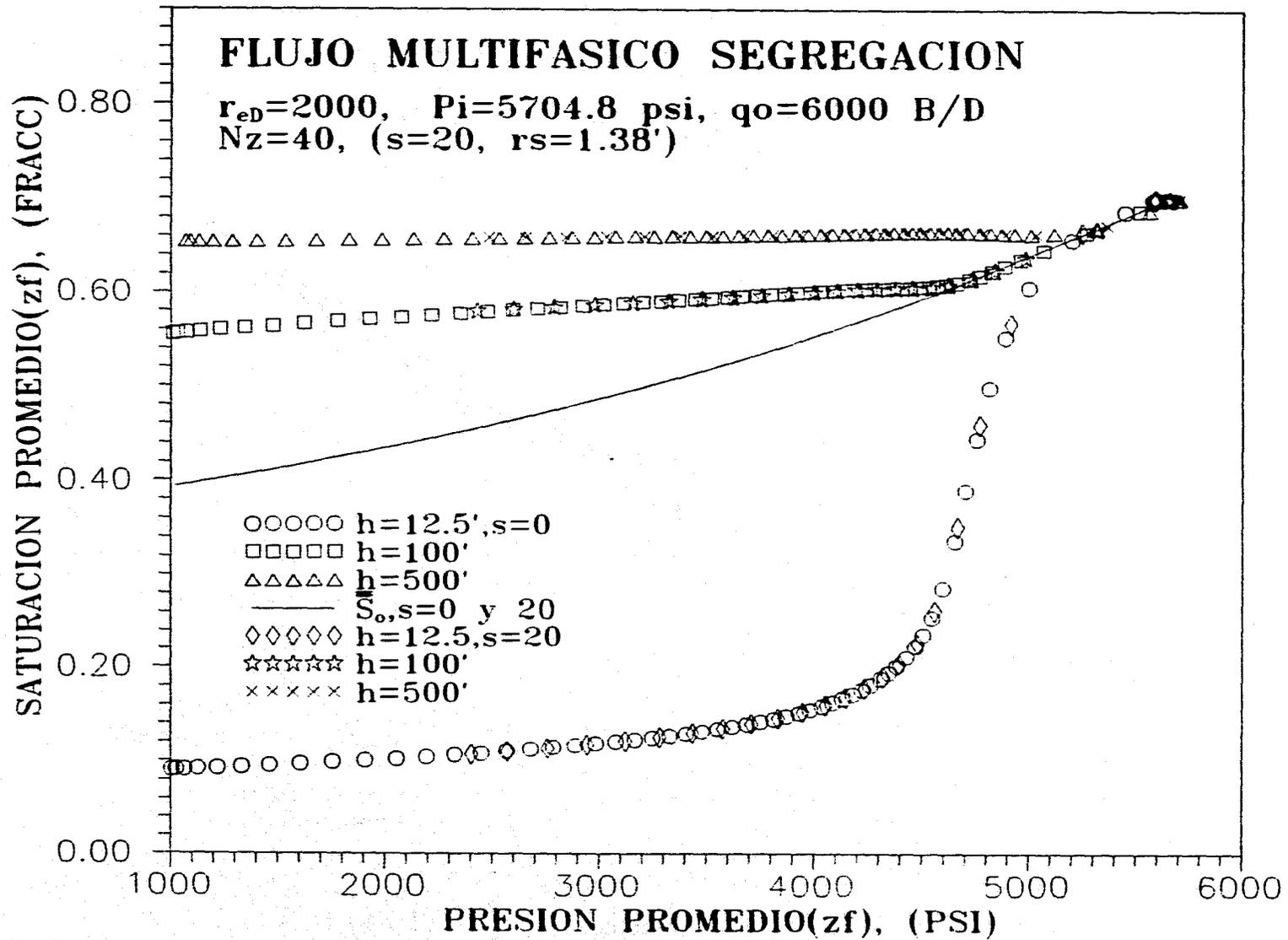


FIG 41.- GRAFICA DE \bar{S}_{ozf} vs. \bar{P}_{zf} , $q_o=6000$ B/D, $h=12.5$ a $500'$

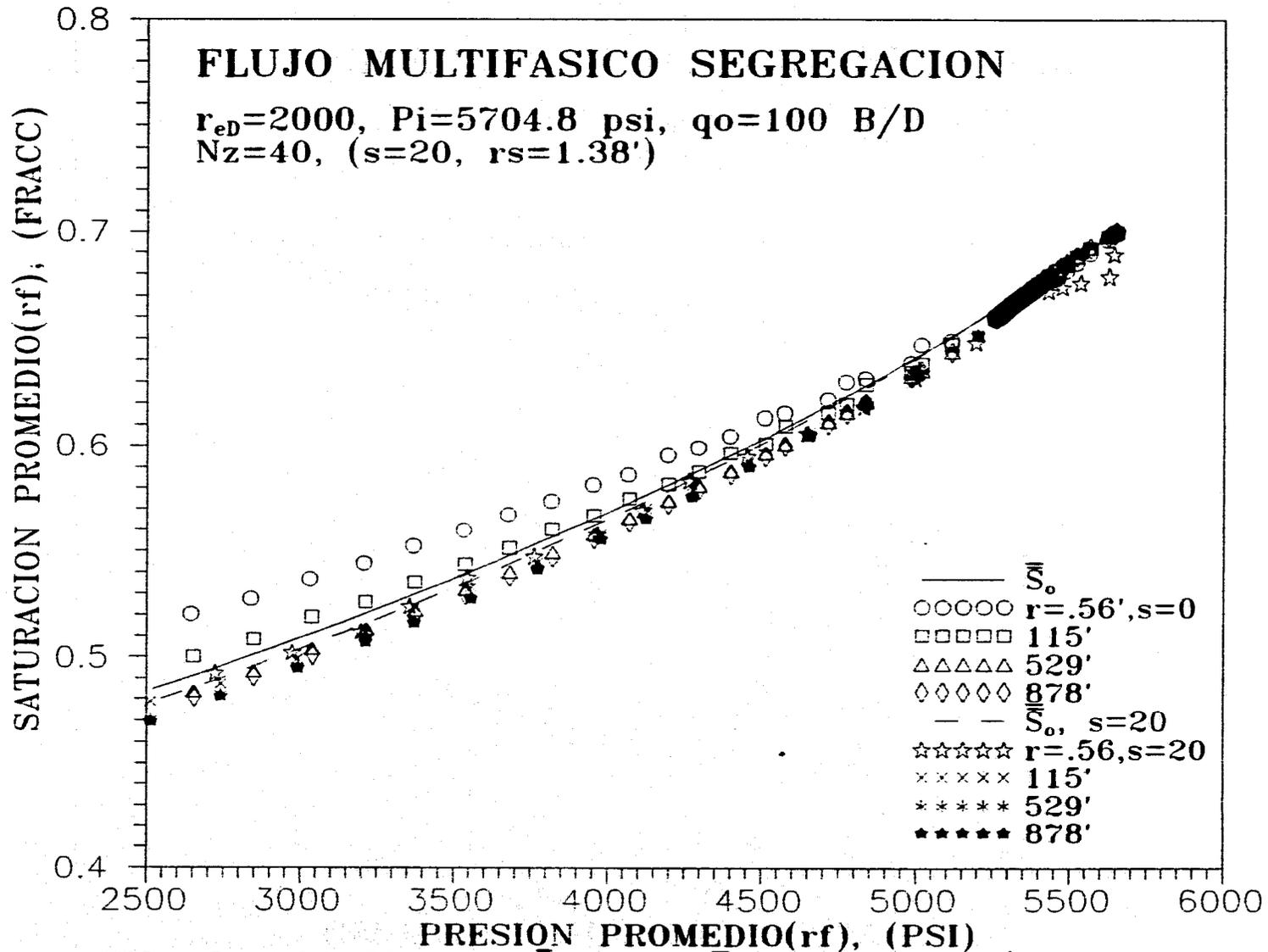


FIG 42.— GRAFICA DE \bar{S}_{orf} vs. \bar{P}_{rf} , $q_o=100$ B/D, $r=.56$ a $878'$ PARA DOS CONDICIONES DE DAÑO

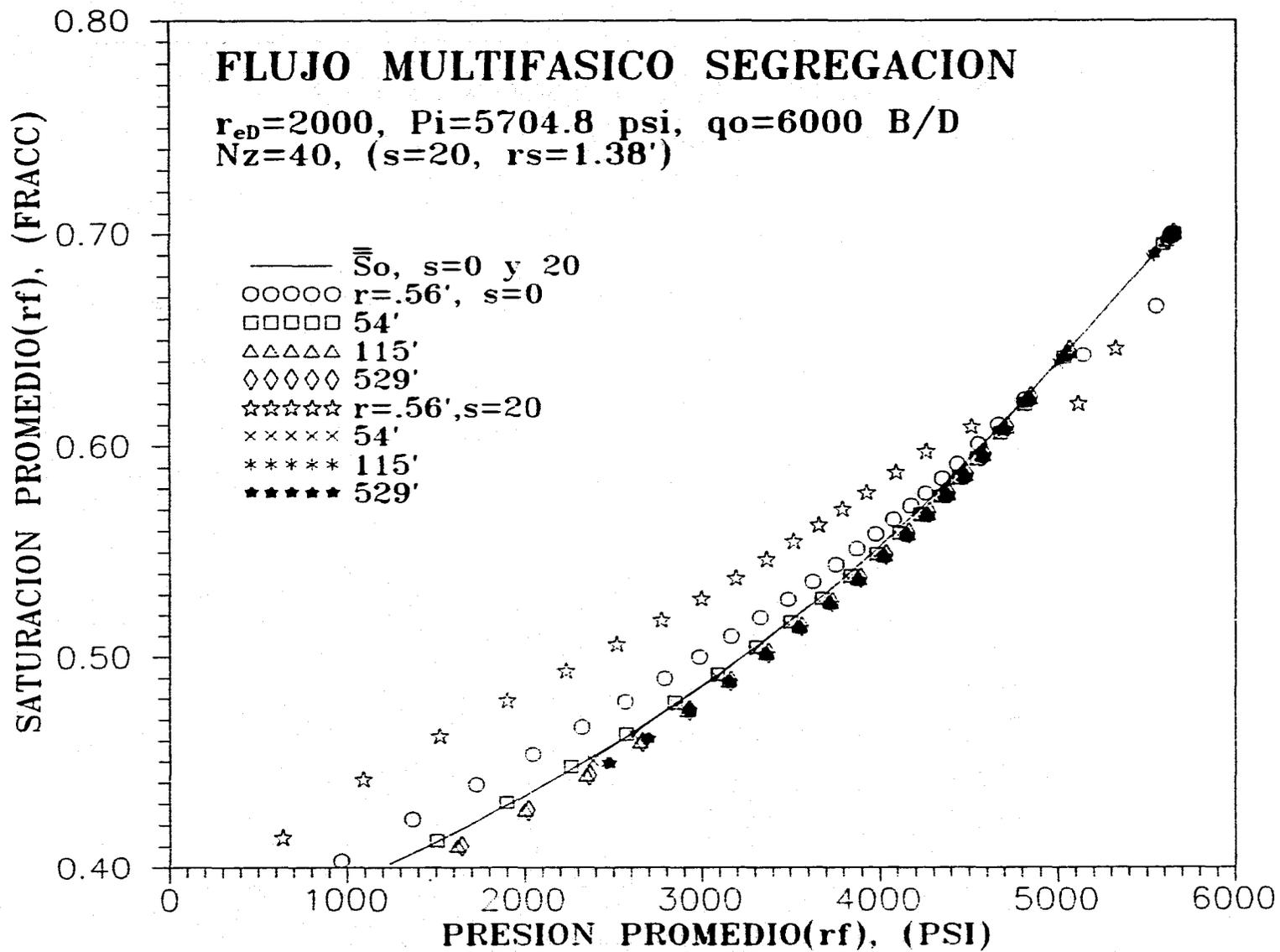


FIG 43.— GRAFICA DE \bar{S}_{orf} vs. \bar{P}_{rf} , $q_o=6000$ B/D, $r=.56$ a $529'$

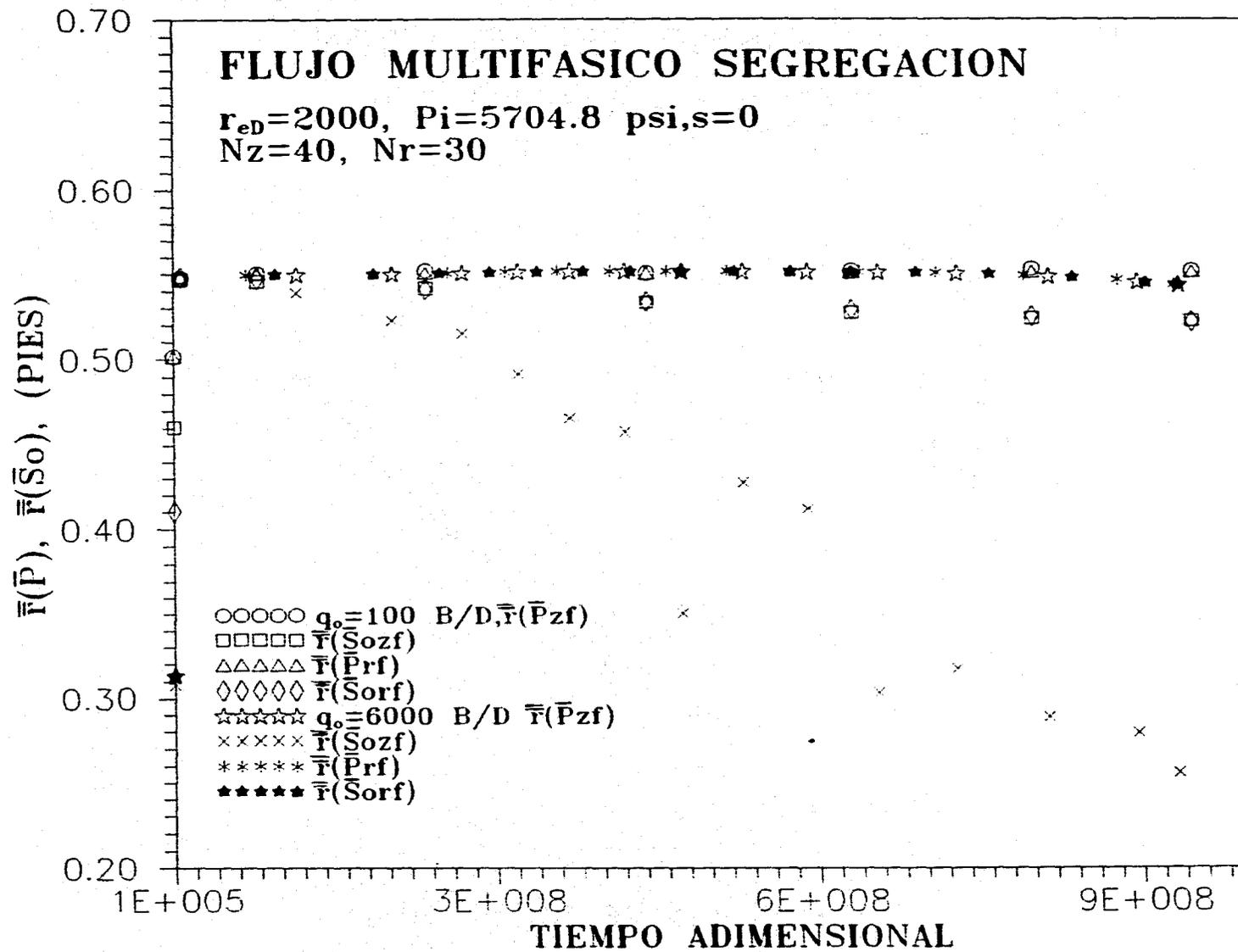


FIG 44.- GRAFICA DE $\bar{P}(\bar{P})$, $\bar{S}(\bar{S}_o)$ vs. t_D , $q_o=100$ y 6000 B/D

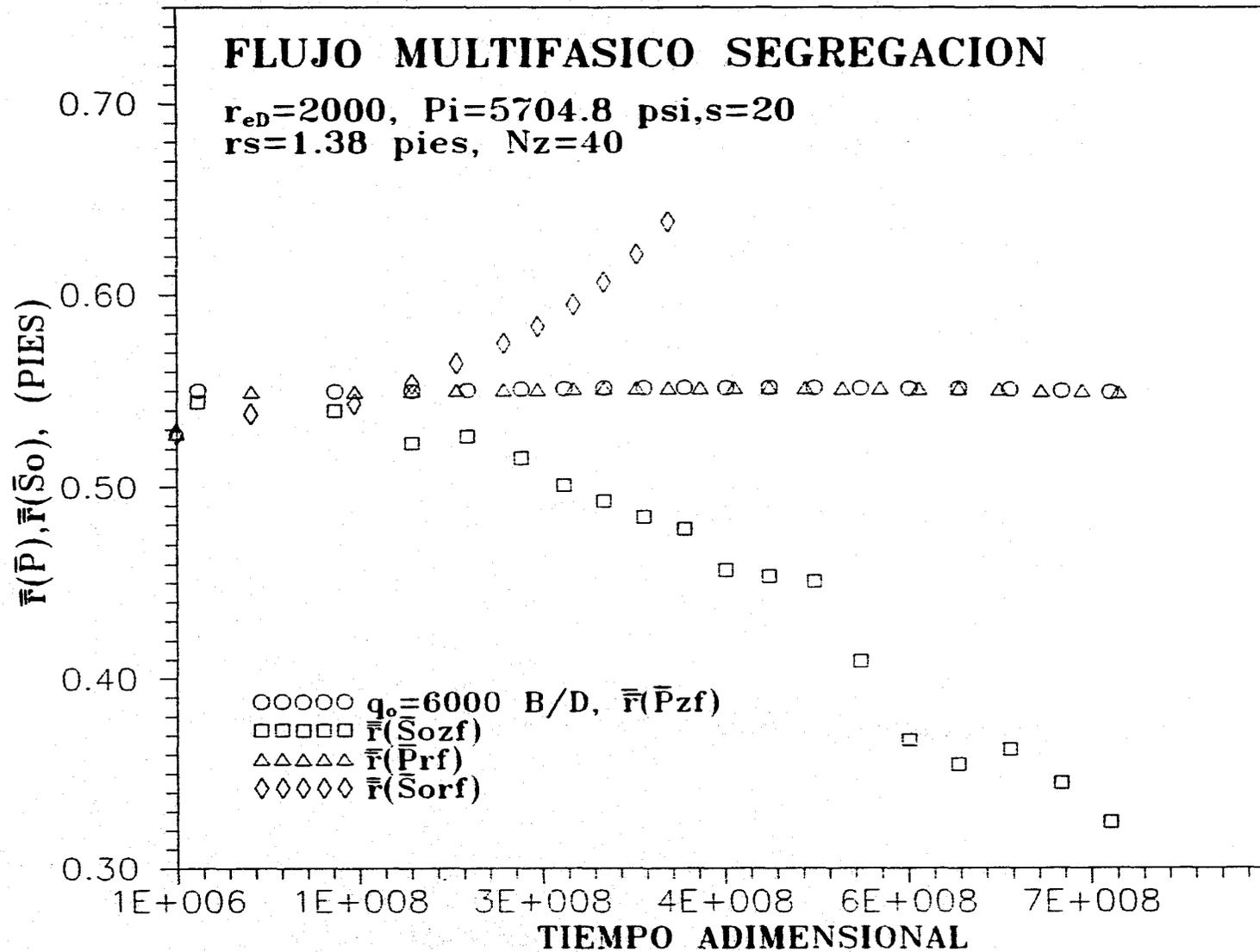


FIG 45.- GRAFICA DE $\bar{r}(\bar{P}), \bar{r}(\bar{S}_o)$ vs. $t_D, q_o=6000$ B/D, $s=20$

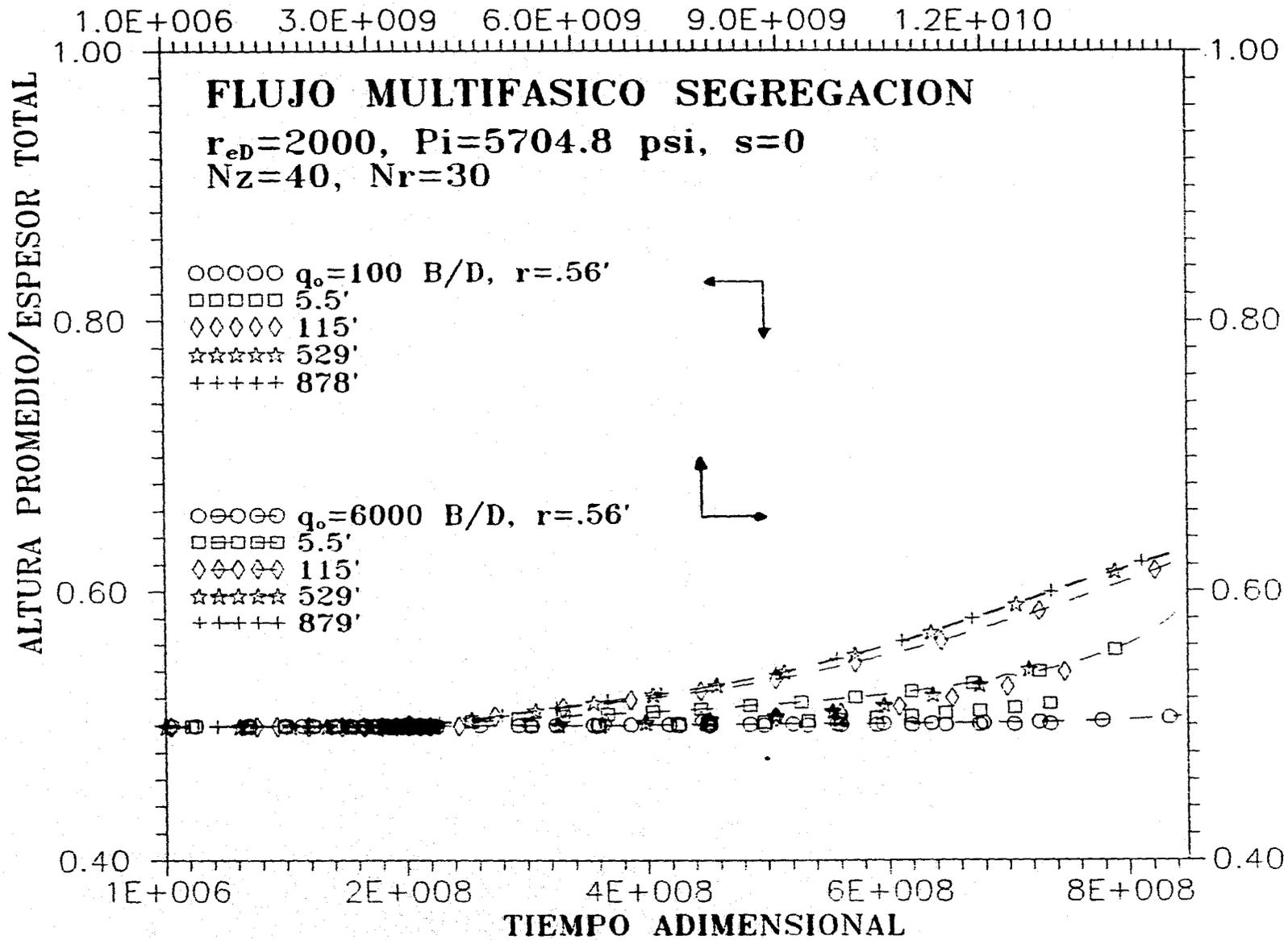


FIG 46.- GRAFICA DE \bar{h} vs t_p , PARA $q_o=100$ y 6000 B/D

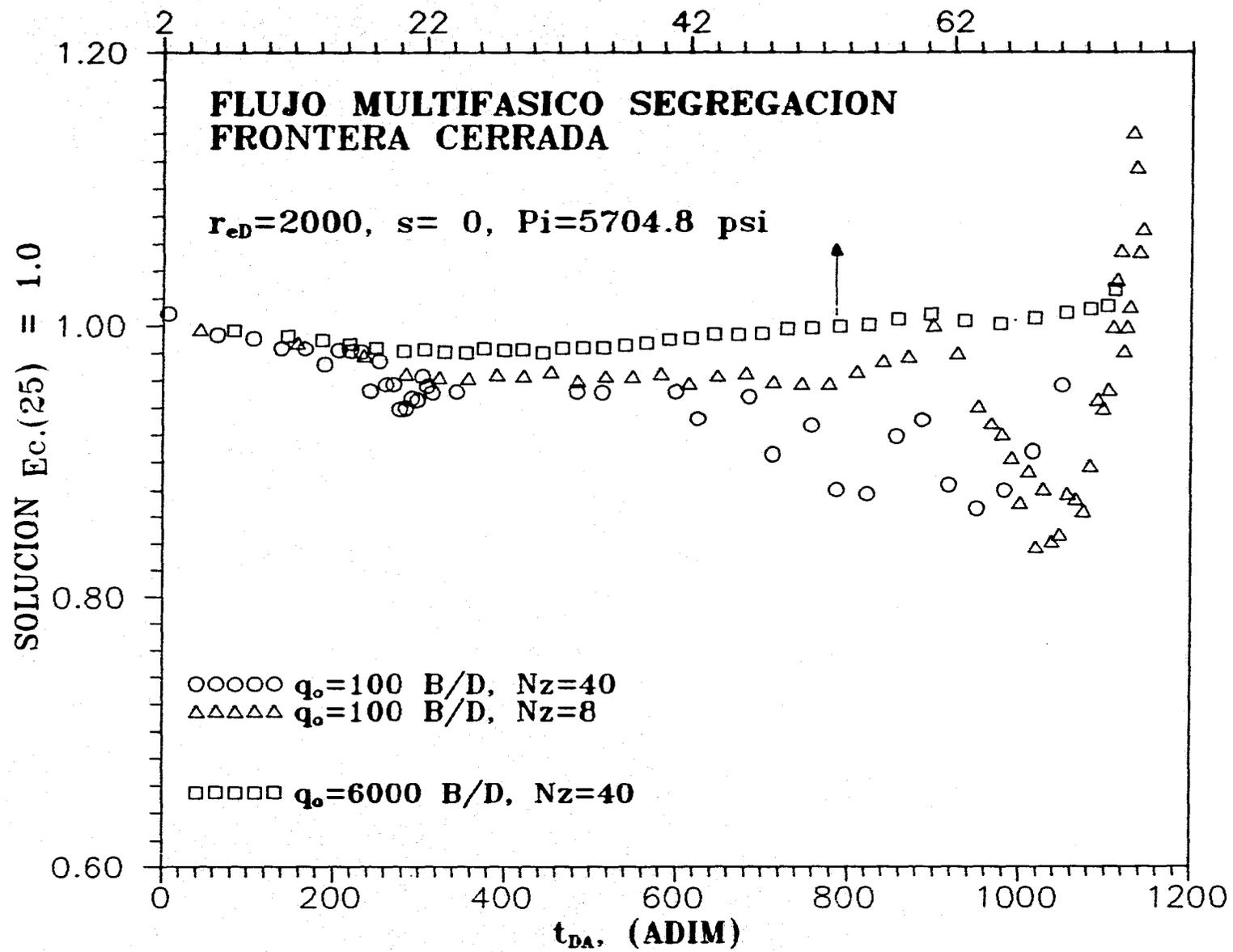


FIG 47.- RESPUESTA $E_c.(25)$ vs. t_{DA} , EFECTO DE N_z Y GASTO

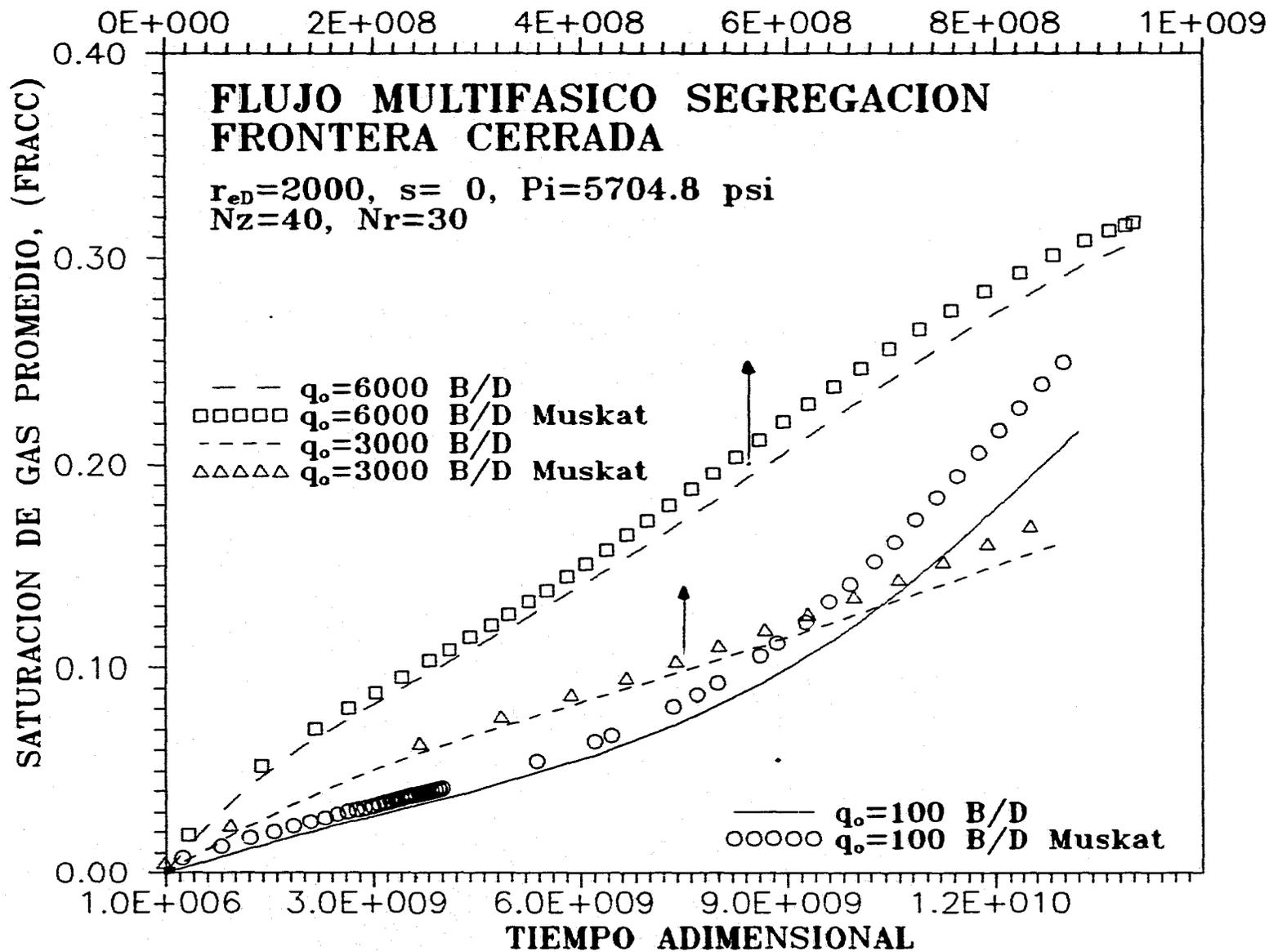


FIG 48.- GRAFICA DE \bar{S}_g vs. t_D , $q_o=100, 3000$ y 6000 B/D

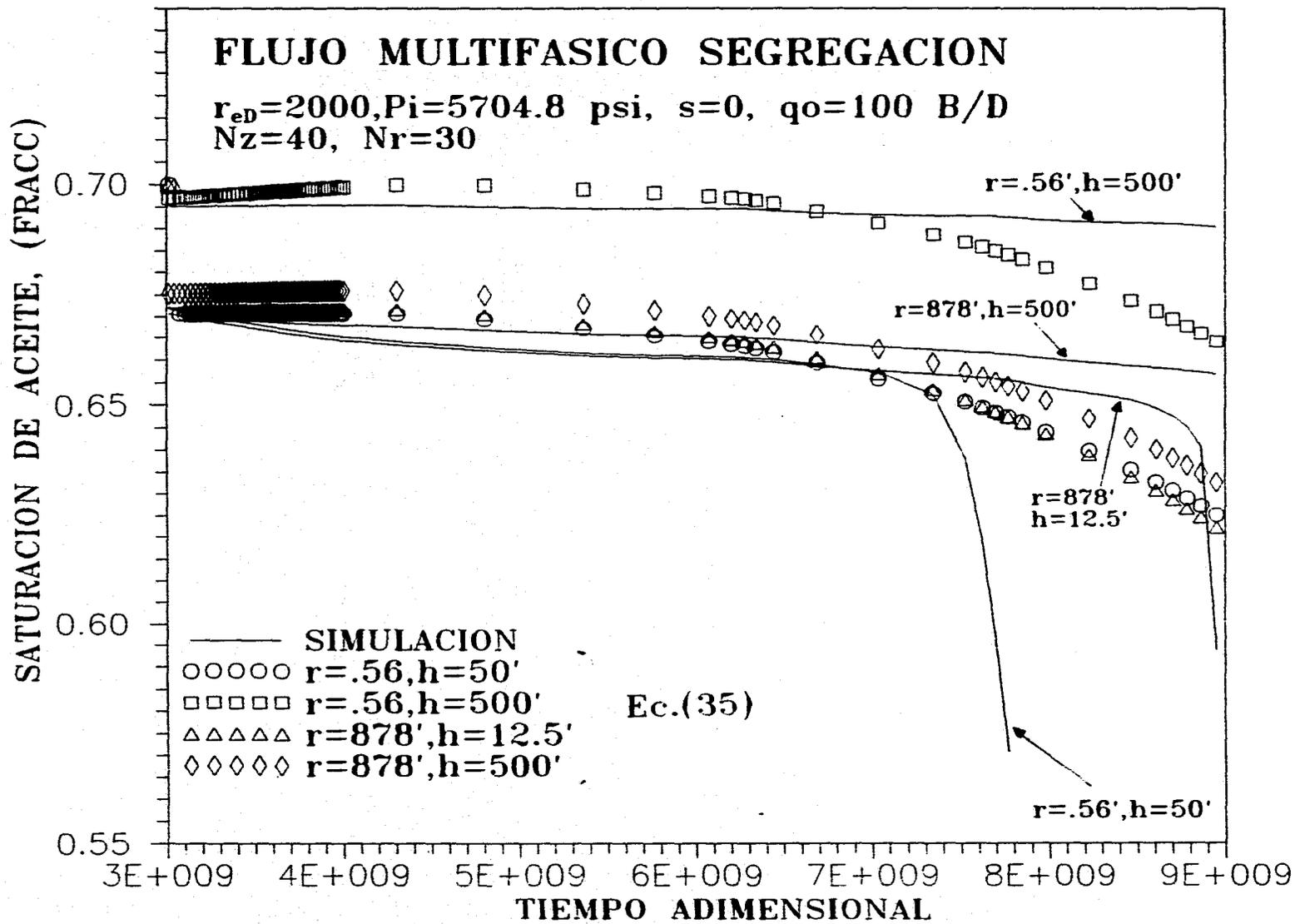


FIG 49.- GRAFICA DE S_o (SIM y Ec.35) vs. t_D , $q_o=100 \text{ B/D}$

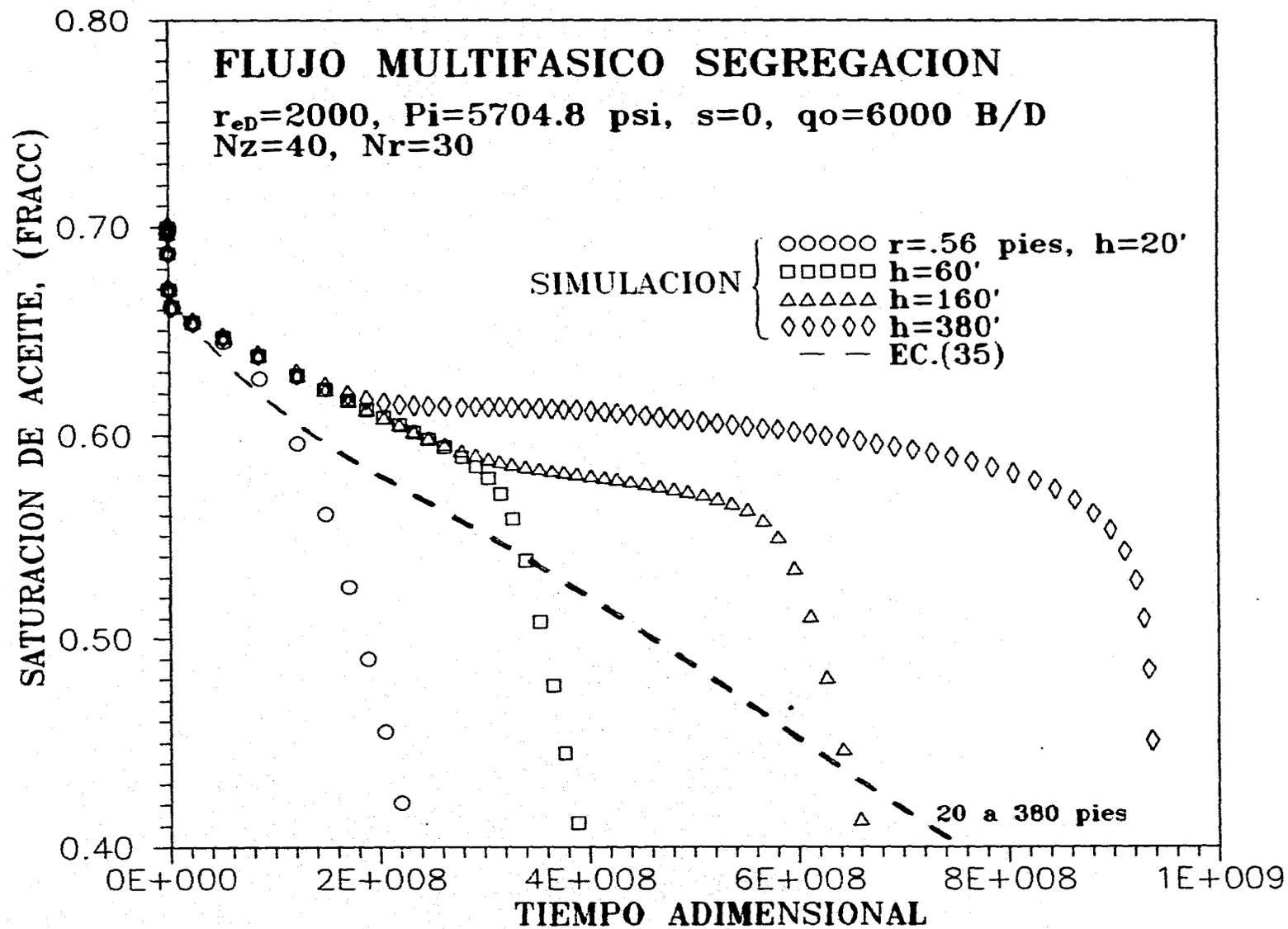
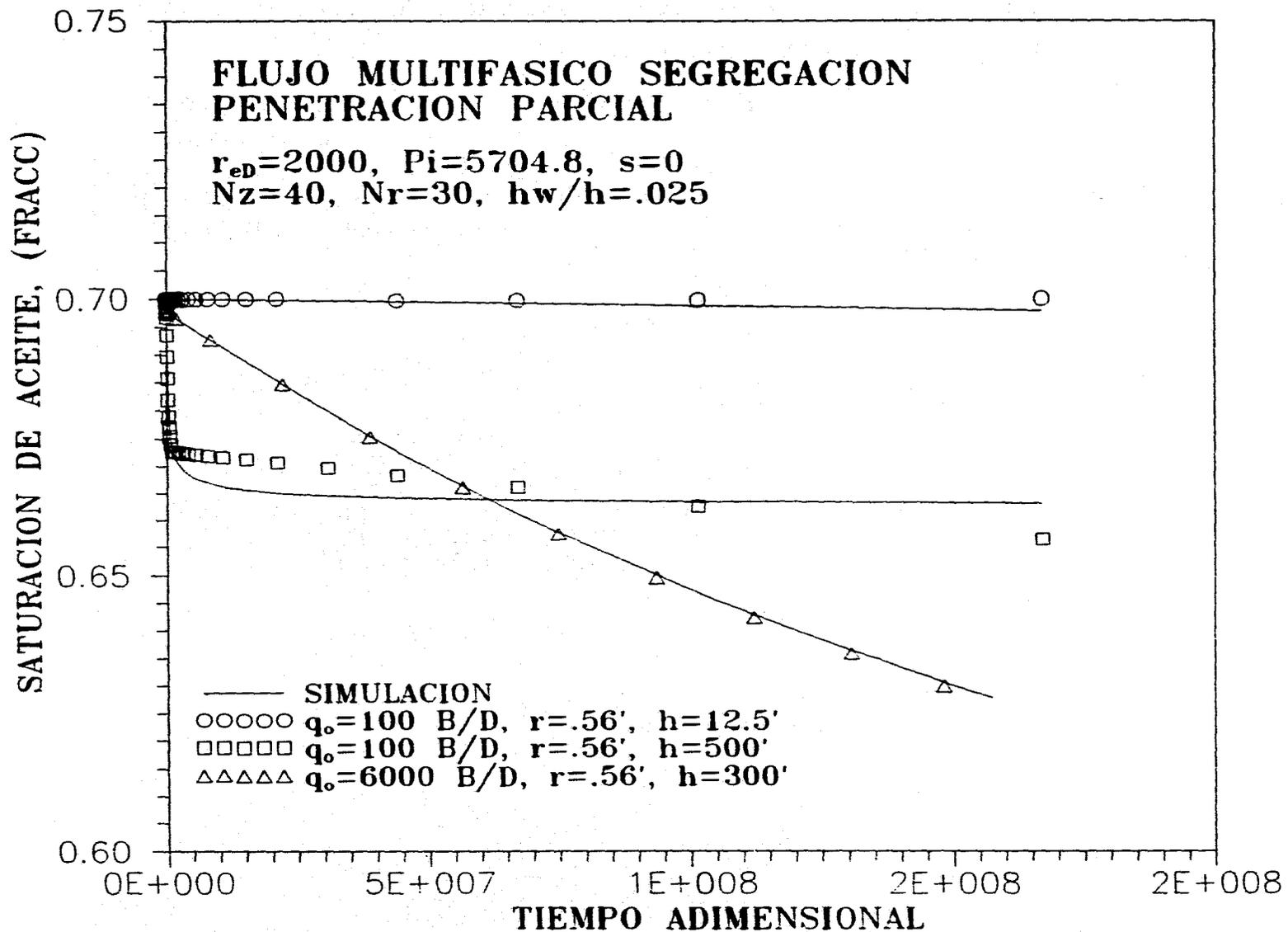
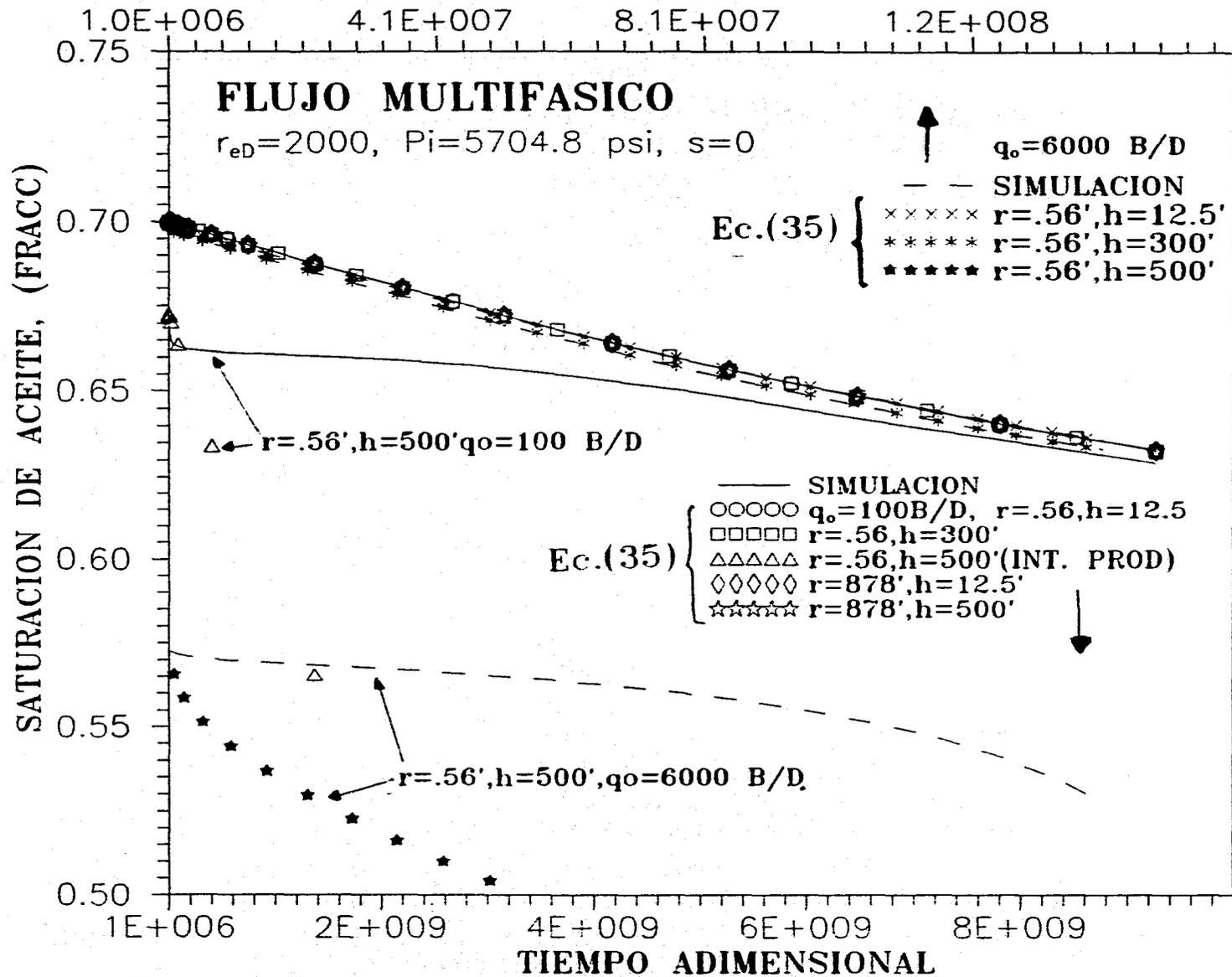


FIG 50.- GRAFICA DE S_o (SIM v Ec.35) vs. t_D . $q_o=6000$ B/D



**FIG 51.- GRAFICA DE S_o (SIM y Ec.35) vs. t_D , $q_0=100$ y 6000 B/D
(P.PARCIAL)**



**FIG 52.- GRAFICA DE S_o (SIM y Ec.35) vs. $t_D, q_o=100$
Y 6000 B/D (NO-SEGREGACION)**

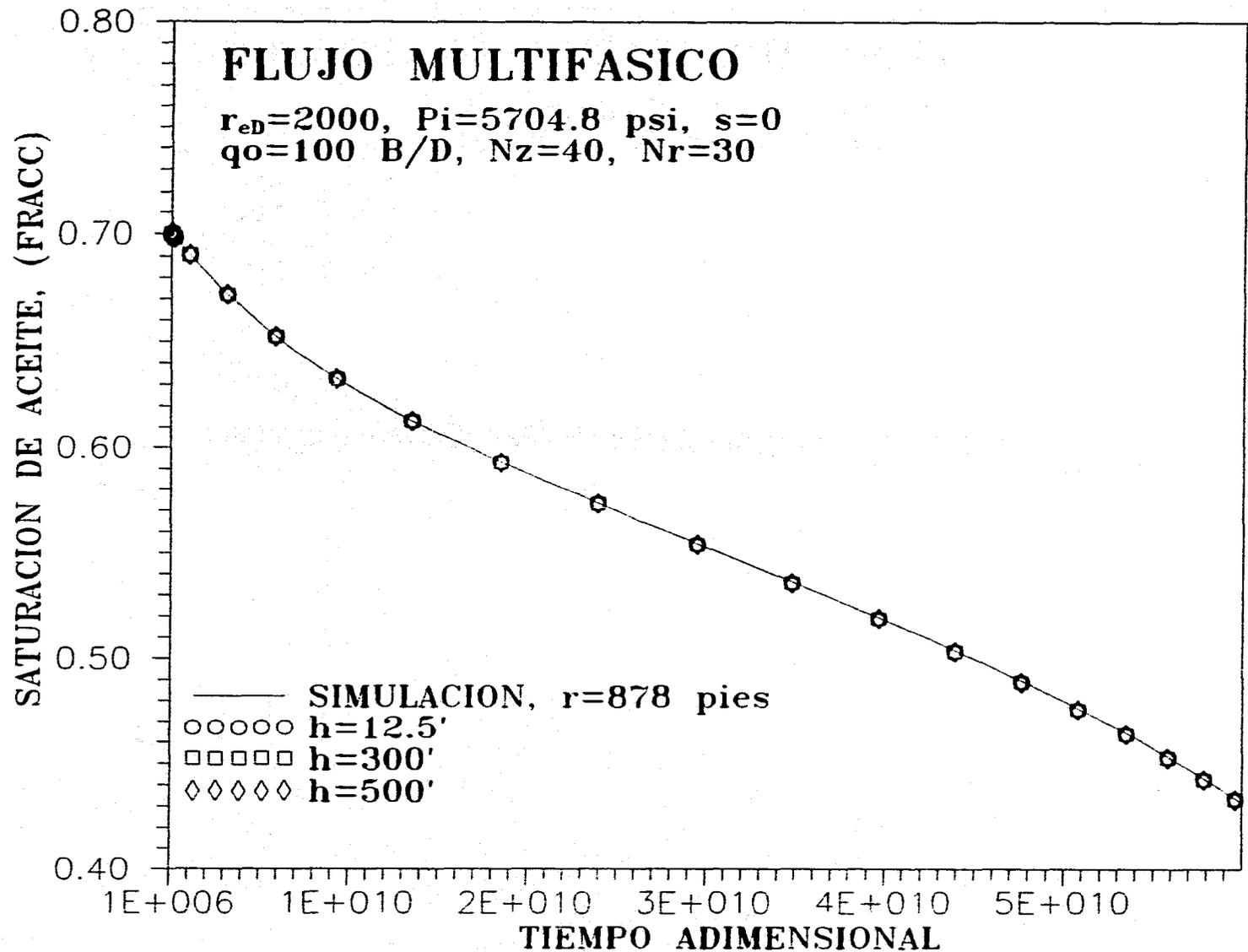


FIG 53.- GRAFICA DE S_o (SIM y Ec.35) vs. $t_D, q_o=100$ B/D
 (NO-SEGREGACION)

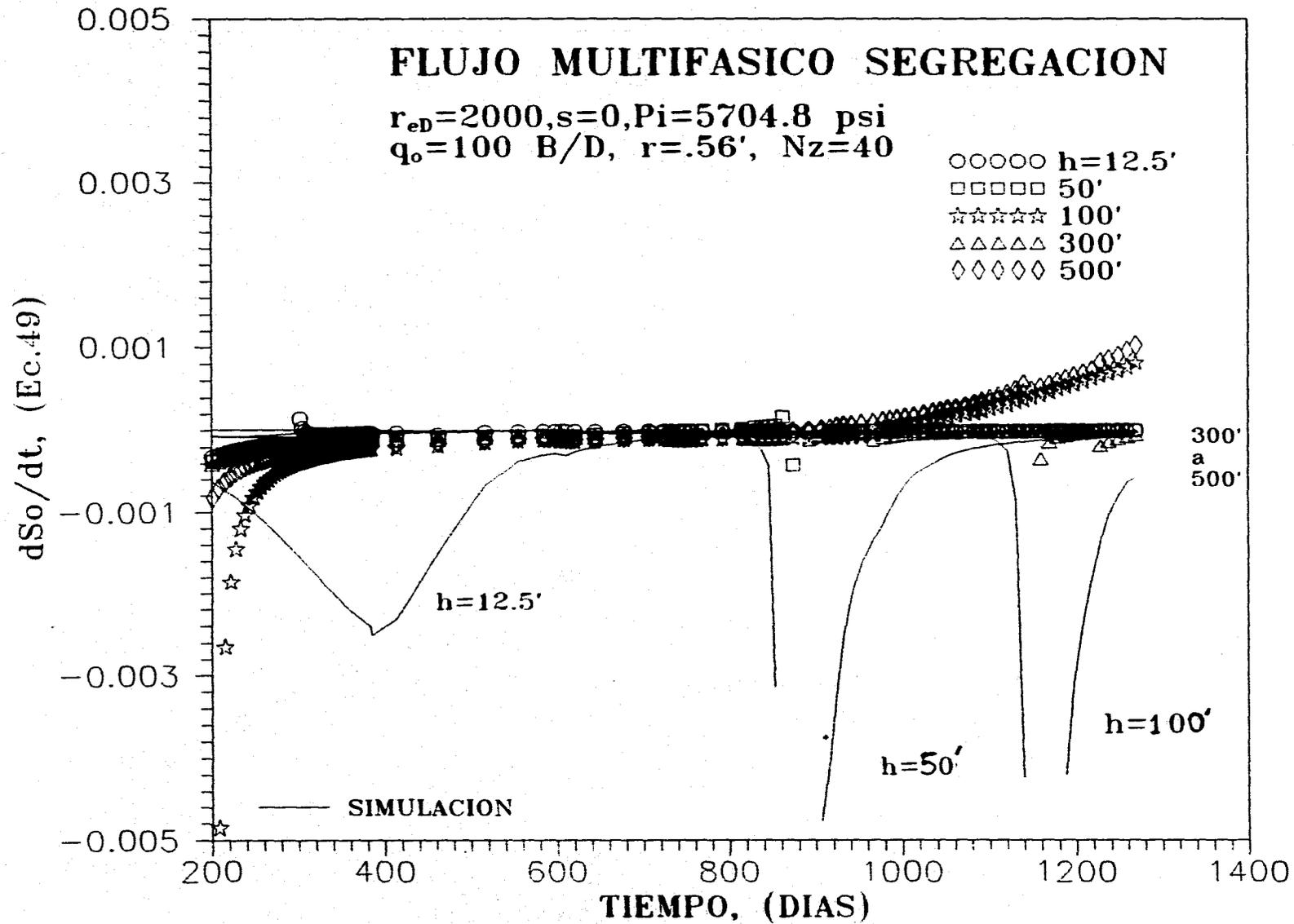


FIG 54.- GRAFICA DE dS_o/dt (SIM y EC.49) vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$

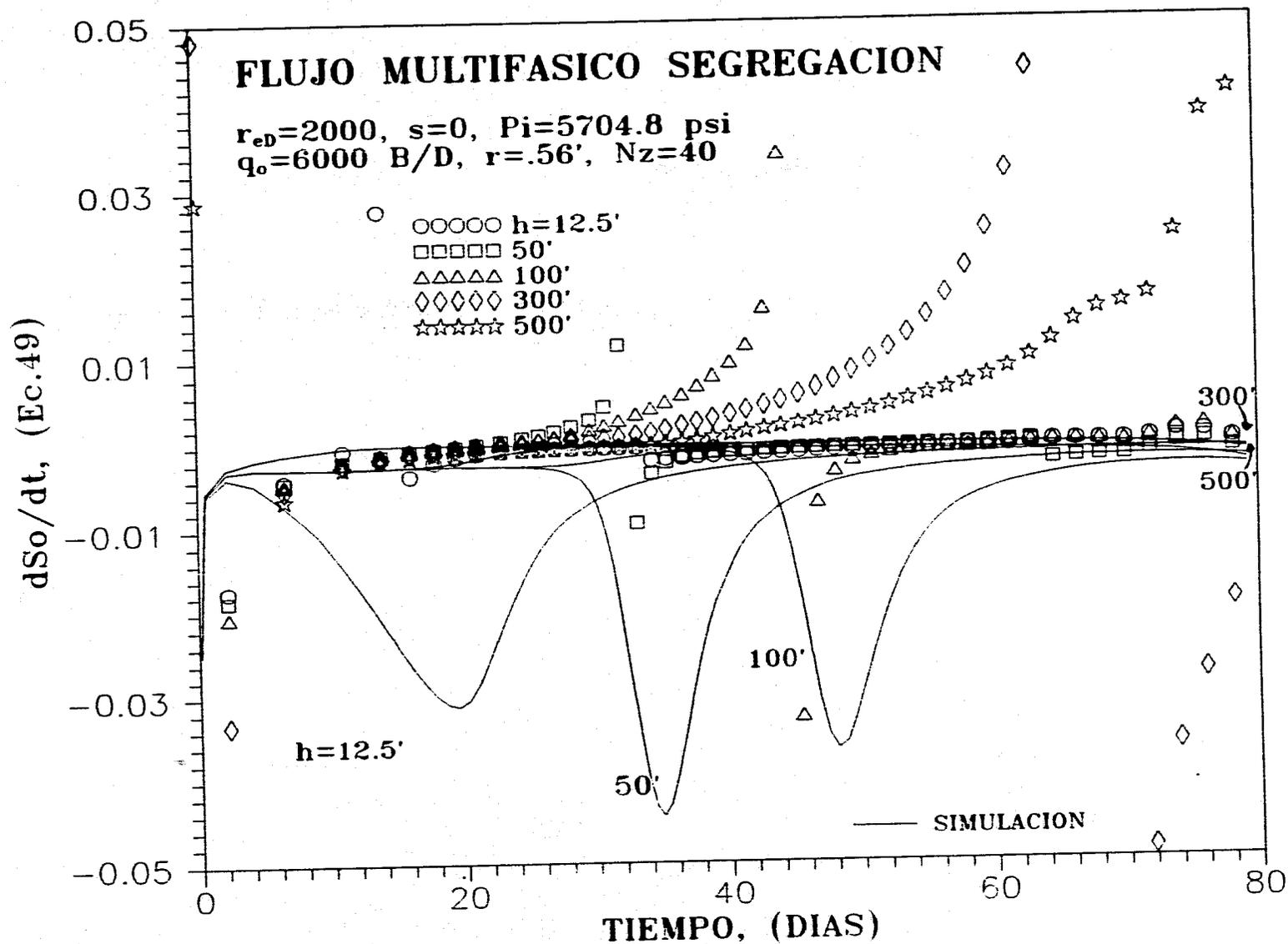


FIG 55.- GRAFICA DE dS_o/dt (SIM y Ec.49) vs. t , $q_o=6000 \text{ B/D}$

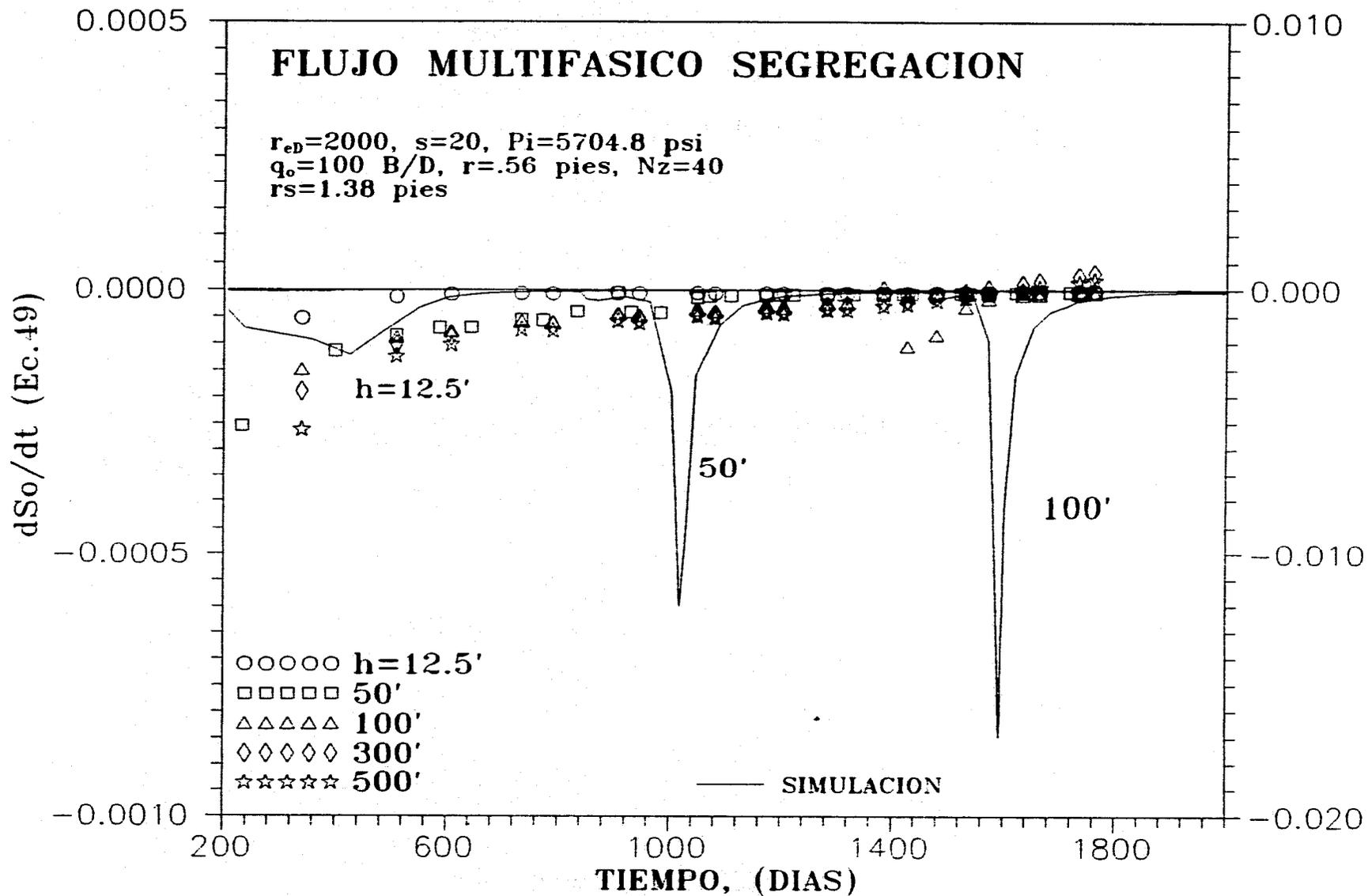
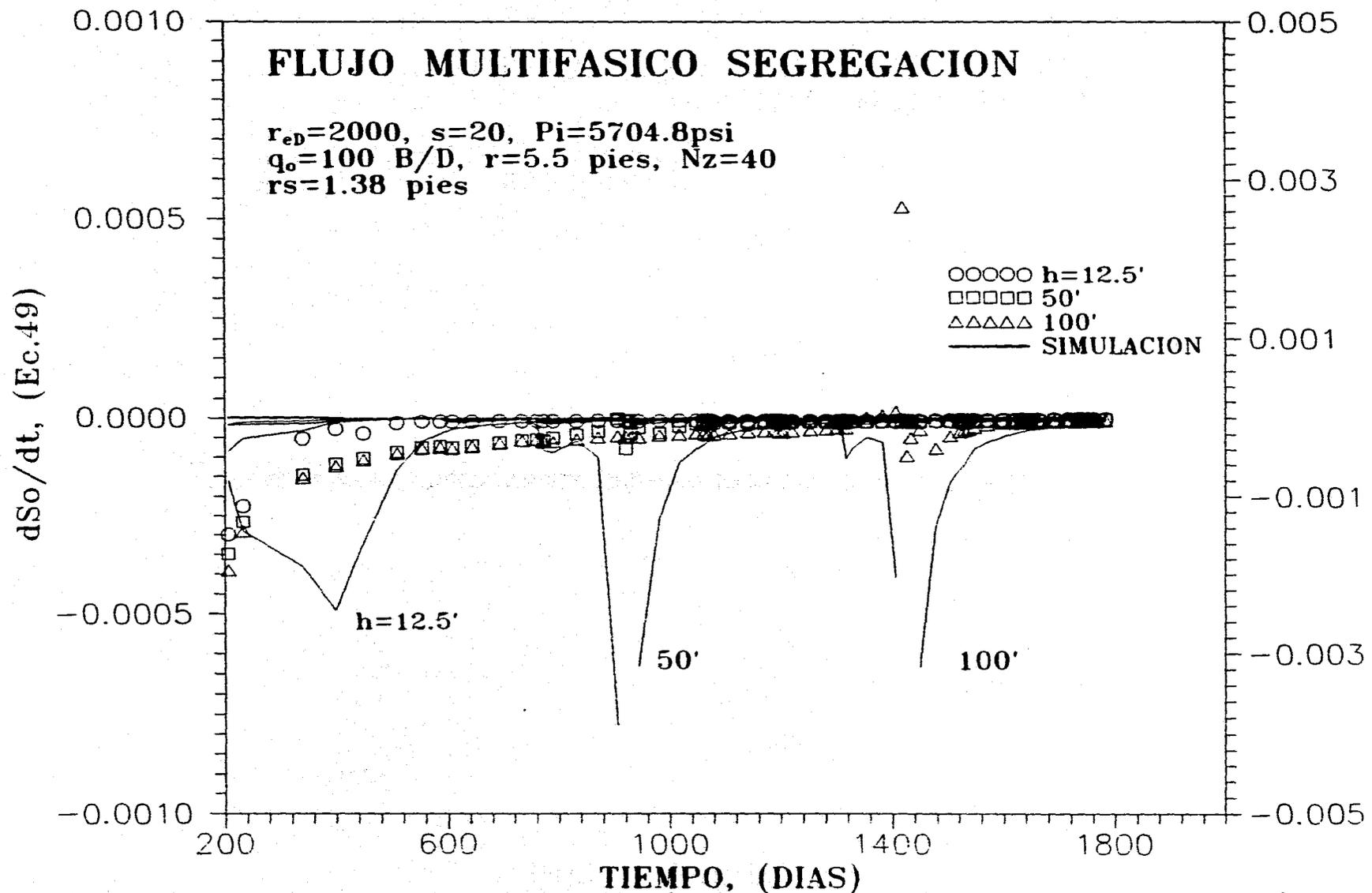


FIG 56.- GRAFICA DE dS_o/dt (SIM y Ec.49) vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$



**FIG 57 - GRAFICA DE dS_o/dt (SIM y Ec.49) vs. t, $q_o=100\text{ B/D}$
 $r=5.5\text{ pies}, s=20$**

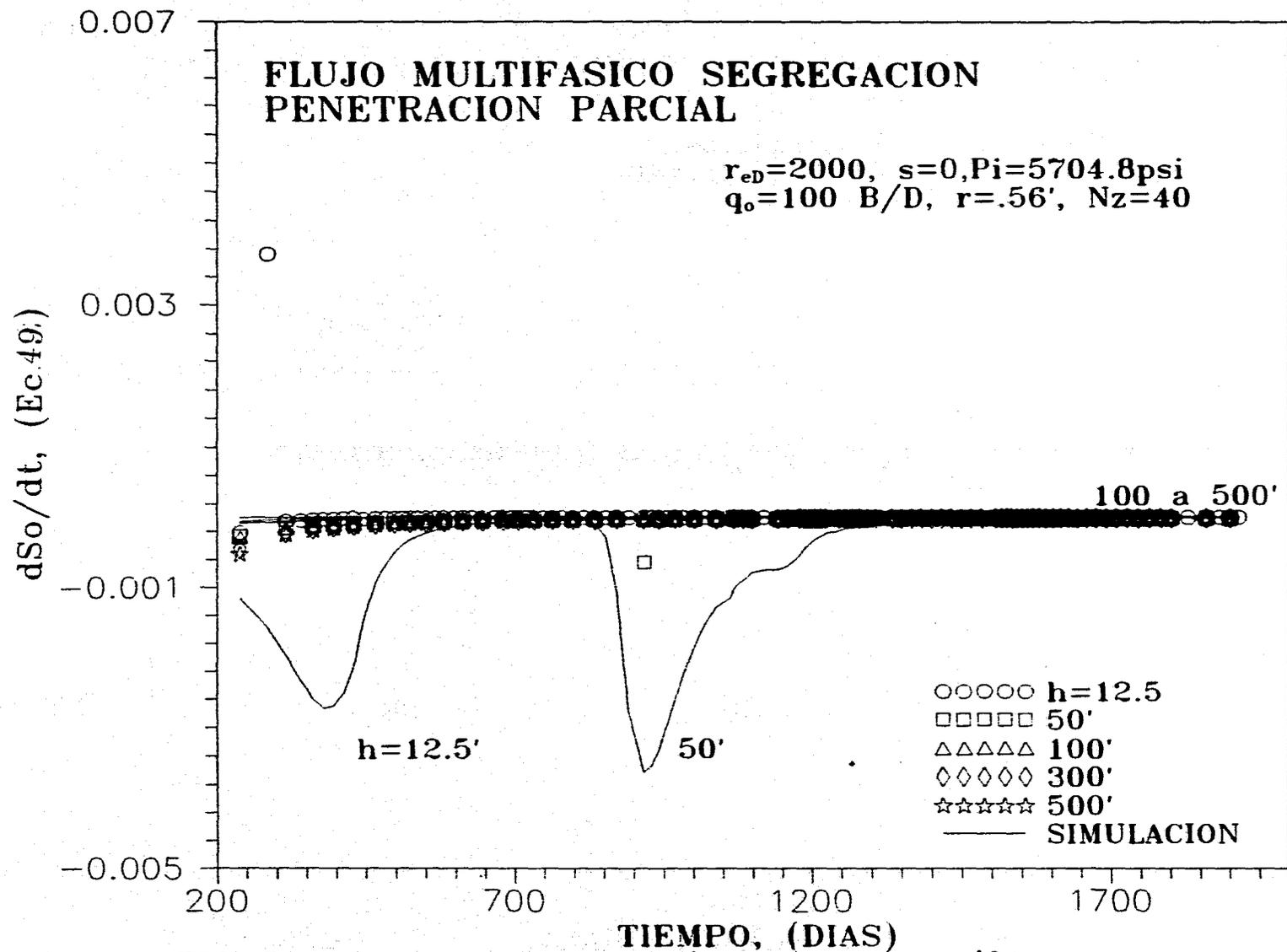


FIG 58.- GRAFICA DE dS_o/dt (SIM Y Ec.49) vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$
(P.PARCIAL)

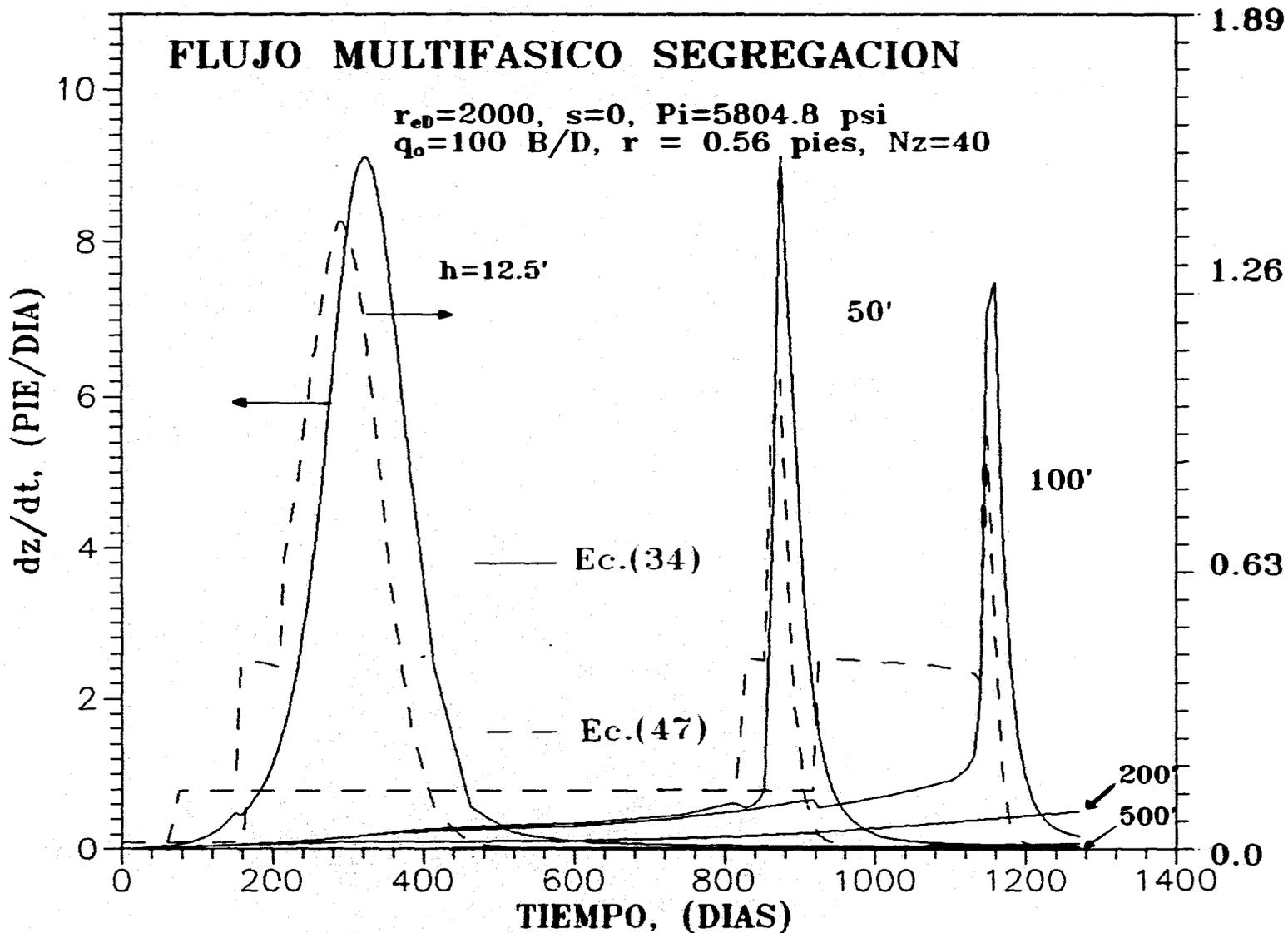


FIG 59.- GRAFICA DE dz/dt Ec. 34 y 47 vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}, r=.56'$

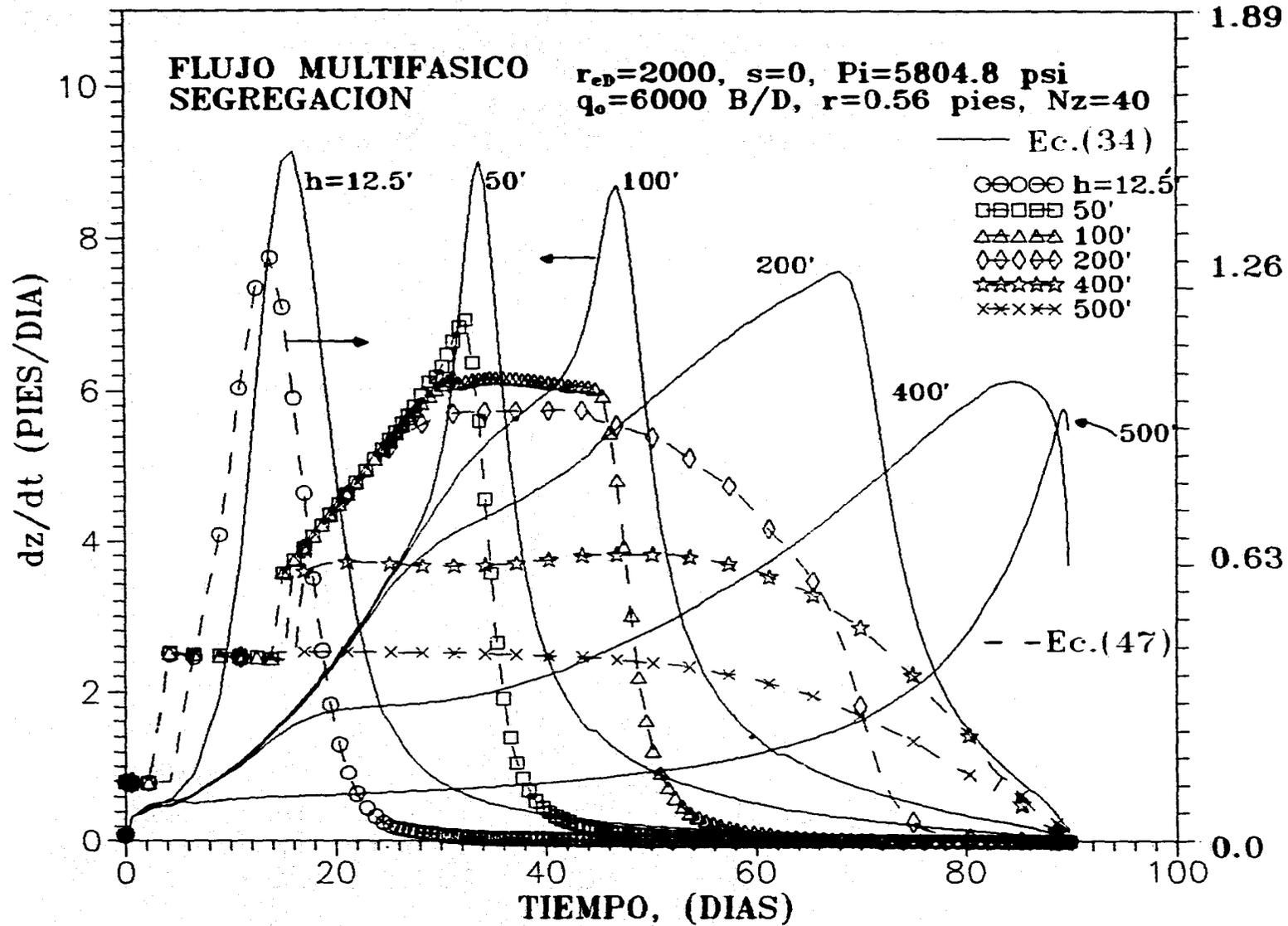


FIG 60.- GRAFICA DE dz/dt Ec. 34 y 47 vs. t , $q_o=6000$ B/D, $r=.56'$

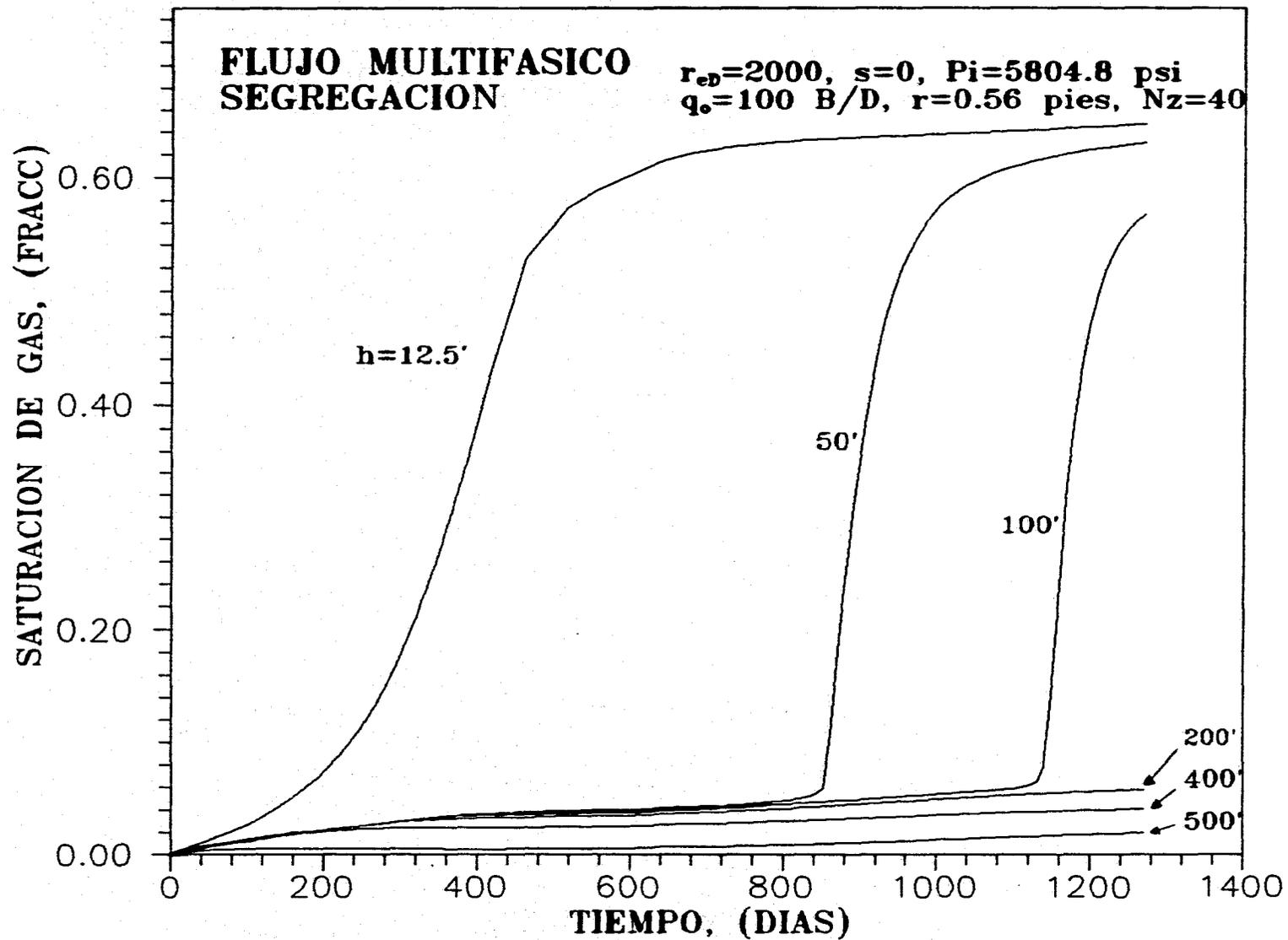


FIG 61.- GRAFICA DE S_g vs. t , $q_o=100$ B/D. $r=.56$ pies

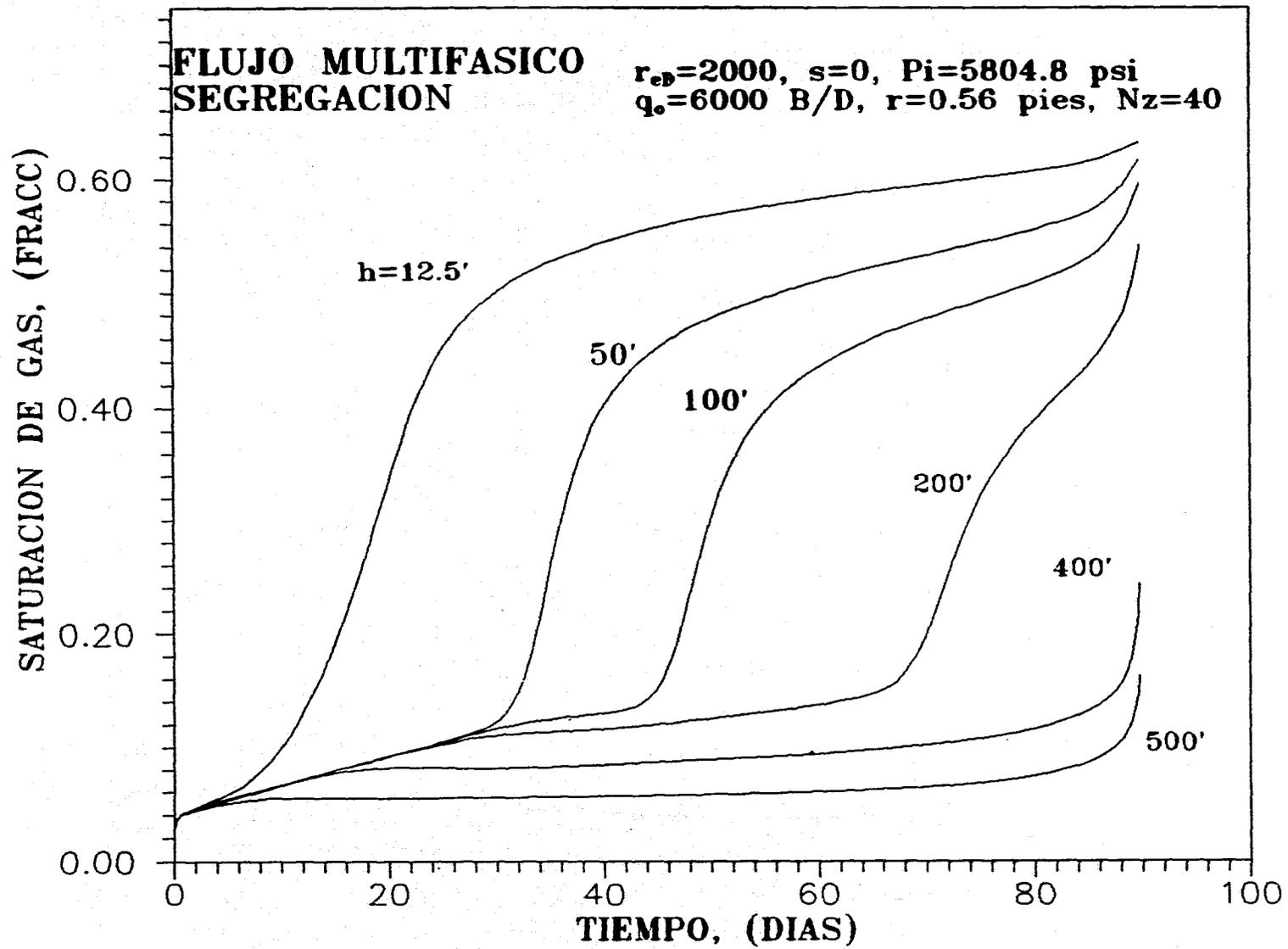
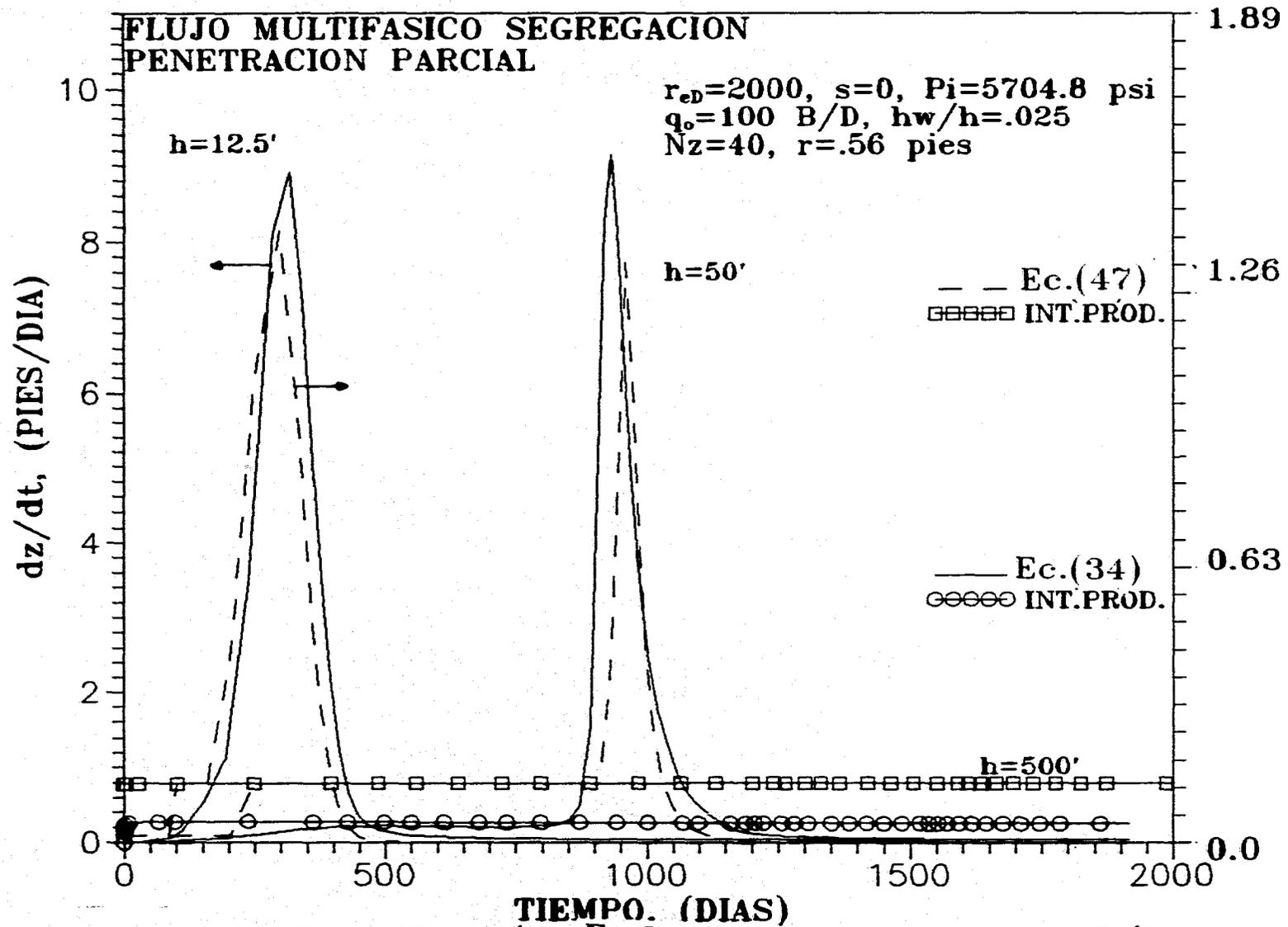


FIG 62.- GRAFICA DE S_g vs. t , $q_o=6000$ B/D, $r=.56$ pies



**FIG 63.- GRAFICA DE dz/dt Ec.34 y 47 vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$
 $r=.56 \text{ pies}$ (P.PARCIAL)**

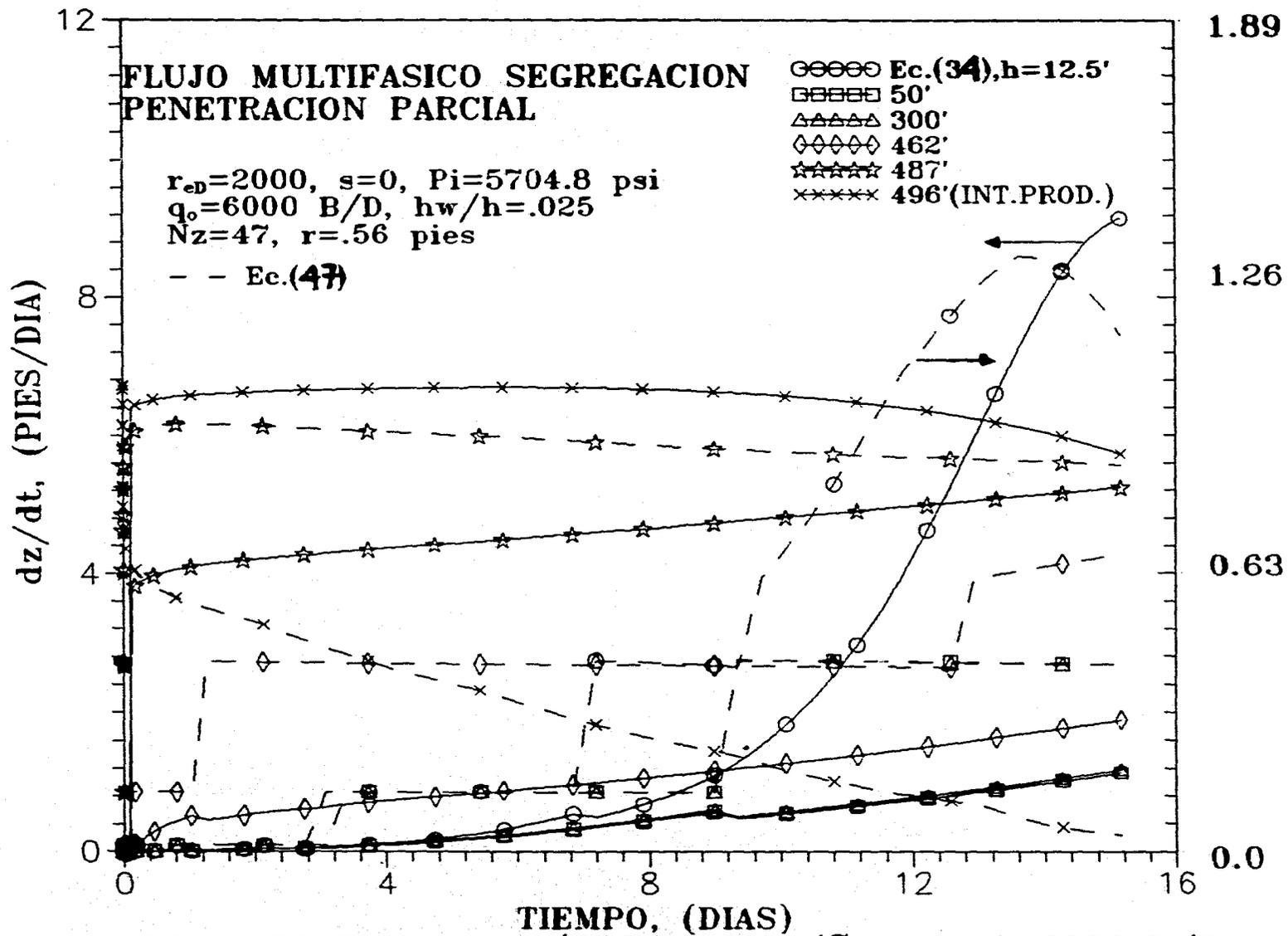
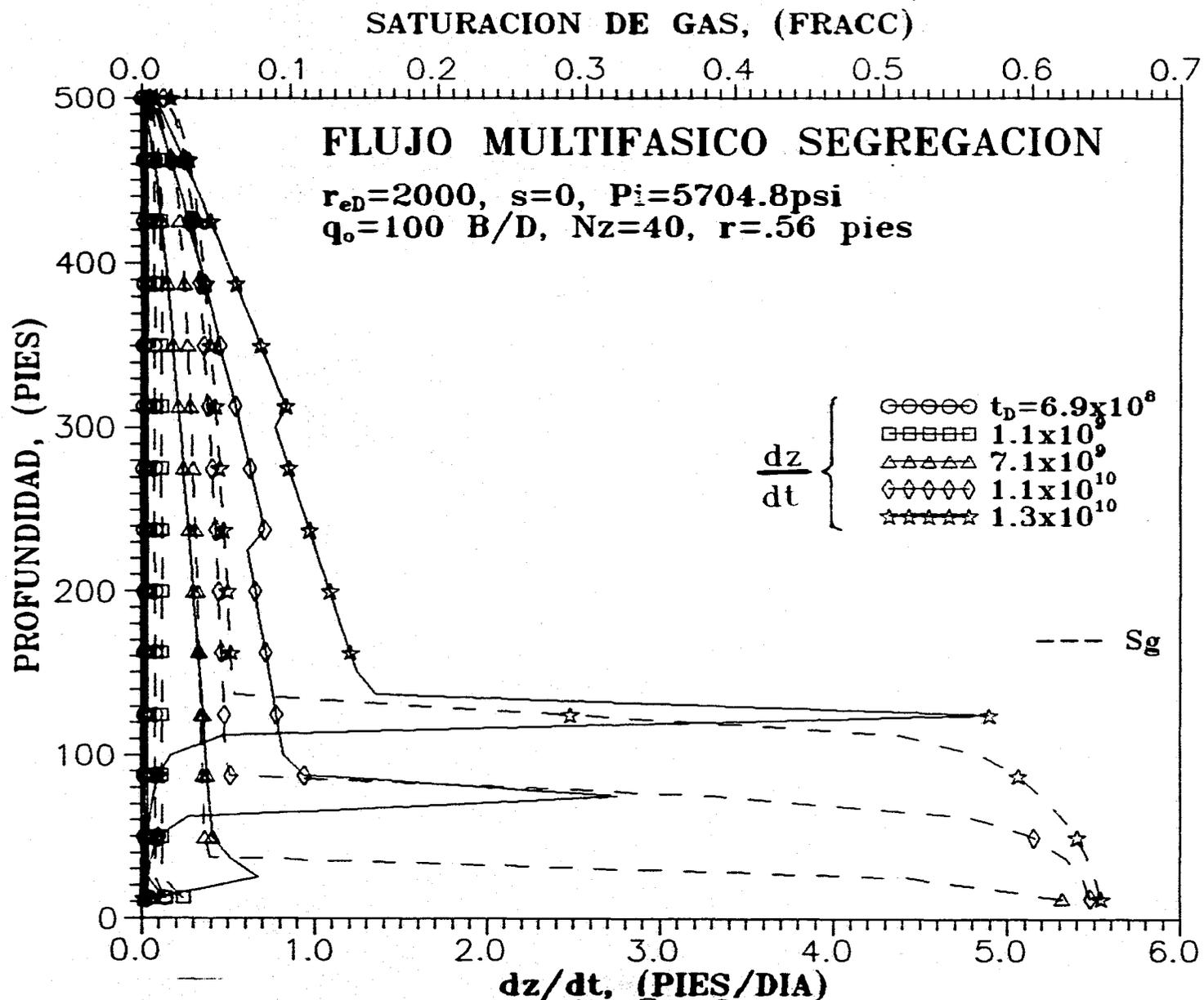
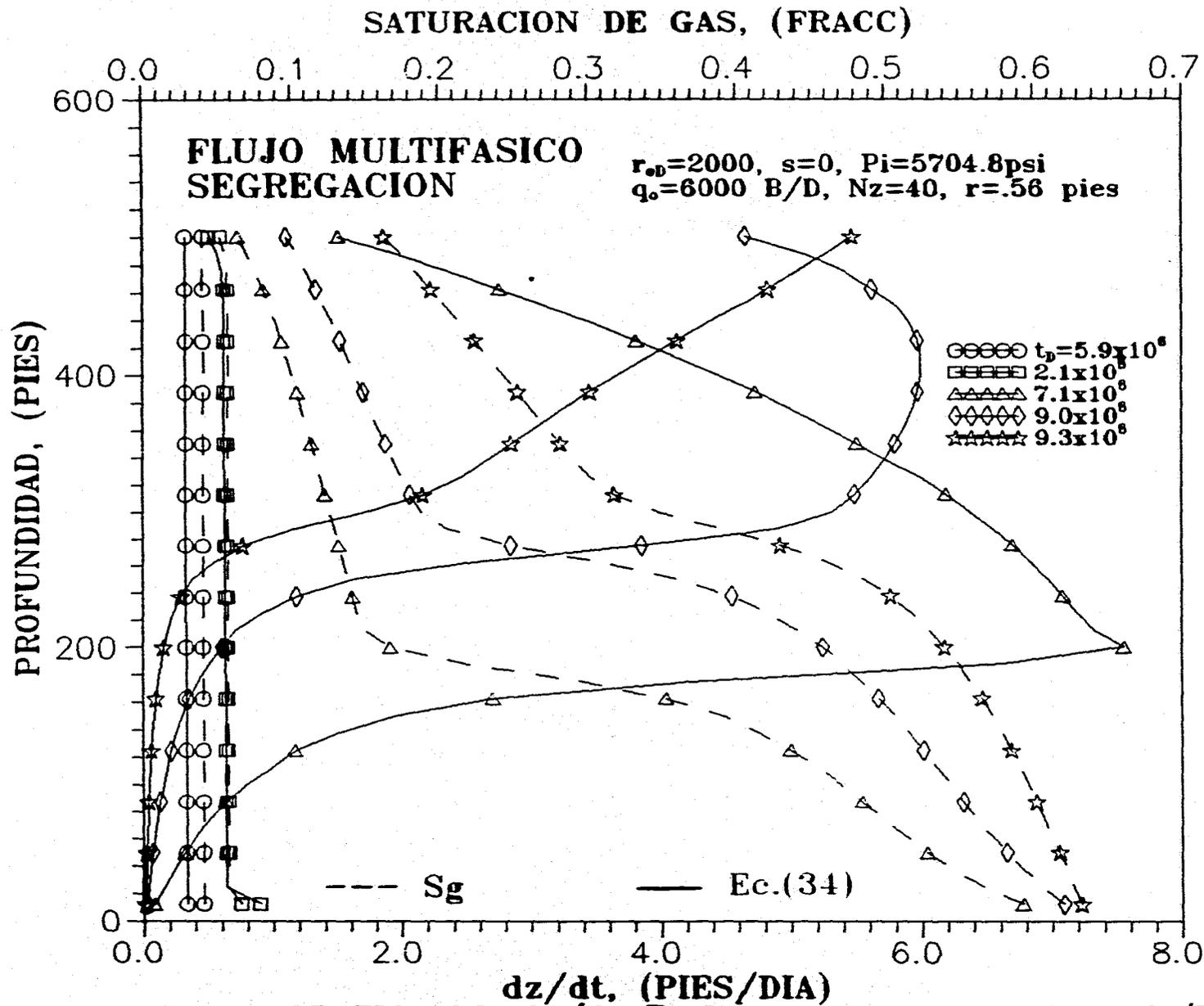


FIG 64.- GRAFICA de dz/dt Ec. 34 y 47 vs. t $q_o=6000$ B/D
 $r=.56$ pies (P.PARCIAL)



**FIG 65.- GRAFICA DE $\frac{dz}{dt}$ Ec. 34, Sg vs. h, $q_o=100\text{ B/D}$
 $r=.56\text{ pies}$**



**FIG 66.- GRAFICA DE $\frac{dz}{dt}$ Ec.34, Sg vs. h, $q_o=6000 \text{ B/D}$
 $r=.56 \text{ pies}$**

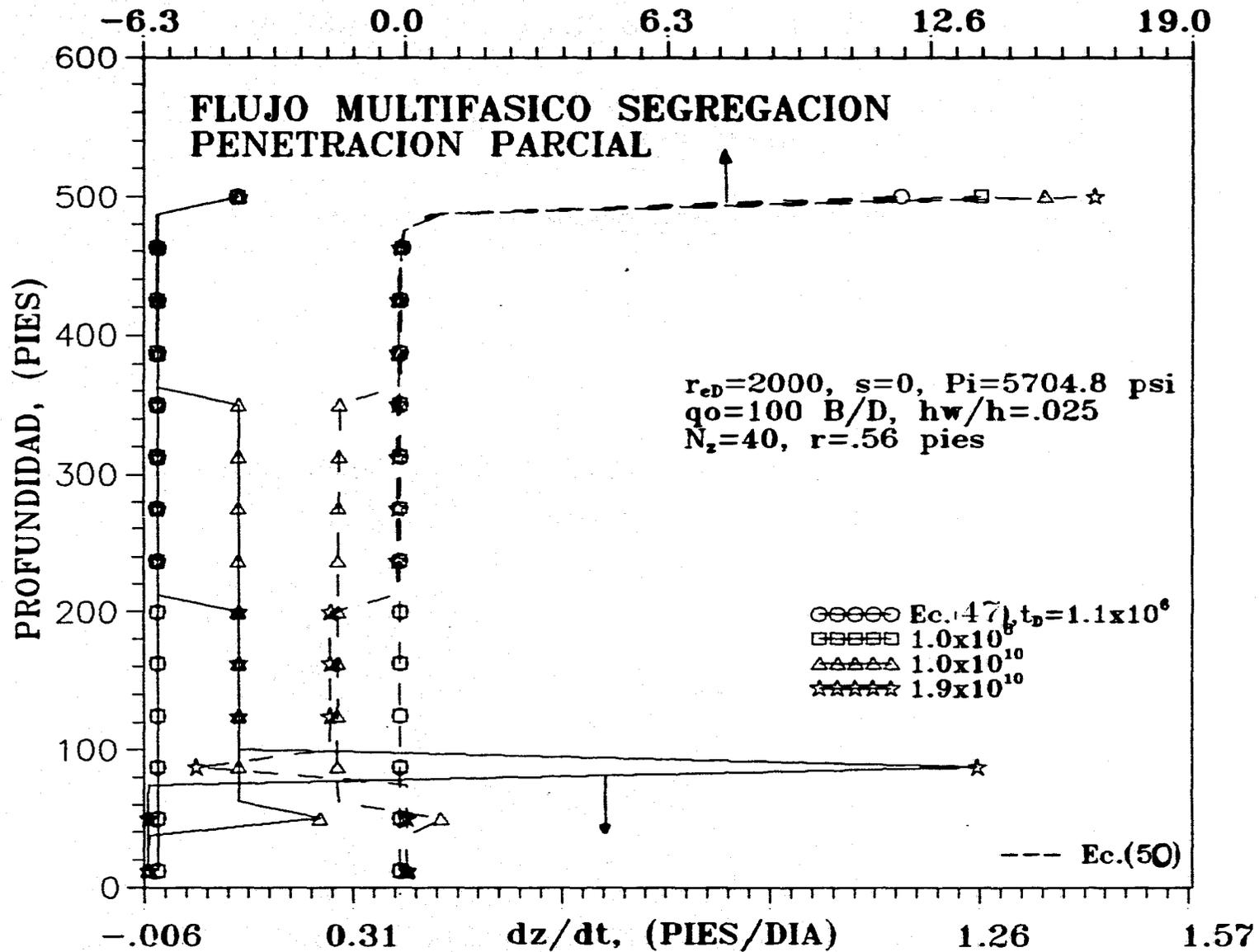
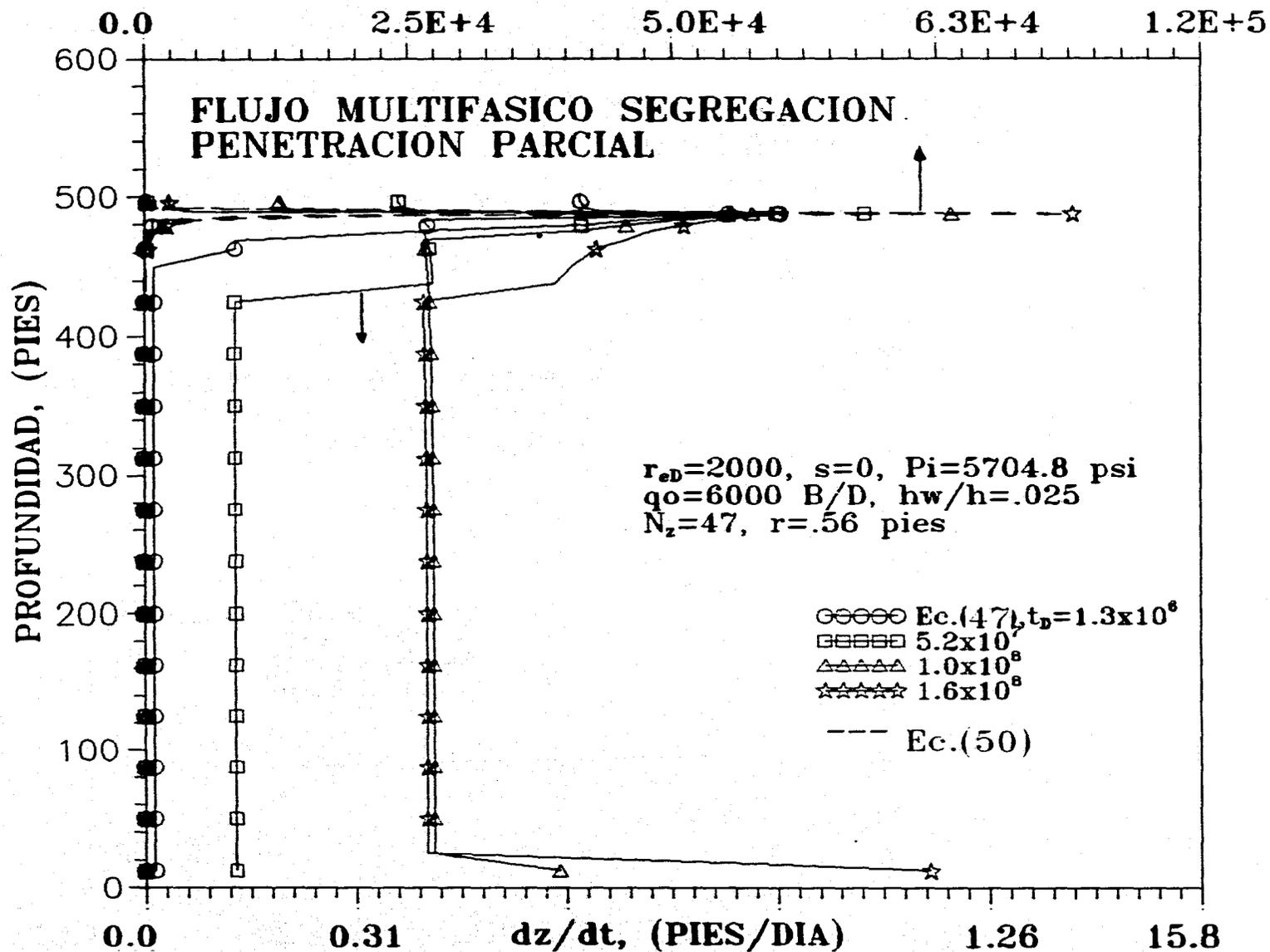


FIG 67.- GRAFICA DE dz/dt Ec. 47 y 50 vs. h , $q_o=100 \text{ B/D}$
 $r=.56 \text{ pies}$ (P.PARCIAL)



**FIG 68.- GRAFICA DE dz/dt Ec 47 y 50 vs.h, $q_o=6000$ B/D
 $r=.56$ pies (P.PARCIAL)**

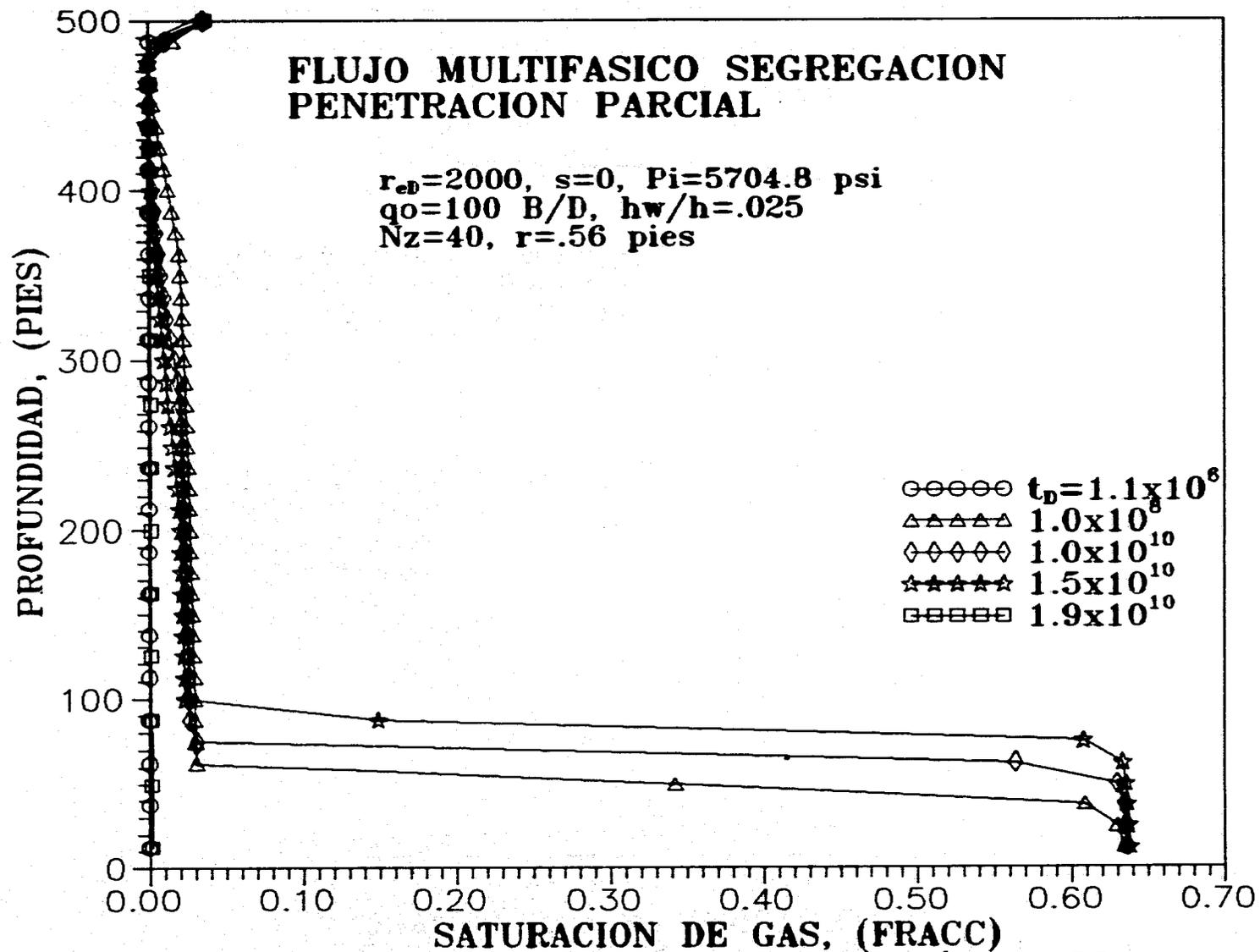
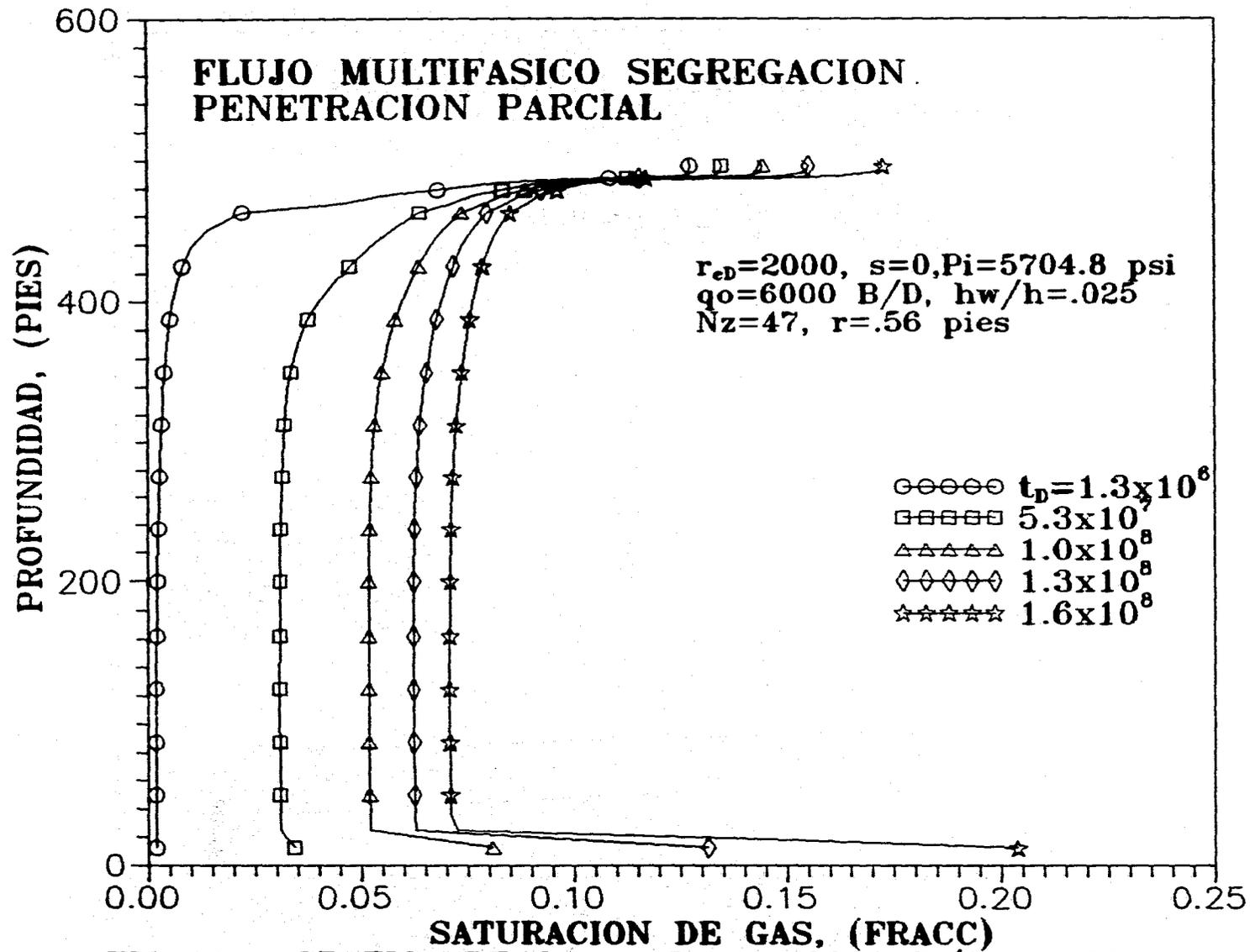


FIG 69.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=100$ B/D, $r=.56$ pies
(P.PARCIAL)



**FIG 70.- GRAFICA DE S_g vs. h , $q_o=6000 \text{ B/D}$, $r=.56 \text{ pies}$
(P.PARCIAL)**

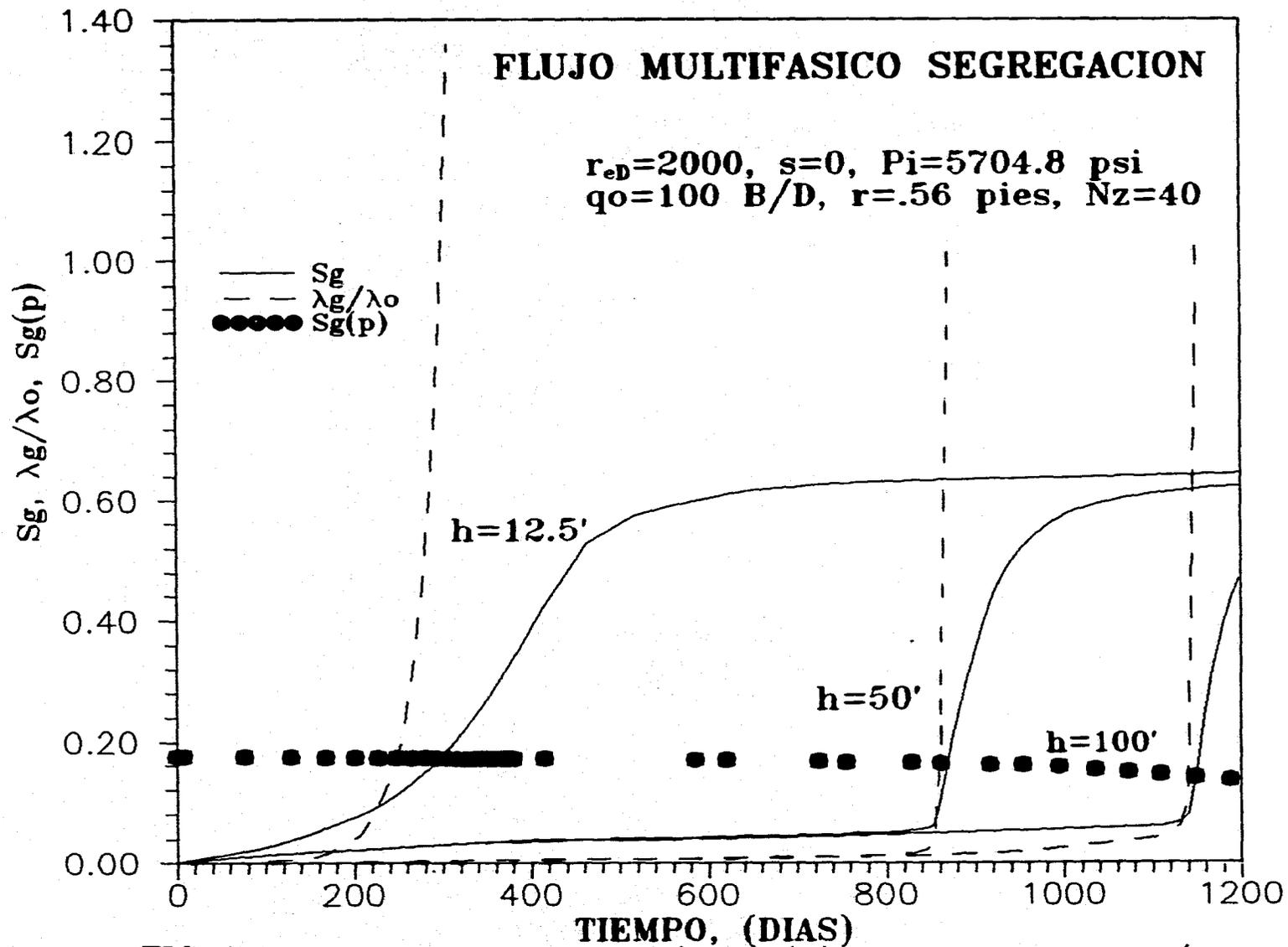


FIG 71.- GRAFICA DE $S_g, \lambda_g/\lambda_o, S_g(p)$ vs. t , $q_o=100$ B/D
 $r=.56$ pies

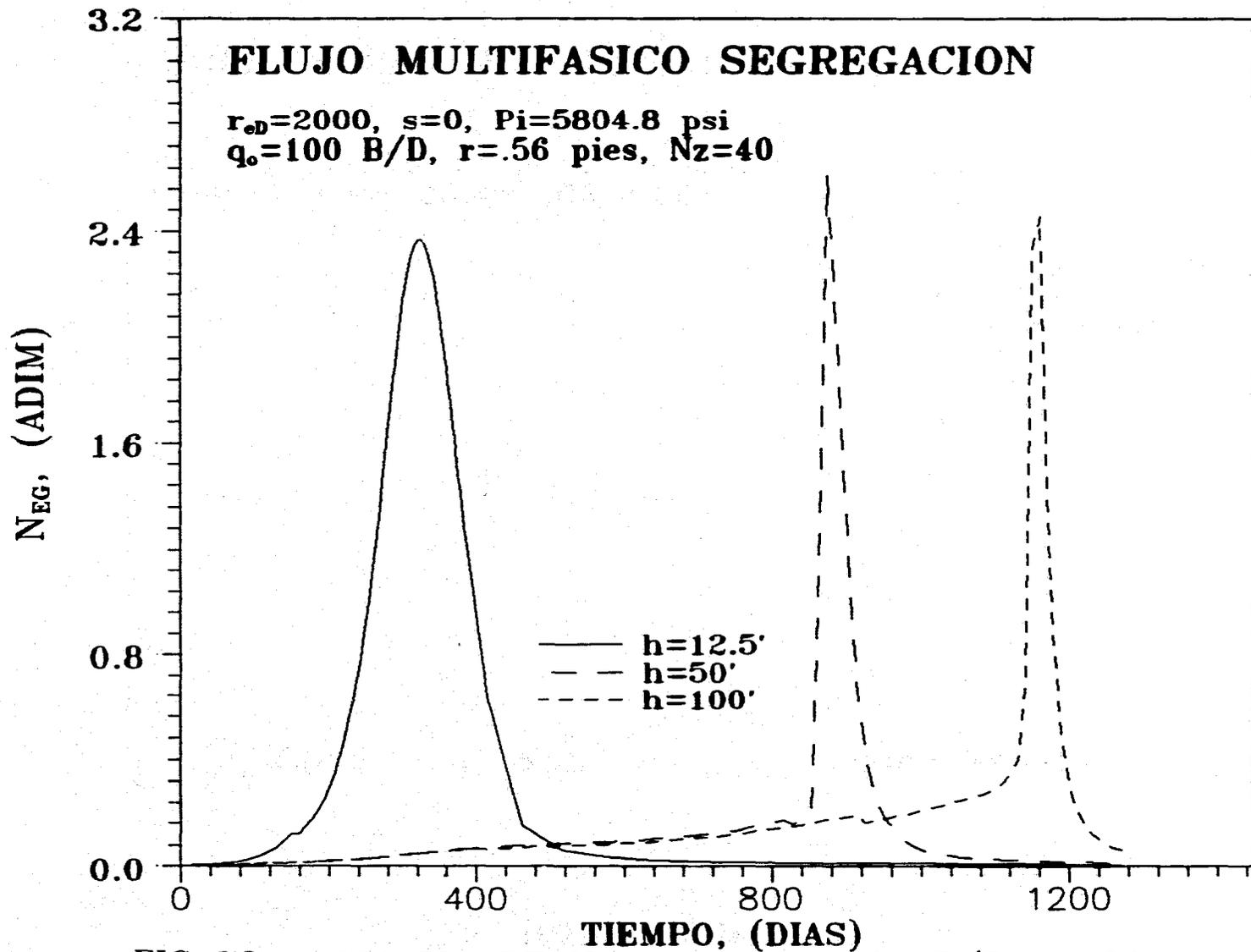


FIG 72.- GRAFICA DE N_{EG} vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$, $r=.56 \text{ pies}$
 CON dz/dt Ec.34

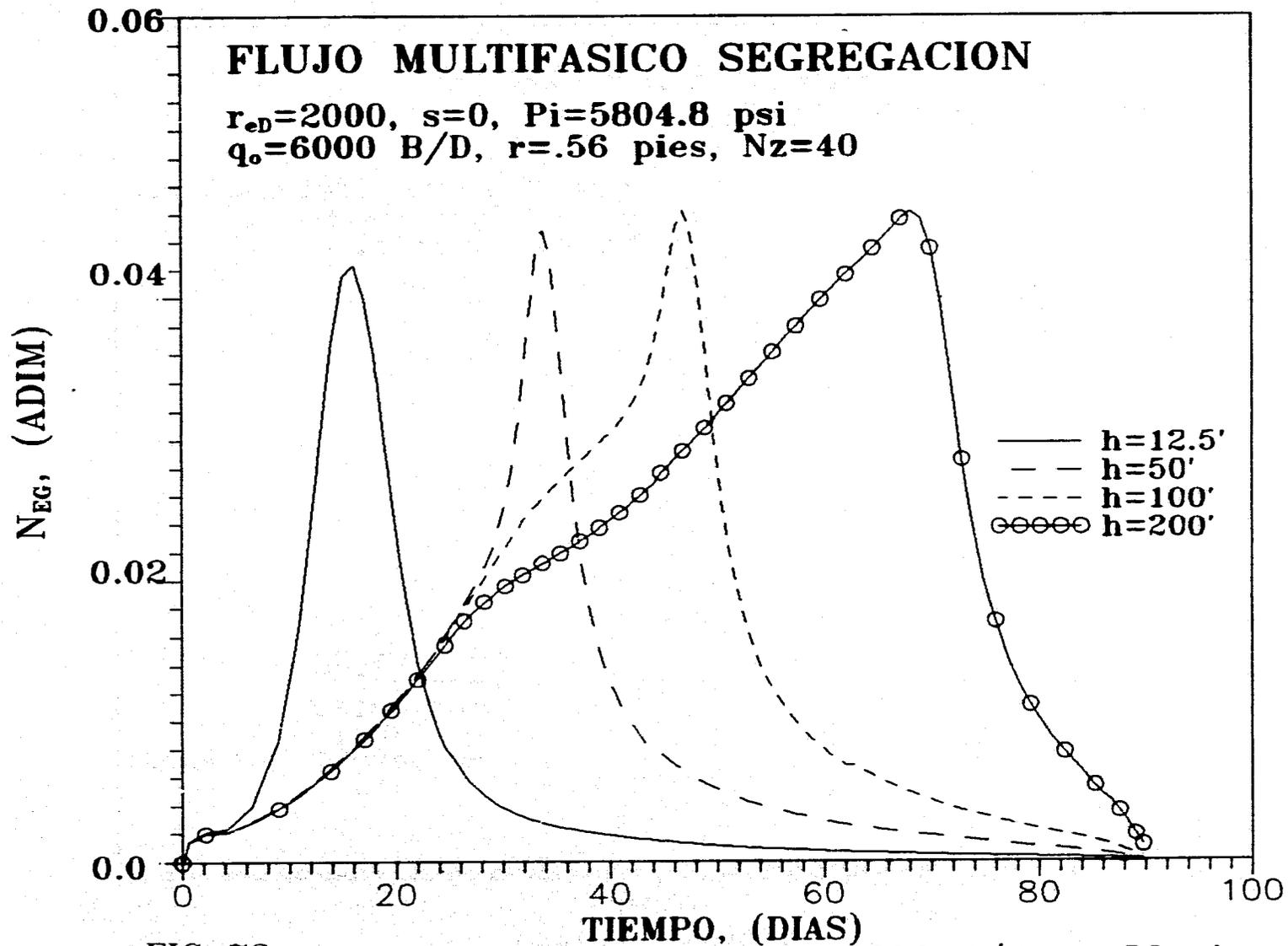


FIG 73.- GRAFICA DE N_{EG} vs. t , $q_o=6000$ B/D, $r=.56$ pies
 CON $\frac{d}{dt}$ Ec.34

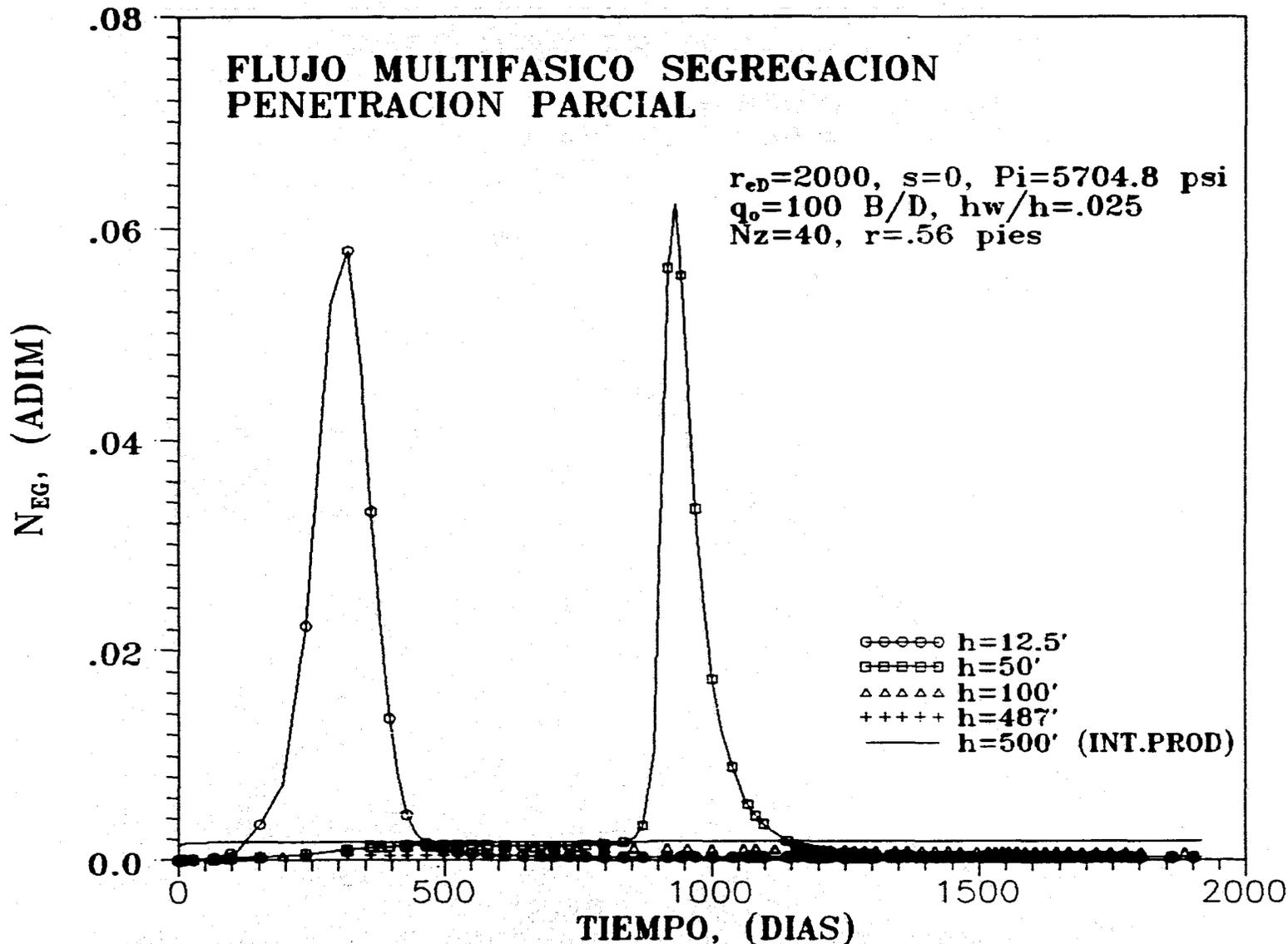


FIG 74.- GRAFICA DE N_{EG} vs. t , $q_o=100 \text{ B/D}$, $r=.56 \text{ pies}$
 (P.PARCIAL) CON dz/dt Ec.34

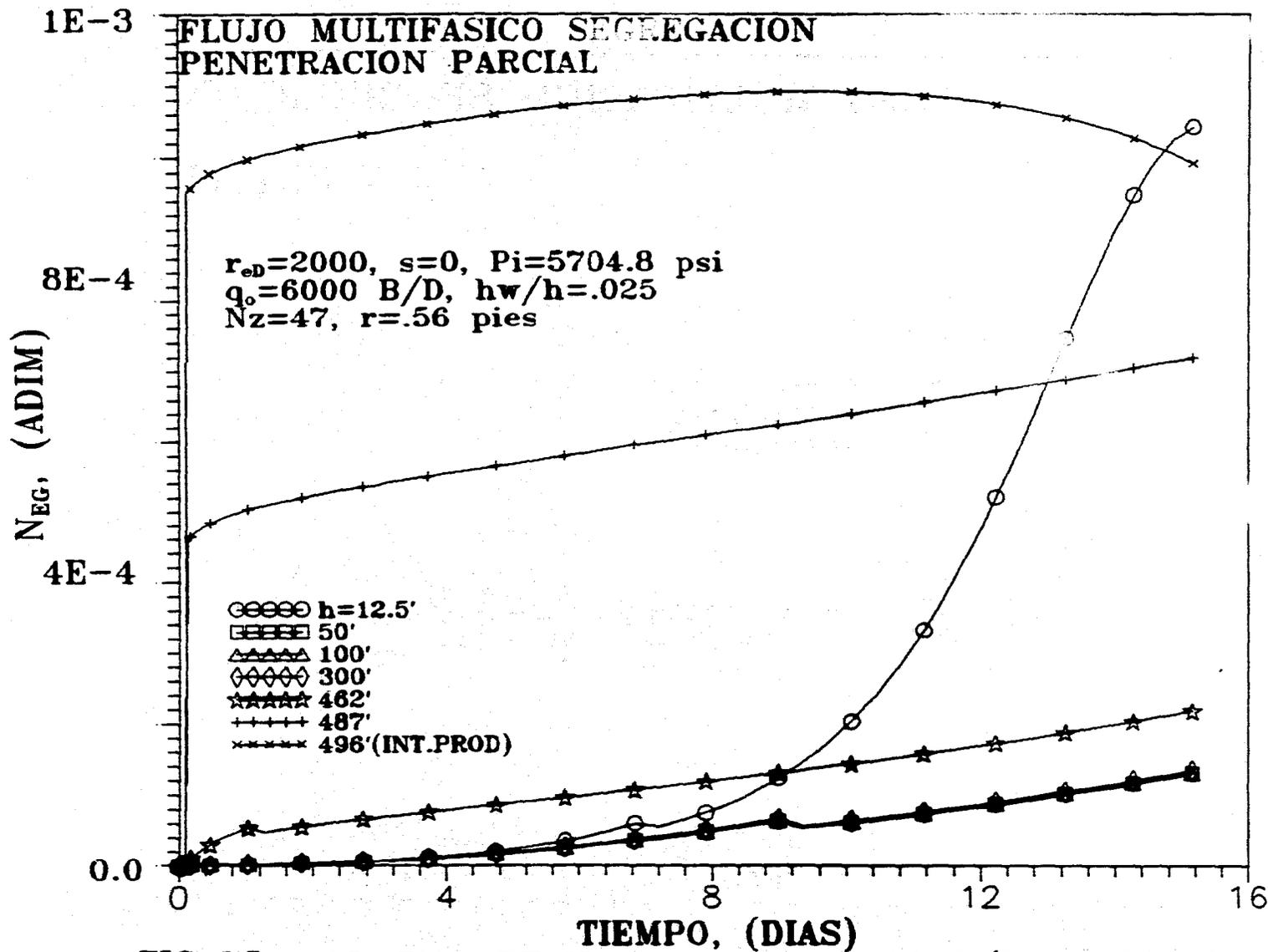


FIG 75.- GRAFICA DE N_{EG} vs. t , $q_o=6000$ B/D, $r=.56$ pies
(P.PARCIAL) CON dz/dt Ec.34

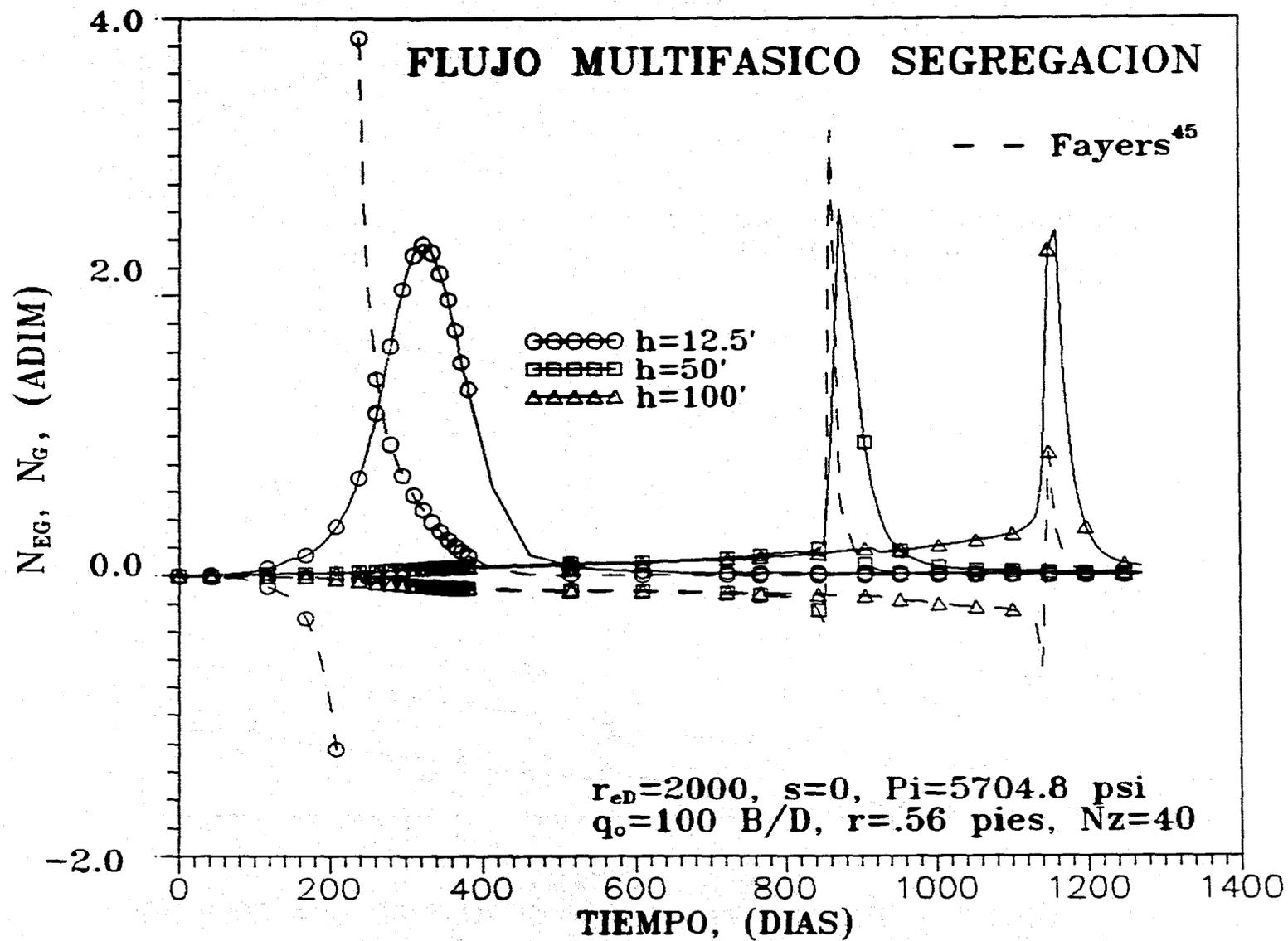


FIG 76.- GRAFICA DE N_{EG}, N_G^{45} vs. $t, q_o=100\text{B/D}, r=.56'$

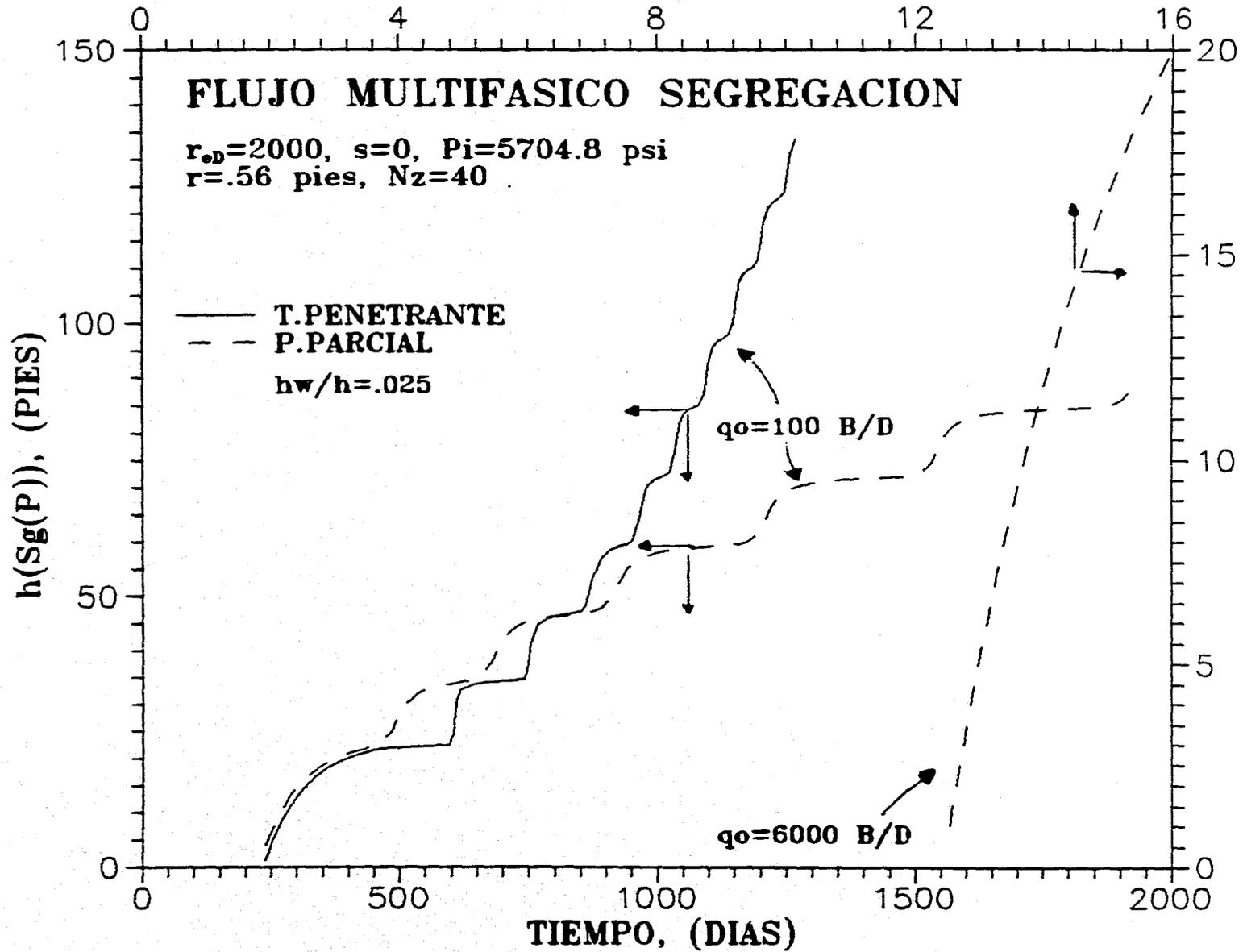


FIG 77.- GRAFICA DE $h(Sg(p))$ vs. t , $q_0=100 \text{ B/D}$, $r=.56 \text{ pies}$