

00363



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

2  
2EJ

FACULTAD DE CIENCIAS  
División de Estudios de Posgrado

**MODELO RADIATIVO  
CONVECTIVO EN LA  
ATMOSFERA**

T E S I S  
Que para obtener el Grado Académico de  
MAESTRIA EN CIENCIAS ( GEOFISICA )  
P r e s e n t a  
FIS. ANA CECILIA CONDE ALVAREZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. CARLOS GAY GARCIA

FALLA DE ORIGEN

México, D. F.

1995



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**EN MEMORIA DE MIS PADRES**

CRISTINA ALVAREZ LOMELÍ

MIGUEL CONDE RODRÍGUEZ

**A MIS AMIGOS Y MI FAMILIA:**

Rosita, Ma. Eugenia, Luis, Conchis, Cristi, Toño, Jorge, Miguel, Migue III, Ana Laura, Adela, Mariana, Sandra, Susi F., Susi D., Isabel, Hilda, Pecus, Eliel, Tata, Mariano, Angelina, la Güera, Oscar y Bertha...

A mi maestro Carlos Gay y en memoria de Oleg Vasilyev.

## ÍNDICE

### RESUMEN

INTRODUCCIÓN I - VII

### Capítulo I. EQUILIBRIO RADIATIVO Y MODELOS RADIATIVO - CONVECTIVOS

I.1 Modelos Climáticos y los Modelos Radiativo Convectivos	1.1
I.2 Equilibrio Radiativo y Convección Térmica	1.4
I.3 Fundamentos de los Modelos Radiativo Convectivos	1.8
I.4 Ajuste Convectivo	1.10

### Capítulo II. ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA RADIATIVA INFRARROJA

II.1 Definiciones	2.1
II.2 Ley de Kirchhoff	2.4
II.3 Ecuación de Transferencia	2.5
II.4 Equilibrio Termodinámico Local	2.8
II.5 La Ecuación de Transferencia para Atmósferas Plano Paralelas	2.9
II.6 Transferencia Radiativa Infrarroja en Atmósferas Plano Paralelas	2.12

### Capítulo III. LA TRANSFERENCIA RADIATIVA INFRARROJA Y MODELOS DE BANDAS

III.1 Radiación Infrarroja Terrestre	3.1
III.2 Gases Radiativamente Activos	3.4
III.3 Función de Transmisión	3.5
III.4 Línea Espectral Simple y Modelo de Bandas	3.8
III.5 Transmisión para Caminos Ópticos Inhomogéneos	3.13
III.6 Emisividad de Banda Ancha	3.15
III.7 Tasa de Enfriamiento o Calentamiento por Radiación Infrarroja	3.19

## Capítulo IV. MODELO RADIATIVO CONVECTIVO PROPUESTO

IV.1 Perfiles Empleados de Temperatura y Presión	4.1
IV.2 Vapor de Agua. Perfiles y Emisividades de Banda	4.2
IV.3 El Bióxido de Carbono. Perfiles y Absortividades de Banda	4.8
IV.4 Ozono. Perfiles y Absortividades de Banda	4.12
IV.5 Traslapes	4.14
IV. 6 Nubes	4.15

## Capítulo V. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

V.1 Determinación de la Altura de la Tropopuasa y Criterios de Convergencia	5.1
V.2 Balance en el Tope de la Atmósfera	5.3
V.3 Temperatura en Superficie	5.5
V.4 Resultados Numéricos	5.7
V.5 Atmósfera Despejada (Sin Nubes) y Sin Ozono	5.11
V.5.1 Caso 1	5.11
V.5.2 Caso 2	5.16
V.6 Atmósfera Despejada y con Ozono	5.18
V.6.1 Caso 1	5.18
V.6.2 Caso 2	5.22
V.7 Atmósfera con una Nube con un Tope en $z_t = 6.25$ Km	5.25
V.8 Atmósfera en la que se ha Duplicado la Concentración de Bióxido de Carbono (Un Ejemplo).	5.28
V.9 Discusión y Conclusiones	5.33

## REFERENCIAS

i - iv

## RESUMEN

En este trabajo se desarrolla un modelo radiativo convectivo que cumple con los balances de energía en la troposfera y en la estratosfera, considerando en detalle las emisiones y absorciones de onda larga del vapor de agua, el bióxido de carbono y el ozono.

En la troposfera se establece un ajuste convectivo, lo que permite el equilibrio entre la energía radiativa y la convección térmica. En la estratosfera se establece un balance puramente radiativo.

Consistente con esos balances de energía, el modelo calcula la temperatura en superficie, la altura de la tropopausa, las variaciones con la altura de la temperatura en la troposfera y la estratosfera hasta los 35 Km, los calentamientos de las capas atmosféricas y la energía de onda larga saliente de esta atmósfera. Particularmente, con este modelo se generó el perfil de temperatura para una atmósfera estandar, empleado en modelos más complejos.

El modelo permite también estudiar las contribuciones de cada uno de los gases citados y también realizar experimentos variando con la altura las concentraciones de esos gases. Por ejemplo, es posible estudiar el efecto de una duplicación del bióxido de carbono en la temperatura de superficie. Para este experimento se obtuvo en este trabajo un incremento en la temperatura de superficie de 2°C.

Por otra parte, en este modelo se introdujo un esquema simplificado de nube que, al cumplir con el equilibrio radiativo, modifica la temperatura de superficie y la altura de la tropopausa iniciales al establecerse el balance de energía esperado. Así, el efecto más importante que se obtuvo es que la nube incrementa la altura de la tropopausa y la temperatura en superficie es mayor que la de una atmósfera despejada.

## INTRODUCCIÓN

El modelo radiativo - convectivo (RC) aquí desarrollado es uno de los modelos climáticos llamados unidimensionales, que presuponen condiciones promedio globales y buscan determinar la estructura vertical promedio de la atmósfera. En el **Capítulo I** de la tesis se desarrolla la descripción general de los modelos RC y su situación con respecto a otros modelos climáticos. También en este capítulo se plantean las hipótesis de que la atmósfera se encuentra en equilibrio radiativo - convectivo en la troposfera y en equilibrio radiativo en la estratosfera. La primera se discute mediante el llamado ajuste convectivo. La segunda implica que el flujo neto de radiación es constante, o cero, en el "tope" de la atmósfera.

En los **Capítulos II y III** se explican la ecuación de transferencia de radiación infrarroja y las condiciones y suposiciones para su solución. En particular, para el modelo se supone que la atmósfera contiene como gases ópticamente activos al vapor de agua, al bióxido de carbono y al ozono se discuten las propiedades radiativas de dichos gases y la función de transmisión que, en consecuencia, puede introducirse en la ecuación de transferencia.

En el **Capítulo IV** se detallan las expresiones para las emisividades del vapor de agua asociadas a las bandas vibracional - rotacional, puramente rotacional y el continuo (Ramanathan, 1976a y 1976b). Para  $O_3$  y  $CO_2$  se emplean expresiones dadas por Kiehl (1983), que en el caso de las absorptividades de las bandas del  $CO_2$ , permiten considerar 3 isótopos y 14 bandas. También se hace necesario incluir en el cálculo de las emisividades y absorptividades correspondientes los posibles traslapes entre las bandas asociadas a los gases. Así, se consideran los traslapes entre el continuo y la banda puramente rotacional, entre el bióxido de carbono y el vapor de agua, y entre el mismo bióxido de carbono y el ozono.

En el **Capítulo V** y final de este trabajo, desarrollamos el modelo radiativo - convectivo aquí propuesto, analizando los casos de:

- Atmósfera despejada (sin nubes) y sin ozono.
- Atmósfera despejada (sin nubes) y con ozono.
- Atmósfera con una nube con un tope en  $z_1 = 6.25$  Km.
- Atmósfera en la que se ha duplicado la concentración  $CO_2$ . (Un ejemplo)

Para ello, a continuación describimos los detalles del modelo:

## I. Condiciones Iniciales del Modelo.

I.A Consideramos que la atmósfera está dividida en 34 niveles: los primeros 9 forman capas que tienen un grosor de 1.25 Km, hasta los 10 Km; de 10 Km hasta 35 Km las capas tienen un grosor de 1 Km. Si bien los cálculos puede extenderse hasta los 50 Km de altura, es importante en ese caso considerar el cambio en la forma de las líneas espectrales (de Lorentz a Doppler), razón por la cual los resultados que aquí se presentan se limitan a los primeros 35 Km.

I.B La aplicación del modelo tiene como punto de partida el proponer una temperatura de superficie, que igualamos a 288 °K. El perfil de temperatura en la troposfera se genera con

$$T(z) = T_s - \Gamma z \quad (1)$$

siendo  $T_s$  la temperatura de superficie y  $\Gamma$  el gradiente de temperatura constante e igual a 6.5 °K/Km (ajuste convectivo).

I.C En la troposfera calculamos la humedad relativa y suponemos que por encima de la tropopausa la cantidad de vapor de agua es despreciable. Por lo tanto, en la estratosfera sólo incluimos los efectos del ozono y del bióxido de carbono. En la sección V.4 presentamos el perfil de vapor de agua empleado.

En cuanto al CO<sub>2</sub>, suponemos que en la atmósfera mantiene una concentración constante e igual a 320 ppm, para los 35 Km considerados. El perfil de ozono que utilizamos es el que plantea Krueger (1976) para alturas de 2 Km en adelante; por abajo de los 2 Km empleamos el perfil de Paltridge y Platt (1976). La gráfica de este último perfil se presenta en el capítulo IV, sección 4.

Así pues, nuestra atmósfera contiene vapor de agua, bióxido de carbono y ozono en la troposfera y bióxido de carbono y ozono en la estratosfera.

Si bien la mayoría de los modelos climáticos no analizan el efecto del ozono troposférico, en este trabajo consideramos importante incluir a este gas en los primeros kilómetros dada la importancia que ha empezado a tener en estudios de atmósferas como la de la Ciudad de México.



Por otro lado, la inclusión del vapor de agua estratosférico en los modelos no es uniforme. Algunos autores lo incluyen con una concentración constante, no menor de 3 ppm. Otros, como en este trabajo, deciden considerar que dicha concentración es despreciable.

**I.D** Para la estratosfera, inicialmente suponemos que la temperatura es constante e igual a la de la tropopausa. La presión para cada nivel estratosférico se calcula entonces para el caso isotérmico.

Como la altura de la tropopausa se determina en el proceso, para establecer la temperatura inicial estratosférica es necesario hacer una primera suposición para esta altura, fijándola primero a 7.5 Km.

En el capítulo V presentamos también los resultados de los cálculos iniciales, mostrando los perfiles de temperatura, presión para las condiciones iniciales y la importancia de la contribución del vapor de agua a nivel troposférico.

## **II. Cálculo de las densidades de flujo de onda larga por nivel, de los calentamientos por capa y condición de equilibrio radiativo.**

**II.A** Con las condiciones y cálculos anteriores, procedemos en el mismo capítulo a calcular los flujos hacia arriba (ascendente) y hacia abajo (descendente) para cada nivel atmosférico mediante las ecuaciones propuestas en el capítulo IV e introduciendo en ellas la transmisividad de flujo de banda ancha isotérmica. Con dichos flujos para cada uno de los 34 niveles evaluamos entonces al flujo neto definido como  $F = F(u)\uparrow - F(u)\downarrow$ , lo que nos permite calcular a su vez el calentamiento (Q) de cada capa atmosférica.

**II.B** Con esos resultados (por capa), y suponiendo que existe equilibrio radiativo (Q=0), calculamos las temperaturas estratosféricas para cada nivel, utilizando el método de Newton - Raphson y tomando incrementos de temperatura igual a 0.5 °K. Esto permite ir generando perfiles sucesivos de temperatura estratosférica, proceso que detenemos cuando:

$$|T_{i+1} - T_i| < 0.3^\circ K \quad (2)$$

### III. Determinación de la altura de la tropopausa.

Cuando existe la convergencia planteada en (2), determinamos la altura de la tropopausa. Para ello calculamos  $dT/dz$  entre los niveles  $H_l$  (tropopausa) y  $H_{l+1}$  (el siguiente nivel superior). Si la estabilidad es crítica o supercrítica, lo que indicaría que aún es posible la convección hasta el nivel  $H_{l+1}$ , entonces debemos proponer que sea el siguiente nivel atmosférico la posible tropopausa. Repetimos entonces todo el proceso descrito en I y II. La altura de la tropopausa será la correcta si  $dT/dz + 6.5 \geq 0$ . En este capítulo presentamos los cambios en la altura de la tropopausa para los diferentes tipos de atmósfera analizada.

### IV. Balance en el tope de la atmósfera.

Fijando entonces la altura de la tropopausa, se debe establecer el balance de radiación en el tope de la atmósfera:  $F^0 = F - F^s$ , donde  $F$  es el flujo de onda larga saliente y  $F^s$  es el flujo de radiación solar en el tope. Si existe el equilibrio de radiación, se debe cumplir que  $F^0$  es nulo. En este trabajo establecimos como criterio de convergencia que la diferencia citada fuera menor de  $5 \text{ W/m}^2$ , aunque, de hecho los resultados que presentamos siempre fueron menores de  $4 \text{ W/m}^2$ .

También realizamos los experimentos numéricos en los que el flujo en el tope convergió a los valores propuestos por Ramanathan (1973a) mostrados en la tabla 5.1 de este trabajo. Estos valores fueron los que el autor citado calculó como flujo de onda larga saliente al introducir el perfil de una atmósfera estándar como condición inicial al problema. En este trabajo, lo que buscamos al establecer la convergencia a dichos valores es reproducir ese perfil de temperatura estándar.

### V. Temperatura en Superficie.

Como se deduce de la sección I de esta introducción, a partir de la temperatura en superficie inicial prácticamente quedan determinados todos los siguientes pasos. Así pues, en caso de que el balance en el tope de la atmósfera no se logre con el perfil de temperatura resultante siguiendo I, II, III y IV, se tiene

entonces que proceder a ajustar la temperatura en superficie, suponiendo una nueva temperatura de superficie ( $T_s$ ) mediante la aplicación del método de Newton - Raphson (ecuación 5.16) y repetir todos los pasos anteriores.

En los resultados de este trabajo, las temperaturas en superficie se tuvieron que ajustar a valores en un rango de 286.6°K a 290°K, según el experimento realizado. Particularmente, en el ejemplo de duplicación de bióxido de carbono fue necesario aumentar en dos grados la temperatura de superficie inicial, lo que es consistente con lo esperado para este tipo de experimentos, denominados de forzamiento radiativo.

En cuanto a la altura de la tropopausa, en todos los experimentos ésta aumentó con respecto al valor inicial propuesto. Esto significa que la atmósfera se ensanchó para alcanzar el balance radiativo convectivo buscado.

Finalmente, podríamos agrupar los resultados de este trabajo como asociados a los casos de una atmósfera *despejada* y de una atmósfera *con nubes*. Para este último caso, se propuso un modelo de nubes simple con las siguientes condiciones: Una "nube" se encuentra a 6.25 Km de altura, con un ancho de 1.25 Km. La emisividad asociada a la nube es proporcional a la cubierta nubosa e igual a 0.45. La nube es considerada isotérmica. La contribución de la nube al flujo hacia arriba y hacia abajo se incorpora entonces de la manera más sencilla posible y los resultados correspondientes se presentan en la sección 7 del capítulo V.

# CAPÍTULO I. EQUILIBRIO RADIATIVO Y MODELOS RADIATIVO - CONVECTIVOS

## 1.1 MODELOS CLIMÁTICOS Y LOS MODELOS RADIATIVO CONVECTIVOS

Si definimos muy elementalmente al clima como el comportamiento promedio del sistema Tierra - Océano - Atmósfera - Criósfera - Biosfera, se hace necesario establecer las escalas espacio - temporales en las que realizamos el citado promedio. Por ejemplo, generalmente se utiliza el término "estado del tiempo" para describir dicho comportamiento en plazos de tiempo de días a semanas. Usualmente, se habla de "clima" para especificar las condiciones del Sistema en el transcurso de décadas (hasta siglos) y en regiones de  $10^3$  a  $10^4$  Km<sup>2</sup> (ver figura 1.1).

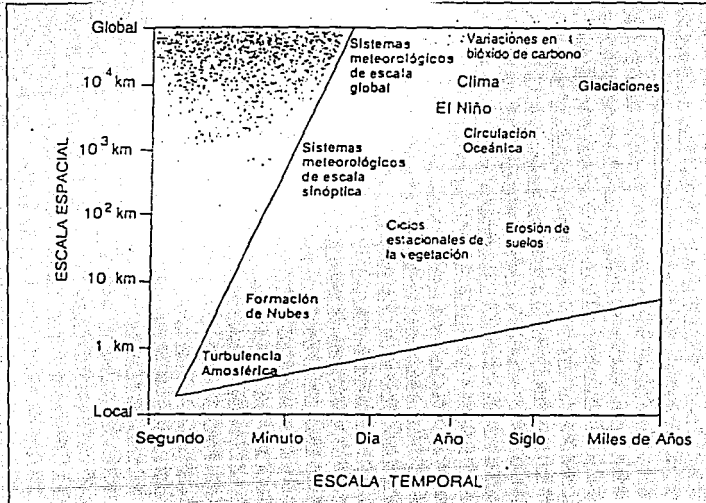


Figura 1.1: Relación espacio temporal para algunos procesos que ocurren en el sistema atmósfera - océano - continente (Magaña, 1994)

Los modelos climáticos buscan simular los múltiples procesos que producen el clima, teniendo como objetivo comprender los procesos que lo determinan y predecir los efectos de los cambios en dichos procesos y en sus interacciones. La simulación del Sistema se realiza estableciendo ecuaciones basadas en las leyes físicas básicas y se nutren de registros de datos en periodos largos de

**PAGINACION VARIA**

**COMPLETA LA INFORMACION**

parámetros como temperatura, precipitación, intensidad y velocidad del viento, nubosidad, etc.

Considerando la cantidad de procesos a incluir y las interacciones posibles entre ellos, la realización de un modelo climático es una tarea ardua y se obtienen, aún con las computadoras más avanzadas, resultados sólo aproximados.

Si cada proceso es en sí complejo, existen además múltiples retroalimentaciones que determinan el "estado final" de una simulación. Algunas de esas retroalimentaciones son: la retroalimentación hielo - albedo; la del "efecto invernadero" y el vapor de agua; la de las nubes.

La retroalimentación de las nubes es posiblemente la más difícil de modelar. Por un lado, son altamente reflejantes de la luz solar entrante, por lo que su efecto entonces sería la de disminuir la temperatura. Pero, por otro lado, algunas de ellas (*Cirrus*) aumentan el efecto invernadero, por lo que tenderían a aumentar la temperatura. Ahora bien, no está claro el efecto que un aumento en la temperatura tendría en las nubes. En dado caso, de provocar un aumento en la nubosidad, aún no se ha establecido ni la forma ni la altura de ellas.

Por tanto, es necesario hacer simplificaciones para desarrollar un modelo climático de tal manera que las ecuaciones que se postulan que rigen al Sistema puedan resolverse. En la solución de ellas se parte de un estado inicial y se investigan los efectos de los cambios en un componente concreto del sistema climático.

Existen muchas maneras de clasificar a los modelos climáticos. Una de ellas es por la jerarquización que se hace de las dimensiones latitud, longitud y altura. Los modelos más "completos", incluirán las tres dimensiones. Los más "simples", serán unidimensionales. Estos últimos, procuran parametrizar las contribuciones de las otras dos dimensiones, simplificación que en mayor o menor medida todos los modelos realizan.

Los principales componentes que deben ser considerados en la construcción de un modelo climático son (Henderson - Sellers, 1991):

- Radiación. La forma en que se evalúan la radiación solar entrante y absorbida y la emisión de radiación infrarroja.
- Dinámica. El movimiento alrededor del globo (particularmente de las latitudes bajas a las altas) y los movimientos verticales (la convección).

- Procesos de superficie. La forma en que se incluyen los procesos tierra/océano/hielo y el cambio resultante del albedo; también la forma en que se da el intercambio de energía atmósfera - superficie.
- Resolución en el tiempo y el espacio. El intervalo de tiempo del modelo y las escalas horizontales y verticales empleadas.

Para apreciar la importancia de los procesos citados en los modelos y las posibles parametrizaciones en ellos, se puede observar la figura 1.2. Las aristas representan los tres componentes básicos iniciales arriba citados. La complejidad de los modelos es en orden ascendente.

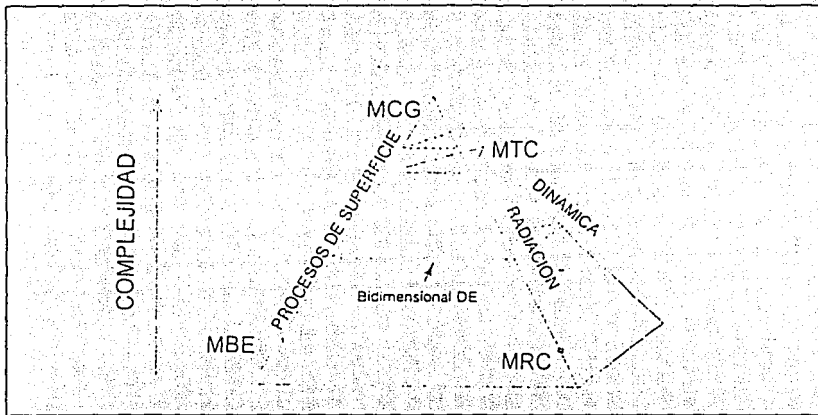


Figura 1.2. "Pirámide la modelización del clima". (Henderson - Sellers, 1991).

De acuerdo a la figura 1.2, los modelos más complejos son los modelos de circulación general (MCG) o de clima global. Estos incorporan la mayoría de los procesos y son tridimensionales.

Los modelos dinámico - estadísticos bidimensionales (DE), tratan los procesos de la superficie y la dinámica promediando zonalmente y utilizando una atmósfera establecida verticalmente. Los modelos de balance de energía (MBE) son modelos unidimensionales y analizan las variaciones latitudinales.

Los modelos unidimensionales radiativo - convectivos (RC) calculan el perfil vertical de temperatura global promedio. Modelan explícitamente los procesos radiativos y utilizan un "ajuste convectivo" para los movimientos verticales.

utilizando para ello un gradiente de temperatura pre-establecido (mismos que se explica en las siguientes secciones de este capítulo).

Ejemplos de algunos de los modelos climáticos característicos, se observan en la figura 1.2b. Por considerarlo relevante, incluimos a los autores citados en la figura dentro de las referencias.

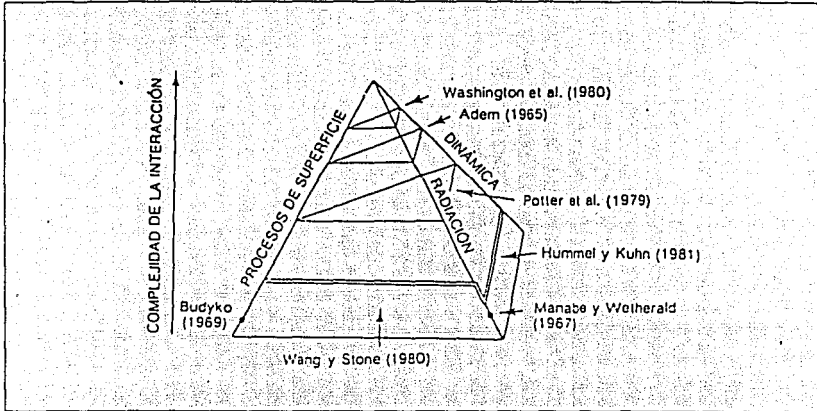


Figura 1.2b. "Pirámide la modelización del clima" con modelos climáticos particulares. (Henderson - Sellers, 1991).

## 1.2 EQUILIBRIO RADIATIVO Y CONVECCIÓN TÉRMICA

Tradicionalmente, el punto de partida del estudio de la estructura térmica de la atmósfera es el cálculo de la distribución vertical de temperatura o perfil de temperatura de la atmósfera, suponiendo que el sistema Atmósfera - Tierra se encuentra en **equilibrio radiativo**. Este es el modelo climático más simple, y su objetivo central es la evaluación de la temperatura de equilibrio radiativo global que permita el balance de energía radiativa en el tope de la atmósfera, entre el flujo solar entrante y el flujo neto de radiación infrarroja saliente.

Si el albedo global es  $a$ , la constante solar es  $S$  y el radio de la Tierra es  $r$ , entonces se tiene que cumplir para que se de el balance en el tope:

$$\pi r^2 (1 - a) S = 4 \pi r^2 \sigma T_e^4$$

en donde se considera que la sección transversal de la Tierra que intercepta al flujo entrante  $S$ .



De la ecuación anterior se puede obtener que la temperatura efectiva  $T_e = 255.5^\circ\text{K}$ . Sin embargo, en el análisis anterior no es posible incluir la evaluación de la temperatura de superficie, ya que ésta no se puede relacionar con  $S$  ni con el albedo directamente. Para su cálculo, es necesario incluir la transparencia u opacidad de la atmósfera a la radiación solar y/o térmica. Considerando a la radiación térmica (o infrarroja o de onda larga), los modelos radiativo - convectivos tratan con lo que usualmente se denomina "efecto invernadero". Este efecto se debe a la absorción de la radiación térmica ascendente que es emitida por la superficie. Si los gases de la atmósfera no tuvieran esa capacidad de absorción, la temperatura de la superficie de la Tierra sería la temperatura efectiva,  $T_e$ , según se ilustra en la figura 1.3.

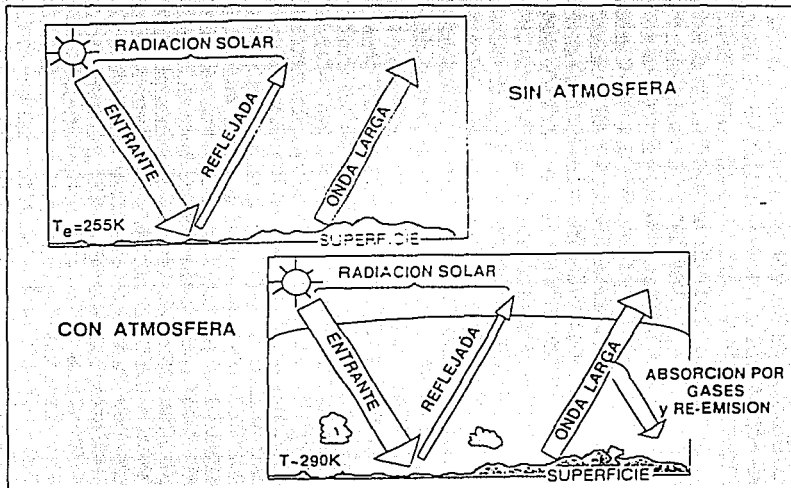


Figura 1.3. Ilustración esquemática del efecto invernadero, mostrando el balance de energía incidente, reflejada y emitida al exterior en (a) un planeta sin atmósfera y (b) un planeta con atmósfera. (Magaña, 1994.)

En cuanto a la radiación solar (o de onda corta), los modelos radiativo - convectivos calculan la radiación solar que es absorbida a cada paso. Dada la radiación solar incidente, los modelos evalúan qué porción de esta radiación será absorbida, qué parte será reflejada y cuál será transmitida. Particularmente, estudian los efectos anteriores en las nubes.

La comparación entre los perfiles generados por equilibrio radiativo y los observados indican el grado en el que los otros procesos atmosféricos (convección, circulación de gran escala, condensación) influyen en el balance del sistema Atmósfera - Tierra.

Desde el descubrimiento de la estratosfera, se supuso que ésta se encontraba en equilibrio radiativo. Tal suposición se basaba en la idea de que en una región tan altamente estable, no debería haber procesos de transporte tan importantes como el radiativo. Si bien ahora se sabe de otros procesos de transporte relevantes en la estratosfera (además de los procesos fotoquímicos), las comparaciones de los perfiles calculados para estratosfera bajo condiciones de equilibrio radiativo y los promedios globales observados no difieren mucho. Algunas de las explicaciones de esto son (Goody, 1989):

1) Por encima de cierto nivel, la atmósfera tiene una masa lo suficientemente pequeña como para que el equilibrio radiativo juegue un papel central. Además, los vientos zonales a esas alturas soplan aproximadamente ortogonales al gradiente de temperatura vertical, por lo que no transportan calor.

2) Los movimientos troposféricos actúan para disminuir las diferencias de temperatura ecuador - polos. Así, las diferencias de radiación térmica producida que pasaría a la estratosfera por este efecto disminuye.

En cualquier caso, la suposición de que existe un equilibrio radiativo en la estratosfera es usual en la mayoría de los modelos. Dicha suposición no se cumple para la atmósfera baja o troposfera.

De hecho, en la mayoría de las atmósferas planetarias, las temperaturas de equilibrio radiativo no se pueden sostener en las regiones de la atmósfera baja. En esas regiones el gradiente vertical de temperatura de equilibrio radiativo,  $dT/dz$ , es negativo y tan acentuado que el gradiente de temperatura potencial,  $d\theta/dz$  es también negativo. Un  $d\theta/dz$  negativo es inestable a la convección, por lo que se dispara la llamada **convección térmica (o natural o libre)**. La convección entonces ayuda al proceso radiativo a transportar energía de la superficie del planeta a la atmósfera. Así, el transporte vertical de calor tiende a minimizar o disminuir la magnitud de  $d\theta/dz$ .

La temperatura de equilibrio radiativo depende del camino óptico de la atmósfera en la región espectral de la radiación de onda larga. Para una atmósfera gris (en donde el coeficiente de absorción no depende de la longitud de onda) es posible encontrar la dependencia directa de la temperatura de equilibrio con respecto al camino óptico. En esa atmósfera en equilibrio radiativo, el flujo de onda larga está aproximadamente dado por (Goody, 1989, Ramanathan y Coakly, 1978):

$$F_i = \frac{4\sigma dT^4}{3 d\tau} \quad \text{con } d\tau = -k\rho dz \quad (1.1)$$

donde  $k$  es el coeficiente de absorción y  $\tau$  es el espesor óptico (discutidos en el Capítulo 2).

Para satisfacer la condición de equilibrio radiativo, se requiere que el flujo de onda larga en 1.1 sea una constante positiva.

Si se supone que se cumple el equilibrio hidrostático:  $dP/dz = -\rho g$ , y usamos la definición de  $\tau$ ,  $\tau = kP/g$ ; Entonces se puede resolver (1) obteniendo:

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{4R} \frac{F_i \tau}{F_i \tau + c_1} \quad (1.2)$$

con  $c_1$  una constante que depende de las condiciones de frontera. Observamos que  $-dT/dz$  crece con  $\tau$ , y que  $dT/dz \rightarrow 0$  si  $\tau \rightarrow 0$ . Además,  $\tau$  generalmente decrece exponencialmente con la altura, entonces  $dT/dz \rightarrow 0$  para valores grandes de  $z$ .

De lo anterior se puede esperar que existan dos regiones en la atmósfera:

- 1) Una región baja en la que  $-dT/dz$  (gradiente de temperatura) de equilibrio radiativo esté tan acentuado que sea inestable a la convección. El criterio de inestabilidad se determina por el signo de  $d\theta/dz$ . Los gradientes de  $\theta$  y  $T$  están relacionados por:

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta}{T} \left[ \frac{dT}{dz} + \frac{g}{c_p} \right] \quad (1.3)$$

la atmósfera es inestable si:

$$\frac{d\theta}{dz} < 0 \quad (1.4)$$

entonces, es inestable cuando:

$$-\frac{dT}{dz} > \frac{g}{c_p} = \Gamma \quad (1.5)$$

Aquí,  $\Gamma$  es el gradiente adiabático de T. Cuando  $-dT/dz$  es mayor que  $\Gamma$ , la atmósfera se denomina **superadiabática**, mientras que si se cumple lo opuesto se le denomina **subadiabática**.

Para la construcción de los modelos radiativo - convectivo, se supone que una atmósfera con un gradiente superadiabático de equilibrio radiativo tiende a un estado final de **equilibrio convectivo**. Para que se de el equilibrio convectivo, se debe cumplir que:

$$\frac{d\theta}{dz} = 0 \quad (1.6)$$

Físicamente, el equilibrio convectivo implica que la convección mecánicamente "estira" a la atmósfera hasta que se mantiene ésta con una temperatura potencial uniforme.

- II) Una región sobre la región descrita anteriormente, y que corresponde a aquella en la que el gradiente de equilibrio radiativo es subadiabático. Esta región permanecerá en equilibrio radiativo si no está sujeta a ningún otro proceso de transporte de energía.

La situación descrita por I) y II) ha permitido la formulación de los llamados Modelos de Equilibrio Radiativo - Convectivos. Para las atmósferas planetarias, la región I) se denomina usualmente troposfera, la región II) estratosfera, y a la frontera entre ambas, tropopausa.

### I. 3. FUNDAMENTOS DE LOS MODELOS RADIATIVO CONVECTIVOS

Los principios y suposiciones de la formulación de estos modelos se sustentan en la ecuación de energía de la termodinámica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \rho c_p T + \nabla \cdot \rho c_p \nabla T + \frac{\partial}{\partial z} \rho c_p W T + \rho g W = Q + Q_f \quad (1.7)$$

donde  $\mathbf{V}$  es el vector velocidad horizontal;  $W$  es la componente de velocidad vertical;  $Q_f$  es el calor por fricción y  $Q$  es el calor. Es importante notar que el término  $Q_f$  sólo aparece si parte de  $Q$  se invierte en la generación de energía cinética. Como en los modelos radiativo convectivos se supone que no existe dicha generación, el término  $Q_f$  se desprecia. Lo mismo sucede con el segundo término de la ecuación (1.7), ya que los modelos se construyen sólo para la vertical. Esto se puede justificar una de dos razones: (1) el término efectivamente es despreciable, o bien (2) las variables horizontales de interés, la temperatura y el balance de energía, interesan en tanto que sean promedios horizontales (latitudinal y longitudinalmente).

Este segundo caso se aplica a la atmósfera terrestre, en donde el segundo término y  $\rho g W$  representan el mecanismo de transporte dominante de calor en la troposfera. Entonces para la Tierra el modelo se usa sólo en el sentido de promedio horizontal. Promediando (1.7) con respecto a la latitud y la longitud, en donde los paréntesis,  $\langle \rangle$ , denotan cantidades promediadas, tenemos:

$$\frac{\partial \langle \rho c_p T \rangle}{\partial t} = - \frac{d}{dz} (F_i - F_s + F_e) \quad (1.8)$$

donde  $F_c = \langle \rho c_p W T \rangle$  es el flujo convectivo.

Los términos de divergencia horizontales en (1.6) se anulan en el proceso de promediar, y, además,  $\langle \rho g W \rangle = 0$  para satisfacer la conservación de la masa. Las contribuciones a  $F_c$  pueden venir tanto de la convección térmica como de los movimientos verticales provocados por la circulación de escala global. Este último término se desprecia en el modelo.

Los efectos no lineales de la circulación atmosférica y el intercambio de calor entre los océanos y la atmósfera, ejercen una gran influencia en el comportamiento estacional de las temperaturas de superficie y atmosférica, y como la ecuación (1.7) no incorpora esos efectos, el modelo se aplica para condiciones anuales promedio de "estado estable". Suponiendo que dicho estado existe, (1.7) se puede integrar para dar:

$$F_i(z) + F_s(z) + F_e(z) = const. = 0 \quad (1.9)$$

con las condiciones de frontera:

$$F_i(\infty) + F_s(\infty) = 0 \quad F_c(\infty) = 0 \quad (1.10)$$

Como  $W$  se anula en el tope de la atmósfera,  $F_c(\infty) = 0$ . La cantidad  $F_i(\infty)$  es la radiación térmica emitida al espacio por el sistema Atmósfera - Tierra;  $F_s(\infty)$  es la diferencia entre la radiación solar entrante y la solar reflejada por el sistema al espacio, entonces  $F_s$  es la radiación total absorbida por el planeta como un todo. La ecuación (1.9) establece entonces el hecho de que la radiación solar absorbida en promedio y la radiación de onda larga están en balance en el tope. De no darse esta condición, el planeta como un todo se estaría calentando o enfriando. La ecuación (1.9) también establece el hecho de que, en promedio en el tiempo (y latitudinal y longitudinalmente) la radiación y la convección son los únicos dos procesos que determinan la estructura vertical térmica del planeta.

#### I.4. AJUSTE CONVECTIVO

Las ecuaciones (1.7) y (1.8) no definen plenamente el problema, más bien definen las restricciones termodinámicas del sistema.

El estudio exacto de la parte convectiva ( $F_c$ ) requeriría de la solución de las ecuaciones de movimiento y de continuidad, además de la solución de la ecuación de energía. Esto no se ha intentado por ningún modelo radiativo - convectivo. En general, para esta contribución se utilizan técnicas empíricas o semi empíricas. Nos concentraremos en las primeras al ser éstas las que empleamos en el presente trabajo.

Las técnicas empíricas no tratan con los procesos convectivos explícitamente, sino que los efectos de estos procesos se incluyen implícitamente al asumir que la convección mantiene un gradiente crítico de temperatura dentro de la región convectiva. Este gradiente crítico es el gradiente en el cual la atmósfera está en estado neutral con respecto a los procesos convectivos. Para una atmósfera en donde los procesos de condensación no son importantes, esa divergencia de temperatura crítica es la divergencia adiabática (gradiente adiabático). Esta técnica simplifica bastante el procedimiento de resolver la estructura térmica de la atmósfera, dado que el gradiente de temperatura está prescrito, por lo que no es necesario resolver la ecuación (1.8); en lugar de ello se resuelve la ecuación para la condición de equilibrio radiativo:  $F_i + F_s = 0$ , con la condición de que el

gradiente en cualquier nivel sea menor o igual a la del gradiente crítico. Cuando esto no suceda, se igualará el gradiente al crítico.

A este ajuste se le conoce como el **ajuste convectivo**. Manabe y Strickler (1964) propusieron por primera vez este método numérico, para aproximar el transporte vertical de calor. El perfil que se alcanza con esta técnica se dice que está en equilibrio térmico.

Tres son los fundamentos para el modelo citado por los autores, a) Se debe dar el equilibrio radiativo en el tope de la atmósfera entre el flujo solar neto entrante y el flujo neto de onda larga saliente; b) en la superficie también debe existir un balance tal que la energía neta ganada por la superficie por radiación sea compensada por la pérdida de calor saliente por transferencia de energía por convección y 3) La condición de equilibrio radiativo local se cumple cuando la divergencia de la temperatura calculada es menor que el gradiente de temperatura crítica. Basándose en lo anterior, Manabe y Strickler establecieron que una capa convectiva en contacto con la superficie,  $\Gamma$  calculada se iguala al  $\Gamma$  crítico y postularon por primera vez el valor de este último:

$$\Gamma_c = 6.5 \frac{^{\circ}K}{Km} \quad (1.11)$$

En la figura 1.4 mostramos los perfiles de temperatura obtenidos por Manabe y Strickler (1964) para los casos: (a) de equilibrio puramente radiativo y (b) equilibrio radiativo convectivo.

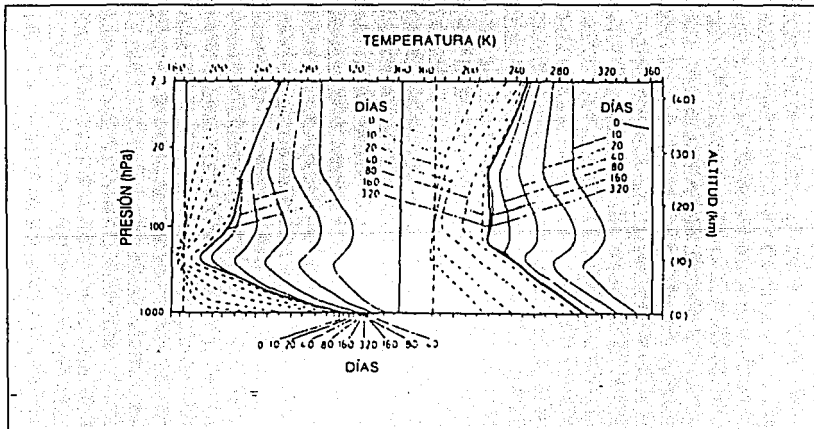


Figura 1.4. (a) Aproximación al Equilibrio puramente radiativo y (b) Equilibrio Radiativo - Convectivo (Henderson - Sellers, 1991, tomado de Manabe y Strickler, 1964).

El modelo que desarrollamos supone una tasa de lapso crítico dado por (1.11). Los modelos R - C obtienen la altura de la tropopausa como parte del proceso del cálculo de la estructura térmica de la atmósfera. Existen por lo menos dos definiciones aceptadas de la altura de la tropopausa. La primera la define como la altura a la cual el gradiente de temperatura cambia abruptamente de signo y de magnitud. La segunda definición establece que la tropopausa es la altura a la cual el gradiente de equilibrio radiativo es menor o igual a el gradiente crítico, esto es, la altura en la que

$$-\frac{dT}{dz} \leq \Gamma_c$$

donde  $\Gamma_c$  es el gradiente crítico igual a  $6.5^\circ\text{K/Km}$ .



## CAPÍTULO 2. ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA RADIATIVA INFRARROJA.

La transferencia de energía se puede llevar a cabo por procesos conductivos, convectivos o radiativos. En la atmósfera, el planteamiento de ecuaciones que tratan la acción de estos tres procesos simultáneamente da un problema altamente complejo y no lineal. Sin embargo, se puede analizar la transferencia por radiación aislándola de los otros dos fenómenos, simplificación importante debido a que las radiaciones solar y terrestre son las fuentes más importantes de energía que intervienen en la circulación atmosférica.

Lo anterior permite hacer modelos puramente radiativos. Las regiones espectrales más importantes asociadas a la transferencia radiativa en la atmósfera están entre el ultravioleta y las microondas. Aquí nos limitaremos a considerar la radiación infrarroja que corresponde a la región del espectro de 4 a 100  $\mu\text{m}$  o, en frecuencia, de  $3 \times 10^{12}$  a  $8 \times 10^{13}$   $\text{seg}^{-1}$ .

### II.1. DEFINICIONES.

Cuando se quiere estudiar la cantidad de energía que se transmite a lo largo de cierto camino o trayectoria en un campo de radiación es necesario definir cantidades físicas como intensidad y flujo que fundamentan el estudio del transporte de energía por radiación en la atmósfera.

Considérese una superficie horizontal A y supóngase que por un punto P de un elemento de área dA de esa superficie pasa una línea fija cualquiera L (ver figura 2.1). Queda definido entonces un ángulo  $\theta$  por la línea L y una recta normal a dA (en este caso Z). Sea  $dE_\lambda$  la cantidad de energía radiante que se transmite a través del elemento de área dA en un intervalo de tiempo dt en el intervalo de longitudes de onda de  $\lambda$  a  $d\lambda$ . La cantidad de energía saliente en una dirección dada con respecto a la normal de dA se expresa en términos del ángulo sólido, dado en esterorradianes, con:

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} \quad \text{y, en coordenadas polares} \quad d\sigma = (r d\theta)(r \text{sen} \theta d\phi) \quad (2.1)$$

con do la superficie subtendida por  $d\Omega$ .

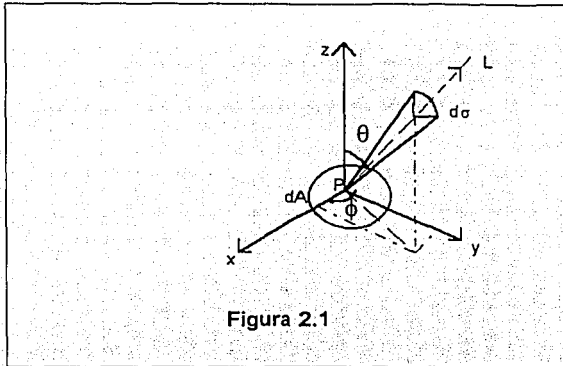


Figura 2.1

Así, la **intensidad monocromática** de energía en P a lo largo de L se define como la energía por unidad de área, de tiempo, de longitud de onda y de ángulo sólido, de tal manera que:

$$I_{\lambda} = \frac{dE_{\lambda}}{\cos\theta d\Omega d\lambda dt dA} \quad (2.2)$$

Se dice que un campo de radiación es *isotrópico* en P si la intensidad es independiente de la dirección en ese punto. Si  $I_{\lambda}$  es la misma para cualquier punto P y en todas direcciones, se considera que el campo es *homogéneo e isotrópico*.

Para considerar aquellos haces que están agrupados alrededor de una sola dirección y encontrar la radiación que se transmite a través de dA en esa misma dirección, se emplea el ángulo sólido  $d\Omega$  definido con respecto a la dirección normal a la superficie dA. Ya que esta intensidad está dada entonces en términos del ángulo zenital  $\theta$ , a veces se habla de la intensidad confinada a un haz de radiación.

Al transmitirse la energía incidente, correspondiente a una longitud de onda  $\lambda$ , a través de la superficie dA, puede suceder que parte de la energía emergente tenga otra longitud de onda u otra dirección con respecto a la incidente. Así, se considera en  $I_{\lambda}$  la energía que incida y que emerja en una dirección dada, con longitud de onda dentro del intervalo espectral de  $\lambda$  a  $\lambda+d\lambda$ .

La **densidad de flujo monocromático (o flujo neto)**,  $F_{\lambda}$ , es la segunda característica importante que se establece para el campo de radiación, y es la energía total fluyendo a través de la unidad de área perpendicular a Z, por unidad de longitud de onda. Se define entonces en términos de la componente normal de la intensidad monocromática integrada sobre todo el ángulo sólido, esto es, sobre todas las posibles direcciones de

la energía saliente:

$$F_{\lambda} = \int_{\Omega} I_{\lambda} \cos\theta \, d\Omega \quad (2.3)$$

y, en coordenadas polares:

$$F_{\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda}(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (2.4)$$

Así, el flujo de energía radiante de longitud de onda a un tiempo y punto dados se puede obtener mediante (2.4) siempre y cuando  $I_{\lambda}$  esté dada en función de  $\theta$  y  $\phi$  conocidas. Si  $I_{\lambda}$  es isotrópica, la densidad de flujo  $F_{\lambda}$  es:

$$F_{\lambda} = \pi I_{\lambda} \quad (2.5)$$

La densidad de flujo total de energía radiada o irradiancia, para todas las longitudes de onda, se obtiene integrando  $F_{\lambda}$  sobre todo el espectro electromagnético:

$$F = \int_0^{\infty} F_{\lambda} \, d\lambda \quad (2.6)$$

que tiene unidades de energía por unidad de área por unidad de tiempo.

Además de las características cuantitativas del propio campo de radiación hasta aquí descritas (intensidad y flujo), es necesario establecer características que describan la interacción de la radiación con el medio material en el que la energía se propaga.

Un haz de radiación que atraviesa un medio se debilita por la interacción que tiene con la materia en ese medio. En el campo de la transferencia radiativa se presentan dos fenómenos asociados con la atenuación de la radiación por el medio: la **dispersión**<sup>1</sup> y la **absorción**. A esta atenuación se le llama **extinción**, que estará cuantificada en términos de los llamados coeficiente de dispersión  $\sigma_{\lambda}$  y coeficiente de absorción  $k_{\lambda}$ . El coeficiente de extinción nos permite especificar la pérdida de energía de una longitud de onda y de una dirección dadas según la energía incidente.

En el fenómeno de la dispersión, que depende del tamaño e índice de refracción de la partícula que interaccione con la radiación, cada partícula puede verse como una fuente puntual de energía dispersada. Para el caso de la luz visible, la dispersión

<sup>1</sup> También llamado esparcimiento.

juega un papel fundamental en la atmósfera mientras que la absorción es prácticamente despreciable. Para la radiación infrarroja sucede lo contrario, la dispersión es prácticamente despreciable en comparación con la absorción de esta energía por las moléculas y partículas presentes en la atmósfera. Estas a su vez emiten energía, que queda cuantificada por un coeficiente de **emisión**,  $j_\lambda$ , y que representa las contribuciones a la energía que un elemento de masa del medio enviará en la dirección y en el intervalo de longitudes de onda especificados.

## II.2. LEY DE KIRCHHOFF.

Supóngase que un cuerpo está emitiendo energía en una dirección dada y que este cuerpo también absorbe energía en la misma dirección. Se puede definir primero la *intensidad de emisión monocromática* en una dirección ( $E_\lambda$ ) como la energía radiante emitida en una longitud de onda por unidad de área. También se define para este caso a la absorción fraccional monocromática  $a_\lambda$ , como el cociente de la radiación incidente absorbida (en la dirección dada y en la longitud de onda  $\lambda$ ) entre el total de radiación incidente (Hess, 1959):

La ley de Kirchhoff establece que el cociente:

$$\frac{E_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T) \quad (2.7)$$

es una función de la longitud de onda y de la temperatura, para todos los cuerpos. Al cociente (2.7) se le denomina **emisividad**.

Un cuerpo que absorbe toda la radiación de cualquier longitud de onda se llama completamente opaco. Si la absorción es completa y a todas las longitudes de onda, entonces  $a_\lambda = 1$ , por lo que la emisión será a máxima posible, con:

$$E_\lambda = f(\lambda, T) \quad (2.8)$$

Un cuerpo con esta propiedad de máxima emisión se llama **cuerpo negro**, en tanto que es completamente opaco a todas las longitudes de onda.

La forma explícita de  $f(\lambda, T)$  no se determinó hasta 1900, pero ya en 1879 Stefan y Boltzmann establecieron que, en una gráfica de  $f(\lambda, T)$  contra  $\lambda$ , el área bajo la curva es:

$$F = \sigma T^4 = \int f(\lambda, T) d\lambda \quad (2.9)$$

con  $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{K}^{-4} \text{ seg}^{-1}$ . Esta relación establece que la densidad de flujo emitido (o irradiancia) por un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia

de la temperatura absoluta.

Planck estableció una expresión para  $f(\lambda, T)$ :

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (2.10)$$

siendo  $h$  la constante de Planck con  $h = 6.6262 \times 10^{-27}$  erg seg;  $c$  la velocidad de la luz en el vacío, con  $c = 2.998 \times 10^8$  m seg $^{-1}$ , y finalmente  $k$  la constante de Boltzmann, con  $k = 1.3806 \times 10^{-16}$  erg °K $^{-1}$ . La ecuación anterior es la expresión que emplearemos para la densidad de flujo monocromático.

### II.3. ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA.

Si radiación de intensidad  $I_{\lambda}$  atraviesa un medio de grosor  $ds$ , en la dirección de propagación se tendrá una intensidad saliente  $I_{\lambda} + dI_{\lambda}$ , como se muestra en la siguiente figura:

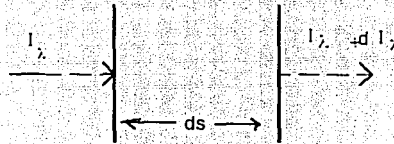


Figura 2.2

Por definición de absorción fraccional,

$$dI_{\lambda} = -a_{\lambda} I_{\lambda} \quad (2.11)$$

y, como en este caso  $a_{\lambda}$  es proporcional a la densidad del gas y a la distancia  $ds$ , se tiene que:

$$dI_{\lambda} = -k_{\lambda} \rho I_{\lambda} ds \quad (2.12)$$

con  $\rho$  la densidad del material,  $k_{\lambda}$  el coeficiente de extinción (en unidades de área entre masa) para la radiación de longitud de onda  $\lambda$ .

Esta relación indica que la variación en la intensidad al interactuar la radiación con la materia depende, además de la propia radiación incidente, de la capacidad de absorción y de dispersión del material, de la densidad del propio material y del camino efectivo que tenga que recorrer la radiación al atravesar dicho material. El signo menos resulta de considerar que la acción de estos tres factores producirá una pérdida

en la energía en la dirección y longitud de onda considerada.

Para el caso de la radiación infrarroja se considera que  $k_\lambda$  es simplemente el **coeficiente de absorción**, dado que la dispersión se considera despreciable a esta longitud de onda. Así, la reducción en  $I_\lambda$  se debe únicamente a la absorción del material que funciona como un "sumidero" de energía. El coeficiente  $k_\lambda$  depende de la longitud de onda pero no necesariamente es constante para una  $\lambda$  dada ya que puede variar con la presión y la temperatura del medio.

Por otra parte, la intensidad puede ser incrementada por emisión del material, y, en el caso de dispersión, por dispersión múltiple proveniente de las otras direcciones que contribuyen al haz de radiación considerado.

Para la emisión, considerando el **coeficiente de emisión**  $j_\lambda$ , el incremento en la intensidad estará dado por:

$$dI_\lambda = j_\lambda \rho ds \quad (2.13)$$

Así, considerando las fuentes y sumideros posibles de la intensidad, se tiene que:

$$dI_\lambda = -k_\lambda \rho I_\lambda ds + j_\lambda \rho ds \quad (2.14)$$

Si ahora se define a  $J_\lambda = j_\lambda / k_\lambda$  como la **función fuente**, (en unidades de intensidad), entonces, de la ecuación (2.14) se tiene que:

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho ds} = -I_\lambda + J_\lambda \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) es la **Ecuación de Transferencia Radiativa**.

Aunque en la transferencia radiativa en el infrarrojo la emisión no es despreciable, se analizará ese caso ya que nos permite definir de manera simple cantidades físicas importantes como son el camino óptico, la transmisividad y la absorptividad.

Despreciando las contribuciones de la dispersión y de la emisión, entonces, de la ec(2.15):

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho ds} = -I_\lambda \quad (2.16)$$

Considerando ahora que en un punto  $s=0$  se tiene la radiación incidente,  $I_\lambda(0)$ , y en  $s_1$  se tiene la radiación emergente,  $I_\lambda(s_1)$ , despejando e integrando en la ecuación

anterior, se tiene que:

$$\int_{I_{\lambda}(0)}^{I_{\lambda}(s_1)} \frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}} = - \int_0^{s_1} k_{\lambda} \rho ds \quad (2.17)$$

entonces:

$$I_{\lambda}(s_1) = I_{\lambda}(0) \exp\left(- \int_0^{s_1} k_{\lambda} \rho ds\right) \quad (2.18)$$

En la ecuación (2.16) se puede hacer la suposición de que el medio es homogéneo y por lo tanto  $k_{\lambda}$  es independiente de la distancia recorrida  $s$ . Considerando esto, el coeficiente  $k_{\lambda}$  en la ecuación 2.18 tendrá un factor que se define como **camino óptico**<sup>2</sup>,  $u$ :

$$u = \int_0^{s_1} \rho ds \quad (2.19)$$

Así, el camino óptico "u" representa la masa del medio absorbente por unidad de área normal a la radiación. Introduciendo (2.19), en la ec. (2.18) se tiene que:

$$I_{\lambda}(s_1) = I_{\lambda}(0) \exp(-k_{\lambda} u) \quad (2.20)$$

La ecuación (2.16) es conocida como la ley de Beer y la ecuación (2.20) como ley de Beer - Brouger - Lambert y establece que, en la transferencia de radiación a una longitud de onda dada, la intensidad radiativa que atraviesa un medio decrece exponencialmente.

Considerando la ec.(2.20), se puede definir la **transmisividad monocromática**,  $T_{\lambda}$ , como la razón de la intensidad transmitida entre la incidente (sin considerar emisión), así:

$$T_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}(s_1)}{I_{\lambda}(0)} = e^{-k_{\lambda} u} \quad (2.21)$$

Para un medio no dispersor, la absorptividad, que es la fracción de la radiación incidente que es absorbida por el medio, está definida como:

$$A_{\lambda} = 1 - T_{\lambda} = 1 - e^{-k_{\lambda} u} = \frac{I_{\lambda}(0) - I_{\lambda}(s_1)}{I_{\lambda}(0)} \quad (2.22)$$

<sup>2</sup> también llamada masa óptica

## II.4. EQUILIBRIO TERMODINÁMICO LOCAL

En la transmisión de energía infrarroja en la atmósfera no es posible despreciar el término de emisión en las ecuaciones respectivas ya que los componentes atmosféricos radian significativamente en esa región del espectro. La emisión puede obtenerse a partir de la ley de Kirchhoff aunque en la atmósfera no exista en realidad un equilibrio termodinámico tal que se pueda aplicar directamente dicha ley. Esto sucede principalmente porque existe un gradiente de temperatura que hace que la intensidad de radiación sea dependiente de la dirección. Así, el campo de radiación no es isotrópico y la temperatura no es constante en todas direcciones. En estas condiciones, el problema de transferencia de radiación infrarroja resulta un problema sumamente complicado.

Por lo tanto, para la transferencia radiativa se hace la suposición de que el medio, en este caso no dispersor, está en **equilibrio termodinámico local** para simplificar el estudio de la emisión de radiación. Esto quiere decir que cada punto del medio se puede caracterizar por una temperatura  $T$ . De esta manera, cada elemento del medio se comporta como si hubiera equilibrio termodinámico a la temperatura que caracteriza a ese punto. (Esta suposición es válida para alturas atmosféricas no mayores de 50 Km (Elsasser, 1960)). En este caso, la emisión puede estar representada por la ley de Planck.

Supóngase entonces que el medio se comporta como un cuerpo negro (localmente). Entonces un haz de intensidad  $I_\lambda$  sufrirá un proceso de absorción y la emisión ocurrirá simultáneamente y con la misma longitud de onda.

La función fuente estará dada entonces por:

$$J_\lambda = B_\lambda(T) \quad (2.23)$$

por lo que, la ecuación de transferencia (2.15) es:

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho ds} = -I_\lambda + B_\lambda(T) \quad (2.24)$$

Para resolver esta ecuación se define primero el **grosor óptico monocromático**<sup>3</sup> del medio entre el punto  $s$  y el  $s_1$  como:

$$d\tau_\lambda(s_1, s) = -k_\lambda \rho ds \quad (2.25)$$

<sup>3</sup> o espesor óptico monocromático



de donde, sustituyendo en la ec. (2.24) se tiene que:

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda(s_1, s)} = -I_\lambda(s) + B_\lambda[T(s)] \quad (2.26)$$

Multiplicando esta ecuación por  $\exp[-\tau_\lambda(s_1, s)]$  en ambos miembros e integrando sobre  $ds$ , se tiene que:

$$-\int_0^{s_1} d[I_\lambda(s) \exp[-\tau_\lambda(s_1, s)]] = \int_0^{s_1} B_\lambda(T_s) \exp[-\tau_\lambda(s_1, s)] d\tau_\lambda(s_1, s) \quad (2.27)$$

entonces:

$$I_\lambda(s_1) = I_\lambda(0) \exp[-\tau_\lambda(s_1, 0)] + \int_0^{s_1} B_\lambda(T_s) \exp[-\tau_\lambda(s_1, s)] k_\lambda \rho ds \quad (2.28)$$

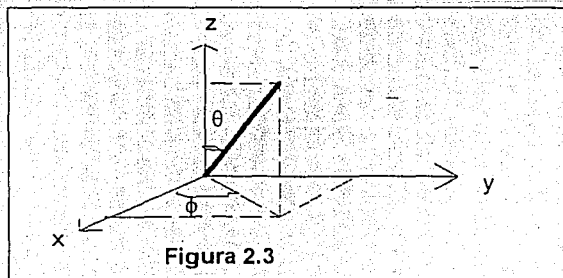
en donde hemos sustituido la ec. (2.25).

El primer término de la ec.(2.25) representa la atenuación por absorción del medio que sufre la intensidad radiante  $I_\lambda(0)$ . El segundo término representa la contribución del medio a lo largo del camino  $s=0$  a  $s=s_1$ .

La ecuación (2.28) se puede integrar numéricamente si se conocen la temperatura y la densidad del medio y el coeficiente de absorción  $k_\lambda$ . Esta ecuación se aplica en el estudio de la transferencia radiativa infrarroja y se conoce como ecuación de Schwarzschild.

## II.5. LA ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA PARA ATMÓSFERAS PLANO PARALELAS

Si se supone que la atmósfera está compuesta por capas plano paralelas, es conveniente medir la distancia normal al plano de estratificación  $Z$ .



Entonces, la ecuación de transferencia (2.24) toma la forma:

$$\cos \theta \frac{dI_i(z; \theta, \phi)}{k_i \rho dz} = -I_i(z; \theta, \phi) + J_i(z; \theta, \phi) \quad (2.29)$$

Introduciendo en la ecuación anterior el llamado **grosor o espesor óptico normal** definido por:

$$\tau = \int_z^n k_i \rho dz' \quad (2.30)$$

que es medido desde la frontera superior y hacia abajo; se tendrá entonces para la ec.(2.29) que:

$$\mu \frac{dI_i(\tau, \mu, \phi)}{d\tau} = I_i(\tau, \mu, \phi) - J_i(\tau, \mu, \phi) \quad (2.31)$$

$$\text{con } \mu = \cos \theta$$

Siguiendo el mismo procedimiento señalado para la ecuación de Schwarzschild, se puede resolver el problema en dos partes para obtener las contribuciones **hacia arriba y hacia abajo (o ascendente y descendente)** de la intensidad en una atmósfera finita dividida en capas en cualquier nivel  $\tau$ . Las fronteras de esta atmósfera serían el tope de la atmósfera (en  $\tau = 0$ ) y en el fondo de la atmósfera, que llamaremos superficie, (en  $\tau = \tau_1$ ).

Para obtener la intensidad para arriba ( $I_i \uparrow$ ) cuando  $\mu > 0$  y al nivel  $\tau$ , se multiplica la ecuación (2.31) por  $\exp[-\tau/\mu]$  y se integra de  $\tau$  a  $\tau = \tau_1$ , entonces:

$$I_i \uparrow (\tau, \mu, \phi) = I_i(\tau_1, \mu, \phi) \exp[-(\tau_1 - \tau)/\mu] + \int_{\tau}^{\tau_1} J_i(\tau', \mu, \phi) \exp[-(\tau' - \tau)/\mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.32)$$

$$\text{con } \mu \geq \mu > 0$$

En esta ecuación,  $I_i(\tau_1, \mu, \phi)$  representa la intensidad hacia adentro de la atmósfera proveniente de la superficie, siguiendo la figura 2.4:

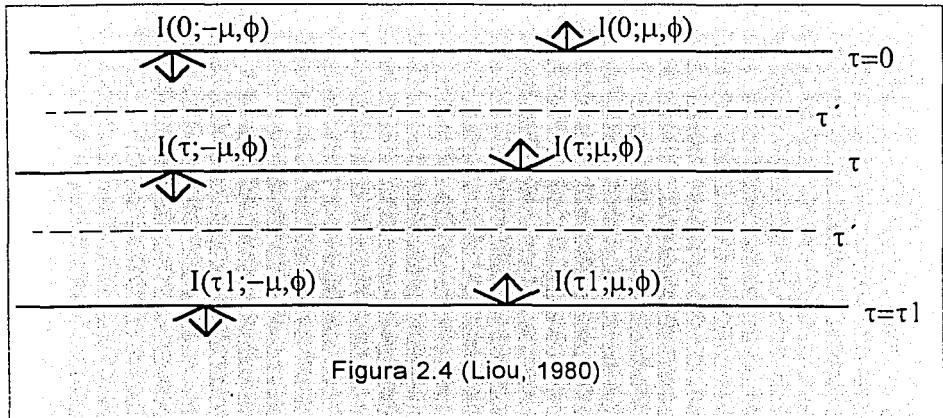


Figura 2.4 (Liou, 1980)

Para obtener la intensidad hacia abajo ( $I_{\downarrow}$ ), al nivel  $\tau$ , con  $\mu < 0$ , se multiplica la ec. (2.31) por un factor de  $\exp[\tau/\mu]$ , se reemplaza  $\mu$  por  $-\mu$  y se integra de  $\tau = 0$  a  $\tau$ . Se obtiene entonces la expresión:

$$I_{\downarrow}(\tau, -\mu, \phi) = I_{\downarrow}(0, -\mu, \phi) \exp[-\tau/\mu] + \int_0^{\tau} J_{\downarrow}(\tau'; -\mu, \phi) \exp[-(\tau - \tau')/\mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.33)$$

con  $1 > \mu > 0$

En esta ecuación,  $I_{\downarrow}(0, -\mu, \phi)$  representa la intensidad fuente hacia adentro de la atmósfera proveniente del tope. (Ver figura 2.4).

Para ciertas aplicaciones, como en percepción remota, puede ser importante calcular la intensidad hacia arriba en el tope de la atmósfera, esto es, la intensidad emergente en  $\tau = 0$ . En este caso, utilizando la ec. (2.32), se tiene que:

$$I_{\uparrow}(0, \mu, \phi) = I_{\uparrow}(\tau, \mu, \phi) \exp[-\tau/\mu] + \int_0^{\tau} J_{\uparrow}(\tau'; \mu, \phi) \exp[-\tau'/\mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.34)$$

Donde el primer término representa la contribución hacia arriba de la superficie, atenuada hasta el tope, y el segundo término representa la contribución interna de la atmósfera.

Si el nivel al que se quiere calcular la intensidad hacia abajo es en la superficie, ( $\tau = \tau_1$ ), la ec. (2.33) resulta:

$$I_{\lambda} \downarrow (\tau; -\mu, \phi) = I_{\lambda}(0; -\mu, \phi) \exp[-\tau / \mu] + \int_{\tau}^{\tau_0} I_{\lambda}(\tau'; -\mu, \phi) \exp[-(\tau - \tau') / \mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.35)$$

Aquí, el primer término representa la contribución del tope, atenuada hasta la superficie, y el segundo término representa la contribución atmosférica interna a la intensidad en superficie.

## II.6. TRANSFERENCIA RADIATIVA INFRARROJA EN ATMÓSFERAS PLANO PARALELAS.

Para la transferencia de radiación infrarroja se considera que la atmósfera está compuesta de capas plano paralelas, cada una de ellas de extensión horizontal infinita y de composición homogénea tal que la transferencia de radiación es independiente del ángulo azimutal  $\phi$ . También se supone que la atmósfera es no dispersora y que cada capa se encuentra en equilibrio termodinámico local de tal forma que se puede proponer una función fuente en la ecuación de transferencia.

La ecuación de transferencia radiativa (2.31) se puede expresar en este caso en términos de la frecuencia de radiación, (Liou, 1980) como:

$$\mu \frac{dI_{\nu}(\tau, \mu)}{d\tau} = I_{\nu}(\tau, \mu) - B_{\nu}(T) \quad (\text{hacia arriba}) \quad (2.36)$$

$$\mu \frac{dI_{\nu}(\tau, \mu)}{d\tau} = I_{\nu}(\tau, -\mu) - B_{\nu}(T) \quad (\text{hacia abajo}) \quad (2.37)$$

donde la función fuente está dada por la función de Planck.

Las soluciones de estas ecuaciones en la forma de la ecs. (2.33) y (2.34) son:

$$I_{\nu} \uparrow (\tau, \mu) = I_{\nu}(\tau_0, \mu) \exp[-(\tau_0 - \tau) / \mu] + \int_{\tau}^{\tau_0} B_{\nu}[T(\tau')] \exp[-(\tau' - \tau) / \mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.38)$$

y

$$I_{\nu} \downarrow (\tau, -\mu) = I_{\nu}(0, -\mu) \exp[-\tau / \mu] + \int_0^{\tau} B_{\nu}[T(\tau')] \exp[-(\tau - \tau') / \mu] \frac{d\tau'}{\mu} \quad (2.39)$$

En el fondo de la atmósfera, la radiación hacia arriba es debida a la emisión de la superficie de la Tierra; así, en una buena aproximación, se supone que esta superficie radia como cuerpo negro y, por lo tanto,  $I_{\nu}(\tau_0, \mu) = B_{\nu}(T_s)$  con  $T_s$  la temperatura de la

misma.

Por otra parte, se supone que prácticamente no existe ninguna fuente de radiación infrarroja en el tope de la atmósfera. Así, en  $\tau = 0$  se tiene que el término  $I_{\nu}(0, -\mu) = 0$ . Introduciendo estas dos consideraciones de frontera en las ecuaciones anteriores se tiene resuelta la ecuación de transferencia (con sus componentes para arriba y para abajo) para la radiación infrarroja en el caso de una atmósfera plano paralela y en términos de una función fuente isotrópica, la función de Planck.

Para obtener la densidad de flujo monocromático, es necesario realizar la integración con respecto al ángulo sólido, tal como se señala en la ecuación (2.3); esto es, resolver el problema considerando la dependencia de la radiación en los ángulos azimutal y zenital.

Si se supone que la radiación no varía en el plano horizontal a cualquier nivel dado,  $\tau$ , entonces ésta será independiente del ángulo azimutal y por lo tanto en las ecuaciones (2.38) y (2.39) aparecerá un factor de  $2\pi$  por la integración sobre  $\phi$ . Recordando que  $\cos\theta = \mu$ , se tiene que, para la densidad de flujo monocromático  $F_{\nu}$ :

$$F_{\nu \uparrow}(\tau) = 2\pi B_{\nu}(T_s) \int_0^1 \exp[-(\tau - \tau')/\mu] \mu d\mu + 2 \int_0^{\tau} \int_0^1 \pi B_{\nu}[T(\tau')] \exp[-(\tau - \tau')/\mu] d\tau' d\mu \quad (2.40)$$

y

$$F_{\nu \downarrow}(\tau) = 2 \int_0^1 \int_0^{\tau} \pi B_{\nu}[T(\tau')] \exp[-(\tau - \tau')/\mu] d\tau' d\mu \quad (2.41)$$

Para integrar sobre  $\tau$ , se define la integral exponencial como:

$$E_n(\tau) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-\tau x}}{x^{n-1}} dx$$

en donde se cumple que:

$$\frac{dE_n(\tau)}{d\tau} = - \int_1^{\infty} \frac{e^{-\tau x}}{x^{n-1}} dx = -E_{n-1}(\tau)$$

Si en las ecuaciones (2.40) y (2.41) se hace  $x=1/\mu$  y  $d\mu = -dx/x^2$ , se tiene que:

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-(\tau-\tau')x}}{x^3} dx = E_3(\tau - \tau')$$

y que:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-(\tau-\tau)x}}{x^2} dx = E_3(\tau-\tau)$$

Por lo tanto, la integración sobre  $\mu$  en las ecuaciones mencionadas se puede llevar a cabo por medio de esta expresión integral (de la que existen tabulaciones):

$$F_{\nu} \uparrow (\tau) = 2 \pi B_{\nu}(T_s) E_3(\tau) + 2 \int_0^{\tau} \pi B_{\nu}[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\tau' \quad (2.42)$$

y

$$F_{\nu} \downarrow (\tau) = 2 \int_0^{\tau} \pi B_{\nu}[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\tau' \quad (2.43)$$

Para evaluar los **Flujos Totales** hacia arriba y hacia abajo, es necesario efectuar la integración sobre el total del espectro infrarrojo. Así,

$$F \uparrow (\tau) = \int_0^{\infty} F_{\nu} \uparrow (\tau) d\nu = 2 \int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T_s) E_3(\tau) d\nu + 2 \int_0^{\infty} \int_0^{\tau} \pi B_{\nu}[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\nu d\tau' \quad (2.44)$$

y

$$F \downarrow (\tau) = \int_0^{\infty} F_{\nu} \downarrow (\tau) d\nu = 2 \int_0^{\infty} \int_0^{\tau} \pi B_{\nu}[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\nu d\tau' \quad (2.45)$$

Con las ecuaciones (2.44) y (2.45) se tiene formalmente resuelto el problema de la transferencia radiativa infrarroja para las condiciones propuestas al principio de esta sección (**atmósfera plano - paralela, no dispersora y en equilibrio termodinámico local**) y para el caso de una atmósfera "despejada", esto es, no se considera el efecto de las nubes.

Sin embargo, existen diversas dificultades prácticas para aplicar directamente las ecuaciones anteriores. El problema fundamental es el de la integración sobre frecuencia. Existen miles de líneas espectrales vibracionales - rotacionales que considerar y el coeficiente  $k_{\nu}$  que interviene en las ecuaciones varía rápidamente con la frecuencia.

Por lo tanto, se proponen modelos para la solución práctica de las ecs (2.44-45). Estos modelos caen, en general, en tres categorías: cálculos línea por línea, los modelos de

bandas y los modelos de cuerpo gris.

El cálculo línea por línea es, evidentemente, el más exacto. Pero aún con las computadoras actuales este cálculo es todavía muy complicado y tedioso. En los modelos de bandas y en los de cuerpo gris, se requiere que se dividan las bandas del espectro en intervalos finitos a los que se les asocia una función de transmisión efectiva o promedio (también llamada transmisividad).

Esta transmisividad se puede obtener teóricamente de los modelos analíticos de bandas o de "alisamientos" de funciones de transmisión medidas en el laboratorio. Estos modelos son los más populares en el estudio de la transferencia radiativa infrarroja y de ellos se tratará en el próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3. LA TRANSFERENCIA RADIATIVA INFRARROJA Y MODELOS DE BANDAS.

### III.1. RADIACIÓN INFRARROJA TERRESTRE.

La energía solar que incide en el tope de la atmósfera influye en la temperatura de ésta, provocando variaciones con la altura de tal manera que se generan en el perfil de temperatura de la atmósfera terrestre tres máximos importantes (ver figura 3.1). El primero se presenta en la superficie de la Tierra, en donde la temperatura es de alrededor de 288°K; el segundo se sitúa en la capa llamada estratopausa, a una altura de 50 Km, donde la temperatura es de alrededor de 280°K; y el tercero tiene lugar a las alturas superiores a los 200 Km, en la capa denominada termosfera, donde la temperatura puede crecer hasta los 1000°K o más.

El Sistema Atmósfera - Tierra refleja alrededor del 31% de la radiación solar que incide en el tope de la atmósfera (cantidad que se denomina *albedo*) y absorbe la radiación restante. Se calcula que de la parte absorbida el 43% lo absorbe la superficie de la Tierra y el 26% restante lo absorbe la atmósfera. También se indica en la figura 3.1 el tipo de radiación solar que se va absorbiendo a diferentes alturas.

Considerando la parte absorbida, se sabe que, en periodos de tiempo de un año o más, no existen cambios significativos en la temperatura global terrestre ni en su estructura térmica por lo que la energía absorbida tiene que ser necesariamente re-emitida al espacio para que se conserve el equilibrio energético.

Si la Tierra radia como cuerpo negro en el infrarrojo, se puede calcular el nivel general de la temperatura terrestre, resultando que la temperatura efectiva de emisión de la Tierra es de alrededor de 255°K, que es menor que la temperatura en la superficie promedio. Sin embargo, esta cantidad es aproximadamente el promedio de la temperatura de la atmósfera, por lo que se deduce que la mayoría de la radiación al espacio debe venir de la atmósfera.

En la figura 3.2 se observa que, dado que la Temperatura del sistema Atmósfera -Tierra es mucho menor que la del Sol, las curvas de Planck correspondientes son prácticamente independientes (a). En la misma figura se muestra, considerando un haz de luz que pasa a través de la atmósfera de la Tierra, la



fracción de luz que es absorbida en función de la longitud de onda hasta la superficie (b), y la que es absorbida hasta los 11 Km (c).

Ya que la temperatura efectiva de la Tierra es aproximadamente  $1/24$  de la temperatura efectiva del Sol, la longitud de onda máxima de la radiación terrestre es alrededor de 24 veces la longitud de onda máxima de la radiación solar.

Debido a lo anterior, la radiación solar es también llamada radiación de *onda corta* ya que la energía solar está concentrada en longitudes de onda cortas con un máximo alrededor de  $0.5 \mu\text{m}$  mientras que la radiación que proviene del sistema Atmósfera - Tierra se denomina radiación de *onda larga* porque su máximo de energía se encuentra alrededor de las 10 micras. Por lo tanto, esta separación permite tratar al problema de transferencia de radiación en dos partes independientes considerando por separado dos funciones fuente para la ecuación de transferencia (ecuación 2.15).

También se puede concluir que la atmósfera es moderadamente transparente a la radiación visible y que una gran parte de la radiación solar puede pasar a través de la atmósfera sin ser absorbida (ver figura 3.1). Por el contrario, los constituyentes atmosféricos menores, sobre todo el vapor de agua, absorben fuertemente la radiación infrarroja y por lo tanto la atmósfera es muy opaca a este tipo de radiación terrestre. A la energía emitida por el sistema se le denomina por lo tanto **radiación infrarroja, térmica o terrestre**. Esta propiedad de la atmósfera de atrapar la energía infrarroja terrestre se denomina efecto atmosférico o también *efecto invernadero*.

Dado que la mayoría de los materiales que comprenden la superficie terrestre actúan aproximadamente como cuerpos negros, se puede graficar la radiancia emitida en función de la frecuencia para varias temperaturas dentro del rango terrestre, teniéndose como envoltura a la curva que correspondería a la temperatura de la superficie terrestre, esto es, aproximadamente de  $15^\circ\text{C}$  o bien, de  $288^\circ\text{K}$ . (ver figura 3.3).

fracción de luz que es absorbida en función de la longitud de onda hasta la superficie (b), y la que es absorbida hasta los 11 Km (c).

Ya que la temperatura efectiva de la Tierra es aproximadamente  $1/24$  de la temperatura efectiva del Sol, la longitud de onda máxima de la radiación terrestre es alrededor de 24 veces la longitud de onda máxima de la radiación solar.

Debido a lo anterior, la radiación solar es también llamada radiación de *onda corta* ya que la energía solar está concentrada en longitudes de onda cortas con un máximo alrededor de  $0.5 \mu\text{m}$  mientras que la radiación que proviene del sistema Atmósfera - Tierra se denomina radiación de *onda larga* porque su máximo de energía se encuentra alrededor de las 10 micras. Por lo tanto, esta separación permite tratar al problema de transferencia de radiación en dos partes independientes considerando por separado dos funciones fuente para la ecuación de transferencia (ecuación 2.15).

También se puede concluir que la atmósfera es moderadamente transparente a la radiación visible y que una gran parte de la radiación solar puede pasar a través de la atmósfera sin ser absorbida (ver figura 3.1). Por el contrario, los constituyentes atmosféricos menores, sobre todo el vapor de agua, absorben fuertemente la radiación infrarroja y por lo tanto la atmósfera es muy opaca a este tipo de radiación terrestre. A la energía emitida por el sistema se le denomina por lo tanto **radiación infrarroja, térmica o terrestre**. Esta propiedad de la atmósfera de atrapar la energía infrarroja terrestre se denomina efecto atmosférico o también *efecto invernadero*.

Dado que la mayoría de los materiales que comprenden la superficie terrestre actúan aproximadamente como cuerpos negros, se puede graficar la radiancia emitida en función de la frecuencia para varias temperaturas dentro del rango terrestre, teniéndose como envoltura a la curva que correspondería a la temperatura de la superficie terrestre, esto es, aproximadamente de  $15^\circ\text{C}$  o bien, de  $288^\circ\text{K}$ . (ver figura 3.3).

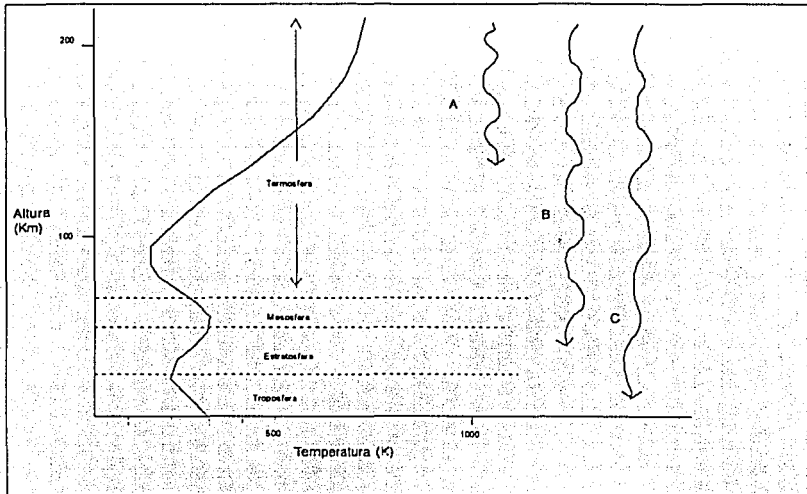


Figura 3.1. Estructura térmica de la atmósfera y absorción de la radiación solar a diferentes longitudes de onda. (Goody, 1975). (A) Radiación EUV Solar,  $\lambda < 10000\text{\AA}$ ; (B) Radiación UV Solar,  $\lambda < 2000 < \lambda < 3000$ ; (C) Radiación Visible e infrarroja,  $\lambda > 3000\text{\AA}$

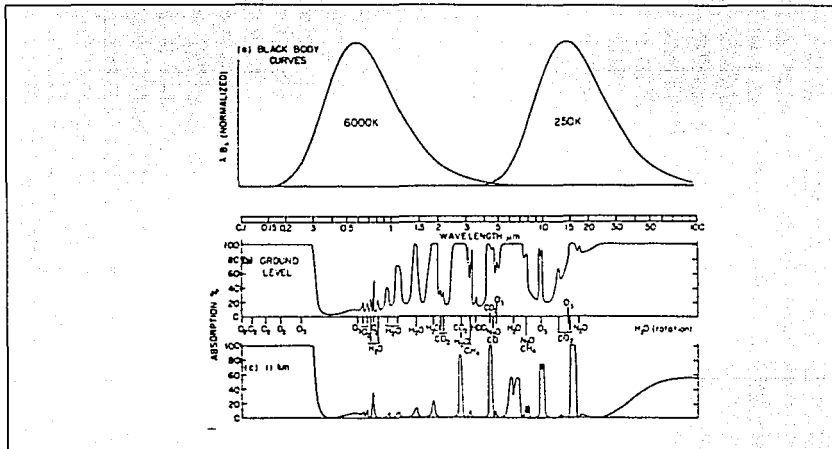


Figura 3.2. Absorciones Atmosféricas. (a) Curvas de cuerpo negro para 6000°K y 250°K. (b) Espectro de absorción atmosférica para un haz solar llegando a la superficie de la Tierra. (c) Lo mismo para un haz llegando a la tropopausa. Los ejes se escogieron tal que las áreas en (a) sean proporcionales a la energía radiante. Integrando sobre la superficie terrestre y sobre todos los ángulos sólidos, los flujos solar y terrestre son iguales entre sí; en consecuencia, las dos curvas de cuerpo negro se trazaron con áreas iguales. (Goody, 1989)

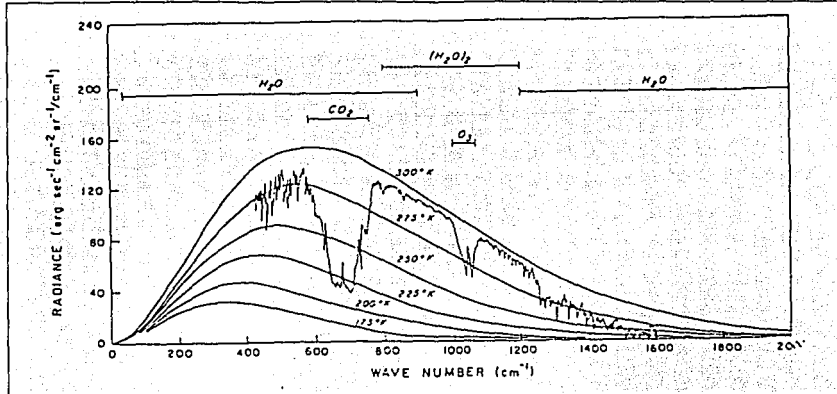


Figura 3.3. Espectros de radiación infrarroja terrestre y varias bandas de absorción. También se muestra el espectro de emisión atmosférica. (Liou, 1980)

### III.2. GASES RADIATIVAMENTE ACTIVOS.

La radiación terrestre es atrapada por gases atmosféricos como el vapor de agua (el más importante), el bióxido de carbono y el ozono (comparablemente igual de importantes en la estratosfera), principalmente. Otros gases, que son constituyentes menores en la atmósfera, como el monóxido de carbono, el metano y el óxido nítrico, también absorben la radiación terrestre pero este proceso es relativamente insignificante.

El bióxido de carbono absorbe a la radiación infrarroja fundamentalmente en la banda de las 15  $\mu\text{m}$  (en número de onda de 600 a 800  $\text{cm}^{-1}$ ). Esta región espectral corresponde al máximo de la curva de Planck como se muestra en la figura 3.3. Este gas también tiene una banda de absorción a menor longitud de onda centrada en 4.3  $\mu\text{m}$ .

De la figura 3.3 se observa que el vapor de agua tiene las bandas de absorción más intensas en la región infrarroja del espectro. El vapor de agua absorbe fundamentalmente en dos bandas: en la de 6.3 micras (de 1200 a 2000  $\text{cm}^{-1}$ ) y en la banda rotacional (menor de 500  $\text{cm}^{-1}$ ).

La atmósfera es relativamente transparente de 800 a 1200  $\text{cm}^{-1}$  (8 a 12  $\mu\text{m}$ ), aunque ahí existe la banda de absorción del ozono de 9.6 micras. A esta región relativamente transparente se le denomina "ventana atmosférica".

La distribución de bióxido de carbono es prácticamente uniforme en la atmósfera, aunque se han observado en ella incrementos debido fundamentalmente al aumento en el uso de combustibles fósiles. El efecto de este incremento, que algunos autores consideran del 4% anual, podría producir cambios climáticos aunque no hay pruebas concluyentes al respecto (Liou, 1980). En este mismo sentido, existen trabajos que analizan los posibles efectos en el clima por una duplicación del  $\text{CO}_2$  (Adem y Garduño, 1984).

El papel mas importante del  $\text{CO}_2$  se presenta en la estratosfera, donde la cantidad de vapor de agua es muy pequeña. La acción del bióxido de carbono provoca enfriamiento en esa capa.

A diferencia del bióxido de carbono, la distribución del vapor de agua y del ozono es variable con respecto al tiempo y al lugar geográfico. Estas variaciones son vitales para el estudio de los cambios climáticos y en los estudios de transferencia de radiación. La acción del  $\text{O}_3$  es importante a nivel estratosférico, mientras que el vapor de agua juega un papel determinante a nivel troposférico, particularmente en la troposfera inferior.

En la región entre las 8 y 12 micras, esto es, en la ventana atmosférica, la absorción es continua y es debida fundamentalmente a especies del vapor de agua.

Existen un traslapes entre la absorción del vapor de agua con el bióxido de carbono, y con el ozono, lo que debe de ser considerado en los cálculos de la transmisividad para ambos gases (siguiente capítulo).

### III.3. FUNCIÓN DE TRANSMISIÓN.

Como se indicó en el capítulo anterior, para la solución de las ecuaciones (2.44) y (2.45) sería necesario hacer la integración sobre frecuencia considerando las miles de líneas espectrales asociadas a los gases ópticamente activos. Una manera de solucionar este problema, es plantear funciones de transmisión promedio o transmitancia para intervalos finitos del espectro en estudio.

Considérese que el intervalo espectral  $\Delta\nu$  es lo suficientemente pequeño para que sea posible utilizar un valor promedio de la función de Planck,  $B_\nu(T)$ , pero lo suficientemente grande para que abarque varias líneas de absorción, entonces se define una función de transmisión como:

$$T(u) = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} e^{-\tau} dv \quad (3.1)$$

El camino óptico normal total  $u_1$ , y su correspondiente grosor óptico total serían:

$$u_1 = \int_0^{\tau} \rho dz \quad (3.2)$$

$$\tau = \int_0^{u_1} k_v du \quad (3.3)$$

Para poder evaluar la ecuación (3.1) sería necesario conocer como varía el coeficiente de absorción  $k_v$  dentro de cada intervalo espectral.

Así, las ecuaciones (2.44) y (2.45) para las densidades de flujo podrán ser integradas no sobre el total del espectro, sino en los intervalos espectrales definidos aquí.

Se puede definir ahora una función de transmisión difusa o de capa para la densidad de flujo, dada por (Liou, 1980):

$$T_{\tau}^f(\tau) = 2 \int_0^1 T_{\tau}(\tau/\mu) \mu d\mu \quad (3.4)$$

De las propiedades de la integral exponencial descritas en el capítulo anterior, se tiene que:

$$\frac{dT_{\tau}^f}{d\tau} = -2 \int_{\Delta v} E_{\tau}(\tau) \frac{dv}{\Delta v} \quad (3.5)$$

Con estas consideraciones, se introducen las expresiones (3.4) y (3.5) en la ecuación (2.44) con integración sobre  $\Delta v$ , con lo que se tiene:

$$F_{\tau}^{\uparrow}(u) = \pi B_{\tau}(T_{\tau}) T_{\tau}^f(\tau_1 - \tau) - \int_0^{\tau} \pi B_{\tau}[T(\tau')] \frac{dT_{\tau}^f(\tau' - \tau)}{d\tau'} d\tau' \quad (3.6)$$

Así, la densidad de flujo hacia arriba queda expresada en términos de una irradiancia de Planck promediada y de una función de transmisión de capa o difusa. Haciendo el cambio de coordenadas a camino óptico "u" en lugar del grosor óptico se tiene que:

$$F_{\tau}^{\uparrow}(u) = \pi B_{\tau}(T_{\tau}) T_{\tau}^f(u) + \int_0^{\tau} \pi B_{\tau}[T(u')] \frac{dT_{\tau}^f(u - u')}{du'} du' \quad (3.7)$$

De manera similar, de la ecuación (2.45) se tiene la siguiente expresión para el flujo hacia abajo:

$$F_{\tau} \downarrow (u) = \int_u^{\infty} B_{\tau} [T(u')] \frac{dT_{\tau}^f(u'-u)}{du'} du' \quad (3.8)$$

En estas ecuaciones, no se ha tomado en cuenta la dependencia de la función de transmisión en  $k_v$ , el coeficiente de absorción, y por lo tanto en la temperatura. Este aspecto se discutirá mas adelante, en la sección III.4. de este capítulo.

El problema fundamental, claro está, es el de obtener las funciones de transmisión de flujo apropiadas tal que el cálculo para las ecuaciones (3.7) y (3.8) se simplifique bastante.

Una condición importante para obtener  $T_{\tau}^f$  es el hecho de que la forma de esta función es extremadamente semejante a  $T_v$  en muchas condiciones atmosféricas. Así, para la mayoría de las aplicaciones prácticas, es suficiente cumplir con la relación:

$$T_{\tau}^f = T_v(1.66u) \quad (3.9)$$

donde la constante 1.66 recibe el nombre de **factor de difusividad** (Elsasser, 1960).

La relación (3.9) es sumamente importante ya que permite el paso de una transmisividad que, en general, se obtiene por medios experimentales con un haz paralelo, a una transmisividad difusa. Por lo tanto esta ecuación permite obtener, a partir de una columna de gas, la transmisividad asociada a una capa atmosférica ya que el factor de difusividad es una forma aproximada de integrar el camino óptico sobre todos los ángulos sólidos posibles (Ramanathan, 1976a). Físicamente entonces, si se cumple (3.9), el grosor óptico efectivo para la radiación difusa isotrópica es 1.66 veces mayor que el de la radiación directa.

Con esta relación, se pueden calcular los flujos hacia arriba y hacia abajo a un nivel dado conociendo el camino óptico  $u$ . Lo que evidentemente hay que determinar es la función de transmisión  $T_v$  para las bandas de absorción del espectro infrarrojo.

En algunos casos, lo que se hace es medir en el laboratorio el valor de  $T_v$  para una banda de absorción empleando varios caminos ópticos bajo diferentes condiciones atmosféricas y estas funciones de transmisión experimentales son "alisadas" para que, por medio de las ecuaciones 2.40 y 2.41, se puedan obtener las densidades de flujo en la atmósfera. Estos modelos se basan así

fundamentalmente en las medidas experimentales de la absorción y se les denomina **modelos empíricos**. Ejemplos de esta última clase son los modelos de Manabe y Strickler (1964) y Manabe y Wetherald (1967).

Otro medio para el cálculo de las transmisividades es el utilizar modelos teóricos de bandas, de los que se han mencionado el de Elsasser para el caso del CO<sub>2</sub> y el de Goody, para el caso del vapor de agua. Estos métodos se denominan **modelos de bandas** para las funciones de transmisión, modelos que se describen en la siguiente sección de este capítulo ya que permiten profundizar en el significado físico de la función de transmisión en términos de las variables atmosféricas y moleculares de las que depende.

#### III.4. LINEA ESPECTRAL SIMPLE Y MODELO DE BANDAS.

La absorción de radiación por una línea espectral simple depende en gran medida de la forma o perfil de esa línea. Considerando que el coeficiente de absorción depende de la frecuencia y dado que en realidad no se observa radiación monocromática, el estudio de la absorción radiación tiene que contemplar los anchos finitos de las líneas espectrales de átomos y moléculas.

La primera causa que se puede señalar para estos *ensanchamientos* es la pérdida de energía en el proceso radiativo debido a la vida media finita de los niveles excitados. Esto provoca un amortiguamiento en las vibraciones de átomos y moléculas. Este tipo de ensanchamiento recibe el nombre de **ensanchamiento natural**.

Otro factor que causa ensanchamiento es la acción del entorno al que están sujetos los átomos y moléculas; así, en ausencia de campos eléctricos y magnéticos externos fuertes, las líneas espectrales se ensanchan por efecto Doppler y por colisiones. Estos dos últimos factores son de gran importancia para la física de la atmósfera, mientras que el ensanchamiento natural puede ser despreciable.

El **ensanchamiento por colisiones** se refiere a las perturbaciones que son producidas por las colisiones entre moléculas del mismo gas absorbente o entre estas con moléculas de gases no absorbentes.

Cuando las moléculas chocan, no sólo sus velocidades cambian, sino que también se perturban sus niveles de energía interna y la frecuencia de la radiación cambia.



La teoría clásica debida a Lorentz (1906) supone que durante el tiempo en que una molécula está chocando con otra, el tren de onda se altera; la frecuencia de emisión, debido a las fuerzas intermoleculares, es temporalmente "corrida" de manera apreciable. Como la fracción de tiempo en que la molécula está colisionando con otra es muy pequeña, Lorentz supuso que el principal efecto del choque es el destruir la coherencia de fase del tren de ondas emitido; así, se puede suponer que la colisión es instantánea pero de tal manera que la molécula empieza a emitir en otra fase, las nuevas fases están distribuidas aleatoriamente.

Se plantea entonces que el ensanchamiento de las líneas espectrales en este caso es producto de la presión y están representados por el perfil o línea de Lorentz.

La línea de Lorentz es de la forma:

$$f_L(\nu) = \frac{(\alpha_L / \pi)}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} \quad (3.10)$$

donde  $\alpha_L = 1/2\pi c t$  y  $t$  es el tiempo medio entre colisiones.

En la mayor parte de la atmósfera, las líneas del infrarrojo tienen la forma de Lorentz. Así, se analizará con mayor detalle esta forma de línea.

Si  $S$  es la intensidad integrada de la línea, entonces la distribución de absorción sobre ésta está representada por (Elsasser, 1960):

$$k(\nu) = S f_L(\nu) = S \frac{(\alpha_L / \pi)}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} \quad (3.11)$$

con  $f_L$  el factor de forma de la línea dado por la ecuación (3.10). Esta expresión está normalizada tal que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} k d\nu = S$$

En la ecuación (3.11)  $\alpha_L$ , que representa el ancho medio de la línea, es función de la presión y, en menor grado, de la temperatura. De hecho, se la teoría cinética de los gases, la dependencia en la temperatura y en la presión del ancho medio de la línea está dada por:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{P}{P_0} \left[ \frac{T_0}{T} \right]^{1/2} \quad (3.12)$$

donde  $\alpha_0$  es el ancho a temperatura y presión estándar,  $T_0$  y  $P_0$ , respectivamente.

Para temperatura constante, este ancho medio es proporcional a la presión total que en el caso atmosférico es esencialmente la presión del aire (ya que las presiones parciales de los gases radiativamente activos son bastante pequeñas). De hecho, en términos de parámetros empíricos:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{P}{P_0}$$

donde  $\alpha_0$  es el ancho de línea en condiciones normales de Temperatura y Presión,  $T_0$  y  $P_0$ .

El efecto de la presión expresado en (3.12) será fundamental en los cálculos desarrollados en este trabajo, y quedara contemplado en el cálculo del camino óptico, "u", necesario en las Ecuaciones de Transferencia.

Si ahora se introduce el perfil de Lorentz en la expresión para la **Transmisividad** (ecuación 2.21) considerando un intervalo espectral  $\Delta\nu$  se tiene que:

$$T = \frac{1}{\Delta\nu} \int \exp[-SfL(u)] d\nu \quad (3.13)$$

Se define entonces a la **absortividad** como:

$$A = 1 - T \quad (3.14)$$

Cuando la absorción es fuerte, el traslape de líneas en una banda es sumamente importante, y no es posible únicamente sumar las contribuciones de las líneas individuales ya que la absorción total es, en realidad, menor que esa suma.

La complejidad de los espectros de gases como el vapor de agua plantea la necesidad del desarrollo de **modelos estadísticos**. En estos espectros aparentemente las posiciones y las intensidades de las líneas espectrales se presentan aleatoriamente.

El idea básica en los modelos estadísticos es que la transmisión asociada a un intervalo espectral se puede aproximar por una transmisión promediada sobre todos los arreglos posibles de las posiciones de las líneas dentro del intervalo. Así, bajo esta hipótesis de aleatoriedad, se puede multiplicar las transmisiones que han sido promediadas sobre intervalos espectrales finitos para obtener la transmisión asociada a una banda. (Rodgers, 1976).

Si se considera un intervalo espectral  $\Delta\nu$  con transmisión asociada  $T_0(\nu)$ , entonces la transmisión promedio está dada por:

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} T_0(\nu) d\nu \quad (3.15)$$

Si ahora se introduce una línea espectral en la posición  $\nu'$ , que tiene una transmisión  $T_1(\nu-\nu')$  de tal manera que su ancho equivalente sea menor que  $\Delta\nu$ , entonces la transmisión promediada será:

$$\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} T_0(\nu) T_1(\nu-\nu') d\nu \quad (3.16)$$

y se obtendrá la transmisión promedio si se promedia lo anterior sobre todas las posibles posiciones de la nueva línea, esto es:

$$\bar{T} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu' \left| \int_{\Delta\nu} T_0(\nu) T_1(\nu-\nu') d\nu \right|$$

realizando primero la integración sobre  $\Delta\nu$  se obtiene que:

$$\bar{T} = \bar{T}_0 \bar{T}_1 \quad (3.17)$$

siendo  $T_1$  la transmisión promediada de la nueva línea.

Así, esta "propiedad de la multiplicación" quiere decir que, si se supone que las líneas se encuentran aleatoriamente distribuidas, entonces se puede multiplicar las transmisiones individuales promediadas para obtener la transmisión promedio en una banda.

Los modelos estadísticos requieren la suma sobre todas las líneas espectrales en un intervalo en particular; por lo tanto, es necesario hacer otra *simplificación* que consiste en suponer que la distribución de intensidades de las líneas espectrales en el intervalo, con intensidades que varían de  $S$  a  $S+dS$ , es alguna

función  $P(S)dS$ . Esta función de distribución debe escogerse de tal manera que sea lo suficientemente representativa de la distribución real de intensidades pero que presente cierta facilidad para su cálculo. De las funciones de distribución desarrolladas por diferentes autores, una de las más importantes es la de Goody (1952).

La transmisividad de Goody para un modelo aleatorio es:

$$T = \exp \left[ \frac{-ku / \delta}{1 + ku / \pi \alpha} \right] \quad (3.18)$$

cón  $\delta = \Delta v / N_0$  que es el espaciamento medio de líneas,  $N_0$  el número total de líneas con intensidad media  $k$ .

Tanto los modelos empíricos como los modelos de bandas han sido empleados para el estudio de **camino homogéneos**, esto es, para condiciones en donde la composición molecular, la temperatura y la presión son constantes. En el desarrollo de los modelos radiativo convectivos, se pueden señalar como ejemplos de **transmisividades promedio** (Ramanathan y Coakley, 1978) que utilizan el perfil de Lorentz y en donde las líneas han sido ensanchadas por efectos de la presión, a la desarrollada por Rodgers y Walshaw (1966), con:

$$T = \exp \left[ -\frac{SM}{\delta} \left( 1 + \frac{SM}{\pi \alpha_0 P / P_0} \right)^{1/2} \right] \quad (3.19)$$

siendo  $S$  la intensidad media de la línea;  $\alpha_0$  el ancho medio promedio de la línea ensanchada por presión a  $P_0$  y  $\delta$  el espaciamento promedio de las líneas.  $M$  indica la columna de gas absorbente, esto es, el número de moléculas por centímetro cuadrado y  $P$  la presión total del gas.

Otra ejemplo de transmisividad promedio es la desarrollada por Cess y Ramanathan (1972)

$$W = 2A_0 \ln \left[ 1 + \frac{S_0 M / A_0}{2 + \left\{ SM / A_0 \left[ 1 + \delta / (4\alpha_0 P / P_0) \right] \right\}^{1/2}} \right] \quad (3.20)$$

en donde  $W$  es el ancho equivalente, que se relaciona con la transmisividad media con:

$$T = 1 - \frac{W}{\Delta\nu}$$

y  $S_0$  es la intensidad de la banda y  $A_0$  el parámetro de ancho de banda.

Esta última expresión es semejante a la que empleamos en el presente trabajo, tanto para el vapor de agua, así como para el bióxido de carbono y el ozono.

Finalmente queremos desarrollar en este capítulo la manera de resolver el problema planteado por los caminos homogéneos, condición que no se cumple en la atmósfera.

### III.5. TRANSMISIÓN PARA CAMINOS ÓPTICOS INHOMOGÉNEOS.

La mayoría de los modelos de transmisividad suponen que el medio es homogéneo o bien se obtienen de medidas de la misma en el laboratorio a través de un medio homogéneo. Los caminos ópticos en la atmósfera son, sin embargo, inhomogéneos. Tanto las tasas de mezclado como las presiones de un gas pueden variar por varios órdenes de magnitud a lo largo del camino óptico, en tanto que la temperatura también varía. Considerando que la transmisividad molecular es sensible a la presión, presión parcial y temperatura, los modelos de transmisión se deben de alterar de tal manera que permitan inhomogeneidades. Otra posibilidad es alterar los caminos ópticos inhomogéneos por uno aproximadamente homogéneo equivalente o por una combinación de caminos homogéneos equivalentes.

Dentro de los métodos existentes, existe un procedimiento simplificado llamado la aproximación de Curtis - Godson (C - G) para la aplicación de las transmisividades homogéneas a un camino óptico inhomogéneo. Esta aproximación ha demostrado ser bastante precisa para el cálculo de la transferencia de radiación que involucra al vapor de agua y al bióxido de carbono.

Como ya mencionamos, el ancho finito de la línea de Lorentz es producto de la colisión de la molécula radiando con otras moléculas. Por lo tanto, se ha encontrado que el efecto de la presión citado en la ecuación 3.12 es

extremadamente importante en los cálculos de transferencia de radiación infrarroja, mientras que el efecto de la temperatura es menor, debido fundamentalmente al hecho de que la variación de la presión es mayor que el de la temperatura. La intensidad de la línea, por otra parte, es función del camino óptico también a través de su dependencia en la temperatura.

Así pues, si consideramos un camino óptico inhomogéneo, el coeficiente de absorción  $k_\nu$  será función de T y P:

$$k(\nu) = S \frac{(\alpha / \pi)}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} = k_\nu(P, T) \quad (3.21)$$

Esta dependencia está asociada entonces a las variaciones del ancho medio y de la intensidad en la atmósfera. Se definen entonces dos parámetros:

$$\bar{S} = \int_0^u S(T) du / u \quad (3.22)$$

y

$$\bar{\alpha} = \int_0^u S(T) \alpha(T, P) du / \int_0^u S(T) du \quad (3.23)$$

que denotan la intensidad media de la línea y el ancho medio, respectivamente.

Las ecuaciones (3.22) y (3.23) constituyen la aproximación de C - G para caminos inhomogéneos. Establece que la transmisividad en un camino inhomogéneo es aproximadamente igual a la de los caminos ópticos homogéneos (T y P constantes): Esta aproximación elimina la necesidad de integrar sobre formas de línea exactas y ha demostrado dar resultados razonables para la banda centrada en 15  $\mu\text{m}$  del  $\text{CO}_2$  y la banda rotacional del vapor de agua. La concentración de estos gases decrece al decrecer la presión, por lo que la aproximación de C- G es buena. Lo anterior no sucede con la banda de 9.6  $\mu\text{m}$  del ozono, que aumenta cuando la presión decrece, por lo que la aproximación no es aplicable para alturas mayores de 40 Km, pero se obtienen resultados razonables para el ozono por abajo de los 35 Km (Kiehl y Ramanathan, 1978), como es el caso del presente trabajo.

En los modelos radiativo convectivos, se reemplazan los caminos inhomogéneos por homogéneos equivalentes. Para realizar lo anterior, la aproximación de Curtis-Godson y sus variantes son las más usuales para el reemplazo de los caminos inhomogéneos.

En la troposfera, el ancho de las líneas espectrales es proporcional a la frecuencia de colisión molecular. Como resultado de lo anterior, la transmisión para un camino óptico depende tanto en la cantidad total del gas como de la presión a lo largo de ese camino. En la aproximación de Curtis - Godson la cantidad total del gas absorbente y la presión equivalente para el camino óptico se definen como:

$$U = \int \rho(z) dz \quad (3.24)$$

y

$$P = \frac{\int p(z)\rho(z) dz}{\int \rho(z) dz} \quad (3.25)$$

donde  $\rho(z)$  es la densidad del gas absorbente y  $p(z)$  es la presión atmosférica a lo largo del camino óptico.

Estas definiciones se han diseñado de tal manera que para la absorción de líneas débiles, que es proporcional a  $U$ , y para la absorción de líneas fuertes, proporcional a  $(U/P)^{1/2}$ , sea igual a la absorción de las líneas débiles y fuertes para caminos ópticos homogéneos con cantidad de gas absorbente  $U$  y presión  $P$ . Se ha encontrado la suficiente exactitud en esta aproximación para la mayoría de las aplicaciones atmosféricas, como se muestra en trabajos de Goody (1964b), Walshaw y Rodgers (1963), por ejemplo.

### III.6. EMISIVIDAD DE BANDA ANCHA.

Liou (1980) plantea el desarrollo de una emisividad de flujo de banda ancha en donde se utiliza la ley de Stefan - Boltzmann (ec(2.9)). Lo más sobresaliente en este caso es que a cada capa atmosférica se le asocia una sola transmisividad promedio.

Para introducir este concepto en las ecuaciones para densidades de flujo ((2.44) y (2.45)) y recordando las ecuaciones (3.7) y (3.8), las densidades de flujo totales hacia arriba y hacia abajo se pueden expresar como:

$$F \uparrow (u) = \int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T_s) T_{\nu}^{\uparrow}(u) d\nu + \int_0^u \int_0^{\nu} \pi B_{\nu'}[T(u')] \frac{dT_{\nu'}^{\uparrow}(u-u')}{du'} du' d\nu \quad (3.26)$$

y

$$F \downarrow (u) = \int_0^{\infty} \int_u^{\nu} \pi B_{\nu'}[T(u')] \frac{dT_{\nu'}^{\downarrow}(u'-u)}{du'} du' d\nu, \quad (3.27)$$

donde  $T_{\nu}^{\uparrow}$  denota la función de transmisión monocromática de capa.

De la ley de Stefan-Boltzmann enunciada en el capítulo II, se tiene que:

$$\int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) d\nu = \sigma T^4$$

Utilizando esta relación, las ecuaciones (3.7) y (3.8) de este capítulo se pueden reformular como:

$$F \uparrow (u) = \sigma T_s^4 t'(u, T_s) + \int_0^u \sigma T^4(u') \frac{dt^{\uparrow}(u-u', T)}{du'} du' \quad (3.28)$$

y

$$F \downarrow (u) = \int_u^{\infty} \sigma T^4(u') \frac{dt^{\downarrow}(u'-u, T)}{du'} du', \quad (3.29)$$

con  $T_s$  la temperatura de superficie y  $t'$  es la **transmisividad de flujo de banda ancha**, que es una función de la temperatura y del camino óptico definida por:

$$t'(u, T) = \int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) T_{\nu}^{\uparrow}(u) d\nu / \sigma T^4 \quad (3.30)$$

En ecuaciones (3.28) y (3.29) se supone que la transmisividad de flujo se puede evaluar a partir de la función de transmisión introduciendo simplemente el factor de difusividad (ec. (3.9)). Se supone también que la frontera inferior es un cuerpo negro (como se señaló en el capítulo II) que radia a la temperatura  $T_s$ . Para la definición de  $t'$  es necesario considerar que una atmósfera plano paralela se puede dividir en capas de tal manera que se puede suponer que



cada capa es isotérmica. Entonces, la **emisividad de flujo de banda ancha** estará dada en términos de la ecuación (3.30), de la siguiente manera:

$$e^f(u, T) = 1 - t^f(u, T) = \int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) [1 - T_{\nu}^f(u) d\nu] / \sigma T^4 \quad (3.31)$$

Así, para cada capa atmosférica se tiene una sola transmisividad, que ha sido "pesada" por la función de Planck. Esta transmisividad queda entonces determinada por la temperatura y por el camino óptico de cada una de las capas en las que se ha dividido la atmósfera.

Para la ecuación (3.31), las funciones de transmisión se obtienen teórica o experimentalmente para pequeños intervalos de frecuencia. En la práctica, entonces, la emisividad de banda ancha se puede obtener de :

$$e^f(u, T) = \sum_{i=1}^N \pi B_{\nu_i}(T) [1 - T_{\nu_i}^f(u)] \Delta \nu_i / \sigma T^4 \quad (3.32)$$

en donde el espectro infrarrojo se divide en N intervalos subspectrales.

Obteniendo entonces las emisividades de flujo de banda ancha (o de cuerpo gris), se pueden resolver las ecuaciones (3.28) y (3.29) para las densidades de flujo hacia arriba y hacia abajo, siempre y cuando se tengan los perfiles de temperatura y la distribución de gases óptimamente activos. Para facilitar el cálculo, se integran por partes estas dos ecuaciones de tal manera de quitar la diferenciación de la transmisividad con respecto al camino óptico. Una vez hecho lo anterior, se pueden obtener los flujos hacia arriba y hacia abajo para cada capa atmosférica planteada.

En las ecuaciones (3.28) y (3.29) se observa que el primer término de la ecuación (3.28) representa la emisión de la superficie atenuada que llega al nivel "u", mientras que el segundo término representa la sumatoria de la emisión atmosférica de todas las capas abajo del nivel "u". La ecuación (3.29) representa la suma de la emisión atmosférica de todas las capas arriba del nivel "u".

Por lo tanto, la interpretación de estas dos integrales es que cada capa contribuye a la emisión atmosférica de acuerdo al producto de su densidad de flujo de cuerpo negro por su emisividad diferencial. Ya que esta emisividad diferencial es función de  $u' - u$  y que las funciones de emisividad son

proporcionales a  $\log u$ , entonces la capa mas próxima al nivel "u" contribuirá mayormente a la emisión atmosférica que llega a ese nivel. También la contribución de cada capa tenderá a disminuir a medida que nos alejemos del nivel "u". Ilustramos lo anterior en el siguiente esquema:

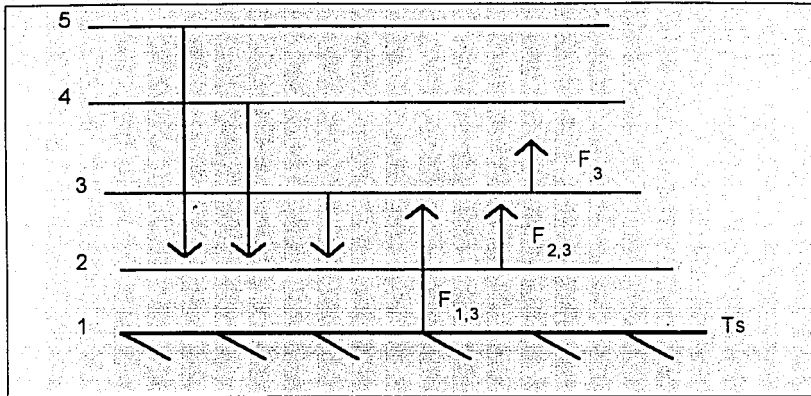


Figura 3.4. Se ilustran las contribuciones para arriba hasta el nivel 3 (ec. 3.38) en una atmósfera de 5 capas. También se indica las contribuciones del flujo para abajo al mismo nivel 3.

Así, se calcula una emisividad para cada capa en términos de un nivel de referencia "u" dado. La emisividad de cada capa con respecto a si misma será por lo tanto nula ( $u' - u = 0$ ).

Diversos autores proponen expresiones analíticas para que las emisividades de flujo se ajusten a las curvas experimentales. Las emisividades de flujo estarán dadas en términos de la temperatura  $T$  y el camino óptico corregido debido a temperatura y a la presión o exclusivamente a la presión (si se trata sólo el caso troposférico). Esta corrección se hace necesaria debido al ensanchamiento que sufren las líneas espectrales.

El uso de emisividades de banda ancha es muy popular para el resolver el problema para el caso del vapor de agua.

Aquí se utilizará el modelo de transferencia radiativa dado por las ecuaciones (3.28) y (3.29) incorporando expresiones para las emisividades que se describen en el próximo capítulo. Este procedimiento resulta un método

eficiente y computacionalmente sencillo para el cálculo de las densidades de flujo a diferentes niveles.

Una reducción más que introducimos, es la integración por partes las ecuaciones (3.28) y (3.29), para obtener para el flujo hacia arriba y hacia abajo en el nivel "u":

$$F \uparrow (u) = \sigma T_s^4 t^f(u, T_s) + \sigma T^4(u) t^f(0, T) - \sigma T^4(0) t^f(u, T) - 4\sigma \int_0^T T^3(u') t^f(u-u', T) \frac{dT}{du'} du' \quad (3.33)$$

y

$$F \downarrow (u) = \sigma T^4(u) t^f(0, T_T) - \sigma T^4(u) t^f(u_1-u, T_T) - 4\sigma \int_0^T T^3(u') t^f(u'-u, T) \frac{dT}{du'} du', \quad (3.34)$$

donde  $T_s$  es la temperatura en superficie y  $T_T$  es la temperatura del tope de la atmósfera. En estas ecuaciones se pueden reemplazar las diferencias infinitesimales por diferencias finitas y realizar la sumatoria sobre un número finito de capas.

### III.7. TASA DE ENFRIAMIENTO O CALENTAMIENTO POR RADIACIÓN INFRARROJA.

Para la radiación infrarroja podemos definir la densidad de flujo neto como:

$$F_n(z) = F \uparrow (z) - F \downarrow (z) \quad (3.35)$$

donde la altura  $z$  caracteriza a un nivel en la atmósfera plano paralela.

Calculando la densidad de flujo neto para dos niveles sucesivos,  $z$  y  $z + \Delta z$  (o bien en términos de la presión,  $p$  y  $p + \Delta p$ ), es posible plantear el cambio de energía (por unidad de área y de tiempo) en la capa  $\Delta z$  como:

$$\Delta F_n = F_n(z + \Delta z) - F_n(z) \quad (3.36)$$

Esta energía, por principio de conservación, es empleada para calentar o enfriar la capa... Si el flujo neto en el nivel superior de la capa es menor que el correspondiente al nivel inferior, la diferencia de energía se invierte en calentar

la capa, y viceversa. En el caso de radiación infrarroja, en general, la capa se enfría.

Este efecto puede expresarse en términos del cambio en la temperatura (Liou,1980) de tal manera que:

$$\Delta F_n(z) = -\rho c_p \Delta z \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.37)$$

con  $\rho$  la densidad del aire en la capa,  $c_p$  es el calor específico a presión constante, y  $t$  el tiempo. Así, la **tasa de calentamiento** para la capa  $\Delta z$  es:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{ir} = -\frac{1}{c_p \rho} \frac{\Delta F_n}{\Delta z} \quad (3.38)$$

También se puede expresar esta tasa en términos de la presión, por medio de la ecuación hidrostática,  $dp = -\rho g dz$ , como:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{ir} = \frac{g}{c_p} \frac{\Delta F_n}{\Delta p} \quad (3.39)$$

En algunos casos, es conveniente expresar lo anterior en términos del camino óptico del gas considerado,  $du = -(q/p)dp$ . Así, se tiene que:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{ir} = -\frac{q}{c_p} \frac{\Delta F_n}{\Delta u} \quad (3.49)$$

En radiación infrarroja, en general, el flujo neto aumenta con la altura y por lo tanto, es de esperarse un enfriamiento de las capas atmosféricas consideradas por efecto de la transferencia radiativa infrarroja.

Con las ecuaciones para el calentamiento (3.39) y (3.40), es posible calcular los elementos para el estudio de equilibrio radiativo y equilibrio radiativo convectivo. En el próximo capítulo, se muestran las expresiones para las emisividades y absorvidades que se incluirán en los flujos de radiación infrarroja.

## CAPÍTULO 4. EL MODELO RADIATIVO CONVECTIVO PROPUESTO

### IV.1. PERFILES EMPLEADOS DE TEMPERATURA Y PRESIÓN

El modelo radiativo convectivo es un modelo de una dimensión globalmente promediado que busca describir la distribución vertical de la temperatura promediada horizontalmente (latitudinal y longitudinalmente) y los componentes del flujo radiativo del sistema atmósfera - tierra.

Para el modelo, existen dos regiones atmosféricas diferenciadas: la troposfera y la estratosfera. El tope de la estratosfera se fija, generalmente en los 50 Km. En este trabajo lo fijamos en los 35 Km, altura a la que sigue siendo aplicable la forma de línea de Lorentz, por lo que no incluimos efecto Doppler.

El modelo radiativo - convectivo que estamos desarrollando se basa fundamentalmente en los trabajos de Ramanathan (1976a y 1976b) y Kiehl y Ramanathan (1983). Para este modelo tenemos que suponer que la atmósfera se encuentra en equilibrio radiativo-convectivo en la troposfera y en equilibrio radiativo en la estratosfera. Esta última suposición implica que el flujo neto de radiación es constante o cero - en el caso del promedio global - en el tope de la atmósfera. Por lo tanto, se debe considerar que existe en este tope un balance entre el flujo saliente de onda larga con el flujo neto solar.

En el modelo la atmósfera contiene como gases ópticamente activos al vapor de agua, al bióxido de carbono y al ozono. Para el vapor de agua se utilizan expresiones para emisividades asociadas a las bandas vibracional-rotacional, puramente rotacional y el continuo (Ramanathan, 1976a y 1976b). Para  $O_3$  y  $CO_2$  se emplean expresiones dadas por Kiehl Ramanathan (1983) para las absortividades de las bandas asociadas. En particular, consideran 3 isótopos y 14 bandas para el  $CO_2$ .

El efecto de las nubes se incorpora introduciendo al modelo de "atmósfera despejada" una nube "equivalente" de la desarrollada por Cess (1974), por ejemplo. Equivalente significará que se ha hecho un promedio global sobre varias capas de nubes incluyéndose entonces una nube "simple" a 6.25 Km de altura, con una cubierta fraccional de 0.45. Nuestra siguiente suposición para este caso será que la nube sólo absorberá y emitirá una fracción de la radiación entrante en su tope y en su base.

Consideramos que la atmósfera está dividida en 34 niveles, los primeros 9 representan, hasta los 10 Km, capas que tienen un grosor de 1.25 Km, de 10 Km hasta 35 Km las capas tienen un grosor de 1 Km. La temperatura en superficie se considera igual a 288 °K y el perfil de temperatura en la troposfera se genera con

$$T(z) = T_s - \Gamma z \quad (4.1)$$

siendo  $T_s$  la temperatura de superficie y  $\Gamma$  el gradiente térmico constante e igual a  $6.5 \text{ }^\circ\text{K/Km}$ .

La presión en la troposfera la obtenemos mediante la relación:

$$p = p_0 \left[ \frac{T_0 - \Gamma z}{T_0} \right]^{\frac{g}{R\Gamma}} \quad (4.2)$$

con  $R = 2.8704 \times 10^6 \text{ erg g}^{-1} \text{ }^\circ\text{K}^{-1}$  y  $g = 980 \text{ cm seg}^{-2}$ .

Esta expresión es consistente con el perfil de temperatura dado por la ec.(4.1).

A diferencia de otros modelos, en el presente trabajo planteamos como primera suposición que el perfil de temperatura en la estratosfera es constante e igual al de la tropopausa (último nivel de la troposfera). Si bien esto no corresponde a la realidad, nos permite tener definidos todos los parámetros bajo los cuales el ozono y el bióxido de carbono, fundamentalmente, radiarán. Así, en el proceso de encontrar el equilibrio radiativo - convectivo y de establecer la altura de la tropopausa, generamos el perfil real de la estratosfera.

Por lo tanto, para la estratosfera utilizamos las siguientes expresiones para la temperatura y presión:

$$T = T_{trop}$$

con  $T_{trop}$  la temperatura de la tropopausa, y

$$p = p_0 \exp \left[ \frac{gz}{RT} \right] \quad (4.2b)$$

que corresponde al caso de una atmósfera isoterma, como es nuestra suposición inicial.

## IV.2. VAPOR DE AGUA. PERFILES Y EMISIVIDADES DE BANDA.

La humedad relativa la suponemos dada por (Ramanathan, 1976):

$$R = R_0 \left[ \frac{A - 0.02}{1 - 0.02} \right] \quad (4.3)$$

donde  $R_0 = 0.77$  es la humedad relativa en superficie y  $A = P/P_0$  siendo  $P_0$  la presión en superficie. La humedad relativa descrita por la ecuación anterior será negativa cuando  $A$  es menor que  $0.02$ , por lo que se considera que en la estratosfera

el vapor de agua es despreciable. Una manera de incluir a este gas en la estratosfera es considerar que R se calcula con (4.3) si la tasa de mezclado del vapor de agua es mayor o igual que 3 ppm, en caso de ser menor se puede considerar constante e igual a 3 ppm, o bien, constante e igual a  $5 \times 10^{-3}$  g/Kg (Paltridge y Platt, 1976) En este trabajo consideramos que por encima de la tropopausa la tasa de mezclado del vapor de agua es despreciable.

Para obtener la tasa de mezclado o razón de mezcla del vapor de agua en superficie, se utilizó la siguiente relación (Hess, 1959) entre humedad relativa (R en %) y tasa de mezclado (w):

$$R = w / w_s \quad (4.4)$$

con  $w_s$  la tasa de mezclado saturada y se cumple que:

$$w_s = \epsilon e_s / P \quad (4.5)$$

con  $\epsilon = 0.622$  y  $e_s$  la presión de vapor de agua saturado.

Para obtener  $e_s$  se utiliza la relación:

$$\ln(e_s / 6.11) = \frac{m_v(L_{\text{evap}})}{R^*} \left[ \frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right] \quad (4.6)$$

en donde  $m_v$  representa la masa de vapor de agua y  $m_v = 17.82$  g/mol;  $L_{\text{evap}}$  es el calor latente de evaporación que para fines meteorológicos se considera constante (Hess, 1959) con:

$$L_{\text{evap}} = 597.3 \text{ cal g}^{-1} = 597.3 \times 4.187 \times 10^7 \text{ erg g}^{-1}$$

y  $R^*$  es la constante universal de los gases, siendo  $R^* = 8.3144 \times 10^7 \text{ erg mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ . Como se observa, el cálculo de la tasa de mezclado para el vapor de agua en superficie depende tanto de la temperatura superficial como del valor calculado para la presión de vapor de agua saturado  $e_s$ . Los resultados obtenidos con la ecuación correspondiente fueron comparados satisfactoriamente con los valores presentados por Goody (1964) para la presión de vapor de agua saturado. También nuestros resultados para  $e_s$  compararon satisfactoriamente con la expresión propuesta por Adem (1967):

$$e_s = a_1 + b_1 t^* + c_1 t^{*2} + d_1 t^{*3} + l_1 t^{*4} \quad (4.7)$$

con  $t^* = T(^{\circ}\text{K}) - 273.16$

y los valores de parámetros  $a_1=6.115$ ,  $b_1=0.42915$ ,  $c_1=0.014206$ ,  $d_1=3.046 \times 10^{-4}$ ,  $l_1=3.2 \times 10^{-6}$ .

Para el cálculo de la presión de vapor de agua e utilizamos:

$$q \cong \frac{\varepsilon e}{p} \quad \text{en donde} \quad (4.8)$$

$$q \cong w$$

$q$  es la humedad específica, que para fines meteorológicos es prácticamente igual a la tasa de mezclado,  $w$  (Hess, 1959).

Con las tasa de mezclado,  $q$ , para cada capa definida, obtenemos el camino óptico para el vapor de agua utilizando:

$$u = \int_{z_0}^z \rho \, dp = \frac{1}{g} \int_p^{p_0} q \, dp \quad (4.9)$$

con  $u$  en  $\text{gr cm}^{-2}$ .

Sin embargo, en la expresión anterior hay que considerar la aproximación de Curtis - Godson, discutida en el capítulo anterior, por lo que se puede utilizar:

$$\bar{n} = \int \frac{P}{P_0} \left[ \frac{T_0}{T} \right]^{1/2} du \quad (4.10)$$

En la siguiente figura mostramos las variables en las que puede estar dada la variable vertical. Cada una de las 33 capas, tanto troposféricas como estratosféricas, se consideran isotérmicas, a la temperatura media determinada por los niveles que la limitan. Así, podemos calcular  $du$ , para el caso del agua con la ecuación (4.9). La ec. (4.10) la utilizamos cuando queremos introducir el camino óptico en el cálculo de los flujos, de tal manera de incluir en este camino óptico el efecto de la variación del ancho medio de la línea con  $T$  y  $P$  (ver ec. 3.21).

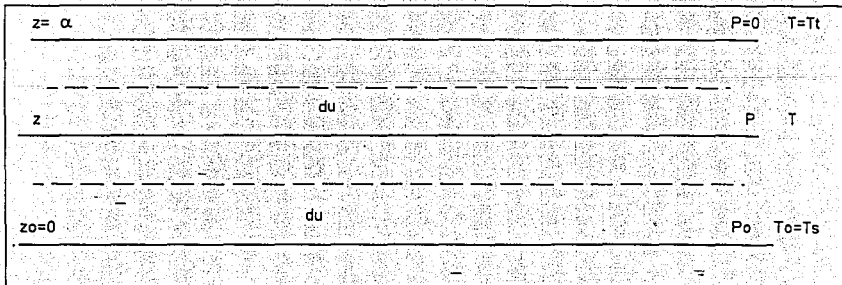


Figura 4.1. Esquema de las capas paralelas y las variables verticales.  $z = \alpha$  indica  $z = \infty$ .



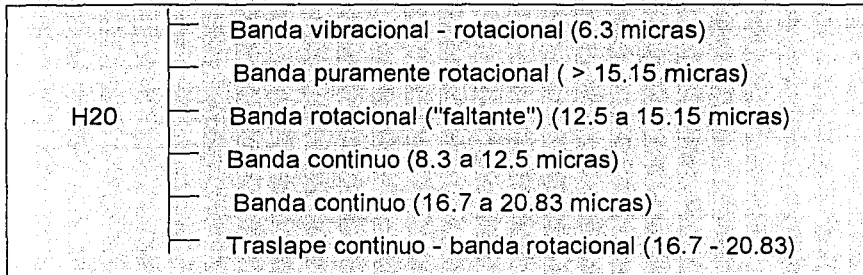
Como ejemplo de la introducción de los conceptos anteriores, presentamos en la siguiente tabla el cálculo del camino óptico para el caso de una atmósfera con 3 capas y 4 niveles (En este trabajo consideramos 34 niveles y 33 capas).

Tabla I

Z(Km)	T(°K)	P(mb)	q(gr/Kg)	u <sub>0</sub> (gr/cm)	u <sub>0.5</sub> (gr/cm)
0.00	288.0	1013.3	7.2	0	0.384
0.50	284.8	954.7	5.8	0.384	0
1.00	281.5	899.0	4.7	0.664	0.280
1.50	278.3	845.9	3.8	0.867	0.483

Las dos últimas columnas de la Tabla I indican que el cálculo se realizó considerando a la coordenada vertical como el nivel de referencia.

Ahora presentamos las expresiones para el cálculo de las emisividades y transmisividades asociadas a las diferentes bandas del vapor de agua, mismas que describimos en el siguiente esquema:



La emisividades del vapor de agua para el caso de la banda vibracional - rotacional (centrada en 6.3 μm) y las rotacionales, que corresponden a longitudes mayores de 12 μm, están dadas por Ramanathan (1976a):

$$E_1(u_1, T) = 0.59 \left[ \frac{T_0}{T} \right]^{1/4} \left[ 1 - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{m-2} \frac{1}{1 + A_n(u_1)^{1/2}} \right] \quad (4.11)$$

con  $A_1=19$  y  $A_2=3.5$ ;  $P_0 = 1$  atm.,  $T = 293^\circ\text{K}$  y  $u_1$  se encuentra con la ecuación (4.10).

Cabe señalar que la ecuación (4.11) aplicada al caso de las bandas rotacionales se basa en las mediciones hechas por Staley y Jurica (1970) que sólo incluyen a las que se encuentran en la región del espectro con  $\lambda > 15.15$ , por lo que el "faltante" será

calculado aparte, según se describe posteriormente.

Para la emisividad asociada al continuo del agua usamos las expresiones de Ramanathan (1976b):

$$E_2 = [0.272 + 8.76 * 10^{-4} (T - T_0)] [1 - \exp(-20u_2)] \quad (4.12)$$

para la banda del continuo en la región del espectro de 8.3 a 12.5  $\mu\text{m}$ ,

y

$$E_3 = [0.124 + 4.92 * 10^{-4} (T_0 - T)] [1 - \exp(-98u_3)] \quad (4.13)$$

para la banda de 16.7 a 20.83  $\mu\text{m}$ .

En las ecuaciones (4.12) y (4.13) el camino óptico respectivo viene dado por:

$$u_n \text{ (para } n = 2 \text{ y } 3) = \int (e + \alpha_n P) du \quad (4.14)$$

con  $\alpha_2 = 0.005$  y  $\alpha_3 = 0.02$ .

En las ecuaciones (4.11) a (4.13) está incluido implícitamente el factor de difusividad con un valor de 1.66 (ec. 3.9).

La emisividad total para el vapor de agua que se introducirá en las ecuaciones del flujo la calculamos simplemente sumando las tres emisividades dadas por las ecs. (4.11) a (4.13). Sin embargo, antes de realizar lo anterior, debemos considerar que la banda del continuo de 16.7-20.83  $\mu\text{m}$  se traslapa con la banda puramente rotacional del  $\text{H}_2\text{O}$ .

Calculamos este traslape siguiendo la propuesta de Ramanathan (1976a) multiplicando la emisividad  $E_3$  (ec. (4.13)) por la transmisividad promedio ( $T_r$ ) de la banda rotacional en la región de 16.7 a 20.83  $\mu\text{m}$ . Esta transmisividad la calculamos siguiendo la formulación de Rodgers y Walshaw (1966), análoga a la propuesta por Paltridge y Platt (1976).

Las expresiones para  $T_r$  siguientes utilizan la presión y temperatura "efectivas", esto es, incluyen la corrección de Curtis-Godson en las expresiones correspondientes al camino óptico,  $u$  y a la presión,  $P$ . Por lo tanto, las expresiones que a continuación señalamos no son independientes para el intervalo espectral considerado:

$$\bar{u} = \int \phi(T) du = \int_z^z \frac{c(z'')}{g} p_s \Phi(z'') \phi dz'' \quad (4.15)$$

$$\bar{u} p = \int \Psi(T) p du = \int_z^z \frac{c(z'')}{g} p_s \Psi(z'') \phi^2 dz''$$

con  $c(z'')$  la tasa de mezclado ( $q$  en nuestra notación anterior, ec.(4.8));  $\phi$  es la presión en atmósferas a la altura  $z''$ ;  $\Phi$  y  $\Psi$  son funciones de corrección de  $T$ , que a su vez son función del intervalo espectral. La coordenada de altura está dada como  $z = \log_e \phi$ , de tal manera que la unidad es la escala de altura local. Para  $\Phi$  y  $\Psi$  se cumplen las relaciones empíricas:

$$\begin{aligned} \log_e \Phi(T) &= a(T-260) + b(T-260)^2 \\ \text{y} \\ \log_e \Psi(T) &= a'(T-260) + b'(T-260)^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Utilizaremos aquí los parámetros planteados por Rodgers y Walshaw (1966) para la región de 500 a 600  $\text{cm}^{-1}$  (aproximadamente de 16.7-20.83  $\mu\text{m}$ ):

$$\begin{aligned} a &= 15.2 \times 10^{-3} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b = -30.1 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-2} \\ a' &= 16.2 \times 10^{-3} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b' = -38.1 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-2} \end{aligned}$$

Utilizando lo anterior, obtenemos la transmisividad del vapor de agua para la región correspondiente a la banda puramente rotacional con el límite fuerte de la transmisión promedio:

$$T_{\Delta v} = \exp \left[ - (k / \delta) \left( \frac{\pi \alpha_0}{\delta} u \phi \right)^{-1/2} \right] \quad (4.17)$$

con  $k/\delta = 21.64 \text{ gr}^{-1} \text{cm}^2$  y  $\delta$  el espaciamiento medio de las líneas,  $\alpha_0$  el ancho medio de las líneas a presión standard. Incluyendo pues la aproximación de Curtis-Godson y el factor de difusividad, podemos aplicar esta expresión para el cálculo del traslape planteado, así:

$$Tr = T^{rot} * E_3^{ov} \quad (4.18)$$

nos permitirá obtener la contribución neta del vapor de agua para la región del espectro señalada.

Finalmente, existe una región del espectro para el vapor de agua faltante (que no se considera en las expresiones anteriores) y que corresponde a la banda rotacional (ec. (4.8)). Esa expresión considera longitudes de onda mayores de 15.15  $\mu\text{m}$ , y la banda del continuo cercana se extiende hasta 12.5  $\mu\text{m}$ . Así, es necesario incluir una expresión para el intervalo de 12.5 a 15.15  $\mu\text{m}$ . Para este caso utilizamos las ecuaciones 4.12 - 4.14, con  $k/\delta=1.6523 \text{ gr}^{-1}\text{cm}^2$  y con los parámetros promedio que corresponden a esa región:

$$a = 20.35 \times 10^{-3} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b = -48.9 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-2}$$

$$a' = 20.85 \times 10^{-3} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b' = -68.65 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-2}$$

#### IV.3. EL BIÓXIDO DE CARBONO. PERFILES Y ABSORTIVIDADES DE BANDA.

En cuanto al  $\text{CO}_2$ , suponemos que está uniformemente mezclado en la atmósfera y que por lo tanto mantiene una concentración constante e igual a 330 ppm (por volumen). Es común suponer que la concentración es constante con respecto a la altura, sin embargo, numerosos estudios plantean su variación con el tiempo. De hecho, en estudios de forzamiento radiativo es usual establecer variaciones de las concentraciones del bióxido de carbono. En particular, en estudios de Cambio Climático se plantea el estudio de las condiciones climáticas ante una duplicación del  $\text{CO}_2$ . En un trabajo anterior (Conde, 1988), realizamos el experimento de aumentar el bióxido de carbono un 4% anual (siguiendo el planteamiento de Liou, 1980), calculando los flujos de onda larga y los calentamientos respectivos para los años de 1980 a 1985. Existen otras expresiones para postular esta variación, como (Ramanathan *et al.*, 1985):

$$[\text{CO}_2] = 330 * \exp[0.056(t - 1975)]$$

$$1975 \leq t \leq 2100$$

De cualquier manera, como en nuestro modelo actual no consideramos variaciones en el tiempo, la concentración constante de 320 ppm (Kiehl y Ramanathan, 1983) o 0.456

gr/Kg (Manabe y Möller, 1961) será la que utilizaremos.

El bióxido de carbono contribuye al flujo de onda larga en la atmósfera en la región centrada en las 15 micras ( $667 \text{ cm}^{-1}$ ). En esta región se localizan varias bandas calientes y bandas de isótopos del  $\text{CO}_2$  ( $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ ,  $^{12}\text{C}^{16}\text{O}^{18}\text{O}$ ,  $^{12}\text{C}^{16}\text{O}^{17}\text{O}$  y  $^{13}\text{C}^{16}\text{O}_2$ ). Con parámetros que utilizaremos para calcular la absortividad asociada a cada banda se muestran en la siguiente tabla II (Kiehl y Ramanathan (1983) y Ramanathan y Coakley(1978)):

Tabla II

Número de Banda	Centro de Banda $\text{cm}^{-1}$	Intensidad de la Banda a 300 °K $\text{atm}^{-1}\text{cm}^{-2}$	Espaciamiento Medio de la Línea. $\delta_{ij}$ $\text{cm}^{-1}$
1	667.381	19.4	1.56
2	618.029	4.27	1.56
3	720.805	5.0	1.56
4	667.751	15.0	0.78
5	647.063	0.7	1.56
6	791.446	0.022	1.56
7	597.342	0.14	0.78
8	741.724	0.144	0.78
9	668.107	0.85	0.78
10	544.288	0.01	1.56
11	668.670	0.3	1.56
12	652.529	0.045	0.78
13	720.286	0.005	1.56
14	615.887	0.015	1.56

\* Los parámetros de banda en las columnas 2 y 3 fueron tomados de Drayson (1973)

\* En la última columna, para los isótopos espaciamento medio de las líneas es 0.78 para todas las bandas.

En los modelos de banda ancha, se supone que cada banda se puede expresar en términos de los siguientes parámetros:  $u$ , el camino óptico adimensional;  $\beta$ , el parámetro de ancho medio de línea (adimensional); y  $A_0$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) el parámetro de ancho de banda efectivo; con  $u$  y  $\beta$  definidos por:

$$u = \frac{S w}{A_0} \tag{4.19}$$

y

$$\beta = \frac{4\gamma}{d} \tag{4.20}$$

donde  $S$  es la intensidad de la línea,  $w$  es la tasa de mezclado,  $\gamma$  es el ancho

medio de la línea para la banda y d es el espaciamento medio de la línea. En la expresión para el camino óptico, es usual también incluir el factor de difusividad (1.66) aunque no se muestre explícitamente.

Considerando el caso en el cual las líneas dentro de la banda sufren ensanchamiento por presión, la absortividad asociada está dada por (Ramanathan 1976a):

$$A = 2A_0 \ln \left[ 1 + \frac{u}{[4 + u(1 + 1/\beta)]^{1/2}} \right] \quad (4.21)$$

con u y  $\beta$  definidos en las ecuaciones (4.19) y (4.20). Para el caso de la banda fundamental, se cumple que  $u/\beta \gg 1$ , lo que corresponde al límite fuerte, con lo que se puede simplificar (4.21):

$$A = 2A_0 \ln [1 + (\beta u)^{1/2}] \quad (4.22)$$

La expresión (4.22) se puede extender para incluir las bandas isotópicas y calientes, haciendo:

$$A = A_0 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{14} \frac{u_{ij}}{[4 + (1 + 1/\beta_{ij})]^{1/2}} \right] \quad (4.23)$$

donde la suma es sobre los isótopos, i, y bandas, j, siendo j=1 la banda fundamental y j>1 las bandas calientes. Esta expresión se cumple para **bandas completamente traslapadas**. Las expresiones (4.19) y (4.20) entonces toman la forma:

$$u_{ij} = q_i \int \frac{S_j(T)}{A_0(T)} P dx \quad (4.24a)$$

$$\beta_{ij} = \frac{4}{d_{ij} u_{ij}} \int \gamma(T) P dx \quad (4.24b)$$

donde  $S_j(T)$  es la intensidad de la línea de  $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$  a la temperatura T,  $q_i$  denota la abundancia relativa del isótopo con respecto a  $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ . En la ecuación (4.24a) se establece que con el producto  $q_i^* S_j$  obtiene la intensidad de la banda para las bandas isotópicas. La abundancia  $q_i$  respectiva es:

$$q_1 = 1; \quad q_2 = 1.12 \times 10^{-2};$$

$$q_3 = 4.08 \times 10^{-3}; \quad q_4 = 7.42 \times 10^{-4}$$

En las ecuaciones (4.24a) y (4.24b),  $z$  está dado en centímetros,  $P_a$  es la presión parcial del gas,  $d_{ij}$  es el espaciamiento medio de línea, y  $\gamma$  es el ancho medio promedio de la línea, que se supone el mismo para todas las bandas e igual a  $0.064 \text{ cm}^{-1}$  (Ramanathan, 1976a).

Las cuatro cantidades que es necesario especificar para cada banda son  $S_j$ ,  $\gamma$ ,  $d_{ij}$  y  $A_0$ .

Prácticamente tendríamos la expresión de la absorptividad del bióxido de carbono con la ecuación (4.23), sin embargo, se observa que en la tabla II algunas bandas están separadas por mas de  $40 \text{ cm}^{-1}$ . Suponiendo que las bandas 3 y 13 y 2 y 14 están completamente traslapadas, las bandas que no lo estarían serían las 6,7,8 y 10.

Para incluir el efecto del no - traslape de estas bandas, desarrollamos los términos de la ec. (4.23) de la siguiente manera:

$$A = 2A_0 \left\{ \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 (F_{i1} + F_{i4} + F_{i5} + F_{i9} + F_{i11} + F_{i12}) \right] \right.$$

$$+ T_1 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 (F_{i2} + F_{i14}) \right] + T_1 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 (F_{i3} + F_{i13}) \right]$$

$$+ T_2 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 F_{i7} \right] + T_2 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 F_{i8} \right]$$

$$+ T_3 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 F_{i10} \right] + T_3 \ln \left[ 1 + \sum_{i=1}^4 F_{i6} \right] \left. \right\}$$

(4.25)

donde

$$F_{ij} = \frac{u_{ij}}{[4 + u_{ij}(1 + 1/\beta_{ij})]^{1/2}} \quad (4.26)$$

con  $u_{ij}$  y  $\beta_{ij}$  dados por las ecuaciones (4.24a) y (4.24b), respectivamente.  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$

son transmitancias que están definidas tal que se considere el traslape parcial entre la banda fundamental y aquéllas bandas que no están completamente traslapadas. Se obtienen con:

$$T_k = \frac{1}{1 + F_{11}^k} \quad (4.27)$$

$F_{11}^k$  se obtiene calculando  $F_{11}$  con la ecuación (4.26) pero en lugar de sustituir  $S_1$  en las ecs. (4.24a) y (4.24b), se utiliza:

$$\bar{S}_1 = S_1 \exp[-\Delta\nu_k / A_0] \quad (4.28)$$

donde  $\Delta\nu_1=53.5\text{cm}^{-1}$ ,  $\Delta\nu_2=72.0\text{cm}^{-1}$  y  $\Delta\nu_3=124\text{cm}^{-1}$ .

Así pues, para el cálculo de las absorptividades de las bandas del bióxido carbono, utilizamos las ecuaciones (4.24) a (4.28), con los parámetros de la Tabla II.

Finalmente, cabe señalar que para el caso del límite fuerte en un modelo de banda ancha, utilizamos para  $A_0$  (el parámetro de ancho de banda efectivo - que tendría que ser determinado a partir de mediciones de laboratorio de la absorptividad total de la banda - la siguiente expresión:

$$\frac{\partial A}{\partial \ln u} = A_0 \quad u \gg 1 \quad (4.29)$$

por lo que  $A_0$  se obtendría como la pendiente de  $A$  con respecto a  $\ln u$ . Edwards y Menard (1964), propusieron entonces la siguiente expresión para  $A_0$ :

$$A_0 = 22.18(T/296)^{1/2} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (4.30)$$

Expresión que utilizamos para incluir el efecto del aumento del ancho de banda efectivo con la temperatura.

#### IV.4. OZONO. PERFILES Y ABSORTIVIDADES DE BANDA.

Al igual que el  $\text{CO}_2$ , suponemos que la concentración del ozono se encuentra prescrita. El perfil de ozono que utilizamos corresponde a distribución promedio observada para latitudes medias, que plantean Krueger y Minzer (1976). Los autores citados mejoraron el perfil que hasta 1966 se venía empleando, utilizando nuevos radiosondeos y basados en el interés mundial por este perfil a raíz del llamado "hoyo de ozono". Este perfil lo empleamos para alturas de 2 Km en adelante y suponemos



que por abajo de los 2 Km podemos emplear el perfil de Paltridge y Platt (1976).

Del perfil que presentan Krueger y Minzer (1976), en la siguiente tabla mostramos las concentraciones de ozono a partir de los 2 Km y hasta los 36 Km, siendo los 35 Km el tope superior del modelo que desarrollamos en este trabajo:

**TABLA III**

Altura (Z, Km)	Tasa de Mezclado (masa, Kg/Kg)*	Tasa de mezclado (volumen, ppm)
2	5.4(-8)	0.033
4	5.6(-8)	0.034
6	6.8(-8)	0.041
8	9.9(-8)	0.060
10	2.18(-7)	0.132
12	5.16(-7)	0.31
14	8.21(-7)	0.50
16	1.41(-6)	0.85
18	2.65(-6)	1.60
20	4.27(-6)	2.58
22	6.0(-6)	3.62
24	7.77(-6)	4.69
26	9.39(-6)	5.67
28	1.02(-5)	6.16
30	1.09(-5)	6.58
32	1.19(-5)	7.18
34	1.27(-5)	7.66
36	1.34(-5)	8.09

\*El número entre paréntesis indica el exponente de 10, así, 5.4(-8)=5.4x10<sup>-8</sup>

Paltridge y Platt (1976), proponen para la troposfera el siguiente perfil:

P(mb)	T(°K)	Tasa de Mezclado (masa, Kg/Kg)*
776	266.3	6.2(-8)
702	281.1	8.5(-8)
541.6	267	1.39(-7)
376	250	2.02(-7)
297	239	2.9(-7)

\*El número entre paréntesis indica el exponente de 10, así, 5.4(-8)=5.4x10<sup>-8</sup>

Este perfil puede o no introducirse en el cálculo de los flujos de radiación de onda larga. Para la mayoría de los autores las concentraciones de ozono en la troposfera son despreciables; sin embargo, nosotros hicimos el ejercicio de incluirlo en esta parte

de la atmósfera para posteriores aplicaciones, por su importancia como contaminante en la Ciudad de México.

La absorptividad de la banda centrada en  $9.6 \mu\text{m}$  del ozono también queda descrita por la ecuación (4.21), con expresiones análogas para el camino óptico (ec. 4.19) y el parámetro de ancho de línea (ec. 4.20). En el caso del camino óptico,  $u$ , también se incluye el factor de difusividad, igual a 1.66.

Los parámetros que empleamos para esta banda son (Ramanathan, 1976):  $\nu_0 = 0.076 \text{ cm}^{-1}$ ;  $d=0.1 \text{ cm}^{-1}$ ;  $S=387 \text{ cm}^{-2} \text{ atm}^{-1}$  STP; y  $A_0=39 \text{ cm}^{-1}$ . Con estos valores se obtienen resultados que concuerdan dentro del 5% con los resultados experimentales de Walshaw (1957) para concentraciones de ozono menores de  $0.3 \text{ atm-cm}$ . Para mayores concentraciones de ozono a presiones mayores de 1 atm, el error asociado a la expresión (4.21) comienza a crecer. Sin embargo, esto no ocurre para la atmósfera que estamos planteando, dado que la cantidad de ozono que introducimos es menor.

#### IV.5. TRASLAPES

En esta sección discutiremos los traslapes:

- Traslape del vapor de agua con el bióxido de carbono, y
- Traslape del vapor de agua con el ozono.

El vapor de agua se traslapa con el bióxido de carbono en la banda de las  $15 \mu\text{m}$ . Ramanathan (1976a) propone que para calcular este traslape hay que multiplicar la transmisividad del vapor de agua por la absorptividad del  $\text{CO}_2$ , esto es:

$$A = T_{r, \text{H}_2\text{O}} * A^{\text{CO}_2} = (1 - E_{r, \text{H}_2\text{O}}) A^{\text{CO}_2} \quad (4.31)$$

donde  $T_r$  es la transmisividad del  $\text{H}_2\text{O}$  para esa región del espectro. La absorptividad asociada al bióxido de carbono estará entonces efectivamente disminuida por el último término de la ecuación (4.31).

Para el cálculo de  $T_r$ , utilizamos la ecuación (4.17) con los parámetros (Rodgers, 1967):

$$a = 1.66 \times 10^{-2} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b = -4.94 \times 10^{-5} \text{ grad}^{-2}$$

$$a' = 1.76 \times 10^{-2} \text{ grad}^{-1} \text{ y } b' = -5.66 \times 10^{-5} \text{ grad}^{-2}$$

con  $k/\delta = 7.345$  y  $\pi\alpha_0/\delta = 0.052$ .

Para la explicación de la ecuación (4.31), Kiehl y Ramanathan (1983) hacen una comparación entre los resultados de los cálculos del traslape entre el H<sub>2</sub>O y CO<sub>2</sub> utilizando modelos de banda estrecha y modelos de banda ancha. Para el primer caso, se parte de la propiedad dada en la ecuación (4.23):

$$T_{\Delta\nu} = T_{\Delta\nu}^{CO_2} T_{\Delta\nu}^{H_2O} \quad (4.32)$$

donde las T representan las transmisividades respectivas en el intervalo  $\Delta\nu$ .

En términos de la absorción, la ecuación (4.32) se expresa como:

$$A_{\Delta\nu} = 1 - T_{\Delta\nu}^{H_2O} - A_{\Delta\nu}^{CO_2} T_{\Delta\nu}^{H_2O} \quad (4.33)$$

La absorción total para la región total del espectro en consideración es:

$$A = \int_{500}^{800} \{1 - T_{\Delta\nu}^{H_2O}\} d\nu + \int_{500}^{800} A_{\Delta\nu}^{CO_2} T_{\Delta\nu}^{H_2O} d\nu \quad (4.34)$$

Para el caso de banda ancha se utilizan entonces la expresión (4.31). Los resultados de aplicar un modelo o el otro resultan satisfactoriamente semejantes. En este trabajo empleamos entonces la ecuación (4.31) para la región del espectro en el traslape de las bandas de estos gases.

Para el caso del traslape del vapor de agua con el ozono, multiplicaremos la absorptividad del O<sub>3</sub> por la transmisividad del H<sub>2</sub>O en la región de las 9.6 micras, calculada esta última a partir de medidas de laboratorio con (Ramanathan, 1976a):

$$T(u_2) = \exp[-1.5u_2] \quad (4.32)$$

con  $u_2$  dada en la ecuación (4.14). Así, el traslape respectivo lo obtenemos con:

$$A = T^{H_2O} * A^{O_3} \quad (4.33)$$

#### IV. 6 NUBES

Si bien el cálculo de la contribución al flujo de onda larga en este trabajo se ha simplificado de manera extrema, es importante señalar que los resultados que mostramos en el siguiente capítulo son razonablemente satisfactorios. El cálculo de la interacción de las nubes y la radiación solar e infrarroja en la atmósfera resulta ser

actualmente uno de los problemas más complicados en la transferencia de radiación. Para el balance de radiación en la atmósfera, las nubes (y los aerosoles) tienen una importante contribución por sus propiedades de dispersión de la radiación solar (no tratada aquí) como por su capacidad de absorber y emitir en el infrarrojo. Las nubes absorben la radiación solar y son una fuente de radiación térmica. En particular, su presencia implica un aumento en la radiación de onda larga en superficie. Sin embargo, la contribución de las nubes al balance de energía atmosférica es uno de los temas más controversiales en los estudios actuales.

Si bien podemos suponer que las nubes regularmente cubren el 50% de la tierra (Liou, 1980) y se sabe que atrapan la radiación terrestre saliente y producen efecto invernadero, los diferentes modelos, incluidos los modelos de circulación general, encuentran gran dificultad para incluirlos y, es posible encontrar en la literatura reportes de efectos diferentes bajo condiciones similares.

Los modelos de nubes deben de considerar los movimientos, las temperaturas, la composición química y la cantidad y tipo de nube. Así pues, dichos modelos resultan tan complicados como los que modelan las contribuciones de los gases de invernadero. Actualmente modelos interactivos "completos" se pueden desarrollar con el auxilio de las más grandes computadoras, pero su alta complejidad plantean problemas de verificación sumamente complicados (Goody, 1989).

Dentro de los modelos de nubes más simples se encuentran los que incluyen datos como la cubierta nubosa, la temperatura de la nube (o perfil interior de la nube) y proponen la emisividad asociada a la nube o a los diferentes tipos de ella que se incluyan. Una simplificación útil para estimar la contribución de las nubes al flujo de radiación en superficie es la propuesta por Paltridge y Platt (1976):

$$F_n \downarrow = (1 - 0.7) \epsilon_n T_n^4 * cc \quad (4.34)$$

Siendo  $\epsilon_n$  la emisividad de la nube,  $T_n$  la temperatura promedio de la nube y  $cc$  la cubierta nubosa. Esta expresión, sin embargo, es producto de muchos años de observaciones de un sitio específico (Aspendale, Australia), con valores locales promedio para  $cc$ . En un trabajo anterior (Conde, 1988) utilizamos ésta y otras expresiones simples para el cálculo de el flujo de radiación en superficie y la comparación de dichos cálculos con las mediciones realizadas por en Instituto de Geofísica de 1980 a 1985.

La parametrización de los flujos y las tasas de enfriamiento debido a las nubes en los modelos pueden partir de suponer que las nubes radian como cuerpos negros. Se

puede suponer también que se encuentran en una capa únicamente, eso es, suponer una sola nube limitada por dos niveles atmosféricos. Se parametriza entonces la emisividad de una capa delgada de tal manera que dicha emisividad resulta siempre menor que la unidad. En realidad, esta parametrización debería contemplar la interacción de la radiación con la microfísica de la nube.

La emisividad de una nube es simplificada suponiendo primero que la nube es isotérmica, que la integración sobre todas las direcciones queda incluido en el factor de difusividad (1.66) y proponiendo una emisividad de banda ancha para el cálculo de las contribuciones al flujo de la nube. Así, una expresión para esta emisividad es:

$$\epsilon^f \approx 1 - \exp[-\beta k_v W] \quad (4.35)$$

siendo  $\beta$  el factor de difusividad y  $W$  el camino de agua líquida en el camino geométrico, con  $W(z, z') = \int w(z, z') dz''$  y  $w(z, z')$  el contenido de agua líquida.

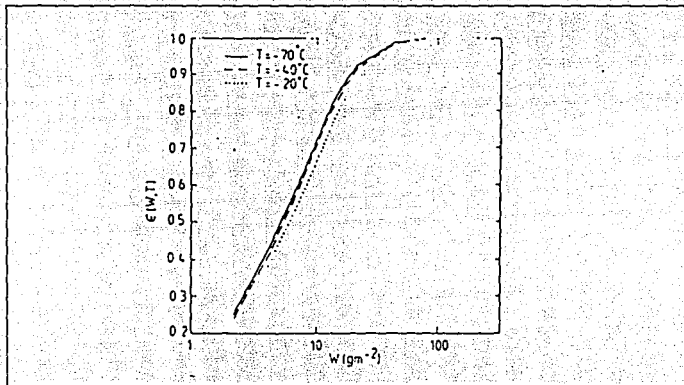


Figura 4.2. Emisividad total de una nube "gris" como función de  $W$ . (Stephens, 1984)

Como inicialmente en esta sección señalamos, en este trabajo se simplificará la contribución de las nubes, siendo la primera suposición que dicha emisividad será constante e igual a la cubierta nubosa (cc en la notación de Paltridge).

Si la capa nubosa es isotérmica, con la base de la nube a una altura  $z_b$  y el tope de la misma en  $z_t$ , las expresiones para los flujos debido a la nube serían:

$$F \uparrow (z) = F \uparrow (z_b) [1 - \epsilon(z_b, z)] + \epsilon(z_b, z) \sigma T_r^4 \quad (4.36)$$

y

$$F \downarrow(z) = F \downarrow(z_1)[1 - \varepsilon(z_1, z)] + \varepsilon(z_1, z) \sigma T_n^4 \quad (4.37)$$

siendo  $T_n$  la temperatura de la nube.

La segunda simplificación que incluimos es entonces, que la nube es isotérmica, con una temperatura igual al promedio de la capa en donde la situemos.

Las expresiones 4.36 y 4.37 han sido ampliamente empleadas en el cálculo de la contribución de las nubes a la radiación de onda larga. El primer término en ambas ecuaciones representaría la disminución del flujo que incide en la nube, hasta la altura  $z$ , el segundo término representa la contribución de la capa nubosa al flujo en la altura  $z$ .

La emisividad en las ecuaciones anteriores se puede determinar de las medidas del perfil de los flujos a través de la nube y de la temperatura de la misma con (Stephens, 1984):

$$\varepsilon \downarrow(z) = \varepsilon(z_1, z) = \frac{F \downarrow(z_1) - F \downarrow(z)}{F \downarrow(z_1) - \sigma T_n^4(z)} \quad (4.38)$$

y

$$\varepsilon \uparrow(z) = \varepsilon(z_b, z) = \frac{F \uparrow(z_b) - F \uparrow(z)}{F \uparrow(z_b) - \sigma T_n^4(z)} \quad (4.39)$$

En estas expresiones hay que considerar que el valor de la emisividad no puede ser mayor que la unidad. Si bien aquí emplearemos ecuaciones análogas para el flujo, la emisividad en nuestro caso queda determinada por la cubierta nubosa.

El cálculo de los flujos de onda larga para atmósferas con cubierta nubosa se simplifica bastante al considerar que las nubes radian como cuerpos negros. Las nubes añadirían dos nuevas fronteras en el planteamiento de las ecuaciones a las empleadas para cielos despejados. Una de ellas estaría en la base de la nube, que representaría una cubierta absorbidora del flujo que proviene de la superficie hasta ella, otra estaría en el tope de la nube que a su vez sería otra superficie que radiaría hacia el espacio.

Las ecuaciones entonces podrían expresarse como:

$$F \uparrow(z) = \sigma T^4(z_1)[1 - \varepsilon(z, z_1)] + \int_{z_1}^z \sigma T^4(z') \frac{d\varepsilon(z, z')}{dz'} dz' \quad (4.40)$$

para  $z > z_1$ .

y

$$F \downarrow (z) = \sigma T^4(z_b) [1 - \varepsilon(z_b, z)] + \int_z^{z_b} \sigma T^4(z') \frac{d\varepsilon(z, z')}{dz'} dz' \quad (4.41)$$

para  $z < z_b$

Los flujos dentro de la nube también podrían calcularse con expresiones semejantes, poniendo como límites de integración los límites propios de la nube y empleando las emisividades asociadas a ella.

Una aproximación usual para el cálculo del flujo radiativo en la atmósfera *parcialmente* nublada es calcular separadamente los flujos para atmósfera despejada y los correspondientes a una totalmente nublada. Por ejemplo, el flujo para arriba al nivel  $z$ , encima de una capa con cubierta nubosa,  $A_c$ , se determina por:

$$F \uparrow (z) = (1 - A_c) \{F \uparrow (z)\}_{des} + A_c \{F \uparrow (z)\}_{nub} \quad (4.42)$$

Expresiones análogas a la 4.42 emplearemos en el próximo capítulo, que permiten analizar el caso de atmósfera con una "nube" isotérmica, que radia como cuerpo negro y que tiene una emisividad constante e igual a la cubierta nubosa,  $A_c$ .

## CAPÍTULO V. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### V.1. DETERMINACIÓN DE LA ALTURA DE LA TROPOPAUSA Y CRITERIOS DE CONVERGENCIA

Como primera suposición, la altura de la tropopausa está en los 7.5 Km y el perfil de temperatura en la estratosfera se considera constante y con un valor igual al de la temperatura del último nivel troposférico (239.3 °K)

Calculando los flujos hacia arriba y hacia abajo para cada nivel atmosférico mediante las ecuaciones (Liou, 1980):

$$F_{\uparrow}(u) = \sigma T_s^4 + \int_0^u \sigma T^4(u') \frac{dt^f(u-u', T)}{du} du' \quad (5.1)$$

y

$$F_{\downarrow}(u) = \int_u^{u_t} \sigma T^4(u') \frac{dt^f(u'-u, T)}{du} du' \quad (5.2)$$

Aquí  $t^f$  es la transmisividad de flujo de banda ancha isotérmica.

Definiendo al flujo neto como  $F = F(u)\uparrow - F(u)\downarrow$  (ec. 3.44), se calcula el calentamiento de cada capa atmosférica (ecs. 3.44 a 3.49):

$$Q = \frac{1}{\rho c_p} \frac{dF_n}{dz} \quad (5.3a)$$

El calentamiento descrito en (5a) corresponde al producido por el flujo de onda larga neto, considerando las bandas de vapor de agua, bióxido de carbono y ozono. A éste habría que agregar la contribución del calentamiento solar  $S$ , debido a los tres gases citados. Podríamos representar la expresión completa de la siguiente manera:

$$Q = Q_{H_2O} + Q_{CO_2} + Q_{O_3} + S \quad (5.3b)$$

Así pues,  $Q$  en la ecuación (5.3a) incluye los tres primeros términos de la ecuación (5.3b). El término correspondiente al calentamiento por radiación solar de los tres gases no ha sido calculado en el presente trabajo. Para calcular dicho término sería necesario obtener los flujos solares correspondientes a cada gas y a cada nivel, esto es, resolver la ecuación de transferencia para el caso de onda corta para cada gas.



Con estos resultados (por capa), y suponiendo que existe equilibrio radiativo ( $Q=0$ ), calculamos las temperaturas estratosféricas para cada nivel, utilizando el método de Newton-Raphson:

$$T(z) = T_0(z) - \frac{Q(z)}{[dQ(z)/dT]} \quad (5.4)$$

el término  $dQ(z)/dT$  se evalúa con:

$$\Delta Q = Q[z, T = T_0(z) + \Delta T] - Q[z, T = T_0(z)] \quad (5.5)$$

tomando  $\Delta T = 0.5 \text{ }^\circ\text{K}$ . Esto permite ir generando perfiles sucesivos de temperatura estratosférica, proceso que detenemos cuando:

$$|T_{i+1} - T_i| < 0.3^\circ\text{K} \quad (5.6)$$

Este criterio de convergencia que utilizamos es mayor que el empleado por Ramanathan (de 0.1), pero se establece aquí para todas las capas estratosféricas, por lo que es suficiente para nuestros propósitos, como una primera aproximación.

Cuando existe la convergencia planteada en (5.6), utilizamos el ajuste convectivo como criterio para determinar la estabilidad atmosférica, que a su vez nos determina la altura de la tropopausa:

La altura de la tropopausa propuesta ( $H_t = 7.5 \text{ Km}$ ) no es correcta si:

$$\frac{dT}{dz} + 6.5 \leq 0 \quad (5.7)$$

siendo  $dT/dz$  la variación de la temperatura entre los niveles  $H_t$  (tropopausa) y  $H_{t+1}$  (el siguiente nivel superior). El criterio (5.7) nos indica que la estabilidad es crítica o supercrítica, por lo que aún es posible la convección hasta el nivel  $H_{t+1}$ , así, debemos proponer que sea el siguiente nivel atmosférico la posible tropopausa. Hacemos entonces  $H_t = H_{t+1}$  y volvemos a resolver desde la ecuación (5.1) a la (5.7) hasta que:

$$\frac{dT}{dz} + 6.5 \geq 0 \quad (5.8)$$

Si inicialmente se cumple esta condición, hacemos  $H_t = H_{t-1}$  para asegurar que es  $H_t$  la tropopausa correcta, esto es, esperamos que no se cumpla (5.8) con  $H_t = H_{t-1}$ .

## V.2 BALANCE EN EL TOPE DE LA ATMÓSFERA

Determinando con las ecuaciones (5.7) y (5.8) la altura de la tropopausa, se debe establecer el balance de radiación en el tope de la atmósfera:

$$F'' = F - F^s, \quad (5.9)$$

donde  $F$  es el flujo de onda larga saliente ( $F^{\uparrow}$ ) y  $F^s$  es el flujo neto de radiación solar en el tope. Si existe el equilibrio de radiación en el tope, se debe cumplir que  $F''$  es nulo.

Aquí suponemos que  $F^s$  entrante viene dada por (Ramanathan, 1976a):

$$F^s = \frac{1360.4}{4}(1-a) \quad (5.10)$$

donde el factor  $1360.4 \text{ W/m}^2$  es la constante solar.

Aquí el albedo  $a$  se toma igual a 0.31. Este valor está en buena concordancia con el valor global medido por Vonder Haar y Suomi (1971).

Uno de los propósitos de este trabajo es el de comparar los resultados aquí obtenidos con el flujo saliente para condiciones promediadas globalmente y con algún perfil de temperatura que cumpla con las mismas condiciones, por ejemplo, el perfil "U.S. Standard Atmosphere", NOAA, 1976 (tomado de Goody, 1989).

Para lo primero presentamos los resultados de Cess (1974) y Ramanathan (1976a). Cess muestra que el flujo saliente en el tope de la atmósfera se puede expresar como:

$$F^{\uparrow} = C_1 - C_2 A_c \quad (5.11)$$

con  $A_c$  la fracción de cubierta nubosa y  $C_1$  el flujo en el tope para el caso de una atmósfera despejada.

Esta expresión es análoga a la 4.42 del capítulo anterior. Las cantidades  $C_1$  y  $C_2$  son funciones del perfil de temperatura y de la distribución vertical de los gases de invernadero.  $C_2$  a su vez, es función de la altura del tope de la nube. Ramanathan (1976) calculó los términos de la ecuación anterior, obteniendo para  $C_2 = 259.42 \text{ W/m}^2$  y para el caso de cielo completamente nublado obtuvo  $C_2 = 71.39 \text{ W/m}^2$ , considerando que  $A_c = 0.446$  y que el tope de la nube se en cuenta a una altura de 6.25 Km. Así propone que:

$$F^{\uparrow} = 259.42 - 71.39 A_c \quad (5.12)$$

Ramanathan en el trabajo citado comparó sus resultados con la relación empírica de Budyko (1969):

$$F = 222.5 + 2.23T_s - A \cdot (47.419 + 1.604T_s) \quad (5.13)$$

donde  $T_s$  es la temperatura en superficie en °C.

La expresión 5.13 se basa en datos promedios mensuales de 260 estaciones meteorológicas. Sustituyendo  $T_s=15^\circ\text{C}$ , se observa que los valores del flujo para  $C_1$  y  $C_2$  coinciden con los de este autor en un 1.5%.(ecuación 5.12). Para que esta coincidencia ocurriera, se adecuó el valor de  $C_2$ , ya que este resultado depende de la altura del tope de la nube.

Los resultados mostrados en la ecuación (5.12) son importantes ya que se aproximan a los que obtuvimos en el presente trabajo.

Para resaltar la importancia de la contribución de cada gas ópticamente activo, Ramanathan (1976a), obtuvo los resultados para el flujo de onda larga en el tope despreciando los efectos de diferentes bandas en cada ocasión. Estos resultados los mostramos en la siguiente tabla, en donde los cálculos se realizaron considerando la temperatura de superficie igual a  $288.0^\circ\text{K}$  y la altura del tope de la nube a 6.25 Km.

Tabla 5.1.

Descripción	$C_1(\text{Wm}^{-2})$	$C_2(\text{Wm}^{-2})$
Modelo Completo	259.42	71.39
Sin las banda de $15\ \mu\text{m}$ ( $\text{CO}_2$ )	288.31	90.64
Sin las bandas de $15\ \mu\text{m}$ calientes y sin las bandas de isótopos ( $\text{CO}_2$ )	266.76	78.04
Sin la banda de $9.6\ \mu\text{m}$ ( $\text{O}_3$ )	267.36	77.41
Sin el continuo ( $\text{H}_2\text{O}$ )	261.02	73.00

Términos para la ecuación (5.13) con las diferentes contribuciones. Ramanathan (1976a)

En esta tabla se muestra la importancia de las bandas menores y del continuo en la radiación de onda larga. En particular observamos que la contribución del bióxido de carbono con sus bandas isotópicas y calientes contribuye en un 11% al flujo de cielo despejado, mientras que el ozono contribuye con un 3%. El continuo a su vez contribuye con un 0.6%.

Los términos de la columna correspondiente a cielo despejado nos permitieron comparar los resultados del flujo de onda larga obtenidos aquí. Así pues, para algunos de los resultados numéricos de la sección V.4 de este capítulo, presentaremos 2 tipos de experimentos:

1. Haremos converger el flujo de onda larga saliente al valor de  $F_s = 234.6 \text{ W/m}^2$  (ec. 5.10) considerando que el albedo es igual a 0.31; y/o
2. Haremos converger el mismo flujo a los valores que se presentan en la tabla anterior, según el caso.

Ramanathan sometió sus resultados a otra comparación, basándose en la dependencia del flujo saliente con la temperatura en superficie dada por  $dF/dT_s$ . Para una atmósfera "real"; esta cantidad se puede obtener derivando la ecuación (5.13) :

$$\frac{dF}{dT_s} = 2.23 - 1.604 A_e \quad (5.14)$$

Para Ramanathan, con las condiciones hasta aquí señaladas,  $dF/dT_s$  resulta:

$$\frac{dF}{dT_s} = 2.162 - 1.75 A_e \quad (5.15)$$

La comparación entre (5.14) y (5.15) indica que los resultados de Ramanathan son razonables.

### V.3. TEMPERATURA EN SUPERFICIE

El procedimiento para determinar la temperatura en superficie consistente con el balance radiativo convectivo se basa en

1. Suponer una temperatura superficial,  $T_s$ , inicial;
2. Calcular las temperaturas de la tropopausa y de la estratosfera;
3. Calcular el flujo neto  $F^n$  en el tope de la atmósfera, dado por  $F^n = F - F^s$ , donde  $F^s$  es el flujo neto solar en el tope.
4. En caso de no cumplirse el balance anterior, calcular la nueva temperatura en superficie por iteración de Newton-Raphson, dada por:

$$T_s(\text{nueva}) = T_s(\text{anterior}) - \frac{F^n}{(dF/dT_s)} \quad (5.16)$$

Dado que, para condiciones promedio globales,  $F^n$  debe ser nulo, los pasos 1 - 4 se repiten hasta que se satisface esta condición.

Un cálculo exacto de  $F^s$  debería incluir efectos de dispersión en la atmósfera y en las nubes, además del efecto de reflexión múltiple en las nubes y en la superficie. Estos fenómenos no son considerados en este trabajo, que como mencionamos sólo analiza

la contribución del flujo de onda larga producido por los gases de invernadero. Por lo anterior, para  $F^S$  utilizamos la expresión (5.10).

La temperatura en superficie depende fuertemente de la altura del tope de la nube  $z_i$ , de la humedad relativa en superficie, HR, y del gradiente térmico,  $\Gamma$ .

La altura de una "nube" que sirviera como promedio global aún no se ha llegado a determinar con suficiente confiabilidad; algunos autores como Schneider (1972) la fijan en 5.5 Km; otros, como Cess (1974) y Ramanathan (1976a y 1976b) la fijan en 6.25 Km.

Con variaciones en estos tres parámetros ( $z_i$ , HR y  $\Gamma$ ), Ramanathan (1976a) obtiene valores para la temperatura en superficie entre 288.0 a 291.2 °K. Estos rangos de variación permiten hacer análisis de sensibilidad de la temperatura en superficie en el modelo radiativo - convectivo, lo que no necesariamente correspondería a un análisis de sensibilidad del sistema Atmósfera-Tierra "real", ya que existen otros múltiples parámetros que influyen en el valor de  $T_s$ . Los posibles valores  $T_s$  bajo las diferentes condiciones citadas los presentamos en la siguiente tabla:

Tabla 5.2

$Z_i$ (Km)	$\Gamma$ troposférico	HR en superficie(%)	$T_s$ calculada (°K)
5.5	6.5	0.77	289.6
6.0	6.5	0.77	290.9
6.25	6.5	0.77	291.5
5.5	6.5	0.71	289.1
5.5	6.5	0.83	290.1
5.5	6.0	0.77	288.0
5.5	7.0	0.77	291.2

Las diferencias esenciales entre el modelo que aquí desarrollamos y el establecido por Ramanathan (1976a), Ramanathan y Coakley (1978) y Kiehl y Ramanathan (1983) se encuentran en los siguientes aspectos:

1. En nuestro caso, establecemos el "perfil inicial" estratosférico y esperamos que el balance de energía genere el perfil final. Ramanathan, establece el perfil troposférico con las mismas condiciones que este trabajo, generando una por una las capas estratosféricas (ecs. 5.7 y 5.8). Puede entonces establecer un criterio menor de convergencia (0.1), mientras en nuestro caso el criterio es de 0.3. Sin embargo, no necesitamos desprestigiar términos de las ecuaciones 5.1 y 5.2.
2. El método que aplicamos entonces es semejante al de Manabe y Möller (1961) y Manabe y Strickler (1964), al establecer un perfil hipotético inicial, pero nuestro

esquema es computacionalmente más rápido, ya que las ecuaciones relativas al calentamiento (5.3 y 5.4) no generan en pasos de tiempo el perfil de temperatura final. La relativa lentitud del modelo radiativo - convectivo de estos autores impulsó al estudio de nuevos métodos como el de Ramanathan.

3. La composición atmosférica es diferente en ambos modelos. Ramanathan *no* introduce el ozono como gas ópticamente activo en la troposfera, como es nuestro caso. En nuestro modelo el vapor de agua es despreciable en la estratosfera, mientras que Ramanathan introduce este gas en la estratosfera con una concentración pequeña pero constante (3 ppm).
4. Ramanathan incluye la radiación solar (reflejada y absorbida) en el cálculo de los flujos radiativos y en los calentamientos respectivos (ec. 5b). En nuestro caso, sólo consideramos la radiación de onda larga o térmica.

Por lo tanto, los resultados numéricos que a continuación presentamos no concuerdan plenamente con los autores citados. Sin embargo, tanto el establecimiento de la tropopausa como el balance en el tope de la atmósfera, en nuestro modelo se cumplen satisfactoriamente. También en nuestro caso, podemos reproducir de manera razonablemente correcta el perfil de temperatura propuesto en la "US Standard Atmosphere" (tomado de Goody, 1989). De hecho, en este trabajo, partimos de nuestro perfil inicial y, ya sea con el balance propuesto por la ecuación 5.9 o bien con los flujos propuestos en la tabla 5.1, generamos un perfil de temperatura estratosférico semejante al "US".

El modelo con "nubes" es en realidad un primer ensayo con algunas simplificaciones, como igualar la emisividad de la nube a la cubierta nubosa, pero dichas simplificaciones no se alejan de los valores posibles en los modelos más complicados. En la última sección presentamos un ejemplo de una atmósfera con una duplicación de bióxido de carbono.

#### V.4. RESULTADOS NUMÉRICOS

En esta sección recapitularemos algunas de las condiciones iniciales del problema descritas a lo largo de este trabajo y presentamos también los resultados de los perfiles de temperatura, de los flujos de onda larga, la altura de la tropopausa y el flujo en el tope. El conjunto de resultados se presenta para los casos:

- Atmósfera despejada (sin nubes) y sin ozono.

- Atmósfera despejada (sin nubes) y con ozono.
- Atmósfera con una nube con un tope en  $z_t = 6.25$  Km.
- Atmósfera en la que se ha duplicado la concentración del  $\text{CO}_2$  (Un ejemplo).

La temperatura en superficie inicial en todos los casos es igual a  $288.0^\circ\text{K}$  con el perfil de temperatura troposférico dado por (4.1) y, como nuestra suposición inicial es que la tropopausa,  $H_t$  se encuentra a  $7.5$  Km de altura; por arriba de esta altura la temperatura estratosférica es constante e igual a la de la tropopausa, hasta los  $35$  Km.

Calculamos también el perfil de presión (mb) en esta atmósfera y la concentración de vapor de agua en la troposfera (ec. 4.8), a partir del valor de la humedad relativa en superficie propuesta,  $\text{HR}=0.77$ . Por encima de la tropopausa suponemos que la concentración de vapor de agua es despreciable.

En la siguiente tabla presentamos los resultados para los perfiles de temperatura, presión iniciales, calculados con las ecs. 4.1 a 4.2b. También mostramos la tasa de mezclado de vapor de agua, calculadas con las ecuaciones 4.3 a 4.8.

TABLA 5.3.

Z(Km)	P(mb)	T(°K)	Q(g/Kg)	Z(Km)	P(mb)	T(°K)	Q(g/Kg)
0	1013.25	288.00	8.022	19	67.33	239.25	0
1.25	871.84	279.88	4.631	20	58.37	239.25	0
2.5	746.85	271.75	2.586	21	50.61	239.25	0
3.75	636.78	263.63	1.392	22	43.88	239.25	0
5	540.23	255.50	0.72	23	38.04	239.25	0
6.25	455.89	247.38	0.356	24	32.99	239.25	0
7.5	382.54	239.25	0.168	25	28.60	239.25	0
8.75	290.69	239.25	0	26	24.80	239.25	0
10	243.20	239.25	0	27	21.50	239.25	0
11	210.86	239.25	0	28	18.64	239.25	0
12	182.82	239.25	0	29	16.16	239.25	0
13	158.50	239.25	0	30	14.01	239.25	0
14	137.43	239.25	0	31	12.15	239.25	0
15	119.15	239.25	0	32	10.53	239.25	0
16	103.30	239.25	0	33	9.13	239.25	0
17	89.57	239.25	0	34	7.92	239.25	0
18	77.65	239.25	0	35	6.86	239.25	0

Como se muestra en la tabla, la tropopausa se encuentra inicialmente a  $7.5$  Km, por encima de ella la concentración de vapor de agua es nula. En la figura 5.1 mostramos gráficamente los perfiles iniciales de temperatura y presión.

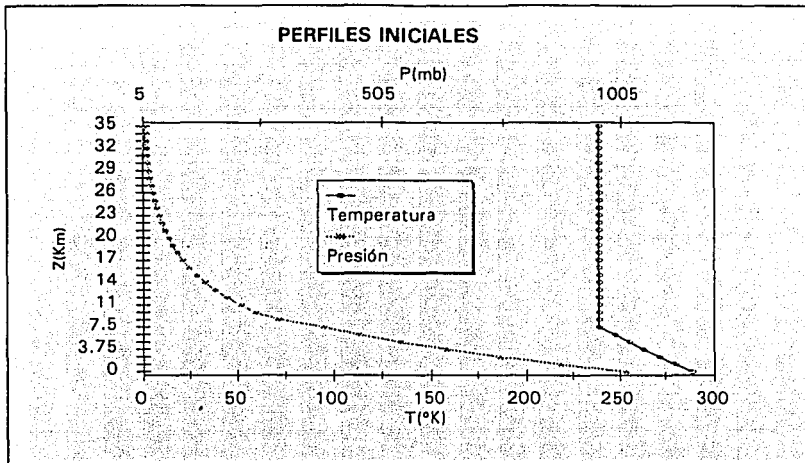


Figura 5.1. Perfiles Iniciales de Temperatura y Presión. Ht inicial es igual a 7.5 Km.

De manera análoga, en la figura 5.2 mostramos la tasa de mezclado  $q(g/Kg)$  y la humedad relativa en la troposfera.

Al perfil inicial de temperatura le sumamos  $\Delta T = 0.5^\circ K$ , artificio que nos permitirá emplear la ecuaciones 5.4 y 5.5, de tal manera de iniciar la iteración indicada con el método de Newton-Raphson para el calentamiento de cada capa. Las variaciones causadas en la presión y en la concentración en el vapor de agua al sumar este medio grado son muy pequeñas, menor de 0.7 mb para la presión y menor de 0.3 g/Kg para el vapor de agua. El bióxido de carbono se encuentra uniformemente distribuido con la altura en la atmósfera, con una concentración de 0.456 g/Kg (o 320 ppm) y el perfil de ozono empleado se señaló en el capítulo anterior.

Teniendo entonces definidos los perfiles de temperatura, presión y concentración de gases ópticamente activos, podemos calcular las densidades de flujos hacia arriba y hacia abajo. Para ello empleamos las expresiones de emisividades y absortividades descritas en el capítulo anterior.



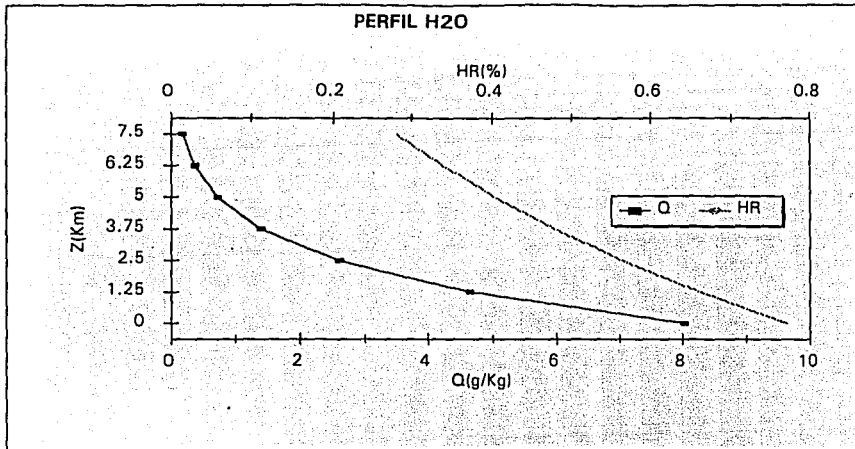


Figura 5.2. Tasa de Mezclado,  $Q$ (g/Kg) y Humedad relativa;  $HR$ (%) en la troposfera.

Mostramos ahora el cálculo de los flujos hacia arriba y hacia abajo en la troposfera considerando exclusivamente al vapor de agua. La idea es resaltar la importancia del continuo en estos cálculos, expresados por las ecuaciones 4.23 y 4.24 para las respectivas emisividades,  $E_2$  y  $E_3$ . En la figura 5.3 mostramos entonces que el flujo hacia arriba en la tropopausa tendría una diferencia de  $93.5 \text{ W/m}^2$  y que el flujo hacia abajo en superficie resultaría disminuido en  $82.5 \text{ W/m}^2$  de no considerar al continuo del agua.

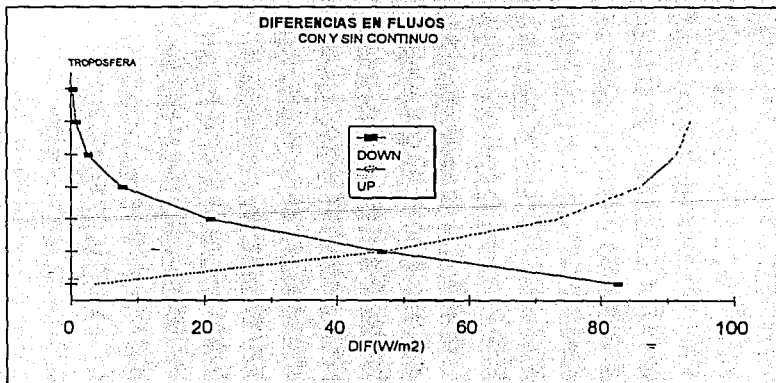


Figura 5.3. Diferencias en los flujos si no se considerara el continuo del agua.

Finalmente, es importante señalar que para el flujo solar entrante,  $F^s$ , empleamos la ecuación (5.10), obteniendo como resultado  $F^s = 234.6 \text{ Wm}^{-2}$ . El valor de  $dF/dT_s$  empleado es de 1.5 (ec. 5.15), considerando el valor de  $Ac = 0.446$ .

## V.5. ATMÓSFERA DESPEJADA (SIN NUBES) Y SIN OZONO.

### V.5.1 Caso 1.

Calculando los flujos hacia arriba y hacia abajo para cada una de las 34 capas con las ecuaciones (5.1) y (5.2), podemos entonces calcular los calentamientos por capa (ec. 5.3), la altura de la tropopausa (ecs. 5.7 y 5.8), el flujo final de equilibrio en el tope (ec. 5.9) y la temperatura en superficie congruente con ese equilibrio (ec. 5.16).

Para una atmósfera con exclusivamente vapor de agua y bióxido de carbono como gases de invernadero, el primero contribuirá mayormente a los flujos, ya que el  $\text{CO}_2$  contribuye en menos de un 11% con respecto al  $\text{H}_2\text{O}$  (Ramanathan, 1976a). En los siguientes resultados se incluye entonces los flujos debidos a cada uno de esos gases y también los traslapes entre las bandas del  $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{CO}_2$  (ecuación 4.31) y el traslape del continuo del agua con la banda puramente rotacional de la misma (ecuación 4.18).

Con los perfiles iniciales mostrados en la tabla 5.3, obtenemos para el flujo hacia abajo el mostrado en la siguiente figura:

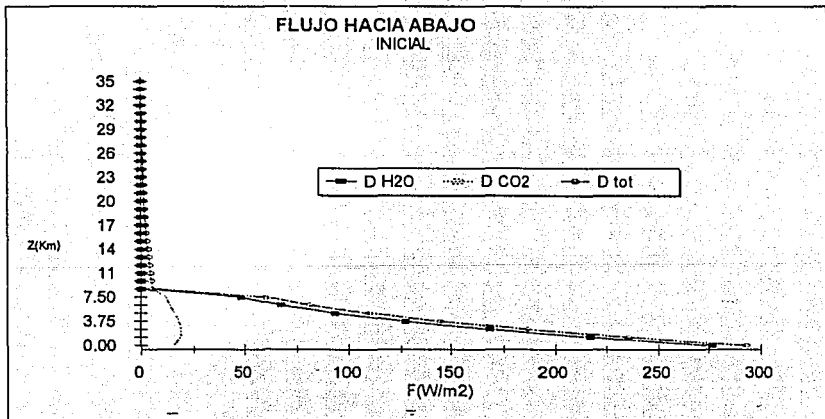


Figura 5.4.  $D_{\text{H}_2\text{O}}$  es la contribución al flujo del vapor de agua;  $D_{\text{CO}_2}$  es el correspondiente al bióxido de carbono;  $D_{\text{tot}}$  es la suma de los dos anteriores.

Se observa que el flujo inicial hacia arriba es mayor que el esperado para lograr el balance en el tope, por lo que es de suponerse que el perfil de temperatura se transforme. Asimismo, la contribución del bióxido de carbono variará al irse generando el perfil de temperatura de equilibrio radiativo en la estratosfera, en donde se irán compensando los flujos de los dos gases.

El flujo hacia arriba para las mismas condiciones iniciales resultaría como se muestra en la figura 5.5:

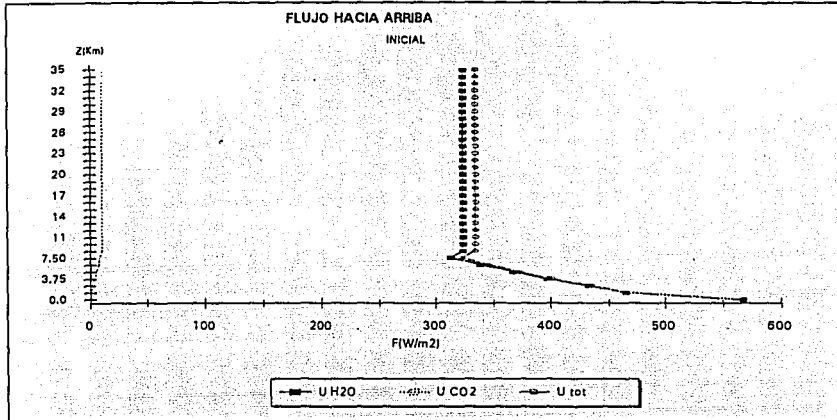


Figura 5.5.  $U_{H_2O}$  es la contribución al flujo del vapor de agua,  $U_{CO_2}$  es el correspondiente al bióxido de carbono;  $U_{tot}$  es la suma de los dos anteriores.

Al aumentar en 0.5 el valor de la temperatura para todo el perfil, volvemos a recalculamos los otros parámetros: presión, tasa de mezclado y humedad relativa. Con dichos datos recalculamos los flujos hacia arriba y hacia abajo y aplicamos las expresiones 5.4 y 5.5, buscando la convergencia planteada en la ec. (5.6).

Dicha convergencia ocurre a la iteración 12, con una diferencia promedio de 0.22°K, generándose el perfil que mostramos en la figura 5.6.

A pesar de que se cumple la convergencia (5.6), el perfil generado aún permite la convección en la primera capa estratosférica, ya que  $dT/dz$  en ella es igual a -10.34, con lo que el criterio (5.8) no se cumple.

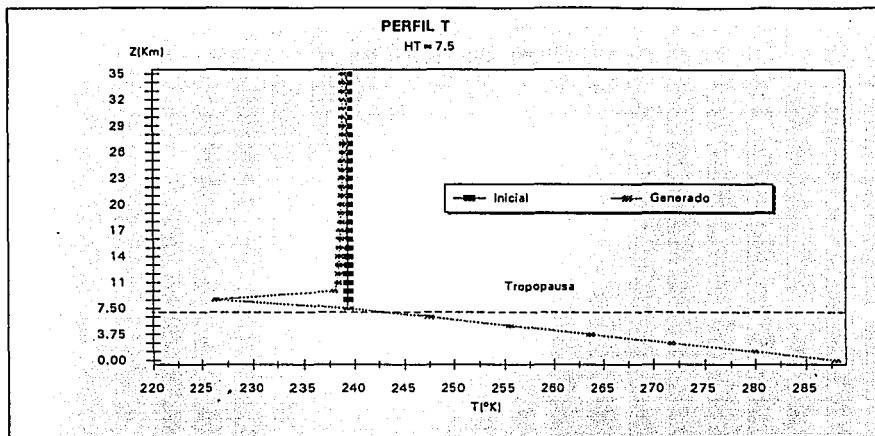


Figura 5.6. Perfiles inicial y generado de temperatura. La línea punteada indica la altura de la tropopausa.

En la siguiente figura mostramos una ampliación de la figura anterior, considerando variación de  $T$  para la última capa troposférica y la primera estratosférica. Como el perfil buscado no es el esperado, ya no se calcula el balance en el tope de la atmósfera ni se recalcula la temperatura en superficie. Por lo anterior, subimos el nivel de la tropopausa a  $H_t = H_{t+1} = 8.75$  Km y recalculamos con las ecuaciones 5.1 a 5.8.

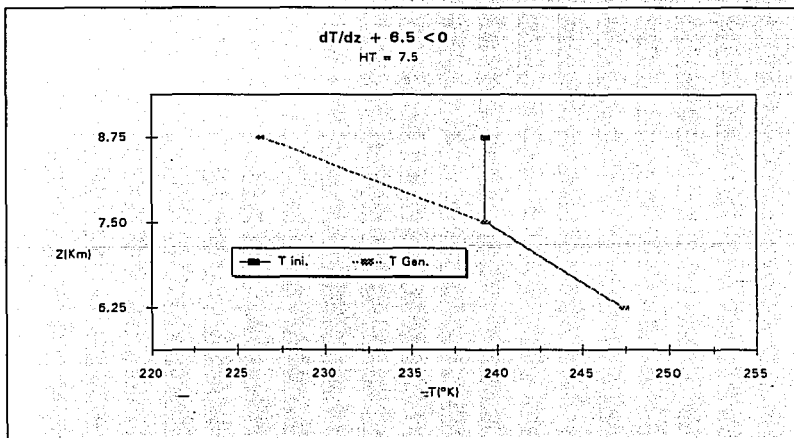


Figura 5.7. Perfiles inicial y generado de temperatura para la última capa troposférica y la primera estratosférica:  $dT/dz + 6.5 = -3.82$ .

El criterio de convergencia (5.6) ocurre a la iteración 10, con una diferencia promedio de 0.121 °K, generándose el perfil que mostramos en la siguiente figura:

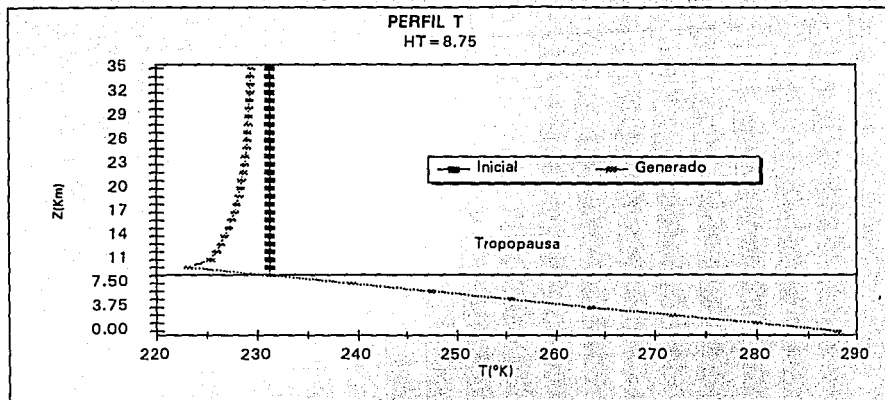


Figura 5.8. Perfiles inicial y generado de temperatura. La línea punteada indica la altura de la tropopausa(8.75Km).

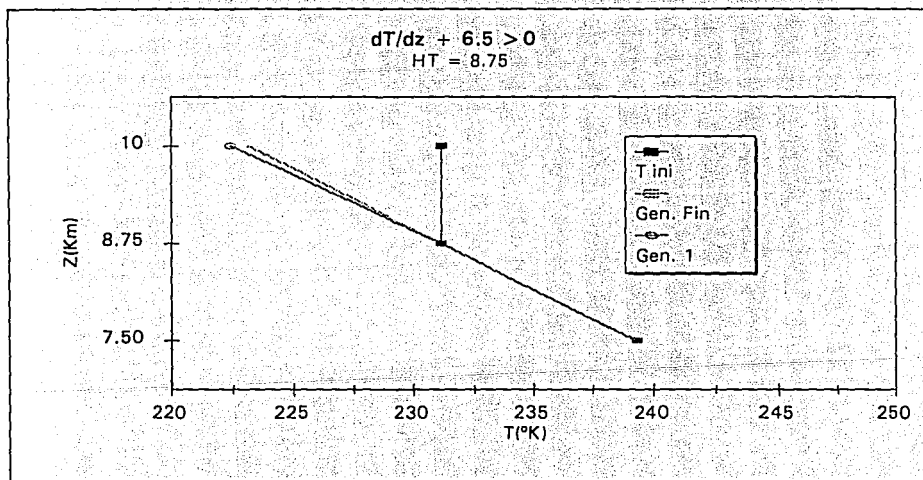


Figura 5.9. Perfiles de temperatura para la última capa troposférica y la primera estratosférica. Los perfiles son el inicial(T. ini), el generado en un paso anterior (Gen. 1) y el que finalmente se genera (Gen. Fin), cumpliendo  $\frac{dT}{dz} + 6.5 > 0$ .

En este caso,  $dT/dz$  en la primera capa estratosférica es igual a  $-6.38$ , con lo que entonces se cumple la condición (5.8), esto es, ya no es posible con ese perfil que se desarrolle la convección.

Análogamente, mostramos en la figura 5.9 una ampliación del perfil en esta capa y en la última capa de la troposfera. En ella observamos que  $dT/dz + 6.5 = 0.121$ .

En cuanto a los enfriamientos en la estratosfera, necesarios para calcular el perfil según la ecuación (5.4), mostramos (fig. 5.10) la variación en los enfriamientos,  $\Delta Q$  ( $^{\circ}\text{K}/\text{día}$ ), para el perfil inicial, el perfil con  $H_t = 7.5\text{Km}$  y el perfil final, con  $H_t = 8.75\text{ Km}$ .

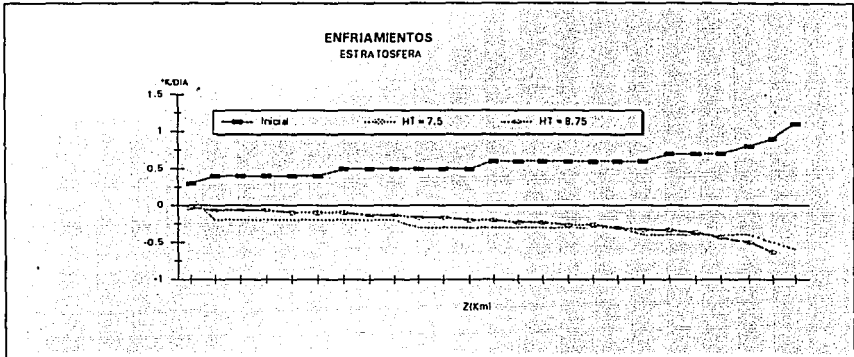


Figura 5.10. Variaciones en el calentamiento para los diferentes perfiles de temperatura. Se observa que el perfil final produciría  $\Delta Q$  en promedio menor de  $-0.5\text{ }^{\circ}\text{K}/\text{día}$ .

El balance en el tope se cumple; si consideramos que el flujo entrante es el expresado por la ecuación (5.10) y que el albedo es de 0.31, obtenemos un valor para este flujo de  $234.6\text{ W}/\text{m}^2$ . El flujo saliente de onda larga obtenido en el proceso anterior es igual a  $232.19\text{ W}/\text{m}^2$ , con lo que la diferencia entre ellos es menor de  $5\text{ W}/\text{m}^2$  (resulta ser de  $2.4\text{ W}/\text{m}^2$ ), criterio que empleamos para obtener el balance en el tope. Para ilustrar los flujos obtenidos, mostramos en la figura 5.10 la variación del flujo hacia arriba en todo el proceso anterior, considerando solamente de la tropopausa a la estratosfera.

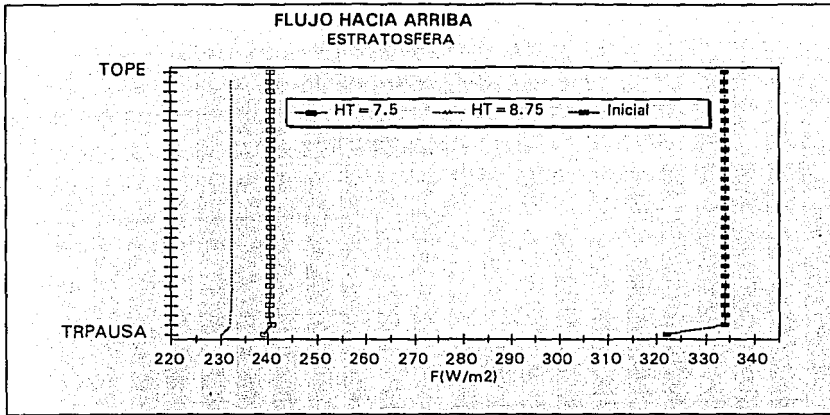


Figura 5.11: Flujos en la estratosfera que se generaron usando los perfiles temperatura inicial y los correspondientes a las alturas de la tropopausa en 7.5 y 8.75 Km.

Como el balance en el tope resultó satisfactorio, no es necesario entonces utilizar la expresión (5.16) para recalculer la temperatura en superficie. En dado caso, dicho cálculo resulta ser  $T_s = 288.3^\circ\text{K}$ , por lo que en dado caso el incremento en  $T_s$  sería despreciable.

En resumen, para el caso de una atmósfera con vapor de agua y bióxido de carbono obtuvimos:

Gases	H <sub>2</sub> O y CO <sub>2</sub>
$T_s$	288.0 a 288.3 °K
Ht	8.75 Km
$dT/dz+6.5$ en tropopausa	0.121 °K/Km
$F^s$	234.6 W/m <sup>2</sup>
$F_{\text{lope}}$	232.19 W/m <sup>2</sup>

### V.5.2 Caso 2

En caso de que buscáramos hacer converger al flujo de onda larga en el tope a 267.36 W/m<sup>2</sup> (tabla 5.1), se esperaría que el perfil de temperatura se aproximara al propuesto por la US Standard Atmosphere. Así pues, a diferencia de Ramanathan (1976a) - que

fuerza el perfil inicial y calcula al flujo correspondiente - aquí se hace converger el flujo en el tope al valor propuesto en dicha tabla, el perfil de temperatura generado se compara entonces con el "real" (US Standard, tomado de Goody, 1989).

El programa reproduce los resultados arriba citados, pero al buscar el balance en el tope resulta que la diferencia entre el flujo entrante y el saliente es mayor de  $5 \text{ W/m}^2$ , entonces se aplica la ecuación 5.18 para recalcular la temperatura en superficie.

El perfil final de temperatura en este caso se muestra en la siguiente figura:

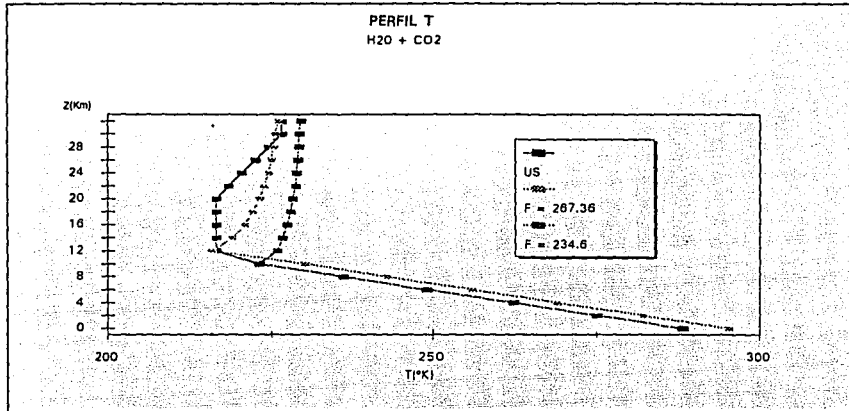


Figura 5.12. Perfiles de temperatura. El US Standard Atmosphere (US), el generado cuando el flujo en el tope converge a  $234.6 \text{ W/m}^2$  y el correspondiente cuando se hace converger a  $267.36 \text{ W/m}^2$ .

Como se muestra, con esta convergencia, el perfil de temperatura generado se aproxima en la estratosfera al perfil que podemos considerar como "real", esto es, al US Standard Atmosphere.

La tropopausa en este caso llega a establecerse a los 10 Km de altura, teniendo el perfil de temperatura a esta altura con la siguiente capa una pendiente de  $-6.29 \text{ °K/Km}$ , con lo que la suma  $dT/dz+6.5$  es igual a  $0.21$ , por lo que no se produciría la convección.

El flujo en el tope resultante sería de  $267.562 \text{ W/m}^2$ , por lo que la convergencia con el valor propuesto por Ramanathan (tabla 5.1) es de  $0.2 \text{ W/m}^2$ .

Sin embargo, para que estas condiciones se den la temperatura en superficie - aplicando la ecuación 5.16 - es de  $294.5 \text{ °K}$ , valor que consideramos muy alto. La explicación para este resultado se puede encontrar en la falta de vapor de agua en la estratosfera. Siendo este gas el mayor emisor en la atmósfera, y encontrándose sólo



en la troposfera, para alcanzar el flujo en el tope un incremento mayor de  $33 \text{ W/m}^2$ , la atmósfera necesita una temperatura mayor, particularmente una temperatura en superficie mayor.

En resumen, en la siguiente tabla presentamos los resultados correspondientes a una atmósfera despejada y sin ozono, cuando hacemos converger al flujo en el tope a  $F_s = 267.562 \text{ W/m}^2$ :

Gases	H <sub>2</sub> O y CO <sub>2</sub>
T <sub>s</sub>	294.5 °K
Ht	10 Km
dT/dz+6.5 en tropopausa	0.21 °K/Km
F <sub>s</sub>	267.36 W/m <sup>2</sup>
F <sub>tope</sub>	267.562 W/m <sup>2</sup>

## V.6. ATMÓSFERA DESPEJADA Y CON OZONO.

### V.6.1 Caso 1

En siguiente experimento numérico que realizamos incluye como gases ópticamente activos al vapor de agua, al bióxido de carbono y al ozono. Para la obtención de las densidades flujos empleamos las expresiones de emisividades y absorptividades discutidas en el capítulo anterior.

Iniciamos con el perfil propuesto en donde la temperatura de la estratosfera es constante (figura 5.4).

Considerando la altura de la tropopausa a 7.5 Km, la convergencia (5.6) se alcanza en el paso 12, cuando la diferencia promedio de las temperaturas en el paso  $T_{i+1}$  y  $T_i$  es de 0.291. Sin embargo, el perfil generado permite para la primera capa estratosférica la convección, ya que la pendiente en esta capa es de  $m = -10.73$ . Por lo tanto se propone al siguiente nivel como la altura de la tropopausa (8.75 Km) y se reinicia el cálculo.

La convergencia (5.6) se alcanza con una pendiente en la primera capa estratosférica de -3.72, con lo que dicho perfil no permite la convección.

En la siguiente figura se ilustran los dos pasos descritos:

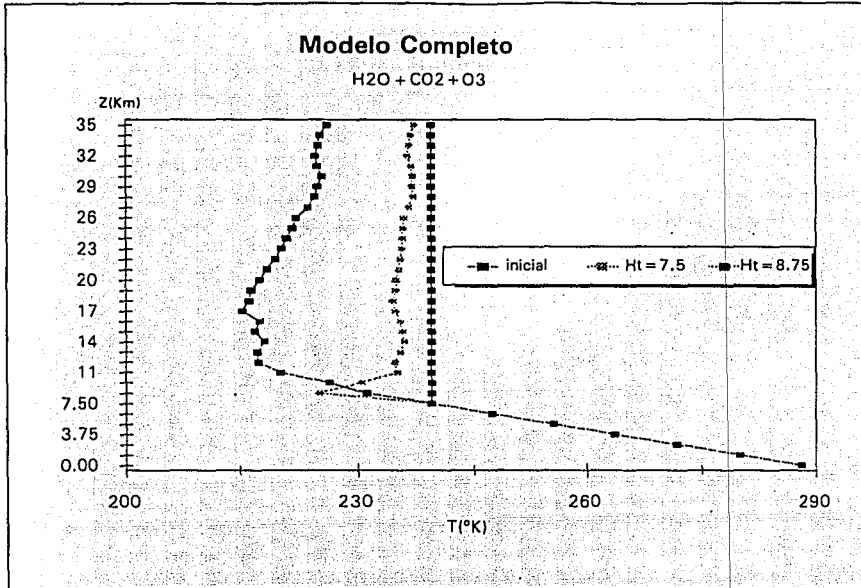


Figura 5.13. Perfiles de Temperatura Inicial y Generados para el caso de una atmósfera con vapor de agua, bióxido de carbono y ozono.

Posteriormente comparamos el perfil generado con el de la US Standard Atmosphere ((tomado de Goody, 1989), comparación que presentamos en la tabla 5.4 y en la figura 5.14:

Tabla 5.4

Z (Km)	T(US) (°K)	T(Mod) (°K)	Z (Km)	T(US) (°K)	T(Mod) (°K)
0	288.15	288.00	16	216.65	217.52
2	275.15	275.00	18	216.65	216.05
4	262.17	262.00	20	216.65	217.51
6	249.19	249.00	22	218.57	219.55
8	236.22	236.00	24	220.56	220.94
10	223.25	226.45	26	222.54	222.13
12	216.65	217.31	28	224.53	224.58
14	216.65	218.08	30	226.51	225.55
			35	226.51	226.22

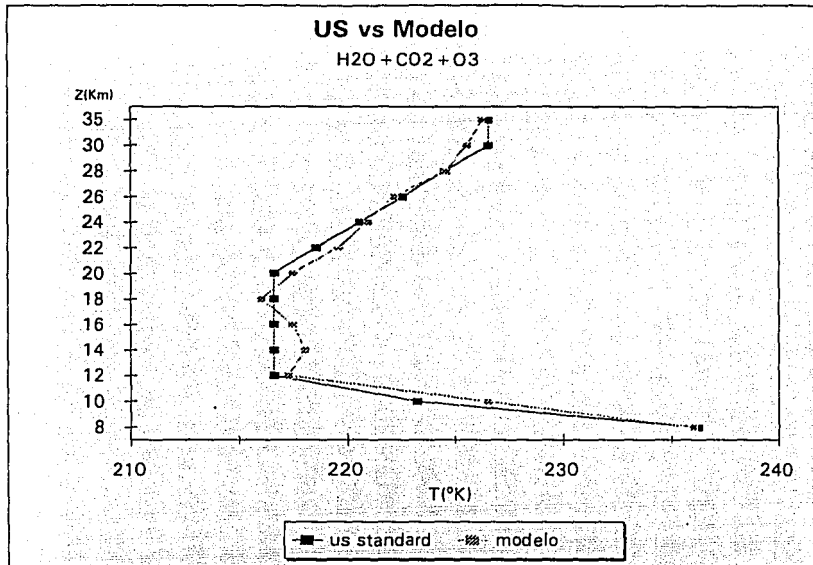


Figura 5.14. Perfiles de Temperatura estratosférica: El generados por el modelo y el propuesto en la US Standard Atmosphere.

La comparación entre el perfil "real" y el generado por el modelo resulta altamente satisfactoria. Podemos observar de la figura 5.14 que existe una zona en donde el perfil "US" sugiere una temperatura constante; De hecho, diferentes modelos al presente tampoco generan ese perfil. En la siguiente figura mostramos algunos perfiles generados, incluyendo la del modelo completo de Ramanathan (1976a):

Con el perfil generado alcanzamos el balance buscado en el tope de la atmósfera, considerando que el flujo en el tope es igual a  $259.42 \text{ W/m}^2$  (tabla 5.1). El valor obtenido para el flujo infrarrojo saliente es  $F = 261.23 \text{ W/m}^2$ , de tal manera que la diferencia expresada en (5.9) es igual a  $1.8 \text{ W/m}^2$ , menor que el límite de  $5 \text{ W/m}^2$  que establecimos aquí como criterio.

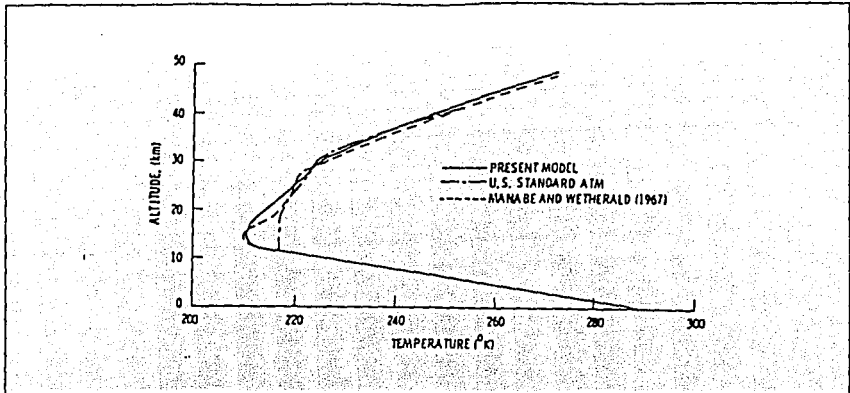


Figura 5.15. Comparación de los perfiles de temperatura para la condición de equilibrio radiativo convectivo. (Ramanathan, 1976a).

Mostramos en la gráfica 5.16 los flujos hacia arriba en la estratosfera, el inicial y el final.

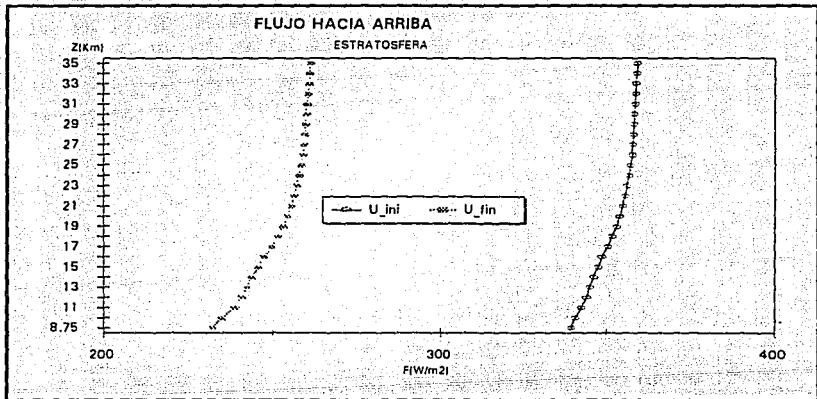


Figura 5.16. Flujos hacia arriba.  $U_{ini}$  es el flujo inicial hacia arriba con la temperatura estratosférica constante.  $U_{fin}$  es el flujo final con el perfil generado cuando  $H_t = 8.75$  Km.

En resumen, para el caso de una atmósfera con los tres gases citados, y buscando la convergencia en el tope con el valor propuesto en la tabla 5.1, encontramos los siguientes resultados relevantes:

Gases	H <sub>2</sub> O ,CO <sub>2</sub> y O <sub>3</sub>
T <sub>s</sub>	288.0 °K
Ht	8.75 Km
dT/dz+6.5 en tropopausa	2.78 °K/Km
F <sup>s</sup>	259.42 W/m <sup>2</sup>
F <sub>tope</sub>	261.23 W/m <sup>2</sup>

### V.6.2 Caso 2

Si se hace converger ahora al flujo en el tope a  $F_s = 234.6 \text{ W/m}^2$  (resultado de la ecuación 5.10 con el albedo igual a 0.31), obtenemos inicialmente todos los resultados anteriores para el modelo completo. Sin embargo, al buscar la convergencia en el tope, resulta que el flujo es igual a  $261.23 \text{ W/m}^2$  (como en el desarrollo anterior), por lo tanto resulta con un exceso de  $26.63 \text{ W/m}^2$ .

Aplicando entonces la ecuación 5.16, obtendremos una nueva temperatura en superficie, igual a  $286.6 \text{ °K}$ . Este resultado es lógico, en tanto que el flujo en el tope que buscamos ahora es menor al del caso anterior.

Resolvemos entonces primero para el cálculo de la tropopausa, resulta, como en el desarrollo anterior, que al analizar la pendiente del perfil de temperatura entre los 7.5 Km y los 8.75 Km, dicho perfil permite aún la convección, en tanto que  $dT/dz + 6.5 = -4.36$ . Entonces, subimos a 8.75 Km la tropopausa propuesta. Es entonces cuando el perfil para la primera capa estratosférica ya no permite la convección, ya que la pendiente resulta ser  $dT/dz = -3.81$ . Este proceso lo ilustramos en la figura 5.17.

Así pues, la tropopausa la fijamos en 8.75 Km. Buscando la convergencia planteada para el flujo en el tope, resulta que con dicho perfil el flujo de onda larga es de  $238.45 \text{ W/m}^2$ , con lo que la diferencia con el flujo solar entrante es de  $+3.85 \text{ W/m}^2$ . Menor que el criterio que establecimos.

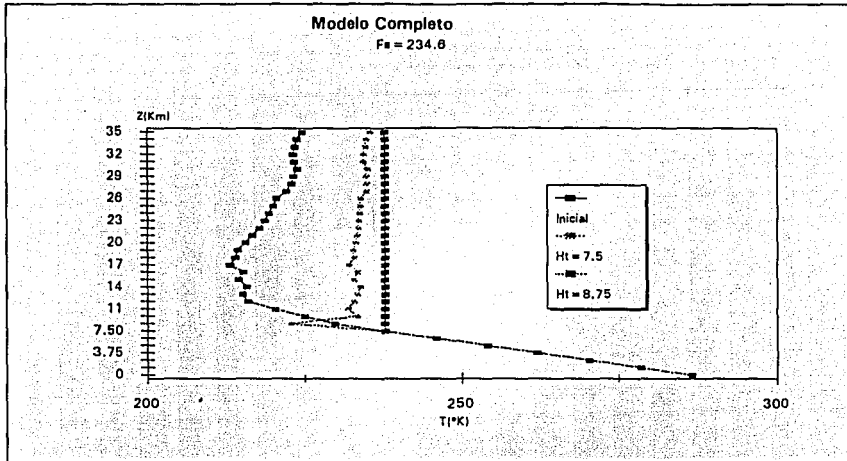


Figura 5.17. Perfis de Temperatura Inicial e Gerados para o caso de uma atmosfera com vapor de água, dióxido de carbono e ozônio. O fluxo no topo convergiu a 234.6 W/m<sup>2</sup>.

Para este caso então, temos os seguintes resultados importantes:

Gases	H <sub>2</sub> O, CO <sub>2</sub> y O <sub>3</sub>
T <sub>s</sub>	286.6 °K
Ht	8.75 Km
dT/dz+6.5 em tropopausa	2.14 °K/Km
F <sup>s</sup>	234.6 W/m <sup>2</sup>
F <sub>tope</sub>	238.45 W/m <sup>2</sup>

Es agora interessante comparar este perfil gerado com o planteado como o padrão (US), e com o que se gerou ao buscar que o fluxo no topo se aproximasse ao planteado na tabela 5.1. Para isso, mostramos a seguinte figura:

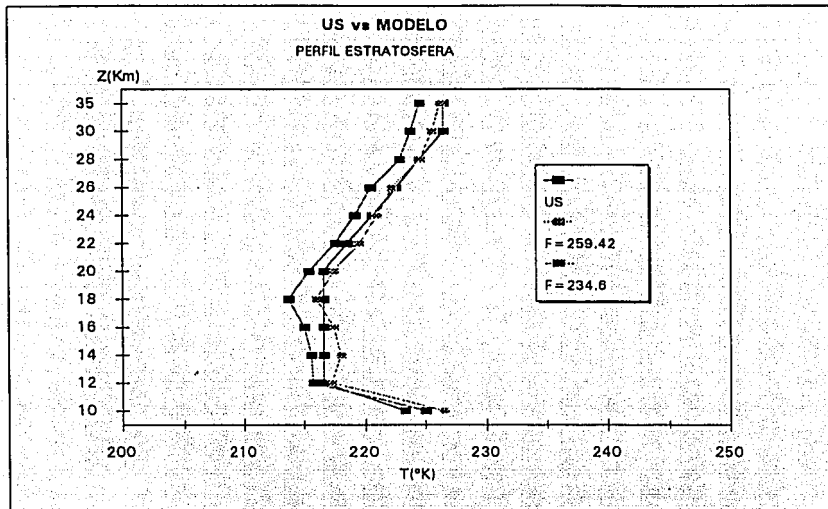


Figura 5.18. Comparación entre la atmósfera estandar y los perfiles de temperatura cuando el flujo en el tope convergió a  $F = 259.42 \text{ W/m}^2$ , y cuando lo hizo a  $234.6 \text{ W/m}^2$ .

Es importante recalcar que en el caso que estamos analizando, la temperatura del perfil señalado como "F=234.6", tiene una temperatura en superficie de  $286.6^{\circ}\text{K}$ . Todo el perfil es más "frío" que la atmósfera estandar (con  $T_s = 288.15^{\circ}\text{K}$ ) y que el primer caso que analizamos del modelo completo, con "F=259.42", que tiene una temperatura en superficie igual a  $288.0^{\circ}\text{K}$ .

Finalmente, mostramos la comparación entre el flujo hacia arriba generado con el perfil inicial, y los dos casos tratados para el modelo completo. La figura siguiente es análoga a la fig. 5.16:

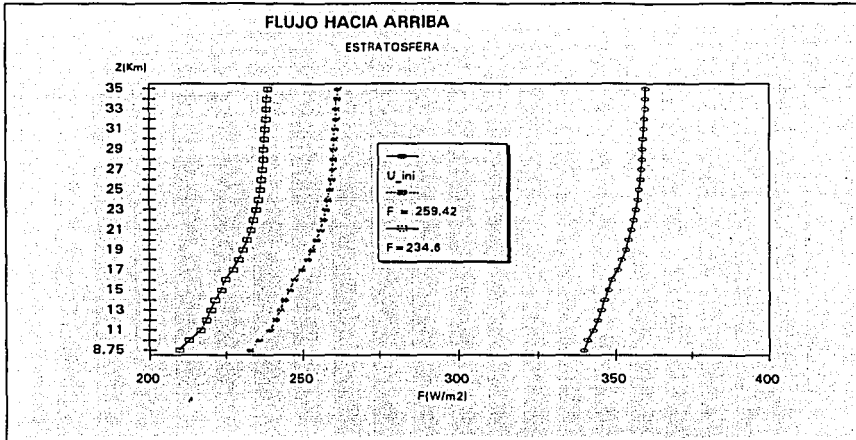


Figura 5.19. Flujos hacia arriba.  $U_{ini}$  es el flujo inicial hacia arriba con la temperatura estratosférica constante.  $F=259.42 \text{ W/m}^2$  indica el valor del flujo al que convergió el primer experimento del modelo completo.  $F=234.6 \text{ W/m}^2$  cuando se buscó la convergencia al flujo solar entrante. En ambos casos  $H_t = 8.75 \text{ Km}$ .

## V. 7 ATMÓSFERA CON UNA NUBE CON UN TOPE EN $Z_T = 6.25 \text{ KM}$ .

Como señalamos en el capítulo IV, la "nube" que incluimos es isotérmica, con una temperatura promedio de la capa determinada por los niveles 5.5 Km y 6.25 Km. Esta última altura será el tope de nuestra nube. La *emisividad* de dicha nube será constante e igual a la cubierta nubosa,  $A_c = 0.446$ . Este valor correspondería, según Stephens (1974) a menos de  $10 \text{ g/m}^2$  en el camino óptico del agua (ver figura 4.2 del capítulo anterior). Por lo dicho anteriormente, en este trabajo no calculamos la emisividad asociada a nuestra nube, sino que la igualamos de manera arbitraria a la cubierta nubosa,  $A_c$ .

Para el cálculo de la contribución de la nube al flujo de onda larga, empleamos expresiones semejantes a las planteadas en el capítulo anterior (4.40 y 4.41). El cálculo lo podemos ejemplificar con el siguiente esquema:



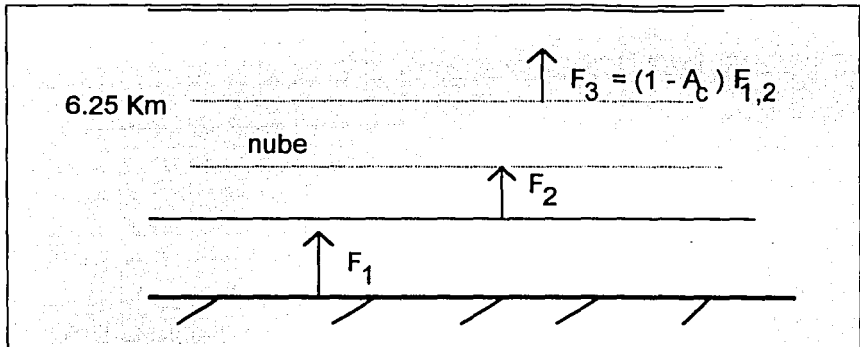


Figura 5.20. Esquemática del cálculo del flujo hacia arriba. En las capas 1 y 2, el flujo lo calculamos como en las secciones V.5 y V.6. Para la capa 3, la contribución de 1 y 2 sólo se verá afectada por el término  $(1-A_c)$ .

Para el caso del flujo hacia arriba, por abajo de la nube éste será calculado igual que en las secciones anteriores de este capítulo. Sólo la contribución de dichas capas a las que se encuentren por encima de la nube (ver fig. 5.15) se verá alterada por el factor  $(1-A_c)$ .

Para la convergencia del flujo en el tope de la atmósfera (35 Km), utilizaremos la expresión 5.10 con el albedo igual a 0.31, esto es, suponemos que el flujo en el tope es igual a  $234.6 \text{ W/m}^2$ .

La temperatura inicial en superficie es  $288^\circ\text{K}$ . De manera análoga a los casos anteriores, suponemos que la estratosfera tiene una temperatura constante. El vapor de agua, el bióxido de carbono y el ozono, son los gases radiativamente activos. Así pues, al "modelo completo", le introducimos la "nube".

Mostramos en la figura 5.21 el flujo hacia arriba. Resalta en la gráfica el efecto de haber introducido una nube a la altura señalada. Los flujos mostrados pueden ser comparados directamente en tanto que para el modelo completo la temperatura inicial fue de  $286.6 \text{ }^\circ\text{K}$ , mientras que en el modelo con nubes la temperatura inicial de  $288 \text{ }^\circ\text{K}$  no fue modificada. La gráfica muestra a la "nube", y como el flujo regresaría a una tendencia normal después de salir de ella.

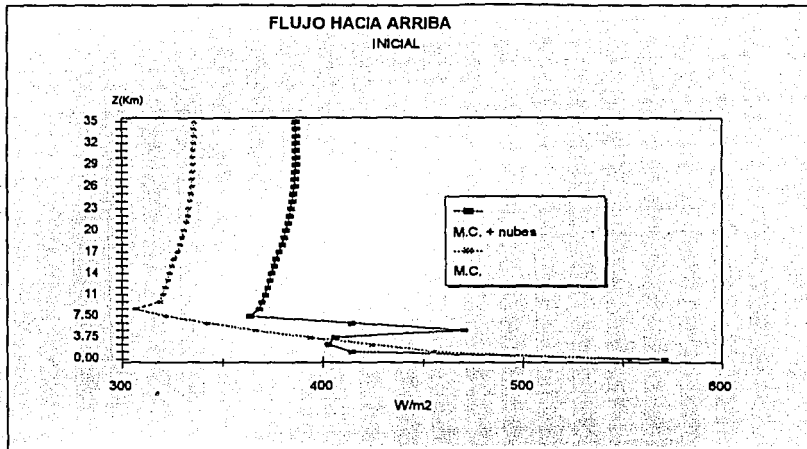


Figura 5.21. Flujos iniciales hacia arriba. M.C. corresponde al flujo hacia arriba del modelo completo. M.C. + nubes corresponde a los flujos hacia arriba en el modelo anterior con una nube a 6.25 Km.

La altura de la tropopausa se fijó finalmente en los 8.75 Km, en donde la pendiente de la temperatura con respecto a la altura de ésta con el siguiente nivel (10 Km) resultó ser de  $-5.698$ , por lo que en dicha capa no se podría dar la convección.

El perfil de temperatura generado lo mostramos en la figura 5.22, comparando con el perfil correspondiente al modelo completo sin nubes y con la US Standard Atmosphere (tomado de Goody, 1989).

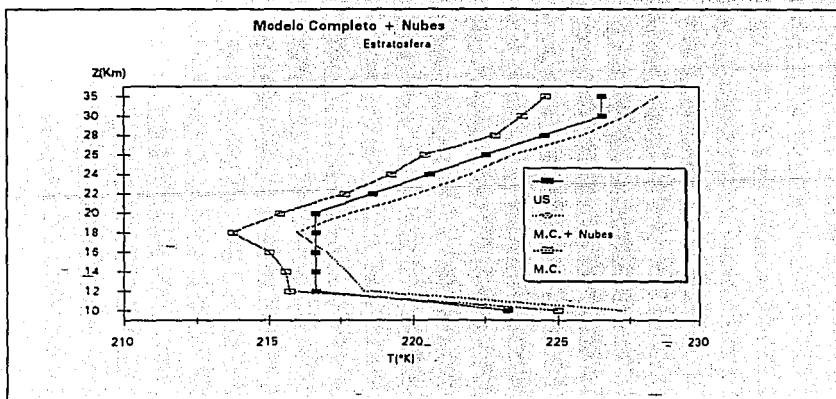


Figura 5.22. Perfiles de temperatura estratosféricos. El modelo completo (M.C.) tiene  $T_s=286.6$  °K. El modelo con nubes (M.C. + nubes) tiene  $T_s=288.0$  °K.

El perfil de temperatura generado muestra una atmósfera es más "caliente" en el caso con nubes que sin ellas. De hecho, en la tabla 5.3 observamos que Ramanathan obtuvo para condiciones semejantes a las nuestras una temperatura en superficie de 291.5 °K. Si bien las diferencias con el modelo completo no son iguales, ya que en su caso  $T_s$  es mayor en 3.5°K que su modelo sin nubes, lo cierto es que en nuestro modelo el efecto de las nubes es análogo, puesto que requerimos de una temperatura mayor para alcanzar el equilibrio en el tope.

El flujo de onda larga saliente de la atmósfera resulta ser de 236.85 W/m<sup>2</sup>, por lo que su diferencia con el flujo solar entrante es de 2.25 W/m<sup>2</sup>. Así, el perfil entonces es consistente con el balance buscado en el tope.

Resumiendo, para el caso del modelo completo con una nube, los resultados relevantes son los siguientes:

Gases	H <sub>2</sub> O, CO <sub>2</sub> y O <sub>3</sub>
Nube	Z <sub>t</sub> = 6.25 Km, Ac = 0.446, e = 0.446
T <sub>s</sub>	288.0 °K
H <sub>t</sub>	8.75 Km
dT/dz+6.5 en tropopausa	1.1 °K/Km
F <sup>s</sup>	234.6 W/m <sup>2</sup>
F <sub>tope</sub>	236.85 W/m <sup>2</sup>

Así pues, aunque el esquema planteado para el cálculo se ha simplificado al no haber resuelto el problema calculando la emisividad asociada a la nube, los resultados son razonablemente satisfactorios.

### V.8 ATMÓSFERA EN LA QUE SE HA DUPLICADO LA CONCENTRACIÓN DE BIÓXIDO DE CARBONO (UN EJEMPLO).

Los experimentos numéricos de duplicación de bióxido de carbono se utilizan para simular condiciones futuras, en las que se prevé un cambio climático a raíz de dicha duplicación. Se considera que el aumento de este gas se ha presentado

consistentemente a partir de la Revolución Industrial (ver figura 5.23), a razón de 1.5 ppm por año (equivalente a 0.48%/año). De continuar esta tendencia, se calcula que la concentración del CO<sub>2</sub> atmosférico alcance los 420 ppm para el año 2035 (Mitchell, 1989).

Estos experimentos se denominan "forzamiento radiativo". En ellos se analiza, bajo condiciones de 2x[CO<sub>2</sub>], el incremento en la temperatura de superficie y, consecuentemente, del perfil atmosférico hasta la estratosfera.

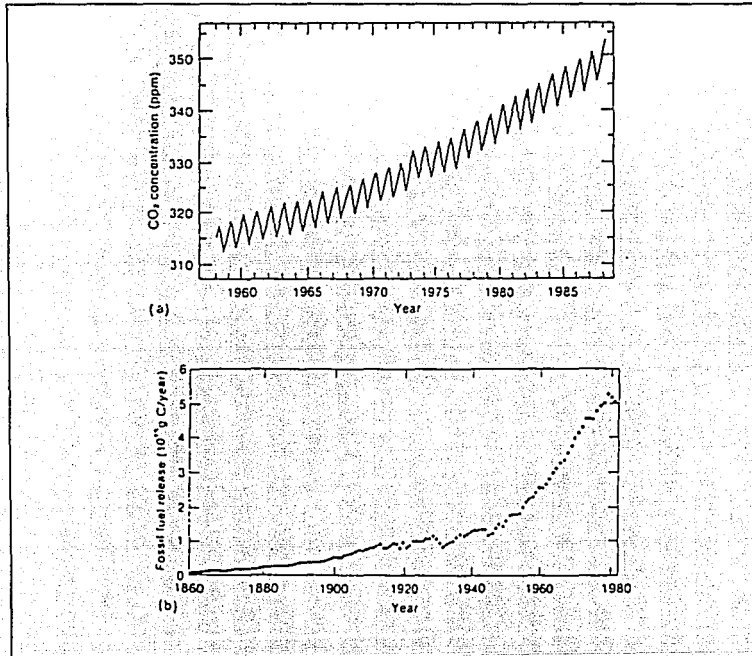


Figura 5.23. (a) Concentración de CO<sub>2</sub> atmosférico en partes por millón (ppm) contra el tiempo (en años) observado en el Observatorio de Mauna Loa, Hawai; (b) Emisiones de CO<sub>2</sub> de combustibles fósiles de 1860 a 1982. (tomado de Mitchell, 1989)

Los cambios en la concentración del dióxido de carbono han sido indicadores de los cambios en el perfil de temperatura de hace miles de años. En la figura 5.24 se observa en la parte superior las variaciones en CO<sub>2</sub> encontradas a diferentes profundidades en el antártico, ilustrando así las diferentes "atmósferas" a lo largo de

Como la concentración de bióxido de carbono ha sido duplicada, siguiendo la ecuación 5.16, encontramos que la nueva temperatura propuesta es de 290 °K. Así pues, existe un incremento en la temperatura superficial igual a 2°K.

Iniciando entonces todo el proceso con esa nueva temperatura en superficie, y aplicando los criterios para encontrar la tropopausa, resulta que ésta se sitúa a los 8.75 Km de altura, en donde  $dT/dz = -3.88 \text{ }^\circ\text{K/Km}$ , por lo que en la primera capa estratosférica no se puede dar la convección. El perfil así generado en la estratosfera se muestra en la figura 5.25 y para resaltar el efecto en superficie, mostramos el perfil de temperatura troposférico (fig. 5.26).

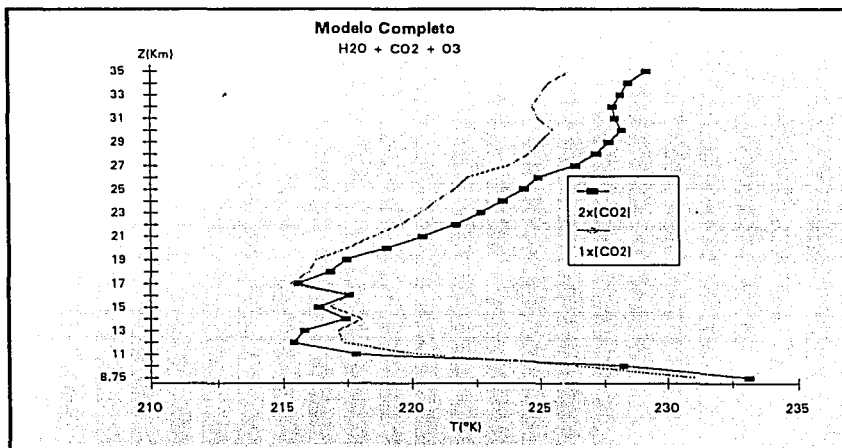


Figura 5.25. Perfiles estratosféricos generados con el modelo completo cuando la concentración de bióxido de carbono es de 320 ppm ( 1x[CO<sub>2</sub>]) y cuando dicha concentración se ha duplicado.

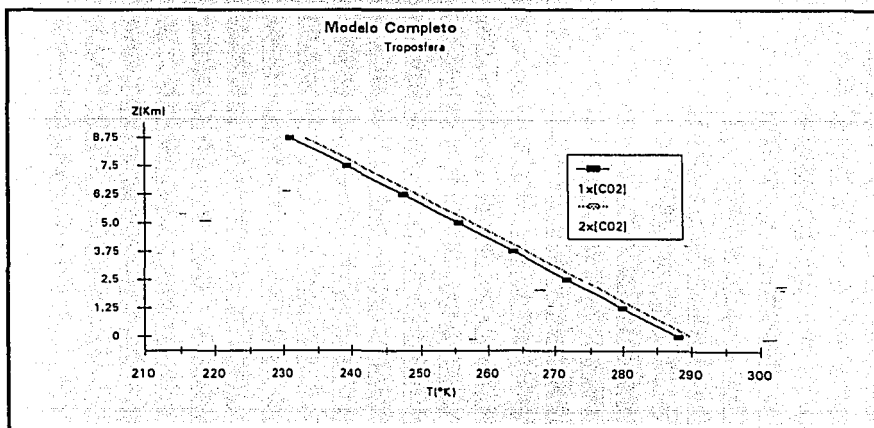


Figura 5.26. Perfiles troposféricos generados con el modelo completo cuando la concentración de bióxido de carbono es de 320 ppm (  $1 \times [\text{CO}_2]$ ) y cuando dicha concentración se ha duplicado.

Como observamos en las figuras anteriores, el perfil generado con el doble de bióxido de carbono es, en general, más "caliente" que en el caso en el que la concentración de este gas sea de 320 ppm.

El flujo de onda larga en el tope para el caso de  $2 \times [\text{CO}_2]$  es de  $260.6 \text{ W/m}^2$ , con lo que la diferencia con el flujo esperado en el tope es de  $1.18 \text{ W/m}^2$ .

Así pues, resumimos los resultados anteriores para este caso en la siguiente tabla:

Gases	$\text{H}_2\text{O}, 2 \times [\text{CO}_2] \text{ y } \text{O}_3$
$T_s$	290 °K
$\Delta T_s$	2 °K
HI	8.75 Km
$dT/dz+6.5$ en tropopausa	2.62 °K/Km
$F^S$	259.42 $\text{W/m}^2$
$F_{\text{tope}}$	260.6 $\text{W/m}^2$

## V.9 Discusión y Conclusiones

El modelo radiativo convectivo desarrollado muestra que con criterios de balance de energía es posible generar la temperatura en superficie, la altura de la tropopausa y la variación vertical de temperatura para la troposfera y la estratosfera.

Para ello, se resuelve la ecuación de transferencia de radiación infrarroja considerando los tres gases fundamentales para este tipo de radiación: el vapor de agua, el bióxido de carbono y el ozono. El método depende fuertemente de las expresiones para las emisiones y absorciones para estos gases. En este trabajo se emplearon modelos empíricos de bandas que introducen las propiedades espectrales como la forma e intensidad de las líneas de absorción en forma de parámetros para intervalos de longitud de onda dados y construyen la transmisividad en términos de ellos y de la temperatura, de la presión y de la concentración de cada gas.

- Los resultados obtenidos son satisfactorios, consistentes con lo esperado. En las gráficas de los resultados finales se muestra que:
- El Modelo muestra la tendencia a disminuir la temperatura estratosférica inicial. Este proceso se debe a que la temperatura constante inicial es alta, particularmente para las primeras capas de la estratosfera. Así, buscando el balance de energía en el tope y en la tropopausa, en todas las capas de la estratosfera se inicia el proceso de enfriamiento, en las últimas este proceso es menos pronunciado que en las capas bajas.
- Resalta en todos los casos el aumento en la altura de la tropopausa para alcanzar el equilibrio radiativo convectivo. Significa esto que la troposfera se tiene que expandir, aumentando entonces la contribución de más capas troposféricas al flujo de onda larga saliente.
- El modelo completo (con los tres gases), produce un perfil de temperatura comparable al de la atmósfera estandar en la estratosfera. Para alcanzarlo temperatura en superficie disminuyó a 286.6°K, aumentando entonces la altura de la tropopausa y aumentando también la importancia relativa de la estratosfera en el flujo de onda larga en el tope.
- Cuando no se alcanzó el balance en el tope y ante un aumento en la temperatura en superficie, el perfil de temperatura estratosférico se enfría más que el obtenido en los pasos anteriores. Esto está relacionado con el balance de energía buscado.

Al aumentar la contribución troposférica, disminuye la correspondiente estratosférica. Particularmente, en este caso se denota el peso que tiene el vapor de agua (que introdujimos únicamente en la troposfera) en el flujo total emergente en el tope.

- El efecto directo de la nube simple que se introduce en el modelo completo, es el de aumentar la temperatura en superficie (de 286.6°K a 288°K), con respecto al modelo completo. El resultado es consistente con la contribución de las nubes bajas al flujo de onda larga.
- Una duplicación del bióxido de carbono aumentó en 2°C la temperatura de superficie inicial propuesta en este experimento (de 288°K a 290°K). Este resultado se encuentra dentro del rango esperado para este tipo de experimentos en todos los modelos climáticos.

Se desprende también de este trabajo que para realizar nuevos experimentos con el modelo sería interesante:

- Desarrollar más ampliamente el modelo de nubes, resolviendo la ecuación de transferencia con condiciones de frontera en la base y tope de la nube.
- Resolver la ecuación de transferencia para la radiación solar o de onda corta. Esto permitiría calcular la contribución de este tipo de radiación en el calentamiento; calcular el albedo y no tenerlo como preestablecido; calcular el efecto de esta radiación en el modelo de nube.
- Introducir gases traza (como el metano) y analizar su contribución a la radiación de onda larga.
- Realizar experimentos con variaciones en la concentración del ozono troposférico, empleando valores que se presentan en las grandes ciudades.



## REFERENCIAS

- Adem, J. 1965. Experiments Aiming at Monthly and Seasonal Numerical Weather Prediction. *Mon. Wea. Rev.* 93: 495-503.
- Adem, J. 1967. Parameterization of Atmospheric Humidity Using Cloudiness and Temperature. *Mon. Weath. Rev.* 95 (2):83-88.
- Adem, J., R. Garduño. 1984. Sensitivity Studies on Climatic Effect of an Increase on Atmospheric CO<sub>2</sub>. *Geof. Int.* 23(1). 17-35.
- Budyko, M.I. 1969. The Effect of Solar Radiation Variations on Climate of the Earth. *Tellus.* 21:611-619.
- Cess, R.D. 1974. Radiative transfer due to atmospheric water vapor: global considerations of the earth's energy balance. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* 14. 861 - 867.
- Chandrasekhar, S. 1950. Radiative Transfer. Dover. New York.
- Conde, C. 1988. Radiación Atmosférica en Superficie. Tesis para obtener el título de físico. Facultad de Ciencias, UNAM. México.
- Edwards, D.K., W.A. Menard. 1960. Absorption by infrared bands of carbon dioxide gas at elevated pressures and temperatures. *J. Opt. Soc. Am.* 50. 617-626.
- Elsasser, W.M., M.F. Culbertson. 1960. Atmospheric Radiation Tables. Meteorological Monographs. *Am Meteor. Soc.* Boston Mass. 23(4).
- Drayson, S.R. 1973. A listing of wave numbers and intensities of carbon dioxide absorption lines between 12 and 20  $\mu\text{m}$ . *Rep. 036350-4-T.* Univ. of Mich., Ann Arbor.
- Goody, R.M. 1964. *Atmospheric Radiation. Vol. I, Theoretical Basis, Oxford Monogr. on Meteorol.* Oxford at the Clarendon Press.
- Goody, R.M. 1964b. The transmission of Radiation through an Inhomogeneous Atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 21. 575-581.
- Goody, R.M.; J.C.G. Walker. 1975. Las Atmosferas. Fundamentos de las Ciencias de la Tierra. Omega. Barcelona.
- Goody, R.M., Y.L. Yung. 1989. Atmospheric Radiation. Theoretical Basis. Second Edition. Oxford University Press

Harshvardhan, Weinman, J. 1982. Infrared Radiative Transfer Through a Regular Array of Cuboidal Clouds. *J. Atmos. Sci.* 39: 431 - 439.

Hess, S.L. 1959. Introduction to Theoretical Meteorology. Henry Holt and Co. New York.

Henderson-Sellers, A., McGuffie, K. 1991. Introducción a los Modelos Climáticos. Ediciones Omega. Barcelona.

Hummel, J.R., Kuhn, W.B. 1981. An Atmospheric Radiative - Convective Model with Interactive Water Vapor Transport and Cloud Development. *Tellus.* 33:372-381.

Kondrat'yev, K. Ya. 1965. Radiative Heat Exchange in the Atmosphere. Pergamon Press. London.

Kondrat'yev, K. Ya. 1969. Radiation in the Atmosphere. Academic Press. New York.

Kiehl, J.T., V. Ramanathan. 1983. CO<sub>2</sub> Radiative Parametrization Used in Climate Models: Comparison With Narrow Band Models and With Laboratory Data. *J. Geophys. Res.* 88:5191-5202.

Krueger, A.J., R.A. Minzner. 1976. A Mid-Latitude Ozone Model for the 1976 U.S. Standard Atmosphere. *J. Geophys. Res.* 81(24): 4477-4481.

Liou, K.N. 1980. An Introduction to Atmospheric Radiation. Academic Press. New York.

Magaña, V. 1994. El Pronóstico del Tiempo para los próximos días, meses, años...*Ciencias.* 35:15-22.

Manabe, S., F. Möller. 1961. On Radiative Equilibrium and Heat Balance of the Atmosphere. *Mon. Wea. Rev.* 89(12): 503 - 532.

Manabe, S., Wetherald, R.T. 1967. Thermal Equilibrium of the Atmosphere with a Given Distribution of Relative Humidity. *J. Atmos. Sci.* 32: 3 - 15.

Manabe, S., Strickler, R.F. 1964. Thermal Equilibrium of the Atmosphere with a Convective Adjustment. *J. Atmos. Sci.* 21: 361-385.

Mitchell, J.F.B. 1989. The "Greenhouse" Effect and Climate Change. *Rev. of Geophys. American Geophysical Union.* 27(1): 115-139.

Oort, A.H., and M. Rasusson. 1971. Atmospheric Circulation Statistics. *NOAA Prof. Pap.* 5, U.S. Dep. of Commer., Washington, D.C.

Paltridge, G.W., Platt, C.M.R. 1976. Radiative Processes in Meteorology and Climatology Developments in Atmospheric Sciences, 5. Elsevier Scientific Publishing Co. New York.

Potter, G. L., Ellsaesser, H. W., MacCracken, M.C., Luther, F.M. 1979. Performance of the Lawrence Livermore Laboratory Zonal Atmospheric Model. *Proc. GARP JOC Study Conference on Climate Models, GARP Publication Series No. 22 (Vol. 2)*, WMO; Geneva. 995 - 1001.

Ramanathan, V. 1976a. Radiative Transfer Within the Earth's Troposphere and Stratosphere: A Simplified Radiative-Convective Model. *J. Atmos. Sci.* 30: 1330-1346.

Ramanathan, V., L..B. Callis, and R.E. Boughner. 1976b. Sensitivity of Surface Temperature and atmospheric temperature to perturbations on stratospheric concentrations of ozone and nitrogen dioxide. *J. Atmos. Sci.* 33 :1092-1112.

Ramanathan, V., Coakley, J.A. 1978. Climate Modeling Through Radiative Convective Models. *Rev. of Geophys. and Space Phys.* 16(4):465-489.

Ramanathan, V., R.J. Cicerone, H.B. Singh, J.T. Kiehl. 1985. Trace Gas Trends and Their Potential Role in Climate Change. *J. Geophys. Res.* 90(D3). 5547-5566.

Rodgers C.L., C.D. Walshaw. 1966. The computation of infrared cooling rate in planetary atmosphere. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 92. 67-92.

Rodgers, C.L.. 1967. The use of emissivity in atmospheric radiation calculations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 93. 43-54.

Rodgers, C.D. 1976. Approximate Methods of Calculating Transmission by Bands of Spectral Lines. NCAR Technical Note. *NCAR/TN-116+1A*. Oxford Univ. Boulder, CO.

Staley, D.O., G.N. Jurica. 1970. Flux emissivity tables for water vapor, carbon dioxide and ozone. *J. Appl. Meteor.* 9. 365-372.

Schneider, S.H., Dickinson, R.E. 1974. Climate Modeling. *Rev. Geophys. and Space Phys.* Vol. 12(3): 447-493.

Stephens, L. G.1984. The Parameterization of Radiation for Numerical Weather Prediction and Climate Models. *Am. Meteor. Soc.* 112: 826 -867.

Wang, W.C., Stone, P.H., 1980. Effects of Ice - Albedo Feedback Mechanism for the Long - Term Stabilization of Earth's Surface Temperature. *J. Geophys. Res.* 86: 9776 - 9782.

Vonder Haar, T. H., V.E., Suomi. 1971. Measurements of the Earth's Radiation Budget From Satellites During Five Year Period. *J. Atmos. Sci.* 28: 305 - 314.

Walshaw, C. D. 1957. Integrated Absorption by 9.6  $\mu$  Band of Ozone. *Quart. J. of the Roy. Meteor. Soc.* **83(357)**: 315 - 321.

Walshaw, C.D., Rodgers, C.D.. 1963. The Effect of the Curtis - Godson Approximation on the Accuracy of Radiative Heating Rate Calculations. *Quart. J. Roy. Meteorol.* **89**. 122-130.

Washington, W.M., Semtner, A.J. jr, Meehl, G. A., Knight, D.J., Meyer, T.A. 1980. A General Circulation Experiment with Coupled Atmosphere, Ocean and Sea Ice Model. *J. Phys. Oceanogr.* **10**: 1887 - 1908.