



**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA**

01168
924

**GENERACION Y ANALISIS DE ESTRUCTURAS JERARQUICAS EN LA
CLASIFICACION DE VARIABLES, SELECCION DE PROYECTOS Y
TOMA DE DECISIONES**

PRESENTA

MARIO ULLOA RAMIREZ

T E S I S

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INVESTIGACION DE OPERACIONES**

DIRECTOR DE TESIS

DR. SERGIO FUENTES MAYA

**CIUDAD UNIVERSITARIA
1995**

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

RECIBI COPIA DE: () TRABAJO ESCRITO
(XXXX) TESIS

DESARROLLADO POR EL ALUMNO: MARIO ULLOA RAMIREZ

PARA PRESENTAR EXAMEN:

() DE ESPECIALIZACION

(XX) DE GRADO

EN INGENIERIA: INVESTIGACION DE OPERACIONES

	FIRMA	FECHA
PRESIDENTE:	DR. JOSE JESUS ACOSTA FLORES	3-X-95
VOCAL:	DR. SERGIO FUENTES MAYA	3-X-95
SECRETARIO	DR. GABRIEL DE LAS NIEVES SANCHEZ GUERRERO	2 oct. 95
SUPLENTE:	M EN I. RICARDO ACEVES GARCIA	3 oct-95
SUPLENTE:	DR. MIGUEL ANGEL GUTIERREZ ANDRADE	11-oct-95

APROBACION DEL TRABAJO O DE TESIS POR EL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS

PROMEDIO EN CREDITOS 12 (DOCE)

BJS*jac.

AGRADECIMIENTOS

La realización del presente trabajo fue posible gracias a la participación de un grupo de personas de reconocida capacidad intelectual y alto nivel académico. Todas ellas aportaron en su momento una serie de recomendaciones producto de su experiencia, con ellas se sustentó una buena parte del contenido de este documento. A todos les debo la culminación de este esfuerzo. Disculpándome por la omisión involuntaria de alguno, deseo expresar un especial reconocimiento a los siguientes:

Al Dr. **SERGIO FUENTES MAYA**, quien brindó a mi persona un gran apoyo a través de sus enseñanzas a lo largo de este posgrado y como Director del presente trabajo.

Al Dr. **FRANCISCO CASANOVA DEL ANGEL**, experto en Análisis Estadístico Multidimensional, en virtud de que con su inapreciable apoyo y asesoría fue posible orientar el trabajo hacia los objetivos que me propuse alcanzar con el mismo.

**A: CONCEPCION REGALADO RODRIGUEZ,
RAFAEL MANUEL ACUÑA BARRERA,
JORGE EDUARDO CEBALLOS VAZQUEZ,
DELFINO LOPEZ MORGADO y
JESUS MANUEL SANCHEZ GONZALEZ**

Todos ellos estudiantes de la Maestría en Administración y Economía de los Hidrocarburos que se imparte en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura del Instituto Politécnico Nacional, quienes con su experiencia profesional en la industria petrolera, colaboraron en el caso de estudio relacionado con la selección de un proyecto de perforación de un pozo petrolero.

Al Ing. **VICTOR JUAREZ NERI**, quien con su dominio de las técnicas de la computación hizo posible el diseño y la inclusión de las tablas y gráficas que ilustran el trabajo.

Al Prof. **FERNANDO HERNANDEZ ROSAS**, cuyas aportaciones en la revisión y corrección de estilo dieron forma al trabajo.

A:

**La UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO,
el INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL, y a la
UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA**

Centros de estudios educativos de vanguardia, instituciones comprometidas con el pueblo para garantizar la formación de las generaciones que habrán de conducir al país hacia metas más promisorias.

DEDICATORIAS

A mi madre, con respeto, amor y gratitud.

Por ejemplo que nos ha prodigado de gran valor, de trabajo infatigable, de superación constante y de profundo amor por la familia.

A María Luisa, con el delirio del primer día.

Por compartir vida y sueños juntos, por tanto tiempo.

A Mariana Maryam,

Mario Luis, y

Mario Andrés,

con la alegría de mi niñez.

Por ser motivos de preocupaciones y disgustos, pero también de alegrías y satisfacciones, y siempre de orgullo y ... de esperanzas.

A mis hermanos : Juan Manuel, Ana María Yolanda, Miguel Ángel e Irma Leticia. Y a todos mis sobrinos, con entrañable aprecio. Por el invaluable apoyo que representan en nuestras vidas y que día con día nos brindan.

A ellos y a todos nuestros amigos y seres queridos, gracias.

Por ser y estar ... siempre.

CONTENIDO

	PAG.
I. RESUMEN Y SUMMARY	1
II. INTRODUCCIÓN	2
III. PROPÓSITO	5
IV. MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL	
IV.1: LAS ESTRUCTURAS JERÁRQUICAS	6
IV.2: ANÁLISIS MULTIVARIADO	15
IV.3: ANÁLISIS DISCRIMINANTE	15
IV.4: COMPONENTES PRINCIPALES	24
V. GENERACIÓN DE ARBORESCENCIAS JERÁRQUICAS	
V.1: MÉTODO DE ELEMENTOS	42
V.2: CLASIFICACIÓN JERÁRQUICA	53
VI. APLICACIÓN DE JERARQUÍAS	
VI.1: MÉTODO DE SAATY PARA LA TOMA DE DECISIONES	63
VI.2: MÉTODO DE SAATY PARA LA SELECCIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.	73
VI.3: MÉTODO DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LOS INDICADORES DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.	78
VII. ESTUDIOS DE CASOS	
VII.1: SELECCIÓN DE UNA PROPUESTA PARA ASIGNAR EL CONTRATO DE PERFORACIÓN DE UN POZO PETROLERO, EMPLEANDO LA TÉCNICA DE JERARQUIZACIÓN ANALÍTICA: UN CASO EN LA SONDÁ MARINA DE CAMPECHE.	82
VII.2: JERARQUIZACIÓN DEL TABULADOR DEL PERSONAL ACADÉMICO DE UNA INSTITUCIÓN EDUCATIVA, EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS.	96
VII.3: CLASIFICACIÓN JERÁRQUICA DEL DESEMPEÑO ACADÉMICO DE UNA SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO.	115
VIII. CONCLUSIONES	126
REFERENCIAS	128
ANEXOS	135

SUMMARY

This study is based in a review of the hierarchical structures in general and mainly when dealing with a decision making problem, projects evaluation or clasification of variables.

Saaty's AHP technique is used to exemplify the applying of hierarchical structures in a decision making problem or projects selection.

There are several methods in the generation of hierarchical arborescences; two methods illustrate clearly this variety, they are the methods of elements and the method of ascendent hierarchical clasification whose theoretical foundation is based in the graphos theory and multidimensional statistics analysis.

Two problems linked with the education sector are analyzed from the perspective of a hierarchical structure as case studies.

A third case study is analized applying Saaty's AHP technique to the selection of a proposal to asign the perforation of an oil well.

RESUMEN

En el presente trabajo se parte de una revisión sobre las estructuras jerárquicas en general y en especial cuando se trata de un problema de toma de decisiones, evaluación de proyectos o clasificación de variables.

Para ejemplificar la aplicación de estructuras jerárquicas en un problema de toma de decisiones o selección de proyectos se utiliza la técnica AHP de Saaty.

En la generación de arborescencias jerárquicas existen diversos procedimientos. Dos métodos que ilustran claramente esta gama son el Método de Elementos y el Método de Clasificación Jerárquica Ascendente, cuya sustentación teórica radica en la Teoría de Grafos y el Análisis Estadístico Multidimensional.

Como estudios de caso, dos problemas vinculados con el Sector Educativo son analizados desde la perspectiva de una estructuración jerarquizada. Como un tercer caso de estudio, la selección de una propuesta para la perforación de un pozo petrolero, es analizada a partir de la técnica AHP de Saaty.

II.- INTRODUCCION.

Las estructuras jerárquicas han venido desempeñando un papel preponderante durante mucho tiempo, particularmente en el diseño, planeación, toma de decisiones y análisis de sistemas, principalmente de aquellos sistemas complejos, y prácticamente han abarcado todas las disciplinas existentes, como lo demuestran una gran cantidad de trabajos e investigaciones realizadas en distintos campos de las ciencias naturales y sociales, en el diseño y construcción de máquinas y artefactos, en la computación y en la elaboración de todo tipo de lenguajes.

Se dice que las estructuras jerárquicas son una creación humana, aunque en los fenómenos naturales se presentan ordenamientos que no dependen de la participación del hombre y en donde la acción recíproca es la que predomina, en lugar de la unilateral. La comprensión de muchos de estos procesos requiere, sin embargo, de la aplicación de sistemas jerarquizados que toman en cuenta los factores intrínsecos y las relaciones entre todos los componentes de las mismas.

La mente humana, con el propósito de interpretar el cúmulo de conocimientos provenientes del exterior, recurre a una acción del pensamiento tratando de ponerlos en orden, estructurándolos jerárquicamente. Pero a pesar de la gran cantidad de estudios que se han realizado, en donde las estructuras jerárquicas tienen predominio, jerarquizando sus elementos y objetivos, o que de una manera cotidiana se realiza un ejercicio de esta naturaleza, la realidad es que la mayoría de las veces se hace de una manera intuitiva, lo que suele ocasionar la inclusión de restricciones innecesarias, o hacer omisiones importantes, o bien elaborar estructuras que no llegan a establecerse perfectamente, dejando relaciones sueltas, indefinidas o hasta contradictorias.

Este tipo de consideraciones resalta la importancia de los estudios de las estructuras jerárquicas, tanto de su parte conceptual, como de la analítica o matemática. Cuando se profundiza, por ejemplo, en un problema de toma de decisiones, las jerarquías asumen un carácter especial, dado que la característica principal de este tipo de problemas, es el tiempo limitado con el que hay que actuar.

El término jerarquía, que ya existía desde los antiguos griegos, ha ido evaluando, desde un significado mítico, que implicaba la existencia de una relación de mando de gobernante a gobernado, hasta la de una interpretación y aplicación mucho más amplia y práctica, la relación que se establece entre los elementos de la jerarquía es simplemente una relación de orden parcial o entre niveles de conjuntos de éstos. Esta

relación que puede entenderse de subordinación, requiere que se cumpla con la transitividad entre los elementos constitutivos, y que la relación de subordinación pueda definirse de una manera única; por ejemplo, de valores estéticos, morales, cognoscitivos, etc., de acuerdo al área a la que pertenezcan y al propósito, enfoque o corriente que se está tratando.

En la primera parte de este trabajo (Cap. IV) se hace una revisión teórico-conceptual de las estructuras jerárquicas en general, y de manera especial a la toma de decisiones. También se hace una presentación resumida de los temas de estadística multivariada: análisis discriminante y componentes principales, como elementos sustantivos de las técnicas que posteriormente serán desarrolladas.

En una segunda parte (caps. V y VI), se muestran dos métodos para generar arborescencias jerárquicas: el método de Elementos y el método de Clasificación Jerárquica Ascendente y como un tercer procedimiento el método AHP de Saaty, que es explicado y enfocado a los problemas de toma de decisiones y a la selección de proyectos de inversión. Aún cuando las técnicas aquí vistas son presentadas de manera independiente, al aplicarse a los estudios de caso, pueden apreciarse las diferencias entre ellas, así como su posible vinculación.

Como estudios de casos, dos problemas del sector educativo son abordados: uno que trata acerca del tabulador de promoción del personal académico, y un segundo que analiza el desempeño académico de una unidad de estudios de posgrado. En el primero, el método de análisis aplicado es el de Elementos, logrando darle al tabulador una representación gráfica arbórea, obteniéndose una mayor claridad de la estructura general del sistema, así como las relaciones entre sus elementos, se obtiene así una agrupación de éstos y la distribución estadística en clases jerárquicamente estructuradas y por niveles.

Un tercer caso de estudio, trata de la problemática de seleccionar una propuesta para la perforación de un pozo petrolero. El método de análisis empleado es la Técnica AHP de Saaty; la cual parte de la estratificación por niveles de los objetivos, manteniendo en la parte superior al objetivo principal, y en la más baja, las distintas propuestas. El procedimiento permite dar una medida de la relevancia de cada propuesta respecto de los objetivos de los niveles superiores, incluyendo al principal, y con esto se aporta un elemento importante en la toma de decisiones para seleccionar la propuesta más adecuada.

Las distintas técnicas aquí propuestas tienen como patrón la taxonomización de las variables, o conjuntos de variables, estructuradas y representadas mediante

arborescencias jerárquicas. Todo de acuerdo con el área del conocimiento en que se defina el problema y al criterio o criterios establecidos en este contexto para definir de una manera única una relación de subordinación de sus elementos.

Otro de los objetivos de este trabajo es mostrar las ventajas que pueden representar las estructuras jerárquicas en el desarrollo de herramientas para apoyar la toma de decisiones en la planeación, diseño y análisis de sistemas, principalmente cuando éstos son complejos, o se cuenta con un tiempo muy limitado para su aplicación.

Dos aspectos fundamentales en las estructuras jerárquicas son el conceptual y el analítico o matemático. En ambos casos, aún cuando el desarrollo ha sido notable en los últimos años, en realidad poco es lo que se ha alcanzado, quedando todo un campo inmensamente grande por explorar, con interesantes y atractivas posibilidades. Ojalá este sencillo trabajo logre despertar el interés entre los investigadores interesados en estos problemas.

III. PROPÓSITO.

El propósito de esta tesis es desarrollar procedimientos para generar y analizar estructuras jerárquicas, como herramientas básicas para el Administrador, el Planificador, el Economista y en general para todo aquel que tiene que analizar un sistema para tomar una decisión o un conjunto de decisiones.

Cuando los sistemas son muy desarrollados y el tiempo es limitado, la jerarquización de éstos puede resultar fundamental en la comprensión, análisis, síntesis y propuestas de solución de los mismos. En este sentido, las aplicaciones de los métodos propuestos, tendrán el doble propósito de ilustrar la utilidad de la técnica, con el análisis de algunos problemas de interés actuales de nuestros centros de trabajo.

Petróleos Mexicanos, la principal empresa en el desarrollo estratégico del país, con su nueva estructura y bajo el marco normativo de la ley de Adquisiciones contrata servicios a través de la realización de concursos, sin embargo en ocasiones los criterios de selección no son del todo satisfactorios por carecer de una metodología objetiva que la sustente. Por lo tanto, como un propósito específico de este trabajo es proponer una metodología de selección de proyectos a partir de la jerarquización de objetivos, con la participación de conocedores de la problemática, en este caso trabajadores de Petróleos Mexicanos estudiantes de la Maestría en Administración y Economía de los Hidrocarburos del Instituto Politécnico Nacional, lugar donde presto mis servicios como profesor-investigador.

Otro caso que reviste especial interés tiene que ver con las universidades: es indudable que las universidades desempeñan un papel preponderante en la transformación del país y que los retos que enfrentan son cada día más complejos y urgentes de prontas soluciones; los nuevos métodos y sistemas de enseñanza, así como los problemas que plantea la sociedad implican la elaboración de planes de estudio adecuados a ellos y desde luego una buena organización de las actividades de cada uno de sus individuos; estudiantes, profesores y trabajadores en general. De gran trascendencia creemos que puede resultar si se logra una correcta jerarquización de sus actividades y objetivos. Y es con esta intención que otro propósito de este trabajo es aplicar los métodos vistos en la solución de problemas como los mencionados.

IV. MARCO TEORICO CONCEPTUAL.

IV.1: LAS ESTRUCTURAS JERARQUICAS.

La palabra "jerarquía" proviene del griego hierarkhes: hier (sagrado) + arkhes (mando, poder, gobernante).

Jerarquía "orden de autoridad o de capacidad": latin medieval hierarchia (autoridad de un sacerdote).

Estructura "distribución y orden de los elementos o partes, organización": del latin estructura "**estructuras**" de structus, participio pasivo de struere "disponer, arreglar, construir" y ura "resultado".

Las estructuras jerárquicas corresponden a una acción del pensamiento, que intentan poner en orden el cúmulo de información proveniente del exterior.

Así se genera el conocimiento, ya que, como lo indican Maryvone Logeart y Gilbert Ross: (A critique of taxonomical aproach in structured object representation of abstract conceptual systems, trabajo presentado en la conferencia de Versalles, Francia en el Institute de Recherche en Informatique et en Automatique, septiembre, 1991), "El proceso epistemológico parte de la representación de los objetos mediante palabras o enunciados, para llegar a los conceptos que son a su vez representaciones totales, esta hipótesis está basada en el hecho de que el análisis y la representación de los sistemas filosóficos vienen antecedidos de la comprensión que se da dentro de las diversas formas que utiliza la gente para conceptualizar varios aspectos de sus experiencias y que el proceso de conceptualización es más fácil si se integra a un sistema de jerarquías, que si se presenta como un conocimiento derivado del sentido común.

El término jerarquía, que ya existía desde la época de los griegos ha ido evolucionando; en un principio éste implicaba la existencia de una relación de mando, es decir, de gobernante a gobernado; actualmente el significado de jerarquía o estructura jerárquica tiene una connotación más amplia y más práctica, la relación que se establece entre los elementos de la jerarquía es simplemente una relación de orden parcial o total entre éstos o entre niveles de conjuntos de éstos.

Las estructuras jerárquicas durante mucho tiempo han venido desempeñando un papel muy importante en el diseño, planeación y análisis de sistemas, principalmente cuando se trata de sistemas complejos; y podría decirse que prácticamente han abarcado todas las disciplinas existentes, como lo demuestran una gran cantidad de investigaciones realizadas en los distintos campos de las ciencias naturales, de las ciencias sociales, en

la computación, etc. Y aún cuando difícilmente podría encontrarse en la naturaleza un sistema con una estructura absolutamente jerárquica, resulta muy conveniente desde un punto de vista metodológico considerar una estructura de este estilo para su estudio. Esto ha llevado a considerar que las estructuras jerárquicas son creaciones del hombre, como es el caso de los sistemas de organización de una empresa, de un régimen militar, o de los lenguajes de computación.

Dos aspectos fundamentales en las estructuras jerárquicas son el conceptual y el analítico o matemático. En ambos casos, aún cuando el desarrollo ha sido notable en los últimos 25 años, ninguna de las partes puede considerarse completa o terminada, por el contrario, en algunos casos la teoría está en proceso de revisión, y en otros es muy poco lo alcanzado como se verá más adelante.

Este capítulo estará dedicado a la parte conceptual, donde de una manera general se verán algunos de los planteamientos que hacen algunos de los principales investigadores que más han contribuido al desarrollo formal de la teoría de las estructuras jerárquicas.

En los siguientes capítulos se analizarán algunos métodos matemáticos relacionados con el tema; donde la teoría de gráficos ocupa un lugar preponderante en el estudio de la teoría de las estructuras, y donde la representación gráfica de las estructuras jerárquicas suele hacerse con gráficas dirigidas.

Empezaremos por citar algunos autores:

Platón y Aristóteles ya empleaban y hacían uso del término jerarquías, posteriormente y por citar a algunos renombrados investigadores, tenemos a Newton (1705), Lambert (1761), Fournier y d'Albe (1907) que formularon ciertas conjeturas cuantitativas acerca de la estructuración jerárquica del universo físico, Comte (1854) se ocupaba de la "jerarquía de las ciencias", Bowen (1846) filia una "jerarquía de conceptos". A .Cayley (1857-1875) en sus trabajos sobre las formas analíticas de las estructuras jerárquicas les llamó árboles.

Entre los autores contemporáneos que más han contribuido a la formalización teórica de las jerarquías es Mario Bunge (1), el señala que al parecer las jerarquías son una invención humana: que en la naturaleza la acción recíproca es la que predomina, en lugar de la unilateral. Que en la física y en la biología no se encuentran casos claros de jerarquías. Y agrega que todo sistema taxonómico es una jerarquía, pero que tal clasificación no es un sistema concreto individual, sino un sistema de conceptos (conjuntos) unidos entre sí por la relación de inclusión, y que es posible considerar

como una jerarquía cualquier célula y sus descendientes mientras que la relación entre los conjuntos no se entienda como de dominación sino como la de "engendrar", "producir" o "dar origen a". En resumen, que la dominación unilateral parece ser una creación humana.

Bunge define una estructura de niveles como una familia de conjuntos considerados homogéneos y relacionados entre sí. Si la relación existente entre los conjuntos o niveles es una relación de dominación antisimétrica, la estructura de niveles es una jerarquía.

M. D. Mesarovich y D. Macko (2), plantean tres conceptos básicos de jerarquías: 1) las jerarquías descriptivas, cuyos niveles (llamados estratos) lo son de descripción o de abstracción; 2) los sistemas decisorios de capas múltiples, cuyos niveles llamados capas son sucesos secuenciales de un proceso de toma de decisiones y 3) los sistemas de metas múltiples y niveles múltiples.

Respecto del primer concepto, los principios son autónomos en cada estrato, en el segundo caso, cada estrato especifica restricciones que afectan al funcionamiento de los estados subsiguientes y en el tercer concepto, los subsistemas en iteración permiten realizar tareas que exceden la capacidad de las unidades que los forman.

Otro aspecto que señalan, es el de la coordinación como problema característico de los sistemas jerárquicos: ya que cuando se quiere describir, clasificar o simplemente estudiar a una sistema complejo, es prácticamente imposible considerar todos los aspectos que lo componen y una forma de hacerlo es mediante una estructuración jerárquica; ésto es, describir el sistema mediante una familia de módulos, cada uno de los cuales se ocupe de su comportamiento mirado desde un nivel de abstracción distinto. Entonces para cada nivel existe un conjunto de rasgos, variables, leyes y principios pertinentes mediante los cuales se describe el sistema en cuestión, y donde cada nivel se considere independiente de los demás niveles. A este sistema se le llama sistema estratificado.

En las ciencias naturales -afirman- abundan los ejemplos de sistemas estratificados, por ejemplo, los organismos vivos se pueden estudiar a los niveles molecular, celular, de órganos y de la totalidad del organismo y que aunque nunca está plenamente justificado desacoplar completamente entre sí los niveles, la suposición de que exista tal desacoplamiento permite llevar a cabo con considerable pormenor el estudio del comportamiento del sistema en un estrato cualquiera; más que el pasar por alto la interdependencia entre estratos de origen a una comprensión incompleta del comportamiento de la totalidad del sistema.

Como ejemplos de descripción estratificada hecha por el hombre, mencionan a una computadora electrónica, donde la descripción de su funcionamiento puede hacerse valiéndose de por lo menos dos estratos: el de las leyes físicas que describen el funcionamiento e interconexión de sus partes constitutivas, y el del tratamiento de ciertas entidades no físicas abstractas, tales como números, dígitos o secuencias informatorias.

Una planta industrial completamente automatizada, puede describirse desde tres estratos: el del tratamiento físico de los materiales y de la energía, el del control y tratamiento de la información y el del aspecto económico.

Como características generales de la descripción estratificada de sistemas, se señalan:

1) La elección de los estratos en que se describa un sistema dado depende del observador, de sus conocimientos acerca del funcionamiento de aquel, e interés por él.

2) Las circunstancias no están regularmente relacionadas entre sí, y los principios o leyes que se utilicen para caracterizar el sistema en un estrato cualquiera no pueden deducirse, en general, de los principios que se empleen en otros estratos.

3) Existe una interdependencia asimétrica entre los funcionamientos de un sistema dado en los distintos estratos. Para que el sistema funcione debidamente en un estrato determinado, todos los estratos que se encuentren bajo él han de funcionar correctamente.

4) Cada estrato posee su propio conjunto de términos, conceptos y principios; y para cada estrato es distinto lo que se considera ser el sistema y sus objetos. Además, existe una jerarquía de objetos y de lenguajes (en los que describen aquellos). Por regla general, la descripción propia de un estrato cualquiera es menos detallada que la correspondiente a estratos inferiores.

5) Partiendo de un estrato cualquiera dado, la comprensión del sistema aumenta al ir cruzando estratos: cuando se desciende en la jerarquía se obtiene explicaciones más detalladas, mientras que cuando se asciende por ella se adquiere una comprensión más profunda de su significación.

Concluyen que para comprender debidamente sistemas complejos, la jerarquización es fundamental. Que al principio se puede confinar la atención a un solo estrato, que dependerá de los intereses particulares y de la experiencia que se tenga, y luego dilatar la comprensión de su significación, o de su explicación, desplazándose hacia arriba y hacia abajo de la jerarquía.

IV.1.1: LAS ESTRUCTURAS JERÁRQUICAS EN LA TOMA DE DECISIONES.

Dos rasgos característicos que se presentan cuando se tiene que tomar una decisión son :

- 1) actuar sin pérdida de tiempo, y
- 2) tomar el tiempo necesario para comprender mejor la situación.

Considerando que con frecuencia no se dispone más que de un tiempo limitado para tomar una decisión y que el problema en cuestión no es simple, entonces un enfoque jerárquico donde el problema original se descompone en un conjunto de subproblemas decisorios, cuyas soluciones se buscan sucesivamente puede ser el procedimiento apropiado: la solución de un problema cualquiera de la secuencia determina y fija algunos de los parámetros del siguiente, con lo cual este último quedará completamente especificado, y podría abordarse su solución; de este modo se substituye la solución de un problema decisorio complejo por la de una familia de subproblemas más sencillos, dispuestos en sucesión, de tal modo que la solución de todos los subproblemas dichos implique la del problema inicial.

Newel, Shay y Simon (1959) desarrollaron un sistema decisorio para la demostración de teoremas mediante el uso de la computadora mediante una programación heurística y un procedimiento jerárquico. El problema planteado cae dentro de la esfera de la inteligencia artificial y el procedimiento consiste en poner el problema en términos de una ecuación, la cual mediante una serie de transformaciones llevan a una identidad a los miembros de la ecuación; cosa que se intenta mediante un sistema de capas múltiples.

IV.1.2: SISTEMAS JERARQUICOS DE METAS Y NIVELES MÚLTIPLES.

Los sistemas jerárquicos de metas y niveles múltiples se caracterizan por tener varias unidades decisorias del sistema que tienen metas en conflicto; y que en cierto sentido y hasta cierto punto son necesarios para que el sistema funcione en su totalidad de manera eficaz.

Ejemplos de sistemas jerárquicos de metas y niveles múltiples pueden encontrarse fácilmente en la biología, pero los casos más representativos y genéricos pueden verse en las organizaciones humanas instituidas (1). Esta clase de estructura ha sido importante y ha desempeñado un papel fundamental en obras de gran trascendencia para la humanidad, pues como Arrow ha señalado.

"Entre las innovaciones humanas, una de las mayores y primeras es la de valerse de una organización para lograr sus fines. Aún no contando con otros elementos de juicio, sabemos que han sido necesarios unas complejas organizaciones para llevar a cabo grandes tareas constructivas: ciudades planificadas como Nora o Kyoto, y monumentos como las pirámides... En lo que se refiere a fines menos materiales, sabemos de la organización del Imperio incaico del Perú, en el que un Estado muy complejo y extendido se administraba de forma sumamente sistemática empleando una tecnología tan pobre que carecía de la escritura y de la rueda". Y como señalan M. Mesarovic y D. Macko (2). "Verdaderamente, gran parte de los problemas sociales con que nos enfrentamos pueden retrotraerse a nuestro desconocimiento de como montar un entorno organizatorio y como comportarnos en él".

Para conceptualizar este tipo de jerarquía es necesario que:

- 1) el sistema consista en una familia de subsistemas en interacción cuya existencia se reconozca explícitamente,
- 2) algunos de estos subsistemas se definen como unidades de (toma) decisión, y
- 3) las unidades de decisión estén dispuestas jerárquicamente, en el sentido de que otras unidades decisorias influyan en algunas de ellas o las manden. Es posible formalizar tales relaciones entre subsistemas, proceso que conduce a una relación de ordenación parcial entre éstos.

Mesarovic, Macko y Takahara, señalan entre otras cosas, las siguientes razones acerca de las ventajas que ofrecen los sistemas jerárquicos de niveles múltiples:

- 1) integración de un sistema global, con sentido, de la familia (ya dada) de subsistemas independientes pero en interacción mutua;
- 2) utilización de unidades de tamaño físico limitado para llevar a cabo una tarea que excede la capacidad de toma de decisiones de cualquiera de ellas;
- 3) eficiencia en la utilización de recursos totales de que se disponga: si se emplea un enfoque de niveles múltiples, podría efectuarse la tarea dada como una utilización más reducida de espacio o de tiempo, y
- 4) fiabilidad y flexibilidad, pues el efecto de una alteración local no se propaga tan fácilmente por todo el sistema.

En las estructuras jerárquicas de niveles múltiples lo esencial está en que a las unidades decisorias se les confiera cierta libertad de acción y por lo tanto se debe establecer un reparto apropiado de la tarea de toma de decisiones entre las unidades de distintos niveles. Por lo tanto para la disposición jerárquica de las unidades decisorias en un sistema se pueden establecer las siguientes categorías: sistemas de metas y nivel únicos, sistemas de metas múltiples y nivel único, y sistemas de metas y niveles múltiples.

En lo referente a la clase de los sistemas de meta y nivel único, se define la meta de la totalidad del sistema, y se eligen todas las variables decisorias de tal modo que se pueda conseguir la meta. Para esta clase es posible que exista la necesidad de optimizar además de hacer predicciones.

Un sistema de la clase de metas múltiples y nivel único consta de una familia de unidades decisorias, cada una dotada de su propia meta. Estas metas no tienen por qué entrar necesariamente en conflicto: una familia decisoria puede formar una coalición: por otra parte, en caso de que el conflicto entre unidades decisorias se presente, ninguna de ellas tendría facultades para resolverlo.

La clase de los sistemas de metas y niveles múltiples se caracterizan por la existencia de una relación jerárquica entre las unidades de decisión que se tenga en cada caso. El hecho de que haya una unidad suprema (del nivel más alto) es la principal característica de esta clase de sistemas y el problema de las decisiones a tomar por tal unidad constituye uno de los principales planteamientos a tratar para la construcción de marcos apropiados para el desarrollo matemático de tales sistemas.

De acuerdo a la clasificación hecha, resulta oportuno resaltar el hecho de que cada una de estas clases requiere de especiales desarrollos teóricos conceptuales y matemáticos, así por ejemplo la teoría del control se ocupa de problemas decisorios de meta y nivel únicos, la teoría de juegos de los sistemas de metas múltiples y nivel únicos. Y aún cuando se han logrado notables avances en estas teorías ninguna es completa o está terminada. Mesaróvick y Macko dicen, al respecto, que se requiere aún muchas investigaciones para:

- 1) poner a punto métodos prácticos de control de los sistemas del primer tipo, y
- 2) comprender la naturaleza y efectos de los conflictos que encontramos en los del segundo.

Pero gracias a las amplias investigaciones que se han realizado en las últimas tres décadas puede decirse que ya existe un marco apropiado para formular una teoría para cierta clase de sistemas de nivel único. En cambio, para los sistemas jerárquicos de niveles múltiples se requiere de un enfoque nuevo (1).

Un aspecto central en las jerarquías es el de la coordinación. Mesarovich, Macko y Takahara desarrollan toda una teoría pormenorizada de la coordinación, las siguientes tres observaciones que hacen tratar lo relacionado a la coordinación, integración y paso entre niveles en las jerarquías.

1) La organización debe encargarse de la división de las tareas entre todos los niveles que tenga la jerarquía, de tal modo que cada unidad resuelva un subproblema, pero de tal forma que las soluciones parciales den entre todas la solución de la tarea de partida, la global.

2) Las unidades de nivel superior no se ocupan explícitamente de las metas globales, las de nivel más alto, sino de las distintas metas propias de su nivel de funcionamiento: el coordinador tiene a su cargo equilibrar las interacciones. Así pues, la unidad de máximo nivel no necesita tener un conocimiento completo y pormenorizado de las actividades de los niveles inferiores, sino que lo que atañe es solo algún rasgo pertinente, tal como el posible desequilibrio de interacciones. Y el logro de la meta global será consecuencia del debido funcionamiento de todas las unidades de los distintos niveles.

3) El funcionamiento de un sistema jerárquico dependerá de la meta global que se persiga y de las metas particulares que se pretendan para cada uno de los niveles. Que no se confunda el objetivo del nivel superior que es el de la coordinación con el de la meta global, la cual solo se logrará con la acción conjunta de todas las unidades bajo una debida coordinación. Por lo que la integración de la totalidad del sistema mediante un comportamiento armonioso logrado por la coordinación constituye uno de los conceptos claves para el estudio del paso de unos niveles a otros en los sistemas jerárquicos.

Resulta innegable la importancia que han tenido las estructuras jerárquicas en las ciencias y en los artefactos: un aspecto relevante de éstas es su representación gráfica: el diagrama correspondiente es un árbol finito sin ciclos, o sea un grafo orientado abierto, donde la teoría de grafos que es una rama de la topología combinatoria es la encargada de su estudio. Pero aún cuando la representación gráfica es -o suele ser- la arbórea, en ocasiones, cuando el sistema es muy complejo, y el grado de superposición es muy grande, esta clase de representación puede no ser la adecuada ya que no ayuda a la claridad del mismo y en este caso podría resultar mas conveniente tratar con la cerradura del sistema y de los subsistemas como criterio primario de existencia de los niveles jerárquicos en general (Wilson 1969), y para apoyar la interrelación de las partes verlo modularmente.

Un ejemplo de jerarquización modular, es el modelo educativo de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco, donde la interrelación al interior de cada módulo es muy fuerte comparado con los demás módulos pero ordenados y coordinados jerárquicamente.

Otro aspecto importante de las jerarquías es en relación al papel que desempeñan en la generación, ordenación, clasificación y representación del conocimiento; al respecto Lacelot Law White en su trabajo "LAS JERARQUÍAS ESTRUCTURALES, O UNA RETADORA CLASE DE PROBLEMAS FÍSICOS Y BIOLÓGICOS" hace las siguientes observaciones:

Es evidente el inmenso alcance de la clasificación jerárquica: se trata del método de clasificación más poderoso que emplea el cerebro y entendimiento humano para poner orden en la experiencia, y las observaciones, las entidades y la información; y, aunque no se ha asentado aún como tal de modo inconcuso en la neurofisiología y la psicología, este tipo de clasificación representa probablemente el modo primario de coordinación u organización, I) de los procesos corticales, II) de sus correlatos mentales y III) de la expresión de éstos mediante simbolismo y lenguajes. Como un recordatorio de su enorme alcance voy a citar la clasificación jerárquica de:

- números, escalas, instantes, posiciones, formas cristalinas, elementos de simetría y grupos.
- simbolismos, oraciones y lenguajes de todas clases, y
- tipos lógicos, conceptos, principios, la información, las cantidades y otras abstracciones de muchos otros géneros.

REFERENCIAS.

- 1: D. Wilson "Forms of hierarchy a selected bibliography", Syst., vol 14. pp 3-15. 1969
- 2: G. Klir, Ed., Trends in General Systems Theory. New Wiley, 1972, pp 63-69.
- 3: J. G. Kemeny, J. L. Snell, and G. L. Thompson. Introduction to Finite Mathematics. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall.
- 4: A. Kaufmann. The Science of Decision-Making. New York Mc Graw Hill. 1965
- 5: J. N. Warfield. "Intent Structures", IEEE Trans. Syst., Cybern., vol SMC-2, pp 133-140. March. 1972.
- 6: J. Salazar R. "Dos métodos para el establecimiento de jerarquías". C.A.D.A U. A. M., 1974.

IV.2: ANÁLISIS MULTIVARIADO.

INTRODUCCIÓN

El análisis multivariado es una rama de la estadística que se avoca al estudio conjunto de variables aleatorias. Entre los temas de especial importancia del análisis multidimensional para el análisis de datos podemos mencionar: análisis factorial, componentes principales y análisis discriminante, también conocido como clasificación o identificación. En el presente trabajo se requerirá del análisis discriminante y de las componentes principales, por lo que se hará una descripción general de cada una de estas técnicas.

IV.3: ANÁLISIS DISCRIMINANTE.

El problema de discriminación surge cuando a un individuo (objeto o elemento), se desea clasificar dentro de una serie de categorías previamente establecidas, considerando una serie de mediciones hechas al individuo y de una regla establecida a partir de las observaciones mismas.

Múltiples estudios y con gran éxito se han realizado aplicando las técnicas de discriminación en diversos campos de la ciencia, especialmente en las Ciencias Biológicas y en las Ciencias Sociales, con el fin de ejemplificar y aclarar más el problema de la discriminación a continuación se mencionarán algunos casos.

1. Adelman y Morris ("Performance Criteria for Evaluating Economic Development Potencial". Economics, 1968). Aplicaron la técnica de discriminación con el fin de clasificar en tres categorías a 73 países subdesarrollados, considerando su comportamiento económico pasado y tomando en cuenta varias variables económicas, políticas y sociales.
2. Identificación de un individuo como perteneciente a uno de dos grupos étnicos con base en mediciones de estaturas, longitud de la cabeza, perímetro torácico, etc.
3. Clasificación de riesgos (buenos y malos) en prestamos para compra de autos basada en precio del automóvil, enganche, ingreso del cliente, plazo del préstamo (Durand, 1981).
4. Diagnóstico de personas que padecen o no de una enfermedad particular basados en diferentes pruebas clínicas.

5. Asignar clasificación (MB, B, S o NA) a un estudiante con base en sus notas obtenidas en exámenes, tareas, participación, etc.

Planteamiento y una solución empleando teoría de decisiones.

Con el propósito de hacer una ilustración de la teoría básica se tratará el caso de dos poblaciones mutuamente excluyentes.

Consideremos dos poblaciones mutuamente excluyentes: P_1 y P_2 con funciones de densidad $f_1(x)$ y $f_2(x)$ y probabilidades a priori p_1 y p_2 en donde $p_1 + p_2 = 1$.

El espacio X se particiona en dos regiones mutuamente excluyentes: R_1 y R_2

Regla de clasificación: Si X se halla en R_1 , el individuo (observación) se asigna a P_1 . Si x se halla en R_2 el individuo (observación) se asigna a P_2 .

Costes de clasificación errónea:

$c(2/1)$ representa el coste de clasificar una observación de P_1 en P_2 , y

$c(1/2)$ representa el coste de clasificar una observación de P_2 en P_1 .

Las clasificaciones correctas no presentan costes.

Las dos poblaciones son multivariadas: una extracción de individuos de cada población consta de medidas sobre k variables. Las probabilidades a priori se refieren a la probabilidad de que una nueva observación proceda de P_1 o de P_2 . En muchos problemas prácticos, las probabilidades a priori y/o los costes de clasificación errónea pueden ser desconocidos, y en tales casos hemos de ver cómo deben modificarse nuestros procedimientos. Busquemos para el problema anterior una regla de clasificación que minimice los costes esperados de clasificación errónea. La probabilidad de que un individuo de P_1 sea mal clasificado es, evidentemente

$$\int_{R_2} f_1(x) dx$$

y, de igual forma, la probabilidad de que un individuo de P_2 , se clasifique mal es:

$$\int_{R_1} f_2(x) dx$$

Así pues, los costes esperados de clasificación errónea vienen dados por:

$$\begin{aligned} & c(2/1)p_1 \int_{R_2} f_1(x) dx + c(1/2)p_2 \int_{R_1} f_2(x) dx = \\ & = \int_{R_2} [c(2/1)p_1 f_1(x) - c(1/2)p_2 f_2(x)] dx + c(1/2)p_2 \int f_2(x) dx \quad (1) \end{aligned}$$

puesto que:

$$\int_{R_1} f_2(x) dx = 1 - \int_{R_2} f_2(x) dx = \int f_2(x) dx - \int_{R_2} f_2(x) dx$$

El último término del segundo miembro de (1) es una constante positiva, por lo que la expresión en conjunto se minimiza si se define R_2 como el conjunto de las x para el que:

$$[c(2/1)p_1 f_1(x) - c(1/2)p_2 f_2(x)] < 0$$

que da R_1 como el conjunto de las x para el que esta cantidad es positiva. Una x particular que haga esta cantidad igual a cero se puede consignar al azar a cualquiera de las dos poblaciones. Así pues, la regla de clasificación es:

$$R_1: \frac{f_1(x)}{f_2(x)} > \frac{c(1/2)p_2}{c(2/1)p_1}$$

(2)

$$R_2: \frac{f_1(x)}{f_2(x)} < \frac{c(1/2)p_2}{c(2/1)p_1}$$

La significación práctica de (2) tal y como aparece no es muy grande, ya que su aplicación exige conocer los valores numéricos de las probabilidades a priori y los costes, así como la forma de las funciones de densidad y los valores numéricos de los parámetros de estas funciones. Dados tales datos, el segundo miembro de (2) es una constante y lo clasificamos en P_1 o en P_2 , según que la razón de verosimilitudes correspondiente al individuo en consideración sea superior o inferior a esa constante.

Un requisito menos exigente es que se conozca la forma de la función de densidad aunque no los valores de sus parámetros. Entonces se puede deducir otro modo de expresar (2) que indica la forma de ejecución práctica a partir de los datos muestrales. Supongamos que $f_1(x)$ y $f_2(x)$ son normales multivariantes con distintos vectores de medias μ_1 y μ_2 pero con igual matriz de covarianzas Σ . La razón de las densidades es, entonces:

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\exp[-(1/2)(x - \mu_1)' \Sigma^{-1} (x - \mu_1)]}{\exp[-(1/2)(x - \mu_2)' \Sigma^{-1} (x - \mu_2)]} \quad (3)$$

que se puede llegar a simplificar fácilmente en la forma

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \exp[x' \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2) - 1/2(\mu_1 + \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2)] \quad (4)$$

y si definimos

$$\delta = \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad (5)$$

y designamos por c^* la constante del segundo miembro de (2), ahora podemos escribir la regla de clasificación:

$$R_1 : x' \delta - 1/2(\mu_1 + \mu_2)' \delta > \log_e c^* \quad (6)$$

$$R_2 : x' \delta - 1/2(\mu_1 + \mu_2)' \delta < \log_e c^*$$

donde $x' \delta$ se denomina función discriminante.

Si las probabilidades a priori fueran iguales, así como los costes de clasificación errónea, tenemos el caso especial en que $c^* = 1$ y $\log c^* = 0$, que proporciona la regla de clasificación.

$$R_1 : x' \delta > 1/2(\mu_1 + \mu_2)' \delta \quad (7)$$

$$R_2 : x' \delta < 1/2(\mu_1 + \mu_2)' \delta$$

así que clasificaríamos el individuo en P_1 si el valor real de la función discriminante supera el obtenido sustituyendo el promedio simple de los vectores de medias en la función discriminante; en el caso contrario, lo clasificaríamos en P_2 .

No obstante, las reglas (6) y (7) aún contienen los parámetros poblacionales, que, en general, son desconocidos. Supongamos ahora que tenemos un conjunto de n_1 observaciones muestrales que sabemos proceden de P_1 y otro conjunto de n_2 observaciones muestrales que sabemos proceden de P_2 . Sean \underline{x}_1 y \underline{x}_2 los vectores de las medias muestrales calculados de cada conjunto de datos. Estos vectores son estimaciones maximoverosímiles de μ_1 y μ_2 . Calculemos las desviaciones respecto a las medias muestrales para cada conjunto de datos de modo que:

x_1 es una matriz ($n_1 \times k$) de desviaciones respecto a \underline{x}_1

x_2 es una matriz ($n_2 \times k$) de desviaciones respecto a \underline{x}_2

entonces:

$$S = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} [x_1' x_1 + x_2' x_2] \quad (8)$$

basada en una combinación de sumas de cuadrados obtenidas de las dos muestras, es una estimación maximoverosímil de la matriz común de varianzas Σ . Los elementos de la función discriminante \underline{d} se pueden estimar mediante:

$$\underline{d} = S^{-1} (\underline{x}_1 - \underline{x}_2) \quad (9)$$

Si se define el escalar z por $z = x'd$ para cualquier vector de observaciones x , tendrá un valor medio \bar{z}_1 para todas las observaciones muestrales de P_1 y un valor medio \bar{z}_2 para todas las de P_2 . Se puede demostrar que (9) da el vector \underline{d} que maximiza la razón:

$$\frac{(\bar{z}_1 - \bar{z}_2)^2}{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_i)^2}$$

lo cual nos proporciona una justificación intuitiva de la función discriminante, pues nos gustaría tener un vector \underline{d} que diferenciara al máximo las dos poblaciones, haciendo el cuadrado de la diferencia entre \bar{z}_1 y \bar{z}_2 lo más elevado posible. Por otra parte, el incremento de esa diferencia puede muy bien aumentar la varianza de z dentro de cada muestra y así hallamos que \underline{d} maximiza la varianza entre muestras con relación a la varianza combinada dentro de las muestras.

Provistos ahora de las estimaciones \bar{x}_1 , \bar{x}_2 , S y \underline{d} obtenidas de los datos muestrales, un procedimiento de discriminación práctica consiste en substituir μ_1 , μ_2 y δ por reglas tales como (6) y (7) con los correspondientes valores estimados. Cuanto mayor sea el tamaño de las muestras que han servido de base a nuestras estimaciones, mayor es la probabilidad de que los procedimientos prácticos se aproximen a las propiedades óptimas de los procedimientos teóricos tales como (6).

Volvemos ahora al caso en que no se dispone de las probabilidades a priori o éstas no son relevantes. Ya que no es posible definir un coste escalar esperado correspondiente a un procedimiento o regla determinados. En su lugar, se dispone ahora de un vector de costes esperados; en nuestro caso de un vector de dos elementos, a saber:

Coste esperado por clasificación incorrecta en:

$$P_1 = c(1/2) \int_{R_1} f_2(x) dx$$

Coste esperado por clasificación incorrecta en:

$$P_2 = c(2/1) \int_{R_2} f_1(x) dx$$

Un procedimiento minimax (esto es, que minimiza el coste esperado) sugeriría entonces hallar R_1 y R_2 para hacer iguales estos costes esperados. Si los costes $c(1/2)$ y $c(2/1)$ fuesen iguales, el procedimiento minimax se reduce simplemente a hacer iguales las probabilidades de clasificación errónea, es decir:

$$\int_{R_1} f_2(x) dx = \int_{R_2} f_1(x) dx \quad (10)$$

Si definimos:

$$J = x' \delta - 1/2(\mu_1 - \mu_2)' \quad \text{en donde } \delta = \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad (11)$$

entonces J es una variable que se distribuye normalmente con media $E_1(J)$, si el vector x procede de P_1 , y con media $E_2(J)$ si tal vector procede de P_2 . La varianza de J es la misma para cada distribución, ya que en cada caso depende de Σ . Es fácil hallar que los parámetros son:

$$\begin{aligned} E_1(J) &= 1/2(\mu_1 - \mu_2)' \delta \\ E_2(J) &= -1/2(\mu_1 - \mu_2)' \delta \\ \text{Var}_1(J) &= \text{Var}_2(J) = (\mu_1 - \mu_2)' \delta \end{aligned} \quad (12)$$

y empleamos $f_1(J)$ y $f_2(J)$ para designar las densidades de J cuando el vector x proceda de P_1 y P_2 , respectivamente. Un procedimiento de clasificación equivale a hallar una constante J_0 y asignar una observación a P_1 si la correspondiente $J > J_0$ y viceversa. Así pues, las probabilidades de clasificación errónea se pueden dar en función de la distribución J de este modo:

$$\int_{J_0}^{\infty} f_2(J) dJ \quad \text{y} \quad \int_{-\infty}^{J_0} f_1(J) dJ$$

Según (12), las $f_i(J)$ son distribuciones normales con igual varianza y medias equidistantes de cero. De esta forma, las probabilidades de clasificación errónea serán iguales si J_0 se hace nulo. Ello proporciona nuevamente la regla de clasificación (7), que en términos de las cantidades estimadas, es:

$$\begin{aligned} R_1 : x' d &> 1/2(x_1 + x_2)' d \\ R_2 : x' d &< 1/2(x_1 + x_2)' d \end{aligned} \quad (13)$$

en donde.

$$d = S^{-1}(x_1 - x_2) \quad (13)$$

estando S definida en (8). Evidentemente, en las reglas como la (13) se puede multiplicar el vector d por una constante, sin que los resultados de la clasificación se vean afectados; ello simplifica, generalmente, la aplicación de la regla al transformar d de forma que un elemento sea igual a la unidad.

El enfoque puede generalizarse a casos de más de dos poblaciones. Para ilustrar el método en el caso de tres poblaciones suponemos que se dispone de muestras de n_1 observaciones de P_1 , n_2 de P_2 y n_3 de P_3 . Los vectores de medias x_1 , x_2 y x_3 se pueden estimar. Si x_1 , x_2 y x_3 son las matrices de las desviaciones respecto a las medias muestrales, la matriz de covarianzas Σ , supuesta común, se puede estimar mediante:

$$S = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3 - 3} [x_1' x_1 + x_2' x_2 + x_3' x_3]$$

Para una nueva observación x se calculan:

$$\begin{aligned} u_{12}(x) &= [x - 1/2(x_1 + x_2)]' S^{-1}(x_1 - x_2) \\ u_{13}(x) &= [x - 1/2(x_1 + x_3)]' S^{-1}(x_1 - x_3) \\ u_{23}(x) &= [x - 1/2(x_2 + x_3)]' S^{-1}(x_2 - x_3) \end{aligned}$$

Las otras tres funciones discriminantes son.

$$u_{21}(x) = -u_{12}(x), \quad u_{31}(x) = -u_{13}(x) \quad \text{y} \quad u_{32}(x) = -u_{23}(x)$$

Si los costes y probabilidades a priori son iguales, el conjunto de regiones que minimizan el coste aproximado vienen dadas por (para un estudio más profundo vease T. W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Wiley, New York. M. G. Kendall y A. Stewart *the Advanced Theory of Statistics*, Griffin, Londres, 1966):

$$\begin{aligned} R_1 &= u_{12}(x) \geq 0, & u_{13}(x) &\geq 0 \\ R_2 &= u_{21}(x) \geq 0, & u_{23}(x) &\geq 0 \\ R_3 &= u_{31}(x) \geq 0, & u_{32}(x) &\geq 0 \end{aligned}$$

La idea de discriminar entre poblaciones viene de muchos años atrás, pero puede decirse que un tratamiento formal surge con el trabajo de Karl Pearson alrededor de 1920 y cuyo objetivo era encontrar un coeficiente que "midiese la distancia" entre dos poblaciones basándose en datos antropométricos. Después de este trabajo surgen muchos otros, entre los que podemos citar por su importancia y contribución al desarrollo de este tema a. Tildesley (1921), Mahalanobis (1925), Hotelling (1931), Fisher (1938), Welch (1939), Cochran (1943), Smith (1947), Kendall (1951) Y Rao (1952, 1966).

IV.4: COMPONENTES PRINCIPALES.

Las Componentes Principales son vectores no-correlacionados generados por un conjunto de vectores (variables) a través de combinaciones lineales de éstos; el vector de constantes de dicha combinación lineal en primer término resulta ser el vector característico del máximo valor característico de la matriz $X'X$, donde X es la matriz, formada por las variables iniciales, la segunda componente principal se genera igualmente como una combinación lineal de los vectores de la matriz X y con constantes el vector característico asociado con la segunda raíz característica de mayor valor y así sucesivamente para las demás componentes principales. La contribución de cada componente para la explicación de la variación total de las variables está determinada por el cociente de la respectiva raíz característica y la suma de todas las raíces características.

Las Componentes Principales desempeñan un papel importante en el análisis de datos y en el presente trabajo se emplearán para la construcción de estructuras jerárquicas.

Considérese la siguiente representación matricial de k -variables con n repeticiones cada una:

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \end{matrix} \\ \begin{matrix} \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{k1} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{1n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

en donde las observaciones están expresadas en forma de desviaciones respecto a las medias muestrales, ya que se va a hacer referencia al estudio de las variaciones de los datos.

La naturaleza de las componentes principales pueden enfocarse de diversas formas. Una de ellas consiste en preguntarse ¿cuántas dimensiones o qué grado de independencia existe realmente en el conjunto de las k variables?. Más detalladamente considérese la transformación de las x en un nuevo conjunto de

variables z que no estén correlacionadas dos a dos, y tales que la primera tenga la varianza máxima posible, la segunda la varianza máxima posible entre las que están correlacionadas con la primera, y así sucesivamente. Sea:

$$z_{1t} = a_{11}x_{1t} + a_{21}x_{2t} + \dots + a_{k1}x_{kt} \quad t = 1, \dots, n$$

la primera nueva variable. En forma matricial:

$$z_1 = X a_1 \quad (1)$$

en donde z_1 es un vector de n elementos y a_1 otro de k elementos, la suma de cuadrados de z_1 es:

$$z_1' z_1 = a_1' X' X a_1 \quad (2)$$

Se desea elegir el vector a_1 que maximice $z_1' z_1$, pero es necesario imponer alguna restricción a a_1 , ya que en caso contrario $z_1' z_1$ podría ser infinitamente grande. Por lo tanto, haciendo:

$$a_1' a_1 = 1 \quad (3)$$

El problema consiste ahora en maximizar (2) sujeto a (3). Defínase:

$$\varphi = a_1' X' X a_1 - \lambda_1 (a_1' a_1 - 1)$$

en donde λ_1 es un multiplicador de Lagrange. Así pues:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_1} = 2 X' X a_1 - 2 \lambda_1 a_1$$

Haciendo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial a_1} = 0$$

se obtiene:

$$(X'X) a_1 = \lambda_1 a_1$$

Por tanto, a_1 es un vector característico de $X'X$ correspondiente a la raíz λ_1 . Según (2) y (4), se ve que:

$$z'_1 z_1 = \lambda'_1 a'_1 a_1 = \lambda_1$$

luego, tomando a λ_1 como la mayor raíz característica de $X'X$. En ausencia de colinealidad perfecta, la matriz $X'X$ será definida positiva y, por lo tanto tiene raíces características. La primera componente principal de X es, entonces, z_1 .

Definimos ahora $z_2 = Xa_2$. Se desea elegir el vector a_2 que maximice $a'_2 X'X a_2$, sujeto a las restricciones $a'_2 a_2 = 1$ y $a'_1 a_2 = 0$. La causa de la segunda condición es que z_2 ha de ser incorrelado con z_1 . La covariación entre ambas viene dada por:

$$\begin{aligned} a'_1 X'X a_2 &= \lambda_1 a'_1 a_2 \\ &= 0 \text{ siempre y cuando } a'_1 a_2 = 0 \end{aligned}$$

definase:

$$\varphi = a'_2 X'X a_2 - \lambda_2 (a'_2 a_2 - 1) - \mu (a'_1 a_2)$$

en donde λ_2 y μ son multiplicadores de Lagrange.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_2} = 2X'X a_2 - 2\lambda_2 a_2 - \mu a_1 = 0$$

premultiplicando por a'_1

$$2a'_1 X'X a_2 - \mu = 0$$

pero según:

$$(X'X)a_1 = \lambda_1 a_1 \quad a'_2(X'X)a_1 = \lambda_1 a'_2 a_1 = 0$$

Así pues:

$$\mu = 0$$

y tenemos:

$$(X'X)a_2 = \lambda_2 a_2$$

por lo que, λ_2 es la segunda raíz característica mayor de $X'X$.

De manera análoga se procede para obtener cada una de las k -raíces de $X'X$ e integrar los vectores resultantes en la matriz ortogonal.

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_k] \quad (6)$$

Las k componentes principales de X vienen dadas, entonces, por la matriz Z , de orden $n \times k$.

$$Z = XA' \quad (7)$$

Además:

$$Z'Z = A'X'XA = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

que prueba que las componentes principales están, desde luego incorreladas dos a dos y que sus varianzas vienen dadas por:

$$Z_i' Z_i = \lambda_i \quad i = 1, \dots, k \quad (9)$$

Si el rango de X fuese $r < k$, serían nulas $(k-r)$ -raíces características y la variación de las X se podría expresar completamente en función de r variables independientes. Incluso si X fuese de rango completo alguna de las λ puede estar tan próxima a cero como para que un pequeño número de componentes principales expliquen gran parte de la varianza de las X . La variación total de las X viene dada por:

$$\sum_t x_{1t}^2 + \sum_t x_{2t}^2 + \dots + \sum_t x_{kt}^2 = \text{tr}(X'X)$$

pero:

$$\text{tr}(A'X'XA) = \text{tr}(X'XAA') = \text{tr}(X'X)$$

ya que $A'A = I$ y, así según (8):

$$\sum \sum x_{it}^2 = \text{tr}(X'X) = \sum \lambda_i = z_1' z_1 + \dots + z_k' z_k$$

por lo tanto:

$$\frac{\lambda_1}{\sum \lambda}, \frac{\lambda_2}{\sum \lambda}, \dots, \frac{\lambda_k}{\sum \lambda}$$

representan las proporciones respectivas con que cada componente principal contribuye a la variación total de las X , y dado que las componentes son ortogonales, la suma de esas contribuciones es igual a la unidad.

A veces resulta difícil dar un significado concreto a algunas componentes principales determinadas. En ocasiones, las correlaciones de una componente con varias X pueden sugerir una explicación. Para hallar la correlación entre, por ejemplo, la componente principal y las variables X se procede de la forma siguiente. El vector $X'z_1$ da los productos cruzados entre z_1 y cada variable X pero:

$$X'z_1 = X'Xa_1 = \lambda_1 a_1$$

Así pues, la correlación entre X_i y z_1 es:

$$r_{i1} = \frac{\lambda_1 a_{i1}}{\sqrt{\lambda_1} \sqrt{\sum_{t=1}^n x_{it}^2}} = \frac{a_{i1} \sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n x_{it}^2}} \quad i = 1, \dots, k \quad (10)$$

en donde a_{i1} es el elemento i -ésimo del vector a_1 , en general, la correlación entre X_i y z_j es:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n x_{it}^2}} \quad i, j = 1, \dots, k \quad (11)$$

Estos coeficientes de correlación pueden utilizarse también para mostrar cómo se puede descomponer la variación de cada variable X en la contribución debida a cada componente. De:

$$Z = XA$$

tenemos

$$Z' = A'X'$$

y

$$X' = A'Z' \quad \text{ya que } A \text{ es ortogonal}$$

Así pues

$$X'X = AZ'ZA' = A \Lambda A' \quad \text{según (8)}$$

y

$$\sum_{t=1}^n x_{it}^2 = \sum_{j=1}^k a_{ij}^2 \lambda_j \quad i = 1, \dots, k \quad (12)$$

Dividiendo ambos miembros de (12) por $\sum_t x_{it}^2$ se obtiene:

$$1 = \frac{a_{i1}^2 \lambda_1}{\sum_t x_{it}^2} + \frac{a_{i2}^2 \lambda_2}{\sum_t x_{it}^2} + \dots + \frac{a_{ik}^2 \lambda_k}{\sum_t x_{it}^2} \quad (13)$$

en donde los términos del segundo miembro son los cuadrados de los coeficientes de correlación definidos en (11). Así pues, las proporciones de la variación de X con las diversas componentes principales vienen dadas por.

$$r_{i1}^2, r_{i2}^2, \dots, r_{ik}^2$$

y como las componentes están incorreladas, esas proporciones suman la unidad, según muestra (13).

Hay que hacer una advertencia. El desarrollo precedente está basado en la hipótesis de que todas las variables X se miden en las mismas unidades. Si no fuese así, resultaría difícil dar algún significado a conceptos tales como la variación total de las X y la partición de la variación total en la contribución debida a cada componente. Desde luego, todavía se pueden calcular las raíces y vectores careacterísticos de $X'X$ aunque las dimensiones de las variables no sean iguales y es posible dar significado a las correlaciones (11), y a la partición de (13) aunque careciese del mismo la partición de la variable total de las X . Pero también, a veces, el análisis se llevan a cabo después de que se han tipificado todas las variables X , es decir, después que se ha dividido cada desviación de la media muestral por \sqrt{n} - veces.

La desviación estándar muestral de la variable correspondiente $X'X$ es ahora la matriz de los coeficientes de correlación de orden cero de las variables X . El análisis puede proseguir con esta matriz igual que antes. Ahora $\text{tr}(X'X) = k$ y del desarrollo que sigue a

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = k$$

Las raíces y vectores característicos diferirán en general de los obtenidos mediante las variables sin tipificar. Los coeficientes de correlación de (11) vienen afectados por la tipificación de las variables X .

Empíricamente, entonces, es posible calcular las componentes principales de una matriz X dada y ver qué cantidad de variación de las X es explicable por las diversas componentes. Con frecuencia, la intercorrelación de los datos económicos y sociales significa que un pequeño número de componentes explicará una proporción elevada de la variación total, por lo que es interesante el disponer de una prueba para juzgar el número de componentes a retener en análisis ulteriores. Supongamos que se han calculado las raíces $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ y que las r primeras raíces $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ ($r < k$) parecen lo suficientemente grandes y diferentes como para ser retenidas. El problema consiste en saber si las $(k-r)$ raíces restantes y sus correspondientes vectores y componentes son lo suficientemente parecidos como para poder concluir que los valores verdaderos son iguales. Una prueba muy aproximada se basa en:

$$\rho = (\lambda_{r+1} \lambda_{r+2} \dots \lambda_k)^{-1} \left(\frac{\lambda_{r+1} + \lambda_{r+2} + \dots + \lambda_k}{k-r} \right)^{k-r} \quad (14)$$

La prueba propuesta consiste en considerar que $n \log_a \rho$ sigue una distribución χ^2 con $1/2(k-r-1)(k-r+2)$ grados de libertad, si la hipótesis nula de igualdad de las raíces latentes restantes es cierta. Es de esperar en las aplicaciones prácticas que el número r , de componentes significativamente diferentes a retener sea apreciablemente menor que el de las variables k , de donde aquellas se han calculado.

A un resultado bastante similar se llega por el análisis de factores (o análisis factorial), en que las variables X , se especifican como combinaciones lineales de un pequeño número de variables (factores) normales independientes y tipificadas más un término de error normal independiente. Según el análisis de las componentes principales, se tiene:

$$Z = X A$$

y de aquí:

$$X = Z A' \quad (15)$$

Las ecuaciones (15), expresan las X como combinaciones lineales exactas de las componentes con coeficientes dados por los elementos de A . Sin embargo, si retenemos menos de k -componentes principales, las ecuaciones de (15) tendrían que substituirse por:

$$X = Z^* A^{*'} + U \quad (16)$$

En donde Z^* y $A^{*'}$ son las submatrices de Z y A que dan las componentes retenidas y los vectores característicos correspondientes, y U una matriz de errores. La técnica de los Componentes Principales es obviamente un posible método de estimación en el análisis factorial, pero se requieren ligeras modificaciones de los coeficientes $A^{*'}$ para que satisfagan la hipótesis impuesta de que la varianza de los factores sea la unidad. Sin restricciones adicionales.

Como ya sea ha visto en (8). Después de ajustar los coeficientes $A^{*'}$, se denominan cargas (o ponderaciones) factoriales. Sin embargo, en el análisis factorial se hace uso de otros métodos de estimación que no consideramos aquí ⁽¹⁾. Una interesante aplicación del análisis de factores la proporcionan Adelman y Morris, quienes encuentran que el 66 % de la varianza del producto nacional bruto *per capita* de 74 países subdesarrollados está asociado con sólo cuatro factores, que se habría basado, a su vez, en un conjunto de más de 20 variables políticas y sociales ⁽²⁾.

(1): Véase J. T. Scott, Jr., "Factor Analysis and Regression", *Econométrica*, vol. 34, págs. 552-562, 1966 Kendall y Stuart; po. cit., págs. 306-311 y H. H. Hyman, *Modern Factor Analysis*, The University of Chicago Press, Chicago 1960.

(2): I. Adelman y C. T. Morris: "Factor Analysis of the Inter-relationship between Social and Political Variables and Capita Gross National Product". *Quart. J. Economics*, vol. 79, págs. 555-578, 1965.

LA INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES.

Geoméricamente las componentes principales se pueden interpretar como la variación correspondiente de los ejes principales respecto de la dispersión de las observaciones en el espacio. Por ejemplo, supóngase que una muestra de tamaño N de observaciones bivariadas tiene una dispersión de los datos como lo muestra la figura (1), en donde el origen de los ejes fue tomado como la media muestral de los datos.

La nube de puntos tiene por lo general el de un modelo elipsoidal con ejes mayor Y_1 y ejes menores Y_2, Y_3 . Para el eje Y_1 : si α_1, α_2 y α_3 representan a los ángulos que se forman con el eje mayor y los ejes originales X_1, X_2, X_3 , entonces se tiene que para el caso en que Y_1 pase a través de los puntos de la media muestral que su orientación está determinada por los cosenos directores:

$$a_{11} = \cos \alpha_1, \quad a_{21} = \cos \alpha_2, \quad a_{31} = \cos \alpha_3$$

donde $a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 = 1$, y las observaciones $[x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]$ sobre el nuevo eje coordenado y_1 estará dado por (Eisenhart, 1960; Sommerville, 1958):

$$y_{i1} = a_{11}(x_{i1} - \bar{x}_1) + a_{21}(x_{i2} - \bar{x}_2) + a_{31}(x_{i3} - \bar{x}_3)$$

y la media de y_1 : $\bar{y}_1 = 1/N \sum y_{i1} = 1/N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^3 a_{j1}(x_{ij} - \bar{x}_j) = 0$

El significado que se le da al eje mayor es que éste pasa a través de la dirección de la máxima variación en la nube de puntos. Para el presente caso, la varianza está dada por:

$$\frac{1}{N-1} \sum y_{i1}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^3 a_{j1} (x_{ij} - \bar{x}_j) \right]^2$$

y los ángulos de y_1 se encuentran derivando esta expresión respecto a a_{j1} , igualando a cero y resolviendo. La solución resulta ser el vector característico de la mayor raíz característica de la matriz de covarianza muestral de los x_{ij} y Y_1 será el eje continuo de la primera componente principal del sistema.

Se probará esta afirmación para el caso de p -respuestas (variables).

Si se representa a los cosenos directores del eje de la primera componente principal por $\underline{a}'_1 = [a_{11}, a_{21}, \dots, a_{p1}]$ con la restricción $\underline{a}'_1 \underline{a}_1 = 1$; la varianza de la proyección sobre el eje Y es:

$$\begin{aligned} S^2 Y_1 &= \frac{1}{N-1} \sum y^2_{i1} \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^P a_{j1} (x_{i1} - \bar{x}_j) \right]^2 \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[(x_i - \bar{x})' \underline{a}_1 \right]^2 \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \underline{a}'_1 (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \underline{a}_1 \\ &= \underline{a}'_1 S \underline{a}_1 \quad (= \underline{a}'_1 X' X \underline{a}_1) \end{aligned}$$

Al maximizar esta varianza sujeta a la condición $\underline{a}'_1 \underline{a}_1 = 1$, se llega a la expresión:

$$\text{máx } \underline{a}'_1 S \underline{a}_1 + \lambda_1 (1 - \underline{a}'_1 \underline{a}_1) (\underline{a}'_1 X' X \underline{a}_1 - \lambda_1 (\underline{a}'_1 \underline{a}_1 - 1))$$

que es la misma que se obtiene para determinar la primera componente principal. Por lo tanto, los cosenos directores del primer eje principal son los elementos del primer vector característico de S , y la máxima varianza es la mayor de las raíces características. Las restantes raíces características y vectores de S determinan la longitud y orientación de los demás ejes componentes mayores. En el caso de que dos raíces λ_i y λ_{i+1} sean iguales, la configuración de los datos en ese plano es más de una forma circular que elíptica. Tal dispersión es llamada isotrópica o esférica en esa dimensión con igual raíz.

Lo anterior puede resumirse en la siguiente interpretación geométrica acerca de los ejes principales: las componentes principales de una muestra de N observaciones p -dimensionales son las nuevas variables especificadas por la rotación de los ejes del sistema coordinado de las respuestas originales en una dirección determinadas por la máxima varianza en la configuración de la muestra. Los cosenos directores de los nuevos ejes son los vectores propios normalizados correspondiendo sucesivamente del mayor al menor de las raíces propias de la matriz de covarianza muestral. En el caso de que dos o más raíces sean iguales, las direcciones de los ejes asociados no son únicos y pueden elegirse en una infinidad de posiciones ortogonales. Si las componentes son calculadas a partir de la matriz de correlación, la interpretación sigue siendo la misma aunque el sistema coordinado de respuestas sea expresado en unidades estándar de media cero y varianza unitaria.

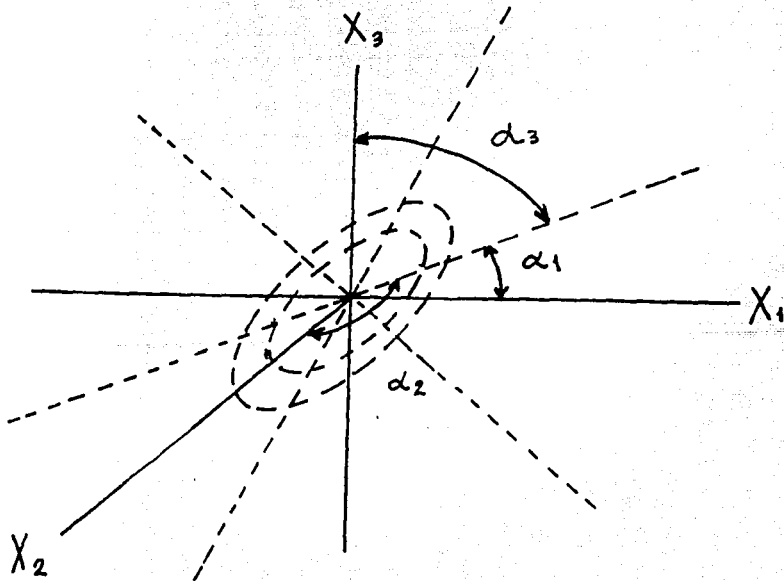


Figura 1:

Una segunda propiedad de los ejes componentes, fue considerada por K. Pearson (1920) y está implícita en la siguiente derivación geométrica: la elección de los nuevos ejes coordenados es tal que la suma del cuadrado de las distancias de cada uno de los puntos a sus proyecciones sobre los ejes sucesivos sea minimizado. La figura (2) muestra una proyección y distancia de una observación en el espacio tridimensional. En el caso general del cuadrado de la distancia i -ésima es:

$$\begin{aligned}(p'_{1}p_i)^2 &= (op_i)^2 - (op'_1)^2 \\ &= \sum (x_{ij} - x_j)^2 - \left\{ \sum a_{ji} (x_{ij} - \bar{x}_j) \right\}^2\end{aligned}$$

Minimizar la suma $\sum (p'_{1}p_i)$ de todas las distancias al cuadrado de los nuevos ejes es equivalente a la maximización del segundo término de la ecuación anterior, la cual es proporcional a la varianza de la componente S^2_{Y1} . La solución de mínimos cuadrados para el mejor ajuste lineal lleva a determinar el primer eje principal, y los otros ejes componentes le siguen de las sucesivas soluciones ortogonales de mínimos cuadrados.

Si la primera raíz característica es larga, una excelente aproximación a los coeficientes de la primera componente puede ser obtenida desde la línea que conecta los dos puntos extremos en la configuración dispersa de los datos. Si se denota por $X_{(1)}$ y $X_{(N)}$ las observaciones separadas por la mayor de las distancias en el espacio muestral, o sea aquellos puntos para la cual:

$$d^2 = \sum_{j=1}^p (x_{(N)j} - x_{(1)j})^2$$

sea máxima para todos los pares de los vectores de observación. Los cosenos directores de la línea son:

$$a_j = \frac{x_{(N)j} - x_{(1)j}}{d}$$

Esos cosenos o bien la diferencia $X_{(N)_i} - X_{(1)_i}$ puede ser usada como un vector inicial X_0 para el proceso iterativo de la siguiente sección.

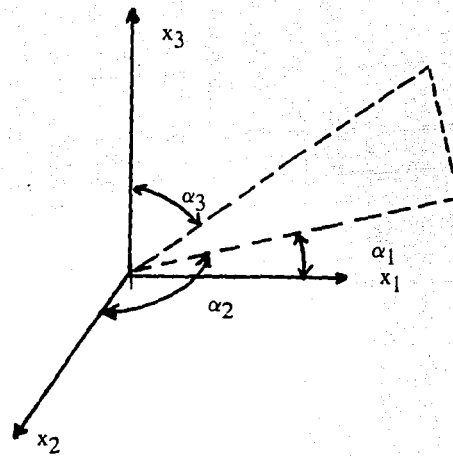


Figura (2)

IV.5: UNA PROPUESTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ARBORESCENCIAS JERÁRQUICAS (DENDROGRAMAS), EMPLEANDO COMPONENTES PRINCIPALES.

ALGORITMO.

1. Se forma la matriz X de datos centrados en la media.
2. Se calculan los valores propios de $X'X$: λ_i , $i = 1, \dots, p$
3. Se ordenan los valores propios de mayor a menor:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3, \dots$$

4. Se calculan los vectores propios: a_1, a_2, \dots
5. Se calculan las componentes principales: $Z_i = X a_i$ donde la componente principal mayor Z_1 está determinada con el vector propio a_1 correspondiente al mayor de los valores propios λ_1 .

VARIABLES

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nk} \end{bmatrix} \quad a_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{k1} \end{bmatrix}$$

Matriz X de datos centrados en la media

Vector propio a_1

Por ejemplo:

$$Z_1 = X a_1 = a_{11} X_1 + a_{21} X_2 + \dots + a_{k1} X_k$$

(combinación lineal de los vectores X_1, \dots, X_k).

(combinación lineal de los vectores $\underline{X}_1, \dots, \underline{X}_k$);

donde :

$$X'X \underline{a}_i = \lambda_i \underline{a}_i$$

6. Se calculan las varianzas de las componentes principales.

λ_i : determina la varianza de la componente z_i , $i = 1, 2, \dots, p$

$\sum_{i=1}^p \lambda_i$: determina la varianza total de las componentes z_1, z_2, \dots, z_p

$\frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}$: representa la contribución de la componente z_i respecto a la variación total de las x_1, x_2, \dots, x_k

$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$: representa la contribución acumulada de z_1 y z_2 respecto de la variación total de las x_i

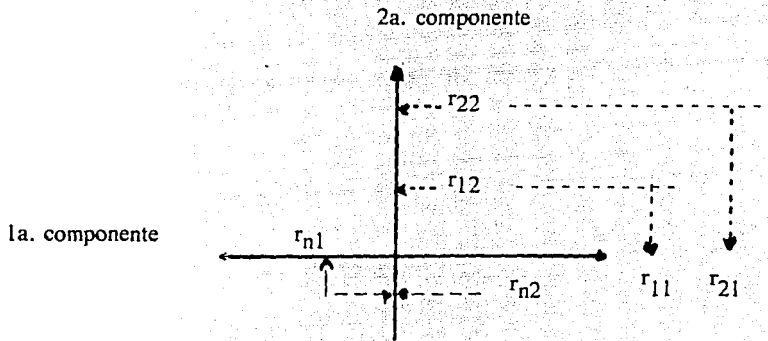
$r_{ij} = \frac{a_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sum_t x_{it}^2}$ $i, j = 1, 2, \dots, k$ correlación entre x_i y z_j

r_{ij}^2 : determina la proporción de la variación de la variable X_i con respecto a la componente j .

7. Se construye la matriz de correlaciones entre las x_i y las z_j .

	z_1	z_2	z_k
x_1	r_{11}	r_{12}	r_{1k}
x_2	r_{21}	r_{22}	r_{2k}
x_n	r_{n1}	r_{n2}	r_{nk}

8. Se grafican las componentes principales por parejas en el plano bidimensional o por ternas en el espacio tridimensional a partir de la matriz de correlaciones (gráfica 1).



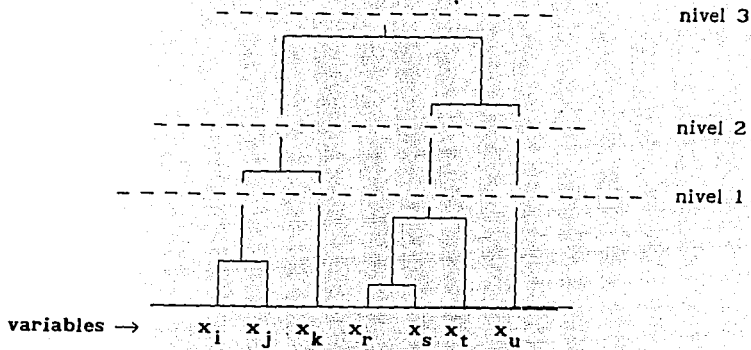
Gráfica 1.- Plano de correlaciones principales.

9. Se define una distancia y se procede a construir una clasificación jerárquica (ascendente o descendente), cuya gráfica es una dendrograma o arborescencia jerárquica (gráfica 2). La distancia en cuestión dependerá del problema en particular que se esté tratando. Entre las distancias que con mayor frecuencia son empleadas, está la distancia euclídeana usual:

$$d^2(i, i') = \sum (x_{ij} - x_{i'j})^2$$

Otra métrica empleada es la llamada Chi-cuadrada:

$$d^2(i, i') = \sum_j (1/x_{i \bullet j}) [x_{ij} / x_{i \bullet} - x_{i'j} / x_{i' \bullet}]^2$$



Gráfica 2.- Ejemplo de una clasificación jerárquica.

V.1: MÉTODO DE ELEMENTOS PARA EL ESTABLECIMIENTO DE JERARQUÍAS.

RESUMEN.

El establecimiento y análisis de estructuras jerárquicas puede ser fundamental en el estudio de muchas clases de sistemas complejos, ya que con mucha frecuencia el proceso que se sigue para organizar los elementos en una jerarquía o en un conjunto de jerarquías se hace de una manera intuitiva, lo que suele ocasionar incluir restricciones innecesarias o de hacer omisiones importantes. El método de elementos que a continuación se describirá fue desarrollado por John N. Warfield (IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, VOL. SMC-3 No. 2. MARCH. 1973), y cuyo propósito principal es el de describir procedimientos formales para la construcción de presentaciones gráficas de arreglos jerárquicos, basados en la información necesaria contenida en la relación de cada elemento con cada uno de los demás.

Para el desarrollo del método se requiere:

- a) UN OBJETIVO
- b) UNA SERIE DE CRITERIOS RELACIONADOS CON EL FIN QUE SE PERSIGUE
- c) LA DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO DE ELEMENTOS
- d) EL ESTABLECIMIENTO DE LAS RELACIONES INDIVIDUALES DE TODOS LOS MIEMBROS DEL CONJUNTO DE ELEMENTOS, LAS QUE DEPENDERÁN DEL CONTEXTO DE LA REALIDAD EN QUE SE UBIQUE AL PROBLEMA Y DE LOS EXPERTOS.

El resultado final (que puede lograrse con el apoyo de una computadora) es una gráfica de jerarquías, en la cual se establecen las relaciones jerárquicas entre los miembros del conjunto que resultan del objetivo y de los criterios que fueron inicialmente determinados. Del análisis de la gráfica, pueden determinarse las condiciones necesarias para el logro del objetivo deseado, además pueden obtenerse una gran cantidad de información sobre el conjunto de elementos jerarquizados en el contexto planteado.

INTRODUCCIÓN.

En 1969, D. Wilson ("Forms of hierarchy a selected bibliography", sist, vol 14, pp 3-15, 1969), señalaba como de una manera impresionante que el concepto de jerarquía había invadido a la ciencia y a la Sociedad, y lo acompañaba, con cerca de 100 referencias relevantes sobre sistemas jerárquicos, extraídos de muy diversos campos, que ivan desde la arquitectura hasta la zoología.

Al respecto, John N. Warfield anotaba: "Después de hacer una revisión amplia de la literatura relativa a las jerarquías, resulta algo sorprendente que no haya sido posible encontrar un artículo que trate explícitamente algún método para formular jerarquías. Esto se puede deber a que estos métodos hayan sido descritos implícitamente, dado que las jerarquías son básicas a muchos campos de estudio. Pero si sucedió ésto no se ha destacado debidamente en los artículos de carácter teórico que los utilizan".

Y agregaba que esto justificaba el ocuparse de métodos para hacer arreglos o disposiciones de una jerarquía en forma gráfica. Estos métodos se fundamentan en la teoría de matrices y en la de gráficas lineales. Y ya desde entonces, o tal vez desde antes, numerosos autores han reconocido la importancia de la teoría de gráficas como un instrumento fundamental para enfrentarse al problema de las jerarquías. Y más recientemente al estudio y elaboración de sistemas expertos.

A menudo es deseable y a veces esencial, realizar síntesis jerárquicas; por ejemplo, en el estudio de problemas complejos, desarrollo de planeación, dirección de organizaciones o de sistemas y en otros campos de la actividad humana. Usualmente, este proceso de organizar los elementos de una jerarquía se efectúa de manera intuitiva, lo cual conduce a restricciones innecesarias que dejan a un lado elementos importantes en el desarrollo de jerarquías, o conducen a deficiencias en el detalle de las posibilidades de desarrollo. Resulta claro entonces la necesidad de plantear un procedimiento formal que libere al individuo de la complejidad que pueda resultar en el desarrollo de jerarquías y en el arreglo de sus estructuras.

LOS TRES CONCEPTOS PRINCIPALES DE UNA JERARQUÍA SON:

Los elementos que se van a disponer en una jerarquía, o a reorganizar si ya existe un arreglo no satisfactorio; el contenido y la dirección de la relación entre cualquier pareja de estos elementos. Dado que cualquier relación jerárquica es direccional, se podrá denominar "relación de subordinación". Después de haber identificado un conjunto de elementos y haber determinado las relaciones de subordinación, queda por resolver el problema de representar de manera efectiva las relaciones.

El propósito fundamental de este capítulo es el de describir e ilustrar procedimientos formales para la construcción de presentaciones gráficas de arreglos jerárquicos, basados en la información necesaria contenida en la relación de cada elemento con cada uno de los demás. Los procedimientos permiten el desarrollo sistemático de la estructura gráfica que expresa la jerarquía.

En un sentido técnico, esta unidad se refiere a los procedimientos para la construcción de gráficas dirigidas, una vez que se ha designado el conjunto de relaciones de subordinación que se aplica entre los vértices de la gráfica.

Uno de los aspectos importantes del procedimiento es el de que sólo se necesita especificar, para cada par de elementos si uno de ellos está subordinado al otro o no (lo relativo al nivel de la jerarquía correspondiente).

PRINCIPIOS DE ASOCIACIÓN.

La representación de una estructura jerárquica implica la vinculación de los elementos y el establecimiento de relaciones. Esta labor se realiza mediante la asociación de una señal de alguna clase a cada elemento y de otra a cada relación. Se puede intentar esto inventando señales distintas para cada elemento y cada relación, las cuales podrían ser descripciones verbales de sus elementos y sus relaciones. Esto último es lo que podría esperarse en una representación que pretendiera comunicar asuntos específicos de alguna jerarquía particular.

El planteamiento abstracto de las jerarquías tiene ventajas desde el punto de vista práctico, por ejemplo, la de poder entender los fundamentos de la formación de una jerarquía fuera de un contexto particular. Este enfoque utiliza los siguientes principios de asociación:

- 1: Todos los elementos se asociarán con una señal o marca denominada vértice y se asignará a cada vértice un número para representar el elemento particular.
- 2: A todas las relaciones se les asociará una señal o marca denominada arista (rama) y cada arista se le asignará una letra para representar una relación particular.
- 3: A cada arista (o rama) se le asociará un sentido que establecerá alguna distinción explícita entre los dos elementos conectados por la arista.

Estos principios de asociación le adjudican una importancia a la forma de la jerarquía, en oposición al contenido implícito. El contenido casi siempre puede disociarse de la jerarquía, pero no parece que haya posibilidad de disociarle la estructura y lograr hacer una representación de ella.

FORMACIÓN DE LA MATRIZ DE SUBORDINACIÓN DEL SISTEMA.

Hay otras actividades fundamentales que se realizan para desarrollar una jerarquía.

- 1: Identificar el conjunto relevante de elementos y relaciones.
- 2: Determinar qué elementos están en una relación de subordinación con respecto a cuáles otros elementos.
- 3: Codificar en forma matricial las relaciones de subordinación.

Identificación del conjunto relevante de elementos y relaciones.

Se supone que se opera en algún contexto en el que se aborda un complejo de elementos y relaciones con respecto a algún problema o asunto. El conjunto de elementos y relaciones se formulará de acuerdo con alguna clase de criterios de relevancia.

Determinación de los elementos subordinados a otros.

En esta etapa se intenta obtener resultados de la comparación de cada elemento con cada uno de los demás elementos del conjunto para decidir en qué casos existen relaciones de subordinación con las parejas de elementos.

- 1: Regla para las componentes de la diagonal principal de la matriz del sistema es decir, todas las componentes e_{ii} son iguales a cero.
- 2: Regla del 1 para las componentes de doble índice

Si el elemento i está subordinado al elemento j , escríbase un 1 en la posición e_{ij} . En consecuencia, el elemento j no estará subordinado al elemento i , debiendo de escribirse un 0 en la posición e_{ji} .

3: Regla de la componente múltiple:

Si un elemento i está subordinado a un elemento j (de tal manera que $e_{ij} = 1$), y si el elemento j está subordinado a los elementos K_1, K_2, \dots, K_r (de tal manera que $e_{jk_1} = e_{jk_2} = \dots = e_{jk_r} = 1$), entonces el elemento i está subordinado a los elementos K_1, K_2, \dots, K_r (de tal manera que $e_{ik_1} = e_{ik_2} = \dots = e_{ik_r} = 1$), entonces el elemento i está subordinado a los elementos K_1, K_2, \dots, K_r y se deben describir $e_{ik_1} = e_{ik_2} = \dots = e_{ik_r} = 1$.

EL PROCEDIMIENTO DE RACIONALIZACIÓN.

El procedimiento utilizado para determinar las jerarquías que pueden representarse mediante una matriz del sistema se denomina procedimiento de racionalización. El procedimiento puede iniciarse una vez que la matriz del sistema M^* se ha determinado y como resultado de la aplicación se deberá obtener un conjunto de matrices denominado matrices conexas de subordinación, cada una de las cuales representa una jerarquía, (como siguiente etapa se aplica un procedimiento que determina una jerarquía para cada una de las matrices separadamente). El procedimiento se inicia con la matriz dada M^* y consta de tres etapas que pueden realizarse mediante una computadora.

ETAPA 1: IDENTIFICACIÓN DE LOS CONJUNTOS DE NIVEL SUPERIOR Y DE NIVEL INFERIOR.

- 1).- Elementos no subordinados (renglones de ceros).
- 2).- Elementos que no subordinan (columnas de ceros).
- 3).- Elementos aislados (renglones y columna de ceros, se eliminan).

ETAPA 2: DETERMINACIÓN DE SUBCONJUNTOS DE LA GRÁFICA DEL CONJUNTO DEL NIVEL SUPERIOR.

En esta etapa se identifican los elementos de nivel inferior relacionándolos y los conjuntos de nivel superior: A_1, A_2, \dots

ETAPA 3: DERIVACIÓN DE MATRICES CONEXAS DE SUBORDINACIÓN

Se determinan las matrices conexas de subordinación N^i correspondientes a los bloques A^i a través de las tres operaciones booleanas siguientes:

- a) Efectuar la suma booleana del conjunto de columnas de la matriz M según los índices del bloque A^i .
- b) Multiplicar el vector columna encontrado en la operación anterior con cada una de las columnas de la matriz M .
- c) Eliminar de la matriz resultante, todos los renglones y las columnas que contengan sólo ceros obteniéndose las matrices de subordinación (N_1, N_2, \dots).

DETERMINACIÓN DE GRÁFICAS A PARTIR DE MATRICES CONEXAS DE SUBORDINACIÓN POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS.

1.- Eliminación de los renglones regulares (estados 7, 9 y 10 de la figura 1), renglones con solamente un uno, supóngase que el renglón i -ésimo es regular y que su "1" solitario indica una subordinación a la columna j -ésima. Efectuar los siguientes pasos:

- a) fórmese un nuevo vector columna para la columna j -ésima como sigue:

$$C_j^* = C_j \cdot C_i^+$$

donde C_j es el vector columna j -ésimo y C_i^+ es el complemento de C_i . En el caso de que no haya columna i -ésima, tómese $C_j^* = C_j$.

- b) elimínese el renglón i -ésimo de la matriz y cualquier renglón o columna que solamente contenga ceros.
- c) colóquese un símbolo que contenga el índice i en la gráfica formante y conéctelo al símbolo correspondiente a j , manteniendo las relaciones jerárquicas de manera evitente.

2.- Eliminación de columnas regulares (estados 6, 8 y 10 de la figura 1), columnas con solamente un uno.

Se sigue un procedimiento análogo al de eliminación de renglones:

$$R_i^* = R_i R_j^+$$

Aquí, se elimina el renglón i -ésimo de la matriz y cualquier renglón o columna con ceros, y se marca la subordinación del elemento i -ésimo con el elemento j -ésimo

3.-Partición de renglones (estado 5 de la figura 1), en el caso de que no haya renglones o columnas regulares, puede partirse un renglón en varios renglones regulares.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE M^*

Una vez hecho los pasos anteriores, se está en condiciones de hacer una representación gráfica de M^* , total o parcial dependiendo del orden y complejidad de ésta. Los resultados pueden ser verificados mediante la reconstrucción de la matriz M^* a través de un análisis de la gráfica.

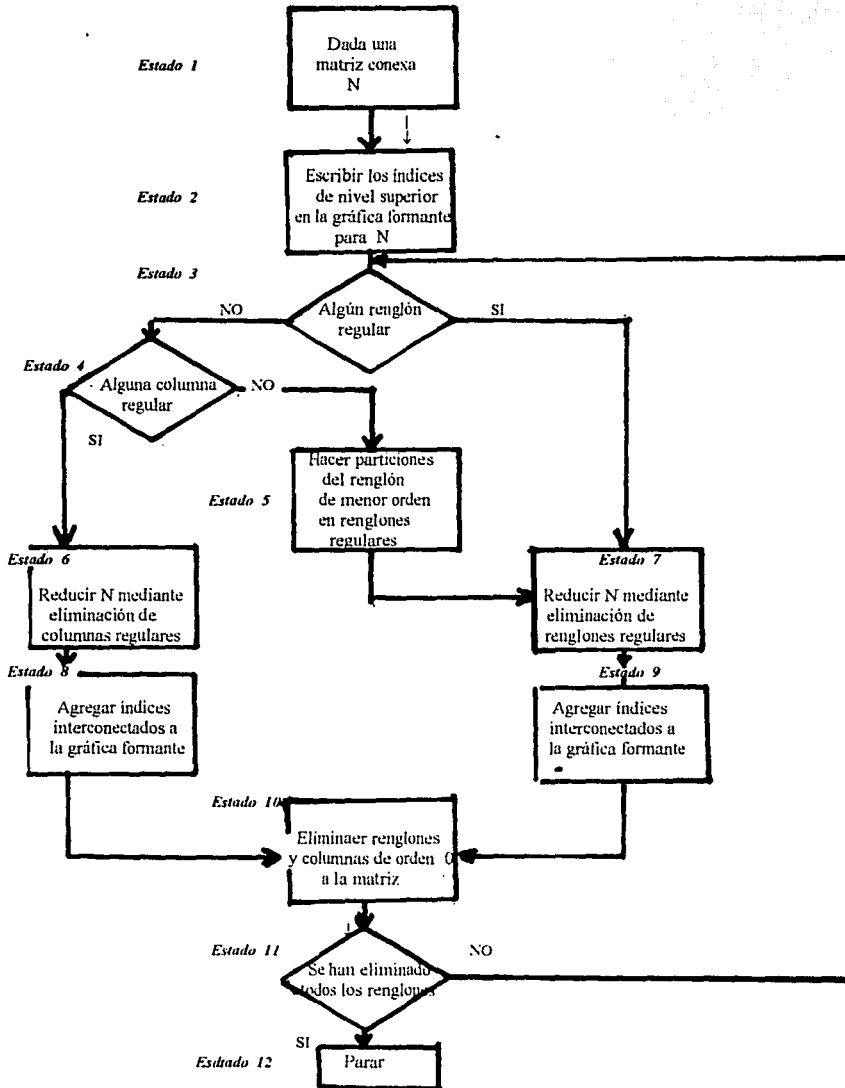


Figura 1: Procedimiento para la formación de gráficas conexas a partir de matrices de subordinación.

MÉTODO DE ELEMENTOS PARA EL ESTABLECIMIENTO Y GRAFICADO DE JERARQUÍAS. ALGORITMO.

I. ESTABLECIMIENTO DE JERARQUÍAS.

1.1. Se forma la matriz de subordinación M.

1.2. Se detectan los elementos aislados (columna y renglón de ceros).

Se marcan la columna y el renglón de ceros, y se eliminan de la matriz de subordinación.

1.3. Se identifican los elementos superiores e inferiores.

Superior: renglón de ceros

Inferior: columna de ceros.

1.4. Se establecen las relaciones entre los elementos de nivel inferior con los de nivel superior, formando los bloques con los elementos superiores de las distintas jerarquías.

1.4.1. Se efectúa la suma booleana entre las columnas de la matriz M según los índices de cada uno de los bloques.

1.4.2. Se multiplica el vector columna encontrado en la operación anterior (para cada bloque), con cada una de las columnas de la matriz M.

1.4.3. Se eliminan de la matriz resultante, todos los renglones y columnas que contengan solo ceros.

II. FORMACIÓN DE LAS GRÁFICAS DE LAS MATRICES CONEXAS DE SUBORDINACIÓN.

2.1. Se identifican los renglones regulares -renglones con un sólo uno-.

2.1.1. Se establece la subordinación del elemento i con el elemento j, y se forma una nueva columna j: C_j^* , donde:

$$C_j^* = C_j C_i^+ \text{ si existe, } \text{ ó } \\ C_j^* = C_j \text{ si } C_i \text{ no existe}$$

2.1.2. Se elimina el renglón i -ésimo y cualquier renglón o columna con puros ceros, y se marca la subordinación del elemento i -ésimo con el elemento j -ésimo.

2.2. Se identifican las columnas regulares -columnas con un sólo uno-

2.2.1. Se establece la subordinación del elemento i con elemento j , y se forma un nuevo renglón i : R^*_i , donde:

$$R^*_i = R_i R^+_j$$

2.2.2. Se elimina la columna j -ésima y cualquier renglón o columna de ceros, y se marca la subordinación del elemento i -ésimo con el elemento j -ésimo.

2.3. Partición de renglones no regulares en renglones regulares.

2.4 Se vuelve a aplicar el procedimiento señalado en los puntos 2.1 y 2.2.

III. GRAFICACIÓN DE LAS MATRICES CONEXAS DE SUBORDINACIÓN.

3.1. Se procede a la graficación de cada una de las matrices conexas de subordinación: redes conexas jerarquizadas.

3.2. Se hace la interpretación y análisis de las distintas jerarquías.

COMPLEMENTO: Las siguientes reglas son de operaciones algebraicas del complemento booleano.

$$\begin{aligned} 0 &\text{ ---> } 1 \\ 1 &\text{ ---> } 0 \end{aligned}$$

PRODUCTO: Las siguientes reglas son de la multiplicación booleana.

$$\begin{aligned} 0 * 0 &= 0 \\ 0 * 1 &= 0 \\ 1 * 0 &= 0 \\ 1 * 1 &= 1 \end{aligned}$$

SUMA: Las siguientes reglas son de la suma booleana.

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1$$

REFERENCIAS.

- 1: J. Salazar Resines. "Dos métodos para el establecimiento de jerarquías". C.A.D.A U.A. M., 1974.
- 2: A. Kaufmann. The Science of Decision-Making. New York Mc Graw Hill. 1965
- 3: J. N. Warfiel. "Intent Structures", IEEE Trans. Syst., Cybern., vol SMC-2, pp 133- 140. March. 1972.

V.2. LA CLASIFICACIÓN JERÁRQUICA.

La clasificación jerárquica es una técnica matemática usada para la taxonomización y descripción factorialista de los datos en estudio. EL objetivo principal de la clasificación es el de obtener una representación esquemática simple de una tabla rectangular de datos. Existe también otro objetivo, más simple que el anterior, que es el de repartir la muestra en grupos de observaciones homogéneas; donde cada grupo es muy diferente de los otros.

Una jerarquía es representada con la ayuda de un diagrama de árbol (o árbol jerárquico, si la clasificación es de este tipo).

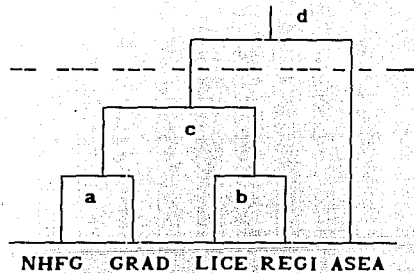


Figura 1.- Resumen esquemático de un árbol jerárquico. a, b, c y d representan el grado de asociación entre las variables.

los nodos (a, b, c y d) simbolizan las subdivisiones de la muestra. Los componentes de tales subdivisiones, siempre en la parte inferior de las ramas del árbol jerárquico, son los objetos (individuos o variables) en estudio.

En relación a los problemas que los métodos de clasificación presentan es necesario comentar que la elección del criterio para evaluar la fidelidad de la representación jerárquica respecto a la tabla inicial de datos para luego encontrar un algoritmo que construya la mejor jerarquía en el sentido del criterio elegido, no es tan simple, ya que a medida que el tamaño de la muestra crece, el número de clases aumenta considerablemente, o bien, si el criterio o criterios son complejos la aplicación e interpretación de la técnica se complica.

Existen dos formas principales de clasificación jerárquica; la ascendente que procede por agregación paso a paso y la descendente que procede por dicotomía paso a paso. Cada una puede aplicarse tanto a una tabla de datos transformados como a una tabla factorial dependiendo solamente de la elección del algoritmo de construcción ya que según el algoritmo elegido se calculará la distancia entre elementos con coordenadas factoriales o entre clases de elementos y la afectación de una masa o peso.

Dentro del análisis estadístico multidimensional la clasificación, ya sea jerárquica o no jerárquica, tiene una gran presencia. La clasificación es muy utilizada en Psicología, Sociología, Linguística y Arqueología, entre otras Ciencias que componen lo que se conoce como las Ciencias del Hombre. Dentro de las Ciencias Biológicas y gracias a Linne (o Linneo en español), quien en el siglo XVIII estableció una clasificación completa del conjunto de los seres vivos, ya animales ya vegetales, los métodos de clasificación son muy utilizados en Medicina, Botánica, Zoología y Ecología. Estas no son las únicas ramas de la ciencia donde se utilizan fuertemente los métodos de clasificación ya que la Física, la Economía y la Historia se sirven de ella. Se sabe que la mayor aportación de la clasificación a la ciencia es su utilidad como metodología complementaria a los demás métodos estadísticos puesto que ayuda eficazmente a la interpretación de grupos de objetos homogéneos que un análisis factorial no logra establecer.

V.2.1. PROCESO DE CLASIFICACIÓN JERÁRQUICA ASCENDENTE.

Se parte del cálculo de las distancias entre elementos (individuos o variables), dos a dos, a partir de alguna métrica seleccionada previamente. Las etapas son sucesivas y es ahí donde se unen los elementos en estudio. El recálculo de distancias entre los nuevos grupos y el resto de los elementos es permanente hasta que forman una sola clase. Al final, se obtiene un dendrograma o árbol jerárquico que no es otra cosa que una representación gráfica de la agregación de los elementos según la distancia elegida. Sus puntos de unión o nodos representan las fusiones sucesivas. La altura de los nodos representan el valor de la distancia entre los elementos o grupos de elementos.

El proceso es bastante sencillo pero muy tardado por la cantidad de distancias a recalcular aunque aquí se manifiesta la principal dificultad del proceso; ella consiste en la buena elección de la fórmula a usar en el recálculo de las distancias a partir de la fusión de elementos. Para comprender esto último partamos de tal recálculo de distancias.

Sean i e $i' \in I$ dos elementos (individuos o variables) y sea m otro elemento del conjunto en estudio, la distancia más pequeña entre (i, i') y m es el mínimo de las distancias de i a m y de i' a m es:

$$d(i \cup i', m) = \min (d(i, m) , d(i', m))$$

a tal proceso se le conoce como el de agregación mediante el salto mínimo debido a que la fusión de dos grupos se basa en el cálculo de la más pequeña de las distancias intergrupales.

Si queremos calcular la distancia máxima entre tales elementos o grupos de elementos deberá hacerse a través de:

$$d(i \cup i', m) = \max (d(i, m) , d(i', m))$$

a este proceso se le denomina de agregación completa o del diámetro ya que la definición del diámetro del grupo en estudio representa la distancia máxima interna de los elementos del grupo.

Claro que si se decide por un valor promedio entonces lo ideal es calcular el valor medio de las distancias:

$$d(i \cup i', m) = (f(i)d(i, m) + f(i')d(i', m))/(f(i) + f(i'))$$

con $f(i)$ y $f(i')$ las funciones de los elementos o grupos de elementos i e i' , tal ponderación nos asegura no tener problemas de inversión jerárquica. A este proceso se le conoce como el de agregación mediante la distancia promedio.

INVERSIÓN JERÁRQUICA.

El principal problema que se presenta en la construcción de jerarquías (ya sean ascendentes o descendentes) es el conocido como fenómeno de inversión jerárquica. Recuerde que en cada paso de la construcción jerárquica se calcula el valor de la distancia para la fusión de dos nodos o elementos, pero para que tales nodos puedan registrarse se necesita que los niveles superiores sean más grandes en valor que los que ya han sido creados; es decir, se debe cumplir que:

$$d(i \cup i', m) \geq d(i, i')$$

si ello no se cumple se presenta entonces el mencionado fenómeno de inversión jerárquica, su expresión gráfica se muestra en la figura 3 para el caso de inversión jerárquica ascendente.

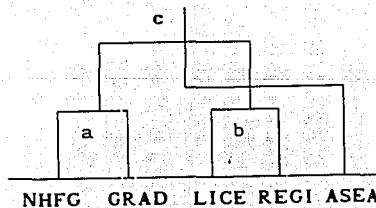


Figura 3.- Esquema del fenómeno de inversión jerárquica ascendente.

A continuación veremos la teoría para clasificar ascendentemente usando el criterio de la maximización del momento central de orden dos de una partición.

CONSTRUCCIÓN JERÁRQUICA DEL MOMENTO DE ORDEN DOS.

Se parte de una tabla de datos formada por los factores F asociados a los elementos de I (o a las variables de J) en la que se consideran solamente cardinal- A elementos, es decir $\{F(i) \mid i \in I, \alpha \in A\}$. Si no se le quiere dar la misma importancia a los factores considerados se deberá utilizar la siguiente ecuación de distancias entre elementos

$$d(i, i') = ||i - i' || \cdot \sum_{\alpha \in A} ((F_{\alpha}(i) - F_{\alpha}(i'))^2)$$

y por el criterio de agregación elegido se calcula el índice de nivel de la clasificación.

$$v(n) = \frac{f_i * f_{i'}}{f_i + f_{i'}} | F_{\alpha}(i) - F_{\alpha}(i')|^2 \quad \forall n \in \text{Nodo}$$

donde f representa la suma de pesos o masas marginales de los elementos involucrados en la partición inicial. La suma de índices de nivel dos es igual a la suma de valores propios correspondientes al número de factores considerados; es decir:

$$\sum_{n \in \text{Nodo}} v(n) = \sum_{\alpha \in A} \lambda_{\alpha}$$

pero si se les quiere dar la misma importancia a los factores se introduce en la parte derecha de la ecuación, el inverso del correspondiente valor propio; esto es:

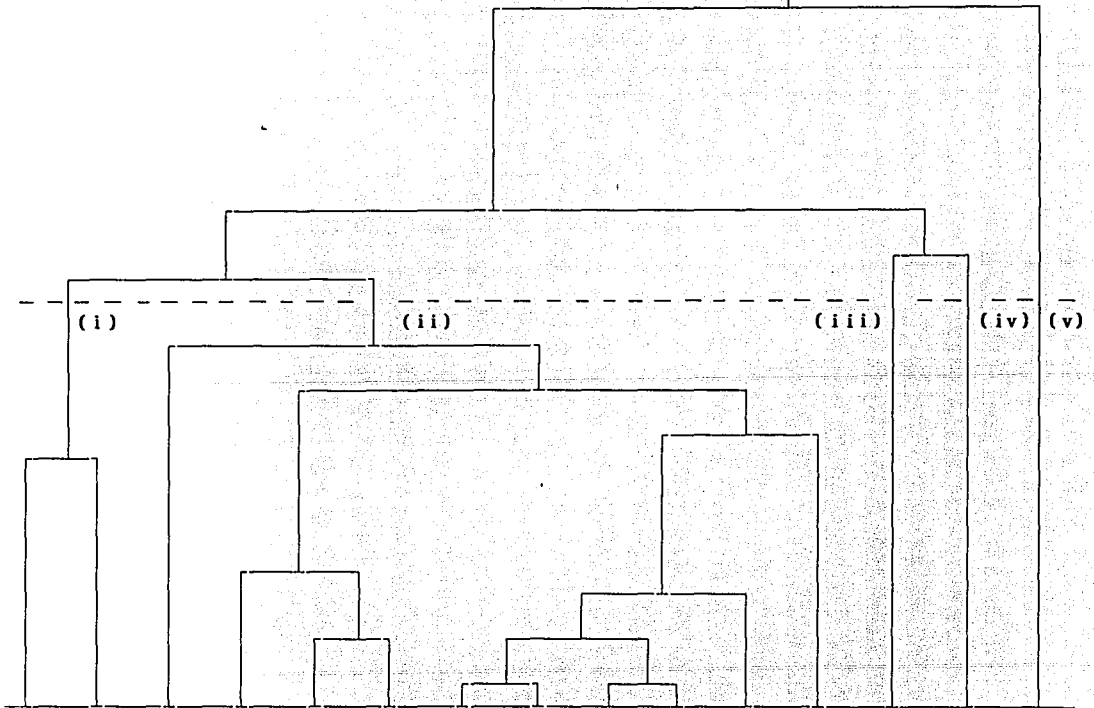
$$d(i, i') = ||i - i' ||^2 = \sum_{\alpha \in A} (-1/\lambda_{\alpha}) (F_{\alpha}(i) - F_{\alpha}(i'))^2$$

teniendo que construir el siguiente índice de nivel

$$v(n) = \frac{f_i * f_{i'}}{f_i + f_{i'}} \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} (F_{\alpha}(i) - F_{\alpha}(i'))^2 \quad \forall n \in \text{Nodo}$$

Con lo que la cardinalidad de los elementos es la suma de los índices de nivel en el nodo es decir:

$$\sum_{n \in \text{Nodo}} v(n) = \text{Card} \cdot A$$



DTES ADMN INVE THNP THSG NHAP NHFG GRAD LICE REGI ASEA NOTA HARP HADE HFSG

Figura 4: Clasificación jerárquica a partir de datos brutos.

Si se requiere una jerarquización a partir de una nube de datos centrados y reducidos, caso en el que se encuentra el análisis en componentes principales, se debe aplicar a la nube $N(I)$ el cálculo de la distancia euclídeana usual, donde

$$N_J(I) = \left\{ \frac{x_{ij} - x_j}{j} \mid i \in I, m_i = 1 \right\}$$

pero el problema no estriba en las fórmulas anteriores sino en el algoritmo de construcción de dicha clasificación pues debe contemplar la búsqueda del mínimo de la tabla de datos, agregación y puesta al día de una nueva partición; recálculo de las distancias entre el modo x y todo elemento de I (o de J) diferente a i e i usando la fórmula de distancia entre clases hasta que no queden mas que dos clases para agregar, pasos que en ocasiones hacen necesaria la conservación, en memoria central de las computadoras, de miles de elementos cuyo manejo complica y desacelera el proceso.

CLASIFICACIÓN JERÁRQUICA DESCENDENTE.

El algoritmo de construcción jerárquica descendente se realiza de manera dicotómica; es decir, en particiones sucesivas ya que a cada etapa del algoritmo se tiene necesidad de aplicar reglas que determinan:

- i) la elección de la clase a partir en dos, y
- ii) la forma de selección de los elementos a cada una de las subclases.

La elección de la clase se realiza mediante la subdivisión de la clases que contienen el valor o efectivo más grande y si hay dos clases con el mismo valor se elige arbitrariamente una de ellas. Existen otros algoritmos donde en lugar de lo anterior se realiza una subdivisión de la clase de mayor diámetro, entendiendo por diámetro la distancia que separa los dos valores más alejados del conjunto en estudio. Y de la misma manera que en el caso de los algoritmos realizados mediante una subdivisión de la clase, aquí también se elige arbitrariamente alguna de las dos clases que tengan el mismo valor más grande.

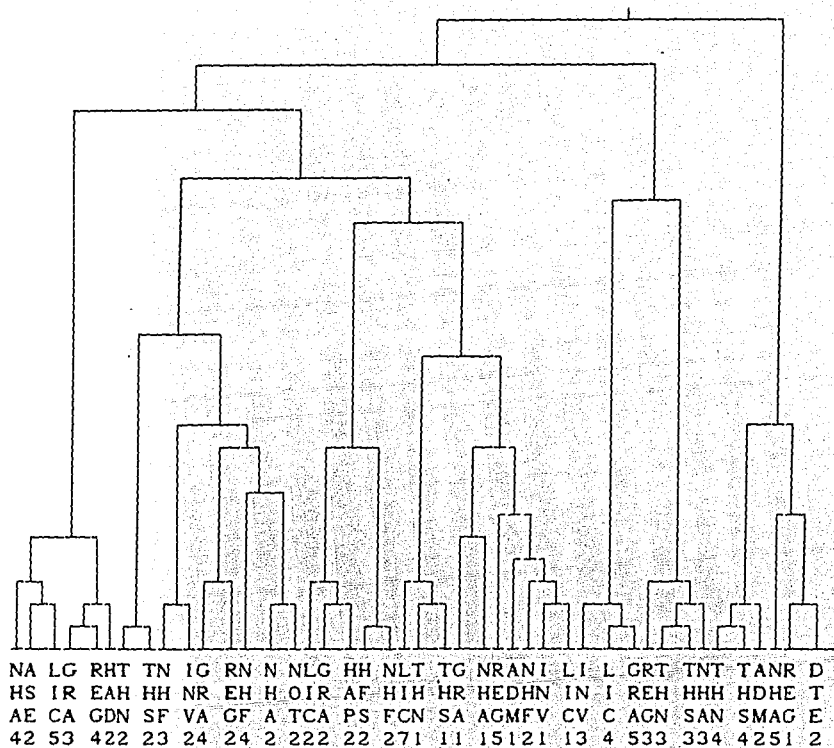


Figura 5. Clasificación jerárquica de las clases. (La mnemotécnica se lee de arriba hacia abajo). Casanova del Angel, Francisco. Estudio Factorialista de la Sección de Graduados ESIA del IPN, 1983.

Un modo de selección de los objetos a las subclases fue propuesto en 1959 por W. T. Williams y J. M. Lambert en un artículo denominado "Multivariate methods in plant ecology. I. Association analysis in plant communities", publicado en el número 47 de la revista Ecology. El método es bastante pesado y opera sobre variables cualitativas. Selecciona una de las variables como criterio de selección y todos los elementos que presenten, para la variable, la misma modalidad son acomodados en la misma clase. De aquí, si las variables pertenecen a más de dos modalidades el nodo correspondiente tendrá más de dos ramas. La variable retenida es aquella que, en la clase considerada, es la más correlacionada a las otras. El trato de variables cualitativas requiere del uso de la Ji-cuadrada de contingencia de todas las variables dos a dos y se retienen aquellas en las que la suma de sus Ji-cuadradas es máxima.

CLASIFICACIÓN DESCENDENTE SEGÚN EL MOMENTO DE ORDEN DOS.

El método de Williams y Lambert se adapta bien al tratamiento de arreglos tabulares que contienen un gran número de observaciones y pocas variables cualitativas. La tabla de la Ji-cuadrada de contingencia entre variables es más rápida de obtener.

Partiendo del criterio de elección de la fusión de dos clases, bajo la dispersión intra-clase, que difiere de tomar una decisión en relación a la fusión de dos clases respecto a la noción de distancia. Aplicando el teorema de Huyghens al caso de una partición en dos clases q y q' :

$$\begin{aligned} M^2(1/g) &= \sum_q M^2(q/g_q) + f(i_q) d^2(g_q, g) \\ &= \sum_q M^2(q/g_q) + M^2(q/g) \end{aligned} \quad (1)$$

que:

$$M^2(q \cup q') = M^2(q) + M^2(q') + f(i_q) d^2(g, g'_q) + f(i_{q'}) d^2(g, g'_q)$$

de donde $q \cup q'$ es la unión de las dos clases q y q' . El momento intra-clase representado por los dos últimos términos de la suma es:

$$(f(i_q) f(i'_{q'}) / (f(i_q) + f(i'_{q'})) d^2 (g_q, g'_{q'}) \quad (2)$$

cuando las dos clases son los elementos de una partición, ésta expresión representa el aumento del momento intra-clase que sucedería si se fusionaran las dos clases q y q' .

La idea en la que se basa el método descendente es la de determinar simultáneamente la clase para la cual (2) es la más grande y los dos núcleos de la clase permiten inducir la partición. Como la dos subclases potenciales q y q' de una clase cualquiera no son conocidas, no se pueden tomar los centros de gravedad. Por lo anterior, es mejor tomar una aproximación reemplazando los centros de gravedad por dos valores de la clase a partir, por núcleo, de las dos subclases partidas. Para la afectación temporal de los otros elementos de la clase, se tienen en cuenta sus distancias a cada uno de los núcleos. Los que son más próximos de i que de i' serán atribuidos a la primera clase, los otros a la segunda. Se determinan así las masas $f(i)$ y $f(i')$ de las dos subclases eventuales. Se hace lo mismo para todas las clases y para todos los pares de puntos pertenecientes a la misma clase.

Se conserva el par de puntos i e i' y la clase q para las cuales la cantidad:

$$f(i) f(i') / (f(i) + f(i')) d^2 (i, i') \quad (3)$$

es la más grande. La segunda etapa consiste en afectar definitivamente los puntos de la clase q en función de sus aproximaciones a i e i' .

Bibliografía.

Análisis Multidimensional de Datos. Editorial LOGICIELS. Casanova del Angel, F., 1990.

VI. APLICACIÓN DE JERARQUÍAS.

VI.1: EL MÉTODO DE SAATY PARA LA TOMA DE DECISIONES.

El método parte de una jerarquización que previamente se establece con la participación de un grupo de expertos; en donde cada uno de los objetivos que se desean alcanzar forman niveles de diferente importancia - jerarquización de objetivos - y donde el nivel inferior está formado por las alternativas a seleccionar.

El algoritmo utiliza como información las matrices de comparación cuantitativa entre las parejas de alternativas respecto de cada uno de los objetivos por alcanzar y determina los valores y vectores característicos como medida de las prioridades tanto de las alternativas como de los objetivos de cada uno de los niveles o estratos.

El procedimiento se inicia con la estructuración de los objetivos en niveles o estratos (figura 1) de acuerdo a la prioridad que fije el decisor a la vez de establecer una escala de valores para cualquiera par de objetivos (o alternativas) de un mismo nivel respecto de un objetivo de un nivel inmediato superior; esto es, el decisor debe comparar dos a dos cada una de las alternativas (u objetivos) de un mismo nivel respecto de un solo objetivo del nivel inmediato superior y decir cual prefiere y además especificar esta magnitud de preferencia de acuerdo a una escala de valores previamente determinada.

Una vez hecho lo anterior para cada par de objetivos (o alternativas) de un mismo nivel respecto de un mismo objetivo del nivel inmediato superior se construye con esta información una matriz de comparación (matriz I) a la que se le calcula su valor característico máximo y el vector característico respectivo, el cual una vez normalizado establece las importancias de cada una de las alternativas (u objetivos) respecto de un mismo objetivo del nivel inmediato superior. De esta misma manera se continúan determinando los demás vectores propios de cada uno de los objetivos de un mismo nivel respecto del conjunto de alternativas y con ellos se forma una matriz la cual señala la importancia de los componentes de dicho estrato respecto a cada uno de los objetivos del nivel adyacente superior.

Del mismo modo se hacen las comparaciones de los elementos del siguiente estrato respecto de un objetivo del nivel inmediato superior, se calcula su valor y vector propio y

al final se forma la matriz asociada con cada uno de los vectores característicos de ese estrato.

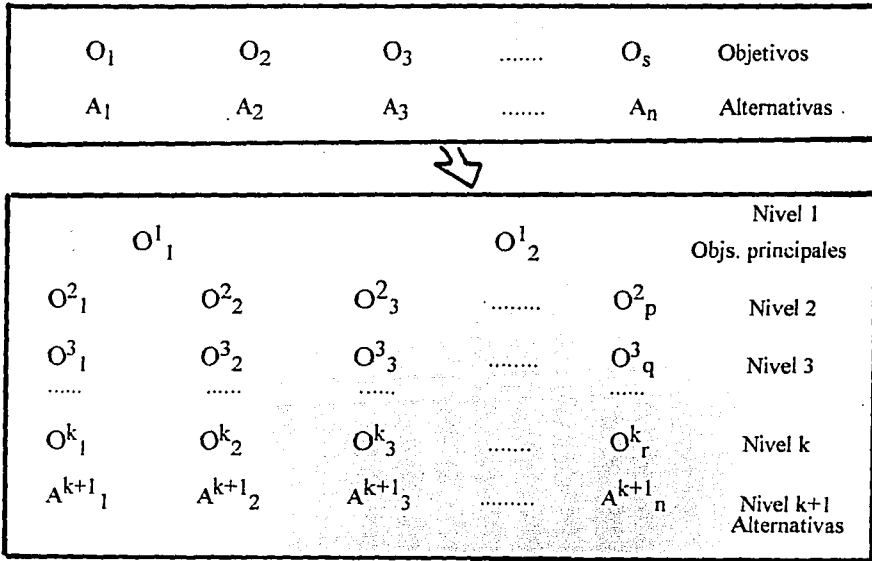
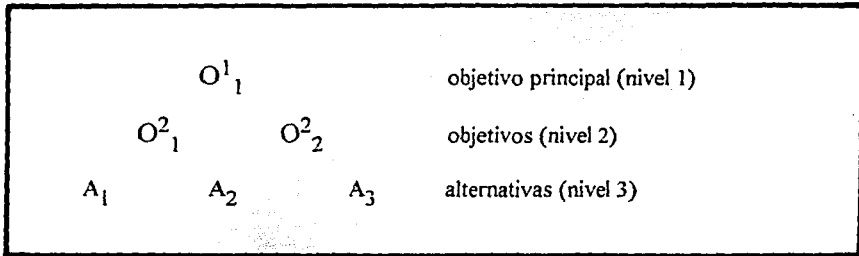


Figura 1. Estructuración de los objetivos y alternativas en niveles o estratos.

Al final del proceso cada estrato tendrá asociada una matriz formada por vectores característicos que señalan la importancia de los componentes de dicho estrato, respecto de cada uno de los objetivos.

Para obtener la importancia de los elementos del estrato respecto a todos los objetivos contenidos en niveles superiores se multiplican las matrices de los distintos estratos y normalizando se obtiene lo que se conoce como relevancia total, (figura 2).

1a.. Para cada par de matrices de comparaciones, multiplíquense entre si los elementos de la matriz por renglones. Si por ejemplo se tuviera una estructura jerárquica de la forma



y se tuviera una matriz de comparaciones B de la alternativa A_1 y A_2 respecto del objetivo O^2_1

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & b_{12} & b_{13} \\ 1/b_{12} & 1 & b_{23} \\ 1/b_{13} & 1/b_{23} & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

entonces al multiplicar los elementos de la matriz por renglones, se obtendría un vector b de la forma

$$b' = \begin{bmatrix} (1)(b_{12})(b_{13}) \\ (1/b_{12})(1)(b_{23}) \\ (1/b_{13})(1/b_{23})(1) \end{bmatrix}$$

1b. Obténgase la raíz cúbica

$$b^{1/3}_1 = \begin{bmatrix} (b_{12}b_{13})^{1/3} \\ (b_{23}/b_{12})^{1/3} \\ (1/b_{13}b_{23})^{1/3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

Si la matriz fuera de orden n , entonces se tendría que calcular la raíz n -ésima.

1c. Multiplíquese cada elemento de este vector por el recíproco de la suma de los componentes y multiplíquese por 100 para obtener la relevancia en por ciento.

$$\text{Relevancia} = \begin{bmatrix} c_1/(c_1 + c_2 + c_3) \\ c_2/(c_1 + c_2 + c_3) \\ c_3/(c_1 + c_2 + c_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

Este vector se interpreta diciendo que de acuerdo a las calificaciones dadas, la alternativa A_1 tiene un d_1 % de relevancia respecto del objetivo O^2_1 , la alternativa A_2 tiene un d_2 % de relevancia respecto del objetivo O^2_1 y la alternativa A_3 tiene un d_3 % de relevancia respecto del objetivo O^2_1 .

1. Calcúlese los vectores de relevancia para los demás objetivos del segundo nivel (en este caso de O^2_2) y fórmese una matriz con los vectores de relevancia de este nivel.

2. Se pasa ahora a obtener los vectores de relevancia del siguiente nivel comparando en este caso, los objetivos O^2_1 y O^2_2 entre sí como si fueran alternativas respecto del objetivo principal O^1_1 del 1er. nivel.

3. Para obtener el vector de relevancia global de cada una de las alternativas respecto del objetivo principal, multiplíquese la matriz de relevancia del 2o. estrato por el vector de relevancia del 1er. nivel y normalícese el vector resultante respecto a la suma de todos sus componentes multiplicados por 100 %.

VI.1.1. ESTRUCTURA JERARQUICA NO TOTALMENTE CONECTADA.

En el caso de que no todas las componentes de un nivel estén conectadas con todos los del nivel inmediato superior, el proceso se inicia calculando las relevancias del 2o. estrato respecto del objetivo principal y posteriormente, en forma sucesiva se van obteniendo las relevancias de los objetivos de los siguientes estratos que estén conectados. Para ilustrar un poco más el método consideremos el esquema de la siguiente figura. (figura 4).

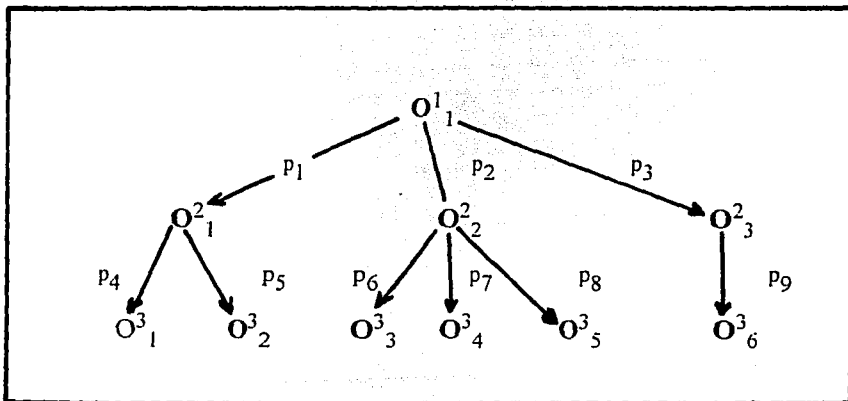


Fig. 4 ESTRUCTURA ARBOREA NO TOTALMENTE CONECTADA.

Donde: las P_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) son las prioridades o preferencias de los objetivos de los estratos respecto de los objetivos del nivel adyacente superior. Satisfaciendo:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1; 0 \leq P_i \leq 1; i = 1, 2, 3, \dots, 9$$

$$P_4 + P_5 = 1; P_6 + P_7 + P_8 = 1; P_9 = 1.$$

Las relevancias de cada uno de los objetivos, respecto del objetivo principal son:

$$\begin{aligned}
 R(O^2_1) &= P_1 & R(O^2_2) &= P_2 & R(O^2_3) &= P_3 \\
 R(O^3_1) &= P_4 P_1 & R(O^3_2) &= P_5 P_1 & & \\
 R(O^3_3) &= P_6 P_2 & R(O^3_4) &= P_7 P_2 & R(O^3_5) &= P_8 P_2 \\
 R(O^3_6) &= P_9 P_3 & & & &
 \end{aligned}$$

Nótese que:

$$\begin{aligned}
 R(O^2_1) + R(O^2_2) + R(O^2_3) &= P_1 + P_2 + P_3 = 1 \\
 R(O^3_1) + R(O^3_2) + R(O^3_3) + R(O^3_4) + R(O^3_5) + R(O^3_6) &= \\
 &= (P_4 + P_5)P_1 + (P_6 + P_7 + P_8)P_2 + P_9P_3 = \\
 &= P_1 + P_2 + P_3 = 1
 \end{aligned}$$

VI.1.2: FUNDAMENTOS DEL MÉTODO

El objetivo del método es encontrar una escala de valores:

$w^j_1, w^j_2, \dots, w^j_n$ ($j = 1, \dots, h$), para cada uno de los h estratos que indiquen la importancia de cada uno de los elementos de un estrato a cada objetivo del nivel inmediato superior, a la vez de determinar las importancias globales de los elementos de cada estrato considerando todos los objetivos de niveles superiores.

Figuras 3a. , 3b. y 3c.

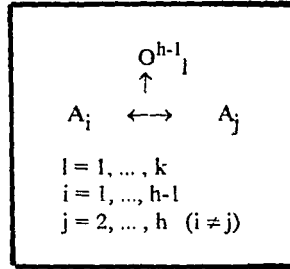
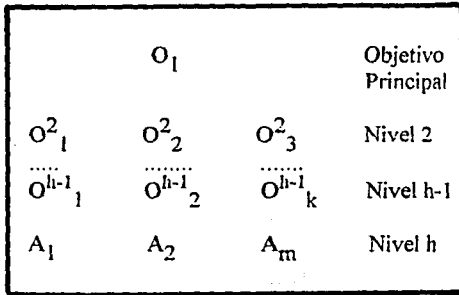


Fig. 3a. Representación gráfica de una estructura jerárquica de h estratos

Fig. 3b. Comparación entre pares de alternativas de un nivel, respecto de un objetivo de nivel inmediato superior.

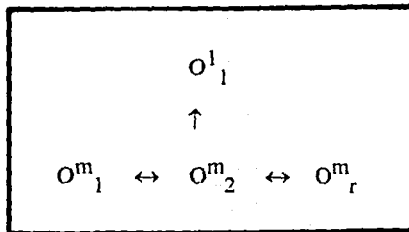


Fig. 3c. Evaluación global de los elementos de un estrato considerando todos los objetivos de un nivel superior.

Los W_i se caracterizan por tener la siguiente propiedad:

- a) W_i/W_j es aproximadamente igual a a_{ij} (comparaciones entre pares de alternativas).
- b) Ser estable, pequeñas alteraciones en las evaluaciones originan pequeños cambios en la escala de valores W_i .
- c) Las preferencias no necesariamente son transitivas.

En el caso de que las evaluaciones personales a_{ij} sean exactas, entonces se cumplen las siguientes relaciones:

$$a_{ij} = W_i / W_j \quad (\text{Consistencia de la matriz de comparaciones})$$

lo cual implica que: $a_{ij} a_{jk} = (W_i / W_j) W_j / W_k = W_i / W_k = a_{ik}$:

por lo tanto:

$$a_{ii} = W_i / W_i = 1 \quad \text{y} \quad a_{ij} a_{ji} = a_{ii} = 1,$$

o sea que:

$$a_{ji} = 1/a_{ij}$$

y en este caso: $a_{ij} = a_{i1} a_{1j} = (1/a_{i1}) a_{1j} = a_{1j} / a_{i1}$; $i, j = 1, \dots$ significando (bajo consistencia en la matriz de comparaciones) que los elementos de la matriz A pueden ser determinados simplemente a partir de los elementos del primer renglón, y en consecuencia el rango de la matriz A es uno. Y por lo tanto el único vector característico asociado al único valor característico diferente de cero de la matriz A es cualquier columna de A .

Nótese que al multiplicar a_{ij} por W_j se tiene $a_{ij} W_j = (W_i / W_j) W_j = W_i$, por lo tanto el producto del i -ésimo renglón de la matriz A por el vector $W = (W_1, \dots, W_n)$ resulta:

$$a_{i1} W_1 + a_{i2} W_2 + \dots + a_{in} W_n = \sum_{j=1}^n a_{ij} W_j = n W_i$$

lo que implica que $AW = nW$. Por lo tanto obtener los valores W_i es equivalente a obtener el vector característico W de la ecuación anterior. Pero obsérvese que este caso sólo es posible cuando se cumple la transitividad y las evaluaciones son exactas, lo que en la práctica rara vez ocurre.

Por lo tanto al dejar de lado la transitividad, se deberán proporcionar todos las comparaciones a_{ij} correspondientes a los elementos de la matriz triangular superior (o inferior) y el resto de los elementos de la matriz se calculan con los recíprocos de los vectores simétricos.

En el caso de que la transitividad sólo se dé aproximadamente, las a_{ij} serán aproximadamente igual a W_i/W_j , y la ecuación $AW = nW$ se cambiará por $AW = \lambda_{\text{máx}} W$. Y por lo tanto, para encontrar el vector W es necesario resolver la ecuación anterior, en donde A es la matriz de comparaciones.

En el caso de que se de la consistencia en la matriz A , el valor característico máximo es igual a la traza de la matriz y es igual a n (los elementos de la diagonal son unos), es el único valor característico diferente de cero, ya que el rango de A es uno. En el caso de que no se tiene consistencia a lo largo de toda la submatriz y que las valoraciones no sean exactas el valor de $\lambda_{\text{máx}}$ no será exactamente igual a n , pero si aproximadamente, ya que en este tipo de matrices los valores característicos son una función continua de los elementos de la matriz.

De la teoría de matrices se establece que si A es no negativa y A es de rango completo, entonces existe un único valor característico mayor que cero y un único vector característico W mayor que cero.

El conjunto de valores buscados se obtiene al dividir cada uno de los elementos del vector característicos W entre la suma de sus componentes:

$$\sum_{i=1}^n W_i$$

Para el caso de 2 estratos, por ejemplo, se tiene que si uno de los estratos tiene como

elementos a $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, el cual está completamente dominado por los elementos de otro estrato: $y = (y_1, \dots, y_m)$.

Si W_i es la prioridad de X_i , $i = 1, 2, \dots, n$ en x , y W_j es la prioridad de $y_j = 1, \dots, m$ en y , entonces se presupone que el siguiente sistema de relaciones lineales se satisface:

$$W_i = a_{i1} W'_1 + \dots + a_{im} W'_m ; \quad i = 1, \dots, n$$

lo que establece que la prioridad total o absoluta de un elemento X_i en un estrato, es una combinación lineal de las prioridades absolutas W'_j de los elementos Y_j en el estrato inmediato superior. El valor a_{ij} es la posición i -ésima de la columna j de una matriz cuyas columnas son los vectores característicos de las matrices de comparación en el estrato x con respecto al elemento y_j del estrato inmediato superior.

La generalización del método a una jerarquía de h estratos con n_k , $k = 1, \dots, h$ elementos en el estrato k queda enunciado en el siguiente teorema.

TEOREMA. En una jerarquía completa, esto es, una jerarquía en donde cada elemento de un estrato está dominado por cada elemento del estrato inmediato superior; la importancia relativa de los elementos del k -ésimo estrato, respecto a todos los objetivos de niveles superiores, está dada por:

$$W_k = A_k A_{k-1} \dots A_m W_m, \quad k < m$$

donde W_k es el vector de prioridades del estrato k -ésimo y A_k la matriz de coeficiente correspondiente que expresan la dependencia lineal de W_k en términos de W_{k-1}

En particular, para una jerarquía de h estratos:

$$W_k = A_h A_{h-1} \dots A_2 W_1$$

VI.2. MÉTODOS PARA LA SELECCIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.

Al planificar las actividades de una empresa o de una corporación, con frecuencia se presenta el problema de tener que seleccionar de un conjunto de proyectos a un subconjunto de éstos, dado el presupuesto limitado de que se dispone.

A continuación se presentan algunas propuestas, para un cierto tipo de problemas, que dependen de ciertas características de este para su solución.

Consideremos el caso de que se cuenta con una cartera con n proyectos y se dispone de un determinado presupuesto restringido. Se conocen los costos de cada uno de los proyectos y de una escala de valores de un conjunto de indicadores previamente seleccionados (cuadro 1).

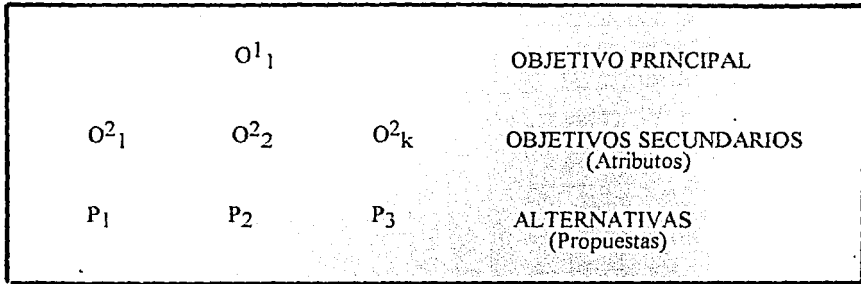
		Proyectos.		
		P_1	P_2	P_n
Indicadores	I_1	q_{11}	q_{12}	$\dots q_{1n}$
	I_2	q_{21}	q_{22}	$\dots q_{2n}$
	\dots	\dots	\dots	\dots
	I_k	q_{k1}	q_{k2}	$\dots q_{kn}$
Costos		c_1	c_2	c_n

CUADRO 1. Escala de valores de un conjunto de indicadores de n proyectos.

VI.2.1. METODO DE SAATY

I. Considerando el esquema del método de Satty, anteriormente descrito, el procedimiento sería el siguiente:

1. Se define la estructura jerárquica (gráfica 5)



GRAFICA 5. Estructura jerárquica de un conjunto de proyectos y objetivos.

2. Tomando en cuenta los datos del cuadro 1, se asigna una escala de valores de razón o proporción para las comparaciones entre parejas de las alternativas (proyectos) respecto de cada uno de los objetivos. El proyecto P_i es preferible al proyecto P_j respecto a la alternativa A_k con un determinado valor (definido por el experto o decisor) que estará en función de los indicadores respectivos: $f(q_{ki}, q_{kj})$.

3. Una vez asignada la escala de valores entre las comparaciones por parejas respecto a los distintos objetivos, se forman las matrices de comparación por parejas entre las alternativas y cada uno de los objetivos (atributos) y se calculan los vectores característicos de cada una de estas matrices, que señalan la prioridad o relevancia de cada uno de los proyectos respecto de cada una de las alternativas (matrices IIa, y IIc).

$$A_k = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & f(q_{k1}, q_{k2}) & \dots & f(q_{k1}, q_{kn}) \\ 1/f(q_{k1}, q_{k2}) & 1 & \dots & f(q_{k2}, q_{kn}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/f(q_{k1}, q_{kn}) & 1/f(q_{k2}, q_{kn}) & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} ; W_k = \begin{bmatrix} W^k_{11} \\ W^k_{21} \\ \dots \\ W^k_{n1} \end{bmatrix}$$

MATRIZ II a. Matriz de comparaciones respecto del objetivo O_k ; $k = 1, \dots, n$ y vector característico asociado a la matriz A

$$\begin{bmatrix} w^1_{11} & w^2_{12} & \dots & w^k_{1n} \\ w^1_{21} & w^2_{22} & \dots & w^k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w^1_{n1} & w^2_{n2} & \dots & w^k_{nn} \end{bmatrix}$$

MATRIZ II b. Matriz de vectores característicos.

4. Se forma la matriz de comparación entre los pares de atributos y el objetivo principal, previamente el experto asignará una escala de valores entre cualesquiera dos de los atributos respecto del objetivo central. Se calcula el vector característico normalizado asociado.

5. Se efectúa el producto matricial entre la matriz de vectores característicos del nivel 2 W y el vector característico obtenido en el paso 4 y como resultado se obtiene un vector que indica las prioridades globales de cada uno de los proyectos respecto del objetivo principal.

6. Dado que el presupuesto es restringido y los costos de cada proyecto son conocidos, la selección de los proyectos, podría hacerse de acuerdo a las prioridades determinadas por el método.

Como se señaló anteriormente, de existir consistencia en los datos; esto es, si se da la transitividad entre las valoraciones a pares, entonces $Aw = nw$ y el problema se reduce a calcular los valores característicos de A . Pero en el caso de no darse la transitividad, o sea que las valoraciones no sean exactas (que no cumpla con la ecuación $a_{ij} = w_i/w_j$), entonces la ecuación $Aw = nw$ deberá sustituirse por $Aw = \max w$. Dado que $\max w > n$ (Satty, T. L., 1980), y con el fin de tener un indicador de la calidad de las valoraciones, se define el índice de consistencia de los datos por:

$$R_o = \frac{\lambda_{\text{máx}} - n}{n - 1}$$

en donde $\lambda_{\text{máx}}$ es el valor característico máximo de la matriz de comparaciones y n es la dimensión del problema. A medida que el índice se aproxima a cero, significa una mayor calidad o consistencia de los datos. Por el contrario, a medida que $\lambda_{\text{máx}}$ se aleja del valor de n , la calidad de la información empeora.

Al índice de consistencia de una matriz recíproca (matriz de comparaciones), generada aleatoriamente, se le llama índice aleatorio promedio (RI).

El laboratorio Nacional de Oak Ridge, generó un promedio RI para matrices de orden 1 al 15 usando una muestra de tamaño 100 con escala de comparaciones de 1 al 9.

El Colegio de Wherton repite la experiencia con una muestra de 500 para matrices de orden 1 al 11. En la siguiente tabla se presentan los resultados del Colegio para las matrices de orden 1 al 11 y los del Laboratorio Nacional para las de orden 12 al 15.

M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

La razón del índice de consistencia (CI) y el índice promedio (RI) correspondiente según el orden de la matriz, es llamado la razón de consistencia (CR), $Cr = CI / RI$. Una razón de consistencia de .10 o menos es considerada aceptable, si no es así, es conveniente revisar el proceso y las opiniones.

ANTECEDENTES HISTÓRICOS DEL MÉTODO AHP DE SAATY.

En 1971, Thomas Lorie Saaty se encontraba trabajando en problemas de planeación de

contingencias militares y es ahí donde inicia el desarrollo de su proceso de jerarquización analítica (AHP). En 1972, realiza un estudio para la National Science Foundation, donde aplica el proceso de jerarquización analítica en el racionamiento de electricidad a las industrias de acuerdo con su contribución al bienestar de la Nación (Saaty, T. L y Mariano R., 1979). En ese mismo año, en 1972, en el Cairo, Egipto, Saaty trabaja sobre efectos de la "No paz, no guerra" sobre el estatus económico, político y militar de Egipto. De dicho estudio surge la escala que relaciona las opiniones con los números.

En los años siguientes, la teoría fue enriqueciéndose principalmente debido a la gran cantidad de estudios que Saaty emprende. Así, en 1973, realizó un estudio sobre el transporte en Sudán (Saaty, T. L., 1977a). Posteriormente realizó trabajos sobre análisis de terrorismo (Saaty y Bennett, J. P., 1977b), estudios de conflictos como el de Irlanda del Norte, Distribución de recursos considerando prioridades de interés privado, gubernamental e internacional, problemas de candidatura política a la presidencia y otros.

En 1980, Saaty publica el libro "The Analytic Hierarchy Process" (Saaty, T. L., 1980) en el que expone el fundamento teórico del AHP, junto con el resultado de sus estudios y aplicaciones más importantes. En 1988 este libro es reeditado y ampliado (Saaty, T. L., 1988), que incluye un gran número de artículos escritos desde 1980 por Saaty y sus colaboradores.

Desde entonces, una gran cantidad de producción se ha generado, que van desde aspectos prácticos hasta contribuciones teóricas. Las aplicaciones han sido en muy variadas áreas y de distintas maneras, por ejemplo, en problemas de decisión multicriterio o en la vinculación de métodos tradicionales como en el caso de análisis de regresión o teoría de juegos o teoría de utilidad, o bien, como soporte conceptual de otras teorías.

En la parte final del trabajo, se hacen una serie de anotaciones sobre aspectos de extensiones y refinamientos posteriores del método de Saaty así como un conjunto de referencias al respecto.

VI.2.2. MÉTODO DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LOS INDICADORES.

Considerando el caso de que el criterio de selección sea el que maximice la suma de los valores de los indicadores q_{ij} previamente seleccionados, el problema planteado y de

acuerdo a la información disponible el modelo matemático es el siguiente:

$$\text{máx } \sum_{i=1}^n q_{ij} X_j ; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^n c_j X_j < P ; \quad X_j \in \{0, 1\} ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

donde: P es el presupuesto total disponible.

X_j las variables de decisión

$X_j = 0$, significa que el proyecto j no se realiza,

$X_j = 1$ que el proyecto j si se realiza.

Este es un modelo de Programación Lineal, pero para su solución (1) matemática hay necesidad de ponderar los indicadores de tal forma que se construya una función lineal de los mismos. El problema reformulado es de la forma:

$$\text{máx } \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^k W_i q_{ij} \right) X_j$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n c_j X_j \leq P ; \quad X_j \in \{0, 1\} ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Otra forma de resolver el problema consiste en seleccionar uno de los indicadores para optimizarlo y especificar valores mínimos M para los restantes, integrándolos como restricciones al problema; ésto es:

$$\text{máx } \sum_{j=1}^n q_{ij} X_j$$

sujeto a:

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq M_i; \quad i \neq j; \quad i = 1, 2, \dots, k$$

y:

$$\sum_{j=1}^n c_j X_j \leq P; \quad X_j \in \{0, 1\}$$

Nota:

1) Para más detalles sobre jerarquización de proyectos, ver: Fuentes Maya Sergio, D.E.P.F.I.-U.N.A.M., 1984.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

1. LANCELOT, WHITE, G. WILSON, D. WILSON LAS ESTRUCTURAS JERARQUICAS, Alianza Editorial, 1973.
2. MESAROVICK, M.D, MACKO & Y. TAKARA THEORY OF HIERCHICAL, MULTILEVEL SYSTEMS. Academic Press, New York, 1975.
3. SAATY, T.L., THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS: PLANNING, PRIORITY SETTING, RESOURCE ALLOCATION. McGraw-Hill, 1980.
4. KEENEY, R.L. y RAIFFA H. DECISIONS WITH MULTIPLE OBJETIVES; PREFERENCES AND VALUE TRADOOFFS. John Wiley and Sons, Nueva York, 1976.
5. W. FINDEISEN, F. N. BAILEY, M. BRDYS. CONTROL AND COORDINATION IN HIERARCHICAL SYSTEMS. Wiley, 1980.
6. WEISS, P.A., HIERARCHYCALLY ORGANIZED SYSTEMS IN THEORY AND PRACTICE. Nueva York, Hafner, 1971.
7. MERCADO, R.E. TECNICAS PARA LA TOMA DE DECISIONES. LIMUSA, 1991.
8. PATLEF H., HIERARCHY THEORY, THE CHALLENGE COMPLEX SYSTEMS. Nueva York, George Braziller, 1973.
9. LES CASHIERS DE L'ANALISE DES DONNEES, Dunod, Parhs, 1982.
10. M. ROUX, ALGORITHMES DE CLASSIFICATION, METHODE Y PROGRAMMES. Mason, 1985.

11. A. SOLIS MEXICANO. TESIS DE MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. DEPMI-UNAM. 1993.

12. M. FOSTER VEGA. EL PROCESO DE JERARQUIZACIÓN ANALÍTICA EN LA TOMA DE DECISIONES MULTIATRIBUTO. DEPMI-UNAM. 1989.

**SELECCION DE UNA PROPUESTA PARA ASIGNAR EL CONTRATO DE
PERFORACION DE UN POZO PETROLERO, EMPLEANDO LA TECNICA
DE JERARQUIZACION ANALITICA.**

**UN CASO EN LA SONDA MARINA DE CAMPECHE.
PEMEX EXPLORACION PRODUCCION**

Resumen

Con la nueva estructura de Petróleos Mexicanos y bajo el marco normativo de la Ley de Adquisiciones esta empresa paraestatal contrata servicios a través de la realización de concursos. Sin embargo, en ocasiones los criterios de selección no son del todo satisfactorios ya que se carece de una metodología objetiva en la cual se sustente. En el presente trabajo se propone una metodología de selección proyectos a partir de la jerarquización de objetivos y la aplicación de la técnica AHP (Analytic Hierarchy Process) de Thomas L. Saaty (1988). La aplicación del método propuesto se hace a un proyecto de perforación de un pozo petrolero en la Sonda Marina de Campeche.

DESCRIPCION

Bajo el marco de la Ley de Adquisiciones y Obra Pública vigente y en cumplimiento de las políticas de apertura dictadas por el Gobierno Federal, en la Subdirección de Perforación y Mantenimiento de Pozos de PEMEX Exploración-Producción se contratará una compañía perforadora para realizar los trabajos correspondientes a la perforación de un pozo petrolero de exploración en la formación Zazil-Ha, bajo la modalidad de "llave en mano", esto es, que la responsabilidad total de la obra, tanto técnica como administrativa, así como el suministro de los materiales y servicios necesarios recae en el contratista, sin embargo, esto no lo redime de la responsabilidad de mantener informado en todo momento y con la amplitud que se requiera a la Subdirección mencionada a través de la gerencia correspondiente de la región marina.

Las condiciones principales del pozo a perforar son las siguientes:

Localización: Se encuentra en la Sonda Marina de Campeche a 78.3 kilómetros de la costa del puerto de Dos Bocas, Tabasco, y en las coordenadas $X=1'234,344$ y $Y=2'322,133$ del sistema de referencia "punta gorda".

Profundidad: La profundidad total del pozo se programa a 6,150 m con la posibilidad de extenderse hasta 6,500 m si fuera necesario para alcanzar la base de la formación Jurásico Superior Kimmeridgiano.

Tirante de agua: La profundidad del tirante de agua en la localización es de 78 m.

Estudios geofísicos previos: PEMEX proporcionará al contratista ganador los estudios geofísicos y sísmológicos de la localización propuesta sin que esto cree responsabilidad por parte de PEMEX en cuanto a las decisiones de asentamiento de TR y densidad de lodo que contenga el programa de perforación propuesto por la compañía.

Fluidos de perforación: Los fluidos de perforación a utilizarse en el pozo, materia de este contrato, no deberán contener plomo, cromo, ni ninguno de los llamados metales pesados. Así mismo, si la base del fluido fuera alguna diferente del agua, su utilización estará sujeta a las disposiciones que en materia ambiental establezcan las leyes nacionales.

Tubería de revestimiento: Deberán cumplir en todo momento con las especificaciones marcadas por el American Petroleum Institute (API).

Materiales: Los materiales utilizados para la perforación del pozo deben cumplir con las normas API. En el caso de los materiales y herramientas que quedarán en el interior del pozo como parte del mismo, deberán contar con la autorización de especialistas de PEMEX en la rama correspondiente.

Derivado de la convocatoria internacional se recibieron 11 propuestas, de las cuales sólo 6 de ellas (las presentadas por las compañías: PROTEXA, MEXICO, CENTRAL, FAJA DE ORO, EPN-SONAT y

TRITON) cumplieron con los requisitos mínimos de las bases del contrato y serán las que se evalúen técnica, administrativa y económicamente para elegir la opción que presente las condiciones más ventajosas para PEMEX.

METODOLOGIA.

Para la elección anterior se empleará la técnica de jerarquización analítica de objetivos (AHP) propuesta por Saaty en base al esquema mostrado en la lámina 1. Dicho método es una de las técnicas actuales más potentes y pragmáticas de la Teoría de Decisiones. Esta es una técnica que está dentro de la clase de escalas de razón o proporción, ya que siempre se estima el valor del estímulo, alternativa u objetivo en razón o comparación con otros. De esta manera, la decisión se apoya siempre en un estímulo y se compara con los demás. Dado que las estimaciones personales de los 5 expertos calificadores que intervinieron en el proceso son exactas en sí mismas, pueden diferir en la resolución global. Para minimizar el efecto anterior, se utilizará la técnica de convergencia de valor TKJ.

La escala de medición de relevancias utilizada se construye de forma tal que facilite la calificación, ésta se muestra en la tabla 1.

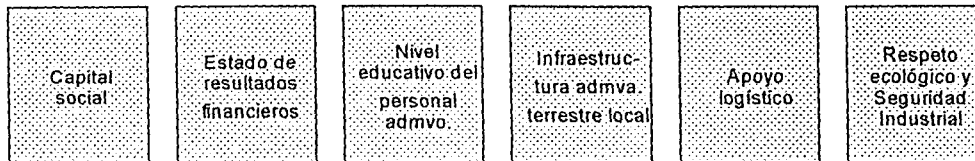
En base a lo anterior, se establecieron una serie de objetivos parciales a cumplir, se jerarquizaron y delinearon dentro de 2 niveles de referencia, así mismo, en el nivel inferior se colocaron las alternativas en forma aleatoria. La numeración de los niveles quedó como se muestra en la lámina 1. Se inició comparando la importancia de cada una de las alternativas (Nivel 4) entre sí, respecto a uno solo de los objetivos del nivel inmediato superior (Nivel 3) y se continuó con la comparación de los objetivos de este último nivel con respecto a los del nivel superior (Nivel 2) y así sucesivamente.

Niveles de referencia

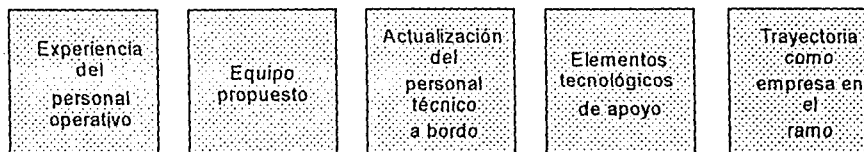
1.- Objetivo principal

Seleccionar la propuesta que presente las condiciones más ventajosas para PEMEX

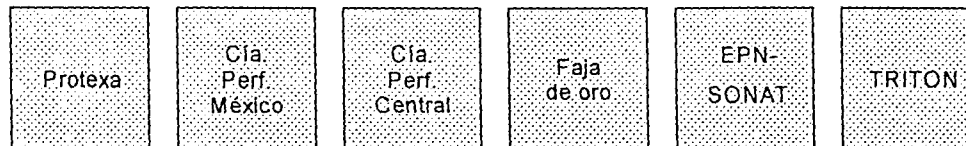
2.- Evaluación económica administrativa del contratista respecto a las bases del concurso.



3.- Evaluación técnica (contratista y propuesta)



4.- Alternativas



Intensidad de importancia	Definición	Explicación o criterios de calificación
1	Igual importancia o igualdad de cumplimiento de parámetros.	Dos actividades o alternativas contribuyen igualmente a un objetivo.
3	Ligera importancia de una sobre la otra.	Hay evidencia que favorece a una actividad sobre la otra, pero no es concluyente.
5	Escencial o fuerte importancia.	Existe buena evidencia y un criterio lógico para mostrar que una es mas importante.
7	Importancia demostrada.	Existe evidencia concluyente para mostrar la importancia de una actividad sobre la otra.
9	Importancia absoluta.	La evidencia en favor de una actividad sobre la otra es del orden de afirmación mas alto posible.
2, 4, 6 y 8	Valores intermedios entre dos calificaciones adyacentes.	Existe compromiso entre dos valores.
Recíprocos de los valores anteriores diferentes de cero.	Si la actividad i tiene alguno de los valores asignado a ella cuando es comparada con la actividad j , entonces j tiene el valor recíproco cuando es comparada con i .	

Tabla 1. Escala de calificación de las alternativas y objetivos.

Debido a la existencia de múltiples parámetros a considerar al momento de determinar la calificación de cada uno de los sub-objetivos, esto podría causar diferencias no inherentes al proceso mismo que pudieran alterar los resultados. Por tanto, para uniformizar los criterios de calificación de los expertos y minimizar el efecto mencionado, se definieron los siguientes parámetros de consideración a utilizarse en el establecimiento de la calificación comparativa de las diferentes alternativas y objetivos entre sí con respecto a los del nivel superior correspondiente:

Nivel de referencia 3.- Evaluación económica-administrativa del contratista respecto a las bases del concurso:

Capital social.

Monto declarado del capital social.

Modificaciones de capital social de los últimos 3 años.

Cumplimiento de la fianza establecida por PEMEX para el contrato.

Estado de resultados financieros.

Capacidad de pago.

Rotación.

Rentabilidad.

Productividad.

Estructura financiera y estabilidad.

Nivel educativo del personal administrativo.

Promedio de escolaridad del personal de apoyo.

Promedio de escolaridad del personal ejecutivo.

Infraestructura administrativa terrestre local.

Oficinas administrativas.

Area de talleres y almacén.

Apoyo Logístico.

Equipo marino.

Equipo aéreo.

Equipo terrestre.

Respeto ecológico y seguridad industrial.

Cumplimiento del marco legal.

Registro de operaciones realizadas sin deterioro del ecosistema.

Uso de combustibles y lubricantes limpios.

Adecuado sistema de recuperación de fluidos.

Índice de accidentes laborales en operaciones.

Índice de accidentes laborales en talleres y almacenes.

Regulaciones internas de seguridad industrial.

Nivel de referencia 2.- Evaluación técnica (contratista y propuesta):

Experiencia del personal operativo.

- Aptitud para realizar los trabajos contratados.
- Actitud hacia el trabajo.
- Trabajo en equipo.
- Sentido de pertenencia.
- Procedimientos operativos.
- Aplicación de herramientas de la calidad.

Equipo propuesto.

- Características de la plataforma.
- Características del equipo de perforación.
- Capacidad para operar en tirantes de agua hasta de 90 m.
- Antigüedad del equipo.
- Horas acumuladas de operación del equipo.
- Estado y cantidad del equipo de seguridad abordo.

Actualización del personal técnico a bordo.

Número y fecha de cursos impartidos en todos los niveles y categorías en las siguientes especialidades:

- Técnicas de perforación marina.
- Control de brotes.
- Seguridad industrial.
- Operación de herramientas especiales y de desviación.
- Evacuación de plataforma y supervivencia en el mar.

Elementos tecnológicos de apoyo.

- Equipo de computación disponible.
- Sistemas de información.
- Aplicaciones técnicas en computadora.
- Manuales de procedimientos.
- Telecomunicaciones.
- Sistemas de control presupuestal.
- Herramientas de información en tiempo real.
- Tecnología de fluidos de perforación.

Trayectoria como empresa en la rama.

Experiencia internacional.
Número de pozos perforados y porcentaje de éxitos.
Ubicación en el mercado nacional e internacional.
Alianzas estratégicas.

RESULTADOS.

Aplicando la técnica de convergencia TKJ, para la calificación comparativa de las diferentes alternativas y objetivos se contó con la participación de 5 expertos quienes primero expresaron sus calificaciones en forma particular y aislada. Posteriormente, se integraron las calificaciones individuales y procediendo de la siguiente manera:

- Caso 1. Una sola calificación atípica, cuando, por ejemplo, existía una calificación fraccionaria junto a 4 calificaciones enteras, entonces se eliminó la primera promediándose las restantes.
- Caso 2. Calificaciones fraccionarias y valores unitarios. Se tomó la media aritmética.
- Caso 3. Se encontraron 2 o más fracciones junto con 2 o más enteros. Cada experto expresó la razón de su calificación y volviéndose a votar con objeto de homogeneizar las calificaciones. Cuando ésto no se logró, se tomó la media geométrica, esto es, la raíz n -sima del producto aritmético de todos los elementos.

Una vez obtenidas las matrices de comparación correspondientes (figuras 1, 2 y 3), se obtuvieron los valores característicos máximos utilizando el paquete de computación MATHLAB y con ésto y la tabla mostrada en la figura 3 se calculó la razón de consistencia de cada matriz, la cual se marca en las mismas figuras. Sólo hubo dos matrices que rebasaron la razón de consistencia aceptable de 0.10 (una de 0.168 y otra de 0.170), sin embargo, se mantuvieron sin modificación ya que el exceso no era considerable.

Posteriormente se calculó (con el mismo paquete de cómputo) el vector característico asociado y se normalizó para obtener el porcentaje de relevancia de cada alternativa u objetivo con respecto a los objetivos del nivel inmediato superior. En la caso de las alternativas, a los vectores así obtenidos se les llamó b_i donde i es el objetivo del nivel inmediato superior.

Pirámide de objetivos y su porcentaje de relevancia con respect al nivel inmediato superior (AHP)

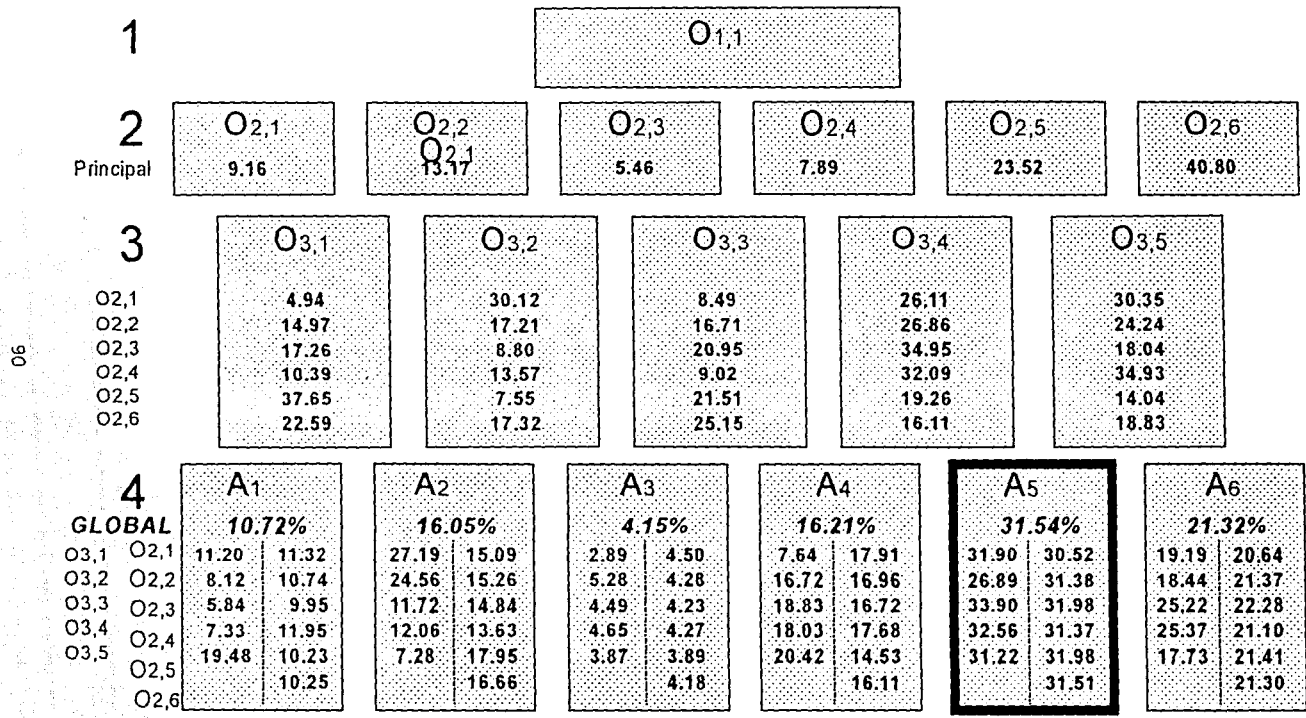


Lámina 2

Se continuó con la metodología hasta obtener los resultados especificados en las figuras 4 y 5, los cuales se resumen en la lámina 2.

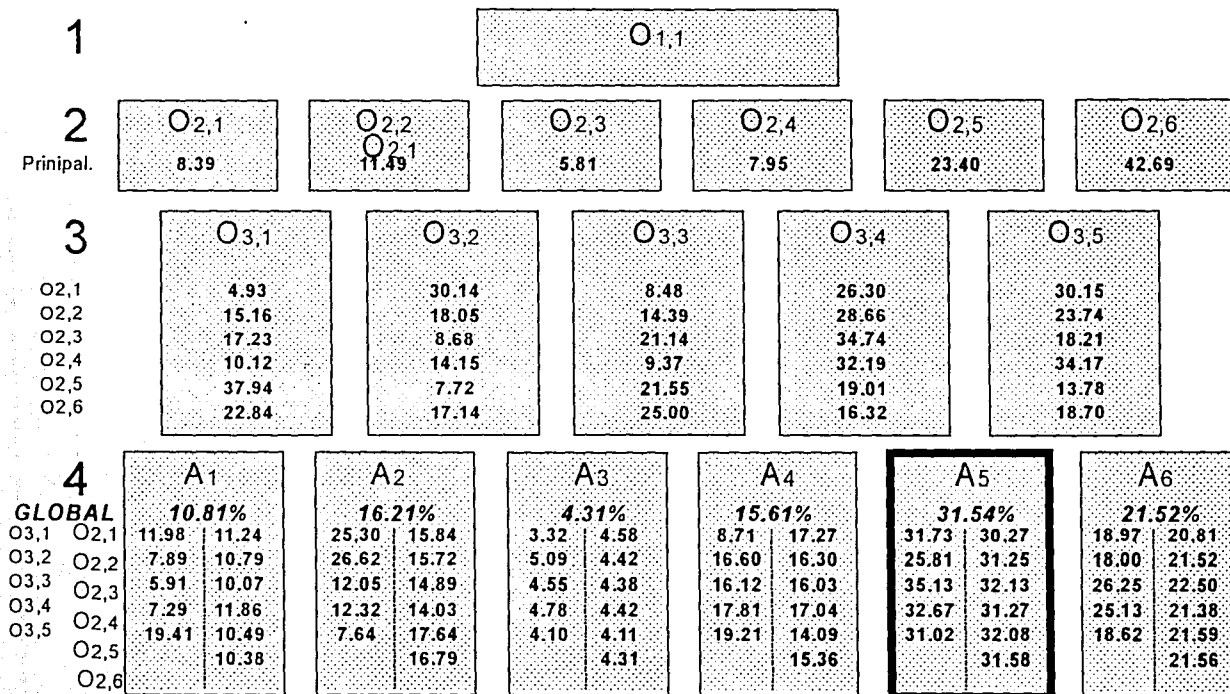
Como se puede apreciar en la lámina 2, la alternativa A5 (compañía EPN-SONAT) obtuvo, sin lugar a dudas, la mejor calificación global respecto al objetivo principal con 31.54%. Sin embargo, un análisis de las propuestas que calificaron en tercero y cuarto lugares puede ejemplificar la manera en que el método proporciona mayor apoyo en la toma de decisiones para la adecuada selección:

Suponiendo que se requiera decidir entre el tercero y cuarto lugar (por ejemplo, por cuestiones de oferta económica) el margen de diferencia entre ambos es realmente pequeño (0.16%) y podría quedar duda en la selección. Esto último puede minimizarse si se consideran las calificaciones parciales con respecto a los subobjetivos de los niveles 2 y 3. De esta forma, si por ejemplo, las políticas del contratante, en este caso PEMEX, marcan que la transportación de materiales y personal con que cuenta el contratista es primordial para cumplir con los objetivos de tiempo de entrega de la obra, entonces el objetivo O2,5 (apoyo logístico) puede tener mayor peso en la decisión y por tanto la opción A2 (Perforadora México) podría prevalecer sobre la opción A4 (Faja de Oro) a pesar de que esta última haya tenido una calificación un poco superior.

Para poder comparar resultados, se llevó a cabo la misma calificación pero ahora se utilizó el algoritmo de solución alterno también propuesto por Saaty. En este método no se obtienen los valores ni vectores característicos de las matrices de comparación, sino que cada elemento del vector solución se obtiene con el cálculo de la media geométrica, esto es, se multiplican los elementos de cada renglón entre sí y se obtiene la raíz n -ésima en donde n es el rango de la matriz. Los resultados obtenidos son muy similares, como se muestra en las figuras 1-S, 2-S, 3-S, 4-S y 5-S, los cuales se resumen en la lámina 3.

Como se puede apreciar en ésta última, hubo un cambio de posiciones en el 3o. y 4o. sitio, lo que da mayor peso a la consideración de los resultados parciales de calificación con respecto a los subobjetivos, como se mencionó anteriormente.

Pirámide de objetivos y su porcentaje de relevancia con respecto al nivel inmediato superior (Algoritmo de Saaty)



92

Lámina 3

CONCLUSIONES

- 1.- Cualitativamente, la selección determinada por la metodología, en ambos casos, coincide ampliamente con la selección particular que hubieran hecho los expertos calificadores sin utilizar la metodología, pero con la ventaja adicional de que este procedimiento proporciona mayores elementos de apoyo para la adecuada toma de decisiones y el análisis específico por sub-objetivos con lo que se puede tener un panorama más amplio del caso analizado.
- 2.- El proceso de calificación realizado se basó exclusivamente en apreciaciones cuyo alcance no incluyó la oferta económica de cada propuesta; acorde con los lineamientos dictados en la Ley de Adquisiciones y Obra Pública Mexicana, los cuales determinan que el acto concursal deberá llevarse a cabo en dos etapas, la primera de las cuales incluye únicamente el dictamen técnico-administrativo y la segunda corresponde a la oferta económica. Sin embargo, cabe aclarar que la misma ley señala que el porcentaje diferencial en las ofertas económicas a elegir no debe exceder del 10%.
- 3.- En el caso presentado, los objetivos agrupados en el primer nivel de referencia sirvieron como base para la precalificación de las compañías participantes dando con esto un adecuado peso específico a la propuesta apoyándose en la trayectoria de la compañía misma. Este tipo de situaciones, por lo general, no son consideradas en los actos concursales y es de gran importancia considerando que se trata de contratos cuyo monto y situación estratégica son preponderantes a nivel nacional.
- 4.- En el caso presentado se utilizaron dos métodos de solución (el de valores y vectores característicos y el algoritmo de la media geométrica propuesto por el mismo Saaty) y la comparación de los resultados obtenidos converge en valores similares cuyas diferencias pueden considerarse marginales. Lo anterior confirma la validez del algoritmo de la media geométrica propuesto por Saaty cuando los niveles de referencia son menores a cinco. Con esto, se podría recomendar el uso preferente de este último algoritmo debido a la facilidad de sus cálculos.
- 5.- La adecuada determinación de objetivos, su agrupamiento y jerarquización en niveles de referencia, son básicas en la correcta definición del problema y por tanto en la confiabilidad de los resultados obtenidos.
- 6.- El cálculo de la razón de consistencia para cada una de las matrices de comparación, asegura que los resultados son altamente confiables.

7.- Las ventajas de la metodología aquí presentada y la facilidad de los cálculos necesarios, hacen recomendable el uso de la misma en situaciones donde la selección de la alternativa más adecuada incluya la consideración de múltiples parámetros. No obstante, la metodología deberá completarse con la adecuada y oportuna disposición de información para hacer las calificaciones del grupo de expertos menos subjetivas.

8.- El grupo de expertos calificadores debe ser multidisciplinario para que la selección tenga un carácter más universal. Aunque no hay restricciones respecto al número de integrantes, si éste es mayor a 6 o 7 podría dar como resultado un alentamiento del proceso, principalmente cuando haya que discutir acerca de calificaciones que presenten dos tendencias marcadamente opuestas.

Bibliografía.

Saaty, Thomas L. Analytic Hierarchy Process. Ed. Mc Graw-Hill. New York, 1988.

Mercado Ramírez, Ernesto. Técnicas para la toma de decisiones. Editorial LIMUSA. México, 1991.

Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Ley de adquisiciones y obra pública. Diario Oficial de la Federación. México, 30 de diciembre de 1993.

PEMEX Exploración-Producción. Estadística de perforación de la región marina 1974-1994. Publicación interna. México, enero de 1995.

MATLAB. Programa de cómputo. Derechos reservados 1990.

Ulloa Ramírez, Mario. Métodos Cuantitativos II. (Notas de clase). ESIA - IPN. México, 1995.

JERARQUIZACIÓN DEL TABULADOR DEL PERSONAL ACADÉMICO DE UNA INSTITUCIÓN EDUCATIVA, EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS.

No es ningún secreto que en la actualidad el ingreso del trabajador se ha venido mermando considerablemente primero, como consecuencia de la crisis económica que atraviesa el país, y segundo, por los topes salariales que el gobierno viene imponiendo a raíz de una política económica neoliberal que ha adoptado desde hace algunos años.

Bajo esta perspectiva y esgrimiendo la bandera de la productividad y la competitividad, al trabajador le han dejado como alternativa para tener acceso a algunos ingresos extras, el recurso de los llamados "bonos de actuación", "estimulos de permanencia", "carrera magisterial" y "becas", entre otros.

El profesor universitario no es ajeno a esta situación y cada año o cada dos años, tiene que ir definiendo su estrategia para que al final de este periodo logre acumular el mayor de los puntos posibles que le signifiquen aliviar en algo su maltrecha economía familiar. Pero uno de los problemas que enfrenta es que los tabuladores que sirven para evaluar su productividad no son muy claros, y aún cuando existe una clasificación y ponderación para las distintas actividades y hasta una codificación que ayuda a entender mejor una posible seriación entre las distintas actividades contempladas en el tabulador en cuestión, la verdad es que no existe una clara orientación para lograr los niveles más altos ni tampoco quedan muy claros los objetivos prioritarios para la institución, que le permiten a través de este instrumento apuntar a la consecución, de la mejor manera, de sus planes y programas.

Lo anterior nos lleva a pensar que de existir una estructura jerarquizada con una representación arborescente del tabulador (tabuladores) sería de gran ayuda para el trabajador en la definición de sus estrategias para las actividades a realizar y a la institución le serviría en el diseño y/o corrección de los tabuladores en función de lograr los objetivos y niveles de excelencia trazados.

Con el objeto de mostrar como podría estructurarse jerárquicamente un tabulador se decidió aplicar el método de Elementos a un documento tipo, que sin pretender que el estudio fuera tomado como definitivo o concluyente, sino más bien con la intención de mostrar las ventajas de la jerarquización y la sencillez del método.

Se tomó para ésto el tabulador de la Universidad Autónoma Metropolitana para la promoción de su personal académico, ya que este documento es del tipo de otros, con fines similares para la propia Universidad, o bien para otras instituciones de educación superior en el país.

Para la jerarquización del tabulador, se formaron seis clases: 1) docencia (1.1), 2) investigación (1,2), 3) presentación y difusión de la cultura (1,3), 4) actividades académico-administrativas y artísticas (1,4), (1,5) y (1,6), 5) experiencia profesional o técnica (2), y 6) escolaridad (3), por considerarse que cada una de éstas mostraba una fuerte interrelación entre los elementos al interior de cada clase y poca o muy débil entre las clases. A cada una de las clases se le formó una matriz conexas de subordinación y se le aplicó el método de Elementos para su jerarquización y graficación. En el caso de la clase de escolaridad (3), por tener una estructura simple, totalmente vertical, no se forma la matriz de subordinación, en su lugar se grafican conjuntamente las distintas gráficas a que dan lugar, dependiendo del estado de escolaridad de los profesores en su última promoción.

El método de elementos construye un árbol jerárquico, estableciendo entre sus elementos una relación de orden parcial o total, pero no establece medida de diferencia alguna entre sus elementos, o entre el primero y último o cualquiera dos de una relación encadenada de elementos.

Para superar esta limitante del método de elementos, se tomó en cuenta los puntajes que el tabulador asigna a cada actividad, logrando que la jerarquización de los elementos pudiera hacerse agrupando por niveles a estos, lo cual permite, además, tener puntos de comparación con los elementos de las otras clases.

Como anteriormente se señaló, en este caso de estudio no se espera llegar a resultados definitivos, sino establecer un punto de partida, ya que lo que se pretende más que nada es mostrar la importancia de jerarquizar objetivos y lograr la representación arbórea de éstos. Para un estudio más concluyente es esencial la participación más amplia de expertos para la formación de las clases y el establecimiento de las subordinaciones por pares de sus elementos y desde luego para el análisis e interpretaciones finales, y además de hacerlo más exhaustivo, considerando a todos los elementos del tabulador. En el presente análisis no se consideraron a todos los elementos con el fin de darle más claridad al mismo, seleccionándose finalmente aquellos que se consideraron resultaban ser los más evidentes, tanto por su relación ó no con otro u otros así como su subordinación. Con la misma intención de no hacer demasiada amplia la exposición una de las clases se formó con la unión de otras clases: académica (1,4), administrativas (1,5) y artísticas (1, 6).

El estudio inicia mostrando el tabulador para la promoción del personal académico de la Universidad Autónoma Metropolitana, de donde se seleccionaron un conjunto de elementos de cada una de las clases, aquellos que se consideraron más relevantes y representativos. A continuación se formó la matriz de subordinación de cada clase y se les aplicó el método de Elementos obteniéndose las gráficas jerarquizadas por niveles correspondientes, las cuales pueden ser sometidas a un sinnúmero de análisis entre sus elementos, o bien, entre áreas de síntesis a las que pertenezcan, o se pudieran ubicar de acuerdo a los propósitos del estudio

TABULADOR PARA LA PROMOCIÓN DEL PERSONAL ACADÉMICO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA.

Para dictaminar sobre las solicitudes de promoción del personal académico, las comisiones dictaminadoras aplicarán la siguiente tabla de puntaje para promoción de conformidad con las disposiciones establecidas en el artículo 8 de este tabulador. Los factores se identifican con un dígito, los subfactores con dos, los grados con tres y los subgrados con cuatro.

	MIN	MAX
1 Experiencia académica		
1.1 Docencia		
1.1.1 Impartición de cursos		
1.1.1.1 Cursos a nivel licenciatura		*
1.1.1.2 Cursos a nivel posgrado		**
1.1.1.3 Talleres de apoyo		***
1.1.1.4 Cursos de actualización a nivel licenciatura		****
1.1.1.5 Cursos de actualización a nivel posgrado		*****
1.1.1.6 Asesoría de proyectos terminales	020	210
1.1.2 Elaboración o modificación de planes y programas de estudio		
1.1.2.1 Elaboración de programas de uu. ee. aa. a nivel de licenciatura	220	450
1.1.2.2 Elaboración de programas de uu. ee. aa. a nivel de posgrado	220	450
1.1.2.3 Elaboración de plan de licenciatura	750	1,500
1.1.2.4 Elaboración de plan de especialización	750	1,500
1.1.2.5 Elaboración de plan de maestría	750	1,500
1.1.2.6 Elaboración de plan de doctorado	750	1,500
1.1.2.7 Modificación de programas de uu. ee. aa. a nivel de licenciatura	110	450
1.1.2.8 Modificación de programas de uu. ee. aa. a nivel de posgrado	110	450
1.1.2.9 Modificación de plan de licenciatura	110	1,500
1.1.2.10 Modificación de plan de especialización	110	1,500
1.1.2.11 Modificación de plan de maestría	110	1,500
1.1.2.12 Modificación de plan de doctorado	110	1,500
1.1.3 Preparación de materiales didácticos		
1.1.3.1 Paquete didáctico (manual)	220	660
1.1.3.2 Notas de curso normal	220	660
1.1.3.3 Notas de curso especial	220	1,100
1.1.3.4 Aantologías comentadas	110	660
1.1.3.5 Libros de texto	2,200	6,600
1.1.3.6 Documentales (audiovisual, videos, cine fotografía y diaporamas)	220	660
1.1.3.7 Equipo de laboratorio (modelos tridimensionales, diseño y construcción)	660	1,980
1.1.3.8 Desarrollo de paquetes computacionales	660	6,600
1.1.3.9 Traducciones publicadas de libros	110	660

Tabulador

1.1.3.10	Traducciones publicadas de artículos	020	110
1.1.3.11	Traducciones publicadas de documentales	020	110
0.1.1.4	Dirección de tesis		
1.1.4.1	Licenciatura	220	220
1.1.4.2	Especialización	330	330
1.1.4.3	Maestría	440	440
1.1.4.4	Doctorado	880	880
1.1.4.5	Participación como jurado examen profesional o posgr.	060	060
0.0.1.2	Investigación		
0.1.2.1	Participación en programas y proyectos de investigación comunicados idóncamente		
1.2.1.1	Reporte de investigación o tecnico	110	330
1.2.1.2	Artículo especializado de investigación, artículo o nota en revista, prólogo, introducción critica, edición critica del libro o capitulo en libro científico	880	3300
1.2.1.3	Libro científico	2200	6600
1.2.1.4	Patentes, Registro y aceptacion de forma para solicitar examen de novedad	110	330
1.2.1.5	Expedición del titulo de patente	660	6600
1.2.1.6	Trabajos presentados en eventos especializados	110	330
1.2.1.7	Conferencias magistrales invitadas, presentadas en eventos especializados	110	330
1.2.1.8	Desarrollo de prototipos o modelos innovadores	880	3300
1.2.1.9	Desarrollo de paquetes computacionales	660	6600
0.1.2.2	Asesoría de proyectos de investigación	110	330
0.0.1.3	Preservacion y difusion de la cultura		
0.1.3.1	Cursos de educacion continua	*****	
0.1.3.2	Diplomados	*****	
0.1.3.3	Conferencias impartidas	020	020
0.1.3.4	Artículos de divulgación	110	330
0.1.3.5	Artículo periodístico o reseña de libros	020	020
0.1.3.6	Asesoría de servicio social	020	220
0.1.3.7	Libros de divulgación	880	3300
0.1.3.8	Traducción publicada de artículos	020	110
0.1.3.9	Coordinación de congresos, simposios o coloquios de caracter académico	110	330
0.1.3.10	Participación en comités editoriales	110	110
0.1.3.11	Dirección de publicaciones periodicas	110	330
0.1.3.12	Edición de libro colectivo	110	330
0.1.3.13	Arbitraje de artículo especializado de investigación	020	110
0.1.3.14	Arbitraje de libros	060	220
0.1.3.15	Traducción publicada de libros	110	660
0.1.3.16	Traducción editada de documentales	020	020
0.0.1.4	Coordinación o dirección académica		
0.1.4.1	Coordinación de programas de docencia	1100	1100
0.1.4.2	Coordinación de programas de investigación	1100	1100
0.1.4.3	Coordinación de programas de preservación y difusión de la cultura	1100	1100
0.1.4.4	Coordinación de la gestión universitaria	1100	1100
0.1.4.5	Dirección de programas de docencia	1650	1650

Tabulador

0.1.4.6	Dirección de programas de investigación	1650	1650
0.1.4.7	Dirección de programas de preservación y difusión de la cultura	1650	1650
0.1.4.8	Dirección de la gestión universitaria	1650	1650
0.0.1.5	Participación universitaria		
0.1.5.1	Participación como miembros de comisiones dictaminadoras y Comisión Dictaminadora de Recursos	1100	1100
0.1.5.2	Participación como miembros de comisiones dictaminadoras divisionales	880	880
0.1.5.3	Participación en comisiones académicas (las del Reglamento Orgánico)	330	330
0.1.5.4	Participación en Organos colegiados como representante del personal académico	330	330
0.1.5.5	Participación como asesores en comisiones dictaminadoras	060	060
0.0.1.6	Creación artística		
0.1.6.1	Obra propia expuesta al público: plástica, arquitectónica y de diseño (fotografía, pintura, escultura, obra gráfica, obras monumentales, murales y otras similares)	220	3300
0.1.6.2	Publicaciones artísticas (libro de poemas, libro de cuentos, novelas, ensayo de creación literaria, libro de relatos, obra teatral, obra musical, ilustración de obra literaria, libro de ilustración)	220	6600
0.1.6.3	Traducción literaria publicada (libro de poemas, libro de cuentos, novelas, ensayo de creación literaria, libro de relatos, obra teatral)	110	3300
0.1.6.4	Guión de cine, radio o televisión	220	680
0.1.6.5	Dirección y edición de cine, radio y televisión	220	6600
2 Experiencia profesional o técnica			
2.1 Empleado o ejercicio libre de la profesión o carrera técnica			
0.2.1.1	Realización de trabajos que requieren conocimientos elementales	220	220
0.2.1.2	Realización de trabajos que requieren conocimientos elementales normales	880	880
0.2.1.3	Realización de trabajos relevantes o de especial importancia	2200	2200
2.2	Dirección	220	220
3 Escolaridad			

Los puntos acumulados en el factor de escolaridad a partir de su última promoción se hará según la siguiente tabla de puntaje.

ESCOLARIDAD ÚLTIMA PROMOCIÓN	ESCOLARIDAD ACTUAL	PUNTOS
Título de licenciatura	50 % créditos Maestría	1100
	Especialización	2200
	100 % créditos Maestría	3300
	Grado Maestría	6600
	50 % créditos Doctorado	8800
	100 % de créditos Doctorado	11000
	Grado doctorado	15400

Tabulador

50 % créditos maestría	Especialización	1,100
	100 % créditos maestría	2,200
	Grado maestría	5,500
	50 % créditos doctorado	7,700
	100 % créditos doctorado	9,900
100 % créditos maestría	Grado doctorado	14,300
	Especialización	1,100
	Grado maestría	3,300
	50 % créditos doctorado	5,500
	100 % créditos doctorado	7,700
Grado maestría	Grado doctorado	12,100
	Especialización	1,100
	50 % créditos doctorado	2,200
	100 % créditos doctorado	8,800
100% créditos doctorado	Grado doctorado	6,600
	Grado doctorado	4,400
Segunda licenciatura	100 % créditos	500
Segunda licenciatura	Título	1,100
Segunda maestría	100 % créditos	1,100
Segunda maestría	Grado	2,200
Doctorado Segundo doctorado	100 % créditos	1,800
Doctorado Segundo doctorado	Grado	3,700
Cursos de actualización a nivel licenciatura		2 puntos por hora
Cursos de actualización a nivel posgrado		3 puntos por hora
Dominio de cada idioma (excepto español)		220

En el caso de técnicos académicos se tomará en cuenta además de la tabla anterior:

Por año de carrera técnica que requiera secundaria	275
Por año de carrera técnica que requiera bachillerato	550
Por cada 25 % de créditos de licenciatura	1,100
Por la obtención del título de licenciatura	2,200

* Cursos a nivel licenciatura:

- 210 por el número de veces que se imparte el curso (uu.ee.aa) por el coeficiente de participación
- 700 por el número de veces que se imparte el módulo por el coeficiente de participación.

** Cursos a nivel posgrado:

- 210 por el número de veces que se imparte el curso (uu.ee.aa) por 1.5 por el coeficiente de participación
- 710 por el número de veces que se imparte el módulo por 1.5 por el coeficiente de participación

El coeficiente de participación de los dos apartados anteriores, y el de los talleres de apoyo lo determinará el Director de división de acuerdo con la información que le proporcionen las instancias respectivas, en atención del tiempo invertido por el miembro del personal académico en la impartición del curso. La suma de los coeficientes de participación en un curso no podrá exceder de 1.

***	3 puntos por hora/curso
****	3 puntos por hora/curso
*****	4.5 puntos por hora/curso
*****	3 puntos por hora/curso
*****	3 puntos por hora/curso

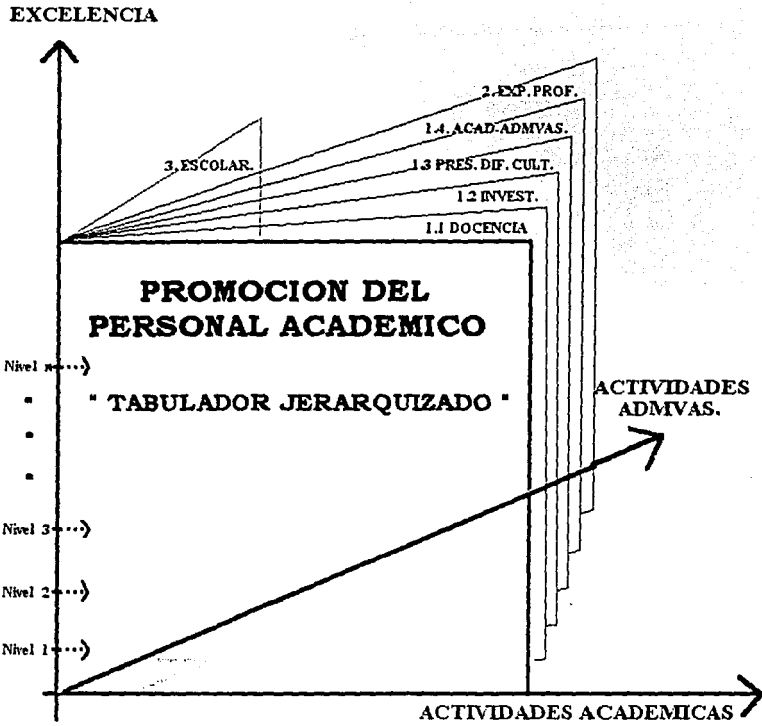
ARTÍCULO 8.

Para aplicar la tabla de puntaje contenida en el artículo 7, las comisiones dictaminadoras aplicarán las disposiciones contenidas en los incisos e, f, g, h, j, k, p, r, t y u del artículo 6 y las siguientes:

a) Para afectos de promoción, los cursos que se impartan fuera de la Universidad o del marco de los convenios interinstitucionales se contabilizarán de acuerdo con la tabla del artículo 5, y los porcentajes del inciso b).

b) La experiencia profesional o técnica del factor 2 realizada fuera de la Universidad se contabilizará de la siguiente manera:

1. Al personal académico del tiempo completo, 25 % de los puntos correspondientes
2. Al personal académico de medio tiempo, un 50 %
3. Al personal académico de tiempo parcial, un 100 %



ESTRUCTURA JERARQUIZADA
"Promoción Académica"

Tabla 1: Matriz de subordinación de docencia

DOCENCIA (1.1)

	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	d12	d13	d14	d15	d16
Cursos Lic. (1.1.1.1)=d1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cursos Posgr. (1.1.1.2)=d2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cursos Act. Lic. (1.1.1.4)=d3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cursos Act. Posgr. (1.1.1.5)=d4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Progr. Lic. (1.1.2.1)=d5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Progr. Posgr. (1.1.2.2)=d6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Planes Lic. (1.1.2.3)=d7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Planes Posgr. (1.1.2.5)=d8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Notas curso (1.1.3.2)=d9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Libros texto (1.1.3.5)=d10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Documentales (1.1.3.6)=d11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Modelos tridim. (1.1.3.7)=d12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Paquetes comp. (1.1.3.8)=d13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dir. tesis Lic. (1.1.4.1)=d14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Dir tesis Maestr. (1.1.4.2)=d15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Dir. tesis Doct. (1.1.4.3)=d16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 2: Matriz de subordinación de investigación

INVESTIGACION (1.2)

Participación en programas y proyectos de investigación comunicados idóneamente

	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7
Reporte de invest. o téc. (1.2.1.1)=i1	0	1	1	0	1	1	0
Art. especializado de inv. (1.2.1.2)=i2	0	0	1	0	0	1	0
Libro científico (1.2.1.3)=i3	0	0	0	0	0	0	0
Conferencias magistrales (1.2.1.7)=i4	0	1	1	0	1	1	0
Desarrollo de prototipos (1.2.1.8)=i5	0	0	0	0	0	1	0
Desarrollo paquet. comp. (1.2.1.9)=i6	0	0	0	0	0	0	0
Desarrollo proy. de inv. (1.2.2.1)=i7	0	1	1	0	1	1	0

Tabla 3: Matriz de subordinación

PRESERVACION Y DIFUSION DE LA CULTURA (1.3)

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11
Cursos de educación continua (1.3.1)=p1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Diplomados (1.3.2)=p2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Conferencias (1.3.3)=p3	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
Artículos de investigación (1.3.4)=p4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Artículos periodísticos (1.3.5)=p5	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
Libros de divulgación (1.3.7)=p6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Coordinación congresos (1.3.9)=p7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Participación Comites Edit. (1.3.10)=p8	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
Edición libros (1.3.12)=p9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Arbitraje Art. Esp. Invest. (1.3.13)=p10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Arbitraje libros (1.3.14)=p11	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Tabla 4: Matriz de subordinación

ACTIVIDADES ADMINISTRATIVAS Y
ARTISTICAS 1.4, 1.5 Y 1.6

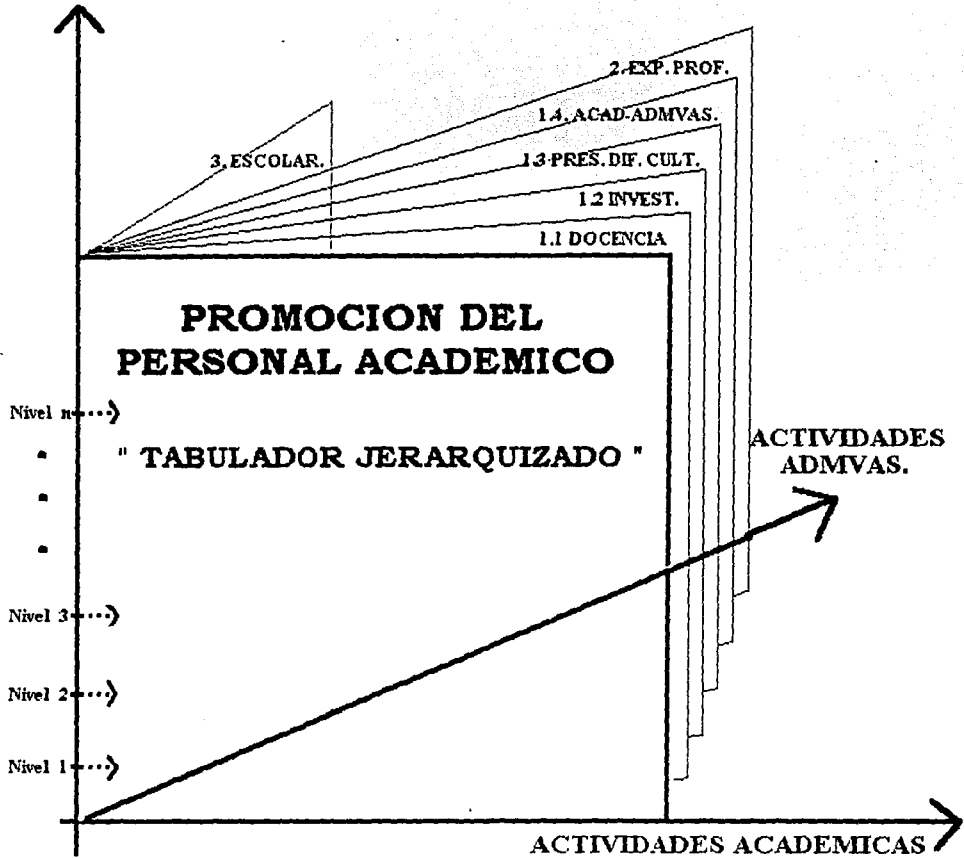
	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12
Coordinación progr. docencia (1.4.1)=a1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Coordinación progr. inv. (1.4.2)=a2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Coord. progr. dif. cult. (1.4.3)=a3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Dirección progr. doc-ens. (1.4.5)=a4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dirección progr. inv. (1.4.6)=a5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dir. progr. pres. y dif. cult. (1.4.7)=a6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Miembro comisión dictaminad. (1.5.1)=a7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Particip. organos colegiados (1.5.4)=a8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Obra propia exp. al público (1.6.1)=a9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Publicación act. artísticas (1.6.2)=a10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Traducciones literarias (1.6.3)=a11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dir. y ed. cine, radio y tv (1.6.5)=a12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 5: Matriz de subordinación

EXPERIENCIA PROFESIONAL O TECNICA (2)
 Empleado o ejercicio libre de la profesión
 o carrera técnica.

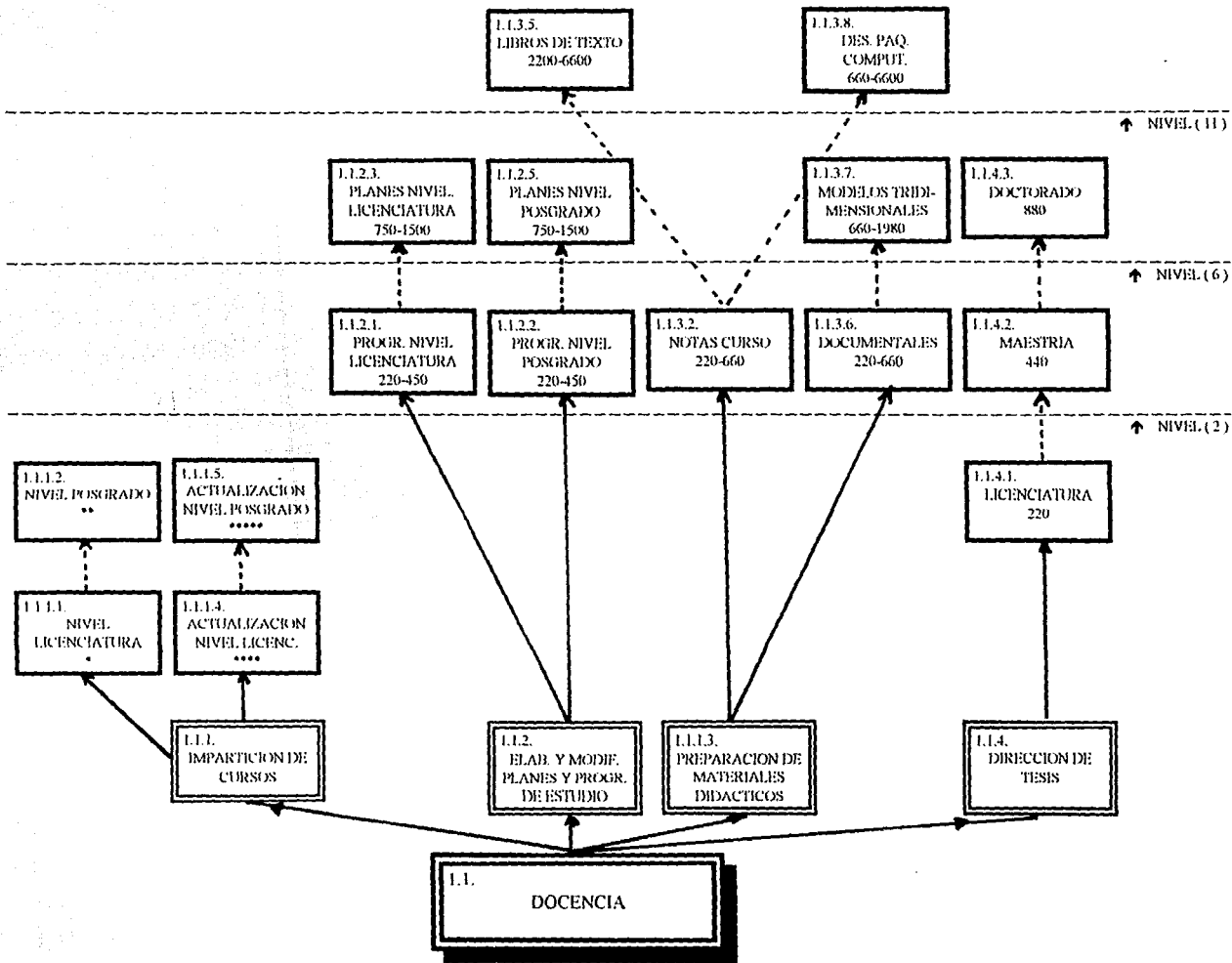
	(2.1.1)	(2.1.2)	(2.1.3)
Realización de trabajos que requieren conocimientos elementales (2.1.1)	0	1	1
Realización de trabajos que requieren conocimientos normales (2.1.2)	0	0	1
Realización de trabajos que requieren de conocimientos especiales (2.1.3)	0	0	0

EXCELENCIA

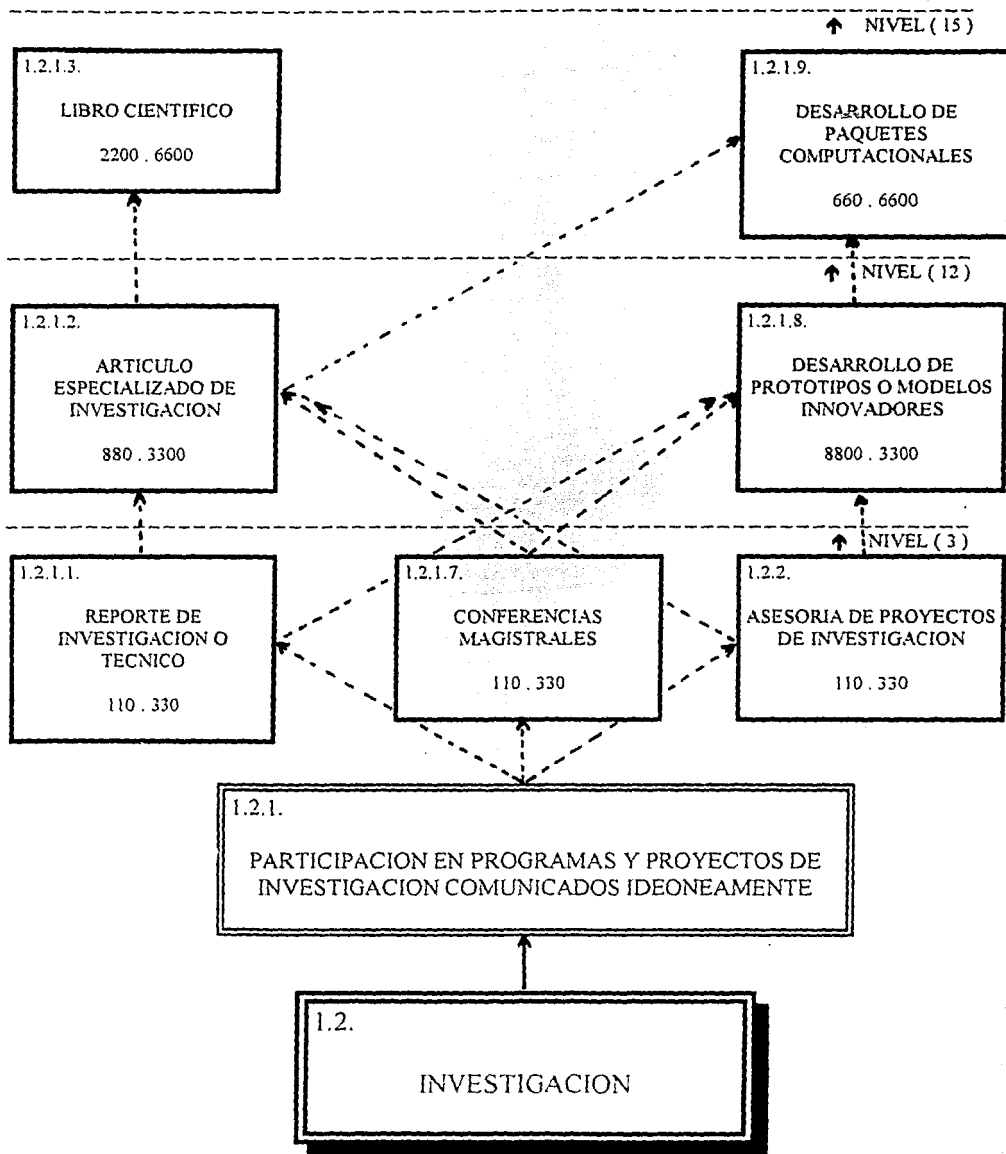


ESTRUCTURA JERARQUIZADA

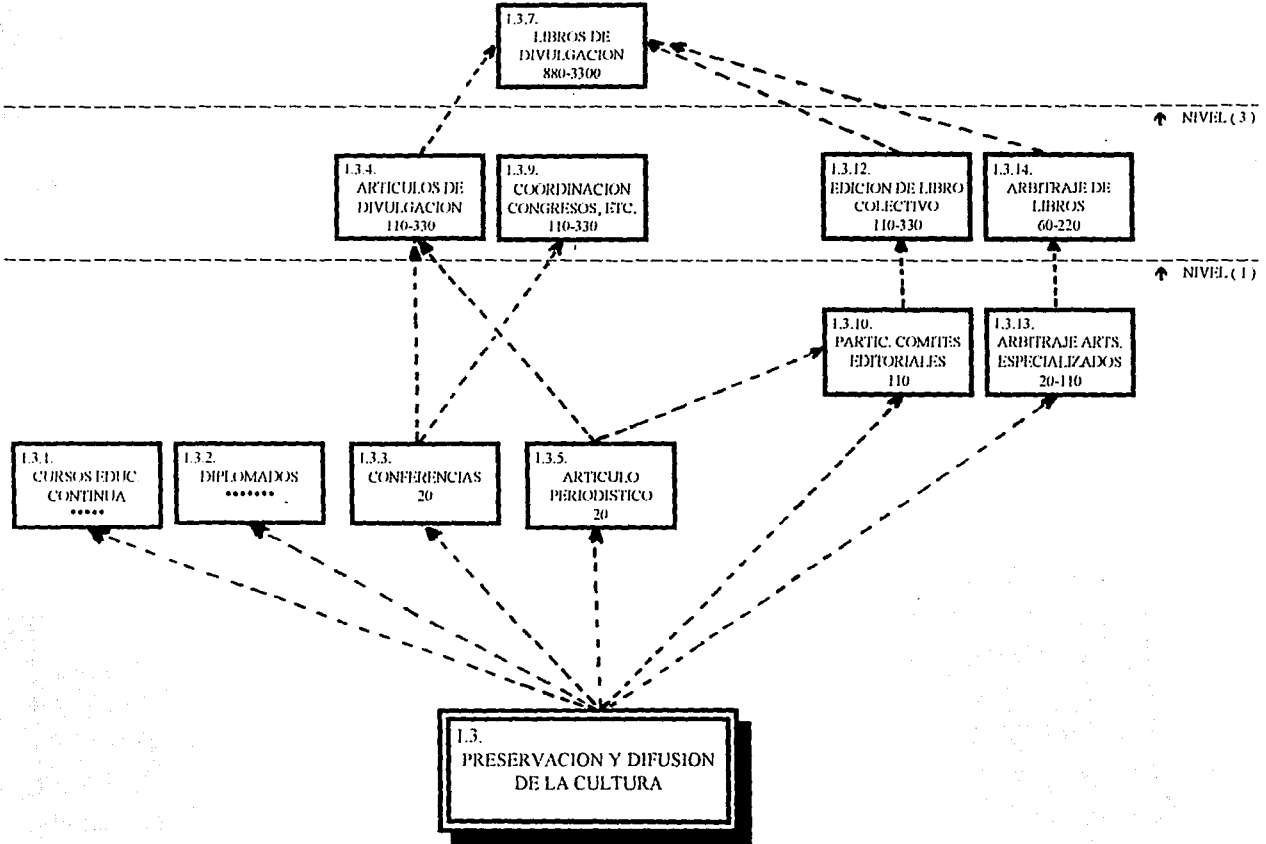
"Promoción Académica"



Gráfica 1. Arbol Jerárquico de Docencia

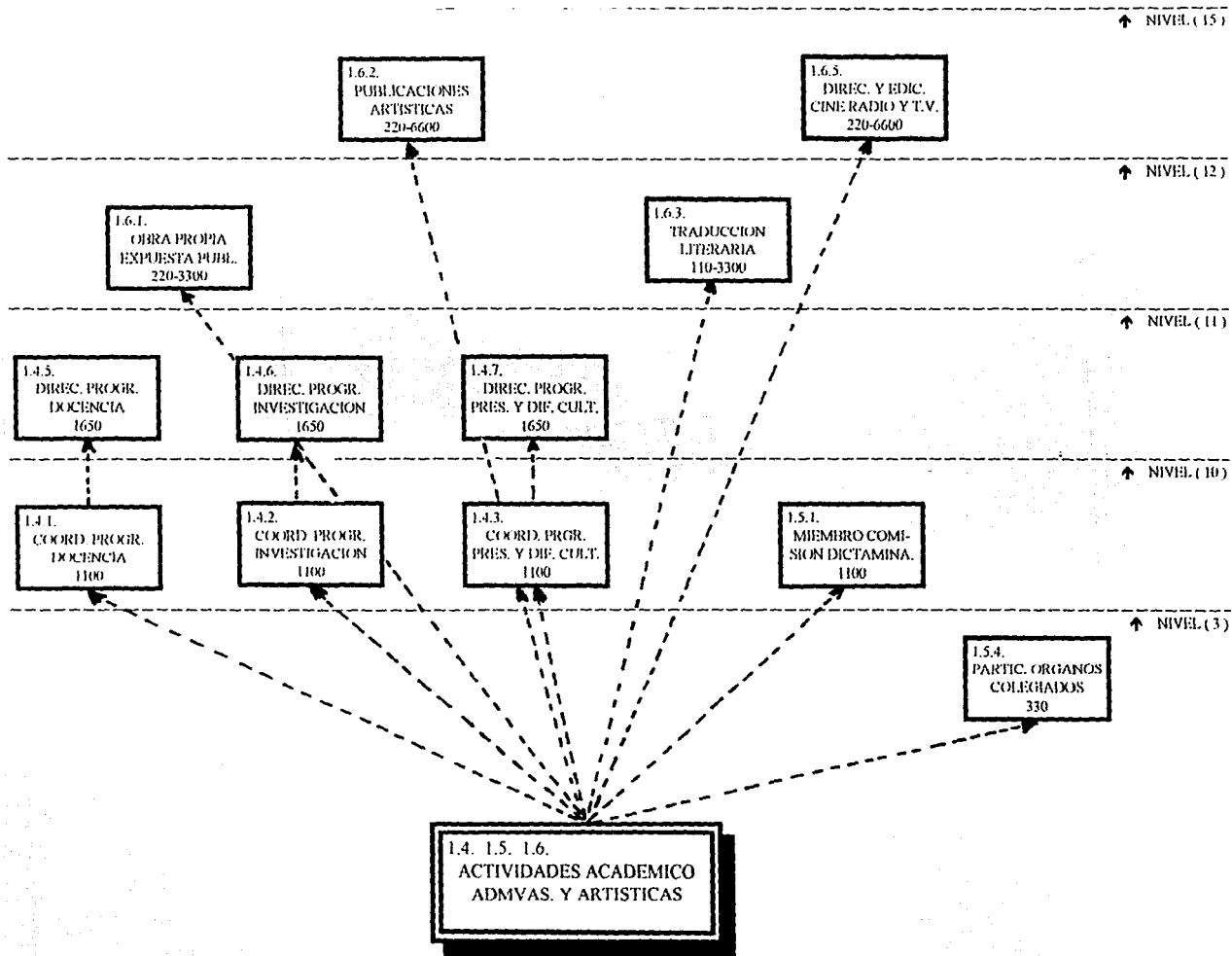


Gráfica 2. ARBOL JERARQUICO DE INVESTIGACION.

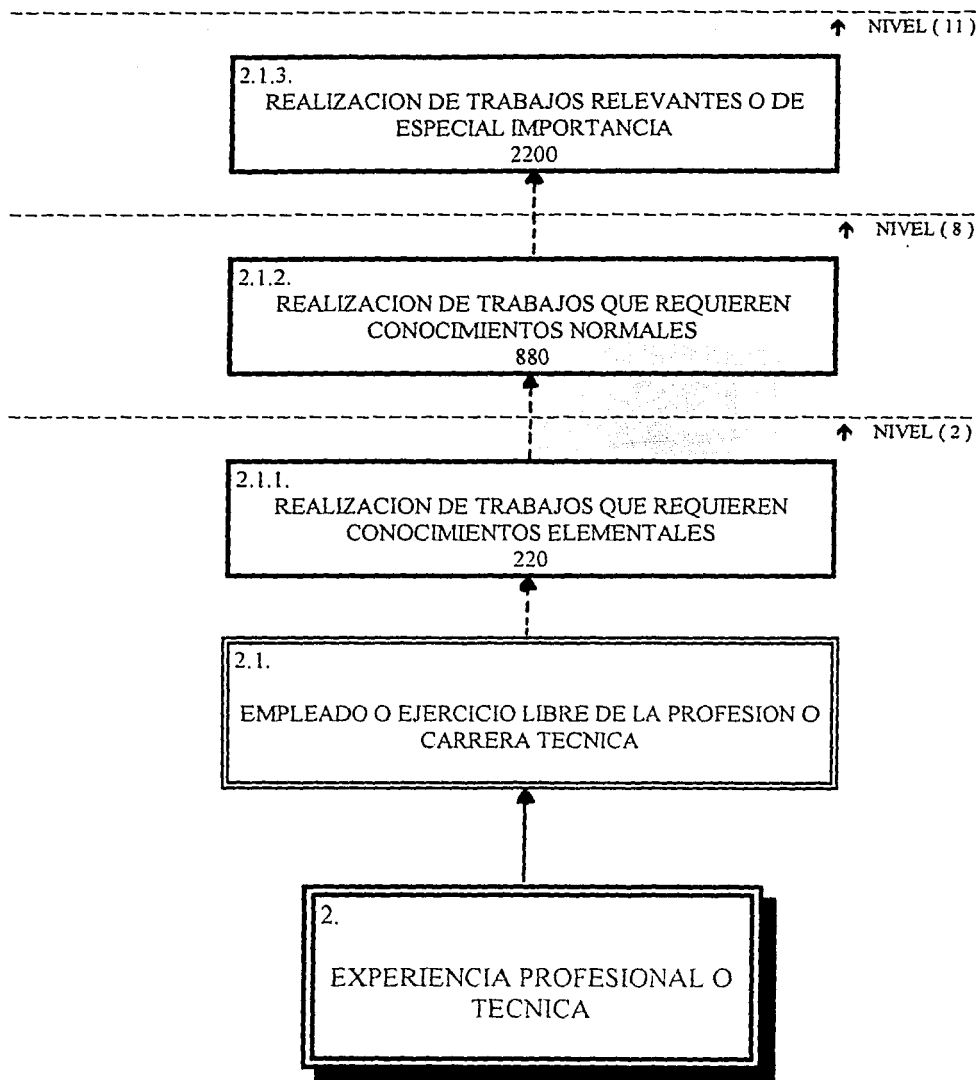


III

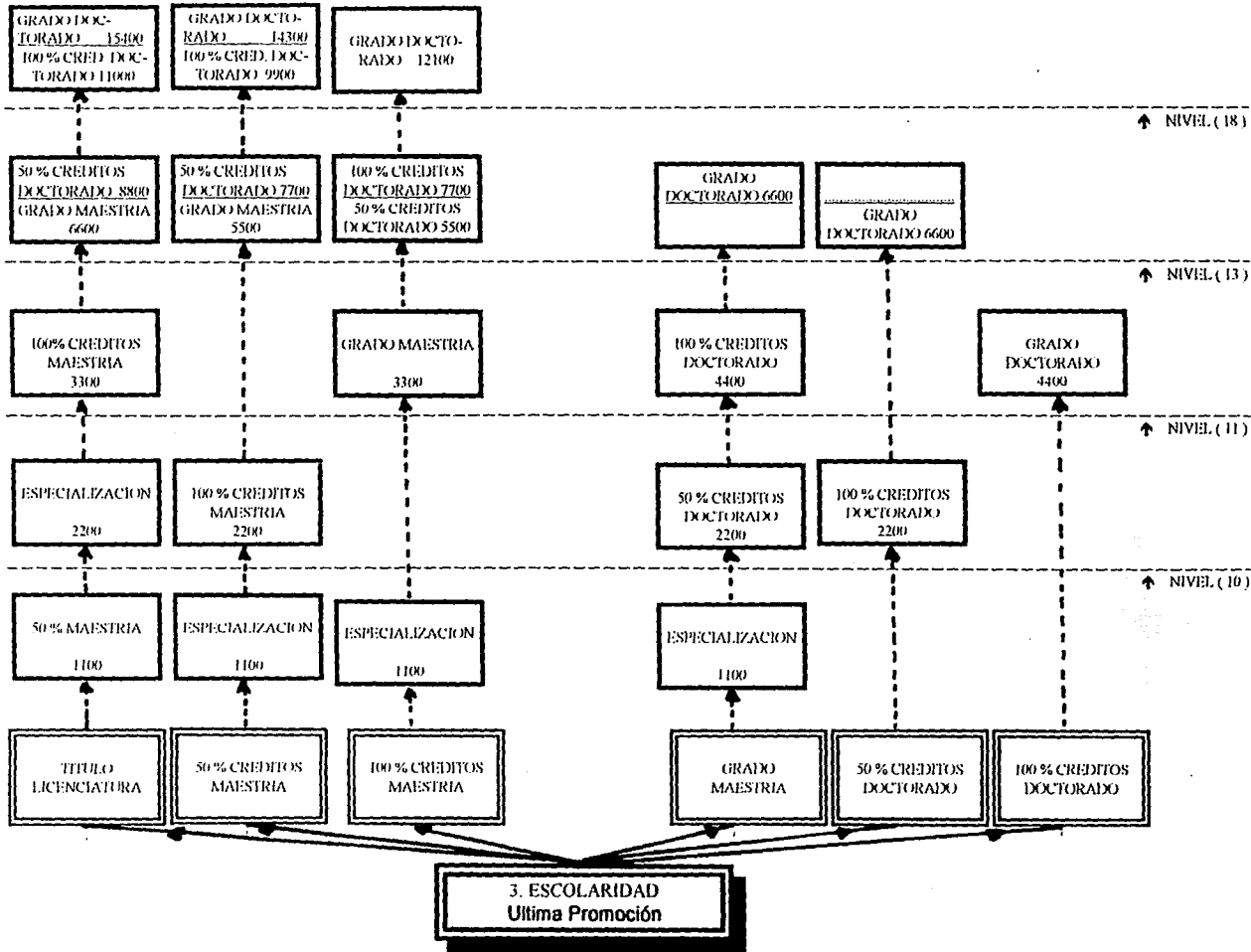
Gráfica 3. Arbol Jerárquico de Preservación y Difusión de la Cultura



Gráfica 4. Arbol Jerárquico de Actividades Académico Administrativas y Artísticas.



Gráfica 5. ARBOL JERARQUICO DE EXPERIENCIA PROFESIONAL O TECNICA.



114

Gráfica 6. Arbol Jerárquico de Escolaridad

VII.3. CLASIFICACION JERARQUICA DEL DESEMPEÑO ACADEMICO DE UNA SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO.

VII.3.1: Introducción.

A inicios de los años 80's se realizó un estudio de corte estadístico-multidimensional sobre el desempeño académico de la Sección de Graduados de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Adolfo López Mateos; ver [1], cuyo objetivo fue el análisis de la relación que tenían en esa época la investigación (que incipientemente se realizaba) y la docencia. Las recomendaciones a la administración, a las que se llegó fueron:

Sería conveniente incorporar, en primera instancia, el mayor tiempo posible a la Sección de Graduados a ese tercio de Profesores que cuentan actualmente con menos de 12 hrs de nombramiento y ver la incorporación de los Profesores que desempeñan unas horas de su nombramiento en otras escuelas, con el fin de hacerlos más presentes reforzando así las labores académicas básicas como son las asesorías a los alumnos y la elaboración de notas.

Ya que el hacer investigación es una de las actividades básicas de una Sección de Graduados, actividad que en la actualidad no tiene un gran desarrollo en esta Sección de Graduados, convendría dar más apoyo a los Profesores que actualmente la practican. Dichos estímulos pueden ir desde proporcionarles los nombramientos necesarios para cubrir su tiempo completo hasta facilidades de horario, pasando por el apoyo económico necesario a sus trabajos de investigación, los cuales generarán otros que serán desarrollados como tesis de Maestría necesarias a los alumnos egresados, lo que mostrará la verdadera capacidad del profesorado.

Es recomendable hacer un gran esfuerzo administrativo y registrar ante la Dirección de Graduados del Instituto Politécnico Nacional, al tercio de Profesores que en la actualidad no cuentan con dicho registro. Pugnar para que en los convenios de trabajo SEP/IPN-SNTE se reconozcan los registros para efectos de nivel salarial, como sucede en otras instituciones.

Lo anterior hará que esa gran clase formada en la parte derecha de primer plano factorial, y que en la actualidad contiene al mayor número de Profesores se diluya en beneficio del segundo factor que por ahora intenta regir el funcionamiento de la Sección de Graduados; es decir, la investigación, los grados académicos y las horas frente a grupo lo que llevará directamente a su consolidación.

Por último, es recomendable a mediano plazo repetir este estudio con el fin de ver la evolución de la Sección de Graduados y el efecto de estas recomendaciones.

En diciembre de 1991, la administración en funciones presentó un informe de actividades para el período diciembre de 1990 a diciembre de 1991. En el último párrafo de la presentación de tal informe; ver [2], se habla de logros alcanzados, y aunque el texto presenta un gran número de datos no se hace ninguna confrontación de información que permita comparar datos y ver hasta donde son ciertos o irreales tales logros.

A continuación analizaremos, bajo la óptica del análisis estadístico, información de corte académico de los Profesores de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI) de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura (ESIA), Unidad Adolfo López Mateos (ALM) del Instituto Politécnico Nacional (IPN). Para el análisis estadístico de los datos se hizo uso del paquete STAT-ITCF, versión 6.0.

VII.3.2: La información.

Los datos analizados han sido extraídos del informe de actividades diciembre 1990 - diciembre 1991, de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación nombre que actualmente recibe. Las variables en análisis son:

Condiciones y características de los cursos de las diferentes maestrías.

- PRO = Número de asignaturas en el curso propedéutico a la semana
- HR1 = Número de horas en el curso propedéutico
- ASI = Número de asignaturas curriculares
- HR2 = Número de horas en los cursos curriculares a la semana
- CRE = Número de créditos por materia o programa

Docentes adscritos y horas totales de la planta docente por programa

- DOC = Número de docentes adscritos por programa
- HR3 = Número de horas totales por programa
- HR4 = Número de horas docente por programa

Docentes de tiempo completo y horas impartidas por programa

- DO2 = Número de docentes tiempo-completo por programa
- HR5 = Número de horas dedicadas a impartición de cursos por programa

Horas de investigación, número de proyectos y docentes por programa

- PR2 = Número de proyectos registrados por programa
- DO3 = Número de docentes en proyectos de investigación por programa

Alumnos en el período 1983-1990 por programa

- ALU = Número de alumnos en proyectos de investigación por programa
- AL2 = Número de alumnos en el propedéutico de cada programa
- AL3 = Número de alumnos en los cursos curriculares por programa
- CAN = Número de candidatos al grado por programa
- ALG = Número de alumnos graduados por programa

Tesistas y becarios en 1991 por programa

TES = Número de alumnos tesistas por programa

BEC = Número de alumnos becarios por programa

Distribución de horas por actividad por programa

HIN = Número de horas investigación por programa

HAA = Número de horas académico/administrativas por programa

HOA = Número de horas en otras actividades complementarias por programa

VII.3.3: Descripción académica de docentes y autoridades.

En 1992, año de captura de la información, se encontraban funcionando siete programas de posgrado en la SEPI-ESIA, los que son:

Administración y Economía de los Hidrocarburos

Estructuras

Geología, con dos opciones: minera y petrolera

Hidráulica, con tres opciones: general, costera y portuaria

Ingeniería Ambiental: con tres opciones: agua, aire y suelo

Mecánica de Suelos, y

Planificación, en el área urbano-regional.

Actualmente; 1995, funcionan los mismos programas que en 1992 y que en 1981 (año del primer análisis y diagnóstico realizado) sin cambio aparente. El comportamiento promedio de las variables lo estudiaremos con base en sus características. En relación a las condiciones y características de los cursos de las diferentes maestrías impartidas, tanto en los propedéuticos como en los curriculares, se tiene un promedio de 4.4 materias con 14.7 horas a la semana por curso propedéutico y 13.1 con 54 horas en los cursos curriculares de cada una de las maestrías ofrecidas; ver tabla 1. Si bien, existen por reglamento números mínimo y máximo de semestres en los cuales se debe cursar una maestría, lo que verdaderamente rige es el número de créditos. En la SEPI-ESIA ALM, el promedio es de 68 créditos (cada materia curricular da un cierto número de créditos que es equivalente al número de horas que la materia se imparte a la semana). Recuérdese que los cursos propedéuticos no dan créditos y solo representan un semestre introductorio, en el cual se supone que el alumno debe tomar un nivel académico uniforme con conocimientos mínimos exigibles en los cursos curriculares.

El siguiente bloque de variables contiene la información de los docentes adscritos y las horas totales de la planta docente por programa o maestría ofrecida. El párrafo relativo al personal docente del informe de actividades diciembre 1990-diciembre 1991 de la SEPI-ESIA ALM; ver [2] página 7, inicia con el siguiente comentario: "Las características del personal docente han tenido una gran variación durante los últimos años. La crisis económica ha tenido grandes efectos sobre la cantidad y calidad de la planta docente.". Los datos estudiados dicen que existen en promedio 7.14 Profesores con 22.1 hrs adscritos por programa donde cada programa tiene, también en promedio, 164 hrs.; ver tabla 1.

Otro bloque de variables es el de los docentes de tiempo completo y las horas impartidas por programa. Cada maestría tiene en promedio 2.2 Profesores de tiempo completo, que no es nada óptimo y obliga al Profesor a impartir un número grande de horas frente a grupo. En cada programa se imparten 55.6 hrs. El número de horas dedicado a la impartición de cursos es alto en relación a lo escaso del personal y las pocas horas en promedio con que cuenta cada profesor: Estructuras 52.6 %, Mecánica del Suelos 44.0 %, Geología 36.4 %, Administración y Economía de los Hidrocarburos 34.7 %, Ingeniería Ambiental 31.3 %, Planificación 30.4 % e Hidráulica con 25.0 %.

Las variables que censan las horas que los docentes dedican a la investigación, actividad prioritaria a nivel posgrado, tiene un promedio de 38.28 hrs. (que representa tan solo el 12 % de todas las horas de todos los programas), para 4 proyectos de investigación y 4 docentes por programa. Si bien el desarrollo de la investigación fortalece y estimula la creación del conocimiento básico, la información anterior es demasiado pobre. Y no se diga programa por programa: Geología 18.0 hrs., que representan el 32.7 % de su total de horas, Estructuras 20.5 hrs., que representan el 26.6 % de su total de horas, Mecánica de Suelos 23.5 hrs., que representan el 13.4 % de su total de horas, Administración y Economía de los Hidrocarburos 29.0 hrs., que representan el 24.6 % de su total de horas, Hidráulica 45.0 hrs., que representan el 20.8 % de su total de horas, Planificación 62.0 hrs., que representan el 20.1 % del total de horas e Ingeniería Ambiental 70.0 hrs., que representan el 35.3 % de su total de horas. De lo anterior destacan los programas de Mecánica de Suelos con lo más bajo en horas dedicadas a la investigación e Ingeniería Ambiental con el mayor número de horas dedicadas a investigación, pero el promedio de estudiantes que intervienen en investigación es deplorable; 5.2.

Siempre se ha manejado que la matrícula de todo espacio escolar, representa su éxito o fracaso. Entre 1983 y 1990 el promedio de alumnos por programa en cursos propedéuticos es engañoso; 402.1 alumnos. Y es engañoso porque la Maestría en Administración y Economía de los Hidrocarburos en esos siete años, ha tenido tan solo 190 alumnos en propedéutico porque recibe alumnos anualmente.

La maestría que muestra mayor deserción es Planificación (115 alumnos) y la que muestra la menor deserción es la Maestría en Administración y Economía de los Hidrocarburos (9 alumnos). Y si bien el promedio de candidatos al grado es de 40.4 por programa, son estos dos últimos programas los que tienen el menor número de candidatos 21 y 75, respectivamente.

Durante el período diciembre 1990 - diciembre 1991, se encontraban en elaboración de tesis 49 alumnos de seis maestrías (Administración y Economía de los Hidrocarburos no tuvo ningún alumno registrado en tesis). Ingeniería Ambiental con 18 alumnos encabezó la lista y Estructuras e Hidráulica registraron sólo a 3 alumnos respectivamente. En cuanto a becarios, la maestría de Administración y Economía de los Hidrocarburos; por su tipo y estructura no contó con ningún becado (la mayoría de los alumnos ya vienen becados por Petróleos Mexicanos), Estructuras contaba con 11 alumnos becados y Geología y Mecánica de Suelos con un alumno becado, respectivamente.

Tabla 1: Estadísticas de las variables de medición del desempeño académico de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIA Unidad Adolfo López Mateos..

Variable	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Estándar
PRO	3	6	4.428	1.399
HR1	12	21.5	14.785	3.160
ASI	10	17	13.142	2.294
HR2	34	54	42.928	6.349
CRE	62	72	68.0	4.140
DOC	4	10	7.142	2.294
HR3	55	309	164.0	81.566
HR4	12.8	30.9	22.114	6.468
DO2	0	6	2.285	1.829
HR5	20	94	55.642	23.078
HR6	18	70	38.285	19.441
PRO	0	12	4.0	3.817
DO3	0	9	4.0	3.251
ALU	0	13	5.285	4.712
AL2	190	580	402.142	112.753
AL3	181	465	345.857	86.201
CAN	21	75	40.428	17.911
ALG	1	18	5.571	5.287
TES	0	18	7.0	5.682
BEC	0	11	4.714	3.806
HDO	20	94	55.642	23.078
HIN	18	70	38.285	19.441
HAA	0	45	13.0	14.262
HOA	13	144	57.071	41.139

El último gran bloque de variables contiene la información relativa a la distribución de horas por actividad y por programa. El promedio de horas por programa dedicadas a la docencia es de 55.6 hrs., a pesar de que Geología dedicó sólo 20 hrs. (de 55.0 hrs con las que contaba), y Estructuras 40.5 hrs. (de las 77.0 hrs con las que contaba). En cuanto a las horas dedicadas a la investigación se manifiesta un gran contraste, ya que si su promedio es de 38.2 hrs., Geología dedica casi el mismo número de horas a investigación; 18.0 hrs, que a docencia, y en el mismo caso se encontraba Estructuras; 20.5 hrs.

Del total de horas asignadas a cada programa, quienes muestran mayor ineficiencia en su aplicación son las maestrías de Hidráulica ya que contaba con 216.0 hrs., en total dedicando solamente 54.0 hrs a impartición de curso y 45.0 hrs., para investigación e Ingeniería Ambiental ya que de las 198.0 hrs., que tiene asignadas 62.0 hrs., fueron para docencia y 70.0 hrs para investigación. Si bien tales desbalances en horas están fundamentados en el hecho de que las restantes horas están designadas a la administración de la SEPI, su desproporción es grande. Hidráulica dedicó a administración 45.0 hrs., e Ingeniería Ambiental 20.0 hrs. Es necesario buscar un mejor balance, para cada programa, de las horas asignadas a cada labor.

Y de la misma forma, las horas dedicadas a otras actividades (denominadas complementarias) muestran una aberrante desproporción. La maestría en Planificación asignó a esas otras actividades complementarias nada más ni nada menos que 144.0 hrs!.

VII.3.4: Desempeño académico.

En esta sección veremos la interpretación y lectura de resultados que arrojan los análisis multidimensionales aplicados a la información. La descripción teórica de los análisis aplicados, se encuentran descritos en [3].

VII.3.4.1: Correlación académica.

La correlación académica realizada encuentra correlaciones denominadas "casi perfectas":

con 0.970 están el número de alumnos en proyectos de investigación y el número de docentes en proyectos de investigación por programa, el número de alumnos en los cursos propedéuticos y el número de alumnos en los cursos curriculares por programa.

con 0.950 o más, está número de horas totales y el número de docentes tiempo-completo por programa así mismo con el número de horas en actividades complementarias, el número de proyectos registrados y el número de horas académicas administrativas por programa así mismo con el número de proyectos de investigación los alumnos incluidos en proyectos por programa.

VII.3.4.2: Componentes principales del desempeño académico.

Las primeras dos componentes principales, que censan el 63.9 % de la información, están formadas por el número de asignaturas tanto en los propedéuticos como en los curriculares, relacionadas con el número de horas y docentes de tiempo completo en proyectos de investigación, que se contraponen al número de horas en los cursos curriculares ofrecidos a la comunidad estudiantil y sus docentes, todo ello por programa; es decir, a pesar de que se dedica un gran número de horas a actividades administrativas y no académicas el quehacer académico es mayor.

Los valores propios (que son las varianzas sobre los ejes principales) y las contribuciones a la inercia total (que son los porcentajes explicados por los ejes principales), se encuentran en la tabla 2:

Tabla 2: Valores y contribuciones del análisis en componentes principales del desempeño académico de la SEPI-ESIA ALM.

	1er. eje	2o. eje	3er. eje	4o. eje	5o. eje
Valor propio	0.0420	0.0139	0.0109	0.0061	0.0027
Contribución	54.2%	17.9%	14.0%	7.9%	3.5%

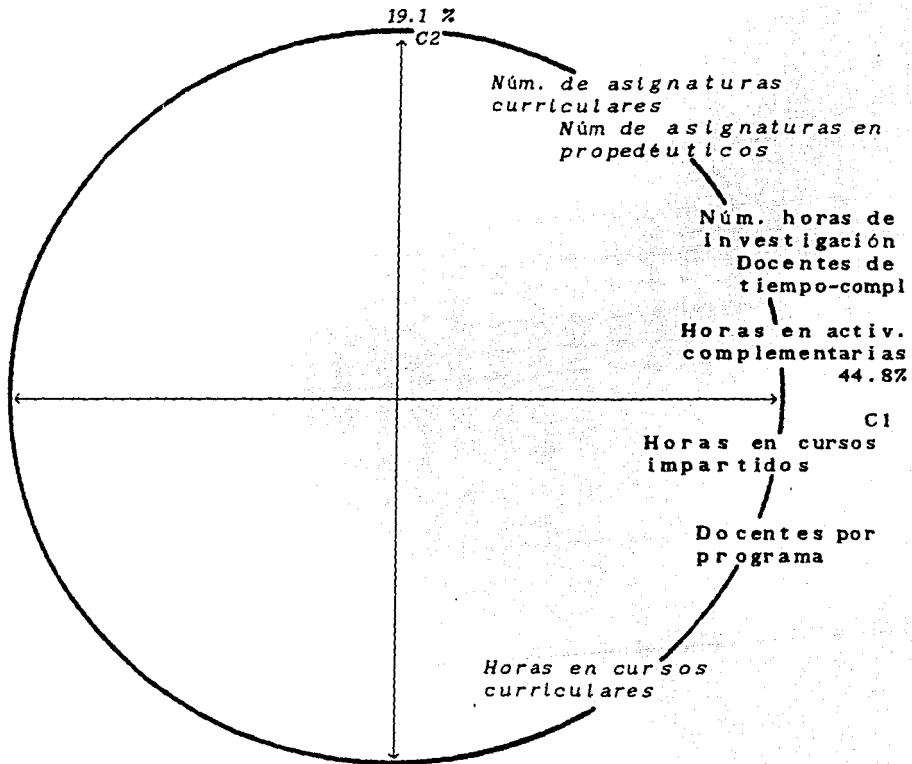


Figura 1: Primeras dos componentes del desempeño académico de la SEPI ESIA

La figura 1 contiene la descripción gráfica de las primeras dos componentes académicas de la SEPI de la ESIA unidad ALM del IPN.

VII.3.5: Jerarquía académica.

El método de clasificación jerárquico utilizado es de corte ascendente y ha sido aplicado a los primeros cinco factores, obtenidos después de un análisis factorial de correspondencias hecho a la tabla original, bajo el algoritmo de la ji-cuadrada con jerarquía ascendente.

La lectura e interpretación de la figura 2; que es la estructura jerárquica del desempeño académico de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIA Unidad ALM., se hace de izquierda a derecha (con la figura vista de frente), la que contiene cuatro grandes ramas.

La primera rama contiene la información relativa a las horas y a las asignaturas de las diferentes maestrías que se imparten en sus respectivos cursos propedéuticos, así como en los cursos curriculares. Contiene también el número de créditos por programa que se otorgan al alumno cuya suma total dan la candidatura al grado a los alumnos.

La segunda rama agrupa las horas asignadas a cada programa de maestría, su desagregación en horas asignadas a cursos y a las actividades complementarias así como los tiempos completos que cada programa tiene.

La tercera rama solamente agrupa a los tesis y a los becarios que tuvo la SEPI de la ESIA-ALM., durante 1991. Su agregación es a un nivel alto, lo que significa que no tienen casi relación con las variables de la rama anteriormente descrita.

La cuarta y última rama jerárquica, es la del número de proyectos de investigación, los docentes y alumnos de la SEPI que se encontraban en proyectos de investigación, lo que resulta bastante lógico pero también se agrupa el número de horas académico-administrativas que tienen los programas.

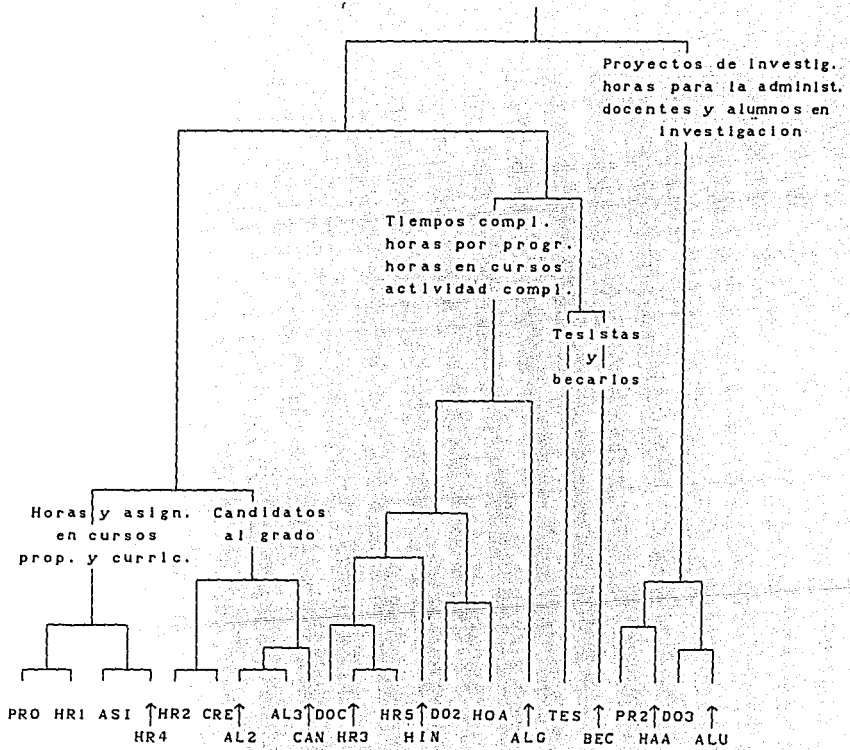


Figura 2.- Estructura jerárquica del desempeño académico de la SEPI ESIA.

Bibliografía.

[1] Estudio Factorialista del Desempeño Académico de una Sección de Graduados del IPN. Sección de Graduados de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura Unidad Adolfo López Mateos. Instituto Politécnico Nacional. 1985.

[2] Informe de Actividades diciembre de 1990 a diciembre de 1991. Sección de Estudios de Posgrado e Investigación ESIA Unidad ALM. 1991

[3] Análisis Multidimensional de Datos. Editorial LOGICIELS. Casanova del Angel, F., 1990.

VIII. CONCLUSIONES.

Tres métodos para generar y/o analizar estructuras jerárquicas son desarrolladas a lo largo de este trabajo: el método de Elementos, el método de Clasificación Jerárquica y el proceso de Jerarquización Analítica de Saaty.

Estos métodos que pueden considerarse representativos de una amplia gama de procedimientos para generar y analizar estructuras jerárquicas se caracterizan por ser sencillos, de fácil acceso, apropiados para el Administrador o el Planificador que constantemente tiene que estar tomando decisiones, principalmente cuando los sistemas son muy desarrollados y que de una manera dinámica deben ser analizados, también tienen la gran ventaja que pueden implementarse en una computadora y procesar una gran cantidad de datos y de variables.

Cada método de Elementos parte de la comparación dos a dos de cada uno de sus objetivos o elementos respecto de un objetivo principal, de ahí se sigue hasta formar una o varias arborescencias jerárquicas. La técnica AHP de Saaty se inicia con la estructuración de los objetivos por niveles y se termina midiendo la preferencia (reelevancia) de cada alternativa respecto de los objetivos de los niveles superiores, incluyendo el principal. El caso de la Clasificación Jerárquica, se parte de la definición de una distancia que es aplicada a un conjunto de observaciones, permitiendo que las variables se vayan agrupando en clases y por niveles hasta llegar a construir un dendrograma con todas las variables involucradas.

Considerando lo anterior una manera de aplicar conjuntamente los métodos descritos sería la siguiente.

Primero aplicar el método de Elementos para estructurar jerárquicamente los objetivos, en seguida con el procedimiento AHP de Saaty medir las reelevancias de los objetivos de niveles secundarios respecto de los niveles superiores, incluyendo al principal y finalmente al hacer la Clasificación Jerárquica quedará establecido, lo que estadísticamente está prevalenciando y de acuerdo a ésto redefinir los criterios de subordinación y la priorización de los objetivos planteados, actuando en consecuencia instrumentar una serie de medidas que estimulen la participación de todos los agentes que intervienen para que contribuyan de la mejor manera a lograr los objetivos trazados.

El análisis e interpretación de los resultados obtenidos al aplicar cualquiera de los métodos de manera separada o conjuntamente, dependerá del contexto en que se defina el problema y de los criterios de subordinación elegidos, y desde luego del conocimiento que se tenga del problema por parte del experto o grupo de expertos y del interés que se tenga al respecto.

Los casos de estudio presentados, se hacen con la finalidad más que nada de mostrar la importancia que puede significar las estructuras jerárquicas en el análisis de sistemas, principalmente cuando éstos son muy desarrollados, o bien cuando son muy dinámicos y el tiempo con que hay que actuar es muy limitado.

Es en este sentido que los análisis de los casos de estudio aquí realizados deben ser tomados mas como puntos de partida, que como conclusiones definitivas; por lo que será recomendable realizar más estudios y a mayor profundidad al respecto. La importancia que revestiría estoy convencido, lo justificaría ampliamente.

REFERENCIAS.

Aczel, J. y Saaty, T. L., 1983: Procedure for synthesizing retic judgments. J. of Math. Psychology, vol 27, no.1, march, p.p. 93-102.

Alexander, J. y Saaty, Y. I., 1977a: The forward and backward processes of conflict analysis. Behavioral Science, vol 22, march, p.p. 87-98.

Alexander, J. y Saaty, T. L., 1977b: Stability of the forward backward process: Northern Ireland case study. Behavioral Science, vol 22, no. 6, p.p. 375-382.

Arbel, A. 1983: A university budget problem: A priority-based approach. Socio-Economic Planning Science, vol 17, no. 4, p.p. 181-189.

Arbel, A. y Gran S. S., 1986: Generating search directions in multiobjective linear programming using the analytic hierarchy process. Socio-Econ. Plann. Sci. vol 20, no. 6.

Arbel, A. y Seidmann, A., 1984a: Selecting a microcomputer for process control and date acquisition. IIE Transzations, vol 16, no. 1, march, p.p. 73-80.

Arbel, A y Seidmann, A., 1984b: Performance evaluation of flexible manufacturing systems. IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics, vol, SMC-14, no. 4, (july/august), p.p. 606-617.

Arrington, C. E., Hillison, W. y Jensen, R., 1984: An application of analytic hierarchy process to model expert judgments on analytical review procedures. J. of Accounting Research, vol 22, no. 1, spring, p.p. 289-312.

Barker, D.; Developing Business Systems with Level 5; Merrill Publishing, Columbus, OH., 1988.

Budezcu, D., 1984: Scaling binary comparison methods. Fuzzy Sets and Systems, vol. 14, p.p. 187-192.

Cogger, K. O. y Yu, P. L., 1983: Eigen weight vectors and least distance approximation for reveeles preference in parwise weight ratios. School of business, U of Kansas, Lawrence, Kansas.

Crawford, G. B., 1987: The geometric mean procedure for estimating the scale of a judgment matrix. Math. Modelling, vol 9, no. 3-5, p.p. 327-334.

Chu, A. T. W., Kalaba, R. E. y Spingarn, 1979: A comparison of two methods for determining the weights belonging to fuzzy sets. J. of Optimization Theory and Applications, vol 27, no. 4, p.p. 531-538.

Dadario, E., 1971: Ventures. Magazine of the Yale Graduate School, spring.

De Green, J. G., 1980: Extensions of the multiple criteria analysis method of T. L. Saaty. Technical Report m. f. a. 80-G. National Inst. for Water Supply, Leidschendam, Netherlands, presented at EURO IV, Cambridge, England, july, 22-25.

Debeljak, C. J., Haimes Y. Y. y Leach, M., 1986: Integration of the surrogate worth trade-off method and the analytic hierarchy process. Socio-Econ. Plann. Sci., vol 20, no. 6, p.p. 375-385.

De Turk, D. M., 1987: The approach to consistency in the analytic hierarchy process. Math. Modelling, vol. 9, no. 3-5.

Dorweller, V. P., 1987: Legal case planning via the Analytic Hierarchy Process. Litigation -or- conflict resolution. Math Modelling, vol. 9, no. 3-5

Dougherty, J. J. y Saaty, T. L., 1977: Optimum determination of hospital requirements. Chapter 9 in The Logic of Priorities. Saaty y Vargas, eds. Kluwer-Nijhoff. Boston, p.p. 165-181.

Driscoll, D. A., Lin, W. T. y Watkins, P. R., 1984: Cost-volume-profit analysis under uncertainty: A synthesis and framework for evaluation. J. of Accounting Literature, vol. 3, spring, p.p. 65-115.

Dyer, J. S. y Sarin, R. K., 1979: Measurable multisttribute value functions. Operatics Research, vol 27, p.p. 610-822

Elsayed, E. A. y Heiang, T. C., 1985: The analytic hierarchy process in the supplier and product quality rating programs. Paper presented at the Joint National Meeting of ORSA/TIME in Boston, april 30-may 1.

Frazelle, E., 1985: Suggested techniques enable multi-criteria evaluation of material handling alternatives. Industrial Engineering, vol 17, no. 2, p.p. 42-48.

Fechner, g., 1966: Elements of psychophysics. Vol 2, transisted by Helmut E. Adler, Holt Rinehart and Winston, N. Y.

Fichtner, J., 1983: Soms thoughts about the mathematics of the analytical hierarchy process. Hochschule der Bundeswehr Munchen, september.

- Fichtner, P. C., 1970: Utility theory for decision making. Wiley, N. Y.
- Foreman, E., and Saaty, T.; Expert Choice Software Package for IBM PC; Expert choice, Inc., Pittsburgh, PA 1983-1990.
- Foster Vega, M., 1989: El proceso de jerarquización análítica en la toma de decisión multiatributo. DEPMI-UNAM.
- Frobenius, G., 1912: Uber matrizen aus nicht negativen elementen. Siitzber, Akad. Wiss. Berlin, Phys. Math. K1, p.p. 456-477.
- Gantmacher, F. R. 1960: Applications of the theory of matrices. Interscience, N. Y.
- Gray, P. 1948, book review: The Analytic Hierarchy Process and Decision Making for Leaders, by T. L. Saaty in Interfaces, vol 14, no. 3, (may-june), p.p. 97-99.
- Harker, P. T., 1984: An analytic hierarchy approach for the determination of interregional migration patterns. Paper presented at the Association of American Geographers anual meeting, Washington DC april 22-25.
- Harker, P. T., 1987a: Alternative modes of questioning in the analytic hierarchy process. Math Modelling, vol. 9, no. 11, p.p. 353-360.
- Harker, P. T., 1987b: Incomplete pairwise comparison in the analytic hierarchy process. Math Modelling, vol. 9, no. 11, p.p. 837-848.
- Harker, P. T. y Vargas, L. G., 1987: The theory of ratio scale estimation: Saaty's analytic hierarchy process. Management Science, vol. 33, no. 11, nov.
- Hughes, W. R., 1986: Deriving utilities using the analytic hierarchy process. Socio-Econ. Plann. Sci., vol 20, no. 6.
- A. Solis Mexicano, 1993: Tesis de Maestría en Investigación de Operaciones. DEPMI-UNAM.
- Jansen, R. E., 1981: Scenario probability scaling: An eigenvector analysis of elicited scenario odd ratios. Futures, vol. 13, no. 6 (december), p.p. 489-498.
- Jansen, R. E., 1982: Reporting managements forecasts: An eigenvector model for elicitation and review of forecasts. Decision Sciences, vol. 13, no. 1, p.p. 15-37.
- Jensen, R. E., 1983: Aggregation (composition) schema for eigenvector scaling of priorities in hierarchical structures. Multivariate Behavioral Research, vol. 18, no. 1, p.p. 63-84.

Jensen, R. E., 1984: An alternative scaling method for priorities in hierarchical structures. J. of Math. Psychology, vol. 28, no. 3, sept, p.p. 317-332.

Johnson, C. R. y Hihn, J. M., 1980: Priorization of research projects. In Energy Storage: The Transactions of the First International Assembly on Energy Storage, J. Silverman (ed.) Pergamon Press, N. Y. p.p. 562-566.

Jong, De Piet, 1984: A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities. J. of Math Psychology, vol. 28, no. 4, december, p.p. 467-478.

Kamanetzky, R. D., 1982: The relationship between the analytic hierarchy process and the additive value function. Decision Science, vol. 13, no. 4, october, p.p. 702-713.

Keeney, R. L. y Raiffa, H., 1976: Decisions with multiple objectives. Preferences and values trade-offs. Wiley, N. Y.

L. G. Vargas, and R. W. Whittaker; European Journal of Operational Research; Decision Making by the Analytic Hierarchy Process: Theory and Applications; Vol. 48, No. 1, September 5, 1990.

Lauro, G. L. y Vepsalainen, A. P. J., 1986: Assessing technology portfolios for contract competition: an analytic hierarchy process approach. Socio-Econ. Plann. Sci., vol 20, no. 6.

Lindgren, B. W., 1971: Elements of decision theory. Macmillan, N. Y.

Lootsma, F. A., 1980: Saaty's priority theory and the nomination of a senior professor in operations research. European J. of Oper. Research, vol. 4, no. 6, p.p. 380-388.

Luce, R. D. y Raiffa, H., 1967: Games and decisions. Introduction and critical survey. John Wiley and Sons.

Lusk, E. J. 1979: Analysis of hospital capital decision alternatives: A priority assignment model. J. of the Oper. Research Society, vol 30, no. 5, (may), p.p. 439-448.

Miller, G. A., 1956: The magical number seven plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. Psychological Rev. vol 63, march, p.p. 81-97.

Mintzberg, H.; Structure in Five, Designing Effective Organizations; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1983.

- Mitroff, L. I., Emshoff, J. R. y Kilman, R. H., 1979: Assumptonal analysis: A methodology for strategic problem solving. Management Science, vol. 25, no. 6, p.p. 583-593.
- Morris, P. C., 1979: Weighting incosistent judgments. Pi Mu Epsilon Journal
- Narasimhan, R., 1982: A geometric averaring procedure for constructing supertransitive approimation to binary comparison matrices. Fuzzy Sets and Systems, vol. 8, p.p. 53-61.
- Nash, J. F., 1950: Equilibrium points in n-person games. Proceedings of the National Academy of Sciences. U. S. A. 36
- Olson, D. L., 1988: Opportunities and limitations of AHP in multiobjctive programming. Math. Comput. Modelling, vol. 11, p.p. 206-209.
- Olson, D. L., Venkataramanan, M. y Mote, J. L., 1986: A technique using analytical hierarchy process in multiobjective planning models. Socio-Econ. Plann. Sci., vol 20, no. 6, p.p. 361-368.
- Peniwati, K. y Hsiao, T., 1987: Ranking countries according to economic, social and political indicators. Math. Modelling, vol. 9, no. 3-5.
- Perron, O., 1907: Zur theorie oer matrises. Math. Ann. vol. 64, p.p. 248-269.
- Peter, M. E.; Competitive Advantage; Free Press, New York, 1985.
- Ramanujam, V. y Saaty, P. L., 1981: Technological choses in the less developed countries: An analytic hierarchy approach. Technological Forecasting and Social Changs, vol. 19, no. 1, p.p. 81-98.
- Saaty, T. L., and Alexander; Thinking with Models; Pergamon Press, Oxford, 1981.
- Saaty, T. L.; The Analytic Hierarchy Process; McGraw-Hill, New York, 1988.
- Saaty, T. L., 1974: Measuring the fuzziness of sets. J. of Cybernetics, vol. 4, no. 4, p.p. 53-61
- Saaty, T. L., 1977a: The Sudan Tranport Study. Interfaces, vol. 8, no. 1, p.p. 37-57.
- Saaty, T. L., 1977b: A scaling method for priorities in hierarchical structures. J. of Math. Psychology, vol. 15, p.p. 234-281.

Saaty, T. L., 1977c: Scenarios and priorities in transport planning: Application to Sudan. Transportation Research, vol. 11, no. 3, p.p. 343-350.

Saaty, T. L., 1978: Exploring the interface between hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, vol 1, p.p. 57-68.

Saaty, T. L., 1979: The US-OPEC energy conflict. The payoff matrix by the analytic hierarchy process. International J. of Game Theory, vol. 8, issue 4, p.p. 225-234.

Saaty, T. L., 1980: The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York.

Saaty, T. L., 1981b: The analytic hierarchy process and health care problems. Procedure of International Conference on Systems Science in Health Care, Montreal, 1980.

Saaty, T. L., 1982a: An eigenvalue allocation model for prioritization and planning. Energy Management and Policy Center, University of Pennsylvania.

Saaty, T. L., 1982b: The analytic hierarchy process: A new approach to deal with fuzziness in architecture. Architectural Science Review, vol. 25, no. 3, p.p. 64-69.

Saaty, T. L., 1983: Conflict resolution and the Falklands Islands invasions. Interfaces, vol 13, no. 6, december, p.p. 68-83.

Saaty, T. L., 1984a: Impact of disarmament nuclear package reduction. In Quantitative Assessment in Arms Control, R. Avenhaus (ed.) Plenum Press, N. Y.

Saaty, T. L., 1984b: The analytic hierarchy process: Decision making in complex environment. In Quantitative Assessment in Arms Control, R. Avenhaus (ed.), Plenum Press, N. Y.

Saaty, T. L., 1986: Exploring optimization through hierarchies and ratio scales. Socio-Economic Planning Sciences, vol. 20, no. 6, p.p. 355-360.

Saaty, T. L., 1986b: Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process. Management Science, vol. 32, no. 7, july, 841-855.

Saaty, T. L., 1988: The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York.

Saaty, T. L. y Beltrán, M., 1980: Architectural design by the analytic hierarchy process. Design Methods and Theories, vol. 14, no. 3/4, p.p. 124-134.

Saaty, T. L. y Bennett, J. P., 1977a: A theory of analytical hierarchies applied to political candidacy. Behavioral Sciences, vol. 22, no. 4 july, p.p. 237-245.

- Saaty, T. L. y Bennett, J. P. 1977b: Terrorism Patterns and negotiations: three case studies through hierarchies and holarchies. Study for the Arms Control and Disarmament Agency, 208 p.p.
- Saaty, T. L. y Erdener, E., 1979: A new approach to performance measurement the analytic hierarchy process. Design Methods and Theories, vol. 13, no. 2, p.p. 64-72.
- Saaty, T. L. y Gholamnezhad, H., 1981: Oil prices: 1985 and 1990, Energy Systems and Policy, vol 5, no. 4, p.p. 303-316.
- Saaty, T. L. y Gholamnezhad, H., 1982: High-level nuclear waste management Analysis of options. Environment and Planning B, vol: 9, no. 2, p.p. 181-196.
- Saaty, T. L. y Khouja, M. W., 1976: A measure of world influence. J. of Peace Science, spring.
- Saaty, T. L. y Ma, F. y Blair, P., 1977: Operational Gaming for energy policy analysis. Energy Policy, vol 5, no. 1, (march), p.p. 63-75.
- Saaty, T. L. y Mariano, R., 1979: Rationing energy to industries: priorities and input-output dependence. Energy Systems and Policy, january.
- Saaty, T. L. y Ramanujam, V., 1983: An objective approach to faculty promotion and tenure by the analytic hierarchy process. Research in higher Education, vol. 18, no. 3, 311-331.
- Saaty, T. L. y Rogers, P. C., 1976: Higher education in the United States (1985-2000): Scenario construction using a hierarchical framework with eigenvector weighting. Socio-Econ. Plan., vol, 10, p.p. 261-263.
- Saaty, T. L., Rogers, P. C. y Pell, R., 1980: Portfolio selection through hierarchies. The J. of Portfolio Management, vol. 6, no. 3, (spring), p.p. 16-21.
- Saaty, T. L. y Vargas, L. G., 1979: A note on estimating technological coefficients by the analytic hierarchy process. Socio-Econ. Plan. Sci., vol 13, no. 6, p.p. 333-336.
- Saaty, T. L. y Vargass, L. G., 1980: Hierarchical analysis of behavior in competition: Prediction in chess. Behavioral Science, vol. 25, no. 3, (may), p.p. 180-191.
- Saaty, T. L. y Vargas, L. G., 1984: Inconsistency and rank preservation. J. of Math Psychology, vol. 28, no. 2, june, p.p. 205-214.

ANEXO A

(Cálculos para el método de valores y vectores característicos)

Nivel...4 Objetivo...1 Experiencia del personal operativo

	a1	a2	a3	a4	a5	a6				
a1	1.000	0.548	6.333	3.000	0.162	0.333	-	-	-	-
a2	1.826	1.000	7.000	2.000	0.389	5.000				
a3	0.158	0.143	1.000	0.342	0.177	0.186				
a4	0.333	0.500	2.927	1.000	0.313	0.542				
a5	6.176	2.571	5.638	3.200	1.000	0.675				
a6	3.000	0.200	5.385	1.846	1.481	1.000				

6 x 6

$\lambda = 7.0439$

Relevancias	
	-0.233
	-0.565
	-0.060
	-0.159
	-0.663
	-0.399

Relevancias	
	11.20%
	27.19%
	2.89%
	7.64%
	31.90%
	19.19%

→) b1
CR= 0.168

Nivel...4 Objetivo...2 Equipo propuesto

	a1	a2	a3	a4	a5	a6				
a1	1.000	0.225	2.250	0.417	0.333	0.417	-	-	-	-
a2	4.444	1.000	5.250	1.708	1.083	1.000				
a3	0.444	0.190	1.000	0.300	0.321	0.258				
a4	2.400	0.585	3.333	1.000	0.542	1.000				
a5	3.000	0.923	3.117	1.846	1.000	2.250				
a6	2.400	1.000	3.871	1.000	0.444	1.000				

6 x 6

$\lambda = 6.0519$

Relevancias	
	0.180
	0.544
	0.117
	0.370
	0.595
	0.408

Relevancias	
	8.12%
	24.56%
	5.28%
	16.72%
	26.89%
	18.44%

→) b2
CR= 0.008

Nivel...4 Objetivo...4 Actualización técnica de personal aborto

	a1	a2	a3	a4	a5	a6				
a1	1.000	0.396	2.250	0.258	0.192	0.200	-	-	-	-
a2	2.526	1.000	3.500	0.833	0.244	0.354				
a3	0.444	0.286	1.000	0.377	0.175	0.219				
a4	3.871	1.200	2.650	1.000	0.508	0.583				
a5	5.217	4.098	5.714	1.967	1.000	1.625				
a6	5.000	2.824	4.565	1.714	0.615	1.000				

6 x 6

$\lambda = 6.1814$

Relevancias	
	-0.124
	-0.249
	-0.095
	-0.400
	-0.720
	-0.536

Relevancias	
	5.84%
	11.72%
	4.49%
	18.83%
	33.90%
	25.22%

→) b3
CR= 0.029

Nivel...4 Objetivo...4 Elementos tecnológicos de apoyo

	a1	a2	a3	a4	a5	a6				
a1	1.000	0.500	1.750	0.238	0.292	0.396	-	-	-	-
a2	2.000	1.000	3.000	0.792	0.313	0.375				
a3	0.571	0.333	1.000	0.300	0.181	0.183				
a4	4.211	1.263	3.333	1.000	0.625	0.458				
a5	3.429	3.200	5.517	1.600	1.000	2.000				
a6	2.526	2.667	5.455	2.182	0.500	1.000				

6 x 6

$\lambda = 6.1896$

Relevancias	
	-0.155
	-0.254
	-0.098
	-0.380
	-0.687
	-0.535

Relevancias	
	7.33%
	12.06%
	4.65%
	18.03%
	32.56%
	25.37%

→) b4
CR= 0.031

Nivel...4 Objetivo...5 Trayectoria como empresa en el ramo

	a1	a2	a3	a4	a5	a6				
a1	1.000	3.750	6.000	0.375	0.938	1.000	-	-	-	-
a2	0.267	1.000	1.500	0.500	0.354	0.417				
a3	0.167	0.667	1.000	0.213	0.173	0.173				
a4	2.667	2.000	4.706	1.000	0.396	0.750				
a5	1.067	2.824	5.783	2.526	1.000	3.000				
a6	1.000	2.400	5.783	1.333	0.333	1.000				

6 x 6

$\lambda = 6.4199$

Relevancias	
	-0.419
	-0.157
	-0.083
	-0.439
	-0.672
	-0.381

Relevancias	
	19.48%
	7.28%
	3.87%
	20.42%
	31.22%
	17.73%

→) b5
CR= 0.068

Figura 1

Nivel...3	Objetivo...1	Capital social							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5		$\lambda = 5.1107$			
O3,1	1,000	0,155	0,400	0,213	0,220	=	0,097	=	4,94%	→ O11
O3,2	6,432	1,000	4,000	1,450	0,667		0,590		30,12%	
O3,3	2,500	0,250	1,000	0,257	0,273		0,168		8,49%	
O3,4	4,688	0,690	3,896	1,000	1,000		0,511		26,11%	
O3,5	4,545	1,500	3,659	1,000	1,000		0,595		30,35%	
			5	x	5				CR=	0,025

Nivel...3	Objetivo...3	Estado de resultados financieros							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5		$\lambda = 5.7617$			
O3,1	1,000	1,600	1,400	0,533	0,250	=	0,326	=	14,97%	→ O12
O3,2	0,625	1,000	0,967	0,867	1,367		0,375		17,21%	
O3,3	0,714	1,034	1,000	0,300	1,040		0,364		16,71%	
O3,4	1,875	1,154	3,333	1,000	1,000		0,585		26,86%	
O3,5	4,000	0,732	0,962	1,000	1,000		0,528		24,24%	
			5	x	5				CR=	0,170

Nivel...3	Objetivo...3	Nivel educativo del personal administrativo							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5		$\lambda = 5.1072$			
O3,1	1,000	1,400	0,733	0,617	1,200	=	0,355	=	17,26%	→ O13
O3,2	0,714	1,000	0,517	0,171	0,390		0,181		8,80%	
O3,3	1,364	1,935	1,000	0,750	1,067		0,431		20,95%	
O3,4	1,622	5,855	1,333	1,000	2,000		0,719		34,95%	
O3,5	0,833	2,564	0,938	0,500	1,000		0,371		18,04%	
			5	x	5				CR=	0,024

Nivel...3	Objetivo...4	Infraestructura administrativa terrestre local							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5		$\lambda = 5.21099$			
O3,1	1,000	0,658	0,900	0,213	0,569	=	0,203	=	10,39%	→ O14
O3,2	1,519	1,000	1,800	0,383	0,367		0,265		13,57%	
O3,3	1,111	0,556	1,000	0,279	0,285		0,176		9,02%	
O3,4	4,688	2,609	3,590	1,000	0,533		0,627		32,09%	
O3,5	1,759	2,727	3,506	1,875	1,000		0,682		34,93%	
			5	x	5				CR=	0,047

Nivel...3	Objetivo...5	Apoyo logístico							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5		$\lambda = 5.1580$			
O3,1	1,000	5,000	2,200	2,400	1,800	=	0,752	=	37,65%	→ O15
O3,2	0,200	1,000	0,323	0,367	0,700		0,151		7,55%	
O3,3	0,455	3,093	1,000	1,667	1,200		0,430		21,51%	
O3,4	0,417	2,727	0,600	1,000	2,200		0,385		19,26%	
O3,5	0,556	1,429	0,833	0,455	1,000		0,281		14,04%	
			5	x	5				CR=	0,035

Nivel...3	Objetivo...6	Seguridad Industrial y Respeto ecológico							Relevancias	
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5					
O3,1	1,000	1,667	0,900	1,067	1,300	=	-0,498	=	22,59%	→ O16
O3,2	0,600	1,000	1,100	1,000	0,750		-0,382		17,32%	
O3,3	1,111	0,909	1,000	1,800	1,800		-0,555		25,15%	
O3,4	0,938	1,000	0,556	1,000	0,744		-0,355		16,11%	
O3,5	0,769	1,333	0,556	1,344	1,000		-0,415		18,83%	
			5	x	5				CR=	0,028

Figura 2

Nivel...2 Objetivo principal: *Seleccionar mejor propuesta para PEMEX*

	O1	O2	O3	O4	O5	O6	$\lambda = 6,6747$	Relevancias	
O1	1.000	0.225	2.467	0.767	0.900	0.203	0.181	9.16%	→ O'1 CR= 0.109
O2	4.440	1.000	2.200	0.867	0.340	0.178	0.260	13.17%	
O3	0.405	0.455	1.000	1.000	0.297	0.157	0.108	5.48%	
O4	1.304	1.154	1.000	1.000	0.210	0.178	0.156	7.89%	
O5	1.111	2.941	3.371	4.762	1.000	0.700	0.464	23.52%	
O6	4.918	5.607	6.364	5.607	1.429	1.000	0.805	40.80%	

6 x 6

Tabla de Índices aleatorios promedio (RI) para matrices de orden 1 al 15 (n)

n	RI
1	0.00
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.92
8	1.41
9	1.45
10	1.49
11	1.51
12	1.49
13	1.56
14	1.57
15	1.62

Nomenclatura:

λ máx = Valor característico máximo de la matriz.

CR = Razón de consistencia igual a CI / RI

CI = Índice de consistencia igual a $(\lambda_{\text{máx}} - n) / (n - 1)$

n = Rango de la matriz

b1, b2, b3, b4 y b5 = Vectores característicos normalizados de las matrices de comparación de alternativas del cuarto nivel respecto a los objetivos del tercer nivel.

O11, O12, O13, O14, O15 y O16 = Vectores característicos normalizados de las matrices de comparación de los objetivos del tercer nivel respecto a los del segundo nivel.

B1 = Matriz formada por los vectores b1, b2, b3, b4 y b5

Figura 3

Relevancias

$$R'1 = B1 * O11 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.94 \\ 30.12 \\ 8.49 \\ 26.11 \\ 30.35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1132.02 \\ 1509.35 \\ 450.35 \\ 1791.31 \\ 3052.47 \\ 2064.50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.32\% \\ 15.09\% \\ 4.50\% \\ 17.91\% \\ 30.52\% \\ 20.64\% \end{bmatrix}$$

$$R'2 = B1 * O12 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14.97 \\ 17.21 \\ 16.71 \\ 26.86 \\ 24.24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1074.20 \\ 1526.23 \\ 428.01 \\ 1695.96 \\ 3138.23 \\ 2137.36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.74\% \\ 15.26\% \\ 4.28\% \\ 16.86\% \\ 31.38\% \\ 21.37\% \end{bmatrix}$$

$$R'3 = B1 * O13 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17.26 \\ 8.80 \\ 20.95 \\ 34.95 \\ 18.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 994.71 \\ 1483.91 \\ 422.87 \\ 1671.83 \\ 3198.39 \\ 2228.28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.95\% \\ 14.84\% \\ 4.23\% \\ 16.72\% \\ 31.98\% \\ 22.28\% \end{bmatrix}$$

$$R'4 = B1 * O14 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.39 \\ 13.57 \\ 9.02 \\ 32.09 \\ 34.93 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1194.88 \\ 1362.93 \\ 426.72 \\ 1767.69 \\ 3137.33 \\ 2110.43 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.95\% \\ 13.63\% \\ 4.27\% \\ 17.68\% \\ 31.37\% \\ 21.10\% \end{bmatrix}$$

$$R'5 = B1 * O15 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 37.65 \\ 7.55 \\ 21.51 \\ 19.26 \\ 14.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1023.30 \\ 1795.40 \\ 389.23 \\ 1452.59 \\ 3198.11 \\ 2141.36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.23\% \\ 17.95\% \\ 3.89\% \\ 14.53\% \\ 31.98\% \\ 21.41\% \end{bmatrix}$$

$$R'6 = B1 * O16 = \begin{bmatrix} 11.20 & 8.12 & 5.84 & 7.33 & 19.48 \\ 27.19 & 24.56 & 11.72 & 12.06 & 7.28 \\ 2.89 & 5.28 & 4.49 & 4.65 & 3.87 \\ 7.64 & 16.72 & 18.83 & 18.03 & 20.42 \\ 31.90 & 26.89 & 33.90 & 32.56 & 31.22 \\ 19.19 & 18.44 & 25.22 & 25.37 & 17.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 22.59 \\ 17.32 \\ 25.15 \\ 16.11 \\ 18.83 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1025.45 \\ 1665.82 \\ 417.52 \\ 1610.54 \\ 3151.07 \\ 2129.61 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.25\% \\ 16.66\% \\ 4.18\% \\ 16.11\% \\ 31.51\% \\ 21.30\% \end{bmatrix}$$

Fig. 4

Relevancia de cada una de las alternativas con respecto al objetivo principal :

$$R = (R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6) \cdot O =$$

PROTEXA	11.32	10.74	9.95	11.95	10.23	9.16	634.47	10.72%	5
MEXICO	15.09	15.26	14.84	13.63	17.95	13.17	950.14	16.05%	4
CENTRAL	4.50	4.28	4.23	4.27	3.89	5.46	245.94	4.15%	6
FAJA DE ORO	17.91	16.96	16.72	17.68	14.53	7.89	969.90	16.21%	3
EPN-SONAT	30.52	31.38	31.98	31.37	31.98	23.52	1867.39	31.54%	1
TRITON	20.64	21.37	22.28	21.10	21.41		1262.50	21.32%	2

Fig 5

A N E X O B

(Cálculos para el método alternativo)

Nivel...4 Objetivo...1 Experiencia del personal operativo						Relevancias		
	a1	a2	a3	a4	a5	a6		
a1	1.000	0.548	6.333	3.000	0.162	0.333	0.908	11,98%
a2	1.826	1.000	7.000	2.000	0.389	5.000	1.918	25,30%
a3	0.158	0.143	1.000	0.342	0.177	0.186	0.252	3,32%
a4	0.333	0.500	2.927	1.000	0.313	0.542	0.660	8,71%
a5	6.176	2.571	5.838	3.200	1.000	0.675	2.405	31,73%
a6	3.000	0.200	5.385	1.846	1.481	1.000	1.438	18,97%

Nivel...4 Objetivo...2 Equipo propuesto								
	a1	a2	a3	a4	a5	a6		
a1	1.000	0.225	2.250	0.417	0.333	0.417	0.555	7,89%
a2	4.444	1.000	5.250	1.708	1.083	1.000	1.873	26,62%
a3	0.444	0.190	1.000	0.300	0.321	0.258	0.358	5,09%
a4	2.400	0.585	3.333	1.000	0.542	1.000	1.168	16,60%
a5	3.000	0.923	3.117	1.846	1.000	2.250	1.816	25,81%
a6	2.400	1.000	3.871	1.000	0.444	1.000	1.267	18,00%

Nivel...4 Objetivo...4 Actualización técnica de personal abordo								
	a1	a2	a3	a4	a5	a6		
a1	1.000	0.396	2.250	0.258	0.192	0.200	0.455	5,91%
a2	2.526	1.000	3.500	0.833	0.244	0.354	0.928	12,05%
a3	0.444	0.286	1.000	0.377	0.175	0.219	0.350	4,55%
a4	3.871	1.200	2.650	1.000	0.508	0.583	1.241	16,12%
a5	5.217	4.098	5.714	1.967	1.000	1.625	2.704	35,13%
a6	5.000	2.824	4.565	1.714	0.615	1.000	2.020	26,25%

Nivel...4 Objetivo...4 Elementos tecnológicos de apoyo								
	a1	a2	a3	a4	a5	a6		
a1	1.000	0.500	1.750	0.238	0.292	0.396	0.537	7,29%
a2	2.000	1.000	3.000	0.792	0.313	0.375	0.907	12,32%
a3	0.571	0.333	1.000	0.300	0.181	0.183	0.352	4,78%
a4	4.211	1.263	3.333	1.000	0.625	0.458	1.311	17,81%
a5	3.429	3.200	5.517	1.600	1.000	2.000	2.405	32,67%
a6	2.526	2.667	5.455	2.182	0.500	1.000	1.850	25,13%

Nivel...4 Objetivo...5 Trayectoria como empresa en el ramo								
	a1	a2	a3	a4	a5	a6		
a1	1.000	3.750	6.000	0.375	0.938	1.000	1.412	19,41%
a2	0.267	1.000	1.500	0.500	0.354	0.417	0.556	7,64%
a3	0.167	0.667	1.000	0.213	0.173	0.173	0.298	4,10%
a4	2.667	2.000	4.706	1.000	0.396	0.750	1.398	19,21%
a5	1.067	2.824	5.783	2.526	1.000	3.000	2.256	31,02%
a6	1.000	2.400	5.783	1.333	0.333	1.000	1.354	18,62%

Figura 1 - S

Nivel...3		Objetivo...1		Capital social							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	0.155	0.400	0.213	0.220	=	[0.311]	=	[4.93%]		
O3,2	6.432	1.000	4.000	1.450	0.667					[1.902]	[30.14%]
O3,3	2.500	0.250	1.000	0.257	0.273					[0.535]	[8.48%]
O3,4	4.688	0.690	3.896	1.000	1.000					[1.660]	[26.30%]
O3,5	4.545	1.500	3.659	1.000	1.000					[1.903]	[30.15%]

→ O11

Nivel...3		Objetivo...3		Estado de resultados financieros							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	1.600	1.400	0.533	0.250	=	[0.785]	=	[15.16%]		
O3,2	0.625	1.000	0.967	0.867	1.367					[0.935]	[18.05%]
O3,3	0.714	1.034	1.000	0.300	1.040					[0.746]	[14.39%]
O3,4	1.875	1.154	3.333	1.000	1.000					[1.485]	[28.66%]
O3,5	4.000	0.732	0.962	1.000	1.000					[1.230]	[23.74%]

→ O12

Nivel...3		Objetivo...3		Nivel educativo del personal administrativo							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	1.400	0.733	0.617	1.200	=	[0.947]	=	[17.23%]		
O3,2	0.714	1.000	0.517	0.171	0.390					[0.477]	[8.88%]
O3,3	1.364	1.935	1.000	0.750	1.067					[1.161]	[21.14%]
O3,4	1.622	5.855	1.333	1.000	2.000					[1.908]	[34.74%]
O3,5	0.833	2.564	0.938	0.500	1.000					[1.000]	[18.21%]

→ O13

Nivel...3		Objetivo...4		Infraestructura administrativa terrestre local							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	0.658	0.900	0.213	0.569	=	[0.591]	=	[10.12%]		
O3,2	1.519	1.000	1.800	0.383	0.367					[0.826]	[14.15%]
O3,3	1.111	0.556	1.000	0.279	0.285					[0.547]	[9.37%]
O3,4	4.688	2.609	3.590	1.000	0.533					[1.879]	[32.19%]
O3,5	1.759	2.727	3.506	1.875	1.000					[1.994]	[34.17%]

→ O14

Nivel...3		Objetivo...5		Apoyo logístico							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	5.000	2.200	2.400	1.800	=	[2.165]	=	[37.94%]		
O3,2	0.200	1.000	0.323	0.367	0.700					[0.441]	[7.72%]
O3,3	0.455	3.083	1.000	1.667	1.200					[1.230]	[21.55%]
O3,4	0.417	2.727	0.600	1.000	2.200					[1.084]	[19.01%]
O3,5	0.556	1.429	0.833	0.455	1.000					[0.786]	[13.78%]

→ O15

Nivel...3		Objetivo...6		Seguridad Industrial y Respeto ecológico							
	O3,1	O3,2	O3,3	O3,4	O3,5						
O3,1	1.000	1.667	0.900	1.067	1.300	=	[1.158]	=	[22.84%]		
O3,2	0.600	1.000	1.100	1.000	0.750					[0.869]	[17.14%]
O3,3	1.111	0.908	1.000	1.800	1.800					[1.268]	[25.00%]
O3,4	0.938	1.000	0.556	1.000	0.744					[0.827]	[16.32%]
O3,5	0.769	1.333	0.556	1.344	1.000					[0.948]	[18.70%]

→ O16

Figura 2-S

Nivel...2 Objetivo principal: Seleccionar mejor propuesta para PEMEX

	O1	O2	O3	O4	O5	O6			
O1	1.000	0.225	2.467	0.767	0.900	0.203	=	0.654	8.39%
O2	4.440	1.000	2.200	0.867	0.340	0.178		0.885	11.49%
O3	0.405	0.455	1.000	1.000	0.297	0.157		0.453	5.81%
O4	1.304	1.154	1.000	1.000	0.210	0.178		0.619	7.95%
O5	1.111	2.941	3.371	4.762	1.000	0.700		1.823	23.40%
O6	4.918	5.607	6.364	5.607	1.429	1.000		3.347	42.96%

Figura 3-S

$$R'1 = B1 \cdot O11 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.93 \\ 30.14 \\ 8.48 \\ 26.30 \\ 30.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1123.93 \\ 1583.55 \\ 457.64 \\ 1727.44 \\ 3026.64 \\ 2080.80 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.24\% \\ 15.84\% \\ 4.58\% \\ 17.27\% \\ 30.27\% \\ 20.81\% \end{bmatrix}$$

$$R'2 = B1 \cdot O12 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15.16 \\ 18.05 \\ 14.39 \\ 28.66 \\ 23.74 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1078.79 \\ 1571.90 \\ 441.96 \\ 1630.01 \\ 3125.02 \\ 2152.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.79\% \\ 15.72\% \\ 4.42\% \\ 16.30\% \\ 31.25\% \\ 21.52\% \end{bmatrix}$$

$$R'3 = B1 \cdot O13 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17.23 \\ 8.68 \\ 21.14 \\ 34.74 \\ 18.21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1006.58 \\ 1488.77 \\ 438.22 \\ 1603.36 \\ 3213.13 \\ 2249.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.07\% \\ 14.89\% \\ 4.38\% \\ 16.03\% \\ 32.13\% \\ 22.50\% \end{bmatrix}$$

$$R'4 = B1 \cdot O14 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.12 \\ 14.15 \\ 9.37 \\ 32.19 \\ 34.17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1186.07 \\ 1403.29 \\ 442.22 \\ 1703.71 \\ 3127.05 \\ 2137.66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.86\% \\ 14.03\% \\ 4.42\% \\ 17.04\% \\ 31.27\% \\ 21.38\% \end{bmatrix}$$

$$R'5 = B1 \cdot O15 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 37.94 \\ 7.72 \\ 21.55 \\ 19.01 \\ 13.78 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1048.89 \\ 1764.46 \\ 410.60 \\ 1409.13 \\ 3208.41 \\ 2158.51 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.49\% \\ 17.64\% \\ 4.11\% \\ 14.09\% \\ 32.08\% \\ 21.59\% \end{bmatrix}$$

$$R'6 = B1 \cdot O16 = \begin{bmatrix} 11.98 & 7.89 & 5.91 & 7.29 & 19.41 \\ 25.30 & 26.62 & 12.05 & 12.32 & 7.64 \\ 3.32 & 5.09 & 4.55 & 4.78 & 4.10 \\ 8.71 & 16.60 & 16.12 & 17.81 & 19.21 \\ 31.73 & 25.81 & 35.13 & 32.67 & 31.02 \\ 18.97 & 18.00 & 26.25 & 25.13 & 18.62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 22.84 \\ 17.14 \\ 25.00 \\ 16.32 \\ 18.70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1038.49 \\ 1679.21 \\ 431.41 \\ 1536.25 \\ 3158.40 \\ 2156.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.38\% \\ 16.79\% \\ 4.31\% \\ 15.36\% \\ 31.58\% \\ 21.56\% \end{bmatrix}$$

Figura 4-S

Relevancia de cada una de las alternativas con respecto al objetivo principal :

$$R = (R'1, R'2, R'3, R'4, R'5, R'6) \cdot O'1 =$$

PROTEXA	11.24	10.79	10.07	11.86	10.49	8.39	616.42	10.81%	5
MEXICO	15.84	15.72	14.89	14.03	17.64	11.49	924.36	16.21%	3
CENTRAL	4.58	4.42	4.38	4.42	4.11	5.81	245.86	4.31%	6
FAJA DE ORO	17.27	16.30	16.03	17.04	14.09	7.95	890.49	15.61%	4
EPN-SONAT	30.27	31.25	32.13	31.27	32.08	23.40	1798.93	31.54%	1
TRITON	20.81	21.52	22.50	21.38	21.59		1227.55	21.52%	2

Figura 5-S