15
Zej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUATITLAN

FALLA DE ORIGEN

CALCULO DE TIEMPOS DE RESIDENCIA PARA PROCESOS DE PASTEURIZACION POR MICROONDAS DE PRODUCTOS LACTEOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A N:

ANGELICA REYES CARRANZA

EVERARDO SOLANO PERALTA

ASESOR

I. Q. GILBERTO ATILANO AMAYA VENTURA

CUAUTITLAN IZCALLI 7 DE JULIO DE 1995

VNIVERSDAD NACIONAL AVPNMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
SECRETARIA ACADEMICA
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

DR. JAIME KELLER TORRES
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN
P R E S E N T E.

AT'N:
Jefe del Departamento de Exámenes Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS TITULADA:

Cálculo de tiempos de residencia para procesos de pasteurización por microondas de productos lácteos.

que presenta la pasante: Angélica Reyes Carranza

con número de cuenta: 8958727-6 para obtener el TITULO de:

Ingeniera Química ; en colaboración con :

Everardo Solano Peralta

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E.
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 9 de Octubre de 199 5

PRESIDENTE	I.Q. Fernando Orozco Ferreyra	
VOCAL	M. en C. Ricardo P. Hernández García	
SECRETARIO	I.Q. Gilberto A. Amaya Ventura	
PRIMER SUPLENTE	I.Q. Ma. Elena Quiroz Macías	
SEGUNDO SUPLENTE	I.Q. Guillermo Vázquez Coutiño	

UAE/DEP/VAP/02

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
Departamento de Exámenes Profesionales

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

DR. JAIME KELLER TORRES
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN
P R E S E N T E .

AT'N: Ing. Rafael Rodriguez Ceballos
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS TITULADA:

Cálculo de tiempos de residencia para procesos de pasteurización por microondas de productos lácteos.

que presenta el pasante: Everardo Solano Peralta
con número de cuenta: 8958692-5 para obtener el TITULO de:
Ingeniero Químico ; en colaboración con :
Angélica Reyes Carranza

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E .
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 9 de Octubre de 1995

PRESIDENTE	I.Q. Fernando Orozco Ferreyra	
VOCAL	M. en C. Ricardo P. Hernádez Gárcia	
SECRETARIO	I. Q. Gilberto A. Amaya Ventura	
PRIMER SUPLENTE	I. Q. Ma. Elena Quiroz Macias	
SEGUNDO SUPLENTE	I. Q. Guillermo Vázquez Coutiño	

UAE/DEP/VAP/02

DEDICATORIAS:

A mis padres: Por el cariño y la confianza que siempre me han brindado.

A mis hermanos por su constante apoyo y comprensión

A mis compañeros y amigos.

A todas aquellas personas interesadas en el estudio de esta tesis

Angélica R.C.

AGRADECIMIENTOS:

A todas las personas que han contribuido en mi formacion educativa, en especial al maestro Gilberto Amaya V. y a un gran amigo Everardo.

Gracias.

DEDICATORIAS:

A mis padres:

Jaime Solano Luna

Ma. Estela Peralta Sánchez

Les agradezco por la comprensión y el apoyo que siempre me han brindado a lo largo de mi vida.

A mis hermanos Alejandro, Osvaldo y Orlando ya que en todo momento siempre me alentaron y motivaron para continuar cualquier proyecto que he emprendido, por lo que les agradezco por todo su apoyo y siempre contaran conmigo.

AGRADECIMIENTOS:

A mis mejores amigas Alejandra R. H y Ma. Gabriela R.V por su amistad.

A mis amigos Mauricio, Roxana, Rosario, Rosa , Paulino y Laura por el apoyo que he recibido de su parte a pesar de las cosas buenas o malas que les he ocasionado durante el transcurso de la carrera.

A los companeros de d-generación ya que con ellos he disfrutado estos años de estudio y aprendizaje y siempre soportaron mis locuras.

A la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. por ser el lugar donde he disfrutado los mejores momentos de mi vida.

EVERARDO S. P.

RECONOCIMIENTO:

A Raymundo G. por su amistad reflejada a lo largo de toda la carrera y el apoyo incondicional que nos brindó para la realización de esta tesis.

A Gilberto Amaya V. además de ser un gran amigo y asesor, siempre está presente cuando se le necesita, dispuesto a proporcionar ayuda.

A los miembros del jurado por el tiempo y dedicación prestada en la revisión de esta tesis.

Angélica R. C. y Everardo S. P.

INDICE

INTRODUCCIÓN.

Los hornos de microondas son de gran importancia debido a las distintas aplicaciones que se presentan para su uso, como son secado, blanqueado, cocinado, templado, pasteurización y esterilización. No solo a nivel doméstico, sino que también a nivel industrial, aunque en este campo su auge no se ha acelerado debido a la falta de información acerca de la tecnología.

En este trabajo de tesis se desarrolla un modelo teórico-computacional para obtener los perfiles de temperaturas para un proceso intermitente y utilizando las constante dieléctricas para el cálculo de los tiempos de residencia en procesos continuos, correspondientes a hornos domésticos con serpentín y bandas.

Debido a que las microondas se utilizan para telecomunicaciones, se les designo una banda de frecuencias para su uso industrial, científico y medico, en los que son comunes los valores de 2450 MHz. y 915 MHz. en equipos de procesado de alimentos.

Las microondas son ondas electromagnéticas pertenecientes a una banda de frecuencias de 300 MHz. a 300 GHz. con longitudes de onda comprendidas entre 1m. a 1mm, siendo una radiación no ionizante, es decir que no ocasionan ruptura de ligaduras químicas o extracción de electrones como los rayos X y gamma. Las microondas se absorben de acuerdo a las propiedades dieléctricas de los alimentos que son: la constante dieléctrica y el factor de pérdida dieléctrico.

Los diferentes mecanismos de calentamiento son la rotación dipolar y la conducción ionica. El calor que se genera es disipado por medio de la transferencia de calor por conducción y convección.

La pasteurización es un proceso para la eliminación de bacterias vegetativas, a una temperatura no mayor de 82°C. Para conocer las condiciones a las cuales es posible pasteurizar un producto lácteo se diseño un programa que permite monitorear los cambios de temperatura en un proceso por lotes. Se utilizo para su elaboración el método de diferencias finitas.

El procedimiento consistió en escribir el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que rigen la transferencia de calor por radiación en el esquema de diferencias finitas y resolver las ecuaciones algebraicas resultantes al aplicarlas a los puntos nodales del espacio de interés previamente discretizado.

El programa está conformado por una serie de menús que dan la posibilidad de analizar los casos que corresponde a procesos por lotes y continuos para diferentes geometrías, caracterizando la evolución de los perfiles de temperatura obteniéndose una serie de datos que permiten establecer criterios en los que se requiere a tiempos de residencia y potencia a utilizar.

UNIDAD 1

" USO DE LAS MICROONDAS EN LA INDUSTRIA."

1.1.0 APLICACIONES DE LAS MICROONDAS EN LA INDUSTRIA.

La tecnología de microondas y muchas de sus aplicaciones fueron desarrolladas justo antes y durante la segunda guerra mundial, cuando la mayoría de los esfuerzos se concentraron en la manufactura del radar y equipos de comunicaciones para uso militar.

Aunque la mayor parte del trabajo inicial se destinó a requerimientos militares, muchos de los usos domésticos e industriales para las microondas fueron desarrolladas durante la postguerra. El Dr. Percy L. Spencer de Raytheon Company llevó a cabo la generación de calor en una antena de radar con una potencia suficiente para calentar alimentos.

El primer horno de microondas comercial que es conocido como ''RADARANGE'' se desarrolló en 1946, realizando el cocimiento de hamburguesas en 35 segundos, hoy en día son utensilios domésticos comunes. Se ha estimado que en los Estados Unidos arriba del 70 % de los hogares cuentan con uno o más hornos, mientras que en Canadá esto figura alrededor del 51 %.

En comparación, el procesado por microondas en la industria de los alimentos no ha tenido buen éxito y se ha estimado que no son más de 500 unidades mundialmente. La mayor parte de estos equipos son manufacturados por los Estados Unidos, Francia, Suiza, Japón, Inglaterra y Alemania.[10,13]

La razón principal del lento desarrollo de la utilización de la energía de microondas es el costo y la carencia de información acerca de la tecnología.

Sin embargo con las recientes mejoras en los diseños, se disponen de métodos más rápidos y económicos para la manufactura de productos alimenticios con un alto valor nutricional y organoléptico. El rápido calentamiento hace atractivo el procesado de alimentos por microondas que puede ser clasificado en siete operaciones industriales mayores como se muestra en la tabla 1.1.

Otra clasificación es en base a los fundamentos físicos del proceso, identificándose tres categorías: los calentamientos sin cambio de estado, los calentamientos con cambio de estado y la regularización de los perfiles de humedad.

TABLA 1.1 PRINCIPALES OPERACIONES EN EL PROCESADO DE ALIMENTOS POR MICROONDAS

PROCESO	OBJETIVO.	PRODUCTOS.
BLANQUEADO.	INACTIVACIÓN ENZIMATICA.	FRUTAS, VEGETALES PAPAS, MAÍZ.
COCINADO	MODIFICACIÓN DEL SABOR Y TEXTURA	PIEZAS DE CARNE, POLLO, SALCHICHA TOCINO, SARDINAS
HORNEADO	MODIFICACIÓN DEL SABOR Y TEXTURA	INFLACIÓN O LEVANTAMIENTO DE PASTAS, PAN.
SECADO	REDUCCIÓN DEL CONTENIDO DE HUMEDAD.	PASTAS, CEBOLLA, JUGOS DE FRUTAS.
PASTEURIZACIÓN	INACTIVACIÓN DE MICROORGANISMOS VEGETATIVOS	YOGURT, ALIMENTOS PRECOCIDOS, LECHE JAMON, PESCADO, PAN, BEBIDAS.
ESTERILIZACIÓN	INACTIVACIÓN COMPLETA DE ESPORAS MICRO-BIANAS	ALIMENTOS PRECO-CIDOS, ALIMENTOS EN BOLSA O PAQUE-TES, LECHE, ALI-MENTOS SEMISÓLI-DOS
TEMPLADO	ELEVACIÓN DE LA TEMPERATURA JUSTO ABAJO DE LA TEMPERATURA DE CONGELAMIENTO.	PIEZAS DE CARNE, PESCADO, POLLO,-ETC.

Para el primero se tiene como ejemplo el templado y consiste simplemente en una elevación de la temperatura. Los calentamientos con cambio de estado son más delicados , ya que la fusión de los productos va acompañada por el aumento de la constante de absorción. En algunas aplicaciones se tiene la fusión del chocolate y del azúcar que constituyen dos aplicaciones típicas y bien dominadas dentro de este campo.

Por último la regularización del perfil de humedad es una operación de separación de fases, actualmente muy utilizada en el sector agroalimentario. El secado de galletas a la salida del horno de cocción y el secado de algas son algunas de las aplicaciones típicas de esta tercera clase.

La energía de microondas es la única que puede combinarse con otras fuentes de energía para la obtención de un resultado deseable, en adición a esto, algunas unidades combinan el calentamiento por microondas con otros métodos de calentamiento convencional, dependiendo del material alimenticio.

El procesamiento por microondas ofrece diferentes beneficios cuando se le compara con métodos convencionales de calentamiento. Entre estas ventajas se incluyen:

* Velocidad de operación.- Es la primera ventaja, ya que el calentamiento por microondas se realiza en una cuarta parte del tiempo o menos que el requerido por calentamiento convencional.

* Uniformidad de calentamiento.- Esto se logra debido a que las microondas penetran dentro del alimento, provocando el calentamiento interno y no sobre la superficie, por lo que la distribución de temperaturas puede ser más uniforme y el sobrecalentamiento de la superficie puede ser evitado.

* Calidad del producto.- El acelerado calentamiento y el control de velocidad ofrece una alta calidad del producto, en términos de textura y contenido nutricional.

* Ahorro de energía.- Es posible un uso más eficiente de la energía y consecuentemente un menor consumo ya que el calentamiento por microondas toma lugar dentro del material alimenticio y no en el medio circundante.

* Calentamiento selectivo.- Debido a la selectividad de un material para absorber la energía de microondas, esto puede dar lugar a grandes eficiencias en el calentamiento, pero también puede causar perfiles de temperatura en sistemas de alimentos multicomponentes.

1.1.1 BLANQUEADO.

El tratamiento de aplicar calor a fruta fresca y vegetales, para ayudar a prevenir el incorrecto color y sabor que se desarrolla en el descongelamiento de las frutas y vegetales por la acción enzimática, es conocido como blanqueado.

Las operaciones de blanqueado por microondas no son comercialmente prósperas al ser muy costosas y no proporcionan mejoras en el producto al ser comparado con métodos convencionales que generalmente son: a) blanqueado en agua caliente y b) blanqueado con vapor de agua.

Sin embargo, se conocen algunas aplicaciones afortunadas para la inactivación enzimática por microondas sobre frutas, maíz, jitomates y plantas de soya.

Se han realizado estudios con papas, que demuestran que al combinar las microondas y procesos de blanqueado con agua caliente, el proceso de inactivación enzimática se desarrolla en 4-5 min. el cual es gratamente comparable con los 15 min, requeridos por el método convencional.

Por lo que se ha sugerido que se combine la tecnología de microondas con agua caliente para obtener un proceso más económico.

Más recientemente, un proceso desarrollado en Suiza (Scanpro), el cual implica la inversión de las papas peladas en una solución de ácido ascórbico (Para prevenir el ensombrecimiento enzimático), seguido de un empacado al vacío y el tratamiento por un túnel con microondas a una frecuencia de 2450 MHz y una potencia de 30 kW, da una producción de 600 Kg/Hr. y el producto aumenta su temperatura de 50 a 85°C en 6 min. [41]

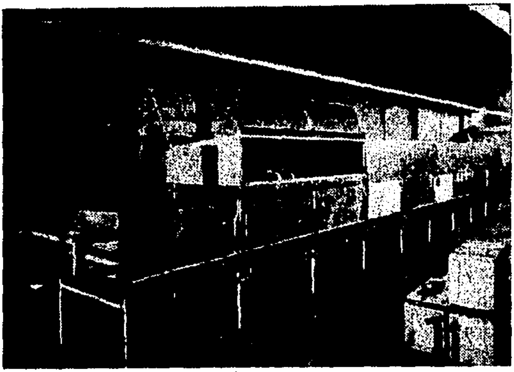


Fig. 1.1.- Proceso continuo para cocción de piezas de pollo por microondas/vapor.

1.1.2. COCINADO.

La primera instalación de cocimiento por microondas fué construida en 1966, cuando Litton Industries Atherton Division instaló dos unidades microondas/vapor en la planta de alimentos de Ocoma en Berryville, Arkansas.

Le siguieron otros dos sistemas para cocimiento de piezas de pollo, pero fueron de vida corta. Sin embargo, el equipo utilizado en este proceso es un ejemplo de la relativa simplicidad de la construcción de equipos de procesamiento por microondas y por la combinación con otros métodos de procesamientos como lo muestra la figura 1.1, en la que se puede apreciar que la parte superior posee compartimentos para contener el equipo generador de microondas, los cuales son módulos de 2.5 kW de potencia y con una frecuencia de 2450 MHz que son fácilmente removibles para mantenimiento.

La energía es entregada a la unidad por medio de guía de ondas flexibles, la unidad de procesamiento es una cavidad muy larga que cuenta con puertas de acceso para su mantenimiento y limpieza a lo largo del equipo.

El vapor se introduce a través de boquillas a lo largo de la parte inferior de la cavidad. El sistema consiste de dos cavidades paralelas, una se utiliza para la cocción de pechugas y muslos (con una potencia de 80 kW), la otra para el cocimiento de alas y piernas (Con una potencia de 50 kW).

Un sistema para el cocimiento continuo de carne fué instalado en Suiza en la planta de alimentos Indra. Este sistema denominado IMPRO, cuenta con una potencia de 40 kW y fué combinado con un sistema único de ensombrecimiento para la producción de piezas cocidas a una velocidad de 16 000 piezas/hr. Posteriormente se construyeron varias instalaciones en Japón y Suiza.[10,46]

Para el procesado de tocino, el sistema opera a 915 MHz con un nivel de potencia de 150 kW. Este sistema es ventajoso cuando únicamente se aplica la energía de microondas, pero resulta mejor un sistema híbrido que combina las microondas con un precalentamiento con aire para reducir el contenido de humedad y elevar la temperatura del producto, para después ser tratado en un tramo del horno por las microondas.

Esta técnica reporta un incremento en la eficiencia de un 25-38%, debido a que el producto no se pierde por sobrecocimiento, además el proceso entrega manteca como subproducto.

Algunas de las ventajas indicadas en tales operaciones incluyen el incremento en el rendimiento, la reducción del tiempo de procesado para los usuarios, reducción en el costo de elaboración y alta calidad del producto.

1.1.3. HORNEADO.

El horneado por microondas está teniendo un desarrollo afortunado en algunas aplicaciones. Sin embargo se combina con procesos convencionales de horneado que se realizan simultáneamente o consecutivamente.

Este proceso utiliza frecuencias de 2450 y 915 MHz, pero la más baja frecuencia es recomendable en algunos casos para evitar el bajo cocimiento central.

En pruebas realizadas con donas y procesos de freido se requieren condiciones especiales de la harina y la masa para controlar la reología de la masa, la integridad estructural y la absorción de aceites. Estas pruebas se completaron en 4 minutos que son menores a los 25 a 35 minutos que se requieren con métodos convencionales.

Varias instalaciones para la producción de pan combinan las microondas a una frecuencia de 2450 MHz y 80 kW de potencia con sistemas de aire caliente. En este proceso la masa se deposita continuamente en una cinta transportadora y se realiza el horneado a sequedad por la combinación de la energía de microondas con aire caliente y después empaquetadas.

Para el horneado de pan, la aplicación de las microondas no parece un proceso próspero. La energía estimada es aproximadamente de 85 Btu/lb, basado en la combinación de la energía de microondas con sistemas convencionales. El costo es casi dos veces el del proceso convencional, pero sin embargo, el tiempo es reducido en un 50 % ó un 67 % por otro lado. [10,46]

La principal desventaja del horneado por microondas es la falta de formación de corteza y el ensombrecimiento superficial por lo que se realiza un calentamiento convencional de 200-300°C durante 4 a 5 minutos, en el cual se produce el efecto de ensombrecimiento y formación de corteza.

1.1.4. SECADO.

El calentamiento por microondas no es económico para la deshidratación completa, por lo que se combina el secado por microondas con métodos convencionales de calentamiento. El calentamiento toma lugar en operaciones separadas o simultáneamente.

La primera aplicación comercial de la energía de microondas en el procesado de alimentos fué el de secado de papas chips. En este proceso los chips de papas son fritos primeramente en aceite caliente para la producción de un color uniforme y después secados por medio de la energía de microondas y aire caliente.

En pruebas realizadas con donas y procesos de freido se requieren condiciones especiales de la harina y la masa para controlar la reología de la masa, la integridad estructural y la absorción de aceites. Estas pruebas se completaron en 4 minutos que son menores a los 25 a 35 minutos que se requieren con métodos convencionales.

Varias instalaciones para la producción de pan combinan las microondas a una frecuencia de 2450 MHz y 80 kW de potencia con sistemas de aire caliente. En este proceso la masa se deposita continuamente en una cinta transportadora y se realiza el horneado a sequedad por la combinación de la energía de microondas con aire caliente y después empaquetadas.

Para el horneado de pan, la aplicación de las microondas no parece un proceso próspero. La energía estimada es aproximadamente de 85 Btu/lb, basado en la combinación de la energía de microondas con sistemas convencionales. El costo es casi dos veces el del proceso convencional, pero sin embargo, el tiempo es reducido en un 50 % ó un 67 % por otro lado. [10,46]

La principal desventaja del horneado por microondas es la falta de formación de corteza y el ensombrecimiento superficial por lo que se realiza un calentamiento convencional de 200-300°C durante 4 a 5 minutos, en el cual se produce el efecto de ensombrecimiento y formación de corteza.

1.1.4. SECADO.

El calentamiento por microondas no es económico para la deshidratación completa, por lo que se combina el secado por microondas con métodos convencionales de calentamiento. El calentamiento toma lugar en operaciones separadas o simultáneamente.

La primera aplicación comercial de la energía de microondas en el procesado de alimentos fué el de secado de papas chips. En este proceso los chips de papas son fritos primeramente en aceite caliente para la producción de un color uniforme y después secados por medio de la energía de microondas y aire caliente.

Desafortunadamente el desarrollo de esté proceso fué descontinuado debido a problemas técnicos, causados por las diferentes velocidades de secado desarrolladas por las diferentes variedades de papas.

Las diferentes formas en que las microondas son utilizadas para el secado de alimentos en la industria son los siguientes:

Secadores de Aire caliente reforzados por micoondas, Secadores a Vacío con Microondas, Secado por Microondas en Estado de congelación.

TABLA 1.2

RESUMEN DE LOS PROCESOS DE SECADO POR MICROONDAS EN ALIMENTOS E INGREDIENTES ALIMENTICIOS INDUSTRIALES.[29]

TIPO DE SECADO	PRODUCTO	VENTAJAS SOBRE LOS SISTEMAS CONVENCIONALES
Secadores de aire caliente reforzados por microondas	Pasta	Reducción del espacio ocupado por el equipó del 60 % al 80 %. Reducción del tiempo de limpieza de 24 h. a 6 h. Reducción del tiempo de secado de 8h. a 1.5h. Presenta calidad superior, ejemplo: previene el rompimiento y endurecimiento superficial, cambios de color (pastas).
	Polvo de yema de huevo. Secado de leche para bebés.	Reducción del tiempo de secado a un tercio del tiempo original 8h-6min (secado de leche).
	Cebollas	Reducción del consumo de energía en el secado final, ejemplo: 30% en cebollas y de 20 a 25% en pastas.
	Puré de tomate trozos de tocino. Algas marinas. Chocolate en polvo. Panqué. Bocadillos.	Control de humedad sobre el producto terminado. Bajo costo de equipo, alto rendimiento.

CONTINUACIÓN DE LA TABLA 1.2

RESUMEN DE LOS PROCESOS DE SECADOPOR MICROONDAS EN ALIMENTOS E INGREDIENTES ALIMENTICIOS INDUSTRIALES.[29]

TIPO DE SECADO	PRODUCTO	VENTAJAS SOBRE LOS SISTEMAS CONVENCIONALES
Secadores al vacío por microondas	Polvo de jugo de frutas.	Producción continua: ahorro en costos laborales, energía y gastos de operación. Producto reconstituible fácil y rápidamente. Reducción del costo por kg. de producto comparado con el secado del producto en frío o con aspersores. Superior retención de saborizantes.
	Cereales. Granos de Soya.	Reducción del tiempo de secado de 2h. a 0.5h. para granos de soya.
	Levadura. Cacahuates. Maíz. Frutas. Tomates. Pimienta. Polvos solubles de vegetales.	Mayor flexibilidad para la producción. Mayor versatilidad: Se puede utilizar el mismo equipo para diferentes productos.
Secado por microondas en estado de congelación.	Café. Piezas de vegetales. Frutas. Hongos. Pollo. Rebanadas de pescado. Rebanadas de carne.	Rapidez ejemplo: reducción del tiempo de secado de café de 24h. a 6h. o menos. Menores costos que con métodos convencionales de secado en frío ejemplo: 47% menor utilizando microondas/energía radiante. Bajo costo de energía ejemplo: 25% menor. Más del doble de producción. Bajo capital y costos de operación.

a) Secadores de Aire Caliente Reforzados por Microondas.

Esta técnica consiste en operar en conjunto el secado por microondas con métodos convencionales. Una descripción de este tipo de secado es el que se realiza sobre pastas y cebollas. En la aplicación en pastas la operación consiste en el presecado con aire caliente y el secado con microondas y aire caliente.

El sistema de microondas consiste en unidades de 30 kW propagándose a lo largo de cavidades de múltiples nodos, con una longitud de 6 m. y 2 m de ancho por una banda transportadora.

El producto entra al presecado con una humedad nominal del 30 % y se reduce al 18 % en 35 min. Después entra a un tramo que utiliza aire caliente en conjunción con las microondas reduciendo la humedad del 18 % al 13 % en un tiempo de alrededor de 12 min.

Esta introducción de las microondas cuando el contenido de humedad es del 18 %, es solo estratégico, ya que en este punto no son seriamente afectadas por la humedad y para este rango el método convencional se desarrolla pobremente. De esta forma se acelera el secado por el movimiento de la humedad del producto hacia la superficie.

En el tramo final el producto se mantiene en un ambiente de 70-80 % de humedad, sin flujo de aire o calor, este tratamiento previene las rajaduras superficiales, que de otro modo ocurrirían debido a la tensión térmica. Durante el tiempo de equilibrio el producto pierde alrededor de 1 % de humedad en 1 Hr.

Algunos ejemplos de productos procesados por este método se listan en la tabla 1.2, que también resume las ventajas sobre los sistemas convencionales.

b) Secadores a Vacío con Microondas.

El secado al vacío se emplea cuando se tienen productos que pueden ser degradados al aumentar la temperatura, por lo que no se pueden utilizar métodos convencionales de secado con aire caliente. La baja temperatura es necesaria para obtener productos con alta calidad, por lo que el proceso se lleva a una presión reducida, esto es bajo condiciones de vacío.

Fig. 1.2.- Unidad de secado al vacío por microondas (MIVAC)

Una planta piloto del tipo intermitente (MIVAC) se ilustra en la figura 1.2. Una planta piloto del tipo continuo (GIGIVAC) y su distribución de potencia en el horno se muestran en las figuras 1.3 y 1.4 respectivamente.

En ambas unidades el equipo consiste de una fuente de potencia, bomba de vacío, condensador, guía de ondas y una cámara de secado. Las unidades continuas presentan una cámara colectora de producto.

Las unidades industriales de MIVAC son manufacturadas por Aeroglide Corp. Se utilizan en el secado de cacahuate, levadura, maíz y en varios productos.

El GIGIVAC fué desarrollado y construido por la compañía IMI-ZWAG en Francia, el equipo opera con una frecuencia de 2450 MHz.

La energía de microondas se introduce dentro de la cámara de secado por medio de cavidades que operan a presión atmosférica. Las microondas se polarizan en este punto y son transferidas a través de las guía de ondas y ventanas hacia el interior de la cámara de secado.

Se utiliza una fuente múltiple de microondas. La cámara de secado está formada por un túnel cilíndrico de acero inoxidable, que asegura que la distribución de potencia sea como se muestra en la figura 1.4

Fig. 1.3.- Secador continuo al vacío por microondas (GIGIVAC).

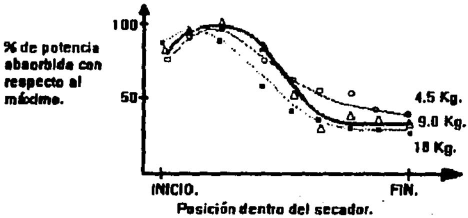


Fig. 1.4.- Distribución de potencia con respecto a la carga en el equipo (GIGIVAC)[29]

Esto permite que los materiales termoplásticos sean eficientemente secados, templados y removidos por una cinta transportadora que hace pasar el producto a lo largo del túnel de secado.

En el caso de líquidos, la operación de secado se realiza rápidamente en estas unidades, con un tiempo de secado de 40 min, el cual es muy común para estas unidades.

El proceso de secado retiene saborizantes y nutrientes del producto. En otros casos el producto obtiene una calidad comparable para los productos secos en frío y algunos productos presentan mejores propiedades de rehidratación que en el secado en frío.

c) **Secado por Microondas en Estado de congelación.**

El secado del producto se lleva a cabo desde el estado de congelación. Este es un proceso que se lleva a cabo a presiones por abajo de 50 torr, las cuales son necesarias para la sublimación del agua. Para muchos productos este es un proceso extremadamente lento. Debido al efecto aislante de las partes exteriores secas sobre la transferencia de calor por conducción.

La energía de microondas se aplica directamente al hielo central del producto y, potencialmente, podría reducir el tiempo de procesado a una fracción del tiempo del secado convencional en frío.

El secado en frío es utilizado por Nestlé para el secado de café, que puede ser considerado como "Secadores en estado de congelación reforzados por Microondas", porque combina la energía de microondas con la infrarroja y esto al parecer mejora la economía del proceso.

Generalmente el secado de alimentos o ingredientes con alto contenido de humedad (sobre 20 %) por microondas no es económicamente comparativo.

En productos con alta humedad, los métodos convencionales de calentamiento son más efectivos para remover el agua que las microondas, esto se debe a que el agua tiene una alta constante dieléctrica y absorben las microondas más fácilmente, además de su elevado calor específico. De esa forma una considerable cantidad de energía de microondas es necesaria para elevar significativamente la temperatura.

Los costos al comparar las microondas con procesos convencionales pueden ser mejor estimados en productos específicos o procesos convencionales.

Una comparación del promedio de consumo específico de energía para vapor y electricidad para algunos procesos de secado fue realizada por Aigeldinger, 1989.[29]

Acorde a sus datos, el consumo de energía para el secado por microondas al vacío es menos económico que el secado al rocío con (Aspersores), túnel de secado y secado al vacío con cinta transportadora, pero más adecuado económicamente que el secado en frío. Esta ventaja sobre el secado en frío fué analizada en base a la energía únicamente.

TABLA 1.3

COMPARACIÓN DE VENTAJAS ESPECIFICAS DE CONSUMO DE ENERGÍA EN ALGUNOS TIPOS DE SECADO USADOS EN LA IND. DE ALIMENTOS (ADAPTACIÓN POR AIGELDINGER 1989) [29]

TIPO DE SECADO	CONSUMO/ 453.6 KG		
	EVAPORACIÓN		INVERSIÓN
	VAPOR (Kg)	ELECTRICIDAD (KWh)	ADICIONAL (%)
CON ROCIADORES.	771-907	95	100
SECADORES DE TAMBOR.	635-771	65	90
BANDA EN TUNEL DE VACÍO.	272-408	36	170
SECADO AL VACÍO POR MICROONDAS.	136-181	110	140
SECADO EN ESTADO DE CONGELACIÓN.	227-318	230	900

1.1.5 PASTEURIZACIÓN Y ESTERILIZACIÓN.

El proceso de pasteurización es el tratamiento térmico por abajo del punto de ebullición del agua, para la destrucción principal de moho, levadura y la mayoría de las formas bacterianas vegetativas. Este proceso es desarrollado en líneas atmosféricas y la máxima temperatura del producto no debe de exceder de 82°C, en contraste con la esterilización que requiere de temperaturas entre 110 a 130°C, con una sobrepresión de 2.3 a 2.5 bar (20 a 30 Psi), en la que se destruyen las bacterias vegetativas, moho, levadura y todos los microorganismos presentes.

Aunque algunos factores como el obscurecimiento de los envases y los niveles de oxígeno afectan en parte la vida de anaquel del producto, la duración del producto está directamente ligada al pH, a la actividad del agua (a_w) y la temperatura de almacenaje, tales factores determinarán el tipo de proceso a utilizar, de acuerdo con la siguiente tabla.

TABLA 1.4

VIDA EN ANAQUEL.[41]

pH	a_w	T. Almacenaje	vida en anaquel (Días)	Tratamiento requerido.
< 4.2	alto	Ambiente	180-360	Pasteurización
4.2-4.6	alto	Ambiente	90	Pasteurización
4.6-5.0	<0.9	Ambiente	180-360	Pasteurización
	0.9-0.95	Refrigeración	90	Pasteurización
	>0.95	Refrigeración	30-90	Pasteurización
>5.0	<0.9	Ambiente	180	Pasteurización
	0.9-0.95	Refrigeración	90	Pasteurización
	>0.95	Refrigeración	30	Pasteurización
	>0.95	Ambiente	360 +	Esterilización

Cuando el producto presenta un pH abajo de 4.2 y a_w es alta, la acidez del producto inhibe el desarrollo de microorganismos independientemente del valor de a_w.

Para un pH de 4.2 a 4.6, además de la acidez se requiere la inhibición del desarrollo de microorganismos, pero el tiempo de vida del producto es bajo.

Los productos con un pH por abajo de 4.2 exhiben un tiempo de vida de 180 a 360 días a temperatura ambiente con el proceso de pasteurización y para productos con un pH entre 4.2 a 4.6, en las mismas condiciones presenta solo 90 días.

Cuando el producto exhibe un pH de 4.6 a 5.0 es importante la actividad del agua, ya que al aumentar ésta el tiempo de vida de almacenaje decrece. Para este rango de pH, si a_w es mayor que 0.95 el producto a pesar de ser pasteurizado presenta una duración de 30 a 90 días, bajo condiciones de refrigeración.

Si el pH está por arriba de 5 y el valor de la actividad del agua es mayor de 0.95, es necesario aplicar la esterilización, ya que se ha observado que con la pasteurización los productos se mantienen en buen estado solo durante 30 días, bajo condiciones de refrigeración.

En la esterilización se requieren de temperaturas entre 110°C y 130°C, con grandes presiones dentro del contenedor de la sustancia a irradiar. Así la presión externa del contenedor al no ser tan grande como la presión interna, da como resultado que dicho envase puede expanderse hasta el punto de explosión, por esta razón, se requiere una sobrepresión de 2.3 a 2.5 bar para igualar la presión, de manera que la expansión no lo deforme.

El proceso de esterilización se desarrolla en 4 etapas distintas las cuales son:

a) Calentamiento; b) Equilibrio; c) Fijación; d) Enfriamiento.

Inicialmente el producto se calienta a 122°C (Esta etapa se desarrolla entre 8 a 12 minutos), después sigue la etapa de equilibrio (2 a 3 minutos), ya que algunas áreas requieren calentamiento y el estado de equilibrio permite la minimización en la variación de la temperatura en el producto, el siguiente paso es la fijación, donde el producto es mantenido a 122°C, por un cierto tiempo, el cual es determinado por la historia térmica integrada, y usualmente da lugar a un tiempo de residencia óptimo de 5 a 8 minutos.

La ultima etapa es el enfriamiento, en la cual el producto se enfria por dos distintas razones, la primera es que el producto al no ser lo suficientemente frío puede estallar cuando se reintroduce a su atmósfera. y la segunda razón, es para detener la cocción (49 a 66°C), esto se ilustra en la siguiente figura.

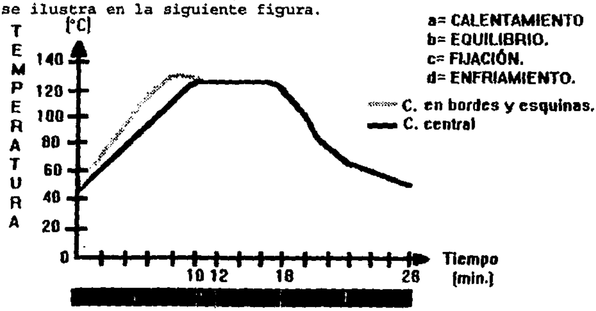


fig. 1.5 Gráfica de tiempo contra temperatura en el proceso de esterilización. (x representa el tiempo en minutos, mientras que y es el aumento de la temperatura en grados centígrados.)

Un sistema continuo de esterilización requiere de seis operaciones las cuales son: Compresión, calentamiento, equilibrio, fijación, enfriamiento y descompresión, cada etapa se desarrolla en un lugar dentro de la unidad tal como se muestra en la fig 1.6.

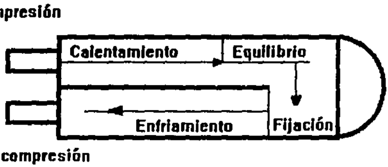


Fig. 1.6 .- Sistema continuo de Esterilización por microondas.

En la fig. 1.7, se muestra un equipo industrial que consiste de un túnel de sección transversal circular que se divide a lo largo por la mitad[41] .

El calentamiento se desarrolla en la parte superior y el enfriamiento en la sección inferior del túnel. La sección de compresión tiene dos puertas, una que abre al exterior de la unidad y la otra para introducir el producto al sistema de microondas. Ambas puertas se cierran al inciar la aplicación de la sobrepresión, que toma lugar en 6 a 7 segundos. y entonces el producto se introduce a la cámara, la sección es descomprimida y la puerta exterior se abre.

La unidad consiste de dos magnetrones de 1.9 kW de potencia trabajando a 2450 MHz. También presenta una corriente de aire caliente para asistir en el calentamiento y asegurarse que la energía no sea perdida dentro de la cámara.

La sección de equilibrio es muy simple y la temperatura correcta se desarrolla en poco tiempo, el producto es acompañado con aire caliente.

En este punto al terminar la sección de equilibrio, el producto se transfiere de la parte superior de la cámara a la inferior por medio de un elevador para entrar a la sección de fijación.

Fig. 1.7.- Unidad de esterilización por microondas.

En esta sección el producto es calentado a una temperatura de 126°C, y el tiempo de fijación se determina por el tipo de material y su historia térmica. El tiempo de fijación es variable y puede ser controlado.

El siguiente paso es en la sección de enfriamiento, en la cual el producto se enfria por medio de aire frío circundante y el tiempo de enfriamiento puede ser igual al tiempo de calentamiento y el de equilibrio, la temperatura final dependerá de dicho tiempo. Al finalizar el ciclo de enfriamiento, el producto presentará una temperatura de 50 a 60°C. Bajo estas condiciones térmicas puede ser reintroducido a su atmósfera sin daños en el paquete. ya que la presión es igual a la atmosférica.

Al final de la sección de enfriamiento, el producto sale del sistema de microondas por una cámara de descompresión, que puede trabajar en sincronización con la cámara de compresión. El producto puede ser automáticamente descargado y enviado a envasado.

Los métodos tradicionales para la pasteurización de leche pueden clasificarse en 2 categorías:

1.- En Forma Lenta se tiene el método de retención en un recipiente conocido como Low Temperature Holding (LTH), se lleva a cabo el calentamiento en recipientes con agitación a una temperatura de 63°C para un tiempo de 30 min.[17]

2.- En forma alta y rápida, se realiza en cambiadores de calor de placas o tubos a 98°C, durante 0.5 segundos, y a 89 C durante 1 s. Estos procesos se conocen con las siglas (HTST) que significa High Temperature Short Time. También existe la ultrapasteurización que es la UHT (Ultra High Temperature). Esta se realiza a 140°C para un tiempo de 2 a 8 s.[17]

La leche se precalienta de 75-85°C en un cambiador de calor de placas o de tubos, después se lleva a una temperatura entre 135-150°C durante un corto tiempo. Incrementando así la vida de anaquel de la leche en varias semanas a temperatura ambiente.

Algunos productos lácteos como yoghurt se pasteurizan vía tecnología de microondas usando contenedores que son sumergidos en agua, Bogl Rosenberg llevó a cabo experimentos para la pasteurización del yoghurt utilizando dos frecuencias simultáneas de 2712 y 2450 MHz, debido a que ninguno de los dos por si solas parecía capaz de calentar el producto uniformemente a 60°C . El producto se colocó en un baño de agua pura de temperatura controlada sin la aplicación de radiación.

El nivel del agua se específica abajo de la línea de llenado de modo que los 5-10 mm. superiores no recibian el calor adecuadamente. La pasteurización en esta zona se complementaba con una radiación de 2450 MHz. La temperatura se monitoreaba constantemente y la radiación se regulaba automáticamente debido al modo de aplicación de las microondas.

La tapa clásica de aluminio de los envases de yoghurt tendría que reemplazarse por una de plástico para ser factible el calentamiento por microondas, El autor concluye que como resultado se logra aumentar la vida de anaquel del producto sin refrigeración.

1.1.6. TEMPLADO.

El templado por microondas es uno de los procesos más económicos en términos de consumo de energía; el costo del templado en términos de energía y costos de reposición del magnetrón es menor a 0.01 dolares/lb. y Otros factores que han contribuido a incrementar la investigación en esta área son: la reducción del tiempo de procesado, el aumento en la productividad de la planta, requerimiento de menor espacio (1/10 del requerido en las técnicas convencionales), el incremento en la retención de jugos y grado de acidulación en las carnes sin pérdida de peso, la reducción del desarrollo microbial evitando cambios de color,evitando la oxidación superficial y evitando el alto consumo de agua libre en casos de deshielo de líquidos.

El templado se define como ''El aumento en la temperatura de alimentos sólidos congelados hasta un nivel térmico de -4 a -2°C''. El descongelado completo de los alimentos fríos por medio de microondas presenta problemas. Los productos al acercarse a 0°C son lo suficientemente transparentes a la energía de microondas, las cuales pasan muchas veces a través del alimento, resultando un calentamiento no uniforme, ya que gran parte de la energía será absorbida por la superficie y el descongelamiento del centro no será posible.

El templado tiende a efectuarse mediante la elevación de la temperatura de alimentos fríos a una temperatura mayor, que estará por debajo del punto de congelación, pero a una temperatura en la que el producto sea firme aunque no demasiado duro.

Propiamente el templado de alimentos congelados puede ser fácilmente manipulado, separado o cortado para futuros procesos. Algunos datos en la energía requerida para alimentos fríos son también pertinentes para descongelado de alimentos e ilustran claramente los beneficios de detener el proceso antes de completar el deshielo. De la tabla 1.5 se puede observar que para elevar la temperatura de -17.7 a -4.4°C se necesita cerca de un medio de la energía térmica requerida para elevar la temperatura a -2.2°C. Así, cuando es posible, el templado puede ser terminado en una temperatura menor aceptable.

TABLA 1.5

REQUERIMIENTO DE ENERGIA PARA EL TEMPLADO DE CARNE FRIA

J/g	°C
0	-40
50	-17.7
112.8	-4.4
173.3	-2.2

La primera instalación industrial de templado fue desarrollada alrededor de 1970, hoy en día son varias las unidades en operación, la mayoría de los equipos operan a 915 MHz debido a su gran habilidad de penetración, con niveles de potencia que varían desde 25 a 150 kW y son continuos [11,46].

Las unidades discontinuas son diseñadas para operaciones pequeñas de procesado de alimentos y usualmente operan con una potencia de salida de 40 kW a 915 MHz. También se han desarrollado equipos a 2450 MHz con una potencia 33 a 132 kW, estos equipos requieren de un sistema de aire frío para enfriar el exterior del alimento evitando el sobrecalentamiento superficial [46]

1.1.7 FUTURO DE LAS MICROONDAS.

Otra aplicación industrial que está tomando interés es en la industria del caucho. En Francia las microondas se han aprovechado desde 1960 a una escala industrial para el proceso de vulcanizado, que consiste en realizar por vía química unos "puentes" entre macromoléculas, para dar elasticidad al material pero sobre todo resistencia mecánica [2].

En la vulcanización del caucho se exige una precisión de temperaturas de unos pocos grados, según sea el tipo de caucho. Para la obtención de un aislante térmico tan bueno, la elección de las microondas es particularmente apropiada por la distribución homogénea de la temperatura.

La utilización de esta técnica se extendió rápidamente a nivel mundial alcanzando en 1990 un tercio de la producción de los perfiles de caucho sintético.

Otra aplicación que se investiga desde hace veinte años es la sinterización de cerámicos la cual requiere de temperaturas entre 800 a 1200°C, lo cual incrementa la complejidad de los intercambios térmicos ya que el medio de calentamiento deberá estar a temperatura mayor. Además el comportamiento térmico de estos materiales sometidos a las microondas se caracteriza por ser extremadamente sensibles a toda modificación en las condiciones de trabajo (Cambio de soporte, de aplicador, etc.).

Un cálculo simple demuestra que se requiere una potencia de microondas de 1200 W absorbidos por un cerámico de 20 cm^3 para elevar la temperatura a 1200°C, dada la intensidad de las pérdidas infrarrojas y si no se toma alguna precaución para limitar esas pérdidas al exterior.

Los norteamericanos son quienes en estos últimos años se han dedicado con mayor intensidad al estudio de esta aplicación, pero los resultados hasta el momento no son lo bastante claros.

Su aplicación en química orgánica, por otra parte, corresponde a investigaciones recientes, ya que los primeros artículos publicados datan sólo de 1986[2].

Un ejemplo de ello, son los trabajos realizados por E. Gedye en Canadá en los que demuestra que la cuestión de la transmisión de energía eléctrica dentro del material, la presencia de resonancias e interferencias multidireccionales y en consecuencia la distribución homogéneas de las ondas dentro del material son análogas a las planteadas en la sinterización de cerámicos. Aunque hay que reconocer que pese a la importancia numérica de los estudios realizados y publicados, los resultados todavía no son muy concluyentes. Esto es debido en gran medida al uso de hornos domésticos no instrumentados y al recurso de potencia excesiva con respecto a la cantidad de producto tratado, así como a un desconocimiento de las distribuciones de temperatura obtenidas[2].

Existen estudios realizados en la Universidad de Borgoña en Francia por el M. Lallamand y su equipo sobre la evaluación del rápido aumento de la temperatura por la incidencia de las microondas en la cinética de las reacciones químicas. Sus resultados revelan la importancia de las microondas ya que permiten alcanzar aumentos de temperatura indispensables en el calentamiento conductivo[2].

Los trabajos de G. Maire de Estrasburgo y de G. Roussy han permitido correlacionar los fénomenos observados con la temperatura efectivamente alcanzada en la reacción de isomerización de hidrocarburos por catalizadores metálicos[2].

De los distintos trabajos llevados a cabo se desprenden las investigaciones hechas por los laboratorios de INSA de Lyon, asociados al CNRS en el proyecto titulado << microondas/polímeros >>, a nivel laboratorio realizados en 1989, para la producción de polímeros termoplásticos, donde la reacción exotérmica influye sobre la evolución de la temperatura, además de que el calor producido por la reacción química se añade a las fuentes de calor electromagnéticas[2].

Se concluye que la aplicación de microondas en investigación se requiere de un profundo cambio en los hábitos de laboratorio. El reactor de gran volumen es incompatible con la noción elemental de atenuación de la onda en los productos a transformar. Por contra, el tratamiento continuo en tubos de aproximadamente un decímetro de diámetro, como el tratamiento de productos '' Bombardeables'' con un aplicador bien instrumentado, será más adecuado para el control de la temperatura.

1.2.0 COMPONENTES PRINCIPALES DE UN HORNO DE MICROONDAS.

Generalmente para todas las aplicaciones industriales por microondas, los componentes básicos del equipo incluyen:

a) EL ABASTECEDOR DE ENERGIA.- Su propósito principal es el de proveer el alto voltaje para operar el magnetrón. Este requiere de varios cientos de voltios de corriente directa para su funcionamiento.

b) TUBO DE POTENCIA O GENERADOR DE MICROONDAS.- Esta unidad convierte la energía eléctrica en energía de alta frecuencia. Con algunas pocas excepciones, el magnetrón es el generador de energía de microondas utilizado en hornos domésticos, comerciales y sistemas de procesamiento industriales por microondas.

c) SECCION DE TRANSMISION.- Tiene por objetivo el guiar la energía de microondas al interior del horno.

Guías de ondas.

Los hornos de microondas utilizan una guía de ondas para transferir las microondas del magnetrón hacia el interior del horno. Generalmente están constituidos de un tubo de acero con una sección transversal rectangular o circular, otra forma utilizada es la elíptica.

Hay otras técnicas en uso como son líneas coaxiales, pero el método que predomina es mediante el uso de guías de onda, ya que casi no pierde energía en los hornos donde se utiliza, al ser la guía de ondas de pocas pulgadas de largo. Sin embargo en los sistemas industriales la guía de ondas puede tener de 10 a 100 pies de largo o más; en estos casos la pérdida de potencia es solo del 5 % en cada 100 pies.

Ventana

Una ventana de guía de ondas es un mecanismo hecho de material transparente a las microondas. Se localiza transversalmente en la guía de ondas para retener el vacío o la presión o como un sistema de protección contra la entrada de humedad o algún otro contaminante.

d) MECANISMO DE UNION.- El cual permite transferir la energía de microondas dentro del producto.

e) MECANISMO DE DISTRIBUCION.- Es deseable que la carga del producto sea calentada lo más uniforme que sea posible. Si el horno se llena completamente con un material homogéneo con propiedades dieléctricas uniformes, se obtiene una distribución homogénea del campo a través del material, pero debido a que los alimentos no presentan propiedades dieléctricas uniformes y a que solo ocupan una parte del horno, el campo electromagnético es distribuido no uniformemente.

Un método para proporcionar una distribución de energía uniforme en el tiempo de exposición por microondas es por medio de la instalación de hojas reflectoras llamadas agitadores del campo, las cuales pueden tener la apariencia de ventiladores.

f) LA CAVIDAD U HORNO.- Las cavidades utilizadas son variaciones de los hornos comerciales y domésticos, estos pueden ser de operación continua o intermitente.

Los hornos tipo intermitente son usualmente cavidades rectangulares hechas para aplicaciones especiales, estos pueden tener cualquier tamaño.

Los hornos tipo continuo son largas cavidades rectangulares con una banda transportadora, que se utiliza para llevar el producto a través del campo de microondas. Varias cavidades en serie son utilizadas por un sistema de procesamiento. Otros sistemas están constituidos por una larga cavidad con una fuente de poder múltiple que alimenta la energía dentro de la cavidad.

g) PUERTA.- Permite la entrada y salida del material a ser calentado dentro del horno.

h) TRAMPA DE ENERGIA.- Es una estructura colectora que previene el escape de energía del horno.

i) CONTROLES DE OPERACION Y SEGURO DE INTERBLOQUEO.- Los controles básicos requeridos por un horno de microondas incluyen el botón de encendido/apagado, el control de tiempo y el selector de potencia.

Los primeros hornos industriales solo tenian los dos primeros controles. Hoy, el control de potencia en los hornos de microondas comerciales se obtienen por variación del tiempo de encendido del horno. Los grandes sistemas industriales generalmente operan a potencia completa de salida de todos los ubos de potencia instalados, pero pueden ser hechos funcionar a una potencia más baja, si es necesario, seleccionando niveles de potencia menores para cada tubo individual. Esto se hace a menudo durante el inicio o fin de la producción para proveer una potenciamás equitativa a medida que se realizan las labores de carga y descarga del horno.

El dispositivo de interbloque tiene por objetivo resguardar la seguridad del personal o el equipo, y automáticamente corta el circuito de alimentación de corriente cuando se quita una tapa o se abre una puerta al efectuar una maniobra ya sea intencional o inadvertida.

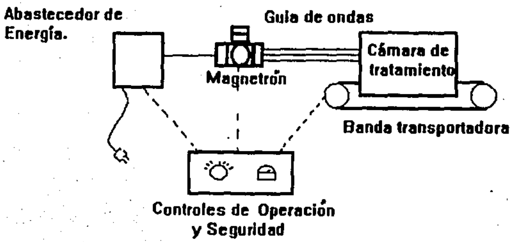


Fig 1.8 .- Algunos componentes esenciales para los equipos de procesado por microondas.

1.3.0 REGULACIONES EN EL USO DE LAS MICROONDAS.

Ya que las frecuencias de las microondas están muy cerca de las radioondas y se enciman a las de la escala del radar, pueden obstaculizar los procesos de comunicación de manera que el uso de determinadas frecuencias está sujeto a regulaciones gubernamentales. En los Estados Unidos son regulados por la Comisión Federal de Comunicaciones (Federal Communications Commission), la cual regula el uso de frecuencias de microondas para propósitos de uso industrial, científico y médicos.

La banda de frecuencias para uso industrial, científico y médico (Industrial, scientific y medical I.S.M.) se ilustra en la tabla 1.6

TABLA 1.6

FRECUENCIAS UTILIZADAS EN LOS ESTADOS UNIDOS

PARA USO INDUSTRIAL, CIENTÍFICO Y MÉDICO

FRECUENCIA	TOLERANCIA.
13 560 kHz	+/- 6.78 kHz
27 120 kHz	+/- 10.00 kHz
40 680 kHz	+/- 20.00 kHz
915 MHz	+/- 13.00 MHz
2 450 MHz	+/- 50.00 MHz
5 800 MHz	+/- 75.00 MHz
24 125 MHz	+/- 125.00 MHz

Las frecuencias de 2450 y 915 MHz son comúnmente utilizadas en equipos de procesado de alimentos, la primera frecuencia es comercialmente disponible para hornos de microondas domésticos, si bien 915 MHz es también permitido en los Estados Unidos y otros países.

Las regularizaciones para equipos de procesamiento por microondas en varios países Europeos y Canadá son generalmente similares a las descritas en los Estados Unidos.

UNIDAD 2

" MARCO TEÓRICO"

La transferencia de calor es el movimiento de energía de un punto a otro en virtud de una diferencia de temperaturas o por efecto de resonancia en el caso de radiación electromagnética. El calentamiento y enfriamiento son manifestaciones de este fenómeno, que son utilizados en operaciones industriales y actividades domésticas.

Existen tres formas distintas para la propagación de calor: Conducción, convección y radiación, estos mecanismos se pueden producir al mismo tiempo.

2.1.0 CONDUCCION.

En este mecanismo el calor es conducido a través de sólidos, líquidos y gases. verificándose mediante la transferencia de energía de movimiento entre moléculas adyacentes. En un material las moléculas "más calientes", presentan más energía y cantidad de movimiento encargándose de impartir energía a las moléculas colindantes con niveles energéticos más bajos. Este tipo de transferencia siempre está presente en mayor o menor grado en los sólidos, líquidos o gases, en los que exista un gradiente de temperaturas.

2.1.1 CONDUCCIÓN ESTACIONARIA DE CALOR

De acuerdo con la ley de Fourier, El flujo de calor por unidad de área es proporcional al gradiente de temperaturas como lo muestra la siguiente ecuación:

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx} \qquad (2.1)$$

En donde: **q** es el flujo de calor en la dirección de **x**; **A** es el área perpendicular a la dirección del flujo de calor; **T** es la temperatura; **x** es la distancia y el factor de proporcionalidad **k** es la conductividad térmica.

La cantidad **q/A** es llamada flujo específico de calor, mientras que la cantidad **dT/dx** es la rapidez del cambio de temperatura con la distancia **x**, o sea, el gradiente de temperaturas. El signo negativo indica que el flujo de calor se verifica en sentido contrario al del gradiente de temperaturas, de puntos calientes a puntos fríos.

2.1.2 ESTIMACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE PRODUCTOS ALIMENTICIOS

La conductividad térmica de los materiales varía con la composición y en algunos casos, con la orientación física de los componentes.

Los alimentos al ser de origen biológico están sujetos a una alta variabilidad en su composición y estructura. El efecto de la variación en la composición de un material sobre la conductividad térmica es reportado por Choi y Okos (1987)[45]. Sus procedimientos de cálculo son utilizados para estimar el valor de k por su composición. En la que k se calcula mediante las conductividades térmicas de los componentes puros (k_i) y la fracción volumen de cada componente x_{vi}.

$$k=\sum_{i=1}^{n}(k_i x_{vi}) \qquad (2.2)$$

La fracción volumen x_{vi} de cada componente se determina por la fracción masa (x_i), las densidades individuales (ρ_i) y la densidad de composición (ρ) de la siguiente manera:

$$x_{vi}=\frac{x_i\,\rho}{\rho_i} \qquad (2.3)$$

$$\frac{1}{\rho}=\Sigma\left[\frac{x_i}{\rho_i}\right] \qquad (2.4)$$

2.1.3 CONDUCCIÓN NO ESTACIONARIA DE CALOR.

Cuando la transferencia de calor a través de un cuerpo no es uniforme, existe una diferencia en las velocidades de la energía entrante y la de salida de un volumen de control. Esta diferencia puede ser manifestada como la velocidad del cambio de temperatura con el tiempo, esta condición se llama transferencia de calor en estado inestable o transitorio.

La fig.2.1 muestra un cubo con dimensiones dx, dy y dz, para analizar la transferencia de calor por conducción. Para ello se hace uso de términos diferenciales con el fin de especificar el flujo de calor a través de cada una de las seis caras del elemento de volumen.

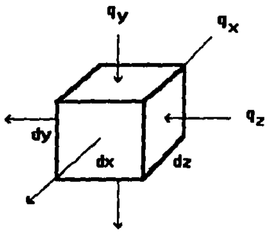


Fig. 2.1.- Conducción en estado inestable dentro de un cubo.

El flujo total de (Entradas - Salidas) es igual a la cantidad de calor que se acumula dentro del elemento diferencial de volumen:

$$q = q_x + q_y + q_z = \rho \; dx \; dy \; dz \; Cp \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.5)$$

La densidad de flujo a lo largo de cada eje es proporcional al componente del gradiente de temperaturas en dicha ecuación. Al escribir la ley de Fourier de la conducción para los ejes *x*, *y* y *z* se obtiene:

$$q_x = k \; dy \; dz \left[\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_1 - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_2 \right] \qquad (2.6a)$$

$$q_y = k \; dx \; dz \left[\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_1 - \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_2 \right] \qquad (2.6b)$$

$$q_z = k \; dx \; dy \left[\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_1 - \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_2 \right] \qquad (2.6c)$$

Donde di dj representan el área diferencial a través de la cual fluye el calor transportado por conducción, $(\partial T/\partial x)_1$ es el gradiente de temperaturas en dirección x evaluadas en las cordenadas de posición de la entrada de calor, mientras que $(\partial T/\partial x)_2$ especifica el valor del gradiente en la cordenada de salida. En las ecuaciones 2.6b y 2.6c el significado de los términos entre corchetes es equivalente al mencionado en la dirección x.

combinando:

$$\rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} = k \left[\frac{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_1 - \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_2}{dx} + \frac{\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_1 - \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_2}{dy} + \frac{\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_1 - \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_2}{dz} \right] \tag{2.7}$$

La diferencia en la primera derivada dividido por dx, dy y dz es una segunda derivada parcial, de esta forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho\ Cp} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \tag{2.8}$$

La ecuación 2.8 representa el transporte de calor en estado no estacionario. En donde la velocidad del cambio de temperatura con el tiempo y la posición dentro de un sólido que conduce calor es proporcional a la segunda derivada de la temperatura con respecto a la distancia de aquel punto en particular.

La relación de $k/(\rho\ Cp)$ se le denomina α_T, esto es la difusividad térmica (Esta deducción supone que k, ρ y Cp son constantes).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_T \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \tag{2.9}$$

2.2.0 CONVECCIÓN.

En este mecanismo de transferencia de calor, las moléculas se mueven de un punto a otro dentro de un fluido e intercambian energía con las moléculas en otra posición. Existen 2 tipos la convección forzada y la convección libre o natural. La diferencia radica en que el primero requiere de un dispositivo mécanico que provoca el flujo y en el segundo caso, el movimiento del fluido se debe totalmente a diferencias en las densidades que resultan de gradientes de temperatura en el fluido. Entre algunos ejemplos de la convección natural tenemos la condensación y la vaporización. En la que las masas del fluido ligero flotan, mientras que las pesadas se hunden.

La transferencia de calor por convección se evalúa como la velocidad del intercambio de calor en la interfase entre un fluido y un sólido. Esta velocidad del calor transferido por convección es proporcional a la diferencia de temperaturas y se expresa como:

$$q = h_T A(T_m - T_s) = h_T A\Delta T \qquad (2.10)$$

En donde h_T es el Coeficiente de Transferencia de Calor; **A** es el área de la interfase donde el calor esta siendo transferido y ΔT es la fuerza impulsora para la transferencia de calor; T_m es la temperatura promedio del fluido y T_S es la temperatura interfacial.

2.2.1 CONVECCION NATURAL.

La convección natural depende de la gravedad, de la densidad y de los cambios de la viscosidad asociados con la diferencia de temperaturas en el fluido que induce una corriente convectiva.

Considérese un recipiente abierto con agua, que se calienta en la parte inferior.

El grado de agitación producida por la corriente convectiva depende del gradiente de temperaturas entre el fluido y la superficie del sólido. Cuando el ΔT es pequeño, la corriente convectiva no es tan vigorosa y el proceso de transferencia de calor se refiere como convección natural. La magnitud del coeficiente de transferencia de calor es muy baja, del orden de 60 $W/(m^2*K)$ para el aire y 60 a 3000 $W/(m^2*K)$ para el agua.

Cuando la superficie de un sólido está en contacto con un líquido y la temperatura superficial excede el punto de burbuja del líquido, se producen burbujas de vapor sobrecalentado en la interfase sólido-líquido, así estas burbujas suben a la superficie líquido-aire y la agitación resultante proporciona coeficientes de transferencia de calor muy altos. Este proceso de transferencia de calor se denomina ebullición nucleada y la magnitud los coeficientes de transferencia de calor para el agua son del orden de 5 000 a 50 000 $W/(m^2*K)$.

Cuando el ΔT es muy alto, la excesiva generación de vapor en la interfase produce una capa aislante de vapor que dificulta la transferencia de calor.

Este proceso se denomina Ebullición de Película y el coeficiente de transferencia de calor es más bajo que cuando aparecen los núcleos de ebullición.

Otra forma de convección natural es la transferencia de calor por medio de la condensación. Tanto la condensación de vapores para la formación de un líquido como en la vaporización de un líquido para producir un vapor, implican cambios de fase de el fluido. De esa forma los valores de los coeficientes son bastante elevados.

La condensación se verifica cuando un vapor saturado como el vapor de agua, entra en contacto con un sólido cuya temperatura superficial es inferior a la temperatura de saturación, formándose un líquido.

Este tipo de transferencia de calor se conoce como condensación por gotas con sus coeficientes de transferencia de calor en el orden de 10 000 $W/(m^2*K)$, los cuales son comunes para este mecanismo.

Cuando el vapor se condensa como un película líquida en la superficie, esta película formará una barrera para la transferencia de calor dando así coeficientes del orden de 5 000 $W/(m^2*K)$. Este tipo de proceso se llama condensación de película.

2.2.2 CONVECCION FORZADA.

La transferencia de calor por convección forzada es el modo que se utiliza con mayor frecuencia en las industrias de procesamiento.

El análisis teórico de la transferencia de calor por convección forzada se limita a formas geométricas relativamente simples y flujos laminares, los análisis en flujo turbulento se han basado en modelos mécanicos y en general, no se han dado relaciones apropiadas con fines de diseño.[31]

Para formas geométricas complicadas sólo se dispone de relaciones empiricas y con frecuencia se basan en datos limitados y condiciones operacionales especiales.

Los coeficientes de transferencia de calor se ven afectados simplemente por la mecánica de flujo que tiene lugar durante la transferencia de calor por convección forzada, la intensidad de la turbulencia, las condiciones de entrada y las condiciones de pared son algunos factores que deben tomarse en consideración en forma detallada, cuando se necesitan predicciones de los coeficientes más precisos.

2.3.0 RADIACION.

Los mecanismos de transporte de energía mencionados anteriormente, necesitan de la existencia de un medio material. Para que tenga éxito la conducción se requiere que haya una desigualdad de temperatura entre los puntos contiguos del medio. En el caso de la convección debe de existir un fluido con libertad de movimiento, que en su desplazamiento transporta energía.

Un tercer mecanismo de transporte de energía es la radiación. En este mecanismo electromágnetico, la energía es transportada a la velocidad de la luz sin necesitar un medio material, siendo el único mecanismo que transporta calor en el vacío.

En su sentido más elemental el mecanismo de transferencia por radiación está constituido por tres etapas o fases.

1) La emisión de energía térmica por una fuente de calor; tal como la pared de un horno que emite energía radiante en forma de ondas electromagnéticas (con preferencia en el intervalo del infrarrojo, ultravioleta, visible, radiación térmica, etc.).

2) Estas ondas se desplazan a través del espacio en línea recta.

3) Cuando las ondas electromagnéticas se ponen en contacto con otro cuerpo, una porción de la energía incidente es absorbida por el cuerpo y se vuelve a transformar en energía térmica, en un proceso de resonancia.

La radiación térmica es el mecanismo dominante en equipos a altas temperaturas, tales como calderas y hornos. A temperaturas inferiores a 1000°F, sólo proporciona una contribución en el calor transferido y esta aportación decrece con la temperatura. En un medio gaseoso la radiación térmica actúa en concreto con el mecanismo de transferencia de calor por convección

2.3.1 RELACIONES DE LA ENERGIA RADIANTE.

El proceso de transferencia de calor puede ser considerado en base a las formas en que la energía que incide sobre un cuerpo es aprovechada o se encuentra en tránsito. Se acostumbra expresar esqo en porcentajes o cocientes.

Dos importantms términos son utilizados para describir la relación de energía.

1) La energía emisiva total (E_T), que es toda la energía radiante que se emite desde la superficie de un cuerpo cuando se calienta, se expulsa en forma de ondas electromagnéticas en todas direcciones y cuando esta energía se pone en contacto con un cuerpo receptor, parte de ella es reflejada, otra es transmitida y otra absorbida.

2) la irradiación total (G), que es la energía incidente o entrante a una superficie.

Ambos términos se especifican en unidades de energía por unidad de área.

La fig.2.2 describe el efecto de la radiación entrante en una superficie. El balance de energía en la superficie puede ser definido en términos de G por:

$$G = \alpha_a G + \rho_r G + \tau_t G \qquad (2.11)$$

$$1 = \alpha_a + \rho_r + \tau_t \qquad (2.12)$$

donde:

α_a = Fracción absorbida: Es la fracción de energía absorbida por la superficie

ρ_r = Fracción reflejada: Es la fracción de energía reflejada por la superficie.

τ_t = Fracción transmitida: Es la fracción de energía transmitida por la superficie.

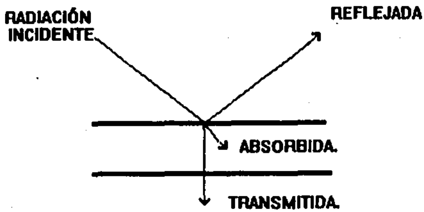


Fig. 2.2 - Distribución de la energía incidente sobre la superficie de un cuerpo.

2.3.2 TIPOS DE SUPERFICIE.

Un punto de referencia convencional en el estudio de la transferencia de calor por radiación es el cuerpo negro, el cual presenta una superficie ideal que absorbe toda la energía radiante sin hacer caso de la dirección o longitud de onda. Por lo que es un excelente absorbedor de calor y de esta forma, por definición las propiedades de un cuerpo negro son:

$$\alpha_a = 1; \; \rho_r = 0; \; \tau_t = 0.$$

Para la mayoría de los propósitos de ingeniería, los cuerpos son opacos cuando presentan cero de transmitividad, pero varían en el grado de absortividad y reflectividad.

En adición a esto, un cuerpo negro también es un excelente emisor de energía. La totalidad de la energía transmitida por un cuerpo negro es una función de la temperatura del cuerpo. Sin embargo es emitida a diferentes longitudes de onda.

La figura 2.3 muestra la cantidad de energía transmitida por un cuerpo negro ($E_{b\lambda}$) a diferentes longitudes de onda y varias temperaturas.

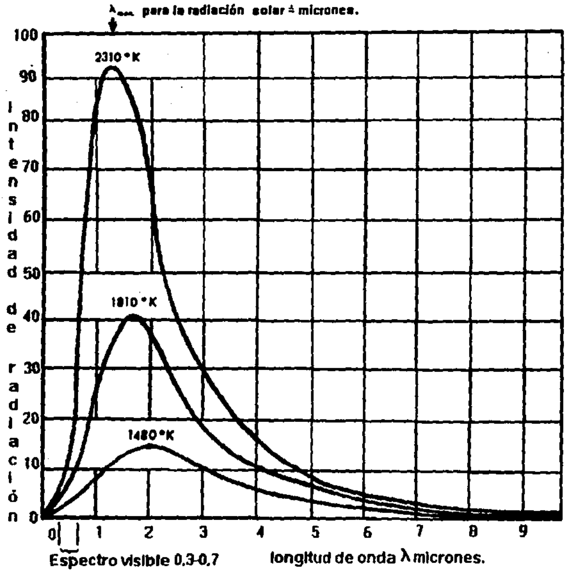


Fig.2.3.- Distribución de energía emitida por un cuerpo negro en función de la temperatura y longitud de onda.

Estas curvas de potencia emisiva tienden a ser explicadas por las teorías desarrolladas por Max Planck.

En esta integración se ha efectuado el siguiente cambio de variable $x = ch/K_B T_a \lambda$, la integración se realiza desarrollando $1/(e^x-1)$ en función de e^x e integrando término a término.

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx \qquad (2.16)$$

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^3 h^3} \left[6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \right] \qquad (2.17)$$

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^3 h^3} \left[\frac{\pi^4}{15} \right] \qquad (2.18)$$

$$E_b = \frac{2 \pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} T_a^4 \qquad (2.19)$$

El flujo de energía emisivo para un cuerpo negro es:

$$E_b = \left[\frac{2 \pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} \right] T_a^4 \qquad (2.20)$$

Sustituyendo valores de c,h y K_B se tiene la constante de Steffan-Boltzmann:

$$\sigma = \left[\frac{2 \pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} \right] = 4.878 \times 10^{-8} \frac{Kcal}{m^2 h °K^{-4}} \qquad (2.21)$$

$$= 1.322 \times 10^{-14} \frac{Btu}{Ft^2 h °R^{-4}}$$

La igualdad expresada en 2.20, se conoce como la ecuación de Steffan-Boltzmann, que es utilizada ampliamente.

$$E_b = \sigma T_a^4 \qquad (2.22)$$

La ecuación de Stefan-Boltzmann implica que en todo cuerpo radiante de energía, la cantidad de energía irradiada es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

En adición a esto, un cuerpo negro también es un excelente emisor de energía. La totalidad de la energía transmitida por un cuerpo negro es una función de la temperatura del cuerpo. Sin embargo es emitida a diferentes longitudes de onda.

La figura 2.3 muestra la cantidad de energía transmitida por un cuerpo negro ($E_{b\lambda}$) a diferentes longitudes de onda y varias temperaturas.

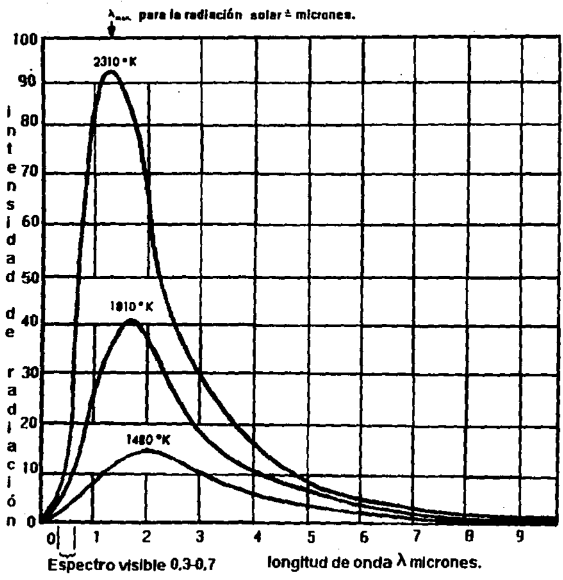


Fig.2.3.- Distribución de energía emitida por un cuerpo negro en función de la temperatura y longitud de onda.

Estas curvas de potencia emisiva tienden a ser explicadas por las teorías desarrolladas por Max Planck.

2.3.3 LEYES DE LA RADIACION.

LEY DE DISTRIBUCION DE PLANCK.

Esta ley enuncia que para cada valor de longitud de onda se tiene un correspondiente potencial emisivo por unidad de volumen.

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5}\left[\frac{1}{e^{(c_2/\lambda T_a)} - 1}\right] \qquad (2.13)$$

Donde:

$E_{b\lambda}$ = Potencia emisiva por unidad de volumen

$c_1 = 2\pi\, c^2 h$

$c_2 = ch/K_B$

c = Velocidad de la luz (3.00×10^8 m/s).

h = Constante de Planck (6.63×10^{-34} J s).

K_B = Constante de Boltzmann (1.38×10^{-23} J/K).

T_a = Temperatura absoluta (°K).

λ = Longitud de Onda (M).

La radiación para un intervalo diferencial $d\lambda$ corresponde a una diferencial de energía:

$$dE_b = E_{b\lambda}\, d\lambda$$

Esta ecuación especifica el flujo de energía que es emitido por un cuerpo negro en el rango de longitudes de onda de λ y $\lambda+d\lambda$. Para problemas prácticos de transferencia de calor por radiación se requiere un flujo de energía promedio para una temperatura dada, de esta forma se integra la ecuación anterior en un rango de longitudes de onda, que para un cuerpo negro corresponde de cero a infinito.

$$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1}{\lambda^5}\left[\frac{1}{e^{(c_2/\lambda T_a)} - 1}\right] d\lambda \qquad (2.14)$$

$$E_b = 2\pi c^2 h \int_0^\infty \frac{\lambda^{-5}}{e^{(c_2/\lambda T_a)} - 1}\, d\lambda \qquad (2.15)$$

En esta integración se ha efectuado el siguiente cambio de variable $x = ch/K_B T_a \lambda$, la integración se realiza desarrollando $1/(e^x-1)$ en función de e^x e integrando término a término.

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx \qquad (2.16)$$

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^3 h^3} \left[6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \right] \qquad (2.17)$$

$$E_b = \frac{2\pi K_B^4 T_a^4}{c^3 h^3} \left[\frac{\pi^4}{15} \right] \qquad (2.18)$$

$$E_b = \frac{2\pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} T_a^4 \qquad (2.19)$$

El flujo de energía emisivo para un cuerpo negro es:

$$E_b = \left[\frac{2\pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} \right] T_a^4 \qquad (2.20)$$

Sustituyendo valores de c,h y K_B se tiene la constante de Steffan-Boltzmann:

$$\sigma = \left[\frac{2\pi^5 K_B^4}{15 c^3 h^3} \right] = 4.878 \times 10^{-8} \frac{\text{Kcal}}{m^2 h^{o} K^{-4}} \qquad (2.21)$$

$$= 1.322 \times 10^{-14} \frac{\text{Btu}}{Ft^2 h^{o} R^{-4}}$$

La igualdad expresada en 2.20, se conoce como la ecuación de Steffan-Boltzmann, que es utilizada ampliamente.

$$E_b = \sigma T_a^4 \qquad (2.22)$$

La ecuación de Stefan-Boltzmann implica que en todo cuerpo radiante de energía, la cantidad de energía irradiada es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

Si dos cuerpos negros a dos diferentes temperaturas presentan dos diferentes energías emisivas, por ejemplo:

$$E_{b1}=\sigma T^4_{a1} \tag{2.23a}$$

$$E_{b2}=\sigma T^4_{a2} \tag{2.23b}$$

La diferencia de energía entre estos dos cuerpos negros da como resultado un flujo de calor que es transferido por radiación.

$$q/A = E_{b1} - E_{b2} = \sigma T^4_{a1} - \sigma T^4_{a2} \tag{2.24}$$

El flujo de calor puede continuar en ambos cuerpos hasta un equilibrio isotérmico.

La transferencia de calor por radiación en situaciones reales es un proceso complejo, en que un cuerpo emite energía y también puede absorber energía de otro cuerpo. La relación entre la energía emisiva y la irradiación total puede ser explicada por el uso de la ley de Kirchhoff[37] .

LEY DE KIRCHHOFF.

Dentro de esta ley, se aplica el término de emisividad (ϵ_T) que se define como la medida en que un cuerpo emite energía radiante en comparación con un cuerpo negro, teniendo el valor de 1 para un cuerpo negro.

La ley de Kirchhoff enuncia que a una misma temperatura, los valores de α_a y ϵ_T de una determinada superficie son iguales, esto es: Que la energía que absorbe un cuerpo por radiación es exactamente la misma que emite, así estas dos propiedades pueden ser utilizadas indistintamente.

$$\alpha_a = \epsilon_T \tag{2.25}$$

Esto es válido para cualquier superficie negra o no negra

LEY DE DESPLAZAMIENTO DE WIEN.

Esta ley enuncia que el producto de la temperatura absoluta por la longitud de onda máxima es una constante y tiene el siguiente valor:

$$\lambda_{MAX} T_a = 2.898 \times 10^{-3} \; [m\,^oK] \qquad (2.26)$$

Es especialmente útil para estimar la temperatura de objetos lejanos. Esta ley predice, de acuerdo con la experiencia, que el color aparente de la radiación pasa del rojo (Grandes longitudes de onda) al azul (Cortas longitudes de onda) a medida que aumenta la temperatura.

2.4.0 ECUACIONES DE MAXWELL.

James Clerk Maxwell llegó a una formulación matemática correcta de la ley de inducción de Faraday, además de predecir que si hay un campo eléctrico variable en el tiempo inducirá un campo magnético, resumiendo significativamente las leyes de la electricidad y el magnetismo en cuatro ecuaciones diferenciales que comprende campos eléctricos, campos magnéticos, distribución de carga y densidad de corriente, las cuales se conocen como las ecuaciones de Maxwell y son la base de la teoría clásica del electromagnetismo[34].

La tabla 2.1 muestra las ecuaciones básicas del electromagnetismo.

TABLA 2.1

ECUACIONES BÁSICAS DEL ELECTROMAGNÉTISMO

SIMBOLO	NOMBRE	ECUACIÓN	No
I	Ley de Gauss para el campo eléctrico.	$\oint E \cdot dS = \dfrac{q}{\epsilon_o}$	2.27
II	Ley de Gauss para el campo magnético.	$\oint B \cdot dS = 0$	2.28
III	Ley de inducción de Faraday.	$\oint E \cdot dl = -\dfrac{d\phi_B}{dt}$	2.29
IV	Ley de Ampere	$\oint B \cdot dl = \mu_o (\epsilon \dfrac{d\phi_E}{dt} + i)$ $\oint B \cdot dl = \mu_o (I_d + I_c)$	2.30

En la tercera ecuación aparece el término de $-d\phi_B/dt$ que se interpreta informalmente diciendo que:

''Si un campo magnético cambia ($d\phi_B/dt$), se produce un campo eléctrico ($\oint \mathbf{E}\cdot dl$), lo cual es análogo a la ley de Ampere en la que un campo eléctrico induce el campo magnético ''.

Maxwell adicionó el término de corriente de conducción a la de corriente de desplazamiento, ya que anteriormente se supone que no existían campos eléctricos variables de tal forma que el 2° término era cero en la ecuación 2.30.

Una consecuencia importante de la idea de Maxwell consiste en prever la existencia de las ondas electromagnéticas, ya que demostró por medio de sus ecuaciones que una perturbación electromagnética, al propagarse debería presentar todas las características de un movimiento ondulatorio, por lo tanto de acuerdo con Maxwell, dicha radiación electromagnética experimenta la reflexión, la refracción, y la difracción exactamente como sucede con todas las ondas. Por este motivo, la perturbación contituida por la propagación del campo eléctrico y magnético ha recibido el nombre de onda electromagnética.

En la fig.2.4 se ha representado una onda electromagnética que se propaga hacia la derecha. Se observa que está constituida por los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ que oscilan en forma periódica, de manera similar a los puntos en una cuerda en la cual se propaga una onda mecánica.

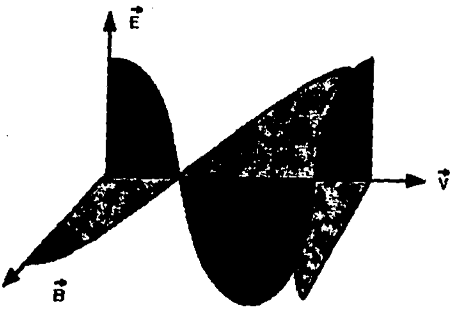


Fig. 2.4.- Representación de los campos Eléctrico (E) y Magnético(B), en una onda senosoidal.

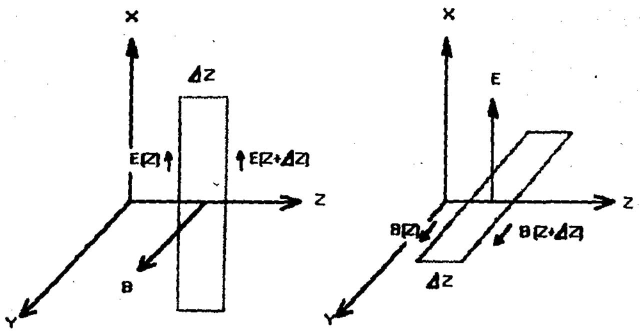
En esta figura se observa que los vectores $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ son perpediculares entre *sí* y ambos son *normales* a la dirección de propagación de la onda.

Se utilizarán las ecuaciones 2.30 donde I_c es cero para demostrar que la velocidad con la que se propagan estas ondas es exactamente la de la luz.

Para comenzar se supone que es posible establecer campos eléctricos y magnéticos de una clase muy especial. El campo eléctrico tiene un solo componente en la dirección x y es uniforme en todo el plano xy. El campo magnético sólo apunta en la dirección xy. Por lo tanto $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ sólo dependen del tiempo t y de la coordenada z, por lo que se puede expresar como:

$$\mathbf{E}\ (x,y,z,t) = \mathbf{E}\ (x,y)\ i_x$$
$$\mathbf{B}\ (x,y,z,t) = \mathbf{B}\ (x,y)\ i_x$$

La fig.2.5a muestra la trayectoria rectangular en el plano xy. La longitud de dos de los lados es l, en tanto que la de los otros dos es Δz, que se supone muy pequeña.



(a) (b)

Fig 2.5.- (a) representa el desplazamiento del vector E.
(b) representa el desplazamiento del vector B

La integral de línea del campo eléctrico está dado por:

$$\oint_c \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = \left[\mathbf{E}(z+\Delta z) - \mathbf{E}(z,t) \right] i \tag{2.31}$$

De acuerdo con la ley de Faraday, esta expresión es igual al negativo de la rapidez del cambio de flujo magnético:

$$\phi_m = \int \mathbf{B}\cdot \mathbf{n}da = \mathbf{B}(z,t)\ i\Delta z \tag{2.32}$$

en consecuencia:

$$\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(z,t)\ i\Delta z \tag{2.33}$$

Igualando

$$\left[\mathbf{E}(z+\Delta z) - \mathbf{E}(z,t)\right] i = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(z,t)\ i\Delta z \tag{2.34}$$

Haciendo que $\Delta z \longrightarrow o$ y dividiendo entre $i\Delta z$ se encuentra que:

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{E}(z,t) = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(z,t) \tag{2.35}$$

La ecuación anterior expresa que cuando hay un campo eléctrico que varía espacialmente, también hay un campo magnético que varía en el tiempo.

Si ahora se escoge una trayectoria rectangular semejante en el plano yz, como se muestra en la figura 2.5b, se puede utilizar la ecuación 2.30 con $I_c = 0$, para proporcionar otra relación entre los campos eléctricos y magnéticos. Mediante argumentos semejantes a los que llevan a 2.35, fácilmente se demuestra que:

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{B}(z,t) = -\epsilon_o \mu_o \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}(z,t) \tag{2.36}$$

Combinando las ecuaciones 2.35 y 2.36 se puede obtener una sola ecuación para el campo eléctrico. Para lograrlo, primero se toma la derivada con respecto a z de la ecuación 2.35 y luego se intercambia el orden de la derivada de **B** para obtener:

$$\frac{\partial}{\partial z}\ \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{E}(z,t) = -\ \frac{\partial}{\partial z}\ \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(z,t) = \frac{\partial}{\partial t}\ \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{B}(z,t) \tag{2.37}$$

Sustituyendo 2.36 en 2.37 se obtiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathbf{E}(z,t) = \frac{\partial}{\partial t}\,-\epsilon_o\,\mu_o\,\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}(\,z,t) \qquad (\,2.38\,)$$

o sea que:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E}(z,t) = \epsilon_o\,\mu_o\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E}(z,t) \qquad (\,2.39\,)$$

Esta ecuación de onda unidimensional implica que el campo eléctrico $\mathbf{E}(z,t)$ se puede propagar como una onda unidimensional con la velocidad de propagación:

$$v = c = \frac{1}{\left[\epsilon_o\,\mu_o\,\right]^{1/2}} \qquad (\,2.40\,)$$

También diferenciando la ecuación 2.30 con respecto a z se puede obtener:

$$\frac{\partial}{\partial z}\,\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{B}(z,t) = -\epsilon_o\,\mu_o\,\frac{\partial}{\partial z}\,\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}(z,t)$$

$$= -\epsilon_o\,\mu_o\,\frac{\partial}{\partial t}\,\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{E}(z,t) \qquad (\,2.41\,)$$

Sustituyendo el valor de $\partial\mathbf{E}/\partial z$ de la ecuación 2.35 a la ecuación 2.41 se llega a:

$$\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial z^2} = \epsilon_o\,\mu_o\,\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} \qquad (\,2.42\,)$$

Que es la ecuación de onda para el campo magnético con exactamente la misma forma que la que se obtuvo como 2.39 para el campo eléctrico.

De aqui es evidente que el campo magnético $\mathbf{B}(z,t)$ se puede propagar como una onda con la misma velocidad que la asociada a la propagación del campo eléctrico.

Sin embargo, los resultados de Maxwell incluyen el descubrimiento de que la propagación de la luz podría explicarse a partir de esta teoría del electromagnetismo y que en realidad la luz es una forma de radiación electromagnética.

Partiendo de la ecuación 2.30

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_o(\epsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} + i)$$

dividiendo entre μ_o se obtiene:

$$\oint \frac{\mathbf{B}}{\mu_o}\cdot d\mathbf{l} = \epsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} + i \qquad (2.43)$$

Sustituyendo la definición de flujo eléctrico (ϕ_E) y densidad de corriente (J) se obtiene:

$$i = \int \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A} \qquad y \qquad \phi_E = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

$$\oint \frac{\mathbf{B}}{\mu}\cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A} + \frac{d}{\ }\int \epsilon_o \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} \qquad (2.44)$$

cambiando de variables:

$$\mathbf{D} = \epsilon_o \mathbf{E} \qquad y\ \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{{}_o\mu}$$

$$\oint \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A} + \frac{d}{dt}\int \mathbf{D}\cdot d\mathbf{A} \qquad (2.45)$$

aplicando el teorema de Stokes que permite evaluar la circulación de un campo vectorial en términos de integrales de trayectoria o integrales de superficie.

$$\oint \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int \nabla * \mathbf{H}\cdot d\mathbf{A} = \int \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A} + \frac{d}{dt}\int \mathbf{D}\cdot d\mathbf{A} \qquad (2.46)$$

$$\nabla * \mathbf{H} \int d\mathbf{A} = \mathbf{J}\int d\mathbf{A} + \frac{d}{dt}\ \mathbf{D}\int d\mathbf{A}$$

$$(\nabla * \mathbf{H})\mathbf{A} = \mathbf{J}\ \mathbf{A} + (\frac{d\mathbf{D}}{dt})\ \mathbf{A}$$

Para una onda electromagnética con distribución homogénea de los vectores $\nabla * \mathbf{H}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{D}$, se tiene:

$$\nabla * \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{d\,\mathbf{D}}{d\,t} \qquad (2.47)$$

De acuerdo con la ecuación 2.29 de la ley de inducción de Faraday:

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

Sustituyendo $\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot dA$

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = - \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot dA \qquad (2.48)$$

De acuerdo con el teorema de Stokes:

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = \int \nabla * \mathbf{E} \cdot dA = - \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot dA \qquad (2.49)$$

Reacomodando los términos:

$$\nabla * \mathbf{E} \int dA = - \frac{dB}{dt} \int dA$$

$$(\nabla * \mathbf{E}) A = - \left(\frac{dB}{dt} \right) A \qquad (2.50)$$

De igual forma que el campo magnético, al presentar una distribución homogénea se tiene:

$$\nabla * \mathbf{E} = - \frac{dB}{dt} \qquad (2.51)$$

Entonces las relaciones constitutivas entre la densidad de flujo de corriente (**J**), desplazamiento eléctrico (**D**) y la inducción magnética (**B**) para **E** y **H** son:

$$\mathbf{J} = \sigma(\omega) \mathbf{E}(t) \qquad (2.52a)$$
$$\mathbf{D} = \epsilon(\omega) \mathbf{E}(t) \qquad (2.52b)$$
$$\mathbf{B} = \mu(\omega) \mathbf{H}(t) \qquad (2.52c)$$

Donde $\mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}} * e^{-i \omega t}$ y $\mathbf{H} = \bar{\mathbf{H}} * e^{-i \omega t}$; alternativamente $e^{-i\omega t}$ puede ser utilizado para expresar la dependencia del tiempo, por lo que las ecuaciones 2.47 y 2.51 con las 2.52a,b,c son:

$$\nabla * \bar{\mathbf{E}} = i \omega \mu(\omega) \bar{\mathbf{H}} \quad y \quad \nabla * \mathbf{H} = [\sigma(\omega) - i \omega \epsilon(\omega)] \mathbf{E} = -i\omega \epsilon^{*} \mathbf{E}$$

Si la constante dieléctrica compleja se define como:

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon(\omega) + \frac{i\sigma(\omega)}{\omega} \equiv \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$$

Entonces la habilidad del material para almacenar la energía eléctrica se representa por $\epsilon' = \mathrm{Re}(\epsilon^*)$. Y $\epsilon'' = \mathrm{Im}(\epsilon^*)$ representa la pérdida de energía por disipación. La conductividad eléctrica, $(\sigma(\omega))$, la constante dieléctrica $(\epsilon(\omega))$ y la permeabilidad magnética $(\mu(\omega))$ son funciones complejas de la frecuencia (ω) para la radiación.

La constante dieléctrica relativa k' y el factor dieléctrico de pérdida k'' son:

$$k' \equiv \frac{\epsilon'}{\epsilon_o} \quad \text{y} \quad k'' \equiv \frac{\epsilon''}{\epsilon_o}$$

La constante de propagación k se representa como una cantidad compleja.

$$k = \gamma + i\beta$$

Donde γ y β están relacionadas a las propiedades dieléctricas del medio y a la frecuencia de la radiación por:

$$\alpha = \frac{2\ \pi\ f}{c}\left[\frac{k'(\ [1 + \tan^2\delta\ ]^{1/2} - 1}{2}\right]^{1/2}$$

donde

$$\tan\ \delta = \frac{k''}{k'}$$

UNIDAD 3

" CARACTERÍSTICAS DE LAS MICROONDAS."

3.1.0 ¿QUE ES LA ENERGIA DE MICROONDAS?

Las microondas son ondas electromagnéticas que cubren una parte del espectro electromagnético, el cual es usualmente considerado en el rango de frecuencias de 300 MHz a 300 GHz, que se encuentra entre las radioondas y las radiaciones infrarojas. Sin embargo el término de microondas denota las técnicas y conceptos usados en este rango de frecuencias.

Las microondas viajan de la misma manera que un rayo de luz, viajan en línea recta. Estas pueden ser reflejadas por un objeto metálico, absorbidas por algunos materiales dieléctricos y transmitidas sin absorción significante a través de otros materiales dieléctricos. Por ejemplo:

El agua, el carbón y los alimentos con un alto contenido de agua son buenos absorbentes de las microondas; el vidrio, los cerámicos y los materiales termoplásticos permiten a las microondas pasar con poca o nula absorción.

Las microondas viajan en el espacio libre a la velocidad de la luz, su longitud de onda en el espacio libre (λ_o) es relacionado a la frecuencia con la siguiente ecuación:

$$\lambda_o = \frac{c}{f} \qquad (3.1)$$

λ_o = longitud de onda en el espacio libre.
c = velocidad de la luz.
f = frecuencia (ciclos/s).

Las microondas son una radiación no ionizante, a diferencia de la radiación ionizante como los Rayos gamma y Rayos X, que provocan el rompimiento de las ligaduras químicas o causan cambios moleculares en componentes por la extracción de sus electrones. Las microondas interaccionarán con los materiales dieléctricos, para la generación de calor por medio de agitación de las moléculas dentro de un campo electromagnético cambiante.

El espectro electromagnético se ilustra en la fig 3.1

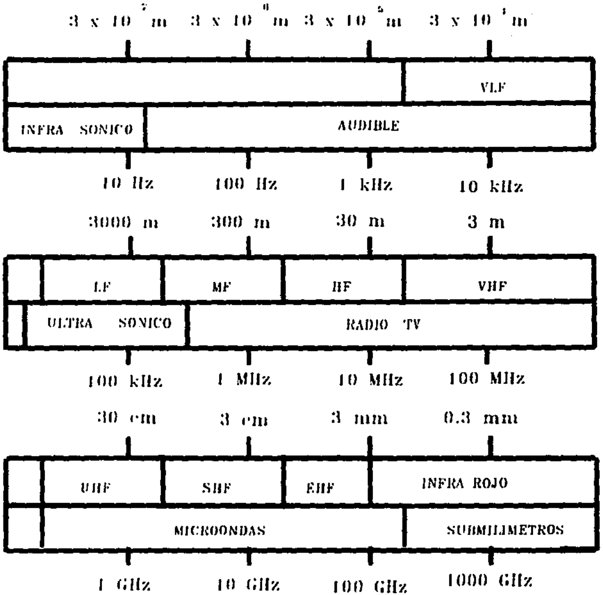


Fig. 3.1.- ESPECTRO ELECTROMAGNETICO

TABLA 3.1

RANGOS DE FRECUENCIAS PARA LAS DIFERENTES REGIONES EN EL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

ABREVIATURA	NOMBRE	FRECTENCIA
VLF	MUY BAJA FRECUENCIA.	10-30 KILOCICLOS.
LF	BAJA FRECUENCIA.	30-300 KILOCICLOS.
MF	MEDIA FRECUENCIA.	300-3000 KILOCICLOS.
HF	ALTA FRECUENCIA.	3-30 MEGACICLOS.
VHF	MUY ALTA FRECUENCIA.	30-300 MEGACICLOS.
UHF	ULTRA ALTA FRECUENCIA.	300-3000 MEGACICLOS.
SHF	SUPER ALTA FRECUENCIA.	3-30 GIGACICLOS.
EHF	EXTRA ALTA FRECUENCIA.	30-100 GIGACICLOS.

En la parte superior de la ilustración se especifica la longitud de onda y las bandas designadas.

En la parte inferior se muestra la frecuencia e identifica las diferentes regiones en el espectro.

La región de las microondas se extiende desde la banda de UHF hasta el infrarrojo, dentro del rango de los submilímetros.

3.2.0 MECANISMOS DE CALENTAMIENTO POR MICROONDAS.

Los sistemas de alimentos generalmente presentan altas constantes dieléctricas relativas debido al agua. También tienen una tangente de pérdida relativamente alta (0.1-1.0), por lo que son buenos materiales para atenuar las microondas.

Las microondas son utilizadas para el procesamiento de alimentos debido a el espontáneo calor que generan. Sin embargo, los mecanismos de interés principal para el calentamiento por microondas son la conducción iónica y la rotación dipolar.

3.2.1 CONDUCCIÓN IÓNICA.

En la conducción iónica, los componentes ionizados presentan cargas eléctricas y son acelerados por un campo eléctrico. Estos iones chocan aleatoriamente con los grupos no ionizados cuando están sujetos a un campo eléctrico. La energía cinética de estos iones se transmite como calor durante tales colisiones, presentándose como un aumento en la temperatura del material dieléctrico.

La velocidad de calentamiento debido a la conducción iónica puede ser expresada así:

$$\left[\frac{dT}{dt}\right]_{ionica} = \frac{P_\mu}{V_\mu} E^2 q_e n_\mu \qquad (3.2)$$

donde

$P\mu$ = potencia.

$V\mu$ = volumen del material.

E = Campo eléctrico.

q_e = Carga eléctrica de cada uno de los iones.

n = número de cargas.

μ = nivel de movilidad de los iones.

Para materiales que contienen diferentes tipos de iones en un volumen específico, la conductividad total es la suma de las conductividades individuales de cada ión.

La conductividad (σ_1) puede ser expresada como:

$$\sigma_1 = q_e n_\mu \qquad (3.3)$$

Es sin embargo un mecanismo de menor importancia que la rotación dipolar.

3.2.2 ROTACIÓN DIPOLAR.

Para el caso de rotación dipolar, la orientación aleatoria de los dipolos de los compuestos sufren un alineamiento y ciclos de desorientación a una velocidad igual a la frecuencia del campo aplicado.

Este aumento y decremento de la orientación genera energía cinética, que es convertida en calor. Para la rotación de dipolos la conductividad de calentamiento (σ_D), y es expresado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_o = 2\pi\ f\ \epsilon' \tan\ \delta \qquad (3.4)$$

Donde:

ϵ' = constante dieléctrica relativa.

tan δ = tangente de pérdida.

f = frecuencia del campo.

3.3.0 PARÁMETROS QUE AFECTAN EL CALENTAMIENTO POR MICROONDAS.

El calentamiento de materiales por la energía de microondas, es afectado por una gran cantidad de propiedades del equipo y el material que se calienta, el impacto de cada uno de estos debe ser considerado en el desarrollo de la tecnología de producción del producto y el diseño del sistema de procesamiento.

3.3.1 PROPIEDADES DIELÉCTRICAS.

Una de las propiedades de interés para el procesado de alimentos por microondas es la constante dieléctrica relativa (k' o ϵ') que es una medida de la habilidad de almacenar la energía eléctrica, mientras el factor dieléctrico de pérdida relativo (k'' o ϵ'') es la medida de la habilidad del material para disipar la energía eléctrica en forma de calor.

El término "relativo" se introduce para mostrar el hecho de que los valores se determinan en relación al aire o al vacío, volviéndose así adimensionales. Sin embargo, a menudo se omite el término "relativo". Las denominaciones de permitividad y capacitividad se recomiendan en la actualidad con preferencia al término de constante dieléctrica, pero hasta ahora no se encuentran citadas a menudo.

Al determinar la constante dieléctrica y el factor dieléctrico de pérdida para un material, se puede calcular la permitividad compleja relativa de un material usando la siguiente relación:

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon'' \qquad (3.51)$$

donde:

ϵ^* =Permitividad compleja relativa.

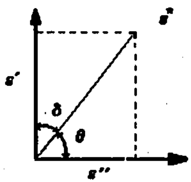
ϵ' =Constante dieléctrica.

ϵ'' =Factor dieléctrico de pérdida .

j =Constante.

donde el componente real es la constante dieléctrica y el componente imaginario es el factor dieléctrico de pérdida . Estos se grafican en la fig. 3.2 en forma de vectores cartesianos para un capacitor no ideal. El cociente entre el factor dieléctrico de pérdida y la constante dieléctrica, es definido como la tangente de pérdida.

$$\text{tangente de pérdida} = \text{Tan } \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{k''}{k'} \qquad (3.2)$$



$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

Fig.3.2.- propiedades dieléctricas en coordenadas rectangulares

La tangente de pérdida está definida para el material como la habilidad a ser penetrado por un campo eléctrico y disipar la energía eléctrica en forma de calor; de esa forma los materiales pueden ser clasificados en base a su tangente de pérdida.

Así, existen materiales con un alto valor en su tangente de pérdida tales como el agua que absorbe la energía de microondas eficientemente, mientras que materiales como el teflón que son altamente transparentes a las microondas generando poco calentamiento, presentan tangentes de pérdida bajos.

Es importante reconocer que estas propiedades varían significativamente con la frecuencia y la temperatura de procesamiento.

Las propiedades dieléctricas de los alimentos y otros materiales biológicos son, para muchos propósitos prácticos, determinados por su contenido de humedad, sólidos y contenido de sales.

Estas propiedades son caracterizadas como una función de la frecuencia y la temperatura por una ecuación designada como el modelo distributivo, que se basa en el tratamiento de alimentos sólidos como una mezcla homógenea de dos fases, que presenta iones acuosos dieléctricamente activos y el alimento sólido inerte.

En el modelo de distribución de la constante de permitividad compleja para una solución por unidad de volumen esta dada por:

$$\epsilon^{*}_{m} = \epsilon'_{c} x_{vc} + \epsilon'_{s} x_{vs} \qquad (3.7)$$

Donde:

ϵ^{*}_{m} = Permitividad compleja relativa para la mezcla.

ϵ'_{c} = Permitividad compleja relativa para la fase continua.

ϵ'_{s} = Permitividad compleja relativa para la fase suspendida.

x_{Vc} = Fracción volumen para la fase continua.

x_{Vs} = Fracción volumen para la fase suspendida.

Las propiedades para la fase acuosa son predichas por el modelo de Hasted-Debye, para soluciones acuosas iónicas.[27]

$$\epsilon'_{i} = \frac{k_{s} - 2\tilde{\delta} c - k_{0}}{1 + (\lambda_{s}/\lambda)^{2}} + k_{0} \qquad (3.8)$$

$$\epsilon''_{i} = \frac{(k_{s} - 2\tilde{\delta} c - k_{0})(\lambda_{s}/\lambda)}{1 + (\lambda_{s}/\lambda^{2})} + \frac{\Lambda c}{1\,000\,\omega\,\epsilon_{0}} \qquad (3.9)$$

Donde:

c = Concentración de sales disueltas.

ϵ'_{i} = Constante dieléctrica relativa para la solución iónica.

ϵ''_{i} = Factor dieléctrico de pérdida para la solución iónica.

k_{s} = Constante dieléctrica estática.

k_0 = Constante dieléctrica óptica.
ϵ_0 = Constante dieléctrica en el espacio libre.
(8.854×10^{-14} faraday/cm)
ω = Frecuencia angular (Radianes).
λ = Longitud de onda en el dieléctrico (cm).
λ_o = Longitud de onda en el espacio libre (cm).
λ_s = Longitud de onda crítica
$\bar{\delta}$ = Número promedio de hidratación
Λ = Conductividad equivalente de iónes en solución (mho cm^2/eq)

El modelo de Hasted-Debye se utiliza también para estimar la constante dieléctrica y el factor dieléctrico de pérdida en fluidos iónicos con bajo contenido de sólidos suspendidos, tal como el jugo de manzana y la leche, como una función de la temperatura y frecuencia.

Las propiedades dieléctricas básicas se relacionan a otras propiedades eléctricas que afectan la distribución de energía eléctrica dentro de un producto y la eficiencia de transferencia de energía del equipo de procesamiento por microondas al producto.

La distribución de energía dentro de un material biológico es determinada por un factor de atenuación relacionado al material por su constante dieléctrica y la tangente de pérdida dieléctrica. Estas propiedades varían con el tiempo y posición durante el ciclo de calentamiento, como una función de la frecuencia de procesamiento y el gradiente local de temperaturas, el factor de atenuación es definido como sigue:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_o}\left[\frac{\epsilon'[\ (1+\tan^2\delta\ )^{1/2}\ -1]}{2}\right]^{1/2} \qquad (\ 3.10\ )$$

El factor de atenuación es también el recíproco de la profundidad de penetración en un material o profundidad bajo la superficie de un material en la que la intesidad del campo eléctrico ha decaido hasta un porcentaje de 1/e.

$$z = \frac{\lambda_o}{2\pi}\left[\frac{2}{\epsilon'[\ (1+\tan^2\delta\ )^{1/2}\ -1]}\right]^{1/2} \qquad (\ 3.11\ )$$

La potencia atenuada en alguna profundidad desde la superficie es determinada por el factor de atenuación basado en la ecuación de absorción de Lambert-Bouger.[27]

$$Pa = Po\, e^{-2\alpha\Delta x} \qquad (3.12)$$

Donde:

Pa = Potencia absorbida o atenuada por la profundidad.

Po = Potencia inicial.

α = Factor de atenuación.

Δx = Profundidad.

Cuando la potencia incidente es absorbida a la mitad a la profundidad a la que esto sucede se le denomina profundidad de media potencia.

$$D_{50} = \frac{0.189\ \lambda_o}{\epsilon'^{1/2}\left[\ [1+\tan^2\delta\ ]^{1/2}-1\ \right]^{1/2}} \qquad (3.13)$$

Donde:

D_{50} = Profundidad de media potencia.

ϵ' = Constante dieléctrica.

λ_o = Longitud de onda en el espacio libre.

$\tan\delta$ = Tangente de pérdida.

Para valores de la $\tan\delta \ll 1$ la ecuación anterior puede ser simplificada a:

$$D_{50} = \frac{0.269\ \lambda_o}{\epsilon'^{1/2}\ \tan\delta} \qquad (3.14)$$

Otro parámetro con el que se compara la penetración de la onda electromágnetica en diferentes materiales es la profundidad de penetración.

3.3.2 CONVERSIÓN DE ENERGÍA.

En el desarrollo de productos por el procesado con microondas, es necesario reconocer que las microondas son una forma de energía no una forma de calor, que se manifiesta como calor bajo la interacción con un material, como el resultado de uno o más mecanismos de transferencia de energía.

La ecuación fundamental para la absorción de potencia de las microondas en un material puede ser expresada como sigue:

$$P_D = 55.61\, E^2\, f\, \epsilon'\, \tan \delta \times 10^{-14} \quad [\text{ Watts/cm}^3] \qquad (3.15)$$

Donde:

P_D = Potencia desarrollada en un volumen de material

E = fuerza del campo eléctrico (Volts/cm)

f = Frecuencia (Hz).

ϵ' = Constante dieléctrica.

$\tan \delta$ = Tangente de pérdida

Dos de estos parámetros, la fuerza del campo y la frecuencia, son propiedades de la fuente de energía, la constante dieléctrica y la tangente de pérdida son propiedades del material que es calentado. Incrementando el valor de algún factor se incrementa la cantidad de energía convertida.

Seleccionando la frecuencia más alta que sea disponible y la más alta potencia del campo, la conversión de energía puede ser maximizada. Sin embargo, la fuerza del campo puede ser limitada por las fallas en consideración al voltaje.

La constante dieléctrica relativa y la tangente de pérdida no pueden ser incrementadas sin alterar el material, pero en algunos materiales, especialmente alimentos, esto puede ser posible.

3.3.3. PROPIEDADES FÍSICAS.

Generalmente, las propiedades dieléctricas de un material son dependientes de varias propiedades físicas como la temperatura, humedad, densidad, etc. ya que estos factores determinan la profundidad de penetración de las microondas, la velocidad global de calentamiento, las velocidades de transferencia de calor (conducción interna y la convección superficial), que son determinadas por la difusividad térmica.

ÁREA SUPERFICIAL.

Como en el calentamiento convencional, el cocimiento de alimentos es más rápido en alimentos con gran área superficial. Así los alimentos que presentan una gran área superficial por unidad de volumen se cuecen más rápidamente y debido al mismo fenómeno, estos alimentos son enfriados rápidamente.

CALOR ESPECIFÍCO.

El calor especifíco de un alimento es la relación de la cantidad de energía requerida por una masa unitaria para subir la temperatura un grado. En productos alimenticios, para conocer el calor específico se requiere conocer su composición. La mayoría de sus constituyentes se ven afectados significativamente por el contenido de humedad, ya que el agua presenta un calor específico muy alto.

CONDUCTIVIDAD.

Esto define la habilidad de un material para conducir una corriente eléctrica, por el desplazamiento de electrones e iones, mientras que la rotación de dipolos define la generación de calor por microondas.

La conductividad iónica juega un mejor papel en muchos casos, especialmente en sistemas de alimentos. Por ejemplo la adición de sal causa un efecto en el calentamiento por microondas del producto y en algunos casos incrementa la velocidad de conducción.

LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA.

La conductividad térmica puede tener un importante efecto cuando se realiza el calentamiento de grandes materiales, donde la profundidad de penetración no es lo bastante grande, para un calentamiento central uniforme o cuando el tiempo de calentamiento es largo. En casos donde el tiempo de procesado es corto, la conductividad térmica juega un papel secundario.

DENSIDAD.

La densidad de un producto tiene un efecto sobre la constante dieléctrica. La constante dieléctrica para el aire es de 1.00 y el aire es, para propósitos de calentamiento industrial, como un medio completamente transparente.

Así, el contenido de aire reduce en los materiales la constante dieléctrica; por lo tanto, en un material de densidad decreciente su constante dieléctrica frecuentemente decrece en forma lineal. Así por ejemplo, en materiales porosos como el pan, que dan paso a la inclusión de aire, cuando son horneados su densidad decrece y son buenos aisladores.

Por lo tanto la transferencia de calor en estos materiales es muy difícil y lenta, excepto en calentamiento por microondas, donde las microondas penetran profundamente y son capaces de hornear el pan en un tercio del tiempo requerido por métodos convencionales o menos.

HUMEDAD.

El contenido de agua es usualmente el de mayor influencia en los alimentos para la absorción de las microondas. Usualmente la mayor cantidad de agua presente proporciona factores dieléctricos de pérdida altos como lo ilustra la fig. 3.3 , donde se muestra el cambio del factor dieléctrico de pérdida (ϵ'') con el contenido de humedad.

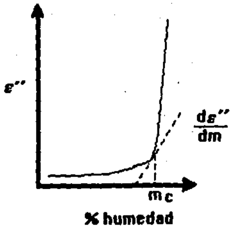


Fig. 3.3 .- Variación cualitativa del factor de pérdida contra el contenido de humedad. Donde m_c es el contenido de humedad crítico.

En esta figura se puede observar más claramente que a bajos niveles de humedad, el agua se encuentra ligada por lo que no es fácilmente afectado el proceso de calentamiento por la rápida alteración del campo magnético.

Cuando el nivel de humedad excede el contenido de humedad crítico (m_c), el factor dieléctrico de pérdida aumenta y el producto es mas receptivo a las microondas.

En general:

(A) El alto contenido de humedad proporciona constantes dieléctricas altas.

(b) El factor dieléctrico de pérdida usualmente aumenta con el contenido de humedad. Pero en niveles que están fuera del rango de (20-30 % de humedad), puede decrecer al aumentar el contenido de humedad.

(c) La constante dieléctrica de una mezcla, usualmente consiste de la contribución de todos sus componentes.

MASA.

Aquí se hacen dos consideraciones. Cuando la masa total se calienta en una sola etapa, y cuando solamente una pieza es sometida al proceso. Y esta última puede ser tratada mediante la geometría física y la densidad.

Para la masa total se busca una relación entre la masa y la potencia de las microondas que pueden ser aplicadas para la obtención de un calentamiento deseado.

Los sistemas de microondas pueden ser estructurados para acomodar 50, 500 o 5 000 lb o toda cantidad de material por hora. Cuando la masa total es pequeña, es mejor el uso de hornos tipo intermitente, mientras que los grandes volúmenes de producción frecuentemente se manejan en sistemas transportadores continuos.

Tal sistema transportador tiene la ventaja de proveer un calentamiento uniforme, por el movimiento del producto dentro del campo de microondas.

La relación costo del equipo/capital, influye en la selección de la masa que ha de ser calentada por unidad de tiempo. También es considerado el tamaño de la masa ya que si el material excede el ancho de la banda transportadora de 3 a 4 pies, esto puede causar problemas de uniformidad en el sistema .

TEMPERATURA.

La temperatura de un material juega un papel importante en el calentamiento por microondas por diferentes razones:

1) El factor dieléctrico de pérdida puede aumentar o decrecer con la temperatura del material, si la temperatura y el contenido de humedad cambian durante el calentamiento, estos pueden tener un efecto profundo sobre la constante dieléctrica, el factor dieléctrico de pérdida y la tangente de pérdida, y es importante conocer la relación existente entre estos parámetros en todo el material.

Un ejemplo de esto se muestra en la fig 3.4 que describe el cambio del factor dieléctrico de pérdida de *Douglas Fit* con la temperatura y el contenido de humedad.

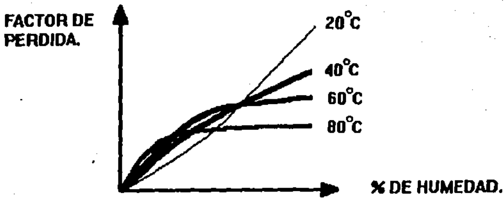


Fig 3.4 factor de pérdida dieléctrico de Douglas a 2450 Mhz, contra el contenido de humedad con la temperatura como parámetro.

2) En materiales congelados se visualiza un mayor efecto en el calentamiento, debido a las diferentes propiedades dieléctricas del hielo y el agua como lo muestra la tabla 3.2

TABLA 3.2

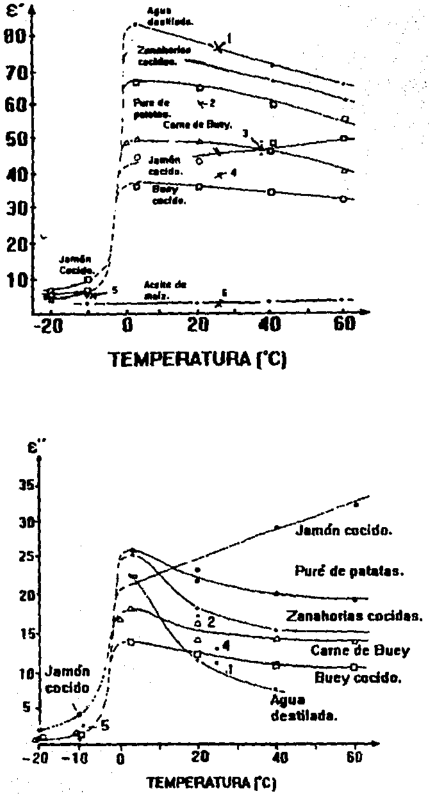
PROPIEDADES DIELECTRICAS DE AGUA Y HIELO

A 2450 MHz

SUSTANCIA	ϵ'	ϵ''	tan δ
Agua (25°C)	78	12.48	0.16
Hielo	3.8	0.0029	0.0009

Se observa que el agua es altamente absorbente por lo que puede ser mejor calentada por las microondas, mientras que el hielo es altamente transparente y no presenta un calentamiento total.

La variación del factor dieléctrico de pérdida con la temperatura, incluyendo la transición de hielo/agua, se representa gráficamente en la fig. 3.5



(a)

(b)

Fig.3.5.- (a) constante dieléctrica. (b) factor dieléctrico de pérdida para varios productos alimenticios a 2800 MHz, mostrando la dependencia de la temperatura y el rápido aumento durante la descongelación.

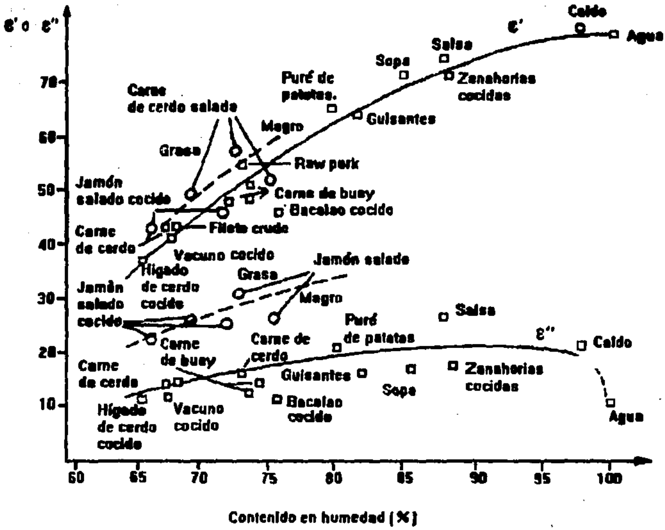


Fig. 3.6.- Propiedades dieléctricas de alimentos a 20°C, relación entre propiedades dieléctricas y contenido de humedad.

3) Si la temperatura inicial del producto alimenticio a ser calentado por las microondas es conocida o controlada, la potencia de las microondas puede ser ajustada para obtener temperaturas finales uniformes.

En otras palabras, si el sistema de microondas es colocado para elevar la temperatura de un material de 20 a 80°C, pero la temperatura del producto es de 15°C., solo se elevará la temperatura a 75°C, a menos que la potencia del sistema de microondas sea incrementada.

TAMAÑO.

Si el tamaño de cada pieza individual es muy larga en comparación a la longitud de onda y, más importante, a la profundidad de penetración, puede proporcionar un calentamiento no uniforme.

En otros casos sí el tamaño de la pieza es cercana a la longitud de onda, la temperatura puede ser más alta en el centro.

La selección de la frecuencia puede ser de ayuda aquí. Por ejemplo, la profundidad de penetración a 915 MHz. puede compensar el gran tamaño de los productos. La velocidad de calentamiento también es de gran ayuda para estos casos.

Si la selección es posible, conviene conservar el tamaño del producto pequeño y comparable con la longitud de onda.

FORMA.

La forma más regular es la esférica, con mayor uniformidad en el calentamiento. En prismas rectangulares sus orillas y rincones pueden tender a un sobrecalentamiento. La forma redonda es mejor que la esférica y un anillo es la forma ideal.

En pruebas que se realizaron con donas por ejemplo, es posible controlar la temperatura de salida de una dona con +/- 1°F, al realizar pruebas en una dona y varias donas sobre una cinta transportadora.

En productos tales como salchichas también se exhibe un calentamiento no uniforme. Con el fin de evitar el sobrecalentamiento excesivo, se selecciona la frecuencia y se reduce la velocidad de calentamiento para permitir que la conductividad térmica ayude en la distribución de temperaturas.

En las formas irregulares, se presenta alto calentamiento no uniforme. En piezas como las del pollo, existe un peligro real de sobrecalentamiento.

Esto también puede ser controlado con la reducción de la potencia de salida del microondas, aunque se extienda el tiempo de calentamiento.

Con una mezcla de piezas no uniforme, como por ejemplo las piezas de pollo, será necesario separar las partes como los muslos y pechuga para ser cocinados por separado de las alas; las Patas y el lomo se cocinan juntos.

MEJORAMIENTO EN EL DESARROLLO DE PRODUCTOS.

La tabla 3.3 revisa varios parámetros cuyo control puede guiar a mejorar el desarrollo de productos alimenticios por microondas. Estos parámetros no son discutivos previamente, pero su influencia sobre el sistema puede ser profunda.

TABLA 3.3

PARÁMETROS DEL PRODUCTO Y DEL SISTEMA
UTILIZADOS PARA CONTROLAR EL DESARROLLO
DEL PRODUCTO EN MICROONDAS

PARÁMETROS DEL SISTEMA

* SALIDA DE POTENCIA DE LAS MICROONDAS / VELOCIDAD DE CALENTAMIENTO.
* FRECUENCIA DEL SISTEMA DE MICROONDAS.
* USO DE FORMAS AUXILIARES DE CALENTAMIENTO.
* DISTRIBUCIÓN DEL CAMPO DE MICROONDAS.
* MOVIMIENTO DEL PRODUCTO A TRAVÉS DEL CAMPO.

PARÁMETROS DEL PRODUCTO.

* CAMBIOS REOLÓGICOS CON LA TEMPERATURA.
* BALANCEAMIENTO DE LOS CALORES ESPECÍFICOS EN SISTEMAS MULTICOMPONENTES.
* ACTIVIDAD DEL AGUA.
* LA FORMA Y GEOMETRÍA DEL PRODUCTO.
* CAMBIOS DE FORMULACIÓN, TAL COMO NIVEL DE SAL, NIVEL DE SABORIZANTE.

UNIDAD 4

" DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES ELÉCTRICAS IMPORTANTES. "

4.1.- DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS CONSTANTES ELÉCTRICAS IMPORTANTES EN EL CALENTAMIENTO POR MICROONDAS.

4.1.- CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO CAPACITIVO

Los capacitores tienen la posibilidad de almacenar carga eléctrica. La figura 4.1a muestra la forma más simple del capacitor, el cual consiste en dos placas metálicas paralelas separadas por un material dieléctrico o aislante.

Para la determinación de la constante dieléctrica relativa (ϵ'), se utilizó un método disponible para medir la capacitancia la cual viene dada por la siguiente relación:

$$\epsilon' = \frac{C}{C_o} \qquad (4.1)$$

Donde:

C = Capacitancia en el dieléctrico

C_o = Capacitancia cuando el espacio entre las placas está ocupado por el aire o vacío.

Diseño del experimento

1.- Se construyó un capacitor de placas paralelas de 2.2 cm. de alto por 3.7 cm. de ancho y 2.7 cm. de separación como dieléctrico. Se empleó agua y leche que son los materiales para obtener ϵ'.

2.- Se armó un circuito R-C (ver figura 4.1b) con una resistencia de 680 ohms.

3.- Se cargó el capacitor con un amperaje de 8 mA de corriente directa.

4.- Se siguió el comportamiento de este amperaje con respecto al tiempo, tomándose medidas períodicas de su valor.

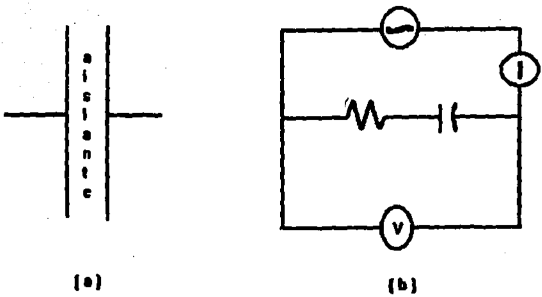


Fig. 4.1.- (a) se muestra la representación de un capacitor de placas paralelas(b) circuito resistencia-capacitor en serie.

El comportamiento de este circuito al descargarse, está dado por la siguiente ecuación:

$$\frac{i}{i_o} = e^{-(1/RC)t} \qquad (4.2)$$

De donde; i_o = Corriente en el tiempo cero.
i = Corriente en un tiempo dado.
R = Resistencia.
C = Capacitancia.
t = Tiempo.

Al graficar ln (i/i_o) contra t, se obtiene una recta cuya pendiente **m** es:

$$m = -1/RC \qquad (4.3)$$

Por lo tanto al despejar C se obtiene la capacitancia del material dieléctrico.

LOS DATOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE FUERON LOS SIGUIENTES:

Tiempo (s)	Corriente (mA)	
	Agua	Leche
10	5.39	7.39
20	3.65	6.76
30	2.47	6.19
40	1.70	5.69
50	1.13	5.28
60	0.78	4.94
70	0.54	4.42
80	0.33	4.20
90	0.28	3.45
100	0.17	3.18
m	-0.03815	-0.00912
b	-0.02903	-0.02765
r^2	0.997962	0.98636

La capacitancia de un capacitor de placas paralelas al vacio puede ser descrito en función de sus dimensiones, calculándola como el cociente de la carga entre el voltaje, dando lugar a la siguiente relación:

$$C_o = \frac{\epsilon'_o A}{d} \qquad (4.4)$$

Donde:

A = Area de la superficie de las placas.

d = Distancia entre las placas.

ϵ'_o = Constante dieléctrica del espacio libre o vacío. (8.85×10^{-12} F m^{-1}).

De la ecuación 4.3 se obtiene los valores de capacitancia para la leche y el agua.

$$C_L = \frac{1}{R_L\ m_L} = \frac{1}{1.058x10^3 * 0.00912} = 1.036 \times 10^{-8}\ F$$

$$C_A = \frac{1}{R_A\ m_A} = \frac{1}{2.66x10^8 * 0.0381} = 1.036 \times 10^{-8}\ F$$

Al considerar que las celdas son iguales se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\epsilon'_L}{\epsilon'_A} = \frac{C_L}{C_A}$$

Así:

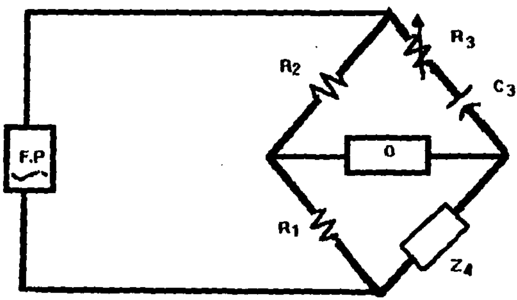
$$\epsilon'_L = \epsilon'_A * \frac{C_L}{C_A}$$

De la literatura[36], $\epsilon'_A = 78$, por lo tanto:

$$\epsilon'_L = \epsilon'_A * \frac{C_L}{C_A} = 78 * \frac{9.85 \times 10^{-8}}{1.036 \times 10^{-8}} = 7.525 \text{ a } 25^{\circ}C$$

4.2.- CONSTRUCCIÓN DEL PUENTE DE IMPEDANCIA.

El puente de Wheatstone es un método alternativo utilizado para medir con precisión resistencias variables entre 1 Ω y 1M Ω. El puente consiste en cuatro resistencias, una fuente de corriente continua y un galvanómetro centrado. Los cuales se conectan entre sí, como se ilustra en la fig. 4.2



C_3= CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS CONOCIDO
F.P = FUENTE DE FUNCIONES.
R_1 = RESISTENCIA 330Ω
R_2 = RESISTENCIA 330Ω
R_3 = RESISTENCIA VARAIABLE
O = OSCILOSCOPIO.
Z_4 = SUSTANCIA (LECHE)

Fig.4.2.- Diagrama esquematico del puente de impedancia usado para mediciones de constantes dielectricas.

El valor de Z_4, puede ser conocido mediante el puente de impedancia que es generalizado por el puente de Wheatstone. La operación de balance del puente consiste en ajustar R_1, R_2 y R_3 para obtener un voltaje de cero a la salida (o prácticamente para una salida mínima), como indica el detector.

La condición de equilibrio es:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \qquad (4.5)$$

Donde:

Z_1, Z_2, Z_3 y Z_4 son los brazos de impedancia para el tipo de puente mostrado en la figura 4.2. Las impedancias conocidas son:

$$Z_1 = R_1; \qquad Z_2 = R_2; \qquad Z_3 = R_3 + \frac{1}{i\ w\ C_3}$$

Donde; $w = 2\pi f$

Es conveniente escribir Z_4 como:

$$Z_4 = R_4 + \frac{1}{i\ w\ C_4} \qquad (4.6)$$

$$Z_4 = Z_R + Z_C; \qquad Z_R = R_4$$

Se puede ver que R_4 y C_4 son los parámetros de un resistor y capacitor ficticios los cuales conectados en serie dan la impedancia total Z_4.

Para obtener el valor de R_4, se coloca en el brazo de impedancia Z_3, el capacitor C_3 que fué conocido en el experimento anterior, y se varía la resistencia R_3 hasta obtener el equilibrio total del puente de impedancia.

Obteniéndose los siguientes resultados:

$R_3 = 6.12 \times 10^5\ \Omega$

$f = 1 \times 10^6$ Hz.

$i = 7.5 \times 10^{-6}$ A.

$R_1 = R_2 = 330\ \Omega$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de Z_3 se tiene que:

$w = 2\pi f = 2 * 3.1416 * 1x10^6 = 6.28x10^6$ Hz.

$$Z_3 = 6.12 \times 10^5 + \frac{1}{(7.5 \times 10^{-6} * 6.28 \times 10^6 * 9.85 \times 10^{-8}}$$

$$Z_3 = 6.12 \times 10^5 + 2.16 \times 10^5$$

4.1.3.- CÁLCULO DE LA TANGENTE DE PÉRDIDA.

Se obtiene apartir del cociente de la impedancia capacitiva y resistiva de la leche[8].

$$\tan \delta = \frac{Z_C}{Z_R} = \frac{2.16x10^5\ \Omega}{6.12x10^5\ \Omega} = 0.3538$$

UNIDAD 5

" CONSTRUCCIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL PARA LA PASTEURIZACIÓN DE PRODUCTOS LÁCTEOS"

5.1.0 MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS.

Los modelos matemáticos más comúnmente utilizados en la ingeniería y las ciencias son formulados en términos de variaciones infinitesimales espacio-temporales o del espacio de estados. Los sistemas físicos y dinámicos que tienen una variable independiente pueden ser modelados por ecuaciones diferenciales ordinarias, para sistemas con 2 o más variables independientes se requiere del uso de ecuaciones diferenciales parciales.

Varios métodos de resolución aplicables a ecuaciones diferenciales ordinarias y algunas ecuaciones diferenciales parciales dan la posibilidad de obtener soluciones analíticas. Sin embargo, la gran mayoría de las ecuaciones diferenciales y especialmente las no lineales y otras en la que se involucren largas ecuaciones diferenciales simultáneas, no tienen solución analítica y requieren de la aplicación de técnicas numéricas para darles solución.

Entre los métodos de solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales se encuentra el cálculo por medio de diferencias finitas y que puede ser llevado a cabo de 2 formas distintas, las cuales facilitan al usuario tomar una ecuación diferencial e integrarla numéricamente: por el cálculo de valores de la función como un número discreto de puntos (finitos) o, convenientemente si una serie de valores finitos es desarrollada.

En el método de diferencias finitas se propone la sustitución de las derivadas de la ecuación diferencial por razones de incrementos de las variables involucradas. El fundamento de la técnica es la regla de L. Hospital[25] que define una derivada como:

$$\frac{df(x)}{d\,x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad (5.1)$$

En el cálculo de diferencias finitas, el valor de $x - x_0$ no se hace próximo a cero, pero queda una cantidad finita, asi la derivada puede ser aproximada a:

$$\frac{df(x)}{d\,x} = \frac{f(x\ ) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad (5.2)$$

Para una gran cantidad de problemas científicos se tienen modelos matemáticos que corresponden a ecuaciones diferenciales de segundo orden, un ejemplo de esto es la ley de Fourier para la conducción de calor en estado no estacionario donde se observan segundas derivadas espaciales y primeras derivadas temporales:

$$\rho \; Cp \frac{\partial T}{\partial t} = k\left[\nabla^2 T\right] \tag{5.3}$$

Para flujo de calor bidimensional en coordenadas cartesianas se tiene la siguiente ecuación:

$$\rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} = k\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right] \tag{5.4}$$

Y en coordenadas cilíndricas:

$$\rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} = k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right] \tag{5.5}$$

La Ecuación de Fourier puede ser clasificada en tres formas generales: La Elíptica, Parabólica e Hiperbólica, dependiendo de los términos de la segunda derivada que sean diferente de cero, en la forma general de la ecuación:

$$a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + d\frac{\partial u}{\partial x} + e\frac{\partial u}{\partial y} + fu + g = 0 \tag{5.6}$$

Donde los coeficientes son otras constantes o funciones de las variables independientes, las tres formas se determinan por los siguientes criterios:

$b^2 - ac < 0$ Elíptica
$b^2 - ac = 0$ Parabólica
$b^2 - ac > 0$ Hiperbólica

Cuando la ecuación general es una ecuación diferencial homogénea el término $g = 0$.

Los ejemplos clásicos de las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden conforme a las tres formas canónicas son :

Ecuación de Laplace (elíptica)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Conducción de calor o la ecuación de difusión (parabólica)

$$\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

Ecuación de la onda (hiperbólica)

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Una clasificación similar para ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden con tres variables independientes es dada por Tychonov y Salamarski [7] . Esta clasificación incluye la elíptica, parabólica, Hiperbólica y ultrahiperbólica. La mayoría de las ecuaciones diferenciales en Ingeniería y Física son de segundo orden con 2, 3, ó 4 variables independientes. Muchas de estas ecuaciones tienen formas canónicas: sin embargo, los nombres elíptica, parabólica e hiperbólica tienen también aplicación para ecuaciones que no son de segundo orden, pero que poseen propiedades similares.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO.

En este método, las ecuaciones diferenciales parciales involucran sistemas bidimensionales y tridimensionales en los cuales, primeramente se establece que para los casos bidimensionales y tridimensionales existen dos y tres variables independientes respectivamente.

Para un caso bidimensional en un plano cartesiano con coordenadas (x,y) se divide toda la región con líneas equiespaciadas y los puntos son designados con la notación (i,j), como se muestra en la fig. 5.1

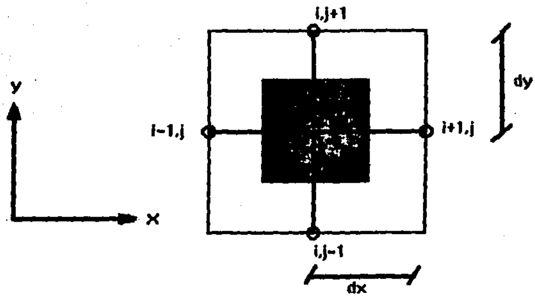


Fig. 5.1.- Designación de coordenadas cartesianas para un nodo central por el método de diferencias finitas

En este caso se pueden distinguir tres tipos de nodos:

a).- Nodos internos.

b).- Nodos orilla.

c).- Nodos esquina.

Para evaluar las derivadas parciales en términos de diferencias finitas, se muestra el desarrollo en la ecuación diferencial parabólica para la conducción de calor en estado estacionario en dos dimensiones para los nodos internos, donde se consideran tres nodos en cada dirección y para cada par de nodos cercanos se evalúa la primera derivada usando diferencias finitas hacia adelante y hacia atrás, y promediándolas.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_T}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{(Ecuación de Fourier)}$$

En el caso de segundas derivadas parciales de temperatura con respecto a x implica que y permanecerá constante, de esta forma se tiene:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right] = \frac{\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{II} - \left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{I}}{\partial x} \qquad (5.7)$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{I} = \left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right]_{BRAZO\ IZQ.} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x} \qquad (5.8a)$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{II} = \left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right]_{BRAZO\ DER.} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \qquad (5.8b)$$

Por lo tanto se obtiene:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\Delta}{\Delta x}\left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right] = \frac{\left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right]_{II} - \left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right]_{I}}{\Delta x} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \qquad (5.9)$$

De igual forma se evalúa la segunda derivada para coordenadas y:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\Delta}{\Delta y}\left[\frac{\Delta T}{\Delta y}\right] = \frac{\left[\frac{\Delta T}{\Delta y}\right]_{II} - \left[\frac{\Delta T}{\Delta y}\right]_{I}}{\Delta y} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \qquad (5.10)$$

De tal forma que la ecuación de Fourier queda como sigue:

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{\alpha_T}\,\frac{\delta T}{\delta t} \qquad (5.11)$$

Para la ecuación de Fourier en las primeras derivadas temporales se cálcula en base a un intervalo de tiempo:

$$\frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t}}{\Delta t} \qquad (5.12)$$

Por lo que la ecuación de Fourier queda, para el caso bidimensional en coordenadas cartesianas, como se muestra:

$$\frac{1}{\alpha_T}\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t}}{\Delta t} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

(5.13)

De tal forma que al despejar $T_{i,j}^{t+\Delta t}$ se evalúa la temperatura del nodo (i,j) al transcurrir un intervalo de tiempo mediante los valores de la temperatura de los 5 nodos involucrados en el tiempo anterior.

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = T_{i,j}^{t} + \alpha_T \Delta t\left[\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}\right]$$

(5.14)

Al realizar un barrido sobre todos los nodos del espacio bidimensional permite hallar la historia de los perfiles de temperatura es decir, $T = f(x,y,t)$. Para resolver esta distribución de temperaturas se requiere la incorporación al método de condiciones de frontera (inicial y límite), el primero es para una distribución homogénea de temperaturas en todo el producto y la condición límite se aplica a los nodos esquina y orilla.

Para estos nodos las ecuaciones anteriores son modificadas por la presencia de puntos convectivos y se tratan por separado, dependiendo de la geometría en particular que se esté considerando.

Para el caso de los nodos orilla, se puede hacer un balance de energía en un sistema bidimensional el cual presenta tres puntos conductivos y uno convectivo, de tal forma que la condición de frontera es:

$$-k_T \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{i=n} = h\,(T_{i,j} - T_{\infty}) \qquad (5.15)$$

Así que la ecuación 5.9 se modifica al presentar una frontera convectiva, obteniéndose:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\Delta}{\Delta x}\left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right] = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\Delta T}{\Delta x}\right]_{BRAZO\ IZQ.} = \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{(\Delta x)^2} \qquad (5.16)$$

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = T_{i,j}^{t} + \alpha_T \Delta t\left[\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}\right]$$

$$- \frac{h\Delta t}{\rho\ Cp\ \Delta x}(T_{i,j} - T_{\infty}) \qquad (5.17)$$

La ecuación 5.15 describe la convección superficial experimentada para un tiempo $t>0$, mientras que la ecuación 5.17 ayuda a calcular la temperatura superficial para cada incremento de tiempo considerando la transferencia de calor por conducción y convección.

De igual forma, para los nodos esquina, la condición de frontera se aplica a los dos ejes cartesianos, ya que presenta dos puntos convectivos y dos conductivos. Para el cálculo de temperaturas por cada incremento de tiempo se tiene:

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = T_{i,j}^{t} + \alpha_T \Delta t\left[\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{(\Delta y)^2}\right]$$

$$- \frac{2h\Delta t}{\rho\ Cp\ \Delta x}(T_{i,j} - T_{\infty}) \qquad (5.18)$$

Este método Diferencias Finitas se aplica en la determinación de la evolución de los perfiles de temperatura para las diferentes geometrías que se listan a continuación.

1.- Geometría Cilíndrica.

2.- Geometría Cónica.

3.- Geometría Rectangular.

Las tablas 5.1 a 5.3 especifican las ecuaciones por el método de diferencias finitas para la conducción y convección en diferentes geometrías y en las tablas 5.4 a 5.6 se les adiciona los términos de radiación.

TABLA 5.1

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS RECTANGULARES.

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2}\right]$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2}\right] - \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x}\left(T_{i,j} - T_{\infty}\right)$$

NODOS ESQUINA

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y^2}\right] - \left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y}\right]\left(T_{i,j} - T_{\infty}\right)$$

TABLA 5.2

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS CILINDRICAS

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^t + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^2} + \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right]$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^t + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^2} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right]$$

$$- \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta r} \left(T_{i,j} - T_\infty \right)$$

NODOS ESQUINA:

$$T^{t+\Delta t} = T^t + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^2} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y^2} \right]$$

$$- \left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta r} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y} \right] \left(T_{i,j} - T_\infty \right)$$

TABLA 5.3

RESUMEN DE ECUACIONES POR DIFERENCIAS FINITAS PARA SISTEMAS TRIDIMENSIONALES.

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^{2}} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^{2}}\right]$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^{2}} + \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}}{\Delta z^{2}}\right]$$

$$-\left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta z}\right](T_{i,j} - T_{\infty})$$

NODOS ESQUINA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j}}{\Delta y^{2}} + \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}}{\Delta z^{2}}\right]$$

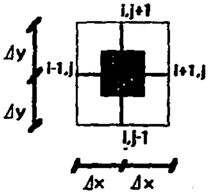
$$-\left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta z}\right](T_{i,j} - T_{\infty})$$

TABLA 5.4

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS RECTANGULARES.

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i+1,j}-2T_{i,j}+T_{i-1,j}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j+1}-2T_{i,j}+T_{i,j-1}}{\Delta y^{2}}\right]$$

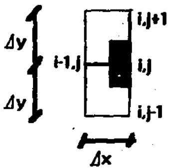


$$+\,Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N-(i+1))}-e^{-2\alpha\Delta x(N-i)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))}-e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right] * (fc)$$

$$+\,Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))}-e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))}-e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (fc)$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j}-T_{i,j}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j+1}-2T_{i,j}+T_{i,j-1}}{\Delta y^{2}}\right] - \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x}\left(T_{i,j}-T_{\infty}\right)$$



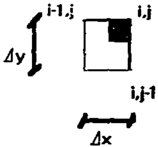
$$+\,Po\left[1-e^{-2\alpha\Delta x}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))}-e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right] * (fc)$$

$$+\,Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))}-e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))}-e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (fc)$$

TABLA 5.4 Continuación.

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS RECTANGULARES.

NODOS ESQUINA



$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j}-T_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1}-T_{i,j}}{\Delta y^2} \right] - \left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y} \right]\left(T_{i,j} - T_{\infty} \right)$$

$$+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta x}\right] * (\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right] * (\mathrm{fc})$$

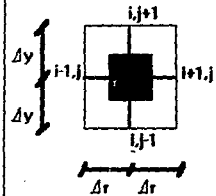
$$+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta y}\right] * (\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (\mathrm{fc})$$

TABLA 5.5

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS CILINDRICAS

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^{2}} + \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta r^{2}} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^{2}} \right]$$



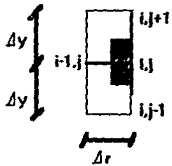
$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta r(N-(i+1))} - e^{-2\alpha\Delta r(N-i)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta r(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta r(N+i)}\right] * (fc)$$

$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (fc)$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^{2}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta r^{2}} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^{2}} \right] - \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta r}\left(T_{i,j} - T_{\infty} \right)$$

$$+Po\left[1 - e^{-2\alpha\Delta r}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta r(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta r(N+i)}\right] * (fc)$$



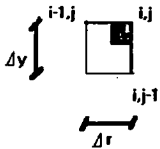
$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right] * (fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (fc)$$

TABLA 5.5 Continuación.

RESUMEN DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS PARA COORDENADAS CILINDRICAS

NODOS ESQUINA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp} * \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2i\Delta r^2} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y^2} \right] - \left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta r} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y} \right] (T_{i,j} - T_{\infty})$$



$$+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta r}\right]*(\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta r(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta r(N+i)}\right]*(\mathrm{fc})$$

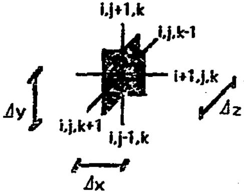
$$+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta y}\right]*(\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right]*(\mathrm{fc})$$

TABLA 5.6

RESUMEN DE ECUACIONES POR DIFERENCIAS FINITAS PARA SISTEMAS TRIDIMENSIONALES.

NODOS INTERNOS:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2}\right]$$



$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N-(i+1))} - e^{-2\alpha\Delta x(N-i)}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right]*(fc)$$

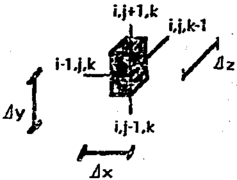
$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right]*(fc)$$

$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta z(N-(k+1))} - e^{-2\alpha\Delta z(N-k)}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta z(N+(k-1))} - e^{-2\alpha\Delta z(N+k)}\right]*(fc)$$

NODOS ORILLA:

$$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}}{\Delta z^2}\right]$$

$$-\left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta z}\right](T_{i,j} - T_{\infty})$$

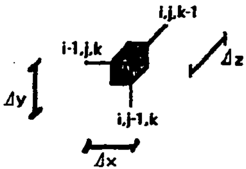


$$+Po\left[1 - e^{-2\alpha\Delta x}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right]*(fc)$$

$$+Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N-(j+1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N-j)}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right]*(fc)$$

$$+Po\left[1 - e^{-2\alpha\Delta z}\right]*(fc) + Po\left[e^{-2\alpha\Delta z(N+(k-1))} - e^{-2\alpha\Delta z(N+k)}\right]*(fc)$$

TABLA 5.6 Continuación.

RESUMEN DE ECUACIONES POR DIFERENCIAS FINITAS PARA SISTEMAS TRIDIMENSIONALES.	
NODOS ESQUINA 	$T^{t+\Delta t} = T^{t} + \frac{k\Delta t}{\rho Cp}\left[\frac{T_{i-1,j,k}-T_{i,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1,k}-T_{i,j}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k-1}-T_{i,j,k}}{\Delta z^2}\right]$ $-\left[\frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta x} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta y} + \frac{h\Delta t}{\rho Cp\Delta z}\right](T_{i,j}-T_{\infty})$ $+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta x}\right] * (\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta x(N+(i-1))} - e^{-2\alpha\Delta x(N+i)}\right] * (\mathrm{fc})$ $+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta y}\right] * (\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta y(N+(j-1))} - e^{-2\alpha\Delta y(N+j)}\right] * (\mathrm{fc})$ $+\mathrm{Po}\left[1 - e^{-2\alpha\Delta z}\right] * (\mathrm{fc}) + \mathrm{Po}\left[e^{-2\alpha\Delta z(N+(k-1))} - e^{-2\alpha\Delta z(N+k)}\right] * (\mathrm{fc})$

5.2.0.- DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA.

Se utilizará como ejemplo el programa de la absorción de microondas para formas cilíndricas en un horno doméstico de 800 Watts. Este programa se llama CILIND6.BAS escrito en quickbasic.

Este programa consiste en evaluar la temperatura en toda la red de nodos (i,j) para una cuarta parte de un cilindro de la sustancia contenida en él, al transcurrir un pequeño intervalo de tiempo (Δt).

Este programa está estructurado de la siguiente forma:

SECCION DEL PROGRAMA

TITULO.

INTRODUCCION DE DATOS

- *Condiciones de trabajo.*
- *Especificaciones del cilindro.*
- *Especificaciones del equipo.*

CALCULO DEL CRITERIO DE ESTABILIDAD. (NUMERO DE FOURIER)

INICIALIZACION DE TEMPERATURA.

- *Homogenización de la temperatura.*
- *Inicio del contador de tiempo.*

EVALUACION DE LA TEMPERATURA PARA LOS INCREMENTOS DE TIEMPO PARA LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN Y RADIACIÓN.

- *Nodos Orilla.*
- *Nodos Esquina.*
- *Nodos Internos.*

EVALUACION DE LA TEMPERATURA POR LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION.

GRAFICADOR DEL PERFIL DE TEMPERATURAS EN LOS INTERVALOS DE TIEMPO.

OPCION PARA CONTINUAR O SALIR DEL PROGRAMA.

FIN.

SUBRUTINAS:

1.- *Cálculo de propiedades físicas para los nodos a cada temperatura.*

2.- *Contador de tiempo en el cual opera el magnétron.*

3.- *Graficador.*

De acuerdo al programa en las etiquetas 1 a 85 se introducen los datos para dar inicio al calentamiento por microondas.

En la etiqueta 90 se cálcula el número de Fourier a las condiciones iniciales, ya que es un criterio de estabilidad el cual evita oscilaciones en el cambio de temperatura por lo que para nodos internos en dos dimensiones este es (1 -4 Fo) >= 0 ó Fo =< 1/4.

Entre las etiquetas 100 a 180 se da una condición inicial a todos los nodos, esto es, se proporciona una temperatura homogénea e inician los contadores.

Las siguentes indicaciones son para evaluar la temperatura para cada incremento de tiempo por la incidencia de la energía electromagnética sobre el cilindro y además de los dos mecanismos de convección y conducción.

Para evaluar la transferencia de calor interna se necesita obtener el valor del coeficiente de convección interno, para ello se utilizan las siguentes correlaciones empíricas.

Se evalúa el Raleigh.[19]

$$Ra = PrGr = \frac{g\ B\ \rho^2\ Cp}{\mu\ k}\ \Delta x^3\ \Delta t \qquad (5.19)$$

$$\frac{g\ B\ \rho^2\ Cp}{\mu\ k} = Cte = 2.41x\,10^8\ T\ (i,j)^{1.3695} \qquad (5.20)$$

$$Nu = 0.59 * Ra^{0.25} \qquad (5.21)$$

$$h = \frac{k}{Nu\ \Delta x} \qquad (5.22)$$

Se recalculan las temperaturas tomando en cuenta el efecto convectivo y se regresa a la etiqueta 160 para calcular la temperatura en otro incremento de tiempo. Cuando éste alcanza el tiempo de procesado que se especificó al inicio del programa, entonces se termina con la ejecución del programa

La subrutina 1 calcula las propiedades físicas para evaluar los tres mecanismos de transferencia de calor.

La subrutina 2 contabiliza el tiempo en que el producto es irradiado por las microondas en un ciclo de encendido-apagado de la fuente de microondas de 22 segundos.

Cuando se apaga el magnetrón los mecanismos de conducción y convección se encargan de llevar la sustancia hasta una temperatura homogénea.

Subrutina 3 se encarga de mostrar en pantalla una gráfica en donde se observa el perfil de temperaturas contra tiempo.

```
1 CLS
SCREEN 8
COLOR 7, 4
PRINT "* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *"
PRINT "* *                                                                                       * *"
PRINT "* *          PROGRAMA PARA LA PREDICCION DE LA TEMPERATURA                                * *"
PRINT "* *                                                                                       * *"
PRINT "* *          EN EL CALENTAMIENTO DE AGUA POR MICROONDAS                                   * *"
PRINT "* *                                                                                       * *"
PRINT "* *                   EN RECIPIENTES CILINDRICOS                                          * *"
PRINT "* *                                                                                       * *"
PRINT "* *                   ( HORNOS DOMESTICOS )                                               * *"
PRINT "* *                                                                                       * *"
PRINT "* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *"
TI = 25: MTIME = 60: LC = .065: RI = .032
P0 = 800: N = 6
15 PRINT :
16 INPUT "TEMPERATURA INICIAL (C)="; TI
17 INPUT "TIEMPO MAXIMO DE PROCESADO (seg)="; MTIME
18 CLS
REM "INTERVALO DE TIEMPO ACOPLADOS EN LOS QUE SE DESEA IMP RESULTADOS";L
REM "CAPACIDAD CALORIFICA"; CP
REM "CONDUCTIVIDAD TERMICA";TK
REM "CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL AIRE (H)";H
REM "DENSIDAD";DEN
REM "LONGITUD DE ONDA (m)"LAMBDA
REM "INTERVALO DE TIEMPO (Seg);DT
REM "TEMPERATURA AMBIENTE (C)";TAMB
REM "TEMPERATURA MAXIMA (C)";TMAX
CLS
29 SCREEN 8
30 COLOR 7, 4
A$(1) = "LEFT": A$(2) = "RIGHT": A$(3) = " TOP ": A$(4) = "BOTTOM"
PSET (100, 10): LINE -(100, 75): LINE -(200, 75): LINE -(200, 10): LINE -(100, 10)
LINE (95, 23)-(100, 18): LINE -(105, 23)
LINE (175, 72)-(182, 75): LINE -(175, 78)
LOCATE 6, 7: PRINT "ALTURA": LOCATE 11, 17: PRINT "RADIO"
PSET (300, 10): LINE -(300, 75): LINE -(400, 75)
LINE (295, 14)-(300, 10): LINE -(305, 14)
LINE (395, 71)-(400, 75): LINE -(395, 79)
```

```
LOCATE 11, 34: PRINT " ( 0,0 ) "
LOCATE 10, 52: PRINT "(I)": LOCATE 1, 36: PRINT " (J) "
LOCATE 14, 1: PRINT "DIMENSIONES ESPECIFICAS DEL CILINDRO "
INPUT "ALTURA DEL LIQUIDO EN METROS  (EJE EN Y)="; LC
INPUT "RADIO DEL CILINDRO EN METROS (EJE EN X)="; RI
41 INPUT "NIVEL DE CALENTAMIENTO EN EL HORNO (1 a 10)="; PCAL
42 IF PCAL < 1 OR PCAL > 10 THEN GOTO 41
43 INPUT " NUMERO DE DIVISIONES= "; N
44 CLS
REM "CALCULO DEL TIEMPO EN FUNCIONAMIENTO DEL MAGNETRON "
TAP = 20 - 2 * PCAL
TIME1 = 22 - TAP
TI = TI * 1.8 + 32
DEN = 62.7538 - .0035347 * TI - 4.8198E-05 * TI ^ 2
DEN = DEN * 16.018
CP = 1.0152 - 3.6171E-04 * TI - 2.1709E-06 * TI ^ 2 - 2.9831E-09 * TI ^ 3
CP = CP * 4187
TK = .31171 + 6.2278E-04 * TI - 1.1159E-06 * TI ^ 2
TK = TK * 1.7302
TMAX = 100: LAMBDA = .12: H = 25
DT = 2: L = 4
DX = RI / N: N1 = N + 1: N2 = N + 2
DY = LC / (2 * N): M1 = N + 1: M2 = N + 2
TI = (TI - 32) / 1.8
SUP = 2 * 3.1416 * LC * RI + 2 * 3.1416 * RI ^ 2
C = 0
CICLO = 22
70 DIM T(2 * N1, 2 * M2)
75 DIM ZG(2 * M1), ZNG(2 * M1), DIVX(2 * N + 2)
80 DIM XY(N1 * 4), XNG(N1 * 4), YNG(4 * N1)
85 DIM X(4 * N1), Y(M1 * 4), XN(N1 * 4), YN(M1 * 4), XG(4 * N1), YG(4 * N1)
DIM XGRAF(2 * N1, 2 * N1), XNGRAF(2 * N1, 2 * N1), YGRAF(2 * N1, 2 * N1),
YNGRAF(2 * N1, 2 * N1)
90 FO = (TK * DT) / (DEN * CP * DY ^ 2)
95 IF FO <= .25 THEN GOTO 100 ELSE 600
100 ' PRINT "* * * * * * * * * * * *CICLO DE INICIALIZACION* * * * * * * * * * * *"
105 ' PRINT "* * * * * * * * * * * *        DE TEMPERATURA          * * * * * * * * * * * *"
110 TIME = 0
115 FOR I = 0 TO N1
120 FOR J = 0 TO M1
130 T(I, J) = TI
135 NEXT J: NEXT I
GOTO 150
140 PRINT "    TIEMPO = 0 "
     SCREEN 8: WIDTH 80: COLOR 7, 4
     PRINT TIT$: PRINT "CICLO DE INICIALIZACION"
     FOR J = 1 TO N1
     FOR I = 1 TO M1
     PRINT USING "###.####"; T(I, J);
     NEXT I: PRINT : NEXT J: PRINT
150 GOSUB 1280: REM SUBRUTINA DE GRAFICACION
155 IC = 0
160 IF IC >= L THEN 150 ELSE 165
165 IC = IC + DT
170 IF TIME >= MTIME THEN 600 ELSE 175
175 TIME = TIME + DT
180 P0 = 800
210 ' PRINT "* * * * * * * * * * * CALCULO DE TEMPERATURAS PARA * * * * * * * * * * *"
220 ' PRINT "* * * * * * * * * *      NODOS ORILLA EN ENVOLVENTE       * * * * * * * * * *"
221 C = C + DT
IF C <= CICLO THEN GOTO 230 ELSE 225
225 C = DT
230 I = N1: FOR J = 1 TO N
240 GOSUB 1000
PAT = P0 * (1 - EXP(PROFX)) * FC1
PAT2 = P0 * (EXP(PROFX * (N1 + I - 1)) - EXP(PROFX * (N1 + I))) * FC1
PAT3 = P0 * (EXP(PROFY * (N1 - J)) - EXP(PROFY * (N1 - J + 1))) * FC2
PAT4 = P0 * (EXP(PROFY * (M1 + J - 1)) - EXP(PROFY * (M1 + J))) * FC2
CONV1 = (H * DT) / (DEN * CP * DX) * (T(I, J) - TAMB)
COND1 = (TK * DT) / (DEN * CP * I * DX ^ 2) * (T(I - 1, J) - T(I, J))
COND2 = (TK * DT) / (DEN * CP * DX ^ 2) * (T(I - 1, J) - T(I, J))
```

```
COND3 = (TK * DT) / (DEN * CP * DY ^ 2) * (T(I, J + 1) - 2 * T(I, J) + T(I, J - 1))
GOSUB 1100
T(I, J) = T(I, J) + COND1 + COND2 + COND3 + PAT + PAT2 + PAT3 + PAT4 - CONV1
250 NEXT J
260 ' PRINT "* * * * * * * * * * CALCULO DE TEMPERATURAS PARA * * * * * * * * * *"
270 ' PRINT " * * * * * * * * *          TAPA SUPERIOR          * * * * * * * * * *"
280 J = M1: FOR I = 1 TO N
290 GOSUB 1000
PAT = P0 * (EXP(PROFX * (N1 - I)) - EXP(PROFX * (N1 - I + 1))) * FC1
PAT2 = P0 * (EXP(PROFX * (N1 + I - 1)) - EXP(PROFX * (N1 + I))) * FC1
PAT3 = P0 * (1 - EXP(PROFY)) * FC2
PAT4 = P0 * (EXP(PROFY * (M1 + J - 1)) - EXP(PROFY * (M1 + J))) * FC2
CONV1 = (H * DT) / (DEN * CP * DX) * (T(I, J) - TAMB)
COND1 = (TK * DT) / (DEN * CP * 2 * I * DX ^ 2) * (T(I + 1, J) - T(I - 1, J))
COND2 = (TK * DT) / (DEN * CP * DX ^ 2) * (T(I + 1, J) - 2 * T(I, J) + T(I - 1, J))
COND3 = (TK * DT) / (DEN * CP * DY ^ 2) * (T(I, J - 1) - T(I, J))
GOSUB 1100
T(I, J) = T(I, J) + COND1 + COND2 + COND3 + PAT + PAT2 + PAT3 + PAT4 - CONV1
300 NEXT I
310 ' PRINT "* * * * * * * * * * CALCULO DE TEMPERATURAS PARA * * * * * * * * * *"
320 ' PRINT " * * * * * * * * *  LOS NODOS ESQUINA EN LA TAPA S.  * * * * * * * * *"
330 I = N1: J = M1
340 GOSUB 1000
PAT = P0 * (1 - EXP(PROFX)) * FC1
PAT2 = P0 * (EXP(PROFX * (N1 + I - 1)) - EXP(PROFX * (N1 + I))) * FC1
PAT3 = P0 * (1 - EXP(PROFY)) * FC2
PAT4 = P0 * (EXP(PROFY * (M1 + J - 1)) - EXP(PROFY * (M1 + J))) * FC2
CONV1 = (H * DT) / (DEN * CP * DX) * (T(I, J) - TAMB)
COND1 = (TK * DT) / (DEN * CP * I * DX ^ 2) * (T(I - 1, J) - T(I, J))
COND2 = (TK * DT) / (DEN * CP * DX ^ 2) * (T(I - 1, J) - T(I, J))
COND3 = (TK * DT) / (DEN * CP * DY ^ 2) * (T(I, J - 1) - T(I, J))
GOSUB 1100
T(I, J) = T(I, J) + COND1 + COND2 + COND3 + PAT + PAT2 + PAT3 + PAT4 - 2 * CONV1
350 ' PRINT "* * * * * * * * * * CALCULO DE TEMPERATURAS PARA * * * * * * * * * *"
360 ' PRINT " * * * * * * * * *        LOS NODOS INTERNOS        * * * * * * * * * *"
370 FOR I = 1 TO N: FOR J = 1 TO N
380 GOSUB 1000
PAT = P0 * (EXP(PROFX * (N1 - I)) - EXP(PROFX * (N1 - I + 1))) * FC1
PAT2 = P0 * (EXP(PROFX * (N1 + I - 1)) - EXP(PROFX * (N1 + I))) * FC1
PAT3 = P0 * (EXP(PROFY * (M1 - J)) - EXP(PROFY * (M1 - J + 1))) * FC2
PAT4 = P0 * (EXP(PROFY * (M1 + J - 1)) - EXP(PROFY * (M1 + J))) * FC2
COND1 = (TK * DT) / (DEN * CP * 2 * I * DX ^ 2) * (T(I + 1, J) - T(I - 1, J))
COND2 = (TK * DT) / (DEN * CP * DX ^ 2) * (T(I + 1, J) - 2 * T(I, J) + T(I - 1, J))
COND3 = (TK * DT) / (DEN * CP * DY ^ 2) * (T(I, J + 1) - 2 * T(I, J) + T(I, J - 1))
GOSUB 1100
T(I, J) = T(I, J) + COND1 + COND2 + COND3 + PAT + PAT2 + PAT3 + PAT4
390 NEXT J: NEXT I
I = 0: FOR J = 1 TO M1
    T(I, J) = T(1, J)
    NEXT J
J = 0: FOR I = 1 TO N1
    T(I, J) = T(I, 1)
    NEXT I
400 ' PRINT "* * * * * * * * * * * CALCULO DE LA CONVECCION LIBRE * * * * * * * * * *"
405 ' PRINT " * * * * * * * * * * *        PARA NODOS INTERNOS        * * * * * * * * * *"
410  FOR I = 1 TO N: FOR J = 1 TO N
GOSUB 1000
CTE1 = 2.41E+08 * T(I, J) ^ 1.3695
RaX1 = CTE1 * DX ^ 3 * ABS(T(I + 1, J) - T(I, J))
NuX1 = .59 * RaX1 ^ (.25)
HX1(I, J) = TK * NuX1 / DX
RaY1 = CTE1 * DY ^ 3 * ABS(T(I, J - 1) - T(I, J))
NuY1 = .59 * RaY1 ^ (.25)
HY1(I, J) = TK * NuY1 / DX
CTE2 = 2.41E+08 * T(I, J) ^ 1.3695
RaX2 = CTE1 * DX ^ 3 * ABS(T(I - 1, J) - T(I, J))
NuX2 = .59 * RaX2 ^ (.25)
HX2(I, J) = TK * NuX2 / DX
RaY2 = CTE1 * DY ^ 3 * ABS(T(I, J - 1) - T(I, J))
NuY2 = .59 * RaY2 ^ (.25)
HY2(I, J) = TK * NuY2 / DX
```

```
INCX = (HX1(I, J) * DT) / (DEN * CP * DX) * (T(I + 1, J) - T(I, J))
INCX2 = (HX2(I, J) * DT) / (DEN * CP * DX) * (T(I - 1, J) - T(I, J))
INCY = (HY1(I, J) * DT) / (DEN * CP * DY) * (T(I, J - 1) - T(I, J))
INCY2 = (HY2(I, J) * DT) / (DEN * CP * DY) * (T(I, J + 1) - T(I, J))
TC(I, J) = T(I, J) + INCX + INCX2 + INCY + INCY2
NEXT J: NEXT I
FOR I = 1 TO N: FOR J = 1 TO N
T(I, J) = TC(I, J)
NEXT J: NEXT I
GOTO 550
500 PRINT " TIEMPO DE CALENTAMIENTO"; TIME
550 GOTO 160
600 PRINT " DESEA CONTINUAR O REGRESAR A MENU PRINCIPAL "
PRINT " 1.- CONTINUAR EN LA EJECUCION DEL PROGRAMA"
PRINT " 2.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL "
INPUT " OPCION "; SEGUIR
IF SEGUIR < 1 OR SEGUIR > 2 THEN GOTO 600
IF SEGUIR = 1 THEN RUN "A:\PROGRAMA\CILIND6.BAS"
IF SEGUIR = 2 THEN RUN "A:\PROGRAMA\MENU.BAS"
700 END

1000 '* * * * SUBRUTINA 1: CALCULO DE LAS PROPIEDADES FISICAS Y ELECTRICAS * * * *
T(I, J) = T(I, J) * 1.8 + 32
KPRIMA = 10 ^ 1.978394 * 10 ^ (-.0011 * T(I, J))
KDIP = 10 ^ 2.930351 * T(I, J) ^ (-1.26778)
TANP = KDIP / KPRIMA
ALFA = (2 * 3.1416 / LAMBDA) * ((KPRIMA * ((1 + TANP ^2) ^ (1 / 2) - 1) / 2) ^ (1 / 2))
DEN = 62.7538 - .0035347# * T(I, J) - 4.8198E-05 * T(I, J) ^ 2
DEN = DEN * 16.018
CP = 1.0152 - 3.6171E-04 * T(I, J) - 2.1709E-06 * T(I, J) ^ 2 - 2.9831E-09 * T(I, J) ^ 3
CP = CP * 4187
TK = .31171 + 6.2278E-04 * T(I, J) - 1.1159E-06 * T(I, J) ^ 2
TK = TK * 1.7302
PROFX = -2 * ALFA * DX
PROFY = -2 * ALFA * DY
T(I, J) = (T(I, J) - 32) / 1.8
FC1 = DT * 2 / (DEN * CP * SUP * DX)
FC2 = DT * 2 / (DEN * CP * SUP * DY)
RETURN
1100 '* * * * SUBRUTINA 2: CONTADOR DEL TIEMPO DE FUNCIONAMIENTO DEL MAGNETRON * * * *
1105 IF C < TIME1 THEN 1120 ELSE 1110
1110 IF C > TIME1 THEN 1115 ELSE 1120
1115 PAT = 0: PAT2 = 0: PAT3 = 0: PAT4 = 0
1120 RETURN
1280 '* * * * * * * * * * " GRAFICADOR DE FUNCIONES ANALITICAS " * * * * * * * * *
CLS
FOR J = 1 TO N
 FOR I = 1 TO N
    YGRAF(I, J) = T(N1 - I, N1 - J)
    YGRAF(2 * N - I, J) = T(N1 - I, N1 - J)
    YGRAF(I, 2 * N - J) = T(N1 - I, N1 - J)
    YGRAF(2 * N - I, 2 * N - J) = T(N1 - I, N1 - J)
NEXT I
NEXT J
GOTO 67
FOR I = 1 TO N * 2
    CLS
    FOR J = 1 TO N * 2
        PRINT "T"; I; J; "="; YGRAF(I, J)
    NEXT J
   DO LOOP WHILE INKEY$ = ""
NEXT I
67
REM * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *
REM * * * * * * * * * SUBRUTINA DE GRAFICACION * * * * * * * * * * * *
REM * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *
4000
XMAX = 2 * N: XMIN = 0
DELTAX = (XMAX - XMIN) / N
FOR J = 1 TO 2 * N
FOR I = 1 TO 2 * N
```

```
XGRAF(I, J) = I
NEXT I: NEXT J
REM OBTENCION DE VALORES EXTREMOS DE LA FUNCION
YMIN = YGRAF(1, 1): YMAX = YGRAF(1, 1)
FOR I = 1 TO 2 * N - 1
FOR J = 1 TO N * 2 - 1
IF YMIN > YGRAF(I, J) THEN YMIN = YGRAF(I, J)
IF YMAX < YGRAF(I, J) THEN YMAX = YGRAF(I, J)
NEXT J: NEXT I
REM UNA VEZ OBTENIDOS LOS VALORES EXTREMOS USUARIO DECIDE INTERVALO DE GRAFICACION
XMINGRAF = 0: XMAXGRAF = N * 2
YMINGRAF = 0: YMAXGRAF = 100
SCALEX = 1: SCALEY = 10
SCREEN 8
LINE (40, 30)-(40, 149)
LINE (40, 30)-(229, 30)
LINE (40, 149)-(229, 149)
LINE (229, 30)-(229, 149)
PASX = XMAXGRAF - ABS(XMINGRAF)
IF TIME = 0 THEN
PASY = YMAXGRAF + ABS(YMINGRAF)
ELSE
PASY = YMAXGRAF - ABS(YMINGRAF)
END IF
EJEY = 40 + (229 - 40) / PASX * ABS(XMINGRAF)
EJEX = 30 + (149 - 30) / PASY * YMAXGRAF
LINE (EJEY, 30)-(EJEY, 149)
LINE (40, EJEX)-(229, EJEX)
REM normalizacion de escala
NY = INT(PASY / SCALEY)
NX = INT(PASX / SCALEX)
DIVX(1) = 40: DIVY(1) = 149
FOR I = 2 TO NX
DIVX(I) = DIVX(I - 1) + SCALEX * (229 - 40) / PASX
LINE (DIVX(I), EJEX - 2)-(DIVX(I), EJEX + 2)
LINE (DIVX(I), 30)-(DIVX(I), 32)
LINE (DIVX(I), 147)-(DIVX(I), 149)
NEXT I
FOR J = 2 TO NY
DIVY(J) = DIVY(J - 1) - SCALEY * (149 - 30) / PASY
LINE (EJEY - 3, DIVY(J))-(EJEY + 3, DIVY(J))
LINE (40, DIVY(J))-(43, DIVY(J))
LINE (230, DIVY(J))-(233, DIVY(J))
NEXT J
FOR J = 1 TO N * 2 - 1
    IF J < 14 THEN COLOR J + 1, 1:  ELSE COLOR J - 14, 1
FOR I = 1 TO N * 2 - 1
    XNGRAF(I, J) = XGRAF(I, J) * (229 - 40) / PASX + EJEY
    YNGRAF(I, J) = -YGRAF(I, J) * (149 - 30) / PASY + EJEX
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J) - 1)
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J) - 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J) - 1)
NEXT I
NEXT J
FOR CAPA = 1 TO N * 2 - 1
FOR I = 1 TO N * 2 - 2
LINE (XNGRAF(I, CAPA), YNGRAF(I, CAPA))-(XNGRAF(I + 1, CAPA), YNGRAF(I + 1, CAPA)), CAPA + 1
NEXT I
NEXT CAPA
LOCATE 19, 2: PRINT USING "###"; YMINGRAF
LOCATE 5, 2: PRINT USING "###"; YMAXGRAF
REM LOCATE 7, 65: PRINT "ACOTACIONES"
FOR CAPA = 1 TO N * 2 - 1
REM LOCATE CAPA + 2, 65: COLOR CAPA + 1: PRINT "INTERFASE"; CAPA
NEXT CAPA
```

```
REM ************ZOOM ***********
REM UNA VEZ OBTENIDOS LOS VALORES EXTREMOS USUARIO DECIDE INTERVALO DE GRAFICACION
XMINGRAF = 0: XMAXGRAF = N * 2
YMINGRAF = YMIN: YMAXGRAF = YMAX
SCALEX = 1: SCALEY = 10
LINE (300, 30)-(300, 149)
LINE (300, 30)-(499, 30)
LINE (300, 149)-(499, 149)
LINE (499, 30)-(499, 149)
PASX = XMAXGRAF - ABS(XMINGRAF)
IF TIME = 0 THEN
PASY = YMAXGRAF + ABS(YMINGRAF)
ELSE
PASY = YMAXGRAF - ABS(YMINGRAF)
END IF
EJEY = 300 + (499 - 300) / PASX * ABS(XMINGRAF)
EJEX = 30 + (149 - 30) / PASY * YMAXGRAF
LINE (EJEY, 30)-(EJEY, 149)
LINE (300, EJEX)-(499, EJEX)
REM normalizacion de escala
NY = INT(PASY / SCALEY)
NX = INT(PASX / SCALEX)
DIVX(1) = 300: DIVY(1) = 149
FOR I = 2 TO NX
DIVX(I) = DIVX(I - 1) + SCALEX * (499 - 300) / PASX
LINE (DIVX(I), EJEX - 2)-(DIVX(I), EJEX + 2)
LINE (DIVX(I), 30)-(DIVX(I), 32)
LINE (DIVX(I), 147)-(DIVX(I), 149)
NEXT I
FOR J = 2 TO NY
DIVY(J) = DIVY(J - 1) - SCALEY * (149 - 30) / PASY
LINE (EJEY - 3, DIVY(J))-(EJEY + 3, DIVY(J))
LINE (300, DIVY(J))-(303, DIVY(J))
LINE (496, DIVY(J))-(499, DIVY(J))
NEXT J
FOR J = 1 TO N * 2 - 1
    IF J < 14 THEN COLOR J + 1, 1:  ELSE COLOR J - 14, 1
FOR I = 1 TO N * 2 - 1
    XNGRAF(I, J) = XGRAF(I, J) * (499 - 300) / PASX + EJEY
    YNGRAF(I, J) = -YGRAF(I, J) * (149 - 30) / PASY + EJEX
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J) - 1, YNGRAF(I, J) - 1)
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J), YNGRAF(I, J) - 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J) + 1)
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J))
    PSET (XNGRAF(I, J) + 1, YNGRAF(I, J) - 1)
NEXT I: NEXT J
FOR CAPA = 1 TO N
FOR I = 1 TO N * 2 - 2
LINE (XNGRAF(I, CAPA), YNGRAF(I, CAPA))-(XNGRAF(I + 1, CAPA), YNGRAF(I + 1, CAPA)), CAPA + 1
NEXT I
NEXT CAPA
LOCATE 19, 32: PRINT USING "###.##"; YMINGRAF
LOCATE 5, 32: PRINT USING "###.##"; YMAXGRAF
LOCATE 7, 65: PRINT "ACOTACIONES"
FOR CAPA = 1 TO N
LOCATE CAPA + 5, 65: COLOR CAPA + 1: PRINT "COORD. AXIAL"; CAPA
NEXT CAPA
COLOR 15
LOCATE 1, 22: PRINT "DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS"
LOCATE 3, 8: PRINT "ESCALA DE 0 A 100 C"
LOCATE 3, 50: PRINT "ZOOM"
LOCATE 22, 25: PRINT "TIEMPO="; TIME; "SEGUNDOS"
LOCATE 20, 10: PRINT "COORDENADA RADIAL"
LOCATE 20, 41: PRINT "COORDENADA RADIAL"
457
RETURN
2350 RETURN
```

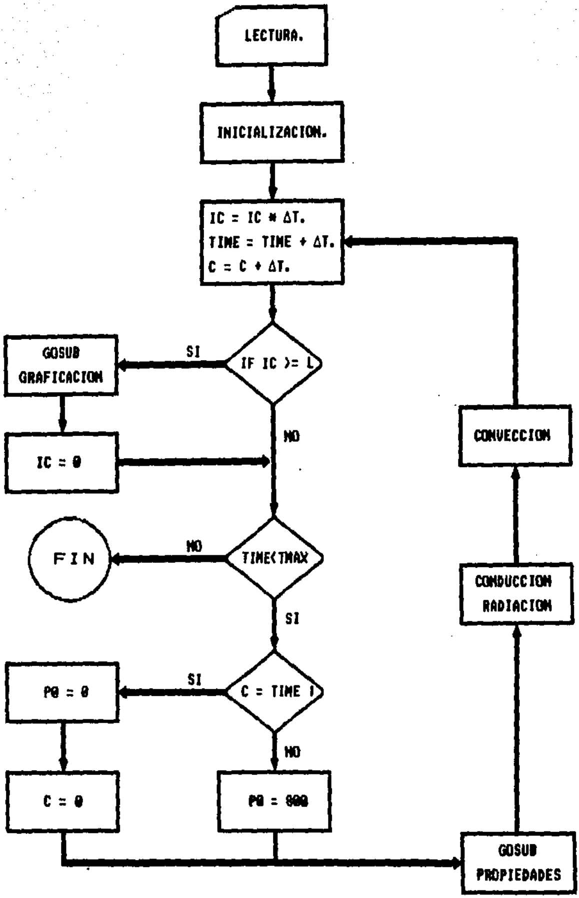


Fig. 5.2.- Diagrama de bloques para el programa principal.

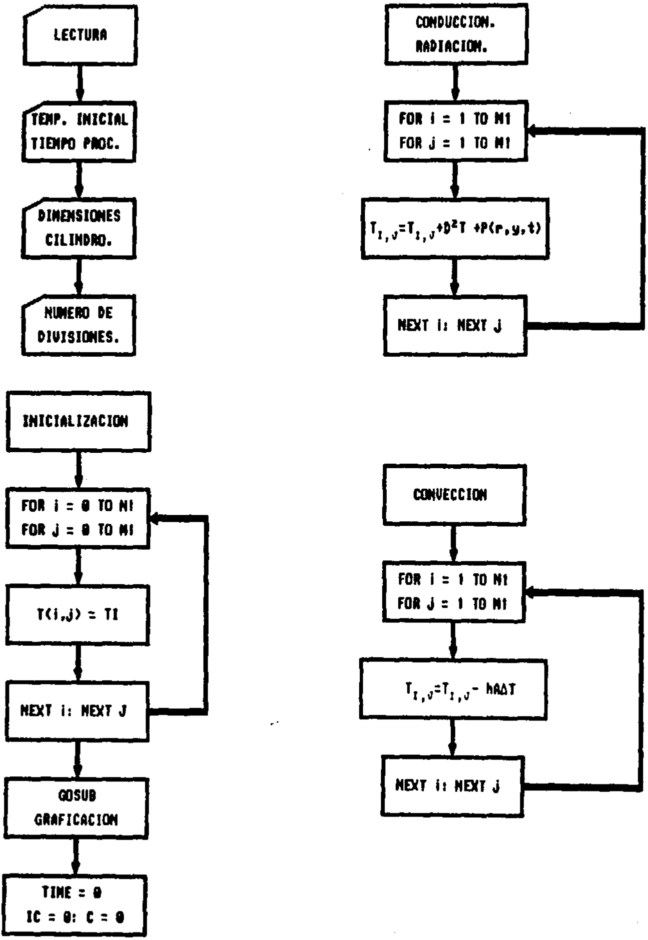


Fig. 5.3.- Subrutinas del programa principal.

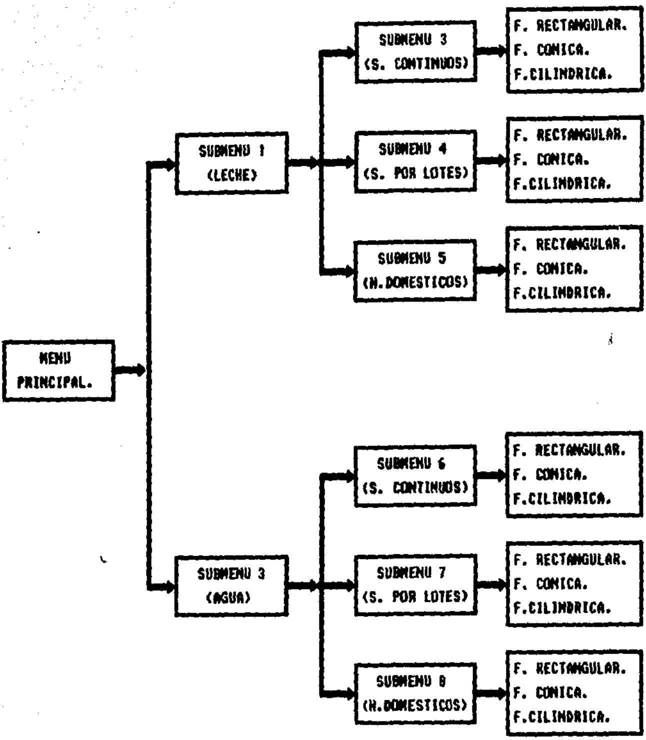


Fig. 5.4.- Diagrama de bloques del menu principal

UNIDAD 6

" EXACTITUD DEL MODELO COMPUTACIONAL Y ESPECIFICACIÓN DE CONDICIONES DE OPERACIÓN"

Para probar la exactitud computacional se hicieron determinaciones experimentales.

6.1.0.- DETECTORES DE TEMPERATURA

Los detectores de temperatura se fundamentan en la variación de la resistencia de un conductor con la temperatura, se designa con las siglas RTD (Resistance Temperature Detector).

De acuerdo a su configuración física, estos pueden medir temperaturas superficiales, sumergirse en fluidos, en donde se tiene que tomar en cuenta la posibilidad de gradientes de temparatura, de acuerdo al modulo de Biot. Si el Biot es menor que 0.2 no es probable que existan gradientes térmicos y en caso contrario se deberá de cuidar el tamaño, orientación y ubicación del sensor.

Entre sus limitaciones se encuentra que no podrán medir temperaturas próximas ni superiores a la temperatura de fusión del conductor, la segunda es que para medir la temperatura el transductor necesita estar a dicha temperatura. Además de que la presencia de deformaciones mecánicas provoca cambios de la resistencia eléctrica del conductor.

Entre sus ventajas se presenta una sensibilidad diez veces mayor que la de los termopares, alta repetitividad y exactitud mayor además de un bajo costo.

Cuando el detector se basa en semiconductores, se presentan de dos tipos, el primero es aquel en el que el coeficiente de temperaturas es negativo y se denominan NTC (Negative Temperature Coefficient). Los NTC se fabrican a base de mezclar y sinterizar óxidos dopados de metales como el níquel, cobalto, magnesio, hierro y cobre. El proceso se realiza en una atmósfera controlada dándole la forma y el tamaño deseado. La proporción de óxidos determina la resistencia y el coeficiente de temperaturas.

En los NTC la resistencia disminuye el aumentar la temparatura y cuando esta dependencia varía por la presencia de impurezas o si el dopado con óxidos metálicos en muy intenso, provoca que el semiconductor adquiera propiedades metálicas con coeficientes de temperatura positivos (PTC)

A estos detectores se denominan termistores, la forma de representación está dada en la fig. 6.1, donde el trazo horizontal en el extremo de la línea inclinada indica que se trata de una variación no lineal.

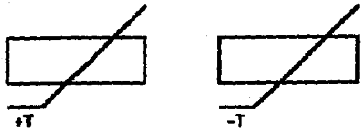


Fig. 6.1 Detectores de temperatura con coeficientes de temperatura positivos (PTC) y negativos (NTC).

Para los NTC, en un margen de temperatura reducida (50°C), la dependencia se puede considerar de tipo exponencial de la forma:

$$R = R_o * \mathrm{Exp}\ B\left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right] \qquad (6.1)$$

Las formas que se presentan los NTC comerciales son múltiples y cada una de ellas está orientada a un grupo concreto de aplicaciones. Como en el calentamiento externo del termistor en la que se encuentran todas las aplicaciones relativas a medidas, control y compensación de temperatura, donde se prefieren la de gota, escama y perlas para la medida de temperatura, mientras que las de disco arandela y varilla son aptas para la compensación y control de temperatura o aplicaciones de calentamiento mediante el propio circuito de medida.

Existen dos tipos de termistores de coeficientes de temperatura positivos (PTC). Los pertenecientes a la primera clase presentan un cambio brusco de resistencia cuando se alcanza la temperatura de Curie (Temperatura de transición de fase no conductora a superconductora) y se denominan a veces posistores. Están basados en titanato de bario al que se anade titanato de plomo o de circonio para controlar la temperatura de conmutación (temperatura de cambio de fase). Hay modelos entre -100°C y 250°C.

Los de la segunda clase, basados en silicio dopado, exhiben una variación más suave con la temperatura y a veces se comercializan como tempsistores o sisistores. Los rangos de aplicación dependen de la composición química.

TABLA 6.1.- CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS TERMISTORES NTC DE USO MAS FRECUENTE

PARAMETRO	
Margen de temperatura	-100 a 450°C (no es un mismo modelo)
Resistencia a 25°C	0.5 Ω a 100 MΩ
	1 kΩ a 10 MΩ es lo habitual
Pendiente de la gráfica log de R vs 1/T	2000 a 5500 K
Temperatura máxima	> 125°C
	300°C habitual en régimen permanente
	600°C habitual en régimen intermitente
Coeficiente de disipación δ	1 mW/K en aire en reposo
	8 mW/K en aceite
Constante de tiempo térmica	1 ms a 22s
potencia disipable	1 mW a 1W

6.2.0.- COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL.

1.- OBJETIVO:

Comprobar los modelos computacionales mediante el seguimiento de la temperatura en un horno doméstico.

2.- MATERIAL:

SUSTANCIAS.

Agua.

Leche.

EQUIPO.

5 Multímetros digitales.

5 Termistores NTC tipo gota.

10 caimanes.

1 Termómetro de Mercurio.

1 Horno de Misroondas Doméstico de 800 W

1 Vernier.

1 Vaso de p.p de 250 mL.

3.- PROCEDIMIENTO.

1.0 Calibración de los termistores mediante la inmersión en agua a diferentes temperaturas, comparando con un patrón de bulbo de mercurio

2.- Obtención de los coeficientes de cada termistor para la elaboración de una curva patrón (Resistencia contra temperatura).

3.- Colocación de los termistores dentro de la sustancia, de acuerdo al arreglo del método de diferencias finitas e introducir el recipiente en el horno de microondas.

4.- Establecimiento de diferentes tiempos y potencia del horno para obtener diferentes lecturas de resistencia a diferentes intervalos de tiempo.

5.- Repitición de lo mismo para la otra sustancia.

TABLA DE CALIBRACIÓN DE LOS TERMISTORES

termistor	1	2	3	4	5
A	1.1385	1.1199	1.1323	1.1014	1.0910
B	-0.017	-0.0169	-0.01671	-0.0167	0.0165
r	0.996	0.995	0.998	0.990	0.994

$$Y = A + B\,(T)$$

DONDE:

$Y = \log R$
R = resistencia (Kohms)
T = Temperatura °C
$A = \log R_o$
B = pendiente (log R/T)
r = Coeficiente de regresión lineal.

Los siguientes resultados se obtuvieron para el calentamiento de agua en un recipiente cilíndrico dentro de un horno de microondas de 800 Watts de potencia.

Dimensiones del cilindro: altura igual a 6.5 cm y radio de 3.2 cm.

TABLA DE RESULTADOS
PARA EL CALENTAMIENTO DE AGUA.

NIVEL DE POTENCIA	TEMPERATURA (oC)			
	1	2	3	4
TIEMPO (s)				
0	25.0	27	28	27
22	27.172	30.970	35.877	35.139
44	29.582	35.622	41.647	42.563
66	31.767	39.600	46.667	48.007
88	33.781	44.010	51.678	54.387
110	35.635	46.428	55.852	60.660
132	37.470	49.232	59.950	66.468
154	39.319	52.831	63.298	71.277
178	40.974	57.033	68.000	
198	42.505	60.018		
220	44.016	63.000		

NIVEL DE POTENCIA	TEMPERATURA (°C)			
	5	6	7	9
TIEMPO (s)				
0	28.0	27.0	26.0	26.0
22	37.505	39.754	40.706	43.229
44	55.079	50.913	52.716	60.602
66	63.027	59.650	63.333	77.273
88	70.437	69.226	73.839	89.909
110	77.596	79.393	84.291	
132	88.850	87.518	90.555	

Se realizaron además varias corridas para el calentamiento de leche dentro de un horno de microondas con un nivel de potencia de 4.

TABLA DE RESULTADOS
PARA EL CALENTAMIENTO DE LECHE.

	TEMPERATURA (°C)			
POSICIÓN	1	2	1	2
TIEMPO (s)				
0	24	24	25	25
22	27.254	31.292	28.680	34.119
44	35.528	38.727	43.318	40.448
66	41.5742	37.760	47.910	46.439
88	47.093	48.850	52.924	52.055
110	52.677	54.901	57.403	57.607
132	58.954	62.404	62.031	62.100
154	66.509	67.934	66.156	66.091

	TEMPERATURA (°C)	
POSICIÓN	1	2
TIEMPO (s)		
0	25	25
22	35.293	33.231
44	38.6638	39.863
66	42.965	45.722
88	47.337	51.231
110	51.698	58.305
132	59.793	61.672
154	64.23	65.340

POSICIÓN:

1 = CENTRAL
2 = LATERAL
Tomados a una profundidad de 3 cm. y 1 cm. de separación.

6.3.0.- ESPECIFICACIÓN DE CONDICIONES DE OPERACIÓN.

PROCESO POR LOTES.

Los programas de cómputo que se presentan en este trabajo pueden ser aplicados directamente para el cálculo de tiempos de residencia de leche en empaques de diferente geometria. en hornos convencionales de procesamiento discontinuo, con un magnetrón y plato giratorio. Sin embargo, como se puede observar al ejecutar los programas. esta opción tecnológica parece no ser muy adecuada ya que se requerirían recipientes de gran volumen. dando como resultado una distribución heterogénea de temperaturas en la leche.

Se observó experimentalmente que debido a la heterogeneidad en la distribución de temperatura, en algunos puntos dentro del recipiente se alcanzan temperaturas tan elevadas que la leche empieza a derramarse en el mismo instante en que en otros puntos (de mayor profundidad) aún no se ha alcanzado la temperatura suficiente para destruir las bacterias vegetativas.

La pasteurización puede llevarse a cabo en equipos de procesado por lotes solo por medio de una compresión para que los empaques no sufran deformaciones.

En las figuras 6.2 a 6.5 se muestran las gráficas que exhiben la evolución espacio-temporal de la temperatura calculada mediante el programa cilind3.bas, para la leche contenida dentro de un recipiente cilíndrico de 6.5 cm. de altura y 3.5 cm. de radio, al ser tratados con un nivel de potencia de 4.

PROCESOS CONTINUOS:

La caracterización de la etapa de calentamiento en la esterilización en hornos continuos con transportadores de banda se puede llevar a cabo con los programas propuestos. tomando en cuenta la ubicación de los magnetrones.

Los demás procesos de transferencia de calor son convencionales; tanto la etapa de equilibrio, la de mantenimiento de temperatura así como la de enfriamiento; y se caracterizan resolviendo la ecuación de Fourier en estado transitorio con fronteras convectivas.

Banda Transportadora; El programa sirve para determinar tiempos de residencia:

$$\tau = L_{banda} / V_{banda}$$

De donde:

τ = *Tiempo de residencia.*

L_{banda} = *Longitud de la banda transportadora.*

V_{banda} = *Velocidad de la banda transportadora.*

FLUJO CONTINUO:

Para un flujo continuo, el sistema presenta dentro de la cavidad un tubo helicoidal (Serpentín), de PVC con diámetros aproximados de 1 plg. soportados con una estructura de polietileno. Para la medición de la temperatura se pueden utilizar termocoples en la entrada y salida de la tubería por la parte exterior de la cavidad. Junto a la salida y entrada del tubo, en la parte interna de la pared, debe existir una pantalla que evite la salida de las microondas. El sistema continuo tiene un tanque para el almacenamiento de la leche y una bomba dosificadora de velocidad variable.

El programa se ejecutará considerando un flujo unidireccional de calor en coordenadas cilíndricas, tomando en cuenta variaciones radiales de temperatura, y la evolución de la temperatura a lo largo de la longitud del serpentín corresponderá a los cálculos para diferentes tiempos de residencia, haciendo la equivalencia;

$\tau = L_{recorrida} / V_{fluido}$.

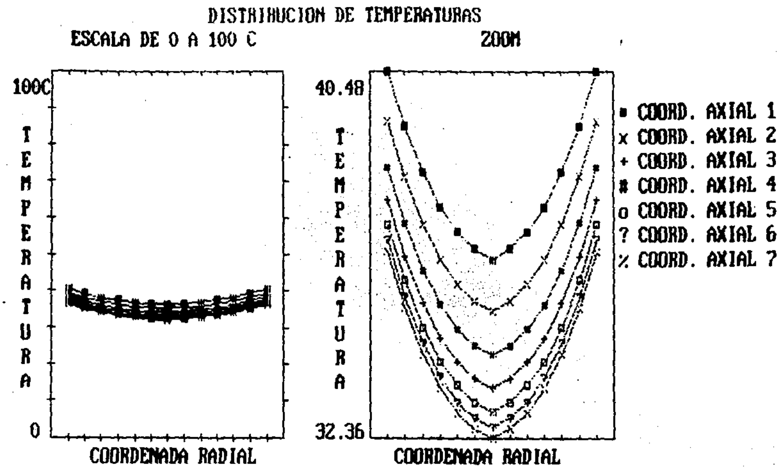
De donde:

τ = ***Tiempo de residencia.***

$L_{recorrida}$. = ***Longitud recorrida del serpentín.***

V_{fluido}. = ***Velocidad del fluido.***

*Estos últimos parámetros (**$L_{recorrida}$ y V_{fluido}.**) sirven para establecer la longitud del serpentín y el flujo volumétrico del fluido al tomar en cuenta los datos del tiempo de residencia requeridos para alcanzar la temperatura de pasteurización.*

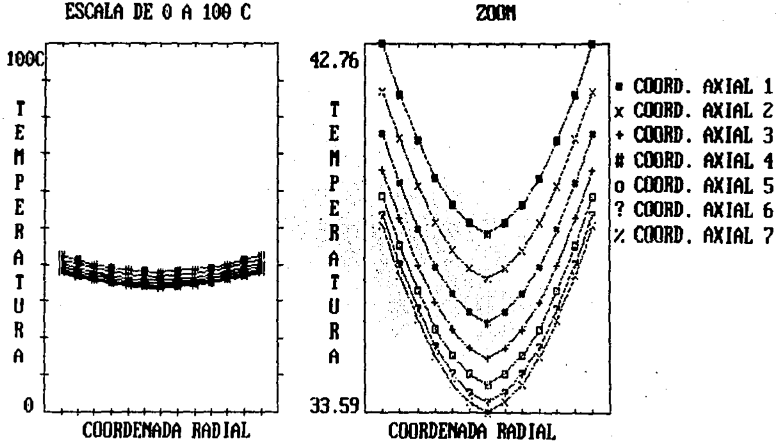


TIEMPO= 12 SEGUNDOS

EVOLUCION DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DE LECHE CONTENIDA DENTRO DE UN EMPAQUE CILINDRICO DE .065 M DE LONGITUD Y .035 M DE RADIO DURANTE EL PROCESO DE PASTEURIZACION POR IRRADIACION CON MICROONDAS DENTRO DE UN HORNO DOMESTICO.

LA COORDENADA AXIAL ES LA DISTANCIA DESDE LA TAPA AL CENTRO

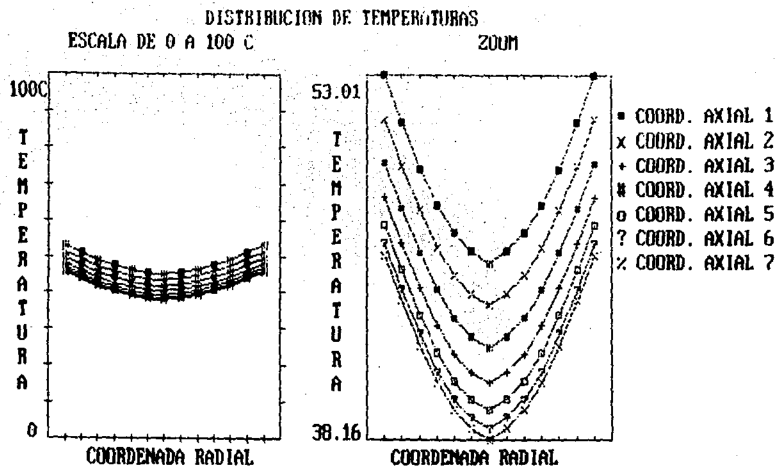
DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS



TIEMPO= 24 SEGUNDOS

EVOLUCION DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DE LECHE CONTENIDA DENTRO DE UN EMPAQUE CILINDRICO DE .065 M DE LONGITUD Y .035 M DE RADIO DURANTE EL PROCESO DE PASTEURIZACION POR IRRADIACION CON MICROONDAS DENTRO DE UN HORNO DOMESTICO.

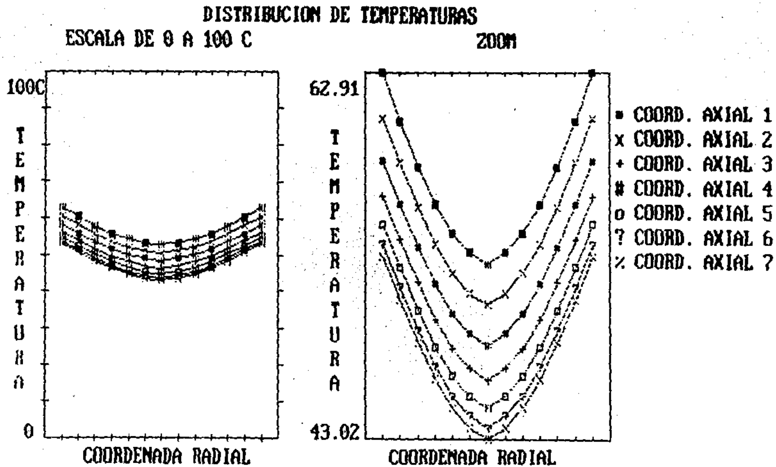
LA COORDENADA AXIAL ES LA DISTANCIA DESDE LA TAPA AL CENTRO



TIEMPO= 36 SEGUNDOS

EVOLUCION DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DE LECHE CONTENIDA DENTRO DE UN EMPAQUE CILINDRICO DE .065 M DE LONGITUD Y .035 M DE RADIO DURANTE EL PROCESO DE PASTEURIZACION POR IRRADIACION CON MICROONDAS DENTRO DE UN HORNO DOMESTICO.

LA COORDENADA AXIAL ES LA DISTANCIA DESDE LA TAPA AL CENTRO



TIEMPO= 52 SEGUNDOS

EVOLUCION DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DE LECHE CONTENIDA DENTRO DE UN EMPAQUE CILINDRICO DE .065 M DE LONGITUD Y .035 M DE RADIO DURANTE EL PROCESO DE PASTEURIZACION POR IRRADIACION CON MICROONDAS DENTRO DE UN HORNO DOMESTICO.

LA COORDENADA AXIAL ES LA DISTANCIA DESDE LA TAPA AL CENTRO

CONCLUSIONES.

CONCLUSIONES

El modelo obtenido se puede utilizar para cualquier líquido o sólido de geometría regular cuando no exista cambios de fase, así como para los siguientes procesos: templado, blanqueado y pasteurización.

No se utilizó para diferentes productos lácteos ya que en la experimentación, para obtener las propiedades del yoghurt, se observó una separación de fases (aparición de una fase sólida) por el incremento de temperatura, lo cual dificultó la obtención de los valores experimentales de las propiedades eléctricas, que sirviesen como referencia para comparar los resultados de la simulación. Además el programa se emplea únicamente para líquidos que presentan una constitución homogénea. El cambio de fase plantea el problema de la variación de las propiedades físicas y eléctricas del material, el calor latente involucrado y la no homogeneidad del material.

Para optimizar procesos ya establecidos con equipos de microondas, con el fin de obtener tiempos de procesado, es posible la construcción de un modelo computacional, basándose en el estudio de las propiedades físicas y eléctricas del producto a irradiar para conocer el comportamiento que presenta cuando es calentado en hornos de microondas. En este trabajo se determinaron experimentalmente las propiedades eléctricas de la leche y se construyó dicho algoritmo.

Se hace mención del calentamiento de agua, ya que apartir de sus propiedades dieléctricas conocidas fue posible desarrollar un modelo matemático que permitió obtener el perfil de temperaturas cuando es irradiada por microondas. Este modelo se utilizó como guía para construir el algoritmo computacional que fue útil para predecir el comportamiento real para la pasteurización de la leche.

Se comprobó experimentalmente que el modelo en base a diferencias finitas permite predecir la evolución de los perfiles de temperatura con un porcentaje de exactitud mayor al 95% , cuando se toman en cuenta los efectos convectivos internos . Prediciendo una distribución de temperaturas más homogénea en el agua que en la leche, como se pudo comprobar.

Se propone utilizar el método de elemento finito, debido a que nos permite obtener resultados más precisos. En el apéndice A1 se da una breve explicación y se contempla además el empleo de éste en la elaboración de un programa para la absorción de las microondas en un sistema unidireccional.

El método de elemento, por sus fundamentos matemáticos permite una convergencia más rápida a la solución exacta.

APÉNDICE

"ELEMENTO FINITO"

MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

Otro de los métodos numéricos que permite hallar soluciones aproximadas de las ecuaciones diferenciales que predicen la respuesta de sistemas físicos sujetos a una influencia externa, es la técnica de elemento finito. Las primeras publicaciones que presentan la idea principal de esta técnica aparecen durante los años 40, un ejemplo clásico de esto, son los trabajos de Courant en 1943.

En la década de los cincuenta se desarrolló en el ámbito de la ingeniería aeronáutica, y se utilizó por primera vez en el diseño de un aeroplano. El nombre del método como - **Elemento Finito** - aparece primeramente en las publicaciones de Clough en 1960. Debido a su versatilidad en el manejo de geometrías y condiciones de frontera complicadas, su campo de aplicación se ha extendido en muchas áreas de la ingeniería, ciencias y matemáticas. Actualmente sus aplicaciones principales se desarrollan en el área de mecánica de sólidos (Elasticidad, Plasticidad, Estática y Dinámica), transferencia de calor (Conducción, Convección y Radiación), mecánica de fluidos (Viscosos y no Viscosos), acústica y electromagnetismo, así como en la interacción de estos fenómenos.

En la técnica de Elemento Finito, se divide la región de solución en subregiones o " elementos finitos ", y se define una función de aproximación dentro de cada elemento, imponiendo las condiciones apropiadas de continuidad en las fronteras entre las subregiones. El mejoramiento de la precisión se puede obtener por cualquiera de dos formas: al disminuir el tamaño de los elementos (consecuentemente aumentar el número) o bien al aumentar el número de términos en las funciones de aproximación dentro de cada elemento.

Este método permite que la región de interés sea dividida de una manera mucho más flexible que como es posible hacerlo con la técnica de diferencias finitas. Los nodos en los cuales se evalúa la temperatura no tienen que descansar en un arreglo tan rígido como en el caso de diferencias finitas. Esto permite manejar geometrías complicadas o irregulares. Las condiciones de frontera son manipuladas también en una forma más conveniente, de manera que un programa estándar puede ser fácilmente modificado para incluir otras condiciones límite.

El principio de este método consiste en convertir la ecuación diferencial parcial del elemento, acotada por las condiciones de frontera, en un sistema de ecuaciones algebraicas que al ser resueltas permite hallar una muy buena aproximación de la variable dependiente en cada una de las coordenadas espaciales de la región de interés. O, alternativamente, los parámetros de la función de aproximación para cada uno de los elementos del dominio.

El sistema de ecuaciones algebraicas se obtiene mediante el uso de una función de aproximación continua definida para todos los puntos en el dominio de la solución de la ecuación diferencial. Existen varias maneras de optimizar la función de aproximación para disminuir el error con respecto a la solución exacta. Entre los métodos más utilizados podemos mencionar:

-PRINCIPIO VARIACIONAL.

-RESIDUOS PONDERADOS.

Método de colocación.

Método por subdominios.

Método de mínimos cuadrados.

Metodo de Galerkin (Bubnov-Galerkin).

FUNDAMENTOS DEL PRINCIPIO VARIACIONAL.

El cálculo mediante el principio variacional es una rama de las matemáticas que se puede definir como una teoría general sobre los valores extremos (mínimos y máximos) de una funcional.

El problema general que se plantea es: hallar los extremales de una funcional, donde dicha funcional es una función de otra función.

Un ejemplo de una funcional es:

$$I = I\,[\,y(x)\,] \qquad (\text{A.1})$$

Ecuación en la cual, la función argumento (función independiente) es y(x). Para el cálculo variacional es de principal interés el caso en que I corresponde a una integral.

$$I = \int_{x_1}^{x_2} y(x)\,dx \qquad (\text{A.2})$$

Se debe hallar la función que haga que la funcional I sea óptima.

$$I = \int_{X_1}^{X_2} F[y(x)]\, dx \qquad (A.3)$$

Donde I es una función que depende una función argumento y una variable independiente, F es una función conocida. Se desea calcular el valor extremal de I, para lo cual se deberá encontrar la forma particular de y(x) que optimice I.

En un dominio dado de funciones admisibles, debe hallarse la función (o funciones) de una funcional dada, para la cual esta última es un extremal con respecto a la función argumento, en una cercanía suficientemente pequeña.

Si la función bajo estudio depende explícitamente de ciertas variables además de la función argumento, también se debe determinar el óptimo tomando en cuenta el valor de estas variables.

En general:

$$I[y(x,z)] = \int_{z_1}^{z_2}\int_{X_1}^{X_2} F[x,z,y\frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial z}]\, dxdz \qquad (A.4)$$

$$I[y(x,z,k)] \int_{k_1}^{k_2}\int_{z_1}^{z_2}\int_{X_1}^{X_2} F[x,z,k,y, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial k}]dx\, dz\, dk \qquad (A.5)$$

Para el primer caso se debe determinar la función optima $y^*(x,z)$, y en el segundo $y^*(x,z,k)$

Definición.-

Sea S un conjunto de elementos bien definidos. Si F denota el mapeo de S en el conjunto de números reales R, tal que, para cada elemento f perteneciente a S, le corresponde un número real, entonces F es una funcional en S.

Definición.

Un subconjunto $N(x_o)$ de R representa la cercanía δ de x_o, si contiene todos los puntos x para los cuales $x_o-\delta < x < x_o+\delta$; es decir, si contiene todos los puntos $x_o+ h$ para los cuales $|h|<\delta$.

ECUACION DE EULER-LAGRANGE.

Considérese una función continua y diferenciable $y(x)$, con el siguiente rango $x_o =< x =< x_1$ y una función F, tal que cada valor de x dependa explícitamente del valor de $y(x)$ y de su derivada $y'(x)$, esto es:

$$F = F(y, y', x) \qquad (A.6)$$

El problema a estudiar es el de minimizar la integral

$$I[y(x)] = \int_{x_o}^{x_1} F[y, y', x]\, dx \qquad (A.7)$$

Donde $y(x_o)$, $y(x_1)$ son funciones conocidas.

Supóngase que se conoce la función óptima $y(x)$, que minimiza $I[y(x)]$. Esto es, supóngase que en una cercanía (h) de $y(x)$, la integral es mínima.

Considérese además una función cualquiera $\eta(x)$ continua y diferenciable en el intervalo $x_o =< x =< x_1$, con $\eta(x_1) = 0$ y $\eta(x_o) = 0$.

Constrúyase la nueva función:

$$y^*(x) = y(x) + \epsilon\eta(x) \qquad (A.8)$$

Donde ϵ es un parámetro que se puede hacer tan pequeño como se desee, es decir $y^*(x)$ es una función en las cercanias de $y(x)$.

$$I[y^*(x)] = \phi(\epsilon) = \int_{x_o}^{x_1} F[y+\epsilon\eta, y'+\epsilon\eta', x]\, dx \qquad (A.9)$$

Todos los valores posibles de la función $y(x)$ están en la cercanía, luego la integral se puede considerar como una función ordinaria de ϵ; ya que ϵ especificaría el valor de $\phi(\epsilon)$, entonces se debe hacer que $\partial\phi(\epsilon)/\partial\epsilon = 0$. También el mínimo de $\phi(\epsilon)$ ocurre en $\epsilon=0$, por definición:

$$\phi(\epsilon) = \int_{x_o}^{x_1} F[y+\epsilon\eta, y'+\epsilon\eta', x]\, dx = \int_{x_o}^{x_1} F[y^*, y^{*\prime}, x]\, dx \qquad (A.10)$$

Diferenciando el funcional $\phi(\epsilon)$ con respecto a ϵ se obtiene:

$$\frac{d\phi(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{d}{d\epsilon}\int_{x_0}^{x_1} F(y^*, y^{*\prime}, x)\, dx \qquad (A.11)$$

Si $F[y^*, y^{*\prime}, x]$ es derivado tenemos:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial y^*} dy^* + \frac{\partial F}{\partial y^{*\prime}} dy^{*\prime} + \frac{\partial F}{\partial x} dx$$

Al diferenciarlo con respecto a ϵ se obtiene:

$$\frac{dF}{d\epsilon} = \frac{\partial F}{\partial y^*} \frac{dy^*}{d\epsilon} + \frac{\partial F}{\partial y^{*\prime}} \frac{dy^{*\prime}}{d\epsilon} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{dx}{d\epsilon} \qquad (A.12)$$

Donde $dx/d\epsilon = 0$, ya que x se considera como una constante. Se buscan los cambios desde una curva a otra para valores constantes en x.

Para evaluar la integral de la ecuación A.12 se tiene lo siguiente:

$$\frac{dy^*}{d\epsilon} = \frac{d}{d\epsilon}[\, y+\epsilon\eta(x)\,] = \eta(x)$$

$$\frac{dy^{*\prime}}{d\epsilon} = \frac{d}{d\epsilon}[\, y'+\epsilon\eta'(x)\,] = \eta(x)$$

Sustituyendo las consideraciones anteriores en la ecuación A.12 da por resultado:

$$\frac{dF}{d\epsilon} = \frac{\partial F}{\partial y^*}\eta(x) + \frac{\partial F}{\partial y^{*\prime}}\eta'(x)$$

Tomando como límites para la ecuación anterior que a medida que $\epsilon \to 0$, $y^* \to y$, $y^{*\prime} \to y'$ e igualando el resultado a cero se obtiene:

$$\frac{d\phi(\epsilon)}{d\epsilon} = \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{\partial F}{\partial y}\eta(x) + \frac{\partial F}{\partial y'}\eta'(x) \right] dx \qquad (A.13)$$

Sustituyendo $F_y = \frac{\partial F}{\partial y}$, $F_{y'} = \frac{\partial F}{\partial y'}$ además de separar en dos integrales se obtiene que:

$$\frac{d\phi(\epsilon)}{d\epsilon}=\int_{x_o}^{x_1} F_y\ \eta(x)\ dx+\int_{x_o}^{x_1} F_{y'}\ \eta'(x)\ dx=0$$

Al integrar el segundo término como una integral por partes se obtiene una forma más conveniente.

$$\int_{x_o}^{x_1} F_{y'}\eta'(x)\ dx = F_{y'}\eta(x)\Big|_{x_o}^{x_1}-\int_{x_o}^{x_1}\eta(x)\ \frac{dF_{y'}}{dx}dx=-\int_{x_o}^{x_1}\eta(x)\ \frac{dF_{y'}}{dx}dx$$

Ya que $\eta(x_o) = \eta(x_1) = 0$ por definición; sustituyendo este resultado en las integrales se obtiene:

$$\frac{d\phi(\epsilon)}{d\epsilon}=\int_{x_o}^{x_1} F_y\ \eta(x)\ dx-\int_{x_o}^{x_1}\eta(x)\ \frac{dF_{y'}}{dx}dx=0$$

Así que finalmente la ecuación diferencial queda de la siguiente forma:

$$\frac{d\phi(\epsilon)}{d\epsilon}=\int_{x_o}^{x_1}\eta(x)\left[F_y-\frac{dF_{y'}}{dx}\right]dx=0 \qquad (\text{A.14})$$

Para resolver esta integral es necesario hacer uso del siguiente lema:

Si x_1, $x_2(>x_1)$ son constantes fijas y $g(x)$ es una función conocida en el intervalo $x_1 =< x =< x_2$ y si:

$$\int \eta(x)\ g(x)\ dx = 0$$

Para cualquier $\eta(x)$ continua y diferenciable con:

$$\eta(x_1) + \eta(x_2) = 0$$

Entonces se cumple que $g(x) = 0$ en el intervalo $x_1 =< x =< x_2$.

Aplicando este lema en la ecuación A.14 se obtiene la ec. de Euler-Lagrange

$$F_y-\frac{dF_{y'}}{dx}=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial y'}=0 \qquad (\text{A.15})$$

La cual está asociada con el principio del cálculo variacional, y corresponde a una condición necesaria pero raramente suficiente, que una funcional debe satisfacer para maximizar o minimizar una integral definida.

Cuando una ecuación diferencial satisface la ecuación de Euler-Lagrange, es posible escribir un principio variacional. Al resolver las ecuaciones resultantes, se optimiza la funcional, hallándose la mejor solución a la ecuación diferencial, por minimización del acercamiento. Sin embargo, no para todas las ecuaciones diferenciales es posible escribir un principio variacional, en esos casos se procede aplicando métodos de residuos ponderados.

MÉTODO DE RESIDUOS PONDERADOS.

Prescinde del principio de cálculo variacional, consiste en obtener la solución aproximada de la ecuación diferencial que minimice la diferencia entre la aproximación y la solución exacta de la ecuación diferencial. Mediante la multiplicación de dicha diferencia (residuo) por una función de ponderación.

La determinación de la función de ponderación puede llevarse a cabo por diferentes métodos, entre los cuales, los más conocidos son:

MÉTODO DE COLOCACIÓN.

Se utilizan funciones de aproximación:

$$y = a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots + a_N x^n$$

Para cada parámetro no determinado a_i, seleccionado para un punto x_i en el dominio, se fuerza que el residuo en cada x_i sea exactamente cero.

$$R(x_1; a_1) = 0$$
$$R(x_2; a_2) = 0$$
$$\vdots$$
$$R(x_N; a_N) = 0$$

Para una función de ponderación con N parámetros, se obtiene un sistema de N ecuaciones residuales. Los puntos x_i son denominados entonces como puntos de colocación. Estos pueden ser localizados en cualquier lugar del dominio y en la frontera, pero no necesariamente en algún arreglo en particular.

MÉTODO POR SUBDOMINIOS.

Para cada parámetro no determinado a_i; seleccionado para un intervalo Δx dentro del dominio, se fuerza a que el término del residuo para cada intervalo sea cero:

$$\frac{1}{\Delta x_1}\int_{\Delta x_1} R(x_1;a_1)\,dx = 0$$

$$\frac{1}{\Delta x_2}\int_{\Delta x_2} R(x_2;a_2)\,dx = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{\Delta x_N}\int_{\Delta x_N} R(x_N;a_N)\,dx = 0$$

Otra vez, para una función de ponderación con N parámetros, se tiene un sistema de N ecuaciones residuales. El intervalo Δx es llamado subdominio, ellos pueden ser escogidos en alguna forma. Incluso superponiéndose o de manera que exista separación entre ellos.

MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.

Con este criterio se minimiza,con respecto a cada a_i, la integral sobre el dominio entero del cuadrado del residuo, es decir, se trata de un criterio de mínimos cuadrados. La integral del cuadrado del residuo es una función para los a_i. Para su minimización se requiere poner las derivadas parciales con respecto a cada a_i iguales a cero.

$$\frac{\partial}{\partial a_1}\int_1^2 R^2(x_1;a_1)\,dx = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2} \int_1^2 R^2(x_2;a_2)dx = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial}{\partial a_N} \int_1^2 R^2(x_N;a_N)dx = 0$$

Aplicando las propiedades de linealidad de los operadores derivada e integral, es posible introducir la derivación parcial dentro de la suma:

$$\int_1^2 R(x_1;a_1) \frac{\partial R(x_1;a_1)}{\partial a_1} \; dx = 0$$

$$\int_1^2 R(x_2;a_2) \frac{\partial R(x_2;a_2)}{\partial a_2} \; dx = 0$$

$$\vdots$$

$$\int_1^2 R(x_N;a_N) \frac{\partial R(x_N;a_N)}{\partial a_N} \; dx = 0$$

MÉTODO DE GALERKIN (BUBNOV-GALERKIN)

Para cada parámetro a_i, se requiere que el promedio ponderado del residuo $R(x_i;a_i)$ dentro del dominio sea cero. Las funciones de peso son funciones de aproximacíon $\phi_i(x)$ asociadas a cada a_i.

$$\int_1^2 R\;(x_1;a_1)\phi_1(x)\;dx = 0$$

$$\int_1^2 R\;(x_2;a_2)\phi_2(x)\;dx = 0$$

$$\vdots$$

$$\int_1^2 R\;(x_N;a_N)\phi_N(x)\;dx = 0$$

resultando una función de aproximación con N parámetros de campo y un sistema de N ecuaciones residuales.

Como ejemplo de la minimización de cuadrados residuales, se considera una ecuación diferencial simple como:

$$y'' - 6x = 0$$

Sujeto a las condiciones de frontera de $y(0) = y(1) = 0$; se tiene:

$$P(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

Requiriendo que $P(0) = 0$ y $P(1) = 1$; esto es igual a:

$$P(x) = \alpha x^2 + (1-\alpha)x$$

Ahora se tiene una función de aproximación, parametrizada por α que satisface las condiciones de frontera en el problema. Por supuesto la solución verdadera también satisface la ecuación diferencial $y''-6x= 0$. Si se sustituye la ecuación de aproximación $P(x)$ para $y(x)$, el lado izquierdo de la ec diferencial puede no ser cero.

$$R = P'' -6x = 2\alpha -6x$$

Que llamaremos error residual. En el método de elemento finito los parámetros del error residual - que en este caso es únicamente α - se eligen de manera que el residuo sea minimizado.

Por ejemplo, se puede considerar la integral del cuadrado del error.

$$I = \int_0^1 R^2 \, dx = 0$$

Y minimizando esto con respecto a α se obtiene:

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha} = 2 \int_0^1 R \frac{\partial R}{\partial \alpha} dx = 2 \int_0^1 (2\alpha - 6x)(2)\, dx = 0$$

Evaluando la integral, se llega a: $\alpha = \frac{3}{2}$

Así que $P(x) = \dfrac{3x^2 - x}{2}$

es la mejor aproximación cuadrática de la solución para la ecuación diferencial en el sentido de mínimos cuadrados.

Para ilustrar el método de Galerkin, se considera el siguiente ejemplo:

El problema a analizar es el de la representación unidimensional de la transmisión de calor por conducción, con coeficiente de conductividad térmica igual a 1. La ecuación diferencial, que puede ser expresada como una función de la temperatura (ϕ) es:

$$A(\phi) = \frac{d^2\phi}{dx^2} + Q = 0 \qquad (0 =< x =< L)$$

Con $Q = Q(x)$ dado por:

$Q = 1$ para $0 =< x =< 1/2$ y $Q = 0$ para $L/2 =< x =< L$.

Las condiciones de contorno son $\phi = 0$ para $x = 0$ y para $x = L$.

En primer lugar, se considera una función aproximada en forma de serie de Fourier de uno o dos términos, o sea,

$$\phi_i = \Sigma a_i N_i$$

Estas expresiones satisfacen exactamente las condiciones de contorno y son continuas en todo el dominio. Para efectuar la aproximación se emplea la ecuación **A.16**, debido a que permite adoptar distintas funciones de ponderación.

$$\int_{\Omega} v^T A(u)\, d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{v}^T B(u)\, d\Gamma = 0 \qquad \textbf{(A.16)}$$

Donde:

Ω y Γ son dominio y contorno.

Puesto que el desarrollo en serie satisface a priori las condiciones de contorno no es necesario introducir estas en la formulación, que simplemente viene dada por

$$\int_0^L w_j \left[\frac{d^2}{dx^2}(\Sigma N_i a_i) + Q\right] dx = 0$$

En este caso, para evitar imponer la continuidad de las primeras derivadas se integra por partes la ecuación anterior, esto da:

$$\int_{0}^{L} w_j \left[\frac{d^2 w}{dx}j - \frac{d}{dx}\Sigma N_i a_i - Q \right] dx = 0$$

Los términos correspondientes al contorno se anulan idénticamente si $w = 0$ en ambos extremos.

Las ecuaciones anteriores pueden escribirse así:

$$[K][a] + [f] = 0$$

Donde para cada "elemento" de longitud L^e,

$$K^e_{ji} = \int_0^{L^e} \frac{dw}{dx}j - \frac{dN}{dx}i - dx$$

$$f^e_j = -\int_0^{L^e} w_j Q \, dx$$

Manteniéndose las reglas de la adición, o sea,

$$K_{ji} = \int_0^{L} \frac{dw}{dx}j - \frac{dN}{dx}i - dx \qquad f_j = -\int_0^{L} w_j Q \, dx$$

En el método de Galerkin se considera $w_j = N_j$ y entonces la matriz $[K]$ será simétrica,

$$K_{ij} = K_{ji}$$

Puesto que las funciones de forma sólo necesitan la continuidad Co, es conveniente buscar una solución aproximada lineal por intervalos, tal como se muestra en la figura A.1. Considerando un elemento típico ij como el representado, se puede escribir

$$N_j = x/L^e \qquad N_i = (L^e - x)/L^e$$

Obteniendo, para un elemento cualquiera

$$K^e_{ji} = K^e_{ij} = -1/L^e$$

$$K_{jj} = K_{ii} = 1/L^e$$

$$f^e_j = -QL^e/2 = f^e_i$$

Estas ecuaciones se escriben para cada nodo y en seguida se procede a ensamblar el sistema de ecuaciones simultáneo lineal, que al

ser resuelto permite obtener las temperaturas de cada nodo. El programa que se lista a continuación, ensambla el sistema de ecuaciones y lo resuelve por eliminación Gaussiana. Los resultados de la evaluación de la temperatura se acercan más a la solución exacta a medida que se incrementa el número de nodos.

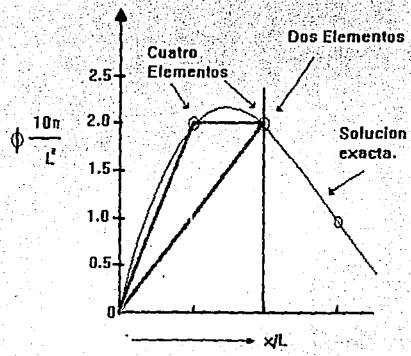


Fig. A.1 Solución por elementos finitos mediante el método de Galerkin, utilizando funciones de forma lineales definidas localmente.

MÉTODO DE GALERKIN PARA LA EVALUACIÓN DEL PERFIL DE TEMPERATURAS EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN BLOQUE CON GENERACIÓN DE CALOR UNIDIRECCIONAL POR UNA FUENTE INTERNA. Y EXTREMOS A TEMPERATURA CONSTANTE.

```
REM **********************************************
REM **********************************************
REM *          MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EN             *
REM *             TRANSFERENCIA DE CALOR                  *
REM **********************************************
REM **********************************************
REM           CONDUCCIÓN 1-D EN ESTADO ESTACIONARIO      *
REM **********************************************
REM **********************************************
REM           DETERMINACIÓN DEL PERFIL DE TEMPERATURA      *
REM     EN UNA BARRA CON GENERACIÓN DE CALOR EN SU PRIMERA MITAD *
REM           Y TEMPERATURA CERO EN AMBOS EXTREMOS.      *
REM **********************************************
REM **********************************************
SCREEN 0
COLOR 4, 7:
CLS
N = 21: L = 1: Q = 32
LE = L / (N - 1)
DIM K(N, N), KG(N, N), F(N, 2, 2), FG(N)
DIM x(N), Y(N), XN(N), YN(N)

REM construccion de la matriz de conductancia
FOR i = 1 TO 2
FOR J = 1 TO 2
    K(i, J) = -1 / LE
    K(J, i) = K(i, J)
    K(i, i) = 1 / LE
    K(J, J) = 1 / LE
NEXT J
NEXT i

PRINT "MATRIZ DE CONDUCTIVIDAD PARA TODOS LOS ELEMENTOS: [K]"
FOR i = 1 TO 2: FOR J = 1 TO 2
    PRINT K(i, J);
NEXT J: PRINT : NEXT i

REM CONSTRUCCION DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
FOR i = 1 TO (N - 1) / 2
    F(i, 1, 1) = Q * LE / 2
    F(i, 2, 1) = F(i, 1, 1)
    PRINT "VECTOR LOCAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES DEL ELEMENTO"; i
    PRINT F(i, 1, 1)
    PRINT F(i, 2, 1)
NEXT i
```

```
FOR i = (N - 1) / 2 + 1 TO N - 1
    F(i, 1, 1) = 0
    F(i, 2, 1) = 0
    PRINT "VECTOR LOCAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES DEL ELEMENTO"; i
    PRINT F(i, 1, 1)
    PRINT F(i, 2, 1)
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

REM GLOBALIZACION
REM CONSTRUCCION DE LA MATRIZ GLOBAL DE COEFICIENTES
FOR R = 1 TO N - 1
    IF R = 1 THEN
    KG(R, R) = K(1, 1)
    KG(R, R + 1) = K(1, 2)
    KG(R + 1, R) = K(2, 1)
    KG(R + 1, R + 1) = K(2, 2) + K(1, 1)
    ELSE
    KG(R, R + 1) = K(1, 2)
    KG(R + 1, R) = K(2, 1)
    KG(R + 1, R + 1) = K(2, 2) + K(1, 1)
END IF
NEXT R
KG(N, N) = K(1, 1)
PRINT "KG"; N; N; "="; KG(N, N)
REM GLOBALIZACION DE LOS TERMINOS INDEPENDIENTES
PRINT "VECTOR GLOBAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES"
FOR K = 1 TO N
    IF K = 1 THEN
    FG(K) = F(K, 1, 1)
    ELSE
    FG(K) = F(K - 1, 2, 1) + F(K, 1, 1)
    END IF
NEXT K
FOR i = 1 TO N: PRINT FG(i): NEXT
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

REM INTRODUCCION DE CONDICIONES DE FRONTERA:
KG(1, 2) = 0: KG(2, 1) = 0
KG(N - 1, N) = 0: KG(N, N - 1) = 0:
FG(1) = 0: FG(N) = 0

REM ****************************************
PRINT "SISTEMA DE ECUACIONES A RESOLVER:"
DIM A1(N, N + 1)
FOR i = 1 TO N
    FOR J = 1 TO N
    A1(i, J) = KG(i, J)
    PRINT A1(i, J); "  ";
    NEXT J
    REM TERMINO INDEPENDIENTE
        A1(i, N + 1) = FG(i)
```

```
        PRINT "="; A1(i, N + 1)
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
REM*****ELIMINACION GAUSSIANA*********
SCREEN 0: COLOR 4, 11, 10
CLS

REM ****************************************
PRINT "SISTEMA DE ECUACIONES A RESOLVER:"
FOR i = 1 TO N
    FOR J = 1 TO N
    A1(i, J) = KG(i, J)
    PRINT A1(i, J); "   ";
    NEXT J
    REM TERMINO INDEPENDIENTE
        A1(i, N + 1) = FG(i)
        PRINT "="; A1(i, N + 1)
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
GOSUB 1000
FOR i = 1 TO N
COLOR 16
PRINT "x"; i; "="; x(i)
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

END
1000 FOR R = 1 TO N - 1
    PRINT
    FOR i = R + 1 TO N
        qt = A1(i, R) / A1(R, R)
        FOR J = R + 1 TO N + 1
            A1(i, J) = A1(i, J) - qt * A1(R, J)
        NEXT J
    NEXT i
    FOR i = R + 1 TO N
        A1(i, R) = 0
    NEXT i
NEXT R
    x(N) = A1(N, N + 1) / A1(N, N)
FOR NX = 1 TO N - 1
    SUM = 0
    i = N - NX
    FOR J = i + 1 TO N
        SUM = SUM + A1(i, J) * x(J)
    NEXT J
    x(i) = (A1(i, N + 1) - SUM) / A1(i, i)
NEXT NX
RETURN
```

Elemento finito. principio de cálculo variacional, aplicación en microondas.

El problema que se considera es la resolución de la ecuación diferencial:

$$\rho Cp\left[\frac{\partial T}{\partial t}\right] = k\,\nabla^2 T + Q$$

Sujeto a la condición inicial $T = T_{amb}$ para todos los puntos del material en $t = 0$ y con condición de frontera de transporte de calor por convección en la superficie.

La aplicación del principio del cálculo variacional permite llegar a la siguiente función:

$$I = \iiint \frac{1}{2}\left\{ k_x\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]^2 + k_y\left[\frac{\partial T}{\partial y}\right]^2 + k_z\left[\frac{\partial T}{\partial z}\right]^2 \right.$$

$$\left. - 2T\left(Q - \rho Cp\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]\right) \right\} dV$$

La minimización de esta integral permitirá llegar a un sistema de ecuaciones simultáneas que tendrá la siguiente forma:

$$[C]\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right] + [k]\,[T] = [F] \qquad (A.17)$$

Donde [C] es la matriz de capacitancia, $[\partial T/\partial t]$ es el vector de derivadas temporales de la temperatura, [K] es la matriz de conducción térmica y [F] es el vector de términos independientes.

Para empezar se considera un proceso de transferencia de calor unidireccional en coordenadas cartesianas y estado inestable.

Desarrollando cada uno de los términos de la ecuación por separado:

- Matriz de Conducción de Calor, [k]

$$[k^{e}] = \iiint [B^{(e)}]^T\,[D^{(e)}]\,[B^{(e)}]\,dV + \iint h[N^{(e)}]^T\,[N^{(e)}]\,dS$$

Donde:

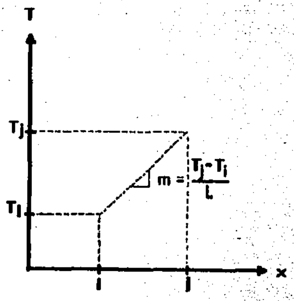
$[D^{(e)}]$ = Matriz de conductividades térmicas = $\begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_x & 0 \\ 0 & 0 & k_x \end{bmatrix}$ = k

$[N^{(e)}]$ = matriz de funciones de interpolación, la cual satisface la condición de que:

$$T^{(e)} = [N^{(e)}]\ [T]$$

(e) = superíndice que especifica que las matrices corresponden a un elemento "e" en particular.

- **Interpolación lineal.**



La gráfica lateral representa la forma de obtener el polinomio de interpolación lineal, el procedi--- miento puede ser visualizado como una aplicación de la regla de la palanca.

$$T_x = \left[1 - \frac{x}{L}\right] T_i + \left[\frac{x}{L}\right] T_j$$

$$= [1-x/L \quad x/L] \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \end{bmatrix}$$

de donde:

$$[N^{(e)}] = [1-x/L \quad x/L]$$

y su transpuesta $[N^{(e)}]^T = \begin{bmatrix} 1 - x/L \\ x/L \end{bmatrix}$

La matriz auxiliar $[B^{(e)}]$ multiplicada por el vector $[T]$ debe ser igual al vector gradiente:

$$\begin{bmatrix} \partial T/dx \\ \partial T/dy \\ \partial T/dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial T/dx \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_j - T_i)/L = [-1/L \quad 1/L] \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \end{bmatrix} = [B^{(e)}]\ [T]$$

Por lo tanto: $[B^{(e)}] = [-1/L \quad 1/L]$

En lo que sigue, se elimina los superíndices (e) en las notaciones matriciales y solo se referirá a ellos en caso de que sea necesario.

Entonces la integral de volumen queda:

$$\iiint [B]^T \, [D] \, [B] \, dV = \int_i^j \begin{bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{bmatrix} k[\,1-x/L \quad x/L] \, Adx$$

$$= \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} [-1 \quad 1] \, \frac{Ak}{L^2} \int_{x_i}^{x_j} dx$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{Ak}{L}$$

La última expresión caracteriza el transporte de calor por conducción. La integral de superficie que se evalúa en seguida caracteriza las pérdidas de calor longitudinales por convección, las cuales se verifican a través del perímetro (p) del material.

$$\iint h \, [N]^T \, [N] \, dS = h \int \begin{bmatrix} 1-x/L \\ x/L \end{bmatrix} [\,1-x/L \quad x/L] \, Pdx$$

$$= hP \int \begin{bmatrix} 1-x/L \\ x/L \end{bmatrix} [\,1-x/L \quad x/L] \, dx$$

$$\iint h[N]^T \, [N] \, dS = hP \begin{bmatrix} x - \dfrac{x^2}{L} + \dfrac{x^3}{3L} & \dfrac{x^2}{2L} - \dfrac{x^3}{3L^2} \\ \dfrac{x^2}{2L} - \dfrac{x^3}{3L^2} & \dfrac{x^3}{3L^2} \end{bmatrix}_0^L = \begin{bmatrix} \dfrac{L}{3} & \dfrac{L}{6} \\ \dfrac{L}{6} & \dfrac{L}{3} \end{bmatrix}$$

finalmente:

$$[k^{(e)}] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{Ak}{L} + hP \begin{bmatrix} \dfrac{L}{3} & \dfrac{L}{6} \\ \dfrac{L}{6} & \dfrac{L}{3} \end{bmatrix}$$

De la minimización de I se obtiene, también el vector de términos independientes:

$$[F\quad] = -\iiint [N^{(e)}]^T Q\, dV + \iint [N^{(e)}]^T q\, dS$$

$$- \iint [N^{(e)}]^T T_{amb}\, h\, dS$$

En los casos que se analizaron no existe fuente superficial de calor, así que la segunda integral es cero. Por otra parte, la absorción de la radiación genera fuentes volumétricas de calor cuya intensidad sigue las leyes de Maxwell ya discutidas. Debido a esto, la expresión anterior se reduce a:

$$[F] = -\iiint [N^{(e)}]^T Q\, dV \quad -\iint [N^{(e)}]^T T_{amb}\, h\, dS$$

$$= -\int \begin{bmatrix} 1-x/L \\ x/L \end{bmatrix} P_o\, e^{-x/D}\, Adx - \int \begin{bmatrix} 1-x/L \\ x/L \end{bmatrix} T_{amb}\, h\, dS$$

$$[F] = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \\ Q_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 - \dfrac{x}{L} \\ \\ \dfrac{x}{L} \end{bmatrix} T_{amb} Ah$$

La última ecuación define el vector de términos independientes. Es de hacer notar que el último término toma en cuenta la condición de frontera consistente en transferencia de calor por convección en uno de los extremos del material. Por supuesto esta condición límite también debe ser introducida en la evaluación de la matriz **[k]**.

La matriz de capacitancia se obtiene integrando en todo el volumen a lo largo de la longitud L:

$$[C^{(e)}] = \iiint \rho Cp\, [N]^T [N]\, dV = \rho CpA \int [N]^T [N]\, dx$$

$$=\rho CpA \int \begin{bmatrix} 1-x/L \\ x/L \end{bmatrix} [1-x/L \quad x/L]\, dx = \rho CpA \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix}$$

Ahora la ecuación (A.17) puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\rho\ Cp\ A \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\ T}{\partial\ t}_i \\ \frac{\partial\ T}{\partial\ t}_j \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{Ak}{L} + hP \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{bmatrix} T_{amb}\, Ah$$

Las variaciones temporales de la temperatura en cada uno de los nodos se evalúa por medio del esquema de diferencias finitas, aproximando las derivadas con incrementos finitos. El primer término de la ecuación de arriba puede ser escrito entonces como:

$$\rho CpA \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\ T}{\partial\ t}_i \\ \frac{\partial\ T}{\partial\ t}_j \end{bmatrix} = \rho CpA \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_i^{t+\Delta t} - T_i \\ T_j^{t+\Delta t} - T_j \end{bmatrix}$$

Al igual que se han tomando funciones representativas para cada región en base a aproximaciones lineales, para los "elementos finitos de tiempo" se tomará una media aritmética de la temperatura en el intervalo de tiempo Δt que serán los que finalmente se manejarán en las matrices $[T^{(e)}]$ para obtener el sistema de ecuaciones simultáneas. Entonces se procederá a definir el promedio para los elementos de tiempo en cada nodo como:

$$< T_i > = < T_i^{t+\Delta t} + T_i^t >/2; \qquad < T_j > = < T_j^{t+\Delta t} + T_j^t >/2$$

Estas son las temperaturas representativas para cada elemento de tiempo.

Recordando, el sistema de ecuaciones que hay que resolver es:

$$[\langle C\rangle]\ [\ \partial T/\partial t\ ] + [\langle k\rangle]\ [\langle T\rangle] = [\langle F\rangle]$$

Ahora escritas en términos de promedios temporales.

Ecuación donde la matriz de temperaturas promedio queda dada por:

$$[\langle T\rangle] = (1/2)\ (\ [T^{t+\Delta t}] + [T^{t}]\ )$$

Si se asumen propiedades físicas invariantes durante el tiempo de procesamiento, tanto de la fuente de radiación como del material calentado y del medio ambiente circundante, las matrices $[\langle C\rangle]$, $[\langle k\rangle]$ y $[\langle F\rangle]$, son exactamente iguales a $[C]$, $[k]$ y $[F]$, respectivamente.

Debido a que todos los parámetros son constantes, el sistema de ecuaciones conformado, para la evolución espacio-temporal de la temperatura, el esquema de elemento finito es:

$$(1/\Delta t)\,[C]\ ([T^{t+\Delta t}] - [T^{t}]) + (1/2)\ [k]\ ([T^{t+\Delta t}] + [T^{t}]) = [F]$$

La fórmula de recurrencia para implementar los ciclos de cálculos interativos en el transcurso del tiempo, se obtiene despejando la matriz $[T^{t+\Delta t}]$:

Esta expresión es con la que se construyen las ecuaciones locales para cada elemento finito. Una vez escritas dichas ecuaciones se procede a la globalización llevando a cabo una suma de las funciones resultantes en los nodos de intersección entre cada elemento, y finalmente se resuelve el sistema de ecuaciones algebraico para obtener la distribución espacio-temporal de la temperatura.

PROGRAMA DE ELEMENTO FINITO PARA EL CÁLCULO DE LA EVOLUCIÓN DE LOS PERFILES DE TEMPERATURA EN UN BLOQUE RECTANGULAR CON INCIDENCIA UNIDIRECCIONAL DE LA RADIACIÓN DE MICROONDAS.

```
REM ***********************************************************
REM ******    MÉTODO DE ELEMENTO FINITO POR PRINCIPIO VARIACIONAL    ******
REM ***********************************************************

REM n=número de nodos; n-1=número de elementos
n = 15: l = .035 / (n - 1): rho = 995: a = 2 * 3.1416 * .035 * .0611: TAMB = 27: H = 2: deltat = 1: cp =
4063: p0 = 800: d = 1 / 9.6949
kT = .63
DIM c(n - 1, 2, 2), hec(n - 1, 2, 2), x(n), COEF(n, 2, 2), coef1(n, 2, 2), KG(n, n), FL(n + 1, 2, 1), FG(n),
k(n, 2, 2)
DIM a(n, n), X1(n, 2), Q(n, 2, 1), f(n, 2, 1), t(n, 2, 1), s(n, 2, 1), SL(n, 2, 1)
DIM A1(n, n + 1), x2(n)
FOR k = 1 TO n - 1
x(k + 1) = l: x(k) = 0
c(k, 1, 1) = 1 / 3
hec(k, 1, 1) = c(k, 1, 1) * H * P: c(k, 1, 1) = c(k, 1, 1) * rho * cp * a
c(k, 1, 2) = 1 / 6
hec(k, 1, 2) = c(k, 1, 2) * H * P: c(k, 1, 2) = c(k, 1, 2) * rho * cp * a
hec(k, 2, 1) = hec(k, 1, 2): c(k, 2, 1) = c(k, 1, 2)
hec(k, 2, 2) = hec(k, 1, 1): c(k, 2, 2) = c(k, 1, 1)
COLOR 4, 7: PRINT "MATRIZ DE CAPACITANCIA DEL ELEMENTO"; k
PRINT c(k, 1, 1), c(k, 1, 2)
PRINT c(k, 2, 1), c(k, 2, 2)
NEXT k
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

FOR k = 1 TO n - 1
    k(k, 1, 1) = a * kT / l + hec(k, 1, 1)
    k(k, 1, 2) = -a * kT / l + hec(k, 1, 2)
    k(k, 2, 1) = -a * kT / l + hec(k, 2, 1)
    k(k, 2, 2) = a * kT / l + hec(k, 2, 2)
NEXT k

REM CONSTRUCCION DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
FOR i = 1 TO (n - 1)
    REM XP = (I - 1 / 2) * L
    Q(i, 1, 1) = p0
    Qrem = p0 * EXP(-l / d)
    Q(i, 1, 1) = Q(i, 1, 1) * (1 - EXP(-l / d))
    Q(i, 2, 1) = Q(i, 1, 1)
    p0 = Qrem
PRINT "p0"; p0
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
```

```
REM CICLO PARA ESPECIFICACION DE TERMINOS INDEPENDIENTES
FOR k = 1 TO n - 1
    IF k = 1 THEN
    f(k, 1, 1) = Q(k, 1, 1) - TAMB * a * H: f(k, 2, 1) = Q(k, 2, 1)
    GOTO 20
    ELSE
    END IF
    IF k = n - 1 THEN
    f(k, 2, 1) = Q(k, 2, 1) - TAMB * a * H: f(k, 1, 1) = Q(k, 1, 1)
    GOTO 20
    ELSE GOTO 17
    END IF

17          f(k, 1, 1) = Q(k, 1, 1)
        f(k, 2, 1) = Q(k, 2, 1)
20 PRINT "flocal="; "["; f(k, 1, 1); f(k, 2, 1); "]"
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
NEXT k
REM CONSTRUCCION DE LAS MATRICES LOCALES DE COEFICIENTES
FOR k = 1 TO n - 1
    PRINT "MATRIZ LOCAL DE COEFICIENTES DEL ELEMENTO"; k; ":"
    FOR i = 1 TO 2
        FOR j = 1 TO 2
            COEF(k, i, j) = 2 * c(k, i, j) + deltat * k(k, i, j)
            coef1(k, i, j) = 2 * c(k, i, j) - deltat * k(k, i, j)
            PRINT COEF(k, i, j),
        NEXT j
        PRINT
       NEXT i
NEXT k

REM INICIALIZACION DE LA TEMPERATURA
FOR k = 1 TO n - 1
    FOR i = 1 TO 2
    t(k, i, 1) = 27
    s(k, i, 1) = 27
    NEXT i
NEXT k

10 tiempo = tiempo + deltat
REM IF TIEMPO <= TIMEFIN THEN
REM PRODUCTOS MATRICIALES LOCALES DE (CAPACITANCIA + CONDUCTIVIDAD)POR EL
VECTOR DE TEMPERATURA ANTERIOR
FOR k = 1 TO n - 1
    SUMA1 = 0: SUMA2 = 0
    FOR i = 1 TO 2
        SUMA1 = SUMA1 + coef1(k, 1, i) * s(k, i, 1)
        SUMA2 = SUMA2 + coef1(k, 2, i) * s(k, i, 1)
    NEXT i
    SL(k, 1, 1) = SUMA1
    SL(k, 2, 1) = SUMA2
NEXT k
```

```
REM CONSTRUCCION DE VECTORES LOCALES DE TERMINOS INDEPENDIENTES
FOR k = 1 TO n - 1
    PRINT "VECTOR LOCAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES DEL ELEMENTO"; k
    FOR i = 1 TO 2
        FL(k, i, 1) = 2 * deltat * f(k, i, 1) + SL(k, i, 1)
        PRINT FL(k, i, 1)
    NEXT i
    PRINT
NEXT k

REM GLOBALIZACION

REM CONSTRUCCION DE LA MATRIZ GLOBAL DE COEFICIENTES

FOR k = 1 TO n - 1
    IF k = 1 THEN
    KG(k, k) = COEF(k, 1, 1)
    KG(k, k + 1) = COEF(k, 1, 2)
    KG(k + 1, k) = COEF(k, 2, 1)
    KG(k + 1, k + 1) = COEF(k, 2, 2) + COEF(k + 1, 1, 1)

    ELSE
    KG(k, k + 1) = COEF(k, 1, 2)
    KG(k + 1, k) = COEF(k, 2, 1)
    KG(k + 1, k + 1) = COEF(k, 2, 2) + COEF(k + 1, 1, 1)
    END IF
NEXT k

FOR i = 1 TO n
FOR j = 1 TO n
PRINT KG(i, j);
NEXT j
PRINT
NEXT i
REM GLOBALIZACION DE LOS TERMINOS INDEPENDIENTES
PRINT "VECTOR GLOBAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES"
FOR k = 1 TO n
    IF k = 1 THEN
    FG(k) = FL(k, 1, 1)
    ELSE
    FG(k) = FL(k - 1, 2, 1) + FL(k, 1, 1)
    END IF
NEXT k

PRINT "VECTOR GLOBAL DE TERMINOS INDEPENDIENTES"
FOR k = 1 TO n: PRINT FG(k): NEXT k

REM *****E L I M I N A C I O N   G A U S S I A N A*********
SCREEN 0: COLOR 4, 11, 10
CLS
REM ********
'INPUT "DAME EL NUMERO DE ECUACIONES"; N
FOR i = 1 TO n
    FOR j = 1 TO n
```

```
        A1(i, j) = KG(i, j)
        PRINT A1(i, j); "   ";
        NEXT j
        REM TERMINO INDEPENDIENTE
            A1(i, n + 1) = FG(i)
            PRINT "="; A1(i, n + 1)
 NEXT i
 GOSUB 1000
 PRINT "tiempo="; tiempo
 FOR i = 1 TO n
 COLOR 4
 PRINT "x"; i; "="; x2(i)
 IF i / 20 - INT(i / 20) = 0 THEN
 DO
 LOOP WHILE INKEY$ = ""
 ELSE
 END IF
 NEXT i
 DO
 LOOP WHILE INKEY$ = ""
 FOR k = 1 TO n
     FOR i = 1 TO 2
         s(k, i, 1) = x2(k)
     NEXT i
 NEXT k

 GOTO 10
 END

 1000 FOR k = 1 TO n - 1
      PRINT
      FOR i = k + 1 TO n
          qt = A1(i, k) / A1(k, k)
          FOR j = k + 1 TO n + 1
              A1(i, j) = A1(i, j) - qt * A1(k, j)
          NEXT j
      NEXT i
      FOR i = k + 1 TO n
          A1(i, k) = 0
      NEXT i
 NEXT k
      x2(n) = A1(n, n + 1) / A1(n, n)
 FOR NX = 1 TO n - 1
      SUM = 0
      i = n - NX
      FOR j = i + 1 TO n
          SUM = SUM + A1(i, j) * x2(j)
      NEXT j
      x2(i) = (A1(i, n + 1) - SUM) / A1(i, i)
     NEXT NX
     DO
     LOOP WHILE INKEY$ = ""
 RETURN
```

PROGRAMA PARA LA EVALUACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN INESTABLE UNIDIRECCIONAL A TRAVÉS DE UN BLOQUE RECTANGULAR.

```
COLOR 4, 7, 1
CLS
REM ***********************************************************
REM *          ANALISIS POR ELEMENTO FINITO DE CONDUCCION 1-D INESTABLE          *
REM *   ECUACIONES BASADAS EN:J.ED AKIN, FINITE ELEMENT ANALYSIS 4 UNDERGRADUATES   *
REM ***********************************************************
REM ***********************************************************

REM ESPECIFICACION DE PARAMETROS
b = 3:                   'NUMERO DE FOURIER
INPUT "NUMERO DE NODOS"; N
DIM S(N, N), q(N, N), T(N), U(N), F(N)
DIM x(N), Y(N), XN(N), YN(N)
DIM A1(N, N + 1), X2(N)
REM ***********************************************************
REM ******** modificacion del numero de Fourier en funcion del numero de nodos ******
b = b / 9 * (N - 1) ^ 2
PRINT "b="; b
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

REM CONSTRUCCION DE LA MATRIZ [S']
REM ******************************
REM TERMINOS EN LA DIAGONAL:
REM ******************************
FOR i = 2 TO N - 1
     S(i, i) = 4 + 2 * b
NEXT i
S(1, 1) = 2 + b: S(N, N) = 2 + b
REM ******************************
REM TERMINOS FUERA DE LA DIAGONAL
REM ******************************
PRINT "MATRIZ [S']"
FOR i = 1 TO N - 1
     S(i, i + 1) = 1 - b
NEXT i
FOR i = 2 TO N
     S(i, i - 1) = 1 - b
NEXT i
REM ******************************
REM VISUALIZACION DE LA MATRIZ [S']
REM ******************************
COLOR 4, 7, 1
FOR i = 1 TO N
    FOR J = 1 TO N
        PRINT S(i, J);
    NEXT J
    PRINT
NEXT i
```

```
REM ********************************
REM CONSTRUCCION DE LA MATRIZ [Q']
REM ********************************
REM TERMINOS EN LA DIAGONAL:
REM ********************************
FOR i = 2 TO N - 1
    q(i, i) = 4 - 2 * b
NEXT i
q(1, 1) = 2 - b: q(N, N) = 2 - b
REM ********************************
REM TERMINOS FUERA DE LA DIAGONAL
REM ********************************
FOR i = 1 TO N - 1
    q(i, i + 1) = 1 + b
NEXT i
FOR i = 2 TO N
    q(i, i - 1) = 1 + b
NEXT i
REM ********************************
REM VISUALIZACION DE LA MATRIZ [Q']
REM ********************************
COLOR 9, 7
PRINT "MATRIZ [Q']"
FOR i = 1 TO N
    FOR J = 1 TO N
        PRINT q(i, J);
    NEXT J
    PRINT
NEXT i
REM ******************************************************
REM ** EL SISTEMA DE ECUACIONES A RESOLVER EN CADA INTERTEVALO DE TIEMPO ES:   **
REM ******* [S'][T(t+deltat)]=[Q'][T(t)]                                       **
REM ****** [S][U]=[Q][T]                                                       **
REM ******************************************************
REM INICIALIZACION DE LA TEMPERATURA:LA TEMPERATURA INICIAL ES CERO
FOR i = 1 TO N
    T(i) = 0
NEXT i
REM ESPECIFICACION DE CONDICIONES DE FRONTERA
REM ******************************************************
REM LA TEMPERATURA EN EL EXTREMO IZQUIERDO ES 10, SIEMPRE. U(1)=10
U(1) = 10:
REM LA TEMPERATURA EN EL EXTREMO DERECHO ES 20, SIEMPRE. U(N)=20
U(N) = 20:
REM ******************************************************
400
REM OBTENCION DEL PRODUCTO [Q][T]
COLOR 2
PRINT "producto [Q][T]="
FOR i = 1 TO N
    SUMA1 = 0
    FOR J = 1 TO N
        SUMA1 = SUMA1 + q(i, J) * T(J)
    NEXT J
```

```
    F(i) = SUMA1
    PRINT F(i)
NEXT i
REM S(1, 1) = U(1)
REM S(N, N) = U(N)

F(1) = U(1) * S(1, 1): F(N) = U(N) * S(N, N)
F(2) = F(2) - S(2, 1) * U(1)
F(N - 1) = F(N - 1) - S(N - 1, N) * U(N)
S(1, 2) = 0: S(2, 1) = 0
S(N - 1, N) = 0: S(N, N - 1) = 0
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

PRINT "VISUALIZACION DEL SISTEMA DE ECUACIONES A RESOLVER"
FOR i = 1 TO N
    FOR J = 1 TO N
        COLOR i
        PRINT S(i, J);              'coeficientes
    NEXT J
        PRINT "="; F(i)             'terminos independientes
NEXT i
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
REM*****E L I M I N A C I O N   G A U S S I A N A*********
SCREEN 0: COLOR 4, 11, 10
CLS
REM ******** INPUT "DAME EL NUMERO DE ECUACIONES"; N
FOR i = 1 TO N
     FOR J = 1 TO N
     A1(i, J) = S(i, J)
     PRINT A1(i, J); "   ";
     NEXT J
     REM TERMINO INDEPENDIENTE
          A1(i, N + 1) = F(i)
          PRINT "="; A1(i, N + 1)
NEXT i

GOSUB 1000
FOR i = 1 TO N
COLOR 16
PRINT "x"; i; "="; X2(i)
IF i / 20 - INT(i / 20) = 0 THEN
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
ELSE
END IF
NEXT i
GOSUB 2000
FOR i = 1 TO N
T(i) = X2(i):
PRINT "t"; i; "="; T(i)
NEXT i
```

```
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
GOTO 400
END

1000 FOR k = 1 TO N - 1
    PRINT
    FOR i = k + 1 TO N
        qt = A1(i, k) / A1(k, k)
        FOR J = k + 1 TO N + 1
            A1(i, J) = A1(i, J) - qt * A1(k, J)
        NEXT J
    NEXT i
    FOR i = k + 1 TO N
        A1(i, k) = 0
    NEXT i
NEXT k
    X2(N) = A1(N, N + 1) / A1(N, N)
FOR NX = 1 TO N - 1
    SUM = 0
    i = N - NX
    FOR J = i + 1 TO N
        SUM = SUM + A1(i, J) * X2(J)
    NEXT J
    X2(i) = (A1(i, N + 1) - SUM) / A1(i, i)
   NEXT NX
RETURN
2000
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

 CLS
 KEY OFF
 PRINT "GRAFICADOR DE FUNCIONES ANALITICAS"
 REM EN LA INSTRUCCION 110 SE ESPECIFICA LA FUNCION A GRAFICAR
 REM INPUT "INTERVALO DE GRAFICACION:XMIN,XMAX="; XMIN, XMAX
 XMIN = 0: XMAX = N + 1
 DELTAX = (XMAX - XMIN) / (N - 1)
 x(0) = XMIN
 REM CALCULO DE LOS VALORES DE LA FUNCION
 FOR i = 1 TO N
 Y(i) = X2(i)
 x(i) = i
 NEXT i
 REM OBTENCION DE VALORES EXTREMOS DE LA FUNCION
 YMIN = Y(1): YMAX = Y(1)
 FOR i = 2 TO N
 IF YMIN > Y(i) THEN YMIN = Y(i)
 IF YMAX < Y(i) THEN YMAX = Y(i)
 NEXT i
REM  PRINT "XMIN="; XMIN, "XMAX="; XMAX, "YMIN="; YMIN, "YMAX="; YMAX,
 REM UNA VEZ OBTENIDOS LOS VALORES EXTREMOS USUARIO DECIDE INTERVALO DE
GRAFICACION
```

```
REM  PRINT "INTERVALO DE X E Y QUE DESEAS GRAFICAR"
REM  INPUT "XMINGRAF="; XMINGRAF: INPUT "XMAXGRAF="; XMAXGRAF:
REM  INPUT "YMINGRAF="; YMINGRAF: INPUT "YMAXGRAF="; YMAXGRAF:
REM  INPUT "ESCALA EJE X="; SCALEX: INPUT "ESCALA EJE Y"; SCALEY
XMINGRAF = 0: XMAXGRAF = N + 1: YMINGRAF = 0: YMAXGRAF = 20: SCALEX = 1: SCALEY =
1
SCREEN 8
CLS

COLOR 4, 7
LINE (80, 30)-(80, 169)
LINE (80, 30)-(559, 30)
LINE (80, 169)-(559, 169)
LINE (559, 30)-(559, 169)
PASX = XMAXGRAF + ABS(XMINGRAF)
PASY = YMAXGRAF + ABS(YMINGRAF)
EJEY = 80 + (559 - 80) / PASX * ABS(XMINGRAF)
EJEX = 30 + (169 - 30) / PASY * YMAXGRAF
LINE (EJEY, 30)-(EJEY, 169)
LINE (80, EJEX)-(559, EJEX)
REM normalizacion de escala
NY = INT(PASY / SCALEY)
NX = INT(PASX / SCALEX)
IF PASO = 0 THEN 1428 ELSE 1717
1428 DIM DIVX(NX), DIVY(NY)
1717
DIVX(1) = 80: DIVY(1) = 169
FOR i = 2 TO NX
 DIVX(i) = DIVX(i - 1) + SCALEX * (559 - 80) / PASX
LINE (DIVX(i), EJEX - 2)-(DIVX(i), EJEX + 2)
LINE (DIVX(i), 30)-(DIVX(i), 32)
LINE (DIVX(i), 167)-(DIVX(i), 169)
NEXT i
FOR J = 2 TO NY
DIVY(J) = DIVY(J - 1) - SCALEY * (169 - 30) / PASY
LINE (EJEY - 3, DIVY(J))-(EJEY + 3, DIVY(J))
LINE (80, DIVY(J))-(83, DIVY(J))
LINE (556, DIVY(J))-(559, DIVY(J))
NEXT J
FOR i = 1 TO N
COLOR 7, 1
XN(i) = x(i) * (559 - 80) / PASX + EJEY
YN(i) = -Y(i) * (169 - 30) / PASY + EJEX
PSET (XN(i) - 1, YN(i) + 1)
PSET (XN(i) - 1, YN(i))
PSET (XN(i) - 1, YN(i) - 1)
PSET (XN(i), YN(i) + 1)
PSET (XN(i), YN(i))
PSET (XN(i), YN(i) - 1)
PSET (XN(i) + 1, YN(i) + 1)
PSET (XN(i) + 1, YN(i))
PSET (XN(i) + 1, YN(i) - 1)
NEXT i
```

```
FOR J = 1 TO N - 1
LINE (XN(J), YN(J))-(XN(J + 1), YN(J + 1))
NEXT J
LOCATE 1, 14: PRINT "F(X)=SENO DE X"
LOCATE 23, 10: PRINT "XGRAF="; XMINGRAF: LOCATE 21, 1: PRINT "YGRAF="; YMINGRAF
LOCATE 3, 1: PRINT "YGRAF="; YMAXGRAF: LOCATE 23, 63: PRINT "XGRAF="; XMAXGRAF:
LOCATE 1, 1
PASO = PASO + 1
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
CLS
RETURN
```

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFIA

1.- Ayappa K. G. and Davis H. T., Davis E. A, J. Gordon.
"Analysis of Microwave Heating of Materials with Temperature Dependen properties".
A.I.C.H.E.J.1991, Vol 37, Núm. 3.

2.- Berteaud André-Jean y Michel Delmotte.
"Las microondas: De la cocina a la industria".
Mundo Científico, 1993, Vol. 35, Núm. 13, Pag. 448-456.

3.- Burnett Davis S.
"Finite Element Analysis from Concepts to Aplication".
Addison Wesley, Massachusetts, 1988

4.- Bird,Robert B., Warren E Stewart, Lightfoot
"Fénomenos de Transporte"
Repla, México 1987.

5.- Califano A.N and N.E Zaritzky.
"A Numerical Method for Simulating Heat Transfer in Heterogeneous and Irregularly Shaped Foodstuffs".
Journal of Food Process Engineering 1993, Vol. 16, Núm.3, Pag.159-171.

6.- Chavez López Mónica.
"Aplicación de la Energía de Microondas en la Industria de Alimentos"
Facultad de Química (Tesis de Licenciatura),UNAM, México 1990.

7.- Constantinides Alkis
"Applied Numerical Methods with Personal Computers".
Mc Graw Hill, Singapure, 1987.

8.- Daniels Farrington
"Experimental Physical Chemistry", 7ª Ed.
Mc. Graw Hill, New York, 1970.

9.- Datta A.K and Hu, W.
"Optimization of Quality in Microwave Heating".
Food Technology 1992, Vol. 46, Núm.12, Pag. 53-56.

10.- Decareau, Robert V.
"Microwave Food Processing Equipment Throughout the World".
Food Technology 1986, Vol. 40, Núm. 6, Pag. 99-105.

11.-Decareau, R.V. and R.A. Peterson.
"Microwave Processing and Engineering"
Ellis Horwood Ltd. Chichester 1986.

12.- Geankoplis Cristie J.
"Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias"
C.E.C.S.A., México 1992.

13.- Giese James .
"Advances in Microwave Food Processing".
Food Technology 1992, Vol. 46, Núm. 9, Pag. 118-123.

14.- Harlfinger, Linda
"Microwave Sterilization".
Food Technology 1992, Vol. 46, Núm.12, Pag. 57-61.

15.- Hill, Arthur R.
"Quality of Ultra-High-Temperature Processed Milk".
Food Tecnology 1988, Vol. 42, Núm. 9, Pag. 92-97.

16.- Holman, Philips Jack
"Heat Transfer", 7ª Ed.
Mc Graw-Hill, New York 1990.

17.- Hui, Y.H.
"Dairy Science and Technology Handbook".
John Wilwy and Sons. New York, 1993

18.- Hui, Y. H.
"Encyclopedia de Food Science and Technology"
John Wiley and Sons. New York 1992.

19.-Incropera, Frank P.and David, P. DeWitt.
"Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 3ª ed
John Wiley and Sons, New York, 1990.

20.- Kirkpatrik, K. J. and Fenwick, R.M
"Manufacture and General Pproperties of Dairy Ingredients".
Food tecnology 1987, Vol. 41, Núm. 10, Pag. 58-65.

21.- Kotake Susumi.
"Numerical Simulation of Heat Transfer and Fluid Flow on a Personal Computer".
John Wiley and Sons, New York, 1992.

22.-Laye, I; D. Karleskind and Morr, C.V
"Chemical Microbiological and Sensory Properties of Plain Nonfat Yoghurt".
Journal of Food Science 1993, Vol. 58, Núm. 5, Pag. 991-995.

23.- Lewis, M. J.
"Propiedades Físicas de los Alimentos y de los Sistemas de Procesado", 3ª ed
Acribia. Zaragoza 1993.

24.- Mckelvey, Philip John, Howard, Grotch.
"Física para Ciencias e Ingeniería"
HARLA, México 1980.

25.- Mitchell, Ronald Andrew and Griffiths, D.F
"The Finite Difference Method in Partial Differential Equations"
John Wiley and Sons,New York, 1980.

26.-Mitchell, Ronald Andrew and Wail.
"The Finite Element Method in Partial Differential Equations"
John Wiley and Sons, New York, 1977.

27.- Mudgett, Richard E.
"Microwave Properties and Heatinf Characteristics of Foods".
Food Technology 1986, Vol. 40, Núm. 6, Pag. 84-93,98.

28.- Nikdel, Seifollah; Chin, S. Chen; Parish, Mickey E.
"Pasteurization of Citrus Juice with Microwave Energy in a Continuous Flow Unit".
Journal of Agricultural Food Chemistry 1993, Vol. 41, Núm. 11, Pag. 2116-2119.

29.- Owasu-Ansah Y. J.
"Advances in Microwave Drying of Food and Food Ingredient".
Canadian Institute of Food Science and Technology Journal 1991, Vol. 24, Núm.(3/4), Pag. 102-107.

30.- Parnell M. Estelle and Clunies, Y. Kakuda, J.M Deman.
"Influence of Heat Treatment of Milk on the Flow Properties of Yoghurt".
Journal of Food Science 1986, Vol. 51, Núm. 6, Pag. 1459-1462.

31.- Perry, Robert H, Chilton, J.H
"Biblioteca del Ingeniero Químico". 3ª Ed.
Mc Graw-Hill, México 1986.

32.- Potter, Norman N.
"Ciencia de los Alimentos"
Edutex S.A., México 1973.

33.- Ramoswamy, H and Van de Voort, F.R
"Microwave Applications in the Food Processing".
Canadian Institute of Food Science and Technology Journal 1990, Vol. 23, Núm.(1/4), Pag. 17-21.

34.- Resnick, Robert; Holliday, David
"Física", vol.2
C.E.C.S.A, México 1980.

35.- Richard, Edgar.
"The Economics of Microwave Processing in the Food Industry".
Food Technology 1986, Vol. 40, Núm. 6, Pag. 106-112.

36.- Sánchez, Terminel Luis Alberto.
"Principios Básicos del Calentamientos en Microondas"
F.E.S-Cuautitlán. (Tésis de licenciatura),UNAM, México 1985

37.- Sandler, Henry J.and Luckiewict, Edward T.
"Practical Proces Engineering a Working Approach to Plant Design".
Mc Graw Hill, New York, 1987.

38.- Sandu, Constantine and Singh, Rakest K.
"Energy Increase in Operation and Cleaning Due to Heat-Exchanger Fouling in Milk Pasteurization".
Food Tecnology 1991, Vol. 45, Núm. 12, Pag. 84-91.

39.- Schiffmann, Robert F.
"Food Product Development for Microwave Processing "
Food Technology 1986, Vol. 40, Núm. 6, Pag. 94-98.

40.- Schiffmann, Robert F.
"Microwave Processing in the U.S. Food Industry"
Food Technology 1992, Vol. 46, Núm.12, Pag. 50-52,56.

41.- Schleger, Wilfried
"Commercial Pasteurization and Sterilization of Food Products Using Microwave Technology".
Food Technology 1992, Vol. 46, Núm.12, Pag. 62-63.

42.- SE-IMIQ, Facultad de Química.
Boletin-IMIQ. Vol. 2, noviembre 3 de 1994

43.- Shukla, Triven P.
"Heating Food in the Microwave Oven".
Cereal Foods World 1990, Vol. 35, Núm. 8, Pag. 761-762.

44.- Taokis P., Davis, E.A; Davis,H.T; Gordon, J and Talmon, Y.
"Mathematical Madeling of Microwave Thawing by the Modified Isotherm Migration Method".
Journal of food science 1987, Vol. 52, Núm 2, Pag 455-463.

45.- Toledo, Romeo T.
"Fundamentals of Food Process Engineering", 2ª Ed.
Van Nostrand Reinhold, New York 1991.

46.- United State of American Institute of Food Technologist, Expert Panel on Food Safety and Nutrition.
"Microwave Food Processing".
Food Technology 1989, Vol. 43, Núm. 1, Pag. 117-129

47.- Vasavada, Purnendu C.
"Microwave Processing for the Dairy Industry".
Food Australia 1990, Vol. 42, Núm. 12, Pag. 562-564.

48.- Zienkiewick, O.C and Taylor, R.L
"El Método de los Elementos Finitos".
Mc Graw Hill, Madrid, 1994.