

01163 ⁵ 2ej



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

EFFECTO DE LOS MOVIMIENTOS FUERA DE FASE EN ESTRUCTURAS LINEALES SOBRE APOYOS MULTIPLES

HENRY OMAR PINEDA PORRAS

FALLA DE ORIGEN

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA (MECANICA DE SUELOS)

ASESOR DE TESIS:

DR. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA

CIUDAD UNIVERSITARIA, NOVIEMBRE, 1995



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi esposa e hijos.

A M. J. E. de B. y A.

AGRADECIMIENTOS

A INTERCONEXION ELECTRICA S.A. por el apoyo brindado para realizar esta maestría.

Al Dr. Miguel P. Romo Organista, por su excelente dirección, durante la realización de esta tesis.

A mis compañeros y amigos de maestría.

RESUMEN

Se propone un método para estudiar el efecto de los movimientos fuera de fase, en estructuras lineales sobre apoyos múltiples, considerando que las ondas generadas por sismos, vibración de maquinarias o de tránsito vehicular, llegan a cada una de las fundaciones, a destiempo. La estructura es discretizada con masas concentradas, amortiguadores de comportamiento viscoso y resortes; posteriormente, se adiciona el elemento viga. Se incluyen modelos matemáticos para simular la interacción suelo-estructura y el comportamiento no-lineal del suelo en cada uno de los apoyos. La respuesta dinámica se determina con base en los grados de libertad de desplazamiento horizontal y giros por cabeceo y torsión.

Mediante un programa de computadora, desarrollado para esta investigación, basado en el método de integración propuesto por Newmark, se verifica que la respuesta dinámica de un portal de dos apoyos es similar a la obtenida con soluciones analíticas. También se observa el funcionamiento del modelo, determinando la respuesta de una estructura de tres apoyos excitada por fuerzas de cortante basal generadas por ondas sísmicas de compresión o de cortante, las cuales se propagan en dirección longitudinal a la estructura.

Se hacen análisis de sensibilidad del comportamiento de una estructura similar, variando la relación entre la separación de apoyos y la longitud de onda de los movimientos del suelo, considerando diferentes tipos de suelo en los apoyos de la estructura y permitiendo retardos y defases en la llegada de las ondas sísmicas a cada una de las fundaciones. Las fuerzas actuantes en los apoyos son generadas por ondas de cortante.

Se concluye que en estructuras lineales, se debe considerar una excitación por apoyo, con los defases o retardos correspondientes. En forma determinista y en el dominio del tiempo, se puede seguir el procedimiento incluido en este estudio. Otra manera sería hacer el análisis en el dominio de la frecuencia. Se ve que el efecto de los movimientos fuera de fase, aumenta la respuesta dinámica de las estructuras lineales. Su importancia dependerá de las condiciones geométricas del problema y de las características de los movimientos sísmicos en cada apoyo de la estructura.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 1.1 Objetivo | 1 |
| 1.2 Antecedentes..... | 1 |
| 1.3 Alcance de la tesis | 2 |
| 2. MODELO TEÓRICO PROPUESTO..... | 5 |
| 2.1 Modelo considerando base rígida..... | 6 |
| 2.2 Modelo considerando la interacción suelo-estructura | 7 |
| 2.2.1 Modelo con masas concentradas (MMR)..... | 7 |
| 2.2.2 Modelo incluyendo el elemento viga (MEV)..... | 10 |
| 2.2.3 Modelo considerando el comportamiento no lineal del suelo (CNL)..... | 11 |
| 3. VERIFICACIÓN DEL MODELO | 14 |
| 3.1 Verificación numérica..... | 14 |
| 3.2 Conformación del vector de cargas dinámicas $\{Q\}$ | 15 |
| 3.2.1 Corrección de línea base en acelerogramas | 15 |
| 3.2.2 Verificación del programa de computadora desarrollado para integrar acelerogramas | 17 |
| 3.3 Verificación del modelo | 18 |
| 3.3.1 Comparación de los desplazamientos de las masas obtenidos con los tres modelos..... | 19 |
| 3.3.2 Verificación del funcionamiento de los modelos..... | 21 |
| 3.3.2.1 Verificación del modelo con masas y resortes (MMR) | 22 |
| a) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos | 22 |
| b) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo..... | 24 |
| 3.3.2.2 Verificación del modelo con el elemento viga (MEV) | 27 |
| a) Análisis con ondas de compresión | 27 |
| a1) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos | 28 |
| a2) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo..... | 31 |
| b) Análisis con ondas de cortante | 34 |
| b1) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos | 34 |
| b2) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo..... | 37 |
| 3.4 Conclusiones | 41 |
| 4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD | 43 |
| 4.1 Análisis variando L_c / λ | 43 |
| 4.1.1 Respuesta dinámica cuando $L_c / \lambda = 0.5$ | 44 |
| 4.1.2 Respuesta dinámica cuando $L_c / \lambda = 1.0$ | 48 |
| 4.1.3 Respuesta dinámica cuando $L_c / \lambda = 1.5$ | 51 |

| | |
|--|----|
| 4.2 Análisis con la estructura apoyada en diferentes tipos de suelo | 57 |
| 4.2.1 Estructura apoyada en diferentes tipos de suelo | 58 |
| 4.2.2 Respuesta de la estructura cuando está apoyada en un suelo cuya velocidad de onda de cortante es de 150 cm/s..... | 66 |
| 4.2.3 Respuesta de la estructura cuando está apoyada en un suelo cuya velocidad de onda de cortante es de 50 cm/s | 67 |
| 4.3 Efecto del retardo en la llegada de las ondas sísmicas a cada uno de los apoyos..... | 72 |
| 4.3.1 Análisis con los movimientos de la excitación actuando en la misma dirección | 72 |
| 4.3.2 Análisis con los movimientos de la excitación en sentidos opuestos | 76 |
| 5. CONCLUSIONES..... | 83 |
| 6. BIBLIOGRAFÍA..... | 86 |

Apéndice A: Expresiones que definen las rigideces estáticas y los amortiguamientos geométricos del conjunto suelo-cimentación.

Apéndice B: Sub-matrices del elemento viga, incluidas en el modelo.

SIMBOLOGÍA

| | |
|-------------|---|
| A_t | área de trabe. |
| A_c | área de columna. |
| A, A' | parámetros relacionados con la rigidez del suelo. |
| B | parámetro relacionado con la ductilidad o fragilidad del suelo. |
| B, L | ancho y largo de la fundación (figura 2.3). |
| $[C]$ | matriz de amortiguamientos viscosos. |
| c | columna (en figuras). |
| CL | comportamiento lineal del suelo de cimentación. |
| CNL | comportamiento no-lineal del suelo de cimentación. |
| c_n | amortiguamiento viscoso de la columna n . |
| c_{hn} | amortiguamiento geométrico horizontal del conjunto suelo-cimentación en el apoyo n . |
| $c_{n,n+1}$ | amortiguamiento viscoso de la trabe ubicada entre las columnas n y $n+1$. |
| c_m | amortiguamiento geométrico angular por cabeceo, del conjunto suelo cimentación, en el apoyo n . |
| c_s | amortiguamiento del soporte de la estructura, el cual corresponde a la columna o al amortiguamiento geométrico del conjunto suelo-estructura. |
| Des | desplazamientos (en figuras). |
| E | peralte de la fundación. |
| E_c | módulo de elasticidad del concreto. |
| $F, din.$ | fuerza o carga dinámica (en figuras). |
| f_n | fundación o apoyo n . |
| f, fl, fn | amplitudes de movimientos o magnitudes de elementos mecánicos, en fundaciones o apoyos en CL y CNL del suelo (en figuras). |
| γ | deformación angular del suelo. |
| γ_r | deformación angular de referencia del suelo. |
| G | módulo de rigidez al esfuerzo cortante del suelo en función de la deformación angular. |
| G_o | módulo de rigidez al cortante del suelo para deformaciones pequeñas ($\gamma \leq 10^{-4} \%$). |
| H | espesor del estrato de suelo blando. |
| H_c, B_c | ancho y largo de la sección de columna. |
| H_t, B_t | peralte y base de la sección de trabe. |
| I_{rhn} | momento de inercia de la fundación y de la estructura con respecto al eje de rotación horizontal en el apoyo n . |
| I_c | inercia de columna. |
| I_r | índice de rigidez del suelo. |
| I_p | índice de plasticidad del suelo. |

| | |
|-------------------|--|
| ISE | interacción suelo-estructura. |
| I_r | inercia de trabe. |
| $[K]$ | matriz de rigideces. |
| k_{hn} | rigidez horizontal del conjunto suelo-cimentación en el apoyo n. |
| k_m | rigidez angular por cabeceo del conjunto suelo-cimentación en el apoyo n. |
| k_n | rigidez de la columna n. |
| $k_{n,n+1}$ | rigidez de la trabe ubicada entre las columnas n y n+1. |
| k_s | rigidez del soporte de la estructura, la cual corresponde a la columna o al conjunto suelo-estructura. |
| λ | longitud de onda de la excitación. |
| L_{cn} | longitud de la columna n. |
| L_t | longitud de trabe o separación entre apoyos. |
| $[M]$ | matriz de masas concentradas o consistentes. |
| m, ml, mn | amplitudes de movimientos o magnitudes de elementos mecánicos, en masas o uniones de columnas con traves en CL y CNL del suelo (en figuras). |
| MEV | modelo que incluye el elemento viga. |
| MMR | modelo que considera masas concentradas y resortes. |
| M_n <i>ex</i> | movimientos de la masa n, calculados con el método exacto (figura 3.2). |
| M_n <i>prog</i> | movimientos de la masa n, calculados con el programa (figura 3.2). |
| mld | momento flector o torsor derecho en trabe, en CL del suelo. |
| mnd | momento flector o torsor derecho en trabe, en CNL del suelo. |
| mli | momento flector o torsor izquierdo en trabe, en CL del suelo. |
| mini | momento flector o torsor izquierdo en trabe, en CNL del suelo. |
| m_n | masa concentrada en el nodo n. |
| \bar{m}_n | masa consistente correspondiente a la trabe n o columna n. |
| m_f^n | masa de la fundación n. |
| $\{Q\}$ | vector de cargas o fuerzas dinámicas actuantes en los apoyos. |
| \ddot{u}_{no} | historia de aceleraciones del suelo en el apoyo n. |
| \dot{u}_{no} | historia de velocidades del suelo en el apoyo n. |
| u_{no} | historia de desplazamientos del suelo en el apoyo n. |
| U_0 | desplazamiento del suelo, causado por la excitación. |
| U_f <i>abs</i> | desplazamiento absoluto de la fundación. |
| U_f <i>rel</i> | desplazamiento relativo de la fundación. |
| U_m <i>abs</i> | desplazamiento absoluto de la masa o la unión de columna con trabe. |
| U_m <i>rel</i> | desplazamiento relativo de la masa o unión de columna con trabe. |
| θ_f | ángulo de giro por cabeceo de la fundación. |
| τ | esfuerzo cortante del suelo. |
| t | trabe (en figuras). |
| T_{es} | periodo de la estructura. |
| T_{ex} | periodo de la excitación. |
| V_s | velocidad de onda característica del suelo. |

| | |
|---------------|--|
| w | carga distribuida en traves. |
| ω_{sz} | frecuencia angular de la estructura. |
| ω_{ex} | frecuencia angular de la excitación. |
| ω_L | límite líquido del suelo. |
| ω_p | límite plástico del suelo. |
| ω_n | contenido natural de agua en el suelo. |

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Objetivo

El objetivo de esta tesis es analizar los movimientos fuera de fase en estructuras lineales de múltiples apoyos, sometidas a vibraciones causadas por ondas sísmicas o generadas por maquinarias o vehículos. El procedimiento desarrollado se centra en determinar la respuesta dinámica de portales de varios apoyos, incluyendo la interacción suelo-estructura y considerando que el comportamiento del suelo de cimentación en cada uno de ellos es elástico o inelástico.

1.2 Antecedentes

Las estructuras lineales, tales como oleoductos, acueductos, canales, viaductos, líneas de transmisión de energía eléctrica o de telecomunicaciones, etc. se caracterizan principalmente porque están generalmente localizadas sobre zonas geotécnicamente diferentes, y por tanto su comportamiento dinámico al ocurrir un evento sísmico, es muy complejo.

Históricamente se han presentado grandes daños, ocasionados por sismos, en estos tipos de estructuras; por ejemplo, en Niigata (1964) e Imperial Valley (1979), donde las tuberías de varios oleoductos y acueductos, se deformaron y sus uniones fallaron. Gran cantidad de puentes, viaductos y canales de riego, han fallado por sus cimentaciones o al fracturarse la estructura, ocasionando grandes pérdidas e incomodidades a la comunidad. Las torres de transmisión, que normalmente son menos vulnerables a los eventos sísmicos, dada la flexibilidad de los conductores, también han sido afectadas, por ejemplo en Kanto (1923), donde 10 por ciento de las 2400 torres se dañaron o colapsaron, debido a fallas en sus fundaciones o a deslizamientos de las laderas.

El interés por estudiar los efectos causados por los sismos, a este tipo de estructuras, se inició después del evento ocurrido en San Fernando, California (1971), donde los daños en acueductos, conducciones de gas y combustibles, viaductos y ferrocarriles, considerados como líneas vitales, inquietaron a los investigadores y condujo a la American Society of Civil Engineers (ASCE), a crear el Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering (TCLEE) para que investigara y desarrollara procedimientos de diseño y construcción, con el fin de contrarrestar el alto nivel de daños en estas estructuras.

Los estudios de riesgo sísmico son difíciles de efectuar, por los costos que representa la instrumentación a lo largo de la zona de influencia de estas estructuras y por tanto, sus diseños se hacen con un grado de incertidumbre alto.

Las principales causas geotécnicas de los daños causados a estas estructuras por efecto de los sismos, son:

Los movimientos diferenciales causados por fallas que se activan o por agrietamientos del suelo.

Los movimientos del suelo de cimentación y como consecuencia la degradación de la rigidez de los suelos blandos.

La licuación y densificación de arenas.

Fallas de taludes y laderas.

La hipótesis de que el suelo de cimentación (de los apoyos de estructuras lineales) se mueve como un cuerpo rígido no es adecuada, especialmente para sistemas de gran longitud (o muy anchos) en los que los movimientos del terreno puede resultar de la combinación de un número de ondas viajando por el suelo. Solamente si las longitudes de onda de estas ondas sísmicas viajeras son grandes comparadas con la separación entre apoyos, la hipótesis de movimiento de cuerpo rígido es adecuada. Por otro lado, si las longitudes de onda son cortas, es mejor suponer que las ondas se propagan a lo largo de la superficie del terreno con una velocidad equivalente a la velocidad del grupo de ondas. Estudios de este tipo han sido realizados para el caso de presas en las que se consideró que las ondas viajaban por la base rocosa con una cierta velocidad de fase (Dibaj y Penzien, 1969; Dezfulian y Seed, 1971; Udaka, 1975).

El enfoque geotécnico de este estudio es el de considerar principalmente el efecto de los movimientos, causados por la propagación de las ondas sísmicas, los cuales no ocurren en fase, sino que difieren cualitativa y cuantitativamente de un apoyo a otro (Esteva y Ruiz, 1980, 1982), (Takada et al. 1987) y la disipación de energía y pérdida de rigidez de los suelos blandos, mediante un modelo de comportamiento histerético, que represente la degradación de la rigidez y las deformaciones permanentes que pueden quedar después de ocurrir un evento sísmico (Romo, 1995).

1.3 Alcance de la tesis

El comportamiento dinámico de estructuras lineales, en esta ocasión, está orientado al estudio de portales de varios apoyos. En este trabajo, se propone un método para determinar su respuesta dinámica, cuando están apoyados sobre diferentes tipos de suelo, considerando que los movimientos causados por la excitación, actúan independientemente en cada uno de ellos. La respuesta del suelo y de estructuras, se calcula mediante un programa de computadora, escrito en lenguaje Fortran, para este proyecto.

En el capítulo 2, se propone inicialmente un modelo matemático de comportamiento visco-elástico, para determinar los movimientos horizontales en las uniones de las trabes con las columnas, cuando la estructura es excitada dinámicamente en cada uno de los apoyos. La estructura de n apoyos, cimentada sobre un suelo infinitamente rígido, es representada por masas concentradas y elementos estructurales con resortes de comportamiento elástico y amortiguadores de comportamiento viscoso. Posteriormente se adiciona la interacción suelo-

estructura, para permitir el desplazamiento horizontal y el cabeceo de las fundaciones, y un modelo para simular el comportamiento no-lineal del suelo de cimentación. Finalmente, se incluye al modelo el elemento viga, y con esto los grados de libertad de torsión y giro en los elementos estructurales y como consecuencia el de torsión en las fundaciones.

Se considera que las ondas sísmicas se propagan en dirección longitudinal a la estructura y actúan independientemente en cada uno de los apoyos. El vector de cargas dinámicas es conformado por los desplazamientos y velocidades del suelo excitado, multiplicados por las rigideces y amortiguamientos de las columnas en el primer modelo o del conjunto suelo-cimentación en los otros, respectivamente.

En el capítulo 3 se hacen las verificaciones, numérica y de funcionamiento, de los modelos matemáticos, y se propone un método para la integración del acelerograma, para la conformación del vector de cargas dinámicas.

La respuesta del modelo con masas y resortes, que considera la estructura apoyada sobre base rígida, se compara con la solución matemática exacta, la cual se calcula desacoplando la matriz de rigidez y resolviendo las ecuaciones diferenciales en forma independiente.

Para la integración del acelerograma, se diseñó un programa de computadora el cual hace la corrección de línea base y, mediante la transformada rápida de Fourier FFT calcula las velocidades y los desplazamientos, requeridos para conformar el vector de cargas dinámicas.

Con base en una función armónica, que puede ser generada por las vibraciones de una máquina, se hace la verificación de los tres modelos propuestos, considerando que la propagación de las ondas es en dirección longitudinal a la estructura. Se hacen dos tipos de análisis: uno considerando que las ondas son de compresión y por tanto los movimientos del suelo se generan en la dirección de propagación y el otro que son de cortante y como consecuencia los movimientos del suelo son en sentido transversal a la estructura.

El capítulo 4, corresponde al análisis de sensibilidad, y tiene por objeto estudiar los movimientos bajo la condición de carga más desfavorable, la cual se presenta cuando se generan ondas de cortante, cuyas fuerzas actúan en dirección transversal a la estructura. Sin perder generalidad y con el fin de facilitar la interpretación de los resultados, se utiliza como excitación, una función armónica.

El alcance del estudio, comprende los siguientes análisis:

- a) Con base en la relación de separación de apoyos con la longitud de onda de la excitación, ver como varía la respuesta del suelo de cimentación y de la estructura, en función de estos parámetros.
- b) Observar la respuesta dinámica de la estructura, cuando está apoyada sobre suelos con propiedades diferentes. El análisis se hace considerando el comportamiento lineal y no-lineal del suelo de cimentación.

c) Permitir que la incidencia de las ondas sísmicas, llegue con un retardo a cada uno de los apoyos, para determinar cómo este defase afecta la respuesta del suelo y de la estructura.

En el capítulo 5, se incluyen las conclusiones de este estudio.

2. MODELO TEÓRICO PROPUESTO

El efecto de los movimientos fuera de fase en estructuras sobre apoyos múltiples, se estudia con base en un modelo matemático de comportamiento visco-elástico (modelo de Kelvin). La estructura se representa con masas concentradas (m) o masas consistentes (\bar{m}) y los elementos estructurales por resortes de comportamiento elástico (k) y amortiguadores de comportamiento viscoso (c).

Inicialmente en el modelo se analiza la estructura apoyada sobre base rígida, con el grado de libertad de desplazamiento horizontal de las masas; posteriormente, se incluyen los grados de libertad de desplazamiento horizontal y rotación de las fundaciones para considerar la interacción suelo-estructura, con el comportamiento del suelo en condiciones elásticas e inelásticas. Finalmente se incluye en el modelo el elemento viga, con el cual se hace el análisis con los grados de libertad de desplazamiento horizontal, rotación y torsión tanto en las fundaciones como en las uniones de las traveses con las columnas.

El sistema estructural de n apoyos con solicitaciones dinámicas diferentes u , se representa en la figura 2.1.

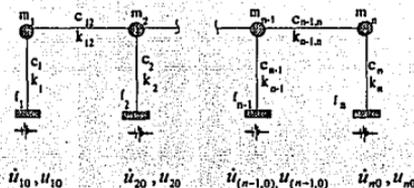


Fig 2.1 Estructura lineal típica apoyada en base rígida.

Para determinar las ecuaciones que gobiernan la respuesta del sistema, se efectúa la sumatoria de fuerzas dinámicas en cada uno de los nodos, obteniéndose la ecuación diferencial de equilibrio dinámico (ec 2.1).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{Q\} \quad 2.1$$

$$\{Q\} = \{c_s \times \dot{u}_0 + k_s \times u_0\} \quad 2.2$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema; $\{Q\}$ es el vector de fuerzas dinámicas (ec 2.2), formado por las historias de velocidades y desplazamientos del suelo; c_i y k_i representan al amortiguamiento y rigidez de los soportes de las masas cuando se considera la base infinitamente rígida o los correspondientes al sistema suelo-cimentación.

2.1 Modelo considerando base rígida

Con el modelo considerando base rígida (fig 2.1), las matrices $[M]$, $[C]$, $[K]$ y el vector $\{Q\}$, resultantes de la sumatoria de fuerzas dinámicas, se caracterizan por lo siguiente:

En la matriz $[M]$ las masas están concentradas en la diagonal principal, lo que indica que no hay acoplamiento de masas.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} & 0 & \dots & 0 \\ -c_{12} & c_{12} + c_2 + c_{23} & -c_{23} & \dots & 0 \\ 0 & -c_{23} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -c_{(n-1,n)} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{(n-1,n)} + c_n \end{bmatrix}$$

$[C]$ es una matriz de banda caracterizada por acoplar los amortiguamientos de las columnas con las correspondientes de las traveses y su cálculo se hace basado en el amortiguamiento Rayleigh, con las expresiones 2.3 y 2.4:

$$[C] = a_0 [M] + a_1 [K] \quad 2.3$$

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \begin{Bmatrix} \omega_m \omega_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad 2.4$$

donde a_0 y a_1 son constantes de proporcionalidad que determinan los aportes de amortiguamientos de la masa y la rigidez en unidades de segundo^{-1} y segundo, respectivamente. ξ es la relación de amortiguamiento crítico, y ω_m y ω_n son la frecuencia fundamental y otra frecuencia alta que contribuya significativamente en la respuesta dinámica, las cuales son determinadas con un análisis modal (Clough, Penzien, 1993).

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} & 0 & \dots & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_2 + k_{23} & -k_{23} & \dots & 0 \\ 0 & -k_{23} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -k_{(n-1,n)} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k_{(n-1,n)} + k_n \end{bmatrix}, \{Q\} = \begin{Bmatrix} c_1 \dot{u}_{10} + k_1 u_{10} \\ c_2 \dot{u}_{20} + k_2 u_{20} \\ \vdots \\ c_n \dot{u}_{n0} + k_n u_{n0} \end{Bmatrix}$$

[K] también es una matriz de banda, caracterizada por acoplar las rigideces de las columnas con las correspondientes de las traves.

El vector de fuerzas dinámicas $\{Q\}$, conformado por las velocidades y desplazamientos de excitaciones sísmicas diferentes en cada uno de los apoyos.

2.2 Modelo considerando la interacción suelo-estructura

De acuerdo con resultados de estudios analíticos, la interacción dinámica suelo-estructura se presenta cuando las ondas sísmicas inciden en una cimentación con una rigidez mucho mayor que la del suelo. Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad sólo se pueden satisfacer sumando a los movimientos de campo libre el efecto de las ondas dispersas por la cimentación y aquellas generadas por su vibración (Pais y Kausel, 1985).

Con base en el teorema de superposición (Aubry, 1986), la interacción dinámica total entre el suelo y la cimentación se puede dividir en interacción cinemática la cual se basa en la hipótesis de cimentación sin masa y tiene en cuenta el empotramiento de las fundaciones y la interacción inercial debida a las fuerzas de inercia generadas por el movimiento sísmico en las fundaciones, las cuales se oponen al movimiento del resto de la estructura, persistiendo esta resistencia inercial durante el tiempo que dure la excitación sísmica (Seed, 1986; Romo, 1991b).

En este modelo se incluye la rigidez dinámica con las expresiones definidas por Hall (1967) y, Pais y Kausel (1985), en las cuales se considera la cimentación de la estructura apoyada en un semi-espacio de comportamiento visco-elástico, con resortes que simulan la impedancia del sistema suelo-cimentación y amortiguadores de comportamiento viscoso para representar el amortiguamiento geométrico que resulta de la propagación de ondas desde la cimentación hasta el infinito y el cual depende de la frecuencia de la excitación. Hall simplificó el cálculo afectando la masa adimensional equivalente β , (Lysmer, 1966), por el factor η_p , de acuerdo con los valores dados en la tabla A1 (Richart et al, 1970). Con esta analogía se simplifica el cálculo evitando hallar la frecuencia de la excitación. Las expresiones que definen las rigideces del sistema suelo - cimentación y amortiguamiento geométrico, lo mismo que la tabla A1, se incluyen en el apéndice A.

2.2.1 Modelo con masas concentradas (MMR)

En este modelo se tienen en cuenta los grados de libertad de desplazamiento horizontal y giro en las fundaciones y el de desplazamiento horizontal en las masas.

Las fuerzas de cortante basal actúan en dirección longitudinal (x) a la estructura, las cuales pueden ser generadas por ondas de compresión o por ondas de cortante cuando la propagación de las ondas sísmicas inciden en dirección transversal (y).

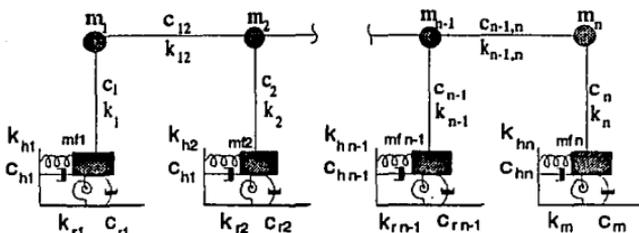


Fig 2.2 Modelo considerando interacción suelo-estructura.

Con el modelo considerando la interacción suelo - estructura (fig 2.2), las matrices $[M]$, $[C]$, $[K]$ y el vector $\{Q\}$, resultantes de la sumatoria de fuerzas dinámicas, se caracterizan por lo siguiente:

La matriz de masas $[M]$, se caracteriza por acoplar los grados de libertad por cabeceo y por aceleración de la masa.

$$\begin{bmatrix}
 m_{f1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & m_1 & m_1 L_{c1} & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & m_1 L_{c1} & I_{gf1} + m_1 L_{c1}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & m_{f2} & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & m_2 L_{c2} & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 L_{c2} & I_{gf2} + m_2 L_{c2}^2 & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}$$

I_{gf} , es el momento de inercia de la fundación y la estructura con respecto al eje de rotación horizontal.

La matriz de amortiguamientos $[C]$, se caracteriza principalmente por acoplar los grados de libertad de tres apoyos continuos y se calcula con la ecuación 2.5, basada en la frecuencia fundamental ω_m determinada con el análisis modal cuando la estructura esta apoyada en base rígida. Esta expresión, se deduce de la ecuación 2.3, haciendo a ω_m y ω_n iguales; simplificación que considera el aumento en el periodo de la estructura, por efecto de la interacción con el suelo (Zeevaert, 1982), y por tanto una disminución del amortiguamiento.

$$[C] = \frac{\xi}{\omega_m} [\omega_m^2 [M] + [K]] \quad 2.5$$

$$\begin{bmatrix}
 c_{h1} + c_1 & -c_1 & -c_1 L_{e1} & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 -c_1 & c_1 + c_{12} & (c_1 + c_{12}) L_{e1} & 0 & -c_{12} & -c_{12} L_{e2} & \dots \\
 -c_1 L_{e1} & (c_1 + c_{12}) L_{e1} & (c_1 + c_{12}) L_{e1}^2 + c_{r1} & 0 & -c_{12} L_{e1} & -c_{12} L_{e1} L_{e2} & \dots \\
 0 & 0 & 0 & c_{h2} + c_2 & -c_2 & -c_2 L_{e2} & \dots \\
 0 & -c_{12} & -c_{12} L_{e1} & -c_2 & c_{12} + c_2 + c_{23} & (c_{12} + c_2 + c_{23}) L_{e2} & \dots \\
 0 & -c_{12} L_{e2} & -c_{12} L_{e1} L_{e2} & -c_2 L_{e2} & (c_{12} + c_2 + c_{23}) L_{e2} & (c_{12} + c_2 + c_{23}) L_{e2}^2 + c_{r2} & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez $[K]$ está conformada en forma similar a $[C]$.

$$\begin{bmatrix}
 k_{h1} + k_1 & -k_1 & -k_1 L_{e1} & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 -k_1 & k_1 + k_{12} & (k_1 + k_{12}) L_{e1} & 0 & -k_{12} & -k_{12} L_{e2} & \dots \\
 -k_1 L_{e1} & (k_1 + k_{12}) L_{e1} & (k_1 + k_{12}) L_{e1}^2 + k_{r1} & 0 & -k_{12} L_{e1} & -k_{12} L_{e1} L_{e2} & \dots \\
 0 & 0 & 0 & k_{h2} + k_2 & -k_2 & -k_2 H_2 & \dots \\
 0 & -k_{12} & -k_{12} L_{e1} & -k_2 & k_{12} + k_2 + k_{23} & (k_{12} + k_2 + k_{23}) L_{e2} & \dots \\
 0 & -k_{12} L_{e2} & -k_{12} L_{e1} L_{e2} & -k_2 L_{e2} & (k_{12} + k_2 + k_{23}) L_{e2} & (k_{12} + k_2 + k_{23}) L_{e2}^2 + k_{r2} & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}$$

Los vectores de aceleración $\{\ddot{u}\}$, velocidad $\{\dot{u}\}$, desplazamiento $\{u\}$ y de fuerzas dinámicas $\{Q\}$, con carga horizontal en los apoyos, están conformados así:

$$\{\ddot{u}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{f1} \\ \ddot{u}_{m1} \\ \ddot{\theta}_{f1} \\ \ddot{u}_{f2} \\ \ddot{u}_{m2} \\ \ddot{\theta}_{f2} \\ \dots \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{u}\} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_{f1} \\ \dot{u}_{m1} \\ \dot{\theta}_{f1} \\ \dot{u}_{f2} \\ \dot{u}_{m2} \\ \dot{\theta}_{f2} \\ \dots \end{Bmatrix}, \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u_{f1} \\ u_{m1} \\ \theta_{f1} \\ u_{f2} \\ u_{m2} \\ \theta_{f2} \\ \dots \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} c_{h1} \dot{u}_{10} + k_{h1} u_{10} \\ 0 \\ 0 \\ c_{h2} \dot{u}_{20} + k_{h2} u_{20} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \end{Bmatrix}$$

La rigidez correspondiente de las columnas es $k_c = \frac{12 EI_c}{L_c^3}$. En las traveses $k_v = \frac{AE}{L}$,

$I = \frac{BH^3}{12}$ es la inercia de las columnas, E es el módulo de elasticidad, L_c es la longitud de la columna, A y L , el área y la longitud de la trabe (figura 2.3).

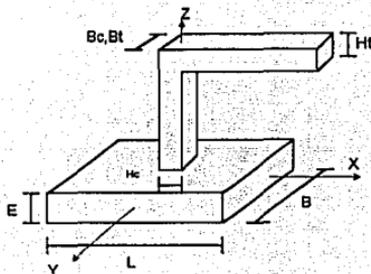


Fig 2.3 Ejes y dimensiones típicas.

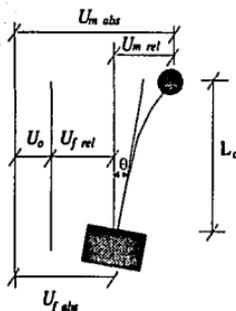


Fig 2.4 Desplazamientos y giros.

Los desplazamientos de la excitación U_o , absolutos $U_{f abs}$ y $U_{m abs}$ y relativos $U_{f rel}$ y $U_{m rel}$ de las fundaciones y masas, se indican en la fig 2.4. En el vector $\{u\}$, u_{fn} corresponde al desplazamiento absoluto $U_{f abs}$ de la fundación n , y u_{mn} al desplazamiento absoluto de la masa n menos la longitud de la columna L_c por el ángulo de giro θ . En los vectores $\{\dot{u}\}$ y $\{\ddot{u}\}$, la interpretación es similar.

2.2.2 Modelo incluyendo el elemento viga (MEV)

En este estudio se considera que la dirección de propagación de las ondas sísmicas es longitudinal a la estructura (eje x). Como consecuencia la dirección del movimiento depende del tipo de onda analizada. Es por esto que el modelo incluye los siguientes dos tipos de análisis:

- Los movimientos producidos por las ondas de compresión, las cuales originan fuerzas de cortante basal en la misma dirección de propagación.
- Los movimientos producidos por las ondas de cortante, las cuales originan fuerzas de cortante basal en dirección transversal a la de propagación. En este caso se incluye el grado de libertad de torsión, el cual es generado en las columnas por el giro sobre el plano horizontal en las uniones de las traves, y en las traves por el giro sobre el plano vertical de las columnas.

La matriz de amortiguamientos $[C]$ se calcula con la expresión 2.5. En el apéndice B se incluyen las submatrices correspondientes a los análisis a y b, y las figuras B1 y B2 con los diagramas de fuerzas y momentos.

2.2.3 Modelo considerando el comportamiento no lineal del suelo (CNL)

Para que el análisis de interacción suelo - estructura se aproxime más al problema físico, se incluye en el modelo el comportamiento inelástico del suelo de cimentación.

Con base en estudios anteriores (Seed, 1986; Finn, 1988; Romo, 1991b), se ha demostrado que al someterse el suelo de cimentación a carga dinámica, se presentan dos tipos de deformaciones; una transitoria que varía cíclicamente con la carga y otra permanente que se acumula por el efecto de los esfuerzos cortantes generados. Con la deformación transitoria se determinan los cambios en la rigidez y amortiguamiento del suelo y con la permanente los desplazamientos que quedan en las cimentaciones causados por la acción de los sismos (Romo, 1991a).

También se ha concluido que la respuesta esfuerzo cortante - deformación del suelo, se caracteriza por la aparición de ciclos de histéresis que son la manifestación de la capacidad que tiene el suelo para disipar energía. Debido a la rigidez del suelo, éste almacena energía potencial en cada ciclo de carga. La relación entre la energía disipada y la energía almacenada es denominada amortiguamiento histerético.

Para modelar las relaciones no lineales esfuerzo-deformación se utiliza el modelo de Davidenkov, el cual permite el cálculo de los esfuerzos dinámicos a partir de las deformaciones (Martín, 1975). Este modelo propuesto satisface las hipótesis de Masing (1926), las cuales se basan en los siguientes principios:

- a. El amortiguamiento es independiente de la velocidad de deformación (o desplazamiento) y es por lo tanto, puramente histerético.
- b. La no linealidad del material es de naturaleza plástica. Esto quiere decir que la rigidez del suelo regresa a su valor máximo cada vez que la carga cambia de sentido.
- c. El material sometido a carga armónica con amplitud constante, responde de manera estable si el amortiguamiento histerético es suficiente para atenuar en pocos ciclos la parte transitoria.

Puede establecerse, de los anteriores principios que la curva esfuerzo-deformación inicial (curva esqueleto) del suelo se puede expresar como $\tau = G \times \gamma$, donde τ es el esfuerzo cortante, G el módulo de rigidez del suelo y γ la deformación angular y las ramas de carga y descarga con las ecuaciones básicas (2.6 y 2.7) siguientes (Romo, 1995):

$$\text{Carga: } \frac{\delta \tau}{\delta \gamma} = G_0 [1 - F(\gamma - \gamma_{min})] \quad 2.6$$

$$\text{Descarga: } \frac{\delta\tau}{\delta\gamma} = G_0 [1 - F(\gamma_{\text{máx}} - \gamma)] \quad 2.7$$

F se define en el intervalo positivo, incluyendo cero; G_0 es el módulo de rigidez al cortante para deformaciones pequeñas y para cada cambio en la dirección de la carga.

Integrando la ecuación 2.6 las relaciones esfuerzo-deformación se determinan por el siguiente procedimiento:

$$\tau - \tau_{\text{mín}} = \int_{\gamma_{\text{mín}}}^{\gamma} G_0 [1 - F(\varepsilon - \gamma_{\text{mín}})] \delta\varepsilon \quad 2.8$$

$$\tau - \tau_{\text{mín}} = G_0 [\gamma - \gamma_{\text{mín}}] - G_0 \int_{\gamma_{\text{mín}}}^{\gamma} F(\varepsilon - \gamma_{\text{mín}}) \delta\varepsilon \quad 2.9$$

Haciendo el siguiente cambio de variable,

$$2\eta = \varepsilon - \gamma_{\text{mín}} \quad ; \quad 2\delta\eta = \delta\varepsilon \quad , \quad \eta \in \left[0, \frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2} \right]$$

la ecuación 2.9 se puede escribir como

$$\tau - \tau_{\text{mín}} = G_0 [\gamma - \gamma_{\text{mín}}] \left[1 - \frac{2}{\gamma - \gamma_{\text{mín}}} \int_0^{\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2}} F(2\eta) \delta\eta \right] \quad 2.10$$

Haciendo $H(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \int_0^{\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2}} F(2\eta) \delta\eta$ se obtiene la expresión esfuerzo-deformación para carga

$$\tau - \tau_{\text{mín}} = G_0 [\gamma - \gamma_{\text{mín}}] \left[1 - H\left(\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2}\right) \right] \quad 2.11$$

$$G = G_0 \left(1 - H\left(\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2}\right) \right) \quad 2.12$$

$$H((\gamma - \gamma_{\text{mín}}) / 2) = \frac{\left[\frac{\left(\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2} \right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^A}{1 + \left[\frac{\left(\frac{\gamma - \gamma_{\text{mín}}}{2} \right)^{2B}}{\gamma_r} \right]^A} \quad 2.13$$

Siguiendo un procedimiento análogo, se obtiene la expresión 2.14 para descarga:

$$\tau - \tau_{\text{máx}} = -G_0[\gamma_{\text{máx}} - \gamma] \left[1 - H\left(\frac{\gamma_{\text{máx}} - \gamma}{2}\right) \right] \quad 2.14$$

$$G = G_0 \left(1 - H\left(\frac{\gamma_{\text{máx}} - \gamma}{2}\right) \right) \quad 2.15$$

$$H((\gamma_{\text{máx}} - \gamma)/2) = \frac{\left[\frac{(\gamma_{\text{máx}} - \gamma)/2}{\gamma_r} \right]^{2B}}{1 + \left[\frac{(\gamma_{\text{máx}} - \gamma)/2}{\gamma_r} \right]^{2B}} \quad 2.16$$

$A' = A + I_r$, $I_r = \frac{\omega_L - \omega_n}{I_p}$, donde ω_L es el límite líquido, ω_n el contenido de agua, I_p el índice de plasticidad, I_r el índice de rigidez, A es un parámetro que está relacionado con la rigidez del suelo, B es otro parámetro que define las características de ductilidad o fragilidad del suelo, γ_r la deformación de referencia, $G(\gamma)$ el módulo de rigidez al corte en función de la deformación angular γ y G_0 es el módulo de rigidez al corte para $\gamma \leq 10^{-4}\%$.

Los valores de A , B y γ_r , en función del índice de plasticidad, correspondientes a las arcillas del valle de México aparecen publicados en la referencia (Romo y Ovando, 1994).

3. VERIFICACIÓN DEL MODELO

El modelo matemático propuesto considera que las ondas sísmicas se propagan en dirección longitudinal a la estructura, las cuales llegan a cada uno de los apoyos con un retardo que es función de la distancia entre apoyos y las propiedades del suelo. Es por esto, que el modelo contempla la excitación de cada uno de los apoyos independientemente, para permitir el análisis del efecto de los movimientos fuera de fase en el suelo de cimentación y en la estructura.

3.1 Verificación numérica

El cálculo de la ecuación 2.1 se desarrolla mediante un programa de computadora desarrollado para tal fin; el método de integración seleccionado es el propuesto por Newmark (1959), el cual es muy estable, converge con facilidad y la precisión con respecto a la solución cerrada es mayor que con otros métodos numéricos (Bathe, 1976). Las constantes de integración que mejor aproximan los resultados del modelo propuesto son de $\alpha = 1/2$ y $\beta = 1/6$.

El pórtico de la figura 3.1, modelado con dos masas concentradas y la excitación en uno de sus apoyos se analiza con el fin de comparar los resultados de la solución exacta, con los obtenidos con el programa.

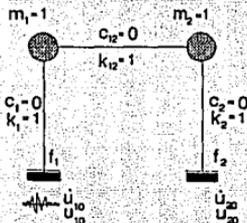


Fig 3.1 Pórtico de dos masas, con excitación en el apoyo 1.

$$\{Q\}_{10} = c_1 \times \dot{u}_{10} + k_1 \times u_{10}$$

$$\{Q\}_{20} = c_2 \times \dot{u}_{20} + k_2 \times u_{20}$$

$$\{Q\}_{10} = \text{sen } w t + \text{sen } 2 w t + \text{sen } 3 w t$$

$$\{Q\}_{20} = 0$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, [C] = [0], [K] = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \{Q\} = \begin{cases} \text{sen}(w t) + \text{sen}(2 w t) + \text{sen}(3 w t) \\ 0 \end{cases}$$

La ecuación 2.1 se resuelve mediante análisis modal, el cual permite desacoplar la matriz de rigidez y resolver las ecuaciones diferenciales independientemente (Bathe, 1976).

Las expresiones resultantes para determinar los desplazamientos del sistema son:

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{w}{3-w^2} + \frac{2w}{3-4w^2} + \frac{3w}{3-9w^2} \right] \text{sen} \sqrt{3}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{3-w^2} \text{sen} wt + \frac{1}{3-4w^2} \text{sen} 2wt + \frac{1}{3-9w^2} \text{sen} 3wt \right]$$

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{w}{3-w^2} + \frac{2w}{3-4w^2} + \frac{3w}{3-9w^2} \right] \text{sen} t + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{1-w^2} \text{sen} wt + \frac{1}{1-4w^2} \text{sen} 2wt + \frac{1}{1-9w^2} \text{sen} 3wt \right]$$

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [x_1 + x_2], \quad u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [-x_1 + x_2]$$

Por derivación, se obtienen las expresiones que determinan las velocidades y aceleraciones.

En las figuras 3.2 correspondientes a la respuesta de aceleraciones, velocidades y desplazamientos de las masas concentradas en función del tiempo, se comparan los resultados de la solución exacta ($M_{n, \text{ex}}$) con los del programa ($M_{n, \text{prog}}$), concluyéndose que el método de integración propuesto por Newmark e incluido en el programa, da resultados satisfactorios.

3.2 Conformación del vector de cargas dinámicas $\{Q\}$

Como los eventos sísmicos son generalmente registrados en función de la aceleración del medio de propagación, las velocidades y desplazamientos se determinan integrando la señal. Es por esto, que para determinar el vector de fuerzas dinámicas $\{Q\}$ (ec 2.2), se desarrolló un programa de computadora cuyo método de integración está basado en el algoritmo propuesto por Cooley y Tukey (1965) para el cálculo de la transformada rápida de Fourier (FFT), la cual permite convertir el acelerograma del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia para realizar la corrección de línea base, la integración respectiva y el regreso al dominio del tiempo de las historias de velocidades y desplazamientos (Lysmer et al, 1975).

3.2.1 Corrección de línea base en acelerogramas

La corrección de línea base es necesaria en el análisis de acelerogramas, cuando se desea obtener la velocidad y el desplazamiento. El desconocimiento de los valores iniciales y finales de ambas variables, en especial si el registro obtenido por el instrumento empieza después de iniciado el movimiento del sitio donde se encuentra colocado; la longitud finita del acelerograma, en donde generalmente se ha perdido la parte inicial y final del movimiento y el corrimiento del cero del registro con respecto al cero real de aceleración son los factores que influyen en la integración, generando errores de gran magnitud y distorsionando los resultados (Mena, 1990).

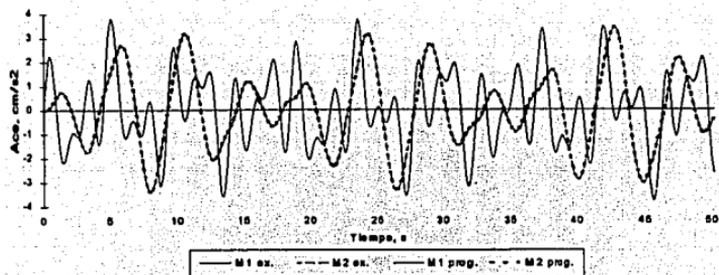


Fig 3.2a Aceleraciones.

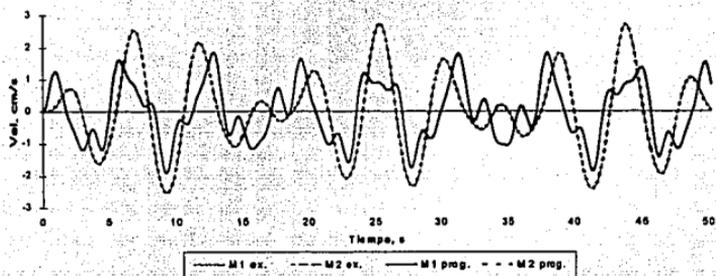


Fig 3.2b Velocidades.

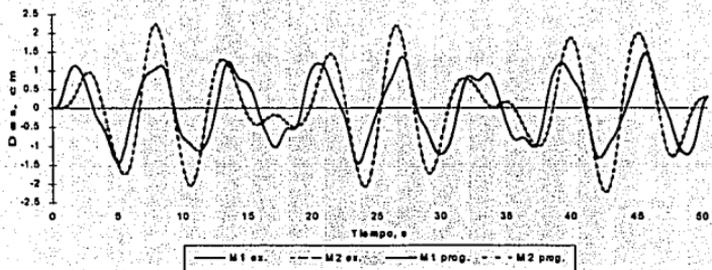


Fig 3.2c Desplazamientos.

Figs 3.2 Comparación de los resultados de la solución exacta con los del programa. Respuesta dinámica del pórtico de la fig. 3.1

3.2.2 Verificación del programa de computadora desarrollado para integrar acelerogramas

En la figura 3.3a se muestra el acelerograma del sismo ocurrido el 15 de mayo de 1993 registrado en la colonia Roma del D.F. con la corrección de línea base, el cual coincide aparentemente con el registro original. En las figuras 3.3b y c, se muestran las velocidades y desplazamientos correspondientes a este evento, determinadas con el programa elaborado.

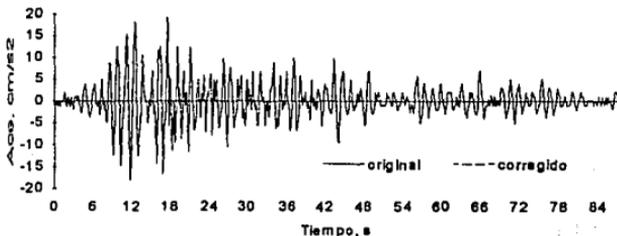


Fig 3.3a Acelerograma.

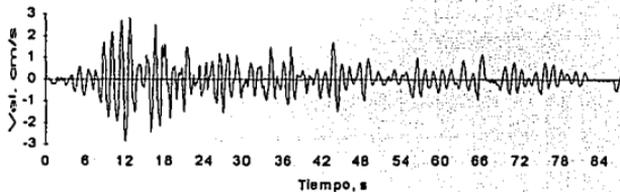


Fig 3.3b Historia de velocidades.

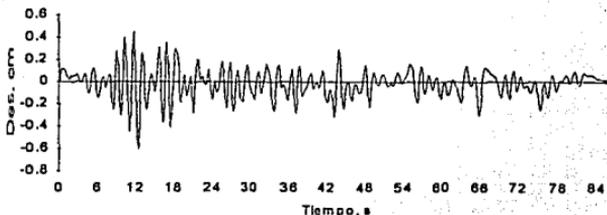


Fig 3.3c Historia de desplazamientos.

Figs 3.3 Integración del acelerograma del evento registrado el 15/05/93, dirección N-S. Colonia Roma, D. F.

3.3 Verificación del modelo

La verificación del funcionamiento del modelo, se efectúa con una estructura de tres apoyos, caracterizada por su simetría en masas y propiedades geométricas. Para poder comparar las respuestas de los tres modelos, las columnas se consideran cortas, ya que los movimientos fuera de fase son más evidentes cuando se incluye la interacción suelo - estructura y las columnas son esbeltas. La estructura es excitada en cada uno de sus apoyos por el vector de fuerzas dinámicas conformado por las historias de velocidades y desplazamientos indicadas en las figuras 3.4b y 3.4c, las cuales se determinaron integrando la función $100\text{sen}(30t)$ (fig 3.4a) y aplicando una función de forma para realizar el análisis en condiciones iniciales y finales iguales a cero. La tabla 3.1 contiene las características de la estructura y la fig. 3.5, corresponde a un esquema de la estructura con las convenciones utilizadas en el texto y gráficas.

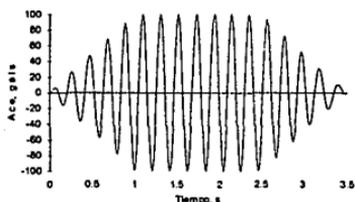


Fig 3.4a Acelerograma ($100\text{sen}30t$).

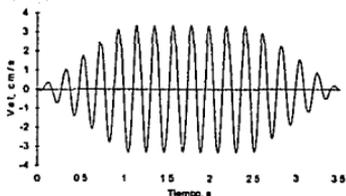


Fig 3.4b Velocidades ($-(10/3)\text{cos}30t$).

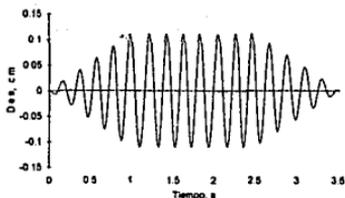


Fig 3.4c Desplazamientos ($-(1/90)\text{sen}30t$).

Fig 3.4 Excitación que determina el vector de cargas dinámicas (ec 2.2).

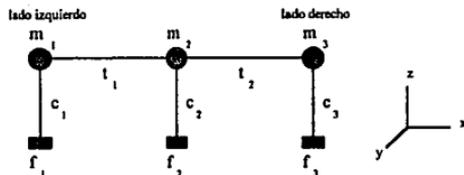


Fig 3.5 Esquema de la estructura cuyas características se indican en la tabla 3.1.

El comportamiento de la estructura se estudia con base en los tres modelos propuestos considerando dos tipos de análisis: primero que la excitación es la misma en todos los apoyos y sin retardo en la llegada de las ondas a cada uno de ellos y segundo que únicamente actúa en el primer apoyo y la propagación hacia los otros apoyos se realiza a través de las columnas y traveses.

Tabla 3.1
Características de la estructura de tres apoyos.

| Descripción | Unidad | Magnitud |
|---|-------------------|----------|
| Número de apoyos | un | 3 |
| Longitud de traveses, L_t | m | 30 |
| Base de traveses, B_t | m | 3 |
| Peralte de traveses, H_t | m | 2 |
| Longitud de columnas, L_c | m | 10 |
| Ancho de columnas, B_c | m | 3 |
| Largo de columnas, H_c | m | 3 |
| Ancho de fundación, B_f | m | 7 |
| Largo de fundación, L_f | m | 7 |
| Peralte de fundación, E_f | m | 5 |
| Resistencia del concreto, f'_c | k/cm ² | 250 |
| Módulo de elasticidad del concreto, E_c | k/cm ² | 239.000 |
| Carga distribuida en traveses, w | t/m | 1 |

3.3.1 Comparación de los desplazamientos de las masas obtenidos con los tres modelos

Con base en el modelo que considera la base de cimentación rígida, el cual fue verificado con la solución exacta (figs 3.2), se hace la comparación de la respuesta de la estructura con los modelos que incluyen la interacción suelo - estructura (ISE). El módulo de rigidez al cortante del suelo de cimentación G es de 2120 k/cm² que corresponde a un suelo compacto.

Los movimientos longitudinales de las masas de la estructura, con igual excitación en los tres apoyos, pueden compararse en las figuras 3.6. Se observa en las figs 3.6a y b, que las amplitudes son similares, mientras que en la fig 3.6c, es 20% mayor, debido a una mayor libertad de movimiento al incluir el elemento viga. En los tres casos los movimientos se mantienen en fase con los correspondientes a la excitación (fig 3.4c).

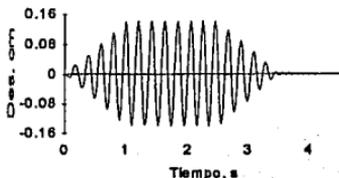


Fig 3.6a Base rígida, masas y resortes.

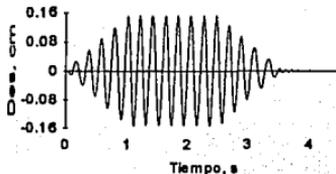


Fig 3.6b ISE, masas y resortes.

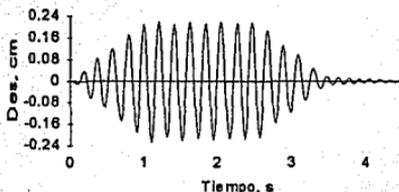


Fig 3.6c ISE y elemento viga.

Figs 3.6 Desplazamientos de las masas de la estructura, calculados con los tres modelos propuestos. Misma excitación en los tres apoyos.

Cuando la excitación actúa únicamente en el primer apoyo (figs 3.7), se observa que los movimientos también permanecen en fase. Las amplitudes en las figs 3.7a y b son similares (0.07 cm en la masa 1), disminuyendo en las masas dos y tres. En la fig 3.7c, los desplazamientos son mayores (0.075 cm en masa 1) y la diferencia con los correspondientes a las masas 2 y 3, es menor, debido a una mejor participación de los elementos estructurales en la respuesta de la estructura.

Con el fin de verificar los modelos propuestos con un programa comercial para calcular estructuras, se escogió el SAP 90 (Wilson et al, 1992) el cual es comparable con el modelo de masas y resortes que considera la base rígida. En el SAP90, las aceleraciones de la excitación, son multiplicadas directamente por las masas concentradas del primer entrepiso, y se desprecia la deformación de las trabes. Esto hace que los desplazamientos de las tres masas sean idénticos (0.08 cm). Se observa en las figuras 3.7a y d, que los movimientos ocurren en la misma dirección y que las amplitudes máximas calculadas con el SAP90 son

12% mayores, tal vez por el amortiguamiento viscoso considerado y por despreciarse la deformación de las trabes.

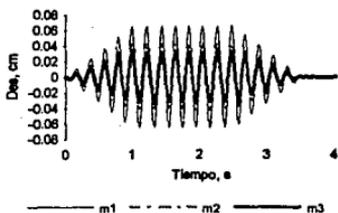


Fig 3.7a Base rígida, masas y resortes.

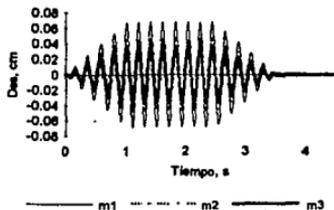


Fig 3.7b ISE, masas y resortes.

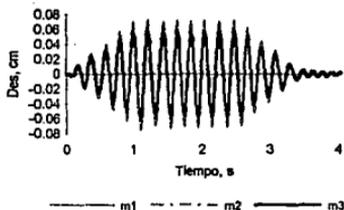


Fig 3.7c ISE y elemento viga.

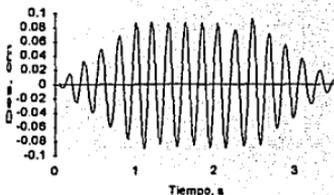


Fig 3.7d SAP 90 y base rígida.

Figs 3. 7 Comparación de los desplazamientos de las masas de la estructura, calculados con los tres modelos propuestos y el programa SAP 90.

Excitación en el primer apoyo.

De acuerdo con los resultados obtenidos con los modelos propuestos (figs 3.6 y 3.7) y partiendo de que el modelo de masas y resortes que considera la base de cimentación rígida, fue verificado numéricamente con la solución exacta de la ecuación de equilibrio dinámico, y en este análisis con el SAP90, se puede concluir que los programas de computadora diseñados con los modelos que incluyen la interacción suelo - estructura, dan resultados confiables para estudiar el efecto de los movimientos fuera de fase en estructuras lineales.

3.3.2 Verificación del funcionamiento de los modelos

El objetivo de la verificación de los modelos con masas y resortes (MMR) y el que considera el elemento viga (MEV), ambos con interacción suelo - estructura (ISE) y comportamiento no-lineal del suelo de cimentación (CNL), consiste en analizar y comparar la respuesta dinámica de la misma estructura (fig 3.5 y tabla 3.1), apoyada sobre un suelo blando. En la tabla 3.2 se incluyen las características del suelo de cimentación, el cual corresponde a una arcilla de la zona III del valle de México (Romo y Ovando, 1994).

Inicialmente, se verifica el MMR, con las fuerzas dinámicas actuando en el sentido longitudinal (x) a la estructura, y posteriormente el MEV, con las mismas magnitudes de fuerzas, tanto en el sentido longitudinal (x) como en el transversal (y).

3.3.2.1 Verificación del modelo con masas y resortes (MMR)

Los desplazamientos, el comportamiento del suelo de cimentación y elementos mecánicos de la estructura, se analizan primero considerando que la excitación es igual en los tres apoyos y posteriormente que únicamente actúa en el apoyo 1 (fig 3.5).

Tabla 3.2
Características del suelo de cimentación (Romo y Ovando, 1994).

| Descripción | Unidad | Magnitud |
|---------------------------------------|------------------|----------|
| Límite líquido, w_L | % | 293 |
| Límite plástico, w_P | % | 73 |
| Índice de plasticidad, I_P | % | 220 |
| Contenido de agua, w_n | % | 266 |
| Peso volumétrico, γ_s | t/m ³ | 1.2 |
| Esfuerzo efectivo, σ_e | t/m ² | 10 |
| Parámetro A | ad | 0.8 |
| Parámetro B | ad | 0.3 |
| Deformación de referencia, γ_r | ad | 0.021 |

a) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos

En las figuras 3.8 se observa que el suelo responde de una forma estable tanto en el comportamiento lineal (CL) como en comportamiento no lineal (CNL). La fig 3.8a muestra el comportamiento histerético del suelo y se ve que las curvas de carga y descarga están de acuerdo con el modelo propuesto. Las amplitudes máximas alcanzadas en esfuerzos cortantes y deformaciones (figs 3.8b y c) son menores en CNL, debido a la disipación de energía en el suelo de cimentación; también se observa que en los dos casos los movimientos permanecen en fase. Al finalizar la vibración, en CNL, el suelo queda con una deformación permanente y un esfuerzo cortante remanente actuando en la interfaz suelo-cimentación.

Los desplazamientos de las fundaciones (fig 3.9a) y de las masas (fig 3.9b) permanecen en fase, pero en dirección opuesta al movimiento del suelo (fig 3.4c). Se observa que las amplitudes en CNL, son menores que en CL como consecuencia de la disipación de energía del suelo de cimentación. No se manifiesta el giro de la estructura porque sus elementos estructurales son muy rígidos, y por las amplitudes de los desplazamientos, se concluye que la estructura se mueve longitudinalmente prácticamente como cuerpo rígido, quedando al final desplazada hacia la derecha (lado positivo).

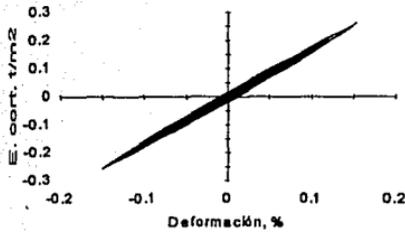


Fig 3.8a Esfuerzos cortantes - deformaciones.

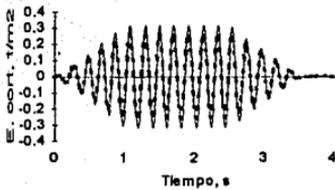


Fig 3.8b Esfuerzos cortantes.

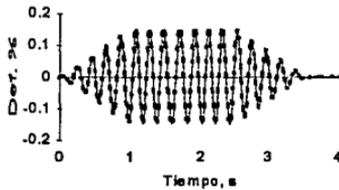


Fig 3.8c Deformaciones.

— CL *** CNL
Figs 3.8 Comparación de la respuesta del suelo en CL Y CNL.
Misma excitación en los tres apoyos.

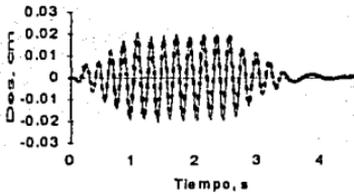


Fig 3.9a Fundaciones.



Fig 3.9b Masas.

— CL *** CNL
Figs 3.9 Desplazamientos longitudinales de la estructura.
Misma excitación en los tres apoyos.

Las historias de momentos flectores (fig 3.10a) y esfuerzos cortantes (fig 3.10b) corresponden a la parte superior de las columnas. La figura 3.10c muestra los esfuerzos normales en las traveses. Se observa que los correspondientes a la trabe 2 tienen las mismas magnitudes y ocurren opuestos a los de la trabe 1; esto quiere decir que mientras una trabe trabaja a compresión la otra lo hace a tracción.

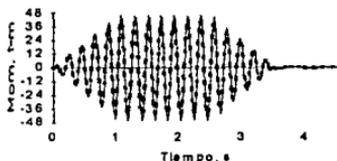


Fig 3.10a Momentos en columnas.



Fig 3.10b Esfuerzos cortantes en columnas.

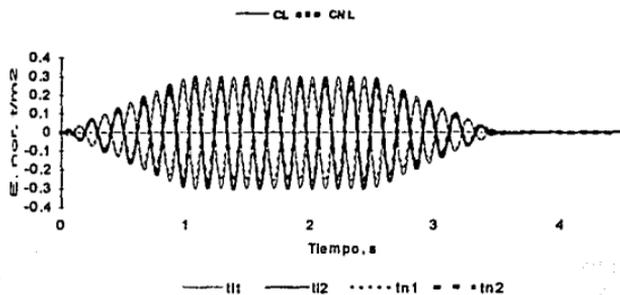


Fig 3.10c Esfuerzos normales en traveses.

**Fig 3.10 Comportamiento de elementos mecánicos.
Misma excitación en los tres apoyos.**

En general, se observa que por la poca diferencia de los movimientos entre las fundaciones y las masas, las magnitudes de los elementos mecánicos, son pequeñas.

b) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo

La misma estructura (Fig 3.5 y tablas 3.1 y 3.2) con la excitación actuando únicamente en el primer apoyo, se analiza con el fin de observar principalmente, la propagación de ondas a través de los elementos estructurales y su efecto en el suelo de los apoyos 2 y 3.

Se ve que los esfuerzos cortantes y las deformaciones en el apoyo 1 (figs 3.11a, c y e) son menores a los del caso anterior (fig. 3.8a, b y c), en tanto que la respuesta en los apoyos dos y tres (figs 3.11b, d y f), disminuye prácticamente un orden de magnitud.

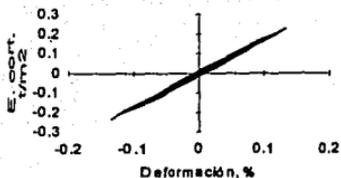


Fig 3.11a Esf. cortantes - deformaciones en apoyo 1.

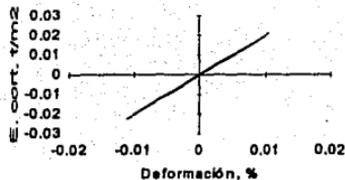


Fig 3.11b Esf. cortantes - deformaciones en apoyos 2 y 3.

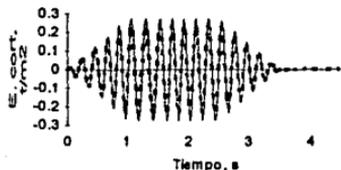


Fig 3.11c Esf. cortantes en apoyo 1.

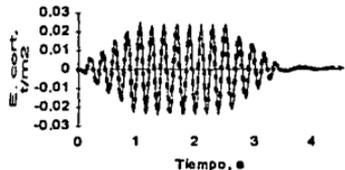


Fig 3.11d Esf. cortantes en apoyos 2 y 3.



Fig 3.11e Deformaciones en apoyo 1.

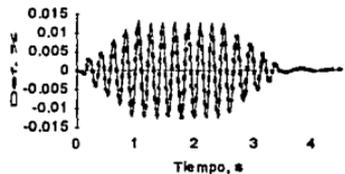


Fig 3.11f Deformaciones en apoyos 2 y 3.

— CL *** CNL

Fig 3.11 Comparación de la respuesta del suelo en CL y CNL.
Excitación en el primer apoyo.

En la fig 3.12a, se ve que los desplazamientos absolutos en el apoyo y masa 1, son muy pequeños en relación con los del análisis anterior (fig. 3.9a), lo cual significa que los desplazamientos relativos (fig 2.4) son prácticamente iguales y de sentido opuesto a los movimientos del suelo (fig 3.4c); los correspondientes a los apoyos 2 y 3 (fig 3.12b), también son opuestos. Se concluye en este caso que el efecto de la ISE, hace cambiar de fase los movimientos de la fundación 1 y como consecuencia del resto de la estructura.

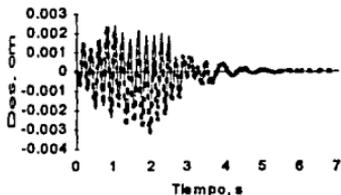


Fig 3.12a Fundación 1.

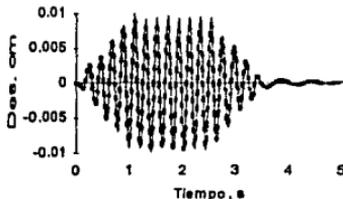


Fig 3.12b Fundaciones 2 y 3.

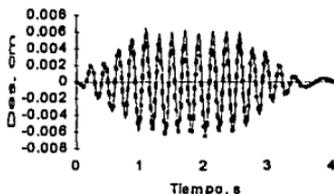


Fig 3.12c Masa 1.

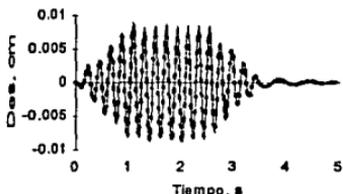


Fig 3.12d Masas 2 y 3.

— CL *** CNL

**Figs 3.12 Desplazamientos longitudinales de la estructura.
Excitación en el primer apoyo.**

Los momentos y esfuerzos cortantes en la columna 1 (figs 3.13a y c) aumentan con respecto al caso anterior (figs 3.10a y b) y en las columnas 2 y 3 (figs 3.13b y d), las amplitudes se disminuyen y cambian de fase. Los esfuerzos normales actúan en la misma dirección (figs 3.13c y f) lo cual indica que las dos traveses están trabajando a tracción o compresión simultáneamente.

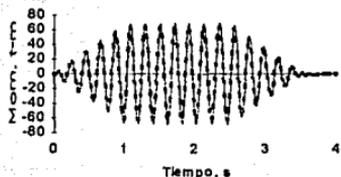


Fig 3.13a Momentos en columna 1.

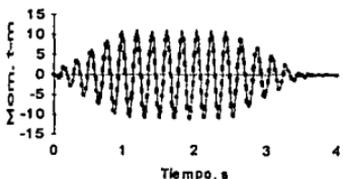


Fig 3.13b Momentos en columnas 2 y 3.

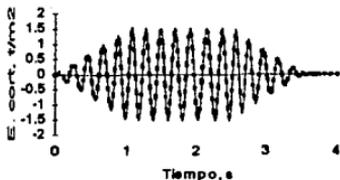


Fig 3.13c Esf. cortantes en columna 1.

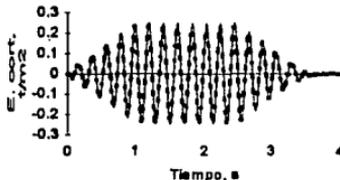


Fig 3.13d Esf. cortantes en columnas 2 y 3.

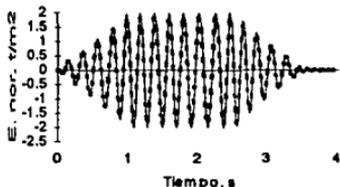


Fig 3.13e Esf. normales en trabe 1.

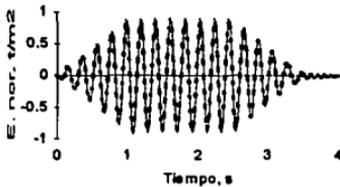


Fig 3.13f Esf. normales en trabe 2.

— cl *** cml

Figs 3.13 Magnitudes de elementos mecánicos. Excitación en el primer apoyo.

Con esta condición de carga, en la cual los apoyos 2 y 3 están aislados de los movimientos del suelo, la respuesta de la fundación 1, al tratar de moverse en el mismo sentido de la excitación, es neutralizada por la del resto de la estructura. Esto explica porqué las dos travesas trabajan en sentido opuesto al movimiento.

3.3.2.2 Modelo con el elemento viga (MEV)

El comportamiento de la misma estructura (figs 3.5 y tablas 3.1 y 3.2), es analizado considerando que las fuerzas dinámicas son generadas tanto por ondas de compresión como por ondas de corte, las cuales ocasionan movimientos longitudinales o transversales según el caso.

a) Análisis con ondas de compresión

Como en el caso anterior, inicialmente se considera primero que los movimientos del suelo son iguales en todos los apoyos y posteriormente que únicamente actúan en el apoyo 1 (fl en la figura 3.5).

a) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos

En las figuras 3.14, se observa que las deformaciones y esfuerzos cortantes en el suelo, son menores que en el MMR (figs 3.9). En el apoyo 2, las amplitudes disminuyen prácticamente a la mitad, lo cual se explica por la inclusión del grado de libertad de giro en las uniones de la estructura, que hace que las traveses y columnas no solamente trabajen a tracción o compresión, sino también a flexión. Dada la separación entre apoyos, que en este caso es de 30 m, la influencia de este grado de libertad se refleja en la respuesta del suelo, el cual es menos solicitado que con el MMR, especialmente en el apoyo 2.

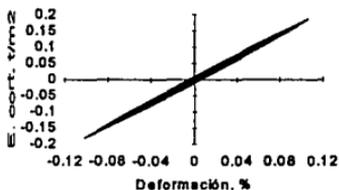


Fig. 3.14a Esf. cortante - deformación en apoyos 1 y 3.

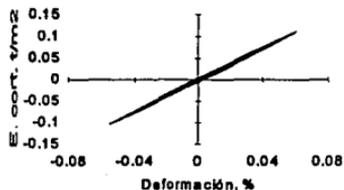


Fig. 3.14b Esf. cortante - deformación en apoyo 2.

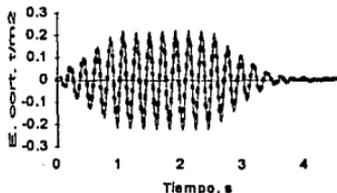


Fig. 3.14c Esf. cortante en apoyos 1 y 3.

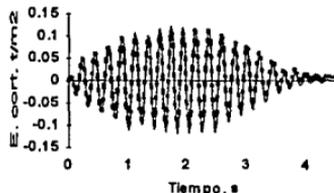


Fig. 3.14d Esf. cortante en apoyo 2.

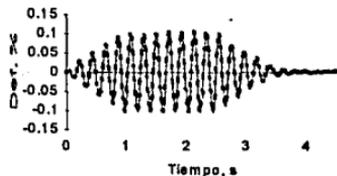


Fig. 3.14e Deformación en apoyos 1 y 3.

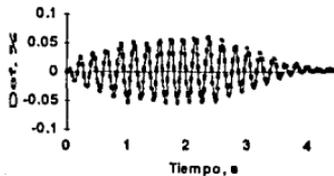


Fig. 3.14f Deformación en apoyo 2.

— CL *** CNL

**Figs 3.14 Comparación de la respuesta del suelo en CL y CNL.
Misma excitación en los tres apoyos.**

En este caso las amplitudes de las deformaciones en el apoyo 2, son mayores en CNL que en CL; esto porque al disminuirse el módulo de rigidez, las fuerzas resistentes disminuyen en mayor proporción que las actuantes; es decir, que la disminución de las fuerzas actuantes por disipación de energía es menor que la disminución de las fuerzas resistentes por la degradación del material.

Los desplazamientos absolutos de las fundaciones (figs 3.15 a y b), ocurren en la misma dirección que los de la excitación (fig 3.4c), sin embargo, los relativos se manifiestan en sentido opuesto, siendo menores en el apoyo 2; también se observa en las figuras 3.15 c y d que el giro es mayor en el apoyo 2, lo cual confirma que una parte de la carga tomada en el sentido horizontal con el MMR, en este modelo es tomada por el grado de libertad de giro, lo cual hace disminuir los movimientos horizontales e incrementar los correspondientes al cabeceo. Los desplazamientos absolutos de las masas ocurren en fase y en sentido opuesto al de las fundaciones. Al calcular los relativos, que de acuerdo con la figura 2.4 son iguales a la diferencia de los absolutos de las masas y de las fundaciones, las amplitudes máximas serían del orden de 0.14 cm. Al terminar la excitación, en CNL, se ve que la estructura queda desplazada y con una pequeña inclinación hacia la derecha.

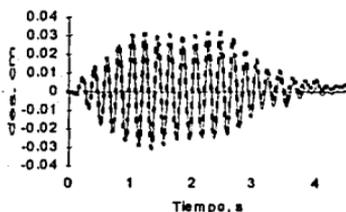


Fig 3.15a Des. de fundaciones 1 y 3.

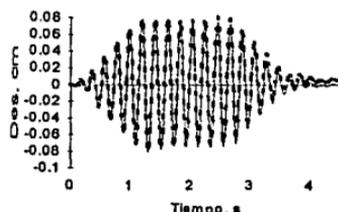


Fig 3.15b Des. de fundación 2.

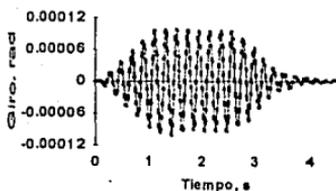


Fig 3.15c Giros de fundaciones 1 y 3.

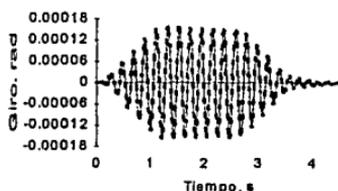


Fig 3.15d Giros de fundación 2.

— CL *** CNL

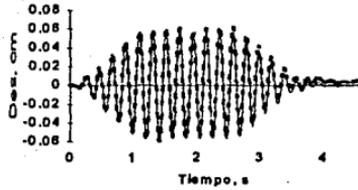


Fig 3.15e Desplazamientos de masas.

— CL *** CNL

**Figs 3.15 Movimientos longitudinales de fundaciones y masas.
Excitación igual en los tres apoyos.**

Los momentos flectores en los extremos de las traves, se muestran en la fig 3.16a. Al comparar las amplitudes calculadas con el MMR (fig 3.10b) se ve que son mayores, lo cual confirma que el aporte del giro en las uniones es muy representativo en el comportamiento de la estructura. En las columnas 1 y 3 los momentos son iguales y opuestos a los de las traves y en la columna 2 también son opuestos y sus amplitudes se duplican. Esta tendencia se refleja en los resultados de los esfuerzos cortantes en las columnas (figs 3.16b y c). El sentido de los esfuerzos normales (fig 3.16d) permite deducir que mientras una trabe trabaja a tensión, la otra lo hace a compresión.

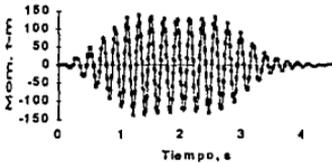


Fig 3.16a Mom. flectores en traves.

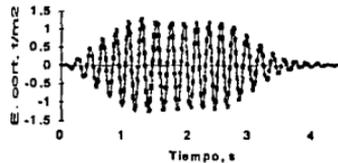


Fig 3.16b Esf. cortantes en col 1 y 3.

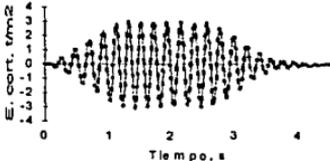


Fig 3.16c Esf. cortantes en col. 2.

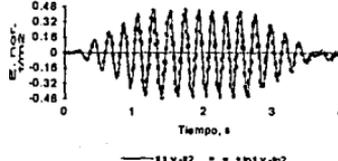


Fig 3.16d Esf. normales en traves.

— CL *** CNL

**Figs 3.16 Magnitudes de elementos mecánicos.
Misma excitación en los tres apoyos.**

a2) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo

La respuesta dinámica en el apoyo 1 (figs 3.17a, c y e), bajo esta condición de carga, es mayor que en el MMR (figs. 3.11a, c y e). También hay mayor disipación de energía con el CNL del suelo. En los apoyos 2 y 3 los esfuerzos cortantes cuyas magnitudes máximas son del orden de 1/4 con respecto al apoyo 1, actúan en sentido opuesto.

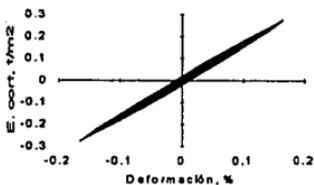


Fig 3.17a Apoyo 1.

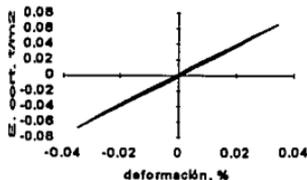


Fig 3.17b Apoyos 2 y 3.

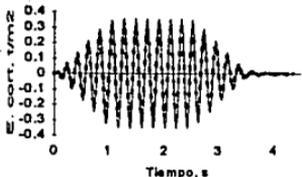


Fig 3.17c Esf. cortantes en apoyo 1.

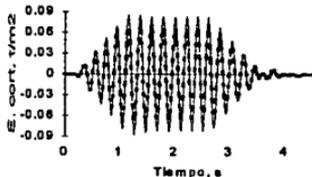


Fig 3.17d Esf. cortantes en apoyos 2 y 3.

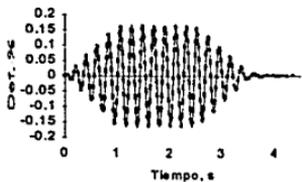


Fig 3.17e Deformaciones en apoyo 1.

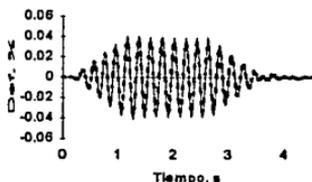


Fig 3.17f Def. en apoyos 2 y 3.

— CL == CNL

Fig 3.17 Comparación de la respuesta del suelo en CL y CNL.
Excitación en el primer apoyo.

Los desplazamientos absolutos de la fundación 1 (fig 3.18a) se manifiestan con un desfase de 90° , aproximadamente con respecto al movimiento de la excitación (fig 3.4c) y las amplitudes máximas son mayores que las correspondientes al MMR. En las fundaciones 2 y 3 (figs 3.18b) se observa un retardo en la llegada de las ondas y como consecuencia el cambio de sentido con respecto a los movimientos de la fundación 1. Los desplazamientos de las masas (figs 3.18c y d) ocurren con un desfase de 90° con respecto a los de la fundación 1, lo cual hace que el movimiento con referencia al del suelo sea opuesto.

Los giros se hacen más evidentes en este modelo y se observa en las figuras 3.18e y f que son ligeramente mayores en las fundaciones 2 y 3 con un desfase de 90° con respecto a la fundación 1.

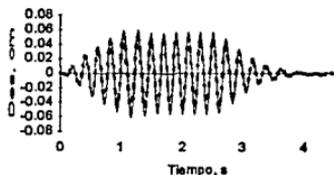


Fig 3.18a Desplaz. de fundación 1.

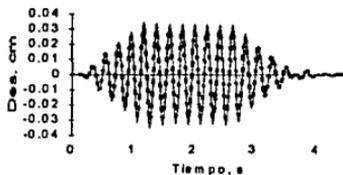


Fig 3.18b Desplaz. de fundaciones 2 y 3.

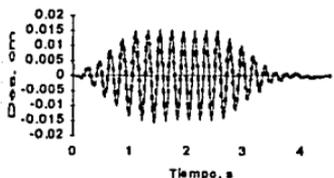


Fig 3.18c Desplazamientos en masa 1.

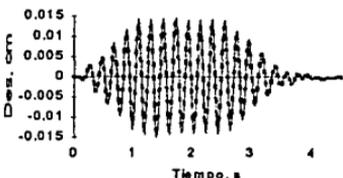


Fig 3.18d Desplazamientos en masas 2 y 3.

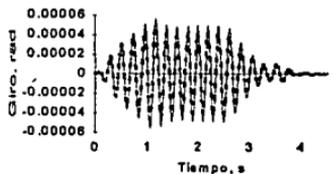


Fig 3.18e Giros en fundación 1.

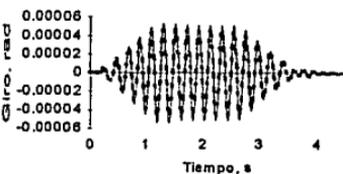


Fig 3.18f Giros en fundaciones 2 y 3.

— CL *** CHL

**Figs 3.18 Movimientos longitudinales en fundaciones y masas.
Excitación en el primer apoyo.**

En general se observa que la respuesta de la estructura es más uniforme en este modelo. Los momentos en los extremos de las dos traveses (figs 3.19a y b) tienen prácticamente las mismas amplitudes; los izquierdos ($m1l$ y $m1r$ en trabe 1 y $m2l$ y $m2r$ en trabe 2) son menores que los derechos ($m1d$ y $m2d$ en trabe 1 y $m3l$ y $m3r$ en trabe 2); también se ve que hay un desfase entre ellos cercano a los 90° de tal manera que cuando en un extremo la amplitud es máxima, en el otro es cero.

Los esfuerzos cortantes (figs 3.19c y d) se incrementan en las columnas 2 y 3, mientras que en el MMR (figs 3.13c y d), disminuyen. Los normales actúan en fase (figs 3.19e y f), lo cual significa que las traveses están trabajando a compresión o tracción simultáneamente. Los correspondientes a la trabe 1, son ligeramente mayores a los del MMR (figs 3.13e y f), y los de la trabe 2 prácticamente se duplican.

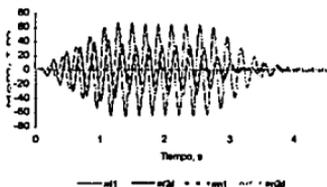


Fig. 3.19a Momentos flectores en trabe 1.

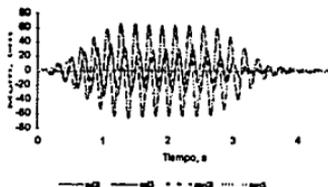


Fig. 3.19b Momentos flectores en trabe 2.

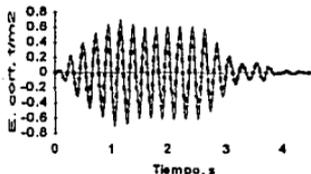


Fig. 3.19c Esf. cortantes en columna 1.

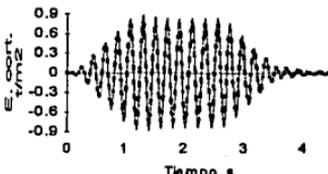


Fig. 3.19d Esf. cortantes en cols. 2 y 3.

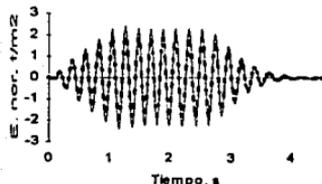


Fig. 3.19e Esfuerzos normales en trabe 1.

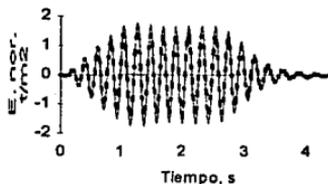


Fig. 3.19f Esfuerzos normales en trabe 2.

**Figs 3.19 Magnitudes de elementos mecánicos.
Excitación en el primer apoyo.**

Se concluye que en el MEV, cuando los movimientos del suelo originados por las ondas de compresión ocurren únicamente en el apoyo 1, estos se van propagando por la estructura, permitiendo una mayor participación de todos los elementos estructurales.

b) Análisis con ondas de cortante

Bajo estas condiciones, la respuesta de la estructura se analiza considerando que las fuerzas dinámicas actúan en el sentido transversal a la estructura. Es por esto que se adiciona el grado de libertad de torsión en el sistema suelo-cimentación, columnas y traves.

b1) Fuerzas dinámicas iguales en todos los apoyos

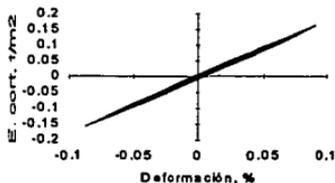


Fig 3.20a Esf. cortantes - deformaciones en apoyos 1 y 3.

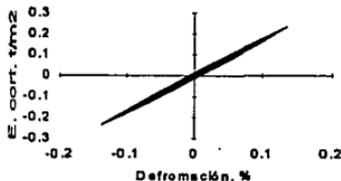


Fig 3.20b Esf. cortantes - deformaciones en apoyo 2.

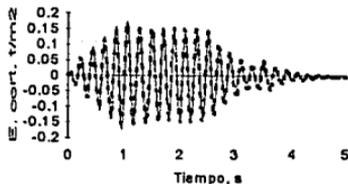


Fig 3.20c Esf. cortantes en apoyos 1 y 3.

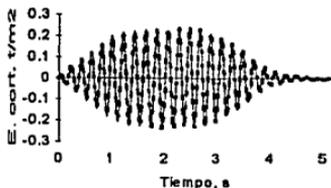


Fig 3.20d Esf. cortantes en apoyo 2.

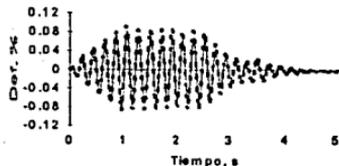


Fig 3.20e Deformaciones en apoyos 1 y 3.

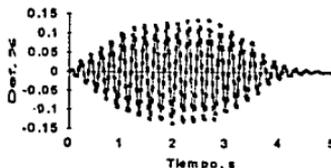


Fig 3.20f Deformaciones en apoyo 2.

— CL *** CNL

Figs 3.20 Comparación de la respuesta del suelo en CL y CNL.
Misma excitación en los tres apoyos.

En las figs 3.20 se ve que los esfuerzos cortantes y deformaciones en CNL, son mayores que en CL. Como se explicó anteriormente, esto es debido a que la degradación del módulo G afecta en mayor proporción a las matrices de propiedades que al vector de fuerzas dinámicas. En este caso la disminución de las rigideces por cabeceo y torsión, son las que más influyen en la respuesta.



Fig 3.21a Despl. de fundaciones 1 y 3.

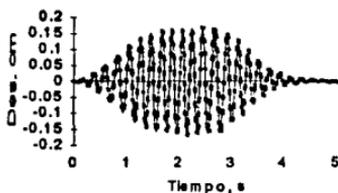


Fig 3.21b Despl. de fundación 2.

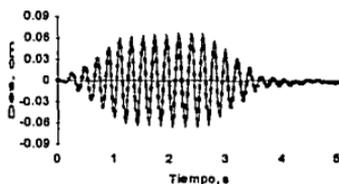


Fig 3.21c Despl. de masas 1 y 3.

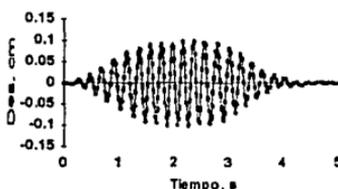


Fig 3.21d Despl. de masa 2.

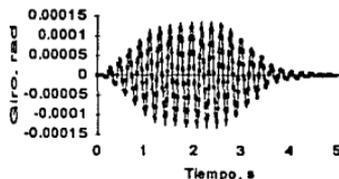


Fig 3.21e Giro de fundaciones 1 y 3

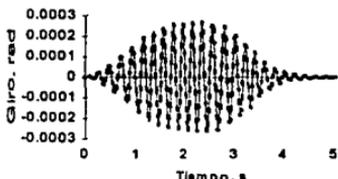


Fig 3.21f Giro de fundación 2.

— CL == CNL

**Figs 3.21 Movimientos transversales de fundaciones y masas.
Misma excitación en los tres apoyos.**

Al observar las figuras 3.21a y b, se ve que los desplazamientos absolutos de las fundaciones están prácticamente en fase con los movimientos del suelo (fig 3.4c), siendo mayores en el apoyo 2. Las masas se desplazan en sentido opuesto (figs 3.21c y d) y las mayores amplitudes ocurren en la masa 2. Los giros por cabeceo (figs 3.21e y f) actúan en fase con los movimientos de las masas. Con los resultados mostrados, se concluye que la respuesta de la estructura ocurre en forma simétrica y que los elementos estructurales que conforman la masa y fundación 2, son los más solicitados.

Los momentos torsores en las traveses se presentan en la figura 3.22a, donde se ve que son iguales en ambos extremos y ligeramente mayores en CNL. Las mismas amplitudes, pero en sentido contrario corresponden a los momentos torsores en las columnas 1 y 3. En este caso dada la simetría en la respuesta de la estructura, los momentos torsores en la columna 2 son nulos.

En las figuras 3.22b y c se muestran los momentos flectores en las traveses, los cuales corresponden a los torsores de las columnas. Las amplitudes en la columna 2 son de signo contrario e iguales al doble de las extremas.

Los esfuerzos cortantes son mayores en la columna 2 que en las otras (figs 3.22d y e) y los correspondientes a las traveses son iguales en ambas. Las mayores amplitudes ocurren en el CNL (fig 3.22f).



Fig 3.22a Mom. torsores derechos e izquierdos en traveses.



Fig 3.22b Mom. flectores derecho 1 e izquierdo 2 (-1), en traveses.

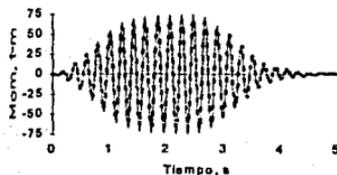


Fig 3.22c Mom. flectores izquierdo 1 (-1) y derecho 2 en traveses.

— CL *** CNL

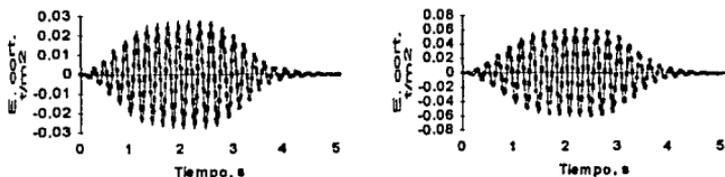


Fig 3.22d Esf. cortantes en columnas 1 y 3. Fig 3.22e Esfuerzo cortantes en columna 2.

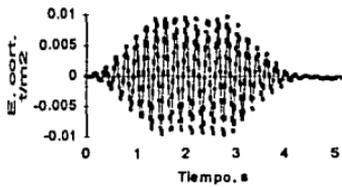


Fig 3.22f Esfuerzos cortantes en trabe 1.

— CL *** CNL

**Figs 3.22 Magnitudes de elementos mecánicos.
Igual excitación en los tres apoyos.**

Se observa que los movimientos del suelo, generados por las ondas de cortante, ocasionan flexión en las trabes y por tanto giros torsionales en las columnas y fundaciones extremas. Como consecuencia, hay un incremento en los esfuerzos cortantes de estas columnas.

b2) Fuerzas dinámicas en el primer apoyo

El comportamiento del suelo en CL y CNL, bajo esta condición de carga, se muestra en las figuras 3.23. En ellas se observa que las amplitudes de los esfuerzos cortantes y deformaciones, disminuyen proporcionalmente en los apoyos 2 y 3. También se ve que a medida que el evento ocurre, se va presentando un desfase en los movimientos de las fundaciones 2 y 3 (fig 3.24a). En las masas (fig 3.24b), el desfase entre ellas se hace más evidente y progresivo ya que en la 2 tiende a ser de 90° y la 3 cercano a los 180°. Los desplazamientos en CNL, son ligeramente mayores. Los giros de las fundaciones (fig 3.24c) ocurren prácticamente en fase con los movimientos de las masas. Al ser similares los movimientos en CL y CNL, únicamente aparecen en las figuras la comparación de estos dos comportamientos en el apoyo o masa 1.

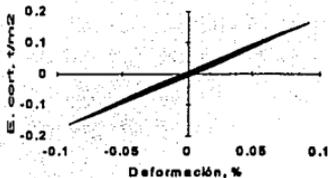


Fig 3.23a Esf. cortantes - def. en apoyo 1.

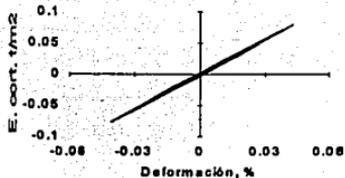


Fig 3.23b Esf. cortantes - def. en apoyo 2.

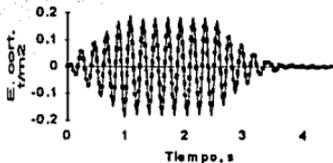


Fig 3.23c Esf. cort. en apoyo 1.

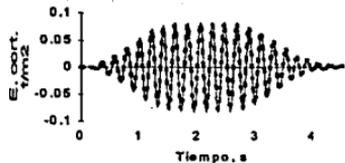


Fig 3.23d Esf. cort. en apoyo 2.



Fig 3.23e Esf. cortantes en apoyo 3.

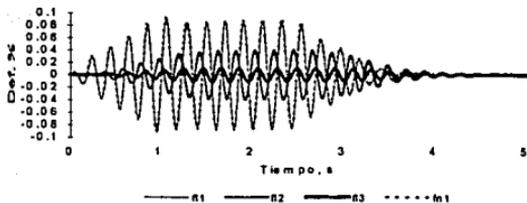


Fig 3.23f Deformaciones en los suelos de cimentación.

Figs 3.23 Comparación de la respuesta del suelo en CL y CNL.
Excitación en el primer apoyo.

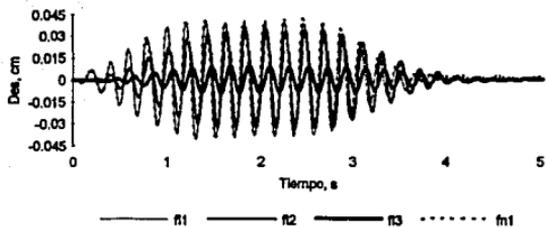


Fig 3.24a Desplazamientos de fundaciones.

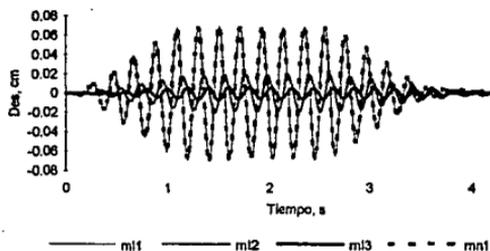


Fig 3.24b Desplazamientos de masas.

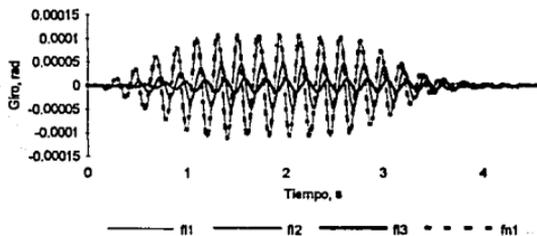


Fig 3.24c Giros de fundaciones.

**Figs 3.24 Movimientos transversales de fundaciones y masas.
Excitación en el primer apoyo.**

Se muestra en las figuras 3.25 que las magnitudes de los elementos mecánicos disminuyen a medida que las ondas vibratorias se alejan del apoyo 1.

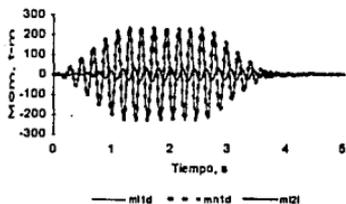


Fig 3.25a Momentos torsores derecho 1 e izquierdo 2 en traves.

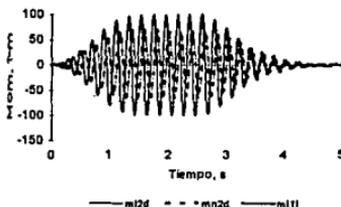


Fig 3.25b Momentos torsores derecho 2 e izquierdo 1 en traves.

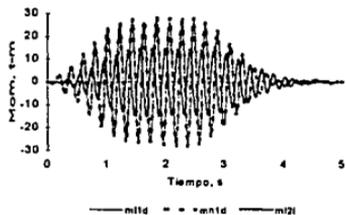


Fig 3.25c Momentos flectores derecho 1 e izquierdo 2 en traves.

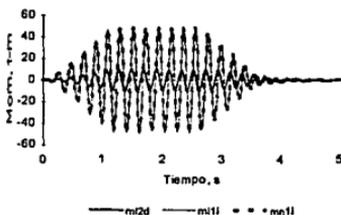


Fig 3.25d Momentos flectores derecho 2 e izquierdo 1 en traves.

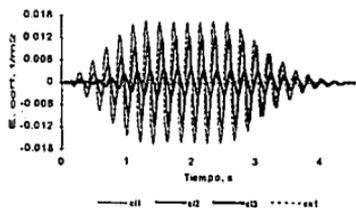


Fig 3.25e Esfuerzos cortantes en columnas.

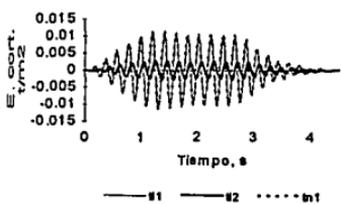


Fig 3.25f Esfuerzos cortantes en traves.

**Figs 3.25 Magnitudes de elementos mecánicos.
Excitación en el primer apoyo.**

3.4 Conclusiones

Con base en los resultados de los análisis realizados en este capítulo, se puede concluir lo siguiente:

1. El método de integración incluido en los programas de computadora, es apropiado para analizar la respuesta dinámica de las estructuras lineales. Los valores calculados fueron comparados con la solución exacta, y la diferencia fue mínima.

2. La integración de acelerogramas, necesaria para conformar el vector de cargas dinámicas, se realiza con un programa de computadora desarrollado con base en la transformada rápida de Fourier FFT. En las figuras 3.3 se puede observar que las historias de velocidades y desplazamientos, no están desplazadas de la línea de ceros, ni hay frecuencias adicionales, lo cual garantiza que los resultados no tengan efectos espúreos.

3. Para verificar el buen funcionamiento de los programas y con base en la comprobación numérica realizada considerando la base de cimentación rígida, se compararon los desplazamientos en las masas de una estructura de tres apoyos. Se comprobó que los resultados obtenidos son similares.

4. Por la forma de las curvas de histéresis y la comparación de las historias de esfuerzos cortantes y deformaciones del suelo en condiciones elásticas e inelásticas, se puede afirmar que la sub-rutina desarrollada para modelar el suelo esta bien elaborada.

5. La simetría en la respuesta de la estructura se comprueba cuando es excitada con la misma intensidad en todos los apoyos. En el modelo con masas y resortes, las amplitudes en las fundaciones son prácticamente iguales y en el que considera el elemento viga, son iguales en los apoyos y masas 1 y 3, y con una mayor participación en el apoyo y masa 2, debido a una mejor distribución de carga a los diferentes grados de libertad.

6. Cuando la estructura es excitada únicamente en el primer apoyo, la respuesta con el modelo de masas y resortes, es mayor en la fundación y masa 1, en tanto que con el que considera el elemento viga, la respuesta se distribuye mejor en toda la estructura, presentándose un defase que se va incrementando gradualmente a medida que las ondas vibratorias se alejan del apoyo excitado.

7. Se vió que en el modelo de masas y resortes, el aporte en la respuesta por cabeceo no se manifiesta en esta estructura. Esto hace que en comportamiento no-lineal del suelo, la disipación de energía permitida por el suelo de cimentación, predomine y como consecuencia, los movimientos disminuyen. Con el modelo donde se considera el elemento viga, los giros son mayores y por tanto en comportamiento no-lineal, las fuerzas resistentes, disminuyen en mayor proporción que las de la excitación, ocasionándose, mayores amplitudes de los movimientos.

8. El efecto de los movimientos causado por la propagación de las ondas a través de la estructura, puede analizarse mejor con el modelo donde se considera el elemento viga, especialmente cuando actúan las fuerzas dinámicas originadas por ondas de cortante.

9. Con base en lo anterior, se selecciona el programa que incluye el elemento viga en el modelo, como el más representativo para realizar los análisis posteriores.

4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El objetivo principal de este capítulo, es analizar los movimientos generados por las ondas de cortante de una estructura de tres apoyos, considerando que la propagación es en sentido longitudinal (eje x en fig 3.5), lo cual hace que el suelo se desplace en sentido transversal (eje y en fig 3.5).

El alcance del estudio, comprende los siguientes análisis:

- a) La variación de la relación entre la separación de apoyos y la longitud de onda de la excitación (L_i / λ).
- b) Considerando que las cimentaciones están apoyadas en tipos de suelos diferentes, la respuesta dinámica se determina con el comportamiento del suelo en condiciones elásticas e inelásticas.
- c) Permitiendo que la incidencia de las ondas sísmicas llegue con un retardo a cada una de las fundaciones, la cual es función de la separación entre apoyos y de la velocidad de ondas de cortante del suelo.

Con el fin de facilitar la interpretación de los resultados, se utiliza como excitación la función $100\text{sen}(wt)$, con un factor de forma, tal como se indica en las figuras 3.4. En cada uno de los análisis, se incluyen las gráficas correspondientes al vector de cargas dinámicas y desplazamientos del suelo, los cuales son diferentes en cada caso. Las principales características de la estructura analizada aparecen en la tabla 3.1 y figura 3.5. Cualquier modificación de estas magnitudes, se incluirá en el numeral correspondiente.

4.1 Análisis variando (L_i / λ)

Con el fin de comparar la respuesta dinámica de la misma estructura en función de la relación L_i / λ , es conveniente dejar fija la separación entre apoyos, variando únicamente la longitud de onda λ , la cual está directamente relacionada con la frecuencia de la excitación. Esto hace que las amplitudes del vector de cargas dinámicas (ec 2.2) sean diferentes para cada caso. La tabla 4.1, incluye las magnitudes correspondientes a cada análisis. En ella, ω_{ex} y T_{ex} corresponden a la frecuencia angular y al periodo de la excitación, ω_{es} y T_{es} a la frecuencia angular y periodo de la estructura apoyada sobre base rígida, V_s es la velocidad de las ondas de cortante del suelo cuyas propiedades se indican en la tabla 3.2, L_i es la longitud entre traveses o separación entre apoyos y L_c la longitud de las columnas.

Tabla 4.1
Características de la excitación y de la estructura.

| L_i / λ | ω_{ex} rad/s | T_{ex} s | ω_{cs} rad/s | T_{cs} s | V_s m/s | L_i m | L_c m |
|-----------------|------------------------|---------------|------------------------|---------------|--------------|------------|------------|
| 0.5 | 5.24 | 1.2 | 31.0 | 0.2 | 50.0 | 30.0 | 15.0 |
| 1.0 | 10.47 | 0.6 | 31.0 | 0.2 | 50.0 | 30.0 | 15.0 |
| 1.5 | 15.71 | 0.4 | 31.0 | 0.2 | 50.0 | 30.0 | 15.0 |

La longitud de onda λ , se calcula con la siguiente expresión:

$$\lambda = T_{ex} V_s \quad 4.1$$

En este análisis, T_{ex} es sencillo de determinar porque la excitación es una armónica; sin embargo, al considerar un sismo real, es necesario transformar el acelerograma al dominio de la frecuencia y así evaluar la frecuencia dominante. También se puede determinar T_{ex} , relacionándolo con el periodo característico del depósito del suelo, el cual se calcula, conociendo el espesor del estrato de suelo blando H_s apoyado sobre la roca basal, y la velocidad de ondas de cortante del mismo suelo V_s , con la expresión (Zeevaert, 1982):

$$T_{ex} = \frac{4H_s}{V_s} \quad 4.2$$

Las relaciones $L_i / \lambda = 0.5, 1.0$ y 1.5 , se consideran representativas en este estudio, para calcular y comparar la respuesta dinámica del suelo y la estructura.

4.1.1 Respuesta dinámica cuando $L_i / \lambda = 0.5$

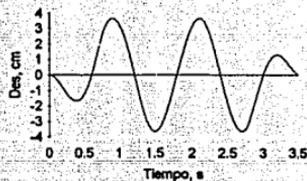
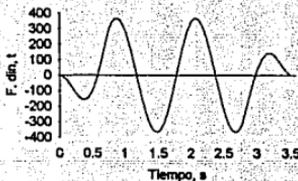


Fig 4.1a Vector de fuerzas dinámicas. Fig 4.1b Desplazamientos del suelo.

Figs 4.1 Fuerzas y desplazamientos generados por la excitación.

Las amplitudes máximas de los esfuerzos cortantes generados en la interfaz suelo - cimentación ocurren en la fundación 2 (fig 4.2a), con una magnitud de 7.5 t/m^2 la cual es muy elevada para este tipo de suelo, lo mismo que las deformaciones (fig 4.2b) cuyas amplitudes llegan hasta porcentajes de 3.8. Con estos resultados se puede concluir que el suelo de cimentación falla bajo esta condición de carga.

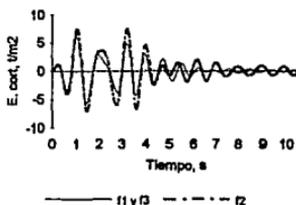


Fig 4.2a Esf. cortantes.

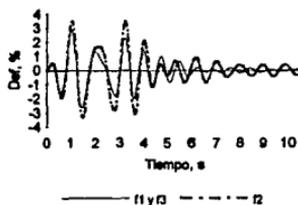


Fig 4.2b Deformaciones.

Figs 4.2 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación.

Los desplazamientos absolutos de las fundaciones (fig 4.3a) ocurren prácticamente en fase con los de la excitación (fig 4.1b), siendo ligeramente mayores en la fundación 2. En los relativos (fig 4.3b), se aprecia que los movimientos en el primer medio ciclo, están en dirección opuesta a los absolutos, en tanto que en los demás ciclos y en vibración forzada, quedan en fase. Esto se explica por las fuerzas inerciales de la estructura. Al terminar la excitación, las ondas correspondientes a $f1$ y $f3$, inician un defase con respecto a $f2$, hasta llegar a los 180 grados.

Los desplazamientos absolutos de las masas (fig 4.3c) actúan en fase con los de las fundaciones, mientras que los relativos de la masa 2 (fig 4.3d) se inician con un defase con respecto a $m1$ y $m3$, que se va incrementando hasta llegar a los 180 grados, permaneciendo así, hasta que la estructura deja progresivamente de vibrar, con una atenuación muy lenta.

Los giros por cabeceo de las fundaciones (fig 4.3e) inician defasándose gradualmente, de tal manera que en el tercer ciclo, los movimientos de $f2$ con respecto a $f1$ y $f3$ son opuestos. En el cuarto y quinto ciclos hay un cambio brusco en la dirección de los giros de $f2$, quedando en fase nuevamente con las otras fundaciones, pero se inicia nuevamente el defase hasta que los movimientos son opuestos, comportándose así hasta que la vibración termina. Se observa también que la atenuación de las ondas en vibración libre es lenta.

En las masas, los giros por cabeceo (fig 4.3f) se caracterizan por el retardo del movimiento de $m2$ con respecto a $m1$ y $m3$, lo cual hace que en el segundo ciclo, los giros sean opuestos. Las amplitudes máximas, ocurren en la masa 2 y la atenuación de las ondas en vibración libre es muy lenta.

Los giros por torsión (fig 4.3g), de las fundaciones y masas 1 y 3, se caracterizan por presentar amplitudes en vibración libre tan altas como en vibración forzada, lo cual se explica por la contribución que hacen los otros grados de libertad, especialmente el de giro de las masas. La atenuación de las ondas correspondientes a las masas es rápida, en tanto que el de las fundaciones es lenta. La respuesta por torsión de la fundación y masa 2 es nula, dada la simetría de la estructura y mismos tipos de suelos de cimentación.

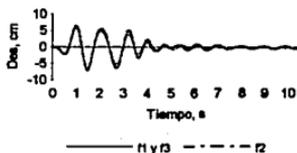


Fig 4.3a Des. absoluto de fundaciones.

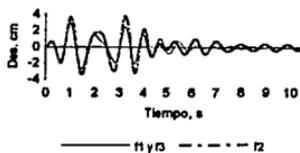


Fig 4.3b Des. relativos de fundaciones

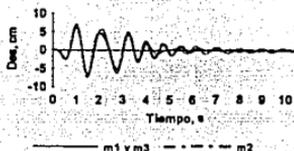


Fig 4.3c Des. absolutos de masas.

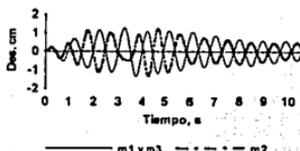


Fig 4.3d Des. relativos de masas.

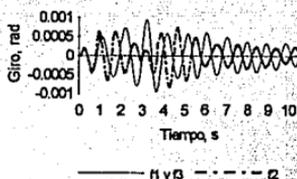


Fig 4.3e Giros por cabeceo de fund.

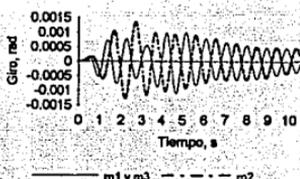


Fig 4.3f Giros por cabeceo de masas.

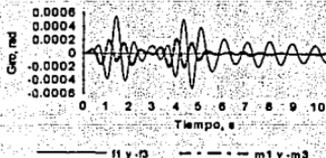


Fig 4.3g Giros por torsión.

Figs 4.3 Movimientos de fundaciones y masas.

En las figuras 4.4 se muestran las variaciones de las magnitudes de los elementos mecánicos, cuyas características de variación temporal son similares a las de los movimientos de las masas. La comparación de las magnitudes máximas con respecto a los otros casos analizados, se incluye en la tabla 4.2 y figuras 4.13.

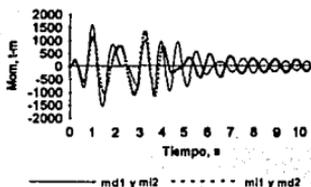


Fig 4.4a Momentos torsores en traves.

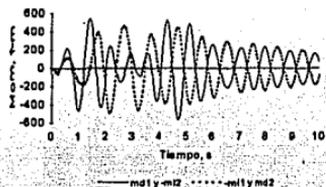


Fig 4.4b Momentos flectores en traves.

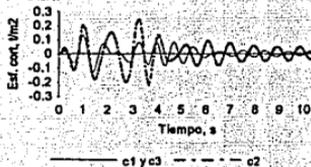


Fig 4.4c E. cort. en columnas.

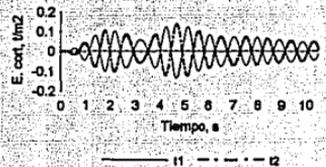


Fig 4.4d E. cort. en traves.

Figs 4.4 Magnitudes de elementos mecánicos.

En general, se concluye que los movimientos absolutos de la estructura ocurren prácticamente en fase con los de la excitación, lo cual quiere decir que las fuerzas dinámicas generadas por la excitación son tan altas que se imponen a las inerciales de la estructura; los movimientos relativos horizontales y de cabeceo de las masas 1 y 3, actúan en dirección opuesta a los de la masa 2; esto se explica porque los movimientos de las partículas de suelo en función de la distancia de propagación, ocurren en fase en los apoyos 1 y 3, y actúan opuestos a los correspondientes en el apoyo 2, y porque las rigideces de las columnas y traveses son bajas para responder a las fuerzas actuantes.

4.1.2 Respuesta dinámica cuando $L_1 / \lambda = 1.0$

Las amplitudes del vector de fuerzas dinámicas (fig 4.5a) y las de los desplazamientos del suelo (fig 4.5b), disminuyen a una tercera parte de las correspondientes al caso anterior ($L_1 / \lambda = 0.5$).

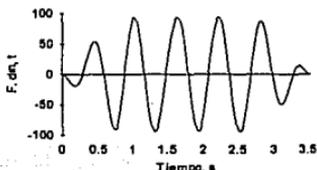


Fig 4.5a Vector de fuerzas dinámicas.

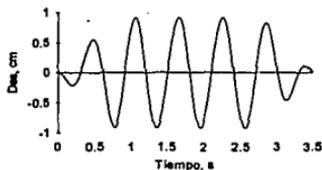


Fig 4.5b Desplazamientos del suelo.

Figs 4.5 Fuerzas y desplazamientos generados por la excitación y aplicados en los tres apoyos.

Bajo esta condición de carga, las ondas de movimiento son uniformes y simétricas. La respuesta del suelo (figs 4.6) es menor que en el análisis anterior, sin embargo, los esfuerzos cortantes y las deformaciones siguen siendo altas para este tipo de suelo.

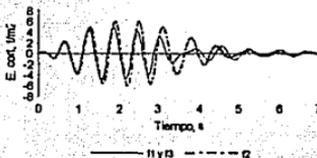


Fig 4.6a Esf. cortantes.

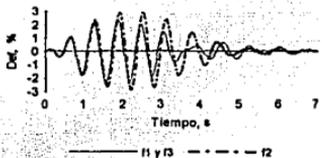


Fig 4.6b Deformaciones.

Figs 4.6 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación.

Los desplazamientos absolutos de las fundaciones (fig 4.7a), y las masas (fig 4.7c), inician en fase con los correspondientes del suelo (fig 4.5b), pero al terminar el primer ciclo, se invierte el sentido del movimiento, lo que significa que por el efecto de la interacción hay inversión de fases; es decir que mientras la masa de suelo circundante se mueve en una dirección, el conjunto suelo-cimentación considerado en el modelo, lo hace en sentido opuesto. Los movimientos de f_2 y m_2 ocurren retardados con respecto a las otras fundaciones y masas.

Los desplazamientos relativos de las fundaciones (fig 4.7b) y las masas (fig 4.7d), lo mismo que los giros por cabeceo de las fundaciones (figs 4.7e) ocurren en fase, presentándose las mayores amplitudes en f_2 y m_2 . Los giros en la masa 2 (fig 4.7f) son controlados por los de

las masas 1 y 3; se ve que ciclo a ciclo cambian de fase y en vibración libre actúan defasados 180 grados con respecto a estas masas.

En torsión, los giros (fig 4.7g) de fundaciones y masas 1 y 3 actúan en sentidos opuestos. La atenuación de los movimientos es más rápida que en el caso anterior y en la fundación y masa 2 son nulos.

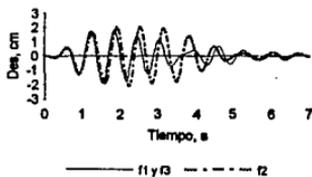


Fig 4.7a Des. absolutos de fundaciones.

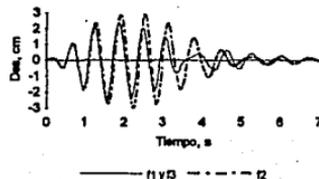


Fig 4.7b Des. relativos de fundaciones.

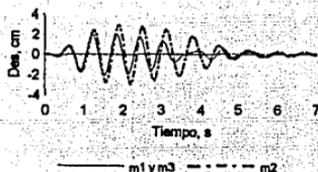


Fig 4.7c Des. absolutos de masas.

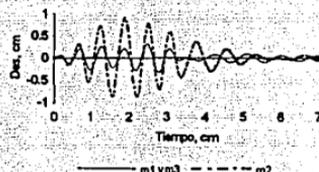


Fig 4.7d Des. relativos de masas

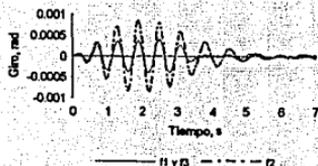


Fig 4.7e Giros por cabeceo de fund.

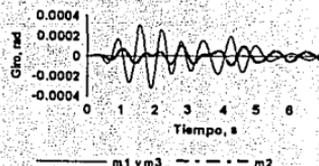


Fig 4.7f Giros por cabeceo en masas.

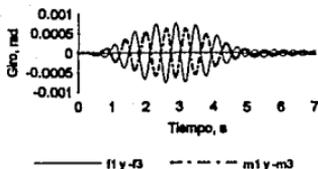


Fig 4.7g Giros por torsión.

Figs 4.7 Movimientos de fundaciones y masas.

Las magnitudes de los elementos mecánicos (figs 4.8) son menores que las correspondientes al caso anterior ($L_c / \lambda = 0.5$). Los momentos flectores izquierdo de la trabe 1 y derecho de la trabe 2 ($m1l$ y $md2$ en fig 4.8b) actúan retardados con respecto a los de los otros extremos de las trabes ($md1$ y $m12$). La atenuación de las ondas en vibración libre es relativamente más rápida que en el análisis con $L_c / \lambda = 0.5$; sin embargo, en los esfuerzos cortantes por torsión en las trabes (fig 4.8d), ésta se inicia un ciclo después de terminada la vibración forzada.

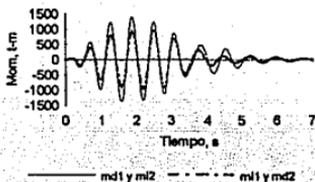


Fig 4.8a Momentos torsores en trabes.

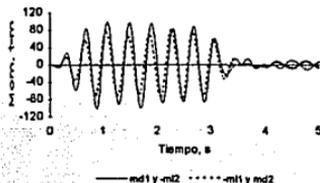


Fig 4.8b Momentos flectores en trabes.

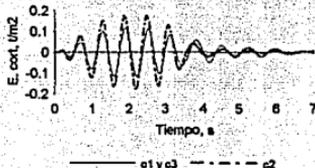


Fig 4.8c Esf. cortantes en columnas.

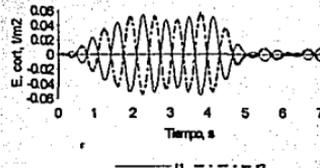


Fig 4.8d Esf. cortantes en trabes.

Figs 4.8 Magnitudes de elementos mecánicos.

En general, los movimientos con esta hipótesis de carga son más uniformes y simétricos que con la condición anterior, lo cual permite un mejor comportamiento dinámico de los elementos estructurales.

4.1.3 Respuesta dinámica cuando $L_c / \lambda = 1.5$

Bajo esta condición de carga, las amplitudes de los movimientos como de la respuesta del suelo y la estructura disminuyen apreciablemente. En la tabla 4.2 se incluyen las magnitudes obtenidas en los tres casos.

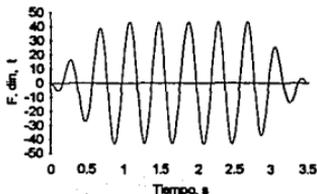


Fig 4.9a Vector de fuerzas dinámicas.

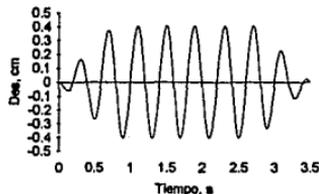


Fig 4.9b Desplazamientos del suelo.

Figs 4.9 Fuerzas y desplazamientos generados por la excitación.

Las amplitudes máximas correspondientes a los esfuerzos cortantes (fig 4.10a) y deformaciones (fig 4.10b) obtenidas con esta condición de carga, son inferiores a las permitidas por el suelo, lo cual quiere decir que el diseño de la cimentación es apropiado en este caso.

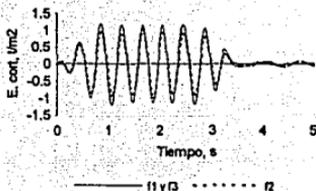


Fig 4.10a Esf. cortantes.

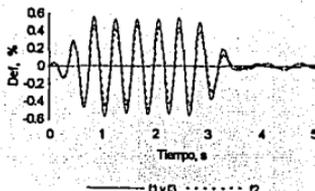


Fig 4.10b Deformaciones.

Figs 4.10 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación.

Los movimientos absolutos de las fundaciones (fig 4.11a) inician en fase con los de la excitación (fig 4.9b), pero al terminar el primer ciclo, el sentido en f1 y f3 se invierte permaneciendo así hasta terminar la excitación; en tanto que los de la fundación 2, son controlados por los movimientos de las masas (fig 4.11c) lo cual hace que sus amplitudes sean menores y ciclo a ciclo ocurran desfases.

Los movimientos relativos de las fundaciones (fig 4.11b) son opuestos a los de la excitación (fig 4.9b), y ocurren en fase entre ellos; Las menores amplitudes se presentan en f2, mostrando un comportamiento diferente a los casos anteriores.

En las masas, los movimientos absolutos (fig 4.11c) y relativos (fig 4.11d) actúan en fase con los correspondientes de las fundaciones, exceptuando los de f2. Los giros por cabeceo de las fundaciones (fig 4.11e) también actúan en fase y las amplitudes máximas se presentan en la fundación 2.

En torsión (fig 4.11g), la atenuación de las ondas en vibración libre es lenta y los movimientos en las fundaciones 1 y 3, son opuestos a los de las masas 1 y 3. En la fundación 2 y masa 2, los giros por torsión son nulos.

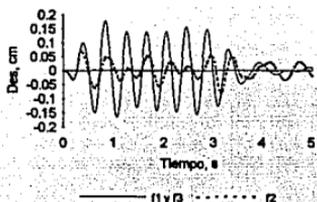


Fig 4.11a Des. absolutos de fundaciones.

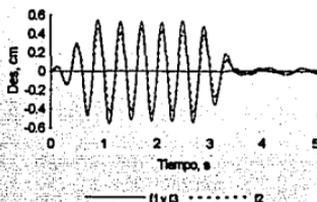


Fig 4.11b Des. relativos de fundaciones.

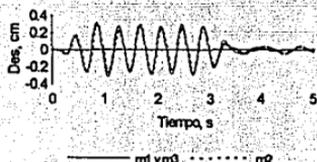


Fig 4.11c Des. absolutos de masas.

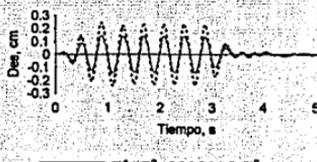


Fig 4.11d Des. relativos de masas.

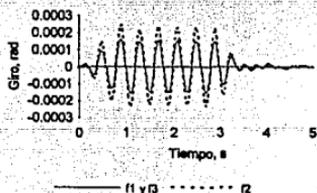


Fig 4.11e Giros por cabeceo de fund.

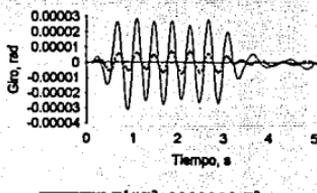


Fig 4.11f Giros por cabeceo en masas.

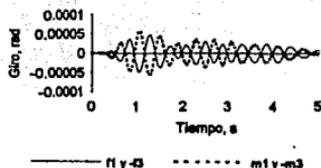


Fig 4.11g Giros por torsión.

Figs 4.11 Movimientos de fundaciones y masas.

Las magnitudes de los elementos mecánicos (figs 4.12) disminuyen notoriamente con respecto a las otras condiciones de carga (tabla 4.2). En los momentos flectores (fig 4.12b) y esfuerzos cortantes (fig 4.12d), generados por la torsión de las travesas, se observa que al iniciar la vibración libre las amplitudes disminuyen a los pocos ciclos, aumentando nuevamente durante un segundo y medio, y volviendo a atenuarse en forma definitiva en el sexto segundo. Esto quiere decir que la estructura alcanza a entrar en resonancia, en ese intervalo de tiempo.

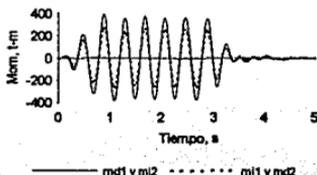


Fig 4.12a Momentos torsores en travesas.

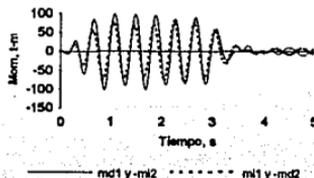


Fig 4.12b Momentos flectores en travesas.

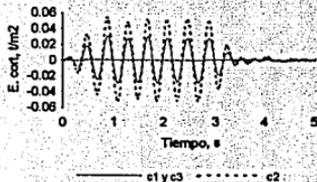


Fig 4.12c Esf. cortante en columnas.

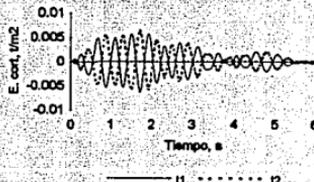


Fig 4.12d Esf. cortantes en travesas.

Figs 4.12 Magnitudes de elementos mecánicos.

Bajo esta condición de carga, se ve que después del primer ciclo los movimientos de la estructura son opuestos a los del suelo, porque la rigidez de ésta es alta para las fuerzas dinámicas generadas por la excitación y por tanto la oposición a desplazarse en el mismo sentido es mayor que en los casos anteriores.

En la tabla 4.2, se incluyen las amplitudes máximas obtenidas con los tres casos analizados. Se ve que a medida que la relación L_s / λ aumenta, las fuerzas dinámicas resultantes de la interacción suelo-estructura disminuyen, lo mismo que los desplazamientos de la excitación. Esta tendencia se refleja en la respuesta del suelo de cimentación y de la estructura; sin embargo, comparando proporcionalmente la reducción de las fuerzas dinámicas en los tres casos, se observa que los movimientos y magnitudes de los elementos mecánicos, son mayores cuando L_s / λ es igual a 1, por tanto, esta condición es la más crítica en este análisis. Esto se explica porque el tren de ondas de los movimientos del suelo, en función de la distancia recorrida, están en fase cuando la longitud de onda es igual a la separación entre apoyos.

Tabla 4.2
Comparación de amplitudes máximas.

| Descripción | Unidad | $L_s / \lambda = 0.5$ | $L_s / \lambda = 1.0$ | $L_s / \lambda = 1.5$ |
|----------------------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Fuerzas dinámicas | t | 380 | 98 | 44 |
| Desplazamientos de la excitación | cm | 3.8 | 1.0 | 0.42 |
| Esf. cort. en el suelo de cim. | t/m ² | 7.5** | 6.0** | 1.2* |
| Deformación en suelo de cim. | % | 3.8** | 3.0** | 0.58* |
| Desplazamientos abs. de fund. | cm | 7.0** | 2.1** | 0.18* |
| Desplazamientos rel. de fund. | cm | 4.0** | 3.0** | 0.56* |
| Desplazamientos abs. de masas | cm | 7.5** | 3.0** | 0.30* |
| Desplazamientos rel. de masas | cm | 1.2* | 0.9** | 0.25** |
| Giros por cabeceo de fund. | rad | 0.001* | 0.0009** | 0.000025** |
| Giros por cabeceo de masas | rad | 0.0014** | 0.00032* | 0.000029* |
| Giros por torsión de fund. | rad | 0.00055* | 0.0008* | 0.00006 |
| Giros por torsión de masas | rad | 0.0002* | 0.0007* | 0.000045* |
| Momentos tor. md1 o mi2 | t-m | 1600 | 1400 | 400 |
| Momentos tor. ml1 o md2 | t-m | 1400 | 1000 | 280 |
| Momentos flec. md1 o mi2 | t-m | 550 | 450 | 95 |
| Momentos flec. ml1 o md2 | t-m | 500 | 320 | 80 |
| Esf. cortantes en columnas | t/m ² | 0.28** | 0.19** | 0.055** |
| Esf. cortantes en traves | t/m ² | 0.16 | 0.055 | 0.007 |

- * La amplitud máxima se presenta en las fundaciones o masas 1 y 3.
- ** La amplitud máxima se presenta en la fundación 2 o masa 2.
- md1 y md2 Momentos derechos de trabe 1 y trabe 2.
- ml1 y ml2 Momentos izquierdos de trabe 1 y trabe 2.

En las figuras 4.13, se comparan los movimientos y magnitudes de los elementos mecánicos en función de L_i / λ .

De las relaciones de los desplazamientos de f_1 y m_1 con base a f_2 y m_2 $(U_1/U_2)_{\text{máx}}$, presentadas en la figura 4.13a, se puede concluir lo siguiente:

Cuando L_i / λ varía de 0.5 a 1, la relación de los movimientos relativos es prácticamente negativa, por el desfase en los movimientos de la masa 1 con respecto a la masa 2. Este comportamiento, se ocasiona porque los movimientos de las partículas del suelo en función de la distancia de propagación, en los apoyos 1 y 3, actúan en fase y en sentido opuesto a los del apoyo 2. La baja rigidez de las traveses y columnas, para esta condición de carga, también influyen en este desfase.

Con L_i / λ variando de 1 a 1.5, la relación $(U_1/U_2)_{\text{máx}}$, correspondiente a los desplazamientos de las masas, se incrementa proporcionalmente con respecto a los relativos de las fundaciones; en tanto que la relación correspondiente a los absolutos, aumenta en mayor proporción. La explicación es que al crecer L_i / λ , las fuerzas dinámicas disminuyen y con esto las traveses son menos solicitadas, permitiendo que la estructura en conjunto pueda vibrar en fase. La concentración de esfuerzos, es por tanto menor y los movimientos horizontales, mayores en m_2 . Este comportamiento hace neutralizar los desplazamientos de la fundación 2.

En la figura 4.13b, cuando $L_i / \lambda = 0.5$, se ve que la relación de giros $(\text{giro } 1/\text{giro } 2)_{\text{máx}}$, son opuestos entre f_1 y m_1 , con respecto a f_2 y m_2 , debido a los movimientos de las partículas del suelo en función de la distancia de propagación. Con L_i / λ entre 1 y 1.5, la variación de la relación de los giros de las masas, es similar a la de los desplazamientos absolutos de las fundaciones (fig 4.13a), lo mismo que entre los giros de las fundaciones y desplazamientos absolutos de las masas, lo cual manifiesta una correspondencia de movimientos entre los diferentes grados de libertad. Los desplazamientos de las partículas del suelo, en función de la distancia de propagación, también ocurren en fase en los apoyos 1 y 3, y son opuestos a los del apoyo 2; sin embargo, la rigidez de la estructura es tan alta, que no permite desfases por este efecto.

Las magnitudes máximas de los elementos mecánicos en las uniones 1 y 2, se incluyen en la figura 4.13c, y en ella, se aprecia que la relación de amplitudes $(\text{Amp}_1/\text{amp}_2)_{\text{máx}}$, de los momentos flectores y torsores, son mayores en la unión 1 (m_1), presentando una mayor diferencia cuando $L_i / \lambda = 1.0$. La relación de esfuerzos cortantes en las columnas, se incrementa levemente cuando L_i / λ , varía de 0.5 a 1; en tanto que de 1 a 1.5, la relación es mayor. Esto quiere decir que al moverse la masa 2 en dirección opuesta a las otras, los esfuerzos cortantes en la columna 2 se duplican y a medida que disminuye el desfase, se distribuyen mejor en las columnas. Cuando L_i / λ es igual a 1.5, los esfuerzos cortantes en

las columnas 1 y 3 son mayores que en la dos lo cual, como se explicó anteriormente, es debido a la alta rigidez de la trabe.

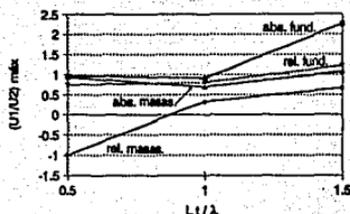


Fig 4.13a Relación de desplazamientos máximos de fundaciones y masas.

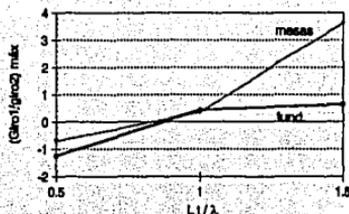


Fig 4.13b Relación de giros por cabeceo en fundaciones y masas.

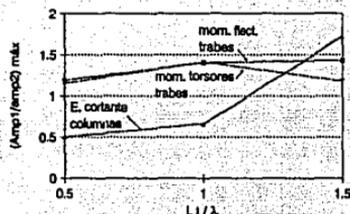


Fig 4.13c Relación de las magnitudes de los elementos mecánicos.

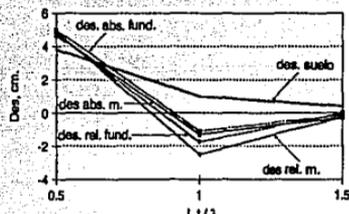


Fig 4.13d Comparación de los desplazamientos del suelo con los de las fundaciones y masas.

Fig 4.13 Relación de movimientos y magnitudes de elementos mecánicos en función de $L, / \lambda$.

En la figura 4.13d se comparan las amplitudes de los desplazamientos absolutos, en función del tiempo, de las fundaciones y masas con los del suelo. Los tiempos de ocurrencia considerados corresponden a los desplazamientos máximos del suelo y son de 0.88, 1.63 y 1.48 segundos, en las relaciones $L, / \lambda$ de 0.5, 1.0 y 1.5 respectivamente. Cuando $L, / \lambda$ es igual a 0.5; la energía de la excitación es tan alta, que hace mover la estructura en fase con el suelo; a medida que $L, / \lambda$ crece, los movimientos de la estructura disminuyen mas rápidamente que los del suelo, hasta que cambian de dirección, alcanzando un máximo en $L, / \lambda$ igual a 1.0; De ahí en adelante, empiezan a disminuir nuevamente, conservando el defase. La explicación de este comportamiento, es que la rigidez de la estructura es tan alta que hace que el segundo modo de vibración impere sobre el primero en la masa de suelo cercana a la base de la fundación.

4.2 Análisis con la estructura apoyada en diferentes tipos de suelo

En el capítulo 3, se calculó la respuesta dinámica de una estructura lineal y simétrica, con sus tres fundaciones apoyadas sobre suelos con propiedades similares. El análisis se hizo incluyendo la interacción suelo - estructura y los comportamientos lineal y no-lineal del suelo de cimentación. Se observó que el suelo respondía en forma estable dando lazos de histéresis cerrados con poca disipación de energía y que la simetría del conjunto suelo - estructura se mantenía.

En esta parte del trabajo, se analiza la respuesta de una estructura apoyada en diferentes tipos de suelo. Las características se muestran en la figura 3.5 y tabla 4.3 y las propiedades de cada uno de los suelos con las dimensiones de las fundaciones, se incluyen en la tabla 4.4.

Con el fin de comparar los resultados, el acelerograma tomado como excitación, corresponde a la armónica utilizada en el numeral 4.1.3 con la relación $L_e / \lambda = 1.5$, y se considera actuando con la misma intensidad en los tres apoyos. También se hacen dos análisis adicionales de la estructura, considerando que las fundaciones están apoyadas sobre un suelo homogéneo cuyas propiedades en el primer caso, corresponden a las del apoyo 1 y en el segundo, a las del apoyo 3 (tabla 4.4).

Tabla 4.3
Características de la estructura analizada en el numeral 4.2

| Descripción. | Unidad. | Magnitud. |
|---|-------------------|-----------|
| Número de apoyos | un | 3 |
| Longitud de trabe, L_t | m | 30 |
| Base de trabe, B_t | m | 2 |
| Peralte de trabe, H_t | m | 3 |
| Longitud de columna, L_c | m | 15 |
| Ancho de columna, B_c | m | 3 |
| Largo de columna, H_c | m | 3 |
| Resistencia del concreto, f_c | kg/cm | 250 |
| Módulo de elasticidad del concreto, E_c | t/cm ² | 239 |
| Carga distribuida en trabes, w | t/m | 1.0 |

Tabla 4.4
Dimensiones de las fundaciones y propiedades de los suelos.

| Descripción | Unidad | Apoyo 1 | Apoyo 2 | Apoyo 3 |
|---------------------------------------|--------------------|---------|---------|---------|
| Ancho de fundación, B | m | 7 | 14 | 7 |
| Largo de fundación, L | m | 7 | 14 | 7 |
| Peralte de fundación, E | m | 4 | 4 | 4 |
| Límite líquido, w_L | % | 100 | 156.5 | 293 |
| Límite plástico, w_P | % | 50 | 64.7 | 73 |
| Contenido de agua, w_n | % | 80 | 154 | 266 |
| Peso volumétrico, γ_s | t/m ³ | 1.5 | 1.4 | 1.2 |
| Parámetro A | ad | 0.6 | 0.65 | 0.8 |
| Parámetro B | ad | 0.8 | 0.8 | 0.3 |
| Deformación de referencia, γ_r | ad | 0.003 | 0.004 | 0.021 |
| Velocidad de onda de cortante, V_s | m/s | 150 | 100 | 50 |
| Módulo de rigidez al cortante, G | kg/cm ² | 3375 | 1400 | 325 |

4.2.1 Estructura apoyada en diferentes tipos de suelo.

Las fuerzas dinámicas resultantes de la interacción suelo-estructura, tanto en comportamiento lineal (CL) como en no-lineal (CNL), se presentan en las figuras 4.14. En ellas se aprecia que en CNL, las amplitudes son menores, debido a la disipación de energía del suelo de cimentación. En la figura 4.14b, se ve que en CNL, el eje de las ondas se va desplazando de la línea base, debido a las deformaciones permanentes que se van acumulando en el suelo. Al terminar la excitación, la fuerza que queda, es la equivalente al producto del desplazamiento permanente por la rigidez del suelo.

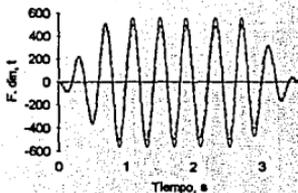


Fig 4.14a Fuerzas dinámicas en apoyo 1.

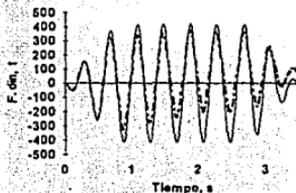


Fig 4.14b Fuerzas dinámicas en apoyo 2.

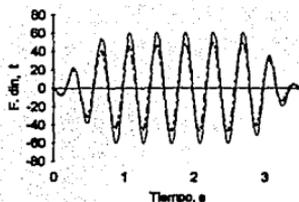


Fig 4.14c Fuerzas dinámicas en apoyo 3.

— CL *** CNL

Figs 4.14 Vectores de fuerzas dinámicas en apoyos.

En las figuras 4.15, se muestra la respuesta de los suelos de cimentación. Por la forma de los lazos de histéresis; se ve que el suelo correspondiente al apoyo 2 (figs 4.15b y h), es el que más disipa energía y el que queda con mayores deformaciones permanentes.

Comparando los esfuerzos cortantes y deformaciones generados en el suelo de cimentación en CNL con respecto al CL (figs 4.15d, e y f), se observa que en los apoyos 1 y 2, las magnitudes se incrementan, y en el apoyo 3, disminuyen. Este comportamiento es explicable porque la interacción suelo-estructura disminuye cuando la rigidez equivalente del conjunto suelo-cimentación aumenta; en este caso, en los apoyos 1 y 2, las fuerzas resistentes disminuyen en mayor proporción que las actuantes, lo cual hace incrementar los desplazamientos relativos y por tanto los esfuerzos cortantes en la interfaz suelo-cimentación. No pasa lo mismo en el apoyo 3, donde la reducción de las fuerzas actuantes es mayor que la de las resistentes, ocasionando esfuerzos cortantes menores.

Con respecto al comportamiento estructural, se deduce que hay más concentración de esfuerzos donde la resistencia de los materiales es mayor, en este caso el conjunto suelo-cimentación, lo cual hace que la respuesta de la estructura sea asimétrica cuando está apoyada sobre diferentes tipos de suelo.

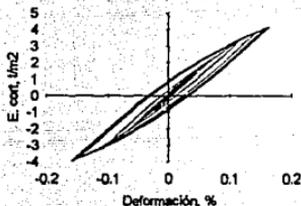


Fig 4.15a Esf. cort. - def. en apoyo 1.

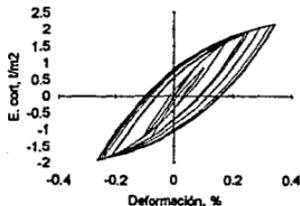


Fig 4.15b Esf. cort. - def. en apoyo 2.

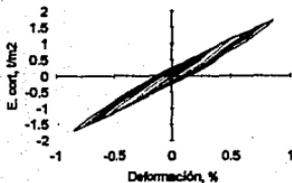


Fig 4.15c Esf. cort. - def. en apoyo 3

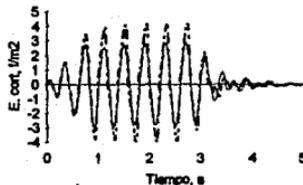


Fig 4.15d Esf. cort. en apoyo 1.

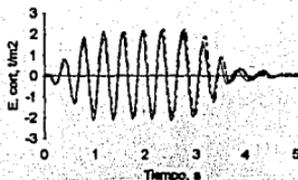


Fig 4.15e Esf. cort. en apoyo 2.

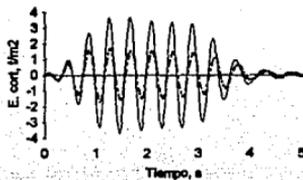


Fig 4.15f Esf. cort. en apoyo 3.

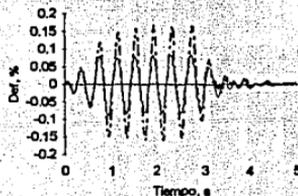


Fig 4.15g Deformaciones en apoyo 1.

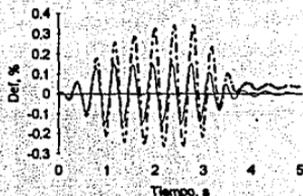


Fig 4.15h Deformaciones en apoyo 2.

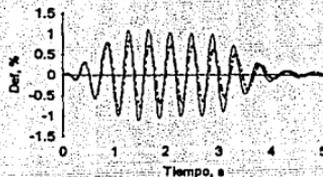


Fig 4.15i Deformaciones en apoyo 3.

— CL, --- CNL

Figs 4.15 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación. Comportamiento lineal y no-lineal.

Observando detenidamente las figuras 4.16a, b y c, se ve que los desplazamientos absolutos de la fundación 1, ocurren prácticamente en fase con los del suelo (fig 4.9b), en tanto que en la fundación 2, hay un desfase aprox. de 45 grados y en la 3, es cercano a los 180 grados. También se observa que los movimientos relativos de las fundaciones ocurren en fase con los absolutos (se pueden determinar en las figuras 4.14, correspondientes a los esfuerzos cortantes o deformaciones de los suelos de cimentación). Relacionando los desplazamientos absolutos de las masas (figs 4.16d, e y f) con los de las fundaciones, se ve que los de m1 y m2, están ligeramente retardados con respecto a f1 y f2; y el de la m3, adelantado de f3. Siguiendo el viaje de las ondas, de acuerdo con los desfases leídos en las figuras, se concluye que los movimientos de las fundaciones 1 y 2 imperan sobre los de las masas 1 y 2, en tanto que los de la fundación 3, son controlados por la masa 3.

Los movimientos (figs 4.16g, h, i, j, k y l) correspondientes a giros por cabeceo y torsión, se presentan en fase con los desplazamientos; al iniciar los giros por torsión, sus amplitudes son muy pequeñas y en la fundación 3, la atenuación en vibración libre es lenta, lo cual significa que la respuesta de fuerzas dinámicas por el efecto del amortiguamiento geométrico en el apoyo 3, es menor que en los otros.

Comparando la respuesta en CNL con relación al CL, se ve que las amplitudes de los movimientos de las fundaciones y masas 1 y 2, aumentan y en la fundación y masa 3, disminuyen, a excepción de los giros por torsión que en todos los casos son mayores, lo cual se explica porque al aumentar la diferencia en rigideces entre apoyos, la asimetría se incrementa y esto hace que la estructura sea mas exigida por torsión. En los casos anteriores se observó que dadas la simetría de la estructura y las características homogéneas del suelo de cimentación, en el apoyo y masa 2 los giros por torsión eran nulos.

También se aprecia que en CNL, los desfases se incrementan en mayor proporción donde la rigidez del conjunto suelo-cimentación es menor, lo cual corresponde en este caso a la fundación y masa 3.

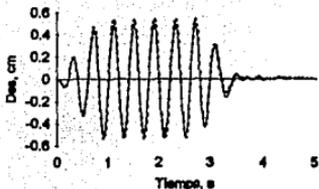


Fig 4.16a Des. fundación 1.

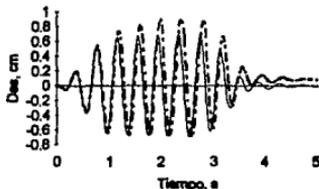


Fig 4.16b Des. fundación 2.

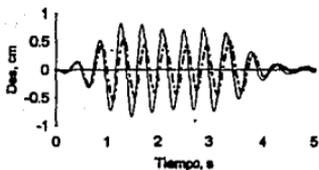


Fig 4.16c Des. fundación 3.

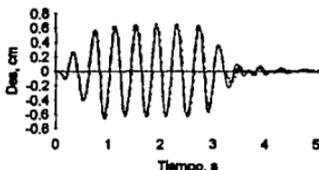


Fig 4.16d Des. masa 1

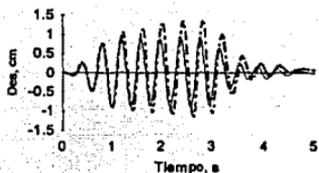


Fig 4.16e Des. masa 2

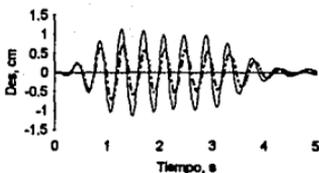


Fig 4.16f Des. masa 3

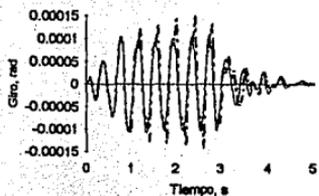


Fig 4.16g Giros por cabeceo en fund. 1.

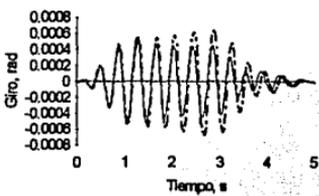


Fig 4.16h Giros por cabeceo en fund. 2.

— C. — — — CWL

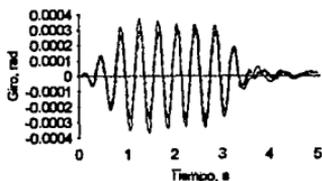


Fig 4.16i Giros por cabeceo en fund. 3.

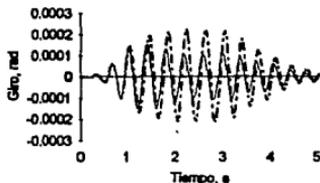


Fig 4.16j Giros por torsión en fund. 1.

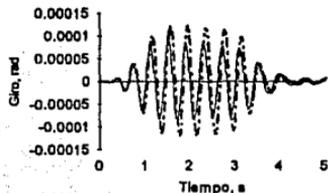


Fig 4.16k Giros por torsión en fund. 2.

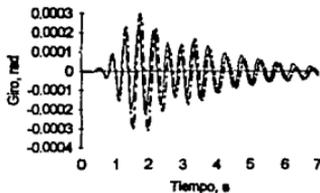


Fig 4.16l Giros por torsión en fund. 3.

— CL *** CNL

**Figs 4.16 Movimientos de fundaciones y masas.
Comportamientos lineal y no-lineal de los suelos de cimentación.**

Al comparar las magnitudes de los elementos mecánicos resultantes del análisis considerando el CNL, con el CL (figs 4.17), se observa que hay un incremento en las amplitudes de los momentos flectores y torsores de los extremos de las traveses que se unen con las columnas 1 y 2 (md1, mi1 y md2), en tanto que los correspondientes al extremo que llega a la columna 3 (mi2), disminuyen. Con los esfuerzos cortantes en las traveses y columnas, se aprecia que en todos los casos se incrementan, sin embargo en menor proporción en la trabe 2 y columna 3.

Se puede concluir en este caso que en CNL, las magnitudes de los elementos mecánicos están directamente relacionadas con la rigidez del conjunto suelo-cimentación. A mayor rigidez, mayor es el incremento en magnitud.

Para confirmar lo anterior, en los numerales 4.2.2 y 4.2.3, se analiza la respuesta de la misma estructura apoyada sobre suelos homogéneos.

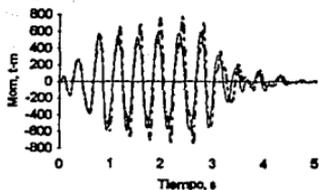


Fig 4.17a Mom. torsos derechos en trabe 1.

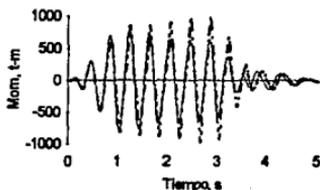


Fig 4.17b Mom. torsos derechos en trabe 2.

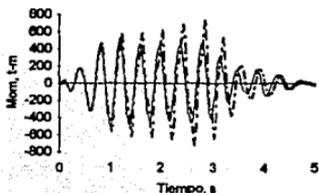


Fig 4.17c Mom. torsos izquierdos en trabe 1.

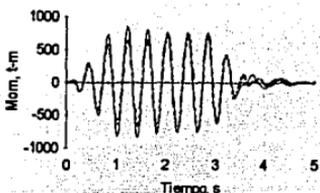


Fig 4.17d Mom. torsos izquierdos en trabe 2.

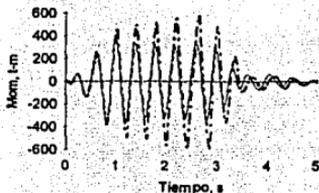


Fig 4.17e Mom. flectores derechos en trabe 1.

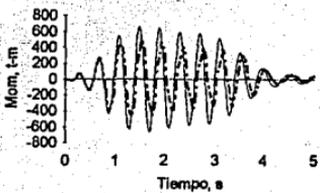


Fig 4.17f Mom. flectores derechos en trabe 2.

— Cl *** CNL

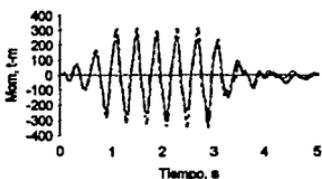


Fig 4.17g Mom. flectores izquierdos en trabe 1.

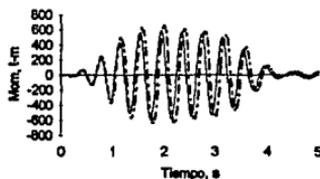


Fig 4.17h Mom. flectores izquierdos en trabe 2.

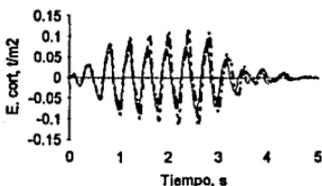


Fig 4.17i Esf. cort. en columna 1.

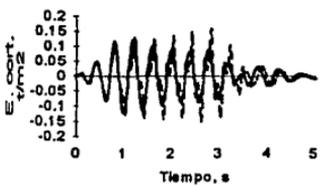


Fig 4.17j Esf. cort. en columna 2.

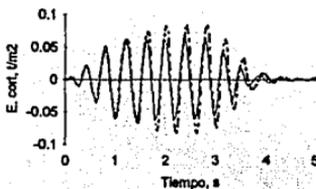


Fig 4.17k Esf. cort. en columna 3.

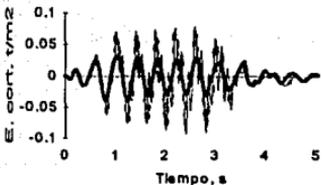


Fig 4.17l Esf. cort. en trabe 1.

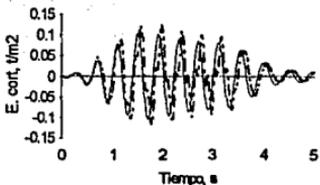


Fig 4.17m Esf. cort. en trabe 2.

— CL *** CHL

Figs 4.17 Magnitudes de elementos mecánicos.

4.2.2 Respuesta de la estructura cuando está apoyada en un suelo cuya velocidad de onda de cortante es de 150 m/s

La respuesta de la estructura con la misma excitación, analizada en el numeral 4.2.1, se estudia en esta ocasión, con el fin de comparar las magnitudes de los elementos mecánicos en CL y CNL.

Las propiedades del suelo de cimentación de los tres apoyos, son similares y corresponden a las incluidas en la tabla 4.4 para el apoyo 1. Las dimensiones mínimas de las fundaciones para que el suelo responda en forma estable, son de 9.0 metros de lado en los apoyos 1 y 3, y de 11.0 metros de lado en el apoyo 2; el peralte en todos los casos, es de 4.0 metros.

En las figuras 4.18, se observa que la respuesta de la estructura ocurre en forma simétrica y que las magnitudes de los elementos mecánicos, se incrementan cuando se considera el CNL del suelo de cimentación, lo cual quiere decir que la degradación del suelo tiene mayor efecto en las fuerzas resistentes que en las actuantes, y por tanto hay un aumento en las amplitudes de los movimientos.

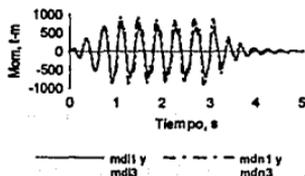


Fig 4.18a Mom. torsorales derechos 1 e izquierdos 2 en travesaños.

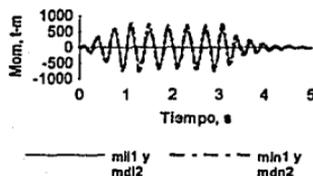


Fig 4.18b Mom. torsorales derechos 2 e izquierdos 1 en travesaños.

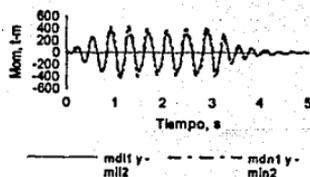


Fig 4.18c Mom. flectores derechos 1 e izquierdos 2 en travesaños.

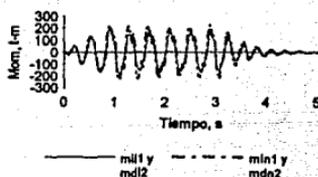


fig 4.18d Mom. flectores derechos 2 e izquierdos 1 en travesaños.

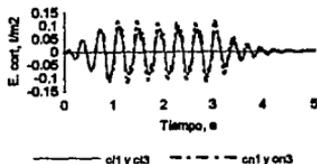


Fig 4.18e E. cort. en columnas 1 y 3.

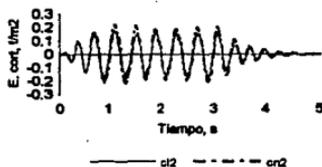


Fig 4.18f E. cort. en columna 2.

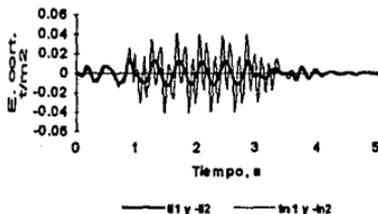


Fig 4.18g E. cort. en traves.

Figs 4.18 Magnitudes de elementos mecánicos.

4.2.3 Respuesta de la estructura cuando está apoyada en un suelo cuya velocidad de onda de cortante es de 50 m/s

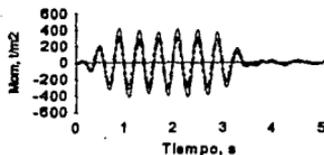
La respuesta de la misma estructura (numeral 4.2.2), es estudiada considerando que está apoyada sobre un suelo homogéneo blando, cuyas propiedades y dimensiones de las fundaciones, corresponden a las incluidas en la tabla 4.4 para el apoyo 3. Se pretende comparar el comportamiento dinámico de la estructura cuando se considera el CL y CNL del suelo de cimentación.

De las figuras 4.19, se puede concluir que los efectos de la interacción permiten que el vector de fuerzas dinámicas disminuya en mayor proporción que las fuerzas resistentes determinadas con las matrices de propiedades; y como consecuencia las amplitudes de los movimientos y las magnitudes de los elementos mecánicos disminuyen, lo cual en este caso es favorable para los elementos estructurales y el suelo de cimentación.



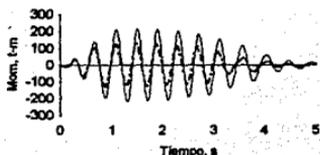
— mdl1 y ml2 - - - - - mdn1 y mdl2

Fig 4.19a Mom. torsores derechos 1 e izquierdos 2 en traves.



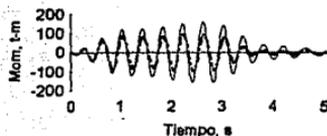
— ml1 y mdl2 - - - - - mln1 y mdn2

Fig 4.19b Mom. torsores derechos 2 e izquierdos 1 en traves.



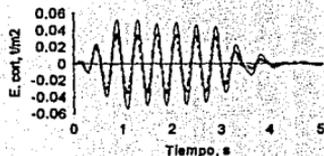
— mdl1 y -ml2 - - - - - mdn1 y -mln2

Fig 4.19c Mom. flectores derechos 1 e izquierdos 2 en traves.



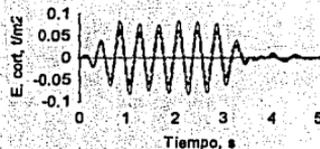
— -ml1 y mdl2 - - - - - -mln1 y mdn2

Fig 4.19d Mom. flectores derechos 2 e izquierdos 1 en traves.



— cl1 y cl3 - - - - - cn1 y cn3

Fig 4.19e E. cort. en columnas 1 y 3.



— cl2 - - - - - cn2

Fig 4.19f E. cort. en columna 2.

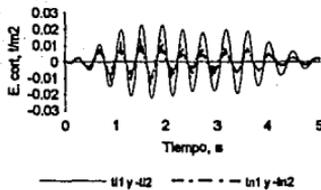


Fig 4.19g E. cort. en traves.

Fig 4.19 Magnitudes de elementos mecánicos.

A continuación se hace un análisis comparativo, con base en las figuras 4.20, de la variación de las deformaciones del suelo, los movimientos entre las fundaciones y masas, y de las magnitudes de los elementos mecánicos, con respecto a la relación de las velocidades de ondas de cortante de los suelos de cimentación, normalizadas con las correspondiente al apoyo 1 (V_m/V_{s1}).

En la figura 4.20a, la relación de deformaciones máximas en los suelos de cimentación, normalizados con respecto a las del apoyo 1 en CL, se incrementa poco cuando V_m/V_{s1} varía de 0.5 a 1.0, pero de 1.0 a 1.5, el incremento es mayor. Se ve que en CNL, la relación de deformaciones es más uniforme y en 1.5 es menor que en CL; esto por la capacidad que tiene el suelo en ese apoyo para disipar energía.

La variación de los desplazamientos absolutos máximos de las fundaciones y masas, normalizados con respecto a los de f1 en CL, se muestran en la figura 4.20b, y en ella se aprecia que los movimientos de la estructura en los extremos, cuando se considera el CNL del suelo de cimentación, son más simétricos; sin embargo, en $V_m/V_{s1}=1.0$, la relación aumenta y por tanto las sollicitaciones en la estructura son mayores.

Se observa en la figura 4.20c, que la relación de los giros máximos por cabeceo de las fundaciones, normalizados con respecto a los de f1 en CL, es mayor en $V_m/V_{s1}=1.0$. El efecto de la disipación de energía en el suelo 3, también permite que en CNL, la relación sea menor que en CL.

La relación de giros máximos por torsión de las fundaciones (fig. 4.20d), normalizados con respecto a los de f1 en CL, es menor en $V_m/V_{s1}=1.0$, lo cual significa que mientras los giros por cabeceo aumentan, los de torsión disminuyen. En CNL, la relación es mayor, inclusive en el apoyo 3.

En la figura 4.20e, se comparan los desplazamientos de la fundación y masa 3, resultantes de los análisis de los numerales 4.2.1 (suelos diferentes) y 4.2.3 (suelo homogéneo), normalizados con respecto a los de f1 en suelo homogéneo en CL. Se ve que cuando

(V_{13} / V_{21}) varía de 0.33 a 1.0, la relación disminuye, lo cual concuerda con las afirmaciones anteriores, en que la asimetría ocasionada por la cimentación de los apoyos en suelos diferentes, ocasiona defases y por tanto aumentos relativos de los movimientos de las fundaciones y masas.

Los esfuerzos cortantes, normalizados con respecto a la columna 1 en CL, se muestran en la figura 4.20d. Se ve en ella que la relación varía en forma similar que los desplazamientos absolutos de las masas (fig 4.20b). Por el comportamiento asimétrico en la respuesta de la estructura, los esfuerzos cortantes también aumentan en las columnas y en mayor proporción en CNL.

En la figura 4.20g, se normalizan las magnitudes de los momentos flectores de las columnas con respecto a los de la C1 en CL, tomando como referencia, para obtener las amplitudes, el pico máximo en esa misma columna en CNL, el cual ocurre en el tiempo = 2.83 segundos. Se observa que la relación en CL, disminuye proporcionalmente, a medida que crece V_{21} / V_{11} , en tanto que en CNL, los momentos aumentan por la inversión en el sentido del giro en la columna 2. Este comportamiento es consecuencia de la variación de los giros por torsión en las travesas. Se concluye que en CNL, las magnitudes de los momentos flectores en las columnas y los torsores de las travesas, se incrementan considerablemente, con respecto al CL.

Los momentos torsores de las columnas, se analizan en forma similar que los flectores, con base en lo indicado en la figura 4.20h. En este caso, en el tiempo = 2.4 segundos ocurre el pico máximo en la columna 1 (CNL), y es tomado como referencia para obtener las amplitudes utilizadas. En la columna 2 hay inversión en el sentido del giro en CNL, aumentando la relación con respecto a las otras. En la columna 1, se ve que la relación, se incrementa en CNL, en tanto que en la columna 3 disminuye por la baja resistencia del conjunto suelo-cimentación a la torsión. Se concluye que en CNL, las magnitudes de los momentos torsores en las columnas y flectores en las travesas aumentan proporcionalmente con la rigidez por torsión del suelo.

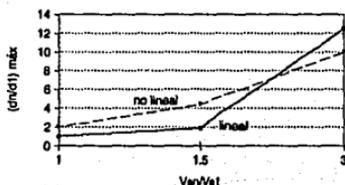


Fig 4.20a Relación de deformaciones de los suelos de cimentación con respecto a la del suelo 1 en CL.

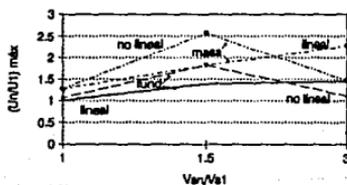


Fig 4.20b Relación de desplazamientos máximos absolutos de fundaciones y masas con respecto a los de f1 en CL.

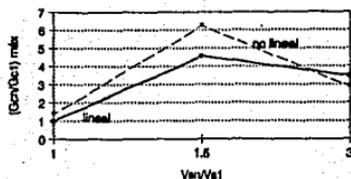


Fig 4.20c Relación de Giros máximos por cabeceo de las fundaciones con respecto a la fundación 1 en CL.

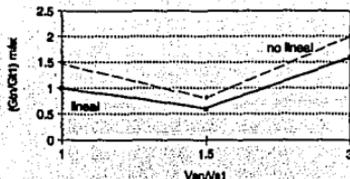


Fig 4.20d Relación de giros por torsión de las fundaciones con respecto a la fundación 1 en CL.

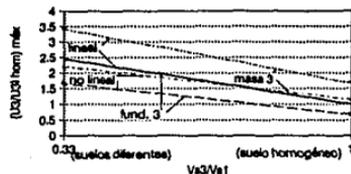


Fig 4.20e Relación de desplazamientos en la fundación y masa 3, en función de los tipos de suelos en apoyos 1 y 3.

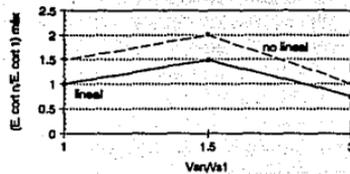


Fig 4.20f Relación de esfuerzos cortantes en columnas con respecto a los de la columna 1 en CL.

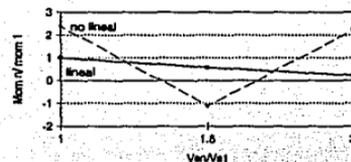


Fig 4.20g Relación de momentos torsores en columnas, con respecto al de la col 1, en el tiempo = 2.83 s.

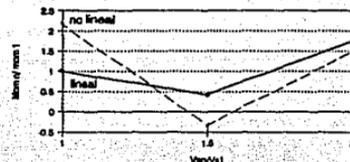


Fig 4.20h Relación de momentos flectores en columnas, con respecto al de la col 1, en el tiempo = 2.4 s.

Figs 4.20 Relaciones de movimientos y elementos mecánicos.

Comparando la respuesta de la estructura en los tres casos analizados, se concluye que a medida que la rigidez del conjunto suelo-cimentación disminuye, la interacción suelo-estructura, tanto en CL como en CNL, hace que las fuerzas dinámicas actuantes disminuyan, y como consecuencia, también las magnitudes de los elementos mecánicos. En suelos muy blandos, la disipación de energía, ocasiona una reducción de las fuerzas actuantes en mayor proporción que de las fuerzas resistentes, lo cual se manifiesta en una disminución en las amplitudes de los movimientos y magnitudes de los elementos mecánicos. En suelos duros ocurre lo contrario, porque la capacidad de disipar energía es menor y por tanto las fuerzas actuantes, disminuyen en menor proporción que las resistentes por la degradación de la estructura interna de los suelos.

4.3 Efecto del retardo en la llegada de las ondas sísmicas a cada uno de los apoyos

La llegada de las ondas sísmicas a cada una de las fundaciones de las estructuras lineales, depende principalmente de la velocidad de propagación del medio y de la distancia entre apoyos. En los análisis anteriores no se consideró este efecto, para facilitar la interpretación de los resultados; sin embargo, el retardo causa un desfase en los movimientos, modificando la respuesta del suelo y de la estructura.

4.3.1 Análisis con los movimientos de la excitación actuando en la misma dirección

A continuación se analiza la respuesta dinámica de la estructura estudiada en el numeral 4.1.3, considerando que las ondas de cortante de la misma excitación, llegan en fase a los apoyos pero con un retardo de 0.6 segundos. El desfase en tiempo, se calcula en forma simple, dividiendo la separación entre apoyos ($L_i = 30.0$ m), entre la velocidad de ondas de cortante del suelo ($V_s = 50.0$ m/s).

Los vectores de fuerzas dinámicas y los desplazamientos de la excitación, se muestran en las figuras 4.21.

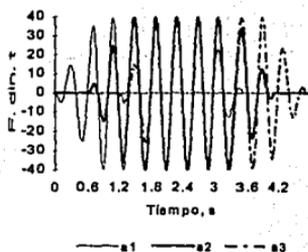


Fig. 4.21a Fuerzas dinámicas en apoyos.

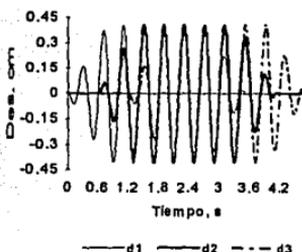


Fig. 4.21b Des. del suelo en apoyos.

Figs 4.21 Amplitudes de los vectores de fuerzas dinámicas y de los desplazamientos causados por la excitación, que actúan en cada uno de los apoyos.

Tomando como referencia la respuesta del suelo determinada en el numeral 4.1.3 (figs 4.10), se observa que los esfuerzos cortantes y las deformaciones (figs 4.22) aumentan en el apoyo 1, en tanto que en los otros apoyos disminuyen ligeramente.

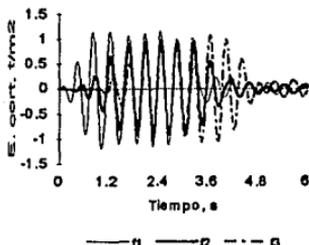


Fig 4.22a Esfuerzos cortantes

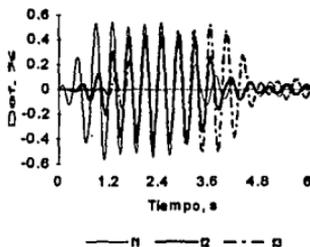


Fig 4.22b Deformaciones

Figs 4.22 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación.

Los desplazamientos absolutos máximos de f1 (fig 4.23a), aumentan con respecto al caso anterior (fig 4.11a). En f2, disminuyen y en f3, son prácticamente iguales. Se observa que en el intervalo de tiempo comprendido entre 1.8 y 2.8 segundos, los movimientos ocurren en fase; esto es explicable porque esta zona corresponde a las amplitudes máximas de las excitaciones, las cuales están superpuestas y como consecuencia pueden controlar los movimientos de la estructura.

En la figura 4.23b se observa que los desplazamientos relativos de las fundaciones ocurren en fase y a medida que la excitación deja de actuar en cada uno de los apoyos, se inicia un defase de tal forma que en vibración libre total, los movimientos de f1 ocurren en dirección opuesta a f3, y los de f2, tienden a permanecer en fase con los de f1. Las amplitudes máximas, se presentan en la fundación 1 y son mayores que las correspondientes al análisis anterior (fig 4.11b).

En las masas, los desplazamientos absolutos (fig 4.23c) y relativos (fig 4.23d), ocurren en fase entre ellas y también con respecto a los relativos de las fundaciones, tanto en vibración forzada como libre. Al comparar con las figuras 4.11c y d, se ve que las amplitudes máximas en este caso, son mayores en m1 (fig 4.23c y d) y menores en m2 y m3.

Los giros por cabeceo (fig 4.23e) y por torsión (fig 4.23f) aumentan con respecto a los obtenidos anteriormente (figs 4.11e y g) y en f2 que en condiciones simétricas son nulos, se manifiestan en este caso, logrando amplitudes mayores que en f1 y f3. Se observa también que cuando deja de actuar la excitación en el primer apoyo, las amplitudes por torsión disminuyen, pero vuelven a aumentar hasta valores tan altos como en los primeros ciclos.

En las figuras 3.23 del capítulo 3, las cuales corresponden a la respuesta de una estructura excitada únicamente en el primero de los tres apoyos, se observa que los movimientos de las fundaciones se presentan con un desfase, el cual se va incrementando a medida que el apoyo está más alejado del origen de la excitación. En las masas (fig 3.24b), se vió que el desfase en los primeros ciclos, con respecto a m1 era aproximadamente de 90 grados en m2 y de 150 grados en m3. En este análisis, se manifiesta un efecto similar, antes que las ondas de la excitación lleguen al apoyo 2 y posteriormente al 3, ocasionando que la respuesta de la estructura sea asimétrica, aumentándose los movimientos por torsión y cabeceo, lo mismo que los desplazamientos de f1 y m1. Se ve que el desfase es favorable en las fundaciones y masas 2 y 3, porque las respuestas disminuyen.

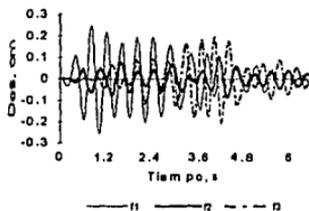


Fig 4.23a Des. abs. de fundaciones

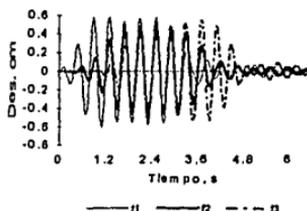


Fig 4.23b Des. rel. de fundaciones.

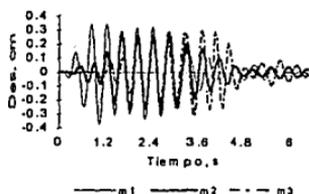


Fig 4.23c Des. abs. de masas.

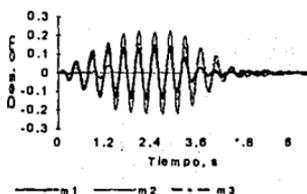


Fig 4.23d Des. rel. de masas.

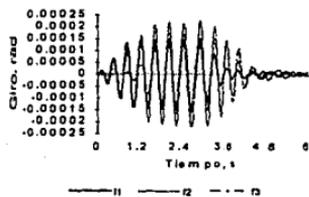


Fig 4.23e Giros por cabeceo de fund.

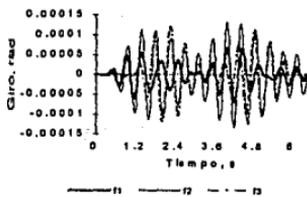


Fig 4.23f Giros por torsión de fund.

Figs 4.23 Movimientos de fundaciones y masas.

Comparando las magnitudes de los elementos mecánicos (Figs 4.12 y 4.24), se ve que el retardo hace que los momentos torsores en las traveses y esfuerzos cortantes de las columnas disminuyan y los momentos flectores y cortantes en las traveses aumenten.

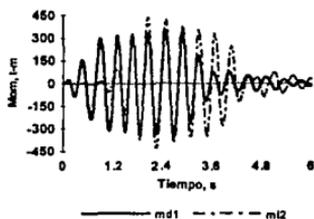


Fig 4.24a Mom. torsores derechos de trabe 1 e izquierdos de trabe 2.

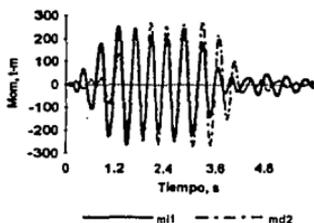


Fig 4.24b Mom. torsores derechos de trabe 2 e izquierdos de trabe 1.

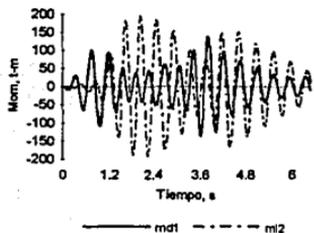


Fig 4.24c Mom. flectores derecho de trabe 1 e izquierdo de trabe 2.

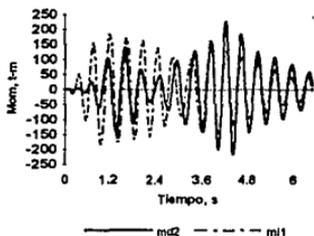


Fig 4.24d Mom. flectores derecho de trabe 2 e izquierdo de trabe 1.

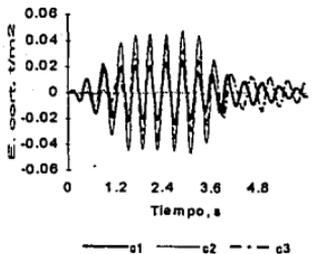


Fig 4.24e Esf. cortantes en columnas.

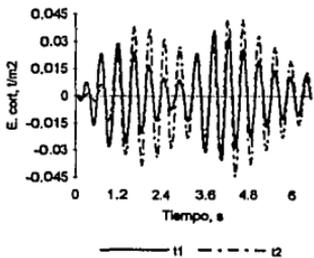


Fig 4.24f Esf. cortantes en traveses.

Figs 4.24 Magnitudes de elementos mecánicos.

4.3.2 Análisis con los movimientos de la excitación en sentidos opuestos

En este numeral se hace el análisis considerando que hay retardo en la llegada de las ondas a cada una de las fundaciones y que los movimientos del suelo en el apoyo 2, actúan en sentido opuesto a los de los extremos (figs 4.25). La estructura es similar a la estudiada en los numerales 4.1.3 y 4.3.1.

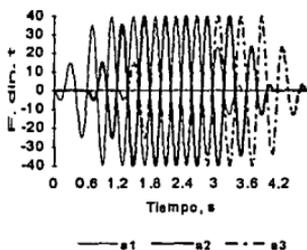


Fig 4.25a Fuerzas dinámicas en apoyos.

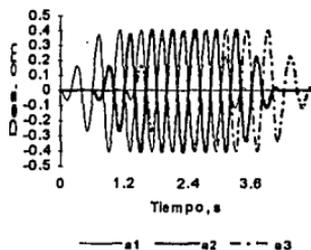


Fig 4.25b Des. del suelo en apoyos.

Figs 4.25 Amplitudes de los vectores de fuerzas dinámicas y de los desplazamientos del suelo, en cada uno de los apoyos.

Bajo estas condiciones de carga, los esfuerzos cortantes y deformaciones generados en el suelo de cimentación (figs 4.26), aumentan con respecto a los casos anteriores (figs 4.10 y 4.22), presentándose las máximas amplitudes en el apoyo 2.

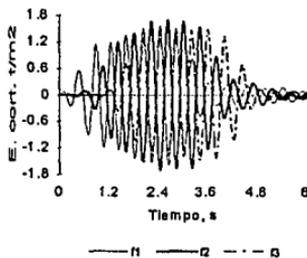


Fig 4.26a Esfuerzos cortantes.

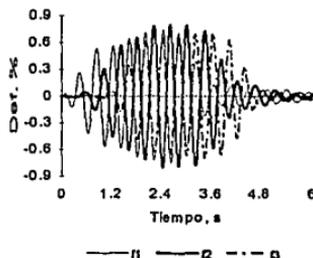


Fig 4.26b Deformaciones.

Figs 4.26 Respuesta dinámica en la interfaz suelo-cimentación.

Los desplazamientos de las fundaciones (figs 4.27a y b) son opuestos a los de las excitaciones y ocurren en forma simétrica. Las amplitudes máximas se manifiestan en la fundación 2 y son mayores que las correspondientes a los análisis efectuados en los numerales 4.1.3 y 4.3.1 (figs 4.11a y b, figs 4.22a y b).

En las masas, los desplazamientos absolutos (fig 4.27c) ocurren en fase con los de las fundaciones, las máximas amplitudes se presentan en la masa 2 y también son mayores que en los otros casos (figs 4.11c y 4.23c). Los desplazamientos relativos (fig 4.27d) ocurren con amplitudes en forma irregular lo cual refleja que hay un defasamiento con respecto a los movimientos de la excitación y de las fundaciones que dan como resultado picos máximos menores que en los casos anteriores (figs 4.11d y 4.27d).

Los giros por cabeceo (fig 4.27e) y por torsión (fig 4.27f), aumentan con respecto a los de los otros análisis (figs 4.27e y f). El pico máximo se manifiesta en la fundación 1. La atenuación de los movimientos por torsión en vibración libre es muy lenta en el apoyo 2. Esto es explicado por el defase en los movimientos de la masa 2 con respecto a m1 y m3, que hace generar flexión en las traveses y por tanto torsión en la columna central y dada la alta rigidez de la columna y la baja resistencia del suelo, los giros aumentan en este apoyo.

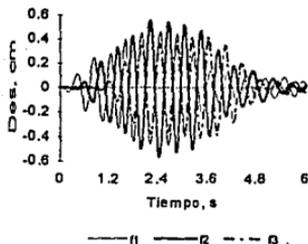


Fig 4.27a Des. abs. de fundaciones

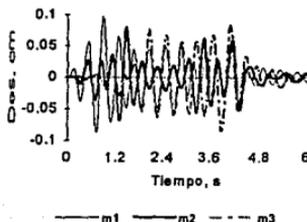


Fig 4.27b Des. rel. de fundaciones.

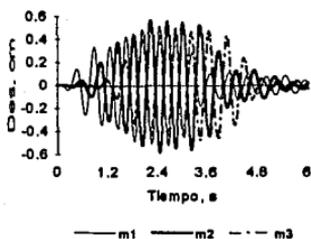


Fig 4.27c Des. abs. de masas.

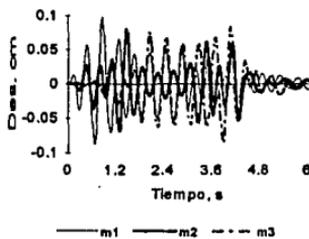


Fig 4.27d Des. rel. de masas.

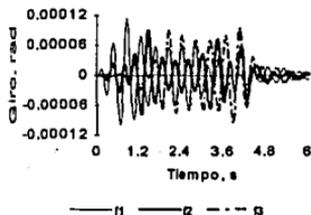


Fig 4.27e Giros por cabeceo de fund.

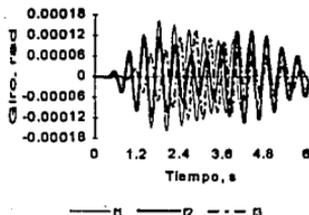


Fig 4.27f Giros por torsión de fund.

Figs 4.27 Movimientos de fundaciones y masas.

Las magnitudes de los elementos mecánicos (figs 4.27), varían en forma similar al caso anterior (figs 4.24); pues los momentos torsores en las traveses y los esfuerzos cortantes de las columnas disminuyen, en tanto que los momentos flectores y los esfuerzos cortantes en las traveses, aumentan.

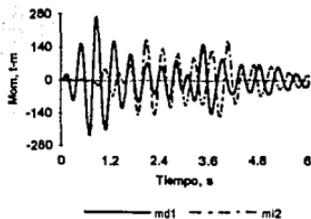


Fig 4.28a Mom. torsores derechos en trabe 1 e izquierdos en trabe 2.

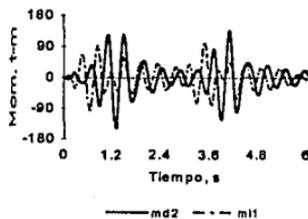


Fig 4.28b Mom. torsores derechos en trabe 2 e izquierdo en trabe 1.

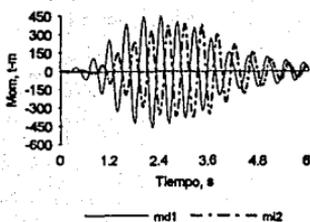


Fig 4.28c Mom. flectores derechos en trabe 1 e izquierdos en trabe 2.

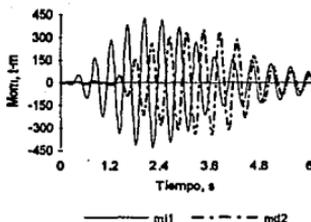


Fig 4.28b Mom. flectores derechos en trabe 2 e izquierdos en trabe 1.

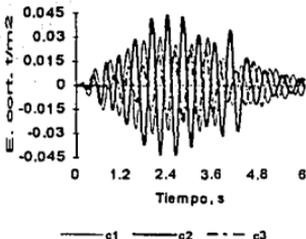


Fig 4.28e Esf. cortantes en columnas.

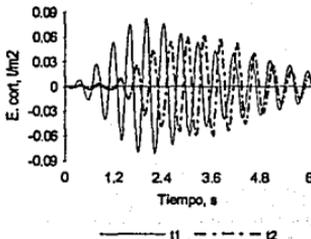


Fig 4.28f Esf. cortantes en trabes.

Figs 4.28 Magnitudes de elementos mecánicos.

En las figuras 4.29 se comparan los movimientos y las magnitudes de los elementos mecánicos de los tres casos analizados en los numerales 4.1.3, 4.3.1 y 4.3.2 donde los movimientos del suelo, causados por la propagación de las ondas de cortante, llegan a los apoyos al mismo tiempo, con un retardo y en fase, y con retardo y defase, respectivamente. Las amplitudes máximas, se normalizan con respecto a las correspondientes al apoyo o masa 1, en la primera condición de carga dinámica (numeral 4.3.1).

Se observa en la figura 4.29a, que con la segunda condición (numeral 4.3.1), los esfuerzos cortantes en el suelo de cimentación disminuyen ligeramente, en tanto que en la tercera (numeral 4.3.2), aumentan y actúan en sentido opuesto en el apoyo 2. Con esto se concluye que el suelo de cimentación es más solicitado, cuando las ondas sísmicas inciden defasadas a cada uno de los apoyos.

Los desplazamientos absolutos (fig 4.29b) en la condición 2, aumentan en los apoyos 1 y 3, y en el 2, disminuyen; esto porque la energía de la excitación es menor en este apoyo. en tanto que en la condición 3, aumentan en los tres casos. Los absolutos de las masas (fig 4.29c), también aumentan y en mayor proporción en la condición 3. El sentido de los movimientos de la fundación y masa 2, se mantienen opuestos.

En la figura 4.29d, correspondiente a la relación de giros por cabeceo de las fundaciones, se ve que la variación en la condición 2, es opuesta a la de los desplazamientos absolutos de las fundaciones, es decir que en los apoyos extremos es menor y en el intermedio, mayor; en tanto que en la condición 3, la relación es menor en los tres apoyos; esto quiere decir que los defases le dan mayor estabilidad a la estructura al volcamiento.

Los giros por torsión (fig 4.29e) en el apoyo 1 son prácticamente iguales en las condiciones de carga 1 y 2, en tanto que en la condición 3, son mayores. En el apoyo 2 la relación aumenta, lo mismo que en el 3, pero cambiando de sentido en la condición 2. Este comportamiento se explica por los defases en la respuesta de las traveses, las cuales al trabajar a flexión, generan esfuerzos torsores en las columnas y por tanto en las fundaciones.

En la figura 4.29f se observa que la relación de esfuerzos cortantes en las columnas es similar en los tres casos en los apoyos 1 y 3; pero en el apoyo 2, es mayor con la condición de carga 3 y el sentido es opuesto; en tanto que en las traveses (fig 4.29g), la relación se incrementa en los casos dos y tres. Esto confirma que los defases en las excitaciones que inciden en los apoyos, aumentan la respuesta dinámica al cortante en las traveses.

En las figuras 4.29h e i se ve que en las uniones con las columnas extremas, los momentos flectores en las traveses son mayores que en la central. Cuando las excitaciones inciden con retardo y defasadas a los apoyos, la relación de momentos torsores es menor que en los otros casos.

La relación de los momentos flectores en las traveses (figs 4.29j y k), aumenta en las condiciones de carga 2 y 3. Con esto se concluye que los retardos en la llegada de las ondas a los apoyos y los defases, incrementan considerablemente la respuesta dinámica a flexión en las traveses y a torsión en las columnas.

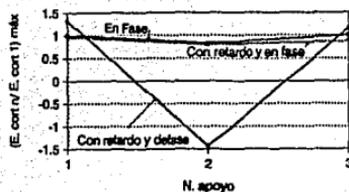


Fig 4.29a Relación de esfuerzos cortantes en los suelos de cimentación.

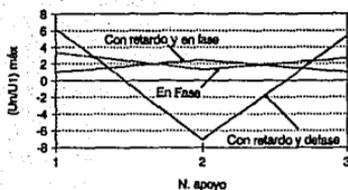


Fig 4.29b Relación de desplazamientos absolutos de fundaciones.

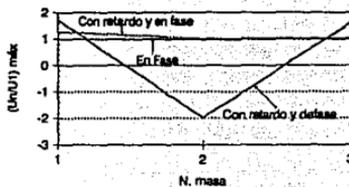


Fig 4.29c Relación de desplazamientos absolutos de masas.



Fig 4.29d Relación de giros de las fundaciones por cabeceo.

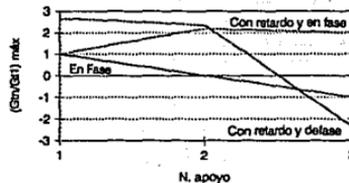


Fig 4.29e Relación de giros de las fundaciones por torsión.

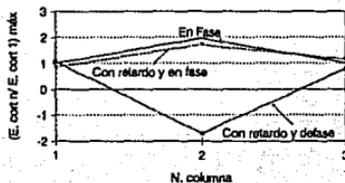


Fig 4.29f Relación de esfuerzos cortantes de columnas.

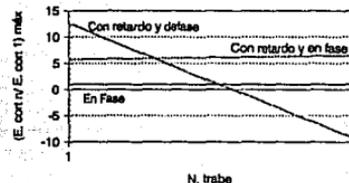
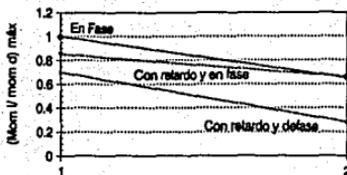
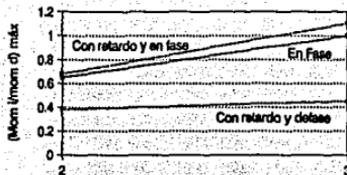


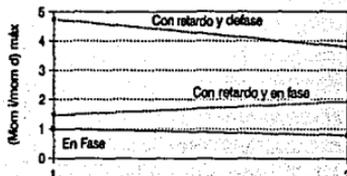
Fig 4.29g Relación de esfuerzos cortantes en traveses.



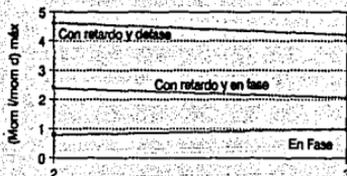
Unión con columna
Fig 4.29h Relación de momentos torsores en los extremos de la trabe 1.



Unión con columna
Fig 4.29i Relación de momentos torsores en los extremos de la trabe 2.



Unión con columna
Fig 4.29j Relación de momentos flectores en los extremos de la trabe 1.



Unión con columna
Fig 4.29k Relación de momentos flectores en los extremos de la trabe 2.

Figs 4.29 Comparación de movimientos y magnitudes de elementos mecánicos.

De las respuestas dinámicas de la estructura analizada en los numerales 4.3.1 y 4.3.2, se puede concluir que el retardo en la llegada de las ondas sísmicas a cada uno de los apoyos, ocasiona un comportamiento asimétrico en los movimientos, y por tanto la generación de torsión en el apoyo intermedio.

En los suelos de cimentación, se observa que los esfuerzos cortantes y las deformaciones son mayores cuando se consideran los retardos y defases, lo mismo que los giros por torsión. Es conveniente por esto, determinar la rigidez del conjunto suelo-cimentación en cada uno de los apoyos para disminuir estos efectos en el suelo.

En la estructura se observa que los defases aumentan los movimientos horizontales relativos entre fundaciones y masas, los cuales contribuyen para que aumenten los giros torsionales y por tanto los momentos flectores y esfuerzos cortantes en las trabes. Se concluye que la rigidez del conjunto suelo-cimentación, en los tres grados de libertad incluidos en este modelo, debe considerarse en el diseño de estructuras, para poder controlar el incremento de sollicitaciones por flexión y torsión, cuando los movimientos ocurren fuera de fase.

5. CONCLUSIONES

Del trabajo realizado sobre el efecto de los movimientos fuera de fase en estructuras lineales sobre apoyos múltiples, se puede concluir lo siguiente:

1) El método propuesto para analizar estructuras lineales sobre apoyos múltiples, es una herramienta muy útil para determinar la respuesta dinámica, cuando las excitaciones son originadas por sismos, vibración de maquinarias o por el tránsito vehicular. Lo importante en este caso es tener disponibles los acelerogramas, registrados, de ser posible, en cada uno de los apoyos o las funciones armónicas características de las máquinas.

Generalmente, el análisis de los movimientos fuera de fase, se hace con métodos probabilísticos y en el dominio de la frecuencia; Sin embargo, en este modelo, se trabaja en el dominio del tiempo, lo que permite considerar el efecto no-lineal de la respuesta del suelo en el comportamiento de la estructura. De esta manera se pueden observar las tendencias de comportamiento dinámico de estas estructuras, cuando hay defases, no solamente originado por el retraso del arribo de las ondas sísmicas a los diferentes apoyos, sino también, por los generados en el conjunto suelo-cimentación y en la estructura.

El programa <fases.for>, desarrollado para realizar los análisis de sensibilidad, puede acondicionarse a la capacidad de la computadora disponible. Haciéndole algunas modificaciones, como el permitir movimientos relativos en las uniones de las traveses con las columnas, podrían analizarse tuberías o puentes con traveses simplemente apoyadas. Al incluir el grado de libertad de movimientos verticales, quedaría habilitado para determinar asentamientos en los suelos de cimentación, causados por vibraciones de máquinas instaladas en las traveses.

2) En el capítulo 3, se analizó una estructura simétrica y apoyada sobre un suelo homogéneo. Se observó que cuando los movimientos del suelo de cimentación ocurren en dirección longitudinal a la estructura, los esfuerzos normales generados en las traveses, actúan en direcciones opuestas; esto es, que mientras una travesa es solicitada a compresión, la otra lo es a tracción. Con la excitación actuando únicamente en un apoyo extremo, se ve que la simetría en la respuesta se pierde, porque toda la estructura se opone al movimiento de tal manera que los esfuerzos normales de las traveses actúan en el mismo sentido, y por tanto en este caso, ambas están trabajando a tracción o compresión simultáneamente. Se concluye que en estas estructuras, las traveses permiten el acoplamiento de los movimientos entre los apoyos y por esto, pueden ocasionar defasamientos, que son mayores, si sus rigideces son relativamente bajas.

Cuando los movimientos del suelo de cimentación en todos los apoyos, ocurren en dirección transversal a la estructura, se generan giros torsionales en las columnas extremas y en las fundaciones, causados por la flexión de las traveses en sentido horizontal y torsión en las

trabes por el cabeceo de las columnas y fundaciones. Con los movimientos del suelo actuando únicamente en un apoyo extremo, la respuesta es asimétrica y por tanto aparece torsión en el apoyo intermedio. Bajo estas condiciones, las trabes también sirven de acople a los movimientos y su respuesta puede ocasionar defases, que afectarían principalmente, al conjunto suelo-cimentación debido a que se genera un cortante adicional por torsión.

El comportamiento de las columnas, en general, depende de su rigidez, la cual está directamente relacionada con la longitud. Una columna con baja rigidez puede ocasionar inestabilidad en la estructura al permitir un aumento en los giros por cabeceo e inversión en el sentido de los desplazamientos de una con respecto a las otras, ocasionando defases y por tanto una mayor exigencia de respuesta en las trabes y fundaciones.

El suelo de cimentación, en todos los casos respondió en forma estable. Los modelos de comportamiento que simulan la interacción suelo-estructura y el comportamiento no-lineal del suelo, dieron resultados satisfactorios. Se observó que la interacción suelo-estructura, relaciona la rigidez y amortiguamiento geométrico del conjunto suelo-cimentación, con las fuerzas dinámicas que inciden en los apoyos. A mayor rigidez, mayores son las fuerzas de cortante basal. Con esto, se ve la importancia de incluirla en los diseños de estructuras, especialmente cuando están apoyadas sobre suelos blandos.

El análisis, incluyendo el comportamiento no-lineal del suelo de cimentación, modifica el vector de cargas dinámicas por la capacidad que tiene el suelo de disipar energía y las matrices de propiedades por la degradación de la estructura interna del suelo. Se vio que en algunos casos las amplitudes de los movimientos disminuyeron, lo cual quiere decir que la disipación de energía del suelo imperó sobre la disminución de las fuerzas resistentes. En otros casos, se vio lo contrario, especialmente cuando los movimientos del suelo ocurrían en dirección transversal a la estructura, donde los giros por torsión y cabeceo se incrementaron, aumentando por tanto, la degradación del suelo. Se observó también que durante la vibración, el suelo acumula deformaciones permanentes, las cuales afectan a la estructura, ocasionándole fuerzas remanentes al terminar la vibración.

3) En el capítulo 4, se analizó una estructura similar a la del capítulo 3, pero aumentándole la longitud a las columnas, para darles mayor flexibilidad.

En el análisis de la estructura con respecto a la variación de la relación entre la separación entre apoyos con la longitud de onda de los movimientos (L_i / λ), se puede concluir que la variación de la longitud de onda, está directamente relacionada con el vector de cargas dinámicas. A mayor λ , mayores son las fuerzas actuantes.

Cuando L_i / λ es igual a 0.5, los desplazamientos de las partículas del suelo son función de la distancia de recorrido de las ondas, ocurren en fase en los apoyos 1 y 3, en tanto que en el apoyo 2, lo hacen en sentido opuesto. Esto combinado con la rigidez relativamente baja de las trabes y columnas, hacen que los movimientos relativos de la masa 2, ocurran en sentido opuesto a los de las otras.

Cuando L_s / λ es igual a 1.0, los desplazamientos de las partículas del suelo que son función de la distancia de recorrido de las ondas, ocurren en el mismo sentido en los tres apoyos; con lo cual se podría afirmar que por este efecto, no se generan defases. Lo que ocurre es que se genera una respuesta mayor de la estructura, aunque se tiene una fuerza dinámica cuatro veces menor que la del caso anterior (tabla 4.2). Los defases son por tanto, ocasionados por la respuesta de la estructura.

Cuando L_s / λ es igual a 1.5, los desplazamientos de las partículas del suelo, en función del recorrido de las ondas, ocurren defasados como en el caso de L_s / λ igual a 0.5; sin embargo, las fuerzas dinámicas en la estructura son tan bajas que no se producen defasamientos por este efecto.

4) Se concluye que tanto en comportamiento lineal como no-lineal, cuando el suelo de cimentación es homogéneo, se conserva la simetría en la respuesta de la estructura, y los giros por torsión se manifiestan en las fundaciones y columnas extremas, en tanto que en las intermedias, son nulos; no pasa lo mismo cuando hay diferentes tipos de suelo en los apoyos porque en este caso la respuesta es asimétrica. Como consecuencia, las magnitudes de los elementos mecánicos por torsión, aumentan y el suelo de cimentación es más solicitado.

5) Cuando las excitaciones que actúan en las fundaciones llegan a destiempo, la respuesta del suelo de cimentación y de la estructura es asimétrica y como consecuencia, se generan defasamientos que aumentan las magnitudes de los elementos mecánicos. Por lo tanto, es recomendable tener en cuenta este efecto al diseñar este tipo de estructuras.

En general, se concluye que el diseño de las estructuras debe hacerse simultáneamente con el de las fundaciones, incluyendo la interacción suelo-estructura y en lo posible el comportamiento no-lineal del suelo de cimentación. Se ve que el comportamiento dinámico de la estructura es diferente, que cuando se considera apoyada en suelo firme.

En estructuras lineales, se debe considerar una excitación por apoyo, con los defases o retardos correspondientes. En forma determinista y en el dominio del tiempo, se puede seguir el procedimiento incluido en este estudio. Otra manera sería hacer el análisis en el dominio de frecuencia. Como se concluyó anteriormente, este efecto aumenta la respuesta dinámica de las estructuras lineales. Su importancia dependerá de las condiciones geométricas del problema y de las características de los movimientos sísmicos en cada apoyo de la estructura.

6. BIBLIOGRAFÍA

Arya, S., O'Neill, M., Pincus, G. (1979), "Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines", Gulf Publishing Company, Houston, Texas.

American Society of Civil Engineers (1977), *The Current State of Knowledge of Lifeline Earthquake Engineering*, ASCE.

American Society of Civil Engineers (1984), "Lifeline Earthquake Engineering", *Performance, Design and Construction, Proceedings of a Symposium Sponsored by the Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering of the ASCE, in conjunction with the ASCE National Convention*, San Francisco, California, october 4-5.

Aubry, D. (1986), "Sur une Approche Intégrée de L'interaction Sismique Sol-Structure", Comptes-Rendus, Journées communes CFMS-AFPS: *Fondations, Propriétés des Sols et Impératifs Sismiques*, Saint-Rémy-les-Chevreuse, France.

Auvinet, G. (1990), "Análisis y diseño sísmico de cimentaciones en el valle de México", Memoria, simposio sobre "Ingeniería Sísmica cinco años después del sismo de 1985", Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, pp 175-195, septiembre, México, D. F.

Bathe, K. J. and Wilson, E. L. (1976), "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.

Cakırnak, A. (1987), "Soil-Structure Interaction", *Developments in Geotechnical Engineering 43*, Elsevier, Amsterdam.

Clough, R. and Penzien J. (1993), "Dynamics of Structures", Second Edition, McGraw-Hill, Inc.

Cooley, J. and Tukey J. W. (1965), "An Algorithm for Machine Calculation of Complex Fourier Series", *Math. Computation*, Vol. 19, abril.

Dezfulian, H. and Seed, H. B. (1971), "Response of Non-uniform Soil Deposits to Traveling Seismic Waves", *JSMFD, ASCE*, Vol 97, SM1, enero.

Dibaj, M. and Penzien, J. (1969), "Response of Earthdams to Traveling Seismic Waves", *JSMFD, ASCE*, Vol 95, SM2, marzo.

Dobry, R. and Gazetas, G. (1986), "Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 112 No 2, pp 109-135, february.

Esteve, L. y Ruíz S. (1980), "Respuesta sísmica probable de estructuras sobre varios apoyos, sometidos a movimientos aleatorios no estacionarios fuera de fase", Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicación N° 54, junio.

Esteve, L. y Ruíz S. (1982), "Respuesta sobre apoyos sometidos a movimientos aleatorios, no estacionarios fuera de fase", Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicación N° 458, noviembre.

Finn, W. D. (1988), "Dynamic Analysis in Geotechnical Engineering", *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II, Recent advances in ground-motion evaluation*. Edited by J. Lawrence Von Thun, Geotechnical Special Publication N° 20, junio.

Gazetas, G., and Dobry, R. (1984), "Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings", *Journal of the Eng. Mech. Division, ASCE*, Vol. 110, No. EM6, June, pp. 937-956.

Hall, J. R., Jr. (1967), "Coupled Rocking and Sliding Oscillations of Rigid Circular Footings", *Proc. International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials*, Albuquerque, N. M., Aug.

Lysmer, J. and Richart, F. E., Jr. (1966), "Dynamic Response of Footings to Vertical Loading", *J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE*, Vol. 92, No. SM 1, Jan., pp. 65-91.

Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C. F. and Seed, H. B. (1975), "Flush", *A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems*, Report No. EERC-75/30, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.

Martin, P. P. (1975), "Non-linear Methods for Dynamic Analysis of Ground Response", *Tesis presentada en la Universidad de Berkeley*, California.

Masing, G. (1926), "Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing", *Proceedings, 2nd Int. Congress of Applied Mechanics*, Zurich, Switzerland.

Mena, S. E. (1990), "Sistema para proceso de acelerogramas en PC.", Comisión Federal de Electricidad.

Newmark, N. M. (1959), "A Method of Computation for Structural Dynamics", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 85, pp 67-94.

Pais, A. and E. Kausel (1985), "Stochastic Response of Foundations", *Sponsored by the National Science Foundation Grant CEE-8211021 and LNEC and INVOTAN in Lisbon, Portugal*. MIT, Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts 02139.

Pineda, H. (1995), "Fases for", *Programas de computadora para analizar el efecto de los movimientos fuera de fase en estructuras lineales sobre apoyos múltiples*. Informe interno, Sección Geotécnica, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Popov, E. (1989), "Introducción a la mecánica de sólidos", Editorial Limusa, S. A. de C. V., México.

Przemieniecki, J. (1968), "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill Book Company, New York.

Randall, B., Tech, B. (1977), "Application of B & K Equipment to Frequency Analysis", 2nd edition, Naerum Offset Tryk, Naerum, Denmark, september.

Richart, F. E. Woods and Hall. (1970), "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Romo, M. P. (1980), "Análisis dinámico de sistemas suelo-estructura y presas de tierra", *Memoria de la X reunión de Mecánica de Suelos*, SMMS, Morelia, noviembre.

Romo, M. P. (1991a), "Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México y sus repercusiones en la Ingeniería de cimentaciones", *Sismodinámica 2*, pp. 125-143.

Romo, M. P. (1991b), "Interacción dinámica suelo-estructura en suelos blandos", *Memoria, Simposio sobre Interacción suelo-estructura y diseño estructural de cimentaciones*, CENAPRED, pp.129-144, septiembre.

Romo, M. P. y Ovando, E. (1994), "Comportamiento dinámico y estático de los suelos del sitio Proyecto Alameda", Informe del Instituto de Ingeniería elaborado para Eichmann International, junio.

Romo, M. P. (1995), "Clay Behavior, Ground Response and Soil-Structure Interaction Studies in Mexico City", *State of the Art Paper, Third International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*. St. Louis Missouri (USA), april.

Seed, H. B. (1986), "Influence of Local Soil Conditions on Ground Motions and Building Damage During Earthquakes" *Eighth Nabor Carrillo Lecture*, SMMS, Mazatlán.

Takada, S., Tanabe, K. and Horinouchi, N. (1987), "Seismic Response Analyses of Buried Pipelines with Many Branch Pipes", *Recent Advances in Lifeline Earthquake Engineering*, Elsevier, pp 39-49.

Udaka, T. (1975), "Analysis of Response of Large Embankments to Traveling Base Motions", Tesis Doctoral, University of California, Berkeley.

Wilson, E. and Habibullah, A. (1989), "Structural Analysis Program-SAP90", Berkeley, California, 94704 USA.

Zeevaert, L. (1982), "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", 2a. edición, Van Nostrand Reinhold Co. Inc., New York.

Apéndice A: Expresiones que definen las rigideces estáticas y los amortiguamientos geométricos del conjunto suelo-cimentación

Las expresiones que definen las rigideces estáticas horizontal k_x , de cabeceo k_r , y de torsión k_t , de cimentaciones rectangulares incluidas en el modelo, son las siguientes (Pais y Kausel, 1985):

-Rigideces estáticas para cimentaciones rectangulares superficiales

Horizontales en la dirección x,

$$k_{hx}^0 = \frac{GB}{2(2-\mu)} \left[6.8 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 2.4 \right] \quad A.1$$

Horizontales en la dirección y,

$$k_{hy}^0 = \frac{GB}{2(2-\mu)} \left[\frac{2k_{hx}^0(2-\mu)}{GB} + 0.8 \left(\frac{L}{B} - 1 \right) \right] \quad A.2$$

Cabeceo respecto al eje x,

$$k_{rx}^0 = \frac{GB^3}{8(1-\mu)} \left[3.2 \left(\frac{L}{B} \right) + 0.8 \right] \quad A.3$$

Cabeceo respecto al eje y,

$$k_{ry}^0 = \frac{GB^3}{8(1-\mu)} \left[3.73 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.4} + 0.27 \right] \quad A.4$$

Torsión en ambas direcciones

$$k_t^0 = \frac{GB^3}{8} \left[4.25 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.45} + 4.06 \right] \quad A.5$$

La rigideces estáticas en cimentaciones rectangulares embebidas para un máximo grado de empotramiento $\left(\frac{E}{B} \right) = 2$, incluidas en el modelo son:

Horizontales en las direcciones x o y,

$$k_h^* = k_{h,y}^0 \left[1.0 + \left(0.33 + \frac{1.34}{1 + \frac{L}{B}} \right) \left(\frac{2E}{B} \right)^{0.8} \right] \quad \text{A.6}$$

Cabeceo respecto al eje x,

$$k_{\alpha}^* = k_{\alpha}^0 \left[1.0 + \frac{2E}{B} + \left(\frac{1.6}{0.35 + \frac{L}{B}} \right) \left(\frac{2E}{B} \right)^2 \right] \quad \text{A.7}$$

Cabeceo respecto al eje y,

$$k_{\alpha'}^* = k_{\alpha'}^0 \left[1.0 + \frac{2E}{B} + \left(\frac{1.6}{0.35 + \left(\frac{L}{B} \right)^4} \right) \left(\frac{2E}{B} \right)^2 \right] \quad \text{A.8}$$

Torsión en ambas direcciones

$$k_t^* = k_t^0 \left[1 + \left(1.3 + \frac{1.32}{L/B} \right) \left(\frac{2E}{B} \right)^{0.9} \right] \quad \text{A.9}$$

Los amortiguamientos geométricos por deslizamiento c_h , cabeceo c_r , y de torsión c_t , es definido con las siguientes expresiones (Hall, 1967):

En dirección horizontal

$$c_h = \frac{18.4(1-\mu)}{7-8\mu} r_0^2 \sqrt{G\rho} \quad \text{A.10}$$

donde $r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\pi}}$ es el radio equivalente de la cimentación.

En cabeceo,

$$c_r = \frac{0.8 r_0^4 \sqrt{G\rho}}{(1-\mu)(1+\beta_r)} \quad \text{A.11}$$

donde $\beta_r = \frac{3(1-\mu) I_{of}}{8 \rho_0^3}$, es la relación de masa adimensional modificada (Lysmer, 1966), y $r_0 = \sqrt[4]{\frac{BL^3}{3\pi}}$ el radio equivalente de la cimentación.

y en torsión

$$c_t = \frac{4 \sqrt{Gr_0^3 I_t / 3}}{1 + 2 I_t / \rho R^3} \quad \text{A.12}$$

donde I_t , es el momento de inercia polar de la cimentación y de la estructura, y $r_0 = \sqrt[4]{16BL(B^2 + L^2)/6\pi}$ el radio equivalente de la cimentación.

G es el módulo de rigidez al cortante, ρ la densidad y μ la relación de Poisson del medio de cimentación.

Tabla A1
Factor de magnificación η_p en función de la masa adimensional equivalente β_r ,

| | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_r | 5 | 3 | 2 | 1 | 0.8 | 0.5 | 0.2 |
| η_p | 1.079 | 1.110 | 1.143 | 1.219 | 1.251 | 1.378 | 1.600 |

Apéndice B: Sub-matrices del elemento viga incluidas en el modelo

- a. Submatrices cuando se analizan ondas de compresión, las cuales originan fuerzas de cortante basal en la misma dirección de propagación.

Las submatrices de rigidez correspondientes son las siguientes (Przemieniecki, 1968):

Cimentaciones y columnas:

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_c}{L_c^3} + k_h & \frac{6EI_c}{L_c^2} & -\frac{12EI_c}{L_c^3} & \frac{6EI_c}{L_c^2} \\ \frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{4EI_c}{L_c} + k_r & -\frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{2EI_c}{L_c} \\ -\frac{12EI_c}{L_c^3} & -\frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{12EI_c}{L_c^3} & -\frac{6EI_c}{L_c^2} \\ \frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{2EI_c}{L_c} & -\frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{4EI_c}{L_c} \end{bmatrix}$$

Trabes:

$$\begin{bmatrix} \frac{AE}{L_t} & 0 & -\frac{AE}{L_t} & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L_t} & 0 & \frac{2EI}{L_t} \\ -\frac{AE}{L_t} & 0 & \frac{AE}{L_t} & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L_t} & 0 & \frac{4EI}{L_t} \end{bmatrix}$$

y las submatrices de masas consistentes:

Cimentaciones y columnas:

$$\begin{bmatrix} \frac{39}{105} \bar{m}L_c + m_f & \frac{11}{210} \bar{m}L_c^2 & \frac{9}{70} \bar{m}L_c & -\frac{13}{420} \bar{m}L_c^2 \\ \frac{11}{210} \bar{m}L_c^2 & \frac{1}{105} \bar{m}L_c^3 + I & \frac{13}{420} \bar{m}L_c^2 & -\frac{1}{140} \bar{m}L_c^3 \\ \frac{9}{70} \bar{m}L_c & \frac{13}{420} \bar{m}L_c^2 & \frac{39}{105} \bar{m}L_c & -\frac{11}{210} \bar{m}L_c^2 \\ -\frac{13}{420} \bar{m}L_c^2 & -\frac{1}{140} \bar{m}L_c^3 & -\frac{11}{210} \bar{m}L_c^2 & \frac{1}{105} \bar{m}L_c^3 \end{bmatrix}$$

Trabes:

$$\begin{bmatrix} \frac{\bar{m}L_t}{3} & 0 & \frac{\bar{m}L_t}{6} & 0 \\ 0 & \frac{\bar{m}L_t^2}{105} & 0 & \frac{\bar{m}L_t^3}{140} \\ \frac{\bar{m}L_t}{6} & 0 & \frac{\bar{m}L_t}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{\bar{m}L_t^3}{140} & 0 & \frac{\bar{m}L_t^3}{105} \end{bmatrix}$$

En la figura B1, se indican las direcciones de las fuerzas y momentos flectores en los apoyos y uniones de la estructura.

b. Submatrices cuando se analizan las ondas de cortante, las cuales originan fuerzas de cortante basal en dirección transversal a la de propagación.

Las submatrices de rigidez correspondientes son las siguientes (Przemieniecki, 1968):

Cimentaciones y columnas:

Trabes:

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{L_c^2} + k_s & 0 & \frac{6EI}{L_c} & -\frac{12EI}{L_c^2} & 0 & \frac{6EI}{L_c^2} \\ 0 & \frac{JG}{L_c} + k_s & 0 & 0 & -\frac{JG}{L_c} & 0 \\ \frac{6EI}{L_c^2} & 0 & \frac{4EI}{L_c} + k_s & \frac{6EI}{L_c^2} & 0 & \frac{2EI}{L_c} \\ -\frac{12EI}{L_c^2} & 0 & -\frac{6EI}{L_c} & \frac{12EI}{L_c^2} & 0 & -\frac{6EI}{L_c^2} \\ 0 & -\frac{JG}{L_c} & 0 & 0 & \frac{JG}{L_c} & 0 \\ \frac{6EI}{L_c^2} & 0 & \frac{2EI}{L_c} & -\frac{6EI}{L_c^2} & 0 & \frac{4EI}{L_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L_t^2} & \frac{6EI}{L_t^2} & 0 & -\frac{12EI}{L_t^2} & \frac{6EI}{L_t^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L_t^2} & \frac{4EI}{L_t} & 0 & \frac{6EI}{L_t^2} & \frac{2EI}{L_t} & 0 \\ \frac{6EI}{L_t^2} & \frac{4EI}{L_t} & 0 & \frac{6EI}{L_t^2} & \frac{2EI}{L_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{JG}{L_t} & 0 & 0 & -\frac{JG}{L_t} \\ -\frac{12EI}{L_t^2} & -\frac{6EI}{L_t^2} & 0 & \frac{12EI}{L_t^2} & \frac{6EI}{L_t^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L_t^2} & \frac{2EI}{L_t} & 0 & -\frac{6EI}{L_t^2} & \frac{4EI}{L_t} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{JG}{L_t} & 0 & 0 & \frac{JG}{L_t} \end{bmatrix}$$

y las submatrices de masas consistentes:

Cimentaciones y columnas:

Trabes:

$$\begin{bmatrix} \frac{39}{105} \bar{m}_t + m_y & 0 & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & \frac{9}{70} \bar{m}_t & 0 & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 \\ 0 & \frac{I_y I_z}{3} + I_y & 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{6} & 0 \\ \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{1}{105} \bar{m}_t^2 + I_y & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{1}{140} \bar{m}_t^2 \\ \frac{9}{70} \bar{m}_t & 0 & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & \frac{39}{105} \bar{m}_t & 0 & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 \\ 0 & \frac{I_y I_z}{6} & 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{3} & 0 \\ \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{1}{140} \bar{m}_t^2 & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{1}{105} \bar{m}_t^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{39}{105} \bar{m}_t & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{9}{70} \bar{m}_t & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & 0 \\ \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & \frac{1}{105} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & \frac{1}{140} \bar{m}_t^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{3} & 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{6} \\ \frac{9}{70} \bar{m}_t & \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{39}{105} \bar{m}_t & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & 0 \\ \frac{13}{420} \bar{m}_t^2 & \frac{1}{140} \bar{m}_t^2 & 0 & \frac{11}{210} \bar{m}_t^2 & \frac{1}{105} \bar{m}_t^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{6} & 0 & 0 & \frac{I_y I_z}{3} \end{bmatrix}$$

En la figura B2, se indican las direcciones de las fuerzas y momentos flectores y torsores en los apoyos y uniones de la estructura.

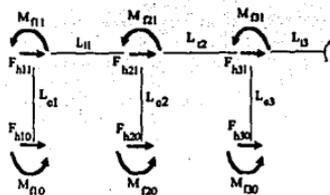


Fig. B1. Diagrama de fuerzas y momentos, con solicitaciones dinámicas en dirección longitudinal a la estructura.

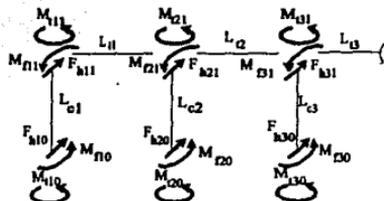


Fig. B2. Diagrama de fuerzas y momentos, con solicitaciones dinámicas en dirección transversal a la estructura.